Х. Ф. Таммет
(Тартуский ГУ)

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АСПИРАЦИОННЫХ СЧЕТЧИКОВ АЭРОИОНОВ

Основные параметры при конструировании счетчиков аэроионов определялись обычно интуитивными соображениями. Попытка количественного анализа выбора основных параметров принадлежит В. А. Губичеву [1], который получил на основе простых теоретических расчетов интересные практические результаты. Расчеты Губичева дополнены и уточнены Н. Н. Комаровым и А. А. Середкиным [2]. Результаты Комарова и Середкина в значительной степени определяются условием однородности электрического поля, которое по обобщенной теории счетчика необязательно [3]. В работах [1, 2] не обращено внимания на нестабильность источника напряжения измерительного конденсатора, которая имеет для чувствительности счетчика решающее значение.

В настоящей статье делается попытка уточнения теории выбора основных параметров интегрального счетчика.

Чувствительность интегрального счетчика. Определение чувствительности измерительного прибора как числа делений, соответствующего единице измеряемой величины, при строгих расчетах явно неудовлетворительно. Будем исходить из следующего определения: чувствительность измерительного прибора определяется абсолютной ошибкой результата измерения при нулевом значении измеряемой величины. При этом предположено, что абсолютная ошибка является постоянной при малых значениях измеряемой величины порядка абсолютной ошибки. То обстоятельство, что таким образом однозначная мера чувствительности не определяется, не имеет для дальнейших выводов значения, но освобождает нас от произвола, неизбежного при выборе конкретной характеристики чувствительности.

Интегральным счетчиком непосредственно измеряется условная плотность заряда $\nu_0=\nu_0(k)$, которая зависит от предельной подвижности k. Условная плотность заряда определяется формулой

$$\nu_0=\frac{(C+C_p)\,\Delta\varphi}{\Phi t}, \tag{1}$$

где $\Delta\varphi$ — изменение напряжения на электрометре за время t, Φ — объемная скорость протягивания воздуха, C — действующая емкость измерительного конденсатора и C_p — паразитная емкость, включающая и емкость электрометра.

Чувствительность счетчика определяется ошибкой условной плотности заряда при $\nu_0=0$

$$\gamma_0=\frac{C+C_p}{\Phi t}\sigma_{\Delta\varphi}, \tag{2}$$

где $\sigma_{\Delta\varphi}$ — средняя квадратическая ошибка определения $\Delta\varphi$.

Введем не зависящую от времени характеристику чувствительности счетчика

$$\gamma=\gamma_0 t=\frac{C+C_p}{\Phi}\sigma_{\Delta\varphi}. \tag{3}$$

Значение $\sigma_{\Delta\varphi}$ зависит, во-первых, от ошибки электрометра ψ, которую определяем средней квадратической разностью соседних результатов последовательного измерения одного и того же напряжения с промежутками времени t между отдельными измерениями. Значение ψ является определенной функцией времени $\psi=\psi(t)$, которая характеризует чувствительность электрометра. Во-вторых, $\sigma_{\Delta\varphi}$ зависит от колебаний напряжения на электрометре вследствие нестабильности источников питания и емкости измерительного конденсатора. Относительные дисперсии случайных изменений напряжения источника питания и емкости измерительного конденсатора складываются, суммарную относительную дисперсию обозначим ω^2. Безразмерная величина ω является определенной функцией времени $\omega=\omega(t)$, которая характеризует относительную стабильность напряжения источника питания и емкости конденсатора.

Предполагаем, что вся паразитная емкость включена параллельно к электрометру. Колебание напряжения и емкости измерительного конденсатора обусловливает при этом составляющую $\sigma^2_{\Delta\varphi}$, равную $\left(\frac{C}{C+C_p}\right)^2 \omega^2\varphi^2$, так как относительно источника напряжения емкости C и C_p включены последовательно.

Принимая во внимание обе составляющие $\sigma^2_{\Delta\varphi}$, находим выражение

$$\gamma^2=\frac{(C+C_p)^2}{\Phi^2}\psi^2+\frac{C^2}{\Phi^2}\omega^2\varphi^2. \tag{4}$$

Применяя известное соотношение для предельной подвижности k

$$k=\frac{\Phi}{4\pi C\varphi}, \tag{5}$$

получаем формулу

$$\gamma^2=\frac{1}{(4\pi k)^2}\left[\omega^2+\left(1+\frac{C_p}{C}\right)^2\frac{\psi^2}{\varphi^2}\right]. \tag{6}$$

Из формулы (6) видно, что пределы чувствительности при варьировании напряжения и емкости измерительного конденсатора определяются выражением

$$\gamma_{\min}=\frac{\omega}{4\pi k}. \tag{7}$$

Отсюда выявляется исключительно важное значение стабильности напряжения источника питания и емкости конденсатора для чувствительности счетчика.

Оптимальные параметры счетчика при заданной предельной подвижности. Проблема оптимальной конструкции любого прибора или экспериментального устройства может ставиться двояко:

а) Прямая задача. При заданных характеристиках прибора найти конструкцию, которая обеспечит меньшую стоимость прибора.

б) Обратная задача. При заданной стоимости прибора найти конструкцию, которая обеспечит наилучшие характеристики прибора.

При решении обратной задачи должен определиться единый компромиссный критерий, зависящий от всех характеристик прибора, улучшение которых представляет интерес.

Обе задачи имеют экстремальное решение, определяющее оптимальные параметры прибора однозначно.

Характеристикой счетчика, улучшение которой представляет наибольший интерес, является величина γ^2. Параметрами, оптимальные значения которых следует определить, являются ω, ψ, C_p, C, Φ и φ. Уравнение предельной подвижности (5) позволяет сократить число искомых до пяти, определяя, например, Φ через C и φ.

Формула (6) может рассматриваться уравнением гиперповерхностей равной чувствительности в пятимерном пространстве параметров с координатами ω, ψ, C_p, C и φ. Гиперповерхности равной чувствительности образуют семейство с параметром γ^2.

По экономическим расчетам можно в виде интерполяционной функции составить формулу стоимости Z счетчика

$$Z = Z(\omega, \psi, C_p, C, \Phi, \varphi). \tag{8}$$

При составлении формулы стоимости следует принять во внимание, что с объемной скоростью связан радиус внешней обкладки измерительного конденсатора r_2, который должен соответствовать условию ламинарного течения.

$$r_2 > \frac{\Phi}{\pi\nu \mathrm{Re}_{кр}}, \tag{9}$$

где ν — кинетическая вязкость воздуха и $\mathrm{Re}_{кр}$ — критическое значение числа Рейнольдса для трубы, которая принимается обычно в порядке 1100—1200.

Уравнение семейства гиперповерхностей равной стоимости в пятимерном пространстве параметров получается, если выразить в формуле (8) аргумент Φ через C и φ.

Для решения прямой задачи оптимальной конструкции следует найти поле стоимости на гиперповерхности требуемой чувствительности. Исключаем из уравнения (6) любой параметр, например C_p, и, заменяя полученным выражением C_p в уравнении семейства гиперповерхностей равной стоимости, получаем уравнение четырехмерного поля стоимости на гиперповерхности заданной чувствительности

$$Z = f\left\{\omega, \psi, C\left[\frac{\varphi}{\psi}\sqrt{(4\pi k\gamma)^2 - \omega^2} - 1\right], C, \varphi\right\}. \tag{10}$$

Оптимальные параметры ω_{opt}, ψ_{opt}, C_{opt}, φ_{opt} являются координатами абсолютного минимума функции (10), который ищется известными методами нахождения экстремума. Конкретные вычисления производятся численными методами при помощи электронной вычислительной машины.

При невыполнимой задаче выражение (10) не имеет нигде конечных значений.

Для решения обратной задачи следует найти поле чувствительности на гиперповерхности заданной стоимости. Исключая из уравнения (8) любой параметр и заменяя полученным выражением соответствующий параметр в уравнении (6), получаем уравнение искомого поля чувствительности. В этом поле следует найти экстремальную точку с наименьшим значением γ^2; координаты экстремальной точки являются оптимальными параметрами.

Оптимальные параметры счетчика при заданном промежутке предельной подвижности. При заданном промежутке предельной подвижности от k_1 до k_2 число параметров, определяющих режим счетчика, будет бесконечным, так как включается функция $\varphi(k)$. Чтобы не усложнить расчеты и использовать методику, примененную при заданной предельной подвижности, условимся рассчитать счетчик так, чтобы получить наилучшие результаты в предельных точках промежутка. По соображениям возможного уменьшения общего времени серии измерений с разными предельными подвижностями от k_1 до k_2 выбираем компромиссный критерий в виде

$$\eta = \gamma_1^2 + \varkappa^2 \gamma_2^2, \qquad (11)$$

где γ_1 определен при предельной подвижности k_1, γ_2 — при k_2, $\varkappa$ выбирается равным среднему отношению $\frac{\nu_0(k_1)}{\nu_0(k_2)}$ или по другим соображениям.

Полагаем, что емкость C не изменяется при переходе от одной предельной подвижности к другой. В зависимости от конкретных условий можем предельную подвижность изменить только напряжением, оставив объемную скорость постоянной, или произвести измерения при разных, обычно двух значениях объемной скорости.

В случае двух объемных скоростей независимыми параметрами выбираем ω, ψ, C_p, C, φ_1 и φ_2. Аргументы Φ_1 и Φ_2 выражаются через напряжение и емкость при соответствующих предельных подвижностях k_1 и k_2.

Уравнение семейства гиперповерхностей равной стоимости в шестимерном пространстве параметров составляется по формуле стоимости. Компромиссный критерий чувствительности выражается следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{(4\pi k_1 k_2)^2}\left[\left(k_2^2 + \varkappa^2 k_1^2\right)\omega^2 + \left(1 + \frac{C_p}{C}\right)^2\left(\frac{k_2^2}{\varphi_1^2} + \varkappa^2 \frac{k_1^2}{\varphi_2^2}\right)\psi^2\right]. \qquad (12)$$

При решении прямой задачи оптимальной конструкции следует найти пятимерное поле стоимости на определяемой уравнением (12) гиперповерхности требуемой чувствительности. Для этого следует вполне аналогично с решением при одной предельной подвижности исключить из уравнения (12) любой параметр, например C_p, заменив полученным выражением соответствующий параметр в уравнении стоимости. Оптимальные параметры счетчика являются координатами точки наименьшей стоимости на гиперповерхности заданной чувствительности.

Вполне аналогично случаю одной заданной предельной подвижности решается и обратная задача.

В случае одной объемной скорости количество независимых параметров пять, Φ выражается через C и φ_1 при k_1; $\varphi_2 = \frac{k_1}{k_2}\varphi_1$. Проблема оптимальной конструкции решается аналогично предыдущим случаям.

Зависимость чувствительности от отдельных параметров. Полный расчет оптимальных параметров, который производится лишь в конкретных условиях численными методами, является трудоемким и ненаглядным. Поэтому представляет интерес оценка зависимости чувствительности от отдельных параметров при заданных значениях остальных.

Монотонная зависимость чувствительности от ω, ψ и C_p во всех случаях сразу бросается в глаза, чувствительность улучшается при уменьшении этих величин. Оставив подробный анализ в стороне, принимаем **ω, ψ и C_p в дальнейшем заданными.**

Рассмотрим кратко несколько подслучаев, представляющих наибольший интерес.

а) Задана емкость и предельная подвижность.

Анализ формулы (6) показывает, что чувствительность улучшается при одновременном увеличении φ и Φ, приближаясь к асимптотиче-

скому значению, определяемому формулой (7). Значение γ^2 отличается в 2 раза от асимптотического при

$$\varphi = \left(1 + \frac{C_p}{C}\right) \frac{\psi}{\omega}. \tag{13}$$

б) Задано напряжение и предельная подвижность.

Зависимость чувствительности от свободных параметров аналогичная, значение γ^2 отличается в 2 раза от асимптотического

$$\gamma^2 = \frac{\omega^2 + \frac{\psi^2}{\varphi^2}}{(4\pi k)^2} \tag{14}$$

при

$$C = \frac{C_p}{\sqrt{2 + \frac{\omega^2 \varphi^2}{\psi^2}} - 1}. \tag{15}$$

в) Задана объемная скорость и предельная подвижность.

При одновременном увеличении φ и уменьшении C чувствительность приближается к асимптотическому значению, при котором

$$\gamma^2 = \frac{\omega^2}{(4\pi k)^2} + \frac{C_p^2 \psi^2}{\Phi^2}. \tag{16}$$

Значение γ^2 отличается в 2 раза от асимптотического при

$$C = \sqrt{2C_p^2 + \frac{\Phi^2 \omega^2}{(4\pi k \psi)^2}} - C_p. \tag{17}$$

г) Задано максимально допустимое напряжение φ, максимально допустимая объемная скорость Φ и интервал подвижностей от k_1 до k_2, где $k_1 < k_2$. Выбран параметр $\varkappa$.

В этом случае не имеется монотонной зависимости. Параметр η имеет наименьшее значение

$$\eta_{\min} = \frac{1}{(4\pi k_1 k_2)^2} \left\{ \left(k_2^2 + \varkappa^2 k_1^2\right) \omega^2 + k_2^2 \left[1 + \left(\frac{4\pi k_1 \varphi \varkappa C_p}{\Phi} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \frac{\psi^2}{\varphi^2} \right\} \tag{18}$$

при следующем значении емкости:

$$C = \sqrt[3]{\frac{C_p \Phi^2}{(4\pi k_1 \varphi \varkappa)^2}}. \tag{19}$$

Замечания к выбору размеров измерительного конденсатора. При определении размеров измерительного конденсатора следует учитывать, что напряженность электрического поля в конденсаторе не должна превышать максимально допустимой величины E_0. Наименьшая длина конденсатора обеспечивается при радиусе внутренней обкладки, равном большему из двух решений уравнения

$$r_1 \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{\varphi}{E_0} = 0, \tag{20}$$

где r_1 — радиус внутренней обкладки. Длина конденсатора определяется по r_1, r_2 и C.

Наименьшая напряженность электростатического поля в конденсаторе обеспечивается при условии

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = 1, \tag{21}$$

Если счетчик применяется для изучения спектрального распределения легких ионов, то следует учитывать диффузию ионов в измерительном конденсаторе, которая разграничивает разрещающую силу счетчика. Определяем разрешающую силу следующим образом:

$$R=\frac{k}{\Delta k}, \qquad (22)$$

где Δk — разность подвижностей двух еще разрешимых групп ионов.

Максимальная, принципиально возможная разрешающая сила счетчика с цилиндрическим измерительным конденсатором выражается формулами:

$$R_0=\frac{1}{2}\sqrt{\theta\varphi\frac{q}{KT}}; \qquad (23)$$

$$\theta=\frac{\left(r_2^2-r_1^2\right)l^2}{\left[\left(r_2^2-r_1^2\right)^2+4r_1^2l^2\right]\ln\frac{r_2}{r_1}}, \qquad (24)$$

где q — заряд иона, K — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура и l — длина внутренней обкладки.

Максимальная разрешающая сила при заданном напряжении, емкости и радиусе внешней обкладки достигается при r_1, равном меньшему значению из двух решений уравнения (20).

Полный расчет счетчика на наилучшую разрешающую силу производится по принципу наименьшей стоимости. Параметры r_1, r_2, l, φ и Φ, которые определяют стоимость и разрешающую силу, связаны при заданной предельной подвижности k, напряженности электрического поля на внутренней обкладке E и числе Рейнольдса $\mathrm{Re}=\frac{\Phi}{\pi\nu r_2}$ тремя уравнениями. Независимыми параметрами выбираем r_1 и r_2. Уравнение семейства кривых равной разрешающей силы следующее:

$$R_0=\frac{r_2\nu\,\mathrm{Re}}{4k}\sqrt{\frac{q}{KTEr_1\left[r_2^2-r_1^2+\frac{(r_2\nu\,\mathrm{Re})^2}{k^2E^2\left(r_2^2-r_1^2\right)}\right]}}. \qquad (25)$$

Решение прямой и обратной задачи оптимальной конструкции выполняется методом, рассмотренным в описанных выше аналогичных случаях.

Выводы

1. Чувствительность счетчика определяется абсолютной погрешностью измерения условной плотности заряда при полном отсутствии ионов.

2. Оптимальные параметры счетчика определяются так, чтобы достичь наименьшую стоимость при заданной чувствительности или наилучшую чувствительность при заданной стоимости счетчика. Оптимальные параметры вычисляются при конкретных данных численными методами.

3. Если задан интервал применяемых предельных подвижностей и ограничены допустимые значения напряжения и объемной скорости, то чувствительность счетчика является наилучшей при определенной емкости измерительного конденсатора и ухудшается как при уменьшении, так и при увеличении последней.

4. При конструировании счетчика для изучения спектрального распределения легких ионов следует учитывать зависимость максимальной разрешающей силы счетчика от размеров измерительного конденсатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губичев В. А. Об измерении ионизации атмосферы. Изв. высш. уч. зав. Физика, № 1, 1960.
2. Комаров Н. Н., Середкин А. А. Счетчик тяжелых ионов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1960.
3. Таммет Х. Ф. К теории аспирационных счетчиков аэроионов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1960.

Г. Н. Алянчикова

(НИИГМП)

К ВОПРОСУ ПОВЕРКИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ И СОСТОЯНИЯ ПОВЕРОЧНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Неуклонный технический рост метеорологического приборостроения предъявляет все бо́льшие требования к поверочному оборудованию. Номенклатура приборов видоизменяется. Приборы с непосредственными визуальными отсчетами сменяются дистанционными и автоматическими.

Поверка их требует применения новых методов и контрольных приборов. Необходимы также новые эталоны (влажного воздуха при отрицательных температурах, облачности и др.) и умение создавать среду с заданными параметрами. Новые методы и оборудование должны позволять осуществлять всестороннюю поверку приборов.

Наряду с совершенствованием и автоматизацией поверочного оборудования необходимо проводить работы по стандартизации приборов и их чувствительных элементов и добиться такого положения, при котором отпало бы требование поверки каждого прибора в отдельности.

Поскольку приборы работают в различных метеорологических условиях, в зависимости от их взаимодействия показания приборов могут оказаться завышенными или заниженными. Это выдвигает особые требования к испытанию приборов в полевых условиях.

Существенной характеристикой прибора является его инерционность. Так, например, термометр принимает температуру окружающей среды не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. Если температура среды изменяется во времени по линейному закону и термометр находится бесконечно долгое время в этой среде, погрешность его показаний в пределе будет равна произведению скорости изменения температуры среды α на коэффициент инерции λ. Температура термометра может быть рассчитана по формуле

$$t = \theta_0 + \alpha\tau + \left(e^{-\frac{\tau}{\lambda}} - 1 \right) \alpha\lambda,$$

где t — температура термометра, θ_0 — начальная температура среды, τ — время, λ — коэффициент инерции термометра, e — основание натурального логарифма.