

UEBER
EINE DYNAMISCHE SKALA

ZUR

SCHÄTZUNG VON MAKROSEISMISCHEN BEWEGUNGEN.

2962

Von

Fürst B. Galitzin (Goliceyn).

ST. PETERSBURG.

BUCHDRUCKEREI DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Wass. Ostr., 9. Linie, № 12.

1911.

Gedruckt auf Verfügung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften.
November 1911. S. v. Oldenburg, Beständiger Secretär.

Separatabdruck aus d. Nachrichten d. Seismologischen Kommission. Bd. IV, Lief. 3.

Ueber eine dynamische Skala zur Schätzung von makroseismischen Bewegungen.

Von Fürst B. GALITZIN.

Es ist bekanntlich zur Zeit die Möglichkeit geboten durch Anwendung von passend konstruierten und *gedämpften* Seismographen den Charakter der *wahren* Bodenbewegung, resp. die Amplituden und Perioden der Bodenverrückungen bei harmonischen Erdbebenwellen für entfernte Beben zu bestimmen. Aus diesen Daten lässt sich unmittelbar die maximale Bodenbeschleunigung ableiten, die uns sofort ein Kriterium für die Intensität der stattgefundenen Bodenbewegung liefert.

Es steht prinzipiell nichts im Wege, dieselben Prinzipien auch für Nahbeben, sogar selbst im Epizentralgebiet anzuwenden, es müssen aber die zu dem Zweck zu benutzenden Seismographen viel unempfindlicher sein und sehr solid konstruiert werden. Dadurch würde man imstande sein die Intensität eines Bebens im pleistoseistischen oder Epizentralgebiet auf instrumenteller Grundlage festzustellen. Dieser Weg wird jedoch sehr selten eingeschlagen und man begnügt sich meistens damit, dass man die Intensität eines Bebens nach einer empirischen Stärkegrad-Skala schätzt (man sehe z. B. die Skala von Rossi-Forel und Mercalli). Von diesen Methoden der Schätzung nach solchen Skalen ist schon bezüglich der Ausbreitung der seismischen Störungen etc., sehr viel Gebrauch gemacht worden, alle solche Skalen besitzen aber den Nachteil, dass sie sehr viel Subjektives in sich verbergen, obgleich manche Versuche gemacht worden sind, ihnen eine mechanische Deutung zu geben.

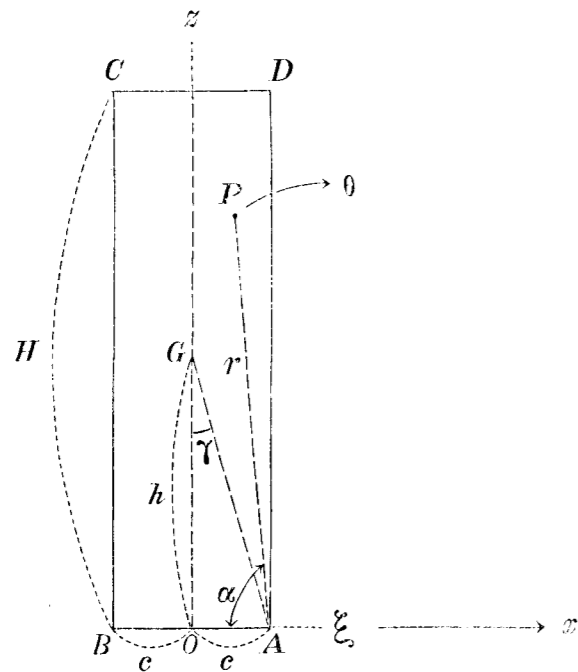
Es wäre jedoch viel zweckmässiger, die Intensität eines Bebens durch die Grösse der entsprechenden maximalen Bodenbeschleunigung *direkt* zu charakterisieren, wenn die Möglichkeit geboten wäre, dieselbe mit Hilfe eines möglichst einfachen und allen zugänglichen Instruments festzustellen.

Eine Anzahl solcher Instrumente, die in verschiedenen Orten eines Schüttergebiets aufgestellt wären, könnten uns eventuell ein ziemlich vollständiges Bild über die Verteilung der Iseisten liefern.

Die Konstruktion eines solchen einfachen Instruments könnte man auf die Erscheinung des Umkippens von Gegenständen bestimmter Form und bestimmter Dimensionen basieren.

Dieser Gedanke enthält nichts neues und es sind in Japan auch Versuche in dieser Richtung gemacht worden, allein hat diese Methode keine allgemeine Anwendung gefunden, obgleich es vollkommen möglich wäre,

Fig. 1.



auf Grund derselben eine reine dynamische und rationelle Intensitätsskala auszuarbeiten.

Im Folgenden möge ein kleiner Beitrag zur Lösung dieser sehr wichtigen Frage gegeben werden.

Denken wir uns ein hölzernes Parallelepipedon von der Höhe H und von der Breite $2c$ (siehe die Figur 1). Dasselbe möge nach der dritten Richtung, senkrecht zur Ebene der Zeichnung, eine passende Länge haben, damit es eine genü-

gende Stabilität in dieser Richtung besitze.

Die einzelnen Massen m seien symmetrisch in bezug auf die Mittellinie OG verteilt.

Die Gesamtmasse sei $M = \Sigma m$ und G der Schwerpunkt des Systems, in der Entfernung h von der Grundfläche AB .

Es sei P ein beliebiger Punkt des Körpers in der Entfernung r von der Kante A ; der Winkel PAO sei α .

Bezeichnen wir noch mit ρ den sogenannten Trägheitsradius, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \Sigma mr \sin \alpha &= Mh \\ \Sigma mr \cos \alpha &= Mc \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

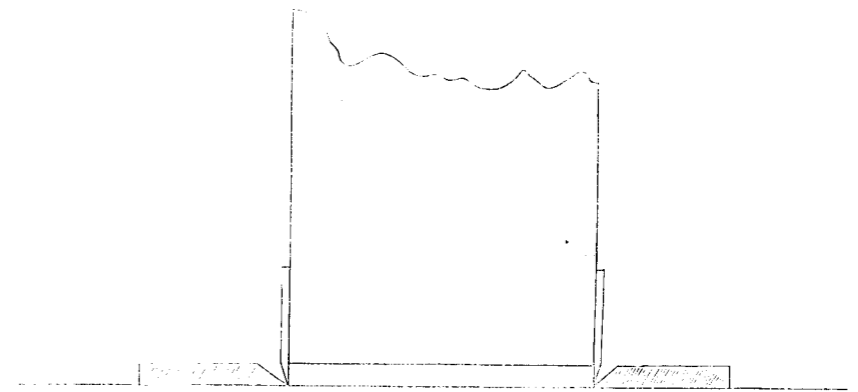
und

$$\Sigma mr^2 = M\rho^2 \dots \dots \dots (2)$$

Setzen wir nun voraus, dass die Grundplatte, auf welcher dieses Parallelepipedon ruht, gewissen Verschiebungen x parallel der Linie BA ausgesetzt ist, wo x eine ganz beliebige Funktion der Zeit t sein kann.

$$x = f(t) \dots \dots \dots (3)$$

Fig. 2.



Dann kann das Parallelepipedon um eine der beiden Axen A oder B sich drehen. Der Drehungswinkel irgend eines Punktes des Systems von seiner Gleichgewichtslage aus sei θ , wobei wir, wenn die Drehung nach rechts erfolgt (um die Axe A), θ das Vorzeichen $+$ beilegen wollen.

Um die Drehungsaxen A und B besser zu präzisieren, kann man an den beiden Seiten des Parallelepipedons unten zwei dünne etwas nach unten herausragende und schräg abgeschliffene Metalleisten anschrauben und sie zwischen zwei ebenfalls schräg an der Kante abgeschliffenen und an der Grundplatte fest angeschraubten anderen Metalleisten einsetzen, wie dies auf der Fig. 2 angedeutet ist.

Dadurch wird ein Gleiten des Körpers verhindert, wobei die freie Beweglichkeit desselben immer noch bestehen bleibt.

Setzen wir weiter voraus, dass c im Vergleich zu h immer sehr klein ist und bezeichnen wir den Winkel OGA mit γ , so wird der grösste mögliche Ablenkungswinkel θ , bei welchem ein Umkippen des Körpers nicht stattfindet, gleich $\gamma = \frac{c}{h}$ sein.

Unser Körper hat also zwei Drehungsaxen A und B .

Die Differentialgleichung der Bewegung um eine dieser Axen, etwa um A , lässt sich ohne Schwierigkeit unter Anwendung des Lagrange'schen Prinzips ableiten.

Nehmen wir dazu ein im Raume festes rechtwinkliges Koordinatensystem ξ, η, ζ an.

Für den Anfangspunkt der Koordinaten wählen wir den Punkt O (siehe die Fig. 1). Legen wir die ξ -Axe nach A hin, in die Richtung von x und die ζ -Axe nach oben, nach dem Schwerpunkt des Systems G .

Wenn der Körper um die Axe A sich um den Winkel θ gedreht hat und zugleich die Grundplatte um x verschoben wird, so werden die absoluten Koordinaten eines beliebigen Punktes P die folgenden sein:

$$\xi = c - r \cos(\alpha + \theta) + x$$
$$\zeta = r \sin(\alpha + \theta).$$

Die dritte Koordinate brauchen wir nicht zu berücksichtigen, da sie unverändert bleibt.

Die Geschwindigkeitskomponenten werden

$$\xi' = r \sin(\alpha + \theta) \cdot \theta' + x'$$
$$\zeta' = r \cos(\alpha + \theta) \cdot \theta'$$

und die totale lebendige Kraft des Systems

$$T = \frac{1}{2} \Sigma m v^2 = \frac{1}{2} [\theta'^2 \Sigma m r^2 + 2x' \theta' \Sigma m r \sin(\alpha + \theta) + x'^2 \Sigma m].$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich

$$\frac{\partial T}{\partial \theta'} = \theta' \Sigma m r^2 + x' \Sigma m r \sin(\alpha + \theta)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) = \theta'' \Sigma m r^2 + x'' \Sigma m r \sin(\alpha + \theta) + x' \theta' \Sigma m r \cos(\alpha + \theta)$$

und

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = x' \theta' \Sigma m r \cos(\alpha + \theta).$$

Also

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = \theta'' \Sigma m r^2 + x'' \Sigma m r \sin(\alpha + \theta).$$

Die Arbeit, welche von den äusseren Kräften geleistet wird, wenn θ

sich um $d\theta$ vermehrt, wird

$$dA = -g \Sigma m d\zeta = -g \Sigma m r \cdot \cos(\alpha + \theta) \cdot d\theta,$$

wo g die Beschleunigung der Schwere bedeutet.

Aus dem Lagrange'schen Prinzip, nach welchem

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial A}{\partial \theta}$$

ist, folgt

$$\theta'' \Sigma m r^2 + x'' \Sigma m r \sin(\alpha + \theta) + g \Sigma m r \cos(\alpha + \theta) = 0.$$

Hieraus ergibt sich auf Grund der Beziehungen (1) und (2)

$$\theta'' \rho^2 + x'' [\cos \theta \cdot h + \sin \theta \cdot c] + \cos \theta \cdot g c - \sin \theta \cdot g h = 0.$$

θ ist immer sehr klein.

Wollen wir also $\sin \theta = \theta$ und $\cos \theta = 1$ setzen und ausserdem das Produkt $\theta x''$ vernachlässigen (c ist im Vergleich zu h klein), so erhalten wir, unter Vernachlässigung verschiedener Reibungsverhältnisse, folgende Differentialgleichung für θ , wenn die Bewegung schon *begonnen* hat:

$$\theta'' - \mu^2 \theta + a + \frac{x''}{l} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Hierin bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} \mu^2 &= \frac{h}{\rho^2} \cdot g \\ a &= \frac{c}{\rho^2} g \\ l &= \frac{\rho^2}{h} = \frac{g}{\mu^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Aus diesen Formeln ergibt sich

$$\frac{a}{\mu^2} = \frac{c}{h} = \gamma \dots \dots \dots (6)$$

Die Konstanten c, h und ρ lassen sich aus den Dimensionen des Körpers und der bekannten Massenverteilung (Korrektion für die seitlichen Leisten) ohne Schwierigkeit vorausbestimmen.

Für ein einfaches homogenes Parallelepipedon wird

$$h = \frac{H}{2}$$

und

$$\left. \begin{aligned} \varphi^2 &= \frac{4}{3} h^2 \left[1 + \frac{c^2}{h^2} \right] \\ l &= \frac{4}{3} h \left[1 + \frac{c^2}{h^2} \right] \\ \mu &= \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{g}{h} \cdot \frac{1}{1 + \frac{c^2}{h^2}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

Wollen wir nun die Gesetze der *Eigenbewegung* dieses Parallelepipedons näher verfolgen.

Dazu setzen wir in der Gleichung (4) $x'' = 0$.

Dann lautet das allgemeine Integral der Gleichung (2), wie folgt:

$$\theta = \gamma + \Gamma_1 e^{\mu t} + \Gamma_2 e^{-\mu t},$$

wo Γ_1 und Γ_2 zwei Integrationskonstanten bedeuten, die aus den Anfangsbedingungen der Bewegung sich unmittelbar bestimmen lassen.

Nehmen wir nun an, dass für $t = 0$ $\theta = 0$ ist und dem Körper eine anfängliche Winkelgeschwindigkeit θ_0' erteilt worden ist.

Dieses kann etwa durch eine plötzliche horizontale Verschiebung der Unterlage geschehen.

Bezeichnen wir die entsprechende anfängliche lineare Geschwindigkeit durch x_0' , so findet man durch gliedweise Integration der Gleichung (4) zwischen 0 und einem äusserst kleinen Zeitintervall τ , dass

$$\theta_0' = - \frac{x_0'}{l} \dots\dots\dots (8)$$

wird.

Bei diesen Anfangsbedingungen nimmt die Bewegungsgleichung des Parallelepipedons folgende Form an:

$$\theta = \gamma \left[1 - \frac{1}{2} \{ (1 - \beta) e^{\mu t} + (1 + \beta) e^{-\mu t} \} \right], \dots\dots\dots (9)$$

wo

$$\beta = \frac{\theta_0'}{\mu \gamma} \dots\dots\dots (10)$$

gesetzt wird.

Die maximale Ablenkung θ_m ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{d\theta}{dt} = 0$$

oder

$$(1 - \beta) e^{\mu t} - (1 + \beta) e^{-\mu t} = 0.$$

Die Wurzel dieser Gleichung sei durch t_m bezeichnet.

Dann wird

$$t_m = \frac{1}{\mu} \lg \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \dots\dots\dots (11)$$

Bringen wir nun diesen Wert von t in die Gleichung (9) ein, so erhalten wir

$$\theta_m = \gamma [1 - \sqrt{1 - \beta^2}] \dots\dots\dots (12)$$

Bezeichnen wir noch mit t_1 die Zeit, wo θ wieder gleich Null geworden ist.

Aus der Gleichung (9) ergibt sich dann

$$(1 - \beta) e^{2\mu t_1} - 2e^{\mu t_1} + (1 + \beta) = 0,$$

also

$$t_1 = \frac{1}{\mu} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} \dots\dots\dots (13)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit der Formel (11), so ersieht man, dass

$$t_1 = 2t_m \dots\dots\dots (14)$$

ist.

t_1 wollen wir als die *Periode* der einseitigen Bewegung des Körpers auffassen.

Die diesem Zeitmoment t_1 entsprechende Winkelgeschwindigkeit θ_1' bekommt man aus der Gleichung (9), wenn man diese nach t differenziert und alsdann in ihr $t = t_1$ setzt.

Es ergibt sich dann

$$\theta_1' = - \theta_0'.$$

Die Formeln (11) und (12) zeigen uns, dass ein Maximum von θ nur dann möglich ist, wenn der absolute Wert von β die Einheit nicht übersteigt.

Es muss also sein

$$\beta < 1$$

oder nach der Beziehung (10)

$$\theta_0' < \mu \gamma \dots\dots\dots (15)$$

Auf Grund der Beziehungen (5) und (6) lässt sich diese Bedingung in folgender Form schreiben:

$$\theta_0' < \frac{c}{h} \frac{\sqrt{hg}}{\rho} \dots\dots\dots (16)$$

Hier ist unter θ_0' der absolute Wert der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit zu verstehen.

Wollen wir nun die Beziehung zwischen der maximalen Amplitude θ_m und der Periode t_1 aufsuchen.

Dazu muss man β aus den Gleichungen (12) und (13) eliminieren.

Wollen wir uns dabei nur auf kleine Werte von β beschränken.

Durch entsprechende Reihenentwicklungen nach Potenzen von β findet man ohne Schwierigkeit folgende Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} \theta_m &= \frac{\gamma}{2} \beta^2 \left[1 + \frac{1}{4} \beta^2 + \dots \right] \\ t_1 &= \frac{2}{\mu} \beta \left[1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \dots \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{\theta_m}{t_1^2} = \frac{\gamma \mu^2}{8} \left[1 - \frac{5}{12} \beta^2 \right]$$

oder mit hinreichender Genauigkeit

$$\theta_m = \frac{1}{8} \gamma \mu^2 \cdot t_1^2 \left[1 - \frac{5}{48} \mu^2 t_1^2 \right] \dots \dots \dots (18)$$

Setzen wir

$$\gamma \mu^2 = a = \frac{1}{n}, \dots (19) \quad (\text{siehe die Beziehung (6)})$$

so können wir für kleine Werte von β schreiben

$$\left. \begin{aligned} \theta_m &= \frac{1}{2} n \theta_0'^2 \\ t_1 &= 2n \theta_0' \\ \theta_m &= \frac{1}{8n} t_1^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

und

$$\theta_m = \frac{1}{4} \theta_0' t_1 \dots \dots \dots (21)$$

Die dritte der Formeln (20) zeigt, dass die Periode t_1 der einseitigen Bewegung des Parallelepipedons keine konstante Grösse, sondern eine Funktion der maximalen Amplitude θ_m ist und zwar ist t_1 proportional der Quadratwurzel aus θ_m . Dies ist eine interessante Eigentümlichkeit dieser Bewegung.

Vergleicht man diese Bewegung mit einer reinen harmonischen von derselben halben Periode t_1 , bei welcher keine Beziehung zwischen Maximal-

amplitude und Periode besteht, etwa von der Form

$$\theta = \frac{\theta_0'}{p} \sin pt,$$

wo

$$p = \frac{\pi}{t_1}$$

ist, so ergibt sich

$$\theta_m = \frac{1}{\pi} \theta_0' t_1 \dots \dots \dots (22)$$

In dieser Formel tritt vor dem Produkt $\theta_0' t_1$ der Faktor $\frac{1}{\pi} = 0,318$ auf, während nach der Formel (21) dieser Faktor gleich 0,250 ist.

Ist die anfängliche Geschwindigkeit θ_0' so getroffen, dass β genau gleich der Einheit ist (siehe die Beziehung (10)), so wird nach der Formel (12) der maximale Wert von θ

$$\theta_m = \gamma = \frac{c}{h}$$

sein.

Die entsprechende erforderliche Zeit wird nach der Formel (11) theoretisch unendlich gross sein.

Für grössere Werte von θ_0' geht das Maximum von θ schon verloren und der Körper kippt einfach um.

Wenn der Körper nach seiner Ruhelage ($\theta = 0$) zurückgekehrt ist, so besitzt er in diesem Moment, wie wir es gesehen haben, eine Winkelgeschwindigkeit

$$\theta_1' = -\theta_0'.$$

Von diesem Moment an fängt er an sich um die Axe B zu drehen (siehe die Figur 1).

Die Winkelablenkungen nach links, ebenfalls als positive Grössen aufgefasst, wollen wir mit φ bezeichnen.

Die anfängliche Geschwindigkeit bei dieser zweiten Bewegung nach links sei φ_0' .

Der absolute Wert von φ_0' ist nicht gleich θ_1' , weil die Bewegung von der Axe A zu der Axe B übergeht.

Das Moment der Bewegungsgrösse in bezug auf die Axe A wird

$$\theta_1' \Sigma mr^2 = \theta_1' M \rho^2.$$

Dasselbe Moment in bezug auf die Axe B wird, wie leicht einzusehen ist,

$$\theta_1' M \cdot \rho^2 - \theta_1' M \cdot 2c^2.$$

Beim Uebergang der Bewegung auf die Axe *B* wird das entsprechende Moment der Bewegungsgrösse inbezug auf diese Axe gleich

$$\varphi_0' M\rho^2$$

sein.

Da das Moment des Impulses der Reaktion der Axe *B* inbezug auf diese Axe gleich Null ist, so müssen beide Momente der Bewegungsgrössen inbezug auf die Axe *B* vor and nach dem Uebergang der Bewegung auf diese Axe einander gleich sein.

Folglich wird

$$M\rho^2 \cdot \theta_1' - 2Mc^2 \theta_1' = M\rho^2 \cdot \varphi_0'$$

oder

$$\varphi_0' = \theta_1' \left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right].$$

Die maximale Ablenkung nach links wird nach der ersten der Formeln (20) gleich

$$\varphi_m = \frac{1}{2} n \varphi_0'^2 = \frac{1}{2} n \theta_1'^2 \left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right]^2$$

sein.

Da nun

$$\theta_m = \frac{1}{2} n \theta_1'^2$$

ist, so muss für ein absolut starres System sein

$$\frac{\varphi_m}{\theta_m} = \left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right]^2 \dots \dots \dots (23)$$

Die zweite maximale Ablenkung wird also in einem bestimmten Verhältnis zur ersten Ablenkung stehen.

Bezeichnen wir die absoluten Werte der maximalen Ablenkungen nach rechts der Reihe nach durch $\theta_1, \theta_3, \theta_5$ u. s. w. und die nach links durch $\theta_2, \theta_4, \theta_6$ u. s. w., so ergibt sich

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\theta_3}{\theta_2} = \frac{\theta_4}{\theta_3} = \dots = \left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right]^2 = \frac{1}{v} \dots \dots \dots (24)$$

Wir sehen also, dass das Verhältnis zweier benachbarter Amplituden (unabhängig vom Vorzeichen derselben) eine konstante Grösse ist.

Wir haben also eine gedämpfte schwankende Bewegung um zwei parallele Axen, wobei das Dämpfungsverhältnis

$$v = \frac{1}{\left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right]^2} \dots \dots \dots (25)$$

nur eine Funktion von $\frac{c}{\rho}$ ist. Für ein einfaches homogenes Parallelepipedon ist nach der ersten der Formeln (7) *v* nur durch das Verhältnis von *c* zu *h*, also nur durch bestimmte geometrische Verhältnisse bedingt.

Da die Perioden der einzelnen einseitigen Bewegungen proportional der Quadratwurzel aus den entsprechenden maximalen Ablenkungen sind, so werden diese gedämpften Schwingungen des Parallelepipedons sich immer rascher und rascher vollziehen und nach dem Verlauf eines bestimmten Zeitintervalles *T* wird das Parallelepipedon zu Ruhe kommen.

T lässt sich nach den früheren Formeln leicht berechnen.

Es sei dem Körper eine anfängliche Winkelgeschwindigkeit θ_0' erteilt; dann wird nach der zweiten der Formeln (20) die Dauer der ersten Bewegung

$$t_1 = 2n\theta_0'$$

sein.

Setzen wir der Einfachheit wegen

$$\left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right] = \sigma,$$

so erhält man für die Dauer der zweiten Bewegung

$$t_2 = 2n\varphi_0' = 2n\sigma \cdot \theta_0'.$$

In derselben Weise ergibt sich

$$t_3 = 2n\sigma^2 \theta_0'.$$

Also

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots = 2n\theta_0' [1 + \sigma + \sigma^2 + \sigma^3 + \dots] = \frac{2n\theta_0'}{1 - \sigma}.$$

Folglich wird

$$T = \frac{n\rho^2}{c^2} \cdot \theta_0',$$

oder mit Rücksicht auf die Beziehungen (5) und (19)

$$T = \frac{\rho^4}{c^3 g} \cdot \theta_0' \dots \dots \dots (26)$$

Die hier beschriebene Eigenbewegung des Parallelepipedons ist sicherlich Jedermann bekannt, da sie sehr oft bei schaukelnden Gegenständen auftritt.

Die hier dargelegte Theorie wurde nach zwei Richtungen hin einer experimentellen Prüfung unterzogen.

Es wurde erstens die Konstante $n = \frac{1}{a} = \frac{h}{\mu^2 c}$ (siehe die Formel (19))

aus den Messungen von θ_m und t_1 direkt experimentell bestimmt und mit dem aus der Ausmessung des schwingenden Körpers sich ergebenden theoretischen Wert von n verglichen.

Zur Bestimmung von n aus den Beobachtungen dient die Formel (18), die mit hinreichender Genauigkeit in folgender Form sich schreiben lässt:

$$n = \frac{1}{8} \frac{t_1^2}{\theta_m} \left[1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{h}{c} \theta_m \right] \dots \dots \dots (27)$$

Es wurde auch zuweilen ein Korrektionsglied höherer Ordnung mitberücksichtigt.

Andererseits ist nach den Formeln (5)

$$n = \frac{\rho^2}{cg}, \dots \dots \dots (28)$$

Die zweite Prüfung bezog sich auf das Dämpfungsverhältnis v .

Es wurde $\frac{1}{v}$ aus den maximalen Ablenkungen nach rechts und links nach der folgenden Formel

$$\frac{1}{v} = \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \dots \dots \dots (29)$$

oder unter Mitberücksichtigung der Korrektionsglieder nach der Formel

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\theta_{m+2}}{\theta_m} \cdot \frac{1 - \frac{h}{2c} \theta_m}{1 + \frac{h}{2c} \theta_{m+2}}$$

abgeleitet, und alsdann mit dem theoretischen Wert von $\frac{1}{v}$ (siehe die Formel (25))

$$\frac{1}{v} = \left[1 - 2 \frac{c^2}{\rho^2} \right]^2 \dots \dots \dots (30)$$

verglichen.

Für diese Versuche wurde ein spezieller schwingender Körper verwendet.

Derselbe ist auf den folgenden Figuren 3 und 4 dargestellt.

Die Fig. 3 gibt eine Ansicht von vorne und die Fig. 4 von der Seite.

Diesen Körper bildet ein metallischer Rahmen, welcher aus zwei seitlichen Platten besteht, die mittelst vier Querplatten, wie AB und CD , oben und unten mit einander verbunden sind.

Die unteren Querplatten haben auf der unteren Seite scharf abgeschliffene Kanten, um beide Drehungsaxen des Körpers genau zu präzisieren.

Die seitlichen Platten haben Schlitze, mit deren Hilfe eine schwere zylindrische Masse M mittelst Schrauben in verschiedenen Höhen befestigt werden kann. Dadurch kann man die Höhe h des Schwerpunktes des Systems über den Drehungsaxen nach Belieben variieren.

Fig. 3.

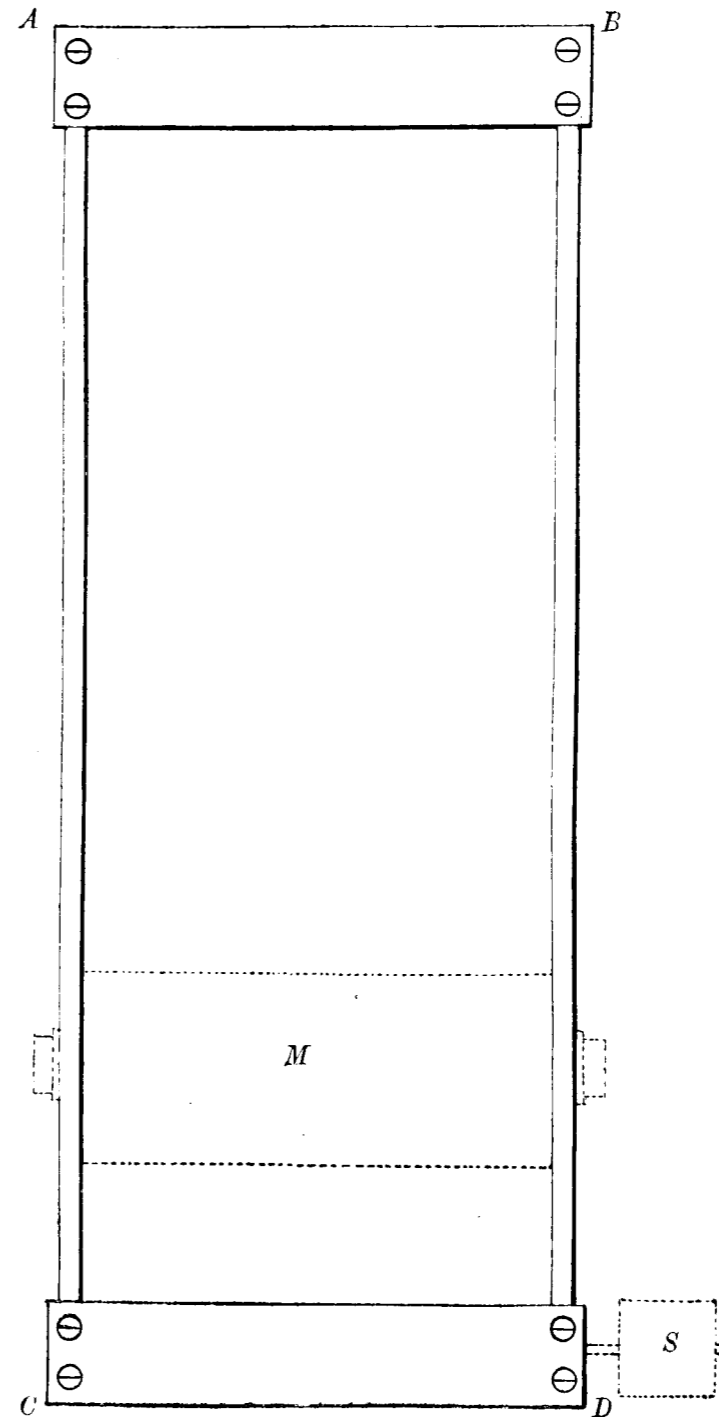
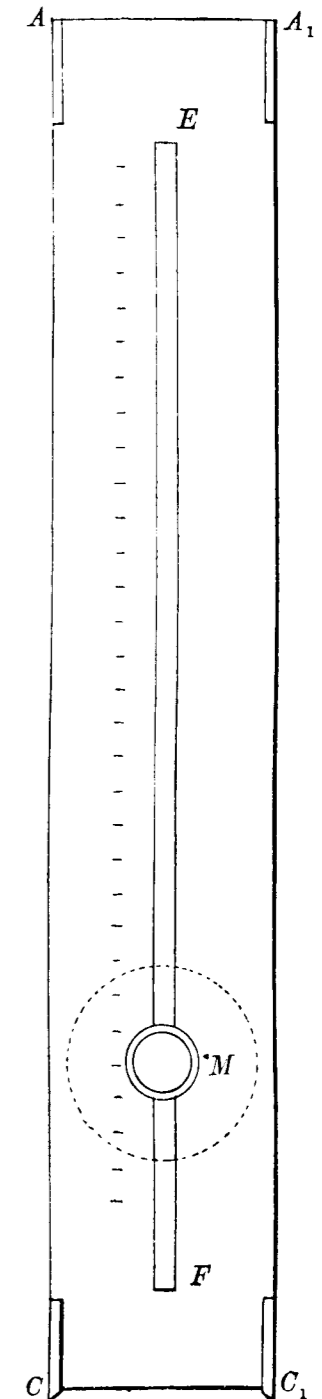


Fig. 4.



Der Rahmen trägt unten einen Spiegel S , welcher die Ablenkungen des Körpers mit Hilfe eines *parallelen* Strahlenbündels, welcher mittelst Linsen auf einer rotierenden, mit photographischem Papier bekleideten Trommel zu einem scharfen Lichtpunkt konzentriert wird, direkt zu registrieren gestattet.

Die auf diese Weise erhaltenen Kurven haben das Aussehen von gedämpften Sinusoiden, bei welchen aber die Perioden t_1 der einseitigen Bewegungen fortwährend mit den Amplituden θ_m abnehmen.

Es wurde auch eine Nulllinie mit Sekundenmarken von einem festen Spiegel aufgeschrieben.

Aus den gemessenen Amplituden der Kurve liessen sich die entsprechenden maximalen Winkelablenkungen unmittelbar ableiten.

Hatte man also eine Anzahl Werte von θ_m und t_1 für eine bestimmte Lage der Masse M festgestellt, so liessen sich daraus beide Konstanten n und $\frac{1}{v}$ leicht ermitteln. Es wurden im Ganzen 18 verschiedene Kurven aufgenommen. Die einzelnen Werte von n und $\frac{1}{v}$ stimmen (für dieselbe Lage von M) im Allgemeinen ganz gut überein. Die so erhaltenen Werte waren also ziemlich zahlreich; aus ihnen wurden alsdann Mittelwerte gebildet.

Die Versuche wurden bei vier verschiedenen Lagen der Masse M ausgeführt, die ich respective durch I, II, III und IV bezeichnen werde.

In allen diesen Fällen war c dasselbe und gleich 3,33 cm.

Was nun die Konstanten h und ρ^2 anbelangt, so liessen sich dieselben aus den Dimensionen und Massen der einzelnen Teile des Systems leicht berechnen.

Es ergaben sich folgende Daten:

Lage der Masse M .	I	II	III	IV
h	28,27 cm.	20,06	15,68	12,4
ρ^2	949,3 cm. ²	496,6	355,9	296,4.

Aus diesen Daten lassen sich die Konstanten n und $\frac{1}{v}$ für alle vier Fälle leicht berechnen.

In der folgenden Tabelle sind nun die berechneten und direkt beobachteten Werte von n und $\frac{1}{v}$ zusammengestellt.

Lage der Masse M .	n		$\frac{1}{v}$	
	Berechnet.	Beobachtet.	Berechnet.	Beobachtet.
I	0,290	0,293	0,95	0,96
II	0,152	0,153	0,91	0,90
III	0,109	0,106	0,88	0,86
IV	0,091	0,093	0,86	0,82

Die Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten von n ist als eine sehr befriedigende zu bezeichnen.

Was nun die Werte von $\frac{1}{v}$ anbelangt, so treten hier für kleinere Werte von h kleine Differenzen auf, was auch à priori zu erwarten war, da die bei der Ableitung der theoretischen Formel für $\frac{1}{v}$ zu Grunde gelegte Voraussetzung der absoluten Starrheit des Systems sicherlich nicht ganz zutreffend ist.

Trotzdem ist die Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Werte von $\frac{1}{v}$ befriedigend.

Diese Versuche haben also die Richtigkeit der früher entwickelten Theorie der Eigenbewegung des Instruments bestätigt.

Nachdem die Richtigkeit der Theorie der Bewegung des Parallelepipedons geprüft war, konnte man schon der Frage nach der Stabilität desselben bei plötzlich eintretenden Bodenverschiebungen näher treten.

Wir haben früher gesehen, dass nach der Beziehung (16), damit ein Maximum der Ablenkung θ_m noch zustande kommt, die anfängliche Winkelgeschwindigkeit

$$\theta_0' < \frac{c}{h} \frac{\sqrt{hg}}{\rho}$$

sein muss.

Bedeutet nun x_0' die anfängliche lineare Geschwindigkeit der entsprechenden Bodenverrückung, so wird nach der Formel (8) der absolute Wert von θ_0' gleich $\frac{x_0'}{l}$ sein.

Bringen wir nun diesen Wert von θ_0' in die frühere Formel ein und ersetzen in ihr l durch seinen Wert aus der dritten der Formeln (5), so ergibt sich für die Grenzbedingung der Stabilität, resp. des Nichtumkippens des Körpers, folgende Gleichung

$$x_0' = \rho \frac{c}{h} \sqrt{\frac{g}{h}} \dots \dots \dots (31)$$

Für ein einfaches homogenes Parallelepipedon wird nach der ersten der Formeln (7)

$$x_0' = c \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g}{h} \left(1 - \frac{c^2}{h^2}\right)} \dots \dots \dots (32)$$

Für grössere Werte von x_0' wird der Körper schon umstürzen.

Es wurden auch spezielle Versuche zur direkten Prüfung der Formel (31) vorgenommen.

Dieselben können auf keine grosse Genauigkeit Anspruch erheben und beziehen sich mehr auf die experimentelle Bestimmung der *Grössenordnung* von x_0' .

Dazu wurden fünf verschiedene hölzerne Parallelepipeda von verschiedener Höhe mit seitlichen Metalleisten der früher beschriebenen Art verwendet.

Dieselben wurden der Reihe nach auf einer kleinen, mittelst Rollen auf zwei Schienen sich beweglichen Plattform aufgestellt.

Dieser Plattform wurde durch eine Art Federpistole ein plötzlicher Anstoss erteilt. Die Stärke desselben konnte durch mehr oder weniger starkes Aufpressen der Feder zwischen gewissen Grenzen variiert werden.

Durch diesen Anstoss mittelst des Stabes der Pistole erfuhr die Plattform eine anfängliche lineare Geschwindigkeit x_0' und bewegte sich alsdann weiter und man bestimmte experimentell die Werte von x_0' , bei welchen ein Umkippen des Parallelepipeds stattfand. Um dasselbe vor dem Einfluss des Luftdruckes zu schützen, wurde auf beiden Seiten der Plattform vorn und hinten ein Schirm aus Pappe befestigt.

Die Bestimmung von x_0' geschah auf folgende Weise. Auf einer Seite der Plattform wurde ein Schreibstift befestigt, welcher die Kurve der Plattformbewegung auf einer sehr rasch rotierenden und mit berusstem Papier bekleideten Trommel aufschrieb. Nebenbei wurden Sekundenmarken angebracht.

Die Kurve der Eigenbewegung der Plattform lässt sich durch folgende Formel darstellen:

$$x = \alpha t - \beta t^2.$$

Durch Ausmessung zweier zugehöriger Werte von x und t konnte man beide Konstanten α und β bestimmen.

Für die gesuchte anfängliche lineare Geschwindigkeit erhält man also

$$x_0' = \alpha.$$

Es wurden auf diese Weise 5 verschiedene Parallelepipeda untersucht.

Die Konstanten derselben sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

N ^o des Parallelepipeds.	h	c	ρ	l	$M = \Sigma m$	x_0' (nach der Formel (31) berechnet).
1	24,43 cm.	1,09 cm.	29,03 cm.	34,50 cm.	604 gr.	8 cm./sec.
2	19,18	1,13	23,22	28,11	491	10
3	14,23	1,09	17,43	21,35	363	11
4	9,27	1,09	11,75	14,89	246	14
5	4,33	1,09	6,06	8,48	125	23

Aus den Beobachtungen ergaben sich nun folgende Grenzwerte von x_0' .

N ^o des Parallelepipeds.	x_0'
1	10—12 cm./sec.
2	12—13
3	14
4	14—16
5	18—19.

Diese Zahlen unterscheiden sich unwesentlich von den theoretischen Werten von x_0' . Eine volle Übereinstimmung war auch kaum zu erwarten. Es liegen dazu folgende Gründe vor.

Erstens ist die Plattformbewegung keine gleichmässige, da die Geschwindigkeit mit der Zeit abnimmt. Ferner wird die wahre anfängliche Geschwindigkeit der Bewegung, da das Parallelepipeton nicht genau im Moment $t = 0$ sich von einer der beiden Axen losmacht, kleiner als α ausfallen. Wir sehen auch in der Tat, dass die beobachteten Werte von x_0' in den ersten vier Fällen grösser als die theoretischen sind.

Im letzten Fall (N^o 5) tritt das umgekehrte ein; bei diesem Parallelepipeton beträgt aber das Verhältnis $\frac{c}{h}$ schon etwa $\frac{1}{4}$, was keineswegs als eine sehr kleine Grösse betrachtet werden darf. Die ganze Theorie ist jedoch unter der Voraussetzung abgeleitet worden, dass der noch mögliche maximale Wert von θ eine kleine Grösse ist, deren Quadrat man vernachlässigen darf.

Bringt man das alles in Erwägung, so wird man wohl zugeben können, dass die theoretische Formel (31), resp. (32), als richtig betrachtet werden darf.

Auf Grund derselben kann man sich eine reine *dynamische Skala* von Parallelepipeden verschiedener Höhe und mit derselben Basis $2c$ herstellen.

Notiert man sich, welche Parallelepipeda umgestürzt und welche stehen geblieben sind, so kann man schliessen, zwischen welchen Grenzen die wirkliche anfängliche Bodengeschwindigkeit bei plötzlichen, stossartigen Erschütterungen eingeschlossen ist.

Bei der Erforschung von makroseismischen Erscheinungen in verschiedenen Schüttergebieten kommt es nicht so sehr auf die anfängliche lineare Bodengeschwindigkeit, als auf die maximale *Bodenbeschleunigung* an, welche die Stärke des entsprechenden Bebens charakterisiert.

Erfahrungsgemäss hat man öfters bei Nahbeben mit periodischen Bewegungen von bestimmter Amplitude x_m und sehr kleiner Periode T_p zu tun.

Es fragt sich nun, wie werden sich unsere Parallelepipeda gegen solche schnell verlaufenden periodischen Bewegungen verhalten?

Setzen wir dementsprechend

$$x = x_m \sin(pt + \delta), \dots\dots\dots(33)$$

wo

$$p = \frac{2\pi}{T_p} \dots\dots\dots(34)$$

ist.

δ ist die anfängliche Phase der Bodenbewegung, welche wir der Allgemeinheit halber als von Null verschieden annehmen werden.

Bei Zugrundelegung der Beziehung (33) nimmt nach der Gleichung (4) die Differentialgleichung der Bewegung des Parallelepipedons folgende Form an:

$$\theta'' - \mu^2 \theta + a = p^2 x_m \sin(pt + \delta) \dots\dots\dots(35)$$

Für die Anfangsbedingungen der Bewegung wollen wir folgende Voraussetzungen treffen.

Es sei für $t = 0$ $\theta = 0$ und $\theta' = \theta'_0$.

Dann lässt sich das Integral der Gleichung (35) in folgender Form schreiben:

$$\theta = \frac{c}{h} + A \{e^{\mu t} + e^{-\mu t}\} + B \{e^{\mu t} - e^{-\mu t}\} - C \sin(pt + \delta) \dots\dots(36)$$

Hierin bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \left[\beta - \frac{c}{h} \right] \\ B &= \frac{1}{2} \left[\alpha + \frac{\theta'_0}{\mu} \right] \\ C &= \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^2}{1 + \omega^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{p}{\mu} \\ \alpha &= \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^3}{1 + \omega^2} \cos \delta \\ \beta &= \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^2}{1 + \omega^2} \sin \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

Die Analyse der Gleichung (36) zum Zweck der Ableitung der Stabilitätsbedingung des Parallelepipedons bietet gewisse Schwierigkeiten dar, da man von der Anwendung von Reihenentwicklungen absehen muss, da μt und pt nicht immer als klein vorausgesetzt werden dürfen. Ausserdem tritt eine sprungweise Änderung der Winkelgeschwindigkeit θ' beim Übergang von einer Drehungsaxe zu der anderen auf.

Es sei am Anfang, zum Zeitmoment $t = 0$, das Parallelepipedon völlig in Ruhe (etwa angehalten) und von diesem Moment an trete die Bewegung desselben ein.

Dann wird

$$\theta'_0 = -\frac{x'_0}{l} = -p \frac{x_m}{l} \cos \delta \dots\dots\dots(39)$$

Die erste maximale Ablenkung θ_m ergibt sich aus der Bedingung

$$\frac{d\theta}{dt} = 0.$$

Der entsprechende Zeitmoment sei mit t_m bezeichnet.

Dann muss t_m folgender Gleichung genügen:

$$(B + A) e^{\mu t_m} + (B - A) e^{-\mu t_m} = C \omega \cos(pt_m + \delta)$$

oder nach den Beziehungen (37) und (38)

$$\left[\frac{c}{h} - \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega}{1 + \omega^2} \{ \cos \delta + \omega \sin \delta \} \right] e^{-\mu t_m} - \left[\frac{c}{h} + \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega}{1 + \omega^2} \{ \cos \delta - \omega \sin \delta \} \right] e^{\mu t_m} = 2 \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^3}{1 + \omega^2} \cos(\mu \omega t_m + \delta) \dots\dots\dots(40)$$

Sei t_1 der Moment, wo θ wieder gleich Null wird.

Dann muss t_1 die Wurzel folgender Gleichung sein

$$\frac{c}{h} + (B + A) e^{\mu t_1} - (B - A) e^{-\mu t_1} = C \sin(pt_1 + \delta)$$

oder

$$2 \frac{c}{h} - \left[\frac{c}{h} - \frac{x_m \omega}{l(1+\omega^2)} \{ \cos \delta + \omega \sin \delta \} \right] e^{-\mu t_1} - \left[\frac{c}{h} + \frac{x_m \omega}{l(1+\omega^2)} \{ \cos \delta - \omega \sin \delta \} \right] e^{\mu t_1}$$

$$= 2 \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^2}{1+\omega^2} \sin(\mu \omega t_1 + \delta) \dots \dots \dots (41)$$

Die entsprechende Winkelgeschwindigkeit wird

$$\theta_1' = \mu [(B + A) e^{\mu t_1} + (B - A) e^{-\mu t_1} - C \omega \cos(p t_1 + \delta)]$$

oder

$$\theta_1' = \frac{\mu}{2} \left[\left\{ \frac{c}{h} - \frac{x_m \omega}{l(1+\omega^2)} (\cos \delta + \omega \sin \delta) \right\} e^{-\mu t_1} - \left\{ \frac{c}{h} + \frac{x_m \omega}{l(1+\omega^2)} (\cos \delta - \omega \sin \delta) \right\} e^{\mu t_1} \right.$$

$$\left. - 2 \frac{x_m}{l} \cdot \frac{\omega^3}{1+\omega^2} \cos(\mu \omega t_1 + \delta) \right] \dots \dots \dots (42)$$

Für die erste Bewegung können wir $\delta = 0$ annehmen.

Dann wird

$$t_m = F\left(\frac{c}{h}, \frac{x_m}{l}, \omega, \mu\right)$$

und

$$\theta_1' = F_1\left(\frac{c}{h}, \frac{x_m}{l}, \omega, \mu\right).$$

In diesem Moment $t = t_1$ geht die Drehung auf die neue Axe über und θ_1' erfährt eine sprungweise Änderung, welche durch den Wert des Dämpfungsverhältnisses v (siehe die Formel (25)) bedingt ist.

Nehmen wir diesen Moment für den Anfang der neuen Zeitzählung an, so können wir die früheren Formeln (40), (41) und (42) anwenden. Es müssen nur in ihnen θ_0' entsprechend abgeändert und ausserdem

$$\delta = \mu \omega t_1$$

gesetzt werden.

Auf diese Weise können wir die Bewegung unseres Parallelepipedons rechts und links der Reihe nach verfolgen.

Die Bedingung der Stabilität ergibt sich aus der Beziehung, dass t_m immer reell bleibt.

Im allgemeinen Fall ist die Bewegung des Parallelepipedons eine recht komplizierte. Es sind auch resonanzähnliche Erscheinungen nicht ausgeschlossen.

Es können auch für bestimmte periodische Bewegungen der Unterlage synchronische Körperbewegungen mit gleichen maximalen Winkelausschlä-

gen nach rechts und links auftreten, wie dies durch spezielle Versuche sich herausgestellt hat.

Obgleich die theoretische Behandlung des Problems gewisse Schwierigkeiten darbietet, lässt sich die Bedingung der Stabilität (des Nichtumstürzens) eines Parallelepipedons auf einer harmonisch sich bewegenden Unterlage sehr leicht experimentell verfolgen.

Dazu habe ich die früher erwähnte kleine Plattform verwendet.

Dieselbe wurde mittelst eines langen Stabes mit einem Exzenter an einem rasch sich drehenden Rade verbunden. Zur Drehung des Rades diente ein kleiner Elektromotor, dessen Umlaufgeschwindigkeit durch Ein- oder Ausschaltung von Widerständen reguliert wurde. Die Kurve der Plattformbewegung wurde direkt auf einer rotierenden Trommel aufgeschrieben. Aus dieser Kurve konnte man die Amplitude x_m und Periode T_p der Plattformbewegung direkt entnehmen.

Diese Versuche, bei welchen mein zweiter Assistent Herr Nikiforov mir sehr behülflich war und dem ich an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank aussprechen möchte, wurden im Allgemeinen bei drei verschiedenen Amplituden x_m ausgeführt.

Die Parallelepipeda wurden am Anfang der Bewegung gehemmt und erst dann, wenn die regelmässige, harmonische Bewegung der Plattform sich eingestellt hatte, in einem bestimmten Zeitmoment ($\delta = 0$) mittelst einer besonderen elektromagnetischen Vorrichtung frei gelassen.

Für jedes gegebene x_m bestimmte man experimentell die Periode T_p der Plattform, bei welcher jedes der 5 Parallelepipeda umstürzte. Das Umstürzen trat gewöhnlich nicht sofort ein, sondern erst nach Verlauf einiger Sekunden. Dies ist ein direkter Beweis dafür, dass wir es hier mit einer Summierung von mechanischen Effekten zu tun haben.

Aus den gemessenen Werten von x_m und T_p liessen sich die maximale Beschleunigung w_m und die maximale Geschwindigkeit der Plattformbewegung direkt bestimmen.

Es ist

$$w_m = 4\pi^2 \frac{x_m}{T_p^2} \dots \dots \dots (43)$$

und

$$v_m = 2\pi \frac{x_m}{T_p} \dots \dots \dots (44)$$

Nun haben diese Versuche folgendes ergeben.

Das Umstürzen des Parallelepipedons geschieht erst dann, wenn die maximale Beschleunigung w_m einen bestimmten, für jedes Parallelepipedon verschiedenen Wert erreicht hat.

Die Stabilität hängt also nicht von den *einzelnen* Werten von x_m und T_p unmittelbar ab, sondern sie wird durch die *Kombination* von x_m und T_p , nämlich $\frac{x_m}{T_p^2}$ bedingt.

Dieses experimentell festgestellte Gesetz mag wohl nicht ganz streng sein, da die Versuche an und für sich gewisse Schwierigkeiten darbieten und ein Fehler von nur 0,02 in der Bestimmung der Perioden T_p , die immer sehr klein sich ergeben haben, einen sehr merklichen Einfluss auf die berechnete maximale Beschleunigung hat.

Trotzdem kann es in erster Annäherung als richtig betrachtet werden, um desto mehr, da die Amplituden x_m zwischen ziemlich weiten Grenzen $x_m = 0,205$ cm. und $x_m = 0,700$ cm., also mehr als das dreifache variiert wurden.

Die Resultate dieser Versuchsergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

N ^o des Parallelepipedons.	x_m	T_p	w_m	v_m
1	0,205 cm.	0,50	32 cm./sec. ²	2,6 cm./sec.
	0,445	0,74—0,72	32—34	3,8
	0,698	0,89—0,88	35—36	5,0
2	0,448	0,66—0,62	41—46	4,4
	0,700	0,79	44	5,6
3	0,210	0,39—0,38	55—57	3,4
	0,448	0,51	68	5,5
	0,700	0,66—0,64	64—68	6,8
4	0,213	0,30	94	4,5
	0,448	0,43—0,42	95—100	6,6
	0,700	0,53—0,52	98—102	8,4
5	0,215	0,20	212	6,8
	0,450	0,29	211	9,8
	0,700	0,36	213	12,2

Wir sehen aus dieser Tabelle, dass bei ganz verschiedenen Amplituden x_m die maximale Beschleunigung ungefähr dieselbe bleibt. Die Schwankun-

gen in den Werten von w_m werden wohl meistens durch die unvermeidlichen Versuchsfehler bedingt sein.

Die Zahlen v_m der letzten Kolumne sind viel kleiner als diejenigen anfänglichen Geschwindigkeiten x_0' , bei welchen ein Umkippen des Körpers bei stossartigen Bewegungen stattfinden sollte. Daraus lässt sich schliessen, dass das hier beobachtete Umstürzen der Körper wirklich durch die periodische Bewegung der Unterlage bedingt wird, bei welcher eine Summierung von mechanischen Effekten stattfindet.

Es fragt sich nun, welche Beziehung zwischen dieser kritischen maximalen Beschleunigung und den Dimensionen der Parallelepipeda besteht?

Die maassgebendste Konstante für dieselben ist das Verhältnis $\frac{c}{h}$, d. h. das Verhältnis der halben Entfernung zwischen den Drehungsaxen zur Höhe des Schwerpunktes des Systems über der Grundplatte.

Es erweist sich, dass dieses Verhältnis, innerhalb der noch zulässigen Beobachtungsfehler, genau *proportional* zu w_m ist.

Die einzelnen Werte von c und h sind früher angeführt worden.

In der folgenden Tabelle sind nun die Werte von $\frac{c}{h}$ und die mittleren von w_m , so wie das Verhältnis $\frac{c}{h w_m}$ zusammengestellt.

N ^o des Parallelepipedons.	$\frac{c}{h}$	w_m	$\frac{c}{h w_m}$
1	0,0446	34 cm./sec. ²	0,0013
2	0,0589	44	0,0013
3	0,0766	63	0,0012
4	0,1176	97	0,0012
5	0,2517	212	0,0012

Diese Zahlen zeigen, dass das Verhältnis $\frac{c}{h w_m}$, obgleich w_m von 34 bis 212 wächst, fast unverändert bleibt.

Daraus ergibt sich folgende allgemeine Beziehung:

$$\frac{c}{h} = 0,0012 w_m \dots \dots \dots (45)$$

Es ist wohl möglich, dass dieser Faktor 0,0012 etwas von $\frac{c}{h}$ abhängig ist, aber in erster Annäherung kann man ihn als konstant betrachten.

Auf Grund der Beziehung (45) lässt sich eine *rationelle, dynamische Skala* zur Schätzung der Intensität von Erdbeben, wenigstens der durch dieselben hervorgerufenen maximalen horizontalen Bodenbeschleunigungen, sehr leicht herstellen.

Dazu braucht man nur ein System von Parallelepipeden zu nehmen, deren Höhe nach einem bestimmten Gesetz abnimmt.

Diese Skala bestehe z. B. aus 10 verschiedenen Parallelepipeden.

Als kleinste Beschleunigung wollen wir $w_m = 20 \text{ cm./sec.}^2 = 20000$ Milligal und als grösste $w_m = 200 \text{ cm./sec.}^2 = 200000$ Milligal nehmen.

Nach der mechanischen Deutung der verschiedenen Stärkegrade nach Cancani würde die erste Beschleunigung etwa dem Stärkegrad VII und die zweite dem Stärkegrad X der zwölfgradigen Stärkeskala entsprechen.

Nehmen wir die Breite der Parallelepipeda, d. h. die Entfernung zwischen den Drehungsaxen $2c = 2 \text{ cm.}$ und die Länge derselben gleich 11 cm. an und lassen wir 2 mm. für die unten herausragenden Schneiden übrig, die als Drehungsaxen dienen sollen, so lässt sich die einem bestimmten w_m entsprechende Höhe H des Parallelepipedons nach folgender Formel berechnen:

$$H = 2(h - 0,2) = \frac{2c}{0,0012w_m} - 0,4 \dots \dots \dots (46)$$

oder

$$H = \frac{10000}{6w_m} - 0,4 \text{ cm.}$$

Die für verschiedene Werte von w_m nach dieser Formel berechneten Höhen der Parallelepipeda sind in der folgenden Tabelle angegeben.

№	w_m	H
1	20 cm./sec.^2	82,9 cm.
2	40	41,3
3	60	27,4
4	80	20,4
5	100	16,3
6	120	13,5
7	140	11,5
8	160	10,0
9	180	8,9
10	200	7,9

Stellt man eine solche Skala von Parallelepipeden auf und beobachtet, welche von denselben gefallen und welche stehen geblieben sind, so erhält man zwei Grenzwerte für die wirklich stattgefundenene Bodenbeschleunigung w_m .

Benutzt man zwei Systeme von solchen Parallelepipeden senkrecht zu einander, so werden sich wohl gewisse Schlüsse über die Ausbreitungsrichtung der seismischen Störungen gewinnen lassen.

Die Länge der Parallelepipeda $L = 11 \text{ cm.}$ ist dabei so gewählt, dass eine maximale Bodenbeschleunigung $w_m = 200$ in einer Längsrichtung alle Parallelepipeda mit Ausnahme des ersten nicht umstossen wird.

In der Tat, damit bei $2c = L = 11 \text{ cm.}$ ein Parallelepipeton umstürzt, muss nach der Formel (46) sein

$$H = \frac{2 \frac{L}{2}}{0,0012 \cdot 200} - 0,4 = 45,4 \text{ cm.}$$

Alle H mit Ausnahme des ersten sind aber kleiner als $45,4 \text{ cm.}$

Für das erste Parallelepipeton kann man etwa eine doppelte Länge $L = 22 \text{ cm.}$ wählen.

Die hier beschriebene dynamische Intensitätsskala setzt voraus, dass die wahre Bodenbewegung, wenn auch für ein kurzes Zeitintervall, einem harmonischen Bewegungsgesetz entspricht. Die wirklichen Verhältnisse können aber selbstverständlich bei Erdbeben etwas komplizierter ausfallen. Trotzdem würde es sich lohnen, diese dynamische Methode zur Schätzung der Intensität von Erdbeben anzuwenden. Man würde wahrscheinlich vertrauenswertere Angaben erhalten, als durch Schätzung der Bebenstärke nach einer empirischen Stärkegrad-Skala.

Der Apparat ist an und für sich sehr einfach und billig und kann von Jedermann selbst leicht angefertigt werden. Man muss nur bei der Aufstellung der Parallelepipeda darauf Acht geben, dass die Grundplatte genau horizontal steht und fest mit dem Boden verbunden ist.

Es wäre selbstverständlich viel besser, ganz einfache und wenig empfindliche selbstregistrierende Federseismographen für die drei Komponenten anzuwenden¹⁾, deren Triebwerk im Moment des Anfangs eines Bebens in Betrieb gesetzt würde, aber in Ermangelung solcher einfachen und billigen Instrumente, welche für die praktische Seismometrie äusserst wichtig wären, könnte zur Zeit die hier beschriebene dynamische Intensitätsskala vielleicht wohl von Nutzen sein.

¹⁾ Man vergleiche z. B. meinen Aufsatz: «Sur l'ébranlement des édifices». Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences T. 150 p. 901. Paris. 1910.

Auch «Къ вопросу объ изслѣдованіи колебаній зданій»; Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. III, Livr. 2, № 2.