

Tartu Ülikool  
Sotsiaal- ja haridusteaduskond  
Haridusteaduste instituut  
Kutseõpetaja õppekava

Külli Eres

ÜHE TARTUMAA KUTSEKOOI PÕHIKOOIJÄRGSETE ESIMESE AASTA  
ÕPILASTE MATEMAATIKATEADMISED IGAPÄEVAPROBLEEMIDE  
LAHENDAMISEL VÕRRELDUNA KOGU EESTIT HÕLMAVA ÜHEKSANDA KLASSI  
ÕPILASTE UURINGU TULEMUSTEGA  
bakalaureusetöö

Juhendaja: PhD Anu Palu

Läbiv pealkiri: Matemaatikapädevus kutsekoolis

KAITSMISELE LUBATUD

Juhendaja: PhD Anu Palu

.....

(allkiri ja kuupäev)

Kaitsemiskomisjoni esimees: PhD Piret Luik

.....

(allkiri ja kuupäev)

Tartu 2015

## Sisukord

Resümees	3
Abstract	4
Sissejuhatus	5
Matemaatikapädevus	5
Sisuline valdkond	6
Kognitiivne valdkond	6
Ülevaade õpilaste matemaatikateadmistest eelnevate uuringute põhjal	7
Uurimuse eesmärgid ja uurimisküsimused	10
Metoodika	10
Valim	10
Mõõtevahendid	11
Uurimuse protseduur	12
Andmetöötlus	12
Tulemused	13
Matemaatikatesti lahendatus kutsekoolis	13
Erialagruppide võrdluses	13
Noormeeste ja neidude ülesannete lahendamise tulemuste võrdluses	13
Paremini ja halvemini lahendatud ülesanded	14
Paremini lahendatud ülesanded	14
Halvemini lahendatud ülesanded	15
Kutsekooli noormeeste ja neidude erinevate ülesannete lahendamisoskuse võrdlusest	16
Ülesannete väärvastused	17
Kutsekooli õpilaste ülesannete väärvastused	17
Üheksandate klasside õpilaste ülesannete väärvastused	19
Arutelu	21
Töö kitsaskohad	25
Kokkuvõte	25
Tänuõnad	25
Autorsuse kinnitus	26
Kasutatud kirjandus	27

Ühe Tartumaa kutsekooli põhikoolijärgsete esimese aasta õpilaste matemaatikateadmised igapäevaprobleemide lahendamisel võrrelduna kogu Eestit hõlmava üheksanda klassi õpilaste uuringu tulemusega

### **Resümee**

Põhikooli matemaatikaõpetuse eesmärgiks on, et õpilane oskaks rakendada omandatud matemaatikateadmisi teistes õppeainetes ja igapäevaelus.

Bakalaureusetöös uuriti kutsekooli põhikoolijärgsete esimese aasta noormeeste ja neidude matemaatikateadmiste rakendamisoskust igapäevaeluliste probleemide lahendamisel ning võrreldi neid üheksandate klasside õpilaste tulemustega. Uurimistöös kasutati kutsekooli põhikoolijärgseid esimese aasta õpilasi ja Haridus- ja Teadusministeeriumi projekti „Üldpädevused ja nende hindamine. 2011-2014” raames kogutud üheksandate klasside õpilaste andmeid. Toodi välja paremini ja halvemini lahendatud ülesanded ning ülesannete väärilahendused.

Analüüsi tulemustest selgus, et paremini lahendati aja arvestamisega seotud ülesandeid. Halvemad tulemused olid geomeetrias ruumilise kujundi pindala arvutamisel. Kutsekooli noormeeste ja neidude tulemused statistiliselt oluliselt ei erinenud. Ülesannete väärilahendused olid kutsekooli ja üheksandate klasside õpilastel sarnased. Tulemustest saab oletada, et matemaatikateadmiste sisuline arusaam on puudulik ja õpitut ei osata piisavalt rakendada igapäevastes probleemsituatsioonides. Antud uurimus näitab matemaatikaõpetajatele ja õpikute autoritele vajadust pöörata senisest suuremat tähelepanu matemaatika rakenduslikule õpetusele.

*Märksõnad:* matemaatikapädevus, sisuline ja kognitiivne valdkond, kutsekool, väärilahendused.

Mathematics knowledge of the first year vocational school students on the basis of basic education in a vocational school in Tartu county, solving every problems, compared to all comprising research results of Estonian ninth year students' results

### **Abstract**

The aim of teaching mathematics in basic school is that the student is able to apply the gained knowledge in other subjects and everyday life.

In the bachelor thesis the application of the knowledge of mathematics in solving everyday problems were researched among the vocational students, who were the first year students and studying on the basis of basic education and their results were compared to the ninth year students'. The research involved the vocational school students who enrolled in the vocational school on the basis of basic education and the data of the ninth year students from the project "General skills and their assessment.2011-2014", Ministry of Education and Research. The research included the tasks that were solved the best and the worst and the incorrect solutions of the tasks.

From the analysis it was concluded the best tasks involved the concept of time. The worst ones were geometrical space area tasks. The result data from the vocational school students did not differ from the basic school students. The incorrect solutions from both the vocational school and basic school students were the same. From the results it can be concluded that the real mathematics knowledge is deficient and the knowledge is not applied in problematic everyday situations. The research shows that the teachers of mathematics and textbook authors need to address teaching applied mathematics.

*Keywords:* mathematics competence, semantic and cognitive field, vocational school, incorrect solutions.

## **Sissejuhatus**

Viimastel aastakümnetel on haridussüsteemis olnud pidevad muutused nii Eestis kui ka mujal Euroopa riikides. Kirjapandud õppekavades tuuakse ainepädevuste kõrval välja ka üldpädevused, mis on vajalikud kodanikuks kasvamisel. Üldpädevuste alla kuulub 21. sajandil Euroopa Liidus paljude teiste pädevuste hulgas ka matemaatikapädevus, kus on oluline eneseteostus, sotsiaalne kaasatus ja tööalased teadmised ühiskonnas (Parveva, Noorani, Ranguelov, Motiejunaite, & Kerpanova, 2011). Kvalifitseeritud tööjõu koolitamiseks on tähtis arendada matemaatikaoskusi, mida saab rakendada igapäevaste probleemide lahendamisel. Kiirelt muutuva tööturu tõttu peab haridussüsteem, sealhulgas ka kutseharidus, väga täpselt jälgima muutusi töömaastikul ja õppe sisu vastavust tööandjate esitatud nõuetele (Nestor & Nurmela, 2013).

Eestis kehtiva põhikooli riikliku õppekava (2011) järgi peab õpilane kolmanda kooliastme lõpuks suutma lahendada igapäevaelu erinevates valdkondades tekkivaid probleeme, mis nõuavad matemaatiliste meetodite ja esitlusviiside kasutamist. 2014. aasta põhikooli riikliku matemaatikaeksami viiest kohustuslikust ülesandest osutus kõige keerulisemaks igapäevaeluga seotud probleemülesanne (Põhikooli lõpueksam matemaatikast, 2014; Velsker, 2014). Põhiharidusnõudega kutseõppesse suunduvad peaksid aga matemaatikaoskusi (pindala ja ruumala arvutamine, protsendi leidmine tervikust, geomeetriliste kujundite tundmine) tulevases tööelus seostada oskama ning neid teadmisi vastavates ülesannetes rakendama. Kutsekooli õpilaste uuring on aga näidanud, et põhikoolis omandatud matemaatikateadmised ei osutu kuigi püsivateks ja uues situatsioonis ei suudeta teadmisi rakendada või ei olda selleks valmis (Tooding & Rämson, 2003). Lisaks on Tooding & Rämson (2003) oma uuringus väitnud, et kutseõppeasutustesse tulevad nõrgemate eelteadmistega põhikoolilõpetajad.

Antud bakalaureusetöös püütakse välja selgitada, milline on esimese aasta kutsekooli õpilaste matemaatikateadmiste rakendamise oskus igapäevaeluliste probleemide lahendamisel, ja võrrelda neid oskusi põhikooli üheksandates klassides õppijate omadega.

### *Matemaatikapädevus*

Matemaatika õpetuses on võimalik eristada nii sisulist kui ka kognitiivset matemaatika valdkonda. Sisuline valdkond hõlmab konkreetset temaatikat (arvutamine, protsent, algebra, mõõtmise ja geomeetrilised kujundid), kognitiivne valdkond aga toiminguid, mida õpilane

peab valdama. Kognitiivse valdkonna komponente tuntakse ka pädevustena või kompetentsustena.

*Sisuline valdkond.* Põhikooli riikliku õppekava (2011) alusel saab siinkohal eelnevale tuua täpsemad kirjeldused. Esimeseks sisuliseks valdkonnaks on *arvutamine*, kuhu kuuluvad naturaalarvud, harilikud- ja kümnendmurrud, täisarvud, täht arvu tähisena; neli põhitehet (liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine); peastarvutamise ja kirjaliku arvutamise eeskirjad ning arvusüsteem. Teiseks sisulise valdkonna näiteks saab tuua *protsendi*, kus on oluline teada protsendi mõistet, leida osa tervikust, terviku leidmine protsendi järgi ning kasvamise ja kahanemise väljendamine. Kolmandaks on *algebra*, kus tuleb teada mõisteid kiirus, valem, võrrand, arv- ja tähtavaldis ning selle leidmine võrduses. Oluline on tekstülesannete lahendamine võrrandite abil ning tulemuste analüüsimine ja reaalsuse hindamine. Neljandaks sisuliseks valdkonnaks on *mõõtmine*, mis on objekti suurusele arvulise väärtuse lisamine. Siia kuuluvad vastavad ühikud, mis on seotud aja, pikkuse, massi ja mahu arvutamisega. Oskus leida vastava ühiku siseseid seoseid (näiteks ajaühikud minut ja sekund) . Ära ei tohi unustada ka mõõtmisel kasutatavaid valemeid ning plaanimõõdu tähendust. Mõõtmist saab vaadelda kui algebrat ja viiendat sisuvaldkonda - *geomeetria* - ühendavat lüli. Geomeetria koosneb erinevatest kujunditest, mis on tasandilised või ruumilised ja nende põhilistest elementidest: servadest, tippudest, tahkudest. Siia kuulub geomeetriliste kujundite leidmine igapäevaelus ning nende pindala ja ruumala arvutamine. Seega keskendutakse kujundite geomeetrilistele omadustele ning oskustele kombineerida, tükeldada ja analüüsida liitkujundeid.

*Kognitiivne valdkond.* Põhikooli üldpädevuste kirjeldustes määratletakse matemaatikapädevust kui suutlikkust kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid ja meetodeid, erinevaid ülesandeid lahendada kõigis elu- ja tegevusvaldkondades (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Eristatakse kolme omavahel seotud matemaatika valdkonda: 1) protseduurilised teadmised ja oskused; 2) mõistelised teadmised; 3) probleemide lahendamine (Palu & Kikas, 2015). Esimeseks kognitiivseks valdkonnaks on *protseduurilised teadmised ja oskused*. Matemaatikas kuuluvad siia aritmeetikas arvude kirjutamine ja lugemine ning nelja tehte valdamine; algebras sulgude avamine, liikmete viimine ühelt võrduse poolelt teisele; graafikute ja tabelite lugemine ning koostamine; geomeetriliste kujundite tundmine ja konstrueerimine. Protseduurilised teadmised ja oskused saavutatakse kordamise, mehaanilise õppimise ja harjutamise teel ning nende vilumuste kujunemine on pikaajaline protsess (Palu & Kikas, 2015).

Teiseks valdkonnaks on **mõistelised teadmised** – neil on tähtis koht ülesannete lahendamisel, arutlemisoskuse ning matemaatilise mõtlemise arendamise seisukohalt (Mullis et al., 2003). Mõistelised teadmised hõlmavad oskust esitada infot erineval viisil (graafiliselt, tabelina, pildiliselt, tekstina, mudelitena), valida sobiv esitlusviis, minna ühelt esitlusviisilt teisele ning mõtestada konkreetsel viisil esitatut (Palu & Kikas, 2015). Mõistelised ja protseduurilised teadmised on omavahel tihedalt seotud – oluline on arendada protseduurilisi teadmisi, mille tulemusena tekib parem arusaam mõistelistest teadmistest ning samuti kehtib see vastupidi (Palu & Kikas, 2015; viidatud Rittle-Johnson & Siegler, 1998). Uue info visualiseerimine toetab õpitu kinnistamist (Männamaa jt, 2011). Kindlasti on õpilasi, kes suudavad pähe õpitud infot korrata täpselt selgeks õpitud kujul, kuid olulisem on sisuline arusaamine, mida saab pakkuda eri viisidel esitamiseks. Mõistelised teadmised peaksid seega saama seostatud kõigis elu- ja tegevusvaldkondades, muidu võib juhtuda see, et funktsiooni graafik ei seostu muu kui töövihiku ja tahvliga, kuhu see joonistatud sai. Samas ei tohiks ära unustada mõistete „õiget” ehk teaduslikku tähendust. Näiteks kui küsida: „*Mitu tippu on püramiidil?*”, siis esimese asjana tuleb silmade ette Egiptuses asuv ehitis ja automaatselt vastatakse, et püramiidil on viis tippu, kuigi õige vastus oleks, et vähemalt neli tippu (kolmnurkne põhi). Lisaks on ju olemas ka veel hulknurkseid püramiide.

Kolmandaks valdkonnaks on **probleemide lahendamise oskus**. Igapäevaselt puututakse kokku probleemülesannetega nii koolis kui igapäevaelus. Nii ka matemaatikas, kus oluliseks on sobivate lahendusstrateegiate leidmine ja rakendamine, lahendusteede analüüsimine ja tulemuste hindamine (Palu, 2010). Seega ei piisa siin ainult mõistetest ja reeglitest, lisaks on vaja oskust olemasolevaid teadmisi kombineerida, sellega toetatakse aga omakorda mõtlemisoskuse arengut. Matemaatilise probleemi korral tekib ülesande lahendamisel barjäär, mis ei võimalda lahendajal kohe lahendust näha. Kombineerides aga tuntud tegutsemisviise, jõutakse õige tulemuseni. Probleemülesannete lahendamisoskus hõlmab seega loogilist mõtlemist ja süsteemi järgimist, kus kasutatakse teadmisi ja oskusi uues olukorras (Mullis et al., 2003). Loomulikult nõuab see õpetajalt suuremat pühendumust ning õpilaste matemaatiliste ideede kriitilist hindamist. Lisaks peab arvestama õpilastele antavate ülesannete puhul nende raskusastmega, mis sõltub vanusest, nende eelteadmistest ja võimetest.

### *Ülevaade õpilaste matemaatikateadmistest eelnevate uuringute põhjal*

Võrdlusuuringu *Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies* tulemuste analüüsist selgub, et Euroopa riikides olevad ühtsed

matemaatikapädevused, sealhulgas matemaatika rakendamine igapäevaolukorras, leiab harva kasutust (Parveva et al., 2011). Rahvusvaheliste uuringute *Program for International Student Assessment* (edaspidi PISA) ja *Trends in International Mathematics and Science Study* (edaspidi TIMSS) raames uuritud Eesti õpilaste matemaatikateadmistest selgub, et koolimatemaatika sisuvaldkonnas on õpilaste tulemused nõrgemad mõõtmises ja arvutamises (TIMSS-testid ei sisaldanud puhtaid arvutamisesandeid, vaid need olid meie mõistes lihtsamad tekstülesanded). PISA (2010) põhitähelepanu on koondunud matemaatika kasutamise oskusele igapäevaprobleemide lahendamisel. Antud võrdlusuuringutest järeldub, et enam tuleb tähelepanu pöörata tekstülesannetele, kus õpilased peavad mõistma teksti kujul esitatud probleemi, otsima antud tekstist lahendamiseks andmeid, leidma matemaatilise mudeli ning tõlkima tulemused igapäevakeelde (Lepmann, 2010).

PISA (2012) tulemustest selgub, et õpilased oskavad paremini rakendada ja tõlgendada traditsioonilise matemaatika sisuvaldkondi (võrrandid, loendamine, arvutamine, mõõtmine ja sellega seose olevad mõõteühikud, tulemuse realistlikkuse hindamine), raskusi valmistavad geomeetria (mõisted ja omadused, kolmemõõtmeline kujutamine) ja statistika (põhimõisted, esitusviisid, lugemine, mõistmine, tõlgendamine) valdkonnad (Lepmann, 2013).

Paremini lahendatakse protseduurilisi ülesandeid, mille alla kuuluvad arvutusülesanded. Vigadest tehakse ülesannetes osalise ja numbrilise veatüübiga vigu, millest järeldub, et faktiteadmistest ja lihtsamatest protseduurilistest ülesannetest kaugemale ei jõuta. Ebapiisavad on probleemilahendamise oskused ning tekstülesande lahendamise analüüsi tulemustest selgub, et teksti loetakse pealiskaudselt ning ei hinnata vastuse õigsust. (Kerikmäe, 2012; Vaabel, 2013). Tekstist mitte aru saamine viib vale lahendusstrateegiani, mis omakorda on seotud erinevate matemaatiliste seoste mõistmisega – õpilased ei ole harjunud kontrollima oma vastuse tulemusi kogu teksti ulatuses ja sellega seoses jääb märkamata valesti valitud lahendusstrateegia (Palu & Kikas, 2009; Palu, 2014; Velsker, 2014) ning eeldatakse, et ülesande juhendisse on antud kogu informatsioon ning vastuseks saab olla üks lahend (Dewolf, Van Dooren, Verschaffel, 2011). Barjäär tekib, kui ülesandes on vaja püstitatud probleemi mõista, tekstis toodud informatsiooni adekvaatselt tõlgendada ja leida optimaalne lahenduskäik (Taal, 2011). Lisaks eelnevale selgub, et õpilased jätavad paljud ülesanded lahendamata, seega valmistab raskusi esitatud probleemi või andmete tõlkimine matemaatika keelde ning arvutusülesannetes ei osata kasutada tehete järjekorra reegleid (Palu, 2014). Igapäeva eluga seotud probleemülesande keeruliseks osutumise puuduseks võib olla lisaks funktsionaalse lugemisoskuse vajakajäämisele ka kogemuste puudumine rakendamaks matemaatikas omandatud teadmisi teistes elu- ja tegevusvaldkondades (Velsker, 2014).



Õpilastele valmistab raskusi mahuühiku „liiter” olemus, kuigi seda ühikut kasutatakse igapäevaelus ning sageli unustatakse ära, et ajahikud kuuluvad kuuekümnendsüsteemi (Haljand & Kaljas, 2013).

Kutseõppeasutuse (Pohla, 2011) tasemetöödest järeldub, et suurema konkursiga erialadele õppima asunutel on matemaatikas kõrgemad tulemused kui vähemate soovijatega erialadel. Kutsekoolis on jätkuvalt problemaatilised protsentülesannete lahendamine, mõõtühikute teisendamine (pikkused, pindala, ruum ja aeg), geomeetrilised kujundid ning probleemülesanded (Pohla 2013), millega on kimpus ka täiskasvanud, nagu selgus rahvusvahelisest täiskasvanute oskuste uuringust *Programme for the International Assessment of Adult Competencies* (PIAAC) (Halapuu & Valk, 2013). Lisaks ei taju õpilased ülesande visualiseerimise abistavat mõju ning lahendatakse matemaatikaülesannet, mitte sisulist probleemi (Tooding & Rämson, 2003).

Erinevad uuringud on näidanud, et noormeeste tulemused on paremad kui neidudel (Lepmann, 2013; Tooding & Rämson, 2003). Poiste tulemused on edukamad just rakendusliku sisuga ülesannete lahendamisel (Taal, 2013). Nad oskavad näha eluliste probleemidele matemaatilisi lahendusi, koostavad vastavaid mudeleid ja on tublimad koguse määramisel (Lepmann, 2013), neile on omasem ruumiline mõtlemine, seega õnnestuvad geomeetrilise ettekujutusega seotud ülesanded just meessoos esindajatel (Tooding & Rämson, 2003). Täheldatud on erinevusi lahendusviigades. Noormehed jätavad enam ülesandeid lahendamata või mõtlevad neile uusi lahendusi (Vaabel, 2013) – võimalik, et poisid püüavad oma mitteteadmist korvata suurema mõttetööga, see tähendab „väljamõtlemisega” (Velsker, 2014).

Neiud on tublimad õpitud mõistete, seoste ja valemite kasutamises (Taal, 2013), võrrandite lahendamises ning nad tunnevad ennast kindlalt konkreetse lahendusalgoritmiga ülesannetes (Lepmann, 2013). Kutsekooli õpilaste uuring näitas, et kutsekooli suunduvatel neidudel on põhikoolis matemaatikas tagasihoidlikumad saavutused kui noormeestel (Tooding & Rämson, 2003).

Põhikooli matemaatikaeksami (2014) tulemustest selgub, et edukus (hinne vähemalt „3”) ja kvaliteet (hinne „4” või „5”) oli soo järgi viimase kuue aasta lõikes madalaim. Selle põhjuseks toodi välja õpilaste funktsionaalse lugemisoskuse langus, kuid ka väiksemamahulise ja lihtsama matemaatika ainekava rakendamise lõpulejõudmine 2013/2014. õppeaastal (Velsker, 2014). Seega Euroopa riikide ühtsed matemaatikapädevused, sealhulgas matemaatika rakendamine igapäevaolukorras, leiavad liiga vähe kasutust (Parveva et al., 2011).

*Uurimuse eesmärgid ja uurimisküsimused*

Koolis omandatud teadmised peaksid saama igapäevaelus rakendatud või tööl võimalikult kiiresti üle kantud (Bakker, 2014). Käesoleva uurimuse eesmärgiks on välja selgitada, milline on ühe Tartumaa kutsekooli põhikoolijärgsete esimese aasta õpilaste matemaatikateadmiste rakendamisoskus igapäevaeluga seotud probleemide lahendamisel ja võrrelda seda üheksandate klasside õpilaste tulemustega.

Töö eesmärgi välja selgitamiseks püstitati järgnevad uurimisküsimused:

- Millisel tasemel lahendavad kutsekooli õpilased igapäevaeluga seotud matemaatikaülesandeid? Kas see on erinev, võrreldes erialagruppe, noormehi ja neide?
- Millised on paremini ja halvemini lahendatud ülesanded kutsekoolis ja üheksandates klassides? Kas need on erinevad kutsekoolis õppivatel noormeestel ja neidudel?
- Millised on sooritatud ülesannete väärvastused nii kutsekoolis kui ka üheksandates klassides?

**Metoodika***Valim*

Uurimistöös kasutatakse kahte valimit: ühte Tartumaa kutsekooli põhikoolijärgse esimese aasta õpilasi ja Haridus- ja Teadusministeeriumi projekti „Üldpädevused ja nende hindamine. 2011–2014” raames läbi viidud uuringu üheksandate klasside õpilaste andmeid.

Kutsekooli valimi suuruseks on 154 õpilast, nendest 48 neidu ja 106 noormeest. Erialadest on esindatud seitse erinevat õppevaldkonda (vt tabel 1), nendest suurima vastajate hulgaga on sõiduautotehnikud-autokeretehnikud (kokku 56). Üksikerialadest on esindatud kahe grupiga ehitusviimistlejad (kokku 40) ja sõiduautotehnikud (kokku 42).

Tabel 1. Vastajate osakaal ja protsent erialade lõikes

Eriala	Valim (N)	Protsent %
Sõiduautotehnik	42	27
Ehitusviimistlus	40	26
Kokk	17	11
Laomajandus	17	11
Keevitaja	15	10
Autokeretehnik	14	9
Metallitöötlemispinkidel töötaja	9	6
Kokku	154	100

Põhikooli lõpetamise aastaks 2014 märkis vastanutest 110 õpilast, mis on kogu valimist 71% (vt tabel 2).

Tabel 2. *Vastanute põhikooli lõpetamise aasta*

Põhikooli lõpetamise aasta	Valim (N)	Protsent %
2014	110	71,4
2013	27	17,5
2012	8	5,2
2011	2	1,2
2010	2	1,2
2009	1	0,7
2005	1	0,7
2003	1	0,7
Keegi ei mäleta, 9 aastat tagasi	1	0,7
Ei vastanud	1	0,7
Kokku	154	100

Haridus- ja Teadusministeeriumi projekti „Üldpädevused ja nende hindamine. 2011–2014” valim koosnes 658 eesti õppekeelega üheksanda klassi õpilastest.

#### *Mõõtevahendid*

Mõõtevahendina kasutati projekti „Üldpädevused ja nende hindamine.2011-2014” matemaatikatesti ühte osa. Testi koostas Anu Palu. Projekti raames läbi viidud terviklik test koosnes 25 ülesandest (alaülesannetega kokku 32). Test oli usaldusväärne (Cronbachi alfa 0,87). Antud uuringus kasutati sellest testist kümmet igapäevaeluga seotud ülesannet. Kahes esimeses ülesandes tuli osata arvutada aega. Järgnevates tekstülesannetes oli vaja arvutada erinevates kastides olevate õunte kogus ning leiva kilohind. Viies ülesanne koosnes kahest osast, kus esiteks oli vaja leida kuubikujulise veemahuti serva pikkus ning teiseks materjali kogus pealt lahtise kuubi valmistamiseks. Kuues ülesanne sisaldas vedeliku koguse arvutamist. Seitsmendas ülesandes oli vaja arvutada ostudest järelejäänud rahasummat. Kaheksas ja üheksas ülesanne olid seotud tee pikkuse arvutamisega, kusjuures ühel juhul oli määravaks aeg ja teisel kaugus. Viimases ülesandes oli vaja teada kauba hinda pärast teatud protsendi tõstmist ning seejärel sama protsendi ulatuses alandamist. Testi reliaabluse

leidmiseks arvutati samuti Cronbachi alfa (kutsekooli test  $\alpha = 0,70$ ; üheksandate klasside test  $\alpha = 0,80$ ), mis näitas, et test on usaldusväärne. Testi valiidsuse suurendamiseks kasutas autor olemasoleva testi koostaja hinnangut ning eksperdina kutsekoolis kontaktisikuks olnud matemaatikaõpetajat.

#### *Uurimuse protseduur*

Üheksanda klassi õpilaste andmed koguti projekti raames uurijate poolt. Kutsekooli õpilaste testimiseks kontakteerus töö autor telefoni teel kutsekooli ainesektsiooni juhiga oktoobrist detsembrini 2014. Ainesektsiooni juhil paluti kaasata matemaatikaõpetajad. Kutsekoolis töötav kontaktisik andis matemaatika testi ning kaaskirja õpetajatele ning instrueeris neid uuringu protseduurist. Kaaskirjas lähtuti eetika aspektidest, milleks olid vabatahtlikkus, info uurimuse läbiviimisest ning anonüümsuse tagamine. Test viidi läbi kutsekooli põhikoolijärgsete esimese kursuse õpilaste seas detsembris 2014 matemaatika tunnis. Orienteeruv testi sooritamise aeg oli 30 minutit ning kalkulaatori (nutiseadme) kasutamine ei olnud lubatud. Sooritatud testid anti ainesektsiooni juhatajale, kellelt töö autor need analüüsiks tagasi sai.

#### *Andmetöötlus*

Uuring oli kvantitatiivne. Töö autor korrastas üheksandate klasside õpilaste testide tulemused ja sisestas kutsekooli õpilaste testide tulemused. Sisestati kõik õpilaste poolt antud vastused. Hiljem kodeeriti vastused dihhotoomselt: vale vastus 0 ja õige 1. Iga õpilase jaoks arvutati nii kogu testi kui ka alaosade keskmised tulemused (saadud punktide arv/ülesannete arv). Seega sai olla maksimaalne keskmine tulemus 1,00.

Andmete töötlemisel kasutati IBM SPSS Statistics 22 andmetöötlusprogrammi. Andmete analüüsis kasutati kirjeldava statistika näitajaid: aritmeetiline keskmine (M), standardhälve (SD), protsendid (%). Järeldava statistika tegemisel kasutati aritmeetiliste keskmiste võrdlemiseks dispersioonanalüüsi ANOVA ja paarisvalimi t-testi (*Paired-Samples T Test*). Järelduste tegemisel loeti statistiliselt oluliseks tulemused usaldusnivool  $p < 0,05$ , mis näitab, et eksimistõenäosus on kuni 5%.

## Tulemused

### *Matemaatikatesti lahendatus kutsekoolis*

Esiteks selgitati, millised on kutsekooli õpilaste üldised matemaatikateadmised igapäevaeluga seotud ülesannete lahendamisel nii erialagruppide kui ka noormeeste ja neidude võrdluses. Kutsekooli valimi (154 õpilast) ülesannete keskmine lahendatus oli  $M=0,60$  ( $SD=0,22$ ) (vt tabel 3). Maksimaalne tulemus 1,00 oli neljal õpilasel. Madalaim keskmine tulemus oli 0,09 (ühel õpilasel oli kümnest ülesandest ainult üks ülesanne õigesti lahendatud).

*Erialagruppide võrdluses* tehti dispersioonanalüüs ANOVA, mis näitas, et erinevate erialadega õpilaste keskmised tulemused (vt tabel 3) olid statistiliselt oluliselt erinevad ( $F=3,39$ ;  $p < 0,01$ ).

Tabel 3. *Kutsekooli erialagruppide võrdlus*

Eriala	Keskmine (M)	Valim (N)	Standardhälve (SD)	Miinumum	Maksimum
Autokeretehnik	0,40	14	0,26	0,09	0,91
Ehitusviimistlus	0,65	40	0,19	0,09	0,91
Keevitaja	0,66	15	0,16	0,45	0,91
Kokk	0,61	17	0,29	0,09	1,00
Laomajandus	0,55	17	0,17	0,27	0,91
Metallitöötlemis- pinkidel töötaja	0,75	9	0,19	0,45	1,00
Sõiduautotehnik	0,59	42	0,22	0,18	1,00
Kokku	0,60	154	0,22	0,09	1,00

*Noormeeste ja neidude ülesannete lahendamise tulemuste võrdluses* sooritati samuti dispersioonanalüüs ANOVA, mis näitas, et noormeeste ja neidude keskmiste tulemuste vahel ei ole statistiliselt olulist erinevust ( $F=2,50$ ;  $p > 0,01$ ). Noormeeste keskmiseks tulemuseks saadi  $M=0,62$  ( $SD=0,21$ ) ning neidude keskmiseks tulemuseks  $M=0,56$  ( $SD=0,24$ ) (vt tabel 4).

Tabel 4. Ülesannete lahendamise võrdlus noormeeste ja neidude keskmiste tulemuste vahel

Sugu	Valim (N)	Keskmine (M)	Standardhälve (SD)
Noormehed	106	0,62	0,21
Neiud	48	0,56	0,24
Kokku	154	0,60	0,22

*Paremini ja halvemini lahendatud ülesanded*

Teiseks taheti teada, millised on paremini ja halvemini lahendatud ülesanded kutsekoolis ja üheksandates klassides ja kas need on erinevad kutsekooli noormeestel ja neidudel.

Kirjeldava statistika alusel leiti ülesannete tulemuste keskväärtused. Uurimistöö tulemuste täpsustamiseks kasutati keskväärtuste võrdlemiseks paarivalimi t-testi.

*Paremini lahendatud ülesanded.* Kutsekooli ülesannete lahendatusest selgus, et kõrgeim keskmine tulemus saavutati ülesande nr. 2 (vt tabel 5) lahendamisel, mis oli seotud ajaühikute arvutamisega (võrdluses teisel kohal oleva ülesandega  $t=0,23$ ;  $p > 0,01$ ). Teisel kohal oli ülesanne nr. 1 ajaühikute arvutamise kohta (võrdlus kolmandal kohal oleva ülesande keskmisega  $t=3,00$ ;  $p < 0,01$ ). Kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt olid mõlema ülesande lahendamisel vaja protseduurilisi teadmisi. Kolmandal kohal oli ülesanne nr. 9 plaanimõõdu järgi vahemaa arvutamine (võrreldes neljandal kohal oleva ülesandega  $t=1,64$ ;  $p > 0,01$ ). See ülesanne oli probleemülesanne, mille lahendusidee leidmine eeldas mõistelist arusaama. Joonise konstrueerimist kasutati kõige enam ülesande nr. 3 puhul (15 joonist). Kasulikuks osutus ülesande lahendamisel ainult viis joonist.

Tabel 5. Testiülesannete lahendus kutsekoolis

	Keskmine (M)	Standardhälve (SD)	Joonise konstrueerimine
Ülesanne 2	0,91	0,29	0
Ülesanne 1	0,90	0,30	0
Ülesanne 9	0,79	0,41	3 (3)*
Ülesanne 8	0,71	0,46	0
Ülesanne 4	0,64	0,48	1(1)*
Ülesanne 5 (1)	0,61	0,49	8 (6)*
Ülesanne 10	0,46	0,50	0
Ülesanne 3	0,45	0,50	15 (5)*
Ülesanne 6	0,45	0,50	1 (1)*

Ülesanne 7	0,45	0,50	0
Ülesanne 5 (2)	0,27	0,44	8 (3)*

\* sulgude ees olev arv – joonise tegijad; sulgudes olev arv - õige lahendus

Üheksandate klasside õpilaste paremini lahendatud ülesannetest kõrgeima tulemuse sai ülesanne nr.1 (vt tabel 6), kus tuli kasutada arvutamist ajaühikutega (võrdluses teisel kohal oleva ülesandega nr. 2  $t=4,73$ ;  $p < 0.01$ ). Teisel kohal oli ülesanne nr. 2, kus läks vaja samuti teadmised ajaühikutega arvutamisel (võrdluses kolmandal kohal oleva ülesandega nr. 9  $t=7,12$ ;  $p < 0,01$ ). Nimetatud ülesannete lahendamiseks oli vaja protseduurilisi teadmisi. Kolmandal kohal oli probleemülesanne nr. 9, kus olid vajalikud mõistelised teadmised teepikkuse arvutamisest plaanimõõdu järgi (aritmeetiliste keskmiste võrdlus neljandal kohal oleva ülesandega nr.8  $t=2,24$ ;  $p > 0,01$ ).

Tabel 6. Üheksandate klasside ülesannete lahendus

	Keskmine (M)	Standardhälve (SD)
Ülesanne 1	0,93	0,26
Ülesanne 2	0,86	0,35
Ülesanne 9	0,73	0,45
Ülesanne 8	0,68	0,47
Ülesanne 5 (1)	0,65	0,48
Ülesanne 6	0,58	0,49
Ülesanne 7	0,57	0,50
Ülesanne 4	0,55	0,50
Ülesanne 3	0,53	0,50
Ülesanne 10	0,36	0,48
Ülesanne 5 (2)	0,35	0,48

*Halvemini lahendatud ülesanded.* Kõige halvemini lahendati kutsekoolis ülesannet 5 (2), kus tuli leida kuubikujulise veemahuti valmistamiseks kuluva materjali kogus ( $M=0,27$ ;  $SD=0,44$ ) (vt tabel 5). Ülesande lahendamine eeldas mõistelisi teadmisi. Ülesandele konstrueeris joonise kaheksa õpilast, nendest kolme lahendus osutus õigeks. Antud ülesande keskväärtuste võrdlemisel järgmise halvasti lahendatud ülesande (nr.7) tulemuste keskväärtustega saadi, et  $t=3,70$  ja  $p < 0,01$ . Teiseks halvasti lahendatud ülesandeks oli nr.7, kus protseduuriliste teadmiste ja arvutamise abil tuli leida ostudest järele jäänud rahasumma

(võrrelduna tagantpoolt kolmanda ülesandega nr.6  $t=0,00$ ;  $p > 0,01$ ). Kolmandaks ebaõnnestunud tulemusega oli ülesanne nr. 6, kus oli vaja mõistelisi teadmisi ja probleemi lahendamise oskust, arvutamaks vee kogust mõõtmise ja osa leidmise kaudu (võrrelduna tagantpoolt neljanda ülesandega nr.3  $t=0,13$ ;  $p > 0,01$ ).

Üheksanda klassi õpilaste ülesannete lahendamise tulemustest selgus, et kõige halvemini oli lahendatud juba eelpool nimetatud ülesanne 5(2) ( $M=0,35$ ;  $SD=0,48$ ) (vt tabel 6). Võrreldes antud ülesande keskväärtusi tagantpoolt teise ülesande nr.10 aritmeetiliste keskmistega, saadi  $t=0,36$  ja  $p > 0,01$ . Teiseks halvemini lahendatud ülesandeks oli protsendi arvutamise ülesanne nr.10 (võrrelduna tagantpoolt kolmanda ülesandega nr.3  $t=7,75$ ;  $p < 0,01$ ), kus osutus vajalikuks mõisteline teadmine ja terviku leidmine protsendi kasvamise ja kahanemise järgi.

*Kutsekooli noormeeste ja neidude erinevate ülesannete lahendamisoskuse võrdlusest* (vt tabel 7) selgus, et neidude tulemus oli noormeeste omast parem ainult kahe ülesande lahendamisel: leiva kilohinna arvutamisel (ülesandes nr. 4) 3% võrra ja õunte koguse arvutamisel (ülesandes nr. 3) 13% võrra. Mõlemad ülesanded olid nii sisulise (arvutamine aritmeetiliselt või algebralise) kui ka kognitiivse (probleemilahendamine) valdkonna poolest sarnased.

Tabel 7. *Noormeeste ja neidude ülesannete lahendatavus kutsekoolis*

	Noormehed ( N = 106)	Neiud (N = 48)
	Õiged vastused (%)	Õiged vastused (%)
Ülesanne 2	92	88
Ülesanne 1	91	90
Ülesanne 9	81	73
Ülesanne 8	77	56
Ülesanne 4	60	63
Ülesanne 5 (1)	67	48
Ülesanne 10	47	44
Ülesanne 3	41	54
Ülesanne 6	48	38
Ülesanne 7	45	44
Ülesanne 5 (2)	29	21



Lisaks konstrueeriti ülesandele nr. 3 matemaatilise info esitamiseks kõige rohkem mudeleid (15), millest oli abi õige lahenduseni jõudmisel viiel korral (kahel neil ja kolmel noormehel). Noormeeste ülesannete lahenduste tulemused näitasid, et neidudest paremini osati rakendada mõistelisi teadmisi (kiirus) teepikkuse arvutamisel ülesandes nr.8 (21% võrra).

#### *Ülesannete väärvastused*

Kolmandaks taheti teada ülesannete väärvastuseid nii kutsekoolis kui ka üheksandas klassis. Nende ülesannete puhul uuriti valesid vastuseid. Selgitati välja täielikult lahendamata ja osaliselt lahendatud ülesanded ning toodi välja väärvastused, mida oli andnud rohkem kui 2% õpilastest. Ülejäänud õpilaste poolt pakutud valed vastused, mida oli alla 2%, said koondnimetuse „muu vastus“.

*Kutsekooli õpilaste ülesannete väärvastused.* Matemaatikatesti kümnest ülesandest oli viis sellist, mille lahendatavuse protsent oli alla 50 (vt tabel 4). Kõige enam oli vigu ülesandes, kus tuli leida materjali kulu veemahuti valmistamiseks (*Kuubikujulise veemahutisse mahub täpselt 1 m<sup>3</sup> vett. Kui palju plekki kulub sellise pealt lahtise mahuti valmistamiseks?*). Õige vastuse andis 27% õpilastest (vt tabel 8). Arvestav hulk õpilasi jättis ülesande lahendamata (43% testi sooritanutest) ning kõige enam vigu tehti ühikute mitte kasutamises või valesti kasutamises.

Tabel 8. *Kutsekooli õpilaste ülesande 5(2) vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent*

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Lahendamata ülesanne	66	43
Õige lahendus	41	27
6 - ühikuta, cm, m, m <sup>2</sup> , m <sup>3</sup>	15	10
Õige arv (5) vale ühik	6	4
1 m <sup>2</sup>	6	4
Muu vastus	20	12
Kokku	154	100

Tekstülesande - *Kahes kastis on kokku 54 kilogrammi õunu. Teises kastis on õunu 12 kilogrammi võrra rohkem kui esimeses kastis* - lahendusprotsent oli 45(vt tabel 9). Enam levinud väärvastusteks olid 15 ja 39 (16% ). Ülesande jättis pooleli või lahendamata 11% vastanutest. Tabelis on välja toodud lisaks eelnevatele lahenditele ka enam esinenud vigased vastusevariandid.

Tabel 9. Kutsekooli õpilaste ülesande 3 vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Õige lahendus	45	45
15 ja 39	26	16
Lahendamata ülesanne	17	11
54 ja 66	13	8
27 ja 39	5	3
Muu vastus	48	17
Kokku	154	100

Vedeliku koguse arvutamise ülesande (*Pudelist ruumalaga  $\frac{1}{2}$  liitrit on veega täidetud pool. Kui palju jäi pudelisse vett kui sealt joodi ära 0,2 liitrit vett?*) õigete vastuste sagedus oli 69 (45%) (vt tabel 10). Järgnesid vastused 0,3L (300ml), mis moodustas 27% vastustest. Paljud jätsid ülesande pooleli või lahendamata (16%).

Tabel 10. Kutsekooli õpilaste ülesande 6 vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Õige lahendus	69	45
0,3 L või 300 ml	42	27
Lahendamata ülesanne	24	16
„2”	6	4
Muu vastus	13	8
Kokku	154	100

Seitsmenda ülesande (*Mardil oli poodi minnes 100 eurot. Ta kulutas sellest 35 eurot jalatsite ja 12 eurot särki ostmiseks. Milliste avaldistega saad arvutada järelejäänud rahasummat?: A.  $100 - 35 - 12$ ; B.  $100 - 35 + 12$ ; C.  $100 - (35 + 12)$ ; D.  $100 - (35 - 12)$ ; E.  $100 - 35 - 12$ ; F.  $100 - 12 - 35$ ) õigete vastuste sagedus oli samuti 69 (45%) nagu eelneval kahel ülesandel (vt tabel 11). Ülesande lahendiks pakuti kõige enam matemaatilise lahendusega üksikvastust C (20%), mida aga ei saanud õigeks lugeda, sest õigeks lahendiks oli mitu avaldist. Teised tulemused jäid osalise vastuse kategooriasse, sest vastus oli puudulik.*

Tabel 11. Kutsekooli õpilaste ülesande 7 vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Õige lahendus	69	45
C	30	20
ACF	11	7
A	9	6
E	5	3
Osaline vastus – alla 2% vastuseid	12	8
Muu vastus	18	11
Kokku	154	100

Viiendaks halvemini lahendatud ülesandeks osutus kümnes, protsendi arvutamise ülesanne (*Kaup maksis 100 eurot ja selle hinda tõsteti 10 %. Mõne aja pärast alandab kaupmees hinda 10 %. Kui palju maksab nüüd kaup?*), mille õigete vastuste hulk oli 46% (vt tabel 12).

Tabel 12. Kutsekooli õpilaste ülesande 10 vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Õige lahendus	71	46
100 eurot	62	40
101 eurot	15	10
90 eurot	5	4
Kokku	154	100

*Üheksandate klasside õpilaste ülesannete väärvastused.* Kümnest ülesandest lahendati alla 50% kaks ülesannet (vt tabel 6). Ülesannete valed vastused jagati sama põhimõtte alusel nagu kutsekooli õpilaste antud vastused. Halvemini lahendatud ülesandes tuli leida veemahuti valmistamiseks kuluv materjali kogus (*Kuubikujulise veemahutisse mahub täpselt 1 m<sup>3</sup> vett. Kui palju plekki kulub sellise pealt lahtise mahuti valmistamiseks?*). Õige vastuse andis 35% vastanutest (vt tabel 13). 34% jättis ülesande lahendamata ning vigu tehti ühikute valesti kasutamises ja erinevate arvuliste suuruste pakkumises.

Tabel 13. Üheksandate klasside õpilaste ülesande 5(2) vastused ning nende esinemise sagedus ja protsent

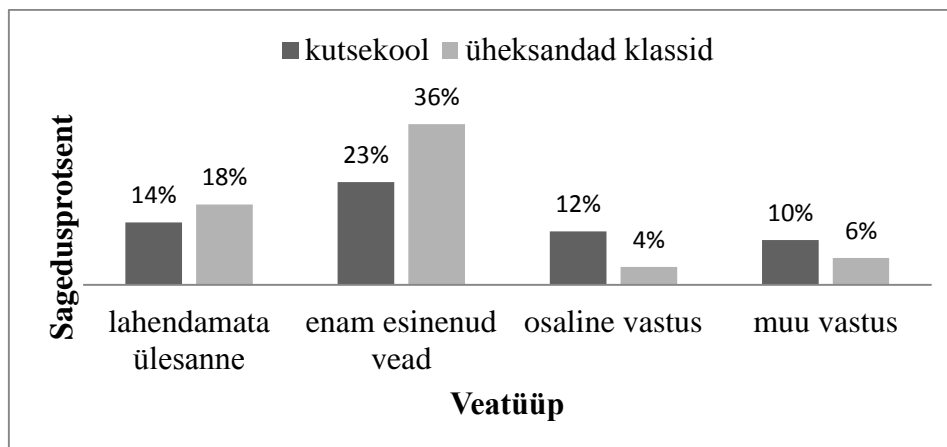
Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
Õige lahendus	239	35
Lahendamata ülesanne	235	34
Õige arv (5) vale ühik	47	7
1- m, m <sup>2</sup> , m <sup>3</sup>	45	7
6 - m, m <sup>2</sup> , m <sup>3</sup>	43	6
Muu vastus	76	11
Kokku	685	100

Teiseks halvemini lahendatud ülesandeks osutus ülesanne kümme, milles tuli osata protsendi arvutamist (*Kaup maksis 100 eurot ja selle hinda tõsteti 10 %. Mõne aja pärast alandas kaupmees hinda 10 %. Kui palju maksab nüüd kaup?*). Enam pakutud väärvastuseks oli 100 eurot (49%) ja õigete vastuste osakaal oli 36% (vt tabel 14).

Tabel 14. Üheksandate klasside ülesande nr 10 vastuste tüübid ning nende esinemise sagedus ja protsent

Vastuse kirjeldus	Sagedus	Protsent %
100 eurot	337	49
Õige lahendus	244	36
101 eurot	45	7
90 eurot	29	4
Lahendamata ülesanne	20	3
Muu vastus	10	1
Kokku	685	100

Ülesannete väärvastuste tulemustest selgus, et vigade sagedusprotsent kutsekoolis oli 59 ja üheksandates klassides 64 (vt joonis 1).



Joonis 1. Ülesannete väärvastuste sagedusprotsent veatüübi järgi kutsekooli ja üheksandate klasside tulemustes

Kõige enam oli pakutud väärvastuseid, mis paigutusid „enam esinenud vigade” alla, kus pakuti erinevaid arvulisi suurusi, mida aga ei saanud õigeks lugeda.

### Arutelu

Käesoleva uurimuse eesmärgiks oli välja selgitada, milline oli ühe Tartumaa kutsekooli põhikoolijärgsete esimese aasta õpilaste matemaatikateadmiste rakendamisoskus igapäevaeluga seotud probleemide lahendamisel ja võrrelda seda üheksandate klasside õpilaste tulemustega.

Uurimistöö esimeseks küsimuseks oli teada saada, millisel tasemel lahendasid kutsekooli õpilased igapäevaeluga seotud matemaatikaülesandeid ning kas see on erinev, võrreldes omavahel erialagruppe ning noormehi ja neide. Kirjeldava analüüsi tulemustest selgus, et kutsekooli õpilaste üldised tulemused olid veidi üle keskmise (60%). Põhiharidusnõudega kutseõppesse suundujate matemaatikateadmised igapäevaprobleemülesannete lahendamisel jäid oodatust madalamaks. Kutseõppijate sooritatud test viidi läbi perioodil, kus omandati uusi teadmisi matemaatikast, mis andis eelduse ülesandeid paremini sooritada, see aga ei leidnud kinnitust. Vaadates varasemate uuringute (Palu, 2014) tulemusi, siis ka põhikooli viimaste klasside õpilaste matemaatikateadmised ei ole olulisel määral kõrgemad (64%). See annab tunnistust, et põhikoolis peaks veelgi enam tähelepanu pöörama matemaatika rakendamisoskuse arendamisele elulistes ülesannetes.

Erialagruppide vahel oli statistiliselt oluline erinevus. See võis olla tingitud erialadele kandideerinute arvust. Võib oletada, et populaarsematele ametikohtadele soovijate konkurss

oli suurem, mis on põhjuseks, et kutseõppesse sissesaanute matemaatikateadmised olid paremad kui nõrgemate tulemustega erialadel. Pohla (2011) kutsekooli tasemetöö tulemustest selgus sama, et paremad tulemused saavutati konkursi alusel komplekteeritud erialagruppides.

Võrreldes kutsekoolis õppivate noormeeste ja neidude ülesannete lahendamistulemusi, selgus, et noormeeste tulemused (62%) olid kõrgemad kui neidudel (56%), kuid statistiliselt olulist erinevust ei olnud ( $p > 0,01$ ). Ka PISA uuringust jõuti samale järeldusele, et poiste tulemused on veidi paremad kui tüdrukutel (Lepmann, 2013). Samas võib oletada, et kutsekoolis õppivate noormeeste matemaatikateadmised olid paremad kui sinna suundunud neidudel. Samale järeldusele jõudsid ka Toeding & Rämson oma uuringus (2003).

Teiseks uurimistööküsimuseks oli teada saada, millised on paremini ja halvemini lahendatud ülesanded kutsekoolis ja üheksandates klassides ja kas need on erinevad kutsekoolis õppivatel noormeestel ja neidudel. Paremini lahendatud ülesannete järjekord pingerea alusel oli nii kutsekoolis kui ka üheksandates klassides sarnane. Mõlema valimi puhul olid esimesel ja teisel kohal ülesanded, mis vajasisid protseduurilisi oskusi aja mõõtmisel. Protseduurilised teadmised ja oskused saavutatakse pideva harjutamise teel ja kui on teada ajaühikute seosed, siis pole tekkinud probleemsituatsioon lahendamatu. Eelnevad uuringud on näidanud, et õpilased unustavad ajaühikute kuuekümnendsüsteemi (Haljand & Kaljas, 2013) ja vaatlevad neid kümnendsüsteemi ühikutena (Palu, 2014), millest tekivadki vead. Antud uurimistöös saab oletada, et õpilased tunnevad ajaühikuid ja nende omadusi ning oskavad neid vastavates elulistes situatsioonides kasutada, seega antud tulemus on erinev varasematest uurimistulemustest.

Halvemini lahendati nii kutsekoolis kui ka üheksandates klassides ülesannet, kus oli vaja osata kuubi jaoks vajamineva materjali koguse arvutamist. Kutsekooli õpilaste viimase (kuubi pindala arvutamine) ja eelviimase (ostudest järelejäänud rahasumma arvutamine) ülesande keskvärtustevõrdlusest selgus, et antud ülesannete tulemused olid statistiliselt erinevad ( $p < 0,01$ ). Kutsekooli õpilastele valmistas raskusi mõistelisi teadmisi ning geomeetriat ja mõõtmist nõudnud ülesanne. Üheksandate klasside õpilaste kõige halvemini lahendatud ülesande (kuubi pindala arvutamine) tulemuste võrdlus ei erinenud statistiliselt oluliselt eelviimasel kohal (protsendi arvutamine) olevast ülesande tulemustest ( $p > 0,01$ ). Põhikooli õpilastele valmistasid raskusi nii ülesanded geomeetrias, mõõtmises kui ka protsendi arvutamises, mis mõlemad nõudsid mõisteliste teadmiste rakendamist. Matemaatilise mõtlemise arendamisel vajalikud mõistelised teadmised annavad oskuse ülesannetele teadlikult õige lahenduse leida, mis aga antud sisuga (geomeetria; protsent) ülesannete puhul rakendust ei leidnud. Varasematest uuringutest (Lepmann, 2013; Pohla, 2013) on selgunud

sama, et geomeetria käsitlemine ja protsentülesannete lahendamine valmistab õpilastele raskusi.

Kutsekooli noormeeste ja neidude ülesannete lahendamisoskusest selgus, et neiidud lahendasid kümnest ülesandest vaid kahte paremini kui noormehed. Need ülesanded (õunte koguse arvutamine; leiva kilohinna arvutamine) olid mõlemad tekstülesanded, kus püstitatud probleemist tuli aru saada ja seejärel leida sobiv lahendus, kasutades teadmisi nii algebrast kui ka arvutamisest. Antud uuritavate tulemustest ilmnes, et neiidud oskavad poistest paremini seostada õpitud mõisteid ja lahendada konkreetsete algoritmidega seotud ülesandeid. Samale tulemusele jõudsid ka Lepmann (2013) ja Taal (2013) oma uuringutes. Ühele, neidude poolt paremini lahendatud ülesandele (õunte koguse arvutamine), konstrueeriti ka kõige rohkem jooniseid (15), kuid kaks kolmandikku õpilastest (10) ei osanud seda õigesti tõlgendada. Saab oletada, et info esitlemiseks kasutati mudeleid, teades et need sobivad sinna, aga ei saanud aru, mida need tähendavad. Sisuline mõistmine valmistab seega jätkuvalt raskusi, mida on oma töödes välja toonud ka Lepmann (2013) ning Kikas & Palu (2015). Noormeestel (võrreldes neidudega) paremini lahendatud probleemülesande nr. 8 (teepikkuse arvutamine) sisu hõlmas mõõtmiseks vajalikke aja- ja pikkusühikuid ning oli vaja teada mõistet *kiirus*, hinnata kaugust liiclusega seotud ülesandes, osata teadlikult kasutada olemasolevat infot. Antud tulemustest saab oletada, et noormeestele pakub huvi (igapäevaeluga seotud probleemidest) teekonna läbimiseks kuluva aja arvestamine ja liiclusega seonduv. Siinkohal saab tulemuste analüüsist välja tuua, et noormehed on aja arvestamise ülesannetes eelnevalt juba tublimad olnud kui neiidud. Lepmann (2013) ja Kreegipuu (2002) on järeldanud, et meessoole on omane just elulistele probleemidele matemaatilise lahenduse leidmine.

Kolmandaks vaadeldi, millised on sooritatud ülesannete väärvastused nii kutsekoolis kui ka üheksandates klassides. Kutsekooli uuringus toodi välja viie ülesande ja üheksandate klasside kahe ülesande väärvastused. Antud ülesanded osutusid kõik tekstülesanneteks, kus analüüsiti väärilahendusi, mida oli rohkem kui 2% ning selgitati välja täielikult lahendamata või osaliselt lahendatud ülesanded. Järelejäänud väärvastused said koondnimetuse „muu vastus” (vastused, mida oli alla 2%).

Kõige halvemini lahendatud ülesandes valmistas nii kutsekooli kui ka üheksandate klasside õpilastele raskusi kuubikujulise veemahuti jaoks vajamineva materjali koguse leidmine. Märkimisväärne osa kutsekooli õpilastest jättis selle lahendamata, millest saab oletada, et ei mõistetud sisu ning sellega seoses ei osatud probleemülesandele läheneda. Kasin funktsionaalne lugemisoskus või selge nägemuse puudumine võib olla samuti põhjuseks, miks osalt ülesannet edasi ei lahendatud. Ka Taal (2011; 2013) on väitnud, et mitte teadmiste

puudumisel ei jää ülesanne sooritamata, vaid sisu (teksti) mittemõistmise tõttu. Samale tulemusele on jõutud ka varasemate tööde analüüsis (Palu & Kikas, 2009; Palu, 2014; Velsker, 2014). Veatüüpide järgi jäid „lahendamata ülesanded” antud uurimistöös teisele kohale. Kõige rohkem oli aga „enam esinenud vastused” väärvastuseid, mis on ära toodud alljärgnevalt.

Mõõdühikute määramist, mittekasutamist või valesti kasutamist oli näha nii eelneva ülesande kui ka järgneva ülesande – vedeliku koguse arvutamise – puhul. Haljand & Kaljas (2013) väitsid samuti, et õpilastele valimistavad raskusi koguse arvutamiseks vajalikud eelteadmised mahuühikutest. Saab oletada, et õpitud terminoloogia on omandatud puudulikult või arusaamiseta. Antud ülesande (vedeliku koguse arvutamine) väärilahenduste analüüsis saab välja tuua, lisaks eelnevale, puuduliku teksti mõistmise. Võib oletada, et õpilased ei loe matemaatilist teksti süvenenult ning selle tõttu jäetakse oluline teave märkamata ja tekkivad arvutusvead, nagu märkisid ära ka Kerikmäe (2012) ja Palu (2014) oma uuringutes.

Kolmanda ülesande – õunte koguse arvutamise – tulemustest selgus, et väärvastustes seisid erinevad arvukombinatsioonid. Tundub, et lahendati matemaatikaülesannet mitte igapäevaelulist probleemülesannet ja ei süvenetud ebareaalsesse vastusesse. Ülesande lahendamise järgne sisuline kontroll oleks aidanud jõuda vale lahendusstrateegia jälile. Sedalaadi järeldustele on jõutud ka varasemates uuringutes (Kerikmäe, 2012; Palu, 2014; Velsker, 2014). Lisaks on Velsker (2014) oma analüüsis tõdenud, et õpilased ei oska tekstis toodud informatsiooni matemaatilisse kirjakeelde panna ning kasutada sealjuures sümboleid ülesannete modelleerimisel.

Seitsmendas ülesandes, kus oli vaja arvutada poeskäigust järelejäänud raha summat, sooviti näha, kas õpilased oskavad probleemülesannet näha divergentselt. Väärilahendustest saab välja tuua „osalised (üksik-) vastused”, mida õigeks ei saanud lugeda, sest vastus oli puudulik. Õpilased eeldasid, et ülesande tööjuhises on ette antud õigete vastuste arv ning kui leitakse vähemalt üks õige variant, siis teiste arvutusülesannetega ei tegeleta. Sama on toonud välja ka Vaabel (2013) ja Dewolf jt (2011). Oli eksimusi arvutustehetes ja just „ – „ märgi kasutamises, kusjuures ei arvestatud sulgudega. Ka eelnevad uuringud on näidanud, et ei osata õigesti kasutada tehete järjekorra reeglit (Kerikmäe, 2012; Palu 2014).

Kümnes (protsent) ülesanne valmistas raskusi nii kutsekooli kui ka üheksandate klasside õpilastele. Siinkohal saab ära märkida, et kutsekooli õpilased olid antud ülesande lahendamisel tublimad kui üheksandate klasside õpilased. Tüüpilisemaks valesti pakutud vastusest saab järeldada, et õpilased eeldavad, et sama protsendi tõstmisel ja seejärel selle langetamisel jääb esialgne arv samaks. Protsentülesannetega seotud teadmisi õpetatakse juba



II ja III kooliastmes ning jätkuvalt valmistavad need raskusi ka kutseõppeasutustes nagu selgus antud uuringus ning Pohla (2013) kutsekoolis sooritatud tasemetööde tulemustest.

Tuginedes Eestis kehtivale põhikooli riiklikule õppekavale (2011), milles on toodud ühe pädevusena lahendada igapäevaülesandeid erinevates valdkondades, kasutades matemaatilisi meetodeid ja esitlusviise, saab oletada, et antud taotluses on jätkuvalt puudujääke.

*Töö kitsaskohad.* Kuna uurimus toimus ühes kutseõppeasutuses sellisel perioodil, kus erialade lõikes õpilastele antavaid matemaatikatunde oli vähe, siis kavandatud valim jäi realiseerunud valimist oluliselt väiksemaks. Autori arvates tuleks valimi suurendamiseks kaasata rohkem kutseõppeasutusi, et kvaliteetsemaid tulemusi saada. Teiseks kitsaskohaks saab välja tuua üheksandate klasside valimi, kus ei toodud välja eraldi poiste ja tüdrukute andmeid. Antud valimi klassifitseerimine annaks ülesannete lõikes selgema ettekujutuse, millistes igapäevastes ülesannetes on noormehed tublimad kui neid.

*Kokkuvõtte.* Kokkuvõtvalt saab öelda, et põhikoolijärgsete esimese kursuse õpilaste matemaatikateadmised jäid oodatust madalamaks. Paremini lahendati ajamõõtmisega ülesandeid ja halvemini ruumiliste kujundite arvutamisega seotud ülesandeid nii noormeeste kui neidude puhul. Probleeme oli nii sisulise mõistmise kui ka õpitu rakendamisega, mis näitab, et põhikoolis õpitud matemaatikateadmised ei ole püsivad. Õpilased ei oska ette antud probleemsituatsioone seostada oma igapäevaeluga ja sellest tulenevalt on ülesannete lahendamisoskus kesine. Kutseõppeasutusse suundujate matemaatikateadmistel on aga oluline osa edasisel kvalifitseeritud tööjõu koolitamisel. Seega annab antud uurimus võimaluse nii hariduskorraldajatele kui ka põhikooli ning kutsekooli õpetajatele oma õppetöös tähelepanu pöörata matemaatika rakenduslikule õpetusele.

## Tänuõnad

Täna kõiki, kes aitasid kaasa käesoleva töö valmimisele. Eriline tänu:

- juhendajale, kes võimaldas ligipääsu antud töös kasutusel olnud uuringu andmetele,
- Vilve Pohlale, kes kutsekooli poolse kontaktisikuna jagas uurimistööks vajalikku materjali,
- Maiki Hindile, kes tõlkis inglise keelde antud töö kokkuvõtte,
- Helen Pajule keeleabi eest,
- oma perekonnale kannatlikkuse eest.

**Autorsuse kinnitus**

Kinnitan, et olen koostanud käesoleva lõputöö ise ning toonud korrekselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Külli Eres

19.05.2015

### Kasutatud kirjandus

- Bakker, A. (2014). Characterising and developing vocational mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics* 86, 151–156.
- Dewolf, T. Van Dooren, W. Verschaffel, L. (2011). Upper elementary school children's understanding and solution of a quantitative problem inside and outside the mathematics class. *In Learning and Instruction* 21(6), 770-780 .
- Haljand, M. Kaljas, T. (2013). Mõõtmise põhikooli matemaatikas. *Koolimatematika XL*. Tartu Ülikooli kirjastus.
- Halapuu, V. Valk, A. (2013). Täiskasvanute oskused Eestis ja maailmas: *PIAAC uuringu esmased tulemused*. Külastatud aadressil:  
[https://www.hm.ee/sites/default/files/piaac\\_esmased\\_tulemused.pdf](https://www.hm.ee/sites/default/files/piaac_esmased_tulemused.pdf)
- Kerikmäe, I. (2012). *Teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja õpetajate arvamused pädevuse parandamise võimalustest*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.
- Kreepuu, K. (2002) . Mehed, naised ja vaimne võimekus. *Horisont*, 3. Külastatud aadressil:  
[http://www.loodusajakiri.ee/horisont/artikkel290\\_256.html](http://www.loodusajakiri.ee/horisont/artikkel290_256.html)
- Lepmann, T. (2010). Rahvusvaheline võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajale. I. Henno (Koost). *Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid*. Tallinn: Haridus- ja Teadusministeerium
- Lepmann, T (2013). Matemaatika. G. Tire (Toim). *PISA 2012 Eesti tulemused. Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused matemaatikas, funktsionaalses lugemises ja loodusteadustes*. Tallinn: Haridus- ja teadusministeerium
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Smith, T.A., Garden, R.A., Gregory, K.D., Gonzalez, E.J., Chrostowski, S.J., O'Connor, K.M. (2003). *TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003. 2nd education*. Boston College: TIMSS International Study Center
- Männamaa, M. Kikas, E . Peets, K & Palu, A. (2012). *Cognitive correlates of math skills in third-gradestudents, Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology* 32(1), 21-44.
- Nestor, M. Nurmela, K. (2013). Tööandjate uuringu lühikokkuvõte. *Kutseharidus ja muutuv tööturg*. SA Poliitikauuringute Keskus Praxis
- Palu, A. (2010). Matemaatika. E. Kikas (Toim). *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes* (lk 243-261). Tartu: Haridus- ja Teadusministeerium.

- Palu, A (2014). Matemaatikapädevus. *Üldpädevused ja nende hindamine.2011-2014*. Haridus- ja Teadusministeerium
- Palu, A & Kikas, E. (2009). Enamlevinud vigade tüübid aritmeetika tekstülesannete lahendamisel ja nende püsivus ajas. A. Toomela (Toim). *Eesti põhikooli efektiivsus. LÕPPARUANNE*. Tartu/Tallinn. Külastatud aadressil: [www.hm.ee/index.php?popup=download&id=11756](http://www.hm.ee/index.php?popup=download&id=11756)
- Palu, A & Kikas, E. (2015). Matemaatikapädevus. E. Kikas (Toim). *Õppimine ka õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 233-244). Tallinn
- Parveva, T. Noorani, S. Ranguelov, S. Motiejunaite, A., & Kerpanova, V. (2011). *Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies*. European Commission.
- Pohla, V. (2011). *Kokkuvõtte matemaatika tasemetööst 2011/2012 õppeaasta sügisel*. Tartu Kutsehariduskeskus.
- Pohla, V. (2013). *Kokkuvõtte matemaatika tasemetööst 2013/2014 õppeaasta sügisel*. Tartu Kutsehariduskeskus.
- Põhikooli lõpueksam matemaatikast aastal 2014*. (2014). SA Innove. Külastatud aadressil: [http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/statistika%202014/PK2014\\_Matemaatika.pdf](http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/statistika%202014/PK2014_Matemaatika.pdf)
- Põhikooli riiklik õppekava (2011). *Lisa 3. Matemaatika*. Külastatud aadressil: [https://www.riigiteataja.ee/akt/lisa/1140/1201/1001/VV1\\_lisa3.pdf#](https://www.riigiteataja.ee/akt/lisa/1140/1201/1001/VV1_lisa3.pdf#)
- Põhikooli riiklik õppekava (2011). Põhikooli riiklik õppekava. *Riigi Teataja I*, 14.01.2011. Külastatud aadressil: <https://www.riigiteataja.ee/akt/114012011001>
- Taal, D (2011). *Matemaatika põhikooli lõpueksam 2011 (lühikokkuvõtte)*. Külastatud aadressil: [http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/pk2011\\_kokkuvõtte\\_deivi.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vvfiles/0/pk2011_kokkuvõtte_deivi.pdf)
- Taal, D. (2013). *2013.aasta matemaatika põhikooli lõpueksamist*. SA Innove. Külastatud aadressil: [http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2013/Matemaatika/2013\\_aasta\\_matemaatika\\_pohikooli\\_lopueksamist.pdf](http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2013/Matemaatika/2013_aasta_matemaatika_pohikooli_lopueksamist.pdf)
- Tooding, L-M. Rämson, A-L. (2003). Piloottuuring. *Kutseõppeasutuste I kursuse õpilaste matemaatikateadmistest ja oskustest*. Külastatud aadressil: [http://dSPACE.utlib.ee/dSPACE/bitstream/handle/10062/40702/Kutsehar\\_piloottuuringmatem\\_kokkuvote.pdf?sequence=1](http://dSPACE.utlib.ee/dSPACE/bitstream/handle/10062/40702/Kutsehar_piloottuuringmatem_kokkuvote.pdf?sequence=1)

Vaabel, M. (2013). *Neljanda klassi õpilaste matemaatikateadmised, tüüpilised vead ning poiste ja tüdrukute erinevused ülesannete lahendamisel*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool

Velsker, K. (2014). *Põhikooli matemaatika 2014. aasta lõpueksami tulemuste analüüs*.

Külastatud aadressil:

[http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2014/Matemaatika/matemaatika\\_PK\\_%202014%20analyyys.pdf](http://www.innove.ee/UserFiles/L%C3%B5pueksamid%20PK/2014/Matemaatika/matemaatika_PK_%202014%20analyyys.pdf)

## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina Külli Eres (sünnikuupäev: 04.01.1974 )

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose „Ühe Tartumaa kutsekooli põhikoolijärgsete esimese aasta õpilaste matemaatikateadmised igapäevaprobleemide lahendamisel võrrelduna kogu Eestit hõlmava üheksanda klassi õpilaste uuringu tulemustega”, mille juhendaja on PhD Anu Palu,
  - 1.1.reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - 1.2.üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 19.05.2015