

TARTU ÜLIKOOL

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika instituut

Aleksei Kubarski

**KOSMILINE INFLATSION JA NEUTRIINODE EFEKTIIVNE  
ARV**

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Juhendaja:  
Kristjan Kannike

Tartu 2018

# Infoleht

## Kosmiline inflatsioon ja neutriinode efektiivne arv

Tutvustasime kompleksse singleti inflatsioonimudelit, mille singleti moodul on inflaton ja faas Goldstone'i boson. Singlett on mitteminimaalses seoses gravitatsiooniga ja vastastikmõjus Higgsi bosoniga. Tekitasime olukorra, kus Goldstone'i boson läheb soojuslikust tasakaalust välja kui  $kT$  on suurem elektronide ja müüonite massist, aga alla kõigi ülejäänud standardmudeli osakeste omast. Selle tagajärjel andis Goldstone'i boson 0,39 panuse neutriinode efektiivsesse arvu, mis on heas kooskõlas vaatlusandmetega. Leidsime ka inflatsioonimudeli häirituse spektri parameetrid vaba parameetrite mõistlike näidiseväärtuste jaoks. Kõik arvutused kattusid vaatlusandmetega.

Märksõnad: inflatsioon, neutriinode efektiivne arv, kompleksne singlett, Goldstone'i boson, Higgsi boson.

P210 Elementaarosakeste füüsika, kvantväljade teooria

## Cosmic inflation and effective number of neutrino species

We introduced complex singlet inflation model, where singlet's module is inflaton and phase is Goldstone boson. Singlet is in non-minimally coupled with gravitation and also coupled with Higgs boson. We consider the situation, where Goldstone boson go out of equilibrium while  $kT$  is still above the mass of muons and electrons, but below the mass of all other particles of Standard Model. As a result, Goldstone boson contribute 0,39 to the effective number of neutrino species, which is in good agreement with observations. We also found parameters of spectra of scalar perturbations in our inflation module for reasonable example values of free parameters. All calculations satisfied observation data.

Keywords: inflation, effective number of neutrino species, complex singlet, Goldstone boson,

Higgs boson.

P210 Elementary particle physics, quantum field theory

# Sisukord

<b>Sissejuhatus</b>	<b>6</b>
<b>1 Standardmudel osakestefüüsikas</b>	<b>7</b>
1.1 Higgsi boson . . . . .	7
<b>2 Kosmoloogia printsiip ja Friedmann-Robertson-Walkeri meetrika</b>	<b>9</b>
2.1 Friedmanni võrrandid . . . . .	9
2.2 Suure Paugu teooria standardmudel . . . . .	10
2.2.1 Tasasuse probleem . . . . .	12
2.2.2 Horisondi probleem . . . . .	13
2.3 Skalaarvälja inflatsioon . . . . .	13
2.3.1 Inflatsioon minimaalse seosega . . . . .	13
2.3.2 Aeglase veeremise lähendus . . . . .	14
2.3.3 Inflatsiooni lõpp . . . . .	15
2.4 Inflatsioon mitte minimaalse seosega . . . . .	16
2.4.1 Inflatsioon Einsteini raamis . . . . .	17
<b>3 Efektiivsete neutriinode arv</b>	<b>19</b>
3.1 Goldstone'i boson . . . . .	19
3.1.1 Goldstone'i boson interaktsioon standardmudeli osakestega . . . . .	19
3.1.2 Goldstone'i bosoni soojuslik tasakaal standardmudeliga . . . . .	20
<b>4 Efektiivsete neutriinode arv kompleksse singleti inflatsioonimudel</b>	<b>22</b>
4.1 Häirituste spektri parameetrid . . . . .	23
4.2 Interaktsioon Goldstone'i bosoniga . . . . .	23
<b>5 Järeldused</b>	<b>26</b>
<b>Kirjandus</b>	<b>27</b>

**6 Lisad** **28**

**Lihlitsents** **29**

# Sissejuhatus

Suure Paugu teooria standardmudel suudab matemaatiliselt seletada universumi arengut singulaarsusest tänapäevani ja on väga heas kooskõlas vaatlustega, välja arvatud andmed kosmilisest taustkiirgusest ja universumi tāsasusest. Esimene erinevus teooriaga seisneb selles, et kosmilise taustkiirgus peaks koosnema suurusjärgus  $10^4$  piirkonnast, mis pole põhjuslikult seotud. Ometi taustkiirguse temperatuur erineb piirkonnati ainult kuni  $10^{-5}$  korda. Teine ebatõenäoline fenomen on universumi tāsasus. Friedmanni võrranditest tuleneb küll, et tāsasane universum püsib tāsasena, aga tegemist on ebastabiilse püsipunktiga, kui universumit domineerib kiirgus nagu see algusstaadiumis pidi olema. Neid kahte erinevusi vaatlusandmetega nimetatakse vastavalt horisondi ja tāsasuse probleemideks. Mõlemad probleemid on lahendatavad inflatsiooniperioodi tutvustamisega.

Kosmilise taustkiirguse vaatlusandmetega kaasneb veel üks probleem, mida antud töös käsitleme. Temperatuuri fluktuatsioonid kosmilises taustkiirgusest sõltuvad neutriinode efektiivsest arvust enne rekombinatsiooni. Standardmudelis on 3 erinevat neutriinot ja seepärast eeldatav efektiivne neutriinode arv on 3. Vaatlused annavad aga efektiivsele neutriinode arvule suurema väärtuse.

Antud töö eesmärk on pakkuda lahendus Suure Paugu teooria standardmudelit probleemidele, tutvustades kompleksse singleti inflatsioonimudeli, kui ka efektiivsete neutriino arvu probleemile, tuues sisse Goldstone'i bosoni kui kompleksse singleti faasi, mis võib anda murdosalise panuse efektiivsele neutriinode arvule rekombinatsiooni eelneval ajal.

# Peatükk 1

## Standardmudel osakestefüüsikas

Standardmudel on relativistlik kvantväljateooria, mis kirjeldab tugevat, nõrka ja elektromagnetilist vastastikmõju ja nendega interakteeruvaid osakesi. Neljas fundamentaaljõud, gravitatsioon, on tühine energiaskaaladel, kus standardmudelit kasutatakse. Standardmudel on osakestefüüsikas laialdaselt levinud teooria, mistõttu leidub selle kohta palju õpikuid ja kokkuvõtteid, näiteks [1].

Standardmudelis on aine osakesed, leptonid ja kvargid, spinniga  $\frac{1}{2}$  fermionid. Kalibratsioonibosonid, mis on jõu edasikandjateks, on spinniga 1. Teooria ainus skalaarväljak on Higgsi boson [1]. Standardmudeli kalibratsioonisümmeetriarühm, mis jääb invariantseks Lagrange'i teisenduste suhtes, on

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y. \quad (1.1)$$

### 1.1 Higgsi boson

Higgsi bosoni keskvärtuse tõttu laguneb  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  sümmeetria rühm selle diagonaalseks elektromagnetiliseks alamrühmaks  $U(1)_{EM}$  ja annab massid  $W^\pm$  ja  $Z$  bosonitele. Kvargid ja leptonid saavad oma massid Yukawa interaktsioonist Higgsi bosoniga. Higgsi boson peab rahuldama vabadusastmete arvu, et elektronõrga  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  rühma kalibratsioonibosonitel  $W^\pm$  ja  $Z$  oleksid massid, aga footon jääks massituks, peab Higgsi boson rahuldama sobiva vabadusastmete arvu. Selle tagab tagab Lorentzi kompleksse skalaari  $SU(2)_L$  dublett

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Higgsi bosoni eneseinteraktsiooni potentsiaal on

$$V(\varphi) = \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (1.3)$$



## Peatükk 2

# Kosmoloogia printsiip ja Friedmann-Roberton-Walkeri meetrika

Antud peatükki toetun J.J.Jorgenseni doktoritööle, mis kasutab peatükki raames sama formalismi. [2].

Käesolevas töös lähtume kosmoloogilisest printsiibist, et piisavalt suures mastaabis on universum homogeenne ja isotroopiline. Antud printsiip on ka kooskõlas paljude vaatlustega, näiteks punanihke uurimisest võib järeldada, et universum on homogeenne ja isotroopiline suurusjärgus 100 MPc. Kosmoloogia printsiipi on arvestatud Friedmann-Roberton-Walker(edaspidid FRW) meetrikas, mille võib kirja panna polaarkoordinaatidena kujul

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta + \sin^2\theta d\phi^2) \right), \quad (2.1)$$

kus  $a(t)$  on mastaabikordaja, mis kirjeldab ruumi kahte punkti suhtelist kauguse muutumist ajas. Kõveruse parameeter  $k = \{0, \pm 1\}$  kirjeldab aegruumi kõverust.

### 2.1 Friedmanni võrrandid

FRW aegruumi dünaamika on kirjeldatav mastaabikordaja  $a(t)$  muutusega ajas, mis on omakorda seotud Einsteini võrranditega, mis on kirja pandud ilma kosmoloogilise konstandita

tensorisse

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

kus  $G$  on Newtoni konstant, mis on defineeritud taandatud Plancki massi kaudu  $M_p^{-2} = 8\pi G$  ühikutes, kus  $\hbar=c=1$ . FRW aegruumi sümmeetriast taanduvad Einsteini võrrandid kaheks omavahel seotud diferentsiaalvõrrandiks:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3M_p^2}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (2.3)$$

$$\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2}(\rho + 3p) \quad (2.4)$$

Suurus  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  on Hubble konstant, mis väljendab universumi paisumist.  $\rho$  ja  $p$  on vastavalt energiatihedus ja rõhk. Kosmoloogilist konstandi  $\Lambda g_{\mu\nu}$  lisamiseks võime energiatiheduse ja rõhu ümber defineerida:

$$\rho = \tilde{\rho} + M_p^2\Lambda, \quad (2.5)$$

$$p = \tilde{p} - M_p^2\Lambda, \quad (2.6)$$

kus  $\tilde{\rho}$  ja  $\tilde{p}$  on aine ja kiirguse panus energiatihedusse ja rõhku. Sellisel juhul omandavad Friedmanni võrrandid kuju

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3M_p^2}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.7)$$

$$\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.8)$$

## 2.2 Suure Paugu teooria standardmudel

Kui me lahendame Friedmanni võrrandid, siis saame pidevuse võrrandi

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2.9)$$

	$w$	$\rho(a)$	$a(t)$	$a(\tau)$
Kiirgus	$\frac{1}{3}$	$a^{-4}$	$t^{\frac{1}{2}}$	$\tau$
Aine	0	$a^{-3}$	$t^{\frac{2}{3}}$	$t^2$
Kõverus	$-\frac{1}{3}$	$a^{-2}$	$t^1$	
$\Lambda$	-1	$a^0$	$e^{Ht}$	$-\frac{1}{H\tau}$

Tabel 2.1: Friedmanni võrrandite lahendused, kui universumis domineerib kiirgus, aine, kõverus või kosmiline konstant.

mis on ka ühtlasi energia jäävuse seadus. Edasi võtame appi uue parameetri, barotroopne indeksi, mis on defineeritud kui rõhu ja energiatiheduse suhtena:

$$w = \frac{p}{\rho}. \quad (2.10)$$

Integreerides pidevuse võrrandit, on võimalik leida energiatiheduse ja mastaabikordaja vahelist seaduspära

$$\rho = \rho_0 \cdot a^{-3(1+w)} \quad (2.11)$$

Siin  $\rho_0$  on energiatihedus ajahetkel  $t_0$  ja samal ajahetkel on mastaabikordaja normaliseeritud ühele. Kui me nüüd sisestame saadud tulemuse Friedmanni võrrandisse (2.7), siis mastaabikordaja sõltub ajast, kui

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(w+1)}}, \quad w \neq -1, \quad (2.12)$$

$$a(t) = e^{H(t-t_0)}, \quad w = -1. \quad (2.13)$$

Me lähendame Friedmanni võrrandid juhule, kus universumit domineerib ainult aine, kiirgus, aegruumi kõverus või kosmiline konstant. Võrrandite lahendused on esitatud tabelis 2.1.

Kui me tahame arvestada mitu komponenti, siis sumarse energiatiheduse ja rõhu saamiseks, tuleb iga komponendi panus summeerida:

$$\rho = \sum \rho_i, \quad (2.14)$$

$$p = \sum p_i. \quad (2.15)$$

Eeldusel, et komponendid omavahel ei interakteeru, võib teha mitu järeldust. Esiteks, paneme tähele, et on olemas aeg  $t = 0$ , kus mastaabikordaja läheneb nullile ehk  $a \rightarrow 0$  kui  $t \rightarrow 0$ . Teiseks, iga komponendi energiatihedus sõltub mastaabikordajast erinevalt, mis omakorda tähendab,

et näiteks kiirguse osakaal universumis väheneb kiiremini kui aine või kosmilise konstandi oma. Mõlemaid järeldusi kokku võttes jõuamegi Suure Paugu standardmudeli universumini, mis algab singulaarsusega, millele järgneb kiirguse domineeriv faas. Aja möödudes domineerib aine ja viimases faasis kosmiline konstant. Kuna meie universum on tasane, siis kõveruse domineerivat faasi ei ole.

Friedmanni võrrandist (2.7) on võimalik leida kriitiline energiatihedus  $\rho_c$ , mil universum on tasane:

$$\rho_c = 3M_p^2 H^2. \quad (2.16)$$

Kui me võtame kasutusele suhtelise energiatiheduse parameetri  $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ , siis Friedmanni võrrandit võib kirja panna kui

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \sum_i \Omega_{i,0} \cdot a^{-3(1+w_i)} + \Omega_{k,0} \cdot a^{-2}. \quad (2.17)$$

Et valem oleks kooskõlas vaatlustega, siis peab kehtima

$$\sum_i \Omega_{i,0} + \Omega_{k,0} = 1. \quad (2.18)$$

Lähtudes kosmilise taustkiirguse vaatlusandmetest, siis universumi komponentide suhtelised energiatihedused on

$$\Omega_b = 0,0499(22), \quad \Omega_{TA} = 0,265(11), \quad \Omega_\Lambda = 0,685_{-0.016}^{+0.017}, \quad \Omega_k \simeq 0, \quad (2.19)$$

kus indeksid  $b$ ,  $TA$ ,  $\Lambda$  ja  $k$  tähistavad vastavalt bariõnilist ainet, tume ainet, kosmilist konstanti ja kõverust.

Kasutades Friedmanni võrrandeid, on võimalik välja arvutada, et universumis muutus aine domineerivaks  $\frac{a_0}{a_{kir}} = 3 \cdot 10^3$  ja kosmiline konstant muutub domineerivaks kui  $\frac{a_0}{a_\Lambda}$ , kus  $a_0$  on praegune mastaabikordaja.

## 2.2.1 Tasasuse probleem

Kirjutame Friedmanni võrrandid ümber kasutades kriitilist tihedust  $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{2}H^2\Omega(1+3w) \quad (2.21)$$

Neid võrrandeid kokku pannes on võimalik saada võrrand

$$\frac{d\Omega}{d\ln a} = (1+3w)\Omega(\Omega-1), \quad (2.22)$$

millest on näha, et tasase universumi korral ehk  $\Omega = 1$ , on tegemist püsipunktiga. Teisisõnu tasane universum jääb tasaseks. Küll aga on püsipunkt ebastabiilne, kui  $1+3w > 0$ , mis on tõsi nii kiirguse kui ka aine puhul. Seega eeldades, et universumis domineeris alguses kiirgus ning seejärel aine, siis väikene kõrvalkalle tasasusest viiks universumi tasasusest veel rohkem eemale. Eelmises peatükis nägime aga, et praegune universum on tasane või peaaegu tasane, mis nõuab parameetrite täppishäälestust.

### 2.2.2 Horisondi probleem

Teine probleem ilmneb kosmilisest taustkiirgusest isotroopsusest. Teooria kohaselt omab kosmiline taustkiirgus suurusjärgus  $10^4$  punkti, mis ei saa olla põhjuslikult seotud. Ometi erineb taustkiirguse temperatuur eri punktides ainult kuni  $10^{-5}$  korda, mida võib pidada võimatuks ilma omavahelise interaktsiooniga.

## 2.3 Skalaarvälja inflatsioon

Suure Paugu teooria Standardmudeli lahenduseks vaatleme inflatsiooni. Selleks toome sisse uue skalaarvälja  $\phi$ , inflatoni.

### 2.3.1 Inflatsioon minimaalse seosega

Lihtsuse mõttes vaatleme alguses inflatoni minimaalset seost gravitatsiooniga:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right), \quad (2.23)$$

kus  $V(\phi)$  on skalaarvälja potentsiaalne energia. Välja  $\phi$  on võimalik jagada homogeenseks väljaks  $\phi(t)$  ja fluktatsioonideks  $\delta\phi(t, x)$ :

$$\phi(t, x) = \phi(t) + \delta\phi(t, x). \quad (2.24)$$

Kosmilisest taustkiirguse peaaegu täieliku isotroopsusele võime käsitleda  $\delta\phi(t,x)$  väikeste häiritustena. Selles töös aga võime pidada seda liiget tühiseks ning arvutustes eeldada välja homogeensust. Sellisel juhul energiaimpulsi tensor võtab kuju

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi + V(\phi)\right). \quad (2.25)$$

Seega ideaalse vedeliku korral kehtib

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (2.26)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (2.27)$$

Paneme tähele, et kui potentsiaalne energia domineerimisel  $V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$ , siis inflatsiooni rõhk on negatiivne ja  $w = \frac{p}{\rho} < 0$ , millest võime järeldada universumi kiirenevat paisumist, mis võib lahendada horisondi probleemi, inflatsiooni toimet.

### 2.3.2 Aeglase veeremise lähendus

Aeglane veeremine on hõõrdumisega veeremine, kus väli on saavutanud oma lõppkiiruse. Aeglase veeremise lähenduses skalaarväli veereb mööda väikese langusega potentsiaalset energiat. Selline lähendus seab lisatingimusteks

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi), \quad (2.28)$$

$$|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|, \left| \frac{dV(\phi)}{d\phi} \right|. \quad (2.29)$$

Esimese tingimuse vajalikus tuli välja eelmises peatükis. Teine tingimus tagab meile aga, et paisumine kestab piisavalt kaua.

#### Aeglase veeremise parameetrid

Esimese aeglase veeremise parameetri saame inflatsiooni liikumisvõrrandi ja Friedmanni võrrandi kaudu, kui arvestame, et kõveruse väärtus on tühine:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (2.30)$$

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right), \quad (2.31)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2(1 - \varepsilon_H), \quad (2.32)$$

kus

$$\varepsilon_H = \frac{3}{2}(w + 1) = \frac{\dot{\phi}^2}{2M_p^2 H^2} = -\frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (2.33)$$

$\varepsilon_H$  ongi esimene Hubble aeglase veeremise parameeter. Kusjuures  $\varepsilon_H < 1$  jooksul toimub kiirenev paisumine. Kui me aga arvestame ka aeglase veeremise tingimusi (2.28) ja (2.29), siis võime tuletada esimese potentsiaali aeglase veeremise parameetri

$$\varepsilon_V = \frac{M_p^2}{2} \left( \frac{V'(\phi)}{V} \right)^2 \quad (2.34)$$

Teiseks Hubble aeglase veeremise parameeter on defineeritud kui

$$\eta_H = -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = -\frac{1}{2} \frac{\ddot{H}}{H\dot{H}}, \quad (2.35)$$

mis peab olema väike suurus, et inflatsiooni kestvus oleks tõepoolest piisavalt pikk. Rakendades jälle tingimusi (2.28) ja (2.29), on võimalik avaldada potentsiaali aeglase veeremise teist parameetrit

$$\eta_V = M_p^2 \frac{V''(\phi)}{V}. \quad (2.36)$$

Antud töös kasutame potentsiaali aeglase veeremise parameetreid.

Inflatsiooni oluliseks parameetriks on ka

$$N = \frac{a_{lpp}}{a_{algus}}, \quad (2.37)$$

mis kirjeldab, mitu  $e$ -arv korda on inflatsiooniperioodil mastaabikordaja muutunud.

### 2.3.3 Inflatsiooni lõpp

Horisoni probleemi lahendamiseks peab inflatsioon kestma piisavalt kaua. Aja asemel on mõtekam kasutada (2.37) valemiga tutvustatud paisumise parameetrit. Levinud hinnang on, et paisumine peab olema  $50 < N_* < 60$  inflatsiooni perioodil, et tagada kõigi kosmilise taustkiirguse punktide omavahelist interaktsiooni. Sellisest paisumisest on piisav ka tasasuse probleemi lahendamiseks.

Kuna meil on raske hinnata skalaarvälja väärtusi läbi mastaabikordajate, siis on mõttekas teisendada valem (2.37) kujule

$$N_* = \frac{a_{lpp}}{a_*} \simeq \frac{1}{M_p^2} \int_{\phi_{lpp}}^{\phi_*} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi, \quad (2.38)$$

mis kehtib väga hästi aeglase veeremise lähenduses. Inflatsiooni lõppu  $\phi_{lpp}$  on võimalik leida läbi esimese aeglase veeremise parameetri. Inflatsioon lõppeb, kui on rikutud paisumise tingimus  $\varepsilon_H < 1$  ehk kui

$$\varepsilon_H(\phi_{lpp}) = 1 \Rightarrow \varepsilon_V(\phi_{lpp}) \simeq 1. \quad (2.39)$$

Teades  $N_*$  hinnangut ja leidnud inflatsiooni lõppu  $\phi_{lpp}$ , on võimalik leida ka  $\phi_*$ , kasutades seost (2.38).

$\phi_*$  leidmine on oluline, sest läbi parameetrite  $\varepsilon_V(\phi_*)$  ja  $\eta_V(\phi_*)$  on leitavad inflatsiooni häirituste spektri parameetrid  $n_s$  ja  $r$ , mida saab võrrelda vaatlustulemustega:

$$n_s - 1 = 2\eta_V(\phi_*) - 6\varepsilon_V(\phi_*), \quad (2.40)$$

$$r = 16\varepsilon_V(\phi_*). \quad (2.41)$$

## 2.4 Inflatsioon mitteminimaalse seosega

Siiani oleme käsitlenud inflatsiooni minimaalse gravitatsiooni interaktsiooniga. Üldisema juhu saaksime, kui lisame mõju funktsionaali liikme  $\xi \phi^2 R$ , kus  $R$  on Ricci skalaar ning  $\xi$  on inflatoni ja gravitatsiooni vaheline interaktsioon. Uus mõju funktsionaal saab kuju

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{M^2 + \xi \phi^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right) \quad (2.42)$$

Suurus  $\xi$  muudab Planki massi dünaamiliseks suuruseks  $M_p^2 = M^2 + \xi v^2$ , aga tavaliselt inflatsiooni mudelites on  $\xi v^2$  tühiselt väike ja seega  $M \simeq M_p$ .



## 2.4.1 Inflatsioon Einsteini raamis

Üldjuhul on inflatsioon mitteminimaalse seosega palju lihtsam uurida, kui viia mõju funktsionaal standardsesse Einsteini-Hilberti kujju. Selleks defineerime uue meetrika:

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu}, \quad (2.43)$$

kus

$$\Omega^2 = \frac{M_p^2 + \xi \phi^2}{M_p^2}. \quad (2.44)$$

Transformeeritud mõju funktsionaal saavutab kuju

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} M_p^2 R - \frac{1}{2} \Omega^{-2} (1 + 6M_p^2 (\Omega')^2) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \Omega^{-4} V(\phi) \right). \quad (2.45)$$

Mõju funktsionaal (2.42) on formuleeritud Jordani raamis ja (2.45) Einsteini raamis. Me kasutame mõlemas sama füüsikat, aga erineva aja ning pikkuse skaalaga, mis võivad tekkitada erinevusi vaatluses. Õnneks inflatsiooniga seotud vaatlused on mõlemas raamis samad.

Järgmisena defineerime ümber skalaarvälja  $\phi$ , et saavutada mõju funktsionaali kanooniline kuju:

$$\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi(\phi) \partial_\nu \chi(\phi) = \frac{1}{2} \left( \frac{d\chi(\phi)}{d\phi} \right)^2 g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi, \quad (2.46)$$

kus  $\chi$  on inflatoni skalaarväli Einsteini raamis.  $\chi$  tuletise võib kirja panna kui

$$\frac{d\chi(\phi)}{d\phi} = \sqrt{\Omega^{-2} + \frac{3}{2} M_p^2 \left( \frac{d}{d\phi} \ln(\Omega^2) \right)^2} = \sqrt{\frac{1 + (\xi + 6\xi^2) \phi^2 / M_p^2}{(1 + \xi \phi^2 / M_p^2)^2}}. \quad (2.47)$$

Nüüd saame kirja panna mõju funktsionaal kanoonilisel kujul:

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} M_p^2 R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - U(\chi) \right), \quad (2.48)$$

kus potentsiaal Einsteini raamis  $U(\chi)$  on potentsiaal Jordani raamis ümberskaleerituna ehk

$$U(\chi) = \Omega^{-4} V(\phi). \quad (2.49)$$

Paneme tähele, et aeglase veeremise parameetrid on samamoodi esitatavad ka Einsteini raamis ning, kasutades seost (2.47)  $\chi$  ja  $\phi$  vahel, on võimalik parameetrid kätte saada läbi Jordani

raami defineeritud skalaarvälja  $\phi$ :

$$\varepsilon_V = \frac{1}{2} M_p^2 \left( \frac{U'(\chi)}{U(\chi)} \right)^2 = \frac{1}{2} M_p^2 \left( \frac{1}{U(\chi(\phi))} \frac{dU(\chi(\phi))}{d\phi} \left( \frac{d\chi(\phi)}{d\phi} \right)^{-1} \right)^2, \quad (2.50)$$

$$\eta_V = M_p^2 \frac{U''(\chi)}{U(\chi)} = M_p^2 \frac{1}{U(\chi)} \left( \frac{d^2 U(\chi(\phi))}{d\phi^2} \left( \frac{d\chi(\phi)}{d\phi} \right)^{-2} + \frac{dU(\chi(\phi))}{d\phi} \frac{d}{d\phi} \left( \frac{d\chi(\phi)}{d\phi} \right)^{-1} \right), \quad (2.51)$$

$$N_* = \frac{1}{M_p^2} \int_{\chi_{end}}^{\chi_*} \frac{U(\chi)}{U'(\chi)} d\chi = \frac{1}{M_p^2} \int_{\phi_{end}}^{\phi_*} U(\chi(\phi)) \left( \frac{dU(\chi(\phi))}{d\phi} \right)^{-1} \left( \frac{d\chi(\phi)}{d\phi} \right)^2 d\phi. \quad (2.52)$$

## Peatükk 3

### Efektiivsete neutriinode arv

Kosmilise taustkiirguse temperatuuri fluktuatsioonid sõltuvad neutriinode efektiivsetest arvust (edaspidi  $N_{\text{ef}}$ ) enne rekombinatsiooni. Kui  $N_{\text{ef}} > 0$ , on see märk uutest osakestest. Standardmudelis on 3 erinevat neutriinot ja kuigi vaatluste määramatuspiirkonda jääb üldjuhul eeldatud väärtus  $N_{\text{ef}} = 3$ , vaatlusandmed annavad suurema väärtuse. Maapealsed vaatlused annavad  $N_{\text{ef}} = 3,89 \pm 0.67$  [3] ja Planck  $N_{\text{ef}} = 3,36 \pm 0.34$  [4] 68% usaldusnivool.

#### 3.1 Goldstone'i boson

Goldstone'i boson on spinnita massitu osake, mis on seotud pideva sümmeetria spontaanse rikkumisega. Goldstone'i bosoni matemaatilisel kirjeldamisel lähtume S. Weinbergi artiklist [5].

Goldstone'i boson võib anda panuse efektiivsete neutriinode arvu. Kuna Fermi statistika vähendab neutriinode energiatihedust võrreldes massita bosoniga  $\frac{7}{8}$  korda ja  $N_{\text{ef}}$  arvestab ka neutriinode antiosakesi, siis neutraalne Goldstone'i boson näiks kui  $\frac{1}{2} \frac{7}{8} = \frac{4}{7}$  neutriinot. Seda aga tingimusel, et Goldstone'i boson jääb soojuslikku tasakaalu harilike osakestega müüonite annihileerimise ajani.

##### 3.1.1 Goldstone'i boson interaktsioon standardmudeli osakestega

Standardmudeli  $SU(2) \otimes U(1)$  sümmeetria on rikutud eeldatud välja vaakumi väärtusega  $\varphi^0$  nullinda järgu reaallikmega  $\langle \phi \rangle \simeq 247 \text{ GeV}$ .  $W$  jäävuse  $U(1)$  sümmeetria on samuti rikutud,

kui  $\frac{\mu^2 - g\langle\varphi\rangle^2}{\lambda}$  on positiivne. Sellisel juhul radiaalvälja  $r$  keskväärtsus vaakumi miinimumis on

$$\langle r \rangle = \sqrt{\frac{m_r^2}{2\lambda}} \quad (3.1)$$

ja

$$m_r^2 = \mu^2 - \frac{g\langle\varphi\rangle^2}{2}. \quad (3.2)$$

Goldstone'i bosoni interaktsioon standardmudeliga toimub täielikult radiaal- ja Higgsi bosoni segunemisel. Nende segunemismurk on antud seosega

$$\tan(2\theta) = \frac{g\langle\varphi\rangle\langle r \rangle}{m_\varphi^2 - m_r^2}. \quad (3.3)$$

Kuna CERN on avastanud ainult ühe Higgsi bosoni [6], mille tekkimiskiirus ja lagunemiskiiruse omadused vastavad standardmudeli ennustustele, siis segunemine peab olema nõrk. See segunemine lubab aga Higgsi bosonil laguneda kaheks Goldstone'i bosoniks.

$$\Gamma_{\varphi \rightarrow 2\alpha} = \frac{g^2\langle\varphi\rangle^2 m_\varphi^3}{16\pi(m_\varphi^2 - m_r^2)^2} \quad (3.4)$$

Võttes  $\langle\varphi\rangle = 247$  GeV ja  $m_\varphi = 125$  GeV, saame osalaiuseks  $9.7g^2$  (eeldame, et  $m_\varphi \gg m_r$ ). Goldstone'i bosoni nõrga interaktsiooni tõttu standardmudeliga, ei ole võimalik lagunemist kiirendis avastada. Seega eeldame, et standardmudeli oletused Higgsi bosoni tekkest ja lagunemisest on õiged, välja arvatud lagunemine veel avastamata osakesteks. Sellisel juhul nähtamatu laius  $BR_{\text{inv}}$  ei oleks suurem kui 19% [7]. Higgsi bosoni laiusega 4 MeV, osaligus ei saaks olla suurem kui 0,8 MeV ja  $|g| < 0,009$ . Nii väike  $g$  kinnitab, et eeldus  $m_\varphi \gg m_r$  oli õige ja et segunemine on tõepoolest nõrk.

### 3.1.2 Goldstone'i bosoni soojuslik tasakaal standardmudeliga

Goldstone'i bosoni kokkupõrkete fermionidega  $\mathcal{F}$  massiga  $m_{\mathcal{F}}$  energial  $kT$  või vähem ja universumi paisumise suhe võib ligikaudu lähendada

$$k \approx \frac{g^2 m_{\mathcal{F}}^2 (kT)^5 M_p}{m_r^4 m_\varphi^4} \quad (3.5)$$

Goldstone'i bosoni soojusliku tasakaalu rikkumisel, enne kui  $kT$  langeb alla standardmudeli osakeste massi, Goldstone'i boson ei soojene üles koos neutriinodega standardmudeli osakeste annihileerumisel ja Goldstone'i bosoni panus  $N_{\text{ef}}$ -i oleks märkimisväärselt alla  $\frac{4}{7}$ .

Vaatleme lähemalt olukorda, kus Goldstone'i boson läheb tasakaaluolekust välja kui  $kT$  on järkvalt suurem elektronide ja müüonite massist, aga alla kõigi ülejäänud standardmudeli osakeste. Kosmiline entroopia täpselt enne müüonite annihileerumist on

$$s = \frac{4a_{\mathcal{B}}T^3}{3} \left( 1 + \frac{7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{21}{8} \right), \quad (3.6)$$

mis arvestab footoneid, müüone, elektrone ja kolm neutriino liiki. Peale müüonite annihileerumist entroopia on aga

$$s = \frac{4a_{\mathcal{B}}T^3}{3} \left( 1 + \frac{7}{4} + \frac{21}{8} \right) \quad (3.7)$$

Entroopia järjepidevus iga suuna kohta  $sa^3$  näitab, et soojuslikus tasakaalus neutriinode jaoks  $Ta$  peab suurenema  $(57/43)^{1/3}$  korda, aga vaba Goldstone'i bosoni jaoks  $Ta$  peab jääma konstandiks. See tähendab, et Goldstone'i bosoni panus  $N_{\text{ef}}$ -i oleks vaadeldud olukorras  $(4/7)(43/57)^{4/3} = 0,39$ , mis on väga heas kooskõlas praeguste vaatlustulemustega. Sellisel olukorra saavutamiseks peab suhtes (3.5) kehtima  $m_{\mathcal{F}} = m_{\mu}$  ja  $kT \approx m_{\mu}$ , nii et

$$\frac{g^2 m_{\mu}^7 M_p}{m_r^4 m_{\phi}^4} \approx 1. \quad (3.8)$$

## Peatükk 4

# Efektiiivsete neutriinode arv kompleksse singleti inflatsioonimudel

Antud töös me kasutame mudelit potentsiaaliga

$$V = \lambda_H (H^\dagger H)^2 + \lambda_S (S^\dagger S)^2 + \lambda_{HS} H^\dagger H S^\dagger S, \quad (4.1)$$

kus  $S$  on kompleksne singlett, mille moodul on inflaton ja faas Goldstone'i boson. Inflaton  $S$  on mitteminimaalses seoses gravitatsiooniga.  $\lambda_{SH}$  on singleti ja Higgsi bosoni vastastikmõju ning  $\lambda_S$  on singleti eneseinteraktsioon. Väljad  $S$  ja  $H$  jagunevad kui

$$S = \frac{v_r + r}{\sqrt{2}} \cdot e^{2i\alpha}, \quad (4.2)$$

kus  $v_r$  on singleti  $S$  vaakumi keskväärtus,  $r$  on singleti radiaalkomponent, mis mängib inflatoni rolli, ja  $\alpha$  on Goldstone'i boson.

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h + h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

kus  $v_h$  on Higgsi bosoni vaakumi keskväärtus ja  $h$  on Higgsi väli.

Inflatsiooni tekitamiseks kasutame inflatoni neljandat järku potentsiaali

$$V(r) = \lambda_S(r) \cdot r^4. \quad (4.4)$$

Inflatoni eneseinteraktsioon  $\lambda_S$  sõltub kvantparanduste tõttu renormeerimisskaalast  $\mu$  ehk jookseb. Et skalaarset potentsiaali renomrühmaga parandada, valime  $\mu = \phi$ .  $\lambda_S(r)$  arendame

aga Taylori ritta  $\ln\left(\frac{r}{M_p}\right)$  järgi. Selles töös kasutame rea ainult esimese kahe liikme lähendust:

$$\lambda_S(r) \approx \lambda_S(M_p) + \ln\left(\frac{r}{M_p}\right) \left(\frac{d\lambda_S(r)}{dr}\right)_{M_p}. \quad (4.5)$$

Suurus  $\beta_\lambda = \left(\frac{d\lambda_S(r)}{dr}\right)_{M_p}$  on inflatoni eneseinteraktsiooni jooksmist kirjeldav beetafunktsioon, mille antud töös määrab Higgsi bosoni ja singleti  $S$  seos  $\lambda_{SH}$ . Defineermime ka parameetri  $\delta = \frac{\beta_\lambda}{\lambda(M_p)}$ . Asendades tuletist uue parameetriga saame

$$\lambda_S(r) = \lambda_S(M_p) \left(1 + \delta \ln\left(\frac{r}{M_p}\right)\right). \quad (4.6)$$

Et lihtsamini analüüsida mitteminimaalset interaktsiooni gravitatsiooniga, lähme üle Einsteini raami:

$$U(\chi(r)) = \Omega^{-4}V(r) = \frac{\lambda_S(M_p) \left(1 + \delta \ln\left(\frac{r}{M_p}\right)\right) M_p^4 r^4}{(M_p^2 + \xi r^2)^2}, \quad (4.7)$$

kus  $\Omega^2$  on defineeritud valemiga (2.44) ja suurus  $\xi$  määrab inflatoni interaktsiooni gravitatsiooniga.

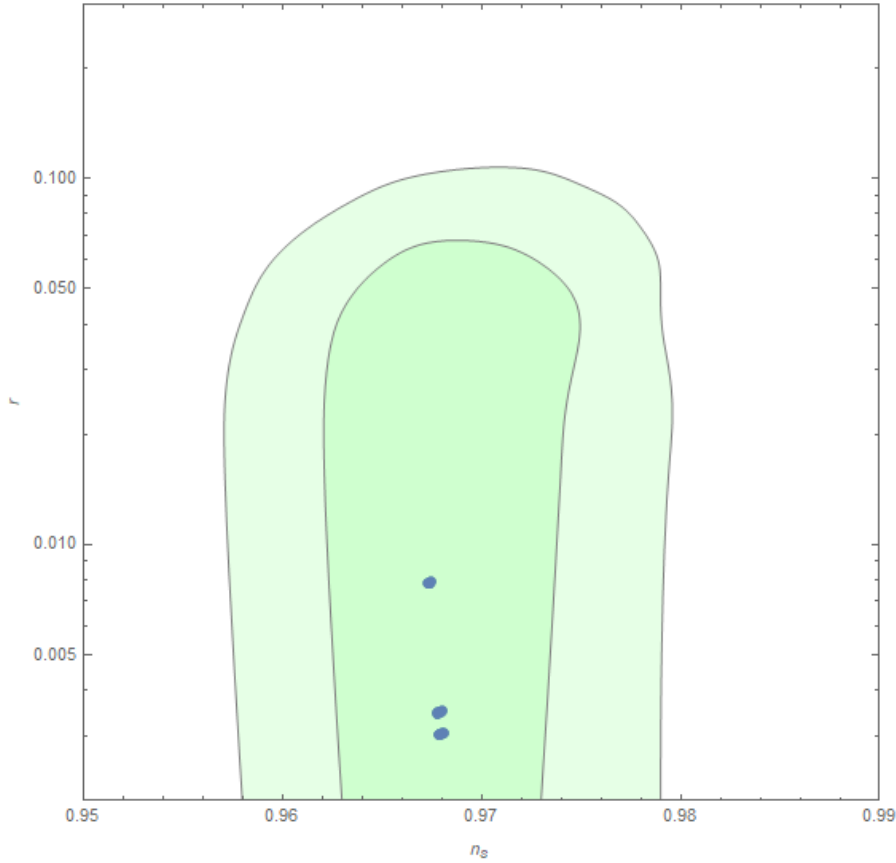
Konkreetsuse mõttes valime välja mõned  $\delta$  ja  $\xi$  väärtused, et uurida lähemalt nende mõju inflatsioonile. Parameetri  $\delta$  valimisel seame piirangu  $\delta \leq 0,0008$ . Piirangu põhjus selgub hiljem. Olgu siis  $\delta = \{8 \cdot 10^{-4}; 6 \cdot 10^{-4}; 4 \cdot 10^{-4}; 2 \cdot 10^{-4}; 1 \cdot 10^{-4}\}$  ja  $\xi = \{0, 1; 1; 10\}$ .

## 4.1 Häirituste spektri parameetrid

Et võrrelda mudelit vaatlusandmetega, on meil vaja leida inflatsiooni algus  $S_*$  ja aeglase veeremise parameetrid selles punktis. Aeglase veeremise parameetrite saamine mitteminimaalsest seosest gravitatsiooniga on tuletatud 2.4 peatükis valemitega (2.50) kuni (2.52). Seejärel rakendades seosed (2.40) ja (2.41) häirituste spektri parameetrite ja aeglase veeremise parameetrite vahel, saame  $n_s$  ja  $r$ , mille kohta on ka vaatlusandmeid. Eelmises peatükis valitud  $\delta$  ja  $\xi$  väärtustega punktid on esitatud  $n_s - r$  graafikul 4.1.

## 4.2 Interaktsioon Goldstone'i bosoniga

Nagu me juba mainisime alampeatükis 3.1.2, toimub Goldstone'i bosoni interaktsioon standardmudeliga läbi radiaal- ja Higgsi bosoni segunemise. Selle kirjeldamiseks paneme kirja



Joonis 4.1: Inflatsiooni tulemus. Graafikul on eristatav kolm punktide kogu. Need on alates  $r$  väärtuse kahanevas järjekorras  $\xi = 0, 1; \xi = 1$  ja  $\xi = 10$ . Tumeroheleline ala on BICEP2/Keck vaatlustulemuste  $1\sigma$  piirkond ja heleroheline vastavalt  $2\sigma$

skalaarosakeste massimaatriksi läbi  $H$  ja  $r$  masside ning segunemismurga:

$$M = \begin{pmatrix} m_H^2 \cos(\theta)^2 + m_r^2 \sin(\theta)^2 & (m_H^2 - m_r^2) \cos(\theta) \sin(\theta) \\ (m_r^2 - m_H^2) \cos(\theta) \sin(\theta) & m_r^2 \cos(\theta)^2 + m_H^2 \sin(\theta)^2 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Higgsi bosoni mõõdetud interaktsioonidest ja nähtamatu laius  $\text{BR}_{\text{inv}}$  ei tohtinud ületada 19% [8], mis tähendab, et segunemismaatriksis  $|\sin(\theta)| < 0,19$  ehk  $\theta < 0,358$ . Segunemismurga sõltuvus massidest  $m_h$  ja  $m_r$  on antud valemiga 3.3.

Massimaatriksi saame ka kätte läbi potentsiaali (4.1), sest kehtib  $M_{ij}^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j}$ :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3v_h^2 \lambda_H + \frac{v_r^2 \lambda_{HS}}{2} - \mu(H^\dagger H)^2 & v_h v_r \lambda_{HS} \\ v_h v_r \lambda_{HS} & 3v_r^2 \lambda_S + \frac{v_h^2 \lambda_{HS}}{2} - \mu(S^\dagger S)^2 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$



Lisame veel miinimumtingimuse võrrandid mõlema välja kohta  $\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0$ :

$$v_h^2 \lambda_{HS} + 2v_r^2 \lambda_S = 2\mu(S^\dagger S), \quad (4.10)$$

$$2v_h^2 \lambda_H + v_r^2 \lambda_{HS} = 2\mu(H^\dagger H). \quad (4.11)$$

Nüüd meil on piisavalt võrrandeid, et renormeerimisrühma interaktsioonid tuletada läbi parameetrite  $m_r, m_H, \theta$  ja  $v_r, v_h$ . Viimaks, kui me tahame saavutada olukorda kirjeldatud alampeatükis 3.1.2, siis peab arvestama ka valemitega (3.4) ja (3.8), mis võimaldab meil määrata  $m_r$  läbi tuntud suuruste.

Mõned näited  $\theta$  ja  $v_r$  väärtstest erinevate  $\delta$  ja  $\xi$  korral, koos häirituse spektri parameetritega, on esitatud tableis 4.1. Tabelist on näha, et  $\theta$  praktiliselt ei sõltu parameetrist  $\xi$ , seepärast seadsime  $\delta$ -le piirangu, et segunemisnurga väärtus ei ületaks 0,358.

$\delta$	$\xi$	$\lambda_S(M_p)$	$n_s$	$r \cdot 10^3$	$\theta$	$v_r$
$8 \cdot 10^{-4}$	10	$1,026 \cdot 10^{-8}$	0,96808	3,064	0,357	$8,29 \cdot 10^5$
$8 \cdot 10^{-4}$	1	$1,177 \cdot 10^{-10}$	0,96800	3,508	0,357	$7,73 \cdot 10^6$
$4 \cdot 10^{-4}$	1	$1,170 \cdot 10^{-10}$	0,96788	3,482	0,248	$7,98 \cdot 10^6$
$1 \cdot 10^{-4}$	10	$1,012 \cdot 10^{-8}$	0,96785	3,020	0,123	$8,75 \cdot 10^5$
$1 \cdot 10^{-4}$	0.1	$2,733 \cdot 10^{-12}$	0,96735	7,850	0,123	$5,32 \cdot 10^7$

Tabel 4.1: Arvutatud parameetrite väärtused erinevate  $\delta$  ja  $\xi$  korral.

## Peatükk 5

### Järeldused

Uurisime, kas on võimalik kompleksse singleti mudelis korraga seletada inflatsiooni ja neutriinode efektiivset arvu. Selleks defineerisime singleti mooduli inflatoni ja faasi Goldstone'i bosonina. Vaatasime olukorda, kus Goldstone'i boson annab 0,39 panuse neutriinode efektiivsesse arvu. Selline panus kattuks viimaste vaatlusandmete tulemustega. Töös genereerisime vaba parameetritele näidisväärtusi, mis on kooskõlas teoriaga. Kõik arvutused osutusid vaatlusandmetega kattuvaks määramatuse piires.

# Kirjandus

- [1] A.Djouadi. The anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model. *Physics Reports*, 457:1–216, 2008.
- [2] J.J.Jorgensen. Strong Interactions for Cosmology. lk 3-19, 2015.
- [3] G. Hinshaw *et al.* [WMAP collaboration], arXiv: 1212.5226; S. Daset *et al.* [ACT collaboration], *Astrophys. J.* 729, 62 , 2011; R. Keisler *et al.* [SPT collaboration]. *Astrophys. J.* 743, 28, 2011.
- [4] P. A. R. Ade *et al.* [Planck collaboration], arXiv:1303.5076; S. Das *et al.* [ACT collaboration], arXiv:1301.1037; C. L. Reichardt *et al.* [SPT collaboration]. *Astrophys. J.* 743, 28, 2012.
- [5] S.Weinberg. Goldstone Bosons as Fractional Cosmic Neutrinos. *arXiv: 1305.1971v1*, 2013.
- [6] A. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], *Phys. Lett. B* 716, 1, 2012; S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], *Phys. Lett. B* 716, 30. 2012.
- [7] P.P Giardano, K.Kannike, I. Masina, M.Raidal, A.Strumia. arXiv:1302.3570.
- [8] A. Ilnicka, T. Robens, T. Stefaniak. Constraining Extended Scalar Sectors at the LHC and beyond. *arXiv:1803.03594*, 2018.
- [9] F. Lyonnet, I. Schienbein. PyR@TE: Renormalization Group Equations for General Gauge Theories. *Comput.Phys.Commun.* 185:1130-1152, 2014.
- [10] D.Buttazzo *et al.* Investigating the near-criticality of the Higgs boson. *arXiv:1307.3536*, 2013.

# Peatükk 6

## Lisad

Renormeerimisrühma on arvatud programmiga PyR@TE [9] ja parameetrite väärtused on võetud artiklist [10].

Renormeerimisrühma võrrandid  $\mu \frac{dg_i}{d\mu} = \beta_{g_i}$ . Top massi skaalal  $m_t = 173.34$  GeV,  $g_Y = 0.35940$ ,  $g = 0.64754$ ,  $g_3 = 1.1636$ ,  $y_t = 0.95096$ ,  $\lambda_H = 0.1259$ .

$$(4\pi)^2 \beta_{g_Y} = \frac{41}{6} g_Y^3, \quad (1)$$

$$(4\pi)^2 \beta_g = -\frac{19}{6} g^3, \quad (2)$$

$$(4\pi)^2 \beta_{g_3} = -7g_3^3, \quad (3)$$

$$(4\pi)^2 \beta_{y_t} = y_t \left[ \frac{9}{2} y_t^2 - \frac{17}{12} g_Y^2 - \frac{9}{4} g^2 - 8g_3^2 \right], \quad (4)$$

$$(4\pi)^2 \beta_{\lambda_H} = \frac{3}{8} (3g^4 + 2g^2 g_Y^2 + 3g_Y^4) - 6y_t^4 - (9g^2 - 3g_Y^2 + 12y_t^2) \lambda_H + 24\lambda_H^2 + \lambda_{HS}^2, \quad (5)$$

$$(4\pi)^2 \beta_{\lambda_{HS}} = \lambda_{HS} \left[ 4\lambda_{HS} - \frac{9}{2} g^2 - \frac{3}{2} g_Y^2 + 6y_t^2 + 12\lambda_H + 8\lambda_S \right], \quad (6)$$

$$(4\pi)^2 \beta_{\lambda_S} = 20\lambda_S^2 + 2\lambda_{HS}^2. \quad (7)$$

# **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Aleksei Kubarski,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

## **Kosmiline inflatsioon ja neutriinode efektiivne arv,**

mille juhendaja on Kristjan Kannike,

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
  3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartu, 1. juuni 2018. a.