

TARTU ÜLIKOOL

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika instituut

Moorits Mihkel Muru

**KOSMOLOOGILISTE FILAMENTIDE TUVASTAMINE:
STATISTILISE JA KIIRUSTEVÄLJA MEETODI VÕRDLUS**

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Juhendajad:
Elmo Tempel
Peeter Tenjes

Tartu 2016

Kosmoloogiliste filamentide tuvastamine: statistilise ja kiirustevälja meetodi võrdlus

Kosmoloogiline suureskaalaline struktuur koosneb filamentide võrgustikust. Kaks põhilist suunda filamentide tuvastamise jaoks on kiiruste- ja tihedusvälja kasutamine ning statistiliste punktprotsesside kasutamine. Käesolevas töös võrreldakse kahe erineva meetodiga leitud filamentide asendit üksteise suhtes. Selle jaoks võrreldakse kummagi meetodi leitud struktuuride telgede omavahelist asendit. Kiirustevälja poolt on defineeritud kõige kiirema kollapsi suund \hat{e}_1 ja kõige aeglasema kollapsi suund \hat{e}_3 ning nendega risti olev vektor \hat{e}_2 . Selle meetodi kohaselt ühtib filamentide suund \hat{e}_3 suunaga. Tulemused näitavad, et \hat{e}_1 ja \hat{e}_2 on suuremas osas risti statistilise meetodiga leitud filamentidega ning \hat{e}_3 omab rohkem paralleelseid kui ristiseid väärtuseid. Samuti on näha, et mida kaugemale liikuda filamenti teljest, seda vähem korreleeritud on \hat{e}_1 ja \hat{e}_2 filamenti teljega. Kuna \hat{e}_3 näitab kõige aeglasema kollapsi suunda ja on tugevalt mõjutatud kahe teise vektori poolt, siis uuritud kaugusteni korrelatsioon suurenes.

Märksõnad: suureskaalaline struktuur - filamidid - kiirusteväli - punktprotsess - simulatsioon

CERCS: P520 - Astronoomia, kosmoseuuringud, kosmosekeemia

Detection of filamentary cosmic web: comparison of statistic and velocity field methods

Cosmic web consists of the filamentary network. Filament finding methods can be broadly divided into two groups. One using velocity and density field and the other using statistical point processes. In this study we present comparison of two different methods by comparing the orientations of either's filaments. Local direction of filaments should be strongly aligned with the orientation of the slowest collapse (\hat{e}_3). The results show \hat{e}_1 (the fastest collapse) and \hat{e}_2 to be mostly perpendicular to the filaments found with statistical method, \hat{e}_3 is rather parallel than perpendicular. Also the further away we move from the filament's axis, the smaller the correlation for \hat{e}_1 and \hat{e}_2 . \hat{e}_3 is the orientation of the slowest collapse, it is strongly influenced by other two vectors. As the other correlations decrease, \hat{e}_3 's correlation increases in the range of distances studied in this work.

Keywords: large-scale structure - filaments - velocity field - point process - simulation

CERCS: P520 - Astronomy, space research, cosmic chemistry

Sisukord

Sissejuhatus	4
1 Valdkonna ülevaade	5
1.1 Kosmoloogilised suurused ja kaugused	5
1.2 Universumi mudel	6
1.3 Suureskaalalised struktuurid	7
1.4 Simulatsioonid kosmoloogias	7
2 Meetodid	9
2.1 Kiirustevälja meetod	9
2.2 Statistiline meetod	10
2.2.1 Mudel	10
2.2.2 Siseenergia	11
2.2.3 Interaktsioonienergia	12
2.2.4 Optimeerimine ja filamendi telgede määramine	13
2.3 Simulatsioon	14
2.4 Meetodite võrdlus	15
2.5 Olulisuse nivoo	16
3 Tulemused	17
3.1 Võrdlus filamendi telje ümbruses	17
3.2 Olulisuse nivoo	19
3.3 Võrdlus erinevate struktuuride vahel	22
3.4 Kokkuvõte ja edasised uuringud	22
Tänuavaldused	24
Kirjandus	25
Lihtlitsents	27

Sissejuhatus

Praeguse kosmoloogilise paradigma järgi oli varajane universum täis väikeseid tihedusfluktuatsioone, mis inflatsiooni, väga kiire paisumise, käigus kasvasid koos universumiga. Gravitatsiooniliste jõudude tagajärjel fluktuatsioonid suurenesid veelgi ja tekkis keerukas võrgustik, mida kutsutakse kosmiliseks võrgustikuks. See võrgustik koosneb tühimikest, seinadest, filamentidest ja sõlmedest, mis omakorda koosnevad galaktikatest ja galaktikate parvedest. Küsimusega, kas galaktikate ja parvede jaotus moodustab mingeid suuremaid struktuure, tegeleti juba eelmise sajandi teises pooles. Jõeveer et al. (1978) oli üks esimesi töid, kus näidati, et galaktikate parved moodustavad kette (filamente) ning et parvede vahel on suured tühjad alad, mida kutsutakse tühimikeks.

Kosmiline võrgustik pakub huvi nii teoreetikutele kui ka vaatlusliku kosmoloogiaga tegelejatele, kelle ühiseks eesmärgiks on välja töötada kvantitatiivne kirjeldus, mis laseks võrgustikku kirjeldada matemaatiliste tööriistadega. Kui kosmilist võrgustikku on võimalik kirjeldada, kasutades matemaatilisi vahendeid, siis aitab see lihtsamini eristada valesid kosmoloogilisi mudeleid õigetest, mis omakorda täiendab meie teadmisi universumi mineviku, oleviku ja tuleviku kohta.

Filamendid on kosmilise võrgustiku kõige tähtsam osa, moodustades peaaegu poole universumi massist (Jasche et al., 2010). Filamendid on kvalitatiivselt ühedimensionaalsed struktuurid, mis on moodustatud galaktikatest ja parvedest, mis liiguvad mööda filamendi telge. Filamentide tuvastamise algoritmid jagunevad laialt võttes kahte erinevasse kategooriasse: aine tihedus- ja kiirusvälja dünaamikat kasutavad meetodid (Hahn et al., 2007; Hoffman et al., 2012; Libeskind et al., 2012) ja statistilisi punktprotsesse kasutavad meetodid (Stoica et al., 2010; Jasche et al., 2010). Käesolevas töös eesmärgiks on võrrelda kahe erineva meetodiga leitud filamente, et leida, kas tulemused on omavahel sarnased.

Antud bakalaureusetöö on jaotatud kolme ossa. Esimeses peatükis antakse ülevaade kosmoloogiast ja käesolevas töös kasutatud põhimõistetest ja teadmistest, teine peatükk kirjeldab täpsemalt kahte meetodit ja kuidas teostatakse nende võrdlust. Viimane peatükk hõlmab ülevaadet saadud tulemustest ja diskussiooni nende tulemuste üle.

Peatükk 1

Valdkonna ülevaade

Nii gümnaasiumi kui ka kõrgkooli kohustuslikus õppekavas puudutatakse kosmoloogiat väga vähe. Sellepärast annan käesolevas peatükis lühikese ülevaate põhilistest ja selle töö jaoks vajalikest teadmistest.

1.1 Kosmoloogilised suurused ja kaugused

Kosmoloogia on füüsikaharu, mis tegeleb kõige suuremate skaaladega, millega füüsikas kokku puututakse. Populaarteaduslikus kosmoloogias kasutatakse palju pikkusühikuid nagu astronoomiline ühik, mis on Päikese ja Maa vaheline keskmine kaugus, selle ühiku lühendiks on AU (*astronomical unit*), ja valgusaasta, mis on vahemaa, mille valgus läbib vaakumis ühe aasta jooksul, mida tähistatakse lühendiga ly (*light year*). SI põhiühikutes väljendatuna on $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ja $1 \text{ ly} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$. Kõige enam leiab kosmoloogias kasutust suurus parsek, mis on defineeritud kui sellise täisnurkse kolmnurga kaateti pikkus, mille lühem kaatet on pikkusega 1 AU ja väiksem nurk on $1''$. Parsekit tähistatakse lühendiga pc ja SI ühikutes on parseki pikkus $1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Käesolevas töös kasutatakse kõige rohkem ühikut megaparsek ehk Mpc.

Saamaks ettekujutust, kui suured on kosmilises võrgustikus olevad struktuurid, seame need võrdlusele tuttavate objektidega. Päikesesüsteemi kõige välisema planeedi Neptuuni keskmine kaugus Päikesest on $4,5 \cdot 10^{12} \text{ m}$. Päikesele lähim täht Proxima Centauri asub $4,0 \cdot 10^{16} \text{ m}$ kaugusel. Meie Linnutee galaktikas on umbes $3 \cdot 10^{11}$ tähte ja galaktika enda läbimõõt on umbes $45 \text{ kpc} = 1,4 \cdot 10^{21} \text{ m}$. Andromeeda kaugus meist on $780 \text{ kpc} = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ m}$. Käesolevas töös on kõige väiksemaks filamendi raadiuseks võetud umbes 700 kpc, mis on samas suurusjärgus Andromeeda kaugusega. Meie galaktika asub superparves (suurem kui galaktikate parv), mille

nimi on Laniakea ja mis on kerakujuline parv läbimõõduga $160 \text{ Mpc} = 4,9 \cdot 10^{24} \text{ m}$ (Tully et al., 2014).

1.2 Universumi mudel

Praegu kosmoloogias kasutuselolevat standardmudelit kutsutakse ΛCDM (Λ *cold dark matter*) mudeliks. ΛCDM -i iseloomustab kosmoloogiline konstant Λ , mida seostatakse tumeda energia olemasoluga, ja külma tumeda aine olemasolu. Selle mudeli järgi oli varajane universum väga suure tihedusega ja väga kuum. Esimese sekundi murdosa jooksul toimus inflatsioon ehk eksponentsiaalne paisumine. Kõige varasem info universumi kohta, mis on mõõtmistest saadud, on kosmiline mikrolaine taustkiirgus, mis pärineb rekombinatsiooni ajast (tekkisid esimesed elektriliselt neutraalsed osakesed prootoni ja elektroni ühinemisel). Pärast rekombinatsiooni hakkasid vesinikgaasist gravitatsiooni mõjul tekkima tähed ja seejärel galaktikad. Tumeaine, mis osaleb gravitatsioonilises vastastikmõjus, kogunes ümber galaktikate, moodustades tumeaine halosid. Nagu sissejuhatuses mainitud, arenes lõpuks välja kosmiline võrgustik, mida on tänapäeval vaatlustest näha.

Standardmudeli kaks nurgakivi on kosmoloogiline printsiip ja üldrelatiivsusteooria. Kosmoloogiline printsiip ütleb, et universum on homogeenne ja isotroopne kõikide vaatlejate jaoks suvalisel ajahetkel. See printsiip kehtib skaaladel $> 500 \text{ Mpc}$. Universumi paisumist praegusel hetkel kirjeldab Hubble'i seadus

$$cz = H_0 r , \quad (1.1)$$

kus c on valguse kiirus, z Doppleri efektist tulenev punanihe, $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ on Hubble'i konstant ($h = 0.7$) ja r on vaadeldava objekti kaugus. Kosmoloogias antakse tihti pikkusühikud sõltuvalt h -st (näiteks $h^{-1} \text{ Mpc}$). Kui punanihe omab väikseid väärtusi, siis saab mitterelativistlikust Doppleri seadusest asendada $v = cz$, kus v on vaatesuuna sihiline kiirus. Üldrelatiivsusteooriast tulenevad homogeenne ja isotroopne paisuvat ruumi kirjeldavad võrrandid, mida nimetatakse Friedmanni-Robertsoni-Walkeri meetrikaks.

$$ds^2(t, r, \theta, \phi) = -c^2 dt^2 + a^2(t) [dr^2 + S_k^2(r) d\Omega^2(\theta, \phi)] , \quad (1.2)$$

kus $a(t)$ on mastaabifaktor, mis kirjeldab ruumi paisumist, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta) d\phi^2$ ja kordaja $S_k(r)$ oleneb ruumi kõverusest, tasase ruumi korral $S_k(r) = r$. Ruumimuutujad (r, θ, ϕ) on vaatlejaga kaasaliikuvad koordinaadid. Aja muutujat t nimetatakse kosmoloogiliseks ajaks, mida mõõdab vaatleja. Praegust ajahetke tähistatakse t_0 -ga. Kui mõõdame mingi punkti

radiaalkaugust fikseeritud ajamomendil, siis saame $s = a(t)r$. Mastaabifaktor on normeeritud $a(t_0) = 1$.

1.3 Suureskaalalised struktuurid

Suureskaalalisi struktuure, mis koosnevad galaktikatest, galaktika parvedest ja tumedast ainest, jaotatakse neljaks: tühimikud, filamendid, seinad ja sõlmed. Tühimikud on suured (diameeter jääb tüüpiliselt vahemikku 10 kuni 100 Mpc), sfäärilised, enamasti tühjad alad, mis hõlmavad suurt osa universumi ruumalast, kuid on väikese tihedusega (Bradley ja Dale, 2013). Filamendid on kvalitatiivselt ühedimensionaalsed struktuurid, kus aine liigub mööda filamendi telge. Filamentide raadiused jäävad 1 Mpc suurusjärku, tüüpilised pikkused on 70-115 Mpc (Bharadwaj et al., 2004). Seinad koosnevad ühel tasandil olevate filamentide kogumikust. Sõlmed on üldjuhul kahe või rohkema filamendi ühenduspunktid ning kõige suurema tihedusega struktuurid. Hoffman et al. (2012) saadud ruumala ja massi osakaalud nelja erineva struktuurielemendi jaoks on toodud tabelis 1.1. Üldjuhul on kõige raskem eristada, kust algab tühimik ja seega on kõige suurem lõtkukoht tühimike ruumala osakaalu juures. Näiteks artiklis Forero-Romero et al. (2009) saadi erinevate tuvastusparameetrite korral tühimike ruumala osakaalude jaoks vahemik 0.13-0.82.

Struktuur	Ruumala jaotus	Massi jaotus
Tühimik	0.68	0.13
Sein	0.27	0.36
Filament	0.046	0.34
Sõlm	0.004	0.17

Tabel 1.1: Suureskaalaliste struktuuride ruumala ja massi osakaalud.

1.4 Simulatsioonid kosmoloogias

Vaatlusliku kosmoloogiaga tegelemiseks on vaja teha palju täpseid mõõtmisi, sest kosmoloogia uurimisobjektid on gigantsed, samuti ei saa vaatluste kaudu tihti kõiki andmeid, mida on tarvis (näiteks on raske määrata kiirust kõigis suundades). Selle probleemi üheks lahenduseks on arvutisimulatsioonide kasutamine. Simulatsioonid annavad võimaluse kontrollida meie teadmisi. Seades algoleku ja rakendades teadaolevaid füüsikaseaduseid saame kontrollida, kas lõpptulemus on selline, nagu see olema peab. Kosmoloogias saab seda hästi rakendada. Simuleerides suurt arvu osakesi, kasutades erinevaid algandmete konfiguratsioone, proovime saada lõpptulemuseks vaatlustega sarnast pilti.

Universumi arengu simulatsioonid on kasulikud, sest andmed iga ruumipunkti asukoha, kiiruse ja muu kohta on olemas. Üks enimkasutatud suureskaalalisi kosmoloogilise arengu simulatioone on Milleniumi simulatsioon (*Millenium Simulation*), mis publitseeriti 2005. aastal. Selles kasutati 10^{10} osakest, ruumi suurus oli $500 h^{-1} \text{Mpc}$ ja lahutus $50 h^{-1} \text{kpc}$ (Springel et al., 2005). Kuna simulatsioonide tulemused sarnanevad tugeval määral reaalse kosmilise võrgustikuga, siis on simulatsiooniandmete peal tehtud uuringute ja nendest tehtud järeldustega võimalik paralleele tuua ka reaalse maailmaga.

Peatükk 2

Meetodid

2.1 Kiirustevälja meetod

Kasutame näitena tumeaine (*dark matter only*) simulatsiooni, kus kiirusteväli $v(r)$ leitakse diskreetsel võrestikul, kasutades *Clouds-in-Cell* (CIC) algoritmi. Seejärel silutakse kiirustevälja Gaussi kõveraga, mille standardhälbeks on vähemalt üks võresamm, et vähendada CIC algoritmi rakendamisest tekkinud ristkoordinaatide tehislikke moonutusi. Kiiruste nihketensor on defineeritud kui

$$\Sigma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2H_0} \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial r_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial r_\alpha} \right), \quad (2.1)$$

kus $\alpha, \beta = x, y, z$ ja H_0 on Hubble'i konstant. Miinusmärk on lisatud, et positiivne omaväärtus kirjeldaks kollapseeerumist ehk kokkutõmbumist. Seejärel kiiruste nihketensor diagonaliseeritakse ja igale suunale leiakse omaväärtused λ_i ja vastavad omavektorid \hat{e}_i , kus $i = 1, 2, 3$ ja $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$.

Kosmoloogilise võrgustiku klassifitseerimine käib omaväärtuste kaudu. Iga võrepunkti jaoks kontrollitakse, kas omaväärtus ületab piirväärtust λ_{th} . Kui 0, 1, 2 või 3 omaväärtust on suuremad kui λ_{th} , siis sellele vastavalt klassifitseeritakse antud võrepunkt tühimikuks, seinaks, filamendiks või sõlmeks. Filamendi telg on määratud \hat{e}_3 vektoriga ehk kõige aeglasema kollapsi suunaga, teised kaks vektorit on filamendiga risti. Seina tasand on määratud \hat{e}_2 ja \hat{e}_3 vektoritega, kus kolmas vektor määrab normaali suuna.

Täpsema analüüsi selle meetodi kohta leiab artiklist Hoffman et al. (2012).

2.2 Statistiline meetod

Suureskaalalisi kosmoloogilisi struktuure on võimalik tuvastada ka statistiliste meetoditega. Kuna vaatluste korral on tunduvalt keerulisem määrata kiirustevälja kui lihtsalt asukohta, siis omab statistiline meetod vaatluste koha pealt tunduvalt suuremat kasutusvõimalust. Statistilist meetodit on rakendatud *Sloan digital sky survey* (SDSS) 8. väljalaske andmetele (York et al. (2000), Aihara et al. (2011)) artiklis Tempel et al. (2014). Antud töös on kasutatud andmeid, mis on saadud punktprotsessiga, mida on kirjeldatud artiklis Tempel et al. (2016). Järgnevalt annan sellest meetodist lühiülevaate.

Punktprotsess kujutab endast juhuslike punktide jaotust. Kui igale punktile määrata vektor, mis sisaldab mingeid antud punkti kirjeldavaid väärtusi, siis on tegemist märgistatud punktprotsessiga. Kõige lihtsam märgistatud punktprotsess on Poissoni protsess. Selles protsessis olevate punktide arv on määratud Poissoni jaotusega ja punktid on jaotunud ühtlaselt üle kogu ala. Samuti on igale punktile määratud vektor stohhastilise iseloomuga (van Lieshout, 2000).

2.2.1 Mudel

Kui üldiselt kasutatakse kosmoloogias stohhastilisi protsesse galaktikate modelleerimiseks, siis antud mudeli eesmärk on modelleerida galaktikate ruumpaigutuse järgi tekkiva struktuuri kuju. Galaktikate positsioonid on antud ristkoordinaatides. Üldjuhul on need seotud SDSS ruuminurkadega sarnaselt sfääriliste koordinaatidega, kuid kuna antud töös on kasutatud ainult simulatsiooni andmeid, kust saab otseselt kätte asukoha ristkoordinaatides, siis siin neid seoseid välja ei tooda.

Käesoleva mudeli põhiliseks eelduseks on, et filamentaarvõrgustikku on võimalik kirjeldada otstest ühendatud ja joondatud juhuslikult paiknevate silindritega. Lisaks tehakse eeldus, et lokaalselt asuvad galaktikad selliselt, et neid on võimalik kirjeldada suhteliselt väikeste silindritega. Need silindrid on objektid eelnevalt mainitud märgistatud punktprotsessis. Silindri keskkoh on punktprotsessi punktiks ja märgistuseks on silindri geomeetrilised parameetrid. Nendeks parameetriteks on silindri raadius r , kõrgus h ja orientatsioon ruumis ω . Silindri raadius on konstantne ja määratud väärtusega, kõrgus omab juhuslikku väärtust etteantud vahemikus $[h_{\min}, h_{\max}]$ ja orientatsioon on määratud kui

$$\omega = \left(\cos(\eta) \sqrt{1 - \tau^2}, \sin(\eta) \sqrt{1 - \tau^2}, \tau \right), \quad (2.2)$$

kus η ja τ omavad juhuslikku väärtust vastavalt vahemikes $[0, 2\pi)$ ja $[0, 1]$. Mõlema silindri

põhja keskpunkti on kinnitatud sfäär raadiusega r_a . Need sfäärid tähistavad ruumalasid, mille järgi määratakse, kas silindrid on omavahel ühenduses või mitte.

Silindrite konfiguratsiooni leidmine käib järgnevalt. Kõigepealt leitakse silindrite arv n vastavalt galaktikate arvule Poissoni jaotuse järgi. Seejärel leitakse märgiks oleva vektori komponentide väärtused vastavalt Poissoni jaotusele. Sellise konfiguratsiooni korral on üldiselt vähe ühendatud silindreid. Selleks, et tekiks rohkem konfiguratsioone, kus enamus silindreid on ühendatud, kasutatakse tõenäosustihedust, mis annab suurema kaalu eelistatud konfiguratsioonidele. Tõenäosustihedus omab kuju

$$p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = \frac{\exp[-U(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})]}{Z(\boldsymbol{\theta})}, \quad (2.3)$$

kus $\mathbf{y} = \{y_1 = (k_1, m_1), y_2 = (k_2, m_2), \dots, y_n = (k_n, m_n)\}$ on silindrite konfiguratsioon (k_n märgib n -inda silindri asukohta ja m_n n -inda silindri geomeetrilisi parameetreid), $Z(\boldsymbol{\theta})$ on normeerimiskonstant, $\boldsymbol{\theta}$ vektor mudeli parameetritega ja $U(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ on süsteemi energia funktsioon, mis on seda suurem, mida rohkem on süsteemis potentsiaalseid ühendatud silindreid. Energia $U(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ ekvivalent füüsikas on Gibbsi vabaenergia. Selle energia saab esitada kahe osa summana.

$$U(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = U_d(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) + U_i(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}), \quad (2.4)$$

kus $U_d(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ on silindri "siseenergia" (*data energy*) ja $U_i(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ on interaktsioonienergia. Esimene neist sõltub silindri positsioonist galaktikate suhtes ja teine sõltub silindrite paiknemisest filamentaarvõrgustikus.

2.2.2 Siseenergia

Eelnevalt mainitud eelduseks oli, et galaktikad, mis asetsevad mõõdukalt väikese silindri sees, moodustavad osa filamendist. Lisaks sellele on vaja täita veel mõned tingimused. Esiteks peavad galaktikad olema silindri sümmeetriatelje suhtes ühtlaselt jaotunud. Teiseks silindri sees peab olema rohkem galaktikaid, kui selle lähiümbruses. Kolmandaks, eelistatud on sellised silindrid, mille sümmeetriatelg ühtib filamendi teljega. Nende tingimuste kohaselt saab esitada silindrite konfiguratsiooni siseenergia üksikute silindrite siseenergiate summana

$$U_d(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = - \sum_{y \in \mathbf{y}} v(y), \quad (2.5)$$

kus $v(y)$ on silindri y potentsiaali funktsioon. Selle väärtuse leidmiseks tuleb kontrollida kolme tingimust. Esimene neist galaktikate ühtlane jaotus silindri sees. Selle jaoks jagatakse silindri

kõrgus kolmeks võrdseks osaks ja kontrollitakse statistiliste testide abil, et ebavõrdsus kolme väikese silindri vahel ei ületaks määratud piirväärtust.

Teise tingimuse jaoks, et silindris on rohkem galaktikaid, kui selle lähiümbruses, vaadeldakse esialgse silindri ümber silindrit, mille raadius on kaks korda suurem esialgse silindri omast. Seejärel kontrollitakse jälle statistiliste testide abil, et suures ja väikses silindris olevate galaktikate suhe ei ületaks määratud piirväärtust.

Kolmandaks, et arvestada galaktikate ruumilise paigutusega silindris, on defineeritud kontsentratsioon

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{j=1}^n \frac{\delta_j^2}{r^2}, \quad (2.6)$$

kus n on galaktikate arv silindris, δ_j j -inda galaktika kaugus silindri teljest ja r silindri raadius. Kordaja $(n-2)^{-1}$ on valitud selleks, et eemaldada juhud $n < 3$. Suurus σ^2 omab minimaalset väärtust, kui silindri sümmeetriatelg ühtib sirgega, mille galaktikate kauguste ruutude summa on väiksem.

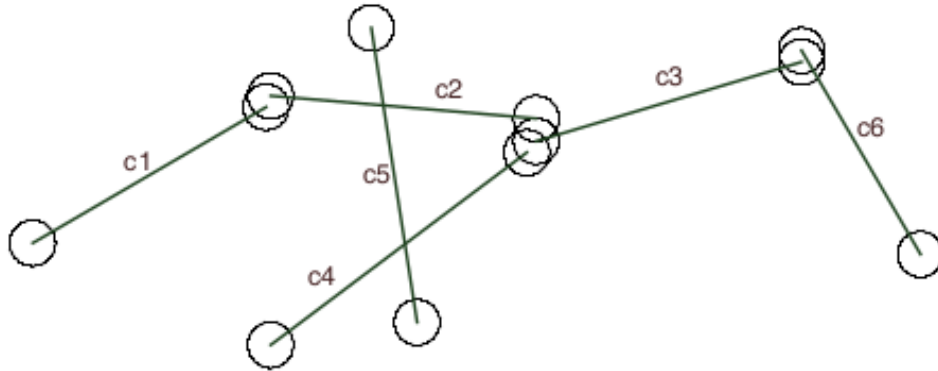
Täpsemad definitsioonid nendele kriteeriumitele leiab Tempel et al. (2016) artiklist.

Neid kolme tulemust kombineerides saadakse silindri potentsiaal $v(y)$. Mida väiksem on potentsiaali väärtus, seda parem on silindri paigutus galaktikate suhtes. Kui potentsiaali väärtus on suur ehk siseenergia väärtus väike, siis tähendab see, et galaktikate paigutus silindri eri osades ei ole ühtlane, silindri lähiümbruses on palju galaktikaid, galaktikate poolt moodustatud struktuuri telg on silindri teljega võrreldes viltu või kombinatsioon kõigist eelnevaist.

2.2.3 Interaktsioonienergia

Interaktsioonienergia on määratud kahe silindrite konfiguratsiooni omadusega: kõikide tõukuvate silindrite arvu ning 0-, 1- ja 2-ühendusega silindrite arvuga. Tõukuvateks silindriteks loetakse selliseid silindreid, mis välistavad üksteist ja ei ole omavahel risti. Välistavateks silindriteks nimetatakse silindreid, mille keskpunktid on üksteisele lähemal, kui lubatud piirkaugus. Piirkauguseks on võetud $0.5(h_i + h_j) - r_a$, kus h_i, h_j on vastavalt i . ja j . silindri kõrgused ja r_a on maksimaalne kaugus kahe silindri põhja keskpunkti vahel, mille korral silindreid loetakse veel ühendatuks. Silindreid loetakse olevat risti, kui $|\boldsymbol{\omega}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_j| \leq \tau_{\perp}$, kus \cdot tähistab skalaarkorrutist i . ja j . silindri orientatsioonivektori vahel. $\tau_{\perp} \in (0, 1)$ on määratud mudeli poolt.

Silindreid loetakse ühendatuks, kui minimaalne kaugus kahe silindri põhja keskpunkti vahel on



Joonis 2.1: Kahedimensionaalne esitus silindrite konfiguratsioonist. Silindrid on märgitud sümmeetriatelgedega, mille otstes on ringid raadiusega r_a . Omavahel on ühendatud silindrite paarid c1-c2, c2-c3, c3-c4. Silindritel c1, c3 ja c4 on ühenduses ühe otspunkti kaudu, c2-l kahe otspunkti kaudu ja c5 ja c6 ei oma ühtegi ühendust. Silindrite c3 ja c6 otspunktid on üksteisele piisavalt lähedal, kuid ei ole piisavalt hästi joondatud. Kolm silindrit, c2, c4 ja c5, on paari kaupa välistavad, kuid silinder c5 on c2-e ja c4-ga risti ja seega ei moodusta tõukuvate silindrite paare. Silindrid c2 ja c4 on tõukuvad silindrid. Allikas: Joonis 2 Tempel et al. (2014).

väiksem kui r_a ja kehtib tingimus $|\boldsymbol{\omega}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_j| \geq 1 - \tau_{\parallel}$, kus $\tau_{\parallel} \in (0, 1)$ on määratud mudeli poolt. Vastavalt ühendatud otste järgi jaotatakse silindrid 0-, 1- ja 2-ühendusega silindriteks.

Täpsem definitsioon on kirjas artiklites Tempel et al. (2016) ja Stoica et al. (2010).

Nende omaduste illustreerimiseks on tehtud silindrite näidiskonfiguratsioon joonisel 2.1. Joonisel on üks kahe ühendusega silinder (c2), kolm ühe ühendusega silindrit (c1,c3,c4), kaks ühendusteta silindrit (c5,c6) ja üks tõukuvate silindrite paar (c2,c4), mis annavad oma panuse interaktsioonienergiasse. Vastavate parameetritega kontrollitakse, et sise- ja interaktsioonienergia panused oleks võrreldavad. Kui siseenergia oleks tunduvalt suurem, siis oleks silindrid galaktikate suhtes hästi paigutatud, kuid silindritest ei tekiks võrgustikku.

2.2.4 Optimeerimine ja filamendi telgede määramine

Optimeerimise jaoks kasutatakse Metropolis-Hastings'i algoritmi, mis on jaotatud kolme faasi. Esimene on tekkefaas, kus silindrite konfiguratsioonile lisatakse juhuslikult uus silinder tõenäosusega, mis on määratud uue ja vana konfiguratsiooni tõenäosustiheduste jagatisega $p(\mathbf{y}'|\boldsymbol{\theta})/p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$, kus \mathbf{y}' on vana silindrite konfiguratsioon, millele on lisatud üks uus silinder. Teine on surmefaas, kus juhuslikult eemaldatakse konfiguratsioonist üks silinder tõenäosusega, mis on samuti määratud uue ja vana konfiguratsiooni tõenäosustiheduste jagatisega $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})/p(\mathbf{y}'|\boldsymbol{\theta})$, kus \mathbf{y}' on vana silindrite konfiguratsioon, kust ei ole veel silindrit eemaldatud. Kolmas on vahetusfaas, kus vanast konfiguratsioonist valitakse juhuslikult

üks silinder, mille parameetreid muudetakse vähesel määral. Uus konfiguratsioon võetakse vastu tõeäosusega, mis leitud uue ja vana konfiguratsiooni tõeäosustiheduste jagatisega. Tekkeprotsessi efektiivsemaks muutmiseks on lisaks ka tõeäosus lisada silinder, mis on juba ühenduses ja hea joondusega mõne olemasoleva silindriga. Selle tekkeprotsessi tõeäosus on määratud selliste silindrite arvuga, millel on vähemalt üks vaba ots, millega on võimalik ühendada uus silinder. Efektiivsem tekkeprotsess tagab kiirema mudeli optimiseerimise, sest ühendatud silindreid tekib tihemini.

Filamendi telje määramiseks tehakse palju (nt. 50) sõltumatuid simulatsioone. Kasutades kõikide simulatsioonide superpositsiooni, defineeritakse filamendi teljed kui kõrge tihedusega alad ehk palju silindreid erinevatest simulatsioonidest asuvad samas punktis, kus silindrite joonduvus on tugevalt määratud ehk erinevatest simulatsioonidest saadud silindrite orientatsioonid ühtivad. Veel kontrollitakse telje järjestikku olevate punktide joondumist. Joondumist kontrollitakse viimase kahe punkti ja uue punkti poolt moodustatud ringi raadiuse kaudu.

Filamentide otsimist alustatakse kõige suurema tihedusega punktist, kust hakatakse liikuma mööda selles punktis määratud orientatsiooni, kuni üks ülaltoodud tingimustest enam ei kehti. Seejärel liigutakse alguspunktist vastassuunas, kuni jälle jõutakse punktini, kus mõni tingimustest ei kehti. Järgmisena maskeeritakse selle filamendi pindala ja alustatakse uuesti allesjäänud ala kõige suurema tihedusega punktist, kuni kogu simulatsiooni ala on kaetud.

Täpsemad definitsioonid leiab artiklist Tempel et al. (2016).

2.3 Simulatsioon

Antud töös kasutatakse tumeaine (*dark matter only*) N -keha kosmoloogilist simulatsiooni, mis kasutab standardset Λ CDM (külma tumeda aine) teooriat, kasutades kosmoloogilisi konstante, nagu need on antud artiklis Komatsu et al. (2009) (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* 5 aasta andmed). Täpsemalt: eeldatud tasast universumit, kosmoloogilise konstandi tihedusparameetrit $\Omega_\Lambda = 0,72$, aine tihedusparameetrit $\Omega_m = 0,28$, Hubble'i konstanti $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, kus $h = 0,7$.

Simuleeritud ruumala on kuubiku kujuline kast, mille küljepikkus on $64 h^{-1} \text{ Mpc}$, kus sees paikneb 1024^3 osakest, saavutades massiresolutsiooni $\sim 1,89 \cdot 10^7 h^{-1} M_\odot$ ja ruumlahutuse $1 h^{-1} \text{ kpc}$. Osakeste jaotuse peal kasutati halootsijat (*halo finder*) AHF (Gill et al., 2004; Knollmann ja Knebe, 2009), mis tagastab tumeaine halode registri. Halootsija tuvastab halosid, leides lokaalseid tihedusmaksimume ja kontrollides, kas ümbritsevad alad on

sellega gravitatsiooniliselt seotud. Halosid on vaja statistilise filamentide leidmise meetodi kasutamiseks. Antud töös kasutatakse halosid, mille massid on suuremad kui $10^9 h^{-1} M_{\odot}$.

2.4 Meetodite võrdlus

Antud töö aluseks on eelnevalt kirjeldatud simulatsioonist leitud kaks erineva silumisega kiirustevälja omaväärtuste ja -vektorite komplekti ning kaks erinevate mudeli parameetritega statistilise meetodiga leitud filamentide telje koordinaatide ja suundade komplekti. Kiirusteväljad on silutud sammuga $s = 0,5 h^{-1} \text{Mpc}$ ja $s = 1 h^{-1} \text{Mpc}$ ehk vastavalt 2 ja 4 võresammu. Kiirustevälja meetodi korral on võetud omaväärtuse piirväärtuseks $\lambda_{rh} = 0.5$. Kosmoloogiliste struktuuride klassifitseerimine teostatakse samamoodi nagu kiirustevälja meetodiga.

Statistilise meetodi mudelis kasutatakse silindrite jaoks kahte erinevat raadiust $r = 0,5 h^{-1} \text{Mpc}$ ja $r = 1 h^{-1} \text{Mpc}$. Silindri pikkused on vahemikus $[3, 0; 5, 0] h^{-1} \text{Mpc}$, ühendatud silindreid otsitakse kuni kauguseni $r_a = r$, silindreid loetakse risti olevaks, kui $|\omega_i \cdot \omega_j| \leq 0.3$ ja hea joonduvuse piiriks on võetud $|\omega_i \cdot \omega_j| \geq 0.85$. Interaktsioonienergia on valitud nii, et tõukuvaid silindreid ei ole lubatud tekkida, kahe ühendusega silindrite teke on soodustatud, ühe ühendusega silindrite teke on kergelt pärsitud ja ühenduseta silindrite teke on tugevalt pärsitud.

Nende andmete põhjal koostatakse register, kus võrepunktile, mis omab kiirustevälja omaväärtusi ja -vektoreid, määratakse sellele punktile lähim filamentide telje punkt ja suund ning nende punktidevaheline kaugus. Välja jäeti sellised võrepunktid, millest lähim filamentide telje punkt asub kaugemal, kui $d_{\max} = 10 h^{-1} \text{Mpc}$. Olgu fl_n ja fl_{n-1} filamentide telje kaks viimast punkti ja olgu fl_n -ile lähim võrepunkt p_m . Kui nurk $\angle(fl_{n-1}, fl_n, p_m) > 90^\circ$, siis punkti fl_n ei arvestata kui lähimat punkti võrepunktile p_m .

Rakendatuna samale ruumile saame kahte meetodit võrrelda omavahel, kui võrrelda kiirusteväljast saadud \hat{e}_3 vektorit ja filamentide telje suunda. Nurk leitakse

$$|\cos \alpha| = |\boldsymbol{\omega}(\mathbf{k}) \cdot \hat{e}_i|, \quad (2.7)$$

kus $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{k})$ on punktis \mathbf{k} statistilise meetodiga leitud filamentide telje orientatsioon ja \hat{e}_i , kus $i = 1, 2, 3$, on kiirustevälja omavektor. Absoluutväärtus võetakse, sest filamentidel ei ole eelissuunda, tähtis on ainult nurk teljega, mitte suund. Üle kõigi punktide saadakse iga omavektori jaoks tõenäosustihedus $p(|\cos \alpha|)$.

2.5 Olulisuse nivoo

Kontrollimaks, et saadud tulemused omavad mingisugust olulist infot, seame paika olulisuse nivoo. Selle nivoo leidmiseks kasutatakse eelmises peatükis mainitud registrit, mille põhjal leitakse tõenäosustihedus nii, et nurk kiirustevälja vektori ja filamendi telje vahel ei saa väärtust skalaarkorrutisest, vaid sellele määratakse juhuslik väärtus vahemikus $|\cos \alpha| \in [0, 1]$. Seda meetodit rakendatakse palju kordi (antud töös 1000 korda) ja saadakse vastav arv tõenäosustihedusi. Seejärel vaadeldakse eraldi tõenäosustiheduste väärtuste komplekte iga argumendi $|\cos \alpha|$ väärtuse jaoks. Igast komplektist eemaldatakse 5% kõige suurematest ja kõige väiksematest väärtustest (antud töös 50 kõige suuremat ja väiksemat väärtust), et eemaldada väheesinevad fluktuatsioonid. Järelejäänud väärtustest moodustatakse kaks tõenäosustihedust, üks kõige suuremate väärtustega iga argumendi juures ja teine kõige väiksemate väärtustega. Kui reaalistest andmetest saadud tõenäosustihedus jääb kogu määramispiirkonnas eelnevalt saadud kahe tõenäosustiheduse väärtuste vahele, siis on korrelatsioon liiga nõrk, et tulemust oluliseks pidada, sest juhusliku protsessiga saadud tulemuse korrelatsioon on tugevam.

Peatükk 3

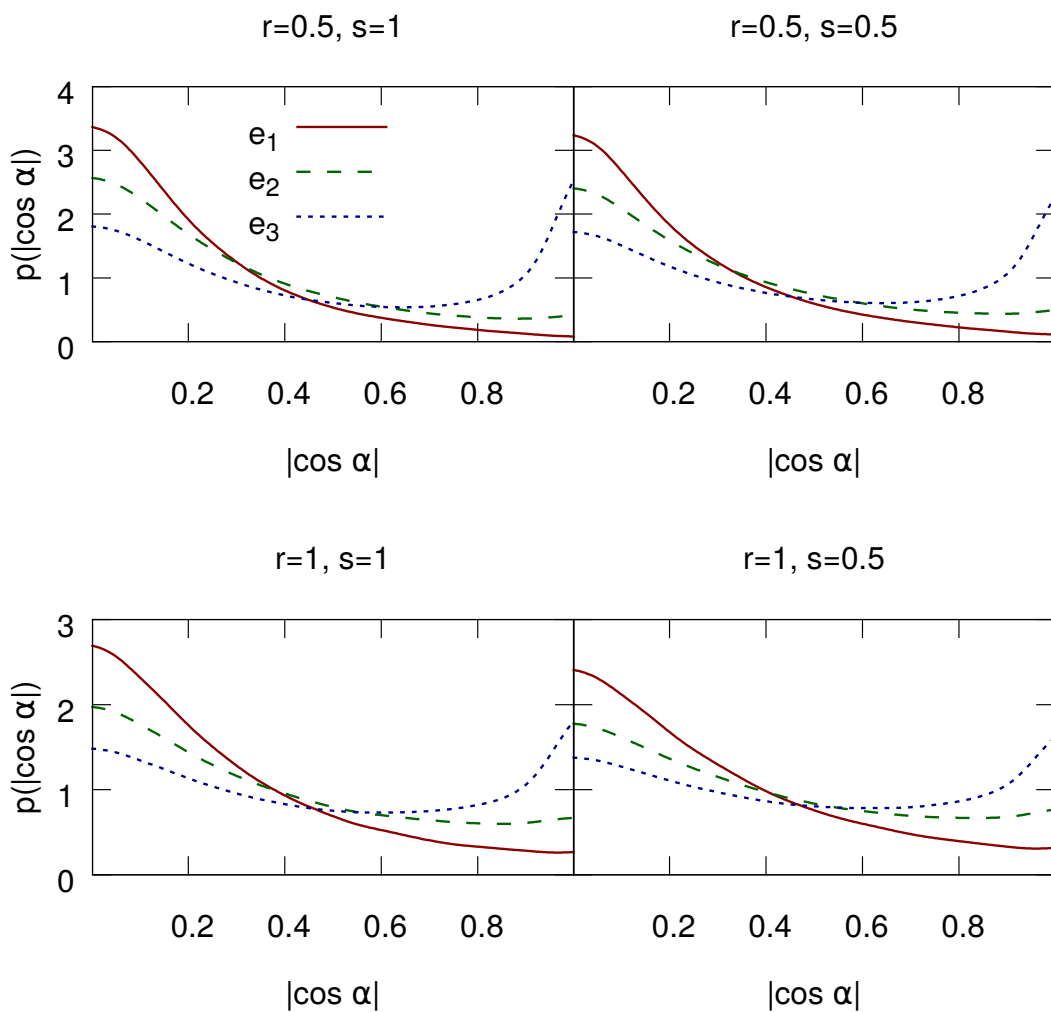
Tulemused

Siin ja edaspidi nimetakse filamentideks statistilise meetodiga leitud filamendi telgesid.

3.1 Võrdlus filamendi telje ümbruses

Kuigi kiirustevälja meetod lubab erinevate kosmoloogiliste struktuuride eristamist, siis esialgu vaatleme kõiki võrepunkte, mis asuvad statistilise meetodiga leitud filamendi lähiümbruses ($10h^{-1}$ Mpc). Joonisel 3.1 on näha kõigi kolme vektori jaoks saadud tihedusfunktsioonid $p_i(|\cos\alpha|)$ -d. On näha, et vektorite \hat{e}_1 ja \hat{e}_2 ning filamendi telje vahel on tugev negatiivne korrelatsioon. See tähendab, et kaks kiirema kollapsi suunda on risti filamendiga, mis on kooskõlas kiirustevälja meetodiga. Kolmas vektor omab kerget positiivset korrelatsiooni, mis on samuti kooskõlas kiirustevälja meetodiga, sest vektor \hat{e}_3 näitab filamendi sihti. Seda korrelatsiooni nõrgendab asjaolu, et tegemist on kõige väiksema väärtusega vektoriga, mistõttu on see tugevasti mõjutatud kahest ülejäänud omavektorist. Statistiline meetod ei suuda eristada filamente seinadest ja sõlmedest, kus liikumine toimub rohkem kui ühte telge pidi ning seetõttu annavad need struktuurid panuse \hat{e}_3 tõenäosustiheduse alguse piirkonda. Suurema raadiusega $r = 1h^{-1}$ Mpc filamentide korral on samas ruumalas vähem filamendi telje punkte $N = 2535$ ($r = 0,5h^{-1}$ Mpc korral $N = 18968$), mistõttu võivad ka lokaalsed häiritused tihedusfunktsioonis paremini silma paista. Samuti näitab see, et väiksema raadiusega filamentide ruumitihedus on üle seitsme korra suurem. Antud juhul on kõigi nelja algandmete kombinatsiooni korral tihedusfunktsioonid väga sarnased, mis näitab, et meetodid ühtivad ka erinevate kiirustevälja silumiste ja filamendi raadiuste korral.

Järgnevalt uuriti, kuidas need korrelatsioonid muutuvad, kui vaadelda erinevaid kauguseid vahemikus $< 10h^{-1}$ Mpc. Tabelist 3.1 on näha, et väiksema raadiusega filamentide korral



Joonis 3.1: Filamendi joondused kolme kiirustevälja omavektoriga nelja erineva algandmete kombinatsiooni korral. Esimesel graafikul antud legend käib kõigi nelja kohta.

Kaugus	$N(r = 1)$	$N(r = 0.5)$
0-1	$4,3 \cdot 10^6$	$1,7 \cdot 10^7$
1-2	$1,4 \cdot 10^7$	$4,1 \cdot 10^7$
2-3	$2,9 \cdot 10^7$	$3,7 \cdot 10^7$
3-4	$2,1 \cdot 10^7$	$2,0 \cdot 10^7$
4-5	$2,0 \cdot 10^7$	$8,1 \cdot 10^6$
5-6	$1,7 \cdot 10^7$	$3,0 \cdot 10^6$
6-7	$1,3 \cdot 10^7$	$1,0 \cdot 10^6$
7-8	$9,3 \cdot 10^6$	$2,5 \cdot 10^5$
8-9	$6,6 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^4$
9-10	$4,5 \cdot 10^6$	$1,0 \cdot 10^2$

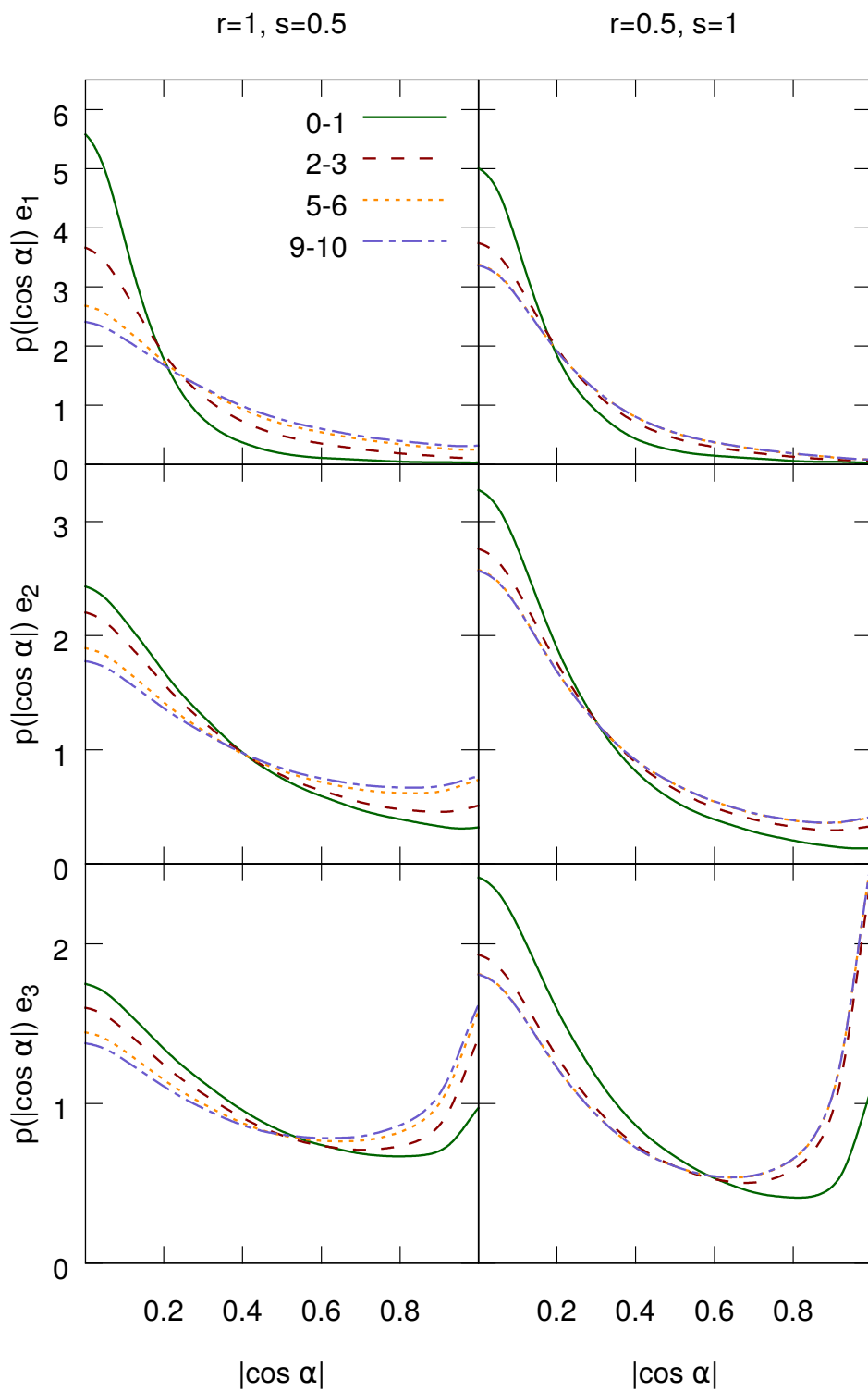
Tabel 3.1: Võrepunktide arv registris, mis annavad panuse tõenäosustihedusse. Raadiused ja kaugused on antud ühikutes h^{-1} Mpc.

on enamus võrepunkte leidnud omale lähima filamendi teljepunkti kauguselt $< 4h^{-1}$ Mpc ja viimastes vahemikes on väga vähe punkte. Samas on suurema filamendi raadiuse korral kaugused jaotunud ühtlasemalt.

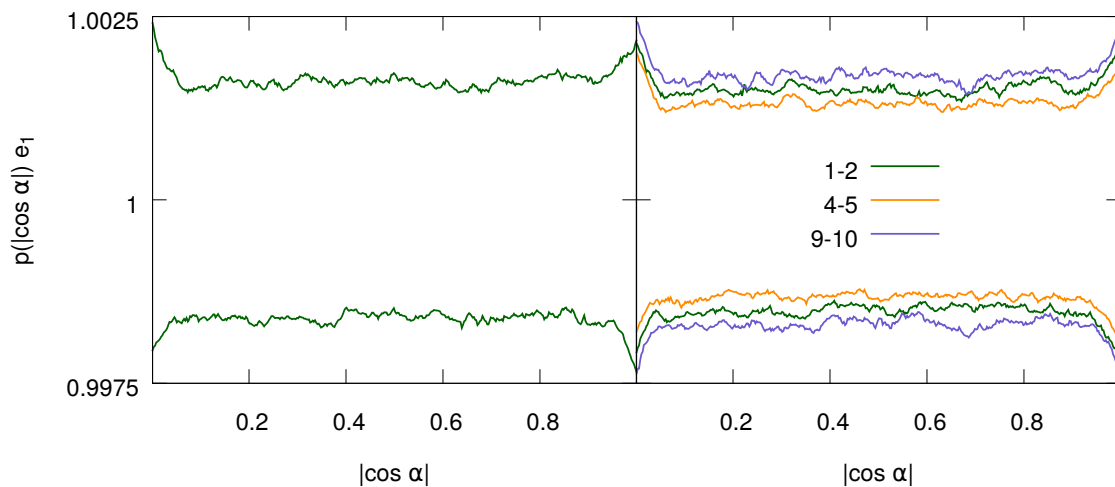
Jooniselt 3.2 on näha, et kauguse kasvades \hat{e}_1 ja \hat{e}_2 korrelatsiooni absoluutväärtused kahanevad monotoonselt mõlema algandmete kombinatsiooni korral. Korrelatsioon \hat{e}_3 -e ja filamendi telje vahel suureneb. Kuna \hat{e}_1 -le ja \hat{e}_2 -le vastavad omaväärtused on suuremad, siis nende korrelatsioonid kahanevad kiiremini ja korrelatsioon \hat{e}_3 -ga tõuseb paremini esile. On eeldust arvata, et piisavalt suurtel kaugustel lähimast filamendist omandavad kõik tõenäosustihedused ühtlase jaotuse, kuid antud andmetega ei ole seda võimalik otseselt näidata. Parempoolsetel graafikutel on viimase kahe valitud vahemiku tõenäosustihedused peaaegu samad. Kuna väiksema filamendi raadiuse korral on viimastes vahemikes vähe andmepunkte ja võib arvata, et suurem osa kaugemaid punkte on saadud kuskilt üksteise lähedaselt alalt, kust filamendi teljed on piisavalt kaugel, mistõttu nende tõenäosustihedused omavad sarnast kuju. Sama efekti oli näha ka algandmetega, kus $r = 0,5h^{-1}$ Mpc ja $s = 0,5h^{-1}$ Mpc.

3.2 Olulisuse nivoo

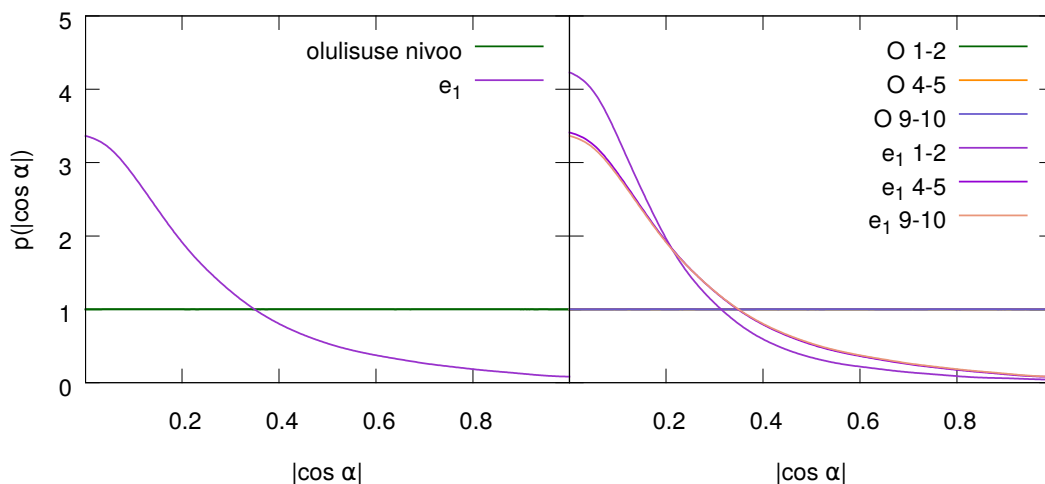
Esitan olulisuse nivoo graafikud vektori \hat{e}_1 jaoks. Nii jooniselt 3.3 kui ka jooniselt 3.4 on näha, et antud töös kasutatud tulemused ületavad olulisuse nivoo suurel määral. Seetõttu ei tooda eraldi välja olulisuse nivoo teiste omavektorite jaoks. Isegi filamendi raadiuse $r = 0,5h^{-1}$ Mpc korral, kus kauguste vahemikus $9 - 10 h^{-1}$ Mpc on 100 andmepunkti, on olulisuse nivoo tõenäosustiheduse kõrval tühiselt väike.



Joonis 3.2: Tõenäosustihedused $p(|\cos \alpha|)$ erinevates kauguste vahemikes kahe erineva algandmete kombinatsiooniga. Kauguste vahemikud on ühikutes h^{-1} Mpc. Esimesel graafikul antud legend käib kõigi graafikute kohta.



Joonis 3.3: Olulisuse nivood vektori \hat{e}_1 jaoks. Vasakpoolne joonis on olulisuse nivoo juhu jaoks, kui tõenäosustiheduses on arvestatud kõiki kaugusi vahemikus $0 - 10 h^{-1} \text{Mpc}$ ja parempoolne, kui erinevate kauguste vahemike jaoks on erinevad tõenäosustihedused. ($r = 0,5 h^{-1} \text{Mpc}, s = 1 h^{-1} \text{Mpc}$)



Joonis 3.4: Samad olulisuse nivood, mis joonisel 3.3 koos neile vastavate tõenäosustihedustega. Parempoolsel joonisel O tähistab olulisuse nivood. ($r = 0,5 h^{-1} \text{Mpc}, s = 1 h^{-1} \text{Mpc}$)

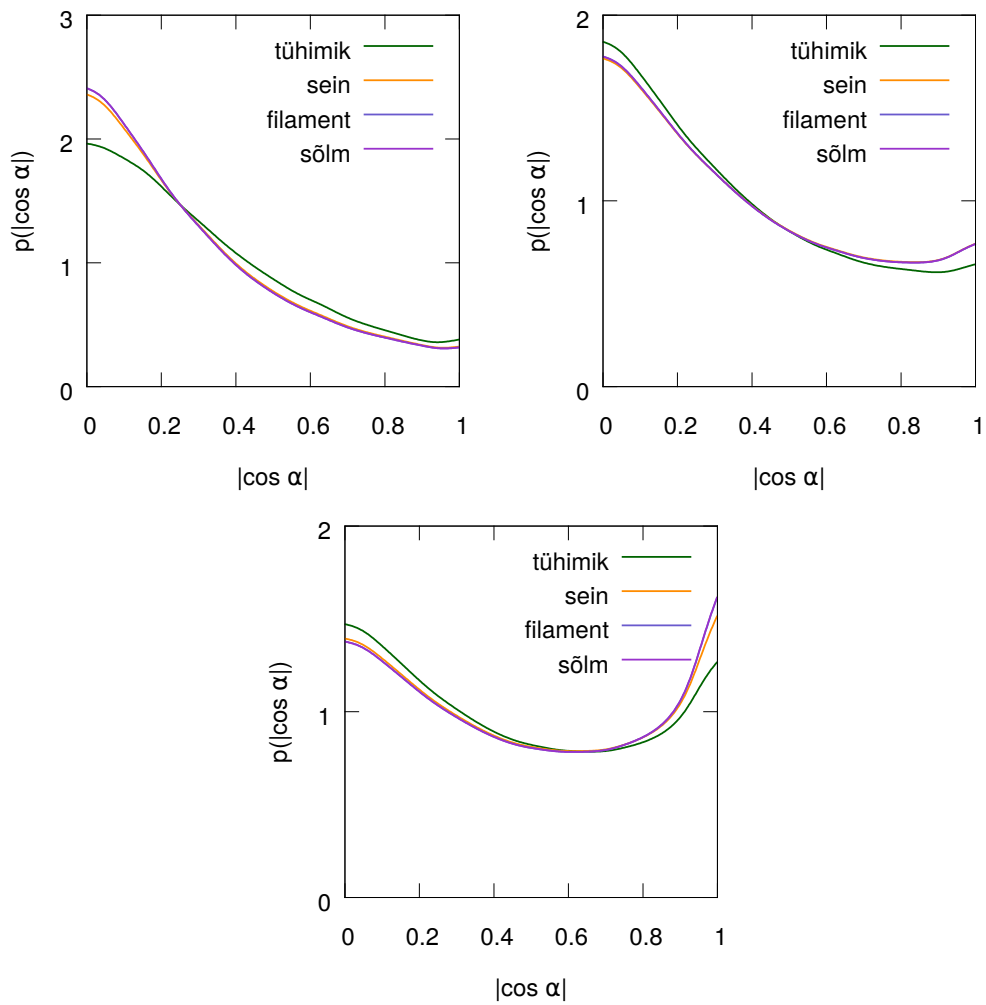
3.3 Võrdlus erinevate struktuuride vahel

Kuna kiirustevälja meetod annab lihtsa eeskirja erinevate kosmoloogiliste struktuuride eristamiseks, siis sai seda kasutada ka antud töös rakendatud meetodiga. Igal võrepunktil, millel on määratud lähim filamendi punkt, on lisaks olemas ka info, mitu omaväärtust ületavad seatud piirväärtuse $\lambda_{th} = 0.5$. Nagu näha jooniselt 3.5, on kõige suuremaid kõrvalekaldeid märgata tühimikele vastavate tõenäosustiheduste juures. Üldine sarnasus tuleb sellest, et statistilise meetodiga leitud filamendid hõlmavad seinu ja suurel määral ka sõlmi, mida eraldi seal meetodis ei klassifitseerita. Kuna vaatluse all on suur osa filamentide kõrvalisest alast (kasutame analüüsis kaugusi suurusjärk suuremad kui defineeritud filamendi raadius), siis alad, kus aine kollapseeumine ei ole piisavalt tugev, klassifitseeritakse tühimikeks, kuigi omavad veel filamentidele sarnaseid omadusi (aine liikumine mööda ühte telge).

3.4 Kokkuvõte ja edasised uuringud

Tulemused näitavad, et erinevate meetoditega saadud andmed on kooskõlas. Tõenäosustihedused filamendi telje ümber andsid oodatud tulemused, kus kaks kiirema kollapsi suunda on rist filamendi teljega ja väljapoole liikumine toimus mööda filamendi telge. Töös vaadeldi nelja algandmete komplekti, kahte erineva kiirustevälja silumisega ja kahte erineva filamendi raadiusega. Kasutatud andmetes oli väiksema raadiusega filamentide ruumtihedus üle seitsme korra suurem. Kuna filamente oli sama ruumala sees rohkem, siis esines vähe selliseid andmepunkte, mis olid filamendi teljest kaugusel $> 8h^{-1}\text{Mpc}$, mis põhjustas efekti, kus tõenäosustihedused suurematel kaugustel omasid samasugust kuju. Suurema raadiusega filamentide korral seda efekti ei esinenud. Üldjoontes oli näha, et erinevatel kaugustel leitud tõenäosustihedused lähenesid ühtlasele jaotusele, mida suurem oli kaugus. See erines \hat{e}_3 korral, kuna \hat{e}_1 ja \hat{e}_2 mõju \hat{e}_3 -le vähenes ja positiivne korrelatsioon tuli rohkem esile. Kasutades kiirustevälja meetodi struktuuri klassifikatsioone tuli välja, et üldiselt on tekkivad tõenäosustihedused sarnase kujuga nagu klassifitseerimata tõenäosustihedused. Võrreldes käesoleva töö tulemusi juhusliku protsessi abil leitud olulisuse nivooga, on näidatud, et saadud tulemused ületavad seda suurel määral.

Edasistes uuringutes tuleks võrrelda täpsemalt erinevaid struktuure. Saaks proovida ka erinevaid piirväärtuseid λ_{th} struktuuride määramiseks ja uurida, kuidas see mõjutab tõenäosustiheduste kujusid. Samuti tuleks visualiseerida filamentide telgede asendeid, et kontrollida kahe meetodi vahel esinevaid lokaalseid kõrvalekaldeid, mis võivad omada suuremat tähendust, kuid ei kajastu tõenäosustiheduses vähese esinemise tõttu antud simulatsiooni andmetel.



Joonis 3.5: Erinevate kosmoloogiliste struktuuride järgi klassifitseeritud tõenäosustihedused $p(|\cos \alpha|)$. Üleval vasakul on \hat{e}_1 -le vastav ja paremal \hat{e}_2 -le vastav graafik, all on \hat{e}_3 -le vastav graafik. ($r=1, s=0.5$)

Tänuavaldused

Ma soovin tänada oma juhendajaid Elmo Templit ja Peeter Tenjest, kes olid kannatlikud ja aitasid mind alati, kui abi vajasin. Eriti tahan tänada Elmo Templit, kes suunas mind töö tegemise käigus kasutama õigeid vahendeid ja meetodeid ning tänu kellele ma õppisin kasutama Fortrani programmeerimiskeelt. Samuti tänan oma kursusekaaslasi, kelle käest sai alati abi küsida ning kes seda ka küsimata jagasid.

Ma olen väga tänulik Tartu Observatooriumi toetusele, ilma milleta ei oleks ma saanud käia teadmisi täiendamas kosmoloogia suvekoolis. Samuti sain ma kasutada Tartu Observatooriumi arvuteid, millega on tehtud kõik arvutused selles töös. Ja lõpetuseks olen ma tänulik Tartu Observatooriumi töötajatele, kes andsid panuse sellesse tööse oma õpetlike vestluste ja ettepanekutega.

Moorits Mihkel Muru

Kirjandus

- Aihara, H. et al. (2011). The Eighth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Data from SDSS-III. *ApJS*, 193:29.
- Bharadwaj, S., Bhavsar, S. P., ja Sheth, J. V. (2004). The Size of the Longest Filaments in the Universe. *ApJ*, 606:25–31.
- Bradley, W. C. ja Dale, A.Ö. (2013). *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson.
- Forero-Romero, J. E., Hoffman, Y., Gottlöber, S., Klypin, A., ja Yepes, G. (2009). A dynamical classification of the cosmic web. *MNRAS*, 396:1815–1824.
- Gill, S. P. D., Knebe, A., ja Gibson, B. K. (2004). The evolution of substructure - I. A new identification method. *MNRAS*, 351:399–409.
- Hahn, O., Porciani, C., Carollo, C. M., ja Dekel, A. (2007). Properties of dark matter haloes in clusters, filaments, sheets and voids. *MNRAS*, 375:489–499.
- Hoffman, Y., Metuki, O., Yepes, G., Gottlöber, S., Forero-Romero, J. E., Libeskind, N. I., ja Knebe, A. (2012). A kinematic classification of the cosmic web. *MNRAS*, 425:2049–2057.
- Jöeveer, M., Einasto, J., ja Tago, E. (1978). Spatial distribution of galaxies and of clusters of galaxies in the southern galactic hemisphere. *MNRAS*, 185:357–370.
- Jasche, J., Kitaura, F.Š., Li, C., ja Enßlin, T. A. (2010). Bayesian non-linear large-scale structure inference of the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7. *MNRAS*, 409:355–370.
- Knollmann, S. R. ja Knebe, A. (2009). AHF: Amiga’s Halo Finder. *ApJS*, 182:608–624.
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Limon, M., Page, L., Spergel, D. N., Halpern, M., Hill, R.Š., Kogut, A., Meyer, S.Š., Tucker, G.Š., Weiland, J. L., Wollack, E., ja Wright, E. L. (2009). Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation. *ApJS*, 180:330–376.

- Libeskind, N. I., Hoffman, Y., Knebe, A., Steinmetz, M., Gottlöber, S., Metuki, O., ja Yepes, G. (2012). The cosmic web and the orientation of angular momenta. *MNRAS*, 421:L137–L141.
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., Frenk, C.Š., Yoshida, N., Gao, L., Navarro, J., Thacker, R., Croton, D., Helly, J., Peacock, J. A., Cole, S., Thomas, P., Couchman, H., Evrard, A., Colberg, J., ja Pearce, F. (2005). Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 435:629–636.
- Stoica, R.Š., Martínez, V. J., ja Saar, E. (2010). Filaments in observed and mock galaxy catalogues. *Astronomy & Astrophysics*, 510:A38.
- Tempel, E., Stoica, R.Š., Kipper, R., ja Saar, E. (2016). Bisous model-Detecting filamentary patterns in point processes. *Astronomy and Computing*, 16:17–25.
- Tempel, E., Stoica, R.Š., Martínez, V. J., Liivamägi, L. J., Castellán, G., ja Saar, E. (2014). Detecting filamentary pattern in the cosmic web: a catalogue of filaments for the SDSS. *MNRAS*, 438:3465–3482.
- Tully, R. B., Courtois, H., Hoffman, Y., ja Pomarède, D. (2014). The Laniakea supercluster of galaxies. *Nature*, 513:71–73.
- van Lieshout, M. N. M. (2000). *Markov point processes and their applications*. London: Imperial College Press.
- York, D. G. et al. (2000). The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary. *AJ*, 120:1579–1587.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Moorits Mihkel Muru,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

Kosmoloogiliste filamentide tuvastamine: statistilise ja kiirustevälja meetodi võrdlus,

mille juhendajad on Elmo Tempel ja Peeter Tenjes,

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
 - (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
 3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartu, 27. mai 2016. a.