MÕÕTMISTULEMUSTE TÖÖTLEMINE

Õppejõud: Hannes Tammet.
Kuulajad: FIT teise õppeaasta üliõpilased.
Kursuse maht: 24 tundi loenguid ja 8 tundi praktilisi töid.
Kontrolli vorm: eksam, 2 AP.
Eksami vorm: kirjalik töö, hindamisel arvestatakse peale eksamitöö ka praktilisi töid.
Infolehekülg: **http://ael.physic.ut.ee/tammet/mootmine**

Loengute kava:

1. Sissejuhatus.
2. Tõenäosusteooria mõisteid.
3. Matemaatilise statistika mõisteid.
4. Punkthinnangute teooria.
5. Punkthinnangute arvutamine.
6. Statistilised hüpoteesid.
7. Vahemikhinnangud.
8. Mitmekanaliline mõõtmine.
9. Mitmekanalilise aparaadi pöördülesanne.
10. Gauss-Markovi algoritmi programmeerimine.
11. Mõõtmise stabiliseerimine.
12. Empiirilised võrrandid.

Kirjandus:

Granovski, V.A., Siraja, T.N., Metodõ obrabotki eksperimentalnõh dannõh pri izmereniah. Energoatomizdat, Leningrad, 1990.

Lloyd, E. (ed.), Handbook of Applicable Mathematics, vol. 6 – Statistics. Wiley, 1984. (tõlge: “Spravochnik po prikladnoi statistike”, Moskva 1989.)

Lvovski, E.N., Statistitcheskie metodõ postroenija empiricheskih formul. 1988.

Tammet, H., Füüsika praktikum. Metroloogia. Valgus, Tallinn 1971.

Tiit, E., Parring, A., Möls, T., Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika. Valgus, Tallinn 1977.

1. SISSEJUHATUS

1.1. Ülesanded ja meetodid

Üldine ülesanne:

antud – mõõtmistulemuste voog,
leida – järeldused ja otsustused.

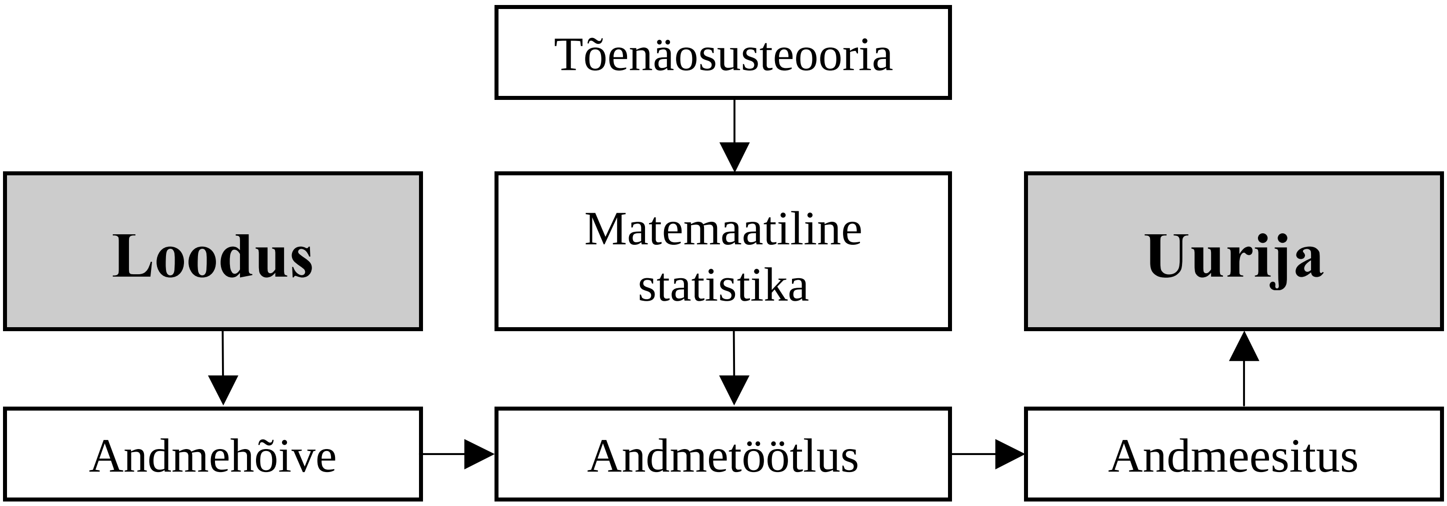
Osaülesanded:

mõõtmised ⇒ arvud ⇒ tuletatud arvud ⇒ järeldused

Osaülesande fetišeerimise oht ja juhtmõte:

arvutamise eesmärgiks ei ole arvud, vaid arusaamine.

Meetodid:



Käesoleva kursuse piiratus...

1.2. Probleemide näited

- Keskväärtuse ja standardhälbe hindamine: DEMO1
- Standardhälbe hinnangute katseline analüüs: DEMO2
- Kuidas keskmistamine rikub mõõtmistäpsuse: DEMO3
- Kahe kerge keha kaalumine multipleksmeetodil: DEMO4

2. Tõenäosusteooria mõisteid

2.1. Üldmõisted

Sündmus.

Juhuslik sündmus.

Sündmuse tõenäosus $P\{A\}$.

Juhuslik suurus, selle skaala ja väärtused.

Diskreetne juhuslik suurus ja selle väärtuste tõenäosused.

Pidev juhuslik suurus ja selle tõenäosustihedus.

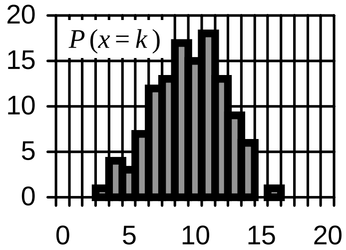
Juhuslik suurus kui mudel.

Juhusliku suuruse tihedusfunktsioon ja jaotusfunktsioon.

$$f(\xi) = \frac{P\{\xi \le x < \xi + \Delta\xi\}}{\Delta\xi} \qquad F(\xi) = P\{x < \xi\}$$

$$F(a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx \qquad f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$P\{a \le x < b\} = F(b) - F(a) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$



Histogramm.

Kvantiilid ehk protsentpunktid: $F(x_p) = p$.

Mediaan $\lambda = x_{0.5}$ ja kvartiilid.

n-järku moment punkti *a* suhtes $\int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^n f(x)dx$.

Keskväärtus, dispersioon ja standardhälve.

2.2. Mudeljaotused

- Ühtlane jaotus.
- Poissoni jaotus
- Normaaljaotus
- Cauchy jaotus.

$$P(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$$

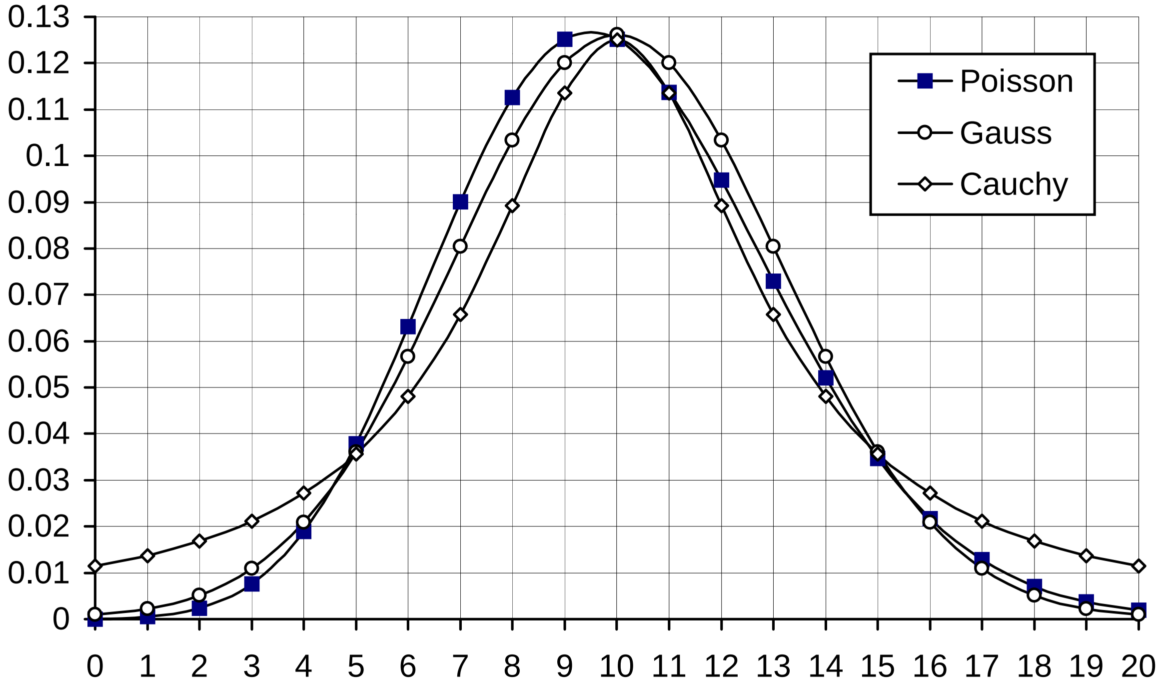
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f(x) = \frac{\lambda}{\pi\left(\lambda^2 + (x - x_\circ)^2\right)}$$

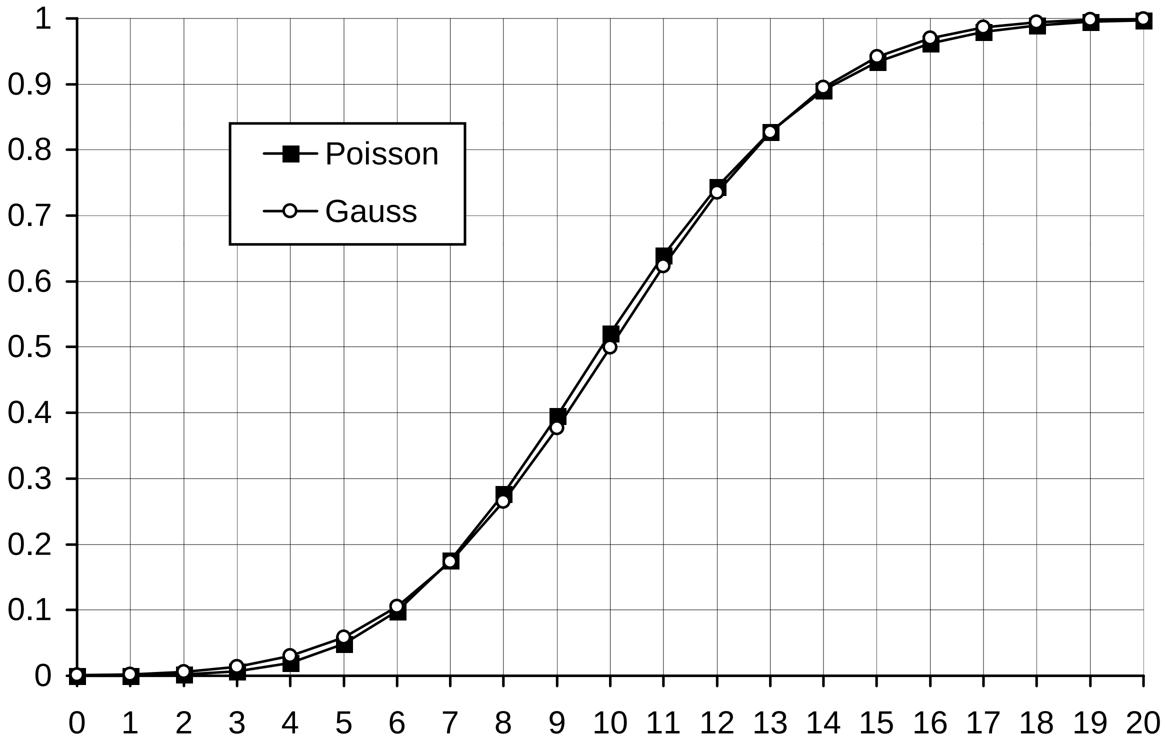
Mudel ja selle parameetrid.

```
Program Näide;

      var i : integer;
          x, y, f,a, s, ss, g, c, y0, g0 : real;
          t : text;

      begin
      assign (t, 'c:\b\poisson.tab'); rewrite (t);
      f := 1; a := 1; y := 0; g := 0;
      s:= 0; ss := 0.0004; y0 := 0; g0 := 0;
      for i := 0 to 20 do begin x := i;
         if x > 0 then begin a := a * 10; f := f * x end;
         y0 := y; y := (a/f)/exp(10);
         s := s + (y + y0)/2;
         g0 := g; g := exp (-(x - 10)*(x - 10)/20) / 7.926655;
         ss := ss + (g + g0)/2;
         c := 10 / (8*(10 + (x - 10)*(x - 10)));
         writeln (t, i:5, y:10:4, s:10:4, g:10:4, ss:10:4, c:10:4);
      end;
      close (t);
      readln;
      end.
```

	Poisson		Gauss		Cauchy
x	*P*(*x*)	*F*(*x*)	*f*(*x*)	*F*(*x*)	*f*(*x*)
0	0.0000	0.0000	0.0009	0.0008	0.0114
1	0.0005	0.0003	0.0022	0.0023	0.0137
2	0.0023	0.0016	0.0051	0.0060	0.0169
3	0.0076	0.0066	0.0109	0.0140	0.0212
4	0.0189	0.0198	0.0209	0.0299	0.0272
5	0.0378	0.0482	0.0361	0.0584	0.0357
6	0.0631	0.0986	0.0567	0.1048	0.0481
7	0.0901	0.1752	0.0804	0.1734	0.0658
8	0.1126	0.2765	0.1033	0.2652	0.0893
9	0.1251	0.3954	0.1200	0.3769	0.1136
10	0.1251	0.5205	0.1262	0.5000	0.1250
11	0.1137	0.6399	0.1200	0.6231	0.1136
12	0.0948	0.7442	0.1033	0.7347	0.0893
13	0.0729	0.8280	0.0804	0.8266	0.0658
14	0.0521	0.8905	0.0567	0.8951	0.0481
15	0.0347	0.9339	0.0361	0.9415	0.0357
16	0.0217	0.9621	0.0209	0.9700	0.0272
17	0.0128	0.9793	0.0109	0.9859	0.0212
18	0.0071	0.9893	0.0051	0.9939	0.0169
19	0.0037	0.9947	0.0022	0.9976	0.0137
20	0.0019	0.9975	0.0009	0.9991	0.0114



Tihedusfunktsioon *f*(*x*) (Poissoni jaotuse puhul tinglik)



Jaotusfunktsioon *F*(*x*)

3. Matemaatilise statistika mõisteid

3.1. Matemaatilise statistika aine

1672. a. ***statistika*** = riigiõpetus, poliitiline aritmeetika.

Statistika ja *matemaatiline statistika* on erinevad distsipliinid.

Mereste, U. Statistika üldteooria. 496 lk. Massnähtuste teooria.

Tähendusi: 1) andmehõive, 2) andmestik, 3) andmetöötlusõpetus.
Vene matemaatikaentsüklopeedias statistika = statistik.

Tiit, E. jt. Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika. 472 lk.

Oluline lähtekoht: Gaussi mõõtmisvigade teooria 1809.

3.2. Matemaatilise statistika ülesanded

Hüpoteeside kontrollimine.
Tõenäosusjaotuse karakteristikute mudelivaba hindamine.
Tõenäosusjaotuse mudeli valimine.
Parameetrite hindamine.
Mudelite konstrueerimine.

3.3. Üldkogum, valim ja statistikud

Lõplik ja lõpmatu üldkogum.
Juhuslik valim. (7, 2 ,11, 5, 12, 6, 8, 7, 5)
Variatsioonrida. (2, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 11, 12)

Empiirilised momendid $\sum_{i=1}^{n} x_i^k / n$ $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^k / n$???

Järkstatistikud.

3.4. Matemaatilise statistika meetodid

Valimi kasutamise näited

Lõplik üldkogum:

Kuhjas on 1 tonn kartuleid. Mitu kartulit on kuhjas?

Lõpmatu üldkogum:

Mõõtmistulemus on kord 7.67, kord 7.73, kord 7.68.
Milline on mõõdetava suuruse tegelik väärtus?

Parameetrilised meetodid.

Mitteparameetrilised meetodid.

Robastsed meetodid. (1964/1981)

Mudeli otsimise ehk jaotuste ruum:

Statistikute tõenäosusjaotuste meetod. *Näide*: aritmeetiline keskmine.