ния параметров измерительного тракта прибора сводится к решению небольшого числа уравнений и может быть осуществлен традиционными инженерными методами расчета.

Литература

1. Нейман Л. А. Измерение плотности объемного электрического заряда воздуха. — Межвуз. сб., Ленинградский ин-т авиац. приборостр., 1970, вып. 1 (136). Методы и приборы контроля параметров окружающей среды, с. 57—63.

2. А. с. 602829 (СССР). Устройство для измерения объемной плотности электрических зарядов частиц в газе. Авт. изобрет. Б. Ю. Кольцов, Л. А. Нейман, Б. И. Попов и др. Ленинградский ин-т авиац. приборостр. МКИ G 01 N 15/02. Опубл. в Б. И., 1978, № 14.

УДК 541.182.213 : 551.508

ПРИНЦИПЫ ГРАДУИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГРАНУЛОМЕТРА АЭРОЗОЛЕЙ

Х. Ф. Таммет, М. Г. Ноппель

Измерительный блок электрического анализатора или гранулометра аэрозолей непосредственно выдает информацию о спектре размеров частиц в виде набора канальных сигналов $\psi = \{\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m\}$. Спектр размеров частиц также описывается некоторым набором чисел $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n\}$ (например, фракционных концентраций частиц). Для метода измерения, основанного на примитивной математической модели процесса измерения, оценка спектра получается в результате масштабного преобразования

$$\varphi_i = a_i \psi_i, \tag{1}$$

а градуирование сводится к определению постоянных a_i.

Если используется модифицированная примитивная математическая модель, то допускается предварительное преобразование первичных канальных сигналов ψ' во вторичные ψ'' (например, по формуле $\psi''_i = \psi'_i - \psi'_{i-1}$). Такая математическая модель положена в основу известного прибора ТСИ-3030, однако использование примитивной математической модели предъявляет к конструкции гранулометра жесткие требования, которые могут быть выполнены только приблизительно.

По общей линейной математической модели канальные сигналы зависят от спектра размеров частиц согласно линейному аппаратному уравнению $\psi_j = \sum_i H_{ji}\varphi_i$ или

$$\psi = H\varphi, \tag{2}$$

где таблица коэффициентов H называется аппаратной матрицей.

При этом спектр размеров частиц вычисляется путем решения аппаратного уравнения по методу наименьших квадратов.

Общая линейная математическая модель исключает жесткие требования к аппаратуре и позволяет избегать упрощений и приближений, неизбежных при использовании примитивной математической модели. Примитивная модель является частным случаем общей модели и требует диагональной структуры аппаратной матрицы. При использовании общей линейной математической модели градуирование гранулометра сводится к определению элементов аппаратной матрицы H_{ij}.

Для градуирования гранулометра может быть использована информация разного происхождения. Рассмотрим четыре способа градуирования, различающиеся используемой информацией: абсолютное; по эталонным аэрозолям; по анализу осадка; комплексное.

В случае абсолютного градуирования гранулометр рассматривается как абсолютный измерительный прибор, который градуируется путем теоретического расчета на основе измерения геометричских и электрических параметров прибора. Общая схема абсолютного градуирования предложена в работе [1].

Аппаратная матрица вычисляется по формуле

$$H_{ji} = \frac{e}{\int\limits_{r_{i-1}}^{r_i} f^{(i)}(r)\,dr} \int\limits_{r_{i-1}}^{r_i} f^{(i)}(r) \sum_{\gamma} \gamma P_\gamma(r) G_j(k_\gamma(r)dr, \tag{3}$$

где e — элементарный заряд; G_j — аппаратная функция измерительного конденсатора; индекс j — номер канала; $P_\gamma(r)$ — вероятность попадания в измерительный конденсатор частицы с размером r и зарядом γe; $k_\gamma(r)$ — подвижность γ-кратно заряженной частицы, вычисленная по формуле Стокса-Милликена.

В формуле (3) для простоты принята фракционная модель спектра размеров частиц

$$f(r)=\varphi_i f^{(i)}(r)\Big/\int_{r_{i-1}}^{r_i} f^{(i)}(r)\,dr, \qquad (4)$$

причем функции $f^i(r)$ считаются заданными, а эксперимент должен определить лишь значения чисел φ. Если под знаком интеграла в уравнении (3) функция гладкая и фракции узкие, то аппаратная матрица почти не зависит от конкретного вида функции $f^i(r)$, и эти функции можно выбрать произвольно. В общем случае числа φ_i рассматриваются как координаты линейного разложения спектра размеров частиц по элементарным спектрам $f^i(r)$

$$f(r)=\sum_i \varphi_i f^i(r). \qquad (5)$$

Электрический гранулометр аэрозолей может быть рассмотрен как абсолютный прибор только при условии, что функция $P_\gamma(r)$ известна. На практике функция зарядки частиц $P_\gamma(r)$ достаточно точно известна только в случае равновесной биполярной зарядки частиц. Это дает приборам с равновесной биполярной зарядкой определенное преимущество. Однако такие приборы намного уступают в чувствительности приборам с принудительной униполярной зарядкой частиц.

Из работ, посвященных зарядке аэрозольных частиц, видно, что распределение частиц по зарядам зависит от напряженности электрического поля E_0 и ~~величины~~ kn_0t в зоне зарядки, где n_0 — концентрация ~~ионов~~; k — их подвижность; t — время пребывания частиц в зоне зарядки. Указанное распределение зависит также от начального распределения, влияние которого убывает с увеличением kn_0t. Обозначим это распределение, нормированное на единицу, через $P_{1\gamma}(r/kn_0t_1E_0)$. Эта функция описывает зарядку аэрозоля в идеальном заряднике, обеспечивающем одинаковое значение E_0 и kn_0t для всех частиц аэрозоля. В реальных зарядниках аэрозольные частицы пройдут через зоны с различными значениями E_0 и kn_0t. Частицы также могут осаждаться во входном устройстве и заряднике. Обозначим вероятность прохождения частицы через входное устройство и зарядник в зоне с известным значением E_0 и kn_0t через $P_2(kn_0t_1E_{01}r)$. Тогда (6.7)

$$P_\gamma(r)=P_{1\gamma}(r/kn_0t_1E_0)\,P_2(kn_0t_1E_{01}r). \qquad (6)$$

Если известны потоки ионов на частицу, то $P_{1\gamma}(r/kn_0t_1E_0)$ определяется по формуле, предложенной в работе [2]. /

Использование этой формулы в диапазоне больших размеров связано со значительными трудностями [3]. Поэтому для аэрозольных частиц, размер которых существенно превышает длину свободного пробега аэроионов, предложен приближенный метод определения $P_{1\gamma}$ [4]. В этом случае $P_{1\gamma}$ описывается следующей формулой:

$$\left.\begin{aligned} P_{1\gamma} &= \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \operatorname{exp}\left[-\frac{x^2}{2}\right]\left\{1+\frac{\nu_1}{6}(x^3-3x)+\right. \\ &\left.+\frac{\nu_2}{24}(x^4-6x^2+3)+\frac{\nu_1^2}{72}(x^6-15x^4+45x^2-15)\right\}, \\ x &= \frac{\gamma-\bar{\gamma}}{\sigma_\gamma}, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

где $\bar{\gamma}$ — средний заряд частиц; σ_γ — стандартное отклонение; ν_1 — коэффициент асимметрии и ν_2 — коэффициент эксцесса.

На основе этой формулы составлена система из четырех дифференциальных уравнений, где искомыми являются зависимости $\bar{\gamma}$, σ_γ, ν_1, ν_2 от kn_0t. Эта система дифференциальных уравнений решалась методом Рунге-Кутта для диффузионной зарядки с учетом потока ионов на частицу (формула из работы [5]). Зависимости $\bar{\gamma}(r_1kn_0t)$, $\sigma_\gamma(r_1kn_0t)$, $\nu_1(r_1kn_0t)$, $\nu_2(r_1kn_0t)$ представлены в виде полиномов. Используя вышеуказанные методы для определения $P_{1\gamma}(r/kn_0t_1E_0)$ при зарядке в электрическом поле, необходимо вначале определить потоки ионов на частицу. Для этого надо решить дифференциальное уравнение зарядки, учитывающее одновременно диффузию ионов и направленное их движение в суммарном электрическом поле, созданном внешними поверхностными зарядами и самой заряженной и поляризованной частицей. На основе численного решения этого уравнения найдены приближенные формулы потока ионов для проводящих частиц. Например, при $7 \leqslant W \leqslant 130$ и $0 \leqslant \mu \leqslant 2{,}4W+3{,}87$ можно пользоваться формулой

$$\begin{aligned} \frac{d_\mu}{d_t} &= 3W\left(1-\frac{\mu}{3W}\right)^2+ \\ &+\operatorname{exp}\left[-4{,}567\left\{\sqrt{\left(1-\frac{\mu}{3W}\right)^2+0{,}01159\ln(3W)+0{,}02906}+\right.\right. \\ &\left.\left.+\left(\frac{\mu}{3W}-1\right)\right\}-0{,}04162\ln(3W)+1{,}198\right], \end{aligned} \quad (8)$$

где $W=\frac{eE_0r}{kT}$ — безразмерная напряженность электриче-

ского поля; $\mu = \frac{\gamma e^2}{4\pi \varepsilon_0 rkT}$ — безразмерный заряд; $t = \frac{ekn_0 t}{4\varepsilon_0}$ — безразмерное время; ε_0 — абсолютная электрическая проницаемость; T — абсолютная температура; k — постоянная Больцмана.

Для определения $P_{1\gamma}(r)$ для частиц, радиус которых соизмерим или меньше длины свободного пробега аэроионов, можно пользоваться упомянутой вышей формулой [2], а необходимые значения потока вычислить по теории Фукса [6].

Вид функции $P_2(kn_0t_1E_{01}r)$ зависит от конструкции зарядника и должен быть определен в каждом конкретном случае. Условия зарядки в эффективных униполярных зарядниках неоднородны и не существует достаточно точных методов нахождения распределения полей в реальном заряднике. Теоретические расчеты не обеспечивают необходимой при калибровке точности, поэтому при составлении аппаратной матрицы в ней оставляют некоторые свободные параметры, связанные с конструктивными и физическими свойствами прибора. Эти параметры должны быть определены экспериментальным путем.

Теоретически наиболее простым является метод калибровки гранулометра, основанный на использовании тест-аэрозолей, спектры которых пропорциональны изолированным элементарным спектрам разложения (5). Тогда элемент аппаратной матрицы определяется непосредственно как сигнал i-го канала при i-м изолированном элементарном спектре. Однако практическая реализация такого метода сложна из-за трудностей, связанных с генерацией и аттестацией тест-аэрозолей для всего диапазона размеров частиц, охватываемого электрическим гранулометром.

Калибровка электрического гранулометра аэрозолей по распределению осажденных частиц предложена в работе [7]. При использовании этого метода предполагается, что

— коэффициенты осаждения частиц каждой группы в анализаторе η_i были определены независимо от описываемой процедуры калибровки;

— осажденные в анализаторе частицы прилипали к электродам и могли быть измерены при помощи электронного или оптического микроскопа раздельно по измерительным каналам;

— электрические подвижности частиц, осаждающихся в каждом измерительном канале, заключены в ограниченные интервалы и их средние значения k_j^* известны.

При калибровке через гранулометр протягивается либо полидисперсный аэрозоль с приблизительно сферическими частицами, размеры которых покрывают весь диапазон, подлежащий калибровке, либо сперва протягивается аэрозоль, покрывающий один субинтервал спектра размеров, затем аэрозоль, покрывающий другой субинтервал, и т. д. Точное распределение частиц по размеру может быть неизвестно. В стадии предварительного анализа калибровочных наблюдений измеряются размеры частиц, накопленных на электродах разных каналов, и на основе первичной таблицы размеров вычисляются спектры размеров частиц по каналам, описываемые функциями $f_j(r)$. Эти функции могут быть аппроксимированы разложениями по элементарным спектрам принятой модели спектра

$$f_j(r) = \sum_i f_{ji} f^i(r). \tag{9}$$

Информация, которая представляется таблицей коэффициентов, достаточна для калибровки гранулометра.

Элементы аппаратной матрицы вычисляются по формуле

$$H_{ij} = e\Phi\xi_j\eta_i \left(\int f^i(r)\,dr\right) f_{ji} k_j^* / \left(k_i \sum_l f_{li}\right), \tag{10}$$

где Φ — расход аэрозоля; k_l — средняя подвижность частиц; ξ_j — канальные чувствительности, т. е. $\psi_j = \xi_j I_j$; I_j — ток заряженных аэрозольных частиц в j-й канал.

Наиболее точные результаты обеспечивает комплексное градуирование гранулометра. В этом случае используются все источники информации — теоретическая модель, результаты измерения эталонных аэрозолей и анализа осадка, накопленного на канальных электродах. Рассмотрим одну возможную схему комплексного градуирования. В этой схеме теоретическая модель используется, в первую очередь, для параметризации аппаратной матрицы. Обозначим параметры аппаратной матрицы через $(h)_1$, $(h)_2$, . . ., $(h)_m$. По результатам измерения геометрических и электричских данных измерительного конденсатора и зарядников вычисляются абсолютные оценки параметров аппаратной матрицы, которые составляют вектор $\mathbf{h}_a$. Для обеспечения возможности использования этой частной оценки при комплексном градуировании следует дополнительно оценить стандартные отклонения возможных ошибок этих оценок $(\sigma_a)_i$, а также корреляцию между ошибками $(\varrho_a)_{ij}$. По этим данным составляется ковариационная матрица абсолютного градуирования $\mathbf{C}_a$ с элементами $(\mathbf{C}_a)_{ij} = (\sigma_a)_i(\sigma_a)_j(\rho_a)_{ij}$. Вектор $\mathbf{h}_a$ и матрица

C_a содержат полную информацию об абсолютной калибровке.

По результатам измерения эталонных аэрозолей независимо оцениваются параметры той же теоретически обоснованной модели аппаратной матрицы. Результат оформляется как некоторый другой вектор оценки параметров $\mathbf{h}_l$ и соответствующая ковариационная матрица ошибок оценки C_l. Таким же образом поступают с данными, полученными в результате анализа осадка частиц по каналам. Соответствующая оценка обозначается $\mathbf{h}_d$ и $\mathbf{C}_d$. Предположим, что ошибки оценки параметров аппаратной матрицы распределены нормально и h_a, h_l, h_d являются частными оценками максимального правдоподобия. Тогда частные функции правдоподобия записываются в виде

$$L_\xi(h \mid h_\xi) = \mathrm{const}_\xi \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(h-h_\xi)^T C_\xi^{-1}(h-h_\xi)\right), \qquad (11)$$

где ξ — обозначает индекс a, l или d. Поскольку все источники информации независимы, то совместная функция правдоподобия

$$L_0 = L_a L_l L_d.$$

Эта функция описывается вектором $\mathbf{h}_0$, который является наиболее правдоподобной комплексной оценкой параметров аппаратной матрицы, и ковариационной матрицей $\mathbf{C}_0$, которая описывает точность оценки. Легко показать, что

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{C}_0 &= \left(C_a^{-1} + C_l^{-1} + C_d^{-1}\right)^{-1}, \\ \mathbf{h}_0 &= \mathbf{C}_0\left(C_a^{-1}h_a + C_l^{-1}h_l + C_d^{-1}h_d\right). \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Данный метод, несмотря на кажущуюся сложность его реализации, обеспечивает наибольшую достоверность при градуировании электрических гранулометров аэрозолей.

Литература

1. Таммет Х. Ф. Об электрической гранулометрии аэрозолей. — Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, 1975, вып. 348, с. 30—40.

2. Сальм Я. Й. Об униполярной зарядке первоначально заряженного аэрозоля. — Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, 1977, вып. 443, с. 57—61.

3. Ноппель М. Г. О распределении зарядов на аэрозольных частицах при зарядке их легкими ионами.— Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, 1982, вып. 631, с. 85—93.

4. Ноппель М. Г. О распределении зарядов на аэрозольных частицах при униполярной зарядке их легкими аэроионами.— Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, 1983, вып. 648, с. 32—40.

5. Фукс Н. А. О величине зарядов на частицах атмосферных аэроколлоидов. — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1947, № 4, с. 341—348.

6. Фукс Н. А. О стационарном распределении зарядов аэрозольных частиц в биполярно ионизированной атмосфере. — Физика моря и атмосферы. Сер. геофиз., 1964, № 4, с. 579—586.

7. Таммет Х. Ф. Калибровка электрического гранулометра аэрозолей по распределению осажденных частиц. — Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, 1983, вып. 648, с. 52—58.