

TARTU ÜLIKOOL
Loodus- ja täppisteaduste valdkond
Füüsika instituut

Mari-Liis Tommula

**ANDROMEDA GALAKTIKA PÖÖRLEMISKÕVER:
TUMEAINNE JA MODIFITSEERITUD GRAVITATSIOON**

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Füüsika

Juhendajad:
Laur Järv, PhD
Rain Kipper, PhD

Tartu 2019

Andromeda galaktika pöörlemiskõver: tumeaine ja modifitseeritud gravitatsioon

Galaktikate pöörlemiskõverate seletamine on vaatamata aastakümnete pikkusele uurimistöole endiselt väga aktuaalne teema. Käesolevas töös võrreldi Andromeda spiraalgalaktika näitel nii tumeaine mudeliga saadud pöörlemiskõveraid kui ka Yukawa potentsiaaliga arvutatud pöörlemiskõveraid. Kvalitatiivselt käitub Yukawa potentsiaaliga arvutatud kõver nagu tumeaine mudeliga saadud pöörlemiskõver ning tulevikus tuleks kummagi mudeliga saadud tulemusi võrrelda statistiliselt vaatlusandmetega. Elliptilistele galaktikatele saadud Yukawa potentsiaali parameetrid andsid ka Andromeda spiraalgalaktika jaoks lamedad pöörlemiskõverad. Tumeaine mudeliga sarnaseima tulemuse andis Yukawa potentsiaal parameetritega $\alpha=-0,79$ ja $r_0=20$.

Märksõnad: astronoomia, galaktikad, gravitatsioon, Yukawa potentsiaal

CERCS: **P520** Astronoomia, kosmoseuuringud, kosmosekeemia

Andromeda galaxy rotation curve: dark matter and modified gravity potential

Despite decades of research, the cause of the flat rotation curves is still unanswered. In this paper we compared the dark matter rotation curve model and rotation curve calculated from a modified Newtonian gravity using Yukawa potential. Qualitatively the rotation curve calculated from Yukawa potential behaved similar to the dark matter model rotation curve. In the future these two models should be compared statistically to determine which one agrees more with kinematical data from observations. Yukawa potential parameters derived for elliptical galaxies resulted in flat rotation curves for Andromeda spiral galaxy. The best fit of parameter was $\alpha=-0,79$ and $r_0=20$.

Keywords: astronomy, galaxies, gravity, Yukawa potential

CERCS: **P520** Astronomy, space research, space chemistry

Sisukord

Sissejuhatus	5
1 Gravitatsioonipotentsiaal	7
1.1 Newtoni potentsiaal	7
1.2 Yukawa potentsiaal	8
2 Galaktikate kirjeldus	11
2.1 Galaktikate üldehitus	11
2.1.1 Andromeda galaktika	12
2.1.2 Galaktikad NGC 4494 ja NGC 4374	12
2.2 Einasto profiil	13
2.2.1 Ringkiirused	14
2.3 Sisendandmed	15
2.3.1 Einasto profiili parameetrid Andromeda galaktika jaoks	15
2.3.2 Yukawa potentsiaali parameetrid	16
3 Yukawa potentsiaali testimine Andromeda galaktikal	18
3.1 Pöörlemiskõverad tumeaine mudeliga	18
3.2 Pöörlemiskõverad Newtoni potentsiaali järgi	18
3.3 Pöörlemiskõverad Yukawa potentsiaali korral	20
3.4 Jupyteri kasutamine	21
3.4.1 Arvutustulemuste salvestamine	21
3.4.2 Pehmendusliikme kasutamine	22
4 Järeldused	23
Tänuavaldused	24
Kirjandus	25

Sissejuhatus

Uurides meile lähimat suurt Andromeda spiraalgalaktikat, avastas USA astronoom Vera Rubin 1970. aastal koos oma kolleegi Kent Fordiga, et tähed tiirlevad seal ümber galaktika massikeskme kiiremini kui vaadeldava massi järgi oleks hinnatud. Newtoni gravitatsiooniteooriast tulenevalt peaksid tähtede kiirused vähenema galaktika keskmest kaugemale liikudes, kuid mõõtmistulemused näitasid, et kiirused püsisid ligikaudu konstantsetena ka galaktika äärealadel.

Kuna Newtoni gravitatsiooniseadus sõltub otseselt massist, siis klassikaline lähenemine sellele probleemile on olnud, et universumis on elektromagnetlainetega mitteinterakteeruvat ainet – tumeainet, mis panustaks tähtede oodatust suurematesse kiirustesse. Tavalise aine ja tumeaine eristamiseks on hakatud meile nähtavat massi kutsuma barüonaineks ning oletatakse, et tumeaine koosneb seni tundmatutest osakestest või objektidest (mustad augud vm), kuid neid pole veel suudetud tuvastada.

Alternatiivse lähenemisena on tehtud katseid modifitseerida Newtoni gravitatsiooniteooriat selliselt, et see võimaldaks seletada galaktikate lamedaid (platooga) pöörlemiskõvera. Paljudest esilekerkinud modifikatsioonidest käsitletakse käesolevas töös üht – Yukawa potentsiaali teooriat, mis pakuti välja galaktikate pöörlemiskõverate seletamiseks juba ligi 40 aastat tagasi. [1]

Käesoleva töö eesmärk on arvutuslikult kontrollida, kas elliptiliste galaktikate jaoks saadud Yukawa potentsiaali parameetrid annavad ka Andromeda spiraalgalaktika jaoks lamedad pöörlemiskõverad ning võrrelda seda tumeaine lisakomponendiga modelleeritud pöörlemiskõveraga. Töö esimene peatükk võrdleb lühidalt Newtoni ja Yukawa gravitatsiooniteooriaid. Teine peatükk tutvustab galaktikate üldist ehitust ning toob sisse erinevate galaktika komponentide tihedusjaotuste kirjeldamiseks Einasto profiili, mille põhjal on tehtud töö originaalses osas potentsiaali arvutused. Kolmas peatükk esitab töö originaalse osa, milleks on Andromeda galaktika pöörlemiskõvera reprodutseerimine tumeaine mudelis ning sama arvutus ilma tumeaineta Yukawa potentsiaali järgi. Töö viimane peatükk sõnastab kokkuvõtvalt põhilised järeldused.

Töös kasutatud ühikud ja teisendusvalemid

Järgnev valem võimaldab minna üle mõõdetud nurkkaugustelt Eurleri ruumis mõõdetud kaugustele

$$D = \frac{1 \text{ au}}{\theta}, \quad (1)$$

kus D on kaugus objektini parsekites, θ parallaks kaaresekundites ja $1 \text{ au} = 1,4959787 \cdot 10^{11} \text{ m}$. 1 au korral on see parseki definitsioon. 1 astronoomiline ühik on määratud Maa orbiidiga.

Järgnev valem võimaldab minna mõõdetud nurkdiameetrilt üle kaugustele parsekites,

$$\theta = 2 \arctan\left(\frac{d}{2D}\right), \quad (2)$$

kus d on objekti läbimõõt parsekites, D on kaugus objektini parsekites ning θ nurkdiameeter kaaresekundites.

Kuigi füüsikas on üldise standardina defineeritud rahvusvaheline mõõtühikute süsteem (SI), siis mitmetes füüsika harudes on laialt kasutatavad antud valdkonnale sobivamad ja mugavamad ühikud. Astrofüüsikas (AF1) on tavaline mõõta kaugusi parsekites (pc) ja massi Päikese massides (M_{\odot}) või galaktikate astrofüüsikat (AF2) käsitlevates töodes ka kiloparsekites (kpc) ja massi $10^{10}M_{\odot}$. Osakestefüüsikas jällegi on paljudes töodes kasutusel mitmesugused loomulikud ühikute süsteemid, kus valguse kiirus $c = 1$ ja redutseeritud Plancki konstant $\hbar = 1$ ning kauguseid ja masse saab mõõta elektronvoltides (eV). Järgnev tabel annab seosed nende ühikute süsteemide vahel.

Tabel 1: Seosed erinevate ühikute süsteemide vahel

	G	kaugus	mass
SI	$6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$	1 m	1 kg
AF1	$4,302 \cdot 10^{-3} \text{ pc}M_{\odot}^{-1}(\text{km/s})^2$	1 pc= $3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$	1 M_{\odot} = $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
AF2	$43000 \text{ kpc} 10^{-10} M_{\odot}^{-1}(\text{km/s})^2$	1 kpc= $3,086 \cdot 10^{13} \text{ m}$	$10^{10} M_{\odot}$ = $1,99 \cdot 10^{40} \text{ kg}$
L	1	1 eV $^{-1}$ = $1,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	1 eV= $1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$

Käesolevas töös on kasutatud tabeli kolmandas reas olevaid ühikuid.

Peatükk 1

Gravitatsioonipotentsiaal

1.1 Newtoni potentsiaal

Olgu koordinaatide alguspunktis massiivne punktkeha. Newtoni gravitatsiooniteoorias iseloomustab punktmassi tekitatud gravitatsioonivälja Newtoni potentsiaal

$$\phi_N = -\frac{G_0 M}{r}, \quad (1.1)$$

kus M on välja allikaks oleva punktkeha mass, r on kaugus sellest kehast ja G_0 gravitatsioonikonstant. Kuivõrd Newtoni gravitatsiooniteoorias on gravitatsioon konservatiivne jõud, siis võttes

$$-\vec{\nabla}\phi_N = -\frac{G_0 M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.2)$$

saame punktkeha tekitatava gravitatsioonijõu kaugusel r asuva proovikeha ühikmassi kohta. Korrutades valemi (1.2) läbi proovikeha massiga m , saame tuntud Newtoni gravitatsiooniseaduse

$$\vec{F}_N = -\vec{\nabla}\phi_N m = -\frac{G_0 M m}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.3)$$

kus massi M poolt massile m mõjuv jõuvektor on suunatud väljaallika massiga M suunas. Vastavalt Newtoni I seadusele mõjutab mass m omalt poolt massiga M sama tugeva, kuid suunalt vastupidise jõuga.

1.2 Yukawa potentsiaal

Katsetest ühendada gravitatsioonijõudu teiste fundamentaaljõududega kerkib üles Newtoni gravitatsioonijõu modifikatsioon, mis võib anda tulemuseks galaktikate lamedaid pöörlemiskõveraid.

Oletades, et lisaks massitule gravitonile vahendavad massiga osakesed endaga lisagravitatsioonijõudu, tuuakse sisse karakterne pikkus r_0 , mis sõltub seda jõudu vahendava täiendava osakese massist m_0 , kusjuures vastavalt Comptoni valemile

$$r_0 = \frac{h}{m_0 c} = 2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{1 \text{ eV}}{m_0} \right) \text{ cm.} \quad (1.4)$$

Siin on h Plancki konstant ja c valguse kiirus.[1]

Sellest tulenevalt omandab gravitatsiooni potentsiaal Yukawa potentsiaali kuju

$$\phi(r) = \frac{G_\infty M}{r} \left(1 + \alpha e^{-\frac{r}{r_0}} \right), \quad (1.5)$$

kus α on seosekonstant gravitatsiooni lisakomponendi jaoks ning G_∞ on gravitatsioonikonstant ruumilises asümptootikas (lõpmatuses). Gravitatsioonikonstandi lokaalse väärtuse võime avaldada kui [1]

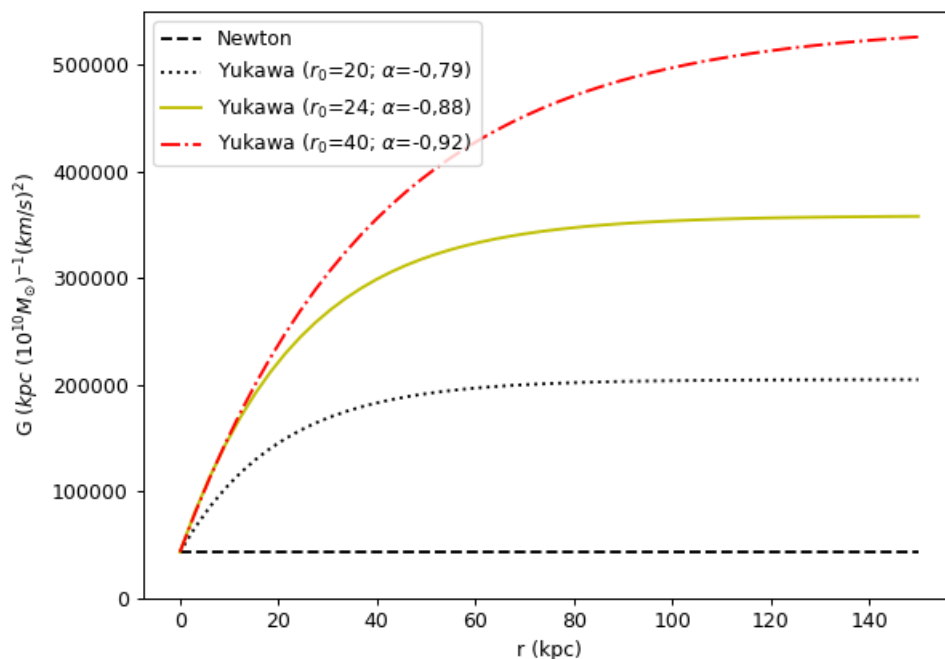
$$G_0 = G_\infty(1 + \alpha). \quad (1.6)$$

Teisendades valemeid (1.5) ja (1.6) saame ka $f(R)$ -gravitatsiooniteoorias [2] esile tulnud kuju

$$\phi_Y(r) = \frac{G_0 M}{(1 + \alpha)r} \left(1 + \alpha e^{-\frac{r}{r_0}} \right), \quad (1.7)$$

mida edaspidi kasutame galaktikate pöörlemiskõverate arvutamiseks. Eeldades, et osakese mass, mis sellist gravitatsiooni lisainteraktsiooni kannab, on orienteeruvalt $m_0 \sim 10^{-28} - 10^{-27}$ eV, siis Newtoni gravitatsiooniseadusest kõrvalekalded tuleksid esile kaugustel, mis on veidi suuremad kui galaktika tüüpiline raadius 20...40 kpc. Sellisel juhul võib Yukawa tüüpi gravitatsioonipotentsiaal anda tulemuseks lamedad pöörlemiskõverad, kui $\alpha \sim -1$. [1] Sisuliselt tähendab negatiivne α , et gravitatsioon väikestel vahemaadel võib olla segu tavalisest tõmbejõust ja tõukejõust ehk antigravitatsioonijõust, aga suurtel kaugustel tõukejõud nõrgeneb ning gravitatsioon on selle võrra suhteliselt tugevam. Antigravitatsioonijõu tugevuse määrab ära seosekonstant α .

Mida lähedasem on α väärtus arvule -1 , seda nõrgem on summaarne (efektiivne) gravitatsioonijõud väikestel vahemaadel. Juhul kui $\alpha = 0$, on negatiivne lisajõud "välja lülitatud" ja Yukawa potentsiaal taandub Newtoni potentsiaaliks (1.1). [1] Kui seosekonstant α on

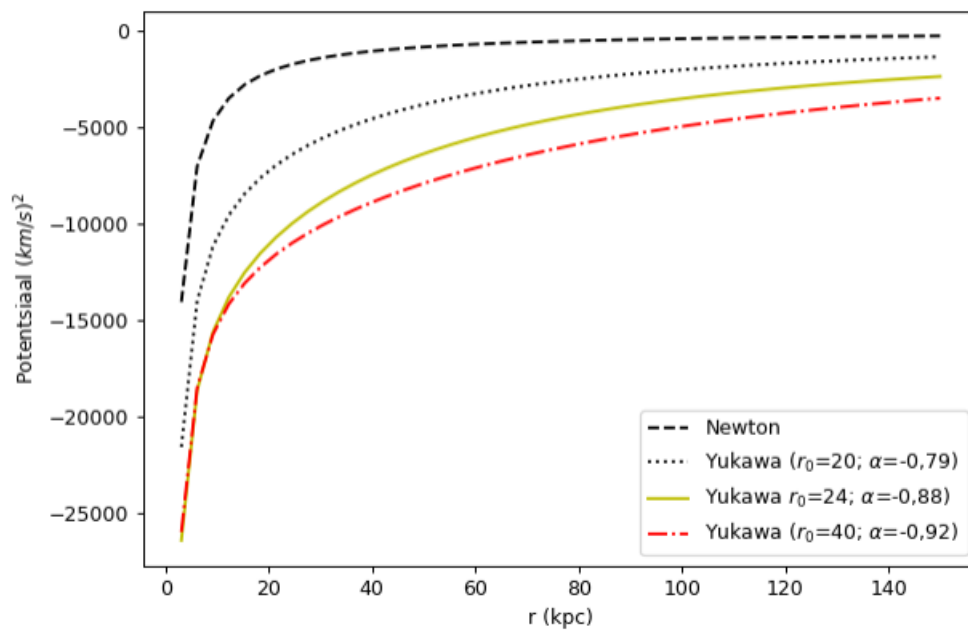


Joonis 1.1: Efektiivne gravitatsioonikonstant $G(r) = G_0(1 + \alpha e^{-r/r_0})/(1 + \alpha)$ Newtoni ja Yukawa potentsiaali korral.

positiivne, siis mõjub lisajõud positiivselt ehk efektiivne gravitatsioonijõud on väikestel kaugustel selle võrra tugevam.

Töös [2] leiti, et Yukawa potentsiaaliga arvatud spiraalgalaktikate pöörlemiskõverad on seda lamedamad, mida lähedasemalt on α väärtus -1 . Positiivsete α väärtuste korral pole lamedad ringkiiruste kõverad saadavad. [2] Täpsemalt võttes sõltub galaktika pöörlemiskõver lisaks potentsiaalile ka aine tihedusjaotusest konkreetses galaktikas.

Kui tavaliselt üritatakse galaktikate pöörlemiskõveraid kirjeldada tumeaine lisamisega, siis antud teooria puhul hoopis vähendatakse gravitatsioonijõudu väikestel kaugustel ning G_∞ võib seega olla palju suurem kui G_0 . Kaugustel, mis on suuremad kui r_0 , läheb antigravitatsiooni komponent nulliks ning alles jääb vaid tõmbejõud. Joonisel 1.2 on toodud G kauguse funktsioonina erinevate töös kasutatud parameetrite α ja r_0 jaoks võrdluses Newtoni gravitatsioonikonstandiga. Joonisel 1.2 on toodud punktmassi jaoks Newtoni potentsiaali ja Yukawa potentsiaalide sõltuvus kaugusest erinevate töös kasutatud parameetrite α ja r_0 väärtuste korral.



Joonis 1.2: Newtoni ning Yukawa tüüpi potentsiaalid erinevate parameetrite α ja r_0 väärtuste korral.

Peatükk 2

Galaktikate kirjeldus

2.1 Galaktikate üldehitus

Galaktika on tolmu, gaasi, tähti ja tumeainet sisaldav süsteem, mida hoiab koos gravitatsioonijõud ning mis tiirleb ümber oma masskeskme. Kuna veel pole leitud selliseid tähesüsteeme, mille puhul tuleks arvestada relativistlike efektidega, on tähesüsteemide dünaamika heas lähenduses määratud Newtoni liikumisseadustega ja gravitatsiooniseadusega. [3]

Galaktikad jaotatakse kuju järgi kolme peamisesse kategooriasse: elliptilised (E), spiraalsed (S) ning korrapäratud (I). Elliptiliste ning spiraalgalaktikate vahele jääb veel ka läätsetaoliste galaktikate klass (S0). [3]

Gaas spiraalgalaktika kettas tiirleb peaaegu ringikujulistel orbiitidel ümber galaktika keskme. Tähed aga võivad liikuda väga erinevalt ning seetõttu tähtede spektrijoontest arvatud pöörlemise kiirused ei ole ringkiirused. Vaatlustest on ringkiirus ligikaudu määratav gaasi kiirustega. Galaktikast tuleva valguse spektrijoonte Doppleri nihete summeerumine põhjustab spektrijoonte laienemist ning selle järgi saab määrata ka galaktikate pöörlemiskiiruseid.[4]

Potentsiaali radiaalsuunaline tuletis võimaldab arvutada ringkiiruse v_c kaugusel R

$$v_c^2 = -R \frac{d\phi}{dR} = aR. \quad (2.1)$$

Käesolevas töös kasutame pöörlemiskõvera mõistet ringkiiruste kontekstis v_c ja R seosena.[3]

2.1.1 Andromeda galaktika

Andromeda galaktika, teisiti ka NGC 224 (NGC - *New General Catalog*) või ka M31 (M - Messier kataloog) on meie galaktikale lähim suur spiraalgalaktika. Andromeda asub meist ligikaudu 785 kpc kaugusel. [5]

Spiraalgalaaktikatel on selgelt määratletud kettaosa, mis koosneb tähtedest, gaasist ja tolmust. Põhiline osa tähtedest ongi koondunud ketta tasandisse. Ketas sisaldab ka spiraalharusid, mis on aktiivse tähetekkega keskkonnad. Spiraalgalaaktika keskel asub kerajas mõhn, milles tähed paiknevad tihedamalt kui kettas ja mille mõõtmed on tunduvalt väiksemad võrreldes ketta omadega. Ketta ümber on ka keraja kujuga hõre tähtede halo. Spiraalgalaaktika mõhnas on tähtede orbiidid ebaregulaarsed, ketta tähed pöörlevad ligikaudu ringikujulistel orbiitidel. [3]

2.1.2 Galaktikad NGC 4494 ja NGC 4374

Galaktika NGC 4494 kuulub elliptiliste galaktikate hulka ning asub meist 15,8 Mpc kaugusel Virgo parve äärealadel tähtkujus Berenike Juuksed. NGC 4494 on tugeva tsentraalse heleduse maksimumiga ja elliptilisusega $\varepsilon = 0,162$. [6]

Galaktika NGC 4374 (M84) on samuti elliptiline galaktika. See asub meist 18,4 Mpc kaugusel Virgo parves. [7] NGC 4374 elliptilisus on $\varepsilon = 0,080$. [8]

Elliptilistel galaktikatel puudub üldjuhul selgelt piiritletud ketas. Peale keskse tiheda mõhna pole neil silmatorkavat sisemist struktuuri. [4] Elliptilise galaktika pindheleduse jaotuse kontuurid ehk isofoolid on ligikaudu kontsentrilised ellipsid, mille telgede suhe q jääb enamasti 1 ja 0,3 vahele. Tähtede trajektoorid on sellistes galaktikates juhuslikumat laadi. Tavaliselt puudub vanades elliptilistes galaktikates gaas ja tolm ning uusi tähti seal ei teki, tähtede ketta populatsioon on väga nõrk. [3]

Galaktikate elliptilisus ε on defineeritud kui

$$\varepsilon = 1 - b/a_e, \quad (2.2)$$

kus a_e on ellipsoidi suur pooltelg ja b väike pooltelg. [3]

2.2 Einasto profiil

Galaktika massi tihedusjaotuse iseloomustamiseks defineeris Jaan Einasto 1969. aastal galaktika tiheduse jaotusfunktsiooni. Galaktikate heledusjaotuseid annab lähendada Einasto profiilide superpositsioonina. On eeldatud, et galaktika komponendid on pöördsümmeetrilised ellipsoidid konstantse telgede suhtega $q = b/a_e$. Einasto tihedusjaotus on defineeritud kui [9]

$$\rho = \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{a}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\}. \quad (2.3)$$

Suurus a avaldub silindriliste koordinaatide R ja z kaudu kui

$$a = \sqrt{R^2 + \frac{z^2}{q^2}}, \quad (2.4)$$

kus R on orienteeritud ketta tasandis ja z sellega risti. Valemis (2.3) on ρ_c tihedus raadiusel a_c ning parameeter d_N on valitud nii, et a_c määraks ruumala, mis sisaldab poole galaktika kogumassist.[9]

Struktuuriparameeter N iseloomustab, kui tugevalt on massi jaotus keskele kontsentreeritud ja kui suur on selle jaotuse saba. Parameetri N järgi saab hinnata ka parameetri d_N väärtust

$$d_N \approx 3N - \frac{1}{3} + \frac{0,0079}{N}, \quad (2.5)$$

kui $N \gtrsim 0,5$. Suurus a_c ja raadiuse harmooniline keskmine a_0 , mis iseloomustab komponendi ulatust sõltumatult struktuuriparameetrist N , on seotud järgnevalt [9]

$$a_c = a_0 k (d_N)^N. \quad (2.6)$$

Galaktika komponendi kogumassi saab arvutada tihedusjaotuse järgi, integreerides üle kogu ruumi

$$M = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{\sqrt{R^2 + \frac{z^2}{q^2}}}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\} R dR dz, \quad (2.7)$$

kus pöördsümmeetriat arvestades oleme üle nurgamuutuja juba integreerinud. Einasto profiiliga kirjeldatav galaktika kogumass peab olema lõplik. Galaktika eri komponentide piirväärtused galaktika keskmes peavad andma sama tiheduse väärtuse. Juhul kui $z = 0$ saame arvutada

piirväärtuseks

$$\lim_{R \rightarrow 0} \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{\sqrt{R^2 + \frac{z^2}{q^2}}}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\} = \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{\sqrt{\frac{z^2}{q^2}}}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\} = \rho_c \exp(d_N) \quad (2.8)$$

ja kui $R = 0$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{\sqrt{R^2 + \frac{z^2}{q^2}}}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\} = \rho_c \exp \left\{ -d_N \left[\left(\frac{\sqrt{R^2}}{a_c} \right)^{1/N} - 1 \right] \right\} = \rho_c \exp(d_N). \quad (2.9)$$

Näeme, et erinevad piirväärtused omavahel klappivad. Tihedus ρ_c raadiusel a_c avaldub ρ_0 kaudu

$$\rho_c = \rho_0 \exp(-d_N), \quad (2.10)$$

kus ρ_0 on tihedus profiili keskel,

$$\rho_0 = \frac{hM}{4\pi q a_0^3}, \quad (2.11)$$

ning M on komponendi mass ja h defineeritud allpool valemiga 2.18. [9]

Poisson'i võrrand seob omavahel potentsiaali ja tiheduse

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho. \quad (2.12)$$

Kuigi laialdaselt kasutust leidnud, pole Einasto profiili jaoks veel Poisson'i võrrandist graviatsioonipotentsiaali jaoks analüütilist lahendit leitud.

2.2.1 Ringkiirused

Ringkiiruseid on valemist (2.1) võimalik arvutada, teades testkeha kiirendust ja kaugust R . Potentsiaali tuletise analüütiline arvutusvalem Einasto profiili jaoks avaldub kujul [10]

$$\frac{\partial \phi(R, z)}{\partial R} = R \frac{GhM}{(ea_0)^3} \int_0^{\arcsin(e)} \rho^*(a) \sin^2 x dx. \quad (2.13)$$

Suurus a^2 avaldub kui

$$a^2 = \frac{\sin^2 x}{e^2} \left(R^2 + \frac{z^2}{\cos^2 x} \right). \quad (2.14)$$

Ekstsentrilisus e iseloomustab ellipsi lapikust ning mida lähedasem on ekstsentrilisus ühele, seda lapikum on ellips. Ekstsentrilisust saab arvutada valemiga

$$e = \sqrt{1 - q^2}. \quad (2.15)$$

Tihedusjaotus $\rho^*(a)$ on Einasto tihedusjaotus ilma kordajata ρ_0 :

$$\rho^*(a) = \exp\left(-[a/ka_0]^{1/N}\right) \quad (2.16)$$

Struktuuriparameetrist N saab ka arvutada normeerimise parameetrid k ja h

$$k = \frac{\Gamma(2N)}{\Gamma(3N)}, \quad (2.17)$$

$$h = \frac{\Gamma^2(3N)}{N\Gamma^3(2N)}, \quad (2.18)$$

kus Γ tähistab täielikku gammafunktsiooni. Potentsiaali tuletis tumeaine jaoks on esitatav kujul

$$\frac{\partial\phi(R, z)}{\partial R} = R \frac{GhM}{a_0^3} \int_0^1 \rho^*(a) u^2 du \quad (2.19)$$

kus $a^2 = u^2(R^2 + z^2)$. [10] Nende definitsioonide alusel saame edaspidi arvutada pöörlemiskõverad tumeaine mudeli jaoks, kasutades järgmises punktis toodud parameetrite arvulisi väärtusi.

2.3 Sisendandmed

2.3.1 Einasto profiili parameetrid Andromeda galaktika jaoks

Andromeda galaktika kaks kõige domineerivat komponenti on mõhn ja ketas. Esialgu prooviti kirjeldada galaktika heledusjaotust kolme komponendi, mõhna, ketta ja haloga, kuid enamuse rakenduste jaoks kahest komponendist (mõhn ja ketas) piisab. Komponentide parameetrid q , a_0 ja N leiti vaatluste modelleerimisel vähimruutude meetodiga. [11]

Tumeaine jaoks parameetrite väärtuste saamiseks hinnati tähede massijaotust Andromeda galaktikas ning seejärel kombineeriti saadud tähemassi mudelit erinevate satelliitgalaktikate kinemaatiliste andmete ja vaadeldava pöörlemiskõveraga. Vaadeldud pöörlemiskõver põhines kahel HI andmehulgal ning lisaks sellele ringkiirustel, mis olid arvutatud keraarvede, satelliitgalaktikate ja tähejuga mõõtmisandmetest. Et lähendada mudeli pöörlemiskõverat

vaadeldud kõverale, fikseeriti tähemassi komponentide parameetrid ja tumeaine halo parameetrid jäeti vabadeks parameetriteks. [9]

Vaatlusandmete viga, mille põhjal pöörlemiskõverat mudeldati, varieerus 5...10 km/s [12] ja teisest andmetest, mille puhul kaugus tsentrist oli 20...40 kpc, oli veahinnang 28,8 km/s. [13] See annab hinnangu ka kasutatud tumeaine mudeli veale.

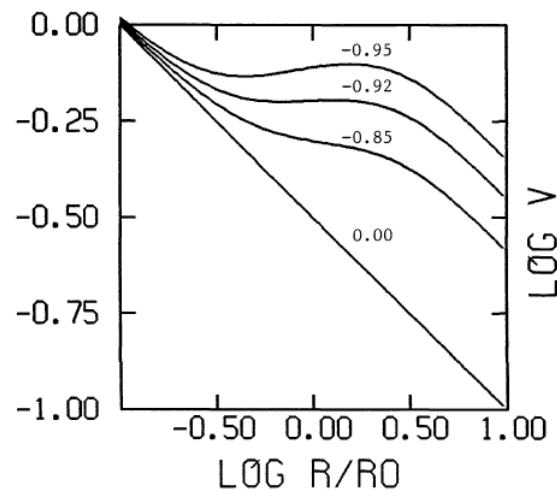
Tabel 2.1: Einasto profiili parameetrid Andromeda galaktika komponentide jaoks

Komponent	a_c (kpc)	q	N	d_N	ρ_c ($10^{10}M_{\odot} \text{ kpc}^{-3}$)
Mõhn	2,025	0,73	4	11,67	$2,20 \cdot 10^{-2}$
Ketas	11,35	0,10	1	2,67	$1,72 \cdot 10^{-3}$
Tumeaine	178	1	6,0	17,668	$8,12 \cdot 10^{-7}$

2.3.2 Yukawa potentsiaali parameetrid

Spiraalgalaktika parameetrid

Yukawa potentsiaali parameetrite hindamiseks spiraalgalaktika jaoks hinnati esialgu potentsiaali tuletisest saadud ringkiiruseid testkeha jaoks, mis tiirleb ümber punktmassi (vt. Joonis 2.3.2). Kaugusel $r < r_0$ on ringkiirus v_c testkeha jaoks kepleriaalne kiirus ning $v_c \sim r^{-1/2}$. Juhul kui $r > r_0$, siis on ringkiirus samuti kepleriaalne kiirus, kuid suurema efektiivse gravitatsioonikonstandiga.



Joonis 2.1: Yukawa potentsiaalset arvutatud ringkiirused punktmassi M orbiidil oleva testkeha jaoks erinevate seosekonstandi α väärtustega. Kiirus on antud ühikutes $(10 \frac{G_0 M}{r_0})^{1/2}$ Allikas: [1]

Valides spiraalgalaktikatele Yukawa potentsiaali parameetrite väärtused $\alpha = -0.92$ ja $r_0 = 40$ kpc, olid tulemuseks lamedad pöörlemiskõverad. Nende parameetritega arvutati spiraalgalaktika pöörlemiskõverad, kasutades väga õhukese ketta lähendis äralõigatud eksponentsiaalset pindtiheduse jaotust

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(\frac{-r}{a'}\right), r < r_g. \quad (2.20)$$

Valemis a' tähistab radiaalset karakteristlikku pikkust, r_g on äralõike raadius. Testkehale mõjuv jõud arvutati potentsiaali numbriliselt üle tihedusjaotuse integreerides. [1]

Elliptiliste galaktikate parameetrid

Elliptiliste galaktikate jaoks Yukawa potentsiaali parameetrite hindamiseks kasutati sfäärilise sümmeetria lähendust, eeldati konstantset mass-heleduse suhet ja anisotroopiat üle galaktika. Vähimruutude meetodil hinnati parameetrite väärtuseid. Tulemuseks saadi mudeli pöörlemiskõver, mis ühtis üllatavalt hästi vaatlusandmetega.[2]

Tabel 2.2: Yukawa potentsiaali parameetrid

	NGC 4374 [2]	NGC 4494 [2]	Sanders [1]
α	-0.88	-0.79	-0.92
r_0	24	20	40

Peatükk 3

Yukawa potentsiaali testimine Andromeda galaktikal

3.1 Pöörlemiskõverad tumeaine mudeliga

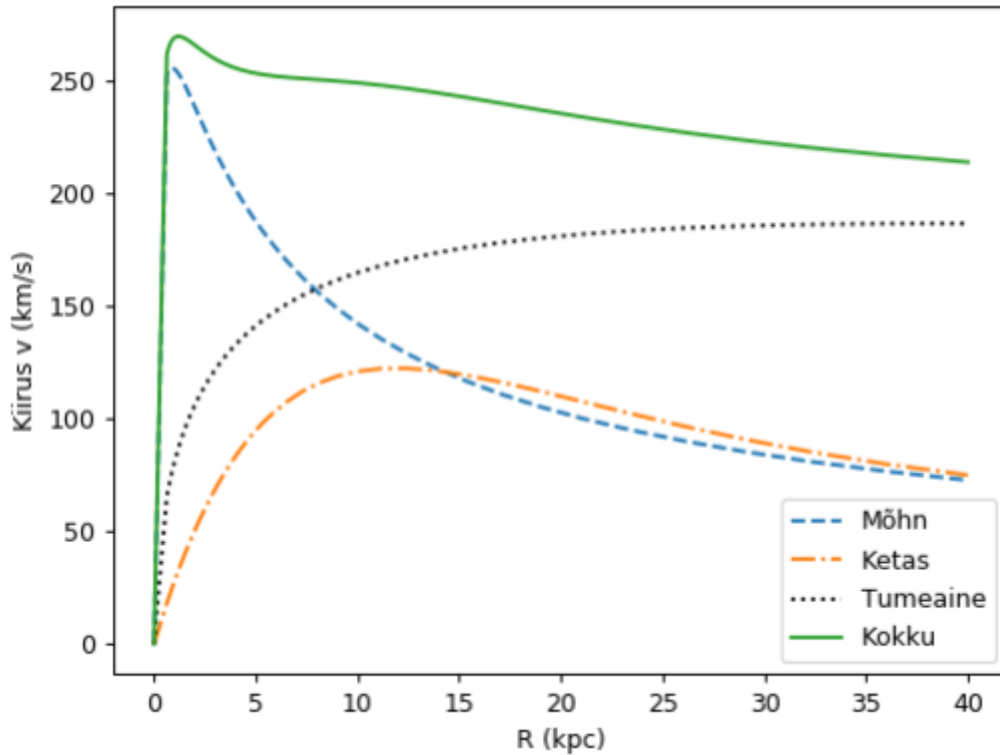
Varasemates töodes leitud valemid (2.13) ja (2.19) võimaldavad kolme komponendi (mõhn, ketas ja tumeaine) mudelit kasutades reprodutseerida Andromeda galaktika pöörlemiskõvera, mis langeb määramatuste piires kokku vaatlusandmetega.

Igale komponendile vastavad Einasto profiili parameetrid on toodud tabelis 2.1 ning tabelis puuduvad suurused M , a_0 , k , h , e on võimalik arvutada vastavalt valemitele (2.7), (2.10), (2.17), (2.18) ja (2.15). Pöörlemiskõver on arvatud piki galaktika sümmeetriatasandit. Joonisel 3.1 on kujutatud nii iga komponendi jaoks eraldi arvatud pöörlemiskõverad kui ka komponentide ringkiiruste ruutude summast arvatud summaarne pöörlemiskõver. See võimaldab hiljem Yukawa potentsiaaliga arvatud ringkiiruseid võrrelda tumeaine mudeliga saadud ringkiirustega.

3.2 Pöörlemiskõverad Newtoni potentsiaali järgi

Valemid (1.1) ja (1.7) kehtivad punktmasside jaoks. Suvalise süsteemi jaoks tuleb summeerida punktmassi potentsiaal kõigide galaktika punktide suhtes. Seega Newtoni potentsiaal testkeha jaoks koordinaatidega (x_0, y_0, z_0) on Einasto tihedusjaotuse korral

$$\phi_N(x_0, y_0, z_0) = \iiint_{-\infty}^{\infty} G_0 \frac{\rho_{\Sigma}}{R'} dx dy dz. \quad (3.1)$$



Joonis 3.1: Tumeaine mudeliga saadud pöörlemiskõverad

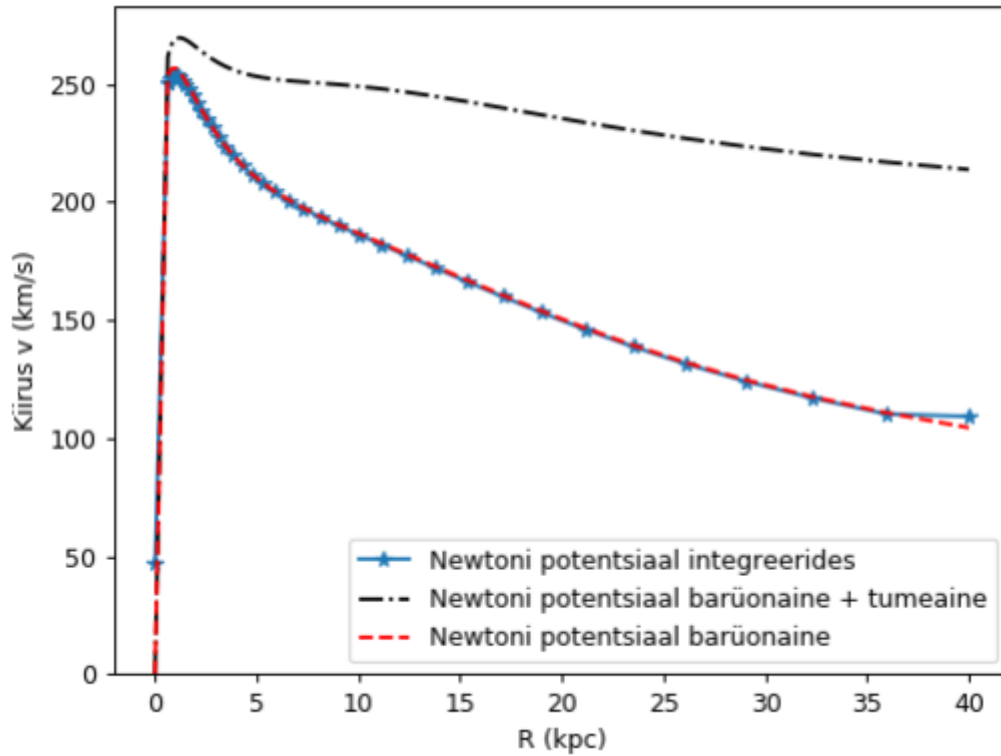
R' on kaugus testkeha ja punkti vahel, mille suhtes potentsiaali arvutatakse

$$R' = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}. \quad (3.2)$$

Newtoni potentsiaalset ringkiiruste arvutamiseks arvestame vaid bariõnaine olemasolu ja seetõttu on valemis (3.1) ρ_Σ mõhna ja ketta Einasto tihedusjaotuste summa

$$\rho_\Sigma(R, z) = \rho_M + \rho_K, \quad (3.3)$$

kus ρ_M on Einasto profiil mõhnale vastavate parameetritega ning ρ_K kettale vastavate parameetritega, mis on toodud tabelis 2.1. Arvutades testkeha potentsiaali 40 punktis $R = 0 \dots 40$ kpc mööda galaktika pikemat pooltelge, on võimalik numbrilisel meetodil valemi (2.1) abil arvutada neis punktides ka ringkiirused. Kirjeldatud meetodit kasutades on saadud joonisel 3.2 kujutatud Andromeda galaktika pöörlemiskõver arvestades ainult bariõnainet. Võrdluseks on peatükis 2.2.1 toodud valemitega (2.13) ja (2.19) arvutatud pöörlemiskõverad ainult bariõnainest kui ka bariõnaine ja tumeaine summast. Jooniselt 3.2 näeme, et nii analüütiliselt kui ka numbriliselt integreerides saadud pöörlemiskõverad kattuvad.



Joonis 3.2: Newtoni potentsiaali korral arvutatud pöörlemiskõverad.

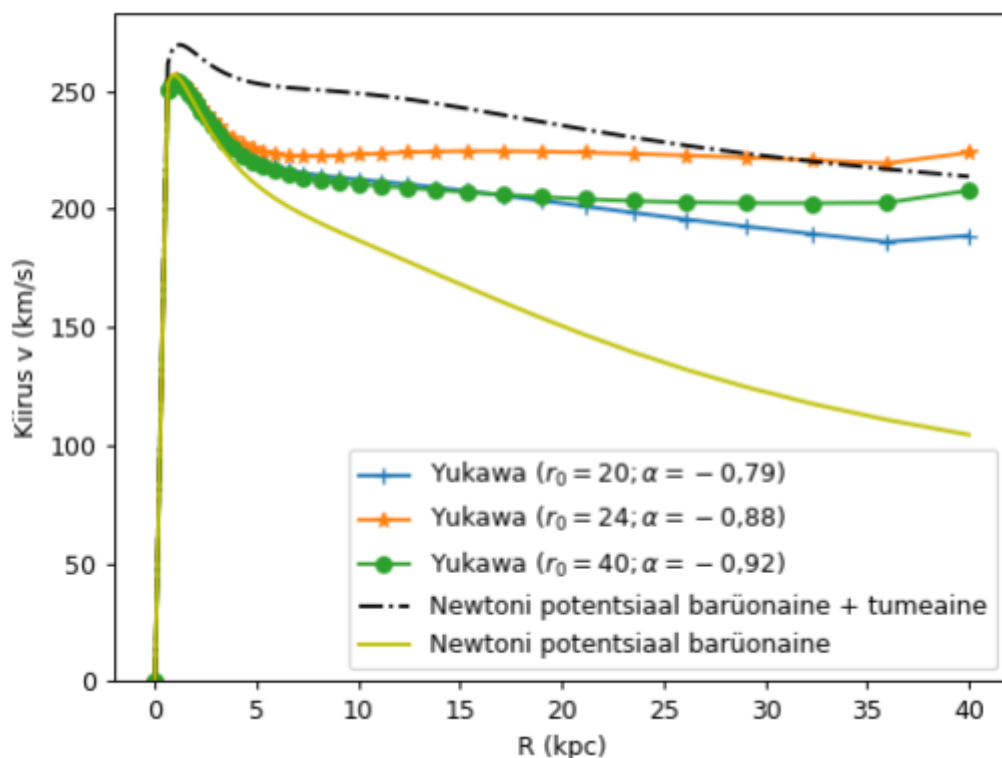
3.3 Pöörlemiskõverad Yukawa potentsiaali korral

Kuna Yukawa potentsiaali puhul modifitseeritakse gravitatsioonijõudu, mis on üks fundamentaaljõududest, peaks Yukawa potentsiaalis esinevate parameetrite väärtused α ja r_0 olema universaalsed ning valem (1.7) kehtima igasuguse kujuga galaktika või tähesüsteemi jaoks. Tabelis 2.2 on kahed Yukawa parameetrite paarid saadud elliptiliste galaktikate näitel, Andromeda galaktika on aga spiraalgalaktika. Sellest tulenevalt saab kontrollida elliptiliste galaktikate jaoks saadud parameetrite sobivust spiraalgalaktikale.

Yukawa potentsiaali testkeha jaoks koordinaatidega (x_0, y_0, z_0) Einasto tihedusjaotuse korral saab arvutada valemiga

$$\phi_Y(x_0, y_0, z_0) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{G_0}{(1 + \alpha)} \left(1 + \alpha e^{-\frac{R'}{r_0}} \right) \frac{\rho_{\Sigma}}{R'} dx dy dz. \quad (3.4)$$

Joonisel 3.3 on toodud Yukawa potentsiaaliga saadud pöörlemiskõverad kolme erineva parameetrite paari korral. Võrdlemiseks on toodud ka reprodutseeritud pöörlemiskõver barüonaine ja tumeaine tihedusjaotuste summast ning pöörlemiskõver arvestades ainult barüonainet.



Joonis 3.3: Yukawa potentsiaalid arvutatud pöörlemiskõverad.

3.4 Jupyteri kasutamine

Kõikide arvutuste ja jooniste tegemiseks on kasutatud Jupyter Notebook'i teeki *numpy* ja *scipy*. Samuti oli võimalus kasutada füüsika instituudi JupyterHub serverit, mis tegi ajamahukate arvutuste tegemise oluliselt kiiremaks. Programmi lähtekood on leitav aadressilt <https://pastebin.com/RZW8Ppdz>.

Potentsiaalset kiirenduse arvutamisel kasutati *numpy.gradient* funktsiooni, mis otspunktides annab teistsuguse arvutusalgoritmi tõttu käesolevas töös veidi suurema väärtuse. Arvutatud pöörlemiskõvera viimases punktis kiiruse väärtus on veidi suurem, kui tegelikult peaks olema.

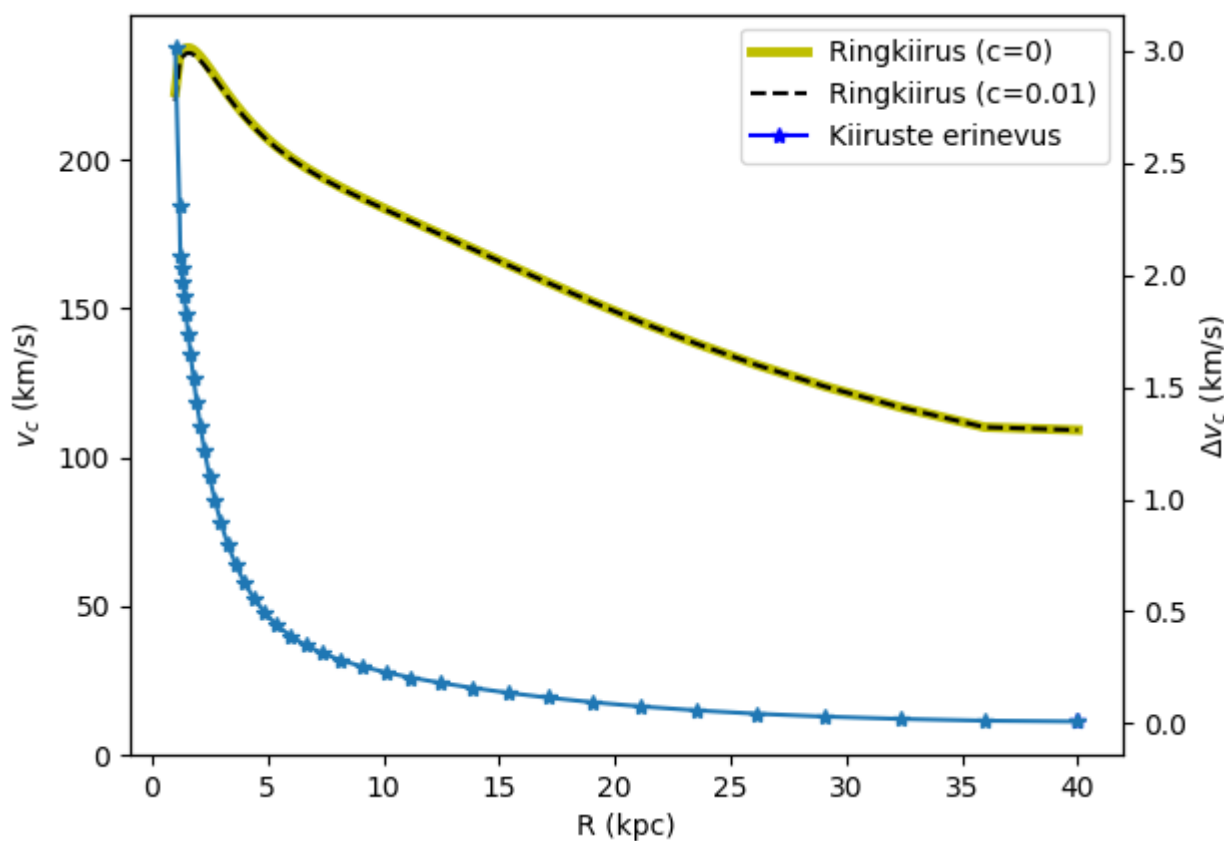
3.4.1 Arvutustulemuste salvestamine

Einasto profiilist kahe komponendi superpositsioonist potentsiaali arvutamine oli arvutile üsna nõudlik ülesanne. Ühe punkti potentsiaali arvutamiseks läks keskmiselt aega ligi 45 minutit. Kuna potentsiaali arvutati 40 punktis, poleks olnud mõistlik arvutusi iga kord programmi avades uuesti läbi teha ning seetõttu salvestati arvutatud potentsiaalide väärtused eraldi tekstifaili. Arvutatavad punktid oli mõistlik võtta logaritmilisel skaalal, et saada potentsiaali väärtuseid

galaktika keskmele lähemal tihedamalt, sest arvatud kiiruste väärtused muutusid seal oluliselt kiiremini.

3.4.2 Pehmendusliikme kasutamine

Kuna potentsiaali arvutustes on jagajas kaugus R , tekib numbriliselt integreerides mõningaid komplikatsioone, mis võivad vähendada arvutustäpsust ning muudavad arvutusaega pikemaks. Sellest möödapääsemiseks liitsime jagajasse väikese liidetava (0,01 kpc) juurde, mis ei muutnud lõpptulemust, kuid vähendas kulunud arvutusaega. Joonisel 3.4 on toodud pehmendusliikmega arvatud pöörlemiskõverad võrdluses ilma pehmendusliikmeta saadud pöörlemiskõveraga.



Joonis 3.4: Ringkiiruste kõverad erineva pehmendusliikmega (vasakpoolne skaala) ja saadud kiiruste erinevused (parempoolne skaala).

Peatükk 4

Järeldused

Käesolevas töös võrreldi kokku nelja erineva mudeliga saadud pöörlemiskõveraaid. Võib öelda, et Yukawa potentsiaaliga saadud pöörlemiskõverate mudel Andromeda galaktika jaoks käitub kvalitatiivselt nagu tumeaine mudel. See tähendab, et pöörlemiskõver jääb kauguse suurenedes lamedaks ega lange nagu Newtoni potentsiaali korral ilma tumeaineta. Tumeaine mudeliga kõige suurem kokkulangevus oli Yukawa potentsiaali mudelil parameetritega $\alpha = -0,79$ ja $r_0 = 20$. Kõige suurem lahknevus kahe mudeli vahel esineb raadiuse vahemikus $5 \dots 10$ kpc. Seejuures on märkimisväärne, et selles vahemikus olid tumeaine mudeli veahinnangud väiksemad. Yukawa potentsiaaliga mudel oli paremas vastavuses tumeaine mudeliga suurema raadiuse juures, samas kui tumeaine mudeli veahinnang seal oli iseenesest suurem.

Edasi tuleks hinnata, kumb mudel läheb statistiliselt paremini kokku vaatlusandmetega. Peale selle saaks tulevikus hinnata Andromeda galaktika Yukawa potentsiaali parameetrite väärtuseid ning katsetada Yukawa potentsiaali sobivust teistele galaktikatele ja galaktikaparvedele. Lisaks on võimalik katsetada ka teistsugust Newtoni gravitatsiooniteooria modifikatsiooni, milles potentsiaali parameetrid on muudetud sõltuvaks ümbritseva keskkonna tihedusest.

Tänuavaldused

Autor on siiralt tänulik töö juhendajatele, Laur Järvele ja Rain Kipperile, kes olid suureks abiks käesoleva töö valmimisel ning kellega oli igati hariv ja meeldiv koostööd teha. Autor on tänulik ka võimaluse eest kasutada füüsika instituudi JupyterHub serverit.

Mari-Liis Tommula

Kirjandus

- [1] R. H. Sanders. Anti-gravity and galaxy rotation curves. *Astronomy and Astrophysics*, 136:L21–L23, July 1984.
- [2] N. R. Napolitano, S. Capozziello, A. J. Romanowsky, M. Capaccioli, and C. Tortora. Testing Yukawa-like Potentials from $f(R)$ -gravity in Elliptical Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 748:87, April 2012.
- [3] J. Binney and S. Tremaine. *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, 2008.
- [4] E. Chaisson and S. McMillan. *Astronomy Today, Global Edition*. Pearson Higher Education & Professional Group, 2014.
- [5] A. W. McConnachie, M. J. Irwin, A. M. N. Ferguson, R. A. Ibata, G. F. Lewis, and N. Tanvir. Distances and metallicities for 17 Local Group galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 356:979–997, January 2005.
- [6] N. R. Napolitano, A. J. Romanowsky, L. Coccato, M. Capaccioli, N. G. Douglas, E. Noordermeer, O. Gerhard, M. Arnaboldi, F. De Lorenzi, K. Kuijken, M. R. Merrifield, E. Ó’Sullivan, A. Cortesi, P. Das, and K. C. Freeman. The Planetary Nebula Spectrograph elliptical galaxy survey: the dark matter in NGC 4494. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 393(2):329–353, 02 2009.
- [7] J. L. Tonry, A. Dressler, J. P. Blakeslee, E. A. Ajhar, A. B. Fletcher, G. A. Luppino, M. R. Metzger, and C. B. Moore. The SBF Survey of Galaxy Distances. IV. SBF Magnitudes, Colors, and Distances. *The Astrophysical Journal*, 546:681–693, January 2001.
- [8] NASA/IPAC Extragalactic database. <https://ned.ipac.caltech.edu> Külastatud 21.05.2019.
- [9] A. Tamm, E. Tempel, P. Tenjes, O. Tihhonova, and T. Tuvikene. Stellar mass map and dark matter distribution in M 31. *Astronomy and Astrophysics*, 546:A4, October 2012.
- [10] P. Tenjes, J. Einasto, H. M. Maitzen, and H. Zinnecker. Origin and possible birthplace of

the extreme runaway star HIP 60350. *Astronomy and Astrophysics*, 369:530–536, April 2001.

- [11] E. Tempel, T. Tuvikene, A. Tamm, and P. Tenjes. SDSS surface photometry of M 31 with absorption corrections. *Astronomy and Astrophysics*, 526:A155, February 2011.
- [12] E. Corbelli, S. Lorenzoni, R. Walterbos, R. Braun, and D. Thilker. A wide-field H I mosaic of Messier 31. II. The disk warp, rotation, and the dark matter halo. *Astronomy and Astrophysics*, 511:A89, February 2010.
- [13] C. Carignan, L. Chemin, W. K. Huchtmeier, and F. J. Lockman. The Extended H I Rotation Curve and Mass Distribution of M31. *The Astrophysical Journal*, 641:L109–L112, April 2006.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Mari-Liis Tommula,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

**Andromeda galaktika pöörlemiskõver:
tumeaine ja modifitseeritud gravitatsioon,**

mille juhendajad on Laur Järv, PhD ja Rain Kipper, PhD, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. olen teadlik, et punktis 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Mari-Liis Tommula,

Tartu, 31. mai 2019. a.