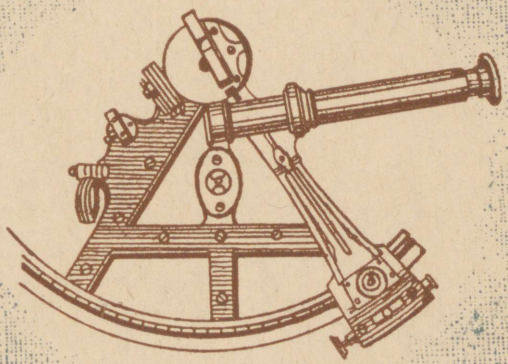
B. Ilgustin

MERESOIDU ASTRONOOMIA



RK „Pedagoogiline Kirjandus“

PROF. B. P. HLJUSTIN

MERESÕIDU ASTRONOOMIA

Kohustuslik kontrolleksemplar

RK

„PEDAGOOGILINE KIRJANDUS“
TALLINN 1948

V

Bibliotheca
Universitatis
Tartuensis
1948:01010

14232
A-17314

TEOREETILINE OSA.

Peatükk I.

MATEMAATILISI ABIKÜSIMUSI.

§ 1. TASAPINNALISE TRIGONOMEETRIA PÕHISEOSED JA VALEMID.

Suur enamik astronoomilisist ülesandeist lahendatakse sfäärilise trigonomeetria abil, mille õppimisele aga ei saa asuda ilma tasapinnalise trigonomeetria põhiseoste ja -valemite täiesti kindla teadmiseta. Peale selle mitmesuguste ülesannete lahendamisel on vaja osata täiesti vabalt kasutada arvude ja trigonomeetriliste funktsioonide logaritmide tabeleid, — sellepärast me alustame kursust nimelt nende valemite ja seoste osutamisega tasapinnalise trigonomeetria valdkonnast ja logaritmide tabelite kasutamise nende reeglitega, mis osutuvad vajalikeks edaspidi. Siinjuures märgime, et me peame silmas Hüdrograafia Valitsuse väljaande 4-kohalisi „Meretabeleid 1933. a.".

Tabel 1.

1. Mitmesuguste trigonomeetriliste funktsioonide suurused ja märgid ringi veerandite järgi.

Kaared / Funktsioonid	I veerand 0°—90°		II veerand 90°—180°		III veerand 180°—270°		IV veerand 270°—360°		
	0°		90°		180°		270°		360°
sin	0	+	+1+	+	0	−	−1−	−	0
cos	1+	+	0	−	−1−	−	0	+	+1
tg	0	+	+∞−	−	0	+	+∞−	−	0
ctg	∞+	+	|0	−	−∞+	+	0	−	−∞
sec	1+	+	+∞−	−	−1−	−	−∞+	+	+1
cosec	∞+	+	+1+	+	+∞−	−	−1−	−	−∞

Tabel 2.

2. Mõnede sageliesinevate kaarte funktsioonide suurusi.

Funktsioonid \ Kaared	30^0	45^0	60^0
sin	0,5	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}707$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866$
cos	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}707$	0,5
tg	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = 0{,}577$	1	$\sqrt{3} = 1{,}732$
ctg	$\sqrt{3} = 1{,}732$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = 0{,}577$
sec	$\frac{2}{3}\sqrt{3} = 1{,}155$	$\sqrt{2} = 1{,}414$	2
cosec	2	$\sqrt{2} = 1{,}414$	$\frac{2}{3}\sqrt{3} = 1{,}155$

3. Kuni 90^0 ($\frac{\pi}{2}$) täiendavate nurkade funktsioonid.

$\sin \alpha = \cos (90^0 - \alpha)$; $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} (90^0 - \alpha)$; $\sec \alpha = \operatorname{cosec} (90^0 - \alpha)$
$\cos \alpha = \sin (90^0 - \alpha)$; $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} (90^0 - \alpha)$; $\operatorname{cosec} \alpha = \sec (90^0 - \alpha)$

4. Teise veerandi argumendi funktsioonide taandamine esimese veerandi argumendi funktsioonidele.

Nurk β = (2. veerand, $> 90^0$) $= 180^0 - \alpha$ ($\alpha < 90^0$).

$\sin \beta = \sin (180^0 - \alpha) = \sin \alpha$
$\cos \beta = \cos (180^0 - \alpha) = -\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} (180^0 - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta = \operatorname{ctg} (180^0 - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$
$\sec \beta = \sec (180^0 - \alpha) = -\sec \alpha$
$\operatorname{cosec} \beta = \operatorname{cosec} (180^0 - \alpha) = \operatorname{cosec} \alpha$

sin ja cosec säilitavad märgid, teised funktsioonid muudavad.

5. Negatiivse argumendi funktsioonide taandamine positiivse argumendi funktsioonidele.

$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$; $\operatorname{tg} (-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$; $\sec (-\alpha) = \sec \alpha$
$\cos (-\alpha) = \cos \alpha$; $\operatorname{ctg} (-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$; $\operatorname{cosec} (-\alpha) = -\operatorname{cosec} \alpha$

Argumendi märgi muutumisel muudavad märgi ka funktsioonid, peale cos ja sec, mis säilitavad endise märgi.

6. Ühe ja sama argumendi funktsioonide vahelised põhiseosed.

$$\sin\alpha \operatorname{cosec}\alpha = 1; \quad \text{siit } \sin\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha} \text{ ja } \operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\cos\alpha \sec\alpha = 1; \quad \text{„ } \cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha} \text{ ja } \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha = 1; \quad \text{„ } \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha} \text{ ja } \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \text{ja} \quad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sec^2\alpha = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$$
$$\operatorname{cosec}^2\alpha = \operatorname{ctg}^2\alpha + 1.$$

7. Summade ja vahede funktsioonid.

$$\sin(\alpha \mp \beta) = \sin\alpha\cos\beta \mp \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \mp \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$$
$$\operatorname{tg}(\alpha \mp \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\beta}{1 \pm \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$
$$* \operatorname{ctg}(\alpha \mp \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta \pm 1}{\operatorname{ctg}\beta \mp \operatorname{ctg}\alpha}$$

8. Kahekordse (ja kolmekordse) nurga funktsioonid.

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

ehk, asetades α asemele $\frac{\alpha}{2}$[1]:

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha}$$

$$* \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha}{2}$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha; \quad \cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

---

[1] Selle valemi suhtes tuleb märkida, et mõnedes välismaistes õpikuis avaldis $\sin^2\frac{\alpha}{2}$ asendatakse lühenduse mõttes teisega, nimelt $\operatorname{hav}\alpha$ (haversinus α) inglise ja $\operatorname{sem}\alpha$ (semiversus α) saksa omades. Suurust $2\sin^2\frac{\alpha}{2}$ inglased sageli märgivad $\sin\operatorname{vers}\alpha$.

Niiviisi: $\cos\alpha = 1 - 2\operatorname{hav}\alpha = 1 - \sin\operatorname{vers}\alpha$ — inglise õpikuis; $\cos\alpha = 1 - 2\operatorname{sem}\alpha$ — saksa omis.

9. Poolnurga funktsioonid.

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$*\ \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$*\ \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

10. Funktsioonide summade ja vahede valemid.

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$
$$*\ \sin^2\alpha-\sin^2\beta=\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$$
$$*\ \cos^2\alpha-\sin^2\beta=\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$$

11. Funktsioonide korrutamise valemid.

$$\sin\alpha\cos\beta=\tfrac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)+\tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)$$
$$\cos\alpha\sin\beta=\tfrac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)-\tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)$$
$$\sin\alpha\sin\beta=-\tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$$
$$\cos\alpha\cos\beta=\tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$$

12. Tasapinnalise täisnurkse kolmnurga ($A=90^0$) lahendamise valemid.

a — hüpotenuus, b ja c — kaatetid

1. $b=a\cdot\cos C$ .... kaatet võrdub hüpotenuusi ja selle kaateti lähisnurga koosinuse korrutisega.
2. $b=a\cdot\sin B$ .... kaatet võrdub hüpotenuusi ja selle kaateti vastasnurga siinuse korrutisega.
3. $b=c\cdot\operatorname{tg}B$ .... kaatet võrdub teise kaateti korrutisega tema lähisnurga tangensiga.
4. $b=c\cdot\operatorname{ctg}C$ .... kaatet võrdub teise kaateti korrutisega tema vastasnurga kootangensiga.
5. $a^2=b^2+c^2$ .... hüpotenuusi ruut võrdub kaatetite ruutude summaga.

Antud on a, B; otsitavad: $C = 90^0 - B$; $b = a \sin B$;
$c = a \cos B$

„ „ a, b; „ $\sin B = \cos C = \frac{b}{a}$;
$c = \sqrt{(a+b)(a-b)} =$
$= a \cos B = b \operatorname{tg} C$

„ „ b, B; „ $C = 90^0 - B$; $a = b \operatorname{cosec} B$;
$c = b \operatorname{ctg} B$

„ „ b, c; „ $\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} C = \frac{b}{c}$; $a = b \operatorname{cosec} B =$
$= c \operatorname{cosec} C$

Märkus. Punktides 1—12 osutatud valemid (välja arvatud *-ga märgitud) peavad olema kätte õpitud kindlasti.

§ 2. ARVUDE JA TRIGONOMEETRILISTE FUNKTSIOONIDE LOGARITMIDE TABELITE KASUTAMINE.

Kõigepealt peab pidama meeles, et $\lg 1 = 0$ ja $\lg 0 = -\infty$, järelikult iga ühest suurema arvu logaritm omab positiivset karakteristikut: 0, 1, 2 . . . ; iga ühest väiksema arvu logaritm omab negatiivset karakteristikut.

Et mitte tegelda negatiivsete karakteristikutega, need sageli muudetakse positiivseiks arvu 10 lisamisega. Nii siis, kui $\lg x = \bar{1},4754$, siis teda võib väljendada 9,4754 kujul. Selliselt ongi 1933. a. Meretabelite tab. 6 antud kõik siinuste ja koosinuste logaritmid, ja need tangensite ja kootangensite logaritmid, mis omavad negatiivset karakteristikut: tg-l alla 45^0 nurkade puhul, ctg-l üle 45^0 nurkade korral.

Niisugune karakteristikute kirjutamise viis esitab tunduvaid hõlpsusi tehetel logaritmidega ja vaid haruldasil, erandjuhtumeil võib esineda arusaamatusi, mis aga on kergesti lahendatavad hoolikal töösse suhtumisel.

Sooritades tehteid ainult arvudega, ei ole soovitav nende logaritmide karakteristikutele lisada arvu 10; tehete puhul aga arvudega ühiselt trigonomeetriliste funktsioonidega või ainult trigonomeetriliste funktsioonidega, tuleb lisada kus vaja arv 10, kuid olla selle juures tähelepanelik. Osutame edasi järgnevale:

1. Arvude logaritmide suhtes: 4-kohalised logaritmid võimaldavad määrata vaid otsitavas arvu esimest 4 kohta, 5-kohalised — 5 kohta, 6-kohalised — 6 kohta jne., samuti ka vastupidi: kui soovitakse tegelda 5-kohaliste arvudega, siis ka

logaritmide tabelid tuleb võtta 5-kohalised; tehetel 6-kohaliste arvudega vajatakse ka 6-kohaliste logaritmide tabeleid jne. — ning üldse võib öelda, et kohtade arv logaritmis peab võrduma kohtade arvuga arvus endas ja vastupidi.

Kuna meil tuleb tegelda alati 4-kohaliste tabelitega, siis mis tahes arvu logaritmi otsimisel tuleb arvesse võtta ainult selle arvu 4 esimest kohta, teised aga kas asendada nullidega või üldse mitte arvestada (kümnendmurrus).

Samuti tuleb talitada ka vastupidise ülesande lahendamisel, arvu otsimisel tema antud logaritmi abil: tuleb leida vaid arvu 4 esimest kohta, asendades ülejäänud, kui see osutub vajalikuks (mis nähtub karakteristikust), lihtsalt nullidega.

Nii näiteks omades arvu 42,75693 ja soovides leida tema logaritmi 4-kohaliste tabelite abil, tuleb otsida lg arvule 42,76 (4 kohta); kui antud arv oleks 6 715 943, siis tuleb otsida logaritm arvule 6 716 000 jne.

Kui lg $x = 5{,}1973$, siis $x = 157\,500$; kui lg $y = 4{,}8986$, siis $y = 79\,180$.

2. Trigonomeetriliste funktsioonide logaritmide suhtes on samuti kindel sõltumus logaritmi kohtade arvu ja selle täpsuse vahel, millisega võib leida nurka. Osutub, et 4-kohalised tabelid võimaldavad leida nurki täpsusega ainult veidi üle 1′, igal juhul mitte üle 0′,1; sellepärast tehete puhul nurkadega on vajalik ja piisav teada nende suurust täpsusega kuni 0′,1 ja mitte rohkem. Järelikult, kui nurk on antud suurema täpsusega või väljendatud kaare sekundeis, siis ta tuleb väljendada kaare minutite kümnendosades.

Näit. on antud nurk 59°47′20″ ja vaja 4-kohaliste tabelite abil leida tema mingisuguse trigonomeetrilise funktsiooni logaritm, siis tuleb otsida argumendi 59°47′,3 (20″ = 0′,3) funktsiooni logaritm.

Samuti ka vastupidi: mistahes funktsiooni 4-kohalise logaritmi järgi otsitav nurk tuleb võtta täpsusega kuni 0′,1 ja mitte üle.

Kehistanud alatiseks niisuguse täpsuse: 4 maksvat kohta arvus, minuti kümnendosad nurgas — tuleb töötades Meretabelitega seda täpsust märkida ka tulemuses. Seda saavutatakse sellega, et arvu otsimisel tuleb välja kirjutada kõik tema 4 kohta, kuigi viimased kohad oleksid nullid; kaare leidmisel aga peab kirjutama minuti kümnendosad, kuigi need võrduksid nulliga.

Nii näiteks, kui lg $x = 1{,}5798$, siis $x = 38{,}00$, mitte aga lihtsalt 38; või kui lg $x = 1{,}7024$, siis $x = 0{,}5040$, mitte aga 0,504. Analoogiliselt, kui lg sin $y = 9{,}3554$, siis $y = 13°6'{,}0$, mitte aga $13°6'$ jne.; teisiti öeldes — tulemuse kuju näitab seda täpsust, missugusega tulemus on saadud.

A. Antud arvu logaritmi leidmine.

1933. a. Meretabelite tabel 1.

1. *Antud arvu kaks esimest kohta tuleb võtta tabeli 1-ses (vasemas) vertikaallahtris, antud arvu kolmas koht — ülemises või alumises horisontaalreas; rea ja lahtri lõikekohas otsida logaritm.*
2. *Arvutada vahe selle logaritmi ja paremal pool asetseva vahel (kui logaritm on reas äärmiseks, siis „paremal pool asetsevaks" loetakse järgmise rea esimene).*
3. *See vahe korrutada antud arvu 4-nda koha numbriga, korrutis jagada 10-ga ja jagatis ümardada, jättes ära kümnendosad.*
4. *Saadud arv (ümardatud jagatis) liita p. 1 järgi leitud logaritmiga.*
5. *Saadud mantissi ette kirjutada antud arvule vastav karakteristik.*

Näiteks leida lg 375,6.

„37" võtame 1-ses vertikaallahtris, 5 — ülemises horisontaalreas; tabelis nende lõikekohas leiame „5740". Arvutame vahe „5740" ja paremalpool asetseva — „5752" vahel; vahe on 12. Selle vahe „12" korrutame antud arvu 4-nda numbriga 6, saame „72", 72 jagame 10-ga, saame 7,2; ümardame, ära heites kümnendikud, ja leiame mantissi $5740 + 7 = 5747$; karakteristik on 2, kuna arvus on 3 täiskohta.

Lõplikult: lg $375{,}6 = 2{,}5747$.

B. Arvu leidmine antud logaritmi järgi.

1933. a. Meretabelite tabel 2.

1. *Antud mantissi kaks esimest kohta võtta tabeli 1-ses vertikaal-lahtris; kolmas koht — ülemises või alumises horisontaalreas; lõikekohas leiame arvu.*
2. *Arvutada vahe selle arvu ja paremalpool asetseva vahel.*

3. *See vahe korrutada antud logaritmi mantissi 4-nda numbriga; korrutis jagada 10-ga ning jagatis ümardada.*
4. *Saadud arv (ümardatud jagatis) liita p. 1 järgi leitud arvuga.*
5. *Saadud tulemuses eraldada komaga kümnendmärgid vastavalt antud logaritmi karakteristikule.*

Näiteks, leida x, kui lg $x = \bar{3},6993$.

„69" võtame 1-ses lahtris, „9" — ülemises horisontaalreas, ristumiskohas leiame tabelis arvu „5000". Vahe selle arvu ja paremalpool asetseva (esimene arv järgmises reas) vahel on 12. 12 korrutame 3-ga, saame 36; 36 jagame 10-ga, saame 3,6 ehk ümardades 4, ja liidame 5000-ga, saame 5004. Kuna logaritmi karakteristik on $\bar{3}$, siis otsitav arv $x = 0,005004$.

Juhend: mõlema ülalosutatud ülesande (A ja B) lahendamisel on o l u l i s e l t v a j a l i k õ p p i d a s o o r i t a m a k õ i k i t e h t e i d, s. o. korrutamist, jagamist 10-ga, ümardamist jne. p e a s t, kuna seejuures saavutatakse tunduvat aja kokkuhoidu. Erilist raskust see ei tekita, kuna tegelda tuleb kas ühekohaliste, või (harva) väikeste kahekohaliste arvudega.

C. Antud trigonomeetrilise funktsiooni logaritmi leidmine antud argumendi järgi.

1933. a. Meretabelite tabel 6.

Meenutus: 1) Argument (kaar) tuleb võtta täpsusega kuni 0',1; 2) sin, cos, tg, ctg negatiivsed karakteristikud on tabelis suurendatud 10-ne võrra.

Märkus: Kui argument $< 45^0$, siis tema kraadid asetsevad lehekülje ü l e m i s e s reas ja minutid vasemas vertikaallahtris, s. o. kraadide a l l. Funktsioonide nimetused sel puhul tuleb võtta lehekülje ülemisest reast.

Kui argument $> 45^0$, siis tema kraadid on paigutatud lehekülje a l u m i s e s reas ja minutid parempoolses vertikaal-lahtris kraadide p e a l. Funktsioonide nimetused tuleb võtta alt.

1. *Argumendi antud kraadide ja tervete minutite järgi leida nõutava funktsiooni lahtris vastav logaritm.*
2. *Arvutada vahe selle logaritmi ja tema vertikaalse naabri vahel, minnes kaare (mitte aga logaritmi) s u u r e n e m i s e s u u n a s.*

3. *See vahe korrutada antud argumendi minuti kümnendike arvuga, korrutis jagada 10-ga ja ümardada, ära jättes kümnendosad.*
4. *Saadud arv (ümardatud jagatis) liita või lahutada p. 1 järgi leitud logaritmist: liita* — sin, tg, sec *puhul, lahutada* — cos, ctg, cosec *puhul (meenutame, et* sin, tg, sec *suurenevad argumendi suurenemisega, kuna* cos, ctg *ja* cosec *seejuures vähenevad).*

Tulemus kujutab otsitavat funktsiooni logaritmi, ühes karakteristikuga.

Näiteks, leida lg cos 79°15′,4.

„79°" (all) ja „15′" (lahtris 79° peal) ja lahtris „cos" (all) leiame logaritmi 9,2707. Vahe tema ja ta vertikaalse naabri vahel ülemal (16′ jaoks) on 6. Korrutame 6 4-ga (argumendi minuti kümnendosade arv), korrutise (24) jagame 10-ga, saame 2,4; ümardades jääb 2. Lahutame 2 2707-st ja otsitav logaritm on:

$$\lg \cos 79°15',4 = 9,2705 = \bar{1},2705.$$

D. Kaare leidmine antud funktsiooni logaritmi järgi.

1933. a. Meretabelite tabel 6.

1. *Leida tabelis antud funktsiooni lahtris (ülal või all) kaks logaritmi, mille vahel on antud logaritm, ja neile logaritmidele vastavaist argumentidest välja kirjutada väiksem (kraadid ja minutid).*
2. *Arvutada kaks vahet: a) antud logaritmi ja väiksema argumendi järgi tabelist väljakirjutatud logaritmi vahe (logaritmi juurdekasv) ja b) nende logaritmide vahe, mille vahel on antud logaritm (tabeli vahe).*
3. *Esimene vahe jagada teisega, jagatises ära jätta sajandikud ning ümardada kümnendikud.*
4. *Saadud kümnendikkude number juurde kirjutada kui kümnendikud p. 1 järgi leitud argumendi minutite järele.*

Näiteks leida kaar x, kui lg cosec x = 1,1663.

Selle logaritmi järgi cosec lahtris (ülalt) leiame kaks logaritmi — 1674 ja 1655, mille vahel on antud logaritm, esimene neist vastab kaarele 3°54′, teine aga — 3°55′; kirjutame välja väiksema kaare 3°54′. Arvutame vahed: a) 1674 — 1663 = 11 ja b) tabeli vahe: 1674 — 1655 = 19. Jagame 11 19-ga, saame 0,58 ehk peale ümardamist 0,6, mille ka kirjutame minuti kümnendosana leitud kaarele 3°54′; siis x = 3°54′,6.

Meenutus: Nende ülesannete (C ja D) lahendamisel on samuti v a j a l i k h a r j u d a k õ i k i t e h t e i d s o o r i t a m a p e a s t.

Märkus: Töötamisel tab. 6 võib vahel juhtuda, et tervele reale argumentidele (kaartele) tabelis vastab üks ja sama logaritm. Sel korral otsides logaritmi järgi kaart, kõige õigem on võtta keskmine kõikidest sellele logaritmile vastavatest kaartest; seejuures muidugi ei saa juttu olla argumendi leidmisest 0,1-täpsusega — täpsus tuleb tunduvalt väiksem.

Näiteks, leida x, kui lg sin $x = \bar{1},9995$.

Sellele logaritmile tabelis vastavad kaared, alates $87^0 8'$ kuni $87^0 23'$, seepärast kõige õigem oleks võtta

$$x = 87^0 15',5 = \left(\frac{87^0 8' + 87^0 23'}{2}\right).$$

§ 3. GAUSSI SUMMADE JA VAHEDE TABELID.

1933. a. Meretabelite tabelid 3 ja 4.

Ülesannete lahendamisel nii astronoomia kui ka paljude teiste teaduste alal tuleb sageli kokku puutuda vajadusega otsida kahe arvu summa või vahe logaritm, kui nende arvude logaritmid on teada, s. o. vaja leida lg $(a \mp b)$, kui on teada lg a ja lg b (eeldades, et $a > b$).

Kasutades ainult arvude logaritmide tabelit oleks antud ülesande lahendamiseks vaja:

1. lg a *järgi leida arv* a . . . . . *1-ne tabelist otsimine.*
2. lg b *järgi leida arv* b . . . . . *2-ne tabelist otsimine.*
3. *Liita või lahutada arvud* a *ja* b, *s. o. leida* $(a + b)$ *või* $(a - b)$.
4. *Leida tabelite abil* lg $(a + b)$ *või* lg $(a - b)$ .... *3-as tabelist otsimine.*

Kirjutame arvude a ja b summa või vahe (kusjuures $a > b$) kujul:

$$a + b = a\,(1 + \tfrac{b}{a}) = a\left(1 + \frac{1}{a/b}\right)$$

$$a - b = a\,(1 - \tfrac{b}{a}) = a\left(1 - \frac{1}{a/b}\right)$$

siis

$$\lg (a + b) = \lg a + \lg\left(1 + \frac{1}{a/b}\right)$$

$$\lg (a - b) = \lg a + \lg\left(1 - \frac{1}{a/b}\right)$$

Nendest valemitest nähtub, et otsitava summa või vahe logaritmi leidmiseks tuleb suurema arvu logaritmiga liita esimese või teise sulu logaritm, kusjuures see viimane logaritm sõltub ainuüksi a/b suhtest, mis alati on ühest suurem, kuna $a > b$.

Gaussi poolt koostatud erilised tabelid (Meretabelite tab. 3. ja 4.) annavad suhte $\frac{a}{b}$ igasuguste väärtuste jaoks suurused:

$\lg\left(1+\frac{1}{a/b}\right)$ ehk nn. Gaussi α . . . . . tab. 3.

$\lg\left(1-\frac{1}{a/b}\right)$ ehk nn. Gaussi β . . . . . tab. 4.

Argumendiks nende tabelite kasutamisel peaks olema nimelt $\frac{a}{b}$ suhe. Kuid et meie ülesandes ($\lg a$ ja $\lg b$) arvud a ja b ning nende suhe on teadmata, suhte logaritm aga, kui antud logaritmide vahe, on kerge arvutada ($\lg\frac{a}{b} = \lg a - \lg b$), ja kuna igale $\frac{a}{b}$ väärtusele vastab üks kindel logaritmide vahe, siis on mõistetav, et seda vahet ($\lg a - \lg b$) võib ära kasutada argumendina Gaussi α või β tabeli kasutamisel, mis Gaussi poolt ongi tehtud.

Siis saab: $\lg(a+b) = \lg a + \alpha$, kus α leitakse tab. 3. argumendi ($\lg a - \lg b$) järgi,

ja $\lg(a-b) = \lg a + \beta$, kus β leitakse tab. 4. sama argumendi ($\lg a - \lg b$) järgi.

Nii siis, kasutades Gaussi tabeleid $\lg(a \mp b)$ leidmiseks, kui on teada $\lg a$ ja $\lg b$, tuleb:

1. $\lg$ *a-st (suuremast) lahutada* $\lg b$ *(väiksem)* . . . . . *saame G. A. (Gaussi argument);*
2. *G. A. abil leida* α *(summa jaoks) või* β *(vahe jaoks)* . . . . *1-ne otsimine.*
3. *valitud* α *või* β *liita* $\lg$ *a-ga (suuremaga).*

Suuruste α või β leidmine tabelist 3. või 4. sooritatakse Meretabelite tab. 1. ja 2. kasutamise reeglite kohaselt.

Kuna väikeste logaritmide vahede puhul (kui suhe $\frac{a}{b}$ on lähedane ühele) β suurused muutuvad väga kiiresti ja tavaline interpoolimine argumendi neljandale kohale võib tekitada raskusi, siis on tab. 4. kahel esimesel leheküljel vasemas vertikaal-lahtris G. A. antud mitte kahe kohaga nagu tavaliselt, vaid kolmega, neljas aga võetakse ülemisest horisontaalreast; seejuures ei vajata mingisugust interpoolimist.

Kui ($\lg a - \lg b$), s. o. Gaussi argument (G. A.) omab täisosas mitte nulli, vaid üht või enam, siis niisuguses argumendis tuleb arvesse võtta vaid kolm kümnendkohta, vahel aga isegi kaks, tabeli vasemas vertikaal-lahtris seisab ainult argumendi täisosa ilma kümnendkohata.

Nagu öeldust nähtub, tuleb Gaussi tabelitega töötamisel kolme tabeli otsimise ja ühe aritmeetilise tehte asemel sooritada üks otsimine ja kaks aritmeetilist tehet — resultaat saadakse täpsemalt ja kiiremalt.

Kasutades ülesannete lahendamisel Gaussi tabeleid, tuleb kinni pidada skeemist, nagu osutatud alltoodud näidetes:

1. G. A. $= \lg a - \lg b$ *kirjutatakse väiksema logaritmi alla.*
2. α *või* β *kirjutatakse suurema logaritmi alla ja liidetakse temaga.*

Näide 1. $\lg x = 0{,}5473$ ja $\lg y = 0{,}2796$. Leida $\lg (x + y)$.

a) Gaussi tabeliteta.

$\lg x = 0{,}5473 \ldots x = 3{,}526$
$\lg y = 0{,}2796 \ldots y = 1{,}903$
$\lg (x + y) = 0{,}7347$; $x + y = 5{,}429$

b) Gaussi tabelitega.

$\lg x = 0{,}5473$; $\lg y = 0{,}2796$
$\alpha = 0{,}1875$ G. A. $= 0{,}2677$
$\lg (x + y) = 0{,}7348$

Näide 2. $\lg x = 2{,}1983$ ja $\lg y = 0{,}4956$. Leida $\lg (x - y)$.

$\lg x = 2{,}1983$; $\lg y = 0{,}4956$
$\beta = \bar{1}{,}9913$ G. A $= 1{,}7027$, peale ümardamist $= 1{,}703$;
$\lg (x - y) = 2{,}1896$

Näide 3. Arvutada $\lg \sin x$ ja siis ka nurk x valemist: $\sin x = \sin a \cdot \sin b + \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c$, kui on antud: $a = 47^0 16',3$; $b = 10^0 43',8$ ja $c = 83^0 20',9$

$a = 47^0 16',3$	sin	9,8660	cos	9,8316
$b = 10^0 43',8$	sin	9,2700	cos	9,9923
$c = 83^0 20',9$			cos	9,0638
	lg I	9,1360	lg II	8,8877
	α	0,1944	G. A.	0,2483

$\lg \sin x = 9{,}3304$
$x = 12^0 21',3$

Näide 4. Arvutada nurk x valemist: $\operatorname{ctg} x = \cos a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{cosec} c - \sin a \cdot \operatorname{ctg} c$, kui on antud: $a = 8^0 37',1$; $b = 36^0 1',4$ ja $c = 50^0 20',0$.

$a = 8^0 37',1$	cos	9,9951	sin	9,1757
$b = 36^0 1',4$	tg	9,8616		
$c = 50^0 20',0$	cosec	0,1136	ctg	9,9187
	lg I	9,9703	lg II	9,0944
	β	9,9380	G. A.	0,8759

$\lg \operatorname{ctg} x = 9,9083$

$x = 51^0 0',3$

Gaussi tabelitega töötamisel on vaja osutada tähelepanu järgnevale:

1) Gaussi a v ä h e n e b argumendi suurenemisega.
2) Gaussi β s u u r e n e b argumendi suurenemisega.
3) a omab alati karakteristikut n u l l.
4) β omab alati negatiivset karakteristikut.
5) $\lg x - \lg y$, s. o. Gaussi argument on alati positiivne suurus.

Üldmärkmeid tööks igasuguste tabelitega.

Nagu nägime, tuleb interpoolimisel arvutatud vahet alati „ümardada" (reeglite p. 3), s. o. heita ära meile mittevajalik kümnendkoht. Kui see kümnendkoht on 1, 2, 3 või 4, siis tema ärajätmisel eelnev number ei muutu; kui aga äraheidetav kümnendkoht on 6, 7, 8 või 9, siis eelnev number suurendatakse ühe võrra. Kui äraheidetav kümnendkoht on 5, siis tavalisesti matemaatilistel arvutamistel eelnev number ümardatakse paarisnumbri poole.

Näit. kui on vaja ära heita sajandikud arvus 0,25 või 12,85, siis kirjutatakse 0,2 või 12,8; arv 18,35 aga kirjutatakse peale sajandikkude äraheitmist 18,4 jne.

§ 4. NURKADE MÕÕTMINE RADIAANIDES.

Nagu teame geomeetriast, on iga kraadides või nende osades väljendatud nurk mõõdetav tema haarade vahelise kaarega; seejuures ei määra nurka selle kaare pikkus, mis sõltub raadiusest, vaid selle kaare suhe ringi raadiusse, suhe, mis enam ei sõltu raadiuse suurusest. Kui nurga suurus on väljendatud selle suhtega, siis öeldakse, et nurk on väljendatud „r a d i a a n i d e s". Sel puhul kirjutatakse leppeliselt nii: arc 5^0, arc $72^0 18'$, arc a.

On teada, et mistahes ringjoone pikkuse suhe oma diameetrisse ($2R$) on jääv suurus, mida väljendab irratsionaalne arv $\pi = 3{,}1415926535\ 8979323846\ 2643383279\ 5028841971\ 6939937510\ldots$ Kuna aga täisringjoonega mõõdetav nurk, mõõdetud kraadides, on 360^0, siis radiaanmõõdus see nurk väljendub $\frac{2\pi R}{R} = 2\pi = 6{,}28318\ldots$, siis aga 1^0-line nurk väljendub $\frac{2\pi}{360}$, aga nurk α^0 — $\frac{2\pi\alpha}{360}$.

Järelikult võib kirjutada:

$$\alpha = 1^0 \ \ldots\ \text{arc}\ 1^0 = \frac{2\pi}{360} = \frac{6{,}28318}{360} = 0{,}0174533\ldots =$$

$$= \frac{1}{57{,}3} \cong \frac{1}{57}\left(\frac{1}{60}\right)$$

$$\alpha = 1' \ \ldots\ \text{arc}\ 1' = \frac{2\pi}{360 \times 60} = 0{,}000290882\ldots = \frac{1}{3437{,}7} \cong \frac{1}{3500}$$

$$\alpha = 1'' \ \ldots\ \text{arc}\ 1'' = \frac{1}{360 \times 60 \times 60} = 0{,}000004848\ldots =$$

$$= \frac{1}{206264{,}8} \cong \frac{1}{200000}$$

Neid väga suure täpsusega toodud seoseid kasutades mistahes nurga kohta, mis on antud kraadides, võib väljendada kraadmõõdus antud nurka radiaanmõõdus ja vastupidi:

kui näiteks $\alpha = 12^0$ ... siis radiaanmõõdus saame:
arc α = arc $12^0 = 12 \times$ arc $1^0 = 0{,}2094\ldots$

„ „ $\alpha = 1^0 10' = 70'\ldots$, radiaanmõõdus saame:
arc α = arc $70' = 70 \times$ arc $1' = 0{,}0204\ldots$.

„ „ $\alpha = 1^0 27' 10'' = 5230''\ldots$, radiaanmõõdus:
arc α = arc $5230'' = 5230 \times$ arc $1'' = 0{,}0254$ jne.

Samal alusel võib ka radiaanides väljendatud nurki kujutada kraadides; selleks tuleb nurga radiaanmõõtarv korrutada 57,3-, või 3437,7-, või 206264,8-ga, sõltuvalt sellest, milles soovitakse nurka väljendada: kraadides, minutites või sekundites.

Seda liiki ülesannete lahendamise hõlbustamiseks on Meretabelites tab. 52, pealkirjaga „Kaarte pikkused raadiuse osadena"; tabeli kasutamine on sedavõrd lihtne, et ei nõua mingisuguseid selgitusi.

Näide 1. Väljendada radiaanmõõdus nurk $\alpha = 18^0 10',3$.

Tabelist leiame:

arc 18^0	0,3142
arc $10',3$	0,0030
arc $18^0 10',3 =$	0,3172

Näide 2. Antud on: $\operatorname{arc} x = 1{,}2984$; väljendada x kraadides.

Tabelist: lähim väiksem 1,2915 ... 74°
$1{,}2984 - 1{,}2915 = 0{,}0069$ ... 23',7
$x = 74^\circ\,23',7$

§ 5. VÄIKESTE NURKADE SIINUSEST, KOOSINUSEST JA TANGENSIST.

Kui mistahes tabelist välja kirjutada väikeste nurkade siinuse, koosinuse ja tangensi väärtused ja rööbiti nendega tuua samade nurkade radiaanides väljendatud väärtused, siis saame järgmise tabeli:

Tabel 3.

x kraadides	x radiaanides	sin x	tg x	cos x
0°,5	0,008727	0,008726	0,008727	0,999962
1	0,017453	0,017452	0,017455	0,999848
2	0,034907	0,034900	0,034921	0,999391
3	0,052360	0,052336	0,052408	0,998630
5	0,087266	0,087156	0,087489	0,996194
10	0,174533	0,173648	0,176327	0,984808
20	0,349066	0,342020	0,363970	0,939693
30	0,523599	0,500000	0,577350	0,866025

Sellest tabelist nähtub, et mida väiksem on nurk x, seda väiksem on ka sin x ja tg x erinevus nurga radiaanmõõtarvust, ja seda väiksem on cos x erinevus ühest. Seepärast ka küsimustes, kus kohtame väikest nurka x, tema siinust ja tangensit võib asendada ta radiaanmõõtarvuga, tema koosinust aga — ühega; ja on arusaadav, et mida suuremat täpsust mingi küsimuse lahendamisel taotleme, seda väiksema nurga jaoks on selline asendamine lubatav.

Lõpmatute ridade teoorias näidatakse, et vea vähendamiseks sellisel asendamisel tuleb sin x asendada mitte lihtsalt x-ga, vaid avaldisega $\left(x - \frac{x^3}{6}\right)$, cos x avaldisega $\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$ ja tg x avaldisega $\left(x + \frac{x^3}{3}\right)$.

Nii siis võib püstitada järgmise seoste rea

vähem täpselt:	enam täpselt:
$\sin x = x$	$\sin x = x - \frac{x^3}{6}$
$\cos x = 1$	$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2}$
$\operatorname{tg} x = x$	$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3}$

Nende valemite parempoolseis osades suurus x kujutab endast radiaanides väljendatud väikest nurka x; kui aga see nurk on väljendatud kraadides, siis kooskõlas § 4-ndas öelduga need valemid kirjutatakse nii:

$$\sin x = x^0 \cdot \text{arc } 1^0 = x' \cdot \text{arc } 1'$$
$$\cos x = 1$$
$$\operatorname{tg} x = x^0 \cdot \text{arc } 1^0 = x' \cdot \text{arc } 1'$$

ehk

$$\sin x = x^0 \text{ arc } 1^0 - \frac{(x^0)^3}{6} \text{arc}^3\, 1^0 = x' \text{ arc } 1' - \frac{(x')^3}{6} \text{arc}^3\, 1'$$

$$\cos x = 1 - \frac{(x^0)^2}{2} \text{arc}^2\, 1^0 = 1 - \frac{(x')^2}{2} \text{arc}^2\, 1'$$

$$\operatorname{tg} x = x^0 \text{ arc } 1^0 + \frac{(x^0)^3}{3} \text{arc}^3\, 1^0 = x' \text{ arc } 1' + \frac{(x')^3}{3} \text{arc}^3\, 1'$$

Nende avaldiste uurimine lubaks arvutada väikeste nurkade x-i neid piire, milledes on lubatav funktsioonide enam või vähem täpne asendus mistahes täpsusastme korral. Need piirid on toodud järgnevas tabelis:

Tabel 4.

Asendatav funktsioon	Millega funktsioon asendatakse	Nurga α äärmine suurus, mille korral asendus on võimalik täpsuse tingimusel	
		1′	0′,1
sin x	x' arc 1′	7°	3°
	x' arc 1′ $\frac{(x')^3}{6}$ arc³ 1′	29°	13°,5
cos x	1	1°,5	0°,5
	$1 - \frac{(x')^2}{2}$ arc² 1′	16°,5	7°,5
tg x	x' arc 1′	5°,5	2°,5

Tuleb märkida, et sageli tabeleis ja teistes käsiraamatuis sõna „arc" on asendatud sõnaga „sin" sel alusel, et $\sin 1^0$, seda enam aga $\sin 1'$ ja $\sin 1''$, on tähtsusetult vähe ja tegelikult mittemärgatavalt erinev $\text{arc}\, 1^0$, $\text{arc}\, 1'$ ja $\text{arc}\, 1''$ ja sageli kirjutatakse: $\sin \alpha^0 = \alpha^0 \cdot \sin 1^0$ või $\sin \alpha' = \alpha' \cdot \sin 1'$ selle asemel, et kirjutada $\alpha^0 \cdot \text{arc}\, 1^0$ või $\alpha' \cdot \text{arc}\, 1'$. Selline on näiteks 1933. a. Meretabelite tab. 21. Kui väikese nurga siinuse või tangensi väärtust on vaja teada ligikaudselt, siis võib võtta $\text{arc}\, 1^0 = \frac{1}{60}$ ja $\text{arc}\, 1' = \frac{1}{3500}$. Nii näiteks $\sin 11^0{,}5 = \frac{11{,}5}{60} = 0{,}19$ (tabeli järgi $\sin 11^0{,}5 = 0{,}199$), $\text{tg}\, 6^0 = \frac{6}{60} = 0{,}1$ (tabeli järgi 0,105).

§ 6. VAJALIKKE TEATMEID SFÄÄRILISEST GEOMEETRIAST.

A. Kahetahulisest ja kolmetahulisest nurgast.

1. K a h e t a h u l i s e k s n u r g a k s nimetatakse ruumi osa, mis asetseb kahe lõikuva pooltasapinna vahel.

Tasapindade lõikesirget nimetatakse s e r v a k s, pooltasapindu aga t a h k u d e k s.

2. Kui serva mingist punktist tõmmata ristsirge servale kumbagi tahku mööda, siis nende ristsirgete vahelist nurka nimetatakse antud kahetahulise nurga j o o n n u r g a k s.

3. K a h e t a h u l i s t n u r k a m õ õ d e t a k s e tema j o o n n u r g a g a.

4. K o l m e t a h u l i s e k s n u r g a k s nimetatakse ruumi osa kolme ühes punktis lõikuva tasapinna vahel.

5. K o l m e t a h u l i s t n u r k a piiravaid tasapindu nimetatakse tema t a h k u d e k s.

6. Kõrvutahud lõikuvad sirgjoonil, mida nim. s e r v a d e k s.

7. Kõige kolme tahu lõikepunkti, mis ühtlasi osutub ka kõikide servade lõikepunktiks, nimetatakse kolmetahulise nurga t i p u k s.

8. Kahe serva vahelist nurka nimetatakse kolmetahulise nurga t a s a n u r g a k s.

9. Kolmetahulise nurga t a s a n u r k a d e s u m m a on alati s u u r e m 0^0-st ja v ä h e m 360^0-st.

10. Kolmetahulise nurga k a h e t a h u l i s t e n u r k a d e s u m m a on alati s u u r e m 180^0-st ja v ä h e m 540^0-st.

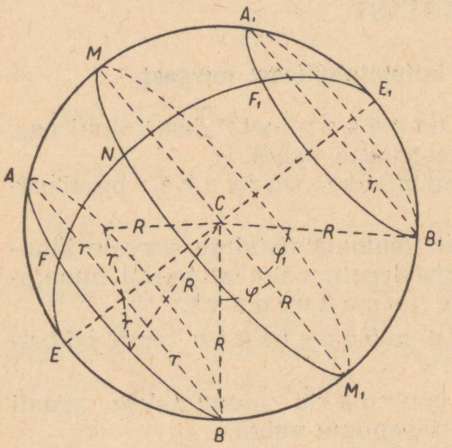
11. Kolmetahulise nurga iga tasanurk on kahe teise tasanurga summast väiksem ja nende vahest suurem.

12. Kolmetahulises nurgas võrdsete tasanurkade vastas asetsevad võrdsed kahetahulised nurgad ja ümberpöördult.

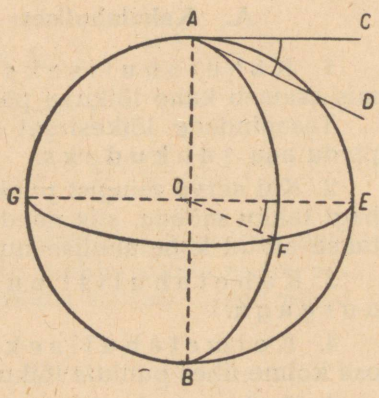
13. Kolmetahulises nurgas suurema tasanurga vastas asetseb suurem kahetahuline nurk ja ümberpöördult.

B. Kerast (sfäärist).

1. Keraks ehk sfääriks nimetatakse geomeetrilist keha, mille pinna kõik punktid on võrdseil kaugusil ühest kindlast sel-



Joon. 1.



Joon. 2.

les kehas asetsevast punktist; seda punkti nimetatakse kera (sfääri) keskpunktiks.

2. Tasapinna lõikejoon kerapinnaga on ringjoon: suur (MM_1) — kui lõike tasapind läbib kera keskpunkti, ja väike (AB või A_1B_1) — kui lõike tasapind ei läbi keskpunkti (joon. 1).

3. Iga suurringi raadius võrdub sfääri raadiusega.

4. Väikese ringi raadius $r = R \cdot \cos \varphi$, kus R on sfääri raadius, φ aga on nurk väikese ringi mistahes punkti tõmmatud sfääri raadiuse ja antud väiksele ringile paralleelse suurringi tasapinna vahel.

On selge, et ka $2\pi r = 2\pi R \cdot \cos\varphi$ ja $2\pi R = 2\pi r \cdot \sec\varphi$.

5. Lühim kaugus kahe punkti vahel kerapinnal on neid punkte läbiv suurringi väiksem kaar.

6. Kahe suurringi tasapinnad lõikuvad sfääri diameetrit mööda.

7. Sfääri diameetrit, mis on risti ringi tasapinnaga, nimetatakse selle ringi teljeks.

8. Sfääri iga diameeter on teljeks tervele ringide süsteemile, millede tasapinnad on omavahel paralleelsed. Selles ringide süsteemis on üks ring suurring, kõik teised aga (lõpmatu hulk) — väikesed.

9. Telje lõikepunkti sfääri pinnaga (punktid E ja E_1) nimetatakse antud ringi (ringide süsteemi) poolusteks.

10. Väikese ringi mistahes punkti ja tema pooluse vahelist suurringi kaart ($\smile E_1A_1 = \smile E_1F_1 = \smile E_1B_1$) nimetatakse selle väikese ringi sfäärilise raadiuseks. Siit järgneb, et iga suurringi sfääriline raadius ($\smile EM = \smile E_1N = \ldots$) võrdub 90°; väikestel aga üle ja alla 90° (kuid mitte üle 180°).

§ 7. SFÄÄRILISEST NURGAST.

1. Sfäärilise nurga nimetatakse nurka sfärilisel pinnal, mida moodustavad kahe lõikuva suurringi kaared, näit. sfääriline nurk FAE (joon. 2).

2. Kaari (AE ja AF), mis moodustavad sfärilise nurga, nimetatakse tema haaradeks.

3. Sfärilise nurga haarade lõikepunkti (A) nimetatakse tema tipuks.

4. Sfärilist nurka mõõdetakse selle tasapindse nurgaga CAD, mille moodustavad läbi nurga tipu ta haaradele tõmmatud puutujad AC ja AD. Kui tipust A või B kui poolusest tõmmata 90°-lise sfärilise raadiusega suurringi kaar EFG ja selle suurringi tasapinnal tõmmata raadiused OE ja OF, risti AB-ga, siis $OE \parallel AC$ ja $OF \parallel AD$, järelikult ka $\angle CAD = \angle EOF$, — viimast aga mõõdetakse kaarega EF.

Nõnda võib öelda, et sfärilist nurka mõõdetakse tema haarade vahelise suurringi kaarega, mille poolus on sfärilise nurga tipus.

5. Sfärilise nurga mõõtarv on samane, kui kahetahulisel nurgal $EABF$, mis on moodustatud antud sfärilise nurga haarade tasapindadega, kuna mõlemad need nurgad on mõõdetavad ühe ja sama tasapindse nurgaga EOF.

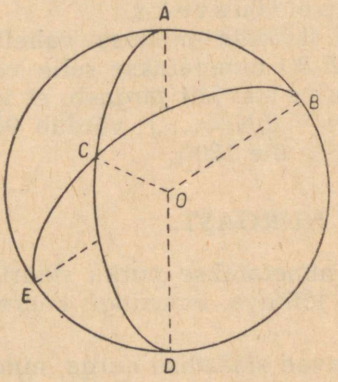
§ 8. SFÄÄRILISEST KOLMNURGAST.

1. S f ä ä r i l i s e k s kolmnurgaks nimetatakse kerapinna osa kolme lõikuva suurringi kaare vahel, näit. *ABC*, *CED* või *CBD* jne. (joon. 3).

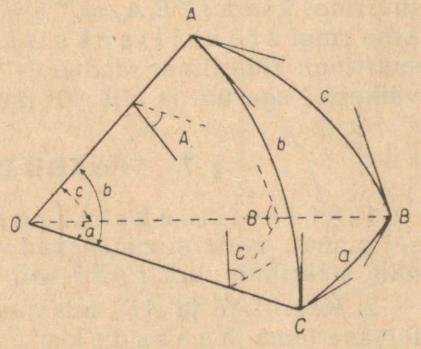
Joon. 4 on kujutatud sfääriline kolmnurk *ABC* üksikult, ilma sfääri kujutuseta.

2. Sfäärilist kolmnurka moodustavate kaarte lõikepunkte nimetatakse tema t i p p u d e k s.

3. Sfäärilist kolmnurka moodustavaid suurringide kaari tema tippude vahel nimetatakse tema k ü l g e d e k s.



Joon. 3.



Joon. 4.

4. Kahe külje vahelist sfäärilist nurka nimetatakse a n t u d s f ä ä r i l i s e k o l m n u r g a n u r g a k s.

Sfäärilises kolmnurgas nii küljed kui ka nurgad väljendatakse kraadides.

5. Igale sfäärilisele kolmnurgale *ABC* (joon. 4) vastab kolmetahuline nurk tipuga sfääri keskpunktis (*OABC*), milles:

a) iga tasanurk on arvuliselt võrdne temale vastava sfärilise kolmnurga küljega: $\widehat{BOC}$ võrdub küljega *a*, $\widehat{AOB}$ võrdub küljega *c*, $\widehat{AOC}$ — küljega *b*;

b) iga kahetahuline nurk on arvuliselt võrdne antud sfärilise kolmnurga vastava nurgaga, kuna mõlemaid mõõdab üks ja

sama tasapindne nurk. Nii kahetahuline nurk $AOCB = \widehat{C}$, kahetahuline nurk $COBA = \widehat{B}$ ja kahetahuline nurk $BOAC = \widehat{A}$.

See selgub kujukalt joon. 4.

6. Selle põhjal kolmetahulise nurga tasanurkade omadused on kohaldatavad sfäärilise kolmnurga külgedele, s. o. (vt. § 6, A, p. 9):

Iga sfäärilise △-ga külgede summa on alati suurem 0°-st ja väiksem 360°-st.

$$o < a + b + c < 360^{\circ}.$$

7. Samal alusel kõik kolmetahulise nurga kahetahuliste nurkade omadused on kohaldatavad sfäärilise kolmnurga nurkadele, nimelt (vt. § 6, A, p. 10):

Iga sfäärilise △-ga nurkade summa on suurem kui 180° ja väiksem kui 540°.

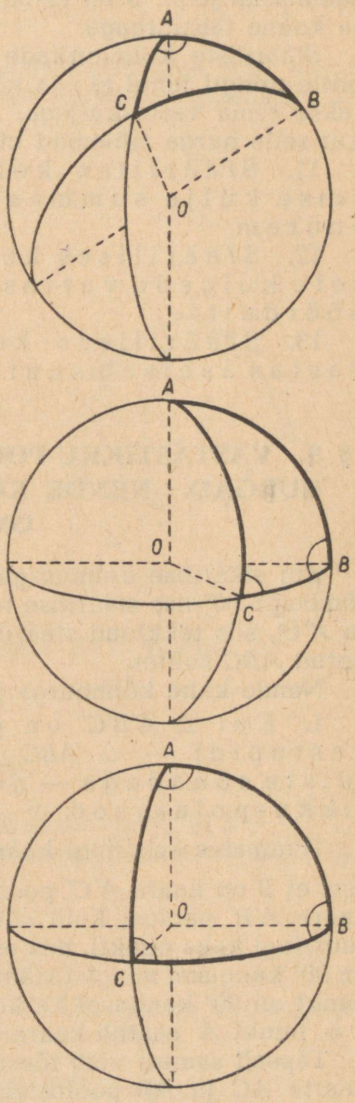
$$180^{\circ} < A + B + C < 540^{\circ}.$$

8. Sfäärilises △-as ükski külgedest ei või olla üle 180°. Kui sfäärilises △-as kas või üks külg võrdub 90° (kuid võivad ka kõik kolm külge olla võrdsed 90°), siis kolmnurka nimetatakse täisküLgseks.

9. Sfäärilises △-as ükski nurk ei või olla üle 180°.

10. Sfäärilises △-as võib olla üks, kaks või kolm täisnurka. Neil puhkudel kolmnurka nimetatakse täisnurkseks. Teised nurgad võivad olla suuremad ja väiksemad täisnurgast.

Täisnurka moodustavaid külgi nimetatakse, samuti kui tasapind-



Joon. 5.

ses △-as, kaatetiteks, 3-ndat külge — hüpotenuusiks.

Sellistest kolmnurkadest kujukama ja selgema ettekujutuse saamiseks joon. 5 on esitatud sfäärilised kolmnurgad ühe, kahe ja kolme täisnurgaga.

Sfääriliste kolmnurkade kohta tuleb teha järgmine hoiatus: mitte mingil juhul ei saa väita, et sfäärilise △-ga nurka mõõdetakse tema vastasküljega; see on õige ainult ühel erijuhtumil, kui selle nurga mõlemad küljed on 90^0.

11. Sfäärilise kolmnurga iga külg on kahe teise külje summast väiksem ja nende vahest suurem.

12. Sfäärilises kolmnurgas asetsevad võrdsete külgede vastas võrdsed nurgad ja ümberpöördult.

13. Sfäärilises kolmnurgas suurema külje vastas asetseb suurem nurk ja ümberpöördult.

§ 9. VASTASTIKKU-POLAARSED SFÄÄRILISED KOLMNURGAD. NENDE KÜLGEDE JA NURKADE PÕHIOMADUSED.

Kui sfäärilise kolmnurga ABC (joon. 6) tippudest A, B ja C tõmbame 90^0-lise sfäärilise raadiusega suurringi kaared $A'B'$, $B'C'$ ja $A'C'$, siis tekkinud sfäärilist △ $A'B'C'$ nimetatakse polaarseks antud ABC suhtes.

Nende kahe kolmnurga põhiomadused on järgmised:

1. Kui △ $A'B'C'$ on polaarne △-gaga ABC, siis ka vastupidi — △ ABC on polaarne △-gaga $A'B'C'$, teiste sõnadega — need kolmnurgad on vastastikku-polaarsed.

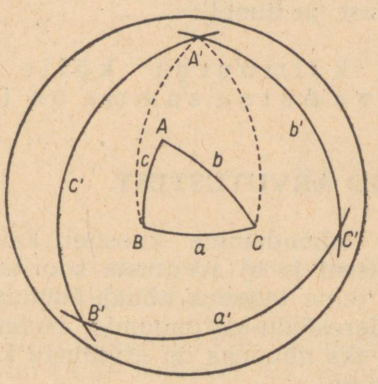
Tõmmates suurringi kaared $A'B$ ja $A'C$ näeme, et $\overset{\smile}{A'B} = 90^0$, sest et B on kaare $A'C'$ poolus, ja samuti $\overset{\smile}{A'C} = 90^0$, sest et C on kaare $A'B'$ poolus; kuid sfäärilisest geomeetriast teame, et kui suurringi kaks punkti, mis ei asetse ühe ja sama diameetri otstel, on 90^0 kaugusel mingist sfääri pinna punktist, siis see sfääri pinna punkt on 90^0 kaugusel ka kõikidest teistest suurringi punktidest, s. o. punkt A' osutub kaare BC pooluseks.

Täpselt samuti võib tõestada, et ka punktid B' ja C' osutuvad kaarte AC ja AB poolusteks, järelikult kolmnurgad on vastastikku-polaarsed.

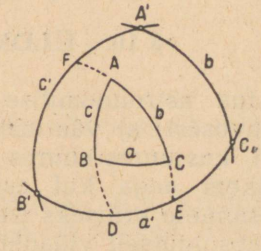
2. Antud sfäärilise kolmnurga nurga ja polaarkolmnurga vastava külje summa on 180^0.

Märkus: Polaarkolmnurga mingi nurga vastavaks küljeks on see külg, millele selle nurga tipp on pooluseks.

Tõestuseks pikendame antud sfäärilise kolmnurga ABC külgi AB ja AC lõikumiseni polaarkolmnurga küljega a' punktides D ja E (joon. 7).



Joon. 6.



Joon. 7.

Siis $\overset{\smile}{B'E} = 90^0$, sest punkt B' on kaare ACE poolus.

$\overset{\smile}{C'D} = 90^0$, „ „ C' „ „ ABD „

Liites saame

$$\overset{\smile}{B'E} + \overset{\smile}{C'D} = 180^0.$$

Kujutledes kaart $B'E$ kujul $\overset{\smile}{B'D} + DE$ ja märgates, et $\overset{\smile}{B'D} + \overset{\smile}{C'D}$ kujutavad külge a', kuna kaar DE poolusega punktis A mõõdab nurka A, saame

$$A + a' = 180^0.$$

Täpselt samuti $B + b' = C + c' = 180^0$.

Pikendades antud kolmnurga külge AC ka teisele poole kuni lõikumiseni küljega c' punktis F, võime kirjutada

$\overset{\smile}{AE} = 90^0$, sest punkt A on kaare $B'EC'$ poolus.

$\overset{\smile}{CF} = 90^0$, „ „ C „ „ $A'FB'$ „

Liites saame: $\overset{\smile}{AE} + \overset{\smile}{CF} = 180^0$; asendades selles võrduses kaare CF summaga $\overset{\smile}{CA} + \overset{\smile}{AF}$ ja märgates, et $\overset{\smile}{CA}$ on antud kolmnurga külg b, kuna $\overset{\smile}{AE} + \overset{\smile}{AF} = EF$ mõõdab nurka B', saame lõplikult

$$b + B' = 180^0.$$

Täpselt samuti ka $a + A' = 180^0$, ja $c + C' = 180^0$, mis märgib ülalöeldule vastupidist omadust, ja nimelt:

3. Antud sfäärilise kolmnurga külje ja polaarkolmnurga vastava nurga summa on 180^0.

§ 10. ÜLDMÄRKMEID ARVUTUSTEST.

Iga astronoomilise ülesande lahendamine koosneb kahest tegevusest: a) vaatluste teostamisest ja b) arvutuste sooritamisest, kusjuures suures enamikus teine tegevus nõuab tunduvalt rohkem aega kui esimene. Meresõidu-astronoomia enamiku ülesannete eriliseks iseloomustavaks nõudeks on arvutuste kiire ja absoluutselt vigadeta sooritamine.

Arvutuste kiiruse vajadust dikteerib see kaalutlus, et kui laevajuht tehes vaatlusi arvutab laeva asukoha suure ajavahemiku järgi, laev aga selle aja jooksul võib läbi sõita pika vahemaa, — siis arvutuste tulemuse väärtus on tunduvalt langenud, eriti sõidul sellises rajoonis ja selliseis tingimusis, kus on vaja laeva asukohta teada saada võimalikult kiiresti, et vajaduse korral kurssi muuta.

Arvutuste kiirus saavutatakse kõigepealt treenimisega ülesannete lahendamises; eksimatus aga nõuab esijoones pingelist tähelepanu. Võib osutada tervele reale tegelikele toiminguile ja võtteile, mis soodustavad arvutuste kiiruse tõusu ja teatud määral võimaldavad vältida eksimusi. Selleks peab:

1. Arvutused korraldama tingimata skeemi, kusjuures skeem peab olema hoolikalt läbi mõeldud, et ta vastaks selle või teise valemi arvutustele. Skeemi koostamiseks reegleid anda on võimatu, allpool toome vaid skeemi näite ühe valemi arvutamiseks.

Otstarbekalt koostatud skeem keeruliste valemite arvutustel võib anda aja kokkuhoidu kuni 40 ja isegi 50%, rääkimata sellest, et seejuures väheneb tunduvalt eksimuste võimalus.

Olgu nõutud näiteks arvutada nurka valemist:

$$\operatorname{tg} x = 2{,}853 \cdot 0{,}7436^2 \cdot \operatorname{cosec} 9^0 10',1 - 8{,}372 \cdot \cos^2 19^0 6',9 \cdot \operatorname{tg} 50^0 0',7.$$

Skeem on selline:

2,853	lg	0,4553		
0,7436	2 lg	9,7428		
8,372	—		lg	0,9228
$9^0 10',1$	lg cosec	0,7977		
$19^0 6',9$	—		2 lg cos	9,9558
$50^0 0',7$	—		lg tg	0,0763
	lg I	0,9958	lg II	0,9549
	β. . . .	8,9536	G. A.	0,0409
	$\operatorname{lg} \operatorname{tg} x = 9{,}9494$			
	$x = 41^0 40',1.$			

2. Arvutamisel numbrid tuleb kirjutada võimalikult selgesti ja mitte liiga väikeselt.

3. Liitmiseks või lahutamiseks teineteise alla kirjutatud arvud peab asetama nii, et ühelised tuleksid täpselt üheliste, kümnelised kümneliste, murrukomad komade alla jne., ühe sõnaga, et ühesugused järgud neis arvudes oleksid ühel vertikaalil.

Sama reeglit tuleb rakendada ka kraadide, minutite ja nende kümnendosade suhtes.

See nõue on väga oluline.

4. Mõned kirjutavad tundide, minutite ja sekundite ning kaare kraadide, minutite ja sekundite numbri null (0) nende numbrite kümnete kohale, kui see arv on ühekohaline, näit.: $12^h 07^m 05^s$ või $07^0 03',6$. See nullide kirjutamine kümnete kohale ei ole otstarbekohane ning osutub isegi kahjulikuks, seepärast et kui numbrid on liitmiseks või lahutamiseks kirjutatud teineteise alla, siis mõninga tähelepanematuse või numbrite mittekorraliku teineteise alla kirjutamise puhul võib kergesti eksida ja võtta näit. kirjutatud 07 asemel 0,7. Parem on kirjutada lihtsalt: $12^h 7^m 5^s$ või $7^0 3',6$.

5. Tuleb harjutada kahe või isegi kolme arvu liitmist ja ühe arvu teisest lahutamist alates kõrgema väärtusega numbrist, s. o. vasemalt paremale. Sellise liitmise ja lahutamise meetodi omandamine on veidi harjutades kaunis lihtne; tulemusena aga kaht-

lemata võidetakse ajas ja saavutatakse korrapärasem ning sobivam (vasemalt paremale) tulemuse (summa või vahe) kirjutamine.

6. Kõik arvutamised tuleb kirjutada hästi teritatud ning küllaldaselt pehme (mitte keemilise) pliiatsiga (nr. 2 või 3, B või HB).

7. Iga arvutamisega peab kaastuma võimaluse korral lõpptulemuse kontroll; mõnel puhul aga saab kontrollida vahepealseil momentidel, s. o. arvutamise käigu kestel; mõnel puhul on võimalik küllaldaselt täpne kontroll, teisel aga ligikaudne, kuid ka viimast ei tule põlata.

Näiteks kui tasapindses kolmnurgas antud kolme külje järgi arvutatakse kõik kolm nurka, siis osutub küllaldaselt täpseks kontrolliks kõigi kolme nurga arvutatud summa leidmine: ta peab olema lähedal 180°-le. Antud juhul ütleme nimelt, „lähedal 180°-le", kuna vältimatute vigade tõttu, mis tulenevad logaritmide kasutamisest, arvutatud nurgad võivad osutuda mõnevõrra vääraks ja nende summa ei võrdu täpselt 180°-ga. Selle summa erinevus 180°-st neljakohaliste logaritmide tabeli kasutamisel võib küündida kuni 0′,5—1′—2′.

Samas näites võib teostada ka ligikaudset vahepealset kontrolli: näit. kui nurk B osutub suuremaks nurgast A, samal ajal kui ülesandes külg $b < a$, siis see näitab juba enne arvutamiste lõppu, et on tehtud mingi jäme viga.

8. Kontrolli mõttes on kasulik eriti esialgu kõik arvutamised kaastada sama ülesande graafilise lahendamisega; joonise võib teha käega ja silmamõõtu kasutades, kandes antud joon- ja nurkmõõdud võimalikult õigesti joonisele ning kaldumata kõrvale perspektiivi reegleist, kui joonis tehakse kolmes mõõtmes.

9. Tuleb võtta reegliks — avaldada kõik otsitavad võimalust mööda antud suuruste kaudu ja mitte kasutada näiteks teise otsitava arvutamiseks äsja arvutatud eelmist suurust. Juhtudel aga, kui teise otsitava arvutamine varem leitud esimese suuruse kaudu tunduvalt lihtsustab lahendamist ja kui teiselt suuruselt ei nõuta suurt täpsust, võib lubada kõrvalekaldumist toodud reeglist.

10. Logaritmide tabelid tuleb võtta kohtade arvuga, mis vastavad suuruse arvutamiseks esitatud täpsusele, või ühe võrra suurema kohtade arvuga.

NÄITEID PEATÜKILE I.

Leida arvude logaritmid.

1) 25,74	6) 0,0001072	*Vastused:*	1) 1,4106	6) $\bar{4},0302$
2) 0,7629	7) 0,01238		2) $\bar{1},8824$	7) $\bar{2},0927$
3) 4 947 186	8) 0,5003		3) 6,6943	8) $\bar{1},6992$
4) 5 490	9) 900,009		4) 3,7396	9) 2,9542
5) 9,9761	10) 1,845		5) 0,9989	10) 0,2660

Kõik logaritmi interpoolimised teha tingimata peast.

Leida arvud antud logaritmide järgi.

11) 2,3967	16) $\bar{3},9254$	*Vastused:*	11) 249,3	16) 0,008422
12) 0,9763	17) 1,9969		12) 9,469	17) 99,29
13) 5,1206	18) $\bar{1},2948$		13) 132 000	18) 0,1971
14) $\bar{4},7300$	19) 6,9188		14) 0,000537	19) 8 295 000
15) 3,4639	20) $\bar{2},6734$		15) 2910	20) 0,04714.

Otsitava arvu interpoolimine sooritada peast.

Leida trigonomeetriliste funktsioonide logaritmid.

21) sin 7°51′,7	26) sin 47°11′,7	*Vastused:*	21) 9,1360	26) 9,8655
22) ctg 63°4′,9	27) cos 0°43′,8		22) 9,7056	27) 1,8948
23) sec 88°50′,6	28) cos 30°1′,3		23) 1,6950	28) 9,9375
24) tg 1°3′,7	29) tg 79°5′,4		24) 8,2679	29) 0,7150
25) cos 84°15′,5	30) ctg 14°42′,2		25) 9,0002	30) 0,5810

Leida 1-se veerandi ($< 90^0$) argumendid (kaared) nende trigonomeetriliste funktsioonide logaritmide järgi.

31) lg tg	$x = 1{,}4763$	*Vastused:*	31) 88° 5′,2
32) lg sin	$x = 8{,}1988$		32) 0°54′,3
33) lg cosec	$x = 1{,}0095$		33) 5°36′,8
34) lg sec	$x = 0{,}0008$		34) 3°28′,5
35) lg tg	$x = 0{,}9467$		35) 83°33′,0
36) lg sec	$x = 1{,}9568$		36) 89°22′,0
37) lg cos	$x = 9{,}0000$		37) 84°15′,7
38) lg sin	$x = 9{,}5976$		38) 23°19′,3
39) lg cos	$x = 9{,}8954$		39) 38°11′,0
40) lg tg	$x = 8{,}0722$		40) 0°40′,6

Argumendi kaareminutite kümnendosade arvestus sooritada võimalikult peast ja ainult suurte tabelivahede puhul kasutada pliiatsit ja paberit. Tuleb harjuda kraade ja minuteid korraga kirjutama, siis aga arvutada ja juurde kirjutada minutite kümnendosad.

Leida Gaussi tabelite abil kahe arvu summa või vahe, kui on antud nende arvude logaritmid, või arvutada x antud avaldiste järgi.

		lg a	lg b			Vastused:
41)	*On antud*	2,4957	2,1618	*Leida*	$a+b$	41) 458,2
42)	„	$\bar{1}$,9817	$\bar{1}$,9315	„	$a-b$	42) 0,1047
43)	„	$\bar{1}$,0293	$\bar{1}$,5479	„	$a-b$	43) —0,2461
44)	„	3,6145	$\bar{2}$,1817	„	$a+b$	44) 4268
45)	„	$\bar{4}$,5580	$\bar{6}$,9712	„	$a-b$	45) 0,0003521
46)	„	0,0198	2,1472	„	$a-b$	46) —139,3
47)	„	$\bar{3}$,8129	$\bar{2}$,9995	„	$a-b$	47) —0,09339
48)	„	0,6548	0,7390	„	$a+b$	48) 10,00
49)	„	5,8006	6,0973	„	$a+b$	49) 1 883 000
50)	„	$\bar{1}$,3476	$\bar{2}$,8594	„	$a-b$	50) 0,1503

51) $x = 47{,}52 \cdot 29{,}14 - 0{,}8638 \cdot 25{,}72^2$ — 51) 813,0

52) $x = \sqrt{927{,}3} + 2\sqrt[3]{1263}$ — 52) 52,07

53) $x = 0{,}0374 \cdot 17{,}28^3 - \frac{5}{8}\sqrt[3]{275\,600}$ — 53) 152,3

54) $x = \sin 69^0 10',3 + 0{,}7 \operatorname{ctg} 42^0 54',3$ — 54) 1,688

55) $x = 837{,}2 \cdot \cos^2 19^0 6',9 \cdot \operatorname{tg} 50^0 0',7 - 2{,}853 \cdot 54{,}19 \cdot \operatorname{cosec} 9^0 10',1$ — 55) —79,23

Mitmesuguseid ülesandeid.

Võttes Maa kerana raadiusega $R = 6371$ km, märkides geograafilise laiuse φ-ga, pikkuse — λ-ga, ja lugedes $2\pi = 6{,}283$, arvutada:

56) paralleeli pikkus, kui $\varphi = 59^0 59',4$ Nord
57) „ „ „ „ $\varphi = 7^0 19',0$ Süd
58) „ „ „ „ $\varphi = 89^0 30',0$

59) Mingisuguse ekvaatori punkti pikkus λ on $178^0 41',0$ West, missugune on teise punkti pikkus samas laiuses, mis on esimesest 726,5 km kaugusel Westi?

60) Mingisuguse punkti $\varphi = 49^0 32',4$ Nord, $\lambda = 82^0 15',7$ Ost; milline on teise punkti pikkus samas laiuses, mis on 411,7 km kaugusel esimesest Westi.

61) Keegi läbis 23,45 km paralleelil $55^0 51',2$. Kuipalju muutus tema pikkus?

62) Muurmanskis ($\varphi = 68^0$ N) kulgeb 60 m laiune tänav meridiaani suunas. Milline on selle tänava ühe ja teise poole elanike pikkuste vahe?

63) Milline paralleel on 1,5 korda lühem 10^0 paralleelist?

64) Milline paralleel on 2,75 korda pikem 80^0 paralleelist?

65) Mitu korda paralleel $15^0 10',7$ on lühem või pikem paralleelist $43^0 7',9$?

Kõik ülesanded lahendada Meretabelite abil.

Vastused ülesandeile nr. 56—65:

56) 20 020 km
57) 39 700 km
58) 349,3 km
59) $\lambda = 174^{0}47',0$ Ost
60) $\lambda = 76^{0}33',3$ Ost
61) $\Delta\lambda = \text{p. v.} = 22',0$
62) $\Delta\lambda = 0',1 \ldots . (5'',2)$
63) $\varphi = 48^{0}57',5$
64) $\varphi = 61^{0}28',5$
65) pikem 1,322 korda.

Peatükk II.

SFÄÄRILINE TRIGONOMEETRIA.

Sfäärilise trigonomeetria ülesandeks on sfäärilise kolmnurga lahendamine, s. o. tema tundmata elementide — külgede või nurkade leidmine antud elementide järgi.

Et seda ülesannet lahendada arvutamise teel, on vajalik kõigepealt määrata analüütiline seos sfäärilise kolmnurga mitmesuguste elementide vahel, s. o. määrata valemid, mis seovad sfäärilise kolmnurga elemente mitmesugustes kombinatsioonides.

Geomeetriast on teada, et nii tasapindse kui ka sfäärilise kolmnurga konstrueerimiseks, ehk teisiti öeldes, tema lahendamiseks graafiliselt on vaja, et antud kolmnurgas oleks teada mitte rohkem ega vähem kui nimelt kolm tema elementi. Siit järgneb, et sfäärilises trigonomeetrias, mis tegeleb samuti sfäärilise kolmnurga tundmata nurkade ja külgede leidmisega mitte graafilise kujutamise abil, vaid arvutamisega, — selleks kasutatavad valemid peavad siduma kolmnurga nelja elementi, milliseist kolm peavad olema antud, neljas aga — tundmatu, leitakse arvutamisega. On selge, et sfäärilise kolmnurga lahendamisel ei saa kasutada valemeid, mis seoksid tema kolme või vähem elementi: see oleks samaväärne kolmnurga konstrueerimise võimalusega kahe antud elemendi järgi, mis aga on võimatu.

Selliseid valemeid sfäärilise kolmnurga külgede ja nurkade mitmesuguseiks kombinatsioonideks võiks püstitada kaunis palju, kuid oma lühikeses kursuses me piirdume vaid kaheksa põhivalemi tuletamisega, mis tagavad täielikult nende sfääriliste kolmnurkade lahendamist, mis esinevad meie astronoomia kursuses.

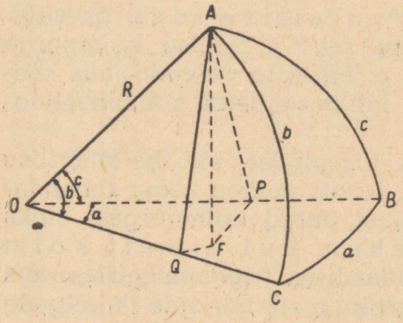
Märgime samuti, et erivalemeid täisnurksete või täiskülgsete sfääriliste kolmnurkade lahendamiseks me ei too, võttes arvesse,

et nii ühed kui teised kujutavad vaid kaldnurkse kolmnurga erijuhust ja nende lahendamiseks on täielikult kohandatavad üldvalemid, mis, nagu näiteis näeme, on neil juhtudel tunduvalt lihtsustatud.

§ 11. SFÄÄRILISE TRIGONOMEETRIA PÕHIVALEMITE TULETAMINE.

A. Kaldnurksete kolmnurkade lahendamisvalemid.

Olgu antud (joon. 8) sfääriline $\triangle ABC$ ja olgu punkt O sfääri keskpunkt. Ühendates O tippudega A, B ja C, saame antud sfäärilisele kolmnurgale vastava kolmetahulise nurga $OABC$, tipuga keskpunktis O.



Joon. 8.

1. Siinuslause.

Sfäärilise $\triangle$ mingist tipust, näit. A-st (joon. 8) tõmbame ristlõigu kolmetahulise nurga vastastahule BOC, ning olgu punkt F selle ristlõigu aluseks. Läbi selle ristlõigu AF tõmbame tasapinnad AFQ ja AFP, vastavalt risti kolmetahulise nurga servadele OC ja OB.

Joonisest näeme, et:

$\widehat{AQF}$ = sfäärilise nurgaga C, ja $\widehat{APF}$ = sfäärilise nurgaga B.

Täisnurkseist kolmnurkadest AFQ ja AFP ($AFQ = AFP = 90^0$) võime kirjutada:

$$\triangle\text{-st } AFQ \ldots AF = AQ \cdot \sin C,$$
$$\triangle\text{-st } AFP \ldots AF = AP \cdot \sin B,$$

kust

$$AQ \cdot \sin C = AP \cdot \sin B. \qquad (1)$$

Täisnurkseist $\triangle$-dest AOQ ja AOP ($\widehat{AQO} = \widehat{APO} = 90^0$) saame: $AQ = R \cdot \sin b$ ja $AP = R \cdot \sin c$.

Asetades need väärtused valemisse (1) ja taandades võrduse mõlemad osad R-ga, saame:

$$\sin b \cdot \sin C = \sin c \cdot \sin B. \qquad (2)$$

Jagades võrduse mõlemat poolt $\sin C \cdot \sin c$-ga, saame:

$$\boxed{\frac{\sin b}{\sin c} = \frac{\sin B}{\sin C}} \qquad (3)$$

Kui ristlõigu tõmbaksime tippudest B või C vastastahule, siis saaksime analoogiliselt:

$$\boxed{\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin A}{\sin B} \text{ ja } \frac{\sin a}{\sin c} = \frac{\sin A}{\sin C}},$$

mis annab meile 1. põhivalemi.

Siinuslause.

1. põhivalem

Igas sfäärilises kolmnurgas külgede siinused on võrdelised vastasnurkade siinustega.

Järelikult, kui on teada sfäärilise $\triangle$-ga kaks külge ja ühe antud külje vastasnurk, või vastupidi, siis see valem võimaldab leida teise külje vastasnurga või teise nurga vastaskülje.

Paneme tähele, et see valem on väga sarnane tasapindse trigonomeetria tuntud valemiga

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B},$$

mis hõlbustab tema meelespidamist.

2. Külje koosinuslause.

Järgmine põhivalem saadakse eelmisest joonisest, milles on tehtud järgmine täiendav konstruktsioon (joon. 9): alumise tahu BOC tasapinnal on tõmmatud sirgjoon $PK \parallel FQ$ ja $FM \parallel OC$; järelikult $PK \perp OC$ ja $MF \perp KP$; peale selle $KQ = FM$ ja $\overset{\frown}{MPF} = \overset{\frown}{BOC} = a$, kui vastavalt ristuvate haaradega nurgad.

Joonisest (joon. 9-a kujutab tahku BOC otsevaates) näeme, et:

$$OQ = OK + KQ = OK + MF = OK + PF \cdot \sin a, \qquad (4)$$

kuid:

$$OQ = R \cdot \cos b \,(\triangle\text{-st } AOQ)$$
$$OK = OP \cdot \cos a \,(\triangle\text{-st } OPK),$$

kuna

$$OP = R \cdot \cos c \ (\triangle\text{-st } AOP),$$

siis

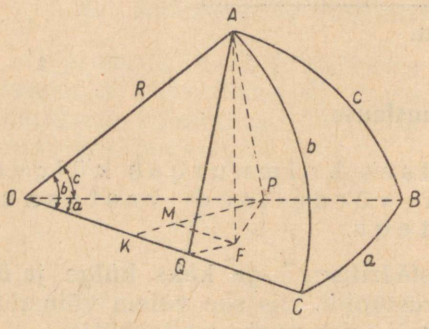
$$OK = R \cdot \cos c \cdot \cos a$$
$$PF = AP \cdot \cos B \ (\triangle\text{-st } AFP),$$

et aga

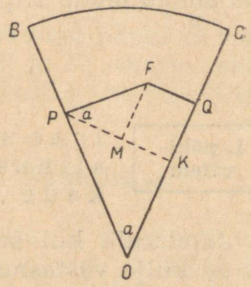
$$AP = R \cdot \sin c \ (\triangle\text{-st } AOP),$$

siis

$$PF = R \cdot \sin c \cdot \cos B.$$



Joon. 9.



Joon. 9-a.

Asetades need väärtused valemisse (4) ja taandades R-ga, saame:

$$\boxed{\cos b = \cos a, \cos c + \sin c \cdot \cos B} \qquad (5)$$

Teostades vastavad konstruktsioonid teistel tippudel ja tahkudel, saaksime analoogiliselt:

$$\boxed{\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \\ \cos c &= \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C \end{aligned}}$$

Külje koosinuslause.

2. põhivalem

Igas sfäärilises kolmnurgas külje koosinus võrdub kahe teise külje koosinuste korrutisega, pluss samade külgede siinuste korrutis nende vahelnurga koosinusega.

See valem annab seose sfäärilise △-ga kolme külje ja ühe nurga vahel ning on sobiv rakendada, kui on vaja leida üht külge antud kahe külje ja nende vahelise nurga järgi või üht nurka antud kolme külje järgi. Viimasel juhtumil otsitava nurga valem kirjutatakse:

$$\begin{aligned}\cos A &= \cos a \cdot \operatorname{cosec} b \cdot \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c\\ \cos B &= \cos b \cdot \operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} c\\ \cos C &= \cos c \cdot \operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{cosec} b - \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} b.\end{aligned}$$

3. Nurga koosinuslause.

Kolmanda põhivalemi saame teisest, kasutades polaarkolmnurkade omadusi.

Selleks ehitame antud kolmnurgale ABC polaarse kolmnurga $A'B'C'$ ja rakendame sellele 2-se põhivalemi, näit. külje a' suhtes:

$$\cos a' = \cos b' \cdot \cos c' + \sin b' \cdot \sin c' \cdot \cos A'.$$

Kuna polaarkolmnurkade omaduste põhjal (§ 9)

$$\begin{aligned}a' + A &= 180^0 \text{ ehk } a' = 180^0 - A;\\ b' + B &= 180^0 \text{ „ } b' = 180^0 - B;\\ c' + C &= 180^0 \text{ „ } c' = 180^0 - C;\\ A' + a &= 180^0 \text{ „ } A' = 180^0 - a,\end{aligned}$$

siis, asetades need avaldised eelmisse valemisse, saame:

$$\begin{aligned}\cos (180^0 - A) = \cos (180^0 - B) \cdot \cos (180^0 - C) +\\ + \sin (180^0 - B) \cdot \sin (180^0 - C) \cdot \cos (180^0 - a).\end{aligned}$$

Meenutades, et

$$\cos (180^0 - a) = -\cos a \text{ ja } \sin (180^0 - a) = \sin a,$$

saame lõplikult:

$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a.$$

Samuti:

$$\begin{aligned}\cos B &= -\cos A \cdot \cos C + \sin A \cdot \sin C \cdot \cos b;\\ \cos C &= -\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B \cdot \cos c,\end{aligned}$$

mis annab 3-nda põhivalemi.

Nurga koosinuslause.

3. põhivalem Nurga koosinus võrdub miinus kahe teise nurga koosinuse korrutisega, pluss samade nurkade siinuste korrutis nende vahelise külje koosinusega.

Seda valemit kasutatakse nurga leidmiseks kahe antud nurga ja nende vahelise külje järgi, või külje leidmiseks kolme antud nurga järgi. Viimasel juhul 3. valem kirjutatakse kujul:

$$\cos a = \cos A \cdot \operatorname{cosec} B \cdot \operatorname{cosec} C + \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C;$$
$$\cos b = \cos B \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \operatorname{cosec} C + \operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{ctg} C;$$
$$\cos c = \cos C \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \operatorname{cosec} B + \operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{ctg} B.$$

4. Kootangenslause.

Neljanda põhivalemi tuletame 2. põhivalemist:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A;$$

asendame selles valemis $\cos c$ temaga võrdse avaldisega: $\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C$ (sama 2-se põhivalemi põhjal) ja leides, et siinuslause põhjal:

$$\sin c = \frac{\sin a \cdot \sin C}{\sin A},$$

saame:

$$\cos a = \cos b\,(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C) + \frac{\sin b \cdot \sin a \cdot \sin C \cdot \cos A}{\sin A};$$

avame sulud ja asendades $\frac{\cos A}{\sin A} = \operatorname{ctg} A$:

$$\cos a = \cos a \cdot \cos^2 b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos b \cdot \cos C + \sin a \cdot \sin b \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \sin C,$$

viime liikme $\cos a \cdot \cos^2 b$ vasemale poole ja toome $\cos a$ sulgude ette:

$$\cos a\,(1 - \cos^2 b) = \sin a \cdot \sin b \cdot \cos b \cdot \cos C + \sin a \cdot \sin b \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \sin C,$$

ehk

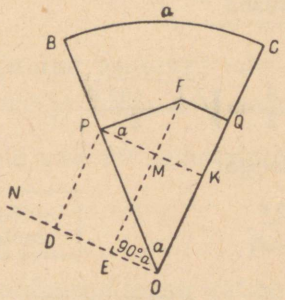
$$\cos a \cdot \sin^2 b = \sin a \cdot \sin b \cdot \cos b \cdot \cos C + \sin a \cdot \sin b \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \sin C.$$

Jagades viimase võrduse mõlemad pooled $\sin a \cdot \sin b$-ga, saame:

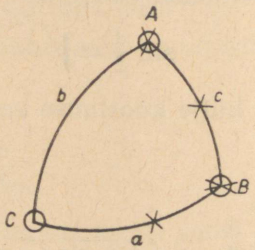
$$\operatorname{ctg} a \cdot \sin b = \cos b \cdot \cos C + \operatorname{ctg} A \cdot \sin C.$$

Liikmeid ümber paigutades, saame lõplikult:

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin C = \operatorname{ctg} a \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos C \quad . \; . \; (6)$$



Joon. 10.



Joon. 11.

Nagu nähtub joon. 11, see valem seob kolmnurga 4 järjestikust elementi: nurka A, külge b, nurka C ja külge a, ja sõnastatakse nii:

Kootangenslause.

4. põhivalem

Äärmise nurga kootangensi korrutis sisemise nurga siinusega võrdub äärmise külje kootangensi ja sisemise külje siinuse korrutisega, miinus sisemiste elementide (külje ja nurga) korrutis.

Analoogiliselt valemile (6) võime kirjutada:

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin B = \operatorname{ctg} a \cdot \sin c - \cos c \cdot \cos B$$
$$\operatorname{ctg} B \cdot \sin C = \operatorname{ctg} b \cdot \sin a - \cos a \cdot \cos C$$
$$\operatorname{ctg} B \cdot \sin A = \operatorname{ctg} b \cdot \sin c - \cos c \cdot \cos A$$
$$\operatorname{ctg} C \cdot \sin A = \operatorname{ctg} c \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos A$$
$$\operatorname{ctg} C \cdot \sin B = \operatorname{ctg} c \cdot \sin a - \cos a \cdot \cos B$$

Seda valemit kasutame sfääriliste kolmnurkade lahendamisel, kui on antud kolm järjestikust elementi ja otsitakse äärmise antud elemendi lähiselementi.

Eespool tuletatud põhivalemite abil ei ole kerge kõiki kaldnurkse kolmnurga juhtumeid lahendada, eriti kui on antud kolm nurka või kolm külge. Ka ei ole need valemid peale siinuslause logaritmitavas kujus. Seepärast tuletame neist põhivalemeist uued valemid, millede abil on lihtsam kolmnurki lahendada, samuti ka kergem määrata veerandid, milles otsitav element asetseb.

5. Poolnurga-lause.

Asendame valemites:

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}} \quad \text{ja} \quad \cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$$

cos A külje koosinuse valemist avaldisega:

$$\frac{\cos a-\cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c},$$

saame

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin b\cdot\sin c-\cos a+\cos b\cdot\cos c}{2\sin b\cdot\sin c}}=\sqrt{\frac{\cos(b-c)-\cos a}{2\sin b\cdot\sin c}};$$

rakendades koosinuste vahe valemit, võime kirjutada:

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{2\sin\frac{a+b-c}{2}\cdot\sin\frac{a-b+c}{2}}{2\sin b\cdot\sin c}}=\sqrt{\frac{\sin\frac{a+b-c}{2}\cdot\sin\frac{a-b+c}{2}}{\sin b\cdot\sin c}}$$

ja

$$\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin b\cdot\sin c+\cos a-\cos b\cdot\cos c}{2\sin b\cdot\sin c}}=\sqrt{\frac{\cos a-\cos(b+c)}{2\sin b\cdot\sin c}}=$$

$$=\sqrt{\frac{\sin\frac{a+b+c}{2}\cdot\sin\frac{b+c-a}{2}}{\sin b\cdot\sin c}}$$

Kui tähistame sfäärilise kolmnurga ümbermõõdu $2p$, s. o. $a+b+c=2p$, siis $a+b-c=2(p-c)$; $a-b+c=2(p-b)$ ja $b+c-a=2(p-a)$ ning

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin b\cdot\sin c}} \quad \text{ja} \quad \cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-a)}{\sin b\cdot\sin c}}$$

Jagades esimese võrduse teisega, saame:

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin p\cdot\sin(p-a)}}$$

Analoogiliselt:

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-c)}{\sin p\cdot\sin(p-b)}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)}{\sin p\cdot\sin(p-c)}}$$

Ruutjuured esinevad siin ainult pluss-märgiga, sest $\frac{A}{2}$, $\frac{B}{2}$ ja $\frac{C}{2}<90^0$ ja nende trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed.

Seda valemit nimetatakse

5. põhivalem

poolnurga-lauseks.

Poolnurga-lause väljendab logaritmitavas kujus seost sfäärilise kolmnurga kolme külje ja ühe nurga vahel ning neid kasutatakse sfäärilise kolmnurga ühe nurga leidmisel, kui on antud kolm külge.

Kui antud kolme külje järgi tahame leida kõik kolm nurka, siis on otstarbekohasem kasutada poolnurga valemit teisendatud kujul. Laiendame esimese valemi juurealust avaldist $\sin(p-a)$-ga, saame:

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin p\cdot\sin^2(p-a)}}=$$

$$=\frac{1}{\sin(p-a)}\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin p}}=$$

$$=\operatorname{cosec}(p-a)\sqrt{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)\cdot\operatorname{cosec} p}.$$

Tähistame

$$\sqrt{\sin(p-a)\cdot\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)\cdot\operatorname{cosec} p}=r,$$

saame:

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}=r\operatorname{cosec}(p-a)=\frac{r}{\sin(p-a)}.$$

Analoogiliselt:

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = r\operatorname{cosec}(p-b) = \frac{r}{\sin(p-b)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2} = r\operatorname{cosec}(p-c) = \frac{r}{\sin(p-c)}$$

6. Poolkülje lause.

Samasugused valemid võime tuletada ka sfäärilise kolmnurga külgede leidmiseks, kui on antud kolm nurka.

Asendame valemis:

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos a}{1-\cos a}}$$

cos a nurga koosinuse valemist avaldisega:

$$\frac{\cos A + \cos B \cdot \cos C}{\sin B \cdot \sin C},$$

saame:

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin B \cdot \sin C + \cos A + \cos B \cdot \cos C}{\sin B \cdot \sin C - \cos A - \cos B \cdot \cos C}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C) + \cos A}{-(\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C) - \cos A}} = \sqrt{\frac{\cos(B-C) + \cos A}{-\cos(B+C) - \cos A}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cos\frac{A+B-C}{2} \cdot \cos\frac{A-B+C}{2}}{-2\cos\frac{B+C+A}{2} \cdot \cos\frac{B+C-A}{2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\cos\frac{A+B-C}{2} \cdot \cos\frac{A-B+C}{2}}{-\cos\frac{A+B+C}{2} \cdot \cos\frac{B+C-A}{2}}}.$$

Kui sfäärilise kolmnurga nurkade summa tähistame $2P$, s. o.:

$A + B + C = 2P$, siis $A + C - B = 2(P - B)$,

$A + B - C = 2(P - C)$ ja $B + C - A = 2(P - A)$ ning

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\cos(P-B) \cdot \cos(P-C)}{-\cos P \cdot \cos(P-A)}}$$

6. põhivalem

Poolkülje-lause.

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{-\cos(P-B)\cdot\cos(P-C)}{\cos P\cdot\cos(P-A)}}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{b}{2}=\sqrt{\frac{-\cos(P-A)\cdot\cos(P-C)}{\cos P\cdot\cos(P-B)}}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{c}{2}=\sqrt{\frac{-\cos(P-A)\cdot\cos(P-B)}{\cos P\cdot\cos(P-C)}}$$

Juurealusel avaldisel on küll miinus-märk ees, kuid $\cos P$ on alati negatiivne ($2P > 180^0$, $P > 90^0$), teised koosinused aga positiivsed; seega on juurealune avaldis alati positiivne.

Laiendame esimese valemi juuritavat $\cos(P-A)$-ga, saame:

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{-\cos(P-B)\cdot\cos(P-C)\cdot\cos(P-A)}{\cos P\cdot\cos^2(P-A)}}=$$

$$=\sec(P-A)\sqrt{-\cos(P-A)\cdot\cos(P-B)\cdot\cos(P-C)\cdot\sec P}.$$

Tähistame: $\sqrt{-\cos(P-A)\cdot\cos(P-B)\cdot\cos(P-C)\cdot\sec P}=R$ ning saame, asetades R eelmisse valemisse:

$$\operatorname{ctg}\frac{a}{2}=R\cdot\sec(P-A)=\frac{R}{\cos(P-A)}$$

analoogiliselt

$$\operatorname{ctg}\frac{b}{2}=R\cdot\sec(P-B)=\frac{R}{\cos(P-B)}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{c}{2}=R\cdot\sec(P-C)=\frac{R}{\cos(P-C)}.$$

Neid valemeid kasutame, kui kolme antud nurga järgi on vaja leida kõik kolm külge.

7. Gauss-Delambre'i lause.

Goniomeetriast teame, et

$$\sin\frac{A\pm B}{2}=\sin\left(\frac{A}{2}\pm\frac{B}{2}\right)=\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}\pm\cos\frac{A}{2}\cdot\sin\frac{B}{2}.$$

Poolnurga valemite põhjal võime kirjutada:

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin b\cdot\sin c}};\quad \sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{\sin(p-a)\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin c}}$$

$$\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-a)}{\sin b\cdot\sin c}};\quad \cos\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-b)}{\sin a\cdot\sin c}}.$$

Asetades need avaldised esimesse valemisse, saame:

$$\sin\frac{A\pm B}{2}=\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin^2(p-b)\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin b\cdot\sin^2 c}}\pm\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin^2(p-a)\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin b\cdot\sin^2 c}}=$$

$$=\frac{\sin(p-b}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin b}}\pm\frac{\sin(p-a)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin b}}=$$

$$=\frac{\sin(p-b)\pm\sin(p-a)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin p\cdot\sin(p-c)}{\sin a\cdot\sin b}}=$$

$$=\frac{\sin(p-b)\pm\sin(p-a)}{\sin c}\cdot\cos\frac{C}{2}.$$

Et

$$\sin(p-b)+\sin(p-a)=2\sin\frac{2p-a-b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}=$$

$$=2\sin\frac{c}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2},$$

$$\sin(p-b)-\sin(p-a)=2\cos\frac{2p-a-b}{2}\cdot\sin\frac{a-b}{2}=$$

$$=2\cos\frac{c}{2}\cdot\sin\frac{a-b}{2},$$

$$\sin c=2\sin\frac{c}{2}\cdot\cos\frac{c}{2},$$

siis

$$\sin\frac{A+B}{2}=\frac{2\sin\frac{c}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}}{2\sin\frac{c}{2}\cdot\cos\frac{c}{2}}\cdot\cos\frac{C}{2}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\cdot\cos\frac{C}{2};$$

$$\sin\frac{A-B}{2}=\frac{2\cos\frac{c}{2}\cdot\sin\frac{a-b}{2}}{2\sin\frac{c}{2}\cdot\cos\frac{c}{2}}\cdot\cos\frac{C}{2}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\cdot\cos\frac{C}{2},$$

kust:

$$1)\ \frac{\sin\frac{A+B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}};\quad 2)\ \frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}$$

Arendades samal viisil goniomeetrilisi valemeid:

$$\cos\frac{A\pm B}{2}=\cos\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}\mp\sin\frac{A}{2}\cdot\sin\frac{B}{2},$$

saame lõpptulemusena valemid:

$$3)\ \frac{\cos\frac{A+B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}=\frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}};\quad 4)\ \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}=\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}$$

Analoogia põhjal võime kirjutada valemid teistsuguste nurkade kombinatsioonide jaoks:

$$\frac{\sin\frac{A+C}{2}}{\cos\frac{B}{2}};\quad \frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}}\ \text{jne.}$$

Need valemid meenutavad Mollweide valemeid tasapindsest trigonomeetriast:

$$1)\ \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\gamma}{2}}=\frac{a-b}{c};\quad 2)\ \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}=\frac{a+b}{c}$$

Gauss-Delambre'i valemid väljendavad funktsionaalset seost sfäärilise kolmnurga kõigi külgede ja nurkade vahel.

8. Napier'i (Neperi) analoogiad.

Kui jagada Gauss-Delambre'i valemeid ositi, siis saame nn. Napier'i analoogiad.

Jagades 1-se valemi 3-ga, saame:

$$1)\quad \frac{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}{\operatorname{ctg}\frac{C}{2}} = \frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}}$$

Jagades 2-se valemi 4-ga:

$$2)\quad \frac{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{\operatorname{ctg}\frac{C}{2}} = \frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{a+b}{2}}$$

Jagades 4-nda valemi 3-ga ja ümber paigutades võrduse pooled:

$$3)\quad \frac{\operatorname{tg}\frac{a+b}{2}}{\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{A+B}{2}}$$

Jagades 2-se valemi 1-sega ja ümber paigutades võrduse pooled:

$$4)\quad \frac{\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}}{\operatorname{tg}\frac{c}{2}} = \frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{A+B}{2}}$$

Meelespidamise reegel. Kui ladina ja kreeka tähed ümber vahetame, siis muutuvad üheliikmelise argumendi ($\frac{C}{2}$) funktsioonide nimetused.

Napier'i analoogiaid kasutame sfääriliste kolmnurkade lahendamisel, kui on antud:

1) kaks külge ja nende vaheline nurk (valemid 1. ja 2.);
2) üks külg ja ta kaks lähisnurka (valemid 3. ja 4.).

B. Täisnurksete kolmnurkade lahendamisvalemid.

Täisnurksete kolmnurkade lahendamisvalemid peavad andma seose kolmnurga kolme elemendi vahel ja neid saab tuletada põhivalemitest, lugedes nurga A võrdseks 90^0-ga.

1) 2-st põhivalemist

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

saame, lugedes $\cos A = \cos 90^0 = 0$:

1. valem

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c$$

Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi koosinus võrdub kaatetite koosinuste korrutisega.

2) 3-ndast põhivalemist

$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a$$

saame:

$$0 = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a$$

$$\cos a = \frac{\cos B \cdot \cos C}{\sin B \cdot \sin C}$$

2. valem

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$$

Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi koosinus võrdub kaldnurkade kootangensite korrutisega.

3) 1-st põhivalemist

$$\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin A}{\sin B} \quad \text{leiame:} \quad \sin b = \frac{\sin a \cdot \sin B}{\sin A}$$

ja kuna $\sin A = \sin 90^0 = 1$, saame:

3. valem

analoogiliselt:

$$\sin b = \sin a \cdot \sin B$$
$$\sin c = \sin a \cdot \sin C$$

Täisnurkse kolmnurga kaateti siinus võrdub hüpotenuusi siinuse korrutisega selle kaateti vastasnurga siinusega.

4) 4-ndast põhivalemist

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin C = \operatorname{ctg} a \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos C$$

saame, kuna

$$\operatorname{ctg} A = \operatorname{ctg} 90^0 = 0:$$
$$0 = \operatorname{ctg} a \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos C;$$
$$\operatorname{ctg} a \cdot \sin b = \cos b \cdot \cos C$$

ja jagades võrduse mõlemat poolt $\cos b \cdot \operatorname{ctg} a$-ga:

4. valem

analoogiliselt:

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cdot \cos C$$
$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cdot \cos B$$

Täisnurkse kolmnurga kaateti tangens võrdub hüpotenuusi tangensi korrutisega selle kaateti lähiskaldnurga koosinusega.

5) 4-ndast põhivalemist

$$\operatorname{ctg} B \cdot \sin A = \operatorname{ctg} b \cdot \sin c - \cos c \cdot \cos A$$

saame, kuna $\sin A = \sin 90^0 = 1$ ja $\cos A = \cos 90^0 = 0$:

$$\operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} b \cdot \sin c,$$

kust

$$\operatorname{ctg} b = \frac{\operatorname{ctg} B}{\sin c}; \qquad \operatorname{tg} b = \frac{\sin c}{\operatorname{ctg} B}$$

ehk:

5. valem

analoogiliselt:

$$\operatorname{tg} b = \sin c \cdot \operatorname{tg} B,$$
$$\operatorname{tg} c = \sin b \cdot \operatorname{tg} C.$$

Täisnurkse kolmnurga kaateti tangens võrdub teise kaateti siinuse korrutisega esimese kaateti vastasnurga tangensiga.

6) Jagades tuletatud 3-nda valemi: $\sin c = \sin a \cdot \sin C$ ositi 4-nda valemiga: $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cdot \cos B$, saame:

$$\frac{\sin c}{\operatorname{tg} c} = \frac{\sin a \cdot \sin C}{\operatorname{tg} a \cdot \cos B} \quad \text{ehk:} \quad \cos c = \frac{\cos a \cdot \sin C}{\cos B},$$

kust

$$\cos B = \frac{\cos a \cdot \sin C}{\cos c};$$

asendades 1-se valemi põhjal $\cos a = \cos b \cdot \cos c$, leiame:

$$\cos B = \frac{\cos b \cdot \cos c \cdot \sin C}{\cos c}, \quad \text{ehk:}$$

6. valem

analoogiliselt:

$$\begin{aligned} \cos B &= \cos b \cdot \sin C \\ \cos C &= \cos c \cdot \sin B \end{aligned}$$

Täisnurkse kolmnurga kaldnurga koosinus võrdub ta vastaskaateti koosinuse korrutisega teise kaldnurga siinusega.

Nende valemite peast teadmine on oluline ülesannete kiiremaks lahendamiseks. Kahtluse korral on hõlpus neid valemeid tuletada erilise mnemoonilise (meelespidamise) reegli abil, mille püstitas Napier.

Napier'i mnemooniline reegel täisnurksete kolmnurkade jaoks.

Tähistame täisnurkse kolmnurga elemendid vastavate tähtedega, peale $A = 90^0$, mida me eraldava elemendina ei arvesta; kaatetid b ja c asendame nende täiendustega 90^0-ni: $90^0 - b$ ja $90^0 - c$ (joon. 11-a). Need tähised võime paigutada ka piki ringjoont vastavalt nende järjestusele sfäärilises kolmnurgas — Napier'i ring (joon. 11-b). Siis on igal elemendil kaks kõrvutiseisvat ja kaks mittekõrvutiseisvat elementi. Näit.: a-l on kõrvutiseisvad elemendid B ja C, mittekõrvutiseisvad $90^0 - b$ ja $90^0 - c$; $(90^0 - b)$-l on kõrvutiseisvad C ja $90^0 - c$, mittekõrvutiseisvad a ja B.

Kõik võimalikud kombinatsioonid kolmest elemendist jagunevad kahte rühma: 1) kõik kolm elementi asetsevad järjestikku, 2) kaks elementi kõrvuti ja üks eraldi.

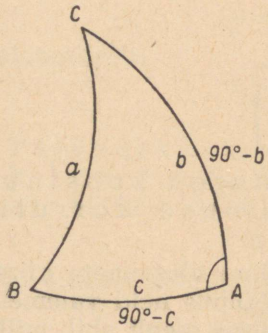
Funktsionaalse seose leidmist mistahes kolme elemendi vahel võimaldab Napieri mnemooniline reegel:

Kui täisnurka elementide hulka mitte lugeda ja kaatetid b ning c asendada nende täiendustega: $90^0 - b$ ja $90^0 - c$, siis:

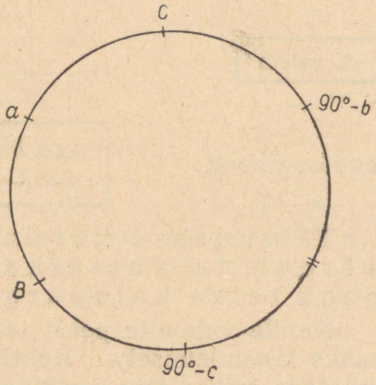
täisnurkse kolmnurga mistahes keskmise elemendi koosinus võrdub:

1) Kõrvutiseisvate äärmiste elementide kootangensite korrutisega,

2) mittekõrvutiseisvate äärmiste elementide siinuste korrutisega.



Joon. 11-a.



Joon. 11-b.

Kasutades seda reeglit, võib hõlpsasti tuletada igaühe eelpool toodud valemeist.

Näit.: 1) otsime seost b, c ja C vahel. Napier'i ringil näeme, et need on järjestikused elemendid; siis reegli (1) põhjal (keskmine element on $90^0 - b$): $\cos(90^0 - b) = \operatorname{ctg}(90^0 - c) \cdot \operatorname{ctg} C$; $\sin b = \operatorname{tg} c \cdot \operatorname{ctg} C$; $\operatorname{tg} c = \sin b \cdot \operatorname{tg} C$ (valem 5.).

2) Leiame seose B, C ja c vahel. Joonisel näeme, et C on keskmine element ning B ja $(90^0 - c)$ äärmised temaga mittekõrvutiseisvad; siis reegli (2) põhjal: $\cos C = \sin B \cdot \sin(90^0 - c)$; $\cos C = \sin B \cdot \cos c$ (valem 6).

Täisnurkse sfäärilise kolmnurga omadusi.

Eelpooltoodud valemid võimaldavad meil tuletada mõningaid täisnurkse kolmnurga omadusi.

Nimetame kolmnurga elementi täiselemendiks (täisnurk ja täiskülg), kui ta on võrdne 90^0-ga, teravaks, kui ta on väiksem 90^0-st, ja nüriks, kui ta on suurem 90^0-st. Kaht

elementi nimetame samanimelisteks, kui nad on mõlemad teravad, või mõlemad nürid, ja isenimelisteks, kui üks neist on terav, teine nüri.

Kuna me tegeleme ainult niisuguste kolmnurkadega, mille ükski nurk ega külg ei ületa 180°, siis nende elementide siinused on alati positiivsed, cos, tg ja ctg aga positiivsed terava ja negatiivsed nüri elemendi puhul.

1) 1-sest valemist: $\cos a = \cos b \cdot \cos c$ järgneb —

1. omadus Hüpotenuus on terav, kui kaatetid on samanimelised, ja nüri, kui kaatetid on isenimelised.

2) 2-sest valemist: $\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$ järgneb —

2. omadus Hüpotenuus on terav, kui kaldnurgad on samanimelised, ja nüri, kui kaldnurgad on isenimelised.

3) Samadest valemitest järgneb pöördlause:

3. omadus Kui hüpotenuus on terav, siis on mõlemad kaatetid ja mõlemad kaldnurgad samanimelised; kui hüpotenuus on nüri, siis on kaatetid isenimelised ja kaldnurgad isenimelised.

4) 5-ndast valemist: $\operatorname{tg} b = \sin c \cdot \operatorname{tg} B$, arvestades, et $\sin c > 0$, järgneb, et $\operatorname{tg} b$ ja $\operatorname{tg} B$ omavad ühesuguseid märke, järelikult:

4. omadus Kaatet ja ta vastasnurk on alati samanimelised.

5) 3-ndast valemist: $\sin b = \sin a \cdot \sin B$, näeme, et $\sin b \leqslant \sin a$, sest $\sin B \leqslant 1$.

5. omadus Kaateti siinus ei ületa kunagi hüpotenuusi siinust.

6) Samast 3-ndast valemist, arvestades, et $\sin a \leqslant 1$, näeme, et $\sin b \leqslant \sin B$, s. t.:

6. omadus Kaateti siinus ei ületa ta vastasnurga siinust.

Need omadused võimaldavad piirata täisnurkse kolmnurga lahendamisel saadud lahendeid. Kuna eelpooltoodud valemite

põhjal otsitavad elemendid leitakse kas siinuse, koosinuse, tangensi või kootangensi kaudu, siis koosinuse, tangensi või kootangensi järgi saame ühe lahendi (terav või nüri element, olenedes funktsiooni märgist), kuid leides elementi siinuse järgi, on võimalikud kaks lahendit. Sel juhul tuletatud omadused võimaldavadki otsustada, kas see kahelisus on tõeline või näiv, ja viimasel puhul valida lahend, mis vastab andmeile.

Edasi võimaldavad need omadused andmete järgi ette määrata piirid, millede vahel asetsevad otsitavad elemendid, ja vältida sel viisil jämedaid vigu.

Kolmandaks, need omadused näitavad mõnede andmete puhul, kas on ülesanne lahendatav või ei.

Neljandaks, ülesande omades kaks lahendust, need omadused näitavad, millised leitud elementide väärtustest kuuluvad ühele ja millised teisele kolmnurgale.

Märkus. Täisnurkses sfäärilises kolmnurgas hüpotenuus ei ole tingimata suurem kaatetist: 5-nda omaduse põhjal ta on kaatetist suurem, kui kaateti vastasnurk (ja järelikult ka kaatet ise) on terav; ta on kaatetist väiksem, kui kaateti vastasnurk (ja kaatet) on nüri, ning ta on võrdne kaatetiga, kui kaateti vastasnurk on täisnurk (kahe täisnurgaga kolmnurk).

C. Täiskülgse kolmnurga lahendamisvalemid.

Kuna täiskülgse kolmnurga polaarkolmnurk on täisnurkne, siis võime tuletada täiskülgse kolmnurga valemid täisnurkse kolmnurga valemitest, asendades neis a, b, c, A, B ja C polaarkolmnurga elementidega a', b', c', A', B' ja C', ning need viimased asendades avaldistega: $180^0 - B$, $180^0 - C$, $180^0 - b$ ja $180^0 - c$, kusjuures $a = 180^0 - A' = 180^0 - 90^0 = 90^0$ (a on täiskülg).

1) Siis saame valemist 1:

$$\cos a' = \cos b' \cdot \cos c';$$
$$\cos (180^0 - A) = \cos (180^0 - B) \cdot \cos (180^0 - C).$$

Valem 1. $\cos A = -\cos B \cdot \cos C.$

Täiskülje vastasnurga koosinus võrdub teiste nurkade koosinuste korrutisega miinusmärgiga.

2) Valemist 2:

$$\cos a' = \operatorname{ctg} B' \cdot \operatorname{ctg} C';$$

$$\cos (180^0 - A) = \operatorname{ctg} (180^0 - b) \cdot \operatorname{ctg} (180^0 - c).$$

Valem 2.

$$\cos A = -\operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c.$$

Täiskülje vastasnurga koosinus võrdub kaldkülgede kootangensite korrutisega miinusmärgiga.

3) Valemist 3:

$$\sin b' = \sin a' \cdot \sin B';$$

$$\sin (180^0 - B) = \sin (180^0 - A) \cdot \sin (180^0 - b).$$

Valem 3.

$$\sin B = \sin b \cdot \sin A.$$
$$\sin C = \sin c \cdot \sin A.$$

Kaldkülje vastasnurga siinus võrdub selle kaldkülje siinuse korrutisega täiskülje vastasnurga siinusega.

Analoogiliselt sellele tuletame järgmised valemid:

Valem 4.

$$\operatorname{tg} B = -\cos c \cdot \operatorname{tg} A.$$
$$\operatorname{tg} C = -\cos b \cdot \operatorname{tg} A.$$

Kaldkülje vastasnurga tangens võrdub ta lähiskaldkülje koosinuse korrutisega täiskülje vastasnurga tangensiga miinusmärgiga.

Valem 5.

$$\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} b \cdot \sin C.$$
$$\operatorname{tg} C = \operatorname{tg} c \cdot \sin B.$$

Kaldkülje vastasnurga tangens võrdub selle kaldkülje tangensi korrutisega teise kaldkülje vastasnurga siinusega.

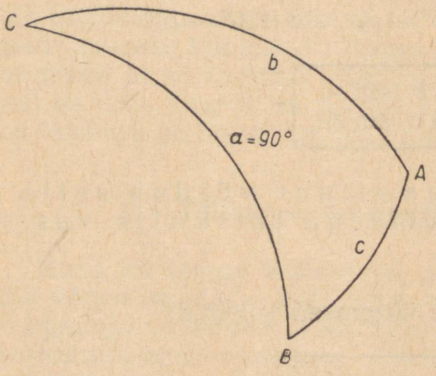
6. valem

$$\cos b = \sin c \cdot \cos B.$$
$$\cos c = \sin b \cdot \cos C.$$

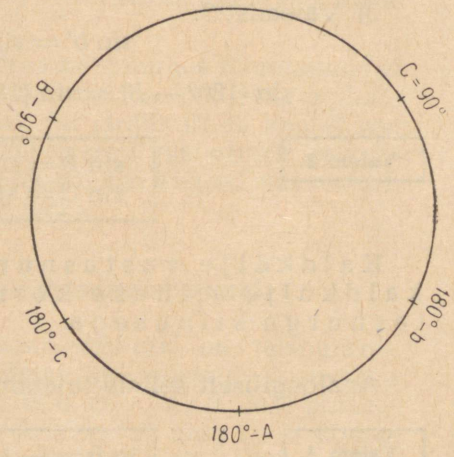
Kaldkülje koosinus võrdub teise kaldkülje siinuse korrutisega esimese kaldkülje vastasnurga koosinusega.

Napier'i mnemooniline reegel täiskülgsete kolmnurkade jaoks.

Võtame antud täiskülgse kolmnurga polaarkolmnurga (täisnurkse) elementidega: $A' = 90^0$, B', C', a', b', c'. Tema Napier'i



Joon. 11-c.



Joon. 11-d.

ringi elemendid on: B', C', a', $90^0 - b'$, $90^0 - c'$. Avaldame need elemendid täiskülgse kolmnurga elementide kaudu, saame:

$$B' = 180^0 - b;\ C' = 180^0 - c;\ a' = 180^0 - A;\ 90^0 - b' =$$
$$= 90^0 - (180^0 - B) = 90^0 - 180^0 + B = B - 90^0;$$
$$90^0 - c' = C - 90^0.$$

Asetades need elemendid täisnurkse kolmnurga Napier'i ringi, saame täiskülgse kolmnurga Napier'i ringi (joon. 11-d).

Samad asendused annavad meile Napier'i mnemoonilise reegli täiskülgsete kolmnurkade jaoks:

Kui täiskülge a elemendina mitte arvestada, kaldküljed b ja c ja täiskülje vastas-

nurk A asendada nende täiendustega: $180^0 - b$, $180^0 - c$ ja $180^0 - A$, ning kaldkülgede vastasnurgad B ja C avaldistega: $B - 90^0$ ja $C - 90^0$, siis:

täiskülgse kolmnurga mistahes keskmise elemendi koosinus võrdub:

1) kõrvutiseisvate äärmiste elementide kootangensite korrutisega,

2) mittekõrvutiseisvate äärmiste elementide siinuste korrutisega.

Selle reegli abil võib tuletada täiskülgse kolmnurga kõik valemid.

Näit.: 1) leiame seose A, b ja c vahel. Napier'i ringist näeme, et $180^0 - A$ on keskmine element, $180^0 - b$ ja $180^0 - c$ temaga kõrvutiseisvad äärmised elemendid, siis reegli (1) põhjal:

$$\cos(180^0 - A) = \operatorname{ctg}(180^0 - b) \cdot \operatorname{ctg}(180^0 - c);$$

$$-\cos A = (-\operatorname{ctg} b) \cdot (-\operatorname{ctg} c); \quad \cos A = -\operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c \quad \text{(valem 2.)};$$

2) leiame seose A, B ja C vahel. Reegli (2) põhjal kirjutame:

$$\cos(180^0 - A) = \sin(B - 90^0) \cdot \sin(C - 90^0);$$
$$-\cos A = [-\sin 90^0 - B] \cdot -\sin 90^0 - C;$$
$$-\cos A = (-\cos B) \cdot (-\cos C); \quad \cos A = -\cos B \cdot \cos C \quad \text{(valem 1.)}.$$

Täiskülgse kolmnurga omadusi.

Analoogiliselt täisnurkse kolmnurga omadustele tuletame täiskülgse kolmnurga omadusi tema valemeist.

Valemist (1) $\cos A = -\cos B \cdot \cos C$, näeme, et $\cos A > 0$, kui $\cos B$ ja $\cos C$ omavad vastupidiseid märke, ja $\cos A < 0$, kui $\cos B$ ja $\cos C$ omavad samu märke.

1. omadus Täiskülje vastasnurk on terav, kui kaldkülgede vastasnurgad on isenimelised, ta on nüri, kui need on samanimelised.

Valemist (2) $\cos A = -\operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c$ järgneb:

2. omadus Täiskülje vastasnurk on terav, kui kaldküljed on isenimelised, ja nüri, kui nad on samanimelised.

Samadest valemeist tuleneb pöördlause:

3. omadus Kui täiskülje vastasnurk on terav, siis kaldküljed kui ka nende vastasnurgad on isenimelised, kui täiskülje vastasnurk on nüri, siis kaldküljed ja nende vastasnurgad on samanimelised.

Valemist (5): $\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} b \cdot \sin C$, arvestades, et $\sin C > 0$, saame:

4. omadus Täiskülgse kolmnurga kaldkülg ja ta vastasnurk on alati samanimelised.

Valemist (3): $\sin B = \sin b \cdot \sin A$ näeme, et $\sin B \leqslant \sin A$, kuna $\sin b \leqslant 1$.

5. omadus Kaldkülje vastasnurga siinus ei ületa kunagi täiskülje vastasnurga siinust.

Samast valemist näeme, et $\sin B \leqslant \sin b$, kuna $\sin A \leqslant 1$.

6. omadus Kaldkülje vastasnurga siinus ei ületa kunagi selle kaldkülje siinust.

Need omadused leiavad rakendamist täiskülgsete kolmnurkade lahendamisel analoogiliselt täisnurksete kolmnurkade omaduste rakendamisele täisnurksete kolmnurkade lahendamisel.

Juhime tähelepanu sellele, et täiskülgsete kolmnurkade omadused (1), (2), (3) ja (6) on oma mõttelt vastupidised vastavaile täisnurksete kolmnurkade omadustele, kuna omadused (4) ja (5) on samapidised.

§ 12. SFÄÄRILISTE KOLMNURKADE LAHENDAMINE.

„Lahendada" sfääriline kolmnurk — see tähendab arvutada tema tundmatud elemendid antud elementide järgi. On selge, et see ülesanne on lahendatav põhivalemite abil.

Kuna põhivalemid seovad sfäärilise kolmnurga nelja elementi, siis kolme antud elemendi järgi võib leida iga tundmatu elemendi, kasutades põhivalemit, mis on antud juhuse jaoks „sobiv", kusjuures „sobivaks" on nimelt see valem, mis sisaldab antud elemente ja otsitavat.

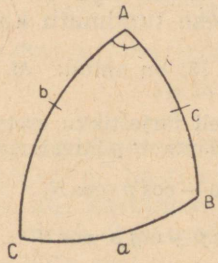
Täisnurksete ja täiskülgsete kolmnurkade lahendamisel on juba üks element antud (90^0) ja kolmnurga lahendamise võimaldamiseks on vaja anda veel tema kaks elementi.

Igasuguse sfäärilise kolmnurga lahendamine koosneb järgmisist toiminguist:

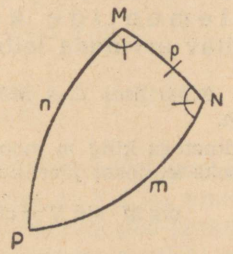
1. *Tundmatu elemendi leidmiseks sobiva valemi valimine.*
2. *Valemile arvutamiseks sobiva kuju andmine (tundmatu avaldamine valemist).*
3. *Sobivale kujule viidud valemi uurimine.*
4. *Tundmatute elementide arvutamine.*
5. *Arvutuste kontrollimine (kui võimalik).*

A. Tundmatu elemendi leidmiseks sobiva valemi valimine ja sellele arvutamiseks sobiva kuju andmine.

Sobiva valemi valimise küsimust on kõige lihtsam selgitada näitega. Olgu sfäärilises kolmnurgas *ABC* (joon. 12) antud küljed *b* ja *c* ning nurk *A* ja tahetakse leida külg *a* ning nurgad *B* ja *C*.



Joon. 12.



Joon. 13.

Külje *a* leidmiseks tuleb võtta valem, mis seob seda külge (*a*) antud elementidega *b*, *c* ja *A*. On selge, et see on 2. põhivalem, sest tema seob kolme külge ühe nurgaga; samuti on selge, et see valem tuleb võtta nimelt otsitava külje *a*, kui antud nurga *A* vastaskülje suhtes, s. t.

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A.$$

Valemi paremal pool esinevad suurused on teada, järelikult võib arvutada $\cos a$ ja siis *a*.

Määrame nüüd nurga *B*. Paneme tähele, et nurk *B* koos antud elementidega moodustavad järjestikku asetsevate elementide rea, milles $\widehat{B}$ on äärmiseks nurgaks, $\widehat{A}$ — keskmiseks nurgaks, külg *b*

— äärmiseks ja külg c — keskmiseks küljeks. Järelikult tuleb rakendamisele 4. põhivalem kujul:

$$\operatorname{ctg} B \cdot \sin A = \operatorname{ctg} b \cdot \sin c - \cos c \cdot \cos A.$$

Avaldades tundmatu $\operatorname{ctg} B$, saame lõplikult:

$$\operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} b \cdot \sin c \cdot \operatorname{cosec} A - \cos c \cdot \operatorname{ctg} A.$$

Analoogiliselt sellele kujutame valemi $\hat{C}$ leidmiseks, nimelt:

$$\operatorname{ctg} C \cdot \sin A = \operatorname{ctg} c \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos A,$$

kust:

$$\operatorname{ctg} C = \operatorname{ctg} c \cdot \sin b \cdot \operatorname{cosec} A - \cos b \cdot \operatorname{ctg} A.$$

Pöörame tähelepanu sellele, et valemi valimisel on nõutav (nagu tasapindseski trigonomeetrias), et kõik otsitavad suurused avaldataks ja arvutataks ainult antud elementide kaudu, mitte aga ei tule teine ja kolmas otsitav arvutada leitud esimese tundmatu kaudu.

Näide 1. Sfäärilises $\triangle$-s MNP (joon. 13) on antud: $\hat{M}$, $\hat{N}$ ja külg p. Leida külg m.

Koos andmetega külg m moodustab neli järjestikku asetsevat elementi ja on äärmiseks küljeks; järelikult rakendame 4. põhivalemit:

$$\operatorname{ctg} M \cdot \sin N = \operatorname{ctg} m \cdot \sin p - \cos p \cdot \cos N,$$

kust:

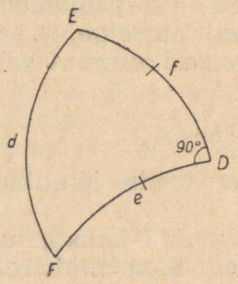
$$\operatorname{ctg} m = \operatorname{ctg} M \cdot \sin N \cdot \operatorname{cosec} p + \operatorname{ctg} p \cdot \cos N.$$

Näide 2. Sfäärilises $\triangle$-s MNP on antud küljed: m, n, p. Leida $\hat{P}$. On selge, et tuleb rakendada 2. põhivalemit külje p suhtes, mis asetseb otsitava nurga P vastas, s. t.

$$\cos p = \cos m \cdot \cos n + \sin m \cdot \sin n \cdot \cos P,$$

kust:

$$\cos P = \cos p \cdot \operatorname{cosec} m \cdot \operatorname{cosec} n - \operatorname{ctg} m \cdot \operatorname{ctg} n.$$



Joon. 14.

Kui lahendame täisnurkseid või täiskülgseid kolmnurki, mitte kasutades nende jaoks eriti tuletatud valemeid, siis tuleb sobiva valemi valimisel arvestada täiselementi antud elemendina, pööramata tähelepanu sellele, et ta on võrdne 90°-ga. Olles sobiva valemi välja kirjutanud, tuleb juba arvestada asjaolu, et üks element on 90°, ja teha valemis vastavad lihtsustamised.

Näide 3. Sfäärilises $\triangle$-s DEF (joon. 14) on antud: $\widehat{D} = 90^0$ ja küljed e ja f. Leida külg d ja $\widehat{E}$.

Kirjutame:

$$\cos d = \cos e \cdot \cos f + \sin e \cdot \sin f \cdot \cos D,$$

kuid kuna $\widehat{D} = 90^0$ ja $\cos D = 0$, siis saame lihtsama valemi:

$$\cos d = \cos e \cdot \cos f.$$

$\widehat{E}$ leidmiseks kirjutame:

$$\operatorname{ctg} E \cdot \sin D = \operatorname{ctg} e \cdot \sin f - \cos f \cdot \cos D,$$

kuid, kui $D = 90^0$, siis $\sin D = 1$ ja $\cos D = 0$; saame:

$$\operatorname{ctg} E = \operatorname{ctg} e \cdot \sin f.$$

Näide 4. Sfäärilises $\triangle$-s DEF on antud: $f = 90^0$, e ja E. Leida $\widehat{D}$.

Rakendame 4-ndat põhivalemit:

$$\operatorname{ctg} E \cdot \sin D = \operatorname{ctg} e \cdot \sin f - \cos f \cdot \cos D;$$

kui $f = 90^0$, siis $\sin f = 1$, $\cos f = 0$; saame:

$$\sin D = \operatorname{ctg} e \cdot \operatorname{tg} E.$$

Palju hõlpsamalt sünnib täisnurkade ja täiskülgsete kolmnurkade lahendamisel nii hästi valemi valimine kui ka temale sobiva kuju andmine, kui kasutame nende kolmnurkade jaoks tuletatud erivalemeid, või kindlusetuse puhul tuletame neid Napier'i mnemooniliste reeglite abil.

B. Otsitava suuruse arvutamine.

Nagu teame, ei ületa sfäärilises kolmnurgas ei külg ega nurk 180° ja kujutavad endast vaid 1-se või 2-se veerandi kaari või nurki — seda tuleb kindlasti meeles pidada; kuna aga 2-se veerandi kaarte mitmesugused funktsioonid omavad kahesuguseid märke, siis on selge, et see asjaolu mõjutab ka arvutatavat suurust. Seepärast, enne kui asuda valitud ja sobivale kujule viidud valemi tegelikule arvutamisele, tuleb see valem analüüsida märkide suhtes § 1, p. 1—4 toodud valemite põhjal.

Valemi analüüs märkide suhtes seisneb selles, et valemi parempoole iga liikme iga teguri peale pannakse ta märk vastavalt

argumendi veerandile ja funktsiooni nimetusele ja siis tehakse vastavad järeldused.

Kaheliikmeliste valemite arvutamisel logaritmide abil tuleb leida parempoole iga liikme üksikute tegurite logaritmid ja nende liitmisel saame I ja II liikme logaritmid; edasi, nende logaritmide järgi leiame Gauss'i summade ja vahede tabelist otsitava elemendi funktsiooni logaritmi ja selle järgi juba otsitava elemendi.

Kuid kui märkide analüüs jääb tegemata, siis jääb selgitamata, kas valemi I ja II liige on positiivsed või negatiivsed, kas nad tuleb isekeskis liita või lahutada, — järelikult jääb teadmatuks otsitava funktsiooni märk kui ka suurus, ja tähendab ka otsitava külje või nurga väärtus.

Täisnurkse ja täiskülgse kolmnurga lahendamisel, kus tundmata funktsioon väljendub üheliikmelise valemiga, ei saa ilma märkide analüüsita ütelda, kas otsitav funktsioon omab märki pluss või miinus, s. t. kas otsitav element kuulub 1-se või 2-se veerandisse, järelikult ka siin ei saa ülesannet lahendada ilma märkide analüüsita.

Analüüsi põhjal tuleb teha vastav järeldus otsitava külje või nurga kohta, s. t. kas ta on terav või nüri.

Teeme eri näite puhul täieliku analüüsi ja arvutuse, andes ka skeemi, mida tuleb arvutamistel tingimata kasutada.

Näide 5. Sfäärilises $\triangle$-s ADR on antud: $\overset{\frown}{D} = 119^0 40',3$; $a = 63^0 31',0$ ja $r = 141^0 10',7$. Leida d ja R.

Võtame valemid:

$$d \text{ leidmiseks} \ldots \cos d = \overset{+}{\cos a \cdot \cos r} \overset{-}{+ \sin a \cdot \sin r} \overset{+}{\cdot \cos D} \ldots$$

$$\overset{+}{\cos a \cdot \cos r} \overset{-}{+ \sin a \cdot \sin r} \overset{+}{\cdot \cos D} \ldots$$

$$-\text{I} - \text{II} = -(\text{I} + \text{II})$$

$$R \text{ leidmiseks} \ldots \operatorname{ctg} R = \overset{-}{\operatorname{ctg} r} \overset{+}{\cdot \sin a} \overset{+}{\cdot \operatorname{cosec} D} \overset{-}{- \cos a} \overset{+}{\cdot \operatorname{ctg} D} \ldots$$

$$-\text{I} + \text{II} = \text{II} - \text{I}$$

Analüüsime mõlemad valemid: $D > 90^0$ (2-ne veerand), järelikult ta cos ja ctg on negatiivsed, cosec positiivne; paneme need märgid valemites vastavate tegurite peale. Edasi, $a < 90^0$ (1-ne veerand), kõik ta funktsioonid on positiivsed. Lõpuks $r > 90^0$ (2-ne veerand) — ta cos ja ctg on negatiivsed, sin positiivne. Paneme kõik märgid lõppvalemites funktsioonide peale.

Märkide asetamise järel on näha, et cos d valemis parempoole I ja II liige on negatiivsed, mida skemaatiliselt märgime kõrval: $-\text{I} - \text{II}$; ctg R valemi parempoolel saame: $-\text{I} + \text{II}$, mis ka märgime kõrvale.

Nüüd on ilmne, et esimeses valemis meil on tegemist kahe negatiivse arvu aritmeetilise summaga, teises valemis — aritmeetilise vahega.

Järeldus analüüsist. $\cos d$ (1-ne valem) on kahe negatiivse arvu summa, on järelikult negatiivne, kuid see tähendab, et otsitav külg $d > 90^0$ (2-ne veerand). Sel põhjusel $\lg \cos d$ järgi tabelist leitud kaar ei osuta d väärtust, vaid on $180^0 - d$, kust leitakse d.

Mis puutub 2-se valemisse, siis kuna $\operatorname{ctg} R = -\mathrm{I} + \mathrm{II}$, on praegu võimatu ütelda, kas $\operatorname{ctg} R$ on positiivne või negatiivne. See selgub alles siis, kui arvutused on tehtud ja leitud I ja II liikme logaritmid; logaritmidest on näha, kumb liige on suurem, ja siis selgub $\operatorname{ctg} R$-i märk, ja ühes sellega, millisesse veerandisse kuulub R.

Teostame arvutused skeemi järgi, kusjuures skeemis kirjutuse lühendamise mõttes sümbolit „lg" funktsioonide ees ei kirjuta:

	d				R			
$a = 60^0 31',0$	cos	9,6493	sin	9,9519	sin	9,9519	cos	9,6493
$\bar{r} = 38^0 49',3$ [1]	cos	9,8916	sin	9,7972	ctg	0,0944		
$\bar{D} = 60^0 19',7$ [1]			cos	9,6947	cosec	0,0610	ctg	9,7557
	lg I	9,5409	lg II	9,4438	lg I	0,1073	lg II	9,4050
	α	0,2552	G. A.	0,0971	β	9,9039	G. A.	0,7023
$\lg \cos \bar{d}$	9,7961				$\lg \operatorname{ctg} \bar{R}$	0,0112		

$\bar{d}$ [1] $= 51^0 17',5$
$d = 128^0 42',5$

$\bar{R}$ [1] $= 44^0 15',7.$
$R = 135^0 44',3.$

Ses näites näeme R-i arvutamise puhul, et $\lg \mathrm{I} > \lg \mathrm{II}$, millest järeldame, et I liige on suurem II liikmest, järelikult $\operatorname{ctg} R = -\mathrm{I} + \mathrm{II}$ on negatiivne ja $R > 90^0$ (2-ne veerand).

Täisnurksete ja täiskülgsete sfääriliste kolmnurkade märkide analüüs toimub samadel alustel, kuna aga siin on otsitavate elementide valemid alati üksliikmelised, siis saab vastavad järeldused otsitavate elementide suuruse kohta teha kohe analüüsi järel, enne arvutamist.

Näide 6. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $B = 90^0$; $m = 72^0 56',1$ ja $b = 99^0 17',6$. Leida N.

Põhivalem: $\operatorname{ctg} B \cdot \sin N = \operatorname{ctg} b \cdot \sin m - \cos m \cdot \cos N$, kuna $B = 90^0$, saab kuju: $0 = \operatorname{ctg} b \cdot \sin m - \cos m \cdot \cos N$, kust:

$$\cos N = \underset{-}{\operatorname{ctg} b} \cdot \underset{+}{\operatorname{tg} m} \ldots N > 90^0$$

$m = 72^0 56',1$	tg	0,5129
$\bar{b}^1 = 80^0 42',4$	ctg	9,2139
	$\cos \bar{N}^1$	9,7268
	$\bar{N} =$	$57^0 47',0$
	$\bar{N} =$	$122^0 13',0$

Arvutamise järel on soovitav, kui võimalik, vähemalt umbkaudne kontroll, mis põhjeneb sfäärilise kolmnurga omadustel:

1) *külgede summa on 360°-st väiksem;*
2) *nurkade summa on 180°-st suurem ja 540°-st väiksem;*
3) *suurema külje vastu on suurem nurk ja ümberpöördult.*

Eelpool öeldut kokku võttes näeme, et sfääriliste kolmnurkade lahendamiseks on vaja:

1) iga otsitava elemendi jaoks valida valem, mis teda seob kolmnurga antud elementidega;
2) valitud valem lihtsustada ja avaldada sealt tundmata funktsioon;
3) saadud lõppvalem analüüsida märkide suhtes ja teha analüüsist vastavad järeldused;
4) koostada skeem, ühine kolmnurga kõigile otsitavatele elementidele;
5) teostada arvutamised, kusjuures kaheliikmelise valemi liikmete märkide erinevuse puhul tähele panna, kumma absoluutne väärtus on suurem ja arvestada seda otsitava elemendi suuruse (veerandi) määramisel;
6) kui võimalik, teha umbkaudne kontroll.

C. Kolmnurkade lahendamise põhiülesanded.

Põhiülesanneteks nimetame niisuguseid ülesandeid, kus andmeteks ja otsitavateks on põhielemendid, s. t. kolmnurga küljed ja nurgad.

---

[1] Kui kolmnurga antud või otsitav element on suurem 90°-st, siis tabelist otsides kasutame tema täiendust 180°-ni, mida tähistame skeemis selle elemendi tähega rõhtkriipsuga peal. Nii: $180^0 - b = \bar{b}$, $\bar{N} = 180^0 - N$.

I. Kaldnurksete kolmnurkade lahendamise põhiülesanded.

Kaldnurksete kolmnurkade lahendamisel esineb kuus põhiülesannet ja nimelt, kui kolmnurgas on antud:

1) kolm külge: a, b, c;
2) kolm nurka: A, B, C;
3) kaks külge ja nende vahelnurk: a, b, C; a, c, B; b, c, A;
4) kaks nurka ja nende vahelkülg: a, B, C; b, A, C; c, A, B;
5) kaks külge ja ühe antud külje vastasnurk: a, b, A; a, b, B; a, c, A; a, c, C; b, c, B; b, c, C;
6) kaks nurka ja ühe antud nurga vastaskülg: a, A, B; b, A, B; a, A, C; c, A, C; b, B, C; c, B, C.

Kokku 20 kombinatsiooni, kuuest elemendist kolme kaupa.

1. põhiülesanne

Antud on kolm külge: a, b, c.

Ülesanne on lahendatav ja alati üheselt, kui:

$$a + b + c < 360^0.$$

1-ne valemite rühm:

$$\cos A = \cos a \cdot \operatorname{cosec} b \cdot \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c,$$
$$\cos B = \operatorname{cosec} a \cdot \cos b \cdot \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} c,$$
$$\cos C = \operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{cosec} b \cdot \cos c - \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} b.$$

2-ne valemite rühm:

$$p = \tfrac{1}{2}(a + b + c),$$
$$r = \sqrt{\sin(p-a) \cdot \sin(p-b) \cdot \sin(p-c) \cdot \operatorname{cosec} p},$$
$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{r}{\sin(p-a)},$$
$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = \frac{r}{\sin(p-b)},$$
$$\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{r}{\sin(p-c)}.$$

2. põhiülesanne

Antud on kolm nurka: A, B, C.

Ülesanne on lahendatav ja alati üheselt, kui:

$$180^0 < A + B + C < 540^0.$$

1-ne valemite rühm:

$$\cos a = \cos A \cdot \operatorname{cosec} B \cdot \operatorname{cosec} C + \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C,$$
$$\cos b = \operatorname{cosec} A \cdot \cos B \cdot \operatorname{cosec} C + \operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{ctg} C,$$
$$\cos c = \operatorname{cosec} A \cdot \operatorname{cosec} B \cdot \cos C + \operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{ctg} B.$$

2-ne valemite rühm:

$$P = \tfrac{1}{2}(A + B + C),$$
$$R = \sqrt{-\cos(P - A) \cdot \cos(P - B) \cdot \cos(P - C) \cdot \sec P},$$
$$\operatorname{ctg} \frac{a}{2} = \frac{R}{\cos(P - A)},$$
$$\operatorname{ctg} \frac{b}{2} = \frac{R}{\cos(P - B)},$$
$$\operatorname{ctg} \frac{c}{2} = \frac{R}{\cos(P - C)}.$$

3. põhiülesanne

Antud on kaks külge ja nende vahelnurk: a, b, C.

Ülesanne on alati lahendatav üheselt.

1-ne valemite rühm:

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C,$$
$$\operatorname{ctg} A = \operatorname{ctg} a \cdot \sin b \cdot \operatorname{cosec} C - \cos b \cdot \operatorname{ctg} C,$$
$$\operatorname{ctg} B = \sin a \cdot \operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{cosec} C - \cos a \cdot \operatorname{ctg} C.$$

2-ne valemite rühm:

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$\frac{A+B}{2}$ ja $\frac{A-B}{2}$ liites leiame A ja lahutades B.

$$\sin c = \sin a \cdot \sin C \cdot \operatorname{cosec} A.$$

Siinuse järgi saame küljele c kaks väärtust: c_1 (tabeli nurk) ja $c_2 = 180^0 - c_1$. Kumb neist tuleb lugeda otsitava külje väär-

tuseks, määrab sfäärilise kolmnurga omadus: suurema nurga vastas on suurem külg.

4. põhiülesanne

Antud on kaks nurka ja nende vahelkülg: a, B, C.
Ülesanne on alati lahendatav üheselt.

1-ne valemite rühm:

$$\operatorname{ctg} b = \operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{ctg} B \cdot \sin C + \operatorname{ctg} a \cdot \cos C,$$
$$\operatorname{ctg} c = \operatorname{cosec} a \cdot \sin B \cdot \operatorname{ctg} C + \operatorname{ctg} a \cdot \cos B,$$
$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a.$$

2-ne valemite rühm:

$$\operatorname{tg} \frac{b+c}{2} = \frac{\cos \frac{B-C}{2}}{\cos \frac{B+C}{2}} \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \cos \frac{B-C}{2} \sec \frac{B+C}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{b-c}{2} = \frac{\sin \frac{B-C}{2}}{\sin \frac{B+C}{2}} \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sin \frac{B-C}{2} \operatorname{cosec} \frac{B+C}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

$\frac{b+c}{2}$ ja $\frac{b-c}{2}$ liitmisel saame b ja lahutamisel c.

$$\sin A = \sin a \cdot \sin B \cdot \operatorname{cosec} b,$$

mis annab nurgale A kaks väärtust, milledest valime sobiva kolmnurga omaduse põhjal: suurema külje vastas on suurem nurk.

5. põhiülesanne

Antud on kaks külge ja ühe antud külje vastasnurk: a, b, A.

$$\sin B = \operatorname{cosec} a \cdot \sin b \cdot \sin A,$$

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\cos \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{A-B}{2}} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \sec \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2},$$

$$\operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \frac{\cos \frac{a+b}{2}}{\cos \frac{a-b}{2}} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sec \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2}.$$

Nurgal B tuleb kaks väärtust: C_1 (tabeli nurk) ja $C_2 = 180^0 - C_1$, kui $\sin A \cdot \sin b \cdot \operatorname{cosec} a < 1$; üks väärtus ($B = 90^0$), kui see korrutis on võrdne ühega, ja mitte ühtegi väärtust, kui see korrutis on ühest suurem. Vastavalt sellele on ka c-l ja C-l kaks, üks või mitte ühtegi väärtust. Viimasel juhul ülesandel puudub lahendus. $\operatorname{tg} \frac{c}{2}$ ja $\operatorname{ctg} \frac{c}{2}$ peavad olema alati positiivsed.

6. põhiülesanne

Antud on kaks nurka ja ühe antud nurga vastaskülg: a, A, B.

$$\sin b = \sin a \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sin B.$$

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\cos \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{A-B}{2}} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \sec \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2},$$

$$\operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \frac{\cos \frac{a+b}{2}}{\cos \frac{a-b}{2}} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sec \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2}.$$

Siin on samuti, nagu 5-ndas põhiülesandes, kaks, üks või mitte ühtegi lahendust, olenedes sellest, kas $\sin a \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sin B$ on väiksem, võrdne või suurem ühest, kusjuures $\operatorname{tg} \frac{c}{2}$ ja $\operatorname{ctg} \frac{C}{2}$ peavad olema alati positiivsed.

Kuue põhiülesande lahendamise näiteid.

Näide 1. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $a = 72^0 18',3$; $b = 56^0 44',5$; $c = 101^0 15',1$. Leida A, B ja C.

I valemite rühm:

$$\cos A = \overset{+}{\cos a} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} b} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} c} - \overset{+}{\operatorname{ctg} b} \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg} c} \ \ldots \ \mathrm{I} + \mathrm{II}.$$

$$\cos B = \overset{+}{\operatorname{cosec} a} \cdot \overset{+}{\cos b} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} c} - \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg} c} \ \ldots \ \mathrm{I} + \mathrm{II}.$$

$$\cos C = \overset{+}{\operatorname{cosec} a} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} b} \cdot \overset{-}{\cos c} - \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} b} \ \ldots \ -\mathrm{I} - \mathrm{II} = -(\mathrm{I} + \mathrm{II}).$$

Lahendamise skeem I valemite rühma jaoks.

$a = 72^0 18',3$	cos	9,4828			csc	0,0211	ctg	9,5038	csc	0,0211	ctg	9,5038
$b = 56^0 44',5$	csc	0,0776	ctg	9,8168	cos	9,7391			csc	0,0776	ctg	9,8168
$\bar{c} = 78^0 44',9$	csc	0,0084	ctg	9,2988	csc	0,0084	ctg	9,2988	cos	9,2903		
	lg I	9,5688	lg II	9,1156	lg I	9,7686	lg II	8,8026	lg I	9,3890	lg II	9,3206
	a	0,1310	G. A.	0,4532	a	0,0446	G. A.	0,9660	a	0,2682	G. A.	0,0684
		$9,6998 = \lg \cos A$				$9,8132 = \lg \cos B$				$9,6572 = \lg \cos \bar{C}$		
		$A = 59^0 56',0$				$B = 49^0 25',5$				$\bar{C} = 62^0 59',3$		
										$C = 117^0 0',7$		

II valemite rühm:

$$p = \tfrac{1}{2}(a + b + c)$$

$$r = \sqrt{\sin(p-a) \cdot \sin(p-b) \cdot \sin(p-c) \cdot \operatorname{cosec} p}$$

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{r}{\sin(p-a)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = \frac{r}{\sin(p-b)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{r}{\sin(p-c)}$$

Lahendamise skeem.

$p = 115^0 9',0$		lg r	9,5934		
$a = 72^0 18',3$	$p - a = 42^0 50',7$	sin	9,8325	$\lg \operatorname{tg}\frac{A}{2} = 9,7609$	$\frac{A}{2} = 29^0 58',0$; $A = 59^0 56',0$
$b = 56^0 44',5$	$p - b = 58^0 24',5$	sin	9,9304	$\lg \operatorname{tg}\frac{B}{2} = 9,6630$	$\frac{B}{2} = 24^0 43',0$; $B = 49^0 26',0$
$c = 101^0 15',1$	$p - c = 13^0 53',9$	sin	9,3806		
$2p = 230^0 17',9$	$\bar{p} = 64^0 51',0$	cosec	0,0433	$\lg \operatorname{tg}\frac{C}{2} = 0,2128$	$\frac{C}{2} = 58^0 30',0$; $C = 117^0 0',6$
		2 lg r	9,1868		

Kui samade andmete järgi otsitakse ainult üht nurka, näit. B, siis kasutatakse valemeid:

$$p = \tfrac{1}{2}(a + b + c); \quad \operatorname{tg}\frac{B}{2} = \sqrt{\sin(p-a) \cdot \sin(p-c) \cdot \operatorname{cosec} p \cdot \operatorname{cosec}(p-b)}$$

ja lahendamise skeem on:

$a = 72^0 18',3$	$p - a = 42^0 50',7$	sin	9,8325
$b = 56^0 44',5$	$p - b = 58^0 24',5$	cosec	0,0696
$c = 101^0 15',1$	$p - c = 13^0 53',9$	sin	9,3806
$2p = 230^0 17',9$	$\bar{p} = 64^0 51',0$	cosec	0,0433
$p = 115^0 9',0$			
		$2 \lg \operatorname{tg}\frac{B}{2}$	9,3260
		$\lg \operatorname{tg}\frac{B}{2}$	9,6630

$$\frac{B}{2} = 24^0 43',0; \quad B = 49^0 26',0$$

Näide 2. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $A = 36^0 7',8$; $B = 55^0 8',7$; $C = 103^0 41',6$. Leida a, b ja c.

I valemite rühm:

$$\cos a = \overset{+}{\cos} A \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec}} B \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec}} C + \overset{+}{\operatorname{ctg}} B \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg}} C \ldots \text{I} - \text{II},$$

$$\cos b = \overset{+}{\operatorname{cosec}} A \cdot \overset{+}{\cos} B \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec}} C + \overset{+}{\operatorname{ctg}} A \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg}} C \ldots \text{I} - \text{II},$$

$$\cos c = \overset{+}{\operatorname{cosec}} A \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec}} B \cdot \overset{-}{\cos} C + \overset{+}{\operatorname{ctg}} A \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg}} B \ldots - \text{I} + \text{II}.$$

Lahendamise skeem:

$A = 36^0 7',8$	cos	9,9072			csc	0,2294	ctg	0,1367	csc	0,2294	ctg	0,1367
$B = 55^0 8',7$	csc	0,0858	ctg	9,8429	cos	9,7570			csc	0,0858	ctg	9,8429
$C = 76^0 18',4$	csc	0,0125	ctg	9,3868	csc	0,0125	ctg	9,3868	cos	9,3743		
	lg I	0,0055	lg II	9,2297	lg I	9,9989	lg II	9,5235	lg I	9,6895	lg II	9,9796
	β	9,9204	G.A.	0,7758	β	9,8230	G.A.	0,7454	G.A.	0,2901	β	9,6878
	$9,9259 = \lg \cos a$				$9,8219 = \lg \cos b$				$\lg \cos c = 9,6674$			
	$a = 32^0 31',5$				$b = 48^0 25',5$				$c = 62^0 17',5$			

II valemite rühm:

$$P = \tfrac{1}{2}(A + B + C)$$

$$R = \sqrt{-\cos (P - A) \cdot \cos (P - B) \cdot \cos (P - C) \cdot \sec P}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{a}{2} = \frac{R}{\cos (P - A)}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{b}{2} = \frac{R}{\cos (P - B)}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{c}{2} = \frac{R}{\cos (P - C)}$$

Lahendamise skeem:

		$\lg R$	0,2161				
$P = 97^0 29',0$							
$A = 36^0 7',8$	$P - A = 61^0 21',2$	cos	9,6807	lg ctg $\frac{a}{2}$	0,5354	$\frac{a}{2} = 16^0 15',0$	$a = 32^0 30',0$
$B = 55^0 8',7$	$P - B = 42^0 20',3$	cos	9,8688	lg ctg $\frac{b}{2}$	0,3473	$\frac{b}{2} = 24^0 12',0$	$b = 48^0 24',0$
$C = 103^0 41',6$	$P - C^1 = -6^0 12',6$	cos	9,9974	lg ctg $\frac{c}{2}$	0,2187	$\frac{c}{2} = 31^0 9',0$	$c = 62^0 18',0$
$2P = 194^0 58',1$	$\overline{P} = 82^0 31',0$	sec	0,8853				
		$2 \lg R$	0,4322				

[1] $\lg \cos (P - C) = \lg (-6^0 12',6) = \lg 6^0 12',6$ (§ 1, p. 5).

Näide 3. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $a = 13^0 8',4$; $b = 37^0 45',7$; $C = 8^0 36',2$. Leida c, A ja B.

I valemite rühm:

$$\cos c = \overset{+}{\cos a} \cdot \overset{+}{\cos b} \overset{+}{+} \overset{+}{\sin a} \cdot \overset{+}{\sin b} \cdot \overset{+}{\cos C} \ldots \text{I} + \text{II},$$

$$\operatorname{ctg} A = \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{+}{\sin b} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} C} - \overset{+}{\cos b} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} C} \ldots \text{I} - \text{II},$$

$$\operatorname{ctg} B = \overset{+}{\sin a} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} b} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} C} - \overset{+}{\cos a} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} C} \ldots \text{I} - \text{II}.$$

Lahendamise skeem:

$a = 13^0 8',4$	cos	9,9885	sin	9,3566	ctg	0,6318			sin	9,3566	cos	9,9885
$b = 37^0 45',7$	cos	9,8979	sin	9,7870	sin	9,7870	cos	9,8979	ctg	0,1109		
$C = 8^0 36',2$			cos	9,9951	csc	0,8251	ctg	0,8201	csc	0,8251	ctg	0,8201
	lg I	9,8864	lg II	9,1387	lg I	1,2439	lg II	0,7180	lg I	0,2926	lg II	0,8086
	a	0,0714	G.A.	0,7477	β	9,8464	G.A.	0,5259	G.A.	0,5160	β	9,8421

$9,9578 = \lg \cos c$ ‖ $1,0903 = \lg \operatorname{ctg} A$ ‖ $\lg \operatorname{ctg} \bar{B} = 0,6507$

$c = 24^0 51',0$ $A = 4^0 38',6$ $\bar{B} = 12^0 36',0$

$B = 167^0 24',0$

II valemite rühm:

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \cos \frac{b-a}{2} \sec \frac{a+b}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B-A}{2} = \sin \frac{b-a}{2} \operatorname{cosec} \frac{a+b}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$$\sin c = \sin a \cdot \sin C \cdot \operatorname{cosec} A.$$

Lahendamise skeem:

$a = 13^0 8',4$	$\frac{b-a}{2} = 12^0 18',6$	cos	9,9899	sin	9,3288	sin a	9,3566
$b = 37^0 45',7$	$\frac{b+a}{2} = 25^0 27',0$	sec	0,0443	csc	0,3668	sin C	9,1749
$C = 8^0 36',2$	$\frac{C}{2} = 4^0 18',1$	ctg	1,1236	ctg	1,1236	csc A	1,0917
$b - a = 24^0 37',3$	$\lg \operatorname{tg} \frac{B+A}{2}$		1,1578	$\lg \operatorname{tg} \frac{B-A}{2}$	0,8192	$\lg \sin c$	9,6232
$b + a = 50^0 54',1$	$\frac{B+A}{2} = 86^0 1',3$; $\frac{B-A}{2} = 81^0 22',7$					$c = 24^0 50',0$	

$A = 4^0 38',6$; $B = 167^0 24',0$ $c_1 = 155^0 10' > b$, ei kõlba

Näide 4. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $a = 48^0 50',7$; $B = 40^0 56',2$; $C = 139^0 48',9$. Leida b, c ja A.

I valemite rühm:

$$\overset{+}{\operatorname{ctg} b} = \overset{+}{\operatorname{cosec} a} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} B} \cdot \overset{+}{\sin C} + \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{-}{\cos C} \ldots \quad \text{I} - \text{II},$$

$$\overset{+}{\operatorname{ctg} c} = \overset{+}{\operatorname{cosec} a} \cdot \overset{+}{\sin B} \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg} C} + \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{+}{\cos B} \ldots - \text{I} + \text{II},$$

$$\overset{+}{\cos A} = - \overset{+}{\cos B} \cdot \overset{-}{\cos C} + \overset{+}{\sin B} \cdot \overset{+}{\sin C} \cdot \overset{+}{\cos a} \quad \text{I} + \text{II}.$$

Lahendamise skeem:

$a = 48^0 50',7$	csc	0,1232	ctg	9,9416	csc	0,1232	ctg	9,9416			cos	9,8183
$B = 40^0 56',2$	ctg	0,0618			sin	9,8164	cos	9,8782	cos	9,8782	sin	9,8164
$\overline{C} = 40^0 11',1$	sin	9,8097	cos	9,8831	ctg	0,0734			cos	9,8831	sin	9,8097
	lg I	9,9947	lg II	9,8247	lg I	0,0130	lg II	9,8198	lg I	9,7613	lg II	9,4444
	β	9,5104	G.A.	0,1700	β	9,5552	G.A.	0,1932	α	0,1708	G.A.	0,3169

$9,5051 = \lg \operatorname{ctg} b$ $\quad$ $9,5682 = \lg \operatorname{ctg} \bar{c}$ $\quad$ $9,9321 = \lg \cos A$

$b = 72^0 15',5$ $\quad$ $\bar{c} = 69^0 41',8$ $\quad$ $A = 31^0 13',0.$

$c = 110^0 18',2$

II valemite rühm:

$$\operatorname{tg} \frac{b+c}{2} = \cos \frac{C-B}{2} \sec \frac{B+C}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{c-b}{2} = \sin \frac{C-B}{2} \operatorname{cosec} \frac{B+C}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

$$\sin A = \sin a \cdot \sin B \cdot \operatorname{cosec} b.$$

Lahendamise skeem:

$B = 40^0 56',2$	$\frac{C-B}{2} = 49^0 26',4$	cos	9,8131	sin	9,8806	sin a	9,8768
$C = 139^0 48',9$	$\frac{\overline{C+B}}{2} = 89^0 37',4$	sec	$2,1823_n$	csc	0,0000	sin B	9,8164
$a = 48^0 50',7$	$\frac{a}{2} = 24^0 25',4$	tg	9,6572	tg	9,6572	csc b	0,0212

$C - B = 98^0 52',7$	lg tg $\frac{\overline{c+b}}{2}$	$1,6526_n$	lg tg $\frac{c-b}{2}$	9,5378	lg sin A	9,7144
$C + B = 180^0 45',1$	$\frac{\overline{c+b}}{2} = 88^0 43',5$				$A = 31^0 12',0$	
$\frac{C+B}{2} = 90^0 22',6$	$\frac{c+b}{2} = 91^0 16',5$		$\frac{c-b}{2} = 19^0 2',0$		$A_1 = 168^0 48',0 > B$	ei kõlba

$b = 72^0 14',5$; $\quad c = 110^0 18',5$

Näide 5. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $a = 121^{\circ}5',0$; $b = 66^{\circ}24',8$; $A = 138^{\circ}16',7$. Leida c, B ja C.

Lahendamisvalemid:

$$\sin B = \operatorname{cosec} a \cdot \sin b \cdot \sin A$$

või:

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \sec \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \sin \frac{A+B}{2} \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a-b}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sec \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \sin \frac{a+b}{2} \operatorname{cosec} \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A-B}{2}$$

Lahendamise skeem:

$a = 58^{\circ}55',0$	csc	0,0673	$A + B_1 = 183^{\circ}41',7$	$\frac{A+B_1}{2} = 91^{\circ}50',8$
$b = 66^{\circ}24',8$	sin	9,9621	$A + B_2 = 272^{\circ}51',7$	$\frac{A+B_2}{2} = 136^{\circ}25',8$
$A = 41^{\circ}43',3$	sin	9,8232	$A - B_1 = 92^{\circ}51',7$	
	sin B	9,8526	$A - B_2 = 3^{\circ}41',7$	
	$B_1 = 45^{\circ}25',0$		$a + b = 187^{\circ}29',8$	$\frac{a+b}{2} = 93^{\circ}44',9$
	$B_2 = 134^{\circ}35',0$		$a - b = 54^{\circ}40',2$	

$\frac{A+B_1}{2} = 88^{\circ}9',2$	cos	$8{,}5082_n$			tg	$1{,}4916_n$		
$\frac{A+B_2}{2} = 43^{\circ}34',2$			cos	$9{,}8601_n$			tg	$9{,}9783_n$
$\frac{A-B_1}{2} = 46^{\circ}25',8$			sec	0,0002				
$\frac{A-B_2}{2} = 1^{\circ}50',8$	sec	0,1617						
$\frac{a+b}{2} = 86^{\circ}15',1$	tg	$1{,}1837_n$	tg	$1{,}1837_n$	cos	$8{,}8154_n$	cos	$8{,}8154_n$
$\frac{a-b}{2} = 27^{\circ}20',1$					sec	0,0514	sec	0,0514

	tg $\frac{c_1}{2}$	9,8536	tg $\frac{c_2}{2}$	1,0440	ctg $\frac{C_1}{2}$	0,3584	ctg $\frac{C_2}{2}$	8,8451
	$\frac{c_1}{2} = 35^{\circ}31',3$		$\frac{c_2}{2} = 84^{\circ}50',2$		$\frac{C_1}{2} = 23^{\circ}39',7$		$\frac{C_2}{2} = 85^{\circ}59',7$	
	$c_1 = 71^{\circ}2',6$		$c_2 = 169^{\circ}40',4$		$C_1 = 47^{\circ}19',4$		$C_2 = 171^{\circ}59',4$	

Näide 6. Sfäärilises kolmnurgas on antud: $a = 50^{\circ}15',3$; $A = 72^{\circ}53',2$; $B = 58^{\circ}46',5$. Leida b, c ja C.

Lahendamisvalemid:

$$\sin b = \sin a \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sin B$$

või:

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \sec \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \sin \frac{A+B}{2} \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{a-b}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sec \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \sin \frac{a+b}{2} \operatorname{cosec} \frac{a-b}{2} \operatorname{tg} \frac{A-B}{2}$$

Lahendamise skeem:

$a = 50^0 15',3$	sin	9,8858	$A + B = 131^0 39',7$	$\frac{A+B}{2} = 65^0 49',8$	cos	9,6122	tg	0,3479
$A = 72^0 53',2$	csc	0,0197	$A - B = 14^0 6',7$	$\frac{A-B}{2} = 7^0 3',4$	sec	0,0033		
$B = 58^0 46',5$	sin	9,9320	$a + b = 93^0 43',3$	$\frac{a+b}{2} = 46^0 51',6$	tg	0,0282	cos	9,8349
	sin b	9,8375	$a - b = 6^0 47',3$	$\frac{a-b}{2} = 3^0 23',6$			sec	0,0008

$b = 43^0 28',0$

$\operatorname{tg} \frac{c}{2}$ 9,6437 | $\operatorname{ctg} \frac{C}{2}$ 0,1836

$b' = 136^0 32',0 < a$ ei kõlba,

ülesandel on ühene lahendus.

$\frac{c}{2} = 23^0 45',7$ | $\frac{C}{2} = 33^0 14',0$

$c = 47^0 31',4$ | $C = 66^0 28'0.$

II. Täisnurksete sfääriliste kolmnurkade lahendamise põhiülesanded.

Lugedes sfäärilises kolmnurgas nurga A täisnurgaks ($A = 90^0$), on meil niisuguses täisnurkses kolmnurgas peale täisnurga A vajalik teada veel kaks põhielementi. Seega esineb täisnurkse sfäärilise kolmnurga lahendamisel kuus põhiülesannet ja nimelt, kui on antud:

1) kaks kaatetit: b ja c;
2) hüpotenuus ja kaatet: a ja b, või a ja c;
3) hüpotenuus ja kaldnurk: a ja B, või a ja C;
4) kaatet ja ta lähiskaldnurk: b ja C, või c ja B;
5) kaatet ja ta vastaskaldnurk: b ja B, või c ja C;
6) kaks kaldnurka: B ja C;

Kokku 10 kombinatsiooni viiest elemendist kahekaupa.

1. põhiülesanne

Antud on kaks kaatetit: b ja c.

Lahendamisvalemid:

1) $\cos a = \cos b \cdot \cos c$; 2) $\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{cosec} c$;
3) $\operatorname{tg} C = \operatorname{tg} c \cdot \operatorname{cosec} b$.

Ülesanne on alati lahendatav üheselt. Valemist (1) nähtub, et täisnurksel kolmnurgal on kas kõik kolm külge või üks ainus külg terav.

2. põhiülesanne Antud on hüpotenuus ja kaatet: a ja b (a ja c).

1) $\cos c = \cos a \cdot \sec b$; 2) $\sin B = \sin b \cdot \operatorname{cosec} a$;
3) $\cos C = \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{ctg} a$.

Ülesanne on lahendatav ja nimelt üheselt, kui $\sin b \leqslant \sin a$. Nurga B leidmisel siinuse järgi tuleb kahest võimalikust nurgast valida see, mis on samanimeline kaatetiga b.

3. põhiülesanne Antud on hüpotenuus ja kaldnurk: a ja B (a ja C).

1) $\sin b = \sin a \cdot \sin B$; 2) $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cdot \cos B$;
3) $\operatorname{ctg} C = \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{tg} B$.

Ülesanne on alati lahendatav üheselt. Külje b leidmisel siinuse järgi tuleb võtta b väärtus, mis on samanimeline nurgaga B.

4. põhiülesanne Antud on kaatet ja ta lähiskaldnurk: b ja C (c ja B).

1) $\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} b \cdot \sec C$; 2) $\operatorname{tg} c = \sin b \cdot \operatorname{tg} C$;
3) $\cos B = \cos b \cdot \sin C$.

Ülesandel on alati üks lahendus.

5. põhiülesanne Antud on kaatet ja ta vastasnurk: b ja B (c ja C).

1) $\sin a = \sin b \cdot \operatorname{cosec} B$; 2) $\sin c = \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{ctg} B$;
3) $\sin C = \sec b \cdot \cos B$.

Ülesanne on lahendatav ainult siis, kui 1) b ja B on samanimelised ja 2) $\sin b \leqslant \sin B$. Kui $\sin b < \sin B$, siis saame kahese lahenduse; kui $b = B$, saame ühese lahenduse. Leitud a, c ja C väärtuste jaotamisel kahe kolmnurga vahel tuleb terava hüpotenuusiga kolmnurgale kuuluvaks lugeda need c ja C väärtused, mis on samanimelised antud elementidega b ja B, kuna nüri hüpotenuusiga kolmnurgale anname need c ja C väärtused, mis on antud elementidega isenimelised.

6. põhiülesanne Antud on kaks kaldnurka: B ja C.

1) $\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$; 2) $\cos b = \cos B \cdot \operatorname{cosec} C$;
3) $\cos c = \operatorname{cosec} B \cdot \cos C$.

Ülesanne on lahendatav üheselt, kui: 1) $90^0 \leqslant B + C \leqslant 270^0$ ja 2) $|B - C| \leqslant 90^0$.

Täisnurkse kolmnurga lahendamise näiteid.

Näide 1. Täisnurkses sfäärilises $\triangle$-s on antud: $b = 70^0 10',3$; $c = 147^0 12',8$. Kuna b ja c on isenimelised, siis: $a > 90^0$; $B < 90^0$; $C > 90^0$, mis järgneb ka funktsioonide märkidest:

$$\overset{-}{\cos a} = \overset{+}{\cos b} \cdot \overset{-}{\cos c}; \quad 2)\ \overset{+}{\operatorname{tg} B} = \overset{+}{\operatorname{tg} b} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} c}; \quad 3)\ \overset{-}{\operatorname{tg} C} = \overset{-}{\operatorname{tg} c} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} b}.$$

$b = 70^0 10',3$	cos	9,5305	tg	0,4430	csc	0,0266
$\bar{c} = 32^0 47',2$	cos	9,9247	csc	0,2664	tg	9,8090
$\cos \bar{a}$		9,4552	tg B	0,7094	tg $\bar{C}$	9,8356
$\bar{a} = 73^0 25',6$			$B = 78^0 57',1$		$\bar{C} = 34^0 24',3$	
$a = 106^0 34',4$					$C = 145^0 35',7$	

Näide 2. Täisnurkses kolmnurgas on antud: $a = 71^0 24',5$; $b = 114^0 15',9$. Kuna $a < 90^0$, siis on b ja c samanimelised: $c > 90^0$, $B > 90^0$, $C > 90^0$.

$$\overset{-}{\cos c} = \overset{+}{\cos a} \cdot \overset{-}{\sec b}; \quad 2)\ \overset{+}{\sin B} = \overset{+}{\operatorname{cosec} a} \cdot \overset{+}{\sin b}; \quad 3)\ \overset{-}{\cos C} = \overset{+}{\operatorname{ctg} a} \cdot \overset{-}{\operatorname{tg} b}.$$

$a = 71^0 24',5$	cos	9,5036	csc	0,0233	ctg	9,5268
$b = 65^0 44',1$	sec	0,3862	sin	9,9598	tg	0,3460
$\cos \bar{c}$		9,8898	$\sin \bar{B}$	9,9831	$\cos \bar{C}$	9,8728
$\bar{c} = 39^0 07',0$			$\bar{B} = 74^0 7',0$		$\bar{C} = 41^0 45',0$	
$c = 140^0 53',0$			$B = 105^0 53',0$		$C = 138^0 15',0$	

Näide 3. Täisnurkses kolmnurgas on antud: $a = 80^0 5',3$; $B = 70^0 3',2$. Kuna $a < 90^0$, siis B ja C on samanimelised: $C < 90^0$, $b < 90^0$, $c < 90^0$.

1) $\sin b = \sin a \cdot \sin B$; 2) $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cdot \cos B$; 3) $\operatorname{ctg} C = \cos a \cdot \operatorname{tg} B$.

$a = 80^0 5',3$	sin	9,9935	tg	0,7576	cos	9,2359
$B = 70^0 3',2$	sin	9,9731	cos	9,5329	tg	0,4402
$\sin b$		9,9666	tg c	0,2905	ctg C	9,6761
$b = 67^0 48',5$			$c = 62^0 52',5$		$C = 64^0 37',3$	

Näide 4. Täisnurkses kolmnurgas on antud: $b = 53^0 29',0$; $C = 36^0 31',0$. Kuna b ja C, järelikult ka b ja c on samanimelised, siis $a < 90^0$, $c < 90^0$, $B < 90^0$.

1) $\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} b \cdot \sec C$; 2) $\operatorname{tg} c = \sin b \cdot \operatorname{tg} C$; 3) $\cos B = \cos b \cdot \sin C$.

$b = 53^0 29',0$	tg	0,1305	sin	9,9051	cos	9,7746
$C = 36^0 31',0$	sec	0,0949	tg	9,8695	sin	9,7746
tg a		0,2254	tg c	9,7746	cos B	9,5492
$a = 59^0 14',7$			$c = 30^0 45',3$		$B = 69^0 15',5$	

Näide 5. Täisnurkses kolmnurgas on antud: $b = 125^0 10',3$; $B = 110^0 5',8$. Kuna b ja B on samanimelised ja $\sin b < \sin B$, saame kaks lahendust.

1) $\sin a = \sin b \cdot \operatorname{cosec} B$; 2) $\sin c = \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{ctg} B$; 3) $\sin C = \sec b \cdot \cos B$.

$\bar{b} = 54^0 49',7$	sin	9,9125	tg	0,1520	sec	0,2395
$\bar{B} = 69^0 54',2$	csc	0,0273	ctg	9,5633	cos	9,5360

I kolmnurk: $a_1 = 60^0 31',5$; $c_2 = 148^0 43',5$; $C_2 = 143^0 23',5$.

sin a	9,9398	sin c	9,7153	sin C	9,7755
$a_1 = 60^0 31',5$		$c_1 = 31^0 16',5$		$C_1 = 36^0 36',5$	
$a_2 = 119^0 28',5$		$c_2 = 148^0 43',5$		$C_2 = 143^0 23',5$	

II kolmnurk: $a_2 = 119^0 28',5$; $c_1 = 31^0 16',5$; $C_1 = 36^0 36',5$.

Näide 6. Täisnurkses kolmnurgas on antud: $B = 138^0 15',8$; $C = 105^0 52',6$. Kuna B ja C on samanimelised, siis $a < 90^0$, $b > 90^0$, $c > 90^0$.

\+ − − − − \+ − \+

1) $\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$; 2) $\cos b = \cos B \cdot \operatorname{cosec} C$; 3) $\cos c = \operatorname{cosec} B \cdot \cos C$.

$\bar{B} = 41^0 44',2$	ctg	0,0496	cos	9,8729	csc	0,1767
$\bar{C} = 74^0 7',4$	ctg	9,4539	csc	0,0169	cos	9,4370

cos a	9,5035	cos $\bar{b}$	9,8898	cos $\bar{c}$	9,6137
$a = 71^0 24',7$		$\bar{b} = 39^0 7',0$		$\bar{c} = 65^0 44',3$	
		$b = 140^0 53',0$		$c = 114^0 15',7$	

III. Täiskülgsete sfääriliste kolmnurkade lahendamise põhiülesanded.

Täiskülgse sfäärilise kolmnurga lahendamisel on peale täisnurga a samuti vajalik teada veel kaks põhielementi. Seega esineb täiskülgse kolmnurga lahendamisel samuti 6 põhiülesannet ja nimelt, kui on antud:

1) kaldkülgede vastasnurgad: B ja C;
2) täisnurga vastasnurk ja ühe kaldkülje vastasnurk: A ja B, või A ja C;
3) täisnurga vastasnurk ja üks kaldkülg: A ja b, või A ja c;
4) kaldkülg ja teise kaldkülje vastasnurk: b ja C, või c ja B;
5) kaldkülg ja ta vastasnurk: b ja B, või c ja C;
6) kaks kaldkülge: b ja c.

Kokku 10 kombinatsiooni viiest elemendist kahekaupa.

1. põhiülesanne

On antud kaldkülgede vastasnurgad: B ja C.

1) $\cos A = -\cos B \cdot \cos C$; **2)** $\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{cosec} C$; **3)** $\operatorname{tg} c = \operatorname{cosec} B \cdot \operatorname{tg} C$.

Ülesanne on alati lahendatav üheselt. Valemist (1) nähtub, et täiskülgsel kolmnurgal on kas kõik kolm nurka, või ainult üks nurk nüri.

2. põhiülesanne

On antud täiskülje ja ühe kaldkülje vastasnurgad: A ja B (A ja C).

$$1)\ \cos C = -\cos A \cdot \sec B;\quad 2)\ \sin b = \operatorname{cosec} A \cdot \sin B;$$
$$3)\ \cos c = -\operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{tg} B.$$

Ülesanne on lahendatav ja nimelt üheselt, kui $\sin B \leqslant \sin A$; külje b leidmisel ta siinuse järgi tuleb valida see väärtus, mis on antud nurgaga B samanimeline.

3. põhiülesanne

On antud täiskülje vastasnurk ja üks kaldkülg: A ja b (A ja c).

$$1)\ \sin B = \sin A \cdot \sin b;\quad 2)\ \operatorname{tg} C = -\operatorname{tg} A \cdot \cos b;$$
$$3)\ \operatorname{ctg} c = -\cos A \cdot \operatorname{tg} b.$$

Ülesandel on alati üks lahendus; nurgal B tuleb võtta väärtus samanimeline b-ga.

4. põhiülesanne

On antud kaldkülg ja teise kaldkülje vastasnurk: b ja C (c ja B).

$$1)\ \operatorname{tg} A = -\operatorname{tg} C \cdot \sec b;\quad 2)\ \operatorname{tg} B = \sin C \cdot \operatorname{tg} b;$$
$$3)\ \cos c = \cos C \cdot \sin b.$$

Ülesandel on alati üks lahendus.

5. põhiülesanne

Antud on kaldkülg ja ta vastasnurk: b ja B (c ja C).

$$1)\ \sin A = \sin B \cdot \operatorname{cosec} b;\quad 2)\ \sin C = \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{ctg} b;$$
$$3)\ \sin c = \sec B \cdot \cos b.$$

Ülesandel on kaks lahendust, kui: 1) b ja B on samanimelised, ja 2) $\sin B < \sin b$; üks lahendus, kui $B = b$, ja ta on lahendamatu, kui $\sin B > \sin b$, või b ja B on isenimelised. Leitud elementide väärtused jaotatakse kolmnurkade vahel nii, et kolmnurgale terava täiskülje vastasnurgaga kuuluvad C ja c väärtused, mis on vastavalt vastasnimelised B ja b-ga, kuna nüri täiskülje vastasnurga juurde kuuluvad antud elementidega samanimelised C ja c väärtused.

6. põhiülesanne

On antud kaks kaldkülge: b ja c.

$$1)\ \cos A = -\operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c;\quad 2)\ \cos B = \cos b \cdot \operatorname{cosec} c;$$
$$3)\ \cos C = \operatorname{cosec} b \cdot \cos c.$$

Ülesandel on üks lahendus, kui: 1) $90^0 \leqslant b + c \leqslant 270^0$, 2) $|b - c| \leqslant 90^0$.

Täiskülgse kolmnurga lahendamise näiteid.

Näide 1. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $B = 13^0 24',6$; $C = 74^0 41',5$. Kuna B ja C on samanimelised, siis on $A > 90^0$; $b < 90^0$; $c < 90^0$.

$$\overset{-}{\cos A} = \overset{+}{-\cos B} \cdot \overset{+}{\cos C};\quad 2)\ \overset{+}{\operatorname{tg} b} = \overset{+}{\operatorname{tg} B} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} C};\quad 3)\ \overset{+}{\operatorname{tg} c} = \overset{+}{\operatorname{cosec} B} \cdot \overset{+}{\operatorname{tg} C}.$$

$B = 13^0 24',6$	cos	9,9880	tg	9,3774	csc	0,6347
$C = 74^0 41',5$	cos	9,4216	csc	0,0157	tg	0,5626
	$\cos \overline{A}$	9,4096	tg b	9,3931	tg c	1,1973
	$\overline{A} = 75^0 7',2$		$b = 13^0 53',2$		$c = 86^0 22',0$	
	$A = 104^0 52',8$					

Näide 2. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $A = 67^0 46',6$; $B = 29^0 13',7$. Ülesanne on lahendatav, sest $\sin B < \sin A$; kuna $A < 90^0$, siis on $C > 90^0$, $c > 90^0$, $b < 90^0$.

$$\overset{-}{\cos C} = \overset{+}{-\cos A} \cdot \overset{+}{\sec B};\quad 2)\ \overset{+}{\sin b} = \overset{+}{\operatorname{cosec} A} \cdot \overset{+}{\sin B};\ 3)\ \overset{-}{\cos c} = \overset{+}{-\operatorname{ctg} A} \cdot \overset{+}{\operatorname{tg} B}.$$

$A = 67^0 46',6$	cos	9,5777	csc	0,0335	ctg	9,6113
$B = 29^0 13',7$	sec	0,0592	sin	9,6886	tg	9,7478
	$\cos \overline{C}$	9,6369	sin b	9,7221	$\cos \overline{c}$	9,3591
	$\overline{C} = 64^0 19',0$		$b = 31^0 49',5$		$\overline{c} = 76^0 47',0$	
	$C = 115^0 41',0$				$c = 103^0 13',0$	

Näide 3. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $A = 69^0 5',2$; $b = 119^0 26',3$. Kuna $A < 90^0$, siis $c < 90^0$, $C < 90^0$, $B > 90^0$.

$$\overset{+}{\sin B} = \overset{+}{\sin A} \cdot \overset{+}{\sin b};\quad 2)\ \overset{+}{\operatorname{tg} C} = \overset{-}{-\operatorname{tg} A} \cdot \overset{+}{\cos b};\quad 3)\ \overset{+}{\operatorname{ctg} c} = \overset{+}{-\cos A} \cdot \overset{-}{\operatorname{tg} b}.$$

$A = 69^0 5',2$	sin	9,9704	tg	0,4178	cos	9,5526
$\overline{b} = 60^0 33',7$	sin	9,9400	cos	9,6915	tg	0,2484
	sin B	9,9104	tg C	0,1093	ctg c	9,8010
	$\overline{B} = 54^0 27',0$		$C = 52^0 8',0$		$c = 57^0 41',3$	
	$B = 125^0 33',0$					

Näide 4. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $b = 36^0 41',7$; $C = 70^0 2',4$. Kuna b ja C, järelikult ka b ja c on samanimelised, siis $A > 90^0$; $B < 90^0$; $c < 90^0$.

$$\overset{-}{\operatorname{tg} A} = \overset{+}{-\operatorname{tg} C} \cdot \overset{+}{\sec b};\quad 2)\ \overset{+}{\operatorname{tg} B} = \overset{+}{\sin C} \cdot \overset{+}{\operatorname{tg} b};\quad 3)\ \overset{+}{\cos c} = \overset{+}{\cos C} \cdot \overset{+}{\sin b}.$$

$b = 36^0 41',7$	sec	0,0959	tg	9,8723	sin	9,7764
$C = 70^0 2',4$	tg	0,4399	sin	9,9731	cos	9,5332
	tg $\overline{A}$	0,5358	tg B	9,8454	cos c	9,3096
	$\overline{A} = 73^0 45',8$		$B = 35^0 0',7$		$c = 78^0 13',8$	
	$A = 106^0 14',2$					

Näide 5. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $b = 58^{0}19',5$; $B = 43^{0}56',7$.
1) $\sin A = \sin B \cdot \operatorname{cosec} b$; 2) $\sin C = \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{ctg} b$; 3) $\sin c = \sec B \cdot \cos b$.

$B = 43^{0}56',7$	sin	9,8413	tg	9,9840	sec	0,1427	
$b = 58^{0}19',5$	csc	0,0700	ctg	9,7903	cos	9,7202	
	sin A	9,9113	sin C	9,7743	sin c	9,8629	
	$A_1 = 54^{0}37',0$		$C_1 = 36^{0}29',5$		$c_1 = 46^{0}50',0$		
	$A_2 = 125^{0}23',0$		$C_2 = 143^{0}30',5$		$c_2 = 133^{0}10',0$		

I kolmnurk: $A_1 = 54^{0}37',0$; $C_2 = 143^{0}30',5$; $c_2 = 133^{0}10',0$.
II kolmnurk: $A_2 = 125^{0}23',0$; $C_1 = 36^{0}29',5$; $c_1 = 46^{0}50',0$.

Näide 6. Täiskülgses kolmnurgas on antud: $b = 48^{0}14',3$; $c = 75^{0}57',0$.
1) $\cos A = -\operatorname{ctg} b \cdot \operatorname{ctg} c$; 2) $\cos B = \cos b \cdot \operatorname{cosec} c$; 3) $\cos C = \operatorname{cosec} b \cdot \cos c$.

$b = 48^{0}14',3$	ctg	9,9508	cos	9,8235	csc	0,1273
$c = 75^{0}57',0$	ctg	9,3984	csc	0,0132	cos	9,3852
cos $\overline{A}$		9,3492	cos B	9,8367	cos C	9,5125
$\overline{A} = 77^{0}5',2$			$B = 46^{0}38',0$		$C = 71^{0}0',3$	
$A = 102^{0}54',8$						

Lõppsõna. Lõpetanud sfäärilise trigonomeetria osa, tuleme järgmises osas sfääriliste kolmnurkade lahendamise juurde jälle tagasi, kuid juba astronoomia ülesannete rakendusis. Rõhutame veel kord, et läbivõetud osa, eriti sfääriliste kolmnurkade lahendamise küsimus, tuleb juba nüüd täielikult omandada, vastasel korral tekib raskusi järgneva kursuse ülesannete lahendamisel.

Arvame vajalikuks osutada, milliste k o h u s t u s l i k e tulemustega peab lõppema eelneva osa läbivõtmine.

Õpilane peab:

1. *absoluutselt kindlalt ja eksimusteta teadma kõikide trigonomeetriliste funktsioonide suurused ja märgid kõigis veerandeis, kui ka argumendi väärtusil: 90°, 180°, 270° ja 360°;*
2. *täiesti kindlalt oskama taandada 2-se veerandi ja negatiivsete argumentide kõiki funktsioone positiivsetele 1-se veerandi argumentidele;*
3. *teadma peast ühe ja sama argumendi funktsioonide vahelised seosed;*
4. *teadma peast tasapindse △-ga lahendamisvalemid;*
5. *oskama kiirelt ja eksimusteta leida arvude ja trigonomeetriliste funktsioonide logaritme, teostades interpolatsiooni viimasele kohale tingimata peast;*
6. *oskama kiirelt ja eksimusteta leida antud logaritmi järgi arvu, interpoolides samuti tingimata peast;*

7. *oskama kiirelt leida vajaliku lehekülje ja arvutada eksimusteta argumendi ta antud trigonomeetrilise funktsiooni logaritmide järgi, teostades interpolatsiooni võimalikult peast;*
8. *tundma Gaussi tabelite ehitust ja oskama neid vabalt kasutada;*
9. *teadma kindlalt § 6-s antud laused, eriti p. 9—10 lõikest A ja p. 5—10 lõikest B;*
10. *teadma kindlalt § 7-s ja 8-s antud laused, eriti p. 4, § 7 ja p. 8—9, § 8;*
11. *teadma peast ja täiesti kindlalt kaldnurksete sfääriliste kolmnurkade neli esimest põhivalemit ja oskama neid eksimusteta kirjutada sfäärilise kolmnurga külgede, nurkade ja tippude mistahes tähistuste puhul;*
12. *oskama valida sobiva valemi sfäärilise kolmnurga mingi elemendi leidmiseks ja oskama teda viia lõppkujule;*
13. *oskama eksimusteta analüüsida valemit märkide suhtes ja anda vajaduse korral otsus tulemuse suuruse kohta;*
14. *oskama õigesti arvutada otsitavat elementi valitud valemist;*
15. *oskama teostada umbkaudset kontrolli (kui see on võimalik).*

Arvutamisel tuleb rangelt kinni pidada skeemist.

Lahendamist skeemi järgi tuleb harjutada, alates kõige lihtsamatest ülesannetest. Otstarbekalt koostatud skeem võimaldab suurt aja kokkuhoidu (vahel kuni 30—50%) ja soodustab kahtlemata ülesande eksimusteta lahendamist, eksimused aga, eriti „aritmeetilised", esinevad sageli väga raskete takistustena, mida tuleb igal juhul ületada.

Peatükk III.

KOSMOGRAAFIA.

§ 13. ÜLDMÄRKMED.

Kui laev sõidab ranna läheduses, tuletornide, paakide, märkide ja muude merelt hästi nähtavate ja täpselt merekaardile märgitud kaldaesemete nähtavuse piirkonnas, teostatakse laeva koha määramist ning pidevat kontrolli selle üle, et laev tõeli-

selt on arvatud ja kaardile märgitud kohal, navigatsiooni kursuses esitatud võtete ja meetodite abil.

Kui aga laev eemaldub rannast ulgumerele ja kaldamärgid enam ei saa olla laeva kohamääramise vahendeiks, neid asendavad taevakehad (Päike, Kuu, planeedid, taevatähed); sel korral kohamääramise meetodid ja võtted moodustavad õppeaine, mida nimetatakse meresõidu-astronoomiaks. Nii siis, meresõidu-astronoomia peamine ülesanne seisneb laeva asukoha määramises merel taevakehade vaatluste abil.

Nimetatud ülesanne ei ole siiski ainukeseks meresõidu-astronoomia ülesandeks; rööbiti me vaatleme ka teisi, kõrval- või koguni iseseisvateks kujunevaid ülesandeid.

Laev kujutab endast liikuvat alust, missugune asjaolu ei võimalda kasutada siin neid erakordselt täpseid instrumente, mida kasutame samadeks eesmärkideks kaldal. Teisest küljest aga võib viga laeva koha märkimisel merekaardile, eriti väikese mastaabi korral, olla vägagi tunduv, kuna juba sirkli haru piste Atlandi ookeaani üldkaardil kujutab endast 5—8-ruutmiililist pindala. Sellest selgub, et vaatluste ja arvutamiste erakordne täpsus ei leia kasutamist ega ole vajalik laevajuhtimisel. Sel põhjusel ka ühe või teise ülesande lahendamine merel erineb tunduvalt samade ülesannete lahendamise meetoditest maal. Neil kaalutlustel võib ka teadust, millega meil järgnevalt tuleb tutvuneda, õigusega nimetada just meresõidu-astronoomiaks, mitte aga lihtsalt astronoomiaks (sfääriliseks või praktiliseks).

Katsume tõmmata paralleeli meresõidu-astronoomia ja navigatsiooni vahel veidi sügavamalt: on teada, et navigatsioonis saadakse peilungitega määratud laeva koht kaardil graafiliselt, kui kahe või kolme joone (peilungi) lõikepunkt. Samuti on teada, et ühe majaka peilung (üks asetusjoon) ei anna laeva observeeritud kohta, kuid aitab arvutatud kohta siiski teatud määral korrigeerida.

Täiesti analoogiliselt saadakse ka astronoomias observeeritud koht kahe (harva kolme) asetusjoone lõikumispunktis; kui aga vaatleja kasutada on ainult üks asetusjoon, siis, samuti kui navigatsiooniski, see annab võimaluse ainult arvutatud kohta korrigeerida.

Kui navigatsioonis määratakse laeva koht peilungite abil, ei oma kaugus peilitavate esemeteni mingisugust tähtsust, on ainult vajalik, et need esemed oleksid õigesti kaardile märgitud või õigesti koordineeritud Maakera pinnal; nagu teada, on selleks

olemas geograafiliste koordinaatide süsteem: laius ja pikkus.

Astronoomias, kus majakaid kui vaatlusobjekte asendavad taevakehad, kaugus viimasteni ei oma samuti mingisugust tähtsust, ja taevakehad, nagu majakadki Maakeral, peavad olema taevas kindla korra järgi koordineeritud.

See taevakehade koordineerimise ülesanne ja mõned sellega seoses olevad lisaküsimused moodustavad õppeaine, mida nimetatakse kosmograafiaks ning mille aluste lühikese ülevaate toome meie kursuse käesolevas osas.

Harilikud kosmograafia kursused hõlmavad tunduvalt laiemaid mõisteid, kui need, mida käsitatakse käesolevas osas: siin vaatleme ainult taevakehade koordineerimist sfääril ja seejuures ainult geomeetrilisest küljest.

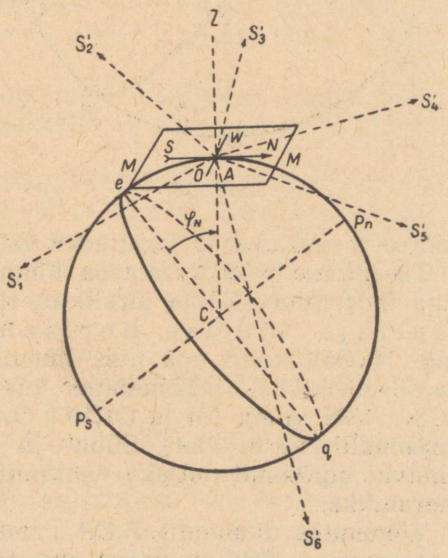
Meie ei puuduta siin üldse taevakehade-maailma nähete kirjeldavat külge, samuti ei puuduta me nende nähtuste põhjusi ega ka taevakehade tõelise liikumise küsimust, nende füüsilist seisundit jne. Nende küsimuste kohta on olemas väga mitmekesist kirjandust, üldisest kuni kitsalt erialaliseni.

§ 14. TAEVASFÄÄR.

A. Alapunktid, -jooned ja -ringid sfääril.

Olgu joon. 15 kujutatud Maakera, kus diameeter $p_n p_s$ oleks maakeratelg, punktid p_n ja p_s — põhja- ja lõunapoolus, eq — ekvaator, vaatleja aga asub punktis A, laiuses $\varphi_N = \smile eA$.

Kui võtta Maad kerana, siis raadius CA kujutab punktis A asuva vaatleja loodjoont; tasapind MM, puudutades Maad punktis A, kujutab vaatleja tõelist horisonti; joon NS, ühtudes punktis A meridiaani tasapinnaga, kujutab selle meridiaani jälge horisontaaltasapinnal MM, ning moodustab selle ristjoonega OW neli

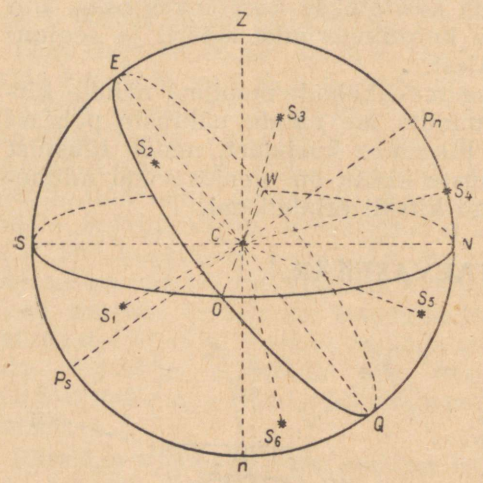


Joon. 15.

ilmakaart, jagades horisondi neljaks veerandiks: NO, SO, SW ja NW.

Oletame, et sirgjooned AS'_1, $AS'_2 \ldots AS'_6$ jne. kujutavad suundi taevakehadele S_1, S'_2, jne., mis ruumiliselt asetsevad vaatlejast mitmesuguses kauguses.

Kujutame vabalt võetud raadiusega sfääri, tsentriga ükskõik mis punktis (nagu järgnevalt nähtub, on vahel sobiv võtta tsentrina Maakera keskpunkt, mõnikord aga on sobivam võtta vaatleja silm); selle abisfääri tsentrist tõmbame jooned ja tasapinnad, rööbiti tõelistega, ja märgime nende joonte ja tasapindade lõikepunktid sfääriga. Tõmmates sirgjooned (joon. 16) CS_1, $CS_2 \ldots CS_6$ jne. rööbiti joontega CS'_1, $CS'_2 \ldots CS'_6$ jne. (joon. 15), saame sfääril punktid S_1, S_2 jne., mis kujutavadki sfäärile kantud taevakehade kohti.



Joon. 16.

On selge, et need punktid sfääril asetsevad täpselt samuti, kui vaatlejale tõeliselt nähtuvad taevakehad.

Tõmbame joon. 16 diameetri ZC_n rööbiti loodjoonega AC (joon. 15); selle lõikumine sfääriga annab kaks punkti: seniit — Z, mis asetseb vaatleja **pea kohal**, ja nadiir—n—diameetri vastasotsal, kujutades vaatleja antipoodi seniiti.

Tasapinda NOSW, mis on tõmmatud läbi C rööbiti tasapinnaga MM (joon. 15) ja järelikult risti loodjoonega, nimetatakse vaatleja tõelise horisondi tasapinnaks; suurringi NOSW kaart aga nim. lihtsalt vaatleja tõeliseks horisondiks. Tõmmates sellel tasapinnal sirgjooned $NCS \parallel NAS$ (joon. 15) ja $OCW \parallel OAW$ (joon. 15), saame tõelisel horisondil Nord-, Ost-, Süüd- ja West-punkti; need punktid jagavad horisondi neljaks veerandiks: NO-, SO-, SW- ja NW-veerandiks.

Tõmmates diameetri $P_nCP_s \parallel$ maakera teljega p_np_s (joon. 15) ja tasapinna $EQ \parallel$ maakera ekvaatori eq tasapinnaga, saame: maailmatelje P_nP_s ja punktides P_n ja P_s — maailma-

poolused ning taevaekvaatori *EQ*. Kuna punktid *Z*, P_n, *N*, *n*, P_s ja *S* on ühel tasapinnal, siis on selge, et taevaekvaator lõikub tõelise horisondiga just punktides O ja W ja seepärast võib viimaseid vaadelda kui ekvaatori ja tõelise horisondi lõikepunkte.

Kõik ülalloetletud jooned ja tasapinnad sfääril omavad antud vaatleja jaoks täiesti kindlaid asendeid.

Sellist abisfääri ühes kõikide ülalnimetatud punktide, ringide ja vaadeldavate taevakehade asetusega nimetatakse taevasfääriks.

Tõeline horisont jagab sfääri kaheks osaks: horisondipealseks, *NZS*, kus asetseb seniit (*Z*), ja horisondialuseks, *NnS*, kus asetseb nadiir (*n*).

Samuti jagab taevaekvaatori tasapind sfääri kaheks osaks: põhjapoolseks EP_nQ, kus asetseb maailma N-poolus (P_n), ja lõunapoolseks, EP_sQ, kus on maailma S-poolus (P_s). Horisondipealses osas olevat maailma poolust nimetatakse ülemiseks, horisondialuses osas aga — alumiseks pooluseks.

Joon. 15. ja 16. nähtub, et ülemine poolus on maailma N-poolus (P_n), kui vaatleja on põhjalaiuses; kui aga võtta vaatleja geograafiliseks laiuseks lõunalaius, siis ülemiseks maailma pooluseks oleks P_s; seega ülemise pooluse nimetus on alati samane vaatleja geograafilise laiuse nimetusega.

Joonisest nähtub, et vaatamata, missugune oleks ülemine poolus (N või S), lähemaks punktile P_n on punkt N ja lähemaks punktile P_s on *S*.

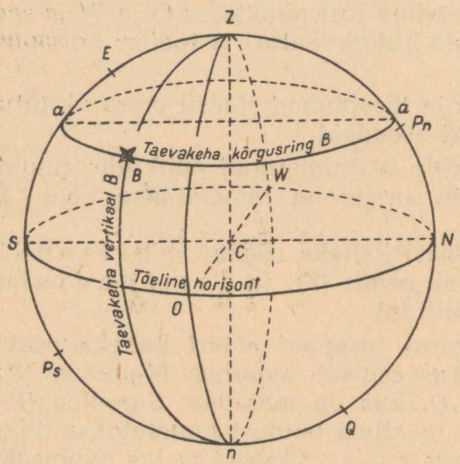
Märgime veel, et suurt ringi sfääril $P_nZSP_snNP_n$, mis läbib mõlemaid pooluseid ja punkte Z ja *n*, ning mille tasapinnal on kujutatud joon. 16, nimetatakse vaatleja meridiaaniks, milline nimetus on ka täiesti õige, sest tema tasapind on rööbiti punktis *A* asuva vaatleja meridiaani tasapinnaga (joon. 15).

B. Vertikaalid ja kõrgusringid. Meridiaanid ja paralleelid.

1. Suurt ringi taevasfääril (joon. 17), mille tasapind läbib loodjoont, nimetatakse vertikaaliks. Iga vertikaal läbib punkte *Z* ja *n* ja iga vertikaali tasapind on risti tõelise horisondi tasapinnaga.

Vertikaali, mis läbib sfääril antud taevakeha, nimetatakse selle taevakeha vertikaaliks. Selle nimetuse all

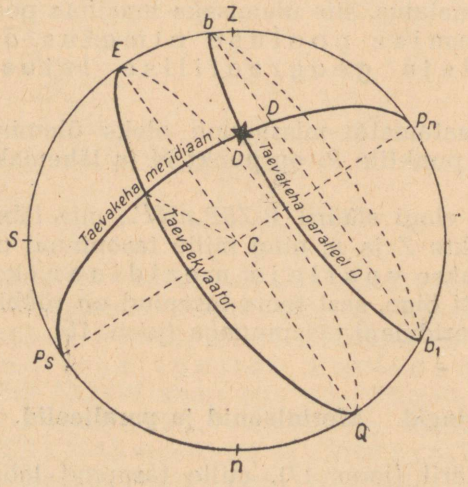
mõistame mitte vertikaali tervet ringi (360°), vaid ainult seda tema poolt (Z kuni *n*), millel asetseb antud taevakeha; näit. taevakeha *B* vertikaal on kaar *ZBn*.



Joon. 17.

Vertikaali, mis läbib Ost- ja West-punkti, nimetatakse esimeseks vertikaaliks, kusjuures seda poolt (*ZOn*), mis läbib punkti Ost, nimetatakse harilikult Ost-vertikaaliks, W-punkti läbivat (*ZWn*) aga — West-vertikaaliks.

Väikesed ringid sfääril, rööbiti tõelise horisondiga, on kõrgusringid (ehk almükantaraadid); seda nendest, mis sfääril läbib taevakeha, nimetatakse antud taevakeha kõrgusringiks (aa_1 — joon. 17).



Joon. 18.

2. Suurt ringi sfääril, mille tasapind ühtub maailmateljega, nimetatakse taevameridiaaniks. Seega iga meridiaan läbib mõlemaid pooluseid P_n ja P_s ning iga meridiaani tasapind on risti taevaekvaatori *EQ* tasapinnaga. Antud taevakeha läbivat meridiaani nimetatakse selle taevakeha meridiaaniks. Edaspidi mõistame selle all mitte tervet 360° ringi, vaid ainult seda tema poolt ühest poolusest teiseni, millel asetseb antud taevakeha. Näit. taevakeha *D* meridiaan on kaar P_nDP_s. Taevaekvaatorile paralleelseid väikesi ringe nimetatakse taevapa-

ralleelideks (analoogiliselt maakera paralleelidega); seda nendest, mis sfääril läbib antud taevakeha, nimetatakse selle taevakeha paralleeliks (bb_1 — joon. 18).

Lõpmatu hulga meridiaanide seas, mida võib kujutada sfääril, väärib üks nendest erilist tähelepanu: see on meridiaan, mis läbib punktid Z ja n ja mida nimetatakse vaatleja meridiaaniks (mida on ka varemalt mainitud).

Läbides punkte Z ja n vaatleja meridiaan kujutab ka vertikaali, mis läbib maailma pooluseid. Omades antud vaatleja suhtes kindlat ja muutumatut asendit, osutub see meridiaan (vertikaal) edaspidi, taevakehade koordineerimisel sfääril, algmeridiaaniks ja -vertikaaliks.

Maailma-telg (punktid P_n ja P_s) jagab vaatleja meridiaani kaheks osaks: ülemiseks P_nZP_s, kus on punkt Z, ja alumiseks, temal asetseva nadiiri punktiga.

§ 15. TAEVAKEHADE KOORDINAADID SFÄÄRIL.

Nagu teada, teostatakse geograafias ja navigatsioonis mitmesuguste punktide koordineerimist maakera pinnal kahe vastastikku-risti oleva suurringi, ekvaatori ja Greenwich'i meridiaani suhtes, mis omavad Maakeral täiesti kindlat asendit. Muidugi, kui Maakeral oleks mõni teine vastastikku-risti asetsevate suurringide süsteem, siis kõik punktid oleksid samasuguse eduga koordineeritavad viimaste järgi.

Käsitades taevakehade koordineerimise küsimust taevasfääril, näeme, et siin on kaks vastastikku-risti olevate ja antud vaatleja suhtes kindlat asendit omavat suurringide süsteemi. Nendeks ringideks on: a) tõeline horisont ja vaatleja meridiaan; b) taevaekvaator ja seesama vaatleja meridiaan.

Seega on sfääril kaks koordinaatide süsteemi: horisondiline — tõelise horisondi põhiringiga, ja ekvaatoriline, mille põhiringiks on taevaekvaator.

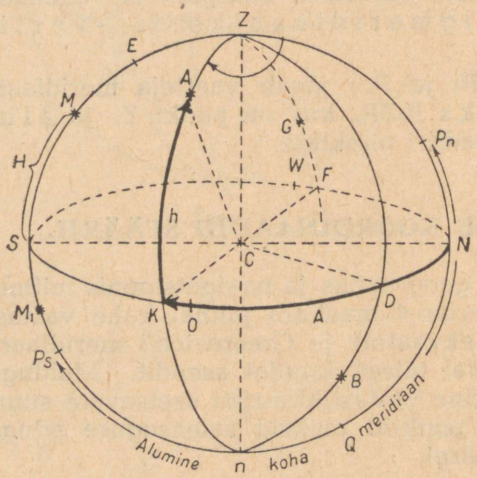
A. Horisondilised koordinaadid.

Selles süsteemis, nagu juba öeldud, on põhiringideks tõeline horisont ja vaatleja meridiaan ning nende kahe ringi suhtes iga taevakeha asetus määratakse kahe koordinaadiga (joon. 19), mida

nimetatakse horisondilisteks koordinaatideks. Need koordinaadid on:

1. Taevakeha asimuut (*A*) — sfääriline nurk seniidi juures vaatleja meridiaani ja taevakeha vertikaali vahel. Seda nurka mõõdetakse (§ 7, p. 4) tõelise horisondi kaarega vaatleja alumisest meridiaanist Osti ja Westi poole kuni taevakeha vertikaalini, 0° kuni 180°.

Sel põhjal tihti nimetatakse taevakeha asimuudiks tõelise horisondi kaart vaatleja alumisest meridiaanist kuni taevakeha vertikaalini, loetud Osti ja Westi poole 0° kuni 180°.



Joon. 19.

Niisugune asimuutide lugemise viis on astronoomiline.

Asimuudi kirjutamisel, peale tema arvulise suuruse, peab tingimata märgitama, missugusest horisondi punktist ja kuhu poole (O või W) loetakse antud astronoomilist asimuuti.

Taevakeha *A* astronoomilist asimuuti mõõdetakse kaarega *NK*, ja kui $\smile NK = 110^0$, siis see asimuut kirjutatakse nii: N 110° Ost; niisugusel kirjutamisel esimene täht näitab, missugusest horisondi punktist loetakse astronoomilist asimuuti, edasi tuleb tema arvuline suurus (0°—180°) ja viimane täht näitab, kuhu, Osti või Westi poole loetakse astronoomilist asimuuti. Näit.: $A_B = \text{N } 50^0$ Ost, $A_G = \text{N } 80^0$ W jne.

Kuna astronoomilist asimuuti loetakse horisondi kaart pidi alati vaatleja alumisest meridiaanist, horisondil aga selles punktis on laiusega ühenimeline rumb, siis astronoomilise asimuudi esimene täht on alati ühenimeline vaatleja koha laiusega, teine aga sõltub sellest, kas taevakeha on sfääri O- või W-poolel.

Kuna punktid N, O, S, W jagavad tõelise horisondi, nagu kompassilehegi, neljaks veerandiks, siis astronoomilist asimuuti

võib asendada horisondi jaotusega veerandite järgi, nagu navigatsioonis peilungeid, ning siis võib kirjutada:

A_A = N 110° Ost = SO 70°; A_B = N 50° Ost = NO 50°.
(astronoom.) (veer. järgi) (astronoom.) (veer. järgi)

A_G = N 80° W = NW 80°.
(astronoom.) (veer. järgi)

Sellest järgneb, et kui astronoomiline asimuut on $> 90°$, siis veerandilise kirjutamise puhul tuleb esimene täht muuta vastupidiseks ja võtta täiendus kuni 180°; kui aga astronoomiline asimuut on $< 90°$, siis nii tähed kui ka arvuline suurus jäävad muutumata, tuleb ainult ümber asetada. Täpselt samuti tuleb talitada ülesande vastupidisel lahendamisel.

2. Taevakeha kõrgus (märgitakse alati tähega *h*) on vertikaalnurk tõelise horisondi tasapinna ja suuna vahel sfääri tsentrist taevakehale. Sel põhjal võib kõrguseks nimetada taevakeha vertikaali kaart tõelisest horisondist kuni taevakehani. Nii on taevakeha *A* kõrgus $\smile KA$, taevakeha *B* kõrgus $\smile DB$, taevakeha *G* kõrgus — $\smile FG$ jne.

Kui taevakeha on sfääri horisondipealses osas, siis tema kõrgust loetakse positiivseks (taevakeha *A*, *G*); kui aga taevakeha on horisondialuses osas (taevakeha *B*), siis tema kõrgus on negatiivne.

Sellest selgub, et taevakeha kõrgus (nii positiivne kui negatiivne) ei või olla üle 90°. Kõrgus + 90° on seniidil, — 90° on nadiiril; horisondi iga punkti kõrgus on 0°.

Kõrguse asemel, samase koordinaadina, võib võtta taevakeha vertikaali kaart, kuid loetud alati seniidist taevakehani; seda kaart nimetatakse seniitkauguseks ja märgitakse *z*. Näit. taevakeha *A* seniitkaugus on $\smile ZA$, $z_B = ZB$, $z_G = \smile ZG$ jne.

Taevakeha seniitkaugus võib olla alla ja üle 90°, kuid mitte üle 180°; kui taevakeha on horisondipealses osas (*A*, *G*), siis tema $z < 90°$, kui aga horisondialuses osas (*B*), siis $z > 90°$. Horisondi iga punkti $z = 90°$, seniidi punkti $z = 0°$, nadiiri punkti $z = 180°$.

Kõrgus ja seniitkaugus, nagu joonisest nähtub, täiendavad alati teineteist kuni 90°, s. o. $h = 90° - z$ ja $z = 90° - h$. Need valemid on algebralised ja kõrgust tuleb võtta oma märgiga. Näit. kui $h = 37°$, siis

$z = 90^0 - 37^0 = 53^0$; kui $h = -19^0$, siis $z = 90^0 - (-19^0) = 109^0$; samuti ka vastupidi: kui $z = 75^0$, siis $h = 90^0 - 75^0 = 15^0$; kui $z = 147^0$, siis $h = 90^0 - 147^0 = -57^0$ jne.

Kui taevakeha on vaatleja meridiaanil (M või M_1), siis tema kõrgust nimetatakse meridiaaniliseks kõrguseks ja märgitakse H; tema seniitkaugust seejuures nimetatakse samuti meridiaaniliseks seniitkauguseks.

Meridiaanilisele kõrgusele H ja meridiaanilisele seniitkaugusele märgitakse tingimata nimetus:

1. Meridiaanilisele kõrgusele H — horisondi selle punkti nimetus, millise punkti suunas seniidist on taevakeha. Näit. joon. 19. taevakeha M meridiaaniline kõrgus H on S-i. Siit järgneb, et meridiaanilise kõrguse nimetus on alati ühtlane taevakehale lähema horisondi punkti nimetusega.

2. Meridiaanilisele seniitkaugusele lisatakse nimetus sõltuvalt sellest, kas seniit on taevakeha suhtes horisondi N-i või S-i pool. Joon. 19. taevakeha M seniitkaugus z on N-i, sest punkt Z on taevakehast mööda meridiaani horisondipunkti N pool. On kerge näha, et meridiaanilise kõrguse ja meridiaanilise seniitkauguse nimetused on alati vastupidised.

Joon. 19, ja samuti ka 15 ja 16 nähtub, et ülemise pooluse kõrgus on $\smile NP_n$; see kaar võrdub $\smile ZE$, mis omakorda (vt. joon. 15) võrdub vaatleja geograafilise laiusega (φ).

Siit järgneb, et $\smile ZP_n = 90^0 - \varphi$, mis annab edaspidiseks kaks eriti tähtsat suhet:

a) ülemise pooluse kõrgus = ekvaatoripunkti E seniitkaugusega = vaatleja geograafilise laiusega (φ);

b) ülemise pooluse seniitkaugus = vaatleja laiuse täiendusega ($90^0 - \varphi$).

B. Ekvaatoriline koordinaatide süsteem.

Selles süsteemis, nagu juba varemalt tähendatud, põhiringideks on (joon. 20): taevaekvaator EQ ja vaatleja koha meridiaan.

Selles süsteemis taevakeha nn. ekvaatorilised koordinaadid on:

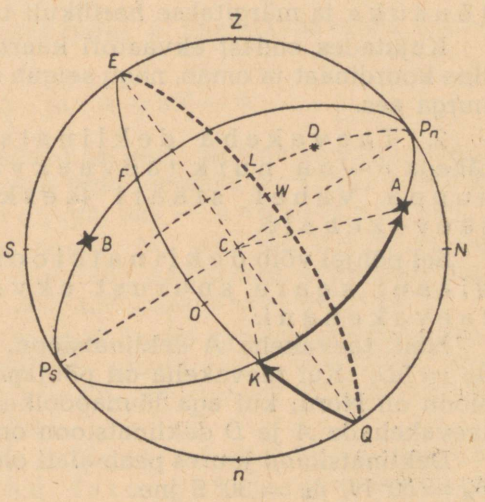
1. Taevakeha tunninurk — t — sfääriline nurk ülemise pooluse juures vaatleja üle-

mise kohameridiaani ja taevakeha meridiaani vahel. Tunninurka mõõdetakse ekvaatori kaarega vaatleja ülemisest kohameridiaanist W-i poole kuni taevakeha meridiaanini.

Sel põhjal tunninurgaks nimetatakse ekvaatori kaart vaatleja ülemisest kohameridiaanist punkt W-i poole kuni taevakeha meridiaanini.

Selle tunninurga suurus võib olla 0° kuni 360° ja seda nimetatakse harilikuks või West-tunninurgaks.

Kui taevakeha harilik (W-) tunninurk on üle 180°, siis tema täiendust kuni 360° nimetatakse Ost-tunninurgaks; sellest järgneb, et Ost-tunninurk ei või kunagi olla üle 180°. Ost-tunninurgale tuleb tingimata märkida tema nimetus Ost, kuna harilik tunninurk võib olla ilma nimetuseta.



Joon. 20.

Kahtluste ja arusaamatuste vältimiseks soovitame aga ka harilikule tunninurgale märkida tema nimetuse West.

Tunninurka O- või W-, kuid alla 180°, nimetatakse ka praktiliseks tunninurgaks (vastavalt O- või W-), kuna niisuguse tunninurga abil, nagu näeme edaspidi, lahendatakse mitmesugused praktilised astronoomilised ülesanded.

Taevakeha A tunninurk ... $t_A = \smile EWQK$; $t_B = \smile EWQOF$; $t_D = \smile EL$ jne., kusjuures nimetatud kaared mõõdavad loetletud taevakehade harilikke tunninurki. Joonisest nähtub, et taevakehade A ja B tunninurgad on üle 180°, sellepärast neid võib märkida ka teisiti: $t_A = \smile EOK$ Ost, $t_B = \smile EF$ Ost.

Punkti W tunninurk võrdub 90°; punkti O tunninurk on 270° W või 90° O.

Kui ekvaatoril oleks mingisugune punkt, mis omaks täiesti kindlat ja muutumatut asendit, siis oleks igasuguse taevakeha meridiaani asend kergesti määratav selle punkti suhtes, samuti

kui tunninurk määrab taevakeha meridiaani asendi ekvaatori punkti *E* suhtes vaatleja kohameridiaanil.

Säärane eriline punkt ekvaatoril on olemas, see on kevadpunkt — ♈, mida täpsemalt käsitletakse edaspidi. See punkt omab ekvaatoril täiesti kindlat ja muutumatut asendit, ja ekvaatori kaar kevadpunktist kuni taevakeha meridiaanini, loetud 0^0 kuni 360^0, vastupidi W-tunninurgale, nimetatakse taevakeha otsetõusuks ja märgitakse harilikult tähega α.

Kujutades endast ekvaatori kaart, on otsetõus ka ekvaatoriline koordinaat ja omab, nagu selgub edaspidi, olulist eelist tunninurga ees.

2. Taevakeha deklinatsioon — märgitakse alati tähega δ — on nurk taevaekvaatori tasapinna ja suuna vahel sfääri (keskpunktist) tsentrist taevakehale.

Sel põhjal võib deklinatsiooniks nimetada meridiaani kaare suurust ekvaatorist kuni antud taevakehani.

Näit. taevakeha *A* deklinatsioon, või $\delta_A = \smile KA$, $\delta_B = \smile FB$, $\delta_D = LD$. Kui taevakeha on põhjapoolkeral, siis tema deklinatsioon on Nord; kui aga lõunapoolkeral, siis on Süüd. Joon. 20 taevakehade *A* ja *D* deklinatsioon on N, taevakehal *B* aga — S.

Deklinatsiooni juures peab alati olema märgitud tema nimetus: $\delta_A = 50^0$ N, $\delta_B = 30^0$ S jne.

Kui deklinatsioon on ühenimeline laiusega, siis teda nimetatakse positiivseks (+), kui aga deklinatsioon on isenimeline laiusega, siis ta on negatiivne (—). Järelikult mõnel juhul tuleb S-deklinatsioon lugeda negatiivseks, teinekord aga on negatiivne N-deklinatsioon.

Sellest arutlusest selgub, et deklinatsiooni suurus ei saa olla üle 90^0. On selge, et ekvaatori iga punkti deklinatsioon $= 0^0$; põhjapooluse deklinatsioon (P_n) $= 90^0$ N; lõunapooluse (P_s) deklinatsioon $= 90^0$ S.

Deklinatsiooni asemel, taevakeha ekvaatorilise koordinaadina, võib kasutada taevakeha poolusekaugust (Δ), s. o. sama taevakeha meridiaani kaare suurust, loetuna alati ülemisest poolusest kuni taevakehani.

Näit. taevakeha *A* poolusekaugus ... $\Delta_A = \smile P_nA$; $\Delta_B = \smile P_nB$ jne. (analoogia seniitkaugusega).

Taevakeha poolusekaugus (Δ) võib olla alla ja üle 90°, kuid mitte üle 180°. Näit. $\Delta_A \cong 40°$, $\Delta_B = 120°$ jne.

Kuna ülemise pooluse nimetus on alati samane vaatleja laiuse nimetusega (joon. 20 laius on N ja ülemine poolus samuti N), siis võime järeldada, et kui deklinatsioon on ühenimeline laiusega, siis $\Delta < 90°$, kui aga δ ja φ on isenimelised, siis $\Delta > 90°$.

Ekvaatori iga punkti $\Delta = 90°$, ülemise pooluse $\Delta = 0°$, alumise pooluse $\Delta = 180°$.

Deklinatsioon δ ja poolusekaugus Δ täiendavad alati teineteist kuni 90°, s. o.

$$\delta = 90° - \Delta \quad \text{ja} \quad \Delta = 90° - \delta.$$

Need valemid on algebralised ja peab pidama meeles, et kui δ on ühenimeline φ-ga, siis teda loetakse positiivseks, kui aga δ on isenimeline φ-ga, siis — negatiivseks.

Olgu näit. φ ja ülemine poolus N; siis kui $\delta = 27°$ N, on $\Delta = 63°$; kui $\delta = 48°$ S, siis $\Delta = 138°$; samuti ka vastupidi: kui $\Delta = 11°$, siis $\delta = 79°$ N; kui $\Delta = 157°$, siis $\delta = -67° = 67°$ S.

Kui φ ja ülemine poolus oleksid S, siis samade andmete juures suhted oleksid vastupidised, nimelt: kui $\delta = 27°$ N, siis $\Delta = 117°$; kui $\delta = 48°$ S, siis $\Delta = 42°$; kui $\Delta = 11°$, siis $\delta = 79°$ S; kui $\Delta = 157°$, siis $\delta = 67°$ N jne.

Joon. 20 nähtub samuti, et seniidi deklinatsioon $\smile EZ$ võrdub alati koha laiusega ja on temaga ühenimeline.

Seniidi poolusekaugus, $\smile P_nZ$, võrdub alati laiuse täiendusega, s. o. $90° - \varphi$; ühes sellega, nagu me juba varemalt märkisime, ta võrdub ülemise pooluse seniitkaugusega.

Sel viisil ekvaatoriliste koordinaatide paariks, mis täielikult määravad taevakeha koha sfääril, on: a) taevakeha deklinatsioon ja tunninurk või b) taevakeha deklinatsioon ja otsetõus.

Side ja suhe taevakeha tunninurga ja tema otsetõusu vahel ning nende vastastikune arvestamine selgub edaspidi.

§ 16. TAEVASFÄÄRI KUJUTAMINE.

Eelmises paragrahvis olid horisondiline ja ekvaatoriline koordinaatide süsteem näidatud selguse mõttes eraldi joonistel; edaspidi kujutame nii ühtesid kui ka teisi samal joonisel.

Kõik eelmised joonised (15—20) on tehtud vaatlejale Maakeral põhjalaiuses. Kui vaatleja oleks lõunalaiuses, siis erinevus joonises esineks ainult selles, et ülemiseks pooluseks oleks P_s, kusjuures muidugi tuleb silmas pidada kõikide ringide, punktide, joonte ja nende nimetuste õiget asetamist.

Sfääri kujutamise ülesandega käib kaasas alati ühe või teise taevakeha koha määramise nõue sfääril mõnede antud koordinaatide järgi ning selleks on vajalik:

1. *kujutada vabalt võetud raadiusega ring; see ring kujutab vaatleja koha meridiaani; tõmmata tema vertikaal-diameeter — loodjoon — ja märkida punktid Z ja n;*
2. *tõmmata tõelise horisondi suurring risti loodjoonega;*
3. *punktist Z ühele või teisele poole mööda vaatleja koha-meridiaani mõõdame kaare* $= 90^0 - \varphi$; *saadud punkt kujutab ülemist poolust: N, kui vaatleja* φ *on põhjalaiuses, ja S, kui vaatleja* φ *on lõunalaiuses;*
4. *sellest punktist tõmbame diameetri — maailmatelje; märgime alumise pooluse;*
5. *tõelise horisondi ja vaatleja koha meridiaani lõikepunktidesse paneme N- ja S-punkti vastavalt lähematele maailma-poolustele;*
6. *tõmmata taevaekvaatori suurring risti maailma teljega ja tema lõikepunktides tõelise horisondiga märkida nende nimetused: Ost- ja West-punkt, asetades need punktid õigesti juba märgitud N- ja S-punkti suhtes, s. o. nii, et vaadates seniidist horisondile, punktide asetus oleks sarnane kompassi kodarikule: N-O-S-W.*

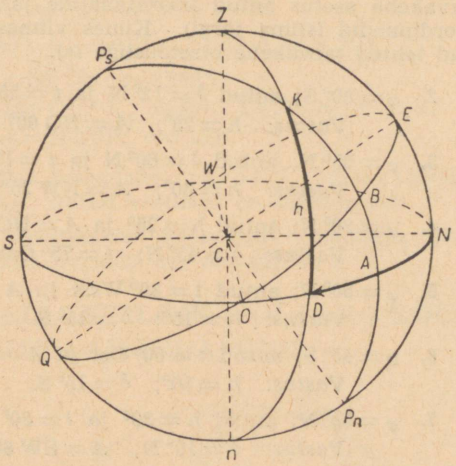
Sellega lõpebki taevasfääri kujutamine.

7. Märkida taevakeha asetus antud koordinaatide järgi.

Taevakeha asetamiseks peab teadma kaks tema koordinaati ja meeles pidama, et iga koordinaat määrab suure või väikese ringi (A ja t — suure, h ja δ — väikese), ja et taevakeha koht saadakse, kui antud koordinaatidega määratud kahe ringi lõikepunkt.

Punkt 3. on märgitud, et ülemine poolus võib seniidist olla paremal või vasakul. Joonise piltlikkuse ja selguse mõttes märgime ta alati sellise arvestusega, et taevakeha pärast tema sfäärile märkimist oleks lugejapoolsel sfääri poolel, s. o., et meridiaan ja vertikaal kujuneksid pidev-, mitte aga punktiirjoontena.

Peale selle peab tegema veel ühe näpunäite: joonise kujundamisel peab kinni pidama, kas või ligikaudu, nurkade ja kaarte mõõdust, s. t. peab joonistama nii, et näit. 30°-ne nurk oma suuruselt ei kujuneks 60—70°-suuruseks, või 10°-ne kaar joonise ühes kohas ei oleks suurem 30°-st kaarest teises kohas jne. Säärased ebatäpsused võivad mõnikord tekitada ebatäpseid ettekujutusi ja vääri järeldusi. Kõrval toome sfääri kujutamise näite (joon. 21).



Joon. 21.

Näide 1. Kujutada sfäär $\varphi = 60^0$ S ja märkida sellele taevakeha, mille $h = 50^0$ ja $A = \text{NO } 80^0$, ning leida jooniselt tema ekvaatorilised koordinaadid.

Kujutame vabalt võetud raadiusega ringi, tõmbame vertikaalse diameetri ning saame punktid *Z* ja *n*. Kujutame tõelise horisondi tasapinna. Kuna antud on lõunalaius, siis ülemine poolus peab olema P_s ja 30° kaugusel seniidist $= 90^0 - \varphi$.

Kuna antud asimuut on NO-veerandis, siis vertikaali ja meridiaani kujutamiseks pidevjoonena, mitte aga punktiirjoonena, peame Nord-punkti asetama paremale ja Süüd-punkti vasemale.

Nüüd on selge, et punkti P_s koha leidmiseks peame asetama ta seniidist 30° vasakule. Sellest punktist tõmbame diameetri, maailmatelje P_sP_n, ja risti sellele taevaekvaatori *EQ*. Horisondil paneme vasakule punkti S (P_s lähemal) ja paremale punkti N. Ekvaatori ja tõelise horisondi lõikepunktides märgime punktid Ost ja West ning punkt Ost ongi sfääri sellel poolel, mis on lugeja pool.

Sfäär on kujutatud. Edasi märgime temale taevakeha.

Antud asimuut ei ole astronoomiline, mida näitab tema esimene täht, mis ei ole samanimeline φ-ga, kuid kujutamisel see mingit tähtsust ei oma: punktist N mõõdame mööda horisonti Osti poole kaare $ND = 80^0$ (punkt *D*). Läbi selle punkti tõmbame taevakeha vertikaali *ZDn* ning saame taevakeha koha sfääril — punkti *K*.

Taevakeha on sfäärile märgitud. Et joonisel määrata tema ekvaatorilised koordinaadid, tõmbame läbi *K* meridiaani P_sKP_n ning märgime selle meridiaani lõikepunkti ekvaatoriga punktis *B*. Siis $\smile BK$, võrdne ligikaudu 40°, kujutab taevakeha deklinatsiooni (δ); $\delta = 40^0$ S. Ekvaatori kaar *EB* aga, võrdne umbes 50°, kujutab taevakeha Ost-tunninurka, s. o. $t = 50^0$ Ost (ehk 310^0 West).

Alamaltoodud harjutustes tuleb kirjutada sfääri antud φ, märkida taevakeha asetus antud koordinaatide järgi ning jooniselt leida otsitavad koordinaadid (silma järgi). Kuues viimases harjutuses on toodud lihtsamad tehted taevakeha otsetõusuga (α).

2. $\varphi = 30^0$ S; antud $\delta = 12^0$ N ja $t = 55^0$ Ost. Leida h ja A.
Vastus: $h = 20^0$; $A =$ NO 60^0.

3. $\varphi = 55^0$ N; antud $\delta = 60^0$ N ja $t = 135^0$ West. Leida h ja A.
Vastus: $h = 30^0$; $A =$ NW 25^0.

4. $\varphi = 20^0$ N; antud $h = 25^0$ ja $A =$ NO 50^0. Leida δ ja t.
Vastus: $\delta = 45^0$ N; $t = 75^0$ Ost.

5. $\varphi = 50^0$ N; antud $t = 30^0$ West ja $A =$ SW 30^0. Leida h ja δ.
Vastus: $h = 15^0$; $\delta = 15^0$ S.

6. $\varphi = 45^0$ S; antud $t = 60^0$ Ost ja $A =$ NO 75^0. Leida h ja δ.
Vastus: $h = 30^0$; $\delta = 15^0$ S.

7. $\varphi = 50^0$ N; antud $h = 30^0$ ja $t = 50^0$ West. Leida δ ja A.
Vastus: $\delta = 10^0$ N; $A =$ SW 65^0.

8. $\varphi = 35^0$ S; antud $h = 35^0$ ja $t = 40^0$ Ost. Leida δ ja A.
Vastus: $\delta = 0^0$; $A =$ NO 50^0.

9. $\varphi = 60^0$ N; antud $h = 20^0$ ja $\delta = 25^0$ N, taevakeha on sfääri West-i poolel. Leida A ja t.
Vastus: $A =$ NW 75^0; $t = 85^0$ West.

10. $\varphi = 30^0$ S; antud $h = 20^0$ ja $\delta = 15^0$ N, taevakeha on sfääri Ost-i poolel. Leida A ja t.
Vastus: $A =$ NO 60^0; $t = 55^0$ Ost.

11. $\varphi = 25^0$ S; antud $\delta = 10^0$ S, taevakeha on W-vertikaalil. Leida h ja t.
Vastus: $h = 25^0$; $t = 70^0$ West.

12. $\varphi = 50^0$ N; antud $\delta = 10^0$ S, taevakeha on Ost-vertikaalil. Leida h ja t.
Vastus: $h = -15^0$; $t = 80^0$ Ost.

13. $\varphi = 45^0$ S; antud $\delta = 15^0$ S, taevakeha on horisondil Ost-i pool. Leida t ja A.
Vastus: $t = 105^0$ Ost; $A =$ SO 70^0.

14. $\varphi = 50^0$ N; $\delta = 20^0$ S, taevakeha on horisondil W-i pool. Leida t ja A.
Vastus: $t = 65^0$ W; $A =$ SW 60^0.

15. $\varphi = 40^0$ N; kevadpunkti tunninurk $(t_{kp.}) = 30^0$ W; taevakeha otsetõus $(\alpha) = 60^0$; taevakeha deklinatsioon $(\delta) = 20^0$ N. Leida t, h ja A.
Vastus: $t = 30^0$ Ost; $h = 60^0$; $A =$ SO 60^0.

16. $\varphi = 70^0$ N; $h = 35^0$; $A =$ NW 80^0; $\alpha = 15^0$. Leida δ, h ja $t_{kp.}$.
Vastus: $\delta = 35^0$ N; $t = 85^0$ W; $t_{kp.} = 100^0$.

17. $\varphi = 25^0$ S; $\delta = 5^0$ N; $\alpha = 210^0$; $t_{kp.} = 105^0$. Leida t, h ja A.
Vastus: $t = 105^0$ Ost; $h = -15^0$; $A =$ NW 85^0.

18. $\varphi = 50^0$ S; $\delta = 25^0$ S; $t = 70^0$ Ost; $a = 150^0$. Leida h, A ja t_{kp}.
Vastus: $h = 30^0$; $A =$ Ost; $t_{kp.} = 80^0$.

19. $\varphi = 0^0$; $h = 30^0$; $A =$ SO 45^0; $t_{kp.} = 240^0$. Leida δ, t ja a.
Vastus: $\delta = 40^0$ S; $t = 50^0$ Ost; $a = 290^0$.

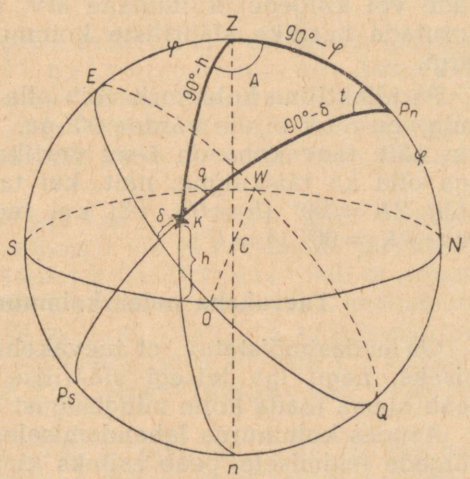
20. $\varphi = 60^0$ N; $\delta = 10^0$ S; $t = 120^0$ Ost; $t_{kp.} = 30^0$. Leida h, A ja a.
Vastus: $h = -25^0$; $A =$ NO 65^0; $a = 150^0$.

Kõik need ülesanded tuleb lahendada täiesti iseseisvalt, tehes joonise käega (ilma sirklita). Antud vastused on ligikaudsed.

Trükitehnilistel põhjustel kasutatakse käesolevas raamatus jäära tähtkuju märgi ♈ asemel indeksina lühendit kp. (kevadpunkt).

§ 17. TAEVAKEHA PARALLAKTILINE (POLAAR-) KOLMNURK JA TEMA LAHENDAMINE.

Kõik eelmise paragrahvi ülesanded me lahendasime geomeetrilise kujutuse abil ja muidugi väga ligikaudselt. Edasistes mitmesugustes astronoomilistes küsimustes on nõutav mitte ligikaudne, vaid samade ülesannete täpne lahendamine ja see töö tuleb teostada mitte kujutuse abil, vaid arvutamise teel.



Joon. 22.

Kujutame sfääri antud laiuse jaoks ja tõmbame temale taevakeha vertikaali ja meridiaani. Saame sfäärilise kolmnurga, mille tippudeks on: seniit, ülemine poolus ja taevakeha. Selle kolmnurga moodustavad suurringid: vaatleja kohameridiaan, taevakeha meridiaan ja taevakeha vertikaal.

Seda astronoomias suurt tähtsust omavat kolmnurka nimetatakse taevakeha parallaktiliseks ehk polaarkolmnurgaks.

Joon. 22 kujutab taevakeha K niisugust kolmnurka ZP_nK. Joonisest nähtub, et selle kolmnurga küljed kujutavad ja arvuliselt võrduvad:

külg ZP_n . . . . laiuse täiendus $= 90^0 - \varphi$;
„ P_nK . . . . deklinatsiooni täiendus (poolusekaugus) $= 90^0 - \delta$;
„ ZK . . . . kõrguse täiendus (seniitkaugus) $= 90^0 - h$.

Tema nurgad on:

Z juures . . . . asimuut A (alati astronoomiline);
P „ . . . . tunninurk t (West- või Ost-), joonisel Ost;
K „ . . . . n. n. parallaktiline nurk, mille me märgime tähega q.

Sellest nähtub, et taevakeha polaarkolmnurk seob üksteisega vaatleja geograafilise laiuse taevakeha horisondiliste ja ekvaatoriliste koordinaatidega ja kui on teada tema elementide (nurkade või külgede) küllaldane arv, siis võib teda lahendada ja arvutada harilike sfääriliste kolmnurkade lahendamise reeglite järgi.

Parallaktiline kolmnurk võib olla kaldnurkne, kui ükski tema külg ega nurk ei ole võrdne 90^0-ga. Ta võib olla ka täisnurkne; kui näit. taevakeha on 1-sel vertikaalil, siis $A = 90^0$. Ta võib aga olla ka täiskülgne, näit. kui taevakeha on horisondil, siis külg $ZK = 90^0$ ($h = 0^0$), või kui taevakeha on ekvaatoril, siis külg $PK = 90^0$ ($\delta = 0^0$).

Taevakeha polaarkolmnurga lahendamine.

On endastmõistetav, et taevakeha polaarkolmnurga lahendamiseks, nagu iga teisegi sfäärilise kolmnurga lahendamiseks, peab olema teada kolm mingisugust tema elementi.

Asudes kolmnurga lahendamisele, s. o. tundmata nurkade või külgede leidmisele, peab esiteks kirjutama valemid, mis seovad antud elemendid otsitavatega, siis need valemid lihtsustama ning eraldama tundmatud. Pärast seda tuleb valemid analüüsida märkidega ja lõpuks arvutada.

Valemite valik ja esialgsed algebralised tehted teostatakse nii, nagu see on näidatud § 12 p. A. Valemite analüüsimisel märkidega tuleb aga silmas pidada järgmist:

1. Laius (φ) loetakse alati positiivseks, kuna ta on sfääri kujutamise aluseks. Kuna laius on arvuliselt alati $< 90^0$, siis kõik tema trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed (+).

2. Deklinatsioon (δ) võib olla samanimeline φ-ga, siis ta on positiivne, või isenimeline φ-ga, siis ta on negatiivne; dekli-

natsiooni suurus aga on alati $< 90^0$. Kui φ ja δ on samanimelised, siis kõik δ trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed; kui aga δ on isenimeline φ-ga, siis $\cos \delta$ ja $\sec \delta$ on positiivsed, kõik teised funktsioonid — negatiivsed.

3. Kõrgus võib olla positiivne ja negatiivne, kuid arvuliselt alati $< 90^0$. Kui kõrgus on positiivne, siis kõik tema trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed; kui aga kõrgus on negatiivne, siis $\cos h$ ja $\sec h$ on positiivsed, kõik teised funktsioonid — negatiivsed.

4. Astronoomiline asimuut (A) võib olla arvuliselt alla ja üle 90^0, kuid mitte üle 180^0, s. o. võib olla I ja II veerandis. Kui $A < 90^0$ (I veerand), siis kõik tema trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed; kui $A > 90^0$ (II veerand), siis $\sin A$ ja $\operatorname{cosec} A$ on positiivsed, kõik teised funktsioonid — negatiivsed.

Juhime veel kord tähelepanu sellele, et taevakeha polaarkolmnurga asimuut on alati astronoomiline (tema esimene täht on alati samanimeline laiusega, suurus 0^0 kuni 180^0); sellepärast, kui asimuut on antud veerandiline, siis peab tema esmalt muundama astronoomiliseks ning alles siis võib teostada valemi analüüsimist.

5. Tunninurk (t) võib olla Ost- või West-, kuid tingimata alla 180^0, s. t. peab olema I või II veerandis; järelikult, kui ülesandes on antud W-tunninurk üle 180^0, siis tuleb ta esmalt muuta O-tunninurgaks (alla 180^0) ja alles pärast seda analüüsida valem. Kui tunninurk (O- või W-) on $< 90^0$, siis kõik tema trigonomeetrilised funktsioonid on positiivsed; kui aga $t > 90^0$, siis $\sin t$ ja $\operatorname{cosec} t$ on positiivsed, kõik teised funktsioonid — negatiivsed.

6. Parallaktiline nurk q võib olla alla ja üle 90^0 ning meie ülesannete lahendamisel mingisugust tähtsust ei oma.

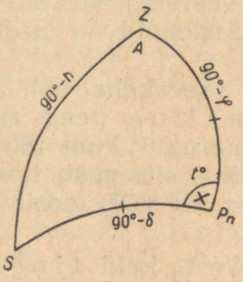
Valinud vastavad valemid ja analüüsinud need märkidega, on kasulik pöörata tähelepanu sellele, et kui I ja II liikme märgid on isesugused, siis valemi vasema osa, s. o. arvutatava funktsiooni märk on samane suurema liikme märgiga.

Märkus: Kui kolmnurk on täisnurkne või täiskülgne, siis valemid otsitavatele saadakse üheliikmelised ja otsitavate märgid määratakse kohe pärast analüüsimist.

1. Deklinatsiooni arvutamisel peab pidama meeles, et deklinatsioon ei ole üle 90^0 ja et negatiivne deklinatsioon tähendab, et ta on isenimeline φ-ga.

2. K õ r g u s e a r v u t a m i s e l peab silmas pidama, et kõrgus samuti ei ole $> 90^0$ ja et negatiivne kõrgus tähendab, et taevakeha on horisondi all.

3. A s i m u u d i a r v u t a m i s e l tuleb meeles pidada, et polaarkolmnurgas arvutatakse alati a s t r o n o o m i l i n e asimuut, mis võib olla arvuliselt alla ja üle 90^0. Arvutanud astronoomilise asimuudi arvulise suuruse, tuleb talle anda nimetus, kusjuures nimetuse esimene täht on alati samane φ-ga, teine aga — samane kolmnurga tunninurgaga (O- või W-), või kui tunninurk ei ole antud, siis mõne teise tunnusega, mis sel juhtumil peab olema antud.



Joon. 23.

Kui arvutatud astronoomiline asimuut on $> 90^0$, siis võib teda muuta veerandiliseks.

4. A r v u t a d e s t u n n i n u r k a tuleb silmas pidada, et samuti kui asimuut ta võib olla $\lesseqgtr 90^0$, kuid mitte üle 180^0 (kas O- või W-). Arvutanud t arvulise suuruse, vastavalt analüüsile, tuleb määrata tunninurga nimetus — W või O; see nimetus on alati samane asimuudi 2-se tähega (kui viimane on antud) või märgitakse vastavalt juhistele, missugusel sfääri poolel taevakeha on.

Kõike ülalnimetatut, nii analüüsi kui ka otsitavate arvutamise suhtes, kohandatakse täielikult ka siis, kui polaarkolmnurk on täisnurkne või täiskülgne.

Taevakeha polaarkolmnurga lahendamise 1. ülesande me toome täieliku seletusega, järgmised aga jätame õpilaste endi iseseisvaks analüüsimiseks ja lahendamiseks.

Märgime, et sellele lahendamisele tuleb osutada e r i l i s t tähelepanu, kuna eranditult kõik astronoomilised ülesanded lahendatakse taevakeha polaarkolmnurga abil.

Näide 1.

Antud: $\varphi = 52^019',7$ N
$\delta = 14^043',8$ S
$t = 293^029',6$ W

Leida taevakeha h ja A.

Kuna $t_w > 180^0$, muudame ta Ostiks .... $t = 66^030',4$ Ost. Võtame taevakeha polaarkolmnurga (joon. 23); kuna antud laius on N, siis ülemine poolus on P_n.

Valemid:

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin t = \operatorname{ctg} (90^\circ - \delta) \cdot \sin (90^\circ - \varphi) - \cos t \cdot \cos (90^\circ - \varphi)$$

ja

$$\cos (90^\circ - h) = \cos (90^\circ - \varphi) \cdot \cos (90^\circ - \delta) + \sin (90^\circ - \varphi) \cdot \sin (90^\circ - \delta) \cdot \cos t.$$

Pärast lihtsustamist ja tundmatute eraldamist saame:

$$\operatorname{ctg} A = \overset{+}{\cos \varphi} \cdot \overset{-}{\operatorname{tg} \delta} \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec} t} - \overset{+}{\sin \varphi} \cdot \overset{+}{\operatorname{ctg} t} \ldots . \quad -\mathrm{I} - \mathrm{II}$$

ja

$$\sin h = \overset{+}{\sin \varphi} \cdot \overset{-}{\sin \delta} + \overset{+}{\cos \varphi} \cdot \overset{+}{\cos \delta} \cdot \overset{+}{\cos t} \ldots . \quad -\mathrm{I} + \mathrm{II}.$$

Valemid analüüsime märkidega: kõikidele φ funktsioonidele paneme +; kuna δ ja φ on isenimelised, s. t. δ on negatiivne, siis $\sin \delta$ ja $\operatorname{tg} \delta$ märgime —, $\cos \delta$ .... +; kuna tunninurk $t < 90^\circ$, siis kõik tema funktsioonid märgime +. Kokkuvõttes saame: $\operatorname{ctg} A = -\mathrm{I}\,\mathrm{l.} - \mathrm{II}\,\mathrm{l.}$ ja $\sin h = -\mathrm{I}\,\mathrm{l.} + \mathrm{II}\,\mathrm{l.}$

Koostame skeemi ja arvutame:

$\varphi = 52^\circ 19',7$ N	cos	9,7862	sin	9,8985	sin	9,8985	cos	9,7862
$\delta = 14^\circ 43',8$ S	tg	9,4198			sin	9,4053	cos	9,9855
$t = 66^\circ 30',4$ Ost	cosec	0,0376	ctg	9,6382			cos	9,6006
	lg I	9,2436	lg II	9,5367	lg I	9,3038	lg II	9,3723
	G. A. = 0,2931		$\alpha = 0,1788$		G. A. = 0,0685		$\beta = 9,1641$	

$\lg \operatorname{ctg} (180^\circ - A) = 9,7155$

$180^\circ - A = 62^\circ 33',2$

$A = \mathrm{N}\ 117^\circ 26',8\ \mathrm{Ost}$

$\lg \sin h = 8,5364$

$h = 1^\circ 58',2$

Kuna $\operatorname{ctg} A = -\mathrm{I} - \mathrm{II}$, s. o. negatiivne, siis järelikult $A > 90^\circ$; seepärast tema logaritmi järgi tabelist võetud kaar on $180^\circ - A$. Arvutanud astronoomilise asimuudi $A = 117^\circ 26',8$, anname talle nimetuse N — O, sest laius on N ja tunninurk — Ost.

Kõrguse arvutamisel näeme, et absoluutse suuruse järgi $\mathrm{II}\,\mathrm{l.} > \mathrm{I}\,\mathrm{l.}$, ja kuna $\sin h = -\mathrm{I} + \mathrm{II}$, siis arvutatud kõrgus on positiivne.

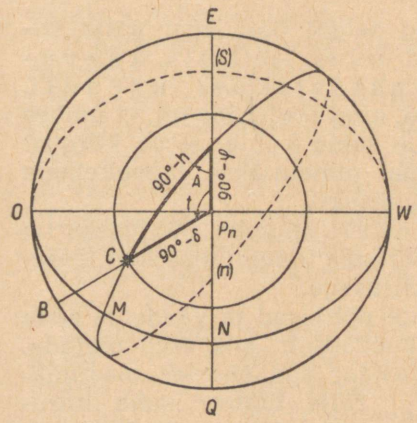
Ülesandeid harjutuseks (§ 17 juurde).

№	Antud	Leida	Vastused
2	$\varphi = 24^0 1',9$ N; $\delta = 74^0 45',6$ N; $t = 143^0 20',2$ W.	h, A	$h = 11^0 34',0$; $A =$ NW $9^0 13',2$.
3	$\varphi = 79^0 53',4$ S; $\delta = 2^0 22',4$ N; $t = 163^0 7',0$ Ost.	h, A	$h = -12^0 2',3$; $A =$ SO $17^0 15',8$.
4	$\varphi = 3^0 9',7$ S; $\delta = 55^0 14',1$ S; $t = 10^0 8',3$ W.	h, A	$h = 36^0 18',5$; $A =$ SW $6^0 58',5$.
5	$\varphi = 46^0 14',7$ N; $\delta = 17^0 29',8$ S; $t = 149^0 47',8$ Ost.	h, A	$h = -51^0 55',0$; $A =$ NO $51^0 5',0$.
6	$\varphi = 17^0 4',4$ N; $\delta = 31^0 1',6$ N; $h = 57^0 8',3$. Taevakeha on sfääri Ost-poolel.	t, A	$t = 32^0 46',5$ Ost; $A =$ NO $58^0 47',0$.
7	$\varphi = 51^0 52',4$ S; $\delta = 7^0 28',9$ N; $h = 2^0 3',7$; taevakeha on sfääri W-poolel.	t, A	$t = 76^0 56',2$ W; $A =$ NW $75^0 7',0$.
8	$\varphi = 33^0 44',6$ N; $\delta = 75^0 21',0$ N; $h = 31^0 57',4$; taevakeha on sfääri W-poolel.	t, A	$t = 92^0 12',4$ W; $A =$ NW $17^0 20',5$.
9	$\varphi = 61^0 4',8$ S; $h = 11^0 52',9$; $A =$ S $129^0 15',0$ W.	t, δ	$t = 49^0 45',3$ W; $\delta = 6^0 50',9$ N.
10	$\varphi = 0^0 30',7$ N; $h = 68^0 43',1$; $A =$ SO $39^0 11',2$.	t, δ	$t = 13^0 47',3$ Ost, $\delta = 15^0 50',8$ S.
11	$\varphi = 55^0 46',0$ S; $h = -9^0 16',3$; $A =$ NW $80^0 14',7$.	t, δ	$t = 87^0 11',8$ W; $\delta = 13^0 8',3$ N.
12	$\varphi = 15^0 38',8$ N; $t = 34^0 5',2$ Ost; $A =$ N $69^0 17',4$ Ost.	h, δ	$h = 56^0 54',7$; $\delta = 24^0 19',3$ N.
13	$\varphi = 59^0 25',3$ N; $t = 104^0 1',7$; $A =$ NW $67^0 19',4$.	h, δ	$h = 11^0 16',7$; $\delta = 21^0 8',2$ S.
14	$\varphi = 46^0 34',5$ S; $t = 15^0 8',1$ Ost; $A =$ NO $11^0 29',7$.	h, δ	$h = 2^0 5',9$; $\delta = 40^0 17',0$ N.
15	$\varphi = 29^0 37',7$ S; $\delta = 39^0 47',2$ N; taevakeha on horisondil idas.	t, A	$t = 61^0 44',0$ Ost; $A =$ NO $42^0 35',5$.
16	$\varphi = 59^0 57',6$ N; $\delta = 7^0 11',3$ N; taevakeha on horisondil läänes.	t, A	$t = 102^0 36',0$ W; $A =$ NW $75^0 31',4$.
17	$\varphi = 1^0 5',7$ S; $\delta = 64^0 48',4$ N; taevakeha on horisondil läänes.	t, A	$t = 87^0 40',3$ W; $A =$ NW $25^0 9',5$.
18	$\varphi = 55^0 19',3$ S; $\delta = 18^0 1',1$ S; taevakeha on O-vertikaalil.	h, t	$h = 22^0 6',0$; $t = 76^0 59',8$ Ost.
19	$\varphi = 4^0 21',7$ N; $\delta = 2^0 49',4$ S; taevakeha on W-vertikaalil.	h, t	$h = -40^0 21',5$; $t = 130^0 17',0$ W.
20	$\varphi = 71^0 19',5$ N; $\delta = 8^0 41',6$ N; taevakeha on O-vertikaalil.	h, t	$h = 9^0 10',9$; $t = 87^0 2',3$ Ost.

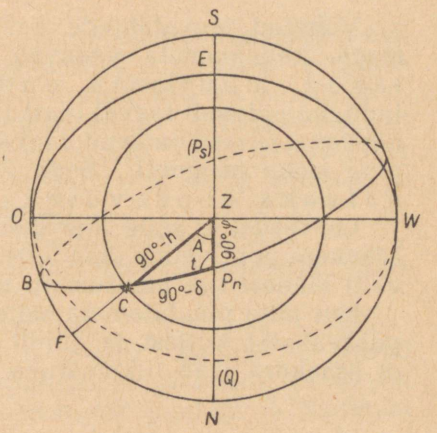
§ 18. TAEVASFÄÄRI KUJUTAMINE EKVAATORI JA HORISONDI TASAPINNAL.

Kõikidel eelmistel joonistel taevasfäär oli kujutatud vaatleja meridiaani tasapinnal. Mõnede astronoomiliste ülesannete lahendamisel on sobivam taevasfääri kujutada ekvaatori (joon. 24) või horisondi (joon. 25) tasapinnal. Joon. 24 kujutab taevasfääri nii, nagu teda näeb vaatleja lõpmatust kaugusest ülemise pooluse poolt; joon. 25 eeldab vaatlejat lõpmatus kauguses sfäärist ja seniidi pool.

Mõlemad joonised on kujutatud põhjalaiuse jaoks.



Joon. 24.



Joon. 25.

Joon. 24 — P_n on tsentriks ringile $EWQO$, mis kujutab ekvaatorit. Diameeter EP_nQ, mis läbib punkti Z, on vaatleja meridiaan, kusjuures P_nE on tema ülemine osa (kuna sellel on punkt Z), ja P_nQ — alumine. NO(S)W on tõeline horisont Nord-, Ost- ja West-punktidega (Süüd-punkt on joonise tasapinna all). Lõik $ZP_n = 90^0 - \varphi$. Oletame, et taevakeha on punktis C, raadius P_nB on taevakeha meridiaan; BC — taevakeha deklinatsioon (δ) ja $P_nC = 90^0 - \delta$ (poolusekaugus).

Kõverjoon ZCM on taevakeha vertikaal, kaar ZC — tema seniitkaugus ja kaar MC — taevakeha kõrgus (h).

ZP_nC on taevakeha polaarkolmnurk, milles nurk P_n juures on taevakeha tunninurk (joonisel Ost), nurk Z juures — asimuut (joonisel NO-veerandis).

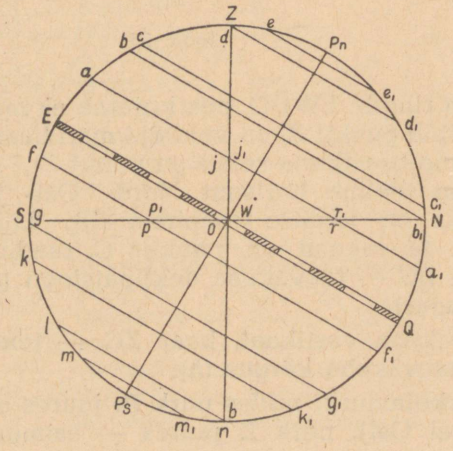
Joon. 25 Z on tsentriks ringile NOSW, mis kujutab vaatleja tõelist horisonti. Diameeter NP_nZS on vaatleja meridiaan, kusjuures P_nZS on tema ülemine osa. $EW(Q)O$ on taevaekvaator (punkt Q on joonise tasapinna taga). Lõik $ZP_n = 90^0 - \varphi$. Oletame, et taevakeha on punktis C; raadius ZCF on taevakeha vertikaal ja FC — kõrgus, ZC — seniitkaugus. Kõverjoon P_nCB on taevakeha meridiaan, kaar $P_nC = 90^0 - \delta$ (poolusekaugus). ZP_nC on taevakeha polaarkolmnurk, mille tunninurk on Ost- ja asimuut NO-veerandis.

§ 19. TAEVAKEHADE NÄIV ÖÖPÄEVANE LIIKUMINE.

Vahetud taevatähtede vaatlused selgel ööl, isegi palja silmaga, kaheldamata veenvad meid selles, et kõik taevatähed, muutmata endi vastastikust asendit, liiguvad pidevalt taeval idast läände, ning seejuures nii, et umbes ööpäeva pärast omavad taeval jälle sama kohta, sama kõrgust ning sama asimuuti. Seda liikumist nimetatakse taevakehade näivaks ööpäevaseks liikumiseks.

On teada, et selle taevakehade näiva liikumise põhjuseks on Maakera pöörlemine oma telje ümber, mis toimub ühtlaselt (pidevalt) läänest itta muutumatu nurkkiirusega.

Kui jätta puudutamata selle nähte põhjused ja vaadelda seda puhtvälisest küljest ja ainult geomeetriliselt, siis võib oletada, et Maakera jääb liikumatuks, taevasfäär aga pöörleb maailmatelje ümber sama kiirusega ja sama ühtlaselt, kuid vastupidises suunas, s. o. idast läände; taevakehade näiva ööpäevase liikumise nähted ilmnevad vaatlejale täpselt samuti kui tõelisuseski. Kuid säärane taevakehade näiva ööpäevase liikumise vaatlemine lihtsustab tundu-valt nii selle nähte põhjalikku uurimist, kui ka paljude teiste, sellega seoses olevate küsimuste lahendamist.



Joon. 26.

Oletades, et sfäär pöörleb maailmatelje ümber,

on selge, et iga liikumatult sfääril asetseva taevakeha ööpäevane liikumine toimub mööda tema paralleeli.

Seejuures ei saa tähele panemata jätta järgmist: kuna me loeme sfääri pöörlevaks ümber telje P_nP_s, Maakera aga — liikumatuks, siis on selge, et ööpäevase pöörlemise juures kõik jooned ja ringid, mis on seotud vaatlejaga Maakeral, nagu: tema loodjoon ja tõeline horisont, tema kohameridiaan ja 1-ne vertikaal tuleb lugeda liikumatuiks, ning sel põhjusel näit. läbivad seniiti sfääri ööpäevasel pöörlemisel mitmesugused taevakehad, mis asetsevad paralleelil dd_1 (joon. 26); samuti on selge, et liikudes mööda oma paralleele, iga taevakeha läbib nii ülemist, kui ka alumist vaatleja kohameridiaani.

Vaatlused (näitavad) tõendavad, et on olemas taevakehi, mis tõusevad ja loojuvad; on ka niisuguseid, mis kunagi ei looju (Põhjanael põhjalaiustes); on olemas arvatavasti ka niisuguseid, mis kunagi ei tõuse ning mida järelikult antud vaatleja kunagi ei näe. See erinevus oleneb, nagu varsti näeme, vaatleja laiuse (φ) ja vaadeldava taevakeha deklinatsiooni (δ) arvulise suuruse ja nimetuse vahekorrast (korrelatsioonist).

Asume selle küsimuse üksikasjalisele selgitamisele.

Olgu joon. 26 kujutatud sfäär mingisuguse vaatleja jaoks $\varphi_N = \smile NP_n$.

Meenutame sfääri kujutamisest, et $\smile NP_n = \varphi$; $\smile ZP_n = 90^0 - \varphi$; $\smile ZE = \varphi$; $\smile ES = 90^0 - \varphi$ jne. Joonis on tehtud skemaatiliselt, kõik ringid on kujutatud sirgjoontena ja sirged aa_1, bb_1, cc_1 .. jne. kujutavad mitmesugust suurust ja nimetust omavate taevakehade paralleele.

Missuguse taevakeha me ka ei võtaks, oma ööpäevasel liikumisel mööda paralleeli tema kõrgus muutub pidevalt, saavutades suurima tähenduse vaatleja ülemisest kohameridiaanist läbimisel (punkt $a, b, c \ldots e, f, g \ldots m$) ja vähima — alumisest kohameridiaanist läbimisel (punkt $a_1, b_1, c_1 \ldots e_1, f_1 \ldots$). Neid läbiminekuid nimetatakse kulminatsioonideks: ülemiseks — esimesel ja alumiseks — teisel juhtumil.

Kui taevakeha ööpäevase liikumise paralleel lõikab horisonti NS (näit. aa_1, ff_1), siis see taevakeha tõuseb ja loojub. Selleks aga, et taevakeha paralleel lõikaks horisonti, on vajalik, et selle taevakeha deklinatsioon ($\delta_1 = \smile Qa_1 = \smile Ea$; $\delta_2 = \smile Ef = \smile Qf_1$) oleks arvuliselt väiksem laiuse täiendusest, s. o. vähem $90^0 - \varphi$ ($\smile NQ = \smile ES = 90^0 - \varphi$), kusjuures on ükskõik, kas deklinatsioon on samanimeline või isenimeline laiusega.

Järelikult, taevakeha tõusu ja loojumise tingimus on... $(\delta) < 90^0 - \varphi$.

Kui seejuures δ ja φ on samanimelised (aa_1), siis paralleeli suurem osa on horisondi peal ja väiksem — horisondi all ($ra > ra_1$); kui aga δ ja φ on isenimelised (ff_1), siis vastupidi ($fp < f_1p$).

Joonisest nähtub, et kui taevakeha deklinatsioon on Nord, siis taevakeha tõuseb horisondi NO-veerandis ja loojub NW-veerandis; Süüddeklinatsiooni puhul tõusupunkt on SO- ja loojumispunkt SW-veerandis.

Soovitame õpilastel enestel analüüsida seda küsimust Süüdlaiuse jaoks ja veenduda selles, et ülemaltoodu on õige olenemata laiusest.

Kui taevakeha deklinatsioon $\delta = 0^0$, siis ta liigub mööda ekvaatorit ja tema tee horisondipealne osa on alati võrdne horisondialuse osaga.

Kui $\delta = 90^0 - \varphi$ ja on samanimeline φ-ga (paralleel bb_1; $Qb_1 = QN$), siis taevakeha üldse ei looju, vaid ainult puutub horisonti alumisel kulminatsioonil.

Isenimeliste δ ja φ (paralleel gg_1; $Eg = ES$) puhul taevakeha üldse ei tõuse, vaid ainult puutub horisonti ülemise kulminatsiooni momendil.

Kui $\delta > 90^0 - \varphi$, siis ilmnevad samad nähted (cc_1, dd_1, kk_1, ll_1), kuid ka kulminatsiooni momentidel taevakeha ei puutu horisonti. Sel põhjusel näit. Leningradi ($\varphi = 60^0$ N) elanik ei näe kunagi neid taevakehi, millede $\delta_s > 30^0$.

Edaspidi meil tuleb tegelda küsimusega taevakehade läbimisest 1. vertikaalist ja nimelt tema horisondipealsest ehk nähtavast osast (*ZO* ehk *ZW*). Samast joon. 26 nähtub, et 1. vertikaali horisondipealset osa võivad läbida ainult need taevakehad, millede deklinatsioon on samanimeline laiusega ja temast väiksem (paralleelid aa_1, bb_1, cc_1).

Nende taevakehade liikumisel horisondipealses osas nende nähtavad asimuudid läbivad horisondi kõik 4 veerandit. Näit. mööda paralleeli aa_1 liikuva taevakeha asimuudid tõusumomendist (r) kuni Ost-vertikaali läbimiseni (punkt f) on horisondi NO-veerandis; liikumisel punktist f kuni ülemise kulminatsioonini (a) — SO-veerandis; ülemisest kulminatsioonist kuni West-vertikaalini (punkt (j_1) — SW-veerandis ja lõpuks W-vertikaalist kuni loojumiseni (r_1) — NW-veerandis.

Kui aga taevakeha deklinatsioon on samanimeline laiusega φ ja täpselt võrdne temaga (paralleel dd_1), siis see taevakeha ülemise kulminatsiooni momendil läbides seniiti, samal momendil ainult puudutab 1. vertikaali, kuid ei läbi teda.

Kui aga taevakeha deklinatsioon on samanimeline φ-ga ja viimasest suurem (paralleel ee_1), siis see taevakeha ei lõika ega puuduta 1. vertikaali. Nende taevakehade asimuudid on horisondi kahes veerandis: NO- ja NW-, vaatleja asudes põhja laiuses, ning SO- ja SW- — lõuna laiuses. Nende taevakehade asimuudid ülemisel ja alumisel kulminatsioonil on samased: Nord- või Süüd- — olenevalt laiusest.

Oeldust nähete kohta, mis ilmnevad sfääri ööpäevasel pöörlemisel, järgneb:

1. Kõikide taevakehade asimuudid muutuvad pidevalt, olles kulminatsioonimomentidel suuruselt 0^0 või 180^0.

2. Kõikide taevakehade kõrgused muutuvad pidevalt, vähimast alumisel kulminatsioonil kuni suurimani — ülemisel kulminatsioonil.

Seejuures n i i a s i m u u t k u i k a k õ r g u s m u u t u v a d e b a ü h t l a s e l t.

3. Kõikide taevakehade tunninurgad suurenevad pidevalt ja ühtlaselt.

4. Kuna taevakehad liiguvad mööda paralleele, jäävad nende deklinatsioonid muutumatuiks.

5. Otsetõusud ei muutu, sest kevadpunkti ♈ asetus kinnistähtede suhtes sfääril ei muutu.

Siit järeldame ekvaatoriliste koordinaatide paremust horisondiliste koordinaatide suhtes ja otsetõusu eelist võrreldes tunninurgaga.

A. Mõningaid erinevusi taevakehade näivas ööpäevases liikumises ekvaatoril asuvale vaatlejale (joon. 27).

Sel korral P_n ja P_s ühtuvad horisondi N- ja S-punktiga, maailmatelg ühtub joonega NS ja ekvaatori tasapind — esimese vertikaaliga. Selle põhjal:

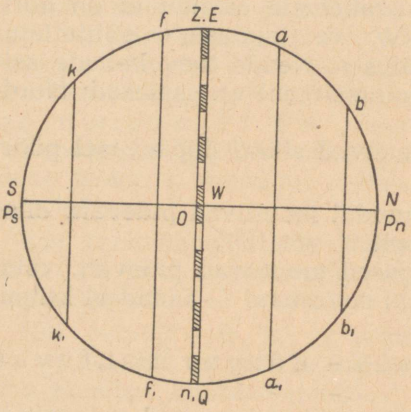
1. Kõikide taevakehade ööpäevase liikumise paralleelid on risti tõelise horisondiga ning poolitatakse viimasest. Järelikult: a) eranditult kõik taevakehad tõusevad ja loojuvad, ja b) kõik taevakehad on samapalju aega horisondi peal, kui tema all.

2. Ükski taevakeha oma ööpäevasel liikumisel ei läbi 1. vertikaali. Järelikult taevakeha asimuut võib olla ainult horisondi

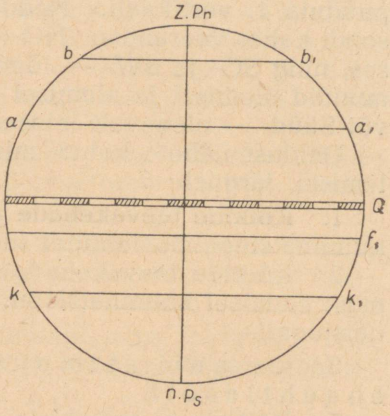
kahes veerandis: Nord-veerandis N-deklinatsiooni puhul ja Süüd-veerandis — S-deklinatsiooni korral.

Taevakeha, mille $\delta = 0^0$, liigub mööda 1. vertikaali ja tema asimuut võib olla kas West või Ost.

3. Kõikidel taevakehadel ülemise kulminatsiooni momendil $z = \delta$ ja $H = 90^0 - \delta$.



Joon. 27.



Joon. 28.

B. Mõningaid erinevusi taevakehade näivas ööpäevases liikumises poolustel asuvaile vaatlejaile ($\varphi = 90^0$ N või S) (joon. 28).

Sel korral:

1. Ülemine poolus ühtub seniidiga, alumine punktiga *n* ja maailmatelg loodjoonega. Järelikult: a) ei ole vaatleja kohameridiaani; b) ei ole horisondi N-, O-, S-, W-punkti.
2. Taeva-ekvaator ühtub tõelise horisondiga, paralleelid kõrgusringidega, meridiaanid vertikaalidega.
3. Kõik taevakehad liiguvad mööda kõrgusringe ($h \ldots$ const). Ei ole ülemist ega alumist kulminatsiooni.
4. Taevakeha kõrgus on alati võrdne tema deklinatsiooniga.
5. Taevakehad ei tõuse ega looju.
6. Vaatleja ei näe kunagi taevakehi, millede deklinatsioon on isenimeline tema laiusega; taevakehad aga samanimelise deklinatsiooniga on alati horisondi peal.

§ 20. KÕRGUSE JA ASIMUUDI MUUTUMINE.

Eelmises paragrahvis oli ainult tähendatud, et taevakeha kõrgus ja asimuut ööpäevase liikumise tõttu muutuvad ebaühtlaselt,

käesolevas paragrahvis me vaatleme lähemalt taevakeha kõrguse ja asimuudi muutumise iseloomu. Tunninurk, nagu oli juba tähendatud, muutub ühtlaselt sfääri ühtlase pöörlemise tõttu, sfääril liikumatute taevakehade deklinatsioonid aga jäävad püsivaiks.

Kõrguse muutumine.

Võtame polaarkolmnurgast valemi

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t,$$

mis seob muutuva suuruse h muutuva suurusega t (teised suurused on muutumatud). Kuna kõrguse muutumine toimub sfääri pöörlemise tõttu, mis on määratav ühtlaselt muutuva tunninurgaga t, siis diferentsides valemit h ja t järgi saame:

$$\cos h \cdot \Delta h = - \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t \cdot \Delta t,$$

kus dh ja dt on asendatud nendega ekvivalentsete kasvavate suurustega Δh ja Δt.

Viimasest valemist saame:

$$\Delta h = - \cos \varphi \cdot \frac{\cos \delta}{\cos h} \cdot \sin t \cdot \Delta t.$$

Asendades aga $\frac{\cos \delta}{\cos h}$ (polaarkolmnurgast) $\frac{\sin A}{\sin t}$, saame lõplikult:

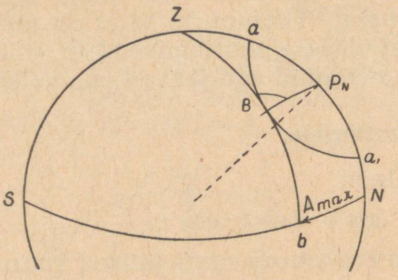
$$\Delta h = - \cos \varphi \cdot \sin A \cdot \Delta t. \qquad (1)$$

Selle valemi analüüsist nähtub:

1. Igale vaatlejale suurim kõrguse muutumine Δh_{max} on, kui $A = \mp 90^0$ (Ost või West), s. t. kui taevakeha läbib 1. vertikaali. Kuna 90^0-lähedaste nurkade siinused muutuvad täiesti vähe ja kaunis tunduvates piirides võib neid võtta püsivate suurustena, s. o. $- \cos \varphi \cdot \sin A = k \ldots$ const, siis $dh = k \cdot \Delta t$; siit nähtub, et 1. vertikaali juures kõrgus muutub ühtlaselt. Kui $A = 0^0$ või 180^0, s. o. taevakehade kulminatsiooni momentidel, siis $\Delta h = 0^0$; seejuures, mida väiksem on nurk, seda kiiremini muutub tema siinus, järelikult väljaspool 1. vertikaali ja eriti kulminatsioonide lähedal kõrgus ei muutu proportsionaalselt t-ga, s. o. muutub ebaühtlaselt.

2. Kõrguse muutumise suurus Δh ei sõltu deklinatsioonist, järelikult on üks ja sama kõikidel taevakehadel samal vertikaalil.

3. Mida suurem on vaatleja laius, seda aeglasemalt muutuvad taevakehade kõrgused nende ööpäevasel liikumisel ning poolusel $\Delta h = 0$.



Joon. 29.

4. Kui taevakeha ei läbi 1. vertikaali ($\delta > \varphi$), siis suurim kõrguse muutumine esineb suurimal asimutaalkaugenemisel vaatleja kohameridiaanist, s. t. kui taevakeha, liikudes mööda paralleeli aa_1 (joon. 29), on punktis B, ja taevakeha vertikaal võtab asimuudi suhtes äärmise võimaliku asendi; parallaktiline nurk selle juures võrdub 90^0. Niisugust taevakeha asendit nimetatakse elongatsiooniks.

Kujutades valemi (1)

$$\Delta h = -\cos\delta \cdot \sin q \cdot \Delta t \qquad (2)$$

(kuna $\cos\varphi \cdot \sin A = \cos\delta \cdot \sin q$), võib tähele panna, et $\Delta h_{max} = -\cos\delta \cdot \Delta t$ esineb siis, kui $q = 90^0$, s. o. nimelt elongatsioonil. Kõikides nendes valemites Δt all tuleb mõista hariliku, W-tunninurga muutumist; järelikult Ost-tunninurkade puhul Δt tuleb lugeda negatiivseks.

Asimuudi muutumine.

Võttes polaarkolmnurgast valemi

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin t = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta - \sin\varphi \cdot \cos t$$

ja vaadeldes asimuuti kui tunninurga funktsiooni, saame peale valemi diferentsimist A ja t järgi:

$$-\frac{\sin t}{\sin^2 A} \cdot A + \operatorname{ctg} A \cdot \cos t \cdot \Delta t = \sin\varphi \cdot \sin t \cdot \Delta t,$$

kust

$$\Delta A = \frac{(\cos t \cdot \operatorname{ctg} A - \sin\varphi \cdot \sin t) \cdot \sin^2 A}{\sin t} \cdot \Delta t.$$

Võttes lugejas $\sin A$ sulgudesse ja märkides, et saadud $(\cos t \cdot \cos A - \sin\varphi \cdot \sin t \cdot \sin A)$ võrdub 4-nda põhivalemi järgi $-\cos q$, saame

$$\Delta A = -\cos q \cdot \frac{\sin A}{\sin t} \cdot \Delta t.$$

Asendades 1. valemi järgi $\frac{\sin A}{\sin t}$ $\frac{\cos \delta}{\cos h}$-ga, saame lõplikult

$$\Delta A = -\cos \delta \cdot \sec h \cdot \cos q \cdot \Delta t. \qquad \text{(a)}$$

Analüüsimiseks on seda valemit sobivam muundada nii, et vabaneda cos q-st, ja nimelt järgmisel viisil: polaarkolmnurgast meil on:

$$\sin \varphi = \sin h \cdot \sin \delta + \cos h \cdot \cos \delta \cdot \cos q,$$

siit

$$\cos \delta \cdot \cos q = \frac{\sin \varphi - \sin h \cdot \sin \delta}{\cos h}.$$

Asendades viimases valemis sin δ

$$(\sin h \cdot \sin \varphi + \cos h \cdot \cos \varphi \cdot \cos A)\text{-ga,}$$

saame

$$\cos \delta \cdot \cos q = \frac{\sin \varphi - \sin h (\sin h \cdot \sin \varphi + \cos h \cdot \cos \varphi \cdot \cos A)}{\cos h} =$$

$$= \sin \varphi \cdot \cos h - \sin h \cdot \cos \varphi \cdot \cos A.$$

Asetades selle valemisse (a), saame

$$\Delta A = -(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} h \cdot \cos A) \cdot \Delta t. \qquad \text{(b)}$$

Nendes valemites (a ja b), nagu varemaltki, Δt all tuleb mõista West-tunninurga muutumist, järelikult Ost-tunninurkade korral Δt tuleb lugeda negatiivseks.

Valemi analüüsimine näitab järgmist:

1. Asimuudi muutumine koosneb kahest osast: $\Delta A_1 = -\sin \varphi \cdot \Delta t$, ühtlasest kõikidele taevakehadele ja sõltumata taevakeha asendist sfääril, s. o. alatisest antud vaatleja jaoks, ja $\Delta A_2 = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} h \cdot \cos A \cdot \Delta t$, sõltuvast nii δ-st (kuna sellest sõltub h) kui ka asimuudist, s. t. taevakeha asendist sfääril.

2. ΔA_1 muutub nulliks ainult vaatlejale ekvaatoril ($\varphi = 0^0$); vaatlejale poolusel $\Delta A_1 = \Delta t$, mis nimelt peab ka olema, sest et sel korral ekvaator ühtub vaatleja horisondiga.

3. ΔA_2 muutub nulliks taevakeha kahe asendi korral: 1. vertikaalil ($\cos A = 0$) ja taevakeha tõusul ja loojumisel ($\operatorname{tg} h = 0$), ning mõlemal korral $\Delta A_1 = \Delta A_2 = -\sin \varphi \cdot \Delta t$.

4. Taevakehadel, mis läbivad 1. vertikaali, saavutab ΔA_2 maksimaalse ning seejuures negatiivse tähenduse ülemisel kul-

minatsioonil, ja siis ka $\Delta A = -(\sin\varphi - \cos\varphi \cdot \operatorname{tg} H)\,\Delta t$. Kuna sellejuures $H = (90^0 - \varphi) + \delta$, siis tuleneb lihtsalt

$$\Delta A = -\cos\delta \cdot \sec H \cdot \Delta t. \qquad (c)$$

5. Kui taevakeha 1. vertikaali ei läbi, siis ΔA_2 suurim tähendus on samuti ülemisel kulminatsioonil, ja sel korral $\Delta A = -(\sin\varphi - \cos\varphi \cdot \operatorname{tg} H)\,\Delta t$. Kuna nüüd $H = \varphi + (90^0 - \delta)$, siis

$$\Delta A = \sin\delta \cdot \sec H \cdot \Delta t \qquad (d)$$

Vaadeldust on selge, et ainult tõusul ja loojangul ning 1. vertikaalil asimuut muutub ühtlaselt, kuna aga taevakeha teistes asendites tema asimuudi muutumine toimub ebaühtlaselt.

§ 21. TAEVAKEHADE NÄILISE ÖÖPÄEVASE LIIKUMISE SELETAMINE MAAKERA PÖÖRLEMISEGA ÜMBER TELJE. MAAKERA PÖÖRLEMISE TÕESTUSI.

Eelmises paragrahvis me vaatlesime taevakehade ööpäevast liikumist oletusega, et Maakera ja temal olev vaatleja on liikumatud, taevasfäär aga ühes kõigi temal asetsevate taevakehadega pöörleb ümber Maakera ning et just sfääri selle pöörlemisega on seletatavad asimuudi, kõrguse ja tunninurga muutumised, mida võime jälgida tõelikkuses.

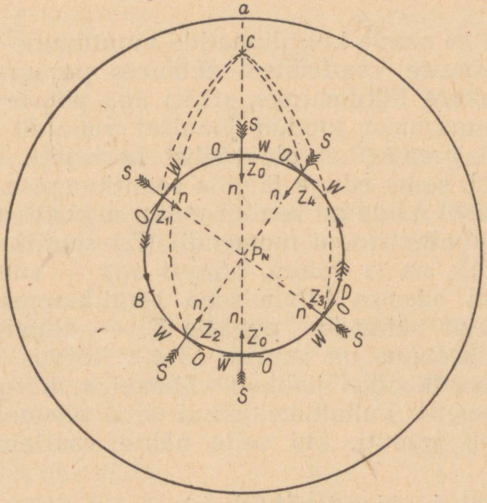
Juba kauges minevikus mõnedel teadlastel tekkis kahtlus Maa liikumatuse üldtunnustatud doktriinis; ja kuigi Maakera pöörlemisega need teadlased võisid seletada taevakehade ööpäevase liikumisega kaasaskäivaid nähteid nagu: taevakehade tõus ja loojang, asimuudi ja tunninurga muutumine jne., ei olnud neil selle pöörlemise kohta mingisuguseid füüsikalisi ega näitlikke tõendeid. Kaasaegne teadus annab palju vaieldamatuid ja tihti väga näitlikke tõendeid Maa pöörlemise kohta, ning käesolevas paragrahvis me vaatlemegi kaht küsimust:

1. Kas võib Maa pöörlemisega seletada neid nähteid, mida me tõeliselt paneme tähele, ja nimelt: taevakeha asimuudi, tunninurga ja kõrguse muutumist.

2. Missuguseid tõendeid võib tuua selleks, et Maa tõeliselt pöörleb.

Olgu taevasfäär ühes kõigi temal asetsevate taevakehadega liikumatu, kuid Maa ühes vaatlejaga pöörleks vastupidises suunas ümber oma telje, mis oleks samal ajal ka maailmateljeks. On selge, et Maa pöörlemisel vaatleja loodjoon kujutab telje

ümber koonuse ja seniit liigub väikesel ringil poolusega taevapooluses ja sfäärilise raadiusega $90^0 - \varphi$. Joon. 30 sfäär on kujutatud ekvaatori tasapinna projektsioonis ja väike ring $Z_1 Z_2 Z_3 Z_4$ kujutab seda teed sfääril, mida mööda liigub vaatleja seniit Maa pöörlemisel. Vaatleja meridiaan, kui seniiti läbib meridiaan, muudab samuti oma asendit maailmaruumis; joonisel on see meridiaan kujutatud alati seniiti läbiva raadiusena. Iga punkti Z_1, Z_2 jne. juures on tõmmatud kaks vastastikku ristjoont: vaatleja meridiaani suunas ja temale risti; need jooned kujutavad pearumbide suundi: N, O, S, W, ning oletades joonisel ülemist poo-



Joon. 30.

lust põhjapoolusena, või teisiti, et joonis on kujutatud vaatleja jaoks põhjalaiuses, on N alati pooluse (tsentri) suunas.

Võtame sfääril vabalt asetatud taevakeha punktis *C*, deklinatsiooniga, mis joonisel on kujutatud lõiguga *aC*, ja tõmbame kaared Z_1C, Z_2C, Z_3C jne., mis kujutavad selle taevakeha vertikaale seniidi (vaatleja) mitmesugustes asendites. Jälgime joonisel taevakeha *C* asimuudi ja tema tunninurga muutumist. Kui seniit on punktis Z_0, on taevakeha vaatleja meridiaanil ja nimelt tema ülemisel osal; järelikult see oleks taevakeha ülemise kulminatsiooni momendiks. Seejuures taevakeha asimuut on Süüd, tunninurk (nurk pooluse juures vaatleja meridiaani ja taevakeha meridiaani vahel) aga võrdub 0^0.

Kui seniit läheb punkti Z_1, taevakeha vertikaal võtab asendi Z_1C ja on, nagu nähtub, horisondi SW-veerandis, s. t. asimuut on SW-veerandis; tunninurgaks on nurk CP_nZ_1, kusjuures ta on West ja suureneb.

Seniidi asendi korral punktis Z_2 asimuut on NW-veerandis, ja $t = CP_nZ_2$. Kui seniit läheb punkti Z'_0, jälle vaatleja meridiaanile, taevakeha asimuut on puhas Nord, tunninurk võrdub 180^0, ning see on taevakeha alumise kulminatsiooni momendiks.

Seniidi edasisel liikumisel (Z_3, Z_4) asimuut läheb üle horisondi NO- ja siis SO-veerandisse; tunninurk aga suureneb pidevalt ja ühtlaselt.

Nii näeme, et nende koordinaatide muutumine toimub samuti, kui selle küsimuse vaatlemisel eelmises paragrahvis, kus me pidasime Maakera liikumatuks, sfääri aga pöörlevaks.

Kõrguse muutumist toodud joonisel vahetult jälgida ei ole võimalik, sest joonisel ei ole tõelist horisonti. Kuid kõrguse muutumist võib sama eduga jälgida seniitkauguse järgi ning viimane on joonisel näidatud seniidi mitmesugustes asendites.

Ülemise kulminatsiooni momendil (Z_0) seniitkaugus $z = Z_0C$, ja, nagu nähtub, on ta vähim, kõrgus aga — suurim, meridiaaniline. Seniidi edasise liikumisega seniitkaugus suureneb, ja kõrgus järelikult väheneb; punktis Z'_0 — alumisel kulminatsioonil — seniitkaugus on suurim (Z'_0C), kõrgus aga — vähim. Peale seda seniitkaugus hakkab vähenema, kõrgus aga suurenema kuni ülemise kulminatsioonini, s. t. näeme, et ka kõrgus muutub täpselt samuti, kui selle nähte vaatlemisel pöörleval sfääril.

Vähe sellest, joonisest nähtub, et:

1. kus ka taevakeha ei oleks võetud, tema seniitkaugus ülemise kulminatsiooni momendil on alati väiksem seniitkaugusest alumisel kulminatsioonil;

2. kui taevakeha seniitkaugus ülemise kulminatsiooni momendil (Z_0C) on $< 90^0$, alumisel aga $Z'_0C > 90^0$, siis tingimata on seniidil kaks niisugust asendit, näit. punktides B ja D, kus seniitkaugus võrdub 90^0, kõrgus aga järelikult võrdub 0^0; need on taevakeha tõusu- ja loojakupunkt. Seega taevakeha tõusu ja loojaku tingimused väljenduvad nii:

$$Z_0C < 90^0 \quad \text{ja} \quad Z'_0C > 90^0.$$

Kui taevakeha deklinatsioon, nagu joonisel, on ühenimeline laiusega, siis esimene neist tingimusist on alati täidetud ja jääb täita ainult 2-ne: $Z'_0C > 90^0$.

Kuid joonisest nähtub, et $Z'_0C = Z'_0P_n + P_nC = (90^0 - \varphi) + (90^0 - \delta) = 180^0 - \varphi - \delta$, ning tõusu ja loojaku tingimus kirjutatakse:

$$180^0 - \varphi - \delta > 90^0,$$

siit

$$\delta < 90^0 - \varphi. \qquad (1)$$

Kui taevakeha deklinatsioon on isenimeline laiusega, s. t. kui taevakeha on joonise tasapinna taga, siis teine nõue on alati täidetud, ja jääb täita ainult esimene: $Z_0C < 90^0$.

Kuid siis $Z_0C = \varphi + \delta$, ja järelikult tingimus kirjutatakse nii:

$$\varphi + \delta < 90^0$$

või

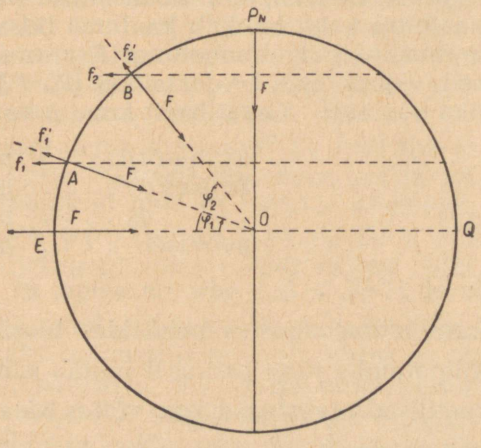
$$\delta < 90^0 - \varphi, \qquad (2)$$

s. t. saame taevakeha meile juba tuntud tõusu ja loojaku tingimuse.

Täpselt samuti võib olla näidatud ja saadud taevakeha läbimise tingimus 1-sest vertikaalist

$$\delta < \varphi.$$

Seega veendume piltlikult, et Maa pöörlemisega liikumata sfääri korral on sama eduga seletatavad taevakehade näivad liikumised ühes kõigi järeldustega, samuti kui sfääri pöörlemisega Maa ümber, ja et kindlaks teha, missugune liikumine siis lõppude lõpuks tõeliselt toimub, tuleb otsida puhtfüüsikalisi, tingimusteta tõendeid, mis kinnitavad seda või teist liikumist. See küsimus lahendub päris lihtsalt, sest et faktilisi tõendeid sfääri pöörlemise kohta liikumatu Maa ümber ei ole olemas, kuna aga Maa pöörlemise kohta võib tuua väga palju tõendeid, ja mõned neist on niivõrd piltlikud, et ei jäta



Joon. 31.

mingit kahtlust viimase seisukoha õiguses. Toome vaid mõned neist tõendeist.

1. Maakera kuju. Kui Maa pöörleb, siis mehaanika seaduste põhjal ta peab olema telje suunas mõnevõrra kokku litsutud ja omama mitte kera, vaid pöördellipsoidi kuju.

Põhjus seisneb selles, et tsentrifugaaltung, mille suurus sõltub telje pöörlevast raadiusest, omab suurimat tähendust ekvaatoripunktides ja võrdub nulliga poolustel. Seepärast ka Maa, enne oma lõplikku hangumist, pidi võtma ellipsoidi kuju, mis nüüd, pärast hangumist, enam ei muutu.

Viimasel ajal korduvalt ja väga suure täpsusega tehtud Maa tõeliste mõõtmete ja kuju määramised kinnitavad seda ja määravad lapikuse suuruse $\frac{1}{300}$, mis näitab, et maakera telg on lühem ekvaatori diameetrist $\frac{1}{300}$ ekvaatori diameetri pikkusest.

2. Keha kaalu muutumine. Kui Maa ei pöörleks oma telje ümber ja omaks kera kuju, siis mingisuguse keha kaal, tingituna Maa külgetõmbe tungist ja suunatuna alati tema keskpunkti, oleks üks ja sama kõikides punktides maakera pinnal, kuna kõik punktid oleksid tsentrist võrdses kauguses. Kui aga Maa pöörleb, siis igale kehale tema pinnal mõjub ka veel tsentrifugaaltung, suunatud alati teljest mööda keha pöörlemise raadiust. Joon. 31 selgitab öeldut ja sellest nähtub, et kaugenemisega ekvaatorist, s. o. koha laiuse suurenemisega, vedrukaaludel kaalutud keha hakkab kaaluma ikka rohkem ja rohkem, sest et muutmatu külgetõmbetungi F juures tsentrifugaaltung (f_1, f_2) ja seda enam tema projektsioon (f'_1, f'_2) väheneb ning muutub nulliks poolusel. Graafiliselt keha p kaal väljendub:

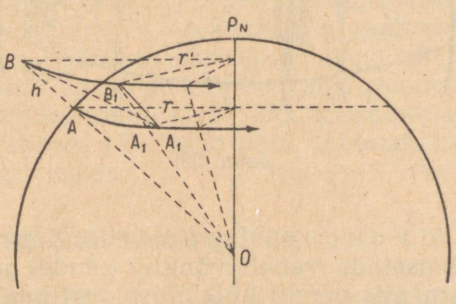
ekvaatoril . . . . $p_0 = F - f$
laiuses φ_1 . . . . $p_1 = F - f_1$
„ φ_2 . . . . $p_2 = F - f_2$
poolusel . . . . $p_3 = F$

ja et $f > f_1 > f_2 \ldots$ siis on selge, et $p_0 < p_1 < p_2 \ldots < p_3$. Maakera mitmesugustes punktides teostatud katsed tõendavad, et külgetõmbe tung poolusel ületab sama tungi ekvaatoril $\frac{1}{189}$; teoreetilised arvestused aga, võttes Maa kerana, annavad selle vahe suurusena $\frac{1}{289}$. Kui aga võtta Maa ellipsoidina, ekvaatori raadiusega mõnevõrra suuremana kui keral, siis saadakse sellest veel

tsentrifugaaltungi mõnesugune suurenemine ja järelikult raskustungi vähenemine ekvaatoril, kusjuures see vähenemine on umbes $\frac{1}{555}$. Kui seda asjaolu arvesse võtta, siis on vaatlustest saadud suurus $\frac{1}{189}$ küllaldaselt kooskõlas teoreetiliste arvestustega, sest tõeliselt

$$\frac{1}{289} + \frac{1}{555} \cong \frac{1}{189}.$$

3. Vabalt langevate kehade kaldumine ida poole. Kui torni tipust, punktist B (joon. 32), lasta kivil vabalt langeda, siis Maa pöörlemise puudumisel kivi kukuks punkti A, ühel vertikaalil OAB punktiga B. Kuid et Maa pöörleb, siis punkt B, pöörlemise teljest kaugemal olev kui punkt A ($r' > r$), omab ka suuremat kiirust kui punkt A, ja langev kivi omab peale vertikaalsuunas liikumise veel inertsi mõjul liikumist horisontaaltasapinnas. Järelikult kivi liikumine langemisel on vertikaalsuunas $BA = B_1A$, ja horisontaalsuunas BB_1, mis on suurem kui AA_1. Kui BB_1 ja AA_1 kujutavad torni tipu ja aluse teed kivi langemise ajal, siis kivi langemispunkt maapinnal (punkt A_1') ei oleks torni aluse juures, vaid mõningal määral ida pool, kusjuures see kaldumine väheneb laiuse suurenemisega.



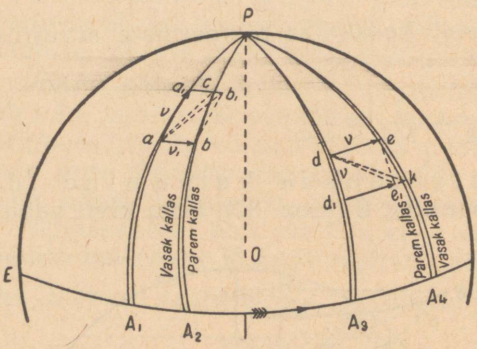
Joon. 32.

Teoreetiliste arvestuste järgi laiuses $\varphi = 49^0$ ja $h = 320$ m (Eiffeli torn) peaks $A_1A_1' \cong 12$ cm. Äärmise täpsusega korduvalt teostatud katsed kinnitavad täielikult neid teoreetilisi arvestusi.

4. Meridiaani suunas voolavate jõgede kallaste uhtumine. See üldtuntud tõsiasi võib samuti olla Maa pöörlemise tõendiks.

Oletame, et A_1P (joon. 33) kujutab põhja poole voolavat jõge, ja mõningal momendil vee osake on punktis a; voolu kiirus on v, osakese liikumise kiirus mööda paralleeli v_1 ja osake omab püüet liikuda mööda diagonaali ab. Kuid kui ta jõuaks punkti b_1, vastav jõepõhja punkt oleks punktis c ja jõgi oma parema kaldaga takistab liikumist mööda ab_1, sundides liikuma mööda ac, s. t.

jõe parem kallas kannatab vee osakeste survet, mis vee liikumisel tekitab just parema kalda uhtumist.



Joon. 33.

Kui jõgi voolaks lõunasse (dd_1) siis osakesel oleks kaks liikumist: piki jõge kiirusega v ja mööda paralleeli kiirusega v_1, liikumise resultant oleks de_1. Kui osake jõuaks punkti e_1, siis jõepõhja vastav punkt oleks punktis k ja ühenduses vee edasiliikumisega tekib jällegi parema kalda uhtumine.

On mõistetav, et kui Maa ei pöörleks oma telje ümber, siis seesuguseid nähteid ei esineks.

5. Foucault' pendel. Kui mõnes punktis Maakera pinnal asetada vabalt võnkuv pendel ja oletada, et Maa on liikumatu, siis pendli kõikumise vertikaaltasapind jääb muutumatuks vaatleja meridiaani suhtes. Ühes sellega mehaanika õpetab, et kui Maa hakkab pöörlema oma telje ümber, siis ka pendli võnkumise tasapind pöördub aeglaselt meridiaanist: kella osuti liikumise suunas põhjapoolkeral ja vastu kella osuti liikumist lõunapoolkeral. Teoreetilise arvestuse järgi 1 tunni jooksul pendli võnkumise tasapind peaks pöörduma nurga võrra, mille ligikaudne suurus tuletatakse valemiga:

$$\alpha = 15^0 \cdot \sin \varphi.$$

Sellest valemist järgneb, et ekvaatoril $\alpha = 0^0$, s. o. pendel võngub alati ühe ja sama rumbi sihis, poolusel aga $\alpha = 15^0$.

Leningradi laiuses	$(\varphi = 60^0)$	. . . .	$\alpha \cong 13^0{,}0$
Pariisi laiuses	$(\varphi = 49^0)$	. . . .	$\alpha \cong 11^0{,}3$

Katse pendliga korraldas esimesena Prantsuse füüsik Foucault (fukoo) 1851. a. Pariisi Pantheonis. Pendli pikkus oli 61 m ja ta mass ligi 30 kg; võnkumise periood ligi 16 sek. Pendli alumine terav ots puudutas nõrgalt iga võnke korral liivakorraga kaetud põrandat. See katse kinnitas teoreetilisi arvestusi ja näitas piltlikult Maa pöörlemist oma telje ümber. Käesoleval ajal on samasugune pendel seatud üles Leningradis, end. Iisaki

peakirikus; pendli pikkus on 98 m, ta mass — 60 kg ja võnkeperiood 20 sek.

Pariisi pendel, pöördudes päripäeva (kella osuti) sihis, teeb täisringi $\frac{360}{11{,}3} \cong 32$ tunniga, Leningradis täisringi tegemise aeg on 27 t. 40 m.

Peale Leningradi on Foucault pendleid, kuigi mitte nii suurte mõõtudega, NSV Liidus veel mitmes kohas.

6. Viimasel ajal on väga hoolikalt ja põhjalikult tundma õpitud giroskoobi omadusi. Giroskoobi peamiseks osaks on massiivne, kiiresti pöörlev ketas (vurr). Vurri eriomadus on see, et vurr püüab säilitada oma pöörlemistelje sihti maailmaruumis. Kui giroskoop on pöörleva Maa pinnal, siis tema telg peab pidevalt kõrvale kalduma oma algseisust, missugune omadus on samasuguseks Maa pöörlemise tõendiks kui Foucault pendelgi. Giroskoobi põhimõttel on valmistatud giro- ehk vurrkompass, mis näitab geograafilise meridiaani sihti ning mille töötamine on võimalik ainult Maakera pöörlemisel.

§ 22. PÄIKESE OMALIIKUMINE.

Vahetuil ja isegi lühiajalistel Päikese ja mitmesuguste tähtede ööpäevase liikumise vaatlusil võime tähele panna mõningaid erinevusi Päikese liikumises ja nimelt:

1. Mingisuguse tähe tõus ja loojak toimub päevast päeva ja alati ühtedes ja samades horisondi punktides, kuna aga Päikese tõusu ja loojaku punktid liiguvad mööda horisonti, isegi ühest veerandist teise.

2. Ajavahemik ükskõik mingisuguse tähe tõusust loojakuni jääb alati muutumatuks; Päikesel aga see ajavahemik muutub: Päike läbib vahel suurema, vahel vähema kaare sfääril (muutub öö ja päeva pikkus).

3. Tähe meridiaaniline kõrgus on muutumatu; Päikese meridiaaniline kõrgus muutub päevast päeva.

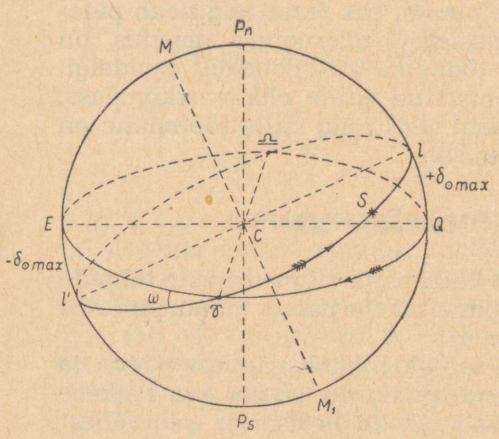
4. Kui mingisugune täht kulmineerub mõnel päeval näit. 8^h pärast Päikest, siis järgmisel päeval see ajavahemik on ligi 4^m lühem, s. t. et täht kulmineerub 7^h56^m pärast Päikest; järgmisel päeval see ajavahemik lüheneb veelgi 4^m jne. Ajavahemikud aga mitmesuguste tähtede kulminatsioonide vahel jäävad täiesti muutumatuiks.

Nagu teada, on nende nähtavate erinevuste põhjuseks Päikese ööpäevases liikumises Maa tiirlemine Päikese ümber. Kuid jättes puudutamata selle liikumise ja vaadeldes nähtust ainult

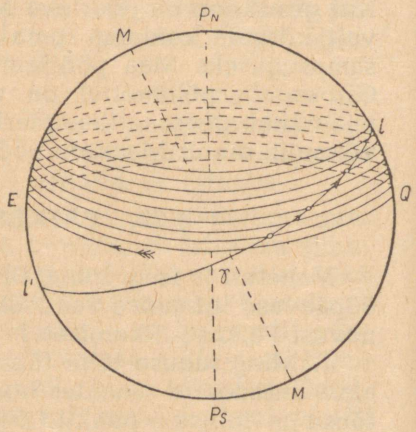
geomeetrilisest vaatekohast, peame järeldama, et Päikesel, erinevalt tähtedest, on veel mingisugune omaliikumine sfääril, võttes ühtlasi osa sfääri ööpäevasest pöörlemisest maailmatelje ümber.

Seda kujuteldavat aeglast Päikese liikumist sfääril nimetatakse Päikese omaliikumiseks või aastaseks liikumiseks; aastaseks sellepärast, et täisringi sfääril ta teeb täpselt aastaga.

Täpsed vaatlused näitavad, et sellel omaliikumisel Päike liigub taevasfääril suurringi mööda, mida nimetatakse ekliptikaks (joon. 34). Ekliptika moodustab taevaekvaatoriga nurga $\omega = 23^{\circ}27'$, mida nimetatakse ekliptika kaldeks. Samasuguse



Joon. 34.



Joon. 35.

nurga moodustab ka maailmatelg P_nP_s ekliptika teljega MM_1; maailma telg ekliptika tasapinnaga või ekliptika telg ekvaatori tasapinnaga moodustab nurga $90^{\circ} - \omega = 66^{\circ}33'$.

Taevapoolusele P_n lähemat ekliptika poolust nimetatakse ekliptika põhjapooluseks (M), lähemat aga poolusele P_s — ekliptika lõunapooluseks (M_1).

Joon. 34 suurring $\Upsilon l \frown l'$ on ekliptika, EQ — ekvaator. Nool ekvaatoril näitab sfääri ööpäevase pöörlemise suunda; Päikese omaliikumine sünnib vastupidi sfääri ööpäevasele pöörlemisele ja on näidatud ekliptikal noolega.

Ringi mööda ekliptikat Päike teeb $365\frac{1}{4}$ päevaga, seega igapäevane liikumine mööda ekliptikat on ligi 1°. Et ekvaator jagab

ekliptika pooleks, siis pool aastat Päike on sfääri põhjapoolel ($\Upsilon I \backsim$) ja omab N-deklinatsiooni; teise poole aastat aga ta on sfääri lõunapoolel ($\Upsilon I' \backsim$) ja ta deklinatsioon on S.

Ekvaatori ja ekliptika lõikepunkte nimetatakse ööpäeva võrduspunktideks: kevadpunktiks Υ, kus Päike läheb sfääri lõunapoolelt põhjapoolele, ja sügispunktiks $\backsim$, milles Päike muudab oma deklinatsiooni N-st S-i. Neid punkte nimetatakse ööpäeva võrduspunktideks seepärast, et Päike, liikudes mööda ekliptikat ja tulles nendesse punktidesse, sooritab oma ööpäevase liikumise mööda ekvaatorit ja deklinatsioon on $\delta = 0^0$; neil päevil igal pool maakeral on öö ja päev võrdsed.

Esimest neist punktidest nimetatakse kevadpunktiks sellepärast, et selles punktis Päike on kevadel, 21. märtsil. Punktis $\backsim$ Päike on 23. septembril ja sellepärast teda nimetatakse sügispunktiks.

Ekliptika punkte *I* ja *I'* nimetatakse päikese pööripunktideks: suviseks (*I*) põhja poolkeral ja talviseks (*I'*) — lõunapoolkeral. Esimeses neist punktidest Päike on suvel, 22. juunil ja teises (*I'*) talvel, 22. detsembril.

Päikese liikudes mööda ekliptikat muutub tema deklinatsioon pidevalt, päevast päeva, ja seejuures mitteühtlaselt: kõige kiiremalt muutub ta ööpäeva võrduspäevadel ja kõige aeglasemalt aga pööripunktides (seispunktides).

Päikese deklinatsiooni ligikaudseks arvutlemiseks antud päevaks võib kasutada tema ööpäevast muutumist järgmiselt: 1. kuu enne ja pärast ööpäeva võrduspunkte $0^0,4$ päevas, 2. kuu — $0^0,3$, ja 1. kuu enne ja pärast seispunkte — $0^0,1$ päevas.

Näit. Päikese deklinatsioon 10. maiks arvutatakse nii:

21. märtsist kuni 21. aprillini on 1 kuu $= 30$ p. $0^0,4 = 12^0$
21. aprillist kuni 10. maini $= 20$ p. $0^0,3 = 6^0$

δ_P 10. mail ligikaudu $= 18^0$

Päikese omaliikumise (aastase) tõttu mööda ekliptikat tema otsetõus, mida loetakse punktist Υ mööda ekvaatorit, suureneb pidevalt ja seejuures mitte täiesti ühtlaselt; aasta jooksul tema suurus on:

21. märtsil . . . . . $\alpha_P \cong 0^0$
22. juunil . . . . . $\alpha_P \cong 90^0$
23. septembril . . . . . $\alpha_P \cong 180^0$
22. detsembril . . . . . $\alpha_P \cong 270^0$

Päikese koguliikumine, omaliikumine mööda ekliptikat ja ööpäevane ühes sfääriga maailmatelje ümber, moodustab Päikese

spiraalikujulise liikumise, ikka enam ja enam kokku litsutud ekvaatorist kaugenemisega (kuna Päikese deklinatsioon muutub aeglasemalt ja aeglasemalt).

Joon. 35 selgitab öeldut.

Neid äärmisi paralleele, mida mööda liigub Päike oma ööpäevasel liikumisel suvisel ja talvisel pööripäeval ja mis on ekvaatorist eemal $\omega = 23^{\circ}27'$, nimetatakse pöörijoonteks: Vähi (põhja) ja Kaljukitse (lõuna). Vastavalt sellele ka maakera paralleelid laiuses $\varphi = \omega = 23^{\circ}27'$ N ja S kannavad samu nimetusi.

Ekliptika kaldenurga ω määramiseks, mis võrdub Päikese suurima deklinatsiooniga (pööripunktides), tuleb mõõta Päikese meridiaaniline kõrgus või meridiaaniline seniit-kaugus ülemise kulminatsiooni momendil suvisel ja talvisel pööripäeval. Siis, sõltumata laiusest, saame (joon. 36):

$$\omega = \delta_{max} = \frac{H_{suv} - H_{talv}}{2} = \frac{Z_{talv} - Z_{suv}}{2}.$$

Kuna nende päevade ümber Päikese deklinatsiooni muutus on tähtsusetu, siis ei teki ka kuigi tunduvat viga selle tõttu, et kulminatsioonimomentidel nendel päevadel Päike ei ole just täpselt selles või teises seispunktis (pööripunktis).

§ 23. PÄIKESE AASTASE OMALIIKUMISEGA KAASLEVAID NÄHTEID.

Nagu nägime § 19, sõltub mingisuguse taevakeha ööpäevase liikumisega kaaslevate nähtuste erinevus vaatleja laiuse (φ) ja taevakeha deklinatsiooni (δ) vahekorrast. Kuna Päikese deklinatsioon muutub aasta jooksul $23\frac{1}{2}^{\circ}$ N kuni $23\frac{1}{2}^{\circ}$ S, siis on selge, et ka Päikese aastase omaliikumisega kaaslevad nähted mingisugusele vaatlejale Maal ei jää päevast päeva samaks, vaid muutuvad pidevalt, kusjuures muutuste iseloom on samuti erinev mitmesuguste laiuste jaoks.

Sellepärast me vaatleme neid nähtusi § 19 öeldu alusel mitmesugustes laiustes olevate vaatlejate jaoks ja mitmesugustes φ ja δ vahekordades.

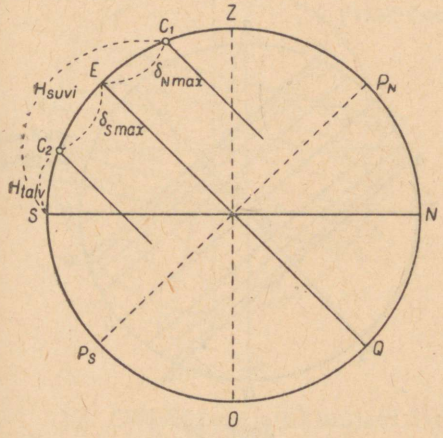
Astronoomia vaatepunktist on klimaatiliste vöötmete määramine Maal tingitud järgmistest tunnustest:

Troopiline vööde hõlmab punkte maakera pinnal, kus Päike kas või kordki keskpäeval läbib seniidi.

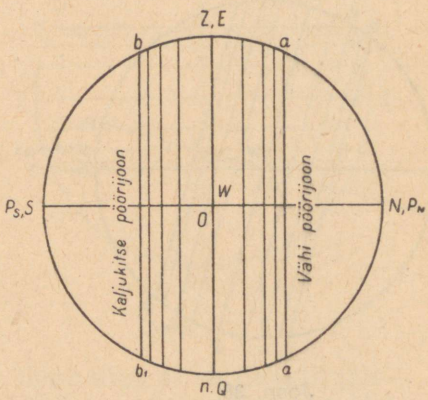
Paras vööde, kus Päike kunagi ei ole seniidis, iga päev Päike tõuseb ja loojub.

P o l a a r v ö ö d e, kus Päike mõnel aastaajal isegi kesköö ei lasku horisondi alla; teisel aastaajal isegi keskpäeval ei tõuse horisondi peale.

Kõikide elanikkude jaoks, sõltumata laiusest, kus nad asuvad, järgmine nähtus on üldine: kevadisel ja sügisesel pööripäeval, 21. märtsil ja 23. septembril, päev on võrdne ööga, ja nendel päevadel Päike tõuseb punktis Ost ja loojub punktis West. Selle nähte põhjuseks on, et nendel päevadel $\delta_P = 0^0$ ja ööpäevasel liikumisel Päike liigub mööda ekvaatorit. Peale selle, 21. märtsist kuni 23. septembrini, kui δ_P on N, Päikese tõus, kui ta üldse tõuseb antud laiuses, on NO-veerandis, loojak horisondi NW-veerandis; muul ajal aga SO- ja SW-veerandis.



Joon. 36.



Joon. 37.

A. Vaatlejale ekvaatoril, $\varphi = 0^0$ (joon. 37).

1. Päev ja öö on alati võrdsed, sest et horisont jagab kõik paralleelid pooleks. Iga päev Päike tõuseb ja loojub.

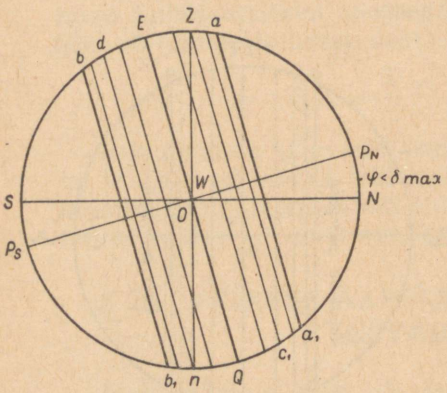
2. Öö-päeva võrduspäevadel, 21. märtsil ja 23. septembril, $\delta_P = 0^0 = \varphi$ ja keskpäeval Päike läbib seniiti.

3. Pärast 21. 03. on δ_P N ja suureneb, öö-päevase liikumise paralleel kaldub ekvaatorist N poole, ja seniitkaugus ülemise kulminatsiooni momendil, olles alati võrdne δ_P, suureneb samuti, saavutades maksimumi suvisel pööripäeval, 22. 06.; sel päeval ülemise kulminatsiooni momendil $z_P = \delta_P = 23\frac{1}{2}^0$, ja meridiaaniline kõrgus $H = 90^0 - z$ on sel päeval kõige väiksem, $66\frac{1}{2}^0$ N-i. Pärast 22. 06. Päikese ööpäevase liikumise paralleel läheneb

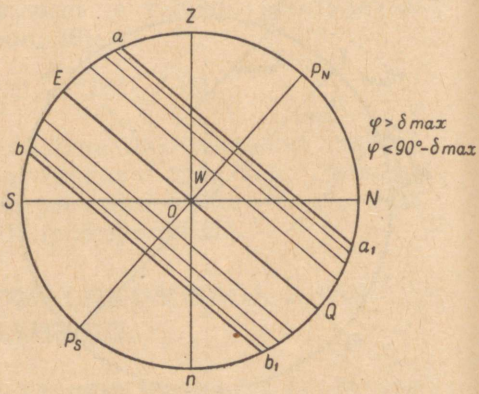
uuesti ekvaatorile (deklinatsioon väheneb), ülemise kulminatsiooni momendil z väheneb, H suureneb. Pärast 23. 09. paneme tähele Päikese ööpäevase liikumise paralleeli kaldumist P_s poole, suurima eemaldumisega ekvaatorist (23°27′) 22. 12.

4. Päikese tõusu ja loojaku asimuut on arvuliselt võrdne P polaar-kaugusega.

5. Ööpäevasel liikumisel Päike ei läbi kunagi 1. vertikaali, sest δ_P alati $\neq \varphi$. Sellepärast Päikese asimuudid on ööpäeva jooksul vaid kahes veerandis: kui δ_P on N, siis on asimuudid NO-veerandis (enne keskpäeva) ja NW-veerandis (pärast keskpäeva); kui aga δ_P on S, siis asimuudid on SO- (enne keskpäeva) ja SW- (pärast keskpäeva) veerandis.



Joon. 38.



Joon. 39.

B. Vaatlejale troopilises vöötmes, $\varphi < \delta_{Pmax}$ (joon. 38).

6. Päev võrdub ööga ainult ööpäeva võrduspäevadel.

7. Iga päev Päike tõuseb ja loojub, sest $\delta_P < 90^0 - \varphi$.

8. Kaks korda aastas δ_P tingimata võrdub vaatleja laiusega troopilises vöötmes ja nendel päevadel Päike läbib keskpäeval selle vaatleja seniiti, kusjuures φ suurenemisega nende päevade vahel ajavahemikud vähenevad ja kui $\varphi = \delta_{max} = 23°27'$, näeb vaatleja Päikest oma seniidis vaid üks kord aastas, ja nimelt 22. 06. või 22. 12.

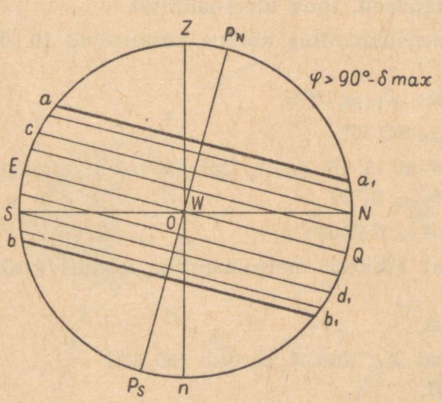
9. Kuna aasta jooksul δ_P võib olla suurem ja väiksem φ-st, ja temaga ühenimeline, siis ööpäevasel liikumisel Päike võib läbida 1. vertikaali (kuni $\delta_P < \varphi$) ning siis tema asimuudid võivad olla kõigis neljas horisondi veerandis, kuid võib teda ka

mitte läbida (kui $\delta_P > \varphi$); viimasel korral tema asimuudid võivad olla vaid kahes horisondi veerandis.

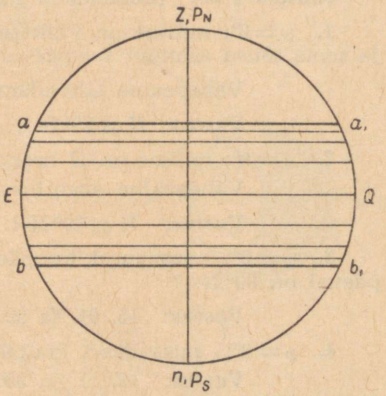
Selle vöötme äärmisi paralleele $\varphi = \delta_{max} = 23^0 27'$, nimetatakse Vähi pöörijooneks (põhjapoolkeral) ja Kaljukitse pöörijooneks (lõunapoolkeral).

C. Vaatlejale parasvöötmes, $\varphi = 23^0 27' - 66^0 33'$ N või S (joon. 39).

10. Päike kunagi ei ole seniidis ($\delta_P < \varphi$).
11. Päike tingimata tõuseb ja loojub, sest $\delta_P < 90^0 - \varphi$.



Joon. 40.



Joon. 41.

12. Ööpäevasel liikumisel Päike läbib alati 1. vertikaali, järelikult kui δ_P on ühenimeline φ, siis Päikese nähtavad asimuudid on horisondi kõigis 4 veerandis. Selle vöötme äärmist paralleeli, $\varphi = 66^0 33'$, nimetatakse põhja või lõuna polaarringiks.

D. Vaatlejale polaarvöötmes, $\varphi > 66^0 33'$ (joon. 40).

13. Võib tähele panna mitteloojenevat (kui δ_P ja φ on ühenimelised) või mittetõusvat Päikest (kui δ^P ja φ on isenimelised) sest tingimus selleks ... $\delta > 90^0$ nendes laiustes on täidetav.

14. Päevade arv mitteloojeneva ja mittetõusva Päikesega, ehk teisiti polaaröö [1] ja polaarpäeva pikkus suureneb ühes vaatleja φ suurenemisega.

[1] Polaarpäevaks nimetatakse ajavahemikku, väljendatud ööpäevades, mille vältel Päike ei looju; polaaröökс — ajavahemikku, kui Päike ei tõuse horisondi peale.

15. Ühenimelise δ_P ja φ korral Päikese nähtavad asimuudid ööpäeva kestel on horisondi kõigis 4 veerandis.

E. Vaatlejale poolusel, $\varphi = 90^0$ N või S (joon. 41).

16. Pool aastat on päev (kuni δ_P ja φ on ühenimelised) ja pool aastat öö (kui δ_P ja φ on isenimelised).

17. Suurima kõrguse Päike saavutab seispäevadel ($h = \delta_{P\max} = 23^0 27'$).

Näiteid § 23. (Lahendada ligikaudselt, ilma almanahhita).

1. $\varphi = 0^0$; milline on Päikese meridiaaniline kõrgus keskpäeval 10. 02. ja tema tõusu asimuut sel päeval?

Vahepealne lahendamine: $\delta_P \cong 15^0$ S.

Vastus: $H \cong 75^0$ S-i; $A \cong$ SO 75^0.

2. $\varphi = 0^0$; milline on H keskpäeval 16. 07. ja A_P sel päeval loojumisel?
Vahepealne arvutlus: $\delta_P \cong 21^0$ N.

Vastus: $H \cong 69^0$ N-i; $A \cong$ NW 69^0.

3. $\varphi = 0^0$; missugusel kuupäeval Päikese meridiaaniline kõrgus keskpäeval on 80^0 N-i?

Vastus: 15. 04. ja 29. 08.

4. $\varphi = 0^0$; missugusel kuupäeval A_P tõusul võrdub SO 72^0?
Vastus: 12. 11. ja 30. 01.

5. $\varphi^0 =$ N; millal Päike keskpäeval läbib seniidi?

Vastus: 3. 04. ja 10. 09.

6. $\varphi = 20^0$ S; kas 5. 01. Päike keskpäeval läbib seniiti ja kas ta sel päeval läbib 1-st vertikaali?

Vastus: Seniiti ja 1. vertikaali ei läbi.

7. $\varphi = 15^0$ N; missugusest kuupäevast ja millise kuupäevani Päike ei läbi 1. vertikaali?

Vastus: 1. 05. kuni 14. 08. ja 3. 11. kuni 9. 02.

8. $\varphi = 70^0$ N; millisest kuupäevast ja millise kuupäevani kestab polaarpäev ja polaaröö?

Vastus: polaarpäev 12. 05. kuni 27. 07. ja polaaröö 20. 11. kuni 21. 01.

9. Missuguses laiuses 24. 10. esmakordselt näeme mitte loojenevat Päikest?

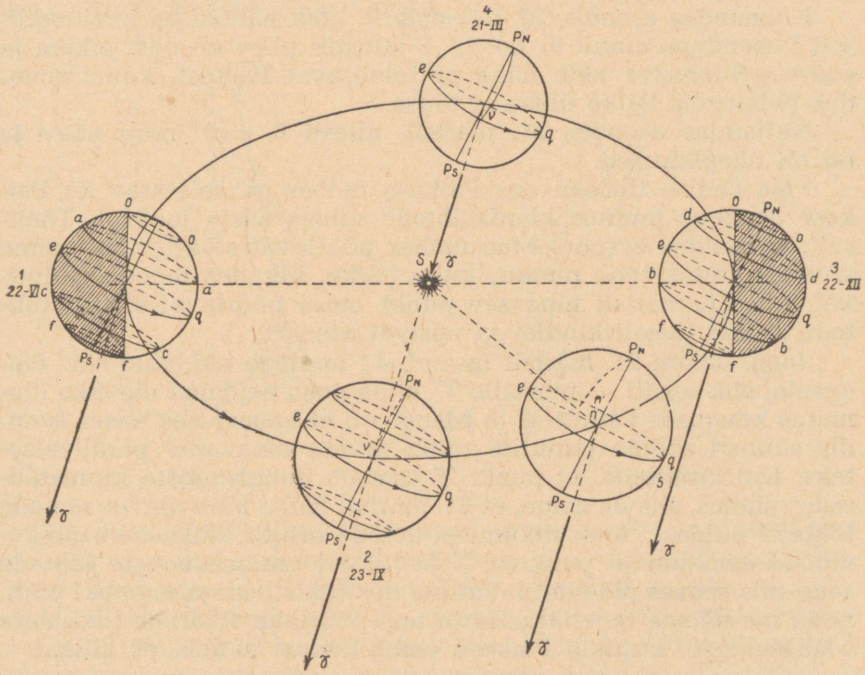
Vastus: $\varphi = 77\frac{1}{2}^0$ S.

10. Missugusel paralleelil polaaröö kestab 20 ööpäeva?

Vastus: $\varphi = 67\frac{1}{2}^0$ N ja S.

§ 24. MAA TIIRLEMINE ÜMBER PÄIKESE.

Päikese aastase liikumisega mööda ekliptikat seosesolevad nähted on seletatavad lihtsalt Maa tiirlemisega ümber Päikese ühes samaaegse pöörlemisega oma telje ümber, mis on kallutatud orbiidi (Maa tee) tasapinnale $90^0 - \delta_{P\max} \cong 66\frac{1}{2}^0$; ekvaatori tasapind moodustab selle juures orbiidi tasapinnaga $23\frac{1}{2}^0$ nurga, mis on võrdne ekliptika kaldenurgaga (ω) ekvaatorile. Ühes



Joon. 42.

sellega Maakera telg, kui vurri telgki, hoiab oma sihti maailmaruumis muutumatuna.

Joon. 42 on kujutatud Maa mitmesugused asendid tema liikumisel mööda orbiiti ümber Päikese.

Esimeses asendis Maa on 22. juunil Vähi pöörijoonel ja tema deklinatsioon on $23\frac{1}{2}^0$ N, siis põhjapoolkera on kõige rohkem valgustatud ja päev on ööst pikem. Alates $66\frac{1}{2}^0$ paralleelist $\smile eO = \smile qf = 66\frac{1}{2}^0$) ja kõrgemale kõik punktid Maakeral on valgustatud ning seal võib näha mitteloojenevat Päikest, või nad

sooritavad kõik oma tee Maakera valgustamata poolel (S-laiuses) ning Päike ei tõuse.

II asendis, 23. septembril, ekvaatori tasapind läbib Päikest, deklinatsioon on 0^0 ja seetõttu valgustab ning soojendab ta Maad ühteviisi nii põhja- kui lõunapoolkeral; kogu maakeral on päev ja öö ühepikkused.

V asendis, pärast 23. septembrit, Päikese deklinatsioon on juba S ($\delta_P = \smile n'n$).

Kolmandas asendis, 22. detsembril, kõik nähted on analoogilised I asendiga, ainult δ_P on S; S-laiustes päev on ööst pikem ja suurtes S-laiustes võib näha mitteloojuvat Päikest, kuna samades N-laiustes Päike üldse ei tõuse.

Neljandas asendis, 21. märtsil, uuesti $\delta_P = 0^0$ ning päev ja öö on ühepikkused.

Maa sellise tiirlemisega Päikese ümber on seletatav ka Päikese asukoha muutus kinnistähtede suhtes aasta jooksul. Tõeliselt, vaadeldes eespool Maa ümber pöörlevat sfääri, nimetasime kevadpunktiks seda punkti, kuhu Päike, liikudes mööda ekliptikat, tuli 21. märtsil ning see punkt omas pöörleval sfääril tähtede keskel täiesti kindlat ja püsivat asendit.

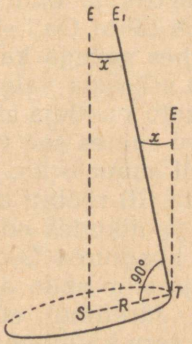
Joon. 42. on 21. märtsil (asend. 4.) noolega näidatud siht Päikesele, ehk teisiti — punktile ♈, mida peab eeldama olevaks lõpmatus kauguses Päikesest ja Maast, nii et igasuguses teises asendis suunad sellele punktile tuleb arvata omavahel paralleelseteks. Kui kujutleda, et punkt ♈ asetseb mingisuguste kinnistähtede rühmas, siis on selge, et 21. märtsil Päike näib olevat samade tähtede hulgas. Maa liikumisel mööda orbiiti Päike näib pikkamööda eemalduvat punktist ♈ ja liikuvat mitmesuguste tähtede seas, mis seoses pidevalt muutuva deklinatsiooniga annabki pildi, mida me näeme tegelikkuses ja mis pöörleva sfääri ja liikumata Maa eeldusel kujutab Päikese omaliikumist mööda ekliptikat.

Aastaajad, tingituna Päikese horisondi peal viibimise ajast, on samuti seletatavad Maa tiirlemisega Päikese ümber ja sellega, et Maa pöörlemise telg ei ole risti orbiidi tasapinnaga. Kui maakera telg oleks risti orbiidi tasapinnaga, siis Päikese deklinatsioon oleks alati null, päev kõikjal ja alati võrdne ööga, ja Päikeselt saadava valguse ja soojuse hulk mingisuguses kohas maakeral oleks päevast päeva üks ja sama: ekvaatoril kuum, ja eemaldumisega ekvaatorist kliima muutuks ikka külmemaks ja külmemaks, jäädes seejuures aasta jooksul ühtlaseks.

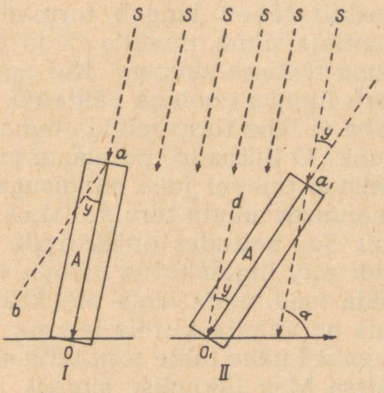
Maa tiirlemise kohta ümber Päikese, mida põhjendas Kopernik, ei olnud tol ajal kindlaid, ümberlükkamatuid tõendusi. Praegusajal on meil mitmeid väiteid Maa tiirlemise tõenduseks, mil-

lest tähtsamad on nn. tähtede aastane parallaks ja valguse aberratsioon.

Kui Maa tõeliselt tiirleb ümber Päikese, siis maakera orbiidi mitmesugustest punktidest määratud suunad mõnele tähele peavad üksteisest erinema ega või olla paralleelsed. Seejuures on selge, et nurk nende suundade vahel peab olema suurim siis, kui suunad on määratud orbiidi diameetri otspunktidest. Seda tähelt vaadeldavat maakera orbiidi nurkraadiust nimetatakse tähe aastaseks parallaksiks.



Joon. 43.



Joon. 44.

Kui suund tähele aasta jooksul muutub, ekvaator aga oma asendit ei muuda, siis peab muutuma tähe deklinatsioon. Paljude täheteadlaste pingutused olidki suunatud sellele, et avastada tähtede deklinatsiooni muutumist. Kuid neid muutusi, tähtsusetuid tähtede tohutute kauguste tõttu, ei saadud avastada tolleaegsete primitiivsete instrumentide abil, ja alles 1838. a. Bessel, kasutades tunduvalt täiendatud instrumente ja vaatluste meetodeid, avastas täht Cygni'l tühise parallaksi $\frac{1}{3}''$; pärast seda avastati rea teiste tähtede parallaksid, kuid nende arv ei ole ka praegu kuigi suur. Suurim parallaks, 0″,8, on Päikese lähimal tähel Proxima Centauri; tunduvad parallaksid on tähtedel: Sirius — 0″,3, Procyon — 0″,3, Aldebaran — 0″,2, Altair — 0″,2; Vega, Capella, Arcturus, Polaris — 0″,1 ja mõned teised.

Teiseks tõendiks on nn. tähtede aberratsioon, avastatud Bradley poolt 1725. a. Ta avastas selle juhuslikult, katsetel deklinatsiooni muutuste järgi kindlaks määrata tähtede parallaksi. Oma vaatlustel märkas Bradley tõeliselt suuna muutusi tähele,

kuid need muutused olid teissugused kui need, mis oleks pidanud aset leidma parallaksi puhul: suund tähele kaldus alati Maa liikumise suunas mööda orbiiti. Seletuse sellele andis Bradley ise ja võrdles nähtust sellega, kui kiirelt liikuva rongi vaguni aknast väljavaatav inimene näeb loodis langevaid vihmapiisku liikuvat kaldsuunas, kaldega just rongi liikumise suunas. Sama toimub ka valguskiirega, mis läbib tee objektiivist okulaarini, samal ajal pikksilm ise liigub edasi ühes Maaga mööda orbiiti.

Oletame (joon. 44), et mingisugusel momendil vaatlustoru oleks suunatud tähele *S*, kusjuures Maa oleks liikumatu (I); valguskiir tähelt langeb toru objektiivi punktis *a*, okulaari, s. o. vaatleja silma, punktis *O*, ja vaatleja näeb tähte *OaS* sihis, s. o. tema tõelises suunas. Kui aga Maa ja ühes sellega ka vaatlustoru liiguks noolega näidatud suunas, siis seesama valguskiir *Sa* juba ei lähe torus mööda tema telge ega satu vaatleja silma, sest punkt *O* liikus ise paremale ja liikuva toru suhtes see valguskiir paistab tulevat juba mingisuguse nurga all suunale *ab*. Kui aga seejuures muuta toru kallakut ja asetada ta (II) rööbiti *ab*-ga, siis kiir Sa_1, sattudes objektiivile punktis *a*, ja liikudes edasi joont pidi a_1c, liigub torus mööda tema telge, kusjuures O_1c kujutab seda teed, mida läbib objektiiv ja vaatleja silm selle aja vältel, mis on vajalik kiirele tee a_1c läbimiseks. Järelikult, et Maa liikumisel näha tähte toru telje suunas, peab toru kallutama nurga y võrra Maa liikumise suunas ja selle nurga võrra erinebki tähe nähtav suund tõelisest. Selle nurga suurus sõltub ühest küljest valguskiire ja Maa liikumise suhtest, ja teisest küljest — nurgast *α*, mille tähelt langev kiir moodustab Maa orbiidiga. Joonisest on selge, et kui $\alpha = 0^0$, s. o. kui Maa liigub otse mingisuguse tähe suunas, siis ka mingisugust kaldumist ei ole, $y = 0^0$. Suurima väärtuse saavutab nurk y siis, kui täht asetseb risti Maa orbiidiga. See suurim nurk, nn. a l a t i n e a b e r r a t s i o o n on 20″,5. Aberratsiooni nähtus osutub kaheldamatuks tõendiks Maa tiirlemise kohta Päikese ümber.

§ 25. TAEVAKEHADE EKLIPTILISED KOORDINAADID.

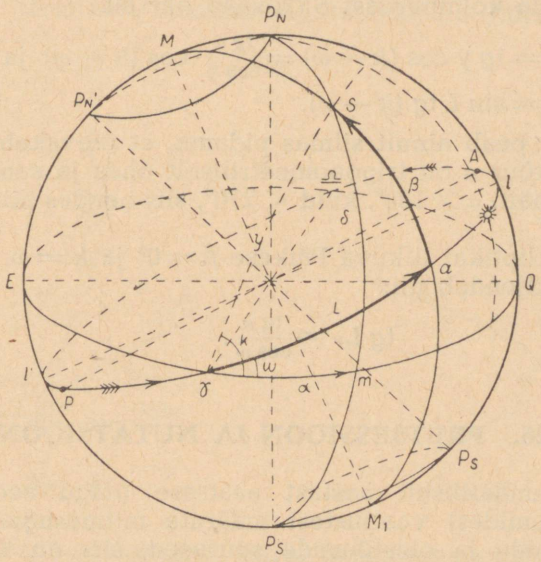
Nagu tõeline horisont ja ekvaator olid aluseks horisondilisele ja ekvaatorilisele koordinaatide süsteemile, samuti ka ekliptika, kui sfääril kindlas asendis olev suurring, võib aluseks olla kolmekordsele e k l i p t i l i s t e koordinaatide süsteemile.

S u u r r i n g i, m i s l ä b i b e k l i p t i k a p o o l u s e i d (punktid *M* ja M_1 joon. 45), n i m e t a t a k s e üldiselt l a i u s r i n g i k s; kui ta läbib sfääril mõne taevakeha, siis teda nime-

tatakse selle taevakeha laiusringiks (analoogia: meridiaan ekvaatorilises ja vertikaal horisondilises koordinaatide süsteemis).

Laiusringi, mis läbib kevadpunkti ♈, loetakse algringiks, samuti kui vaatleja meridiaani ekvaatorilises ja horisondilises koordinaatide süsteemis.

Taevakeha laiuseks β nimetatakse laiusringi kaart ekliptikast kuni taevakehani; teisiti öeldes, laius on nurk taevakeha suuna ja ekliptika tasapinna vahel. Taevakeha laius võib olla põhja- või lõunalaius, sõltuvalt



Joon. 45.

sellest, kas taevakeha on ekliptikast tema põhja- või lõunapooluse pool ja mitte üle 90°.

Taevakeha pikkuseks L nimetatakse ekliptika kaart kevadpunktist ♈ kuni taevakeha laiusringini ja loetakse Päikese omaliikumise suunas 0° kuni 360° (analoogia: tunninurk ja otsetõus ekvaatorilises ja asimuut horisondilises süsteemis).

Üldiselt järgneb, et Päikese laius on alati 0°; pikkus aga kasvab pidevalt ligikaudu 1° ööpäevas.

Taevakehade, seal hulgas ka Päikese ekliptilised koordinaadid ei ole vahetuist vaatlustest määratavad, kuid neid võib arvu-

tada ekvaatoriliste koordinaatide α ja δ järgi, mis on määratavad vahetuist vaatlustest. Arvutamiseks kasutame valemeid, mis saame joon. 45, kus on tõmmatud kaar ΥS; nurk selle kaare ja ekvaatori vahel ($S\Upsilon Q$) on märgitud k, kaar $S\Upsilon$ aga y:

$$\triangle S\Upsilon m \ldots \operatorname{tg} k = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \alpha}$$

$$\text{„ „ } \ldots \operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos k}$$

Pärast seda kolmnurgast $S\Upsilon a$ saab lihtsalt

$$\operatorname{tg} L = \operatorname{tg} y \cos (k - \omega) = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos k} \cdot \cos (k - \omega) \text{ ja}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \sin L \operatorname{tg} (k - \omega).$$

Seejuures peab ainult silmas pidama, et taevakeha pikkus L ja tema otsetõus α on trigonomeetriliselt ühes ja samas veerandis, s. t. kui näit. $\alpha > 180^0$, kuid $< 270^0$, siis nendes piirides on ka pikkus jne.

Mööda ekliptikat liikuva Päikese $\beta = 0^0$ ja $k = \omega$, sellepärast ka pikkus väljendub nii:

$$\operatorname{tg} L_P = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \omega}.$$

§ 26. PRETSESSIOON JA NUTATSIOON.

Kui süstemaatiliselt aastast aastasse (nagu seda tehakse observatooriumides) vaatlustest määrata mitmesuguste tähtede deklinatsioonide ja otsetõusude suurused, siis on kerge avastada, et:

1. kõikidel tähtedel otsetõusud suurenevad;
2. päikese seispunktide juures asetsevate tähtede deklinatsioonid ei muutu;
3. pööripunktide juures asetsevate tähtede deklinatsioonid muutuvad iga aasta 20″, ja seejuures nii, et punkti Υ pool asetsevad tähed lähenevad põhjapoolusele, tähed aga, mis asetsevad punkti $\simeq$ pool, kaugenevad samapalju sellest poolusest.

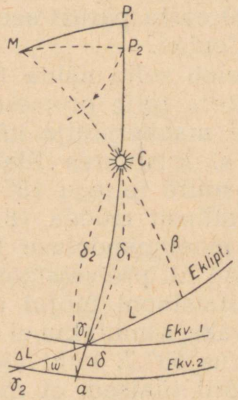
Kui aga tähtede ekvaatoriliste koordinaatide järgi arvutada nende ekliptilised koordinaadid, siis selgub, et kõikide tähtede laiused β jäävad peagu muutumatuks, pikkused L aga suurenevad ligikaudu ühe ja sama suuruse 50″,2 võrra aastas.

See tähtede deklinatsioonide ja pikkuste muutumine nende laiuste muutumatuse juures näitab, et ekvaatori poolus P_1

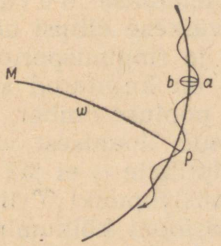
(joon. 46) liigub sfääril punkti ♈ suunas, viimane aga, olles alati poolusest 90° kaugusel, taganeb mööda ekliptikat vastu Päikese aastasele omaliikumisele $\Delta L = \frac{\Delta\delta}{\sin\omega} = 50'',2$ aastas. Sel põhjusel nimelt kõikide taevakehade pikkused suurenevad aastas samas suuruses.

Mööda ekvaatorit punkt ♈ liigub aastas suuruses $\Upsilon_2 a = \Delta\delta \operatorname{ctg}\omega \cong 46''$.

Nurk ekliptikatelje ja maailmatelje vahel säilitab oma suuruse 23°27′, järelikult maailmatelg moodustab liikumatu eklip-



Joon. 46.



Joon. 47.

tikatelje ümber koonuspinna, tulles tagasi oma esialgsesse asendisse $\frac{360^0}{50'',1} = 25\,800$ aasta pärast.

Maailmatelje ülalkirjeldatud liikumise ja ühes sellega punkti ♈ nihkumise põhjuseks on Päikese ja Kuu külgetõmbetung Maale seoses sellega, et Maakera ei ole kera-, vaid ellipsoidikujuline. Seda nähtust nimetatakse pretsessiooniks.

Pretsessiooniks, mis tõlkes tähendab ettejõudmist, nimetatakse nähtust sellepärast, et ta tekitab ettejõudmist, s. t. Päikese jõudmist punkti ♈ enne, kui ta teeb mööda ekliptikat 360°-lise ringi.

Ekliptika ring, s. o. tee, mille Päike läbib oma aastasel liikumisel sfääril, asetseb järgmiste tähtkujude vöötmeis: Jäär, Sõnn, Kaksikud, Vähk, Lõukoer, Neitsi, Kaal, Skorpioon, Vibukandja, Kaljukits, Valaja ja Kalad. Kevad- ja sügispunkti märkimiseks on tänapäevani säilinud nende tähtkujude märgid, milledes need

punktid olid 200 aastat enne meie ajaarvamist, ja nimelt Jäära ♈ ja Kaalu ♎ märk.

Nüüd aga nad on liikunud pretsessiooni tagajärjel $50'',2 \cdot 2150 = 30^0$ ja asetsevad Kalade (♓) ja Neitsi (♍) tähtkujudes.

Täpselt samuti paiknevad sfääril ümber pretsessiooni mõjul ka poolused, lähenedes ühtedele tähtedele ja eemaldudes teistest. Käesoleval ajastul lähimaks suureks täheks põhjapoolusele on α Ursae minoris, mida nimetatakse tema läheduse tõttu poolusele Põhjanaelaks (Polaris); 4000 aastat tagasi Polaartähe nimetust pälvis α Draconis, samuti kui 6000 aasta pärast see nimetus peab õigusega üle minema tähele α Cephei.

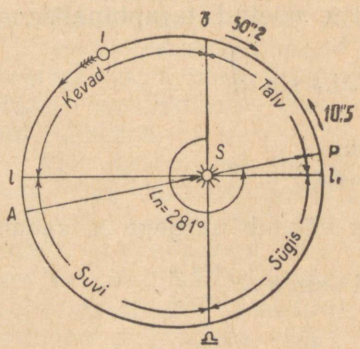
Teoreetiline astronoomia, mis tegeleb selle nähte tekkimise põhjuste uurimisega, väidab, et maakera telje pretsessioonilise liikumisega peab kaasnema teist liiki maakeratelje kõikumine, mida nimetatakse nutatsiooniks, kusjuures Maa poolus kujutab väikese ellipsi *ab* (joon. 47) suure teljega 18″ ja väiksega 14″ ja ringimisperioodiga seda ellipsit mööda 18,6 aastat. Joon. 47 on kujutatud suurendatult maailmapooluse liikumine ekliptika pooluse ümber, võttes arvesse nii pretsessiooni kui ka nutatsiooni. Joonisest nähtub, et nutatsiooni mõjul ekvaatori kalle ekliptikale ω ei jää täiesti püsivaks, samuti kui ei ole absoluutselt püsiv punkt ♈ liikumise suurus $50'',2$, kuid väärtuse ω ja pretsessiooni kõikumine on sedavõrd tühised, et meresõiduastronoomias mingisugust tähtsust ei oma.

§ 27. PÄIKESE PIKKUSE JA OTSETÕUSU MUUTUMISE ISELOOM. AASTAAEGADE KESTUS.

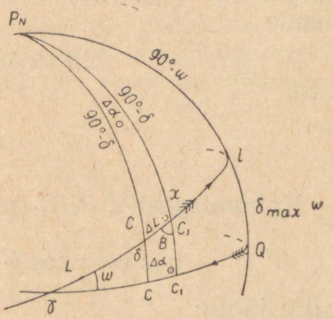
Nagu teada, tiirleb Maa ümber Päikese tõeliselt mööda ellipsit, mille ühes fookuses on Päike; Päikesele lähimat maakera orbiidi punkti nimetatakse perigeeks, kaugeimat aga apogeeks, ja on selge, et need punktid asuvad Maakera orbiidi suure telje otstel. Kepleri teise seaduse põhjal Maa tiirlemine Päikese ümber peab toimuma ebaühtlaselt, kusjuures liikumise suurim kiirus esineb Maa liikumisel perigees, väikseim apogees.

Vaadeldes aga kõiki nähteid liikumatu Maa vaatepunktist, peab tõeliselt vaadeldava pildi täielikuks säilitamiseks oletama, et vaadeldaval juhul just kui Päike tiirleks Maa ümber mööda päikese orbiiti, mis kujutab samasugust ellipsit, kui on tõeliselt maakera ellips, ning selle ellipsi ühes fookuses on Maa.

Kuna ekliptika taevasfääril ei ole midagi muud, kui tema pinnale kujutatud päikese orbiit, ja et Päikese punkti liikumine sfääril mööda ekliptikat peab täpselt vastama Päikese liikumisele mööda tema orbiiti, siis ka Päikese pikkus ekliptikal muutub ebaühtlaselt; suurim pikkuse muutumine 61′,2 ööpäevas on perigees, väikseim aga 57′,2 apogees. Seejuures perigee ja apogee punkt asetsevad Päikese suvise ja talvise seispunkti lähedal ja käesoleval ajastul omavad pikkust: perigee — ligikaudu 281° ja apogee — 101°. Esimesse neist Päike jõuab 1. jaanuari ümber, teise — 2. juuli ümber; otsustada Päikese tuleku üle neisse punktidesse võime selle järgi, et Päikese nurkraadius, mis on Maalt vahetult mõõdetav, just neil päevadel on suurim (16′18″) ja väikseim (15′46″).



Joon. 48.



Joon. 49.

Öeldust järgneb, et Päike oma liikumisel mööda ekliptikat vähima aja kulutab liikumiseks punktist I' kuni ♈, ja punktist ♎ kuni punktini I'; liikumiseks aga punktist ♈ punktini I, ja punktist I kuni punktini ♎ kulub rohkem aega, sest et ekliptika selles osas (♈I ♎) Päike liigub aeglasemalt, kui osas ♎I'♈. Kuna aga Päikese jõudmise momendid punktidesse ♈, I, ♎ ja I' on põhjapoolkeral kevade (♈ kuni I), suve (I kuni ♎), sügise (♎ kuni I') ja talve (I' kuni ♈) alguse momentideks, siis need aastaajad ei ole ühesuguse kestusega, ja nimelt: kevad 92,9 ööpäeva, suvi 93,6 ööpäeva, sügis 89,8 ööpäeva ja talv 89,0 ööpäeva.

See on piltlikult näha joon. 48, kus on näidatud Maa tõeline tiirlemine Päikese ümber.

Punktid P ja A ja neid ühendav sirgjoon PA ei jää ekliptikal liikumatuks, vaid liiguvad aastas 11″,5 Päikese omaliikumise

suunas. Arvesse võttes, et pretsessiooni tõttu punkt ♈ ise liigub 50″,2 Päikesele vastu, siis tuleneb, et punkt P pikkus muutub aastas 50″,2 + 11″,5 = 61″,7 ja $\frac{180^0}{61'',7} = 10800$ aasta möödudes punkt ♈ võtab päikese orbiidil punktide P ja A suhtes sama asendi, milles kaasajal on punkt ☊. Siis aastaaegade kestus põhja- ja lõunapoolkeral muutub vastupidiseks.

Vaatleme nüüd Päikese otsetõusu muutumist seoses tema omaliikumisega mööda ekliptikat.

Olgu joon. 49 lõik CC_1, mis kujutab Päikese pikkuse muutumist mingisuguse lühikese ajavahemiku kestel, s. o. $CC_1 = \Delta L_P$, ja vastav lõik ekvaatoril $cc_1 - \Delta\alpha_P$ — tema otsetõusu muutumine samal ajavahemikul.

Tõmmates kaare CB risti meridiaanile P_nC või P_nC_2, kolmnurgast $\triangle CC_1B$, tema väiksuse tõttu võetud tasapinnalisena, saame

$$CB = \Delta\alpha_P \cdot \cos\delta = \Delta L_P \sin x,$$

kust

$$\Delta\alpha_P = \Delta L_P \frac{\sin x}{\cos\delta}.$$

Kolmnurgast $\triangle P_nIC_1$ nurk C_1, mis võrdub nurgaga x, saame

$$\cos\omega = \cos\delta \cdot \sin x, \quad \text{või} \quad \sin x = \frac{\cos\omega}{\cos\delta},$$

mille järele

$$\Delta\alpha_P = \Delta L_P \frac{\cos\omega}{\cos^2\delta}.$$

Sellest valemist nähtub, et Päikese otsetõus muutub ebaühtlaselt ja suurim muutus on Päikese seispunktide juures (läheduses), kuna nendel päevadel $\cos\delta_{max} = \cos\omega$ ja $\Delta\alpha_P = \Delta L_P \cdot \sec\omega$; seejuures $\Delta\alpha_P$ talvises seispunktis on suurem kui suvises, kuna esimesel juhul $\Delta L_P \cong 61'$, teisel aga $\Delta L_P \cong 57'$.

Ööpäeva võrduspunktide lähedal, kui $\delta_P = 0^0$, on $\Delta\alpha_P = \Delta L_P \cdot \cos\omega$; ΔL_P suurus aga nendeks päevadeks on ligikaudu 59′.

Selliselt siis Päikese otsetõusu ööpäevased muutused on:

kevadise	võrduspäeva	läheduses	$\Delta\alpha_P = 59' \cdot \cos\omega \cong 54'$
suvise	„	„	$\Delta\alpha_P = 57' \cdot \sec\omega \cong 62'$
sügisese	„	„	$\Delta\alpha_P = 59' \cdot \cos\omega \cong 54'$
talvise	„	„	$\Delta\alpha_P = 61' \cdot \sec\omega \cong 66',5.$

Suurima võimaliku väärtuse $\Delta\alpha_P$ saavutab 24. detsembril (66′,6), väikseima võimalikust aga 16. septembril (53′,8). Aasta keskmine $\Delta\alpha_P \cong 59'$.

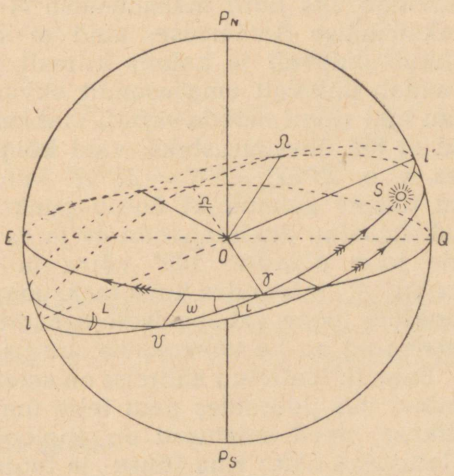
§ 28. KUU OMALIIKUMINE. KUU FAASID. PÄIKESE JA KUU VARJUTUSED.

Kuu näiva ööpäevase liikumise vaatlused näitavad samasuguseid iseärasusi, kui nägime Päikese juures, ainult teravamal kujul, ja nimelt:

1. Kuu tõusu- ja loojakupunktide nihked päevast päeva;
2. päev-päevalt muutuv Kuu horisondi peal oleku aja kestus;
3. Kuu meridiaanilise kõrguse muutumine päevast päeva;
4. Kuu kulminatsioonimomendi pidev hilinemine, keskmiselt 53′ tähtede suhtes ja 49′ Päikese suhtes.

Vaadeldes neid nähteid liikumatu Maa ja pöörleva sfääri vaatepunktist, peab järeldama, et Kuu, samuti kui Päike, omab sfääril omaliikumist, mis toimub tunduvalt suurema kiirusega kui Päikesel.

Kui vaatlustest määrata Kuu deklinatsioonid ja otsetõusud ja kui nende, ja veel parem, minnes üle Kuu ekliptilistele koordinaatidele, — nende andmete järgi kanda sfäärile Kuu omaliikumise tee, siis osutub, et omaliikumisel Kuu teeb suure ringi, mida nimetatakse Kuu nähtavaks orbiidiks, kusjuures Kuu liikumine tema orbiidil toimub samale poole, kuhu Päikese liikuminegi mööda ekliptikat.



Joon. 50.

Kuu orbiidi tasapind (joon. 50) osutub kallutatuks ekliptika tasapinnale $5^0 8'$ nurga all, kusjuures see nurk (i) ei jää püsivaks, vaid muutub $4^0 19'$ ja $5^0 10'$ piirides. Kuu orbiit lõikub ekliptikaga kahes punktis, mida nimetatakse sõlmpunktideks: tõusvaks (☊), kus Kuu läheb sfääri

lõunapoolelt põhjapoolele, ja langevaks (☋), kus Kuu läheb sfääri põhjapoolelt lõunapoolele. Sõlmpunkti ühendavat sirgjoont nimetatakse sõlmpunktide jooneks. Nõnda kui ööpäeva võrduspunktid nihkuvad pretsessiooni mõjul, samuti ka sõlmpunktid ja neid ühendav joon nihkuvad mööda ekliptikat ööpäeva võrduspunkti liikumise sihis $19^0{,}3$ aastas.

Kuu omaliikumine mööda orbiiti on suunatud samasse poole, kui Päikese omaliikuminegi mööda ekliptikat, s. o. vastupidi sfääri pöörlemisele; täisringi mööda sfääri (liikumata tähtede suhtes) Kuu sooritab ajavahemikul, mida nimetatakse tähe või sideeriliseks kuuks, mille kestus on $27^d{,}32$ ($27^d7^h43^m$). Päikese suhtes aga, mis omab ise omaliikumist, Kuu sooritab ringi (tuleb samasse pikkusesse) ajavahemikul, mida nimetatakse sünoodiliseks kuuks, mille kestus on $29^d{,}53$ ($29^d12^h44^m$).

Võrreldes mingisuguse tähega Kuu kulminatsioonimoment saabub päev-päevalt ikka hiljemini ja hiljemini 53^m; Päikesega võrreldes aga Kuu kulminatsioon hilineb Päikese kulminatsioonist igapäev ligikaudu 49^m.

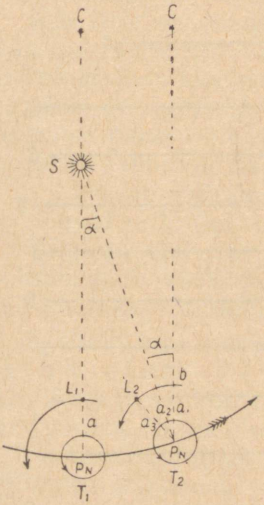
Kuu deklinatsioon tema liikumisel mööda orbiiti muutub pidevalt, kusjuures täisringi sooritamise kestusel mööda orbiiti ta saavutab üks kord maksimaalse N- ja umbes $13\frac{1}{2}$ päeva pärast maksimaalse S-väärtuse; kuid et sõlmpunktide joon ekliptikal nihkub pidevalt ja kaunis kiiresti, siis ka kuu orbiidi tasapind muudab pidevalt oma asendit ekvaatori suhtes, mille tagajärjel Kuu igal ringil mööda orbiiti maksimaalsed N- ja S-deklinatsioonid ei jää ühesuurusteks, vaid kõiguvad $\omega + i$ kuni $\omega - i$ piirides, s. o. $23^0 27' + 5^0 8' = 28^0 35'$ kuni $23^0 27' - 5^0 8' = 18^0 19'$. Näit. kui tõusev sõlmpunkt ühtub punktiga ♈, siis selles kuus Kuu maksimaalne deklinatsioon δ_N ja $\delta_S = 28^0 35'$; kui aga sõlmpunktide joon pöördub 180^0 võrra ja tõusev sõlmpunkt ☊ tuleb punkti ♎, siis selles kuus maksimaalsed δ_N ja $\delta_S = 18^0 19'$. Sõlmpunktide joone vahepealsete asendite puhul maksimaalsed deklinatsioonid on ka vahepealse suurusega.

Enamik loetletud nähteist on seletatavad Kuu liikumisega Maa ümber, mis pööreldes oma telje ümber, tiirleb omakorda ümber Päikese; need seletused on analoogilised Päikese kohta antud seletustega näit.: Kuu tõusu- ja loojakupunktide nihkumine horisondil ja Kuu horisondipeal oleku aja kestus on seletatavad Kuu orbiidi kallakuga maakera orbiidile $5^0 8'$ nurga all. Sama põhjusega seletatakse ka Kuu meridiaanilise kõrguse muutumist. Mis puutub Kuu kulminatsioonimomendi hilinemisse Päikese ja tähtede suhtes, siis see on piltlikult näha joon. 51. Oletame, et mingisugusel päeval Maa on asendis T_1, Kuu aga punktis L_1

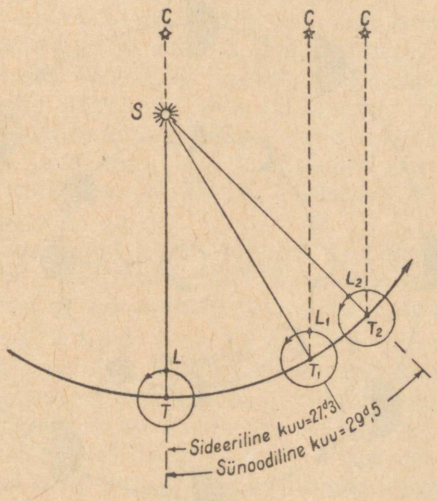
ühel joonel Päikesega ja mingisuguse tähega C. Maakera meridiaanil $P_N a$ vaadeldakse Päikese, Kuu ja tähe üheaegset kulminatsiooni.

Ööpäeva pärast Maa, olles teinud ühe ringi oma telje ümber, läbib oma orbiidil ligikaudu 1^0 kaare ($a \cong 1^0$) ja asetseb T_2; samal ajal aga Kuu oma orbiidil läbib kaare bL_2, võrdse ligikaudu 13^0; suunda aga tähele, tema tohutu kauguse tõttu, peab lugema muutumatuks nii T_1-st kui ka T_2-st, s. o. $P_N aSC \parallel P_N a_1 bC$.

Maa selles asendis punkt a meridiaanile tuleb kõigepealt täht $C(a_1)$, siis Päike (a_2), ja lõpuks mõne aja järele Kuu (a_3).



Joon. 51



Joon. 52.

Sideerilise ja sünoodilise kuu kestuse vahe on selgitatud joon. 52, millest nähtub, et selleks, et Kuu saavutaks endise asendi Maa ja mõne tähe suhtes, on vajalik vähem aega kui Maa ja Päikese suhtes.

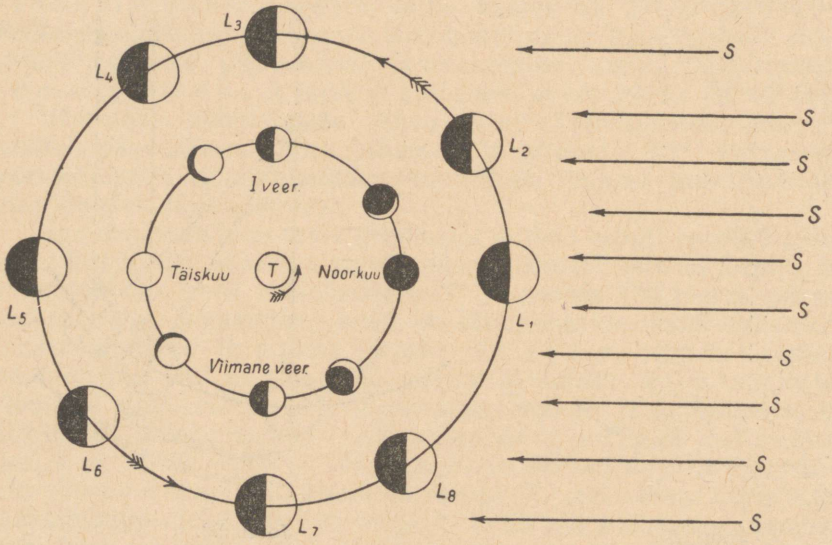
Kuu faasid.

Kõigile on teada, et ajajooksul Maalt nähtavad Kuu kujud on muutlikud, ja, nagu öeldakse, Kuu on nähtav mitmesugustes faasides. See nähe tekib Kuu tiirlemisest ümber Maa seoses sellega, et Kuul oma valgust ei ole, vaid ta peegeldab meile Päikeselt saadavat valgust, ja sellepärast on Maalt näha ainult see osa tema pinnast, mis on valgustatud Päikesest. Joon. 53

väline ring kujutab Kuu orbiiti Maaga tsentris ja sellel ringil on näidatud Kuu mitmesugused asendid; Päike eeldatakse joonise tasapinnal olevaks väga suures kauguses Maast ja nooltega on näidatud kiirte suund Päikeselt.

Päikese kiired valgustavad alati Kuu seda poolt, mis on pööratud Päikese poole, Maalt aga on alati nähtav tema see pool, mis on pööratud Maa poole; sellepärast ka Kuu oma tiirlemisel ümber Maa esinebki mitmesugustes faasides.

Kuu asendi puhul punktis L_1, s. o. joonel Maa — Päike, ta on pööratud Maa poole oma valgustamata osaga ja Maalt Kuu ei ole



Joon. 53.

nähtav. Niisugust Kuu faasi nimetatakse noorkuuks või kuuloomiseks. Edasi Kuu liigub mööda oma orbiiti järjekindlalt punktidesse L_2 L_3 L_4 ... ja joonisel, orbiidi sisepoolel on näidatud, kuidas Kuu on nähtav selles või teises faasis. Kuu asendit punktis L_3, kui on näha täpselt pool tema kettast, nimetatakse esimeseks veerandiks.

Kuu asendit L_5 nimetatakse täiskuuks, kuna siis Kuu oma valgustatud poolega on pööratud Maa poole ja on Maalt nähtav täie kettana. Kuu L_7 asendit nimetatakse viimaseks veerandiks; selles asendis Kuu paistab jällegi poolkettana. Kuu

asendit L_5 ja L_7 vahel võib nimetada Kuu asendiks kolmandas veerandis, samuti kui Kuu asend L_8 on neljandas veerandis.

Faaside muutumise täis periood, kui Kuu saabub jälle samasse asendisse Maa ja Päikese suhtes, võrdub sünoodilise kuuga, millest on räägitud varemalt, s. o. 29,5 ööpäevaga. Järelikult ajavahemik faaside I veerand — täiskuu — neljas veerand — noorkuu vahel on ligikaudu $7^1/_2$ ööpäeva.

Ööpäevade arvu, mis on möödunud noorkuu momendist, nimetatakse Kuu kasvuks; teades Kuu kasvu, on kerge määrata ka faasi: näit. kui kasv on 10 ööpäeva, siis Kuu on teises veerandis, kui kasv on 20 ööpäeva, siis Kuu on III veerandis jne.

Kui Kuu on asendis L_1, s. o. kui saabub noorkuu, siis Maalt Kuu on vaadeldav samal meridiaanil Päikesega ja tema ülemine kulminatsioon saadud üheaegselt Päikesega; järelikult sel päeval ka tõus on hommikul ja loojak õhtul, öö aga on kuuta. Iga järgmise päevaga kulminatsioonimoment ja tõusu- ning loojakumoment saabuvad ikka hiljem ja hiljem, ja $7^1/_2$ ööpäeva pärast Kuu ülemine kulminatsioon on umbes 6^h õhtul, vastavalt tõus on päeval ja loojak öötundidel.

Täiskuu ajal (L_5) Kuu on Päikesest maha jäänud $^1/_2$ ringi ja kulmineerub kesköö!; viimases veerandis tõus on öötundidel, kulminatsioon hommikul (umbes 6^h hommikul) ja loojak päeval.

Kuna Kuu oma valgustatud poolega on pööratud alati Päikese poole, siis esimene veerand paistab õhtul ja ta kumerus on pööratud lääne poole, viimane veerand paistab hommikul ja ta kumerus on pööratud ida poole.

Planeetide suhtes me ei hakka analüüsima nende näiva omaliikumise küsimust, sest see ei oma mingisugust tähtsust meresõidu-astronoomias: igal juhul planeete vaadeldakse võrdselt tähtedega.

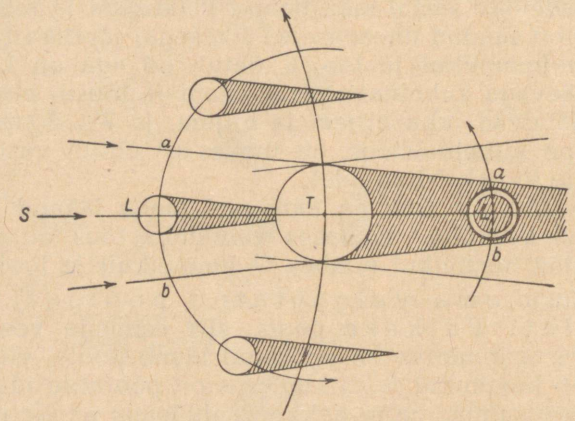
Vaatluste objektideks merel on 4 planeeti: Veenus ♀, Marss ♂, Jupiter ♃ ja Saturn ♄; nende planeetide koordinaadid on toodud almanahhis iga päeva kohta 0^h Greenwichi keskmise aja järgi ja nende valik ei tekita mingisuguseid raskusi.

Päikese- ja Kuuvarjutused.

Kuu tiirlemine Maa ümber seoses Maa liikumisega mööda tema orbiiti Päikese ümber on Kuu ja Päikese varjutuste põhjuseks. Päikesevarjutus tekib siis, kui Kuu oma liikumisel Maa ümber asetseb Päikese ja Maa vahel nii, et mõned maakera pinna osad satuvad Kuu varju koonusesse.

Kuu varjutus esineb siis, kui Kuu ise satub Maa varju koonusesse. Järjekindlama ja piltlikuma selguse saamiseks neist nähtustest, samuti ka sellest olukorrast, milles need nähtused võivad esineda, oletame esialgu, et Kuu orbiidi tasapind ühtub maakera orbiidi tasapinnaga.

Sel puhul (joon. 54) iga kord, kui Kuu läbib Päikese ja Maa vahelt (noorkuufaas), kuu varju koonus langeb Maale, ja mõnedes punktides maakera pinnal Päike on varjatud Kuust, neis punktides on täieline Päikese varjutus. Seejuures, võttes arvesse, et Kuu liigub mööda oma orbiiti ja Maa pöörleb oma telje ümber, Kuult Maale langev varju ring moodustab tema pinnal varju riba, mille laius võrdub varjukoonuse diameetriga. Siit on selge,



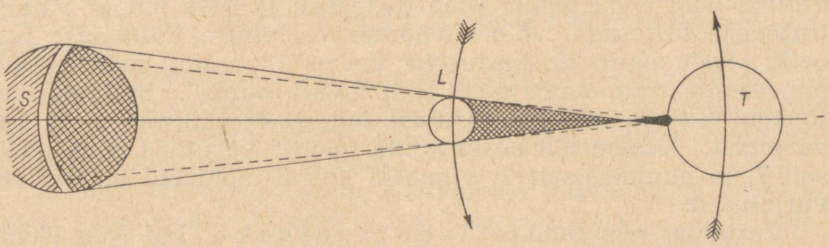
Joon. 54.

et Päikese täieline varjutus on nähtav ainult nendele vaatlejaile Maal, kes asetsevad selles ribas. Maa selle riba lähedastes punktides on näha osaline päikesevarjutus, kus terve Päikese ketas ei ole kaetud Kuuga; eemaldudes veel kaugemale sellest ribast, me juba ei näe mingisugust päikesevarjutust ja Kuu möödub Päikesest, teda varjamata.

Kuid sellega ei piirdu Päikese varjutuse nähete mitmekesidus Maa elanikele. Me teame, et Kuu liigub Maa ümber mööda orbiiti, mille ühes fookuses on Maa, ja sel põhjusel kaugus Maalt Kuuni muutub. Sellest järgneb, et Kuu suurus ja tema kaugus Maast on sellised, et kui Kuu läbib Päikese ja Maa vahelt, olles oma orbiidi Maale lähemas osas, siis Kuu varju koonus (tema pikkus, või kõrgus on umbes 375 000 km) saavutab Maad ja sel

juhtumil kitsal ribal Maa pinnal on näha Päikese täieline varjutus. Kui aga Kuu asetseb Päikese ja Maa vahel, olles oma orbiidi Maast kaugeimas osas, siis varju koonus ei saavuta Maad (joon. 55), ja vastaval kitsal ribal Maal on näha *rõnga kujuline* Päikese varjutus: Kuu ketas ei kata tervet Päikese ketast ja Maal on näha Päikese kitsas rõngas, mis piirab Kuu valgustamata, Päikese peal olevat ketast.

Sellel Kuu orbiidi tasapinna ühtumise eeldusel maakera orbiidi tasapinnaga igal täiskuul peab Kuu tingimata läbima Maa varjukoonuse (tema pikkus, või kõrgus on umbes 1 380 000 km) ja olema Kuu varjutus. Seejuures on mõistetav, et Kuu varjutus on nähtav kõikidele Maa elanikele, kes asuvad tema valgustamata osas, s. t. nendele, kel antud momendil on öö. Nähtus kestab niikaua, kuni Kuu omaliikumise tõttu mööda orbiiti väljub maakera varjukoonusest.



Joon. 55.

Niiviisi, kui Kuu orbiidi tasapind ühtuks maakera orbiidiga, siis iga noorkuu ajal oleks päikesevarjutus, kas täieline või rõngakujuline, mis oleks nähtav ainult maakera kitsa riba elanikele, ja iga täiskuu ajal oleks Kuu varjutus, mis oleks nähtav üheaegselt Maa poolkera kõigile elanikele.

Kuid tõeliselt, nagu me teame, on Kuu orbiit kallutatud Maa orbiidile 5^0 nurga all, ja sellepärast võib juhtuda, et Kuu läbib Päikese ja Maa vahet, olles oma orbiidi selles osas, mis on Maa orbiidist kõrgemal või madalamal; sel puhul Kuu võib mööduda väljaspoolt maakera varjukoonust ja tema oma varjukoonus ei satu Maale ning mingisugust varjutust ei teki.

Kui aga Kuu, liikudes mööda oma orbiiti, läbib Maa ja Päikese vahelt, olles ühes oma sõlmpunktidest, siis tekivad soodsad tingimused Kuu ja Päikese varjutusteks.

Kuna diameeter koonusel, millesse peab tulema Kuu selleks, et toimuks Päikese või Kuu varjutus (joon. 54, *ab* või *a'b'*), on suurem Kuu diameetrist, siis sellisel korral mitte ainult sõlmedes,

vaid neile lähedastes orbiidi punktides, tekivad tingimused, milliseil varjutus võib esineda; ja et koonuse diameeter $ab > a'b'$, siis tekivad tihemini päikese- kui kuuvarjutuste tingimused. Seepärast esinevad tihemini Päikese varjutused, kuid ühes sellega iga üksik elanik Maal näeb tihemini Kuu varjutust.

Kandes need nähted tõelikkusest, nagu me neid vaatlesime, üle sfäärile, peame kahtlematult järeldama, et Päikese varjutus võib tekkida siis, kui Päike ja Kuu asetsevad sfääril ühes punktis, s. o. siis, kui mõlemate taevakehade deklinatsioon ja otsetõus on omavahel võrdsed, $\delta_P = \delta_K$ ja $\alpha_P = \alpha_K$; Kuu varjutus tekib aga siis, kui Päike ja Kuu asetsevad sfääri diameetri vastaspunktides, s. o. kui $\alpha_P = \alpha_K \mp 12^h$ ja $\delta_P = \delta_K$. Need kaalutlused võimaldavad meile almanahhi käsitades määrata ligikaudselt kuu- ja päikesevarjutuse päevi.

Kooskõlastades kiiruse, millega Kuu sõlmed liiguvad mööda orbiiti, Kuu enda ümber Maa tiirlemise ja Maa ümber Päikese tiirlemise kiirusega, võime määrata varjutuste kordumise perioodi. Seda perioodi, kestusega umbes 18 aastat, märgati juba muistsete astronoomide poolt ja nimetati „saros". Selle perioodi jooksul tekib umbes 71 varjutust, millest 41 päikese- ja 30 kuuvarjutust. Keskmiselt aasta kohta tuleb 5 varjutust, maksimaalselt 7, ja minimaalselt 2; viimasel korral mõlemad on päikesevarjutused.

Varjutust nimetatakse tsentraalseks, kui Kuu tsenter läbib koonuse telje. On selge, et tsentraalsed varjutused, nii kuu- kui päikesevarjutused, on suurima kestusega. Suurim võimalik täielise päikesevarjutuse kestus (kui Maa on apogees, s. o. suurimas kauguses Päikesest, Kuu aga lähimal Maale) on umbes $7^m\,40^s$. Varju ringi diameeter Maal sel korral on umbes 270 km.

Maakera varju koonuse läbimõõt, mille Kuu oma varjutusel läbib, on ligikaudu 9200 km, mis on umbes 2,7 Kuu diameetrit, ja suurim täielise kuuvarjutuse kestus võib olla umbes $1^h,8$.

Peatükk IV.

AJAST.

§ 29. TÄHE-ÖÖPÄEV. TÄHEAEG. AJA PÕHIVALEM.

Mõiste ajast on põhimõiste ja nagu ruumigi mõiste ei nõua üksikasjalikumat selgitust.

Me teame, et see teadmine on meile sisendatud looduselt, et aja mõiste on möödapääsematult ja katkestamatult seotud kujut-

lusega liikumisest. Inimese geenius konstrueeris „aja masina" — kella, mille osutite vahetpidamata liikumine annab piltliku kujutuse kiiresti voolavast ajast. Kõikidele on teada, et kella peamiseks väärtuseks on tema ühtlane käik, s. o. liikumine; ja kõikidele on samuti teada, et ei ole ja ei saagi ehitada niisugust kella, mille liikumine oleks absoluutselt õige ja ühtlane.

Kuid niisugune kell on siiski olemas, kuigi ta ei ole vabrikute mehaanilise tegevuse saadus, vaid on tekkinud looduses endas: see on Maa pöörlemine ümber oma telje, või taevasfääri pöörlemine liikumatu Maa ümber, mis toimub täiesti ühtlase nurkkiirusega, ning pöörlev Maa on ise looduslikuks, erakorraliselt õigeks kellaks.

Sel põhjusel Maa ühe täisringi pöörlemise kestus ümber oma telje, või taevasfääri ühe täisringi pöörlemise kestus ümber Maa ühes kõikide taevakehadega, punktidega ja ringidega, võetaksegi ajaühikuks ja nimetatakse *tähe-ööpäevaks*; selle ühikuga ja tema vähemate alljaotustega võib mõõta mitmesuguseid ajavahemikke.

Tähe-ööpäeva kestus on kergesti määratav vaatlustest, tarvitseb ainult ära mõõta ajavahemik ükskõik mis tähe või sfääri mõne teise liikumatu punkti kahe üksteisele järgneva ülemise või alumise kulminatsiooni vahel.

Vähemate ajavahemikkude sobivamaks hindamiseks ja mõõtmiseks tähe-ööpäev jagatakse 24 *tähetunniks*, iga tähetund omakorda 60 *täheminutiks* ja iga täheminut 60 *tähesekundiks*, nende edasiste kümnendikjaotustega.

Olles määranud ajamõõtmise ühiku, peab ühes sellega määrama ka, missugune moment nimelt tuleb võtta tähe ööpäeva alguseks.

Tähe-ööpäeva alguseks igas kohas maakeral *võetakse kevadpunkti* (♈) *ülemise kulminatsiooni moment* selles kohas. Edaspidi selgub, et tähe ööpäeva alguse momendi määramine just kevadpunkti (♈), mitte aga mõne teise tähe abil, annab olulisi paremusi.

Niiviisi lõplikus formuleeringus *tähe-ööpäevaks nimetatakse ajavahemikku kevadpunkti kahe teineteisele järgneva ülemise kulminatsiooni vahel*, kusjuures tähe-ööpäeva alguseks võetakse just selle punkti ülemise kulminatsiooni moment [1].

---

[1] Kuna pretsessiooni tõttu punkt ♈ ei jää sfääril täiesti liikumatuks, vaid nihkub sfääri ööpäevase pöörlemise suunas 50″,2 aastas, või 50″,2 : 365 = = 0″,14 ööpäeva jooksul, siis ka tähe-ööpäeva pikkus, arvatud punkti ♈ liikumisest, on 0″,14 : 15 = 0^s,009 lühem sfääri täistiiru ajast.

Tähetundide, -minutite ja -sekundite arv, mis on möödunud tähe-ööpäeva alguse momendist kuni antud füüsilise momendini, nimetatakse täheajaks antud momendil.

Täheaeg märgitakse alati tähega S; näiteks $S = 7^h\,25^m\,17^s$.

Kuna kevadpunkti (Υ) tunninurk ühe tähe-ööpäeva jooksul muutub ühtlaselt 0^0 kuni 360^0, siis selle tunninurga suurus võib olla ajavahemiku hindamiseks, mis on möödunud tähe-ööpäeva algusest, s. o. täheaja mõõtmiseks. Sel põhjal täheajaks S nimetatakse ka kevadpunkti West-tunninurka.

Punkti Υ ülemise kulminatsiooni momendil täheaeg $S = 0^h$ (tähe-ööpäeva algus) ja ühes sellega ka $t_{kp.} = 0^0$; 1 tähetunni pärast $S = 1^h$ ja $t_{kp.} \frac{360^0}{24} = 15^0$, kahe tähetunni pärast $S = 2^h$ ja $t_{kp.} = 30^0$ jne., ja iga tähetunni jooksul $t_{kp.}$ suureneb 15^0. Punkti Υ alumise kulminatsiooni momendil tema tunninurk võrdub 180^0 ja $S = 12^h$. Siit nähtub, et tunninurka, mis on mõõdetav ekvaatori kaarega ja väljendatav sisuliselt kraadides, võib väljendada ka ajamõõdus, väljudes sellest, et tunninurga 360^0 vastavad 24 tunnile ajas.

On selge, et mistahes tähe tunninurka, kui ekvaatori kaart, võib väljendada sel põhjusel ajamõõdus; ta muidugi ei kujuta täheaega antud momendil, vaid jääb lihtsalt taevakeha tunninurgaks.

Seda kahesugust väljendust, kraadides ja tundides, võib kasutada nii West- kui ka Ost-tunninurkade juures. Näiteks, kui taevakeha W-tunninurk võrdub 300^0 (või 60^0 Ost), siis ka ajamõõdus ta väljendub kas 20^h W või 4^h Ost. Sel põhjusel võib ka taevakehade otsetõuse, mis on samuti mõõdetavad ekvaatori kaarega, väljendada, ja harilikult väljendataksegi, ajamõõdus. Lõpuks, samal alusel geograafilisi pikkusi, kui ekvaatori kaari, võib samuti väljendada ajamõõdus.

Astronoomiliste ülesannete lahendamise praktikas tuleb tegemist teha kraadi- ja ajamõõdus väljendatud kaarte ja nurkadega ja neid muundada ühest mõõdust teise. Selleks võib kasutada järgnevaid vastavusi:

$$\left.\begin{array}{rcrl} 24^h & \text{ajas} & = & 360^0 \text{ kaares} \\ 1^h & \text{„} & = & 15^0 \text{ „} \\ 1^m & \text{„} & = & 15' \text{ „} \\ 1^s & \text{„} & = & 0',25 \text{ „} \end{array}\right\} \text{ ja vastupidi} \left\{\begin{array}{rcrl} 360^0 & \text{kaares} & = & 24^h \text{ ajas} \\ 15^0 & \text{„} & = & 1^h \text{ „} \\ 1^0 & \text{„} & = & {}^1/_{15}{}^h = 4^m \\ 1' & \text{„} & = & {}^1/_{15}{}^m = 4^s \\ 0',1 & \text{„} & = & 0^s,4. \end{array}\right.$$

Nendest vahekordadest nähtub, et

a) nurga või kaare muundamiseks kraadimõõdust ajaks tuleb:

1) kraadid jagada 15-ga, jagatis annab täistunnid;
2) jagamise jäägi kraadid korrutada 4-ga ja liita minutite (′) jagamisel 15-ga saadud jagatisega, summa annab minutid (aja);
3) minutite (′) 15-ga jagamise jääk korrutada 4-ga, ja murruosa jätta ära; resultaat annab sekundid (aja);

b) nurga või kaare muundamiseks ajamõõdust kraadimõõduks tuleb:

1) tunnid korrutada 15-ga ja liita minutite jagamisel 4-ga saadud jagatisega, saame nurga kraadid;
2) minutite (aja) jagamisel 4-ga saadud jääk korrutada 15-ga ja liita jagatis, mis on saadud sekundite (aja) jagamisel 4-ga, võetud 0′,1 täpsusega, saame kraadi minutid kümnendikkudega.

Märgime, et edaspidi tunninurk on vajalik alati täpsusega kuni 1 ajasekund või 0′,1 (kraadi) ja mitte kunagi täpsemalt.

Näiteid:

Muundada ajamõõduks täpsusega kuni 1 sek.

t	*Vastus*
$64^{0}15',3$	$4^{h}17^{m}\ 1^{s}$
$167^{0}41',5$	$11^{h}10^{m}46^{s}$
$329^{0}\ 2',0$	$21^{h}56^{m}\ 8^{s}$
$215^{0}34',8$	$14^{h}22^{m}19^{s}$
$101^{0}\ 9',7$	$6^{h}44^{m}39^{s}$
$244^{0}59',3$	$16^{h}19^{m}57^{s}$
$7^{0}14',2$	$0^{h}28^{m}57^{s}$
$301^{0}29',7$	$20^{h}\ 5^{m}59^{s}$

Muundada kraadimõõduks kuni 0′,1 täpsusega

t	*Vastus*
$3^{h}29^{m}15^{s}$	$52^{0}18',8$
$10^{h}\ 5^{m}56^{s}$	$151^{0}29',0$
$22^{h}53^{m}47^{s}$	$343^{0}26',8$
$17^{h}17^{m}17^{s}$	$259^{0}19',2$
$0^{h}49^{m}56^{s}$	$12^{0}29',0$
$7^{h}\ 0^{m}\ 4^{s}$	$105^{0}\ 1',0$
$23^{h}59^{m}37^{s}$	$359^{0}54',2$
$14^{h}16^{m}21^{s}$	$214^{0}\ 5',2$

Arvutamiste hõlbustamiseks on 1943. a. Meretabelites eritabelid, millede ehitus on väga lihtne ega nõua selgitamist.

Joonisest 56 võib näha, et punkti Υ tunninurga, s. o. täheaja S, mistahes taevakeha tunninurga t ja sama taevakeha otsetõusu α vahel on lihtne, kuid astronoomias väga tähtis suhe, nimelt

$$S = t + \alpha.$$

See on põhivalem ja loetakse nii:

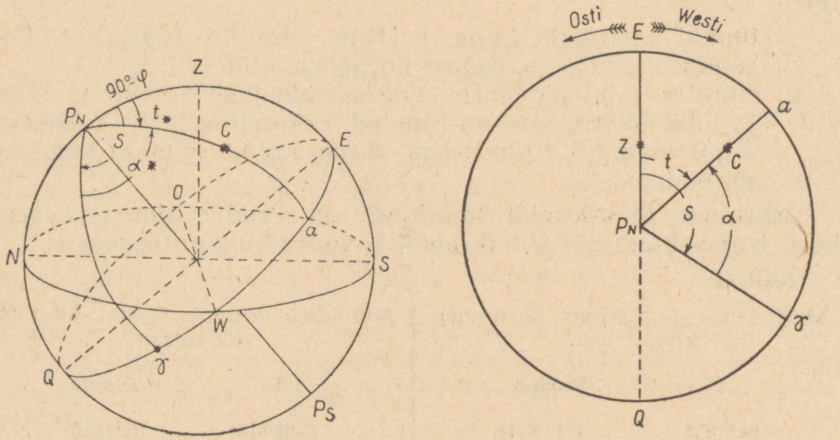
täheaeg antud momendil võrdub mistahes tähe tunninurga ja otsetõusu summaga.

Valemis esinev tunninurk on alati harilik, s. t. W-, mitte kunagi O-tunninurk.

Võib juhtuda, et mingisuguse taevakeha $t + \alpha$ summa on üle 24^h (või 360^0), nagu see on näidatud joon. 57. Sel korral saab samast joonisest

$$S = t - \angle\, aP\gamma = t - (24^h - \alpha) = t + \alpha - 24^h,$$

s. o. sel korral täheaja S saamiseks tuleb $(t + \alpha)$ summast lihtsalt lahutada 24^h.



Joon. 56.

Kujutleme endale kella, mis on reguleeritud nii, et ta pendel teeb täpselt $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86\,400$ võnget ühe tähe-ööpäeva jooksul; selle kella või kronomeetri kohta me ütleme, et ta käib „täheaja järgi". Kui seejuures selle kella osutid on seatud nii, et tähe-ööpäeva alguse momendil nad näitavad täpselt $0^h\,0^m\,0^s$, siis niisugune kell näitab meile mistahes momendil täheaega S, s. o. $m = S$. Kui aga säärast osutite seadmist tehtud ei ole, siis ta näitamine m erineb täheajast S mõnesuguse kindla suuruse u võrra, mida nimetatakse kella õienduseks, ja siis $m + u = S$.

Kui niisuguse kella järgi märkida mingisuguse tähe ülemise kulminatsiooni moment, ja selle tähe otsetõus on teada, ja võttes arvesse, et sel momendil $t_* = 0^h$, siis saab

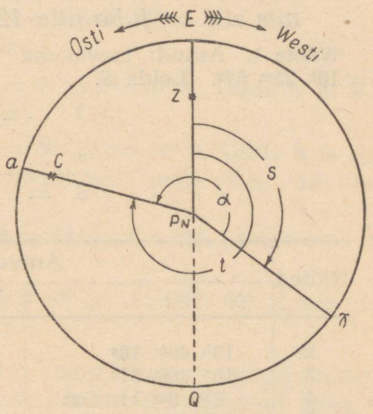
$$S = \alpha_* = m + u, \text{ kust } u = \alpha_* - m.$$

Teades aga kella õiendust, on kerge samadest vaatlustest taevakehade ülemisel ($t = 0^h$) või alumisel ($t = 12^h$) kulminatsioonil leida samade taevakehade otsetõuse α, sest et:

ülemisel kulminatsioonil $\alpha = S = m + u$
alumisel kulminatsioonil $\alpha = S \mp 12^h = m + u \mp 12^h$.

Sellisel teel määrataksegi observatooriumides suurima täpsusega taevakehade otsetõusud.

Täheaega S ja kella õiendust u, või taevakeha otsetõusu α võib leida taevakeha vaatlustest mitte ainult tema ülemise või alumise kulminatsiooni momendil, vaid ka mistahes vahepealsel, milleks on vaja mingisuguse nurgamõõdu-instrumendiga mõõta taevakeha kõrgus h ja seejuures märkida moment m kella järgi. Oletades, et taevakeha deklinatsioon δ ja vaatleja laius φ on teada, on lihtne taevakeha polaarkolmnurgast arvutada ka taevakeha tunninurk t vaatluste momendil; kui vaadeldud taevakeha otsetõus on teada, siis $t + \alpha = S = m + u$, siit $u = t + \alpha - m$; kui aga taevakeha α ei ole teada, kuid on teada u, siis $m + u = S = t + \alpha$, siit $\alpha = m + u - t$.



Joon. 57.

Peale kõige täheaja kohta öeldu on mõistetav, mispärast täheööpäeva algust ja täheaega loetakse nimelt punkti ♈ ja tema tunninurga järgi: on küllaldane teada selle punkti tunninurka, s. o. täheaega ja mingisuguse tähe otsetõusu (α) — kõikide taevakehade otsetõusud aga on antud erilistes astronoomilistes tabelites —, et leida selle taevakeha tunninurka. Ja just seda liiki küsimustega tulebki tegelda enamikus astronoomilistest ülesannetest.

Alamal tuuakse mõned näited aja põhivalemi analüütiliseks ja graafiliseks käsitamiseks.

Kõikide nende ülesannete lahendamisel peab pidama meeles:

1) *Põhivalem eeldab tingimata taevakeha W-tunninurka; seepärast, kui ülesandes antakse taevakeha O-tunninurk, siis*

teda tuleb esmalt muuta W-tunninurgaks, ja juba viimane võtta valemisse.

2) *Kui* $(t + \alpha)$ *summa ületab* 24^h, *siis tuleb sellest lahutada* 24^h, *ning saame täheaja S.*

3) *Kui t arvutamisel valemi järgi* $t = S - \alpha$ *selgub, et* $\alpha > S$, *siis väärtusele S tuleb liita* 24^h *ja siis lahutada* α; *sel viisil arvutatud tunninurk on endastmõistetavalt W-tunninurk.*

4) *Kui valemi järgi arvutatud W-tunninurk osutub suuremaks* 12^h, *siis teda võib, ja isegi peab muutma O-tunninurgaks, mis siis on juba alla* 12^h.

Näide 1. Antud: taevakeha $t = 7^h\ 5^m\ 20^s$, sama taevakeha otsetõus $\alpha = 10^h\ 25^m\ 57^s$. Leida *S*.

t	....	$7^h\ 5^m\ 20^s$
	+	
α	....	$10^h\ 25^m\ 57^s$
S	=	$17^h\ 31^m\ 17^s$.

Näited	Antud		Leida *S*.
	t	α	Vastus:
2	$13^h\ 49^m\ 18^s$	$9^h\ 23^m\ 56^s$	$23^h\ 13^m\ 14^s$
3	$19^h\ 30^m\ 51^s$	$17^h\ 8^m\ 23^s$	$12^h\ 39^m\ 14^s$
4	$7^h\ 9^m\ 11^s$ Ost	$3^h\ 43^m\ 9^s$	$20^h\ 33^m\ 58^s$
5	$10^h\ 37^m\ 18^s$ Ost	$22^h\ 51^m\ 29^s$	$12^h\ 14^m\ 11^s$

Näide 6. Antud: $S = 17^h\ 43^m\ 12^s$; $\alpha = 4^h\ 31^m\ 54^s$. Leida *t*.

S	....	$17^h\ 43^m\ 12^s$
α	....	$4^h\ 31^m\ 54^s$
t	=	$13^h\ 11^m\ 18^s$ W $= 10^h\ 48^m\ 42^s$ Ost.

Näited	Antud		Leida
	S	α	Vastus:
7	$22^h\ 11^m\ 52^s$	$10^h\ 59^m\ 27^s$	$11^h\ 12^m\ 25^s$
8	$3^h\ 41^m\ 27^s$	$18^h\ 34^m\ 32^s$	$9^h\ 6^m\ 55^s$
9	$9^h\ 33^m\ 18^s$	$13^h\ 21^m\ 30^s$	$3^h\ 48^m\ 12^s$
10	$1^h\ 10^m\ 15^s$	$3^h\ 8^m\ 57^s$	$1^h\ 58^m\ 42^s$

Näide 11. Antud: $\varphi = 50^0$ N; $\alpha = 6^h\ 20^m$; $h = 40^0$ ja $A =$ SW 70^0. Missugune on täheaeg *S* sel momendil?

Vahepealne lahendamine: $t \cong 50^0 = 3^h\ 20^m$ .... jooniselt.

Vastus: $S = t + \alpha \cong 9^h\ 40^m$.

Näide 12. Antud: $\varphi = 25^0$ N; $\alpha = 16^h$; $h = 10^0$ ja $A =$ NO 50^0. Leida S sel momendil.

Vastus: $S \cong 10^h$.

Näide 13. Antud: $\varphi = 10^0$ S; $\alpha = 21^h$; $h = 50^0$ ja $A =$ SW 30^0. Leida S sel momendil.

Vastus: $S \cong 23^h{,}5$.

Näide 14. Antud: $\varphi = 40^0$ S; täheaeg $S = 13^h$. Missugune on taevakeha kõrgus h ja asimuut A, mille $\alpha = 9^h{,}5$ ja $\delta = 10^0$ S?

Vahepealne lahendamine: $t = S - \alpha = 3^h{,}5$ W.

Vastus: $h \cong 40^0$; $A \cong$ NW 75^0.

Näide 15. Antud: $\varphi = 70^0$ N; $S = 1^h$; $\alpha = 6^h$ ja $\delta = 60^0$ N. Leida h ja A.

Vastus: $h \cong 60^0$; $A \cong$ NO 60^0.

Näide 16. Antud: $\varphi = 30^0$ S; $S = 11^h$; $\alpha = 18^h$ ja $\delta = 40^0$ N. Leida h ja A.

Vastus: taevakeha on horisondi all, tema $h \cong -25^0$ ja $A \cong$ NO 55^0.

Näide 17. Antud: $\varphi = 20^0$ N; $S = 20^h$; $h = 50^0$ ja $A = 90^0$. Leida α.

Vastus: $\alpha \cong 1^h{,}5$.

Näide 18. Antud: $\varphi = 45^0$ S; $S = 9^h$; $h = 10^0$ ja $A =$ NW 40^0. Leida α.

Vastus: $\alpha \cong 12^h{,}5$.

Täheaega harilikus elus ei kasutata, kuna inimese igapäevane elu on korraldatud Päikese järgi, seoses tema öö-päevase liikumisega, tähe-ööpäeva algus aga tuleb, nagu seda näeme eespool, aasta jooksul mitmesugustel öö ja päeva tundidel. Täheaeg leiab laialdast käsitlemist ainult observatooriumides, mitmesuguste astronoomiliste ülesannete lahendamisel.

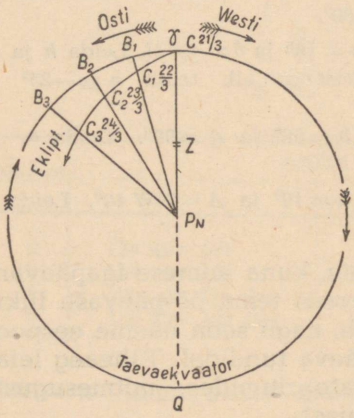
§ 30. PÄIKESE-ÖÖPÄEV.

Nagu teada, Päike, liikudes omaliikumisel mööda ekliptikat, tuleb 21. märtsil kevadpunkti ♈ ja sel päeval ta kulmineerub ülemisel kulminatsioonil ühel ajal kevadpunktiga.

Kuna Päikese ülemise kulminatsiooni momenti igapäevases elus nimetatakse keskpäevaks, kevadpunkti ♈ ülemise kulminatsiooni moment aga määrab, nagu juba mainisime eelmises paragrahvis, tähe-ööpäeva algust, siis võime õigusega järeldada, et kevadisel pööripäeval tähe-ööpäev algab keskpäeval. Oeldu on kujutatud joon. 58: punktis C Päike ja kevadpunkt ♈ ühtuvad ja kulmineerivad üheaegselt.

Taevasfääri täistiiru, või tähe-ööpäeva jooksul, omaliikumise tõttu, mis toimub vastupidi ööpäevasele liikumisele, Päike nihkub ekliptikal punktist C (♈) punkti C_1 ja kui punkt ♈ tuleb

uuesti vaatleja meridiaanile ning lõpeb tähe-ööpäev, on Päike punktis C_1 ega ole veel jõudnud vaatleja meridiaanini nurga ΥPB võrra ja 22. märtsi keskpäev ei ole veel saabunud, ehk teisiti, 22. märtsil uus tähe-ööpäev algab mõnesuguse aja võrra (umbes 4^m) enne keskpäeva, ja et Päikese liikumine mööda ekliptikat toimub vahetpidamata päev-päevalt, siis, järelikult, iga järgnev tähe-ööpäev algab ikka varemalt ja varemalt: 3 kuu pärast, s. o. 22. juunil, tähe-ööpäeva algus on hommikul, poole aasta pärast — kesköö1, 9 kuu pärast — õhtul, ja aasta pärast on uuesti keskpäeval.



Joon. 58.

On selge, et hariliku elu ja töö korraldamine tähe-ööpäeva ja täheaja järgi on äärmiselt sobimatu ja isegi tülikas ja just sellepärast tähe-ööpäev ja täheaeg leiavad käsitamist ainult astronoomilistes küsimustes; igapäevast elu peab aga korraldama Päikese järgi.

Siit loomulikult tekib küsimus „päikese-ööpäevast", kui ajavahemikust Päikese kahe teineteisele järgneva samanimelise (ülemise või alumise) kulminatsiooni vahel, kusjuures päikese-võitõelise ööpäeva alguseks loetakse Päikese alumise kulminatsiooni momenti, s. o. kesköö d.

Päikese-ööpäev on sobiv igapäevases elus ainult siis, kui ta kestus päevast-päeva on üks ja seesama, s. t. et ta on püsiv.

Joon. 58 kaared ΥB_1, B_1B_2, B_2B_3 jne. kujutavad mööda ekliptikat liikuva Päikese ööpäevaste otsetõusude muutumist, kus kaared CC_1, C_1C_2, C_2C_3 jne. kujutavad tema nihkumise ööpäevast suurust mööda ekliptikat.

See joonis ja ülemalöeldu lubavad teha järgmise järelduse:

1) tõeline ööpäev on pikem tähe-ööpäevast;

2) selleks, et tõeline ööpäev oleks alati ühe ja sama suuruse võrra pikem tähe-ööpäevast, ja omaks samuti kui tähe-ööpäev püsivat kestust, on vajalik, et Päikese otsetõusu ööpäevased muutumised oleksid alati omavahel võrdsed, s. o. et $\Upsilon B_1 = B_1B_2 = \ldots$ oleks konstantne kogu aasta jooksul.

Kuid § 27 oli selgitatud, et Päikese otsetõus muutub aasta jooksul ebaühtlaselt, ja ööpäevased $\Delta\alpha_P$ muutumised kõiguvad $66',6 = 4^m26^s$ kuni $53',8 = 3^m35^s$; järelikult tõelise ööpäeva pikkus aasta jooksul ei ole püsiv ja kõige pikema ja kõige lühema tõelise öö-päeva vahe küünib suuruseni $4^m26^s - 3^m35^s = 51^s$, s. o. peaaegu 1 minutini. Praktiline tõelise ööpäeva sobimatus seisneb veel selles, et on äärmiselt raske valmistada säärast kella, mis päevast-päeva ja iseseisvalt muudaks oma käiku nii, et iga tõelise ööpäeva jooksul käiks täpselt 24 tundi. Peale selle tõeline ööpäev, olles aasta jooksul muutliku pikkusega, ei saa olla ajamõõtmise ühikuks.

§ 31. KESKMINE ÖÖPÄEV. KESKMINE PÄIKE. KESKMINE AEG.

Keskmiseks ööpäevaks nimetatakse keskmist kõigist tõelistest ööpäevadest ühe aasta jooksul; siit on mõistetav, et ööpäevade arv aastas võrdub tõeliste ööpäevade arvuga ja et keskmise ööpäeva pikkus on püsiv suurus ja see viimane kaalutlus lubabki võtta keskmise ööpäeva pikkust ajamõõtmise ühikuks. Eespool-öeldust aga on selge, et keskmine ööpäev on ligi 4^m pikem tähe-ööpäevast. Keskmine ööpäev jagatakse 24 keskmiseks tunniks, iga keskmine tund 60 keskmiseks minutiks, minut 60 keskmiseks sekundiks.

Et keskmist ööpäeva kasutada igapäevases elus ajamõõtmise ühikuna ja selleks, et aega arvata mitte tõeliste, vaid keskmiste ööpäevadega, on igal juhul vajalik, et keskmise ööpäeva algus oleks alati tõelise ööpäeva alguse lähedal.

Suurima lihtsuse ja hõlpsusega võib keskmine ööpäev olla taastatud mõninga kujuteldava punkti abil sfääril, mis aja arvamiseks just kui asendaks tõelist Päikest. On mõistetav, et see fiktiivne punkt ei saa jääda sfääril liikumatuks ja tema omaliikumine peab olema allutatud järgmistele tingimustele:

1. Omaliikumisel see punkt liigub mööda ekvaatorit vastupidi sfääri ööpäevasele pöörlemisele, s. o. samale poole Päikese omaliikumisega mööda ekliptikat. Seetõttu muutub vahet pidamata selle punkti otsetõus.
2. Selle punkti omaliikumise kiirus mööda ekvaatorit on püsiv, mille tõttu tema otsetõusu ööpäevane muutumine on püsiv suurus.
3. Selle punkti ühtlane omaliikumise kiirus mööda ekvaatorit võrdub tõelise Päikese liikumise keskmise kiirusega mööda ekliptikat.

Sel põhjusel see punkt muudab oma otsetõusu 360^0 võrra sama ajavahemiku jooksul, mil tõeline Päike muudab pikkust samuti 360^0 võrra.

4. Selle punkti meridiaan aastase liikumise jooksul ei pea tunduvalt eemalduma tõelise Päikese meridiaanist, milleks see fiktiivne punkt peab vastama järgmistele tingimustele: tema otsetõus peab võrduma tõelise Päikese pikkusega viimase perigeesoleku ajal, s. o. umbes 1. jaanuaril (perigee pikkus — 281^0). Selle tingimuse täitmisel selgub, et 4 korda aastas, ja nimelt umbes 15. 04., 14. 06., 1. 09. ja 25. 12., selle fiktiivse punkti ja tõelise Päikese meridiaanid ühtuvad; vahepoolsetel päevadel aga need meridiaanid on teineteisele lähedal.

Seda fiktiivset, kujuteldavat punkti nimetatakse *keskmiseks Päikeseks*.

Keskmiseks ööpäevaks võib nüüd nimetada ajavahemikku keskmise Päikese kahe teineteisele järgneva samanimelise kulminatsiooni vahel, kusjuures keskmise ööpäeva alguseks võetakse keskmise Päikese alumise kulminatsiooni moment; keskmine ööpäev, nagu ülemal märgitud, jagatakse keskmisteks tundideks, keskmisteks minutiteks ja keskmisteks sekunditeks.

Keskmiseks ajaks antud momendil nimetatakse keskmiste tundide, minutite ja sekundite arvu, mis on möödunud keskmise ööpäeva algusest kuni antud momendini.

Keskmist aega märgitakse tähega T.

Kuna keskmise Päikese ühtlase liikumise tõttu mööda ekvaatorit tema tunninurk muutub sfääri ööpäevasel pöörlemisel samuti ühtlaselt $\frac{360^0}{24} = 15^0$ igas tunnis, siis selle tunninurga suurus võib olla keskmise aja mõõduks; seepärast neid ekvaatori kaarega kraadides mõõdetavaid tunninurki võib väljendada ka ajas: 1 tund $= 15^0$. Et tunninurki loetakse vaatleja ülemisest meridiaanist ja tunninurk ülemise kulminatsiooni momendil on 0^0, keskmise ööpäeva algust ($T = 0^h$) aga arvatakse keskmise Päikese alumise kulminatsiooni momendist, kui tunninurk on 180^0 või 12^h, siis

$$T = t_{kP} \mp 12^h$$

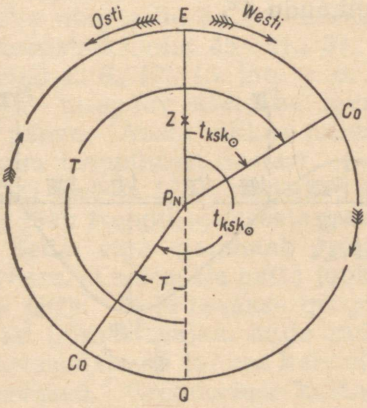
s. o. keskmine aeg võrdub alati keskmise Päikese W-tunninurgaga $\mp$ 12 tundi, mis nähtub ka joon. 59.

Selles valemis märgid pluss ja miinus tuleb võtta arvestusega, et saada $T > 0^h$, kuid $< 24^h$.

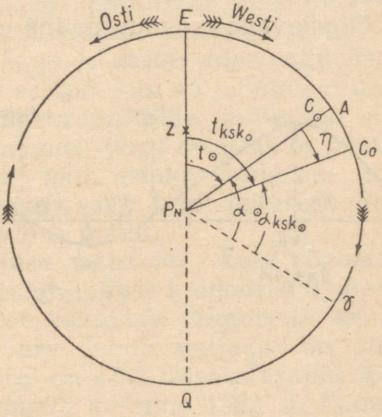
Öeldust selgub, et vaatleja alumisest meridiaanist loetud keskmise Päikese tunninurk kujutab keskmist aega, mis on ajamõõ-

dus väljendatud nurk vaatleja alumise meridiaani ja keskmise Päikese meridiaani vahel, loetud mööda ekvaatori kaart sfääri ööpäevase pöörlemise suunas.

Nurka CP_nC_0 tõelise ja keskmise Päikese meridiaani vahel, või sellele vastavat ekvaatori kaart AC_0 (joon. 60), nimetatakse ajavõrrandiks (η). Ajavõrrand on +, kui keskmise Päikese meridiaani PC_0 on tõelisest Päikese meridiaanist ees, nagu joon. 60, ja märgiga — nende meridiaanide vastupidise asetuse korral.



Joon. 59.



Joon. 60.

Joonisest nähtub, et

$$\eta = \alpha_P - \alpha_{kP} = t_{kP} - t_P$$

s. o. ajavõrrand on keskmise ja tõelise Päikese otsetõusude vahe või tõelise ja keskmise Päikese tunninurkade vahe.

Muutudes 4 korda aastas nulliks, ajavõrrand saavutab oma suurima väärtuse $+ 14^m,4$ umbes 12. veebruaril, ja suurima $- 16^m,4$ 3. novembri ümber; ajavõrrandi muutumine on piltlikult kujutatud joonisel 61.

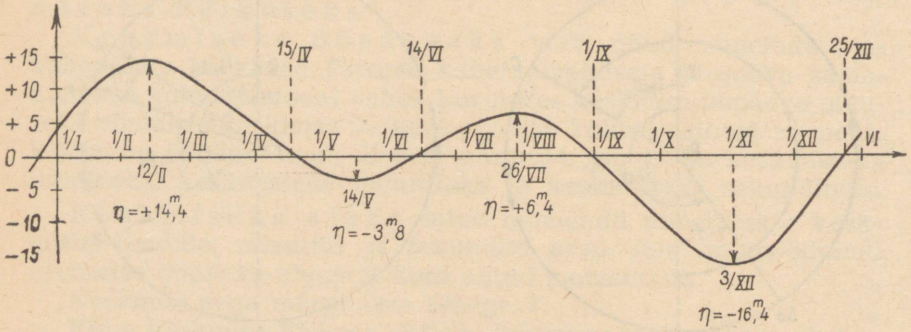
Me võtsime oma ööpäeva alguseks keskmise Päikese alumise kulminatsioonimomendi, seega sidusime ajaarvamise antud kohaga (koha meridiaaniga). Kui seame kella nõnda, et ta näitab $0^h0^m0^s$ keskmise Päikese alumises ja $12^h0^m0^s$ tema ülemises kulminatsioonis, siis see kell näitab kohalikku „keskmist" aega.

Igapäevase elu ja tegevuse korraldamine keskmise aja järgi ei tekita mingeid raskusi ega ebamugavusi, sest et kõrvalekaldumine tõelisest Päikese ajast küünib maksimaalselt 16^m, s. o. umbes $^1/_4$ tundi.

Mõningais tegelikes küsimusis tekib vajadus ligikaudses, kuid kiires antud päeva α_{kP} arvutamises ning selleks võib võtta:

21. 03 . . . . . $\alpha_{kP} = 0^h$
22. 06 . . . . . $\alpha_{kP} = 6^h$
23. 09 . . . . . $\alpha_{kP} = 12^h$
22. 12 . . . . . $\alpha_{kP} = 18^h$

Ööpäevane α_{kP} muutumine on ligikaudu 4^m.



Joon. 61.

Täpseks α_{kP} saamiseks mistahes momendil aga kasutame Astronoomilist aastaraamatut (almanahhi).

§ 32. AASTAD.

Suuremate ajavahemikkude mõõtmiseks ööpäev osutub liiga väikeseks ja juba vanast ajast kasutatakse selleks suuremaid ajaühikuid — aastaid.

Ajavahemikku, mille jooksul Päike teeb mööda ekliptikat tähtede suhtes täisringi (360^0), nimetatakse sideerilise ks aastaks. Sideerilise aasta kestus on 365,25637 keskmist ööpäeva ($365^d6^h9^m10^s$).

Troopiliseks aastaks nimetatakse ajavahemikku, mille jooksul Päike, liikudes mööda ekliptikat, muudab oma pikkust 360^0 (s. o. Päike väljub kevadpunktist ja jõuab sinna tagasi). Et aga pretsessiooni tõttu ♈ ise liigub mööda ekliptikat Päikesele vastu 50″,2 aastas, siis troopiline aasta on sideerilisest lühem.

Troopilise aasta kestus on 365,24222 keskmist ööpäeva ehk $365^d5^h48^m48^s$.

Troopiline aasta on ajaühikuna sobivam kui sideeriline aasta, sest troopilise aastaga ühes muutub ka Päikese deklinatsioon ja aastaajad algavad aastast-aastasse samadel päevadel.

Kuid ka troopiline aasta, sisaldades murdarvu (0,24222), ei ole sobiv tegelikus elus selle tõttu, et iga järgmine aasta algab ööpäeva ise tunniga. Sellepärast on tarvitusele võetud nn. kodanlik aasta, kus 3 aastat järgemööda on 365-päevased, s. o. lihtaastad, kuna neljas aasta on 366-päevane ehk lisa-aasta.

Juliuse kalendri järgi on võetud aasta pikkuseks $365^1/_4$ (365^d6^h) päeva ning selle pani kehtima Julius Caesar 46 aastat e. m. a. Lisa-aastaiks olid 45., 41., 37. ... 5. ja 1. aasta; edasi olid lisa-aastad 4., 8., 12., 16. jne., s. o. kõik aastad, mis on jagatavad neljaga. Lisapäev lisatakse juurde veebruarikuule, millel on siis 29 päeva. Aasta pikkus juliuse kalendri järgi on 0,00778 päeva pikem troopilisest aastast. See arv näib esialgu väiksena, aga ometi teeb ta $128^1/_2$ aastaga 1-päevase vea, s. t., et juliuse kalender jääb troopilisest aastast selle võrra maha.

Seda viga parandab gregooriuse kalender, kus võetakse arvesse, et neljasaja aasta jooksul tuleb juliuse kalendrist 3 päeva ära jätta. Seda tehakse gregooriuse kalendris järgmiselt: ainult need täisaastasajad, mille sadade arv jagub neljaga, on 366-päevased, kuna juliuse kalendri järgi on kõik täisaastasajad 366-päevased. Gregooriuse kalender pandi kehtima 1582. a. Rooma paavsti Gregorius XIII poolt: vana (10-päevane) viga parandati ära (325. aastal Nikea kirikukogu parandas 3-päevase vea), ja 5. oktoober 1582 loeti 15. oktoobriks. Kui kirjutame üles täisaastasajad 1600, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200, 2300, 2400, siis näeme, et nendest 1600, 2000, 2400 on 366-päevased, teised kõik aga 365-päevased.

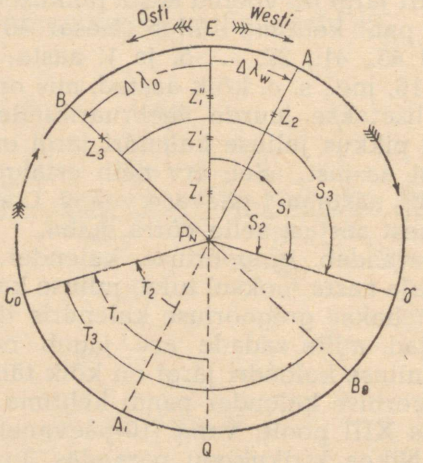
Ka gregooriuse kalender pole päris täpne. Siin kodanliku aasta ja troopilise aasta pikkuste vahe on 0,000284 päeva. Selle tõttu tekib ühepäevane viga gregooriuse kalendri järgi alles 1 : 0,000284, s. o. 3500 aasta pärast.

Meil oli vana kalender kehtiv kuni 1. veebruarini 1918. a., mil RKN-i dekreedi põhjal jäeti välja kalendrist 13 päeva ja 1. veebruar loeti 14. veebruariks.

§ 33. AJAD MITMESUGUSTEL MERIDIAANIDEL.

Joonis 62 kujutab sfääri ekvaatori tasapinnal, kus diameeter EZ_1P_nQ on vaatleja meridiaan, kelle seniit on punktis Z_1.

Märgime siinjuures, et see taevameridiaan on **vaatleja meridiaaniks** kõikidele nendele vaatlejaile, kes asuvad samal maakera meridiaanil, olgugi mitmesugustes laiustes (punktid Z_1', Z_1'' jne. on nende seniidid). Sellel meridiaanil P_nE on vaatleja ülemine, ja P_nQ — alumine kohameridiaan. Kõigile vaatlejaile Maal, kes asuvad ida (Osti) pool 1-st, vaatleja meridiaani kujutab diameeter BP_nB_1 ülemise meridiaaniga BP_n ja alumisega — B_1P_n; vaatlejaile aga, kes asuvad W pool 1-st, vaatleja meridiaani kujutab AP_nA_1.



Joon. 62.

Ekvaatori kaared BE ja AE kujutavad meridiaanide BP_n ja AP_n pikkuste vahet meridiaani EP_n suhtes. Märgime samuti, et $\smile B_1Q = \smile BE$ ja $\smile A_1Q = AE$.

Kujutagu Υ ja C_0 mistahes momendil kevadpunkti ja keskmise Päikese kohti. §-dest 29 ja 31 teame:

$\smile E\Upsilon = t_1\Upsilon$ vaatlejale meridiaanil EP_n = täheajaga sellel meridiaanil . . . . S_1.

$\smile A\Upsilon = t_2\Upsilon$ vaatlejale meridiaanil AP_n = täheajaga sellel meridiaanil . . . . S_2.

$\smile B\Upsilon = t_3\Upsilon$ vaatlejale meridiaanil BP_n = täheajaga sellel meridiaanil . . . . S_3.

Samuti ka:

$\smile Q\,C_0 = T_1 =$ keskmise ajaga meridiaanil EP_n.
$\smile A_1C_0 = T_2 =$ „ „ „ AP_n.
$\smile B_1C_0 = T_3 =$ „ „ „ BP_n.

Võttes arvesse, et $\smile BE = \Delta\lambda_0$ ja $\smile AE = \Delta\lambda_w$, võime kirjutada:

$$\left.\begin{array}{l} S_2 = S_1 - \Delta\lambda_w \\ S_3 = S_1 + \Delta\lambda_0 \end{array}\right\} \text{ samuti } \left\{\begin{array}{l} T_2 = T_1 - \Delta\lambda_w \\ T_3 = T_1 + \Delta\lambda_0 \end{array}\right\} \quad (1)$$

Siit järgneb, et igal momendil mistahes punkt Maal omab n. n. kohalikku aega, nii tähe- kui ka keskmist aega, mis erinevad samadest aegadest teises punktis nende punktide pikkuste vahe võrra.

Eeldades, et joon. 62 EP_nQ on Greenwichi meridiaan, millest arvatakse pikkused O-i ja W-i poole kuni 180°, siis $\smile BE$ ja AE kujutavad punktide $Z_3(\lambda_0)$ või $Z_2(\lambda_w)$ pikkusi Greenwichist.

Väljudes sellest valemist (1) võib kirjutada:

$$S_k = S_{Gr.} \mp \lambda_0^w \quad \text{ja} \quad T_k = T_{Gr.} \mp \lambda_0^w \quad (2)$$

Neis valemeis S_k ja T_k tähendavad kohalikku keskmist ja täheaega ja $S_{Gr.}$ ja $T_{Gr.}$ — Greenwichi tähe- ja keskmist aega.

Et mitte eksida, millise märgiga võtta pikkust valemis (2), peab pidama meeles, et ida poole on aega rohkem ja lääne poole aega vähem.

Märgime siin, et pikkused ja pikkuste vahed, nagu tunninurgadki, võivad olla väljendatud ajas, väljudes suhtest: 15° = = 1 tund.

Kuna kalendris aega arvatakse keskmiste ööpäevadega, siis keskmisele ajale, nii kohalikule kui Greenwichi ajale, tuleb lisada kuupäev. Täheajal kuupäeva ei ole ja seepärast võib täheajaga liita või lahutada 24^h, rikkumata ülesande lahendamist.

Ülalnimetatud aegade suhted mitmesugustel meridiaanidel on kehtivad üldiselt taevakehade tunninurkade kohta, s. o.

$$\left.\begin{array}{l} t_2 = t_1 - \Delta\lambda_w \\ t_3 = t_1 + \Delta\lambda_0 \end{array}\right\} \text{ või } \left\{\begin{array}{l} t_k = t_{Gr.} \mp \lambda_0^w \\ t_{Gr.} = t_k \pm \lambda_0^w \end{array}\right.$$

Need valemid tulenevad samast joon. 62, kui ainult tõmmata temal mistahes taevakeha meridiaan.

Tunninurgal kuupäeva ei ole.

Näide 1. Greenwichi keskmine aeg ($T_{Gr.}$) = $14^h5^m30^s$ 3./I; $\lambda_w = 47^0 52',5$. Leida keskmine kohalik aeg. (T_k).

$$\begin{array}{rl} T_{Gr.} = & 14^h\ 5^m\ 30^s\ 3./I \\ \lambda_w = - & 3\ 11\ 30 \\ \hline T_k = & 10^h\ 54^m\ 0^s\ 3./I \end{array}$$

Näide 2. $S_{Gr.} = 8^h52^m3^s$; $\lambda_0 = 95^0 7',3$. Leida S_k.

Vastus: $S_k = 15^h12^m32^s$.

Näide 3. $S_k = 20^h0^m$; $\lambda_0 = 102^0 53',0$. Leida $S_{Gr.}$.

Vastus: $S_{Gr.} = 13^h8^m28^s$.

Näide 4. $T_k = 9^h15^m47^s$ 5./III; $\lambda_w = 67^0 5',0$. Leida $T_{Gr.}$.

Vastus: $T_{Gr.} = 13^h44^m7^s$ 5./III.

Näide 5. Pikkuses λ'_w $47^0 5',0$ $T'_k = 19^h21^m13^s$ 13./V.

Leida T''_k $\lambda''_w = 107^0 54',0$.

Seda ülesannet on sobivam lahendada järgmiselt: T' järgi arvutada $T_{Gr.}$ ja siis $T_{Gr.}$ viia pikkusega λ'' 2-se punkti meridiaanile.

$$\begin{array}{rl} T'_k \ldots\ldots\ldots & 19^h\ 21^m\ 13^s\ 13./V \\ & + \\ \lambda'_w \ldots\ldots\ldots & 3\ 8\ 20 \\ \hline T_{Gr.} \ldots\ldots\ldots & 22\ 29\ 33\ 13./V \\ & - \\ \lambda''_w \ldots\ldots\ldots & 7\ 11\ 36 \\ \hline T''_k \ldots\ldots\ldots & 15\ 17\ 57\ 13./V. \end{array}$$

Samas korras lahendatakse ülesanne täheajaga S.

Näide 6. Pikkuses $\lambda'_w = 104^0 17',0$ $S'_k = 4^h1^m41^s$. Leida S''_k pikkuses $\lambda''_0 = 19^0 28',0$.

Vastus: $S''_k = 12^h16^m41^s$.

Näide 7. Pikkuses $\lambda'_0 = 140^0 19',0$ $S'_k = 10^h54^m17^s$. Leida S''_k pikkuses $\lambda''_w = 161^0 54',0$.

Vastus: $S''_k = 14^h45^m25^s$.

Näide 8. Leida T'_k Tokios ($\lambda'_0 = 9^h18^m10^s$), kui Leningradis ($\lambda''_0 = 2^h1^m11^s$) on keskpäev 1./II.

Vastus: $T'_k = 19^h16^m59^s$ 1./II.

Selliste ülesannete lahendamisel võib juhtuda, et aja üleviimisel ühelt meridiaanilt teisele summa $(T + \Delta\lambda)$ on $> 24^h$. On ilmne, et niisugune juhus võib juhtuda ainult pikkuste vahe puhul Osti ($\Delta\lambda_0$). Kuna keskmine aeg T näitab keskmiste tun-

dide, minutite ja sekundite arvu, mis on möödunud antud kuupäeva kesköösst, siis, kui see summa $(T + \Delta\lambda_0) > 24^h$, tuleb sellest summast lahutada 24 tundi (terve ööpäev) ja jääk kujutab järgmise kuupäeva keskmist aega T.

Võib juhtuda ka vastupidi, kui lahutatav λ^w ehk $\Delta\lambda_w$ on suurem antud keskmisest ajast. Siis tuleb antud ajale lisada 24 tundi, vähendades kuupäeva ühe võrra (just kui laenates ühe ööpäeva) ja siis lahutada λ_w ehk $\Delta\lambda_w$; saadud keskmine aeg on eelmisel kuupäeval. On selge, et niisugune juhus võib aset leida ainult pikkuste vahe puhul W-i.

Näide 9. Pikkuses $\lambda_w = 130^0 30',0$, $T_k = 20^h\ 1^m\ 42^s$ 4/III. Leida $T_{Gr.}$.

$$\begin{array}{rl} T_k = & 20^h\ 1^m\ 42^s\ 4./III \\ \lambda_w = & +8\ 42\ 0 \\ \hline T_{Gr.} = & 28^h\ 43^m\ 42^s\ 4./III = 4^h\ 43^m\ 42^s\ 5./III. \end{array}$$

Näide 10. Leida T'_k San-Franciscos $(\lambda_w = 8^h\ 9^m\ 43^s)$, kui Moskvas $(\lambda_0 = 2^h\ 30^m\ 17^s)$ $T''_k = 6^h\ 0^m\ 0^s$ 10./III.

Vastus: $T'_k = 19^h\ 20^m\ 0^s$ 9./III.

Näide 11. Leida T'_k Sidneys $(\lambda_0 = 10^h\ 4^m\ 50^s)$, kui Roomas $(\lambda_0 = 0^h\ 49^m\ 56^s)$ $T''_k = 17^h\ 11^m\ 43^s$ 31./I.

Vastus: $T'_k = 2^h\ 26^m\ 37^s$ 1./II.

Näide 12. Leida S'_k Hongkongis $(\lambda_0 = 7^h\ 36^m\ 41^s)$, kui Kiievis $(\lambda_0 = 2^h\ 2^m\ 0^s)$ $S''_k = 21^h\ 10^m\ 35^s$.

Vastus: $S'_k = 2^h\ 45^m\ 16^s$.

Et igal meridiaanil ja igal antud momendil nii keskmine kui ka täheaeg erineb samasugusest mistahes kõrvalmeridiaanil, järgneb, et sõites laevaga O-i või W-i, selleks et laevakell näitaks alati selle meridiaani õiget kohalikku aega, millel laev antud momendil asub, oleks vajalik vahet pidamata seada tema osuteid: edasi — sõites ida poole ja tagasi — sõidul lääne poole, või teisiti, kiirendada tema käiku esimesel juhul ja aeglustada — teisel.

Selle küsimuse selgendamiseks soovitame õpilastele iseseisvaks lahendamiseks alamaltoodud ülesanded:

Ülesanne 1. Laev $\varphi = 60^0$ N sõidab tõelise kursiga Ost, kiirusega 30 sõlme. Kuidas tuleb seada laevakella, et ta näitaks kohalikku aega, kui seadmist teostada 1 kord iga 3 tunni järele?

Vastus: Edasi $12^m\ 0^s$ võrra.

Ülesanne 2. Laev $\varphi = 40^0$ S sõidab tõelise kursiga West, kiirusega 40 sõlme. Kuidas tuleb laevakella seada iga 2 tunni järele?

Vastus: Tagasi $6^m\,58^s$ võrra.

Ülesanne 3. Lennuk lendab kursiga W $\varphi = 70^0$, kiirusega 200 miili tunnis. Kuidas tuleb seada kella iga tunni järele?

Vastus: Tagasi $38^m\,59^s$ iga tunni järele.

Ülesanne 4. Missuguse kiirusega peab lendama lennuk W-i paralleelil 60^0, et tema kohalik aeg üldse ei muutuks?

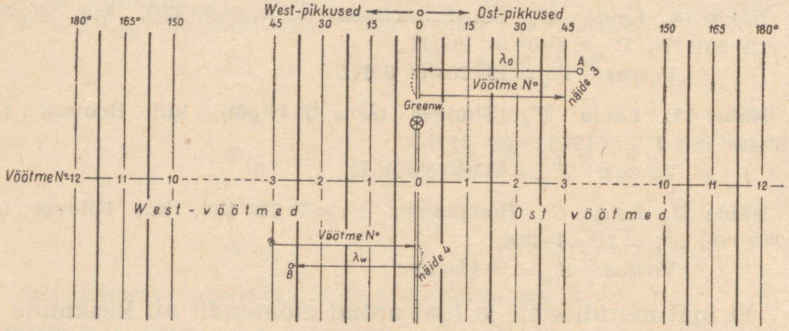
Vastus: 450 miili tunnis.

Ülesanne 5. Missuguse kiirusega peab sõitma laev tõelise kursiga 45^0 ja $\varphi = 19^0{,}5$ N, et igas tunnis lükata kella edasi täpselt 1 minuti võrra?

Vastus: $V = 20$ sõlme.

§ 34. ÜHTLUSAEG. LAEVA-AEG.

Eelmises paragrahvis me selgitasime, et igal meridiaanil maakeral on oma kohalik aeg, mis erineb samasest teisel meridiaanil



Joon. 63.

$\Delta\lambda$ võrra. See asjaolu tekitab tegelikus elus tunduvaid ebamugavusi, meresõidul aga vajadust, nagu me juba nägime, kellaosutite pidevaks seadmiseks.

Seepärast on kaasajal kõigis tsiviliseeritud maades, nii igapäevases elus kui ka meresõidus, kasutatav n. n. **ühtlusaeg.**

Kujutame endale (kõige parem merkaatori kaardil) tervet maakera, mis on jagatud meridiaanidega 24 vöötmeks, 15^0 (1 tunni) kaugusel teineteisest (joon. 63).

Greenwichist $7\frac{1}{2}^0$ W ja $7\frac{1}{2}^0$ O vaheline vööde, s. o. keskse meridiaaniga Greenwichis, loetakse alg- või nullvöötmeks ning sellest läheb vöötmete numeratsioon Osti ja Westi kuni nr. 12.

Niiviisi, keskseteks ja teoreetiliselt piirmeridiaanideks on (tab. 5):

Tabel 5.

Vöötme nr. Ost.	Keskse meridiaani λ	Piirmeridiaanide λ_1 ja λ_2	Riba nr. West	Keskse meridiaani λ	Piirmeridiaanide λ_1 ja λ_2
0	0°	7½° W ja 7½° O	12 (O—W)	180°	172½° O — 172½° W
1	15° O	7½° O — 22½° O	11 W	165° W	172½° W — 157½° W
2	30° O	22½° O — 37½° O	10 W	150° W	157½° W — 142½° W
3	45° O	37½° O — 52½° O	9 W	135° W	142½° W — 127½° W
4	60° O	52½° O — 67½° O	8 W	120° W	127½° W — 112½° W
5	75° O	67½° O — 82½° O	7 W	105° W	112½° W — 97½° W
6	90° O	82½° O — 97½° O	6 W	90° W	97½° W — 82½° W
7	105° O	97½° O — 112½° O	5 W	75° W	82½° W — 67½° W
8	120° O	112½° O — 127½° O	4 W	60° W	67½° W — 52½° W
9	135° O	127½° O — 142½° O	3 W	45° W	52½° W — 37½° W
10	150° O	142½° O — 157½° O	2 W	30° W	37½° W — 22½° W
11	165° O	157½° O — 172½° O	1 W	15° W	22½° W — 7½° W

Kõigile elanikele ühes ja samas vöötmes keskmine aeg loetakse ühtlaseks ja võrdub nimelt keskmeridiaani keskmise ajaga. Seda keskmist aega nimetatakse **ühtlusajaks**, ning tähistame teda **ÜA**.

Vöötme piirides liikumisel on aeg igal pool üks ja sama; ühest vöötmest teise minekul tuleb aga kella seada täpselt 1 tunni võrra: edasi — liikumisel Osti poole ja tagasi — liikumisel W-i.

Seejuures on ilmne, et mistahes vöötme ühtlusaeg erineb nullvöötme ühtlusajast, või teisiti — Greenwichi keskmisest ajast, alati tervete tundide, s. o. vöötme numbri võrra.

Võttes arvesse, et vöötme laius võrdub 1 tunniga ja et ühtlusaeg on nimelt keskmeridiaani keskmine aeg, selgub, et vöötme mistahes punkti keskmine aeg ei saa erineda ühtlusajast rohkem kui 30^m, kuna ükski punkt ei saa eemal olla oma vöötme keskmeridiaanist pikkuses rohkem kui 7½° ühele või teisele poole.

Kui eeldada, et piirmeridiaan läbib mõnda asustatud punkti, väikest saart või rajooni, siis selle osa linna või rajooni elanikel aeg erineks täpselt 1 tunni võrra nende elanike ajast, kes asuvad teisel pool piirmeridiaani ja elavad teise vöötme ühtlusaja järgi. See asjaolu tekitaks praktilisi ebasobivusi ja niisugustel juhtudel terve linn, rajoon või saar lülitatakse ühte vöötmesse. Seejuures on ilmne, et vöötmevaheline piirjoon ei ühtu teoreetilise piir-

meridiaaniga naabervöötmete vahel, vaid kaldub temast kõrvale ja kõverdub suuremal või vähemal määral.

Selle tõttu mistahes punkti kohalik aeg võib erineda ühtlusajast ka rohkem kui ½ tunni võrra.

Maapinna jagamine vöötmeteks on näidatud vene ajavöötmete kaardil, Hüdrograafia valitsuse v/a., või inglise kaardil Zone times chart.

Praktikas tuleb tegelda ülesannetega:

1) ühtlusaja leidmine antud kohaliku keskmise aja järgi;
2) kohaliku keskmise aja leidmine antud ühtlusaja järgi.

Mõlemaid neid ülesandeid me soovitame lahendada võttega „üle Greenwichi", mis seisneb selles, et antud aeg viiakse esmalt Greenwichi meridiaanile ja siis, teades, et Greenwichi keskmine aeg on ühtlasi ka nullvöötme ühtlusaeg, arvutatakse otsitav ühtlus- või kohalik keskmine aeg, kasutades selleks vöötme numbrit või pikkust.

Nende ülesannete lahendamisel tuleb arvutada, missugusesse vöötmesse kuulub punkt, mille pikkus on antud. Selleks tuleb pikkus jagada 15-ga ja kui jääk on alla $7^0{,}5$, siis jagatis näitab vöötme numbrit; kui aga jääk on üle $7^0{,}5$, siis tuleb vöötme numbri saamiseks jagatisele lisada üks.

Kui aga pikkus on antud ajas, siis: a) kui pikkuse minutite arv on $< 30^m$, siis pikkuse tundide arv annab vöötme nr.; kui minutite arv pikkuses $> 30^m$, siis vöötme nr. võrdub pikkuse tundide arvuga, suurendatud ühe võrra.

Näide 1. $\lambda = 33^0 20'$ W. Missuguses vöötmes on see meridiaan?

$\frac{33^0 20'}{15} = 2$ ja jääk $3^0 20'$. Vööde nr. 2 West.

Näide 2. $\lambda = 115^0$ Ost. Missugune on vöötme number?

Vastus: nr. 8 Ost.

Näide 3. $\lambda = 49^0 15'$ Ost, $T_k = 12^h\ 19^m\ 40^s$. 2./I. Leida ÜA.

2./I	T_k	$= 12^h$	19^m	40^s
	λ_0	$= 3$	17	0
2./I	$T_{Gr.}$	$= 9$	2	$40 =$ ÜA.
	nr.	$+ 3$		
2./I	ÜA	$= 12$	2	40.

See näide on graafiliselt selgitatud joon. 63.

Näide 4. $\lambda = 29^{\circ}37'$ W, ÜA $= 4^h\,25^m\,12^s$ 10./V. Leida T_k.

10./V ÜA =	4^h	25^m	12^s
+			
nr.	3		
10./V $ÜA_0 = T_{Gr.}$	7	25	12
−			
λ	2	37	48
10./V T_k	4	47	24

See näide on selgitatud samal joon. 63 all.

Näide 5. $\lambda = 139^{\circ}15'$ Ost; $T_k = 18^h\,57^m\,23^s$ 25./X. Leida ÜA.

Vastus: ÜA $= 18^h\,40^m\,23^s$ 25./X.

Ülaltoodud ülesannete lahendamiseks on kasutatud järgmisi valemeid:

$$ÜA = T_k \pm \lambda_0{}^w \mp \text{nr.}_0{}^w$$
$$T_k = ÜA \pm \text{nr.}_0{}^w \mp \lambda_0{}^w$$

Näited	Antud		Leida	Vastus
6	$T_k = 1^h\,55^m\,25^s$;	$\lambda_0 = 10^h\,9^m\,43^s$	ÜA	$1^h\,45^m\,42^s$
7	$T_k = 22\;0\;10$;	$\lambda_0 = 106^{\circ}1'$	ÜA	21 55 26
8	$T_k = 3\;12\;17$;	$\lambda_w = 9^h\,6^m\,55^s$	ÜA	3 19 12
9	$T_k = 20\;27\;40$;	$\lambda_w = 85^{\circ}23'$	ÜA	20 10 32
10	ÜA $= 11\;49\;27$;	$\lambda_0 = 144^{\circ}23'$	T_k	11 26 59
11	ÜA $= 2\;1\;13$;	$\lambda_w = 11^h\,55^m\,47^s$	T_k	2 5 26
12	ÜA $= 23\;50\;43$;	$\lambda_0 = 3\;5\;10$	T_k	23 55 53
13	ÜA $= 16\;27\;4$;	$\lambda_w = 9\;53\;11$	T_k	16 33 53

Esimese vöötme ühtlusaega (keskmeridiaan 15° Ost) nimetatakse tihti Kesk-Euroopa ajaks ja Greenwichi aega Lääne-Euroopa ajaks.

Laevakell seatakse alati ühtlusaja järgi, kusjuures sõidul Osti poole ühest vöötmest teise üleminekul kella edasilükkamist ühe tunni võrra teostatakse vahi ajal 0—4^h, mis on lähim peale üleminekut järgmisse vööndisse. Sõidul Westi kella tagasilükkamist 1 tunni võrra on kõige sobivam teostada puhkeajal.

Aega, mida näitab laevakell, nimetame laevaajaks — T_{laev}. Kuna harilikel laevakelladel sekundiosutit ei ole üldse ja et sekundid laeva elus ei oma mingit tähtsust, laevaaeg väljendub ainult tundides ja minutites, kuid ilma sekunditeta, ja järelikult T_{laev} ei ole midagi muud, kui 1 min. täpsusega võetud ühtlusaeg.

§ 35. AJA DEMARKATSIOONIJOON.

Oletame, et Greenwichis on 9./II ja 10./II vaheline kesköö, s. o. $T_{Gr.} = 0^h$ 10./II. Selsamal momendil meridiaanil 180°, lugedes teda Greenwichist Osti, keskmist aega on 12^h rohkem s. o. $T'_{180^0} = 12^h$ 10./II.

Ühtlasi selsamal meridiaanil 180°, lugedes teda W-i Greenwichist, keskmine aeg on 12^h vähem, s. o. $T''_{180^0} = 12^h$ 9./II.

Kui kujutella, et see meridiaan (180°) läheb piki mõne linna tänavat, siis selle tänava ühe ääre elanikel on üks kuupäev, teisel äärel aga — teine ja tänava ületamine on seoses kuupäeva muutusega ühele või teisele poole.

Selline olukord ei ole tegelikult muidugi sobiv ja jooneks, mille ületamine on seoses kuupäeva muutusega, ei võeta täpselt 180° meridiaani, vaid mõningate kõverdustega ja ebakorrapärasustega, kui tingimuse järeldus, et see joon ei läbiks saari, neemesid jms. Seda isesuguseid kuupäevi piiritlevat kõverjoont, mis ühtlusaja kaardil on märgitud rohelise joonega, nim. demarkatsioonijooneks või daatumi rajaks, ja see joon läbib kogu ulatuses veeala. Demarkatsioonijoone kõrvalekaldumine 180° meridiaanist ei ole kuigi suur just selle soodsa olukorra tõttu, et 180° meridiaan läheb peaaegu kesk Vaikset ookeani ning ei kohta oma teel suuri maismaa masse.

Eelöeldu põhjal:

a) Laev, mis ületab demarkatsioonijoone, minnes ida poole (kursid kompassi O-veerandites) kesköösst, mis järgneb selle joone ületamisele, kordab sedasama kuupäeva ning sellel laeval kalender näitab kaks päeva järgemööda üht ja sama kuupäeva.

b) Laev, mis ületab demarkatsioonijoone, minnes lääne poole (kursid kompassi W-veerandites) kesköösst, mis järgneb selle joone ületamisele, suurendab kuupäeva korraga kahe päeva võrra. Sellel laeval üks kuupäev langeb üldse kalendrist välja.

§ 36. MERE ASTRONOOMILINE AASTARAAMAT.

Mistahes astronoomilise ülesande lahendamiseks on alati vajalik teada vaadeldava taevakeha seda või teist koordinaati ja nimelt vaatluste momendil. Selleks peab tingimata omama sellist teatmikku (käsiraamatut), kust alati oleks võimalik valida taevakeha vajalikku koordinaati.

Absoluutselt liikumatuid taevakehi, nagu teada, ei ole; kõikidel taevakehadel on omaliikumised, samuti ei jää ekvaatori tasapind pretsessiooni tõttu maailma ruumis liikumatuks ning selle tõttu muutuvad kõikide taevakehade deklinatsioonid ja otsetõusud. Kaasaegne teadus aga, hoolikalt tundma õppinud neid liikumisi, võimaldab taevakehade koordinaatide muutusi ette arvestada isegi reaks aastaiks. Niisugused astronoomilisteks aastaraamatuteks või almanahhideks nimetatud koordinaatide tabelid võimaldavadki valida selle või teise taevakeha vajalikku koordinaati mistahes momendiks.

Laeva koha määramine ja astronoomiliste ülesannete lahendamine merel ei nõua kunagi säärast täpsust, nagu see on vajalik kaldal, observatooriumides. Seepärast ka meresõidu otstarbeks määratud almanahh on vähema täpsusega kui observatooriumide almanahhid ning seega ka säärase almanahhi maht on palju väiksem.

1930. a. alates kirjastab Astronoomiline Instituut (Leningrad, Fontanka, 34) „Mere astronoomilist aastaraamatut", mis taotleb, nagu nimigi näitab, ainult meresõidu eesmärke.

Kuni selle aastani meie laevastikus kasutati eranditult inglise astronoomilist aastaraamatut, n. n. Nautical Almanac'i, mida antakse välja iga aasta 1773. a. (Bradley) alates.

Almanahhiga tutvumisel me peatume ainult neil põhimõtteil, mis on tema aluseiks, ja soovitava koordinaadi valiku üldreeglil, kuid ei märgi praegu üldse seda, missugused koordinaadid nimelt on antud: sellele me juhime tähelepanu neis ülesandeis või kohtadel kursuses, kus see osutub vajalikuks.

On endastmõistetav, et mingisugune almanahh ei saa anda pidevaid taevakehade koordinaatide muutuste suurusi, vaid annab neid ainult aasta jooksul reaks fikseeritud momentideks. Muidugi, mida kiiremini ja ebakorrapärasemalt mingisugune koordinaat muutub, seda tihemini ta peab almanahhis antud olema, ja nimelt nii tihti, et momentide vaheaegadel toimunud muutusi almanahhis antud momentide vahel võiks lugeda ühtlaselt muutuvaiks, ning vahepealsete momentide jaoks arvutada võrde alusel. Samuti on selge, et mida väiksem täpsus esitatakse almanahhist valitava koordinaadi suhtes, seda harvemini aasta jooksul ja seda vähema täpsusega need koordinaadid võivad olla almanahhis antud.

Põhikoordinaatide, s. o. deklinatsiooni ja otsetõusu suhtes almanahhis on võetud nimelt see täpsus, mis tavaliselt on nõutav meresõidu-astronoomias, s. o. deklinatsioonid kuni 0',1 ja otsetõusud — 1^s täpsusega. Sellele vastavalt arvutades mingit

koordinaati antud momendiks, teeme seda edaspidi ülalmärgitud täpsusega, deklinatsioonid ja muud kraadides väljendatud väärtused kuni 0′,1, kõik ajamõõdus väljendatud väärtused aga kuni 1^s.

Kõik taevakehade koordinaadid antakse almanahhis mitmesugusteks momentideks Greenwich'i keskmise aja (universaalaja) järgi; seepärast almanahhi kasutamisel mingisuguse koordinaadi valimiseks antud momendi jaoks kohaliku keskmise aja järgi on vaja kõigepealt leida sellele momendile vastav Greenwich'i keskmine aeg ja juba sellega teostada koordinaadi valikut. Mida kiiremini muutub valitav koordinaat, seda suurema täpsusega peab teada olema ka Greenwichi keskmine aeg, millega valikut teostatakse; kuid isegi Kuu jaoks, mille koordinaadid muutuvad kõige kiiremini, on täiesti küllaldane teada argumenti (T_{Gr}) kuni 1^m, ja üldse meie tööde piirides võib kehistada: Päikese, Kuu ja planeetide koordinaatide valikuks peab $T_{Gr.}$ teadma kuni 1^m täpsusega; tähtede koordinaadid aga muutuvad sedavõrd vähe, et võetakse terve kuu jooksul püsivateks ja valitakse seepärast lihtsalt antud kuu peale.

Almanahhis, 1932. a. alates, antakse Päikese ja Kuu koordinaadid iga päev üle 2 tunni Greenwichi keskmise aja järgi ($T_{Gr.} = 0, 2, 4, \ldots$ jne. tundi); planeetide jaoks koordinaadid on antud igapäev Greenwich'i kesköö-momendiks ($T_{Gr.} = 0^h$). Kuu ja planeetide jaoks ühes koordinaatide suurustega ja samades lahtrites antakse nende koordinaatide muutused: Kuul — 2 tunni ja planeetidel ööpäeva järgi. Päikese jaoks neid 2-tunnilisi muutusi ei ole antud, kuna need on väikesed ja kui vajalik kergesti peastarvutatavad.

Vajaliku koordinaadi arvestus mistahes vahepealse $T_{Gr.}$ momendi jaoks toimub, nagu juba öeldud, võrde alusel. Selle arvestuse hõlbustamiseks on almanahhi lõpus (lk. 218—223) toodud võrdeliste osade tabel mitmesuguste ajavahemikkude jaoks, mitte üle poole tabelisolevaist: kui seejuures tabeli ajavahemik on 2-tunniline, siis kasutatakse vasakut vertikaallahtrit, kui aga tabeli ajavahemik on ööpäevane (24^h), siis — paremat.

Selgituseks näitame 1—2 näidises, kuidas tuleb kasutada võrdeliste osade tabeleid.

Näide 1. Leida δ_K ja α_K $T_{Gr.} = 5^h31^m$ 8./X 1936. a.

Almanahhist valime antud päeva (lk. 112) lähima paaristunni peale, s. o. $6^h \ldots \delta_K = 19^0 10',2$ N ja $\alpha_K = 7^h40^m29^s$. Kuna antud moment — 5^h31^m — on 6^h ja 4^h vahel, siis võtame nõutavate koordinaatide muutused selleks ajavahemikuks: $\delta_K = 15',9$ ja $\alpha_K = \ldots 26^s$. Muutuste nende suurustega läheme

võrdeliste osade tabelisse, ülemisse horisontaalritta, kusjuures murdarvude vältimiseks suurendame deklinatsiooni 10 korda. Arvutame ajavahemiku antud momendist kuni lähema paaristunnini $6^h - 5^h31^m = 29^m$, ja selle ajavahemikuga, mis kunagi ei saa olla üle 1^h, läheme vasemasse vertikaallahtrisse. Rea lõikekohas lahtriga „160" leiame arvu 39, ja lahtriga „268" — 65; arvu 39 vähendame 10 korda, sellepärast et tõeliseks tabelisse mineku argumendiks oli 15,9, meie aga võtsime 159, s. o. 10 korda suurema. Nii siis nende koordinaatide otsitavad muutused 29^m eest on: $\Delta\delta_K = 3',9$ ja $\Delta\alpha_K = 65^s = 1^m5^s$. Vaadelnud koordinaatide muutumise iseloomu lhk. 112, märkame, et δ_K ajajooksul väheneb, α_K — kasvab, aga $T_{Gr.}$ vähenemisega — vastupidi. Kuna antud moment on alla 6^h, siis $\Delta\delta_K$ tuleb liita, $\Delta\alpha_K$ aga lahutada $T_{Gr.} = 6^h$ peale võetud koordinaatide suurustest.

Saame $T_{Gr.} = 5^h31^m$ 8./X 1936. a.:

$\delta_K = 19^0 10',2 + 3',9 = 19^0 14',1$ N

$\alpha_K = 7^h40^m29^s - 1^m5^s = 7^h39^m24^s$.

Arvestuse teeme niisuguses skeemis:

	(S) δ_K 15,9	α_K 269
8./X $T_{Gr.} = 6^h$	$19^0 10',2$	$7^h\ 40^m\ 29^s$
muutus 29^m tagasi	$+ 3',9$	$-\ 1\ \ 5$
antud momendil	$19^0 14',1$	$7^h\ 39^m\ 24^s$

Näide 2. Leida δ_P ja väärtus E, $T_{Gr.} = 16^h48^m$ 2./IX 1936. a.

	(N) δ_P 1,9	E 1,6
2./IX $T_{Gr.} = 16^h$	$7^0 49',9$	$12^h\ 00^m\ 25^s,9$
muutus 48^m edasi	$-0,8$	$+\ 0,6$
antud momendil	$7^0 49',1$	$12^h\ 00^m\ 27^s$.

Näide 3. Leida Veenuse α $T_{Gr.} = 15^h35^m$ 23./IV 1936. a.

	α 272
24./IV $T_{Gr} = 0^h$	$1^h\ 1^m\ 4^s$
muutus 8^h25^m eest tagasi . . .	-95
antud momendil	$0^h\ 59^m\ 29^s$

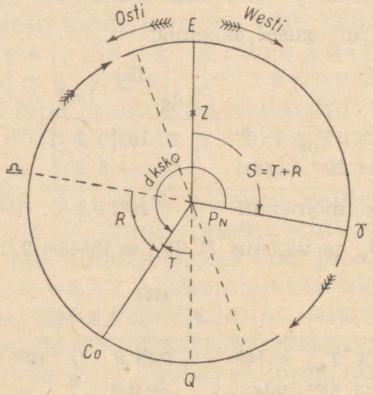
§ 37. MITMESUGUSEID ÜLESANDEID AJA PÕHIVALEMI RAKENDAMISEKS.

Meresõidu-astronoomia põhiülesannete lahendamiseks on vajalik kasutada almanahhi ühe või teise väärtuse leidmiseks,

selleks aga omakordà peab teadma $T_{Gr.}$, mis on almanahhi kasutamise argumendiks. Edaspidi, kronomeetri ja kella osas, on näidatud, kuidas nende instrumentide abil iga vaatleja võib arvutada $T_{Gr.}$ mõnesuguste omade vaatluste momentidel. Käesolevas paragrahvis aga käsitluse süsteemi rikkumise ja kõrvalküsimustega tähelepanu kõrvalekaldumise vältimiseks, me loeme igal pool, kus see on vajalik, $T_{Gr.}$ antuks ja teada olevaks.

Ülesanne 1. On antud $T_{Gr.}$ mõnesugusel momendil; leida samaks momendiks täheaeg S_k meridiaanil antud pikkusega λ.

Aja põhivalem $S = t + \alpha$ on rakendatav mistahes taevakeha ja sfääri mistahes punkti jaoks, sealhulgas muidugi ka keskmise Päikese jaoks.



Joon. 64.

Rakendamisel viimase suhtes ta kirjutatakse

$$S = t_{kP} + \alpha_{kP}. \qquad (1)$$

Võttes arvesse, et alati $t_{kP} = T \mp 12^h$, valem esineb kujul

$$S = T + \alpha_{kP} \mp 12.$$

Tähistades väärtuse $(\alpha_{kP} \mp 12^h)$ R-ga, saame lõplikult

$$S = T + R. \qquad (2)$$

Öeldust järgneb, et R on ekvaatori kaar punktist ♎ kuni keskmise Päikeseni, arvatud samas sihis kui α.

Selle valemi õigsust kinnitab piltlikult joon. 64.

On selge, et valemis (2) S ja T peavad kuuluma ühele ja samale meridiaanile, s. o.

$$\left.\begin{aligned} S_{Gr.} &= T_{Gr.} + R \\ \text{ja siis} \qquad & \\ S_k &= T_k + R = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0^w \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Väärtus $R = \alpha_{kP} \mp 12^h$, pidevalt ja ühtlaselt suurenev, antakse almanahhis lk. IV—VII iga kuu, iga päeva ja iga $T_{Gr.}$ paaristunni kohta; lahtisel erilehel aga on antud R-i muutused (ΔR) mitmesugusteks ajavahemikkudeks 0^h kuni 2^h.

Niiviisi, et leida R antud $T_{Gr.}$ jaoks, tuleb almanahhist võtta R_k paaristunni k peale, mis on lähim ja vähem antud $T_{Gr.}$, ja lisada õiend ΔR ajavahemiku ($T_{Gr.} - k$) eest.

Kui $S_{Gr.}$ on $> 24^h$, siis tuleb 24^h ära heita. Täheajal kuupäeva ei ole.

Näide 1. $T_{Gr.} = 1^h55^m2^s$ 24./V 36. a. Leida $S_{Gr.}$.

$T_{Gr.}$	$=$	1^h	55^m	2^s . . . . . antud.
$R\ 0^h$	$=$	16^h	5^m	39^s . . . . . almanahhis, lhk. 55.
$\Delta R\ 1^h\ 55^m$	$=$		$+$	$18{,}9^s$ . . . . lahtine leht.
$S_{Gr.}$	$=$	18^h	1^m	0^s . . . . . ümardatud kuni 1^s.

Näide 2. $T_{Gr.} = 17^h5^m24^s$ 11./II 36. a. Leida $S_{Gr.}$

$T_{Gr.}$	$=$	17^h	5^m	24^s
$R\ 16^h$	$=$	9	22	11,6
$\Delta R\ 1^h\ 5^m$	$=$		$+$	10,7
$S_{Gr.}$	$=$	2^h	27^m	46^s.

Näide 3. $T_{Gr.} = 7^h49^m13^s$ 4./XII 36. a. $\lambda = 3^h41^m9^s$ Ost. Leida S_k.

$T_{Gr.}$	$=$	7^h	49^m	13^s
$R\ 6^h$	$=$	4	51	29,9
$\Delta R\ 1^h\ 49^m$	$=$		$+$	17,9
$S_{Gr.}$	$=$	12^h	41^m	1^s
	$+$			
λ_0	$=$	3	41	9
S_k	$=$	16^h	22^m	10^s.

Ülesanne 2. On antud täheaeg S mõningal momendil; leida samaks momendiks keskmine aeg T. Ülesande ligikaudne ja täpne lahendamine.

Esimese pilguga näib selle ülesande lahendamine väga lihtsana, rakendades sama valemit (3) 1. ülesandest (kui teda lahendada Greenwichi jaoks), ainult kirjutatuna nii:

$$T_{Gr.} = S_{Gr.} - R.$$

Lähemal vaatlemisel aga selgub, et selle valemiga ülesannet täpselt lahendada ei saa, sest et R-i võtmiseks peab teadma $T_{Gr.}$, seda aga just otsitaksegi.

Kuid ülesande ligikaudseks lahendamiseks võib toimida järgmiste arutluste põhjal: teadmata $T_{Gr.}$ valida almanahhist R-i täpselt ei saa; kuid et ΔR ööpäeva jooksul $= \Delta\alpha_{kP}$ ööpäevas $=$ ligikaudu 4^m ($3^m56^s{,}56$), siis võttes almanahhist R-i $T_{Gr.} = 12^h$, võib olla veendunud, et see R-i suurus erineb tõelisest suurusest, mis vastaks mingisugusele teadmata $T_{Gr.}$ antud päeval, mitte rohkem kui 2^m võrra, ja siis ülesanne on lahendatav valemi (1) järgi täpsusega kuni 2^m.

Siit järgneb loomulikult, et ka $S_{Gr.}$ peab olema antud täpsusega mitte üle 1^m ja R tuleb võtta almanahhist samuti ilma sekunditeta (ümardades minutid).

Kui ülesanne lahendatakse mitte Greenwichi, vaid vabaltvõetud meridiaanil, siis võttes jälle R-i $T_{Gr.} = 12^h$ antud kuupäeval, võime saada R-is vea juba kuni 4^m, kuid mitte üle (rohkem), seepärast et $T_{Gr.}$, vastav teadmatu T_k, võib erineda $T_{Gr.} = 12^h$ antud kohalikul kuupäeval kuni 24^h, ja järelikult ka R võib olla ekslik kuni 4^m.

Sel viisil täpsusega kuni 4^m võib valemi (1) kirjutada üldisel kujul:

$$T' = S' - R'.$$

Ligikaudset aega ja R-i tähendust tähistame märgiga „ ' ".

Näide 1. $S'_k = 8^h12^m$ 12./V. Leida T_k.
$S'_k = 8^h12^m$ . . . . antud
$R' = 15^h20^m$ . . . . almanahhist 12^h peale 12./V

$T'_k = 16^h52^m$ 12./V täpsusega kuni 4^m.

Näide 2. $S'_k = 23^h15^m$ 5./X. Leida T'_k.
Vastus: $T'_k = 22^h19^m$ 5./X.

Mõlemad vaadeldud ülesanded, s. o. S leidmine antud T järgi ja vastupidine — T leidmine antud S järgi, on lahendatavad, kuigi veel vähema täpsusega, ka ilma almanahhi abita, sest et

R-i $= \alpha_{kP} \mp 12^h$ suurust on kerge arvutada ligikaudselt, pidades meeles, et:

21./III ... α_{kP} = ligikaudu 0^h ja järelikult $R' = 12^h$
22./VI ... „ = „ 6^h „ „ $R' = 18^h$
23./IX ... „ = „ 12^h „ „ $R' = 24^h$ või 0^h
22./XII ... „ = „ 18^h „ „ $R' = 6^h$

ja et α_{kP} iga päev suureneb ligikaudu 4^m võrra.

Käsitades neid kaalutlusi ei ole raske arvutada R mistahes päeva jaoks ilma igasuguste tabeliteta, ja siis ülesanne lahendada kas valemi $S' = T' + R'$, või valemi $T' = S' - R'$ järgi.

Näide 3. Käesoleva ülesande 1. näite andmed. Leida T'_k ilma almanahhita 12./V kuni 22./VI ... 41 päeva; järelikult 12./V α_{kP}, võrdne ligikaudu ... $6^h - 4^m \cdot 41 = 3^h16^m$.

Siit: $R' = 15^h16^m$ ja $T'_k = 16^h56^m$ 12./V.

Näide 4. 5./X $S'_k = 23^h15^m$. Leida T'_k ilma almanahhita.
Vastus: $T'_k = 22^h23^m$.

Näide 5. $T'_k = 6^h17^m$ 5./III. Leida S'_k ilma almanahhita.
Vastus: $S'_k = 17^h13^m$.

Näide 6. $T'_k = 22^h49^m$ 30./XI. Leida S'_k.
Vastus: $S'_k = 3^h21^m$.

Mõlemate ülesannete ligikaudne lahendamine leiab laialdast kasutamist tähegloobusega töötamisel.

Keskmise aja T leidmise ülesannet antud täheaja S järgi võib lahendada ka täiesti täpselt „järkjärgulise lähenemise meetodiga".

Ülesande lahendamine järkjärgulise lähenemise meetodi abil seisneb järgmises.

Lahendades ülesannet ligikaudselt ja leides T_{Gr}, nagu ülemal tähendatud, täpsusega kuni 4^m või isegi 6^m—8^m, tuleb teiskordselt võtta R juba selle T'_{Gr} järgi. Kuna ΔR kahe tunni eest võrdub $19^s,7$, siis omades T'_{Gr} veaga isegi 6^m—8^m, mis on $^1/_{20}$—$^1/_{15}2^h$ ajavahemikust, saame R juba täpsusega kuni 1^s—$1^s,2$. Kui selle R järgi arvutada uuesti $T_{Gr.}$, siis viimases on viga mitte üle 1^s—$1^s,2$, ja kui korrata kõike seda operatsiooni veel kord, siis arvutatud $T_{Gr.}$ omab tunduvalt väiksemat viga, kui see, millega R on almanahhis antud. Kui otsitakse T_k antud S_k järgi, siis muidugi peab täpselt teada olema pikkus.

Näide 7. 12./X 1936. a. $S_k = 1^h\,48^m\,13^s{,}7$, $\lambda_{Ost} = 11^h\,5^m\,42^s{,}3$. Leida T_k.

1. ligikaudsus. 12./X $T_{Gr.} = 12^h$ . . . . $R = 1^h\,24^m$

siit $T'_k = S_k - R' = 0^h\,24^m$ 12./X.

2. ligikaudsus. $T'_{Gr.} = T'_k - \lambda_{Ost}$ . . . $13^h\,18^m$ 11./X

$R\ T_{Gr.} = 12^h$ 11./X $1^h\,19^m\,35^s{,}0$

ΔR $1^h\,18^m$ eest . . . $+\ 12{,}8$

R'' . . . $1^h\,19^m\,47^s{,}8$

$T''_k = S_k - R'' =$ $0^h\,28^m\,25^s{,}9$.

3. ligikaudsus. $T''_{Gr.} = T''_k - \lambda_{Ost}$ . . . $13^h\,22^m\,43^s{,}6$ 11./X.

$R\ T_{Gr.} = 12^h$ 11./X . . . $1^h\,19^m\,35^s{,}0$

ΔR $1^h\,23^m$ eest . . . $+\ 13{,}6$

R''' $1^h\,19^m\,48^s{,}6$

$T'''_k = S_k - R''' =$ $0^h\,28^m\,25^s{,}1$

Järgmine ligikaudsus resultaati ei muuda.

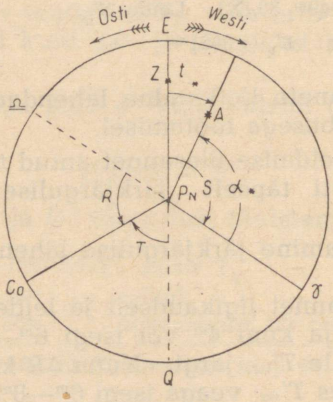
Ülesanne 3. On antud $T_{Gr.}$ mõningal momendil; leida antud tähe tunninurk antud meridiaanil (t_{*k}) samal momendil.

Aja põhivalemist saab

$$t_* = S - \alpha_* \qquad (1)$$

kuid eelmise ülesande valemis (2) oli: $S = T + R$; sellepärast

$$t_* = T + R - \alpha_*. \qquad (2)$$



Joon. 65.

Viimast valemit kinnitab joon. 65.

Valemis t_* ja T peavad kuuluma muidugi ühele ja samale meridiaanile, s. o.

$$\left.\begin{aligned} t_{*Gr.} &= T_{Gr.} + R - \alpha_* \\ t_{*k} &= T_k + R - \alpha_* = T_{Gr.} + R \mp \lambda_o^w - \alpha_* \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Selles valemis: $T_{Gr.}$ — on antud, R — võetakse almanahhist antud kuupäeva $T_{Gr.}$, lõpuks α_* — võetakse samuti almanahhist antud kuu peale.

Märgime siin, et almanahhis iga kuu I, II ja III leheküljel all on antud heledaimate, vaatlusteks sobivaimate tähtede otsetõusud ja deklinatsioonid. Need koordinaadid võetakse terve kuu kohta püsivatena.

Esimeses lahtris tähtede juures on antud nende „suurused", mis iseloomustavad nende heledust: m i d a h e l e d a m o n t ä h t, s e d a v ä i k s e m o n t e m a s u u r u s j ä r k. Nimestikus tähed on nimetatud tähtkujude järgi, joone all aga on näidatud nende tähtede nimed, mis selliseid omavad ja mida tihti kasutatakse.

Tulles tagasi ülesande lahendamise juurde peab tähendama, et kui arvutamiste resultaat valemi (3) järgi on > 24 tunnist, siis peab 24^h ära heitma.

Valemi (3) järgi arvutatud t_* on alati tavaline ehk W; kui ta on $> 12^h$, siis teda tuleb muuta Ost-tunninurgaks, võttes täienduse kuni 24 tunnini.

Meenutame veel, et kui λ_w või α_* lahutamisel lahutatav on vähendatavast suurem, siis viimasele tuleb lisada 24 tundi ja alles siis teostada lahutamine.

Näide 1. $T_{Gr.} = 20^h\,11^m\,10^s$ 25./VII 1926. a. Leida t α Virginis (Spica) meridiaanil $\lambda = 2^h\,0^m\,0^s$ Ost.

	$T_{Gr.}$	$= 20^h$	11^m	10^s 25./VII.
	R	$20^h =$	20 13	22,7
ΔR	11^m eest	$=$	$+$	1,8
	S_{Gr}	$= 16^h$	24^m	34^s
	λ_0	$=$ 2	0	0
	S_k	$= 18^h$	24^m	34^s
	α_*	$=$ 13	21	38
	t_{*k}	$=$ 5^h	2^m	56^s W

Näide 2. $T_{Gr.} = 6^h\,35^m\,42^s$ 11./II 1936. a. Leida t α Lyrae (Vega) $\lambda_w = 109^0 17',5$.

Vastus: $t_{*k} = 9^h\,55^m\,35^s$ Ost.

Ülesanne 4. On antud $T_{Gr.}$ mingisugusel momendil; leida Kuu või planeedi tunninurk antud meridiaanil (t_k) samal momendil.

Selle ülesande lahendamist teostatakse sama valemi järgi ja täiesti samuti kui tähe puhulgi. Ainsaks ja mitteoluliseks erinevuseks on see, et Kuu ja planeetide otsetõus ei jää püsivaks

terve kuu kohta nagu tähtedel, vaid muutub väga kiiresti ja nõuab hoolikat valikut almanahhist $T_{Gr.}$ järgi.

Kuu otsetõusud on antud igaks päevaks üle 2 tunni iga kuu kohta lk. VIII—XI.

Ridade vahel on näidatud α_K kahetunnine muutus aja sekundites; antud $T_{Gr.}$ jaoks arvutatakse lihtsa võrdega tabeli arvust, mis vastab Greenwichi keskmise aja lähimale paaristunnile.

Selle efemeriidi suurte tabeliliste vahede tõttu on interpoleerimist $T_{Gr.}$ jaoks lihtsam teostada almanahhi lõpus toodud võrdeliste osade tabeli abil.

Võrdeliste osade tabelisse tuleb minna argumentidega: efemeriidi tabelilise vahega — ülemisse horisontaalritta, ja vahega antud $T_{Gr.}$ ja lähima paaristunni vahel — vasemasse vertikaal-lahtrisse.

Planeetide jaoks on otsetõusud almanahhis toodud iga kuu II—III lk. ainult üks kord ööpäevas, $T_{Gr.} = 0^h$ peale; ööpäevased muutused on näidatud ridade vahel.

Selle koordinaadi arvestust antud $T_{Gr.}$ peale teostatakse lähimast Greenwichi kesköösst ($T_{Gr.} = 0^h$) ja jällegi võrdeliste osade abil: kuid et planeetidel vahed on antud ööpäevased, mitte aga 2-tunnised nagu Kuul, siis tuleb neisse tabeleisse minna paremasse vertikaal-lahtrisse argumendiga kas $T_{Gr.}$, kui ta on alla 12^h, või 24^h — $T_{Gr.}$, kui $T_{Gr.} > 12^h$.

Selliselt võrdeliste osade abil leitud koordinaadi õiendi märk võib olla pluss või miinus, sõltuvalt koordinaadi enda muutuse iseloomust.

Näide 1. 16./III 1936. a. $T_{Gr.} = 20^h\,13^m\,47^s$. Arvutada t_{Kk} pikkuses $\lambda = 72^0 19',4$ Ost.

Valem: $t_{Kk} = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0^W - \alpha_K$.

1) 16./III $T_{Gr.}$ . . . $20^h\,13^m\,47^s$
R 0^h peale 11 36 53,8
ΔR 14^m eest . . . . + 2,3

$S_{Gr.}$ . . . 7 50 43
λ 4 49 18

S_K 12 40 1

2) $T_{Gr.} = 20^h$ . . . . . $\alpha_K = 18^h\,7^m\,23^s$
muutus 14^m eest edasi + 33

$\alpha_K = 18\ 7\ 56$

3) α_K $18^h\ 7^m\ 56^s$

t_{Kk} $18^h\,32^m\ 5^s$ W $= 5^h\,27^m\,55^s$ Ost.

Näide 2. 27./IX 1936. a. $T_{Gr.} = 11^h\,7^m\,19^s$; arvutada t_{Kk} pikkuses $\lambda = 137^0 41',1$ W.

Näide 3. 5./I 1936. a. $T_{Gr.} = 3^h\,27^m\,40^s$; arvutada Kuu (☾), Veenuse (♀) ja Jupiteri (♃) tunninurgad pikkuses $\lambda = 104^0 50',8$ W.

1) 5./I $T_{Gr.}$ . . . . . $3^h\,27^m\,40^s$
R 2^h peale $6\;54\;1$
ΔR $1^h\,28^m$ eest $14{,}5$

$S_{Gr.}$ . . . . . $10\;21\;55$
λ_w . . . . . $6\;59\;23$

S_k . . . . . $3\;22\;32$

2) $T_{Gr.} = 4^h$ . . . $\alpha_K = 3^h\,45^m\,19^s$
muutus 32^m tagasi $-\;1\;19$

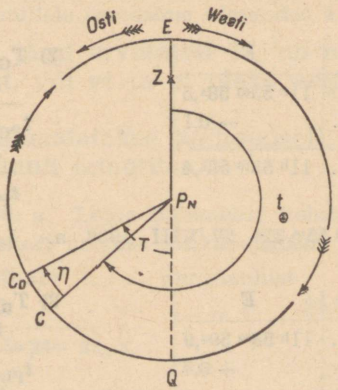
$\alpha_K =\;3\;44\;0$

	♀ (293)	♃ (53)
3) α $T_{Gr.} = 0^h$ 5./I	$16^h\,0^m\,12^s$	$16^h\,44^m\,25^s$
muutus $3^h\,28^m$ eest edasi	$+\,42$	$+\,7$
α	$16\;0\;54$	$16\;44\;32$

4) $t_{☾k} = 3^h\,22^m\,32^s - 3^h\,44^m\;0^s = 0^h\,21^m\,28^s$ Ost.
$t♀_k = 3\;22\;32 - 16\;0\;54 = 11\;21\;38$ W.
$t♃_k = 3\;22\;32 - 16\;44\;32 = 10\;38\;0$ W.

Ülesanne 5. Antud on $T_{Gr.}$ teataval momendil; leida Päikese tunninurk antud meridiaanil (t_{Pk}) samal momendil.

Almanahhis ei ole toodud vahetult Päikese otsetõusu suurusi, mispärast seda ülesannet on lihtsam lahendada mitte sel teel nagu ülesandeid 3 ja 4, vaid veidi teisiti.



Joon. 66.

Joonisest 66, kus punkt C on tõeline, C_0 aga keskmine Päike, saame

$$t_P = 12^h + T - \eta = T + (12^h - \eta). \qquad (1)$$

Valemi väärtused t_P ja T peavad kuuluma ühele meridiaanile,

$$\left.\begin{aligned} t_{PGr.} &= T_{Gr.} + (12^h - \eta) \\ t_{Pk} &= T_k + (12^h - \eta) = T_{Gr.} + (12^h - \eta) \mp \lambda_w^0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Märkides väärtuse $(12^h - \eta)$, kus η on ajavõrrand, E-ga, saame

$$\left.\begin{aligned} t_{PGr.} &= T_{Gr.} + E \\ t_{Pk} &= T_{Gr.} + E \mp \lambda_o^w \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Väärtus $E = 12^h - \eta$, mis on pidevalt muutuv η muutumise tõttu ja alati lähedane 12 tunnile (kuna $\eta_{max} = \frac{+14}{-16}$ min.), antakse almanahhis iga päev Greenwichi keskmise aja igale paaristunnile. Et arvutada E antud $T_{Gr.}$ jaoks, tuleb talitada täpselt samuti, kui oli tähendatud δ_P valiku kohta.

Kui valemi (3) järgi arvutamisel t_{Pk} tuleb üle 24 tunni, siis 24 tundi tuleb ära heita.

Selle valemi järgi arvutatud kohalik tunninurk on alati tavaline ehk West, ja kui tema suurus osutub üle 12^h, siis võib ja isegi peab muutma ta Osti-tunninurgaks, võttes täienduse kuni 24 tunnini. Tunninurgale kuupäeva muidugi kirjutada tarvis ei ole.

Näide 1. $T_{Gr.} = 4^h\,20^m\,35^s$ 18./VII 1936. a. Leida t_{Pk} meridiaanil $\lambda_0 = 10^h\,27^m\,37^s$.

	E
1) 18./VII $T_{Gr.} = 4^h$ . . .	$11^h\,53^m\,58^s,5$
muutus 21^m ette	$-0,1$
antud momendil	$11^h\,53^m\,58^s,4$

2) $T_{Gr.} = 4^h\,20^m\,35^s$ 18./VII
$E = 11\;53\;58,4$

$t_{PGr.} = 16^h\,14^m\,33^s,4$
$\lambda_0 = 10\;27\;37$

$t_{Pk} = 2^h\,42^m\,10^s$ W.

Näide 2. $T_{Gr.} = 22^h\,55^m\,32^s$ 27./VIII 1936. a. Leida t_{Pk} meridiaanil $\lambda_0 = 2^h\,10^m\,41^s$.

	E
27./VIII $T_{Gr.} = 22^h$	$11^h\,58^m\,39^s,9$
muutus 56^m ette	$+0,7$
antud momendil	$11^h\,58^m\,40^s,6$

2) $T_{Gr.} = 22^h\,55^m\,32^s$ 27./VIII
$E = 11\;58\;40,6$

$t_{PGr.} = 10^h\,54^m\,12^s,6$
$\lambda_0 = 2\;10\;41$

$t_{Pk} = 13^h\;4^m\,54^s$ W $=$
$= 10^h\,55^m\,6^s$ Ost.

Sääraseid ülesandeid esineb laeva kohamääramisel merel sumneri meetodi abil Päikese vaatluste järgi.

Ülesanne 6. Arvutada T_k ja T_l tähe kulminatsiooni- (ülemise või alumise) momendil.

Võttes arvesse, et tähe kulminatsiooni-momendil tema tunninurk võrdub kas 0^h (ülemine kulminatsioon) või 12^h (alumine kulminatsioon), ja meenutades aja põhivalemit $S = t + \alpha$, järeldame, et

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) ülemiseks kulminatsiooniks, kui} & t_* = 0^h \ldots S_k = \alpha_* \\ \text{b) alumiseks} \quad \text{„} \quad \text{„} & t_* = 12^h \ldots S_k = \alpha_* \pm 12^h \end{array}\right\} \quad (1)$$

Suurus α_* leidub väga lihtsalt almanahhist antud kuu argumendiga, järelikult leiame valemi (1) järgi ka kohaliku täheaja valitud tähe kulminatsiooni momendil, ja ülesande edasine lahendamine seisneb T_k leidmises, kui on teada S_k.

Sellist küsimust me arutasime juba ülesandes 2, kus oli antud ka tema ligikaudne lahendus valemi järgi

$$T'_k = S'_k - R'. \quad (2)$$

Järelikult ka antud ülesanne on lahendatav samuti ligikaudselt, kusjuures valem (2), asendades sinna S_k valemist (1), kujuneb

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) ülemiseks kulminatsiooniks} \ldots & T'_k = \alpha_* - R' \\ \text{b) alumiseks} \quad \text{„} \ldots & T'_k = \alpha_* - R' \pm 12^h \end{array}\right\} \quad (3)$$

Märkus: Ülesande täpset lahendamist võib teostada järk-järgulise lähenemise meetodiga, millele osutasime ülesandes 2.

Kui selle valemi järgi arvutatud T'_k on negatiivne, siis teda tuleb lahutada 24^h-st, või et ta ei oleks negatiivne, võib α_*-ga liita 24^h.

Kuna ülesanne lahendatakse ligikaudselt, siis α_* ja R' tuleb almanahhist võtta ainult minutites.

Näide 1. 23./X 1936. a. Leida ligikaudne kohalik keskmine aeg (T'_k) tähe α Geminorum (Castor) ülemise kulminatsiooni momendil.

$S'_k = \alpha_* = 7^h\,31^m$ . . . . . almanahhist
$R' = \quad -2\ \ 7$ . . . . . „ 23./X peale

$T'_k = \quad 5^h\,24^m$ 23./X.

Näide 2. 1./VI 1936. a. Leida T'_k tähe α Argus (Canopus) alumisel kulminatsioonil.

$S'_k = \alpha_* \mp 12^h = 18^h\,23^m$
$R' = \quad -16\ \ 39$

$T'_k = \quad 1^h\,44^m$ 1./VI.

Pikkus selle ülesande lahendamiseks ei ole vajalik; tähendab, et T'_k mistahes tähe kulminatsioonil on üks ja sama kõigil vaatlejail Maakeral.

Teades nüüd T'_k tähe kulminatsiooni momendil, ei ole raske arvutada ka T_l samal momendil; siin on juba pikkuse teadmine vajalik.

Ülesanne lahendatakse valemi järgi

$$T_l = T'_k \pm \lambda_0^w \mp \text{nr.}_0^w = \begin{cases} \alpha_* - R' \pm \lambda_0^w \mp \text{nr.}_0^w \ldots \text{ülemise kulminatsiooni jaoks} \\ \alpha_* \mp 12^h - R' \pm \lambda_0^w \mp \text{nr.}_0^w \text{ alumise kulminatsiooni jaoks} \end{cases}$$

Näide 3. 10./XI 1936. a. Pikkuses $\lambda = 143^0 16'$ Ost arvutada T_l tähe α Tauri (Aldebaran) ülemise kulminatsiooni momendil.

$S'_k = \alpha_*$	=	$4^h\,32^m$
R'	= −	$3\;18$
T'_k	=	$1^h\,14^m$
λ_0	= −	$9\;33$
$T'_{Gr.}$	=	$15^h\,41^m$
Vöötme nr.	= +	10
T_l	=	$1^h\,41^m$

Tavalises meresõidu-praktikas osutub täiesti küllaldaseks selle ülesande ligikaudne lahendamine.

Ülesanne 7. Arvutada ligikaudselt T_k ja T_l Päikese ülemise kulminatsiooni momendil.

Ülesandes 5. meil oli valem (2)

$$t_{Pk} = T_k + E,$$

siit

$$T_k = t_{Pk} - E \qquad (1)$$

Päikese ülemise kulminatsiooni momendiks, kui tema $t_{Pk} = 24^h$ (0^h), saame

$$T_k = 24^h - E. \qquad (2)$$

Selle valemi kasutamisel me kohtume raskusega, millele sarnane esines T leidmisel antud S järgi, ja nimelt suuruse E almanahhist valikul, sest et selle valikuks on vajalik teada $T_{Gr.}$, viimane aga on meile teadmata.

Kuid almanahhist ei ole raske näha, et E suurim ööpäevane muutumine küünib vaevalt 30^s (talvise seispunkti ümber). Järelikult võttes almanahhist E $T_{Gr.}$-le $= 12^h$, heites ära sekundid ja

ümardades minutid, võib täpsusega kuni 1^m lugeda seda E suurust püsivaks antud ööpäevaks.

Kui seda ümardatud, ilma sekunditeta E-d nimetada E', siis saab lihtsalt

$$T'_k = 24^h - E'. \qquad (3)$$

Kuna suurus E' on alati lähedane 12^h-le, siis ka T'_k on alati 12^h ümber.

Märkus: Seda ülesannet võib lahendada ka mistahes täpsuse astmes järk-järgulise lähenemise meetodi abil.

Näide 1. 23./VI 1936. a. Leida T_k Päikese ülemisel kulminatsioonil.

Almanahhist $T_{Gr.} = 12^h$ . . . . $E' = 11^h\,58^m$.
Otsitav $T'_k = 24^h - 11^h\,58^m = 12^h\,2^m$.

Paneme tähele, et ülesande ligikaudsest lahendamisest pikkus λ osa ei võta, järelikult kõikidel vaatlejail Maakeral Päikese kulminatsiooni l i g i k a u d n e keskmine kohalik aeg antud päeval on üks ja seesama.

Teades T'_k on kerge leida ka Päikese ülemise kulminatsiooni T_l (vt. ülesanne 6), kusjuures nüüd muidugi peab teadma pikkust.

Võttes arvesse, et T_l kujutab endast antud vöötme ühtlusaega, võetud ainult täpsusega kuni 1^m, saame ülesande lahendamiseks järgmise valemi:

$$T_l = T'_k \pm \lambda_o^w \mp \text{nr.}_o^w = 24^h - E' \pm \lambda_o^w \mp \text{nr.}_o^w. \qquad (4)$$

Näide 2. 12./III 1936. a. Leida T_l Päikese ülemisel kulminatsioonil pikkuses $\lambda = 123°32'$ W.

Almanahhist $T_{Gr.} = 12^h$ . . . . $E' = 11^h\,50^m$, siis:

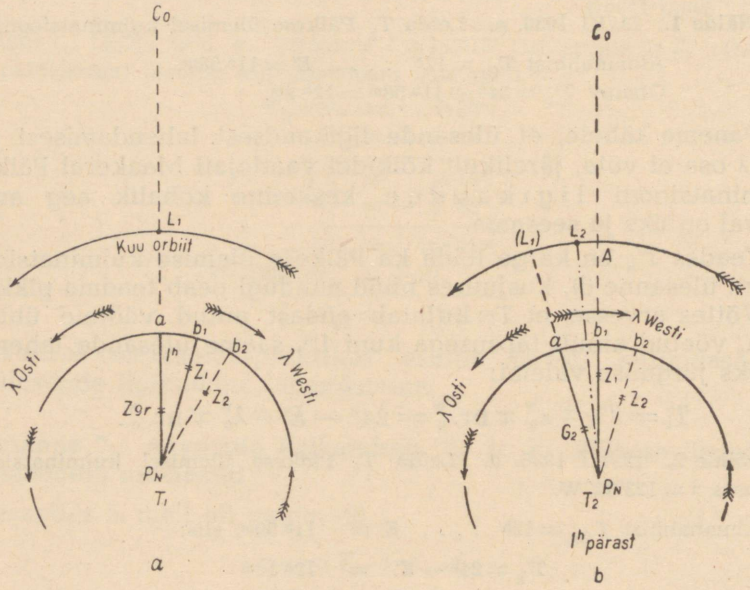
$T'_k = 24^h - E' = 12^h\,10^m$
$\lambda_w = +\ 8^h\,14^m$
$T'_{Gr.} = 20^h\,24^m$
Vöötme nr. $= -\ 8$
$T_l = 12^h\,24^m$

Ülesanne 8. Arvutada T'_k ja T_l Kuu ja planeetide ülemisel või alumisel kulminatsioonimomendil.

Vaatleme vaid ligikaudset ülesande lahendamist. Almanahhis on iga kuu I lk. antud $T_{Gr.}$ iga päeva kohta Kuu ülemisel ja alumisel kulminatsioonimomendil Greenwichis; kõrval on peenkirjaga näidatud selle efemeriidi ööpäevased vahed. Neist tabeleist nähtub, et Kuu läbib meridiaani päev-päevalt ikka hiljemini

ja hiljemini. See tekib sellest, et Kuu omab suurt omaliikumist sfääril, suuremat kui keskmine Päike ning suunatud samasse poole; sellepärast tekib Kuu meridiaani pidev mahajäämine keskmise Päikese meridiaanist ja tema ikka hilisem ja hilisem kulminatsioon; need mahajäämised ei ole päev-päevalt ühtlased Kuu ebaühtlase omaliikumise tõttu.

Oletame nüüd, et mingisugusel päeval Kuu kulmineerub Greenwichis täpselt keskmisel keskpäeval, s. o. sel momendil nad on ühel meridiaanil; see asend on näidatud joon. 67-a.



Joon. 67.

Keskmise aja 1^h järele Maa pöördub keskmise Päikese suhtes (C_0) 15^0 võrra ja maakera meridiaanil $P_N b_1$ (Z_1) saabub keskmine keskpäev.

Kuid selle aja vältel Kuu (joon. 67-b) jõuab punkti L_2 oma orbiidil ja Kuu kulminatsioon selles punktis (Z_1) on mõni aeg pärast keskmist keskpäeva, mis on vajalik selleks, et Kuu tuleks Z_1 meridiaanile; meridiaanil Z_2 Kuu kulminatsioon on vaadeldav veel suurema hilinemisega oma keskmise keskpäeva suhtes jne., ja üldse mida suurem on W-i pikkus, seda hiljemini ja hiljemini saabub kohaliku keskmise aja järgi Kuu kulminatsioonimoment.

Järgmisel päeval Kuu kulminatsioon Greenwichis ei ole kesk-päeval, vaid hiljem selle minutite arvu võrra, mis on almanahhis näidatud kui „vahe".

Kui lugeda, et ühe ööpäeva jooksul Kuu omaliikumine toimub ühtlaselt, siis on selge, et W-pikkuses 1^h (15^0) kulminatsioonimomendi hilinemine keskmisest keskpäevast võrdub ..... $\frac{\text{vahe}}{24}$, pikkuses $= 2^h$ aga see hilinemine on ... $2 \cdot \frac{\text{vahe}}{24}$ jne.

Analoogiliselt arutledes me tuleksime järeldusele, et O-pikkustes tekib Kuu kulminatsiooni keskmise aja ennetamine, ja jällegi võrdselt pikkusega.

Täpselt samasugune pilt esineb päev-päevalt ja sedasama peab ütlema ka Kuu alumise kulminatsiooni kohta.

Sellepärast T'_k leidmiseks Kuu ülemisel või alumisel kulminatsioonimomendil mingisuguses pikkuses tuleb:

1. *valida almanahhist samaks päevaks* $T_{Gr.}$ *vastavale Kuu kulminatsioonile Greenwichis;*

2. *interpoleerida see* $T_{Gr.}$ *pikkusega, minnes mööda efemeriidi alla, kui pikkus on W-, ja üles — kui pikkus on O-.*

Selleks interpolatsiooniks võib kasutada võrdeliste osade tabelit (lk. 218—223, 1936. a. almanahhis), minnes sinna „vahega" ja pikkusega; viimast tuleb võrdeliste osade tabelis võtta äärmises paremas lahtris.

Näide 1. 20./IX 1936. a. Arvutada T'_k Kuu ülemisel kulminatsioonil, pikkuses 80^0 W ($5^h\,20^m$).

1) 20./IX $T_{Gr.}$	$15^h\,14^m$
õiend	$+\,11$
20./IX T'_k	$15^h\,25^m$

Vahe .... 48. Kuna pikkus on W-, interpoleerime alla.

Õiend on:

$$\frac{48}{24} \cdot 5{,}3 = 10^m{,}6.$$

Näide 2. 11./I 1936. a.; $\lambda = 7^h\,29^m$ Ost. Leida T'_k Kuu ülemisel kulminatsioonil.

11./I $T_{Gr.}$	$1^h\,55^m$
õiend	$-\,14$
11./I T'_k	$1^h\,41^m$

... $\left(\frac{46}{24} \cdot 7{,}5\right)$ ehk võrdeliste osade tabeli järgi.

Näide 3. 3./XII 1936. a.; $\lambda = 4^h\,40^m$ W. Leida T'_k Kuu alumisel kulminatsioonil.

Vastus: $T'_k = 16^h\,33^m$ 3./XII.

Näide 4. 29./V 1936. a.; $\lambda = 10^h\,12^m$ W. Leida T'_k Kuu ülemisel kulminatsioonil.

Vastus: $T'_k = 19^h\,29^m$ 29./V.

Näide 5. 1./VII 1936. a.; $\lambda = 8^h\,54^m$ Ost. Leida T'_k Kuu alumisel kulminatsioonil.

Vastus: $T'_k = 8^h\,52^m$ 1./VII.

Et Kuu omaliikumises jääb maha keskmisest Päikesest igapäev keskmiselt 49^m võrra ja tema tiirlemise periood Maa ümber on $24^h\,49^m$, siis võib juhtuda, et mõnel päeval üldse ei ole seda või teist kulminatsiooni, mis almanahhis on märgitud kahe tähekesega. Sel puhul tuleb almanahhist $T_{Gr.}$ võtta eelmise kuupäeva peale W-pikkuse korral, ja järgmise kuupäeva peale O-pikkuse korral ning interpoleerida, nagu tähendatud ülemal. Selle juures võib muidugi juhtuda, et ka kohalikul meridiaanil ei ole Kuu kulminatsiooni.

Niisugune nähtus ülemiseks kulminatsiooniks võib esineda täiskuu ajal, alumiseks kulminatsiooniks aga — noorkuu päeval.

Näide 6. 3./VIII 1936. a.; $\lambda = 4^h$ W. Leida T'_k Kuu ülemisel kulminatsioonil.

Almanahhist on näha, et sellel päeval Kuu Greenwichis ei kulmineeru.

Kuna pikkus on W- ja interpoleerida tuleb alla, siis võtame $T_{Gr.}$ eelmise päeva peale.

2./VIII$_{Gr.}$ . . . . $23^h\,54^m$; vahe . . . . 52.
õiend . . . . + 13

2./VIII T'_k 24 7
ehk 3./VIII T'_k . . . . $0^h\,7^m$

Näide 7. 21./IV 1936. a.; $\lambda = 10^h$ Ost. Leida Kuu alumise kulminatsiooni T'_k.

22./IV $T_{Gr.}$ . . . . $0^h\,20^m$
õiend . . . . — 24

21./IV T'_k . . . . $23^h\,56^m$.

Näide 8. 1./IX 1936. a.; $\lambda = 4^h$ W. Leida Kuu ülemise kulminatsiooni T'_k.

31./VIII $T_{Gr.}$ . . . . $23^h\,25^m$
õiend . . . . + 9

31./VIII T'_k . . . . $23^h\,34^m$.

Viimases näites T'_k arvutati 31./VIII, kuna õiend ei osutunud küllaldaselt suureks, et summas saada üle 24^h, s. o. järgmine, antud kuupäev. See tähendab, et antud pikkuse meridiaanil,

nagu ka Greenwichis, sellel päeval Kuul ülemist kulminatsiooni ei ole.

Näide 9. 14./XI 1936. a.; $\lambda = 2^h$ Ost. Leida T'_k Kuu alumisel kulminatsioonil.

Vastus: Sellel päeval Kuu alumist kulminatsiooni ei ole. Lähim tuleb 15./XI $T'_k = 0^h\,16^m$, eelmine aga oli 13./XI $T'_k = 23^h\,27^m$.

Täpselt samuti arvutatakse ka planeetide kulminatsioonide T'_k, millede jaoks almanahhis $T_{Gr.}$ on toodud (lk. II, III) ainult ülemisteks kulminatsioonideks. Kuna „vahed" siin on väga väikesed, siis alumise kulminatsiooni aeg erineb antud ülemise ajast ligikaudu $\mp 12^h$ võrra.

Seejuures tuleb tähele panna, et planeetidel alla interpoleerimisel õiend ei ole alati märgiga pluss: ta võib olla positiivne ja negatiivne, sõltuvalt efemeriidi muutuse iseloomust.

Näide 10. 4./XI 1936. a.; $\lambda = 7^h{,}5$ W. Leida T'_k Jupiteri ($2\!\!4$) ülemisel ja alumisel kulminatsioonil.

4./XI $T_{Gr.}$ . . . . $14^h\,40^m$
õiend . . . . — 1

4./XI T'_k . . . . $14^h\,39^m$ . . . . ülemine kulminatsioon
4./XI T'_k . . . . $2^h\,39^m$ . . . . alumine kulminatsioon.

Planeetidel, nagu ka Kuul võib juhtuda, et antud päeval ei ole seda või teist kulminatsiooni, kuid võib ka juhtuda, et ühel päeval esineb kaks ühenimelist kulminatsiooni.

Kõikidel vaadeldud juhtudel T_l arvestus sooritatakse T'_k järgi valemiga

$$T_l = T'_k \pm \lambda_o^w \mp \mathrm{nr.}_o^w .$$

§ 38. MITMESUGUSEID ÜLESANDEID.

Me osutasime juba sellele, et enamik meresõidu-astronoomia ülesandeist nõuab taevakeha polaarkolmnurga lahendamist, selleks aga on vajalik teada selle kolmnurga 3 elementi. Need elemendid võivad olla antud kas ülesandes, või võetud kaardilt, või valitud almanahhist, või peavad olema eelnevalt välja arvutatud. Esitame siin ülesandeid, milledel on tegelik tähtsus ja mis enamikus kujutavad astronoomia nende tegelike ülesannete osi, millede õppimisele me asume edaspidi, meie kursuse III osas.

Ülesande lahendamisel peame järgnevat kohuslikku tehete korda:

1) *kõigepealt selgitame ülesande idee ja määrame tema lahendamise käigu;*

2) *määrame, kust võivad olla võetud lahenduse teostamiseks vajalikud andmed, ja selgitame, kui tarvis, missugused lisatehted või koguni iseseisvad ülesanded tuleb sooritada vajalike andmete saamiseks;*

3) *teostame lahendamise, s. o. koostame valemid, analüüsime neid ja teostame arvutlused.*

Iga ülesanne, seda enam aga astronoomiline, peab väliselt olema tehtud korralikult: ei pea olema määrdunud kohti ega palju läbikriipsutusi jne.; arvutlused peavad olema paigutatud rangelt skeemi järgi, kui väike ülesanne ka ei oleks; kõikide arvutamiste ja valikute täpsus peab vastama kasutatavate logaritmide tabelite ja soovitava resultaadi täpsusele.

Ülesanne 1. Vaatleja Maal asub punktis, kus $\varphi = 59^0 58',7$ N ja $\lambda_0 = 2^h\,1^m\,11^s$ (Leningrad).

Missugune on temalt vaadeldav Päikese kõrgus $T_{Gr.} = 13^h\,23^m\,1^s$ 24./VIII 1936. a.?

Lahenduse käik: Kõrgus tuleb arvutada taevakeha polaarkolmnurgast.

Andmete saamine: Andmetest on olemas ainult üks kolmnurga element φ (ehk $90^0 - \varphi$). Kuid teades antud $T_{Gr.}$, on kerge valida almanahhist δ_P selleks momendiks ... kolmnurga 2-st elementi; peale selle võib arvutada t_{Pk} (§ 37, ülesanne 5). Siis φ, δ_P ja t_{Pk} ongi neiks kolmeks elemendiks, millede järgi on lahendatav kolmnurk, s. o. arvutatud h_P.

Märgime, et almanahhist tuleb valida mitte ainult δ_P, vaid ka E (t_{Pk} arvutamiseks) ning mõlemad need suurused valime aja kokkuhoiu mõttes ühiselt.

	δ_P (N)	E
1) 24./VIII $T_{Gr.} = 14^h$	$11^0 3',1$	$11^h\,57^m\,44^s,1$
muutus 32^m eest tagasi	$+\,0,5$	$-\,0,3$
antud momendil	$11^0 3',6$	$11^h\,57^m\,43^s,8$

2) $T_{Gr.} = 13^h\,23^m\,1^s$ 24./VIII
$E = 11\;57\;43,8$

$t_{PGr.} = 1^h\,20^m\,45^s$
$\lambda_0 = 2\;1\;11$

$t_{Pk} = 3^h\,21^m\,56^s$ W.

h_P arvutamine tuntud φ, δ ja t järgi:

3) Valem: $\sin h = \overset{+}{\sin\varphi}\cdot\overset{+}{\sin\delta} + \overset{+}{\cos\varphi}\cdot\overset{+}{\cos\delta}\cdot\overset{+}{\cos t} \;\ldots\; +\mathrm{I} + \mathrm{II}\;(\alpha)$.

Valemi analüüsime märkidega vastavalt antud suurustele ja nimetustele.

4) Arvutamine skeemi järgi:

$\varphi = 59^0 58',7$ N	sin	9,9375	cos	9,6993
$\delta = 11^0 3',6$ N	sin	9,2829	cos	9,9918
$t = 3^h\ 21^m\ 56^s$			cos	9,8037
	lg I	9,2204	lg II	9,4948
	G. A	0,2744	α . . .	0,1851

$\lg \sin h = 9{,}6799$
$h = 28^0 35',3$

Ülesanne 2. Antud on: $55^0 45',3$ N ja $\lambda_0 = 2^h\ 30^m\ 17^s$ (Moskva); $T_{Gr.} = 6^h\ 34^m\ 55^s$ 14./XII 1936. a.

Missugune on h_P sel momendil?

Vastus: $h_P = 3^0 12',5$.

Ülesanne 3. Antud on: $\varphi = 35^0\ 40',4$ N, $\lambda_0 = 9^h\ 18^m\ 19^s$ (Tokio); $T_{Gr.} = 19^h\ 24^m\ 1^s$ 4./I 1936. a.

Missugune on h_P sel momendil.

Vastus: $h_P = -29^0 17',5$ (Päike on horisondi all).

Ülesanne 4. Antud on: $\varphi = 48^0 50',2$ N ja $\lambda_0 = 0^h\ 9^m\ 21^s$ (Pariis); $T_{Gr.} = 22^h\ 10^m\ 29^s$ 6./VIII 1936. a.

Missugune on tähe α Lyrae (Vega) kõrgus sel momendil?

Ülesande lahendamise käik on samane eelmistega: h_* tuleb arvutada taevakeha polaarkolmnurgast.

φ on antud; δ_* valik almanahhist on lihtsam kui Päikese jaoks, kuna ei ole vaja mingit interpoolimist; t_{*k} tuleb arvutada antud $T_{Gr.}$ järgi.

Valemi h_* arvutamiseks võetakse jällegi $\sin h = \ldots$; tema analüüsimine toimub tavalises korras.

1) $T_{Gr.} = 22^h\ 10^m\ 29^s$ 6./VIII
$R\ 22^h = 21\ \ 1\ \ 1{,}0$
$\Delta R\ 10^m$ eest $= \quad + 1{,}6$
$S_{Gr.} = 19^h\ 11^m\ 32^s$
$\lambda_0 = \ 0\ \ 9\ \ 21$
$S_k = 19^h\ 20^m\ 53^s$
$\alpha_* = 18\ \ 34\ \ 49$
$t_* = \ 0^h\ 46^m\ \ 4^s$ W; $\delta_* = 38^0 43',6$ N.

2) $\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t \ldots + \mathrm{I} + \mathrm{II} \ldots (\alpha)$

3) $\varphi = 48^0 50',2$ N	sin	9,8767	cos	9,8184
$\delta = 38^0 43',6$ N	sin	9,7963	cos	9,8921
$t = 0^h\ 46^m\ 4^s$			cos	9,9912
	lg I	9,6730	lg II	9,7017
	G. A.	0,0287	α . . .	0,2869

$\lg \sin h = 9{,}9886$
$h = 76^0 56',0$

Ülesanne 5. $\varphi = 22^{0}53',7$ S ja $\lambda_w = 2^h\,52^m\,54^s$ (Rio-Janeiro); $T_{Gr.} = 22^h\,7^m\,40^s$ 25./II 1936. a. Leida h_* α Bootis (Arcturus) sel momendil.

Ülesanne lahendatakse analoogiliselt eelmisele.

Vastus: $h_* = -43^{0}23',0$.

Ülesanne 6. $\varphi = 38^{0}42',4$ N ja $\lambda_w = 1^h\,10^m\,45^s$ (Atlandi ookean, Portugali ranniku läheduses). $T_{Gr} = 18^h\,42^m\,38^s$ 12./IV 1936. a. Missugune on Päikese asimuut (A_P) sel momendil?

Lahenduse idee ja käik: Silmanähtavalt tuleb taevakeha asimuut arvutada polaarkolmnurgast, kõrguse asemel eelmisis ülesandeis ning kolmnurga samade elementide järgi: φ on antud, δ_P — almanahhist, t_P — tuleb eelnevalt välja arvutada teades T_{Gr}.

	δ_P (N)	E
1) 12./IV $T_{Gr.} = 18^h$	$8^{0}48',7$	$11^h\,59^m\,14^s,8$
muutus 45^m edasi . . .	$+\,6,6$	$+\,0,5$
antud momendil . . .	$8^{0}49',3$	$11^h\,59^m\,15^s,3$

2) $T_{Gr} = 18^h\,42^m\,38^s$ 12./IV
$E = 11\ 59\ 15,3$
$t_{PGr.} = 6^h\,41^m\,53^s,3$
$\lambda_w = 1\ 10\ 45$
$t_{Pk} = 5^h\,31^m\,8^s$

3) $\operatorname{ctg} A = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{cosec} t - \sin\varphi \cdot \operatorname{ctg} t \ldots + \mathrm{I} - \mathrm{II} \ldots (\beta)$

4)

$\varphi = 38^{0}42',4$ N	cos	9,8923	sin	9,7961
$\delta = 8^{0}49',3$ N	tg	9,1909		
$t = 5^h\,31^m\,8^s$	cosec	0,0035	ctg	9,1025
	lg I	9,0867	lg II	8,8986
	β . . .	9,5460	G. A. . . .	0,1881
	lg ctg A =	8,6327		

$A = 87^{0}32',5$ NW $= 272^{0}27',5$

Ülesanne 7. $\varphi = 33^{0}1',6$ S ja $\lambda_w = 78^{0}25',6$ (Vaikne ookean, L.-Ameerika ranniku lähedal). $T_{Gr} = 13^h\,37^m\,46^s$ 7./XI 1936. a. Missugune on A_P sel momendil?

Vastus: $A_P = \mathrm{S}\,81^{0}20',8\,\mathrm{O} = 98^{0}39',2$.

Ülesanne 8. $\varphi = 37^{0}47',4$ N, $\lambda_w = 8^h\,54^m\,43^s$ (Vaikne ookean, San-Franciscost läänes). $T_{Gr.} = 8^h\,46^m\,2^s$ 7./VII 1936. a. Leida tähe α Persei asimuut (A_*) sel momendil.

See ülesanne erineb eelmisist (6 ja 7) mitte sisuliselt, vaid ainult sellega, et siin Päikese asemel esineb täht. Nüüd δ_* valik lihtsustub, t_{*k} arvestus antud $T_{Gr.}$ järgi toimub nagu ülesandes 4.

1) $T_{Gr.} = 8^h\,46^m\,2^s$ 7./VII
$R\,8^h = 19\;\;0\;\;26{,}4$
$\Delta R\,46^m$ eest $= \qquad +7{,}6$

$S_{Gr} = 3^h\,46^m\,36^s$
$\lambda_w = 8\;\;54\;\;43$

$S_k = 18^h\,51^m\,53^s$
$\alpha_* = 3\;\;19\;\;47$

$t_{*k} = 15^h\,32^m\,6^s$ W $= 8^h\,27^m\,54^s$ Ost; $\delta_* = 49^0 38',1$ N

2) $\operatorname{ctg} A = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{cosec} t - \sin\varphi \cdot \operatorname{ctg} t \ldots + \mathrm{I} + \mathrm{II}$ (α)

$\varphi = 37^0 47',4$ N	cos	9,8978	sin	9,7873
$\delta = 49^0 38',1$ N	tg	0,0705		
$t = 8^h\,27^m\,54^s$	cosec	0,0976	ctg	9,8767
$(3^h\,32^m\;\;6^s)$				
	lg I	0,0659	lg II	9,6640
	α	0,1450	G. A.	0,4019
	lg ctg A	0,2109		

$A = 31^0 36',3$ NO $= 31^0 36',3$.

Ülesanne 9. $\varphi = 58^0 43',4$ N ja $\lambda_0 = 1^h\,30^m\,10^s$ (Balti meri). $T_{Gr.} = 18^h\,34^m\,40^s$ 18./III 1936. a. Leida α Aurigae (Capella) A_* sel momendil.

Vastus: $A_* = \mathrm{N}\,101^0 6',3\,\mathrm{W} = 258^0 53',7$.

Ülesanne 10. $\varphi = 34^0 55'$ S ja $\lambda_w = 3^h\,44^m$ (Montevideo, Uruguai), 11./I 1936. a. Arvutada, missugune on tähe α Virginis (Spica) kõrgus ja tunninurk l. (Ost-i ja W-i) vertikaali läbimisel, ja siis leida, mis kella ajal laevaaja järgi see toimub.

Lahendamise käik: On selge, et nii kõrgus kui ka t_* saadakse arvutamisega polaarkolmnurgast, kus: φ — on antud, δ_* — valitakse almanahhist ja $A_* = 90^0$. Samuti on selge, et t_* ja h_* on arvutatavad täiesti täpselt. Mis aga puutub edasisse T_k arvutamisse tähe l. vertikaalist läbimise momentideks, siis seda juba ei saa teha täpselt, vaid täpsusega kuni 4^m.

Selle tõttu ka andmed ülesandes on toodud vähema täpsusega; kõik edaspidised valikud teeme samuti vaid täpsusega kuni $1'$ ehk 1^m.

1) Valime almanahhist . . . . . $\delta_* = 10^0 50'$ S
$\alpha_* = 13^h\,22^m$
11./I $R = 7^h\,19^m \ldots$ ($T_{Gr.} = 12^h$ peale)

2) Valemid: $\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin h + \cos\varphi \cdot \cos h \cdot \cos A$
$\operatorname{ctg} A \cdot \sin t = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta - \sin\varphi \cdot \cos t$;

kui $A = 90^0$ ehk 270^0, saame:

$$\sin h = \underset{+}{\operatorname{cosec}\varphi} \cdot \underset{+}{\sin\delta} \quad \ldots\ldots \quad h > 0^0$$

$$\cos t = \underset{+}{\operatorname{ctg}\varphi} \cdot \underset{+}{\operatorname{tg}\delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad t < 6^h$$

3) $\varphi = 34^0 55'$ S	cosec	0,2423	ctg	0,1561
$\delta = 10^0 50'$ S	sin	9,2740	tg	9,2819
	lg sin h	9,5163	lg cos t	9,4380
	$h = 19^0 10'$		$t = 4^h\,56^m$ Ost ehk W.	

4) $S_k = t_* + \alpha_* =$ $\begin{cases} 19^h\ 4^m + 13^h\ 22^m = 8^h\ 26^m & \ldots \text{ Osti vertikaal} \\ 4^h\ 56^m + 13^h\ 22^m = 18^h\ 18^m & \ldots \text{ Westi vertikaal} \end{cases}$

5) $T_k = S_k - R =$ $\begin{cases} 8^h\ 26^m - 7^h\ 19^m = 1^h\ 7^m & \ldots \text{ Osti vertikaal} \\ 18^h\ 18^m - 7^h\ 19^m = 10^h\ 59^m & \ldots \text{ Westi vertikaal} \end{cases}$

6) $T_l = T_k \pm \lambda_o^w \mp \text{nr.}_o^w =$ $\begin{cases} 1^h\ 7^m + 3^h\ 44^m - 4^h = 0^h\ 51^m \\ 10^h\ 59^m + 3^h\ 44^m - 4^h = 10^h\ 43^m \end{cases}$

Kõrguse h ja tunninurga t arvutamiste kontrolli võib teostada Meretabelite (tab. 23—24) abil, kus mitmesuguste laiuste ja taevakehade mitmesuguste deklinatsioonide jaoks on antud nende kõrgused ja tunninurgad esimesel vertikaalil. Nende tabelite juures tuleb pisut peatuda ja nendega lähemalt tutvuneda, kuna edaspidi tuleb nende tabelitega tihti tegelda.

Tabelites 23 ja 24 on laiused 0^0 kuni 80^0 antud üle 1^0, taevakehade deklinatsioonid aga kuni 60^0. Tabel on muidugi kõlblik mistahes taevakeha jaoks, olgu see Päike, Kuu või täht, mille deklinatsioon N-i või S-i ei ületa 60^0; seda deklinatsiooni 60^0-list piiri tabel ei ületa vaid sellepärast, et taevasfääri selles vöötmes — paralleelist 60^0 N kuni paralleelini 60^0 S — asetsevad peaaegu kõik tähtsamad taevakehad, mida tavaliselt kasutatakse vaatluste objektidena.

Tabel on ühteviisi kasutatav nii ühenimeliste φ ja δ kui ka isenimeliste puhul. Valemite analüüs aga näitab, et isenimeliste φ ja δ korral tabelis antud kõrgust tuleb lugeda negatiivseks (horisondi all); tõeline tunninurk aga saadakse, kui tema tabeliline suurus lahutada 12^h-st. See selgub ka geomeetriliselt: tarvitseb vaid joonistada sfäär ja tõmmata taevakeha paralleel, millel δ on isenimeline φ-ga.

Ülesanne 11. $\varphi = 41^0 52'$ N ja $\lambda = 0^h\,57^m$ Ost (Napoli). Arvutada $T_{\text{.}}$, kui Päike on Westi vertikaalil 30./V 1936. a., ja tema kõrgus seejuures.

Lahendatakse ligikaudselt.

1) Almanahhist: $\delta_P = 21^0 47'$ N .... $T_{Gr} = 12^h$ 30./V.
$E' = 12^h\,3^m$

$$\begin{array}{c} + \quad + \\ \sin h = \operatorname{cosec}\varphi \sin\delta \ldots\ h > 0^0 \\ + \quad + \\ \cos t = \operatorname{ctg}\varphi \operatorname{tg}\delta \ldots\ t < 6^h \end{array}$$

2) Valemid:

3)

$\varphi = 41^0 52' \text{ N}$	cosec	0,1756	ctg	0,0476
$\delta = 21^0 47' \text{ N}$	sin	9,5695	tg	9,6017
	lg sin h	9,7451	lg cos t	9,6493
	$h = 33^0 47'$.		$t = 4^h\ 14^m$ W.	

4) $T'_k = t_{Pk} - E = 4^h\ 14^m - 12^h\ 3^m = 16^h\ 11^m$.

5) $T_1 = T'_k - \lambda_0 + \text{nr.} = 16^h\ 11^m - 0^h\ 57^m + 1^h = 16^h\ 14^m$.

Tabelitest 23 ja 24, $\varphi = 42^0$ ja $\delta = 22^0$: $h = 34^0$, $t = 4^h\ 13^m$.

Nagu teada, läbida 1. vertikaali võivad ainult need taevakehad, milledel $\delta < \varphi$; kui aga $\delta > \varphi$, siis taevakehad 1. vertikaali ei läbi, ja elongatsiooni momendiks, s. o. suurimaks eemaldumiseks meridiaanist asimuudi järgi, kui taevakeha vertikaal riivab paralleeli ja parallaktiline nurk $q = 90^0$, saame

$$\sin h = \cos\varphi \operatorname{cosec}\delta \text{ ja } \cos t = \operatorname{tg}\varphi \operatorname{ctg}\delta. \qquad (2)$$

Valemite (2) ja (1) võrdlus näitab, et tabeleid 23 ja 24 võib kasutada ka taevakeha h ja t leidmiseks elongatsiooni momendil — tarvitseb vaid tabeleisse minekuks laius asendada deklinatsiooniga ja vastuidi [1].

§ 39. LÜHIKE KONSPEKT PEATÜKILE AJAST.

Terve meie poolt vaadeldud osa ajast on sedavõrd tähtis ja ühtlasi väga raskesti omandatav, et on kasulik tuua terve selle osa konspektiivne ülevaade. Anname konspekti lühikeste definitsioonide, reeglite ja valemite näol, millede selge arusaamine ja kindel teadmine tagab selle osa teadmist tervikuna.

1. **Täheaeg** on kevadpunkti ♈ tunninurk (W).

2. **Tähe-ööpäev** — ajavahemik kevadpunkti ♈ kahe üksteisele järgneva **ülemise** kulminatsiooni vahel.

---

[1] Soovitame lahendada võimalikult rohkem seda liiki ülesandeid ning seejuures täiesti iseseisvalt; õpilane peab saavutama täielikult vaba ajamuundamise oskuse, taevakehade tunninurga vahekorra ajaga jne. — ainult siis võib olla veendunud, et peatükk ajast, mis võib-olla on üks raskemaid, on küllaldaselt omandatud.

Märgime veel kord, et ülemaltoodud ülesanded omavad mitte ainult õppealalist, vaid ka praktilist tähtsust.

3. **Tähe-ööpäeva algus** — kevadpunkti ♈ **ülemise** kulminatsiooni moment.

4. **Tähe-ööpäeval kuupäeva** (daatumit) **ei ole.**

5. **Tähe-ööpäeva pikkus on püsiv.** Valmistada kella, mis käiks täheaja järgi, on võimalik.

6. Tähe-ööpäeva algus aasta jooksul satub ööpäeva mitmesugustele kellaaegadele; siit — tema sobimatus igapäevases elus.

7. **Päikeseaeg.** Päikese (tõeline) ööpäev on ajavahemik Päikese kahe üksteisele järgneva **alumise** kulminatsiooni vahel.

8. **Tõelise ööpäeva algus** on Päikese **alumise** kulminatsiooni moment.

9. **Tõeline ööpäev** on pikem tähe ööpäevast, kuid tema kestus aasta jooksul **ei ole võrdne**, kuna α_P muutus toimub ebaühtlaselt; siit — tõelise ööpäeva kasutamise ebasobivus.

10. **Keskmine päike** on kujuteldav punkt, mis liigub ühtlaselt mööda ekvaatorit, ja kiirusega, mis vastab Päikese liikumise keskmisele kiirusele mööda ekliptikat. 4 korda aastas mõlemad Päikesed on ühel meridiaanil.

11. α_{Pk} **muutub ühtlaselt**, ligikaudu 4^m (1^0) ööpäeva jooksul ($3^m\,56^s{,}6$).

12. **Keskmine ööpäev** on ajavahemik keskmise Päikese kahe üksteisele järgneva alumise kulminatsiooni vahel.

13. **Keskmise ööpäeva algus** on keskmise Päikese alumise kulminatsiooni moment.

14. **Ajavõrrand** — η — on nurk keskmise ja tõelise Päikese meridiaanide vahel; ta võrdub tõelise ja keskmise Päikese otsetõusu vahega ehk keskmise ja tõelise Päikese tunninurga vahega.

$$\eta = \alpha_P - \alpha_{kP} = t_{kP} - t_P$$

15. $\eta_{max} = \frac{+14^m}{-16^m}$; 4 korda aastas $\eta = 0$, s. o. mõlemate Päikeste meridiaanid ühtivad.

16. **Keskmine aeg** on võrdne keskmise Päikese tunninurgaga, liidetud $\mp\ 12^h$-ga; $T = t_{kP} \mp 12^h$.

17. **Sideeriline aasta** — ajavahemik, mille jooksul Päike teeb täisringi (360^0) mööda ekliptikat. Sideeriline aasta = 365,2564 keskmist ööpäeva.

18. **Troopiline aasta** on ajavahemik, mille jooksul Päike muudab oma pikkust 360^0 võrra. Troopiline aasta = 365,2422 keskmist ööpäeva. Troopiline aasta on lühem täheaastast.

19. Aeg mitmesugustel meridiaanidel: ida pool on aega rohkem, lääne pool vähem λ (ehk $\Delta\lambda$) võrra.

$$T_{Gr} = T_k \pm \lambda_0^w;\ S_{Gr.} = S_k \pm \lambda_0^w.$$

20. **Ühtlusaeg** — $\ddot{U}A$ = vöötme keskmeridiaani keskmise ajaga. Greenwich'i vööde = nr. 0; numeratsioon läheb Osti ja Westi kuni nr. 12.

$$\ddot{U}A = T_k \pm \lambda_0^w \mp \text{vöö nr.}_0^w.$$

21. **Laevaaeg** — T_l — on ühtlusaeg, kuid võetud täpsusega kuni 1^m.

22. **Aja demarkatsioonijoon** — ligikaudu 180° meridiaan — eraldab piirkondi erinevate kuupäevadega. Ületades seda joont O-kurssidega, kuupäev kordub; ületades aga W-kurssidega — jäetakse üks kuupäev vahele.

23. **Mere astronoomiline aastaraamat** (almanahh). Peab teadma materjali paigutust, oskama valida δ_P, E, R, δ_*, α_* ja käsitada võrdeliste osade tabeleid (lk. 218—223).

24. **Aja põhivalem:** $S = t + \alpha$ ehk $S = t + \alpha - 24^h$.

25. **Keskmise aja muundamine täheajaks:**

Greenwichi jaoks: $S_{Gr} = T_{Gr} + R$,
mistahes meridiaani jaoks: $S_k = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0^w$.

26. **Täheaja muundamine keskmiseks** ainult ligikaudselt:

$$T'_k = S'_k - R'.$$

27. **Arvutada** t_P antud pikkusel ja antud T_{Gr} järgi:

$$t_{Pk} = T_{Gr} + E \mp \lambda_0^w.$$

28. **Arvutada** t_* antud pikkusel ja antud T_{Gr} järgi:

$$t_{*k} = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0^w - \alpha_*.$$

29. **Arvutada** T'_k **Päikese ülemiseks kulminatsiooniks** ligikaudselt:

$$T'_k = 24^h - E' \ \ldots\ \text{ülem.}$$

30. **Arvutada** $\ddot{U}A$ **ja** T_l Päikese ülemise kulminatsiooni momendiks. Enne tuleb arvutada T'_k (vt. p. 29) ja siis $\ddot{U}A$ ja T (vt. p. 20 ja 21).

31. **Arvutada T'_k tähe kulminatsiooni momendiks**

$T'_k = \alpha_* - R'$ .... ülem. kulminats.
$T'_k = \alpha_* - R' \mp 12^h$ .... alum. kulminats.

} täpsusega kuni 4^m. R valida interpolatsioonita.

32. **Arvutada $\ddot{U}A$ ja T_1** tähe kulminatsiooni momendiks — esmalt T'_k (p. 31), ja siis $\ddot{U}A$ ja T^1 (p. 20, 21).

33. Ülesannete lahendamise kord üldse.

34. Meretabelite tab. 23, 24 ning nende käsitamine.

INSTRUMENDID.

Peatükk 5.

TÄHEGLOOBUS.

§ 40. ÜLDKIRJELDUS.

Tähtede vaatleja peab teadma, missugust tähte nimelt ta vaatleb. Kui taevas on selge ja tähtkujud näha, siis küsimus selle kohta, millist tähte vaadeldakse, lahendatakse lihtsalt tähe kuuluvuse järgi ühte või teise tähtkujusse ja tema asendiga viimases. Vaadelda merel tuleb tavaliselt heledamaid (1-se, harva 2-se heledusjärgu) tähti.

Kuid praktikas juhtub tihti, et taevas on kaetud osalt pilvedega ja on näha ainult mõni üksik täht, mille tähtkujusse kuuluvus on teadmata. Vaadelnud sellist tähte, isegi tähistaevast hästi tundev laevajuht ei ole võimeline otsustama, millist tähte nimelt ta vaatles.

Ka esineb praktikas tihti juhtumeid, kus on soovitav selle või teise ülesande kas või ligikaudne lahendamine, kuid lihtne ja kiire.

Kõigil neil juhtumitel osutab asendamatut abi laevajuhile n. n. t ä h e g l o o b u s. Tähegloobus kujutab taevasfääri, millele on märgitud need põhiringid, mis sfääril omavad muutmatut asendit, ja nimelt: taevaekvaator, taevaparalleelid (üle 10^{0}) ja taevameridiaanid (üle 15^{0} ehk 1^{h}). Peale selle, kallakuga ekvaatorile $23^{0}27'$ nurga all, on märgitud suurring — ekliptika, jaotatud kraadideks. Ekliptika lõikepunktid ekvaatoriga on punktid ♈ ja ♎; jaotused nii ekvaatoril kui ka ekliptikal on märgitud punktist ♈ ühte ja samasse poole. Punkti ♈ juures seisab arv XXIV, ja meridiaanid (üle 1^{h}) on ekvaatoril märgitud samuti rooma numbritega: I, II, III jne.

Saades gloobusel meridiaanide ja paralleelide võrgu, osutub võimalikuks tähistada mistahes taevakeha kohta tema koordinaatide — deklinatsiooni ja otsetõusu järgi, mis ongi teostatud tunduva osa tähtede suhtes põhja- ja lõunapoolkeral.

On endastmõistetav, et niisuguseid taevakehi, nagu Päike, Kuu ja planeedid, mis pidevalt muudavad oma deklinatsiooni ja otsetõusu, ei saa gloobusele märkida „alatiseks", vaid ainult ajutiselt, antud momendiks almanahhist või mõnest teisest astronoomilisest tabelist võetud koordinaatide järgi. Nende taevakehade kohad tähistatakse gloobusele ligilisatud erilise pehme värvilise pliiatsiga, mis on gloobuse glasuuritud pinnalt vajaduse möödumisel kergesti kustutatavad.

Gloobuse telg kujutab maailmatelge ja tema otsad — taevapooluseid; põhjapoolus eristub sellega, et tema läheduses asetseb täht Polaris (α Ursae Minoris).

Telje väljaulatuvate otste külge on kinnitatud gloobust ümbritsev vaskrõngas selliselt, et gloobus võib pöörelda telje ümber. See rõngas on jaotatud kraadideks (üle 1^0), kusjuures ekvaatoril on 0^0, ja näidud suurenevad pooluste poole kuni 90^0; ta kujutab vaatleja kohameridiaani. See rõngas asetseb omakorda rõngas, mis kujutab vaatleja tõelist horisonti vastavate jaotustega — asimuutidega.

Et gloobus esildaks antud vaatlejale tähistaeva seda pilti, millist ta näeb tõelisuses mingisugusel momendil, tuleb gloobus kõigepealt seada tema laiuse järgi (meenutada sfääri kujutamist joonisel). Kuna tähegloobus ei ole midagi muud kui taevasfääri näitlik kujutus, siis tema seadmiseks laiuse järgi on vajalik: esiteks, et ülemine poolus vastaks vaatleja laiuse nimetusele, ja teiseks, kuna pooluse kõrgus horisondist võrdub koha laiusega φ, siis peab gloobuse telge kallutama nii, et kraadide arv horisondist kuni ülemise pooluseni oleks võrdne laiusega. Märgime, et seejuures vaatleja kohameridiaani kaarel horisondi juures on näit. $= 90^0 - \varphi$. Kui on põhjalaius, siis see kraadide arv tuleb lugeda horisondi Nordi-punktist, lõuna laiuse korral — Süüdi-punktist.

Peale seda tuleb gloobust ennast pöörata telje ümber ja orienteerida teda antud momendiks ajas, ja kuna gloobusele on märgitud punkt Υ, siis ka gloobus peab olema seatud tema tunninurga järgi, mis, nagu teada, kujutab täheaega. Teiste sõnadega — gloobust tuleb pöörata telje ümber nii, et vaatleja meridiaani kohal ekvaatoril oleks näit võrdne kohaliku täheajaga.

Mingisuguseid pidurkruvisid gloobusel ei ole ja ta hoitakse soovitavas asendis lihtsalt hõõrdumisega.

Taevakeha h ja A sobivamaks määramiseks gloobusel viimane on varustatud seadeldisega neljast vastastikku ristiolevast

ja omavahel ühendatud vertikaalist kaarepikkusega 90°; nende vertikaalide alumised otsad on ühendatud rõngaga, ja kogu see seadeldis asetatakse gloobusele, nii et alumine ühendav rõngas lasuks tõelisel horisondil. On selge, et vertikaalide lõikepunkt on punkt Z (seniit).

Kahe vertikaali kaarel on samuti kraadilised jaotused, ja soovikohaselt võib neile asetada väikest, hõõrdumisega paigalpüsivat indeksit teravikuga, mis on pöördud gloobuse pinna poole ja toodud antud tähe juurde. Teraviku näit vertikaalil annab h_* valitud momendil, vertikaali enda näit aga tõelise horisondi ringil — A_* samal momendil.

Kahe vastastikku ristleva vertikaali olemasolu annab sobivama võimaluse tähtede paari valiku ülesande lahendamisel Sumneri meetodi jaoks.

Ülemalkirjeldatud ehituse korral tähegloobus võimaldab saada resultaate täpsusega kuni 1°—1½° kaare mõõdus ja 4—5 minutit ajas. Seepärast ka andmeid gloobuse seadmiseks, s. o. φ ja S_k, on küllaldane teada ülemalnimetatud täpsusega.

§ 41. ÜLESANNE MISTAHES TUNDMATU TÄHE NIMETUSE MÄÄRAMISEKS TEMA KÕRGUSE JA ASIMUUDI JÄRGI.

Näide 1. $\varphi = 52^0$ N, $\lambda = 20^0$ W; 20./I 1936. a. $T_1 = 17^h$ mõõdeti tundmatu tähe $h = 31^0$ ja märgiti seejuures tema kompassipeilung $KP = 75^0$ SO, $\Delta K = 0^0$.

Missugust tähte vaadeldi?

Seame gloobuse laiuse järgi $\varphi = 52^0$ N; N-poolus peab olema horisondi peal, näit vaatleja meridiaanil horisondi juures võrdub 38^0 ($90^0 - 52^0$).

Arvutame $S_k = T_1 \pm \text{nr.}\,{}^{w}_{o} \mp \lambda^{w}_{o} + R$, kusjuures R valime almanahhist interpolatsioonita $T_{Gr.}$-le $= T_1 \pm \text{nr.}\,{}^{w}_{o} = 18^h$, jättes ära sekundid. Siis

$$S_k = 17^h + 1^h - 1^h\,20^m + 7^h\,56^m = 0^h\,36^m.$$

Pöörame juba laiuse järgi seatud gloobust nii, et vaatleja meridiaani kaare alla tuleks näit ekvaatoril $0^h\,36^m$. Nüüd on gloobus seatud ja tähtede asetus temal on just niisugune, kui oli tõelisuses vaatluste momendil.

Asetame gloobusele vertikaalide ristiku ja ühe neist, jaotustega, seame horisondil asimuudile SO 75°. Nüüd näeme, et sellel vertikaalil kõrguses umbes 31° on täht Aldebaran (α Tauri). Järelikult seda tähte vaatlesimegi.

Näi-ted	Kuu-päev	φ	λ	T_l	Vaatlus		ΔK	Vastused: (tähe nimetus)
					h_*	KP_*		
2	15./XI	40° N	133° Ost	7h 10m	38°	SW 54°	+ 8°	α Canis minoris
3	8./I	37 S	48 Ost	19 48	38	270	— 12	α Piscis austr.
4	30./VI	3 S	155 W	6 20	28	51	+ 19	α Tauri
5	1./VIII	60 N	28 Ost	18 36	18	269	— 4	α Leonis
6	17./II	50 S	64 W	23 15	32,5	210	+ 7	α Eridani

§ 42. ÜLESANNE h_*, A_* VÕI KP_* MÄÄRAMISEKS ANTUD MOMENDIL (ΔK ANTUD).

Näide 7. $\varphi = 43^0$ N, $\lambda = 17^0$ W; missugust kõrgust ja asimuuti omab Arcturus (α Bootis) 5./XI 1936. a., $T_l = 17^h\,7^m$?

Arvutame:

$$S_k = 17^h\,7^m + 1^h - 1^h\,8^m + 22^h\,59^m = 15^h\,58^m$$

Seadnud gloobuse antud φ ja arvutatud S_k järgi, leiame kergesti vertikaalide ristiku ja temal oleva indeksi abil, et $h_* = 58^0$ ja $A_* = \text{SW}\,52^0 = 232^0$.

Gloobuse abil leitud h_* kergendab tema täpset mõõtmist sekstandiga sel momendil, andes vaatlejale võimaluse sekstanti ette seada sellele lugemile (vt. taevakehade kõrguste mõõtmine öösel nähtavast horisondist).

Leitud A_* liitmise läbi ΔK-ga annab KP_*, mis samuti kergendab vaatlusi tähe otsimise mõttes.

Näi-ted	Kuu-päev	φ	λ	T_{laeva}	Täht	ΔK	Vastused		
							h_*	A_*	KP_*
8	23./V	20° S	54° W	23h 35m	Sirius	—	Täht horisondi all		
9	10./IX	0	141 Ost	14 37	Antares	—	50°	132°	—
10	30./XII	39 S	35 Ost	2 55	Canopus	— 9°	53	232	241°
11	17./VII	12 N	109 W	21 30	Altair	+ 14	56	91	77
12	2./XI	70 N	12 W	8 2	Vega	— 3	29	54	57

Viimases ülesandes gloobuse seadmine ja lugemid teostati eriti hoolikalt.

Et otsustada selle üle, kuivõrd täpsed on tähegloobuse abil saadud resultaadid, arvutame viimases ülesandes h_* ja A_* valemitega $\sin h_* = \ldots$ ja $\operatorname{ctg} A_*$.

Vahepealsed lahendused on

$$S_k = 11^h\,0^m; \quad t_* = 7^h\,35^m \text{ Ost}$$

ja vastus

$$h_* = 28^0 43'; \quad A_* = 54^0 30'.$$

Sellest nähtub, et hoolikal seadmisel tähegloobus annab küllaldaselt täpseid resultaate.

§ 43. ÜLESANNE TAEVAKEHA TÕUSU JA LOOJAKU LIGIKAUDSE T_l LEIDMISEKS.

Seadnud gloobuse laiuse järgi, on selle ülesande lahendamiseks vajalik pöörata teda telje ümber nõnda, et valitud taevakeha tuleks horisondi tasemele tema Osti- või Westiosas (tõusuks Osti- ja loojakuks Westi-osa), ja märkida vastav lugem ekvaatoril vaatleja meridiaani kaare all. See lugem näitab selleks momendiks S_k, mida vaja vaid ligikaudu muundada laevaajaks T_l. Sellele ülesandele ei ole raske lisada ka taevakeha asimuudi leidmist; nendeks momentideks asimuut loetakse horisondil taevakeha juures.

Näide 13. $\varphi = 60^0$ N, $\lambda = 5^0$ Ost; leida T_l 20./XII 1936. a. tähe α Bootis (Arcturus) tõusu ja loojaku momentidel ja tema kompassipeilungid neil momentidel; $\Delta K = -5^0$.

Seadnud gloobuse laiuse järgi, pöörame teda nii, et Arcturus tuleks horisondile tema Osti-poolses osas; siinsamas tähe juures loeme horisondil tema asimuudi NO $48^1/_2{}^0$; ekvaatoril meridiaani kaare all lugem ... $5^h\,40^m = S'_k$.

Pöörame gloobust, toome tähe horisondile tema Westi-osas; loeme asimuudi NW $48^1/_2{}^0$ ja ekvaatoril $S''_k = 22^h\,45^m$.

Mõlemad leitud momendid S'_k ja S''_k muundame T_l-ks tavalises korras:

a) tõusuks: $T'_l = S'_k - R \pm \lambda^w_0 \mp$ vöönd nr.$^w_0 = 23^h\,24^m$; $KP'_* = 53^1/_2{}^0$

b) loojakuks: $T''_l = S''_k - R \pm \lambda^w_0 \mp$ vöönd nr.$^w_0 = 16^h\,29^m$; $KP''_* = 316^1/_2{}^0$

Näited	Kuupäev	φ	λ	Täht	ΔK	Vastused			
						tõusuks		loojakuks	
						T_{laeva}	KP_*	T_{laeva}	KP_*
14	30./III	24° S	156° W	α Canis maj.	+ 12°	12h 6m	96°	1h 10m	240°
15	18./VII	0	73 Ost	α Lyrae	+ 19	16 58	32	4 58	290
16	10./IX	64 N	24 W	α Aquilae	— 4	12 51	73	3 25	295
17	25./II	41 S	123 W	β Orionis	— 18	12 35	119	1 37	277
18	29./VIII	11 N	55 Ost	α Cygni	+ 8	15 40	36	5 15	308

§ 44. ÜLESANNE TÄHTEDE PAARI VALIKUKS ANTUD MOMENDIKS T_l JÄRGI LAEVAKOHA MÄÄRAMISEL SUMNERI MEETODI ABIL.

Praegu märgime ainult, et laevakoha määramiseks sumneri meetodi abil on sobivaim vaadelda tähti kõrgusega mitte üle 50—60° (ja mitte alla 10°) ja asimuutide vahega võimalikult 90° lähedal, ja mitte mingil tingi-

musel alla 30^0 ega üle 150^0. Kolme tähe vaatlemisel asimuutide vahe peab olema võimalikult ligemal 60^0-le või 120^0-le.

Isegi täiesti selge taeva ja tähtkujude tundmise korral osutub silma järgi tähtede paari valik asimuutide vahega 90^0 kaunis raskendatuks, kui tähtede kõrgused teineteisest tunduvalt erinevad. Tähegloobus, lahendades kiiresti tähtede valiku ülesande, annab peale selle valitud tähtede kohta eelandmeid (h ja A), mis kergendavad vaatluste endi teostamist.

Näide 19. $\varphi = 60^0$ N, $\lambda = 150^0$ Ost; valida 17./VII 1936. a. $T_l = 20^h$ tähtede paar sumneri ülesande jaoks, ja kui niisugust paari sel ajal ei ole, siis näidata, mis kellaajal kuni 2^h 18./VII niisugused tähed leiduvad, tingimusel, et asimuutide vahe ei oleks alla 70^0 ega üle 110^0.

Esmalt arvutame vaatluste soovitava ajavahemiku alguse ja lõpu S_k: 20^h ja 2^h.

$$S'_k = 20^h + 19^h\,40^m = 15^h\,40^m$$
$$S''_k = 2^h + 19^h\,40^m = 21^h\,40^m$$

Seadnud gloobuse $\varphi = 60^0$ N ja $S'_k = 15^h\,40^m$ järgi ja asetanud vertikaalide ristiku, keerame viimast ühele või teisele poole, kuni ristiku kahel kõrvukaarel või nende lähedal leidub gloobusel küllaldaselt heledaid tähti. Valinud ühe või mitu tähtede paari, võtame gloobuselt nendest igaühe kõrguse ja asimuudi.

Niisugusteks tähtedeks ja paarideks meie näites oleksid:

$T_l = 20^h$ ($S'_k = 15^h\,40^m$)

1) α Aquilae (Altair)	$h_1 = 21^0$	$A_1 = $ SO	70^0
α Bootis (Arcturus)	$h_2 = 47^0$	$A_2 = $ SW	30^0
		$A_2 - A_1 =$	100^0
2) α Aquilae (Altair)	$h_1 = 21^0$	$A_1 = $ SO	70^0
α Virginis (Spica)	$h_2 = 14\frac{1}{2}^0$	$A_2 = $ SW	35^0
		$A_2 - A_1 =$	105^0
3) α Lyrae (Vega)	$h_1 = 55^0$	$A_1 = $ SO	74^0
α Bootis (Arcturus)	$h_2 = 47^0$	$A_2 = $ SW	30^0
		$A_2 - A_1 =$	104^0
4) α Lyrae (Vega)	$h_1 = 55^0$	$A_1 = $ SO	74^0
α Virginis (Spica)	$h_2 = 14\frac{1}{2}^0$	$A_2 = $ SW	35^0
		$A_2 - A_1 =$	109^0

Nendest paaridest osutuvad parimaiks 1-ne ja 2-ne paar, sest et tähe Vega kõrgus on veidi liialt suur.

Nende paaride kõlblikkus vaatlusteks sumneri ülesande jaoks kestab enam-vähem pikemat aega ka pärast $T_l = 20^h$, kusjuures mõningail juhtu-

mitel ühtedel paaridel nende kõlblikkuse tingimused h_k suuruse ja vahe $A_2 - A_1$ mõttes võivad ajajooksul paraneda, teistel aga vastupidi — halveneda. Peale selle võivad ilmuda ka uued paarid.

Nii on ülesandes näidatud ajavahemiku lõpuks, s. o kella 2-ks ($S''_k = 21^h\,40^m$) niisugusteks paarideks

1) α Aurigae ja α Pegasi
2) α Pegasi ja α Lyrae
3) α Lyrae ja α Ursae maj.

Nende paaride andmeid soovitame võtta õpilastel endil.

Näide 20. $\varphi = 35^0$ S, $\lambda = 120^0$ W; valida tähtede paar sumneri üldjuhtumiks, $T_1 = 3$—4^h 2./XII 1936. a.

Vahepealne lahendus: $T_1 = 3\frac{1}{2}^h$ .... $S_k = 8^h\,15^m$.

Vastused:

1) α Leonis (Regulus)	$h_1 = 36^0$	$A_1 = \text{NO } 33^0$
α Tauri (Aldebaran)	$h_2 = 17\frac{1}{2}^0$	$A_2 = \text{NW } 35^0$
		$A_2 - A_1 = 88^0$
2) α Tauri (Aldebaran)	$h_1 = 17\frac{1}{2}^0$	$A_1 = \text{NW } 55^0$
α Eridani (Achernar)	$h_2 = 25^0$	$A_2 = \text{SW } 35^0$
		$A_1 - A_2 = 90^0$

Näide 21. $\varphi = 52^0$ S, $\lambda = 60^0$ Ost; valida tähtede paar sumneri ülesandeks meridiaankõrgusega ehk ligimeridiaankõrgusega; $T_1 = 20$—21^h 23./I 1936.

Vahepealne lahendus: $T_1 = 20\frac{1}{2}^h$ .... $S_k = 4^h\,37^m$.

Vastus: 1) α Tauri (Aldebaran) kulmineerub Nordi umbes $20^h\,25^m$ laevaaja järgi, $H \cong 22^0$; samal momendil α Piscis Austr. (Fomalhaut) omab $h \cong 27^0$ ja $A \cong \text{SW } 73^0$.

2) Kogu ülemaltähendatud ajavahemiku jooksul (20—21^h) võib vaadelda α Tauri (Aldebaran) ligimeridiaankõrgusi; teiseks täheks jääb Fomalhaut.

3) Alates $22^h\,30^m$ võib vaadelda meridiaanist Osti β Orionis (Rigel) ligimeridiaankõrgusi, $h \cong 45^0$; 2-ne täht on Fomalhaut.

Näide 22. $\varphi = 52^0$ N, $\lambda = 150^0$ W; valida tähtede paar sumneri ülesandeks meridiaan- ehk ligimeridiaankõrgusega, T_1 0—1^h 7./VII 1936. a.

Vahepealne lahendus: $T_1 = 0^h\,30^m$ .... $S_k = 19^h\,31^m$.

Vastus: $0^h\,30^m$ α Aquilae (Altair) on meridiaani ligidal, temast Osti pool, $h \cong 47^0$; meridiaanil ta on $0^h\,50^m$ ümber.

Kõigil tema vaatlustel, meridiaanil või väljaspool, 2-ks täheks on α Bootis (Arcturus), W-i lähedasel asimuudil ja kõrgusega ($0^h\,50^m$) $h = 19\frac{1}{2}^0$ ümber.

Näide 23. $\varphi = 15^0$ N, $\lambda = 90^0$ Ost; valida 3 tähte sumneri üldjuhtumiks, $T_1 = 20$—22^h 31./XII 1936. a.

Vahepealne lahendus: $T_1 = 21^h$ .... $S_k = 3^h\,39^m$.

Vastus:

1) α Aurigae (Capella) $h_1 = 54^0$ $A_1 = \text{NO } 27^0$

2) β Orionis (Rigel) $h_2 = 58^0$ $A_2 = \text{SO } 43^0$
3) α Pegasi (Markab) $h_3 = 23^0$ $A_3 = \text{NW } 80^0$
Vastavalt asimuutide vahed on: 110^0, 143^0 ja 107^0.

§ 45. ÜLESANNE KOMPASSIÕIENDI (ΔK) MÄÄRAMISEKS.

Tähegloobuse abil on väga kerge ja lihtne lahendada kompassiõiendi (ΔK) määramise ülesandeid; õiend saadakse taevakeha kompassipeilungi võrdlemisest tema tõelise peilungiga (asimuudiga), saadud tähegloobuselt, mis on seatud φ ja taevakeha vaatluse momendile vastava S_k järgi.

Kui vastus on soovitav jämedalt ligikaudne, siis gloobuse seadmist võib teostada ligikaudse S_k järele, mis on arvutatud valemi järgi $S_k = T_1 \pm \text{nr.}_o^w \mp \lambda_o^w + R$ (nagu kõikides eelmisis ülesandeis). Tähegloobuselt saadud resultaati võib veidi täpsustada; selleks peab täpsustama tema seadmist — laiuse järgi kuni $\frac{1}{2}^0$—$\frac{1}{3}^0$, mis on võimalik; S_k järgi — kuni 2—3^m, mis on samuti võimalik, kuid selleks S_k peab arvutama kuni 1^m kellamomendi järgi taevakeha peilimisel; kella õiend ja pikkus peavad seejuures olema teada.

Näide 24. $\varphi = 55^0{,}5$ N; $\lambda_0 = 16^0{,}0$; 15./IX 1936. a. õhtul võeti α Bootise (Arcturus) peilung kompassi järgi = 283^0 ja märgiti moment kella järgi $m = 7^h\,50^m$; $u_k = +5^m$. Määrata ΔK.

m	$= 7^h\,50^m$	
u_k	$= +5$	
T_{Gr}	$= 19^h\,55^m$	
R	$= 23\;\;38$	15./IX
S_{Gr}	$= 19^h\,33^m$	
λ_0	$= +1\;\;4$	
S_k	$= 20^h\,37^m$	

Seadnud gloobuse $\varphi = 55^0{,}5$ N ja $S_k = 20^h\,37^m$ peale, saame temalt α Bootis;

$$A_* = \text{NW } 73^0{,}5 = 286^0{,}5,$$

kust

$$\Delta K = +3^0{,}5.$$

Et otsustada saadud resultaadi täpsuse üle, lahendame sellesama ülesande analüütiliselt, arvutades A'_* valemi ctg A järgi.
Arvutamisega saadakse $A'_* = 74^0{,}1$ — kokkusattumus on ülihea.

Näide 25. $\varphi = 12^0{,}3$ S ja $\lambda_w = 157^0{,}5$; 22./V 1936. a. hommikul võeti kompassi järgi peilung α Virginis (Spica) = $248^0{,}5$ ja märgiti kella järgi moment $m = 1^h\,34^m$; $u_k = -3{,}5^m$.

Määrata ΔK.

1) Lahendades ülesande gloobusel täpselt, eelmise taoliselt, saame:

Vahepealne lahendus: $S_k = 19^h\,0^m$.

Vastus: $A_* = \text{SW } 80\frac{1}{2}^0 = 260\frac{1}{2}^0$; $\Delta K = +12^0$.

2) Arvutamisega saame:

$$A'_* = \text{SW } 80^0{,}5;\ \Delta K = +12^0{,}0.$$

Näide 26. $\varphi = 44^0{,}7\ \text{N}$ ja $\lambda_w = 28^0{,}3$. 3./I 1936. a. õhtul võeti kompassipeilung α Tauri (Aldebaran) $= 83\frac{1}{2}^0$ ja märgiti kella järgi $m = 5^h\,30^m$; $u_k = +2^m$. Leida ΔK.

Vastus: $A_* = 78^0$; $\Delta K = -5\frac{1}{2}^0$.

Ülemaltoodud näidetest on näha, et tähegloobuse abil määratud ΔK saadakse küllalt suure täpsusega, mida võib nähtavasti hinnata $\mp 1^0$. Peab veel tähendama, et selleks on vajalik gloobuse hoolikas seadmine ja muidugi viimase täielik korrasolek: kui gloobus on vana ja ärakulunud, siis vaevalt võib saada resultaadi täpsust üle 2—3°; kuid ka see täpsus mõningais praktikaküsimusis võib osutuda küllaldaseks.

§ 46. MITMESUGUSEID ÜLESANDEID.

Nagu juba käesoleva peatüki algul (§ 40) oli öeldud, ei ole taevakehad, milledel on omaliikumine, nagu Päike, Kuu ja planeedid, gloobusel märgitud; selleks et lahendada mõnda ülesannet gloobusel nende taevakehade järgi, on vajalik neid märkida almanahhist antud päevaks võetud koordinaatide — deklinatsiooni ja otsetõusu järgi. Pärast seda võib mistahes ülesannet lahendada nende taevakehade järgi täielikult samuti kui liikumatute tähtede abil.

Taevakeha gloobusele kandmiseks vajalikud koordinaadid (α ja δ) võetakse almanahhist kas T_{Gr} järgi (kui T_l ja λ on antud), või antud kuupäeva keskpäeva peale Greenwichis, kui T_l ei ole antud; esimesel juhtumil tulemus on mõistetavalt kõrgem kui teisel, eriti Kuu jaoks, tema koordinaatide kaunis kiire muutumise tõttu. Muidugi ka viimasel juhtumil võib täpsust suurendada järk-järguliste lähenemiste meetodiga, kuid praktikas vaevalt tekib selleks vajadust.

Üldse on ülesannete lahendamine nende taevakehade järgi vähem täpne kui tähtede abil.

Tähendame, et Päikese otsetõus, mis on vajalik tema kandmiseks gloobusele ja mis almanahhis ei ole antud, arvutatakse väga lihtsalt: $\alpha_P = R - E$ [1]. Päikese märkimisel gloobusele tuleb silmas pidada, et tema koht peab alati olema ekliptikal, mis on gloobusel märgitud. Päikese jaoks, mille vaatlused on küllalt lihtsad

[1] See tuleneb järgmistest tuntud vahekordadest: $R = \alpha_{kP} \mp 12^h$; $E = 12^h - \eta$ ja $\eta = \alpha_P - \alpha_{kF}$.

ja sobivad, vaevalt tekib praktikas vajadust tähegloobuse kasutamiseks; planeetide tarvis — täielikult samal määral kui tähtede jaoks; Kuu jaoks aga tähegloobus võib meie praktikas osutuda vajalikuks mitte tema kõrguse mõõtmise või teiste kõrvaliste asjaolude hõlbustamiseks, vaid faktiliseks, olgugi ligikaudseks mitmesuguste ülesannete lahendamiseks.

Näide 27. $\varphi = 60^0$ N, $\lambda = 28^0$ Ost; leida ligikaudselt T_1 14./X 1936. a. Kuu tõusul, loojakul ja ülemisel kulminatsioonil.

Võtame almanahhist 12 tunni peale 14./X .... $\alpha_K = 12^h\,32^m$ ja $\delta_K = 9^0\,S$, ja kandes Kuu nende koordinaatidega gloobusele, lahendame ülesande täpselt samuti kui tähtede abil.

Saame gloobuselt:

Kuu tõusuks	$S_k \cong 7^h\,45^m$	kust	$T_k \cong 6^h\,23^m$
„ ülemiseks kulminatsiooniks	$S_k \cong 12^h\,30^m$	„	$T_k \cong 11^h\ 8^m$
„ loojakuks	$S_k \cong 17^h\,15^m$	„	$T_k \cong 15^h\,53^m$

Näide 28. $\varphi = 17^0$ S, $\lambda = 49^0$ W; leida Kuu tõusu ja loojaku ligikaudne T_1 27./VII 1936. a.

Vastus: Kuu tõusuks .... $T_1 \cong 12^h\,21^m$; Kuu loojakuks .... $T_1 \cong 1^h\,6^m$.

Näide 29. $\varphi = 45^0$ N, $\lambda = 16^0$ W; 15./VI 1936. a. umbes $T_1 = 23^h{,}5$ mõõdeti teadmata heleda tähe kõrgust, $h \cong 20^0$, ja märgiti seejuures tema peilung kompassi järgi SO 16^0, $\Delta K = 0^0$. Missugust tähte vaadeldi?

Arvutanud S_k ($\cong 16^h$) ja seadnud gloobuse φ ja S_k järgi, näeme, et sellel asimuudil ja kõrgusel ei ole heledat tähte. Paneme indeksi lugemile 20^0 vertikaali mööda ja viimase paneme asimuudile SO 16^0; indeksi teravik näitab sfääril punkti, mille otsetõus on umbes 17^h ja deklinatsioon umbes 22^0 S. Oletades, et vaadeldud taevakeha võis olla gloobusele kandmata planeet, pöördume almanahhi poole ja leiame planeedi Jupiter (♃), millel tõeliselt $\alpha = 17^h\,12^m$ ja $\delta = 22^0$ S. Järelikult me vaatlesime Jupiteri.

Näide 30. $\varphi = 52^0$ S; 8./VIII 1936. a. peiliti kompassi järgi Päikese keskpunkti tema tõelise loojaku momendil, $KP_P = 301^0$. Määrata kompassiõiend (ΔK).

Vastus: A_P = NW $64^0 = 296^0$; $\Delta K = -5^0$.

Näide 31. $\varphi = 60^0$ N ja $\lambda = 27^0$ Ost; ööl 29.—30. oktoobril 1936. a. valida Kuu asendi mõttes soodsaim ajavahemik, kestusega 1 tunni ümber, rumbil SW 20^0 asuva vaenlase ründamiseks torpeedokaatritega.

Märkus. Vastane peab olema „Kuu all", s. o. temaga ühel asimuudil.

Vastus: 0^h kuni 1^h.

Näide 32. $\varphi = 44^0$ N ja $\lambda = 32^0$ Ost; 7./II 1936. a. torpeedokaatrid said käsu kell 5^h (hommikul) rünnata vaenlast. Valida rünnakuks soodsaim kurss, eeldades, et rünnakut võib teostada mistahes rumbil.

Vastus: T. K. ≅ West.

TÄHINE TAEVAS.

§ 47. TÄHISTAEVA TUNDMAÕPPIMINE.

Ehkki tähegloobus võimaldab kõrguse ja asimuudi järgi määrata selle või teise tähe nimetust, kuid praktikas, eriti sagedatel öistel vaatlustel on väga kasulik osata lahendada seda ülesannet ka ilma tähegloobuseta; selleks aga peab õppima tundma tähistaevast. On endastmõistetav, et suurt arvu tähti ei ole võimalik peast teada ja see ei ole ka vajalik: on küllaldane teada kakskuni kolmkümmend tähte põhjapoolkeral ja paarkümmend lõunapoolsel, et rahuldada meresõidu-astronoomia väga tagasihoidlikke nõudeid, kus vaatluste objektideks võetakse vaid heledaimad tähed.

Sõltuvalt oma laiusest vaatleja võib näha neid või teisi tähti, kuna me teame, et need taevakehad, millede $\delta > 90^0 - \varphi$ ja on isenimeline laiusega, kunagi ei tõuse horisondi peale.

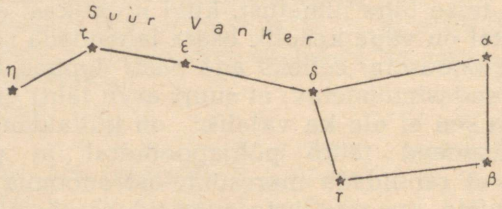
Missuguste tunnuste järgi võib siis ära tunda tähti? Me võime osutada kolmele tunnusele: 1) tähe kuuluvus sellesse või teise tähtkujusse, 2) tähtede vastastikune asend, 3) tähtede heledus (suurusjärk).

Mis puutub esimesse tunnusesse, tähtkujudesse, siis peab tähendama, et niisuguseid tähtkujusid, mis oleksid selgelt piiriteldud ja millede konfiguratsioon oleks silmapaistev ja kergesti meeldejääv, on vähe, kuid seda tähtsam ning ühtlasi ka kergem on neid peast teada, ja see on täiesti vajalik, kuna just see tunnus osutub põhi- ja lähtepunktiks tähistaeva tundmaõppimisel.

Küsimust selle kohta, milliseid tähtkujusid peab teadma ja kuidas nendele orienteerudes tuleb saada teiste heledate tähtede nimetusi, me käsitleme neid vaid vaatlejale põhjalaiuses, ja see juures mitte väga väikeses.

Põhiliseks, „juhtivaks" põhjataeva tähtkujuks on **Suur Vanker** (Ursa major), mis koosneb seitsmest kaunis heledast tähest (joon. 68). Kõik selle tähtkuju seitse peamist tähte on peaaegu ühesuguse ja seejuures kaunis suure heledusega; leida ja eraldada seda tähtkuju on väga kerge. Heledaim täht selle tähtkujus (α Ursae majoris, Alioth) omab suurusjärku 1,7, kõik teised on vähe nõrgemad. Kõik selle tähtkuju tähed võivad olla headeks vaatlusobjektideks. Leningradi laiuses (60° N) see tähtkuju kunagi ei looju ja on näha igal selgel ööl.

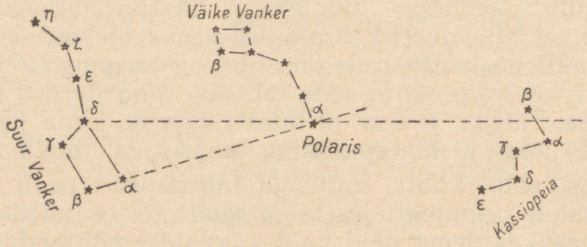
Leidnud Suure Vankri, tuleb kohe leida ka Põhjanael (α Ursae minoris, Polaris), **Väikese Vankri** tähtkujus. Selleks tuleb Suure Vankri tähtede α ja β sihti pikendada tähe α poole (joon. 69) umbes viie nende vahe võrra, siis satume mitte väga heledale (2,1) tähele, see on Polaris. Kontrolliks peetagu alati meeles, et Põhjanaela asimuut on Nordi ligidane ja tema kõrgus võrdub ligikaudu vaatleja laiusega. Kõik Väikese Vankri tähed



Joon. 68.

on kaunis nõrgad ja eraldada seda tähtkuju ümbritsevaist tähtedest võimaldub vaid hoolikal vaatlemisel; kuid selleks ei ole ka erilist vajadust: tähtis on ainult Põhjanael.

Teiste tähtkujude või üksikute tähtede otsimiseks me jätkame joonte tõmbamise meetodi kasutamist, mis ühendavad neid



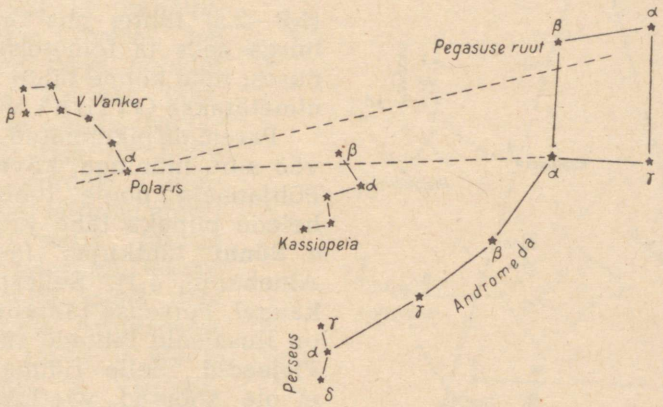
Joon. 69.

või teisi tähti; kuid peab meenutama, et jooned meie skemaatilistel joonistel tuleb taevas tõmmata mõtteliselt suurte ringide kujul (sisuliselt see ei ole päris õige, kuid ligemal tõesusele), lugedes end olevaks sfääri tsentrumis.

Kui ühendada Suure Vankri δ Põhjanaelaga ja seda joont pikendada samapalju teisele poole Põhjanaela (joon. 69), siis satume **Kassiopeia** tähtkujule, mille 5 peamist kaunis heledat (2,2—3,0) tähte moodustavad selgelt eraldatava ladinakeelse tähe

W kuju. Selles tähtkujus ei ole eriti märgatavaid tähti, kuid ta on vajalik edasiseks orienteerumiseks.

Pikendame mõlemat joont: Suure Vankri α, β — Põhjanael ja Suure Vankri δ — Põhjanael veel kaugemale, ja umbes Kassiopeia — Põhjanael võrdsel kaugusel me kohtame **Pegasuse Ruutu** (joon. 70), mis omab peaaegu õige ruudu suuremõõdulist kuju kaunis heledatest tähtedest (2,5—2,6). Pegasuse tähtkuju üks täht, lähim Põhjanaelale, kuulub juba teise tähtkuju, **Andromeda,** tähtede hulka (α). Andromeda tähtkuju alates Pegasuse Ruudust on kaarekujuline, mis haarab Kassiopeia tähtkuju ja koostub kolmest tähest (α, β, γ) samase heledusega (2,2—2,4).



Joon. 70.

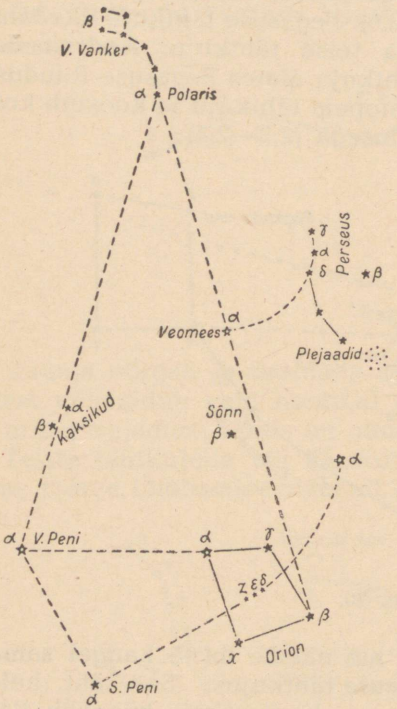
Andromeda kaart pikendades me näeme mitte kaugel samasuguse heledusega tähte α **Perseuse** tähtkujus. See täht, heledusega 1,9, on keskmiseks lühikeses kaares, mis koosneb Perseuse tähtedest γ, α ja δ. See lühike kaar on peaaegu risti Andromeda kaarega ja suunatud Kassiopeiale (joon. 70).

Kui seda Perseuse lühikest kaart pikendada Kassiopeiale vastupidises suunas, siis ta peaaegu riivab väga heledat tähte (α) **Veomehe** tähtkujus (α Aurigae, Capella, 0,2). See täht oma heleduselt on teine põhja poolkera tähtedest ning selles suhtes jääb maha ainult tähest α Lyrae — Vega.

Capella võib leida ka veel teisiti: kui võtta Suure Vankri tähtede δ ja α siht ja pikendada α poole, siis saame heleda tähe Capella.

Võtame nüüd Põhjanaela ja Capella sihi ja pikendame Capellast edasi umbes nende kahekordse kauguse võrra, saame väga

heleda tähtkuju — **Orioni.** See tähtkuju asetseb ekvaatoril ja osal tema tähtedest on N-, osal aga — S-deklinatsioon. Seepärast meie laiustes ta kerkib vähe üle horisondi ja öösel on nähtav ainult talvekuudel, oktoobrist kuni veebruarini. Selle tähtkuju peamised tähed, α, β, γ, $\varkappa$ asetsevad ebakorrapärase nelinurga kujul; kahes selle nelinurga tipus mööda diagonaali on tähed α (Betelguese, 0,5—1,1) ja β (Rigel, 0,3), meie taeva heledamaid tähti. Selle tähtkuju iseloomustavaks tunnuseks on veel kolm heledat (1,8—2,5) tähte, mis on nelinurga sees ja teineteise läheduses; neid kolme tähte (δ, ε, ζ) nimetatakse O r i o n i v ö ö k s.



Joon. 71.

Paremale pikendatud Orioni vöö siht mõninga kõverusega Põhjanaela poole toob meid heleda punaka tähe juurde — α **Sõnni** tähtkujus (α Tauri, Aldebaran, 1,1). Sellest mitte kaugel, Perseuse tähtkuju sihis on ilusamaid tähtede rühmi — **Plejaadid**. Selle rühma tähed ei ole sobivad vaatlusteks ja me meenutame seda ainult sellepärast, et teda on väga kerge leida ja ta võib abiks olla orienteerumisel.

Kui aga Orioni vöö sihti pikendada vasemale, saame kõige heledama tähe, **Suure Peni** α (α Canis majoris, Sirius, — 1,6), Selle tähe $\delta = 17^0$ S ja Leningradi laiuses ta on nähtav väikeses kõrguses horisondi S-osas, ainult talveöödel.

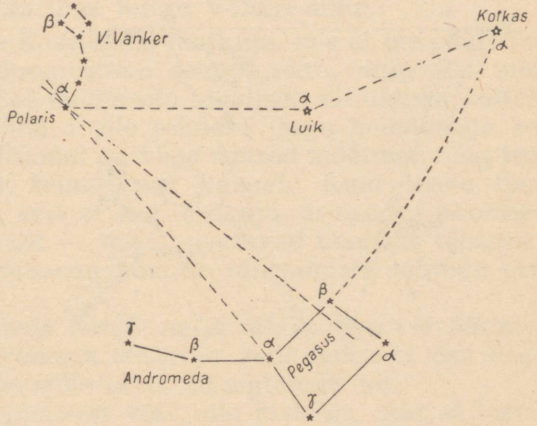
Siriusest peaaegu täisnurga all joonele Sirius—Orioni vöö ning Põhjanaela poole on väga hele täht **Väikese Peni** tähtkujus (α Canis minoris, Procyon, 0,9). Selle tähe võib ka leida Orioni kahe ülemise tähe (α ja γ) ühendusjoone pikendamisega Siriuse sihis.

Procyonist peaaegu sirgjoonel Põhjanaelale on kaks kaunis heledat tähte α ja β **Kaksikute** tähtkujus (α Geminorum, Castor,

2,0 ja β Geminorum, Pollux, 1,2), kusjuures esimene nendest on poolusele ligemal.

Pöördume Pegasuse ruudu juurde; kui tema kahest põhjapoolsest tähest tõmmata joon teisele poole (joon. 72) ja Andromeda peatähtede sümmeetrilise joone, siis leiame heleda tähe α **Kotka** tähtkujus (α Aquilae, Altair, 0,9) mis asetseb Linnuteel; sellest tähest Põhjanaela sihis ja umbes poolel teel temani on ka hele täht α **Luige** tähtkujus (α Cygni, Deneb, 1,3).

Nüüd tuleme tagasi meie lähte-tähtkuju Suure Vankri juurde (joon. 73) ja pikendanud tema kõverat, me kohtame väga heledat tähte α **Karjase** tähtkujus (α Bootis, Arcturus, 0,2), mis on heleduselt võrdne Capellaga ning nõrgem ainult Vegast, mille juurde tuleme edaspidi. Pikendades seda kaart veel kaugemale Arcturusest näeme tähte α **Neitsi** tähtkujus (α Virginis, Spica, 1,2); selle tähe deklinatsioon on S ja laiuses 60^0 N ta on nähtav madalal horisondi peal ainult sügisel ja talve algul.



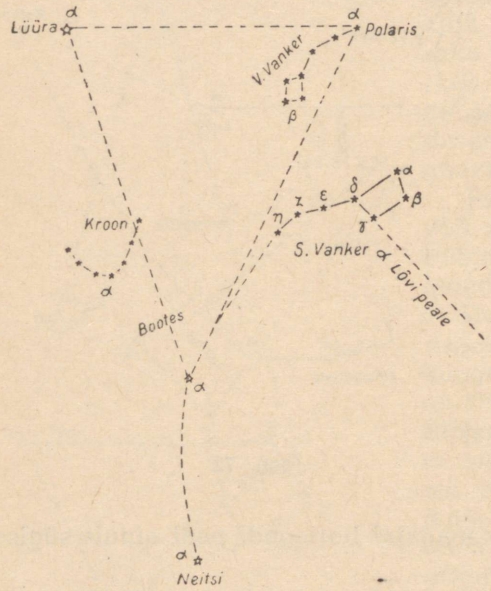
Joon. 72.

Minnes Suurest Vankrist Arcturuse poole me jätsime veidi kõrvale (NW-i) ühe ilusamaid põhja tähtkujusid — **Krooni**, millel on peaaegu poolringi õige kaare kuju kumerusega Arcturuse poole; see tähtkuju koosneb kuuest tumedamast tähest ja ühest heledamast poolringi tipus. Viimast tähte, α Krooni tähtkujus (α Coronae Borealis, Alphacca, 2,3) nimetatakse tihti K r o o n i p ä r l i k s.

Kui minna Arcturusest üle Krooni, siis näeme heledaimat põhjapoolkera tähte α **Lüüra** tähtkujus (α Lyrae, Vega, 0,1). Meie laiustes Vega omab suveöödel väga suurt kõrgust; talveöödel tema aset täidab Capella. Põhjanael, Vega ja Arcturus moodustavad n. n. s u u r t e t ä h t e d e k o l m n u r g a, mille tippudeks on nimetatud tähed.

Lõpuks, ühendades Suure Vankri tähed δ ja γ ning liikudes seda sirget mööda Põhjanaelast vastupidises suunas, leiame heleda tähe α **Lõvi** tähtkujus (α Leonis, Regulus, 1,2).

Heledate tähtedega vähem rikka lõunataeva ülevaadet me ei anna. Alamal tuuakse põhjataeva peamiste tähtkujude ja üksikute heledate tähtede loetelu, nende suurusjärgud, otsetõusud ja deklinatsioonid, mis võib kergendada nende otsimist taevas. Praktika vaatepunktist on tähtsam teada üksikuid tähti, tähtkujud toome aga kui aluse orienteerumiseks (osutatud väike arv tähtkujusid tuleb hästi ära õppida). Loetelus on märgitud, mida peab peast teadma ja mida selgel ööl peab taevas kiiresti leitama.



Joon. 73.

Käesoleva paragrahvi kokkuvõtteks peab ütlema mõne sõna meie arvates tähistaeva õppimise parima korra ja meetodi kohta. Kõigepealt tähendame, et tähistaeva tundmaõppimine kaartide ja jooniste abil on väga raske, sest et kõik kaardid ja joonised on koostatud projektsioonis, ja sirgjoontele joonistel vastavad taevas kaared ja vastupidi; peale selle tähistaeva pilt, mis joonisel on muutumata, tõesuses muutub pidevalt sfääri pöörlemise tõttu. Seepärast igaüks, kes tähistaevast soovib tundma õppida, peab sellele pühendama mõningad selged õhtud, tutvunedes järk-järgult tähtkujudega ja tähtedega kaartide, jooniste ja isegi tähegloobuse abil. Tähegloobuse suhtes peab märkima, et ehkki esimesel pilgul ta näib olevat sobivaim riist selleks otstarbeks, kuid tegelikult osutub see vastupidiseks, sest et gloobusel me näeme tähti vaadeldes sfäärile väljastpoolt, tõesuses aga vaatleja vaatab sfäärile seestpoolt.

Tähistaevast tuleb õppida rajoonide kaupa, mis on kujutatud

üksikuil jooniseil, kusjuures sobivam on hoida joonist alati poolusega (Polaris) üles.

Õppimist peab algama Suure Vankriga, mis ei tekita mingit raskust, kuna sellel tähtkujul on väga selge ja iseloomustav konfiguratsioon. Peale seda tuleb õppida Põhjanaela leidmist Suure Vankri igasugustes asendites mitmesugustel õhtu- ja öötundidel; esialgu võib siin abiks olla see kaalutlus, et Põhjanaela asimuut on alati peaaegu Nord ja kõrgus lähedane laiusele. On kasulik vaadelda ja tundma õppida ka Väikest Vankrit, et olla suuteline Põhjanaela leidmiseks ka ilma Suure Vankri abita.

Peale seda otsitakse Kassiopeia tähtkuju, mis ei tee suurt raskust tema tähtede iseloomustava asendi tõttu, ning siis tuleb leida Pegasuse Ruut. See ei õnnestu tavaliselt nii lihtsalt, esiteks seepärast, et Ruudu tähed ei ole esimese järgu heledusega, teiseks aga seepärast, et Ruudul on väga suured mõõtmed ning teda moodustavad tähed on teineteisest kaugel. Kuid teada tema asendit on väga tähtis, sest et see tähtkuju, asetsedes poolusest ühel pool, ja Suur Vanker — teisel, osutuvad nendeks tähisteks, milledest alustatakse peaaegu kõikide tähtsaimate tähtede otsimist.

Alguseks võib piirduda nende nelja tähtkujuga või äärmisel korral lisada veel Andromeda tähtkuju, seda enam et üks Pegasuse Ruudu tippudest on selle tähtkuju algtäheks (α).

See viimane osa õppimisest võib olla raskeim, sest et loeteldud tähtkujudes ei ole väga heledaid tähti.

Järgmiseks taeva piirkonnaks võib valida rajooni läände ja itta Pegasuse Ruudust ja Andromedast, s. o. leida Perseuse tähed, mis asetsevad Linnuteel, ja nendest Capella ja Orioni tähtkuju. Capella leitakse väga kergesti tema heleduse tõttu, Orionis aga paistavad silma tema vöö kolm lähedat ja heledat tähte; nende järgi on kerge taastada ka kogu tähtkuju ebakorrapärase suure kolmnurga kujul väga heledate tähtedega Rigel ja Betelguese kahes tema vastupidises tipus. Tarvitseb vaid kord orienteeruda selles ilusaimas tähtkujus, et pärast kerge oleks teda leida ilma igasuguste tähisteta.

Orioni järel tuleb leida Sirius — ühel pool ja Aldebaran — teisel. Siriust leida ei ole raske tema heleduse tõttu (teda võib vahetada isegi planeediga), leida Aldebarani on samuti kerge: tema iseärasuseks on punakas värvus; peale selle asetseb temast mitte kaugel tähtede kogu Plejaadid, kohe märgatavad oma virvendava sinaka värvuse tõttu.

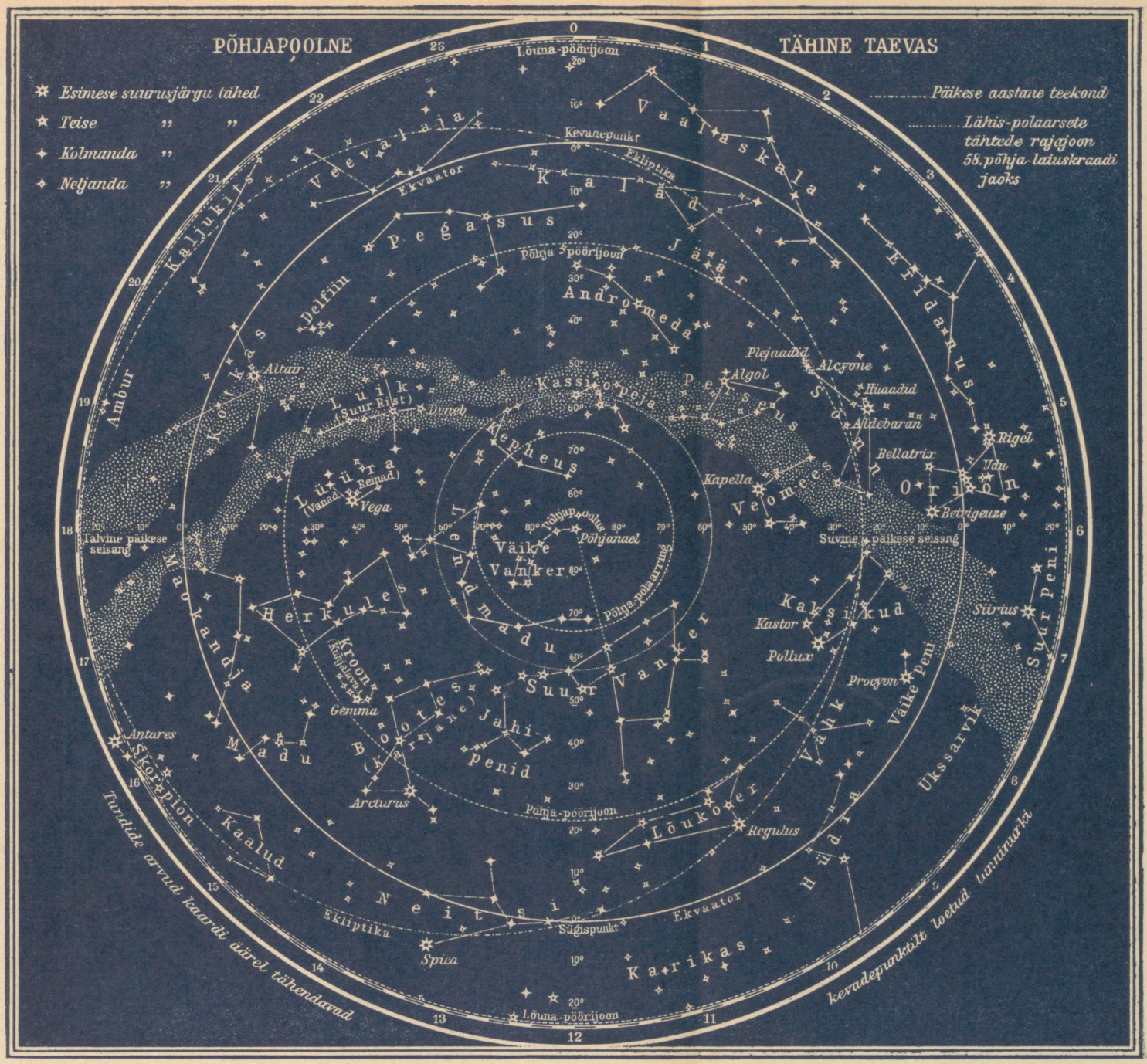
Siriuse järel tuleb otsida Procyoni, siis aga ka Kaksikuid: Castor ja Pollux.

Tabel 6.

Põhjataeva peamiste tähtkujude ja üksikute tähtede loetelu.

Jrk. nr.	Tähtkuju nimetus	Täht tähtkujus	Tähe nimetus	Suurusjärk	δ_*	α_*	Märkusi
1.	Suur Vanker	α	*Dubhe*	2,0	62° N	11h,0	Põhjataeva põhi-tähtkuju.
	Ursa major	β	—	2,4	57° N	11,0	Vaatamata sellele, et peaaegu kõikide tähtede suurusjärk on alla 2, kõik on kõlblikud vaatlusteks.
		γ	—	2,5	54° N	11,8	
		δ	—	—	—	—	
		ε	*Alioth*	1,7	56° N	12,9	
		ζ	*Mizar*	2,4	55° N	13,4	
		η	*Benetnasch*	1,9	50° N	13,8	
2.	Väike Vanker	α	*Polaris*	2,1	89° N	1,7	Üks tähtsamaid tähti orienteerumiseks ja vaatlusteks.
	Ursa minor	β	*Kochab*	2,2	74° N	14,8	
3.	Cassiopeia	—	—	2—3	55°—60° N	0—2	Orienteerumiseks.
4.	Pegasus	α	*Markab*	2,6	15° N	23,0	Orienteerumiseks (Pegasuse Ruut).
		β	—	2,6	28° N	23,0	
5.	Andromeda	α	*Alpheratz*	2,2	29° N	0,1	Vaatlusteks ja orient.
		β	—	2,4	35° N	1,1	
		γ	—	2,3	42° N	2,0	
6.	Perseus	α	*Mirfak*	1,9	50° N	3,3	Vaatlusteks.
		β	*Algol*	2,3—3,5	41° N	3,1	„
7.	Veomees	α	*Capella*	0,2	46° N	5,2	„
	Auriga	β	—	2,1	45° N	5,9	„
8.	Sõnn	α	*Aldebaran*	1,1	16° N	4,5	„
	Taurus	β	*Nath*	1,8	29° N	5,4	Selles tähtkujus tähtedekogu Plejaadid.
9.	Orion	α	*Betelguese*	0,5—1,1	7° N	5,9	Vaatluseks ja orient.
		β	*Rigel*	0,3	8° S	5,2	„ „ „
		γ	*Bellatrix*	1,7	6° N	5,4	„ „ „
		δ	—	2,5	0°	5,5	Orienteerumiseks.
		ε	—	1,8	1° S	5,5	„
		ζ	—	2,0	2° S	5,6	„
		$\varkappa$	—	2,2	10° S	5,7	„
10.	Suur Peni Canis major	α	*Sirius*	—1,6	17° S	6,7	Vaatlusteks.
11.	Väike Peni Canis minor	α	*Procyon*	0,5	5° N	7,6	„
12.	Kaksikud	α	*Castor*	2,0	32° N	7,5	„
	Gemini	β	*Pollux*	1,2	28° N	7,7	„
13.	Lõvi Leo	α	*Regulus*	1,3	12° N	10,1	„
14.	Neitsi Virgo	α	*Spica*	1,2	11° S	13,4	„
15.	Bootes	α	*Arcturus*	0,2	20° N	14,2	„
16.	Põhja Kroon Corona Borealis	α	*Alphacca*	2,3	27° N	15,5	„
17.	Lyra Lüüra	α	*Vega*	0,1	39° N	18,6	„
18.	Kotkas Aquila	α	*Altair*	0,9	9° N	19,8	„
19.	Luik Cygnus	α	*Deneb*	1,3	45° N	20,7	„
		—					

Põhja poolkera tähekaart.



Joon. 74.

Sellega võib lõpetada taeva selle piirkonna õppimise ja üle minna kolmandasse suurde rajooni Suurest Vankrist S-i.

Arcturus leitakse kergesti Suure Vankri tiisli pikendusel ja tema järel ka Spica. Edasi tuleb leida Põhja Kroon ühes tema Pärliga ja Vega. Nende tähtkujude ja tähtede leidmine vaevalt tekitab erilist raskust, sest et kõik need tähed — Arcturus, Spica ja Vega — on väga heledad tähed, eriti Vega, Põhja Krooni tähtkuju aga torkab kaunis teravalt silma tema õige geomeetrilise kuju tõttu; tuleb ainult kaunis tähelepanelikult uurida taeva seda osa, kuna Krooni tähed on kaunis nõrgad. Viimastena tuleb leida Altair ja Deneb. Mõne õhtu jooksul tuleb süstemaatiliselt taevast uurida, järk-järgult juurde lisades piirkondi, kuid ka pärast seda peab aeg-ajalt seda uurimist kordama, sest et pideva treeninguta tähed unustatakse kaunis kergesti.

Peatükk VII.

KRONOMEETER JA KELL.

§ 48. ÜLDMÄRKMEID.

Peaaegu kõikide meresõidu-astronoomia ülesannete lahendamiseks vajatakse vaadeldava taevakeha või keskmise Päikese nende või teiste koordinaatide teadmist: nende deklinatsioone, suurusi *R*, *E* jne. Need ajajooksul lakkamatult muutuvad koordinaadid on almanahhis antud Greenwichi keskmise aja teatud momentideks, ja seepärast Greenwichi keskmise aja teadmine vaatluste momendil on almanahhist antud ülesandeks vajalike koordinaatide valikul esijoones tarvilik; mõningais ülesandeis täpse Greenwichi aja teadmine on vajalik ülesande vahetuks lahendamiseks.

Võttes arvesse, et k e s k m i n e a e g üldse suureneb pidevalt ja ühtlaselt, peab instrument või seadis, mis võiks seda aega jälgida ja teda alati näidata, omama samuti pidevat ja ühtlast liikumist ja sellise kiirusega, et mingisugune osuti sellel seadisel muudaks oma näite täpses vastavuses keskmise aja muutumisega.

Niisuguseks seadiseks, mis pidevalt jälgib keskmist aega ning nimelt just Greenwichi aega, on laevas k r o n o m e e t e r — instrument, mida öeldu põhjal võib nimetada „Greenwichi keskmise aja hoidjaks laevas".

Kronomeeter kujutab endast kella, mis erineb harilikust taskukellast tunduvalt suuremate mõõtmetega, hoolikama väljatööta-

misega ja mõningate konstruktiivsete tehniliste iseärasustega, mis tagavad tema mehhanismi õiget ja ühtlast liikumist. Kronomeetri üheks taskukellast eristavaks iseärasuseks on tema sekundiosuti liikumine hüpetega üle $0^s,5$, sellal kui hariliku kella sekundiosuti hüpped on palju tihedamad ja lühemad ja ta näib liikuvat peaaegu pidevalt.

Lähemalt kronomeetri ehituse kohta vt. N. Sakellari „Meresõidu-instrumentide kirjeldus", II osa, lk. 281, 1936. a. v. a.

§ 49. KRONOMEETRIÕIEND. KELLAÕIEND.

Oletame, et me omame kronomeetrit, mille sekundiosuti teeb 1 ööpäeva jooksul täpselt $24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 2 = 172\,800$ hüpet, ja et selle kronomeetri osutid on seatud nii, et Greenwichi keskmisel kesköö̈l kronomeetri näit on täpselt $0^h0^m0^s$. Niisugune kronomeeter jälgib alati Greenwichi keskmist aega ja teda võib õigusega nimetada ideaalseks. Kuid oleks ekslik arvata, et niisugune kronomeeter näitab alati Greenwichi keskmist aega; asi on selles — ja seda tuleb pidada meeles —, et ööpäevas on 24 tundi ja tunde ööpäevas loetakse 0^h—24^h; kronomeetri numbrilaud aga on jaotatud 12 tunniks ja ööpäeva jooksul tema osutite näidud korduvad 2 korda: kronomeeter üle 12^h näidata ei saa, aeg aga võib olla 13, 14, 19, 23 ja 24 tundi.

Kui kõrvuti niisuguse ideaalse kronomeetriga võtta teine, mille osutid on seatud teisiti, siis 1-se ja 2-se kronomeetri näitude vahel ühel ja samal momendil on mingisugune vahe, mida nimetatakse 2-se kronomeetri õiendiks 1-se suhtes, mis käib täpselt Greenwichi aja järgi, ehk nagu tavaliselt öeldakse — *Greenwichi keskmise aja suhtes*.

Nii siis, mingisuguse kronomeetri *A* õiendiks *Greenwichi keskmise aja suhtes* nimetatakse *täpselt Greenwichi keskmise aja järgi käiva kronomeetri ja kronomeetri A üheaegsete näitude vahet*.

Seda õiendit me märgime alati u_{kr}-ga; skemaatiliselt teda võib esitada niisugusel kujul:

$$u_{kr} = \text{kronomeetriõiend} = (\text{Gr.} - \text{kr.}) \qquad (1)$$

mõistes „Gr." all mitte 0^h—24^h muutuvat Greenwichi keskmist aega, vaid „ideaalse" kronomeetri näitu, mis vastab sellele Greenwichi ajale.

Selle tõttu, et kronomeetri numbrilaud, samuti kui tavalisel kellal, on jaotatud 12 tunniks, kronomeetriõiend ei saa kunagi olla üle $\mp 6^h$.

Õiend on positiivne ja omab märki pluss, kui kronomeeter jääb maha ideaalsest (Gr.), ja negatiivset märki, kui ta käib ette.

Tegelikult määratakse kronomeetriõiend alati Greenwichi keskmise aja võrdlusest kronomeetri samaaegse näiduga, kuid meenutame veel kord, et õiendi veatuks arvestamiseks tuleb võtta mitte Greenwichi aega ennast, vaid temale vastava ideaalse Greenwichi kronomeetri näitu.

Näide 1. Sel momendil kui Greenwichis oli täpselt kesköö, s. o. $T_{Gr} = 0^h\,0^m\,0^s$, meie kronomeeter näitas $2^h\,47^m\,30^s$. Missugune on u_{kr}?

$$\begin{array}{rl} T_{Gr} & \ldots\ 0^h\ 0^m\ 0^s = (Gr) \\ kr & \ldots\ 2^h\ 47^m\ 30^s \\ \hline u_{kr} & = -\ 2^h\ 47^m\ 30^s \end{array}$$

Näide 2. $T_{Gr} = 0^h\,0^m\,0^s$, kronomeetri näit $7^h\,54^m\,9^s,5$. Leida u_{kr}.

$$\begin{array}{rl} Gr. = & 12^h\ 0^m\ 0^s \\ kr. = & 7\ 54\ 9,5 \\ \hline u_{kr} = & +\ 4^h\ 5^m\ 50^s,5. \end{array}$$

Viimases näites tuleb võtta $T_{Gr} = 12^h\,0^m\,0^s$, mitte aga $0^h\,0^m\,0^s$, et õiend oleks alla 6^h.

Näide 3. $T_{Gr} = 1^h\,5^m\,9^s$, kronomeetri näit $10^h\,27^m\,20^s$; missugune on u_{kr}?

Kujutades endale numbrilauda näiduga $1^h\,5^m\,9^s$, ei ole raske näha, et meie kronomeeter jääb maha:
$(12^h - 10^h\,27^m\,20^s) + 1^h\,5^m\,9^s = 13^h\,5^m\,9^s - 10^h\,27^m\,20^s = +\ 2^h\,37^m\,49^s = u_{kr}$.

Näited	Antud		Vastused
	T_{Gr}	kr.	u_{kr}
4	$8^h\ 50^m\ 40^s,5$	$2^h\ 10^m\ 11^s,0$	$-\ 5^h\ 19^m\ 30^s,5$
5	$22\ 37\ 1,5$	$11\ 9\ 17,0$	$-\ 0\ 32\ 15,5$
6	$22\ 37\ 1,5$	$3\ 49\ 51,5$	$-\ 5\ 12\ 50,0$
7	$0\ 0\ 0,0$	$1\ 9\ 47,0$	$-\ 1\ 0\ 47,0$
8	$12\ 0\ 0,0$	$7\ 42\ 11,0$	$+\ 4\ 17\ 49,0$
9	$0\ 0\ 0,0$	$9\ 49\ 23,0$	$+\ 2\ 10\ 37,0$
10	$12\ 0\ 0,0$	$1\ 3\ 19,0$	$-\ 1\ 3\ 19,0$
11	$20\ 5\ 40,0$	$7\ 59\ 12,5$	$+\ 0\ 6\ 27,5$
12	$23\ 58\ 10,0$	$1\ 59\ 15,0$	$-\ 2\ 1\ 5,0$

Teades kronomeetriõiendit pole raske ja näib esimesel pilgul lihtne lahendada ka vastupidist ülesannet: leida T_{Gr}, mis vastab mingisugusele kronomeetril märgitud momendile, — selleks tuleb momendiga algebraliselt liita kronomeetriõiend. Kuid see ülesanne ei ole lahendatav nii lihtsalt, sellepärast et ööpäeva jook-

sul kronomeetril võib kaks korda tähele panna üht ja sama momenti; nendele momentidele vastavad ajad aga erinevad teineteisest täpselt 12^h võrra. Märkinud kronomeetrimomendi näit. $1^h\,10^m\,0^s$, teades tema õiendit näit. $+\,0^h\,5^m\,42^s$ ja liites need kaks suurust, saame $1^h\,15^m\,42^s$; kuid me ei ole veel õigustatud järeldama, et T_{Gr} on täpselt $1^h\,15^m\,42^s$, — ta võib olla ka $13^h\,15^m\,42^s$, s. o. erineda **täpselt 12^h võrra,** sest et kui $T_{Gr} = 13^h\,15^m\,42^s$ 12-tunnilise numbrilauaga kronomeeter näitab sedasama mis siis, kui $T_{Gr} = 1^h\,15^m\,42^s$.

Teiste sõnadega, liites kronomeetri momendiga tema õiendi, saame Greenwichi kronomeetri näidu (Gr.), mis võib olla võrdne Greenwichi keskmise ajaga, võib aga eristuda temast, **kuid mitte teisiti kui 12^h võrra.**

Selleks et selle ülesande lahendamisel õigesti arvutada T_{Gr}, on vajalikud mõningad lisateatmed, mis võimaldaksid arvutada T_{Gr} kas või ligikaudselt, s. o. ilma minutite ja sekunditeta, kuid tundides õigesti; siis see arvutatud T_{Gr} ongi näitajaks, kas kronomeetri õiendatud momendile lisada või lahutada 12^h, või ei ole vaja, selleks et saada õiget ja täpset T_{Gr}. Abiks sel korral tavaliselt osutub asjaolu, et alati on teada ligikaudselt keskmine kohalik või laevaaeg, kui märgiti momenti kronomeetri järgi, samuti aga ka pikkus, jällegi ligikaudselt. Siis on meil T_{Gr} määramiseks vaatluste momendil kaks teed:

1) $T_l \pm \mathrm{nr.}^w_o = T_{Gr}$ ... õigete tundidega, kuid ilma minutite ja sekunditeta (ehk $T_k \pm \lambda^w_o = T_{Gr}$);

2) $\mathrm{kr.} + u_{kr} = T_{Gr}$ ... täpsete minutite ja sekunditega, kuid ebamääraste (12^h võrra) tundidega. Tundide küsimus lahendatakse p. 1 abil.

Nii siis, selle ülesande õigeks lahendamiseks on vaja ligikaudse T_l ja ligikaudse λ teadmine, need andmed on aga sõidul alati olemas: laevakell ja koht kaardil. Arvutatava T_{Gr} kuupäev määratakse alati T_l, pikkuse ja antud kuupäeva järgi.

Näide 13. Pikkuses $\lambda_o = 2^h$ umbes $T_l = 9^h$ 15./I märgiti moment kronomeetri järgi $5^h\,42^m\,10^s$; $u_{kr} = +\,1^h\,5^m\,11^s$; leida T_{Gr}.

Ligikaudne	$T_l =$	9^h	15./I	kr.	$5^h\,42^m\,10^s$
	nr. =	$-\,2^h$		u_{kr}	$+\,1\;\;5\;\;11$
„	$T_{Gr} =$	7^h	15./I	T_{Gr}	$6^h\,47^m\,21^s$ 15./I

Selles näites summa ($\mathrm{kr.} + u_{kr}$) saadi just ligidane 7^h-le, s. o. ligikaudsele T_{Gr}, järelikult nimelt $6^h\,47^m\,21^s$, mitte aga $18^h\,47^m\,21^s$ kujutab täpset T_{Gr} antud momendil.

Näide 14. $\lambda_0 = 120^0$, $T_l = 9^h$ 27./X märgiti moment kronomeetri järgi $10^h\,16^m\,41^s$; $u_{kr} = +\,2^h\,50^m\,19^s$; leida T_{Gr}.

Ligikaudne $T_l = 9^h$ 27./X
nr. $= -\,8^h$
„ $T_{Gr} = 1^h$ 27./X

kr. . . . . $10^h\,16^m\,41^s$
$u_{kr} = ... +\,2\;50\;19$
$13^h\;7^m\;0^s$
$T_{Gr} = 1^h\;7^m\;0^s$ 27./X

Antud näites summast (kr. $+\,u_{kr}$) $= 13^h\,7^m\,0^s$ tuleb ära heita 12^h, kuna T_{Gr} peab olema 1 tunni ümber.

Näide 15. $\lambda_0 = 70^0$, $T_l = 21^h{,}5$ 30./XI, märgiti moment kronomeetri järgi $4^h\,49^m\,10^s$; $u_{kr} = -\,0^h\,1^m\,16^s$; leida T_{Gr}.

Ligikaudne $T_l = 21^h{,}5$ 30./XI
nr. $= -\,4{,}7$
„ $T_{Gr} = 16^h{,}8$ 30./XI

kr. . . . . $4^h\,49^m\,10^s$
$u_{kr} . . . . -\,0\;1\;16$
$4^h\,47^m\,54^s$
$T_{Gr} = 16^h\,47^m\,54^s$ 30./XI

Antud näites summale (kr. $+\,u_{kr}$) $= 4^h\,47^m\,54^s$ tuleb lisada 12^h, kuna T_{Gr} peab olema 16,8 tunni ümber.

Näide 16. $\lambda_0 = 150^0$, $T_l = 5^h$ 17./III märgiti moment kronomeetri järgi $6^h\,46^m\,21^s$; $u_{kr} = +\,2^m\,57^s$. Leida T_{Gr}.

Ligikaudne $T_l = 5^h$ 17./III;
nr. $= -\,10^h$
„ $T_{Gr} = 19^h$ 16./III

kr. . . . . $6^h\,46^m\,21^s$
$u_{kr} . . . . +\,2\;57$
$6\;49\;18$
$T_{Gr} = 18^h\,49^m\,18^s$ 16./III

Seda liiki ülesannetele tuleb pöörata erilist tähelepanu: nimelt just T_{Gr} arvestamise ülesandega kellamomendi järgi algavad peaaegu kõik meresõidu-astronoomia ülesanded; selle ülesande ebaõige lahendamine toob endaga kaasa vea terves, mõnikord väga pikas astronoomilises ülesandes.

T_{Gr} arvestus momendi järgi kronomeetril peab omandatama täiesti selgelt.

Kõik ülalöeldu kronomeetriõiendi, tema arvestuse ja T_{Gr} arvutamise kohta kronomeetrimomendi järgi on täielikult rakendatav ka tavalisele kellale.

Kellaõiendiks Greenwichi keskmise aja suhtes nimetatakse täpselt Greenwichi keskmise aja järgi käiva kronomeetri (kella) ja kella samaaegsete näitude vahet.

Seda õiendit tähistame u_k-ga ja skemaatiliselt esitame nii:

$$(\text{Gr.} - \text{k.}) = \text{kellaõiend} = u_k. \qquad (2)$$

Kõigest ülalöeldust on selge, ja sellele tuleb pöörata tähelepanu, et ei kronomeetri- ega kellamoment ei kujuta Greenwichi ega kohalikku aega, et vaid pärast nende momentide õiendamist vastava õiendiga saadakse Greenwichi keskmine aeg.

Täiesti analoogiliselt võib mõista kronomeetri- ehk kellaõiendit mitte ainult Greenwichi keskmise aja järgi, vaid mistahes teisel, sealhulgas ka kohalikul meridiaanil.

Nii nimetame kella- ehk kronomeetriõiendiks Pulkovo keskmise aja järgi vahet täpselt Pulkovo keskmise aja järgi käiva kronomeetri ja meie kella ehk kronomeetri näitude vahel ühel ning samal momendil.

Meil tuleb tegelda eranditult kronomeetri ehk kella õiendiga Greenwichi keskmise aja järgi.

Arvutada T_{Gr} järgmistes näidetes.

Näited	Kuupäev	Ligikaudne λ	T_1	kr.	u_{kr}	Vastused T_{Gr}
17	5./III	3°W	3h	10h49m23s,5	—4h39m57s,5	6h 9m26s 5./III
18	13./VII	45°W	18	8 10 17,5	+0 49 1,0	20 59 18,5 13./VII
19	30./XI	70°Ost	21,5	11 41 35,0	+5 6 19,0	16 47 54,0 30./XI
20	20./II	160°Ost	5,5	6 57 34,0	—0 12 57	18 44 37 19./II
21	11./XII	145°W	22,2	3 42 48,0	+4 12 49	7 55 37 12./XII
22	3./I	98°Ost	2,5	1 19 47,0	—5 16 31	20 3 16 2./I
23	19./II	5°W	15,0	10 49 1	+4 37 43	15 26 44 19./II
24	20./IV	110°Ost	21,0	1 40 59,0	—0 0 43,0	13 40 16 20./IV
25	31./V	175°W	23,5	2 3 38,0	—2 54 5	11 9 33 1./VI
26	1./VII	170°Ost	1	0 28 39,5	+1 10 56,5	13 39 36,0 30./VI
27	22./XI	70°W	11,5	4 10 26,0	—0 0 2,0	16 10 24,0 22./XI
28	10./VIII	47°W	19	10 18 35	—0 18 21	21 0 14 10./VIII

§ 50. KRONOMEETRI JA KELLA KÄIK. ÖÖPÄEVANE KÄIK.

On endastmõistetav, et valmistada sellist kronomeetrit, mis ühe keskmise ööpäeva jooksul muudaks oma osutite näitu täpselt $24^h\,0^m\,0^s{,}00$ võrra, on tehniliselt võimata: kronomeeter nagu iga kellgi läheb keskmisest ajast kas ette või jääb maha.

Oletame, et mingisugusel momendil kronomeeter seati täpselt $2^h\,0^m\,0^s$ võrra Greenwichi keskmisest ajast taha, s. o. $u_{kr} = +\,2^h\,0^m\,0^s$; kui kronomeeter käib ette, siis ta jõuab Greenwichi ajale järele ja tema positiivne õiend väheneb; kui aga

kronomeeter jääb maha, siis tema positiivne õiend $+ 2^h 0^m 0^s$ hakkab päevast-päeva suurenema. Kui kronomeeter esialgu oleks seatud Greenwichi ajast ette näiteks $2^h 0^m 0^s$ võrra, siis $u_{kr} = -2^h 0^m 0^s$, ja kui ta käib ette, siis negatiivne õiend suureneb.

Sel kombel, kui aeg-ajalt mõnesugusel viisil (selle kohta on pikemalt edaspidi) määrata u_{kr}, siis selle tunnuseks, et kronomeeter käib ette või jääb maha, on üldiselt tema õiendi muutumine.

Kronomeetri õiendi suuruse muutumist mõnesuguse ajavahemiku jooksul nimetatakse tema käiguks sellel ajavahemikul.

Kui näit. 3 päeva pärast tema õiend muutuks 7^s võrra, siis öeldakse, et „3-ööpäevane kronomeetri käik võrdub 7^s"; täpselt samuti võib ütelda „nädalase", „2-nädalase", „10-päevase" jne. kronomeetri käigu kohta.

Kronomeetri õiendi muutust täpselt ühe ööpäeva jooksul nimetatakse kronomeetri ööpäevaseks käiguks. Ööpäevane käik märgistatakse tähega ω.

Kui kronomeeter käib ette, s. o. kui tema positiivne õiend väheneb või negatiivne suureneb, siis käik loetakse negatiivseks.

Kui kronomeeter jääb maha, s. o. kui tema positiivne õiend suureneb või negatiivne väheneb, siis käik loetakse positiivseks.

Kronomeetri käik oma märgiga (samuti ka ööpäevane käik ω) saadakse kronomeetri järgneva õiendi algebralisel lahutamisel eelmisest.

Selliselt kronomeetri ehk kella käiku väljendatakse valemiga

$$\text{käik} = u'' - u'.$$

Näide 1. 1./XII $T_{Gr} = 12^h 0^m 0^s$; $u'_{kr} = + 2^h 19^m 54^s,5$
12./XII $T_{Gr.} = 12^h 0^m 0^s$; $u''_{kr} = + 2^h 19^m 58^s,5$. Määrata käik.

Vastus: käik 11 ööpäeva kohta $= u''_{kr} - u'_{kr} = + 4^s,0$.

Näide 2. 13./VII $T_{Gr.} = 0^h 0^m 0^s$; $u'_{kr} = 5^h 47^m 9^s,0$.
18./VII $T_{Gr.} = 0^h 0^m 0^s$; $u''_{kr} = - 5^h 47^m 7^s,5$. Määrata käik.

Vastus: käik 5 ööpäevaga $= + 1^s,5$.

Ööpäevase käigu ω arvestamiseks tuleb õiendite vahe (mis võrdub kronomeetri käiguga kogu ajavahemikul) jagada ööpäe-

vade ja nende kümnendikkude ja sajandikkude arvuga õiendite määramise momentide vahel (ΔT), s. o.

$$\omega = \frac{u'' - u'}{\Delta T}, \text{ kus } \Delta T = T''_{Gr} - T'_{Gr},$$

kusjuures, nagu näitab tab. 7, ajavahemikku ΔT on küllaldane võtta täpsusega kuni 10^m.

Näide 3. $T_{Gr} = 0^h\,0^m\,00^s$ 5./VIII; $u'_{kr} = +\,2^h\,46^m\,43^s,0$
$T_{Gr} = 12^h\,0^m\,0^s$ 12./VIII, $u''_{kr} = +\,2^h\,47^m\,1^s,0$

missugune on ööpäevane käik ω?

$\Delta T = 7,5$ ööpäeva; $\Delta u_{kr} = u''_{kr} - u'_{kr} = +18^s,0$ (käik 7,5 ööpäevaga)

$$\omega = \frac{18^s,0}{7,5} = +\,2^s,40.$$

Arvutada ω järgmiste näidete andmeil.

Näited	Kuupäev	T_{Gr}	u_{kr}	Kuupäev	T_{Gr}	u_{kr}	Vastused ω
4	3./XI	$12^h\,0^m0^s$	$-4^h29^m17^s,4$	6./XI	$17^h30^m0^s$	$-4^h29^m5^s,7$	$+\,3^s,62$
5	27./III	2 0 0	+0 19 1,0	28./III	2 0 0	+0 18 55,5	− 5,5
6	30./I	11 58 0	+0 0 1,5	31./I	11 58 0	−0 0 6,5	− 8,0
7	25./I	6 20	−0 0 17,6	3./II	10 30	+0 0 4,7	+ 2,43
8	30./VI	23 58	−5 59 53,4	7./VII	5 42	+0 59 49,3	− 2,77
9	8./XII	19 39	−0 9 46,6	20./XII	11 58	−0 9 48,3	− 0,15

Nende ülesannete lahendamisel kerkib küsimus: missugustest õienditest, s. o. kas väiksematest või suurematest ajavahemikest, on paremini ja täpsemalt määratav kronomeetri ööpäevane käik.

Praktika loeb parimaks ajavahemikuks 7—10—12 ööpäeva, keskmiselt 10 ööpäeva.

ΔT arvestuste hõlbustamiseks ööpäeva osades toome tabeli tundides väljendatud ajavahemike muundamiseks ööpäeva osadeks tab. 7.

Tabel 7.

ΔT		ΔT		ΔT		ΔT		ΔT	
tunnid	ööpäeva osad	tunnid	ööpäeva osad	tunnid	ööpäeva osad	tunnid	ööpäeva osad	minutid	ööpäeva osad
1	0,04	7	0,29	13	0,54	19	0,79	10	0,01
2	0,08	8	0,33	14	0,58	20	0,83	20	0,01
3	0,12	9	0,37	15	0,62	21	0,87	30	0,02
4	0,17	10	0.42	16	0,67	22	0,92	40	0,03
5	0,21	11	0,46	17	0,71	23	0,96	50	0,03
6	0,25	12	0,50	18	0,75	24	1,00	60	0,04

Samaks otstarbeks on Meretabelites tab. 41 ja 42.

Kui kronomeetri ööpäevane käik ω on teada, siis teades kronomeetri õiendit mistahes T_{Gr} jaoks, ei ole raske arvutada ka seda õiendit, mis sellel kronomeetril oleks mõnesuguse ajavahemiku pärast või mis tal oli mõni aeg tagasi.

Näide 10. 10./V $T_{Gr.} = 0^h\,0^m$, $u_{kr} = +\,0^h\,57^m\,6^s{,}0$; $\omega = +\,4^s{,}0$. Missugune on kronomeetri õiend 11./V Greenwichi keskpäeval ($T_{Gr} = 12^h\,0^m\,0^s$)?

$\Delta T = 1{,}5$ ööpäeva; otsitav $u_{kr} = +\,0^h\,57^m\,6^s{,}0 + 4^s{,}0 \cdot 1{,}5 = +\,0^h\,57^m12^s{,}0$.

Näited	Antud				Leida u''_{kr}		Vastused u''_{kr}
	Kuupäev	$T_{Gr.}$	u'_{kr}	ω	Kuupäev	T_{Gr}	
11	12./X	$0^h\,0^m0^s$	$-4^h\,6^m17^s{,}0$	$+2^s{,}5$	16./X	$12^h\,0^m0^s$	$-4^h\,6^m\,5^s{,}7$
12	26./II	0 0 0	+0 1 3,7	−4,7	2./III	4 0 0	+0 0 39,4
13	18./VII	3 0 0	+2 5 6,3	−2,3	11./VII	18 20 0	+2 5 20,9
14	5./I	19 20	−0 0 9,7	+3,4	12./I	8 5	+0 0 12,5
15	27./V	14 15	+0 59 49,4	−0,7	10./V	20 10	+1 0 1,1
16	11./XI	9 40	−5 59 48,7	−7,6	17./XI	12 0	+5 59 25,0
17	8./VII	0 0	+0 2 46,8	+1,73	8./VII	7 25	+0 2 47,3

Tähendame, et u_{kr} kunagi ei ole teada ega saagi määratud olla absoluutselt täpselt, vaid sisaldab endas mõnesugust viga, mis on omane sellele või teisele õiendi määramise võttele. Oletame, et 1. jaanuaril keskpäeval mõnesugusel viisil määrati $u_{kr} = +\,2^h\,7^m\,12^s \pm 0^s{,}5$, kus $\pm\,0^s{,}5$ on võimalik viga õiendis u_{kr} 2. jaanuaril keskpäeval määrati sama võttega $u_{kr} = +\,2^h\,7^m\,13^s \mp \mp 0^s{,}5$. Otsustades õiendite järgi, saame $\omega = 2^h\,7^m\,13^s - 2^h\,7^m12^s = = +\,1^s{,}0$. Kuid võimaliku vea suurus $0^s{,}5$ näitab, et võib-olla 1./I $u_{kr} = 2^h\,7^m\,11^s{,}5$ või $12^s{,}5$; täpselt samuti 2./I ta võib-olla võrdub $+\,2^h\,7^m\,12^s{,}5$ või $13^s{,}5$. Nende õiendite mitmesugused kombinatsioonid õigustavad järeldama, et võib-olla $\omega = 0^s{,}0$, kuid võib-olla ka $\omega = +\,2^s{,}0$; nõnda on selgesti näha, et õiendite järgi arvutatud käik $\omega = +\,1^s{,}0$ võib omada viga $\mp\,1^s$.

Nüüd oletame, et ω arvutatakse õienditest, mis on määratud samade võtetega, kuid suurema ajavahemiku järel, näit.: 1./I $u_{kr} = +\,2^h\,7^m\,12^s \mp 0^s{,}5$, ja 11./I keskpäeval $u_{kr} = 2^h\,7^m\,22^s \mp \mp 0^s{,}5 \ldots$; silmanähtavalt vead $\mp\,0^s{,}5$ jäävad samad, kuna need on omased antud võttele. Nüüd:

$$\omega = \frac{(2^h7^m22^s \mp 0^s{,}5) - (2^h7^m12^s \mp 0^s{,}5)}{10} = \frac{10^s \mp 1^s}{10} =$$

$$= +\,1^s \mp 0^s{,}1$$

s. o. nüüd arvutatud ööpäevane käik võib omada võimalikku viga ainult $0^s,1$.

Nendest kaalutlusist järgneb, et mida suurem ajavahemik lahutab õiendeid ööpäevase käigu arvestamiseks, seda parem.

Kuid tegelikult, kronomeetrite tundlikkuse tõttu peamiselt temperatuuri muutustele, ei saa kunagi olla garanteeritud, eriti laeva tingimustes, kronomeetri ühtlases käigus. Seepärast on sellest vaatepunktist parem võtta ω määramiseks lühemad ajavahemikud. Praktikas on välja kujunenud, et parimaiks ajavahemikeks osutuvad nimelt 7—10—12-päevased ajavahemikud.

§ 51. TEMPERATUURI JA TEISTE PÕHJUSTE MÕJU KRONOMEETRI KÄIGULE.

Kui hoolikalt ka kronomeeter ei oleks töödeldud, tema regulaatori võnkeperioodile, s. o. kronomeetri käigule avaldavad siiski mõju: temperatuuri muutus, õhurõhu muutus, niiskuse muutus, hõõrduvate osade määrimiseks kasutatava õli paksenemine ajajooksul, mehhanismi osade kulumine jm.

Kõigist nendest mõjutustest kõige enam märgatavaks osutub temperatuuri mõjutus, vaatamata regulaatori eri ehitusele, mis kannab „kompensatsiooni" nimetust. Kõikidel kronomeetritel, samuti kui ka headel kelladel, regulaatorid tehakse kompenseeritud [1].

Kuid tegelikult saavutada kompensatsiooni kõikide temperatuuride jaoks on võimata, ja kronomeetri ööpäevase käigu suurust, mis muutub temperatuuri muutumisega, võib väljendada järgmise empiirilise valemiga, mida nimetatakse „käigu temperatuuriliseks valemiks":

$$\omega_t = \omega_0 + x(t - t_0) + y(t - t_0)^2,$$

kus ω_0 — ööpäevane käik mõnesuguse normaaltemperatuuri t_0 juures. Tavalisesti selleks võetakse 15^0 R, s. o. $t_0 = 15^0$ R; t — antud temperatuur, milles kronomeeter töötab; x ja y — kompensatsiooni koefitsiendid.

Katsetest on selgunud, et kõikidel kronomeetritel, mis on oma ehituselt ja kompensatsiooni meetodilt sarnased, y suurus on üks ja seesama ning võrdub ligikaudu $+ 0^s,01$ (alates $+ 0^s,007$ kuni $+ 0^s,013$). Koefitsient x aga on mitmesugustel kronomeetritel mitmesugune, kuid jääb püsivaks kaunis kauaks ajaks.

[1] Kompensatsiooni ehitus on toodud N. Sakellari teoses „Meresõiduinstrumentide kirjeldus", L., 1936. a., lk. 284—287.

Observatooriumid, kes väljastavad kronomeetreid laevadele, määravad pikaajalistest kronomeetrite vaatlustest mitmesuguste tempertuuride juures igale nendest kompensatsiooni koefitsiendi; määravad tema ööpäevase käigu normaaltemperatuuris ω_0 ja annavad selle käigu õiendite tabeli $\Delta\omega_0 = x(t - t_0) + y(t - t_0)^2$ mitmesuguste temperatuuride jaoks alates $+ 5^0$ kuni $+ 25^0$ R.

Siit järgneb, et määrates kronomeetri ööpäevast käiku ω tema õiendi muutumise järgi mõninga ajavahemiku jooksul, see käik tuleb taandada ajavahemiku keskmisele temperatuurile, ööpäevane käik aga normaaltemperatuuri juures arvutatakse lihtsalt

$$\omega_0 = \omega - \Delta\omega,$$

kus $\Delta\omega$ võetakse õiendite tabelist.

On endast mõistetav, et mida väiksem on käigu temperatuuri õiend, seda parem, ja kronomeetri (ka kella) väärtuse näitajaks osutub nimelt tema ööpäevase käigu püsivus mitmesuguste temperatuuride korral.

Õhurõhu muutumine mõjutab kronomeetri käiku tähtsusetult. Katsetest on selgitatud, et õhurõhu suurenemine 1 mm võrra aeglustab kronomeetri käiku $0^s,01$ ööpäevas; järelikult kui ööpäeva jooksul õhurõhk muutub 30—40 mm (40—50 mb) võrra, ööpäevane käik muutub kõigest vaid $0^s,3$—$0^s,4$ võrra, mis ei ületa käigu juhuslike kõikumiste piire.

Õhuniiskuse muutumine mõjutab kronomeetri käiku märksa tunduvamalt. Mõningate vaatluste järgi õhuniiskuse muutumine 45% põhjustab ööpäevase käigu muutumist kuni 4^s. Üldiselt õhuniiskuse suurenemine aeglustab kronomeetri käiku, kuid arvesse võtta seda asjaolu ei ole võimalik selle nähtuse seadusepäratuse tõttu ja võib ainult soovitada kaitseks niiskuse vastu kasti kronomeetriga katta villase kattega.

Õli paksenemine ajajooksul, põhjustades regulaatori võngete amplituudi mõnesugust vähenemist, soodustab mõnevõrra kronomeetri käigu kiirenemist, kuna temperatuuri paremaks kompensatsiooniks spiraalid tehakse nii, et regulaatori võnked ei ole täiesti isokroonilised, s. o. väiksemate kõrvalekaldumiste puhul regulaator sooritab võnkeid kiiremalt. See põhjus ilmsesti ei ole samuti arvestatav kronomeetri käigu määramisel, ja võib soovitada aegajalt (1 kord 2—3 aasta järel) anda kronomeeter puhastamiseks ja määrimiseks.

Lõpuks, kõikumised kronomeetri käigus ja seejuures muidugi mittearvestatavad, võivad tekkida telgede otste ja kivide kulumisest, milledele need teljed tugenevad, spiraali ja regulaatori osade oksüdeerumisest jms.

Kõigest öeldust on näha, et kronomeeter kujutab endast väga õrna ja tundlikku instrumenti, mis nõuab erakorraliselt hoolsat ja tähelepanelikku hooldamist ja käitlemist.

§ 52. KRONOMEETRI KÄITLEMINE JA TEMA HOOLDAMINE.

Kuni laevale väljastamiseni kronomeetreid hoitakse Mereobservatooriumis, kus neid regulaarselt üles keeratakse ja pidevalt jälgitakse, et võimaliku täpsusega määrata nende ööpäevaseid käike mitmesugustes temperatuurides.

Kronomeetreid tuleb laevale võtta hiljemalt üks nädal enne väljasõitu, et nad võiksid kohaneda uue olukorraga laeval. Ühes kronomeetritega antakse nende õiendid, mis on määratud observatooriumis, nende atestatsioonid ööpäevase käigu täiendamisega $t = 15^0$ juures ja selle käigu õiendite tabelid temperatuuridele $+ 5^0$ kuni $+ 25^0$.

Kronomeetri kandmisel ühest kohast teise tuleb ta kastis panna pidurile, mis ei lase kronomeetril õõtsuda kardaanrõngastel, ja vältida kronomeetri järske pööramisi vertikaaltelje ümber: kronomeeter võib kas seisma jääda või tema sekundiosuti — vastupidi — võib korraga üle hüpata 2 jaotust — läheb kaduma kronomeetri õiend.

Ruum laevas kronomeetri jaoks peab olema eraldatud igasugustest tema käigule kahjulikest mõjudest. See ruum peab olema küllaldaselt kaugel masina-, katla- ja muude ruumide vaheseintest, mis kuumenevad mehhanismide töötamisel, dünamomasinatest ja nende vaheseintest, mis avaldavad magneetimise tõttu kahjulikku mõju kronomeetrite käigule; ruumis peab hoidma võimalikult ühtlast temperatuuri, mitte alla $+ 10^0$ kuni 12^0 R. Ruum peab olema eemal kahuritornidest ja -seadmetest, et kere vapustused võimalikult vähe mõjuksid kronomeetrite käigule; samuti tuleb vältida seda, et ruumi peal või tema kõrval oleks mehhanisme, mis tekitavad vapustusi (vintsid, mootorid, ventilaatorid jt.), ühe sõnaga — ruum kronomeetrite jaoks peab olema valitud ja sisustatud võimaliku hoolikusega.

Laevale antakse tavalisesti komplekt kolmest keskmisest kronomeetrist. Igaüks neist asetseb omas kastis, ja kõik 3 kronomeetrit ühes nende kastidega asetatakse laevas erilisse vetruva põhjaga kronomeetrite kasti. Kasti kronomeetritega on laevas parem paigutada nii, et joon 12^h—6^h numbrilaudadel oleks rööbiti kiilu sihiga. Kronomeetreid oma kastides hoitakse vabalt

(pidur tagasi lükatud) liikuvatel kardaanrõngastel. Kronomeetrite kasti kaas peab olema alati suletud: ta avatakse ainult kronomeetrite üleskeeramiseks ja kella võrdluste sooritamiseks kronomeetritega. Kronomeetrit kastist kunagi välja ei võeta.

Kronomeetrit peab üles keerama igapäev (kuigi vedru jätkub käigu 54—56 tunniks) ühel ja selsamal ajal, tavalisesti 9^h (hommikul). Üleskeeramisel tuleb kronomeeter vasaku käega pöörata põhjaga üles, võtta võti paremasse kätte, võtmeauk avada ja keerata vasakule poole, kuni vedru on lõpuni üles keeratud, mis on tunda võtme teravast seisakust. On soovitav lugeda, kui mitme keeramisega on kronomeeter täiesti üles keeratud, sest viimane keeramine tuleb teha pikkamööda. Tavalisesti toimub ööpäevane üleskeeramine $3^3/_4$—4 täie võtmekeeruga ($7^1/_4$—$7^1/_2$—$7^3/_4$ poolpööret). Peale üleskeeramist võetakse võti välja, võtmeauk kaetakse kinni ja kronomeeter pööratakse ettevaatlikult endisesse seisu tagasi.

Kui kronomeeter seisab, siis peale üleskeeramist ta ise, nagu kell, käima ei hakka: teda tuleb ettevaatlikult välisest kastist välja võtta ja kaunis järsku pöörata vertikaaltelje ümber kraadi 30—45. Enne kui kronomeetrit käima lasta, tuleb seada ja kontrollida tema osuteid.

Esialgu tavaliselt seatakse tunni- ja minutiosutid nii, et kronomeeter näitaks ligikaudset $T_{Gr.}$, s. o. u_{kr} oleks ligidane $0^h\,0^m$. Selleks et edasi lükata tema osuteid, tuleb kronomeeter tema kardaanrõngastel panna pidurile, klaas eemaldada ja asetadà võti minutiosuti pea otsa, ja seada see nagu vaja, keerates kellaosuti liikumise suunas. Seejuures tuleb erilist tähelepanu pöörata minuti- ja sekundiosuti kooskõlale selles mõttes, et minutiosuti oleks täpselt oma numbrilaua joonel, kui sekundiosuti on oma nullil. Käival kronomeetril on parem osuteid mitte edasi lükata.

Korras kronomeetril poolesekundilised löögid peavad olema hästi ja teravalt kuuldavad; nende vaheaegadel on kuulda nõrk heli regulaatori üleshüppel tühjalt. Kui kronomeetri käigus märgatakse selles suhtes mingeid ebakorrapärasusi või kui kronomeeter hakkab üldse käima ebaõigelt, siis teda ei tule enam üles keerata, et edasise käiguga mitte tekitada tõsisemat viga. Võib juhtuda, et ebaõige käigu põhjuseks osutub väljakukkunud kivi (kõik teljed tavalisesti tuginevad rubiinidel), ja parandust teostada on väga kerge, kui mitte pikema ebaõige käiguga ei ole rikutud spiraali või mehhanismi osi ja hambaid. Kui kronomeeter hakkab süstemaatiliselt maha jääma, siis selle põhjuseks on

enamasti mehhanismi mustumine või rooste spiraalil; niisugune kronomeeter tuleb samuti jätta rahule, mitte üles keerata ja võimalikult kiiremini anda parandusele ja puhastusele.

Kõikumised kronomeetri käigus tekivad vahel magneetilistel põhjustel; neid võib mõnikord tähele panna pärast pikselööki, kuid tavalisesti varsti peale seda kronomeeter tuleb oma normaalolekusse.

Kronomeetri juures kastis peab olema maksimum-miinimumtermomeeter, et märkida temperatuuri kõikumist.

Kast kronomeetritega peab kaetama villase kattega.

§ 53. TÖÖD KRONOMEETRIGA JA KELLAGA. KELLA VÕRDLUS KRONOMEETRIGA.

Kuna laevas kronomeetrit kunagi oma kastist välja ei võeta ja kõik vaatlused sooritatakse kella järgi, siis vahetult vaatlustest määratakse alati kella õiend, u_k; kronomeetri õiend u_{kr} aga arvutatakse alati u_k järgi. Edaspidi märkides ükskõik mis kella järgi momente mistahes vaatlustel ja soovides teada $T_{Gr.}$ neil momentidel, peab teadma selle kellaõiendit Greenwichi keskmise aja suhtes, u_k, viimast aga omakorda tuleb arvutada u_{kr} järgi, mis on teada.

Niiviisi on meil tegelikult kahesuguseid ülesandeid:

1) teades $u_k = (\text{Gr.} - \text{k})$, arvutada $u_{kr} = \text{Gr.} - \text{kr.}$,
2) teades $u_{kr} = (\text{Gr.} - \text{kr.})$, arvutada $u_k = \text{Gr.} - \text{k.}$

Et lahendada mõlemaid neid ülesandeid, peab teadma kronomeetri ja kella üheaegsete näitude vahet, mida nimetatakse võrdluseks.

Skemaatiliselt kujutades see võrdlus on

$$\text{võrdl.} = (\text{kr.} - \text{k.}). \tag{1}$$

Kui võrdlus $= (\text{kr.} - \text{k.})$ on teada, siis mõlemad ülaltoodud ülesanded lahendatakse lihtsalt. Tõeliselt

$$\underbrace{(\text{Gr.} - \text{k.})}_{u_k} - \underbrace{(\text{kr.} - \text{k.})}_{\text{võrdl.}} = \text{Gr.} - \text{k.} - \text{kr.} + \text{k.} = \underbrace{(\text{Gr.} - \text{kr.})}_{u_{kr}}$$

samuti

$$\underbrace{(\text{Gr.} - \text{kr.})}_{u_{kr}} + \underbrace{(\text{kr.} - \text{k.})}_{\text{võrdl.}} = \text{Gr.} - \text{kr.} + \text{kr.} - \text{k.} = \underbrace{(\text{Gr.} - \text{k.})}_{u_k},$$

$$u_{kr} = u_k - \text{vrdl.} \quad (2)$$
$$u_k = u_{kr} + \text{vrdl.} \quad (3)$$

Need valemid on algebralised.

Oeldust järgneb, et võrdlus, kujutades endast kronomeetri ja kella üheaegsete näitude vahet, võib omada märki +, kui kell käib kronomeetrist taga, ja märki —, kui ta käib kronomeetrist ees. Peale selle on selge, et kui kella ja kronomeetri numbrilauad on jaotatud 12^h-ks, siis võrdlus märgiga + või — kunagi ei saa olla üle 6^h.

Nii näiteks sellel momendil, kui kronomeeter näitas täpselt $2^h\,0^m\,0^s$ ja kell näitas $4^h\,29^m\,17^s$, siis vrdl. = (kr. — k.) = = — $2^h\,29^m\,17^s$; kui samal momendil teine kell näitab $9^h\,43^m\,23^s$, siis tema vrdl. = (kr. — k.) = + $4^h\,16^m\,37^s$. On mitmeid võtteid võrdluse sooritamiseks, kuid me osutame ainult ühele, enam praktilisele ja andvale täiesti küllaldast täpsust.

Omades enda ees lahtist kasti kronomeetriga, märgitakse mõnevõrra ette mingisugune vabaltvõetud moment kronomeetril (soovitav terved 10^s) ja kirjutatakse üles. Siis kella käes hoides hakatakse silmega jälgima kronomeetri sekundiosutit; sellest momendist aga, kui see osuti lööb momendi 10^s võrra v ä h e m a ü l e s k i r j u t a t u s t, tuleb alata kronomeetri löökide lugemist kuulmise järgi ja samal ajal panna tähele kella sekundiosutit. Lugeda tuleb kronomeetri iga löögiga nõnda: „üks, kaks, kolm, ... üheksa, kümme, üksteist ... üheksateist, kakskümmend".

Võttes arvesse, et kronomeeter lööb 0^s,5, on selge, et kui alata lugemist 10^s enne ette üleskirjutatud momenti, siis löögi arv „kakskümmend" tuleb just täpselt üleskirjutatud momendile. Arvu „20" juures tuleb märkida ja kohe üles kirjutada kella sekundiosuti näit, siis minutid ja tunnid; see ülesmärgitud kella näit ongi üheaegne varemalt üles kirjutatud kronomeetri näiduga, ja näitude vahe (kr. — k.) kujutabki võrdlust. Kuna kella sekundiosuti liigub peaaegu sujuvalt ja numbrilaud on väike, siis moment kella järgi märgitakse ja järelikult ka võrdlus arvutatakse täpsusega kuni 1^s — meresõidu praktikas on niisugune täpsus täiesti küllaldane.

Teatava, isegi väikese vilumuse korral võib alata lugemist kuulmise järgi kronomeetrilt mitte 10^s enne ülestähendatud momenti, vaid 5^s ja isegi 3^s; siis muidugi tuleb kella näitamist märkida arvu „kümme" või „kuus" juures.

Piirduda ühe võrdlusega, peale erakordsete vajaduste, ei ole soovitatav: kergesti võib juhtuda viga minutite kirjutamises.

Kõige parem on teha kolm võrdlust (äärmisel korral — kaks), valides momendid kronomeetril tema sekundi-numbrilaua mitmesugustes osades ja siis võtta nende võrdluste keskmine. Heade vaatluste korral vahe nende kolme võrdluse vahel ei pea olema üle 1^s, ja see vahe võib tekkida ainult sekundiosuti ekstsentrilisuse tõttu (suuremalt osalt kella) tema numbrilaua jaotuste suhtes.

Näide. Soovides võrrelda, kirjutati ette moment kronomeetri järgi... $10^h\,52^m\,30^s$. Jälgime kronomeetri sekundiosutit, kuni ta teeb hüppe jaotusele 25^s; pärast seda kuulame ja isegi loeme kuuldavalt kronomeetri lööke, lugedes neid kuni 10, ja viime silmad üle kella sekundiosutile. Momendil, kui lausume arvu „kümme", märkisime kella sekundiosuti asendi, oletame 37^s, ja kohe kirjutasime selle arvu kronomeetri sekundite alla; siis märkisime kella minuti- ja tunniosuti näidu, oletame 11^m ja 7^h, ja kirjutasime ka üles. Siis meil on

kr.	$10^h\,52^m\,30^s$
kell	7 11 37
vrdl. = (kr. — k.) =	$+\,3^h\,40^m\,53^s$

Võrdleme teist korda sama võttega (teistel sekunditel)

kr.	$10^h\,54^m\,10^s$
kell	7 13 18
vrdl. =	$+\,3^h\,40^m\,52^s$

Kolmas võrdlus (jälle teistel sekunditel)

kr.	$10^h\,56^m\,50^s$
kell	7 15 57
vrdl. =	$+\,3^h\,40^m\,53^s$

Lõplikult

$$\text{vrdl.} = +\,3^h\,40^m\,53^s.$$

Momentide üleskirjutamisel kella järgi on vajalik pöörata tähelepanu järgmisele asjaolule: kui juhtub, et kella sekundiosuti näit „kümme" või „kakskümmend" lugemisel on veidi alla 60^s, näiteks 56^s, 57^s, 58^s... jne., siis üles kirjutanud selle näidu (milleks kulub mõni sekund) ja vaadanud p ä r a s t s e d a kella minutite üleskirjutamiseks, võib väga kergesti eksida ja kirjutada selle minuti, mis n ü ü d on osuti all, kuna aga märgitud 56^s või 57^s kuulusid eelmise minuti juurde. Seda viga tehakse kaunis tihti vähese vilumuse ja praktika ning mitteküllaldase tähelepanu tõttu.

Kui kellal on sekundimõõtja ühe osutiga, tuleb ta aegsasti käiku lasta k o o s k õ l a s t a t u l t kella sekundiosutiga, mida ta nüüd võib asendada vaid selle ainsa eelisega, et tema numbrilaud on suurem ja momente märkida kergem. Kuid käima lasta sekundimõõtjat kooskõlastatult sekundiosutiga ei õnnestu alati

korraga, mille tõttu tihti eelistatakse sekundimõõtjat üldse mitte kasutada.

Suuremaid mugavusi nii võrdlustel kui ka vaatlustel pakub kell — sekundimõõtja *topelt sekundiosutiga*. Sellel kellal mõlemad sekundiosutid liiguvad koos, teineteise all; küljenupule vajutamisega üks nendest pidurdub, samal ajal aga teine liigub vahetpidamata edasi; teiskordse vajutamisega samale nupule seisev osuti jõuab liikuvale järele ning liigub sellega koos kuni järgmise vajutamiseni, mil ta uuesti seisma jääb jne. Sellise ehituse korral üks osuti peab aja arvestamist, teine aga märgib momendid. Lastes käima sekundimõõtja mõlemad osutid (kella peakesele vajutamisega) kooskõlastatult kella sekundimõõtjaga, võib märkida kella näitu võrdlusel *isegi kellale mitte vaadates*, lihtsa küljenupule vajutamisega. Peale märgitud momendi üleskirjutamist lastakse osuti uuesti käiku kuni järgmise märkimiseni. Sellise kellaga saab võrdlust sooritada eriti kiiresti.

Tavalised kellad ei ole töödeldud sellise hoolega kui kronomeetrid ja kella ööpäevane käik on tavalisesti suurem kui kronomeetril, ja peale selle ka vähem püsiv.

Seoses sellega ka kella õiend samuti muudab vähemal või suuremal määral oma suurust; järelikult kui mõningail vaatlusil märgiti moment kella järgi $T_{Gr.}$ saamiseks, siis sooritades kella võrdlust kronomeetriga *enne* ja *pärast* vaatlusi, ja arvutanud selle võrdlusega u_k, meil pole õigust öelda, et kellal on või oli seesama õiend u_k ka just vaatluste momendil, aga just see õiend ongi vajalik momentide õiendamiseks.

Kõige parem on sooritada võrdlust mõni aeg enne vaatlusi, siis ligikaudu sama ajavahemiku järel pärast vaatlusi, ja vaatluste momendiks võtta keskmine võrdlus, mille abil ka arvutada u_k (teades u_{kr}). Kui võrdlus oli vahetult enne vaatlusi ($5—10^m$) või kohe pärast neid, siis hea kella korral võib piirduda ainult ühe võrdlusega, kas enne või pärast vaatlusi.

Kuid tundmata kella ja pikema ajavahemiku korral võrdluse ja vaatluste vahel tuleb teha kaks võrdlust: enne ja pärast vaatlusi.

§ 54. KRONOMEETRI- JA KELLAÕIENDI MÄÄRAMINE.

Märgime veel kord, et vahetult vaatlustest saadakse alati kellaõiend, u_k (sest et vaatlused tehakse alati kellaga); kronomeetriõiend aga arvutatakse võrdluste abil kellaõienditest.

Kõik kronomeetri- ja kellaõiendi määramise viisid võib jaotada 4 rühma:

1) võrdluse abil observatooriumi kellaga, mille õiend on täpselt teada;

2) nähtavate ehk visuaalsete ajasignaalide järgi (visual time signals), mida antakse ühel või teisel viisil mitmesugustes sadamates ja mis tähistavad mingisugust kindlat, tavalisesti Greenwichi keskmise aja momenti;

3) raadio-ajasignaalide abil (W./T. time signals), mida annavad mitmesugused jaamad ja mis samuti tähistavad kindlaid Greenwichi (enamikus) keskmise aja momente;

4) taevakehade astronoomiliste vaatluste abil, mis võimaldavad arvutuse teel leida Greenwichi keskmist aega vaatluste momendil.

Kella- ja kronomeetriõiendi määramine võrdluse abil observatooriumi kellaga.

Selle võtte olemus on äärmiselt lihtne: kui vaatlejal on kella võrdlus kronomeetriga, s. o. (kr. — k.), kui ta kõrvutab sedasama kella observatooriumi kellaga, s. o. saab (obs. — k.), ja kui seejuures tal on teada observatooriumi kella õiend, s. o. (Gr. — obs.), — siis arvutatakse kergesti ka kellaõiend ja kronomeetriõiend

$$\underbrace{(\text{Gr.} - \text{obs.})}_{u_{obs}} + \underbrace{(\text{obs.} - \text{k.})}_{\text{vrdl.}} = \underbrace{(\text{Gr.} - \text{k.})}_{u_k}$$

ja edasi

$$\underbrace{(\text{Gr.} - \text{k.})}_{u_k} - \underbrace{(\text{kr.} - \text{k.})}_{\text{vrdl.}} = \underbrace{(\text{Gr.} - \text{kr.})}_{u_{kr}}.$$

s. t. ülesanne on lahendatud.

Seejuures tuleb kella kõrvutada kronomeetriga nii enne laevast observatooriumi minekut kui ka pärast sealt tagasi tulekut ja u_{kr} arvestamiseks võtta nende võrdluste keskmine (kui nad vähe erinevad teineteisest) või arvutada võrdlus kella kõrvutamise momendiks observatooriumi kellaga.

Kella- ja kronomeetriõiendi määramine nähtavate ajasignaalide järgi (visual time signals).

Mõnedes sadamates erilise leppesignaaliga, mida antakse sadamast ja reidilt hästinähtavast punktist, tähistatakse Greenwichi keskmise aja, või kohaliku aja, või ühtlusaja kindlat

momenti. Kõik vajalikud teatmed selle kohta, kus kohas antud sadamas antakse ajasignaali, mil viisil ta antakse, missuguse (Greenwichi, kohaliku või ühtlus-) aja ja millist momenti temaga tähistatakse, ja lõpuks selle punkti pikkus Greenwichist (pikkust võib võtta ka plaanilt) — saadakse nii antud sadama lootsiraamatust, „Time signals" osas, kui ka erilisest „List of lights and visual time signals".

Näiteks Bergenis 5 min. enne Kesk-Euroopa keskpäeva (Ü.-A. 1-ne vööde) süüdatakse hele lamp erilisel vardal Observatooriumi hoone peal ja täpselt keskpäeva momendil ta kustub.

Kella- ja kronomeetriõiendi saamiseks neil kordadel on vajalik teha kella võrdlus kronomeetriga enne signaali, siis märkida kella näit signaaliandmise momendil, uuesti võrrelda kella kronomeetriga ning arvutada otsitavad õiendid.

Kui vaatlejal on kell sekundimõõtjaga, siis nähtava signaali andmise momenti võib väga mugavalt ja lihtsalt märkida vajutamisega kella peakesele või erilisele nupule. Sel asjaolul on mõnesugust mugavust ja ta tõstab mõnevõrra signaaliandmise momendi fikseerimise täpsust, sest et siinjuures vaatlejal, kes hoiab sõrme kella nupul, ei ole vaja oma tähelepanu kõrvale pöörata signaali jälgimisest ja sõrme vajutusega ta märgib väga täpselt (kuni $0^s,1$—$0^s,2$) signaaliandmise momendi. Kohe peale signaali märkimist tuleb üles kirjutada kella sekundimõõtja minuti- ja tunniosuti, ja siis ka paigalseisva sekundiosuti näidud.

On endastmõistetav, et sekundimõõtja peab olema aegsasti käima lastud hästi kooskõlastatult kella sekundiosutiga.

Täpselt samuti võetakse nähtavat ajasignaali, kui sekundimõõtja omab topeltosutit.

Võttes arvesse, et mõnedel puhkudel signaalid sadamates antakse kohaliku keskmise aja või ühtlusaja kindlatel momentidel, kuna aga kella- või kronomeetriõiendit vajatakse alati Greenwichi keskmise aja järgi, — on kõige lihtsam signaaliandmise moment viia pikkusega Greenwich merdiaanile, selleks et korraga arvutada u_k või u_{kr} Greenwichi keskmise aja, mitte aga kohaliku või ühtlusaja järgi.

Näide. Bergen (vööde nr. 1) 28. VI. Signaallambi kustumise järgi Kesk-Euroopa keskpäeval tehti u_{kr} määramiseks järgmisi vaatlusi:

a) võrdlused enne ajasignaali

$$(kr.A - k.)_1 = -1^h58^m58^s$$
$$(kr.B - k.)_1 = -1\ 58\ 22$$
$$(kr.C - k.)_1 = -2\ 2\ 23$$

b) märgiti moment kella järgi, kui lamp kustus ... $1^h\,4^m\,3^s$;
c) võrdlus pärast signaali

$$(\text{kr.}A - \text{k.})_2 = -1^h58^m58^s$$
$$(\text{kr.}B - \text{k.})_2 = -1\ 58\ 22$$
$$(\text{kr.}C - \text{k.})_2 = -2\ 2\ 23$$

Vastus: $u_k = -2^h\,4^m\,3^s$; $u_A = -0^h\,5^m\,5^s$;
$u_B = -0\ 5\ 41$; $u_C = -0\ 1\ 40$.

Kõik õiendid kuuluvad $T_{Gr.}$-le $= 11^h,0$ 28./VI.

Mõnedes sadamates ajasignaal antakse helilisel teel, näiteks kahuripauguga; märkinud kella järgi selle signaali momendi, tuleb sellest momendist lahutada ajavahemik, mis on vajalik kõla jõudmiseks vaatlejani; kaugus laevast kuni signaaliandmise kohani võetakse kaardilt või plaanilt, kõla kiiruseks aga võib võtta 155 sülda ehk 337 meetrit 1 sekundis, ehk ligikaudselt $0^s,5$ kauguse ühele kaablile.

Nende signaalide järgi õiendi määramise täpsusele loota ei või, kuna mitmesugused põhjused mõjutavad väga suurel määral kõla liikumiskiirust, peale selle aga esineb tihti vigu signaaliandmise momendis endas; seepärast tuleb seda võtet kasutada vaid erandjuhtudel.

Kella- ja kronomeetriõiendi määramine raadiosignaalide järgi.

Kaasaja raadiotehnika arenguga, kus mitte ainult sõjalaevad, vaid ka enamik kaubalaevadest on varustatud raadiojaamadega, omab väga laialdast levikut ja on peaaegu välja tõrjunud teised — kronomeetriõiendite määramisviis raadiosignaalide järgi.

Rahvusvahelise kokkuleppe kohaselt mõned raadiojaamad Euroopa ja kogu maakera mitmesugustes osades annavad raadiosignaale, punkte ja kriipse, ette määratud momentidel Greenwichi või mõne teise kindla aja järgi. Märkinud kella järgi signaali momendi, ja teades, missuguse! momendil nimelt Greenwichi keskmise aja järgi see signaal oli antud, on kerge arvutada kellaõiendit kui vahet nende momentide vahel, ja siis võrdluse abil ka kronomeetriõiendit.

Enne päris ajasignaali andmist iga jaam annab rea eelsignaale — väljakutse, oma kutsesignaali, signaali reguleerimiseks jm. —, mis võimaldavad igale vaatlejale reguleerida oma vastuvõtujaama ja valmistuda signaalide vastuvõtmiseks. Nii eelsignaalide süsteem kui ka ajasignaalide endi andmise süsteem on väga mitmesugune, ja üksikasjalisi andmeid iga jaama kohta võib leida teatmikus „Wireless telegraph time signals", mida iga

aasta kirjastatakse Inglise admiraliteedi poolt [1]. Tänu sellele, et ajasignaale andvad jaamad enamikus on väga võimsad (Nauen, Saksamaa — 1000 kW; Bordeaux — 1000 kW; Annapolis, Ameerika — kaugus 5000 miili; Rugby, Inglismaa — ülivõimas) ja laialipaisatud üle terve maailma, võib ütelda, et praegusel ajal ei ole maakera pinnal vististi ühtki punkti, kus ei saaks neid signaale vastu võtta hea vastuvõtujaamaga.

Peale selle töötavad mitmesugused jaamad mitmesuguseil lainepikkusil, alates 18 900 m (Bordeaux) ja lõpetades lühikestega 24,5 m (Annapolis, Washington), mis teeb nende signaalid kättesaadavaks igasugusele vastuvõtjale.

Lõpuks on mitmesuguste jaamade töötamise ajad jaotatud kooskõlas sama rahvusvahelise kokkuleppega nõnda, et üks jaam ei segaks teise töötamist, ja tänu sellele võib kella- ja kronomeetriõiendit määrata peaaegu igal ajal öö ja päeva jooksul. Signaalide andmine toimub enamikus automaatselt: jaama võrku lülitatakse võtme asemel Observatooriumi kell, mis automaatselt ühendab võrgu vajalikel momentidel.

Mõnedes jaamades signaalide andmine toimub käsitsi — need signaalid omavad ka väiksemat täpsust.

Me ei hakka arutlema mingi üksiku jaama töötamist, peame aga vajalikuks osutada tähelepanu Nauenile (Saksamaa), kuna tema järgi kõige sagedamini võtavad ajasignaale Euroopa vetes sõitvad laevad. Naueni jaama töötamist on väga kerge eristada teiste jaamade tööst nii tema võimsuse kui ka selle tõttu, et tema töötamine on aeglane ja rahulik, mis teravalt erineb teiste sel ajal töötavate jaamade närvilikust ja tõtlikust tööst. Nauen on hästi vastuvõetav nii Vahemeres ja Atlandi ookeanis, kui ka põhjas, Novaja Zemlja juures ja kaugemal, hea vastuvõtujaama korral.

Siiski, võttes isegi Naueni signaale, vaatamata eriti teravale, selgele ja aeglasele jaama tööle, vaatlejad esiotsa tihti „magavad maha" ajasignaali ega ole suutelised märkima momenti kella järgi. Nagu meile näib, tekib see põhjusel, et vähekogenud vaatleja, pannud pähe kuuldeklapid ja kuulates jaama tööd, on tervena sellest haaratud ning suunab kogu oma tähelepanu sellele, et „mitte maha magada" ajasignaali kuulmist, ega ole suuteline omistama küllaldast tähelepanu kella sekundiosuti numbrilauale.

---

[1] Lühikesed teated tähtsamate jaamade töötamise kohta leiduvad ka Mere-astronoomilises aastaraamatus.

Selle vältimiseks tuleb momendist, kui algab ajasignaal, kõik oma tähelepanu suunata kellale ja jälgida tema sekundiosutit, ja ühes sellega on tähtis teada, missugune signaal on vajalik. Seda signaali kuulab vaatleja ka tahes-tahtmata ja suudab sel momendil üles kirjutada kella sekundiosuti näitu (minuti- ja tunniosuti kirjutatakse tavalisesti pärast kogu signaalide sarja).

Näidisena käsitleme, kuidas toimub kogu töö ajasignaalide vastuvõtmisel Naueni järgi:

1. *eelnevalt on vaja valmistada järgmine skeem signaalide üleskirjutamiseks:*

Signaali-andmise T_{Gr}	Kella-moment	u_k	Signaali andmise T_{Gr}	Kella-moment	u_k
$11/23^h58^m10^s$			$11/23^h59^m10^s$		
20			20		
30			30		
40			40		
50			50		

2. *võrreldava (ehk laeva) kella järgi arvutada jaama töö alguse ligikaudne (kuni 1^m) moment, ja aegsasti, 5—6 minutit enne tulla kambrisse;*
3. *panna pähe kuuldeklapid, reguleerida jaam Naueni järgi ja panna kell enda ette lauale;*
4. *märkida kella järgi ajasignaalide andmise 10 momenti osutatud T_{Gr} momentidel (antakse punktid), kirjutades need tabeli 2-se ja 5-sse lahtrisse. Esiteks tuleb tingimata kirjutada sekundid; tunnid ja minutid võib kirjutada pärast;*
5. *iga momendi järgi arvutada kellaõiend ja võtta nendest keskmine.*

Kogu töö sooritatakse kellaga, kronomeetriõiendi arvutamiseks aga on vaja enne ja pärast ajasignaalide võtmist teha kella võrdlus kronomeetritega.

Vaatlejale soovitatakse märkida ja üles kirjutada jaama mitmesuguste seadiste näidud, et võimalik oleks endal jaama kergesti reguleerida. Peab tähendama, et signaalid on öösel paremini vastuvõetavad kui päeval; pealegi on päeval õhk rohkem koormatud määratu suure arvu suurte ja väikeste raadiojaamade tööst.

Mõnikord töö kiirendamiseks kella õiendit raadio-ajasignaalide järgi ei määrata mitmekordselt, vaid ühekord-

s e l t. Sel korral võb teatud mugavust pakkuda kell sekundimõõtjaga, mille osuti muidugi peab olema aegsasti käima lastud hästi kooskõlastatud kella sekundiosutiga.

Sel korral ü h t e signaali võtta on väga lihtne ja kerge, kuna tarvitseb signaaliandmise momendil ainult vajutada kella peakesele, üldse kellale vaatamata ja katkestamata oma tähelepanu selleks, et jälgida kella sekundiosuti liikumist.

Võtta aga sekundimõõtjal ühe ja sama rühma m i t u signaali on võimata, kuna peale iga signaali ei ole võimalik sekundimõõtjat uuesti kooskõlastatult käima lasta.

Sellise ü h e k o r d s e ajasignaalide võtmise korral kaob täiesti vaatluste erakordselt tähtis element — kontroll; sellepärast me soovitame tungivalt seda võtet mitte kasutada ja võtta lihtsalt kellaga (kella sekundiosuti peale) kõik või vähemalt mõned antud rühma signaalid. Kella sekundiosuti osa sel korral võib täita ka sekundimõõtja osuti, mis käib kooskõlastatult esimesega. Kui sekundimõõtja omab topelt sekundiosutit, siis sellise sekundimõõtjaga võib võtta k õ i k antud rühma signaalid, mis tagab kõrget täpsust ja head kontrolli. Selle töö juures, niipea kui signaal on märgitud osutiga — märkijaga, tuleb viivitamata kirjutada üles tema näit ja ta kohe lasta käima kuni järgmise märkimiseni; vähese vilumuse korral kulub selleks 3—5 sekundit.

Raadiosignaalide järgi määratava kellaõiendi täpsus on väga kõrge, eriti kui vastuvõttu teostatakse sekundimõõtjaga või kui hariliku kella sekundiosutiga võtmisel kasutada luupi; võib lugeda, et viga kellaõiendis ei ületa neil tingimusil $\mp 0^s,2$—$0^s,3$.

Tähendame, et paljud raadiojaamad peale tavaliste ajasignaalide, mis on määratud laevajuhtimise ja igapäevaseiks otstarbeiks, annavad veel nn. „rütmilisi" ajasignaale, millede järgi otse kronomeetrile võetav õiend (mitte kellale) on määratav tunduvalt suurema täpsusega. Need signaalid on määratud observatooriumide jaoks ja nende andmise erilisuseks on see, et signaalid (punktid) antakse nooniuse põhimõttel ja 1 minuti jooksul antakse 61 lühikest signaali.

Kella- ja kronomeetriõiendi määramine astronoomiliste vaatluste järgi.

Peale loeteldud võtete kellade ja kronomeetrite õiendi määramiseks, mis põhinevad kella vahetul võrdlusel Greenwichi keskmise ajaga, tähistatud ühel või teisel viisil, on veel kellaõiendi saamise võtteid taevakehade astronoomiliste vaatluste

abil. Õiendi määramise kõikide astronoomiliste võtete olemus seisneb taevakeha kohaliku tunninurga arvutamises, tema järgi kohaliku keskmise aja arvestamises, viimase järgi Greenwichi keskmise aja arvestamises ja $T_{Gr.}$ võrdlemises momentidega kella järgi, mis on märgitud vaatlemistel: vahe ($T_{Gr.}$ — k.) kujutabki kellaõiendit. Selle ülesande lahendamiseks vaatleja φ ja λ peavad olema täpselt teada.

Kõigist vaadeldud võtteist kõige lihtsamaks ja ühes sellega kõige täpsemaks osutub õiendi määramise võte raadio-ajasignaalide järgi.

§ 55. VÕRDLUSTE PÄEVIK. KRONOMEETRI PÄEVIK. LAEVA KELL.

Nagu eelpool oli mainitud, on kronomeetrid laevas vastava tüürimehe ettevaatliku käitlemise ja hoolsa järelevalve objektiks.

Laeva kronomeetrite hooldamisega käib kaasas kahe päeviku, nimelt võrdluste päeviku ja kronomeetrite päeviku pidamine.

Võrdluste päevik.

Ühes kronomeetriga antakse laevadele võrdluste kell ja maksimum-miinimum-termomeeter: neid esemeid hoitakse kronomeetrite kastis. Hobuseraua-taolist magnetit, mis antakse ühes maksimum-termomeetriga, on parem hoida eraldi.

Iga päev hommikul kronomeetrid keeratakse üles, millega käib tingimata kaasas kella võrdlus kõikide kronomeetritega, mis toimub järgmises korras: võtnud lahti kronomeetrite kasti kaane, märgitakse kohe termomeetri näit, samuti ka maks.-miin.-lugemid, ja kirjutatakse need näidud võrdluste päeviku II lahtrisse; I lahtrisse kirjutatakse daatum, III lahtrisse — kronomeetrite numbrid. Peale seda viiakse maksimum-miinimum-termomeetris näitajad magnetiga kokkupuutesse elavhõbedaga.

Siis teostatakse kõige kolme kronomeetri võrdlus kellaga (igaühega üks võrdlus), kusjuures kronomeetrinäidud kirjutatakse IV lahtrisse, kellanäidud — V lahtrisse ja arvestatud võrdlus — VI lahtrisse. **Peale seda keeratakse kronomeetrid üles.** Siis teostatakse kohe uuesti kella võrdlus kronomeetritega, kuid vastupidises järjekorras, s. o. esimesena selle kronomeetriga, mida enne üleskeeramist võrreldi viimases järjekorras. Kella ja kronomeetrite näidud ja võrdlused pärast üleskeeramist kirjutatakse

Täidetud võrdluste päeviku näidis.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Aasta, kuu ja päev	t^0	Krono-meetrite nr-id	Kron.	Kell	Kron.— kell	Kron.	Kell	Kron.— kell	Keskmine Kron.— kell
1936. a.									8^h1^m
3./VIII	$14^0,0$	*A*	$7^h59^m53^s,0$	$7^h58^m40^s$	$+1^m13^s,0$	$8^h\ 4^m10^s,5$	$8^h\ 2^m58^s$	$+1^m12^s,5$	$+1^m12^s,8$
	18,2	*B*	8 7 21 ,5	7 59 21	+8 0,5	8 10 23 ,0	8 2 22	+8 1 ,0	+8 0 ,8
	12,3	*C*	7 56 47 ,0	8 0 5	—3 18 ,0	7 58 22 ,0	8 1 40	—3 18 ,0	—3 18 ,0
									8^h8^m
4./VIII	13,2	*A*	$8^h\ 6^m43^s,0$	$8^h\ 5^m30^s$	$+1^m13^s,0$	$8^h11^m14^s,0$	$8^h10^m\ 2^s$	$+1^m12^s,0$	$+1^m12^s,5$
	16,0	*B*	8 14 13 ,0	8 6 12	+8 1 ,0	8 17 32 ,5	8 9 31	+8 1 ,5	+8 1 ,2
	10,1	*C*	8 3 25 ,0	8 6 48	—3 23 ,0	8 5 28 ,0	8 8 50	—3 22 ,0	—3 22 ,5
									8^h2^m
5./VIII	14,5	*A*	$8^h\ 0^m53^s,0$	$7^h59^m40^s$	$+1^m13^s,0$	$8^h\ 5^m33^s,0$	$8^h\ 4^m20^s$	$+1^m13^s,0$	$+1^m13^s,0$
	17,5	*B*	8 8 19 ,5	8 0 18	+8 1 ,5	8 11 44 ,0	8 3 42	+8 2 ,0	+8 1 ,8
	13,0	*C*	7 57 26 ,0	8 0 55	—3 29 ,0	7 59 34 ,5	8 3 4	—3 29 ,5	—3 29 ,2

jne. iga päev

lahtrisse VII, VIII ja IX päeviku paremal leheküljel. Lahtrisse X kirjutatakse võrdluste keskmised enne ja pärast üleskeeramist, s. o. $\frac{VI + IX}{2}$.

Samasse lahtrisse, võrdluste peale või kõrvale, soovitatakse kirjutada iga päev ligikaudselt (kuni 1^m) võrdluste keskmine moment kella järgi; see keskmine moment töö ülalmärgitud korra juures on arvutatav kui keskmine momentidest kella järgi võrdlemisel mistahes kronomeetriga.

On soovitav, et kronomeetrid kui ka kell nende juures oleksid seatud Greenwichi keskmise aja järgi.

Kronomeetripäevik.

Päevik koosneb kahest osast: 1-ne osa määratakse kella loodetava õiendi tuletamiseks iga päeva kohta, 2-ne osa — kronomeetrite ööpäevaste käikude tuletamiseks.

1-ne osa.

Me juba tähendasime, et kronomeetrite vastuvõtmisel observatooriumist iga kronomeeter varustatakse atestaadiga, milles märgitakse suure täpsusega tema ööpäevane käik $t = 15^0\,R(\omega_{15})$ ja antakse selle käigu õiendite tabel mitmesuguste temperatuuride jaoks alates $+5$ kuni $+25^0$ R.

Et selgitada kronomeetripäeviku pidamist, on kõige sobivam järgida seda tegevust observatooriumist kronomeetri vastuvõtmise momendist alates. Ühes kronomeetritega antakse ka nende õiendid, osutamisega, missugusele $T_{Gr.}$ need õiendid kuuluvad.

Siis kirjutame:

I lahtrisse — aasta, kuu, päev;

II lahtrisse — kronomeetrite numbrid (tihti mugavuse mõttes kronomeetrid tähistatakse tähtedega *A*, *B*, *C*);

IV lahtrisse — kronomeetrite õiendid, antud observatooriumist nende vastuvõtmisel;

VIII lahtrisse — T_{Gr}, millele need õiendid kuuluvad.

Järgmise päeva hommikul, teinud võrdlused ja üles keeranud kronomeetrid, siirdume kronomeetripäevikusse. Kirjutame:

I ja II lahtrisse — sellesama, kooskõlas lahtrite pealkirjaga;

III lahtrisse — käik keskmise temperatuuri korral möödunud ajavahemiku kohta; keskmine temperatuur võetakse võrdluste

päeviku II lahtrist, ja ω_{15} õiendatakse selle temperatuuri jaoks käigu õienditetabeli abil. Peale selle kantakse päevikusse mitte ööpäevase käigu suurus, vaid ainult ajavahemiku eest (ööpäeva osades) $T_{Gr.}$ eilsest momendist, millele olid taandatud õiendid, kuni $T_{Gr.}$ täna hommikul üleskeeramisel;

V lahtrisse kanname kronomeetrite õiendid antud kuupäeva hommikuks; need õiendid saadakse lahtri IV eilsete õiendite õiendamisega, arvutatud III lahtri käikudega;

IV lahter jääb täna täitmata, sest et sinna kantakse õiendid, mis määratakse vahetult, käigu abil arvutamata;

VI lahtrisse kantakse üle antud päeva keskmised võrdlused võrdluste päeviku X lahtrist;

VII lahtrisse kirjutatakse kellaõiendid, arvutatud iga kolme kronomeetri järgi. Need õiendid saadakse kui kronomeetriõiendi ja võrdluse algebraline summa. Nende kolme kellaõiendi alla tõmmatakse joon ja alamal kirjutatakse kellaõiendi keskmine suurus (kõigest kolmest õiendist). See õiend kujutabki tõenäolist kellaõiendit kronomeetrite üleskeeramise momendil. Kui kell on hea ja omab väikest ööpäevast käiku, siis seda õiendit võib võtta püsivaks kogu antud päevaks;

VIII lahtrisse kirjutatakse kella näit võrdluste keskmisel momendil (võrdluste päeviku X lahtrist);

IX lahtrisse kirjutatakse möödunud ajavahemiku keskmine temperatuur. See temperatuur arvutatakse kui keskmine aritmeetiline kõigist kolmest temperatuurist, mis on kirjutatud võrdluste päeviku II lahtris;

X lahtrisse kirjutatakse kõik asjaolud, mis nii või teisiti võivad mõjutada kronomeetrite käiku: õõtsumine, tulistamine jms.

Samasuguses korras jätkatakse üleskirjutusi ka edaspidi igapäev.

Kronomeetrite käitumise üle otsustamisel kõige iseloomulikumaks osutub VII lahter; kui kronomeetrite käigud on võetud õigesti, siis kõik ühe ja sama kella kolm õiendit, mis on määratud ainult mitmesuguste kronomeetrite järgi, on ühesugused ja ajajooksul omavahel lahku ei lähe. Kui aga kronomeetrite käigud ei ole päris õiged, siis see väljendub selles, et need kolm kellaõiendit lähevad teineteisest päevpäevalt ikka rohkem ja rohkem lahku. Kuna absoluutse täpsusega me käike muidugi teada ei või ning peale selle laevaoludes kronomeetrite käigud alati mõnevõrra kõiguvad, siis selline õiendite lahkuminek on vältimatu ja sellepärast mõne aja järel tuleb kronomeetrite

õiendid uuesti vahetult määrata (kirjutada IV lahtrisse), ja edasist päeviku pidamist ning igapäevaste õiendite tuletamist tuleb alata uuesti. Kui ajavahemik õiendite vahetute määramiste vahel oli sobiv (7—10—12 ööpäeva) ja kui õiendid määrati ühtlaste meetoditega, siis edasiseks päeviku pidamiseks võib võtta uue ööpäevase käigu ω, mis on arvutatud kronomeetripäeviku 2-ses osas; ööpäevase käigu temperatuuriõiendi tabeliks aga jääb see, mis anti observatooriumist.

2-ne osa.

I, II, III, IV, V ja **VI** lahter ei tekita täitmiseks mingeid raskusi.

VII lahtrisse kantakse õiendite vahetute määramiste kogu ajavahemiku keskmine temperatuur, kui keskmine aritmeetiline I osas, IX lahtris ülesmärgitud temperatuuridest (ööpäeva keskmistest).

VIII lahtrisse märgitakse iga kronomeetri kohta: 1) tema õiend vahetutest vaatlustest, 2) õiendite vahe, lahutades eelmise järgnevast, 3) ööpäevane käik VII lahtris märgitud temperatuuri juures. See käik saadakse õiendite vahe jagamisega ööpäevade arvuga VI lahtrist; 4) ööpäevane käik $t = 15^0$ juures; ta saadakse, kui eelmises lahtris arvutatud ööpäevasest käigust ajavahemiku keskmise temperatuuri juures algebraliselt lahutada ööpäevase käigu õiend, mis on võetud õiendite tabelist nimelt selle ajavahemiku keskmise temperatuuri peale.

Laevakell.

Käesoleval ajal, arvesse võttes raadio kaudu kella ja kronomeetrite õiendi saamise võimalust kas või mitu korda ööpäevas, ja selletõttu terava vajaduse puudumist Greenwichi aja „hoidmiseks" laevas, kronomeetrid asendatakse tihti nõndanimetatud laevakelladega. See kell on kaunis suuremõõtmeline (vaatluste mugavuseks), väga hoolikalt töödeldud mehhanismiga ja hea, s. o. ühtlase käiguga; ta omab seda erinevust, et sekundiosuti on asetatud ühise võlli otsa tunni- ja minutiosutiga ja numbrilaud kõige kolme osuti jaoks on ühine. Sekundiosuti liigub hüpetega üle $0^s,2$, ja sellele vastavalt on iga minuti- (sekundi-) jaotus numbrilaual jagatud 5 osaks.

Laevakell on paigutatud erilisse kaanega kasti. Õiend määratakse vahetult selle kella järgi, ja seesama kell tuuakse (omas

Kronomeetripäeviku täidetud 1-se osa näide.

Kella loodetava õiendi tuletis iga päeva jaoks.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Aasta, kuu, päev	Kronomeet-rite nr-id	Käik aja-vahemikul temperat. t^0 juures	Õiendi määramine Gr. keskm. aja suhtes	Kronomeet-rite õiend Gr. keskm. aja suhtes iga päeva kohta	Kronom. — kell võrdluste päevikust	Kellaõiend Gr. keskm. aja suhtes	Kella näit võrdluste momendil	Keskmine temperatuur kronomeetr. juures t^0	Märkused
		$t = 15^0$							
1936	*A*	— 2s,5	— 1m 17s,8						
2./VIII	*B*	— 2,8	— 8 5,7				$T_{Gr.} = 12^h$		
	C	+ 3,4	+ 3 8,0						
3./VIII	*A*	— 2s,1		— 1m 19s,9	+ 1m 12s,8	— 7s,1			
	B	— 2,3		— 8 8,0	+ 8 0,8	— 7,2	8h 1m	14°,8	
	C	— 2,8		— 3 10,8	— 3 18,0	— 7,2			
4./VIII	*A*	— 1s,9		— 1m 21s,8	+ 1m 12s,5	— 7,2			
	B	— 2,3		+ 8 10,3	+ 8 1,2	— 9,3	8h 8m	13°,1	
	C	+ 3,7		+ 3 14,5	— 3 22,5	— 9,1			
				jne.		— 8,0			
		$t = 15^0$				— 8,8			
10./VIII	*A*	— 2s,7	— 1m 38s,6						
	B	— 3,0	— 8 29,7						
	C	+ 3,4	+ 3 35,9				$T_{Gr.} = 12^h$		
11./VIII	*A*	— 2s,2		— 1m 40s,8	+ 1m 22s,7	— 18s,1	8h5m	14°,6	
	B	— 2,4		— 8 32,1	+ 8 13,7	— 18,4			
	C	+ 2,8		+ 3 38,7	— 3 56,9	— 18,2			
					jne.	— 18,2			

Kronomeetripäeviku täidetud 2-se osa näide.

Kronomeetrite ööpäevaste käikude tuletamine.

Vasak lehekülg.

Aasta, kuu, päev	Õiendi määramise koht	Pikkus Greenwichist	Õiendi määramise viis	Õiendi määramise Greenwichi keskm. aeg	Ajavahemik ööpäevase õiendite määramiste vahel	Ajavahemiku keskmine temperatuur T^0
1936. a.						
2./VIII	Kroonlinn	$1^h\ 59^m\ 4^s$ Ost	Naueni raadiosignaalid	$12^h\ 0^m$	8,00	$14^0,6$
10./VIII	Kopenhaagen	$0^h\ 58^m\ 19^s$ Ost	„	$12^h\ 0^m$		
7./IX	NN	$0^h\ 10^m\ 24^s$ W	„	$12^h\ 0^m$	8,00	$15^0,1$
15./IX	Sadam X	$1^h\ 7^m\ 40^s$ W jne.	„	$12^h\ 0^m$		

Parem lehekülg.

Kronomeetrite õiendid Gr. keskmise aja suhtes ja nende ööpäevased käigud.

Kronomeeter *A*				Kronomeeter *B*				Kronomeeter *C*			
u õiendid	$u_i - u_{i-1}$	ω T^0 juures	ω 15^0 juures	u õiendid	$u_i - u_{i-1}$	ω T^0 juures	ω 15^0 juures	u õiendid	$u_i - u_{i-1}$	ω T^0 juures	ω 15^0 juures
$-1^m17^s,8$				$-\ 8^m\ 5^s,7$				$+3^m\ 8^s,0$			
	$-20^s,8$	$-2^s,60$	$-2^s,72$		$-24^s,0$	$-3^s,00$	$-3^s,09$		$+27^s,9$	$+3^s,49$	$+3^s,42$
$-1\ 38,6$				$-\ 8\ 29,7$				$+3\ 35,9$			
$-2\ 52,0$				$-\ 9\ 52,8$				$+5\ 11,2$			
	$-22,2$	$-2,78$	$-2^s,75$		$-22,2$	$-2,78$	$-2,75$		$+28,6$	$+3,57$	$+3^s,52$
$-3\ 14,2$				$-10\ 15,0$ jne.				$+5\ 39,8$			

kastis) vaatluste ajaks tekile. Viimasel korral peab tähele panema, et kell ei satuks päikese kiirtesse ja vaatluste ajal teda tuleb hoida vilus, kuna mehhanismi osade tugev kuumenemine segab tema õiget käiku.

Laevakella jaoks mingisugust eri päevikupidamist ette nähtud ei ole, kuid me soovitame siiski tungivalt selle kella määratud õiendite süstemaatilist üleskirjutamist kas või siintoodud lihtsa vormi järgi:

Kuu ja päev	Missuguse jaama järgi määrati õiend	Õiendi määramise T_{Gr} (kuni 1^m)	Õiend	Märkused

Märkustes võib arvutada kella ööpäevast käiku juhuks, kui jaama korratuse tõttu signaale raadio järgi vastu võtta ei ole võimalik.

Kellaõiendit on parem määrata võimalikult sagedasti ja mitte alla 1 korra ööpäevas.

Kui antud päeval õiendit võtta millegipärast ei saadud, siis ta tuleb arvutada ööpäevase käiguga eelmisest õiendist, märkides päevikusse, et see õiend ei ole määratud vahetult.

Peatükk VIII.

SEKSTANT.

§ 56. SEKSTANDI TEOORIA.

Suure enamiku meresõidu-astronoomia ülesannete lahendamine nõuab, nagu me seda edaspidi näeme, vaadeldava taevakeha kõrguse mõõtmist, ja käesolev peatükk nimelt ongi pühendatud mitmesuguste taevakehade kõrguse mõõtmisele mitmesuguseis tingimusis, milledes nad võivad olla vaadeldavad.

On teada, et taevakeha kõrguseks nimetatakse tema vertikaali kaare osa vaatleja tõelise horisondi ja taevakeha asukoha vahel sfääril. See kaar on mõõdetav tsentri nurgaga taevakeha vertikaali tasapinnas; järelikult mõõta taevakeha kõrgust —

tähendab mõõta vertikaalnurka taevakeha ja vaatleja horisondi vahel.

Kuid mistahes nurga mõõtmist laevas ei saa sooritada nende instrumentidega ja võtetega, nagu seda teeme analoogilistel juhtumitel kaldal. Kaldal on selleks kasutatavad teodoliidid, universaal-instrumendid, millede põhiosaks on kraadideks ja vähemateks kraadi osadeks jaotatud ring, kusjuures selle ringi teljega seoses on toru, mille asetus ringil on märgitav indeksiga ehk näitajaga. Instrumendi sellise ehituse korral nurga mõõtmine seisneb toru niitide risti järk-järgulises suunamises sellele või teisele esemele ja lugemite märkimises ringil indeksi järgi; siis lugemite vahe kujutabki mõõdetava nurga suurust — horisontaalse, või vertikaalse, kui ring on asetatud vertikaalselt.

Niisugune järk-järguline toru suunamine sellele või teisele esemele ja samuti järk-järguline lugemite märkimine annavad mõõdetava nurga õige suuruse vaid sel puhul, kui ring ise, millelt märgitakse lugemid, on täiesti liikumatu vaadeldavate esemete suhtes. Kui aga ajavahemikul toru suunamise vahel 1-sele ja 2-sele esemele ring muudab oma asukohta ja oma orienteeringut nende esemete suhtes, siis on selge, et lugemite vahe ei kujuta sugugi mõõdetava nurga suurust. Sellepärast niisugust instrumenti võib kasutada ainult vaatlusteks kaldal, kus võib tagatud olla kogu instrumendi asendi muutumatus pikemaks ajaks. Laevas aga, mis kujutab endast kaunis liikuvat alust, eriti lainetusega või pööretel, sääraste instrumentide kasutamine osutub võimatuks, ja nurkade mõõtmiseks merel kasutatakse erilist nurgamõõdu-instrumenti, mis on ehitatud täiesti teistsugusel põhimõttel ja mida nimetatakse sekstandiks.

Seda instrumenti nimetatakse sekstandiks sellepärast, et tema nurgamõõdu osaks on kaar, pikkusega ligikaudselt $\frac{1}{6}$ ringist.

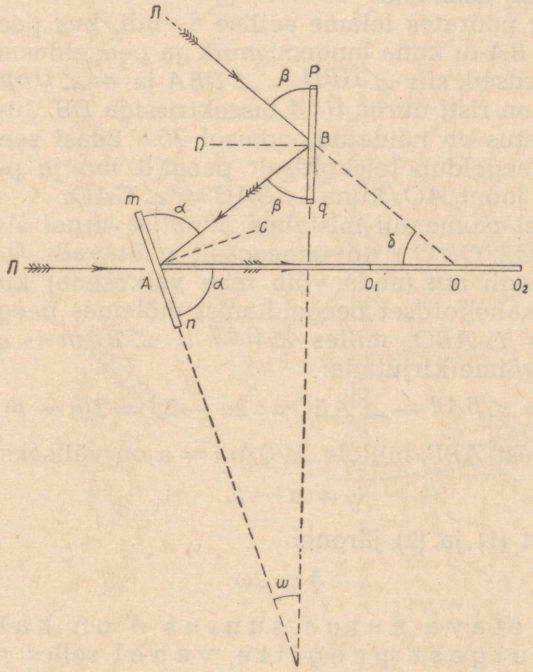
Sekstandi ehituse idee kuulub Newton'ile (1643—1727), kuid selle idee teostamine ja sekstandi leiutamine kuulub üheaegselt ja teineteisest sõltumatult Thomas Godfrey'le (1730. a.) Filadelfiast ja inglasele Gadley'le (1731. a.).

Sekstant on ehitatud põhimõttel, mis võimaldab üheaegselt näha toru vaatlusväljal mõlemat eset, mille vahel nurka mõõdetakse; seda saavutatakse peeglite isesuguse asetuse abil. Sellise ehituse korral aluse liikuvus ei takista nurgamõõtmist. Vaatleme üksikasjaliselt sekstandi ehituse põhimõtet.

Olgu (joon. 75) mistahes kaks eset punktides $Л$ ja $П$; oletame, et on vaja mõõta nurka $ЛОП$, mille tasapind ühtib joonise tasapinnaga, nii et punktid $Л$, $О$ ja $П$ asetsevad joonise tasapinnas. Mõõdetava nurga küljel $ЛО$ võtame vabalt punkti $А$

ja asetame sellesse punkti lameda peegli *mn*, pööratud oma peegeldava pinnaga punkti *O* (nurga tipu) poole ning seejuures nii, et tema tasapind oleks risti mõõdetava nurga (joonise) tasapinnaga; olgu seejuures selle tasapinna ja külje *OЛ* vaheline nurk α ($< 90^0$).

Tõmbame sirge *AB* nii, et ta moodustaks peegli tasapinnaga α-ga võrdse nurga, kuid teisel pool ristjoont *AC*, ja pikendame seda sirget kuni lõikumiseni punktis *B* mõõdetava nurga kül-



Joon. 75.

jega *ПО*. Tähendame, et selleks, et punkt *B* tuleks just küljel *ПО*, mitte aga tema pikendusel punkti *O* taga, on vajalik, et nurk α ($\angle OAn$) oleks alla 90^0, sest isegi kui $\alpha = 90^0$, saadakse punkt *B* nurga tipus, mitte aga küljel *ПО*.

Punkti *B* asetame teise lameda peegli, pööratud nurga tipu, punkti *O* poole oma tagumise, mittepeegeldava pinnaga; selle peegli tasapind peab samuti olema risti mõõdetava nurga tasapin-

naga; see peegel saab pöörelda telje B ümber, mis on risti mõõdetava nurga (joonise) tasapinnaga.

Teise peegli sellise asendi tõttu punktis B ja seejuures nii, et tema peegeldav tasapind on pööratud eseme Π poole, viimasest punkti O tulev valguskiir langeb sellele peeglile ja peegeldub temalt; seejuures peegelduva kiire sihid võivad muidugi olla mitmesugused, kuna see peegel, nagu öeldud, võib pöörelda telje B ümber; teisiti öeldes, peegelduva kiire siht sõltub täielikult peegli pq asendist.

Peeglit pq pöörates leiame sellise asendi, kus peegelduv kiir läheb mööda BA-d; kuna langemisnurk ja peegeldusnurk on alati omavahel võrdsed, siis $\angle \Pi BD = \angle DBA$ ja $= \angle \Pi Bp \angle ABq = \beta$ ja peegel pq on risti nurga ΠBA bissektrissiga DB. Just niisugune peegli pq asetus on näidatud joonisel 75. Edasi see B-st A-sse minev kiir peegeldub teiskordselt peeglilt mn ja peegeldatuna läheb mööda joont AO, kuna $\angle BAC = \angle CAO$.

Niiviisi sel momendil mistahes punktist sirgel AO või tema pikendusel (O_1, O, O_2) on üheaegselt nähtavad $OA\Pi$ sihis nii ese Π üle peegli mn (mida võib teha väikesena) kui ka ese Π pärast tema kahekordset peegeldumist mõlemas peeglis.

Vaadeldes $\triangle ABO$, milles $\angle BA\Pi = \angle BAm + \angle mA\Pi = 2\alpha$ on väliseks, võime kirjutada:

$$\delta = \angle BA\Pi - \angle ABO = 2\alpha - 2\beta = 2(\alpha - \beta). \qquad (1)$$

Kolmnurgast ABE, millele $\angle BAm = \alpha$ on väliseks, saame

$$\omega = \alpha - \beta. \qquad (2)$$

Valemitest (1) ja (2) järgneb

$$\delta = 2\omega \qquad (3)$$

s. o. mõõdetava nurga suurus δ on kaks korda suurem nurgast peeglite vahel selles nende asendis, kus mõlemad esemed on nähtavad ühes ja samas sihis, üks — otsenähtavana, teine peale kahekordset peegeldumist.

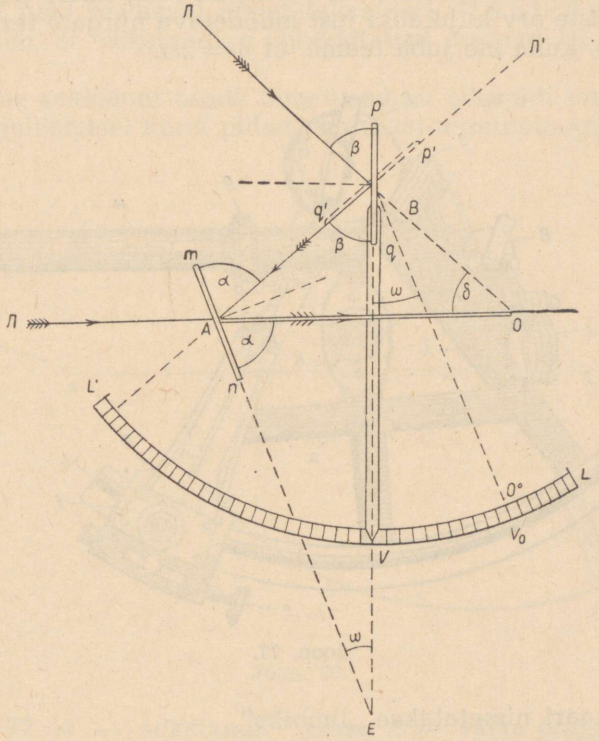
Valemist (3) meil on

$$\omega = \tfrac{1}{2}\delta, \qquad (4)$$

mis lubab meile järeldada vastupidist: kui peegli pq pööramisega telje B ümber me leiame sellise tema asendi, kus mõlemad esemed on nähtavad ühes ja samas sihis, nimelt $OA\Pi$, kusjuures üks (vasem) otsenähtavana, teine aga (parem) peale kahekordset peegeldumist, siis nurk peeglite vahel (ω) sel momendil on pool mõõdetavast nurgast (δ).

Sel viisil mistahes nurga mõõtmine ülaltähendatud peeglite süsteemi abil seisneb peeglitevahelise nurga määramises just nende sellises asendis, kus mõlemad esemed on vaadeldavad ühes ja samas sihis.

Peeglite kaldenurka (ω) aga võib määrata kaunis lihtsa seadise abil, mille idee seisneb järgmises (joon. 76).

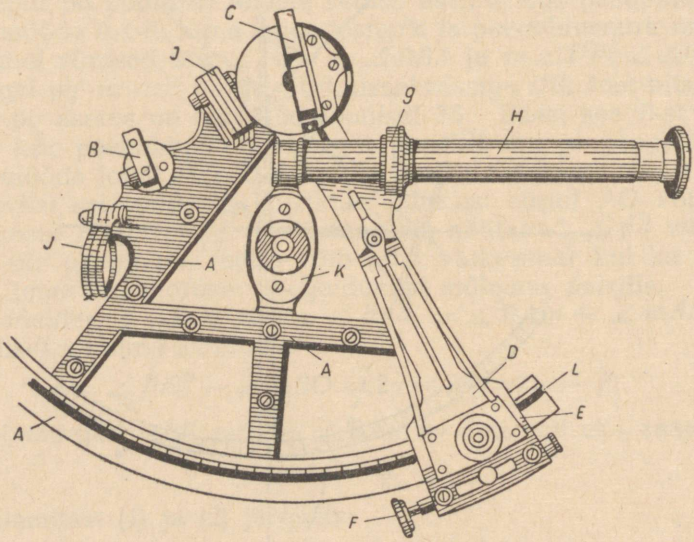


Joon. 76.

Kujutleme vabalt võetud raadiusega kaart (sektor LL') tsentriga punktis B — suure peegli pq pöörlemise teljel. Edasi oletame, et see s u u r e k s nimetatud peegel pq on paigutatud joonlauale, mille terav ots — indeks — liigub peegli pöörlemisel mööda sektori kaart LL'. Sektori selles kohas, punktis v_0, kus seisab joonlaua indeks siis, kui liikuv peegel pq on paralleelne liikumatuga mn ($Bv_0 \parallel mn$), määratakse null (0^0) ja temast ühele

ja teisele poole kogu kaarel märgitakse p o o l e k r a a d i l i s e d j a o t u s e d.

Oletame nüüd, et nurga *ЛОП* mõõtmisel suur peegel *B* võttis joon. 76 näidatud asendi *pq* ja temaga seoses joonlaua indeks peatus lugemil *v* sektori kaarel. Kuna tingimuse kohaselt $Bv_0 \parallel AE$ ja $\angle AEB = \omega = \angle EBv_0$, viimane aga kui tsentrinurk on mõõdetav kaarega v_0v, siis järelikult selle kaare poolekraadiliste jaotuste arv kujutabki just mõõdetava nurga δ tervete kraadide arvu, kuna me juba teame, et $\delta = 2\omega$.



Joon. 77.

Seda kaart nimetatakse „limbiks".

Sektori kaar *LL'* peab olema küllaldaselt pikk suurimate nurkade mõõtmiseks, mida võimaldab antud seadis. See suurim suurus on kergesti määratav nii valemist (1), kui ka joon. 76.

Kuna peegel *A* omab liikumatut asendit, s. o. $\alpha = \text{const.}$, siis valemist (1) nähtub, et nurk δ saavutab maksimaalse suuruse $\beta = 0$ korral, ja siis

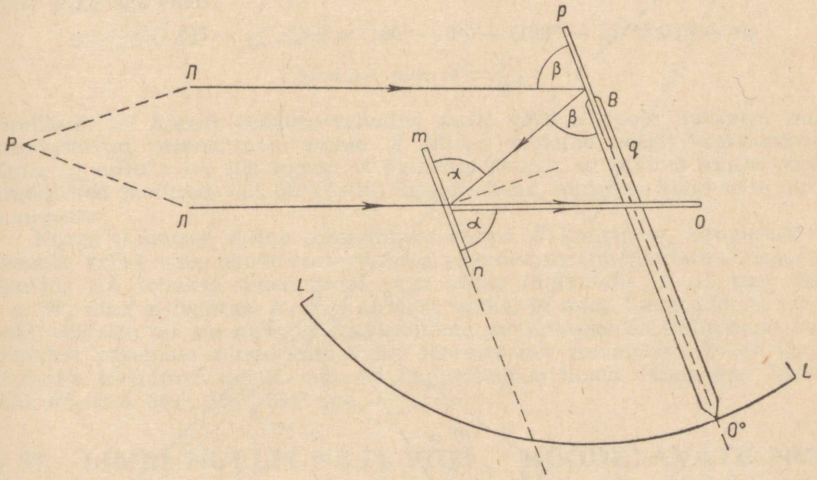
$$\delta_{max} = 2\alpha. \qquad (5)$$

Seda kinnitab ka joon. 76, millel punktiiriga ($p'q'$) on osutatud peegli *pq* see äärmine asend, kus kiir esemest П, mitte enam pee-

geldudes, vaid lihtsalt libisedes mööda peegli B pinda ($\beta = 0^0$), ei satu väikesele peeglile. Peegli pq edasisel pööramisel kella-osuti suunas temalt peegelduvad kiired juba ei satu liikumatu peegli mn punkti A, ja nurka mõõta ei saa.

Praktilised kaalutlused sunnivad asetama väikest peeglit mn nurga all α ligikaudu 75^0, s. o. ligikaudu $^1/_6$ osa ringist — ning sellepärast neid seadiseid nimetatakse s e k s t a n t i d e k s. Oeldust järgneb, et sekstandiga mõõdetavad nurgad ei saa olla üle 150^0.

Loetleme sekstandi osade nimetused, et edaspidi temaga töötamise kirjeldamisel kinni pidada normaal-terminoloogiast.

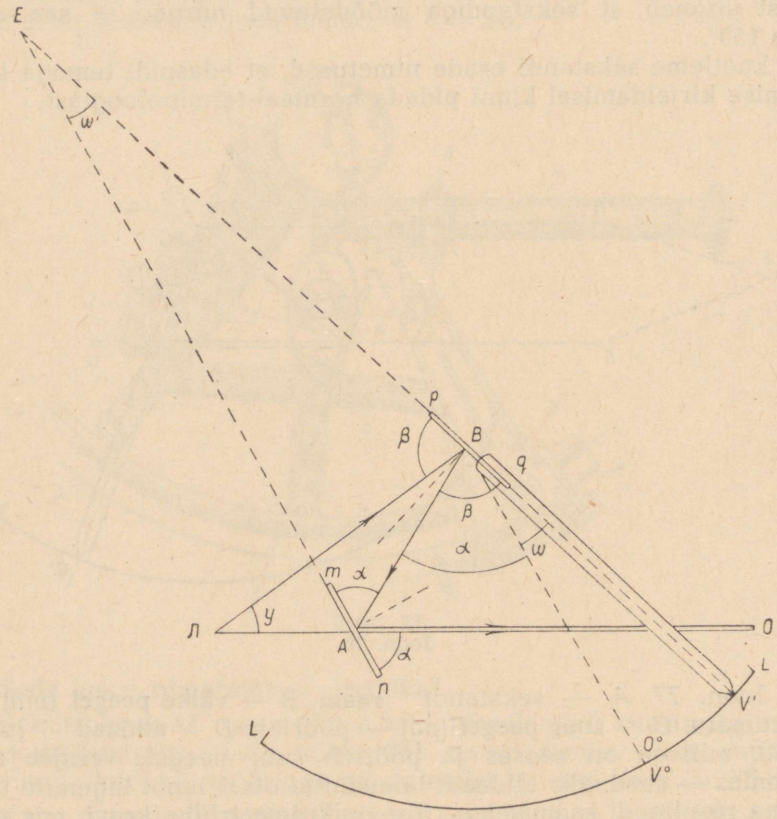


Joon. 78.

Joon. 77 A — sekstandi **raam**, B — **väike peegel** (mn) — liikumatu, C — **suur peegel** (pq) — pöörlev, D — **alidaad** — joonlaud, millega on seoses ja pöörleb suur peegel, **vernjee** ehk **noonius** — seadeldis alidaadi laiendatud otsal limbi lugemite täpsema resultaadi saamiseks, F — **mikromeetriline kruvi**, mis võimaldab nooniuse mikromeetrilist liikumist piki limbi kaart, g — **vaatlustoru tõstemehhanismi pesa**; pesasse keeratakse suurendav vaatlustoru (maa- või astronoomiline), H — **vaatlustoru** — joonisel on pesasse keeratud astronoomiline toru; vaatlustorusid (maa-, astronoomilist) kasutatakse esemete täpsemaks ja paremaks ühitamiseks, millede vahel nurka mõõdetakse, J — **värvilised klaasid** — suure ja väikse peegli ees, K — **käepide**, millest

sekstanti vaatlustel hoitakse, L — **limb** jaotustega üle 10′. Kaare keskpunkt — alidaadi (suure peegli) pöörlemise telg.

Erilist tähelepanu tuleb pöörata peeglite vastastikusele asendile sel korral, kui vaadeldav ese $Л$ on lõpmatus kaugus es ja on vaatlejale nähtav ühes ja samas sihis otsenähtavalt üle peegli *mn*, ja pärast kahekordset peegeldumist mõlemas peeglis.



Joon. 79.

Joon. 78 on näha, et kuna ese $Л$ on lõpmata kaugel ja $ЛA \parallel ЛB$, siis $\angle ЛBA = BAO$, järelikult ka $180^0 - 2\beta = 180^0 - 2\alpha$; $2\beta = 2\alpha$; $\beta = \alpha$, s. t. peeglid on paralleelsed.

Siit on õige ka vastupidine järeldus: kui soovitakse seada suur peegel *pq* paralleelselt väikese peegliga *mn*, siis tuleb valida

lõpmatu kauge ese ja pöörata suurt peeglit pq, kuni vaatleja, vaadeldes eset üle väikese peegli, näeb s a m a eset ja s a m a s sihis peale kahekordset peegeldumist.

Kui aga ese Π ei ole lõpmatus kauguses, siis tema otsenähtava ja kahekordselt peegelduva kujutise ühtimisel peeglid võtavad joon. 79 näidatud asendi. Sellest joonisest nähtub, et nüüd $\angle BAO > \angle LBA$, s. o. $180^0 - 2\alpha > > 180^0 - 2\beta$, ehk $\beta > \alpha$. Järelikult peeglid ei ole paralleelsed ja nende tasapindade lõikumine toimub (projektsioonis) punktis E' ($\beta > \alpha$ ja β — välisnurk $\triangle$-as ABE').

Näitaja suure peegli joonlaual peatub nüüd sektori kaare lugemil v', kusjuures see lugem asetub paremal pool sellest punktist, kus peaks olema nulljaotus.

Samast joon. 79, $\triangle$-st $E'AB$ saame

$$\omega' = \beta - \alpha,$$

$\triangle$-st $AB\Pi$ aga saab

$$y = \angle OAB - \angle AB\Pi = (180^0 - 2\alpha) - (180^0 - 2\beta) = 2(\beta - \alpha),$$

$$y = 2\omega' \text{ ehk } \omega' = \frac{y}{2};$$

järelikult sel korral peeglite-vaheline nurk võrdub poole nurgaga, mille moodustavad otsenähtava eseme Π kiired mõlema peegli keskpunktiga. Kuna $\angle v_0Bv' = \omega'$, siis lugem v' ölenedes sellest, et sektori kaare poolekraadilised jaotused, mis on võetud kraadilistena, annavad kohe selle nurga y suuruse.

Nurga y suurus sõltub otsenähtava eseme Π kaugusest, kaugusest AB peeglite vahel ning nende vastastikusest asendist, mis on määratav nurgaga α. Kaugus AB tehakse sekstantidel väga väike (ligikaudu 10—12 sm), nurk $\alpha \cong 75^0$, ning sellepärast nurk y on alati väike, ja mida kaugemal on ese Π, seda väiksem on see nurk; järelikult tema mõõtmiseks on küllaldane nullpunktist paremale kanda vaid väike jaotuste arv (tavalisesti 5^0—6^0 (kaare $2^1/_2{}^0$—3^0), kusjuures nende jaotuste numeratsioon läheb vähenedes 360^0-ist (ehk 0^0), s. o. 359^0, 358^0, 357^0 jne.

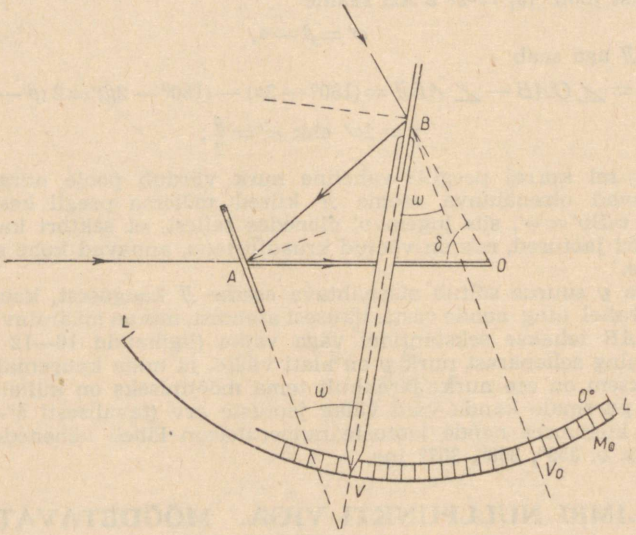
§ 57. LIMBI NULLPUNKTI VIGA. MÕÕDETAVATE NURKADE TAANDAMINE SUURE PEEGLI KESKPUNKTILE. INDEKSI-VIGA.

Me juba nägime, et otsenähtava ja peegelduva eseme vaheline nurk võrdub poole nurgaga nende esemete vahel, ja et see nurk määratakse limbi kaarega v_0v (joon. 76), mis vastab tsentrinurgale v_0Bv, kusjuures punkt v_0 ongi see punkt limbil, millel peatub nooniuse indeks peeglite rööbiti-seisundis. Seejuures on selge, et kui mõõdetakse mistahes nurka ja märgitakse limbil lugemit v, see lugem kujutab mõõdetava nurga tõelist suurust ainult sel juhul, kui punktis v_0 limbil on 0^0 (null). Kui aga jaotused limbile on kantud selliselt, et peeglite paralleelsuse puhul nooniuse indeks on limbi lugemil, mis erineb 0^0-ist (joon. 80), s. o. kui limbi null osutub kõrval nooniuse indeksist — punkt M_0

joonisel, — siis ka lugem v, saadud mingisuguse nurga mõõtmisel, ei kujuta selle nurga tõelist suurust. Teda on vaja õiendada indeksi lugemiga v_0 peeglite paralleelsusel, kuna samast joonisest nähtub ju, et

$$\omega = \smile v_0 v = \smile M_0 v - \smile M_0 v_0 \qquad (1)$$

Seda lugemit limbil, mida näitab nooniuse indeks peeglite paralleelsusel, nimetatakse limbi nullpunktiks; selle punkti ja lugemi algebralist vahet nimetatakse nulliveaks limbil.



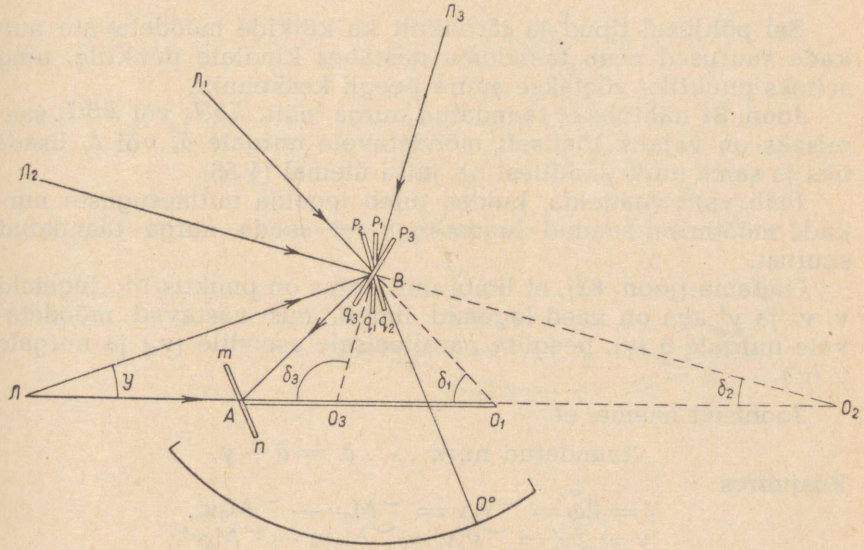
Joon. 80.

Olenevalt tehnilisest töötlemisest, nooniuse indeks peeglite paralleelsusel võib osutuda ühtedel instrumentidel paremal, teistel aga vasemal limbile märgitud 0°-jaotusest; sellega seoses ka nulliviga limbil omab kas märki + või märki —. Näit. kui $v_0 = 4^\circ 30' 10''$ ehk $2^\circ 10',6$, siis nulliviga võrdub $-4^\circ 30' 10''$ ehk $-2^\circ 10',6$; kui aga $v_0 = 359^\circ 5' 20''$ ehk $357^\circ 43',2$, siis nulliviga on $+54'40^s$ ehk $+2^\circ 16',8$.

Ülalöeldu põhjal näib, et igasuguse nurga mõõtmise lugemit limbil tuleks õiendada nimelt nulliveaga limbil. Kuid veidi detailsem nurgamõõtmise küsimuse vaatlemine, millele me nüüd ka siirdume, näitab meile, et lugemit, mis on saadud sekstandiga

mistahes nurga mõõtmisel, tuleb õiendada mitte ainult nulliveaga, vaid ka viimast sisaldava nn. i n d e k s i v e a g a.

Selleni meid toovad järgmised kaalutlused: sekstandiga mõõdetud nurkade õigeks võrdlemiseks oleks vajalik, et kõikide nende nurkade tipud oleksid ühes ja samas punktis. Kuid joonis 81 näitab, et kui vaatleja silm on joonel $ЛAO_3O_1O_2$, mõõdab nurki esemete $Л—П_2$, $Л—П_1$, $Л—П_3$ jne. peeglitel, mis on asetatud muutmatult punktides A ja B, siis mõõdetavate nurkade



Joon. 81.

tipud sekstandi teooria põhjal asetsevad vastavalt punktides O_2, O_1, O_3 jne., s. o. tõeliselt mõõdetakse nurgad $ЛO_2П_2$, $ЛO_1П_1$, $ЛO_3П_3$ jne. ja nurkade suurused saadakse omavahel ebavõrreldavad. Nende tippude kaugused väikese peegli A tsentrist arvutatakse lihtsalt $\triangle$-st ABO_1 valemiga

$$AO_1 = AB\frac{\sin(2\alpha - \delta)}{\sin\delta}.$$

Kui $AB = 10$ cm ja $\alpha = 75^0$, siis mõõdetavate nurkade eemaldumised väikese peegli tsentrist esitatakse tabelis.

Tabel 8.

Mõõdetud nurk	150^0	90^0	70^0	50^0	40^0	30^0	25^0	20^0	15^0	10^0	5^0	0^0
Tipu eemaldumine väikesest peeglist cm-tes . . .	0	9	10,5	13	15	17	19	22	27	37	66	∞

Sel põhjusel tipud ja järelikult ka kõikide mõõdetavate nurkade suurused peab taandama mistahes kindlale punktile, ning selleks punktiks võetakse suure peegli keskpunkt.

Joon. 81 nähtub, et taandatud nurga, näit. $ЛВП_2$ või $ЛВП_1$ saamiseks on vajalik tõeliselt mõõdetavale nurgale δ_2 või δ_1 lisada üks ja sama nurk y, millest oli juttu ülemal (§ 56).

Jääb vaid vaadelda, kuidas tuleb tegelda mitmesuguste nurkade mõõtmisel saadud lugemitega, et saada nurga taandatud suurust.

Oletame (joon. 82), et limbi nulljaotus on punktis M_0, lugemid v, v_0 ja v' aga on need lugemid limbil, mis vastavad mõõdetavale nurgale δ (v), peeglite paralleelsele asendile (v_0) ja nurgale y (v').

Jooniselt näeme, et

$$\text{taandatud nurk} \ldots . \ \delta_0 = \delta + y,$$

kusjuures

$$\delta = 2\omega = \smile v_0 v = \smile M_0 v - \smile M_0 v_0,$$
$$y = 2\omega' = \smile v_0 v' = \smile M_0 v_0 - \smile M_0 v'.$$

Järelikult:

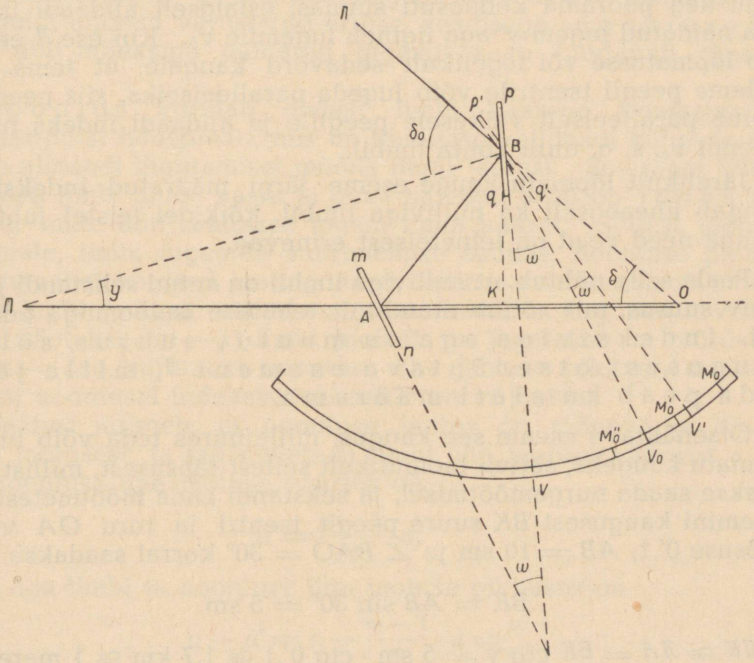
$$\delta_0 = \delta + y = \smile M_0 v - \smile M_0 v_0 + \smile M_0 v_0 - \smile M_0 v' = \smile M_0 v - M_0 v'.$$

Analoogiline resultaat saadakse sõltumata sellest, missugusel kohal limbil asetseb nulljaotus (0^0), näiteks punktis M_0' või M_0'' või mingisugusel teisel kohal.

Siit järgneb, et taandatud nurga δ_0 suuruse saamiseks tuleb nurga δ mõõtmisel saadud lugemit õiendada mitte nulliveaga limbil, vaid mõnesuguse teise õiendiga ($M_0 v'$), mis määratakse alidaadi indeksi lugemiga eseme $Л$ otsenähtava ja tema kahekordselt-peegelduva kujutise ühtimise momendil. See viimane kannab i n d e k s i v e a l u g e m i nimetust, ja peale lahutamist 0^0 või 360^0-st annab vastava märgiga õiendi vajaliku suuruse, mida nimetatakse i n d e k s i v e a k s ja tähistatakse tavalisesti

ci (correction index), vahel aga lihtsalt *i*. Kui *ci* lugem $> 0^0$, siis *ci* omab märki —; kui *ci* lugem $< 360^0$, siis *ci* märk on +.

Kõigest ülalöeldust selgub, et mistahes nurga mõõtmisel limbil loetud esialgne lugem ei kujuta endast mõõdetava nurga suurust, vaid on sellele nurgale vastav lugem; pärast selle lugemi õiendamist indeksiveaga saadakse nurga suurus.



Joon. 82.

Näide 1. Mingisuguse nurga mõõtmisel saadi lugem $47^0 15',4$; *ci* määramiseks seadsime ühtivusse otsenähtava eseme tema peegelduva kujutisega, saime lugemi $2^0 7',8$.

Siit . . . . . $ci = 0^0 - 2^0 7',8 = -2^0 7',8$,

mille järele:

lugem . .	$47^0 15',4$
ci	$- 2^0\ 7',8$
mõõd. nurk	$45^0 7',6$

Näide 2. Nurga mõõtmisel saadi lugem $109^0 57',4$; *ci* lugem = $359^0 37',6$.

Arvutame . . . . . $ci = 360^0 - 359^0 37',6 = + 22',4$,

mille järele:

lugem . .	$109^0 57',4$
ci	$+ 22',4$
mõõd. nurk	$110^0 19',8$

Parema selguse saamiseks seosest nullivea ja indeksivea vahel kujutame endale, et otsenähtav ese $Л$ eemaldub vaatlejast mööda joont $OAЛ$. Ehkki seejuures nurk δ ($ЛOП$) ei muutu, kuid taandatud nurk δ_0, samuti ka nurk y — vähenevad. Kui vaatleja kogu aeg määrab indeksiviga selle eseme järgi, ühitades tema otsenähtavat kujutist peegelduvaga, siis peab suurt peeglit B kogu aeg pöörama kellaosuti suunas, esialgselt alidaadi indeksiga näidatud lugem v' aga ligineb lugemile v_0. Kui ese $Л$ eemaldub lõpmatusse või tegelikult sedavõrd kaugele, et tema kiiri mõlema peegli tsentrile võib lugeda paralleelseiks, siis peegel B asetub paralleelselt väikesele peeglile ja alidaadi indeks näitab lugemit v_0, s. o. nulli kohta limbil.

Järelikult lõpmatu kauge eseme järgi määratud indeksiviga kujutab üheaegselt ka nulliviga limbil, kõikidel teistel juhtumitel aga need vead on teineteisest erinevad.

Peale selle nähtub, et nulliviga limbil on antud sekstandi jaoks püsiv suurus, mis sõltub eranditult tehnilise iseloomuga põhjustest. Indeksiviga aga on muutuv suurus, sõltuv kaugusest otsenähtava esemeni $Л$, mille järgi teda peab ka alati määrama.

Otsenähtava eseme see kaugus, millejuures teda võib lugeda lõpmatu kaugeks, sõltub loomulikult sellest täpsusest, millist soovitakse saada nurgamõõtmisel, ja sekstandi enda mõõtmetest ehk õigemini kaugusest BK suure peegli tsentri ja toru OA vahel. Täpsuse 0′,1, $AB = 10$ sm ja $\angle BAO = 30^0$ korral saadakse

$$BK = AB \sin 30^0 = 5 \text{ sm}$$

ja $ЛK \cong ЛA = BK \operatorname{ctg} y = 5 \text{ sm} \cdot \operatorname{ctg} 0',1 \cong 1{,}7 \text{ km} \cong 1$ meremiil; järelikult, kui otsenähtav ese $Л$ on vaatlejast kauguses 1,7 km või enam, siis tegelikult võib teda lugeda lõpmatu kaugeks, ja sel puhul indeksiviga võib määrata mitte tingimata otsenähtava eseme, vaid ka mistahes teise, samuti lõpmatu kauge eseme järgi.

Seepärast mõõtes näiteks mingisuguse taevakeha nähtavat kõrgust, s. o. vertikaalnurka nähtava horisondi joone ja taevakeha vahel, indeksiviga määratakse tavalisesti taevakeha järgi, kuna see on mugavam, kuigi otsenähtavaks esemeks kõrguse mõõtmisel võetakse alati nähtava horisondi joon. See on täiesti lubatav, kuna isegi väikese 3—4 m silmakõrguse korral veepinnast nähtava horisondi kaugus on ligikaudu 3,5—4 meremiili, järelikult horisondi joont võib lugeda selles suhtes samuti lõpmata kauguseks vaatlejast, kui mistahes taevakehagi.

§ 58. NOONIUS. TEMA TEOORIA JA EHITUS.

Eelmises paragrahvis sekstandi kirjelduse puhul me nägime, et jaotused limbil on märgitud üle 10′, kui sellise limbi järgi võtta lugemid indeksi, kriipsu või teraviku järgi alidaadil, siis hinnates indeksi asendit kriipsude vahel silma järgi, tegelik lugemi täpsus ei oleks üle 1—2′, mis pole sugugi küllaldane. Seepärast on sekstandi alidaad varustatud erilise seadisega, nooniusega, mille abil indeksiga näidatud lugemit saab tunduvalt täpsustada.

Noonius kujutab endast limbi kaarega kontsentrilist kaarekujulist hõbeplaati, mis on kinnitatud alidaadi külge ja mis liigub alidaadi liigutamisel mööda limbi jaotusi. See plaat liibub tihedasti limbi pinna vastu ja tema paremal otsal on indeksijoon, mille abil saadakse lugem limbi kaarel. Sellest joonest vasemale, limbi lugemite suurenemise suunas, nooniuse plaadil on omavahel võrdsed jaotusjooned, millede suurus erineb mõnevõrra limbi jaotuste suurusest ja määratakse järgmise arvestusega: võetakse $(m-1)$ limbi jaotust ja jagatakse m võrdseks osaks — see kujutabki nooniuse ühe jaotuse pikkust; selliseid jaotusi nooniusel indeksist vasemale on m jaotust.

Öeldust järgneb, et nooniuse jaotus on mõnevõrra lühem limbi jaotusest, ja kui nimetada limbi ühe jaotuse väärtust a-ga, siis nooniuse ühe jaotuse väärtus on

$$a' = \frac{m-1}{m} \cdot a,$$

vahe aga limbi ja nooniuse ühe jaotuse pikkuses on

$$a - a' = a - \frac{m-1}{m} \cdot a = \frac{a}{m}. \qquad (1)$$

Mõnikord (Meresõidu Instrumentide Tehase ja uutel välismaistel sekstantidel) jaotused nooniusel tehakse mõnevõrra teissuguse arvestuse järgi, nimelt: võetakse $(2m-1)$ limbi jaotust ja jagatakse jällegi m osaks; sel korral vahe limbi kahe jaotuse ja nooniuse ühe jaotuse pikkuste vahel on

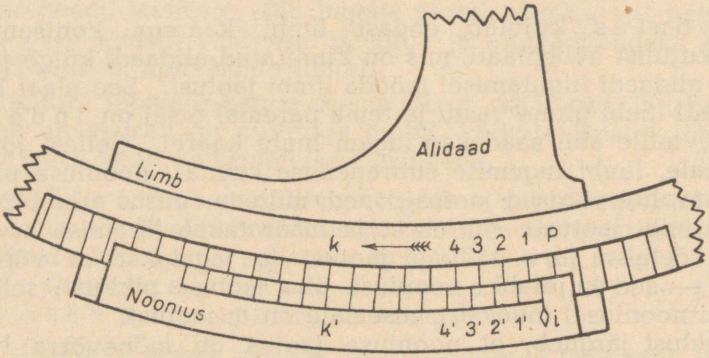
$$2a - a' = 2a - \frac{2m-1}{m} \cdot a = \frac{a}{m}. \qquad (2)$$

Suurust $\frac{a}{m}$ nimetame nooniuse karakteristikuks.

Nooniuse ülalkirjeldatud ehituse korral, kuidas ta ka ei oleks limbil seatud, leidub alati nooniuse üks kriips (jaotus) mis ühtib

limbi mingisuguse kriipsuga (moodustades teineteise pikenduse); sel korral aga, kui ühtivaks kriipsuks nooniusel on indeks ise, nooniuse vasak äärmine kriips ühtib samuti limbi mingisuguse kriipsuga.

Nooniuse otstarve seisneb selles, et tema abil täpselt, mitte aga silma järgi hinnata alidaadi indeksi nurkkaugust limbi paremast naaberkriipsust mingisuguse nurga mõõtmisel.



Joon. 83.

Nooniuse jaotamise korral, nagu ülal öeldud, hindamine toimub äärmiselt lihtsalt. Oletame, et mõnesuguse nurga mõõtmisel nooniuse indeks i peatus limbi jaotuste p ja 1 vahel (joon. 83). Jaotused limbil lähevad suurenedes vasemale, sellepärast indeksiga i näidatud lugem limbil on suurem, kui lugem p kaare suuruse pi võrra, ja kui me suudame määrata täpselt selle kaare suurust, siis saame mõõdetava nurga täpse lugemi, mis on võrdne $p + \overset{\frown}{pi}$.

Oletame, et seejuures ühtus nooniuse kriips nr. k, lugedes indeksist vasemale; siis nooniuse $(k-1)$-line joon on eemaldunud oma paremast naaberjoonest limbil suuruse $\frac{a}{m}$ võrra, $(k-2)$-line oma paremast naaberjoonest limbil $2\frac{a}{m}$ võrra jne., lõpuks indeks ise on eemal oma parempoolsest naabrist limbil $k\frac{a}{m}$ võrra, s. o. otsitav kaar pi võrdub $k\frac{a}{m}$.

Seda küsimust võib arutleda ka teisiti: otsitav kaar pi, nagu see nähtub joonisest, võrdub $\smile pk - \smile ik$; kuna aga limbi jaotuse väärtus on a, nooniusel aga — a', siis

$$\smile pi = ka - ka' = k(a - a') = k\frac{a}{m}, \qquad (3)$$

ja see suurus tuleb vahetult liita lugemiga p limbil, lähimalt paremaga nooniuse indeksist. Siis limbi lõplik lugem, näidatud nooniuse i-ga, annab

$$A = p + k\frac{a}{m}, \qquad (4)$$

s. o. täpne lugem, mis on saadud nooniuse abil, võrdub nooniuse indeksi lähima parema lugemiga limbil, liidetud nooniuse ühtiva joone ja nooniuse karakteristiku korrutisega.

Selle kontrolliks, et ühtiv joon nooniusel on leitud õigesti, on vajalik tähele panna ka tema naaberjooni (paremal ja vasemal). Nooniuse keskjoone heal ja õigel ühtimisel mõlemad äärmised peavad olema muidugi silmajärgi võrdses kauguses oma naaberjoontest limbil — parem paremast ja vasem vasemast.

Märgime veel, et nooniusel saadud lugemi täpsust võib võtta võrdseks poolega tema karakteristikust, s. o.

$$\mp\frac{1a}{2m}.$$

Tihti aga sekstandi täpsuseks võetakse tema karakteristik.

Siirdudes küsimuse tegelikule küljele, märgime kõigepealt, et kõikide sekstantide limbi jaotuse väärtus võrdub 10′, s. o. $a = 10' = 600''$.

Nooniused aga sekstantidel tehakse mitmesuguste arvestuste järgi:

a) limbi 59 jaotust jagatakse 60 osaks, siit $m = 60$, ja nooniuse üks jaotus moodustab $\frac{59}{60}$ limbi jaotust, s. o.

$$a' = \frac{59}{60}a;$$

järelikult selle nooniuse karakteristik on

$$\frac{a}{m} = a - a' = a - \frac{59}{60}a = \frac{a}{60} = \frac{600''}{60} = 10''.$$

Sellise nooniuse abil saavutatud lugemi täpsus võrdub

$$\frac{1}{2}\frac{a}{m} = \mp 5''.$$

b) Limbi 119 jaotust jagatakse 60 osaks; siit $m = 60$ ja $a' = \frac{119}{60}\, a$. Võrreldes nooniuse üht jaotust limbi kahe jaotusega, saame karakteristiku

$$\frac{a}{m} = 2a - a' = 2a - \frac{119}{60}\, a = \frac{a}{60} = \frac{600''}{60} = 10''.$$

Täpsus . . . . . $\frac{1}{2}\frac{a}{m} = \mp 5''$.

c) 49 limbi jaotust on jagatud 50 osaks; siit $m = 50$ ja $a' = \frac{49}{50}\, a$.

Nooniuse karakteristikud . . . . $\frac{a}{m} = a - a' = \frac{a}{50} = 12'' = 0',2$.

Täpsus . . . . $\frac{1}{2}\frac{a}{m} = \mp 6'' = \mp 0',1$.

d) 99 limbi jaotust on jagatud 50 osaks, $m = 50$; $a = \frac{99}{50}$.

Karakteristik . . . . . $\frac{a}{m} = 2a - a' = 12'' = 0',2$.

Täpsus . . . . . $\frac{1}{2}\frac{a}{m} = \mp 6'' = \mp 0',1$.

Nooniused *a*- ja *b*-tüüpi esinevad endistel inglise sekstantidel, *c*-tüüpi nooniusi esineb üldse harva.

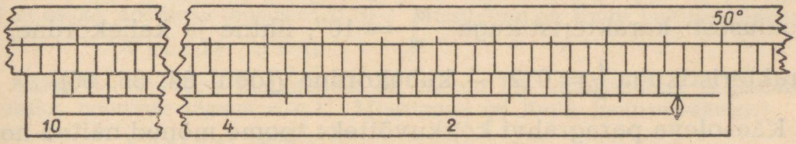
Tüüpi *d* kasutatakse Hügrograafia Valitsuse ja ka paljude välismaiste sekstantide nooniuste jaotustel.

Nagu ülalöeldust nähtub, on kõikide meresõidus kasutatavate sekstantide täpsus peaaegu ühtlane, ja sellest võib teha järgmise üldjärelduse:

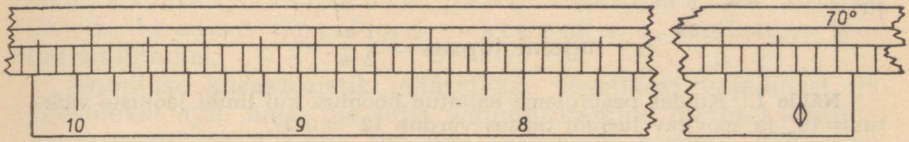
1) *b*- ja *d*-tüüpi nooniused on mõnevõrra sobivamad tüüpidest *a* ja *c* lihtsalt sellepärast, et nende pikkus on peaaegu poole suurem, jaotused ei ole nii tihedad ning see kergendab lugemite sooritamist;

2) *c*- ja *d*-tüüpi nooniused, mis annavad lugemi kohe minuti kümnendikes, on merel sobivamad ja praktilisemad kui *a*- ja *b*-tüübilised, mis annavad lugemi kümneis sekundeis. Merel kasutatakse sekstanti peaasjalikult taevakehade kõrguste mõõtmiseks, kusjuures neil mõõtmistel saadud lugemid õiendatakse arvutustega ja Meretabelitest saadud õienditega minutite kümnendosades; seepärast, kui lugem on väljendatud kümnetes sekundites, siis viimased tuleb ikkagi siirda minuti kümnendosadeks.

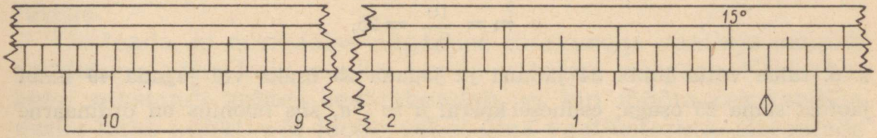
Käesoleva paragrahvi alguses me nägime, et lugemi sooritamiseks limbil nooniuse abil on vajalik leida nooniusel joon, mis täpselt ühtib limbi joonega, määrata, mitmes ta on indeksist arvates, korrutada selle joone number nooniuse karakteristikuga, ja saadud korrutis (kaar) lisada nooniuse lähima parempoolse limbi jaotusele. Vaatlejale selle töö kergendamiseks on nooniuse jaotustel märgitud jaotused-numbrid, mis näitavad mitte joone



Joon. 84.



Joon. 85.



Joon. 86.

järjekorranumbrit indeksist, vaid korraga joonenumbri korrutist karakteristikuga, s. o. selle nurga suurust, mis on määratav antud joone ühtimisega.

Näiteks kui nooniuse karakteristik on $\frac{a}{m} = 10''$, siis nooniuse esimesel vasemal joonel tuleb kirjutada $10''$, teisel $20''$, kolmandal $30''$ jne., 6. joonel — $1'$ jne. . . . 60-ndal — $10'$. Kuid teha pealkirju iga joone kohal ei ole võimalik ja need on tehtud nendel nooniustel vaid joontel, mis vastavad $2'$, $4'$, $6'$, $8'$ ja $10'$; teised jaotused, lugemite kergemaks sooritamiseks, tehakse erinevais

pikkusis: pikemad — tervete (1, 3, 5 jne.) minutite kohal ja lühemad — 30″ ja veel lühemad — kõigil vahepealseil.

Kui nooniuse karakteristik on $\frac{a}{m} = 0',2$, siis iga 5. jaotus vastab 1′; nooniuse pealkirjad on tehtud ainult paarisminuteil, paaritud minutid aga erinevad pikkusega kõigist vahepealseist jaotusist.

Lk. 257 on toodud joonised kõigest kolmest enamkasutatavast nooniusest: karakteristikuga $\frac{a}{m} = 10''$, lihtne ja kahekordne, ja karakteristikuga $\frac{a}{m} = 0',2$ — kahekordne (joon. 84, 85, 86).

Käesoleva paragrahvi kokkuvõtteks toome mõned näited nooniuse põhivalemite rakendamiseks

$$\text{karakteristik} = \frac{a}{m}$$

ja

$$\text{lugemi täpsus} = \frac{1}{2}\frac{a}{m}.$$

Näide 1. Kuidas peab olema ehitatud noonius, kui limbi jaotuste väärtus $= 10''$ ja soovitav lugemi täpsus võrdub $12'' = 0',2$?

Sel juhtumil $a = 10'$;

$$\frac{1}{2}\frac{a}{m} = 0',2,$$

siit

$$m = \frac{10}{0,4} = 25,$$

s. o. tuleb võtta limbi 24 jaotust ja jagada 25 osaks või jagada 49 limbi jaotust sama 25 osaga; esimesel korral $a' = \frac{24}{25}a$, siis noonius on ordinaarne ja lühike; teisel juhtumil aga $a' = \frac{49}{25}a$, noonius on kahekordne ja pikk.

Näide 2. Kuidas peab olema ehitatud kahekordne noonius, kui tema limbi jaotuste väärtus võrduks 1° ja lugemi soovitav täpsus oleks 0′,5?

Vastus: limbi 119 jaotust tuleb jagada 60 osaks.

Näide 3. Kuidas peab olema ehitatud ordinaarne noonius, kui limbi jaotuse väärtus võrdub 5′, soovitav lugemi täpsus aga 3″?

Vastus: limbi 49 jaotust tuleb jagada 50 osaks.

Näide 4. Missugune on lugemi täpsus kahekordsel nooniusel, kui limbi jaotuse väärtus võrdub 12′, nooniuse ehituseks aga oli võetud limbi 59 jaotust ja jagatud 30 osaks?

Vastus: nooniuse täpsus $= \mp 12''$.

Näide 5. Limbi jaotuse väärtus võrdub 3′; nooniuse jaotamiseks oli võetud limbi 44 jaotust ja jagatud 45 osaks. Missugune on lugemi täpsus nooniuse järgi?

Vastus: täpsus $\mp 2''$.

Näide 6. Limbi jaotuse väärtus on 5′, nooniuse jaotamiseks võeti limbi 99 jaotust ja jagati 100 osaks. Missugune on lugemi täpsus nooniusel?

Vastus: $\mp 1'',5$.

Näide 7. Nooniuse jaotamiseks on võetud limbi 29 jaotust ja jagatud 30 osaks, nooniuse täpsus $= \mp 10''$. Missugune on limbi jaotuse väärtus?

Vastus: $a = 10'$.

Näide 8. Nooniuse jaotamiseks on võetud 179 limbi jaotust ja jaotatud 90 osaks, nooniuse täpsus $= \mp 1''$. Missugune on limbi jaotuse väärtus?

Vastus: $a = 3'$.

Nooniuse ehitus ja tema karakteristik on kaunis tihedas seoses sekstandi optilise süsteemiga, ehk teisiti, nooniuse teatud karakteristikule peab vastama ka sekstandi teatud optiline süsteem, s. o. vaatlustoru teatud suurendus.

Nooniuse karakteristik määratakse tegelikest vajadusist, ja käesoleval ajal, nagu me juba nägime, kõikide meresekstantide karakteristik on 0′,2 ehk 10″, mis annab vea lugemis (täpsuses) vastavalt 0′,1 ehk 5″, ja nimelt seda limbi lugemi täpsust tegelikud ülesanded nõuavadki. On loomulik, et ka sekstandi optiline osa peab tagama kõrguste mõõtmise võimalust samase täpsusega.

On teada, et normaalse nägemise teravusega vaatleja suudab eraldatuna näha kaht punkti nende vahelise nurgaga 1′ ja rohkem; sekstandi suhtes see tähendab, et kui mõõta sekstandiga nurka kahe punkti või joone vahel ilma vaatlustoruta, siis nende punktide või joonte koondamise täpsus on umbes 1′, ja oleks mõttetu sel korral võtta nooniuse abil lugemit täpsusega kuni 5—6″, nagu nooniuse ehitus seda võimaldab. Kui aga esemete vaatluseks kasutada optilist vaatlustoru suurendusega n korda, siis ka ühtamise täpsus suureneb samuti n korda.

Selleks et sekstandi juures täiel määral ära kasutada täpsust, mida noonius võimaldab, on vajalik, et ka esemete kujutuste ühtamise täpsus ei oleks alla nooniuse antavast täpsusest, s. o. $\mp 0',1$. Järelikult vaatlema peab toruga, mille suurendus oleks võrdne $10(\frac{1}{10}' = 6'' = 0',1)$. Sellele tingimusele vastab astronoomiline vaatlustoru.

Meresõidu Instrumentide Tehases valmistatavate sekstantide astronoomilisel vaatlustorul on kaks okulaari, mis annavad suu-

rendust vastavalt 6 ja 10 korda. Suurema suurendusega okulaar on määratud peaasjalikult päevasteks vaatlusteks (Päikese), mis nõuavad sekstandi kogu võimalikku täpsust; väiksema suurendusega okulaari võib kasutada nurkade mõõtmiseks esemete vahel maapinnal, kus ei nõuta nii suurt täpsust. Toru selle või teise okulaari vaatlusväli on peaaegu üks ja seesama: ligikaudu $4^0,5$.

Õine vaatlustoru, suurendusega umbes 4,5 korda ja vaatlusväljaga umbes 10^0, on määratud eriti öisteks vaatlusteks, kui kõige vajalikum on näha horisondijoont, mida nimelt saavutataksegi vaatlusvälja suurendamisega, vaatlustoru enda suurenduse kahjuks.

§ 59. INDEKSIVEA MÄÄRAMINE.

Nagu juba nägime, on taandatud nurga suuruse saamiseks lugemit vaja õiendada indeksiveaga; ja kuna sekstandiga mitmesugustes tingimustes (päeval, öösel — sekstandi osade erisugune soojenemine ja paisumine) töötamisel, isegi küllaldaselt kaugete esemete vaatlustel, indeksivea suurus võib mõnevõrra kõikuda, siis tuleb võtta reegliks iga vaatluse korral sekstandiga määrata indeksiviga.

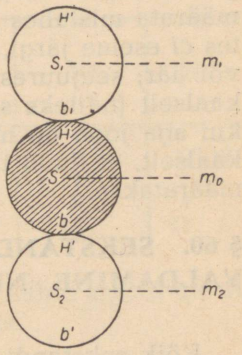
Öistel vaatlustel.

Öösel tähe, planeedi või Kuu kõrguse mõõtmisel määratakse indeksiviga alati tähe järgi (valida selleks tuleb mitte liiga hele täht). Pannud alidaadi limbil umbes 0^0, s. o. asetanud peeglid ligikaudu paralleelselt, suunatakse vaatlustoru sellele tähele, kuna seejuures peeglid on peaaegu paralleelselt, siis mitte kaugel täheotsenähtavast kujutisest on näha ka tema peegelduv kujutis. Mikromeetrilise kruvi abil see peegelduv kujutis tuleb ühte seada tema otsenähtava kujutisega (et näha vaid üht punkti) ja vaadata pärast seda lugem. See ongi *ci* lugem, lahutades aga selle 360^0-st (või 0^0-st), saame ka *ci* oma märgiga.

Päikese või Kuu vaatlustel päeval.

Päikese või Kuu kõrguse mõõtmisel päeval indeksiviga tavaliselt määratakse Päikese järgi. Vaatlustorus vaadeldud Päike esineb mitte punktina, vaid kettana, ja kogemused näitavad, et peegelduva ketta ühitamist otsenähtavaga ei saa teha küllaldaselt täpselt.

Seepärast *ci* määramisel Päikese järgi tuleb toimida järgmiselt: tuua (joon. 87) Päikese mõlemad kujutised, otsenähtav ja peegelduv, mitte ühtumusse, vaid puutuvusse, esmalt ühe äärega (*ü'* ja *a*) ja vaadata lugemit m_1, siis aga mikromeetrilise kruviga viia peegelduv Päike üle otsenähtava, seadnud tema jälle puutuvusse otsenähtavaga, kuid teise äärega (*a'* ja *ü*), ja võtta uuesti lugem m_2. Siis keskmine lugem $m_0 = \frac{m_1 + m_2}{2}$ annabki lugemi, mis oleks saadud mõlema kujutise täpsel ühtumisel, s. o. saame indeksivea lugemi; lahutades aga selle 360°-st, saame *ci*. Sel viisil *ci* arvestatakse täpsemalt. Peale selle teostatakse seejuures väga head vaatluste kontrolli.



Joon. 87.

Tõepoolest, samast joon. 87 nähtub, et lugemite vahe $m_2 - m_1$ kujutab Päikese nurkdiameetri kahekordset suurust, s. o. $m_2 - m_1 = 2d$. Kuna aga on teada, et Päikese nähtav nurkdiameeter on lähedane 32', siis kahekordne diameeter ehk lugemite vahe indeksivea määramisel Päikese järgi peab olema ligidane 1°4'. See suurus osutubki saadud lugemite kontrolliks.

Näiteid. Arvutada indeksiviga järgmiste Päikese järgi määratavate indeksivea lugemite järgi.

Näide 1. $m_1 = 359°31',6$, $m_2 = 360°35',4$
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1°3',8$ . . . . . hästi.

$$m_0 = \frac{m_1 + m_2}{2} = 360°3',5$$

$$ci = 360° - 360°3',5 = -0°3',5.$$

Näide 2. $m_1 = 0°3',8$, $m_2 = 1°27',8$
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1°24',0$ . . . . . viga.

Näide 3. $m_1 = 359°19',6$, $m_2 = 360°3',2$
Kontroll: $m_2 - m_1 = 43',6$ . . . . . viga.

Näide 4. $m_1 = 359°15',0$, $m_2 = 0°19',2$
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1°4',2$ . . . . . hästi.
$ci = +12',9.$

Näide 5. $m_1 = 357°25',2$, $m_2 = 358°29',0.$
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1°3',8$ . . . . . hästi.
$ci = +2°2',9.$

Näide 6. $m_1 = 0^{\circ}11'40''$, $m_2 = 1^{\circ}26'0''$.
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1^{\circ}14'20''$ . . . . . viga.

Näide 7. $m_1 = 359^{\circ}24'10''$, $m_2 = 360^{\circ}27'4''$.
Kontroll: $m_2 - m_1 = 1^{\circ}3'30''$ . . . . . hästi.
$ci = +4'5'' = +4',1$.

Nurkade mõõtmisel kaldaesemete vahel.

Indeksiviga tuleb määrata otsenähtava eseme järgi, kui kaugus temani $d < 1$ meremiili; kui aga $d > 1$ meremiili, siis *ci* võib määrata mistahes teise kaugeseme või taevakeha järgi. Määrates *ci* eseme järgi, tuleb sellel valida mõni teravalt nähtav punkt või äär; seejuures kui eseme teravalt nähtav äär asetseb vertikaalselt (näiteks sein), siis sekstanti tuleb hoida horisontaalselt, kui aga joon on horisontaalne, siis sekstanti peab hoidma vertikaalselt, et limbi tasapind oleks risti selle joonega, mille järgi *ci* määratakse.

§ 60. SEKSTANDI VEAD JA MÕNINGATE NENDE KÕRVALDAMINE NING VÄHENDAMINE VAATLEJA ENDA POOLT.

Kõik sekstandi ja tema osade vead võib jaotada järgmisteks rühmadeks.

A. Observatooriumi töökojas selgitatud ja määratud vead. Nende vigade mõju sekstandi lugemile antakse sekstandi atestaadis sekstandi lugemite õiendite tabeli näol.

B. Vead, mis võivad olla avastatud vaatleja poolt; nende kõrvaldamiseks sekstant tuleb anda töökotta parandamiseks.

C. Vead, mille kõrvaldamine vaatleja poolt on võimalik varuosade olemasolul.

D. Vaatleja enda poolt avastatud ja tema poolt kõrvaldatud, s. o. määratavad ja arvestatavad vead.

Sekstandi mitmesugused vead ja defektid on näidatud tabelis 12.

Omamata võimalust üksikasjaliselt vaadelda kõiki neid puudusi ja nendest tekkivaid vigu nurkade mõõtmisel, peatume vaid rühma D vigadel, mis on määratavad ja kõrvaldatavad vaatleja enda poolt.

1. Vaatlustoru optilise telje mitteparalleelsus limbi tasapinnaga.

Selle vea mõju analüütiline uurimine näitab, et viga lugemis sõltub mõõdetud suurusest, suurenedes viimase suurenemisega, ja muidugi ka vaatlustoru kalde suurusest.

Kui nurkade mõõtmisel viia kokku eseme otsenähtav ja peegelduv kujutis toru vaatevälja keskel, siis toru kalde mõju on väikseim.

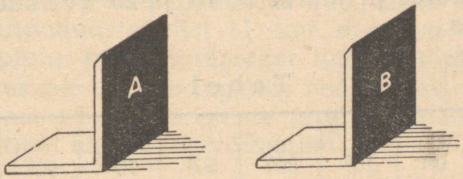
Vigade suurused, mis tekivad vaatlustoru telje kaldest, on esitatud tabelis 9, kus kaldenurk on märgitud k-ga.

Vigade tabel Δ_l lugemites (k ... toru telje kalle).

Tabel 9.

Lugem l / k	145^0 Suurim nurk	100^0	50^0	30^0
5′	1″	0″,5	0″25	0″.12
10′	6	2	1	0,5
30′	47	19	9	4
$60' = 1^0$	188	75	36	17

Tabelist 9 nähtub, et vaid vaatlustoru telje kalde korral üle 10′ viga lugemites hakkab muutuma tunduvamaks.



Joon. 88.

Vaatlustoru telje paralleelsuse proovimiseks limbi tasapinnaga tuleb sekstant asetada horisontaalselt mingisugusele kindlale alusele ja, pannud limbi otstele dioptrid ligikaudu paralleelselt toru teljega (joon. 88), märkida mistahes kauge ese dioptrite ülemiste äärte tasapinnas. Kui see ese tuleb sissekeeratud vaatlustoru horisontaalniitide keskele, siis toru telg on horisontaalne limbi tasapinnaga. Vastasel korral õiendatakse toru seisu rõngas oleva kahe kruvi abil, üht kinni ja teist lahti keerates.

Kui sekstandil dioptreid ei ole, siis võib kauget eset märkida limbi tasapinna järgi ja reguleerida, nagu ülemal öeldud.

Küllaldaselt kaugeks esemeks on selleks otstarbeks selline, mille kaugus ei ole alla 40—50 m.

Vaatlustoru telje kalde reguleerimine ülalkirjeldatud võttega toimub küllaldaselt täpselt ja jääv kalle on vaevalt üle 5′; järelikult esemete ühtumise tingimusel niitide ruudu keskel see ülejäänud kalle tegelikult ei anna viga lugemites nurkade mõõtmisel (vt. vigade tabelit).

2. Suure peegli mitteperpendikulaarsus limbi tasapinnaga.

Sekstandi teooria põhjal suure ja väikese peegli tasapind peavad olema risti limbi tasapinnaga ja kui sekstant on seatud mõõdetava nurga tasapinda, siis kõik kiired, nii langevad kui ka peegelduvad, peavad samuti olema limbiga paralleelses tasapinnas. Suure peegli mitteperpendikulaarsus viib temast peegelduva kiire kõrvale limbiga paralleelsest tasapinnast ja sunnib vaatlejat esemete ühitamiseks omakorda kõrvale kallutama limbi mõõdetava nurga tasapinnast, — teiste sõnadega, vaatleja seejuures ei mõõda nurga tõelist suurust, vaid tema projektsiooni mingisugusel tasapinnal, mis on kallak limbi tasapinnaga; sellejuures saadud lugem on muidugi väär.

Analüütiline uurimine näitab, et vea suurus lugemis sõltub mõõdetava nurga suurusest ja suureneb viimase vähenemisega. Suure peegli kalde (l) juures 5′, 10′ ja 20′ vea suurus lugemis esitatakse tabelis.

Tabel 10.

Mõõdet. nurk / l	0^0	10^0	30^0	50^0	70^0	90^0	110^0	130^0
5′	∞	4″,7	1″,5	0″,9	0″,6	0″,4	0″,2	0″,1
10′	∞	19	6	3	2	1 ,5	1	0 ,5
20′	∞	74	24	14	9	6	4	2

Nurga 0^0 korral, s. o. indeksivea määramisel kauge eseme järgi, see viga, nagu tabelist näha, võrdub ∞; seesugune olukord esineb vaatlustel, kui osutub täielikult võimatuks ühitada otsenähtavat eset tema peegelduva kujutisega; alidaadi liigutamisel nulli lähedal mõlemad kujutised mööduvad teineteist katmata ja ühtumata.

Selle vea määramiseks ja kõrvaldamiseks tuleb talitada järgmiselt: asetada sekstant horisontaalselt (lauale) ja kinnitada alidaad umbes limbi kaare keskele; panna limbile mõlemale poole

alidaadi dioptrid, asetades nende ülemised äärjooned piki limbi kaart. Siis tuleb vaadata suurde peeglisse 20—40° nurga all ja liigutada dioptreid limbil nõnda, et limbi suurematel lugemitel olevat dioptrit on näha peeglis, teist aga on näha sama silmaga peegli kõrvalt. Kui seejuurs otsenähtava ja peegelduva dioptri ülemiste äärte jooned moodustavad täpselt teineteise pikenduse — seisab peegel õigesti. Kui aga nende lõigete jooned asetsevad üks kõrgemal kui teine, siis on see tunnuseks, et suur peegel ei ole risti limbi tasapinnaga. Sel korral suure peegli tagaküljel oleva vastava kruvi abil seame peegli ristseisu. Mida suurema nurga all vaatleja seejuures peeglisse vaatab, seda täpsem on kontroll.

Kui sekstandil dioptreid ei ole, siis neid võib asendada limbi kaare ülemine terav kant, mille peegelduv kujutis peab olema ühes joones tema otsenähtava osaga.

Kontroll dioptrite abil on täpsem, kuid isegi ilma nendeta on suure peegli seadmine teostatav kuni 3′ täpsusega, mis on tegelikeks vajadusiks täiesti küllaldane.

3. Väikese peegli mitteperpendikulaarsus limbi tasapinnaga.

See korrapäratus tekitab lugemites vea, mille suurus ja iseloom on näha alltoodud tabelist 11, kus *m*-ga on märgitud väikese peegli tasapinna kalle normaalist limbi tasapinnaga.

Nurga 0° juures see tekitab lugemis vea võrdse ∞, mis näitab indeksivea määramisel kauge eseme järgi tema otsenähtava ja peegelduva kujutuse ühitamise võimatust.

Tabel 11.

Mõõdet. nurk / *m*	0°	10°	30°	50°	70°	90°	110°	130°
5′	∞	+ 4″,8	+1″,6	+ 0″,9	+0″,5	+0″,2	−0″,1	−0″,5
10′	∞	+19	+6,5	+ 4	+2	+1	0	−2
20′	∞	+77	+26	+14	+8	+3,5	−1	−7

Väikese peegli ristseisu kontrolli teostatakse oma asetuses juba kontrollitud suure peegli abil järgmisel viisil: kõigepealt tuleb valida kauge ja teravalt äärestatud ese; parimaks selliseks esemeks ööse on täht, päeval — Päike; viimast me peamegi silmas edaspidisel töö kirjeldamisel. Lükanud mõlema peegli

Tabel 12.

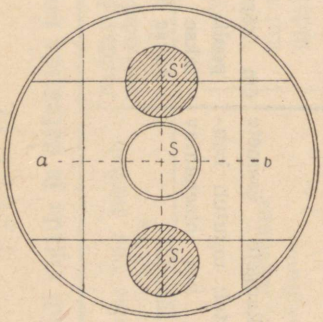
Sekstandi vigade ja defektide loetelu.

Grupp	Viga	Missuguse vea tekitab lugemis	Kuidas ja kelle poolt viga parandatakse või määratakse mõjutus lugemile	Kui sageli esineb
A	Alidaadi ekstsentrilisus	Väikese, lugemiga muutuva	Observatooriumis määratakse „üldõiendi" tabel; kui tabelit ei ole, tuleb üldõiend lugeda võrdseks nulliga	
A	Limbi jaotusvead			
A	Suure peegli tähtsusetu prismaatilisus			
B	Nooniuse parallaktilisus	Vea suurus sõltub limbi ja nooniuse vahelisest tühjusest	Suure vea korral sekstant antakse remonti	Esineb kaunis harva
B	Nooniuse ebaõige pikkus	Kõik lugemid on ebaõiged	Sekstant antakse remonti	Väga harva
B	Värviliste klaaside prismaatilisus	Püsiva iseloomuga viga	Sekstant antakse remonti	Harva
B	Limbi või alidaadi paindumine	Viga ei analüüsita	Sekstant antakse remonti	Harva
	Kriipsude kulumine limbil ja nooniusel			
	Mikromeetrilise kruvi surnud käik			
	Peeglite tuhmumine ja läätsede liimist lahti minek			
	Niitide katkemine vaatlustorus			

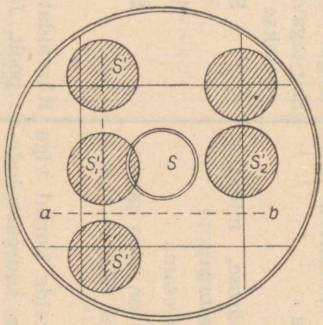
C	Suure peegli tunduv prismaatilisus	Tunduva, suureneva ühes lugemiga	Peegel asendatakse uuega Kui tagavara-peeglit ei ole, antakse sekstant remonti	Harva
C	Suure peegli peegelduva pinna kõverus	Ebakorrapärase, mida ei saa arvestada	Seesama	Harva
C	Seesama väikesel peeglil	Seesama	Seesama	Harva
C	Väikese peegli tunduv prismaatilisus	Lugemites on viga püsiv Mõõdetavas nurgas viga ei ole	Seesama	Harva
D	Vaatlustoru optilise telje mitteparalleelsus limbi tasapinnaga	Väikese kalde korral viga on väike; suureneb lugemiga	Kõrvaldatakse vaatleja poolt. Jääv viga loetakse võrdseks nulliga	Harva
D	Suure peegli mitteperpendikulaarsus limbi tasapinnaga	Seesama	Seesama	Kaunis harva
D	Seesama väikesel peeglil	Seesama	Seesama	Kaunis sageli; kontrollitakse iga vaatluse ajal
D	Indeksiviga	Püsiv kaugete esemete vaatlustel; muutub kaugusega, kui otsenähtav ese on lähedal	On kõrvaldatav vaatleja poolt. Ülejääk määratakse kindlaks ja võetakse arvesse	Esineb alati. Määratakse iga vaatluse ajal

ette kaitseklaasid, kõige parem isevärvilised, ja seadnud alidaadi limbi 0^0 lähedale, suunatakse vaatlustoru Päikesele. Seejuures on vaatlusväljas näha kaks Päikest: otsenähtav ja peegelduv (S ja S' joon. 89 ja 90), ja kui mikromeetrilise kruviga viimast liigutada, siis väikese peegli õige seisu korral ta peab minema üle otsenähtava, temaga täpselt ühtudes ja jättes ühe kujutuse mulje (momendil, kui peeglid on paralleelselt — joon. 89).

Joonisel 90 on esitatud peegelduva kujutise asendid (S) alidaadi nihutamisel sel korral, kui väike peegel ei ole risti limbi tasapinnaga. Joonisest nähtub, et mõlemate kujutiste S ja S' täielikku ühtumist ei tule, kuid olles väikeses kauguses (S ja S_1'), nad annavad suurema või vähema üldise segmendi. Väikese peegli ristseisu suurema vea korral peegelduv kujutis võib mööduda otsenähtavast, teda puudutamata (S ja S_2').



Joon. 89.



Joon. 90.

Selle vea hävitamiseks tuleb mikromeetrilise kruviga tuua mõlemad kujutised omavahel lähimasse kaugusse (S ja S_1' või S ja S_2') ja siis väikese peegli taguse kruviga tuua nad ühtumusse. Kontrolliks tuleb tingimata viia üks kujutis üle teise ja saavutada nende head teineteise katmist.

Hoolika töö puhul võib arvestada väikese peegli jäävat kallet (suure suhtes) 0',3, millel ei ole mingisugust tegelikku tähtsust.

Vaadeldust ei ole raske näha, et väikese peegli väära seisu korral peegelduv kujutis kaldub otsenähtavast limbi tasapinna ristsuunas, ja joon. 89 ja 90 on näidatud mõlema kujutise vastastikune asetus sekstandi vertikaalsel olekul. Kui neil vaatlusil aga vaatleja oleks sekstanti hoidnud risti vertikaaltasapinnaga, siis mõlemad kujutised oleksid asetunud laiali ja möödu-

nud teineteise alt või teineteise pealt, s. o. horisontaalselt (joon *ab* joon. 89 ja 90).

Selle vea kõrvaldamisel muutub mõnevõrra ka indeksiviga; seepärast tuleb alati enne reguleerida peeglite asend ja siis alles määrata indeksiviga.

Sellesse vigade rühma kuulub ka indeksiviga, mille kõrvaldamist ja määramist teostab alati vaatleja ise.

Me märkisime juba § 59-ndas, kuidas määratakse indeksiviga mitmesugustes tegelikes olukordades, ja käesolevas paragrahvis me vaid näitame, kuidas kõrvaldada või vähendada indeksiviga.

Astronoomilistel vaatlustel õieti öelda ei ole mingisugust vahet, kas sekstandi indeksiviga on 20″ või 20′, sest ta määratakse kindlaks igal vaatlusel ja missugune ta ka oleks, võetakse arvesse. Kuid et sekstanti kasutatakse laevas tihti ka nurkade mõõtmiseks kaldaesemete vahel, kus on küllaldane 3′—5′ täpsus, siis muidugi oleks mugav omada sekstanti indeksiveaga alla seda suurust, et olla õigustatud neil kordadel teda üldse mitte arvestada.

Järelikult on mugav omada sekstanti väikese indeksiveaga, ja kui ta on suur, siis ta hävitada või õigemini — vähendada.

Selleks tuleb toimida järgmiselt: kontrollida mõlemad peeglid, seada alidaad limbi järgi täpselt nullile, kinnitada ta ja suunata vaatlustoru kaugele esemele — Päikesele või tähele. Tegutsedes nüüd väikese peegli küljekruviga (pöörates peeglit), sunnime otsenähtavat kujutist ühtuma peegelduvaga. Kuna aga seejuures võib muutuda ka väikese peegli ristseis, siis peab kohe kontrollima ka seda viga. Siis võib veel kord veidi parandada indeksiviga, ja *igal juhul lõpetada kogu operatsioon väikese peegli ristseisu kontrollimisega* ning siis määrata ülejäänud indeksiviga. Seejuures püüda viia indeksiviga nullini ei ole ülalnimetatud põhjustel mingisugust vajadust.

§ 61. SEKSTANDI KÄITLEMINE JA HOOLDAMINE NING VAATLUSTEKS ETTEVALMISTAMINE.

A. Sekstandi käitlemine ja hooldamine.

Oma otstarbe edukaks täitmiseks sekstant nõuab hoolikat ja õrna hooldamist ja sekstandi käitlemisel peab pidama järgmisi ettevaatusabinõusid:

1. Kunagi ei pea sekstanti haarama ei limbist, ei peeglitest ega vaatlustorust või selle rõngast, vaid eranditult ainult raadiustest, kerest või käepidemest.

2. Kunagi ei tule asetada sekstanti teisiti, kui ainult tema jalgadele.

3. Sekstandiga töötamisel või indeksivea kõrvaldamisel ei pea kunagi kasutama jõudu mitmesuguste liikuvate osade nihutamisel, samuti ka kruvikeste keeramisel. Kui märgatakse mingisugust takistust liikumises — tuleb hoolikalt järele vaadata ja põhjus kõrvaldada.

4. Tolmunud limbi ja nooniust tuleb puhastada mitte teisiti kui õrna pintsliga, puhta pehme linase lapi või seemisnahaga.

5. Seesama on kehtiv ka peeglite ja värviliste klaaside kohta.

6. Seesama on kehtiv ka vaatlustoru objektiivi ja okulaari kohta.

7. Kui sekstant sattus vihma kätte, tuleb kohe kõik osad kõige hoolikamal viisil puhta linase lapiga kuivatada, kasutamata mingit määret.

8. Sekstandi liikuvad ja hõõrduvad osad ei nõua töötamisel mingisugust määrimist: töökojad sekstandi väljalaskmisel või remontimisel annavad määret alidaadi teljele, mis on küllaldane reaks aastaiks.

9. Tuleb hoida sekstanti igasuguste, isegi kergete tõugete või löökide eest.

10. Ükskõik missuguste mehaaniliste vigastuste, kas või kõige tühisemate korral, ei tohi kunagi sekstanti lahti võtta ja endal viga parandada, vaid instrument tuleb anda remonti.

11. Sekstanti kasti pannes peab alidaadi kinnitama limbi keskkoha lähedale selliselt, et hoideklamp kasti kaanes ei satuks alidaadi peale. Peale sekstandi asetamist kasti tuleb sekstant ise, kui ka kõik torud ja osad kinnitada pöörlevate kinnitusklampidega. Kasti kaas peab kinni minema ilma igasuguse pinguťuseta ja surumiseta. Kast peab alati haakidega kinni olema.

B. Sekstandi ettevalmistamine vaatlusteks.

1. *Avanud kasti kaane ja teinud lahti kinnitusklambid, tuleb võtta sekstant kastist välja, tehes seda sekstandi hooldamise p. 1-se järgi.*

2. *Haaranud sekstandi raadiusest ja seadnud ta nii, et toru telg oleks ligikaudu vertikaalselt, tuleb keerata sisse vaatlus-*

toru: astronoomiline pikksilm — Päikese vaatlemistel, või maapikksilm — maapealsete esemete vaatlustel[1]. *Sissekeeramist tuleb toimetada ilma igasuguse pingutuseta, et mitte rikkuda vindi lõiget tõstemehhanismi rõngas.*

Öistel vaatlustel mõnedel sekstantidel kogu tõstemehhanism võetakse ära ja asendatakse erilise seadisega öise vaatlustoru jaoks.

3. *Tuleb seada okulaar fookusesse silma järgi, taevakeha või eseme järgi.*

Märkus. Et mitte igakord raisata aega astronoomilise pikksilma fookusesse-seadmisega, tuleb, hoolikalt seadnud ta fookusesse Päikese või horisondijoone abil, pliiatsiga või isegi noaga tõmmata okulaari torule joon, mille järgi edaspidigi teda alati seada.

4. *Tuleb seada luup fookusesse silma järgi.*

5. *Tuleb kontrollida väikese peegli ristseisu.*

6. *Tuleb kontrollida suure peegli ristseisu (võib vahetevahel — mitte alati).*

7. *Tuleb valida sobivad kaitseklaasid.*

8. *Kui vaja, siis tuleb vaatlustoru tõstmisega reguleerida heledust.*

9. *Mikromeetriline kruvi tuleb seada käigu keskkohta.*

Sekstant on vaatlusvalmis.

§ 62. VAATLUSTE TEOSTAMINE SEKSTANDIGA. NURKADE MÕÕTMINE MAAPEALSETE ESEMETE VAHEL.

Keeranud sisse maapikksilma, või vähemtäpsete tööde korral üldse ilma vaatlustoruta, võetakse sekstant parema käega käepidemest ja, seadnud ta mõõdetava nurga tasapinda, suunatakse vaatlustoru vasakule esemele. Vasaku käega keeratakse lahti alidaadi kinnituskruvi ja alidaadi pööramisega tuuakse toru vaatlusvälja parempoolne ese peale tema kahekordset peegeldumist. Seejuures, et „kinni püüda" peegelduvat kujutist, on algul kasulik silma järgi määrata mõõdetava nurga suurus, alidaadi aga limbi nende lugemite juures liigutada ettevaatlikumalt, et mitte „maha magada" peegelduva kujutise ilmumist vaatlustorus. Kuna peegelduvat kujutist võib näha ainult siis, kui limbi tasapind on tõeliselt mõõdetava nurga tasapinnas,

[1] Erilist täpsust mittevajavatel juhtudel võib nurkade mõõtmist maapealsete esemete vahel toimetada koguni ilma toruta.

mitte aga temast väljas — on vajalik kogu aeg sekstanti veidi kiigutada (pöörata) toru telje ümber, kuid kaotamata seejuures otsenähtavat kujutist. See toiming nõuab vähest harjutamist.

Püüdnud kinni toru vaatlusväljas parempoolse eseme, pidurdatakse kinnituskruvi ja mikromeetrilise kruviga viiakse täpsesse ühtumusse mõlemad esemed ehk õigemini — esemete need punktid, millede vahel nurka mõõdetakse, ning märgitakse nooniuse abil lugem limbil.

Saadud lugemit tuleb õiendada indeksiveaga. Kui nurkade mõõtmisel kaldaesemete vahel suurt täpsust ei nõuta — ja nii ongi tihti lugu laevapraktikas —, siis võib indeksiviga, kui ta on väike, üldse mitte arvestada või määrata ta jämedalt, kuni 1′, otsenähtava eseme järgi.

Võib juhtuda, et esemed, millede vahel nurka mõõdetakse, on valgustatud ebaühtlase heledusega ja on torus mitteühtlaselt nähtavad. Sel puhul tuleb vaatlustoru kergitada või allapoole lasta, et nõrgendada ühe ja tugevdada teise heledust: kui otsenähtav ese on tugevasti valgustatud ja peegelduv nõrgalt, siis tuleb toru allapoole lasta, limbile ligendada, et torusse satuks vähem kiiri otsenähtavast ja rohkem peegelduvast esemest. Vastupidisel korral tuleb toru tõsta.

§ 63. PÄIKESE KÕRGUSE MÕÕTMINE NÄHTAVAST HORISONDIST.

Taevakeha kõrguseks nähtavast horisondist nimetatakse vertikaalnurka taevakeha ja nähtava horisondijoone vahel, ja sellest järgneb, et see nurk asetseb taevakeha vertikaali tasapinnas. On endastmõistetav, et võib mõõta Päikese ülemise või alumise ääre kõrgust, mitte aga tema keskpunkti oma.

Oletame ajutiseks, et Päikese kõrgus ei muutu; siis kõrguse mõõtmine seisneb vertikaalnurga mõõtmises horisondijoone ja Päikese ülemise või alumise ääre vahel.

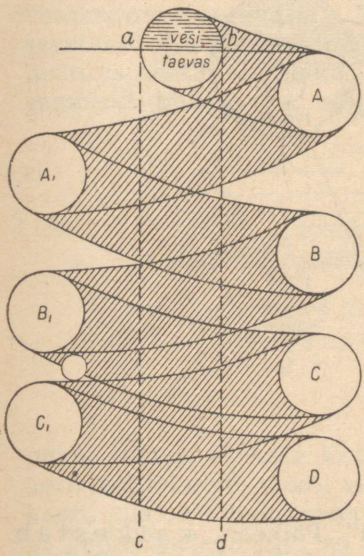
Hoides sekstanti võimalikult vertikaalselt, suuname toru horisondi sellele punktile (osale), mis seisab Päikese all (tema vertikaalis).

Seejuures peab meeles pidama, et astronoomilises pikksilmas, mida kasutatakse alati Päikese kõrguse mõõtmisel, kujutised esinevad ümberpöörduina, s. o. vesi paistab vaatlusvälja ülemises osas, taevas aga — alumises.

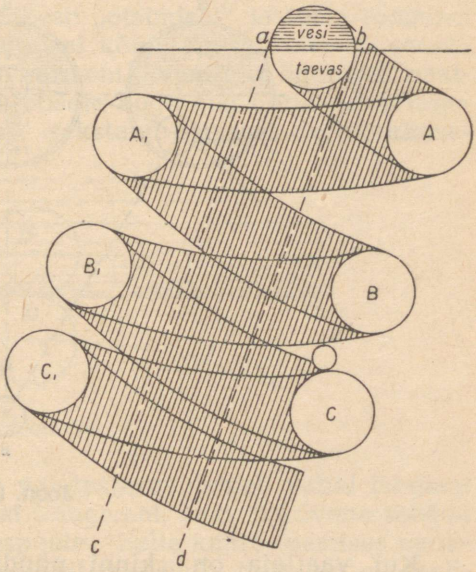
Kuna peegelduvaks esemeks on Päike, siis suure peegli ette tuleb aegsasti lükata 1—2 värvilist klaasi; kui otsenähtav hori-

sont on väga hele, nagu see on Päikese vähese kõrguse korral, siis tuleb väikese peegli ette lükata üks, kas või nõrk värviline klaas. Värvilised klaasid tuleb valida sellised, et horisont ei annaks eredat vastuhelki ja et Päikesel ei oleks sugugi sära, mis äärmiselt segab vaatlusi.

Pärast seda, kaotamata vaatlusväljast horisondijoont, nihutatakse vasema käega alidaadi, kuni torusse ilmub Päikese peegelduv kujutis. Seejuures on kindlasti vajalik veidi liigutada sekstandi toru telje ümber, kuna



Joon. 91.



Joon. 92.

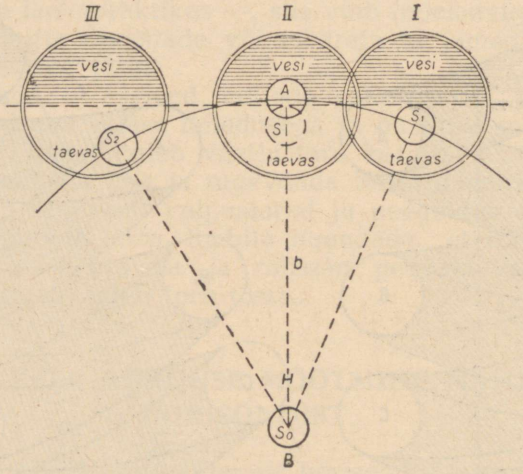
instrument võib olla mitte täpselt Päikese vertikaalis ja ka ise mitte vertikaalselt, ja kui siis nihutada alidaadi ilma õõtsutamiseta, võib minna Päikesest mööda teda „kinni püüdmata". Öeldut selgitavad piltlikult joon. 91 ja 92.

Joonisel 91 on skemaatiliselt näidatud juhus, kus sekstant on asetatud vertikaalselt, kuid mitte Päikese vertikaalis; joon. 92 toru on Päikese vertikaalis, kuid instrument ise ei ole vertikaalselt.

Mõlemal joonisel riba *abcd* kujutab seda vaatlusvälja laiusega võrdset taevalaotuse riba, mis liikumatu sekstandi ali-

daadi nihutamisel läbib vaatlusvälja; joonised näitavad, et võib „minna mööda" Päikesest ja teda „mitte kätte saada". Sekstandi õõtsutamisel aga satuvad taeva punktid vaatlusvälja, mitte ainult ribast *abcd*, vaid ka kõrvalolevad ja „silmaring" laieneb tunduvalt; kui seejuures alidaadi lükata mitte väga kiiresti, siis võib olla kindel, et Päike on varsti toru vaatlusvälja „püütud".

„Püüdnud kinni" Päikese, tuleb alidaadi kinnituskruvi kinni keerata ja tegutsedes mikromeetrilise kruviga tuua Päikese kujutis horisondijoonele.



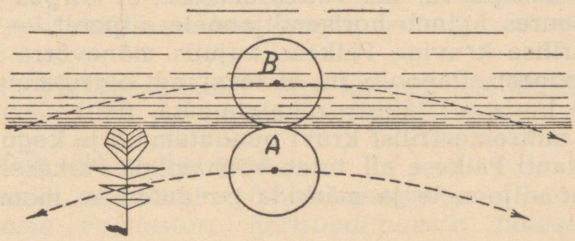
Joon. 93.

Kui vaatleja on „kinni püüdnud" Päikese, k a t k e s t a b sekstandi õõtsutamise ja, tuues mikromeetrilise kruviga Päikese alumise ääre horisondijoonele, märgib lugemi limbi järgi, siis ta ei saa olla kindel, et see lugem kujutab taevakeha tõelist kõrgust, s. o. vertikaalnurka: sekstant võib seejuures olla mitte täiesti vertikaalselt, siis see lugem ei kujuta kõrgust vertikaalis, vaid lihtsalt nurka Päikese alumise ääre ja horisondi mingisuguse punkti vahel väljaspool Päikese vertikaali. Teisiti öeldes, mõõdetakse kaldjoon, mitte aga ristkaar horisondiga, ja lugem muidugi on suurem õige kõrguse lugemist. Joon. 93 selgitab öeldut: sekstandi kaldseisus (I) mõõdetakse kaar S_0S_1 kaare S_0S' (II) asemel.

Et mõõta õigesti Päikese kõrgust, mis kujutab vähimat kaartest Päikese ja horisondi mitmesuguste punktide vahel, peab

sekstanti uuesti õõtsutama, kuid vähe teisiti kui enne, kui Päikest „püüti": nüüd peab sekstanti õõtsutama mitte lihtsalt vaatlustoru telje ümber, vaid *vedades vaatlustoruga mõnevõrra mööda horisonti Päikese all*, ühes sellega kaotamata vaateväljast Päikese kujutist; seejuures sekstandi limbi tasapind kaldub vertikaaltasapinnast ühele ja teisele poole, horisondijoon aga peab kogu aeg olema toru vaatevälja keskel.

Seda liiki õõtsutamist nimetame „*õõtsutamiseks Päikese all*", eristamiseks „õõtsutamisest vaatlustoru ümber", mida kasutatakse esialgsel Päikese „otsimisel" ja tema toomisel vaatlustoru vaatevälja. Niisugusel kõigutamisel, mis on seoses sekstandi liikumisega mööda horisonti, vaatleja ligendab vaatlustorus nähtavale Päikese kujutisele kogu aeg horisondi mitmesuguseid punkte ja, sõltuvalt sekstandi seisust vertikaaltasa-



Joon. 94.

pinna suhtes, Päikese kujutis vaatlustorus esineb vahel lähemal horisondijoonele, vahel temast kaugemal, s. o. liikuvana mööda kaart, mis on kumerusega ülespoole. Selle kaare ülemises punktis Päike asetseb just sel momendil, kui limbi tasapind on tõeliselt vertikaalselt. Kui seejuures tegutseda mikromeetrilise kruviga ja saavutada seda, et Päikese kujutis, mis liigub vaateväljas mööda kaart, puudutaks horisondijoont kaare ülemises punktis, siis lugem sel juhul vastab nimelt vertikaali kaarele, s. o. Päikese kõrgusele.

Päikese ülemise ääre kõrguse mõõtmisel tuleb toimida täpselt samuti, kuid Päikese kujutis tuleb seada nii, et tema, olles kaare S_1S_2 ülemises punktis, puudutaks horisondijoont oma ülemise äärega (joon. 94, asend *B*).

Merel tavalisesti mõõdetakse Päikese alumise ääre kõrgust, kuna sel juhul Päikese kujutis projitseerub tervikuna taeva foonile ja on selgemalt näha nii Päike ise kui ka horisondijoon nende puute momendil.

Me vaatlesime Päikese kõrguse mõõtmist eeldusega, et Päike on liikumatu, s. o. ei muuda oma kõrgust. Tõeliselt aga Päike muudab oma kõrgust pidevalt, suurendades teda keskpäevani ja vähendades pärast keskpäeva. Seetõttu muutub ka mõnevõrra mõõtmise tehnika ja nimelt: vaadeldes taevakeha ida pool, enne kulminatsiooni, kui ta kõrgus suureneb, ja püüdnud tema vaatevälja, t u u a k s e Päikese kujutis mikromeetrilise kruviga m õ n e v õ r r a vette. Puudutamata enam mikromeetrilist kruvi ja kogu aeg õõtsutades sekstanti Päikese all ning pannes tähele, et Päikese kujutis tõuseb veest õhku, vaatleja peab ootama sellist asetust, kui Päike oma äärega vaid puudutab horisonti.

Taevakeha kõrguse mõõtmisega kaasleb alati kella näidu märkimine, mis on nimelt Päikese ketta ja horisondijoone puutumise moment.

Kui mõõdetakse Päikese kõrgust pärast tema kulminatsiooni, s. o. peale keskpäeva, siis võttes arvesse, et kõrgus väheneb ja Päike seejuures ligineb horisondijoonele altpoolt, — on vajalik mikromeetrilise kruviga Päikese kujutis mõnevõrra eemaldada horisondijoonest allapoole, nii et sekstandi õõtsutamisel ta kujutaks kaare horisonti täiesti puudutamata (Päike on tervenisti õhus); siis mikromeetrilist kruvi puudutamata ja kogu aeg õõtsutades sekstanti Päikese all, tuleb võimaldada Päikesel endal ligineda horisondijoonele ja märkida puudutamise momendil kella näit.

Õppida õigesti õõtsutama sekstanti kõrguse mõõtmisel moodustab raskeima osa kogu toimingu sooritamisel ja tunduv osa halbu resultaate ülesannete lahendamisel, mis nõuavad kõrguste mõõtmisi, tekib nimelt halvasti mõõdetud kõrgusest.

Küsimus, kui palju peab Päikest viima vette hommikustel vaatlustel või jätma eemale veest vaatlustel pärast keskpäeva, teisiti öeldes — missugusest Päikese asendist peab lakkama töötamast mikromeetrilise kruviga ja võimaldama Päikesele laskuda või tõustes puudutada horisondijoont, — sõltub Päikese kõrguse muutumise kiirusest ja vaatleja vilumusest.

Arvestades vähekogenud vaatlejaga, võib soovitada lakata mikromeetrilise kruvi keeramist siis, kui Päike ei küüni puutuvuseni ligikaudu $\frac{1}{6}$—$\frac{1}{8}$ oma diameetrist; seejuures isegi vaadeldes Päikest 1-ses vertikaalis, kus ta kiirus muutub kõige kiiremini, jääb küllaldaselt aega puutemomendini ja vaatleja jõuab rahulikult kohaneda olukorraga ning hästi tähele panna puutemomenti. Mida kaugemal 1-sest vertikaalist taevakeha vaadeldakse, seda aeglasemalt muutub tema kõrgus ja seda lähemale horisondijoo-

nele võib tuua Päikese kujutuse mikromeetrilise kruviga töötamise lõppmomendiks.

Kuna kõrguse mõõtmisel alati peab märgitama moment kella järgi, siis seda tööd on sobivam teostada kahekesi: üks vaatleja mõõdab sekstandiga kõrgust, teine märgib kellamomendid. Sel momendil, kui 1-ne vaatleja, „püüdnud kinni" Päikese, viib ta mikromeetrilise kruviga kohasesse asetusse ($\frac{1}{8}$—$\frac{1}{8}$ diameetrit puudub või katab horisondijoont) ja võtab käe mikromeetriliselt kruvilt, ta annab käskluse „valmistuda". Selle käskluse peale vaatleja kella juures hakkab jälgima sekundiosutit.

Puutemomendil 1-ne vaatleja annab käskluse „null" (ehk stopp); selle käskluse peale 2-ne vaatleja peab märkima ja kohe üles kirjutama sekundiosuti näidu, peale selle üles kirjutama ka minuti- ja tunniosuti näidud.

Peale käsklust „null" 1-ne vaatleja märgib lugemi limbil, puudutamata mikromeetrilist kruvi. Selle lugemi ta teatab 2-sele vaatlejale, kes kirjutab selle üles kõrvuti vastava momendiga.

Järelikult Päikese alumise ääre kõrguse mõõtmist merel ja väljaspool meridiaani sooritatakse järgmisel viisil:

a) Vaatleja sekstandiga peab:

1. *sekstandi vaatlusteks ette valmistama;*
2. *suunama vaatlustoru horisondijoonele, hoides sekstanti Päikese vertikaalis;*
3. *nihutades alidaadi ja õõtsutades sekstanti vaatlustoru telje ümber, püüdma Päikese kujutise vaateväljasse;*
4. *kinnitama alidaadi; õõtsutades sekstanti Päikese all, mikromeetrilise kruviga viima Päikese kujutise kohasesse asetusse;*
5. *võtma käe ära mikromeetriliselt kruvilt ja andma käskluse „valmistuda";*
6. *jätkates sekstandi õõtsutamist ja tähelepanelikult Päikest jälgides, andma Päikese ääre puutemomendil horisondijoonega käskluse „null";*
7. *puudutamata mikromeetrilist kruvi, märkima limbil lugemi ja teatama selle abilisele.*

b) Vaatleja kella juures (abiline) peab:

1. *käskluse peale „valmistuda" algama tähelepanelikult sekundiosuti jälgimist;*
2. *käskluse peale „null" märkima momendi täpsusega kuni 1^s ja üles kirjutama esiteks sekundid, siis minutid ja tunnid;*

3. *üles kirjutama momendi kõrvale lugemi, mis on teatatud 1-se vaatleja poolt.*

Osutatud töö järjekorrast peavad mõlemad vaatlejad rangelt kinni pidama.

Vahel juhtub sõidul kõrgete kallaste lähedal (Hispaania, Norra jt.), et horisondijoon projitseerub kaugel horisondi alt kerkival ranna foonil. See asjaolu ei muuda põrmugi töö meetodit ega järjekorda Päikese kõrguse mõõtmisel, kuid sel juhul horisondijoone ligidal Päike ei projitseeru taeva, vaid kalda foonil.

Kui vaatleja töötab üksi, ilma abiliseta, ja omab seejuures kella sekundimõõtjaga, siis ei tekita talle mingisuguseid raskusi ka momendi märkimine kõrguse mõõtmisel. Selleks tuleb kell eelnevalt käikulastud ja kooskõlastatud sekundimõõtjaga hoida vasemas käes või isegi panna ta vasemasse välisesse tasku ja alustada kõrguse mõõtmist. Me soovitame vaatlejale vajalikul momendil iseendale käselda „Valmistuda" ja peale seda käsklust, jätmata sekstanti, võtta vasema käega kell taskust ja asetada sõrm kellanupule; seesama käsi (kellaga) jätkab kas või ühe sõrmega sekstandi hoidmist tema õõtsutamisel. Kui taevakeha, liikudes vaateväljas kaart mööda, puudutab horisondijoont, tuleb käselda „null" ja selle käskluse peale vajutada sekundimõõtja nupule.

Kohe pärast seda, eemaldades sekstandi silme juurest, peab üles kirjutama minutid ja tunnid ja osutiga tähistatud sekundid, peale seda aga sooritama lugemi sekstandil ja kirjutama selle momendi kõrvale.

Lastes uuesti kooskõlastatult käiku sekundimõõtja osuti, võib asuda teise, kolmanda jne. kõrguse mõõtmisele.

Kui kellal sekundimõõtjat ei ole ja võetud kõrguse momenti määrata ei saa, siis võib talitada nii: omades kõrguse mõõtmisel kella sekstanti toetavas vasemas käes, tuleb taevakeha horisondijoone puudutamise momendil iseend käselda „null" ja siis peatumata jätkata „peast" sekundite arvu lugemist: „üks", „kaks", „kolm" jne., samal ajal eemaldades silme eest sekstandi ja pöörates silme poole kella numbrilaua.

Jätkates „mõttes" lugemist ja vaadates nüüd kellale, tuleb peatuda mingisugusel arvul ja märkida kella sekundiosuti vastav näit. Lahutades „mõttes" loetud sekundid kellal märgitud momendist, saame kella näidu kõrguse mõõtmise momendil.

Kõik need toimingud peab sooritama viivituseta: mida lühem on ajavahemik kõrguse mõõtmise momendi (käsklus „null") ja siis märgitud kellamomendi vahel, seda parem, kuna on väga

raske eeldada, et „mõttes" loetud sekundite arv oleks hästi kooskõlas tõeliselt möödunud aja sekunditega.

Väga kasulik on enne vaatlusi veidi harjutada „mõttes" lugemist. Treenitud vaatleja võib arvestada, et kõrguse mõõtmise momendile vastav kella näit vaevalt on väär rohkem kui 1—2 sekundit, sellisel veal aga pole tegelikku tähtsust.

Kui sekundimõõtjal on kaks sekundiosutit, siis töö, mida sooritatakse nagu tavalise sekundimõõtjaga, lihtsustub ja kiireneb tunduvalt, kuna langeb ära vajadus peale iga vaatlust kooskõlastada sekundimõõtja osutit kella sekundiosutiga: sel puhul sekundimõõtja üks osuti pidevalt loendab, teine aga märgib momente.

Kui tuleb mõõta taevakeha (Päikese) meridiaanilist kõrgust, mille mõõtmise tehnikast on juttu edaspidi (§ 67), siis peab pidama meeles, et meridiaaniline kõrgus on vajalik alati laiuse määramiseks, momenti kõrguse puhul aga vajatakse ainult ligikaudse T_{Gr} arvestamiseks (Päikese deklinatsiooni valikuks), ning sellepärast viga momendis isegi mõnikümmend sekundit ei mõjuta saadava resultaadi täpsust.

§ 64. PÄIKESE KÕRGUSE MÕÕTMINE RANNAJOONEST.

Kui nähtav horisont Päikese all on rannaga kaetud nii, et seejuures rannajoon on selgestinähtav, siis Päikese kõrguse mõõtmist temast võib sooritada täiesti samal viisil kui nähtava horisondi joonest. Pisut erinevalt toimub saadud lugemi muundamine tõelise kõrguse saamiseks, kuid sellest on juttu omal kohal.

§ 65. TÄHTEDE JA PLANEETIDE KÕRGUSTE MÕÕTMINE NÄHTAVA HORISONDI JOONEST VÄLJASPOOL MERIDIAANI.

Tähtede kõrguse mõõtmine on raskendatud kahest asjaolust: 1) tähtede arvukusest ning selle tõttu vaatluseks mittekavatsetud tähe kõrguse mõõtmise võimalusest, ja 2) nähtava horisondijoone ebaselgest piirjoonest, mõnikord aga ka tema täielikust nähtamatusest.

Esimene raskus kõrvaldatakse sellega, et tähtede kõrguse mõõtmiseks rakendatakse kaht järgmist võtet:

a) Kasutades tähegloobust ja seadnud ta φ ja S_k järgi, tuleb võtta temalt vaatluseks kavatsetava tähe kõrgus ja asimuut. Pannud siis alidaadi sellele lugemile, suunates vaatlustoru horisondile tähe vertikaalis ja õõtsutades sekstanti vaatlustoru telje

ümber, vaatleja „püüab kinni" ja toob vaatevälja just soovitava tähe. Siis jääb üle vaid tuua puutuvusse horisondiga kaar, mille moodustab täht sekstandi õõtsutamisel tähe all.

Vaatlusteks tuleb valida hele täht ja seejuures niisugune, mille ligiduses ei ole teist heledat tähte.

b) Alidaad tuleb seada ligikaudu nullile ja suunata vaatlustoru valitud tähele; seejuures vaatleja näeb üht ja sama tähte otsenähtavana ja peegelduvana. Keeranud siis lahti alidaadi kinnituskruvi, tuleb sekstanti lasta aeglaselt allapoole, liigutades alidaadi, nii et mitte kaotada vaateväljast tähe peegelduvat kujutist ning seni, kuni vaatevälja ilmub otsenähtavalt horisondijoon. Peale seda tuleb kinnituskruvi kinni keerata ja tegutsedes vaid mikromeetrilise kruviga ning õõtsutades sekstanti, tuua täht puutesse horisondijoonega.

See meetod on universaalne, kuid nõuab vilumust ja küllaldaste kogemuste puudumisel vaatleja, alanud õigesti ja õnnestunult sekstanti alla laskma, tihti kaotab tähe horisondi lähenemisel, kui kogu tähelepanu tahtmatult koondub selle joone otsimisele ja täht läheb kaotsi; vaatlusi tuleb sel puhul alata algusest peale.

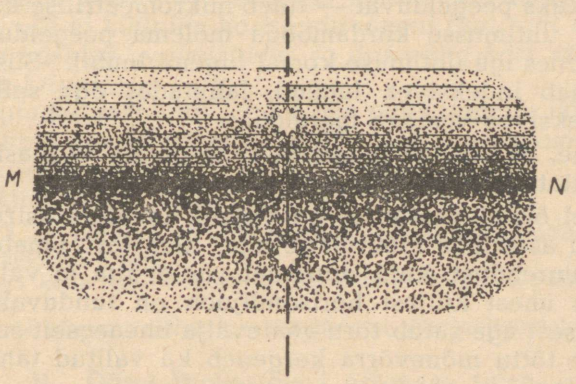
Teist raskust, mis seisneb horisondijoone enda ebaselges nähtavuses, võib kõrvaldada kõigepealt, kui asjaolud lubavad, vaatluste aja valikuga. Kõige parem on vaadelda videvikul, kas hommikul või õhtul, kui horisondijoon on selgesti nähtav ja kui taevas on nähtavad heledaimad tähed, mis just osutuvadki vaatluste objektideks merel. Sel puhul tähe või planeedi kõrguse mõõtmine ei tekita mingeid raskusi ja on sooritatav suure täpsusega. Üsna kergesti on mõõdetav tähe kõrgus selgel kuuvalgel ööl, kui horisondijoon on tihti nähtav täiesti selgelt. Kuid seejuures on parem hoiduda tähtede kõrguste mõõtmistest Kuu enda vertikaalis ja tema lähedal, kuna selles osas horisont ei ole küllalt hästi nähtav ja võib kergelt teha vea, mõõtes kõrgust mitte horisondijoonest, vaid joonest, mis eraldab Kuust valgustatud merepinna osa mitte valgustatust (väär horisont).

Kui aga tuleb vaadelda pimedal ööl, siis horisondijoon on täielikult mittenähtav ja võib vaid märgata selle kaunis laia ja tumeda vöötme piire, mida vaatleja näeb horisondilt; selle vöötme äärteks on piirid, mille kohta võib kindlasti öelda, et on näha taevas või vesi.

Sel puhul on vajalik tähe kõrgust mõõta ühest ja teisest horisondi vöötme piirjoonest eraldi, märkida seejuures momendid kella järgi ja siis arvutada keskmine lugem, mis tuleb taandada keskmisele momendile. On endastmõistetav, et kõrguse mõõt-

mise täpsus osutub sel korral tunduvalt madalamaks tavalisest, nii horisondivöötme ebaselgete piirjoonte kui ka ebakindluse tõttu, et sekstant mõõtmise momendil oli risti, sest et tema õõtsutamine ei saa anda nõutavat tagatist selleks, et kõrgus on mõõdetud just tähe vertikaalis.

Selle ebasobivuse kõrvaldamiseks ja vaatluse täpsuse suurendamiseks kasutatakse nn. Wollastone'i prismat. See prisma asetseb erilises raamis ühes suure peegli ja kaitseklaasidega ning evib sellist omadust, et temast läbiminev valguskiir jagub kaheks ja seejuures sümmeetriliselt prismale langeva kiire suuna suhtes. Jagunemine toimub limbi tasapinnas ning seepärast tähe kõrgust mõõtes ja hoides sekstanti risti (vertikaal-



Joon. 95.

selt), vaatleja näeb vaateväljas mitte ühte tähekujutust, vaid kahte, mis asetsevad teineteise all nurkkaugusega nende vahel ligikudu $^1/_4{}^0$ (tavalisesti 14′).

Tähe kõrguse mõõtmine Wollastone'i prismaga sooritatakse sama võttega mis ilma tematagi, kuid tuues mõlemad peegeldunud kujutised horisondile, tuleb nad mikromeetrilise kruviga seada nii, et horisondi vööde oleks nende vahel (joon. 95); seejuures saadud lugem vastab tähe kõrgusele keskmisest joonest *MN*.

Muidugi antud juhul kõrguse mõõtmise täpsus on tunduvalt madalam tavalisest, kuna horisondivöötme piirjooned on tavalisesti kaunis ebamäärased ja peale selle ei ole kunagi kindlust, et horisondi tõeline joon ühtub vöötme keskjoonega.

Me osutasime juba, et öistel vaatlustel ei saa sugugi olla kindel sekstandi vertikaalseisus kõrguse mõõtmise momendil, kuna

sekstandi vertikaalsus saavutatakse peamiselt kobades sekstanti hoidva käega. Wollastone'i prismaga määratakse vertikaalsus peale selle ka silma järgi sellega, et mõlemad kujutused peavad olema ühel vertikaalil.

Uurimine näitab, et sekstandi limbi tasapinna kalde puhul vertikaalist 1^0 võrra viga lugemis sel puhul taevakeha kõige halvema kõrguse, 45^0 korral küünib 16″ suuruseni; kalde puhul aga 2^0 — viga kõrguses on ligikaudu 1′; kalde juures 3^0 — viga on umbes 2′,4. Vilunud vaatleja aga vaevalt eksib kaldes 1^0—2^0.

Sooritades vaatlusi Wollastone'i prismaga, tuleb ka indeksiviga määrata temaga. Selleks, pannud alidaadi nullile, suunates vaatlustoru tähele ja nähes vaateväljas kolme tähte — üks otsenähtav ja kaks peegelduvat — tuleb mikromeetrilise kruviga viia otsenähtav ühtimusse kordamööda mõlema peegelduva kujutisega, märkides iga ühtimuse korral lugemi limbil. Siis keskmine lugem annab indeksivea lugemi, lahutades aga selle 360^0-ist, saame indeksivea vastava märgiga.

Märgime, et samade lugemite vahe on ka Wollastone'i prismaga poolitatud nurga suurus.

Kõikidel öistel vaatlustel on vajalik tavaline astronoomiline vaatlustoru asendada Fleurier toruga. See toru omab tunduvalt vähemat suurendust, kuid suuremat vaatevälja ja valgusvõimet, mille tõttu ühest küljest horisondijoon on tunduvalt paremini nähtav, teisest aga satub toru vaatevälja üheaegselt suurem hulk tähti, mille tõttu mõnevõrra kergeneb ka valitud tähe otsimine ja vaatlemine.

Öiste vaatluste sooritamisel on vajalik, et mingisugune kõrvaline valgusallikas ei segaks vaatlejat: lambid, laternad jm. Laevas on kõige parem asuda komandosilla nurka, kustutades kõik vaatlusi segavad tuled. Selleks, et peale kõrguse mõõtmist ära märkida lugemit, võib minna kas kaardikambrisse või valgustada limbi laternaga, kõige parem elektritaskulambiga [1]. Abiline kellaga peab olema läheduses, kuid nii, et kella valgustamisel ei segaks vaatlejat.

Kõige öeldu põhjal teostatakse tähtede kõrguse mõõtmist väljaspool meridiaani järgmisel viisil.

---

[1] Kõik Meresõidu Instrumentide Tehase poolt valmistatavad sekstandid omavad seadist nooniuse valgustamiseks väikese elektrilambi näol. Sekstandi käepidemel on nupp lambi sisselülitamiseks.

A. Videvikus või kuuvalgel ööl, kui horisont on selgesti nähtav, tuleb:

1. *valmistada sekstant vaatlusteks (sisse keerata öine vaatlustoru);*
2. *seada alidaad nullile limbil ja suunata vaatlustoru tähele;*
3. *järele anda kinnituskruvi ja lasta sekstant allapoole, liigutades samal ajal alidaadi nii, et mitte kaotada vaateväljast peegelduvat tähe kujutist, ja seni, kuni vaatevälja ei ilmu horisondijoon;*
4. *sekstandi õõtsutamisel tähe all tuua täht mikromeetrilise kruviga niisugusesse seisu, et vaateväljas moodustatud kaar kas mõnevõrra haaraks horisondijoont (kui täht on idas) või ei küüniks horisondijooneni (kui täht on läänes); anda käsklus „valmistuda" ja ära võtta käsi mikromeetriliselt kruvilt;*
5. *õõtsutades sekstanti tähe all ja puudutamata mikromeetrilist kruvi anda käsklus „null" tähe puutemomendil horisondijoonega;*
6. *märkida lugem limbil.*

Märkusi: 1. Punktid 2 ja 3 võib asendada alidaadi seadmisega määratud lugemile tähegloobuse järgi.

2. Vaatleja kella juures sooritab täiesti sama töö, mis Päikese vaatlustelgi (vt. § 63).

3. Enne või pärast vaatlusi peab määrama tähe abil indeksivea.

B. Öösel Wollastone'i prismaga tuleb

1. *valmistada sekstant vaatlusteks;*
2. *seada alidaad limbil nullile ja suunata vaatlustoru tähele;*
3. *järele anda kinnituskruvi, lasta sekstanti allapoole, liigutades samal ajal alidaadi nii, et mitte kaotada vaateväljast tähe peegelduvaid kujutisi, ja seni, kuni vaatevälja ei tule horisondijoon;*
   kinni keerata kinnituskruvi ja anda käsklus „valmistuda";
4. *mikromeetrilise kruviga seada horisondijoon tähe mõlema peegelduva kujutise vahele ja anda käsklus „null". Sekstandi vertikaalsus määratakse tähe kujutiste vastastikuse asendi järgi, mis peavad olema silma järgi teineteise all (ühel vertikaaljoonel);*
5. *märkida lugem.*

Märkusi: 1. Punktid 2 ja 3 võib asendada alidaadi seadmisega teatud lugemile tähegloobuse abil.

2. Vaatleja kella juures kirjutab üles lugemi ja vastava momendi.

3. Enne või pärast vaatlust tuleb määrata tähe järgi indeksiviga Wollastone'i prismaga, milleks: a) tähe otsenähtav kujutis tuleb ühitada ühega peegelduvaist ja märkida lugem; b) sedasama teha teise peegelduva kujutisega ja märkida lugem; c) arvestada keskmine lugem ja lahutada see 360^0-st.

§ 66. TAEVAKEHADE LIGIMERIDIAANKÕRGUSTE MÕÕTMISE ERINEVUSI.

Kuna taevakeha liikumisel vaatleja meridiaani ligidal (kulminatsiooni ligidal) tema kõrgus muutub vähe, ja seda vähem, mida lähemal taevakeha on meridiaanile, siis, kui ligimeridiaankõrgustel rakendada sedasama „ootamise" võtet, mis, nagu ülemal nägime, seisneb selles, et vaatleja, puudutamata mikromeetrilist kruvi, ootab, kuni taevakeha ise muutes kõrgust tuleks horisondijoonele ja puudutaks teda, — siis vaatlused veniksid erakordselt pikale, mõnikord aga osutuksid võimatuks (kui taevakeha on meridiaani ligidal).

Seepärast taevakehade ligimeridiaankõrgusi mõõdetakse nagu nurki liikumatute esemete vahel, viies mikromeetrilise kruviga kaare, mille moodustab taevakeha peegelduv kujutis sekstandi õõtsutamisel, vahetult puutesse horisondijoonega.

Nii oleks ligimeridiaankõrguste mõõtmisel vaja sooritada järgmised tehted.

A. Päikese jaoks:

1. *valmistada sekstant vaatlusteks;*
2. *suunata vaatlustoru horisondijoonde Päikese vertikaalis ja liigutades alidaadi ning õõtsutades sekstanti telje ümber, „püüda" Päike toru vaatevälja; anda käsklus „valmistuda";*
3. *tegutsedes mikromeetrilise kruviga ja õõtsutades sekstanti Päikese all, tuua Päikese äär puutesse horisondijoonega; anda käsklus „null" ja mikromeetrilist kruvi mitte enam puudutada;*
4. *märkida lugem.*

Märkusi: 1. Vaatleja kella juures sooritab sama töö, mis tavalistelgi vaatlustel (vt. § 63).

2. Enne või pärast vaatlusi tuleb määrata indeksiviga Päikese abil.

B. Tähtede jaoks selgestinähtava horisondi puhul:

1. *valmistada sekstant öisteks vaatlusteks;*
2. *seada alidaad limbil nullile ja suunata vaatlustoru tähele;*
3. *järele anda kinnituskruvi ja lasta sekstant alla, samal ajal liigutades alidaadi nii, et mitte kaotada vaateväljast tähe peegelduvat kujutist, ja seni kui vaatevälja ei ilmu horisondijoon; kinnitada alidaad ja anda käsklus „valmistuda";*
4. *tegutsedes mikromeetrilise kruviga ja õõtsutades sekstanti tähe all, tuua tähe kujutis puutesse horisondijoonega. Anda käsklus „null" ja mikromeetrilist kruvi mitte enam puudutada;*
5. *märkida lugem limbil.*

Märkusi: 1. Punktid 2 ja 3 võib asendada alidaadi seadmisega tähegloobuse järgi.

2. Vaatleja kella juures sooritab sama töö, mis tavalistelgi vaatlustel.

3. Enne või pärast vaatlusi tuleb määrata indeksiviga tähe abil.

Tähtede ligimeridiaanilised vaatlused pimedal ööl horisondijoonelt Wollastone'i prismaga või temata sooritatakse täpselt samuti kui väljaspool meridiaani, kuna sel korral kõrguse mõõtmine ka väljaspool meridiaani sooritatakse mitte ootamise meetodi järgi, vaid vahetult tuues tähe horisondijoonele.

§ 67. PÄIKESE JA TÄHE MERIDIAANKÕRGUSE MÕÕTMISE ISEÄRASUSI.

Vaatlustel merel, kus ei vajata erilist täpsust, meridiaankõrguseks võetakse suurim või vähim taevakeha kõigist kõrgusist.[1]

[1] Ülalosutatud olukord on õieti öeldes õige vaid nende taevakehade suhtes, millede deklinatsioon ei muutu (näiteks tähed), ja kui vaatleja (laev) ei liigu Maakera pinnal. Kui aga taevakeha deklinatsioon muutub, siis kõrgus ei ole suurim või vähim taevakeha kulminatsiooni momendil, vaid mõnevõrra varem või hiljem sellest, s. o. suurim kõrgus ei ole meridiaankõrgus. Joon. 96 selgitab öeldut: sirge *AB* kujutab skemaatiliselt otsetõmmatud vaatleja horisondijoont, *PS* — vaatleja meridiaani. Kui taevakeha oma deklinatsiooni ei muuda, siis tema nähtav tee horisondi peal esineb skemaatiliselt kõverjoonena, kus *a* on tõusupunkt, *c* — ülemise kulminatsiooni punkt ja *b* — loojumispunkt. Kõverjoon on sümmeetriline meridiaani *PS* suhtes ja sel korral meridiaankõrgus osutub tõeliselt suurimaks (lõik *Sc*.). Kui aga taevakeha pidevalt muudab oma deklinatsiooni, eemaldudes ülemisest poolusest (ac_1b_1), siis nähtub joonisest, et suurim kõrgus d_1c_1 ei ole meridiaanil, vaid mõnevõrra varemalt. Kui aga taevakeha muutes oma deklinatsiooni ligineb ülemisele poolusele (ac_2b_2), siis suurim kõrgus (d_2c_2) saabub pärast meridiaani läbimist; vahe nende suurimate kõrguste ja

Seepärast võib meridiaankõrguse mõõtmist merel teostada järgmisel viisil: alata taevakeha ligimeridiaankõrguste mõõtmist mõni aeg (5—10^{m}) enne tema kulminatsiooni ja sooritada neid mõõtmisi pidevalt, märkides igakord lugemi ja momendi, kuni lugemite süstemaatiline vähenemine ei näita, et taevakeha läbis vaatleja meridiaani. Pärast seda tuleb valida reast üleskirjutatud lugemitest suurim (või vähim), mis tulebki võtta meridiaankõrguse lugemiks ühes sellele lugemile vastava momendiga. Võib juhtuda, et suurim (või vähim) lugem kordub mitu korda; sel korral see lugem ongi otsitav, vastav moment aga arvutatakse kui keskmine võrdsete lugemite momentide vahel.

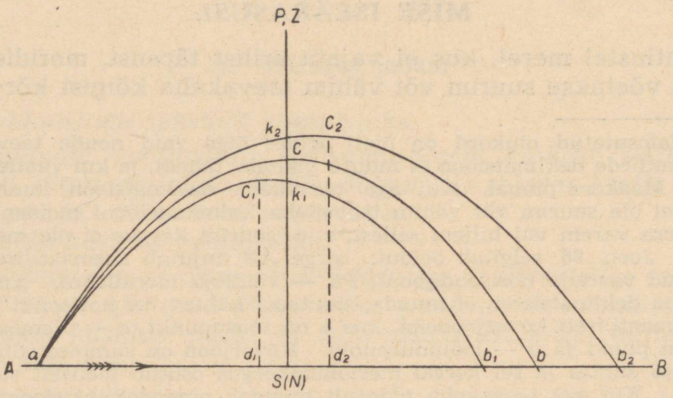
Neil vaatlusil on soovitav igakord peale lugemi märkimist nihutada paigalt mikromeetrilise kruviga alidaadi asetus, et iga uut mõõtmist sooritada uuesti, mitte aga eelmise vaatlusmulje all.

Nii oleks meridiaankõrguse mõõtmise tehnika sama, mis ligimeridiaankõrgustelgi, mida ka tõeliselt mõõdetakse.

Teine meridiaankõrguste mõõtmise võte seisneb järgmises: alanud taevakeha vaatlusi mõni minut enne kulminatsiooni, tuuakse taevakeha peegelduv kujutus puutesse horisondijoonega ja säilitatakse pidevalt seda puudet. Sekstandi õõtsutamisel taevakeha all keeratakse mikromeetrilise kruviga

---

meridiaanikõrguse vahel (Sk_1 ja Sk_2) on siiski niivõrd väike, et Päikese vaatlustel merel neid arvesse ei võeta. Öeldu on õige ka meridiaankõrguste



Joon. 96.

kohta alumisel kulminatsioonil. Seda küsimust on üksikasjaliselt vaadeldud laiuse määramisel taevakeha meridiaankõrguse abil (peatükk XI).

kogu aeg ühele ja samale poole seni, kuni vaatlustorus ei ole märgata taevakeha liikumist horisondijoone suhtes teisele poole. Katkestanud puute säilitamise ja mikromeetrilist kruvi vastupidises suunas keeramata, tuleb märkida lugem, mis vastab alidaadi seisule limbil — see ongi meridiaankõrguse lugem. Momenti seejuures täpselt märkida ei saa, kuid see asjaolu, nagu edaspidi selgub, ei osutu takistuseks ülesannete lahendamisel.

Vaadeldud kahest võttest tuleb kahtlemata eelistada esimest, mis omab järgmisi paremusi:

1. ta on silma ja kätt vähem väsitav, kui pideval torusse vaatamisel 5—7—10 minuti vältel, ja seetõttu on suurem ka vaatluste täpsus;

2. juhul, kui just meridiaanist läbimise momendil taevakeha kattub pilvega, vaatleja omab terve rea ligimeridiaankõrgusi, mille abil, nagu edaspidi näeme, võib lahendada samu praktilisi ülesandeid, mis meridiaankõrguse järgigi;

3. töö suurem lihtsus, eriti vähekogenud vaatlejaile.

Tähe meridiaankõrguse mõõtmine sooritatakse tavalisesti esimese võttega, s. o. rea kõrguste mõõtmisega, mitte aga tähe pideva hoidmisega puutes horisondijoonega, mis Nord- ja Süüdasimuudi korral tavalisesti on halvasti nähtav.

§ 68. KUU KÕRGUSE MÕÕTMINE.

Kuu kõrguse mõõtmine, nii meridiaanil kui ka väljaspool meridiaani, erineb vähe Päikese kõrguse mõõtmisest. Seejuures on endastmõistetav, et saab mõõta vaid Kuu selle ääre, alumise või ülemise, kõrgust, mis antud faasil on nähtav, ja ainult täiskuu ajal võib mõõta tema selle ja teise ääre kõrgust. Kuud võib vaadelda nii öösel kui ka päeval. Mõõtes tema kõrgust öösel, tuleb olla tähelepanelik ja ettevaatlik, et mitte mõõta kõrgust väärhorisondist, millest oli juba juttu § 65 tähtede öiste vaatluste puhul; suure peegli ette on parem lükata värviline klaas, sest teisiti heledalt valgustatud Kuu ketta liginemisel toru vaateväljas öösel nõrgalt valgustatud horisondile, viimane kaob Kuu kiirtesse. Samuti kui tähtedegi jaoks, on ka paremaks Kuu vaatluste ajaks — koidu ja hämariku aeg.

Indeksiviga määratakse mistahes tähe abil.

Kui Kuu on nähtav päeval, siis tema kõrguse mõõtmist sooritatakse täiesti samuti kui Päikese omagi.

Päikese ja küllaldaselt hästi nähtava Kuu üheaegne horisondi peal olek kujutab seda võrdlemisi harva esinevat ja ahvatlevat

juhust, mida on sobiv kasutada laeva koha määramiseks merel sumneri meetodi abil päeval kahe taevakeha üheaegse vaatluse teel. See juhus on seda ahvatlevam, et seejuures nende taevakehade asimuutide vahe omab suurust küllaldaselt lähedast 90°-le, mida just nõutaksegi parimaks laeva asukoha määramiseks.

§ 69. VAATLUSTE ARVUST JA TÖÖTLEMISVIISIDEST.

Nagu me juba varemalt märkisime, kuulub peaaegu iga praktilise astronoomia ülesande lahendamisse taevakeha polaarkolmnurga arvutamine, ja mõõdetud kõrgus ning seejuures märgitud moment ongi tavalisesti neiks andmeiks, mis võimaldavad arvutada kolmnurga vajalikke elemente.

Kuna vaatlustel on alati võimalikud juhuslikud vead, siis täpsuse suurendamiseks vaja alati mõõta mitu kõrgust, harilikult 3 või 5, märkides iga mõõtmise puhul momendi kella järgi, mitte kunagi aga ei pea piirduma ainult ühe kõrguse mõõtmisega.

Omades sel viisil rida vaatlusi, ülesande edasisel lahendamisel võib toimida kaheti:

1. Võtta kõrgustest keskmine, momentidest keskmine ja selle keskmise kõrgusega ja keskmise momendiga lahendada ülesanne üks kord.

Vaatluste arv on sobivam võtta paaritu (3—5), seepärast et selle arvu korral teostatakse esialgne, umbkaudne vaatluste kontroll: kõrguste mõõtmise enamvähem ühtlase kiiruse korral arvutatud keskmine lugem ja moment peavad olema lähedased (arvuliselt) keskmisele märgitud lugemitest ja momentidest.

2. Iga kõrguse ja vastava momendi järgi lahendada ülesanne, teiste sõnadega, lahendada teda niipalju kordi, kui on võetud kõrgusi, siis aga võtta keskmised ülesande lahendamisel saadud tulemustest.

Esimene võte on rakendatav siis, kui kõrgus muutub võrdeliselt ajaga, kuna seejuures keskmisele lugemile vastab tõeliselt keskmine moment. Niisugune kõrguse muutumine esineb taevakeha liikumisel 1-se vertikaali juures. Seepärast vaadeldes taevakeha kaugel meridiaanist ja 1-se vertikaali läheduses, tuleb alati võtta keskmine lugemitest ja momentidest.

Teist võtet kohaldatakse, kui kõrgus muutub ebavõrdeliselt ajaga, sest et seejuures keskmisele lugemile ei vasta keskmine moment ja vastupidi. Niisugust kõrguse muutumist näeme vaatleja meridiaanil. Seepärast, mõõtnud mistahes ülesande lahendamiseks mitu (3—5) ligimeridiaankõrgust ja märkinud nende momendid, tuleb iseseisvalt iga kõrguse ja vastava momendi

järgi lahendada ülesanne, saada tulemus, ning siis juba võtta keskmine saadud tulemustest.

Tunduvat abi kõrguste mõõtmisel töö õigsuse kontrollimise ja mõõdetud kõrguste väärtuse hindamise mõttes võivad osutada 1933. a. Meretabelite tabelid 25 ja 26. Tab. 25 antakse taevakeha kõrguse muutumine 1^m ajas mitmesugustes laiustes ja mitmesugustes asimuutides; tab. 26 tuuakse ajavahemikud, mis vastavad kõrguse $1'$ muutumisele.

Juhime tähelepanu sellele, et mõlemas neist tabeleist taevakeha deklinatsioon ei osutu argumendiks: järelikult tabeli väärtused ei sõltu deklinatsioonist ja on ühtlased kõikide taevakehade jaoks.

Peatükk IX.

TAEVAKEHADE MÕÕDETUD KÕRGUSTE ÕIENDAMINE.

Nagu me osutasime kursuse alguses, lahendatakse enamik meresõidu astronoomia ülesandeist taevakeha polaarkolmnurga abil, mis seob taevakeha horisondilised ja ekvaatorilised koordinaadid vaatleja geograafiliste koordinaatidega; seejuures kõiki taevakehi muidugi vaadeldakse kui geomeetrilisi punkte. Sel kombel ka taevakeha kõrgus (õieti $90^0 - h$), mis esineb polaarkolmnurga elemendina, peab endast kujutama tõeliselt vertikaalset nurka sfääri keskpunkti läbiva tõelise horisondi ja taevakeha tõelise suuna vahel.

Siirdudes küsimuse tegelikule küljele, tuleb kõigepealt märkida, et seda nurka me vahetult mõõta ei saa, seepärast et me ei näe tõelise horisondi joont, see joon aga, mida me näeme ja millest me tegelikult võime taevakeha kõrgust mõõta, on nähtava horisondi joon, mis ei ühtu tõelisega; teiseks, need sihid, milledes me tõeliselt näeme taevakehi ja mis esinevad sekstandiga mõõdetud vertikaalnurga küljena, osutuvad, nagu allpool näeme, moonutatuiks ja mitteühtivaiks tõeliste sihtidega taevakehadele; kolmandaks, vaadeldes Päikest või Kuud me tegelikult ei saa mõõta midagi muud, kui nende taevakehade selle või teise ääre kõrgust, — polaarkolmnurga jaoks aga ka neid taevakehi vaadeldakse kui punkte ja nimelt neid, milledele vastab nende keskpunktide asetus. Selles mõttes on nende taevakehade almanahhis toodud koordinaadid nimelt keskpunktide koordinaadid.

Lõpuks, maakera mitmesugustest punktidest mõõdetud kõrguste omavaheliseks võrdluse ja nende ühise kasutamise võimaluseks tuleb kõik mõõdetavad kõrgused suhata ühte punkti, nimelt Maakera keskpunkti.

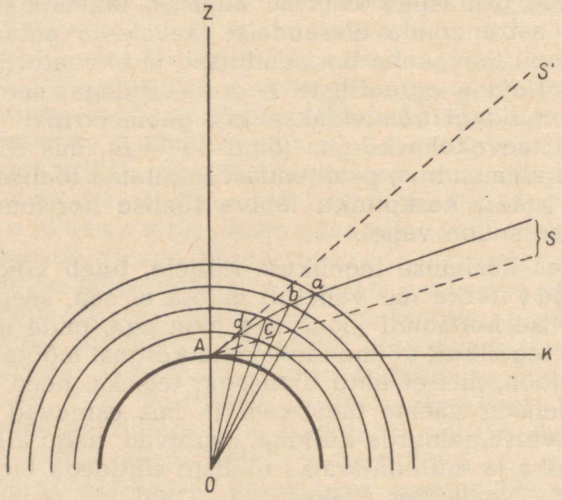
See vajadus on tingitud ka veel sellest, et kõik almanahhis osutatud taevakehade koordinaadid on suhatud samuti Maakera keskpunkti.

Kõik need põhjused tekitavad vajaduse taevakehade mõõdetud kõrguste õiendamiseks, nende geotsentriliste, s. o. Maakera keskpunkti suhatud tõeliste kõrguste saamiseks.

Nende põhjuste üksikasjalisemale käsitlemisele ja neist tingitud mõõdetud kõrguste õienduste vaatlemisele me asumegi.

§ 70. ASTRONOOMILINE REFRAKTSIOON. MAAREFRAKTSIOON.

Nagu teada, on maakera ümbritsetud õhkkonnast, mille tihedus kõrgusega väheneb. Taevakehalt vaatleja silma tulev valguskiir, sattudes planeetidevahelisest ruumist maakera õhk-



Joon. 97.

konda, tihedamasse keskkonda, murdub ja Maa pinnal asuv vaaleja näeb taevakeha mitte selles sihis, missuguses ta on tõeliselt, vaid mingisuguses teises (joon. 97).

Oletame hetkeks, et õhkkonda ei ole ja vaatleja asub Maakeral punktis A. Sel korral kiir taevakehalt S satub vaatleja silma ilma igasuguse kõverdumiseta ja vaatleja näeb taevakeha tema tegelikus, tõelises sihis. Kui AK kujutab vaatleja tõelise horisondi tasapinda (AK on risti loodjoonega ZAO), siis $\angle KAS$ kujutab taevakeha S tõelist kõrgust.

Nüüd ütleme, et Maa on ümbritsetud õhkkonnast, kusjuures arutluste lihtsustamiseks võib oletada, et õhkkond koostub õhukestest kontsentrilistest kihtidest, millede tihedus kõrgusega kahaneb. Lõpmata kaugel olevalt taevakehalt S langeb õhkkonda rida paralleelseid kiiri: kuid just see kiir (SA), mis sattus vaatleja silma, kui õhkkonda ei olnud, ja mis määras tõelise sihi taevakehale punktis A, nüüd õhkkonna olemasolu puhul murdub ja juba vaatleja silma ei satu. Seevastu mingisugune teine kiir Sa, paralleelne SA-ga, sattudes õhkkonda punktis a ja murdudes üleminekul ühest kihist teise, satub vaatleja silma. Kuna samasuguse tihedusega õhukihte tuleb muidugi eeldada lõpmata õhukestena, siis faktiliselt kiire tee ei lähe mööda murdjoont, vaid kõverjoont $SabcdA$ kaudu, ja vaatleja näeb taevakeha S sihis AS', puutujaga selle kõverjoonega punktis A. See ongi nähtav siht taevakehale, mis erineb tõelisest AS $\angle SAS'$ võrra ja mida nimetatakse astronoomiliseks refraktsiooniks.

$\angle KAS$ . . . . . on taevakeha tõeline kõrgus,
$\angle KAS'$ . . . . . „ „ nähtav „

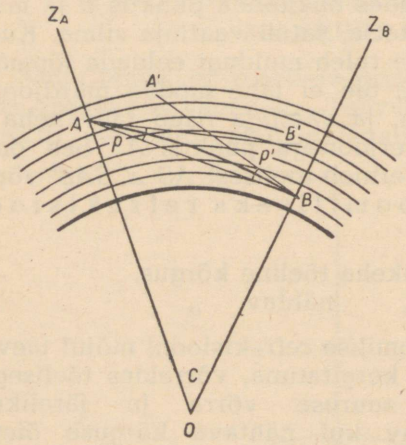
Joonisest nähtub, et astronoomilise refraktsiooni mõjul taevakeha nähtav koht paistab alati kergitatuna, võrreldes tõelisega, astronoomilise refraktsiooni suuruse võrra ja järelikult refraktsioon (r), vaadeldav kui nähtava kõrguse õiend tõelise kõrguse saamiseks, omab alati märki miinus.

Füüsikast on teada, et kui kiir langeb murduvale keskkonnale normaalselt, siis ta ei murdu, ja mida längemini kiir langeb, seda tugevamini ta murdub. Sellepärast kui taevakeha on seniidis, siis refraktsioon võrdub nulliga; suurim aga on refraktsioon nähtavasti siis, kui taevakeha asub horisondil ja ta kõrgus $h = 0^0$. See suurim refraktsioon küünib suuruseni 35′ ja väheneb kõrgusega.

Refraktsiooni suurusele mõjub õhkkonna seis, s. o. temperatuur ja tihedus: mida madalam on temperatuur ja mida suurem on õhurõhumine, seda suurem on tihedus ja seda suurem ka refraktsioon; vastupidi, refraktsioon väheneb temperatuuri tõusuga ja õhurõhumise langemisega.

1933. a. Meretabelite tab. 27 on toodud keskmine astronoomiline refraktsioon kõrgustele 5^0 kuni 90^0; teda nimetatakse „keskmiseks" sellepärast, et ta vastab õhkkonna keskmisele seisule: $t^0 = +8^0R = +10^0C$ ja $B = 760$ mm. Sellest tabelist nähtub, et mida väiksem on kõrgus, seda suurem on mitte ainult refraktsioon ise, vaid ka tema muutumine kõrgusega läheb suuremaks.

Selle refraktsiooni tunduva muutumisega väikestes kõrgustes ongi seletatav kõigile tuntud nähtus — Päikese ja Kuu ketta lapiklus mööda vertikaali, nende taevakehade tõusul ja loojakul: refraktsioon mõjub taevakeha alumisele äärele tugevamini ja kergitab teda rohkem, kui suuremas kõrguses olevat ülemist äärt.



Joon. 98.

Joonisest selgub, et mida väiksem on taevakeha kõrgus, seda pikema vahemaa läbib taevakehalt vaatleja silma minev kiir Maa pinna vahetus läheduses. Liikumisel võib-olla osaliselt maa, osaliselt vee, lageda, metsa jne. kohal, võivad kõik need asjaolud luua mitmesugust õhkkonna seisu kiire teel; kiire tee taevakehalt võib alluda mitmesugustele hälvetele, ja mitte ainult vertikaal-, vaid ajuti ka horisontaaltasapinnas (nn. külgrefraktsioon). Seda kiire sihi moonutumist muidugi ei saa arvestada. Sellel põhjusel tuleb vältida kõrguste mõõtmist alla 10^0: väiksemate kõrguste puhul vahe tabeli refraktsiooni ja tõeliselt vaatluste momendil oleva vahel võib osutuda liiga tunduvaks.

Maarefraktsioon. Kiirte murdumise nähted õhkkonnas tekitavad nähtavate sihtide moonutumisi mitte ainult taevakehadele, vaid ka maapealsetele esemetele, ja sel puhul nurka tõelise ja nähtava sihi vahel esemele nimetatakse maarefraktsiooniks (joon 98); maarefraktsiooni mõjul esemed näivad kergitatuina, millega on seletatav see tõsiasi, et vaatleja võib näha tema geo-

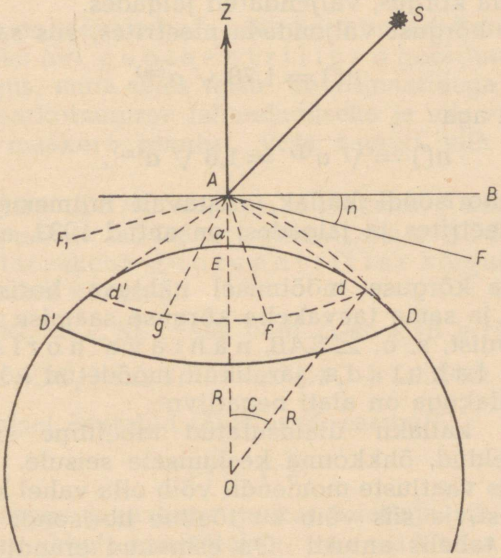
meetrilise horisondi joone taga olevaid esemeid. Seetõttu, et kõrguste vahe maapinnast punktide A ja B vahel on väike, võrreldes Maa raadiusega, ja nurk C on samuti väike, ϱ ja ϱ' võetakse omavahel võrdsetena ja võrdeliseks nurgaga C, s. o.

$$\varrho = \varrho' = kC,$$

kus k nimetatakse maarefraktsiooni koefitsiendiks. Selle koefitsiendi suurus sõltub meteoroloogilisist tingimusist ja õhkkonna keskmise seisu juures $k = 0{,}08$.

§ 71. HORISONDI KALLAK.

Oletame (joon. 99), et punkt A kujutab vaatleja silma, asuvat kõrgusel $AE = a$ merepinnast, OA — vaatleja loodjoont ja AB — tema tõelist horisonti.



Joon. 99.

Kui punktist A tõmmata sirged Ad, Af, Ag, Ad' jne., puutujad Maakera pinnale, siis puutepunktide geomeetriline koht kujutab väikest ringi $dfgd'$ ... poolusega punktis E. See ring kujutakski endast vaatleja nähtava horisondi joont, kui ei oleks maarefraktsiooni (kiired Ad, Af, Ag, Ad' ... on sirgjooned).

Maakera õhkkonna olemasolu tõttu ja maarefraktsiooni tagajärjel tegelikuks nähtava horisondi jooneks osutub mitte väike ring dd', vaid väike ring DD' mõnevõrra suurema sfäärilise raadiusega. Kiirte murdumise tõttu õhkkonnas kiir punktist D ei lähe vaatleja silma mitte sirgjoont pidi, vaid mööda kõverat DA ja vaatleja näeb horisondi punkti D selle kõvera puutuja, s. o. AF sihis.

Nurka BAF tõelise horisondi tasapinna ja sihi vahel nähtavale horisondile nimetatakse nähtava horisondi kallakuks (depressiooniks).

Horisondi kallaku (n) suurus sõltub, nagu refraktsioonilgi, õhkkonna alumiste kihtide seisust, ja tema keskseisus ($k = 0{,}08$) horisondi kallak, väljendatud kaare minuteis, osutub võrdseks

$$n(') = 0{,}98 \sqrt{a^{(j)}},$$

kus a on silma kõrgus, väljendatud jalgades.

Kui silma kõrgust väljendada meetrites, siis saame

$$n(') = 1{,}78 \sqrt{a^{(m)}}.$$

Ligikaudu aga

$$n(') = \sqrt{a^{(j)}} = 1{,}8 \sqrt{a^{(m)}}.$$

Nähtava horisondi kallak, vastavalt mitmesugustele silmakõrgustele meetrites ja jalgades, on antud 1933. a. Meretabelite tabelis 14.

Taevakeha kõrguse mõõtmisel nähtava horisondi joonest, s. o. $\angle SAC$, ja sama taevakeha kõrguse saamise vajadusel tõelisest horisondist, s. o. $\angle SAB$, nähtava horisondi kallak tuleb lahutada, järelikult mõõdetud kõrguse õiendus horisondi kallakuga on alati negatiivne.

Horisondi kallaku ülalosutatud tabeliline suurus vastab, nagu juba öeldud, õhkkonna keskmisele seisule. Tõeliselt aga õhkkonna seis vaatluste momendil võib olla vahel ka kaunis kaugel keskmisest, ja siis võib ka tõeline horisondi kallak tunduvalt erineda tabelis antust. On esinenud erandjuhtumeid, kus nähtava horisondi tõeline kallak omas märki pluss, mis tekkis seepärast, et maarefraktsioon oli sedavõrd suur, et nähtava horisondi joon asetus kõrgemale tõelisest.

Seepärast, kui on karta, et õhkkonna seis õhurõhu, niiskuse, eriti aga õhu ja vee temperatuuri vahe mõttes tunduvalt erineb keskmisest seisust, siis on otstarbekohasem määrata tõeline horisondi kallak, mitte aga kasutada tema tabelis antud suurust. Selleks otstarbeks on olemas eriline nn. Pulfrich'i seadis, mis

kujutab endast erilist nurgamõõtmis-instrumenti ja mõõdab „üle seniidi" nurka $CAC' = 180^0 + 2n$. Lugem seadisel annab kohe n suuruse — horisondi kallaku vastava märgiga.

S. S. Agafonov esitas samaks otstarbeks erilise prisma, mis asetatakse tavalisele sekstandile.

Astronoom V. E. Fussi uurimuste põhjal sõltub horisondi kallaku suurus tunduval määral õhu ja vee temperatuuri vahest. 1933. a. Meretabelites on toodud tab. 15, mis annab nimelt selle õiendi. Kuid tab. 15 autor ise osutab, et mitte alati ei saavutata kõrguse õiendamise resultaadi paremust selle õiendi kasutamisega, siis me ka edaspidi praktiliste ülesannete lahendamisel teda ei kasuta.

§ 72. TAEVAKEHADE PARALLAKSID.

Almanahhis on taevakehade kõik koordinaadid antud maakera keskpunkti jaoks (nn. geotsentrilised koordinaadid), sellepärast ka kõrgus, mida ühes teiste koordinaatidega kasutatakse taevakeha polaarkolmnurga lahendamiseks ja mis vaatleja poolt on mõõdetud maakera pinnast, vaja samuti viia tema keskpunktile.

Kui (joon. 100) $\angle SAC$ kujutab taevakeha S kõrgust vaatlejale, kes asub punktis A Maakera pinnal, siis $\angle SOC_1$ ($OC_1 \parallel AC$) kujutab sama taevakeha geotsentrilist kõrgust, s. o. Maa tsentrumile toodud kõrgust.

Kuna $\angle SOC_1 = \angle SBC$, siis võib $\triangle$-st ASB kirjutada:

$$\angle SOC_1 = \angle SBC = \angle SAC + \angle SAO.$$

Võttes joonisel osutatud tähistused, saame:

$$h = h' + p. \qquad (1)$$

Nurka p, tipuga taevakeha juures vaatleja sihi ja maakera keskpunkti sihi vahel, nimetatakse taevakeha kõrgus-parallaksiks.

Geotsentriline kõrgus on alati suurem maakera pinnalt mõõdetud kõrgusest, sellepärast parallaks kui kõrguse õiend omab alati märki pluss.

Nagu näha joon. 100, antud taevakehal parallaks muutub kõrgusega: kui taevakeha on seniidis ($h = 90^0$), siis ta parallaks võrdub nulliga; kui taevakeha on horisondil, siis ta parallaks on suurim ja nimetatakse horisontaalparallaksiks — π.

Kui aga taevakeha omab mingisugust vahepealset kõrgust, siis ta parallaks p on suurem nullist ja väiksem horisontaalparallaksist π.

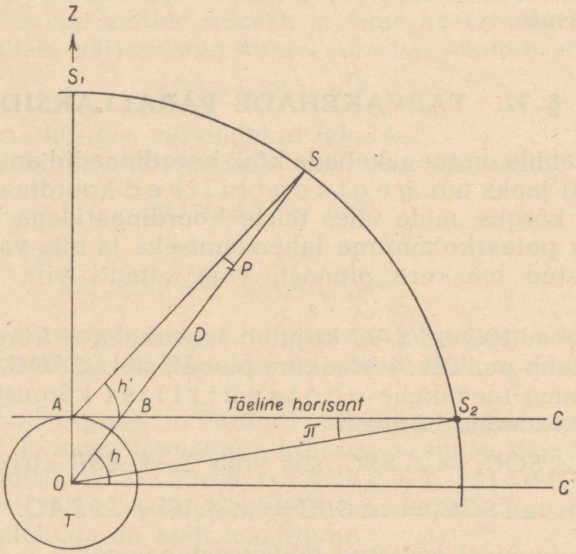
$\triangle$-st SAO meil on

$$\sin p : \sin(90^0 + h') = R : D,$$

kus R — Maa raadius, D — taevakeha kaugus Maa keskpunktist.

Sellest valemist saab

$$\sin p = \frac{R}{D} \cos h'.$$



Joon. 100.

$\triangle$-st S_2AO sama taevakeha jaoks, kuid horisondil, meil on:

$$\sin \pi = \frac{R}{D}.$$

Asetades selle tähenduse eelmisse valemisse, saame

$$\sin p = \sin \pi \cos h'$$

ehk nurkade p ja π väiksuse tõttu (Kuu $\pi \cong 1^0$) võime kirjutada lihtsalt $p = \pi \cos h'$.

Mida lähemal taevakeha on Maale, seda suurem on ta parallaks: kõige suurem horisontaalparallaks on Kuul ($\pi \cong 1^0$), siis

Maale lähimatel planeetidel, millede horisontaalparallaksid küünivad: 0′,55 (Veenusel) ja 0′,4 (Marsil), siis Päikesel — $\pi \cong 9''$ ja lõpuks tähtedel, kellede parallaksid tegelikult võrduvad nulliga.

Vaatluste puhul merel Päikese ja planeetide parallakse tavalisesti arvesse ei võeta.

Kuna Maakera on lapik, siis suurim parallaks on vaatlejal ekvaatoril, seda parallaksi nim. ekvaatoriliseks. Kuid et Maakera ekvaatorilise ja polaarraadiuste pikkuste vahe on kõigest 22 km, siis ka vahe ekvaatorilise ja horisontaal-parallaksi vahel küünib isegi Kuul kõigest 0′,1—0′,2, mis ei oma mingit tegelikku tähtsust ja Meretabelite koostamisel võetakse kõikide vaatlejate jaoks ühesuguselt, nimelt Kuu ekvaatoriline parallaks.

§ 73. TAEVAKEHADE NURKRAADIUSED.

Me teame, et Päikese (või Kuu) kõrguse mõõtmisel alati mõõdetakse tema ülemise või alumise ääre, mitte keskpunkti kõrgus. Almanahhis aga ja mistahes teistes astronoomilistes tabelites on nende taevakehade koordinaadid antud nende keskpunktist, — järelikult ka taevakeha kõrgus vaja samuti viia tema keskpunkti. Sellepärast osutub vajalikuks selle või teise ääre mõõdetud kõrgusest siirduda tema keskpunkti kõrgusele, ja on täiesti selge (joon. 101), et selleks otstarbeks ääre mõõdetud kõrgusega tuleb liita (kui mõõdeti alumise ääre kõrgust) või sellest lahutada (kui mõõdeti ülemise ääre kõrgust) taevakeha nurkraadiuse suurus.

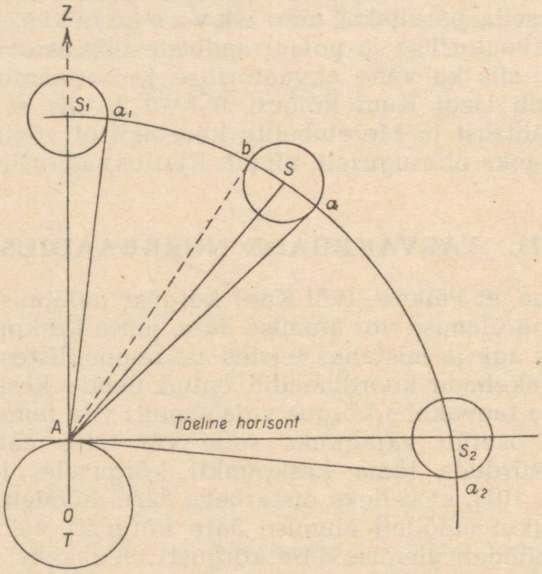
Nurk S_2Aa_2, või SAa, või S_1Aa_1, kannab taevakeha nähtava nurkraadiuse nimetust.

Nähtav nurkraadius sõltub muidugi taevakeha kaugusest Maast, ja kauguse muutumisega muutub ka taevakeha nurkraadius, suurenedes vähenemisega ja vastupidi. Kuna aga Maa sooritab oma aastase liikumise ümber Päikese mitte mööda ringi, vaid ellipsit, mille ühes fookuses asetseb Päike, siis järelikult aasta jooksul muutub vahet pidamata ka Päikese nähtav nurkraadius, saavutades suurimat väärtust 16′,3 perigee momendil, 1. jaanuari ümber, ja vähimat 15′,8 — apogee momendil, 1.—2. juuli ümber; tema keskmine aastasuurus on 16′,0.

Päikese nähtava nurkraadiuse suurus saadakse, nagu me juba teame (§ 59), väga lihtsalt ja kergesti neist vaatlustest, mida tehakse indeksivea määramiseks Päikese abil: lugemite vahe, jagatud 4-ga, annab Päikese nähtava nurkraadiuse suuruse. Päikese nurkraadiuse ülalosutatud suurimast (16′,3) ja vähimast

(15′,8) suurusest nimelt järgneb, et lugemite vahe indeksivea määramisel võib kõikuda 1°3′ kuni 1°5′, keskmine suurus on 1°4′.

Päikese nurkraadiuse suurus antakse almanahhis iga päeva peale täpsusega kuni 0′1; nurkraadiuse valik almanahhist toimub ilma igasuguse interpolatsioonita antud vaatluste kuupäeva järgi.



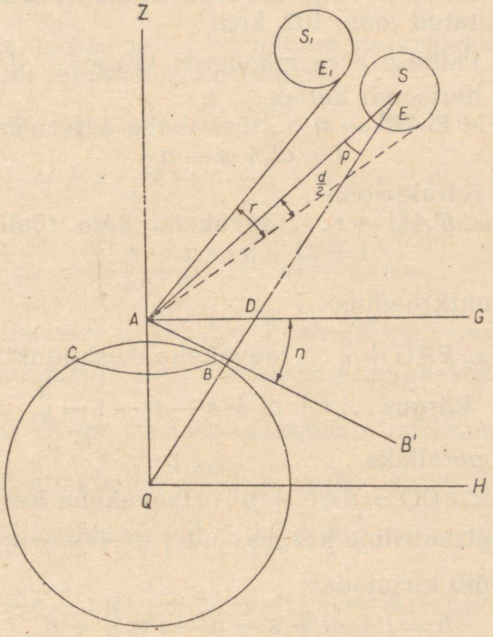
Joon. 101.

Kuu nähtava nurkraadiuse suurust ei saa vahetuist vaatlustest (välja arvatud täiskuu päevad); ta antakse almanahhis iga päeva peale neljandas lahtris iga kuu esimesel leheküljel, kust teda vajaduse korral väga lihtsalt võib valida.

§ 74. NÄHTAVA HORISONDI JOONEST MÕÕDETUD TAEVAKEHADE KÕRGUSTE ÕIENDAMINE.

Võttes kokku ülalöeldut kõrguse üksikute õiendite kohta, on kerge näha, et selleks, et lugemilt limbil, mis on saadud taevakeha kõrguse mõõtmisel merel, üle minna (arvutada) taevakeha tõelisele geotsentrilisele kõrgusele, tuleb lugemit (*l*) parandada järgmiste õienditega:

1. Indeksiveaga (*ci*) ja instrumendiveaga (*s*); esimene määratakse vaatlejast endast, teine võetakse sekstandi atestaadist. Tulemusena saadakse taevakeha mõõdetud või vaadeldud kõrgus ... *h'*; kui aga taevakeha omab ketast, — siis taevakeha selle või teise ääre mõõdetud või vaadeldud kõrgus.



Joon. 102.

2. Horisondi kallakuga — *n*; valinud horisondikallaku Meretabelite tab. 14 silmakõrguse argumendi järgi jalgades või meetrites, tuleb see mõõdetud kõrgusest lahutada, — saadakse taevakeha (või ta ääre) nähtav kõrgus.

3. Refraktsiooniga — *r*; refraktsiooni võib valida Meretabelite tab. 27 taevakeha nähtava kõrguse argumendiga. Refraktsioon lahutatakse alati nähtavast kõrgusest; resultaadis saadakse taevakeha ääre tõeline kõrgus.

4. Taevakeha nurkraadiusega — $\frac{d}{2}$; nurkraadius võetakse kas *ci* (Päikese jaoks) määramiseks tehtud vaat-

lustest või almanahhist; nurkraadius liidetakse, kui on mõõdetud taevakeha alumise ääre kõrgus, ja lahutatakse, kui mõõdeti ülemise ääre kõrgust. Peale õiendamist nurkraadiusega saadakse taevakeha keskpunkti tõeline kõrgus.

5. Parallaksiga — p; alati märgiga pluss. Saadakse taevakeha tõeline geotsentriline kõrgus h.

Kõik need õiendid, välja arvatud esimene, instrumendiviga, on piltlikult esitatud joon. 102, kus:

$\angle E'AB'$ ... Päikese ääre mõõdetud kõrgus ... $l + ci + s$

$\left\{\begin{array}{l} \angle GAB' \ldots \text{horisondi kallak} \ldots n \\ \text{ja} \angle E'AG = \angle E'AB' - n \ldots \text{taevakeha ääre nähtav kõrgus} \ldots \\ \qquad l + ci + s - n \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} \angle E'AE \ldots \text{refraktsioon} \ldots\ldots\ldots r \\ \text{ja} \angle EAG = \angle E'AG - r \ldots \text{taevakeha ääre tõeline kõrgus} \ldots \\ \qquad l + ci + s - n - r \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} \angle EAS \ldots \text{nurkraadius} \ldots\ldots\ldots \frac{d}{2} \\ \text{ja} \angle SAG = \angle EAG + \frac{d}{2} \ldots \text{taevakeha keskpunkti tõeline} \\ \qquad \text{kõrgus} \ldots l + ci + s - n - r + \frac{d}{2} \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} \angle ASO \ldots \text{parallaks} \ldots\ldots\ldots p \\ \text{ja} \angle SOH = \angle SDG = SAG + p \ldots \text{taevakeha keskpunkti} \\ \quad \text{tõeline geotsentriline kõrgus} \ldots l + ci + s - n - r + \frac{d}{2} + p \end{array}\right.$

s. o. üldiselt võib kirjutada:

$$h = l + ci + s - n - r \mp \frac{d}{2} + p \qquad (1)$$

Märk pluss on nurkraadiusel alumise ääre ja miinus — ülemise ääre kõrguse mõõtmisel.

Niisugune on valemi üldkuju taevakehade kõrguste õiendamiseks. Vaatame eraldi selle valemi rakendamist tähtede, Päikese ja Kuu vaatlustel.

1. Tähed. Kuna tähtedel parallaksi ja nurkraadiust ei ole, s. o. $p = 0$ ja $\frac{d}{2} = 0$, siis valem võtab kuju:

$$h_* = l + ci + s - n - r = l + ci + s - (n + r) \qquad (2)$$

Arvutamiste hõlbustamiseks valemiga (2), viimane, sulgudes seisev summa $(n + r)$ on antud Meretabelite tab. 11. Kuna n — horisondi kallak — sõltub vaatleja silmakõrgusest, ja r — ref-

raktsioon — sõltub taevakeha kõrgusest, siis on selge, et selle tabeli kasutamise argumentideks on: silmakõrgus ja tähe vaadeldud kõrgus. Tabelist valitud õiend lahutatakse alati tähe vaadeldud kõrgusest, mis nähtub ka valemist (2).

Planeetidel, nagu juba öeldud, nurkraadiust ja parallaksi merevaatlustel arvesse ei võeta ja nende kõrguste õiendamine sooritatakse täpselt samuti kui tähtedel.

2. Päikese jaoks, millel on nähtav nurkraadius ja parallaks, valem (1) säilib täielikuna, kusjuures:

$$\left.\begin{aligned} h_P &= l + ci + s - n - r + \frac{d}{2} + p = l + ci + s + \sigma_{\underline{P}} \\ h_P &= l + ci + s - n - r - \frac{d}{2} + p = l + ci + s + \sigma_{\overline{P}} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

kus

$$\sigma_P = -n - r + \frac{d}{2} + p \quad \text{ja} \quad \sigma_{\overline{P}} = -n - r - \frac{d}{2} + p \quad (4)$$

Nendes viimastes avaldistes $\frac{d}{2}$ on Päikese nurkraadiuse suurus, mis on muutuv ja sõltuv vaatluste kuupäevast.

Nimetanud $\frac{d_0}{2}$-ga aastase keskmise nurkraadiuse suuruse, võrdse 16′, ja nimetanud $\Delta(\frac{d_0}{2})$-ga vahe antud päeva pooldiameetri ja selle keskmise vahel, s. o. $\Delta(\frac{d_0}{2}) = \frac{d}{2} - \frac{d_0}{2}$, meil on

$$\sigma_{\underline{P}} = (-n - r + \frac{d_0}{2} + p) + \Delta(\frac{d_0}{2}) = A + (\frac{d_0}{2})$$

$$\sigma_{\overline{P}} = (-n - r - \frac{d_0}{2} + p) - \Delta(\frac{d_0}{2}) = (-n - r + \frac{d_0}{2} + p) -$$

$$- d_0 - \Delta(\frac{d_0}{2}) = A - d_0 - \Delta(\frac{d_0}{2}) = A - [d_0 + (\frac{d_0}{2})].$$

$A = (-n - r + \frac{d_0}{2} + p)$ antakse Meretabelite tab. 9; argumentideks on: silmakõrgus, kuna sellest sõltub n, ja Päikese vaadeldud kõrgus, kuna sellest sõltub Päikese refraktsioon ja parallaks.

Väärtus $\Delta(\frac{d_0}{2})$, mis sõltub ainult vaatluste daatumist, on toodud tab. 9 vasemal leheküljel all (Meretabelite lk. 80) pealkirjaga „Päikese nurkraadiuse muutumise õiend"; tema kasutamise argumendiks on vaatluste kuupäev.

Lõpuks suurus $[d_0 + \Delta(\frac{d_0}{2})]$ on toodud tab. 10, paremal leheküljel all (Meretabelite lk. 81), tab. 9 all pealkirjaga „Päikese ülemise äärekõrguse õiend"; tema kasutamise argumendiks on jällegi vaatluste kuupäev.

Nõnda siis tuleb h_P õiendamiseks võtta põhiõiend tabelist 9 ja täiendav — vasema lehekülje alt; $h_{\bar{P}}$ õiendamiseks aga tuleb võtta samasugune põhiõiend tab. 9 ja täiendav — tab. 10, parema lehekülje all.

Nendes tabelites, pealkirjade all, on osutatud, kuidas tuleb toimida tabelitest saadud väärtustega.

3. Kuu. Kuu kõrguse õiendamisel valemi üldkuju jääb samaks, kuid Kuu parallaksi p ja nurkraadiust $\frac{d_K}{2}$ peab vaatlema eraldi, kuna Kuul tema läheduse tõttu Maale need õiendid on väga suured ja muutuvad kiiresti; sellejuures võtame Maa kerana, mis laevajuhtimise täpsuse piirides on täiesti lubatav; Maa raadiuse märgime R-ga.

Me osutasime juba §-is 72, et taevakeha, seal hulgas muidugi ka Kuu parallaks muutub kõrgusega, ja et suurima tähenduse parallaks saavutab siis, kui taevakeha on horisondil (horisontaalparallaks ... π); mistahes vahepealsel kõrgusel parallaks $p = \pi \cos h'$.

Seetõttu, et Kuu tiirleb ümber Maa mitte ringi, vaid ellipsit mööda, järelikult ka tema kaugus (D) Maast muutub vahet pidamata, siis Kuu horisontaalparallaks (π) selletõttu muudab ka päevast päeva oma suurust. Kuu horisontaalparallaks on antud almanahhis iga päev Greenwichi keskmise kesköö ($T_{Gr.} = 0^h$) kohta iga kuu esimesel leheküljel.

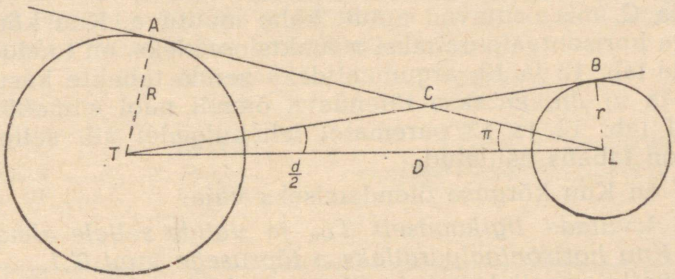
Selle lahtri vaatlemine näitab meile, et Kuu horisontaalparallaksi ööpäevane muutumine on sedavõrd tunduv, et teda almanahhist valida lihtsalt Greenwichi kuupäeva peale ei saa ja valik toimub reeglipäraselt ligikaudse Greenwichi keskmise aja ($T_{Gr.}$) järgi, mis peab olema teada kas või 1—2 tunni täpsusega.

Niiviisi, et saada Kuu seda kõrgusparallaksi (p), mis on vajalik tema kõrguse õiendamiseks, tuleb $T_{Gr.}$ ligikaudse argumendiga valida almanahhist Kuu horisontaalparallaks (π) ja korrutada teda mõõdetud kõrguse koosinusega, kusjuures on küllaldane võtta koosinuse esimesed kolm kohta.

Parallaks kui kõrguse õiend omab alati märki pluss.

Nüüd Kuu nurkraadiusest. Kuu tiirlemise tõttu ümber Maa mööda ellipsit, mitte aga ringi mööda, muutub vahet pidamata

ühes horisontaalparallaksiga (π) ka Kuu nurkraadius ($\frac{d_K}{2}$), mis on vajalik keskpunkti kõrguse saamiseks. Sellejuures on selge, et mida ligemal Kuu on Maale, seda suurem on ka tema horisontaalparallaks ja nähtav nurkraadius. Need kaks väärtust, π ja $\frac{d_K}{2}$, on omavahel lihtsas, joon. 103 kergesti saadavas seoses.



Joon. 103.

Tõepoolest,

$$\sin\pi = \frac{R}{D} \quad \text{ja} \quad \sin\frac{d}{2} = \frac{r}{D}.$$

Neist valemitest, π ja $\frac{d}{2}$ väiksuse korral, saab

$$\frac{d}{2} = \frac{r}{R}\,\pi = k\pi,$$

kus $k = 0{,}273$ — Kuu ja Maa joonraadiuste suhe.

Kuu nurkraadiuse suurus on antud ka almanahhis, iga päeva kohta horisontaalparallaksi kõrval ja valitakse taoliselt viimasega.

Nüüd üldvalem (1) Kuu kohta kirjutatakse niisugusel kujul:

$$h_K = l + ci + s - n - r + \pi\,(\cos h' \mp 0{,}273),$$

järelikult

$$h_{\underline{K}} = l + ci + s - n - r + \pi\,(\cos h' + 0{,}273) = l + ci + s + \sigma_{\underline{K}}$$

$$h_{\overline{K}} = l + ci + s - n - r + \pi\,(\cos h' - 0{,}273) = l + ci + s + \sigma_{\overline{K}}$$

Viimastes valemites σ_K-ga ja $\sigma_{\overline{K}}$-ga on märgitud:

$$\sigma_{\underline{K}} = -n - r + \pi\,(\cos h' + 0{,}273)$$

ja

$$\sigma_{\overline{K}} = -n - r + \pi\,(\cos h' - 0{,}273).$$

Nendes avaldistes n on horisondikallak, mis vastab vaatleja silmakõrgusele ja sõltub viimasest. Nimetanud n_0-ga horisondi kallaku, mis vastab silmakõrgusele 20 jalga, ja Δn_0-ga vahe tõelise kallaku ja n_0 vahel, s. o. $\Delta n_0 = n - n_0$, saame

$$\sigma_{\underline{K}} = \{ - n_0 - r + \pi (\cos h' + 0{,}273)\} - \Delta n_0 = B - \Delta n_0$$

ja

$$\sigma_{\overline{K}} = \{ - n_0 - r + \pi (\cos h' - 0{,}273)\} - \Delta n_0 = C - \Delta n_0.$$

B ja C, mis osutavad ainult kahe muutuva, Kuu kõrguse h' ja tema horisontaalparallaksi π funktsioonideks, on toodud Meretabelite tab. 12 ja 13; argumentideks nende tabelite kasutamisel on h' ja π; Δn_0 antakse täiendava õiendi näol silmakõrgusele, toodud tab. 12 ja 13 paremate lehekülgedel all; selle õiendi märk on tabelis näidatud.

Nii on Kuu kõrguse õiendamiseks vaja:

1. *Arvutada ligikaudselt* $T_{Gr.}$ *ja valida sellele almanahhist Kuu horisontaalparallaks* π *täpsusega kuni 0',1.*
2. *Selle parallaksiga ja Kuu vaadeldud kõrgusega minna tab. 12 või 13 ja valida õiend (B või C).*
3. *Silmakõrguse järgi (a) valida täiendav õiend väikestest tabelitest tab. 12 või 13 all.*

Näide 1. Tähe kõrguse mõõtmisel saadi lugem 32°15',4; *ci* lugem ... 359°59',0; *s* (atestaadist) ...+ 13″; silmakõrgus $a = 36$ jalga.

Arvutada tähe tõeline kõrgus.

lugem l	32°15',4
$ci + s$	+ 1,2
Vaadeldud h'_*	32°16',6
tab. 11	— 7,5
Tõeline h_*	32° 9',1

Näide 2. $l_* = 14°53',2$; *ci* lugem = 360°2',7; $s = -7''$; $a = 24$ jalga.

Vastus: $h_* = 14°42',0$.

Näide 3. $l_* = 67°49',8$; *ci* lugem = 359°57',2; $s = -23''$; $a = 37$ jalga.

Vastus: $h_* = 67°45',9$.

Näide 4. Marsi (♂) kõrguse lugem = 30°0',4; *ci* lugem = 359°57',2; $s = +32''$; $a = 18$ jalga.

Vastus: $h_{♂} = 29°57',9$.

Näide 5. 20./XI mõõdeti Päikese alumise ääre kõrgust ($\underline{P}$), lugem $l =$ = 27°5',3; *ci* lugemid ... 360°37',4 ja 359°33',0; $s = +17''$; $a = 32$ jalga.

Arvutada Päikese tõeline geotsentriline kõrgus.

l	$27^0 5',3$	ci arvestus:
$ci + s$	$-4,9$	$360^0 37',4$
		$359\ 33,0$
$h_{\bar{P}}$	$27^0 0',4$	
Tab. 9	$+8,7$	$720\ 10',4 : 2 = 360^0 5',2$
Täiend . . .	$+0,2$	$ci = 360^0 - 360^0 5',2 = -5',2$
Tõel. geots. $h_{\bar{P}}$.	$27^0 9',3$	

Näide 6. 5./VI mõõdeti Päikese ülemise ääre kõrgust ($\bar{P}$), lugem l ... $49^0 51',2$; ci lugemid ... $360^0 24',8$ ja $359^0 20',6$; s ... $-29''$; $a = 18$ jalga.

Arvutada Päikese tõeline geotsentriline kõrgus.

l	$49^0 51',2$	$360^0 24',8$
$ci + s$	$+6,8$	$359\ 20,6$
$h'_{\bar{P}}$	$49\ 58,0$	$719\ 45,4 : 2 = 359^0 52',7$
Tab. 9	$+11,1$	$ci = 360^0 - 359^0 52',7 = +7',3$
„ 10	$-31,8$	
$h_{\bar{P}}$	$49\ 37,3$	

Näi-ted	Daatum	Äär $\bar{P}$	Lugem l	ci lugemid	s	a jalg.	Vastused $h_{\bar{P}}$
7	12./VIII	$\bar{P}$	$78^0 47',8$	$360^0 35',2$ ja $359^0 30',8$	$+74''$	34	$78^0 55',9$
8	10./X	$\bar{P}$	$58\ 27,6$	$360\ 32,2$ „ $359\ 28,2$	$+29$	28	$58\ 38,3$
9	20./IV	$\bar{P}$	$11\ 29,8$	$360\ 31,2$ „ $359\ 27,0$	-25	26	$11\ 36,7$
10	11./IX	$\bar{P}$	$21\ 5,2$	$361\ 0,2$ „ $359\ 56,4$	$+22$	42	$20\ 12,7$
11	20./XII	$\bar{P}$	$10\ 23,8$	$360\ 32,1$ „ $359\ 27,9$	-4	12	$9\ 59,0$
12	23./II	$\bar{P}$	$83\ 41,7$	$360\ 21,2$ „ $356\ 17,0$	$+37$	30	$83\ 31,5$

Näide 13. 20./XI 1936. a. $\lambda = 43^0$ Ost, umbes 21^h mõõdeti Kuu alumise ääre ($\bar{K}$) kõrgust, lugem l ... $24^0 43',8$; ci lugem $= 360^0 2',3$; s ... $+26''$; $a = 35$ jalga.

Arvutada Kuu tõeline geotsentriline kõrgus.

1) T'_k . . . . . $= 21^h$ 21./XI
λ_0 . . . . . $= 3^h$
$T^v_{Gr.}$ . . . . . $= 18^h$ 21./XI

3) l . . . . . $24^0 43',8$
$ci + s$ . . . . . $-1,9$
$h'_{\bar{K}}$ . . . . . $24\ 41',9$

5) Tab. 12 . . . . . $+60,7$
täiend ($a = 35$ j.) . $-1,4$
$h_{\bar{K}}$ . . . . . $25\ 41,2$

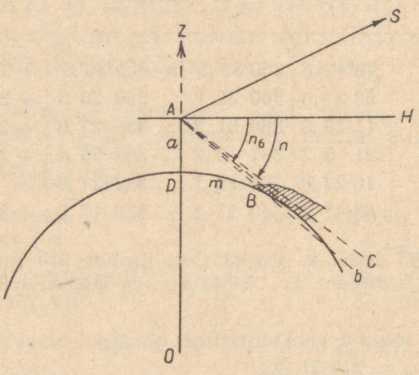
$\pi_{\bar{K}}$
2) alman. $T_{Gr.} = 0^h$ 21./XI . . . $57',1$
$\Delta\pi\ 6^h$ tagasi . . . . . $-0,2$
Vaatl. momendil . . . . . $56,9$
4) $h' = 24^0$, $\pi = 56'$ } tab. 12 . . . . . $59,9$

muut. $0^0,7$ kõrg. . . . . $-0,2$
„ $0',9$ parall. . . . . $+1,0$
õiend . . . . . $+60,7$

Näited	Daatum	Pikkus λ	T_{laeva}	Äär	Lugem l	ci lugem	s	a jalg.	Vastused h_K
14	14./V	42° W	4h	K	41°20′,6	359°58′,5	— 32″	27	41°43′,4
15	30./I	100 W	22	K	12 8,3	359 57,3	+ 11	38	13 14,1
16	12./VIII	155 Ost	5	K	67 41,8	360 1,7	+ 47	48	67 40,0

§ 75. RANNAJOONEST MÕÕDETUD TAEVAKEHADE KÕRGUSTE ÕIENDAMINE.

Ranna läheduses sõites võib juhtuda, et nähtava horisondi joon on kaetud kaldaga (joon. 104), kusjuures kaugus kuni rannajooneni (*m*) on vähem nähtava horisondi kaugusest. Sel puhul võib taevakeha *S* kõrgust mõõta rannajoonelt, s. o. punktilt *B*, kergitatud maarefraktsiooni tõttu asendisse *Ab*; järelikult mõõdetakse nurka *SAb* nurga *SAC* asemel, mida oleks mõõdetud nähtavalt horisondilt, kui viimane ei oleks kaetud kaldaga.



Joon. 104.

Nõndaviisi nurk $x = bAC$ osutub rannajoonelt mõõdetud kõrguse õiendiks, selle kõrguse taandamiseks nähtavale horisondile. Selle nurga *x* suurus sõltub silmakõrgusest *a* ja kaugusest *m* kuni rannajooneni taevakeha asimuudis, ja ta on toodud 1933. a. Meretabelite tab. 16.

Kaugus rannajooneni peab ligikaudselt teada olema, näit. määratud kaugmõõtjaga, võetud kaardilt või kas või silma järgi.

Õiendanud kõrguse tab. 16. õiendiga, tuleb saadud kõrgus nähtavalt horisondilt õiendada tavalises korras, s. o. õienditega tab. 9, 10, 11, 12, 13 ja täiendavatega.

Näide. 15./VII mõõdeti h_P rannajoonelt, kaugus milleni Päikese asimuudis mõõdeti kaugusemõõtjaga, $d = 19$ kbl.; $l = 51^0 10',3$; ci lugemid ... $360^0 35',2$ ja $359^0 31',6$; $s = -29''$; $a = 42$ jalga.

l	$51^0 10',3$
$ci + s$	$-3,9$
h'_P rannajoon	51 6,4
Tab. 16	$-7,0$
h'_P näht. hor.	50 59,4
Tab. 9	$+8,9$
täiend.	$-0,2$
h_P	$51^0 8',1$

KOLMAS JAGU.

PRAKTILINE ASTRONOOMIA.

Peatükk X.

VAATLUSTE VIGU.

§ 76. VAATLUSTE JUHUSLIKEST JA SÜSTEMAATILISTEST VIGADEST.

Igasugused vaatlused, astronoomilised, navigatsioonilised või mistahes teised, olgu see taevakehade kõrguste mõõtmine, *ci* määramine, kella võrdlemine kronomeetriga, kronomeetri õiendi määramine, majakate peilimine kompassi järgi oma koha määramiseks, loginäidud, igasugune kaalumine, pikkuse mõõtmine jm., on alati ja möödapääsematult kaastatud vigadest, suuremal või vähemal määral.

Kõik vaatlustel tehtavad vead jagatakse kahte kategooriasse: juhuslikud ja süstemaatilised. Juhuslikeks nimetatakse selliseid vigu, millede tekkimise põhjused on teadmata; nii näiteks tulistamisel märklaua keskpunkti lastud kuuli kõrvalekaldumine keskpunktist osutub juhusliku iseloomuga veaks; mõõtes nurka halvasti ja korratult valmistatud malli mitmesuguste osadega, me saame mitmesuguseid resultaate, ka need vead me peame lugema juhuslike liiki. Süstemaatilisteks nimetatakse niisuguseid vigu, millede tekkimise põhjusi saab analüüsida ja mõju mõõdetavas suuruses arvestada. Näiteks kui püssi sihik ehk kirp on vääriti, siis kuuli kõrvalekaldumine keskpunktist kujutab süstemaatilise iseloomuga viga, kusjuures see viga on arvessevõetav ja püssi saab isegi parandada; täpselt samuti, kui mõõta mingisugust nurka malliga, õigete jaotustega, kuid ebaõige keskpunkti kohaga, siis lugemid omavad vigu, kuid need vead on analüüsitavad ja arvessevõetavad.

Juhuslike vigade põhiomaduseks ja -tunnuseks osutub see, et mingisuguse suuruse mitmekordsel määramisel nad osutuvad nii positiivseiks kui ka negatiivseiks. Näiteks kui mitmekordsel tulistamisel märklaua pihta kuulid langevad ülemale ja alamale,

vasemale ja paremale märgi keskpunktist, siis need on juhusliku iseloomuga vead ja positiivne viga on sama tõenäoline kui temaga võrdne negatiivne. Siit järeldub, et mõõdetava hulga tõenäolisim ja õigeim suurus, mis on vaba vaatluste juhuslikest vigadest, võrdub keskmise aritmeetilisega kõikidest selle suuruse mõõtmistest; see seisukoht on täiesti õige ainult lõpmata suure arvu mõõtmiste puhul, kuid isegi siis, kui mõõtmiste arv on piiratud, keskmine aritmeetiline nendest kujutab mõõdetud suurust suurema täpsusega, kui iga üksik mõõtmine; kui aga mõõtmine on sooritatud ainult ühekordselt, siis niisugust otsustust täpsuse kohta ei saa olla. Vigade teooria õpetab, et viga mitmekordsete mõõtmiste resultaatide keskmisest aritmeetilisest on pöördvõrdeline vaatluste arvu ruutjuurega. Siit järeldub, et mõõdetav suurus, arvutatud mitmetest mõõtmistest, kui keskmine aritmeetiline, omab seda väiksemat viga, mida suurem on selle suuruse mõõtmiste arv.

Järelikult selleks, et ükskõik missugustel vaatlustel võimalikult paremini vabaneda vaatluste juhuslike vigade mõjust, peab suurendama vaatluste arvu. Sellepärast me osutasimegi sellele, kõneldes varemalt § 69 vaatluste arvust, et kunagi ei pea piirduma ühe kõrgusemõõtmisega, vaid tuleb teha vähemalt 3—5 mõõtmist.

Juhuslikke vigu ei pea segama eksimustega; eksimusteks nimetatakse samuti juhusliku iseloomuga vaatluste vigu, kuid mis küünivad liiga suurte mõõtudeni ja osutuvad kas silmanähtava hooletuse või antud vaatluste eriti ebasoodsate tingimuste tulemuseks. Vaatlus, kus on tehtud eksimus, tuleb täiesti kõrvale heita.

Süstemaatilised vead evivad teissuguseid omadusi. Kui näit. märki tulistamisel ja igakordsel hoolikal sihtimisel märklaua keskpunkti kõik tabamused osutuvad keskpunktist all või paremal, siis see näitab, et mõjub mingisugune püsiv põhjus, kusjuures me võime osutada sellele põhjusele ja kõrvaldada vea esinemise. Täpselt samuti, kui kella õiend on määratud vääriti oletame 5^s võrra, siis märkides selle kella järgi momente vaatlustel ja arvutades nende momentide järgi tunninurki, me saame need alati väärad ühele ja samale poole ning vaatluste arvu suurendamine mingil määral ei vabasta tulemust (keskmist) sellest veast.

On endastmõistetav, et kui vaatlejale on teada, et tema instrumendil on või võib olla seda liiki vigu, siis ta kontrollib instrumenti, määrab selle vea suuruse ja arvestab seda. Kuid praktikas ei ole alati võimalik seda teostada ja tuleb teha vaatlusi

omamata võimalust selle püsiva vea arvestamiseks. Näitena võib tuua samast astronoomiast järgmist: arvutades taevakeha kohalikku tunninurka, tuleb sellesse viia ka pikkus, kusjuures praktikas see pikkus võetakse arvestatav, kaardilt vaatluste momendiks; see pikkus kahtlemata omab mõningat viga, mille suurus on vaatlejale teadmata. Järelikult ka arvutatud tunninurgad osutuvad ebaõigeiks, kuid kuipalju ja kuhupoole — teadmata.

Sel puhul võib asjale abiks olla ja tulemust täpsustada mitte vaatluste arv, vaid nende sooritamise meetod. Nii on navigatsioonist teada, et laeva kohamääramisel kahe peilungi abil ja püsiva vea olemasolul kompassiõiendis (näit. väär deklinatsioon) koht kahtlemata saadakse ebaõige; ühes sellega selle kohamääramise meetodi uurimine näitab, et ühe ja sama vea puhul peilungites ja sama täpsusega peilungite kaardile märkimisel laeva koht saadakse seda täpsemalt ja seda vähema veaga, mida lähemal nurk peilitavate majakate vahel on 90^0-le ja mida lähemal majakad ise on vaatlejale. Samal põhjusel ja samalgi juhul soovitatakse, eriti suure kiiruse puhul, võtta peilungid nõnda: 1-se majaka, 2-se ja siis jälle 1-se peilung ning siis arvutada keskmine kahest 1-se majaka peilungist.

Nagu näeme, seda liiki süstemaatiliste vigade olemasolul, millede esinemise põhjused on teada, tulemuse täpsustamist soodustab ratsionaalselt valitud vaatluste võte ja meetod. Mõnedel üksikjuhtudel õigesti valitud vaatluste meetodiga võib täielikult vabaneda püsiva vea mõjust. Näidet, millega me praktikas pidevalt kohtume, ei ole vaja kaugelt otsida — see on *ci* määramine Päikese järgi: kui teha vaid üks *ci* lugem, siis *ci* omaks püsivat viga, võrdset Päikese diameetriga, ja teades Päikese diameetrit, võiks ka ühe lugemi järgi arvutada *ci*; kui viia kokku Päikese teised ääred ja märkida lugem, siis *ci* omaks samasugust viga, kuid vastupidise märgiga; kui aga võtta mõlemad lugemid ja arvutada keskmine ja tema järgi *ci*, siis taoliselt arvutatud *ci* oleks vaba sellest süstemaatilisest veast, võrdsest Päikese diameetriga, milline ka viimase suurus ei oleks.

Nii siis: vaatluste juhuslike vigade mõju vähendatakse vaatluste arvu suurendamisega (kordamisega), süstemaatiliste (püsivate) vigade mõju vähendatakse ratsionaalse vaatlusesemete valikuga ja antud juhul parima vaatlusmeetodi rakendamisega.

Ükskõik millist liiki vigu vaatlustel ka ei esineks, juhuslikke või süstemaatilisi, või mõlemaid koos, kuid kui neid vaatlusi kasutatakse edasiseks laiuse ja pikkuse arvutamiseks — see aga

nimelt osutubki meresõidu-astronoomia peamiseks ülesandeks — siis muidugi arvutamiste resultaat, laius ja pikkus osutuvad samuti ekslikeks, kusjuures viga tulemuses võib osutuda väiksemaks või suuremaks vaatluste veast. Seepärast enne kui asuda laiuse ja pikkuse määramisviiside esitusele, on otstarbekohane uurida kaht küsimust:

1. Kui suured võivad olla vead mitut liiki astronoomilistel vaatlustel ja millised võivad olla vead neis andmeis, mida tavalisesti kasutatakse astronoomiliste ülesannete lahendamiseks?

2. Millisel määral need vead mõjuvad arvutamiste tulemuse täpsusele, teisiti öeldes — missugune on saadud resultaadi usutavus?

Sellest uurimusest suudame analüüsi teel lahendada ka tegelikult huvitavaima küsimuse selle kohta, missuguseid tingimusi peab täidetama, et vaatlustel vältimatud vead vähimal määral mõjutaksid otsitava resultaadi täpsust.

Kahjuks nende küsimuste analüüsimisel me ei saa baseeruda sellele, mida meile seks puhuks annab teadus vigade teooriast ja tõenäosuse teooriast; me arvestame vaid suurimate tegelikult võimalike vigadega.

§ 77. ASTRONOOMILISTE ÜLESANNETE LAHENDAMISEKS KASUTATAVATE SUURUSTE VIGU.

Peaaegu kõik meresõidu astronoomia ülesanded lahendatakse taevakeha polaarkolmnurga abil; viimase lahendamine aga teatavasti on võimalik tema kolme tuntud elemendi (osa) olemasolul. Neid mitmesugustes kombinatsioonides kolmnurga lahendamiseks vajalikke elemente võib saada ehk, kui nii võib väljenduda, hankida mitmesugusel teel: laius võetakse alati kaardilt vaatluste momendiks; deklinatsioon võetakse almanahhist; kõrgus saadakse tema mõõtmise teel sekstandiga ja lõpuks tunninurk (kohalik) arvutatakse ühel või teisel vaatlusel märgitud momendi järgi, eeldades teadaolevat kella õiendit Greenwichi keskmise aja suhtes ja pikkust (kaardilt).

Vaatame, missuguseid vigu võib omada igaüks neist suurustest.

A. Päikese või tähe kõrgus.

Teatavasti Päikese kõrguse mõõtmisel tema äär viiakse vaatlustorus puutesse nähtava horisondi joonega. Katsed näitavad,

et normaalne inimsilm võib näha eraldatuna kaht punkti, kui nurkkaugus nende vahel on 1′ ja enam (terav silm hindab nurki kuni 0′,4—0′,5). Võib arvata, et samase täpsusastmega on märgatav Päikese ääre puude horisondijoonega; teiste sõnadega, Päikese ääre ja horisondi joone vahel võib tegelikult olla 1′ suurune nurk, kuid keskmise silmateravusega vaatlejale näib, et Päike puudutab horisondijoont; täpselt samuti teisel juhul samale vaatlejale Päike näib puudutavat horisonti, kuna tõeliselt Päike on juba nihkunud horisondi peale 1′ võrra.

Kui nõnda vaatlusi sooritada palja silmaga, vaatlustoruta, siis tuleb seda viga lugeda maksimaalselt võrdseks 1′. Astronoomilise toru kasutamisel vaatlustel, mis tavalisesti annab 6—8-kordset suurendust, see viga väheneb sama arvu kordi. Järelikult vaatlustel astronoomilise toruga Päikese ääre horisondi puute viga tuleb lugeda ligikaudu 0′,13—0′,17; võtame tema $\mp$ 0′,2, s. o. $\Delta h_{\text{puute}} = \mp$ 0′,2.

Edasi märgitakse lugem. Nooniuse teooriast on teada, et lugemi täpsus nooniusel võrdub nooniuse poole karakteristikuga. Oletades sekstanti nooniuse karakteristikuga 0′,2, saame lugemi täpsuse nooniusel $\mp$ 0′,1, s. o. $\Delta h_{\text{lug.}} = \mp$ 0′,1.

Siis lugem õiendatakse instrumendi- ja indeksiveaga. Indeksivea määramisel nähtavasti viga mõlema ääre puutesseviimisel võib osutuda samasuguseks, kui Päikese ääre puutel horisondiga, s. o. $\mp$ 0′,2, ja iga lugem omakorda võib evida viga $\mp$ 0′,1.

Eeldades soodsaimaid tingimusi, kui kõik need vead liituvad (sama märgiga), näeme, et viga *ci* määramisel võib küündida kuni $\mp$ 0′,3, s. o. $\Delta h_{\text{ci}} = \mp$ 0′,3.

Eeldades, et sekstant on täiesti korras, mitte kulunud ja varustatud atestaadiga, mis annab instrumendivea suuruse mitmesuguste lugemite jaoks, ja võttes arvesse interpoolimise möödapääsmatust saadud lugemile, võib arvata, et viga *s* kunagi ei ületa 0′,1, s. o. $\Delta h_{\text{s}} = \mp$ 0′,1.

Märkus: Kui sekstant on vana ja kulunud, või kui teda ei ole korrapäraselt hooldatud, võib see viga olla tunduvalt suurem.

Selliselt võib viga Päikese vaadeldud või mõõdetud kõrguses küündida suuruseni: $\Delta h_{\text{vaad.}} = \Delta h_{\text{puute}} + \Delta h_{\text{lug.}} + \Delta h_{\text{ci}} + \Delta h_{\text{s}} = \mp$ 0′,7, s. o. jämedalt võib võtta, et viga Päikese vaadeldud kõrguses ei ületa $\mp$ 1′.

Edasi teatavasti mõõdetud kõrgus õiendatakse tab. 9 (ehk 9 ja 10 P jaoks) ja just neist õiendeis peitubki saadava Päikese tõelise kõrguse vigade peaallikas.

Tab. 9 õiend koostub astronoomilisest refraktsioonist, horisondi kallakust, nurkraadiusest ja parallaksist.

Tabeli koostamisel astronoomiline refraktsioon on võetud keskmisena, s. o. vastavana atmosfääri keskmisele seisule õhurõhu $B = 760$ mm ja temperatuuri $t = 10^0$ C juures. Rakendades teatud ettevaatusvahendeid, milledest oli juttu omal kohal, s. o. mitte mõõtes taevakehade kõrgusi alla 10^0, võib lugeda, et see keskmine (tabeli) refraktsioon on küllaldaselt lähedane tema tegelikule suurusele. Seejuures on mõistetav, et temperatuuri langemine ja õhurõhu suurenemine suurendavad refraktsiooni suurust; temperatuuri tõusmisel ja õhurõhu langemisel aga refraktsiooni suurus väheneb, kuid refraktsiooni muutumised nendel põhjustel on äärmiselt tähtsusetud: taevakehade keskmiste kõrguste 30^0—50^0 juures (refraktsioon teatavasti sõltub taevakeha kõrgusest) temperatuuri kõikumine ühele või teisele poole keskmisest (10^0 C) 20^0 võrra mõjutab refraktsiooni muutumist vaevalt vaid 0′,15 võrra; tegelik baromeetriseisu erinevus keskmisest (760 mm) aga mõjutab refraktsiooni veel vähemal määral.

Nurkraadius tab. 9. koostamisel on võetud keskmine (32′), mis erineb tegelikust antud päeva nurkraadiusest mingisuguse suuruse võrra, mis ei ületa 0′,3; kasutades aga täiendavat Päikese nurkraadiuse muutumise õiendit, saame Päikese nurkraadiuse juba veata (ainult tabeli interpoolimisest $\Delta \frac{d}{2} = \mp 0',05$).

Päikese parallaksi — mis omab suurimat tähendust (0′,1) $h = 0^0$ juures ja väheneb kõrgusega — võib lugeda tabelisse võetuks samuti veata ($\Delta p = \mp 0',05$).

Suurimat viga aga, nagu näitavad katsed ja uurimused, võib evida horisondi kallak. Tabel 9. koostamisel horisondi kallak mitmesuguste silmakõrguste jaoks on arvutatud täpse valemiga

$$n = \frac{1-k}{\sin 1'} \cdot \sqrt{\frac{2}{R}} \cdot \sqrt{a}\,.$$

Selles valemis k on maarefraktsiooni koefitsient, võetud võrdsena tema keskmise suurusega 0,08.

Analüüs näitab, et mitmesugustel põhjustel just koefitsiendi k suurus kõigub laiades piirides ja võib tegelikult kaunis tunduvalt erineda tabeli koostamisel võetud suurusest 0,08. Astronoom W. Fuss'i vaatluste põhjal selle koefitsiendi suuruse täheldatavate muutumiste peamiseks põhjuseks osutub temperatuuride vahe: õhk — vesi. Rida vaatlusi ja uurimusi võimaldas kindlaks määrata selle vahe mõju horisondi kallaku suurusele, ja tab. 15 on antud õiend temperatuuride vaheks: õhk — vesi; selle õien-

diga tuleb eelnevalt õiendada taevakeha vaadeldud kõrgust; edasine õiendamine aga sooritatakse normaalselt tab. 9 (või 9 ja 10) abil.

Muide tabeli autor ise osutab, et kaugeltki alati see temperatuuride vahe õiend ei anna paremust. Seepärast edaspidistel ülesannete lahendamisel me seda tabelit ei kasuta.

Kuid igatahes selle õiendi olelus ja tema kaunis tunduv suurus näitab, et normaalsel kõrguste õiendamisel tab. 9 ja 10 õienditega viga võib küündida kuni 2—3′, — selles peitubki kõrguste õiendamise peamine võimalik viga (on teada juhtumeid, kui see viga tõusis kuni 10′ ja enam).

Nõnda tuleb kõige öeldu põhjal lugeda, et pärast tavalisi õiendusi Päikese tõeline kõrgus võib evida viga kuni 3′ (keskmiselt).

Tähtede tõelise kõrguse arvutatavat täpsust soodsatel vaatlustingimusil, s. o. hästinähtava horisondiga (näit. videvikus) tuleb lugeda samasuguseks. Ebaselge horisondiga või kui horisondijoon pimedal ööl üldse pole nähtav, tähe kõrguse mõõtmise täpsus langeb tunduvalt ja võib ulatada kuni 10 minutini ja enam.

Et pääseda sellest horisondi kallaku veast, võib minna kahte teed: kas kasutada seadist, mis võimaldab määrata tõelist horisondi kallakut vaatluste momendil ja siis kõrguste õiendamiseks võtta juba see kallak, mitte aga teoreetiline, Meretabelite tab. 14 eraldi toodud ja tab. 9, 11, 12 ja 13 võetud, või kasutada erilist sekstanti, mis mõõdab taevakeha kõrgust mitte nähtavalt, vaid tõeliselt horisondilt.

Esimest liiki seadistest me juba mainisime § 71 (horisondi kallak) Pulfrich'i seadist. Mis puutub aga teist liiki, siis peab ütlema, et nende sekstantide täpsus on tunduvalt väiksem tavalise sekstandi täpsusest.

B. Päikese ja tähe tunninurga arvestus.

Teatavasti arvestatakse tunninurk valemitega:

Päikese . . . . $t_{Pk} = m + u + E \mp \lambda_0{}^w$
tähe . . . . . $t_{*k} = m + u + R \mp \lambda_0{}^w - \alpha_*$

Moment märgitakse kella järgi tavalisesti kuni 1^s, s. o. märgitud moment võib sisaldada viga $\mp 0^s,5$; $\Delta t_m = \mp 0^s,5$.

Alati kuni $0^s,1$ teadaolev kellaõiend võetakse tavalisesti samuti täissekundites, s. o. $\Delta t_u = \mp 0^s,5$.

Almanahhist täpsusega kuni $0^s,1$ valitavad E ja R, kui neid pärast ümardada kuni 1^s, võivad omada viga samuti $\mp 0^s,5$, s. o. $\Delta t_E = \Delta t_R = \mp 0^s,5$. α_* suurused antakse almanahhis tervetes sekundites, s. o. nad võivad samuti omada viga $\mp 0^s,5$.

Nende vigade summa annab:

Päikese . . . . $\Delta t_P = \mp 1^s,5$
tähe . . . . . $\Delta t_* = \mp 2^s$.

Lõpuks mõjutab viga arvestatavas tunninurgas veel ka viga pikkuses, mis võetakse kaardilt vaatluste momendiks. See viga võib sõltuvalt olukordadest küündida tunduva suuruseni ja kaunis tuntavalt mõjuda arvutatavale tunninurgale. Näiteks sõidul laiuses $\varphi = 60^0$ ja kaardilt võetud koha pikkuse veaga 1 miil, viga tunninurgas võrdub 8^s, s. o. ületab tunduvalt kõik ülaltoodud vead. Kestvatel sõitudel ja kindlate observatsioonide puudumisel see viga muidugi võib olla veel palju suurem.

C. Koha laius.

K o h a l a i u s võetakse samuti kaardilt ja tema vea suhtes peab ütlema sedasama, mis ülal on öeldud pikkuse kohta, vaid selle vahega, et laiusvea miilide arv kujutabki laiusvea minutite arvu.

D. Deklinatsioon.

Almanahhist valitavat d e k l i n a t s i o o n i — Päikese või tähe — võib lugeda teatavaks täpsusega mitte vähem $0',1$.

Lõpuks tuleb mainida veel ühte vaatluste viga, mis esineb laevajuhtimise praktikas, s. o. viga kompassiõiendi määramiseks võetud Päikese või tähe peilungis.

See viga sõltub paljudest vaatlusi kaaslevatest asjaoludest: niidi seadmise täpsusest taevakehale (Päikese tsentrile), asimuutringi horisontaalsest asendist peilimise momendil, peilungi lugemise kiirusest kaarekodarikul jt. — kõik see annab vigu, mille arvulist suurust vaevalt on võimalik arvestada. Praktika näitab, et vahetult (peeglita) võetud kompassipeilungi täpsust vaevalt võib lugeda üle $\mp 0^0,5$, ja vaid kogenud, treeninud vaatlejail võib tõusta kuni $\mp 0^0,2$—$0^0,3$. Kui aga taevakeha omab suurt kõrgust ja peilimine on võimalik ainult peegli või prisma abil, siis peilimise viga suureneb kaunis tunduvalt, mispärast kompassiõiendi määramiseks tuleb taevakehi vaadelda väikestes kõrgustes, **kasutamata peegleid.**

§ 78. VAATLUSVIGADE MÕJUST SAADAVALE RESULTAADILE JA SOODSAMAIST TAEVAKEHADE VAATLUSTINGIMUSIST ASTRONOOMIA SELLE VÕI TEISE ÜLESANDE LAHENDAMISEKS.

Nüüd vaatleme, millisel määral üks või teine ülalvaadeldud vigadest mõjub: a) laiusele, b) pikkusele ja c) taevakeha asimuudile (kompassi õienduseks).

Kogu uurimuse ja vajalike valemite tuletamised sooritame analüütiliselt.

1. Millisel määral viga taevakeha mõõdetavas kõrguses mõjub selle kõrguse järgi arvutatavale laiusele.

Oletame deklinatsiooni ja tunninurga veatuiks.

Võtame laiust kõrgusega siduva põhivalemi,

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$

ja diferentsime ta h ja φ järgi; saame:

$$\cos h \cdot \Delta h = \cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \Delta \varphi - \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t \cdot \Delta \varphi,$$

kust

$$\Delta \varphi = \frac{\cos h}{\cos \varphi \cdot \sin \delta - \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t} \Delta h.$$

Tuues nimetajas $\cos \delta$ sulgude taha ja märkides (taevakeha polaarkolmnurgast), et sulgudesse jääv suurus $\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta - \sin \varphi \cdot \cos t$ võrdub $\operatorname{ctg} A \cdot \sin t$, peale asendamist saame:

$$\Delta \varphi = \frac{\cos h}{\cos \delta \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \sin t} \cdot \Delta h.$$

Selles valemis $\frac{\cos h}{\cos \delta} = \frac{\sin t}{\sin A}$ (samast polaarkolmnurgast), sellepärast

$$\Delta \varphi = \frac{\sin t}{\sin A \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \sin t} \cdot \Delta h$$

ehk lõplikult:

$$\Delta \varphi = \sec A \cdot \Delta h. \qquad (1)$$

Mõistes selles valemis Δh all võimalikku viga kõrguses, ja $\Delta \varphi$ all — sellest tekkivat viga laiuses, järeldame, et kui laiuse määramiseks mõõdetakse taevakeha kõrgust, siis kõrguse mõõtmist peab sooritama võimalikult lähedal vaatleja meridiaanile, s. o. taevakeha ülemise ja alumise kulminatsiooni momendi ligidal ($A = 0^\circ$ ehk $180^\circ \ldots \Delta \varphi_{\min} = \mp \Delta h$).

Kui vaatlusi teostatakse ööse l, siis on igal ajal võimalik valida meridiaani ligidal asetsevat tähte; Päikese abil aga tuleb sooritada vaatlusi laiuse leidmiseks keskpäeva ümber või kesköö l, kui see on teostatav ja kui $h_P > 10^0$.

2. Millisel määral viga tunninurgas mõjutab selle tunninurga abil arvutatavat laiust.

Märkus: Viga tunninurgas on samaväärne veaga pikkuses.

Nüüd loeme veatuks ja püsivaks δ ja h (ehk $z = 90^0 - h$), ja oletame, et taevakeha C tunninurk evib mõnesugust viga Δt.

Diferentsides sama põhivalemit φ ja t järgi, saame:

$$\Delta t = \frac{\sin\delta \cdot \cos\varphi - \cos\delta \cdot \cos t \cdot \sin\varphi}{\cos\varphi \cdot \sin t \cdot \cos\delta} \cdot \Delta\varphi.$$

Selles valemis jagame lugeja ja nimetaja $\cos\delta$-ga ja märkides polaarkolmnurgast, et $\operatorname{tg}\delta \cdot \cos\varphi - \cos t \cdot \sin\varphi = \operatorname{ctg} A \cdot \sin t$, saame peale asendamist:

$$\Delta t = \frac{\operatorname{ctg} A \cdot \sin t}{\cos\varphi \cdot \sin t} \cdot \Delta\varphi$$

ehk lõplikult:

$$\Delta\varphi = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg} A \cdot \Delta t. \qquad (2)$$

See valem annabki vajaliku seose tunninurga vea Δt ja sellest tekkiva vea vahel laiuses ($\Delta\varphi$). Omades mistahes kindla suurusega viga Δt, viga $\Delta\varphi$ on seda väiksem, mida väiksem on korrutaja $\operatorname{tg} A$. Kui $A = 0^0$ või 180^0, s. o. kui taevakeha on meridiaanil, meil on:

$$\Delta\varphi = 0,$$

järelikult, kui taevakeha on meridiaanil, s. o. kui laiuse määramiseks mõõdetakse taevakeha meridiaankõrgust, siis tunninurga viga mingit mõju määratavale laiusele ei avalda ja laius määratakse täpseimalt.

Korrutaja $\cos\varphi$ osutab, et kui taevakeha ei ole vaadeldud meridiaanil, siis laius arvutatakse seda täpsemalt, mida suurem on laius ise.

Öeldu sellest, et taevakeha vaatlusel tema kulminatsiooni ligidal viga tunninurgas ei mõju arvutatavale laiusele, on kergesti tõestatav lihtsalt näitlike kaalutlustega: tõepoolest, taevakeha liigub ju kulminatsiooni ümber paralleelselt horisondiga, muutmata oma kõrgust; see aga tähendab, et kui mõõdetakse taevakeha kõrgust mõni sekund enne või pärast kulminatsiooni, siis mõõt-

mise tulemus on üks ja seesama ning laius arvutatakse samuti üks ja seesama, s. o. ei sõltu veast ajas (tunninurgas).

Oeldu põhjal mõlema vea mõjust nendime lõplikult:

Laiuse määramiseks peab vaatlema taevakeha vaatleja meridiaanil.

3. Millisel määral viga mõõdetud kõrguses mõjutab määratavat pikkust.

Märkus: Kuna pikkuse määramine seisneb taevakeha tunninurga arvutamises, siis viga tunninurgas võrdubki veaga pikkuses; sellepärast me vaatlemegi selle vea mõju tunninurgale.

Laiust ja deklinatsiooni loeme nüüd veatuks.

Diferentsides sama põhivalemit $\sin h$, saame:

$$\cos h \cdot \Delta h = -\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t \cdot \Delta t,$$

kust

$$\Delta t = -\frac{\cos h}{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t} \cdot \Delta h.$$

Pöördudes taevakeha polaarkolmnurgale ja märgates, et

$$\frac{\cos h}{\cos \delta} = \frac{\sin t}{\sin A},$$

meil on peale asendamist:

$$\Delta t' = -\frac{1}{\cos \varphi \cdot \sin A} \Delta h$$

ehk lõplikult:

$$\Delta t = \Delta \lambda = -\sec \varphi \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \Delta h. \qquad (3)$$

Sellest valemist nähtub, et mõninga vea puhul mõõdetud kõrguses Δh viga tunninurgas ehk arvutatavas pikkuses on seda väiksem, mida lähemal asimuut (A) on 90^0-le.

Siit järgneb, et pikkuse parimaks määramiseks peab taevakeha kõrgust mõõtma 1-se vertikaali ligidal.

Samast valemist nähtub, et teiste võrdsete tingimuste puhul tunninurk, järelikult ka pikkus, määratakse seda täpsemalt, mida väiksem on laius φ; kui aga $\varphi = 90^0$, siis $\sec \varphi = \infty$, $\Delta t = \infty$, mis analüütiliselt osutab pikkuse määramise võimatusele poolusel, ja mis on ka endast mõistetav.

Kirjutame valemi (3) sellisel kujul:

$$\Delta h = -\cos \varphi \cdot \sin A \cdot \Delta t. \qquad (4)$$

See viimane valem määrab kõrguse muutumise suuruse sõltuvalt taevakeha tunninurgast, ehk teisiti öeldes, sõltuvalt sellest, kui kiiresti muutub kõrgus ajaga, samuti aga ka selle muutumise iseloomu. Tõepoolest, 90^0 lähedaste asimuutide puhul $\sin A$ muutub väga vähe ja naturaalsuuruste tabelid näitavad meile näiteks, et täpsusega kuni 0,001 nurkade siinused alates $88^0{,}2$ ja järelikult kuni 91,8 — võrduvad ühega; väljaspool neid piire nad muutuvad, kuid algul väga aeglaselt. Sellepärast 90^0-lähedaste asimuutide puhul sin A-d võib lugeda püsivaks suuruseks: $\cos \varphi$ on antud laiuse jaoks samuti püsiv suurus ja neil tingimustel võib kirjutada:

$$\Delta h = k \cdot \Delta t,$$

kus

$$k = \cos \varphi \cdot \sin A = \text{const.}$$

Siit nähtub, et 1-se vertikaali juures kõrgus muutub võrdeliselt ajaga ja kõikidel taevakehadel ühesuguselt (sõltumata δ-ist). Sellepärast, kui mõõta 1-se vertikaali juures mitu kõrgust teineteise järel ja igal mõõtmisel märkida moment kella järgi, siis mõõdetud kõrgustest keskmine vastab märgitud momentide keskmisele.

Ühtlasi õpetab vigade teooria, et mitme mõõdetud kõrguse keskmine, samuti kui märgitud momentide keskmine, evib tunduvalt suuremat täpsust, kui iga üksik mõõtmine; seepärast sellistel juhtudel tuleb alati võtta mitu kõrgust (3—5) ja momenti ja edasi lahendada ülesannet keskmise kõrguse ja keskmise momendi järgi.

Teine on asi, kui taevakeha on meridiaani ligidal ja tema asimuut on lähedane 0^0 või 180^0; väikeste nurkade juures siinus kasvab kiiresti ja teda ei saa isegi kitsastes piirides võtta püsiva suurusena, ja ühtlase ajavahemiku korral, s. o. tunninurga ühtlasel muutumisel, kõrgus muutub ebaühtlaselt, järelikult ka keskmisele momendile ei vasta keskmine kõrgus. Seepärast mõõtes näiteks ligimeridiaankõrgusi laiuse määramiseks ja märkides nende momente, ei saa ülesannet lahendada keskmise kõrguse ja keskmise momendi järgi, vaid tuleb iga kõrguse jaoks arvutada laius temale vastava momendi järgi ja siis juba võtta kõikidest arvutatud laiustest keskmine.

4. Millisel määral viga laiuses mõjutab määratavat pikkust.

Märkus. Me vaatleme selle vea mõju taevakeha tunninurgale, kuna viga pikkuses võrdubki veaga tunninurgas.

Veatuks loeme δ ja h (ka $z = 90^0 - h$).

Meil oli juba valem (2) $\Delta\varphi = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg} A \cdot \Delta t$, mis väljendas laiusevea sõltuvust veast tunninurgas (pikkuses); kirjutanud sama valemi kujul:

$$\Delta t = \Delta\lambda = \sec\varphi \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \Delta\varphi, \qquad (4)$$

me saamegi otsitava sõltuvuse väljendi.

Selle valemi analüüs näitab, et viga tunninurgas (ehk pikkuses) on väikseim siis, kui $A \mp 90^0$, kuna siis $\operatorname{ctg} A = 0$ ja $\Delta t = 0$. Järelikult pikkus arvutatakse seda täpsemalt, mida lähemal 1-sele vertikaalile on taevakeha vaadeldud; kui aga taevakeha on vaadeldud 1-sel vertikaalil endal, siis laiuseviga ei avalda mingisugust mõju määratavale pikkusele.

Valemis (4) korrutaja sec φ olemasolu näitab, nagu eelmiselgi juhul, et teiste võrdsete tingimuste puhul pikkus määratakse seda täpsemalt, mida väiksem on laius φ. Kui $\varphi = 90^0$, siis $\sec\varphi = \infty$ ja $\Delta t = \infty$, mis näitab pooluse pikkuse määramise võimatust.

Üldkokkuvõte laiuse- ja tunninurga- (pikkuse-) vigade küsimusest.

Valemite analüüs laiuse suhtes (1) ja (2) ja tunninurga ehk pikkuse suhtes (3) ja (4) — juhindab meid, millise **töömeetodiga** saab tõsta määratava laiuse või pikkuse täpsust.

Võtame näiteks valemi (1) ... $\Delta\varphi = \sec A \cdot \Delta h$; kuna $\sec 0^0 = +1$, aga $\sec 180^0 = -1$, siis on selge, et kui määrata laiust kahe taevakeha meridiaankõrguse abil: ühe asimuudis Nord (φ_1), teise aga asimuudis Süd ... (φ_2), ja oletada võrdset viga mõlema taevakeha mõõdetud kõrgustes, siis 1-se taevakeha järgi saame $\varphi = \varphi_1 + \Delta h$, teise järgi $\varphi = \varphi_2 - \Delta h$; siis lõplikult $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$. Sedasama ütleb ka valem (3) korrutaja tg A olemasolu tõttu.

Vähe sellest: kuna ligimeridiaankõrgusi võib võtta nii enne kui ka pärast kulminatsiooni, s. o. West- ja Ost-tunninurkade juures, ja kuna $t_{ost} = 23^h - t_w$, siis on selge, et üks ja sama viga tunninurgas (eeldatakse alati W-tunninurki), järelikult ka $\Delta\varphi$, omab isesuguseid märke ligimeridiaankõrguste vaatlustel enne ja pärast kulminatsiooni. Siit järeldub: et vabaneda tunninurgavea mõjust, tuleb võtta ligimeridiaankõrgusi enne ja pärast keskpäeva ja arvutanud iga kõrguste rühma järgi laiuse (φ_1 ja φ_2), võtta nendest keskmine $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

Analoogiliselt valemeist (3) ja (4) võib nentida, et täpseimaks pikkuse määramiseks, sõltumata Δh-st, peab teda määrama kaks korda: taevakeha järgi Ost- ja West-vertikaali juures, ja siis võtta keskmine:

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}.$$

5. Millisel määral viga tunninurgas (pikkuses, momendis) mõjub arvutatavale taevakeha asimuudile.

Loeme laiuse φ ja deklinatsiooni δ veatuiks.

Võtame valemi, mis seob asimuudi tunninurga, laiuse ja deklinatsiooniga, s. o.

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin t = \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \varphi - \sin \varphi \cdot \cos t$$

ja diferentsime ta A ja t järgi; saame:

$$-\frac{\sin t}{\sin^2 A} \cdot \Delta A + \operatorname{ctg} A \cdot \cos t \cdot \Delta t = \sin \varphi \cdot \sin t \cdot \Delta t,$$

siit:

$$\Delta A = \frac{(\cos t \cdot \operatorname{ctg} A - \sin \varphi \cdot \sin t) \cdot \sin^2 A}{\sin t} \cdot \Delta t.$$

Viies sin A (1-ses astmes) sulgudesse, saame:

$$\Delta A = (\cos t \cdot \cos A - \sin \varphi \cdot \sin t \cdot \sin A) \cdot \frac{\sin A}{\sin t} \cdot \Delta t.$$

Kuid sfäärilise trigonomeetria 4-nda valemi (nurga cos) järgi märgime, et $-\cos t \cdot \cos A + \sin t \cdot \sin A \cdot \sin \varphi = \cos q$, järelikult

$$\Delta A = -\cos q \cdot \frac{\sin A}{\sin t} \cdot \Delta t.$$

Asendades selles viimases valemis suhte $\frac{\sin A}{\sin t}$ suhtega $\frac{\cos \delta}{\cos h}$ (sest et $\frac{\sin A}{\sin t} = \frac{\cos \delta}{\cos h}$), saame lõplikult:

$$\Delta A = -\cos \delta \cdot \cos q \cdot \sec h \cdot \Delta t. \qquad (5)$$

Valemist (5) nähtub, et ΔA on seda väiksem, mida väiksem on teistel samadel tingimustel sec h, s. o. mida väiksem on vaadeldava taevakeha kõrgus.

6. Millisel määral viga laiuses mõjub arvutatavale asimuudile.

Võtnud valemi

$$\operatorname{ctg} A \cdot \sin t = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta - \sin \varphi \cdot \cos t$$

ja diferentsinud ta A ja φ järgi, saame:

$$-\frac{\sin t}{\sin^2 A} \cdot \Delta A = (-\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta - \cos \varphi \cdot \cos t) \cdot \Delta \varphi,$$

kust

$$\Delta A = \frac{\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta + \cos \varphi \cdot \cos t}{\sin t} \cdot \sin^2 A \cdot \Delta \varphi. \qquad (a)$$

Valemist $\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$ järgneb, et

$$\cos \varphi \cdot \cos t = \frac{\sin h - \sin \varphi \cdot \sin \delta}{\cos \delta}.$$

Asetades selle korrutise väärtuse valemisse (a), saame:

$$\Delta A = \frac{\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta + \dfrac{\sin h - \sin \varphi \cdot \sin \delta}{\cos \delta}}{\sin t} \cdot \sin^2 A \cdot \Delta \varphi = \frac{\sin h \cdot \sin^2 A}{\cos \delta \cdot \sin t} \cdot \Delta \varphi.$$

Asendades viimases valemis $\frac{\sin A}{\sin t}$ suhtega $\frac{\cos \delta}{\cos h}$, peale taandamist saame:

$$\Delta A = \sin A \cdot \operatorname{tg} h \cdot \Delta \varphi. \qquad (6)$$

Viimasest valemist nähtub jällegi, et viga asimuudis on seda väiksem, mida väiksem on taevakeha kõrgus.

Niiviisi määrame lõplikult kindlaks, et ka kompassiõiendit peab alati määrama väikest kõrgust omava (horisondi lähedase) taevakeha abil.

Ülaltoodud valemid (1)—(6) lubavad mitte ainult selgitada ja püstitada soodsaimaid tingimusi taevakehade vaatlustel selle või teise ülesande lahendamiseks, vaid arvestada ka viga arvutatavas suuruses mitmesugustel vaatlustingimustel.

Sel otstarbel tuuakse alamal suuruste tabelid:

1. $\sec A$ . . . . . $\frac{\Delta \varphi}{\Delta h}$ jaoks
2. $\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} A$ . . . . . $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ "
3. $\sec \varphi \cdot \operatorname{cosec} A$ . . . . . $\frac{\Delta t}{\Delta h}$ "
4. $\sec \varphi \cdot \operatorname{ctg} A$ . . . . . $\frac{\Delta t}{\Delta \varphi}$ "

Tabelites antud suurused osutuvad arvulisteks koefitsientideks, milledega tuleb korrutada antud vaatlustel võimaliku vea suurust kõrguses, laiuses või taevakeha tunninurgas sellest tekkiva vea suuruse määramiseks laiuses või pikkuses.

Tabel 13.

Suurused $\sec A$ . . . . . $(\frac{\Delta \varphi}{\Delta h})$

A	$\sec A$	A	$\sec A$	A	$\sec A$	A	$\sec A$	A	$\sec A$
0°	1,0	25°	1,1	50°	1,6	72	3,2	82°	7,2
5	1,0	30	1,2	55	1,7	74	3,6	84	9,6
10	1,0	35	1,2	60	2,0	76	4,1	86	14,3
15	1,0	40	1,3	65	2,4	78	4,8	88	28,7
20	1,0	45	1,4	70	2,9	80	5,8	90	∞

Tabel 14.

Suurused $\cos \varphi \operatorname{tg} A$ . . . . . $(\frac{\Delta \varphi}{\Delta t})$

φ \ A	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
0	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
10	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
15	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
20	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5
25	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5
30	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5
35	0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
40	0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4
45	0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4
50	0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4
55	0	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3
60	0	0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3
65	0	0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
70	0	0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2
75	0	0	0	0,1	0,1	0,1	0,1
80	0	0	0	0	0,1	0,1	0,1
85	0	0	0	0	0	0	0,1
90	0	0	0	0	0	0	0

Näide 1. Milline on viga määratavas laiuses, kui võimalik viga kõrguses võrdub $\mp 1',5$, vaatlusi aga tehti asimuudis SW 10°?

Tabelist 14 $\sec 10^0 = 1,0$, pärast seda $\Delta\varphi = \mp 1',5 \cdot 1,0 = \mp 1',5$.

Näide 2. Milline on viga pikkuses (tunninurgas), kui taevakeha vaadeldi asimuudis NW 70°, kusjuures võimalik viga kõrguses võrdub $\mp 0',7$? Vaatleja laius $\varphi = 44^0$ N.

Tabelist 16 φ ja A järgi valime suuruse 1,5, mille järel

$$\Delta\lambda\,(\Delta t) = \mp 0',7 \cdot 1,5 \cong \mp 1',0.$$

Tabel 15.

Suurused sec φ cosec A . . . . . $(\frac{\Delta t}{\Delta h})$

φ \ A	90	85 / 95	80 / 100	75 / 105	70 / 110	65 / 115	60 / 120	55 / 125	50 / 130
0°	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3
5	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3
10	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3
15	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4
20	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4
25	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4
30	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5
35	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6
40	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7
45	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8
50	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0
55	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3
60	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,6
65	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,9	3,1
70	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	3,8
72	3,2	3,2	3,3	3,4	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2
74	3,6	3,8	3,7	3,8	3,8	4,0	4,2	4,4	4,7
76	4,1	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,7	5,0	5,4
78	4,8	4,8	4,9	5,0	5,1	5,3	5,6	5,9	6,3
80	5,8	5,8	5,9	6,0	6,1	6,3	6,7	7,0	7,5
82	7,2	7,2	7,3	7,5	7,6	7,9	8,3	8,8	9,3
84	9,6	9,6	9,8	10,0	10,1	10,5	11,1	11,7	12,4
86	14,3	14,3	14,6	14,9	15,2	15,8	16,6	17,5	18,6
88	28,7	28,7	29,2	29,8	30,4	31,6	33,2	35,0	37,2
90	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Peatükk XI.

LAIUSE MÄÄRAMINE.

§ 79. ÜLDKAALUTLUSI.

Eelmises paragrahvis me nägime, et vaatluste vead kajastuvad määratavas laiuses seda vähem, mida lähemal vaadeldav taevakeha asetseb vaatleja meridiaanile; siit tulenevad kolm järgmist laiuse määramise võimalust:

1. Taevakeha meridiaankõrguse järgi, s. o. taevakeha vaatluste järgi tema kulminatsioonimomendil.

2. Taevakeha ligimeridiaankõrguste järgi, s. o. taevakeha vaatluste järgi tema kulminatsioonimomendi ümber.

Tabel 16.

Suurused sec φ ctg A . . . . . $(\frac{\Delta t}{\Delta \varphi})$

φ \ A	90	85 95	80 100	75 105	70 110	65 115	60 120	55 125	50 130
0°	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
10	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9
15	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9
20	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9
25	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9
30	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0
35	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0
40	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1
45	0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,2
50	0	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,1	1,3
55	0	0,1	0,3	0,5	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5
60	0	0,2	0,4	0,5	0,7	0,9	1,2	1,4	1,7
65	0	0,2	0,4	0,6	0,9	1,1	1,4	1,7	2,0
70	0	0,3	0,5	0,8	1,1	1,4	1,7	2,1	2,5
72	0	0,3	0,6	0,8	1,2	1,5	1,9	2,3	2,7
74	0	0,3	0,6	0,9	1,3	1,7	2,1	2,6	3,0
76	0	0,4	0,7	1,1	1,5	1,9	2,4	2,9	3,5
78	0	0,4	0,8	1,3	1,7	2,2	2,8	3,4	4,0
80	0	0,5	1,0	1,5	2,1	2,7	3,4	4,0	4,8
82	0	0,6	1,3	1,9	2,7	3,4	4,2	5,0	6,0
84	0	0,8	1,7	2,5	3,5	4,5	5,5	6,7	8,0
86	0	1,2	2,5	3,8	5,2	6,7	8,3	10,1	12,0
88	0	2,4	5,0	7,5	10,4	13,4	16,5	20,2	24,1
90									

Peale selle on veel üks taevakeha, mis alati asetseb vaatleja meridiaani läheduses: see on — Põhjanael (*Polaris, α Ursae minoris*), mis sel põhjusel osutub sobivaks laiuse määramise objektiks; nõnda saadakse ka kolmas laiuse määramise võte:

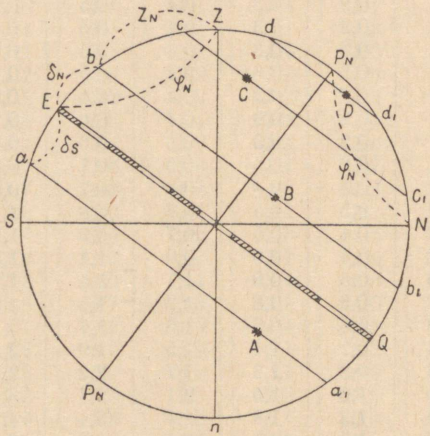
3. Põhjatähe järgi.

Neid kolme võtet me vaatlemegi.

§ 80. LAIUSE MÄÄRAMINE TAEVAKEHA MERIDIAANKÕRGUSE JÄRGI.

Joon. 105 annab meile tuttava skemaatilise taevasfääri kujutuse vaatlejale N laiuses; meenutame, et sellel joonisel $\smile EZ$ (seniidi deklinatsioon) $= \smile NP_n$ (ülemise pooluse kõrgus) $= \varphi$.

Sirgjooned aa_1, bb_1, cc_1, dd_1 kujutavad mitmesuguste taevakehade ööpäevase liikumise paralleele, punktid a, b, c, d — nende ülemiste kulminatsioonide punkte, punktid a_1, b_1, c_1, d_1 — alumisi kulminatsioone, kaared $\smile Ea_1$, $\smile Eb_1$, $\smile Ec_1$, $\smile Ed_1$ — nende taevakehade deklinatsioone, lõpuks kaared $\smile Za$, $\smile Zb$, $\smile Zc$, $\smile Zd$ — nende meridiaanilisi seniitkaugusi ülemise kulminatsiooni momendil.



Joon. 105.

Meenutame seejuures, et meridiaanilistele seniitkaugustele kirjutatakse alati nimetus Nord või Süüd, mis osutab horisondi seda punkti, mille suunas taevakehast asetseb seniit; meenutame samuti, et meridiaankõrgus $H = 90^0 - z$ omab alati seniitkaugusega vastupidist nimetust ja osutab, millisest horisondi punktist, N või S, seda meridiaankõrgust mõõdetakse.

Joon. 105 nähtub äärmiselt lihtne seos mitmesuguste taevakehade φ, δ ja z vahel nende ülemiste kulminatsioonide momentidel:

Taevakeha	A	$\smile EZ = \varphi = \smile aZ - \smile Ea$,	s. o.	$\varphi_n = z_n - \delta_s$
„	B	$\smile EZ = \varphi = \smile bZ + \smile Eb$,	„	$\varphi_n = z_n + \delta_n$
„	C	$\smile EZ = \varphi = \smile cZ + \smile Ec$,	„	$\varphi_n = z_n + \delta_n$
„	D	$\smile EZ = \varphi = \smile Ed - \smile dZ$,	„	$\varphi_n = \delta_n - z_s$

Minnes üle φ, δ ja z nimetustelt märkidele ja lugedes N-laiuses need suurused N-nimetusega positiivseiks, S-nimetustega aga negatiivseiks, valemi viimane rida kirjutatakse nõnda:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= z - (-\delta) = z + \delta \\ \varphi &= z + (+\delta) = z + \delta \\ \varphi &= z + (+\delta) = z + \delta \\ \varphi &= z - (-\delta) = z + \delta \end{aligned}\right\},$$

s. o. algebraliselt meil on alati:

$$\varphi = z + \delta, \tag{1}$$

s. o. laius võrdub alati taevakeha ülemise kulminatsiooni seniitkauguse ja deklinatsiooni algebralise summaga.

Seejuures laiuse nimetus on ühenimeline ülalosutatud summa suurema liidetava nimetusega.

Nõnda lahendab valem 1 laiusemääramise ülesande lihtsaimal ja sobivaimal viisil:

Tuleb mõõta H, arvutada $z = 90^0 - H$ ja algebraliselt liita taevakeha δ.

Samast joonisest ei ole raske näha, et φ võib määrata ka H' järgi, s. o. meridiaankõrguse järgi taevakeha alumisel kulminatsioonil.

Seejuures tuleb silmas pidada, et ainult sellist taevakeha võib näha horisondi peal alumisel kulminatsioonil ja mõõta tema meridiaankõrgust H', mille deklinatsioon on ühenimeline φ-ga ja suurem kui $90^0 - \varphi$, ja et meridiaankõrguse H' nimetus on alati samuti ühenimeline φ- ja δ-ga.

Alumiseks kulminatsiooniks meil on joonisel:

Taevakeha $D \ldots \smile NP_n = \varphi = \smile Nd_1 + \smile P_n d_1 =$
$= H' + (90^0 - \delta) = H' + \Delta$

„ $C \ldots \smile NP_n = \varphi = \smile Nc_1 + \smile P_n c_1 =$
$= H' + (90^0 - \delta) = H' + \Delta$

ja üldse:

$$\varphi = H' + \Delta, \tag{2}$$

kus $\Delta = 90^0 - \delta$.

Seda valemit on kerge meeles pidada, kui panna tähele, et valemi 2 parempoolse osa kõik liikmed on võrdsed valem 1 vastavate liikmete täiendusega kuni $90^0 : H' = 90^0 - z'$ ja $\Delta = 90^0 - \delta$.

Taevakeha vaatlusel alumises kulminatsioonis laius arvutatakse kui taevakeha meridiaankõrguse (H') ja tema polaarkauguse (Δ) summa ja on alati ühenimeline meridiaankõrgusega ja deklinatsiooniga.

Näide 1. $H = 40^0$ N; $\delta = 20^0$ S; milline on φ?

$z = 90^0 - H_n = 50^0$ S

$\delta = 20^0$ S

$\varphi = z + \delta = 70^0$ S

Näide 2. $H = 40^0$ N; $\delta = 20^0$ N; leida φ.

Vastus: $\varphi = 30^0$ S.

Näide 3. $H = 70^0$ S; $\delta = 40^0$ S; leida φ.

Vastus: $\varphi = 20^0$ S.

Näide 4. $H' = 15^0$ S; $\delta = 29^0$ S; leida φ.

Vastus: $\varphi = 76^0$ S.

Vaatamata ülaltoodud φ arvutusreeglite lihtsusele on väga kasulik, eriti alguses, lahendada ülesanded ka joonisega.

Joonis tuleb seejuures teha järgmisel viisil:

A. Taevakeha vaatlusel ülemises kulminatsioonis.

1. Kujutada sfäär, tõmmata loodjoon, tõeline horisont, panna punktid N ja S (vabalt).
2. Punktist N või S, olenevalt sellest, millisest punktist kõrgust mõõdeti, vaatleja meridiaani mööda seniidi poole mõõta H-ga võrdne kaar, — saadakse taevakeha koht ülemise kulminatsiooni momendil.
3. Sellest punktist, mööda vaatleja meridiaani kaart, mõõta taevakeha deklinatsiooniga (δ) võrdne kaar, horisondi punkti (N või S) suunas, mille nimetus on vastupidine δ nimetusega.
4. Saadud punkt kuulub ekvaatorile. Tõmmata ekvaator, maailmatelg, märkida poolused ja jooniselt arvestada laius.

B. Taevakeha vaatlusel alumises kulminatsioonis.

Sfääri kujutamise reeglite koostamise sel puhul jätame õpilaste endi hooleks.

Peale selle osutub kontrolliks ja abiks vaatlejale see asjaolu, et arvatav laius on merel alati teada ning observeeritud laius ei saa muidugi väga palju erineda arvutatud laiusest.

Edaspidi me vaatleme vaid ülesande lahendamist tähe, Päikese või Kuu ülemise kulminatsiooni momendi puhuks, jättes õpilaste endi hooleks teha kindlaks, kuidas see ülesanne lahendatakse taevakeha alumise kulminatsiooni korral.

Kui ülesanne lahendatakse tähe järgi, siis viimase deklinatsioon võetakse almanahhist igasuguse interpolatsioonita vaatluste kuu argumendiga.

Kui ülesanne lahendatakse Kuu või Päikese järgi, siis vaatluste momendiks vajalik δ tuleb valida almanahhist $T_{Gr.}$ argumendiga, mis on küllaldane teada täpsusega kuni 1^m—2^m. Sel korral $T_{Gr.}$ võib saada kahel viisil:

1. Kella järgi märgitud moment tuleb H mõõtmisel õiendada kellaõiendiga — saadakse $T_{Gr.}$.

2. Silmas pidades, et Päikese kulminatsiooni momendil $t_{Pk} = 0^h0^m$ ja teades ligikaudu pikkust, tuleb arvutada $T_{Gr.}$ valemiga: $T_{Gr.} = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w$, kusjuures E võetakse ilma interpolatsioonita ja sekunditeta, daatumi argumendiga.

Selleks, et asjata mitte aega kulutada või vastupidi, mitte minna vaatlustele liiga hilja, on parem muidugi aegsasti arvutada valitud tähe või Päikese kulminatsiooni moment oma või laevakella järgi ja minna vaatlustele 10^m—12^m enne seda momenti.

Kuidas sooritada seda arvutust — vt. § 37.

Kogu töö selle ülesande sooritamiseks on esitatud allpool.

A. Tähe ülemise kulminatsiooni järgi.

I. Eeltöö.

a) Aegsasti:

1. *tähegloobuse abil valida antud ajavahemikuks täht meridiaani lähedal, võtta gloobuselt tema H ja S_k ning arvutada kulminatsioonimomendiks:*

$T_1 = T_k \pm \lambda_0{}^w \mp$ vöötme nr. $_0{}^w = S_k - R \pm \lambda_0{}^w \mp$ vöötme nr. $_0{}^w$.

b) Enne vaatlustele minekut:

2. *võrrelda kella kronomeetriga;*
3. *võtta kronomeetripäevikust u_{kr};*
4. *arvutada $u_k = u_{kr} + vrdl.$*

Märkus: Kuna δ_* võetakse lihtsalt daatumi järgi, siis p. 2, 3, 4 omavad tähtsust vaid tähe ligimeridiaankõrguste kaudseks saamiseks.

c) Minnes vaatlustele 10^m—15^m enne p. 1 järgi arvutatud aega:

5. *valmis seada sekstant öisteks vaatlusteks.*

1. *alata $h_* h_*$ mõõtmist järjestikku niikaua, kuni lugemid ei hakka kahanema;*
2. *iga kõrguse juures märkida (abiline) moment kella järgi;*
3. *võtta lugem ci määramiseks (võib ka enne kõrguste mõõtmist);*
4. *märkida, milliselt horisondi punktilt (N või S) kõrgusi mõõdeti;*
5. *vaatluste lõpul märkida T_1 ja logi näit.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada ci;*
2. *suurim lugemitest võtta meridiaankõrguse H lugemiks;*
3. *see lugem õiendada indeksi- ja instrumendiveaga ja õiendiga tabelist 11;*
4. *valida almanahhist δ_*;*
5. *arvutada $\varphi = z + \delta$ (mitte unustada arvesse võtta z ja δ nimetust).*

Kontrollida joonisega.

Näide 5. 26./XII 1936. a. kavatseme määrata φ umbes $T_1 = 22^h$. Selleks momendiks kaardilt $\varphi_{arv} = 43^1/_2{}^0$ N ja $\lambda_0 = 33^0$. Vööde nr. 2. Silmakõrgus $a = 34$ j. Aegsasti: almanahhist $R = 6^h21^m$.

Tähegloobuse abil leiame, et sobivaks täheks on α Tauri, mis kulmineerub $S_k = \alpha_* = 4^h32^m$ ajal.

Arvutame $T_1 = S_k - R - \lambda_0 +$ vöötme nr. $= 4^h32^m - 6^h21^m - 2^h12^m + 2^h = 21^h50^m$. Gloobuselt $H_* =$ umbes 63^0 S-i.

Enne vaatlustele minekut tegime võrdluse $= +0^h0^m30^s$, võtsime $u_{kr} = -0^h0^m19^s$ ja arvutasime $u_k = +0^h0^m11^s$.

Valmistasime sekstandi vaatlusteks. Alustasime vaatlusi:

lugemid	momendid
$63^0 6',0$	$7^h 56^m 10^s$
6,6	57 5
6,8	57 50
6,8	58 25
7,2	59 0
7,4	8 0 57
7,4	1 41
7,0	2 18
6,8	3 17
63 6,4	3 59

Võtsime lugemi *ci* määramiseks ... $360^0 2',7$.
Arvutasime $ci = -2',7$.
Suurim lugem on $63^0 7',4$; moment ei ole vajalik.

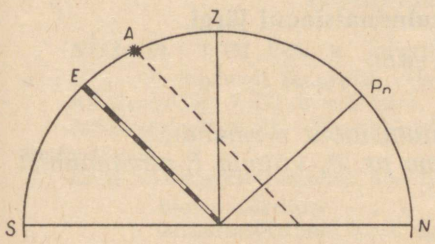
lugem	$63^0 7',4$
ci	$-2,7$
Vaad. H_*	$63^0 4',7$ S-i
Tab. 11	$-6,2$
Tõel. H_*	$62^0 58',5$ S
z_*	$27^0\ 1',5$ N
δ_*	$16^0 23',1$ N ... almanahhist
	$\varphi = 43^0 25'$ N

Näide 6. 20./IX 1936. a. $\varphi_{arv} = 0^0 3'$ S mõõdeti H α Tauri N-i, lugem $73^0 43',2$; *ci* lugem ... $359^0 57',4$; $a = 24$ j.

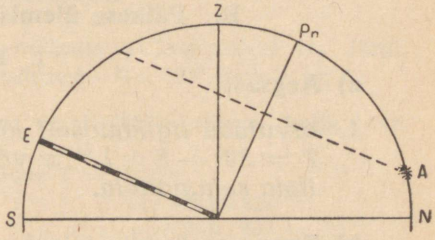
Vastus: $\varphi = 0^0 4'$ N.

Näide 7. 1./V 1936. a. mõõdeti H α Virginis N-i, lugem $61^0 3',4$; *ci* lugem ... $360^0 4',4$; $a = 28$ j.

Vastus: $\varphi = 39^0 52'$ S.



Joon. 106 (näite 5 juurde).



Joon. 107 (näite 9 juurde).

Näide 8. 10./III 1936. a. mõõdeti H α Ursae majoris N-i; lugem $28^0 2',3$; *ci* lugem ... $360^0 0',2$; $a = 36$ j.

Vastus: $\varphi = 0^0 0'$.

Näide 9. 25./VI 1936. a. mõõdeti H' α Lyrae N-i; lugem $15^0 19',2$; *ci* lugem ... $359^0 52',4$; $a = 17$ j.

Vastus: $\varphi = 66^0 36'$ N.

Näide 10. 5./V 1936. a. mõõdeti H' β Centauri S-i; lugem $17^0 25',8$; *ci* lugem ... $360^0 3',4$; $a = 25$ j.

Vastus: $\varphi = 47^0 10'$ S.

Kui φ määramiseks kavatsetakse vaadelda planeeti, siis tema ülemise kulminatsiooni T_k on ligikaudu kaunis lähedane $T_{Gr.}$-ga tema kulminatsioonil Greenwichis — viimane aga on antud almanahhis iga päeva kohta.

Peale vaatlustele minekuaja näitamist kasutatakse T_k veel pikkuse abil — viimane peab olema ligikaudu teada — kulminatsiooni momendi $T_{Gr.}$ leidmiseks, mille järgi tuleb võtta planeedi δ.

Vaatluste toimetamine ise ei erine põrmugi taolisest tähtede puhul.

Näide 11. 26./IX 1936. a., õhtul, $\varphi_{arv} = 52^0,5$ N ja $\lambda_{arv} = 135^0$ W mõõdeti $H\,♄$ (Saturni) S-i, lugem $30^0 46',2$; *ci* lugem ... $359^0 57',8$; *s* ... + 13″; $a = 38$ j.

1) l . . . . . $30^0 46',2$
$ci + s$ . . . . . $+ 2,4$
Vaad. $H\,♄$ . . $30^0 48',6$ S-i
tab. 11 . . . . . $- 7,7$
$H\,♄$ . . . . . $30^0 40',9$ S-i
z . . . . . $59^0 19',1$ N

4) $\delta\,♄$ . . . . . $6^0 52',8$ S
$\varphi = 52^0 26'$ N

2) Almanahhist:
T'_k kulm. . . . . $22^h 57^m$
λ_w . . . . . $+ 9$
$T_{Gr.}$ kulm. mom. . $7^h 57^m$ 27./IX

	$\delta\,♄$ (S)
3) 27./IX $T_{Gr.} = 0^h$	$6^0 52',8$
m. 8^h ette . . .	$+ 0,6$
kulm. mom. .	$6^0 52',2$

B. Päikese ülemise kulminatsiooni järgi.

I. Eeltöö.

a) Aegsasti:

1. *arvutada ligikaudselt kulminatsiooni momendiks* $T_l = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w \mp$ *vöötme nr.* $_0{}^w$, *võtnud E almanahhist ilma sekunditeta.*

b) Enne vaatlustele minekut:

2. *võrrelda kella kronomeetriga;*
3. *võtta kronomeetripäevikust* u_{kr};
4. *arvutada* $u_k = u_{kr} + vrdl.$

c) Minnes vaatlustele 10^m—12^m enne arvutatud T_l:

5. *valmis seada sekstant vaatlusteks.*

II. Vaatlused.

1. *alata* $h_P h_P$ *mõõtmisi järjestikku, niikaua, kuni 3—4 vähenevat lugemit ei näita, et Päike on läbinud meridiaani;*
2. *iga kõrguse juures märkida (abiline) moment kella järgi* [1];

[1] Momendid tuleb märkida, et oleks võimalik kasutada kõiki kõrgusi kui ligimeridiaanilisi samaks φ määramise ülesandeks.

3. *võtta lugemid ci määramiseks (võib ka enne hh mõõtmist);*
4. *märkida, milliselt horisondi punktilt (N või S) kõrgusi mõõdeti;*
5. *vaatluste lõpul märkida T_1 ja logi näit.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada ci;*
2. *suurim lugemitest võtta meridiaankõrguse H lugemiks;*
3. *see lugem õiendada indeksi- ja instrumendiveaga tab. 9 ja lisatabeli õiendiga, või tab. 9, 10 — saadakse Päikese tõeline kõrgus;*
4. *arvutada ligikaudselt (kuni 1m)* $T_{Gr.} = m + u_k = 24^h - -E \pm \lambda_0{}^w$;
5. *arvutatud $T_{Gr.}$ valida almanahhist δ_P;*
6. *arvutada* $\varphi = z + \delta$

(mitte unustada arvesse võtta z ja δ nimetust).

Kontrollida joonisega.

Näide 12. 7./III 1936. a. kavatseti määrata φ keskpäeval H_P järgi, $a = 28$ j. Keskpäeval (kaardilt, ettearvestusega) $\lambda_0 = 131^0$ (vööde nr. 9).

Almanahhist: 7./III $E = 11^h49^m$.

Arvutame $T_1 = 24^h - E - \lambda_0 +$ vöötme nr. $= 12^h27^m$ (laeva kella näit keskpäeval).

Enne vaatlustele minekut, 15—20m enne $T = 12^h27^m$:

teeme võrdluse	$= -0^h\ 0^m\ 32^s$
kronomeetripäevikust u_{kr}	$= +0\ 0\ 43$
arvutame u_k	$= +0\ 0\ 11$

10—12m enne arvutatud aega väljume ning valmistame sekstandi vaatlusteks.

Vaatlused *ci* määramiseks: lugemid . . . 360°33′,0 ja 359°29′,3. (Kontroll: $l_1 - l_2 = 1^0 3',7$ — hästi).

Alustame kõrguste võtmisi:

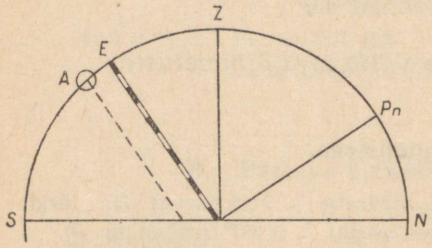
lugemid S-i . . . P . . .	momendid
50°16′,0	3h 22m 56s
16,5	23 38
17,0	24 15
17,2	25 5
17,5	25 40
17,8	26 21
17,8	27 5
17,7	27 44
17,3	28 27
50°17,3	29 11
50°17,0	29 45

Lõpetame vaatlused, kuna lugemid ilmsesti kahanevad.
Suurim lugem ... $50^0 17',8$, vastav moment $m_0 = 3^h 27^m$.
Arvutame $ci = -1',2$; $s = +0',4$.

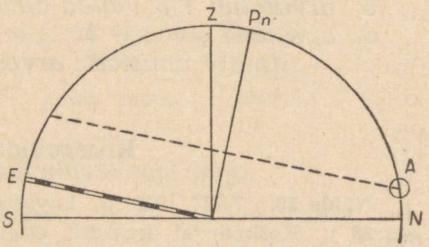
1) lugem H_P	$50^0 17',8$
$ci + s$	$-0,8$
Vaad. H_P	$50^0 17',0$ S-i
Tab. 9	$+10,1$
Täiend	$+0,1$
H_P	$50^0 27',2$ S-i
z	$39^0 32',8$ N-i
4) δ_P	$5^0 22',1$ S
	$\varphi = 34^0 11'$ N

2) m_0	$3^h 27^m$
u_k	0 0
$T_{Gr.}$	$3^h 27^m$ 7./III

3) 7./III $T_{Gr.} = 4^h$	δ_P (S)
m. 33^m tag.	$5^0 21',6$
koh. keskpäev.	$+0,5$
	$5^0 22',1$



Joon. 108 (näite 12 juurde).



Joon. 109 (näite 16 juurde).

Näide 13. 3./VI 1936. a. $\lambda_{arv} = 133^0$ W keskpäeval mõõdeti H_P N-i, lugem ... $89^0 30',2$; momenti ei märgitud.

ci lugemid ... $360^0 31',2$ ja $359^0 27',4$; $s = 0',8$; $a = 39$ j.

1) lugem H_P	$89^0 30',2$
$ci + s$	$+1,5$
Vaad. H_P	$89^0 31',7$ N-i
Tab. 9	$+9,9$
Täiend.	$-0,2$
H_P	$89^0 41',4$ N-i
z	$0^0 18',6$ S-i
4) δ_P	$22^0 22',4$ N
$\varphi =$	$22^0\ 4'$ N

2) t_{Pk}	$24^h\ 0^m$
E	$-12^h\ 2^m$
T'_k	$11^h 58^m$ 3./VI
λ_w	$+\ 8^h 52^m$
$T_{Gr.}$	$20^h 50^m$ 3./VI

3) 3./VI $T_{Gr.} = 20^h$.	δ_P (N)
m. 50^m edasi ..	$22^0 22',1$
koh. keskpäev. .	$+0,3$
	$22^0 22',4$

Näide 14. 28./X 1936. a. $\lambda_{arv} = 65^0,5$ Ost keskpäeval mõõdeti H_P S-i, lugem ... $76^0 52',8$, ja märgitud moment $m = 7^h 20^m$. ci lugemid ... $360^0 37',4$ ja $359^0 32',8$; $s = +1',3$; $a = 28$ j.; $u_k = -0^h 14^m$.

Vastus: $\varphi = 0^0 5'$ S.

Näide 15. 20./VII 1936. a., $\lambda_{arv} = 100^0$ W, keskpäeval mõõdeti $H_{\underline{P}}$ N-i, lugem... $18^0 18',0$; *ci* lugemid... $360^0 32',8$ ja $359^0 29',2$; $s = -0',4$; $a = 34$ j.

Vastus: $\varphi = 51^0 32'$ N.

Näide 16. Kesköö 16.—17./VII 1936. a., $\lambda_{arv} = 34^0$ W, mõõdeti $H'_{\underline{P}}$ N-i, lugem... $9^0 1',2$; *ci* lugemid... $360^0 31',2$ ja $359^0 27',8$; $s = -0',2$; $a = 30$ j.

Vastus: $\varphi = 77^0 51'$ N.

Üldkokkuvõte laiuse määramisest meridiaankõrguse järgi.

Meridiaankõrguse järgi φ määramisel me saame laiuses vea $\Delta\varphi = \mp \Delta H$, nagu seda nõuab ka teooria ja selle võtte lihtne vaatlemine. Kuna seejuures vaatlus on ühekordne, siis me ei saa kuidagi vähendada juhuslike vigade mõju meridiaankõrgusele. Mis aga puutub süstemaatilisisse vigadesse, siis nende mõju võib tunduvalt vähendada, kui teha teiskordne φ määramine teise taevakeha meridiaankõrguse järgi (see on võimalik muidugi ainult öösel), mis kulmineerub umbes samas kõrguses, kuid horisondi teisel poolel: kui 1-se taevakeha järgi me tegime vea $\Delta\varphi_1 = +\Delta H$, siis vastupidises asimuudis saame laiuses vea $\Delta\varphi_2 = -\Delta H$, ning siis õige laius φ_0 arvutatakse kui keskmine kahest, põhja- ja lõunatähe järgi määratust, kuna:

1. tähe järgi... $\varphi_1 = \varphi_0 - \Delta H$
2. „ „ ... $\varphi_2 = \varphi_0 + \Delta H$,

kust

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

Selle võtte peamiseks puuduseks teooria vaatepunktist osutub juhuslikest vigadest pääsemise võimatus; arvutamiste erakordne lihtsus ja laiuse saamise võimalus juba mõni minut peale vaatluste lõpetamist teevad aga selle võtte kaunis populaarseks.

Ülesande lahendamisel me võtsime suurima lugemi meridiaankõrguse lugemiks, kuid § 67 (joon. 96) me näitasime, et kui taevakeha deklinatsioon muutub, siis suurim kõrgus ei ole meridiaanil, vaid varem või hiljem, nõnda et suurim kõrgus sisuliselt ei ole meridiaankõrgus; ning selles suhtes muidugi Kuu, mille deklinatsioon muutub erakordselt kiiresti, kujutab halvimat vaatluseset, Päike — on juba parem, kuid tähed ei anna seda viga üldse.

Kui aga vaatlusi sooritatakse käigul ja sellise kursiga, et laius muutub, siis laiuse muutumise tõttu isegi sfääril liikumatute tähtede kõik kõrgused muutuvad võrreldes samade kõrgustega

liikumatult laevalt. Selgituseks kujutleme laeva N-laiuses, mis sõidab S-kursiga; peale meridiaanist läbimist S-i täht hakkab sfääri ööpäevase pöörlemise tõttu oma kõrgust vähendama, algul väga aeglaselt, siis ikka kiiremini ja kiiremini; laeva liikumise tõttu aga kõik kõrgused kasvavad kindla, laeva kiirusest sõltuva kiirusega. Ja kui kõrguse vähenemine meridiaani ligidal sfääri ööpäevase pöörlemise tõttu osutub arvuliselt väiksemaks kõrguse suurenemisest laiuse muutuse mõjul, siis taevakeha suurendab oma kõrgust; kõrgus on kõige suurem momendil, kui mõlemad need muutused on arvuliselt võrdsed, mis esineb juba pärast meridiaanist läbimist, ja meie poolt arvesse võetud suurim kõrgus ei ole meridiaaniliseks.

Sõites kursiga Nord tähe suurim kõrgus on analoogilisel juhtumil vaadeldav enne meridiaani, s. o. enne faktilist kulminatsiooni.

Nõnda me näeme, et määrates laiust taevakeha meridiaankõrguse järgi ja võttes meridiaaniliseks nimelt suurima kõrguse, me saame arvutatud laiuses vea, mis tuleneb kahest põhjusest: vaadeldava taevakeha deklinatsiooni muutumisest, ja laiuse muutumisest seoses laeva liikumisega. Suurima kõrguse moment erineb samuti suuremal või vähemal määral taevakeha meridiaanist läbimise momendist, mis omakorda kiiresti oma deklinatsiooni muutvate taevakehade juures põhjustab vea valitud deklinatsioonis, ja järelikult määratavas laiuses esineb veel täiendav viga.

Kui seda küsimust vaadata analüütiliselt, siis ajavahemik suurima kõrguse momendi ja tõelise kulminatsiooni momendi vahel väljendub küllaldase täpsusega järgmises valemis:

$$t^s = 15(\psi + \vartheta) \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta).$$

Täpselt samuti vahe suurima kõrguse ja meridiaankõrguse vahel, ehk teisiti öeldes — viga laiuses, väljendub kaareminutites järgmise valemiga:

$$\Delta H' = h_{max} - H = \Delta\varphi = \frac{1}{500} (\psi + \vartheta)^2 \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta).$$

Neis valemites:

ψ — kujutab minutites väljendatud laiuse tunnilist muutumist ehk ühe tunni jooksul sooritatud laeva laiuste vahet. Seejuures kui see L. V. on isenimeline laeva laiusega, ehk teisiti öeldes, kui laev eemaldub ülemisest poolusest, — siis ψ omab märki pluss (+); vastasel korral, kui see laiuste vahe on ühenimeline laiusega, siis ψ märk on miinus (—).

ϑ — kujutab kaareminutites väljendatud deklinatsiooni tunnilisi muutumisi. Kui taevakeha, seejuures muutes oma deklinatsiooni, läheneb ülemisele poolusele, siis ϑ omab märki pluss; taevakeha eemaldumisel ülemisest poolusest ϑ omab märki miinus (—).

Neist valemeist nähtub, et suurim viga laiuses saadakse oma deklinatsiooni kiiresti muutvate taevakehade vaatlemistel ja laeva kurssidel N ja S, kui mõlemad viga mõjutavad põhjused summeeruvad.

Vaatame mõningaid arvulisi näiteid.

1. Laev asub ankrul, $\varphi = 60^0$ N; vaadeldi Päikest umbes kevadpunkti ümber, kui δ_P muutub kõige kiiremini, kusjuures Päike läheneb ülemisele poolusele.

Selleks juhtumiks: $\varphi = 60^0$ N; $\operatorname{tg}\psi = 1{,}73$; $\psi = 0$
$\delta = 0^0$; $\operatorname{tg}\delta = 0$; $\vartheta = +1',0$.

Saame

$$t = +15 \times 1{,}0 \times 1{,}73 = +26^s$$

$$\Delta\varphi = \Delta H = \frac{1}{500} \times 1{,}0^2 \times 1{,}73 = 0'',2.$$

Järelikult suurim kõrgus saabub 26^s pärast kulminatsiooni; seejuures suurima kõrguse võib tegelikult võtta meridiaaniliseks.

2. Samad tingimused, kuid vaadeldi Kuud 23./II 1936. a., $T_{Gr.}$ = umbes 21^h.

Selleks juhtumiks: $\varphi = 60^0$ N; $\operatorname{tg}\varphi = 1{,}73$; $\psi = 0$
$\delta = 0^0$; $\operatorname{tg}\delta = 0$; $\vartheta = 15{,}9$,

mille järgi

$$t = +15 \times 15{,}9 \times 1{,}73 = +413^s = +6^m\,53^s$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{500} \times 15{,}9^2 \times 1{,}73 = 0',9.$$

3. Laev on käigul, kurss Süüd, $v = 15$ sõlme, $\varphi = 60^0$ N; vaadeldi Päikest ülesande 1. tingimusil, s. o. kevadpunkti ümber.

$\varphi = 60^0$ N; $\operatorname{tg}\varphi = 1{,}73$; $\psi = +15',0$
$\delta = 0^0$; $\operatorname{tg}\delta = 0$; $\vartheta = +1',0$,

mille järgi

$$t = +15 \times 16{,}0 \times 1{,}73 = +415^s = +6^m\,55^s$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{500} \times 16{,}0^2 \times 1{,}73 = 0',9.$$

4. Sama Kuu kohta 2. ja 3. ülesande tingimusis.

$$\varphi = 60^0\,\mathrm{N}; \quad \operatorname{tg}\varphi = 1{,}73; \quad \psi = +\,15',0$$
$$\delta = 0^0; \quad \operatorname{tg}\delta = 0; \quad \vartheta = +\,15',9,$$

mille järgi

$$t = +\,15 \times 30{,}9 \times 1{,}73 = +\,802^s = +\,13^m\,22^s$$
$$\Delta\varphi = \frac{1}{500} \times 30{,}9^2 \times 1{,}73 = 3',3.$$

5. Sama tähe jaoks deklinatsiooniga $\delta_* = 0^0$.

$$t = +\,15 \times 15 \times 1{,}73 = +\,6^m\,29^s$$
$$\Delta\varphi = \frac{1}{500} \times 15^2 \times 1{,}73 = 0',8.$$

Neist näiteist nähtub, et tunduvate kiiruste ning 0^0 ja 180^0 lähedaste kursside juures laiuse määramine isegi tähe meridiaankõrguse abil annab juba tunduva vea. Mis puutub Kuusse, siis viga on juba sedavõrd suur, et parem on üldse hoiduda laiuse määramisest selle taevakeha meridiaankõrguse abil.

Nimelt sel põhjusel ongi ülalosutatud laiuse määramise praktilisis reegleis Kuu vaatluse juhus jäetud välja.

Neil puhkudel on eelistatavam laiust määrata ligimeridiaankõrguste järgi.

Sellest veast võiks hoiduda mõõtes mitte suurimat kõrgust, vaid eelnevalt arvestatud kulminatsioonimomendi järgi.

Seda küsimust me vaatleme ainult Päikese kui tegelikult vaatlejale suurimat huvi pakkuva vaatlusobjekti suhtes.

Kui laev seisab ankrus ja tema λ on teada ega muutu, siis ülesanne lahendatakse kaunis lihtsalt, ja nimelt: kuna tõelisel keskpäeval, s. o. tõelise Päikese ülemise kulminatsiooni momendil tema tunninurk $t_P = 24^h$ (ehk 0^h), siis selleks momendiks

$$T_k = t_{kP} - 12^h = t_P + \eta - 12^h = t_P - E = 24^h - E.$$

Samal momendil $T_{Gr.}$ võrdub

$$T_{Gr.} = T_k \mp \lambda_w{}^0 = 24^h - E \mp \lambda_w{}^0.$$

Kuna üheltpoolt alati $T_{Gr.} = m + u_k$, siis järelikult samal tõelisel keskpäeval kell näitab

$$m = T_{Gr.} - u_k = 24^h - E \mp \lambda_w{}^0 - u_k. \qquad (1)$$

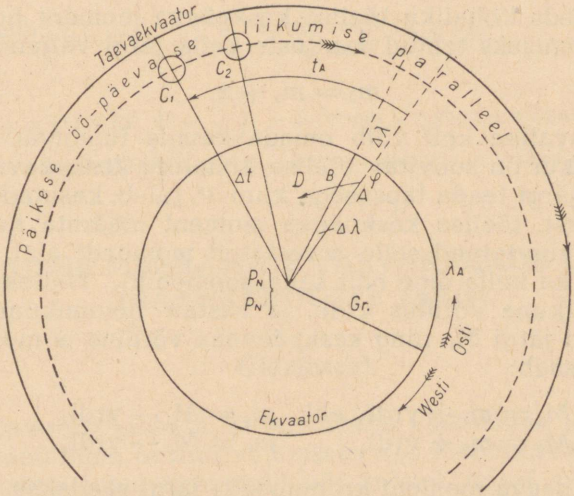
Et seda momenti on küllaldane teada täpsusega kuni 1^s, siis suurust E võib almanahhist valida argumendiga $T_{Gr.} = 12 \mp \lambda_w{}^0$.

Valemiga (1) arvestatud momendil tulebki sooritada Päikese kõrguse mõõtmist.

Kuid ankrusseisvale laevale see küsimus pakub vähe huvi, kuna vahe Päikese meridiaanilise ja suurima kõrguse vahel, nagu nägime, väljendub kaare sekundi kümnendosades.

Kui aga laev on käigul, siis see vahe omab juba tunduvat suurust ja võib pakkuda teatavat huvi laiuse määramise täpsustamiseks, mõõtes mitte suurimat, vaid nimelt meridiaankõrgust eelnevalt arvutatud momendil kella järgi.

Vaatame, kuidas sel puhul seda momenti arvestatakse.



Joon. 110.

Oletame (joon. 110), et hommikul määrati pikkus λ_A ja temale vastas moment kella järgi m_1, ning laev sõidab mingi tõelise kursiga K, kiirusega v miili tunnis. Punkt C_1 kujutab Päikese asukohta sfääril pikkuse määramise momendil, s. o. selle ülesande lahendamisel arvutatud kohalikku Ost-tunninurka t_A. Sfääri pöörlemise tõttu Päike liigub mööda oma paralleeli ja joonisel näidatud noole suunas ja samal ajal laev (punkt A) liigub Maakeral otsekursiga mööda joont AD, s. o. Päikesele vastu.

Kui Päikese tunnilist liikumist märkida Δt-ga, laeva pikkuse tunnilist muutumist aga — $\Delta\lambda$ ja kui mitte hoolida täiesti tühisest vahest väikese ajavahemiku hindamisel tõeliste ja keskmiste ajaühikute vahel, siis tõeline kohalik keskpäev sellel laeval

tuleb pärast teatavat ajavahemikku x peale hommikust pikkuse määramist, kusjuures

$$x = \frac{t_A}{\Delta t + \Delta\lambda}. \qquad (2)$$

Kui laeva kurss on suunatud horisondi W-i poolele, s. o. kui laev „eemaldub" Päikesest, siis Päike „järgib" temale kiirusega $\Delta t - \Delta\lambda$, ja sel puhul

$$x = \frac{t_A}{\Delta t - \Delta\lambda}. \qquad (3)$$

Pärast seda kohaliku tõelise keskpäeva moment hommikuste pikkuse saamiseks tehtud vaatluste kella järgi väljendub

$$m_0 = m_1 + x.$$

Kuna tavaline kell võib omada kaunis tunduvat ööpäevast käiku, siis kui on soovitav tõelise kohaliku keskpäeva momenti selle kella järgi teada täpsusega kuni 1^s, tuleb, kasutades hommikust võrdlust, tõelise keskpäeva moment määrata kronomeetri järgi, ning siis teinud selle arvestatud momendi ajal uue võrdluse, saada ka kella õige näit sellel momendil. Näiteks kui märkida hommikune võrdlus vrdl., ja vastav hommikune moment kronomeetri järgi M_1, ning keskpäevane võrdlus ja moment vrdl_0 ja M_0, siis saab:

$$M_1 = m_1 + \text{vrdl}_1 \text{ ehk } m_1 = M_1 - \text{vrdl}_1$$
$$M_0 = m_0 + \text{vrdl}_0 \text{ „ } m_0 = M_0 - \text{vrdl}_0$$

ja siis keskpäeva moment kronomeetri järgi saadakse

$$M_0 = M_1 + x = m_1 + \text{vrdl}_1 + x,$$

kella järgi aga

$$m_0 = M_0 - \text{vrdl}_0 = m_1 + \text{vrdl}_1 - \text{vrdl}_0 + x.$$

Kui valemites (2) ja (3) tunninurk t_A on väljendatud ajamõõdus, siis ka

$$x^h = \frac{t^h}{\Delta t^h \mp \Delta\lambda^h} = \frac{t^h}{1 \mp \Delta\lambda^h} = \frac{t^h}{1 \mp \left(\frac{\Delta\lambda^h}{60}\right)}.$$

Kuid et

$$\Delta\lambda' = v \cdot \sin K \cdot \sec\varphi$$

ehk

$$\Delta\lambda = \frac{v \cdot \sin K \cdot \sec\varphi}{15},$$

siis

$$x^h = \frac{t^h}{1 \mp \frac{v \cdot \sin K \cdot \sec\varphi}{900}} = t^h \left(1 \pm \frac{v \cdot \sin K \cdot \sec\varphi}{900}\right).$$

Viimaseis valemeis alumised märgid võetakse horisondi Ost-poolseil kurssidel, ülemised — West-kurssidel.

Näide. Pikkuse määramisel hommikul arvutati $t_p = 4^h\,17^m\,29^h$ Ost; vastav moment kella järgi $m_1 = 9^h\,27^m\,53^s$ ja võrdlus $= -1^m\,17^s$. Laius $\varphi = 28^0$; T. K. $= 158^0$ ja $v = 12$ sõlme. Võrdlus keskpäeva ümber $= -1^m\,22^s$. Mis ajal sama kella järgi saabub kohaliku tõelise keskpäeva moment?

$v = 12$ miili, $K = 158^0$ } tab. 34 . . . . kaug. $= 4{,}5$, $\varphi = 28^0$ } tab. 35 . . . . $\begin{array}{r} 4{,}53 \\ 0{,}57 \\ \hline \Delta\lambda' = 5'{,}1 \end{array}$

$$x = 4^h17^m29^s \left(1 - \frac{5{,}1}{900}\right) = 4^h17^m29^s \times 0{,}9943 = 4^h16^m1^s$$

$$m_0 = 9^h27^m53^s - 1^m17^s + 1^m22^s + 4^h16^m1^s = 1^h43^m59^s.$$

§ 81. LAIUSE MÄÄRAMINE TAEVAKEHADE LIGIMERIDIAANKÕRGUSTE JÄRGI.

Üldaluseid.

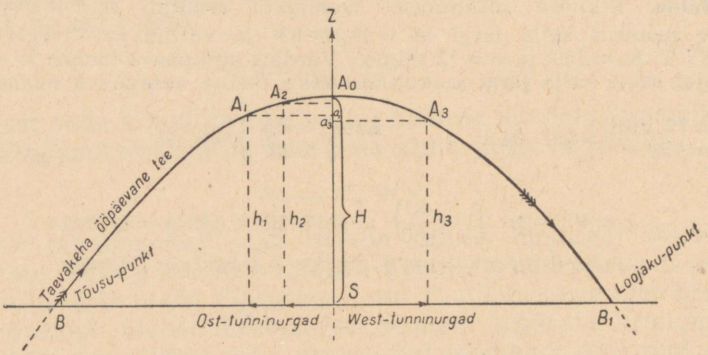
Võib kergesti juhtuda, et taevakeha vaatlemine ja meridiaankõrguse mõõtmine osutub võimatuks kas möödaliikuva pilvetüki tõttu kulminatsiooni momendil või mõnel teisel põhjusel, mis segab vaatlemist just sellel momendil, ning esineb võimalus kõrguste mõõtmiseks (ühe või mitme) meridiaani lähedal — n. n. ligimeridiaankõrguste mõõtmiseks, millede abil samuti saab laiust arvutada.

Taevakeha meridiaankõrguse mõõtmise meetod terve rea ligimeridiaankõrguste mõõtmise teel on eriti väärtuslik nimelt selle poolest, et isegi meridiaankõrguse enda möödalaskmisel vaatleja käsutusse jäävad taevakeha ligimeridiaankõrgused, millede abil ta saab samuti laiust arvutada.

Meridiaani ligidal taevakeha kõrgus muutub vähe, järelikult ligimeridiaankõrgus erineb meridiaanilisest tähtsusetult, ja kui oskame arvutada seda väikest vahet ligimeridiaankõrguse ja meridiaanilise vahel, mida nimetatakse reduktsiooniks, siis me suudame mõõdetud ligimeridiaankõrguse järgi leida meridiaankõrguse ning viimase järgi ka koha laiuse.

Joon. 111 kujutab sfääri skemaatilist joonist just kui tasapinnale lahtirullitud tõelise horisondi joonega; kõverjoon BA_0B_1 — taevakeha nähtav ööpäevane tee; selle kõvera ordinaadid kujutavad taevakeha kõrgust:

SA_0 — meridiaaniline, suurim kõrgus H,
h_1, h_2, h_3 . . . ligimeridiaankõrgusi.



Joon. 111.

Lõigud $a_1A_0 \ldots a_3A_0$ jne. on reduktsioonid $r_1 \ldots r_3 \ldots$ kõrgusele $h_1 \ldots h_3$, s. o.

$$h_1 + r_1 = h_2 + r_2 = h_3 + r_3 = \ldots = H.$$

On kerge näha, et:

1) ülemisel kulminatsioonil reduktsioon r omab märki + (pluss), sest et ta liidetakse ligimeridiaankõrgusega meridiaanilise saamiseks. Reduktsiooni märk jääb samaks, olgu kõrgused mõõdetud enne kulminatsiooni (h_1) või pärast teda (h_3);

2) alumisel kulminatsioonil reduktsioon r on negatiivne;

3) taevakeha võrdsete Ost- ja W-tunninurkade korral reduktsioon omab võrdset suurust.

Valemi tuletamiseks reduktsiooni arvutamiseks ülemisel kulminatsioonil võtame põhivalemi

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t. \qquad \text{(a)}$$

Lugedes selles h — ligimeridiaankõrguseks, võrdseks H — r, ja asendades $\cos t$ suurusega $1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}$, saame:

$$\sin (H - r) = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta - 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t}{2}$$

ehk

$$\sin H \cdot \cos r - \cos H \cdot \sin r = \cos(\varphi - \delta) - 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t}{2} \quad \text{(b)}$$

Kuna r on alati väike, siis $\cos r$ võib asendada $1 - \frac{r^2}{2} \cdot (\text{arc } 1')^2$, ja $\sin r$ väärtusega $r \cdot \text{arc } 1'$.

Peale selle, nagu juba nägime, $\varphi = z + \delta$, ehk $\varphi - \delta = z = 90^0 - H$; järelikult $\cos(\varphi - \delta) = \cos z = \sin H$.

Peale asendamisi valem (b) võtab kuju:

$$\sin H - \sin H \cdot \frac{r^2}{2} \cdot (\text{arc } 1')^2 - \cos H \cdot r \cdot \text{arc } 1' =$$

$$= \sin H - 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t}{2}.$$

Siit, $\cos H$ asendades $\sin z = \sin(\varphi - \delta)$, saame:

$$r = \frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{\text{arc } 1'} - \frac{r^2}{2} \cdot \text{tg } H \cdot \text{arc } 1'. \qquad (1)$$

Kui taevakeha vaadeldakse alumisel kulminatsioonil, s. o. vaatleja alumise kohameridiaani juures, siis taevakeha Ost- või West-tunninurk on lähedane 12^h. Võttes reduktsiooni valemi tuletamiseks sel puhul sama üldvalemi

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$

ja nimetanud nurka ülemise pooluse juures vaatleja alumise kohameridiaani ja taevakeha meridiaani vahel $t_0 = 180^0 - t$, s. o. vaadeldes t_0 kui taevakeha tunninurka, loetud vaatleja alumisest kohameridiaanist, saame:

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos(180^0 - t_0) =$$
$$= \sin \varphi \cdot \sin \delta - \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t_0.$$

Analoogiliselt edasi arutledes, nimetades meridiaankõrgust ja reduktsiooni alumisel kulminatsioonil H' ja r' ja võttes arvesse, et sel puhul meridiaankõrgus on vähem ligimeridiaanilisest, s. o. $h' = H' + r'$, saame:

$$\sin(H' + r') = \sin \varphi \cdot \sin \delta - \cos \varphi \cdot \cos \delta + 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t^0}{2}$$

ehk

$$\sin H' \cdot \cos r' + \cos H' \cdot \sin r' =$$
$$= -\cos(\varphi + \delta) + 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t_0}{2}.$$

Asetades (r' väiksuse tõttu) $\cos r'$ asemele $1 - \frac{r'^2}{2} (\text{arc } 1')^2$ ja $\sin r'$ asemele $r' \cdot \text{arc } 1'$ ja teades, et alumise kulminatsiooni momendiks $\varphi = H' + \Delta = H' + 90^0 - \delta$, järelikult ka $\varphi + \delta =$

$= 90^0 + H$, ja $-\cos(\varphi + \delta) = -\cos(90^0 + H') = +\sin H'$, aga $\cos H' = \cos(\varphi - \Delta) = \cos(\Delta - \varphi) = \cos(90^0 - \delta - \varphi) = \sin(\varphi + \delta)$, saame:

$$\sin H' - \sin H' \cdot \frac{r'^2}{2}(\text{arc } 1')^2 + \cos H' \cdot r' \cdot \text{arc } 1' = \sin H' + 2\cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sin^2\frac{t^2}{2}.$$

Sellest viimasest valemist peale taandamisi ja lihtsustamisi saame lõplikult:

$$r' = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi+\delta)} \cdot \frac{2\sin^2\frac{t_0}{2}}{\text{arc } 1'} + \frac{r'^2}{2} \operatorname{tg} H' \cdot \text{arc } 1'. \qquad (2)$$

Märgime, et nii esimeses kui ka teises valemis teine liige reduktsiooni väljendamiseks on korrutaja arc 1′ tõttu tavalisesti väga väike; sõltuvalt 1. liikme suurusest ta omab mõnevõrra tunduvat suurust 1. liikme väärtusel $\geqslant 12'$ ja sedagi küllaldaselt suure meridiaankõrguse H või H' puhul.

Seepärast merel tavalisesti piirdutakse vaid reduktsiooni 1. liikme arvutamisega, s. o. võetakse ülemiseks kulminatsiooniks

$$r = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} \cdot \frac{2\sin^2\frac{t_0}{2}}{\text{arc } 1'} \qquad (3)$$

ja siis

$$H = h + r,$$

alumiseks aga

$$r' = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi+\delta)} \cdot \frac{2\sin^2\frac{t_0}{2}}{\text{arc } 1'}. \qquad (4)$$

ja nüüd

$$H' = h - r'.$$

Vaatame reduktsiooni arvestuse küsimust ülemiseks kulminatsiooniks, mis tavalisesti esinebki praktikas, eriti Päikese vaatlustel. Logaritmides valemit (3), saame:

$$\lg r = \lg \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} + \lg \frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\text{arc } 1'}. \qquad (5)$$

Selle valemi järgi lg r arvutamise hõlbustamiseks on 1933. a. Meretabelites tabelid 19, 20 ja 21. Tab. 19 ja 20 antakse

$$\lg \frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)}$$

laiustele 0^0 kuni 80^0 ja deklinatsioonidele 0^0 kuni 24^0. Seejuures tab. 19 on deklinatsioon ühenimeline laiusega, tab. 20 — deklinatsioon isenimeline laiusega. Nende tabelite kasutamise argumentideks on: φ — arvatud ja δ — vaatluste momendil.

Tabel 21 annab

$$\lg \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{\text{arc } 1'}$$

mitmesuguste tunninurkade (Ost või W) jaoks 0 kuni 42^m; argumendiks on tunninurk t, kas Ost või West.

Valinud nimetatud tabeleist logaritmid, tuleb need liita ja saadud logaritmi järgi leida r kaareminuteis ja minutite kümnendosades.

Viimaseks tehteks, s. o. arvu r leidmiseks tema logaritmi järgi, võib mõistetavalt kasutada ka tab. 1 ja 2, kuid r valimiseks on koostatud eri tabel 22, mis erineb tab. 1 ainult sellega, et temas on antud kolmekohalised logaritmid ning seejuures karakteristikutega.

Kui $r > 12$, siis peab vaatama, kas reduktsiooni II liige $\left(\frac{r^2}{2} \operatorname{tg} H \text{ arc } 1'\right)$ ei oma tunduvat suurust, mis on antud mitmesuguste r ja H jaoks Meretabelite tab. 18, nimetusega „Ligimeridiaankõrguse teine õiend". Kuna see liige on alati väga väike, siis võib tabeli argumendina kasutada $h_{\text{ligimer.}}$-i H asemel, nagu seda nõuab valem, ning võtta argument ainult kraadides.

Kui ligimeridiaankõrgus on vaadeldud taevakeha alumisel kulminatsioonil (esineb harva), siis korrutaja

$$\frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin (\varphi + \delta)}$$

arvutatakse vahetult logaritmidega, mitte aga tab. 19 ja 20 abil; korrutaja

$$\frac{2 \sin^2 \frac{t_0}{2}}{\text{arc } 1'}$$

saame tab. 21 järgi, argumendiga $t_0 = 180^0 - t$. Väärtus r leitakse siis jällegi tab. 22 (või 1 või 2) abil.

Tabelite kasutamiseks vajalikud argumendid φ, δ ja t leiduvad:

φ — tuleb võtta kaardilt vaatluste momendiks või arvestada ligikaudselt, võttes suurima ligimeridiaankõrgustest meridiaaniliseks ning selle järgi arvutades laiuse.

δ — võetakse almanahhist; selleks peab teadma $T_{Gr.}$ — järelikult ligimeridiaankõrguste mõõtmisel tuleb märkida momendid kella järgi ja peab teadma u_k. Tähtede jaoks δ võetakse lihtsalt kuupäeva järgi.

t — taevakeha kohalik tunninurk; arvutatakse märgitud kellamomendi, teadaoleva õiendi ja pikkuse järgi.

Arvutanud ülaltoodud valemite abil reduktsiooni r, määrame meridiaankõrguse

ülemisel kulminatsioonil ... $H = h_{ligimer.} + r$ (— II liige, kui vaja)

alumisel „ ... $H' = h_{ligimer.} - r$ (— II „ „ „)

peale mida

$$z = 90^0 - H \text{ ja } \varphi = z + \delta$$
$$\Delta = 90^0 - \delta \text{ ja } \varphi = H' + \Delta.$$

1934. a. ilmusid uued tabelid reduktsiooni arvutamiseks, kusjuures nende tabelite kasutamine on lihtsam kui ülalmainitud Meretabelite tab. 17, 18, 19, 20, 21 ja 22 laiuse määramiseks ligimeridiaankõrguste järgi.

Tabelid on koostatud järgmistel alustel: reduktsiooni valemist

$$r = \frac{2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t}{2}}{\sin (\varphi \mp \delta) \text{ arc } 1'},$$

avanud sin $(\varphi \mp \delta)$, lugeja ja nimetaja jaganud cos φ cos δ peale ja korrutanud lugeja ja nimetaja 100-ga, saame

$$r = \frac{2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \frac{t}{2}}{(\sin \varphi \cdot \cos \delta \mp \cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \text{arc } 1'} = \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{(\text{tg } \varphi \mp \text{tg } \delta) \cdot \text{arc } 1'} =$$

$$= \frac{200 \sin^2 \frac{t}{2}}{100 (\text{tg } \varphi \mp \text{tg } \delta) \cdot \text{arc } 1'}$$

ehk

$$r = \frac{200 \sin^2 \frac{t}{2}}{K \text{ arc } 1'}, \text{ kus } K = 100 \text{ tg } \varphi \mp \text{tg } \delta,$$

märk + kuulub isenimelistele φ ja δ, ehk alumisele kulminatsioonile.

Tabelid koosnevad kahest osast: tab. I on antud väärtused 100 tg nurkadeks 0^0 kuni 90^0; tab. II on antud argumentide K ja t abil leitavad väärtused r.

Seejuures tab. II on arvestatud ainult äärmiste tunninurkadeni τ (vt. § 82), kuid mitte üle 42^m, mis vastab mitmesugustele φ ja δ (tab. 17 „Meretabelid"), s. o. mitmesugustele K.

Tabelite kasutamine on järgmine:

1. Tabelist I valime interpoolimiseta φ ja δ järgi ... 100 tg φ ja 100 tg δ.
2. Kui φ ja δ on ühenimelised ja kulminatsioon ülemine, siis lahutame suuremast väärtusest väiksema, s. o.

$$K = 100 \operatorname{tg} \varphi - 100 \operatorname{tg} \delta$$

ehk

$$K = 100 \operatorname{tg} \delta - 100 \operatorname{tg} \varphi.$$

Kui φ ja δ on isenimelised ehk kulminatsioon alumine, siis

$$K = 100 \operatorname{tg} \varphi + 100 \operatorname{tg} \delta.$$

Väärtusega K ja tunninurgaga t valime tabelist II reduktsiooni r. Interpoolimine silma järgi tehakse ainult tunninurga peale.

Näide 1. $\varphi_{arv} = 42^0 15'$ N; $\delta = 17^0 28',5$ N; $t = 7^m 23^s$. Kulminatsioon on ülemine.

Tab. I ..... $100 \operatorname{tg} \varphi = 91$
$100 \operatorname{tg} \delta = 31$

$K = 60$, $t = 7^m 23^s$ } tab. II ..... $r = 3',0$ ($\tau \cong 19^m$)

Näide 2. $\varphi_{arv} = 15^0 21'$ S; $\delta = 22^0 40',7$ N; $t = 4^m 37^s$. Ülemine kulminatsioon.

Tab. I ..... $100 \operatorname{tg} \varphi = 27$
$100 \operatorname{tg} \delta = 42$

$K = 69$, $t = 4^m 37^s$ } tab. II ..... $r = 1',0$ ($\tau \cong 22^m$)

Näide 3. $\varphi_{arv} = 59^0 50'$ N; $\delta = 40^0 12',1$ N; $t = 12^m 53^s$. Alumine kulminatsioon.

Tab. I ..... $100 \operatorname{tg} \varphi = 172$
$100 \operatorname{tg} \delta = 85$

$K = 257$, $t = 12^m 53^s$ } tab. II ..... $r = 2',2$ ($\tau > 42^m$).

Need tabelid on koostatud väärtustele K kuni 1442. Kui K osutub suuremaks sellest väärtusest, mis võib juhtuda väga harva,

siis tuleb tabelisse minna väärtusega $\frac{K}{10}$, valida reduktsioon ja siis vähendada teda 10 korda, vähendada sellepärast et, nagu nähtub valemist, r on pöördvõrdeline K-ga.

Tabelite lõppu on paigutatud tab. III — „Ligimeridiaankõrguse teine õiend"; see tabel kujutab mõnevõrra lühendatud „Meretabelite" tab. 18.

Töötamine 1934. a. reduktsiooni tabelitega on lihtsam kui Meretabelitega; nende tabelite paremus seisneb veel selles, et nad on ühteviisi kõlblikud reduktsiooni arvestamiseks nii ülemisel kui ka alumisel kulminatsioonil.

Kui on mõõdetud vaid üks ligimeridiaankõrgus, siis nagu meridiaankõrguse juureski, kõik vead mõõdetud kõrguses, nii juhuslikud kui süstemaatilised, lähevad täiel määral määratavasse laiusse. Juhuslike vigade mõju vähendamiseks tuleb mõõta mitte üks, vaid mitu ligimeridiaankõrgust, igaühele neist arvestada oma reduktsioon r ja õiendanud nende reduktsioonidega ligimeridiaankõrgused, saadakse rida meridiaankõrgusi H. Viimastest võetakse keskmine H_k ja selle järgi arvutatakse laius, mis sel puhul saadakse muidugi täpsem, kui oleks arvutatud vaid ühe ligimeridiaankõrguse järgi.

Ülesannete lahendamisel mitme ligimeridiaankõrguse järgi tuleb kasutada Meretabelite tab. 19 või 20 või 1934. a. tab. I. Sel puhul φ arvsuurus võetakse kõikide kõrguste jaoks üks ja sama, mis vastab vaatluste keskmisele momendile. Taevakeha deklinatsioon δ valitakse vaatluste keskmiseks momendiks ja samuti kõikide kõrguste jaoks võrdne; järelikult ka tab. 19 või 20 lg või väärtus K (1934. a. tab.) on ühed ja samad kõikide kõrguste jaoks.

Tunninurga t arvutame märgitud momentidest, õiendades igaüht neist ühe ja sama õiendiga:

tähtede jaoks . . . . . $\Delta m = u_k + R \mp \lambda_0^w - \alpha^*$
Päikese „ . . . . . $\Delta m = u_k + E \mp \lambda_0^w$

Omavahel alati lähedased ligimeridiaankõrguste lugemid õiendatakse samuti üldõiendiga, mis koosneb $(ci + s)$-st ja õienditest: tab. 9 ja täiendavast või tab. 9 ja 10 — Päikese jaoks, ja tab. 11 — tähtede jaoks (1933. a. Meretabelid).

Mitmete ligimeridiaankõrguste järgi arvutatud laius kuulub vaatluste keskmisele momendile, sellepärast ka T'_1 ja logi kaardile märkimiseks tuleb üles kirjutada vaatluste keskel, või taandada sellele keskmisele momendile.

Kui vaatleja on vilunud ja ligimeridiaankõrgused on mõõdetud kiiresti teineteise järel ning seejuures kõrgused ei ole 90^0 ligidal, siis mõõtnud 3 kõrgust, võib võtta nendest keskmise, s. o. arvutada keskmine kõrgus ja keskmine moment ning nendega määrata φ, s. o. lahendada ülesanne üks kord, selle asemel et arvestada meridiaankõrgust iga kõrguse järgi.

See võte kiirendab ülesande lahendamist.

§ 82. LIGIMERIDIAANKÕRGUSTE VAATLUSTE PIIRID.

Laiuse määramisel ligimeridiaankõrguste abil kerkib loomulikult küsimus: milliseid kõrgusi võib vaadelda kui ligimeridiaanilisi ehk teisiti öeldes — kui suur on see Ost- või West-tunninurk, üle mille piiri kõrgusi juba ei saa lugeda ligimeridiaanilisteks, mis oleksid kõlblikud reduktsiooni abil meridiaankõrguseks muundamiseks?

Selle küsimuse uurimine näitab meile, et mõnel puhul taevakeha kõrgust, mõõdetud isegi 1 tund enne või pärast kulminatsiooni, võib vaadelda kui ligimeridiaanilist, teisel puhul aga kõrgust, mis on mõõdetud isegi 5 minutit enne või pärast kulminatsiooni, ei saa hinnata kui ligimeridiaanilist, mida võiks laiuse arvestamise jaoks reduktsiooni abil küllaldase täpsusega muundada meridiaaniliseks.

Tõepoolest, võttes reduktsiooni 1-se liikme väljendi ja asetades temas $\sin^2 \frac{t}{2}$ asemele $\frac{t^2}{4} \cdot \mathrm{arc}^2\, 1'$ (mis täpsusega kuni $1'$ on lubatav nurkadele t ligikaudu kuni 20^0), saame:

$$r^{(\prime)} = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \mathrm{arc}\, 1'}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \frac{t^{(\prime)2}}{2} . \qquad (1)$$

Sellest valemist nähtub, et reduktsioon r on tunninurga t funktsioon ja et järelikult iga viga tunninurgas põhjustab vea ka reduktsioonis, mis omakorda annab võrdse vea määratavas laiuses. Vea suuruse reduktsioonis, s. o. laiuses, sõltuvalt tehtud veast tunninurgas t, saame diferentsides valemit (1) r ja t järgi:

$$\Delta r^{(\prime)} = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \mathrm{arc}\, 1' \cdot t' \cdot \Delta t' = \frac{\mathrm{arc}\, 1'}{\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta} \cdot t' \cdot \Delta t'$$

ehk väljendades t ja Δt ajaminuteis, s. o. asetades t' asemele $15t^{\mathrm{m}}$ ja $\Delta t'$ asemele $15\Delta t^{\mathrm{m}}$, saame:

$$\Delta r^{(\prime)} = \frac{15^2 \cdot \mathrm{arc}\, 1'}{\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta} \cdot t^{\mathrm{m}} \cdot \Delta t^{\mathrm{m}} = \frac{0{,}06545}{\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta} \cdot t^{\mathrm{m}} \cdot \Delta t^{\mathrm{m}} \qquad (2)$$

Valemist (2) nähtub, et viga reduktsioonis ($\Delta r = \Delta\varphi$) sõltub mitte ainult veast tunninurgas (Δt), vaid ka tunninurgast endast, olles võrdeline viimasega; teiste sõnadega, mida väiksemad on tunninurgad, milledes ligimeridiaankõrgusi vaadeldakse, seda väiksem on mitte ainult reduktsioon ise, vaid ka viga temas, vastavalt teatavale veale tunninurgas. Teisest küljest nähtub, et mida väiksem on viga Δt, seda suuremas tunninurgas võib vaadelda ligimeridiaankõrgust, arvestusega omada reduktsioonis ja järelikult ka laiuses sama viga Δr ($\Delta\varphi$).

Seepärast kui eeldada teatud suuruses viga tunninurgas (Δt), siis soovides seejuures saada laiuses viga mitte üle teatud kindla suuruse $\Delta\varphi$ (Δr), on kerge arvutada valemiga (2) ka seda piirsuurusega tunninurka

$$t^{\mathrm{m}}_{\mathrm{piir}} = \frac{\Delta\varphi^{(\prime)}}{\Delta t^{\mathrm{m}}} \cdot \frac{\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta}{0{,}06545}, \qquad (3)$$

mis nimelt vastabki seatud nõudeile.

Sisetades tähenduse

$$\frac{2\,(\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta)}{0{,}06545} = \tau = 30{,}6\,(\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta)$$

eelmine valem kirjutatakse sellisel kujul

$$t^{\mathrm{m}}_{\mathrm{piir}} = \frac{\Delta\varphi'}{2\,t^{\mathrm{m}}} \cdot \tau. \qquad (4)$$

Kui lugeda, et võimalik viga tunninurgas ei ületa 1^{m}, s. o. $\Delta t = \mp 1^{\mathrm{m}}$, ja kui seada tingimuseks, et viga laiuses ei ületaks $2'$, s. o. $\Delta\varphi = \mp 2'$, mis merel on täiesti küllaldane, siis saab lihtsalt

$$t^{\mathrm{m}}_{\mathrm{piir}} = \tau = 30{,}6\,(\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\delta). \qquad (5)$$

Nimelt selle valemi järgi ongi koostatud 1933. a. Meretabelite tab. 17 pealkirjaga „Ligimeridiaankõrguste piirid", mis koosneb kahest osast: vasemast — ühenimeliste φ ja δ jaoks, ning paremast — isenimeliste φ ja δ jaoks. Sellest tabelist ligikaudsete φ ja δ argumentidega valitakse arv, mis näitab, mitu minutit enne kulminatsiooni kõrgusi võib lugeda „ligimeridiaanilisteks" või mitme minuti pärast peale kulminatsiooni kõrgused lakkavad olemast ligimeridiaanilised, muutudes tavalisteks ning kõlbmatuiks laiuse arvestamiseks nende järgi ülalmainitud täpsusega reduktsiooni abil.

Kui taevakeha vaadeldi alumisel kulminatsioonil, mis osutub võimalikuks vaid ühenimeliste φ ja δ puhul, siis valem (5) võtab kuju

$$t^{m}_{piir} = 30{,}6\ (\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\delta),$$

kust nähtub, et piirtunninurgad sel puhul omavad vastavalt samad väärtused, mis ülemisel kulminatsioonil isenimeliste φ ja δ korral.

Lähtudes tab. 17 toodud piirtunninurkadest, mis vastavad Δt ja $\Delta\varphi$ kindlaile väärtusile, on kerge arvutada piirtunninurka ka teiste väärtuste puhul võimalikus tunninurga veas ja laiuse lubatavas veas: tuleb vaid silmas pidada, et piirtunninurk on otsevõrdeline lubatava veaga laiuses ja pöördvõrdeline võimaliku veaga tunninurgas.

Näide 1. $\varphi = 60^{0}$ N, $\delta = 10^{0}$ N. Milline on piirtunninurk, kui lubatav viga laiuses $\Delta\varphi_1$ ei ületa 0′,5 ja kui eeldada viga tunninurgas Δt_1 mitte üle 1^{m}?

Tabelist 17 $\left.\begin{matrix}\varphi = 60^{0}\ \text{N}\\ \delta = 10^{0}\ \text{N}\end{matrix}\right\} \tau = 48^{m}$

$$\text{Otsitav } t_{piir} = \tau\,\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi}\cdot\frac{\Delta t}{\Delta t_1} = 48\cdot\frac{0',5}{1'}\cdot\frac{0^{m},5}{1^{m}} = 12^{m}.$$

Näide 2. $\varphi = 48^{0}$ N, $\delta = 10^{0}$ S; vaadeldi taevakeha tunninurgas $t = 10^{m}$ võimaliku veaga tunninurgas $\Delta t_1 = 0^{m},5$. Milline on sel puhul viga $\Delta\varphi_1$ laiuses?

Tabelist 17 $\left.\begin{matrix}\varphi = 48^{0}\ \text{N}\\ \delta = 10^{0}\ \text{S}\end{matrix}\right\} \tau = 40^{m}$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi\,\frac{t}{\tau}\,\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = 1'\cdot\frac{10^{m}}{40^{m}}\cdot\frac{0^{m},5}{0^{m},5} = 0',25.$$

Näide 3. $\varphi = 52^{0}$ N, $\delta = 24^{0}$ N; vaadeldi taevakeha tunninurgas $t = 15^{m}$; milline on lubatav viga tunninurgas, kui on soovitav saada laius veaga $\Delta\varphi_1$ mitte üle 0′,5?

Tabelist 17 $\left.\begin{matrix}\varphi = 52^{0}\ \text{N}\\ \delta = 24^{0}\ \text{N}\end{matrix}\right\} \tau = 26^{m}$

$$\Delta t_1 = \Delta t\cdot\frac{\tau}{t}\cdot\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi} = 0^{m},5\cdot\frac{26^{m}}{15^{m}}\cdot\frac{0',5}{1'} \cong 0^{m},4 = 26^{s}.$$

A. Laiuse määramine tähe mitme ligimeridiaankõrguse abil ülemisel kulminatsioonil.

I. Eeltöö.

a) Aegsasti:

1. *märkida kavatsetav vaatluste aeg — kõige soodsam oleks videvik, valida sobivaim täht tähegloobuse abil, mis on seatud φ_{arv} (kuni 1°) ja S_k järgi ($S_k = T_k + R$);*

2. *valinud tähe, tuleb võtta gloobuselt* S_k *tema kulminatsioonil ja arvutada selleks momendiks* $T_1 = S_k - R \pm \lambda_0{}^w \mp$ $\mp$ *vöötme nr.* $_0{}^w$;
3. φ *ja* δ_* *(almanahhist) järgi leida tabelist 17 vaatluste piirid* (τ) *ning arvutada vaatlusteks sobiv aeg laeva kella järgi:* $T_1 - \tau$ *kuni* $T_1 + \tau$.

b) Enne vaatlustele minekut:

4. *võrrelda kella kronomeetriga;*
5. *võtta päevikust* u_{kr} ;
6. *arvutada* $u_k = u_{kr} +$ *võrdl.*

c) Vaatlustele minnes:

7. *valmistada sekstant öisteks vaatlusteks.*

II. Vaatlused.

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta tähe 3—5 kõrgust, mida ligemal meridiaanile, seda parem, ning võimaluse järgi nii, et kõrgused oleksid mõlemal pool meridiaani;*
3. *iga kõrguse juurde märkida (abiline) moment kella järgi.*

Märkus: Kui vaatlejal ei ole abilist, siis momendi märkimine sekundimõõtja või kella järgi toimub § 63 osutatud juhendite järgi.

4. *märkida, millisest punktist (N või S) horisondil kõrgusi mõõdeti;*
5. *võtta kaardilt* φ_{arv} *ja* λ_{arv} *vaatluste keskmiseks momendiks; märkida selleks momendiks logi näit.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada ci;*
2. *arvutada kõrguste üldõiend* $\Delta h = ci + s +$ *tab. 11 õiend (keskmise lugemi järgi);*
3. *märgitud momentidest keskmise (kuni* 1^m*) ja kellaõiendi (kuni* 1^m*) järgi arvutada* $T'_{Gr.}$ *(mitte unustada* $\mp 12^h$ *võimalust);*
4. *arvutatud* $T'_{Gr.}$ *peale valida R; valida samuti* δ_* *ja* α_*;
5. *arvutada täpselt momentide üldõiend:*

$$\Delta m = u_k + R \mp \lambda_0{}^w - \alpha_*;$$

6. *õiendada iga märgitud moment üldõiendiga* Δm; *saadakse tähe W-tunninurgad. Kui saadud* $t_* > 12^h$, *siis lahutada nad* 24^h*-st* (t_{ost}). *Kontrollida, kas arvutatud tunninurgad ei ületa vaatluste piire* (τ).

Meretabelitega.

7. φ *ja* δ *(mõlemad argumendid kuni* $0^0{,}1$*) järgi valida* lg *tab. 19 või 20 (üldine kõikide kõrguste jaoks);*
8. *iga tunninurga järgi valida* lg *tab. 21;*
9. *arvutada* lg $r =$ lg *tab. 19 (või 20) +* lg *tab. 21, ja* lg r *järgi tab. 22 leida* r. *Kui* $r > 12'$, *siis tab. 18 valida* h *ja* r *järgi teine õiend* (Δr), *mille järgi lõplikult*

$$r' = r - \Delta r;$$

1934. a. tabelitega.

7. φ *ja* δ *järgi tab. I leida* 100 tg φ *ja* 100 tg δ;
8. *arvutada* $K = 100$ tg $\varphi \mp$ ∓ 100 tg δ;
9. K *ja* t *järgi tab. II valida* r; *kui* $r > 15'$, *siis tab. III valida* h *ja* r *järgi teine õiend* Δr; *mille järgi lõplikult*

$$r' = r - \Delta r.$$

10. *õiendada iga lugem üldõiendiga* Δh *(p. 2);*
11. *arvutatud tõeliste kõrgustega liita vastav* r *(või* r'*) — saadakse* H_*;
12. *arvutada keskmine* H_* *ja siis* $z = 90^0 - H_{*k}$;
13. *arvutada* $\varphi = z + \delta_*$ *meridiaankõrguse järgi määratava laiuse reeglite rakendamisega.*

Näide 1. 24./V 1936. a. kavatseme määrata laiust umbes 22^h laevakella järgi, mis käib l-se Ost-vöötme aja järgi.

Selleks momendiks kaardilt: $\varphi_{arv} = 58'{,}5$ N ja $\lambda = 21^0{,}2$ Ost.

Ligikaudu $T_{Gr.} = 22^h - 1^h = 21^h$ 24./V. Võtame almanahhist $R \ldots$ 16^h9^m, arvutame $S_k = 22^h + 16^h9^m = 14^h9^m$. Seadnud tähegloobuse, leiame meridiaani ligidal kaks tähte: Spica (W-tunninurkades) ja Arcturus (Ost-). Valime Arcturuse.

Almanahhist: $\delta_* = 19^0 30'{,}7$ N ja $\alpha_* = 14^h\,12^m\,48^s$.

Kulminatsioonimomendiks: $T_1 = 14^h\,13^m - 16^h\,9^m - 1^h\,25^m + 1^h = 21^h\,39^m$.

Tabelist $17 \ldots \tau = 40^m$; Arcturusel on ligimeridiaankõrgused alates $21^h\,59^m$ kuni $22^h\,19^m$ laevakella järgi.

Enne vaatlustele minekut: võrdlus $= +\,0^h\,2^m\,3^s$, päevikust võeti $u_{kr} = +\,0^h\,0^m\,19^s$ ja arvutati $u_k = +\,0^h\,2^m\,22^s$.

Sekstant seati öisteks vaatlusiks. Umbes $T = 21^h\,20^m$ alati vaatlusi. Silmakõrgus $a = 32$ jalga, *ci* lugem ... $359^0 58'{,}7$.

Lugemid ...	$51^0 3'{,}8$;	momendid ...	$8^h\,22^m\,5^s$
S-i	4,3		23 16
	5,8		24 40
	6,5		25 40
	51 6,8		8 26 42

Keskmine moment $m_0 = 8^h\,25^m$; selleks momendiks, võrrelnud kella ligikaudselt laevakellaga, võeti kaardilt: $\varphi_{arv} = 58^0,3\ N$ ja $\lambda = 21^0 4',5$ Ost.

Arvutati $ci = +1',3$; valiti $s = 0',0$.

1) $ci + s$	$+1',3$	2) m_0	$8^h\,25^m$
Tab. 11	$-6,4$ (keskm. h)	u_k	$+\ 2$
Δh	$-5,1$	24./V $T_{Gr.}$	20 27

3) u_k		$+\ 0^h\ 2^m\ 22^s$	
$R\ 20^h$		$+16\ 8\ 56,1$	
$\Delta R\ 27^m$		$+\quad\ 4,4$	
λ (Ost)		$+\ 1\ 24\ 18$	
α_*		$-14\ 12\ 48$	
Δm [1]	$= +15\ 22\ 53$		
	$+\ 3\ 22\ 53 + 12^h$		

4) φ ... $58^0,3$ N; δ_* ... $19^0 30',7$ N

Meretabelid: $\varphi_0 = 58^0$ N, $\delta_0 = 19^0$ N ... lg tab. 19 ... 9,901

Δ lg $0^0,3$ pikk. ... -7

„ „ $0',5$ dekl. ... $+4$

Otsitav lg ... 9,898

1934. a. tabelid.

$100 \operatorname{tg} \varphi$ ...	162
$100 \operatorname{tg} \delta$ ...	35
K ...	127

Momendid m	t_w $m + \Delta m$	t Ost $24^h - t_w$	lg tabel 21	lg tabel 19	lg r	r	Lugemid l	h_* $l + \Delta^h$	H_* $h_* + r$
$8^h\,22^m\,5^s$	$23^h 44^m 58^s$	$15^m\ 2^s$	0,869		0,767	5',8	$51^0\ 3',8$	$50^0 58',7$	$51^0 4',5$
23 16	46 9	13 51	0,798		0,696	5,0	4,3	59,2	4,2
24 40	47 33	12 27	0,705	9,898	0,603	4,0	5,8	51 0,7	4,7
25 40	48 33	11 27	0,632		0,530	3,4	6,5	1,4	4,8
8 26 42	49 35	10 25	0,550		0,448	2,8	6,8	1,7	4,5

1934. a. tabelite abil r-id saadakse täpselt samased. Need kolm lahtrit ei ole vajalikud.

Keskm. $H_* = 51^0\ 4',5$ S-i

$z = 38^0\ 55,5$ N

$\delta_* = 19^0\ 30,7$ N

$\varphi = 58^0\ 26'$ N

$T_1 = 21^h\,26^m$

[1] Δm avestamisel võib osutuda vajalikuks liita või lahutada 12^h (analoogiliselt $T_{Gr.}$ arvestamisega momendi järgi). See küsimus lahendatakse selles ülesandes väga lihtsalt, lähtudes kaalutlusest, et $m + \Delta m = t_w$ peab alati olema lähedane 24^h — ülemisel kulminatsioonil, või 12^h — taevakeha alumisel kulminatsioonil.

Näide 2. 5./I 1936. a.; $T_l = 22^h$; $\varphi'_{arv} = 49^0,5$ S ja $\lambda = 130^014',8$ W; mõõdeti β Orionis ligimeridiaankõrgused N-i ja märgiti momendid:

Lugemid h_*	momendid
$48^055',2$	$7^h\,57^m\,4^s$
55,6	58 16
55,8	59 27

ci lugem ... $360^00',4$; $s = +0',1$; $u_k = -1^h\,7^m\,11^s$; $a = 16$ j.

Vahepealsed lahendused: $\Delta h = -5',0$; $\Delta m = +15^h\,59^m\,5^s$; $K = 102$.

Vastus: $\varphi = 49^026'$ S ... $T_l = 21^h51^m$ (vaatluste keskm. moment).

Näide 3. 17./VII 1936. a. $\varphi_{arv} = 28^0$ N ja $\lambda = 35^00',6$ Ost, umbes 21^h mõõdeti tähe α Scorpii (Antares) ligimeridiaankõrgus S-i ja märgiti moment kella järgi:

lugem $35^056',7$; moment $5^h\,39^m\,10^s$.

ci lugem ... $360^01',2$; $s = -19''$; $u_k = +1^h\,0^m\,2^s$; $a = 40$ j.; $T_l = 20^h\,40^m$.

1) l ..... $35^056',7$
$ci + s$ ..... $-1,5$
h'_* ..... $35^055',2$ S-i
Tab. 11 ..... $-7,6$
h_* ..... $35^047',6$ S-i

2) $\alpha_* = 16^h\,25^m\,33^s$
$\delta_* = 26^017',7$ S

3)

m	$+\ 5^h\,39^m\,10^s$
u_k	1 0 2
17./VII $T_{Gr.}$	18 39 12
$R\ 18^h$	19 41 30,5
$\Delta R\ 39^m$	+6,4
$S_{Gr.}$	14 20 49
λ	2 20 2
S_k	16 40 51
α	16 25 33
t_*	15 18 W

4) $100\,\mathrm{tg}\,\varphi$ 53
$100\,\mathrm{tg}\,\delta$ 49
K 102
t ..... $15^m\,18^s$

... r ..... 7',5

h_*	$35^047',6$ S-i
H_*	$35^055',1$ S-i
z_*	$54^0\ 4',9$ N
δ_*	$26^017',7$ S

$T_l = 20^h\,40^m$ ... $\varphi = 27^047'$ N

Näide 4. 29./IX 1936. a. $\varphi'_{arv} = 43^0$ S ja $\lambda = 87^05',4$ W, umbes 2^h mõõdeti α Centauri ligimeridiaankõrgusi S-i alumisel kulminatsioonil ja märgiti momendid kella järgi:

lugemid	momendid
$13^050',2$	$7^h\,45^m\,1^s$
50,2	46 23
49,8	47 58
49,6	49 5

ci lugem ... $359^0 59',8$; $s = +0',2$; $u_k = -1^m 19^s$; $a = 34$ j.

1) $ci + s$ ..... $+0',4$
Tab. 11 ..... $-9,7$
Δh ..... $-9,3$

2) m_0 ..... $7^h 47^m$
u_k ..... -1
$T'_{Gr.}$ ..... $7^h 46^m$ 29./IX

3) $\alpha_* = 14^h 35^m 17^s$
$\delta_* = 60^0 34',8$ S

4) u_k ..... $-0^h 1^m 19^s$
$R\,6^h$ ..... $+0\ 31\ 17,2$
$\Delta R\ 1^h 45^m$ .... $+\quad\ 17,4$
λ ..... $-5\ 48\ 21,6$
α_* ..... $-14\ 35\ 17$
Δm ..... $+4\ 6\ 37$

5) 1934. a. tabelid
$100 \operatorname{tg} \varphi = 93$
$100 \operatorname{tg} \delta = 177$
$K = 270$

6) 1934. a. tabelitega.

m	t_w $m + \Delta m$	$12^h - t_w$	r	l	h_* $l + \Delta h$	H_* $h_* - r$
$7^h 45^m\ 1^s$	$11^h 51^m 38^s$	$8^m 22^s$	0',9	13^0 50',2	13^0 40',9	13^0 40',0
46 23	53 0	7 0	0,6	50,2	40,9	40,3
47 58	54 35	5 25	0,3	49,8	40,5	40,2
49 5	55 42	4 18	0,2	49,6	40,3	40,1

Keskmine H_* ... 13^0 40',2 S-i
$\Delta_* = 90^0 - \delta_*$ ... 29 25,2 „

$T_1 = 1^h 46^m$ ..... $\varphi = 43^0\ 5'$ S

Laiuse määramine planeetide ja Kuu ligimeridiaankõrguste järgi sooritatakse täiesti samaselt kui tähtede abil; otsetõus (momentide üldõiendiks) ja deklinatsioon tuleb nüüd valida hoolikalt $T'_{Gr.}$ kohta, mis vastab vaatluste keskmisele momendile; planeetide kõrguse õiendamine sooritatakse samuti kui tähtedel, Kuul aga — tab. 12 või 13 järgi. 1934. a. tabelid reduktsiooni arvestamiseks on käsiteldavad samal määral kui tähtede jaoks.

B. Laiuse määramine Päikese ligimeridiaankõrguste järgi ülemisel kulminatsioonil.

I. Eeltöö.

a) Aegsasti:

1. *võtta kaardilt* φ *(kuni* 1^0*) keskpäevaks, valida almanahhist* E *(kuni* 1^m*) ja* δ_P *(kuni* 1^0*) antud kuupäevaks;*
2. *valida tab. 17* φ *ja* δ *järgi ligimeridiaankõrguste piirid* τ*;*
3. *arvutada kulminatsiooniks* $T_1 = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w \mp$ *vöötme nr.* $_0{}^w$.

Arvutada: $T_l - \tau$ *ja* $T_l + \tau$ *— piirmomendid laevakella järgi ligimeridiaankõrguste vaatlusteks.*

b) Enne vaatlustele minekut:

5. *võrrelda kella kronomeetriga;*
6. *võtta päevikust* u_{kr};
7. *arvutada* $u_k = u_{kr} + vrdl.$

c) Vaatlustele minnes:

8. *sekstant vaatlusteks korraldada.*

II. Vaatlused.

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta kõrgusi (3—5); mida lähemal meridiaanile, seda parem;*
3. *iga kõrguse juurde märkida (abiline) moment kella järgi.*

Märkus: Kui vaatlejal abilist ei ole, siis momendi märkimine sekundimõõtja või kella järgi sooritatakse § 63 juhendite alusel.

4. *märkida, millisest horisondi punktist (N või S) kõrgusi mõõdeti;*
5. *võtta kaardilt* φ *ja* λ *vaatluste keskmiseks momendiks ja arvestada (kui ei olnud märgitud) logi näit sel momendil.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutusi.

1. *arvutada ci;*
2. arvutada keskmise lugemi järgi kõrguste õiendi $\Delta h = ci + s + tab.\ 9 +$ *täiend (või 9, 10), ning see õiend võtta üldiseks kõikide kõrguste jaoks;*
3. *arvutada keskmine moment* m_0 *(kuni* 1^m*) ning õiendanud kella õiendiga* u_k *(kuni* 1^m*), saada ligikaudne* $T_{Gr.}$ *(mitte unustada* $\mp 12^h$ *võimalikkust!);*
4. $T_{Gr.}$ *järgi valida almanahhist täpne* δ_P *ja E;*
5. *arvutada täpselt momentide üldõiend:* $\Delta m = u_k + E \mp \lambda_0{}^w$ *(mitte unustada* $\mp 12^h$ *võimalikkust!);*
6. *iga märgitud moment õiendada momentide üldõiendiga, — saadakse Päikese W-tunninurgad. Kui saadud* $t_w > 12^h$*, siis need lahutada* 24^h *(*t_{Ost}*). Kontrollida, kas tunninurgad ei ületa vaatluste piire (*τ*).*

Meretabelitega.

7. *φ ja δ_P (kuni 0°,1) järgi valida lg tab. 19 või 20 (üldine kõikidele kõrgustele);*
8. *iga tunninurga järgi leida lg tab. 21;*
9. *arvutada lg r = lg tab. 19 (või 20) + lg tab. 21, ja lg r järgi tab. 22 leida r. Kui r > 12′, siis tab. 18 valida h ja r järgi teine õiend (Δr), mille järgi lõplikult*

$$r' = r - \Delta r.$$

1934. a. tabelitega.

7. *φ ja δ_P järgi tab. I valida 100 tg φ ja 100 tg δ;*
8. *arvutada*

$$K = 100 \operatorname{tg} \varphi \mp 100 \operatorname{tg} \delta;$$

9. *K ja t järgi tab. II valida r. Kui r > 15′, siis tab. III valida h ja r järgi teine õiend Δr, mille järgi lõplikult*

$$r' = r - \Delta r.$$

10. *õiendada iga lugem üldõiendiga Δh (p. 2);*
11. *tõeliste kõrgustega arvutatud hh_P liita vastavalt r (või r′), saadakse H_P;*
12. *arvutada keskmse H_P ning siis $z = 90^0 - H_P$ keskmine;*
13. *arvutada $\varphi = z + \delta_P$ meridiaankõrguste järgi laiuse määramise reeglite abil.*

Näide 5. 9./VIII 1936. a. Kattegatis kavatseme määrata φ Päikese ligimeridiaankõrguste järgi; laevakell käib 1-se vöötme aja järgi. Kaardilt keskpäevaks $\varphi_{arv} = 56^0$ N ja $\lambda_0 = 12^0 13',0$. 9./VIII almanahhist $\delta_P = 16^0$ N ja $E = 11^h 55^m$. Arvutame T_1 keskpäeval $= 24^h - E - \lambda_0 +$ vöötme nr. $= 12^h 16^m$. Tabelist 17 $\varphi = 56^0$ N ja $\delta_P = 16^0$ N järgi valime $\tau = 36^m$.

Ligimeridiaankõrgused algavad laevakella järgi $12^h 16^m - 36^m = 11^h 40^m$ ja lõpevad sama kella järgi $12^h 16^m + 36^m = 12^h 52^m$.

Enne vaatlustele minekut tegime võrdluse $= -1^h 20^m 19^s$, võtsime $u_{kr} = +0^h 11^m 43^s$ ja arvutasime $u_k = -1^h 08^m 36^s$.

Seadsime sekstandi vaatlusvalmis; silmakõrgus $a = 29$ j.

Vaatlused.

ci lugemid ... 360°32′,0 ja 359°28′,4.

Lugemid	P ... 49°23′,0	momendid ...	$12^h 16^m 44^s$
S-i	23,4		17 52
	23,8		18 50
	23,8		20 3
	24,2		20 57

Vaatluste lõpul võrreldi kella laevakellaga; viimane oli järel 9^m võrra.
Vaatluste keskmine moment kella järgi ... m_0 ... $12^h 19^m$
„ „ „ laevakella „ ..... $12^h 10^m$.
Viimaseks momendiks võtame kaardilt:
$\varphi = 56^0,5$ N, $\lambda = 12^0 13',5$ Ost; logi ... 73,9 m.
Arvutasime: $ci = -0',2$; $s = -0',4$.

1) $ci + s$ . . . . . — 0′,6
Tab. 9 . . . . . + 10,0
Täiend. . . . . — 0,2
Δh . . . . . + 9′,2

2) m_0 . . . . . 12h 19m
u_k . . . . . — 1 9
$T_{Gr.}$ 11h 10m 9./VIII

3)

	δ_P (N)	E
9./VIII $T_{Gr.} = 12^h$ . . .	15°50′,4	11h 54m 37s,6
muut. 50m tag.	+ 0,6	— 0,3
Keskmisel momendil	15°51′,0	11h 54m 37s,3

4) u_k . . . . . — 1h 8m 36s
E . . . . . + 11 54 37
λ_0 . . . . . + 0 48 54
Δm . . . . . + 11h 34m 55s

5) 1934. a. tabelite järgi: $100 \operatorname{tg} \varphi - 100 \operatorname{tg} \delta = 151 - 28 = 123$.

6) 1934. a. tabelite järgi:

m	t_w $m + \Delta m$	t_{Ost} $24^h - t_w$	r	l	h_P $l + \Delta h$	H_P $h_P + r$
12h16m44s	23h51m39s	8m 21s	1′,9	49°23′,0	49°32′,2	49° 34′,1
17 52	52 47	7 13	2,4	23,4	32,6	34,0
18 50	53 45	6 15	1,1	23,8	33,0	34,1
20 3	55 58	5 2	0,7	23,8	33,0	33,7
20 57	55 52	4 8	0,5	24,2	33,4	33,9

Keskm. H_P . . . 49°34′,0 S-i
z . . . 40 26 ,0 N
δ_P . . . 15 51 ,0 N

$T_1 = 12^h\,10^m$ . . . $\varphi = 56°17'$ N

Näide 6. 14./IV 1936. a. keskpäeva ümber, $\varphi_{arv} = 29°,4$ S ja $\lambda = 158°49',3$ W mõõdeti P ligimeridiaankõrgusi N-i ja märgiti momendid kella järgi:

lugemid P	50°45′,6	momendid. . .	2h 17m 10s
N-i	45,2		18 8
	44,4		19 3
	43,8		19 54
	43,0		21 11

ci lugemid . . . 360°31′,0 ja 356°27′,0; $s = + 0',5$; $u = — 3^h\,36^m\,2^s$; $a = 30$ j.
Vahepealsed lahendused: $\Delta h = + 11',4$; $\Delta m = — 2^h\,11^m\,31^s$; $K = 73$.

Vastus: $\varphi = 29°25'$ S . . . $T_1 = 11^h\,43^m$.

Näide 7. 19./VIII 1936. a. $\varphi = 37^{0},4$ N ja $\lambda_w = 9^{0}14',5$ keskpäeva ümber mõõdeti ligimeridiaankõrgus $h_{\bar{P}}$ S-i, lugem... $65^{0}44',8$ ja märgiti moment kella järgi... $11^{h}21^{m}13^{s}$. *ci* lugemid... $360^{0}31',8$ ja $359^{0}28',2$; $s = 0',0$; $u_k = +1^{h}30^{m}18^{s}$; $a = 16$ j.

1) $l_{\bar{P}}$ ..... $65^{0}44',8$
$ci + s$ ..... $0,0$
$h'_{\bar{P}}$ ..... $65^{0}44',8$
Tab. 9 ..... $+11,7$
„ 10 ..... $-31,8$
h_P ..... $65^{0}24',7$ S-i

2) m ..... $11^{h}21^{m}13^{s}$
$+$
u_k ..... $1\ 30\ 18$
$T_{Gr.}$ ..... $12\ 51\ 31$ 19./VIII
4) E ..... $11\ 56\ 29$
$t_{PGr.}$ .... $0\ 48\ 0$
$-$
λ_w ..... $0\ 36\ 58$
t_{Pk} ..... $11^{m}\ 2^{s}$
(τ tabelist $17...17^{m}$)

	δ_P (N)	E
3) 19./VIII $T_{Gr.} = 12^{h}$.	$12^{0}45',3$	$11^{h}56^{m}28^{s},4$
muut. 52^{m} edasi ...	$-0,7$	$+0,5$
Vaatluste momendil	12 44,6	11 56 28,9

5) $\varphi = 37^{0},4$, $\delta = 12^{0},7$ } lg tab. 19 ... 0,268
$t = 11^{m}2^{s}$ lg tab. 21 ... 0,600
lg r 0,868
r .... 7',4

5 bis) $100 \operatorname{tg} \varphi = 76$
$100 \operatorname{tg} \delta = 23$
$K = 53$, $t = 11^{m}2^{s}$ } $r = 7',5$

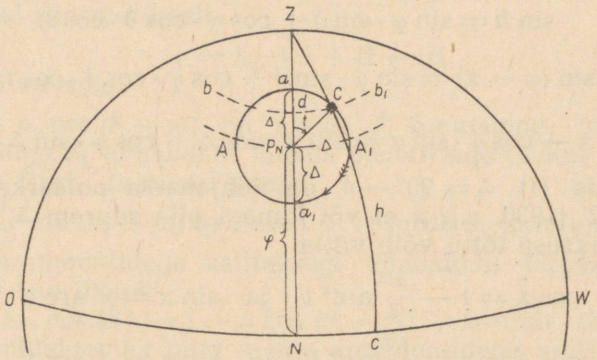
h ..... $65^{0}24',7$
H ..... $65^{0}32',2$ S
z ..... $24^{0}27',8$ N
δ ..... $12^{0}44',6$ N
$T_l = 11^{h}52^{m}... \varphi = 37^{0}12'$ N.

§ 83. LAIUSE MÄÄRAMINE PÕHJANAELA (POLARIS, α URSAE MINORIS) KÕRGUSE ABIL.

Teatavasti taevapooluse kõrgus horisondilt võrdub koha laiusega ning laiuse nimetus on samane selle ülemise pooluse nimetusega. Siit järgneb, et kui just poolusel asetseks mingisugune täht, siis tarvitseks mõõta vaid tema kõrgus, see kõrgus õiendada — ja saaks koha laiuse.

Tõeliselt ei N- ega S-poolusel tähte ei ole, kuid mitte kaugel põhjapoolusest (P_n) asetseb Väikese Vankri tähtkujusse kuuluv kaunis hele täht Põhjanael (Polaris, α Ursae minoris), mis selle

nimetuse on saanud oma läheduse tõttu poolusele. Põhjanaela deklinatsioon on umbes 89° N, ja oma ööpäevasel liikumisel ta teeb väga väikese ringi, sfäärilise raadiusega veidi üle 1°. Selle tõttu Põhjanaela (Polaartähe) asimuut on alati 0° (N-i) lähedal ja järelikult selle tõttu ta osutub alati sobivaks esemeks φ määramiseks; samal põhjusel Polaartähe kõrgus on alati ligidane laiusele ning võib temast erineda vaid tühise suuruse võrra, ja laiuse määramise ülesanne Põhjanaela kõrguse järgi seisnebki selle õiendi leidmises, s. o. laiuse ja Põhjanaela kõrguse vahe leidmises antud momendil.



Joon. 112.

Joon. 112 a_1a kujutab Polaartähe ööpäevase liikumise paralleeli, väga väikest ringi sfäärilise raadiusega $\Delta = 90^0 - \delta_* \cong 1^0 2'$ (1936. a.), punktid a ja a_1 — tähe ülemise ja alumise kulminatsiooni punkti; punkt C — Põhjanaela asendit mingil momendil; kaar P_nC — Põhjanaela meridiaani, kaar ZC — Põhjanaela vertikaali ning lõpuks väikese ringi kaar bCb_1 — Põhjanaela kõrgusringi.

Joonist vaadeldes näeme, et:

1. Põhjanael, liikudes mööda oma paralleeli, võib omada suuremat ja väiksemat kõrgust kui pooluse kõrgus (kõrgusring AP_nA_1), s. o. kui laius, ning tema kõrguse õiend laiuse saamiseks võib olla positiivne ja negatiivne. Õiend on positiivne Põhjanaela liikumisel punktist A_1 läbi a_1 punktini A; negatiivne — punktist A üle a kuni A_1.

2. Suurimat tähendust, võrdset polaarkaugusega $\Delta = 90^0 - \delta \cong 1^0 2'$, see õiend omab ülemise ja alumise kulminatsiooni

momendil, seejuures ülemisel kulminatsioonil õiend on negatiivne (a), alumisel (a_1) — positiivne.

3. Kulminatsioonimomentidel tunninurgad võrduvad kas 0^0 (ülemisel kulminatsioonil) või 12^h (alumisel) ja kohalik täheaeg neil momentidel võrdub kas a_* või $a_* + 12^h$ (valemiga $S = t + a$).

4. Õiendi suurus üldse sõltub Põhjanaela tunninurgast.

Kui tähistada x-ga väikest vahet laiuse φ ja Põhjanaela kõrguse vahel, s. o. $x = \varphi - h$, siis saab

$$\varphi = h + x \quad \text{ja} \quad h = \varphi - x.$$

Asetades viimase väljendi põhivalemisse

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t,$$

saab

$$\sin (\varphi - x) = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t,$$

ehk

$$\sin \varphi \cdot \cos x - \cos \varphi \cdot \sin x = \sin \varphi \cdot \cos \Delta + \cos \varphi \cdot \sin \Delta \cdot \cos t. \quad (1)$$

Valemis (1) $\Delta = 90^0 - \delta$ on Põhjanaela polaarkaugus, mis võrdub 62′ (1936. a.); x ei või kunagi olla suurem Δ. Väärtuste Δ ja x väiksuse tõttu võib võtta

$$\cos x = 1 - \frac{x'^2}{2} \operatorname{arc}^2 1' \quad \text{ja} \quad \sin x = x' \operatorname{arc} 1'$$

$$\cos \Delta = 1 - \frac{\Delta'^2}{2} \operatorname{arc}^2 1' \quad \text{ja} \quad \sin \Delta = \Delta' \operatorname{arc} 1'.$$

Nende väljendite asetamisel valemisse (1) ja peale lihtsustamist saame

$$x' = -\Delta' \cos t + \frac{\Delta'^2 - x'^2}{2} \operatorname{tg} \varphi \operatorname{arc} 1'.$$

Võtnud esimeses ligikaudsuses $x = -\Delta \cos t$, asetades selle x tähenduse parema osa teise liikmesse ja asendades tg φ selles suuruselt väikeses teises liikmes temale peaaegu võrdse suurusega tg h, saame

$$x' = -\Delta' \cos t + \frac{\Delta'^2}{2} \sin^2 t \operatorname{tg} h \operatorname{arc} 1'.$$

Asetades lõpuks t asemele $(S - \alpha)$, saame

$$x' = -\Delta' \cos (S - \alpha) + \frac{\Delta'^2}{2} \sin^2 (S - \alpha) \operatorname{tg} h \operatorname{arc} 1'.$$

Põhjanaela Δ ja α suurused ei jää aasta jooksul püsivaiks (vt. almanahh lk. 138, 139); tähistanud nende keskmise aasta

väärtuse Δ_0 ja α_0 ja liitnud või lahutanud viimase võrrandi paremas pooles väärtuse $\Delta_0 \cos (S - \alpha_0)$, saame

$$x' = -\Delta' \cos (S - \alpha) + \frac{\Delta'^2}{2} \sin^2 (S - \alpha) \operatorname{tg} h \operatorname{arc} 1' + \\ + \Delta_0 \cos (S - \alpha_0) - \Delta_0 \cos (S - \alpha_0)$$

või, ümber asetanud liikmed ja väikese teise liikme jaoks võtnud arvesse, et Δ_0 ja α_0 vähe erinevad Δ-st ja α-st:

$$x' = -\Delta_0' \cos (S - \alpha_0) + \frac{\Delta_0'^2}{2} \sin^2 (S - \alpha_0) \operatorname{tg} h \operatorname{arc} 1' + \\ + \{\Delta_0 \cos (S - \alpha_0) - \Delta \cos (S - \alpha)\} = \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III},$$

mille järel skemaatiliselt

$$\varphi = h_* + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III}.$$

Selles valemis:

$\mathrm{I} = -\Delta_0 \cos (S - \alpha_0)$ on ainult S funktsioon; ta saadakse argumendiga S_k almanahhi tabelis pealkirjaga „Laius Polaartähe vaatluste järgi. Esimene õiend".

$\mathrm{II} + \frac{\Delta_0'^2}{2} \sin^2 (S - \alpha_0) \operatorname{tg} h \operatorname{arc} 1' \ldots$ osutub S_k ja h funktsiooniks, milliste argumentidega valitaksegi almanahhi järgmisest tabelist . . . „Teine õiend".

$\mathrm{III} = \{\Delta_0 \cos (S - \alpha_0) - \Delta \cos (S - \alpha)\} \ldots$ osutub S_k ja kuupäeva funktsiooniks ning nende argumentidega valitakse almanahhi järgmisest tabelist „Kolmas õiend".

Meresõidus, kus tavalisesti ei nõuta väga suurt täpsust, võetakse arvesse vaid I õiend, ja ainult suurtes laiustes ning kui S_k on 8^h ja 20^h ligidal, tuleb võtta ka II õiend.

Joon. 112 nähtub, et I õiend $= -\Delta_0 \cos (S - \alpha_0)$ saadakse Δ-st P_nCd, kui teda võtta tasapindsena;

II õiend kujutab kolmnurga sfäärilisuse õiendit, ja III õiend on kuupäeva-õiend, sarnane „täiendava õiendiga" Päikese kõrguste õiendamisel.

See meetod oma lihtsuse tõttu on eelistatavam kõikidest teistest laiuse määramise meetoditest öösel. Põhjanaela kõrguse äärmiselt aeglane muutumine võimaldab alati mõõta järgemööda mitu (3—5) kõrgust ja siis arvestada keskmist lugemit ja vastavat keskmist momenti: ülesande lahendamine ei pikene, kuid suureneb laiuse määramise täpsus ja kindlus, kuna väheneb kõrguste ja tunninurkade juhuslike vigade mõju.

See meetod on rakendatav öösel mistahes kellaajal (kõige parem videvikus) kogu aasta kestusel ja kõikide põhjalaiuste jaoks, mitte alla 10^0.

Süstemaatiliste vigade mõju tunninurgas võib lugeda tegelikult tühiseks, mis tõestub sellega, et I õiendi suurus muutub ajajooksul väga aeglaselt. Püsivate vigade mõju mõõdetud kõrgustes, mis ei ole kõrvaldatavad Põhjanaela vaatluste arvu suurendamisega, saab likvideerida, kui ühes laiuse määramisega Põhjanaela abil määrata laius tähe ligimeridiaankõrguste või äärmisel juhul meridiaankõrguse järgi, mida vaadeldi S-i ning seejuures Põhjanaela kõrgusega ligikaudses kõrguses.

Tegelik rakendamine.

I. Eeltööd.

a) Aegsasti — *ei ole nõutav.*

b) Enne vaatlustele minekut:

1. *võrrelda kella kronomeetriga;*
2. *võtta päevikust* u_{kr} ;
3. *arvutada* $u_k = u_{kr} + vrdl.$

c) Vaatlustele minnes:

4. *seada sekstant öisiks vaatlusiks.*

II. Vaatlused.

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta Põhjanaela 3—5 kõrgust;*
3. *iga kõrguse juurde märkida moment kella järgi;*
4. *võtta kaardilt* λ *vaatluste keskmiseks momendiks; märkida logi näit.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada ci;*
2. *arvutada keskmine lugem ja keskmine moment* m_0;
3. *keskmine lugem õiendada* $ci + s$ *ja õiendiga tab. 11 — saame tõel.* h_* ;
4. *arvutada* $T_{Gr.} = m_0 + u_k$; *seejuures veenduda, kas ei ole vaja liita või lahutada* 12^h, *samuti ka kuupäeva;*
5. *valida almanahhist R;*
6. *arvutada* $S_k = T_{Gr} + R \mp \lambda_0{}^w$; S_k *ümardada kuni* $0^m,5$;

7. *argumendiga* S_k *valida almanahhist Polaris'e I õiend;*
8. *arvutada* $\varphi = h_* + I$.

Märkus: Kui vaja, siis valida ka II õiend (argum. S_k ja h_*); see on alati positiivne.

Näide 1. 7./VIII 1936. a. $\lambda_0 = 20^0 49',0$ umbes $21^1/_2{}^h$ mõõdeti Polaris'e kõrgusi ja märgiti momendid kella järgi.

Lugemid ...	momendid ...
$56^0 29',5$	$6^h\ 43^m\ 17^s$
30,0	45 24
31,0	49 21

ci lugem ... $359^0 58',0$; $u_k = +\ 1^h\ 30^m\ 32^s$; $a = 30$ j.; $s = -\ 0',6$.

1) keskm. lugem ...	$56^0 30',2$	2) m_0 ...	$6^h\ 46^m\ 1^s$
$ci + s$ ...	$+\ 1,4$	+	
Vaadeld. h_* ...	$56^0 31',6$	u_k ...	1 30 32
Tab. 11 ...	$-\ 6,0$	7./VIII $T_{Gr.}$ ...	20 16 33
h_* ...	$56^0 25',6$	$R\ 20^h$ ...	21 4 37,9
3) I õiend ...	$+\ 14,9$	ΔR ...	$+\ 2,8$
		$S_{Gr.}$ ...	17 21 14
$\varphi = 56^0 40'$ N		+	
		λ_0 ...	1 23 16
		S_k ...	18 44 30 =
			$= 18^h\ 44^m,5$

Näide 2. 22./II 1936. a., $\lambda = 158^0 11',7$ W; umbes 4^h mõõdeti Polaris'e kõrgusi, keskmine lugem $= 19^0 41',0$; keskm. moment $m_0 = 2^h\ 19^m\ 54^s$; *ci* lugem ... $360^0 3',0$; $u_k = +\ 7^m\ 43^s$; $a = 38$ j.; $s = +\ 0',3$.

Vahepealsed lahendused: $h_* = 19^0 29',6$; $S_k = 14^h\ 0^m$; $I = +\ 1^0 1',8$.

Vastus: $\varphi = 20^0 31'$ N.

Näide 3. 2./I 1936. a., $\lambda = 34^0 19',1$ W; umbes 23^h mõõdeti Polaris'e kõrgust, lugem $38^0 1',8$, ja märgiti moment kella järgi ... $1^h\ 18^m\ 24^s$; *ci* lugem ... $360^0 1',8$; $u_k = -\ 1^m\ 13^s$; $a = 18$ j.; $s = +\ 0',5$.

Vahepealsed lahendused: $h_* = 37^0 55',1$; $S_k = 5^h\ 48^m,5$; $I = -\ 29',0$.

Vastus: $\varphi = 37^0 26'$ N.

§ 84. ÜLDMÄRKMEID LAIUSE MÄÄRAMISE KÜSIMUSES.

Eelmistes paragrahvides vaatlesime kolme meetodit laiuse määramiseks: taevakeha meridiaankõrguse, ligimeridiaankõrguste ja Põhjanaela kõrguse abil.

Laiuse määramine meridiaankõrguse järgi on arvutamiste mõttes kõige lihtsam ning laiuse võib saada juba 5 minutit peale

vaatlusi. Selle meetodi põhipuuduseks osutub asjaolu, et meridiaankõrgus on mõõdetav ainult üks ja sellepärast kõik kõrguste mõõtmisel tehtud juhuslikud ja süstemaatilised vead sisenevad täielikult määratavasse laiusse. Sama järeldub ka § 78, valem 1. analüüsist ... $\Delta\varphi = \sec A \cdot \Delta h$, mis väljendab sõltumust kõrgusevea ja sellest tuleneva laiusevea vahel; meridiaankõrguse vaatluse puhul $A = 0^0$ või 180^0 ja $\Delta\varphi = \mp \Delta H$.

Seejuures on selge, et vabaneda vaatluste juhuslike vigade mõjust sel puhul on võimatu, sest, nagu me ütlesime, tuleb selleks sooritada korduvaid mõõtmisi, kuid meridiaankõrgus on vaid üks. Mis aga puutub mõõdetava kõrguse süstemaatilistesse vigadesse, siis valem $\Delta\varphi = \sec A \cdot \Delta h$ osutab meetodile, kuidas vabaneda nende mõjust. Tõepoolest, kuna $\sec 0^0 = 1$, aga $\sec 180 = = -1$, siis kui määrata laius ühe taevakeha järgi N-asimuudis, teise järgi aga — S-asimuudis ja arvutada mõlema järgi laius, siis iga laius osutub vääraks ΔH võrra, kusjuures $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta H$ ja $\varphi_2 = \varphi_0 - \Delta H$, siis keskmine nendest laiustest $\varphi_{ksk} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \varphi_0$ ja kujutab laiust, mis on vaba mõõdetud kõrguste süstemaatilistest vigadest, eriti kui kõrgused on ligikaudu võrdsed.

Teostada seda kahekordset laiuse määramist osutub võimalikuks ainult öösel, kui on palju vaatlusobjekte — tähti; tähegloobuse abil on kerge valida kaks sellist tähte, mis kulmineeruksid peaaegu üheaegselt ning seejuures üks — Nordi, teine aga — Süüdi.

Kuid võttes arvesse, et just öösel on võimalikud ka suuremad süstemaatilised vead mõõdetud kõrgustes, siis võib soovitada alati kasutada seda meetodit resultaadi täpsuse suurendamiseks.

Peale selle võib viga merel käigul olles määratud laiuses tekkida, kui meridiaankõrguseks võtta suurim kõrgus. Sel puhul, kui see viga on väga suur, tuleb teda võtta kõrguse õiendina või kui võimalik, vaadelda taevakeha eelnevalt arvestatud kulminatsioonimomendi ajal.

Kui laius määratakse ligimeridiaankõrguste abil, siis juhuslike vigade mõju mõõdetud kõrgustes saab tunduval määral nõrgendada terve rea kõrguste mõõtmisega.

Valem $\Delta\varphi = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg} A \cdot \Delta t$, mis väljendab laiusevea sõltuvust veast tunninurgas ning osutab, et parimate resultaatide saamiseks tuleb laius määrata kahe taevakeha, N ja S abil, ning siis võtta keskmine; seejuures on parem, kui taevakehade kõrgused oleksid võrdsed.

Valem $\Delta r \ldots (\Delta\varphi) = \frac{\text{arc } 1'}{\text{tg}\varphi - \text{tg}\delta} \cdot t \cdot \Delta t$ osutab, et kui mõõta ligimeridiaankõrgusi enne kulminatsiooni või peale kulminatsiooni, siis õiendite Δr märgid osutuvad vastupidiseiks, kuna ühel juhul tunninurk t on W, positiivne, teisel aga — negatiivne, Ost. Seepärast laius arvutatakse kõige paremini, kui osa vaatlusi sooritada enne kulminatsiooni, ja samapalju — peale kulminatsiooni.

Üeldu täielik teostamine on jällegi võimalik ainult öösel; päeval aga, Päikese abil, tuleb kõrgusi võtta võimalikult nii, et osa neist oleks võetud enne keskpäeva ja osa — pärast keskpäeva; sellega kõrvaldatakse tunninurgavea mõju, viga aga mõõdetud kõrgustes mõjutab edasi Päikese abil määratud laiust.

Samadel kaalutlusil laiuse määramisel Põhjanaela abil on parem teiskordselt määrata kõrgus mingisuguse S-i kulmineeruva tähe abil ning siis arvutada keskmine laius.

Üistel vaatlustel mõistetatavalt võib kasutada planeete; Kuud, eriti kui laeva kurss on N või S ligidal, parem ei maksa võtta vaatluste objektina meridiaankõrguse mõõtmiseks.

Meenutame veel kord siin kohal, et öisi vaatlusi on parem sooritada hämaruses, kas hommikuses või õhtuses.

Peatükk XII.

PIKKUSE MÄÄRAMINE.

§ 85. PIKKUSE MÄÄRAMINE MEREL TAEVAKEHADE KÕRGUSTE ABIL.

Üeldust § 33 (ajad mitmesugustel meridiaanidel) ja joon. 113 järgneb

$$S_k = S_{Gr.} \mp \lambda_0^w; \quad T_k = T_{Gr.} \mp \lambda_0^w, \quad \text{ja üldse } t_k = t_{Gr.} \mp \lambda_0^w,$$

kust

$$\lambda_{Ost} = S_k - S_{Gr.} = T_k - T_{Gr.} = t_k - t_{Gr.},$$

kusjuures kolmest esitatud võrdest lihtsamaks ja üldisemaks ülesande lahendamise kõikideks juhtudeks osutub nimelt viimane, s. o.

$$\lambda_{Ost} = t_k - t_{Gr.}, \tag{1}$$

millist valemit praktikas alati rakendataksegi.

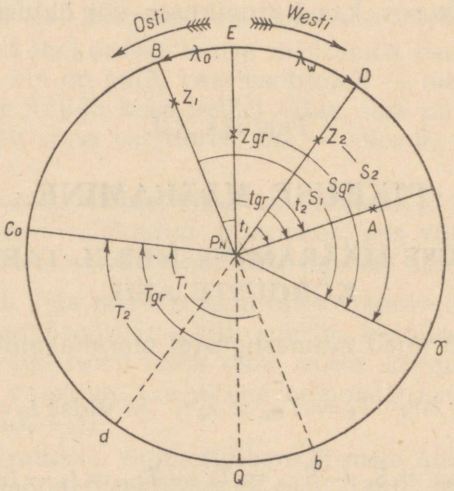
Kui see vahe on üle 12^h, siis tuleb võtta tema täiendus kuni 24^h ja muuta pikkuse nimetus, seepärast et pikkus Ost või West ei saa olla üle 12^h.

Pikkuse arvutamiseks kasutatavad tunninurgad peavad olema tavalised või W-t.

Öeldust järgneb, et pikkuse arvestamiseks tuleb:

1. Leida taevakeha kohalik tunninurk . . . t_k
2. „ Greenwichi „ . . . $t_{Gr.}$
3. Arvutada vahe . . . . . $t_k - t_{Gr.} = \lambda_{Ost.}$

Taevakeha kohaliku tunninurga võib arvutada taevakeha polaarkolmnurgast, kui mõõdetakse viimase kõrgus ja märgitakse moment kella järgi, mille õiend $T_{Gr.}$ suhtes on teada. Siis selles kolmnurgas on kerge saada tema lahendamiseks vajalikud kolm elementi, nimelt kõik kolm tema külge: $90^0 - h$ saadakse vaatlusist, $90^0 - \varphi$ . . . kaardilt vaatluste momendiks, $90^0 - \delta$ . . . almanahhist.



Joon. 113.

Tunninurka t_k võib arvutada põhivalemiga

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t_k,$$

kust saab

$$\cos t_k = \sec \varphi \cdot \sec \delta \cdot \sin h - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta. \qquad (2)$$

Asetades aga põhivalemis $\cos t$ asemele $(1 - 2\sin^2\frac{t}{2})$, saame kergesti ka teise valemi tunninurga t_k arvutamiseks ja nimelt

$$\sin^2\frac{t_k}{2} = \frac{\cos(\varphi-\delta) - \sin^h}{2\cos\varphi\cos\delta} = \frac{\cos(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta}\left[1 - \frac{\sin^h}{\cos(\varphi-\delta)}\right]. \quad (3)$$

Lõpuks, kui eelmises valemis murrulugeja $[\cos(\varphi-\delta) - \sin h]$ esitada kujul

$$\cos(\varphi-\delta) - \sin h = \sin(\varphi-\Delta) - \sin h =$$

$$= 2\cos\frac{\varphi+\Delta-h}{2}\sin\frac{\varphi+\Delta-h}{2},$$

siis saab

$$\sin^2\frac{t_k}{2} = \sec\varphi\,\mathrm{cosec}\,\Delta\cos\frac{\varphi+\Delta+h}{2}\sin\frac{\varphi+\delta-h}{2}. \quad (4)$$

Nõnda on meil kolm valemit (2, 3 ja 4) taevakeha kohaliku tunninurga (t_k) arvutamiseks; nendest selle või teise valik sõltub vaatluste ja arvelduste olundist ja nimelt: kui arvutatav $t_k > 4^h$, siis on kasulikum (täpsuse mõttes) arvutada teda valemiga $\cos t_k$, kui aga $t_k < 4^h$, siis valemiga $\sin^2\frac{t_k}{2}$, kusjuures valem (3) on sobiv, kui on olemas summade ja vahede (Gauss'i) tabelid; Gauss'i tabelite puudumise korral — logaritmilise valemi (4) järgi.

Ligikaudselt aga t_k suurus arvestatakse lihtsalt arvatud pikkusega, õiendatud $T_{Gr.}$ järgi või Meretabelite tab. 23 abil, kui taevakeha vaadeldi 1. vertikaalis.

Arvutamine valemiga (3) või (4) annab tunninurga suuruse kuni 12^h, kuid nõuab, et oleksid eri tabelid $\lg\sin^2\frac{t}{2}$ tunninurkade jaoks kuni 12^h, — 1933. a. Meretabelite tab. 8 annabki nimelt need logaritmid.

Kui tunninurk arvutatakse valemiga

$$\sin^2\frac{t}{2} = \frac{\cos(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta}\left[1 - \frac{\sin h}{\cos(\varphi-\delta)}\right],$$

siis

$$\lg\sin^2\frac{t}{2} = \lg\frac{\cos(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta} + \lg\left[1 - \frac{\sin h}{\cos(\varphi-\delta)}\right] = M + N,$$

kust nähtub, et N kujutab alati väärtust β, mis valitud Gauss'i vahede tabelist argumendiga

$$\text{G. A.} = \lg \cos (\varphi - \delta) - \lg \sin h,$$

s. o. saab alati

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = M + \beta.$$

Mistahes valemiga arvutatud t_k on Ost või West, sõltuvalt sellest, kas taevakeha vaadeldi Ostis või Westis.

Kui saadakse Ost-tunninurk, siis ta tuleb muundada W-tunninurgaks, lahutades 24^h.

Resultaadi täpsuse suurendamiseks ja juhuslike vigade mõju vähendamiseks mõõdetud kõrguses tuleb mõõta mitte üks, vaid 3—5 kõrgust, märkides iga mõõtmise juures vastava momendi ja arvutades siis keskmise lugemi ja keskmise momendi, milledega ka ülesanne tuleb lahendada.

Pikkuse määramiseks tuleb kõrgusi mõõta 1. vertikaali juures; sel puhul, nagu juba varemalt öeldud, vead vaatluste momendiks kaardilt võetud laiuses ja mõõdetud kõrguses avaldavad vähimat mõju arvutatavale t_k ja λ arvutatakse paremini. Kavatsedes vaadelda taevakeha 1. vertikaali juures, on sobiv varakult arvutada selleks momendiks aeg laevakella järgi:

tähe vaatlemisel . . . . $T_l = t_{\text{tab. } 23} + \alpha - R \pm \lambda_0{}^w \mp$ vöötme nr. $_0{}^w$

Päikese „ . . . . $T_l = t_{\text{tab. } 23} - E \pm \lambda_0{}^w \mp$ vöötme nr $_0{}^w$,

kusjuures kõik andmed nende valemite jaoks tuleb võtta ligikaudsed, pikkuse λ aga — arvutatud. Peale selle ei tule unustada, et tab. 23 annab O- või W-tunninurga olenevalt sellest, kas taevakeha vaadeldi Ostis või Westis, ja kui nad on Ost-tunninurgad, siis T_l arvestamiseks nad tuleb muundada West-tunninurkadeks.

Taevakeha läheduse tunnuseks 1. vertikaalile võib olla ka tema kõrgus, mis peab olema ligidane kõrgusele 1. vertikaalil, mis on toodud 1933. a. Meretabelite tab. 24.

Lõpuks võib selleks otstarbeks kasutada ka kompassi: 1. vertikaalil taevakeha K. P. võrdub $90^0 - \Delta K$, ehk $270^0 - \Delta K$, kus ΔK on kompassi üldõiend antud kursil.

Greenwichi tunninurk — $t_{Gr.}$ — vaatluste (keskmiseks) momendiks on kergesti arvutatav kella momendi järgi:

tähe jaoks . . . $t_{Gr.} = m + u_k + R - a_*$
Päikese „ . . . $t_{Gr.} = m + u_k + E$.

Peale seda

$$\lambda_{Ost} = t_k - t_{Gr.}$$

Tegelik rakendamine.

I. Eeltööd.

a) Aegsasti:

1. *päikese jaoks — arvutada T_l, kui Päike on 1. vertikaalil, võttes t_P tabelist 23 φ_{arv} ja δ järgi, E — almanahhist, λ — arvutatud;*
   tähe jaoks — valemi (2) järgi; sobiv on kasutada tähegloobust.

b) Enne vaatlustele minekut:

2. *võrrelda kella kronomeetriga;*
3. *võtta päevikust u_{kr} ;*
4. *arvutada $u_k = u_{kr} +$ võrdlus.*

c) Vaatlustele minnes:

5. *sekstant vaatlusteks valmis seada.*

II. Vaatlused.

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta 3—5 kõrgust, mida lähemal vertikaalile, seda parem;*
3. *iga kõrguse juures märkida (abiline) moment kella järgi;*
4. *võtta kaardilt φ ja λ vaatluste keskmiseks momendiks; märkida samaks momendiks logi näit.*

III. Vaatluste töötlemine.

1. *arvutada ci;*
2. *arvutada keskmine lugem ja keskmine moment;*
3. *keskmine lugem õiendada $ci + s$ ja õiendiga tab. 9 ja täiend., või tab. 9 ja 10 (Päike), või tab. 11 (täht, planeet), või tab. 12 ja täiend. (Kuu);*
4. *keskmise momendi järgi arvutada $T_{Gr.} = m + u_k$ (mitte unustada $\pm 12^h$ ja kuupäeva!);*
5. *valida almanahhist:*
   Päikese jaoks — δ ja E ja arvutada $t_{PGr.} = T_{Gr.} + E$,
   teiste taevakehade jaoks — δ ja α;

6. *arvutada* t_k *valemiga*

$$\cos t = \sec\varphi \sec\delta \sin h - \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$$

ehk

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\cos(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta}\left[1 - \frac{\sin^h}{\cos(\varphi-\delta)}\right]$$

ehk

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \sec\varphi \operatorname{cosec}\Delta \cos\frac{\varphi+\Delta+h}{2} \sin\frac{\varphi+\Delta-h}{2};$$

selle või teise valemi valik sõltub töö olukorrast ja arvutatava t_k *suurusest, mille ligikaudne väärtus võrdub* $t_{Gr.} \mp \lambda_0{}^w$ *(arv.);*

7. *arvestada* $\lambda_{Ost} = t_k - t_{Gr}$; *kui see vahe* $> 12^h$, *siis võtta tema täiendus kuni* 24^h, *saadakse pikkus West-i.*

Näide 1. 19./VII 1936. a. $\varphi = 33^0 27',3$ N (vaatluste keskmiseks momendiks) ja $\lambda_{arv} = 17^0$ Ost umbes $16^h,5$ mõõdeti $\underline{P}$ kõrgusi ja märgiti momendid kella järgi.

Lugemid $\underline{P}$	momendid
$23^0 21',2$	$4^h 42^m 15^s$
14,6	42 50
6,8	43 26

ci lugemid . . . $360^0 29',8$ ja $359^0 26',2$; $s = +0',5$;

$u_k = -1^h 7^m 42^s$; $a = 26$ j.; $T_1 = 16^h 34^m$; $\log = 447,8$.

Märkus: Käesolevas näites, nagu nähtub arvutamisel, on kasulikum tunninurka arvestada valemiga cos *t*; kuid skeemi näitamiseks ja võrdlemiseks tunninurga arvutamine on sooritatud kõigi kolme valemi järgi.

1) Kskm. l . . . . . $23^0 14',2$
$ci + s$ . . . . . $+2,5$
h'_P . . . . . $23\ 16,7$
Tab. 9 . . . . . $+8,9$
Täiend. . . . . $-0,2$
h_P . . . . . $23\ 25,4$

2) Kskm. m . . . . $4^h 42^m 50^s$
u_k . . . . $-\ 1\ 7\ 42$
19./VIII $T_{Gr.}$ . . . . $15\ 35\ 8$
4) E . . . . $11\ 56\ 30$
t_{Gr} . . . . $3\ 31\ 38$ W

3)

	δ_P(N)	E
19./VIII $T_{Gr.} = 16^h$.	$12^0 42',0$	$11^h 56^m 30^s,5$
muut. 25^m tag.	$+0,4$	$-0,2$
vaatl. momendil . . .	$12^0 42',4$	$11^h 56^m 30^s,7$

$$\cos t_k = \overset{+}{\sec\varphi} \cdot \overset{+}{\sec\delta} \cdot \overset{+}{\sin h} - \overset{+}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \overset{+}{\operatorname{tg}\delta} \ldots + \mathrm{I} - \mathrm{II}.$$

5) $\varphi = 33^0 27',3$ N | sec | 0;0786 | tg | 9,8201
$\delta = 12^0 42',4$ N | sec | 0,0108 | tg | 0,3531
$h = 23^0 25',4$ | sin | 9,5993 | | |
| lg I | 9,6887 | lg II | 9,1732
| β ... 9,8419 | G. A. | 0,5155

$$\lg \cos t_k = 9{,}5306$$
$$t_k = 4^h\,40^m\,40^s \text{ W}$$

5a) $\varphi = 33^0 27',3$ N | sec | 0,0786
$\delta = 12^0 42',4$ N | sec | 0,0108
$\varphi - \delta = 20^0 44',9$ | cos | 9,9709 .. $\cos(\varphi - \delta) = 9{,}9709$
0,5 | lg | 9,6990 $\lg \sin h = 9{,}5993$
| M | 9,7593 G. A. $= 0{,}3716$
| β | 9,7597

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = 9{,}5190 \qquad t_k = 4^h\,40^m\,40^s \text{ W}.$$

5b) $\varphi = 33^0 27',3$ | sec | 0,0786
$90^0 - \delta = \Delta = 77\ 17,6$ | cosec | 0,0108
$\varphi + \Delta = 110\ 44,9$
$h = 23\ 25,4$
$\varphi + \Delta + h = 134\ 10,3$
$\varphi + \Delta - h = 87\ 19,5$
$\frac{1}{2}(\varphi + \Delta + h) = 67\ 5,2$ | cos | 9,5903
$\frac{1}{2}(\varphi + \Delta - h) = 43\ 49,8$ | sin | 9,8405

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = 0{,}5202$$
$$t_k = 4^h\,41^m\,8^s \text{ W}$$

6) $t_k = 4^h\,40^m\,40^0$
$t_{Gr.} = 3\ 31\ 38$
$\lambda = 1^h\ 9^m\ 2^s$ Ost $= 17^0 15',5$ Ost.

Näide 2. 5./VI 1936. a. $\varphi = 0^0 9',0$ S ja $\lambda_{arv} = 160^0$ Ost umbes 20^h mõõdeti W-i α Canis minoris (Procyon) kõrgusi ja märgiti momendid: keskm. lugem ... $14^0 12',5$ ja keskm. moment ... $9^h\,41^m\,12^s$; *ci* lugem ... $360^0 0',6$; $s = -0',2$; $u_k = -34^m\,41^s$; $a = 20$ j.; $T_l = 20^h\,7^m$; log = 57,6.

Vahepealsed lahendused: $h_* = 14^0 3',5$; $t_{Gr.} = 18^h\,25^m\,0^s$ W
$t_k = 5^h\,3^m\,28^s$ W.

Vastus: $\lambda = 159^0 37'$ Ost.

Näide 3. 25./IV 1936. a. umbes 21^h, kui K.P.$_{\text{♈}}$ oli 270^0 ümber ($\Delta K \cong +5^0$) pikkuse määramiseks mõõdeti Kuu kõrgusi ja märgiti momendid: keskm. lugem ... $27^0 48',3$; keskm. moment ... $11^h\,9^m\,33^s$; *ci* lugem ... $359^0 59',2$; $s = -0',8$; $u_k = +3^m\,9^s$; $a = 29$ j.; $T = 20^h\,53^m$; lg = 149,1.

Kaardilt keskmiseks momendiks:

$$\varphi = 45^0 1',7\ \mathrm{N} \quad \text{ja} \quad \lambda_{arv} = 34^0\ \mathrm{W}.$$

Vahepealsed lahendused: $h_K = 28^0 48',3$; $t_{Gr.} = 7^h\ 3^m\ 34^s$ W

$$t_k = 4^h\ 47^m\ 30^s\ \mathrm{W}.$$

Vastus: $\lambda = 34^0 1'$ W.

Näide 4. 8./I 1936. a. $\varphi = 32^0 2'$ S ja $\lambda_{arv} = 85^0$ Ost 21^h ümber mõõdeti Ost-i α Canis majoris (Sirius) kõrgusi, keskm. lugem $= 56^0 14',2$ ja keskm. moment ... $5^h\ 14^m\ 41^s$; *ci* lugem ... $360^0 2',2$; $s = -0',6$; $u_k = -1^h\ 34^m\ 27^s$; $a = 20$ j.; $T_l = 21^h\ 20^m$; $\lg = 107{,}6$.

Vahepealsed lahendused: $h_{\odot} = 56^0 6',3$; $t_{Gr.} = 16^h\ 5^m\ 57^s$ W

$$t_k = 2^h\ 13^m\ 32^s \text{ Ost}.$$

Vastus: $\lambda = 85^0 8'$ Ost.

Tuleb märkida, et t_k arvutatakse enamasti valemiga

$$\sin^2 \frac{t_k}{2} = \frac{(\cos\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} \cdot \left[1 - \frac{\sin h}{\cos(\varphi - \delta)}\right],$$

mitte aga valemiga $\cos t_k$, isegi kui viimane on soodsam ($t_k > 4^h$), sellepärast et valem $\sin^2 \frac{t_k}{2}$ ka sel puhul on merel küllaldaselt täpne, peale selle aga ta ei nõua analüüsimist.

Valemitest

$$\Delta t = -\sec\varphi \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \Delta h \quad \text{ja} \quad \Delta t = \sec\varphi \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \Delta\varphi$$

nähtub, et kui vaadelda kahte taevakeha: ühte Ost-i ja teist West-i ning seejuures arvuliselt võrdsetes asimuutides, siis Δt vead omavad ühte ja sama suurust, kuid isesuguseid märke (kuna $\operatorname{cosec} A$ ja $\operatorname{ctg} A$ muudavad oma märke). Järelikult parimaks pikkuse määramiseks tuleb, arvutanud kummagi taevakeha järgi pikkuse, võtta nende keskmine väärtus

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2},$$

mis on vaba arvutamiseks võetud laiuse ja mõõdetud kõrguste vigade mõjust.

§ 86. LAEVA ASUKOHA PIKKUSE JA LAIUSE ÜHISMÄÄRAMINE.

Ühe geograafilise koordinaadi φ või λ määramine, samuti kui navigatsioonis üks peilung, ei anna küll laeva observeeritud asukohta, ta aitab vaid korrigeerida arvutatud kohta. Mõnikord sel-

line korrektsioon, s. o. ainult ühe koordinaadi määramine, võib osutada laevajuhile väga suurt teenet; näit. kui laeva kurss Ost või West viib piki liivaseljandike, madalike ja kividega ülekülvatud randa, siis laevajuhile on vähem tähtis teada õiget pikkust ja palju tähtsam saada kindlat laiust; kurssidel Nord ja Süüd aga see on vastupidi — ta on rohkem huvitatud pikkusest, kui laiusest.

Kuid kõige parem on muidugi saada ja teada mitte üht koordinaati, vaid mõlemat, s. o. teada observeeritud laeva asukohta.

Päeval, kui vaatluste objektiks on ainult Päike, φ ja λ üheaegse saamise ülesanne ei ole teostatav: teatud ajal, keskpäeval võib saada laiuse, aga hommikul või õhtul — pikkuse; seda väärtuslikumaks osutuvad juhtumid, kui päeval ühes Päikesega on näha Kuu või isegi üks heledamaid planeete. Kui nende taevakehade asetus on sobiv, siis nendest ühe abil võib määrata laiuse, teise järgi aga pikkuse ning selliseid juhtumeid ei tarvitse jätta kasutamata. Taevakehade vaatluste järjekord sel puhul on tähtsuseta; mis aga puutub arvutamiste järjekorda, s. o. kas hakata arvutama laiust ja siis pikkust või vastupidi, siis selle kohta on juttu veidi allpool.

Vaadelda taevakehi teineteise järele tuleb võimalikult kiiresti ja on küllaldane võtta igaühe kolm kõrgust; vaatluste kiirus on vajalik selleks, et poleks vaja hoolida laeva edasiliikumisest vaatluste sooritamise ajavahemikul.

Öö kujutab selles suhtes palju soodsamaid tingimusi vaatlusteks: tähti on palju ja alati on võimalik nendest valida selliseid, mille järgi saab määrata laiust, ja selliseid mis osutuvad sobivaiks pikkuse määramiseks. Tähtede valikul pakub suurt abi tähegloobus.

Laeva asukoht, s. o. tema φ ja λ, määratakse kõige kindlamini, kui võtta neli tähte: kaks — meridiaani ligidal, N-i ja S-i, laiuse tuletamiseks, ja kaks — 1. vertikaali juures, Ost-i ja West-i, pikkuse saamiseks.

Kuna nelja tähe puhul vaatluste kiirus omab veel suuremat tähtsust, kui kahe taevakeha juures, siis laiuse saamiseks tuleb võtta ligimeridiaankõrgused, mitte aga oodata tingimata meridiaanilist; on küllaldane võtta iga tähe kolm kõrgust ning vaatlused seada sellisesse järjekorda: 1. täht laiuse jaoks, 2. ja 3. — pikkuseks, 4. — jälle laiuseks või vastupidi: 1. ja 4. — pikkuseks ning 2. ja 3. — laiuseks. Sel puhul saadud keskmise laiuse ja pikkuse võib peaaegu veata taandada ühele ja samale momendile, nimelt keskmisele kõigist neljast vaatlusest.

Kohe peale iga taevakeha kõrguste mõõtmist tuleb võtta tema peilung kompassi järgi, ligikaudu 1^0—2^0, ja arvutada taevakehade T. P. või asimuudid (arvutamiste järjekorra selgitamiseks).

Mis puutub arvutamiste järjekorda, s. o. millist koordinaati, kas laiust või pikkust, arvutada enne, siis see küsimus lahendatakse ühtlaselt nii kahe kui ka nelja tähe kohta ja nimelt järgmisel viisil: alustada tuleb selle koordinaadi (φ või λ) arvutamisega, millise jaoks vaadeldavad taevakehad on soodsamalt asetatud.

Näiteks kui kahe taevakeha puhul ühe asimuut on SO 3^0 (meridiaani juures, laiuse jaoks), aga teise — SW 75^0 (vertikaali juures, pikkuse jaoks), siis alustada tuleb laiuse arvutamisega, kuna siin viga pikkuses mõjub vähe; siis selle arvutatud laiusega, mis on õigem arvatud ehk kaardilt võetud laiusest, minna üle pikkuse arvutamisele, mille jaoks taevakeha vaadeldi kaunis kaugel (15^0) 1. vertikaalist, mille tõttu viga laiuses mõjub juba tunduvalt arvutatavale pikkusele.

Need kaalutlused on kehtivad ka nelja taevakeha vaatlemisel. Kui aga, asimuutide järgi otsustades, vaatluste tingimused on võrdselt soodsad, siis on ükskõik, kas alustada laiuse või pikkuse arvutamisega.

Päeval Päikese vaatluste järgi võib kasutada järgmist meetodit keskpäeva laiuse ning pikkuse leidmiseks (Pagel'i meetod).

Vaadeldes Päikest hommikul 1. vertikaali juures, arvutatakse pikkus λ ja kuna see pikkus on arvutatud vaatluste momendi arvatava laiusega, siis ka pikkus omab mõnesugust viga ning sellepärast teda nimetatakse arvatud — observeeritud pikkuseks. Selliselt on laevajuhil hommikuste vaatluste momendiks:

$$\varphi_{arv} \text{ ja } \lambda_{arv-obs},$$

mis on taandatud mõnesugusele T'_1 logi näidu l_1 juures. Keskpäeval määratakse laius meridiaankõrguse või veel parem — mitme ligimeridiaankõrguse abil ning, nagu juba teada, laius sel puhul arvutatakse sõltumatult veast tunninurgas, s. o. pikkuses. Laiuse määramise momendiks T''_1 taandatakse arvutamisega kursi ja sõidu järgi ($l_2 - l_1$) ka hommikune laeva asukoht:

$$\varphi'_{arv} \text{ ja } \lambda'_{arv-obs}.$$

Saanud keskpäevaste vaatluste järgi φ_{obs}, tuleb arvutada ka $\Delta\varphi'_{arv} = \varphi'_{obs} - \varphi'_{arv}$; arvestades edasi, et sõidul lühikese ajavahemiku jooksul hommikustest vaatlustest kuni keskpäevasteni viga arvatud laiuses ja pikkuses ei muutunud, võib lugeda, et keskpäeval määratud $\Delta\varphi'_{arv}$, s. o. laiuse viga omas samasugust

suurust ka hommikustel vaatlustel pikkuse jaoks; järelikult ka hommikune arvatud — observeeritud pikkus $\lambda_{arv} - \lambda_{obs}$ ehk lihtsamalt, keskpäevale taandatud $\lambda'_{arv-obs}$ parandada nüüd juba teadaoleva veaga laiuses $\Delta\varphi'_{arv}$, s. o. saada λ'_{obs}.

Selliselt keskpäevaseks vaatluste momendiks laevajuhil on φ'_{obs} ja λ'_{obs}.

Peatükk XIII.

LAEVA ASUKOHA MÄÄRAMINE SUMNERI JOONTE ABIL.

§ 87. ÜLDKAALUTLUSI JA TEOREETILISI ALUSEID.

Eelmises paragrahvis me nägime, et teatud tingimustel on võimalik laeva asukoha määramine tema laiuse ja pikkuse üheaegse määramise teel ja ülalvaadeldud juhul me lahendasime kaks eraldi, iseseisvat ülesannet: laiuse määramise ja pikkuse määramise. Seejuures me selgitasime, et see ülesanne on lahendatav vaid taevakehade teatud asendi puhul: üks meridiaani ja teine 1. vertikaali juures; kui see tingimus ei ole täidetud ja kuigi on kaks või enam taevakehi, kui nad aga on kaugel meridiaanist või 1. vertikaalist, siis nende järgi laeva asukohta määrata ei saa. Selliselt see laeva asukoha määramise võte ei osutu universaalseks — ta ei ole rakendatav mistahes ajal; isegi öösel, vaatamata tähtede hulgale, heledaimad, vaatlusteks kasutatavad tähed ei oma alati taevasfääril vaatlusteks sobivaid asendeid.

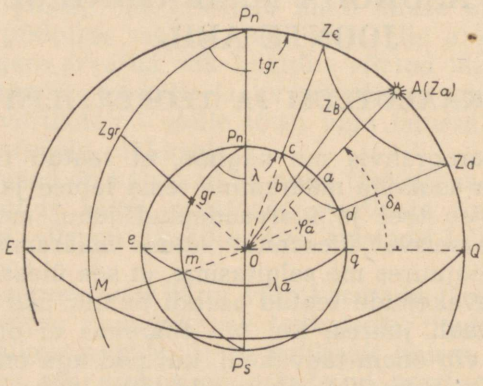
Kuid vaatamata sellele laevajuhil võib tekkida terav vajadus laeva asukoha määramiseks nimelt antud momendil või üldse võimalikult kiiremini, ootamata, kuni tähed saavutavad soovitud asendi; päeval aga, ainult Päikese abil, öeldu piirides on ülesanne üldse lahendamatu.

Kuid on olemas võte, nn. „Sumner'i meetod" (tema leiutaja ameerika kapten Thomas H. Sumner'i nime järgi), mis osutub universaalseks selles mõttes, et laeva asukoht on määratav taevakehade vaatluste järgi mistahes asimuutides, järelikult öösel — igal ajal ja, nagu me edaspidi näeme, ka päeval mõnesuguste erinevustega, millest me räägime edaspidi.

Nüüd läheme üle selle võtte teoreetiliste aluste vaatlemisele, mis omab kaasajal väga laialdast levikut ja osutub universaalseks laeva asukoha määramise võtteks merel.

Oletame, et taevasfääri keskpunkt ühtub Maa keskpunktiga (joon. 114) ja olgu mõningal momendil mingisugune taevakeha punktis A — selle taevakeha meridiaanis tehtud joonise tasapinnas.

Kui punkt A ühendada keskpunktiga O ja tähistada punktiga a sirgjoone AO lõikepunkt Maakera pinnaga, siis see punkt (a) kujutab taevakeha A projektsiooni Maakera pinnal, punkt A aga on punkt a seniidiks; teiste sõnadega, kui vaatleja Maakeral on punktis a, siis taevakeha A on tema seniidis ja taevakeha kõrgus võrdub 90^0.



Joon. 114.

Kui aga vaatleja Maakeral asub mitte punktis a, vaid kusagil mujal, näit. punktis c, siis tema seniit on punktis Z_c ja taevakeha A on eemaldunud tema seniidist kaare Z_cA võrra, mis kujutabki selle taevakeha seniitkaugust ($90^0 - h$) vaatlejale punktis c. Kuid peale selle vaatleja on Maakera pinnal veel terve rida punkte, kust see taevakeha on samal momendil vaadeldav samas seniitkauguses, kusjuures kõik need punktid Maakeral asetsevad väikesel ringil cbd, poolusega punktis a ja sfäärilise raadiusega, mis võrdub $\smile ac = \smile ab = \smile ad = \ldots$. Kõikide nende punktide seniidid sfääril asetsevad samuti väikesel ringil $Z_cZ_bZ_d \ldots$, poolusega punktis A ja samase sfäärilise raadiusega. Seda ringi ($Z_cZ_bZ_d$) võib vaadelda kui vaatlejate seniitide geomeetrilisi kohti, kes asetsevad Maakeral väikesel ringil $cbd \ldots$. Kaared Z_bA, $Z_dA \ldots$ kujutavad sama taevakeha seniitkaugusi vaatlejaile punktides b, $d \ldots$ ning et need kaared, kui ühe väikese ringi sfäärilised raadiused, on omavahel võrdsed, siis järelikult

seniitkaugused ning ka selle taevakeha kõrgused on kõigile vaatlejaile omavahel võrdsed.

Seepärast ka väikest ringi Maakeral *cbd*... nimetatakse samakõrgusringiks, punkti *a* aga projektsioonipunktiks.

Öeldust on õige ka vastupidine järeldus: kui mingisugune vaatleja Maakeral mõõdab mõningal momendil mingisuguse taevakeha *h*, siis tarvitseb vaid märkida Maakera kujutavale gloobusele punkti *a* — projektsioonipunkti — ning sellest punktist sfäärilise raadiusega $z = 90^0 - h$ tõmmata väike ring, et võiks ütelda, et vaatleja asub kusagil sellel ringil.

Nüüd on selge, et kui vaatleja mõõdab samal momendil mõne teise taevakeha kõrguse h_2 ja kandes gloobusele tema projektsioonipunkti (a_2), tõmbab sellest punktist väikese ringi raadiusega $z_2 = 90^0 - h_2$, siis ta on õigustatud ütlema et tema asukoht on sellel ringil ja järelikult tema tõeline asukoht on sellel momendil ühes nende kahe ringi lõikepunktidest; seejuures alati teadaolev arvatud koht näitab, missuguses nendest kahest punktist nimelt vaatleja asub.

Selleks, et gloobusele kanda mingisugust punkti, antud juhul projektsioonipunkti *a*, peavad teada olema tema geograafilised koordinaadid: laius φ ja pikkus λ.

Joonisest nähtub, et punkti *a* geograafiline laius, mis on mõõdetav kaarega *qa*, on võrdne taevakeha *A* deklinatsiooniga, mis on mõõdetav kaarega *QA*, s. o. $\varphi_a - \delta_A$.

Siis, tõmmates Greenwichi maa (p_nGr.mp_s,) ja taeva($P_n Z_{Gr.} MP_s$) meridiaanid, me näeme et kaarega *mq* mõõdetav punkti *a* pikkus on võrdne taevakeha *A* Greenwichi tunninurgaga, mis on mõõdetav kaarega *MQ* (kuna kaared *mq* ja *MQ*, mõõtes üht ja sama tsentrinurka, on omavahel arvuliselt võrdsed), s. o. $\lambda_a = t_{AGr.}$ Selliselt projektsioonipunkti (*a*) gloobusele kanda on väga lihtne: $\varphi_a = \delta_A$ ja $\lambda_a = t_{AGr.}$ Seejuures taevakeha δ on kergesti valitav almanahhist, $t_{AGr.}$ aga arvutatakse kõrguse mõõtmise juures märgitud momendi järgi.

Öeldust nähtub, et oma asukoha määramise ülesande lahendamine gloobusel on graafiliselt väga lihtne ja nõuab ainult kahe taevakeha kõrguse mõõtmist ning sellejuures momentide märkimist kella järgi, mille õiend $T_{Gr.}$ suhtes on teada. Siis kantakse gloobusele punktid a_1 ($\varphi_1 = \delta_1$) ja $\lambda_1 = T_{Gr.1}$) ja a_2 ($\varphi_2 = \delta_2$ ja $\lambda_2 = T_{Gr.2}$). Üks nende ringide lõikepunkte gloobusel määrabki tõelise koha vaatluste momendil, millise aga nimelt — näitab arvatav asukoht.

Võib sooritada ka kolme taevakeha vaatlusi ja siis tõeline koht on määratav kui kõigi kolme ringi lõikepunkt; kuid merel tavalisesti piirdutakse kahe taevakeha vaatlusega.

Selleks, et teostades öeldut gloobusel, s. o. saada asukoht küllaldase täpsusega, on vajalik määratu suur gloobus; näit. soovides saada asukohta gloobusel täpsusega kuni 0,1 meremiili, tuleb võtta gloobus diameetriga ligikaudu 7,5 m, kuid sellist gloobust tegelikult käsitseda, eriti laevas, osutub täiesti võimatuks.

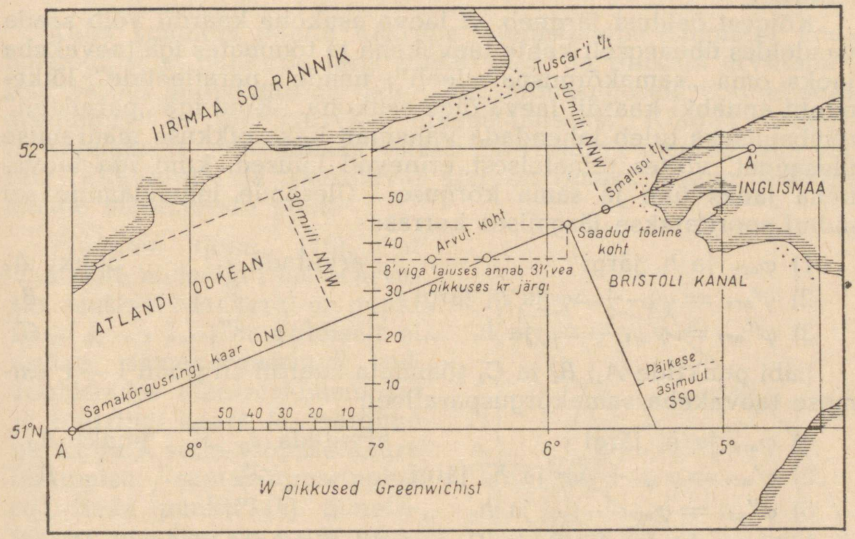
Meresõitjale aga oleks eriti tähtis selle ülesande lahendamine merkaatori kaardil; kuigi projektsioonipunkti kaardilekandmine tema koordinaatide φ ja λ järgi ei tekita raskust, raskem on juba väikese ringi — samakõrgusringi — tõmbamine merkaatori kaardile ega ole teostatav sirkli ja joonlaua abil.

Ühes sellega on selge, et lahendades ülesannet isegi gloobusel ei ole vaja tõmmata samakõrgusringe täielikult: oluliselt on tähtis tõmmata vaid nende väikesed kaared lõikepunkti juures, et saada nimelt viimast. See kaalutlus on erakordselt tähtis, kuna samakõrgusringi kaare väikest osa võib kujutada merkaatori kaardil sirgjoonena, ja siis vaatleja asukoht kaardil on määratav, kui kahe sirgjoone lõikepunkt; need sirgjooned kaardil, mis kujutavad samakõrgusringide kaarte väikesi osi nende lõikepunkti juures, kannavad sumneri joonte nimetust, sest kapten Thomas H. Sumner avastas juhuslikult selle joone ja tema tähtsuse laeva asukoha määramisel. Sumner ise kirjeldab seda järgmiselt:

> „Väljumisel Charleston'ist ($\varphi = 32^0,7$ N ja $\lambda = 80^0$ W) 25. novembril 1837. aastal Greenock'i, kõvad W-tuuled tõotasid anda kiire ülesõidu. Kui olime juba Asoori saartest mööda jõudnud, algasid S-tuuled sompus ilmadega. Me ei saanud alates 21^0 W-pikkusest kuni Inglise rannani teha ühtki astronoomilist vaatlust; ainult loodi järgi otsustasime, et asusime ranna lähedal; tuul oli ikka S-st ja ilm sompus. 17. detsembri kesköö asusime logi järgi 40 miili kaugusel Tuscari tuletornist. Tuul pöördus SO, nõnda jäi Iirimaa rand alla tuult. Loovisime lühikeste halssidega kuni hommikuni, et päevavalgel laeva asukohta kuidagi kindlaks määrata; et ka päevavalgel midagi näha ei olnud, võtsime kursi ONO. Umbes kell 10 läks korda Päikese kõrgust mõõta ja märkida kronomeetri moment. Et astronoomilisi vaatlusi ei olnud kaua tehtud, siis võis arvatavas laiuses olla suur viga. Kasutades seda arvatavat laiust, arvutasin pikkuse; et ma kahtlesin arvatavas laiuses, siis võtsin laiuse 10′ N poole ja arvutasin uue pikkuse. Kordasin veel seda arvutamist, võttes laiuse veel 10′ rohkem N poole. Märkinud kõik need kolm arvutatud kohta kaardile,

ma märkasin, et kõik nad on ühel sirgjoonel ONO — WSW sihis, mis läheb läbi Smalls'i tuletorni. Siis oli mul selge, et kõigis neis kolmes arvutatud kohas, Smalls'i tuletornis ja ka laevas Päikese ühesuurune kõrgus oli ühel ja samal momendil, ehk teisiti öeldes — kuigi laeva absoluutne asukoht oli kaheldav, oli Smalls'i tuletorni tõeline peilung määratud õigesti sel puhul, kui kronomeeter on õige. Seepärast sõitsime edasi kursiga ONO — ja vähema kui tunni aja pärast hakkaski Smalls'i tuletorn otse laeva ees paistma. Vastupidise arvestamisega veendusin, et laius oli väär 8′ võrra."

Selle kirjelduse illustratsiooniks lisame Sumneri teosest võetud joon. 115.



Joon. 115.

Ülaltoodud kirjelduses on huvitav peatuda kahel momendil: 1) sellel võttel, mida kasutas Sumner, kui mitte oma õige asukoha, siis selle joone määramiseks kaardil, millel oli laeva õige asukoht; nagu nähtub kirjeldusest, seisneb see võte selles, et Sumner määras kolm korda pikkuse ühe ja sama kõrguse järgi, kuid võttes mitmesugused arvatavad laiused, ja sai laeva kolm asukohta; ühendanud kaardil need kolm punkti joonega, mis osutus sirgjooneks, ta teeb õige järelduse, et laeva õige asukoht peab olema sellel joonel; meile on nüüd mõistetav, et Sumneri saadud sirgjoon kaardil kujutas endast mitte midagi muud, kui nimelt samakõrgusringi kaare väikest osa;

2) sellel järeldusel ja kokkuvõttel, mille teeb Sumner, saanud kaardil sirgjoone: neis kolmes punktis, Smalls'i tuletornis (mida läbib kaardil see joon) ja laevas Päikese kõrgus oli ühesuurune ühel ja samal momendil; see järeldus järgneb loogiliselt sellest, et kõik kolm punkti määrati ühe ning sama kõrgusega.

Siit on mõistetav ka tema viimane järeldus selle kohta, et Smalls'i tuletorni sirgjoon kujutab selle veel mitte paistva tuletorni tõelist peilungit, mis ka varsti hiilgavalt tõestus: Smalls hakkas paistma otse ees.

Seda sirgjoont kaardil Sumner nimetas „samakõrgusparalleeliks".

Kõigest öeldust järgneb, et laeva asukoha kaardil võib saada vaadeldes üheaegselt kahte taevakeha ja tõmmates iga taevakeha jaoks oma „samakõrgusparalleeli"; nende „paralleelide" lõikepunkt annabki kaardil laeva õige asukoha. Kuid iga „paralleeli" tõmbamiseks tuleb lahendada vähemalt kaks pikkuse määramise ülesannet, võttes teineteisest erinevad laiused, kuid iga taevakeha jaoks ühe ja sama kõrguse. Ülesande lahendamine sel puhul sooritatakse järgmises korras:

1) φ_{arv} ja h_1 järgi — arvutada λ_1 . . . punkt A_1
2) $\varphi'_{arv} = \varphi_{arv} + \Delta\varphi$ ja h_1 järgi — „ λ'_1 . . . „ B_1
3) $\varphi''_{arv} = \varphi_{arv} - \Delta\varphi$ ja h_1 „ — „ λ''_1 . . . „ C_1

Läbi punktide A_1, B_1 ja C_1 tõmmata kaardil sirgjoon I — I, esimese taevakeha samakõrgusparalleel;

4) φ_{arv} ja h_2 järgi — arvutada λ_2 . . . punkt A_2
5) $\varphi'_{arv} = \varphi_{arv} + \Delta\varphi$ ja h_2 järgi — „ λ'_2 . . . „ B_2
6) $\varphi''_{arv} = \varphi_{arv} - \Delta\varphi$ ja h_2 „ — „ λ''_2 . . . „ C_2

Läbi punktide A_2, B_2 ja C_2 kaardil tõmmata sirgjoon II — II, teise taevakeha samakõrgusparalleel.

Punkt A_0 — joonte I — I ja II — II lõikepunkt, kujutab laeva õiget asukohta vaatluste momendil.

Nagu nähtub, selle võttega jooned I — I ja II — II tõmmatakse kaardil (kolme, vähemalt kahe) punkti abil, s. o. peab lahendama vähemalt 4 pikkuse määramise ülesannet.

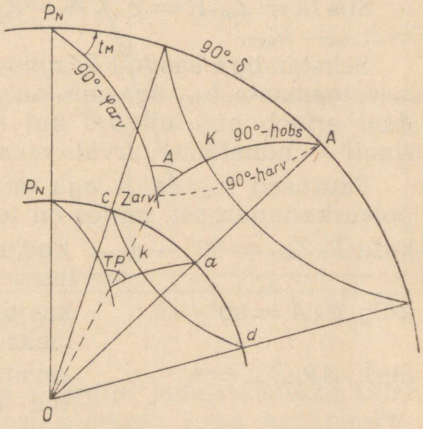
Selliselt nimelt soovitaski Sumner ise ülesannet lahendada oma teoses: „A new and accurate method of finding a ship's position at sea by projection on Mercators chart", mis ilmus 1843. aastal. Kuid et Sumner vaatles vaid ühte taevakeha, Päikest, siis ta annab sisuliselt vaid ühe joone tõmbamise meetodi; laeva asukoha saamise meetod kahe joone lõikepunktis on töödeldud mitte Sumneri, vaid hilisemate uurijate poolt.

Kuid need Sumneri poolt antud põhilaused on sellevõrra olulised, et kaasaja tasemeni viidud laeva asukoha määramise meetod, kui kahe või enama samakõrgusjoone lõikepunkt, kannab tavalisesti „sumneri meetodi" nimetust; samakõrgusjooni aga nimetatakse samuti tema auks „sumneri joonteks".

§ 88. SAINT-HILAIRE'I MEETOD SUMNERI JOONTE MERKAATORI KAARDILE JOONISTAMISEKS.

Kuna sumneri joonte kaardile joonistamine Sumner'i enda meetodi, s. o. punktide järgi nõuab pikki ja tülikaid arvutamistöid, esitati järgnevate uurijate poolt mitmesuguseid võtteid selle arvutamis- ja joonistusviisi lihtsustamiseks. Kõigist nendest lihtsaimaks ja sobivaimaks osutub St.-Hilaire'i meetod, mis esitati 1875. aastal ja käesoleval ajal on omaks võetud kõikide maade meremeeste poolt.

Oletame (joon. 116), et vaatluste momendil laeva arvatav asukoht Maakeral on punktis φ (φ_{arv}, λ_{arv}), mis üldiselt ei asetse samakõrgusringil *cd*. Joonistades maameridiaani $p_N f$ ja suurringi kaare *fa*, märgime punktiga *k* selle viimase kaare lõikumise samakõrgusringiga *cd*. Seda punkti (*k*) nimetatakse määravpunktiks.



Joon. 116.

Kui me teaksime nurka $p_N fa$, mis ei ole midagi muud kui T. P. arvatavast kohast projektsioonipunktile, samuti ka lõigu *fk* suurust, siis oleks merkaatori kaardil kerge saada punkti *k*: selleks oleks vaja vaid arvatavast kohast kaardil tõmmata peilung projektsioonipunktile ning mööda seda mõõta lõik *fk*, väljendades viimast miilides (1' Maakera suurel ringil võrdub 1 miiliga). Peale seda tuleb läbi punkt *k* tõmmata sirgjoon risti peilungijoonega; see sirgjoon kujutabki kaardil samakõrgusringi kaare väikest osa, s. o. nimelt seda, mida me nimetasime sumneri jooneks.

Tõelise peilungi määramiseks aga projektsioonipunktile, s. o. nurga $p_N fa$ suuruse ja lõigu fk suuruse saamiseks, kasutame taevasfääri, märkides temale arvatava koha seniidi (Z_{arv}) ja joonistades arvatava koha taevameridiaani ($P_N Z_{arv}$) ja taevakeha vertikaali $Z_{arv}A$, ja märkides sfääril punktiga K selle vertikaali lõikumist seniitide ringiga.

Sfääril saadud kolmnurk $P_N Z_{arv} A$ kujutabki endast taevakeha A arvatavat polaarkolmnurka, nimetatud „arvatavaks" sellepärast, et ta on taandatud arvatava koha seniidile; tema ehitusest nähtub, et kõik tema elemendid on arvuliselt võrdsed kolmnurga elementidega $p_N fa$ Maakeral, ja siis saab:

$$\text{nurk } p_N fa = \text{nurgaga } P_N Z_{arv} A$$

ja

$$\text{lõik } fk = \text{lõiguga } Z_{arv} K.$$

Kuid arvatavas polaarkolmnurgas nurk $P_N Z_{arv} A$ on taevakeha asimuut, aga lõik $Z_{arv} K = Z_{arv} A - KA$. Omakorda $Z_{arv} A$ on taevakeha arvatav seniitkaugus, võrdne $90^0 - h_{arv}$, KA aga on õige seniitkaugus, võrdne $90^0 - h_{obs}$, mis on saadud sekstandi abil.

Siis $fk = Z_{arv} K = Z_{arv} A - KA = (90^0 - h_{arv}) - (90^0 - h_{obs}) = h_{obs} - h_{arv}$.

Sekstandiga saadud kõrguse h_{obs} nimetame „observeerituks", seni teadmata h_{arv} aga, mis vastab laeva arvatavale kohale ja muidugi erineb h_{obs}, niivõrd kui arvatav koht ei ole samakõrgusringil — nimetame „arvatavaks".

Suurused h_{arv} ja A aga on kergesti arvutatavad arvatavast polaarkolmnurgast, milles on teada:

külg $P_N Z_{arv} = 90^0 - \varphi_{arv}$, kusjuures φ_{arv} võetakse kaardilt vaatluste momendiks;

külg $P_N A = 90^0 - \delta$, kusjuures δ võetakse almanahhist samaks momendiks;

nurk $AP_N Z_{arv} = t_k$, arvutatakse kõrguse mõõtmisel märgitud momendi järgi; ta on „arvatav", sellepärast et tema arvestamisse on võetud arvatav pikkus.

Arvutamisteks võtame järgmised valemid:

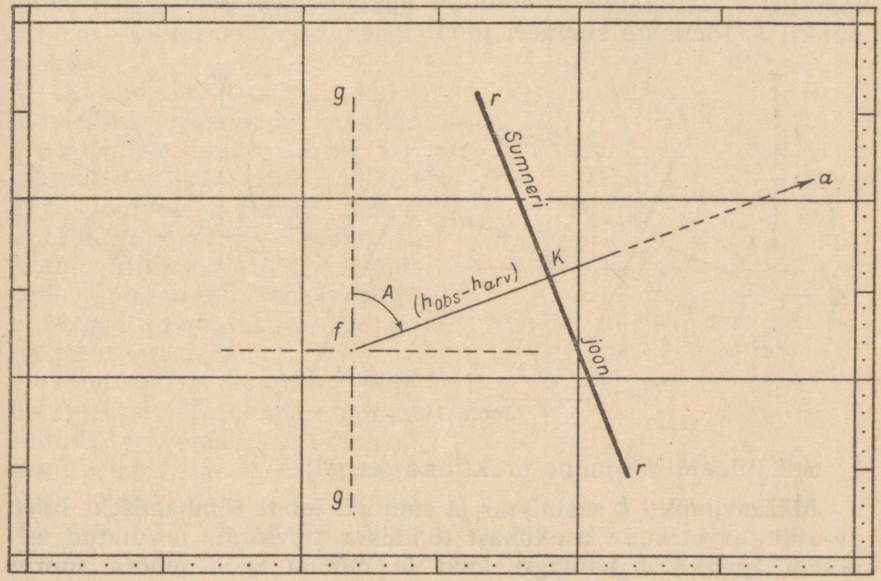
$$\sin h_{arv} = \sin \varphi_{arv} \cdot \sin \delta + \cos \varphi_{arv} \cdot \cos \delta \cdot \cos t_k$$

$$\text{ja } \sin A = \cos \delta \cdot \sin t_k \cdot \sec h_{arv}.$$

Saanud h_{arv} ja A ning arvutanud ($h_{obs} - h_{arv}$), on kaardil kerge tõmmata arvatavast kohast peilungijoon projektsioonipunktile,

mõõta sellel joonel ($h_{obs} - h_{arv}$), saada määravpunkti k ja sellest tõmmata sumneri joon risti peilungijoonega (joon. 117).

Märgime, et asimuudi arvutamisel valemiga sin A, mitte aga valemiga ctg A . . . , me kaldume kõrvale otsitavate arvutamise põhimõttest sõltumata teineteisest; antud juhul aga see kõrvalekaldumine on õigustatud sellega, et kaardile märkimiseks vajalikku asimuuti A on küllaldane teada täpsusega kuni $0^0,1$, arvutamine aga üheliikmelise valemiga sin A on tunduvalt lihtsam, kui kaheliikmelisega ctg A.



Joon. 117.

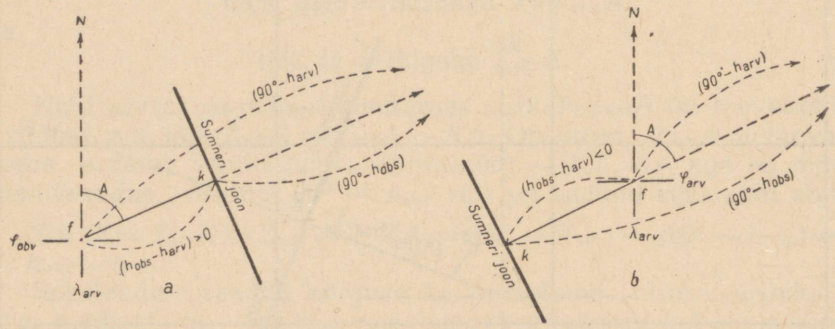
Nagu nähtub, samakõrgusringi kaardile joonistamiseks selle meetodiga ei olnud üldse vajadust märkida tema keskpunkti, vaid selle ringi väike kaar saadi lähtudes arvutatud kohast ja peilungist samakõrgusringi keskpunktile, s. o. taevakehale.

Vaadeldes Saint-Hilaire'i võtet analüütilise geomeetria vaatepunktist, ei ole raske näha, et St.-Hilaire'i võttega sirgjoon — sumneri joon merkaatori kaardil — joonistatakse mitte punktide kaudu, nagu seda tegi Sumner ise, vaid koordinaatide algusest (φ_{arv}, λ_{arv}) sellele sirgele tõmmatud ristjoone pikkuse ja nurga

järgi, mille moodustab see ristjoon koordinaatide teljega (asimuut).

Joon. 117 ja 118-a esitatud juhtudel arvutatud koht f on võetud väljaspool samakõrgusringi, millejuures $h_{obs} > h_{arv}$ ja vahe $(h_{obs} - h_{arv})$ saadakse positiivne.

Kui (joon. 118-b) arvutatud koht osutuks samakõrgusringi sees (punkt f), siis tema jaoks oleks: $z_{obs} > z_{arv}$, $h_{obs} < h_{arv}$ ja $(h_{obs} - h_{arv})$ — oleks negatiivne. Sellel puhul, arvutanud asimuudi, s. o. peilungi punktile a, tuleb vahe $(h_{obs} - h_{arv})$ märkida punktist f_1 arvutatud asimuudile vastupidises suunas ja saanud punkti k, tõmmata sumneri joon.



Joon. 118.

Siit tuleneb järgmine praktiline reegel:

Määravpunkti k saamiseks ja sumneri joone tõmbamiseks tuleb kaardil arvutatud asukohast tõmmata taevakeha arvutatud asimuudi (punkti a peilungi) joon ja mööda seda mõõta suurus $(h_{obs} - h_{arv})$ taevakeha poole, kui $(h_{obs} - h_{arv}) > 0$, ja taevakeha poolt, kui $(h_{obs} - h_{arv}) < 0$. Läbi saadud punkti k joonistada sumneri joon risti asimuudijoonega.

Kõrguste vahet $(h_{obs} - h_{arv})$ ja asimuuti A nimetatakse sumneri joone elementideks.

Võib muidugi juhtuda, et arvutatud asukoht on samakõrgusringil endal. Sellel puhul on

$$z_{obs} = z_{arv},\ h_{obs} = h_{arv} \text{ ja } h_{obs} - h_{arv} = 0.$$

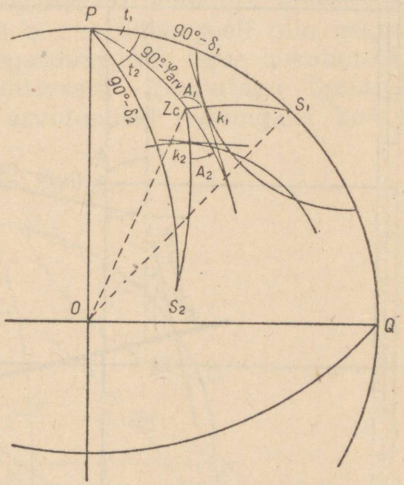
Sumneri joon läbib sellejuures arvutatud asukohta, risti arvutatud asimuudiga.

Kui üheaegselt taevakehaga A mõõta taevakeha B kõrgust, siis täpselt samal viisil arvutatakse ka tema asimuut A_2 ja

$(h_{obs} - h_{arv})_2$ ning observeeritud asukoht saadakse graafiliselt mõlema sumneri joone lõikepunktis.

Joon. 119 kujutab taevasfääri kahe taevakeha S_1 ja S_2 jaoks joonistatud seniitide ringidega; joonisel 120 on kujutatud merkaatori kaart mõlema sumneri joonega. Kaardil f_0 on observeeritud asukoht, mille laius ja pikkus võetakse vahetult kaardilt.

Nii näeme, et graafiline ehitus ja observeeritud asukoha saamine merkaatori kaardil ei tekita mingisuguseid raskusi.



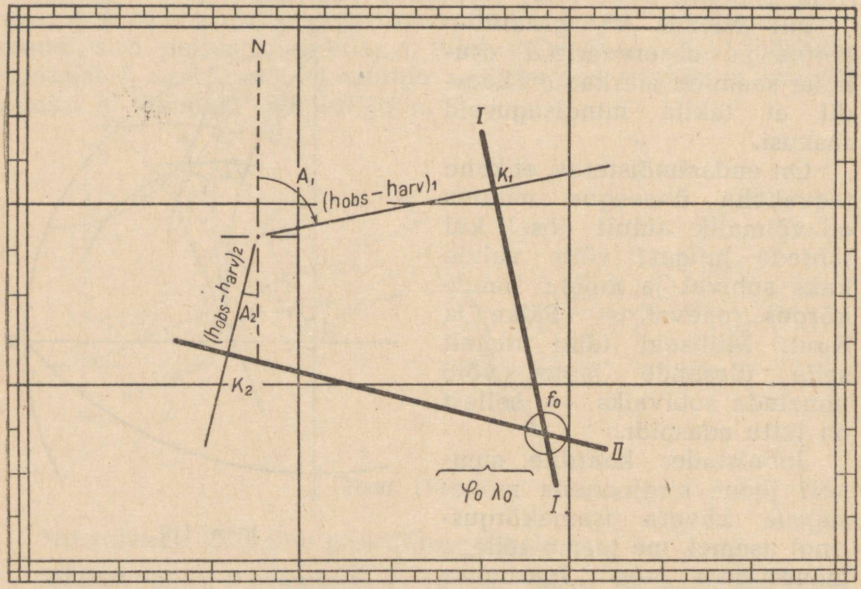
Joon. 119.

On endastmõistetav, et kahe taevakeha üheaegne vaatlus on võimalik ainult öösel, kui tähtede hulgast võib valida kaks sobivat ja mõõta nende kõrgus (päeval — Päike ja Kuu). Milliseid tähti nimelt selle ülesande jaoks võib nimetada sobivaiks — sellest on juttu edaspidi.

Joonistades kaardile sumneri joone sirgjoonena mõnesuguse kõvera (samakõrgusring) asemel, me teeme sellega mõnesuguse vea. Igasuguse analüüsita on selge, et mida väiksem on samakõrgusringi raadius, s. o. mida väiksem on z või mida suurem h, seda suurem viga saadakse väikese ringi kaare osa asendamisel sirgjoonega, ja vastupidi — mida väiksem on h ja mida suurem z, järelikult ka samakõrgusringi raadius, seda suurem on see ring ja seda väiksem viga tekib tema kaare väikese osa asendamisest temaga puutuja sirgjoonega. Sel põhjusel ei soovitata üldiselt kasutada taevakeha, kui tema kõrgus $h > 60^0$. Meenutame muide, et kõrgus ei pea olema $< 10^0$ võimaliku ebaõige refraktsiooni põhjusel väikeste kõrguste puhul.

Sirgjoonena merkaatori kaardil me märkisime ka asimuudijoone, samal ajal kui vertikaali, nagu iga suurringi kaart, kujutatakse merkaatori projektsioonis kõverjoonega. Sellest põhjusest tekkiva vea suhtes on selge, et mida väiksem on $(h_{obs} - h_{arv})$ või mida paremini on teada arvatav asukoht, seda väiksem on ka

vaadeldav viga, ja (h_{obs} — h_{arv}) juures mitte üle 20′—30′ võib seda viga üldse mitte arvestada. Kui aga (h_{obs} — h_{arv}) saadakse üle 20′—30′, siis lõpetanud ülesande ja määranud observeeritud asukoha (φ_0 ja λ_0), tuleb viimane võtta arvutatud kohaks ja teiskordselt lahendada sama ülesanne samade vaatluste järgi, kuid φ_0 ja λ_0 kui arvutatud koha koordinaatidega.



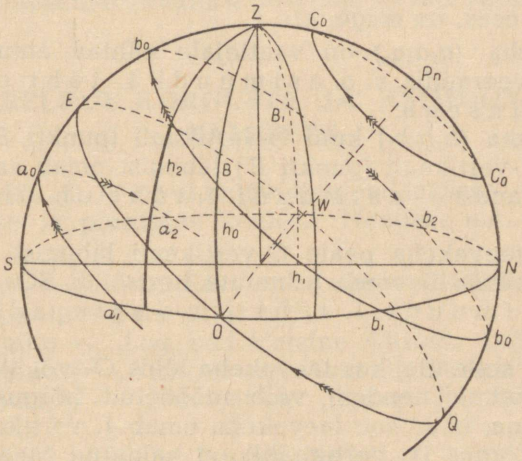
Joon. 120.

Osutatud meetodist observeeritud punkti leidmiseks graafilise kujutamisega järgneb, et mida lähemal on sumneri joonte lõikenurk 90°-le, seda paremini määratakse lõikepunkt, graafiliselt aga ei ole lubatav, et see nurk oleks $< 30^0$ ja $> 150^0$. Kuna see nurk moodustab alati nurgaga asimuutide vahel 180^0 summa (joon. 120), siis on selge, et vaadeldavate taevakehade asimuutide vahe peab olema 90^0 lähedal (mitte alla 30^0 ega üle 150^0). Kui vaadeldakse kolme tähte, siis asimuutide vahe peab olema võimalikult 60^0 või 120^0 ligidal. Samasugusele järeldusele vaadeldavate taevakehade asimuutide vahe soovitava suuruse kohta toob ka meetodi üksikasjalik analüütiline uurimine.

§ 89. VALEMITE $\sin h_{arv}$ JA $\sin A$ ANALÜÜS NING ASIMUUDI A NIMETUSE MÄÄRAMINE SUMNERI ÜLESANDES.

Me nägime, et sumneri ülesande lahendamiseks on vaja h_{arv} ja A arvutada § 88 valemite (1) ja (2) järgi, kusjuures need valemid peavad olema märkidega või mõnel teisel viisil analüüsitud.

Valemit $\sin h_{arv} = \ldots$ analüüsitakse lihtsalt märkidega ja küllaldase täiusega. Osutame tähelepanu, et sumneri ülesandes parempoolse osa mõlemad liikmed ei saa üheaegselt olla negatiivsed; kui aga üks nendest on negatiivne, siis tema absoluutne suurus (ja ta lg) on väiksem positiivsest. (Soovitame õpilasil endil seda tõestada, mis osutub arvutamisel mõningaks kontrolliks.)



Joon. 121.

Valemis (2) $\sin A = \ldots$ k õ i k l i i k m e d p a r e m p o o l s e s o s a s o m a v a d a l a t i m ä r k i +, järelikult $\sin A$ on alati positiivne; kuna aga sin funktsioon on positiivne 1. ja 2. veerandis, siis see küsimus, millises veerandis (s. o. $< 90^0$ või $> 90^0$) on asimuut A — märkidega analüüsimisel ei lahendu. Sellepärast, arvutanud valemiga (2) asimuudi A suuruse, alla 90^0, h o r i s o n d i v e e r a n d i nimetus määratakse järgmiste kaalutluste põhjal:

1. Võttes arvesse, et taevakeha polaarkolmnurgas W- ega O-tunninurk ei saa olla üle 12^h (180^0), on selge, et kui taevakeha omab O-tunninurka, siis ta asetseb sfääri O-poolel ning tema asimuudid saavad olla ainult horisondi NO- ja SO-veerandis. Kui on W-tunninurk, siis ta asetseb sfääri W-poolel ja tema asimuudid sel korral saavad olla ainult horisondi NW- või SW-veerandis.

Siit järgneb, et asimuudi nimetuse (horisondi veerandi) 2. täht on ühesugune tunninurga nimetusega.

2. Joon. 121 on sfäär kujutatud põhjalaiuse jaoks ja joonistatud kolme tähe paralleelid:

$a_1a_0a_2 \ldots \delta$ isenimeline laiusega φ
$b_1b_0b_2 \ldots \delta$ ühenimeline „ φ ja $\delta < \varphi$
$c_0c_0 \ldots \delta$ ühenimeline „ φ ja $\delta > \varphi$

Võttes arvesse, et taevakeha saab vaadelda ainult sfääri horisondipealses osas, on selge, et:

1. taevakeha ($a_1a_0a_2$) on vaatlejale nähtav ainult horisondi SO- või SW-veerandis, s. o. asimuudi 1. täht on vastupidine laiusega.

2. taevakeha ($b_1b_0b_2$) kuni O-vertikaali (punkti B) läbimiseni või pärast W-vertikaali (punkti B') läbimist omab asimuute NO- või NW-veerandis — asimuudi 1. täht on ühesugune φ-ga.

Seesama taevakeha peale O-vertikaali läbimist ja kuni W-vertikaali läbimiseni omab asimuute horisondi SO- ja SW-veerandis — asimuudi 1. täht on vastupidine laiusega.

Otsustada selle üle, kas taevakeha läbis O- või W-vertikaalid või ei ole jõudnud nendeni, võib mõõdetud kõrgust võrreldes selle kõrgusega, mida see taevakeha omab 1. vertikaalil. See φ ja δ sõltuv kõrgus (1. vertikaalil) on näidatud Meretabelite 24. tabelis. Joonisest nähtub, et kui mõõdetud kõrgus (h_1) on väiksem tabelis antud kõrgusest (h_0), siis asimuudi 1. täht on samane φ-ga; kui aga mõõdetud kõrgus (h_2) on suurem tabeli kõrgusest (h_0), siis asimuudi 1. täht on vastupidine φ-ga.

Asimuudi 1. tähe nimetust võib määrata ka taevakeha arvutatud tunninurga järgi tema võrdlemise teel taevakeha tunninurgaga 1. vertikaalil, mis on näidatud tab. 23.

3. taevakeha (c'_0c_0) üldse ei lõika 1. vertikaali ja tema asimuudid on alati horisondi NO- ja NW-veerandis — asimuudi 1. täht on ühesugune laiusega φ.

Kõik öeldu asimuudi nimetuse arvestuse kohta on sobiv esitada järgmise tabelina:

Tabel 17.

	δ nimetus	δ suurus	Taevakeha mõõdetud kõrgus	Asimuudi 1. täht	Asimuudi 2. täht
1.	Isenimeline φ	Ei oma tähtsust		Isenimeline φ	On alati samane tunninurga *(t)* nimetusega.
2.	Ühenimeline φ	$\delta < \varphi$	$h_{obs} > h$ tab. 24	„	
3.	„	„	$h_{obs} < h$ tab. 24	Ühenimeline φ	
4.	„	$\delta > \varphi$	Ei oma tähtsust	„	

Asimuuti arvutada on küllaldane kuni $0^0{,}1$, sest et teda täpsemalt kaardile märkida ei ole võimalik.

§ 90. TABELEID KÕRGUSTE JA ASIMUUTIDE ARVUTAMISEKS.

Tabeleid h_{arv} ja A arvutamiste kergendamiseks on palju, peamiselt inglise ja prantsuse keeles. Nendest me viitame järgmistele:

1. Martelli — „Short, Easy and Improved Method of Finding the Apparent Time at Ship".
2. R. Aquino — „Log, and Versine Altitude Tables".
3. R. Aquino — „Altitude and Azimuth Tables".
4. Dreisonston — „Navigation Tables for Mariners and Aviators".
5. Weems — „Line of Postion Book".
6. Ball — „Altitude or Position Line Tables".
7. G. Pouvreau — „Nouvelles tables de mer pour le calcul de la hauteur et de l'azimuth".
8. E. Guyou — „Nouvelles tables de navigation".
9. E. Ageton — U.S.A. 1934. a. v. a.
10. U.S.A. Hüdrograafia Departemangu 1935. a. v. a.
11. Burdwood — Asimuutide tabelid.
12. Ebsen — Asimuutide tabelid.
13. Е. Фус, Таблицы для нахождения высот и азимутов.
14. В. Ахматов, „Высота и азимут в 3 минуты", 1933 г.
15. Ющенко, Таблицы азимутов.

Vene tabelitest tuleb märkida V. Ahmatovi tabeleid „Kõrgus ja asimuut 3 minutiga". Need tabelid on väga lihtsad ja sobivad käsitlemiseks, ei nõua eelnevat valemite analüüsi ning töö nendega on kaunis ühetaoline. Me ei too nende tabelite ehituse ega nendega töötamise kirjeldust, kuna üksikasjalik kirjeldus on autori poolt antud tabelite alguses. Nende järgi saab kaunis lihtsalt arvutada ka taevakeha asimuuti.

Alamal toome näite lahendamise Ahmatovi tabelite järgi ühes asimuudi arvutamisega.

$\varphi = 47^0\,18',6$ S	A	1688		
$\delta = 14\ 41,2$ N	Б	144	Б	144
$t = 2^h37^m17^s$	В	9462	Е	1982
	C_3	11294	C_a	2126
$\varphi - \delta = 61^059',8$	Г	742		
	Д	2653		—
	C_2	3395		
	h	$18^043',5$	Ж	236
			Р	1890

$A = 40^0,3$

Võrdluseks on sama näide lahendatud nelja- ja viiekohaliste logaritmide abil põhivalemitega

$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$ ja $\sin A = \cos\delta \sin t \sec h$.

$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t \ldots - \mathrm{I} + \mathrm{II}$.

$\varphi = 47^018',6$ S	sin	9,8663	cos	9,8312	sec h	0,0236	9,86631	9,83125	0,02363
$\delta = 14\ 41,2$ N	sin	9,4040	cos	9,9856	cos	9,9856	9,40404	9,98556	9,98556
$t = 2^h37^m17^s$			cos	9,8885	sin	9,8018		9,88852	9,80126
	lg I	9,2703	lg II	9,7053	lg sin A	9,8110	9,27035	9,70533	9,81104
G.A...		0,4350	β	9,8012	$A = 40^0,3$		0,43498	0,19880	$A = 40^0,3$
			lg sin h	= 9,5065			lg sin h	= 9,50653	
			h	$= 18^043',3$			h	$= 18^0\,43',5$	

Võrreldes tööd Ahmatovi ja tavaliste neljakohaliste logaritmide tabelitega ja võrreldes nende tabelite ehitust, võib tulla järgmistele järeldustele:

1. Kõrguse h arvutamiseks:

	Ahmatovi tabelid	Neljakohaliste logaritm. tab.
Valikute arv	6	7
Liitmiste ja lahutamiste arv	2	4

Aritmeetiliste tehete arv Ahmatovi tabelite järgi on minimaalne.

2. Ahmatovi ja neljakohaliste logaritmide tabelid annavad väikeste kõrguste juures peaaegu võrdset täpsust, kõrguste juures aga üle 35°—40° neljakohalised tabelid annavad Ahmatovi tabeleist mõnevõrra suuremat täpsust.

3. Ahmatovi tabelitega töötamisel puuduvad mõningad kontroll-momendid, mis sunnib paljusid eelistama tööd neljakohaliste logaritmidega, kus hoolika töö puhul on tagatud peaaegu pidev umbkaudne kontroll.

4. Kõiki Ahmatovi tabeleid kasutatakse järjestikulises korras otsevalikuga (I, II, III, IV) ja vaid viimane kõrguse valik tabelist IV sooritatakse vastupidise valikuga.

Üeldu põhjal me võime soovitada Ahmatovi tabeleid laialdaseks kasutamiseks, seda enam et kõrguse ja asimuudi arvestust nendega vähese vilumise järel võib saavutada vähem kui 3 minutiga.

Kõikide tabelite üldhinnanguna võib märkida järgmist:

On endastmõistetav, et põhiargumentideks kõikide tabelite koostamisel osutuvad kolm muutlikku suurust: φ, δ ja t. Kuid kasutades seda kaalutlust, et arvutatud koha koordinaatide muutumine tähtsusetuis piirides tekitab vaid muutusi arvutatavas kõrguses ja asimuudis (viimases väga väikest), observeeritud asukoht aga kui kahe sumneri joone lõikepunkt, jääb üheks ja samaks — mõnede tabelite autorid soovitavad arvutatud asukohta ü l e k a n d a (ü l e k a n t u d a s u k o h t), ümardades φ_{arv} või t_{arv} (λ_{arv}) kas terve või poole kraadini, millede jaoks nimelt ongi tabelid koostatud. Sellisel teel langeb ära interpoolimise vajadus laiuse (või tunninurga) järgi ja jääb ainult kaks muutuvat suurust, mis muidugi mõnevõrra lihtsustab tööd tabelitega, kuid nõuab täiendavat tööd kaardil arvutatud asukoha ülekandmises, kuna muidugi ka kaardil märkimine peab toimuma juba ülekantud arvutatud asukohast.

Teiste tabelite autorid aga eelistavad sooritada tööd kolme argumendi järgi, kuid mitte kasutada ülekantud arvutatud asukohta.

Võib osutada veel ühele tunnusele, mis oluliselt eristab ühtesid tabeleid teistest: ühtedes (enamus) asimuut saadakse veerandiline, 0° kuni 90° piirides, ning asimuudi nimetus tuleb määrata täiendavalt teatud reeglite järgi; teistes tabelites aga asimuut antakse 0° kuni 180°, s. o. astronoomiline, mis lihtsustab tema nimetuse arvestamist. Praktikas see võib vabastada mõningaist raskusist ja vigadest ainult 90° ja 270° ligidaste asimuutide

korral, teistel juhtudel võib ka veerandiliste asimuutide nimetust määrata (kas või kompassi abil) küllaldaselt lihtsalt ja veatult.

Nende eritabelite kaunis suure arvu olemasolu näitab, et erilist, kõigist tunnustatud paremust ükski neist ei oma.

Kõik sumneri meetodi näited on lahendatud Ahmatov'i tabelitega; lahendades aga neid näiteid teiste tabelitega, võib oodata lahkuminekut kõrgustes 1′—1′,5.

Kui kõrguse jaoks kasutati tabeleid, mis ei anna võimalust ühes sellega arvutada ka asimuuti (Martelli), siis viimase saamiseks on otstarbekohane kasutada samuti mingisuguseid asimuutide eritabeleid. Sellised on Burdwood'i (inglise), Ebsen'i (saksa), Juštšenko (vene) tabelid ning rida teisi; nendest sobivaimateks ja lihtsaimateks tuleb tunnustada Juštšenko tabeleid. Tabelid on koostatud laiuse kümnekraadiliste tsoonide kaupa ja nende koostamise ja kasutamise kirjeldus on antud iga köite alguses. Asimuudi $0^0,1$ vajaliku täpsuse puhul võib valida tabelist ilma igasuguse interpoolimiseta; laiuse õiendis on samuti küllaldane võtta ainult kraadi kümnendosad.

Kui sumneri ülesandes kõrgus arvutatakse Ahmatov'i või Meretabelitega, siis on lihtsam ja sobivam arvutada samade tabelitega ka asimuut.

Asimuutide küsimuse juurde me tuleme veel kompassiõiendi määramise peatükis.

§ 91. SUMNERI JOONTE JOONISTAMINE PABERILE.

Kuna ookeanisõitudel kasutatavad kaardid on väga väikeste mõõtühikutega, siis ei ole võimalik sumneri jooni kaardile kanda ning asukoha määramist on lihtsam ja eelistatavam sooritada eraldi paberilehel ja siis saadud asukoht kanda φ ja λ järgi kaardile.

Selle töö sooritamiseks me näitame kaks võtet, kuid enne meenutame, et merkaatori kaardil:

1. 1 meremiil on laiuse 1′;
2. kaugusi mõõdetakse meremiilides (kaardi raami küljel);
3. laiusi ehk õigemini kahe punkti L. V. mõõdetakse samades mõõtühikutes (kaardi raami küljelt);
4. horisontaalraamil ülal ja all on ekvatoriaalminutid, mida kasutatakse ainult kahe punkti P. V. määramiseks kaardil;
5. 1 ekvatoriaalminut (ülemisel või alumisel raamil) on laiuse 1′ küljeraamil lühem $\sec \varphi$ võrra;

6. paralleeli pikkus kahe meridiaani vahel, mõõdetud miilides (küljeraamilt), kujutab kaugenemist, mis on arvuliselt sec φ võrra väiksem nende meridiaanide P. V.;

7. Meretabelite tab. 34 annab L. V. ja Kaugen. kursi ja sõidu järgi; tab. 35 muundab selle kaugenemise P. V. (antud keskmise laiuse järgi) valemiga: P. V. = Kaug. $\times$ sec φ.

Esimene võte. Võtame ruudulisel paberilehel oleva vastastikku-ristjoonte süsteemi meridiaanide ja paralleelide süsteemina ja ühe nende joonte lõikepunktidest võtame arvutatud asukohaks *f*. Siis seda punkti läbiv vertikaaljoon kujutab arvutatud punkti meridiaani, horisontaaljoon aga — tema paralleeli, millejuures oletame nagu kaardilgi N — üleval, S — all, O — paremal ja W — vasakul. Arvutatud asukoha punktist joonistame 1. ja 2. taevakeha asimuudid A_1 ja A_2, kas taevakehast või taevakeha poole, sõltuvalt märkidest ($h_{obs} - h_{arv}$). Võtame ühe ruudu (võib võtta ka 2, 3 või ½ ruutu) laiuse 1′-ks, s. o. üheks miiliks, ja mööda joonistatud asimuute mõõdame sirkliga vastavad ($h_{obs} - h_{arv}$); saame määravpunktid k_1 ja k_2, milledest joonistame risti asimuutidele sumneri jooned: viimaste lõikepunkt annab laeva observeeritud asukoha (punkt f_0). Tõmmates läbi selle punkti kujuteldavalt (selguse mõttes või ka tegelikult) meridiaani ja paralleeli, tuleb ära lugeda ruutude arv arvutatud ja observeeritud punkti paralleelide vahel — see ongi nende laiuste vahe (L. V.), kuna 1 ruut võeti laiuse 1′ asemel. Ruutude arv aga arvutatud ja observeeritud punkti meridiaanide vahel kujutab kaugenemist, milline tab. 35. abil antud φ_{arv} järgi tuleb muundada pikkuste vaheks (P. V.). Järgnevalt

$$\varphi_{obs} = \varphi_{arv} + \text{L. V.}; \quad \lambda_{obs} = \lambda_{arv} + \text{P. V.}$$

L. V.-le tuleb juurde kirjutada nimetus „Nordi" või „Süüdi", sõltuvalt sellest, kuidas asetseb observeeritud asukoht arvatava asukoha suhtes (aga mitte vastupidi).

Samadest kaalutlustest juhindudes tuleb määrata ka P. V. nimetus „Osti" või „Westi".

Esimese võtte rakendamist selgitame arvulise näitega ja joon. 122.

Oletame, et meil on

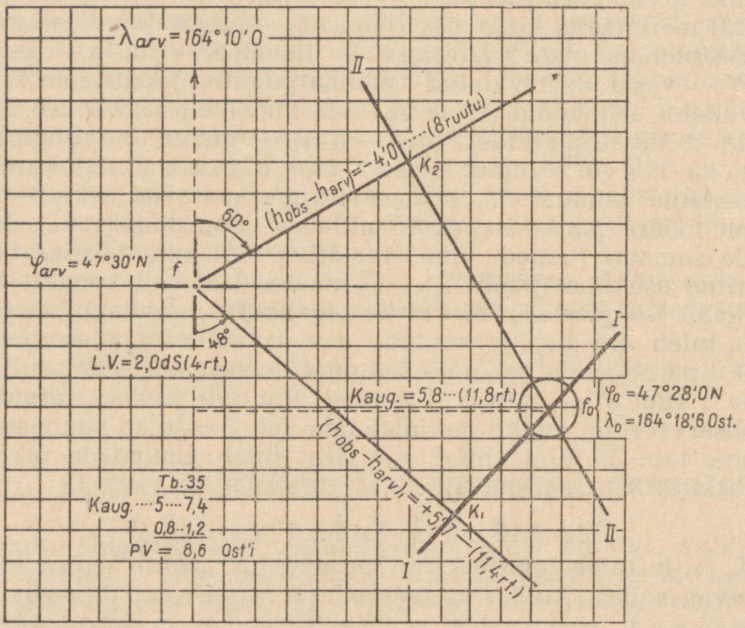
$A_1 = \text{SO } 48^0$;
$(h_{obs} - h_{arv})_1 = +\ 5',7 \ldots$ taevakeha poole;
$A_2 = \text{SW } 60^0$;
$(h_{obs} - h_{arv})_2 = -\ 4',0 \ldots$ taevakehast;
$\varphi_{arv} = 47^0 30'$ N; $\lambda_{arv} = 164^0 10'$ Ost.

Mastaabina võtame 2 ruutu 1 miiliks.

Vastus: $\varphi_{obs} = 47^{0}30'\,N - 2',0 = 47^{0}28'\,N.$

$\lambda_{obs} = 164^{0}10'\,Ost + 8',6 = 164^{0}19'\,Ost.$

Seda võtet saab teostada ka lihtsal valgel paberil. Selleks tuleb läbi vabaltvõetud punkti — arvutatud asukoha — joonistada kaks vastastikku-ristuvat sirgjoont ning võtta need arvutatud koha meridiaaniks ja paralleeliks. Laiuse 1′ ja 1 miiliks võib võtta mistahes pikkuses lõigu: 1 sm, 0,1 tolli või mistahes teise.

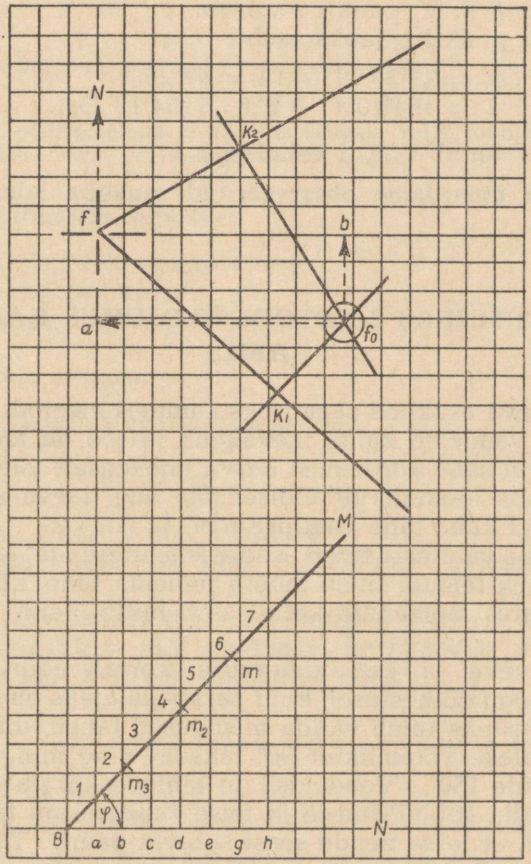


Joon. 122.

Teine võte. Täiesti samuti kui esimeses võttes kantakse paberile arvutatud asukoht ja joonistatakse asimuudid. Võtnud siis kusagil (sobivam paberilehe all või küljel) ühe joonte ristumispunkti, näit. *B* (joon. 123, eelmise ülesande andmed), moodustame tema juures nurga φ_{arv}, mõõtes tema suuruse horisontaaljoonest *BN*, s. o. $\angle NBM$, ja selle nurga kaldküljele *BM* märgime punktid 1, 2, 3, 4 . . . tema lõikepunktides vertikaaljoontega paberil. Kui vaatame kolmnurka $1Ba$, siis näeme, et külg $1B = Ba \cdot \sec\varphi$; järelikult kui me joonisel võtame mastaabi:

1 ruut = 1 ekvatoriaalmiiliga, siis laiuste ja kauguste jaoks 1′ ehk 1 meremiil kujuneb *B*1 pikkuseks.

Selle joonisega me taastasime jaotused kaardi raamil (horisontaal- ja vertikaalkülgedel).



Joon. 123.

Küljel *BM* võtame sirkliga lõigu $Bm = (h_{obs} - h_{arv})_1 = 5',7$ ja märgime ta asimuudile SO 48°, saame punkti k_1. Täpselt samuti võtnud küljelt *BM* sirkliga lõigu $Bm_2 = (h_{obs} - h_{arv})_2 = 4',0$, märgime ta asimuudile NO 60°, saame punkti k_2. Punktidest k_1 ja ja k_2 risti asimuutidele joonistame sirgjooned — sumneri joo-

ned — ja märgime nende lõikepunkti f_0 — observeeritud asukoha. Jääb üle vaid võtta punkti f_0 L. V. ja P. V. arvutatud asukoha suhtes. Selleks võtame sirkliga meridiaani f_0 lõigu f_0b ja asetanud sirkli mastaabi nurga küljele BM, saame L. V. $= Bm_3 = 2',0$; ruutude arv aga, loetud mööda paralleeli f_0a ja võrdne 8,6, annab kohe punkti f_0 P. V. punkti f suhtes.

Lõplikult punkti f_0 jaoks saab:

$$\varphi_0 = 47^\circ 30' \text{ N} - 2',0 = 47^\circ 28' \text{ N.}$$
$$\lambda_0 = 164^\circ 10' \text{ O} + 8',6 = 164^\circ 19' \text{ Ost.}$$

Resultaat ühtub täiesti eelmisega.

Edaspidi ümardame observeeritud asukoha laiuse ja pikkuse kuni 1'.

§ 92. SUMNER'I MEETODI ÜLDJUHUS KAHE TÄHE ABIL.

Kuna laeva asukoha saamiseks sumneri meetodi järgi on vaja üheaegselt vaadelda kahte taevakeha ja see on teostatav ainult öösel (päeval saab võrdlemisi harva üheaegselt vaadelda Päikest ja Kuud), siis loomulikult üldisemaks ongi laeva asukoha määramine öösel kahe tähe vaatluse teel.

Milliseid vaatlusi tuleb sooritada ülesande lahendamiseks, seda me juba teame: tuleb mõõta mõlema tähe kõrgusi ja märkida seejuures momendid kella järgi, mille õiend $T_{Gr.}$ suhtes on teada.

Selge taeva ja hea nähtavuse korral võib neid vaatlusi sooritada kogu öö kestusel, kuid parimaks ajaks on muidugi videvik. Vaatlusteks tuleb valida niisugused tähed, millede asimuutide vahe oleks võimalikult 90° lähedal ning mingil juhul mitte alla 30° ja üle 150°. Vaadeldavate tähtede kõrgused ei tohi olla üle 60° ja alla 10°. Esimese ja teise suurusjärgu tähti on täiesti küllaldaselt, et leida nende seast sobivat paari. Tähtede valikut on muidugi kõige lihtsam teha tähegloobuse abil. Mõlema valitud tähe kõrguste mõõtmisi tuleb teostada peatamata — teineteise järel, vastasel korral vaatlusi ei saa lugeda üheaegseiks ja tuleb arvestada laeva kurssi ja sõitu vaatluste ajavahemiku jooksul ja õiendada ühe või teise tähe mõõdetud kõrgusi. Kuidas seda teostada, selle kohta vt. lähemalt § 102.

Kaasaegsete kiiruste juures võib lugeda, et mitte üle 3—5 min. ajavahemikul observeeritud koha võib ilma igasuguse õiendita

taandada vaatluste keskmisele momendile. Seejuures tuleb võtta iga tähe 2—3 kõrgust ja momenti ning siis arvestada ja ülesandesse võtta keskmised lugemid ja keskmised momendid.

I. Tegelik sooritamine.

a) Aegsasti:

1. *tähegloobuse abil valida määratud ajavahemikuks tähtede paar.*

Märkus: Kui tähegloobust ei ole, siis tähtede valik toimub juba vaatluste ajal, kas silma järgi või kompassi abil.

b) Enne vaatlustele minekut:

2. *võrrelda kella kronomeetriga;*
3. *võtta päevikust* u_{kr} ;
4. *arvutada* $u_k = u_{kr} + vrdl.$

c) Vaatlustele minnes:

5. *sekstant vaatlusteks valmis seada.*

II. Vaatlused.

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta iga tähe 2—3 kõrgust võimalikult lühemal ajavahemikul;*
3. *iga kõrguse juures märkida (abiline) moment kella järgi;*
4. *võtta kaardilt* φ *ja* λ *vaatluste keskmiseks momendiks; märkida logi näit samaks momendiks.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada* $ci + s$;
2. *arvutada iga tähe jaoks keskmine lugem ja keskmine moment;*
3. *õiendada mõlema tähe kõrgus (*$ci + s$ *ja õiend tab. 11); saadakse tõel.* h_{*};
4. *õiendada keskmised momendid kella õiendiga, saadakse* $T_{Gr.}$; *selgitada, kas ei tule liita või lahutada* 12^h;
5. *valida almanahhist* R, δ_{*1}, α_{*1}, δ_{*2}, α_{*2};
6. *arvutada iga tähe* $t = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0{}^w - \alpha_{*}$. *Saadud* t *on W-i tunninurgad; kui arvutatud* $t_{*} > 12^h$, *siis võtta tema täiendus kuni* 24^h *ja juurde kirjutada nimetus „Ost";*

7. *arvutada* h_{1arv} *ja* h_{2arv}, *samuti ka* A_1 *ja* A_2;
8. *arvutada* $(h_{obs} - h_{arv})_1$ *ja* $(h_{obs} - h_{arv})_2$ *ning märkida, kas neid vahesid tuleb arvata tähe poole või tähe poolt.*

IV. Joonistamine — ruudulisel paberil.

1. *märkida arvutatud asukoht (joonte lõike kohas);*
2. *joonistada asimuudid, kas tähe poole või tähe poolt, sõltuvalt* $(h_{obs} - h_{arv})$ *märgist;*
3. *kummalgi neist mõõta vastavalt* $(h_{obs} - h_{arv})$, *kasutades 1. või 2. võtet (§ 91);*
4. *saadud määravpunktidest* k_1 *ja* k_2 *joonistada risti asimuutidele sumneri jooned;*
5. *võtta saadud lõikepunkti — observeeritud asukoha —* φ *ja* λ *ja ümardada need kuni 1′;*
6. *kanda observeeritud asukoht kaardile, taandades ta vaatluste keskmisele momendile.*

Näide 1. 24./IV 1936. a. kavatseti määrata oma asukohta umbes $T_1 = 19^1/_2{}^h$; tähegloobus $\varphi = 35^0$ N näitas selleks ajaks tähtede paari: Spica ja Sirius sobivate kõrgustega ja kohase asimuutide vahega. Enne vaatlustele minekut umbes $T_1 = 19^1/_4{}^h$ tehti võrdlus $= -2^h\,18^m\,43^s$; võeti päevikust $u_{kr} = +2^h\,17^m\,16^s$; arvutati $u_k = -1^m\,27^s$.

Minnes vaatlustele määratud ajal, korrastati sekstant öisteks vaatlusteks. Märgiti lugem *ci* saamiseks ... 359°58′,0; silmakõrgus ... $a = 26$ j.

Mõõdeti tähtede kõrgusi:

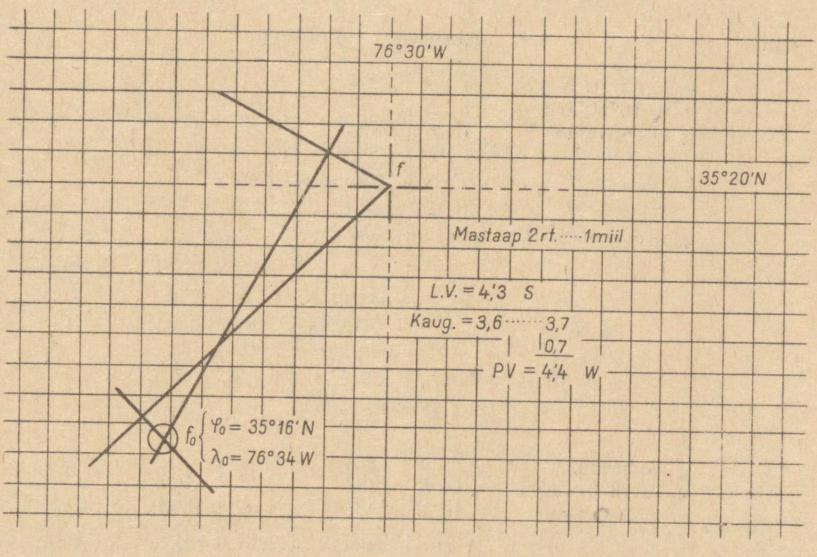
α Virginis (Spica), lugemid ...	18°26′,6	momendid ... 0h 25m 39s
	37,6	26m 37s
	$s_1 = +0,2$	
α Canis maj. (Sirius), lugemid ...	24°22′,6	momendid ... 0h 28m 48s
	12,2	30m 0s
	$s_2 = +0,3$	

Kaardilt võeti vaatluste keskmiseks momendiks:

$\varphi_{arv} = 35^0 20'$ N ja $\lambda_{arv} = 76^0 30'$ W.

	Spica	Sirius
1) lug.	18°32′,1	24°17′,4
$ci + s$	+2,2	+2,3
h'_*	18 34,3	24 19,7
Tab. 11	−7,9	−7,2
h_{*obs}	18 26,4	24 12,5
2) α_*	13h 21m 52s	6h 42m 21s
δ_*	10°50′,0 S	16°37′,9 S

3) m_0	$0^h\ 26^m\ 8^s$	$0^h\ 29^m\ 24^s$
u_k	$-1\ 27$	$-1\ 27$
25./IV $T_{Gr.}$	$0\ 24\ 41$	$0\ 27\ 57$
$R\ 0^h$	$14\ 11\ 18{,}9$	$14\ 11\ 18{,}9$
$\Delta R\ 25^m/28^m$	$+4{,}1$	$+4{,}6$
$S_{Gr.}$	$14\ 36\ 4$	$14\ 39\ 20$
λ_w	$-5\ 6\ 0$	$-5\ 6\ 0$
S_k	$9\ 30\ 4$	$9\ 33\ 20$
α_*	$-13\ 21\ 52$	$-6\ 42\ 21$
t_{*k}	$20^h\ 8^m\ 12^s$	$2^h\ 50^m\ 59^s$ W.
	$= 3^h\ 51^m\ 48^s$ Ost.	



Joon. 124 (näite 1. juurde).

4) Spica

$$\sin h_{arv} = \overset{+}{\sin}\ \varphi_{arv} \cdot \overset{-}{\sin}\ \delta + \overset{+}{\cos}\ \varphi_{arv} \cdot \overset{+}{\cos}\ \delta \cdot \overset{+}{\cos}\ t \ \ldots\ -\mathrm{I} + \mathrm{II}$$

$\varphi_{arv} = 35^0 20'$ N	sin	9,7622	cos	9,9116	sec h	0,0229
$\delta_1 = 10^0 50',0$ S	sin	9,2740	cos	9,9922	cos	9,9922
$t_1 = 3^h 51^m 48^s$ Ost			cos	9,7248	sin	9,9282
	lg I	9,0362	lg II	9,6286	lg sin	9,9433
	G A.	0,5924	β	9,8718	A	
			lg sin h =	9,5004	$A_1 = 61^0{,}4$ SO	
			$h_{arv\,I} = 18^0 27',2$			

Sirius.

$$\sin h_{arv} = \sin \varphi_{arv} \cdot \sin \delta + \cos \varphi_{arv} \cdot \cos \delta \cdot \cos t \ \ldots \ -\mathrm{I} + \mathrm{II}$$

$\varphi_{arv} = 35^0 20'$ N	sin	9,7622	cos	9,9116	sec h	0,0396
$\delta_2 = 16^0 37',9$ S	sin	9,4567	cos	9,9814	cos	9,9814
$t_2 = 2^h 50^m 59^s$ W			cos	9,8659	sin	9,8317
	lg I	9,2189	lg II	9,7589	lg sin A	9,8527
	G. A.	0,5400	β	9,8522	$A_2 = 45^0,4$ SW	
			lg sin h =	9,6111		
			$h_{arv_2} = 24^0 6',3$			

4 bis) Ahmatovi tabelitega.

$\varphi = 35^0 20'$ N	I A	884		
$\delta_1 = 10^0 50',0$ S	I B	78	I B	78
$t_1 = 3^h 51^m 48^s$	II B	6295	I E	418
	C_3	7257	C_a	796
	III Γ	1880		
$\varphi - \delta = 46^0 10',0$	IV Δ	1537		—
	C_3	3417		
	$h_{arv_1} = 18^0 27',5$		I $\mathcal{K}$	230
	$h_{obs_1} = 18^0 26',4$		P	566
$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -1',1$			$A_1 = 61^0,4$ SO	

tähe poolt

$\varphi = 35^0 20'$ N	I A	884		
$\delta_2 = 16^0 37',9$ S	I B	186	I B	186
$t_2 = 2^h 50^m 59^s$	II B	8768	I E	1683
	C_3	9838	C_a	1869
	III Γ	1038		
$\varphi - \delta = 51^0 57',9$	IV Δ	1919		—
	C_2	2957		
	$h_{arv_2} = 24^0 7',0$		I $\mathcal{K}$	397
	$h_{obs_2} = 24^0 12',5$		P	1472
$(h_{obs} - h_{arv})_2 = +5',5$			$A_2 = 45^0,4$ SW	

tähe poole

Järgnevais näiteis antakse tihti ülesandes vaid üks lugem ja üks temale vastav moment; seda lugemit võib vaadelda kui keskmist mitmest lugemist ehk tõeliselt üksikut.

Näide 2. 21./I 1936. a., arvat. $\varphi = 39^0 15'$ S ja $\lambda = 112^0 15'$ Ost, umbes 2^h mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid kella järgi:

α Canis min. (Procyon), lugem $33^0\ 1',0$; $m_1 \ldots 7^h\ 14^m\ 10^s$
α Argus (Canopus), „ $48^0 54',6$; $m_2 \ldots 7\ 17\ 43$

ci lugem... $360^0 0',4$; $s_1 = +0',1$; $s_2 = -0',2$; $u_k = -29^m\ 28^s$; $a = 18$ j.

Vahepealseid lahendusi:

	Procyon	Canopus
h_{obs}	$32^0 55',1$	$48^0 49',0$
t	$2^h\ 33^m\ 36^s$	$3^h\ 50^m\ 36^s$
$h_{obs} - h_{arv}$	$-6',9$	$-9',0$
A	$47^0,5$ NW	$51^0,3$ SW

Vastus: observ. $\begin{cases} \varphi = 39^0 13' \text{ S} \\ \lambda = 112^0 28' \text{ Ost} \end{cases}$

Näide 3. 1./X 1936. a. arv. $\varphi = 44^0 0'$ N ja $\lambda = 40^0 0'$ W, umbes 6^h mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid kella järgi:

α Leonis (Regulus), lugem $35^0 34',6$ $m_1 \ldots 8^h\ 33^m\ 17^s$
β Orionis (Rigel), „ $34^0\ 5',8$ $m_2 \ldots 8^h\ 37^m\ 24^s$

ci lugem... $359^0 58',7$; $s_1 = s_2 = +0',1$; $u_k = +3^m\ 23^s$; $a = 34$ j.

Vahepealseid lahendusi:

	Regulus	Rigel
h_{obs}	$35^0 28',9$	$34^0 0',0$
t	$3^h\ 28^m\ 45^s$ Ost	$1^h\ 28^m\ 52^s$
$h_{obs} - h_{arv}$	$+6,9$	$0',0$
A	$71^0,2$ SO	$26^0,8$ SW

Vastus: observ. $\begin{cases} \varphi = 43^0\ 57' \text{ N} \\ \lambda = 39^0 52' \text{ W} \end{cases}$

Kui taevas on selge ja tähed hästi näha, siis kuigi Kuu oleks näha, tuleb eelistada asukoha määramist kahe tähe abil ja mitte võtta Kuud vaatlusobjektina.

Kuid vahel võib juhtuda, näiteks kui taevas on kaetud pilvedega, et Kuu ühes mingisuguse tähega pilvede vahelt kujutab sobivat taevakehade paari sumneri ülesande lahendamiseks, kuna antud momendil kahte tähti valida ei saa. Sellisel puhul mõistetavalt on parem oma asukohta määrata tähe ja Kuu järgi, kui jätta üldse koht määramata.

Näide 4. 26./XII 1936. a. arv. $\varphi = 29^0 25'$ S ja $\lambda = 127^0 50'$ W umbes 2^h mõõdeti $\frac{K}{}$ ja tähe α Leonis (Regulus) kõrgusi ja märgiti momendid:

lug. $\frac{K}{}$ ..... $14^0 25',4$; moment ..... $10^h\ 28^m\ 3^s$
„ Regulus ..... $41\ 23,2$; „ ..... $10\ 33\ 18$

$ci = +3',6$; $s_1 = +0',2$; $s_2 = +0',5$; $u_k = +41^s$; $a = 30$ j.

	K	Regulus
1) lug.	14°25′,4	41°23′,2
$ci + s$	+ 3,8	+ 4,1
h'	14 29 ,2	41 27 ,3
Tab. 12/11	+ 66,8	— 6,4
täiend.	— 1,0	—
h	15 35 ,0	41 20 ,9
2) m	10h 28m 3s	10h 33m 18s
u_k	+ 41	+ 41
26./XII $T_{Gr.}$	10 28 44	10 33 59
R 10h	6 18 53,6	6 18 53,6
ΔR	+ 4,8	+ 5,6
$S_{Gr.}$	16 47 42	16 52 58
λ	— 8 31 20	8 31 20
S_k	8 16 22	8 21 38
7) α	4 37 14	10 5 3
t	3 39 8 West.	1 43 25 Ost.

3) $\alpha_* = 10^h\,5^m\,3^s$
$\delta_* = 12°16′,4\ N$

4) 26./XII $T_{Gr.} = 0^h$ . . . . . $\pi = 60′,3$
muut. $10^h,5$ 0,0
$\pi = 60′,3$

5) $h'_K = 14°,5$, $\pi = 60′,3$ . . . tab. 12 . . . . . 66′,4
muut. par. 0′,3 . . . . . + 0,4
õiend . . . . . 66′,8

	δ_K (N) 3,6	α_K 321
6) 26./XII $T_{Gr.} = 10^h$ . .	23°17′,8	4h 35m 57s
muut. 29m ed.	+ 0,9	+ 1 17
vaatl. mom.	23 18,7	4 37 14

8) $\varphi = 29°25′\ S$
$\delta_1 = 23\ 18,7\ N$
$t_1 = 3^h\,39^m\,8^s$

I	A	599		
I	B	370	I B	370
I	B	6744	I E	878
	C_3	7713	C_a	1248
III	Γ	1693		—
IV	Δ	1972		
	C_2	3665		
	h_{arv}	15°29′,0	I $Ж$	161
	h_{obs}	15 35,0	P	1087

$\varphi - \delta = 52°43′,7$

$h_{obs} - h_{arv} = + 6′,0$ | $A_1 = 51°,1\ NW$

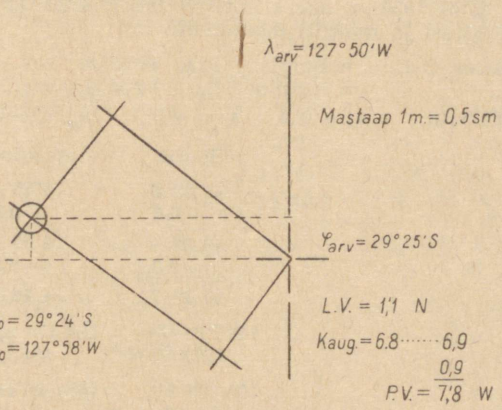
K poole

$\varphi = 29^0 25'$ S	I *A*	599		
$\delta_2 = 12\ 16{,}4$ N	I *Б*	100	I *Б*	100
$t_2 = 1^h 43^m 25^s$	I *В*	13006	I *Е*	3604
	C_3	13705	C_a	3704
	III *Г*	427		—
$\varphi - \delta = 41^0 41',4$	IV *Д*	1266		
	C_2	1693		
	h_{arv}	$41^0 24',0$	I *Ж*	1249
	h_{obs}	41 20,9	*P*	2455

$h_{obs} - h_{arv} = -3',1$ | $A_2 = 34^0,6$ NO

tähe poolt

9) Selle näite juurde joon. 125.



Joon. 125.

§ 93. SUMNERI MEETODI ERIJUHUS, KUI ÜKS TÄHTEDEST ON VAATLEJA MERIDIAANI LÄHEDAL VÕI MERIDIAANIL.

Võib juhtuda, et sumneri meetodi jaoks valitud tähtede paarist üks asetseb vaatleja meridiaani lähedal, s. o. oma ülemise või alumise kulminatsiooni juures, ja selle tähe mõõdetud kõrgus osutub ligimeridiaaniliseks [1]. Sel korral tuleb tab. 19 või 20

[1] Et otsustada selle üle, kas tähe mõõdetud kõrgus on ligimeridiaaniline või tavaline, tuleb arvutada tema tunninurk, ja kui ta osutub väiksemaks tab. 17. määratust, siis kõrgus on ligimeridiaaniline; vastasel korral tähe kõrgus on tavaline ja ülesanne lahendatakse eelmise paragrahvi juhendite kohaselt.

(φ_{arv} ja δ_* järgi) ja tab. 21 (t_* järgi) abil arvutada reduktsioon r, leida meridiaankõrgus H ning siis selle järgi — observeeritud laius. Selle tähe sumneri joon kujuneb lihtsalt observeeritud laiuse paralleeliks, selle tähe ($h_{obs} - h_{arv}$) asemele võetakse ($\varphi_{obs} - \varphi_{arv}$) ja observeeritud asukoht saadakse selle paralleeli ja teise tähe järgi arvutatud sumneri joone lõikepunktis [1].

Muidugi võib mõõta ka lihtsalt meridiaankõrguse H ja siis selle järgi arvutatakse veel lihtsamini observeeritud laius, kaardile või paberile joonistamine aga sooritatakse täpselt samuti kui ligimeridiaankõrguse juures.

Ülesande tegelik sooritamine erineb üldjuhust ainult arvutustes; need erinevused nähtuvad toodud näitest.

Näide 1. 2./VI 1936. a. arv. $\varphi = 60^0$ N ja $\lambda = 2^0 30'$ Ost, umbes 22^h mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid:

meridiaani juures, S-i, α Bootis, lug. $49^0 28',8$; $m_1 \ldots 10^h 0^m 21^s$
vertikaali „ α Aquilae „ $14^0 55',4$; $m_2 \ldots 10\ 4\ 44$
ci lugem... $359^0 59',8$; $s_1 = +0',4$; $s_2 = +0',1$; $u_k = -14^m 13^s$; $a = 36$ j.

	α Bootis	α Aquilae
1) l	$49^0 28',8$	$14^0 55',4$
$ci + s$	$+0,6$	$+0,3$
h'_*	$49\ 29,4$	$14\ 55,7$
Tab. 11	$-6,7$	$-9,5$
h_{*obs}	$49\ 22,7$	$14\ 46,2$
2) α_*	$14^h 12^m 48^s$	$19^h 47^m 43^s$
δ_*	$19^0 30',7$ N	$8^0 41',9$ N
3) m	$10^h 0^m 21^s$	$10^h 4^m 44^s$
u_k	$-14\ 13$	$-14\ 13$
2./VI $T_{Gr.}$	$21\ 46\ 8$	$21\ 50\ 31$
$R\ 20^h$	$16\ 44\ 25,1$	$16\ 44\ 25,1$
ΔR	$17,4$	$18,2$
$S_{Gr.}$	$14\ 30\ 50$	$14\ 35\ 14$
λ_0	$0\ 10\ 0$	$0\ 10\ 0$
S_k	$14\ 40\ 50$	$14\ 45\ 14$
α_*	$14\ 12\ 48$	$19\ 47\ 43$
t_*	$0\ 28\ 2$	$5\ 2\ 29$ Ost.

Tabelist 17. $\varphi = 60^0$ N ja $\delta = 20^0$ N, leiame $\tau = 43^m$; α Bootis'e kõrgust võib vaadelda kui ligimeridiaanilist, millisena me teda ka võtame ja arvutame tema järgi φ_{obs}. Kuid võinuks teda võtta ka tavalisena ja lahendada ülesande nagu eelmises paragrahvis üldjuhu puhul.

[1] Märgime, et koha määramises viga ei teki, kui ligimeridiaankõrgust töödelda kui tavalist, s. o. arvutada $h_{obs} - h_{arv}$ ja A.

4) $\varphi = 60^0,0$ N, $\delta = 19^0,5$ N . . lg tab. 19 9,861

$t = 28^m\,2^s$ . . lg tab. 21 1,410

lg r 1,271

(tab. 22) r . . . . . 18′,6

$100 \operatorname{tg} \varphi = 173$

$100 \operatorname{tg} \delta = 35$

$K = 138$, $t = 28^m\,2^s$ } $r = 18',6$

$h = 49^0 22',7$

$H = 49^0 41',3$ S

$z = 40\ 18,7$ N

$\delta_1 = 19\ 30,7$ N

$\varphi_{obs} = 59\ 49,4$ N

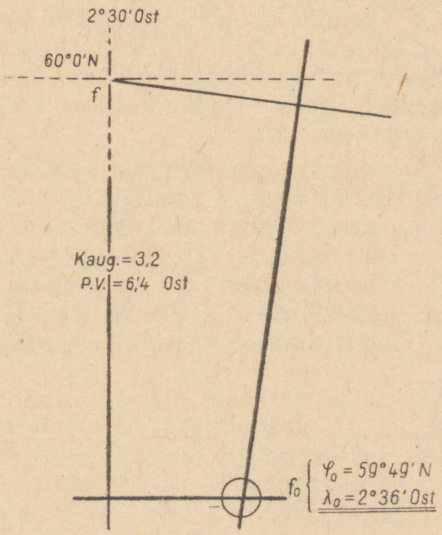
($\varphi_{obs} - \varphi_{arv} =$ 10,6 S-i

5) $\varphi = 60^0,0$ N, $\delta_2 = 8^0\,41',9$ N, $t_2 = 5^h\,2^m\,29^s$

	I A	3010		
	I $Б$	50	I $Б$	50
	I B	4250	I E	138
	C_3	7310	C_a	188
	III $Г$	1858		
$\varphi - \delta = 51^0\,18',1$	IV $Д$	1874		
	C_2	3732		
	h_{arv}	$14^0\,41',5$	I $Ж$	144
	h_{obs}	14 46,2	P	44
$h_{obs} - h_{arv} =$		+ 4′,7	$A_2 = 81^0,9$ SO	

tähe poole

6) Selle näite juurde joon. 126.



Joon. 126.

Näide 2. 8./I 1936. a. arv. $\varphi = 30^0 0'$ S ja $\lambda = 84^0 30'$ Ost umbes 21^h mõõdeti kõrgusi:

α Canis maj. (Sirius) . . . . . (h) lugem . . . $56^0 14',2$; $m_1 = 5^h\,14^m\,41^s$
α Tauri (Aldebaran) . . . . (H Nordi) „ . . . $43^0 40',2$.
ci lugem . . . $360^0 2',2$; $s_1 = -0',6$; $s_2 = -0',5$; $u_k = -1^h\,34^m\,27^s$; $a = 20$ j.

	Sirius	Aldebaran
1) l	$56^0 14',2$	$43^0 40',2$
$ci + s$	$-2,8$	$-2,7$
h'/H'	$56\ 11,4$	$43\ 37,5$
Tab. 11 . . .	$-5,1$	$-5,4$
h_{obs}	$56\ 6,3$	$H_* 43\ 32,1$
2) α_*	$6^h\,42^m\,22^s$	—
δ_*	$16^0 37',7$ S	$16^0 23',0$ N

3) m	$5^h\,14^m\,41^s$
u_k	$-\ 1\ 34\ 27$
8./I $T_{Gr.}$ . . .	$15\ 40\ 14$
$R\ 14^h$ . . .	$7\ 7\ 49,0$
ΔR	$16,4$
$S_{Gr.}$	$22\ 48\ 19$
λ_0	$+\ 5\ 38\ 0$
S_k	$4\ 26\ 19$
α_*	$6\ 42\ 22$
t_*	$2\ 16\ 3$ Ost.

Sirius

4) $\varphi = 30^0 0'$ S
$\delta_1 = 16^0 37',7$ S
$t_1 = 2^h\,16^m\,3^s$

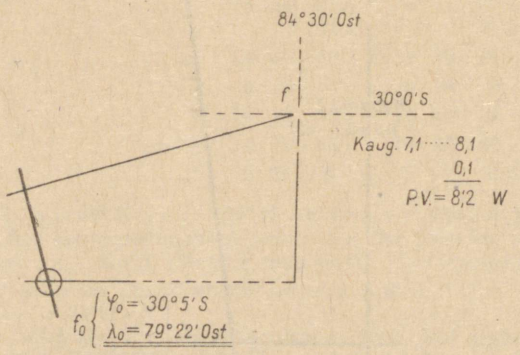
	I A	625		
	I B	186	I B	186
	II B	10678	I E	2523
	C_3	11489	C_a	2709
	III Γ	708		
$\varphi - \delta = 13^0 22',3$	IV Δ	135		—
	C_2	843		
	$h_{arv} = 56^0 14',5$		I $\mathit{Ж}$	2552
	$h_{obs} = 56^0 6',3$		P	157
$h_{obs} - h_{arv} = -\ 8',2$			$A_1 = 74^0,7$ NO	

tähe poolt

5) Aldebaran

H_{obs} . . .	$43^0 32',1$ N
z	$46\ 27,9$ S
δ_2	$16\ 23,0$ N
	$\varphi_{obs} = 30^0\ 4',9$ S
	$\varphi_{obs} = \varphi_{arv}\ 4',9$ S-i

6) Selle näite juurde joon. 127.



Joon. 127.

Näide 3. 30./IX 1936. a. arv. $\varphi = 0^0 0'$ ja $\lambda = 152^0 45'$ Ost, umbes $4^s/_4{}^h$ mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid:

α Canis min. (Procyon), lugem ... $57^0 38',6$; $m_1 = 6^h\ 43^m\ 23^s$
α Aurigae (Capella) mer. juures „ ... $43^0 53',6$ N-i; $m_2 = 6^h\ 48^m\ 10^s$.
ci lugem ... $359^0 59',5$; $u_k = -27^s$; $s_1 = +0',3$; $s_2 = +0',2$; $a = 40$ j.

Selle ülesande erinevuseks on: $\varphi_{arv} = 0^0$; arvutamised sooritatakse valemitega:

$$\sin h_{arv} = \cos\delta \cdot \cos t \quad \text{ja} \quad \operatorname{ctg} A = \operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{cosec} t.$$

Vahepealseid lahendusi:

	Procyon	Capella
h_{obs}	$57^0 32',6$	$43^0 47',1$
t	$2^h\ 8^m\ 41^s$ Ost	$20^m\ 4^s$ W
$h_{obs} - h_{arv}$	$+6',6$	$+13',0 = r$
A	$79^0,9$ NO	

Vastus: observ. $\begin{cases} \varphi = 0^0 4' \text{ S} \\ \lambda = 152^0 52' \text{ Ost.} \end{cases}$

§ 94. SUMNERI MEETODI ERIJUHUS, KUI ÜHEKS TÄHTEDEST ON PÕHJANAEL (POLAARTÄHT).

Tähe meridiaan- või ligimeridiaankõrguse järgi arvutatud asukoha observeeritud laiust võib kaunis lihtsalt ja sobivalt saada Polaartähe (Polaris, vt. § 83) kõrguse järgi ning üheks täheks asukoha määramisel sumneri meetodiga võib võtta Polaartähe; seejuures teise tähe peab muidugi valima võimalikult lähemal 1. vertikaalile.

Eeltöö tähegloobusel, ettevalmistus vaatlusteks ja nende sooritamine ei erine sugugi üldisest korrast (§ 92), samuti on arvelduste 1. punkt — lugemite töötlemine. Polarise momendi arvutamist tuleb teha ainult kuni S_k arvestuseni, sest et nimelt S_k osutub argumendiks Polaartähe I õiendi leidmiseks (II ja III õiendit merel tavalisesti arvesse ei võeta). Leitud I õiendiga õiendatakse Polarise kõrgus ning saadakse observeeritud laius.

Näide 1. 19./VI 1936. a. arv. $\varphi = 26^0 15'$ N ja $\lambda = 149^0 0'$ W umbes 22^h mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid:

α Aquilae (Altair), lugem $34^0 46',8$; $m_1 = 8^h\ 8^m\ 34^s$
Polaris, „ $25\ 35\ ,4$; $m_2 = 8\ 11\ 1$
ci lugem ... $360^0 3',2$; $s_1 = -0',6$; $s_2 = -0',5$; $u_k = -7^s$; $a = 32$ j.

	Altair	Polaris
1) l	34°46′,8	25°35′,4
$ci + s$	— 3,8	— 3,7
h'_*	34 43 ,0	25 31 ,7
Tab. 11	— 6,9	— 7,5
h_*	34 36 ,1	25 24 ,2
2) α_*	19h 47m 43s	—
δ_*	8°41′,9 N	—
3) m	8h 8m 34s	8h 11m 1s
u_k	— 7	— 7
20./VI $T_{Gr.}$	8 8 27	8 10 54
R 8h	17 53 24,9	17 53 24,9
ΔR	+ 1,3	+ 1,8
$S_{Gr.}$	26 1 53	26 4 21
λ_w	— 9 56 0	9 56 0
S_k	16 5 53	16 8 21
α_*	19 47 43	
t_*	3 41 50 Ost.	

Altair

4) $\varphi = 26°15'$ N
$\delta_1 = 8°41',9$ N
$t_1 = 3^h 41^m 50^s$

$\varphi - \delta = 17°33',1$

I	A	473		
I	$Б$	50	I $Б$	50
II	B	6646	I E	842
	C_3	7169	C_a	892
III	$Г$	1919		
IV	$Д$	233		—
	C_2	2152		
	h_{arv}	34°43′,0	I $Ж$	851
	h_{obs}	34 36,1	P	41

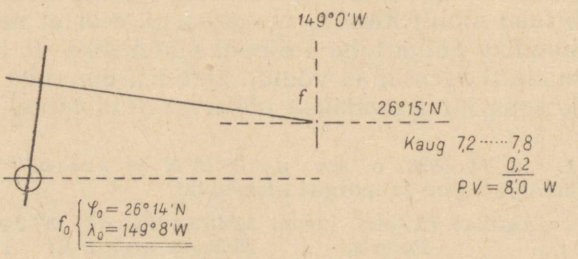
$h_{obs} - h_{arv} = - 6,9$
tähe poolt

$A_1 = 82°,1$ SO

Polaris

h_{obs} . . . . 25°24′,2
I õiend. . . + 49,4
$\varphi_{obs} =$ 26 13,4
$\varphi_{obs} - \varphi_{arv} =$ 1,4 S-i

6) Joon. 128.



Joon. 128 (näite 1. juurde).

Näide 2. 10./I 1936. a. arv. $\varphi = 32^{0}20'$ N ja $\lambda = 169^{0}15'$ Ost umbes 6^{h} mõõdeti tähtede kõrgusi ja märgiti momendid:

Polaris . . . . . lugem $31^{0}29',8$; $m_1 = 7^{h}\,3^{m}\,29^{s}$
α Leonis (Regulus) .. . . . . „ $39^{0}20',5$; $m_2 = 7^{h}\,7^{m}\,47^{s}$
ci lugem . . . $360^{0}1',2$; $u_k = -7^{m}\,27^{s}$; $a = 26$ j.; $s_1 = s_2 = 0',0$.

Vahepealseid lahendusi:

$h_{1\,obs} = 31^{0}22',0$ $\qquad h_{obs} = 39^{0}13',2$
$S_k = 13^{h}\,25^{m}\,36^{s}$ $\qquad t_2 = 3^{h}\,24^{m}\,55^{s}$
I õiend $= +1^{0}1',9$ $\qquad (h_{obs} - h_{arv}) = +6',7$
obs. $\varphi = 32^{0}23',9$ N $\qquad A_2 = 79^{0},0$ SW.

Vastus: observ. $\begin{cases} \varphi = 32^{0}24' \text{ N} \\ \lambda = 169^{0}6' \text{ Ost.} \end{cases}$

§ 95. LAEVA ASUKOHA MÄÄRAMINE SUMNERI MEETODIGA PÄIKESE VAATLUSTE JÄRGI.

Päeval vaatleja kasutuses on tavalisesti vaid üks taevakeha — Päike ja sellepärast k a h t e s u m n e r i j o o n t, millede lõikepunkt määraks laeva asukoha, ü h e a e g s e l t s a a d a e i o l e v õ i m a l i k. Mõõtnud Päikese kõrguse, saab arvutada vaid ühe sumneri joone, ja asukoha määramiseks päeval tuleb mõninga ajavahemiku järele, kui Päike on küllaldaselt muutnud oma asimuuti, mõõta uuesti Päikese kõrgust, arvutada II sumneri joon ja peale selle võib saada ka laeva asukoha teise vaatluse momendil.

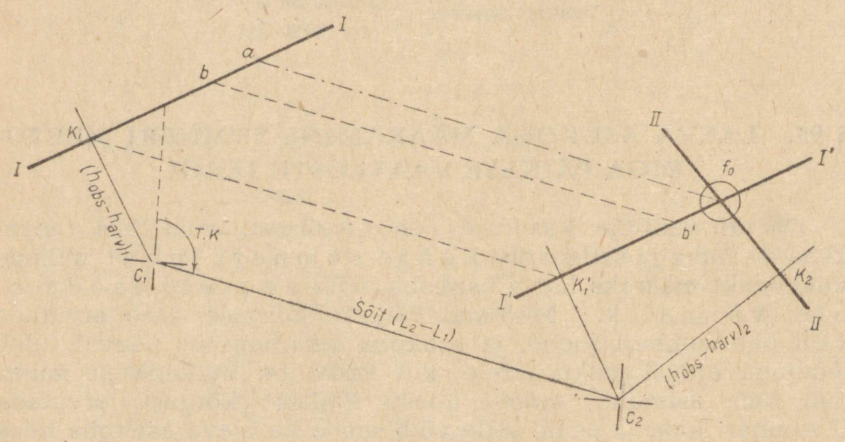
Et selgitada, kuidas seda just teostatakse, oletame alguses, et laev seisab paigal. Sel puhul ülesande geomeetriline osa — sumneri joonte joonistamine — ei erine millegagi kahe tähe üheaegse vaatluse võttest. Ajavahemiku pikkus kahe vaatluse vahel määratakse tingimusega, et Päikese asimuutide vahe oleks võimalikult 90^{0} lähedal, sest siis observeeritud asukoht, kui kahe joone ristumispunkt, määratakse parimal viisil.

Kui aga vaatluste vaheajal laev liikus edasi, siis kogu geomeetriline ehitus sooritatakse järgmiste kaalutluste alusel, mis on kaunis lähedased nendele, milliseid rakendatakse navigatsioonis laeva asukoha määramisel ristpeilungi järgi.

Oletame (joon. 129), et kaardil punkt C on laeva arvutatud asukoht Päikese esimeste vaatluste momendil. Vaatlused läbi töötanud, tõmbame sellest punktist esimese asimuudijoone — C_1k_1 — ja saanud punkti k_1 joonistame temast läbi I sumneri joone I — I.

Olgu C_1C_2 laeva sõidutee joon ja punkt C_2 — arvutatud asukoht Päikese teiste vaatluste momendil: lõik C_1C_2 on laeva läbisõidetud kaugus — „sõit" — vaatluste ajavahemikul. Töötlenud teised vaatlused, tõmbame punktist C_2 teise asimuudijoone ja läbi saadud punkti k_2 joonistame II sumneri joone II — II.

Edasi arutleme nõnda: esimeste vaatluste momendil laev asus joonel I — I, teiste momendil — joonel II — II, kusjuures vaatluste vaheajal ta läbis lõigu C_1C_2 suuruse ja suunalise kauguse. Laeva asukoha saamine teiste vaatluste momendil geomeetriliselt seisneb lõigu C_1C_2 paigutamises sumneri joonte vahele (meenutagem ristpeilungit navigatsioonis).



Joon. 129.

Võtame joonel I — I täiesti vabalt punkti, näit. b või k_1, ja tõmmates sirgjoone bb' või k_1k_1', paralleelse ja võrdse lõiguga C_1C_2, läbi punkti b_1 või k_1, tõmbame I sumneri joonele I — I paralleelse joone I′ — I′. Selle joone lõikumine joonega II — II annab laeva observeeritud asukoha f_0 teiste vaatluste momendil. Tõepoolest, kui punktist f_0 tõmmata joon paralleelselt C_1C_2 ja sellele joonele asetada (vastupidi) C_1C_2-ga võrdne lõik, siis saadud punkt a osutub tingimata I sumneri joonel, kuna teatavasti paralleelsed lõigud paralleelsete vahel on omavahel võrdsed: $af_0 = k_1k_1' = C_1C_2$.

Joonisest nähtub, et punkti f_0 (observeeritud asukoha) saamiseks üldse ei ole vajadust teha mingisugust joonistust esimese arvutatud koha, s. o. punkti C_1 juures, vaid tuleb arvuta-

tud I sumneri joon kanda üle vaatluste teisele momendile ja **punktist C_2 joonistada nii I asimuut (C_2k_1) ja I sumneri joon (I′ — I′) kui ka asimuut (C_2k_2) ja II sumneri joon (II — II).**

See reegel jääb kehtima muidugi ka siis, kui laev vaatluste vaheajal sõitis mitmesuguste kurssidega.

Graafilist kujutust on parem teha mitte kaardil, vaid ruudulisel paberil, võttes mõlemate joonte jaoks ühe ja sama, t e i s e l e a r v u t a t u d l a i u s e l e vastava mastaabi.

Ülemal oli juttu sellest, et laeva liikumata olles ajavahemik vaatluste vahel peab olema selline, et Päikese asimuut muutuks võimalikult 90° võrra. Kui aga laev on käigul, siis muidugi sõidu vältel punktist C_1 punkti C_2 tekib mõnesugune viga arvutamises, mis on seda suurem, mida suurem on ajavahemik vaatluste vahel. Kuid uurimused näitavad, et täpsemaks asukoha määramiseks on vajalik, et see sõidu ajal kogunev viga oleks võimalikult väike, see aga omakorda nõuab võimalikult lühendada ajavahemikku vaatluste vahel.

Seepärast tegelikult ei oodata, kuni Päikese asimuut muutuks 90° võrra või selle ümber, vaid sooritatakse teised vaatlused $2^1/_2$—3—4 tunni pärast, kui Päikese asimuut muutus 40—50° võrra (kuid mitte alla 30°).

Vaatluste sooritamise aeg ei oma mingit tähtsust: mõlemaid kõrgusi võib mõõta enne keskpäeva, mõlemaid pärast keskpäeva, või ühte enne ja teist pärast keskpäeva — sõltuvalt olukorrast.

Mõnevõrra keerulisem, kuid mõningail juhtudel otstarbekohasem teise arvatava asukoha arvestus sooritatakse veidi teisiti, s. o. sooritanud vaatlused punktis C_1 ja arvutanud I sumneri joone elemendid, tuleb graafiliselt ehk arvutamisega, võttes A_1 kursina ja (h_{obs}— h_{arv}) sõiduna, leida määravpunkti k_1 φ ja λ, mis ka võtta parandatud esimese arvutatud kohana, teine arvutatud koht aga arvestada kursi ja sõidu järgi juba punkti k_1 suhtes, s. o. punkt C_2 asemel arvestada punkti k_1' koordinaadid (joon. 129). Selle punkti koordinaatidega tuleb arvutada II sumneri joone elemendid ja panna need punktist k_1': I sumneri joon — läbi selle punkti, risti I asimuudiga, II asimuudile paigutada (h_{obs}— h_{arv}) ja tõmmata läbi teise määravpunkti II sumneri joon, mis lõikumispunktis I-ga annab laeva observeeritud asukoha teiste vaatluste momendil.

Kui allpooltoodud näites 2. rakendada osutatud lahenduse meetodit, siis resultaadid ühtuvad.

§ 96. SUMNERI MEETODI ÜLDJUHT PÄIKESE VAATLUSTE JÄRGI.

Üldjuhu all tuleb mõista seda, et Päike ei ole meridiaanil ega tema lähedal, ei esimesel ega teisel vaatluste momendil.

Tegelik sooritamine.

Esimeste vaatluste aeg valitakse vabalt, ainult et Päikese kõrgus ei oleks alla 10° ega üle 60°. Sellejuures tuleb muidugi arvestada seda, et ka teiste vaatluste ajal $2^1/_2$—3 tunni pärast oleks täidetud sama tingimus.

I. Eeltöö.

a) Enne vaatlustele minekut *(teostatakse ühtlaselt nii esimestel kui ka teistel vaatlustel):*

1. *võrrelda kella kronomeetriga;*
2. *võtta päevikust* u_{kr} ;
3. *arvutada* $u_k = u_{kr} + vrdl.$;

b) Vaatlustele minnes *(teostatakse ühtlaselt nii esimestel kui ka teistel vaatlustel):*

4. *sekstant vaatlusteks korrastada.*

II. Vaatlused
(sooritatakse ühtlaselt nii esimesed kui ka teised).

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta Päikese 3—5 kõrgust, parem alumise ääre;*
3. *iga kõrguse juures märkida (abiline) moment kella järgi;*
4. *esimese joone jaoks võtta arvutatud* φ *ja* λ *kaardilt keskmiseks momendiks. Märkida logi nii esimestel* (l_1) *kui ka teistel* (l_2) *vaatlustel. Kirja panna T. K.*

Märkus. Vaatluste vaheajal läbisõidetud kauguse võib arvestada kiiruse ja ajavahemiku järgi.

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused
(esimesteks ja teisteks vaatlusteks).

1. *arvutada ci;*
2. *kursi ja sõidu järgi* ($l_2 - l_1$) *arvestada tab. 34 ja 35 abil arvutatud* φ_2 *ja* λ_2 *teiste vaatluste momendiks.*

Märkus. φ_2 ja λ_2 võib võtta vahetult kaardilt, kuid on parem neid arvestada kursi ja sõidu järgi.

3. *arvutada keskmine lugem ja see õiendada indeksiveaga ci + s, õiendiga tab. 9 ja täiendava õiendiga (9 ja 10);*
4. *arvutada keskmine moment ning see parandada kellaõiendiga — saadakse* $T_{Gr.}$*; selgitada, kas seejuures ei tule liita või lahutada* 12^h*;*
5. $T_{Gr.}$ *järgi valida almanahhist* δ_P *ja E;*
6. *arvutada* $t_{Pk} = T_{Gr.} + E \mp \lambda_0^w$*; pikkus võetakse arvutatud ja* **igaks vaatluseks oma.**

Märkus. Kui $t_{Pk} > 12^h$, siis tuleb võtta tema täiendus kuni 24^h ja juurde kirjutada nimetus „Ost". Enne keskpäeva t_{Pk} peab alati olema Ost, pärast keskpäeva West.

7. *arvutada* h_{arv_1} *ja* h_{arv_2}*, samuti ka* A_1 *ja* A_2*;*
8. *arvutada* $(h_{obs} - h_{arv})_1$ *ja* $(h_{obs} - h_{arv})_2$ *ning märkida kas neid vahesid arvatakse* P *poole või* P *poolt (positiivsed või negatiivsed).*

IV. Joonistamine — ruudulisel paberil.

1. *vabaltvõetud joonte lõikepunkt võtta teiseks arvutatud asukohaks;*
2. *tõmmata sellest punktist* A_1 *ja* A_2 *kas* P *poole või* P *poolt, arvestades vahede* $(h_{obs} - h_{arv})$ *märki;*
3. *kummalegi neist paigutada vastav* $(h_{obs} - h_{arv})$*, rakendades § 91 1. või 2. võtet;*
4. *läbi saadud määravpunktide* k_1 *ja* k_2 *risti asimuutidele joonistada sumneri jooned;*
5. *võtta saadud lõikepunkti — observeeritud asukoha —* φ *ja* λ *ning ümardada need kuni 1';*
6. *kanda observeeritud asukoht kaardile, taandades ta teiste vaatluste momendile (laeva kella järgi).*

Endastmõistetavalt tuleb I joone arvutused teha ootamata teisi vaatlusi; sel puhul laeva asukoha peale teisi vaatlusi võib arvutada ja saada väga lühikese ajaga, mis on tegelikult väga tähtis.

Ülesanne 1. 20./III 1936. a. sõites kursiga (tõel.) 62^0 ja olles umbes 10^h $\varphi_{arv} = 40^0 15'$ S ja $\lambda_{arv} = 25^0 15'$ W, mõõdeti h_P, lugem $41^0 27',6$ ja märgiti moment kella järgi $m_1 = 12^h\ 9^m\ 24^s$; $l_1 = 35,9$.

ci lugemid ... $360^0 31',2$ ja $359^0 27',0$; $s_1 = -0',4$; $u_k = -20^m\ 20^s$; $a = 26$ j.

Jätkates sõitu sama kursiga, umbes 14^h mõõdeti uuesti h_P, lugem $41^0 41',0$ ja märgiti moment kella järgi $m_2 = 4^h\ 5^m\ 21^s$; $l_2 = 65,3$.

ci lugemid ... $360^0 31',6$ ja $359^0 27',6$; $s_2 = -0',4$; $u_k = -20^m\ 17^s$; $a = 26$ j.

1) T. K. = NO 62^0; sõit $= l_2 - l_1 = 29,4$ miili.

L. V. = 13′,8 N-i; kaug. 26,0
½ L. V. = 7′ N-i Tab. 35 26,2
$\varphi_{keskm.}$ = 40°8′ S 7,8
P. V. = 34,0 Ost-i.

Arv. $\begin{cases} \varphi_2 = 40^\circ\ 1',2\ S \\ \lambda_2 = 24^\circ 41',0\ W \end{cases}$

2)		I joon	II joon
	l	41°27′,6	41°41′,0
	$ci + s$	+ 0,5	0,0
	h'_P	41 28,1	41 41,0
	Tab. 9	+ 10,0	+ 10,0
	Täiend.	+ 0,1	+ 0,1
	h_{Pobs}	41 38,2	41 51,1
		I joon	II joon
3)	m	12h 9m 24s	4h 5m 21s
	u_k	— 20 20	— 20 17
20./III	$T_{Gr.}$	19 49 4	15 45 4
		I joon	II joon
5) 20./III	$T_{Gr.}$	11h 49m 4s	15h 45m 4s
	E	11 52 25	11 52 28
	$t_{P\ Gr.}$	23 41 29	3 37 32
	λ_w	1 41 0	1 38 44
	t_{Pk}	1 59 31 Ost	1 58 48 West.

	δ_P (S)	E
4) 20./III $T_{Gr.}$ = 12h	0°6′,9	11h 52m 24s,7
muut. 11m tagasi . .	+ 0,2	— 0,1
I joon.	0 7,1	11 52 24,6
20/III $T_{Gr.}$ = 16h	0°2′,9	11h 52m 27s,7
muut. 15m tagasi. . .	+ 0,2	— 0,2
II joon.	0 3,1	11 52 27,5

I joon

6) φ_1 = 40°15′ S
δ_1 = 0 7,1 S
t_1 = 1h 59m 31s

I	A	1173		
I	B	0	I B	0
II	B	11774	I E	3026
	C_3	12947	C_a	3026
III	Γ	507		
IV	Δ	1177		—
	C_2	1684		
	h_{arv} =	41°33′,4	I $\mathcal{K}$	1259
	h_{obs} =	41 38,2	P	1767
	$h_{obs} - h_{arv}$ =	+ 5′,2	A_1 =	41°,7 NO

$\varphi - \delta$ = 40°4′,9

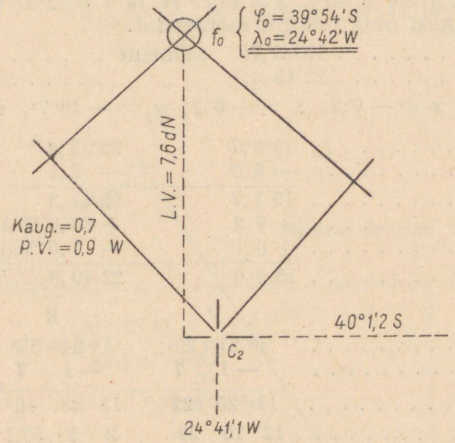
P poole

II joon

$\varphi_2 = 40^0\,1',2$ S	I *A*	1159			
$\delta_2 = 0\ 3,1$ S	I *Б*	0	I *Б*	0
$t_2 = 1^h\,58^m\,48^s$	II *B*	11825	I *E*	3050
	C_3	12984	C_a	3050
	III *Г*	503		
$\varphi - \delta = 39^0\,58',1$	IV *Д*	1168		—
	C_2	1671		
	$h_{arv} = 41^0\,45',0$		I *Ж*	1272
	$h_{obs} = 41^0\,51,1$		*P*	1778
	$h_{obs} - h_{arv} = +\ 6',1$		$A_2 = 41^0,6$ NW	

P poole

7) Joon. 130 selle näite juurde.



Joon. 130.

Näide 2. 11./VIII 1936. a. arv. $\varphi = 53^0\,55'$ N ja $\lambda = 4^0\,30'$ Ost, umbes 7^h mõõdeti $\underline{P}$ kõrgusi ja märgiti momendid ja logi:

lugemid $\underline{P}$ ... $20^0\,58',0$ momendid ... $8^h\,59^m\,42^s$
$21\ 11,2$ $9\ \ 0\ \ 48$; $l_1 = 4,3$.

ci lugemid ... $360^0\,34',4$ ja $359^0\,30',8$; $s_1 = +\ 0',2$; $u_k = -\ 2^h\,12^m\,29^s$;

$a = 32$ j.; T. K. $= 212^0$.

Umbes $10^3/_4{}^h$ mõõdeti uuesti $\underline{P}$ kõrgusi ning märgiti momendid ja logi:

lugemid $\underline{P}$ ... $48^0\,29',4$ momendid ... $0^h\,40^m\,24^s$
$33,8$ $41^m\,10^s$; $l_2 = 56,9$.

ci lugemid ... $360^0\,34',6$ ja $359^0\,30',8$; $s_2 = +\ 0',8$; $u_k = -\ 2^h\,12^m\,29^s$; $a = 32$ j.

Vahepealseid lahendusi:

	I joon	II joon
h_{obs}	21°10′,1	48°39′,2
t_{Pk}	4h 59m 21s Ost	1h 21m 55s Ost
$h_{obs} - h_{arv}$	— 3′,9	— 8,8
A	87°,0 SO	30°,8 SO
Vastus: observ.	$\varphi = 53°\,19'$ N; $\lambda = 3°\,36'$ Ost	arv. $\varphi_2 = 53°10',4$ N; „ $\lambda_2 = 3°43',1$ Ost

Neil võrdlemisi harvadel juhtudel, kui Kuu on nähtav päeval üheaegselt Päikesega, laevajuht omab soodsat võimalust laeva asukoha määramiseks päeval, ootamata Päikese teisi vaatlusi. Sellist soodsat olukorda tuleb muidugi kasutada, kui ainult nende taevakehade asimuutide vahe ja kõrgused omavad kohast suurust.

Näide 3. 22./X 1936. a. arv. $\varphi = 43°12'$ N ja $\lambda = 32°37'$ Ost, umbes $15^h,5$ mõõdeti $\underline{P}$ ja $\bar{K}$ kõrgusi ning märgiti momendid:

lugem $\underline{P}$ . . . . . 15° 3′,7; moment 1h 21m 29s
„ $\bar{K}$ . . . . . 22 13,4; „ 1 24 53

$ci = -1',8$; $s_1 = -0',2$; $s_2 = -0',3$; $u_k = -1^m\,7^s$; $a = 30$ j.

1) l	15°3′,7	22°13′,4
$ci + s$	— 2,0	— 2,1
h'	15 1,7	22 11,3
Tab. 9	+ 7,2	+ 30,0 Tab. 13
Täiend.	+ 0,1	— 1,0 Täiend.
h_P	15 9,0	22 40,3 . . . h_K

2)	P	K	
m	1h 21m 29s;	1h 24m 53s	
u_k	— 1 7	— 1 7	
22./X $T_{Gr.}$	11 20 22	13 23 46	
6) E	12 15 29	2 2 57,1	. . . R 12h
$t_{PGr.}$	1 35 51	13,8	. . . ΔR 1h 24m
λ	+ 2 10 28	15 26 57	. . . $S_{Gr.}$
t_{Pk}	3 46 19 W	2 10 28	. . . λ
		17 37 25	. . . S_k
3) 23./X $T_{Gr.} = 0^h$	$\pi_K = 56',4$	— 19 14 34	. . . a_K . . . 7)
muut. 10h,6 tag.	— 0,3		
	$\pi_K = 56',1$	1 37 9 Ost	. . . t_{Kk}

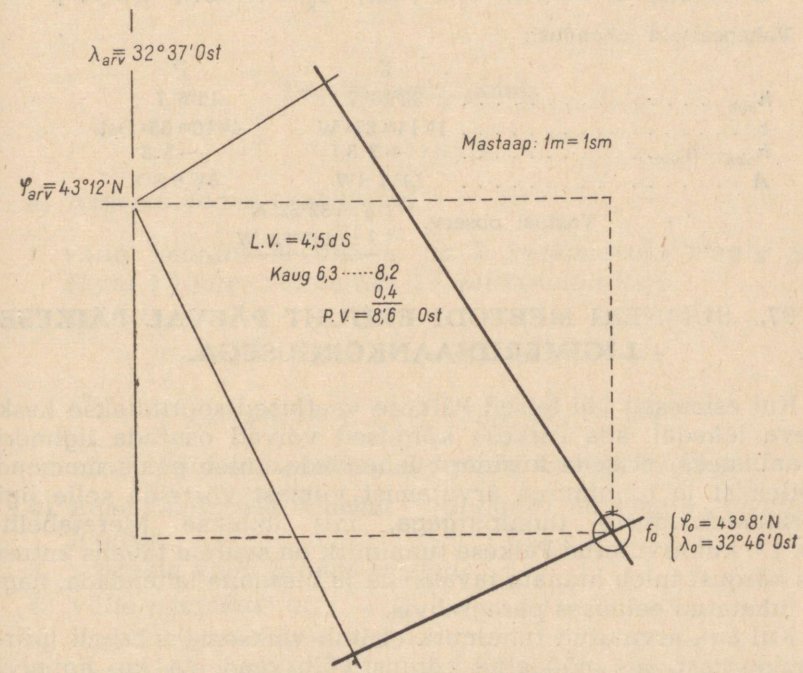
4) $\pi_K = 56',1$; $h'_K = 20°,2$ } tab. 13 . . . 29′,9
muut. 0′,1 par. . . . . + 0,1
„ 0°,2 kõrg. 0
õiend. 30,0

5)	δ_P (S)	E	δ_K (S) 13,2	α_K 264
22./X $T_{Gr.} = 14^h$	$11^0 7',1$	$12^h 15^m 29^s,7$	$20^0 22',5$	$19^h 15^m 53^s$
muut. $40^m/26^m$ tag. . . .	$- 0,6$	$- 0,2$	$+ 4,0$	$- 1\ 19$
ant. mom.	11 6,5	12 15 29,5	20 26,5	19 14 34

8) $\varphi = 43^0 12'$ N
$\delta_1 = 11^0 6',5$ S
$t_1 = 3^h 46^m 19^s$

	I A	1373		
	I B	82	I B	82
	II B	6486	I E	785
	C_3	7941	C_a	867
	III Γ	1607		
$\varphi - \delta = 54^0 18',5$	IV $Д$	2082		—
	C_2	3689		
	h_{arv}	$15^0 12',0$	I $Ж$	155
	h_{obs}	$15^0 9',0$	P	712
	$h_{obs} - h_{arv} =$	$- 3',0$	$A_P = 58^0,1$ SW	

P poolt



Joon. 131.

$\varphi = 43^0\,12'$ N	I *A*	1373		
$\delta_2 = 20\,26{,}5$ S	I *B*	282	I *B*	282
$t_2 = 1^h\,37^m\,9^s$	II *B*	13540	I *E*	3858
	C_3	15195	C_a	4140
	III *Г*	302		—
$\varphi - \delta = 63^0\,38'{,}5$	IV *Д*	2782		
	C_2	3082		
	h_{arv}	$22^0\,33'{,}5$	I *Ж*	346
	h_{obs}	$22\ 40{,}3$	P	3794
$h_{obs} - h_{arv} = +\ 6'{,}8$			$A_K = 24^0{,}7$ SO	

K poole

Selle näite juurde joon. 131.

Näide 4. 16./II 1936. a. arv. $\varphi = 32^0\,19'$ N ja $\lambda = 143^0\,20'$ W, umbes 8^h mõõdeti $\underline{\underline{P}}$ ja $\underline{\underline{K}}$ kõrgusi ja märgiti momendid:

lugem $\underline{\underline{K}}$ . . . . . $29^0\,25'{,}8$; moment . . . . . $5^h\,32^m\,10^s$
„ $\underline{\underline{P}}$ . . . . . $15\ 1\,,5$; „ . . . . . $5\ 35\ 4$
$ci = -2'{,}3$; $s_1 = +0'{,}5$; $s_2 = +0'{,}4$; $u_k = +1^m\,37^s$; $a = 34$ j.

Vahepealseid lahendusi:

	K	P
h_{obs}	$30^0\,20'{,}7$	$15^0\,6'{,}7$
t	$1^h\,14^m\,37^s$ W	$4^h\,10^m\,55^s$ Ost.
$h_{obs} - h_{arv}$	$-2'{,}3$	$-3'{,}8$
A	$19^0{,}7$ SW	$64^0{,}0$ SO.

Vastus: observ. $\begin{cases} \varphi = 32^0\,22'\text{ N} \\ \lambda = 143^0\,23'\text{ W} \end{cases}$

§ 97. SUMNERI MEETODI ERIJUHT PÄEVAL PÄIKESE LIGIMERIDIAANKÕRGUSEGA.

Kui esimesed või teised Päikese vaatlused sooritatakse keskpäeva lähedal, siis Päikese kõrgused võivad osutuda ligimeridiaanilisteks; et seda küsimust lahendada, tuleb peale momendi töötlemist ja tunninurga arvutamist viimast võrrelda selle ligimeridiaankõrguste tunninurgaga, mis antakse Meretabelite tab. 17; kui arvutatud Päikese tunninurk on suurem tabelis antust, siis kõrgust tuleb hinnata tavalisena ja ülesanne lahendada, nagu on juhatatud eelmises paragrahvis.

Kui aga arvutatud tunninurk osutub väiksemaks tabeli (piir-) tunninurgast, siis mõõdetud kõrgust võib vaadelda kui ligimeridiaanilist ja arvutada laius tema järgi. Sel juhul sumneri joon

kujuneb arvutatud laiusele vastava paralleelina ja kõrguste vahe ($h_{obs} - h_{arv}$) asendub laiuste vahega (arvutatud ja arvutatava) $A = 180^0$ (või 0^0) juures.

Kuid tuleb märkida, et tegelikult vahet ega viga ei teki, kui vaatamata sellele, et võetud kõrgus on ligimeridiaaniline, töödelda teda kui tavalist Ahmatovi tabelite järgi; asimuut sel juhul saadakse muidugi Nordi või Süüdi ligidal.

Öeldu on võrdselt õige nii sel juhul, kui ligimeridiaankõrgusi vaadeldi esimeses järjekorras I sumneri joone jaoks, samuti ka siis, kui esimesi vaatlusi tehti hommikul ja keskpäevalähedased vaatlused annavad II sumneri joone.

Merel sageli piirdutakse ühe ligimeridiaankõrgusega, võttes mingisuguse ühe vaatluse sarjast. Kui millegi pärast on soovitav φ määramise täpsust suurendada, siis meridiaankõrgus H arvutatakse ligimeridiaankõrguste sarja iga kõrguse järgi, ja siis võetakse H_{kskm}, mille järgi arvutatakse φ.

Tegelik sooritamine.

I. Eeltööd.

a) Aegsasti *(enne keskpäeva):*

1. *võtta kaardilt arvatav φ ja λ keskpäevaks ning φ ja δ (kuni 1^0) järgi valida tab. 17. piirtunninurk τ;*
2. *arvestada:*

$$T'_1 = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w \mp \text{vöötme nr.}_0{}^w - \tau$$

ja

$$T'_1 = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w \mp \text{vöötme nr.}_0{}^w + \tau,$$

s. o. P *ligimeridiaankõrguste piirid laevakella järgi.*

b) Enne vaatlustele minekut *(ühtlane mõlemate vaatluste jaoks):*

3. *võrrelda kella kronomeetriga;*
4. *võtta päevikust u_{kr};*
5. *arvutada $u_k = u_{kr} + vrdl.$*

c) Vaatlustele minnes *(samane mõlemate vaatluste jaoks):*

6. *sekstant vaatlusteks korrastada.*

II. Vaatlused (ühtlane mõlemate joonte jaoks).

1. *sooritada vaatlusi ci määramiseks;*
2. *mõõta 3—5 kõrgust, parem Päikese alumise ääre (tavaliste ja ligimeridiaankõrguste mõõtmise tehnika on erisugune);*
4. *võtta kaardilt esimeste vaatluste momendiks φ_1 ja λ_1, märkida logi näit sel momendil (l_1) ja laeva tõeline kurss;*
5. *märkida logi näit (l_2) teiste vaatluste ajal.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvutada ci (mõlemaks vaatluseks);*
2. *kursi ja sõidu ($l_2 - l_1$) järgi arvutada tab. 34. ja 35. abil arvutatud φ_2 ja λ_2 teiste vaatluste momendiks;*
3. *arvutada keskmine lugem tavalistest kõrgustest ja valida ligimeridiaaniline lugem;*
4. *õiendada need lugemid (mõlema joone jaoks) indeksiveaga ci + s, tab. 9 ja täiend. õiendiga, või tab. 9 ja 10;*
5. *arvutada tavaliste kõrguste keskmine moment ja võtta valitud ligimeridiaankõrgusele vastav moment;*
6. *mõlemad momendid parandada kellaõiendiga — saadakse $T_{Gr.}$; selgitada, kas sellejuures ei tule liita või lahutada 12^h;*
7. *$T_{Gr.}$ järgi valida mõlema joone jaoks δ ja E;*
8. *arvutada mõlema joone jaoks $t_{Pk} = T_{Gr.} + E \mp \lambda_0^w$; pikkus võetakse arvutatud ja iga joone jaoks oma.*

Märkus. Kui $t_{Pk} > 12^h$, siis võtta täiendus kuni 24^h ja juurde kirjutada nimetus Ost. Kuni keskpäevani t_{Pk} peavad olema Osti, peale keskpäeva Westi.

Kontrollida, kas ligimeridiaankõrguse tunninurk ei ületa tab. 17 antud piire.

9. *Tavalise kõrguse jaoks arvutada h_{arv} ja A ning leida ($h_{obs} - h_{arv}$);*
10. *ligimeridiaankõrguse jaoks arvutada reduktsioon r, saada H ja arvutada φ observ.;*
11. *arvutada L. V. observ. laiuse φ ja tolle laiuse vahel, mis vastas ligimeridiaankõrguse momendile.*

IV. Joonistamine — ruudulisel paberil.

1. *vabaltvõetud joonte ristumispunkt võtta teiseks arvutatud kohaks;*
2. *sellest punktist tõmmata p. 9 järgi arvutatud asimuut ja mõõta temal $h_{obs} - h_{arv}$ (I või II võte). Läbi saadud punkti k joonistada sumneri joon;*

3. *samast punktist C_2 paigutada L. V. (p. 10) ja joonistada paralleel — II sumneri joon;*
4. *võtta saadud ristumispunkti — observeeritud asukoha φ ja λ ning ümardada kuni 1′;*
5. *kanda observeeritud asukoht kaardile, taandades ta teiste vaatluste momendile (laevakella järgi).*

Näide 1. 10./X 1936. a. arv. $\varphi = 97^0 50'$ S ja $\lambda = 132^0 15'$ Ost, keskpäeva ümber mõõdeti h_P N-i, lugem $58^0 28',2$ ja märgiti $m_1 = 3^h\,16^m\,30^s$.

ci lug. ... $360^0 34',8$ ja $359^0 30',8$; $s_1 = +1',1$; $u_k = -16^m\,24^s$; $a = 28$ j.

T. K. $= 135^0$; $l_1 = 47,1$.

Umbes 15^h mõõdeti uuesti h_P, lugem $38^0 33',7$; $m_2 = 6^h\,13^m\,0^s$.

ci lug. ... $360^0 32',2$ ja $359^0 28',2$; $s_2 = +0',5$; $u_k = -16^m\,21^s$; $a = 28$ j.; $l_2 = 68,3$.

1) T. K. $=$ SO 45^0; sõit $= 21,2$ m.

Tab. 34.

L. V. $= 15',0$ S-i; kaug. $= 15,0$
$\frac{1}{2}$ L. V. $= 8'$ S-i Tab. 35. ..... $12',7$
$\varphi_{ksk} = 37^0 58'$ S $6',4$
P. V. $= 19,1$ Osti.

Arv. $\begin{cases} \varphi_2 = 38^0\ 5',0\ \text{S} \\ \lambda_2 = 132^0 34',1\ \text{Ost.} \end{cases}$

	I joon	II joon
2) l	$58^0 28',2$	$38^0 33',7$
$ci + s$	$-1,7$	$+0,3$
h'_P	58 26,5	38 34,0
Tab. 9	$+10,3$	$+9,7$
Täiend.	$+0,1$	$+0,1$
h_P	$58^0 36',9$	$38^0 43',8$

	I joon	II joon
3) m	$3^h\,16^m\,30^s$	$6^h\,13^m\,0^s$
u_k	$-16\ 24$	$-16\ 21$
10./X $T_{Gr.}$	3 0 6	5 56 39
5) E	12 12 53	12 12 55
$t_{PGr.}$	15 12 59	18 9 34
λ	$+8\ 49\ 0$	8 50 16
t_{Pk}	$0^h\,1^m\,59^s$	2 59 50

Tab. 17 ... ($\tau = 20^m$) West.

	δ_P (S)	E
4) 10./X $T_{Gr.} = 4^h$	6°33′,2	12h 12m 53s,8
muut. 1h tag.	— 0,9	— 0,6
I joon.	6°32′,3	12h 12m 53s,2
10/X $T_{Gr.} = 6^h$	6°35′,1	12h 12m 55s,1
muut. 3m tag. . . .	— 0,0	— 0,0
II joon.	6°35′,1	12h 12m 55s,1

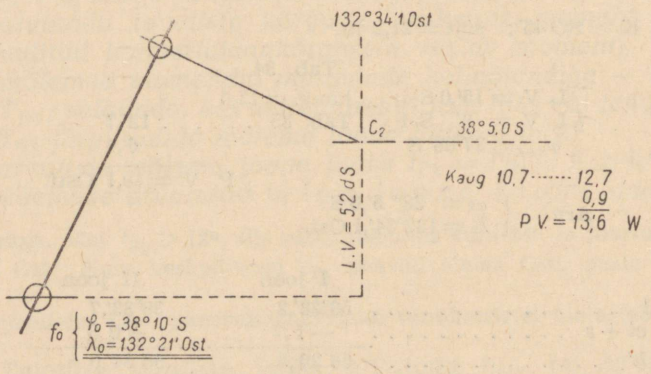
1934. a. tab.

6) $\varphi_1 = 37°50'$ S; $\delta_1 = 6°32',3$ S; $t_1 = 1^m 59^s$

100 tg φ = 78
100 tg δ = 11
K = 67

r	0′,2
h	58°36′,9
H	58°37′,1 N
z	31°22′,9 S

z . . . 31°22′,9 S
δ . . . 6°32′,3 S
$\varphi_{obs} = 37°55',2$ S
$(\varphi_{obs} - \varphi_{arv})_1 = 5',2$ S-i



Joon. 132.

7) $\varphi_2 = 38°5',0$ S; $\delta_2 = 6°35',1$ S; $t_2 = 2^h 59^m 50^s$

	I A	1010		
	I $Б$	29	I $Б$	29
	II B	8350	I E	1508
	C_3	9419	C_a	1537
	III $Г$	1143		
$\varphi - \delta = 31°29',9$	IV $Д$	737		—
	C_2	1880		
	h_{arv}	38°36′,5	I $Ж$	1072
	h_{obs}	38°43′,8	P	465

$h_{obs} - h_{arv} = +7',3$ | $A_2 = 64°,0$ NW

P poole

Näide 2. 14./VIII 1936. a. arv. $\varphi = 47^0 30'$ N ja $\lambda = 7^0 30'$ W, umbes $7^h,5$ mõõdeti $h_{\underline{P}}$ lugem ... $26^0 32',8$ ja märgiti m_1 ... $6^h\,52^m\,28^s$.

ci lug. ... $360^0 33',0$ ja $359^0 29',6$; $s_1 = +0',4$; $u_k = +1^h\,17^m\,14^s$; $a = 24$ j.; T. K. $= 231^0$; $l_1 = 56,3$.

Keskpäeva ümber mõõdeti $h_{\underline{P}}$ S-i ja märgiti momendid:

lug. $_{\underline{P}}$ ...	$57^0 1',3$	momendid ...	$11^h\,3^m\,10^s$
	2,5		4 7
	3,9		4 49

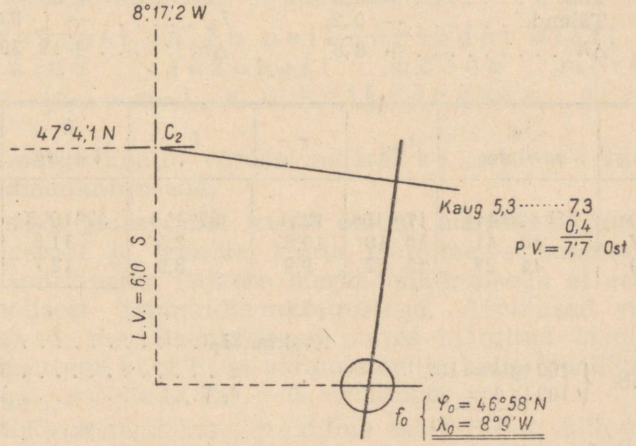
ci lug. ... $360^0 33',6$ ja $359^0 29',6$; $s_2 = 0',0$; $u_k = +1^h\,15^m\,17^s$; $a = 24$ j.; $l_2 = 97,5$.

Tab. 34.

L. V. $= 25',9$ S-i;	kaug. $= 32,0$	
$\frac{1}{2}$ L. V. $= 13'$ S-i	Tab. 35	44,2
$\varphi_{\text{ksk}m} = 47^0 17'$ N		2,9
	P. V. $= 47',1$ W-i.	

Arv. $\begin{cases} \varphi_2 = 47^0\ 4',1 \text{ N} \\ \lambda_2 = 8^0 17',1 \text{ W.} \end{cases}$

I joon		I joon		II joon	
2) l	$26^0 32',8$	3) m	$6^h\,52^m\,28^s$;	$11^h\ 4^m$	(keskm. kuni 1^m)
$ci + s$ ...	$-0,9$	u_k ...	$+1\ 17\ 14$	$+\ 1\ 17$	
$h'_{\underline{P}}$	26 31,9	14./VIII $T_{Gr.}$	8 9 42	12 21	(δ ja E valikuks)
Tab. 9 ...	$+9,4$	5) E	11 55 25		
Täiend. ..	$-0,2$	$t_{PGr.}$ ...	20 5 7		
h_P	26 41,1	λ_1	0 30 0		
		t_{Pk}	4 24 53 Ost		



Joon. 133.

	δ_P (N)	E
4) 14./VIII $T_{Gr.} = 8^h$ . . .	14°23′,8	11h 55m 24s,6
muut. 10m edasi . . .	— 0,1	+ 0,1
I joon.	14 23,7	11 55 24,7
14./VIII $T_{Gr.} = 12^h$ . .	14°20′,7	11h 55m 26s,4
muut. 21m edasi . . .	— 0,3	+ 0,2
II joon.	14 20,4	11 55 26,6

6) $\varphi = 47^0\,30'$ N
$\delta_1 = 14\ 23{,}7$ N
$t_1 = 4^h\,24^m\,53^s$

I	A	1703		
I	B	139	I B	139
II	B	5252	I E	385
	C_3	7094	C_a	524
III	Γ	1952		—
IV	Δ	811		
	C_2	2763		
	h_{arv}	26°35′,0	I $Ж$	485
	h_{obs}	26 41,1	P	39

$\varphi - \delta = 33^0\,6'{,}3$

$h_{obs} - h_{arv} = + 6'{,}1$

$A_1 = 82^0{,}3$ SO

P poole

II joon

7) $ci + s$ . . . . . + 1′,6
Tab. 9 . . . . . + 10,6
Täiend. . . . . — 0,2
Δh . . . . . + 8,8

8) u_k . . . . . + 1h 17m 15s
E . . . . . + 11 55 27
λ_w . . . . . — 33 8
Δm . . . . . + 12 39 34

m	t_w $m + \Delta m$	t_{Ost}	r	l	h $l + \Delta h$	H $h + r$
11h 3m 10s	23h 42m 44s	17m 16s	12′,1	57° 1′,3	57° 10′,3	57° 22′,2
4 7	43 41	16 19	10,8	2,5	11,3	22,1
4 49	44 23	15 37	9,9	3,9	12,7	22,6

1934. a. tab. $\begin{cases} 100 \operatorname{tg} \varphi = 107 \\ 100 \operatorname{tg} \delta = 26 \end{cases}$
$K = 81$

10) Joon. 133.

Keskm. H_P . . . . . 57°22′,3 S-i
z . . . . . 32 37,6 N-i
δ_2 . . . . . 14 20,4 N
$\varphi_{obs} =$ 46 58,1 N
$(\varphi_{obs} - \varphi_{arv}) =$ 6′,0 S-i.

§ 98. SUMNERI MEETODI ERIJUHT PÄIKESE MERIDIAANKÕRGUSEGA.

Ligimeridiaankõrguste asemel või nendega ühes võib mõõta ka Päikese meridiaankõrguse H, millè järgi saab äärmiselt lihtsalt arvestada asukoha laiust. Sumneri joon kujuneb arvutatud laiuse paralleelina ja (h_{obs} — h_{arv}) asendub observeeritud ja arvutatud punktide laiuste vahega asimuudi juures $A = 180^0$ (või 0^0).

Öeldu on õige nii sel juhul, kui meridiaankõrgus mõõdeti I sumneri joone jaoks, kui ka siis, kui esimesed vaatlused tehti hommikul.

Kui I sumneri joon võeti hommikul ja keskpäeval arvutatud laius annab II sumneri joone, siis tavalisesti sellise ülesande lahendamine ei tekita mingisuguseid raskusi. Kui aga esimesi vaatlusi tehti keskpäeval ja nende järgi määrati φ_{obs} selleks momendiks, II joon aga võetakse pärast keskpäeva, siis tehakse kaunis tihti järgmine viga: määrates kohta teisest arvutatud punktist, tõmmatakse keskpäeval arvutatud observeeritud laiuse paralleel, s. o. esimese arvutatud asukoha jaoks, ja observeeritud asukoht teiste vaatluste momendil saadakse laiusega, mis on määratud keskpäeval. Ei pea unustama, et laeva liikumisel esimesest arvutatud asukohast teise muutub ka samal määral tema arvutatud laius ja observeeritud laius ning milline oli L. V. observeeritud ja arvutatud asukoha vahel keskpäeval, selliseks ta jääb ka teiste vaatluste ajaks (me arvestame, et vaatluste vaheajal viga arvutatud asukohas ei suurenenud).

Seepärast tuleb neil juhtudel alati teisest arvutatud asukohast mööda meridiaani mõõta (φ_{obs} — φ_{arv}), s. o. keskpäevaks arvutatud L. V.

See märge kehtib võrdsel määral ka erijuhu kohta Päikese ligimeridiaankõrgusega.

Silmas pidades omal kohal öeldut meridiaankõrguse mõõtmise meetodi ja tehnika kohta, märgime, et sumneri meetodi tegelik sooritamine Päikese meridiaankõrgusega ei erine millegagi taolisest ligimeridiaankõrgustega. Arvutused mõnevõrra lihtsustuvad: meridiaankõrguse juures märgitud moment tuleb võtta täpsusega kuni 1^m ja parandanud ta kella õiendiga (samase täpsusega), arvestada $T_{Gr.}$ — δ_P valikuks.

Ülesande lahendamise graafiline osa ei erine millegagi samasest ligimeridiaankõrguse puhul.

Näide 1. 12./VII 1936. a. arv. $\varphi = 33^0 0'$ N ja $\lambda = 30^0 30'$ Ost keskpäeval mõõdeti $\underline{P}$ kõrgust S-i, lugem... $78^0 47',4$ ja märgiti $m_1 = 9^h 59^m$.

ci lug. ... $360^0 34',6$ ja $359^0 31',4$; $s_1 = +1',2$; $u_k = -27^s$; $a = 34$ j.; T. K. $= 141^0$; $l_1 = 7,2$.

Umbes $15^h,5$ mõõdeti uuesti $\underline{P}$ kõrgust, lugem... $42^0 33',4$ ja märgiti $m_2 = 1^h 31^m 26^s$.

ci lug. ... $360^0 34',4$ ja $359^0 31',2$; $s_2 = +0',6$; $u_k = -27^s$; $a = 34$ j.; $l_2 = 39,1$.

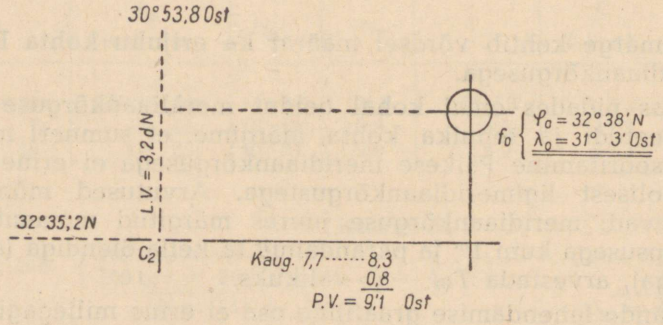
1) T. K. = SO 39^0, sõit = 31,9 m.

Tab. 34.

L. V. = 24',8 S-i;
$\frac{1}{2}$ L. V. = 12' S-i
$\varphi_{ksk} = 32^0 48'$ N
$\varphi_2 = 32^0 35',2$ N
$\lambda_2 = 35^0 53',9$ Ost.

kaug. = 20,1
Tab. 35 .... 23',8
0,1
P. V. = 23',9 Ost-i.

2)	I joon	II joon
l	$78^0 47',4$	$42^0 33',4$
$ci + s$	— 1,8	— 2,2
H'_P/h'_P	78 45,6	42 31,2
Tab. 9	+ 10,1	+ 9,3
Täiend.	— 0,2	— 0,2
H_P/h_P	78 55,5	42 40,3
3) m	$9^h 59^m$	$1^h 31^m 26^s$
u_k	0	— 27^s
12./VII $T_{Gr.}$	$9^h 59^m$	13 30 59
5) E		11 54 34
$t_{PGr.}$		1 25 33
λ_2		+2 3 36
t_{Pk}		3 29 9 W



Joon. 134.

	δ_P (N)	E
4) 12./VII $T_{Gr} = 10^h$ . . .	21°58′,7	—
„ „ $= 14^h$ . . .	21 57,3	11h54m33s,3
muut. 29m tag. . . .	+ 0,2	+ 0,2
II joon.	21 57,5	11 54 33,5

I joon

6) H_P . . . . . 78°55′,5 S
z . . . . . 11 4,5 N
δ_1 . . . . . 21 58,7 N
$\varphi_{obs} = 33$ 3,2 N
$\varphi_{obs} - \varphi_{arv} =$ 3′,2 N-i

8) joon. 134.

II joon

7) $\varphi_2 = 32°35′,2$ N
$\delta_2 = 21$ 57,5 N
$t_2 = 3^h 29^m 9^s$

I A	744		
I $Б$	327	I $Б$	327
II B	7119	I E	1018
C_3	8190	C_a	1345
III $Г$	1517		—
IV $Д$	86		
C_2	1603		
h_{arv}	42°48′,0	I $Ж$	1345
h_{obs}	42 40,3	P	0

$\varphi - \delta = 10°37′,7$

$h_{obs} - h_{arv} =$ — 7′,7

$A_2 =$ West

P poolt

Näide 2. 3./III 1936. a. arv. $\varphi = 23°30′$ S ja $\lambda = 179°55′$ Ost, umbes $9^h,5$ mõõdeti $\underline{P}$ kõrgust, lugem... 50°8′,9 ja märgiti $m_1 = 8^h\,35^m\,23^s$.

ci lug. ... 360°32′,0 ja 359°28′,0; $s_1 = +1′,1$; $u_k = 1^h\,7^m\,11^s$; $a = 18$ j.; T. K. = 80°; $l_1 = 84,3$.

Keskpäeval mõõdeti H_P N-i, lugem 73°17′,4; momenti ei märgitud.

ci lug. ... 360°32′,0 ja 359°27′,8; $s_2 = +2′,2$; $a = 18$ j.; $l_2 = 111,9$.

Mõnesuguseks iseärasuseks ülesandes on momendi puudumine P meridiaankõrguse juures; võttes arvesse, et keskpäeval $t_P = 0^h\,0^m$, on kerge arvutada Päikese deklinatsiooni valikuks vajalikku $T_{Gr.}$ (täpsusega kuni 1^m): $T_{Gr.} = 24^h - E \pm \lambda_0{}^w$; E võetakse ilma sekunditeta vaid Greenwichi kuupäeva argumendiga.

Vahepealseid lahendusi:

I joon

h_{obs} . . . . . 50°21′,2
t_{Pk} . . . . . $2^h29^m\,59^s$ Ost
$h_{obs} - h_{arv}$ . . . . . — 3′,3
A . . . . . 71°,4 NO

Vastus $\begin{cases} \varphi = 23°26′ \text{ S} \\ \lambda = 179°30′ \text{ W} \end{cases}$ observ.

II joon

Arv. $\varphi_2 = 23°25′,2$ S
„ $\lambda_2 = 179°35′,4$ W
H_{obs} . . . . . 73°31′,4 N
$\varphi_{obs} - \varphi_{arv}$ . . . . . 1′,2 S-i

Näide 3. 26./IV 1936. a. arv. $\varphi = 17^{0}50'$ S ja $\lambda = 26^{0}30'$ W keskpäeval mõõdeti H_P N-i, lugem... $58^{0}42',0$ ja märgiti $m_1 = 1^{h}\,35^{m}$.

ci lug. ... $360^{0}37',2$ za $359^{0}33',6$; $s_1 = -1',7$; $u_k = +7^{m}\,28^{s}$; $a = 42$ j.; T. K. $= 293^{0}$; $l_1 = 43',6$.

Umbes 15^{h} mõõdeti uuesti h_P, lugem... $35^{0}18',8$ ja märgiti $m_2 = 4^{h}40^{m}37^{s}$. *ci* lug. ... $360^{0}37',4$ ja $359^{0}33',6$; $s_2 = -1',3$; $u_k = +7^{m}\,28^{s}$; $a = 42$ j.; $l_2 = 75,8$.

Vahepealseid lahendusi:

I joon	
H_{obs}	$58^{0}44',0$
φ_{obs}	17 41,7 S
$\varphi_{obs} - \varphi_{arv}$ . . .	8',3 N-i

Vastus: obs. $\begin{cases} \varphi = 17^{0}29' \text{ S} \\ \lambda = 27^{0}\ 2' \text{ W} \end{cases}$

II joon	
Arv. φ_2	$= 17^{0}37',4$ S
„ λ_2	$= 27\ 1,0$ W
h_{obs}	$35^{0}20',3$
t_P	$3^{h}\,2^{m}\,16^{s}$ W
$h_{obs} - h_{arv}$ . . .	$+5',3$
A	$58^{0},2$ NW

§ 99. SUMNERI MEETODI ERIJUHT PIKKUSEGA.

Kui ühte taevakeha (täht — öösel, Päike — päeval) vaadeldi 1. vertikaali juures, siis taevakeha selle kõrguse järgi võib arvutada pikkuse ning sel puhul arvutatud pikkuse meridiaan asendab sumneri joont ja osutub asetusjooneks. See ülesanne on analoogiline meridiaan- või ligimeridiaankõrguse erijuhuga, kui selle kõrguse järgi määrati laius; kuid laius, eriti meridiaankõrguse järgi, määratakse palju lihtsamini, kui arvutatakse tavaline sumneri joon, ja selles mõttes on täiesti otstarbekohane arvutada nimelt laiust, mitte aga selle kõrguse järgi lahendada sumneri joone ülesannet tavalises korras.

Pikkuse arvutamine aga on vaevalt lihtsam kui samade andmete järgi sumneri joone arvutamine ning ka saadud asukoha täpsus jääb sekssamaks.

Ühes eelmistest ülesandeist (näide 1, § 98) meil oli juhus, kui õhtustest vaatlustest $h_{obs} - h_{arv} = -7',7$ juures asimuut saadi puhas West, s. o. sumneri joon ühtus $31^{0}2',9$ Osti-pikkuse meridiaaniga; kui selle kõrguse kasutada lihtsalt pikkuse arvutamiseks, siis saaks $\lambda = 2^{h}\,4^{m}\,11^{s}$ ($31^{0}2',8$), s. o. täiesti sama resultaadi. Seepärast tulemuse täpsuse ja töö kiiruse mõttes erijuhus pikkusega erilist tähelepanu ei vääri.

Kuid selles küsimuses on teine, praktilisem vaatepunkt.

Kujutame endile, et esimesed, hommikused Päikese vaatlused tehti 1. vertikaali juures ja võetud kõrguse järgi võib arvutada ($h_{obs} - h_{arv}$) ja A ning ka pikkuse; pidades silmas, et laeva-

juhile on alati tähtis omada kas või ligikaudset laeva asukohta ja võttes arvesse, et esimesed vaatlused tuleb läbi töötada kohe, ootamata teisi vaatlusi, — peab tunnistama, et nende esimeste vaatluste järgi on otstarbekohasem arvutada nimelt pikkust — see võimaldab veidi parandada pikkuses oma arvutatud asukohta ja annab lihtsa ning selge ettekujutuse oma asukohast, kuna pikkus määrab meridiaani, meridiaanid aga on kantud kaardile. Kui aga need vaatlused töödelda sumneri joonena, mis ei lähe just mööda meridiaani, siis et omada mingisugustki otsust oma asukohast, tuleb see sumneri joon kanda kaardile ning isegi selle järgi on arutlus raskendatud. Üldse võib ütelda, et nendel üksikutel juhtudel, kui sõidu olukorra tõttu laevajuhti huvitab eriti pikkus, on parem võetud kõrguse järgi arvutada nimelt pikkust, mitte aga sumneri joont.

Vaatlused ja nende töötlemine sooritatakse sel puhul tavalises korras.

Kaardile või ruudulisele paberile märkimisel, et mitte tegemist teha tabelite järgi pikkuste vahe kaugenemiseks muundamisega, tuleb kasutada graafilist nurkmastaapi või veel lihtsam — talitada järgmiselt: arvutanud 1-sel momendil pikkuse, tuleb kohe parandada ka 1-ne arvutatud asukoht, võtnud arvutatud laiuse ja observeeritud pikkuse, ning kursi ja sõiduga taandada see arvutatud-observeeritud koht 2-sele momendile. Sellest punktist tuleb tõmmata II asimuut ja II sumneri joon, märkida viimase lõikepunkt 2-se asukoha meridiaaniga ning võtta ainult selle punkti laius, tema pikkus aga on juba määratud.

Näide 1. 8./VI 1936. a. arv. $\varphi = 43^{0}10'$ N ja $\lambda = 137^{0}36'$ W, umbes 6^{h} mõõdeti 1. vertikaali lähedal (kompassi järgi) h_P, lugem $13^{0}18',6$ ja märgiti $m_1 = 3^{h}\,2^{m}\,18^{s}$; $ci = +\,0',8$; $s_1 = +\,0',2$; $u_k = -\,4^{m}\,1^{s}$; $a = 44$ j.; T. K. $= 252^{0}$; $l_1 = 18,2$.

Umbes 10^{h} mõõdeti uuesti h_P, lugem $57^{0}27',3$ ja märgiti $m_2 = 7^{h}\,15^{m}\,41^{s}$; $ci = +\,0',7$; $s_2 = +\,0',1$; $u_k = -\,4^{m}\,1^{s}$; $a = 44$ j.; $l_2 = 75,3$.

1) l	$13^{0}18',6$;	$57^{0}27',3$
$ci + s$ . .	+ 1',0	+ 0,8
h_P.	13 19,6	57 28,1
Tab. 9 .	+ 5,6	+ 8,9
Täiend. .	— 0,2	— 0,2
h_P	13 25,0	57 36,8
δ_P	$22^{0}52',1$ N;	$22^{0}53',1$ N.

2) m	3^{h}	2^{m}	18^{s};	7^{h}	15^{m}	41^{s}
u_k . . .		—4	1		—4	1
8./VI $T_{Gr.}$	14	58	17	19	11	40
E	12	1	7	12	1	5
$t_{PGr.}$ . .	2	59	24	7	12	45
λ				9	15	57 . . . 6)
t_{Pk}				2	3	12 Ost.

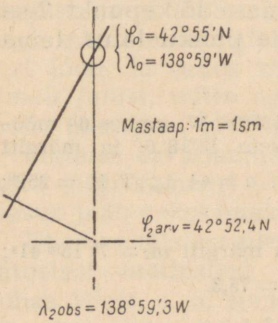
3) $\varphi = 43^0 10'$ N | sec | 0,1371
$\delta_1 = 22^0 52',1$ N | sec | 0,0355
$\varphi - \delta_1 = 20^0 17',9$ | cos | 9,9722 9,9722
0,5 | lg | 9,6990 lg sin h = 9,3655
M | 9,8438 G. A. = 0,6067
β | 9,8766

lg $\sin^2 \frac{t}{2}$ = 9,7204 t_k = 6h 11m 36s Ost
= 17h 48m 24s W.

4) t_{1k} = 17h 48m 24s
$t_{1Gr.}$ = 2 59 24
λ_{1obs} = 9 11 0 W
= 137°45' W
φ_{1arv} = 43°10' N
(I arv.-obs. koht)

5) T. K. = SW 72°; sõit = 57,1 miili.
Tab. 34.
L. V. = 17',6 S-i; kaug. = 54,3
$\frac{1}{2}$ L. V. = 9' S-i Tab. 35 . . . . . 68',4
$\varphi_{ksam.}$ = 43°1' N 5,5
0,4
P. V. = 74',3 W-i

φ_{2arv} = 42°52',4 N
λ_{2obs} = 138°59',3 W



Joon. 135.

7) φ_2 = 42°52',4 N | I A 1349 | I B 356
δ_2 = 22 53 ,1 N | I B 356 | I E 2907
t_2 = 2h3m12s | II B 11517

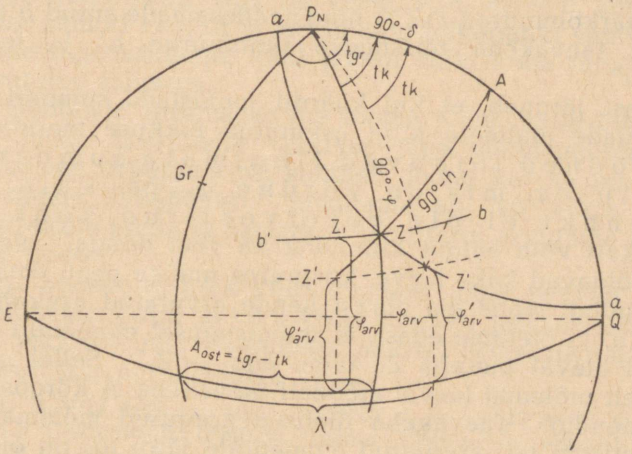
C_3 13222 | C_a 3263
III Γ 476
$\varphi - \delta$ = 19°59',3 IV $Д$ 301
C_2 777
h_{arv} = 57°38',0 | I $Ж$ 2714
h_{obs} = 57°36',8 | P 549
$h_{obs} - h_{arv}$ = −1,2 | A_2 = 61,°8 SO
P poolt

Sumneri ülesande selle erijuhu (pikkusega) vaatlemisel väga sageli kerkib niisugune küsimus: „kui taevakeha vaadelda mitte just 1. vertikaalil, vaid temast veidi kõrval selliselt, et sumneri joon ei läheks mööda meridiaani, siis nende vaatluste järgi saab arvutada ka pikkust ja tõmmata kaardile meridiaani; siis ju selle

meridiaani lõikepunkt sumneri joonega kujutabki laeva õiget asukohta vaatluste momendil"?

Näib nii, et teinud ühe vaatluse, võib saada oma õige asukoha, s. o. laiuse ja pikkuse. Järeldus on põhjalikult väär, millest me eriti hoiatame selle tõttu, et ta on kaunis levinenud. Selle küsimuse selgitamisele me katsume läheneda mitmest küljest, et mitte jätta selles mingit kahtlust.

1. Geomeetriliselt (joon. 136). Oletame, et mingil momendil kella järgi mõõdeti taevakeha A kõrgus; arvutanud selle taevakeha $t_{Gr.}$ ja valinud almanahhist taevakeha δ ning omades sfääril Greenwichi meridiaani, me võime märkida ka taevakeha A asukoha, ja sellest punktist joonistada väikese ringi raadiusega $z = 90^0 - h$, millel teatavasti tingimata asetseb vaatleja seniidi õige asukoht. Olgu vaatleja eeldusel tema seniit punktis Z_1 mitte



Joon. 136.

aga samakõrgusringil, ja nüüd lahendame geomeetriliselt, taevakeha polaarkolmnurga ehitamisega pikkuse määramise ülesande, mis seisneb t_k arvestuses φ, δ ja h järgi, kusjuures φ võetakse arvutatud, h aga — õige, sekstandi abil saadud. Selle kolmnurga kaks tippu joonisel on juba olemas: A — taevakeha ja P_N — ülemine poolus, jääb üle leida seniidi koht selle polaarkolmnurga jaoks, tõmmata meridiaan ja joonis annabki otsitava tunninurga. Seniidi otsitav koht peab asetsema samakõrgusrngil aa, sest et ta on joonistatud raadiusega nimelt $90^0 - h$; see seniit peab asetsema ka paralleelil bb, sellepärast et selle paralleeli laius on nimelt

see φ_{arv}, millega lahendatakse polaarkolmnurk. Järelikult seniidi otsitav koht asetseb sumneri joone ja paralleeli *bb* lõikepunktis, s. o. punktis *Z* ning ainult see punkt rahuldab nõuet, et polaarkolmnurga küljed tõeliselt omaksid vastavat suurust: $90^0 - \varphi_{arv}$; $90^0 - \delta$, $90^0 - h_{tõel}$.

Joonistanud läbi selle punkti meridiaani P_NZ, saame joonisel taevakeha otsitava polaarkolmnurga P_NZA, milles nurk pooluse juures kujutabki taevakeha otsitavat kohalikku tunninurka (t_k). Ja on selge, et kui seda ülesannet lahendada mitte graafilise kujutamisega, vaid t_k arvutamisega ja siis arvutanud pikkuse, joonistada meridiaan, siis ta tingimata läheb läbi punkti *Z* ning me saame muidugi sellesama kolmnurga P_NZA, millist kasutasime pikkuse arvutamiseks.

Kui vaatluste momendil me arvestaksime teist arvatavat asukohta, näit. Z_1', teise laiusega, siis arutledes analoogiliselt saaksime polaarkolmnurga $P_NZ'A$ ning nendesamade antud *h* ja δ järgi saaksime taevakeha teissuguse tunninurga t_k' ja teissuguse pikkuse λ'.

Öeldust järgneb, et kui kaardil joonistada sumneri joon ja nendesamade andmete järgi arvutatud pikkuse meridiaan, siis need jooned lõikuvad tingimata sumneri joonel laiuses, mis on võrdne φ_{arv}-ga, kuid nende lõikepunkt ei ole observeeritud koht.

Kujukalt võib öeldut kinnitada ka veel nõnda: oletame, et ühiselt sõidavad kaks laeva, kusjuures igaüks peab oma arvutamist. Muidugi mõne aja pärast nende arvutatud asukohad lähevad lahku, ja oletame edasi, et mingisugusel momendil üks laev loeb end olevat punktis Z_1, teine aga — Z_1'. Sellel momendil üheaegselt mõlemal laeval mõõdeti taevakeha *A* kõrgusi ja märgiti momendid. Taevakeha tõelised kõrgused mõlemal vaatlejal, samuti kui $t_{Gr.}$, arvutatud momentide järgi (u_k on õige mõlemal vaatlejal), on ühesugune, järelikult ka taevakeha *A* asukoht sfääril mõlemal vaatlejal osutub ühes ning samas punktis ja samakõrgusringid (kaardil aga — sumneri jooned) ühtuvad. Kui nüüd mõlemad vaatlejad arvutavad igaüks oma pikkuse (igaüks oma arvutatud laiusega), siis nad saavad erinevad kohalikud tunninurgad ja erinevad pikkused. Tõeliselt aga mõlemad vaatlejad asuvad ühes punktis, ühes pikkuses!

Sellega me kinnitame ülalöeldut, et sumneri joone lõikepunkt samade kõrguste järgi arvutatud pikkuse meridiaaniga mingil juhul ei kujuta õiget laeva asukohta; see on vaid punkt sumneri joonel laiusega, mis võrdub arvutatud laiusega.

2. Analüütiliselt. Kuna pikkus arvutatakse valemi järgi, kuhu kuulub arvutatud laius, siis on selge, et viga arvutatud laiuses avaldab mõju arvutatavale pikkusele, millejuures, nagu me nägime,

$$\Delta\lambda = \Delta t = \Delta\varphi \cdot \sec\varphi \cdot \operatorname{ctg} A.$$

Järelikult arvutatud pikkus λ osutub vääraks ja muidugi väär on ka asukoht, kui me loeme selleks sumneri joone lõikepunkti selle väära pikkuse meridiaaniga.

Seejuures mida suuremat viga omab arvutatud laius, seda ekslikum on ka pikkus.

Kui taevakeha vaadeldakse asimuudis 90^0 või 270^0, siis $\operatorname{ctg} A = 0$ ja viga arvutatud laiuses ei mõju arvutatava pikkuse õigsusele; kuid sel juhul arvutatud pikkuse meridiaan ühtub sumneri joonega ja nendel lõikepunkti ei ole.

Kui aga juhuslikult φ_{arv} on veata, s. o. $\Delta\varphi = 0$, siis pikkus arvutatakse samuti veatult ja meridiaani lõikepunkt sumneri joonega annab õige asukoha, kuid jällegi selle koha laius võrdub veata arvutatud laiusega.

Kõige ülalöeldu tõestuseks me toome näite, mille lahendame järgmisel viisil: taevakeha vaatluse järgi mingisugusest arvutatud asukohast arvutame nii sumneri joone kui ka pikkuse ja märgime nende lõikepunkti; muudame φ_{arv} 10′ võrra alguses ühele, siis teisele poole ja samade h ja m järgi arvutame sumneri joone ja pikkuse.

Öelduga kooskõlas kõik kolm sumneri joont peavad ühtuma (meetodi olemuse järgi) ja kõik kolm sumneri joonte lõikepunkti arvutatud pikkuste meridiaanidega peavad asetsema oma arvutatud asukohtade paralleelidel.

Näide 2. 5./VIII 1936. a. arv. $\varphi = 53^0 10' \text{ N}$ ja $\lambda = 37^0 30' \text{ W}$, hommikul mõõdeti h β Geminorum (Pollux), lugem $13^0 46',8$ ja märgiti moment $m = 6^h\,14^m\,29^s$; $ci \doteq -0',7$; $s = +0',2$; $u = -0^m\,52^s$; $a = 36$ j.

l	$13^0 46',8$	m	$6^h\,14^m\,29^s$
$ci + s$	$-0,5$	u_k	-52
h'_*	13 46,3	5./VIII $T_{Gr.}$	6 13 37
Tab. 11	$-9,8$	R	20 54 6,8
h_*	13 36,5	ΔR	2,3
		$S_{Gr.}$	27 7 46
δ_*	$28^0 10',8$ N	λ	-2 30 0
A_*	61 49,2	S_k	24 37 46
		α_*	7 41 26
		t_k	16 56 20
			$= 7$ 3 40 Ost.

$\varphi_{arv} = 53^0 10'$ N	2222	
$\delta = 28\ 10{,}8$ N	548	548
$t = 7^h 3^m 40^s$	1958	170
	4728	718
	3367	—
$24^0 59',2$	468	
	3835	
$h_{arv} = 13^0 28',5$		121
$h_{obs} = 13\ 36\ ,5$		597
$h_{obs} - h_{arv} = +\ 8',0$		$A = 60^0,6$
* poole		NO

$\varphi_{arv} = 53^0 10'$ N	sec	0,2222	
$\delta = 28\ 10{,}8$ N	sec	0,0548	
$\varphi - \delta = 24\ 59{,}2$	cos	9,9573	
0,5	lg	9,6990	 9,9573
			lg sin h = 9,3716
	M	9,9333	
	β	9,8695	G. A. = 0,5857

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = 9{,}8028$$

$t_k = 7^h\ 2^m\ 40^s$ Ost =
$= 16\ 57\ 20$ West
$t_{Gr.} = 19\ 26\ 20$ „
$\lambda = 2\ 29\ 0$ W $= 37^0 15'$ W

muudame: φ_{arv} 10′ võrra S-i (jäävad samad δ, h):

$\varphi'_{arv} = 53^0 0'$ N	2205	
$\delta = 28\ 10{,}8$ N	548	548
$t = 7^h\ 3^m 40^s$	1958	170
	4711	718
	3380	
$24^0 49',2$	462	—
	3842	
h_{arv} . . . $13^0 23',5$		120
h_{obs} . . . $13\ 36{,}5$		598
$h_{obs} - h_{arv} = +3',30$		$A = 60^0,6$
* poole		NO

$\varphi'_{arv} = 53^0 0'$ N	sec	0,2205		
$\delta = 28\ 10{,}8$ N	sec	0,0548		
$\varphi - \delta = 24\ 49{,}8$	cos	9,9579		
0,5	lg	9,6990	. . . . .	9,9579
	M	9,9322	lg sin h =	9,3716
	β	9,8697	G. A. =	0,5863

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = 9{,}0819$$

$t_k = 7^h\ 2^m\ 4^s$ Ost =
$= 16\ 57\ 56$ West
$t_{Gr.} = 19\ 26\ 20$ „
$\lambda' = 2\ 28\ 24$ W $= 37^0 6'$ W

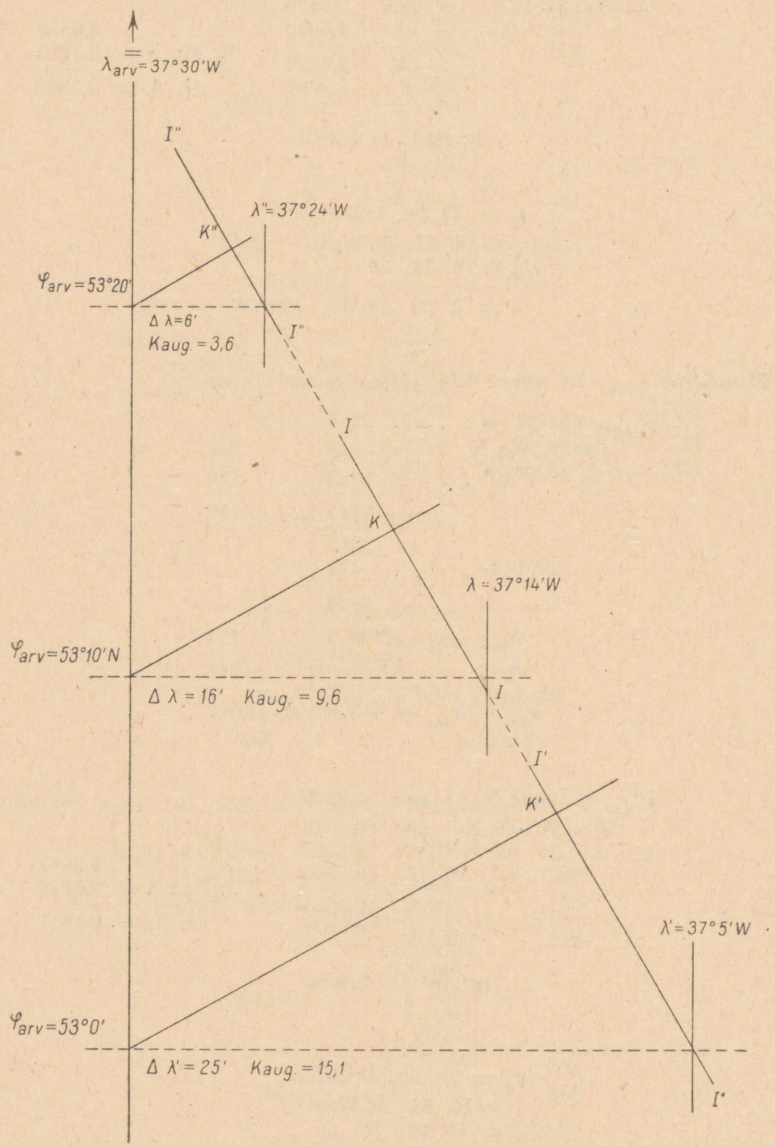
Muudame φ_{arv} 10′ võrra N-i (jättes samad δ, h):

$\varphi''_{arv} = 53^0 20'$ N	2239	
$\delta = 28\ 10{,}8$ N . . .	548	548
$t = 7^h\ 3^m 40^s$	1958	170
	4745	718
	3354	
$25^0 9',2$	474	—
	3828	
h_{arv} . . .	$13^0 33',5$	121
h_{obs} . . .	13 36,5	595
$h_{obs} - h_{arv} = +3',0$		$A = 60^0{,}7$
* poole		NO

$\varphi''_{arv} = 53^0 20'$ N	sec	0,2239		
$\delta = 28\ 10{,}8$ N	sec	0,0548		
$\varphi - \delta = 25\ 9{,}8$ N	cos	9,9567		
0,5	lg	9,6990	. . . . .	9,9567
	M	9,9344	lg sin h =	9,3716
	β	6,8692	G. A. =	0,5851

$$\lg \sin^2 \frac{t}{2} = 9{,}8036$$

$t_k = 7^h\ 3^m\ 14^s$ Ost =
$= 16\ 56\ 46$ West
$t_{Gr.} = 19\ 26\ 20$ „
$\lambda'' = 2\ 29\ 34$ W $= 37^0 24'$ W


λ_{arv} = 37°30'W
I''
λ'' = 37°24'W
K''
φ_{arv} = 53°20'
Δ λ = 6'
Kaug. = 3,6
I''
I
K
λ = 37°14'W
φ_{arv} = 53°10'N
Δ λ = 16'
Kaug. = 9,6
I
I'
K'
λ' = 37°5'W
φ_{arv} = 53°0'
Δ λ' = 25'
Kaug. = 15,1
I'

Joon. 137.

Joonistus selles ülesandes kinnitas täielikult meie kaalutlusi: kõik kolm sumneri joont I — I, I′ — I′, I″ — I″ kujutavad üht ja sama sumneri joont, mis vastab kõrgusele $13^{0}36',5$.

Võttes mitmesuguseid laiusi ja arvutades pikkusi, me joonistasime sumneri joone punktide abil, nimelt selliselt, nagu seda tehti Sumneri enda poolt.

§ 100. MÕNINGAID ERIJUHTE LAEVA ASUKOHA MÄÄRAMISEL SUMNERI MEETODI JÄRGI.

1. Võib juhtuda, et Päikese vaatlused on sooritatud nii hilja, et sama taevakeha teisi vaatlusi teha ei saa. Sellel juhul võib videvikus mõõta tähe kõrgust ja arvutada selle järgi II sumneri joone.

Vaatlusteks tuleb valida selline täht, mille asimuut erineks Päikese asimuudist I joonel võimalikult 90^{0} võrra. Mida väiksem on ajavahemik vaatluste vahel, seda parem.

Kui Päikese asimuut esimesel joonel on W lähedal, siis on parem tähte vaadelda meridiaani juures, s. o. mõõta tema ligimeridiaan- või meridiaankõrgus.

Sedasama peab ütlema juhu kohta, kui hommikul, koidikul, mõõdeti tähe kõrgus; mõne aja pärast peale Päikese tõusu võib mõõta tema kõrguse ja saada asukoha.

Ülesande lahendamine ei tekita mingisuguseid raskusi.

2. Laeva asukoha võib hästi saada ka sellel erijuhul, kui üheaegselt taevakeha kõrguse mõõtmisega (ükskõik — Päikese või tähe) võtta mingisuguse majaka, märgi jms. peilung.

Astronoomilised vaatlused annavad peale töötlemist sellel juhul ühe sumneri joone, teine aga asendub peilungijoonega majakast laevale; nende ristumises saadakse laeva asukoht vaatluste momendil.

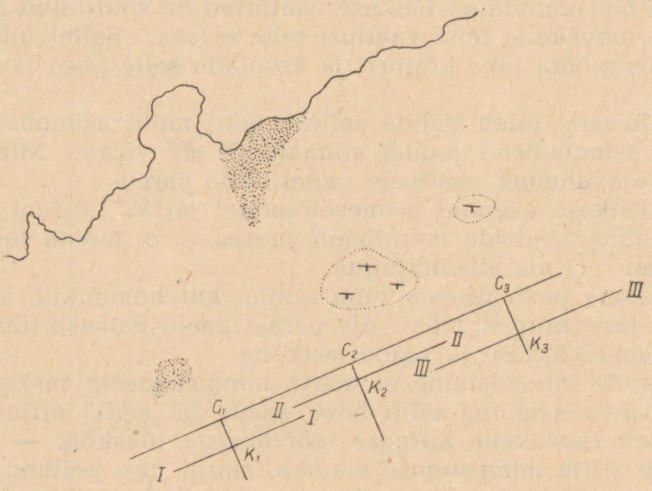
On selge, et selle ülesande parimaks graafiliseks lahendamiseks on vajalik, et nii majakat kui ka taevakeha vaadeldaks kas ühes ja samas või otse vastupidistes asimuutides.

Graafiline joonistamine kaardil ei tee mingeid raskusi; joonistamine ruudulisel paberil sooritatakse samuti kaunis lihtsalt: tarvitseb vaid kõigepealt arvutada majaka L. V. ja P. V. ja Kaug. ($=$ P. V. $\cos\varphi$) arvatava asukoha suhtes ja mõlemad need punktid märkida ruudulisele paberile. Majaka laiuse ja pikkuse võib võtta kaardilt või List of Lights-ist.

3. Praktikas võib kergesti juhtuda, et pilved, udu või teised asjaolud segavad vaatluste sooritamist II sumneri jooneks, vaat-

leja jääb ühe joonega, ning laeva asukoht jääb ebamääraseks. Kuid ka üks sumneri joon annab võimaluse mõnevõrra korrigeerida oma asukohta. Tõepoolest, kus ka laev sellel joonel ei asuks, määravpunkt k on alati lähemal tema tõelisele asukohale, kui ta arvatav asukoht. Seepärast ainult ühe sumneri joone olemas olles, edasist märkimist kaardil on parem teha määravpunktist k.

4. Mõningail juhtudel ka üks sumneri joon võib tuua tohutut kasu. Tõepoolest, olgu kurss pandud piki randa, kus on palju madalikke, karisid ja teisi ohte; laev ei näe kallast, kuid ei soovi temale läheneda rohkem, kui mingi kindla kauguseni. Sel-



Joon. 138.

listel tingimustel laevajuhile nähtavasti on kõige tähtsam teada ja omada võimalust tõmmata seda joont paralleelselt rannaga, millel laev ühel või teisel momendil asub, s. o. teada, missuguses kauguses laev asub rannast ja ohtudest. Palju vähem tähtis on teada, kas laeva tõeline asukoht on ees- või tagapool arvatavast kohast.

Rannale paralleelset joont, millel asub laev, kujutab vaatlejale sumneri joon, kui taevakeha asimuut on risti rannajoonega (olgugi nähtamatu).

Joon. 138 selgitab öeldut: sellel joonisel joon $C_1C_2C_3$ on laevatee joon ja punktid C_1, C_2, C_3 — laeva arvatavad asukohad mitmesuguseil momentidel. Jooned I — I, II — II, III — III aga

on sumneri jooned, mis on saadud taevakehade vaatluste järgi neil momentidel. Nagu nähtub, sel juhul ka üksik sumneri joon tagab laeva ohutut sõitu ja näitab, kas ei ole vaja muuta kurssi, et kaugeneda rannast.

Taolisel viisil üks sumneri joon võib osutada võrratut abi, kui laeval näit. on vaja läbida kahe kari, madaliku, saare või ms. vahelt, mis asetsevad laeva kursil; kui vaadelda taevakeha traaversis, siis sumneri joon kujutab kursijoont, mis peab puhtalt ohtude vahelt läbi minema.

Oeldust on selge, et vaadeldes taevakeha traaversis, laev just kui kaitseks ennast suunas, mis on risti tema kursiga; vaadeldes aga taevakeha kursi suunas ja omades järelikult sumneri joont risti kursiga, määratakse laeva asukoht m ö ö d a k u r s s i, kuid on täiesti teadmata tema külghälbimine.

Kui näit. sõites kursiga risti rannaga tuleb pöörata jõudmata temani *n* miili (kallast mitte nähes), siis pööru aja näitab sumneri joon, mis on arvutatud laeva kursi suunas vaadeldud taevakeha järgi (vööri, või ahtri).

Kui aga mingil põhjusel ei õnnestunud sooritada teise taevakeha vaatlusi, mis võib väga kergesti juhtuda päeval, kui mõne aja pärast peale Päikese esimesi vaatlusi Päike võib kattuda pilvedega, — siis ka ühe taevakeha vaatlus või Päikese esimesed vaatlused lubavad mõnevõrra parandada arvutatud kohta ja nimelt: joonistanud I sumneri joone ja saanud määravpunkti *k*, tuleb võtta see parandatud arvutatud kohaks ja edasine märkimine teha juba sellest punktist.

Niiviisi saavutatakse arvutatud asukoha mõnesugune õiendus sellepärast, et sumneri joonel asetsev punkt *k* on alati ligemal samuti sumneri joonel olevale tõelisele asukohale, kui arvutatud asukoht.

§ 101. ÜLDMÄRKMEID SUMNERI MEETODILE. KONTROLLKÜSIMUSI.

Sumneri meetod omab tohutut väärtust — ta on universaalne; ainukesed nõuded, mida ta esitab vaadeldavatele taevakehadele, seisavad selles, et nende asimuutide vahe oleks üle 30° ja et kõrgused ei oleks liiga suured. Olgu üks kõrgustest meridiaaniline ja olgu taevakeha 1. vertikaalis, siis võib kõiki kõrgusi vaadata tavalistena ja lahendada sumneri ülesannet tavalises korras. Seejuures võetud meridiaankõrgus väljendub ainult sellega, et *t* saadakse kaunis lähedane nullile ja $A = 0^0$ või 180^0; kui kõrgus on võetud 1. vertikaalis, siis asimuut on 90^0 või 270^0.

Veel üks selle võtte iseloomustavaid omadusi: arvutatud asukohas võime omada üht või teist viga, kuid observeeritud asukoht sellest ei muutu; muutuvad ainult ($h_{obs} - h_{arv}$) ja A, observeeritud asukoha koordinaadid aga jäävad samadeks. Meetodi enda olemuse järgi selliselt see peabki olema, ainult et viga ei tohi olla sedavõrd suur, et asimuuti ja sumneri joont ei saaks joonistada sirgjoonena. Nii näiteks kui 1. üldjuhu ülesandes tähtede järgi samadel vaatlustel võtta arvutatud asukoha koordinaadid mitte $\varphi_{arv} = 35^{\circ}20'$ N ja $\lambda_{arv} = 76^{\circ}30'$ W, vaid $\varphi_{arv} = 35^{\circ}35'$ N ja $\lambda_{arv} = 76^{\circ}15'$ W ning nende arvutatud koordinaatidega sooritada kõik arvutamised ja kaardile või paberile joonistamise, siis saame:

$t_1 = 3^h\,51^m\,48^s$ Ost	asemel	$3^h\,50^m\,48^s$ Ost
$t_2 = 2^h\,50^m\,59^s$ West	„	$2^h\,51^m\,59^s$ West
$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -1',1$	„	$-3',6$
$(h_{obs} - h_{arv})_2 = +5',5$	„	$+25',0$
$A_1 = 61^{\circ},4$ SO	„	$61^{\circ},6$ SO
$A_2 = 45^{\circ},4$ SW	„	$45^{\circ},6$ SW

Observeeritud asukoha kaardile kandmisel aga saame koordinaadid:

$\varphi = 35^{\circ}15',7$ N	asemel	$35^{\circ}15',3$ N
$\lambda = 76^{\circ}34',4$ W	„	$76^{\circ}33',9$ W,

s. o. tegelikult mingisugust vahet ei ole.

Selliselt sumneri ülesande lahendamiseks taevakehade üheaegsete vaatluste järgi võib arvutatud kohta ümardada ja kaunis tunduvates piirides (kuni $0^{\circ},3$—$0^{\circ},5$). Kui aga ülesanne lahendatakse iseaegsete Päikese vaatluste järgi, siis 2-st arvutatud asukohta ei tohi ümardada soovikohaselt; võtnud vabalt 1. arvutatud asukoha tuleb 2-ne arvestada juba selle 1. asukoha järgi, sest kui teha veel täiendav viga üleminekul 1. asukohast 2. asukohta, siis kannatab juba tunduvalt resultaadi täpsus: sumneri meetod annab kindla asukoha ainult sel juhtumil, kui 1. ja 2. asukoht omavad ühesugust viga.

Seda arvutatud (päeval — 1. arvutatud) asukoha ümardamise võimalust on laialt kasutatud mitmesuguseis taevakeha tunninurga, tema kõrguse ja asimuudi arvutamiste tabelis.

Laeva asukoha määramine merel sumneri meetodi järgi osutub kogu kava keskseks ja põhiliseks küsimuseks ning seepärast nõuab erilist tähelepanu.

Selle meetodi tegelik teostamine, nii vaatluste sooritamise kui ka nende töötlemise ja arvutamiste mõttes, nõuab täiesti selget ja täpset ettekujutust taevakeha kõrguste mõõtmisest ja

õiendamisest, momentide töötlemisest ja tunninurga saamisest ning taevakeha polaarkolmnurga lahendamisest.

Kui võtta arvesse ühest küljest vastutust saadud õige laeva asukoha eest, teisest küljest aga seda, et laeva asukoha saamise ülesanne on kaunis keeruline, mis nõuab võrdlemisi suurt hulka arvutamisi, siis selgub ülesande täiesti veata lahendamise vajadus, seda aga soodustab ülesande lahendamine tingimata skeemi järgi, täpne ja õige valik tabelist, aritmeetiliste tehete veata sooritamine.

Oma kogemustest võime mainida, et suures enamikus ülesande väär lahendamine tekib vigadest momentide õiendamises ja tunninurga arvestamises, ja just ülesande sellele osale peavad õpilased osutama erilist tähelepanu.

Ülesande lahendamisega peab võimalikult kaasnema kontroll, kas või ligikaudne, millise mõningaile meetodeile me siin kohal ka osutame. Selline kontroll võimaldab sageli arvestada viga mitte siis, kui kogu ülesanne on peaaegu juba lahendatud (tavalisesti õpilastel kontrollmomendiks sumneri ülesande lahendamisel osutub $h_{obs} - h_{arv}$ saamine), vaid palju varemalt, mis päästab kogu ülesande ümbertegemise vajadusest.

Sellisteks kontrollmomentideks võivad olla järgmised kronoloogilises järjekorras toodud ülesande lahendamise etapid.

1. 2. arvutatud asukoha arvestus 1. asukoha, kursi ja sõidu järgi — nõuab ainult tähelepanu. Selle tehte juures sageli tehakse järgmine viga: võtnud kursi leheküljel all (T. K. mistahes veerandis $> 45^0$) tab. 34. vaadatakse L. V. ja Kaug. leheküljel ülalt; peab alati meeles pidama, et kui T. K. $< 45^0$, siis L. V. $>$ Kaug. — see kaalutlus võib osutuda ka mõningaks arvestuse õigsuse kontrolliks. Tuleb samuti meeles pidada, et P. V. on alati $>$ Kaug. (sest P. V. $=$ Kaug. $\cdot \sec \varphi$).

2. Lugemite töötlemine — pidades silmas, et tavalisesti $ci + s$ on väike ja tab. 9 ja 11 õiendid samuti ei ole suured, — peab tõeline kõrgus vähe erinema lugemist.

Selle kontrolliga tagatakse mõningal määral aritmeetiliste tehete õigsus lugemite töötlemisel.

3. Momentide töötlemine — võib omada mitu kontrolletappi.

a) Peale momendi parandamist kellaõiendiga tuleb kohe kontrollida, kas saadakse resultaadis tõeliselt $T_{Gr.}$, mille ligikaudne väärtus arvestatakse vaatluste ligikaudse kohaliku aja ja pikkuse järgi:

$$T_{Gr.} = (m + u_k) = T_k \pm \lambda_0{}^w = T_l \pm \text{vöötme nr.}_0{}^w.$$

Nimelt selles küsimuses, kas on vaja või ei ole ($m + u_k$) liita või lahutada 12^h ja saadava $T_{Gr.}$ kuupäevas suur arv õpilasi teeb vigu.

Seejuures aga viga $T_{Gr.}$ arvestuses tekitab vea δ ja E (kui ülesanne lahendatakse Päikese järgi) või R (kui ülesanne lahendatakse tähe järgi) valikus ja edasise vea taevakeha tunninurga lõpparvestuses.

b) Kui ülesanne lahendatakse Päikese järgi, siis saanud tema tunninurgad, tuleb neid tingimata kontrollida.

Saadud W-tunninurk, liidetud 12^h-ga või O-tunninurk, lahutatud 12^h-st, peavad ligikaudu võrduma ülesandes antud vaatluste kohaliku ajaga.

Märkus. Kui ülesanne lahendatakse tähtede järgi, siis see viimane kontrollmoment puudub.

4. Tähtede jaoks R, δ ja α ning Päikese jaoks δ ja E valik — õieti kontrolli ei oma. Valiku õigsus on tingitud töötaja tähelepanust. Kuid Päikese jaoks δ suurust — ligikaudu, nimetust aga — tingimata, võib arvestada ka ilma almanahhita, samuti ka R-i suurust. Siin me peame silmas töötajate tählepanematust, mis väljendub selles, et koordinaate valitakse mitte vajaliku kuu peale.

5. Suurust $h_{obs} - h_{arv}$ loetakse tavalisesti kindlaimaks ja isegi ainsaks kontrollmomendiks. Kuid tuleb meeles pidada, et suurus ($h_{obs} - h_{arv}$) iseloomustab arvutatud asukoha täpsust ja tunduva vea puhul arvutamises — mis ka tegelikult võib esineda vaatluste pikemaajalisel puudumisel — ka suurus ($h_{obs} - h_{arv}$) võib olla kaunis tunduv. Seepärast ülesande lahendamise õigsuse kontrolli ($h_{obs} - h_{arv}$) suuruse järgi ei saa mingil juhul lugeda a l a t i absoluutseks ja kindlaks kontrolliks. Õpilane peab harjuma oma arvutamisi usaldama. Väga võimalikud on juhud, kus õppetöö käigus ülesanne koostatakse nimelt nõnda, et saada ($h_{obs} - h_{arv}$) tunduvat suurust, mis võib aset leida ka praktikas.

6. Asimuut A — asimuudi arvutamise õigsuse kontrolliks võib olla ka ligikaudne tema suuruse ja nimetuse teadmine arvutamiseta; kuid ülesande lahendamisel klassi olukorras see kontroll on teostatav harvadel juhtudel — kui δ ja φ on isenimelised, või kuigi ühenimelised, kuid $\delta > \varphi$ —, kus asimuudi nimetuse saab anda kohe; tema suurus aga on vaevalt kontrollitav isegi neil juhtudel.

Kuid laeva oludes kontroll on võimalik, tarvitseb ainult taevakeha kõrguse mõõtmisel sumneri ülesande jaoks silma järgi mää-

rata ta peilung, orienteerudes selle tõelise kursi järgi, millega laev sõidab ja mis on muidugi vaatlejale teada.

Selleks, et omada võimalust veel kindlamini kontrollida asimuudi arvutamist, võib soovitada kohe peale taevakeha vaatlusi võtta tema peilung kompassi järgi (kuni 1—2°), arvestada T. P. ning sellega võrrelda arvutatud asimuuti.

7. **Joonistamine** (kaardile või ruudulisele paberile) kontrollmomente ei oma; nõutakse vaid hoolikat, korralikku sooritamist nii asimuudi suuna (h_{obs} — h_{arv} märgi järgi) kui ka observeeritud punkti L. V. ja P. V. suuruse arvestuse, peamiselt aga nimetuse suhtes arvatava punktiga.

Sumneri ülesande erilise tegeliku tähtsuse tõttu me toome alamal rea kontrollküsimusi. Omandanud sumneri meetodi, õpilane peab täiesti iseseisvalt vastama kõigile neile küsimustele. Õpilane peab oma vastuseid kontrollima ning nende õigsus, nagu meile näib, võib tagada õpilase selget ettekujutust sumneri meetodist, nii tervikuna kui ka üksikasjus.

Võttes arvesse, et meetod puudutab peaaegu kogu astronoomia kursust, puudutavad kontrollküsimused mitte ainult meetodi enda olemust, vaid ka kõiki küsimusi, mis nii või teisiti on seoses selle ülesande lahendamisega.

1. Milles seisneb Sumneri laeva asukoha määramise idee?
2. Mis on samakõrgusring ja kuidas ta joonistatakse gloobusel? Kuidas kanda gloobusele tema keskpunkt ja millise raadiusega joonistada?
3. Kuidas määratakse sumneri meetodi observeeritud asukoht?
4. Milles seisneb St.-Hilare'i võtte idee sumneri joonte märkimisel merkaatori kaardile?
5. Kas on vaja St.-Hilaire'i võtte teostamiseks kanda keskpunkte ja joonistada samakõrgusringe?
6. Missuguse Päikese ääre kõrgust tavalisesti merel mõõdetakse ja mispärast?
7. Mitu kõrgust mõõdetakse järgemööda (Päikese või tähe järgi) sumneri joone jaoks?
8. Kuidas määratakse *ci* Päikese, tähe järgi?
9. Mis osutub Päikese järgi määratava *ci* lugemite kontrolliks?
10. Milline sekstandiviga ja kuidas avastatakse *ci* määramisel ja kuidas teda parandatakse?
11. Kuidas arvutatakse Päikese, tähe järgi määratavat indeksiviga?

12. Missuguseid koostisosi (komponente) sisaldavad tab. 9, 10 ja 11 antud õiendid?

13. Mispärast tab. 9 on vaja veel täiendavat õiendit?

14. Missuguse ajavahemiku järel tuleb vaadelda Päikese kõrgusi I ja II sumneri jooneks ja mispärast ei ole hea liiga suur ega liiga väike ajavahemik vaatluste vahel?

15. Missuguse valemi järgi arvutatakse Päikese ja tähe kohalik tunninurk?

16. Milleks märgitakse momendid kõrguste mõõtmisel sumneri meetodi jaoks?

17. Mis on kellaõiend ja kust ta võetakse?

18. Kuidas kontrollida, kas ei tule $(m + u_k)$ liita või lahutada 12^h, ja saadava Greenwichi keskmise aja kuupäeva?

19. Missugune kõrgus arvutatakse valemi sin h järgi?

20. Mida tähendab, kui $h_{obs} - h_{arv} > 0$, $h_{obs} - h_{arv} < 0$, $h_{obs} - h_{arv} = 0$?

21. Kuidas joonistatakse asimuut negatiivse $h_{obs} - h_{arv}$ puhul?

22. Kuidas joonistatakse sumneri joon, kui $h_{obs} - h_{arv} = 0$?

23. Kuidas määratakse joonisel observeeritud koht?

24. Kuidas võtta φ_{obs} nurkmastaabi puhul ja ilma selleta?

25. Kuidas arvestada observeeritud asukoha P. V. arvatava suhtes nurkmastaabi puhul ja ilma selleta?

26. Kuidas teha joonis valgel paberil?

27. Milliseid tähti (kuidas asetatud) tuleb valida sumneri ülesandeks ja mispärast?

28. Mispärast sumneri meetodi jaoks ei tule mõõta kõrgusi üle 50^0—60^0 ja mispärast üldse kunagi ei tule mõõta taevakehade kõrgusi alla 8^0—10^0?

29. Millega asendatakse sumneri joon, kui taevakeha vaadeldi meridiaanil või tema läheduses ja mõõdetud kõrguste järgi arvutati observeeritud laius?

30. Millega asendatakse samal juhul $h_{obs} - h_{arv}$ ja milline on selle taevakeha asimuut?

31. Millega, peale arvestuse tab. 34 ja 35, s. o. kursi ja sõidu järgi võib asendada 2. arvutatud asukoha arvestusi talvise töö olukorras, ja praktiliselt, laevas?

32. Missuguse lihtsa arvutamisega võib asendada L. V. ja Kaug. ja siis P. V. arvestust, kasutamata tab. 34 ja 35 ning omades käepärast vaid tavalisi logaritmide tabeleid?

§ 102. TAEVAKEHADE MÕÕDETUD KÕRGUSTE TAANDAMISEST ÜHELE SENIIDILE.

Laeva asukoha määramise küsimuse vaatlemisel sumneri meetodi järgi öösel tähtede või päeval Päikese ja Kuu üheaegselt võetud kõrguste abil, me sugugi ei arvestanud seda asjaolu, et 1. ja 2. taevakeha vaatluse ajavahemikul laeva arvutatud asukoht Maakera pinnal võib muutuda (laev on käigul), järelikult muutub ka arvutatud asukoha seniidi asend sfääril (Z_{arv}); sumneri meetod aga oma olemuselt nõuab, et mõlema taevakeha kõrgused oleksid võetud ühel ja samal momendil, s. o. et mõlema taevakeha kõrgused oleksid taandatud ühele ja samale seniidile. Kui laev seisab paigal, siis tema seniidi asend on muutumatu ja ükskõik milline ajavahemik ka ei eraldaks ühe tähe kõrguste mõõtmist teisest, mõlema tähe kõrgused on taandatud samale seniidile ja observeeritud asukoht saadakse õigesti.

Kui aga laev on käigul ja vaatleja seniit muudab oma asendit, siis selle tõttu, sõltumata sfääri ööpäevasest liikumisest, muutuvad kõikide taevakehade kõrgused ja on selge, et kui 1. tähe kõrgust mõõta sellest asukohast Maakeral, kus laev on 2. tähe kõrguse mõõtmise momendil, siis kõrgus saadakse mõnevõrra erinev tõeliselt mõõdetud kõrgusest.

Siit järgneb vajadus, kas veidi parandada 1. tähe kõrgust, et taandada teda 2. seniidile, või vastupidi — parandada 2. tähe kõrgust tema taandamiseks 1. seniidile. Tavalisesti kõrgused taandatakse sellele seniidile, millel on märgitud logi ja aeg laevakella järgi.

Oletame (joon. 139), et 1. taevakeha vaatlemisel seniit oli punktis Z_1 ja tähe C seniitkaugus oli Z_1C; olgu laevakurss NO-veerandis ja mõne aja pärast seniit asetugu punkti Z_2. Ilmselt kaar $Z_1Z_2 = s$, väljendatult kaare minutites, võrdub laeva läbisõidetud kaugusega miilides (1 miil = kaare 1′). Punkti Z_2 jaoks sama taevakeha seniitkaugus on Z_2C. Kui läbi punkti Z_2 tõmmata kaar Z_2D risti Z_1C_1-ga, siis lõik Z_1D näitabki, kui palju muutus selle taevakeha seniitkaugus.

Lugedes $\triangle Z_1Z_2D_2$ tema väiksuse tõttu tasapindseks ja märkinud laevakursiga võrdse nurga $P_NZ_1Z_2$ — K-ga, saame

$$Z_1D = \Delta z = -s \cdot \cos (A - K).$$

Märgi miinus võtame seepärast, et seniitkaugus väheneb.

Kuna

$$\Delta z = -\Delta h,$$

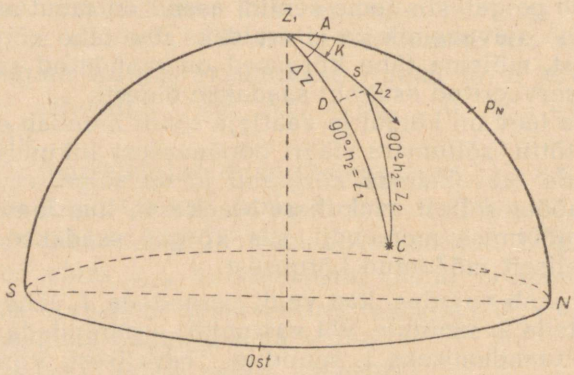
siis

$$\Delta h = + s \cdot \cos (A - K). \qquad (1)$$

Selle valemi järgi sooritataksegi kõrguste taandamine ühele seniidile.

Suurus s arvutatakse kergesti kiiruse ja vaatluste vahe ajavahemiku järgi, ja $s = v \cdot (m_2 - m_1)$; A on asimuut, mis selles valemis nagu kursski tuleb arvata ringilise jaotuse järgi, s. o. 0^0 kuni 360^0.

Joonisest ei ole raske näha, et suurus $(A - K)$ valemis (1) ei ole midagi muud kui kursinurk sellele taevakehale, ainult arvatud ringilise jaotuse järgi 0^0 kuni 360^0.



Joon. 139.

Kui $(A - K) > 90^0$, kuid $< 270^0$, siis Δh on negatiivne, mis lubab teha järgmise kokkuvõtte:

1. Kui kõrgus taandatakse järgnevale seniidile, siis kõrguse õiend on positiivne laeva liikumisel taevakeha poole, ja negatiivne — liikumisel taevakeha poolt.

2. Kui kõrgus taandatakse eelnevale seniidile, siis vastupidi: õiend on negatiivne liikumisel taevakeha poole ja positiivne — liikumisel taevakeha poolt.

Ilmselt saavutab see õiend suurima tähenduse siis, kui taevakeha asetseb laeva vööri või ahtri suunas; õiend muutub nulliks, kui taevakeha on traaversis.

Oeldust järgneb, et kui laeva kiirus on väike ja vaatlused on tehtud kiiresti teineteise järele, siis ka õiend on vaevaltmär-

gatav. Laeva suure kiiruse ja pikaldaste vaatluste korral see õiend võib saavutada tunduvat suurust ja teda tuleb arvesse võtta.

Näit. $v = 15$ sõlme ja $(m_2 - m_1) = 10^m$ korral suurim õiend taevakeha vaatlusel vööri või ahtri suunas küünib tunduva suuruseni $2',5$.

Õiendit võib arvutada kas tab. 34 järgi, minnes sinna suurusega s kui sõiduga ja $(A - K)$ kui kursiga, siis L. V. kujutab otsitavat Δh; kuid peaaegu lihtsam ja kergem on teda arvutada vahetult, võttes Meretabelite tab. 5. cos $(A - K)$ loomuliku väärtuse kahe kümnendkohaga, või kasutada alamaltoodud tabeleid.

Sumneri ülesandele kohaldamisel on selle õiendiga sobivam parandada mitte h_{obs}, vaid $(h_{obs} - h_{arv})$, sest et h_{obs} viga avaldub täielikult ja samale poole ka vahes $(h_{obs} - h_{arv})$.

Kõikide vajalike arvestuste kergendamiseks me toome tabelid 18 ja 19:

1. Tabel 18 — läbisõidetud kaugused s mitmesuguste kiirustega (8 kuni 30 sõlmeni) mitmesugustel ajavahemikkudel (1^m kuni 30^m).

2. Tabel 19 — $s \cdot \cos (A - K)$ õiendid mitmesugusteks s 1-st kuni 15 miilini ja $(A - K)$ mitmesuguste tähendustega.

Näide 1. Oletame, et lahendades sumneri ülesannet kahe tähe järgi tavalises korras, meil oli:

$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -4',1$ ja $A_1 = \text{SO } 47^0$; $(h_{obs} - h_{arv})_2 = -3',0$ ja $A_2 = \text{SW } 40^0$, sellejuures

$$\text{T. K.} = 165^0; \quad v = 10 \text{ sõlme ja } m_2 - m_1 = 7^m\,50^s = 7^m,8.$$

Logi näit ja T_l märgiti teistel vaatlustel; vaatlused taandame järgnevale seniidile.

1) $v = 10$ sõlme, $m_2 - m_1 = 7^m,8$ } . . . . tab. 1 . . . . $s = 1,3$ miili.
2) $A_1 - K = 133^0 - 165^0 = 328^0$
3) $s = 1,3$ miili, $A - K = 328^0$ } . . . . tab. 2 . . . . taand. $\Delta h = 0',8$.

Kuna kõrgused taandatakse järgnevale momendile ja argument $(A - K)$ — vasemalt, siis taandamismärk on + (pluss).

Siis peale taandamist saab

$$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -4',1 + 0',8 = -3',3$$

ja joonistuse teeme andmete järgi

$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -3',3$ ja $A_1 = \text{SO } 47^0$ $(h_{obs} - h_{arv})_2 = -3',0$ ja $A_2 = \text{SW } 40^0$.

Tabel 18.

Läbisõidetud kaugused miilides (s) aja (m_2—m_1) ja kiiruse (v) järgi.

$v_{sõlm.}$ / m_2-m_1	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	$v_{sõlm.}$ / m_2-m_1
min.													min.
1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	1
2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	2
3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	3
4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,9	2,0	4
5	0,7	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5	1,7	1,8	2,0	2,2	2,3	2,5	**5**
6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	6
7	0,9	1,2	1,4	1,6	1,9	2,1	2,3	2,6	2,8	3,0	3,3	3.5	7
8	1,1	1,3	1,6	1,9	2,1	2,4	2,7	2,9	3,2	3,5	3,7	4,0	8
9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	9
10	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	4,3	4,7	5,0	**10**
11	1,5	1,8	2,2	2,6	2,9	3,3	3,7	4,0	4,4	4,8	5,1	5,5	11
12	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	12
13	1,7	2,2	2,6	3,0	3,5	3,9	4,3	4,8	5,2	5,6	6,1	6,5	13
14	1,9	2,3	2,8	3,3	3,7	4,2	4,7	5,1	5,6	6,1	6,5	7,0	14
15	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	**15**
16	2,1	2,7	3,2	3,7	4,3	4,8	5,3	5,9	6,4	6,9	7,5	8,0	16
17	2,3	2,8	3,4	4,0	4,5	5,1	5,7	6,2	6,8	7,4	7,9	8,5	17
18	2,4	3.0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	6,6	7,2	7,8	8,4	9,0	18
19	2,5	3,2	3,8	4,4	5,1	5,7	6,3	7,0	7,6	8,2	8,9	9,5	19
20	2,7	3,3	4,0	4,7	5,3	6,0	6,7	7,3	8,0	8,7	9,3	10,0	**20**
21	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7,0	7,7	8,4	9,1	9,8	10,5	21
22	2.9	3,7	4,4	5,1	5,9	6,6	7,3	8,1	8,8	9,5	10,3	11,0	22
23	3,1	3,8	4,6	5,4	6,1	6,9	7,7	8,4	9,2	10,0	10,7	11,5	23
24	3,2	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	8,0	8,8	9,6	10,4	11,2	12,0	24
25	3.3	4,2	5,0	5,8	6,7	7,5	8,3	9,2	10,0	10,8	11,7	12,5	**25**
26	3,5	4,3	5,2	6,1	6,9	7,8	8,7	9,5	10,4	11,3	12,1	13,0	26
27	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	9,9	10,8	11,7	12,6	13,5	27
28	3,7	4,7	5,6	6,5	7,5	8,4	9,3	10,3	11,2	12,1	13,1	14,0	28
29	3,9	4,8	5,8	6,8	7,7	8,7	9,7	10,6	11,6	12,6	13,5	14,5	29
30	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	**30**

Tabel 19.

Taandamine: $\Delta h = s \cdot \cos (A - K)$.

$A-K$ \ s		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	s / $A-K$	
360°	0°	1,′0	2,′0	3,′0	4,′0	5,0	6,′0	7,′0	8,′0	9,′0	10,′0	11,′0	12,′0	13,′0	14,′0	15,′0	180°	180°
350	10	1,0	2,0	3,0	3,9	4,9	5,9	6,9	7,9	8,9	9,8	10,8	11,8	12,8	13,8	14,8	170	190
340	20	0,9	1,9	2,8	3,8	4,7	5,6	6,6	7,5	8,5	9,4	10,3	11,3	12,2	13,2	14,1	160	200
330	30	0,9	1,7	2,6	3,5	4,3	5,2	6,1	6,9	7,8	8,7	9,5	10,4	11,3	12,1	13,0	150	210
320	40	0,8	1,5	2,3	3,1	3,8	4,6	5,4	6,1	6,9	7,7	8,4	9,2	10,0	10,7	11,5	140	220
315	45	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2	5,0	5,7	6,4	7,1	7,8	8,5	9,2	9,9	10,6	135	225
310	50	0,6	1,3	1,9	2,6	3,2	3,9	4,5	5,1	5,8	6,4	7,1	7,7	8,4	9,0	9,6	130	230
305	55	0,6	1,2	1,7	2,3	2,9	3,4	4,0	4,6	5,2	5,7	6,3	6,9	7,5	8,0	8,6	125	235
300	60	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	120	240
295	65	0,4	0,8	1,3	1,7	2,1	2,5	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,1	5,5	5,9	6,3	115	245
290	70	0,3	0,7	1,0	1,4	1,7	2,0	2,4	2,7	3,1	3,4	3,8	4,1	4,4	4,8	5,1	110	250
285	75	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	1,8	2,1	2,3	2,6	2,8	3,1	3,4	3,6	3,9	105	255
280	80	0,2	0,4	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7	1,9	2,1	2,3	2,4	2,6	100	260
278	82	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,7	1,8	2,0	2,1	98	262
276	84	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	96	264
274	86	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	94	266
272	88	0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	92	268
270	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	270

Näide 2. $(h_{obs} - h_{arv}) = -6',7$ ja $A_1 = \text{NW } 44^0$; $(h_{obs} - h_{arv})_2 = +0',6$ ja $A_2 = \text{SW } 57^0$; T. K. $= 297^0$, $v = 14$ sõlme; $m_2 - m_1 = 11^m,2$. Logi ja T^1 märgiti esimestel vaatlustel. Vastus: taandatud andmeteks joonistamisel on:

$$(h_{obs} - h_{arv})_1 = -6',7 \quad \text{ja} \quad A_1 = \text{NW } 44^0$$
$$(h_{obs} - h_{arv})_2 = -0',7 \quad \text{ja} \quad A_2 = \text{SW } 57^0.$$

Joonistusel saadud asukoht kuulub esimeste vaatluste momendile.

Märkusi. 1. Asimuut A ja tõeline kurss K — võtta ringilise jaotuse järgi, 0^0 kuni 360^0.

2. Kui kõrgus taandatakse järgnevale seniidile, siis
a) argumendiga $(A - K)$ vasemalt on õiendi märk + (pluss);
b) „ $(A - K)$ paremalt „ „ „ — (miinus).

3. Kui kõrgus taandatakse eelnevale seniidile, siis õiendite märgid on vastupidised p. 2. märgituile.

Kahtlemata seniidi nihke tõttu muutub mitte ainult kõrgus, vaid ka asimuut. Kuid et kaardile või ruudulisele paberile joonistamiseks on küllaldane võtta asimuut täpsusega kuni $0^0,1$ (sellise täpsusega saab nurka joonistada vaid väga hea malliga ja eriti hoolika tööga), siis tema muutumised $0^0,1$ võrra ei avalda mingisugust mõju määratava asukoha täpsusele. Uurimused näitaksid, et vaadeldes taevakeha asimuudi kiire muutumise tingimustes seniidi nihke tõttu, ja nimelt: $\varphi = 60^0$ N, $\delta = 45^0$ N, $A = 100^0$, kursil 40^0 ja 8 miiliga võrdse läbisõidetud kaugusega s_1, saadakse ΔA võrdne $7'$, s. o. $0^0,1$.

Sellepärast praktikas piirdutakse alati kõrguse taandamisega ainult ühele seniidile.

§ 103. KOLME TÄHE VAATLUSEST.

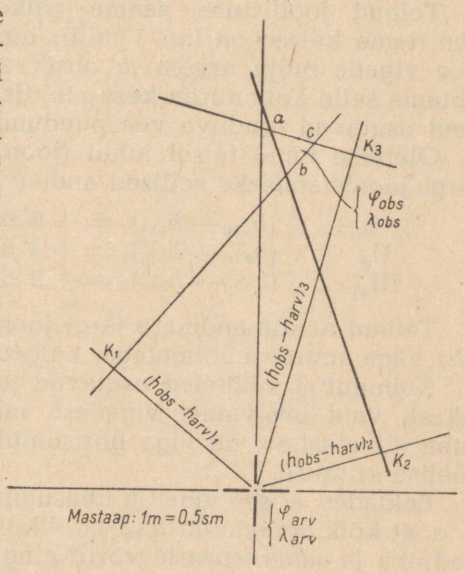
Kui laeva asukoht määratakse navigatsioonilise meetodiga kahe peilungi järgi, siis teatavasti saadava asukoha õigsus sõltub peilungite õiendamisel võetud kompassi üldõiendi õigsusest; kui see õiend evib mingisugust viga, siis ka observeeritud asukoht on samuti väär. Seda viga kompassi õiendis mitte teades, me peame vaatlusi sooritama nii, et viga vähimal määral mõjuks saadava asukoha õigsusele, ning navigatsioon õpetab, et sellel eesmärgil tuleb valida laevale lähedased majakad ja seejuures nõnda, et nurk peilungite vahel oleks 90^0 ligidal.

Kui me aga võtsime kolme majaka peilungid, siis meil on võimalus (saadud veakolmnurga suuruse järgi) mitte ainult otsustada mingisuguse püsiva vea olemasolu üle, vaid määrata ka selle vea suurus, ja mis kõige väärtuslikum — saada õige asukoht.

Täpselt samasugust pilti me näeme astronoomias asukoha määramisel sumneri meetodi järgi: määrates asukohta kahe taevakeha järgi ja saades sumneri joonte lõikepunktis observeeritud asukoha, me ei saa otsustada, kas need elemendid, millede järgi need jooned tõmmatakse, evivad mingisuguseid püsivaid vigu või mitte; ja samuti kui navigatsioonis, me võime kasutada ainult ettevaatusvahendeid, et need püsivad vead, kui nad on olemas, mõjuksid vähimal määral saadava asukoha õigsusele, milleks asimuutide vahe peab olema 90° ligidal.

Kui me aga vaatleme mitte kahte, vaid kolme tähte (mis muidugi on võilik ainult öösel), siis samuti kui navigatsiooniski, oma-me võimalust otsustada mitte ainult selle üle, kas meie kõrgused on õiged ja millisel määral nad kõik on väärad, vaid võime saada ka õigema koha.

Nagu navigatsioonis viga saadud asukohas tekib peaaegu alati ebaõigest kompassi üldõiendist (d ja δ), nii ka astronoomias analoogiline viga tekib võetud kõrguse väärast õiendamisest, s. o. taevakeha ebaõigest tõelisest kõrgusest — suurema püsiva vea teisi allikaid ei ole olemas. Seejuures, nagu me juba varemalt mainisime, olulisem viga võib sisalduda horisondikallakus (depressioonis), mille tõeline suurus vaatluste momendil võib tugevasti erineda keskmisest suurusest, mis on võetud aluseks kõrguste õiendamise tabelite koostamisel.



Joon. 140.

Kui me vaatleme kolme taevakeha ja joonistame kolm sumneri joont, siis saadav veakolmnurk oma mõõtmetega osutab meile selle vea olemasolule: kui ta on väike, siis arvatavasti ta tekkis väikestest juhuslikest vigadest, suuri püsivaid vigu ei ole ja asukoha võtame selle kolmnurga keskpunktis; kui ta on suur — siis on püsiv viga tõenäolisemalt horisondikallakus.

Seejuures on mõistetav, et kolme tähe vaatluse puhul selleks, et sumneri jooned lõikuksid sobiva nurga all, tuleb valida tähed, millede asimuutide vahed on lähedased 60° või 120°.

Oletame (joon. 140), et mingi kolme tähe vaatluse tulemusena ja peale kõrguste taandamist ühele seniidile saime sellised andmed joonistamiseks:

$$\begin{aligned} &I_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_1 = +5',0, \text{ ja } A_1 = \text{NW } 50^0, \\ &II_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_2 = -3',4, \text{ „ } A_2 = \text{SW } 70^0, \\ &III_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_3 = +9',4, \text{ „ } A_3 = \text{NO } 15^0. \end{aligned}$$

Teinud joonistuse, saame väikesemõõdulise veakolmnurga *abc* (tema küljed on ligi 1 miil); tema tekkimise paneme juhuslike vigade mõju arvele ja observeeritud asukoha (φ_{obs} ja λ_{obs}) võtame selle kolmnurga keskpunktis. Kolmnurga väikesed mõõtmed osutavad tunduva vea puudumisele kõrgustes.

Oletame nüüd teisel juhul (joon. 141), et saime kolme tähe järgi joonistamiseks sellised andmed:

$$\begin{aligned} &I_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_1 = +6',0, \text{ ja } A_1 = \text{SO } 27^0,5 \\ &II_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_2 = +4',0, \text{ „ } A_2 = \text{SW } 30^0 \\ &III_* \ldots (h_{obs} - h_{arv})_3 = +2',5, \text{ „ } A_3 = \text{NW } 84^0,5. \end{aligned}$$

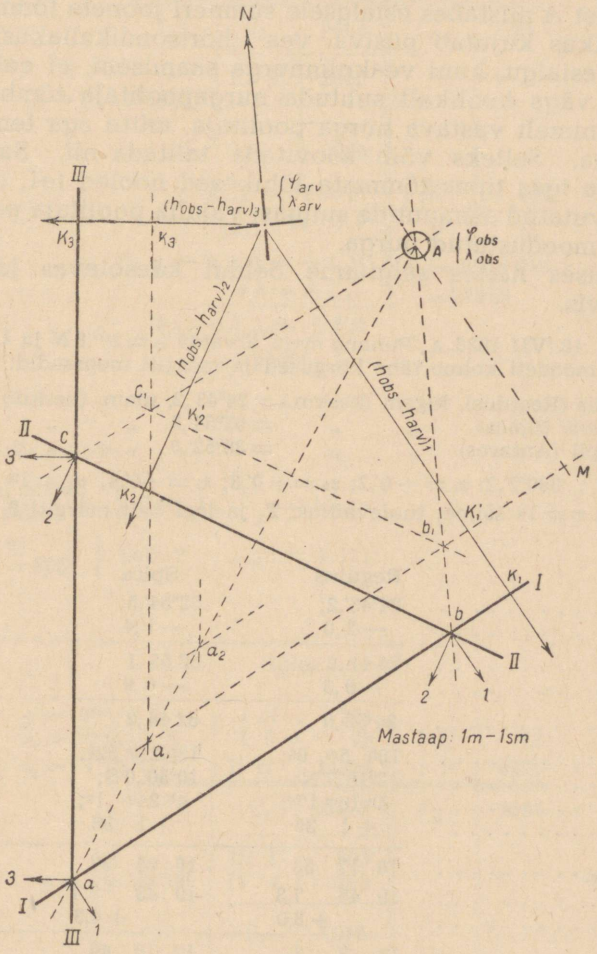
Teinud nende andmete järgi joonistuse, saame veakolmnurga *abc* väga suurte mõõtmetega, külgedega ligi 5—6 miili.

Kolmnurga mõõtmed osutavad tema tekkimisele mitte juhuslikest, vaid püsivatest vigadest, milledest põhiliseks nagu me juba nimetasime, on viga horisondikallakus, mis annab ebaõige tõelise kõrguse.

Eeldades, et see viga on ühesugune horisondi kõikides osades, s. o. et kõik arvestatud h_{obs}, järelikult aga ka $(h_{obs} - h_{arv})$ on väärad ühe ja sama suuruse võrra ning ühele ja samale poole, vaatame esialgu I ja III sumneri joont. Vähendame $(h_{obs} - h_{arv})_1$ ja $(h_{obs} - h_{arv})_3$ vabalt ühesuguse suuruse võrra (võib ka suurendada), saame uued määravpunktid k_1' ja k_3', uued sumneri jooned ja nende uue lõikepunkti a_1; kui me muudaksime vahed $(h_{obs} - h_{arv})$ selle kahe joone jaoks mõninga teise suuruse võrra, saaksime punkti a_2, kusjuures geomeetriliselt on kerge näidata, et need kolm punkti a, a_1 ja a_2 asetsevad ühel sirgjoonel — nurga k_2ak_1 (või IaIII) poolitajal. Siit järgneb, et õige observeeritud asukoht on tingimata sellel nurgapoolitajal. Seda nurgapoolitajat võib õigusega nimetada „tõeliseks asetusjooneks" (T. A. J.).

Teinud samasuguse joonistuse ja korranud samu arutlusi sumneri joonte teise paari (I ja II) suhtes, saame punkti b_1, ja laeva

õige asukoht peab olema jällegi joonel bb_1 — nurga k_1bk_2 poolitajal, mis samuti osutub teiseks tõeliseks asetusjooneks (T. A. J.). Järelikult lõplikult õige observeeritud asukoht peab olema



Joon. 141.

mõlema T. A. J. lõikepunktis, s. o. punktis *A*. II ja III sumneri joone vahelise nurga, s. o. nurga k_2ck_3 poolitaja tõenäoliselt peab samuti läbima punkti *A*.

Selliselt kolme vaatluse puhul, mis annavad suure veakolmnurga, tuleb tõmmata nurgapoolitajad sumneri joonte kahe paari vahele, ja nende poolitajate ristumispunkt kujutab laeva õiget asukohta.

Punktist *A* mistahes esialgsele sumneri joonele tõmmatud ristjoone pikkus kujutab püsiva vea (horisondikallakus) suurust, mida me esialgu, kuni veakolmnurga saamiseni, ei eeldanud.

Tuleb väga hoolikalt suhtuda nurgapoolitaja tõmbamisse, et tõmmata nimelt vastava nurga poolitaja, mitte aga tema kõrvalnurga oma. Selleks võib soovitada talitada nii. Saadud veakolmnurga igas tipus tõmmata lühikesed nooled (*a*1, *a*3; *b*1, *b*2; *c*2, *c*3) arvutatud asimuutide suunas; vajalik poolitaja peab läbima nooltega moodustatud nurga.

Järgmises näites selgitame öeldut käesolevas ja eelmises paragrahvis.

Näide. 18./VII 1936. a., Punane meri, arvatav $\varphi = 20^0,8$ N ja $\lambda = 38^0 40'$ Ost, $T_1 = 20^h,2$, mõõdeti kolme tähe kõrgused ja märgiti momendid:

α Leonis (Regulus), lugem (keskm.) $= 24^0 43',2$, mom. (keskm) $= 4^h\ 16^m\ 17^s$
α Virginis (Spica) „ „ $= 52^0 54',5$ „ „ $= 24^m\ 1^s$
α Scorpii (Antares) „ „ $= 38^0 52',0$ „ „ $= 34^m\ 38^s$

ci lug. ... $360^0 2',2$; $s_1 = +0',2$; $s_2 = +0',8$; $s_3 = +0',4$; $u_k = 1^m\ 36^s$; $a = 40$ j.; T. K. 330^0; $v = 14$ sõlme; tuulevaikus. T_1 ja logi näit märgiti 2. tähe (Spica) vaatlusel.

	Regulus	Spica	Antares
1) l	$24^0 43',2$;	$52^0 54',5$;	$38^0 52',0$
$ci + s$	$-2,0$	$-1,4$	$-1,8$
h_*	24 41 ,2	52 53 ,1	38 50 ,8
Tab. 11	$-8,3$	$-6,9$	$-7,4$
h_*	24 32 ,9	52 46 ,2	38 42 ,8.
2) α_*	$10^h\ 5^m\ 0^s$;	$13^h\ 21^m\ 52^s$;	$16^h\ 25^m\ 33^s$
δ_*	$12^0 16',7$ N;	$10^0 50',0$ S;	$26^0 17',7$ S
3) m	$4^h\ 16^m\ 17^s$;	$4^h\ 24^m\ 1^s$;	$4^h\ 34^m\ 38^s$
u_k	+1 36	+1 36	+1 36
18./VII $T_{Gr.}$	16 17 53	16 25 37	16 36 14
R 16^h	19 45 7,3	19 45 7,3	19 45 7,3
ΔR	+3,0	+4,3	+5,9
$S_{Gr.}$ +	12 3 3	12 10 49	12 21 27
λ	2 34 40	2 34 40	2 34 40
S_k	14 37 43	14 45 29	14 56 7
α_*	10 5 0	13 21 52	16 25 33
t_*	4 32 43 W	1 23 37 W	1 29 26 Ost.

Regulus

4) $\varphi = 20^0,8$ N
$\delta_1 = 12\ 16,7$ N
$t_1 = 4^h32^m43^s$

	I *A*	274		
	I *Б*	101	I *Б*	101
	II *B*	5028	I *E*	323
	C_3	5403	C_a	424
	III *Г*	2882		—
$\varphi - \delta = 7^051',3$	IV *Д*	47		
	C_2	2929		

$h_{arv} = 24^028',0$ — I *Ж* 409
$h_{obs} = 24\ 32,9$ — P 15
$(h_{obs} - h_{arv})' = +4',9$ — $A_1 = 85^0,2$ NW
$\Delta h = +1,1$ — $= 274^0,8$
$h_{obs} - h_{arv} = +6',0$
* poole

5) Märkus Z_2 juurde.

$m_2 - m_1 = 7^m,7$, $v = 14$ sõlme } Tab. 1 . . . $s = 1,8$ m.
$s = 1,8$ m, $A_1 - K = 305^0$ } Tab. 2 . . . $\Delta h = +1',1$.

Spica

6) $\varphi = 20^0,8$ N
$\delta_2 = 10^050',0$ S
$t_2 = 1^h23^m57^s$

	I *A*	274		
	I *Б*	78	I *Б*	78
	II *B*	14826	I *E*	4476
	C_3	15178	C_a	4554
	III *Г*	303		—
$\varphi - \delta = 30^058'$	IV *Д*	713		
	C_2	1016		

$h_{arv} = 52^049',5$ — I *Ж* 2188
$h_{obs} = 52\ 46,2$ — P 2366
$h_{obs} - h_{arv} = -3',3$ — $A_2 = 35^0,4$ SW
* poolt — $= 215^0,4$

7) $\varphi = 20^0,8$ N
$\delta_3 = 26^0 17',7$ S
$t_3 = 1^h 29^m 26^s$

	I *A*	274		
	I *Б*	475	I *Б*	475
	II *B*	14250	I *E*	4198
	C_3	14999	C_a	4673
	III *Г*	316		
$\varphi - \delta = 46^0 25',7$	IV *Д*	1554		
	C_2	1870		
	$h_{arv} = 38^0 45',0$		I *Ж*	1080
	$h_{obs} = 38\ 42.8$		*P*	3593
	$(h_{obs} - h_{arv}) = -2',2$		$A_3 =$	$25^0,9$ SO
	$\Delta h = +2.5$			$= 154^0,1$
	$h_{obs} - h_{arv} = +0',3$			

* poole

8) Taandamine Z_2-le.
$m_3 - m_2 = 10^m,6$, $v = 14$ sõlme } Tab. 1 . . . $s = 2,5$ m.
$s = 2,5$ m., $A_3 - K = 184^0$ } Tab. 2 . . . $\Delta h = 2',5$.

9) Joonistamine — joon. 142.

§ 104. ASUKOHA MÄÄRAMISE TÄPSUSEST SUMNERI MEETODI JÄRGI.

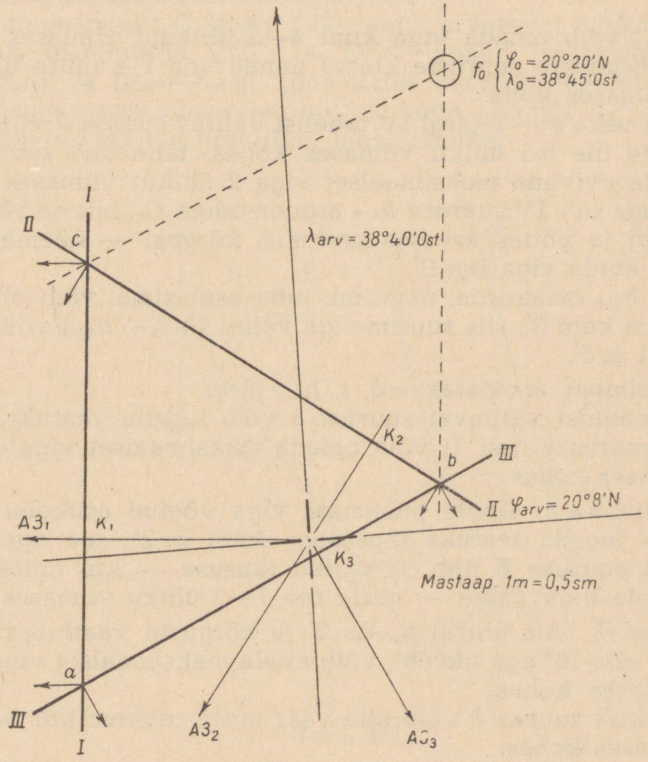
Nagu me nägime, sumneri meetodis laeva observeeritud asukoht saadakse St.-Hilaire'i võtte järgi graafilisel teel, kui kahe sirge sumneri joone lõikepunkt kaardil; seejuures mõlema sumneri joone joonistamine sooritatakse andmetel: ($h_{obs} - h_{arv}$) ja *A*.

Esialgu oletame, et 1. ja 2. vaatluse vahel laev oma asukohta ei muuda.

Vead graafiliselt määratud laeva asukohas võivad tekkida:

1. veast vahes ($h_{obs} - h_{arv}$),
2. veast joonistamiseks arvutatud asimuudis *A*,
3. sellest, et kogu joonistamine kaardil sooritatakse sirgjoontega, kuna aga suurte ja väikeste ringide (vertikaalid ja samakõrgusringid) kaared merkaatori kaardil peavad esinema kõverjoontena, mitte aga sirgetena.

Seejuures meenutame, et St.-Hilaire'i võtte põhiolu tõttu võetud arvutatud asukoha viga ei mõju saadavale observeeritud asukohale: mitmesuguste arvutatud φ ja λ puhul saadakse mitmesuguse suurusega ($h_{obs} - h_{arv}$) ja mõnevõrra erinevad asimuudid, kuid observeeritud asukoht saadakse üks ja seesama.



Joon. 142.

Esialgu vaatame, milliseid vigu võivad evida joonistamiseks kasutatavad suurused ($h_{obs} - h_{arv}$) ja A, nende arvestusel Ahmatovi tabelite järgi.

1. Suurus ($h_{obs} - h_{arv}$) arvutatakse $\varphi_{arv}\, \delta$ ja t abil.

Viga võetud arvutatud kohas, mõjudes suurusele ($h_{obs} - h_{arv}$) ei avalda mõju arvutatava h_{arv} täpsusele; sellepärast tab. 1 valitud suurust A peab lugema vääraks vea võrra, mis ei ületa tabeli interpoolimise täpsust, s. o. $\Delta A = \mp 0{,}5$ viimase koha ühikust.

Samasugune on ka samast tab. 1. deklinatsiooni järgi valitava tabeli suuruse $Б$ viga.

Vea puhul tunninurgas kuni $\mp 2^s$ (võetud pikkuse viga tähtsust ei oma), suurus B — tab. II —, kui ainult tunninurk ei ole liig lähedane 0^h, võib olla väär kuni 3—4 ühikuni viimases kohas. Tunninurkade korral üle 2^h see viga ei ületa viimase koha 3 ühikut.

Siit C_3 võib omada viga kuni 4—5 ühikuni viimases kohas, mis C_3 keskmiste suuruste korral annab vea Γ-s mitte üle 1—2 ühiku viimases kohas.

Veata vahe $\varphi - \delta$ järgi IV tabelist valitav suurus $Д$ võib evida viga mitte üle 0,5 ühiku viimases kohas, tähendab suuruse C_2 võib võtta evivana maksimaalset viga 2 ühikut viimases kohas. Valides aga tab. IV suuruse h_{arv} argumendiga C_2, mis on väär kuni 2 ühikuni, ja võttes arvesse keskmisi kõrgusi — näeme, et ka h_{arv} võib evida viga ligi $2'$.

Kuna h_{obs} omakorda, nagu me juba osutasime, võib olla väär maksimum kuni $3'$, siis suurim viga vahes $(h_{obs} - h_{arv})$ võib küündida kuni $\mp 5'$.

2. Asimuut arvutatakse δ, t, h_{arv} järgi.

Almanahhist valitavat suurust δ võib lugeda veatuks, järelikult ka suurus $Б$ (tab. I) võib omada maksimaalset viga 0,5 ühikut viimases kohas.

Tunninurka t, tähele panemata viga võetud asukoha pikkuses, võib lugeda teatuks täpsusega kuni $\mp 2^s$, see aga annab tabelitest suuruse E (tab. I) valiku täpsuse — kui mitte tunninurk ei ole liiga väike — mitte üle 1—2 ühiku viimases kohas.

Suurus $Ж$, vea korral h_{arv}-as $2'$ ja kõrguste vaatluse tingimusel mitte alla 10^0 ega üle 60^0, võib evida maksimaalset viga 4 ühikut viimases kohas.

Järelikult suurus P võib olla väär mitte rohkem kui 6—7 ühikut viimases kohas.

Sama tab. I vaatlemine osutab, et sellise vea korral P-s asimuut, kui ta ainult ei ole liiga lähedal 90^0-le, evib viga $0^0,1$ — see viga aga asimuudi joonistamisel malliga ei mõju observeeritud asukoha täpsusele, eriti väikeste vahede $(h_{obs} - h_{arv})$ korral.

Sellised on suurimad võimalikud vead: $(h_{obs} - h_{arv}) \ldots \mp 5$ ja $A \ldots \mp 0^0,2$-s keskmiste vaatlustingimuste korral; kuid sellise suure vea esinemiseks on vaja, et kõik vead, mis on tehtud nii kõrguste mõõtmisel kui ka tabelitega töötamisel, oleksid suunatud ühele ja samale ebasoodsale poole, mis tõenäosuste teooria järgi on iseenesest vähe tõenäoline. Seepärast on õigem võtta

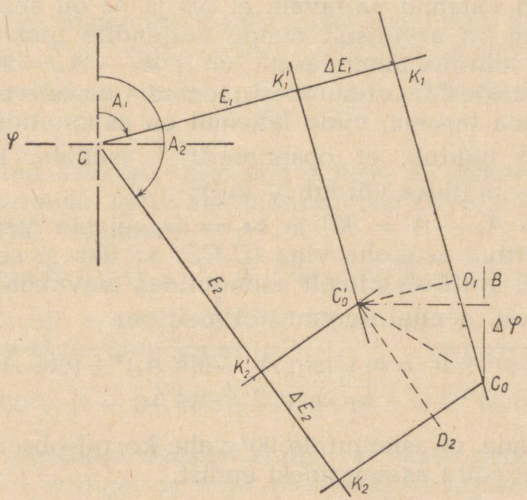
tõenäoseks veaks nendes suurustes ($h_{obs} - h_{arv}$) ja A mitte ülalosutatud väärtused, vaid väiksemad, ja nimelt:

asimuudis . . . $\Delta A = \mp 0^0,1 - 0^0,2$ (tegelikku tähtsust ei oma),

$(h_{obs} - h_{arv})$-s . . . $\Delta(h_{obs} - h_{arv}) \cong \mp 3'$.

Nüüd vaatame, millise eksituse need vead annavad graafiliselt määratud observeeritud asukohas.

Kujutagu punkt C (joon. 143) laeva arvatavat asukohta; joonistanud asimuutide CK_1' ja CK_2' jooned, märgime nendel $(h_{obs} - h_{arv})_1$ ja $(h_{obs} - h_{arv})_2$, joonistame sumneri jooned $K_1'C_0'$ ja $K_2'C_0'$ ning saame observeeritud asukoha punktis C_0' — selline on ülesande tavaline graafiline lahendamine.



Joon. 143.

Kui aga vahed $(h_{obs} - h_{arv})_1$ ja $(h_{obs} - h_{arv})_2$, lühendatult edaspidi märgitud ε_1 ja ε_2, evivad vigu $\Delta\varepsilon_1$ ja $\Delta\varepsilon_2$ (asimuudid on tegelikult veatud), siis määravpunktid K_1' ja K_2' nihkuvad mööda endi asimuute punktidesse K_1 ja K_2, ja õige observeeritud asukoht saadakse punktis C_0. Kui tõmbame läbi punkti C_0' paralleeli, läbi C_0 aga meridiaani, siis lõik C_0B kujutab viga punkti C_0' laiuses $(\Delta\varphi)$, lõik $C_0'B$ aga viga kaugenemises (σ), mis võrdub $\Delta\lambda \cos\varphi$.

Nelinurgast $C_0D_1C_0BC_0'$, projitseerides kõik küljed D_1C_0'-le, saame:

$$D_1C_0' = \Delta\varepsilon_1 = -\Delta\varphi \cdot \cos A_1 + \sigma \cdot \sin A_1.$$

Nelinurgast $C_0'D_2C_0BC_0'$, projitseerides ta küljed D_2C_0'-le, saame:

$$D_2C_0' = \Delta\varepsilon_2 = -\Delta\varphi \cdot \cos A_2 + \sigma \cdot \sin A_2.$$

Lahendades need võrrandid $\Delta\varphi$ ja σ suhtes ning leides siis viimase järgi $\Delta\lambda = \sigma \cdot \sec\varphi$, saame:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\varepsilon_2 \cdot \sin A_1 - \Delta\varepsilon_1 \cdot \sin A_2}{\sin(A_2 - A_1)}$$

ja

$$\Delta\lambda = \sigma \cdot \sec\varphi = \frac{\Delta\varepsilon_2 \cdot \cos A_1 - \Delta\varepsilon_1 \cdot \cos A_2}{\sin(A_2 - A_1)} \cdot \sec\varphi$$

Viimased valemid näitavad, et $\Delta\varphi$ ja $\Delta\lambda$ on seda väiksemad, mida suurem on arvuliselt nende väljendite nimetaja; viimane aga küünib suurima tähenduseni ($= 1$) $A_2 - A_1 = 90^0$ juures, mis analüütiliselt tõestab, et sumneri meetodis observeeritud asukoht saadakse seda täpsem, mida lähemal on asimuutide vahe 90^0-le.

Joonisest nähtub, et observeeritud asukoha kogu viga — lõik C_0C_0' — miilides võrdub $\sqrt{(\Delta\varphi)^2 + \sigma^2}$.

Oletades $A_2 - A_1 = 90^0$ ja $\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_2$, ei ole raske veenduda, et observeeritud asukoha viga (C_0C_0') on üks ja seesama, sõltumata sellest, millistes nimelt asimuutides taevakehi vaadeldi.

Tõepoolest, nendel tingimustel meil on:

$$C_0C_0' = \sqrt{(\Delta\varphi)^2 + \sigma^2} = \Delta\varepsilon\sqrt{(\sin A_1 - \sin A_2)^2 + (\cos A_1 - \cos A_2)^2} =$$
$$= \Delta\varepsilon\sqrt{2} = 1{,}4\,\Delta\varepsilon,$$

s. o. me näeme, et asimuutide 90^0 vahe korral observeeritud asukoha viga ei sõltu asimuutidest endist.

Oletades selles valemis suuruse $\Delta\varepsilon = 3'$, s. o. võrdseks vahe ($h_{obs} - h_{arv}$) tõenäose veaga, saame, et St.-Hilaire'i võtte järgi graafiliselt määratud asukoha tõenäoline viga on võrdne ligi 4 miiliga.

Sellisena peabki võtma asukoha määramise täpsust sumneri meetodi järgi mõlemate kõrguste üheaegsetel vaatlustel vahede ($h_{obs} - h_{arv}$) tühiste suuruste ja $A_2 - A_1 \cong 90^0$ korral. Vilunud vaatlejail see täpsus on veidi suurem ja küünib ligemale 2—3 miilini.

Jääb veel lühidalt osutada veale, mis tekib sellest, et asimuudid (vertikaalid) ja sumneri jooned (väikesed ringid) joonistatakse sirgjoontena, sellal kui tõeliselt need jooned merkaatori kaardil esinevad kõverjoontena.

Omamata võimalust üksikasjaliselt peatuda sellel küsimusel, mille uurimine ei kuulu meie kava raamidesse, võib ainult osutada, et määravpunkti K õige asendi saamiseks ja siis läbi selle punkti sumneri joone õigeks joonistamiseks oleks vaja märkida mitte arvutatud asimuut A, vaid mõni teine, mis erineb arvutatavast suuruse võrra:

$$A - A_0 = (h_{obs} - h_{arv}) \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin A.$$

Vaadeldes näiteks taevakeha asimuudis 45° ja olles laiuses $\varphi = 60°$, meil on:

$$A - A_0 = (h_{obs} - h_{arv}) \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}7 = 1{,}2\ (h_{obs} - h_{arv});$$

järelikult lugedes asimuudi joonistamise tegelikult teostatavaks täpsusega kuni $0°{,}5$, võib sellest veast mitte hoolida vahe $(h_{obs} - h_{arv})$ korral, mis võrdub $\frac{0°{,}5}{1{,}2} = 0°{,}41 \cong 25'$ või vähem sellest suurusest.

Observeeritud asukoha viga aga sellest, et sumneri joon ise joonistatakse sirgena, mitte aga mõnesuguse kõverjoonena, määratakse (miilides) valemiga:

$$\nu = \frac{\text{arc}1'}{2} \sqrt{\varepsilon_1^4 (\operatorname{tg} h_1 + \cos \varphi \cos A_1)^2 + \varepsilon_2^4 (\operatorname{tg} h_2 + \cos \varphi \cos A_2)^2}.$$

Näiteks $\varphi = 60°$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10'$, $h_1 = h_2 = 45°$, $A_1 = 30°$ ja $A_2 = 120°$ $(A_2 - A_1 = 90°)$, saab:

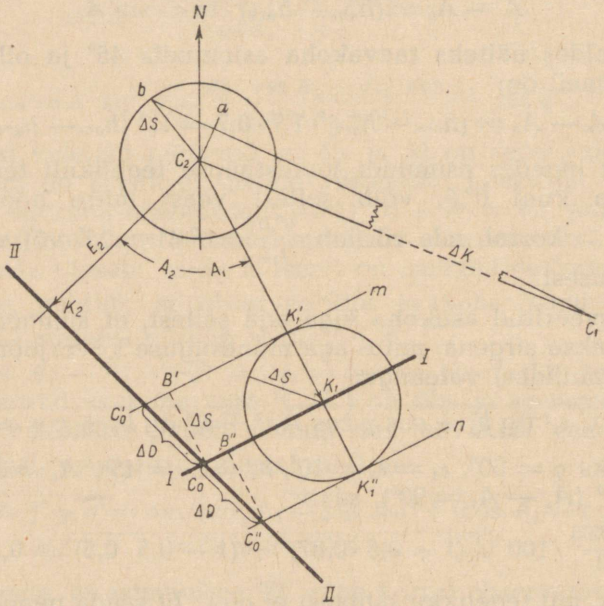
$$\nu = \frac{0{,}0003}{2} \cdot 100 \sqrt{(1 + 0{,}5 \cdot 0{,}87)^2 + (1 - 0{,}5 \cdot 0{,}5)^2} \cong 0{,}3 \text{ miili}$$

— suurus, mil tegelikku tähtsust ei ole. Et saada nende andmete korral vea $\nu = 1$ miiliga, on vaja, et ε omaks suurust ligi $45'$.

Ülalkäsiteldud küsimuses me eeldasime, et mõlema sumneri joone vaatlused sooritati üheaegselt ja et laev seisis paigal. Kui aga laevakoht määratakse käigul olles päeval Päikese järgi, siis esimesed vaatlused on eraldatud teistest mõninga ajavahemikuga, mille vältel muutub laeva arvatav asukoht vastavalt kursile ja läbisõidetud kaugusele.

Tehes kogu joonistuse teisest arvatavast asukohast, me viime seejuures üle esimese arvatava asukoha (tema asimuudiga ja tema sumneri joonega) kursi ja läbisõidetud kauguse järgi ja just kui taandame tema teiste vaatluste momendile. Kuna laeva tõeline kohamuutmine esimeste ja teiste vaatluste vaheajal erineb alati sellest kohamuutmisest, mis on arvestatud kursi ja sõidu järgi, möödapääsematute vigade tõttu kursis ja logi näitudes ja võimalikus, kuid mittearvestatavas hoovuses või triivis,

siis tuleks õigupoolest teisest arvatavast asukohast tehtud kogu I joone joonistus üle kanda rööbiti iseendale suuruse Δs — ülalosutatud põhjustest tekkiva vea võrra; II joon aga on tõmmatud õigesti, sest et A_2 ja $(h_{obs} - h_{arv})_2$ arvestuseks võeti nimelt teise arvutatud asukoha koordinaadid kaardilt või arvutatud kursi ja sõidu järgi.



Joon. 144.

Olgu (joon. 144) punkt C_1 laeva arvutatud asukoht esimeste vaatluste momendil (φ_1 ja λ_1), ja punkt C_2 (φ_2 ja λ_2) — teiste vaatluste momendil; C_1C_2 — laeva tee vaatluste vaheajal, märgitud kursi ja sõidu järgi, ja olgu Δs võetud teise asukoha viga eksimuste tõttu kursis, sõidus või hoovuses. Arvestamata neid eksimusi me teeme kogu joonistuse punktist C_2: tõmbame 1-se asimuudi joone — C_2K_1 ja I sumneri joone I — I ning 2-se asimuudi joone — C_2K_2 ja II sumneri joone II — II. Kuna II sumneri joone arvestuseks me võtsime nimelt punkti C_2 koordinaadid φ_2 ja λ_2, siis II joon on märgitud õigesti. Mis aga puutub 1. asimuuti ja I sumneri joonde, siis need tuleks märkida mitte punktist C_2, vaid mõningast teisest, mis vastab õigesti taandatud esimese asukoha 2. momendile ja asetseb ringi b sees: selletõttu joonisel paigu-

tub ümber ka määravpunkt K_1 ja I sumneri joon, jäädes siiski kogu aja paralleelseks iseendaga. Sellepärast kui punktist K_1 joonistada ring raadiusega Δs ja tõmmata sellele ringile puutujad mC_0' ja nC_0'', paralleelsed I sumneri joonega, siis need puutujad kujutavadki I sumneri joone äärmisi võimalikke asetusi vea Δs olemasolu puhul; nende puutujate lõikepunktid aga II sumneri joonega (C_0' ja C_0'') kujutavad seejuures observeeritud asukoha võimalikke äärmisi asetusi II sumneri joonel.

Normaalsel joonistamisel (kursi, sõidu või hoovuse vea arvestuseta) meie poolt tehtav observeeritud asukoha viga väljendub halvimal juhtumil lõiguga C_0C_0' või C_0C_0'' (ΔD), kusjuures kolmnurgast $C_0B'C_0'$, kus nurk C_0' võrdub $(A_2 - A_1)$, saame ka selle vea suuruse:

$$\Delta D = \Delta s \cdot \operatorname{cosec} (A_2 - A_1).$$

Nõnda näit. vea puhul kursis 1° ja logi näidus 1%, läbides logi järgi 70 miili ja omades $A_2 - A_1 = 60°$, saame võimaliku vea observeeritud asukohas

$$\Delta D = \sqrt{\left(60 \cdot \frac{1}{57{,}3}\right)^2 + \left(\frac{60}{100}\right)^2} \cdot \operatorname{cosec} 60° \cong 1{,}4 \text{ miili}.$$

Selleks, et see viga ΔD oleks väikseim, on vaja: ühest küljest, et korrutaja Δs oleks võimalikult väiksem ja kuna Δs on võrdeline ajavahemikuga vaatluste vahel, siis järelikult tuleb see ajavahemik võtta võimalikult väike; teisest küljest aga, et korrutaja cosec $(A_2 - A_1)$ oleks samuti võimalikult väike, nõuab see vaatluste vahelise ajavahemiku suurendamist kuni 5—6—7 tunnini, et Päikese asimuut muutuks 90° võrra.

Selle valemi analüüs aga näitab, et peamist tähtsust omab 1. korrutaja ja seepärast selle valemi vaatepunktist on seda parem, mida lühem on ajavahemik vaatluste vahel. Kuid seejuures kerkib veel küsimus observeeritud asukoha, kui kahe joone lõikepunkti saamise graafilisest täpsusest; graafika aga nõuab, et joonte vahel, millede lõikumine määrab punkti, nurk ei oleks alla 30°—40° (ega üle 140°—150°).

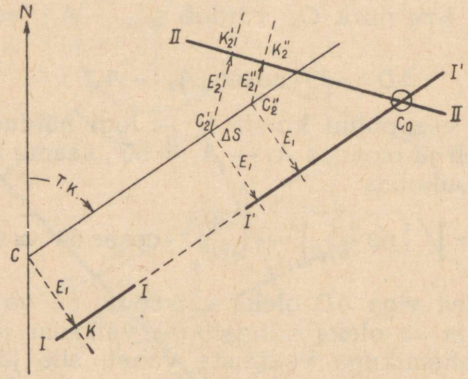
Nendel kaalutlustel määrataksegi ajavahemiku minimaalne suurus sumneri joonteks vaatluste vahel Päikese järgi: ta peab olema selline, et Päikese asimuut muutuks mitte vähem kui 30° võrra. See ajavahemik omab erilistel tingimustel erisugust suurust.

Võttes arvesse kõik varemalt öeldu sumneri meetodi täpsusest, peab tulema järeldusele, et sõidul keskmistes laiustes laeva asukoht määratakse sumneri meetodiga Päikese järgi parimal

viisil 50°—70° asimuutide vahe, s. o. 3—4 tunnise ajavahemiku korral.

Eelnevast ülevaatest nähtub, et viga arvutamise elementides, s. o. sõidus ja kursis 1. ja 2. arvutatava asukoha vahel, võib tekitada tunduva vea observeeritud asukohas. Kuid võib osutada mõningaile võtteile vea mõju vähendamiseks sõidus või kursis.

Oletame, et kompass töötab korralikult ja järelikult laeva kurss on õige, kuid logi näidud ei ole väga kindlad; sel juhtumil sumneri ülesande lahendamisel Päikese järgi võib oodata viga läbisõidetud kauguses (Δs).



Joon. 145.

Kui seejuures Päikese esimesed vaatlused tehti sellel momendil, kui ta oli traaversis, siis on ilmne, et I sumneri joon asetub rööbiti kursijoonega (joon. 145) ja, kantud üle 2. arvutatavale asukohale, võtab sellesama asetuse täiesti sõltumata sellest, kas 2. arvutatav asukoht on punktis C_2' või punktis C_2'', s. o. sellel juhtumil logi ja tema järgi arvestatud kauguse võimalik viga ei avalda mõju ülekantud I sumneri joone õigele asetusele.

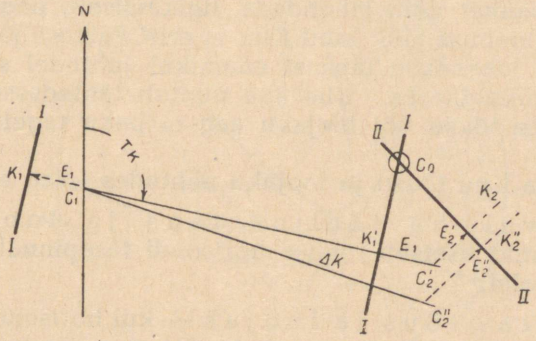
Mis aga puutub II sumneri joonde, siis ta asetus kaardil sumneri meetodi olemuse tõttu ei sõltu sellest, kas $(h_{obs} - h_{arv})_2$ ja A_2 on arvutatud punkti C_2' või C_2'' koordinaadid: need suurused muidugi vastavalt erinevad, kuid sumneri joon on üks ja seesama.

Selliselt saadakse asukoht C_0 sel juhtumil veata, vaatamata veale sõidus (Δs).

Kui aga logi on korras, kuid kompass ei ole kindel, siis tuleb esimesed vaatlused sooritada, kui Päike on kursijoonel, vööris või ahtris. Sel juhul (joon. 146) I sumneri joon asetub risti kursi-

joonega ja, kantud üle 2. arvutatavale asukohale, võtab tegelikult muutumatu asetuse I′ — I′, sõltumata sellest, kas 2. asukoht on punktis C_2' või C_2'', muidugi tingimusel, et kursiviga (viga kompassi õiendis) ei ole suur, mitte üle mõne kraadi.

Teise arvutatava asukoha leidmine aga punktis C_2' või C_2'' mõjub ainult arvutatavale suurusele $(h_{obs} - h_{arv})_2$ ja A_2, kuid II sumneri joone II — II asetus jääb muutumatuks, nagu see järgneb sumneri meetodi olemusest, ja järelikult observeeritud asukoht (C_0) sel juhul saadakse sõltumata vea olemasolust laeva kursis.



Joon. 146.

Niisiis: kui logi on ebakindel, siis observeeritud asukoha täpsuse suurendamiseks tuleb Päikese esimesi vaatlusi sooritada, kui Päike on traaversis; kui kompass on ebakindel, siis peab Päikese esimesi vaatlusi sooritama, kui ta on kursijoonel.

Ajavahemik aga esimeste ja teiste vaatluste vahel mõlemal juhul määratakse eelpooltoodud kaalutlustel ja peab olema 2 kuni 4 tundi.

Peatükk XIV.

TAEVAKEHADE TÕUSU JA LOOJAKU AJA MÄÄRAMINE.

§ 105. TAEVAKEHADE TÕUSU JA LOOJAKU KESKMISE KOHALIKU (T_k) JA LAEVAAJA (T_l) MÄÄRAMINE.

Praktikas esineb sageli juhtumeid, kus osutub vajalikuks teada selle või teise taevakeha, peamiselt aga Päikese ja Kuu tõusu ja loojaku aega.

Kõigepealt meenutame, et antud laiuses saab vaadelda mitte kõikide taevakehade tõusu ja loojakut, vaid ainult nende oma, milledel $\delta < (90^0 - \varphi)$.

Vaevalt kunagi praktikas vajatakse selle aja teadmist suure täpsusega ja tavalisesti võib lugeda 5^m täpsust täiesti küllaldaseks. Ainult ühel juhtumil nõutakse selle aja teadmist mõnevõrra täpsemalt — see on Päikese loojaku T määramisel, kuna see moment osutub laeval lipu langetamise momendiks; sellel juhtumil on vaja täpsust kuni 1^m.

Seda ülesannet võib lahendada ligikaudselt, nagu me juba teame, tähegloobuse abil; kuid Kuu ja eriti Päikese jaoks gloobuselt saadava lahenduse täpsust enamikul juhtudel siiski ei saa tunnistada küllaldaseks. Mis aga puutub tähtedesse, siis selle või teise tähe tõusu või loojaku aeg ei paku tegelikult mingisugust huvi.

Päikese ja Kuu tõusu ja loojaku nähtudes tuleb eristada:

1. Taevakeha tõeline tõus ja loojak — kui tema keskpunkt asetseb tõelise horisondi tasapinnal, tema Ost- või West-poolel.

2. Nähtav tõus ja loojak — kui horisondi alt tõusva või horisondi alla laskuva taevakeha ülemine äär puudutab nähtava horisondi joont, mis asetseb tõelisest allpool horisondikallaku (n) suuruse võrra.

A. Päikese tõelise ja nähtava tõusu ja loojaku aja (T_k ja T_1) määramine. Videvik.

Keskmise kohaliku ehk laevaaja ligikaudne arvestus tõelise tõusu (või loojaku) momendil sooritatakse väga kergesti. Tõepoolest, sellel momendil Päikese keskpunkt asetseb tõelise horisondi joonel punktis C (joon. 147) ja Päikese polaarkolmnurk sellel momendil osutub täiskülgseks, kuna $90^0 - h = 90^0$ või $h = 0^0$. Päikese tunninurk määratakse valemiga

$$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta, \qquad (1)$$

mis saadakse põhivalemist

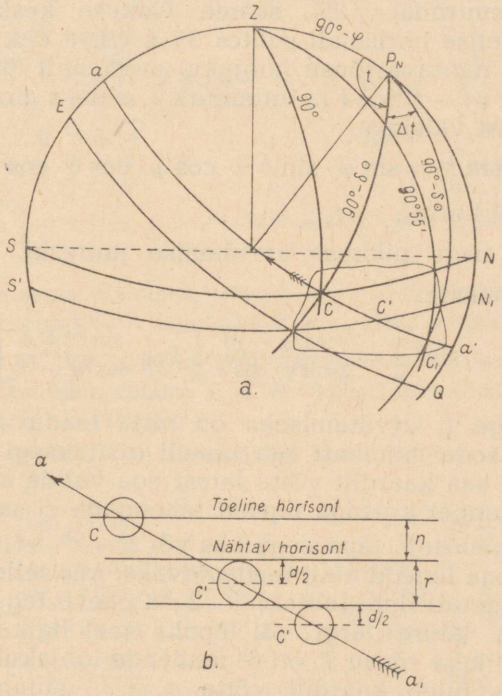
$$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$$

$h = 0$ korral.

Valemi (1) järgi peale ta analüüsimist arvutatud tunninurk on tõusul Ost ja loojakul West.

Kuid praktikas pakub tunduvalt suuremat huvi Päikese mitte tõelise, vaid nähtava tõusu ja loojaku aja määramise ülesanne.

Samal joonisel 147-a joon $N'S'$ kujutab nähtavat horisonti, madalamal tõelisest horisondikallaku ... $NN' = SS' = n$ võrra. Joonisel 147-b on kujutatud suuremas mastaabis sfääri osa tõusupunkti lähedal. Pidades silmas noolega osutatud Päikese ööpäe-



Joon. 147.

vase liikumise suunda, on selge, et nähtav tõus saabub enne tõelist, samuti kui nähtav loojak saabub niisama palju hiljemini tõelisest loojakust. Kui ei oleks refraktsiooni, mis teatavasti kergitab kõiki taevakehi, siis Päike oma nähtaval tõusul võtaks asetuse C' ja tema keskpunkt oleks allpool tõelist horisonti kaare $n + \frac{d}{2}$ võrra; kuid et refraktsiooni mõjul ülemine äär puudutaks nähtava horisondi joont, on vaja, et Päike oleks veel madalamal refrakt-

siooni r suuruse võrra, s. o. Päike oma paralleelil a_1a peab sel momendil asetsema punktis C_1 ja tema keskpunkt on nüüd allpool tõelist horisonti kaare $n + \frac{d}{2} + r$ võrra. Võttes $n = 4',4$ (mis vastab silmakõrgusele 20 jalga, sest selle silmakõrguse järgi arvestatakse lipu langetamise aega), $\frac{d}{2} = 16'$ ja refraktsiooni r horisondil (suurima) $= 35'$, saame Päikese keskpunkti üldise alanemise tõelise horisondi suhtes $55',4$ võrra ehk ligikaudu $55'$.

Järelikult nähtava tõusu (loojaku) momendil Päike omab tõelist kõrgust $h = -0^{\circ}55',4$ ja tunninurk t, selleks momendiks arvutatakse samast valemist

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t_1$$

$h = -0^{\circ}55',4$ korral.

Asetades, nagu pikkuse arvutamise juureski, $\cos t$, asemele $1 - 2\sin^2 \frac{t_1}{2}$, saame:

$$\sin^2 \frac{t_1}{2} = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cdot \cos \delta} \cdot \left[1 + \frac{\sin 0^{\circ}55',4}{\cos(\varphi - \delta)}\right].$$

Tunninurga t_1 arvutamiseks on vaja teada φ ja δ nähtuse momendiks, seda momenti aga nimelt otsitaksegi ja seda mitte teades me ei saa kaardilt võtta laiust ega valida almanahhist δ_P. Selliselt ülesannet korraga täpselt lahendada ei saa.

Kuid ligikaudselt, täpsusega kas või 1^h—2^h, võib tõusu ja loojaku laevaaega lugeda alati teadaolevaks: kas selle järgi, millisel kellaajal langetati lipp (loojak) 1—2—3 päeva tagasi, või lihtsalt kuupäeva ja laiuse järgi või lõpuks veel ligikaudsemalt võib lugeda, et Päikese tõusu T_1 on 6^h ümber ja loojakul — 18^h ümber. Selleks T_1-ks tuleb kaardilt võtta φ ja λ; muundanud aga T Greenwichi ajaks $T_{Gr.}$, valime viimase järgi almanahhist δ_P (kuni $1'$) ja E (kuni 1^m).

Arvutanud võetud φ ja δ järgi tunninurga t_1, tuleb viimane muundada T_1-ks valemi järgi:

$$T_1 = t_1 - E \pm \lambda_0{}^w \mp \text{vöötme nr.}\,{}_0{}^w,$$

selle valemi jaoks peab olema tingimata West-tunninurk.

Kui arvutatud T_1 tunduvalt (1^h—2^h või rohkem) erineb esialgselt võetud T-st, siis peab ülesannet lahendama veel kord, võttes aluseks arvutatud T_1. Ülesande teiskordne lahendamine võib vajalikuks osutada ainult suurtel kiirustel, N- ja S-lähedastel

kurssidel, kui laius muutub väga tunduvalt ja kui seejuures esialgne $T_{Gr.}$ oli võetud väga ligikaudselt.

Näide 1. 20./IV 1936. a. $\varphi = 60^0$ N ja $\lambda = 28^0$ Ost, arvutada Päikese nähtava loojaku (lipu langetamise) T_l.

Teadmata loojaku aega eelmisel päeval ja võttes 20./IV „silma järgi" $T_l = 19^h$, siis: $T_{Gr.} = 19^h - 2^h = 17^h$.

Valime almanahhist:

$$\delta_P = 11^0 38' \text{ N ja } E = 12^h\,1^m.$$

1)	$\varphi = 60^0 0'$ N	sec	0,3010		
	$\delta = 11^0 38'$ N	sec	0,0090		
	$\varphi - \delta = 48^0 22'$	cos	9,8224	lg cos $(\varphi - \delta)$ . . .	9,8224
	0,5	lg	9,6990	lg sin $0^0 55',4$ . . .	8,2072
		M	9,8314	G. A. . . .	1,6152
		α	0,0104		

$$\lg \sin \frac{t_1}{2} = 9{,}8418;\ t_1 = 7^h 31^m 40^s = 7^h 32^m \text{ W}$$

2) $t_1 = 7^h\,32^m$
$E = 12^h\ 1^m$
$T_k = 19\ 31\ 20./IV$
$\lambda_0 = 1\ 52$
$T_{Gr.} = 17\ 39\ 20./IV$
$nr._n = 2$
$T_l = 19^h\,39^m\ 20./IV$

Kui korrata sama ülesannet, võtnud lähte $T_l = 19^h\,39^m$, siis vahet t_1-s ja järelikult ka teiskordselt arvutatud T_l-s ei oleks mingisugust.

Näide 2. 26./IV 1936. a. sõidul Balti meres, arvutada lipu langetamise T_l.

Esialgu, ligikaudselt, võtame $T_l = 18^h$. Selleks momendiks võtame kaardilt: $\varphi = 56^0{,}5$ N ja $\lambda = 17^0{,}5$ Ost.

Siis $T_{Gr.} = 17^h$ 26./IV, ja almanahhist $\delta_P = 13^0 37'$ N ja $E = 12^h\,2^m$.

1)	$\varphi = 56^0 30'$ N	sec	0,2581		
	$\delta = 13^0 37'$ N	sec	0,0124		
		cos	9,8650	lg cos $(\varphi - \delta)$ . . .	9,8650
	$\varphi - \delta = 42^0 53'$	lg	9,6990	lg sin $0^0 55,4$ . .	8,2072
	0,5	M	9,8345	G. A. . . .	1,6578
		α	0,0094		

$$\lg \sin^2 \frac{t_1}{2} = 9{,}8439$$

$$t_1 = 7^h 33^m \text{ W}$$

2) $t_1 = 7^h\,33^m$
$E = 12\ \ 2$
$T_k = 19\ 31\ 26./IV$
$\lambda_0 = 1\ 10$
$T_{Gr.} = 18\ 21\ 26./IV$
$nr._n = 1$
$T_l = 19^h\,21^m\ 26./IV$

$T_l = 19^h\,21^m$ peale võtame kaardilt:

$$\varphi = 56^0 58' \text{ N ja } \lambda = 17^0 10' \text{ Ost.}$$

Siis $T_{Gr.} = 18^h\,21^m$ 26./IV ja almanahhist $\delta_P = 13^0 38'$ N ja $E = 12^h\,2^m$.

Arvutanud nende andmetega teiskordselt t_1, ja siis ka T_l, saaksime lõplikult: $T_l = 19^h\,24^m$ 26./IV.

Endastmõistetavalt sama võttega oleks lahendatav ka T_l arvestuse 1. ülesanne Päikese tõelise tõusu või loojaku momendil, kui selleks millegipärast tekiks vajadus.

Et vabaneda kõigist neist arvutustest, on almanahhis (lk. 152—169) tabel, pealdatud „Päikese tõus, loojak, videviku algus ja lõpp", milles on antud nähte keskmine Greenwichi aeg Greenwichi meridiaanil. Tabel on koostatud laiustele 0°—80° ja üle 5 ööpäeva; vahepealsele laiusele ja kuupäevale arvestus sooritatakse lihtsa interpoolimisega. Selleks et arvestada nähte T_k mistahes meridiaanil, tuleb sooritada veel täiendav interpoolimine pikkusele: üles tabeli järgi — Ost-pikkuse korral, ja alla — kui pikkus on West; tuleb siiski märkida, et see täiendav õiend võib omada tunduvat suurust (1^m ja rohkem) suurtes laiustes, alates 55°—60°, ja suurtes pikkustes; teistel tingimustel see tabel annab kohe nähte T_k ja mistahes meridiaani jaoks.

Selle tabeli koostamisel on võetud silmakõrguseks 15 jalga, kuid ta kõlbab igasuguste õienditeta ka teisteks silmakõrgusteks kuni 50—60 jalani.

Selle tabeli järgi arvestataksegi lipu langetamise aega.

Näide. Arvutada lipu langetamise T_l, $\varphi = 47°,2$ N ja $\lambda = 5^h\,18^m$ Ost ajavahemikule 1.—10. septembrini 1936. a.

1./IX 1936. a.	$18^h\,23^m$	6./IX	$18^h\,13^m$
2.	21	7.	11
3.	19	8.	9
4.	17	9.	7
5.	15	10.	4

Tabel almanahhis on koostatud Nord-laiuse jaoks. Et lahendada taolist ülesannet Süüd-laiusega, tuleb minna samasse tabelisse antud S-laiusega, kuid mitte antud, vaid nõndanimetatud „v a s t a v a" kuupäevaga ja võtta veel mingi õiend. Antuile vastavad kuupäevad ja õiendid on toodud väikeses tabelis almanahhi lk. 235—236.

Näide. 15./IX 1936. a., $\varphi = 50°,4$ S ja $\lambda = 72°12'$ Ost.

Arvutada lipu langetamise T_l.

Vastav kuupäev . . . 13. märts; õiend — 15^m.

$\varphi = 50°,4$ N, 13./III.	$T_k = 18^h\ 1^m$
õiend	-15
$\varphi = 50°,4$ S, 13./IX	$T'_k = 17\ 46$
$-\lambda_0 +$ nr.	$+11$
5-nda Ost-vöötme aja järgi.	$T_l = 17^h\,57^m$.

Almanahhi samas tabelis peale Päikese tõusu ja loojaku aja on antud veel videviku alguse (hommikuse) ja lõpu (õhtuse) aeg.

Videvikuks nimetatakse ajavahemikku Päikese ülemise ääre loojumise momendist kuni täieliku pimeduse saabumiseni (õhtune) või täieliku pimeduse lakkamise momendist kuni Päikese nähtava tõusuni (hommikune). Selle põhjuseks, et pimedus ei saabu silmapilkselt peale Päikese loojakut, on Maa õhkkond, mis peegeldab ja valgustab Maad õhkkonna osadest peegelduva valgusega ka pärast seda, kui Päike kaob horisondi alla. Päikese loojakuga pimedus saabub aegamisi, sel määral, kui peegeldumine toimub ikka enam kõrgematest ja hõredamatest õhkkonna kihtidest, ning on mõistetav, et videviku kestus sõltub Maakera õhkkonna kihi paksusest.

Vaatlused osutavad, et silma jaoks pimedus saabub siis, kui Päike on laskunud horisondi alla 7° võrra, s. o. tema seniitkaugus võrdub 97° ning sellega määratakse nõndanimetatud „kodanliku" videviku kestus. Võttes aga õhkkonna kõrguseks umbes 100 km, peegeldunud Päikese kiirte saabumine lakkab täiesti, kui Päike on laskunud horisondi alla 18° võrra, s. o. kui $z = 108°$ — sellega määratakse „astronoomilise" videviku kestus. Mõistagi, et kõik öeldu videviku nähteist Päikese loojakul esineb vastavalt ka tema tõusul.

Almanahhis, samades tabelites, on toodud ka kodanliku videviku alguse (hommikuse) ja lõpu (õhtuse) momendid ($z = 97°$); nende tabelite kasutamine ei erine millegagi eelmistest, s. o. Päikese tõusu ja loojaku tabeleist.

Selle tabeli mõningais kohtades on vahelejätud, mis osutab, et sellel juhtumil see või teine näht ei ole üldse vaadeldav; osutused selle kohta on toodud tabeleis endis.

Näide. $\varphi = 60°$ N ja $\lambda = 1^h\,58^m$ Ost. Arvutada hommikuse videviku alguse, P tõusu, lipu langetamise ja õhtuse videviku lõpu T_1 23./III. 1936. a.

	Hommikuse videviku algus	Tõus	Lipu langetamine	Õhtuse videviku lõpp
26./III $\varphi = 60°$ N . . . T'_k	$5^h\ 9^m$	$6^h\ 0^m$	$18^h\ 16^m$	$19^h\ 7^m$
ΔT 2 ööpäeva eest . . .	$-\ 6$	$-\ 5$	$+\ 5$	$+\ 5$
23./III . . . . . T'_k	5 3	5 55	18 21	19 12
$-\lambda_{Ost}+$ nr.	$+\ 2$	$+\ 2$	$+\ 2$	$+\ 2$
T_1	5 5	5 57	18 23	19 14

Praktikas vajatakse sageli videviku aja teadmist nii laevajuhtimise eesmärgil (sadamasse tulek ja minek, kitsuse läbimine jne.), kui ka seepärast, et see osutub parimaks tähtede vaatluse ajaks.

B. Kuu nähtava tõusu ja loojaku aja (T_k ja T_l) määramine.

Teoreetiliselt lahendub ülesanne täiesti samaselt, kui Päikese jaokski. Kuna aga δ_K ja α_K muutuvad erakorraliselt kiiresti, siis seda ülesannet peab lahendama järk-järguliste lähenemiste meetodi järgi.

Võttes aga arvesse, et tegelikult on küllaldane nähte aega teada täpsusega kuni 5^m—10^m ($0^h,1$—$0^h,2$), võib selle viimase ülesande lahendamiseks kasutada tabelit, mis on toodud almanahhis lk. 170—217, kus on antud Kuu tõusu ja loojaku $T_{Gr.}$ aasta iga päeva kohta ja mitmesugustele põhjalaiustele 0^0—80^0 N, kuid ainult Greenwichi meridiaani jaoks. Lahendades ülesannet selle meridiaani jaoks, peab interpoolima ainult laiuse φ järgi.

Kui aga ülesannet lahendatakse mõninga teise pikkuse meridiaani jaoks, siis, nagu sellele on osutatud tabeli seletuses (almanahhi lk. 236—237), tuleb sooritada veel interpoolimine pikkuse järgi: üles — Ost-pikkuse ja alla — West-pikkuse puhul, taoliselt sellele, nagu me seda tegime Kuu kulminatsiooni kohaliku aja arvestamisel (§ 37). Sellel interpoolimisel võib kasutada võrdeliste osade tabelit (almanahhi lk. 218—223), minnes sinna pikkusega kui argumendiga, äärmisse paremasse vertikaal-lahtrisse.

Näide. $\varphi = 61^0$ N ja $\lambda = 7^h\,40^m$ W. Leida Kuu tõusu ja loojaku T_k ja T_l 14./IV 1936. a.

	Tõus	Loojak
14./IV, $\varphi = 60^0$ N, Greenwichi meridiaanil	$2^h,5$	$9^h,0$
ΔT 1^0 laiusele	+ 0,2	— 0,2
ΔT $7^h,7$ W pikkusele: $\frac{0,3 \times 7,7}{24}$ ja $\frac{1,6 \times 7,7}{24}$	+ 0,1	+ 0,5
T'_k . . .	2,8	9,3
$+\lambda_w$ — nr. . . .	— 0,3	— 0,3
T_l . . .	2,5	9,0

Selles tabelis on vahelejätte, mis näitavad, et mingil päeval Kuu Greenwichi meridiaanil kas ei tõuse või ei looju; see võib tekkida nii sellest, et kuu ööpäev on pikem päikese omast, kui ka sellest, et antud päeval $\delta_K > (90^0 - \varphi)$.

Samasugune nähe võib muidugi esineda ka kohalikul meridiaanil.

Näide. $\varphi = 60^0$ N ja $\lambda = 7^h$ Ost. Leida Kuu loojaku T_k 29./VIII 1936. a.

29./VIII, $\varphi = 60^0$ N . . . . . $0^h,2$
muutus λ peale $= 7^h$ Ost . . — $0^h,4$
28./VIII $T'_k = 23^h,8$

29./VIII kohalikul meridiaanil Kuu loojakut ei tule.

See tabel almanahhis on koostatud põhjalaiuste jaoks, kuid teda saab kasutada ka juhtumil, kui on S-laius. Selleks tuleb toimida nõnda:

1. *Ülesanne tuleb lahendada antud S-laiusele võrdse N-laiusega, kuid pikkuse jaoks, mis erineb antust 12^h võrra (antipoodipunkt).*

2. *Saadud aeg tuleb siirda Greenwichi meridiaanile antipoodipikkusega.*

3. *Arvutatud $T_{Gr.}$ tuleb siirda antud pikkusega kohalikule meridiaanile ja* **muuta nähte nimetus.** *Saadud T_k, kui on vaja, tuleb muundada T_l-ks.*

Seejuures lõplik T_k, sõltuvalt pikkusest, võib osutuda järgneva või eelneva kuupäeva omaks. Et saada tingimata antud kuupäeva T_k, tuleb sel juhtumil antipoodi jaoks ülesanne lahendada kas eelmise või järgmise kuupäeva peale.

Näide. $\varphi = 30^0$ S ja $\lambda = 7^h\,40^m$ W. Leida Kuu tõusu ja loojaku T_k ja T_l 26./XII 1936. a.

Vastav punkt (antipood): $\varphi' = 30^0$ N ja $\lambda' = 4^h\,20^m$ Ost;

		Tõus		Loojak	
26./XII, $\varphi' = 30^0$ N; Greenwichi meridiaanil	$T_{Gr.}$	$15^h,6$ 26./XII	$5^h,0$ 26./XII	$6^h,1$ 27./XII	
õiend λ' peale $= 4^h,3$ Ost		-0.2	$-0,2$	$-0,2$	
φ' jaoks $= 30^0$ N ja λ' „ $= 4^h,3$ Ost	T_k	15,4	4,8	5,9	
	λ'_{Ost}	$-4,3$	$-4,3$	$-4,3$	
	$T_{Gr.}$	11,1 26./XII	0,5 26./XII	1,6 27./XII	

		Loojak		Tõus	
φ jaoks $= 30^0$ S ja λ „ $= 7^h,7$ W	$T_{Gr.}$ . . .	$11^h,1$ 26./XII	$0^h,5$ 26./XII	$1^h,6$ 27./XII	
	λ_w	$-7,7$	$-7,7$	$-7,7$	
	T_k	3,4 26./XII	16,8 25./XII	17,9 26./XII	

Esitatud näites saadud tõusu aeg osutus eelmise kuupäeva omaks; seepärast oli nõutav ülesande teiskordne lahendamine, võttes esialgu Greenwichi jaoks järgneva kuupäeva.

Nende ülesannete lahendamise kohta, mis tegelikult kunagi ei nõua suurt täpsust, peab märkima, et tunduvalt lihtsam on neid lahendada tähegloobuse abil.

Peatükk XV.

KOMPASSIÕIENDI MÄÄRAMINE.

§ 106. ÜLDKAALUTLUSI.

Kompassiõiendiks ehk kompassi üldõiendiks ΔK nimetatakse teatavasti nurka tõelise ja kompassimeridiaani vahel ning selleks, et määrata kompassiõiendit ΔK, peab mingisuguse eseme kompassipeilungit võrdlema tõelise peilungiga samal momendil; siis

$$\Delta K = T.P. - K.P. \qquad (1)$$

Valemiga (1) määratakse kompassiõiendi märk, kui täidetakse tingimus, et kõik peilungid, nii tõelised kui ka kompassipeilungid, oleksid väljendatud ringilise jaotuse järgi (0^0 kuni 360^0).

Kui vaatluste objektiks, „esemeks", valida taevakeha ja võtta arvesse, et taevakeha tõelist peilungit nimetatakse tema asimuudiks, siis kompassiõiendi määramise ülesanne lahendatakse astronoomilisel teel väga lihtsalt: tuleb võtta kompassi järgi taevakeha peilung ja arvutada samaks momendiks tema asimuut — vahe ongi otsitav kompassiõiend.

Selleks aga, et arvutada taevakeha asimuuti, peab muidugi pöörduma taevakeha polaarkolmnurga *ZPS* poole (joonist me ei too), millest nähtub, et kui φ ja δ on teada (φ — kaardilt ja δ — almanahhist), siis A arvutamiseks on vaja teada veel: kas külge $(90^0 - h)$, s. o. üheaegselt peilimisega peab mõõtma taevakeha kõrgust ja siis

$$\cos A = \sec \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sec h - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} h, \qquad (2)$$

või peilimisel märkima momendi kella järgi ning teades u_k ja λ arvutada t_k; peale seda

$$\operatorname{ctg} A = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{cosec} t - \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} t. \qquad (3)$$

Kuna peilimisel kella järgi momenti märkida on palju lihtsam, kui üheaegselt peilimisega mõõta taevakeha kõrgust, siis tavalisesti ΔK määratakse momentide meetodi (ehk tunninurkade), mitte aga kõrguste meetodi järgi.

Endastmõistetavalt võimalik viga laiuses, mis võetakse kaardilt (φ_{arv}), ja tunninurgas, mis arvutatakse pikkuse kaudu (λ_{arv}), tekitab suurema või väiksema vea ka arvutatavas asimuudis. Selle küsimuse analüüs § 78 näitas, et ühe ja sama vea puhul laiuses või tunninurgas viga arvutatavas asimuudis on seda väiksem ning järelikult seda õigemini on määratud kompassiõiend ΔK, mida väiksem on taevakeha kõrgus ja mida ligemal ta on 1. vertikaalile; siit põhinõue: **kompassiõiendi määramiseks tuleb vaadelda** (peilida) **taevakeha väikestes kõrgustes** ja võimalikult ligemal 1. vertikaalile.

§ 107. MÕNINGAID ETTEVAATUSVAHENDEID, MIDA PEAB RAKENDAMA ASIMUUDIVAATLUSTEL LAEVAS.

Töö sooritamisel peab tähelepanu suunama järgmisele:

1. Taevakeha peab peilima vahetult, ilma liikuva peegli abita sihtraami juures. See nõue on tingitud sellest, et tähtsuseta viga selle peegli paigutamises tekitab kaunis tunduva vea taevakeha vaadeldavas peilungis. See asjaolu osutub veel üheks tõendiks sellele, et taevakeha tuleb vaadelda väikeses kõrguses.

Üeldust järgneb, et Päikese järgi on sobiv määrata ΔK vaid hommikul ja õhtul.

2. Võtta tuleb tingimata mitu peilungit teineteise järel, mingil juhtumil piirdudes ühe vaatlusega. Seda märkust tuleb eriti pidada silmas lainetusega.

3. Tuleb hoolitseda, et peilimise momendil kompassi kaas oleks horisontaalselt: sageli, hoides kätt peilingaatoril, tahtmatult surutakse kaanele ja kallutatakse kompassi.

4. Peilungite lugemid peab märkima viivitamata peale niidi seadmist peilitavale esemele (väga tähtis märkus).

5. Päikese peilimisel tuleb (läbi värviliste klaaside) jälgida, et peilimise momendil sihtraami niit hästi poolitaks Päikese ketta.

6. Peilungite lugemid tuleb võtta täpsusega kuni $0^{0},1$. Momendid peilimisel märkida kuni 5^{s}.

§ 108. KOMPASSIÕIENDI MÄÄRAMISTÖÖ TEGELIK SOORITAMINE.

I. Eeltööd.

a) Aegsasti:

1. *kui kavatsetakse töö sooritada peale Päikese loojakut, siis tuleb valida tähegloobuse abil kavatsetud ajavahemikuks vaatlusteks sobiv täht (väikese kõrgusega).*

b) Enne vaatlustele minekut:

2. *võtta kronomeetri-päevikust kellaõiend* u_k.

II. Vaatlused.

1. *võtta järgemööda* $\frac{\text{tähe}}{\text{P tsentri}}$ *3—5 peilungit, võttes lugemid kuni* $0^0,1$;
2. *iga peilungi korral märkida moment kella järgi, täpsusega kuni* 5^s;
3. *võtta kaardilt* φ *ja* λ *(kuni* $1'$*) vaatluste keskmiseks momendiks; märkida laeva kurss.*

III. Vaatluste töötlemine. Arvutused.

1. *arvestada keskmine võetud K. P. L. ja siirda ta K. P.* $=$ $=$ *K. P. L.* $\mp$ 180^0, *täpsusega kuni* $0^0,1$;
2. *arvutada keskmine moment* m_0;
3. *arvutada* $T_{Gr.} = m_0 + u_k$; *selgitada, kas ei tule liita või lahutada* 12^h;
4. *arvutada taevakeha* t_k *valemite järgi:*

$$\begin{array}{ll} * \text{ jaoks} \ldots\ldots & t_k = T_{Gr.} + R \mp \lambda_0{}^w - \alpha_* \\ P \quad \text{„} \quad \ldots\ldots & t_k = T_{Gr.} + E \mp \lambda_0{}^w \end{array}$$

võtta almanahhist taevakeha δ, *täpsusega kuni* $1'$:

* *jaoks . . . . . kuupäeva järgi*
P „ . . . . . $T_{Gr.}$ „

6. *arvutada asimuut* φ, δ *ja t järgi valemiga:*

$$\operatorname{ctg} A = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{cosec} t - \sin\varphi \cdot \operatorname{ctg} t,$$

ning analüüsida ta märkidega.
Saadud asimuut on astronoomiline: tema 1. täht on samane φ*-ga, 2. täht samane t-ga;*
7. *arvutatud A siirda ringilise jaotuse järgi;*
8. *arvutada kompassiõiend* $\Delta K = A - K.\,P.$

Kompassiõiendit tuleb määrata võimalikult sagedamini: Päikese järgi — hommikul ja õhtul, ja kui kõrgused võimaldavad (suurtes laiustes), siis igas vahis ja igal kursi muutmisel; öösel, tähtede järgi — igas vahis ja igal kursi muutmisel.

Näide 1. 25./III 1936. a., õhtul, $\varphi = 47^{0}24'$ N ja $\lambda = 13^{0}57'$ W märgiti tähe Arcturus K. P. L. $= 267^{0},2$ (keskmine mitmest) ja vastav keskmine moment $m_0 = 7^{h}1^{m}20^{s}$. K. K. $= 229^{0}$; $u_k = +\ 1^{h}28^{m}8^{s}$.

1) m_0	$7^{h}1^{m}20^{s}$
u_k	$+\ 1\ 28\ 10$
25./III $T_{Gr.}$ . . .	20 29 30
$R\,20^{h}$	12 12 25
ΔR	+ 5
$S_{Gr.}$	8 42 0
λ	$-\ 0\ 55\ 50$
S_k	7 46 10
α_*	14 12 45
t_{*k}	17 33 25 =
	= 6 26 35 Ost

2) $\operatorname{ctg} A = \overset{+}{\cos}\,\varphi \cdot \overset{+}{\operatorname{tg}}\,\delta \cdot \overset{+}{\operatorname{cosec}}\,t - \overset{+}{\sin}\,\varphi \cdot \overset{-}{\operatorname{ctg}}\,t$ . . . $+1+II$

$\varphi = 47^{0}24'$ N	cos	9,8305	sin	9,8669
$\delta = 19^{0}30'$ N	tg	9,5491		
$t = 6^{h}25^{m}38^{s}$ (5 33 25)	cosec	0,0029	ctg	9,0664
	lg I	9,3825	lg II	8,9333
	α . . .	0,1321	G. A.	0,4492

lg ctg A . . 9.5146

$A =$ N $71^{0}53'$ Ost $= 71^{0},9$

3) $\Delta K = A - K.\ P. = 71^{0},9 - 87^{0},2 = -15^{0},2$ (West).

Näide 2. 11./XI 1936. a., hommikul, $\varphi = 36^{0}19'$ N ja $\lambda = 154^{0}38'$ W, K. K. $= 74^{0}$, võeti P peilungid kompassi järgi, lugem (keskmine mitmeist) $=$ $= 281^{0},8$ ja märgiti momendid, keskmine milledest $m_0 = 5^{h}37^{m}10^{s}$; $u_k = +\ 3^{m}12^{s}$.

1) m_0	$5^{h}37^{m}10^{s}$
u_k	$+\ 3\ 10$
11./XI $T_{Gr.}$ . . .	17 40 20
E	12 15 55
$t_{Gr.}$	5 56 15
λ	$-\ 10\ 18\ 30$
t_k	19 37 45 =
	= 4 22 15 Ost

2) $\delta_p = 17^0 31'$ S

3) $\operatorname{ctg} A = \underset{+}{\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta} \cdot \underset{+}{\operatorname{cosec} t} - \underset{+}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} t} \ldots \underset{\text{II}}{-}$

$\varphi = 36^0 19'$ N	cos	9,9062	sin	9,7725
$\delta = 17\ 31'$ S	tg	9,4992		
$t = 4^h 22^m 15^s$	cosec	0,0407	ctg	9,6575
	lg I	9,4461	lg II	9,4300
	a . . .	0,2931	G. A.	0,0164

lg ctg $(180^0 - A)$ . . 9,7392

$180^0 - A = 61^0 15'$

$A =$ N $118^0 45'$ Ost $= 118^0,7$

4) $\Delta K = A -$ K. P. $= 118^0,7 - 101^0,8 = +16^0,9$ (Ost)

§ 109. JUŠTŠENKO, BURWOOD'I JA EBSEN'I TÕELISTE ASIMUUTIDE TABELID; NENDE STRUKTUUR JA KÄSITLUS.

Tõelise asimuudi arvutamise asemel valemiga $\operatorname{ctg} A = \ldots$ võib kasutada mitmesuguseid tabeleid, kus on antud juba φ, δ ja t järgi arvutatud asimuudid. Neid tabeleid on üldse kaunis palju, kuid me vaatleme neist ainult kolme: A. Juštšenko — Hüdrograafia Osakonna v. a. 1935. a., Burdwood'i — inglise ja Ebsen'i — saksa.

1. Juštšenko tabelid on koostatud laiuste jaoks 0^0 kuni 90^0 ja deklinatsioonidele — 0^0 kuni 30^0, ühenimelistele ja isenimelistele laiusega, ja tunninurkadele — taevakeha ööpäevase tee nähtava osa piirides, ja tingimusel, et ta kõrgus ei oleks üle 30^0. Tabelid koostuvad 9 andest, laiusevöötmete järgi:

I anne — laiusele 0^0—10^0 keskmise laiusega $\varphi_m = 5^0$
II „ — „ 10^0—20^0 „ „ „ $\varphi_m = 15^0$ jne.

Iga anne (raamat) koostub kahest osast: 1. osas on antud asimuudid juhtumiks, kui deklinatsioon on ühenimeline laiusega, 2. osas — kui deklinatsioon on isenimeline laiusega. Igas raamatus on asimuudid arvutatud ainult vöötme keskmise laiuse (φ_m) jaoks, mis võimaldab neid tabeleid kasutada vaid kahe argumendiga: δ ja t.

Deklinatsioon on tabelis võetud üle 30′, tunninurgad — üle 1^m, mille tõttu saab laeva oludeks küllaldase täpsusega teha tabelitest valiku tabeli lähimale argumendile igasuguse interpoolimiseta, või äärmisel juhul — sooritades interpoolimist lihtsalt

silma järgi, mis asimuutide väikeste tabelivahede tõttu ei tekita mingeid raskusi.

Kui vaatleja laius (φ_{arv}) erineb ühele või teisele poole võötme keskmisest laiusest (φ_m), mille jaoks asimuudid on arvutatud, siis δ ja t järgi tabelist valitud asimuuti tuleb parandada laiuse õiendiga. Selleks on iga lehekülje all antud (kursiiviga) asimuudi muutumine, mis vastab laiuse 1° muutumisele, kusjuures selle tabeli igas ruudus on kaks arvu: ülemine vastab laiuse suurenemise juhule, s. o. kui $\varphi_{arv} > \varphi_m$ (sõltumata laiuse nimetusest), alumine arv võetakse, kui $\varphi_{arv} < \varphi_m$; asimuudi õiend saadakse selle arvu korrutamisega laiuste vahega ($\varphi_{arv} - \varphi_m$), väljendatud kraadides ja kraadi kümnendosades.

Tabeli käsitlemiseks vajalikud argumendid võetakse: φ_{arv} — kaardilt (kuni 0°,1), δ — almanahhist (kuni 1'), t — arvutatakse peilimisel märgitud momendi järgi, täpsusega kuni 10ˢ: Päikese jaoks — valemiga: $t_k = m + u_k + E \mp \lambda_0{}^w$ ja tähe jaoks — valemiga: $t_k = m + u_k + R \mp \lambda_0{}^w - \alpha_*$.

Kui seejuures arvutatud W-tunninurk osutub üle 12ʰ, siis ta tuleb muuta O-tunninurgaks.

Saadud asimuudi nimetus on astronoomiline, s. o. 1. täht — laiuse ning 2. — tunninurga järgi.

Tabelid võimaldavad mistahes taevakeha tõelise asimuudi saamist deklinatsiooniga, mis ei ületa 30°, millega tagatakse tabelite kasutamise võimalus Kuu vaatlustel.

Näide 1. 20./IV 1936. a., $\varphi_{arv} = 67°10'$ N ja $\lambda_{arv} = 25°10'$ W, enne keskpäeva võeti P K. P. L. = 323°,7 ja märgiti $m = 10^h\,25^m\,30^s$; $u_k = +3^m\,18^s$. Leida kompassiõiend (ΔK).

1) m 10ʰ 25ᵐ 30ˢ
u_k . . . . . + 3 18
20./IV $T_{Gr.}$ . . . 10 28 48

20./IV $T_{Gr.}$ . . . 10ʰ 28ᵐ 48ˢ
E 12 1 4
$t_{Gr.}$ 22 29 52
λ . . . . . —1 40 40
t_k . . . . . 20 49 12 =
= 3 10 48 W

2) $\delta_P = 11°30'$ N

3) $\varphi_m = 65°$; $\varphi_{arv} - \varphi_m = 2°,2$
$\delta = 11°30'$ N, $t = 3^h\,10^m\,48^s$ } I j. tab. $A' = 125°,3$
$\Delta\varphi = +0,39 \times 2,2$ . . . . + 0,9
$A = $ N 126°,2 Ost

4) $A = 126°,2$
K. P. = 143,7
$\Delta K = -17°,5$ (West).

Näide 2. 30./III 1936. a., $\varphi_{arv} = 61^{\circ}20'$ S ja $\lambda_{arv} = 118^{\circ}40'$ W, pärast keskpäeva võeti P K. P. L. = 134°,6 ja märgiti moment $10^h\,37^m\,30^s$; $u_k = -5^m\,7^s$; leida ΔK.

1) m . . . . . $10^h\,32^m\,30^s$
u_k . . . . . $-\ 5\ \ 5$
30./III $T_{Gr.}$ . . $22\ 32\ 25$
E . . . . . $11\ 55\ 35$
$t_{PGr.}$ . . . . $10\ 28\ \ 0$
λ . . . . . $-\ 7\ 54\ 40$
t_{Pk} . . . . . $2\ 33\ 20$ W

2) δ_P . . . . . 4°,0 N

3) $\varphi_m = 65^{\circ}$; $\varphi_{arv} - \varphi_m = 3^{\circ}40' = 3^{\circ},7$
$\delta_P = 4^{\circ},0$ N, $t = 2^h33^m20^s$ } II j. tab. $A' = 140^{\circ},1$
$\Delta A\varphi = (-0^{\circ},20 \times 3,7) = -0,7$
A = S 139°,4 W = 319°,4.

4) $A = 319^{\circ},4$
K. P. = 314,6
$\Delta K = 4^{\circ},8$ (Ost).

Tabeli keskel sissekleebitud (värvilisel) lehel on nomogramm, mis annab $\Delta A_{1^{\circ}}$. (φ_{arv} — φ_m) korrutise; kuid selle nomogrammi käsitlemist, mis on väga lihtne, võib vaevalt lugeda otstarbekohaseks. Selle lehe pöördel on toodud asimuudi muutumiste lühike tabel laiuse 1° võrra laiuse suurenemisel keskmise (φ_m) suhtes; laiuse vähenemisel keskmise suhtes õiendi märk on miinus. See tabel asendab kõiki lehekülgedel all olevaid tabeleid ΔA asimuudi ligikaudsemal arvutamisel.

2. Burdwood'i tabelid (Burdwood, „Sun's true bearings or azimuth tables") on koostatud laiustele 30° kuni 64°, deklinatsioonidele 0° kuni 24° ja tunninurkadele — taevakeha ööpäevase tee nähtava osa piirides. Need tabelid peavad silmas peaasjalikult Päikest ja on rakendatavad teistele taevakehadele, kui nende deklinatsioonid ei ületa 24°.

Tabelid koosnevad kahest osast: 1. osa — laiusega ühenimelistele deklinatsioonidele — „Declination same name", lk. 2—141, ja 2. osa — laiusega isenimelistele deklinatsioonidele — „Declination contrary name", lk. 146—285.

1. ja 2. osa eraldatakse lk. 142—143 antud Päikese deklinatsiooniga iga päeva kohta neljal aastal ja lk. 144—145 antud ajavõrrandiga.

Burdwood'i tabeleid võib käsitella ilma almanahhita ja mitte ainult antud neljal aastal, vaid ka real (kuni 20) järgnevail aastail, selle tõttu et Päikese need efemeriidid peaaegu täpselt korduvad kolme aasta järel neljandal. Tabelid on koostatud laiuse järgi — üle 1°, deklinatsiooni järgi — üle 1° ja tunninurga ehk aja järgi — üle 4^m.[1]

[1] Tabelite mõnedes osades, kus asimuut muutub eriti kiiresti, on tunninurk võetud üle 2^m; seal aga, kus asimuut muutub aeglaselt — üle 8^m.

Laius on märgitud iga lehekülje ülal äärel, deklinatsioon — ülemisel horisontaalreal üle mõlema lehekülje, W-tunninurgad mitte üle 12^h — äärmises parempoolses lahtris, pealkirjastatud „p. m." (past meridian). Kui aga $t_w > 12^h$, siis tuleb ära visata 12^h ja argumendiga ($t_w - 12^h$) minna äärmisse vasemasse lahtrisse, pealkirjastatud „a. m." (ante meridian). Selliseks tunninurkade arvestuseks valitud asimuudi nimetuse reegel on antud lehekülje igal alumisel äärel.

Kuid sobivam ja otstarbekohasem on toimida nõnda: kui $t_w > 12^h$, siis arvutada $t_{Ost} = 24^h - t_w$ ja selle argumendiga minna samuti paremasse äärmisse lahtrisse (p. m.). Sel puhul valitud asimuudi nimetus on: asimuudi 1. täht — laiuse järgi, 2. täht — tunninurga järgi. Vasemat äärmist lahtrit ja märkust lehekülje all — mitte kasutada.

Tabelite kasutamiseks peavad φ ja δ olema täpsusega kuni $0^0,1$ ning tunninurk t — kuni 1^m. Vajalikud argumendid saadakse: φ — kaardilt, taevakeha peilimise momendiks, δ — almanahhist: kui Päikese jaoks, siis $T_{Gr.}$ järgi $= m + u_k$, kusjuures valik tehakse igasuguse interpoolimiseta lähemale paaristunnile ja δ ümardatakse kuni $0^0,1$; kui tähe jaoks, siis lihsalt antud kuuks, ümardades kuni $0^0,1$; t — arvutatakse peilimisel märgitud kellamomendi järgi. Kui arvutatud W-tunninurk osutub $> 12^h$, siis ta tuleb muuta O-tunninurgaks.

Tabelitega töötamisel me soovitame toimida nõnda: visanud ära kümnendosad laiuses ja deklinatsioonis, tuleb valida tabelitest asimuut A_0, tunninurgaga, mis jagub 4 min. ja on lähim väiksem antule, siis aga lihtsa interpoolimisega arvestada muutused või selle asimuudi õiendid laiuse ja deklinatsiooni kümnendeosade ja liigsete minutite peale tunninurgas. Õiendanud asimuudi A_0 nende õienditega, saame otsitava asimuudi A.

Näide 3. $\varphi = 42^0,4$ N; $\delta = 20^0,7$ N; $t = 20^h\ 31^m$ (W) $= 3^h\ 29^m$ Ost.

$\left.\begin{array}{l}\varphi_0 = 42^0 \text{ N} \\ \delta_0 = 20^0 \text{ N} \\ t_0 = 3^h\ 28^m\end{array}\right\}$ valime vahetult tabelist . . . . $A_0 = 100^0,2$

Arvutame: ΔA_0 $0^0,4$ laiuse peale $\left(\frac{101,8 - 100,2}{10} \cdot 4 = + \frac{0^0,8}{10} \cdot 4\right) = + 0^0,3$

ΔA_0 0^07, deklinats. „ $\left(\frac{99,1 - 100,2}{10} \cdot 7 = - \frac{1,1}{10} \cdot 7\right) = - 0,8$

ΔA_0 1^m tunninurga „ $\left(\frac{99,4 - 100,2}{4} \cdot 1 = - \frac{0,8}{4} \cdot 1\right) = - 0,2$

Otsitav $A = 99^0,5$ Nord-ist
Ost-i, s. o $A = \text{N}\ 99^0,5$ Ost

Näide 4. 11./XI 1936. a., $\varphi = 51^{0},6$ S ja $\lambda = 103^{0}$ W, õhtul võeti P K. P. L. = $= 50^{0},7$ ja märgiti moment $m = 1^{h}\,3^{m}\,10^{s}$; $u_k = -5^{m}\,18^{s}$. Leida ΔK.

1) m . . . . . $1^{h}\,3^{m}10^{s}$
u_k . . . . . $-\,5^{m}20^{s}$ . . . . ümardatud kuni 5^{s}

12./XI $T_{Gr.}$. $0\ 57\ 50$
E . . . . . $12\ 15\ 50$ . . . . } Valitud almanahhist interpoolimiseta ja ümardatud kuni 5^{s}.

$t_{PGr.}$ . . . . $13\ 13\ 40$
λ . . . . . $-\,6\ 52\ 0$

t_{Pk} . . . . . $6\ 21\ 40$ (W); $\delta_P = 17^{0},6$ S

2) $\varphi_0 = 51^{0}$ S
$\delta_0 = 17^{0}$ S
$t_0 = 6^{h}20^{m}$ } . . . . . $A_0 = 75^{0},4$

ΔA_0 $0^{0},6$ laiuse peale . . . $+\,0,1$ . . . $\left(\frac{75,5 - 75,4}{10} \cdot 6\right)$

ΔA_0 $0^{0},6$ dekl. „ . . . $-\,0,4$ . . . $\left(\frac{74,7 - 75,4}{10} \cdot 6\right)$

ΔA_0 $1^{m},7$ t „ . . . $-\,0,3$ . . . $\left(\frac{74,6 - 75,4}{10} \cdot 1,7\right)$

$A_P = $ S $74^{0},8$ W $=$
$= 254^{0},8$
K. $P._P = 230,7$

$\Delta K = +\ 24,1$ (Ost)

Burdwood'i tabelites iga vertikaalahtri lõpus on märgitud:

„Sun rises" — tunninurk alumisest kohameridiaanist tõelise tõusu momendil.

„Sun sets" — tavaline tunninurk tõelise loojaku momendil.

„bearg" — asimuut tõelise tõusu või loojaku momendil.

3. Ebsen'i tabelid on koostatud samal põhimõttel, mis Burdwood'i omadki. Laiuse piirid on suurendatud 0^{0}—72^{0} (I köide — 0^{0} kuni 30^{0} ja II köide — 30^{0} kuni 72^{0}); deklinatsiooni piirid on laiendatud kuni $\mp\,29^{0}$, millega tagatakse alati Kuu asimuudi määramise võimalus.

Tabelid on koostatud laiuse järgi — üle 1^{0}, deklinatsiooni järgi — üle 1^{0} ja tunninurga järgi — üle 10^{m}.

Samuti kui Burdwood'i tabelites, kuid mitte all, vaid igas lahtris ülal, on antud:

„Aufg." (tõus) — tunninurk alumisest kohameridiaanist tõelise tõusu momendil.

„Untrg." (loojak) — tavaline tunninurk tõelise loojaku momendil.

„W. Az." — tõeline asimuut tõelise tõusu või loojaku momendil.

Ebseni tabelites mõnedel lehekülgedel on tühjad kohad kesköö lähedastel tundidel; nende jaoks asimuute antud ei ole, kuna taevakeha kõrgused on üle 70°.

Ebseni tabelid on mõnevõrra kompaktsemad kui Burdwood'i omad, kuid nende puuduseks on see, et asimuudid nendes on antud ainult ajavahemikuks 4^h kuni 20^h; varasemateks ja hilisemateks tundideks asimuute ei ole antud, kuna aga suurtes laiustes ja laiusega ühenimelise Päikese suure deklinatsiooni puhul viimast on sobiv peilida ka enne 4^h ja pärast 20^h.

On huvitav märkida, et tabelite autor ei interpooli asimuuti ei laiuse ega deklinatsiooni järgi, võttes selleks ja teiseks argumendiks lähima tervete kraadide arvu ja sooritab interpoolimise ainult tunninurga järgi.

Nähtavasti autori poolt taoteldav täpsus ei ole üle 1°.

Peale ülalosutatute on ka teisi tabeleid, millede struktuur on täiesti sarnane ülalkirjeldatutega. Sellised on Davis'i tabelid — laiuste jaoks 0° kuni 30°, Ždanko — laiuste jaoks 61° kuni 75° jt.

§ 110. KOMPASSIÕIENDI MÄÄRAMISE ERIJUHT PÄIKESE NÄHTAVA TÕUSU VÕI LOOJAKU MOMENDIL.

Kompassiõiendi võib kergesti saada Päikese järgi, võtnud ta peilungi nähtava tõusu või loojaku momendil (loojakul üheaegselt lipu langetamisega) ja võrrelnud seda peilungit Päikese asimuudiga samal momendil.

Päikese asimuuti võib arvutada täiesti samuti, nagu me arvutasime nähtava tõusu või loojaku aega, ja nimelt valemi järgi:

$$\cos A = \sec \varphi \cdot \sec \delta \cdot \sec h - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} h,$$

mis h korral $= -55',4$ võtab kuju

$$\cos A = \sec \varphi \cdot \sin \delta + 0{,}016 \operatorname{tg} \varphi.$$

Arvutamiseks on küllaldane võtta φ ja δ täpsusega kuni $0°,1$, mis lubab valida δ_P almanahhist ligikaudselt, võttes tõusuks $T_l = 6^h$ ja loojakuks $T_l = 18^h$.

Selle tõttu, et Päikese tõusul, eriti aga loojakul sageli moondub ka Päikese ketas ise ja võib tekkida ebaõige külgrefraktsioon, ning lõpuks — täpset peilungit kompassi järgi on raske võtta, — selle võtte täpsus on madalam eelmisest.

Näide 1. 5./V 1936. a. $\varphi = 59^0 10'$ N ja $\lambda = 23^0$ Ost, Päikese nähtava loojumise momendil märgiti K. P. L. $P = 130^0,5$. Leida ΔK.

1) T_1 võtame $= 18^h$; $T_{Gr.} = 16_h$ 5./V; $\delta_P = 16^0 20'$ N

2) $\cos A = \sec \varphi \cdot \sin \delta + 0{,}016$ lg φ . . . . . $A < 90^0$

$\varphi = 59^0 10'$ N	sec	0,2903	tg	0,2241
$\delta = 16^0 20'$ N	sin	9,4491	lg	8,2041
0,016				
	lg I	9,7394	lg II	8,4282
	$\alpha =$	0,0207	G. A.	$= 1{,}3112$

lg cos $A = 9{,}7601$
$A = $ N $54^0,9$ W $= 305^0,1$
K. P. . . . . $= 310,5$
ΔK . . . . . $= -5^0,4$ (W).

Töö hõlbustamiseks on Meretabelites tabelid 28 ja 29, milledes on antud asimuudid laiusteks 0^0 kuni 75^0 ja deklinatsioonideks 0^0 kuni 24^0, ühenimelisteks (tab. 28) või isenimelisteks (tab. 29) laiusega. Lehekülje all on osutus tabelitest valitava asimuudi nimetuse kohta. Tabelite kasutamiseks on küllaldane võtta φ ja δ täpsusega kuni $0^0,1$, peale väga suurte laiuste juhtude ja Päikese suure, laiusega ühenimelise deklinatsiooni puhul; neil juhtudel φ ja δ tuleb võtta täpsusega kuni $1'$—$2'$.

Lahendame eelmise ülesande tabelite järgi.

Meil oli: $\varphi = 59^0 10'$ N ja $\delta = 16^0 20'$ N.

$\varphi = 59^0,0$ N, $\delta = 16^0,0$ N } tab. 28 . . .	$55^0,8$
ΔA $0^0,2$ laiusele	$-0,2$
ΔA $0^0,3$ deklin.	$-0,7$
	$A = 54^0,9$ NW

täpselt seesama, mis oli arvutatud varemalt.

Näide 2. 20./VIII 1936. a., $\varphi = 32^0 40'$ S ja $\lambda = 100^0$ W, võeti Päikese nähtava tõusu K. P. L. $= 236^0,5$. Leida ΔK.

1) $T_k = 6^h$; $T_{Gr.} = 13^h$ 20./VIII; $\delta_P = 12^0,4$ N

2) $\varphi = 32^0$ S, $\delta = 12^0$ N } tab. 49 . . . . $103^0,6$
ΔA $0^0,7$ laiuse peale . . . $+0,8$
ΔA $0^0,4$ deklin. „ . . . 0
$A =$ S $104^0,4$ Ost $+ 75^0,6$

3) $\Delta K = 75^0,6 - 56^0,5 = +19^0,1$ (Ost)

Tema lihtsuse tõttu rakendatakse seda võtet kaunis sageli, kuid me peame veel kord hoiatama, et tema täpsus ei ole kuigi suur; peale selle omades vaid ühte peilungit, ei ole võimalust mitte ainult vähendada, vaid isegi otsustada juhuslike vigade üle peilimisel.

Me ei vaatle üldse kompassiõiendi määramise viisi Päikese tõelise tõusu või loojaku momendil, kuna ei leia sellel võttel olevat mingit tegelikku väärtust.

§ 111. KOMPASSIÕIENDI MÄÄRAMINE POLAARTÄHE ASIMUUTIDE JÄRGI.

Polaartäht (Põhjanael, Polaris), mis oma ööpäevasel liikumisel kulgeb mööda kaunis väikest paralleeli, sfäärilise raadiusega 62′ (1936. a.) ja sellepärast muudab vähe oma asimuuti (alati 0° lähedal), kujutab väikestes laiustes, kus tema peilimine on võimalik ilma peeglita, sobivat eset kompassiõiendi määramiseks.

Taevakeha polaarkolmnurgast me omame alati

$$\frac{\sin A}{\sin t} = \frac{\sin \Delta}{\cos h}.$$

Seetõttu aga, et Polaartähe polaarkaugus (Δ) on väga väike ($62' \cong 1^0$), tema asimuut, eriti väikestes laiustes, on samuti väike ja kõrgus on alati ligikaudu võrdne laiusega, võib eelmise valemi kirjutada nii:

$$A^0 \sin 1^0 = \Delta^0 \sin t \cdot \sec \varphi \cdot \sin 1^0$$

ehk lõplikult

$$A = \Delta \sin t \cdot \sec \varphi = \Delta \sin (S_k - \alpha_*) \cdot \sec \varphi.$$

Seejuures Polaartähe asimuut on NO-veerandis, kui ($S_k - \alpha_*$) on 0^h kuni 12^h, ja NW-veerandis, kui ($S_k - \alpha_*$) on 12^h kuni 24^h. Võttes keskmiselt aastas (1936. a.) $\alpha_* = 1^h40^m$, saab: kui S_k on 1^h40^m kuni 13^h40^m, siis Polaartäht asetseb meridiaanist ida pool, kui aga S_k on 13^h40^m kuni 1^h40^m — siis lääne pool.

Almanahhis lk. 150 on antud juba arvutatud Polaartähe asimuudid laiusteks 10° kuni 80° N kohaliku täheaja üle iga 20^m. Asimuudi valik mingit interpoolimist ei nõua.

Kompassiõiend määratakse tähe K. P. võrdlusest tema almanahhist valitud asimuudiga.

§ 112. AJANORMIDEST JA TÄPSUSEST ASTRONOOMILISTE ÜLESANNETE LAHENDAMISEL.

Ajanormide küsimust selle või teise astronoomilise ülesande lahendamisel ei ole veel kuski meie pedagoogilises ega teaduslikus kirjanduses puudutatud, praktika aga nõuab ka selle ülesande lahendamist.

Esitades allpool ajanormide tabeli, me peame enne selgitama, millisel teel me lähenesime selle küsimuse lahendamisele ja kuidas tabel meie poolt koostati.

Kõik astronoomilised ülesanded, nii oma tegelikus osas (vaatlused) kui ka arvutatavas ja graafilises (arvutused ja joonistamised), jaotati reaks üksiktegevusteks ning siis toimus kõikide nende tegevuste aja mõõtmine nende sooritamisel *heade vaatlejate ja arvutajate poolt*. Kogu ülesandeks vajaliku aja norm kujutab ülesande kõikideks üksiktegevusteks vajalike aegade summat. Seda normi kontrolliti veel ajamõõduga sellesama ülesande lahendamisel tervikuna, kuid jällegi *hea arvutaja ja vaatleja poolt*. Siis võeti väga väike koefitsient normi alandamise ja ümardamise poole ning see tühiselt vähendatud norm ongi toodud tab. 21.

Nii peab tabelis toodud norme vaatlema kui küllaldaselt kõrgeid *tootmisnorme*, s. o. selliseid, milliseid võib saavutada kogenud töötaja laevas.

Õppe-olukorras talvisel ajal osa tegevusi, nagu vaatluste sooritamine jms., langeb täiesti ära ja jäävad vaid arvutamine ja graafiline tegevus. Nende tegevuste sooritamise aja normid on väga kergesti saadavad ligilisatud tabelist, kuid muidugi peab neid alandama võrreldes tootmisnormidega. Tabeli viimses reas me annamegi nimelt normid õpilaste jaoks talvisel ajal, orienteerudes jällegi ettevalmistatud kuulajaga.

Tabeli selgitamiseks osutame, et:

1. Kui tabelis seisab murd, siis lugeja näitab tegevuse sooritamiseks vajalikku aega abilise olemasolul, kes märgib momente ja teeb üleskirjutusi; nimetaja — aega samaks tegevuseks, mis on sooritatud abiliseta.

2. Meridiaankõrguse järgi φ määramisel me eeldame, et võetakse 7 kõrgust, s. o. vaatlusi alatakse 4—5 minutit enne kulminatsiooni ja katkestatakse niipea, kui kõrgused hakkavad vähenema. Võimalik, et mõnel juhul 7 kõrgust ei osutu küllaldaseks;

Ajanormid (minutites) astronoomiliste ülesannete lahendamiseks.

Järjekorra nr-d	Ülesandeid / Tegevusi	φ määramine: meridiaankõrguse järgi *	φ määramine: meridiaankõrguse järgi ⊙	φ määramine: ligimeridiaankõrguse järgi *	φ määramine: ligimeridiaankõrguse järgi ⊙	φ määramine: Polaartähe järgi	λ määramine *	λ määramine ⊙	φ ja λ määramine (ühine) 4 tähe järgi	Asukoha määramine sumneri meetodi järgi: Üldjuhtum ***	Üldjuhtum **	Üldjuhtum ⊙ I joon	Üldjuhtum ⊙ II joon	Erijuhtumid: meridiaankõrgusega **	meridiaankõrgusega ⊙ φ I joon	meridiaankõrgusega ⊙ φ II joon	ligimeridiaankõrgusega **	ligimeridiaankõrgusega ⊙ φ I joon	ligimeridiaankõrgusega ⊙ φ II joon	Polaartähega	pikkusega **	pikkusega ⊙ λ I joon	pikkusega ⊙ λ II joon	peilungiga *	peilungiga ⊙	ΔK määramine tabelite järgi *	ΔK määramine tabelite järgi ⊙	Tõusu ja loojaku T_l määramine almanahhi järgi ⊙	Tõusu ja loojaku T_l määramine almanahhi järgi ☾
1	Kella võrdlus ja U_k arvestus	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	—	—
2	Sekstandi korrastamine vaatlusteks	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	—	—	—	—
3	Kompassi „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
4	Vaatlused *ci* määramiseks	1/1,5	1,5/2	1/1,5	1,5/2	1/1,5	1/1,5	1,5/2	1/1,5	1/1,5	1/1,5	1,5/2	1,5/2	1/1,5	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1/1,5	1/1,5	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1,5/2	1/1,5	1,5/2
5	3 kõrguse mõõtm. momendi märkimisega	—	—	—	—	3/5	3/5	2/4	6/10	9/15	6/10	2/4	2/4	3/5	2/4	—	—	2/4	6/10	2/4	2/4	2/4	2/4	6/10	6/10	2/4	2/4	2/4	2/4	3/5	2/4
6	5 „ „ „ „	—	—	5/8	3/5	—	—	—	10/15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	7 „ „ „ „	7/11	5/8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7/11	—	5/8	5/8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	5 peilungi võtmine momendi märkimisega	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	h_{ksk}, m_{ksk}, K.P.L.$_{ksk}$ arvestus	—	—	0,5	0,5	1,5	1	1	3	3	2	1	1	1	1	—	—	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1
10	*ci* „	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,3	0,5	0,3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,3	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,5
11	φ või λ „	3	4	10	10	4	7	8	32	—	—	—	—	3	—	4	4	—	4	—	5	5	—	3	6	—	6	6	—	—	—
12	I sumneri joone „	—	—	—	—	—	—	—	—	7	7	8	—	7	8	—	—	8	7	8	—	—	8	7	7	8	—	—	8	7	8	—	—
13	II „ „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	5	5	—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	III „ „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	Asimuudi ja ΔK „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	Tõusu või loojaku T_l „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	Joon. paberile: I joon φ-ga	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	—	4	—	4	4	—	4	—	4	4	—	—	—	—	—	—	—
18	„ „ I „ λ-ga	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	„ „ I „ peilungiga	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	—	4	—	4	—	—
20	„ „ II „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	4
21	„ „ III „	—	—	—	—	—	—	—	—	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22	Asukoha kandmine kaardile	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	—	1	1	—	1	—	1	1	—	1	—	1	1	1	—	—	—	1	—	—	—	—
	Kokku: eeltööd p. 1— 3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	12		6	12		12		6	12		12		6	6	12		12		6	6	3	3	—	—
	vaatlus. „ 4— 8	8/12,5	6,5/10	6/9,5	4,5/7	4/6,5	4/6,5	3,5/6	17/26,5	10/16,5	7/11,5	7/12		11/17,5	10/16		10/16		7/11,5	7/12		7/12		7/11,5	7/11,5	7/12		7/12		4/6,5	3,5/6	3	3	—	—
	arvutam. „ 9—16	3,3	4,5	10,8	11	5,8	8,3	9,5	35,3	20,3	14,3	18		11,3	14		14		13,3	16		16		12,3	15,3	17		17		8,8	10	6	6	2	3
	joon. (kaardile kandm.) p. 17—22	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	7	6	6		5	5		5		5	5		5		5	5	5		5		4	4	—	—	—	—
	Kokku	17/22	17/21	23/27	22/24	16/19	19/21	19/22	59/69	43/50	33/38	43/48		33/40	41/47		41/46		31/36	40/45		40/45		30/35	33/38	41/46		41/46		23/25	23.26	12	12	2	3
	Vaatl. lõpust vastuse ehk koha saamiseni	4	5	11	11	6	9	10	36	27	20	24		16	19		19		18	21		21		17	20	22		24		13	14	6	6	2	3
	Õppenorm	10	10	20	20	10	16	16	60	40	30	35		25	30		30		30	32		32		28	30	32		32		18	20	12	12	2	3

siis tuleb ka aega vastavalt pikendada. Kuid on vaja hoiatada, et kestvate katkestamata vaatluste korral täpsus tunduvalt langeb.

3. Sumneri meetodi erijuhtumil ligimeridiaankõrgusega me oletasime, et võetakse kolm ligimeridiaankõrgust, arvutused aga sooritatakse ühe (parima) järgi.

Mis puutub observeeritud asukoha täpsuse normatiivesse, siis ei osutu võimalikuks seda küsimust valgustada samuti kui eelmist. Tõeliselt osutub ainsaks mõõdupuuks selles küsimuses observeeritud asukoha (või ainult tema laiuse või pikkuse) lahkuminek arvutatavast; kuid see lahkuminek sõltub nii suurest arvust vaatlejast mitteolenevaist tegureist, et ta sugugi ei saa olla sooritatud astronoomiliste vaatluste ja arvutuste väärtuse kriteeriumiks.

Kui astronoomilisi vaatlusi sooritatakse ankrusseisvalt laevalt, kusjuures ankrukoht on täpselt määratud (kaardilt, navigatsioonilisel teel kolme peilungi või kahe nurga järgi), siis sellel juhtumil tõepoolest observeeritud ja arvutatava asukoha lahkuminek lubab otsustada vaatluste väärtuse üle, kusjuures hinnangu võib sellel juhul meie arvates määrata järgmiselt:

Lahkuminek kuni 1—1,5 meremiili — hea,
„ 1—1,5 kuni 3 meremiili — rahuldav,
„ üle 3 meremiili — mitterahuldav.

Kuid sel juhul peab arvestama kõiki vaatlustega kaasnevaid asjaolusid: õhkkonna seis, mitte ainult selge horisondijoone ja taevakeha kujutuse mõttes, vaid ka ebanormaalse maarefraktsiooni, taevakehade asimuutide vahelise nurga jms. suhtes.

Suvise praktika puhul võib soovitada: sõidul kalda nähtavuses, kui laeva asukoht korraliku kompassi olemasolul on igal momendil tegelikult täiesti täpselt teada, iga astronoomilisel teel määratud asukoht kanda kaardile, õigemini, laevakursiga märgitud kalkale. Selle asukoha lahkuminek punktist kursil samaks momendiks annabki observeeritud asukoha lahkumineku tõelisest. Vaatluste väärtuse hinnangu selle lahkumineku suuruse järgi võib jätta samaks, mis on ülemal näidatud. Selline kalka demonstreerib õpilastele piltlikult nende töö väärtust.

Suure arvu õpilaste puhul, kui kõikide observeeritud asukohtade kalkale märkimine osutub tülikaks, võib rakendada teist võtet: kõik observeeritud asukohad taandatakse kursi ja sõiduga mingile kindlale momendile ja kohale kaardil, ning siis kõik observeeritud asukohad kas märgitakse kalkale või koostatakse lahkuminekute tabel laiuse ja pikkuse järgi.

Sõidul ulgumerel tuleb vaatluste väärtuse hindamiseks juhil endal mingil momendil laeva aja järgi sooritada vaatlusi ja arvutada oma observeeritud asukoht, millega võrrelda samaks momendiks taandatud õpilaste poolt saadud asukohti. Vaatlikkuse mõttes võib kõik asukohad kanda ruudulisele paberile täiesti vabades ja sõltumatutes mastaapides laiuse ja pikkuse jaoks. Täpsuse hinnet tuleb sellel juhul mõnevõrra alandada ja nimelt:

lahkuminek kuni 2 miilini — hea,
„ 2 kuni 4 miilini — rahuldav,
„ üle 4 miili — mitterahuldav.

Astronoomia arenemise lühike ajalooline ülevaade.

Astronoomia — teadus taevakehadest ja Maast kui taevakehast — tekkis inimese tegeluse konkreetseist vajadusist. Esimesed ülesanded, mis seisid esialgsete astronoomide ees, olid lihtsad, kuid vajalikud. Ajamääramise ja ajamõõtmise — kalendri korraldamise, öö ja päeva vähemaiks ajaühikuiks jagamise vajadus, lihtsaimate astronoomiliste orienteerumisvõtete tarvidus tolleaegses meresõidus tingisid süstemaatilist ja hoolikat tähistaeva ning esijoones Päikese ja Kuu vaatlemist.

Üks revolutsioonilise proletariaadi filosoofia rajajaid, F. Engels, oma teoses „Looduse dialektika" ütleb selle kohta järgmist:

„On vaja uurida loodusteaduse üksikute harude korrapärast arenemist. — Kõigepealt astronoomia — juba aastaaegade tõttu on ta absoluutselt vajalik karjakasvatajatele ja põlluharijatele rahvastele. Astronoomia võib areneda ainult matemaatika abil. Järelikult tuli tegelda ka viimasega."

Ajajärku, mil astronoomia astus teaduse teele, kui hakati korraldama lihtsamaid süstemaatilisi vaatlusi, eraldab meie ajast ligemale 4—5 tuhat aastat. Selle ajastu kultuursemates maades, nagu Egiptus, Hiina, India, Babülon, pandi alus taevakehade ööpäevase liikumisega seoses olevate nähtuste uurimisele.

Ja need 5000 aastat, lõpmatu väike ajavahemik Maakera elus, on siiski küllalt pikaks ajaks kultuuri ajaloos, et lugeda astronoomiat meie planeedil tekkinud muistsete teaduste hulka.

Muistsetel rahvastel (Egiptus, Babülon) ööpäevase liikumise uurimine leidis kõigepealt rakendamist ajamõõtmisel, ja juba egiptlastel „öö" ja „päev" olid nendeks ajaühikuteks, milledega mõõdeti mitmesuguseid ajavahemikke. Täpsemaks aja hindamiseks jagati juba siis öö ja päev 12 võrdseks ajavahemikuks — tunniks, kuid seoses sellega, et öö ja päeva pikkus ei jää püsivaks mitmesugustel aastaaegadel, siis oli ka öise ja päevase tunni vältus mittepüsivaks suuruseks. Ainult hiljemini võtsid

kreeklased ajamõõtmise ühikuks mitte öö ja päeva, vaid ööpäeva ning jagasid ta 24 võrdseks ajavahemikuks.

Mitte ainult Päikese tõus ja loojak ei köitnud muistse Egiptuse vaatlejate tähelepanu: perioodiline, korrapäraselt korduv ja elanikele erakorralist majanduslikku tähtsust omav Niiluse suurvesi, seoses Päikese teatud asukohaga taevavõlvil, võimaldas määrata ka teist ajaühikut — aastat, vältusega ligemale 365 ööpäeva, s. o. lähedast tõelisele (365,2422 ööpäeva).

Öises taevas kaunis märgatavana esinev Kuu ei võinud samuti jääda väljapoole muistsete astronoomide tähelepanu, ja tema faaside kordumine osutus veel ühe ajamõõtmise ühiku — sideerilise kuu määramise põhjuseks. Meie ajastuni säilinud seitsmepäevase nädala sisseseadmist omistatakse tavalisesti babüloonlastele; kaasaegsed nädalapäevade nimetused tekkisid tunduvalt hiljem, rooma võimutsemise ajastul.

On olemas mõningaid aluseid oletamiseks, et nende kaugete aegade astronoomid oskasid Päikese või tähtede abil tõelisi suundi määrata. Sellel kaugel ajastul inimesed ei omanud mingit mõistet Maakera kujust ega mõõtmetest, seda enam tema asetusest maailmaruumis. Maad loeti keskpunktiks, mille ümber mingisugustel salapärastel põhjustel sooritasid oma ööpäevast liikumist kõik nähtavad taevakehad; tähti peeti lihtsalt valgustuvateks punktideks, Päikest aga ja Kuud — ketasteks.

Usuliste kultuste tekkimisega astronoomilised teadmised said preestrite seisuse eesõiguseks. Astronoomia peitub kauaks templite võlvide alla ja kasutatakse preestrite poolt masside rõhumise vahendina ning tema arenemise tulemused jäävad käputäie usulise kultuse teenijate omandiks. Juba kauges minevikus uurivad preestrid neid esimesel pilgul salapäraseid loodusnähtusi, nagu Päikese ja Kuu varjutused, määravad nende perioodilisuse ning selgitavad nende tõelise olemuse. Õppinud ette kuulutama varjutusi, preestrid kuulutasid varakult nende saabumise päeva, esitades seda jumalate ilmutamisena. Nõnda püüdsid kultuse teenijad tugevdada usu mõju ja vägivallavalitsejate võimu, hirmutades masse astronoomiliste nähtustega, milledes tõeliselt ei ole midagi salapärast.

Muistsetes kultustes algab taevakehade — Päikese, Kuu ja planeetide jumaldamine; tekib valeõpetus nende mõjust inimeste saatusele — astroloogia. Planeetide ja tähtede asetuse järgi inimese sündimise päeval ja tunnil astroloogid hakkavad ette kuulutama tema edaspidist saatust.

See valeõpetus, olles rumalaks ebausuks ja lõplikult kõrvale heidetud alles võrdlemisi hiljuti (XVI—XVII sajandil), kui

lõpuks olid kindlaks määratud taevakehade liikumise põhjused ja seadused ning sellega lõplikult kõrvaldatud saladusekate kõigilt astronoomilistelt nähtustelt, — omas siiski ka kasulikku külge, kuna kogus vaatlusmaterjali taevakehade kohta, mis tõi kasu astronoomia arenemisele.

Kuid muistsed egiptuse ja babüloni astronoomid, ehkki sooritasid arvukaid vaatlusi, ei suutnud tungida sügavale astronoomia nähtuste olemusse. Materjali süstematiseerimise ja omandamise teene kuulub vana-kreeka filosoofidele.

Ka sellel etapil astronoomia arenemine liigub praktika nõuete kohaselt. Meresõidu arenemine Vahemeres nõuab hoolikamat astronoomiliste nähtuste uurimist. Ilmuvad esimesed enamvähem teaduslikult põhjendatud katsed kujutada kosmose ehitust. Kreeklaste suurimaks teeneks ei ole niivõrd uute teadmiste kogumine vaatlustest, kui kogu selle materjali süstematiseerimine ja töötlemine, mis oli nende käsutuses ja mille nad võib-olla osaliselt said egiptlastelt, babüloonlastelt ja teistelt idamaa rahvastelt.

Suutmata veel tungida astronoomiliste nähtuste olemusse, kreeklased esimestena andsid neile geomeetrilise tõlgenduse, võttes kasutamisele astronoomias taevasfääri ühes kõikide ringide ja punktidega tema pinnal ja seletades taevakehade ööpäevast liikumist selle sfääri pöörlemisega ümber Maakera ühes temale kinnitatud taevakehadega. Sfääri kujutati reaalse õõnsa kerana sedavõrd suure raadiusega, et vaatleja kohamuutmine Maakera pinnal ei tekitanud mingeid muutusi suundades taevakehadele.

Juba kõige kaugematel aegadel tehti katseid koondada enam märgatavate tähtede rühmi tähtkujudeks. Nähtavasti enamik tähtkujudest on määratud kreeklastelt, mida tõendavad paljud nende nimetused, mis on säilinud meie ajani; üksikutele heledaimatele tähtedele anti eri nimetused. Palju tähtede nimetusi on araabia päritoluga.

Üheks tähtsaimaks selle ajastu momendiks astronoomiliste teadmiste arenemises osutub planeetide avastamine. Tol ajal olid tuntud planeedid: Merkuur, Veenus, Marss, Jupiter, Saturn; planeetideks loeti ka Päikest ja Kuud. Planeetideks ehk „hulkuvateks" taevakehadeks nimetati neid seepärast, et nende asendid teiste tähtede suhtes pidevalt muutusid. Planeetide kaugusi ei tuntud, kuid otsustades planeetide tagasituleku kestuse järgi oma endistesse asendeisse liikumata tähtede suhtes, loeti sel ajal Kuud kõige lähedamaks planeediks Maakerale, Saturni — kõige kaugemaks.

Mõisted Maakera kujust ja mõõtmetest olid tol ajal väga segased, ja vist esimesena oletas Püthagoras (VI saj. e. m. a.) Maa kerakujulisust ja tema eraldatust maailmaruumis.

Edaspidi leidub osutusi Maa kerakujulisusele Aristotelesel (384—322. a.), kusjuures viimane juba kinnitab oma oletusi mõningate tõestustega: varju piiride kuju kuuvarjutusel ja tähistaeva pildi muutumine vaatleja kohamuutmisel põhja või lõuna poole.

Juba sellel ajastul avaldati arvamusi Maakera tiirlemise kohta ümber Päikese, kuid sama filosoof Aristoteles esitab kaaluva vastuväite selle liikumise võimaluse kohta: Maakera liikumine kutsuks esile tähtede näiva kohamuutumise. See tõsiseim vastuväide kõrvaldati ainult XIX sajandil, kui instrumendid ja vaatluste meetodid saavutasid sellise täiuslikkuse, mis võimaldas tõeliselt avastada tähtede kohamuutumisi, vaatamata nende tohutuile kaugustele. Kreeklastele omistatakse ka päikesekella ehitust, millise seadise ehitamine ja paigutamine nõuab küllaldaselt täielikku Päikese ööpäevase liikumise tundmist.

III sajandiks astronoomilise mõtlemise keskpunkt kandub uuesti Egiptusse, Aleksandriasse. Selle ajastu aleksandria astronoomidest tuleb nimetada Aristarchost (III saj. e. m. a. a.), kes esimesena osutas meetodile Maakera ja Kuu kauguse määramiseks Päikesest.

Tõsi küll, tulemused olid kaugel tõelistest: Aristarchose arvestuste järgi kaugus Maakerast kuni Päikeseni oli kõigest 18—20 korda suurem kaugusest Kuuni (tõeliselt — 400 korda), kuid viga tekkis sellest, et vaatluste täpsus oli väga madal. Tema määras ka, et Kuu diameeter moodustab ligi $^1/_3$ Maakera diameetrist, mis on lähedane tõelisusele.

Nähtavasti ei tekitanud sellel ajastul Maakera kerakujulisus enam kahtlusi ja sama aleksandria kooli esindaja Eratosthenes (276—195 a. e. m. a. a.) sooritas esimesena astronoomilisi vaatlusi ja mõõtmisi Maakera suuruse määramiseks; on põhjust oletada, et tulemus saadi veaga ligemale 1%. Eratosthenes määras ka ekliptika kalde ekvaatoriga $23^{0}51'$, mis väga vähe erineb tõelisest suurusest $23^{0}27'$.

Suurimaks selle aja astronoomiks oli kreeklane Hipparchos, kes elas II sajandil. Et anda seletust Päikese nähtava liikumise erilisustele, ta oletas, et Maakera asetseb mitte Päikese liikumise ringi keskel, vaid väljaspool seda; sedaviisi Päikese liikumine ümber Maakera toimus mööda „ekstsentrikut". Vastava suurusega ekstsentritsiteedi valikuga kujunes tal Päikese tõe-

line liikumine küllalt hästi — täpsusega kuni 1′. Hipparchos määras kuu orbiidi kallaku ekliptika tasapinnaga 5°, mis on kaunis lähedane tema tõelisele väärtusele. Tema määras ka Kuu kauguse Maakerast — 59 maakera raadiust, mis samuti on lähedane tõelisele. Hipparchos esimesena koostas tähekataloogi, mis hõlmas üle 1000 tähe ja kus olid antud nende koordinaadid ning määratud tähtede 6 heledusjärku. Hipparchose üks tähtsaimaid avastusi oli pretsessiooni nähte avastamine, kusjuures ta määras pretsessiooni suuruse 36″ aastas (kaasaegsete andmete järgi — 50″) ning sellega seoses püstitas ta ka mõiste troopilisest aastast, kestusega $365^d\ 5^h\ 55^m$, ja sideerilisest ehk täheaastast kestusega 15^m võrra pikemana eelmisest (kaasaegsete andmete järgi: troopiline aasta võrdub 365,24222 ööpäeva ehk $365^d\ 5^h\ 50^m$, ja täheaasta 365,25637 ööpäeva ehk $365^d\ 6^h\ 9^m$). Päikese ja Kuu varjutuste küsimus töödeldi Hipparchose poolt nii kaugele, et ei tekitanud suurt raskust ette kuulutada päikese ja kuuvarjutusi täpsusega 2—3 tundi.

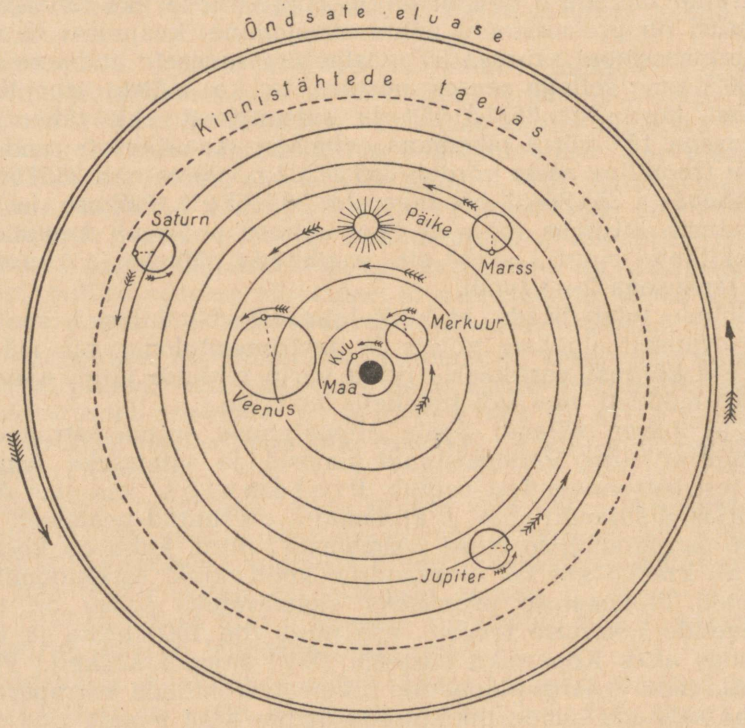
Sellele tuleb lisada, et kõik tolleaegsed vaatlused sooritati erakorraliselt algeliste võtete ja instrumentidega: nii määrati Päikese kõrgust vertikaalse ridva varju pikkuse järgi, ajavahemikke mõõdeti vee- või liivakella abil jne.

Üle kolme sajandi peale Hipparchose surma astronoomia ajalugu ei tunne väljapaistvaid nimesid ja viimaseks vanaaja suurtest astronoomidest osutub Ptolemaios, kes elas Aleksandrias II sajandil m. a. j. Ptolemaios on tuntud peamiselt oma suure astronoomilise teose „Almagesti" tõttu, kuhu on koondatud nii kreeka kui ka aleksandria kooli kõik astronoomilised andmed. Ptolemaiose peamiseks algupäraseks tööks on tema planeetide liikumise teooria, mis püsis üle 1000 aasta ja mille asendas alles Koperniku süsteem (XVI sajandi keskel). Ptolemaiose teooria järgi planeetide liikumised, millede korrapäratust ei saa seletada nende liikumisega ümber Maa mööda ringjoont, seletati järgmiselt: planeet ei liigu ümber Maa mööda ringjoont, vaid mööda nn. epitsüklit (väikest ringjoont), mille keskpunkt omakorda liigub ümber Maa mööda ringjoont, nn. deferenti (joon. 148). Liites planeedi liikumise mööda epitsüklit viimase keskpunkti liikumisega mööda deferenti, saame resultaadina planeedi päri- või vastupidise liikumise või seisaku. Siiski täpset kooskõla teooria ja vaatluste vahel ei saavutatud ja Ptolemaios võttis tarvitusele veel erilise punkti, nn. ekvandi deferendi sees; epitsükli keskpunkti liikumine aga mööda deferenti toimus ühtlaselt mitte ümber Maa, vaid ekvandi suhtes.

Sellise eriliselt keerulise ja raske süsteemiga Ptolemaiosel

õnnestus saavutada tolle aja kohta küllaldast kooskõla teooria ja tõeliste vaatluste vahel.

Ptolemaiose teenete hulka kuulub refraktsiooni nähte avastamine, mis teatavasti osutub kiirte murdumise järelduseks õhkkonnas; peale selle ta avastas mõningaid iseärasusi Kuu liikumises (evektsioon).



Joon. 148.

Ptolemaiosega lõpeb astronoomiliste teadmiste arenemise ajaloo esimene periood.

Üle 13 sajandi, „Almagesti" ilmumise momendist ja kuni 1543. a., Koperniku surma-aastani ning üheaegselt teose ilmumiseni taevasfääride pöörlemisest (De Revolutionibus Orbium Coelestium), ei tehtud ühtki märkimisväärset astronoomilist avastust, ei ilmunud ühtki suurt ideed astronoomias; astronoomia elas „Almagesti" ideedega. Tõsi küll, sellel perioodil

võib märgata mõningat huvi astronoomia vastu nii araablastel (IX, X saj. m. a. j.) kui ka tatarlastel (XIV sajandil ja XV algul). Araablastelt on meie ajani säilinud mõningad tähtede ja astronoomiliste oskussõnade nimetused (seniit, nadiir, almanahh), tatarlased aga püstitasid Samarkandis 1420. a. suurepärase observatooriumi, sisustatud tolle aja kohta suurepäraste instrumentidega.

Uus ajastu astronoomias algab Nikolai Kopernikuga, kes sündis 19. veebruaril 1473. a. Thornis. Olles kutselt vaimulik ja ühtlasi ka arst, Kopernik siiski juba noorest põlvest huvitus astronoomiast. Nähtavasti idee Ptolemaiose süsteemi ebaõigsusest tekkis temas võrdlemisi varases eas; tema tööde aluseks astronoomias ei olnud aga mitte vaatlused, mida ta kasutas väga vähe ja mitte eriti hoolikalt, vaid just taevakehade liikumise uue teooria töötlemine.

Kuid olukord uue teooria avaldamiseks oli erakorraliselt ebasoodus: vaimulikkond, kelle kätte tol ajal oli koondatud mitte ainult kiriklik, vaid ka riiklik võim, ja kes suurel määral suunas ja juhtis tolle aja teaduslikku mõtlemist, oma autoriteedi säilitamiseks kõrvaldades halastamatult ja taga kiusates kõike seda, mis ei olnud kooskõlas kiriku õpetusega, — suhtus äärmiselt halvakspanevalt Koperniku uude õpetusse, mille kohta kuuldused vähehaaval levisid teaduslikes ja astronoomilistes ringides. Seepärast Kopernik, üksikasjaliselt ja lõplikult läbi töötanud oma uue õpetuse, ei julgenud teda anda trükki. Mitte kaua enne surma Kopernik saatis oma käsikirja piiskop Giese'le, kes Koperniku ühe õpilase kaasabil andis ta trükki. Raamatu, mis ilmus trükist 1543. a. ja oli nimetatud, jällegi autori osavõtuta „De Revolutionibus Orbium Coelestium", sai Kopernik kätte just oma surmapäeval 24. mail 1543. a.

Koperniku õpetuse põhialused seisavad selles, et Maakera ei kujuta endast seda keskpunkti, mille ümber liiguvad kõik taevakehad, vaid ta osutub Päikese lihtsaks kaaslaseks ning tiirleb ühes kõikide teiste planeetidega ümber Päikese, millele sel viisil läheb üle keskne osa Maailmas. Peale selle Koperniku õpetuse järgi Maakera omab veel ööpäevast pöörlemist ümber telje. Need ideed ei olnud absoluutseks uudseuseks; vähepõhjendatud oletuste näol need ideed esinevad juba muistsetel astronoomidel ning Koperniku teeneks osutuvad just tema teooria matemaatilised ja loogilised tõestused, mis nendivad Maakeral kahte liiki liikumist: pöörlemine ümber telje ja tiirlemine ümber Päikese.

Mis puutub teistesse planeetidesse, siis Koperniku süsteemi järgi nad tiirlevad samuti ümber Päikese, kusjuures nende kauguse järjekorda Päikesest oletatakse nimelt sellisena, nagu ta esineb tõelisuses: Merkuur, Veenus, Maa ühes Kuuga, Marss, Jupiter ja Saturn. Kõik planeedid, sealhulgas ka Maa, liiguvad ümber Päikese ringjoonelisi teid mööda; Maa ja planeetide ühise liikumisega on Koperniku süsteemis küllaldaselt hästi selgitatud kõik näivad korrapäratused Maalt vaadeldavate planeetide liikumistes.

Peale selle Kopernik oletas, et Maakera telg on kallutatud maakera orbiidi tasapinnale (ekliptikale) $66^1/_2{}^0$ nurga all, mille tõestust ta nägi päeva pikkuse muutumises aasta jooksul ja aastaaegades.

Kopernik uuris väga hoolikalt pretsessiooni ning seletas seda nähtust maakera telje aeglase liikumisega, mis säilitab muutmatult oma kallaku ekliptikale ja jõuab tagasi endisse asendisse 26 000 aasta pärast; siit oli tema määratud pretsessiooni aastane suurus 50″,2 mis moodustab peaaegu pretsessiooni täpse suuruse kaasaegsete andmete järgi.

Kopernik leidis, et Merkuuri, Veenuse, Marsi, Jupiteri ja Saturni kaugus Päikesest moodustab 0,36; 0,72; 1,5; 5 ja 9 Maakera kaugust Päikesest; kaasaegsed andmed annavad 0,39; 0,72; 1,5; 5,2 ja 9,5; samade planeetide täielise tiirlemise perioodid määrati tema poolt 88; 225; 687 päeva; 12 aastat; 30 aastat.

Kuid eeldades kõikide planeetide orbiite ringjoontena Päikesega keskpunktis, ei saanud ta täielikult hävitada lahkheli teoreetiliselt arvestatud planeedi asukoha ja tema tõeliselt vaadeldava asukoha vahel mistahes momendil, ning teooria parimaks kooskõlastamiseks vaatlustega Kopernik säilitas siiski Ptolemaiose epitsüklite süsteemi, viies nende üldarvu kõikidel planeetidel kolmekümneni. Tähtede suhtes Kopernik oletas neid kõiki asetsevaina Päikesest ühes ja samas kauguses, ning seejuures sedavõrra suures, et Maakera liikumine mööda orbiiti ei tekita muutusi Maakeralt nähtavate tähtede suundades.

Koperniku avastus tekitas revolutsiooni teaduses ja andis religioonile tohutu löögi. Engels iseloomustab seda tabavalt järgmiselt: „Revolutsiooniliseks aktiks, millega loodusteadus deklareeris oma iseseisvust, oli surematu töö avaldamine, milles Kopernik — kuigi tagasihoidlikult ja niiöelda surivoodil — heitis kinda kiriklikule autoriteedile looduslikes asjus."

Koperniku ideed olid sedavõrd uued ja ebatavalised, et nendega harjuti kaunis aegamisi.

Üks suurimaid astronoome, Tycho de Brahe (1546—

1601), kes töötas varsti pärast Koperniku surma, lõi uue teooria, erineva sellest, mille andis Kopernik.

Tycho de Brahe süsteem seisis oletamises, et kõik planeedid peale Maa tiirlevad ümber Päikese, mis omakorda tiirleb liikumatu Maa ja tema kaaslase Kuu ümber.

Tycho süsteemis me näeme sammu tagasi planeetide liikumise õpetuses, ja peab märkima, et see süsteem ei leidnud poolehoidu kuski ega kellegi poolt. Tunduvalt suuremat kuulsust Tycho saavutas oma erakorraliselt täpsete ja rohkearvuliste taevakehade vaatlustega, mis tõid temale nende aegade parema astronoomi kuulsuse; Tycho käsutuses oli suurepärane observatoorium, varustatud tolle aja kohta parimate instrumentidega. Eriliselt soodustas vaatluste täpsust Bürgi poolt XVI sajandi lõpul leiutatud kell pendliga, mis reguleerib ta käiku. Suurt abi vaatluste töötlemisel osutas abilisena töötav Kepler, kes palju aitas kaasa Tycho kuulsusele.

Ei ole huvituseta märkida, et selleks ajaks oli astronoomiliste vaatluste töötlemine tunduval määral lihtsustatud kümnendmurdude ja logaritmide rakendamisega.

Juba Tycho de Brahe ajal alustasid oma tööd kaks suurimat astronoomi: Galilei ja Kepler.

Galilei (1564—1642), pärit Pisast (Itaalia), ilmutas juba noorest east erakordseid matemaatilisi võimeid, ühendatud haruldase leidlikkuse ja tähelepanelikkusega.

Juba 1582. a., vaadeldes kirikus lühtri võnkumist ja kontrollides selle võngete perioode oma pulsi löökide järgi, tekkis tal idee võnke perioodi sõltumatusest võnke suurusest. Peale nende vaatluste mitmekordset kontrollimist ta leiutas seadise, mis osutub pendliga kella prototüübiks. 22 aasta vanusena ta kirjutas oma esimese teadusliku töö hüdrostaatilistest kaaludest ja 3 aasta pärast ta määrati matemaatika professoriks Pisas.

Galilei esimesed teaduslikud tööd kuuluvad peamiselt mehaanika valdkonda; astronoomia alal ta hakkas töötama tunduvalt hiljem, umbes 1604. aastast, milleks suure tõuke andis umbes 1610. aastal tema poolt konstrueeritud väike teleskoop, suurendusega 30 korda. Oma vaatluste esimeseks objektiks teleskoobiga Galilei valis Kuu ning tema vaatlused hävitasid kohe tolleaegse kujutluse Kuust, kui kehast sileda pinnaga: Kuul avastati ka mäed, orud (hiljemini nimetatud meredeks), millega oli kindlaks tehtud Maakera ja Kuu pinna sarnasus; seejuures ta määras ka paremini märgatavate mägede kõrguse, saades nendest kõrgeima jaoks umbes 7,5 kilomeetrit, mis on kaunis lähedal tõelisele kõrgusele.

Teleskoobi abil Galilei avastas suure hulga paljale silmale nähtamatuid tähti ja jaotas Linnutee mõningad osad tohutuks arvuks väikesteks tähtedeks. Sellele järgnes jaanuaris 1610. a. Jupiteri nelja kaaslase avastamine ja nende tiirlemisperioodi määramine. Jupiteri kaaslaste avastamine oli selgeks Koperniku süsteemi tõenduseks ja lükkas ümber Ptolemaiose ja Aristotelese õpetused, kes teatavasti arvasid, et kõik taevakehad tiirlevad ümber Maakera. Samal 1610. a., vaadeldes oma teleskoobiga Saturni, ta avastas mõningaid iseärasusi selle ehituses, kuid instrument oli liiga nõrk, et ta võinuks märgata rõngaid, mis avastati Huygens'i poolt 1655. aastal. Sama aasta sügisel ta avastas Veenuse faasid, mis kinnitas tema sarnasust Maaga ja tõestas tema tiirlemist ümber Päikese. Galilei viimaseks suuremaks teleskoopiliseks avastuseks oli Päikese laikude avastamine ja Päikese oma telje ümber pöörlemise fakti kindlaksmääramine.

Kõik need avastused, mis tõestasid kiriku poolt hukkamõistetud Koperniku süsteemi õigsust, ei võinud jääda inkvisitsiooni poolt tähele panemata; Galileid süüdistati ketserluses. Inkvisitsioonikohus kuulutas 1616. aastal Koperniku raamatud keelatuks, Galileile aga otsustati teha noomitus ühes kohustusega Koperniku õpetuse parandamiseks kirikule soovitavas vaimus.

Otsus ei peatanud Galileid tema astronoomilistes ja matemaatilistes otsingutes; nii on teada tema selle perioodi tööd võimaluste kohta asukoha pikkuse määramiseks Maakeral Jupiteri kaaslaste varjutuste vaatluste järgi. Aastal 1623 ilmus trükist „Il Saggiatore", teos, mis on kirjutatud seoses 1619. aastal ilmunud kolme komeediga. Samal ajal Galilei asus suure astronoomilise teose „Kõnelusi kahest maailmasüsteemist" kirjutamisele, milles esitati nii kõiki tema astronoomiliste tööde ja uurimuste resultaate, kui ka palju teisi matemaatika ja mehaanika ala küsimusi. See raamat, mis sisaldab kahe isiku kõneluse näol peenelt maskeeritud Koperniku teooria kinnitamist, ilmus 1632. a. algul ja tekitas kohe karmi jälitamise inkvisitsiooni poolt: mõne kuu pärast keelati selle raamatu väljaandmine, autor ise aga kutsuti uuesti Rooma inkvisitsioonikohtu ette. Piinamise ja hukkamise ähvardusel sunniti teda kohtus tunnistama väljendatud ideede ebaõigsust ja ekslikkust ning maha salgama, needma ja vihkama oma eksimusi. Siis paigutati ta vangimajja, mis mõne päeva pärast asendati Roomast väljasaatmisega ning valve seadmisega tema tööde ja sõprade ning teadlastega läbikäimise üle.

Kui võtta arvesse, et samasuguste Koperniku teooriat pooldavate teoste eest sama inkvisitsioonikohtu poolt 1600. aastal põletati tuleriidal Giordano Bruno, siis peab tunnistama, et otsus

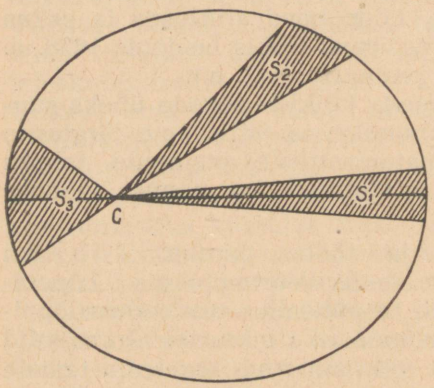
Galilei suhtes oli võrdlemisi pehme, mille põhjuseks võis olla tema erakordne populaarsus ja austus, mitte ainult õpetlaste ja astronoomide keskel, vaid ka paljude sama kiriku mõjukate isikute hulgas.

Oma viimased eluaastad Galilei veetis inkvisitsiooni valju valve all, kuid vaatamata oma kõrgele eale jätkas ta teaduslikku tööd. Samasse aega kuulub Kuu libratsiooni avastamine ja Jupiteri kaaslaste varjutuste järgi pikkuse määramise tööde jätkamine (libratsiooniks nimetatakse Kuu ketta nähtava osa muutumist vaatleja asukoha muutumise tõttu või Kuu deklinatsiooni muutumise mõjul). Suuremat tähelepanu aga ta omistas avastustele ja töödele mehaanikas; kõik need arutlused ta esitas teoses kahest uuest teadusest, mis ilmus trükis Leidenis 1638. a. 4 aastat enne Galilei surma (8. jaanuaril 1642. a.).

Õigupoolest tuleb Galileid lugeda kõikide aegade üheks suurimaks matemaatikuks ja astronoomiks; ta jättis oma järglasile astronoomiliste vaatluste ja matemaatiliste otsingute tohutu materjali, mis kujutab endast üliväärtuslikku panust teaduse varasalvedesse.

Üheaegselt Galileiga elas ja töötas kuulus Johann Kepler (1571—1630). Kepler sündis Würtembergis. Lõpetanud 1588. a. Thübingeni ülikooli, ta pühendus usuteaduse õppimisele. Aastal 1594 ta kutsuti matemaatika lektoriks Grazi, kuid majanduslike raskuste tõttu ta oli sunnitud tegelema temale täiesti mitteomase ilmade ennustamisega, tähtsate sündmuste ning õnnelike ja mitteõnnelike päevade jne. ettekuulutamisega, kusjuures mõningad õnnestunud neist tõid talle selgeltnägija ja astroloogi reputatsiooni. Oma vaba aja ta pühendas hoolikale astronoomia uurimisele, sest et „oli kolm asja — taevakehade liikumine, arv ja suurus, ja mispärast nad on sellised, aga mitte teistsugused" —, mis teda huvitasid. Võttes aluseks Koperniku süsteemi, ta töötas mitmed aastad visalt planeetide raadiuste õigete suhete määramise kallal ja 1596. aastal kirjutas raamatu, mida tavalisesti nimetatakse „Mysterium Cosmographicum" (universumi saladused). See teos ei pakkunud sisuliselt uut, kuid andis tunnistust autori tohutuist teadmistest astronoomias ja ta erakorralisest teravmeelsusest. Aastal 1600 Kepler võtab vastu, jällegi majanduslikel põhjustel, Tycho de Brahe kutse töötada tema observatooriumis, kus talle tehti ülesandeks planeet Marsi uurimine, mille kohta Tychol oli sooritatud väga palju vaatlusi. Kuid Koperniku epitsüklite süsteem ei andnud sel puhul küllaldast teooria kooskõla Tycho vaatlustega, mis olid tehtud suure täpsusega, ja Kepler hakkas otsima mitmesuguseid

teisi geomeetrilisi skeeme, püüdes leida sellist, mis annaks hea kooskõla vaatlustega. Peale mitmeid asjatuid katseid Keplerile tuli pähe mõte, et Marsi orbiit peab olema ovaalne — munakujuline; saavutamata ka siin häid tulemusi, Kepler katsetas orbiidiga ellipsi kujul, mille ühes fookuses on Päike, ning oma kirjeldamatuks rõõmuks ta nägi, et sel juhul vaatlused kooskõlastuvad täielikult teooriaga. Varsti ta veendus, et planeet liigub kiiremini Päikese ligidal, ja aeglasemalt kaugel temast, ja selle läbi töötanud, ta tuletas Marsi jaoks kaks põhilist seadust, mis on tuntud Kepleri kahe esimese seaduse nime all (joon. 149):



Joon. 149.

1. Planeedid liiguvad ümber Päikese mööda ellipsit, mille ühes fookuses asetseb Päike.

2. Planeetide raadiusvektorid moodustavad liikumisel pindalad, mis on võrdsetel ajavahemikkudel võrdsed.

Kepleri edasise tööga leidis ka teiste planeetide juures Marsi vaatlustest saadud kahe seaduse õigsus kinnitust. Üheaegselt selle probleemi lahendamisega ta avastas ka planeetide liikumise 3. seaduse:

3. Planeetide tiirlemisperioodide ruudud suhtuvad nagu nende keskmiste kauguste kuubid.

Need seadused ühes kõikide nende õigsuse tõenditega ja tõestustega on koondatud 1618—1621. a. avaldatud Kepleri teostes. Tema viimaseks tööks oli planeetide tabelite koostamine, millede abil võis küllaldaselt kergesti ja lihtsalt ennustada mistahes momendiks taevakehade asendit ja mitmesuguseid astronoomilisi nähteid, nagu Päikese ja Kuu varjutusi jne.

Oma viimased eluaastad Kepler veetis astroloogina kuulsa väepealiku Wallenstein'i juures Sileesias, ja suri vaesuses 15. novembril 1630. aastal Regensburgis.

Planeetide liikumiste seaduste avastamisega Kepler lõi terve ajastu astronoomia arenemisloos. Tuleb märkida, et Kepler ei piirdunud üksi planeetide liikumiste seaduste selgitamisega, vaid huvitus ka neid liikumisi tekitavaist põhjusist, ning oli võrdlemisi lähedal sellele avastusele, mille teostas Newton 1666. aas-

tal ja mis avaldati 1687. aastal: me räägime siin gravitatsiooniseadusest.

Lähemad aastad pärast Kepleri surma ei olnud rikkad astronoomiliste avastuste poolest, vaatamata Galilei poolt leiutatud teleskoobile; Kepleri seadused aga andsid tohutu tõuke astronoomilise mõtte edasisele arenemisele.

Kepleri kaasaegsetest väärib mainimist esijoones Christian Huygens (1629—1695), pärit Haagist, keda loeti oma aja suurimaks astronoomiks. Huygens'i üheks peamiseks teeneks osutub teleskoopide tunduv täiendamine ja nende valmistamine suurendusega, mis mitmekordselt ületas riistad, mida kasutasid tema eelkäijad. See asjaolu võimaldas temale Saturni kahe lisandi saladuse avastamist. Need lisandid, mis avastati Galilei poolt 1610. a. osutusid nüüd planeeti ümbritsevaks rõngaks, kallutatud ekliptika tasapinnale 31° nurga all. Huygensil õnnestub 1655. a. avastada Saturni kaaslane — Titaan. 1658. a. Huygens leiutas pendliga kella, mis võimaldas tunduvalt suurendada taevakehade määramise täpsust sfääril; temale omistatakse ka mikromeetri leiutamist, mis võimaldas mitte ainult taevakehade vaatlemist teleskoobiga, vaid ka täpsete nurkkauguste mõõtmist.

Samasse ajastusse kuulub astronoom Cassini (1625—1712), kes avastas Saturni 4 kaaslast ja selgitas, et Huygensi poolt avastatud Saturni rõngas jaguneb tõeliselt kaheks — välimiseks ja sisemiseks; üht rõngast teisest eraldav tume joon sai Cassini jaotuse nimetuse. Cassini määras ka Päikese parallaksi 9″,5, mis vastab Maa kaugusele Päikesest 135 milj. kilomeetrit (kaasaegne määrang 149,5 milj. km.); kuni selle ajani kaugust Päikeseni loeti tunduvalt vähemaks, millele vastas Päikese parallaks 3′.

Aasta 1643 — Koperniku surma sajas aastapäev — osutub kõikide aegade ja põlvede suurima astronoomi ja matemaatiku Isaac Newton'i sünniaastaks (1643—1727). „Newton oli suurim kõikidest kunagi olnud geeniustest" — nõnda iseloomustab Newtonit tema suur järglane Lagrange. „Kui võtta matemaatika maailma loomisest kuni Newtoni ajastuni, siis tema ikkagi andis selle parema poole" — ütleb temale vaenulik Leibniz.

Pärit Inglismaalt, Newton lõpetas oma esialgse hariduse Cambridge'is 1661. a. ning juba noores eas väljendas erakordset andekust matemaatikas. Varsti ta määrati matemaatika professoriks Cambridge'is, ning ka 1662. a. asutatud Kuningliku Ühingu liikmeks. Erinevalt Keplerist, kes alati võitles majanduslike

raskustega, oli Newton majanduslikult sedavõrd kindlustatud, et võis vabalt anduda armsamale tööle.

Newtoni tööala on erakordselt lai: astronoomia, optika, matemaatika, mehaanika.

1668. a. Newton leiutab peegelteleskoobi, reflektori, mis omab mõningaid paremusi Galilei refraktori kõrval.

Veidi varemalt ta avastab prisma omaduse — lahutada valge kiir värvideks; see avastus osutub spektraalanalüüsi oluliseks aluseks, mis on ühesuguse eduga kasutatav nii füüsikas kui ka astronoomias. Samal aastal Newton annab oma kuulsa binoomi astme arenduse reaks (Newtoni binoom-rida), samuti ka alused lõpmatult vähenevate suuruste arvutamiseks — diferentsiaalarvutuse alused, ehk nagu Newton nimetas, „fluksioonide otsese meetodi". Järgmisel aastal ta annab integraalarvutuse alused, „fluksioonide pöördmeetodi", asub raskustungi küsimuse otsingutele ja püstitab Kepleri seaduste alusel, et planeete nende orbiitidel hoidev tung on pöördvõrdeline kauguste ruutudega nende pöörlemise keskpunktist (pöördruutude seadus).

Seejärele teeb Newton katset rakendada tema leiutatud pöördruutude seadust Kuu liikumisele ümber Maakera, lootes sellega kinnitada seaduse õigsust.

Kuid teoreetilised arvestused ei olnud kooskõlas vaatlustega, kuna Maa raadiustes väljendatud Kuu kaugus ei olnud tollal küllaldaselt hästi teada, seepärast et Maa raadiust ei teatud veel küllaldaselt täpselt. Mõne aja pärast, kuulnud, et Piccard (1679. a.) on sooritanud Maakera täpseid mõõtmisi, Newton tuleb tagasi selle küsimuse juurde, kuid juba Piccard'i andmetega, ning saab suurepärase kinnituse pöördruutude seaduse õigsusele. Samal aastal Newton näitas, et Päikese külgetõmbetung, pöördvõrdeline kaugustega planeetideni, seletab täielikult Kepleri seadused nende liikumisest.

Mehaanika alal Newton lõi mõiste keha massist, tungist, kui kiirenduse põhjusest, ja andis 3 põhilist kehade liikumise seadust.

1680-ndate aastate algul ta püstitas ka kuulsa gravitatsiooniseaduse, mille hiljem antud üldtuntud formuleering on, nagu teada, selline: „Tung, millega tõmbuvad kaks massi, on võrdeline masside korrutisega ja pöördvõrdeline nende kauguste ruuduga."

Samaks ajaks Richard avastas vaatlustest, et Maa ei ole korrapärane kera.

Newton näitas, et see asjaolu osutub Maa osakeste vastastikuse külgetõmbe ja tema ööpäevase pöörlemise tulemuseks.

Täpselt samuti Newton määras Jupiteri lapikuse, mis edaspidi tõeliselt leidiski kinnitust vaatlustest.

Need avastused viisid pretsessiooninähte seletamisele, mille põhjus oli seni täiesti teadmata.

Külgetõmbeseaduse baasil Newton andis seletuse kallutuste (tõusu ja mõõna) nähtele.

Newtoni üheks suurimaks tööks osutub komeedi orbiidi ehituse geomeetriline meetod mõningate vaatluste järgi. Ühes sellega Newton näitas, et komeedid, olemata üldse maa õhkkonna sünnitiseks (nagu paljud selle ajani oletasid), peab pigemini arvama planeetide liiki selle erinevusega, et nende liikumine toimub mõnedel mööda väga väljavenitatud ellipsit, mõnedel aga mööda hüperbooli või parabooli. Gravitatsiooniseadus aga jääb kehtima ka komeetide suhtes.

1684. a. esmakordselt, sõprade pealekäimisel, Newton otsustas avaldada oma uurimuste tulemused: esiteks trükiti tema teos „Propositiones de Motu" (Esildused liikumisest) ja siis 1687. a. keskel ilmus tema kuulus raamat „Philosophia Naturalis Principia Mathematica" (Loodusliku filosoofia matemaatilisi aluseid), tohutu ja erakordselt väärtusliku materjaliga, mis esitas kõikide tema tööde tulemusi.

Pärast Principiae avaldamist, mis tõi autorile erakordse kuulsuse, Newton ei saanud enam aega teaduslikuks tööks, osalt kõikuma löönud tervise tõttu, osalt temale pandud rohkearvuliste ühiskondlike kohustuste pärast. 1689. a. ta nimetati Ülikooli esindajana Parlamenti, 1703. a. valiti Kuningliku Ühingu Presidendiks ja 1706. a. ülendati rüütliseisusse.

Newton suri 3. märtsil 1727. a. 84 aasta vanuses ja on maetud Westminster'i kloostris Londonis.

Kui põgusalt vaadata kogu astronoomia ajaloole kuni Newtonini, siis ei ole raske näha järgmisi etappe astronoomiliste teadmiste arenemisloos:

1. Muistse astronoomia ajastu, peamiselt kreeka ja egiptuse, mis lõpeb Ptolemaiosega — II sajandil m. a. j.

Selle ajastu astronoomia sünteesiks on Ptolemaiose maailmaehituse süsteem.

2. Astronoomia languse ja astroloogia arenemise ajastu — Ptolemaiosest kuni Kopernikuni, II—XV sajand m. a. j. Kopernik loob maailma uue, geomeetrilise süsteemi.

3. Koperniku süsteemi arenemise ajastu — Kopernikust kuni Keplerini, XV—XVI—XVII sajandi algus. Kepler parandab Koperniku süsteemi, püstitab planeetide liikumise seadused.

4. Ajastu Keplerist kuni Newtonini — XVII—XVIII sajandi algus. Newton seletab planeetide liikumiste põhjused üldise gravitatsiooniseadusega ja alustab astronoomias uue ajastu — tungide-astronoomia ajastu.

Sellega ei saa siiski lõpetada isegi lühikest astronoomia arenemise ülevaadet: pärast-Newtoniline ajastu on nii rikas igat liiki avastustega, ja üldse on astronoomia progress nii suur, et ei saa vaikides mööduda nendest suurimatest avastustest, mis on sooritatud kahel viimasel sajandil, samuti ka mainimata jätta ajastu kuulsaimate astronoomide nimesid.

Newtoni ajast huvi astronoomia vastu kasvas mitte ainult üksikute isikute ja õpetlaste mõttes, vaid ka riikide ja nende valitsuste poolt: astronoomia tunnustatakse riiklikku tähtsust omavaks teaduseks. Sellesse aega kuulub esimeste kaasaegsete astronoomiliste observatooriumide ehitamine: Pariisi observatooriumi 1671. a.; Greenwichi — 1676. a., milledes sooritati taevakehade liikumise süstemaatilisi uurimisi ja koostati tähtede kataloge. Neid kataloge koostati üksikute astronoomide poolt juba ammust ajast, sest et ammust ajast oli teada, et ainult vaatluste võrdlemine, mis on lahutatud teineteisest lühema või pikema ajavahemikuga, võib avastada tähtede vastastikusi kohamuutmisi taevas.

Newtoni kaasaegsetest tuleb mainida Flemstead'i (1646—1720), Greenwichi observatooriumi esimest direktorit, kes lisas palju väärtuslikke võtteid vaatlusmeetoditele ning andis nimelt need meetodid, mida kasutatakse ka tänapäevani. Tema poolt on koostatud tähtede kataloog, millel oma suuruse ja täpsuse mõttes pikemat aega ei olnud võrdset.

Flemstead'i järglaseks kuningliku astronoomi ametis oli Halley (1656—1742), Newtoni isiklik sõber, kes pühendas palju aega komeetide uurimisele, milledest üks on nimetatud tema nimega. Võib ütelda, et Halley on komeedi-astronoomia looja.

Kolmandaks kuninglikuks astronoomiks oli Bradley (1693—1762), tähelepanuväärne vaatleja ja suurepärane matemaatik, kes tunduvalt laiendas Greenwichi observatooriumi ja rikastas teadust kahe kaunis tähtsa avastusega: aberratsioon (1728. a.) ja nutatsioon (1748. a.). Aberratsiooni nähe esineb, nagu teada, taevakeha nähtava suuna hälbes tõelisest vaatleja kohamuutmise tõttu ruumis ühes Maakeraga. Need hälbed toimuvad alati silma liikumise suunas ja tekivad sellest, et valguse kiirus ei ole lõpmatu suur vaatleja silma liikumise kiirusega võrreldes. Selle nähte Bradley avastas juhuslikult, vaatlustel ühe tähe

parallaksi leidmiseks. Suurim ehk nõndanimetatud „alatine aberratsioon" määrati tema poolt suure täpsusega 20″—20″,5 (kaasaegsed andmed — 20″,47). Selle nähte avastamine mitte ainult ei abistanud taevakeha avastatud ja vaadeldud suundade tunduvat kooskõlastamist, vaid osutus hiilgavaks tõestuseks Koperniku õpetusele Maakera liikumisest.

Nutatsioon, mis seisab maakera telje väikestes (perioodiga 19 aastat) võngetes ühes tema aeglase pretsessioonilise liikumisega, avastati Bradley poolt teooria ja vaatluste kooskõlastuse põhjuste otsimise tulemusena; nutatsiooni põhjus on Kuu mõju Maakerale, mis ei oma täpselt sfäärilist kuju.

Bradley tegi kindlaks, et nutatsiooni mõjul taevapoolus moodustab ellipsi, telgede mõõtmetega 18″ ja 16″ (kaasaegsed andmed 18″,4 ja 13″,8). Selle nähte täpne matemaatiline analüüs sooritati mitte Bradley, vaid kuulsa prantsuse matemaatiku D'Alembert'i poolt.

Bradley määras esmakordselt ja suure täpsusega Lissaboni ja New Jorgi pikkuse Jupiteri kaaslaste kattumise meetodi järgi. Meetodi idee, nagu teada, kuulub Galileile, kuid Galilei-aegsete vaatluste mitteküllaldane täpsus ei võimaldanud kasutada seda meetodit tegelikkuses küllaldase täpsusega.

Bradley ajal, 1773. aastast, eriti meresõidu otstarveteks, hakkas iga aasta ilmuma väike tähekataloog, mida nimetati „Nautical Almanac'iks".

Ühele Bradley järglastest, Nevil Maskelyne'ile teadus võlgneb tänu kui Maakera massi ja tiheduse esimesele mõõtjale. Juba Newton tegeles selle küsimusega ja kasutades kaunis ligikaudseid vaatlusi, määras Maakera tiheduse 5—6 korda suuremana vee tihedusest. Maskelyne, kasutanud täpsemaid vaatlusi, määras Maakera tiheduse $4^1/_2$; mõni aasta hiljem aga Cavendish määras Maakera keskmise tiheduse $5^1/_2$, mis on praegusel ajal määratud tõelisele suurusele kaunis lähedal.

Kogu astronoomia ajalugu tõendab piltlikult, et edu astronoomiliste teadmiste arenemises, maailma saladusisse tungimise edu on kaunis tihedalt seotud eduga matemaatika alal, ja ei ole ime, et head astronoomid olid samal ajal suurepärasteks matemaatikuteks, mis muidugi meie päevil omab veel suuremat tähtsust.

Muistne astronoomia omas puhtakujulist vaatluste iseloomu ja enamalt jaolt ei nõudnud mingisuguseid tõendeid; vaatluste faktilise materjali kogumisega, vaatluste meetodite paremaks muutmisega, kasvas ka nende vaatluste töötlemise vajadus;

uutes avastustes esinevate uute teeside tõestamisel aga kasvas loomulikult ka vajadus matemaatika abis.

Esimesena matemaatilistest teadustest tuli astronoomiale abiks geomeetria, teadus, mis oli tuntud juba vanadele kreeklastele. Tõepoolest, kuni Newtonini kõik astronoomide tõestused baseeruvad peaaegu eranditult geomeetrilistel kaalutlustel. Isegi Newton, kes pani aluse diferentsiaal- ja integraalarvutamisele ja mehaanikale, tunduvas osas oma töödest kasutas geomeetrilisi meetodeid ja võtteid. Kuid juba sellelgi ajastul ainult Newtoni geeniusel läks korda allutada paljud keerulised ja segased astronoomilised nähted puhtgeomeetrilisele analüüsile. Elu ise nõudis geomeetria keele asendamist sümbolite ja märkide keelega, nõudis suurt abi mehaanikalt, algebralt ning diferentsiaal- ja integraalarvutamiselt. See asjaolu kahtlemata soodustas matemaatiliste teaduste tormilist õitsengut ajastul pärast Newtonit ning seepärast me oma lühikeses ajaloolises ülevaates ei saa jätta märkimata neid suurimaid matemaatikuid, kes ehkki ise ei olnud astronoomid selle sõna otseses tähenduses, tegid nii palju astronoomia kasuks. Nende nimed on muidugi tuntud matemaatika ajaloost, kuid me peame märkima ka nende abi astronoomiale.

Gravitatsiooniseadusele baseeruva tungide-astronoomia, nõnda võib nimetada pärast-Newtonilist astronoomiat, kiiret arenemist soodustasid tunduval määral oma töödega suured matemaatikud, nagu: Euler, Clairaut, D'Alembert ning eriti Lagrange ja Laplace.

Leonhard Euler (1707—1783) töötas peamiselt Venemaal ja oli 1727. aastast vastasutatud Teaduste Akadeemia liikmeks. Euler töötas palju astronoomia alal, arendades kuu teooriat, komeetide orbiitide arvutamise teooriat ja kallutuste teooriat. Ühena esimestest ta andis lahenduse (kuigi mitte üldise), „ülesandele kolmest kehast" mis oli püstitatud Newtoni poolt ja lühidalt formuleeritud nõnda: „on antud gravitatsiooniseadusega omavahel seoses oleva kolme keha massid, põhiasendid ja liikumised mõningal momendil; missugune on nende kehade liikumistee?" See ülesanne omab astronoomias erakordselt suurt tähtsust ja selle lahendus esitati alles viimasel ajal Sundman'i (Helsingi) poolt. Kuid see lahendus on sedavõrd keeruline, et tegelikku tähtsust ta ei saa omada. Euler annab 1756. a. suurepäraselt töödeldud planeetiliste häirete uurimise meetodi, mis on tuntud „parameetrite variatsiooni" meetodi nimetuse all. See töö väärtustati Akadeemia preemiaga.

Alexis Clairaut (1715—1765) omas üllatavaid andeid matemaatikas ja juba 18-aastasena oli Pariisi Akadeemia liikmeks. Üheks tema kapitaalsematest teostest on töö Maakera kuju kohta, mille praktiline väärtus on säilinud meie päevini. Ta arvutas häireid, mida Jupiter ja Saturn võisid tekitada perioodilisele Halley komeedile ja ennustas tema läbimist perihheelist (Päikesele lähedaseim orbiidi punkt), mis tõeliselt juhtus 30 päeva enne määratud tähtaega. Samuti ta sooritas Kuu liikumise arvutamise, mis väärtustati Peterburi Teaduste Akadeemia preemiaga.

Jean D'Alembert (1717—1783) algul tegeles puhta matemaatika ja peamiselt mehaanika küsimustega. Oma teoses „Traité de Dynamique", avaldatud 1743. aastal, ta andis oma kuulsa „D'Alembert'i printsiibi" formuleeringu, mis omab tänapäevani tähtsat osa dünaamika küsimusis. 1749. aastal ta avaldas trükis oma töö pretsessioonist ja nutatsioonist. Ülesanne kolmest kehast köitis samuti D'Alembert'i tähelepanu ja ta andis selle lahenduse Kuu teooriale rakendamisel, ning töötles seejärel ka Kuu liikumise üldise teooria.

Joseph Lagrange (1736—1813) lõi matemaatilise analüüsi uue peatüki, nimelt „variatsioonilise arvutamise", ja tõi väga palju väärtuslikku lõpmatu-väikeste õpetusse, sooritades ühes sellega hulga uurimistöid astronoomia alal, eriti Kuu liikumise ja planeetiliste häirete uurimisel.

Pierre Laplace (1749—1827) töötas Pariisis. Juba 17 aasta vanuselt tegeles ta astronoomia ja matemaatikaga, tööldes ühes Lagrange'iga rea küsimusi, seoses mehaanika rakendamisega planeetide liikumisele. Oma tööd Laplace avaldas kapitaalse teosena „Taeva mehaanika". Laplace osutub tõenäosuste teooria loojaks. Ta omab veel laialdast kuulsust kui universumi tekkimise „nebulaarhüpoteesi" looja.

Samal ajal kerkib esile viimaste sajandite suurimaid astronoome William Herschel (1738—1822), pärit Hannoverist, kutselt muusikant, kes loob uue haru — „tähtede astronoomia". Huvitunud astronoomiast, kuid omamata võimalust suure instrumendi soetamiseks, Herschel õppis ära optika ja otsustas ise ehitada teleskoobi, kusjuures avaldas erakorralist püsivust ja erilist osavust läätsede valmistamises ja poleerimises. Rahuldamatuna oma esimesest teleskoobist, mille abil ta sooritas 1774. aastal oma esimese, nimelt Orioni udukogu vaatluse, ta valmistab järjest ikka tugevamajõulisemaid instrumente, ning juba 1781. aastal, vaadeldes 7-jalase teleskoobiga Herschel avastas arvuliselt kuuenda planeedi päikesesüsteemis,

hiljem nimetatud Uuraniks. See avastus tõi talle maailmakuulsuse, kui astronoomile. Varsti ta ehitas oma teise teleskoobi, pikkusega 20 jalga ja peegli läbimõõduga 18 tolli, mis mõnevõrra erines Newtoni konstruktsioonist. Selle instrumendiga Herschel avastas 1787. aastal Uurani kaks kaaslast: Oberooni ja Titaani. 1789. aastaks sai valmis veel suurem, 40-jalane teleskoop, millega vaatluste esimesel õhtul avastati Saturni 6. ja 7. kaaslane.

Kuid kõik need avastused ei ole krooniks Herscheli kuulsusele; tähistaeva uurimine mitte tähtede kui helendavate punktide asendi määramise vaatepunktist (mis oli kuni-Herscheli-aegse astronoomia tähtede vaatluste peamiseks ülesandeks), vaid maailmaruumi tähtedega küllastamise vaatepunktist, nende jaotus, heledus, kaugused nendeni jms., — kõik see lubab nimetada Herschelit tähtede astronoomia loojaks ja kõikide aegade suurimaks vaatlejaks ja mõttetargaks. Selleks uurimiseks ta leiutas nn. „tähtede ammutamise" meetodi, mis seisis selles, et juhtides oma teleskoobi järk-järgult taeva mitmetele aladele, ta luges tähtede arvu, mis läbisid vaatlusvälja kindla mitte suure ajavahemiku kestel. Selle töö tulemusena, mis sooritati taeva 683 osas, ta leidis, et tähed on kõige tihedamini koondunud Linnutee juures, ja kõige hõredamini — sellest kõige rohkem eemaldunud taevaosades.

Suhtelisi kaugusi tähtedeni Herschel hindas nende heleduse järgi, oletades, et kõige heledamad tähed on ühtlasi ka Maakerale kõige lähemal.

Praegusel ajal on teada, et see eeldus on väär; kuid ei tule unustada, et Herscheli katse on esimeseks katseks määrata suhtelisi kaugusi tähtedeni ja et ta ei saanud kasutada meie kaasaegseid võimsaid füüsika vahendeid.

Kahtlemata tähistaeva säärasel üksikasjalisel uurimisel ning tugevate instrumentidega, Herschel pidi kohtuma täiesti isesuguste objektidega udukogude ja tähtede kuhjumiste näol, ja tema poolt avastati ning kanti kataloogesse üle 2500 sellise taevaobjekti. Udukogusid vaadeldi ka varem, kuid nad ei tõmmanud endile astronoomide erilist tähelepanu, kes vahel segasid neid komeetide sabadega; kasutades oma tugevaid teleskoope, Herschel mitte ainult et avastas ja määras suure arvu udukogude kohad, vaid paljusid nendest tal õnnestus ka lahendada, s. o. selgitada, et antud objekt ei ole udukogu, vaid väikeste tähtede tihe kogumik; süvenedes edasi nähte olemusse, ta eeldas, et mõningad udukogud ja kogumikud kujutavad endist

„väliseid" maailmu, saari maailmaruumis, sarnaseid meie galaktilisele süsteemile.

Üheaegselt ta avastas suure hulga „kaksiktähti", mis asetsevad kaunis teineteise ligidal, s. o. füüsilisi kaksiktähti, mis tiirlevad teineteise ümber üldise tõmbetungi mõjul, ja optilisi paare — s. o. tähti, milledel ei ole omavahel mingit füüsilist sidet ja on vaid perspektiivselt sattunud väga teineteise ligidale, olles tõeliselt väga kaugel teineteise taga. See erakordselt tähtis asjaolu tõestas: 1) Newtoni gravitatsiooniseaduse levimist kehadele väljaspool päikesesüsteemi, ja 2) et Päike ühes oma planeetide süsteemiga osutub samasuguseks täheks maailmaruumis, nagu kõik teisedki tähed.

Tähtede liikumise korrapärasusest järeldas Herschel, et Päike liigub tähtede keskel. Koht, kuhu poole liigub päikesesüsteem maailmaruumis, ehk nn. apeks, asetseb tähe λ Draconis'e ligidal ja selle liikumise kiirus ei ole väiksem Maakera liikumise kiirusest mööda oma orbiiti.

Ei jäänud Herschelile tähele panemata ka nn. muutlikud tähed, s. o. tähed, mis perioodiliselt muudavad oma heledust, kusjuures ta seletas seda heleduse muutust tähe pöörlemisega ümber telje, tema pinna ebaühtlase heleduse korral.

Lõpuks Herschel sooritas väga palju Päikese enda vaatlusi tema ehituse uurimiseks ja andis esimesena päikese laikude seletuse.

Kuni Herscheli ajastuni arvati, et astronoomia põhiülesanne seisab kohtade määramises taevas, milledes asetsesid, asetsevad või saavad asetsema Päike, Kuu, planeedid, komeedid ja tähed (Bessel). Herschel laiendas teaduse raame, ja nagu Newton lõi tungide-astronoomia, lõi Herschel tähe- ehk kirjeldava astronoomia, laialt areneva järgneval ajastul ja kolossaalselt edeneva ka meie ajal.

Niiviisi pärast Herschelit astronoomia arenes kolmel teel: v a a t l u s t e - a s t r o n o o m i a — astronoomia kuni Newtoni ajastuni, mille eesmärgiks oli anda perioodiliselt võimalikult täpsemat taevakehade asukohta, selleks et vähema või suurema ajavahemikuga teineteisest eraldatud vaatluste võrdlusest saada materjali taevakehade omavaheliste asukohtade muutumise kohta, järelikult nende liikumise kohta maailmaruumis; g r a v i t a t s i o o n i - a s t r o n o o m i a töötleb vaatluste materjali ja selgitab liikumise iseloomu, võimaldades ette määrata taevakeha asendit mistahes momendiks; k i r j e l d a v a s t r o n o o m i a ehk tähe-astronoomia tegeleb taevakehade struktuuri uurimi-

sega, nende vastastikuste suhetega, otsib vastust küsimustele kogu kosmose ehitusest tervikuna.

Astronoomia kõik kolm ala saavutasid XIX ja XX sajandil erakorralist arenemistempot, kuid edusamme saavutati mitmesugusel teel. Vaatluste-astronoomias oli kogu tähelepanu suunatud „materiaalsele" baasile; paremad instrumendid ja vaatluste täiuslikumad meetodid lubavad võrreldamatu täpsusega määrata taevakehade asukohti ja suurendavad tunduvalt vaadeldavate taevakehade arvu. Tohutut abi selleks osutas fotograafia, kus inimese nägemise mittetäiuslik teravus on asendatud erakordselt tundliku plaadikesega. Optika, mehaanika ja fotograafia — nendele on rajatud vaatluste-astronoomia edu.

Suurimaks tegelaseks sel alal XIX sajandil oli Bessel (1784—1846), tuntud peale tohutu tähtede kataloogi (62 000 tähte) koostamise veel tähtede parallaksi avastajana. Esmakordselt õnnestus Besselil määrata tähe 61 Luige aastast parallaksi, nimelt $^1/_3$"; tema meetodi järgi juba avastati rea teiste tähtede, nagu α Centauri, α Lyrae, α Canis majoris, α Geminorum, α Bootis, α Canis minoris jt. parallaksid.

XIX sajand osutub tohutu arvu väikeste planeetide — asteroidide sajandiks; esimene nendest, Cerera, avastati 1. jaan. 1801. a., praegusel ajal nende arv ületab 1300.

Ka sellel alal osutas tohutut abi fotograafia, võimaldades tähtede vaheliste nurkkauguste mõõtmist asendada joonkauguste mõõtmisega plaadikesel.

Selle ajastu vaatluste suur täpsus võimaldas määrata, et laius Maakeral perioodiliselt muutub, s. o. muutub pooluste asetus (Berliini vaatlused 1884.—85. a.) väga väikestes piirides.

Matemaatilise analüüsi ja temaga suguluses oleva analüütilise mehaanika edu rakendamist astronoomias nimetatakse taevamehaanikaks, mis võimaldas astronoomiale esitada ja saada vastuseid sellistele küsimustele, mis varemalt olid matemaatilisele lahendamisele täiesti kättesaamatud. Üheks näiteks oleks siin Neptuni avastamine 1846. a.

Herscheli poolt 1781. a. avastatud planeedi Uurani orbiidi arvutamisel selgus, et tema vaadeldav asend erineb mõnevõrra arvutatust ja mingisugused meetodid ei suutnud anda rahuldavat kooskõla. Paljud astronoomid oletasid mingi uue, senitundmata planeedi olemasolu, mis oma mõjuga tekitab Uurani nähtava orbiidi kõrvalekallutamist arvutatust. Häiriva planeedi asendi määramise ülesande lahendasid peaaegu üheaegselt kaks õpetlast: Adams (Inglismaal) 1845. a. ja Leverrier (Prantsusmaal) 1846. a. Kahjuks Adams'i arvutamiste tulemusi,

mis anti üle Kuninglikule Astronoomile Greenwichis, Airy'le, ei avaldatud viimase poolt, kuna ta suhtus kahtlevalt selle ülesande lahendamise võimalustesse.

Leverrier oli õnnelikum: lõpetanud peale kaheaastast tööd oma arvutamised, ta teatas kohe tulemustest oma sõbrale, Berliini observatooriumi astronoom Galle'le, kes samal päeval leidis mitte kaugel väljaarvutatud kohast uue taevakeha, mis osutuski otsitud taevakehaks ja nimetati „Neptuniks".

Planeetide orbiitide arvutamise meetodite täiendamises omavad erilist tähtsust suurima matemaatiku, „matemaatikute kuninga", Karl Friedrich Gaussi teosed. Gaussi töödest astronoomias on seni mitmes suhtes ületamatuks tema „Theoria motus corporum coelestium" (Taevakehade liikumise teooria), mis kuulub 1809. a. Gauss töötles ka vähimate ruutude meetodi, mida ta eduga rakendas planeedi Cerera orbiidi arvutamisel.

Kuid suurimat arenemisastet, suurimat edu saavutas möödunud sajandil kirjeldav astronoomia. Tohutu arvu väikeste planeetide, juba tuntud planeetide kaaslaste, uue planeedi Pluuto avastamine (1930. a.), Päikese, planeetide ja tähtede ning lõpuks kosmose ehituse uurimine — oli ja on ka käesoleval ajal kirjeldava astronoomia tööde objektiks. Temale abiks rakendati kõik loodusteadused ja selliste instrumentide leiutamine, nagu spektroskoop, interferomeeter, moodustas otse terve ajastu kirjeldava astronoomia arengus. Spektrumi nähe, s. o. valguskiire murdumisel tekkiv värvide skaala, oli tuntud juba Newtonile, kuid tol ajal muidugi keegi ei suutnud kujutleda seda tähtsust, mis saavutab edaspidi spektraalanalüüs taevakehade uurimisel. Robert Kirchhoff (1824—1887), ehkki ise mitte astronoom, just spektraalanalüüsi abil veendus mõningate maakera elementide, nagu raua, vesiniku, kaltsiumi, naatriumi, heeliumi jt. olemasolus Päikesel.

Udukogude, komeetide, langevate tähtede, kaksiktähtede ja tähtede süsteemide tekkimise ja ehituse uurimine saavutas laialdast arengut möödunud ja käesoleval sajandil. Sellel alal töötanud isikutest on eriti märgitavad: Herschel (poeg) — kaksik- ja muutlikkude tähtede ja udukogude alal, Pulkovo observatooriumi rajaja Struve (1793—1864) — samal alal, Schiaparelli — Marsi uurimisel, Young — Päikese struktuuri uurimisel, Donatti — komeetide uurimisel, lord Ross — udukogude uurimisel tema valmistatud teleskoobi abil, peegliga 6 jalga läbimõõdus ja suurendusega kuni 6000 korda, Secchi — tähtede spektraalsete vaatluste alal, jpt.

Suured on astronoomia ülesanded, võimsad on ka vahendid kaasaja teaduse käsutuses: avarduvad kosmose piirid, inimese uuriv mõistus püüab tungida taevakehade ehituse saladusse, nende igavese liikumise saladusse, maailma enda ehituse saladusse. Ei ole teist teadust sellise uskumatu suure diapasooniga ajas ja ruumis: sekundi ühest tuhandosast kuni miljardite aastateni, millimeetri ühest tuhandikosast kuni miljardite ja biljonite ning enam kilomeetriteni.

Päikesesüsteem ja tema tekkimise hüpoteese.

Kuni Koperniku ajastuni oli Maa inimese kujutluses maailma keskpunktiks. Ainult üksikutel filosoofidel tekkis tõestamatult mõte sellise õpetuse absurdsusest, kuid keegi neist muidugi ei mõtelnud, et ka Päike osutub samasuguseks tühiseks tolmukübemeks ääretus maailmaookeanis, nagu iga teinegi nähtav punkt taevas — s. o. täht. Kopernik esmakordselt alandas Maa Päikese kaaslaste ridadesse ja andis õige kujutluse päikesesüsteemist. Kuid see, mida andis Kopernik, oli ainult skeemiks ja alles järgnevad, eriti XIX ja XX sajandi uurijad täitsid selle skeemi õige sisuga. Raamatu käesoleva osa me tahame pühendada päikesesüsteemi kirjeldamisele kaasaja astronoomia andmete valguses.

Päike.

Süsteemi keskseks kehaks on **Päike,** hõõguv ja pimestava säraga valgustav kera, mis varustab soojuse ja energiaga kogu oma kaaslaste peret.

Päikese diameeter võrdub 1 391 000 km, s. o. 109 korda pikem Maakera diameetrist. Kui kujutada Päikest kerana 1 m raadiusega, siis sama mastaabi järgi Maa kujuneb kerakesena 1 sm raadiusega 100 m kaugusel Päikesest.

Päikese pind on 12 000 korda ja tema maht 13 000 000 korda suurem Maakera pinnast ja mahust.

Võttes arvesse ülaltoodud andmeid, ei ole raske arvutada, et raskustungi surve Päikese pinnal on peaaegu 30 (täpselt 27,9) korda suurem kui Maakera pinnal, ja täiskasvanud inimene, kaaluga 80 kg, seistes Päikesel, tunneks oma enda keha kaalust samasugust raskust, nagu Maakera pinnal olles ta kannaks õlgadel 2,5 tonnist koormust.

Temperatuur Päikese keskpunktis on kujuteldamatult kõrge ja mõõdetav miljonites kraadides, pinnal aga tunduvalt vähem, arvatavasti ligemale 6000—7000° C.

Päikese tihedus ei ole suur, umbes $^1/_4$ Maakera tihedusest ehk teisiti öeldes — Päikese keskmine tihedus on ligemale $1^1/_2$ korda suurem vee tihedusest ning kogu Päikese aine on gaasilises olekus, kusjuures Päikese kesksed alad alluvad uskumatule rõhule — kuni tuhanded biljonid atmosfääri.

Päikese heledal kettal võib isegi nõrga teleskoobiga tähele panna nn. laike (nad on läbi tumeda klaasi nähtavad isegi palja silmaga), tumedama keskkohaga, mida ümbritseb poolvari. Laikude suurused küünivad läbimõõdus vahel ühes poolvarjuga kuni 250 000 km; need laigud paistavad tumedamatena ainult sellepärast, et me näeme neid alati Päikese pimestavalt heledal pinnal, tumedal tagapõhjal aga paistaksid laigud väga heledasti valgustatuina.

Laikude konfiguratsioon muutub pidevalt ja vahel kaunis kiiresti. On laike, mis püsivad ainult mõned tunnid, kuid teised on nähtavad Päikese mitme pöörangu vältel.

Muutes oma konfiguratsiooni, laigud ei jää püsima ühele ja samale kohale, vaid liiguvad pidevalt ning seejuures ikka ühes suunas, mis osutab Päikese pöörlemisele oma telje ümber. Tähelepanuväärseks selles liikumises on asjaolu, et laikude liikumise nurkkiirus väheneb ühes kaugenemisega Päikese ekvaatorist pooluste poole.

Päikese pinna viimased spektroskoopilised uurimised kinnitavad Päikese telje ümber pöörlemise fakti ja mitmesuguste kiirustega, kusjuures suurimat pöörlemiskiirust omab Päikese ekvaatoriline vööde (täispööre $24^1/_2$ ööpäevaga), väikseimat — polaarne (umbes 34 ööpäeva); seejuures Päikese ekvaatori kallak ekliptikaga võrdub $7^0 10'$.

Päikese helendavat pinda, millel just kui ujuksid laigud ja mis on valguse ja soojuse allikaks, nimetatakse *fotosfääriks*.

Päikese fotosfääri ümbritseb gaaside kiht, mida kutsutakse *kromosfääriks* ning mis koosneb peamiselt vesiniku ja heeliumi gaasidest ja kaltsiumist gaasilises olekus. Kromosfääri tihedus on õhu tihedusest mitu tuhat korda väiksem ja ta ulatub Päikese pinnalt üle 10 000 km kõrgusse. Päikese pinnale lähemat ja tihedamat kromosfääri osa kutsutakse *ümberpööratavaks kihiks*, mille paksus on umbes 800 kilomeetrit.

Täielise päikesevarjutuse ajal võib Päikese servadel märgata helendavaid leegitaolisi moodustisi, mida nimetatakse *protuberantsideks*. Protuberantside kuju on väga mitmesugune ja kiiresti muutuv. Kord esinevad nad grandioossete tulekeelte või -sammastena, milledel on pööriseline ja purskeline ehitus,

kord aga pilvedena, mis ujuvad rahulikult Päikese atmosfääri kõrgeis kihtides.

Kromosfääri ümbritseb nõndanimetatud k r o o n — Päikese väline kiht, erakordselt väikese tihedusega; kroon on nähtav ainult Päikese täielise varjutuse ajal.

Laikude hulga, protuberantside arvu ja jaotuse ning krooni konfiguratsiooni vahel on olemas teatav sõltuvus. Päikese laigud avaldavad mõju Maakerale, mis väljendub magnetitormides, virmalistes ja mõningais teistes nähetes.

Merkuur.

Päikesele lähimaks planeediks on **Merkuur**, tuntud juba kauges minevikus tähena, mis ilmus kord ühel, kord teisel pool Päikesest ning kunagi et eemaldunud temast kaugele. Merkuur ühes kauguselt järgneva Veenusega asetsevad Päikesele ligemal kui meie Maakera (s i s e p l a n e e d i d), ja nimelt selle tõttu on mõlemad planeedid Maakeralt nähtavad alati mittekaugel Päikesest.

Merkuuri orbiit, kallutatud ekliptika tasapinnale 7^0 all, omab kõikidest suurtest planeetidest suurimat ekstsentrilisust, mis võrdub 0,206; vastavalt sellele tema kaugus Päikesest muutub $46 \cdot 10^6$ km kuni $69{,}8 \cdot 10^6$ km. Kogu oma tee mööda orbiiti Merkuur läbib 88 ööpäevaga, suurima kiirusega 58 km ja vähimaga — 39 km sekundis. Oma läheduse tõttu Merkuuri pinna iga ruutühik saab Päikeselt 7 korda rohkem valgust ja soojust kui Maa.

Planeedi nähtav diameeter muutub 5″ kuni 13″, sõltuvalt tema kaugusest Maakerani (miin. $80 \cdot 10^6$ kilomeetrit, maks. $209 \cdot 10^6$ km), millele vastab planeedi diameeter umbes 5000 km.

Planeedi mass, selle määramise suurte raskuste tõttu, on teada kaunis ligikaudselt; viimaste andmete järgi ta võrdub $^1/_{24}$ Maakera massist, millele vastav tihedus on 3,8 korda suurem vee tihedusest; raskustung Merkuuri pinnal võrdub 0,27 raskustungist Maakeral.

Merkuur on nähtav Maakeralt, nagu Kuu ja Veenuski, mitmesugustes faasides, sõltuvalt planeedi asendist Päikese ja Maakera suhtes.

Merkuuri liikumise erinevus seisab selles, et ta hoiab alati üht ja sama külge Päikese poole (Schiaparelli), millest järgneb, et tema telje ümber pöörlemise periood võrdub tema tiirlemise perioodiga ümber Päikese. Merkuuri valgustatud külje tempe-

ratuur küünib kuni 350°, planeedi teisel küljel aga valitseb pimedus ja külm.

Merkuuri pind on tahke ebatasase ehitusega, mis meenutab Kuu pinda; nagu viimasel, nii näivad ka Merkuuril puuduvat pilved ja atmosfäärilised nähted.

Kaaslasi Merkuuril ei ole avastatud ja mõnede õpetlaste poolt on avaldatud arvamusi, et Merkuur ei saagi omada kaaslasi.

Veenus.

Planeet **Veenus** tiirleb ümber Päikese mööda orbiiti, mis on ekliptika tasapinnaga kaldu $3\frac{1}{2}^0$ ja omab peaaegu ringilist kuju, ekstsentrilisusega kõigest 0,007. Veenus, nagu Merkuurgi, on siseplaneet ja vaadeldavana Maalt ei saa eemalduda Päikesest ühele või teisele poole rohkem, kui 47° nurga võrra.

Veenuse keskmine kaugus Päikesest võrdub $108 \cdot 10^6$ km; väikese ekstsentrilisuse tõttu aga väikseim ja suurim kaugus erinevad keskmisest kuni 10^6 km võrra.

Veenuse täistiiru periood ümber Päikese on 225 päeva, liikumiskiirusega mööda orbiiti 35 km sekundis.

Veenuse kaugused Maast kõiguvad $42 \cdot 10^6$-st alumisel ühendusel kuni $257 \cdot 10^6$-ni ülemisel, ning peale Kuu, juhuslike komeetide ja asteroidide ükski taevakeha ei liigu nii ligidale Maale kui Veenus.

Veenuse diameeter on umbes 12 400 km, tema pind moodustab 95%, maht aga 92% Maakera pinnast ja mahust. Tema mass on umbes 81% Maakera massist, millest tema tihedus võrdub 88% Maakera tihedusest. Võttes Maakera tiheduse võrdseks 5,52-ga, saame, et vee tiheduse järgi Veenuse tihedus väljendub arvuga 4,9. Raskustung planeedi pinnal võrdub 85%-ga Maa omast. Veenuse lapikust ei ole kindlaks määratud.

Veenuse heledus on väga suur (kuni 4,3 tähesuurust), palju suurem mistahes tähe heledusest, ning selle võrra tunduv, et selge õhkkonnaga ja Kuu puudumisel taevas Veenuselt valgustatud esemed annavad küllaldaselt terava varju. Tihti võib seda planeeti näha päeval isegi palja silmaga.

Veenus ei ole isevalgustuv keha, ta vaid peegeldab oma pinnalt Päikese valgust.

Oma väliselt kujult tema vaatlemisel teleskoobis Veenus paistab peaaegu ühtlaselt valgustatud kettana või sirbina, igasuguste kindlate punktideta või detailideta. See asjaolu ühest küljest sunnib oletama, et planeet on alati ümbritsetud tihedast

pilvede kattest ning tema pinda me kunagi ei näe, teisest aga — sama asjaolu ei võimalda seni määrata tema ümber oma telje pöörlemise iseloomu ega perioodi, ja ainult see ei tekita kahtlust, et see periood on temal suurem kui kõikidel teistel planeetidel (välja arvatud võib-olla Merkuur).

Samuti on seni täpselt lahendamata küsimus Veenuse telje kaldest tema orbiidi tasapinna suhtes.

Ei ole kahtlust, et planeet on ümbritsetud õhkkonnast, ligikaudu sama kõrgusega ja sama hõredusastmega mis Maa omagi; võimalik isegi, et õhkkonna alumiste kihtide koostis sisaldab veeauru ning sel puhul sellel planeedil võib olla elu, nagu Maakeral; kuid seni selle elu olemasolu ei ole millegagi tõestatud. Kaaslasi Veenusel ei ole leitud, kuid ei ole võimatu edaspidi ühe või mõne väga väikesemõõdulise Kuu leidmine.

Maakera ja Kuu.

Päikese järgmiseks kaaslaseks on meie **Maa** ja sellel planeedil me peatume mõnevõrra põhjalikumalt, laiendades astronoomilise iseloomuga andmeid veel geodeetilistega, kas või juba sellepärast, et Maa omab meile, tema elanikele, suurimat huvi ja tähtsust.

Maa tiirleb ümber Päikese mööda ringile kaunis ligidast elliptilist orbiiti, ekstsentrilisusega $^1/_{60}$.

Valguse kiiruse ($c = 299\,796$ km $\mp$ 5 km/sek.) ja alalise aberratsiooni suuruse viimaste määramiste alusel saab hõlpsasti Maa liikumise kiiruse orbiidil $u = c \operatorname{tg} \alpha = 29{,}75$ km sekundis. Võttes aga orbiidi ringina, saab tema raadiuse suuruse 149 500 000 km — selline on Maa keskmine kaugus Päikeseni, veaga, mis ei ületa 150 000 km, s. o. mitte üle 0,1%; vahe aga suurima ja väikseima kauguse vahel Maast Päikeseni küünib ligikaudu $6 \cdot 10^6$ km, ja mõistetavalt see tühine vahe ei tekita talve vahetust suveks, seda enam et perigees Maa on jaanuari algul, s. o. põhja poolkera talvel, apogees aga — juuli algul.

Uusima teooria põhjal Päike kaotab igas minutis 250 000 t oma massist energia kiirgamise näol. Selle tõttu Päike avaldab ikka väiksemat ja väiksemat külgetõmbetungi Maale. Sel põhsel Päikese gravitatsiooniline kohesioon Maaga nõrgeneb ja Maa eemaldub aegamööda Päikesest, kirjeldades tema ümber lõpuks mitte ellipsit, vaid elliptilist spiraali. Arvutused näitavad, et keskmine kaugus Maast Päikeseni suureneb 1 m võrra saja aasta vältel. See märkus käib ka teiste taevakehade kohta.

Maa orbiidi kallak ekliptika tasapinnale võrdub nulliga, sest et ekliptika tasapind ei ole midagi muud kui teises geomeetrilises kontseptsioonis vaadeldav Maa orbiit.

Täistiiru mööda oma orbiiti Maa sooritab nn. täheaasta vältel, mille kestus on 365,25636 ööpäeva. Seda aastat kodanlikus ajaarvestamises ei kasutata.

Peale tiirlemise ümber Päikese Maa pöörleb veel oma telje ümber, tehes ühe täispöörde nn. täheööpäeva vältel, mis pikkuselt peaaegu võrdub meie tavalise ööpäevaga ($23^h\ 56^m\ 4^s{,}09$). Maa pöörlemise kohta oma telje ümber võib tuua küllaldaselt tõendeid, milliseist kõige piltlikum on Foucault' pendel, mis nähtaval viisil väljendab Maa pöörlemist. Selle pöörlemise tõttu iga punkt ekvaatoril omab liikumise jooksukiirust ligikaudu 450 m/sek; laiuse suurenemisega kiirus väheneb võrdeliselt laiuse koosinusega.

Maa ekvaatori tasapind on orbiidi (ekliptika) tasapinnale kaldu $23^0 27'$; see kalle ongi põhjuseks, et Päike soojendab aasta jooksul maapinna eri osi ebaühtlaselt, s. o. osutub mitmesuguste aastaaegade ja kliimaliste olude põhjuseks. Kuid Maa pöörlemise telg ei säilita muutumatult oma suunda ruumis, vaid sooritab mõningaid kõikumisi, milliseist peamisteks on: p r e t s e s s i o o n — perioodiga ligemale 25 000 aastat, ja n u t a t s i o o n — perioodiga umbes 19 aastat. Need mõlemad nähted on tingitud Päikese, Kuu ja planeetide külgetõmbe mõjust, samuti aga ka sellest, et Maa ise ei ole kera, vaid pöördellipsoid.

Pretsessiooni mõju väljendub: 1) selles, et taevapoolus (ekvaatori poolus) aegamööda liigub tähtede vahel taevas ja mitmesugustel ajastutel mitmesugused tähed omavad oma asendi läheduse tõttu taevapoolusele Polaartähe nimetuse õigust. Nii on meie ajastul Polaartäheks täht α Ursae minoris, kuid 6000 aasta pärast selle nime peab omistama tähele α Cephei, täpselt nii kui 4000 aastat tagasi seda nime vääris α Draconis; 2) selles, et kevadpunkt, olles 2000 aastat tagasi Kaljukitse tähtkujus ning sellepärast omalajal nimetatud „Kaljukitse punktiks", pidevalt liigub ja käesoleval ajal ta asetseb juba Kala tähtkujus.

Maakeral oma valgust ei ole ning ta võib teistelt planeetidelt nähtav olla taevakehana ainult Päikese kiirte peegeldumise tõttu, sarnaselt teiste planeetidega.

Maa enda kohta käesoleval ajal me käsitame selliseid andmeid: Maa omab ebakorrapärast, nn. „geoidi" kuju, mis on kaunis lähedane sferoidile. Kõrvalekaldumised sferoidilisest kujust on sedavõrd tähtsusetud, et kõikides, isegi kõige täpsemates

astronoomia küsimustes Maa võetakse sferoidina järgmiste elementidega (Hayford'i järgi):

Ekvaatoriline raadius (a)	6378,388 km ∓ 150 m
Polaarne raadius (b)	6356,909 „
Vahe . . .	21,479 km
Lapikus . . . $\frac{a-b}{a}$	0,003367 .... $\left(\frac{1}{297,0}\right)$

Selle lapikuse suurus on sedavõrd tühine, et kui kujutada Maakera mudelit ellipsoidi kujul suure poolteljega 1 m, siis väike pooltelg osutub lühemaks kõigest 3 mm — silmale vaevalt märgatav suurus. Maa lapikuse põhjuseks on pöörlemine ümber telje.

Maakera lapikuse tõttu ühe laiuskraadi joonpikkus ei ole ühtlane erisugustes laiustes: ekvaatoril ta on väiksem (110,6 km) ja poolusel suurem (111,7 km). Maakera sferoidilise kuju tõttu peab „laiuse" mõistele omistama kaks tähendust: 1) geograafiline laius, mis kujutab nurka maakera ekvaatori tasapinna ja sferoidi tasapinna normaali vahel, ja 2) geotsentriline laius — nurk Maakera keskpunktis ekvaatori tasapinna ja keskpunkti Maa pinnal oleva punktiga ühendava joone vahel.

Viimase aja täpseimad vaatlused avastasid Maakera pinnal olevate punktide laiuste tähtsusetuid süstemaatilisi muutumisi, mis viib järeldusele, et pöörlemistelg, säilitades oma esialgse suuna ruumis, ei jää alati suunatuks maa sferoidi geomeetrilise väikese telje sihis. Need pooluse liikumised on väga väikesed, keerulise iseloomuga, parameetriga ligikaudu 9 ja 8 m ja perioodiga 1 aasta ja 430 päeva. Kaasaja teaduse seisukohalt seda seletatakse sellega, et esialgne pöörlemistelg oli veidi kaldus sümmeetriateljega, ja sel puhul poolusel peabki edaspidi olema liikumine mööda väikest ringi sferoidi geomeetrilise pooluse ümber.

Maakera pind ja maht arvutatakse tavaliste valemite järgi kera pinna ja mahu jaoks, asetades neisse valemitesse kera keskmise raadiuse, arvutatud valemiga $r = \frac{2a+b}{3}$. Siis saab:

Keskmine raadius (r)	6371,23 km
Maakera pind	$5{,}101 \cdot 10^8$ km^2
Maakera maht	$1{,}083 \cdot 10^{12}$ km^3 ehk $1{,}083 \cdot 10^{27}$ sm^3

Woodword'i viimaste määramiste järgi:

Maakera mass	$5{,}974 \cdot 10^{27}$ g
Keskmine tihedus	5,515 g/sm^3

s. o. ligikaudu 5,5 korda suurem vee tihedusest.

Kuna Maakera pinna pealmiste kihtide tihedus on kõigest 2,71, siis Maakera sisemuses tihedus peab olema tunduvalt suurem keskmisest (5,5). Viimaste aastakümnete uurimised osutavad sellele, et Maakera keskmine osa, tema tuumik, koosneb rauast või raua ja nikli sulamist; selle tuuma tihedus on 10—12 korda suurem vee tihedusest. See tuumik, mille elastsus ületab terase elastsuse, omab umbes 6500-km-list diameetrit ja on ümbritsetud umbes 1600 km paksuse raua ja kivimite kihiga; edasi järgneb koore kiht basalt-kivimitest, paksusega ligikaudu 60 km ja tihedusega 2,7.

See uus õpetus Maakera tahkest ehitusest selgitab teatud määrani ka mõningaid seni seletamatuid nähteid maakera magnetismi alal.

Täiesti uudselt käsitleb kaasaja teadus Maakera sisemiste osade temperatuuri küsimust. Kahtlemata on Maakera sisemuses temperatuur väga kõrge; samuti ei ole kahtlust, et Maakera kiirgab suure hulga soojust, kuid see kiiratav soojus saadakse peamiselt (kuni 83%) maakera koore võrdlemisi õhukese ülemise kihi raadioaktiivsuse arvel, ja ainult väike osa (17%) võib tulla sisemisest tuumikust. Maakera koore selle raadioaktiivse pealmise kihi paksust määratakse 50—60 km ja sellepärast temperatuuri tõusu neid arve ületavates suurtes sügavustes ei saa arvestada selle seaduse järgi, mis saadakse temperatuuri vaatluste kogemustest Maakera pinna kaevustes. Üks kaasaja suurimaid uurijaid sellel alal Jeffreys oletab, et isegi suures sügavuses, umbes 1000 km, Maakera jahenemine tema kalgastumise ajast on võrdlemisi väike ja küünib mõnesaja kraadini, sisemine tuumik aga peab jahenenud olema tunduvalt tugevamini.

Viimasel ajal on selle küsimusega tihedalt seotud Maakera ea küsimus. Kuni viimase ajani selle küsimusega pöörduti geoloogide poole. Maakera mitmesuguste ladestuste paksuse ja nende ladestumise kiiruse järgi võib hõlpsasti arvestada ka ladestuse tekkimise aega. Võttes ladestumiste keskmiseks kiiruseks 1 tolli 1300 aasta vältel, kõikide ladestuste paksuse pärast Maakera kalgastumist aga 159 km (Holmes'i järgi), saab Maakera eaks peale tema kalgastumist 2 miljardit aastat. Siiski selline teravmõtteliselt „liivakellaks" nimetatud meetod ei saa pretendeerida suurele täpsusele, kuna selle liivakella käik kaunis hõlpsasti võib olla väär ja ebaühtlane.

Viimaseil aastail tulid geoloogiale abiks füüsika ja astronoomia, mis andsid täiesti algupäraseid meetodeid selle ülesande lahendamiseks. Eriti huvitav on füüsikaline meetod, mis põhineb uraani lagunemise ja tinaks muutumise nähtel. Käesoleval

ajal on seda lagunemisprotsessi külladaselt hoolikalt uuritud ja seda iseloomustab tabel, nimega „ühe grammi uraani ajalugu":

Algul	uraani 1,000 g,	tina	0,000 g
100 miljoni aasta pärast	„ 0,985 g,	„	0,013 g
1000 „ „ „	„ 0,863 g,	„	0,116 g
2000 „ „ „	„ 0,747 g,	„	0,204 g
3000 „ „ „	„ 0,646 g,	„	0,306 g

Seejuures selle tina aatomikaal võrdub 206,0 (tooriumi lagunemisest — 208), samal ajal kui tavalise tina aatomikaal võrdub 207,2; lagunemisprotsess aga toimub peaaegu absoluutselt ühtlase kiirusega. Järelikult uraani, tooriumi ja tina (aatomikaaluga 206 või 208) suhtelisest hulgast maakera koore üldises koostises, mis on küllalt hästi teada mitmesuguste kivimite väga rohkearvulistest analüüsidest, võib määrata ka selle tina tekkimise aja; selline arvestus annab Maakera eaks ligemale 8 miljardit aastat.

Meie planeedi ea määramise astronoomilised meetodid põhinevad sellel, et planeetide orbiitide kuju nende tekkimise algmomendist ajajooksul veidi muutub. Kutsunud abiks astronoomia, arvutanud, milline oli planeedi orbiit tema tekkimisel, ja teades, milline ta on praegu ning teades ta muutumise kiirust, võib arvutada ka päikesesüsteemi ea (sealhulgas ka Maakera, sest et uusim teooria eeldab meie päikesesüsteemi kõikide planeetide üheaegset tekkimist). Selline on „astronoomiline kell" planeetide ea määramiseks. Jeffreys'i viimaste arvelduste järgi selle meetodiga saab:

Merkuuri orbiidi järgi 1 kuni 10 miljardit aastat,
Kuu orbiidi järgi umbes 4 miljardit aastat.

Endastmõistetavalt ükski toodud arvudest ei saa pretendeerida suurele täpsusele ning võib ütelda, et „määrates Maakera eaks 4 või 5 miljardit aastat, me ei tee suuremat viga kui 2 korda ühele või teisele poole" (Russell). Jeans hindab Maakera ea umbes 2—3 miljardile aastale.

Kui tuua veel kaasaegseid andmeid elu kestuse kohta Maakeral, siis saab:

	Jeans'i järgi (aastates)	Russell'i järgi
Maakera iga	2 000 000 000	4—5 000 000 000
Elu iga Maakeral	300 000 000	1 000 000 000
Inimese elu iga Maakeral	300 000	—
Astronoomilise teaduse iga	3 000	3 000
Teleskoopilise astronoomia iga	300	300

Maakeral on üks kaaslane — **Kuu.** Kuu on kerakujuline keha (viimasel ajal on leitud, et Maa poole suunatud Kuu diameeter on 1600 m võrra pikem polaarsest diameetrist), diameetriga 3476 km, mis moodustab 0,273, s. o. veidi üle $^1/_4$ Maakera diameetrist; vastavalt on Kuu pindala 0,0744 ($^1/_4$) ja maht — 0,0203 ($^1/_{49}$) Maakera pindalast ja mahust. Sellist suurt kaaslast, võrreldes oma planeediga, ei oma ükski päikesesüsteemi planeete. Uusimate määrangute järgi Kuu mass moodustab 0,0123 ($^1/_{81,6}$) Maakera massist. Tema tihedus vee suhtes võrdub 3,33, mis vastab basaltkivimite tihedusele. Raskustung Kuul on 6 korda väiksem kui Maal ning see tähendab, et Kuul kõik kehad kaaluvad (vedrukaalul) 6 korda vähem kui Maal; tung, mis Maal sunnib heidetud kivi tõusma 50 m kõrgusele, tõstaks Kuul selle kivi 300 m kõrgusele, ja kui arvestada, et Maal inimene võib kartuseta sooritada hüppe 3 m kõrguselt (langemise lõppkiirus võrdub 0,8 m/sek.), siis Kuul ta võiks sedasama, hüpates kolme- või neljakorruselise maja kõrguselt.

Kuu pind on äärmiselt ebatasane, suurte sügavate nõgude, ahelikkude ja üksikute mägedega, sageli teineteise peale kuhjatuina, ja tohutu arvu k r a a t r i t e g a, mis on väga sarnased Maa vulkaaniliste kraatritega, kuid tunduvalt suuremates mõõtmetes; sellal kui suurim kraater Maal (Tseiloni saarel) on 70 km läbimõõduga, ei ole Kuul haruldased 200- ja enam kilomeetrilise diameetriga kraatrid.

Mäed ja kraatrid küünivad kuni 7,6 km kõrguseni ja on võrdlemisi tunduvalt kõrgemad Maakera mägedest. Enam või vähem laialdased suhteliselt tasased Kuu pinna alad moodustavad nn. „m e r e d", kuid ei tule arvata, et nad on meie merede sarnased: Kuul ei ole vett, samuti kui ei ole üldse õhkkonda.

Kuu valgustab ainult peegeldades teda valgustava Päikese valgust. Kuu valguse heledus on umbes 465 000 korda nõrgem Päikese heledusest, ja kui kogu taevas katta täiskuudega, siis Maal oleks valgustus 5 korda nõrgem, kui Päikese valgustusel.

Kuu liigub ümber Maa mööda ellipsit ekstsentrilisusega, mis muutub $^1/_{15}$ kuni $^1/_{23}$ ja keskmiselt võrdub $^1/_{18}$-ga; Kuu keskmine kaugus Maakerani võrdub 384 403 km, s. o. 60,267 korda suurem Maakera ekvaatorilisest raadiusest; vähim (perigees) ja suurim (apogees) kaugus võrduvad 365 400 ja 406 670 km, millele vastavalt Kuu nähtav nurkdiameeter muutub 33′30″ kuni 29′21″.

Kuu orbiidi tasapind on kaldu ekliptika tasapinnaga keskmiselt 5°8′, selle nurga kõikumistega 5°18′ kuni 4°59′; selle tõttu Kuu

deklinatsioon võib muutuda $23^{0}27' + 5^{0}8' = 28^{0}35'$ kuni $23^{0}27' - 5^{0}8' = 18^{0}19'$.

Täispöörde mööda oma orbiiti Kuu sooritab nn. *sideerilise ehk tähekuu* jooksul, mille keskmine kestus on 27,32166 ööpäeva ($27^{d}\ 7^{h}\ 43^{m}\ 11^{s},5$), kõikumistega kuni 7 tundi mitmesuguste häirete tõttu; järelikult tähtede suhtes Kuu liigub taevas (ida poole) keskmiselt $13^{0}11'$ ehk aja järgi ta jääb maha tähtedest iga päev ligikaudu 53 minutit.

Selle tõttu, et Maa ise liigub Päikese ümber ning seejuures samale poole kui Kuugi Maa ümber, kaks teineteisele järgnevat ühesugust asendit Päikese suhtes Kuu saavutab mõnevõrra suurema ajavahemiku järel, mis võrdub keskmiselt 29,53059 ööpäevaga ($29^{d}\ 12^{h}\ 44^{m}\ 2^{s},78$), kõikumistega kuni 13 tundi; seda ajavahemikku kutsutakse *sünoodiliseks* kuuks. Seetõttu Kuu jääb maha Päikesest iga päev umbes 12^{0} ehk ajas ligi 49 minutit.

Kuu tiirlemine ümber Maa väljendub nähtaval viisil kõigile tuntud Kuu faasides.

Tiireldes Maa ümber Kuu ühtlasi pöörleb ka oma telje ümber, tehes täispöörde ajavahemikul, mis täpselt võrdub sideerilise kuuga. Sellel põhjusel Kuu on pöördud Maa poole alati sama küljega ning Kuu tagumine pool on täiesti ligipääsematu vaatlustele Maalt. Siiski seetõttu, et kaugus Kuuni on väike, vaatlejad Maa mitmesugustest punktidest (või sama vaatleja erisugustel momentidel) võivad näha veidi üle poole Kuu pinnast, nii et mitte kunagi nähtav ja uurimisele ligipääsematu osa moodustab vaid 41% Kuu pinnast.

Olles võrdlemisi väga suureks kaaslaseks Maale, Kuu omakorda avaldab kaunis olulist mõju Maa liikumisele, ning mehaanika seaduste järgi süsteemi Maa-Kuu tiirlemist ümber Päikese peab vaatlema kui selle süsteemi raskuskeskuse liikumist mööda orbiiti (Kepleri seaduste järgi) ja süsteemi iga komponendi pöörlemist selle raskuskeskuse ümber mööda orbiiti, millede raadiused on pöördvõrdelised massidega. Täpsemaist vaatlustest on leitud, et Maa selle kuuorbiidi raadius võrdub 4635 km.

Kõige üeldu põhjal Kuu nähtav liikumine omab suuri ebakorrapärasusi ning suure vaevaga allub matemaatilisele analüüsile; seepärast ongi kõikide aegade matemaatikute ja astronoomide katsed nii rohkearvulised Kuu liikumise õige matemaatilise teooria loomiseks, mis võimaldaks suure täpsusega määrata Kuu asendit taevas mistahes ajamomendil.

Marss ja ta kaaslased.

Päikesest arvult neljandaks ja Maale lähimaks v ä l i s p l a n e e d i k s [1] on **Marss.** Marss liigub ümber Päikese mööda elliptilist orbiiti suure ekstsentrilisusega, mis võrdub 0,093, mille tõttu tema kaugus Päikesest, mis keskmiselt on 227 700 000 km, muutub ühele ja teisele poole ligikaudu 21 000 000 km võrra: perigees Marss on eemaldunud Päikesest $206{,}5 \cdot 10^6$ km, apogees — $248{,}5 \cdot 10^6$ km.

Marsi vähim võimalik kaugus Maast esineb vastasseisus [2] ja kui mõlemad planeedid ühtlasi asetsevad oma periheelide läheduses; see kaudus võrdub 55 700 000 km. Planeetide vastasseisus nende afeelide korral see kaugus suureneb kuni 101 200 000 km. Esimesel juhul Marsi heledus on tunduvalt suurem kõikide teiste tähtede ja planeetide omast, välja arvatud Veenus; teisel juhul on ta heledus veidi nõrgem meie taeva heledaimast tähest, Siiriusest.

Marsi orbiidi kallak Maakera orbiidi tasapinnaga on väga väike ja võrdub $1^0 51'$. Marsi täistiiru aeg Päikese ümber on 687 ööpäeva, millele vastab planeedi liikumise keskmine kiirus mööda orbiiti 24 km sekundis.

Planeet omab õige kera kuju diameetriga 6783 km (tõenäolise veaga, mis ei ületa 16 km). Viimaste määramiste järgi planeet omab tühist lapikust, mis võrdub $^1/_{190}$. Marsi pindala moodustab 0,283 ja maht 0,150 Maa pindalast ja mahust. Planeedi mass (tema kaal) võrdub 0,1076 Maa massiga, tihedus 4 (vee suhtes) ja raskustung Marsi pinnal moodustab 0,08 Maa raskustungist.

Marss pöörleb ümber telje, mis on kaldu orbiidi normaalist $23^0{,}5$ võrra ja on kaunis lähedal maakera ekvaatori kaldele. Marsi täispöörde periood oma telje ümber on määratud $24^h\ 37^m\ 22^s{,}58$, veaga, mis ei ületa mõningaid sekundi sajandikosi.

Ei ole mingit kahtlust õhkkonna olemasolus Marsil ning õhurõhk seal võrdub ligemale 4 kuni 20% maa õhurõhust. Mis puu-

---

[1] V ä l i s p l a n e e t i d e k s kutsutakse planeete, millede orbiidid asetsevad väljaspool Maa orbiiti; s i s e p l a n e e t i d e k s — millede orbiidid asetsevad Maa orbiidi sees (Merkuur, Veenus).

[2] V a s t a s s e i s (ainult välisplaneetidel) — asend, kui planeet, Maa ja Päike on ühel joonel, kusjuures Maa asetseb planeedi ja Päikese vahel.

Ü h e n d u s (välisplaneetidel) — planeedi, Päikese ja Maa asend jällegi ühel sirgjoonel, kusjuures Päike asetseb Maa ja planeedi vahel.

A l u m i n e ü h e n d u s (siseplaneetidel) — asend, mil planeet asetseb Maa ja Päikese vahel ühel joonel nendega.

Ü l e m i n e ü h e n d u s (siseplaneetidel) — asend, kui Päike on planeedi ja Maa vahel ja nendega ühel joonel.

tub temperatuuri, siis võib oletada, et Marsi ekvaatorilistes vööt-metes temperatuur keskpäeval tõuseb kuni 10° C või veidi kõrge-male. Ööd aga on Marsil arvatavasti väga külmad.

Marsi pind, mis vaid harva osaliselt kattub pilvedega, omab palju huvitavaid objekte vaatlusteks ja uurimisteks: polaarpiir-kondade valged laigud, mis suurenevad ja vähenevad Marsi aastaaegadega; mitmesugused tumedad laigud, millede värvus ja tumedus samuti muutub ühes aastaajaga, ja lõpuks „k a n a l i d". „Kanaliteks" nimetas Schiaparelli 1879. a. tema poolt avastatud sirgjoonelisi tumedaid kitsaid ribasid, mis risti-rästi lõikudes katavad võrguna planeedi pinda ja ühendavad omavahel suure-maid tumedaid alasid. Tema poolt 1892. a. avastatud nn. „kahe-kordsed kanalid", kahe rööbitise raudteeliini sarnased, mida tões-tasid ka mõned hilisemad vaatlejad, tekitasid kahtlust nende tekkimises loomulikul teel. Lõplik vastus sellele erakordselt huvitavale küsimusele kuulub tulevikule, võib-olla ka mitte-kaugele.

Kõik astronoomilised ja füüsikalised andmed Marsist, mida käsitab teadus praegusel ajal, osutavad Marsi sarnasusele meie Maaga. Igal juhul peab tunnistama, et tingimused Marsil või-maldavad nii taimestiku kui ka loomastiku elu, kuid enam või vähem maa omast tunduvalt erineval kujul. Vahetuid tõendeid aga elu olemasolu kohta Marsil seni veel ei ole.

Marsil on kaks kaaslast, avastatud Hall'i poolt Washingtonis 1877. a. Kaugem kaaslane **Deimos** liigub mööda orbiiti 20 100 km kaugusel planeedi pinnast (23 500 km keskpunktist) ning sooritab täistiiru $30^h\ 18^m$; lähima kaaslase **Phobos'e** orbiit asetseb kõi-gest 6000 km planeedi pinnast (9376 km keskpunktist) ja tema täistiiru aeg võrdub $7^h\ 39^m$. See on ainuke näide päikese peres, kus kaaslase tiirlemise periood on lühem planeedi enda telje ümber pöörlemise perioodist. Kui mõttes asetuda Marsi pinnale, siis osutatud suhete korral Deimos paistaks meile aeglaselt lii-kuvana idast lääne poole, Phobos aga liiguks v a s t u p i d i s e s s i h i s, läänest itta, ning seejuures kaunis kiiresti (kaks „kuud", mis liiguvad teineteisele vastu).

Kaaslaste orbiidid on peaaegu ringid ja kaldu planeedi ekvaa-tori tasapinnaga nurgi 1°,8 ja 1°.

Kaaslaste suurused on sedavõrd tühised, et neid vahetult mõõta ei saa. Kaudsel teel — nähtava heleduse järgi — nende diameetrite mõõtmed on: Deimosel 16 km, Phobosel — 8 km. Need kaaslased on vaadeldavad ainult tugevates instrumentides.

Asteroidid.

Kuni 19. saj. Päikesest kauguselt järgnevaks planeediks loeti Jupiteri, keskmise kaugusega Päikesest $778 \cdot 10^6$ km. Kui välja kirjutada kõikide planeetide kaugused Päikesest (sealhulgas ka nende kaugused, milledest me kõneleme edaspidi), võttes kauguse Päike-Maa ühikuna, siis saame järgmise arvude rea:

Merkuur	Veenus	Maa	Marss	Jupiter	Saturn	Uuran	Neptun
0,39	0,72	1	1,52	5,20	9,54	19,19	30,07

Vaadeldes hoolikalt selle rea arvude muutumist, ei ole raske avastada selles hüpet 1,52-lt kohe 5,20-le, ning juba Kepler pidas võimalikuks mingi tol ajal tundmata planeedi olemasolu Marsi (1,52) ja Jupiteri (5,20) vahel. 1770. a. ümber Titius avastas, 1772. a. aga Bode avaldas harmoonilise seaduse, millele peavad alluma planeetide kaugused Päikesest. See seadus oli selline: kirjutame arvud, mis peale esimese moodustavad geomeetrilise rea:

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384,

lisame neile igaühele 4 ning saadud arvud jagame 10-ga, siis saame rea:

0,4; 0,7; 1,0; 1,6; 2,8; 5,2; 10,0; 19,6; 38,8;

mis kujutabki Bode rida.

Nagu nähtub, ühtuvad selle rea arvud imestusväärselt arvudega, mis väljendavad planeetide tõelisi kaugusi Päikesest, välja arvatud viimane arv. Asteroidide rühma jaoks on vastav arv 2,8.

Arvatavasti Bode seadus ei oma mingit füüsikalist põhjendust ja on vaid teravmeelse aritmeetika tulemus, kuid siiski osutas see seadus paljudele 18. saj. astronoomidele planeedi olemasolu võimalusele Marsi ja Jupiteri vahel.

1. jaanuaril 1801. a. avastas astronoom Piazzi Palermos uue nõrga tähe seal, kus varemalt mingit tähte ei olnud, ning pidas teda komeediks; kuid Piazzi edaspidised vaatlused ja Gaussi järgnevad arvutused selgitasid peagi, et uus taevakeha kujutab planeeti, mis tiirleb ümber Päikese orbiidil keskmise raadiusega 2,77, s. o. peaaegu täpselt võrduv arvuga 2,8 Bode arvude reas. Selle planeedi Piazzi nimetas **Cerera'ks.** 1802. a. Olbers avastas samal Marsi ja Jupiteri vahemaal planeedi **Pallada,** 1804. a. Harding avastas **Junona,** 1807. a. Olbers jällegi avastas **Vesta.** Kõigile neile planeetidele anti Hersheli poolt esitatud nimetus „a s t e r o i d i d" (tähesarnased).

Järgmine asteroid **Astrea** avastati Hencke poolt 1845. a. ning sellest ajast algas nende massiline avastamine, mis ei ole lõppenud käesoleva ajani. Registreeritud asteroidide arv küünib tänapäeval 1500-ni.

Kahtlemata paljusid neist asteroididest avastati kaks ja enam korda; peale esimesi vaatlusi neid kaotati, jõudmata arvutada nende orbiite. Käesoleval ajal kõik asteroidid ühes arvutatud orbiitidega registreeritakse Arvutamise Instituudis Berliinis (Rahvusvaheline keskus): asteroidile antakse number, ning avastaja astronoom annab talle nime. Kõikidele asteroididele antakse naissoost nimetused, välja arvatud vaid mõned, millegagi tähtsad, mis said meessoo nimed.

Kõik asteroidid liiguvad mööda elliptilisi orbiite mitmesuguse ekstsentrilisusega (keskmine 0,15), mis küünib kuni 0,65, ja keskmise kaugusega Päikesest 2,3 kuni 3,3 astronoomilist ühikut [1]; keskmine aritmeetiline kõikidest nendest kaugustest on nimelt 2,8 — Bode rea arv.

Asteroidide Päikese ümber tiirlemise perioodid on kaunis erinevad: 1,76 aastat (**Eros**, Päikesele lähim asteroid) kuni 13,7 aastat (**Hidalgo**, Päikesest kõige enam eemaldunud); suurel enamikul asteroididest see periood kõigub 3,5 kuni 6 aasta piirides.

Nende orbiitide kalle maa orbiidi tasapinnaga on keskmiselt $9^{0}30'$ ümber, kuid mõnedel asteroididel (Hidalgo) see kalle küünib kuni 43^{0}; kõik need orbiidid on teineteisega ja teiste planeetide orbiitidega äärmiselt läbi põimitud.

Asteroidide mõõtmed on sedavõrd väikesed, et vaid üksikutel on võidud mõõta nende ketaste nähtavaid diameetreid ning seda ainult kõige tugevamate kaasaegsete instrumentide abil. Kõige suurema, Cerera, diameeter on 770 km, siis tuleb Pallada — 490 km, Vesta — 380; teistel tunduvalt vähem. Enamikul diameeter on 80 kuni 15 km, mõnedel aga isegi väiksem sellest suurusest.

Asteroidide massid on sedavõrd väikesed, et nende kõikide kogumass moodustab umbes 0,001 Maakera massist. Nende kääbuste kuju võib olla täiesti korrapäratu. Mõningate suhtes nendest teatud tõenäosusega on selgitatud nende pöörlemine oma telgede ümber, perioodiga 9^{h} kuni 10^{h}.

Üks neid asteroide, Eros, avastatud 1898. a., pakub astronoomiale suurt huvi, sest omades tugevasti pikenenud orbiiti, mis ületab Marsi orbiidi piirid, ta võib osutuda (peale Kuu ja kahe

[1] Astronoomiliseks kauguse ühikuks võetakse Maa keskmist kaugust Päikesest.

väga väikese asteroidi) Maa naabriks, kaugusega temast umbes 22 000 000 km; seejuures Maa tekitab Erose liikumises tunduvaid häireid, millede uurimine võimaldab suurema täpsusega määrata Maa suhtelist massi.

Jupiter ja ta kaaslased.

Hiiglaseks kogu päikesesüsteemis on kauguselt viies planeet — **Jupiter.** Jupiteri orbiit on ellips, ekstsentrilisusega 0,05; keskmine kaugus Päikeseni — 777 600 000 km, vähim periheelis — 702 000 000 km, suurim afeelis — 854 000 000 km; Jupiteri suurim ja väikseim võimalik kaugus Maast väljendab vastavalt arvudega 559 000 000 ja 966 000 000 km. Jupiteri orbiit on kaldu maa orbiidiga (ekliptika) $1^{0}18'$, ja täistiiru ümber Päikese Jupiter sooritab 11,86 aastaga, liikudes keskmise kiirusega 13,05 km/sek. Jupiter kuulub heledaimate objektide hulka meie taevas, peale Veenuse ja Marsi ning harukordsetel juhtudel ka täht Siiriuse.

Jupiteri mõõtmed on tohutud: tunduva lapikusega $^{1}/_{15}$ poolustel, ta ekvaatoriline diameeter võrdub 142 700 km, polaarne — 133 400 km, ja keskmine, arvutatud sama meetodi järgi kui Maa keskmine diameeter — 139 560 km, s. o. peaaegu 11 korda suurem Maa diameetrist. Siit Jupiteri pindala on 120, maht aga 1312 korda suurem Maa pindalast ja mahust.

Planeedi mass (tema kaal), moodustades ligikaudu 0,001 Päikese massist, on 317 korda suurem Maa massist ja järelikult tihedus 1,34 korda suurem vee tihedusest. Raskustung Jupiteri pinnal on 2,64 korda suurem maa omast, kusjuures planeedi poolustel see tung väheneb 15% võrra (Maal sama vähenemine moodustab 0,5%).

Jupiter pöörleb suure kiirusega oma telje ümber, sooritades täispöörde ligikaudu $9^{h}55^{m}$. Täpsemalt seda perioodi seni arvutada ei saa, kuna planeedi pinnal ei ole kindlaid liikumatuid punkte ja üksikasju, millede järgi pöörlemist võiks määrata suure täpsusega (nagu näiteks Marsil). Nähtavasti Jupiteril nagu Päikeselgi mitmesugused laiuste tsoonid omavad erisugust liikumiskiirust. Andmete järgi ei ole raske arvutada, et Jupiteri ekvaatori mistahes punkti joonkiirus on ligemale 12 km/sek. Planeedi ekvaatori tasapind on kaldu tema orbiidi tasapinnaga kõigest 3^{0}.

Planeedil oma valgust ei ole ja ta on nähtav ainult tema pinnalt peegelduvate Päikese kiirte tõttu. Viimase aja vaatlused osutavad, et tema temperatuur meie poolt vaadeldavates õhkkonna ülemistes kihtides võrdub ligemale -40^{0} C. Jeffreys'i

järgi Jupiteri pind on kaunis tasane, koosneb paksu jää korraga kaetud kivimist ja on ümbritsetud õhkkonnast.[1] Siiski planeedi ehituse ja tema õhkkonna küsimust ei saa mingil juhul lugeda lõplikult lahendatuks.

Omades teiste planeetidega võrreldes (peale Saturni) tohutut massi, Jupiter tekitab astronoomidele rohkesti tüli oma suure gravitatsioonilise mõjuga kõikidele nendele väikestele objektidele — asteroididele, komeetidele —, mis ettevaatamatult satuvad Jupiteri mõju piirkonda. Ta võib kõverdada nende orbiiti ning sellega tekitada astronoomidele ja matemaatikuile tunduvaid raskusi selle objekti asendi ennustamisel mistahes tulevaseks ajamomendiks. Ühed objektid, olemata päikesesüsteemi liikmeiks, kuid sattudes tema häiriva tegevuse piirkonda, võivad muutuda selle pere liikmeiks. Teisi aga, vastupidi, võib ta välja kiskuda sellest perest, muuta nende orbiidi elliptilisest hüperboolseks või paraboolseks ning igaveseks eemaldada tähtedevahelisse ruumi väljapoole päikesesüsteemi piire.

Ööd Jupiteril peavad olema erakordselt efektsed, kuna seda planeeti tema tiirlemisel ümber Päikese saadavad 9 kuud — Jupiteri kaaslast. Neli neist, avastatud Galilei poolt 1610. a., on küllalt suured selleks, et neid hästi näha, kui mitte palja silmaga, siis tavalises prismalises binoklis 6- või 8-kordse suurendusega. Teised on sedavõrd väikesed, et on nähtavad ainult väga tugevates kaasaegsetes teleskoopides, mispärast nad avastatigi tunduvalt hiljem: 5. — 1892. a., 6. ja 7. avastas Perryne 1904.—1905. a., 8. — avastas Mellot 1908. a. ning viimase, 9. avastas Nicholson 1914. a. Galilei avastatud kaaslased omavad nimetusi: **Jo** — lähedaim Jupiterile, siis **Euroopa, Ganimed** ja **Kallisto;** teistel kaaslastel nimetusi ei ole ning neid märgitakse numbritega, vastavalt nende avastamise ajale.

Esimese nelja kaaslase orbiidid on peaaegu ringilised tühise kaldega Jupiteri ekvaatori tasapinnale ning eemaldunud tema pinnast kaugustele 421 000, 670 000, 106 900 ja 1 881 000 km ja nende tiirlemise ajad ümber planeedi võrduvad 1,7, 3,2, 7,1 ja 16,6 ööpäeva. Nende mõõtmed on küllalt suured; nende diameetrid on 3960, 3200, 5700 ja 5390 km.

5. kaaslane, kõige lähem planeedile, on diameetrilt umbes 120—160 km ja liigub mööda peaaegu ringilist orbiiti 181 000 km kaugusel Jupiteri keskpunktist, s. o. umbes 40 100 km kaugusel

[1] Jeffreys'i vaateid vaidlustab praegusel ajal palju autoriteetseid astronoome.

tema pinnast; orbiit asetseb peaaegu planeedi ekvaatori tasapinnas, pöörlemise perioodiga peaaegu 12^h.

6. ja 7. kaaslane, mõõtmetega 130 ja 40 km diameetris, liiguvad mööda tugevasti ekstsentrilisi orbiite, keskmises kauguses planeedist 11 400 000 km, perioodidega 250 ja 260 ööpäeva. Tähelepandav on nende väga väike vahe kaugustes Jupiterist; kuid et nende kahe kaaslase orbiidid on tugevasti kaldu 28^0 nurga all, siis nad kunagi ei ligine teineteisele vähem kui 3 000 000 km-le.

8. ja 9. kaaslane, kõige enam eemaldunud planeedist ning väga raskesti vaadeldavad, omavad suurust 40 ja 25 km diameetris; nende orbiidid on tugevasti ekstsentrilised, keskmised kaugused planeedist võrduvad 25 500 000 ja 24 000 000 km, tiirlemise perioodid — ligikaudu 2 aastat ja 2 aastat 2 kuud. Nende orbiitide kalde nurgad Jupiteri ekvaatoriga on erakordselt suured: 148^0 ja 156^0. Kuid kõige tähelepanuväärsem nende kaaslaste liikumises on see, et nad liiguvad Jupiteri taevas kõigile teistele vastupidises suunas. Need kaaslased on üks paljudest veel lahendamata kosmose mõistatustest, ja viimasel ajal väljendatakse oletusi, et need kaaslased on ettevaatamatud asteroidid, sattunud planeedi-hiiglase külgetõmbe tsooni ning sellest ajast jäänud tema pere liikmeiks.

Saturn ja tema kaaslased.

Viimaseks juba muinasajal tuntud päikesesüsteemi liikmeks on ilus ja mõistatuslik **Saturn.**

Oma tee ümber Päikese see planeet-hiiglane, mis oma suuruselt jääb veidi maha ainult Jupiterist, sooritab 29,46 aastaga, liikudes mööda elliptilist orbiiti ekstsentrilisusega 0,056, keskmises kauguses Päikesest 1 425 600 000 km, muutudes 150 000 000 km võrra ühele ja teisele poole, sõltuvalt planeedi asendist perigees või apogees. Võimalik väikseim kaugus Maast — umbes 1 200 000 000 km.

Saturni orbiit on kaldu ekliptika tasapinnaga $2^0,5$ võrra. Planeet ise omab kõikidest planeetidest suurimat lapikust, viimaste andmete järgi 0,11, ning tema ekvaatoriline diameeter, võrdne 119 300 km, ületab tunduvalt polaarse, võrdse 106 700 km; planeedi keskmist diameetrit arvestatakse 115 100 km, s. o. ligikaudu 9 korda suurem Maa diameetrist. Planeedi pindala on 81 korda ja maht — 734 korda suurem Maa pindalast ja mahust.

Saturni mass on kõigest 95 korda suurem Maa massist, kust tihedus vee suhtes võrdub 0,7 — ainuke planeet veest väiksema tihedusega. Raskustung planeedi pinnal on 1,17 korda suurem maa omast ning planeedi suure lapikuse tõttu see tung muutub ekvaatorist poolustele 30% võrra.

Saturni pöörlemine ümber telje toimub suure kiirusega ja täispöörde planeet sooritab ligikaudu $10^h,5$. See periood ei ole veel täpselt määratud ja nähtavasti planeedi mitmesugused laiuste tsoonid, sarnaselt Jupiteriga ja Päikesega, omavad erisuguseid liikumiskiirusi. Planeedi ekvaatori tasapind on kaldu ta orbiidi tasapinnaga $26^0,8$ võrra.

Saturn on nähtavasti ümbritsetud õhkkonna paksu kihiga ja oma valgust tal ei ole; temperatuur välistes, meie poolt vaadeldavates õhkkonna kihtides ei ole kaugel —150° C-st.

Saturni imesteldavaks erisuseks on tema r õ n g a d, avastatud Huygens'i poolt 1655. a. Esialgselt avastati ainult kaks kaunis heledat rõngast: A — väline ja B — sisemine, lahutatud teineteisest tumeda ringilise viiruga, nn. C a s s i n i p i l u g a; kuid 1850. a. avastati veel kolmas rõngas, C, veel ligemal planeedile, mis omab väga väikest heledust ning on lahutatud teisest samuti väga kitsa viiruga. Kõikide rõngaste tasapinnad ühtuvad planeedi ekvaatori tasapinnaga; rõngad on rangelt kontsentrilised ning otsekui üksteisesse mahutatud.

Selle päikesesüsteemis ainukese fenomeni mõõtmed on järgmised (km-tes);

Rõnga A (välimise) väline raadius		137 500
Rõnga A laius	umbes	16 000
Cassini pilu laius	umbes	5000
Rõnga B (keskmise) väline raadius		116 500
Rõnga B laius	umbes	26 000
Viiru laius rõngaste B ja C vahel		1600
Rõnga C (sisemise) väline raadius		89 000
Rõnga C laius		18 000
Rõnga C sisemine raadius		71 000
Saturni ekvaatoriline raadius		59 700
Rõnga C sisemise serva kaugus planeedi pinnast		11 000
Kõikide rõngaste paksus (ühtlane) umbes		40

1. ja 2. rõngas on kaunis heledad, kusjuures teine on tunduvalt heledam; 3. rõngas, C, on poolläbipaistev, väga vähese heledusega ning nähtav vaid tugevates instrumentides. Efektseimat kuju need rõngad omavad mõistetavalt siis, kui nende tasapind moodustab suurima nurga (27°) suunaga Maalt; kui aga nende tasapind ühtub selle joonega, siis rõngad oma väikese paksuse tõttu ei ole üldse märgatavad isegi tugevates instrumentides.

Nende rõngaste ehituse ja päritolu küsimus on nähtavasti lahendatud selles mõttes, et need kujutavad suurema või väiksema tihedusega vähimate kaaslaste parvi, mis liiguvad ümber Saturni mitmesuguste kiirustega, sõltuvalt kaugusest planeedini.

Peale rõngaste Saturn omab veel 9 kaaslast, milliseist kõige suurem, **Titaan,** avastati Huygens'i poolt 1655. a. Viimane, **Phoebus,** avastati 1898. a. Kõik kaaslased tiirlevad planeedi ümber peaaegu ringilistel (peale Phoebuse) orbiitidel, väljaspool rõngaid. Lähim neist, **Mimas,** on eemaldunud välimisest rõngast 50 000 km, kaugem aga, Phoebus — 13 000 000 km.

Viimase kaaslase, Phoebuse mõistatuslikuks erinevuseks on see, et ta liigub kõikidele teistele kaaslastele *vastupidises suunas*, sarnaselt Jupiteri kahele äärmisele kaaslasele.

Kaaslaste tiirlemisperioodid planeedi ümber on $22^h,6$ (lähim) kuni 1,5 aastat Phoebus (kaugeim), nende pöörlemisperioodid oma telgede ümber ei ole veel kindlaks määratud. Kaaslaste suurused on väga mitmesugused: 4200 km diameetris (Titaan) kuni 240 km (Phoebus).

Uuran ja ta kaaslased.

Paljude sajandite kestel Saturni loeti äärmiseks planeediks, millele järgnesid tähed, edasi aga piiritu tühjus. Kuni Uurani avastamise ajani oli Saturn viimaseks, päikesesüsteemi kõige kaugemaks liikmeks. Alles 1781. a. Villiam Herschel avastas uue planeedi.

Uuran avastati juhuslikult: juhtides oma teleskoobi taeva osa uurimiseks Kaksikute tähtkujus, Herschel avastas oma suureks imestuseks ühel tähtedest väikese nähtava diameetri. Tema esialgne oletus oli, et see on eriline komeet, mis oma kujult eristub teistest tol ajal tuntud komeetidest, ja ainult aasta pärast, kui selle „komeedi" orbiit oli välja arvutatud, selgus kahtluseta, et Herscheli poolt avastatud taevakeha kuulub Päikese kaaslaste hulka.

Uurani keskmine kaugus Päikesest võrdub 2 868 100 000 km ehk 19,2 astronoomilise ühikuga (kaugusega Maa — Päike), ning planeet asetseb just sellel kohal, mis oli talle ette osutatud Bode harmoonilise reaga juba enne tema avastamist. Planeedi orbiidi ekstsentrilisus on 0,05 ümber ning suurim ja väikseim kaugus Päikeseni erinevad keskmisest 135 000 000 km võrra.

Planeedi orbiidi tasapind on kaldu ekliptikaga kõigest 47′ ja sooritades oma liikumist mööda orbiiti kiirusega umbes 7 km/sek., Uuran teeb täistiiru ümber Päikese 84,01 aastaga.

Uuran kuulub suurte planeetide hulka: tema keskmine diameeter võrdub 51 000 km, s. o. peaaegu täpselt 4 korda suurem Maa omast, ning seepärast ta pindala on 16 ja maht 64 korda suurem Maa pindalast ja mahust.

Uurani mass on peaaegu 15 korda suurem Maakera massist, tihedus aga osutub võrdseks 1,3 vee tihedusega; keskmine raskustung pinnal on peaaegu võrdne Maa omaga (0,92). Planeedi lapikus võrdub ligikaudu $^1/_{14}$. Peab oletama, et temperatuur Uurani pinnal on väga madal; planeet on ümbritsetud suure tihedusega õhkkonna paksu kihiga.

Uuran pöörleb ümber telje perioodiga umbes 10^h50^m, kusjuures iseärasuseks on see, et tema ekvaator on kaldu ta orbiidiga 98^0 nurga all; sellist suurt kallet ei ole ühelgi planeedil, ja sellepärast on pöörlemistelg peaaegu ekliptika tasapinnas.

Loomulikult tema suure kauguse tõttu Maast on Uuranit uuritud tunduvalt vähem, kui kõiki eelmisi planeete.

Uuranil on neli kaaslast, kusjuures kaks heledamat avastati Herschel'i poolt mõni aasta (1787. a.) pärast planeedi enda avastamist; viimased kaks avastati Lasselli poolt 1854. a. Nende orbiidid on peaaegu ringilised ja ühtuvad Uurani ekvaatori tasapinnaga; nende tiirlemisperioodid Uurani ümber on 2,5 kuni 13,5 ööpäeva. Sellised väikesed perioodid on seletatavad kaaslaste lähedusega planeedile: 192 000 km — lähim ja 586 000 km — kaugeim. Kaaslaste suurused on kaunis tunduvad, kuni 2000 km diameetris. Kaaslaste iseloomustavaks erinevuseks on see, et nende liikumine toimub vastupidises suunas.

Neptun ja ta kaaslased.

Uurani orbiidi uurimine tõi endaga kaasa 1846. a. järgmise planeedi, Neptuni avastamise. **Neptuni** avastamine osutub matemaatilise astronoomia triumfiks.

Neptuni orbiit on ellips väga väikese ekstsentrilisusega (0,009); keskmine kaugus Päikesest võrdub 4 494 400 000 km (30,1 astronoomilist ühikut). Sellel planeedil Bode harmooniline seadus ei pea paika, kuna selle seaduse järgi planeet oleks pidanud asetsema Päikesest umbes 39 astronoomilise ühiku kaugusel. Ekstsentrilisuse olemasolu tingib tema kauguse muutumist Päikeseni 80 000 000 km võrra. Orbiidi tasapind on kaldu ekliptika

tasapinnaga $1^{0},8$; planeet liigub mööda orbiiti umbes 5 km/sek. kiirusega ja sooritab täistiiru ümber Päikese 164,8 aastaga. Planeet ise on peaaegu sama suur kui Uuran: tema diameeter võrdub 50 000 km ehk 3,92 Maa diameetrit. Planeedi lapikus on umbes 0,025; planeedi ekvaatori kalle tema orbiidi suhtes on umbes 150^{0}; pöörlemine telje ümber toimub perioodiga umbes 15^{h}. Siiski neid viimaseid andmeid ei saa lugeda kindlaks.

Neptuni mass ületab 17,2 korda Maakera massi, tihedus aga on 1,6 vee tihedusest, raskustung pinnal on 1,12 korda suurem Maa omast.

Temperatuur Neptuni pinnal peab olema väga madal, aga nähtavasti ikkagi mitte alla -220^{0} C.

Üks kuu peale Neptuni avastamist astronoom Lassell avastas temal kaaslase, mille ringiline orbiit raadiusega 350 000 km on kaldu orbiidi tasapinnaga 40^{0}; kogu oma tee mööda orbiiti ta läbib $5^{d}12^{h}$, kusjuures iseärasuseks on tema liikumine vastupidises suunas. Kaaslase suurus, määratud siiski ebakindlalt, on lähedal 5000 km, ta tihedus ja mass on seni kindlaks tegemata.

Pluuto.

Pluuto avastamislugu on sarnane Neptuni avastamislooga, kuid oli seotud mõningate suuremate raskustega.

Neptuni avastamine nii imesteldavalt kasutatud matemaatilise analüüsi abil kahtlemata suurendas huvi veel kaugema planeedi olemasolu võimaluse vastu, andnud ühes sellega teadusele hinnatamatu meetodi selle ülesande ligikaudseks lahendamiseks nende häirete analüüsiga, mis avastatakse vaatlustega juba tuntud ja uuritud planeetide liikumistes. Neptun, mis avastati hiljuti ning ei jõudnud oma avastamise momendist läbida pooltki oma orbiidist, ei omanud veel täiesti täpselt arvutatud ja kontrollitud orbiiti. Uuran aga, vaadeldud juba enam kui kahe tema tiiru kestel ümber Päikese, omas tunduvalt täpsemalt arvutatud orbiiti. Seepärast, kui Uurani vaadeldavas liikumises märgati hälbeid tema orbiidist ja kui, kõrvutanud häired Uurani liikumises kõikide tuntud planeetide ühise mõjutusega, siiski jäi lahkuminek 5″, tekkis mõte tundmatu planeedi olemasolu võimalusest, mis nimelt tekitab seda mitte millegagi põhjendatud häiret. Lowell andis selle probleemi kaks lahendust, määranud tundmatu planeedi asendi taeva kahes peaaegu vastupidises punktis.

Jaanuaris 1930. a. astronoom Tombough avastas ka uue planeedi 3^{0} kaugusel Lowell'i poolt osutatud kohast. Selle planeedi

Päikesesüsteemi planeetide elemente.

Tabel 21.

Asend süsteemis	Nimetus	Sümboolne märkimine	Andmed planeetide orbiitidest: Suur pooltelg astron. ühikutes	Keskmine kaugus kuni ☉ milj. km	Ekstsentrilisus [1]	Kalle eklipt. suhtes	Tiirlemisperiood Päikese ümber: keskmist. ööpäevades	aastates	Keskm. orbiitiline kiirus km/sek.	Andmed planeetidest: Nähtav nurkdiameeter	Keskmine diameeter: km-tes	♁ = 1	Mass: ☉ = 1	♁ = 1	Maht ♁ = 1	Keskmine tihedus: ♁ = 1	Vesi = 1	Pöörlemisperiood telje ümber	Ekvaatori kalle orbiidi suhtes	Lapikus [2]	Keskmine tõmbetung pinnale ♁ = 1	Äärmine kiirus [3] km/sek.
	Päike	☉	—	—	—	—	—	—	—	31′ 59″,3	1390600	109,1	1,0000	331950	130000	0,256	1,41	24d,65 (ekv.)	7°10′,5	0	27,89	617,0
	Kuu	☾	—	—	—	—	—	—	—	31′ 5″	3476	0,273	1/27070000	0,012	0,02	0,60	3,33	27d 7h 43m 11s,5	6 40,7	1/167	0,16	2,4
Sise-planeedid	Merkuur	☿	0,387	58	0,206	7°0′	88	0,24	47,8	4″,7—12″,9	5000	0,39	1/8000000	0,04	0,06	0,70	3,86	88d,0	—	0	0,27	3,6
	Veenus	♀	0,723	108	0,007	3 24	225	0,62	35,0	9″,9—64″,0	12400	0,97	1/410000	0,81	0,92	0,88	4,86	—	—	0	0,85	10,2
	Maa	♁	1,000	149,45	0,01674	0 0	365,2564	1,00	29,7	—	12742	1,00	1/331950	1,000	1,00	1,00	5,52	23h 56m 4s,09	23°27′	1/296	1,00	11,2
Välisplaneedid asteroidid	Marss	♂	1,524	228	0,093	1 51	687	1,88	24,1	3″,5—25″,1	6770	0,53	1/3085000	0,11	0,15	0,72	3,96	24h 37m 22s,58	25°10′	1/192	0,38	5,0
	Cerera	(1)	2,767	414	0,077	10 37	1681	4,60	17,9	0″,27—0″,69	770	0,066	1/25×10^9 ?	0,0001?	0,0002	0,6 ?	3,3 ?	—	—	—	0,037 ?	0,5 ?
	Eros	(433)	1,458	218	0,223	10 50	643	1,76	24,6	Umb. 0″,2 ?	25	0,002			8×10^-9?			5h 16m	—	—	0,001 ?	0,02?
Välisplaneedid suured	Jupiter	♃	5,203	778	0,048	1 18	4333	11,86	13,0	30″,5—49″,8	139560	10,95	1/104704	316,94	1312	0,24	1,34	9h 50m — 9h 55m	3°6′,9	1/15·4	2,64	60
	Saturn	♄	9,539	1426	0,056	2 29	10759	29,46	9,6	14″,7—20″,5	115100	9,02	1/3499	94,9	734	0,13	0,71	10h 14m—10h 38m	2644,7	1/9·5	1,17	36
	Uuran	♅	19,191	2868	0,047	0 46	30686	84,01	6,8	3″,4—4″,2	51000	4,00	1/22650	14,66	64	0,23	1,27	10h 49s	98	1/14	0,92	21
	Neptun	♆	30,071	4494	0,009	1 47	60186	164,78	5,4	2″,2—2″,4	50000	3,92	1/19350	17,16	60	0,29	1,58	15h ?	151	1/40	1,12	23
	Pluuto	—	40	3000	0,25	18	?	250	4,5	?	?	?	1/370000	0,9 ?	?	?	?	?	?	?	?	?

[1] Ekstsentrilisus $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$.

[2] Lapikus $= \frac{a - b}{a}$.

[3] Äärmine kiirus on see kiirus, millisega horisontaalselt heidetud keha ei lange taevakeha pinnale, vaid muutub tema kaaslaseks (jättes kõrvale keha lennu takistused).

avastamisloos peale järjekordse matemaatilise teaduse triumfi köidab tähelepanu ja hämmastab veel see täpsus, millega sooritatakse astronoomilisi vaatlusi.

Edaspidi selgus, et seda planeeti vaadeldi ka varem (Neptuni ja Uurani taoliselt), kuid tohutu kauguse tõttu ei märgatud tema liikumist tähtede vahel ning teda peeti lihtsalt täheks.

Väga suure ekstsentrilisusega (0,25) Pluuto orbiit omab pikkust suures poolteljes 6 000 000 000 km (40 astronoomilist ühikut) ja kallet ekliptikale 18° ümber. Tohutu ekstsentrilisuse tõttu planeet võib läheneda Päikesele vähem kui on Neptuni—Päikese kaugus.

Pluuto mõõtmed, tema mass ning järelikult ka keskmine tihedus on tõenäoselt lähedad Maakera suurusele, massile ja tihedusele. Täielikumaid andmeid planeedi kohta ei ole.

Pluutol ei ole seni kaaslasi avastatud.

Komeedid.

Pluuto on kõige äärmisem praegu tuntud planeete. Kuid kaasaegne teadus laiendab tunduvalt Päikese süsteemi, arvates sinna ka kogu rohkearvulise komeetide rühma. Need on isesuguse ehitusega taevakehad, mis liiguvad ümber Päikese samade seaduste järgi, millede järgi sooritavad oma liikumistee ka kõik planeedid.

Viimase aja uurimuste järgi kõik seni vaadeldud komeedid on seotud päikesesüsteemiga ja liiguvad peamiselt mööda elliptilisi, väga väljavenitatud, tohutu ekstsentrilisusega orbiite; oma ringid ümber Päikese nad sooritavad erakorraliselt erisugustel perioodidel, mõnest aastast kuni mõne tuhande aastani, ning paljud nendest liikudes mõne kümne või isegi saja kilomeetri kiirusega sekundis eemalduvad Päikesest kolossaalsetele kaugustele.

Komeetide üldarvu päikesesüsteemis peab arvestama kümnetele, või isegi sadadele tuhandetele, kuid väga võimalik, et gravitatsioonilise mõjutuse tõttu, mida nendele avaldavad planeedid, eriti hiiglane Jupiter, kui komeedid lendavad nende läheduses, mõningad komeedid võivad osutuda väljaheidetuiks päikesesüsteemist ja mitte kunagi enam sinna tagasi tulla.

On märgitud, et lühimate Päikese ümber tiirlemise perioodiga komeedid liiguvad planeetidega ühes suunas ja nende orbiidid ei oma eriti suurt kallet (mitte üle 30°). Komeetidest aga suure perioodiga mõned omavad vastupidist liikumist ja orbiitide suuri kaldenurki.

Komeetide ehitus on täiesti omapärane. Komeedis eristatakse harilikult kolm osa: udusarnane ümarik mass ehk nn. pea, helendav tihedus peas ehk t u u m, ja helendav sirge või kõver lisand, mis on peaga ühenduses — s a b a.

Tuuma mõõtmed ei ole suured, kuid küünivad siiski 3000 km diameetris; komeedi pea mõõtmed on 50 000 kuni 250 000 km, mõningatel komeetidel aga pea diameeter küünib kuni 2 miljoni kilomeetrini ja enam. Sabade mõõtmed on veel grandioossemad, küündides kuni 150 000 000 km ja enam.

On tähelepanuväärne ja seni seletamatu, et komeedi pea mõõtmed sageli muutuvad tunduvates piirides ja kaunis kiiresti; saba pikkus aga on tavalisesti suurim periheelis, s. o. kui komeet asetseb Päikesele kõige lähemal.

Komeedid hiilgavad enda valgusega, mille heledus mõningatel komeetidel muutub samuti täiesti ebatavalisel viisil.

Komeedi mass on täiesti tühine ning isegi suurtel komeetidel ei ületa 0,000001 Maakera massist. Vastavalt tühine on ka tihedus, moodustades keskmiselt 0,000004 õhutihedusest Maakera pinnal; saba tihedus on veel tunduvalt väiksem. Sellel põhjusel komeedi pea ja eriti saba on peaaegu täiesti läbipaistvad ning nende läbi on tähed hästi nähtavad.

Komeetide tekkimine, samuti kui nende sellise ehituse põhjused on seni veel üksikasjaliselt uurimata. Et komeedi pikkus on tihti kümneid miljoneid kilomeetreid, võib kujutella, kuivõrra suur kiirus peaks olema komeedi saba osakestel, kui saba koosneks tahkest ainest, mis on seotud komeedi peaga. Kiiruste vahe saba üksikuil osakestel oleks seevõrra suur, et saba ei saaks enam püsida koos, vaid puruneks. Seepärast tuleb komeedi saba pidada aineks, mis Päikesest tuleva tõuketungi mõjul voolab komeedist pidevalt maailmaruumi ning mille aine järjest vaheldub nagu suits.

Ainult väike arv perioodilisi komeete omab — peamiselt neid avastanud või neid uurinud astronoomide nimesid; sellised on **Halley, Ponce-Brook'i, Olbers'i, Encke** jt. komeedid; enamus aga märgitakse lihtsalt avastamise aastaga rooma numbri I, II, III jne. juurdelisamisega, mis näitab komeedi läbimise järjekorda periheelist (Päikesele lähim orbiidi punkt).

Tähelepanuväärsemaks oma tiirlemisperioodi ja välise kuju poolest on Halley komeet, perioodiga umbes 76 aastat. Viimast korda ta ilmus 1910. aastal.

Kahtlemata on Maakeral oma elu kestel olnud korduvalt „kokkupõrkeid" komeetidega, mitte nende tuumadega, vaid peade või sabadega. Nii oli 1910. a. mais, kui Maa läks Halley komeedi

sabast läbi, ilma et midagi erakorralist oleks tähele pandud. Kuna komeedi saba osakeste tihedus on väga tühine ja maa õhkkond kujutab küllalt head puhvrit, et võiks oodata sellest mingisuguseid ebameeldivaid järeldusi, siis ainukeseks tulemuseks võiks olla langevate tähtede sadu.

Meteoorid, boliidid, langevad tähed.

Päikese süsteemi tuleb arvata ka neid meteoore, mida me selgel ööl sageli näeme taevast läbistavat, jättes järele heleda jälje. See on nimelt nähtus, mida enam tuntakse „lendtähtede" nimetuse all. Eriti heledaid neist meteoorest sageli kutsutakse „boliidideks".

Kahtlemata need meteoorid kujutavad endist kehakesi mõnemilligrammise kaaluga (keskmiselt); oma teel planeetide vahelises ruumis liikudes mõned neist kohtavad Maad, satuvad tema õhkkonda, kus õhu takistuse mõjul osa liikumiseenergiast muutub soojuseks ja nad hakkavad helendama ning põlevad tavalisesti ära.

Meteooride teleskoopilised vaatlused on endastmõistetavalt väga raskendatud ja nendega tutvunemine põhineb peaaegu eranditult visuaalsetel vaatlustel, mis ei oma suurt täpsust.

Väikesemõõdulised meteoorid ehk nn. „lendtähed" „süttivad" nähtavasti 110—120 km ja „kustuvad" 75—80 km kõrgusel, liikudes kiirusega 50—60 km sekundis. Suuremad meteoorid — meteoriidid, ja kõige suuremad — boliidid, liikudes esialgu suure kiirusega, hakkavad helendama ning saavad nähtavaks suures kõrguses, kuni 140—150 km. Mõnikord, kui nad ei suuda kiiresti ära põleda, tungivad nad sügavamale õhkkonda ja võivad isegi maha langeda. Mahalangenud meteoorid on välimuselt kivisarnased kehad ja neid kutsutakse meteoriitideks ja aeroliitideks. Mõistagi nende kiirused maapinnale lähenemisega õhu üha suureneva takistuse mõjul vähenevad ja mõningail juhtudel küünivad vaevalt püssikuuli kiiruseni või veidi enam. Maha langedes sellised meteoorid vaevalt suudavad tekitada kuigi olulisi ebameeldivusi, kuid boliidid, langedes Maale kaunis suure kiirusega ning omades kaunis suurt massi, võivad „maandumisel" tekitada tunduvaid purustusi. Näiteks võib olla Ida-Siberis maha langenud boliid, mis taigas tekitas tohutuid purustusi mitmesaja ruutkilomeetrilisel maa-alal.

Suurim kõikidest seni tuntud meteoriitidest leiti Grööniimaal ja on New Jorgi muuseumis. Tema mõõtmed on 3,3 × 2,1 × 1,6 m ja raskus umbes 365 t.

Tabel 22.

Päikesesüsteemi planeetide kaaslaste elemendid.

Planeet	Kaaslase nimetus	Kes avastas ja avastamise aasta	Keskmine kaugus planeedini: planeedi ekvaatoriraadiustes	Keskmine kaugus planeedini: kilomeetrites	Tiirlemisperiood planeedi ümber	Orbiidi kalle planeedi orbiidile[1]	Ekstsentrilisus	Täheline suurus keskmise vastasuse ajal	Kaaslase diameeter km-tes	Kaaslase mass: Planeet = 1.	Kaaslase mass: ☾ = 1.
Maa	Kuu	—	60,2673	384403	27d 7h 43m 11s	5°8′	0,0549	−12,3[2]	3476	0,012	1,00
Marss	Phobos	Hall 1877. a.	2,79	9380	0d 7h 39m 14s	25°20′	0,017	11,5	15?	—	—
	Deimos	Sama	6,96	23460	1 6 17 55	24 15	0,003	13,0	8?	—	—
Jupiter	Nimetuseta	Bernhard 1892. a.	2,54	181200	0d 11h 57m 23s	3° 7′	0,0028	13,0	160	—	—
	Jo	Galilei 1610. a.	5,90	421300	1 18 27 34	3 7	0	5,5	3730	0,000042	1,09
	Euroopa	Sama	9,40	67050	3 13 13 42	3 6	0,0003	5,7	3150	0,000025	0,65
	Ganimed	„	15,00	1069300	7 3 42 33	3 2	0,0015	5,1	5150	0,000081	2,10
	Kallisto	„	26,38	1881000	16 16 32 11	2 43	0,0075	6,3	5180	0,000022	0,58
	Nimetuseta	Perryne 1904. a.	160,6	11450000	250d,68	28 45	0,155	13,7	130?	—	—
	„	„ 1905. a.	164,6	11730000	260,06	27 58	0,207	16	40?	—	—
	„	Melotte 1908. a.	330	23500000	738,9	148 4	0,378	16	25?	—	—
	„	Nicholson 1914. a.	338	24100000	745,0	156	0,25	8	25?	—	—

Saturn	Mimas	Herschel 1789. a.	3,11	185700	$0^d\,22^h\,37^m\,5^s$	$26^0 45'$	0,0190	12,1	650?	—	—
	Enckelad	Sama	3,99	237900	1 8 53 7	26 45	0,0001	11,6	800	—	—
	Thetis	Cassini 1684. a.	4,94	294500	1 21 18 26	26 45	0	19,5	1300?	—	—
	Dione	Sama	6,33	377200	2 17 41 10	26 45	0,0020	10,7	1200?	—	—
	Reja	Cassini 1672. a.	8,84	526700	4 12 25 12	26 42	0,0009	10,0	1750?	—	—
	Titaan	Huygens 1655. a,	20,48	1220000	15 22 4 27	26 7	0,0289	8,3	4200	0,000024	1,86
	Hyperion	Bond 1848. a.	24,82	1480000	21 6 38 24	26 0	0,1043	13,0	500?	—	—
	Japet	Cassini 1671. a.	59,68	3558000	79 7 56 24	16 18	0,0284	10,1—11,9	1800?	—	—
	Phoebos	Pikering 1898. a.	216,8	12980000	$550^d,44$	$174,7^0$	0,25	14,5	250?	—	—
Uuran	Ariel	Lassell 1851. a.	7,35	191700	$2^d\,12^h\,29^m\,21^s$	$97^0 59'$	0,007	15,2	900?	—	—
	Umbriel	Sama	10,2	267000	4 3 27 37	97 59	0,008	15,8	700?	—	—
	Titaania	Herschel 1787. a.	16,8	438000	8 16 56 27	97 59	0,002	14,0	1700?	—	—
	Oberon	Sama	22,4	586000	13 11 7 4	97 59	0,001	14,2	1500?	—	—
Neptun	Nimetuseta	Lassell 1846. a.	14,1	353700	$5^d\,21^h\,2^m\,38^s$	$139^0 49'$	0	13,6	5000?	—	—

[1] Kalle üle 90^0 näitab kaaslase vastupidist liikumist.

[2] Ligikaudu 18 000 korda heledam heledaimast tähest Siiriusest, ja 465 000 korda nõrgem Päikesest.

Meteoorid ilmuvad suuremalt osalt üksikute lendtähtedena mitmesugustes taeva osades, kuid mõnikord ilmub neid erakorraliselt rohkel arvul, tekitades mulje tõelisest tähesajust. Neil juhtudel kõik meteooride näivad heledad teed, kuigi vaadeldavad taevavõlvi mitmesugustes osades, näivad välja lendavat ühest punktist, mida kutsutakse radiatsioonipunktiks. Selle tähtkuju järgi, milles asetseb radiatsioonipunkt, nimetatakse ka lendtähti: leoniidid (radiant Lõvi tähtkujus), andromediidid, perseiidid jne.

Ajalooliselt tuntud tähesadudest suuremaks oli nähtavasti leoniidide sadu novembris 1833. aastal, kui mõne tunni kestel nähtud meteooride arv mõne vaatleja tähelepanekute järgi küündis kuni 200 000.

Tähelepandav selles nähtes on, et need lendtähtede parved ilmuvad iga aasta ühel ja samal ajal: perseiidid — 12. augustil, leoniidid — 14. novembril, andromediidid — 24. novembril jne. ja see hõlbustab tunduvalt nende sadude põhjuste selgitamist. Tõenäoliselt meteoorid liiguvad parvede viisi pikergustel ellipsitel ümber Päikese ja mõnes kohas asetsevad nad tihedalt parves. Kui Maa kohtab parve seesuguseid tihendatud kohti, siis on tähesadu harilikust küllasem.

Kaasaja teadus kaldub arvamisele, et meteoriitide parved kujutavad komeetide osalise lagunemise saadust, ning mõningatel juhtudel seos parve ja selle või teise komeedi vahel on kaheldamatu.

Mis puutub sporaadilisisse meteooresse, siis Jeans'i järgi neid tuleb lugeda Päikese kaaslaste hulka, mis tekkisid üheaegselt ja ühesuguselt Maaga.

Kujukama pildi saamiseks toome tähtsamad andmed meie päikesesüsteemi kohta kahes tabelis (21 ja 22).

Päikesesüsteemi tekkimise hüpoteese.

Esimese katse päikesesüsteemi tekkimise seletamiseks tegi filosoof Kant 1755. a., kuid olles mitte-matemaatik ei suutnud Kant seda matemaatiliselt põhjendada. Seda tegi suur matemaatik Laplace, kes 1796. a. esitas oma kuulsa teooria nn. „nebulaarhüpoteesi" ehk Kant-Laplace'i hüpoteesi.

Laplace'i hüpoteesi järgi arenes päikesesüsteem esialgselt udukogust, mis oli hõõguvalt palav ja ulatus Päikesest vähemalt kuni kõige kaugemate planeetideni. Selline udukogu oli

aeglases pöörlevas liikumises; ta koosnes võrdlemisi tihedast tuumast, millest hiljemini kujunes Päike, ja seda ümbritsevast hõredamast õhkkonnast, millest said oma alguse planeedid. Jahtudes tõmbus udukogu aegamisi koomale ja mehaanika seaduste põhjal pidi udukogu aine tsentrile lähemale koondudes ajajooksul hakkama kiiremini pöörlema. Selle tulemusena esialgne kerakujuline udukogu muutus ikka lapikumaks, võttes ellipsitaolise kuju. Tema teljelt kõige enam eemaldunud osades (ekvaatoril), mis liikusid suurima lineaarse kiirusega, omandas kesktõuke-tung külgetõmbega võrdse suuruse; selle tagajärjel rõngakujuline mass eraldus udukogu edasisel koondumisel viimasest täiesti. Ta tihenes hiljemini tombuks, millest kujunes esimene, Päikesest kõige enam eemaldunud planeet. Kuid udukogu jahtumisel hakkas see ikka enam ja enam kiiremini pöörlema, mille tulemuseks oli järjest uute rõngaste eraldumine ja neist uute planeetide sündimine, ning meie Päike kujutab endast esialgse aine jääki, millest osa läks planeetide tekkimiseks. Kaaslased võisid planeetidel tekkida udu tombust umbes samal viisil.

Hüpoteesi erakordne lihtsus ja sobimus ning isegi mõned füüsikalised katsed, mis just kui kinnitasid sellist planeetide süsteemi tekkimise võimalust, tegid selle hüpoteesi väga populaarseks ja vaieldamatuks terve sajandi kestel.

Kuid kaasaja teadus, käsitades täiuslikumaid meetodeid ja tunduvalt täpsemaid ja rohkearvulisemaid andmeid, kui need, millele rajas oma hüpoteesi Laplace, hülgab selle kui suutmatu selgitada või ebatõenäoliselt selgitava mõningaid nähteid planeetide süsteemis.

Möödunud sajandi lõpul ja käesoleva algul esitati täiesti uus hüpotees, mis oletas, et päikesesüsteem tekkis Päikese, millel siis puudusid kaaslased, ja mingisuguse tähe kokkupõrke tulemusena.

Kuid see hüpotees, allutatud karmile matemaatilisele analüüsile, osutus võimetuks andma selgitust päikesesüsteemi ehituse paljudes iseloomulikes erilisustes.

Siiski ideed sellest, et planeetide süsteem tekkis nimelt mingisuguses katastroofilises protsessis, mitte aga planeetide järjekindla arenemise korras ilma välismõjuta — ei heidetud kõrvale.

Loobudes otsese kokkupõrke hüpoteesist, Chamberlain ja Multon esinesid 1905. a. uue nn. „p l a n e t e s i m a a l s e h ü p o t e e s i g a", mille järgi planeedid tekkisid kolossaalsetest protuberantsidest, välja heidetud Päikese pinnalt temast lähedalt möödunud mingisuguse tähe mõjul.

Kõige viimasel ajal (1916. a.) Jeans ja Jeffreys esitasid mõnevõrra muudetud ja üksikasjalisemalt läbitöötatud teooria nn. „tõusuteooria", mis autorite endi väljenduse järgi annab kõige tõenäolisema seletuse päikesesüsteemi tekkimisest, kuid muidugi arvestada usaldatavuse ja lõpliku tähtsusega selline teooria ei saa.

Selle teooria järgi päikesesüsteem tekkis väljastpoolt mõjuvate jõudude tegevusel. Mõne miljardi aasta eest läks meie Päikese ligidalt mööda mingi täht. Viimasest tingitud tõmbetungi mõjul tekkisid meie Päikeses hiiglasuured tõusu- ja mõõnalained, sarnased sellega, mis Kuu tekitab Maakera vee pinnas. Läheneva tähe liikumisega kasvab tõusulaine, järgnedes kogu aeg teda tekitavale tähele; viimaks, kui täht on juba sedavõrd ligidal, et tema tõmbetung ületab Päikese tõmbetungi, saabub suur katastroof: laine tõmbub lahti ja sööstab tähe poole. Kuid täht möödub Päikesega kokku põrkamata; tema tõusumõju väheneb ja Päikesest lahtitõmbunud aine osad peenikese sigari kujul jäävad ruumi ikka vähem ja vähem seotuks tähega ja tungiga tagasi Päikese poole. Aegamööda jahenedes aine osad tihenevad mitmeis kohtades, samuti kui aurupilv tiheneb veepiiskadeks. Siiski need „piisad" — Jeans'i teooria järgi tulevased planeedid — kuigi ei ole enam neid tekitava tähe mõju all, ei lähe ka tagasi Päikesele, sest et järgnedes tähe liikumisele aine osad said liikumise mitte ainult Päikese tsentri poolt, vaid ka tema ümber, ning järelikult peavad gravitatsiooni seaduse järgi liikuma mingisugustel orbiitidel Päikese ümber. Nõnda tekkisid planeedid.

Et vasttekkinud planeetidel tuli esialgu rajada oma teed rusude keskel, milledega suur katastroof külvas üle kogu ruumi nende ümber, olid nende orbiidid ebakindlad, kõikuvad ning planeedid võisid hõlpsasti oma esialgsel ebakorrapärasel liikumisel Päikese ümber sattuda viimase lähedusse. Päikese poolt nende pinnal esilekutsutud tõusulaine tekitas uuesti katastroofi, mille tulemusena planeetidel ilmusid kaaslased.

Kuna Päikesele kõige lähemad ja temast kõige enam eemaldunud planeedid olid väiksemad ning jahenemisel muutusid kiiremini tahkeks, siis ka nende suhtes võimalik katastroof ei kaastunud kaaslaste tekkimisega, millede arv peab olema (ja tõeliselt ongi) suurim kõige suurematel ja vähem jahenenud planeetidel, mis tekkisid aine paksemast osast.

Selle teooria järgi planeetide kaaslaste suurus peab järgnema samale seadusele, mis planeetide suuruski, s. o. planeetide lähimad ja temast kaugeimad kaaslased peavad olema väiksemad,

keskmised aga — suuremad, mis üldiselt leiab kinnitust ka tõelisuses.

Komeedid ja meteoorid selle teooria järgi kujutavad võibolla neid võrdlemisi väikseid osiseid, mis ilmusid katastroofi tulemusena ning siis sarnaselt planeetidega said Päikese omapärasteks kaaslasteks. Asteroide Jeans vaatleb kui purustatud algplaneedi osiseid.

Mis puutub Kuusse, mis osutub suhteliselt liiga suureks Maa kaaslaseks, et tema tekkimist võiks seletada samuti lihtsalt tõusulaine-teooriaga, siis on võimalik, et Kuu ja Maa tekkisid iseseisvalt ja üheaegselt suure katastroofi ajal [1].

Tähtede-maailm. Maailma ehitus.

Päikese-maailm ei ole ainuke maailmaruumis: temaga ühes eksisteerivad ja arenevad miljardid tähti, mis kõige viimase ajani on astronoomiale seletamatuks mõistatuseks.

Palja silmaga nähtavate tähtede arv on väga väike — kõigest vaid 3000 ümber. Kaasaegsete tugevate instrumentide abil aga meil on võimalik vaadelda üle saja miljoni tähe.

Tähtede heledus osutub esimeseks tunnuseks tähtede teineteisest eraldamisel. Praegusel ajal saab fotomeetrilisel teel väga täpselt määrata mitmesuguste tähtede suhtelist heledust. Heleduse astme järgi kõik tähed jagatakse järkudesse ehk suurustesse, kusjuures kõige heledamad tähed, arvult kõigest 19, kuuluvad 1. suuruse tähtede hulka; edasi tulevad 2., 3., 4. jne. suuruse tähed, kusjuures iga järgneva suuruse heledus on võetud 2,5 korda vähem eelmise heledusest. Normaalne silm näeb tähti kuni 6-nda suuruseni (viimane kaasa arvatud), kõige tugevamates kaasaja teleskoopides aga võib näha tähti 16.—17. suuruseni. Kõige heledamaid tähti on Siirius Suure Peni tähtkujus, mille heledus määratakse negatiivse suurusega —1,6. Praegusel ajal rakendatakse enam täpsemat astendust, mis väljendub täisarvus ühes kümnendosadega. Mis puutub mitmesuguse heledusega tähtede arvu, siis võib ligikaudu lugeda, et iga järgmise suuruse tähtede arv on 3 korda suurem eelmisest; nii on 2. tähesuuruse tähti 60 ümber, 3. umbes 180, 4. — umbes 540, 5. — umbes 1600 jne.

---

[1] Darvini teooria järgi Kuu eraldus Maast viimase kiire pöörlemise tõttu telje ümber 2—3 miljardit aastat tagasi. Sellest ajast saadik Maa pöörlemine aeglustus tugevasti.

Juba muistsest ajast tähti rühmitati tähtkujudeks, millede kreeka, ladina ja teised nimetused on säilinud meie päevini. Praegusel ajal on tähtkuju igale tähele 1. kuni 5. suurusjärguga omistatud kreeka tähestiku see või teine täht; näiteks α Canis minoris, α Ursae maioris, β Orionis, α Aurigae jne. Peale selle kõige heledamad ja üldse märgatavamad tähed omavad nimesid; näiteks α Ursae minoris nimetatakse Polaartäheks (ka Põhjanaelaks), α Aurige — Kapellaks, α Lyrae — Vegaks jne.

Kaugused tähtedeni on sedavõrd suured, et isegi kaasaja kõige tugevamate instrumentidega ei suudeta nende suurel enamikul avastada mingit parallaksi. Meile lähimaks täheks on väga nõrk täht Proxima Centauri, parallaksiga umbes 0″,8; valgus temalt jõuab meieni 4,27 aasta pärast. Üks „lähedamaid" meie naabreid on Siirius, 8,65 valgusaasta kaugusel. Selliseid lähedaid tähti on aga väga vähe ja kaugusi paljude tähtedeni tuleb arvestada tuhandete ja sadade tuhandete valgusaastatega; seejuures nende heledus ei vasta alati nende kaugusele Maast.

Mis puutub tähtede mõõtmetesse ja massidesse, siis on nende mõõtmed erakordselt erinevad, alates kõige väiksematest, meie Maa suurustest, kuni hiiglasteni, nagu on α Orionis (Betelguese), mille mõõtmed on sellised, et tema sisse mahuks kogu maakera orbiit. Tähtede massid aga erinevad vähem ja on keskmiselt lähedased Päikese massile (kaalule).

Temperatuurid tähtede pinnal on erisugused — 2000^0 kuni $40\,000$—$50\,000^0$, ja Päike oma pinnatemperatuuriga 6000^0 omab ühe madalamaid kohti.

Maailmaruumis laiali pillatud lugematu hulga tähtede keskel kahtlemata võivad olla ja võib-olla ongi selliseid, mis nagu Päike, omavad oma planeedisüsteemi, kuid neid näha või mingil teisel viisil seda avastada ei ole seni õnnestunud.

Kui oletada, et tähed on maailmaruumis laiali külvatud ühtlaselt, siis peaks ka nende jaotus taevas meile kujunema ühtlaseks, kuid ei ole aga raske tähele panna, et kõige tihedamini asetsevad tähed Linnutee piirkonnas, mis meile paistab kaunis laia hõbevalkja vööna ning mis käib üle kogu taeva, ja enam hõredamini — Linnutee pooluste suunas. Kui seejuures arvesse võtta, et Linnutee ei kujuta endast muud kui tähtede kokkukuhjumist, siis võib kujutella, et meie Päike, mis maailma mastaabis osutub tuhandete teistega sarnaseks täheks, asetseb kuski tähtede metsa keskel, mida astronoomias kutsutakse „galaktikaks". Galaktika mõõtmed on kolossaalsed: tema suurimat diameetrit arvutatakse 250 000 valgusaastale, Päike aga asetseb galaktika keskpunktist 47 000 valgusaasta kaugusel.

Kuid seda on vähe: viimaste uurimuste järgi kogu galaktiline süsteem pöörleb vahet pidamata oma telje ümber, sarnaselt teljel keerleva rattaga, pöörde perioodiga 300—400 miljonit aastat.

Kõik tähed, seal hulgas ka Päike, liiguvad ringilistel orbiitidel galaktika telje ümber, kusjuures kiiremini liiguvad keskpunkti lähemal olevad tähed, kuna serval nad liiguvad kõige aeglasemalt; Päike, mis läbib oma orbiidi 230 miljoni aastaga ja liigub 300 km/sek. kiirusega, möödub nendest tähtedest, mis asuvad keskpunktist kaugemal ning jääb maha nendest, mis on keskpunktile lähemal, s. o. ühtedele tähtedele ligineb, teistest eemaldub. Praegusel ajastul Päike liigub teatavasti Herkulese tähtkuju poole.

Galaktiline süsteem ei hõlma siiski kogu universumi ehk tähtede-maailma; sarnaseid süsteeme nähtavasti on ka galaktika piiridest väljaspool, udukogudes. Need udukogud on kaugel galaktilise süsteemi piiride taga, vähemalt 850 000 valgusaastale arvestatavas kauguses ja neid kutsutakse „välisgalaktilisteks udukogudeks".

Kaasaegne teleskoopia (100-tolline teleskoop) tunneb ligikaudu 2 miljonit sellist udukogu, keskmise kaugusega nende vahel 2 miljonit valgusaastat. Universumi uuritud osad aga laiuvad kuni 400 miljoni valgusaastani.

Sisukord.

Esimene jagu. Teoreetiline osa.

Peatükk I. **Matemaatilisi abiküsimusi.**

Lk.

§ 1. Tasapinnalise trigonomeetria põhiseosed ja valemid 3
§ 2. Arvude ja trigonomeetriliste funktsioonide logaritmide tabelite kasutamine 7
§ 3. Gaussi summade ja vahede tabelid 12
§ 4. Nurkade mõõtmine radiaanides 15
§ 5. Väikeste nurkade siinusest, koosinusest ja tangensist 17
§ 6. Vajalikke teatmeid sfäärilisest geomeetriast 19
§ 7. Sfäärilisest nurgast 21
§ 8. Sfäärilisest kolmnurgast 22
§ 9. Vastastikku-polaarsed sfäärilised kolmnurgad. Nende külgede ja nurkade põhiomadused 24
§ 10. Üldmärkmeid arvutustest 26

Peatükk II. **Sfääriline trigonomeetria.**

§ 11. Sfäärilise trigonomeetria põhivalemite tuletamine 32
§ 12. Sfääriliste kolmnurkade lahendamine 54

Peatükk III. **Kosmograafia.**

§ 13. Üldmärkmeid 77
§ 14. Taevasfäär 79
§ 15. Taevakehade koordinaadid sfääril 83
§ 16. Taevasfääri kujutamine 89
§ 17. Taevakehade parallaktiline (polaar-) kolmnurk ja tema lahendamine 93
§ 18. Taevasfääri kujutamine ekvaatori ja horisondi tasapinnal . . . 99
§ 19. Taevakehade näiv ööpäevane liikumine 100
§ 20. Kõrguse ja asimuudi muutumine 104
§ 21. Taevakehade näilise ööpäevase liikumise seletamine Maakera pöörlemisega ümber telje. Maakera pöörlemise tõestusi . . . 108
§ 22. Päikese omaliikumine 115
§ 23. Päikese aastase omaliikumisega kaaslevaid nähteid 118
§ 24. Maa tiirlemine ümber Päikese 123
§ 25. Taevakehade ekliptilised koordinaadid 126
§ 26. Pretsessioon ja nutatsioon 128

Lk.

§ 27. Päikese pikkuse ja otsetõusu muutumise iseloom. Aastaaegade kestus 130
§ 28. Kuu omaliikumine. Kuu faasid. Päikese ja Kuu varjutused 133

Peatükk IV. **Ajast.**

§ 29. Tähe-ööpäev. Täheaeg. Aja põhivalem 140
§ 30. Päikese-ööpäev 147
§ 31. Keskmine ööpäev. Keskmine Päike. Keskmine aeg 149
§ 32. Aastad 152
§ 33. Ajad mitmesugustel meridiaanidel 153
§ 34. Ühtlusaeg. Laeva-aeg 158
§ 35. Aja demarkatsioonijoon 162
§ 36. Mere Astronoomiline Aastaraamat 162
§ 37. Mitmesuguseid ülesandeid aja põhivalemi rakendamiseks . . 165
§ 38. Mitmesuguseid ülesandeid 181
§ 39. Lühike konspekt peatükile ajast 187

Teine jagu. Instrumendid.

Peatükk V. **Tähegloobus.**

§ 40. Üldkirjeldus 191
§ 41. Ülesanne mistahes tundmatu tähe nimetuse määramiseks tema kõrguse ja asimuudi järgi 193
§ 42. Ülesanne h_* A_* või KP_* määramiseks antud momendil (ΔK antud) 194
§ 43. Ülesanne taevakeha tõusu ja loojaku ligikaudse T_1 leidmiseks 195
§ 44. Ülesanne tähtede paari valikuks antud momendiks T_1 järgi laevakoha määramisel sumneri meetodi abil 195
§ 45. Ülesanne kompassiõiendi (ΔK) määramiseks 198
§ 46. Mitmesuguseid ülesandeid 199

Peatükk VI. **Tähine taevas.**

§ 47. Tähistaeva tundmaõppimine 201

Peatükk VII. **Kronomeeter ja kell.**

§ 48. Üldmärkmeid 209
§ 49. Kronomeetriõiend. Kellaõiend 210
§ 50. Kronomeetri ja kella käik. Ööpäevane käik 214
§ 51. Temperatuuri ja teiste põhjuste mõju kronomeetri käigule . . 218
§ 52. Kronomeetri käitlemine ja tema hooldamine 220
§ 53. Tööd kronomeetriga ja kellaga. Kella võrdlus kronomeetriga 222
§ 54. Kronomeetri- ja kellaõiendi määramine 225
§ 55. Võrdluste päevik. Kronomeetri päevik. Laevakell 232

Peatükk VIII. **Sekstant.**

§ 56. Sekstandi teooria 239
§ 57. Limbi nullpunkti viga. Mõõdetavate nurkade taandamine suure peegli keskpunktile. Indeksi-viga 247
§ 58. Noonius. Tema teooria ja ehitus 253
§ 59. Indeksivea määramine 260

Lk.

§ 60. Sekstandi vead ja mõningate nende kõrvaldamine ning vähendamine vaatleja enda poolt 262
§ 61. Sekstandi käitlemine ja hooldamine ning vaatlusteks ettevalmistamine 269
§ 62. Vaatluste teostamine sekstandiga. Nurkade mõõtmine maapealsete esemete vahel 271
§ 63. Päikese kõrguse mõõtmine nähtavast horisondist 272
§ 64. Päikese kõrguse mõõtmine rannajoonest 279
§ 65. Tähtede ja planeetide kõrguste mõõtmine nähtava horisondi joonest väljaspool meridiaani 279
§ 66. Taevakehade ligimeridiaankõrguste mõõtmise erinevusi . . . 284
§ 67. Päikese ja tähe meridiaankõrguse mõõtmise iseärasusi . . . 285
§ 68. Kuu kõrguse mõõtmine 287
§ 69. Vaatluste arvust ja töötlemisviisidest 288

Peatükk IX. **Taevakehade mõõdetud kõrguste õiendamine.**

§ 70. Astronoomiline refraktsioon. Maarefraktsioon 290
§ 71. Horisondi kallak 293
§ 72. Taevakehade parallaksid 295
§ 73. Taevakehade nurkraadiused 297
§ 74. Nähtava horisondi joonest mõõdetud taevakehade kõrguste õiendamine 298
§ 75. Rannajoonest mõõdetud taevakehade kõrguste õiendamine . . 306

Kolmas jagu. **Praktiline astronoomia.**

Peatükk X. **Vaatluste vigu.**

§ 76. Vaatluste juhuslikest ja süstemaatilistest vigadest 308
§ 77. Astronoomiliste ülesannete lahendamiseks kasutatavate suuruste vigu 311
§ 78. Vaatlusvigade mõjust saadavale resultaadile ja soodsamaist taevakehade vaatlustingimusist astronoomia selle või teise ülesande lahendamiseks 316

Peatükk XI. **Laiuse määramine.**

§ 79. Üldkaalutlusi 324
§ 80. Laiuse määramine taevakeha meridiaankõrguse järgi 325
§ 81. Laiuse määramine taevakehade ligimeridiaankõrguste järgi . . 341
§ 82. Ligimeridiaankõrguste vaatluste piirid 349
§ 83. Laiuse määramine Põhjanaela (Polaris, α Ursae Minoris) kõrguse abil 360
§ 84. Üldmärkmeid laiuse määramise küsimuses 365

Peatükk XII. **Pikkuse määramine.**

§ 85. Pikkuse määramine merel taevakehade kõrguste abil 367
§ 86. Laeva asukoha pikkuse ja laiuse ühismääramine 374

Peatükk XIII. **Laeva asukoha määramine sumneri joonte abil.**

§ 87. Üldkaalutlusi ja teoreetilisi aluseid 377
§ 88. Saint-Hilaire'i meetod sumneri joonte merkaatori kaardile joonistamiseks 383

Lk.

§ 89. Valemite $\sin h_{arv}$ ja $\sin A$ analüüs ning asimuudi A nimetuse määramine sumneri ülesandes 389
§ 90. Tabeleid kõrguste ja asimuutide arvutamiseks 391
§ 91. Sumneri joonte joonistamine paberile 394
§ 92. Sumneri meetodi üldjuhus kahe tähe abil 398
§ 93. Sumneri meetodi erijuhus, kui üks tähtedest on vaatleja meridiaani lähedal või meridiaanil 405
§ 94. Sumneri meetodi erijuhus, kui üheks tähtedest on Põhjanael (Polaartäht) 409
§ 95. Laeva asukoha määramine sumneri meetodiga Päikese vaatluste järgi 411
§ 96. Sumneri meetodi üldjuhus Päikese vaatluste järgi 414
§ 97. Sumneri meetodi erijuhus päeval Päikese ligimeridiaankõrgusega 420
§ 98. Sumneri meetodi erijuhus Päikese meridiaankõrgusega . . . 427
§ 99. Sumneri meetodi erijuhus pikkusega 430
§ 100. Mõningaid erijuhte laeva asukoha määramisel sumneri meetodi järgi 439
§ 101. Üldmärkmeid sumneri meetodile. Kontrollküsimusi 441
§ 102. Taevakehade mõõdetud kõrguste taandamisest ühele seniidile 447
§ 103. Kolme tähe vaatlusest 452
§ 104. Asukoha määramise täpsusest sumneri meetodi järgi 458

Peatükk XIV. **Taevakehade tõusu ja loojaku aja määramine.**

§ 105. Taevakehade tõusu ja loojaku keskmise kohaliku- (T_k) ja laevaaja (T_l) määramine 467

Peatükk XV. **Kompassiõiendi määramine.**

§ 106. Üldkaalutlusi 476
§ 107. Mõningaid ettevaatusvahendeid, mida peab rakendama asimuudivaatlustel laevas 477
§ 108. Kompassiõiendi määramistöö tegelik sooritamine 477
§ 109. Juštšenko, Burdwood'i ja Ebsen'i tõeliste asimuutide tabelid; nende struktuur ja käsitlus 480
§ 110. Kompassiõiendi määramise erijuhus Päikese nähtava tõusu või loojaku momendil 485
§ 111. Kompassiõiendi määramine Polaartähe asimuutide järgi . . . 487

Peatükk XVI.

§ 112. Ajanormidest ja täpsusest astronoomiliste ülesannete lahendamisel 488
Esimene lisa. Astronoomia arenemise lühike ajalooline ülevaade 491
Teine lisa. Päikesesüsteem ja tema tekkimise hüpoteese 515

Tõlkinud J. Jansen.

Vastutav toimetaja: A. Heinmaa.

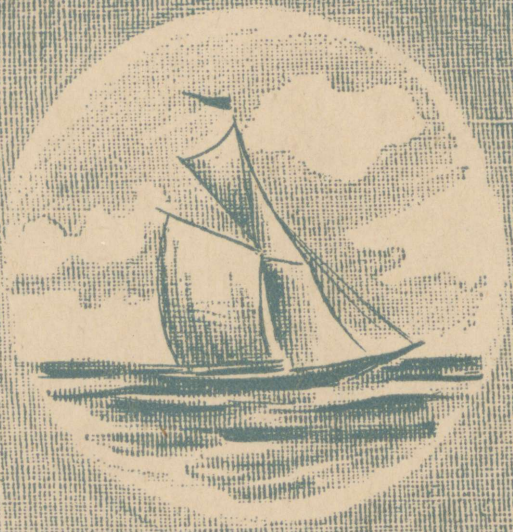
Keeleline toimetaja: J. Väinaste.

Ladumisele antud 11. III 1948. Trükkimisele antud 7. VII 1948. Trükiarv 2500. Paber 61 × 86, $^1/_{16}$. Trükipoognaid 34,5 + 3 lisa. Trükitähti trükipoognas 49.700. Arvutuspoognaid 42,8. MB-05792. Trükikoda „Hans Heidemann", Tartu, Vallikraavi 4. Tellimise nr. 565.

На эстонском языке.

Б. П. Хлюстин. Мореходная астрономия.

Rbl. 19.—



48 633