

Tartu Ülikool  
Loodus- ja Tehnoloogiateaduskond  
Füüsika Instituut  
Füüsika eriala

Liina Roots

***Z*-bosoni spinnorientatsiooni  
uurimine protsessis  $e^+e^- \rightarrow ZZ$**

Magistritöö

Juhendajad: Stefan Groote, Hannes Liivat ja Hardi Veermäe

Tartu 2013

# Sisukord

<b>1</b>	<b>Sissejuhatus</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Taust</b>	<b>4</b>
2.1	Spinni tihedusmaatriksi parametrizeerimine . . . . .	4
2.2	Orientatsiooniparameetrid algosakestele . . . . .	5
2.3	Orientatsiooniparameetrid lõpposakestele . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Protsessi <math>e^+e^- \rightarrow ZZ</math> polarisatsioonikoefitsentide tuletamine</b>	<b>7</b>
3.1	Panused protsessi $e^+e^- \rightarrow ZZ$ amplituudi ruudule erinevates kanalites . . . . .	7
3.1.1	Amplituudid . . . . .	8
3.2	$t$ - ja $u$ -kanal . . . . .	9
3.2.1	Amplituudi ruut . . . . .	9
3.2.2	Polarisatsioonikoefitsendid . . . . .	9
3.3	Anomaalne $s$ -kanal . . . . .	9
3.3.1	Amplituudi ruut . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Kokkuvõte</b>	<b>10</b>
	<b>Viited</b>	<b>11</b>
	<i>Summary</i>	<b>12</b>
<b>A</b>	<b>Kokkulepped</b>	<b>13</b>
A.1	Tähistused . . . . .	13
A.2	Feynmani reeglid . . . . .	13
A.3	Kinemaatika . . . . .	14
A.3.1	Osakeste impulsid massikeskme taustsüsteemis . . . . .	14
A.3.2	Muud nelivektorid massikeskme taustsüsteemis . . . . .	15

<b>B</b>	<b>Lihtsustusseosed FeynCalci jaoks</b>	<b>16</b>
B.1	Levi-Civita pseudotensoriid . . . . .	16
B.2	Skalaarkorrutised . . . . .	17
B.2.1	Impulsside skalaarkorrutised ristpolarisatsioonivektoritega	17
B.2.2	Skalaarkorrutised vektoriga $\eta$ . . . . .	17
B.2.3	Skalaarkorrutised vektoriga $\sigma$ . . . . .	17
<b>C</b>	<b>Amplituudi ruut <math>t</math>- ja <math>u</math>-kanalis</b>	<b>18</b>
C.1	$e^+e^- \rightarrow ZZ$ (polariseerimata algkiired) . . . . .	18
C.1.1	Jäljed . . . . .	18
C.1.2	Tulemused . . . . .	19
C.2	$e^+e^- \rightarrow ZZ$ (polariseeritud algkiired) . . . . .	20
C.2.1	Jäljed . . . . .	20
C.2.2	Tulemused . . . . .	22
<b>D</b>	<b>Polarisatsioonikoeffitsendid <math>t</math>- ja <math>u</math>-kanalis</b>	<b>24</b>
D.1	Skalaarne panus . . . . .	24
D.1.1	Polarisatsioonikoeffitsent $A_{00}^0$ (polariseerimata algkiired) .	24
D.1.2	Polarisatsioonikoeffitsent $A_0^0$ (polariseeritud algkiired) . .	24
D.2	Vektorpanus . . . . .	25
D.2.1	Polarisatsioonikoeffitsent $A_{00}^\kappa$ (polariseerimata algkiired) .	25
D.2.2	Polarisatsioonikoeffitsent $A_0^\kappa$ (polariseeritud algkiired) . .	26
D.3	Ternsorpanus . . . . .	27
D.3.1	Polarisatsioonikoeffitsent $A_0^{\kappa\lambda}$ polariseeritud algkiirte jaoks	27
<b>E</b>	<b>Polarisatsioonikoeffitsendid <math>s</math>-kanalis</b>	<b>29</b>

# Peatükk 1

## Sissejuhatus

Meie praegune parim mudel elementaarosakeste kirjeldamiseks on osakeste standardmudel. See on äärmiselt edukas mudel, mis suudab kirjeldada protsesse kuni mõnesaja gigaelektronvoldisel energiaskaalal.[1] Ent selle kõrval oleme teadlikuks saanud mitmetest probleemidest, mis sunnivad standardmudeli kõrval otsima niinimetatud „uut füüsikat“. Standardmudel ei suuda pakkuda vastuseid mitmetele teoreetilistele küsimustele, näiteks millised protsessid võiks olla seotud tumeda aine või tumeda energiaga, samuti miks näeme just sellist massispektrit kvarkidel, nagu me näeme. Massiivsete neutriinode suunas osutavad neutriinoostsillatsioonide vaatlused on otseses vastuolus Standardmudelig.

Kuna tõendeid uuest füüsikast pole meie kiirendid praegu veel leidnud, võib eeldada, et see jääb meie eest varjatuks tänu märksa kõrgemale energiaskaalale. Sirgjooneline teguviis on järjest suurendada kiirendite energiat, ent on ka võimalik identifitseerida uue füüsika suhtes eriti tundlikud standardmudeli protsessid ning neid siis süvendatult uurida. Sellel põhjusel on praegune teoreetiline osakes-tefüüsika keskendunud massiivsete osakestega (*top*-kvark, massiivsed bosonid  $Z$ ,  $W^\pm$  ja värskest avastatud Higgsi-laadne boson  $H$ ) seotud protsessidele.

Ilmneb, et tundlikkust võimaldab parandada peale kiirte energia suurendamise ka spinnefektide mõistmine ja kiirte polarisatsiooniga arvestamine põrgutis. Osakedetektor määrab harilikult läbi osakeste interaktsioonide detektori materjaliga osakeste tüübi, tema laengu ja massi suhte ning trajektoori, millest saab järeldada osakeste energia ja impulsi. Spinni orientatsioon on täiendav suurus, mille mõju mõõtmine annab rohkem infot protsessi kohta ja lubab täpsemalt vastata küsimusele, kas eksperiment on mudeliga kooskõlas.

Spinnefektide uurimiseks on väga sobilik elektroni-positroni annihilatsioon, kuna tegu on fundamentaalosakestega ja põrkes tekib võrreldes LHC-s peamiselt kasutatavate hadronitega vähem lõpposakesi. Seetõttu on lihtsam tuua sisse täiendav orientatsiooniparameeter, mille mõju uurida. Kuna ringkiirendites ei

ole suuri kadusid tekitava sünkrotronkiirguse tõttu mõistlik kasutada kõrge energiaga elektronide ja positronide kiiri, tuleb pilk pöörata lineaarkiirendite poole. Planeeritavas ILC lineaarkiirendis on võimalik kasutada nii piki- kui rist-suunaliselt polariseeritud algkiiri, mis annavad eriti hea võimaluse uurida võimalikke standardmudeliväliseid protsesse. Eriti suureks abiks on seejuures ristpolariseeritud algkiired, kuna võimaldavad uurida anomaalsete skaalar-tensor tüüpi interaktsioonide esinemist juba esimest järku panustes. Selle kõige jaoks osutub muidugi oluliseks tunda väga hästi standardmudelit ennast ehk on vaja arvutada täpselt standardmudeli ennustused polariseeritud algkiirte korral. Kuna polarisatsiooniga arvestamine on LHC-s suure lõpposakeste arvu puhul küllalt keerukas, pole praeguse teoreetilise uurimistöö põhisuund sellele niivõrd keskendunud. Spinnefektide vallas leidub veel tööd standardmudeli käitumise täpsemaks mõistmiseks.

Käesolevas töös arvutan orientatsiooniparameetrid polariseeritud algkiirte korral elektroni-positroni annihilatsiooniprotsessis  $e^+e^- \rightarrow ZZ$   $t$ - ja  $u$ -kanalis ning polariseerimata algkiirte korral anomaalse kolme bosoni verteksiga  $s$ -kanalis. Toetun juba tehtud tööle juhendajate töörühmas, eriti artiklile [2] ja Hannes Liivati dissertatsioonile [1].

# Peatükk 2

## Taust

Nagu juba sissejuhatuses selgitatud, on standardmudeli protsessides spinni orientatsiooniparameetrite täpseks määramiseks tugev motivatsioon, seda eriti just massiivsete osakeste nagu  $Z$ -boson korral.

Selleks et spinnefekte protsessi ristlõike arvutamisel arvesse võtta, peab kirja panema formalismi osakeste spinni kirjeldamiseks. Eesmärk on saada eksperimentaalselt kontrollitavad orientatsiooniparameetrid lõpposakese jaoks ja nende sõltuvus algosakeste polarisatsioonist, kinemaatilistest parameetritest (siin töös koguenergia  $q$ ,  $Z$ -bosoni mass  $m_Z$  ja nurk  $\beta$  tema liikumise suuna ning elektroni liikumise suuna vahel) ning seostuskonstantidest. Järgnevates alapunktides on antud ülevaade töös kasutatud spinni tihedusmaatriksi parametrisatsioonist ja osakeste spinni orientatsiooniparameetritest. Põhjalik tuletuskäik on leitav dissertatsioonist [1].

### 2.1 Spinni tihedusmaatriksi parametrizeerimine

Füüsikalised osakesed on reeglina spinni seguolekus. Sellist spinniga  $s$  osakese seguolekut kirjeldab mitterelativistlikul juhul spinni tihedusmaatriks  $\rho$ . See on  $(2s + 1)$ -mõõtmeline hermiitiline maatriks, mille kirjeldab ära  $4s(s + 1)$  reaalsel parameetrit. Vastavalt parameetrite arvule on tihedusmaatriksit võimalik esitada ühikmaatriksi, spinnimaatriksite  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$  ning nende kombinatsioonide baasis. Järgnevalt kirjeldame kahel juhul spinni tihedusmaatriksi kuju ja parametrizeeringut.

## 2.2 Orientatsiooniparameetrid algosakestele

Relativistlik spinni tihedusmaatriks spinniga  $1/2$  fermionidele avaldub kujul

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2}(k\not{1,2} \mp m_e)(1 + \gamma_5 s\not{1,2}), \quad (2.1)$$

kus indeksid 1 ja 2 tähistavad vastavalt elektroni ja positroni ning  $s$  on relativistlik polarisatsiooni nelivektor. Viimane lihtsustub kujule

$$s_{1,2}^\mu \approx h_{1,2} \frac{k_{1,2}^\mu}{m_e} + \tau_{1,2}^\mu \quad (2.2)$$

ja annab massitute fermionide piiril tihedusmaatriksiks

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2}(1 \mp h_{1,2}\gamma_5 + \gamma_5\tau\not{1,2})k\not{1,2}. \quad (2.3)$$

Siin  $h_{1,2}$  on elektroni ja positroni pikipolarisatsiooni iseloomustavad spiraalsused,  $\tau_{1,2}$  on nende ristpolarisatsiooni kirjeldavad nelivektorid ja  $k_{1,2}$  on algosakeste impulsid.

## 2.3 Orientatsiooniparameetrid lõpposakestele

Osutub, et spinniga 1 osakest on võimalik meie eesmärgi jaoks mugavalt parametrizeerida punktis 2.1 kirjeldatud maatriksite baasis. Mitterelativistlikul juhul saame

$$\rho_{ij} = \frac{1}{3}(\delta_{ij} - \frac{3}{2}t_k \epsilon_{ijk} - t_{ij}). \quad (2.4)$$

Vektorit  $t_k = Tr\rho S_k$  kutsutakse polarisatsioonivektoriks ja tensorit  $t_{ij} = Tr\rho S_{ij}$  orientatsioonitensoriks, kus  $S_{ij} = \frac{3}{2}(S_i S_j + S_j S_i - \frac{4}{3}\delta_{ij}I)$ .

Relativistlikule formalismile üleminek on lihtne, tuleb sooritada Lorentzi tõuge  $Z$ -bosoni paigalsüsteemist süsteemi, kus  $Z$ -bosoni impulsiks on  $p$ , energiaks  $E$  ja massiks  $m_Z$ . Tulemuseks on avaldis

$$\rho_{\mu\nu} = C_{\mu\nu} + t_\kappa C_{\mu\nu}^\kappa + t_{\kappa\lambda} C_{\mu\nu}^{\kappa\lambda}, \quad (2.5)$$

kus kordajad  $C_{\mu\nu}$ ,  $C_{\mu\nu}^\kappa$ ,  $C_{\mu\nu}^{\kappa\lambda}$  on üsna tülikad  $Z$ -bosoni energiast, impulsist,

massist ja vektorist  $\eta$  sõltuvad avaldised:

$$\begin{aligned}
C_{\mu\nu} &= -\frac{1}{3} \left( g_{\mu\nu} - \frac{p_{1\mu}p_{1\nu}}{m_Z^2} \right), \\
C_{\beta\mu\nu} &= \frac{i}{2} \eta^\alpha \left( p_1^\lambda \epsilon_{\alpha\beta\lambda\nu} \frac{m_Z \eta_\mu + p_{1\mu}}{m_Z(E + m_Z)} + p_1^\lambda \epsilon_{\alpha\beta\mu\lambda} \frac{m_Z \eta_\nu + p_{1\nu}}{m_Z(E + m_Z)} - \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \right), \\
C_{\alpha\beta\mu\nu} &= -\frac{1}{3} \left( g_{\alpha\mu} - \frac{p_{1\alpha}(m_Z \eta_\mu + p_{3\mu})}{m_Z(E + m_Z)} \right) \left( g_{\beta\nu} - \frac{p_{1\beta}(m_Z \eta_\nu + p_{1\nu})}{m_Z(E + m_Z)} \right).
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Kordajad  $C_{\mu\nu}$ ,  $C_{\mu\nu}^\kappa$ ,  $C_{\mu\nu}^{\kappa\lambda}$  on tegelikult projektorid – nad projitseerivad amplituudi ruudust välja orientatsiooniparameetrite  $t_i$ ,  $t_{ij}$  kordajad  $A^\kappa$ ,  $A^{\kappa\lambda}$  ja skalaarosa  $A^0$  (edaspidi: polarisatsioonikoefitsendid). Selleks veendumiseks peab vaid kirjutama

$$A = \rho_{\mu\nu} H^{\mu\nu} = C_{\mu\nu} H^{\mu\nu} + t_\kappa C_{\mu\nu}^\kappa H^{\mu\nu} + t_{\kappa\lambda} C_{\mu\nu}^{\kappa\lambda} H^{\mu\nu} = A^0 + t_\kappa A^\kappa + t_{\kappa\lambda} A^{\kappa\lambda}. \tag{2.7}$$

Samas tihedusmaatriksi omadustest teame, et tõenäosus leida antud protsessis lõpposake orientatsiooniparameetritega  $t_i$ ,  $t_{ij}$  avaldub kujul

$$Tr(\rho^r \rho) \propto 1 + \frac{3}{2} t_i^r t_i + \frac{1}{3} t_{ij}^r t_{ij}, \tag{2.8}$$

kus ülaindeks  $r$  tähistab lõpposakese tegelikku tihedusmaatriksit ja tema orientatsiooniparameetreid.

Võrreldes viimast avaldist sama tõenäosust kirjeldava amplituudi ruudu avaldisega valemist (2.7), võime kirjutada  $Z$ -bosoni polarisatsioonivektori ja orientatsioonitensori polarisatsioonikoefitsentide kaudu:

$$t_i^r = \frac{2}{3A_0} A_i, \quad t_{ij}^r = \frac{3}{A_0} (A_{ij} + A\delta_{ij}). \tag{2.9}$$

Orientatsiooniparameetrite avaldamiseks amplituudi ruudu analüütilisest avaldisest on lõpuks olemas eeskiri: arvutada amplituudi ruut, ahendada seda polarisatsioonikoefitsentide saamiseks projektoritega (2.7), ning tulemuseks saadud vektorpanuse, tensorpanuse ja skalaarpanuse abil avaldada orientatsiooniparameetrid (2.9). Kuna käesolevas töös tulevad üsna pikad avaldised, piirdun polarisatsioonikoefitsentide leidmisega. Nendes sisaldub juba kogu info osakese polarisatsiooninähtuste kohta.

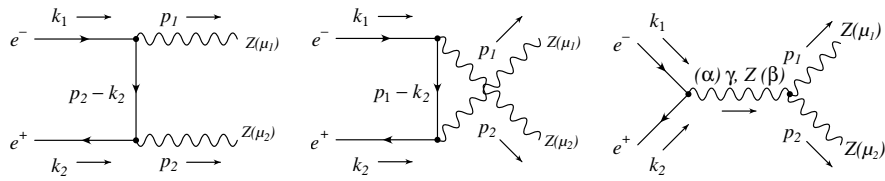


## Peatükk 3

# Protsessi $e^+e^- \rightarrow ZZ$ polarisatsioonikoefitsentide tuletamine

### 3.1 Panused protsessi $e^+e^- \rightarrow ZZ$ amplituudi ruudule erinevates kanalites

Töös on arvutatud kahe  $Z$ -bosoni tekkele vastava protsessi amplituudi ruut ja polarisatsioonikoefitsendid. Esimeses lähenduses leiab see protsess aset  $t$ - ja  $u$ -kanalis, ent arvutused on tehtud ka kõrgemat järku anomaalse kolme vektorbosoni verteksiga [3]  $s$ -kanali panuse jaoks. Juhtivat järku panus tuleb  $t$ - ja  $u$ -kanalist,  $s$ -kanali anomaalne sisemise silmusstruktuuriga kõrgemat järku verteks panustab alles sellele järgnevasse järku.



Joonis 3.1: madalamat järku panused protsessile  $e^+e^- \rightarrow ZZ$ .  $t$ -kanal vasakul,  $u$ -kanal keskel ja  $s$ -kanal paremal. Osakeste impulsid ja vektorosakeste indeksid on esitatud arvutustes kasutatud kujul.

### 3.1.1 Amplituudid

Feynmani reeglid nende amplituudide jaoks on antud lisas A osas A.2.  $g_V$  ja  $g_A$  on Weinbergi nurgast  $\theta_W$  sõltuvad seostuskonstandid nõrga jõu interaktsiooni jaoks kahe leptoni ja  $Z$ -bosoni vahel.  $f_4^V$  ja  $f_5^V$  on virtuaalse  $Z$ -bosoni või footoni ja kahe väljuva  $Z$ -bosoni interaktsiooni seostuskonstandid, mis tulevad selle verteksi sisemisest silmusstruktuurist.

#### $t$ -kanal

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_t &= \bar{v}(k_2) \frac{ie(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^{\mu_2}}{\sin(2\theta_W)} \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) \frac{i(\not{p}_2 - \not{k}_2)}{t} \frac{ie(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^{\mu_1}}{\sin(2\theta_W)} \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) u(k_1) \\ &= -\frac{ie^2 \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2)}{\sin^2(2\theta_W) t} \bar{v}(k_2) (g_V + g_A\gamma^5) \gamma^{\mu_2} (\not{p}_2 - \not{k}_2) (g_V + g_A\gamma^5) \gamma^{\mu_1} u(k_1).\end{aligned}\tag{3.1}$$

#### $u$ -kanal

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_u &= \bar{v}(k_2) \frac{ie(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^{\mu_1}}{\sin(2\theta_W)} \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \frac{i(\not{p}_1 - \not{k}_2)}{u} \frac{ie(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^{\mu_2}}{\sin(2\theta_W)} \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) u(k_1) \\ &= -\frac{ie^2 \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2)}{\sin^2(2\theta_W) u} \bar{v}(k_2) (g_V + g_A\gamma^5) \gamma^{\mu_1} (\not{p}_1 - \not{k}_2) (g_V + g_A\gamma^5) \gamma^{\mu_2} u(k_1).\end{aligned}\tag{3.2}$$

#### $s$ -kanal virtuaalse footoniga

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{s\gamma} &= \bar{v}(k_2) (ieQ_f \gamma^\alpha) u(k_1) \left( \frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2} \right) \left( ie \frac{iq^2}{m_Z^2} \right) \times \\ &\quad \times \left[ f_4^\gamma (q^{\mu_1} g^{\beta\mu_2} + q^{\mu_2} g^{\beta\mu_1}) - f_5^\gamma \epsilon^{\beta\mu_1\mu_2\sigma} (p_1 - p_2)_\sigma \right] \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) = \\ &= -\frac{e^2 Q_f}{m_Z^2} \bar{v}(k_2) \gamma_\beta u(p_1) \times \\ &\quad \times \left[ f_4^\gamma (q^{\mu_1} g^{\beta\mu_2} + q^{\mu_2} g^{\beta\mu_1}) - f_5^\gamma \epsilon^{\beta\mu_1\mu_2\sigma} (p_1 - p_2)_\sigma \right] \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2)\end{aligned}\tag{3.3}$$

#### $s$ -kanal virtuaalse $Z$ -bosoniga

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{sZ} &= \bar{v}(k_2) \frac{ie(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^\alpha}{\sin(2\theta_W)} u(k_1) \left( \frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2 - m_Z^2} \right) \left( ie \frac{i(q^2 - m_Z^2)}{m_Z^2} \right) \times \\ &\quad \times \left[ f_4^Z (q^{\mu_1} g^{\beta\mu_2} + q^{\mu_2} g^{\beta\mu_1}) - f_5^Z \epsilon^{\beta\mu_1\mu_2\sigma} (p_1 - p_2)_\sigma \right] \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) = \\ &= \frac{-e^2}{m_Z^2 \sin(2\theta_W)} \bar{v}(k_2) (g_V + g_A\gamma^5) \gamma_\beta u(k_1) \times \\ &\quad \times \left[ f_4^Z (q^{\mu_1} g^{\beta\mu_2} + q^{\mu_2} g^{\beta\mu_1}) - f_5^Z \epsilon^{\beta\mu_1\mu_2\sigma} (p_1 - p_2)_\sigma \right] \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\mu_2}^*(p_2)\end{aligned}\tag{3.4}$$

## 3.2 $t$ - ja $u$ -kanal

### 3.2.1 Amplituudi ruut

Juhtiva järgu panus amplituudi ruudule tekib  $t$ - ja  $u$ -kanali amplituudide summa ruudust:

$$A_0 = \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_u + \mathcal{M}_u^* \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u^* \mathcal{M}_u. \quad (3.5)$$

Viisin läbi arvutused polariseerimata ja polariseeritud algkiirte jaoks, kasutades arvutialgebraprogrammi *Mathematica* paketti *FeynCalc*. Tulemused on üsna kohmakad, täiel kujul on nad antud lisas C. Polariseerimata algkiirte juhul keskmistasin üle fermionide spinnide ja üle teise  $Z$ -bosoni polarisatsiooni. Polariseeritud algkiirte juhul asendasin üle fermionide spinnide keskmistamise fermionide tihedusmaatriksitega kujul (C.12), nii et amplituudi ruut jäi sõltuma algosakeste ristpolarisatsioonist. See sõltuvus ongi huvipakkuv osa arvutusest, mida järgnevas osas polarisatsioonikoefitsentide leidmisel edasi vaadelda.

### 3.2.2 Polariseerimata koefitsendid

Kasutades lihtsustusseoseid lisast B, arvutasin polarisatsioonikoefitsendid polariseerimata ja polariseeritud algkiirte juhul. Tulemused on esitatud lisas D.

## 3.3 Anomaalne $s$ -kanal

### 3.3.1 Amplituudi ruut

$s$ -kanali mõju kogu protsessi amplituudi ruudule avaldub alles järgmist järku panuses,  $t$ - ja  $u$ -kanali amplituudidega segapanuses.

Footoni panus:

$$A_1^\gamma = \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_{s\gamma} + \mathcal{M}_{s\gamma}^* \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u^* \mathcal{M}_{s\gamma} + \mathcal{M}_{s\gamma}^* \mathcal{M}_u. \quad (3.6)$$

$Z$ -bosoni panus:

$$A_1^Z = \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_{sZ} + \mathcal{M}_{sZ}^* \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u^* \mathcal{M}_{sZ} + \mathcal{M}_{sZ}^* \mathcal{M}_u. \quad (3.7)$$

## Peatükk 4

# Kokkuvõte

Tänu mitmetele lahenduseta küsimustele osakestefüüsikas on üsnagi selge, et on vaja otsida niinimetatud „uut füüsikat“ täiendamaks senist parimat teoreetilist mudelit – elementaarosakeste standardmudelit. Eksperimentaatorid peavad uue füüsika ilmingute otsingul väga hoolikalt kontrollima standardmudeli ennustusi, et tuvastada võimalikke kõrvalekaldeid oodatud tulemustest. Osutub, et spinnefektide mõju mõõtmine osakestevahelise interaktsiooni ristlõikele võimaldab tundlikkust sellistele kõrvalekaldelele dramaatiliselt suurendada. Selleks on muidugi vaja teada väga täpselt standardmudeli ennustusi spinnefektide mõju kohta osakestevaheliste protsesside tõenäosustele. Käesolev töö panustab loodetavasti sellealasesse mahukasse uurimistöösse protsessi  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  puhul.

Töö esimeses osas on antud lühike ülevaade kasulikust spinni orientatsiooni-parameetrite formalismist. Konkreetselt on antud avaldis spinniga  $1/2$  fermionide relativislikule tihedusmaatriksile algosakeste jaoks ja spinniga 1 osakeste spinni tihedusmaatriksi parametrisatsioon lõpposakeste jaoks.

Teises osas arvutatakse protsessi  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  juhtiva ja sellele järgneva järgu panused amplituudi ruudule ning vastavad polarisatsioonikoefitsendid. Keerukama  $s$ -kanali puhul on ainult polariseerimata algkiirte panus arvesse võetud.

# Viited

- [1] Liivat, H. Probing new physics in  $e^+e^-$  annihilations into heavy particles via spin orientation effects (2010). URL [http://dspace.utlib.ee/dspace/bitstream/10062/15128/1/liivat\\_hannes.pdf](http://dspace.utlib.ee/dspace/bitstream/10062/15128/1/liivat_hannes.pdf). Kontrollitud 24. mail 2013.
- [2] Groote, S., Liivat, H. & Ots, I. Symmetries and similarities for spin orientation parameters in  $e^+e^- \rightarrow ZH, Z\gamma, ZZ$  at SM thresholds. *Nuclear Physics B* **843**(1), 213–222 (2009). URL [http://arxiv.org/PS\\_cache/arxiv/pdf/1008/1008.0917v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/1008/1008.0917v1.pdf).
- [3] Gounaris, G. J., Layssac, J. & Renard, F. M. New and standard physics contributions to anomalous Z and  $\gamma$  self-couplings. *Physical Review D* **62**(7), 073013 (2000). doi:10.1103/PhysRevD.62.073013, arXiv:hep-ph/0003143.

## Spin orientation of a $Z$ -boson in the process $e^+e^- \rightarrow ZZ$

*Liina Roots*

### Summary

It is apparent that there exist some kind of new physics beyond the Standard Model of elementary particles (SM). In the search of the new physics phenomena experimentalists need to probe carefully the predictions of SM, in order to find small deviations of expected results. Measuring spin effects on a cross-section of a elementary particle process is a powerful tool for rising the sensitivity of the experiments in that sense. That implies need for precise theoretical calculations concerning the effect of spin polarisation, which this work aims to partly provide in the case of the process  $e^+e^- \rightarrow ZZ$ .

In the first part of this work an overview of useful expressions for spin orientation parameters are given, explicitly spin density matrices of relativistic spin  $1/2$ -fermions for the initial particles and of relativistic spin 1 particles for the final particles.

Leading and next-to-leading order contributions to the squared amplitude of the process  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  are determined and respective spin polarisation coefficients are calculated – for the more difficult second contribution of the s-channel only the unpolarised fermion case is included.

# Lisa A

## Kokkulepped

### A.1 Tähistused

**Ühikud** Kasutatakse loomulikke ühikuid, kus  $c = 1$  ja  $\hbar = 1$ .

**Meetrika** Meetrika on valitud osakestefüüsika standardi järgi:  
 $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ .

**Levi-Civita pseudotensor** Siin töös on kasutatud alumiste indeksite kokkulepet, see tähendab

$$\epsilon_{0123} = 1. \quad (\text{A.1})$$

Seda kokkulepet kasutavad ka näiteks Bjorken ja Drell, kuid see erineb FeynCalci ja Peskini-Schroederi kokkulepest.

**Feynmani läbikriipsutus** Feynmani tähistus gammamaatriksite ja nelivektorite ahendi jaoks on spiinoritega tegelemisel väga kasulik,  $\not{p} = \gamma^\sigma p_\sigma = \gamma_\sigma p^\sigma$ .

### A.2 Feynmani reeglid

**Kahe elektroni ja Z-bosoni verteks:**

$$\frac{ie}{\sin(2\theta_W)}(g_V + g_A\gamma^5)\gamma^\mu \quad (\text{A.2})$$

**Kahe väljuva Z-bosoni ja virtuaalse vektorbosoni  $V = Z, \gamma$  verteks:**

$$-\frac{e(q^2 - m_V^2)}{m_Z^2} [f_4^V(q\eta^{\mu_1}g^{\beta\mu_2} + q\eta^{\mu_2}g^{\beta\mu_1}) - f_5^V\epsilon^{\beta\mu_1\mu_2\sigma}(p_1 - p_2)_\sigma] \quad (\text{A.3})$$

**Elektroni propagaator  $t$ -kanalis:**

$$\frac{i}{\not{p}_2 - \not{k}_2} = i \frac{(\not{p}_2 - \not{k}_2)}{(p_2 - k_2)^2} = \frac{i}{t} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \quad (\text{A.4})$$

**Elektroni propagaator  $u$ -kanalis:**

$$\frac{i}{\not{p}_1 - \not{k}_2} = i \frac{(\not{p}_1 - \not{k}_2)}{(p_1 - k_2)^2} = \frac{i}{u} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \quad (\text{A.5})$$

**Sisenev elektron:**

$$u(k_1) \quad (\text{A.6})$$

**Sisenev positron:**

$$\bar{v}(k_2) \quad (\text{A.7})$$

**Väljuvad  $Z$ -bosonid:**

$$\epsilon_{\mu_1}^*(p_1), \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) \quad (\text{A.8})$$

## A.3 Kinemaatika

### A.3.1 Osakeste impulsid massikeskme taustsüsteemis

Elektroni liikumise suunaks on võetud  $z$ -telg. Elektron ja positron on võetud masituks (võrreldes  $Z$ -bosoni massiga on elektroni mass tühine). Sellest tulenevalt esituvad osakeste impulsid järgmisel kujul:

**Elektroni impulss:**

$$k_1 = \frac{q}{2}(1, 0, 0, 1) \quad (\text{A.9})$$

**Positroni impulss:**

$$k_2 = \frac{q}{2}(1, 0, 0, -1) \quad (\text{A.10})$$

**Esimese  $Z$ -bosoni impulss:**

$$p_1 = \left(\frac{q}{2}, \vec{p}_1\right) = \frac{q}{2}(1, \beta \sin \theta, 0, \beta \cos \theta) \quad (\text{A.11})$$

**Teise  $Z$ -bosoni impulss:**

$$p_2 = \left(\frac{q}{2}, -\vec{p}_1\right) = \frac{q}{2}(1, -\beta \sin \theta, 0, -\beta \cos \theta) \quad (\text{A.12})$$



Siin  $\beta \stackrel{c=1}{=} v_Z$  on esimese  $Z$ -bosoni „nõbedus“,  $\theta$  nurk tema liikumise suuna ja  $z$ -telje vahel ning  $q$  koguenergia massikeskme taustsüsteemis.

### A.3.2 Muud nelivektorid massikeskme taustsüsteemis

**Elektroni ristpolarisatsioon:**

$$\tau_1 = (0, \tau_1^1, \tau_1^2, 0) \quad (\text{A.13})$$

**Positroni ristpolarisatsioon:**

$$\tau_2 = (0, \tau_2^1, \tau_2^2, 0) \quad (\text{A.14})$$

**Ajateljesihiline ühikvektor:**

$$\eta = (1, 0, 0, 0) \quad (\text{A.15})$$

Kasulik koguimpulsi nelivektori avaldamisel,  $q^\mu = q\eta^\mu$ .

**Epsilonide ahendamisest tekkinud vektor  $\sigma$ :**

$$\sigma = (0, 0, \frac{q^2\beta}{4} \sin \theta, 0) \quad (\text{A.16})$$

## Lisa B

# Lihtsustusseosed FeynCalci jaoks

### B.1 Levi-Civita pseudotensorid

$s$ -kanali ning  $t$ - ja  $u$ -kanali polarisatsioonikoefitsentide tensorpanusesse ilmub palju erinevate nelivektoritega ahendatud Levi-Civita pseudotensoreid (edaspidi: *epsilon*). Ilusa tulemuse nimel on vaja võimalikult paljudest vabaneda. Ilmneb, et paljud neist saab energia-impulsi jäävusseose abil taandada nulliks või avaldada teatava kujuga nelivektori  $\sigma^\kappa$  kaudu. Kasutades nelivektorite kuju massikeskme taustsüsteemis oli võimalik leida järgnevad seosed.

$$\begin{aligned}\epsilon^{\eta k_1 k_2 p_1} &= 0 & \epsilon^{k_1 k_2 p_1 p_2} &= 0 \\ \epsilon^{\eta k_1 k_2 p_2} &= 0 & \epsilon^{\kappa \eta k_1 k_2} &= 0 \\ \epsilon^{\eta k_1 p_1 p_2} &= 0 & \epsilon^{\kappa \eta p_1 p_2} &= 0 \\ \epsilon^{\eta k_2 p_1 p_2} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon^{\kappa \eta k_1 p_1} &= \sigma^\kappa & \epsilon^{\kappa k_1 k_2 p_1} &= -q\sigma^\kappa \\ \epsilon^{\kappa \eta k_1 p_2} &= -\sigma^\kappa & \epsilon^{\kappa k_1 k_2 p_2} &= q\sigma^\kappa \\ \epsilon^{\kappa \eta k_2 p_1} &= -\sigma^\kappa & \epsilon^{\kappa k_1 p_1 p_2} &= q\sigma^\kappa \\ \epsilon^{\kappa \eta k_2 p_2} &= \sigma^\kappa & \epsilon^{\kappa k_2 p_1 p_2} &= -q\sigma^\kappa\end{aligned}$$

$\sigma$  on lihtne nelivektor, millel on vaid üks komponent nullist erinev:

$$\sigma^\kappa = \frac{q^2}{4} \beta \sin(\theta) \delta_2^\kappa. \quad (\text{B.1})$$

Nende seoste abil osutus võimalikuks elimineerida kõik ühe või mitte ühegi vaba indeksiga epsilon-nelivektorite ahendid. Ainsad epsilonid lõpptulemuses on need, millel on kaks vaba indeksit.

## B.2 Skalaarkorrutised

FeynCalci käsk *SetMandelstam* tegi esialgse töö jälgede arvutamisel impulsside skalaarkorrutiste asendamisel energia-impulsi jäävusest tingitud seostega. Muudele kasutatud nelivektoritele  $\sigma$ ,  $\eta$  ja  $\tau_{1,2}$  oli vaja skalaarkorrutiste omadused defineerida.

### B.2.1 Impulsside skalaarkorrutised ristpolarisatsioonivektoritega

$$\begin{aligned}\tau_1 \cdot k_1 &= \tau_1 \cdot k_2 = 0 \\ \tau_2 \cdot k_1 &= \tau_2 \cdot k_2 = 0 \\ \tau_1 \cdot p_1 &= -\tau_1 \cdot p_2 \\ \tau_2 \cdot p_1 &= -\tau_2 \cdot p_2\end{aligned}\tag{B.2}$$

### B.2.2 Skalaarkorrutised vektoriga $\eta$

$$\begin{aligned}\eta \cdot k_1 &= \frac{q}{2} & \eta \cdot \tau_1 &= 0 \\ \eta \cdot k_2 &= \frac{q}{2} & \eta \cdot \tau_2 &= 0 \\ \eta \cdot p_1 &= \frac{q}{2} & \eta \cdot \eta &= 1 \\ \eta \cdot p_2 &= \frac{q}{2}\end{aligned}\tag{B.3}$$

### B.2.3 Skalaarkorrutised vektoriga $\sigma$

$$\begin{aligned}\sigma \cdot k_1 &= 0 & \sigma \cdot \eta &= 0 \\ \sigma \cdot k_2 &= 0 & \sigma \cdot \sigma &= -\frac{q^2}{4}\beta^2 \sin^2 \theta \\ \sigma \cdot p_1 &= 0 \\ \sigma \cdot p_2 &= 0\end{aligned}\tag{B.4}$$

## Lisa C

# Amplituudi ruut $t$ - ja $u$ -kanalis

### C.1 $e^+e^- \rightarrow ZZ$ (polariseerimata algkiired)

#### C.1.1 Jäljed

Fermionide spinni üle keskmistamine

$$\frac{1}{2} \sum_{s_1} u(k_1) \bar{u}(k_1) = \frac{1}{2} \not{k}_1, \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{1}{2} \sum_{s_2} v(k_2) \bar{v}(k_2) = \frac{1}{2} \not{k}_2. \quad (\text{C.2})$$

Üldkordaja

$$\frac{e^4 \rho_{\mu_1 \nu_1}}{4 \sin^4(2\theta_W)} \left( \frac{p_{2\mu_2} p_{2\nu_2}}{m_Z^2} - g_{\mu_2 \nu_2} \right). \quad (\text{C.3})$$

Kordaja  $\frac{1}{4}$  tuleb üle spinnide summeerimisest.  $\rho_{\mu_1 \nu_1} = \epsilon_{\mu_1}^*(p_1) \epsilon_{\nu_1}(p_1)$  on esimese  $Z$ -bosoni spinni tihedusmaatriks ja üle teise  $Z$ -bosoni polarisatsiooni summeerimisest tuleb liige

$$\sum_{\lambda_2} \epsilon_{\mu_2}^*(p_2) \epsilon_{\nu_2}(p_2) = \frac{p_{2\mu_2} p_{2\nu_2}}{m_Z^2} - g_{\mu_2 \nu_2}. \quad (\text{C.4})$$

$t$ -kanal

$$\frac{1}{t^2} \text{Tr}[(g_V - g_A \gamma^5)^4 \not{k}_2 \gamma^{\mu_2} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_1} \not{k}_1 \gamma^{\nu_1} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_2}]. \quad (\text{C.5})$$

## Segaliikmed

$$\frac{1}{tu} \text{Tr}[(g_V - g_A \gamma^5)^4 k_2 \gamma^{\mu_2} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_1} k_1 \gamma^{\nu_2} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_1}], \quad (\text{C.6})$$

$$\frac{1}{tu} \text{Tr}[(g_V - g_A \gamma^5)^4 k_2 \gamma^{\mu_1} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_2} k_1 \gamma^{\nu_1} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_2}]. \quad (\text{C.7})$$

## u-kanal

$$\frac{1}{u^2} \text{Tr}[(g_V - g_A \gamma^5)^4 k_2 \gamma^{\mu_1} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_2} k_1 \gamma^{\nu_2} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_1}]. \quad (\text{C.8})$$

## C.1.2 Tulemused

### Sümmeetriline osa

$$\begin{aligned} & \frac{-8e^4 \rho_{\mu_1 \nu_1} (g_V^4 + 6g_V^2 g_A^2 + g_A^4)}{q^4 (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)^2 \sin^4(2\theta_W)} \times \\ & \times \{ q^4 g^{\mu_1 \nu_1} (1 + 2\beta^2 - 5\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 6\beta^4 \cos^2 \theta - 4\beta^4 \cos^4 \theta - \beta^6 \cos^2 \theta) + \\ & - 4q^2 k_1^{\mu_1} k_1^{\nu_1} (1 - \beta \cos \theta) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\ & - 4q^2 k_2^{\mu_1} k_2^{\nu_1} (1 + \beta \cos \theta) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\ & - 2q^2 (k_2^{\mu_1} k_1^{\nu_1} + k_1^{\mu_1} k_2^{\nu_1}) (1 + 3\beta^2 - 12\beta^2 \cos^2 \theta + 3\beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta + \beta^6) + \\ & + 2q^2 (p_2^{\mu_1} k_1^{\nu_1} + p_2^{\nu_1} k_1^{\mu_1}) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \times \\ & \quad \times (1 - 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^3 \cos \theta) + \\ & + 2q^2 (p_2^{\mu_1} k_2^{\nu_1} + p_2^{\nu_1} k_2^{\mu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\ & \quad \times (1 + 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta - \beta^3 \cos \theta) \} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

### Antisümmeetriline osa

$$\begin{aligned} & - \frac{8e^4 \rho_{\mu_1 \nu_1} (4g_V g_A (g_V^2 + g_A^2))}{q^4 (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)^2 \sin^4(2\theta_W)} \times \\ & \times \{ + 2iq^2 \epsilon^{\mu_1 \nu_1 k_1 k_2} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \times \\ & \quad \times (1 - 2\beta (-3\beta^2 \cos \theta + 2\beta \cos^2 \theta + \cos \theta) - \beta^4) + \\ & + 16iq^2 \epsilon^{\mu_1 \nu_1 k_1 p_2} (1 - \beta^2) \beta^2 \cos^2 \theta + \\ & + 8i \epsilon^{\mu_1 k_1 k_2 p_2} (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\ & \quad \times ((k_1^{\nu_1} - p_2^{\nu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) + k_2^{\nu_1} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)) + \\ & - 8i \epsilon^{\nu_1 k_1 k_2 p_2} (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\ & \quad \times ((k_1^{\mu_1} - p_2^{\mu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) + k_2^{\mu_1} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)) \} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

## C.2 $e^+e^- \rightarrow ZZ$ (polariseeritud algiired)

### C.2.1 Jäljed

Fermionide spinni tihedusmaatriksid

$$u(k_1)\bar{u}(k_1) \approx \frac{1}{2}(\mathbb{1} + h_1\gamma^5 + \gamma^5\tau_1)\not{k}_1, \quad (\text{C.11})$$

$$v(k_2)\bar{v}(k_2) \approx \frac{1}{2}(\mathbb{1} - h_2\gamma^5 + \gamma^5\tau_2)\not{k}_2, \quad (\text{C.12})$$

$h$  on fermioni piki- ja  $\tau$  ristpolarisatsioon.

Üldkordaja

$$\frac{e^4\rho_{\mu_1\nu_1}}{4\sin^4(2\theta_W)}\left(\frac{p_{2\mu_2}p_{2\nu_2}}{m_Z^2} - g_{\mu_2\nu_2}\right). \quad (\text{C.13})$$

Kordaja  $\frac{1}{4}$  tuleb fermionide spinnide tihedusmaatriksitest.  $\rho_{\mu_1\nu_1} = \epsilon_{\mu_1}^*(p_1)\epsilon_{\nu_1}(p_1)$  on esimese  $Z$ -bosoni spinni tihedusmaatriks ja üle teise  $Z$ -bosoni polarisatsiooni summeerimisest tuleb liige

$$\sum_{\lambda_2} \epsilon_{\mu_2}^*(p_2)\epsilon_{\nu_2}(p_2) = \frac{p_{2\mu_2}p_{2\nu_2}}{m_Z^2} - g_{\mu_2\nu_2}. \quad (\text{C.14})$$

**Lihtsustamine ( $t$ -kanali näitel)** Osutub, et

$$\text{Tr}[(g_V - g_A\gamma^5)^4(\mathbb{1} - h_2\gamma^5 + \gamma^5\tau_2)\not{k}_2\gamma^{\mu_2}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\mu_1}(\mathbb{1} + h_1\gamma^5 + \gamma^5\tau_1)\not{k}_1\gamma^{\nu_1}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\nu_2}] \quad (\text{C.15})$$

lihtsustub kolme jälje summaks

$$\begin{aligned} & A_s \text{Tr}[\not{k}_2\gamma^{\mu_2}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\mu_1}\not{k}_1\gamma^{\nu_1}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\nu_2}] + \\ & + A_a \text{Tr}[\gamma^5\not{k}_2\gamma^{\mu_2}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\mu_1}\not{k}_1\gamma^{\nu_1}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\nu_2}] + \\ & - A_\tau \text{Tr}[\tau_2\not{k}_2\gamma^{\mu_2}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\mu_1}\tau_1\not{k}_1\gamma^{\nu_1}(\not{p}_2 - \not{k}_2)\gamma^{\nu_2}], \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

kus

$$\begin{aligned} A_s &= (g_V^4 + 6g_V^2g_A^2 + g_A^4)(1 - h_1h_2) + 4g_Vg_A(g_V^2 + g_A^2)(h_2 - h_1), \\ A_a &= 4g_Vg_A(g_V^2 + g_A^2)(1 - h_1h_2) + (g_V^4 + 6g_V^2g_A^2 + g_A^4)(h_2 - h_1), \\ A_\tau &= (g_V^2 - g_A^2)^2. \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

ja esimesed kaks jälge on vastavalt sümmeetriline ja antisümmeetriline osa polariseerimata fermionitega arvutuse tulemusest. Viimane jälg on ainus, mida arvutama peab.

***t*-kanali ristpolariseeritud panus**

$$\frac{1}{t^2} \text{Tr}[\not{t}_2 \not{k}_2 \gamma^{\mu_2} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_1} \not{t}_1 \not{k}_1 \gamma^{\nu_1} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_2}]. \quad (\text{C.18})$$

**Segaliikmete ristpolariseeritud panus**

$$\frac{1}{tu} \text{Tr}[\not{t}_2 \not{k}_2 \gamma^{\mu_2} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_1} \not{t}_1 \not{k}_1 \gamma^{\nu_2} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_1}], \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{1}{tu} \text{Tr}[\not{t}_2 \not{k}_2 \gamma^{\mu_1} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_2} \not{t}_1 \not{k}_1 \gamma^{\nu_1} (\not{p}_2 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_2}]. \quad (\text{C.20})$$

***u*-kanali ristpolariseeritud panus**

$$\frac{1}{u^2} \text{Tr}[\not{t}_2 \not{k}_2 \gamma^{\mu_1} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\mu_2} \not{t}_1 \not{k}_1 \gamma^{\nu_2} (\not{p}_1 - \not{k}_2) \gamma^{\nu_1}]. \quad (\text{C.21})$$

## C.2.2 Tulemused

### Sümmeetriline osa

$$\begin{aligned}
& \frac{-8e^4 \rho_{\mu_1 \nu_1}}{q^4 (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)^2 \sin^4(2\theta_W)} \times \\
& \times \left\{ q^4 g^{\mu_1 \nu_1} \left( A_s (1 + 2\beta^2 - 5\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 6\beta^4 \cos^2 \theta - 4\beta^4 \cos^4 \theta - \beta^6 \cos^2 \theta) + \right. \right. \\
& \quad + A_\tau (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \times \\
& \quad \quad \left. \left. \times (8(p_2 \cdot \tau_1)(p_2 \cdot \tau_2) - q^2 \tau_1 \cdot \tau_2 (\beta^2 \cos^2 \theta - 2\beta^2 + 1)) \right) \right. \\
& - 4q^2 k_1^{\mu_1} k_1^{\nu_1} (A_s - A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2)) (1 - \beta \cos \theta) \times \\
& \quad \times (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\
& - 4q^2 k_2^{\mu_1} k_2^{\nu_1} (A_s - A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2)) (1 + \beta \cos \theta) \times \\
& \quad \times (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\
& + 8q^2 p_2^{\mu_1} p_2^{\nu_1} A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\
& - 2q^2 (k_2^{\mu_1} k_1^{\nu_1} + k_1^{\mu_1} k_2^{\nu_1}) \left( A_s (1 + 3\beta^2 - 12\beta^2 \cos^2 \theta + 3\beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta + \beta^6) + \right. \\
& \quad \left. - A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2) (3 - \beta^2) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \right) + \\
& + 2q^2 (p_2^{\mu_1} k_1^{\nu_1} + p_2^{\nu_1} k_1^{\mu_1}) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \times \\
& \quad \times \left( A_s (1 - 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^3 \cos \theta) + \right. \\
& \quad \left. - A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2) (3 - \beta \cos \theta) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \right) + \\
& + 2 q^2 (p_2^{\mu_1} k_2^{\nu_1} + p_2^{\nu_1} k_2^{\mu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\
& \quad \times \left( A_s (1 + 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta - \beta^3 \cos \theta) + \right. \\
& \quad \left. - A_\tau (\tau_1 \cdot \tau_2) (3 + \beta \cos \theta) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \right) + \\
& + 4q^2 ((k_1^{\nu_1} + k_2^{\nu_1} - p_2^{\nu_1}) \tau_1^{\mu_1} + (k_1^{\mu_1} + k_2^{\mu_1} - p_2^{\mu_1}) \tau_1^{\nu_1}) \times \\
& \quad \times A_\tau (p_2 \cdot \tau_2) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\
& + 4q^2 ((k_1^{\nu_1} + k_2^{\nu_1} - p_2^{\nu_1}) \tau_2^{\mu_1} + (k_1^{\mu_1} + k_2^{\mu_1} - p_2^{\mu_1}) \tau_2^{\nu_1}) \times \\
& \quad \times A_\tau (p_2 \cdot \tau_1) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) + \\
& + q^4 (\tau_2^{\mu_1} \tau_1^{\nu_1} + \tau_1^{\mu_1} \tau_2^{\nu_1}) A_\tau (1 - \beta^2) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \left. \right\}
\end{aligned} \tag{C.22}$$



**Antisümmeetriline osa**

$$\begin{aligned}
& - \frac{8e^4 \rho_{\mu_1 \nu_1} A_a}{q^4 (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)^2 \sin^4(2\theta_W)} \times \\
& \times \left\{ + 2iq^2 \epsilon^{\mu_1 \nu_1 k_1 k_2} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1) \times \right. \\
& \quad \times (1 - 2\beta (-3\beta^2 \cos \theta + 2\beta \cos^2 \theta + \cos \theta) - \beta^4) + \\
& \quad + 16iq^2 \epsilon^{\mu_1 \nu_1 k_1 p_2} (1 - \beta^2) \beta^2 \cos^2 \theta + \\
& \quad + 8i \epsilon^{\mu_1 k_1 k_2 p_2} (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\
& \quad \times ((k_1^{\nu_1} - p_2^{\nu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) + k_2^{\nu_1} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)) + \\
& \quad - 8i \epsilon^{\nu_1 k_1 k_2 p_2} (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) \times \\
& \quad \left. \times ((k_1^{\mu_1} - p_2^{\mu_1}) (\beta^2 - 2\beta \cos \theta + 1) + k_2^{\mu_1} (\beta^2 + 2\beta \cos \theta + 1)) \right\}
\end{aligned} \tag{C.23}$$

## Lisa D

# Polarisatsioonikoefitsendid $t$ - ja $u$ -kanalis

### D.1 Skalaarne panus

#### D.1.1 Polarisatsioonikoefitsent $A_{00}^0$ (polariseerimata algkiired)

Üldkordaja

$$\frac{64e^4 g4}{3(\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1)^2}, \quad (\text{D.1})$$

siin  $g4 = ga^4 + 6ga^2gv^2 + gv^4$ .

$A_{00}^0$

$$-\frac{1}{4}\beta^6 \cos^2(\theta) - \frac{\beta^6}{4} - \beta^4 \cos^4(\theta) + \frac{5}{2}\beta^4 \cos^2(\theta) - \frac{9}{4}\beta^2 \cos^2(\theta) + \frac{3\beta^2}{4} + \frac{1}{2} \quad (\text{D.2})$$

#### D.1.2 Polarisatsioonikoefitsent $A_0^0$ (polariseeritud algkiired)

Üldkordaja

$$\frac{16e^4}{3q^2 (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1)^2}. \quad (\text{D.3})$$

**Polarisatsioonikoefitsent  $A_0^0$**  Võrreldes polariseerimata algiirte juhuga tuleb lisaks kordajaga  $a\tau$  proportsionaalne liige.

$$A_0^0 = \frac{1}{2} (2a\tau (\beta^4 - 2\beta^2 \cos(2\theta) + 1) (8p_2 \cdot \tau_1 p_2 \cdot \tau_2 + q^2 \beta^2 \sin^2(\theta) \tau_1 \cdot \tau_2) + aS q^2 (3\beta^6 + \beta^4 \cos(4\theta) - 7\beta^4 + (\beta^3 - 3\beta)^2 \cos(2\theta) + 3\beta^2 - 4)) \quad (D.4)$$

siin  $aS = 4gagv (h_2 - h_1) (ga^2 + gv^2) + (1 - h_1 h_2) (ga^4 + 6ga^2 gv^2 + gv^4)$  ja  $a\tau = (gv^2 - ga^2)^2$ , kus  $h_1, h_2$  on algosakeste pikipolarisatsiooniseeloomustavad spiraalsused.

## D.2 Vektorpanus

### D.2.1 Polarisatsioonikoefitsent $A_{00}^\kappa$ (polariseerimata algiired)

Üldkordaja

$$\frac{32e^4 g_3}{mzq(2mz + q) (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1)^2}, \quad (D.5)$$

siin  $g_3 = 4gagv (ga^2 + gv^2)$ .

**Polarisatsioonikoefitsent  $A_{00}^\kappa$**

$$A_{00}^\kappa = \left[ k_1^\kappa \left( q\beta (\cos \theta + \beta) (1 + 2\beta^2 - 8\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta) + (2m_Z + q) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) (1 - 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^3 \cos \theta) \right) + k_2^\kappa \left( -q\beta (\cos \theta - \beta) (1 + 2\beta^2 - 8\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta) + (2m_Z + q) (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (1 + 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta - \beta^3 \cos \theta) \right) + 2p_1^\kappa \beta \cos \theta \left( q(1 + 2\beta^2 - 8\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta) + (2m_Z + q) (3 + 2\beta^2 - 4\beta^2 \cos^2 \theta - \beta^4) \right) \right]. \quad (D.6)$$

## D.2.2 Polarisatsioonikoefitsent $A_0^\kappa$ (polariseeritud algkiirred)

Üldkordaja

$$\frac{8aAe^4}{mzq(2mz + q)(\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1)^2(\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1)^2}, \quad (\text{D.7})$$

siin  $aA = 4gagv(1 - h_1h_2)(ga^2 + gv^2) + (h_2 - h_1)(ga^4 + 6ga^2gv^2 + gv^4)$ .

**Polarisatsioonikoefitsent  $A_0^\kappa$**  Polariseeritud algkiirtega protsessi puhul langeb vektorpanus kordaja täpsusega polariseerimata algkiirtega protsessi vektorpanusega kokku.

$$A_0^\kappa = \frac{aA}{4g^3} A_{00}^\kappa. \quad (\text{D.8})$$

## D.3 Ternsorpanus

### D.3.1 Polarisatsioonikoeffitsent $A_0^{\kappa\lambda}$ polariseeritud algiirte jaoks

Tensorpanus on väga pikk avaldis:

$$\begin{aligned}
A_0^{\kappa\lambda} = & \frac{8e^4}{3q^3(2m_Z + q)^2 (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1)^2 (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1)^2 \sin^2(2\theta_W)} \times \\
& \times \left[ C_1 q^3 g^{\kappa\lambda} \left( A_s q^2 (1 + 2\beta^2 - 5\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 6\beta^4 \cos^2 \theta - 4\beta^4 \cos^4 \theta - \beta^6 \cos^2 \theta) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + a\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times (8(p_1 s_1)(p_1 s_2) - q^2 s_1 s_2 (1 - 2\beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta)) \right) + \right. \\
& - 8A_s C_1 q^3 k_1^\kappa k_1^\lambda \beta \cos \theta (1 - \beta^2) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& + 8A_s C_1 q^3 k_2^\kappa k_2^\lambda \beta \cos \theta (1 - \beta^2) (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& + 4p_1^\kappa p_1^\lambda \left( A_s q^2 \left( 2(2m_Z + q)(1 + 2\beta^2 - 8\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^4 + 4\beta^4 \cos^2 \theta) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - q\beta^2 (1 + \cos^2 \theta + 2\beta^2 - 10\beta^2 \cos^2 \theta + 4\beta^2 \cos^4 \theta + \beta^4 + \beta^4 \cos^2 \theta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + qa\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) \times \right. \\
& \quad \left. \times \left( 8(p_1 s_1)(p_1 s_2) + qs_1 s_2 (2(2m_Z + q) - q\beta^2 (1 + \cos^2 \theta)) \right) \right) + \\
& + 2C_1 q^3 (k_1^\kappa k_2^\lambda + k_2^\kappa k_1^\lambda) (1 - \beta^2) (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) \times \\
& \quad \times (A_s + s_1 s_2 a\tau) + \\
& - 2(k_1^\kappa p_1^\lambda + p_1^\kappa k_1^\lambda) \left( A_s q^2 \left( (2m_Z + q)(3 - 7\beta \cos \theta + 5\beta^2 - 25\beta^2 \cos^2 \theta - 2\beta^3 \cos \theta + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 4\beta^3 \cos^3 \theta + \beta^4 + 22\beta^4 \cos^2 \theta - 4\beta^4 \cos^4 \theta + 5\beta^5 \cos \theta - \beta^6 - \beta^6 \cos^2 \theta) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - q\beta^2 (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) (1 - 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^3 \cos \theta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + a\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) \left( 8(p_1 s_1)(p_1 s_2)(2m_Z + q) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + q^2 s_1 s_2 ((2m_Z + q)(1 + \beta \cos \theta + \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta) - q\beta^2 (1 + \beta \cos \theta)) \right) \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2(k_2^\kappa p_1^\lambda + p_1^\kappa k_2^\lambda) \left( A_s q^2 \left( (2m_Z + q)(3 + 7\beta \cos \theta + 5\beta^2 - 25\beta^2 \cos^2 \theta + 2\beta^3 \cos \theta + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - 4\beta^3 \cos^3 \theta + \beta^4 + 22\beta^4 \cos^2 \theta - 4\beta^4 \cos^4 \theta - 5\beta^5 \cos \theta - \beta^6 - \beta^6 \cos^2 \theta) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - q\beta^2 (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (1 + 5\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos^2 \theta - \beta^3 \cos \theta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + a\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) \left( 8(p_1 s_1)(p_1 s_2)(2m_Z + q) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + q^2 s_1 s_2 ((2m_Z + q)(1 - \beta \cos \theta + \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta) - q\beta^2(1 - \beta \cos \theta)) \right) \right) + \\
& -4C_2 q^3 (p_1^\kappa s_1^\lambda + s_1^\kappa p_1^\lambda)(p_1 s_2) a\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& -4C_2 q^3 (p_1^\kappa s_2^\lambda + s_2^\kappa p_1^\lambda)(p_1 s_1) a\tau (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& + C_1 q^5 (s_1^\kappa s_2^\lambda + s_2^\kappa s_1^\lambda) a\tau (1 - \beta^2) (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (\beta^2 + 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& + 8iA_a C_1 q^4 (g_2^\kappa k_2^\lambda - k_2^\kappa g_2^\lambda) \beta^2 \sin \theta \cos \theta (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) + \\
& -2iA_a q^3 (g_2^\kappa p_1^\lambda - p_1^\kappa g_2^\lambda) \beta \sin \theta \left( q\beta^2 (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) \right)^2 + \\
& \quad \left. - (2m_Z + q)(1 - 4\beta \cos \theta + \beta^2 - 2\beta^2 \cos \theta)(1 - 4\beta \cos \theta + \beta^2 + 2\beta^2 \cos \theta) \right) + \\
& + 2iA_a C_1 q^3 \epsilon^{\kappa\lambda\rho\sigma} k_{-\rho} k_{+\sigma} (\beta^2 - 2\beta \cos(\theta) + 1) (1 + 2\beta \cos \theta + 4\beta^2 \cos^2 \theta + 2\beta^3 \cos \theta - \beta^4) + \\
& - 16iA_a C_1 q^3 \epsilon^{\kappa\lambda\rho\sigma} k_{-\rho} p_{1\sigma} \beta^2 \cos^2 \theta (1 - \beta^2) \left. \right]. \tag{D.9}
\end{aligned}$$

Lisa E

# Polarisatsioonikoefitsendid s-kanalis