

Tartu Ülikool
Loodus- ja Tehnoloogiateaduskond
Füüsika Instituut

Vahur Zadin

**Foucault' kardiogrammi tekke uuringud südant
sondeerivate pöörisvoolude arvutamise abil**

Magistritöö rakendusfüüsikas

Juhendaja: dotsent biol. kand. Jüri Vedru

Tartu 2008

1 Sisukord

1	Sisukord	2
2	Sissejuhatus.....	3
3	Kirjanduse ja probleemi ülevaade, ülesande püstitus	4
3.1	FouKG HETKEOLUKORD, PROBLEEMI AKTUAALSUS	4
3.2	FouKG UURIMINE ARVUTISIMULATSIOONIDEGA	5
3.3	KASUTATAVAD RINDKERE JA SÜDAME MUDELID	7
3.4	LÕPLIKE ELEMENTIDE MEETOD	8
3.5	TÜ-S KASUTADA OLEVAD TARKVARAPAKETID SIMULATSIOONIDEKS LEM-IGA 10	
3.6	TARKVARA VÕRGU GENEREERIMISEKS JA TULEMUSTE VISUALISEERIMISEKS	12
3.7	TARKVARA VALIK.....	12
3.8	TÖÖ EESMÄRK JA ÜLESANDE PÜSTITUS	13
4	Materjalid ja meetodid	14
4.1	A-φ FORMULATSIOON PÖÖRISVOOLUDE ARVUTAMISEKS MITTEMAGNEETUVAS RUUMJUHIS	14
4.2	PÖÖRISVOOLUDE LEIDMINE KASUTADES LÕPLIKE ELEMENTIDE MEETODIT ...	19
4.3	ARVUTUSTES KASUTATAV RINDKERE MUDEL	25
4.4	SIGNAALI TEKKE NING POOLI OPTIMAALSE ASUKOHA UURINGUD	28
4.5	HINGAMISE MÕJU UURIMINE FouKG SIGNAALILE	31
5	Tulemused.....	33
5.1	FouKG MUDELARVUTUSTES KASUTATUD VÕRGU VALIK	33
5.2	ITERATSIOONIDE ARVU LEIDMINE PÖÖRISVOOLUDE ARVUTAMISEL	33
5.3	ANDURI OPTIMAALSE ASUKOHA LEIDMINE	35
5.4	SÜDAME HINGAMISLIIKUMISE MÕJU UURIMINE FouKG SIGNAALILE.....	39
6	Arutelu	42
6.1	LEM FouKG UURIMISEKS	42
6.2	VALIDEERIMINE	43
6.3	OPTIMAALSE ITERATSIOONIDE ARVU LEIDMINE PÖÖRISVOOLUDE ARVUTAMISEL	43
6.4	INDUKTORI OPTIMAALSE ASUKOHA OTSIMINE.....	44
6.5	SÜDAME HINGAMISLIIKUMISE MÕJU HINDAMINE.....	45
7	Tulemuste kokkuvõte.....	46
8	Summary	47
9	Kasutatud kirjanduse loetelu.....	48

2 Sissejuhatus

Käesolev magistritöö on valminud Tartu Ülikooli Loodus-ja Tehnoloogiateaduskonna Füüsika Instituudis ning see on seotud Foucault' kardiograafia (FouKG) signaali tekke matemaatilise modelleerimisega. Foucault' kardiograafia on meetod inimese südametegevuse mitteinvasiivseks jälgimiseks ning põhineb patsiendi või uurimisaluse rindkere sondeerimisel kõrgsagedusliku magnetväljaga.

Foucault' kardiograafia mudeluuringud, nii matemaatilised kui füüsikalised, on olulised seetõttu, et paljusid nimetatud teemaga seotud küsimusi ei saa katseliselt uurida, kuna meil ei ole võimalik inimese rindkeres läbi viia otseseid mõõtmisi. Inimese rindkere ja selles paiknevate organite keeruka geomeetria ning kudede juhtivuste jaotuse tõttu on ka täpne füüsikaline modelleerimine keeruline või isegi võimatu, seetõttu on just matemaatilise modelleerimisega võimalik uurida paljusid FouKG arendamisega seotud olulisi teemasid.

Eksperimentaalsed uuringud FouKG anduri paigutusega inimese rindkerel ning FouKG mõõtmistulemustest tuletatava Starlingi koefitsendi määramisel on tekitanud mitmeid probleeme. Nimelt, katsetulemuste tõlgendamine anduri optimaalse paigutuse kindlamääramisel on jäänud suuresti intuiitivseks ning uuringud Starlingi koefitsendi määramisel on näidanud, et olulist segavat rolli selle kindlakstegemisel omab hingamine. Nende probleemide uurimiseks on otstarbekas rakendada matemaatilist modelleerimist.

Käesolevas magistritöös uuritakse FouKG signaali tekke asukohtasid inimese rindkeres ning südame hingamisliikumise mõju FouKG signaalile, arendades ja rakendades FouKG matemaatilise modelleerimise tarkvara.

3 Kirjanduse ja probleemi ülevaade, ülesande püstitus

3.1 *FouKG hetkeolukord, probleemi aktuaalsus*

Foucault' kardiograafia (FouKG) on meetod südame hemodünaamika mitteinvasiivseks jälgimiseks. Selle peamiseks rakendusalaadeks oleksid südamekirurgia ning reanimatsioon. Viimased arengud meetodi uurimisel viitavad sellele, et FouKG-d saab kasutada Starlingi koefitsendi leidmiseks [1] ning lihtsustatud andureid võiks kasutada patsiendi pulsi pidevaks jälgimiseks ning pulsirütmi salvestamiseks.

FouKG signaal saadakse inimese rindkere sondeerimisel nõrkade elektrivooludega, mis on tekitatud uuritava objekti lähedusse viidud induktori muutuva magnetvälja poolt. Sellega tekitatakse rindkeres pööris e. Foucault' voolud ning mõõdetakse nendest tingitud võimsuskadusid. Praegu olemasolev aparatuur on üles ehitatud selliselt, et registreeritakse pöörisvooludest tingitud võimsuskadude muutusi [2].

FouKG signaali mõistmiseks, selle rakendusalaade laiendamiseks ning aparatuuri arendamiseks on tarvis detailselt teada, kus ja milliste organitega seoses mõõdetav signaal tekib. Seda probleemi võib proovida lahendada füüsikalise modelleerimise abil, kasutades erinevaid fantoome, või siis matemaatilise modelleerimise abil (lahendades Maxwelli võrrandeid). Füüsikalise modelleerimise muudab väga raskeks, või isegi võimatuks uuritava objekti (inimese rindkere) keeruline geomeetria.

FouKG matemaatiliseks modelleerimiseks on varem kasutatud lõplike vahemike meetodil baseeruvat arvutusmeetodit [3]. Teoreetiliselt on kindlaks tehtud, et meie poolt mõõdetav signaal tekib eelkõige rindkere piirkondades, kus eksisteerib juhtivuse gradient [4]. Lõplike vahemike meetodi puuduseks on FouKG uurimisel asjaolu, et modelleeritav ruum jagatakse risttahukates, mis muudab mudelsüdame pinna sakiliseks – muudetakse märkimisväärselt mõõdetava signaali asukohaks olevat ruumiosa. Üheks võimaluseks selle raskuse ületamisel on matemaatilisel modelleerimisel lõplike elementide meetodi (**LEM**) kasutamine, mille puhul on võimalik kasutada modelleerimisel tükiti siledaid pindasid ning sellega tagada tunduvalt parem lähendus.

3.2 FouKG uurimine arvutisimulatsioonidega

FouKG katseseadmega reaalsel inimesel või fantoomil läbi viidud uuringute puhul on võimalik saada ainult piiratud informatsiooni selle kohta, milliseid protsesse katseseade uuritavas objektis põhjustab ning kuidas need mõjutavad katseseadme poolt edastatavaid väljundsuuruseid. Nimelt, kardiograafi poolt väljastatavaks signaaliks e. FouKG laineks on uuritavas objektis neeldunud võimsuse südamesageduslik vahelduvkomponent, samas aga, voolude jaotust millest neeldunud võimsus on tekkinud, ei ole võimalik katseliselt meie uurimisobjekti (inimese rindkere) puhul kindlaks teha. Seega, ainsaks võimaluseks uurida, kuidas FouKG signaal tekib on vastavate arvutisimulatsioonide läbiviimine.

FouKG modelleerimise olulisteks väljunditeks on FouKG lainekuju saamine rindkere mudelis arvutatud võimsuskadude kaudu ning ruumiosade väljaselgitamine, kus toimub suurim pöörisvoolude neeldumine ning FouKG signaali teke. Selline lähenemine teeb võimalikuks matemaatilise modelleerimise abil saadud ning katseseadmega mõõdetud lainekujude võrdluse ning samas ka arvutatud neeldunud võimsuse (või siis leitud pöörisvoolude) ruumilise kujutamise. Teineteisele vastavate mõõdetud ja arvutatud lainekujude ning leitud neeldunud võimsuse ruumilise jaotuse võrdlustest on võimalik järeldada, millistes rindkere piirkondades inimesel mõõdetav FouKG signaal tekib.

FouKG-d on eelnevalt modelleeritud kasutades $A-\varphi$ formulatsiooni lõplike vahemike meetodil [3]. Modelleerimisel on arvutatud pooli poolt indutseeritud voolud, reaktsioonivoolud (rindkeres pooli poolt indutseeritud voolude genereeritud voolud) ning neile vastavad skalaarsed potentsiaalid. Lisaks on läbi viidud uuringuid iteratiivse pöörisvoolude arvutamise meetodiga [5] – tulemuseks on saadud, et teatud juhtudel (inimese kudede sarnaneva juhtivuse, rindkere mõõtmetega ning olemasoleva induktori sageduse puhul) võib iteratiivse meetodi koonduvuskriteeriumid sättida nii madalaks, et itereerimine peatatakse peale esimeste iteratsioonide läbimist, kuna saadud tulemused kirjeldavad piisavalt täpselt meie huvi pakkuvaid suurusi (n. FouKG lainekuju). Samas on märgitud, et mainitud arvutustes kasutatavate parameetrite (juhtivused, induktori töösagedus ja juhtiva ruumi mõõtmed) väikseimgi muutus võib nõuda pöörisvoolude iteratiivse arvutuse rakendamisel [5] iteratsioonide peatamiskriteeriumi muutmist selliseks, et tagataks märkimisväärselt suurem arvutustäpsus.

FouKG modelleerimise üleviimine lõplike vahemike meetodilt lõplike elementide meetodile on tarvilik seetõttu, et nende meetoditega läbiviidud simulatsioonides on eeldatav signaali tekke piirkond erinev – lõplike vahemike meetodi puhul on südame ja kopsu piirpind sakiline, lõplike elementide meetodi puhul (tükiti) sile. Seetõttu ei ole teada, kas töös [6], kus on pöörisvoolude arvutamise iteratiivse meetodi iteratsioonide peatamiskriteeriumi määramise analüüsid kasutatud lõplike vahemike meetodiga saadud tulemusi võib laiendada lõplike elementide meetodil saadavatele tulemustele. Nimelt, töös [6] leiti, et iteratiivse pöörisvoolude arvutamise puhul võib itereerimise lõpetada peale teist iteratsiooni. Meil on tarvis veenduda, kas töös [6] lõplike vahemike meetodil saadud tulemusi iteratsioonide lõpetamise kohta pöörisvoolude arvutamisel võib rakendada ka juhul, kui pöörisvoolusid leitakse lõplike elementide meetodiga.

FouKG modelleerimise puhul on tulemuste saamiseks vaja läbi viia arvutused terve südame tsükli kohta mis muudab arvutuste läbiviimise ajakulukaks. Arvutuste ajakulu vähendamise üheks võimaluseks on uurida paralleelselt iteratsioonide peatamiskriteeriumi määramisega, kas pöörisvoolude leidmisel on tarvis arvutada lisaks vektorpotentsiaalile ka skalaarne potentsiaal. Nimelt, FouKG-ga sarnaseid, närvide magnetilise stimuleerimise uuringute läbiviimisel $A-\phi$ formuleeringut kasutades [7], [8] on jäänud vastandlikele seisukohtadele skalaarsest potentsiaalist tingitud voolude suhtes – on arvatud, et neil on väga väike tähtsus [8] ning samuti on leitud, et need on olulised [7]. Reaktsioonivoolud pooli poolt genereeritud primaarsetele vooludele on mõlemal juhul kõrvale jäetud kui tühised e. pöörisvoolude iteratiivse arvutamise algoritmi [5] seisukohalt on piirdutud vaid ühe-kahe (olenevalt alglahendi valikust) iteratsiooni läbi viimisega.

3.2.1 FouKG signaali tekke uurimine

FouKG signaali tekkekoha väljaselgitamine on varasemalt olnud peamiselt eksperimentaalne, kuigi on viidud läbi ka simulatsioone, kasutades arvutusteks lõplike vahemike meetodit [3]. Eksperimentaalsete mõõtmiste tulemusi on püütud tõlgendada lähtudes samaaegselt registreeritud EKG signaalist, inimese füsioloogiast ja anatoomiast ning varasemast FouKG kohta kogutud infost. Läbi viidud katsed on näidanud, et võimalikud inimkeha piirkonnad, mis südamepiirkonnast registreeritavale signaalile mõju avaldavad on: süda (kojad ja vatsakesed), kops,

rindkere esisein, aort, maks. *Optimaalseks loetakse sellist anduri asukohta, kus registreeritud signaal pärineb enamjaolt vatsakestest.*

Uuringutest Starlingi koefitsendi määramise kohta [1] on selgunud, et hingamine omab seal olulist segavat mõju. Seega on oluline teada saada, kuidas hingamine mõjutab FouKG signaali. Südame hingamisliikumise mõju kindlakstegemiseks FouKG-le on läbi viidud mõningaid mudelarvutusi [9], kuid siiski on leitud, et see teema väärrib edasist uurimist, kuna selles töös ei olnud veel lõplikult kindlaks tehtud arvutusmeetodi tarvilik detailsus.

3.3 Kasutatavad rindkere ja südame mudelid

3.3.1 Südamemudel

FouKG modelleerimiseks on meil praegu kasutada dünaamiline südamemudel [10]. See on neljamõõtmeline splain sfäärilistes koordinaatides, mis kirjeldab südame pinna muutumist. Kasutatava koordinaatsüsteemi tõttu on südame pinnapunktide jaotus ruumis ebaühtlane, olles poolustel tunduvalt tihedam kui muudes ruumiosades. Südamemudeli puuduseks võib pidada selle liigset lihtsust – see suudab järele aimata vaid südame välispinna liikumist, puuduvad võimalus muuta erinevaid südame parameetreid (vatsakeste mõõtmed, ruumala) ning kodade ja vatsakeste õõnsusi modelleerivad pinnad.

3.3.2 Rindkere mudel

Varasemates FouKG mudelarvutustes on inimese rindkere modelleerimiseks kasutusel olnud rindkere mõõtudes risttahukas, mille esiosale on antud keskmine rindkere esiseina (rinnakorv, lihased, nahk) juhtivus ning ülejäänud osale kopsu juhtivus. Tegemist on olnud väga jämeda lähendusega, aga seda peeti tollase probleemi konfiguratsiooni juures piisavaks.

Rindkere detailsemaks kujutamiseks on võimalik kasutusele võtta tarkvarapaketi SCIRun [12] kaasa saadav, detailne ning rindkeret ja mõningate kehasiseste struktuuride väliskuju täpselt jälgiv lõplike elementide mudel, mis on saadud magnetresonantstomograafia andmete segmenteerimisel. Nimetatud mudeli puhul peab arvestama, et see sisaldab staatilist südant, mille tõttu on sellest mudelist kasutatavad ainult pinnavõrgud – ülejäänud võrk tuleb ise uuesti genereerida.

3.4 Lõplike elementide meetod

Elektromagnetväljade modelleerimisel on võimalik lähtuda kahest põhisuunast – arvutada elektri- ja magnetvälja või siis mingeid potentsiaale, n. vektor- ja skalaarpotentsiaali. Elektri ja magnetvälja otse arvutamisel on võimalik saada suuremat täpsust kui potentsiaalide arvutamisel (jääb ära üks tuletise võtmine), aga puuduseks on keerulisemad ääritingimused erinevate materjalide üleminekupiiridel. Potentsiaalide arvutamise eeliseks on lihtsam teostus võrreldes esimese juhuga.

Lõplike elementide meetodi põhiideeks on uuritava objekti mingit omadust väljendava pideva funktsiooni lähendamises diskreetse, tükiti pidevatest funktsioonidest, mis on määratud igaüks mingis alampiirkonnas ning millede arv on lõplik, koosneva mudeliga. Funktsioonidena kasutatakse üldjuhul lineaar-, ruut-, või kuuppolünoome.

Otsitavate funktsioonide väärtused on kõigis punktides, välja arvatud etteantud väärtustega rajapunktides tundmatud. Funktsiooni väärtuste leidmiseks üle uuritava piirkonna paigutatud üksikpunktides (edaspidi sõlmedes) ongi LEM-i rakendamine sõlmedes tarvis siduda mingi funktsionaali minimeerimisega, mis annab vajaliku võrrandisüsteemi tundmatute sõlmväärtuste leidmiseks.

LEM-i rakendamise põhiskeemi võib esitada järgnevalt:

1. Uuritavas objektis (määramispiirkonnas) fikseeritakse lõplik arv punkte, mida nimetatakse sõlmedeks.
2. Tundmatuteks loetakse otsitava funktsiooni väärtused sõlmedes.
3. Uuritav objekt jagatakse lõplikuks arvuks alampiirkondadeks, mida nimetatakse **elementideks**, naaberelementidel peavad olema ühised sõlmpunktid ning kõikide elementide kogusumma peab andma kokku uuritava objekti. Elementideks jagatud uuritavat objekti nimetatakse tihti **võrguks**.
4. Pidev funktsioon, mida arvutatakse asendatakse elementides polünoomidega, mis defineeritakse vastavalt funktsiooni väärtustele elementi moodustavates sõlmedes. Igas elemendis valitakse erinev polünoom, valiku tegemisel peetakse silmas, et funktsiooni pidevuse tingimused elementide rajapindadel oleksid täidetud. Valitud polünoomi nimetatakse elemendi funktsiooniks või kujufunktsiooniks, neist moodustub tükiti pidevate funktsioonide hulk, mis hõlmab kogu määramispiirkonna.

5. Tuletatakse lineaarvõrrandite süsteem minimeerides mingit uuritavat objekti iseloomustavat funktsionaali.
6. Saadud süsteem lahendatakse sõlmväärtuste suhtes.
7. Sõlmväärtuste põhjal arvutatakse elemendis huvi pakkuvad suurused.

Välja toodud algoritm on hästi rakendatav skalaarsete suuruste arvutamisel. Elektromagnetväljade modelleerimisel on aga tarvis tihti arvutada elementides vektorsuuruseid, millede arvutamisel tekivad komplikatsioonid, kui uuritava objekti omadused (dielektriline läbitavus, magnetiline läbitavus) ruumis muutuvad. Sellisel juhul on vaja arvestada elektri- ning magnetvälja jõujoonte murdumisega erinevate materjalide piirpindadel. Juhul kui tundmatud elementides paiknevad sõlmedes on sellega arvestavate tingimuste kaasamine LEM-i rakendamisega saadud lineaarvõrrandite süsteemi komplitseeritud. Raskusest üle saamiseks on kasutatud lähenemisviisi, kus tundmatuid elemendis otsitakse mitte sõlmedes vaid elementi moodustavate sõlmede põhjal loodud elemendi servadel.

3.4.1 Elemenditüübid elektromagnetväljade modelleerimisel

Elektromagnetväljade analüüsimisel lõplike elementide meetodiga otsitakse lahendit elemendi piires kas sõlmedes või siis elemendi servadel, mis on moodustatud kahe sõlme kombinatsioonina (üldjuhul). Nimetame vastavaid elemente *sõlmelementideks* (i. k. *nodal elements*) ja *servaelementideks* (i. k. *edge elements*). Mõlemat tüüpi elementidel on omad tugevad ja nõrgad küljed, neid on põhjalikumalt analüüsitud artiklites [13] ja [14], lisaks on põhilised omadused tavaliselt välja toodud ka õpikutes [15], [16]. Võrreldes servaelementidega on sõlmelementide eelisteks:

1. lihtsamad nii matemaatiliselt kui ka programmi kirjutamise seisukohalt;
2. koostatud maatriksvõrrandite kiirem lahendamine ning väiksem mälu nõudlus;
3. vähemtundlikumad kui servaelemendid halva kujuga elementidest põhjustatavatele vigadele;

Nende puudused on:

1. ei saa otse arvutada vektorsuursusi, on vajalik vektori arvutamine komponentide kaupa;

2. vektoriaalsete suuruste arvutamisel saab kasutada ainult homogeensetes keskkondades või peab rakendama keerulisi üleminekutingimusi erinevate materjalide piirpindadel;
3. ebatäpne modelleerimispiikonna teravate servade/nurkade juures.

Sõlmelementide puuduste kõrvaldamiseks on välja pakutud servaelementide kasutamine. Nende puhul arvutatakse otsitav suurus välja elemendi servadel. Eelisteks võrreldes sõlmelementidega on:

1. vektorsuuruste otsearvutamine;
2. probleemide lahenemine erinevate omadustega materjalide üleminekupindadel;
3. teatud servaelementide puhul tagatakse automaatselt, et elemendi sees on välja divergents null.

Puudused:

1. matemaatiliselt ja programselt raskemini realiseeritavad;
2. nõuavad rohkem arvutusressursse ja mälu;
3. LEM-i rakendamisel saadav süsteemimaatriks võib sisaldada peadiagonaalil nulle;
4. raskem saavutada arvutuste koonduvust maatriksvõrrandite iteratiivsel lahendamisel.

3.5 TÜ-s kasutada olevad tarkvarapaketid simulatsioonideks LEM-iga

3.5.1 MATLAB

MATLAB on arvutus- ja programmeerimiskeskond, mis on optimeeritud maatriksitega töötamiseks ning kiireks tarkvara arendamiseks, sisaldades suurt hulka lihtsamaid valmisprogramme n. hõredate maatriksitega töötamiseks ning nende koostamiseks, iteratiivseid arvutusmeetodeid (CGS, MINRES jne.), statistilise analüüsi läbiviimiseks, visualiseerimiseks jms. MATLAB-iga on võimalik vajadusel kombineerida C++-is ja Fortranis kirjutatud programme, millega saab üle minna MATLAB-is liigselt aeganõudvatest protsessidest. MATLAB-i plussideks antud töö läbiviimisel on:

1. MATLAB-i töökeskkonna hea tundmine, mis võimaldab püstitatud ülesannetele kiirelt lahendusi leida;
2. me ei rakenda pöörisvoolude leidmiseks $A-\varphi$ formalismi mitte üld-, vaid erijuhul [5], mis võimaldab meie probleemi tunduvalt lihtsustada ning mille tulemusena on võimalik saavutatud märkimisväärselt lühemaid arvutusaegu kui kasutades COMSOL Multiphysics-it;
3. võimaldab lihtsat rindkere mudeli importimist ning töötlemist;
4. sisaldab häid visualiseerimisvahendeid ning omab head ühilduvust muude visualiseerimisvahenditega (SCIRun, Map3d [12]);
5. võimaldab paralleelarvutuste rakendamist.

MATLAB-i puudusteks on otseselt LEM-i jaoks valmis kirjutatud komponentide puudumine kolmemõõtmelisel juhul ning sellest tingitud lisatarkvara kirjutamise ja mõningate koodiosade valideerimise vajadus.

3.5.2 COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics on esialgselt MATLAB-i lisana (FEMLab) loodud tööriist osatulevistega diferentsiaalvõrrandite lahendamiseks. Tegu on keskkonnaga, kuhu on kombineeritud kõik tarvilikud vahendid modelleerimise läbiviimiseks ning tulemuste visualiseerimiseks lõplike elementide meetodiga. COMSOL Multiphysics-i tugevateks külgedeks on:

1. üldjuhul kiire simulatsiooni ettevalmistamine ja läbiviimine;
2. võrgu genereerimise vahendite programmisene olemasolu;
3. erinevate füüsikaprobleemide kombineeritud lahendamise võimalus;
4. kiire ning ülevaatlik visualiseerimine.

Selle puudusteks on:

1. suur ressursinõudlus arvutustehnikale mälu ning protsessori jõudluse suhtes.
2. keeruliste piirpindade tõttu rindkeremudelid ei ole meie probleemi puhul
COMSOL Multiphysics-i vahendeid kasutades võimalik automatiseerida võrgu genereerimist;
3. iteratiivsete arvutuste koonduvusprobleemid meie ülesande puhul;

3.6 Tarkvara võrgu genereerimiseks ja tulemuste visualiseerimiseks

3.6.1 Võrgu genereerimise tarkvara

Võrgu genereerimiseks võib internetist leida suurema hulga programme TetGen [17], Diamesh, Distmesh, Netgen jpt. Vastava tarkvara valiku põhinõueteks olid, et see peab suutma genereerida võrku etteantud keeruliste rajapindade järgi, võrgu genereerimist peab olema võimalik automatiseerida, võrgugeneraatori sisend- ja väljundfailide formaadid ei tohi olla liiga keerulised, tegu peab olema vabavaralise (või teadustööks tasuta kasutatava) tarkvaraga ning võrgugeneraatori tarkvara arendamine ning täiustamine ei tohiks olla lõppenud. Sellistele tingimustele vastavaks osutus tarkvarapakett TetGen [17], millega on võimalik genereerida võrku, mille elementideks on tetraeedrid. Lisaks esitatud nõuetele on sellega võimalik läbi viia adaptiivset võrgu genereerimist ja parendamist, võrgu elementide suuruse ja kvaliteedi kontrolli ning on võimalik ette anda fikseeritud asukohaga sõlmi, mis teeb võimalikuks võrgus olevate elementide suuruse reguleerimise vastavalt lahendi täpsuse nõuetele erinevates võrgu piirkondades.

3.6.2 SCIRun ja map3d

SCIRun [12] ja map3d [12] on Utah Ülikooli vabavaralised tarkvaraprojektid, esimene neist on modulaarne ülesannete lahendamise keskkond, mis võimaldab teaduslike probleemide lahendamist ning mitmekülgset visualiseerimist. Sellega on võimalik saada kaasa detailne inimese rindkere mudel. SCIRunis on olemas moodulid selle ühendamiseks MATLAB-iga ning MATLAB-ist andmete importimiseks ning eksportimiseks.

Map3d on visualiseerimistarkvara, mis on mõeldud keeruliste kolmemõõtmeliste mudelite ning nendega seotud ajast sõltuvate skalaarsete andmete graafiliseks kujutamiseks.

3.7 Tarkvara valik

Modelleerimise põhiraskus on matemaatilise kirjelduse õiges formuleerimises ning piisava elementide arvu, elementide suuruse õige jaotusega võrgu valmistamises ja rajatingimuste valikus. Arvutustarkvara valik on pigem tehniline probleem ning sõltub

paljuski rakendajast. Igal juhul on formuleeritud matemaatilise kirjelduse rakendamine kirjanduse ülevaates väljatoodud programmides kiirelt realiseeritav, küsimuseks võib olla arvutuste ajakulu. Ülesande lahendamiseks valitud tarkvara valimist võib seega pidada subjektiivseks.

Arvestades eelpool välja toodud COMSOL Multiphysicsi ja MATLAB-i omadusi, meie probleemi spetsiifikast tingitud lihtsustusvõimalusi, mis on välja toodud järgmises peatükis, ning uuritava objekti geomeetrilist keerukust, on ülesande lahendamiseks valitud järgnev tarkvarakomplekt:

1. võrgu genereerimiseks TetGen;
2. ülesande lahendamiseks MATLAB;
3. visualiseerimiseks SCIRun, MATLAB ja map3D.

3.8 Töö eesmärk ja ülesande püstitus

Pidades silmas eelpool kirjutatut (vajadust uurida signaali päritolu ning mõõdetava signaali tekkimist muutuva juhtivusega ruumiosades) on töö eesmärgiks välja selgitada need piirkonnad inimese südames, milles FouKG signaal tekib ning uurida olulisemate FouKG signaali mõjutavate anatoomilis-füsioloogiliste faktorite toimet. Ülesanded, mille täitmisega püstitatud eesmärk saavutada, on seega järgmised:

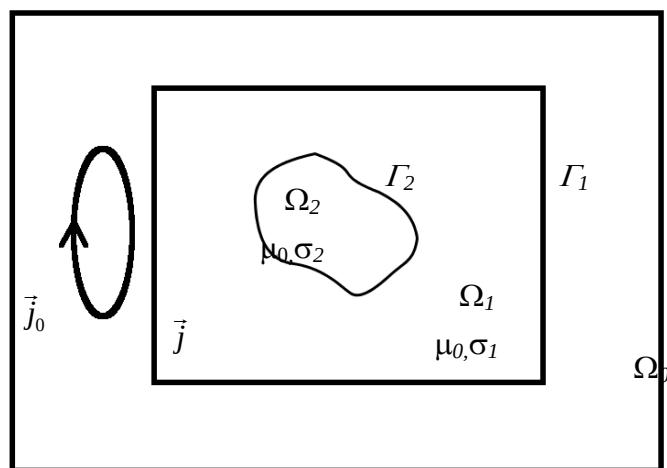
1. kasutades LEM-i luua arvutusmeetod pöörisvoolude leidmiseks;
2. koostada LEM-i jaoks töö eesmärgi saavutamiseks sobivad südame ja rindkere mudelid;
3. välja selgitada pöörisvoolude arvutusmeetodi optimaalne iteratsioonide peatamise kriteerium;
4. välja selgitada südame piirkonnad, kus FouKG signaal tekib ning anduri tundlikus on maksimaalne, seejärel määrata anduri optimaalne asukoht südame suhtes;
5. uurida südame hingamisliikumise mõju FouKG signaalile.

4 Materjalid ja meetodid

4.1 $A-\varphi$ formulatsioon pöörisvoolude arvutamiseks mittemagneetivas ruumjuhis

Töö eesmärgi saavutamiseks ning püstitatud ülesannete täitmiseks on meil tarvis kirja panna pöörisvoolude arvutusmeetod, esitame selle $A-\varphi$ formulatsioonis.

Olgu meil mittehomogeense juhtivusega mittemagneetuv keha, mis koosneb kahest erineva juhtivusega regioonist: Ω_2 , juhtivusega σ_2 , Ω_1 , juhtivusega σ_1 ning nendevahelisest piirpinnas Γ_2 . Tähistame seda ruumiosa edaspidi Ω : $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$. Asugu see mittemagneetuv keha mittejuhtivas ruumis Ω_0 , välispinnaga Γ_0 . Olgu $\vec{j}_0$ etteantud voolutihedus (vool induktoris), mis tekitab piirkonnas Ω pöörisvoolusid $\vec{j}$



Joonis 1 Skemaatiline joonis ülesandest

Joonisel kujutatud pöörisvoolude ülesande saab alljärgneval viisil matemaatiliselt formuleerida (raja)ülesandena [5] elektromagnetvälja potentsiaalide $\vec{A}$ ja φ jaoks (nn. $A-\varphi$ formulatsioon). Lähtume Maxwelli võrranditest:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
 \nabla \times \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\
 \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\
 \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\
 \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Arvestame mõningate ülesande eripärast tulenevate lihtsustustega:

1. FouKG probleemi lahendamisel on tegu mittemagneetuva keskkonnaga, samuti on erinevate bioloogiliste kudede magnetiline läbitavus väga lähedane ühele, seega: $\mu = 1$.
2. Nihkevoolu olemasolu arvutustes ei arvestata, kuna kudede mahtuvuslikud omadused FouKG mõõtmisel kasutataval sagedusel avalduvad nõrgalt:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0.$$
3. Induktori toitepinge on sinusoidaalne, seega võime teha formaalse asenduse

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega.$$
4. Induktorit toidetakse voolugeneraatorist mistõttu me ei pea arvestama piirkonnas Ω tekkinud voolude mõjuga induktori voolule.

Arvestades punkte 1.-4. võime FouKG päriülesande lahendamiseks välja kirjutada järgmised võrrandid [5]:

$$\nabla \times \vec{E}_{\Omega} = -i\omega \vec{B}_{\Omega} \quad (4.2)$$

$$\nabla \times \vec{H}_{\Omega} = \vec{j}_{\Omega} \quad (4.3)$$

$$\nabla \times \vec{E}_{\Omega_0} = -i\omega \vec{B}_{\Omega_0} \quad (4.4)$$

$$\nabla \times \vec{H}_{\Omega_0} = \vec{j}_i \quad (4.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (4.6)$$

Erinevate keskkondade piirpindadel ning rajapinnal peavad kehtima järgmised rajatingimused [5], [15]:

$$\vec{n}_2 \times \vec{H}_2 = \vec{n}_1 \times \vec{H}_1 \quad (4.7)$$

$$\vec{n}_2 \times \vec{E}_2 = \vec{n}_1 \times \vec{E}_1 \quad (4.8)$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{H}_1 = \vec{n}_0 \times \vec{H}_0 \quad (4.9)$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{E}_1 = \vec{n}_0 \times \vec{E}_0 \quad (4.10)$$

$$\vec{n}_0 \times \vec{H}_0 = 0 \quad (4.11)$$

$$\vec{n}_0 \times \vec{E}_0 = 0 \quad (4.12)$$

$\vec{n}_i$, $i = 0, 1, 2$ tähistab pinnanormaali vastavatel pindadel Γ_i , iga vektor $\vec{n}_i$ on suunaga väljapoole vastavat regioonist Ω_i .

Vektorpotentsiaali $\vec{A}$, elektrivälja tugevuse $\vec{E}$ ja skalaarse potentsiaali φ saame sisse tuua võrranditega

$$\mu_0 \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.13)$$

$$\vec{E} = -i\omega \vec{A} - \nabla \varphi \quad (4.14)$$

(4.13) asendamisel avaldisse (4.3), saame

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 \vec{j}. \quad (4.15)$$

Kasutame Coulomb'i kalibratsiooni $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ ja kirjutame tulemuse lahti [15], [18], [5]

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \cdot (\nabla \vec{A}) = -\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{j}, \text{ ehk} \quad (4.16)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j} \quad (4.17)$$

Selle ülesande lahend ei ole ühene, probleemist üle saamiseks tuleb välispinnal Γ_0 ette anda rajatingimus [18]:

$$\vec{n}_0 \cdot \vec{A} = 0 \quad (4.18)$$

Sellise tingimuse valik tähendab, et vektorpotentsiaali ning seega ka sellest tingitud voolud ei välju modelleeritavast piirkonnast.

Kasutades seost 3.12 ning Ohmi seadust voolutiheduse kohta, saame kirjutada

$$\vec{j} = -i\omega \sigma(x) \vec{A} - \sigma(x) \nabla \varphi \quad (4.19)$$

Arvestades, et $\nabla \cdot \vec{j} = 0$, saame kirjutada skalaarset potentsiaali kirjeldava võrrandi [5], [7], [15], [18]

$$\nabla \cdot [\sigma(x) \nabla \varphi] = -i\omega \nabla \sigma(x) \cdot \vec{A} \quad (4.20)$$

(Rajatingimusest (4.9) ning võrranditest (4.3) ja (4.5) järeldeb, et pinnal Γ_1 kehtib)

Praeguse ülesandepüstituse juures ei saa tekkivad pöörisvoolud ei saa väljuda juhtivast piirkonnast Ω_1 , lisaks, arvestades Ohmi seadust, kehtib pinnal Γ_1 järgmine tingimus:

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{E} = 0 \quad (4.21)$$

Sellest ning seosest (4.14) saame tuletada Neumanni rajatingimuse skalaarse potentsiaali jaoks [5], [15]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}_1} = -i\omega \vec{n}_1 \cdot \vec{A} \quad (4.22)$$

Võttes kokku ülalpool esitatud tuletuskäigud, võime FouKG modelleerimiseks vajalikud võrrandid välja kirjutada järgmiselt:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{n}_0 \cdot \vec{A} = 0$$

$$\nabla \cdot [\sigma(x) \nabla \phi] = -i\omega \nabla \sigma(x) \cdot \vec{A}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}_1} = -i\omega \vec{n}_1 \cdot \vec{A}$$

$$\vec{j} = -i\omega \sigma(x) \vec{A} - \sigma(x) \nabla \phi$$

Vastavalt [18] omab selline ülesandepüstitus pöörisvoolude arvutamiseks ühest lahendit.

4.1.1 A- ϕ formulatsioon FouKG päriülesande lahendamisel

Kirja pandud A- ϕ formulatsiooni rakendamisel FouKG uurimisel on meil mõistlik arvestada mõningate lihtsustavate asjaoludega. Nimelt, FouKG katseseadme induktoriks on 125 mm diameetriga rõngas ning seda induktorit toidab voolugeneraator. Lisaks sellele, lõplike elementide meetodi rakendamisel arvestame, et me saame kasutatava induktori jaoks arvutada vektorpotentsiaali analüütiliselt ning meid ei huvita milline on vektorpotentsiaali jaotus väljaspool juhtivat ruumi vaid meile pakub huvi ainult pöörisvoolud ja pöörisvooludest tingitud neeldunud võimsuse jaotus rindkeres. Seetõttu me ei kaasa arvutustesse rindkere mudelit ümbritsevat mittejuhtivat ruumi Ω_0 ning loeme joonisel 1 pinnad Γ_1 ja Γ_0 kokkulangevaks. Edasises arutelus peame pöörama tähelepanu nimetatud pindadele kohalduvate rajatingimuste (rajatingimused erinevate materjalide piiril ning uuritava ruumi välispinnal) õigele rakendamisele.

Induktori poolt tekitatud magnetvälja vektorpotentsiaali saab arvutada kasutades juba olemasolevat programmi [19] või siis

$$\vec{A}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_0} \frac{\vec{j}_0(M)}{r_{MQ}} dv_M, \quad (4.23)$$

kus $\vec{j}_0(M)$ on voolutihedus induktoris (ette antud), r_{MQ} on kaugus vaatluspunkti Q ja integreerimispunkti M vahel.

Pöörisvoolude jaotuse leidmine on võimalik realiseerida kahel erineval viisil – kas iteratiivselt, nagu on välja pakutud artiklis [5] või siis mitteiteratiivselt, jälgides õpikus [15] toodud tuletuskäike. Käesolevas töös on otsustatud pöörisvoolude iteratiivse arvutamise kasuks, kuna

1. FouKG täpsemal modelleerimisel (n. kui mudelis on ka täpse välispinnaga rindkere ja rinnakorv) on modelleeritav ruum suhteliselt keeruka kujuga, mis põhjustab ka võrgu genereerimisel suure hulga sõlmede e. tundmatute tekkimise ning muudab lõppkokkuvõttes arvutused äärmiselt mälunõudlikuks. Iteratiivne meetod võimaldab koostada väiksema mälunõudlusega maatriksvõrrandeid, kui mitteiteratiivne.
2. Probleemi olemusest (madalad juhtivused) ning varasematest uuringutest [6] lähtudes võib eeldada, et iteratiivse meetodi rakendamisel ei ole tarvis tulemuse saamiseks läbi viia palju iteratsioone.

Seega, FouKG päriülesande lahendamiseks rakendame pöörisvoolude iteratiivse arvutamise algoritmi [5]. Arvestame, et me modelleerime ainult ruumpiirkonda, kus tekivad pöörisvoolud (e. antud juhul rindkere mudelit) ning meil on teada induktori poolt tekitatava magnetvälja vektorpotentsiaali jaotus – saame välja kirjutada järgmise iteratiivse võrrandisüsteemi:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A}_k &= -\mu_0 \vec{j}_k \\ \nabla \cdot [\sigma(x) \nabla \phi_k] &= -i\omega \nabla \sigma(x) \cdot \vec{A}_k \\ \frac{\partial \phi_k}{\partial \vec{n}} &= -i\omega \vec{n} \cdot \vec{A}_k \\ \vec{j}_{k+1} &= (1-\alpha) \vec{j}^k - \alpha \left(\frac{\sigma(x) i\omega \mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}_i^k}{r_{MQ}} dv_M - \frac{\sigma(x) i\omega \mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}_o}{r_{MQ}} dv_M - \sigma(x) \nabla \phi_k \right) \\ \alpha &= \frac{1}{1 + \frac{4}{3} \left(\frac{R}{\Delta} \right)^4}, \Delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}}\end{aligned}\quad (4.24)$$

Siin

α -relaksatsiooniparameeter,

Δ - pinnaefekti sügavus,

R – väikseima kera raadius, mis mahutab modelleeritavat objekti.

Indeks k märgib iteratsiooni numbrit, $k=1,2,3,\dots$.

Iteratsioonide peatamiskriteerium on vastavalt [20]:

$$S = \frac{\|\vec{j}^k - \vec{j}^{k+1}\|}{\|\vec{j}^k\|}.$$

Paneme tähele, et nii skalaar- kui ka vektorpotentsiaali kirjeldab Poissoni võrrand. Esimesel juhul on keskkond mittehomogeenne, teisel juhul homogeenne ja otsitav suurus vektoriaalne. Sellest tulenevalt on tuletuskäikude teataval määral sarnased ning LEM-i rakendamisel saadavate maatriksvõrrandite koostamine (võrrand (4.51)) on põhimõtteliselt ühesugune. Seetõttu esitame detailselt ainult ühe, vektorpotentsiaali kirjeldavate maatriksvõrrandite koostamise. Skalaarpotentsiaali kohta käivad maatriksvõrrand saadakse sarnaselt ning seda me seetõttu detailselt ei esita.

Viime tuletuskäigu läbi, võttes eeskujuks [21], [15], [16].

4.2 Pöörisvoolude leidmine kasutades lõplike elementide meetodit

4.2.1 Kujufunktsioonide ja elemendi tüübi valik

Lõplike elementide meetodi rakendamise keerukuse ning arvutuste läbiviimisel vaja mineva mälu hulga ning arvutusaja seisukohalt on oluline valida meie ülesande jaoks sobivaimat tüüpi elementide kujufunktsioonid. Seega, arvestame, et kuna meie poolt modelleeritava probleemi puhul on vähemalt üks erineva juhtivusega keskkondade vaheline piirpind keerulise kujuga (inimese süda) tuleb uuritava objekti geomeetria adekvaatseks kirjeldamiseks kasutada suurt hulka elemente. Kõrgemat järku (kaks ja suurem) polünoomide kasutamine kujufunktsioonidena tagab üldjuhul täpseks lahendamiseks vajaminevate elementide arvu tunduva vähenemise, samas aga tähendab ka tundmatute arvu märgatavat suurenemist ning teooria tunduvalt keerulisemaks muutumist – me ei saaks ära kasutada kõrgemat järku kujufunktsioonide eeliseid, küll aga peaksime tegelema nende puudustega. Seetõttu, *modelleerimisel kasutame lineaarseid kujufunktsioone. Kujufunktsioonid valime sellised, et nende väärtus on nullist erinev ainult sõlmedes, milledega need seotud on.*

Elemendi tüübi valiku all mõistame antud juhul seda, kas kujufunktsioonid elemendis on skalaarsed või vektoriaalsed. Seega, tüübi valik on rakendatav ainult vektorpotentsiaali arvutamisel, skalaarpotentsiaali puhul saame kasutada ainult skalaarseid e. sõlmelemente.

Tänapäeval kasutatakse elektromagnetväljade arvutamisel üldjuhul vektoriaalseid e. servaelemente. Nende eelised ja puudused on välja toodud kirjanduse ülevaates.

(Need elemendid tagavad eelkõige rajatingimuste lihtsa ja loomuliku rakendamise erinevate keskkondade piiril, samuti lahendavad mõningatel juhtudel kalibratsiooniga seotud probleeme. Nende puuduseks on raskem teostatavus, suurem mälunõudlus, halvem koondumine). Arvestades erinevate elemenditüüpide puuduseid ja eeliseid ning meie poolt uuritava keskkonna magnetilist homogeensust, *kasutame vektorpotentsiaali arvutamisel skalaarseid elemente* ning arvutame seega vektorpotentsiaali välja komponenthaaval.

4.2.2 LEM-i rakendamine skalaarpotentsiaali arvutamisel

Tähistame võrrandites (4.20) ja (4.22) arutluskäigu selguse huvides muutujad ümber:

$$\nabla \cdot [\sigma(x) \nabla \phi] = f(x) \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} = \gamma(x) \quad (4.26)$$

ning esitame võrrandi (4.20) variatsioonkujul

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\sigma(x) \nabla \phi) N(x) d\Omega = \int_{\Omega} f(x) N(x) d\Omega \quad (4.27)$$

Kuna piirkond Ω koosneb kahest alampiirkonnast, siis:

$$\int_{\Omega_1} \nabla \cdot (\sigma(x) \nabla \phi) N(x) dx dy dz + \int_{\Omega_2} \nabla \cdot (\sigma(x) \nabla \phi) N(x) dx dy dz = \int_{\Omega} f(x) N(x) dx dy dz \quad (4.28)$$

Rakendame ositi integreerimist (divergentsiteoreemi)

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega_1} \sigma_1 \nabla \phi \nabla N(x) dx dy dz - \int_{\Omega_2} \sigma_2 \nabla \phi \nabla N(x) dx dy dz + \int_{\Gamma_2} \sigma_1 \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}_1} N(x) d\Gamma + \\ & \int_{\Gamma_2} \sigma_2 \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}_2} N(x) d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \sigma_1 \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} N(x) d\Gamma = \int_{\Omega} f(x) N(x) dx dy dz \end{aligned} \quad (4.29)$$

Lihtsustame saadud tulemust:

$$\begin{aligned}
& - \underbrace{\int_{\Omega_1} \sigma(x) \nabla \varphi \nabla N(x) dx dy dz}_3 + \underbrace{\int_{\Gamma_2} \sigma_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}_2} N(x) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \sigma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}_1} N(x) d\Gamma}_2 + \\
& \underbrace{\int_{\Gamma_1} \sigma_1 \gamma(x) N(x) d\Gamma}_1 = \int_{\Omega} f(x) N(x) dx dy dz
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Integraal 1 moodustab Neumanni rajatingimuse ning integraalid 2 rajatingimused keskkondade ülemikupiiril. Vastavalt artiklile [7] saame erinevate keskkondade üleminekupindadel teha võrrandites 2 järgmised asendused:

$$\nabla \varphi(x) \cdot \vec{n}_1 = j\omega \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_1 \tag{4.31}$$

$$\nabla \varphi(x) \cdot \vec{n}_2 = j\omega \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_2 \tag{4.32}$$

Seega, võime kirjutada võrrandi (4.30) välja järgmisel kujul:

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega_1} \sigma(x) \nabla \varphi \nabla N(x) dx dy dz = \int_{\Omega} f(x) N(x) dx dy dz - \int_{\Gamma_1} \sigma_1 \gamma(x) N(x) d\Gamma - \\
& - \int_{\Gamma_2} \sigma_2 j\omega \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_2 N(x) d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \sigma_1 j\omega \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_1 N(x) d\Gamma
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Kasutame saadud võrrandi lahendamiseks Ritzi meetodit [25], rakendame saadud diferentsiaalvõrrandi nõrgale vormile lõplike elementide meetodit. Selleks asendame tegeliku suuruse φ lähendusega $\varphi = \sum_k N_k^e \Phi_k$, kus k tähistab sõlme ja e elemendi numbrit ning Φ otsitavat skalaarse potentsiaali väärtust sõlmes. Rakendame Galjorkini meetodit – valime elemendi kujufunktsioonid ning kaalufunktsioonid integraalides ühesugusteks ja asendame lähenduse võrrandisse 3.

$$\begin{aligned}
& \sum_j \left(- \int_{\Omega_1} \sigma(x) \nabla N_i \nabla N_j dx dy dz \right) \Phi_j = \int_{\Omega} f(x) N_i dx dy dz - \int_{\Gamma_1} \sigma_1 \gamma(x) N_i d\Gamma - \\
& - \int_{\Gamma_2} \sigma_2 j\omega \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_2 N_i d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \sigma_1 j\omega \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \vec{A} \cdot \vec{n}_1 N_i d\Gamma
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Saadud võrrandi põhjal saame koostada võrgu sõlmedes asuvate skalaarpotentsiaali väärtuste arvutamiseks vajaliku maatriksvõrrandi. Maatriksvõrrandi koostamist on detailsemalt kirjeldatud järgmises peatükis valemities (4.45)-(4.51).

4.2.3 LEM-i rakendamine vektorpotentsiaali arvutamisel

Võrrandi (4.17) saame üles kirjutada kujul

$$\nabla^2(A_1\vec{e}_1 + A_2\vec{e}_2 + A_3\vec{e}_3) = -\mu_0(j_1\vec{e}_1 + j_2\vec{e}_2 + j_3\vec{e}_3) \quad (4.35)$$

$$\nabla^2 A_1\vec{e}_1 + \nabla^2 A_2\vec{e}_2 + \nabla^2 A_3\vec{e}_3 = -\mu_0 j_1\vec{e}_1 - \mu_0 j_2\vec{e}_2 - \mu_0 j_3\vec{e}_3 \quad (4.36)$$

Kaks vektorit on võrdsed, kui nende vastavad koordinaadid on võrdsed. Lähtuvalt sellest ning vektori koordinaatide lineaarsest sõltumatusest kirjutame võrrandi (4.36) lahti järgnevalt:

$$\nabla^2 A_i = -\mu_0 j_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.37)$$

Oleme jaganud vektorvõrrandi (4.17) kolmeks skalaarseks võrrandiks (4.37). Edaspidise jälgimise lihtsustamiseks, kujutame võrrandeid (4.37) kujul $\nabla^2 A = -\mu_0 j$ ilma indeksiteta.

Sellise lähenemisviisi puhul tuleb meil lahendada vektorpotentsiaali leidmiseks küll kolm maatriksvõrrandit, kuid meil on võimalik see-eest kasutada suurema sõlmede arvuga võrkusid (saadava maatriksvõrrandi mälukasutus on võrdeline sõlmede arvu ruuduga võrgus).

Tuletame LEM-i võrrandid, kasutades Galjorkini jääkide meetodit. Vaatame Poissoni võrrandit mingi üldise Neumanni rajatingimusega:

$$\begin{aligned} \nabla^2 A &= -\mu_0 j \\ \frac{dA}{dn} &= g \end{aligned} \quad (4.38)$$

Asendame tegeliku otsitava suuruse A lähendusega $A = \sum_k N_k^e A_k$, kus k tähistab sõlme ning e elemendi numbrit, N_k^e sõlmega k seotud kujufunktsiooni elemendis e ning A_k otsitavat vektorpotentsiaali komponendi väärtust sõlmes k . Selle lähenduse asetamisel valemisse (4.38) tekib jääk

$$R = \nabla^2 A + \mu_0 j \quad (4.39)$$

Nõuame, et piirkonnas Ω , kus me lahendit otsime oleks rahuldatud järgmine seos

$$\int_{\Omega} W R d\Omega = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} W_k R^e d\Omega_e = 0 \quad (4.40)$$

Kuna kasutame Galjorkini meetodit, valime kaalufunktsiooni $W_k = N_k$. Ühendades võrrandid (4.40) ja (4.39) saame

$$\int_{\Omega} WRd\Omega = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} [N_k^e]^T \left[\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \mu_0 j \right] d\Omega_e = 0 \quad (4.41)$$

Parempooset ruumintegraali võrrandis (4.41) saab lahti kirjutada järgnevalt

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} [N_k^e]^T \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} dxdydz &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial x} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial x} \right) dxdydz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial x} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial x} dxdydz \\ \int_{\Omega_e} [N_k^e]^T \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} dxdydz &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial y} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial y} \right) dxdydz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial y} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial y} dxdydz \\ \int_{\Omega_e} [N_k^e]^T \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} dxdydz &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial z} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial z} \right) dxdydz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial z} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial z} dxdydz \end{aligned} \quad (4.42)$$

Asendame nüüd võrrandid (4.42) võrrandisse (4.41)

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^M \left\{ - \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial z} \right] dxdydz + \right. \\ \left. + \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right] dxdydz + \right. \\ \left. + \int_{\Omega_e} [N_k^e]^T \mu_0 j dxdydz \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Rakendame seose (4.43) teisele integraalile divergentsiteoreemi.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left([N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right] d\Omega = \\ \int_{\Gamma} [N_k^e]^T \frac{\partial A}{\partial \vec{n}} d\Gamma \end{aligned}$$

Asendame saadud tulemuse valemisse (4.43) ning kirjutame selle välja ühe elemendi kohta:

$$\begin{aligned} - \underbrace{\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} N_k \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} N_k \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} N_k \frac{\partial A}{\partial z} \right] dxdydz}_1 \\ + \underbrace{\int_{\Gamma} N_k \frac{\partial A}{\partial \vec{n}} d\Gamma}_3 + \underbrace{\int_{\Omega_e} N_k \mu_0 j dxdydz}_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.44)$$

Tuletame meelde, et $\vec{A}$ ühesuse tagamiseks peab modelleerimispiirkonna välispinnal kehtima $\vec{n} \cdot \vec{A} = 0$ [18]. Esitatud tingimuse täitmiseks nõuame, et välispinnal oleks $\vec{A} = 0$. Sellise tingimuse rakendamine on õigustatud, kuna vektorpotentsiaal arvutatakse meie ülesandepüstituse korral modelleerimispiirkonnas juba indutseeritud

vooludest ning antud juhul kujutab välispind inimese nahka, mille võib suure takistuse tõttu lugeda mittejuhtivaks.

Sellest järelduvalt, võime integraali 3 valemis (3.31) lugeda võrdseks nulliga.

Vabanemaks integraalist 1 valemis (4.44) saame kirjutada N ja A osatuletised lahti järgnevalt

$$\frac{dN_k}{dx} = b_k \frac{1}{6V}; \quad \frac{dN_k}{dy} = c_k \frac{1}{6V}; \quad \frac{dN_k}{dz} = d_k \frac{1}{6V}; \quad k = i, j, l, m \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{1}{6V} (b_i A_i + b_j A_j + b_l A_l + b_m A_m) \\ \frac{\partial A}{\partial y} &= \frac{1}{6V} (c_i A_i + c_j A_j + c_l A_l + c_m A_m) \\ \frac{\partial A}{\partial z} &= \frac{1}{6V} (d_i A_i + d_j A_j + d_l A_l + d_m A_m) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Tulemuse näitlikumaks esitamiseks kirjutame sõlme i jaoks integraali 1 lahti, asendades sinna valemid (4.46) ja (4.45)

$$-\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} N_i \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} N_i \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} N_i \frac{\partial A}{\partial z} \right] dx dy dz = -\frac{1}{36V} \begin{pmatrix} b_i b_i + c_i c_i + d_i d_i \\ b_i b_j + c_i c_j + d_i d_j \\ b_i b_l + c_i c_l + d_i d_l \\ b_i b_m + c_i c_m + d_i d_m \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_l \\ A_m \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Üldistades (4.47) paremat poolt, võime kirjutada

$$\begin{aligned} k_{ii} &= \frac{1}{36V} (b_i^2 + c_i^2 + d_i^2) \\ k_{ij} &= \frac{1}{36V} (b_i b_j + c_i c_j + d_i d_j) \\ k_{il} &= \frac{1}{36V} (b_i b_l + c_i c_l + d_i d_l) \\ k_{im} &= \frac{1}{36V} (b_i b_m + c_i c_m + d_i d_m) \end{aligned} \quad (4.48)$$

Analoogsed seosed võime kirja panna ka teiste sõlmede kohta, aga me ei hakka neid siin esitada.

Vabanemaks integraalist 2 valemis (4.44), tuletame meelde ruumintegraalid, millega on võimalik arvutada keha masskeskme koordinaate [23]. Esitame siin integraali masskeskme x -koordinaadi arvutamiseks tetraeedri puhul, masskeskme y - ja z -koordinaatide leidmine on analoogne:

$$\int_{\Omega_e} x dx dy dz = \frac{V}{4} (x_i + x_j + x_l + x_m) = \bar{x} V \quad (4.49)$$

Eeldame et voolutihedus $\vec{j}$ on ühe elemendi piires konstantne [21] ning määrame selle selliselt, nagu oleks voolutihedus elemendis arvutatud elemendi keskpunktis (masskeskmes). Arvestades, et sõlme i kujufunktsioon on elemendi piires ülejäänud sõlmedes võrdne nulliga, võime kirjutada integraali 2 lahti järgnevalt:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} N_k \mu_0 j dx dy dz &= \frac{\mu_0 j}{6V} \int_{\Omega_e} (a_k + b_k x + c_k y + d_k z) dx dy dz = \\ \frac{\mu_0 j}{6} (a_k + b_k \bar{x} + c_k \bar{y} + d_k \bar{z}) &= \frac{1}{4} V \mu_0 j \end{aligned} \quad (4.50)$$

Võttes kokku valemid (4.47), (4.48) ja (4.50) võime kirjutada terve elemendi kohta käiva diskreetse Poissoni võrrandi maatrikskujul järgmiselt

$$-\begin{pmatrix} k_{ii} & k_{ij} & k_{il} & k_{im} \\ k_{ji} & k_{jj} & k_{jl} & k_{jm} \\ k_{li} & k_{lj} & k_{ll} & k_{lm} \\ k_{mi} & k_{mj} & k_{ml} & k_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_l \\ A_m \end{pmatrix} + \frac{V}{4} \begin{pmatrix} \mu_0 j \\ \mu_0 j \\ \mu_0 j \\ \mu_0 j \end{pmatrix} = 0 \quad (4.51)$$

Rajatingimusi erinevate keskkondade piiril ei ole vektorpotentsiaali jaoks vaja arvestada, kuna keskkond on magnetiliselt homogeenne.

Tervet modellerimispiirkonda kirjeldava maatriksvõrrandi koostamist elemente kirjeldavatest võrranditest me pikemalt vaatama ei hakka, see on tehniline protseduur mida on piisavalt kirjeldatud kirjanduses [15], [16], [21].

4.3 Arvutustes kasutatav rindkere mudel

Eelnevates peatükkides kirja pandud $A-\varphi$ formulatsioonil baseeruva pöörisvoolude numbrilise arvutamise meetodi praktiliseks rakendamiseks on tarvis luua uuritava piirkonna kolmemõõtmeline mudel e. võrk, mis vastab lõplike elementide meetodi poolt esitatavatele nõuetele – mudel peab koosnema lõplikust hulgast elementidest (n. tetraeedritest) mis ei tohi teineteisega kattuda.

Arvutustes kasutatava võrgu genereerimiseks on kasutatud tarkvarapaketti TetGen [17]. See kasutab võrgu genereerimiseks sisendmudelit, mis kujutab endast uuritava objekti pinna kolmemõõtmelist hulknurkadest koosnevat lähendust (mudelit). TetGeni poolt esitatud nõuded selle sisendmudelile on:

1. selle pind peab koosnema samal tasapinnal asuvate servadega hulknurkadest (n. kolmnurkadest);
2. erinevad hulknurgad ei tohi lõikuda;

3. sisendmudeli mudeli pind peab olema kinnine;
4. soovitatavalt peaksid kõikides sisendmudelit moodustavates hulknurkades maksimaalne sisenurk jääma alla 90 kraadi.

Kui tingimused 1.-4. on täidetud (tingimusi 1.-2. kontrollitakse automaatselt, ülejäänute kehtimise peab kasutaja tagama), siis suudab TetGen genereerida võrgu, mille pind vastab etteantud sisendmudeli pinnale. Kui tingimus 4. täidetud ei ole, siis võib võrgu genereerimine õnnestuda, aga see ei ole garanteeritud.

Seega, esimese sammuna on tarvis teha korralik sisendmudel TetGen-i jaoks. Nimetame seda edaspidi *pinnavõrguks*. Kuna meil ei ole seda südame pinnavõrku tarvis valmistada rohkem kui üks kord, ei ole selle ülesande automatiseerimine vajalik ning selle lahendamiseks on kasutatud internetist vabalt allalaetavat tarkvarapaketti MESHLAB [24]. TetGen-ile sobiva rindkere sisendmudeli saamiseks on kirjutatud tarkvarapakett MATLAB programmis, mis liidab südame ning rindkere pinnavõrgud terviklikuks rindkere sisendmudeliks.

4.3.1 Dünaamiline südmemudel

Arvutusteks kasutuskõlbliku mudeli tekitamiseks oli tarvis südmemudelit [10] täiendada selliselt, et oleks võimalik moodustada kolmnurkade (või nelinurkade) koosnev suletud pind, mille põhjal luua sisendmudel TetGen-ile. Ülesande täitmiseks oli tarvis viia läbi südame pinnal paiknevate punktide triangulatsioon – punktide ühendamise kolmnurkadeks. Seejuures oli oluliseks nõueteks, et punktid loodaval pinnal paikneksid enam-vähem ühtlaselt ning punktidevaheline kaugus võrreldes kera raadiusega, mis mahutab kõiki südame pinnal paiknevaid punkte oleks väike.

Südmemudeli pinnavõrgu loomiseks on kirjutatud MATLAB-is programm, mis võtab spline-mudelist südame pinnapunktid, tagab nende ühtlase jaotuse loodaval pinnal ning salvestab need programmile MESHLAB sobivasse formaati. Seejärel on, kasutades viimatinimetatud programmi, läbi viidud südame pinna punktide triangulatsioon. Südame juhtivuseks on võetud vere (1.05 S/m) ning südamelihase (0.4 S/m) keskmine juhtivus [25]

4.3.2 Rindkere mudel

Rindkere modelleerimiseks on lihtsuse mõttes võetud kasutusele kuup mõõtmetega 30cm x 30cm x 25cm, mille sees on kujutatud südant. Rindkere juhtivuseks on võetud kopsu juhtivus 0.21 S/m [25]. Selline lihtsustus võimaldab käesolevas töös uurida ainult südamepiirkonnas tekkinud signaale.

Arvestades, et FouKG modelleerimisel on tarvis läbi viia arvutused 18 ajahetke jaoks (see tagab piisavalt sileda ja detailse lainekuju), on rindkere mudeli koostamine automatiseeritud ning selle töö tegemiseks on kirjutatud programm, mis:

1. ühendab rindkeret modelleeriva piirkonna ning südant modelleeriva piirkonna, salvestab tulemuse TetGen-ile sobivas formaadis;
2. käivitab TetGeni ning loeb genereeritud võrgu MATLAB-i;
3. salvestab võrgu edasisteks arvutusteks sobival kujul.

4.3.3 Võrgu tarvilik detailsus

Võrgu tarviliku detailsuse uurimise all peame silmas seda, kui palju sõlmi peab võrgus olema, et sellel läbi viidud arvutused enam oluliselt täpsemaks ei muutuks. Tarviliku detailsuse hindamiseks on läbi viidud erinevate sõlmede arvuga võrkude genereerimine. Alustatud on võimalikult vähesel sõlmede arvuga võrgust, seejärel on sõlmede arvu igas järjekordselt genereeritud võrgus suurendatud umbkaudu kaks korda.

Võrgu tarviliku detailsuse määramisel jälgitakse, millise sõlmede hulga juures sõlmede arvu suurendamine ei taga enam olulist lahendi täpsemaks muutumist ning arvutustes kasutatakse sellist võrku, mille puhul on võimalik valida optimaalne lahendamisaja ning arvutustäpsuse suhe.

4.3.4 Vajaliku iteratsioonide arvu leidmine pöörisvoolude arvutamisel

Esialgse probleemipüstituse kohaselt tuleb FouKG päriülesande lahendamisel uurida rindkeres tekkivaid voolusid selliselt, et rakendatakse pöörisvoolude iteratiivse arvutamise algoritmi [5]. Arvutuste mahu ning ajakulu optimeerimiseks viidi iteratsioonide peatamiskriteeriumi määramiseks läbi järgmised katsed:

1. leiti pooli vektorpotentsiaalile vastav skalaarne potentsiaal ning selle põhjal arvutati tekkiv vool – viidi läbi null iteratsiooni, st leiti ainult alglahtend iteratiivse meetodi jaoks.
2. voolude jaotus uuritavas keskkonnas leiti selliselt, et arvutati pooli poolt genereeritud vooludele reaktsioonivoolud ja tulemused liideti – viidi läbi üks iteratsioon, peatamiskriteerium oli suurusjärgus $S=10^{-3}$.
3. korraldati punktis 2 läbi viidud katset selliselt, et iteratsioonide peatamiskriteeriumiks oli valitud $S=10^{-6}$, mis on tavaline maatriksvõrrandite iteratiivsel lahendamisel.

Vajaliku iteratsioonide arvu leidmiseks e. meile piisava arvutustäpsuse tagava iteratsioonide peatamiskriteeriumi määramiseks võrreldi omavahel arvutuslikes katsetes 1.-3. saadud FouKG signaale, täpsema ülevaate saamiseks uuriti, millised on erinevate arvutuste puhul ka tekkinud voolud elementides.

4.4 Signaali tekke ning pooli optimaalse asukoha uuringud

Tuletame meelde, et käesoleva magistritöö üheks eesmärgiks on välja selgitada, millistes rindkere ja südame piirkondades FouKG signaal tekib. Töö eesmärgi saavutamise käigus lahendatakse ülesannet, kus otsitakse induktori sellist asukohta, kus enamus tekkivast signaalist pärinev südame vatsakestest. Kuna olemasolev FouKG andur suudab mõõta vaid neeldunud võimsuse vahelduvkomponenti, on oluline, et lisaks signaali tekke asukohta hindamisele jälgitaks igal simulatsiooni ajahetkel võrgu elementides neeldunud võimsusitele lisaks ka elementides neeldunud võimsuste vahelduvkomponente. Kahjuks ei ole võimalik neeldunud võimsuse vahelduvkomponente elementides lihtsal viisil leida, kuna erineva simulatsiooni ajahetkede jaoks olemasolevate mudelite elementide vahel ei ole üksühelist vastavust.

Arvutustes leitud neeldunud võimsuse graafiliseks kujutamiseks on kaks võimalust:

1. kolmemõõtmeline neeldunud võimsuse jaotuse kuvamine;
2. neeldunud võimsuse projitseerimine mingile, näiteks südame pinnale.

Variant 1 on võimalik realiseerida tarkvarapaketi SCIRun abil ilma mingit lisatarkvara loomata, aga selle puuduseks on raske andmete tõlgendamine nende kolmemõõtmelise jaotuse tõttu kahemõõtmelisel arvutiekraanil. Variant 2

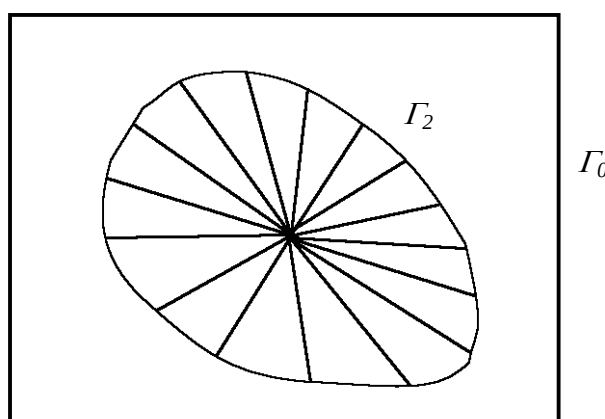
realiseerimiseks on tarvis kirjutada lisatarkvara, mida kasutades on võimalik leida ka neeldunud võimsuse vahelduvkomponendi kaardid.

4.4.1 Signaali tekke asukohtade leidmine

Signaali tekke asukohtade uurimiseks on valitud eelmises peatükis välja pakutud meetod, mille puhul projitseeritakse kõigepealt südame pinnale südames neeldunud võimsus, millega saadakse iga simulatsiooni ajahetke jaoks neeldunud võimsuse kaardid. Nende põhjal leitakse seejärel neeldunud võimsuse vahelduvkomponendi e. FouKG signaali tekke kaardid.

Neeldunud võimsuse kaardi saamine on saavutatud järgmiste sammude läbiviimisega.

1. Valmistame olemasolevast südame mudelist uue, sellise mille elemendid on teineteisega kattuvad püramiidid (andmete silumiseks), millede põhjade keskpunktid asuvad vastavate pinnaelementide keskpunktides. Nimetame selle mudeli **sektorvõrguks** ning selle elemendid **sektoriteks**. Sektorvõrk on kõigi simulatsiooni ajahetkede jaoks ühine.



Joonis 2 Skemaatiline 2-D joonis sektorvõrgust

2. Elementide suurused südames on enam-vähem ühesuurused ning elemendid on enam-vähem võrdkülgsed, seetõttu, leides südame mudeli elementide keskpunktid, omistades neile punktidele kogu elemendis neeldunud võimsus ning asetades need punktid sektorvõrku saame ruumis suhteliselt ühtlaselt jaotunud punktipilve (i. k. *point cloud*).
3. Kuna süda meenutab kujult ellipsoidi, võivad sektorvõrgu sektorid olla erineva suurusega. Seetõttu on tulemuste tõlgendamiseks tarvis viisi mille puhul sektoris leitav neeldunud võimsus ei kajastaks mitte sektori suurust vaid selles paikneva südame mudeli elementides neeldunud võimsust. Selleks leiame

sektorvõrgu igasse sektorisse sattunud südamemodeli elementide keskpunktid ja leiame neile omistatud neeldunud võimsuse keskvaartuse. Nimetame seda *sektorvõrgu elemendi väärtuseks*.

4. Sektorvõrgu elementide põhjadeks on südame pinnavõrgu elemendid. Omistame punktis 3 leitud sektorvõrgu elementide väärtused neile vastavate südamemodeli pinnavõrgu elementidele.

Paneme tähele, et neeldunud võimsuse kaardid on valmistatud selliselt, et iga simulatsiooni ajahetke jaoks on kasutatud sama südame sektormudelit. Neeldunud võimsuse kaart kõigi ajahetkede jaoks on seega kantud samale südame pinnavõrgule ning erinevate simulatsiooni ajahetkede neeldunud võimsuste kaartide pinnavõrgu elementide vahel on tagatud üksühene vastavus. Seega, FouKG signaali tekke kaardi saamiseks on tarvis valida üks neeldunud võimsuse kaart, mis kujutab endast signaali alaliskomponenti ning lahutada see ülejäänud neeldunud võimsuse kaartidest. Neeldunud võimsuse kaartide lahutamise all mõistame neeldunud võimsuse pinnavõrkude elementide väärtuste lahutamist.

Kuna FouKG signaal tekib rindkere nendes piirkondades, kus toimub mingi juhtivuse muutus ehk teiste sõnadega, piirkondades, kus toimub südame pinna muutumine, võime öelda:

1. neeldunud võimsuse kaart näitab ära anduri maksimaalse tundlikkusega piirkonnad – piirkonnad, kus mõõdetava signaali tekkimise võimalus on suurim;
2. neeldunud võimsuste vahe kaart näitab ära piirkonnad, kus signaal tegelikult tekib.

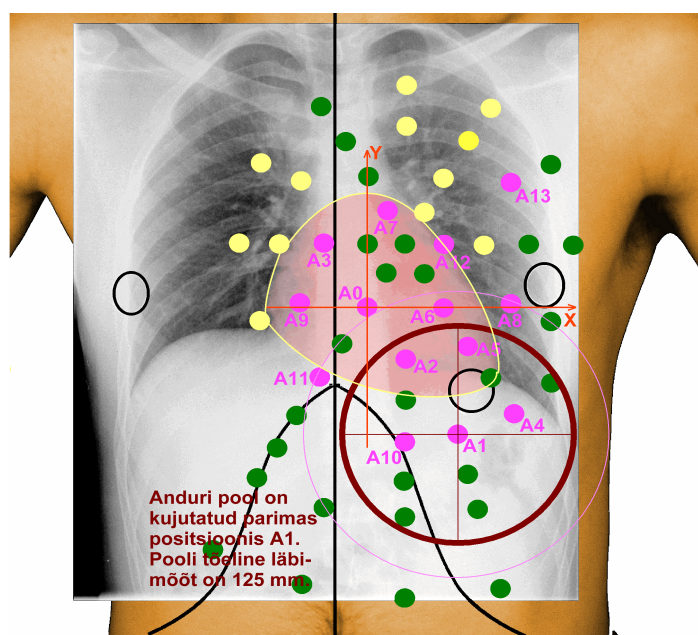
Kirjeldatud operatsioonide läbiviimiseks on MATLAB-is loodud programm *map_N*.

4.4.2 Pooli optimaalse asukoha otsimine

Üheks tähtsamaks FouKG modelleerimise tulemuseks on induktori optimaalse asukoha leidmine rindkerel. Tuletame meelde, et *induktori optimaalne asukoht on selline, kus FouKG signaal tekib suuremas osas vatsakeses*. Optimaalse asukoha

leidmiseks viisime läbi mudelarvutused paigutades induktori erinevatesse kohtadesse rindkerel (Joonis 3), kusjuures need kohad ühtisid varem läbi viidud eksperimentaalsete uuringutega [26]. Arvutused viisime läbi terve südamsükli kohta ning valmistasime seejärel signaali tekke- ning neeldumiskaardid.

FouKG katseseade on väga tundlik induktori asukoha ja mõõdetava objekti muutuste suhtes, seega, arvutuste läbiviimisel ning tulemuste tõlgendamisel peame arvestama asjaoluga, et kasutusel oleva südammudeli ning eksperimentaalsetes uuringutes osalenud katsealuse südamed on erineva suuruse, kuju ning võimalik, et ka liikumiskarakteristikutega. Südame suuruste erinevustest tulenevate mõjude minimeerimiseks mudelarvutustes võtsime arvesse joonisel 3 oleva katsealuse südame ning arvutustes kasutatava südammudeli mõõtusi ning leidsime mastaabitegurid, millega imitatsioonipunkte korrutades tagasime nende koordinaatide suhtelise teineteisele vastavuse. Mastaabitegurid määrasime imitatsioonipunktide x - ja y -koordinaatide jaoks selliselt, et leidsime katsealuse südame ning mudelarvutustes kasutatava südammudeli pikkuste erinevused x - ja y -suunal.



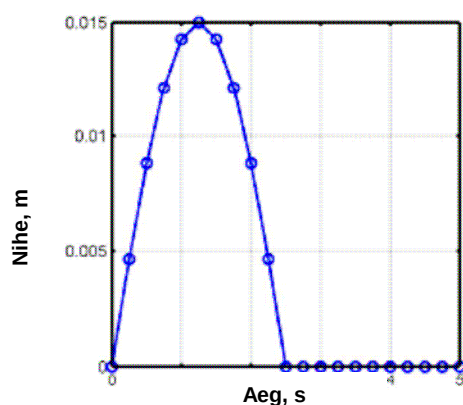
Joonis 3 Punktid A, kus viiakse läbi arvutused optimaalse asukoha leidmiseks

4.5 Hingamise mõju uurimine FouKG signaalile

Ülesandepüstituse kohaselt on käesoleva töö üheks eesmärgiks uurida, millist mõju avaldab FouKG signaalile hingamine. Selle eesmärgi täitmisel arvestasime, et normaalse hingamise käigus liigub inimese süda vertikaalselt, millele sügaval hingamisel lisandub ka horisontaalne komponent, samuti hakkab deformeeruma

südame kuju. Kahjuks ei ole meil täpsemat infot südame sellise deformeerumise kohta ning seega piirdusime ainult vaikselt (normaalset) hingamise mõju uurimisega FouKG signaalile.

Hingamistsükkel on võimalik jagada kaheks – relaksatsiooni- ning sisse-väljahingamisfaasiks. Sellest lähtuvalt kirjeldasime südame asukoha muutumist ühe hingamistsükli jooksul funktsiooniga, mis on esitatud joonisel 4.



Joonis 4 Südame liikumise lähendus hingamistsükli jooksul

Ülal esitatud joonisel on nullnivooks valitud südame asukoht relaksatsioonifaasis ning sisse-väljahingamisfaasis muutub südame asukoht siinusfunktsiooni kohaselt, südamesükli pikkuseks on valitud 1 sekund ja hingamistsükli pikkuseks 5 sekundit. Seega ühe hingamistsükli jooksu toimub 5 südamesüklit.

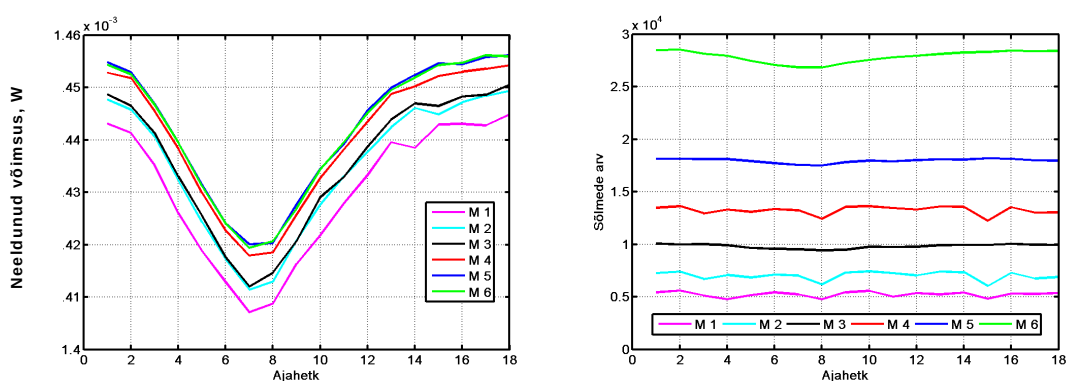
Hingamise arvestamiseks mudelarvutustes liitsime joonisel 4 välja toodud südame nihke kõigi võrgu sõlmede y-koordinaatidele.

Hindamiseks hingamise mõju FouKG signaali tekkele, viisime läbi FouKG südamesünkroonse komponendi ulatuse (lõpp-diastoolse ja lõpp-süstoolse väärtuse vahe) arvutused selliselt, et südame asukoht muutus joonise 4 kohaselt.

5 Tulemused

5.1 FouKG mudelarvutustes kasutatud võrgu valik

Optimaalse elementide arvuga võrgu valikuks on viidud läbi rida arvutusi, kus on analüüsitud erineva elementide arvuga võrkudel saadud tulemusi. Sobilikult võrgu valikul on arvestatud nii mudeli jämedat rindkere lähendust, arvutusliku signaali kvaliteeti kui ka arvutustele kulunud aega ning püütud leida kompromiss arvutusaja ning täpsuse vahel. Erinevate sõlmede arvuga võrkudel (joonisel tähistatud M 1, M 2, M 3, M 4, M5, M6) läbiviidud arvutuste tulemused ning nendevahelised erinevused on esitatud joonisel 5.



Joonis 5 Erineva sõlmede arvuga mudelitel saadud tulemused. Vasakul pool arvutatud FouKG signaali, paremal pool sõlmede arv võrkudes.

Lähtudes eelpool mainitud võrgu valiku kriteeriumidest ning joonisel 5 esitatud tulemustest on mudelarvutuste läbiviimiseks valitud võrk **M4**, mille sõlmede arv on esitatud joonisel 5 paremal pool. Sellel võrgul ei ole küll saavutatud maksimaalset võimalikku arvutustäpsust, kuid vahe võrkudel M 5 ja M 6 arvutatud tulemustega on väike, samas ajaline võit arvutuste läbiviimisel on lõppkokkuvõttes on märkimisväärne.

5.2 Iteratsioonide arvu leidmine pöörisvoolude arvutamisel

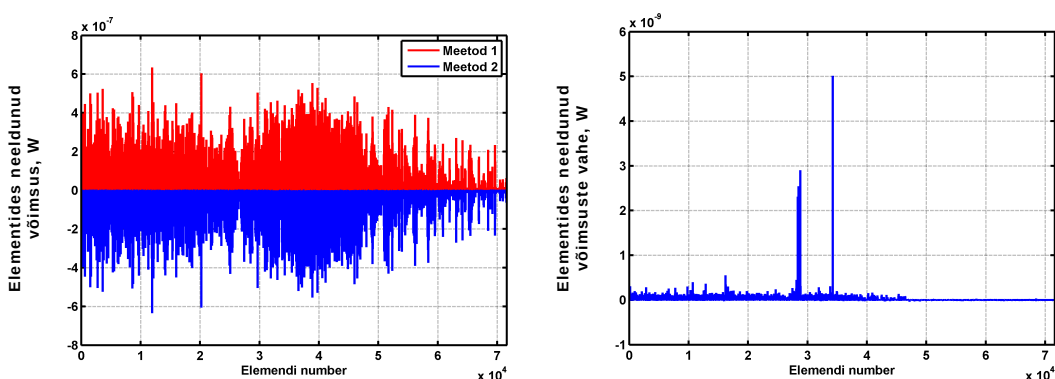
Optimaalse arvutustes läbi viidavate iteratsioonide arvu määramiseks on läbi viidud arvutused joonisel 3 esitatud induktori asukohtades. Peatükis 4.3.4 välja toodud arvutuslikus katses 1, mille põhjal leiti ainult pooli vektorpotentsiaalile vastav skalaarne potentsiaal (e. viidi läbi 0 iteratsiooni) ning arvutati seejärel pöörisvoolud läbiviimise tulemusena järeldub, et selline meetod ei ole sobiv FouKG uurimisel pöörisvoolude arvutamiseks. Erinevates imitatsioonipunktides esineb tulemustes nii

signaalide kokkulangemist, erinevusi signaali amplituudis kui ka väikeseid erinevusi signaali kujus – meetod annab erinevates punktides erineva veaga tulemusi mistõttu arvutuste adekvaatsuse hindamiseks oleks tarvis leida ka FouKG signaal vähemalt meetodil 1 (defineeritud allpool), et hinnata viga – kaoks ära ajaline võit.

Arvutuslikud FouKG signaalid mis on saadud peatükis 3.5 kirjeldatud katsete 2-3 läbi viimisel, vastavalt pöörisvoolude arvutamisel ühe (edaspidi **meetod 1**) ja enama (edaspidi **meetod 2**) iteratsiooniga andsid kõigis imitatsioonipunktides väga väikeste erinevustega tulemusi mida võis lugeda sisuliselt kokkulangevateks.

Pöörisvoolude arvutamise **meetodite 1** ja **2** täpsemaks võrdlemiseks on leitud meetodil 1 ja meetodil 2 arvutatud neeldunud võimsuste vahed võrgu elementides kõigi südame-tsükli moodustavate 18 võrgu (ajahetke) korral.

Meetoditel 1 ja 2 arvutatud tulemused elementides langevad enamasti suurusjärguliselt kokku – esitame graafiliselt imitatsioonipunktis A1 (optimaalse signaali asukoht) saadud elementides neeldunud võimsused (*meetod 2 puhul on joonisel kujutatud elementides neeldunud võimsuse vastandväärtus*) ning meetoditel 1 ja 2 arvutatud elementides neeldunud võimsuste vahed ajahetkel 1.



Joonis 6 Elementides neeldunud võimsused ja nende vahed imitatsioonipunktis A1. Vasakpoolsel joonisel on meetodiga 2 arvutatud võimsus kujutatud vastandmärgilisena

Ülejäänud imitatsioonipunktides läbi viidud meetoditel 1 ja 2 saadud arvutustulemuste võrdlused annavad sarnased tulemused nagu on saadud imitatsioonipunktis A1. Seetõttu ei hakka me neid siin eraldi esitama.

Nendest tulemustest võib järeldada, et *praeguse parameetrite valikuga võib FouKG-d modelleerida selliselt, et pöörisvoolude arvutamisel viiakse läbi ainult üks iteratsioon*. Tööst [6] on teada, et pöörisvoolude osakaal võib mõningatel juhtudel mudelarvutustes suurened, seega, uuritava objekti parameetrite muutumisel tuleb läbi viia iteratiivsed pöörisvoolude kontrollarvutused veendumaks nende väikeses tähtsuses.

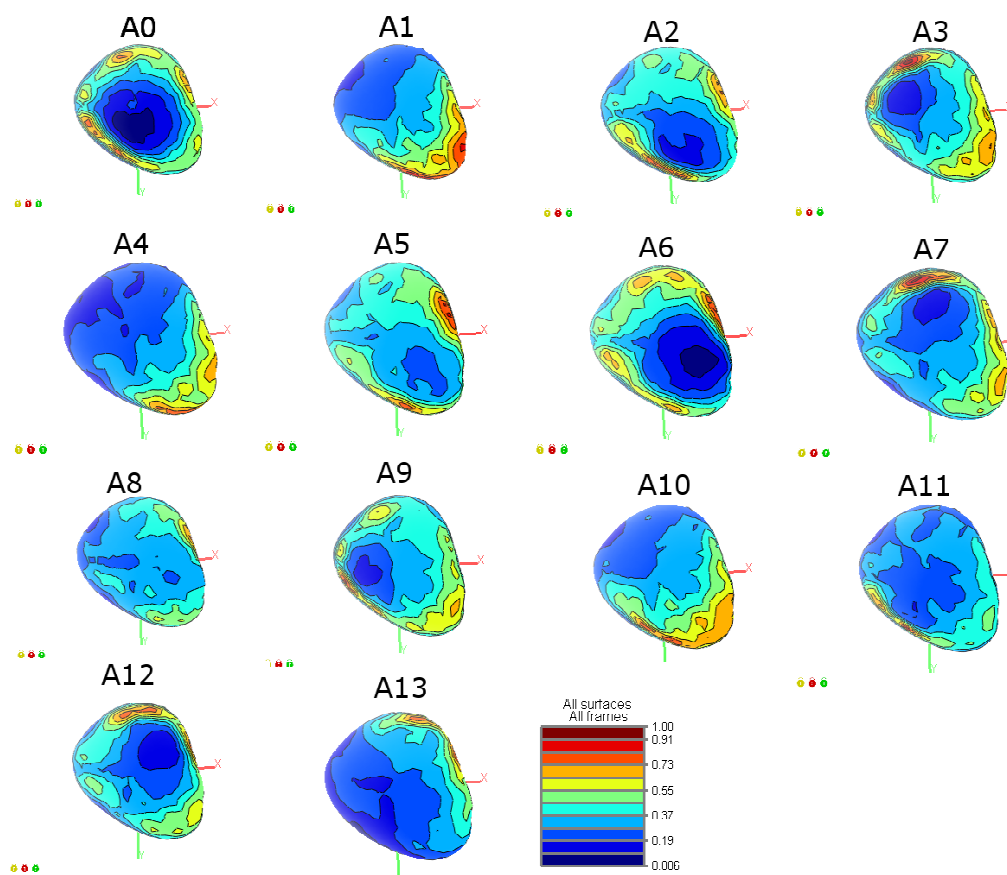
5.3 Anduri optimaalse asukoha leidmine

Anduri optimaalse asukoha otsimisel on läbi viidud arvutused joonisel 3 märgitud punktides, saadud andmete põhjal on kaardistatud (projitseeritud) neeldunud võimsus ja FouKG signaal südame pinnale.

Saadud interpreteeritud ja LEM-iga arvutatud ajahetkedest on moodustatud aegrida ning tulemusi on analüüsitud kasutades programmis **Map3d**, moodustatud animatsioone. Interpretatsiooniga saadud tulemusi on kasutatud signaali tekke analüüsiks, LEM-iga arvutatuid visualiseerimiseks.

Andmaks samaaegselt võimalikult optimaalset ülevaadet signaali tekke asukohtadest ning anduri erineva tundlikkusega piirkondadest on arvutuste tulemused kõigis imitatsioonipunktides mahutatud ühele pildile

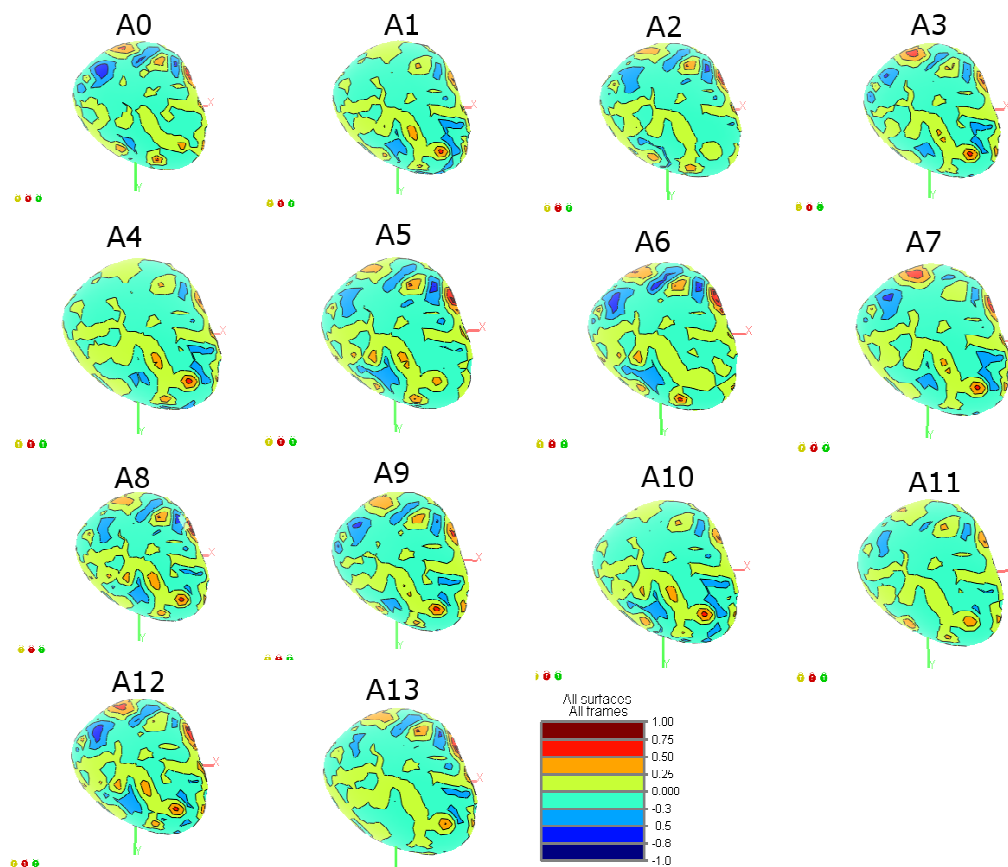
Anduri tundlikkuse e. neeldunud võimsuse kaardid muutuvad südamesükli jooksul vähe, seetõttu toome joonisel ära ainult ajahetke 1 jaoks leitud kaardid, kuna sellisel juhul on süda lõpp-diastoolses (täitunud) faasis ning summaarne neeldunud võimsus on suurim.



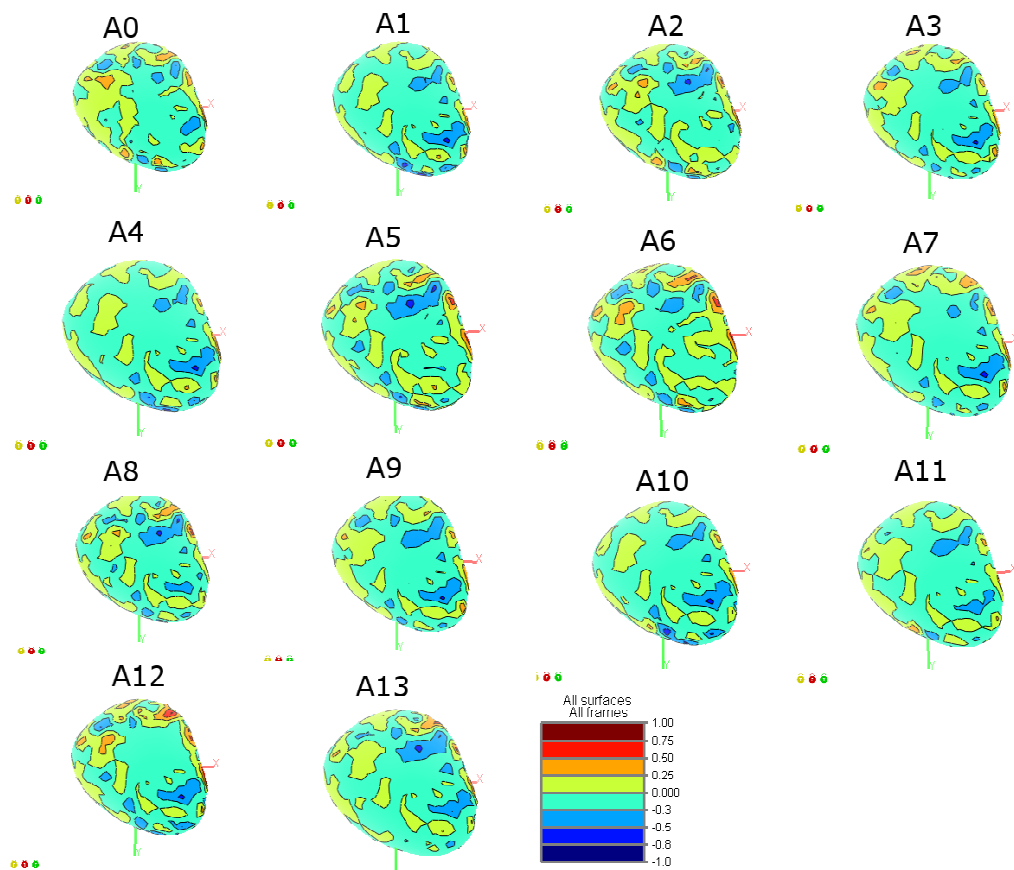
Joonis 7 Anduri tundlikkuse kaardid imitatsioonipunktide jaoks

Joonisel 7 on pindade tähised valitud sellisel, et need langeksid kokku imitatsioonipunktide numbritega. Seega, enamus signaalist neeldub vatsakestes joonisel 7 esitatud pindadel A1, A4, A10. Jooniselt 7 järeldub, et suurima neeldumise ehk maksimaalse tundlikkuse vatsakese piirkonnas tagab imitatsioonipunkt A1. Tulemused klapiavad ootuspäraselt eksperimentidega.

Joonistel 8 ja 9 on kujutatud LEM-iga välja arvutatud signaali tekke kaardid ajahetkedel 1 (diastoli lõpp) ja 8 (süstoli lõpp). Nende ajahetkede vahel on südame ruumala ja seega ka FouKG signaali muutus maksimaalne.



Joonis 8 Signaali tekke kaardid ajahetkel 1 imitatsioonipunktide jaoks



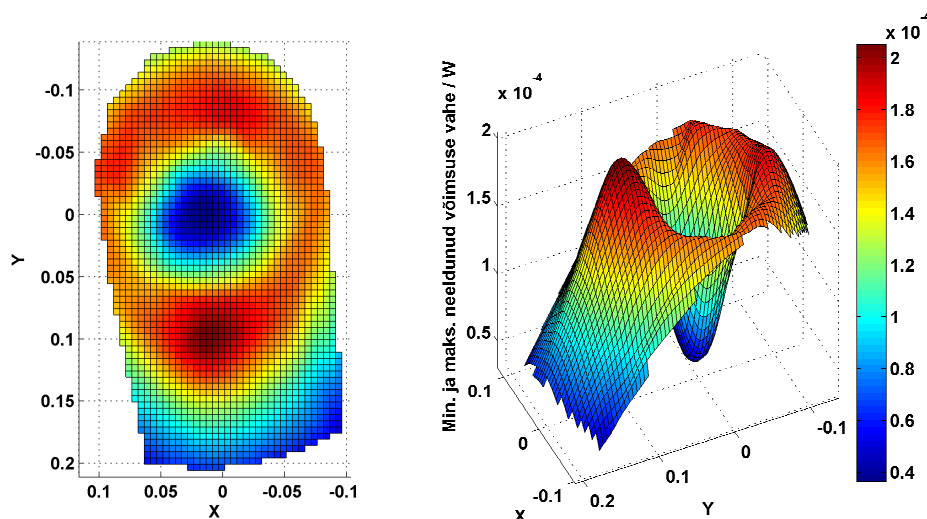
Joonis 9 Signaali teke ajahetkel 8 imitatsioonipunktide jaoks

FouKG signaali tekke kaardid on väga mürarikkad, kuid siiski võib neilt välja lugeda, et FouKG signaal joonistel 8 ja 9 tekib piirkondades, kus kaardistatud neeldunud võimsuste vahe on nullist erinev – joonise tumedatel aladel (tumesinine või -punane). Joonistelt on näha, et signaali tekkimine kodades on minimaalne pindade A1, A4 ja A10 puhul. Samas, ei ole võimalik öelda, milline neist peaks tekkima intensiivseima/parima signaal vatsakeses, see tuleb otsustada anduri tundlikkuse kaardi järgi.

Kokkuvõttes võiks öelda, et signaali tekke asukoha saab leida nii anduri tundlikkuse kui ka signaali tekke kaardi järgi, kuid peab mainima, et signaali tekke kaardid on äärmisel mürarikkad ning seega ka suhteliselt ebausaldusväärsed. Signaali tekke kaardi põhjal signaali tekkimise asukoha üle otsustamine tundub praegust andurit silmas pidades loomulikum olevat (andur mõõdab neeldunud võimsuse vahelduvkomponenti) kui signaali tekkimise asukoha määramine anduri tundlikkuse kaardi järgi. Arvestades, et mõlema kaardi järgi langevad parima signaali mõõtmise asukohad kokku, anduri tundlikkuse kaart võimaldab välja valida ka intensiivseima

signaali mõõtmise võimaliku asukoha ning signaali tekke kaart on väga mürarikas, siis **signaali tekkimise asukoha määramisel tuleks aluseks võtta just anduri tundlikkuse kaart.**

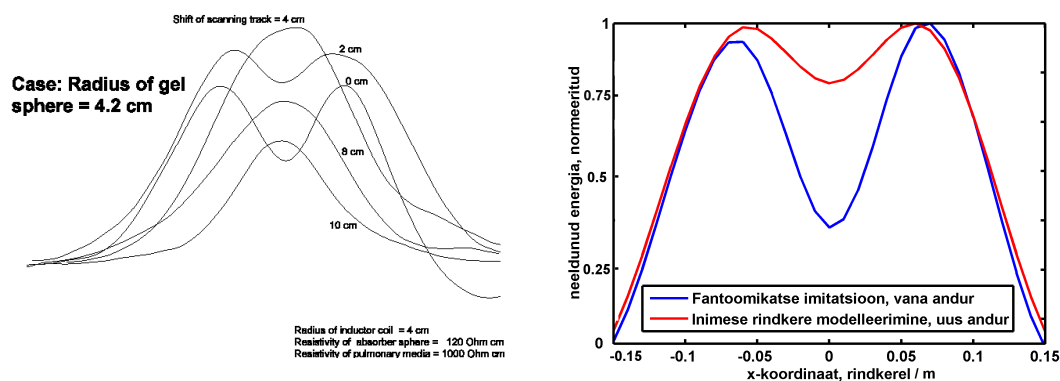
Leidmaks sellist anduri asukohta, kus signaali ulatus (maksimum ja miinimumväärtuste vahe) on suurim on läbi viidud arvutused joonise 3kõigis punktides. Tulemused on esitatud joonisel 10.



Joonis 10 Signaalide miinimum ja maksimumväärtuste vahed erinevates vaadetes

Punkt (0,0) joonisel 10 tähistab südame keskpunkti, y-telje negatiivne suund näitab pea ning positiivne suund alakeha poole.

Saadud signaali ulatuse graafik ei lange kokku töös [27], reaalse FouKG seadmega inimesest katsealusel saadud uurimistulemusega vaid on sarnane varasemate, FouKG katseseadmega fantoomilt mõõdetutega [28], mis on esitatud joonisel 11.



Joonis 11 Varasemad fantoomil saadud FouKG füüsikalise modelleerimise tulemused ja sama katse simulatsioonist saadud tulemused.

Töös [28] läbi viidud katsetes kasutati fantoomina NaCl lahusega täidetud rindkere sarnast tanki, mille sisemuses mediaaltasandil liigutati üles-alla geelkera. Tanki esikülje keskele fikseeritud anduriga mõõdeti geelkera poolt põhjustatud signaalimuutusi. Katsed on läbi viidud induktoriga, mille pooli keerdude arv oli 4 ning töösagedus 30MHz.

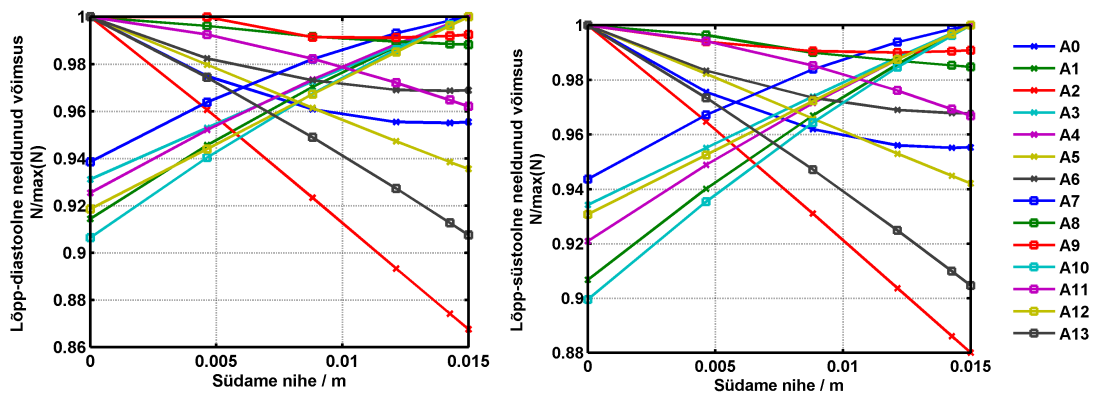
Joonise 11 vasakul poolel esitatud fantoomil läbi viidud katse tulemuste võrdluseks arvutustest saadavatega on modelleerimistarkvaraga läbi viidud arvutused, kus on imiteeritud töös [28] kasutatud induktorit, fantoomi ning läbi viidud eksperimenti. Fantoomi-geelkera mudelina on kasutatud sama südame-rindkere mudelit, mis käesoleva töö varasemates arvutustes muudetud on vaid keskkondade takistusi. Rindkere takistuseks on loetud $1000 \Omega \cdot \text{cm}$, südame takistuseks $120 \Omega \cdot \text{cm}$ (joonis 11). Võrdluseks geelkeraga on südame raadius umbkaudu 5cm. Induktori modelleerimiseks on muudetud vastavaid parameetreid tarkvaras – sageduseks on määratud 30 MHz ja keerdude arvuks 4.

Saadud tulemused on esitatud joonise 11 paremal poolel (sinine joon). Samal joonisel on kujutatud ka modelleerimistulemus juhul, kui mudel imiteerib inimese rindkeret ning induktor vastab pragu kasutusel olevale (punane joon).

Joonisel 11 esitatud tulemustest võib järeldada, esiteks, kas praegu kasutusel olev südame-rindkere mudel (ja ka arvutusmeetod) ei kirjelda inimese rindkeret piisavalt täpselt – juhtivuse muutus üleminekul südamele kopsule ei ole tegelikkuses hüppeline ja kopsus ning südame pinnal on tegelikkuses suur hulk väiksemaid ja suuremaid veresooni, mis muudavad juhtivuse jaotuse segasemaks. Teiseks, FouKG katseseadmega inimesel läbi viidavate eksperimentidega kokkulangevuse saavutamiseks võib olla tarvis läbi viia mudeli sobitamisprotseduure.

5.4 Südame hingamisliikumise mõju uurimine FouKG signaalile

Hingamise mõju uurimiseks FouKG signaalile on südame asukohta rindkeres muudetud vastavalt joonisel 3 kujutatud funktsioonile ning on välja arvutatud neeldunud võimsused südame töö lõpp-diastoolses ja lõpp-süstoolses faasis. Uuringut on korratud kõikides imitatsioonipunktides A (A0 - A13) ning saadud neeldunud võimsuste ning hingamisest tingitud südame asukoha muutuste vaheline seos on esitatud joonisel 12.



Joonis 12 Normeeritud LD ja LS neeldunud võimsus erinevate südame nihetega

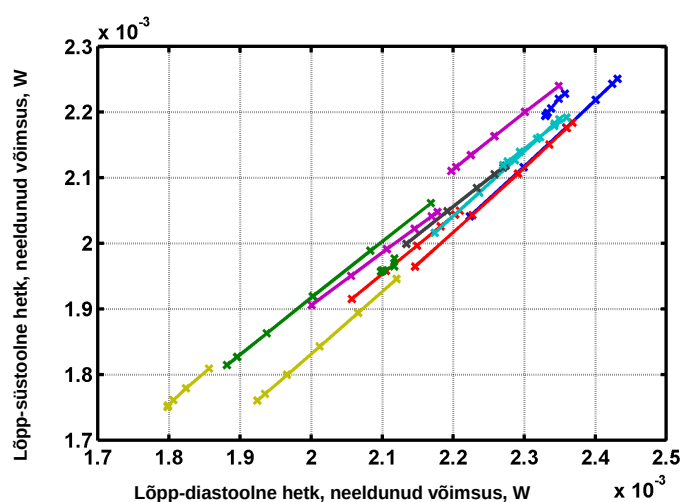
Normeering joonisel 12 on valitud selliselt, et igas imitatsioonipunktis A saadud, hingamisest tingitud südame liikumisele vastavad LD ja LS neeldunud võimsused on läbi jagatud igas imitatsioonipunktis leitud maksimaalse LD ja LS neeldunud võimsustega.

Joonisel 12 kujutatud kõverate puhul on selgelt eristatavad neli gruppi:

1. tõusvad kõverad – A7, A3, A12, A4, A1, A10;
2. langevad kõverad – A9, A8, A11, A6, A0, A5, A13, A2;
3. lineaarsed või nõrgalt mittelineaarsed kõverad – A2, A13, A5, A9, A10, A1, A4, A12, A3, A7;
4. mittelineaarsed kõverad – A0, A6, A11, A8.

Tõusvad kõverad pärinevad imitatsioonipunktidest, kus induktori tšenter oli joonise 3 südame projektsiooni piirjoone lähedal – hingamisest tingitud südame liikumine viis kas südame pooli telje lähedal asuvast nõrga vektorpotentsiaaliga ruumiosast eemale või siis tõi selle lähemale induktori tugeva vektorpotentsiaaliga piirkonnale ning seega võimaldas genereerida tugevamaid volulusid. Langevad kõverad seevastu on saadud imitatsioonipunktidest, kus hingamisest tingitud liikumine on liigutanud südant pooli tšentri suunas. Teiste sõnadega, tõusvad kõverad saadakse südame liikumisel anduri suurema tundlikkusega ning langevad kõverad südame liikumisel anduri madalama tundlikkuse piirkonda. Mittelineaarsed kõverad pärinevad anduri tundlikkuse ekstreemumilähedastest punktidest. Seega, hingamise mõju uurimisel FouKG signaalile on võimalik teha järeldusi anduri tundlikkuse diagrammi järgi – piirkondades, kus anduri tundlikkuse tuletis on konstantne, on seos neeldunud võimsuse ja südame hingamisliikumise vahel lineaarne.

Hindamaks hingamisest põhjustatud südame liikumise mõju signaali kujule ning südamesünkroonse komponendi ulatusele on leitud seos LS ja LD faasis neeldunud võimsuste vahel hingamisest põhjustatud südame vertikaalse liikumise puhul. Igas joonisel 4 välja toodud imitatsioonipunktis on leitud südame lõpp-diastoolses ning lõpp-süstoolses tööfaasis neeldunud võimsuse iga joonisel 3 välja toodud, hingamisest põhjustatud südame asukohamuutuse korral. Tulemused on esitatud joonisel 13.



Joonis 13 Lõpp-diastoolses ja lõpp-süstoolses tööfaasis neeldunud võimsuse seos südame hingamisliikumisel.

Joonise 13 põhjal on näha, et :

- seos südame töö LD ja LS faasis neeldunud võimsuse vahel on südame hingamisliikumisel lineaarne – südame hingamisliikumine põhjustab lineaarset südamesünkroonse signaali ning selle ulatuse muutumist sõltuvalt südame asukoha muutusest ning seega hingamisest põhjustatud südame liikumine ei tekita FouKG lainele juurde uusi komponente.
- kõigil sirgetel on enam-vähem sama tõus. See näitab, et südame hingamisliikumise mõju mõõdetavale signaalile on iga anduri asetuse puhul umbkaudu samasugune, kuna nii LD kui ka LS südame töö faasis on südame hingamisliikumisest tingitud neeldunud energia juurdekasv samasugune.

Erinev joonte pikkus joonisel 13 on põhjustatud sellest, et anduri erinevate asukohtade korral on tema tundlikkus südame hingamisliikumise suhtes erinev.

6 Arutelu

6.1 LEM FouKG uurimiseks

FouKG signaali tekke piirkondade kindlaksmääramiseks on MATLAB-is realiseeritud $A-\varphi$ formalismil baseeruv arvutusmeetod kasutades LEM-i. On läbi viidud arvutused, millede tulemuste põhjal on võimalik leida optimaalne (asukoht, kus enamus signaalist pärineb vatsakestest), maksimaalse ulatusega signaal ning on analüüsitud hingamisest põhjustatud südame liikumise mõju FouKG signaalile.

Tagamaks tulemustes ainult südamest pärineva signaali registreerimist, oli arvutustes kasutatud rindkere-südame mudel võimalikult lihtne – see koosnes dünaamilisest südame mudelist ning rindkeret modelleerivast risttahukast. Rindkere osale oli antud kopsu juhtivus, südame osale südamelihase ning vere keskmine juhtivus. Kuigi praegu meil olemasoleva südame mudeli detailsust ning töö eesmärgi ja ülesandeid arvestades on selline uuritava objekti lähendus piisav, on tulevaste uuringute läbi viimisel vaja keskenduda täpsema mudeli arendamisele. Arvutused signaali ulatuse graafiku määramiseks näitasid, et käesolevas töös realiseeritud arvutusmeetodi kasutamisel saadud tulemused ei lange kokku mitte eksperimendiga reaalsel inimesel [27] vaid katsega mis on läbi viidud kahest homogeensest keskkonnast kombineeritud fantoomil [28]. Seega, praegune mudel ei kirjelda mitte inimest vaid fantoomi. Selline tulemus viitab vajadusele kas mudeli juhtivusi ning arvutustulemusi sobitada, mudelit detailsemaks muuta (n. lisada erinevaid kudesid) või modifitseerida mingil viisil arvutusmeetodit.

Signaali tekke täpsemaks uurimiseks (mingi komponendi signaalis võib tekitada ka südame pinna muutus roiete suhtes) peaks tulevikus kaaluma täpsema rindkere ning südame mudeli kasutuselevõttu – esimene neist on võimalik saada tarkvarapaketi SCIRun teine tuleb ise luua või kohandada mõnda juba olemasolevat mudelit, nagu näiteks Tallinna Tehnikaülikoolis arendatud [11] (tõsiseks puuduseks on, meie puhul, selle mudeli südame ebatäpne välispind). Sellisel juhul peab arvestama elementide arvu tunduva suurenemise ning sealt tuleneva arvutusaegade pikenemisega, mistõttu peaks kaaluma ka arvutusprotsessi paralleliseerimist. Seda võib teha kasutades MATLAB-i Distributed Computing Toolbox-i või siis kirjutada vajalikud alamprogrammid (süsteemimaatriksi koostamine ja maatriksvõrrandi iteratiivne lahendamine) ümber MATLAB-i mex failidena FORTRAN-is, kus arvutusi tehakse paralleelselt [29].

6.2 Valideerimine

Arvutusmeetodi matemaatilise poole ilma vigadeta realiseerimise kontrollimiseks ja programmeerimisvigade eemaldamiseks oli tarvis läbi viia selle meetodi kontrollimine e. valideerimine. FouKG modelleerimise ülesande võib valideerimise seisukohalt jagada $A-\varphi$ formulatsiooni kirjapanekuks ning pöörisvoolude iteratiivse arvutamise meetodi [5] mis on kohandamiseks FouKG uurimiseks (*alamülesanne 1*), lõplike elementide meetodi rakendaineseks $A-\varphi$ formulatsioonile pöörisvoolude leidmiseks (*alamülesanne 2*) ja lõplike elementide meetodi rakendamiseks arvutiprogrammina (*alamülesanne 3*).

Alamülesanne 1. on lahendatud võtteks aluseks varem avaldatud kirjandust, pöörisvoolude iteratiivse arvutamise meetod FouKG jaoks on valideeritud töös [6].

Alamülesande 2. lahendamisel on lähtutud lõplike elementide meetodi kohta avaldatud kirjandusest [15], [18], [5], [16] ning on eeldatud, et viidatud raamatutes ning artiklites avaldatu on leidnud piisavat matemaatilist tõestust.

Alamülesande 3. lahendamisel on tarkvara kontrollimiseks läbi viidud arvutuslikud katsed lihtsate ülesannete lahendamisega, mida saab ka analüütiliselt kontrollida. Valitud testülesanneteks on plaatkondensaatori potentsiaaljaotuse ja elektrivälja leidmine süsteemimaatriksite koostamise ning Dirichlet' rajatingimuste rakendamise kontrollimiseks ning sfäärilise kondensaatori ülesande lahendamine Neumanni rajatingimuste rakendamise kontrollimiseks – sfäärilist kondensaatorit on eelistatud plaatkondensaatorile seetõttu, et veenduda pinnanormaalide õiges arvutamises ja välistada igasugused sümmeetria tekkimise võimalused ning vältida teravatel nurkadel tekkivaid määramatusi.

Kõik ülejäänud programmid on põhimõtteliselt neil baseeruvad (rajatingimused piirpindadel, skalaarpotentsiaali süsteemimaatriks) või siis nii lihtsad, et nende väljundite õigsuse kontrollimiseks ei ole vaja mingit ülesannet lahendada (vabaliige).

6.3 Optimaalse iteratsioonide arvu leidmine pöörisvoolude arvutamisel

FouKG modelleerimise puhul peame arvestama, et meie poolt lahendatav probleem on jagatud mitmeks staatiliseks ülesandeks – üks südamsükkel on jagatud 18 hetkeks, mille põhjal leitakse FouKG signaal. Kõik arvutused viiakse läbi geomeetriliselt keerulises piirkonnas. Seega, suhteliselt oluliseks osutub arvutuste

läbiviimisele kuluv aeg, mistõttu on leitud selline arvutusmeetodi konfiguratsioon, mis tagab meile piisava arvutustäpsuse minimaalse arvutuste hulga juures.

Optimaalse iteratsioonide peatamiskriteeriumi valikuks viisime läbi arvutused ainult ühe iteratsiooni läbimisega ning kümne iteratsiooni läbimisega. Esimesel juhul oli iteratsioonide peatamiskriteerium umbkaudu 10^{-3} , teisel juhul 10^{-6} . Saadud FouKG signaalid langesid graafikul kokku, täpsemal uurimisel, kus kujutati graafiliselt elemendis neeldunud võimsuste vahesid jäi elemendis neeldunud võimsuste vaheks üldiselt 10^{-3} , vahel ka 10^{-2} .

Sellise iteratsioonide peatamiskriteeriumi optimeerimise puhul peab siiski arvestama, et mudeli geomeetria ning muude parameetrite (juhtivused, töösagedus) muutmisel peaks uuesti kontrollima iteratiivse arvutuse koonduvust. Juhul kui tulevikus rakendatakse probleemi lahendamisel paralleelarvutusi, oleks mõistlik valida iteratsioonide peatamiskriteerium selline, et tagatakse suurem arvutustäpsus.

6.4 Induktori optimaalse asukoha otsimine

Induktori optimaalse asukoha hindamiseks läbi viidud arvutused kinnitasid varasematest FouKG katseseadmega läbi viidud eksperimentidest tekkinud ootusi – parima kvaliteediga signaali registreerimise asukoht asub südame tipu lähedal (Joonis 3, Joonis 7, asukohad A1, A4, A10). Signaali optimaalse asukoha leidmiseks on projetteeritud südame lõpp-diastoolses(LD) ja lõpp süstoolses (LS) faasis neeldunud võimsused südant LD faasis kujutava südame mudeli pinnale. Arvestades kasutusel oleva anduri ehitust – registreeritakse ainult vahelduvsignaali, on leitud südame pinnale projetteeritud võimsuste vahelduvkomponent, mis iseloomustab signaali tekkimise piirkondasid. Optimaalse signaali mõõtmise asukoht tuleks siiski määrata neeldunud võimsuse kaardi järgi, kuna signaali tekke kaardid on mürarikkad ning seetõttu ka raskesti tõlgendatavad. Müra allikaks signaali tekke kaartidel peame erinevate ajahetkede rindkere-südame mudelite võrkude erinevust, seetõttu peaks olema võimalik tulevikus müra vähendada selliselt, et valmistada kõigi ajahetkede jaoks ühise võrguga mudel mida vastavalt südame kuju muutmisele deformeeritakse, säilitades samal ajal elementide kvaliteeti.

6.5 Südame hingamisliikumise mõju hindamine

Südame hingamisliikumise mõju FouKG signaalile on uuritud normaalse (vaikse) hingamise puhul, kuna meil ei ole teada, kuidas muutub südame asukoht rindkeres sügava hingamise korral. Hingamise modelleerimiseks on muudetud südame asukohta rindkeres ühe hingamistsükli jooksul vastavalt joonisel 4 esitatud funktsioonile. Iga hingamisest tingitud südame asukohamuutuse korral on leitud neeldunud võimsused südame töö LD ja LS hetkedel.

Läbi viidud analüüsid neeldunud võimsuse (nii südame töö LD kui ka LS faasi jaoks) ja südame hingamisliikumisest tingitud asukohamuutuste kohta näitasid, et anduri tundlikkuse diagrammi piirkondades, kus anduri tundlikkuse tuletis oli konstantne, oli seos neeldunud võimsuse ja südame hingamisliikumise vahel lineaarne. Lisaks, lineaarne seos saadi ka FouKG signaali ning südame hingamisliikumise vahel, kusjuures hingamise mõju FouKG signaalile ei sõltunud anduri asukohast. Sellest võib järeldada, et hingamise mõju uurimisel FouKG signaalile on mõistlik koostada anduri tundlikkuse ja selle tuletise diagramme, ennustamaks, millistes mõõtmispunktides on hingamise mõju väljaselgitamine lihtsaim.

FouKG praktilise rakendamise huvides on siiski vaja veel selgitada, milline on normaalsest erineva hingamise mõju signaalile.

7 Tulemuste kokkuvõte

- FouKG päriülesande lahendamiseks välja pakutud arvutusmeetod on rakendatud, kasutades lõplike elementide meetodit. On loodud vastavad tarkvaralised vahendid.
- Olemasolev dünaamiline südame mudel on viidud lõplike elementide meetodi kasutamiseks sobivasse formaati ning on ühendatud rindkeret modelleeriva piirkonnaga.
- On selgitatud pöörisvoolude arvutusmeetodi optimaalne peatamiskriteerium ning on leitud, et FouKG puhul piisab pöörisvoolude arvutamisel ühe iteratsiooni läbi viimisest.
- On leitud südame piirkonnad, kust on võimalik mõõta optimaalset FouKG signaali ning on koostatud anduri tundlikkuse diagramm. Koostatud anduri tundlikkuse diagrammist järeldub, et meie poolt praegu kasutatav mudel kirjeldab fantoomi, mitte inimest, seega, tulevastes FouKG uuringutes on tarvis kasutusele võtta rindkeret tunduvalt täpsemalt kirjeldavad mudelid kui praegune.
- On selgitatud südame hingamisliikumise mõju FouKG signaalile normaalsel hingamisel ning on leitud, et FouKG signaal on südame hingamisliikumisega rahulikult hingamisel lineaarses seoses.

8 Summary

A study of Foucault' cardiogram origination by calculating eddy currents in the heart region

Foucault' cardiography (FouKG) is a method for tracking human heart activity and is being developed at the University of Tartu. A Foucault cardiogram is determined by a volume integral over the space surrounding the inductor and it depends on the time-variable conductivity distribution in the thorax.

In the present work, finite element computation method and applicable meshes for human thorax modelling were developed to search the regions where the Foucault' cardiogram is originated as well as to study anatomical-physiological aspects that affect Foucault cardiogram.

In our research:

- Finite element computation method and computer software has been developed to solve FouKG forward problem.
- Applicable human thorax mesh based on dynamic heart model [10] for finite element method has been developed.
- Optimal iteration stopping criterion for iterative eddy currents calculation algorithm [5] has been found.
- Heart regions, where optimal FouKG signal can be measured has been found and inductor sensitivity diagram has been constructed. Inductor sensitivity diagram showed that our model describes a phantom, not a human, thus, in future studies it is necessary to use more complicated models, than in this work.
- Influence of breathing-caused heart movement upon the FouKG signal at normal breathing has been studied. It was concluded, that there exists linear relationship between FouKG signal and breathing-caused heart movement while the breathing is normal.

9 Kasutatud kirjanduse loetelu

1. Tarassova O., Vedru J. Possibilities of Foucault Cardiography-Based Estimation of Heart Pumping Performance. - 13th Int. Conf. on Electrical Bioimpedance and 8th Conf. on Electrical Impedance Tomography, Graz, Austria, Aug. 29 - Sept. 2, 2007.-IFMBE Proceedings, 2007. - Vol. 17. - Pp. 586 - 589.
2. Trolla, J., Foucault' kardiograafi katseeksemplari ehitamine ja uurimine, Magistritöö, Tartu Ülikool, Füüsika-keemiateaduskond, Tartu, 2000
3. Skaburskas, K., Foucault' kardiograafi pöörivooluväljad: võrkudel ja arvutus sõlmpingete meetodil (vene keeles), Magistritöö, Tartu Ülikool, Füüsika-keemiateaduskond, Tartu, 2000
4. Skaburskas, K., Vedru, J., Origination fo Foucault Cardiogram by Impedance Redistribution: Transfer Coefficient Approach, 2003, *IJBEM 1 vol.5 Advances in Electrocardiography*
5. Mayergoyz, I.D. Iterative Solution of 3-D Eddy Current Problems, *IEEE Transactions on Magnetics*, 1993, vol. 29, No. 6 (November 1993)
6. Zadin, V., Foucault' kardiogrammi tekke mudeli tarviliku detailsuse uurimine, Tartu, Bakalaureusetöö, Tartu Ülikool, Füüsika-keemiateaduskond, Tartu, 2005
7. Miranda P. C., Hallet M., Basser P.J. The Electric Field Induced in the Brain by Magnetic Simulation: A 3-D Finite Element Analysis of the Effect of Tissue Heterogenity an Anisotropy, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2003, vol. 50, No. 9 (September 2003)
8. Krasteva V. Tz., Papazov S. P., Daskalov I. K., Peripheral nerve magnetic stimulation: influence of tissue non homogeneity, *Biomedical Engineering Online*, 2003, 2:19 (December 2003)
9. Zadin V., Skaburskas K., Vedru J. Influence of Breathing on Foucault Cardiogram Origination. - 13th Int. Conf. on Electrical Bioimpedance and 8th Conf. On Electrical Impedance Tomography, Graz, Austria, Aug. 29 - Sept. 2, 2007. -IFMBE Proceedings, 2007. - Vol. 17. - Pp. 62 - 65.
10. Malchenko, S., Inimese südame väliskuju normaalse funktsioneerimise protsessi tsüklilise muutuse mudel (vene keeles), Magistritöö, Tartu Ülikool, Füüsika-keemiateaduskond, Tartu, 2000

11. Gordon, R., Modelling of Cardiac Dynamics and Intercardiac Bioimpedance, Doktoritöö, Tallinna Tehnikaülikool, 2007
12. <http://software.sci.utah.edu/> - Scientific Computing and Imaging Institute, külastatud 22.05.2008
13. Mur G. Edge Elements, their Advantages and their Disadvantages, *IEEE Transactions on Magnetics*, 1994, vol. 30, No. 5 (September 1994)
14. Webb J. P. Edge Elements and What They can do for You, *IEEE Transactions on Magnetics*, 1993, vol. 29, No. 2 (March 1993)
15. Silvester, P. P., Ferrari, R. L., Finite elements for electrical engineers (Cambridge University Press, 1996)
16. Jianming, J., The Finite Element Method in Electromagnetics (John Wiley & Sons Inc., New York, 2002)
17. <http://tetgen.berlios.de/> - Tetgen: A Quality Tetrahedral Mesh Generator, külastatud 22.05.2008
18. Biro O., Kurt P. On the Use of the Magnetic Vector Potential in the Finite Element Analysis of Three-Dimensional Eddy Currents, *IEEE Transactions on Magnetics*, 1989, vol. 25, No. 4 (July 1989)
19. Neumann, N., Kalantrov, P., Elektrotehnika teoreetilised alused, 1969
20. Engineering & Computing, 1997. - Vol. 35, Suppl., Part 1. - P. 341. Kanayama, H., Tagami, D., Saito, M., Kikuchi, F., A Finite Element Analysis of 3-D Eddy Current Problems Using Iterative Method, *Transactions of JSCES*, 20000033 (2000)
21. Zhou, P., P., Numerical Analysis of Electromagnetic Fields (Springer-Verlag, Berlin, 1993)
22. Janno, J., Variatsioonmeetodid, 2001 (TTÜ, Tallinn, 2001)
23. Kangro, G., Matemaatilise analüüsi II (Valgus, Tallinn, 1968)
24. <http://meshlab.sourceforge.net/> - Meshlab, külastatud 22.05.2008
25. <http://niremf.ifac.cnr.it/docs/DIELECTRIC/home.html> - Compilation of the Dielectric Properties of Body Tissues at RF and Microwave Frequencies, külastatud 22.05.2008
26. Vedru J., Solntseva O. Variation of Magnetic Induction Plethysmogram on Human Thoracic Surface. - 13th Int. Conf. on Electrical Bioimpedance and 8th

- Conf. On Electrical Impedance Tomography, Graz, Austria, Aug. 29 - Sept. 2, 2007. –IFMBE Proceedings, 2007. - Vol. 17. - Pp. 743 - 746.
27. Solntseva O. Südame asukoha hindamine mitmepoolilise Foucault' kardiograafi abil. - Bakalaureusetöö, Tartu Ülikool, Füüsika-keemiateaduskond. - Tartu, 2006. - 38. lk.
28. Humal L.-H., Vedru J., Vladimirov A. Sensitivity Distribution for Foucault Cardiography Using Physical and Mathematical Models. - Medical & Biological
29. Vainiko, E., Fortran 95 ja MPI (Tartu Ülikooli Kirjastus, Tartu, 2004)