

Tartu Ülikool  
Sotsiaal- ja haridusteaduskond  
Haridusteaduste instituut  
Klassiõpetaja õppekava

Jana Post

NELJANDA KLASSI ÕPILASTE TEADMISED PINDALA MÕISTEST JA ÕPETAJATE  
ARVAMUSED SELLE KUJUNDAMISEST

magistritöö

KAITSMISELE LUBATUD:

Juhendaja: Anu Palu, Ph.D

.....

Kaitsmiskomisjoni esimees: Evi Saluveer, MA

.....

Läbiv teema: Pindala mõiste omandamine

Tartu 2014

Neljanda klassi õpilaste teadmised pindala mõistest ja õpetajate arvamused selle kujundamisest

Resümee

Magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada neljanda klassi õpilaste teadmised pindala mõistest, määrata kindlaks enim raskusi valmistanud ülesanded ja uurida milliseid vigu õpilased teevad. Samuti sooviti teada, millised on õpetajate arvamused pindala teema õpetamisest. Uuringus osales kokku 239 õpilast viiest Tartu üldhariduskoolist ja 11 õpetajat.

Üldiselt lahendati pindalaga seotud ülesandeid suures osas õigesti. Antud uurimus näitas mõningaid probleeme pindala õpetamise algfaasis. Õpilastele valmistasid enim raskusi mõistelist arusaamist nõudvad ülesanded. Seevastu protseduurilisi teadmisi ja oskusi nõudvad ülesanded lahendati suures osas veatult. Ülesannete vastuste analüüs näitas, et enim eksitakse ühikute märkimisel ja pindala valemi rakendamisel. Rasked ülesanded jäetakse pigem lahendamata. Uuringust selgus, et õpilaste tulemused erinesid klassiti.

Õpetajate arvamuste analüüs näitas, et oluliseks peetakse nii erinevate ülesannete harjutamist ja kinnistamist kui ka koos arutlemist ja praktilist mõõtmist. Selgus, et ülesandeid lahendasid paremini need õpilased, kelle õpetaja tähtsustab ja kasutab rohkem mõistelist teadmiste omandamisele orienteeritud õpetamist.

*Märksõnad:* pindala mõõtmine, mõistest arusaamine, tüüpilised vead

Fourth grade students` knowledge about area measurement and teachers` opinions on teaching the subject

Résumé

The aim of the master thesis is to find out the fourth grade students' knowledge about area measurement, identify the most challenging tasks and explore the errors the students make. Also, another aim was to find out the teachers' opinions on teaching the subject. The study included a total of 239 students from five general education schools in Tartu and 11 teachers.

In general, the tasks related to area measurement were solved correctly. However, the study showed some difficulties concerning teaching area already in fourth grade. The analysis of the tasks' solutions showed that the most difficult tasks were those demanding conceptual understanding. By contrary, the tasks demanding procedural knowledge and skills were solved almost without errors. The study indicated that typical errors were made by inserting the units and using the formula of area. The most difficult tasks were mostly unsolved. The study revealed that the students' results differed by the classes.

The analysis of the teachers' opinions on the subject showed that, the teachers emphasize exercise and practice as well as reasoning and area measurement. However, better results were achieved in the classes where the teacher preferred the teaching of conceptual understanding.

*Keywords: area measurement, understanding terms, typical errors*

## Sisukord

Sissejuhatus .....	5
<i>Pindala käsitlemine koolimatemaatikas .....</i>	<i>6</i>
<i>Varasematest uurimustest leitud probleeme pindala teema omandamisel ja õpetamisel .....</i>	<i>7</i>
<i>Pindala mõiste õpetamise metoodika .....</i>	<i>9</i>
<i>Pindala mõiste õpetamise seostamine igapäevaeluga.....</i>	<i>11</i>
<i>Uurimuse eesmärgid ja uurimisküsimused.....</i>	<i>12</i>
Metoodika.....	12
<i>Valim ja protseduur.....</i>	<i>12</i>
<i>Mõõtevahendid .....</i>	<i>13</i>
<i>Andmetöötlus .....</i>	<i>14</i>
Tulemused .....	14
<i>Pindala testi üldine lahendus 4. klassides.....</i>	<i>14</i>
<i>Enamlevinud vead.....</i>	<i>15</i>
<i>Õpetajate arvamused pindala õpetamisest ja nende seos õpilaste tulemustega .....</i>	<i>18</i>
Arutelu.....	21
Tänu sõnad .....	27
Autorsuse kinnitus.....	27
Kasutatud kirjandus .....	28
Lisa 1. Õpilase test .....	32
Lisa 2. Õpetaja küsimustik .....	34

## Sissejuhatus

Matemaatikat peetakse tihti raskesti omandatavaks õppeaineks, seda eriti just matemaatikale omase keele tõttu. Mitmed mõisted on väga spetsiifilised ja et neid keeleliselt mõista, tuleb aru saada mõiste kontseptsioonist, mida kindel sõna sümboliseerib (Orton, 2004).

Rahvusvaheline uuring Programme for International Student Assessment (PISA) on küll näidanud Eesti õpilaste häid tulemusi matemaatikas, kuid seda mitte igas valdkonnas. Õpilaste tulemused on tagasihoidlikumad geomeetria põhiliste mõistete ja omaduste tundmisel (PISA, 2012). Seda näitavad ka vabariiklikud tasemetööde uuringud. Õpilastele valmistab raskusi mõningate mõistete (nt ruumala, murd, protsent) omandamine ja mõõtühikute teisendamine, problemaatiline on ka valemi rakendamine (Oja, 2007; Taperson, 2008; Oks, 2008, Tibar, 2013). Üks mõistetest, mille omandamine on algul õpilaste jaoks keeruline, on pindala (Battista, 2004; Muir, 2006; Kamii & Kysh, 2006).

Pindala õppimisega alustatakse 4. klassis ja teema jätkub põhikoolis. Pindala kuulub Põhikooli riiklikus õppekavas (2011) üldisema teema *Geomeetrilised kujundid ja mõõtmine* alla. Eelnevalt õpitakse esimeses kooliastmes pikkuste mõõtmist. Pindala on ise aluseks järgmisele põhiteemale, milleks on ruumala. Nagu eelpool mainitud valmistab pindala ühe teemana põhikooli matemaatikas õpilastele raskusi, tekitades väärarusaamu, mis mõjutavad edaspidi õpitavate teemade omandamist (Huang & Witz, 2011; Kamii & Kysh, 2006; Battista, 2004). Väärarusaamade väljaselgitamine ja nendest järelduste tegemine oleks üks võimalus pindala mõiste õpetamise parandamiseks. Õpilaste poolt tehtud vigade analüüsimine aitab leida probleemide tekkimise põhjusi matemaatikas (Zacharos, 2006) ja ennetada edaspidi tekkivaid raskusi.

Õpetajate seas esineb arvamust, et pindala mõiste õpetamine 4. klassis on liiga vara. Samas juba Piaget ja Inhelder (1948/1956, viidatud Kamii & Kysh, 2006 j) on näidanud, et õpilased vanuses 11-12 aastat on võimelised aru saama pikkuse ja laiuse dimensioonist. Arusaamisele aitab kindlasti kaasa õige õpetamismetoodika valik. On leitud, et õpilaste teadmised sõltuvad õpetajate õpetamisviisidest (Palu, 2010) ja et õpetajate roll, suhtumine ja enesemääratlus õpetajana mõjutavad õpilaste õpitulemusi (Uibu, 2010). Seega tuleks lisaks õpilaste teadmistele vaadelda ka õpetaja õpetamisviise.

Käesoleva magistritöö eesmärgiks on välja selgitada õpilaste teadmised esmasest pindala mõiste omandamisest, määrata kindlaks enim raskusi valmistanud ülesanded ja leida enamlevinud väärarusaamused. Samuti teada saada õpetajate arvamusi pindala teema õpetamisest ja leida nende seost õpilaste teadmistega.

*Pindala käsitlemine koolimatemaatikas*

Üldisi õpetamise printsiipe silmas pidades peaksid eelnevad teemad olema omandatud, enne kui raskematele teemadele üle minnakse. Esimese kooliastme lõpuks peaksid õpilased ühe oodatava õpitulemusena olema võimelised mõistma pikkusühikuid ja oskama ümbermõõtu arvutada. Neljandas klassis alustatakse pindala teema õppimisega ja teise kooliastme lõpuks peaksid õpilased aru saama pindalaühikutest ja pindala mõõtmisest.

Pindala kui uue mõiste õppimine eeldab nii protseduurilisi oskusi kui mõistelist arusaamist. Protseduuriliste teadmiste ja oskuste all nähakse õpilaste võimet valida ülesande jaoks efektiivne ja täpne tegevuskava ja suutlikkuses seda kava rakendada. Eelkõige seisneb see päheõpitud toimingute meenutamises ja õpilased ei pruugi veel luua tähenduslikke seoseid (Orton, 2004). Lisaks rõhutatakse protseduuriliste oskuste paindlikkust, mis seisneb suutlikkuses lahendada probleem mitmel erineval viisil ja oskuses valida sobivaim lahendus (Verschaffel, Luwel, Torbeyns & Van Dooren, 2009). Mõisteline arusaamine hõlmab üheaegselt matemaatika põhimõtteid, operatsioone ja suhteid. Selline laiem teemakäsitus eeldab õpilase võimekust rakendada mõisteid ja nendevahelisi seoseid (Orton, 2004). Nii kontseptsioonide kui protseduuride õppimine on seotud, sest arenevad vastastikku (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001; Schneider, Rittle-Johnson & Star, 2011) ja ühe muutumine mõjutab ka teist (Ghazali & Zakaria, 2011; Rittle-Johnson, & Alibali, 1999). Õpilaste edukaks toimetulekuks ja edasiminekuks matemaatikas on vajalikud nii teemast arusaamine, faktilised teadmised kui ka protseduurilised oskused (Sherman & Randolph, 2004; Stylianides & Stylianides, 2007).

On leitud, et mõistelistel teadmistel on siiski suurem mõju protseduuriliste teadmiste üle (Rittle-Johnson & Alibali, 1999). Kõrge mõistelise arusaamisega õpilased on võimelised lahendama selliseid probleemülesandeid, mida nad varem näinud ei ole (Ghazali & Zakaria, 2011). Nii 2009. kui 2012. aasta PISA tulemuste analüüsid näitasid, et kõrgemad tulemused saavutati riikides, kus nn traditsiooniline mälule ja kordamisele rajanev õppimine oli asendunud metakognitiivse lähenemisega. See tähendab, et õpilased saavad ülesandest aru, oskavad teadlikult sobivat õpivõtet valida ning tekstist olulist infot eristada ja edukalt meelde jätta. On leitud, et traditsiooniline õpetamine toetab õpilaste kognitiivseid oskusi, kuid konstruktivistlik õpetamine on vajalik kõrgemal tasemel mõtlemisoskuste arendamiseks (Uibu, 2010). Ka Põhikooli riiklik õppekava (2011) rõhutab matemaatikaõpetuses just arusaamisele, mitte niivõrd faktide ja protseduuride tundmisele. On leitud, et pindala

omandamise võib teha keeruliseks just mõistelise arusaamise puudumine (Huang & Witz, 2011).

Uue Põhikooli riikliku õppekava (2011) järgi õpetatakse Eestis matemaatikat 4. klassis kahe õpiku – Koolibri ja Avita - järgi. Mõlemates õpikutes on käsitletud pindala mõõtmise protsessi, räägitakse arvu ruudust ja pindalaühikutest ning selgitatakse pindvõrdsuse mõistet. Õpikutes õpetatakse pindalaühikute teisendamist ja tuuakse palju näiteid pindala leidmise kohta igapäevaelus (kooliaia värvimine, korteri tubade plaan, vannitoa plaatimine, kasvuhoone klaasimine), sh ülesandeid looduslike objektide (põld, mets) pindalade leidmisest. Koolibri õpik (Telgmaa, Noor & Nurk, 2011) sisaldab palju tekstülesandeid, Avita õpikus (Kaasik, 2011) on seevastu rohkem arvutamisülesandeid. Kui Koolibri õpikus on kandev roll joonestamisel ja tekstülesannete lahendamisel, siis Avita õpiku ülesanded suunavad praktilisele mõõtmisele ja kontrollile ning sisaldavad ka keerukamate (ebakorrapäraste) kujundite pindala leidmist. Seega on mõlemas õpikus nii protseduurilisi oskusi kui mõistelist arusaamist nõudvaid ülesandeid.

#### *Varasematest uurimustest leitud probleeme pindala teema omandamisel ja õpetamisel*

Levinud takistuseks pindala mõistmisel on pikkuse ja pindala segiajamine (Kamii & Kysh, 2006; Muir, 2006, Rathouz, 2011). Nii näiteks loendavad õpilased ruudulisele paberile joonestatud kujundi pindala leidmisel ainult ümbritsevaid ruute (Ryan & Williams, 2007). Õpilastel oli omandatud protseduuriline oskus (loendamine), kuid puudus arusaam, mida loendada. Cowan (2006) toob välja, et üks põhjustest, miks need kaks mõistet omavahel segi aetakse, on teemade paralleelne või järjestikku käsitlemine. Ümbermõõdu ja pindala käsitluste eristamine on vajalik probleemide lahendamiseks ja ruumilise mõtlemise arendamiseks. Nimetatud kahe teema eristamine mõjutab õpilaste arusaamist järgnevatest teemadest ka hilisemas eas (Sherman & Randolph, 2004).

Ka pindalaühikute mõistmisega seonduv tekitab õpilastele II kooliastmes probleeme. On leitud (Kamii & Kysh, 2006), et ruut ei ole veel kinnistunud pindalaühikuna 4. klassis. Vaid 16% uurimuses osalenud neljandikest loendas ruute, samal ajal kui suurem osa (68%) loendas punkte. Siiski selgus, et vanuse kasvades suurenes nende õpilaste hulk, kes ruute loendasid. Neljanda klassi õpilaste jaoks võib lisaks ka pikkuste võrdlemine problemaatiline olla (Battista, 2011). Selles vanuses usaldavad õpilased endiselt tugevalt silma järgi mõõtmist ja teevad vigu loendamisel, jättes ühikuid vahele või loendades topelt. Siiski hakatakse aru

saama, et mõõtmine aitab jõuda täpsema tulemuseni. Seega peaks pindalaühikute õppimisele eelnema täielik arusaam pikkusühikutest (Cowan, 2006).

Pindalaühik on oma olemuselt keerukam kui pikkusühik, sest on liitühik, mis on tekkinud abstraktsiooni tagajärjel (Battista, 2004). Õpilaste jaoks on veel raske tajuda kaht dimensiooni, mida pindala endas hõlmab (Outhred & Mitchelmore, 2000; Zacharos, 2006). Nii pikkust kui pindala kirjeldatakse arvuliselt, kuid mõõtmisviis on neil erinev. Pikkust mõõdetakse joonlauaga, pindala aga ruutudega. Pindala mõõtmise tulemuseks on arv koos ühikuga, seega peaks õpilase vastus sisaldama mõlemat. Ühikuks võib olla nii mittestandardne, nt 12 ruutu või standardühik, nt 5 cm<sup>2</sup>. Vigu võib esineda ka siis, kui õpilastel palutakse võrrelda suuruseid, kuid õpilase tähelepanu on suunatud vaid arvule ning ühik jääb seetõttu märkamata. Eelpool nimetatud juhul võib tulemuseks olla see, et nt 3 cm<sup>2</sup> on suurem kui 2 dm<sup>2</sup>, mis on aga väär.

Huang ja Witz (2011) toovad välja, et õpilastel on raske seostada tasapinnalise kujundi suurust tema pindalaga. Pinnad erinevad pindala poolest, aga võivad olla ka pindvõrdsed. Pindvõrdsus on uus mõiste, mille õppimist alustatakse neljandas klassis paralleelselt pindala teemaga. Kahe pindvõrdse kujundi tajumine on otsustava tähendusega, kas õpilased mõistavad pindala või mitte. Seda, et pindala jääb samaks võrdse arvu ruutude ümberkombineerimisel mõistsid 67% 8. klassi õpilastest (Kamii & Kysh, 2006). Ülejäänud 33% valesivastanute seast leidsid, et kahel erineval üheksast ruudust koosneval kujundil võib olla erinev pindala. Seega võib järeldada, et pindala teemast arusaamine võib tekitada probleeme ka põhikooli III kooliastme viimastes klassides.

Uurides võimalikke erinevusi lahendusstrateegiates, mida 11aastased õpilased kasutavad pindala leidmisel, leidis Zacharos (2006), et spetsiaalsel lühikursusel osalenud õpilased leidsid kujundi pindala ridade kaupa ühikuid loendades ja neid liites, kuid kontrollgrupis osalejad kasutasid valdavalt valemeid. 7. klassi õpilastega tehtud katse ja sellele järgnenud intervjuu näitas, et õpilased usaldavad rohkem oma visuaalset taju või teostavad mõõtmise, et leida pindala (Mamona & Papadopoulos, 2006). Abituriendid ja matemaatikatudengid toetuvad pindala ülesandeid lahendades nii geomeetria-alastele teadmistele, visuaalsele tajule kui ka isiklikule intuitsioonile (Kospentaris, Panagiotis & Spyrou, 2011). Kokkuvõtvalt võib öelda, et strateegia valik oleneb ülesande tüübist ja lahendaja vanusest. Mõiste õppimise algfaasis on aga kindlasti oluline roll õpetajal: õpilane kasutab enamuses tema poolt tutvustatud strateegiaid.



Traditsioonilisel õpetamisel kipuvad õpetajad ületähtsustama pindala valemi rakendamist pindala mõõtmisel (Huang & Witz, 2011). Kuna valemit ei mõisteta, siis on raske aru saada teemast tervikuna. Valemid lihtsustavad pindala arvutamist, kuid mittemõistetud valemi meenutamine on vaid lühiajaline lahendus (Sherman & Randolph, 2004). Juhul kui õpilane õpib valemi mehaaniliselt pähe võivad tagajärgedeks olla väärarusaamad ja kontekstiväline tähenduseta teadmine (Zevenbergen, Dole & Wright, 2004). Pindala valemi päheõppimine on ebaefektiivne, kui reegel pole seotud konkreetse kogemusega (Baturó & Nason, 1996).

Esimestena õpitakse koolis ruudu ja ristküliku pindala valemit. Ilmneb vigu, kui ristküliku arvutamise valemit (pikkus  $\times$  laius või alus  $\times$  kõrgus) kasutatakse ka ebakorrapäraste kujundite pindala arvutamisel. Zacharos (2006) näitas, et õpilaste vastustes ilmneb erinevus, kui nad arvutavad kujundi pindala valemi abil või loendavad pindalaühikuid kokku. See tuleneb sellest, et õpilased teavad valemit ja rakendavad seda igasuguste kujundite, ka ebakorrapäraste puhul. Kui valemi järgi tuleb üks vastus, kuid kattes kujundi pindalatükkidega, on õpilase vastus teine. Selle tulemusel on õpilane segaduses, sest ei mõista, miks valem ei tööta. Õpilane teab protseduuri, kuid ei suuda seda paindlikult kasutada. Siit järeldub, et liigne valemile orienteeritus pärsib ülesandest arusaamist ja mõjutab selle lahendamist (Kaasik & Lepmann, 2002).

Liiga kiire valemi kasutamine koolis võib viidata mitte ainult õpilaste, vaid ka õpetajate pädevuse puudumisele pindala teemast arusaamisel (Baturó & Nason, 1996; Outhred & Mitchelmore, 2000; Rathouz, 2011). Ühe põhjusena, miks õpilastel on raskusi pindalast arusaamisega, on see, et õpetamisprotsessis jätavad õpetajad mitmeid õpetamiseetappe vahele (Haljand, 2013). Samuti on leitud, et algklassiõpetajatel olid tihti sügavamad väärarusaamad seoses pindala mudelite rakendamisega kui lastel (Rathouz, 2011). Pindala arvutamine valemi abil võiks jääda viimaseks sammuks: olla eelnenud etappide loomulik jätk (Zevenbergen, Dole & Wright, 2004).

### *Pindala mõiste õpetamise metoodika*

Pindala valemi õpetamise kõrval on hoopis olulisem pöörata tähelepanu pindala mõiste sisulisele arusaamisele. Zevenbergen, Dole ja Wright (2004) kirjeldavad mudelit, mis toetab üldist mõõtmisprotsessi ja mida sobib kasutada ka teiste suuruste nagu pikkus, ruumala, temperatuur õpetamiseks: 1) probleemi püstitamine; 2) pindade suuruste

võrdlemine; 3) pinna suuruse mõõtmine ruutude loendamise; 4) pindala mõõtmine kasutades standardühikuid; 5) probleemi lahendamine ehk pindala leidmine (arvutamine). Kõigepealt on oluline aru saada, mida tähendab pind. Järgmisena võiks võrrelda tasapinnaliste kujundite suurusi, mis võivad olla erinevad või pindvõrdsed. Soovitav on sarnaseid kujundeid võrrelda silma järgi nii, et kujundid lõigataks välja ja asetatakse üksteise peale (Small, 2009). Võrreldes pindade suurusi, saab väita, et üks pind on suurem või väiksem kui teine.

Oluline on aru saada mõõtmisprotsessist ja selle tähendusest mõõtühikute kasutamisel (Ryan & Williams, 2007). Pindala mõõtmine on vajalik, sest alati ei saa usaldada visuaalset taju. Mõõtmine iseenesest on protsess, mille kaudu omistatakse objektile konkreetne arvuline väärtus (Heddens & Speer, 2006). Pindalast arusaamisel on oluline, et õpilased kujutaksid ette mingi pinna jaotamist võrdsete ühikute alusel. On leitud, et väga noortel (eelkooliealistel) lastel selline ettekujutus puudub (Mulligan, Prescott, Mitchellmore & Outhred, 2005). Pound (2008) järeldas, et enamik õpilasi on siiski enne 1. klassi astumist kokku puutunud terviku osadeks jaotamisega seotud matemaatiliste ülesannetega. Erinevaid pindasid saab mõõta erinevate ühikutega, kuid tähtis on jõuda arusaamisele, et mõõtmisel kasutatavad ühikud peavad olema sama suured (Cowan, 2006; Ryan & Williams, 2007; Haljand, 2013). Samuti peaksid õpilased jõudma arusaamisele standardühiku vajalikkusest, et tekiks ühene arusaam mõõtmistulemusest (Zevenbergen, Dole & Wright, 2004).

Ühikute tajumine võib õpilaste jaoks alguses raske olla (Oks, 2008; Taperson, 2008). Sellest, et mõni ühik on sobivam kui teine, sobib võrrelda nt staadionit ja puulehte (Zevenbergen, Dole & Wright, 2004; Haljand, 2013). Esimese mõõtmiseks sobivad paremini  $m^2$ , teise jaoks aga  $cm^2$ . Seega väikeste mõõtmetega pindade mõõtmiseks on sobivam kasutada väiksemat ühikut ja vastupidi. Mida väiksemat ühikut kasutada, seda täpsem on vastus. Standardühikute tunnetusele aitab kaasa õpetaja näitlikustamine, näiteks öeldes, et see väike ruut on  $1\text{ cm}^2$  suurune, õueala mõõdetakse ruutmeetrites, põldu aga hoopis hektarites. Zacharos (2006) soovib pindala mõõtmisel kasutada kahemõõtmelisi pindalatükke, ruumala mõõta kolmemõõtmeliste näitvahenditega jne. Nii on mõõtmisel saadavale arvule omistatud tähendus lastele paremini arusaadav.

Mõistete ja põhjenduste õppimine nõuab rohkem tähelepanu ja oskusi, kui vaid faktide meenutamine ja algoritmide õppimine (Orton, 2004). Et hinnata õpilaste arusaamist teemast, on ühelt poolt vajalik kindlaks määrata, kas õpilased on omandanud kindlad teadmised ja oskused, teisalt tuleb otsustada õpilaste mõiste tundmise laadi, põhjenduste ja tunnetuse üle (Battista, 2004).

*Pindala mõiste õpetamise seostamine igapäevaeluga*

Matemaatika õppimine annab parimaid tulemusi, kui õpilastel on huvi õppimise vastu (Jukk, 2004; Palu, 2010). Huvi tekkimine on suuresti seotud eluliste probleemidega.

Igapäevaelu ja –kogemustega seotud ülesannete lahendamine viib positiivse suhtumiseni matemaatika õppimisse tervikuna. Mõtlemine ja joonistamine elulistest asjadest on väljakutse ja tähendusrikas õpilaste jaoks (Bonotto & Basso, 2001; Sherman & Randolph, 2004).

Lahendamiseks valitud probleemid, millega õpilased igapäevaelus kokku puutuvad tekitavad neis huvi pindala õppimise vastu (Muir, 2006). Pindala leidmisega puututakse oma töös kokku paljudel elualadel, sh insenerid, ehitajad, disainerid. Kuna ühest arusaama mõiste õpetamiseks pole, soovib Orton (2004) kasutada võimalikult mitmekesiseid näiteid ja ka kontrannäiteid. Näidete abil saab õpilastele mõisteid paremini arusaadavaks teha. Eluliste näitvahendite (nt loomad, sünnipäevakook, šokolaaditahvel) kasutamine koolitunnis seob matemaatikat igapäevaeluga. Õpilased tajuvad paremini probleemi ja leiavad seetõttu ise vajaduse seda lahendada (Muir, 2006; Kamii & Kysh, 2011).

Õpilaste matemaatilisi oskusi arendab piisavate praktiliste kogemuste olemasolu (Huang & Witz, 2011). Zevenbergen, Dole ja Wright (2004) leiavad, et praktilised mõõtmisülesanded peaksid olema võimalikult palju igapäevaeluga seotud, et õpilastes tekiks arusaam, mille jaoks mõõtmine vajalik on. Autorid soovivad erinevate mõõtmisülesannetega tegeleda nii sageli kui võimalik. Decaro ja Rittle-Johnson (2012) leidsid, et avastamist pakkuvad tegevused kombineerituna suulise juhendamisega parandavad õpilaste arusaamist käsitletavast teemast. Ilmnes, et õpilaste teadmised olid oluliselt kõrgemad, kui probleemi lahendamist alustati enne juhendamist. Kuigi probleemi lahendamine enne selleks vajalikku juhendamise saamist oli õpilaste jaoks raskem, tuli välja, et ise avastades mõistsid õpilased paremini oma piiratud teadmisi ja süvenesid õppimistegevusse põhjalikumalt. Kamii ja Kysh (2006) rõhutavad, et õpilasi ei motiveeri ühe kindla vastuse leidmine (nt leia kujundi pindala), seevastu kujundite omavaheline võrdlemine on õpilaste jaoks tähenduslikum, sest nad avastavad vastuse läbi uurimise.

Selleks, et arendada õpilastes loovust, tuleks esitada avatud küsimusi, mis sunniksid õpilasi erinevatest suurustest mõtlema. Diskussiooni erinevate mõõtmisviiside üle saab algsatada, küsides mõtlemist arendavaid küsimusi (Kuidas saaks mõõta kõrvitsat? Kuidas leida ringi pindala?). Rakendades erinevaid mõõtmisviise (kaalumise, mõõtmine jmt), tajuvad õpilased, et vastata saab mitut moodi (Small, 2009).

*Uurimuse eesmärgid ja uurimisküsimused*

Eestis on tehtud mitmeid uurimusi õpilaste matemaatikateadmiste kindlaks tegemiseks (Kerikmäe, 2012; Palu, 2010; Vaabel, 2013), kuid matemaatika põhimõistete omandamist pole piisavalt uuritud. Võttes arvesse seda, et pindalast arusaamine valmistab 4. klassi õpilaste jaoks probleeme ja õpilased teevad erinevaid vigu pindalaga seonduvaid ülesandeid lahendades, on põhjust uurida selle põhimõiste omandamist. Käesoleva uurimuse eesmärgiks oli välja selgitada 4. klassi õpilaste teadmised pindalast, määrata kindlaks, enim raskusi valmistanud ülesanded ja sellest tulenevalt välja selgitada levinumad vead. Lisaks sooviti teada saada, millised on õpetajate arusaamad pindala õpetamisel. Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused:

1. Millised on 4. klassi õpilaste teadmised pindalast?
2. Millistes pindalaga seotud ülesannetes tehakse kõige rohkem vigu ja millised on enamlevinud väärlahendused?
3. Millised on õpetajate arusaamad pindala õpetamisest ja kuidas on need seotud õpilaste tulemustega?

Magistritöö tulemusena saaks ülevaate pindala mõiste omandamisega seotud probleemidest selle mõiste õpetamise algfaasis. Töö annaks väärtuslikke teadmisi nii klassiõpetajale kui ka matemaatikaõpetajale pindala mõiste teadlikumaks käsitlemiseks. Metoodiliste soovitude rakendamine aitaks parandada mõiste omandamist.

## Metoodika

*Valim ja protseduur*

Magistritöö andmed koguti 2014. aasta veebruari- ja märtsikuus. Uurimus viidi läbi pärast teema õpetamist kolmandal õppeveerandil. Mugavusvalimi moodustasid 4. klassi õpilased ja nende õpetajad viiest Tartu linna koolist. Uurimuses osales 12 klassi. Testile vastanud õpilaste arv erines klassiti: kõige vähem vastanuid oli klassis, kus antud hetkel õppis 14 õpilast ja kõige suurema arvuga klassis oli 24 õpilast. Keskmiselt oli klassis 20 õpilast. Kokku vastas testile 239 õpilast ja 11 õpetajat. Käesoleva magistritööga uuriti 4. klassi õpilaste teadmisi pindalast ja võrreldi testide tulemusi õpetajate arusaamisega pindala õpetamisest. Andmeid võrreldes viidi kokku õpilane ja teda õpetav matemaatikaõpetaja.

Küsimustikud jagas õpilastele nende matemaatikaõpetaja ja nende täitmiseks oli aega 45 minutit. Õpetaja täitis küsimustiku pindala teema õpetamise kohta. Ülesanded olid

õpilastele iseseisvaks lahendamiseks. Õpetajatel paluti testid jaotada õpilastele ilma eelneva teema meeldetuletamiseta. Testide tulemusi kontrollis töö autor.

### *Mõõtevahendid*

Õpilaste teadmiste mõõtevahendiks oli test (Lisa 1), millega kontrolliti pindala mõiste tundmist ja sellest arusaamist. Ülesannetega kontrolliti ka pindalaühikute tundmist. Testi koostamisel võeti aluseks üldist mõõtmisprotsessi kirjeldav mudel (Zevenbergen, Dole & Wright, 2004) ning vaadeldi ka kahte matemaatikaõpikut (Koolibri ja Avita). Testi valiidsuse tagamiseks viidi eelnevalt läbi pilootuuring ühe klassi õpilastega, et selgitada välja testi nõrgad kohad ja sõnastada üheselt arusaadavalt tööjuhendi küsimused. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbachi alfa, mis kinnitas testi usaldusväärsust ( $\alpha=0,757$ ).

Test koosnes kokku üheksast ülesandest, alaülesannetega kokku 14. Protseduurilisi oskusi nõudvad ehk faktide meenutamise ülesanded olid: 1; 2.1; 3; 7 ja 9.1. Pindala kontseptsioonist arusaamist kontrollisid ülesanded 2.2; 4; 5; 6; 8 ja 9.2. Mõned ülesanded nõudsid vastuse põhjendamist ja mõne puhul oli vaja kasutada abivahendina joonlauda.

Esimene ülesanne seisnes kujundite suuruste silma järgi võrdlemises. Teises ülesandes pidid õpilased otsustama ruutude loendamise, milline kahest kujundist on suurem ja oma vastust paluti põhjendada kirjalikult. Kolmas ülesanne nõudis loovust ja täpsust, sest ruudustikku tuli joonistada kaks erinevat, kuid pindvõrdset kujundit. Neljandas ülesandes tuli õpilastel leida kujundi pindala, kui antud oli ühe ruudu külje pikkus. Õigeks loeti vastus ruutühikutes. Viienda ülesandega uuriti, kui hästi tajuvad õpilased pindalaühikuid. Võrreldi erinevate objektide (kaseleht, põld, märkmiku kaas, korteri pind) suuruseid ja vastuseks leiti sobivaim, sealjuures valitud objektid erinesid üksteisest oluliselt oma suuruse poolest. Kuues ülesanne oli igapäevaeluga seotud tekstülesanne, mille sisuks oli teada saada, mitut plaati oli vaja seinale katmiseks. Tekstülesandes ei esinenud sõna *pindala*. Seitsmenda ülesandega vaadeldi, kas õpilased loendavad ruute või rakendavad valmit (pikkus x laius) ristküliku pindala leidmisel. Oma tegutsemisviisi paluti õpilastel ka põhjendada. Kaheksanda ülesandega kontrolliti, kui hästi oskavad õpilased leida ristküliku mõõtmeid, kui teada oli pindala. Ülesanne oli otseselt seotud pindala valemi rakendamisega. Üheksas ülesanne nõudis nutikust leida ristkülikust ja ruudust erineva kujundi pindala. Viimase ülesande puhul ei eeldatud, et õpilane teab kolmnurga pindala arvutamise valemit.

Õpetajate arvamuste kirjeldamiseks koostati küsimustik (Lisa 2), mille koostajaks oli autorile abiks Anu Palu. Küsimustik tugines õpilase testile ja koosnes neljast osast. Esimeses

osas sooviti saada infot õpetajate õpetamisviisi kohta. Küsiti teema sissejuhatamise ja valemi õpetamise kohta. Teises osas tuli õpetajatel hinnata, kui sageli nad kindlat tüüpi ülesandeid õpilastega lahendavad. Kolmandas osas küsiti õpetajate arvamusi kahe enamlevinud väärarusaama kohta (ümbermõõdu ja pindala segiajamine ja pindalaühiku asemel pikkusühiku kirjutamine). Mõlema probleemi korral küsiti kõigepealt väärarusaama tekkimise põhjust ja seejärel võimalikke võtteid olukorra lahendamiseks. Neljanda osa küsimused olid taustteadmisteks õpetaja staaži ja kasutatava õpiku kohta. Samuti oli siin õpetajatel võimalus jagada muresid ja teha ettepanekuid pindala teemaga seoses.

Õpetajate vastused õpetamisviiside kohta kodeeriti vastavalt kahele kategooriale: protseduuriliste teadmiste või mõistelise arusaamise omandamine. Mõistelisele arusaamisele orienteeritud õpetamine tähendas rohkem näitlikustamist, arutlemist, praktiliste tegevuste läbiviimist, koos tegutsemist. Protseduuride omandamisele orienteeritud õpetamine aga pideva harjutamise ja kinnistamise esikohale seadmist, meeldetuletamist ja võimalikult palju ülesannete lahendamist. Usaldusvääruse tagamiseks kodeeriti õpetajate vastused töö autori ja tema juhendaja poolt.

#### *Andmetöötlus*

Andmete töötlemiseks kasutati andmetöötlusprogrammi SPSS versiooni 20.0 ning tabelarvutusprogrammi MS Excel. Andmeid töödeldi kvantitatiivsete andmeanalüüsimeetoditega kasutades kirjeldava statistika näitajaid: aritmeetiline keskmine (M), standardhälve (SD), minimaalne ja maksimaalne tulemus. Järeldava statistika tegemiseks kasutati aritmeetiliste keskmiste võrdlemisel dispersioonanalüüsi ANOVA ja T-testi. Statistiliselt oluliseks loeti tulemused usaldusnivool  $p < 0,05$ , mis tähendab kuni 5% eksimisvõimalust.

### Tulemused

#### *Pindala testi üldine lahendus 4. klassides*

Kõigepealt sooviti teada, millised on 4. klassi õpilaste teadmised pindalast. Selleks analüüsiti testide tulemusi kirjeldava statistika analüüsimeetoditega. Testi eest oli võimalik maksimaalselt saada 14 punkti. Keskmiselt saadi 10,3 punkti (SD= 2,6). Parima tulemuse ehk kõik ülesanded lahendas õigesti 26 õpilast, mis moodustab 10,9% kogu valimist. 29 õpilase keskmine tulemus oli alla 50%. Õpilaste keskmised tulemused erinesid statistiliselt oluliselt (T-test,  $p < .001$ ).

Uuringus osales kokku 12 klassi. Klasside keskmiste tulemuste hindamiseks tehti dispersioonanalüüs ANOVA, mis näitas, et klasside keskmised on statistiliselt oluliselt erinevad,  $F=7,63$  (11, 227),  $p<0,001$ . Klasside parim tulemus oli  $M=0,89$ ,  $SD=0,12$ . Kõige madalam tulemus oli  $M=0,56$ ,  $SD=0,23$ . Klasside keskmiste tulemuste vahe oli 33protsendipunkti.

Võrreldes ülesannete lahendatust erinevatel kognitiivsetel tasanditel, selgus, et õpilased lahendasid paremini protseduurilisi oskusi nõudvaid ülesandeid. Protseduuriliste ülesannete keskmiste tulemuste ja mõistelist arusaamist nõudvate keskmiste tulemuste vahel oli statistiliselt oluline erinevus (t-test,  $p<.001$ ).

### *Enamlevinud vead*

Teiseks selgitati välja, millised ülesanded valmistasid õpilastele enim raskusi ja millised olid levinumad väärlahendused. Ülesannete keskmist lahendatust kirjeldab tabel 1. Ühtegi ülesannet, mille kõik 239 vastanut oleksid veatult sooritanud, ei esinenud. Kõige paremini lahendati ruutude loendamise ülesanne. Kõik ühikute tajumisega seotud ülesanded sooritati samuti suures osas õigesti – vähemalt 88% õpilastest vastas 5. ülesandele veatult. Kõige halvemini lahendati ristkülikust ja ruudust erineva kujundi pindala leidmise ülesanne, mille õigesti lahendatus (18%) oli ainsana alla poole.

Tabel 1. *Ülesannete keskmine lahendatus.*

Ülesanne	Kirjeldus	Õigesti lahendanud õpilaste arv	Õigesti lahendatus %
2.1	Ruutude loendamine	229	96%
5.2	Ühikute tajumine	220	92%
5.1	Ühikute tajumine	220	92%
2.2	Vastuse põhjendamine	219	92%
5.3	Ühikute tajumine	213	89%
5.4	Ühikute tajumine	210	88%
1	Pindade silma järgi võrdlemine	193	81%
6	Igapäeva eluga seotud tekstülesanne	179	75%
3	Pindvõrdsuse mõistmine	171	72%
7.1	Ristküliku pindala leidmine	160	67%
9.1	Ristküliku pindala arvutamine	157	66%
4	Kujundi pindala leidmine	144	60%
8	Ristküliku mõõtmete leidmine pindala järgi	136	52%
9.2	Ebakorrapärase kujundi pindala arvutamine	43	18%

Kõige madalama lahendustulemusega ülesande (vt ül 9.2) puhul jäeti kõige sagedamini ülesanne lahendamata (25,1%). Vigade variatiivsus oli suur, kokku anti 56 erinevat väärvastust. Kõige tüüpilisemaks veaks oli pindala asemel übermõõdu leidmine (11,3% õpilastest). 45,6% kõigist õpilastest leidis vastuseks erinevaid arve, sh enamus neist kirjutas juurde õige ühiku. Kõik ülesande 9.2 vastused on esitatud tabelis 2.

Tabel 2. Ülesande 9.2 vastused. Ebakorrapärase kujundi pindala arvutamine.

Vastus	Kirjeldus	Õpilaste arv	Õpilaste arv %
Puudub	Ülesanne lahendamata	60	25,1%
12cm <sup>2</sup>	Korrektne vastus	43	18%
18cm <sup>2</sup> /18cm/18	Pindala asemel leiti übermõõdt	27	11,3%
Erinevad valed vastused	Õige ühik	73	30,5%
	Vale ühik	20	8,4%
	Ühikuta	16	6,7%

Problemaatiline oli ka ülesanne, kus oli vaja leida ristküliku mõõtmed, kui pindala oli 24 dm<sup>2</sup>. Korrektseks vastuseks loeti üks või mitu neist mõõtmetest: 1x24, 2x12, 3x8, 4x6. Õigesti vastas 57% õpilastest. 7,1% kõigist õpilastest kirjutas välja kõik neli lahendit. Ülesande jättis lahendamata 19,7% õpilastest. Enamlevinud veana tuletati mõõtmed übermõõdu valemi kaudu (13,4%). Erandliku lahendina vastati, et „mõõtmed on suured“; „lahendiks võib olla ükskõik missugune arv, kui kokku tuleb 24dm<sup>2</sup>“. Üks õpilane kirjutas ristküliku pindala arvutamise valemi (a·b), kuid ei leidnud mõõtmeid. Kaks õpilast lahendasid ülesande joonise abil, kuid esitatud mõõtmed olid valed. Tulemused on esitatud tabelis 3.

Tabel 3. Ülesande 8 vastused. Ristküliku mõõtmete leidmine.

Vastus	Kirjeldus	Õpilaste arv	Õpilaste arv %
Õpilane esitab vaid 1 variandi	Korrektne vastus	76	31,8%
Puudub	Ülesanne lahendamata	47	19,7%
Õpilane esitab 2 varianti	Korrektne vastus	28	11,7%
Õpilane esitab 4 varianti	Korrektne vastus	17	7,1%
Õpilane esitab 3 varianti	Korrektne vastus	15	6,3%
10x2, 12x12, 7x5, 16x8, 8x4, 10x14	Übermõõdu valemist tuletatud mõõtmed	32	13,4%
13x11, 2x22, 2x5, 6x2 jmt	Erinevad valed mõõtmed	11	4,6%
Muud vastused	Ühe pikkuse leidmine, pindala leidmine, ainult arv, valemi kirjutamine	13	5,4%



Keskmisest kehvemini lahendati ka ruudustikku joonistatud risküliku pindala leidmise ülesanne (vt Tabel 4). Ülesandele vastas õigesti 140 õpilast (58,6%). Enamlevinud valedes vastustes märgiti õige arvu taha vale ühik (16,3%), leiti kogu ruudustiku pindala (5%) või loendati kujundit ümbritsevaid ruute (3,8%), 3,8% õpilastest andis vastuseks 6, jättes ühiku märkimata. 4 õpilast (1,7%) ei lahendanud ülesannet.

Tabel 4. Ülesande 4 vastused. Kujundi pindala leidmine.

Vastus	Kirjeldus	Õpilaste arv	Õpilaste arv %
6cm <sup>2</sup>	Korrektne vastus	140	58,6%
6cm	Vale ühik	39	16,3%
24cm <sup>2</sup>	Õpilane leiab kogu ruudustiku pindala	12	5%
10 cm/cm <sup>2</sup>	Õpilane leiab ümbermõõdu	11	4,6%
6	Ühik märkimata	9	3,8%
6 ruutu	Õpilane loendab ruute	4	1,7%
Puudub	Ülesanne lahendamata	4	1,7%
Muud vastused	Erinevad arvud koos ühikuga ja ilma	20	8,3%

Ülesanne 6 oli tekstülesanne, milles probleemi lahenduseks paluti leida plaatide arv seinakatmiseks. Ülesandes ei esinenud terminit *pindala*, kuid õige vastuse jaoks pidid õpilased oskama pindala leida ja selle kaudu arvutada täpse plaatide arvu. Kuigi ülesande lahendas õigesti 75% õpilastest, jättis 5% õpilastest selle lahendamata ja ülejäänud andsid erinevaid väärilahendusi (vt Tabel 5). Selgus, et kõige tüüpilisemaks väärilahendiks oli tekstis esinenud arvude liitmine (6,3%). Samuti oli vastusteks antud erinevaid arve, kuid puudub teadmine, kuidas vastus saadi (suurim plaatide arv oli 205, väikseim 4). Kuigi vastuseks oodati plaatide arvu, siis üksikud vastused sisaldasid ka pikkus- ja pindalaühikuid.

Tabel 5. Ülesande 6 vastused. Igapäeva eluga seotud tekstülesanne.

Vastus	Kirjeldus	Õpilaste arv	Õpilaste arv %
20 (plaati)	Korrektne vastus	179	75%
Vale plaatide arv	Numbrite kombineerimisel saadud erinevad vastused	34	14%
Puudub	Ülesanne lahendamata	12	5%
18	Vastus leiti ümbermõõdu valemi põhjal $2x(4+5)$	10	4%
Arv koos ühikuga	Arv koos pikkus- või pindalaühikuga	4	2%

Kaks ülesannet – 2.2 ja 7.2 - nõudsid oma teguviisi põhjendamist. Ülesande 2 sisu oli järgmine: *Millise ruudustikku joonistatud tähe värvimiseks kulub rohkem värvi? Miks?* Õpilaste vastustest selgus, et 47,7% õpilastest põhjendas värvikulu rohkemate ruutude värvimisega, 32,2% õpilastest nimetas põhjusena S-tähe suuremat pinda või pindala, 10,9% vastanutest ütles, et S on suurem, 6 õpilast ehk 2,5% ei osanud oma arvamust põhjendada ja 3 õpilast (1,3%) vastas, et S võtab rohkem ruumi. 13 õpilase (5,4%) põhjendus tulenes mitte tähe suurusest, vaid kujust (S on kõver, käänuline, nurgaline, sakiline, väänduv, sinka-vonkiline jmt).

Ülesanne 7 seisnes 12 ruudust koosneva ristküliku pindala leidmises, kui väikese ruudu küljepikkus on 1cm. Eelkõige vaadeldi, kas õpilane loendab ruute või rakendab valemit. Selgus, et enamik (62%) leidis ristküliku pindala valemi järgi. 20% luges kokku kõik ruudud. 5,4% õpilastest ei osanud oma teguviisi põhjendada. 10 õpilast (4,2%) leidis ristküliku pindala tehte  $12 \cdot 4 = 48$  järgi ehk korrutas ruutude arvu 4ga. 3 õpilast korrutas ruutude arvu 2ga. 5 õpilast kasutas übermõõdu valemit. Üks õpilane korrutas ruutude arvu iseendaga ehk  $12 \times 12$ . Erinevat tüüpi vastuseid anti kokku 14.

#### *Õpetajate arvamused pindala õpetamisest ja nende seos õpilaste tulemustega*

Õpetajate käest küsiti arvamusi pindala teema õpetamise kohta. Kõigepealt sooviti teada, kuidas nad pindala teemat sissejuhatavad. 8 õpetajat 11st arutlevad koos õpilastega kõigepealt teema üle ja vajadusel abistavad õpilasi, et nad jõuaksid pindala mõistmiseni. Ülejäänud kolm õpetajat teevad ise teoreetilise sissejuhatuse pindala mõiste vajalikkusest. Teiseks küsiti ristküliku pindala valemi õpetamise kohta. Vastuste järgi tuli välja, et 8 õpetajat püstitab kõigepealt ise probleemi ja siis asutakse seda koos lahendama. 3 õpetajat lasevad õpilastel jõuda probleemini ja lahendada see iseseisvalt. Ükski õpetaja ei kirjuta lihtsalt valemit tahvlile ega lase seda õpikust järgi vaadata.

Kahe küsimuse vastuseid võrreldi ka omavahel. Selle tulemusena 3 õpetajat eelistavad juba pindala teema esmasel õpetamisel lasta õpilastel arutleda teema üle ja avastada valemit probleemi lahendamiseks. 5 õpetajat lasevad küll õpilastel arutleda teema üle, kuid hiljem püstitavad ise probleemi ristküliku pindala valemi leidmiseks. 3 õpetajat teevad ise teoreetilise sissejuhatuse ja püstitavad probleemi valemi õppimiseks.

Õpetajatelt uuriti, kui sageli nad erinevat tüüpi ülesandeid oma igapäevatoos kasutavad. Selleks esitati neile 9 erinevat ülesande tüüpi ja paluti hinnata kasutamise sagedust skaalal 1 - 5, kus 1 tähendas, et ülesannet ei lahendatud mitte kunagi ja 5, et ülesannet

lahendati väga sageli. Kõik õpetajad väitsid, et sageli või väga sageli lahendatakse ülesandeid, kus valemi abil tuleb leida suvalise ristküliku pindala. Lisaks lahendatakse sageli igapäevaeluga seotud tekstülesandeid, kus ülesande tekstis on olemas sõna pindala. Nt *Toa põranda pikkus on 3 m ja laius 5 m. Kui suur on põranda pindala?* Enamus õpetajaid vastas, et sageli lahendatakse ka erinevaid ühikute tajumise ülesandeid. Seevastu selgus, et ristkülikust ja ruudust erinevate kujundite pindalaid leitakse harva. Kuigi üks õpetaja väitis, et lahendab sellist tüüpi ülesandeid väga sageli siis üks õpetaja ütles, et ei lahenda selliseid ülesandeid mitte kunagi. Ülesandeid, mida õpetajad mitte kunagi ei lahenda, leiti vaid üks (nagu eelpool mainitud). Samas leidus ülesande tüüpe, mida üksikud õpetajad väga sageli rakendavad (igat ülesandetüüpi nimetati vähemalt korra).

Küsimustiku kolmandas osas esitati õpetajatele 2 õpilaste poolt tehtud väärarusaama ja paluti avaldada oma arvamust nende kahe enamlevinud vea kohta. Esitatud probleemid olid: 1) õpilane leiab ristküliku pindala asemel ümbermõõdu; 2) õpilane kirjutab pindala arvulise väärtuse juurde pikkusühiku. Õpetajate poolt antud vastused kodeeriti ja moodustati 2 gruppi selle järgi, mida õpetajad rohkem tähtsustavad: kas protseduurilisi teadmisi ja oskusi või mõistelist arusaamist. Selgus, et 11 õpetajast 4 pooldasid arusaamisega õpetamist, 4 pidasid oluliseks pidevat harjutamist ja kinnistamist. Osale õpetajatest olid omased mõlemad tunnused ja need eristati kolmanda grupina.

Esimesena küsiti õpetajate käest, mis võiks olla antud kahe probleemi tekkimise põhjuseks. Kõik õpetajad leidsid, et neile esitatud probleemid on aktuaalsed igapäevatoos. Protseduurilistele oskustele rõhku panevad õpetajad leidsid, et õpilastel tekib probleeme, kui ollakse liialt valemile keskendunud või teemat pole piisavalt harjutatud. Veel leiti, et õpilased teevad vigu keskendumisprobleemide ja unustamise tõttu. Enam arusaamisele rõhku panevad õpetajad leidsid, et probleemid pindalast arusaamisel seisnevad uue mõiste abstraktsuses, mõiste väheses rakendamises igapäevaelus, mõistete ja ühikute segiajamises ja oskamatuses pindala leida. Veel leidsid need õpetajad, et õpilaste seosed antud teemal on veel nõrgad ja õpilased ei taju mõistete erinevust sügavuti.

Mitmed õpetajad tõid probleemi tekkimise põhjuseks ajanappuse: pindala mõiste tuleb omandada lühikese ajaperioodi jooksul. Üks õpetaja viitas sellele, et ümbermõõtu ja pindala õpitakse järjestikku ja see võib olla põhjus, miks need teemad omavahel segi aetakse. Veel leiti, et vana harjumuse jõud on suur, st ollakse harjunud pikkusühikuid ka pindala juurde märkima. Üksikud õpetajad arvasid, et vead tekivad hooletuse tagajärjel. Vaid üks õpetaja leidis, et nimetatud kaks eksimust pole kõige olulisemad vead selle teema juures: „Lapsed ei

mõista pindala olemust!“ Übermõõt ja pindala aetakse segamini, sest igapäevaelus übermõõdu ja pindala mõõtmisega ei tegeleta. Ka ühikute teema tekitab segadust: „Hektarit ei taju lapsed üldse. Põllu mõistet ka tänapäeval ei teata“. Sama õpetaja avaldas arvamust, et laps jätab teema meelde vaid üheks korra (tunniks) ja et ülesannete seostamine on veel nõrk: „Ta (laps) võtab iga ülesande puhul nõ nullseisu. Kui ühes ülesandes on kõik õigesti lahendatud, siis järgmises võib ta olla ikkagi teemat valesti mõistnud.“

Teiseks küsiti õpetajatelt arvamusi õpilaste vigade parandamiseks või ennetamiseks. Tulemustest selgus, et õpetajad, kes panevad rõhku mõistelisele arusaamisele, näitlikustavad, arutlevad ning teevad ülesandeid rohkem koos õpilastega läbi. Samuti peavad nad tähtsaks praktilisi tegevusi ja igakülgset selgitustööd teema omandamiseks. Õpetuse parandamiseks rõhuvad nad enam koos läbiarutamisele ja praktilistele tegevustele. Üks õpetaja soovitas tuua näiteid, mis juhtub, kui ühikud ei ole õiged (pindala muutub pikkuseks). Veel soovitati mõõta konkreetseid esemeid õpilase ümber.

Protseduuride õpetamisele orienteeritud õpetajad rõhutasid pidevat harjutamist ja kinnistamist, meeldetuletamist ja võimalikult paljude ülesannete lahendamist. Teemast paremaks arusaamiseks pakuvad nad pidevat harjutamist ja kinnistamist, lisäülesannete lahendamist, meelde tuletamist ja vastuste kontrollimist. Veel leiti, et igapäevaeluga seotud ülesannete lahendamine ja ühikute teisendamine/võrdlemine annaksid paremaid tulemusi. Mõni õpetaja soovitas hoolikamalt tööjuhendit lugeda ja vajadusel alla joonida, mida otsitakse. Ühe õpetaja arvates toimib, kui õpilasi pidevalt kontrollida ja mitte lugeda õigeks, kui arvutus on õige, kuid juurde kirjutatakse vale ühik.

Viimase osa küsimustes oli õpetajatel soovi korral võimalus teha ettepanekuid või jagada muresid, mis on seotud pindala teema õpetamisega 4. klassis. Selgus, et enamus õpetajaid peavad antud teemat raskeks. Puudust tuntakse ülesannetekomplektist, mida saaks kasutada alates 1. klassist. Leiti, et õpikud ei sisalda piisaval hulgal erineva lähenemisega ülesandeid. Üle poole küsitletud õpetajatest rõhutas eluliste ülesannete ja praktiliste tööde tegemise tähtsusele. 3 õpetajat 11st arvas, et teemat võiks õpetada hiljem (järgmistes klassides).

Õpetajate grupe võrreldi erinevate ülesannete tüüpide kasutamissagedusega. Harjutamist pooldavad õpetajad lahendasid erinevat tüüpi ülesandeid *harva* (39%), *sageli* (36%) või *väga sageli* (25%) ja vastused jaotusid ühtlaselt. Arusaamisega õpetuse pooldajad kasutasid erinevaid ülesannete tüüpe *sageli* (62%), *väga sageli* (22%) või *harva* (13%).

Kolmanda grupi moodustanud õpetajad vastasid, et lahendavad erinevat tüüpi ülesandeid *sageli* (52%), *harva* (13%) või *väga sageli* (3%).

Õpetajate arvamusi võrreldi õpilaste testi tulemustega. Selleks võeti vaatluse alla kaks klasside gruppi: kõrgema tulemusega klassid, kelle keskmine tulemus oli kogu valimi keskmisest poole standardhälbe punkti võrra kõrgem ( $M=+0,5SD$ ), ja madalama tulemusega klassid, kelle keskmine tulemus oli kogu valimi keskmisest poole standardhälbe punkti võrra madalam ( $M=-0,5SD$ ). Kumbagi gruppi sattus kolm klassi. Õpetajate vastuste põhjal selgus, et kahe kõige kõrgema tulemuse saavutanud klasside õpetajad kasutavad ja peavad olulisemaks mõistelise arusaamise kujundamist. Paremuselt kolmanda tulemuse saavutanud klassi õpetaja vastuste põhjal võis järeldada, et tema õpetus on orienteeritud nii protseduuriliste teadmiste andmisele kui mõistelise arusaamise kujundamisele. Sama võib öelda ka kahe madalama tulemuse saavutanud klasside õpetajate kohta. Kolmas madalama tulemusega klassi õpetaja pidas tähtsamaks protseduuriliste oskuste arendamist. Üldiselt võib öelda, et protseduurilisi oskusi enam rõhutavate õpetajate klasside lahendus tulemused jäid vahemikku 64% -78%, mõisteliselt arusaamist enam väärtustavate õpetajate klassidel aga 70% – 89%.

Õpetajatelt küsiti ka kasutatava õpiku kohta, kuid vastuste järgi ei ilmnenud seost õppevahendi ja tulemuste vahel.

#### Arutelu

Käesoleva uurimuse eesmärgiks oli välja selgitada neljanda klassi õpilaste teadmised pindalast, määrata kindlaks enim raskusi valmistanud ülesanded ja sellest tulenevalt välja selgitada levinumad vead. Lisaks sooviti teada saada, millised on õpetajate arusaamad pindala õpetamisest.

Magistritöö esimese uurimisküsimusena sooviti välja selgitada neljanda klassi õpilaste teadmised pindalast. Testi tulemuste põhjal oli õpilaste keskmine lahendus 74%, mis tähendab, et pindala teema oli suuremas osas omandatud. Ka vabariiklikel matemaatika tasemetööl (2013) 3. ja 6. klassides saavutati üsna kõrged tulemused, kus keskmine lahendus oli vastavalt 80,4% ja 59%. Siiski võib oletada, et antud testi lahendamise kõrge tulemus võis olla tingitud asjaolust, et uurimuses osalesid vaid Tartu linna koolid.

Väga hästi testi sooritanud ja kehva tulemuse saavutanud õpilaste arv jäi mõlemal juhul alla 30, mis antud valimi puhul moodustab 11-12% kõigist vastanutest. Ka varem on leitud, et tippude osakaal meie koolides on väike ning et Eesti õpetajad kindlustavad koolides

vähemalt kesktaseme (PISA, 2012). Mõnes klassis võis tulemus jääda madalamaks ka seetõttu, et kohal polnud kõiki õpilasi. Koolide vahelistest erinevustest on räägitud ka seoses PISA tulemustega (Mikk, Kitsing, Must, Säälük & Täht, 2012) ja jõutud järeldusele, et paremate tulemuste saavutamiseks Eestis oleks vaja vähendada koolide erinevusi õpitulemuste osas.

Kuigi üldine testi lahendatus oli hea, ei saa väita sama, kui vaadelda teadmisi erinevatel kognitiivsetel tasemetel. Kõrgemaid kognitiivseid võimeid nõudnud ülesanded lahendati kokkuvõttes kehvemini. Sama tõdemuseni on jõutud ka varem teiste teemade puhul (Palu, 2010; Vaabel, 2013). Võib oletada, et protseduure ja algoritme harjutatakse ja kinnistatakse pidevalt, mistõttu olid seda tüüpi ülesanded õpilastele tuttavad, ning neid osati lahendada. Et õpilased oskaksid paremini lahendada ka kõrgemal kognitiivsel tasemel pindala ülesandeid, tuleks rohkem rõhku panna mõiste sisulisele omandamisele (Zacharos, 2006). Seega peaks laskma õpilastel ise pindala valemit avastada, küsida põhjendusi oma teguviisidele ja laskma arvutada erinevate kujundite pindalaid.

Analüüsides ülesannete keskmist lahendatust, leiti, millistes pindalaga seotud ülesannetes tehakse kõige rohkem vigu ja millised on enamlevinud väärlahendused. Selgus, et kõige paremini ja kõige halvemini lahendatud ülesande vahel ilmnes suur erinevus. Kõrge tulemusega lahendati lihtsat protseduurilist oskust nõudvat ülesannet. Neljanda klassi õpilased oskavad ruudustikku joonistatud kujundite suurusi võrrelda ja oma vastust ka põhjendada. Hästi lahendati ka pindalaühikute tajumisega seotud eluline ülesanne, mida võis pidada 4. klassile raskeks (Kamii & Kysh, 2006). Ka õpetajate arvamusest tuli välja, et pindalaühikud tekitavad raskusi. Õigesti lahendatus võis tuleneda sellest, et kõik valitud objektid olid lihtsalt mõistetavad ja õpilastele tuttavad, antud näited ülesandes olid elulised ja omasid tähendust õpilaste jaoks. Võis ka oletada, et õpilased välistasid valesid suuruseid ja jõudsid nii õige lahendini.

Kõige rohkem väärlahendeid või lahendamata jätmisi põhjustas loovat lähenemist ja mõistelist arusaama nõudev ülesanne, kus tuli arvutada ristkülikust ja ruudust erineva kujundi pindala. Antud juhul oli tegemist kõrgemat mõistelist arusaamist nõudva probleemülesandega. Ülesande lahendamata jätmise võis tuleneda oskamatusesest, sest see polnud tüüpiline õpikuülesanne. Samas ei oodatud õpilastelt oskust leida kolmnurga pindala, vaid leidlikkust tõsta kujundi osi ümber ja nii arvutada juba õpitud kujundi, ristküliku pindala. Suur valedete arv ja pindala asemel ümbermõõdu leidmine võib viidata sellele, et õpilased keskendusid liialt valemi peale mõtlemisele ega suutnud näha muid võimalusi probleemi

lahendamiseks. Samas kui õpilane ei osanud leida pindala, arvutas ta korrektselt välja übermõõdu, mis tähendas, et õpilane ei aja übermõõtu ja pindala segi, vaid kasutas juba varemõpitud protseduuri vastuse leidmiseks, olgugi, et küsiti muud suurust. Vale vastuse andnud õpilaste puhul järelalus, et suurem osa (1/3 kogu valimist) siiski mõistab ruutühiku kirjutamise tähtsust. Piisavate matemaatiliste kogemuste olemasolu – kujundite lahtilõikamine, überpaigutamine - aitab õpilastel edukamalt ka keerukamaid pindalaga seotud ülesandeid lahendada (Huang & Witz, 2011). Seega võiksid õpetajad rohkem kasutada selliseid ülesandeid pindala õpetamisel.

Sarnaselt eelmisele ülesandele jättis ka suur hulk õpilasi ristküliku mõõtmete leidmise ülesande lahendamata. Antud ülesanne liigitati mõistelist arusaamist nõudvaks, sest pindala valemist tuli leida ristküliku kaks mõõdet. Ka selle ülesande puhul anti väga palju erinevaid väärvastuseid. Kõige sagedamini leiti mõõtmel übermõõdu valemit kasutades. Selline teguviis võis olla tingitud asjaolust, et übermõõdu valem oli õpilaste jaoks tuttav ja seda oldi harjunud kasutama. Samas võis põhjuseks olla ka pindala valemi sisu mõistmatus. Võib oletada, et need õpilased, kes kasutasid übermõõdu valemit, ei teadnud pindala arvutamise valemit või ei osanud valemit antud juhul rakendada. Rakendamise tase on aga Bloomi taksonoomia järgi kõrgemal kohal kui teadmine ja arusaamine. Õpilaste osakaal, kes pakkusid mõõtmel kõiki erinevaid täisarvulisi vastuseid oli alla 10%. Selle põhjal võib öelda, et kõigi õigete variantide pakkumine on jõukohane vaid kõrgemate kognitiivsete võimetega õpilastele (Cindric & Zorica, 2013). Samas võib olla põhjuseks ka õpilastel kujunenud arusaam, et igal ülesandel on alati vaid üks lahendus ja vastus. Sellise arusaama vältimiseks võiksid õpetajad anda lahendada avatud ülesandeid, millel on rohkem kui üks lõpptulemus või lõpptulemusele jõudmiseks saab kasutada erinevaid lahendusteid (Small, 2009).

Ka ruudustikku joonistatud kujundi (ristküliku) pindala leidmise ülesanne (ül nr 4) eeldas õpilastelt mõistelist arusaamist. Vastuseid analüüsisides vaadeldi, kas õpilased loendavad ruute kujundi sees või väljaspool või hoopis loevad ruuduküljepikkuseid. Levinuim vale vastus oli õige arvu ruutude loendamine kujundi sees, kuid vastuse esitamine pikkusühikuga. Põhjusteks võis olla nii hooletus ja unustamine kui ka harjumus kirjutada pindala juurde pikkusühik. Selles ülesandes õpilased siiski ei seosta pindala pindalaühikute märkimisega, sest osa õpilasi jättis ühiku üldse märkimata. Kogu ruudustiku pindala leidmine võis tuleneda tööjuhendi osalisest või valesti lugemisest. Väike osa õpilasi leidis pindala asemel übermõõdu. Soovitusena õpetajatele kontrollida übermõõdust ja pindalast arusaamist on vaadata, missuguseid ühikuid õpilased kasutavad (Kaasik & Lepmann, 2002;

Muir, 2006). Erinevalt Kamii ja Kyshi (2006) poolt läbiviidud uurimusest, näitas antud uuring, et 4. klassi õpilased saavad suures osas aru standardühikute kasutamisest.

Teades, et tekstülesanded valmistavad õpilaste jaoks raskusi (Palu 2010), analüüsiti ülevaatlilikult ka tekstülesande levinumaid vigu. Kõige populaarsem väärlahend võis tuleneda tekstis esinenud numbrite liitmisest, mis omakorda tähendab, et ülesannet loeti pealiskaudselt sellesse süvenemata. Ka varem on leitud (Lossmann, 2011), et kui ülesande teksti ei mõisteta, siis kombineeritakse arve omavahel. Siiski ei saa pidada antud tekstülesannet 4. klassi jaoks raskeks, kuna 75% õpilastest lahendas ülesande veatult. Sarnaselt eelnevate ülesannetega jätsid valestivastanud õpilased ülesande lahendamata või leiti seina ümbermõõd. Üksikud õpilased andsid vastuseks arvu koos pindala või pikkusühikuga, kuigi küsitud oli plaatide arvu. See võis tuleneda ülesande valesti lugemisest või sellest, et tekstülesande täielikuks lahendamiseks pidi sooritama kolm tehet ja õpilased polnud võimelised kogu ülesannet tervikuna haarama. Tekstülesande terviklikuks lahendamiseks peaksid õpetajad kasutama nii sünteesi- kui analüüsimeetodeid (Palu, 2010) ja suurendama tekstülesannete osakaalu matemaatikaõpetuses (Lepmann, 2010).

Üheks võimaluseks vaadata õpilaste arusaamist teemast on lasta neil oma teguviisi põhjendada. Õpilaste põhjendamise taset testi kahe ülesande vastuste põhjal võib pidada heaks. Suurem osa õpilasi oskas oma teguviisi sisuliselt õigesti selgitada, kuid erines põhjenduste sõnastus. Õpilased põhjendasid S-tähe värvimise suuremat värvikulu nii suurema pinna/pindala ja rohkemate ruutudega, kui lähtuti ka tähe kujust. Viimasena nimetatud õpilased toetuvad oma põhjenduses vaid visuaalsele tajule, mis alati ei pruugi viia õige lahenduseni. Võib arvata, et need õpilased veel ei mõista mõõtmise tähtsust (Zevenberger, Dole & Wright, 2004).

Ristküliku pindala leidmise ülesande selgituses lähtuti enamasti pindala valemist, mitte ruutude loendamisest. Üle poole vastanud õpilastest kasutas ristküliku pindala leidmiseks valemit, mis näitab, et enamus õpilasi on saab aru pindala valemist ja oskab seda kasutada. 1/5 õpilastest loendas ruute, seega leidsid nemad pindala lihtsamat teed pidi, sest ristkülikusse oli märgitud ruudustik. Mõningad õpilased leidsid ristküliku pindala korrutades ristküliku sees olevate ruutude arvu 4ga ehk ruutude arv korrutati ruudu külgede arvuga. Selle põhjal võib öelda, et nende õpilaste arusaam pindala valemist oli vale ja nad ei mõista valemi sisu.

Kehvemini lahendatud ülesannete analüüs näitas, et kõige sagedamini jäetakse raskena mõistetav ülesanne lahendamata. Ka eksitakse õige ühiku märkimisel ja pindala asemel



eelistatakse leida ümbermõõt. Siiski peab märkima, et antud eksimused esinesid väiksel osal õpilastest, mistõttu ei saa öelda, et need on suureks probleemiks neljandas klassis. Pigem võib oletada, et kellel esinevad need probleemid juba 4. klassis võivad sattuda raskustesse ka hilisemates klassides. Samuti leiti, et mitte niivõrd ei aeta segamini ümbermõõdu ja pindala mõisteid, kui nende arvutamise valemid. Võib oletada, et pindala valemini jõutakse õpetuses liiga ruttu ja seetõttu jääb valemi sisu õpilaste jaoks segaseks, lahti mõtestamata. Ka õpetajate vastustest ilmnis, et valemi õpetamisel eelistab enamus õpetajaid ise probleemi püstitada. Pindala valemi avastamine oleks küll aeganõudvam tegevus, kuid tähendusrikkam õpilaste jaoks (Baturu & Nason, 1996). Siiski tuleks edaspidi pindalast arusaamise sügavamaks mõistmiseks vaadelda õpilaste ülesannete lahendamist reaalajas ja suuliselt neilt põhjendusi küsida, nagu soovitavad Zacharos (2006) ja Battista (2004). Antud test ei sisaldanud ka ühtegi otsest küsimust pindala mõiste defineerimiseks (Sherman & Randolph, 2004), mis samuti võiks anda infot mõiste omandamise kohta. Seega edaspidi võiks uurida antud teemat ka kvalitatiivselt.

Õpetajatelt küsiti arvamusi pindala teema õpetamise kohta ja neid seostati õpilaste tulemustega. Õpetajate valimi väikseuse tõttu ei olnud võimalik püstitada hüpoteese ja jõuda järeldustele. Samuti ei võimalda õpilaste tulemuste ja õpetajate vastuste seosed täpselt öelda, mis põhjustas kõrgema või madalama tulemuse, kuid seostest võib saada ideid õppetöö tõhustamiseks. Küsimustiku esimese osa vastustest tuli välja, et kuigi enamus õpetajaid on orienteeritud teema alguses koosarutlemisele, siis valemi õpetamisel püstitatakse pigem ise probleem ja lahendatakse see koos õpilastega. Siit tuleneb, et õpetajad on küll alguses orienteeritud koos õppimisele, kuid valemi õpetamisel ollakse ainekesksed.

Õpetajate poolt antud vastuste järgi eristati õpetajad kahte gruppi: protseduurilistele oskustele enam rõhku panevad ja mõistelist arusaama pooldavad õpetajad. Kolmanda grupi moodustasid õpetajad, keda ei olnud võimalik väga kindlalt esimesse või teise gruppi paigutada. Õpetajate jagunemine kolme gruppi näitab, et õpetajate lähenemised teemadele ja klassis rakendatavad õpetamisviisid võivad olla erinevad. Õpetajatelt küsiti arusaamasid pindala teema õpetamisest, milledest võib teha oletusi tegeliku õpetamise kohta. Kuigi mõistelist arusaamist pooldavate õpetajate klassis olid õpilaste tulemused paremad, ei saa kindlalt väita, et vaid õpetaja arusaam antud teema õpetamisest tagas paremad tulemused. Õpilastel on erinevad võimed ja õpimotivatsioon. Ka õpetamise metoodika ja õpilase isiksuse probleemid mõjutavad õpitulemusi (Palu, 2010).

Selle kohta, kui sageli õpetajad mingeid ülesannete tüüpe lahendavad, anti erinevaid vastuseid. Mõistelist arusaamist rõhutavad õpetajad väitsid end kasutavat erinevat tüüpi ülesandeid sagedamini. Võib oletada, et õpilased on tutvunud erinevate ülesannete tüüpidega ja seetõttu oskavad neid ka paremini lahendada. Protseduurilisi oskusi treenivad õpetajad rakendasid erinevat tüüpi ülesandeid pigem harva, mis lubab oletada, et treenitakse pigem sarnast tüüpi ülesandeid. See omakorda võib olla põhjus, miks madalamaid tulemusi saavutanud õpilased ei osanud lahendada erinevat tüüpi ülesandeid või tegid rohkem vigu. Seega, mitte ülesannete rohkus, vaid varieeruvus aitab jõuda paremate tulemusteni.

Õpetajate vastuste analüüs näitas, et õpetajad leiavad pindala teema õpilaste jaoks raske olevat. Samuti tunnistasid mitmed õpetajad, et vaatamata teema mitmekülgsusele käsitlemisele ei mõista õpilased pindala olemust. Õpetajatele esitatud õpilaste väärarusaamadele leiti tekkepõhjuseid ja pakuti välja ka lahendusi, mis näitab teema aktuaalsust ja õpetajate valmisolekut tekkivate probleemidega tegeleda. Siiski võiks edaspidi uurida ka õpetajate pädevust teema õpetamisel, sest on leitud, et õpilaste raskused antud teemal võivad tuleneda ka õpetaja pädevuse puudumisest.

*Kokkuvõtteks* leiti, et neljanda klassi õpilased saavad suures osas aru pindalast ja pindalaühikutest, mis tähendab, et teema õpetamise algfaasis teevad õpetajad head tööd. Tulemustest selgus, et paremini lahendati protseduurilisi oskusi nõudvad ülesanded, keerulisemad, mõistelist arusaamist nõudvad ülesanded jäeti kas lahendamata või anti palju väärasiid vastuseid. Seega peaksid õpetajad ülesannete treenimise asemel rohkem rõhku panema arusaamisega õpetamisele. Õpilaste tulemused erinesid klassiti ja see lubab oletada, et ka õpetajate õpetamisviisid on erinevad. Õpetajate arvamuste põhjal järeldati, et erinevaid ülesannete tüüpe sagedamini lahendavad klassid saavutasid paremad tulemused. Kõrgema tulemuse saavutanud klassides rõhutab õpetaja rohkem mõistelisele arusaamisele.

Antud magistritööga jõuti järeldusele, et 4. klassis saab pindala mõiste algsest enamusele õpilastele selgeks. Seega tuleks uurida mõiste tundmist hilisemates klassides, et teada saada eelnevates uuringutes väljatoodud pindala mõiste mitteomandamise põhjusi.

Käesoleval uurimisel olid ka mõningad piirangud. Testid viis läbi õpetaja, mitte uurimistöö autor. Seega ei saa olla päris kindel, kas õpetaja tuletas teemat enne testide lahendamist meelde või mitte. Samuti ei näita kirjaliku testi tulemused alati arusaamist. Edaspidi võiks uurida õpilaste kognitiivseid tasemeid kvalitatiivselt, nt intervjuuerida õpilasi. Antud uurimistöös ei eristatud poiste ja tüdrukute tulemusi. Tulevikus võiks võrrelda saadud tulemusi soopõhiselt, sest on leitud, et 4. klassi õpilaste poolt tehtavate matemaatiliste vigade

erinevus oleneb soost (Vaabel, 2013). Piiranguks oli ka see, et uurimuses osalesid vaid Tartu linna koolid. Võib oletada, et esineb erinevusi teiste linnade ja maakondade koolide õpitulemuste vahel.

Õpetajate valimi väiksuse tõttu ei saa teha üldistusi küll aga levitada tulemuslike õpetajate kogemusi. Õpetajad esitasid oma arusaamu, kuid neis ei kajastu, kas õpetajad ka praktikas nii toimivad. Teistsuguse metoodikaga (nt vaatlus, intervjuu) saaks tulevikus täpsemalt uurida õpetaja tegelikult rakendatavaid õpetamisviise ja seostada neid õpilaste õpitulemustega.

#### Tänuõnad

Autor tänab kõiki uuringus osalenud õpilasi ja nende õpetajaid. Eriline tänu Maile Timmile märkuste ja soovitude eest teksti sõnastamisel ja Maret Vaabelile abi eest andmete töötlemisel. Kannatlikkuse ja toetuse eest tänatakse lähedasi.

#### Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

19.05.2014

## Kasutatud kirjandus

2013. aasta tasemetööde statistika. Külastatud aadressil

<http://www.innove.ee/et/yldharidus/tasemetood/tasemetoode-statistika/2013-tasemetoode-statistika>

- Battista, M. T. (2004). Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students` Development of Understanding of Area and Volume Measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (2), 185 – 204.
- Battista, M. T. (2011). Conceptualizations and Issues Related to Learning Progressions, Learning Trajectories, and Levels of Sophistication. *The Mathematics Enthusiast*, 8 (3), 507-570.
- Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student teachers` subjekt matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31 (3), 235 – 268.
- Bonotto, C., & Basso, M. (2001). Is it possible to change the classroom activities in which we delegate the process of connecting mathematics with reality? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32 (3), 385-399.
- Cindric, M. & Zorica, I. R. (2013). *Didactic model of development of multiplicative concept in mathematics in elementary school*. Mathematics teaching for future. Horvaatia.
- Cowan, P. (2006). *Teaching mathematics*. London, New York: Routledge.
- Decaro, M. S. & Rittle-Johnson, B. (2012). Exploring mathematics problems prepares children to learn from instruction. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113, 552 – 568.
- Ghazali, N. H. C & Zakaria, E. (2011). Students` Procedural and Conceptual Understanding of Mathematics. *Australian Journal of Basic & Applied Sciences*, 5 (7), 684-691.
- Haljand, M. (2013). *Mõõtmise põhikooli matemaatikas*. Tallinn: Tallinna Ülikool.
- Heddens, J. W. & Speer, W. R. (2006). *Today`s Mathematics. Concepts, Classroom Methods, and Instructional Activities*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Huang, H-M. E. & Witz, K. G. (2011). Developing children`s conceptual understanding of area measurement: A culliculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, 21 (1), 1-13.
- Jukk, H. (2004). *Matemaatika tasemetöö tulemuste seos õpilaste suhtumise ja arvamustega*. Külastatud aadressil [http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/matemaatika\\_tasemtetoo.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/matemaatika_tasemtetoo.pdf).
- Kaasik, K. & Lepmann, L. (2002). *Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale*. Tallinn: Avita.

- Kaasik, K. (2011). *Matemaatika õpik 4. klassile. I osa*. Tallinn: Avita.
- Kamii, C. & Kysh, J. (2006). The difficulty of „length x width“: Is the square the unit of measurement? *Journal of the Mathematical Behaviour*, 25, 105-115.
- Kerikmäe, I. (2012). *Teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja õpetajate arvamused pädevuse parandamise võimalustest*. Tartu: Tartu Ülikool.
- Kospentaris, G, Spyrou, P. & Lappas, D. (2011). Exploring students` strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 77 (1), 105–127.
- Lepmann, T. (2010). *Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajale*. Külastatud aadressil [http://matdid.edu.ee/joomla/images/materjalid/artiklid/vordlus/timss\\_pisa\\_oppetunnid\\_matemaatikas.pdf](http://matdid.edu.ee/joomla/images/materjalid/artiklid/vordlus/timss_pisa_oppetunnid_matemaatikas.pdf).
- Lossmann, K. (2011). *Teise klassi õpilaste matemaatika tekstülesannete lahendamisoskus ja selle seotus funktsionaalse lugemisoskusega*. Tartu: Tartu Ülikool.
- Mamona-Downs, J. & Papadopoulos, I. (2006). The problem-solving element in young students` work related to the concept of area. *Psychology of Mathematic Education*, 4, 121 – 128.
- Mikk, J., Kitsing, M., Must, O., Säälük, Ü. & Täht, K. (2012). *Eesti PISA 2009 kontekstis: tugevused ja probleemid Programmi Eduko uuringutoetusekasutamise lepingu aruanne*. Külastatud aadressil [www.hm.ee/index.php?popup=download&id=11951](http://www.hm.ee/index.php?popup=download&id=11951)
- Muir, T. (2006). Developing an understanding of the concept of area. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12 (4), 4-9.
- Mulligan, J., Prescott, A., Mitchelmore, M. & Outhred, L. (2005). Taking a closer look at young students` image of area measurement. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 10 (2), 4-8.
- Mulligan, J., Mitchelmore, M. & Prescott, A. (2005). Case studies of children`s development of structure in early mathematics: a two-year longitudinal study. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 29, 4-8.
- Oja, M. (2007). *6. klassi matemaatika tasemetöö analüüs*. Külastatud aadressil [http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/m.\\_oja\\_6.kl.tasemetoo\\_analyys.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/m._oja_6.kl.tasemetoo_analyys.pdf).
- Oks, A. (2008). *3. klassi matemaatika tasemetöö analüüs*. Külastatud aadressil [http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/tasemetoo\\_analyys\\_matem\\_3kl\\_2008.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/tasemetoo_analyys_matem_3kl_2008.pdf).
- Orton, A. (2004). *Learning Mathematics: Issues, theory and classroom practice*. London: Continuum.

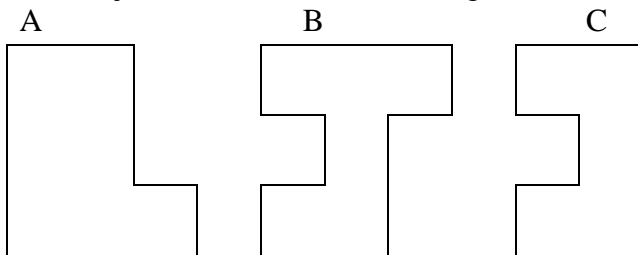
- Outhred, L., & Mitchelmore, M. (2000). Young childrens Intuitive Understanding of Rectangular Area Measurement. *Journal for Reasearch in Mathematics Education*, 31 (2), 144 – 167.
- Palu, A. (2010). *Algklassiõpilaste matemaatikaalased teadmised, nende areng ja sellega seonduvad tegurid*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- PISA (2012). *Eesti tulemused*. Külastatud aadressil [http://issuu.com/innove/docs/pisa\\_2012\\_eesti\\_tulemused\\_2?e=2411359/5896292](http://issuu.com/innove/docs/pisa_2012_eesti_tulemused_2?e=2411359/5896292).
- Pound, L. (2008). *Thinking an Learning about Mathematics in the Early Years*. New York: Routledge.
- Põhikooli riiklik õppekava, lisa 3* (2011). Külastatud aadressil [https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1200/9201/1009/VV1\\_lisa3.pdf#](https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1200/9201/1009/VV1_lisa3.pdf#).
- Rathouz, M. (2011). Visualizing decimal multiplication with area models: opportunities and challenges. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 2 (Pedagogy). Külastatud aadressil <http://www.k-12prep.math.ttu.edu/journal/pedagogy/volume.shtml>
- Rittle-Johnson, B. & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics: Does One lead to the Other? *Journal of Educational Psychology*, 91 (1), 175 – 189.
- Rittle- Johnson, B., Siegler, R. & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346 – 362.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children`s Mathematics 4-15*. Berkshire: Open University Press.
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2011). Relations Among Conceptual Knowledge, Procedural Knowledge, and Procedural Flexibility in Two Samples Differing in Prior Knowledge. *Developmental Psychology*, 47 (6), 1525 – 1538.
- Sherman, H. & Randolph, T. (2004). Area and Perimeter: Which is Which and How Do We Know? *Reasearch for Educational Reform*, 9 (3), 25 – 36.
- Small, M. (2009). *Good Questions. Great Ways to differentiate Mathematics Instruction*. Columbia University: Teachers College.
- Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J. (2007). Learning Mathematics with Understanding: A Critical Consideration of the Learning Principle in the Principles and Standards for School Mathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4 (1), 103 – 114.

- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *Journal of Mathematical Behaviour*, 25, 224 – 239.
- Zevenbergen, R., Dole, S. & Wright, R. J., (2004). *Teaching Mathematics in Primary Schools*. Austraalia: Allen & Unwin.
- Taperson, H. (2008). *6. klassi matemaatika tasemetööanalüüs*. Külastatud aadressil [http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/tasemetoo\\_analyys\\_matem\\_6kl\\_2008.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/tasemetoo_analyys_matem_6kl_2008.pdf).
- Telgmaa, A., Noor, E. & Nurk, E. (2011). *Matemaatika 4. Klassile, 1. osa*. Tallinn: Koolibri.
- Tibar, S. (2013). *2013. a 6. klassi matemaatika tasemetööst (lühikokkuvõte)*. Külastatud aadressil [http://www.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2013/Matemaatika/2013\\_a\\_6\\_kl\\_matemaatika\\_tasemetoost.pdf](http://www.innove.ee/UserFiles/Tasemet%C3%B6%C3%B6d/2013/Matemaatika/2013_a_6_kl_matemaatika_tasemetoost.pdf).
- Uibu, K. (2010). *Teachers' roles, instructional approaches and teaching practices in the social-cultural context*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Vaabel, M. (2013). *Neljanda klassi õpilaste matemaatikateadmised, tüüpilised vead ning poiste ja tüdrukute erinevused ülesannete lahendamisel*. Tartu: Tartu Ülikool.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24, 335 – 359.

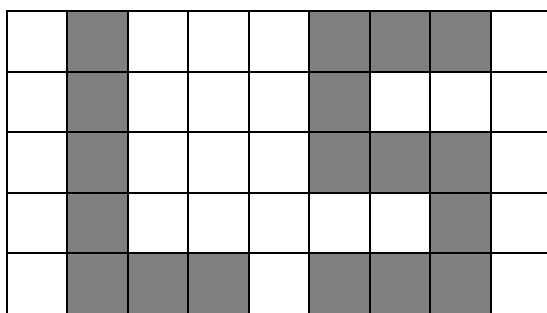
Lisa 1. Õpilase test

**Lahenda järgmised ülesanded.**

1. Milline kujund on suurim? Tõmba ring ümber vastavale tähele.



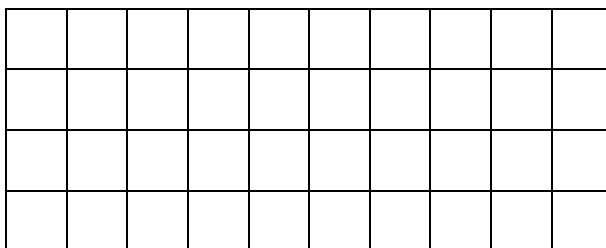
2. Millise tähe värvimiseks kulub rohkem värvi? Miks?



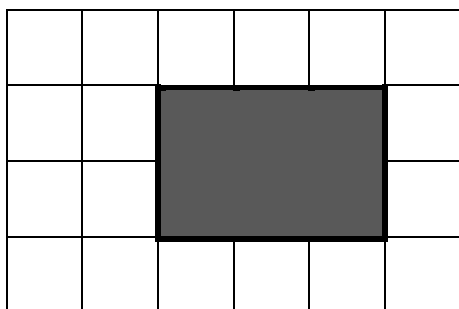
Tähe L/S värvimiseks kulub rohkem värvi, sest .....

.....

3. Joonista ruudustikku 2 erinevat võrdse pindalaga kujundit. Värvige need!



4. Leia halli kujundi pindala, kui väikese ruudu külje pikkus on 1 cm.



Vastus: .....



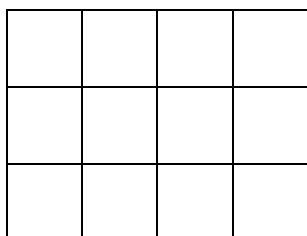
5. Leia igale objektile sobiv pindala. Tõmba ring ümber vastavale tähele!

Kaseleht	Põld	Märkmiku kaas	Korteri pind
a) 12 cm <sup>2</sup>	a) 3 cm <sup>2</sup>	a) 1 cm <sup>2</sup>	a) 70 cm <sup>2</sup>
b) 12 dm <sup>2</sup>	b) 3 dm <sup>2</sup>	b) 1 dm <sup>2</sup>	b) 70 dm <sup>2</sup>
c) 12 m <sup>2</sup>	c) 3 m <sup>2</sup>	c) 1 m <sup>2</sup>	c) 70 m <sup>2</sup>
d) 12 ha	d) 3 ha	d) 1 ha	d) 70 ha

6. Toa põrand tahetakse katta ruudukujuliste plaatidega, mille külje pikkus on 1 m. Mitu plaati selleks kulub, kui põranda mõõtmed on 4 m ja 5 m? Kirjuta vastavad arvutused.

Vastus: ..... plaati.

7. Leia ristküliku pindala, kui väikese ruudu külje pikkus on 1 cm.



Ristküliku pindala on .....

Kirjuta, kuidas leidsid pindala.

.....  
 .....

8. Ristküliku pindala on 24 dm<sup>2</sup>. Millised võivad olla selle ristküliku mõõtmed?

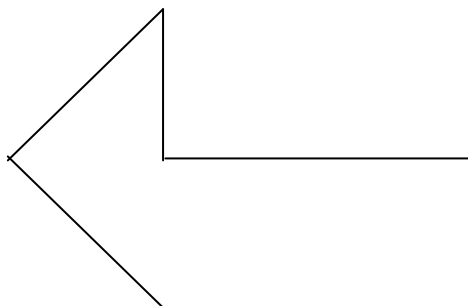
9. Tee vastavad mõõtmised ja arvuta joonisel olevate kujundite pindalad.

a)



Vastus: .....

b)



Vastus: .....

## Lisa 2. Õpetaja küsimustik

**Hea õpetaja!**

Olen Jana Post, Tartu Ülikooli klassiõpetaja eriala magistrant ja minu lõputöö eesmärk on välja selgitada mil määral on pindala mõiste 4. klassis omandatud. Selleks palun ka Teie abi.

Esiteks palun Teid oma klassis läbi viia minu ja juhendaja Anu Palu poolt koostatud test. Selle testi ülesanded on mõeldud õpilastele iseseisvalt lahendamiseks. Abi võib anda töökorraldustest arusaamiseks, kuid mitte sisuliseks lahendamiseks. Mõned ülesanded nõuavad joonlaua kasutamist.

Teiseks palun Teid vastata mõningatele õpetamisega seotud küsimustele.

I Palun mõelge 4.klassi teema „Pindala“ õpetamisele ja märkige kõige sagedamini kasutatav õpetamisviis.

- a) Pindala mõiste õpetamisel esmalt
- teete ise teoreetilise sissejuhatuse pindala mõiste vajalikkusest,
  - palute lastel arutleda teema üle ja abistate neid nii, et nad jõuavad selle kaudu pindala mõistmiseni,
  - palute lastel iseseisvalt õpikust pindala mõiste selgeks õppida.
- b) Ristküliku pindala valemi õppimisel
- püstitate probleemi (kuidas leida ristkülikut katvate ruutude hulka) ja lahendate selle koos,
  - lasete õpilastel jõuda probleemini ja lahendada see iseseisvalt,
  - annate lihtsalt valemi (kirjutate tahvlile või lasete õpikust vaadata).

II Järgnevalt palun hinnake, kui sageli kasutate pindala mõiste õpetamisel järgmisi ülesannete tüüpe.

Ülesande tüüp	1 – mitte kunagi 2 – väga harva 3 – harva 4 – sageli 5 – väga sageli
Pindade võrdlemist silma järgi.	1 2 3 4 5
Pindade võrdlemist teineteisele paigutamiseiga.	1 2 3 4 5
Pindade võrdlemist ruutude loendamiseiga.	1 2 3 4 5
Suvalise ristküliku pindala leidmine valemi abil. Näiteks. <i>Ristküliku pikkus on 3 cm ja laius on 6 cm. Leia pindala.</i>	1 2 3 4 5
Igapäeva eluga seotud pindala leidmine (tekstis on sõna „pindala“). Näiteks. <i>Toa põranda pikkus on 3 m ja laius 5 m. Kui suur on põranda pindala?</i>	1 2 3 4 5
Igapäeva eluga seotud pindala leidmine (tekstis ei ole sõna „pindala“) Näiteks. <i>Toa põranda pikkus on 3 m ja laius 5 m. Põrand kaetakse ruudukujuliste plaatidega, mille külje pikkus on 1 m. Mitu plaati kulub selle põranda katmiseks?</i>	1 2 3 4 5
Ühikute tajumise ülesanded. Näiteks <i>ül.5 õpilase töös.</i>	1 2 3 4 5
Ristküliku mõõtmete leidmine pindala järgi.	1 2 3 4 5
Ristkülikust ja ruudust erinevate kujundite pindalade leidmine. Näiteks <i>ül.9(b) õpilase töös.</i>	1 2 3 4 5

III Järgnevad küsimused on seotud õpilaste väärarusaamadega. Palun avaldage oma arvamust kahe enim levinud vea kohta.

**1. Õpilane leiab ristküliku pindala asemel übermõõdu.**

1) *Mis Te arvate, miks õpilane seda teeb?*

.....  
.....  
.....  
.....

2) *Mida saaks klassis õpetamisel teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

.....  
.....  
.....  
.....

**2. Õpilane kirjutab pindala arvulise väärtuse juurde pikkusühiku.**

1) *Mis Te arvate, miks õpilane seda teeb?*

.....  
.....  
.....  
.....

2) *Mida saaks klassis õpetamisel teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

.....  
.....  
.....  
.....

**IV Viimaseks palun vastake järgmistele üldistele küsimustele**

1) Millist õpikut kasutate 4. klassis matemaatika õpetamiseks?

.....

2) Mitu aastat olete töötanud õpetajana? .....

3) Kui soovite, võite lisada omapoolseid ettepanekuid või jagada muresid, mis on seotud pindala õpetamisega 4. klassis.

.....  
.....  
.....  
.....

**Suur tänu koostöö eest!**

## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Jana Post

(sünnikuupäev: 31.03.1989)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose Neljanda klassi õpilaste arusaam pindala mõistest ja õpetajate arvamused selle kujundamisest mille juhendaja on Anu Palu, PhD

- 1.1.reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - 1.2.üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 19.05.2014