2. FÜÜSIKALISE SUURUSE MÕISTE

2.1. Mõõtmisteooria

Füüsikalise suuruse üldise mõiste avab mõõtmisteooria. Mõõtmisteooria loogiline koht on enne füüsikakursust. Probleemide komplitseerituse tõttu ei saa seda aga esimesel semestril kavasse võtta. Soojusõpetuses tekib vajadus selgitada temperatuuri kui füüsikalise suuruse iseärasusi ja seda on raske teha ilma vastava sissejuhatuseta.

Sobivaid õpikuid ei ole. Tuntuim raamat:

- J. Pfanzagl, *Theory of Measurement*, Physica-Verlag, Würzburg, 1971.

eeldab lugejalt ülikooliharidust matemaatikas ja on füüsikaüliõpilase jaoks liiga formaalne. Meie käsitlus on aga lihtsustatud ja ei ole kõiges päris range.

2.2. Loodus ja mudel

Füüsikas kasutatakse vahel füüsilisi mudeleid, veel enam aga matemaatilisi mudeleid. Füüsilise modelleerimise näide: *lennuki frontaaltakistuse ja tõstejõu mõõtmine aerodünaamilises torus*.

Tehniline märkus: näited on konspektis kirjutatud enamasti kursiivis.

Matemaatilist mudelit nimetatakse sageli ka formalismiks.

Looduse elemendid on näpuga näidatavad asjad. Formalismi elemendid on nimetatavad asjad: varras, ainepunkt, kolb, kiirus jne. Nimi on ühine. Just see muudab füüsikast arusaamise sageli raskeks ülesandeks. Samasugune terminoloogiline dualism esineb aga ka igapäevakeeles: “koer” tähendab nii konkreetset koera kui ka koera üldse (*Koer hammustas mind / Muri on koer*). Ka siin esineb mitteüheselt mõistetavaid väljendeid (*koer on kuri*).

Loodus	Formalism	Füüsika
$\mathbf{P_N}$	$\mathbf{P_F}$	$\mathbf{P_N \to P_F}$
hulk ja struktuur	*hulk ja struktuur*	*kanooniline kujutus*

Formalismi siseehituse uurimine = teoreetiline füüsika,
formalismi ja looduse vahekorra uurimine = eksperimentaalfüüsika,
mudeli ehitamine = füüsika = teoreetiline + eksperimentaalfüüsika,
mudel juurutamine = rakendusfüüsika,
mudeli kasutamine = tehnika.

2.3. Ekvivalentsi mõiste

Tähistagu P^2 kõigi elemendipaaride (p_i, p_j) hulka. Paarid (a, b) ja (b, a) loetakse erinevateks ja ka (a, a) on paar. Kui P sisaldab *n* elementi, siis P^2 sisaldab n^2 elementi. Näide: *kui P on kõigi inimeste hulk, siis P^2 on kõigi paaride hulk (NB! ka* *iseendaga!)*. Hulgast P^2 võib eraldada osahulki. Näide: *kõigi abielupaaride hulk*. Füüsikaline näide: *olgu P kõigi varraste hulk, P^2 kõigi vardapaaride hulk ja selle valitud osahulgaks nende vardapaaride hulk, milles vardad on võrdpikkused*. P^2 osahulka nimetatakse binaarseks relatsiooniks hulgas P. Relatsioon (vene keeles “otnoshenie”) on igapäevakeeles paari siduv suhe, matemaatikas aga sageli tõlgendatav kui paaride hulk.

Teine binaarne relatsioon varraste hulgas: *parempoolne on vasakpoolsest pikem.*

Relatsiooni A võimalikke omadusi:

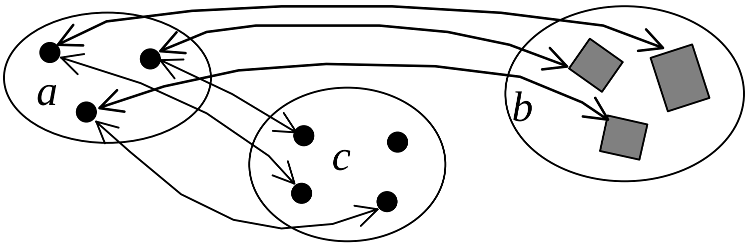
- Refleksiivsus: $(p_a, p_a) \in A$
- Sümmeetria: $(p_a, p_b) \in A \Rightarrow (p_b, p_a) \in A$
- Transitiivsus: $(p_a, p_b) \in A \;\&\; (p_b, p_c) \in A \Rightarrow (p_a, p_c) \in A$

Ühtaegu refleksiivset, sümmeetrilist ja transitiivset relatsiooni nimetatakse <u>ekvivalentsi relatsiooniks</u>. Siduv suhe = elementide ekvivalentsus.

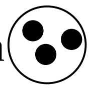
Teineteisega ekvivalentsete elementide täielikku osahulka nimetatakse ekvivalentsiklassiks. Klassid ei lõiku. Ekvivalentsiklasside hulka $P_A = P/A$ nimetatakse faktorhulgaks.

<u>Näide:</u>

Lasteaias võrreldakse esemete hulki elementide paari sidumise meetodil:



Hulgad *a* ja *b* on sarnased, hulgad *a* ja *c* aga pole, sest *c*-s jääb üks element üle. Võrdlemiseks pole loendamise oskust ega arvu mõistet tarvis. Hulki siduv suhe “kummalgi pool ei jää midagi üle” osutub refleksiivseks, sümmeetriliseks ja transitiivseks (kontrollige!) ja vastavate hulgapaaride osahulk on ekvivalentsi relatsioon lõplike hulkade hulgas. Niiviisi jõutaksegi lasteaias arvu mõisteni.

Naturaalarv kolm on kõigi selle hulgaga  paarisidumisekvivalentsete hulkade hulk. Naturaalarvude hulk on kõigi lõplike hulkade hulga faktorhulk paarisidumisekvivalentsi järgi.

2.4. Fundamentaalne füüsikaline suurus

Nimetame füüsikaliseks relatsiooniks sellist relatsiooni, mille siduv suhe on määratud füüsikalise eeskirjaga. Füüsikalist ekvivalentsi relatsiooni looduses nimetatakse fundamentaalseks füüsikaliseks suuruseks (sageli ka lühidalt füüsikaliseks suuruseks) ja vastavaid ekvivalentsiklasse füüsikalise suuruse väärtusteks. Looduse faktorhulka relatsiooni A järgi P_A nimetatakse füüsikalise suuruse väärtuste hulgaks.

Näited: *varda pikkus, raske mass, inertne mass.*

Kokkuvõte: füüsikute keeles rääkides määrab füüsikalise suuruse mingi konkreetne objektide võrdlemise eeskiri. Iga eeskiri ei kõlba. Füüsikalise suuruse saab ainult siis, kui võrdluseeskiri rahuldab refleksiivsuse, sümmeetria ja transitiivsuse nõudeid. Nõuete rahuldamist saab põhimõtteliselt kontrollida ainult eksperimentide abil.

2.5. Füüsikaline liitmine

Binaarne operatsioon on kujutus paaride hulgast üksikobjektide hulka $P^2 \rightarrow P$. Operatsioone uuritakse tavaliselt arvude hulgas. Operatsioonil võivad olla või võivad puududa mitmesugused algebralised omadused, näiteks:

- assotsiatiivsus, (? liitmine, keskmistamine)
- kommutatiivsus, (? liitmine , lahutamine)
- neutraalelemendi olemasolu.

Operatsiooni, millel on kõik kolm eelnimetatud omadust, nimetatakse üldistatud mõttes liitmiseks. Aritmeetikas on nii liitmine kui korrutamine üldistatud mõttes liitmisoperatsioonid.

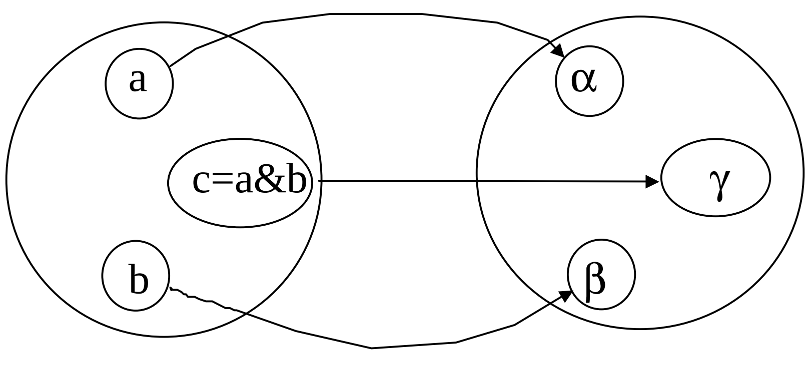
Juhul, kui looduse elementide paarist (p_a, p_b) saab kindlat eeskirja järgides moodustada uue üksikobjekti, võib rääkida binaarsest operatsioonist looduses. Paarist moodustatud objekti võib nimetada ühendatavate objektide kompositsiooniks. Kas operatsioonil on üks või teine algebraline omadus, saab kontrollida ainult eksperimentide abil. Liitmiselt nõutavaid omadusi rahuldavat füüsikalist ühendamisoperatsiooni võib nimetada füüsikaliseks liitmiseks.

Näited: *vee kokkukallamine*, *varraste jätkamine*, *takistite kombineerimine paralleelselt ja järjestikku.*

Kui on teada füüsikaline liitmine $P^2 \rightarrow P$, siis saab moodustada liitmisoperatsiooni $P_A{}^2 \rightarrow P_A$ ka füüsikalise suuruse väärtuste hulgas.

2.6. Homomorfism ja isomorfism

Vaatleme kahte hulka, milles kummaski on defineeritud binaarne algebraline operatsioon. Hulka koos operatsiooniga nimetame süsteemiks. Tähistame esimese hulgas elemendid ladina tähtedega ning operatsioonimärgi & ja teise hulgas elemendid kreeka tähtedega ning operatsioonimärgi $. Vaatleme esimese hulga kujutust teise hulka:



$\gamma = \alpha \$ \beta$???

Vastastikust homomorfismi nimetatakse isomorfismiks.

Probleem: *Olgu mõlemad hulgad reaalarvude hulgad, tehe & korrutamine tehe $ liitmine. Milline kujutus oleks homomorfism? On see ka isomorfism?* Lahendus: vt. J. Napier, 1614. Napier´ homomorfismi kasutatakse rakendusliku mudelina matemaatika sees ja ka matemaatiliste operatsioonide füüsiliseks modelleerimiseks.

2.7. Aditiivne füüsikaline suurus

Suurust A nimetatakse aditiivseks juhul, kui eksisteerib assotsiatiivne ja kommutatiivne nullelemendiga operatsioon ${P_A}^2 \rightarrow P_A$. Selleks peab looduses olema määratletud eksperimentaalselt kontrollitav vajalike omadustega kompositsioonireegel $P^2 \rightarrow P$.

Aditiivse füüsikalise suuruse jaoks saab moodustada mõõtmishomomorfismi $P \rightarrow Z$ ja mõõtmisisomorfismi $P_A \rightarrow Z$, kus süsteemiks Z on reaalarvude hulk koos liitmisoperatsiooniga.

2.8. Arhimedese protseduur

Ülesanne: määrata x kümnendikgrammi täpsusega, kasutades ainult kangkaalu ja omamata teisi kaliibritud kaaluvihte! Selline ülesanne püstitus loomulikul teel vahetult pärast kilogrammi etaloni valmistamist, teisi kaliibritud vihte siis veel polnud.

Arhimedese protseduuris kasutatakse füüsikalise suuruse aditiivsust. Osates määrata summat, saab määrata ka füüsikalise suuruse väärtuste suhte ja konstrueerida täiendava kujutuse loodusest arvuhulka $P^+ \rightarrow Z$, kus süsteemi Z operatsiooniks on jagamine. Vastava omadusega füüsikalist suurust võib nimetada divitiivseks. Arhimedese protseduuri abil saab näidata, et iga aditiivne füüsikaline suurus on ühtaegu ka divitiivne. Termin "divitiivsus" on tarvilik ainult mõõtmise põhimõtete selgitamisel ega ole üldkasutatav.

Divitiivse suuruse mõõtmiseks on tarvis etaloni ja Arhimedese protseduuri täitmise võimalusi ning oskust. Etalonile vastavat ekvivalentsiklassi nimetatakse füüsikalise suuruse mõõtühikuks.

2.9. Mõõtskaalad

Mõõtskaalaks nimetatakse suvalist kujutist $P_A \rightarrow Z$, kus Z on väärtuste nimede hulk. Kui skaalal puudub struktuur, siis nimetakse teda nimeskaalaks. Divitiivse suuruse puhul saab nimede hulgaks valida arvuhulga niiviisi, et nimiarvude suhted oleks samad, kui looduslike objektide eksperimentaalselt määratud suhted. Suhteskaala on kõige täiuslikum mõõtskaala. Füüsikas kasutatakse pea eranditult suhteskaalasid. Reeglina määratakse suhteid Arhimedese protseduuri abil, kuid sellest reeglist on ka erandeid. Kõige tähtsam ja vist ainus oluline erand on temperatuur.

Vähem korrastatud skaaladest leiavad kasutamist järjeskaalad. Järjestus on niisugune relatsioon, mis on küll transitiivne, kuid ei ole refleksiivne. Kui looduse objektide hulgas on leitud relatsioon, millel on järjestuse omadused, siis saab vastavat süsteemi homomorfselt kujutada järjestatud nimede hulka (*arvud, alfabeet jne.*). Näide: *Mohs´i skaala*. Oluline ja vaidlusi põhjustav järjeskaala on õpilaste teadmiste mõõtmise skaala.

2.10. Tuletatud füüsikalised suurused

Eelkirjeldatud viisil määratletud füüsikalised suurused on fundamentaalsuurused. Nende abil saab tuletada sekundaarseid suurusi. Küsimus: millised järgnevatest füüsikalistest suurustest on fundamentaalsed ja millised tuletatud:

mass, pikkus, tihedus, ruumala.

2.11. Loodusseadused ja kokkulepped

Seos fundamentaalsete suuruste vahel on eksperimentaalselt kontrollitav. Kui kirjutada kuubikujulise anuma jaoks võrrand $V = \mathrm{const} \times a^n$, siis võib eksperiment selle kas adekvaatseks või ebaadekvaatseks tunnistada. Ilma eksperimentaalse kogemuseta ei ole tulemust võimalik ennustada. Kokkulepet aga pole tarvis kontrollida ja kokkuleppe võrrand on alati absoluutselt täpne.

Küsimus: Millised alltoodud võrranditest esitavad loodusseadusi ja millised defineerivaid kokkuleppeid

$$V = \mathrm{const} \times a^3, \quad F = ma = ml/t^2, \quad U = RI, \quad m = \rho V, \quad F = m_\mathrm{r} g, \quad F = m_\mathrm{i} g, \quad m_r = m_i .$$