Tartu Ülikool
Loodus- ja täppisteaduste valdkond
Matemaatika ja statistika instituut

Liina Uurman

Pensionikindlustusmudelid ja teenistustabeli koostamine Eesti näitel

Finants- ja kindlustusmatemaatika eriala
Magistritöö (30 EAP)

Juhendaja: Annika Krutto

Tartu 2016

Pensionikindlustusmudelid ja teenistustabeli koostamine Eesti näitel

Magistritöö

Liina Uurman

Lühikokkuvõte. Käesolevas magistritöös keskendutakse pensionikindlustuse teoreetilistele mudelitele ning nende rakendustele. Teoreetilises osas tutvustatakse uusimat lähenemist pensionikindlustuse mudelite hindamiseks, mis põhineb pideva aja ning lõpliku arvu olekutega Markovi protsessidele ning esitatakse ka arvutuslikud näited teenistustabeli üleminekutõenäosuste leidmiseks. Töö teises pooles esitatakse teenistustabel kasutades Eesti erinevate ametkondade registritest kogutud andmeid tööealiste isikute töövõimetusest, töötusest, suremusest ning pensionile jäämisest. Lisaks on esitatud ülevaade pensionisüsteemist Eestis üldiselt.

CERCS teaduseriala: P160 Statistika, operatsioonianalüüs, programmeerimine, finants- ja kindlustusmatemaatika.

Märksõnad: andmeregistrid, Eesti pensionisüsteem, Markovi protsessid, mitme väljundiga mudelid, pensionimatemaatika, pensioniplaanid, teenistustabel.

Pension Mathematics with Application in Estonia

Master’s thesis

Liina Uurman

Abstract. In this master’s thesis there is focused on theoretical models of pension insurance and its applications by applying the theory of Markov processes. The practical part in this thesis is the research of available information about employees in Estonia and creating service table. Also there is given general overview of pension system in Estonia with emphasis on third pillar.

CERCS research specialisation: P160 Statistics, operations research, programming, actuarial mathematics.

Keywords: data registers, Markov processes, multiple decrement models, pension mathematics, pension plans, service table.

Sisukord

Sissejuhatus

Elukindlustusmatemaatika on valdkond, kus lisaks intressiteooriale rakendamistele kasutatakse tõenäosusteooria vahendeid kindlustatud isikute oodatava eluea, või teenistusaja hindamiseks. Käesolevas magistritöös keskendutakse elukindlustuse ühele alaliigile – pensionikindlustusmudelitele. Eesmärgiks on anda ülevaade pensionikindlustuse matemaatilistest mudelites Markovi protsesside käsitluses ehk mitme olekuga kindlustusmudelitest. Kuigi pensionikindlustus rakendub selliste mudelite lihtsustatud juhule – mitme väljundiga mudelitele, siis teoreetiline baas ning tähistused tulenevad ennekõike mitme olekuga mudelite teooriast. Oluline osa töös on pühendatud mitme väljundiga tabeli ehk teenistustabeli konstrueerimisele Eesti erinevate ametkondade registritest kättesaadava statistika põhjal. Täpsemalt on vajalik teada informatsiooni tööealiste isikute töövõimetuse, töötuse, suremuse ning pensionile jäämise kohta. Teenistustabeli koostamiseks info kogumine ning ühtlustamine on töö rakenduslik panus, millele annab lisaväärtust põhjalik ülevaade Eesti pensionisüsteemist ja -kindlustusturust.

Töö koosneb kolmest osast. Esimeses osas tutvustatakse mitme olekuga mudeleid elukindlustuses, mille alaliigiks on mitme väljundiga mudelid. Esmalt esitatakse eeldused ja tähistused mudeli rakendamiseks ja seejärel antakse valemid mitme olekuga mudelite tõenäosuste arvutamiseks. Lühidalt tutvustatakse ka mitme olekuga tabeleid.

Töö teises peatükis kirjeldatakse pensionikindlustust – pensioniplaanide erinevaid tüüpe ning nende erinevaid rakendusi. Kõige tähtsam osa selles peatükis on teenistustabeli defineerimine ja selle põhjal tabeli koostamine allika [1] näite põhjal.

Kolmas peatükk keskendub pensionisüsteemile Eestis. Esmalt antakse ülevaade Eesti pensionisüsteemist, mis koosneb kolmest sambast. Seejärel keskendutakse pensioni kolmandale sambale – kes pakuvad pensionifonde ning -kindlustust Eestis, millised on erinevad võimalused ja tingimused. Viimasena koostatakse teenistustabel ka Eesti jaoks, mida võrreldakse teises peatükis koostatud teoreetilise näitega. Kirjanduse loetelu esitatakse töös viitamisjärjekorras. Magistritöö on koostatud tekstitöötlusprogrammiga Microsoft Word ja arvutustusteks on kasutatud programmi Microsoft Excel.

Magistritöö koostamisel on kasutatud erinevaid elukindlustusmatemaatika alaseid väljaandeid kuid teoreetiline osa põhineb eelkõige Dickson et al. (2013) [1] käsitlusel. Eesti teenistustabeli koostamiseks vajalike andmete kogumisel tegi autor tihedat koostööd mitmete riigiasutuste ja ametkondadega. Eesti pensionisüsteemi ja -kindlustusturu ülevaate koostamisel kasutati erinevaid ametlike ülevaateid ning aruandeid, lisaks võrreldi erinevate kindlustuspakkujate tooteid.

1 Mitme olekuga elukindlustusmudelid

Mitme olekuga mudelid on kõige huvitavam ja olulisem arendus elukindlustusesmatemaatikas viimastel aastakümnetel. Mitme olekuga mudelid on paindlik vahend keerukate kindlustuslepingute hindade kehtestamisel ning üldise hinnastamispoliitika kujundamisel. Ühena esimestest esitas vastava laiaulatusliku teemakäsitluse Hoem (1988), kuid edasiarendused elukindlustusmudelitest kui juhuslikest protsessidest on aktuaalsed tänapäevani [1]. Üldjuhul eeldame elukindlustuses juhuslike protsessidena Markovi protsesse, kuigi kaasaegsamad käsitlused, tuntud kui semi-Markovi protsessid, on taandunud rangest Markovi eeldusest. Käesolevas peatükis esitame mitme olekuga elukindlustusmudelite kui Markovi protsessi üldised eeldused ja tähistused, tutvustame Kolmogorovi ettesuunatud võrrandite rakendamist üleminekutõenäosuste arvutamisel ning anname ülevaate mitme olekuga mudelite lihtsustatud erijuhust – mitme väljundiga mudelitest, mis on ka pensionikindlustmudeli aluseks. Erinevates allikates (näiteks [1], [2] ja [3]) on vaatenurk mitme olekuga elukindlustusmudelitele kui juhuslike protsesside rakendustele veidi erinev nii tähistustes kui lähenemisviisis. Järgnev ülevaade põhineb ennekõike [1] käsitlusel.

1.1 Eeldused ja tähistused

Vaatleme üldisi mitme olekuga elukindlustusmudeleid. Eeldame, et mudelis on lõplik hulk, $n+1$, olekut, mis on tähistatud $0,1\ldots,n$. Elukindlustusmudelites olek määrab kindlustatud isiku ja samal ajal ka kindlustuspoliisi seisundit igal ajahetkel. Näiteks 2-olekulise, {0-elus, 1-surnud}, mudeli puhul on kindlustusleping aktiivne kui isik on seisundis 0 ehk elus. Üleminekul seisundisse 1 on ka kindlustusleping koheselt mitteaktiivne. Lisaks, antud mudeli puhul on ilmne, et lubatud on vaid üleminek seisundist 0 seisundisse 1.

Oluline erinevus juhuslike elukindlustusprotsesside käsitluses on ajas pidevate ja diskreetsete mudelite vahel. Pidevad mudelid annavad võimaluse esitada üldisi teoreetilisi tulemusi, kuid diskreetsetel mudelitel on tähtis roll praktikas. Vaatleme ajas pidevat juhusliku suurust $Y(t)$. Täpsemalt, igal ajahtekel $t \geq 0$ korral, omab juhuslik suurus $Y(t)$ mingit väärtust hulgast $\{0,1,..,n\}$ ja me tõlgendame sündmust $Y(x+t)=i$ kui pidevat juhuslikku suurust, mis kirjeldab sündmust, et vanuses $x+t$ on isik olekus i. Juhuslike suuruste hulk $\{Y(x+t);\ \ x,t \geq 0\}$ on pidev juhuslik protsess.

Seega mitme olekuga mudel on sobiv kindlustuspoliisi jaoks, kui hüvitiste või preemiate maksed sõltuvad isiku olekust või tema liikumisest olekutepaari vahel mingil ajahetkel. Märgmine, et üldiselt tähistatakse algusolek (elus, terve, tööturul aktiivne jm) nulliga. See kehtib kõigi näidete jaoks, mis põhinevad mitme olekuga mudelitel.

Eeldus 1. Eeldame, et iga oleku i ja j korral ja iga ajahetke t ja $t+s$ korral, kus $s \geq 0$, tinglik tõenäosus $P[Y(t+s)=j|Y(t)=i]$ on defineeritud nii, et selle väärtus ei sõltu protsessi informatsioonist enne ajahetke t.

Seega protsessi tulevaste sündmuste tõenäosused on täielikud määratud, kui teada protsessi olekut antud ajahetkel. Teiste sõnadega, tulevikuseisundi jaotus $Y(t+s)$ antud oleviku $Y(s)$ korral ei sõltu protsessi minevikust. Seega, kui protsessi seisund mingil ajahetkel on teada, siis mineviku uurimine, näiteks, kuidas protsess on saabunud sellesse olekuse või kui kaua see on olnud antud olekus, ei anna tuleviku kohta mitte mingit lisainformatsiooni [4]. See omadus, et tulevaste sündmuste tõenäosused sõltuvad olevikust, mitte tulevikust, on tuntud Markovi omadusena. Eeldus 1 ütleb, et meie käsitluses on mitme olekuga elukindlustusmudel $\{Y(t), t \geq 0\}$ Markovi protsess.

Eeldus 2. Eeldame, et iga positiivse ajaintervalli h korral

$$P(Kaks\ või\ rohkem\ olekumuutust\ ajaperioodis\ \ h) = o(h).$$

Eeldus 2 ütleb, et väikese ajaintervalli pikkusega h korral, kahe või rohkema olekumuutuse tõenäosus selles intervallis on nii väike, et seda võib eirata.

Järgnevalt tutvustame tähistusi üldiste mitme olekuga elukindlustusmudelite jaoks.

Definitsioon 1. Olgu i ja j mingid olekud (võimalik, et samad) mingis $n+1$ olekuga mudelis. Siis iga $x, t \geq 0$ korral defineerime

$${}_tp_x^{ij} = P[Y(x+t)=j|Y(x)=i],$$
$${}_tp_x^{\overline{ii}} = P[Y(x+s)=i\ iga\ s \in [0,t]\ |\ Y(x)=i\ ],$$

kus ${}_tp_x^{ij}$ tähistab tõenäosust, et vanuses x on isik olekus i ning vanuses $x+t$ aja t möödudes olekus j, kus j võib olla võrdne väärtusega i, kusjuures ${}_tp_x^{\overline{ii}}$on tõenäosus, et isik vanuses x ja olekus i jääb olekusse i kogu perioodi t vältel.

Definitsioon 2. Iga $i \neq j$ korral üleminekumäär (*transition intensities*) seisundist i seisundisse j on

$$\mu_x^{ij} = \lim_{h \to 0^+} \frac{{}_h p_x^{ij}}{h} \text{ iga } i \neq j \text{ korral.} \tag{1}$$

Eeldus 3. Iga oleku i ja j ning vanuse $x \geq 0$ korral, me eeldame, et ${}_t p_x^{ij}$ on diferentseeruv funktsioon t järgi.

Eelduse 3 järeldus on, et μ_x^{ij} piirväärtus eksisteerib alati ja ülemineku tõenäosus, mis leiab aset ajaintervallis pikkusega t, koondub nulliks, kui t koondub nulliks. Samuti eeldame, et μ_x^{ij} on tõkestatud ja integreeruv funktsioon x järgi. Need eeldused on vajalikud teoreetiliste tuletuste sujumiseks ning ei ole liiga piiravad ka praktikas.

Üldisel juhul, olekutega $0,1,2,\dots,n$, viitame tähistusele μ_x^{ij}, mis kujutab endast üleminekumäära (*force of transition*) või üleminekuintensiivsust (*transition intensity*) olekute i ja j vahel vanuses x.

Teine võimalus väljendada valemit (1) on kirjutada iga $h > 0$ korral

$${}_h p_x^{ij} = h\mu_x^{ij} + o(h).$$

Sellisest esitusest saame kasuliku tulemuse praktilisteks arvutusteks – suvalise positiivse väikese h korral

$${}_h p_x^{ij} \approx h\mu_x^{ij}.$$

1.2 Üleminekutõenäosused

Antud alajaotuses esitame tulemused üleminekutõenäosuste leidmiseks eeldusel, et üleminekumäärad on teada.

Seega iga mitme olekuga mudel on üheselt määratud üleminekumäärade $\{\mu_x^{ij}; x \geq 0; i,j = 0,\dots,n, i \neq j\}$ kaudu. Esmalt anname seose ${}_t p_x^{\overline{ii}}$ ja μ_x^{ij} jaoks.

Definitsioon 3. Iga oleku i korral mitme olekuga mudelis, millel on $n+1$ olekut ja mis rahuldab eeldusi 1-3, kehtib

$$ {}_tp_x^{\overline{ii}} = \exp\left\{-\int_0^t \sum_{j=0;j\neq i}^{n} \mu_{x+s}^{ij} ds\right\}. $$

Osutub, et iga oleku i ja j jaoks (võimalik, et samad) mingist mitme olekuga mudelist, millel on kokku $n+1$ olekut, kehtib

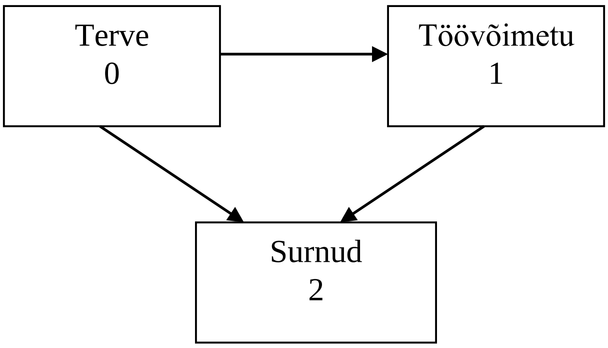
$$ {}_{t+h}p_x^{ij} = {}_tp_x^{ij} - \sum_{k=0,k\neq j}^{n} \left({}_tp_x^{ij} \mu_{x+t}^{jk} - {}_tp_x^{ik} \mu_{x+t}^{kj} \right) + o(h) $$

iga $x, t, h \geq 0$ korral. Selle tulemuse saab esitada Kolmogorovi ettesuunatud võrrandina

$$ \frac{d}{dt}\, {}_tp_x^{ij} = \sum_{k=0,k\neq j}^{n} \left({}_tp_x^{ik} \mu_{x+t}^{kj} - {}_tp_x^{ij} \mu_{x+t}^{jk} \right). $$

1.3 Elukindlustusannuiteedid

Ühelt poolt on annuiteedid mitme väljundiga kindlustusmudelites kasutusel kui regulaarse sissetulekuna makstavad hüvitised. Näiteks joonisel 1 on toodud mudel, kus on tavapärane maksta hüvitist annuiteedina kuni isik on seisundis 1 (püsivalt töövõimetu) ning ühekordne hüvitis makstakse üleminekul seisundisse 2 (surm).



Joonis 1. Püsiva töövõimetuse mudel.

Teine, veelgi olulisem roll kui regulaarsed hüvitismaksed on annuiteetidel kindlustuspreemiate oodatava nüüdisväärtuse hindamisel. Preemiad arvutatakse kasutades ekvivalentsprintsiipi (*equivalence principle*) eeldusel, et isik vanuses x on poliisi sõlmimisel olekus 0.

Eeldame, et mingis mitme olekuga mudelis on isik vanuses x olekus i ning makseid tehakse pideva annuiteedina aastase hetkeintressimääraga (*force of interest*) $\delta = ln(1+i)$, kus i on aastane efektiivne intressimäär (*effective rate of interest*).

Aastas konstantset määra c maksev pideva eluannuiteedi oodatav nüüdisväärtus (*the expected present value of continous whole life annuity*), mis kehtib kuni isiku üleminekuni seisundisse *j* (või püsimiseni seisindis i, juhul kui $i = j$) tähistatakse $\bar{a}_x^{ij}$ ning leitakse

$$c\bar{a}_x^{ij} = cE\left[\int_0^\infty e^{-\delta t} I(Y(t) = j \mid Y(0) = i) dt\right] =$$

$$= c\int_0^\infty e^{-\delta t}\ {}_tp_x^{ij} dt,$$

kus I on indikaatorfunktsioon.

Kui maksed on mittepidevad, näiteks summa c makstakse iga aasta alguses alates vanusest x, kuni toimub üleminek olekusse j (tingimusel, et isik on vanuses x olekus i), siis konstantsete c-ühikuliste sissemakestega diskreetse ettemakstava eluannuiteedi oodatav nüüdisväärtus (*the expected present value of discrte whole life annuity-due*) avaldub

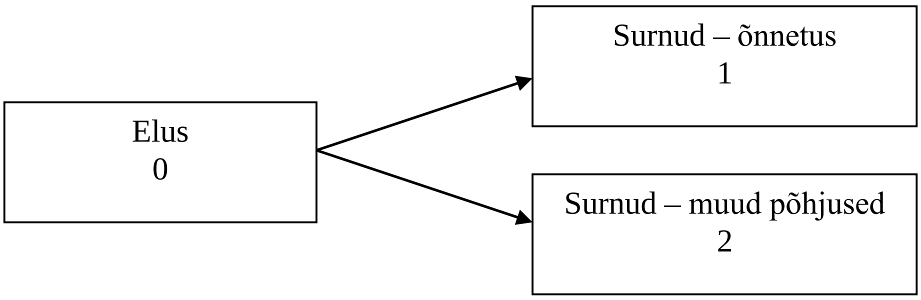
$$c\ddot{a}_x^{ij} = c\sum_{k=0}^{\infty} v^k\ {}_kp_x^{ij},$$

kus $v = 1/(1+i)$ aastane diskonteerimiskordaja.

Toodud avaldisi kasutame nii kindlustuspreemiate (kindlustatu/kindlustusvõtja regulaarsed maksed kindlustusandjale) kui ka regulaarse sissetulekuna makstavate kindlustushüvitiste jaoks.

1.4. Ühekordse elukindlustushüvitised

Kindlustushüvitised on tavaliselt erinevatesse seisunditesse üleminekul erinevad. Näiteks joonisel 2 on esitatud kolme olekuga mudel, kus surmajärgne hüvitis makstakse ühekordse summana, mis sõltub põhjusest, kuidas isik sureb. Antud näite puhul on erinevad hüvitised kahel juhul – kui see toimub õnnetuse tõttu või muudel põhjustel.



Joonis 2. Õnnetussurma mudel.

Vaatame mingit n olekuga mudelit. Eeldame, et hüvitis (*benefit*) suurusega 1 ühik $b = 1$, makstakse koheselt peale üleminekut olekusse k, tingimusel, et isik vanuses x on käesoleval hetkel olekus i (mis võib olla võrdne olekuga k). Siis hüvitise $b = 1$ oodatav nüüdisväärtus leitakse järgnevalt [1]

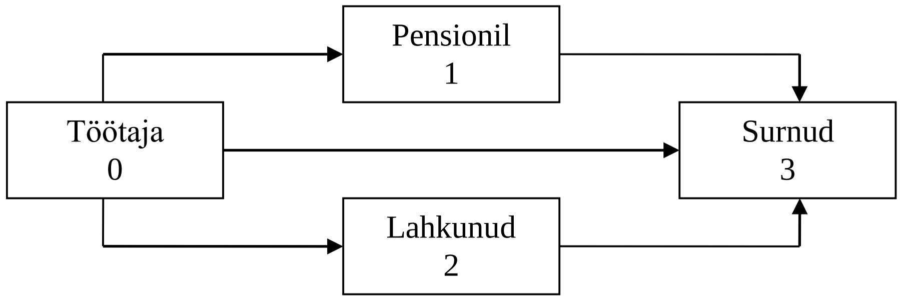
$$\bar{A}_x^{ik} = \int_0^{\infty} \sum_{j \neq k} e^{-\delta t} \ {}_t p_x^{ij} \mu_{x+t}^{jk} dt.$$

Kus $e^{-\delta t}$ on diskonteerimiskordaja (hetkeintressimääraga δ) ja ${}_t p_x^{ij} \mu_{x+t}^{jk}$ on tõenäosus, et intervallis $(t, t + dt)$. toimub üleminek olekusse k , eeldusel, et ajahetkel 0 on isik vanuses x olekus i. Selleks summeerime üleminekud kõikvõimalikesse seisunditesse (mis ei ole k) aja t jooksul ning üleminek olekusse k intervallis $(t, t + dt)$, toimub tõenäosusega $\mu_{x+t}^{jk} dt$. Vastavalt konkreetsele mudelile võivad mitmed üleminekutõenäosused olla lubamatud.

Kuna meie lähenemises on aeg pidev, siis oodatav tulemuse saamiseks (keskväärtuse leidmiseks integreerimine üle kõigi võimalike ajavahemike nullist lõpmatusse (või lepingu tähtajani).

Käesolev töö keskendub pensionikindlustusmudelitele. Illustreerime mitme olekuga mudelite rakendamist tööturul mitteaktiivseks või pensionile jäämisel koos surmajärgse hüvitisega.

Joonisel 3 toodud mudeli korral on võimalik kõikidest seisunditest üle minna (saada hüvitist) seisundisse 3 (surm).

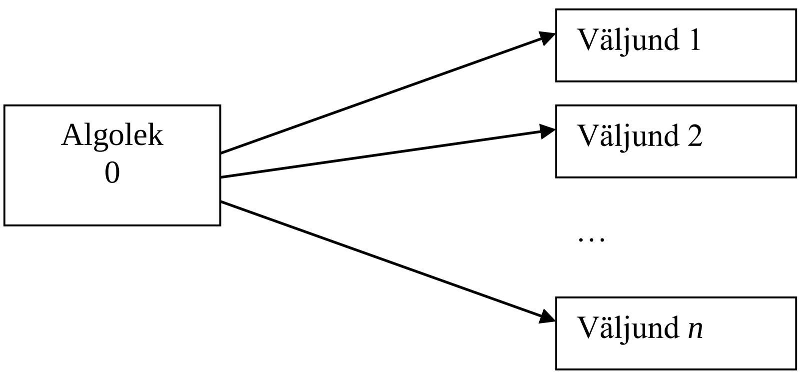


Joonis 3. Mitme olekuga töölt lahkumise/pensioni mudel.

Pensioniplaanide all üldjuhul all ei mõisteta joonisel 3 toodud mudelit, vaid kasutatakse mitme olekuga mudelite erijuhtu, mitme väljundiga mudeleid, kus mitmed joonisel 3 esitatud üleminekud ei ole lubatud.

1.5 Mitme väljundiga mudelid

Mitme väljundiga mudelid on erijuht mitme olekuga mudelitest. Need on kindlustusmudelid, kus on ainult üks algolek ja mitmeid lõpp-olekuid, kuhu saab üle minna, kuid muud tagasiminekud või lõpp-olekutevahelised üleminekud ei ole lubatud. Joonis 4 illustreerib mitme väljundiga mudelit.



Joonis 4. Mitme väljundiga mudel.

Mitme väljundiga mudeli tõenäosuste arvutamine on lihtsam, kuna toimuda saab ainult üks üleminek. Sellise mudeli jaoks iga $i = 1,2\dots,n$ ja $j = 0,1\dots,n$ $(j \neq i)$ korral kehtivad

$$ {}_tp_x^{00} = {}_tp_x^{\overline{00}} = exp\left\{-\int_0^t \sum_{i=1}^n \mu_{x+s}^{0i} ds\right\}, \quad (2) $$

$$ {}_tp_x^{0i} = \int_0^t {}_sp_x^{00} \mu_{x+s}^{0i} ds, \quad (3) $$

$$ {}_tp_x^{ii} = 1 $$

$$ {}_tp_x^{ij} = 0 $$

Kui eeldame, et me teame üleminekute intensiivsust kui vanuse x funktsiooni, saame arvutada ${}_tp_x^{00}$ja ${}_tp_x^{0i}$ kasutades numbrilist või osadel juhtudel ka analüütilist integreerimist.

1.6 Mitme väljundiga tabelid

Mitme väljundiga mudeleid on mugav esitada mitme väljundiga tabelina (*multiple decrement table*), mis on üldisem juht laialt tuntud suremustabelitest (*mortality tables*). Tabeli konstrueerimiseks kasutatakse mitme väljundiga mudeliga etteantud üleminekumäärasid (*force of transtition*), et leida tõenäosused algseisundis 0 püsimiseks ning erinevatesse väljunditesse üleminemiseks. Täpsemalt, olgu l_{x_0} tabeli lähtekogumis olevate isikute arv (tavaliselt 100000 või 1000000) algvanusega x_0. Defineerime

$$ l_{x+t} = l_{x_0} \ {}_tp_{x_0}^{00} $$

ja iga $j = 1,2, \dots, n, \ x \geq 0$ korral,

$$ d_x^{(j)} = l_x \times p_x^{0j}. $$

kus $d_x^{(j)}$ on väljunute arv põhjuse j tõttu.

Tabelis esitatakse algolekusse ning väljujate arvud iga täisaastas vanuse kohta. Edaspidi, alajaotuses 2.4 anname näite mitme väljundiga tabeli erijuhule, teenistustabelile. Teenistustabel on pensionikindlustusmudelite oodatavate nüüdisväärtuse arvutuste alus.

2 Pensionikindlustuse matemaatilised mudelid

Elukindlustuse tunnuseks on, et kindlustatud sündmus on tugevalt seotud kindlustatud isiku tervisega. Seetõttu saab elukindlustusi liigitada järgnevalt: elu- või surmakindlustus, püsiva töövõimetuse kindlustus ja tervisekindlustus. Üks tüüpilistest näidetest elukindluses on ka pensionikindlustus [2]. Erinevad autorid kasutavad veidi erinevat lähenemist ning tähistusi. Käesolev peatükk põhineb uusimal, Dickson et al. [1] raamatul, kus lähtume mitme olekuga mudelite definitsioondeist ning tähistusest.

2.1 Sissejuhatus

Pensioniplaanid, mida käesolevas peatükis vaadeldakse, on tööandjate finantseeritud plaanid, mis on kohandatud tagamaks töötajatele sissetulek pensionile jäädes. Eesti mõistes kirjeldame kolmandat pensionisammast. Tööandjad finantseerivad pensioniplaani mitmetel põhjusel, näiteks

- pakkumaks konkurentsi uute töötajate leidmisel,
- lisaväärtusena pikaajalistele töötajatele tööjõu liikuvuse vähendamiseks
- ametiühingute surve,
- ja muud

Pensioniplaan sõltub, millised nimetatud motivaatoritest on kõige tähtsamad finantseerija (tööandja) jaoks. Kui näiteks konkurents uute töötajate nimel on kõige tähtsam, siis tööandja plaan sarnaneb küllaltki teiste tööandjate plaaniga samas sektoris. Vanade töötajate sissetuleku püsimise tagamine või pikema tööstaažiga töötajate premeerimine viib teist tüüpi hüvitistega mudeliteni.

Tööandja finantseeritud pensioniplaanide kaks peamist tüüpi on kindlaksmääratud sissemaksetega (*defined contribution – DC*) või kindlaksmääratud hüvitisega (*defined benefiits – DB*) plaan . Selguse mõttes kasutame lühendeid inglisekeelsetest terminitest, kuna need on erinevates allikates laialt levinud.

Kindlaksmääratud sissemaksetega pensioniplaan määratleb, kui suure osakaalu oma palgast töötaja panustab oma pensioniplaani. Tööandja võib samuti pensioniplaani panustada ning tema sissemakse võib olla seotud töötaja sissemaksega (näiteks tööandja võib kokku leppida, et tõsta töötaja sissemakse mingi maksimumini). Sissemaksed on kogutud mõttelisele kontole, mis on saadaval töötaja jaoks, kui ta lahkub ettevõttest. Sissemaksed võivad olla seatud nii, et see rahuldaks eesmärgiks seatud hüvitise taset, kuid tegelik pensioni sissetulek võib olla alla või üle eesmärgi, sõltuvalt investeeringutest.

Kindlaksmääratud hüvitisega pensioniplaan määratleb hüvitise taseme, tavaliselt pensionilähedase palga (lõplik palgaplaan) või läbi kogu teenistusaja võetud palga (karjääri keskmine palgaplaan) suhtes. Panused tööandjalt ja võimalik, et ka töötajalt, on kogutud nii, et see vastaks etteantud hüvitisele. Kui investeering või demograafiline muutuja on ebasoodne, siis sissemakseid vähendatakse, kui muutuja on soodne, siis sissemakseid suurendatakse. Pensioniplaani aktuaar jälgib pensioniplaani finantseerimist regulaarselt, et hinnata, kas sissemakseid tuleb muuta.

Kindlaksmääratud sissemaksetega plaani maksete suurus või kindlaksmääratud hüvitisega plaani kindlustusmakse on seatud sobiva asendusmääraga *(replacement ratio)*. Pensioniplaani asendusmäär on defineeritud järgnevalt:

$$R = \frac{pensioni\ sissetulek\ esimese\ pensioniaasta\ jooksul}{viimase\ aasta\ palk\ enne\ pensionile\ jäämist},$$

kus eeldame, et plaaniliige jääb ellu pärast esimest pensioniaastat. Plaani asendusmäära eesmärk sõltub teistest pensioni sissetulekutest, näiteks riigipoolsetest hüvitistest. Kogu asendusmäär, mis sisaldab ka riiklikke hüvitisi ja personaalseid sääste, peaks olema umbes 70%, et tagada pensionäridele pensionieelne elustiil. Tööandja finantseeritud plaanid seavad sageli pensionieesmärgiks asendusmäära 50-70% töötajale, kes on töötanud kogu teenistusperioodi samas ettevõttes.

2.2 Palgaskaala funktsioon

Enamikus tööandja finantseeritud pensioniplaanides on sissemaksed ja hüvitised seotud töötaja sissetulekuga. Seega meil on vaja modelleerida sissetuleku muutus teenistusperioodi jooksul. Lihtsuse mõttes kasutame deterministlikku mudelit, kuigi stohhastiline mudel hindaks sissetuleku muutusi paindlikumalt ja täpsemalt. Siiski, praktikas on deterministlik lähenemine laialt kasutusel, sest stohhastiline mudel teeks pensioniplaani esituse tunduvalt keerulisemaks.

Defineerime palgafunktsiooni määra (*rate of salary function*) $\{\bar{s}_y\}_{y \geq x_0}$ kus x_0 on mingi vanus. Väärtus $\bar{s}_{x_0}$võib olla vabalt valitud positiivne arv. Iga $y > x \geq x_0$ korral väärtus $\bar{s}_y / \bar{s}_x$ on defineeritud vanuses y ja vanuses x aastaste palgamäärade suhtena, kusjuures eeldame, et isik on palgatud vanusest x vanuseni y.

Praktikas modelleeritakse palga moodustamist pigem palgaskaala (*salary scale*) $\{\bar{s}_y\}_{y \geq x_0}$, kui palgafunktsiooni määra abil. Palgaskaala võib olla tuletatud palgafunktsiooni määrast nii, et väärtus s_{x_0} on valitud positiivne arv ja iga $y > x \geq x_0$ korral defineerime

$$\frac{s_x}{s_y} = \frac{\int_0^1 \bar{s}_{y+t} dt}{\int_0^1 \bar{s}_{x+t} dt}$$

selliselt, et

$$\frac{s_x}{s_y} = \frac{palk, mis\ on\ saadud\ aasta\ jooksul\ vanusest\ y\ kuni\ y+1}{palk,\ mis\ on\ saadud\ aasta\ jooksul\ vanusest\ x\ kuni\ x+1},$$

kus eeldame, et isik töötab läbi kogu perioodi vanusest x kuni $y + 1$.

On teada, et palgad kasvavad edutamise või inflatsiooni muutuste tulemusena. Eeldame, et palgaskaala sisaldab mõlemaid muutuis, kuigi neid on võimalik esitada ka eraldi.

2.3 Kindlaksmääratud sissemaksetega plaani hinnastamine

Kindlaksmääratud sissemaksetega plaani hinnastame nii, et töötaja saavutaks oodatava asendusmäära. Seega vajame:

- etteantud asendusmäära ja pensionile jäämise vanust,
- eeldusi investeeringute kasumimäärale, intressimäärasid pensionile, palgaastmele ja pensioniaegse suremuse mudelit ning
- hüvitise tüüp (ühekordne makse või annuiteetmaksed)

Selle info põhjal saame seada adekvaatse panustamismäära, loomulikult võime muuta eeldusi, mõnda mitte arvestades või midagi lisades. Oluline on saada mõistlik hinnang võimalike väljaminekute ulatusele pensioniplaani osalise sissetulekute tagamiseks.

2.4 Teenistustabel

Pensioniplaani arvutused demograafiliste elementide põhjal sisaldavad arvutusi plaani liikmete võimalike teenistusest väljumiste hindamiseks. Leidub mitmeid põhjusi, miks liige võib väljuda plaanist. Varases eas töötajad võivad senise tööandja pensioniplaanist lahkuda, leides uue ametikoha teise tööandja juures. Hilisemas eas töötajatele võidakse pakkuda vanusevahemikku, kus nad võivad lahkuda töölt ja neile pakutakse pensionit, mille nad on kogunud. Väike osa töötajatest surevad enne pensioniiga ja mingi osa jääb tööturult kõrvale töövõimetuse tõttu.

Kindlaksmääratud sissemaksetega plaanis on lahkumise hüvitis sama sõltumata lahkumise põhjusest, seega pole vaja koostada mudelit töötajate teenistusmustrist.

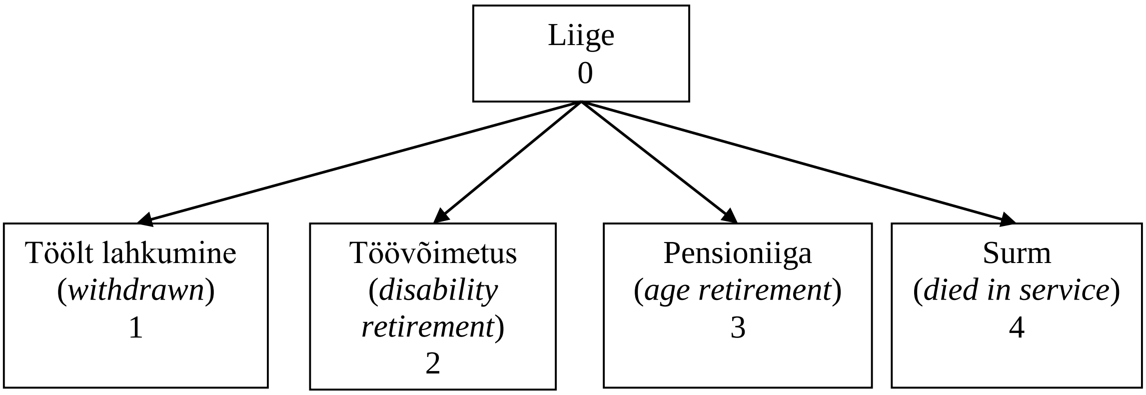
Kindlaksmääratud hüvitisega plaanis võidakse maksta erinevaid hüvitisi sõltuvalt lahkumispõhjustest. Näiteks mõnes riigis on levinud hüvitise ja ühekordse makse maksmine töötaja surma korral lähedastele. On selge, et erinevate väljumiste modelleerimisel peame arvestama, kui palju erinevad enne pensioniiga makstavad hüvitised neist, mis makstakse pensioniikka jõudmisel.

Näiteks, kui tööandja pakub töövõimetuspensioni korral heldelt hüvitist, siis see tähendab, et oodatavate nõuete (kohustuste) maksejõulisuse tagamiseks on väga oluline modelleerida see väljumine ja hinnata oodatavad hüvitised võimalikult täpselt ja usaldusväärselt. Teiselt poolt, kui surma korral hüvitist määratud, siis enne pensioniiga suremuse eiramine ülehindab oodatavaid nõudeid (kohustusi) pensioniplaanis (sest mingi hulk isikud (nõudeid) langeb tegelikkuses plaanist välja).

Kui kõik lahkumishüvitised on umbes samas väärtuses normaalaja pensionihüvitisega, siis võime eeldada, et kõik töötajad elavad kuni pensionile jäämiseni. See ei ole realistlik eeldus, aga lihtsustab arvutusi ja on sobiv, kui ei üle- või alahinda oodatavaid nõudeid märgatavalt.

Suhteliselt tavaline on eirata töötajate lahkumisi pensionplaani alguses, ja sellega saame kõrgemalt väärtustada pensioniealised hüvitised lahkunutele, selle asemel, et määrata kõrged lahkumishüvitised. See loob iseenesest mõistetavalt kasumid, kui lahkumishüvitised on väiksemad kui pensionihüvitised, mida esineb sageli. Lisaks võib arutleda, et lahkumised on etteaimamatud, kuna nad on tugevalt seotud majanduslike ja sotsiaalsete faktoritega, seega minevikutrendid ei pruugi tagada head näitajat tulevaste lahkumismustrite jaoks.

Koostades erinevad väljumispõhjustega pensioniplaani, siis sobiv on kasutada mitme olekuga mudeleid. Kuna me ei luba tagasipöördumisi ja olekutevahelisi üleminekuid, siis on sobivaks mitme väljundiga mudel, kus võimalikud väljundid kujutatud joonisel 5. Põhjused, miks töötajad võivad teenistusest lahkuda, on töölt lahkumine (töökoha vahetus), töövõimetus, pensioniikka jõudmine ning surm ning vastavalt oodatavad lahkujate arvud on tähistatud w_x, i_x, r_x, ja d_x.



Joonis 5. Mitme väljundiga mudel pensioniplaani jaoks.

Mitme väljundiga mudelid esitatakse sageli tabelina, kus vanus on käsitletud täisaastates. Pensioniplaaniga seotud mitme väljundiga tabelit nimetatakse teenistustabeliks (*service table*). Tabelis alustame mingil minimaalsel sisseastumisvanusega x_0 (näiteks 20-aastased) ning lähtekogumiga näiteks $l_{x_0} = 1000000$. Kasutades joonist 5 defineerime täisaastate $x_0 + k$ $(k = 0,1, \ldots)$ jaoks lahkujate hulgad järgnevalt

$$
\begin{aligned}
w_{x_0+k} &= l_{x_0}\ {}_kp^{00}_{x_0+k} p^{01}_{x_0+k}, \\
i_{x_0+k} &= l_{x_0}\ {}_kp^{00}_{x_0+k} p^{02}_{x_0+k}, \\
r_{x_0+k} &= l_{x_0}\ {}_kp^{00}_{x_0+k} p^{03}_{x_0+k}, \qquad (4) \\
d_{x_0+k} &= l_{x_0}\ {}_kp^{00}_{x_0+k} p^{04}_{x_0+k}, \\
l_{x_0+k} &= l_{x_0}\ {}_kp^{00}_{x_0}.
\end{aligned}
$$

Kuna tõenäosus, et isik, kes on vanuses x_0 lahkub töölt vanusevahemikus x_0+k ja x_0+k+1 on ${}_kp^{00}_{x_0+k}p^{01}_{x_0+k}$, siis w_{x_0+k} esindab isikute arvu, kes lahkuvad töölt vanusevahemikus x_0+k ja x_0+k+1 kõigist l_{x_0} hulgast allesjäänud liikmetest vanuseks täpselt x_0+k. Ülejäänud näitajad i_{x_0+k}, r_{x_0+k} ja d_{x_0+k} on interpreteeritavad sarnaselt. Seega, l_{x_0+k} on oodatav isikute arv, kes on endiselt pensioniplaanis aktiivsed vanuses x_0+k kõigist esialgu vanuses x_0 liitunud l_{x_0} liikmetest.

Paneme tähele, et kehtib järgmine võrduse iga täisaastatelise vanuse $x > x_0$ jaoks

$$l_x = l_y - w_{x-1} - i_{x-1} - r_{x-1} - d_{x-1}. \tag{5}$$

2.4.1 Näide: Teenistustabeli koostamine

Vaatame näitena teenistustabeli koostamist, kus üleminekumäärad on etteantud järgnevalt

$$\mu_x^{01} \equiv \mu_x^w = \begin{cases} 0.1, & kui\ x < 35, \\ 0.05, & kui\ 35 \le x < 45, \\ 0.02, & kui\ 45 \le x < 60, \\ 0, & kui\ x \ge 60. \end{cases}$$

$$\mu_x^{02} \equiv \mu_x^i = 0.0001,$$

$$\mu_x^{03} \equiv \mu_x^r = \begin{cases} 0\ kui\ x < 60, \\ 0.1\ kui\ 60 < x < 65 \end{cases}$$

$$\mu_x^{04} \equiv \mu_x^d = 0.00022 + 2.7 \cdot 10^{-6} \cdot 1.124^x,$$

kus w, i, r ja d tähistavad teenistusest väljumise põhjuseid, vastavalt töölt lahkumine, töövõimetus, pensionile jäämine ja surm ning x tähistab pensioniplaani liikme vanust. Samuti on teada, et 30% inimestest, kes on teeninustes ellu jäänud vanuseks 60, jäävad sel hetkel pensionile ning kohustuslik vanus pensionile jäämiseks on 65, see tähendab, et kõik ellujäänud inimesed selleks hetkeks jäävad pensionile.

Olgu algvanus $x_0 = 20$ ja lähtekogumi suuruseks $l_{x_0} = 1000000$. Tähistame täpselt 60- ja 65-aastasena pensionile jäämist 60- ja 65-, hilisemad üleminekud vanuses 60 olgu tähistatud 60+.

Teenistustabeli koostamiseks peaksime leidma väljumistõenäosused vastavalt põhjusele iga vanuseaasta jaoks. Kuna antud juhul teame üleminekumäärasid, saame rakendada valemit (3). Integraali väärtuse leiame numbriliselt Simpsoni reegi abil, mis esitub kujul

$$\int_{a}^{a+2h} f(x)dx \approx \frac{h}{3}\big(f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)\big),$$

Lõpliku väljumiste arvu leidmiseks peaksime teadma ka tõenäosust, et isik jääb käesolevasse olekusse perioodi jooksul, mille kohta leidsime väljumistõenäosused. Selleks kasutame valemit (2). Koguarvu leidmiseks korrutame mõlemad tõenäosused omavahel ning saadud tulemuse omakorda lähtekogumi algväärtusega, mis antud näite korral on võetud 1 miljon algvanuses 20. Vanuse 21 korral leiame tööturule jäänud inimeste arvu korrutades omavahel läbi lähtekogumi suuruse, see tähendab 1 miljon, ning tõenäosuse, et olekumuutust ei toimu. Uue vanuse jaoks leiame väljumistõenäosused ning inimeste arvu analoogiliselt kuni saame terve tabeli täidetud. Kokkuvõttes oleme rakendanud valemeid (4).

Tabel on esitatud lisas 1. Saadud tulemusest näeme, et nii töölt lahkumiste arv kui ka töövõimetuste arv kahaneb läbi kogu tabeli. Seda selgitab lahkumiste ning töövõimetuse üleminekumäära valik. Esimesel juhul on määrad kahanevad, kuid püsivad konstantsena teatud vanusegruppides, teisel juhul on see igas vanuses 0.001. Kuna tööturule jäävate inimeste arv väheb iga vanuseaastaga, on ka põhjendatud väljumiste arvu kahanemine. Tegelikus elus selline üleminekumäära esitus ei pruugi kehtida, sest me ei saa eeldada, et nii töötuid kui töövõimetuid inimesi lisandub iga aastaga järjest vähem.

Suremuse määra jaoks on kasutatud Makehami seadust, mis esitub kujul

$$\mu_x^d = A + Bx^c,$$

kus esimene liidetav näitab riskifaktorit õnnetuseks ning teine liidetav esitab vanuselist riski [3]. Sellest lähtuvalt ka näeme tabelist, kuidas muutub surmade arv erinevates vanuseastmetes. 20ndate eluaastate alguses on surmasid tunduvalt rohkem kui kümmekond aastat hiljem, sest sellises vanuses on inimesed riskialtimad ning õnnetusi juhtub tõenäoliselt rohkem. Kahanemine toimub kuni 41. eluaastani, kui määravaks hakkab muutuma vanuseline faktor. Pensionieas on see number jälle väiksem, kuid seda põhjendab asjaolu, et tööturult lahkus 65 eluaasta täitumisel 30% tööturule jäänud inimestest. Kuna antud näites on pensionile võimalik jääda vanuses 60 ning kohustuslik iga selleks on 65, on pensionile jäävate inimeste arv neis vanustes märgatavalt suurem võrreldes vahepealse perioodiga.

2.5 Kindlaksmääratud hüvitisega pensioniplaani väärtustamine

Pensioniplaanis, kus määratakse kindel sissetulek vastavalt viimatisele palgale (*final salary*) enne pensionile jäämist on hüvituse suurus leitav

$$n \cdot S_{Fin} \cdot \alpha,$$

kus

n tähistab teenistusaastaid,

S_{Fin} on keskmine palk mingil kindlal ajaperioodil enne pensionile jäämist (viimatine palk), näiteks kolm aastat enne lahkumist,

α on lisamäär (*accrual rate*), soovitatavalt mingi väärtus 0.01 ja 0.02 vahel. Sellisel juhul töötajale, kes on olnud sama pensioniplaani liige kogu teenistusaja, $n = 40$ jooksul saame hüvitise suuruses vahemikus 40-80% (asendusmäär) viimatisest sissetulekust (enne pensionile jäämist)

Kokkuvõtvalt, tõlgendame eeltoodud valemit nii, et töötaja teenib pensionil olles $100\alpha\%$ viimatisest palgast iga töötamisaasta kohta.

Järgnevalt vaatame pensionplaani liiget, kes antud hetkel on vanuses y ja liitus pensioniplaaniga vanuses x $(\leq y)$ ning kelle arvatav pensioniiga on 60. Hinnang tema iga-aastasele pensionile oleks sel juhul

$$(60 - x)\hat{S}_{Fin}\alpha,$$

kus $\hat{S}_{Fin}$ on mingi hinnang S_{Fin} jaoks, mis arvutatakse kasutades isiku senist (teadaolevat) palka ja sobivat palgaastet. Saame jagada aastase pensioni kaheks osaks

$$(60 - x)\hat{S}_{Fin}\alpha = (y - x)\hat{S}_{Fin}\alpha + (60 - y)\hat{S}_{Fin}\alpha.$$

Esimene osa on seotud tema eelneva teenistusega, mida nimetatakse kogunenud hüvitiseks (*accrued benefit*)**.** Teine osa on seotud tulevase teenistusega. Paneme tähele, et mõlemad osad kasutavad hinnanguks lõplikku keskmist palka $\hat{S}_{Fin}$.

Tööandja, kes finantseerib pensioniplaani, säilitab õigused peatada pensionihüvitised tulevikus. Kui see peaks juhtuma, siis lõplik hüvitis põhineb liikme mineviku teenistuse põhjal; see tähendab, et lisandunud hüvitis on juba tagatud. Tulevased teenistushüvitised on rohkem tahteavaldused, neil ei ole lepingulist jõudu kogunenud hüvitise muutmiseks.

Kaasaegsed pensioniplaanid kasutavad kohustuste (oodatavate nõuete) hindamisel sageli vaid esimest osa – kogunenud hüvitist, kuigi pensioniplaani ennast hinnatakse jooksvalt.

Lisaks pensionile on plaanidesse kaasatud hüvitis juhuks, kui töötaja jääb mingil põhjusel pensioniplaanist (tööturult) eemale. Siin me ei vaatle töövõimetust, vaid mõnd muud põhjust. Tavapäraselt on see töökoha vahetus, mil juhul senise tööandjaga seotud pensioniplaan muutub mitteaktiivseks. Kui töötaja lahkub pensioniplaanist enne pensioniiga, siis tavapärane hüvitis (mingile teenistusaja miinimumperioodile) kindlaksmääratud hüvitisega plaanis on käsitletud kui edasilükatud pension (*deferred pension*). Hüvitis põhineb samal valemil kui vanaduspension, $(Lisamäär) \times (Teenistusaeg) \times (Viimatine\ Keskmine\ Palk)$, aga seda ei maksta enne kui pensioniplaani liige saavutab normaalse pensioniea. Märgime, et sel juhul viimatine keskmine palk (*final salary*) põhineb vahetultenne pensioniplaanist lahkumist teenitud sissetulekul.

Pensioni maksimise edasilükatud periood võib olla väga pikk. Näiteks 35-aastaselet isikule, kes vahetab töökohta 30-aastaselt on edasilükatud periood 25-30 aastat, vastavalt pensioniplaani tingimustele. Kui edasilükatult makstavat hüvitist ei suurendata selle perioodi jooksul, siis inflatsioon, isegi suhteliselt madalal tasemel, annab märgatava efekti pensioni sissetulekutele. Sissetuleku mõistlikuks tasakaalustamiseks on pensioniplaanides kasutusel lisameetmed, mida tuntakse kui elatustaseme silumiskulud, vastav rahvusvaheline lühend on COLA (*cost of living adjustment*). Erinevates riikides on elatustaseme silumiskulud lahendatud erineva lähenemisega, ühtne metoodika puudub.

3 Pensionikindlustus Eestis

Pensionikindlustus on populaarne kindlustusvorm, mis aitab paremini tagada pensionieelse elatustaseme. Käesolevas peatükis kirjeldame Eesti pensionisüsteemi üldiselt, anname ülevaate erinevatest pensionifondidest ja pensionikindlustuspakkujatest. Seejärel rakendame eelmises peatükis esitatud metoodikat ning konstrueerime teenistustabeli, leides üleminekutõenäosused Eesti tööturu ja demograafiliste andmete põhjal.

3.1 Pensionisüsteem Eestis

On esile toodud, et Eesti pensionisüsteemi eesmärk on aidata inimestel vanaduspensionile minnes säilitada nende senine elustandard ja igakuine sissetulek [5].

Pensionisüsteem Eestis on ülesehitatud kombinatsioonia kolmest pensioniosast, mida nimetatakse pensionisamasteks. Pensionisüsteemi sambad Eestis on

- I sammas ehk riiklik pension,
- II sammas ehk kohustuslik kogumispension,
- III sammas ehk täiendav kogumispension.

3.1.1 I sammas

Käesoleval aastal, 2016 on õigus vanaduspensionile inimesel, kes on saanud 63-aastaseks (sünniaasta 1953) ning kellel on vähemalt 15 aastat Eestis omandatud pensionistaaži. Vanaduspensioni saamise õigus on Eesti alalisel elanikul ja tähtajalise elamisloa või elamisõiguse alusel Eestis elaval välismaalasel [6]. Samuti on võimalik minna ennetähtaegsele vanaduspensionile, meestel on selleks vanusepiiriks 60, naistel sõltuvalt sünniaastast. 1948. aastal sündinud naised saavad minna ennetähtaegsele pensionile, kui nende vanus on 57 aastat ja 6 kuud. Igal järgneval aastal lisandub sellele vanusele 6 kuud. Alates 1953. aastal sündinud naistest, saavad kõik jääda ennetähtaegsele pensionile 60-aaastaselt [7].

Vanaduspension koosneb baasosast, staažiosast ja kindlustusosast. Baasosa on kõigile riikliku pensionisaajatele ühesuurune, mis on hetkel 153,3035 eurot. Staažiosa suurus võrdub pensioniõigusliku staažiaastate arvu ja aastahinde korrutisega. Aastahinde väärtus alates 1.

aprillist 2016 on 5,514 eurot. Kindlustusosa suuruseks on kindlustusosakute summa alates 01.01.1999 ja aastahinde korrutis. Kindlustusosak näitab inimese sotsiaalmaksuga maksustatavalt sissetulekult kalendriaasta jooksul tasutud sotsiaalmaksu suhet riigi keskmiselt sotsiaalmaksuga maksustatavalt sissetulekult tasutud sotsiaalmaksuga [6], [7].

3.1.2 II sammas

Kogumispensioniga liitumine on kohustuslik alates 1983. aastast sündinud inimestele. Makse tasumise õigus ja kohustus tekib inimese 18-aastaseks saamisele järgneva aasta 1. jaanuaril. Kogumispension põhineb eelfinantseerimisel – töötav inimene kogub enda pensioni ise, makstes oma brutopalgast 2% pensionifondi. Riik lisab sellele töötaja palgalt arvestatava 33% sotsiaalmaksu arvelt 4% [8].

3.1.3 III sammas

Täiendav kogumispension on loodud eesmärgiga pakkuda inimestele võimalust kindlustada oma vanaduspõlve veelgi paremini lisaks kahele esimesele sambale [9]. Seda iseloomustab paindlikkus teatud tingimuste osas. Näiteks on kogumisperioodi jooksul võimalik muuta maksete suurust ja/või sagedust, ennetähtaegselt leping lõpetada, vahetada pensionifondi, küsida maksepuhkust jne. Seejuures väljamaksete saamisega ei pea ootama pensionieani – III sambast on võimalik väljamakseid saada juba alates 55. eluaastast [10]. Kui täiendava kogumispensioni sissemaksed jäävad aastas alla 6000 euro või 15% brutosissetulekust, on sissemaksed tulumaksuvabad [9].

Vabatahtliku pensionifondiga liitumine tähendab seda, et inimene laseb endale avada väärtpaberikonto ja teeb sissemakseid mõnda vabatahtlikku pensionifondi. Väärtpaberikontot saab avada kõikides Eesti kommertspankades (kontohaldurpangad) [11].

Võimalik on valida kahe kindlustusliigi vahel:

1) garanteeritud intressiga pensionikindlustus – see on klassikaline kogumiskindlustus. Kliendi ja kindlustusseltsi vahel sõlmitakse leping, kus fikseeritakse lubatud tootlus. Inimene sõlmib kindlustusseltsiga lepingu ning hakkab sooritama sissemakseid vastavalt oma võimalustele. Investeerimisriski kandmise annab ta üle kindlustusandjale, kes garanteerib kliendile teatud minimaalse reservide tootluse. Heade investeerimistulemuste korral võib selts maksta kliendile ka lisaintressi.

Kogumisperioodi lõpuks koguneb summa, mis makstakse kliendile välja vastavalt lepingus fikseeritud valikule.

2) investeerimisriskiga pensionikindlustus – see on väga suure investeeringute hajutamise võimalusega finantstoode. Investeerimisriskiga pensionikindlustus lubab inimesel ise juhtida oma pensioni- või elukindlustuse varasid ning määrata ise, kui suur osa kindlustusmaksetest seltsi poolt teatud investeerimisfondi investeeritakse. Investeerimisriskiga pensionikindlustus sobib inimesele, kes soovib koguda pensioniraha ning valida ise investeeringu riskiastet, ühtlasi peab ta hästi tundma investeerimise põhitõdesid. Sissemakseid saab teha regulaarsete summadena või ühekordselt. Lepingule lisandub elukindlustuskaitse [12].

Täiendava kogumispensioni lepinguid on võimalik sõlmida elukindlustusseltsides või fondivalitseja juures [11]. Fondivalitsejad on fondide haldajad, kes vastutavad fondi tingimuste ning ka õigusaktide täitmise eest. Täiendava kogumispensioni fonde haldavad ettevõtted Eestis on:

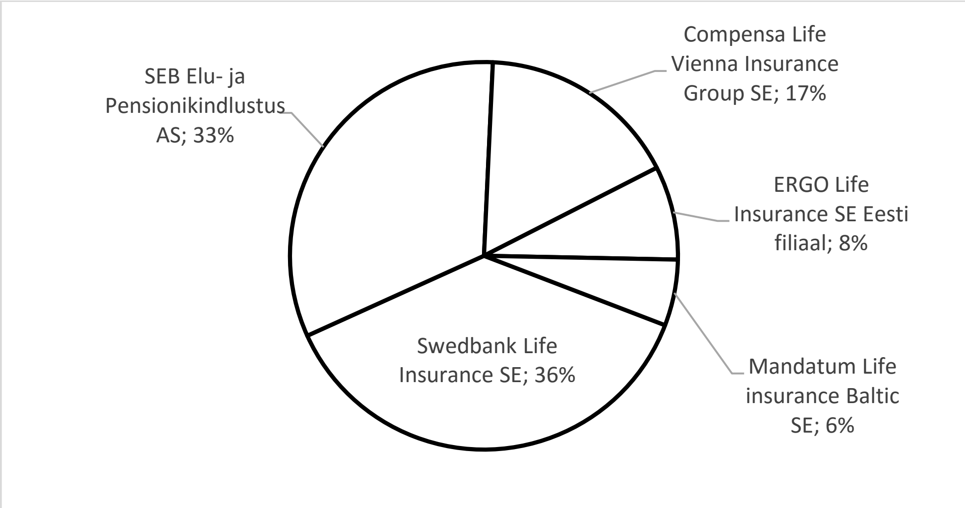
- AS LHV Varahaldus;
- AS SEB Varahaldus;
- Danske Capital AS;
- Nordea Pensions Estonia AS;
- Swedbank investeerimisfondid AS [13].

Vabatahtlike pensionifondide turul 2015. aastal võttis üle poole turuosast Swedbank investeerimisfondid AS (57%). Teine suurem osa kuulub AS SEB Varahaldusele (25%). Ülejäänud fondivalitsejad omavad väiksemat turuosa: Nordea Pensions Estonia AS 8% turuosast, AS LHV varahaldus 6% ning Danske Capital 4% [14].

Kindlustusseltsid Eestis on:

- Compensa Life Vienna Insurance Group SE;
- ERGO Life Insurance SE Eesti filiaal;
- Mandatum Life Insurance Baltic SE;
- SEB Elu- ja Pensionikindlustus AS;
- Swedbank Life Insurance SE [15].

Pensionikeskuse statistikast lähtuvalt saame esitada kindlustusseltside jaotuse joonisel 6. Graafik on koostatud kindlustusseltside lepingute arvu põhjal 2015. aasta seisuga. Kõige suurem osa sellest kuulub Swedbank Life Insurance SE-le, kellel on kokku 22146 täiendava kogumispensioni kindlustuslepingut, mis on kõigist kokku 36%. Teise suure osa võtab SEB Elu- ja Pensionikondlustus AS, millel on 33% ehk 19247 kindlustuslepingutest ning lepingute arvu poolest kolmas on Compensa Life Vienna Insurance Group SE 9926 lepinguga [16].



Joonis 6. Kindlustusseltside jaotus lepingute arvu põhjal 2015. aasta seisuga.

Tabelis 1 on esitatud Eestis tegutsevad täiendava kogumispensioni fondid, kus on välja toodud ka osakaalud, kui palju saab igas fondis maksimaalselt investeerida aktsiatesse. Ülejäänud osa investeeritakse võlakirjadesse, hoiustesse jms. Investeering aktsiatesse tähendab suurema riski võtmist, seetõttu mõeldes klientidele on tabelist 1 näha, et enamasti on fondid jagunenud kaheks – suurema investeerimisvõimalustega fondid on mõeldud riskialtimatele inimestele ning väiksema riskiga fondid inimestele, kes koguvad raha kas lühema aja jooksul või ei taha suuri riske võtta.

Liitudes eelnevalt mainitud kogumisfondidega, on isikul õigus väljamaksetele vaid juhul, kui ta on vähemalt 55-aastane või kes on täielikult ja püsivalt töövõimetu. Surma korral tehakse tema poolt määratud soodustatud isikule väljamakseid vastavalt täiendava kogumispensioni kindlustuslepingus kindlaks määratud tingimustele [17].

Pensionifond	**Investeering aktsiatesse maksimaalselt (%)**
LHV täiendav Pensionifond	95%
Nordea Pensionifond aktsiad 100	100%
Nordea Pensionifond Intress Pluss	20%
SEB Aktiivne Pensionifond	100%
SEB Tasakaalukas Pensionifond	50%
Swedbank Pensionifond V1	30%
Swedbank Pensionifond V2	60%
Swedbank Pensionifond V3	100%
Vabatahtlik Pensionifond Danske Pension 100 Pluss	100%
Vabatahtlik Pensionifond Danske Pension Intress Pluss	0%

Tabel 1. Täiendava kogumispensioni fondid Eestis hetkeseisuga.

Selliste kogumisfondide korral ei rakendata lisakindlustusi, näiteks hüvitiste väljamakseid isikule, kes on jäänud töötuks või (osaliselt) töövõimetuks. Siiski võidakse pakkuda pensionikindlustuslepingu sõlmimisel ka lisalepingut riskikindlustuseks, mis pakub suuremat kaitset elukindlustuseks, kui ainult surm või püsivalt töövõimetuks jäämine. Tuues näited kahest suuremast pensionikindlustust pakkuvast ettevõttest, Swedbank Life Insurance SE ja SEB Elu- ja Pensionikindlustuse, osutub, et pensionikindlustuses ei sisaldu lisakindlustusi peale pensioni. See on oluliselt erinev mujal maailmas kasutatavast pensioniplaanidest. Swedbank Life Insurance SE pensionikindlustuse tutvustes on välja toodud, et lisakindlustust ei pakuta, pensionikindlustus on ennekõike orienteeritud pensionifondi sissemaksete investeerimiseks. Samas on võimalik sõlmida elukindlustuspoliisis lisaleping, mis pakub näiteks näiteks trauma- või liiklusõnnetuse kaitset [18]. SEB Elu- ja Pensionikindlustuse AS pakub pensionikindlustuse kõrvale lisakindlustust, näiteks õnnetusjuhtumi lisakindlustus, kriitiliste haiguste lisakindlustus ning kindlustusmaksete tasumisest vabastamise lisakindlustus [19]. See on eraldi sõlmitav leping, mis ei sisaldu pensionkindlustuslepingus.

3.2 Teenistustabeli koostamine Eesti andmete põhjal

Peatükis 2 esitasime teenistustabeli kui mitme väljundi tabeli ülesehituse metoodika ning valemid. Käesolevas alajaotuses rakendame Eestis kättesaadavaid tööturu ning demograafilisi andmeid tabeli üleminekutõenäosuste leidmiseks. Et hinnata pensioniplaani jäävate isikute arvu igal vanuseaastal on vajalik statistika nii töölt lahkumise (töötuks jäämine, töökoha vahetus), püsiva töövõimetuse, pensionieas pensionile jäämise ning suremusele. Ülesande muudab keeruliseks andmete hankimine vanuseaastate kaupa. Huvipakkuvaid andmeid on võimalik leida näiteks Eesti Statistikaameti andmebaasidest, kuid üldjuhul on avalik info on esitatud üsna laiade vanusegruppide kaupa. Ainsana on vanuseaastate kaupa kättesaadav suremusstatistika (elutabelid) ning ninga suremustõenäosused [20]. Pensionil olevate ning töövõimetute inimeste statistika saamiseks pöördusime Eesti Sotsiaalkindlustusameti [21] poole. Kontaktisik Elo Reitalu vahendusel saime hulga huvitavaid ja kasulikke andmeid kuid teenistustabeli koostamiseks vajasid need ümberarvutusi ja lihtsustavaid eeldusi.

Eesti Sotsiaalkindlustusametist saadud pensionäride arv sisaldas kõiki isikuid, kellel on õigus saada Eesti Vabariigi vanaduspensioni, sõltumata elukohast. Seetõttu on raske hinnata Eestis elavate pensionäride arvu, kes ei ole tööturul aktiivsed. Võrdluse tegi keeruliseks ka asjaolu, et pensionärid võivad naasta tagasi tööturule, samas teenistustabeli eeldus on, et tööturult väljununa tagasi pöörduda ei saa. Lahendusena otsustasime kasutada Statistikaametist saadud Eestis elavate pensionäride osakaalu vanusegruppides [22]. Teenistustabeli koostamisel kasutatav statistika Eestis elavate püsivalt töövõimetute kohta saadi samuti Eesti Sotsiaalkindlustusametist.

Eestis registreeritud töötute ning ka töökoha vahetajate kohta igal vanuseaastal on statistika leidmine veelgi keerulisem. Kirjavahetusest Eesti Töötukassa vanemanalüütiku Teele Luhaveega selgus, et registreeritud töötute arv pole päris täpne. Umbes 30-40% töötutest ei registreeri ennast töötuna ning nende kohta andmed puuduvad. Samuti oleme huvitatud eelkõige aktiivsetest töötutest, see tähendab inimestest, kes on olnud tööl viimase aasta jooksul ning seejärel töö kaotanud. Arutlemisele ei tule isikud, kes on oma töökoha kaotanud rohkem kui aasta tagasi ning töökogemuseta inimesed. Seega soovitud statistika oleme saanud taas kord Statistikaameti andmebaasist vanusegruppide kaupa [23].

Kõik andmed on kogutud perioodist 2011-2014 isikutele vanuses 20-65. Eesmärgiks on esitada teenistustabel, mille lähtekogumiks on 100000 ja mis hindab Eesti tööealiste elanike jaoks igas vanuses nende hulga, kes lahkuvad teenistusest ühe aasta jooksul mõnel eelnimetatud väljundi tõttu.

Enne teenistustabeli koostamist anname eeldused Eesti teenistustabeli kohta. Kuna pensioniiga on 63 ning ennetähtaegsele vanaduspensionile võib jääda 60-aastaselt, esitame tabelis pensionäride arvu alates vanusest 60. Sotsiaalkindlustusameti kohaselt võib töövõimelises eas inimene taotleda püsiva töövõimetuse ekspertiisi kuni riikliku pensionikindlustuse seaduses sätestatud vanaduspensionieani [24]. Kuna koostatavas tabelis tegime eelduse, et vaatleme ka

60-aastaseid pensionäre, siis esitame töövõimetud inimesed 59. eluaastani. Tabeli lihtsustamiseks eeldame, et pensionieas inimesed ei saa olla töötud, seega vaatleme ka töötuid kuni 59. eluaastani.

Järgmise sammuna tuleks teenistustabeli koostamisel leida tõenäosused kõigi väljundite jaoks. Erinevalt peatükk 2 näitest, pole meil seekord antud üleminekumäärasid ning leiame ülemineku- ehk väljumistõenäosused olemasoleva statistika põhjal. Nagu eelnevalt mainitud, on suremustõenäosused vanuseaastate kaupa olemas. Seega peaksime leidma (pensioniplaani) väljumistõenäosused pensionieas olevate, töövõimetute ning töötute inimeste korral.

Pensioni tõttu lahkumise tõenäosus esineb meil ainult ühes vanusegrupis ning eelduse tõttu on see 0 vanustes 20-59 ning vastav tõenäosus vanustes 60-65. Kuna töövõimetute inimeste korral peame üleminekutõenäosuse ise leidma, silume esmalt andmeid leides igas vanuseaastas lihtsa sümmeetrilise libiseva keskmise

$$T_t = \frac{1}{2q-1}\sum_{i=-q}^{q} z_{t-i},$$

kus $i \leq q$, $2q-1$ on meie vaadeldavas reas olevate liikmete arv ning z_t vastavad liikmed [25]. Antud juhul võtsime liikmete arvuks 3. Järgnevalt teame, et püsiva töövõimetuse korral saab etteantud hulgast isikuid vaid lisanduda ehk hulk väheneb vaid suremuse tõttu. Seega aasta jooksul lisanduvate töövõimetute arvu hindamiseks võrdleme muutust kahel järjestikusel aastal. Täpsemalt, kasutame järgmist seos

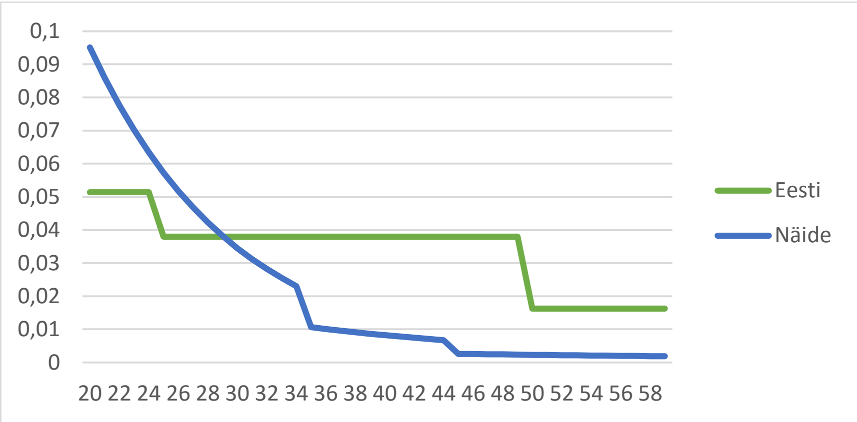
$$P(isik\ vanuses\ x\ j\ddot{a}\ddot{a}b\ t\ddot{o}\ddot{o}v\tilde{o}imetuks) = \frac{w_{x+1} - w_x \cdot p_x^d}{N_x},$$

kus w_x tähistab töövõimetute arvu vanuses x, p_x^d tähistab suremustõenäosust vanuses x ning N_x on rahvastiku arv vanuses x. Osutub, et alates 60 eluaastast töövõimetute arv langeb märgatavalt, mis on seotud pensioniea saabumisega ehk olek „töövõimetus“ muudetakse olekuks „pensionil“. Lihtsuse mõttes eeldame, et tõenäosus lahkuda tööturult töövõimetuse tõttu püsib vanustes 58-59 samal tasemel, nagu see oli vanuses 57.

Pensioniplaanist väljunud töötajate arvu w_{x_0+k}, i_{x_0+k}, r_{x_0+k} ja d_{x_0+k} leidmiseks korrutame lähtekogumi vastavate tõenäosustega. Järgmise vanuseaasta jaoks leiame l_{x_0+k} väärtused kasutades valemit (5). Selliselt toimides leiame kõik väljumistõenäosused ning oodatava arvu igas vanuseaastas.

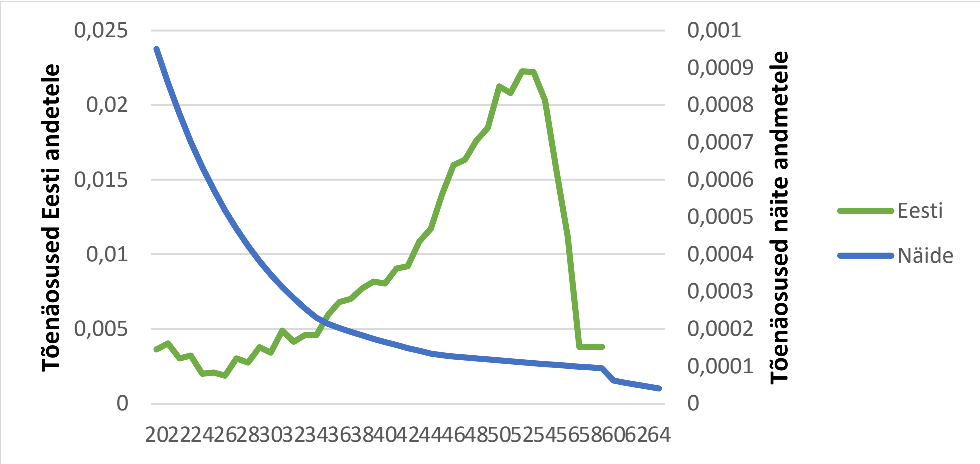
Lisaks, on üleminekutõeäoustse põhal võimalik leida ka üleminekumäärad,. Selleks kasutame esmalt ühte valemitest (4), et leida ${}_{k}p_{x_0+k}^{00}$, seejärel saame avaldada valemist (3) üleminekumäärad μ_x^{0i}. Saadud tulemused on esitatud lisas 2.

Joonisel 7 on esitatud Eesti ja peatükis 2 punktis 2.4.1 toodud näites töötuks jäämise tõenäosuste võrdlus. Eesti tabeli korral valisime tõenäosused teatud vanusegruppide jaoks, mis kajastub ka joonisel. Sotsiaalministeeriumi kohaselt on tööpuudus kõrgel tasemel eriti nooremas vanusegrupis, mis tuleneb vähesest töökogemusest. See esineb nii Eesti kui näidises oleva tööturu puhul, mis on nähtav ka graafikul. Samuti on Eestis üheks riskigrupiks ka vanemaealised (pensionieelses eas) [26]. Võrreldes näitega on Eesti puhul see näitaja väga kõrge. Kuna tegu oli konstantse arvuga terves vanusegrupis, ei saa me täpset tõenäosust öelda 59-aastaste jaoks, kuid isegi 50ndates on see märgatavalt kõrgem kui näite korral.



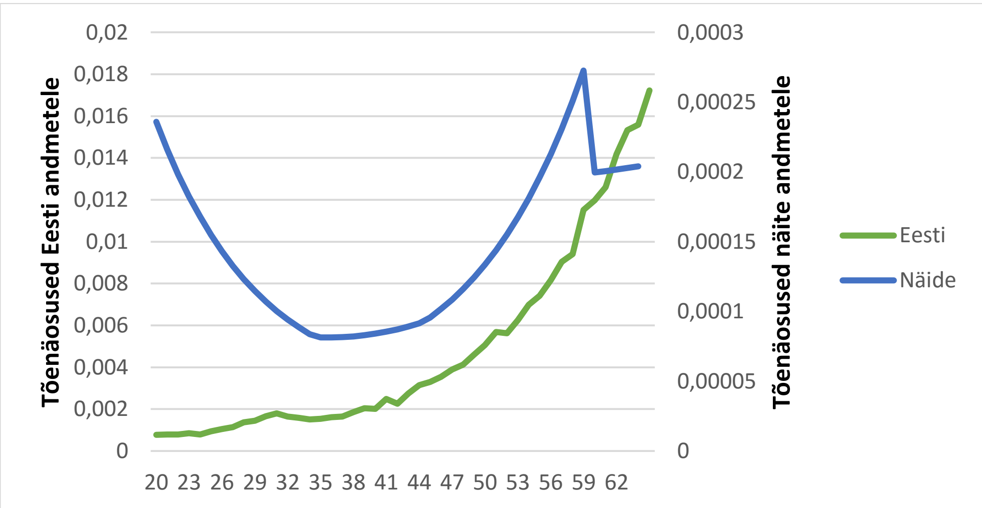
Joonis 7. Töötuks jäämise tõenäosused.

Joonisel 8 on esitatud töövõimetuks jäämise tõenäosused, y-telje vasakpoolses osas on tõenäosused Eesti korral, paremal pool näidismudeli jaoks. Näites oli töövõimetuse määraks võetud konstantne arv, mis näitab, et töövõimetuid lisandub igas vanuseaastas järjest vähem. See tuleneb sellest, et tööturule jäävaid inimesi väheneb iga aastaga ning konstantse määra tõttu ka tõenäosused vähenevad. Meie metoodikaga hinnatud töövõimetuks jäämise tõenäosused ei ole sellega kooskõlas. Jooniselt 8 näeme, et tõenäosus Eestis töövõimetuseks jääda vastupidi suureneb iga vanuseaastaga. Enamasti on töövõimetuse põhjuseks kas õnnetus või haigus. Nooremas eas püsib tõenäosus kõrge pigem õnnetuste tõttu, vanemas eas tõuseb see terviserikete tõttu. Töövõimetuks jäämise tõenäosuste hindamine oli kõige komplitseeritum. Tõenäosuste paremaks hindamiseks vajame nii lisaandmeid kui ka metoodikat vajab veelkord läbi mõtlemist.



Joonis 8. Töövõimetuks jäämise tõenäosused.

Joonisel 9 on kujutatud suremustõenäosused, y-telje vasakpoolses osas on tõenäosused Eesti korral, paremal pool näidismudeli jaoks. Taas on näitesuremustõenäosused äärmiselt väikesed, püsides 0 lähedal. Nooremana on tõenäosus pisut kõrgem (Eesti andmetes need graafikul ei kajastu, kuid andmetes on see näha vanuses 16-20), keskeas madalam ning vanemas eas jällegi kõrgem samadel põhjustel töövõimetuseks jäämisega. Näidisülesande tõenäosused on niivõrd palju madalamad seetõttu, et seal on püütud esitada kindlustud isikute suremus, samal ajal kui Eesti andmete puhul on võetud vaatluse alla suremus kogu rahvastiku kohta. Näidisülesande korral toimub selge muutus 60. eluaasta juures, kuid seda selgitab mudeli püstitus. Vanuses 60 lahkub tööturult 30% alles jäänud inimestest, seega võib eeldada, et tööturule jäävad suures osas teenistuses olevatest inimestest, kelle puhul on tervis parem ning suremustõenäosus ka väiksem.



Joonis 9. Suremustõenäosused.

Pensionile jäämise tõenäosuste võrdlemiseks puuduvad piisavad andmed. Eesti korral oli see meie eelduste kohaselt konstant ning näite korral eelduste kohaselt läheb pensionile 30% koheselt pensioniea saabudes. Uurides läbi aastate Eesti tabeleid, võib märgata samuti teatavat mustrit. Loomulik on see, et suur hüpe toimub 63-aastaste seas, kui jõudis kätte pensioniiga, seejärel pensionäride juurdekasv väheneb. Samuti on hulgaliselt lisandunud pensionäre ka 60-aastaste seas, millal on võimalik jääda ennetähtaegsele vanaduspensionile. Intuitiivselt võib eeldada, et pensioniea saabudes on nii Eesti, kui ka näite korral tõenäosus üsna kõrge selles eas ning edaspidi hakkab see järjest vähenema.

3.3 Kindlaksmääratud sissemaksetega plaani näide Eesti andmete põhjal

Eeldame, et töötaja maksab pensioniplaani 5% igal aastal oma aastasest palgast. Olgu töötaja 40-aastane, kelle aastane palk on 12000€. Leiame nüüd tulevase sissemaksete nüüdisväärtuse , kui ta palk kasvab 2% aastas pidevalt ja efektiivne intressimäär on 5% aastas. Kasutades tabelit lisas 2 saame iga-aastase alguses makstava eluaegse eluannuiteedi oodatava nüüdisväärtuse.

$$\ddot{a}^{00}_{40:\overline{20}|} 0.05 \cdot 12000 = 600\left(\sum_{k=1}^{20} {}_{k}p^{00}_{40}(1.02)^{k}v^{k}\right) = 600 \cdot 4.86502 \approx 2919$$

Järgnevalt eeldame, et makseid tehakse iga kuu alguses n aasta jooksul mitme väljundiga mudelis, tähistame seda $a^{00\,(12)}_{x:\overline{n}|}$. Saame esitada ligikaudse valemi selle arvutamiseks lähtudes ühtlase jaotusega väljumispõhjustest.

Sellisel juhul saame kasutada ligikaudset valemit, mis esitub kujul

$$\ddot{a}^{00\,(12)}_{x:\overline{n}|} \approx \alpha(12)\ddot{a}^{00}_{x:\overline{n}|} - \left(\beta(12) + \frac{1}{12}\right)\left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x}v_j^n\right),$$

kus $\alpha(m) = \frac{id}{i^{(m)}d^{(m)}}$ ja $\beta(m) = \frac{i-i^{(m)}}{i^{(m)}d^{(m)}}$. $i^{(m)}$ tähistab efektiivset intressimäära, mis lisandub m korda aastas ja $d^{(m)}$ tähistab diskontomäära, mis lisandub m korda aastas, vastavad määrad arvutatakse järgnevalt

$$i^{(m)} = m\big((1+i)^{1/m} - 1\big),$$

$$d^{(m)} = m\big(1 - (1+i)^{-1/m}\big),$$

$$d = \frac{i}{1+i}$$

Seega saame arvutada igakuiselt makstava 20-aastase ettemakstava eluannuiteeidi oodatava nüüdisväärtuse

$$600\ddot{a}_{40:\overline{20}|}^{00\,(12)} \approx 600\left(\alpha(12)\ddot{a}_{40:\overline{20}|}^{00} - \left(\beta(12) + \frac{1}{12}\right)\left(1 - \frac{14783}{38187}v^{20}\right)\right) \approx$$

$$\approx 600\left(1.000197 \cdot 4.86502 - \left(0.022807 + \frac{1}{12}\right)\left(1 - 0.387121 \cdot e^{-\ln(1,05)}\right)\right) = 2879$$

Kokkuvõte

Käesolevas magistritöös esitati üldine teoreetiline lähenemine pensionikindlustusele põhinedes kaasaegseimale metoodikale. Töös vaadeldud pensionimudeleid Eestis ei rakendata, seega oli eesmärgiks nii pensionikindlustuse teoreetilise poole uurimine, kui ülevaate saamine millistest allikatest on võimalik vajaminevaid andmeid leida või juurde tellida. Osutus, et piisava statistika kättesaamine oli komplitseeritud ning seetõttu tuli teha lisaeeldusi ja lihtsustusi sujuvamateks arvutusteks.

Esmalt vaadeldi mitme olekuga mudelid elukindlustuses, mille üheks alaliigiks on mitme väljundiga mudelid, mida kasutatakse ka kindlustusmatemaatikas. Nende mudelite korral esineb ainult üks algolek ja mitmed lõppolekuid, kuid üleminek saab toimuda ainult ühe korra, algolekust ühte neist lõppolekust. Samuti esitati vajalikud eeldused ja valemid arvutusteks

Teises peatükis kirjeldati pensioniplaane ning tutvustati teenistustabelit, mis põhineb mitme väljundiga mudelitel. Selles alajaotuses kirjeldati tööturul olevaid inimesi ning esitati lahkumistõenäosused igas vanuseaastas. Antud juhul oli esitatud neli põhjust – tööturult lahkumine, töövõimetus, pensionile jäämine ning surm.

Viimases peatükis keskenduti pensionisüsteemile Eestis, mis koosneb kolmest sambast. Lähtuvalt magistritöö teemast, suunati põhirõhk kolmandale sambale ehk täiendavale kogumispensionile. Üheks olulisimaks teemaks käesolevas töös oli kogutud andmete põhjal teenistustabeli koostamine Eesti jaoks. Töös võrreldi seda ka teoreetilise näiteülesandega, mis esitati teises peatükis.

Kokkuvõttes võib öelda, et püstitatud eesmärgid saavutati. Töös on esitatud põhjalik ülevaade pensionimatemaatika teooriast, pensionsüsteemist Eestis, teooria ning Eesti kindlustusturu kooskõla ning töö praktiline väärtus on teenistustabeli konstrueerimine ning näidisarvutused.

Kirjandus

[1] D. C. M. Dickson, M. R. Hardy, H. R. Waters, *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*, Cambridge University Press, New York, 2014.

[2] M. Koller, *Stochastic Models in Life Insurance*, Springer, Berliin, 2012.

[3] N. L. Bowers, H. U. Gerber, J. C. Hickman, etc, *Actuarial Mathematics*, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois, 1986.

[4] K. Pärna, *Tõenäosusteooria algkursus*, Tartu Ülikooli Kirjastus, Tartu, 2013.

[5] Pensionikeskus. Pensionisüsteem.
http://www.pensionikeskus.ee/eesti-pensionisusteem/pensionisusteem/
(viimati vaadatud 11.05.2016)

[6] Sotsiaalkindlustusamet. Vanaduspension.
http://www.sotsiaalkindlustusamet.ee/vanaduspension-2/
(viimati vaadatud 11.05.2016)

[7] Sotsiaalkindlustusamet. Ennetähtaegne vanaduspension.
http://www.sotsiaalkindlustusamet.ee/ennetahtaegne-vanaduspension-7/
(viimati vaadatud 11.05.2016)

[8] Pensionikeskus. Kogumispension ehk II sammas. http://www.pensionikeskus.ee/eesti-pensionisusteem/kogumispension-ehk-ii-sammas/ (viimati vaadatud 11.05.2016)

[9] Pensionikeskus. Sambad ja nende erinevus. http://www.pensionikeskus.ee/ii-sammas/kogumispension-ehk-ii-sammas/ (viimati vaadatud 11.05.2016)

[10] Finantsinspektsioon. Täiendav kogumispension ehk pensioni III sammas. http://www.minuraha.ee/11607 (viimati vaadatud 11.05.2016)

[11] Riigi Infosüsteemi Amet. Kogumispensionid.
https://www.eesti.ee/est/toetused_ja_sotsiaalabi/pensionid/kogumispensionid/ (viimati vaadatud 11.05.2016)

[12] Pensionikeskus. Kindlustustooted. https://www.pensionikeskus.ee/iii-sammas/kindlustusseltsid-ja-tooted/kindlustustooted/ (viimati vaadatud 11.05.2016)

[13] Pensionikeskus. Fondivalitsejad. https://www.pensionikeskus.ee/iii-sammas/fondivalitsejad (viimati vaadatud 11.05.2016)

[14] Finantsinspektsioon. Eesti finantsteenuste turg seisuga 31.12.2015.
http://www.fi.ee/public/Turg_seisuga_2015_12_EST.pdf (viimati vaadatud 11.05.2016)

[15] Pensionikeskus. Kindlustusseltsid. https://www.pensionikeskus.ee/iii-sammas/kindlustusseltsid-ja-tooted/kindlustustooted

[16] Pensionikeskus. Täiendava kogumispensioni kindlustuste statistika. http://www.pensionikeskus.ee/statistika/iii-sammas/taiendava-kogumispensioni-kindlustuste-statistika/ (viimati vaadatud 11.05.2016)
[17] Riigi Teataja. Kogumispensionide seadus. https://www.riigiteataja.ee/akt/73174 (viimati vaadatud 11.05.2016)
[18] Swedbank. Elukindlustuste võrdlus.
http://www.swedbank.ee/private/insurance/lifeinsurances (viimati vaadatud 11.05.2016)
[19] SEB. Lisakindlustused. http://www.seb.ee/kindlustus/elukindlustus/lisakindlustused (viimati vaadatud 11.05.2016)
[20] Statistikaamet. RV046: Suremustõenäosus ja ellujääjad sünnipõlvkonna hulgas soo ja vanuse järgi.
http://pub.stat.ee/px-web.2001/Dialog/varval.asp?ma=RV046&ti=SUREMUST%D5EN%C4OSUS+JA+ELLUJ%C4%C4JAD+S%DCNNIP%D5LVKONNA+HULGAST+SOO+JA+VANUSE+J%C4RGI&path=../Database/Rahvastik/01Rahvastikunaitajad_ja_koosseis/02Demograafilised_pehinaitajad/&lang=2 (viimati vaadatud 11.05.2016)
[21] Andmed Sotsiaalkindlustusametist Elo Reitalu vahendusel, *Vanaduspensionärid 2011-2016, Töövõimetud inimesed 2011-2016*.
[22] Statistikaamet. TT4511: Mitteaktiivsed vanuserühma ja mitteaktiivsuse põhjuse järgi.
http://pub.stat.ee/px-web.2001/Dialog/varval.asp?ma=TT4511&ti=MITTEAKTIIVSED+VANUSER%DCHMA+JA+MITTEAKTIIVSUSE+P%D5HJUSE+J%C4RGI&path=../Database/Sotsiaalelu/15Tooturg/03Mitteaktiivsed/02Aastastatistika/&lang=2 (viimati vaadatud 11.05.2016)
[23] Statistikaamet. TT43:Töötud soo ja töötusperioodi kestuse järgi. http://pub.stat.ee/px-web.2001/Dialog/varval.asp?ma=TT43&ti=T%D6%D6TUD+SOO+JA+T%D6%D6TUSPERIOODI+KESTUSE+J%C4RGI&path=../Database/Sotsiaalelu/15Tooturg/10Tootud/02Aastastatistika/&lang=2 (viimati vaadatud 11.05.2016)
[24] Sotsiaalkindlustusamet. Töö- ja pensioniealisele
http://www.sotsiaalkindlustusamet.ee/18133/ (viimati vaadatud 11.05.2016)
[25] R. Kangro, *Aegridade analüüsi konspekt*, Tartu Ülikool, Tartu, 2015.
[26] Sotsiaalministeerium. Sotsiaalministeeriumi valitsemisala arenguakava aastateks 2013-2016.

https://www.sm.ee/sites/default/files/content-editors/Ministeerium_kontaktid/Ministeeriumi_arengukava_ja_tooplaan/sotsiaalministeeriumi_arengukava_2013-2016.pdf (viimati vaadatud 11.05.2016)
[27] H. U. Gerber, *Life Insurance Mathematics*, Springer, Berliin, 1995.

Lisad

Lisa 1. Näidismudeli teenistustabel

k	$\mu^{01}_{x_0+k}$ $\mu^{03}_{x_0+k}$	x_0+k	l_{x_0+k}	w_{x_0+k}	i_{x_0+k}	r_{x_0+k}	d_{x_0+k}	$p^{01}_{x_0+k}$	$p^{02}_{x_0+k}$	$p^{03}_{x_0+k}$	$p^{04}_{x_0+k}$	${}_kp^{00}_{x_0}$
0	0,1	20	1000000	95104	951	0	236	0,095104	0,000951	0	0,000236	1
1	0,1	21	903707	85946	859	0	216	0,085946	0,000859	0	0,000216	0,903707
2	0,1	22	816684	77670	777	0	198	0,07767	0,000777	0	0,000198	0,816684
3	0,1	23	738038	70190	702	0	182	0,07019	0,000702	0	0,000182	0,738038
4	0,1	24	666962	63431	634	0	168	0,063431	0,000634	0	0,000168	0,666962
5	0,1	25	602728	57322	573	0	155	0,057322	0,000573	0	0,000155	0,602728
6	0,1	26	544677	51801	518	0	143	0,051801	0,000518	0	0,000143	0,544677
7	0,1	27	492213	46812	468	0	133	0,046812	0,000468	0	0,000133	0,492213
8	0,1	28	444800	42302	423	0	123	0,042302	0,000423	0	0,000123	0,4448
9	0,1	29	401951	38227	382	0	115	0,038227	0,000382	0	0,000115	0,401951
10	0,1	30	363226	34544	345	0	107	0,034544	0,000345	0	0,000107	0,363226
11	0,1	31	328228	31216	312	0	100	0,031216	0,000312	0	0,0001	0,328228
12	0,1	32	296599	28208	282	0	94	0,028208	0,000282	0	9,41E-05	0,296599
13	0,1	33	268014	25489	255	0	89	0,025489	0,000255	0	8,87E-05	0,268014
14	0,1	34	242181	23032	230	0	84	0,023032	0,00023	0	8,38E-05	0,242181
15	0,1	35	218834	10666	213	0	81	0,010666	0,000213	0	8,14E-05	0,218834
16	0,05	36	207872	10132	203	0	81	0,010132	0,000203	0	8,14E-05	0,207872
17	0,05	37	197455	9624	192	0	82	0,009624	0,000192	0	8,16E-05	0,197455
18	0,05	38	187555	9142	183	0	82	0,009142	0,000183	0	8,22E-05	0,187555
19	0,05	39	178147	8683	174	0	83	0,008683	0,000174	0	8,3E-05	0,178147
20	0,05	40	169206	8247	165	0	84	0,008247	0,000165	0	8,41E-05	0,169206
21	0,05	41	160708	7833	157	0	85	0,007833	0,000157	0	8,55E-05	0,160708
22	0,05	42	152631	7439	149	0	87	0,007439	0,000149	0	8,72E-05	0,152631
23	0,05	43	144954	7065	141	0	89	0,007065	0,000141	0	8,92E-05	0,144954
24	0,05	44	137656	6709	134	0	92	0,006709	0,000134	0	9,16E-05	0,137656
25	0,05	45	130719	2587	129	0	96	0,002587	0,000129	0	9,57E-05	0,130719
26	0,02	46	127904	2531	127	0	102	0,002531	0,000127	0	0,000102	0,127904
27	0,02	47	125140	2476	124	0	109	0,002476	0,000124	0	0,000109	0,12514
28	0,02	48	122428	2423	121	0	116	0,002423	0,000121	0	0,000116	0,122428
29	0,02	49	119763	2370	118	0	124	0,00237	0,000118	0	0,000124	0,119763
30	0,02	50	117145	2318	116	0	134	0,002318	0,000116	0	0,000134	0,117145
31	0,02	51	114572	2267	113	0	144	0,002267	0,000113	0	0,000144	0,114572
32	0,02	52	112042	2217	111	0	155	0,002217	0,000111	0	0,000155	0,112042
33	0,02	53	109553	2168	108	0	167	0,002168	0,000108	0	0,000167	0,109553
34	0,02	54	107102	2119	106	0	181	0,002119	0,000106	0	0,000181	0,107102
35	0,02	55	104688	2072	104	0	196	0,002072	0,000104	0	0,000196	0,104688
36	0,02	56	102308	2025	101	0	213	0,002025	0,000101	0	0,000213	0,102308
37	0,02	57	99960	1978	99	0	231	0,001978	9,89E-05	0	0,000231	0,09996
38	0,02	58	97642	1932	97	0	251	0,001932	9,66E-05	0	0,000251	0,097642
39	0,02	59	95351	1887	94	0	273	0,001887	9,43E-05	0	0,000273	0,095351
40	0,02	60-	93085	0	0	27926	0	0	0	0,027926	0	0,093085
40	0,1	60+	65160	0	62	6197	200	0	6,2E-05	0,006197	0,0002	0,06516
41	0,1	61	58700	0	56	5583	201	0	5,58E-05	0,005583	0,000201	0,0587
42	0,1	62	52860	0	50	5027	202	0	5,03E-05	0,005027	0,000202	0,05286
43	0,1	63	47579	0	45	4525	203	0	4,52E-05	0,004525	0,000203	0,047579
44	0,1	64	42805	0	41	4071	204	0	4,07E-05	0,004071	0,000204	0,042805
45	0,1	65-	38488	0	0	38488	0	0	0	0	0,038488	0,038488

Lisa 2. Eesti teenistustabel

k	x_0+k	$\mu^{01}_{x_0+k}$	$\mu^{02}_{x_0+k}$	$\mu^{03}_{x_0+k}$	$\mu^{04}_{x_0+k}$	l_{x_0+k}	w_{x_0+k}	i_{x_0+k}	r_{x_0+k}	d_{x_0+k}	$p^{01}_{x_0+k}$	$p^{02}_{x_0+k}$	$p^{03}_{x_0+k}$	$p^{04}_{x_0+k}$	${}_kp^{00}_{x_0}$
0	20	0,051386	0,003635	0	0,000775	100000	5139	363	0	78	0,051386	0,003635	0	0,000775	1
1	21	0,054422	0,004281	0	0,000839	94420	4852	382	0	75	0,051386	0,004042	0	0,000793	0,944205
2	22	0,057664	0,003387	0	0,000889	89112	4579	269	0	71	0,051386	0,003018	0	0,000793	0,891121
3	23	0,061033	0,003822	0	0,001004	84193	4326	271	0	71	0,051386	0,003218	0	0,000845	0,841934
4	24	0,064616	0,002498	0	0,000987	79525	4086	158	0	62	0,051386	0,001987	0	0,000785	0,79525
5	25	0,050441	0,002765	0	0,00126	75218	2854	156	0	71	0,037941	0,00208	0	0,000948	0,752182
6	26	0,052596	0,002586	0	0,001459	72137	2737	135	0	76	0,037941	0,001865	0	0,001053	0,721366
7	27	0,054836	0,004362	0	0,001644	69189	2625	209	0	79	0,037941	0,003018	0	0,001138	0,691892
8	28	0,057246	0,004136	0	0,002075	66277	2515	182	0	91	0,037941	0,002741	0	0,001375	0,662766
9	29	0,059759	0,005956	0	0,002272	63489	2409	240	0	92	0,037941	0,003781	0	0,001443	0,634892
10	30	0,062455	0,005611	0	0,002733	60749	2305	207	0	101	0,037941	0,003408	0	0,00166	0,607487
11	31	0,065262	0,008425	0	0,003088	58136	2206	285	0	104	0,037941	0,004898	0	0,001795	0,58136
12	32	0,068311	0,00747	0	0,002971	55541	2107	230	0	92	0,037941	0,004149	0	0,00165	0,555411
13	33	0,071436	0,008644	0	0,002994	53112	2015	244	0	84	0,037941	0,004591	0	0,00159	0,531118
14	34	0,074733	0,009064	0	0,002969	50768	1926	234	0	77	0,037941	0,004601	0	0,001508	0,507684
15	35	0,078177	0,012242	0	0,003178	48532	1841	288	0	75	0,037941	0,005941	0	0,001543	0,485321
16	36	0,081897	0,014674	0	0,003497	46328	1758	315	0	75	0,037941	0,006798	0	0,00162	0,463275
17	37	0,085878	0,015879	0	0,003723	44180	1676	310	0	73	0,037941	0,007015	0	0,001645	0,441798
18	38	0,090076	0,018313	0	0,004428	42121	1598	325	0	79	0,037941	0,007714	0	0,001865	0,42121
19	39	0,09457	0,020382	0	0,005079	40119	1522	328	0	82	0,037941	0,008177	0	0,002038	0,401194
20	40	0,099354	0,021054	0	0,005283	38187	1449	307	0	77	0,037941	0,00804	0	0,002018	0,381874
21	41	0,104363	0,024894	0	0,006835	36355	1379	329	0	90	0,037941	0,00905	0	0,002485	0,363545
22	42	0,109796	0,026617	0	0,006547	34556	1311	318	0	78	0,037941	0,009198	0	0,002263	0,345559
23	43	0,115501	0,033061	0	0,008372	32849	1246	357	0	90	0,037941	0,01086	0	0,00275	0,328488
24	44	0,121779	0,037585	0	0,010087	31155	1182	365	0	98	0,037941	0,01171	0	0,003143	0,311554
25	45	0,128567	0,047475	0	0,011165	29511	1120	413	0	97	0,037941	0,01401	0	0,003295	0,295106
26	46	0,136085	0,057334	0	0,012733	27880	1058	446	0	99	0,037941	0,015985	0	0,00355	0,278802
27	47	0,144383	0,062171	0	0,014813	26278	997	429	0	102	0,037941	0,016337	0	0,003893	0,262778
28	48	0,153301	0,071151	0	0,016637	24749	939	436	0	102	0,037941	0,017609	0	0,004118	0,247492
29	49	0,163029	0,079409	0	0,019734	23272	883	430	0	107	0,037941	0,018481	0	0,004593	0,232725
30	50	0,074517	0,097299	0	0,023144	21853	356	465	0	111	0,016284	0,021262	0	0,005058	0,218525
31	51	0,077833	0,099498	0	0,027197	20922	341	436	0	119	0,016284	0,020816	0	0,00569	0,209215
32	52	0,081313	0,111155	0	0,028113	20026	326	446	0	113	0,016284	0,02226	0	0,00563	0,200263
33	53	0,085071	0,116091	0	0,03269	19142	312	425	0	120	0,016284	0,022222	0	0,006258	0,191417
34	54	0,089057	0,111101	0	0,038174	18285	298	371	0	128	0,016284	0,020315	0	0,00698	0,182848
35	55	0,093115	0,089704	0	0,042443	17488	285	274	0	130	0,016284	0,015687	0	0,007423	0,17488
36	56	0,096934	0,066369	0	0,048649	16799	274	187	0	137	0,016284	0,011149	0	0,008173	0,167991
37	57	0,100512	0,023418	0	0,055784	16201	264	61	0	146	0,016284	0,003794	0	0,009038	0,162009
38	58	0,103527	0,024121	0	0,059745	15729	256	60	0	148	0,016284	0,003794	0	0,009398	0,157292
39	59	0,106671	0,024853	0	0,075431	15266	249	58	0	176	0,016284	0,003794	0	0,011515	0,152656
40	60	0	0	0,209532	0,080987	14783	0	0	458	177	0	0	0,030976	0,011973	0,147833
41	61	0	0	0,218935	0,089091	14148	0	0	438	178	0	0	0,030976	0,012605	0,141484
42	62	0	0	0,228911	0,104846	13532	0	0	419	192	0	0	0,030976	0,014188	0,135318
43	63	0	0	0,239739	0,118608	12921	0	0	400	198	0	0	0,030976	0,015325	0,129207
44	64	0	0	0,251378	0,126538	12322	0	0	382	192	0	0	0,030976	0,015593	0,123224
45	65	0	0	0,263656	0,146571	11749	0	0	364	202	0	0	0,030976	0,01722	0,117486

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Liina Uurman (30.07.1991),

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose „Pensionikindlustusmudelid ja teenistustabeli koostamine Eesti näitel“, mille juhendaja on Annika Krutto,

1.1. reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2. üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace´i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 12.05.2016