



TARTU RIIKLIK ÜLİKOOOL

U. NÕMM

POOLJUHTIDE
FÜÜSIKA
ALUSED

TARTU 1968

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

U. Nõmm

POOLJUHTIDE FÜÜSIKA ALUSED

(Loengukursuse konspekt)

Tartu 1968

У.Х. Нийм
ОСНОВЫ ФИЗИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

На эстонском языке

Тартуский государственный университет
ЭССР, г.Тарту, ул. Вилкооли, 18

Vastutav toimetaja A. Aidla
Korrektor A. Sild

TRÜ rotaprint 1968. Paljundamisele antud 29.XII 1967.
Trükipoognaid 16, Tingtrükipoognaid 14,6, Arvestus-
poognaid 12,5. Trükiarv 500. Paber 30x42/4. MB 11628.
Tell. nr. 758.

Hind 25 kop.

E e s s õ n a .

Käesolev loengukursuse konspekt on moelaud kasutamiseks TRÜ füüsikaosakonna üliõpilastele (IV kursusele) pooljuhtide füüsika aluste käsitlemisel. Senises õppeplaanis piirdub vastav kursus 50 loengutunniga. Konspekti koostamisel on orienteeritud vastava mahu järgi, mis on aga liiga väike pooljuhtide füüsika mitmekülgses ja samal ajal põhjalikuks käsitlemiseks.

Autor on seisukohal, et füüsikutele õpetatavad erialased distsipliinid ei tohi olla pinnapealsed. Selle vältimiseks on käsitletavate teemade arv piiratud nendega, mida koostaja pidas põhilisteks.

Konspekt on püütud koostada selliselt, et oleks loodud alus edaspidiseks iseseisvaks süvenemiseks pooljuhtide füüsika mitmesugustesse eriharudesse. Konspekti lugemiseks on vajalik kvantmehaanika, statistilise füüsika ning elektrodünaamika põhimõistete tundmine.

Esimeses ja teises peatükis antakse ülevaade pooljuhtide energiaspektrist, s.t. sellest elektronide lubatud olekute (nivoode) struktuurist, mille piires toimuvad pooljuhtides meid huvitavad elektronprotsessid.

Kolmandas peatükis selgitatakse, kuidas elektronid asustavad neid lubatud nivooide tasakaaluolekus. See peatükk on tegelikult statistilise füüsika rakendus real konkreetsetel erijuhtudel.

Esimestes peatükkides saadud teadmised on baasiks kolme häntuste grupi käsitlemisel, milledele on pühendatud konspekti ülejäänud peatükid.

Neljas ja kuues peatükk on pühendatud elektrijuhtivusele, Halli efektile, takistuse muutumisele magnetväljas ning termoelektrilistele efektidele. Nende kineetiliste nähtuste vaatlusmeetod on ühtne - lähtutakse Boltzmanni

kineetilisesest võrrandist, milles nn. pöskeliige avaldatakse relaksatsiooniaja abil ning tuletatakse avaldised mitte-tasakaalulise jaotusfunktsiooni leidmiseks nõrkade väljade korral lihtsa tsoonistruktuuriga pooljuhtide jaoks.

Viies peatükk annab eelteadmised levinumates pooljuhtseadmetes - diodides, transistorites ja fotoelementides toimuvate protsesside mõistmiseks.

Töö viimane peatükk on pühendatud fotojuhtivuse nähtusele ning mõnede sellega kaasnevate efektide käsitlemisele.

Konspekti koostamisel olid aluseks peamiselt Smithi (1., 2. ja 3. ptk.), Anselmi (4. ja 6. ptk.), Pikuse (5. ptk.) ning Rõvkini (7. ptk.) monograafiad.

SISSEJUHATUS.

Teaduslik-tehniliste probleemide hulgas, millele tänapäeval on pühendatud paljude teadlaste-uurijate ja inseneride tähelepanu, on esiplaanil nn. pooljuhtide probleem. Ülesandeks on uurida pooljuhtide füüsikalisi omadusi ja leida teid nende materjalide tehniliseks kasutamiseks,

Pooljuhtide uurimise ajalugu on umbes 100-aastane. Ainult kaasaegsete teadmiste baasil pooljuhtidest võib täiel määral hinnata nende raskuste suurust, mis esinesid paljude varasemate uurimiste teel. Omal ajal uuritud materjalide puhtus oli äärmiselt väike (tänapäeva hinnangu seisukohalt). Nüüd on hästi teada, et üheste tulemuste saamiseks pooljuhtide uurimisel on vaja keemiliselt puhtaid pooljuhte. Varasemate uurijate kõrge meisterlikkus, hoolimata kõigist raskustest, võimaldas siiski pooljuhid täpselt eristada kui iseseisva ainete klassi ja samuti õnnestus määrata nende põhilised tunnused ja omadused kaua enne vastavaid omadusi selletava teooria tekkimist.

Pooljuhtide klass ühendab erineva keemilise koostisega ained, millel on kindlad spetsiifilised omadused (elektrilised). Oma keemilise koostise poolest ei ole need ained haruldused. Kuid pooljuhtivatel materjalidel on nii huvitavad ja tähtsad elektrilised omadused, et nende vastu paar-kümmend aastat tagasi erilist huvi tundma hakanud füüsikud avastasid palju uut ning näitasid ka perspektiivid pooljuhtide tehnikas rakendamiseks.

Ei tule aga arvata, et suurenenud huvi, mida praegu ilmutatakse pooljuhtide vastu, on põhjustatud ainult sellest, et nende omadused olid varem tundmatud. Terve rida nähtusi on ammu tuntud. Näiteks termoelektrilise efekti avastas Seebeck juba 1822. aastal. Poole sajandi pikkune vahe efek-

ti avastamise ja tema tehnilise kasutamise vahel on ka pooljuht-alaldite ja fotoelementide korral. Selline olukord seletub käesoleval ajal toimuva teaduse ja tehnika kiire progressiga ning alles tänapäeva tehnika on esitanud konstrueeritavatele seadmetele nõudmised, mis kõige paremini on täidetavad pooljuhtide abil. Kuid ei tule ka unustada, et paljud tähelepanuväärsed pooljuhtide omadused avastati alles hiljuti ja et need kõik ei olegi veel leidnud täieliku kasutamist tehnilistes seadmetes.

Esimeseks iseloomustavaks jooneks, mis eristab pooljuhte metallidest, on nende elektritakistuse negatiivne temperatuuritegur. Teiste sõnadega, üldjuhul pooljuhtide elektritakistus langeb temperatuuri tõustes. Nähtavasti Faraday (1833, 1834) oli esimene, kes pani seda asjaolu tähele hõbesulfiidi uurimisel. Tänapäeval on hästi teada, et see kriteerium kehtib ainult teatud piirides: teatud temperatuurivahemikus pooljuhi takistus võib ka kasvada temperatuuri kasvades, eriti sel juhul, kui pooljuhis on küllaldane hulk lisandeid (teiste ainete aatomeid). Kuid on oluline, et teatud temperatuurist kõrgemal temperatuuril pooljuhi takistus hakkab temperatuuri tõusmisel vähenema.

Teisest küljest, mõnedel metallikihtidel, aga isegi polükristallilistel metallidel võib takistuse temperatuuritegur olla negatiivne. Nüüd on teada, et need efektid on seotud kas oksiidikihtide või lõhede olemasoluga üksikute kristallikeste vahel. Kuid varem peeti selle tõttu titaani (Ti) ja tsirkooniumi (Zr) pooljuhtideks. Arvestades eespool nimetatatud erandeid jääb kehtima reegel, et puhas pooljuhtides peab olema jälgitav negatiivne takistuse temperatuuritegur. Lisaks sellele on olemas veel terve rida teisi pooljuhtidele iseloomulikke tunnuseid, mida kasutati nende identifitseerimiseks.

Tuleb aga rõhutada, et pooljuhtide "äratundmise" täiesti ranget kriteeriumi oli võimalik püstitada alles pärast seda, kui tahke keha kvantteooria oli suuteline seletama

katses ilmnevate mitmesuguste nähtuste füüsikalisi põhjusi.

Välja arvatud sulamistemperatuurile lähedased temperatuuripiirkonnad, on pooljuhtide elektritakistus tunduvalt suurem kui headel metallist juhtidel. Aga ta on tunduvalt väiksem heade isolaatorite elektritakistusest.

Takistuse muutuse piirid tahketes kehaes on tohutud. Hea metallilise juhi eritakistus on ligikaudu $10^{-6} \Omega$ cm; pooljuhtide eritakistus on reeglina $10^{-3} - 10^6 \Omega$ cm vahel. Peale selle on palju aineid, mille eritakistus on peaaegu samasugune kui pooljuhtidelgi, kuid mis ei ole pooljuhid selle sõna tänapäevases tähenduses (näit. mitmesugused elektrolüüdid). Teiselt poolt, heade isolaatorite eritakistus on $\sim 10^{12} \Omega$ cm ja suurem.

Kaks tähtsat avastust tehti 1873. ja 1874. aastal. F. Braun avastas 1874.a., uurides PbS ja püriiti, alaldamise nähtuse, aga W. Smith avastas 1873.a. seleeni fotojuhtivuse. Uljanin kirjeldas 1888.a. Se valgustamisel tekkivat elektromotoorset jõudu. Huvitav on siinkohal märkida, et käesoleva sajandi alguses prooviti Se fotojuhtivust kasutada kujutise edasiandmiseks telegraafi teel.

Kahekümnendateks aastateks õnnestus kindlaks teha järgmised pooljuhtide põhiomadused:

- a) takistuse negatiivne temperatuuritegur;
- b) eritakistus $\sim 10^6 - 10^{-3} \Omega$ cm;
- c) reeglina suured termopinged metallide suhtes (nii negatiivse kui ka positiivse märgiga);
- d) alaldamise efekt või vähemalt mitteoomiline voltamperkarakteristika kontaktidel;
- e) valgustundlikkus (fotojuhtivus, fotoelektromotoorne jõud).

Sellest ei ole möödunud palju aega, kui hakkas selguma lisandite suur mõju pooljuhtide omadustele. Märgati, et mõned ühe ja sama pooljuhi erinevate eksemplaride füüsikalised karakteristikud, näiteks elektritakistuse negatiivne temperatuuritegur, on kõrgetel temperatuuridel peaaegu ühesuguse väärtusega samal ajal kui teised omadused tunduvalt muutuvad.

Ühe ja sama pooljuhi erinevate preparaaside karakteristikute erinevus takistas tunduval määral pooljuhtide endi uurimist, sest sageli ei olnud võimalik usaldusväärset kindlaks teha, kas selle või teise vaadeldava nähtuse põhjustas lisandite olemasolu preparaadis või oli ta omane pooljuhile endale. Seda laadi kahtlustele õnnestus enam-vähem lõpp teha üsna hiljuti, pärast seda kui osutus võimalikuks täpselt kontrollida lisandite sisaldust paljudes pooljuhtides.

Halli efekti mõõtmine annab võimaluse vahetult määrata laengukandjate kontsentratsiooni ja märki. Nende mõõtmiste abil saab eristada ka elektroonse juhtivuse ioonsest juhtivusest. See on üsna tähtis, sest ka ioonse juhtivuse korral juhtivus kasvab temperatuuri tõustes. Ioonjuhtides on Halli efekt väga väike. Sellepärast Halli efekti olemasolu ongi juhtivuse elektroonse iseloomu tunnuseks. K. Baedeker (1909) oli arvatavasti esimene, kes pooljuhtide uurimisel süstemaatiliselt kasutas Halli efekti. Märgime, et Lukirski tegi Halli efekti abil 1916.a. kindlaks fotovoolu elektroonse iseloomu keedusoolas.

Uurimiste tulemusena tehti kindlaks, et pooljuhtides on (voolukandjate) laengukandjate arv tunduvalt väiksem kui metallides, kuid reeglina on laengukandjate liikuvus pooljuhtides mõnevõrra suurem. Siin on tähtsal kohal Königsbergeri tööd (1907, 1914). Nende tööde üheks tähtsamaks tulemuseks oli räni, seleeni ja telluuri liigitamine pooljuhtide hulka.

Germaaniumi kuulumise pooljuhtide hulka tegi kindlaks alles E. Merrit 1925.a. Halli efekti uurimine lubas kindlaks teha, et mõnedes pooljuhtides, aga ka metallides, on laengukandjateks positiivsed osakesed. Omal ajal see avastus tekitas teooria valdkonnas tunduval segadusi.

1930. aastaks huvi pooljuhtide vastu tõusis seoses nende rakendamise tehnikas. Enamikus uurimustes rakendati reeglina Halli efekti, elektri juhtivuse ja termoelektromotoorse jõu mõõtmist.

Pooljuhtide keemiliste omaduste uurimise tulemusena

avastas C. Wagner (1930, 1933) kaks erinevat pooljuhi tüüpi, mis kannavad tänapäeval n- ja p-pooljuhtide nime (doonor- ja aktseptortüüpi pooljuhid). Nende tööde tulemusena selgitati stöhhiomeetrilisest koosseisust kõrvalekaldumiste tohtu mõju pooljuhtivate ühendite elektrilistele omadustele.

Esimeseks tähtsaks pooljuhtide tehniliseks rakenduseks oli vahelduvvoolualadite valmistamine (C.E. Fritts 1886.a.). L.O. Grondahl ja P.H. Geiger valmistasid 1927.a. kuproksalal- did, mis veel hiljuti leidsid laialdast kasutamist väikese võimsusega alaldites. Samal ajal hakati valmistama ka se- leenalaldeid. Tehniliste rakenduste tõttu hakati laialda- selt uurima seleeni ja Cu_2O . Kuid sellest hoolimata on täna- päeval meie teadmised nendest ainetest palju napimad kui rä- nist ja germaaniumist. 1932. aastal B. Lange valmistas tõk- kekihiga fotoelemendi Cu_2O -st.

Kolmekümnendatel aastatel hakkas arenema ka kvantmeh- haanikal baseeruv pooljuhtide teooria, mis sisuliselt oli metallide teooria edasiarenduseks.

1904.a. selgus, et pooljuhid võivad olla kõrgsagedus- voolude detektoriteks, kuid 1939. aastaks olid pooljuhtde- tektorid peaaegu täiesti unustusse jäänud raadiolampide kõr- val. Raadiolokatsiooni nõuded tingisid aga ränist detekto- rite uuesti kasutamisele võtmise. Sõja-aastatel hakati ränn pooljuhtivaid omadusi intensiivselt uurima, mis tõi kaasa ka räniga sarnase elemendi, germaaniumi, mitmekülgse uurimi- se. Selle uurimise oluliseks tulemuseks oli võimendusefekti saavutamine pooljuhis (J. Bardeen, W.H. Brattain 1949.a.) ning transistori ehk kristallilise trioodi leiutamine.

Teaduslike uurimuste kontsentreerumine transistorite probleemi ümber tõi kaasa Ge ja Si põhiomaduste tunduvalt parema tundmaõppimise.

Sõja ajal arenes ka infrapunases spektri piirkonnas tundlike fotojuhtide uurimine. Põhilisteks materjalideks, millest valmistatakse kõige tundlikumaid 1,7 - 7 μm infra- punase kiirguse detektoreid on PbS, PbSe ja PbTe.

Uusimatest leiutustest näib tähtsaimana pooljuhtlaseri-

te loomine. Nende konstrueerimine baseerub kahekümnendatel aastatel O. B. Lossevi avastatud helenduse tekkimisel tõi-kihis, kui seda läbib vool.

Pooljuhtide tehnilise kasutuse alad on väga mitmesugused. Nendest valmistatakse alaldeid, tahkeid võimendajaid, pooljuhtferriite, millel puuduvad Foucault'kaod kuni 10^6 Hz, termotakisteid, kõrgepingekaitsmeid ning pingestabilisaatoreid (kasutatakse voltamperkarakteristiku mittelineaarsust), termoelektrigeneraatoreid (kasutegur $\sim 10\%$), fototakisteid, fotoelemente (nn. päikesepatareid kasuteguriga $\sim 10\%$), tuumakiirguse loendajaid, tensomeetreid (kasutatakse takistuse sõltuvust rõhust).

Pooljuhtseadmete arengu tormilisust illustreerib fotoelementide ja termoelementide kasuteguri kiire kasv.

Fotoelementide kasutegur päikesevalgusele oli 1938.a. 0,05%, 1941.a. - 1%, 1957.a. - 10%. Termoelementide kasutegur 1930.a. - 0,5%, 1940.a. - 3%, 1957.a. - 8%.

Nõukogude Liidus tehtava pooljuhtide laialdase uurimise algatajaks oli akadeemik A.F. Joffe.

I. TAHKE KEHA KVAANTTEORIA ELEMENID.

V a b a d e e l e k t r o n i d e l a i n e m e h - h a a n i k a .

Meid huvitab 1) miks elektronid metallides ja pooljuh-
tides vabalt liiguvad, kuigi eksisteerivad potentsiaalsed
barjäärid; 2) aktivatsioonienergia päritolu; 3) miks mõ-
ned ained juhivad elektrit, ilma et selleks mingit aktivat-
sioonienergiat vaja oleks, teised aga mitte.

Tahke keha kvantmehaanilise ülesande täpseks lahenda-
miseks tuleks koostada Schrödingeri võrrand, milles oleks
arvestatud tahket keha moodustavate kõigi osakeste vastasti-
kust mõju: elektron-elektron, tuum-elektron, tuum-tuum. See
võrrand tuleks lahendada. Lähendist saaks siis tuletada
kõik antud tahke keha elektrilised, optilised, soojuslikud,
magnetilised jne. omadused.

Kahjuks ei ole selle ülesande täpne lahendamine prakti-
liselt võimalik. Sellepärast tuleb piirduda ülesande ligi-
kaudse lahendamisega vastavalt uurijat huvitavatele problee-
midele.

Üsna heaks lähendiks on nn. adiabaatiline lähend, kus
lähtutakse sellest, et elektronide olek tahkes kehas vastab
tuumade hetkkonfiguratsioonile, kuna tuumad liiguvad elektro-
nidest tunduvalt aeglasemalt. Selles lähenduses tuumade
liikumist tegelikult ei arvestata ja eeldatakse, et nad on
fikseeritud kristallvõre sõlmedes. Kuid tulemuseni jõudmi-
seks tuleb ülesannet veelgi lihtsustada. Selleks elektroni-
de süsteemi keeruline ülesanne taandatakse võre aatomite
(ja teiste valentsielektronide) väljas liikuva ühe elektroni
ülesandele. Selle ülesande lahendamiseks peab olema teada
võre potentsiaal, mille määramine on aga keeruline probleem.

Teatud lähenduses võib keerulise kujuga tegeliku potentsiaali asendada tema keskmise väärtusega. Sel juhul ülesanne taandub elektroni liikumise uurimiseks konstantse potentsiaaliga väljas ehk vaba elektroni ülesandeks.

Vastav vaba või konstantse potentsiaaliga väljas liikuva elektroni lainevõrrand on järgmine

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = E \Psi, \left(\nabla^2 \Psi + \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} E \Psi = 0 \right), \quad (1.1)$$

kus konstantne potentsiaal on arvatud E sisse.

Siin

Ψ - elektroni lainefunktsioon,

E - elektroni energia,

$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$ - kineetilise energia operaator,

\hbar - taandatud Plancki konstant ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$),

m - elektroni mass.

Selle võrrandi lahend on

$$\Psi = c \cdot e^{i\vec{\kappa}\vec{r}}, \quad (1.2)$$

$$\text{kus } \vec{\kappa} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\kappa}_1,$$

aga

$\vec{\kappa}_1$ - levimise suunaline ühikvektor

ning

\vec{r} - kohavektor.

Asetades (1.2) võrrandisse (1.1)

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \left[(i\kappa_x)^2 + (i\kappa_y)^2 + (i\kappa_z)^2 \right] e^{i\vec{\kappa}\vec{r}} = E e^{i\vec{\kappa}\vec{r}} \quad (1.3)$$

saame

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} (\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2) = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} |\kappa|^2. \quad (1.4)$$

Tõenäosus osakese asumiseks ükskõik millises ühikulises ruumielemendis $d\tau$ on ühesugune

$$|\Psi|^2 d\tau = |c|^2 d\tau. \quad (1.5)$$

See on mõistetav, sest potentsiaal on konstantne.

Tavaliselt lahendatakse ülesanne nn. perioodiliste ääritingimuste jaoks, s.t.

$$\Psi(\vec{r} + N_1 \vec{d}_1) \equiv \Psi(\vec{r} + N_2 \vec{d}_2) \equiv \Psi(\vec{r} + N_3 \vec{d}_3), \quad (1.6)$$

kus N on mingi täisarv ja $\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{d}_3$ - võre ühikvektorid. Eeldatakse, et võre on paralleel-epipeedi kujuline, mille mõõtmised on $N_1 d_1 \times N_2 d_2 \times N_3 d_3$ ja mis sisaldab $N_1 \times N_2 \times N_3$ elementaarset rakku.

Topoloogilistel kaalutlustel tingimused (1.6) ei saa kolmemõõtmelise kristalli korral olla täidetud üheaegselt. Kui ühemõõtmelisel juhul liigume mööda aatomite jadast moodustatud kinnist ahelat, siis tuleme lõpuks tagasi lähtepunkti. Samuti saaks kahemõõtmelise võre korral moodustada toru - sellega oleks täidetud perioodilisuse tingimus ühe võrevektori suunas - ning, ühendades toru otsad, oleks perioodilisuse tingimus rahuldatud ka teise võrevektori suunas. Painutada aga paralleel-epipeedi selliselt, et liikudes ükskõik millist vektorit $\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{d}_3$ pidi piki võret tuleksime tagasi lähtepunkti, ei ole võimalik.

Perioodiliste ääritingimuste rakendamine on tegelikult matemaatiline võtte, mida kasutatakse ülesande lihtsustamiseks. Intuiitiivselt on ju selge, et ääritingimused ei saa tugevasti mõjutada suurest arvust aatomitest koosnevat süsteemi.

Teiselt poolt võiks vaadelda kristalli, mis on piiratud tema täpsete koopiatega. Iga aatom kristallis liiguks samasugusel viisil kui tema koopiad (kujutised).

Vaatleme olukorda x -komponendi suunas ja olgu kristall lihtsuse mõttes kuup. Sel juhul $N_1 = N_2 = N_3 = N$.

Tingimusest

$$e^{i\kappa_x x} \Big|_{x=0} = e^{i\kappa_x Nd} \Big|_{x=Nd=L},$$

kus $Nd = L$ on kristalli külje pikkus,

saame

$$1 = e^{i\kappa_x L} \quad (1.7)$$

Siit otsekohe järgneb, et $\kappa_x = \frac{2\pi q}{L}$ ning analoogilisel viisil

$$\kappa_y = \frac{2\pi r}{L} \quad \text{ja} \quad \kappa_z = \frac{2\pi s}{L} \quad (1.8)$$

Siin \vec{k} on elektroni lainevektor $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ ning q, r, s on positiivsed või negatiivsed täisarvud, null kaasa arvatud.

Energia avaldise (1.4) võib esitada järgmisel kujul

$$E_{q,r,s} = \frac{\hbar^2}{2mL^2} (q^2 + r^2 + s^2). \quad (1.9)$$

Energia, mis vastab \vec{k} väärtusele, \vec{k}_q ja \vec{k}_{-q} on sama ja seega energia olek on kaheksakordselt kõdunud (sama energia annavad arvude q, r ja s kaheksa erinevat kombinatsiooni).

Käsitletud lähendis vaadeldakse elektrone kui vabade elektronide gaasi. Analoogiliselt saaksime kõigi elektronide jaoks samasuguse Schrödingeri võrrandi samade lainefunktsioonidega $\psi_1(\vec{r}_1) \dots \psi_n(\vec{r}_n)$. Kogu süsteemi lainefunktsioon avaldub üksikute elektronide lainefunktsioonide korrutisena

$$\Phi(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n) = \psi_1(\vec{r}_1) \cdot \psi_2(\vec{r}_2) \dots \psi_n(\vec{r}_n). \quad (1.10)$$

See on järeldus elektronide omavahelise sõltumatuse eeldusest, mis lubab kogu süsteemi lainevõrrandis muutujad eraldada.

Mitme elektronist koosnevas süsteemis elektronid ei eksisteeri täiesti sõltumatult üksteisest, vaid Pauli printsiibi kohaselt võib ühes ja samas koordinaatolekus olla ainult kaks vastupidiste spinidega elektroni. Elektronide süsteemis, mida kirjeldab üheelektronsetest lainefunktsi-

oonidest moodustatud lainefunktsioon (1.10), tuleb Pauli printsiipi täiendavalt arvestada. Seda saab teatud täpsusega teha sel teel, et korrutis (1.10) rahuldab täiendavat tingimust, mille kohaselt selles võivad olla ühesugused ainult kaks funktsiooni $\varphi_i(r_i)$.

Edaspidi, kui hakkame uurima elektronide jaotumist nivoode vahel, on vaja teada nivoode tihedust, s.t. et meid huvitab nivoode arv E ja dE vahel või k_x ja $k_x + dk_x$ vahel.

Olgu L suur arv. Kvantarvu q muutumisel ühe võrra $k_x = \frac{2\pi q}{L}$ muutub $\frac{2\pi}{L}$ võrra. Siit saame, et otsitav suurus st. nivoode arv k_x ja $k_x + dk_x$ vahel, on $\frac{L dk_x}{2\pi}$.

Kui $L \rightarrow \infty$, siis spekter muutub pidevaks.

Nivoode arv, mille jaoks k asub k -ruumi elemendis $dk_x dk_y dk_z$, on

$$N(\vec{k}) dk_x dk_y dk_z = \frac{\Omega dk_x dk_y dk_z}{8\pi^3}, \quad (1.12)$$

aga nivoode arv, mis asub impulssruumi elemendis $dp_x dp_y dp_z$, sest $p = \hbar \vec{k} = \hbar \frac{\vec{k}}{2\pi}$, on

$$N(\vec{p}) dp_x dp_y dp_z = \frac{\Omega dp_x dp_y dp_z}{h^3}, \quad (1.12 a)$$

kus $\Omega = L^3$.

Igale elementaarsele ruumalale h^3 kombineeritud kordinaat-impulssruumis vastab üks süsteemi olek.

Vektorite \vec{k} ja \vec{p} väärtustega k ja $k + dk$ ning p ja $p + dp$ piiratud sfäärilises kihis on olekute arv vastavalt

$$N(k) dk = \frac{\Omega k^2}{2\pi^2} dk \quad \text{ja} \quad (1.13)$$

$$N(p) dp = \frac{4\pi\Omega}{h^3} p^2 dp. \quad (1.13 a)$$

Et $E = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m} \left(dE = \frac{h^2}{m} dn \right)$, siis E ja E + dE vahel on olekute arv

$$N(E)dE = 2\pi\Omega (2m)^{\frac{3}{2}} h^{-3} E^{\frac{1}{2}} dE. \quad (1.13 b)$$

Elektroni liikumine perioodilises väljas. Tugeva seose erijuht.

Esiteks vaatleme keemiliste lisanditeta ja mehhaaniliste defektideta perioodilist kristallvõret.

Ideaalses kristallvõres on aatomid paigutatud rangelt perioodiliselt ja sellest tingitud võreväli, s.t. elektroni le mõjuvate tungide väli on perioodiline.

Ülesande lahendamiseks tuleb kõigepealt valida sobivad üheelektroonsed alglahendi lainefunktsioonid.

Üheelektroonseteks lähte lainefunktsioonideks võivad olla valitud elektroni lainefunktsioonid aatomis (tugeva seose erijuht). Selline üheelektroonsete funktsioonide valik on seda rohkem õigustatud, mida väiksem on kristalli aatomite interaktsioon.

Teise meetodi korral vaadeldakse elektroni tuumade väljas, mille laeng on keskmiselt neutraliseeritud ülejäänud elektronide laengu poolt, s.t. vaadeldakse elektroni liikumist perioodilise potentsiaaliga väljas. See väli omakorda on sõltuv elektronide olekust.

Asume ülesannet lahendama, lähtudes kristalli moodustavatest aatomitest. See on nn. tugeva seose erijuht. Lihtsuse mõttes vaatleme lihtsat kuubilist võret. Aatomid olgu ühesugused. See ei piira oluliselt järelduste üldisust.

Olgu isoleeritud aatomi valentsielektron iseloomustatud lainefunktsiooniga φ_g . Indeksiga g on aatomid nummerdatud ja g on kolme täisarvu kompleks

$$g = \{g_1, g_2, g_3\}, \quad (1.14)$$

mille kaudu g aatomi koordinaatvektor avaldub järgmiselt

$$\vec{r}_g = dg_1\vec{i} + dg_2\vec{j} + dg_3\vec{k}, \quad (1.15)$$

kus d on võre konstant.

Valentselektroni hamiltoniaan vabas aatomis on

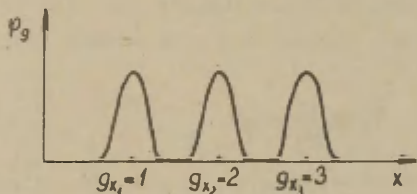
$$\hat{H}_g = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \nabla^2 + V_g \quad (1.16)$$

ja lainefunktsioon on Schrödingeri võrrandi

$$\hat{H}_g \varphi_g = E_a \varphi_g \quad (1.17)$$

lahend, kus E_a on elektroni energia aatomis.

Lainefunktsiooni φ_g omaduste kohta võime eelnevalt ütelda niipalju, et ta peab kiiresti kahanema suurtel kaugustel aatomist.



Joon. 1. Lainefunktsiooni φ_g jaotus kristallis tugeva seose erijuhu rakendatavuse korral. g_{x_i} tähistab aatomi numbrit x -telje suunas.

Olgu vaatluse lihtsustamise mõttes φ_g sfääriliselt sümmeetriline.

Koguenergia avaldis (hamiltoniaan) on järgmine

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \nabla^2 + \sum_g V_g. \quad (1.18)$$

Püüame leida lahendi aatomfunktsioonide järgi ritta arendatult,

$$\psi = \sum_j c_j \varphi_j(r). \quad (1.19)$$

Selline lähenemine on mõistlik sel juhul, kui aatomite interaktsioon on väike.

Iga aatomi läheduses see funktsioon vastab aatomi lainefunktsioonile. Asetame ψ statsionaarsesse Schrödingeri võrrandisse ja leiame c_j väärtused (eelduse kohaselt $\varphi_j(r)$ on teada).

Schrödingeri võrrand

$$\hat{H} \psi = E \psi \quad (1.20)$$

võtab kuju

$$\sum_j c_j \left\{ -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \nabla^2 + V_j + \sum_{j' \neq j} V_{jj'} - E \right\} \varphi_j = 0, \quad (1.21)$$

kust edasi, arvestades (1.17), saame

$$\sum_j c_j \{ E_a + \bar{V}_j - E \} \varphi_j = 0. \quad (1.22)$$

Siin

$$\bar{V}_j = \sum_{j' \neq j} V_{jj'} \quad (1.23)$$

on elektroni potentsiaalne energia kõikide teiste aatomite väljas, välja arvatud vaadeldava aatomi väli.

Korrutame võrrandit (1.22) vasakult poolt $\varphi_{j'}^*$ ja integreerime üle ruumi, kusjuures kasutame järgmisi tähistusi:

$$\int \varphi_{j'}^* \varphi_j d\tau = S_{jj'} = S(j-j') \quad (1.24)$$

ning

$$\int \varphi_{j'}^* \bar{V}_j \varphi_j d\tau = A_{jj'} = A(j-j'). \quad (1.25)$$

Saame

$$\sum_j c_j \{ (E_a - E) S(j-j') + A(j-j') \} = 0. \quad (1.26)$$

Integraal $S_{gg'}$ sõltub g ja g' -st, kuid võre translatoorse invariantisuse tõttu see sõltuvus osutub palju lihtsamaks. Kõikide aatomite ekvivalentsuse tõttu $S_{gg'}$ sõltub ainult aatomite koordinaatide vahest. Sama kehtib $A_{gg'}$ kohta.

Püüame leida võrrandi (1.26) lahendit järgmisel kujul

$$c_g = c e^{i\vec{\lambda}\vec{g}}, \quad (1.27)$$

kus \vec{g} on täisarvuline vektor ja $\vec{\lambda}$ tähendus selgub hiljem. Saame

$$\sum_{\vec{g}} e^{i\vec{\lambda}\vec{g}} \left\{ (E_\alpha - E) S(\vec{g} - \vec{g}') + A(\vec{g} - \vec{g}') \right\} = 0$$

Korrutades ja jagades viimast võrrandit $e^{i\vec{\lambda}\vec{g}'}$ -ga saame

$$\sum_{\vec{g}-\vec{g}'=\vec{g}''} e^{i\vec{\lambda}\vec{g}'' + i\vec{\lambda}(\vec{g}' - \vec{g}'')} \left\{ (E_\alpha - E) S(\vec{g} - \vec{g}') + A(\vec{g} - \vec{g}') \right\} = 0. \quad (1.28)$$

Summeerida on vaja üle kõikide võre sõlmede ükskõik millises järjekorras (summa ei sõltu sellest).

Tähistades

$$\sum_{\vec{g}''} e^{i\vec{\lambda}\vec{g}''} S(\vec{g}'') = S(\vec{\lambda}), \quad (1.29)$$

$$\sum_{\vec{g}''} e^{i\vec{\lambda}\vec{g}''} A(\vec{g}'') = A(\vec{\lambda}), \quad (1.30)$$

saame

$$(E_\alpha - E) S(\vec{\lambda}) + A(\vec{\lambda}) = 0 \quad (1.31)$$

ehk

$$E = E_\alpha + \frac{A(\vec{\lambda})}{S(\vec{\lambda})}. \quad (1.32)$$

Sellest avaldisest (1.32) on näha, et 1) elektroni energia väärtus kristallis erineb tema energiast aatomis

ning 2) energia on perioodilises väljas perioodiline funktsioon. See on tingitud sellest, et suurused $A(\vec{\lambda})$ ja $S(\vec{\lambda})$ on $\vec{\lambda}$ perioodilised funktsioonid.

Ent kui E on perioodiline, siis järelikult tal on olemas maksimumid ja miinimumid. See aga tähendab, et aatomite nivood teisenevad tsoonideks.

Elektroni energia ja lainefunktsioon perioodilises võres avalduvad seega järgmiselt:

$$E = E_a + \frac{\sum_{\vec{g}''} A(\vec{g}'') e^{i\vec{\lambda} \cdot \vec{g}''}}{\sum_{\vec{g}''} S(\vec{g}'') e^{i\vec{\lambda} \cdot \vec{g}''}} \quad (1.32)$$

ning

$$\psi = \sum_{\vec{g}} c_{\vec{g}} \varphi_{\vec{g}} \equiv \sum_{\vec{g}} c_{\vec{g}} \varphi(\vec{r} - \vec{r}_{\vec{g}}) \quad (c_{\vec{g}} = c e^{i\vec{\lambda} \cdot \vec{g}}), \quad (1.33)$$

$$\text{Võttes kasutusele suuruse} \quad \vec{\kappa} = \frac{\vec{\lambda}}{a}, \quad (1.34)$$

võime kirjutada, arvestades et $d \cdot \vec{g} = \vec{r}_{\vec{g}}$ ($\vec{g} = g_1 \vec{i} + g_2 \vec{j} + g_3 \vec{k}$),

$$\begin{aligned} \psi &= c \sum e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}_{\vec{g}}} \varphi(\vec{r} - \vec{r}_{\vec{g}}) = \\ &= c e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}} \sum_{\vec{g}} e^{i\vec{\kappa} \cdot (\vec{r}_{\vec{g}} - \vec{r})} \varphi(\vec{r} - \vec{r}_{\vec{g}}) \equiv e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}} u(\vec{r}). \end{aligned} \quad (1.35)$$

See on oluline tulemus ja nüüd oleme jõudnud nn. Blochi funktsioonide juurde. Tasalaine ja võre perioodiga perioodilise funktsiooni korrutist nimetatakse Blochi funktsiooniks.

Tõestame, et

$$u(\vec{r}) = c \sum_{\vec{g}} e^{i\vec{\kappa} \cdot (\vec{r}_{\vec{g}} - \vec{r})} \varphi(\vec{r} - \vec{r}_{\vec{g}})$$

on võre perioodiga perioodiline funktsioon. Nihutades koordinaatide alguspunkti võre konstandi võrra, saame

$$u(\vec{r} + \vec{d}) = c \sum_{\vec{g}} e^{i\vec{\kappa}(\vec{r}_g - \vec{r} - \vec{d})} \varphi(\vec{r} + \vec{d} - \vec{r}_g)$$

ja tähistades $\vec{g} = \vec{g}' + \frac{\vec{d}}{d} \quad \left(\left| \frac{\vec{d}}{d} \right| = 1 \right)$,

siis

$$\vec{r}_g = d\vec{g} = d\vec{g}' + \vec{d} = \vec{r}_{g'} + \vec{d}$$

ning

$$u(\vec{r} + \vec{d}) = c \sum_{\vec{g}'} e^{i\vec{\kappa}(\vec{r}_{g'} - \vec{r})} \varphi(\vec{r} - \vec{r}_{g'}) = u(\vec{r}), \quad (1.36)$$

sest summeerida tuleb üle kõigi aatomite, kuigi teises järjekorras. Seega

$$u(\vec{r} + \vec{d}) = u(\vec{r}). \quad (1.36^1)$$

See tulemus näitab, et elektroni on võrdtõenäone leida ükskõik millise võre sõlme juures.

Tõepoolest,

$$|u(\vec{r}')|^2 = |u(\vec{r})|^2 = |u(\vec{r} + \vec{d})|^2 \quad (1.37)$$

Kui $u(\vec{r}) = \text{const.}$, siis φ oleks tasalaine ning $\vec{\kappa}$ oleks lainevektor.

Ülalvaadeldud juhul, s.o. elektroni liikumisel kristallis, nimetatakse $\vec{\kappa}$ "kvaasilainevektoriks" ning suurust $\hbar \vec{\kappa} = \vec{p}$ - "kvaasiimpulsiks".

Asume nüüd energiaavaldise analüüsimisele. Ülesande lihtsustamiseks vaatleme aatomite lineaarset ahelat ning eeldame, et aatomitevahelised kaugused on suured ja laine-funktsioonid kattuvad vähe. Siis võime suure täpsusega lugeda, et

$$S(g-g') = \int \varphi_{g'}^* \cdot \varphi_g \cdot d\tau = \begin{cases} 1, & \text{kui } g = g' \\ 0, & \text{kui } g \neq g' \end{cases} \quad (1.38)$$

ning

$$A(g-g') = \int \varphi_{g'}^* \bar{V}_g \varphi_g d\tau = \begin{cases} A_0, & \text{kui } g = g' \\ A_1, & \text{kui } g = g' \pm 1 \\ 0, & \text{kui } (g-g') \geq 2. \end{cases} \quad (1.39)$$

Seega

$$E = E_a + \sum_{g''} A(g'') e^{i\vec{\lambda} \cdot \vec{g}''},$$

kust, pidades silmas, et $\lambda = \kappa d^*$,

$$E = E_a + A_0 + 2A_1 \cos \kappa d. \quad (1.40)$$

Energia on kvaasivektori perioodiline funktsioon perioodiga $2\pi/d$. Lisaks sellele on ta kvaasivektori paarisfunktsioon, s.t.

$$E(\kappa) = E(-\kappa). \quad (1.41)$$

Olgu näiteks $A_1 < 0$. Sel juhul energial on miinimum, kui $\kappa d = 0$,

$$E_{min.} = E_a + A_0 - 2|A_1|$$

ja maksimum, kui $\kappa d = \pi$

$$E_{max} = E_a + A_0 + 2|A_1|.$$

Tsooni laius, s.t. energia diferents miinimumist maksimumini on $4|A_1|$. Tsooni laius, olles määratud suuruse

$A_1 = \int \varphi_{g+1}^* \bar{V}_g \varphi_g d\tau$ poolt, on seda suurem, mida suurem

on antud aatomi interaktsioon teiste aatomitega. Mida rohkem kattuvad naaberaatomite lainefunktsioonid, seda laiem on tsoon, s.t. tsooni laius on määratud naaberaatomite

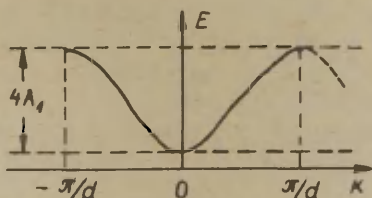
Ülesanne on taandunud ühemõõtmeliseks ja sellepärast vektori märke suuruste λ ja κ juures ei tarvitata.

elektronide lainefunktsioonide kattumise astmega. Kui kristalli aatomid asuksid üksteisest väga kaugel ($d \rightarrow \infty$), võrreldes aatomi mõõtmetega, siis naaberaatomite lainefunktsioonid ei kattu üldse ning A_1 oleks null.

Vaatleme energia sõltuvust kvaasilainevektorist tsooni äärte naabruses.

Olgu nagu ennegi $A_1 < 0$, siis kohal $k \rightarrow 0$

$$E = E_a + A_0 + 2A_1 - A_1 (\kappa d)^2. \quad (1.42)$$



Joon. 2. Energia sõltuvus kvaasilainevektorist.

Energiaavaldise rittaarendamiseks kohal $\kappa = \pi/d$ teeme muutujate vahetuse $\kappa' = \kappa - \pi/d$. Siis

$$\begin{aligned} E &= E_a + A_0 + 2A_1 \cos(\kappa'd + \pi) = \\ &= E_a + A_0 - 2A_1 \cos \kappa'd = \text{const.} + A_1 (\kappa'd)^2. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Seega tsooni äärte naabruses, s.t. miinimumi ja maksimumi naabruses saab energiaavaldise esitada rittaarendusena, nii et ta on kvaasilainevektori ruutfunktsioon. Tsooni miinimumi juures elektroni energia sõltub \vec{k} -st samal viisil kui vaba elektroni korral. Kasutades seda analoogiat võime kirjutada

$$E = \text{const.} + \frac{\hbar^2 \kappa^2}{8\pi^2 m^*}, \quad (1.44)$$

kus

$$m^* = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 |A_1| d^2} \quad (1.45)$$

on efektiivne mass.

Fiktiivses kristallvõres, milles $d \rightarrow \infty$, s.t. mis koosneks isoleeritud aatomitest, $m^* \rightarrow \infty$, Kui $d \rightarrow \infty$, siis $E \rightarrow \text{const.}$ ja järelikult $m^* \rightarrow \infty$. See on tingitud sellest, et sel juhul $A_1 \rightarrow 0$ kiiremini kui $d^2 \rightarrow \infty$.

Tsooni ülemise ääre juures

$$E = \text{const.} - |A_1| d^2 (k')^2 = \text{const.} + \frac{\hbar^2 k^2}{8\pi m^{**}}, \quad (1.46)$$

kus

$$m^{**} = - \frac{\hbar^2}{\frac{d}{8\pi} |A_1| d^2} \quad (1.47)$$

on negatiivne efektiivne mass.

Niisiis käituvad elektronid tsooni maksimumi lähedal nii nagu vabad osakesed, millel on negatiivne efektiivne mass.

Käesolevas lõigus kasutatud lähendit võib füüsikalises seisukohast selgitada järgmiselt. Tugeva seose korral elektron asub peaaegu statsionaarses olekus, mis vastab ühe külgetõmbava tsentri läheduses asuvalle orbiidile. Kuid eksisteerib lõplik tõenäosus selleks, et elektron läheb üle naabertsentri ümber olevale orbiidile, vaatamata sellele, et nende tsentrite vahel on potentsiaalne barjäär. Toimub tunneleffekt. Siit järeldub, et elektron liigub "aeglaselt" mööda võret. Meie käsitluses on vähem silmatorkav see asjaolu, et ideaalses kristallvõres liikuvale elektronile vastab lainevektor \vec{k} , mis on liikumise integraaliks ja mis, nagu me allpool näeme, viib selleni, et elektron liigub ühesuguse keskmise kiirusega.

Reaalses kristallis on ülalpool vaadeldud lähend mõistlik sisekatetel asuvate elektronide jaoks. Nende elektronide orbiitide raadiused on väikesed võrreldes aatomitevaheliste kaugustega. Selle tulerusena on kattumine väike ja integraalid $S(g'')$ ning $A(g'')$ on väikesed. Vastavad nivood laienevad küll tsoonideks, kuid need tsoonid on kitsad. Võrreldes tsoonidevahelise kaugusega on nende laius

Väliskatte elektronide jaoks, mis aga ongi tähtsad juhtivuse vaatlemisel, on kattumine suur ja ülalpool raken-
datud meetodiga saadud tulemused annavad parimal juhul ainult
kvalitatiivse pildi.

Eelnenud analüüsist võime teha järgmised olulised järeldused.

1. Elektroni interaktsiooni tõttu teiste aatomitega, s.t. tänu lainefunktsioonide kattumisele, aatomite diskreet-
sed nivood teisenevad tsoonideks.

2. Kristallvõres oleva elektroni statsionaarset olekut kirjeldav lainefunktsioon on tasalaine korrutis võre perioodiga perioodilise funktsiooniga (s.t. on Blochi funktsioon). Viimane järeldus on tegelikult Blochi teoreem.

B l o c h i t e o r e e m .

Ülalesitatud tugeva seose erijuhu lihtsustatud vaatlusel leidsime, et kristallis liikuva elektroni lainefunktsiooniks on nn. Blochi funktsioon.

Näitame nüüd üldjuhul, et perioodilise potentsiaaliga väljas liikuva elektroni lainefunktsioon on Blochi funktsioon, s.t. on esitatav kujul:

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{x}} u(\vec{r}),$$

kus

$$u(\vec{r}) = u(x+d_1, y+d_2, z+d_3).$$

Tõestuseks vaatleme vastavat Schrödingeri võrrandit

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}). \quad (1.48)$$

$$\text{Vastavalt eeldusele } V(x, y, z) = V(x+d_1, y+d_2, z+d_3). \quad (1.49)$$

Vaatleme seda võrrandit nihutatud koordinaatide süs-

teemis

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2m} \nabla^2 \Psi(x+d_1, y+d_2, z+d_3) + V(\vec{r}) \Psi = E \Psi(x+d_1, y+d_2, z+d_3). \quad (1.50)$$

Potentsiaal $V(r)$ jäi selles võrrandis endiseks tingimuse (1.49) tõttu.

Tulemusena selgub, et nihutatud argumendiga lainefunktsioonid Ψ rahuldavad lainevõrrandit, milles kineetiline ja potentsiaalne energia on samasugused kui võrrandis (1.49) nihutamata argumentidega lainefunktsiooni jaoks. Seepärast

$$\Psi(\vec{r} + \vec{d}) = c \Psi(\vec{r}). \quad (1.51)$$

Normeerimise tingimusest

$$\int |\Psi(\vec{r} + \vec{d})|^2 d\vec{r} = \int |c \Psi(\vec{r})|^2 d\vec{r} = |c|^2 \int |\Psi(\vec{r})|^2 d\vec{r} = 1$$

järeldub, et $|c| = 1$.

Määrame c sõltuvuse võre perioodist. Kui teostada järjekorras kaks nihet d_n ja d_n' , millelele vastavad koefitsiendid on c ja c' , siis resultantnihe vastab d_n ja d_n' summale ning vastav koefitsient lainefunktsiooni ees valemis (1.51) on cc' . Siit selgub, et koefitsient c sõltub d_n -st eksponentsiaalselt, sest et ainult eksponentsiaalsete funktsioonide korrutamisel nende argumendid liituvad.

Seega

$$c = e^{i\vec{k}\vec{d}_n}, \quad (1.52)$$

kus \vec{k} on konstantne vektor, mis iseloomustab elektroni kvantolekut ja mida nimetatakse lainevektoriks. Tema dimensioon on cm^{-1} .

Võrranditest (1.51) ja (1.52) järeldub, et

$$\Psi(\vec{r} + \vec{d}_n) = e^{i\vec{k}\vec{d}_n} \Psi(\vec{r}), \quad (1.53)$$

kust

$$\psi(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{d}_n} \psi(\vec{r} + \vec{d}_n) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_n(\vec{r}) \quad (1.54)$$

ning kus

$$u_n(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}(\vec{r} + \vec{d}_n)} \psi(\vec{r} + \vec{d}_n). \quad (1.55)$$

On silmanähtav, et funktsioon $u_n(\vec{r})$ on võre perioodilise funktsiooniga perioodiline funktsioon.

Brillouin'i tsoonid.

Vektori \vec{k} me võtsime eespool tarvitusele formaalselt. Saime kristallis liikuva elektroni lainefunktsiooni jaoks lahendid, mis on tasalaine $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ ja perioodilise funktsiooni $u(\vec{r})$ korrutised (Blochi funktsioonid).

Perioodilisuse tingimuse tõttu võivad vektoril \vec{k} olla ainult need väärtused, mis rahuldavad seost

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L} (q\vec{b}_1 + r\vec{b}_2 + s\vec{b}_3), \quad (1.56)$$

kus q, r, s , on täisarvud ning \vec{b}_k on pöördvõre ühikvektorid. Nad on määratud seostega

$$\vec{d}_k \vec{b}_{k'} = \begin{cases} 1, & \text{kui } k = k' \\ 0, & \text{kui } k \neq k', \end{cases} \quad (1.57)$$

kus \vec{d}_k on võre ühikvektorid.

Blochi funktsiooni kujust ja definitsioonist (1.57) järeldub, et kui kaks vektorit \vec{k} erinevad pöördvõre vektori

$$2\pi\vec{h} = 2\pi (h_1\vec{b}_1 + h_2\vec{b}_2 + h_3\vec{b}_3) \quad (1.58)$$

(h_1, h_2, h_3 on täisarvud) võrra, siis lainefunktsioonid (1.53) on ekvivalentseid.

Võime kirjutada

$$\begin{aligned} \psi &= u_{\kappa}(\vec{r}) e^{i\vec{\kappa}\vec{r}} = \\ &= u_{\kappa}(\vec{r}) e^{-i2\pi\vec{h}\vec{r}} \cdot e^{i(\vec{\kappa}+2\pi\vec{h})\vec{r}} = u_{\kappa'}(\vec{r}) e^{i\vec{\kappa}'\vec{r}}, \quad (1.59) \end{aligned}$$

kus

$$\vec{\kappa}' = \vec{\kappa} + 2\pi\vec{h},$$

sest $u_{\kappa}(\vec{r}) e^{-i2\pi\vec{h}\vec{r}} \cdot e^{i\vec{\kappa}'\vec{r}}$ on Schrödingeri võrrandi lahend sellesama energia jaoks, kui lainefunktsioon (1.53) ning $u_{\kappa'}(\vec{r})$ on võre perioodiga perioodiline funktsioon.

Niisiis on energia pöördvõre perioodiga perioodiline funktsioon. Sellepärast on küllalt, kui lainevektor on ette antud ainult pöördvõre tsentraalpiirkonnas. Pöördvõre tsentraalpiirkonna punktidele vastavaid lainevektoreid nimetatakse taandatud lainevektoriteks, aga seda põhirakku (pöördvõre tsentraalset piirkonda), mis sisaldab kõiki vektori \vec{k} olulisi väärtusi, nimetatakse esimeseks Brillouin'i tsooniks. Tema ruumala on $2\pi^3/\Omega_0$, kus Ω_0 on elementaarraaku ruumala.

Seega on küllalt, kui vaadelda lainevektorit järgmises piirkonnas

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{d_1} < \kappa_x &\leq \frac{\pi}{d_1}, \\ -\frac{\pi}{d_2} < \kappa_y &\leq \frac{\pi}{d_2}, \\ -\frac{\pi}{d_3} < \kappa_z &\leq \frac{\pi}{d_3}. \end{aligned} \quad (1.60)$$

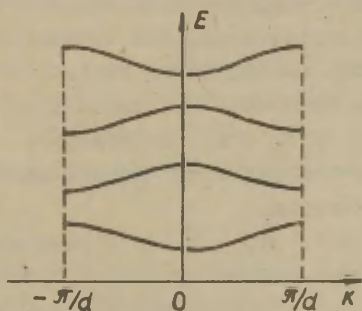
Energia on \vec{k} perioodiline funktsioon ja ta ei muutu, kui \vec{k} asendada $\vec{\kappa} = \vec{k} + 2\pi\vec{h}$.

Koordinaatide algus \vec{k} ruumis (pöördvõre ruumis) valitakse tavaliselt nii, et ta asuks pöördvõre sümmeetria tsentris. Huvitav on märkida, et pöördvõrel on sümmeetria tsenter olemas ka sel juhul, kui lähtevõrel seda ei ole.

Aatomi vastavast järgmisest elektronkattest saame järgmise energiatsooni (vaatlusest jäävad lihtsuse mõttes välja aatomi energianivoode kõdumine ja tsoonide kattumine). Lainevektori olulised väärtused, s.t. taandatud kvaasilainevektorid, asuvad ikka esimeses Brillouin'i tsoonis

$$-\pi < \vec{\kappa} \cdot \vec{d}_i \leq \pi.$$

Seega tegelikult antud kvaasilainevektorile \vec{k} vastab lainefunktsioonide lõpmatu hulk.



Joon. 3. Energia taandatud esitus kvaasilainevektori \vec{k} funktsioonina.

T s o o n i s t r u k t u u r .

Eespool käsitletud tugeva seose erijuht on ainult lihtsustatud näide.

Tegelikult funktsiooni $E(\vec{k})$ teoreetiline arvutus on ka lihtsate kristallide jaoks keeruline teoreetilise füüsika probleem.

Õnneks on paljudel juhtudel vaja teada energiatsoonide iseloomu ainult ekstreemalsete punktide naabruses.

Kristallvõre sümmeetria tundmine tavaliselt aitab kindlaks teha lahendite iseloomu ilma konkreetsete arvutusteta.

Vaatleme lahendi üldisi omadusi. Igale \vec{k} väärtusele vastavad lainefunktsioonide ψ_{α} ja energia omaväärtuste $E_{\alpha}(\vec{k})$ hulgad.

Viimased moodustavad lubatud energiatega tsoonid, mis vahelduvad keelatud tsoonidega. See on kristallis oleva elektroni energiatsooni skeem. Tüüpiline tsooni skeem on tsoonide hulk, milles madalamatele energiatega (sisemised nivood aatomis) vastavad kitsad tsoonid.

Suurematele energiatega vastavad tsoonid, mis asuvad eelmiste kohal, järjest laienevad vastavalt energia kasvule.

Kristalli elektriliste omaduste seisukohalt pakuvad huvi ülemine täidetud tsoon e.valents-tsoon, selle peal asuv keelatud tsoon ja järgnev lubatud energiatega tsoon, nn. juhtivustsoon, mis on absoluutse nulli juures tühi.

Aine elektriliste omaduste täielikuks kirjeldamiseks on vaja tunda funktsiooni $E_{\alpha}(\vec{k})$ konkreetset kuju igas energiatsoonis. Sellest sõltuvusest sageli kõneldakse kui taandatud tsooni struktuurist.

Vaatleme funktsiooni $E_{\alpha}(\vec{k})$ põhiomadusi. Ta on diferentseeritav kõikides punktides, välja arvatud need punktid, kus erinevad tsoonid puutuvad kokku. $E(\vec{k})$ on sama sümmeetriaga kui Brillouin'i esimene tsoon.

Siit järeldub, et kui funktsioonil $E_{\alpha}(\vec{k})$ on punktis \vec{k}_0 maksimum või miinimum, siis tal on vastav ekstreemum kõikides punktides, mis on sümmeetria mõttes ekvivalentsed selle punktiga \vec{k}_0 . Alati kehtib

$$E_{\alpha}(\vec{k}) = E_{\alpha}(-\vec{k}). \quad (1.61)$$

$E(\vec{k})$ on ühesugused väärtused igas kahes taandatud tsooni pinna punktis, mis on ühendatavad vektoriga $2\pi\vec{h}$. Tsoonistruktuuri all mõistetakse funktsiooni $E(\vec{k})$ kuju.

Olulisi andmeid selle määramiseks võib saada tsüklotronresonantsi, optiliste omaduste ja magnetväljas takistuse muutumise uurimisest.

Sageli $E(\vec{k})$ esitatakse vektori \vec{k} teatud suunas. Selle tõttu, et $E(\vec{k})$ on \vec{k} vektori paarisfunktsioon, võivad $\vec{k} = 0$ lähedal $E(\vec{k})$ avaldises esineda ainult k ruutliikmed. Seega $\frac{\partial E}{\partial k} = 0$ ning ka punktis $\vec{k} = 0$ on $E(\vec{k})$ ekstreemum - maksimum või miinimum (kui selles punktis ei ole kõdumist). Ränis, germaaniumis ja ka teistes praktiliselt tähtsates pooljuhtides $E(\vec{k})$ pinna ekstreemumid võivad esineda peale punkti $\vec{k}_0 = 0$ ka teiste punktide juures. Kui aga need teised punktid ei ole absoluutse ekstreemumi punktid, s.t. kui energia nendes punktides on mingi vahepealse väärtusega, siis need ekstreemumid ei ole kuigi huvitavad.

Kui nad on aga absoluutseteks ekstreemumiteks, siis nende ekstreemumite tähtsus on pooljuhi elektriliste jt. omaduste seisukohalt esmajärguline. Vaatleme mõningaid lihtsamaid erijuhte.

Kõige lihtsam tsoonistruktuur on siis, kui kõige madalamal tühjal tsoonil on miinimum Brillouin'i tsooni tsentris ja kui ei ole kõdumist (vt. joonis 4.).

Miinimumi naabruses võib $E(\vec{k})$ arendada ritta $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ astmete järgi

$$E(\kappa) = E_0 + A\kappa_x^2 + B\kappa_y^2 + C\kappa_z^2 \dots, \quad (1.62)$$

kus A, B, C on positiivsed arvud. Kuubilises kristallis $A = B = C$. Kui arvutada energiat tsooni põhjast, siis

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^*} (\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2), \quad (1.63)$$

või

$$E = \frac{1}{2 m^*} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2), \quad (1.64)$$

kus m^* nimetatakse efektiivseks massiks (vt. 1.45).

Selliseid tsoone nimetatakse sfäärilisteks tsoonideks, sest võrdse energia pinnad \vec{k} ruumis vastavalt (1.63)-le on sfäärid.

Kui punktis $\vec{k} = 0$ on maksimum (vt. joonis 4), siis vastavalt (1.46)-le

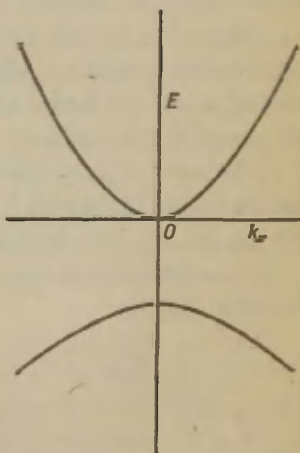
$$E = E_0' - A' \kappa_x^2 - B' \kappa_y^2 - C \kappa_z^2 \quad (1.65)$$

või kuubilises ristallis

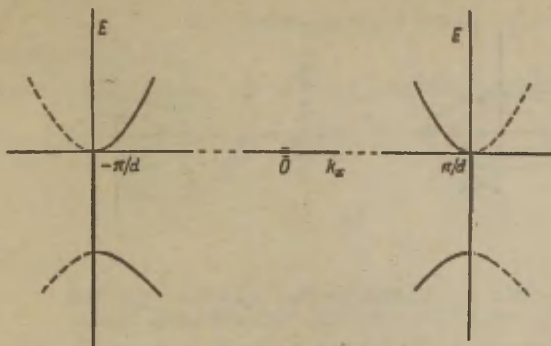
$$E = E_0' - \frac{\hbar^2}{2\pi^2 m^*} (\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2). \quad (1.66)$$

Võib näidata, et igal pool Brillouin'i tsooni pinnal energia tuletis $\frac{\partial E}{\partial \kappa}$ risti pinnaga on võrdne nulliga. Niisiis, kui graafiliselt kujutada E sõltuvust piki kristalli ükskõik millist peasuunda, mis on alati risti tsooni pinnaga, siis tsooni äärel on ekstreemum ($\frac{\partial E}{\partial \kappa} = 0$). Need ekstreemumid võivad osutuda aga ka absoluutseteks ekstreemumiteks.

Joonisel 5 on esitatud näitena juht, kus juhtivustsooni energia miinimum ja valents-tsooni energia maksimum asuvad Brillouin'i tsooni äärel teljel κ_x .



Joon. 4. Sfäärilised energiatsoonid Brillouin'i tsooni tsentris.



Joon. 5. Energia maksimumid ja miinimumid tsooni äärtel.

Kui kristall on kuubilise sümmeetriaga, siis vaadeldaval juhul samaenergia pinnad ei ole tingimata sfäärid, vaid nad peavad olema x -telje suhtes silindersümmeetriaga, s.t. nad on pöördellipsoidid.

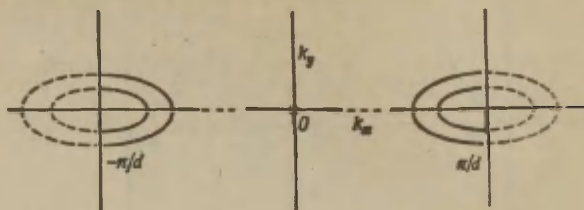
Viies koordinaatide alguse miinimumi juurde, saame energia miinimumi naabruses avaldada järgmiselt

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left[\frac{\left(\frac{\pi}{d} - k_x\right)^2}{m_1} + \frac{k_y^2 + k_z^2}{m_2} \right] \quad (1.67)$$

Sel juhul erinevas suunas liikuvate elektronide efektiivsed massid on üldiselt erinevad.

Samaenergia pinna jäljed on k_x - k_y -tasandile näidatud joonisel 6. Nad on ellipsoidid.

Punktiiriga on kujutatud ellipsi osa, mis langeb väljapoole esimest Brillouin'i tsooni. Punktiirjoon π/d juures on tegelikult seesama, mis täisjoon $-\pi/d$ juures. Et risti Brillouin'i tsooni pinnaga $\frac{\partial E}{\partial k} = 0$, siis samaenergia pind lõikab Brillouin'i tsooni täisnurga all.



Joon. 6. Samaenergia pindade jäljed k_x k_y - tasandil, kui energia ekstreemum asub Brillouin'i tsooni äärel.

Kui kristall on kuubilise sümmeetriaga, siis peavad eksisteerima veel teised ekvivalentsetes miinimumid piki k_y -ja k_z -telgi. Sel juhul on juhtivustsoonis kolm ekvivalentset miinimumi, mille koordinaadid k ruumis on

$(\pi/d, 0, 0)$, $(0, \pi/d, 0)$ ja $(0, 0, \pi/d)$. Punktid $(-\pi/d, 0, 0)$,

$(0, -\pi/d, 0)$ ja $(0, 0, -\pi/d)$ ei anna uusi ekstreemumeid, vaid nad taanduvad esimesteks (asuvad juba järgmises Brillouin'i tsoonis).

Kui energia absoluutne miinimum ei asu tsooni äärel, vaid punktis $(\kappa_0, 0, 0)$ ja teistes sümmeetria mõttes ekvivalentsetes punktides Brillouin'i tsooni sees ($0 < \kappa_0 < \pi/d$), siis on olemas veel 5 ekvivalentset miinimumi, mis ei taandu teineteiseks. Need on punktides $(-\kappa_0, 0, 0)$, $(0, \pm \kappa_0, 0)$, $(0, 0, \pm \kappa_0)$. Kokku on kuus miinimumi.

Punkti $(\kappa_0, 0, 0)$ naabruses võib energiat esitada järgmiselt

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left[\frac{(\kappa_0 - k_x)^2}{m_1} + \frac{k_y^2 + k_z^2}{m_2} \right] \quad (1.68)$$

Olekus, mis vastab punktile $(\kappa_0, 0, 0)$, on kvaasiimpulss nullist erinev (välja arvatud juhul, kui $\kappa_0 = 0$ ja on võrdne κ_0). Kuid elektroni kiirus selles olekus on ikkagi võrdne nulliga.

Allpool näidatakse, et kiirus avaldub järgmiselt

$$\vec{v} = \nabla_p E(\vec{n}) \quad (1.69)$$

ehk

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\hbar}{2\pi m_1} (\kappa_x - \kappa_0) \quad , \\ v_y &= \frac{\hbar}{2\pi m_2} \kappa_y \quad , \\ v_z &= \frac{\hbar}{2\pi m_3} \kappa_z \quad . \end{aligned} \quad (1.70)$$

Kui $\kappa_x = \kappa_0$ ja $\kappa_y = \kappa_z = 0$, siis $\vec{v} = 0$

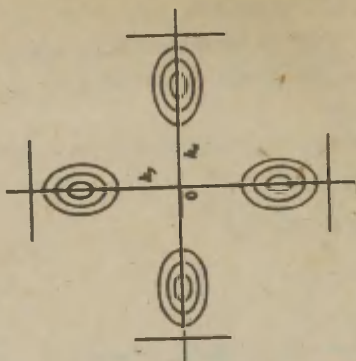
Arvatakse, et ränis on juhtivustsooni energia miinimumid tsooni sees telgedel $\langle 1, 0, 0 \rangle$. Seega on kokku kuus ekvivalentset miinimumi. Samaenergia pindade lõikejooned $k_x k_y$ -tasandiga on sel juhul esitatud joonisel 7.

Kuubilise sümmeetriaga kristallides võivad miinimumid asuda ka teistel sümmeetriatelgedel, näiteks kuubi diagonaalidel $\langle 1, 1, 1 \rangle$, mille jaoks

$$\kappa_x = \pm \kappa_y = \pm \kappa_z \quad .$$

Kui seejuures miinimumid asuvad Brillouin'i tsooni äärel, siis peab olema kokku neli ekvivalentset miinimumi. Oletatakse, et selline on germaaniumi juhtivustsooni struktuur. Miinimumi naabruses on samaenergia pinnad sel juhul pöördellipsoidid. Ellipsoidide tsentrid asuvad sümmeetrilis-

tes punktides, mis vastavad energia miinimumile.



Joon. 7. Samaenergia pindade lõikumine

$k_x k_y$ -tasandiga, kui $0 < k_0 < \frac{\pi}{d}$.

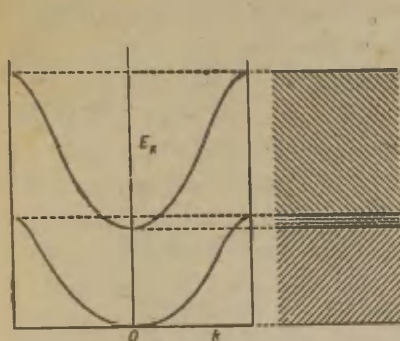
Olukord on keerulisem Ge ja Si valentstsooni jaoks, kus peaaegu paraboolsed samaenergia pinnad puutuvad kokku Brillouin'i tsooni tsentris. Igale k_x väärtusele vastab kaks energia väärtust, kusjuures $k = 0$ juures energiad langevad kokku. Sel juhul ei ole E arendamine k_x, k_y, k_z paarisastmete järgi võimalik ja avaldis E jaoks väikeste k juures on keeruline.

Senise käsitluse alusel võis jääda mulje, et kõik energiatsoonid on alati eraldatud üksteisest keelatud tsoonidega. See ei ole nii. Üldiselt võib kinnitada ainult seda, et kahes erinevas tsoonis ühele ja samale k väärtusele vastavad erinevad energia väärtused. Kuid see ei välista kõdumise võimalust, mis on seotud näiteks tsoonide lõikumisega või sümmeetria omadustega.

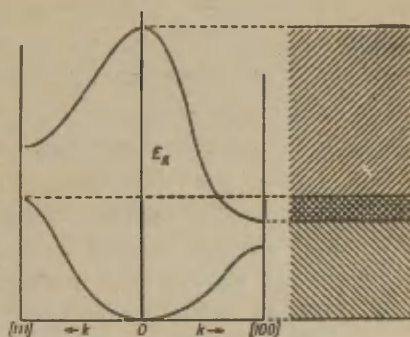
Näiteks tsooni skeem võib olla ühemõõtmelisel juhul selline nagu joonisel 8 või kolmemõõtmelisel juhul selline nagu joonisel 9.

Joonisel 9 on $\vec{E}(\vec{k})$ kujutatud kahes erinevas \vec{k} vektori suunas. Siin igale energia väärtusele vastab vähe-

malt üks olek ühes või teises tsoonis. Sellisel juhul öeldakse, et tsoonid kattuvad.



Joon. 8. Tsoonide kattumine ühemõõtmelises võres.



Joon. 9. Tsoonide kattumine kolmemõõtmelises võres. Vasakul k muutub suunas $[111]$, paremal - suunas $[100]$.

Olekute tihedus.

Nagu me teame, on igas tsoonis teatud kindel olekute arv, mis on võrdne erinevate \vec{k} väärtuste arvuga esimeses Brillouin'i tsoonis, mis omakorda on võrdne elementaarrakude arvuga kristallis. Igas niisuguses olekus võib olla ainult kaks vastupidiste spinidega elektroni.

Energianivoode täitumise iseloom avaldab kaugeleulatavat mõju tahke keha omadustele. Näiteks täiesti täidetud tsoonidega kristall on isolaator. Kui tsoon on täidetud osaliselt, siis kristallil peab olema hea elektrijuhtivus. Sellesama tulemuse võib anda tsoonide kattumine. Kui tsoonid kattuvad (vt. joonis 8 või 9), siis "alumise" tsooni

ülemistelt nivoodelt läheb osa elektrone üle "ülemise" tsooni alumistele nivoodele, sest süsteemi selline olek on energiaeeliselt kasulikum.

Kui tsoonid ei kattu ja kui keelatud tsooni laius ei ole suur, siis osa elektrone läheb üle ülemisse tsooni termilise ergutuse mõjul. Sellisel juhul aine on pooljuht.

Tahke keha omaduste hindamiseks on vaja teada olekute tihedust. Olekute arvu ruumalaühikus energiatervallis E ja $E + dE$ vahel kirjutame kujul $N(E)dE$. Funktsioon $N(E)$ on nivoo de arv ühikulise energia intervalli kohta (olekute tihedus), mis kvantitatiivselt iseloomustab energiatsooni.

Tahke keha tsoonistruktuuri täielikuks iseloomustamiseks on vaja tunda funktsiooni $E(k)$ kogu tsooni ulatuses. Kuid kineetiliste protsesside (elektrijuhtivus, Halli efekt, termoelektrilised ja magnetilised nähtused jne.) uurimiseks selline detailne informatsioon ei olegi alati vajalik. Asi on selles, et tsoonide laius tahkes kehas on elektronvoldi suurusjärgus; temperatuuriskaalas on see väga suur suurus. Peaaegu kõigist huvipakkuvatest nähtustest võtavad osa need elektronid, mida võib ergutada soojuslikul teel, s.t. elektronid, mis täidavad kT võrreldavat energiatervalli Fermi nivoo lähedal (metallides) või tsooni ekstreemumite lähedal (pooljuhtides).

Lubatud olekute arvu määramiseks, mis asuvad E ja $E + dE$ vahel, võib endiselt kasutada valemit (1.13)

$$N(k) dk = \frac{\Omega k^2}{2\pi^2} dk,$$

mis on kehtiv igasuguse kujuga $E = E(k)$ puhul. Seda avaldist tuleb integreerida k ruumi kihis, mis on piiratud samaenergia pindadega E ja $E + dE$. Sfääriliste samaenergia pindade puhul (vt. valem 1.36)

$$N(E)dE = 2\pi\Omega (2m^*)^{3/2} A^{-3} E^{1/2} dE. \quad (1.71)$$

Pöördelliptiliste samaenergia pindade puhul, mida kirjeldavad valemid (1.67) ja (1.68), on vaja teha muutujate vahetus

$$m_1^{1/2}(\kappa_x - \kappa_0) = m_1^{1/2} \kappa'_x ; m_2^{1/2} \kappa_y = m_2^{1/2} \kappa'_y ; m_3^{1/2} \kappa_z = m_3^{1/2} \kappa'_z ,$$

et integreerimine taanduks sfääriliste pindade juhule. Tulemuseks saadakse

$$N(E)dE = 2\pi \Omega M (2m_1 m_2^2)^{1/2} h^{-3} E^{1/2} dE , \quad (1.72)$$

kus M on ekvivalentsete miinimumide arv tsoonis. Teguri M sissetoomine on tingitud sellest, et iga ekvivalentne miinimum annab ühesuguse panuse vastavasse integraali, mis on võetud üle tsooni olekute. Iga miinimumi juures tuleb arvestada nivoode arvu eraldi.

Kolmeteljeliste ellipsoidide puhul tuleb tegur $(m_1 m_2^2)^{1/2}$ asendada teguriga $(m_1 m_2 m_3)^{1/2}$. Tsoonide kõdumise puudumisel saab alati valida koordinaatteljed sellisel viisil, et $E(\mathbf{k})$ oleks esitatud mõnel eespool esitatud kujul (diagonaalkuju).

Üldiselt

$$E = E(\kappa_0) + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \sum_{i,j} \frac{\kappa_i \kappa_j}{m_{ij}} , \quad (1.73)$$

kus $i, j = x, y, z$ ja $\kappa^2 = \kappa - \kappa_0$.

Selles avaldises esimest järku liikmed puuduvad, sest rittaarendus on tehtud ekstreemumi juures.

Tensor

$$\frac{1}{m_{ij}} = \left(\frac{2\pi}{\hbar} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \kappa_i \partial \kappa_j} \right)_{\kappa = \kappa_0} \quad (1.74)$$

on sümmeetriline tensor, mida nimetatakse elektroni efektiiv-

se massi tensoriks, sest tema komponendid on massi pöör-
väärtuse dimensiooniga.

Tugeva seose erijuhu lihtsustatud näite korral me jõud-
sime efektiivse massi mõisteni võrreldes kristallis energia
ekstreemumi juures liikuva elektroni energia avaldist vaba
elektroni energia avaldisega. Seejuures ei olnud aga silma-
nähtav, et efektiivse massi pöörväärtus on tensor.

Vaadeldes energiaavaldist sellises koordinaatsüsteemis,
kus mittediagonaalsed liikmed kaovad, s.t. kus teljed on
suunatud piki samaenergia ellipsoidi peatelgi ja kus vekto-
ri $\vec{\kappa}' = \vec{\kappa} - \vec{\kappa}_0$ komponendid on $\kappa'_a, \kappa'_b, \kappa'_c$ ja efektiiv-
sed massid m_a, m_b, m_c , saame

$$E(\kappa) = E_0 + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left(\frac{(\kappa'_a)^2}{m_a} + \frac{(\kappa'_b)^2}{m_b} + \frac{(\kappa'_c)^2}{m_c} \right), \quad (1.75)$$

mis on ülevaatlikum.

Efektiivse massi peakomponendid (diagonaalkomponendid)
on vastavalt valemile (1.74) samaenergia pinna pinnakõveru-
se mõõduks antud punktis. Nad on positiivsed energia mi-
nimumis ja negatiivsed energia maksimumis.

Elektroni kvantmehhaani- line keskmine kiirus.

Ideaalses kristallvõres olekus $\psi = e^{i\vec{\kappa}\vec{r}} u(\vec{r})$ oleva
elektroni hetkkiirus ei ole konstantne, sest et kristalli
muutuvas väljas kiirus ei ole liikumise integraaliks. Kuid
vaadeldav (s.t. kvantmehhaaniline keskmine) kiirus on ikka-
gi konstantne, kuna liikumine on statsionaarne.

Olekus \vec{k} olevale elektronile, nagu me teame kvant-
mehhaanikast, vastab keskmine kiirus

$$\vec{v}(\kappa) = \frac{1}{m} \langle p \rangle = \frac{1}{m} \int \psi^* \vec{p} \psi d\tau, \quad (1.76)$$

kus p on elektroni impulss ja $\langle \rangle$ on kvantmehhaanilise keskmistamise sümbol.

See kiirus on üldiselt nullist erinev. Seega ka sel juhul, kui elektroni koguenergia on väiksem tema potentsiaalsest energiast kristallis, võib elektron vabalt liikuda mööda kogu kristalli. Järelikult elektronile vastab ka kustumatu vool $\vec{j} = e \vec{v}(\kappa)$. Kristalli lõplikku takistust ei põhjusta mitte perioodilise välja potentsiaalbarjäärid, mis elektron läbib tunneleefekti tõttu, vaid kristalli mitmesugused kõrvalekaldumised ideaalsest perioodilisusest.

Vastavalt kvantmehhaanikale

$$\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{m} \langle \vec{p} \rangle = \frac{1}{m} \frac{\hbar}{i} \int \psi_{\kappa}^* \nabla \psi_{\kappa} d\tau, \quad (1.77)$$

kus $\frac{\hbar}{i} \nabla \equiv \frac{\hbar}{i} \text{grad.}$ on impulssoperaator.

Vabade elektronide korral $\psi_{\kappa} = A e^{i\vec{\kappa}\vec{r}}$ ja

$\vec{\kappa} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$, kus \vec{p} on elektroni impulss,

$$\vec{v} = \frac{\hbar \kappa}{m} = \frac{\vec{p}}{m}. \quad (1.78)$$

Kui elektroni kirjeldavad Blochi funktsioonid, siis arvestades, et

$$\nabla \psi = \nabla (u_{\kappa} e^{i\vec{\kappa}\vec{r}}) = i\vec{\kappa} \psi + e^{i\vec{\kappa}\vec{r}} \nabla u(\vec{r}), \quad (1.79)$$

saame

$$\vec{v} = \frac{\hbar \vec{\kappa}}{m} + \frac{\hbar}{m_i} \int u^*(\vec{r}) \nabla u(\vec{r}) d\tau. \quad (1.80)$$

$$\text{Et } \int u^*(\vec{r}) \nabla u(\vec{r}) d\tau \equiv \frac{m_i}{\hbar^2} \nabla_{\kappa} E(\vec{\kappa}) - i\vec{k}, \quad (1.81)$$

nagu võib näidata, siis

$$\bar{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \equiv \frac{1}{\hbar} \nabla_k E(\vec{k}). \quad (1.82)$$

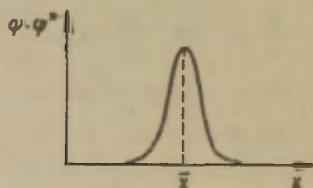
Keskmise kiiruse avaldiseni (1.82) võib jõuda ka teisel teel.

Kui a priori samastada Blochi funktsioonidest moodustatud lainepaketi keskmine kiirus \bar{v} elektroni grupikiirusega, siis saamegi avaldise (1.82).

Kvantmehhaanika lubab määrata tõenäosuse elektroni asumiseks mingis ruumielemendis. Olgu \bar{x} elektroni tõenäolisim asukoht (vt. joon. 10), s.t. selles punktis on $\psi\psi^*$ maksimaalne (ψ - elektroni lainefunktsioon).

Elektroni keskmine kiirus on selle maksimumi levimise kiirus.

Elektrodünaamikast teame, et kui keskkonnal on dispersioon, s.t. erineva sagedusega lained levivad erineva kiirusega, siis energia levimise kiirus on määratud grupikiirusega.



Joon. 10.

Kvantmehhaaniline keskmine kiirus on lainepaketi levimise grupikiirus. Blochi funktsioonidest $e^{i(kx - \omega t)} u_k(r)$ moodustatud lainepaketi

$$\bar{\psi} = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} a(k) dk e^{i(kx - \omega t)} u_k(r) \quad (1.83)$$

Д.И. Блохинцев, Основы квантовой механики, М., 1961.

maksimumi (laine harja) levimise kiirus meid huvitabki. Selle avaldise maksimumi tingimusest

$$\frac{d}{dk} (\kappa \bar{x} - \omega t) = 0, \quad (1.84)$$

kus \bar{x} on lainepaketi maksimumi asukoht, jõuame valemini (1.82).

Avaldis (1.84) ütleb, et $\kappa \bar{x} - \omega t$ ei sõltu lainevektorist k .

$$\text{Üldiselt} \quad \omega = \omega(\kappa). \quad (1.85)$$

Kui dispersiooni ei ole, siis see funktsioon on lineaarne

$$\omega = \vec{a} \cdot \vec{\kappa}$$

kus \vec{a} on faasikiirus.

Võrrandist (1.84) saame

$$\bar{x} - t \frac{d\omega}{d\kappa} = 0, \quad (1.86)$$

kust jõuamegi avaldiseni grupikiiruse jaoks

$$v_g = \frac{\bar{x}}{t} = \frac{d\omega}{d\kappa}. \quad (1.87)$$

Kuna $E = \omega(\vec{\kappa}) \hbar$, siis

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{d\kappa} = \frac{1}{\hbar} \nabla E(\vec{\kappa}) = \frac{dE}{d\vec{n}} = \nabla_{\vec{n}} E(\vec{n}). \quad (1.88)$$

Tsooni äärtel $E(k)$ on ekstremaalne, s.t. $\nabla_{\vec{\kappa}} E(\vec{\kappa}) = 0$ ja

$$\vec{v} = 0.$$

Elektronide ja aukude liikumine kristallisvälises väljajamõjul.

Vaatleme elektroni perioodilises väljas, kui temale mõjub täiendav väline tung \vec{F} . Kui tung \vec{F} on küllalt väike, nii et $F\vec{d} \ll \Delta E$, kus \vec{d} on võre konstant ja ΔE - keelatud tsooni laius, siis tungi \vec{F} mõjul ei toimu elektronide üleminekut järgmisse tsooni, vaid võib muutuda ainult elektroni lainevektor \vec{k} . Et klassikalised liikumise võrrandid kehtivad ka kvantmehaaniliste keskväärtuste jaoks, siis on loomulik eeldada, et energia jäävuse seaduse kuju on järgmine

$$\frac{dE(\vec{k})}{dt} = \vec{v} \vec{F}, \quad (1.89)$$

kus \vec{v} on kiirus, mille määrab valem (1.88), aga $E(\vec{k})$ - elektroni energia tsoonis, milles ta liigub.

Võrrand (1.89) ütleb, et elektronile rakendatud tungi \vec{F} töö ajaühikus on võrdne elektroni energia $E(\vec{k})$ muutumise kiirusega.

Et

$$\frac{dE(\vec{k})}{dt} = \sum_{\alpha} \frac{\partial E}{\partial k_{\alpha}} \frac{dk_{\alpha}}{dt} = \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{dt},$$

siis kasutades võrrandit (1.88) saame võrrandist (1.89)

$$\frac{d(\hbar \vec{k})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (1.90)$$

Siit on muuseas näha, et perioodilises väljas elektroni kvaasimpulss $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ on samal kohal kui vaba elektroni impulss vastavas vaba elektroni võrrandis.

Elektroni kiirendus, mille all mõistetakse tema kvant-

mehaanilise keskmise kiiruse muutumise kiirust, on võrdne

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \nabla_{\vec{k}} \vec{v} \frac{d\vec{k}}{dt} = \hbar^2 \nabla_{\vec{k}} (\nabla_{\vec{k}} E(\vec{k})) \vec{F} = \hbar^{-1} \nabla_{\vec{k}} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \frac{d\vec{k}}{dt}, \quad (1.91)$$

sest $\vec{v} = \hbar^{-1} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k})$ ja $\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{F}$.

$$\text{Suuruste } \frac{1}{\hbar^2} \nabla_{\vec{k}} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \equiv \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_x \partial k_x} = m_{\alpha\beta}^{-1}, \quad (1.92)$$

kogumit nimetatakse pöördedefektiivse massi üldistatud tenzoriks. Sama kujuga avalduseni jõudsimis valemis (1.74), kuid valemis (1.92) $m_{\alpha\beta}^{-1}$ sõltub \vec{k} -st. Kui elektroni energia on võrdne avaldisega (1.73), s.t. on võetud ruutlähenduses, siis

$$m_{ij}^{-1} = m_{\alpha\beta}^{-1}.$$

Kui efektiivse massi mittediagonaalsed elemendid on nullid, siis, tähistades tema diagonaalkomponendid vastavalt $1/m_1$, $1/m_2$ ja $1/m_3$, võib anda avaldisele (1.91) lihtsa kuju

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dv_x}{dt} &= F_x, \\ m_2 \frac{dv_y}{dt} &= F_y, \\ m_3 \frac{dv_z}{dt} &= F_z. \end{aligned} \quad (1.93)$$

Kui aga ka $m_1 = m_2 = m_3 = m^*$, siis

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}. \quad (1.94)$$

Näisugusel juhul on efektiivsel massil üks väärtus ja elektron liigub välise tungi väljas nagu lihtne osake, mille mass on m^* .

Valemities (1.74), (1.44) ja (1.73) võeti efektiivne mass kasutusele selieks, et kirjeldaada elektroni statsio-

naarseid olekuid.

Täiendava välise välja mõjul kristallis liikuva elektroni kirjeldamisel valemitega (1.90) - (1.94) avalduvad kristallvõrega seotud efektid lainepaketi inertsiaalsete omaduste modifitseerumises. Seda modifitseerumist iseloomustab efektiivne mass. Seega lühidalt öeldes, efektiivne mass iseloomustab elektroni dünaamilisi omadusi kristallvõres.

Valemist (1.91) on näha, et elektroni kiirenduse suuud üldiselt ei pruugi langeda kokku mõjuva välise tungi suunaga. Elektron kiirendub kõige tugevamini selles suunas, millele vastav efektiivne mass on kõige väiksem. Kõige väiksem on efektiivne mass aga piki samaenergia pinna lühimat peatelge.

Veel ebatavalisemate nähtustega puutume kokku tsooni ülemise ääre juures ehk Brillouin'i tsooni piiril.

Et tsooni tsentris ja äärel $\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial k} = 0$, siis elektroni grupikiirus on nendes kohtades null (vt. valem (1.88)). Nende punktide vahel $\nabla_{\vec{k}} E(\vec{k})$ peab läbima maksimumi. Maksimumile järgnevates punktides k kasvades v väheneb, s.t. suurus

$$\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial v_k}{\partial k} \quad (1.95)$$

muutub negatiivseks. Seega tsooni ülemisel poolel efektiivne mass on negatiivne. Siin väline tung aeglustab elektroni liikumist. Lainvektor kasvab pidevalt, kuid sellisel \vec{k} suurenemisel elektron läheneb tsooni äärele, kus vastasmõju võrega on kõige tugevam. Selle juhu vaatlemisel võetakse kasutusele aukude mõiste.

A u g u d .

Seni oleme auke vaadelnud kvalitatiivselt. Anname sellele vaatlusele matemaatilise formuleeringu.

Analoogiliselt klassikalise vooluavaldisega, mida põhjustab laeng - e, mis liigub kiirusega \vec{v} , kvantmehhaaniline vooluavaldis k-olekus oleva elektroni jaoks on järgmine

$$\begin{aligned} \vec{j}(\vec{k}) &= -e\vec{v}(\kappa) = -\frac{e\hbar}{m_i} \int \psi^* \nabla \psi d\tau = \\ &= -\frac{e\hbar}{2m_i} \int (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) d\tau. \end{aligned} \quad (1.96)$$

Avaldise (1.96) parem pool on voolutiheduse kvantmehhaaniline avaldis.

Me teame, et igasuguse sümmeetriaga kristallis

$$\vec{E}(-\vec{k}) = E(\vec{k})$$

ja järelikult, vastavalt valemile (1.88)

$$\vec{v}(-\vec{k}) = -\vec{v}(\vec{k}). \quad (1.97)$$

Kasutades valemite (1.97) on kerge näidata, et

$$\sum_{\kappa} \vec{v}(\vec{k}) = 0, \quad (1.98)$$

kus summeerimine toimub üle kõikide \vec{k} väärtuste Brillouin'i tsooni sees.

Järelikult täiesti täidetud valents-tsooni vool

$$\vec{j} = 2 \sum_{\kappa} j_{\kappa} = -e 2 \sum_{\kappa} \vec{v}(\vec{k}') = 0. \quad (1.99)$$

Tegur 2 arvestab seda, et igas \vec{k} olekus on kaks vastupidise spiniga elektroni.

Kui kristallile rakendada elektriväli $\epsilon = -\nabla \varphi$,

siis täiesti täidetud tsooni vool jääb endiselt nulliks. Tõepoolest, kui väli ei ole liiga tugev, siis elektrone ei viida üle juhtivustsooni ja valents-tsoon jääb täidetuks ka elektriväljas. Kui tsoon ei ole elektronidega täielikult täidetud, kuid väline elektriväli on võrdne nulliga, siis vool

$$j = 2 \sum_{\kappa} j_{\kappa} = 0, \quad (1.100)$$

sest elektronid paiknevad k -ruumis sümmeetriliselt.

Kuid kui elektronid täidavad tsooni osaliselt ja on rakendatud elektriväli, siis vool on nullist erinev, sest k -olekute arv, mis on täidetud väljale vastupidises suunas liikuvate elektronidega, kasvab.

Olgu $v(\vec{\kappa}, \delta)$ võrdne ühega, kui olek on täidetud elektroniga ja nulliga vastupidisel juhul (δ - iseloomustab spini). Tõenäosus selleks, et olek (k, δ) ei ole täidetud elektroniga (auk), on

$$v_n(\vec{\kappa}, \delta) = 1 - v_n(\vec{\kappa}, \delta). \quad (1.101)$$

Vooluavaldise saab nüüd kirjutada kujul

$$j = -e \sum_{\kappa, \delta} v_n(\vec{\kappa}, \delta) \vec{v}(\vec{\kappa}), \quad (1.102)$$

kus summeeritakse üle kogu tsooni või

$$\begin{aligned} j &= e \sum_{\kappa, \delta} [1 - v_n(\vec{\kappa}, \delta)] \vec{v}(\vec{\kappa}) = -e \sum_{\kappa, \delta} \vec{v}(\vec{\kappa}) + e \sum_{\kappa, \delta} v_n(\vec{\kappa}, \delta) \vec{v}(\vec{\kappa}) = \\ &= e \sum_{\kappa, \delta} v_n(\vec{\kappa}, \delta) \vec{v}(\vec{\kappa}). \end{aligned} \quad (1.103)$$

Siit on näha, et elektronidega mittetäielikult täidetud tsooni elektrivoolu saab kirjeldada kui positiivselt

(+e) laetud \vec{k} , σ -olekus olevate, kiirusega $\vec{v}(\vec{k})$ liikuvate kvaasiosakeste voolu.

Seega auk liigub sama kiirusega, millegã oleks liikunud elektron selles olekus.

Valentstsooni ülemise ääre juures elektroni efektiivse massi diagonaalkomponendid on negatiivsed, s.t.

$$-(m_{ij}^*)^{-1} = \hbar^{-2} \nabla_k \nabla_k E(\vec{k}), \quad (1.104)$$

kus m_{ij}^* on augu efektiivne mass. Selle tensori diagonaalsed komponendid on positiivsed.

Kui m_{ij}^* on diagonaalne tensor, siis

$$v_x = -\frac{\partial E}{\partial p_x} = m_{k_x} v_x \quad \text{ja} \quad m_{k_x} \frac{dv_x}{dt} = -F_x \quad \text{jne. (1.105)}$$

Siin F_x on elektronile mõjuva välise tungi x -telje suunaline komponent ja m_{k_x} - augu efektiivse massi tensori diagonaalkomponent.

Elektriliste tungide korral järeldeb viimasest avaldisest, et auk käitub nii nagu oleks tal positiivne laeng +e ja efektiivne mass on suuruselt võrdne, kuid vastasmärgiga kui puuduva elektroni efektiivne mass. Seejuures tuleb arvestada, et elektroni efektiivne mass tsooni lae juures on negatiivne.

Reeglina elektronide ja aukude efektiivsed massid on erinevad, sest nad kuuluvad erinevatesse tsoonidesse.

E f e k t i i v s e m a s s i m ä ä r a -
m i n e t s ü k l o t r o n r e s o n a n t -
s i a b i l .

Efektive massi määramise kõige otsesemaks meetodiks on nn. tsüklotronresonantsi meetod. Vaatleme elektroni liikumist "sfääriliste" tsoonide erijuhul ja olgu piki z -telge rakendatud magnetväli.

Liikumise võrrand (1.90) või (1.93) on teatud kitsendustega kehtiv ka juhul, kui on rakendatud Lorentzi tung. Siis

$$F = e \left(E + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{B}] \right). \quad (1.106)$$

Olgu

$$B = B_z \\ B_x = B_y = 0 .$$

Valemist (1.94), arvestades (1.106), saame

$$\begin{aligned} m^* \frac{dv_x}{dt} &= -eB_y ; \\ m^* \frac{dv_y}{dt} &= eB_x , \\ \frac{dv_z}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (1.107)$$

Kui algkiirus $v_z = 0$, siis osake kirjeldab x, y tasandil ringe. Selle ringi raadius on r ja kiirus ringil v . Siis

$$\frac{m^* v^2}{r} = Bev ,$$

kust

$$v = \frac{Br_0}{m^*} . \quad (1.108)$$

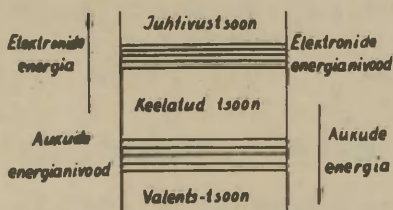
Sagedus ν_c , millega elektron "kirjutab" ringi, on

$$\nu_c = \frac{Be}{2\pi m^*} \quad (1.109)$$

See sagedus on nn. tsüklotronsagedus. Ta ei sõltu ringi raadiusest. Kui nüüd lisaks magnetväljale rakendada nõrk elektro-magnetiline väli, siis juhul, kui selle välja sagedus läheneb ν_c -le, hakkab elektron resonantsmehhanismi teel neelama elektro-magnetilist energiat ja suurendab selle energia arvel oma orbiidi raadiust. Sagedus ν_c on neeldumise kaudu mõõdetav ja seega on m^* määratav.

Energianivoode skeem.

Sageli osutub otstarbekohaseks esitada pooljuhi energia-spekter energianivoode süsteemina, nii nagu kujutatud joonisel 11. Selles skeemis aukude energiat arvestatakse elektronide energiale vastupidises suunas.



Joon. 11. Energianivoode skeem pooljuhis.

Energia, mis on vajalik paari elektron-auk tekita-
miseks, on

$$E = E_0 = \Delta E + E_c(\kappa) - E_v(\kappa'), \quad (1.110)$$

kus E_0 on süsteemi energia enne paari teket, E - süsteemi energia pärast paari teket, $E_c(k) + \Delta E$ - elektroni energia juhtivustsooni põhja ligikal ($E_c(k)$ avaldub (1.75) abil), $E_v(k)$ - elektroni energia valents-tsooni ääre naabruses, avaldatud arendusena (1.75). See viimane liige on augu energia valents-tsoonis. Suurus - $E_v(k')$ on positiivne, sest $E_v(k')$ arvestamist alatakse valents-tsooni maksimumist.

Kristalli energia muutumist võib kirjutada järgmise avaldisega

$$E - E_0 = \Delta E + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left(\frac{k_x^2}{m_1} + \frac{k_y^2}{m_2} + \frac{k_z^2}{m_3} \right) + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left[\frac{(k_x')^2}{m_1'} + \frac{(k_y')^2}{m_2'} + \frac{(k_z')^2}{m_3'} \right], \quad (1.111)$$

kus ΔE on minimaalne energia, mida tuleb kulutada elektroni üleviimiseks valents-tsoonist juhtivustsooni.

Energia ΔE on kõige tähtsam pooljuhti iseloomustav parameeter, kuna ta määrab kõrgel temperatuuril suurel määral pooljuhi elektrijuhtivuse ja selle sõltuvuse temperatuurist.

Teine ja kolmas liige avaldises (1.111) on elektroni ja augu kineetiline energia.

Elektronide liikumise kirjeldamiseks välises väljas kasutatakse ka nn. kõverdatud tsoonide skeemi.

Perioodilises väljas lainevõrrandi lahendid on Blochi funktsioonid. Kui aga on rakendatud ka väline väli, siis potentsiaalne energia

$$V_{\text{pot.}} = V(x) + \varphi(x), \quad \text{kus}$$

$V(x)$ on perioodiline potentsiaal ja $\varphi(x) = -e\mathcal{E}x$ on mitteperioodiline funktsioon.

Probleemi ligikaudseks lahendamiseks annab võimaluse see asjaolu, et reaalsed välised elektriväljad on nõrgad, s.t. $\varphi(x)$ muutub vähe võre perioodi jooksul, s.t.

$$\frac{d \frac{d\varphi}{dx}}{\bar{V}} \ll 1, \quad (1.112)$$

kus \bar{V} on $V_{pot.}$ keskväertus.

Reaalses kristallis keskmine potentsiaal $\bar{V} \approx 1 eV$
ja $d \sim 10^{-7}$ cm.

Tingimus (1.112) on täidetud veel, kui $\varepsilon \ll 10^7$ V/cm.
Koguenergia operaator on välise välja puudumisel

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x). \quad (1.113)$$

Häirimatu ülesande Schrödingeri võrrand on

$$H\psi_B = E_B \psi_B, \quad (1.114)$$

kus E_B ja ψ_B on vastavalt häirimatu probleemi energia ja omafunktsioonid.

Välja olemasolu korral, rakendades häiritusmeetodit, saame

$$H\psi = \{E - \varphi(x)\} \psi,$$

kus lainefunktsioonid ei ole enam Blochi funktsioonid.

Kui $\varphi(x) = \text{const.}$, siis saaksime endise lahendi.
See on ligikaudu õige ka aeglaselt muutuva potentsiaali korral. Siis

$$E - \varphi(x) = E_B. \quad (1.115)$$

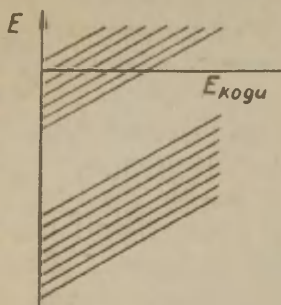
Ülesanne laheneb kohe, kui võtta uueks energia väärtuseks

$$E = E_B + \varphi(x).$$

Kui $\varphi(x) = \text{const.}$, siis igale energiale vastab erinev lainearv.

Kui $\varphi(x) \neq \text{const.}$, siis tsooni skeemi saab kuju-

tada järgmisel viisil (vt. joonis 12).



Joon. 12.

Elektroni koguenergia liikumisel selles väljas on konstantne \vec{k} ja kvaa-
siimpulsi väärtus muutub ning x kasvades kasvab potentsiaalne ja väheneb kineetiline energia. Konstantses elektriväljas elektroni \vec{k} vektor juhtivustsoonis pidevalt kasvaks, ning elektron eemalduks tsooni põhjast (miinimumist). Sel juhul ei ole võimalik pidada tema efektiivset massi konstantseks. Nimelt,

liginedes juhtivustsooni ülemisele poolele, ta muutuks negatiivseks, s.t. selles piirkonnas elektron hakkaks elektrivälja mõjul aeglustuvalt liikuma. Tekiks elektroni perioodiline liikumine. Senini sellist nähtust ei ole jälgitud, sest et vaba tee pikkus ei ole küllalt suur (kristall ei ole ideaalne).

II. POOLJUHTIDE EHTUS. LISANDID JA DEFEKTIID KRISTALLIDES.

L i s a n d i d j a d e f e k t i d k r i s - t a l l i d e s .

Reaalse kristalli kristallvõre ei ole ideaalselt perioodiline. Lisaks aatomite võnkliikumisele oma tasakaaluasendi ümber, mis on kristalli ideaalse perioodilisuse häirumise põhjuseks, on veel rida teisi korrapärasuse häiritusi. Neid ja nende mõju me hakkame vaatlama.

Ideaalse kristali iga aatom või ioon asub potentsiaalse energia miinimumile vastavas asendis.

Selle tulemusena kristalli aatomid (ioonid) paiknevad üksteise suhtes korrapäraselt. See korrapärasus ulatub üle kogu kristalli.

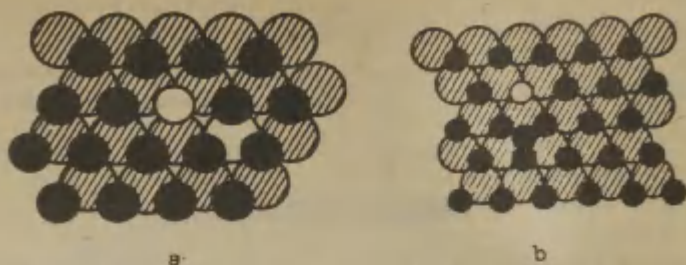
Mittekorrapärane kristall.

Mittekorrapärane on kristall, mille koosseis on küll stöhhiomeetriline, kuid milles esinevad aatomite või ioonide korrapärasest asetusest kõrvalekalded. Mitte kõik sellise kristalli aatomid ei asu potentsiaalse energia miinimumile vastavas asendis. Sellised kristallid on lihtsaimate reaalsete kristallide näidised ja need võivad sisaldada kahte tüüpi defekte, mis on defektsete kristallide omaduste selgitamisel olulise tähtsusega. Need on Schottky ja Frenkeli defektid.

Schottky defekt on lihtsalt tühi võre sõlm (vt. joon. 13a). Ta võib esineda ühesugusest aatomitest moodustatud struktuuris (näiteks metallis), ioonkristalli katioon- või anioonvõres, kovalentse keemilise sidemega struktuuris (Ge, Si) ja molekulaarsetes kristallides (orgaanilised ühendid). Ioonkristallis sel juhul katioonvakantside arvule vastab sama suur anioonvakantside arv. See nõue tuleneb neutraalsuse tingimusest.

Frenkeli defekte võib kujutada nii nagu kujutatud joonisel 13b. Aatom on nihkunud regulaarsest võre sõlmest (tetraedriline koordinatsioon) võre aatomite vahele (oktaedriline koordinatsioon).

Schottky defektide olemasolu tingimused on Frenkeli defektide olemasolu tingimustest vähem ranged. Ühesuguste aatomitega kristallides või ka kahte liiki aatomitega (ioonidega) kristallides, mille aatom- (või ioon-) raadiused on ligikaudu võrdsed, ei ole aatomi (iooni) asetumine võre vahemikkudesse energeetiliselt tulus ning Frenkeli defektide tekkimise tõenäosus on väike.



Joon. 13. a - Schottky ja b - Frenkeli defektid.

● - kation, ○ - anioon, O - tühi võre sõlm.

Sellise kristalli näiteks, kus esinevad Schottky defektid, ning kus Frenkeli defektide tekkimine on takistatud, on KCl. KCl katiooni ja aniooni raadiused erinevad vähe üksteisest ($K^+ - 1,33 \text{ \AA}$, $Cl - 1,81 \text{ \AA}$) ning tihedalt asetatud anioonide vahele jäävas tetraeedrilise konfiguratsiooniga "tühikus" ei ole küllaldaselt ruumi katiooni K^+ mahutamiseks.

Frenkeli defektid (koos teiste defektidega) esinevad AgBr katioonvõres ($Ag^+ - 1,13 \text{ \AA}$, $Br^- - 1,95 \text{ \AA}$), kus aniooni suhteliselt suure raadiuse tõttu tihedalt üksteise kõrval asuvate anioonide vahele jääb küllalt ruumi "väikese" katiooni mahutamiseks mittereeglipäraselt.

Mõlemat tüüpi defektid põhjustavad naaberaatomite või ioonide nihkumise. Selle nihke suurus ja märk on määratud vaadeldava aatomi või iooni mõõtmete ja tema laengu, aga ka võre ehituse ja seose energia poolt.

Mittestöhhiomeetrilised kristallid.

Need kristallid, mis moodustavad suure ja tähtsa grupi, on iseloomustatud ühe komponendi liia või puudujäägiga võrreldes koostise stöhhiomeetrilise valemiga. Komponentide ideaalse suhte säilimine ei ole üldiselt vajalik; mõnel ühendil (FeO) on ideaalne koosseis metastabiilne.

Stöhhiomeetriliste kõrvalekaldumiste laad sõltub liigse komponendi (katiooni või aniooni) liigist ja anioonide ning katioonide võimalikust valentsist. Näiteks NaCl kristall, kui seda kuumutada Na aurudes, rikastub Na aatomitega, mis asuvad regulaarsete võresõlmede kohal (Na^+). Samal ajal li-saelektronid (iga lisa Na aatom annab ühe elektroni) haaratakse protsessi tagajärjel tekkinud vakantsete anioonsõlmede naabruses.

Vakantsed anioonsõlmed mõjuvad kristallis kui efektiivsed positiivsed laengud ning nad loovad kulonilise välja, mis on võimeline siduma elektrone. Peetakse tõepäraseks, et elektron on seotud anioonsõlme tühikuga ja mitte üksiku Na aatomiga. See on F-tsenter (F-Farben).

Need vakantsi poolt haaratud elektronid annavad

kristallile täiesti iseloomulikud optilised (NaCl muutub kollaseks, KCl muutub tumesiniseks jne.) ja elektrilised omadused. Mainime, et vakantsed katioonsõlmed mõjuvad kristallivõres kui negatiivse efektiivse laenguga tsentrid ja nad on võimelised siduma positiivseid laenguid.

Defektid tekivad ka aatomite või ühendite tahkete lahuste moodustamisel.

Heterotüüpsed tahked lahused.

Kahe soola, millest ühe katioonid on teise katioonidest erineva laenguga, kuid mille anioonid on identsed, tahke lahuse tekkimine toob kaasa vakantsete kohtade tekkimise katioonvõres selleks, et kompenseerida lisalaengut. Selliseid tahkeid lahuseid nimetatakse heterotüüpseteks. Näiteks segukristallides $\text{AgCl} - \text{CdCl}_2$ katioonvakantside arv võrdub ole-

masolevate Cd ionide arvuga. Sellises kristallis on katioonidel anomaalselt suur liikuvus jaioonjuhtivus. On olemas suur hulk selliseid anomaalseid tahkeid lahuseid, mis moodustuvad kas vahemikuliste ionide või vakantsete sõlmede tekkimisega.

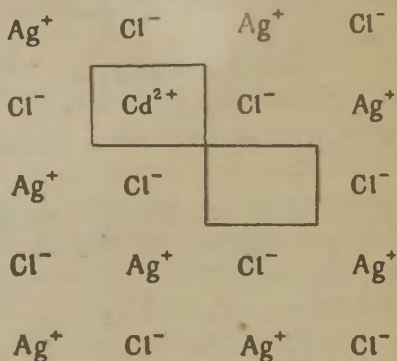
Defektse kristalli termodünaamikast.

Vaatame, kas süsteemi vabal energial F antud temperatuuri juures ja defektide mingil kontsentratsioonil või antud kontsentratsioonil ja mingi temperatuuri juures võib olla miinum.

Kui mingi defekti tekitamiseks tuleb kulu- tada teatud lõplik ener- giahulk, siis kõikidel temperatuuridel, mis on absoluutsest nullist kõrgemal, peab olema seda tüüpi defek- tide teatud tasakaaluline kontsentratsioon. Ülesandeks on tuletada valemid, mis määraksid erinevat tüüpi defektide tasakaalulise kontsentratsiooni ja defektse faasi tasakaa- lulisuse astme.

Ülesanne seisneb 1) täieliku statistilise summa välja- kirjutamises, et 2) selle suuruse kaudu väljendada vaba energia, ja 3) tasakaalutingimuse formuleerimises vaba ener- gia kaudu. Viimane ütleb, et tasakaaluolekus peab vaba energia F olema minimaalne.

Süsteemi lähtemudeliks on mõistlik valida mingi stan- dardne algolek ja siis uurida selle muutusi. Näiteks de- fektide uurimiseks stõhhiomeetrilistes kristallides on ots- tarbekohane valida standardseks olekuks ideaalne s*õhhi- meetriline kristall.



Joon. 15. $AgCl - CdCl_2$ segu- kristall.

Antud temperatuuril ja muutumatu ruumala V korral vaba energia

$$F = U - TS \quad (2.1)$$

(U - energia, S - entroopia) on minimaalne.

Vaatleme Frenkeli defektide tekkimist stõhhiomeetriselises kristallis.

Entroopia kasvamisest põhjustavad sel juhul nii N_1 iooni võre sõlmede vahel kui ka niisama suure arvu N_1 iooni puudumine regulaarsetes võre sõlmedes.

Entroopia avaldub järgmiselt

$$S = \kappa \lg w_1 + \kappa \lg w_2, \quad (2.2)$$

kus w_1 on N_1 dissotsieerunud iooni võimalike asetuste arv kristallvõre N_1 võre sõlmede vahelises kohas:

$$w_1 = \frac{N_1!}{(N_1 - N_i)! N_i!} \quad (2.3)$$

ja w_2 N_1 tühja võre sõlme võimalike asendite arv N_2 kristallvõre regulaarses sõlmes.

$$w_2 = \frac{N_2!}{(N_2 - N_i)! N_i!} \quad (2.4)$$

Energia avaldub järgmiselt:

$$U = N_i \epsilon, \quad (2.5)$$

kus ϵ on energia kulu ühe iooni viimiseks võre sõlmede vahele.

Vaba energia

$$F = N_i \epsilon - \kappa T [\lg w_1 + \lg w_2]. \quad (2.6)$$

Tasakaalulise kontsentratsiooni saame F miinimumi tingimusest

$$\frac{dF}{dN_i} = 0. \quad (2.7)$$

Kasutades Stirlingi valemit $\lg N! = N(\lg N - 1)$
 saame

$$N_i = \sqrt{N_1 N_2} \cdot e^{-\frac{E}{2kT}} \quad (2.8)$$

Ka teiste defektide jaoks saab analoogilisel viisil arutada nende tasakaalulise kontsentratsiooni. Selleks tuleb vaba energia avaldis õigesti välja kirjutada ning selle minimumi tingimustest leitakse otsitavad kontsentratsioonid. Näiteks Shottky defektide kontsentratsioon N_i avaldub järgmiselt

$$\frac{N_i}{N - N_i} = e^{-\frac{E_s}{kT}} \quad \text{ning kui} \quad N_i \ll N, \quad \text{siis}$$

$$N_i = N e^{-\frac{E_s}{kT}}, \quad (2.8a)$$

kus E_s on energia, mis on vajalik aatomi viimiseks kristalli seest tema pinnale.

Stõhhiomeetrilises kristallis Frenkeli defektide tekkimisel üheaegselt vahemikulise iooniga tekib tühi katioon-sõlm. Need defektid tekivad ja kaovad sel juhul paaridena ning sellist protsessi nimetatakse bimolekulaarseks. Monomolekulaarse protsessi näiteks on Shottky defektide tekkimine ja kadumine.

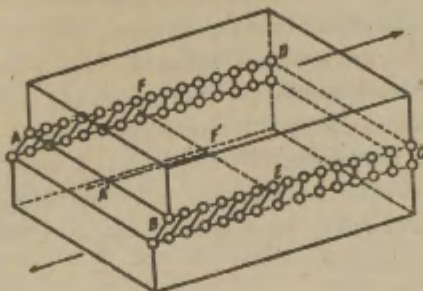
Dislokatsioonid.

Seni vaadeldud defektid olid nn. punktdefektid. Defektid võivad aga ka koaguleeruda ning moodustada mitmesuguseid kombinatsioone.

Vaatleme defekte, mis tungivad kristalli tunduvas ulatuses. Mehhaaniliste mõjutuste tõttu võivad kristallis tekkida kristallvõre tasandite suhtelised nihked.

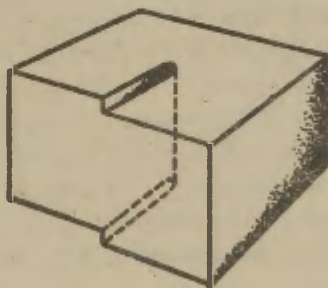
Ääredislokatsioonide tekkimist võime kujutada kui nihkedeformatsiooni tagajärge (vt. joon. 16).

Piirkonnas $ABEF$ on aatomid nihutatud rohkem kui poole võrekonstandi võrra. Piirkonnas $FECD$ on aatomid nihutatud vähem kui poole võrekonstandi võrra. EF tähistab dislokatsioonijoont. $A'F'$ tähistab nihke suunda.



Joon. 16. Ääredislokatsioon.

Kruvidislokatsioon on skemaatiliselt kujutatud joonisel 17. Punktirjoonega on näidatud dislokatsioonijoon. Selle joone naabruses on võre maksimaalselt häiritud.



Joon. 17. Kruvidislokatsioon.

Keemiline side kristallides.

See asjaolu, et teatud tingimustes aatomid võivad moodustada püsivaid molekule ja kristalle, tõendab seda, et nende vahel eksisteerivad tõmbetungid, mis umbes 10^{-8} cm kaugusel tasakaalustatakse tõuketungide poolt. Selle kirjeldamiseks võib kasutada aatomite vastatikuuse mõju potentsiaalset energiat. Potentsiaalse energia miinimumile vastab aatomite tasakaaluasend kristallis või molekulis.

Keemilised sidemed jaotatakse ioon-, kovalentseks ja van der Waalsi sidemeks.

Ioonside.

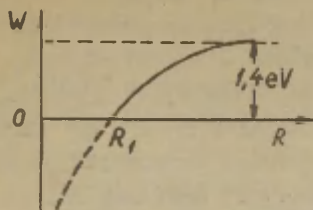
Ioonside on ülekaalus leelishalogeniidkristallides (NaCl, KJ, CsCl jne.) ja ta realiseerub kui kuloniline vastasmõju. NaCl võib vaadelda koosnevana positiivsest Na^+ ionist ja negatiivsest Cl^- ionist. Valentselektroni eemaldamiseks Na aatomi + on vaja energiat 5,2 eV. Energia, mis eraldub elektroni ühinemisel klooriga, on 3,8 eV. Seega Na^+ ja Cl^- ioonpaari tekkimiseks kulub 1,4 eV. Kui nüüd vaadelda Na^+ ja Cl^- ioonidest koosneva süsteemi energiat sõltuvalt ioonidevahelisest kaugusest, siis suurel kaugusel on sellisel süsteemil 1,4 eV rohkem energiat kui Na ja Cl aatomitel. Ioonide lähendamisel nende kulonilise vastasmõju energia väheneb kuni punktis R_1 ta vastab Na ja Cl aatomite energiale.

Kui $R < R_1$, siis on süsteemil kasulikum eksisteerida ioonidena Na^+ ja Cl^- .

Kaugust R_1 võib ligikaudselt hinnata seosest

$$\frac{e^2}{R_1} = 1,4 \text{ eV},$$

kust $R_1 \approx 10^{-7}$ cm.



Joon. 18. Na ja Cl ioonide vastastikuse mõju energia sõltuvus ioonidevahelisest kaugusest.

ei või olla ühes ja sellesamas ruumpunktis, ilma et nende kineetiline energia sealjuures ei kasva. Samuti ei ole nüüd positiivsed tuumad enam üksteisest elektronkatete poolt täielikult ekraniseeritud. Tõuke- ja tõmbetungide (esimesed muutuvad kaugusega väga kiiresti) resultaadinna saame miinimumiga potentisaalse energia kõvera.

Ioonkristallide omapäraks on see, et reeglina nad on läbipaistvad spektri nähtavas piirkonnas. Kõrgel temperatuuril nad on ioonjuhid. Keelatud tsooni laius on suur ($\sim 5 - 6$ eV) ja nad kuuluvad seega isolaatorite hulka.

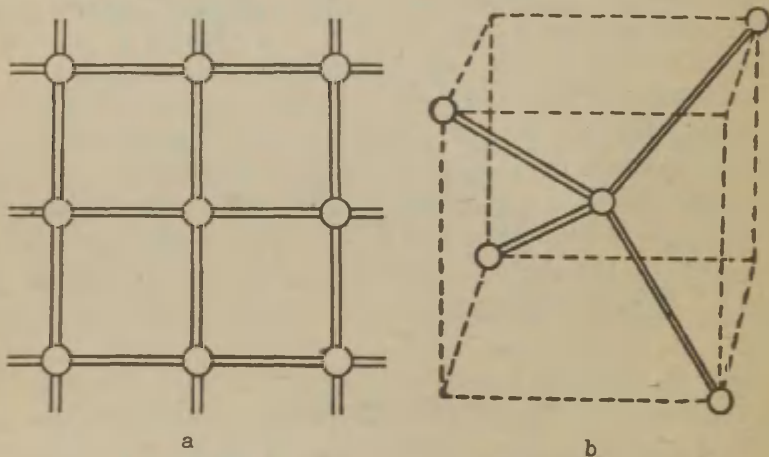
Kovalentne side.

Vesiniku molekuli eksisteerimise seletamine on võimalik ainult kvantmehhaanika abil. See oli omal ajal üheks raskeks probleemiks. Heitler ja London (1927) näitasid, et kahe elektroni ümberjaotumisel kahe ühesuguse tuuma vahel tekib tugev keemiline side, kui elektronide spinid on antiparalleelsed, ja tugev tõukumine, kui spinid on paralleelsed. Esimesel juhul tekkivad tungid on täiesti kvantmehhaanilise päritoluga, mis on seotud samasuguste osakeste kvantmehhaanilise eristamatuse printsiibiga.

Kahe-elektroonse kovalentse seose ettekujutuse abil ja

Ioonide liigset lähene-
mist ($R < 3 \cdot 10^{-8}$ cm) takis-
tavad kasvama hakkavad tõuke-
tungid. Aatomite tõukumist
saab ette kujutada järgmiselt.
Väikestel kaugustel tekib tõu-
kumine nende elektronkatete
üksteise sisse tungimisel.
See tõukumine on seotud elekt-
ronide kineetilise energia
kasvuga. Pauli printsiibi ko-
haselt kaks ja enam elektroni

kasutades kaalutlusi kaheksaelektronsete kinniste elektronkatete kohta, on võimalik saada ettekujutust keemilisest sidemest pooljuhtide väga tähtsas grupis - Ge, Si, α -Sn, C (teemant). Need elemendid kuuluvad Mendelejevi süsteemi 4. gruppi ja neil on neli valentselektroni 2 s ja 2 p. Kristalli tekkimisel valentselektronid jaotuvad kristalli naaberaatomite vahel. Kui lähimate naabrite arv igal aatomil on neli, siis ümberjaotunud elektronide pilvi arvesse võttes on iga aatom ümbritsetud 8-elektronilise stabiilse elektronkattega.



Joon. 19. Ge(Si) kristallvõre sidemed: a) skemaatiliselt; b) ruumiliselt.

Sideme paari moodustavate elektronide summaarne spin on null. Niisuguseid pooljuhte nimetatakse kovalentse sidemega pooljuhtideks.

Valents-tsoon vastab sidemeid moodustavatele elektronidele. Kui võtta ära üks elektron mõnelt valentssidemelt, siis moodustunud elektroni tühik - auk - võib vabalt liikuda mööda kristalli. See on võrdne Ge^+ (Si^+) ioonoleku

"liikumisega" mööda kristalli, s.t. positiivse laengu +e liikumisega.

Elektron, mis on lahkunud mõnelt Ge kristalli sidemelt ja läinud selle kristalli teisele, kaugel asuvale Ge aatomile, on ekvivalentne vaba elektroniga (Ge^- ioonoleku levimine).

Keemilise sideme ettekujutuse seisukohalt keelatud tsooni laius ei ole muud midagi kui minimaalne energia, mida on vaja kulutada, et viia keemilise sideme elektron kaugel asuva aatomi lisaelektroniks. Selle energia väärtus on ränis 1,1 eV, germaaniumis 0,70 eV ja teemandis 5,6 eV.

Puhta kovalentse sidemega on IV grupi elemendid ja nähtavasti ka Te ja Se. Teistel juhtudel on enamasti teguioon- ja kovalentse sideme "seguga".

Van der Waalsi tungid.

Tungide nimetus peegeldab fakti, et neutraalne isotroopne aatom võib elektrivälja mõjul polariseeruda ja et isegi kaks neutraalset isotroopset aatomit indutseerivad üksteises väikesed diipolmomendid. Need momendid on tingitud fluktuatsioonidest, mis tekivad nn. virtuaalsete ergutatud olekute olemasolu tõttu.

Selle tulemusena tekib iooni ja neutraalse aatomi vahel potentsiaal, mis muutub pöördvõrdeliselt kauguse neljanda astmega ($-\frac{1}{r^4}$). Paranduslikmena tuleb seda tungi arvestada ka ionide interaktsiooni avaldises.

Kahe neutraalse aatomi korral van der Waalsi potentsiaal on pöördvõrdeline kauguse kuuenda astmega ($\frac{1}{r^6}$).

Van der Waalsi tungid on peamised tungid keemiliselt mitteaktiivsetest aatomivest moodustunud kristallide sidemetes (inertsed gaasid), aga ka molekulaarsetes tahketes ainetes.

Kolmevalentsetest ja viievalentsetest lisanditest tingitud lokaalsed niivõrd germaaniumis ja ränis.

Kristalli defektid (vt. eespool) loovad kohaliku välja, mis mõjub elektronile.

Vaatleme ränikristalli põhivõre aatomi asendanud arseeni aatomit. Selle neli valentselektroni võtavad osa valentssidemete moodustamisest analoogiliselt räni aatomite elektronidega. Viies valentselektron on kristalli sõlmega nõrgemini seotud. Ta liigub võre ja arseeni ühelaengulise iooni väljas. Selle tõttu, et kuloniline väli muutub aeglaselt, võib ülesande lahendada nn. efektiivse massi meetodil. Selle meetodiga puutusime põgusalt kokku eelmise peatüki lõpus, kus käsitlesime elektroni käitumist aeglaselt muutavas välises lisaväljas.

See viies arseeni aatomi valentselektron, mis ei võta osa valentssidemete moodustamisest, kuid mis on vajalik kristalli neutraalsuse säilitamiseks, võib olla iooni naabruses nii seotud (lokaliseeritud) olekus kui ka vabas olekus räni juhtivustsoonis. Kristalli mõju lisandi iooni kulonilisele väljale võib ligikaudselt arvestada kristalli dielektrilise konstandi χ kaudu, kujutades, etioon on asetatud homogeensesse dielektrikusse. Sel juhul lisaväli

$$u(r) = -\frac{e^2}{\chi r}. \quad (2.9)$$

See kehtib suuritel kaugustelioonist ($r \gg a$). Häiritusarvutuse kaudu taandub ülesanne sel juhul vesiniku aatomi tavalisele ülesandele, kus elektroni massiks tuleb võtta efektiivne mass m^* ja $e^* = \frac{e}{\chi}$.

Kui elektron asub lisandi iooni naabruses seotud olekus, siis tema energia

$$W_n = - \frac{m^*(e^*)^4}{2 \hbar^2 n^2} = \frac{m^* W_H}{n^2 \chi^2 m} = \frac{m^*}{m} \frac{1}{n^2 \chi^2} \cdot 13,5 \text{ eV}, \quad (2.10)$$

kus W_H on vesiniku aatomi ionisatsiooni energia, m - elektroni mass ja n - kvantarv (täisarv).

Tegelikult on ränis ja germaaniumis efektiivne mass tensor. Loeme ligikaudselt, et germaaniumis $m^* = 0,2 m$. Germaaniumi suhteline dielektriline konstant $\chi \approx 16$. Saame $W_1 = 0,01 \text{ eV}$.

Eespool esitatud arutluse järgi kõik viievalentsed elemendid annavad ühesuguse sügavusega lokaalsed nivood. Tegelikult siiski W_1 tunduvalt varieerub olenevalt lisandist, seda eriti Si korral.

Ränis $\chi = 12$, $m_e^* \approx 0,5 m$ ja siis $W_n = 0,048/n^2 \text{ eV}$. Eksperimendist määratud ionisatsioonienergia W_1 väärtus fosfori korral on $0,044 \text{ eV}$ ja vismuti korral $0,067 \text{ eV}$. Suurus W_1 on võrdne energeetilise vahega doonorinivoo ja juhtivustsooni põhja vahel. See vahe on väike võrreldes keelatud tsooni laiusega.

Analoogiliselt võib vaadelda augu liikumist ränis või germaaniumis aktseptoriooni (näiteks Ga^-) väljas, kuid asja teeb keerulisemaks valents-tsooni kõdumine.

Eespool kirjeldatud lisandi nn. vesiniku aatomi taolise mudeli, mis baseerub efektiivse massi meetodil, rakendamise edukus sõltub selle piirkonna suuruselt, milles on lokaliseerunud elektron. Kui elektroni orbiit on suur, siis on õigustatud kristalli vaatlemine pideva dielektrikuna. Elektroni orbiidi raadiust hindame nn. Bohri orbiidi raadiuse a_n abil. Selle saab arvutada järgmisest valemist

$$a_n = \frac{m}{m^* e} \frac{\epsilon \alpha_0 n^2}{\epsilon_0}, \quad (2.11)$$

kus $a_0 = 53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ on vesiniku esimese Bohri orbiidi raadius.

Viievalentsete doonorlisandite korral germaaniumis vastavalt valemile (2.11) $a_1 = 80 a_0$.

Seega lisandi nõrgalt seotud elektroni lainefunktsioon, mis on maksimaalne Bohri orbiidi naabruses, hõlmab väga suure arvu võre sõlmi. Lisandi elektroni "elektronpilve" suure ulatuse tõttu potentsiaalse energia väärtuses on väga väikese osatähtsusega "pilve" piirkond vahetult tsentri lähedal. See õigustab tavalise kulonilise potentsiaali kasutamist lisandi energianivoode sügavuse ligikaudseks arvutamiseks.

T e i s t e l i s a n d i t e p o o l t t e k i -
t a t u d l o k a a l s e d n i v o o d g e r -
m a a n i u m i s j a r ä n i s .

Kahe või enama valentsielektroni puudujäägi või liiaga lisandite energeetiliste nivoode üldist teooriat ei ole.

Eksperimentaalselt on tehtud kindlaks, et seda liiki doonorlisandid põhjustavad energianivoosid, mis asuvad üsna sügaval juhtivustsooni all, aktseptorlisandid aga nivoosid üsna kõrgel valents-tsooni kohal.

Mõned lisandid annavad terve spektri lokaalseid nivoo-
sid, mis vastavad ühe ja sama aatomi laengu erinevatele olekutele.

Näiteks Au annab germaaniumis aktseptorinivoo 0,15 eV ülalpool valents-tsooni ja teise nivoo 0,2 eV allpool juhtivustsooni.

E k s i t o n i d .

Kristallide tsooniteooria ei ole võimeline tema aluseks olevate lihtsustuste tõttu kirjeldama kõiki võimalikke (lubatud) kristalli energeetilisi olekuid.

Lähtudes sellest, et elektronid ja augud liiguvad elektrivälja mõjul kristallis nii nagu vabad osakesed massiga m_e ja m_h , on lihtne veenduda, et elektron ja auk võivad kristallis moodustada omavahel seotud süsteemi, mille

energiaspekter on diskreetne, ja mis võib liikuda mööda kristalli. Selline süsteem on eksiton. Liikuv eksiton on kristalli ergutatud olek, mida teatud juhtudel võib vaadelda kui kristalli aatomi ergutatud olekut, mis võib kanduda edasi ühelt aatomilt teisele kvantmehaanilise resonantsi tõttu.

Kui lihtsuse mõttes eeldada, et elektronile ja augule vastavad skalaarsed efektiivsed massid m_e^* ja m_h^* , siis eksitoni ülesanne taandub lihtsale vesiniku aatomi taolisele ülesandele, s.t. ülesandele kahe osakese liikumise kohta teineteise kulonilise tõmbetungi väljas.

Eksitoni energia (arvestatud eksitoni täieliku dissotsiatsiooni olekust, kui elektron ja auk asuvad üksteisest lõpmatult kaugel) on võrdne

$$W_{ex}^n = -\frac{m_r}{m} \frac{\epsilon_0^2 W_H}{\epsilon^2 n^2}, \quad (2.12)$$

kus m_r - kahest osakesest koosneva süsteemi "taandatud" mass $m_e m_h / (m_e + m_h)$. Teised suurused on sama tähendusega kui valemis (2.10). Valemite (2.12) ja (2.10) võrdlemine näitab, et nad on täielikult analoogilised.

Kui $m_e = m_h$, siis $m_r = 1/2 m_e$ ja $W_{ex}^n = -\frac{1}{2} W_H$.

Seega eksitoni energia põhiolekus W_{ex}^1 on IV grupi elementide pooljuhtides suurusjärgult võrdne V grupi elementide doonorinivoo sügavusega nendes pooljuhtides. Järelikult eksitoni seose energia Ge-is on umbes 0,005 eV. See väärtus langeb peaaegu täpselt kokku eksperimentaalselt määratud väärtusega.

Eksitonide energeetilisi nivoosid ei saa kujutada ühelektroonsetel energiatsooni diagrammidel.

III. LAENGUKANDJATE TASAKAALULINE KONTSENTRATSIOON.

Elektronide jaotumine energianivodel.

Käesolevas peatükis vaatleme pooljuhtide mõningaid omadusi, mis on tingitud kristallvõre soojuslike võnkumistega statistilises (termodünaamilises) tasakaalus olevatest vabadest elektronidest. Statistilises tasakaalus oleva süsteemi tähtsaks iseärasuseks on, et tema omadused ei sõltu selle interaktsioonimehhanismist, mille tulemuseks süsteem saavutab tasakaalu. Seepärast tasakaaluoleku uurimisel ei ole vaja käsitleda vabade elektronide ja aukude ning kristallvõre võnkumiste interaktsiooni konkreetset mehhanismi ega ka elektronide (aukude) soojusliku ergutamise ja rekombineerumise protsesse. Hiljem me näeme, et need protsessid on olulised kineetiliste nähtuste käsitlemisel.

Üheelektroonses lähenduses arvestatakse kristalli elektronide vastastikust mõju enesega kooskõlas oleva vabade kaudu, milles iga üksik elektron liigub sõltumatult teistest. Statistika seisukohast vastab üheelektroonne lähend ideaalse gaasi mudelile. Statistilise tasakaalu olekus elektronide ideaalne gaas allub Fermi-Dirac'i statistikalale. Tõenäosus selleks, et statistilise tasakaalu korral temperatuuri T juures energianivoo, millel oleva elektroni energia on E , oleks hõivatud elektroniga, on

$$f_0(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_0 T} + 1} \quad (3.1)$$

Siin μ - elektroni keemiline potentsiaal,

k_0 - Boltzmanni konstant.

Energianivoo, mis vastab μ -le, kannab Fermi nivoo nimetust. Fermi nivoo on ühel kõrgusel "mitmefaasilises" tasakaalus oleva süsteemi kõikides osades. Näiteks kahest kontaktis olevast erinevast pooljuhist koosnevas süsteemis on Fermi nivoo samal kõrgusel mõlemas pooljuhis.

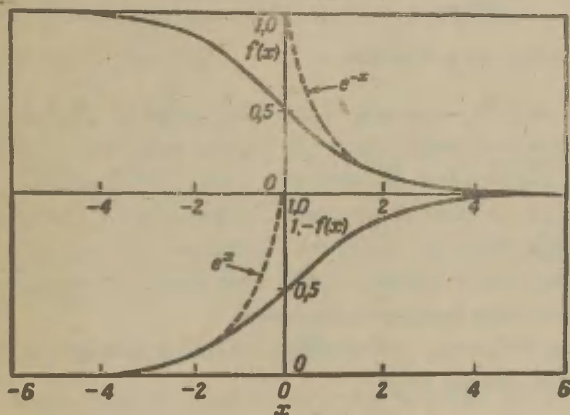
Valemiga (3.1) esitatud funktsiooni kutsutakse Fermi-Dirac'i jaotusfunktsiooniks. Vastavalt sellele funktsioonile jaotuvad energianivoodel kõik osakesed, mis alluvad Pauli printsiibile. Avaldise (3.1) võib kirjutada järgmisel kujul

$$f(E) = f\left(\frac{E - \mu}{k_0 T}\right), \quad (3.1a)$$

kus

$$f(x) = \frac{1}{e^x + 1}. \quad (3.2)$$

Joonisel 20 on esitatud selle funktsiooni sõltuvus argumendist x .



Joon. 20. Fermi-Dirac'i funktsioon $f(x)$. Punktiiriga on esitatud funktsioonid e^x ja e^{-x} .

Funktsioonil $f(x)$ on järgmised omadused. Ta on väike, kui x on suur (positiivne) ja sellepärast on energianivoo E täitumise tõenäosus väga väike, kui $E - \mu \gg kT$. Teiselt poolt, $f(x) \approx 1$ suurte negatiivsete x väärtuste korral, kust järeldub, et nivoo on peaaegu kindlasti täidetud, kui $E - \mu \ll kT$. Mainime ka, et $f(0) = \frac{1}{2}$, nii et Fermi nivoo kohal oleva energianivoo ($E = \mu$) täitumise tõenäosus on pool. See tähendab, et see nivoo võib ühesuguse tõenäosusega olla kas tühi või elektroniga täidetud. Igal juhul energianivood $E > \mu$ on eelistatult tühjad ja nivood $E < \mu$ on eelistatult täidetud. Selle piirkonna energetiline laius, milles $f(E)$ väärtus muutub tühiselt väikesest peaaegu üheks, on $2kT$.

Suurte positiivsete x väärtuste korral võib funktsiooni $f(x)$ asendada funktsiooniga e^{-x} , nii et kui $E - \mu \gg kT$, siis

$$f(E) = e^{-\frac{(E-\mu)/kT}{kT}} = A e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (3.3)$$

kus A on normeerimise konstant.

Niisiis, kui $E - \mu \gg kT$, siis elektronide jaotusfunktsioon taandub klassikaliseks. Tuletame meelde, et klassikaline jaotusfunktsioon ei arvesta Pauli printsiipi. Sellistes tingimustes olevat süsteemi nimetatakse mittemandu- nuks. See tähendab, et selliste energiatega ($E - \mu \ll kT$) juures olevate elektronide kontsentratsioon on tunduvalt väiksem kui nivoo de kontsentratsioon.

Tõenäosus selleks, et nivoo ei ole täidetud elektroniga, avaldub järgmiselt

$$f_h(E) = 1 - f(E) = \frac{1}{e^{\frac{(\mu-E)/kT}{kT}} + 1}. \quad (3.4)$$

Funktsiooni $f_h(E)$ võib mõista kui tõenäosust selleks, et nivoo E oleks täidetud positiivse "auguga".

Valemities (3.1) ja (3.4) väljendub jällegi elektronide ja "aukude" täielik sarnasus. Ainus erinevus seisab selles, et üle minnes elektronide süsteemilt aukude süsteemile on vaja muuta energia arvestamise suund vastupidiseks. Kui $\mu - E \gg kT$, siis $f_h(E) \approx e^{\frac{E - \mu}{kT}}$.

I s e p o o l j u h i d .

Olgu $N_e(E)dE$ lubatud energianivoode arv ühikulise ruumalaga kristalli juhtivustsoonis energia vahemikus E ja $E + dE$ vahel. Analoogiliselt võib defineerida vastava suuruse valents-tsooni jaoks. Elektronide arv juhtivustsoonis E ja $E + dE$ vahel on

$$n(E)dE = 2 N_e(E)f_e(E)dE. \quad (3.5)$$

Kordaja 2 valemis (3.5) arvestab, et nivool võib olla kaks vastupidiste spinidega elektroni. Ühikulise ruumalaga kristalli juhtivustsoonis olevate elektronide koguarv avaldub järgmiselt:

$$n_i = 2 \int_0^{E_i} N_e(E) f_e(E) dE, \quad (3.6)$$

kus energia nullnivooks on valitud juhtivustsooni põhi ja E_i vastab juhtivustsooni ülemise ääre energiale. Analoogiliselt valents-tsoonis olevate aukude arv $p(E)dE$, mis asuvad "elektroonsetel" energianivoodel vahemikus E ja $E + dE$, on võrdne

$$p(E)dE = 2N_h(E)f_h(E)dE. \quad (3.7)$$

Ühikulise kristalli valents-tsoonis olevate aukude koguarv avaldub järgmiselt

$$p_i = 2 \int_{E_i}^{-\Delta E} N_h(E) f_h(E) dE, \quad (3.8)$$

kus ΔE on keelatud tsooni laius ja E_e - energia, mis vastab valents-tsooni alumisele äärele. Isepooljuhis peab elektronide koguarv juhtivustsoonis võrduma aukude arvuga valents-tsoonis, sest elektronid ja augud tekivad ja annihileeruvad kristallis paaridena. Sellepärast $n_i = p_i$. Sellest võrdusest saab määrata suuruse μ ja järelikult ka funktsioonid $f_e(E)$ ja $f_h(E)$.

Selleks, et neid arvutusi teha, on vaja teada funktsioonide $N_e(E)$ ja $N_h(E)$ konkreetset kuju. Vaatleme aluses lihtsamat pooljuhti ühe sfääriliselt sümmeetrilise energiapiirumiga juhtivustsoonis, millele vastab skalaarne efektiivne mass m_e^* ja ühe sfääriliselt sümmeetrilise maksimumiga valents-tsoonis, skalaarse efektiivse massiga m_h^* . Sellist juhtu me juba vaatlesime varem (vt. joon. 4). Väikeste E ja $(-\Delta E - E)$ väärtuste korral valemi (1.71) abil saame

$$N_e(E)dE = 2\pi(2m_e^*)^{3/2} h^{-3} E^{1/2} dE, \quad (3.9)$$

$$N_h(E)dE = 2\pi(2m_h^*)^{3/2} h^{-3} (-\Delta E - E)^{1/2} dE. \quad (3.10)$$

Kui elektronide olekut kristallis iseloomustada kvaasilainevektoriga $\vec{k} (k_x = \kappa_x, k_y = \kappa_y, k_z = \kappa_z)$, siis mõnel juhul on sobiv kasutada mitte funktsioone $N_e(E)$ ja $N_h(E)$, vaid kvantolekute arvu, mis on k_x ja $k_x + dk_x$, k_y ja $k_y + dk_y$ ning k_z ja $k_z + dk_z$ vahel ühikulises kristallis. See on võrdne

$$\frac{dk_x dk_y dk_z}{8\pi^3}$$

Elektronide arv kvaasilainevektori ruumielemendis on

$$n(\vec{k}) dk_x dk_y dk_z = 2f(\vec{k}) \frac{dk_x dk_y dk_z}{8\pi^3}$$

Siin $f(\vec{k})$ on jaotusfunktsioon (3.1), milles energia $E = E(\vec{k})$ on avaldatud kvaasilainevektori \vec{k} kaudu. Skala-

laarse efektiivse massi lähenduses $E(\vec{\kappa}) = \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2 m^*}$.

Füüsikalistest kaalutlustest on selge, et kui $\frac{\Delta E}{\kappa T} \gg 1$, siis juhtivustsooni nivoode täitumine elektronidega ja valents-tsooni nivoode täitumine aukudega on väga väike. Sellepärast võib μ määramisel algul oletada, et elektron- ja auku-gaas ei ole mandunud. Täpsustame vastavad tingimused hiljem.

Asetades $N_0(E)$ väärtuse avaldisest (3.9) valemisse (3.6), saame

$$n_i = 4\pi (2 m_e^*)^{3/2} \hbar^{-3} \int_0^{\infty} \frac{E^{1/2} dE}{e^{(E-\mu)/\kappa T} + 1} \quad (3.12)$$

Selle seose tuletamisel on kasutatud kahte lihtsustust. Esiteks on eeldatud, et energianivoode tiheduse valem (3.9) on kehtiv kõikide E väärtuste jaoks. See on õigestatud ainult siis, kui $E - \mu \gg \kappa T$, ja järelikult, olulise panuse integraali (3.12) annavad aluse funktsiooni väärtused väikeste E väärtuste juures. Teiseks on samal põhjusel integreerimise ülemine piir asendatud ∞ -ga.

Analoogilisel viisil

$$n_i = 4\pi (2 m_e^*)^{3/2} \hbar^{-3} \int_{-\infty}^{-\Delta E} \frac{(-\Delta E - E)^{1/2} dE}{e^{(\mu - E)/\kappa T} + 1} \quad (3.13)$$

Et eelduse järgi valemis (3.12) $E - \mu \gg \kappa T$, ning valemis (3.13) $\mu - E \gg \kappa T$, siis võib Fermi-Dirac'i jaotusfunktsiooni asendada klassikalise eksponentsiaalse jaotusfunktsiooniga.

Võtame integreerimiseks kasutusele uue muutuja $x = \frac{E}{\kappa T}$ valemis (3.12) ja $x = \frac{-\Delta E - E}{\kappa T}$ valemis (3.13).

Saame

$$n_i = 4\pi (2 m_e^*)^{3/2} h^{-3} (\kappa T)^{3/2} e^{\mu/\kappa T} \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx, \quad (3.14)$$

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\mu/\kappa T}, \quad (3.14')$$

$$n_i = N_C e^{\mu/\kappa T} \quad (3.14'')$$

ning

$$p_i = 4\pi (2 m_h^*)^{3/2} h^{-3} (\kappa T)^{3/2} e^{-(\mu + \Delta E)/\kappa T} \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx, \quad (3.15)$$

$$p_i = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(\mu + \Delta E)/\kappa T}, \quad (3.15')$$

$$p_i = N_V e^{-(\mu + \Delta E)/\kappa T}. \quad (3.15'')$$

Võrdsustades p_i ja n_i saame

$$(m_e^*)^{3/2} e^{\mu/\kappa T} = (m_h^*)^{3/2} e^{-(\mu + \Delta E)/\kappa T},$$

kust

$$\mu = -\frac{\Delta E}{2} + \frac{3\kappa T}{4} \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right). \quad (3.16)$$

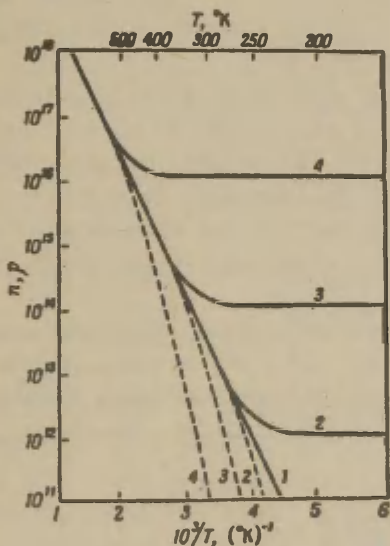
Kui $m_h^* = m_e^*$, siis sõltumatult temperatuurist Fermi nivoo asub täpselt keelatud tsooni keskel juhtivus- ja valents-tsooni vahel. Enamikus isepooljuhtides on Fermi nivoo kõikidel temperatuuridel selle asendi naabruses.

Asetades saadud μ väärtuse valemist (3.16) valemisse (3.14'), saame

$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{2 \pi \kappa T}{h^3} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-\Delta E / 2 \kappa T}. \quad (3.17)$$

Siit on näha, et $\ln n_i$ peaaegu lineaarselt sõltub temperatuuri pöördväärtusest.

Joonisel 21 on esitatud $\log n_i$ sõltuvus absoluutse temperatuuri pöördväärtusest (kõver 1) Ge jaoks, kus $\Delta E \approx 0,78$ eV. Graafikult on näha, et see sõltuvus on peaaegu lineaarne. Ge korral toatemperatuuril juhtivustsooni olekute jaoks $E - \mu > 15$ kT ning valents-tsooni olekute jaoks $\mu - E > 15$ kT, nii et tingimused **manõumise** puudumise jaoks on hästi täidetud.



Joon. 21. Elektronide ja aukude kontsentratsiooni sõltuvus temperatuurist germaaniumis.

(— n p).

- 1 - $N_d - N_a = 0$; 2 - $N_d - N_a = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$;
 3 - $N_d - N_a = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$; 4 - $N_d - N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

* Keelatud tsooni laius sõltub pooljuhi temperatuurist. Ge keelatud tsooni laius on 0°K juures 0,78 eV.

Kui mandumine hakkab ilmema (juhtivustsooni nivoodel olevate elektronide arv saab võrreldavaks nivoo de arvuga), siis elektronide kontsentratsioon avaldub järgmise valemiga

$$n_i = 4\pi \left(\frac{2m_e^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} F_{1/2} \left(\frac{\mu}{\kappa T} \right), \quad (3.18)$$

kus

$$F_n(\mu) = \int_0^{\infty} \frac{x^n dx}{e^{x-\mu} + 1}$$

Analüüs näitab, et klassikalist lähendust võib suure täpsusega kasutada veel kui $(\mu/\kappa T) < -1$, teiste sõnadega, ta on õige niikaua, kuni Fermi nivoo asub vähemalt κT võrra allpool juhtivustsooni põhja. Sellele vastab $n < 0,4 N_c$.

Selleks, et määrata N_c ja N_v arvulisi väärtusi, on vaja teada efektiivsete masside m_e^* ja m_h^* väärtusi, mis aga alati ei ole tuntud. Kui siiski on teada keelatud tsooni laius ΔE , mis on isepooljuhis aktivatsiooni energiaks, siis sellest on küllalt, et hinnata suuruste n_i ja p_i suurusjärku, ilma et oleks vaja teada efektiivsete masside täpseid arvulisi väärtusi.

Teiselt poolt, kui on teada n_i sõltuvus temperatuurist, siis saab määrata ΔE . Kui ΔE on küllalt suur (võrreldes κT -ga), siis elektrijuhtivuse sõltuvus temperatuurist on põhiliselt määratud laengukandjate kontsentratsiooni muutusega ning

$$\sigma \sim n_i = p_i.$$

Valemist (3.15) järeldub, et graafik $\ln \sigma \sim f\left(\frac{1}{T}\right)$, on peaaegu sirge (kui ei arvesta liiget $\ln T^{3/2}$), tõusuga $\Delta E/2\kappa$. Seda meetodit kasutatakse laialdaselt ΔE määramiseks. Kuid enne on vaja veenduda, et tegu on isējuhtivusega.

Kui juhtivustsoonis on mitu ekvivalentset energiamiini-

mumi või valents-tsoonis mitu maksimumi, siis on laengu-
 kandjate kontsentratsiooni leidmiseks vaja integreerida
 energia järgi igas ekstreemumis eraldi. Et aga iga ekvi-
 valentse ekstreemumi panus on ühesugune, siis tuleb $n_i(p_i)$
 avaldist (3.14') (3.15') lihtsalt korrutada ekvivalent-
 sete ekstreemumite arvuga $M_c(M_v)$. Et sel juhul k-ruum ei
 ole kerasümmeetriaga (vt. eespool), siis olekute tihedus
 arvutatakse valemi (1.72) abil. Valem (3.14') saab sel
 juhul järgmise kuju

$$n_i = 2 m_{de}^{3/2} M_c h^{-3} (2\pi\kappa T)^{3/2} e^{\mu/kT}, \quad (3.19)$$

kus m_L ja m_T on vastavalt efektiivsed massid pöör-
 ellipsoidi peatelje suunas ja risti sellega ning

$m_{de} = \sqrt{m_L m_T}$ on nn. olekute tiheduse efektiivne mass.

Kui valents-tsoon on punktis $k = 0$ kõdunud (eri-
 nevad energia hüperpinnad puutuvad kokku nii nagu Ge-s
 ja Si-s), siis olekute tiheduse täpne arvutus on üsna
 keeruline.

Et n_i ja p_i avaldiseid võib kirjutada kujul

$$n_i = N_c e^{\mu/kT} \quad (3.20)$$

ja

$$p_i = N_v e^{(\mu + \Delta E)/kT}, \quad (3.21)$$

kui $-\mu \gg \kappa T$, siis selles lähenduses võib juhtivus-
 tsooni vaadelda kui üksikut N_c kordselt kõdunud ni-
 vood tsooni põhja ($E = 0$) juures. Samuti valents-tsooni
 võib vaadelda kui nivood, mille energia $E = -\Delta E$ ja
 mis on N_v kordselt kõdunud (on N_v kordne).

Selle tõttu, et isepooljuhi korral $n_i = p_i$, mandumise
 puudumisel ($-\mu \gg \kappa T$)

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-\Delta E/kT}. \quad (3.22)$$

Fermi nivoo energia võib avaldada N_c ja N_v kaudu
 järgmiselt

$$\mu = -\frac{1}{2}\Delta E + \frac{1}{2}\kappa T \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right). \quad (3.23)$$

L i s a n d p o o l j u h i d .

Fermi nivoo asend määratakse homogeenses kristallis neutraalsuse tingimusest. Me teame, et tasakaalu olekus süsteemi kõikides osades peab keemiline potentsiaal olema ühesugune. See tähendab ka seda, et Fermi nivoo on elektronide ja aukude jaoks üks ja seesama. Eespool tuletatud valemid (3.22) ja (3.23) on kehtivad muidugi lisanditeta pooljuhi jaoks või täpsemalt, sel juhul, kui lisandite kontsentratsioon on elektronide ja aukude kontsentratsiooniga võrreldes väike.

Kui kristalli keelatud tsoonis on doonor- või aktseptornivood, siis Fermi nivoo asendi määramisel tuleb võtta arvesse mitte ainult vabad elektronid ja augud, vaid ka elektronid aktseptornivoodel ja augud doornivoodel. Lisandite nivoodel olevate elektronide kontsentratsiooni arvutamiseks on vaja silmas pidada, et kuigi elektron võib olla lisandi nivool kahes erinevas spin-olekus, ei saa lisandi nivood pidada kahekordselt kõdunuks, sest ühe elektroni olemasolu lisandi nivool teeb võimatuks vastupidise spiniga elektroni asumise sellele nivoole.

Kuid valemid (3.14) ja (3.15), mis on saadud mandumata juhul isepooljuhi jaoks, kehtivad ka lisandpooljuhi korral, kui Fermi nivoo on $2 kT$ allpool juhtivustsooni põhja (mandumata juht), juhtivustsooni elektronide ja valents-tsooni aukude kontsentratsiooni määramiseks. Niisiis,

$$n = N_c e^{\mu/kT} \quad (3.24)$$

ja

$$p = N_v e^{-\frac{\mu + \Delta E}{kT}} \quad (3.25)$$

Kuid siin suurus μ ei ole määratud mitte valemiga (3.23), või mõne teise temaga ekvivalentse seosega, vaid on lisandi kontsentratsiooni funktsioon.

Seega mandumata juhul

$$np = N_c N_v e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = n_i^2. \quad (3.26)$$

See on väga tähtis seos, mis näitab, et kui elektronid juhtivustsoonis ja augud valents-tsoonis ei ole mandunud, siis korrutis np ei sõltu lisandi jaotusest ja kontsentratsioonist pooljuhis.

Kui on teada elektronide kontsentratsioon juhtivustsoonis, siis on lihtne kontrollida pooljuhi mandumise astet. Kui näiteks $T = 300^\circ\text{K}$, ning $m_e^* = m_n^* = m$, siis $N_c \approx 2,5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Kui $n \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, siis $\mu < -2kT$ ja elektrongaas ei ole mandunud. Kui aga $n \approx 2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, siis $\mu > -2kT$ ning lähenduse aluseks olev eeldus ei kehti - juhtivustsooni elektronid on mandunud. Kui aga $m_e \ll m$, siis elektronide mandumine juhtivustsoonis ilmneb juba elektronide väiksema kontsentratsiooni juures.

Võtame esiteks vaatluse alla doonorpooljuhi, kus doonori nivood asuvad vahetult juhtivustsooni põhja lähedal, s.t. lisandite (doonorite) ionisatsiooni energia E_d on väga väike võrreldes keelatud tsooni laiusel. Selline pooljuht on näiteks Ge, kus $E_d = 0,01 \text{ eV}$ ja $\Delta E = 0,67 - 0,78$. Eeldame veel, et Fermi nivoo asub juhtivustsooni põhjast allpool nii, et $\mu \ll -kT$. Et E_d on väike, siis praktiliselt kõik lisandi aatomid on ioniseeritud ja nende elektronid on juhtivustsoonis. Teeme kindlaks, millise lisandi kontsentratsiooni korral see eeldus $\mu \ll -kT$ ei kehti. Eeldame, et $N_d \gg n_i$. Seega ei pruugi arvestada endaelektrone. Järelikult $n = N_d$ sõltumata temperatuurist. Meil on sellisel juhul tegu n-tüüpi lisandpooljuhiga.

Nendel tingimustel Fermi nivoo asendi määrab võrrand

$$n = N_d = N_c e^{\mu/kT},$$

Vt. märkus lk. 71.

kust

$$\mu = \kappa T e n \left(\frac{N_d}{N_c} \right). \quad (3.27)$$

Valem (3.27) on kehtiv ainult tingimusel, et $\mu < -\kappa T$, s.t. kui $N_d \leq \frac{N_c}{e}$.

Valemi (3.27) kasutamiseks Ge jaoks toatemperatuuril on vaja, et $N_d < 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ja, teiselt poolt, peab olema $N_d > 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, et ei pruugiks arvestada endaelektroone.

Sellest näitest selgub, et Ge jaoks on olemas suur N_d väärtuste piirkond (toatemperatuuril), kus tingimus $n = N_d$ on täidetud ja kus juhtivus peaaegu ei sõltu temperatuurist.

Valemist (3.27) (vt. ka (3.23)) on näha, et N_d kasvuga Fermi nivoo nihkub keelatud tsooni keskelt kuni kT kauguseni juhtivustsooni põhjast ($N_d \rightarrow N_c$). Kui $N_d \geq \frac{1}{e} \cdot N_c$, siis elektronid on juhtivustsoonis mandunud ning sel juhul tuleb Fermi nivoo asendi määramiseks kasutada valemit (3.18). Pooljuhi elektrilised omadused on sellisel juhul sarnased metallide omadustega.

Huvi pakub Fermi nivoo asendi määramine sel juhul, kui $N_d \sim n_1$, kuid $N_d \ll N_c$. Juba üldistest kaalutlustest lähtudes on selge, et Fermi nivoo on küllalt kaugel juhtivustsooni põhjast, kui $\Delta E \gg kT$. Selle tõttu võib, nagu äsja analüüsitud juhulgi, eeldada, et lisandi aatomid on kõik ioniseeritud.

Neutraalsuse tingimus nõuab, et elektronide summaarne kontsentratsioon võrduks aukude kontsentratsiooniga. Vaadeldaval juhul

$$n - p = N_d. \quad (3.28)$$

Kasutades seost $np = n_1^2$ ning (3.28), saab avaldada n ja p n_1 ja N_d kaudu. Saame

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2} N_d \left[1 + \left(1 + \frac{4n_1^2}{N_d^2} \right)^{1/2} \right], \\ p &= \frac{2n_1^2}{N_d} \left[1 + \left(1 + \frac{4n_1^2}{N_d^2} \right)^{1/2} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Kui $N_d \gg n_i$, siis ligikaudu

$$n = N_d + \frac{n_i^2}{N_d} , \quad p = \frac{n_i^2}{N_d} . \quad (3.30)$$

Aukude kontsentratsioon doonorlisandiga legeeritud vaadeldavas pooljuhis on palju väiksem kui aukude arv ise-pooljuhis (suhe on n_i/N_d). Näiteks kui $n_i = p_i = 2,37 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ (Ge) ja $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, siis $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ja $p = 5,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Elektrone me nimetame sel juhul põhilisteks laengukandjateks, kuna mitte-põhilisteks laengukandjateks on augud. Kuigi mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon on väike, kuid teatud olukordades on nende osatähtsus suur.

Kui kehtib vastupidine võrratus $N_d \ll n_i$, siis ligikaudu

$$n = n_i + \frac{1}{2} N_d$$

$$p = n_i - \frac{1}{2} N_d . \quad (3.31)$$

Aktseptorlisandiga legeeritud pooljuhis (p-pooljuht) on kõik ülalesitatud mõttekäigud korratavad. Olgu pooljuhis

N_a aktseptori aatomit ruumiühikus ning asugu nende poolt tekitatud nivood vahetult valents-tsooni lae kohal. Analoomiliselt espool esitatule loeme, et Fermi nivoo asub vähemalt mõne kT võrra kõrgemal valents-tsooni laest. Sel juhul kõik aktseptori nivood on ioniseeritud (täidetud elektronidega) ja valentstsoonis on N_a auku.

Saame

$$p = N_a = N_v e^{-\frac{\Delta E + \mu}{kT}} . \quad (3.32)$$

See valem on õige ainult siis, kui $\frac{N_a}{N_v} < 1/e$. Järgi N_a kasvuga Fermi nivoo nihkub keelatud tsooni keskelt valents-tsooni laeni.

Nüüd

$$\rho - n = N_a, \quad (3.33)$$

millest koos valemiga (3.26) saame

$$n = \frac{2n_i^2}{N_a} \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_a} \right)^{1/2} \right]^{-1},$$

$$\rho = \frac{1}{2} N_a \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_a} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.34)$$

Kui $N_a \gg n_i$, siis ligikaudu

$$n = \frac{n_i^2}{N_a}, \quad \rho = N_a + \frac{n_i^2}{N_a}. \quad (3.35)$$

Kui aga $n_i \gg N_a$, siis

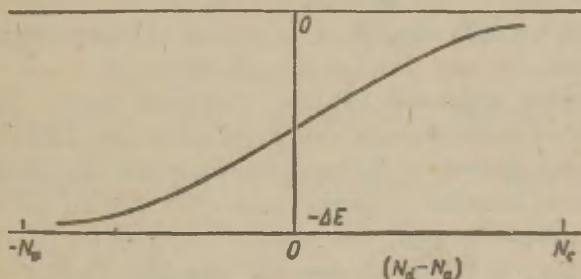
$$n = n_i - \frac{1}{2} N_a, \quad \rho = n_i + \frac{1}{2} N_a. \quad (3.36)$$

Tavaliselt on kristallis korruga olemas nii doonori- kui ka aktseptoritüüpi lisandid. Olgu näiteks $N_d - N_a \gg n_i$. Kui $N_a = 0$, siis Fermi nivoo asub ülevalpool keelatud tsooni keskpaika. Kristalli lisatud aktseptori aatomite ioniseerimise tõenäosus on väga suur, sest need nivood on tunduvalt allpool Fermi nivood. Elektronid lähevad nendele nivoodele doonornivoodelt või juhtivustsoonist. Vabade aukude arv on väga väike, sest et Fermi nivoo asub küllalt kõrgel valents-tsooni lae kohal. Efektiivselt mõjuvate doonorite arv on $N_d - N_a$ ja Fermi nivoo asendi määrab seos

$$N_d - N_a = N_c e^{E/kT}. \quad (3.37)$$

Kui $N_a \rightarrow N_d$, siis aktseptorid ikka enam ja enam neutraliseerivad doonorite mõju ja Fermi nivoo pidevalt laskub keelatud tsooni keskele. Kui $N_a > N_d$, siis efektiivselt mõjuvate aktseptorite arv on $N_a - N_d$ ja kõik elektronid lähevad doonoritelt aktseptoritele. Selle tõttu Fermi nivoo laskub veelgi allapoole ja piirjuhul kuni valents-tsooni laeni.

Fermi nivoo asend sõltuvalt lisandi aatomite kontsentratsioonist on skemaatilisel kujutatud joonisel 22. (Kõvera tegelik kuju sõltub temperatuurist). Joonisel 21 on aga esitatud n ja p temperatuurist sõltuvust kujutavate kõverate parv erinevate $N_d - N_a$ väärtuste korral Ge jaoks.



Joon. 22. Fermi nivoo asendi sõltuvus doonorite ja aktseptorite kontsentratsioonist.

Siiani me vaatlesime erijuhte, mis olid suhteliselt lihtsalt lahendatavad. Ülalpool eeldasime, et doonori- ja aktseptorinivood on vastavate tsoonide äärte ligiduses. Tegelikult aga on need nivood tsooni äärtest eraldatud lõpliku energeetilise vahega - vastavalt ϵ_d ja ϵ_a . Kui ϵ_d ja ϵ_a on väikesed ning $|N_d - N_a|$ väiksem kui N_c või N_v , siis tõepoolest, kui välja arvata väga madalad temperatuurid, on lisandid peaaegu täielikult ioniseeritud.

Allpool vaatleme olukordi, kus lisandinivood ei ole täielikult ioniseeritud kas sellepärast, et temperatuur on madal või lisandi aktivatsioonenergia on suur - võrreldav keelatud tsooni laiusega. Sellisel korral laengu jäävuse seaduse rakendamisel tuleb arvestada lisandinivoode täitumist vastavalt elektronide või aukudega.

Kui igale lisandinivoole võiks paigutada kaks erineva spiniga elektroni, siis lisandinivoo täitumine meelevaldse spiniga elektroniga oleks kirjeldatav valemiga (3.1), kus \bar{E} asemele tuleks panna $-\epsilon_d$ või $-\Delta E + \epsilon_a$ vastavalt sellele, kas on tegu doonor- või aktseptorlisandiga. Elektronide keskmine arv doonoritel oleks

$$n_d = \frac{2 N_d}{e^{-\frac{(\epsilon_d + \kappa)}{\kappa T}} + 1} \quad (3.38)$$

Kuid nivoode täitumise tingimused, mis viivad viimasele tulemusele, ei ole peaaegu kunagi täidetud.

Märgime siinkohal, et kui elektrone (auke) juhtivustsoonis (valents-tsoonis) võib vaadelda kui ideaalset gaasi, mille osakesed ei mõjusta vastastikku üksteist, ning mille kohta on kehtiv jaotusvalem (3.1), siis teisiti on olukord elektronidega, mis asuvad lokaalsetel nivoodel. Pärast seda, kui lisandi tsentri kõdunud nivoole on asunud esimene elektron, ei ole teisel elektronil sinna võimalik asuda, sest elektronide tugeva elektrostaatilise tõukumise tõttu süsteemi energia on niivõrd kasvanud, et selline süsteem muutub ebastabiilseks.

Tavalised lisandinivoo hõivamise tingimused on järgmised:

- 1) doonorinivoo võib kas haarata ühe suvalise spiniga elektroni või jääda hõivamata;
- 2) aktseptorinivool võib olla kas kaks vastupidise spiniga elektroni või üks suvalise spiniga elektron.

Kui teine tingimus ümber sõnastada "aukude keelde", siis on ta identne esimese tingimusega elektronide jaoks.

Lokaliseerunud lisandi nivoode hõivamise tõenäosuse arvutamiseks pöördume statistilise füüsika meetodite poole.

Valime kanooniliseks alasüsteemiks väikese piirkonna suurest soojuslikust reservuaarist. Olgu selle piirkonna ruumala V . Sellisel juhul ei fluktrueeru mitte ainult alasüsteemi energia, vaid ka temas olevate osakeste arv. Tõenäosus selleks, et statistilises tasakaalus olevas alasüsteemis oleks n osakest ja tema energia oleks E_{nk} , on võrdne (k - kvantarvude kogum, mis määravad n osakesest koosneva süsteemi energia)

$$W_{nk} = e^{\frac{\Omega - n\mu - E_{nk}}{kT}} \quad (3.39)$$

kus μ - keemiline potentsiaal ühe osakese kohta ja Ω termodünaamiline potentsiaal

$$\Omega = F - \bar{n}\mu, \quad (3.40)$$

kus F on alasüsteemi vaba energia ja \bar{n} - temas olevate osakeste keskmine arv.

Potentsiaal Ω määratakse tõenäosuse normeerimise tingimusest:

$$\sum_{nk} W_{nk} = e^{\frac{\Omega}{kT}} \sum_n e^{\frac{n\mu}{kT}} \left(\sum_k e^{-\frac{E_{kn}}{kT}} \right) = 1, \quad (3.41)$$

kust

$$\Omega = -kT \ln \sum_n e^{\frac{n\mu}{kT}} \left(\sum_k e^{-\frac{E_{kn}}{kT}} \right). \quad (3.42)$$

Keskmine osakeste arv

$$\bar{n} = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T, V}, \quad (3.43)$$

sest

Vt. Ландау, Л., Лифшиц, Е., Статистическая физика, М., 1951, § 35, 24.

$$\begin{aligned}
 - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T, V} &= \kappa T \frac{\sum \frac{n}{\kappa T} e^{\frac{\mu n - E_{nk}}{\kappa T}}}{\sum e^{\frac{\mu n - E_{nk}}{\kappa T}}} = \\
 &= \frac{\sum_{n, k} n e^{\frac{\Omega + \mu n - E_{nk}}{\kappa T}}}{\sum_{n, k} e^{\frac{\Omega + \mu n - E_{nk}}{\kappa T}}} = \sum n W_{nk},
 \end{aligned}$$

mis definitsiooni järgi ongi \bar{n} .

Potentsiaali Ω abil saab tuletada nii Fermi-Dirac'i jaotusfunktsiooni kui ka Bose-Einsteini jaotusfunktsiooni.

Meie valime oma alamsüsteemiks üksiku lisandi tsentri. See eeldab, et selle tsentri elektronid võivad olla tugevas vastasmõjus üksteisega, kuid nõrgas vastasmõjus ülejäänud elektronidega.

Vaatleme olekuid, kus tsentril on $n = 0, 1, 2 \dots$ elektroni. Alamsüsteemi vastavad energiad on $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots$. Ilma järelduste kehtivust piiramata võib lugeda, et kui tsentril ei ole elektrone, siis $\epsilon_0 = 0$. Kui tähistame süsteemi kõdumise kordsuse olekutes $n = 0, 1, 2, \dots$ $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2 \dots$ -ga, siis valemist (3.42) saame

$$\Omega = - \kappa T \ln \left\{ g_0 + g_1 e^{\frac{\mu - \epsilon_1}{\kappa T}} + g_2 e^{\frac{2\mu - \epsilon_2}{\kappa T}} + \dots \right\}. \quad (3.44)$$

Nagu ülalpool mainitud, on süsteemi energia olekutes $n = 2, 3 \dots$ niivõrd palju suurem ϵ_1 -st, et alates kolmandast liidetavast võib kõik liikmed sulgudes ära jätta. Siis

$$\Omega = - \kappa T \ln \left\{ g_0 + g_1 e^{\frac{\mu - \epsilon_1}{\kappa T}} \right\}. \quad (3.44a)$$

Lisandi tsentril olevate elektronide keskmine arv on

$$\bar{n} = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T, V} = \frac{1}{\frac{g_1}{g_0} e^{\frac{\epsilon_1 - \mu}{\kappa T}} + 1}. \quad (3.45)$$

Kui nivoo ϵ_1 kõdumine on seotud ainult elektroni spi-

niga, siis $g_1 = 2$. Ilma elektronita tsentri olekut võib tavaliselt pidada mittekõdunuks. Saame

$$n = \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\frac{\epsilon_1 - \mu}{kT}} + 1} \quad (3.46)$$

Seega lisandiniwoo täitumise tõenäosus suvalise spiniga elektroniga (esimene täitumise tingimus) avaldub meie tavalistes tähistustes järgmiselt:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E - \mu}{kT}}} \quad (3.47)$$

Esimene tingimus kehtib V-valentseid lisandi aatomeid sisaldava Ge ja Si jaoks. Lisandi aatomi nelja valentselektroni spinid kompenseeruvad omavahel ja need elektronid moodustavad kovalentse sideme, kuna viienda elektroni spin võib olla meelevaldne.

Kui selliste doonorite arv on N_d , siis mitteioniseeritud lisandite arv

$$n_d = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E - \mu}{kT}}}, \quad (3.48)$$

kus $E = -\epsilon_d$.

Tõenäosus selleks, et aktseptoriniwoo oleks kaks vastupidise spiniga elektroni (teine juht) on:

$$f(E) = \frac{1}{1 + 2 e^{\frac{E - \mu}{kT}}} \quad (3.49)$$

ning

$$p_a = N_a (1 - f(E)) = \frac{N_a}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E - \mu}{kT}}}, \quad (3.50)$$

kus $E = -\Delta E + \epsilon_a$.

Siin on näha analoogia valemite (3.48) ja (3.50) vahel, kusjuures doonorite jaoks on kasutatud "elektron-" ja aktseptorite jaoks "auk"-terminoloogiat.

Täpsemal käsitlusel tuleks arvesse võtta ka kõik lisan-
di ergutatud olekud silmas pidades vastavaid kaale, kuid
enamikul juhtudel on nii, et sellest tingitud parandus on
väike.

Läheme nüüd üle saadud tulemuste rakendamisele, ning
määrame elektronide ja aukude kontsentratsiooni n -ja p -
pooljuhis, milles on N_d doonori aatomit ja vastav arv ni-
voosid ϵ_d võrra allpool juhtivustsooni põhja ning N_a akt-
septori aatomit nivoodega ϵ_a ülalpool valents-tsooni lage.
Elektrilise neutraalsuse tingimus on järgmine

$$n + (N_a - p_a) = p + (N_d - n_d). \quad (3.51)$$

Selles võrduses kõik liikmed avalduvad F kaudu vasta-
valt võrranditega (3.24), (3.25), (3.48) ja (3.50). N_a ja
 N_d olgu ette antud. Tulemuseks saame neljanda astme võr-
randi $e^{\frac{\mu}{kT}}$ suhtes.

Selle võrrandi lahendeid saab leida ka analüütiliselt,
kui kasutada lihtsustusi, mis sageli realiseeruvad.

Eeldame alguses, et $|N_a - N_d| \ll N_c$ ja asugu μ mõned
 kT allpool juhtivustsooni põhja ning doonorlisandinivoosid,
kuid tunduvalt kõrgemal Fermi nivoost isepooljuhis. Selli-
sel korral p_a on tühiselt väike võrreldes N_a -ga. Seni
kui Fermi nivoo ei ligine doonorinivoodele ($-\epsilon_d$), on ka
 n_d väike võrreldes N_d -ga. Siis doonorid ja aktseptorid
on ioniseeritud ning

$$N_c e^{\frac{\mu}{kT}} - N_v e^{-\frac{\mu - \Delta E}{kT}} = N_d - N_a. \quad (3.52)$$

Selleks aga, et Fermi nivoo asuks ülalpool keelatud
tsooni keskpaika, on vaja, et $N_d - N_a > 0$. Valem (3.52)
on täpselt samasugune kui valem (3.28), ainsa vahega, et
 N_d asemel on $N_d - N_a$.

Kõrgel temperatuuril need liikmed, mis asuvad vālemi
(3.52) vasakul poolel, on peamised ning Fermi nivoo asend
langeb ligikaudu kokku tema asendiga isepooljuhis. Kuid
temperatuuri langedes teine liige võrrandi vasakul poolel

(see määrab aukude kontsentratsiooni) on väike võrreldes esimesega ja me saame

$$\mu = kT \ln \frac{N_d - N_a}{N_c} . \quad (3.53)$$

Liiga madalal temperatuuril ei saa enam eeldada, et μ on allpool doonorinivoosid ja äsja saadud seosed sel juhul enam ei kehti. Temperatuuri langedes Fermi nivoo nihkub lisandinivoode suunas ja doonorite süsteem ei jää enam täielikult ioniseerituks.

Sel juhul võib valemis (3.51) ära jätta vabade aukude kontsentratsiooni kirjeldava liikme, sest p ja p_a on väikesed. Saame

$$n = N_d - N_a - \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} e^{-\frac{E + \mu}{kT}}} , \quad (3.54)$$

kus ei ole eeldatud, et n_d oleks väike võrreldes N_d -ga.

Et

$$n = N_c e^{\frac{\mu}{kT}} , \quad \text{siis siit saame ruutvõrrandi } n \text{ või } e^{\frac{\mu}{kT}} \text{ suhtes:}$$

$$n^2 + n(N_a + N_c') - N_c'(N_d - N_a) = 0 , \quad (3.55)$$

$$\text{kus } N_c' = \frac{1}{2} N_c e^{-\frac{E_d}{kT}} .$$

Selle võrrandi lahend on

$$n = -\frac{1}{2} (N_a - N_c') + \frac{1}{2} \left[(N_a + N_c')^2 + 4N_c'(N_d - N_a) \right]^{1/2} . \quad (3.56)$$

Kui $E_d/kT \gg 1$, siis N_c' on väike arv ja (3.56) lähendi saab asendada ligikaudse, kuid lihtsama avaldisega. Seejuures tuleb olla ettevaatlik, kuna avaldises (3.56) oleva ruutjuure rittaarendus on võimalik ainult siis, kui $N_c' \ll N_a$. Niisiis selline lähend on õige ainult osaliselt kompenseeritud pooljuhi korral. Saame

$$n = \frac{N_c'(N_d - N_a)}{N_a} = \frac{N_d - N_a}{2N_a} N_c e^{-\frac{E_d}{kT}} . \quad (3.57)$$

Vastupidisel juhul, kui N_a on väga väike, nii et $N_a \ll N_c^1 \ll N_d$, siis saab kasutada järgmist ligikaudset lahendit:

$$n = (N_c' N_d)^{1/2} = \left(\frac{N_d N_c}{2} \right)^{1/2} e^{-\frac{\epsilon_d}{2kT}} \quad (3.58)$$

Mainime, et eespool toodud tingimuste juures $\epsilon_n n$ kui $\frac{1}{T}$ funktsioonina esitatavate kõverate tõusud on kas $\frac{\epsilon_d}{k}$ või $\frac{T}{2k}$. Seda saab kasutada ϵ_d väärtuse määramiseks n tüüpi germaaniumis ja ränis. Kuid eelnevalt peab olema teada, kas on täidetud tingimused, mille põhjal tuletati valemid (3.57) või (3.58). Analoogilised valemid on võimalik tuletada ka nende pooljuhtide jaoks, kus on ülekaalus aktseptorlisand.

Valemid (3.57) ja (3.58) näitavad, et temperatuuri lõpmatul alanemisel peavad kaduma kõik vabad laengukandjad. Reeglina tõepoolest vedela vesiniku ja heeliumi temperatuuridel laengukandjate kontsentratsioon tugevasti väheneb ja mõnikord võib vastavate kõverate tõusust määrata ϵ_d või ϵ_a väärtuse.

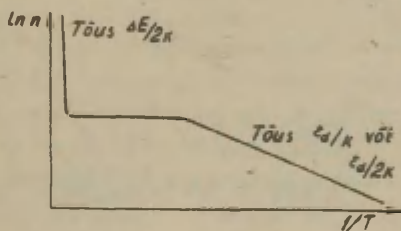
Kuid enamiku pooljuhtide takistus jääb konstantseks, kui $T \rightarrow 0$. Selle põhjuseks on, et lisandi tsentrite küllalt suure tiheduse korral lokaliseerunua elektronide lainefunktsioonid kattuvad. Sellega kaasneb nende elektronide energeetiliste nivooe mõningane laienemine - moodustub lisandi tsoon ja elektronidel on võimalik liikuda kogu kristalli ulatuses. Seda juhtivust nimetatakse lisandi tsooni juhtivuseks. Tavaliselt on elektronide liikuvus lisandi tsoonis palju väiksem kui juhtivustsoonis. Lisandi tsooni juhtivus sõltub temperatuurist vähe ja väheneb kiiresti lisandi kontsentratsiooni vähenemisel. Kuid siiski ta tuleb ilmsiks üsna väikese lisandi tsentrite kontsentratsiooni juures, näiteks germaaniumis ilmneb ta veel, kui lisandi kontsentratsioon on 10^{15} cm^{-3} .

Lisandi tsentritel olevate elektronide lainefunktsioonide kattumine on seda suurem, mida suurem on nende elekt-

ronide Bohri raadius, s.t. mida suurem on aine dielektriline konstant ja väiksem efektiivne mass.

Sellepärast need ained, millel on suur dielektriline konstant ja väike m^* , muutuvad "poolmetallideks" üsna väikese lisandi kontsentratsiooni juures. Väga puhastes eksemplarides, näiteks n- ja p-germaaniumis, kui $N_d = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, ei ole lisandi tsooni juhtivus jälgitav ja nende takistus temperatuuri langedes muutub vastavalt valemile (3.57) või (3.58).

Kui neid kõrvalnähtusi mitte arvestada, siis põhiliste laengukandjate kontsentratsiooni sõltuvus temperatuuri pöördväärtusest on niisugune nagu visandatud joonisel 23.



Joon. 23. Laengukandjate kontsentratsiooni sõltuvus temperatuurist n tüüpi pooljuhis.

Valemi (3.57) kehtimisel määrab Fermi nivoo asendi seos

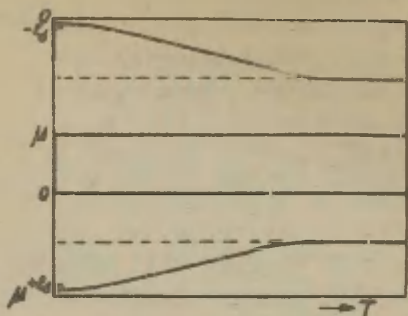
$$\mu = -\epsilon_d + \kappa T \ln \frac{N_d - N_a}{2N_a}, \quad (3.59)$$

s.t. Fermi nivoo asub lisandi nivoodest veidi kõrgemal.

Kui aga on kehtiv valem (3.58), siis

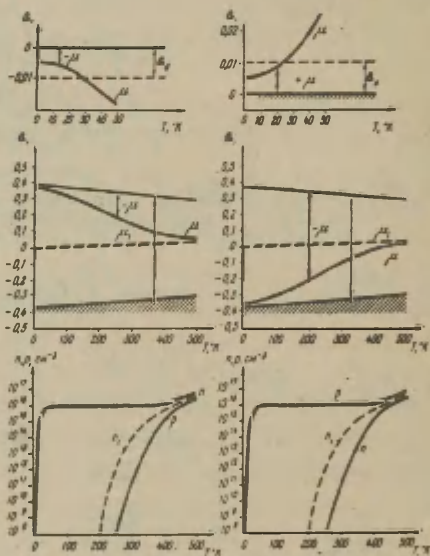
$$\mu = -\frac{1}{2}\epsilon_d + \frac{1}{2}\kappa T \ln \frac{N_d}{2N_c}. \quad (3.60)$$

Sellepärast pooljuhis, milles on ainult doonori tüüpi lisandeid, asub Fermi nivoo ligikaudu täpselt juhtivustsoo-



Joon. 24. Fermi nivoo sõltuvus temperatuurist.

ni põhja ja doonorinivoode vahepeal. Kui $N_a > N_d$, siis Fermi nivoo asub kas vahetult aktseptorinivoode all, või peaaegu täpselt valents-tsooni lae ja aktseptorinivoode vahepeal. Joonistel 24 ja 25 on esitatud Fermi nivoo asend sõltuvalt temperatuurist.



Joon. 25. Laengukandjate kontsentratsiooni ja Fermi nivoo sõltuvus temperatuurist.

IV. KINEETILISED NÄHTUSED POOLJUHTIDES. GALVANOMAGNETILISED EFEKTID.

S i s s e j u h a t u s .

Juhtivuselektronide ja aukude tasakaaluoleku uurimise kõrval pakub suurt teoreetilist ja praktilist huvi nende uurimine mittetasakaaluolekus, kui nad rakendatud väliste väljade mõjul kristallis liiguvad. Need on elektri-, magnet- ja temperatuuriväli. Neid protsesse, millega kaasneb elektronide (aukude) ümberpaigutumine, nimetatakse kineetilisteks efektideks.

Kui kineetilist protsessi kirjeldavad suurused - elektrivoolu tihedus, soojusvoog, elektrivälja tugevus jne. on ajas muutumatud, siis protsessi nimetatakse statsionaarseks. Selleks aga, et elektrone kiirendavas elektriväljas vool oleks statsionaarne, on vaja, et juhtivuselektronid (augud) pööraksid (hajuksid) kristallvõre mingitel korrapäratustel (aatomite võnkumised või kristalli defektid) ja selles protsessis annaksid ära elektriväljas kogutud energia.

Mittetasakaaluliste protsesside omapäraks on see, et nad sõltuvad oluliselt süsteemis valitsevast vastastikuse mõju mehhanismist - käesoleval juhul juhtivuselektronide ning võre võnkumiste või defektide vastastikusest mõjust. See teeb kineetiliste protsesside teooria keeruliseks ja vähem usaldusväärseks kui tasakaaluliste süsteemide (protsesside) teooria. Kuid ainult kineetiliste protsesside abil on võimalik uurida vastastikuse mõju mehhanisme süsteemis ja tema selliseid struktuurilisi omadusi, mida ei ole võimalik määrata tasakaaluliste süsteemide uurimisel.

Teiselt poolt, pooljuhtide paljud kasutusalaad baseeruvad kineetilistel nähtustel. Sellepärast on praktiliselt tähtis uurida paljusid erinevaid kineetilisi protsesse. Ainuüksi põhiliste kineetiliste nähtuste arv on väga suur. Peamised

neist on elektri- ja soojusjuhtivus, Seebecki efekt, Tomsoni efekt, Peltier' efekt, Halli efekt, takistuse muutumine magnetväljas, transversaalne ja longitudinaalne Nernsti efekt. Kõikide nende efektide korral esineb väga palju erijuhte.

Lisaks sellele tuleb silmas pidada, et real juhtudel esinevad korruga mitut sorti laengukandjad (elektronid ning kerged ja rasked augud).

Tuleb arvestada ka erinevaid hajumise mehhanisme: võre võnkumised, ioniseeritud ja neutraalsed lisandid jne.

Efektide matemaatiline käsitlus ning iseloom sõltuvad sellest, kas juhtivuselektronid (augud) on mandunud või mandumata olekus.

Väga tähtsat osa etendab Brillouin'i tsooni kuju - isoenergeetilise pinna kju k-ruumis (sfäär, ellips jne).

Meie oma käsitluses piirdume mandumata elektron(auk)-gaasi juhuga. Vaatleme peamiselt lihtsa tsooni-struktuuriga ($E \sim k^2$) juhtu.

M i t t e t a s a k a a l u l i n e j a o - t u s f u n k t s i o o n .

Tasakaalu korral kirjeldab elektronide olekut jaotusfunktsioon $f_0(E)$: Analoogiliselt sellega eeldame, et ekstsisteerib mittetasakaaluolekut kirjeldav mittetasakaaluline jaotusfunktsioon $f_k(\vec{r})$, mis määrab punkti \vec{r} naabruses olekus \vec{k} olevate laengukandjate arvu. Arutluste lihtsustamiseks, ilma et sellest põhimõtteliselt mi-

Valents-tsooni maksimum germaaniumis ja ränis on kohal $k = 0$, kuid erinevad tsoonid puutuvad selles punktis kokku. Auke iseloomustatakse kummaski tsoonis erineva skalaarse efektiivse massiga. Kergete ja raskete aukude olemasolu kinnitavad kineetiliste nähtuste uurimise andmed. Näiteks germaaniumis $m_{1h}^* = 0,33 m$, $m_{2h}^* = 0,042 m$ ja ränis $m_{1h} = 0,49 m$; $m_{2h} = 0,16 m$.

dagi muutuks, vaatleme elektrone esialgu kui klassikalisi osakesi.

Meie alljärgneva käsitluse see osa, mis baseerub vahetult Boltzmanni kineetilisel võrrandil, piirdub lihtsaima tsoonistruktuuriga, mille korral energia avaldub vastavalt valemile (1.44)

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (4.1)$$

kus \vec{k} on lainevektor ja m^* skalaarne efektiivne mass. Sellisel juhul vabade ja kvaasivabade (kristalli juhtivuselektronid ja augud) osakeste käsitlus on ühesugune, kui ainult elektroni massi all mõista tema efektiivset massi. Keerulisema tsoonistruktuuriga juhte vaatleme eraldi, ilma Boltzmanni kineetilist võrrandit lahendamata.

Kirjeldame elektronide olekut kiiruse ja koordinaatruumis jaotusfunktsiooniga.

$$f(v_x, v_y, v_z, x, y, z, t) dv_x dv_y dv_z dx dy dz = f(\vec{v}, \vec{r}, t) d^3v d^3r, \quad (4.2)$$

mis on võrdne punkti \vec{r} naabruses olevas ruumielemendis $d^3r = dx dy dz$ ning v_x ja $v_x + dv_x$ jne. vahel kiiruste ruumielemendis kiirusi omavate elektronide (nimetame neid v -elektronideks) arvuga momendil t .

Kui on teada funktsioon $f(\vec{v}, \vec{r}, t)$, siis võib arvutada voolutiheduse punktis \vec{r} momendil t . Joonisel 26 on kujutatud 1 cm^2 suurune pind, mis on risti joonise tasandiga ja x -teljega ja sellele ehitatud silinder kõrgusega $v_x dt$. v -elektronide arv silindri sees on $f(\vec{v}, \vec{r}, t) \cdot d^3v \cdot v_x dt$. Kõik need elektronid aja dt jooksul nihkuvad x suunas $v_x dt$ võrra ja järelikult lõikuvad pinnaga. Elektronide koguarv, mis lõikab pinda dt jooksul, on

$$dt \iiint_{-\infty}^{\infty} f(\vec{v}, \vec{r}, t) v_x dv_x dv_y dv_z$$

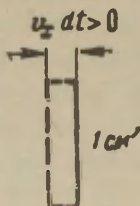
kui arvestada elektrone, mis läbivad pinda nii paremalt vasakule kui ka vasakult paremale.

Voolutihedus on seega

$$j_x = -e \iiint_{-\infty}^{\infty} f(\vec{v}, \vec{r}, t) v_x dv_x dv_y dv_z. \quad (4.3)$$

Kirjutame mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni järgmise summa kujul

$$f(\vec{v}, \vec{r}, t) = f_0(E) + f_1(\vec{v}, \vec{r}, t). \quad (4.4)$$



Joon. 26.

Et $f_0(E)$ on v_x paarisfunktsioon (sõltub v_x^2 -st), siis integraal dv_x järgi avaldisest $f_0(E)v_x$ on võrdne nulliga ja (4.3) annab

$$j_x = -e \iiint_{-\infty}^{\infty} f_1(\vec{v}, \vec{r}, t) v_x dv_x dv_y dv_z. \quad (4.5)$$

Kineetiliste nähtuste teooria põhiülesandeks on mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni määramine. Niipea kui on määratud elektronide jaotusfunktsiooni käitumine väliste elektri- ja magnetväljade mõjul, on põhimõtteliselt võimalik välja arvutada kõik kineetilised efektid pooljuhis.

B o l t z m a n n i k i n e e t i l i n e
v ö r r a n d .

Püüame tuletada võrrandi, mida rahuldab funktsioon $f(v, r, t)$. Vaatame, kui palju muutub v -elektronide arv aja dt jooksul elektronide liikumise tõttu tavalises ruumis. Joonisel 27 on kujutatud ruumielement $d^3r = dx dy dz$. Vaatame, millise v -elektronide arvu muutuse selles ruumalas põhjustab elektronide juurdevool läbi vasaku tahu $dy dz$ ja väljavool läbi parema tahu $dy dz$ (eeldame, et $v_x > 0$). Vasakust tahust dt jooksul sissevoolanud v -elektronide arv on $f(\vec{v}, x, y, z, t)d^3v dy dz v_x dt$, paremast tahust väljavoolanud v -elektronide arv on $f(\vec{v}, x+dx, y, z, t)d^3v dy dz v_x dt$ v -elektronide arvu juurdekasv on

$$\begin{aligned} & f(\vec{v}, x, y, z, t)d^3v dy dz v_x dt - f(\vec{v}, x+dx, y, z, t)d^3v dy dz v_x dt = \\ & = -v_x \{f(\vec{v}, x+dx, y, z, t) - f(\vec{v}, x, y, z, t)\} dy dz d^3v dt = \\ & = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} dx dy dz d^3v dt . \end{aligned}$$

v -elektronide arvu muutus ruumalas d^3r nende liikumise tõttu kõigis suundades (läbi kõigi 6 tahu) on võrdne

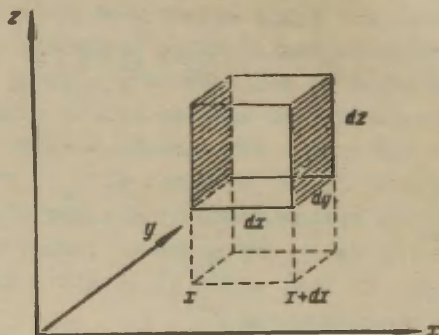
$$\begin{aligned} & - \left(v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} \right) d^3v d^3r dt = - (\vec{v} \nabla_r f) d^3v d^3r dt = \\ & = - \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} d^3v d^3r dt . \end{aligned}$$

(4.6)

Analoogiliselt saab vaadelda v -elektronide arvu muutust kiiruste ruumi elemendis $d^3v = dv_x dv_y dv_z$ nende liikumise tõttu kiirusega v_x, v_y, v_z kiiruste ruumis. v -elektronide arvu muutumine liikumisel v -ruumis on

$$- (\vec{v} \nabla_v f) d^3v d^3r dt = - \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} d^3v d^3r dt = - \frac{1}{m^2} (F \nabla_v f) d^3v d^3r dt , \quad (4.7)$$

sest $\dot{v} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m^*} F(\vec{r}, t)$, kus $F(\vec{r}, t)$ on tung*,
 mis mõjub elektronile punktis r ajamomendil t .



Joon. 27.

Lisaks sellele, st. lisaks elektronide arvu muutumisele elektronide jaotumise ebaühtluse ($\nabla_n f$ olemasolu) tõttu ja väliste tungide olemasolu tõttu, v -elektronide arv muutub veel põrkumiste (hajumise) tõttu.

Nagu äsja selgitasime, jaotusfunktsiooni muutumise kutsuvad esile kaks täiesti erinevat põhjust: 1) elektronide kiirendumine elektri- ja magnetväljas ja nende difundeerumine piki temperatuuri- või kontsentratsioonigradiente;

Tuletame meelde, et üldisel juhul (mitte sfäärilise isoenergeetilise pinna korral) tung avaldub vastavalt valemile (1.93).

2) elektronide pörkumine võre korrapäratustega. Seega

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_v + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_r, \quad (4.8)$$

kus esimene liidetav

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_v = (\vec{v} \nabla_r f) - \frac{1}{m^*} (F \nabla_v f) \quad (4.9)$$

on nn. triivi ehk välja liige, aga teine liige kirjeldab pörkumisi.

Valem (4.9), nagu märgitud ülalpool, on tuletatud eeldusel, et elektroni liikumine toimub vastavalt klassikalise mehhaanika seadustele, mille kohaselt $\vec{v} = \frac{1}{m} F$. See valem kehtib ka kvaasiklassikalises läheduses, kui elektroni energia

$$E = \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m^*} \quad \text{ja} \quad \vec{v} = \frac{\hbar \vec{\kappa}}{m^*}$$

(m^* - efektiivne mass).

Üldisel juhul meelevaldse dispersiooni korral

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\kappa} E(\vec{\kappa}) \quad \text{ja} \quad \vec{\kappa} = \frac{1}{\hbar} \vec{F}$$

Ning kirjutades analoogiliselt valemitele (4.6) ja (4.7) osakeste arvu muutumise kombineeritud kvaasilainektori - koordinaatruumi elemendis $d^3\kappa \cdot d^3r$ jaotusfunktsiooni $f(\kappa)$ kaudu, saame meelevaldse dispersiooni korral välja liikme avaldada järgmiselt:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_v = -\vec{v} \nabla_{\kappa} f(\vec{\kappa}) - \frac{1}{\hbar} \vec{F} \nabla_{\kappa} f(\vec{\kappa}). \quad (4.9a)$$

$$f(\vec{\kappa}, r, t) \frac{d^3\kappa}{4\pi^3} \quad (4.10)$$

määrab punkti \vec{r} naabruses olevas ruumiühikus ning \vec{k} naabruses olevas elemendis $d^3k = dk_x dk_y dk_z$ ajamomendil t olevate elektronide arvu.

Põrkumisi arvestavat liiget võib üldiselt kirjeldada hajumisprotsesside abil, mille korral elektron läheb antud olekust $\vec{k}(\vec{v})$ olekusse $\vec{k}'(\vec{v}')$. Tähistame $W(\vec{k}, \vec{k}')$ tõenäosuse selleks, et elektron põrkumise tõttu läheks ajaühikus olekust $\vec{k}(\vec{v})$ olekusse $\vec{k}'(\vec{v}')$. Siis jaotusfunktsiooni muutumist nende protsesside tõttu kirjeldab järgmine avaldis

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_p = \int \left\{ W(\vec{k}', \vec{k}) f(\vec{k}') [1 - f(\vec{k})] - W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f(\vec{k}) [1 - f(\vec{k}')] \right\} d\kappa'. \quad (4.11)$$

Esimene liige annab nende elektronide arvu, mis tulevad ajaühikus olekusse $\vec{k}(\vec{v})$, aga teine liige nende elektronide arvu, mis põrkumise tõttu sellest olekust ajaühikus lahkuvad. Korrutis $f(k_i) [1 - f(k_f)]$ on just tõenäosus selleks, et algolek k_i on hõivatud, aga lõppolek k_f ei ole hõivatud. Selleks, et hajumine saaks toimuda, peab see tingimus olema täidetud.

Kirjutades valemisse (4.8) vastavate liikmete tähenduse valemitest (4.9) ja (4.11), saame Boltzmanni kineetilise võrrandi

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(\vec{v} \nabla_r f)_i - \frac{1}{m^*} (\vec{F} \nabla_k f) + \int \left\{ W(\vec{k}, \vec{k}') f(\vec{k}') [1 - f(\vec{k})] - W(\vec{k}, \vec{k}') f(\vec{k}) [1 - f(\vec{k}')] \right\} d\kappa'. \quad (4.12)$$

Peame meeles, et väliste väljade ja temperatuuri gradientide puudumisel jaotusfunktsioon $f(\vec{k})$ on tasakaaluline jaotusfunktsioon (üldiselt Fermi jaotusfunktsioon) $f_0(E)$, kus E on tuntud funktsioon \vec{k} -st. Küllalt väikeste häiriva-

te väljade olemasolu korral on rakendatav häiritusarvutuse esimene lähend, mis tunduvalt lihtsustab ülesande lahendamist, s.t. mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni leidmist.

Statsionaarsel juhul

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_v + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_p = 0 \quad (4.13)$$

või

$$\vec{v} \nabla_r f + \frac{1}{\hbar} \vec{F} \nabla_k f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_p. \quad (4.13a)$$

Kuna pörkeliige sisaldab integraali otsitavast funktsioonist $f(k)$, siis Boltzmanni kineetiline võrrand (4.13a) on integraal-diferentsiaalvõrrand, mille täielikku lahendit senini pole õnnestunud leida.

R e l a k s a t s i o o n i a e g .

Ülesanne lihtsustub tunduvalt, kui pörkeintegraali õnnestub avaldada pörkeaja või relaksatsiooniaja kaudu. Kui kõrvalekaldumised tasakaaluasendist on väikesed, siis tavaliselt eeldatakse, et väliste väljade puudumisel f pürib pörkumiste tõttu tasakaaluasendi poole kiirusega, mis on võrdeline tasakaaluasendist kõrvalekaldumise suurusega, s.t. et ta muutub järgmise seaduse kohaselt:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_p = - \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (4.14)$$

See aga tähendabki teatud relaksatsiooniaja $\tau(E)$ olemasolu eeldamist. See nimetus tuleneb sellest, et vahe $f - f_0$ pärast väliste väljade mõju lakkamist kahaneb eksponentsiaalse seaduse järgi

$$f - f_0 = (f - f_0)_{t=0} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.15)$$

Aja τ jooksul vahe $f - f_0$ väheneb e korda. Relaksatsiooniaeg τ iseloomustab keskkonna mõju elektronidele, väike τ väärtus vastab elektronide ja keskkonna tugevale vastastikusele mõjule, suur τ väärtus nõrgale vastastikusele mõjule (nõrga vastastikuse mõju korral kulub palju aega enne kui tasakaalust väljaviidud süsteem jõuab tagasi tasakaalulekusse).

Et süsteemi pürgimine tasakaaluoleku poole toimub pörkumiste tulemusena ning kuna on vaja ainult mõningaid pörkeid selleks, et elektronid jõuaksid tagasi algolekusse (näiteks kaotaksid elektriväljas saavutatud täiendava kiiruse), siis τ on suurusjärgult võrdne vaba lennu tee ℓ läbimise ajaga

$$\ell = v\tau, \quad (4.16)$$

kus v -elektroni kiirus, τ -antud kiirusega liikuvate elektronide keskmine vaba lennu aeg.

Üldiselt τ on kiiruse funktsioon, nagu võib järeldada valemist (4.12), kuid üldjuhul ta võib sõltuda ka elektroni kvaasilainevektori suunast (vt. märkus lk. 131).

Varem me tegime kindlaks, et elektroni statsionaarsele olekule kristalli perioodilises väljas vastab ajast sõltumatu kiirus (vt. (1.82)). Võib näidata, et ideaalse kristalli takistus on võrdne nulliga; relaksatsiooniaeg oleks sellisel juhul lõpmatu.

Välises elektriväljas elektroni kvaasilainevektor k läbiks perioodiliselt kõik oma lubatud väärtused ning tuleks arvata, et elektron võngub rakendatud tungi suunas mingi alguspunkti naabruses. Kuid reaalses kristallis on elektroni käitumine hoopis teistsugune. Nimelt selle aja jooksul, mis oleks vajalik, et elektroni kvaasilainevektori väärtus rakendatud välja mõjul märgatavalt kasvaks, jõuab elektron mitu korda pörkuda kristalli mitmesuguste defektidega. Elektronide keskmine kvaasilainevektor k võib olulisel määral muutuda ainult väga tugevas elektriväljas. Samal ajal igas pörke-

aktis elektroni \vec{k} vektori väärtus muutub tugevasti. Energia hulk, mille elektron annab ära pörkumisel raskete ioonidega, on üsna väike; samuti võib näidata, et energia, mille elektron kulutab võre võnkumiste ergutamiseks, on ka väike. Järelikult enamikul juhtudel võib elektronide pörkeid pidada elastseteks. Välise välja mõjul liitub elektroni kaootilisele liikumisele kindlasuunaline triiv. Elektroni poolt tegelikult läbitud tee pikkus on tunduvalt pikem väljasuunalise triivi tee pikkusest ja tegelik kiirus on tunduvalt suurem triivi kiirusest.

Ülalpool ütlesime, et τ on suurusjärgult võrdne vaba lennu tee läbimise ajaga. Ta oleks sellega võrdne, kui ühest pörkumisest piisaks, et elektron täielikult kaotaks eelnevalt omandatud triivi kiiruse.

Selgitame vaba lennu aja mõistet. Liikugu n elektroni kiirusega \vec{v} antud suunas. Pörkumiste arv on võrdeline elektronide arvuga ja ajaintervalliga dt . Sellepärast nende elektronide arv, millega ajamomendiks t ei ole veel toimunud ühtegi pörget, peab rahuldama järgmist diferentsiaalvõrrandit

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau_v(v)}, \quad (4.17)$$

kus $\tau_v(v)$ - mingi suurus, mis ei sõltu ajast t ja mis, nagu näeme allpool, langeb kokku keskmise ajaga kahe pörke vahel.

Valemist saame

$$n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{kus } n_0 = n, \text{ kui } t = 0.$$

Tõenäosus selleks, et elektronil õnnestub pörkest pääseda, on $\frac{\bar{n}}{n_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Keskmine aeg kahe pörke vahel

$$\bar{t} = \tau^{-1} \int_0^{\infty} t e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \tau. \quad (4.18)$$

Kristalli lõplik takistus, millega on seotud lõplik relaksatsiooniaeg τ või vaba tee pikkus $l = v\tau$, on tingitud mitmesugustest kristallisisesse välja kõrvalkaldu- mistest rangest perioodilisusest.

Üheks oluliseks kristallisisesse välja range perioodi- lisuse rikkumise põhjuseks on võre aatomite (ioonide) soo- juslik võnkumine.

Elektroni energia ja impulss võivad muutuda, kui ta neelab või annab ära võre võnkumiste kvandi (foononi)

$$\vec{\kappa}' = \vec{\kappa} \pm \vec{q}, \quad (4.19)$$

kus ülemine märk vastab foononi neelamisele, alumine kiirga- misele (äraandmisele). Tegelikult on asi nii, et elektro- nid hajuvad võre võnkumistel elastselt, s.t. muutub ainult elektroni kvaasiimpulssvektor.

Teooria näitab, et elektroni relaksatsiooniaeg hajumise korral aatomvõreaga pooljuhi võre võnkumistel avaldub järgmi- selt

$$\tau = \frac{\tau_{0\kappa}}{\kappa} = \frac{\tau}{\sqrt{E}}, \quad (4.20)$$

kus

$$\tau_{0\kappa} = \frac{\left(\frac{9}{4}\pi\right)(Mv_0^2\hbar^3)}{\Omega_0 C^2 m^* \kappa_0 T} \quad \text{ja} \quad \tau_0 = \frac{\hbar}{\sqrt{2m^*}} \tau_{0\kappa}$$

ning Ω_0 - elementaarraku ruumala,
 M - elementaarraku mass,
 C - energia dimensiooniga konstant,
 mis iseloomustab eletronide vastastikust mõju võre võnkumistega.

Siit näeme, et atomaarsetes pooljuhtides

$$\tau \sim T^{-1} E^{-1/2} \quad (4.21)$$

ning vaba tee pikkus $\ell = v\tau = \tau_0 \hbar$ on sõltumatu elektroni energiast. Vaba tee pikkus osutub kümneid, aga madalatel temperatuuridel tuhandeid kordi suuremaks kui võrekonstant d .

Juhtivuselektron või auk on ioonkristallides optiliste võnkumistega palju tugevamas vastastikusel seoses kui akustiliste võnkumistega. Elektron on tugevasti mõjutatud dipoolmomentidest, mis tekivad kristalli rakkudes vastasnimeliselt laetud ionide optilistel võnkumistel (vastasnimelised ionid liiguvad üksteise suunas või üksteisest eemale). Kuubilise ioonkristalli elementaarrakus $\Omega_0 = 2d^3$ tekkiv dipoolmoment on võrdne ionide nihkumise geomeetrilise summa ja nende laengu korrutisega.

Kõrgete temperatuuride piirkonnas, kui $\kappa_0 T \gg \hbar \omega_0$ (ω_0 - longitudinaalsete optiliste võnkumiste piirsagedus)

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{Md^3(\hbar\omega_0)^2 E^{1/2}}{Z^2 e^4 (m^*)^{1/2} \kappa_0 T},$$

$$\tau = T^{-1} E^{1/2}. \quad (4.22)$$

Madalatel temperatuuridel, kui $\kappa_0 T \ll \hbar \omega_0$

$$\tau = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \frac{Md^3(\hbar\omega_0)^{3/2}}{Z^2 e^4 (m^*)^{1/2}} e^{\frac{\hbar\omega_0}{\kappa_0 T}},$$

$$\tau \sim e^{\frac{1}{T}}. \quad (4.23)$$

Siin Z oniooni laenguarv.

Viimasel juhul relaksatsiooniaeg ei sõltu energiast. Elektronide hajumisel lisandi laetud ioonidel

$$\tau \sim E^{3/2}. \quad (4.24)$$

Elektronide hajumisel neutraalsetel lisandi aatomitel τ ei sõltu energiast. Sel juhul liikuvus ei sõltu temperatuurist.

Bespool esitatud valemid (4.20) - (4.24) relaksatsioonija sõltuvuse kohta annavad võimaluse eeldada, et kõiki-del praktilist huvi pakkuvatel juhtudel võib relaksatsioonija sõltuvuse energiast esitada kujul

$$\tau = \tau_{\infty} E^p, \quad (4.25)$$

kus p väärtus erinevate hajumismehhanismide jaoks on erinev (τ_{∞} on energiast sõltumatu tegur).

Reaalses pooljuhis mõjuvad samaaegselt mitu hajumismehhanismi. Sel juhul efektiivse relaksatsioonija pöördväärtus on erinevatele hajumismehhanismidele vastavate relaksatsiooniaegade pöördväärtuste summa.

Üldjuhul

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}, \quad (4.26)$$

kus τ_i on i -ndale hajumismehhanismile vastav relaksatsiooniaeg.

Kui mingi hajumismehhanism lakkab mõju avaldamast, siis vastav relaksatsiooniaeg $\tau \rightarrow \infty$

Mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni määramine.

Määrame juhtivuselektronide mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni, eeldades, et elektroni energia

$$E = \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m^*}. \quad (4.27)$$

Sellisel juhul elektroni kiirus

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \kappa} = \frac{\hbar}{m} \vec{\kappa}. \quad (4.28)$$

Olgu mittetasakaaluline jaotusfunktsioon

$$f(\vec{\kappa}) = f_0(E) + f_1(\vec{\kappa}). \quad (4.29)$$

Otsime parandusliiget (mittetasakaalulist lisa) järgmisel kujul

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) \vec{k}, \quad (4.30)$$

kus

$$f_0(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-M}{\kappa T}} + 1} \quad \text{ning} \quad (4.31)$$

$\vec{\chi}(E)$ esialgu tundmatu vektorfunktsioon.

Arvestades valemit (4.14) ning (1.106), saame kineetilise võrrandi (4.13a) kirjutada järgmisel kujul

$$\vec{v} \nabla_2 f - \frac{e}{\hbar} (\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{\mathcal{H}}]) \nabla_n f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_p = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau} \quad (4.32)$$

Selleks, et arvutada kineetilise võrrandi vasak pool f_1 esimese astme täpsusega, on küllaldane, kui selles f asemele pann f_0 (kõikides liikmetes, mis ei sisalda magnetvälja H), sest need liikmed on ise f_1 suurusjärgus.

See eeldus, et $f_1 \ll f_0$ on tavaliselt hästi täidetud, kuivõrd elektrijuhtivus ainult sel juhul ei sõltu elektrivälja tugevusest (ja on täidetud Ohmi seadus), kui elektroni poolt elektriväljas juurde saadud energia on väike võrreldes tema soojusliku kineetilise energiaga.

Seega siis

$$\nabla_n f \approx \nabla_n f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E} \left\{ \frac{M-E}{T} \nabla T \nabla_M \right\}, \quad (4.33)$$

kus on arvestatud, et

$$\frac{\partial f}{\partial E} = -\frac{1}{\kappa T} \left[e^{\frac{E-M}{\kappa T}} + 1 \right]^{-2} e^{\frac{E-M}{\kappa T}}, \quad (4.34)$$

mis mandumata juhul annab

$$\frac{\partial f}{\partial E} = - \frac{1}{\kappa_0 T} f_0 \quad (4.34a)$$

ning ∇_r on võetud üldisel juhul T -st ja μ -st, mis mõlemad on ruumikoordinaadi funktsioonid.

Kasutades seost (4.28), saame

$$\nabla_{\kappa} f \approx \nabla_{\kappa} f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E} \hbar \vec{v}. \quad (4.35)$$

Nüüd on näha, et lähenduses $f \approx f_0$ see liige, mis sisaldab võrrandi (4.32) vasakul poolel magnetvälja, langeb ära, kuna $([\vec{v}, \vec{H}] \cdot \vec{v}) = 0$. Selle tõttu valemis (4.32) tuleb magnetvälja sisaldava liikme jaoks arvutada

$\nabla_{\kappa} f$ järgmises lähenduses:

$$\nabla_{\kappa} f_1 = - \nabla_{\kappa} \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) \vec{\kappa} \right\} = - \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) - \hbar \vec{\kappa} \left(\frac{\partial}{\partial E} \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) \right\} \right) \vec{v}.$$

Asetades saadud avaldise $\nabla_{\kappa} f_1$ kohale magnetvälja sisaldavas liikmes valemis (4.32) selgub, et teine liige muutub nulliks, kuna $([\vec{v}, \vec{H}] \cdot \vec{v}) = 0$ ning seega saame

$$\frac{e}{\hbar c} ([\vec{v}, \vec{H}] \vec{\chi}) \frac{\partial f_0}{\partial E} = \frac{e}{\hbar c} \frac{\partial f_0}{\partial E} [\vec{H}, \vec{\chi}] \vec{v}. \quad (4.36)$$

Siin on kasutatud veel segakorrutise tsüklilist omadust.

Kasutades $f(\vec{k})$ avaldist (4.30) ning kirjutades selle võrrandi (4.32) abil detailselt välja, saame

$$f_1(\vec{k}) = - \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) \vec{\kappa} = - \frac{m^*}{\hbar} \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}(E) \vec{v} =$$

$$= -\tau(\vec{k}) \frac{\partial f_0}{\partial E} \left\{ \frac{\mu - E}{T} \nabla T - \nabla(\mu - e\varphi) + \frac{e}{\hbar c} [\vec{H}, \vec{\chi}] \vec{v} \right\}, \quad (4.37)$$

kus $\vec{E} = -\nabla\varphi$ (φ - elektrostaatiline potentsiaal). Valemi (4.37) saamisel kasutati avaldise (4.28), (4.33), (4.35) ja (4.36). Saadud tulemus õigustab alguses valitud $f_i(\vec{k})$ avaldise kuju.

Võrrandist (4.37) saame

$$\vec{\chi}_n(E) = -\frac{\hbar}{m_n^*} \tau_n(\vec{k}) \left\{ \frac{E - \mu}{T} \nabla T + \nabla(\mu - e\varphi) - \frac{e}{\hbar c} [\vec{H}, \vec{\chi}_n] \right\} \quad (4.38)$$

kus indeks n näitab, et vastavad suurused iseloomustavad elektrone.

Aukude jaoks saame analoogilisel teel samasuguse kujuga valemi

$$\vec{\chi}_p(E') = \frac{\hbar}{m_p'} \tau_p(\vec{k}') \left\{ \frac{E + \Delta E + \mu}{T} \nabla T - \nabla(\mu - e\varphi) + \frac{e}{\hbar c} [\vec{H}, \vec{\chi}_p] \right\} \quad (4.39)$$

kus E' on augu energia, ΔE - keelatud tsooni laius. Indeks p näitab, et vastavad suurused iseloomustavad auke.

Selleks, et avaldised (4.38) ja (4.39) määraksid elektronide ja aukude mittetasakaalulised jaotusfunktsioonid, on vaja, et relaksatsiooniajad τ_n ja τ_p oleksid palju väiksemad elektroni ja augu keskmisest rekombinatsiooni elueast.

Kui magnetväli $\vec{H} = 0$, siis (4.38) ja (4.39) otsekohe määravad $\vec{\chi}_n$ ja $\vec{\chi}_p$ ning (4.37) abil saab arvutada $f_1(k)$.

Mandumata juhul, kui $\nabla T = \nabla\mu = 0$, saame

$$f_i(\vec{k}) = \tau \frac{e}{\kappa T} \vec{v} \vec{E} \quad (4.37a)$$

Kui aga $\vec{H} \neq 0$, siis vastavad võrrandid tuleb lahendada $\vec{\chi}_n$ ja $\vec{\chi}_p$ suhtes.

Saadud valem (4.38) on tegelikult vektorvõrrand

$$\vec{\chi} = \vec{a} + [\vec{b}, \vec{\chi}] \quad (a)$$

tundmatu \vec{x} suhtes.

Võrrandist (a) järeldub, et

$$\vec{b}\vec{x} = \vec{b}\vec{a}, \quad \text{kuna} \quad \vec{b}[\vec{b}, \vec{x}] \equiv 0 \quad (b)$$

Asetades võrrandi (a) paremale poolele \vec{x} asemele tema avaldise $\vec{a} + [\vec{b}, \vec{x}]$, siis

$$\vec{x} = \vec{a} + [\vec{b}, \vec{a}] + [\vec{b}[\vec{b}, \vec{x}]]. \quad (c)$$

Kasutades samasusteisendust

$$[\vec{b}[\vec{b}, \vec{x}]] = \vec{b}(\vec{b}\vec{x}) - \vec{x}\vec{b}^2$$

ja võrdust (b), saame valemist (c)

$$\vec{x} = \vec{a} + [\vec{b}, \vec{a}] + \vec{b}(\vec{b}\vec{a}) - \vec{x}\vec{b}^2,$$

kust

$$\vec{x} = \frac{\vec{a} + [\vec{b}, \vec{a}] + (\vec{a}\vec{b})\vec{b}}{1 + \vec{b}^2}. \quad (d)$$

Kasutades seda vektorvõrrandi lahendit, saame kirjutada

$$\vec{\chi}_n(E) = -\frac{\hbar\tau_n}{m_n}.$$

$$\left[\frac{\left\{ \frac{E-\mu}{T} \nabla T + \nabla(\mu - e\varphi) \right\} + \frac{e\tau_n}{cm_n^2} \left[\vec{H}, \left\{ \frac{E-\mu}{T} \nabla T + \nabla(\mu - e\varphi) \right\} \right]}{1 + \left(\frac{e\tau_n \vec{H}}{cm_n} \right)^2} + \frac{\left(\frac{e\tau_n}{cm_n} \right)^2 \left(\vec{H} \left\{ \frac{E-\mu}{T} \nabla T + \nabla(\mu - e\varphi) \right\} \right) \vec{H}}{1 + \left(\frac{e\tau_n \vec{H}}{cm_n} \right)^2} \right] \quad (4.40)$$

ja

$$\vec{\chi}_p(E') = -\frac{\hbar \tau_p}{m_p^*}.$$

$$\left[\frac{\left\{ \frac{E' + \Delta E + \mu}{T} \nabla T - \nabla(\mu - e\varphi) \right\} - \frac{e\tau_p}{cm_p^*} [\vec{H}, \left\{ \frac{E' + \Delta E + \mu}{T} \nabla T - \nabla(\mu - e\varphi) \right\}]}{1 + \left(\frac{e\tau_p \vec{H}}{cm_p^*} \right)^2} + \frac{\left(\frac{e\tau_p}{cm_p^*} \right)^2 (\vec{H} \left\{ \frac{E' + \Delta E + \mu}{T} \nabla T - \nabla(\mu - e\varphi) \right\}) \vec{H}}{1 + \left(\frac{e\tau_p \vec{H}}{cm_p^*} \right)^2} \right]. \quad (4.40a)$$

Kirjutamise lihtsustamiseks võtame tarvitusele uued funktsioonid ja parameetrid

$$\chi_n = -\frac{\hbar e}{m_n^*} \chi_n^* \quad (4.41)$$

ja

$$\gamma_n = \frac{e}{m_n c} \quad (4.42)$$

Siis

$$\chi_n^* = \frac{\tau_n \vec{P} + \gamma_n \tau_n^2 [\vec{H}, \vec{P}] + \gamma_n^2 \tau_n^3 (\vec{H} \vec{P}) \vec{H}}{1 + (\gamma_n \tau_n H)^2}, \quad (4.43)$$

kus

$$\vec{P}_n = \frac{E - \mu}{eT} \nabla T + \nabla \left(\frac{\mu}{e} - \varphi \right). \quad (4.44)$$

Kui aga $\nabla T = 0$ ja $\Delta \mu = 0$, siis

$$\vec{P}_n = \vec{E} = -\nabla \varphi. \quad (4.44a)$$

Aukude jaoks

$$\chi_p^* = \frac{\tau_p \vec{P}' - \gamma_p \tau_p^2 [\vec{H}, \vec{P}'] + \gamma_p^2 \tau_p^3 (\vec{H}, \vec{P}') \vec{H}}{1 + (\gamma_p \tau_p \vec{H})^2} \quad (4.45)$$

Need keerulise kujuga avaldised lihtsustuvad tunduvalt erijuhtudel, kui magnetväli $\vec{H} = 0$ või kui ta on väike, või ka siis, kui ei ole temperatuurigradienti ($\nabla T = 0$) jne.

Avaldis $\vec{\chi}$ (E) jaoks sellisel kujul nagu ta on ülal äsja välja kirjutatud, lubab vaadelda seose $f_i = f_0 + f_1(\vec{k})$ kaudu väga paljusid kineetilisi efekte ühtsest lähtepunktist. Esialgu langevad vaatlusest välja need efektid, mis on seotud keerulise tsoonistruktuuriga ja relaksatsiooniaja anisotroopsusega. Rõhutame veelkord, et suurus $\vec{\chi}$ (E) ja tema kaudu kõik kineetilised protsessid sõltuvad relaksatsiooniajast $\tau(\vec{k})$, mis on üldjuhul elektroni kiiruse (energia) funktsioon.

E l e k t r i j u h t i v u s j a l i i - k u v u s .

Elektronide ja aukude olemasolu korral koguvool on võrdne

$$\vec{j} = -e \int_{-\infty}^{\infty} f_1^n(\vec{k}) \vec{v}_n \frac{d^3k}{4\pi^3} + e \int_{-\infty}^{\infty} f_1^p(\vec{k}') \vec{v}_p \frac{d^3k'}{4\pi^3} \quad (4.46)$$

Mandumata juhul (selle juhuga me põhiliselt piirdume-
gi)

$$f_1^n(\vec{k}) = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \left(\vec{\chi}_n \vec{k} \right) = \frac{1}{k_0 T} \frac{4\pi^3 n \hbar^3}{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}} e^{-\frac{\hbar^2 k^2}{2m_n k_0 T}} (\vec{\chi}_n \vec{k}) \quad (4.47)$$

ja

$$f_1^p(\vec{k}') = \left(-\frac{\partial f_0^p}{\partial E} \right) \left(\vec{\chi}_p \vec{k}' \right) = \frac{1}{k_0 T} \frac{4\pi^3 p \hbar^3}{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}} e^{-\frac{\hbar^2 (k')^2}{2m_p k_0 T}} (\vec{\chi}_p \vec{k}') \quad (4.47a)$$

Lihtsa dispersiooni korral

$$\vec{v}_n = \frac{\hbar \vec{k}}{m_n^*} \quad \text{ja} \quad \vec{v}_p = \frac{\hbar \vec{k}'}{m_p^*}. \quad (4.48)$$

Asetades (4.47), (4.47a) a (4.48) võrrandisse (4.46), kusjuures arvestame ka (4.41), saame

$$\vec{j}_e = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{ne\hbar^3}{(m_n^* k_B T)^{3/2}} \left(-\frac{\hbar e}{m_n^*}\right) \int e^{-\frac{E}{k_B T}} (\chi_n^*(\vec{k})) \vec{k} d^3k. \quad (4.49)$$

Valemis (4.49) olevat integraali saab teisendada, sest

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\vec{k}) (\vec{a} \cdot \vec{k}) \vec{k} d^3k = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} \vec{a}(\kappa) F(\kappa) \kappa^4 d\kappa. \quad (4.50)$$

Siin funktsioonid $F(\vec{k})$ ja \vec{a} sõltuvad ainult \vec{k} absoluutväärtusest.

Selle seose tõestuseks valime z-telje paralleelselt vektori \vec{a} suunaga ning kasutame sfäärilisi koordinaate, kus

$$k_x = \kappa \sin \vartheta \cos \varphi; \quad k_y = \kappa \sin \vartheta \sin \varphi; \quad k_z = \kappa \cos \vartheta.$$

Siis $\vec{a}(\vec{k}) \cdot \vec{k} = \vec{a}(\kappa) \kappa \cos \vartheta$, $d^3k = \kappa^2 d\kappa \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$

Integraal saab seega järgmise kuju:

$$\int [i_0 \kappa \sin \vartheta \cos \varphi + j_0 \kappa \sin \vartheta \sin \varphi + k_0 \kappa \cos \vartheta] \times \\ \times F(\kappa) a(\kappa) \hbar d\kappa \kappa^2 \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

k_x ja k_y sisaldavaid liikmeid $d\varphi$ järgi integreerides saame nulli, sest

$$\int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \sin \varphi d\varphi = 0.$$

Et aga

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{4\pi}{3},$$

siis olemegi jõudnud velemi (4.50) parema pooleni.

Kasutades seda valemit integraali teisendamiseks voolutiheduse avaldises, saame

$$\vec{j}_e = A \cdot \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{k_0 T}} \vec{\chi}^*(\vec{k}) k^4 dk, \quad (4.49a)$$

kus

$$A = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{ne\hbar^4}{(m_n^* k_0 T)^{5/2}} \left(-\frac{\hbar e}{m_n^*} \right).$$

Võttes integreerimiseks kasutusele uue muutuja $x = \frac{E}{k_0 T}$

$$k^4 dk = 2^{3/2} \frac{(m_n k_0 T)^{5/2}}{\hbar^5} x^{3/2} dx$$

ja

$$\vec{j}_e = \frac{ne^2}{m_n^*} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \vec{\chi}^*(\vec{k}) x^{3/2} e^{-x} dx. \quad (4.49b)$$

Kasutame voolutiheduse avaldise lihtsamaks ja ülevaatlikumaks esitamiseks järgmist keskmistamise sümbolit

$$\langle g \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} g(x) x^{3/2} e^{-x} dx, \quad (4.51)$$

kui $a = \text{const.}$, siis $\langle a \rangle = a$.

Nüüd saame voolutiheduse avaldise lühidalt üles kirjutada (eeldame esialgu, et tegu on n-pooljuhiga)

$$\vec{j}_e = \frac{ne^2}{m_n^*} \langle \vec{\chi}_n^x \rangle, \quad (4.49c)$$

kust, kui $H = 0$, $\nabla T = 0$; $\mu = 0$, siis $\vec{\chi}_n^x = \tau_n \vec{E}$ ja

$$\sigma_n = \frac{ne^2}{m_n^*} \langle \tau \rangle, \quad (4.52)$$

ning kuna on teada, et

$$\sigma_n = ne u_e, \quad (4.52a)$$

siis liikuvus u_e avaldub järgmiselt

$$u_e = \frac{\sigma_n}{ne} = \frac{e}{m_n^*} \langle \tau_n \rangle. \quad (4.53)$$

Elektroni liikuvus on arvuliselt võrdne tema triivikiirusega ühikulises elektriväljas. Elektronide keskmine triivikiirus elektriväljas

$$\vec{v} = u_e \vec{E}. \quad (4.54)$$

Mitmekülgsama ülevaate saamiseks jälgime lihtsat mõttekäiku, mis viib valemile, mille kuju on sarnane valemi (4.53) kujuga.

Olgu elektriväli x -telje suunaline. Vaatleme elektroni, mis momendil $t = 0$ pörkus. Lihtsuse mõttes eeldame, et selle pörkumise tulemusel elektron täielikult kaotas elektriväljas omandatud kiiruse (kahe pörke vaheline aeg on võrdne relaksatsiooniajaga).

Kiiruse x -telje suunaline komponent, mille see elektron omandab elektriväljas ajamomendiks t (eeldusel, et elektron ei jõudnud teistkordselt pörkuda)

$$v_x = v_{x0} - \frac{\mathcal{E}_x e t}{m_n^*}, \quad (4.55)$$

kus v_{x0} on v_x algväärtus.

Edasi tuleb leida v_x keskvärtus aja suhtes. Seda

saab teha avaldise $e^{-t/\tau} \frac{dt}{\tau}$ abil, mis määrab pörkumise tõenäosuse τ ja $t + dt$ vahel.

Seega

$$\bar{v}_x = v_{x0} - \frac{\mathcal{E}_x e}{m_n^*} \int_0^{\infty} t e^{-t/\tau} dt = v_{x0} - \frac{\mathcal{E}_x e \tau}{m_n^*}. \quad (4.56)$$

Selle eelduse tõttu, et igal pörkel täielikult kaotatakse ära eelnevalt omandatud triivikiirus, siis $v_{x0} = 0$ ja seega

$$\bar{v}_x = - \frac{e \mathcal{E}_x \tau}{m_n^*} . \quad (4.57)$$

Teiselt poolt

$$\bar{v}_x = - u_e \mathcal{E}_x . \quad (4.58)$$

Seega

$$u_e = \frac{e \tau}{m_n^*} , \quad (4.59)$$

mis ongi valem (4.53), kui selles $\langle \tau \rangle$ asemele panna τ .

τ viimases valemis on kiirusega \bar{v} liikuvate elektronide keskmine lennuaeg kahe pörke vahel. Järelikult selleks, et leida voolutiheduse, aga ka juhtivuse ja liikuvuse väärtus, tuleks valemis (4.59) τ asemele panna üle kõikide kiiruste mõistlikul viisil keskmistatud τ väärtus. See on tehtud valemi (4.53) saamisel. Kui aga τ on kiirusest (energiast) sõltumatu, siis $\langle \tau \rangle = \tau$, ning valemid (4.53) ja (4.59) ei erine sisuliselt üksteisest.

Esitame mõnede tarvituselevõetud suuruste arvulised hinnangud. Puhtas germaaniumis toatemperatuuril $u_e = 3900 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ või SI süsteemis $0,39 \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$. Kui $m_n^* = 0,3 m$, siis $\tau_n = 6 \cdot 10^{-13} \text{ sec}$. Et elektroni keskmine kiirus väga vähe erineb ruutkeskmisest kiirusest, siis valemist

$$\frac{1}{2} m_n \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k T$$

saame toatemperatuuril, et $\bar{v} \approx 2,5 \cdot 10^7 \text{ cm}/\text{sec}$. Samal ajal triivikiirus väljas 1 V/cm on $3,9 \cdot 10^3 \text{ cm}/\text{sec}$, mis on seega neli suurusjärku väiksem kui soojusliku liikumise keskmine kiirus.

Kui arvutada $\langle \tau_n \rangle$ vastavaid valemitele (4.20) -

(4.24), siis saame liikuvuse u_e jaoks iga hajumismehhanismi korral oma avaldise.

Näiteks hajumisel aatomvõre võnkumistel $\tau = \frac{\tau_{0k}}{\kappa}$.

$$\text{Saame } u_e = \frac{e}{m_n^*} \langle \tau_n \rangle = \frac{e}{m_n^*} \frac{4\tau_{0k}}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\kappa(x)} dx.$$

Et aga $\kappa = \sqrt{\frac{2m_n^* \kappa_0 T}{\hbar^2}}$, siis

$$u_e = \frac{e}{m_n^*} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\hbar \tau_{0k}}{\sqrt{2m_n^* \kappa_0 T}} \int_0^{\infty} e^{-x} x dx$$

ja et $\int_0^{\infty} e^{-x} x dx = 1$, siis

$$u = \frac{e}{m_n^*} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\hbar \tau_{0k}}{\sqrt{2m_n^* \kappa_0 T}}. \quad (4.60)$$

Et $\tau_{0k} \sim \frac{1}{T}$, siis

$$u_e \sim \frac{1}{T^{3/2}}. \quad (4.61)$$

Niisiis, kasutades valemeid (4.20) - (4.24) saame (4.53) abil, et hajumisel

$$\text{aatomvõre võnkumistel } u \sim T^{-3/2}, \quad (4.61a)$$

$$\text{lisandi loonidel } u \sim T^{3/2}, \quad (4.62)$$

$$\text{optilistel võnkumistel } (\kappa_0 T < \hbar \omega_0) u \sim T^{-1/2}, \quad (4.63)$$

$$\text{optilistel võnkumistel } (\kappa_0 T > \hbar \omega_0) u \sim e^{\frac{\hbar \omega_0}{\kappa_0 T}}. \quad (4.64)$$

Avaldise (4.49) integreerimisel erinevate hajumismehhanismide korral, aga ka allpool esinevate analoogiliste

integraalide arvutamiseks on vaja teada järgmisi määratud integraale:

$$1) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha^{1/2}}, \quad (4.65a)$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^2 dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^2 dx = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha^{3/2}}, \quad (4.65b)$$

$$3) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^4 dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^4 dx = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha^{5/2}}, \quad (4.65c)$$

$$4) \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} x dx = \frac{1}{2\alpha}, \quad (4.65d)$$

$$5) \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^3 dx = \frac{1}{2\alpha^2}. \quad (4.65e)$$

Galvanomagnetilised efektid.

Esiolgu vaatleme galvanomagnetilisi efekte (mittemandunud ning lihtsa tsoonistruktuuriga pooljuhtides).

Galvanomagnetilised efektid tekivad elektri- ja magnetvälja koosmõjul. Kui pooljuht on soojuslikult isoleeritud, siis temas tekib veel temperatuuri gradient. Sel juhul galvanomagnetilisi efekte nimetatakse adiabaatilisteks.

Kui toimub soojusevahetus ning selle abil hoitakse ära temperatuuri gradiendi tekkimine, siis vastavaid efekte ning neid iseloomustavaid koefitsiente nimetatakse isoter-

milisteks.

Eeldame isotermilisust ning vaatleme Halli efekti nõrgas magnetväljas. Magnetvälja nimetame nõrgaks, kui dimensioonitu parameeter

$$\frac{e\tau H}{cm^*} \approx \frac{uH}{c} \ll 1. \quad (4.66)$$

Siin u tähistab laengukandja liikuvust, τ - vastaval viisil keskmistatud relaksatsiooniaega.

Nõrga magnetvälja kriteeriumile võib anda ka piltliku selgituse. Arvestades, et $\frac{eH}{cm^*} = \omega_c$ on tsüklotron-sagedus, $v\tau$ - vaba tee pikkus ja $\frac{cm^*v}{eH} = R$ - magnetväljas liikuva elektroni ringorbiidi raadius, saame

$$\omega_c \tau = \frac{l}{R} \ll 1. \quad (4.66a)$$

Niisiis, me peame magnetvälja nõrgaks sel juhul, kui elektroni vaba tee pikkus on palju väiksem tema orbiidi raadiusest magnetväljas, ehk kui vaba lennu aeg

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_c} = \frac{T_c}{2\pi},$$

kus T_c - elektroni tiirlemisperiood sellel orbiidil.

Lihtsustame oma ülesannet veelgi ja vaatleme detailselt ainult sellist juhtu, kus magnetväli on elektriväljaga risti (niisuguseid efekte nimetatakse transversaalseteks). Longitudinaalsete efektide korral piirdume kvalitatiivse käsitlemisega. Selline piiramine on meie kursuses tingitud ainult matemaatiliste teisenduste kohmakusest ja ei ole seotud printsiipiaalsete raskustega. Suuremad raskused tulevad ilmsiks selliste pooljuhtide korral, millel korraga eksisteerib mitut tüüpi laengukandjaid - elektronid ning kerged ja rasked augud - eriti sel juhul, kui relaksatsiooniprotsess võib kaasa tuua aukude liigi muutuse.

Niisiis, olgu $\nabla T = 0$, $\vec{H} \neq 0$, $\vec{H} \perp \vec{E}$ ($H_z = H$, $H_x = H_y = 0$; $E_z = 0$; $E_x, E_y \neq 0$). Siis vastavalt (4.44a), $\vec{P}_n = \vec{E}$, $\vec{P}_p = -\vec{E}$ ning

$$\vec{\chi}_n^* = \frac{\tau_n \vec{E} + \gamma_n \tau_n^2 [\vec{H}, \vec{E}]}{1 + (\gamma \tau_n H)^2}, \quad (4.67)$$

$$\vec{\chi}_p^* = \frac{-\tau_p \vec{E} + \gamma \tau_p^2 [\vec{H}, \vec{E}]}{1 + (\gamma \tau_p H)^2}. \quad (4.68)$$

Voolu tihedus avaldub valemiga (4.46) ja (4.49c), mille kirjutame komponentide kaupa järgmisel kujul

$$j_x = (a_{1n} + a_{1p}) E_x - (a_{2n} - a_{2p}) E_y, \quad (4.69)$$

$$j_y = (a_{2n} - a_{2p}) E_x + (a_{1n} + a_{1p}) E_y,$$

kus

$$a_{1q} = \frac{q e^2}{m_q} \left\langle \frac{\tau_q}{1 + (\gamma \tau_q H)^2} \right\rangle \quad (4.70)$$

ja

$$a_{2q} = \frac{q e^2}{m_q} \gamma H \left\langle \frac{\tau_q^2}{1 + (\gamma \tau_q H)^2} \right\rangle. \quad (4.71)$$

Siin $q = n$ elektronide jaoks ja $q = p$ aukude jaoks nii indeksi kui ka suuruse tähisena.

Esimeses lähenduses magnetvälja suhtes ($\gamma \tau_q H \ll 1$), s.t. jättes alles a_{1q} ja a_{2q} rittaarendustes H järgi liikmed kuni H esimese astmeni

$$a_{1q} = \frac{q e^2}{m_q} \langle \tau_q \rangle, \quad a_{2q} = \frac{q e^2}{m_q} (\gamma H) \langle \tau_q^2 \rangle \quad (4.72)$$

Siit selgub, et

$$a_{in} = neu_e \quad \text{ja} \quad a_{ip} = peu_h, \quad (4.72a)$$

sest

$$u_e = \frac{e}{m_n} \langle \tau_n \rangle \quad \text{ja} \quad u_h = \frac{e}{m_p} \langle \tau_p \rangle.$$

Nagu allpool näeme, on selline lähendus küllaldane Halli efekti arvutamiseks.

Kui geomeetriliste tingimuste tõttu vool liigub paralleelselt x -teljega ning seega $j = j_x$, $j_y = 0$, siis saab elimineerida \mathcal{E}_x .

Saame

$$\mathcal{E}_y = \frac{a_{2p} - a_{2n}}{(a_{1n} + a_{1p})^2 + (a_{2p} - a_{2n})^2} \vec{j} = RHj, \quad (4.73)$$

kus Halli konstant

$$R = - \frac{a_{2n} - a_{2p}}{\{(a_{1n} + a_{1p})^2 + (a_{2p} - a_{2n})^2\}H}, \quad (4.74)$$

mis nõrgas magnetväljas esimeses lähenduses magnetvälja suhtes võtab kuju

$$R = - \frac{a_{2n} - a_{2p}}{(a_{1n} + a_{1p})^2 H}, \quad (4.75)$$

sest

$$(a_{2p} - a_{2n})^2 \sim H^2 \rightarrow 0.$$

Lisandpooljuhtides, kus voolukandjateks on kas ainult ühte liiki elektronid või ühte liiki augud

$$R = \mp \frac{\langle \tau_q^2 \rangle}{\langle \tau_q \rangle} \frac{1}{ecq}, \quad (4.76)$$

kus ülemine märk vastab n- ja alumine p-pooljuhile.

Arvutame Halli efekti (a_{1q} ja a_{2q}) lineaarses lähenduses H järgi: 1) $\tau_q = \frac{\tau_{0kq}}{\kappa}$ ning 2) kui $\tau_q = \text{const.}$

1. Kasutades valemeid (4.51), (4.72a) ja (4.20), saame

$$a_{1q} = \frac{qe^2}{m_q^*} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{3/2} \frac{\tau_{0kq}}{\kappa(x)} dx =$$

$$= qe \frac{e}{m_q^{*3/2}} \frac{\hbar \tau_{0kq}}{(2\kappa_0 T)^{1/2}} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x dx, \quad *$$

kust, kuna $\int_0^{\infty} e^{-x} x dx = 1,$

$$a_{1q} = qe u_q$$

kus

$$u_q = \frac{4e\tau_{0kq}\hbar}{3\sqrt{2\pi}(\kappa_0 T)^{1/2} m_q^{*3/2}}. \quad (4.77)$$

Valemite (4.51), (4.72) ja (4.20) abil leiame, et

$$a_{2q} = \frac{qe^2}{m_q^*} \frac{e}{m_q^* c} H \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{3/2} \frac{\tau_{0kq}^2}{\kappa^2} dx =$$

Peame silmas, et $x = \frac{\epsilon}{\kappa T} \sim \kappa^2$, seega $\kappa \sim \sqrt{x}$.

$$= \frac{q e^2}{m_q^2} \frac{e}{m_q c} H \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\hbar^2 \tau_{0kq}^2}{2 m_k^2 \tau} \int_0^\infty e^{-x} x^{1/2} dx =$$

$$= \frac{3\pi e}{8c} q u_q^2.$$

(4.78)

Seega, kui $\tau \sim \frac{\tau_{0k}}{\kappa}$, saame valemite (4.69) abil

$$\hat{j}_x = e(nu_e + pu_h) \mathcal{E}_x - \frac{3\pi e}{8c} (nu_e^2 - pu_h^2) \mathcal{E}_y H,$$

$$j_y = e(nu_e + pu_h) \mathcal{E}_y + \frac{3\pi e}{8c} (nu_e^2 - pu_h^2) \mathcal{E}_x H = 0.$$

(4.79)

Siit (või ka valemist (4.73) ja (4.74))

$$\mathcal{E}_y = \frac{3\pi}{8ce} \frac{pu_h^2 - nu_e^2}{(pu_h + nu_e)^2} j_H = HR_j$$

(4.80)

ja

$$R = \frac{3\pi}{8ce} \frac{pu_h^2 - nu_e^2}{(pu_h + nu_e)^2}.$$

(4.81)

2. Teisel juhul aga $\tau = \langle \tau \rangle$, ning

$$\vec{j} = e(nu_e + pu_h) \vec{\mathcal{E}} + \frac{e}{c} (nu_e^2 - pu_h^2) [\vec{H}, \vec{\mathcal{E}}],$$

(4.82)

ja kui $j = j_x$ ning $j_y = 0$, siis valemist (4.74)

$$R = \frac{1}{ce} \frac{p u_h^2 - n u_e^2}{(n u_e + p u_h)^2}, \quad (4.83)$$

sest endiselt

$$a_{1n} = e n u_e \quad \text{ja} \quad a_{1p} = e p u_h,$$

kuid

$$a_{2q} = \frac{q e^2}{m_q} \frac{e H}{m_q c} \tau_q^2 = \frac{q e H}{c} u_q^2.$$

Lisandpooljuhis, kus voolukandjateks on ühte liiki laengukandjad, kas ainult elektronid või ainult augud, saame vastavalt valemitele (4.80) ja (4.81) ning (4.82) ja (4.83)

$$1) \quad \mathcal{E}_y = \mp \frac{3\pi}{8ce} \frac{1}{q} j H \quad (4.86)$$

ja

$$R = \mp \frac{3\pi}{8ce} \frac{1}{q}$$

ning

$$2) \quad \mathcal{E}_y = \mp \frac{1}{e q} j H \quad (4.87)$$

ja

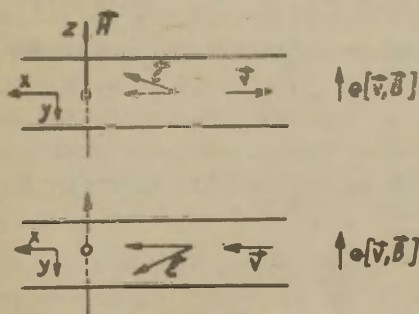
$$R = \mp \frac{1}{e q},$$

kusjuures ülemine märk vastab doonor- (elektron-), alumine aktseptor-(auk-) pooljuhile (q tähistab nagu ennegi laen-

gukandjate kontsentratsioon).

Elektrivälja \vec{E} mõjul voolu moodustavate elektronide keskmine kiirus on paralleelne väljaga (isotroopse aine korral). Vooluga risti rakendatud magnetvälja mõju on laengukandjate liikumisele maksimaalne. Laengukandjad kalduvad kõrvale vektori $\vec{v} \times \vec{H}$ suunas ja järelikult kuhjuvad ühele küljele. See toimub seni, kuni moodustub ruumilaeng, mis tasakaalustab "magnetilise" kõrvalekaldumise ehk teiste sõnadega, kuni ruumilaengu väli saab võrdseks Lorentzi tungiga. See transfersaalne elektrivälja määrabki Halli efekti (avastatud Halli poolt 1879.a.) vastavalt valemitele (4.73), (4.74), (4.76), (4.80), (4.81), (4.83), (4.86) ja (4.87).

Tuletatud valemite ja eelöeldust on selge, et Halli konstandi mark sõltub laengukandjate märgist. Veendume selles joonise 28 abil, millel kujutatud elektriväljas liikuvate elektronide (a) ja aukude (b) kõrvalekaldumine magnetvälja toimel.



Joon. 28. Halli efekt.

Niisiis, Halli efekti uurimine võimaldab määrata vabade laengukandjate märgi, mis on eriti oluline pooljuhtide uurimisel.

Valemitest (4.52a) ja (4.86) järgneb, et

$$|R|\sigma = \frac{3\pi}{8c} u. \quad (4.89)$$

Järelikult, mõõtes lisandpooljuhis pooljuhi elektri-juhtivust σ ja Halli konstanti R , on võimalik määrata ka laengukandjate liikuvust.

Tuletame aga meelde, et numbriline kordaja valemites (4.86) ja (4.87) sõltub hajumise mehhanismist.

Vastavalt üldisematele valemitele (4.52) ja (4.76) juhtivuse ja Halli koefitsiendi korrutis on

$$\frac{e}{m_q c} \frac{\langle \tau_q^2 \rangle}{\langle \tau_q \rangle}.$$

Suurust

$$u_H = \frac{e}{m_q} \frac{\langle \tau_q^2 \rangle}{\langle \tau_q \rangle} \quad (4.90)$$

nimetatakse tavaliselt Halli liikuvuseks, erinevalt triiv-liikuvusest, mis on määratud valemiga (4.53). Kui relaksatsiooniaeg ei sõltu energiast $\langle \tau \rangle = \tau$, või nagu metallide korral, kus hajumisprotsessist võtavad osa ainult lähe energiaga elektronid (elektronid Fermi nivoo naabrusest), siis $u_H = u$. Üldisel juhul need kaks liikuvust erinevad arvulise teguri võrra. Näiteks avaldistest (4.53) ja (4.90) järgneb, et hajumisel võre võnkumistel (kui $\tau = \frac{\tau_{0K}}{K}$),

$$u_H = \frac{3\pi}{8} u_q. \quad (4.91)$$

Arvutus näitab, et hajumise korral lisandi ioonidel

$$u_H = \frac{315\pi}{512} u_q. \quad (4.92)$$

Saadud avaldised (4.81), (4.83) - (4.86) ja (4.87) on tuletatud sel eeldusel, et üks hajumise mehhanismidest on valdavas ülekaalus võrreldes teistega. Kui see ei ole nii, siis tulemusi ei saa väljendada analüütiliselt.

Juhtivuse ja Halli efekti avaldised on meil tuletatud juhu jaoks, kui pooljuhis eksisteerivad elektronid ja ühte liiki augud. Üldiselt võib aga olukord olla keerulisem. Näiteks on Ge ja Si kohta usaldusväärset kindlaks tehtud, et kaks kõige ülemist valents-tsooni energiamaksimumi naabruses on kõdunud (puutuvad kokku). Need kattuvad tsoonid on erineva kõverusega ja sellepärast ka neid kirjeldatakse erinevate efektiivsete masside abil. Isegi liisandi juhtivuse korral tuleb aktseptortüüpi Ge ja Si kineetilisi omadusi käsitleda kahetsoonilise mudeli abil. Isejuhtivuse piirkonnas tuleb kasutada koguni kolmetsoonilist mudelit. Üldistatud valemities tuleb summeerida erinevate tsoonide panused.

Juhtivus avaldub magnetvälja puududes järgmiselt

$$\sigma = q_1 e_1 u_1 + q_2 e_2 u_2 + q_3 e_3 u_3 . \quad (4.93)$$

Halli konstant avaldub nõrga magnetvälja korral järgmiselt

$$R = \frac{1}{c} \frac{q_1 e_1 u_{H1} u_1 + q_2 e_2 u_{H2} u_2 + q_3 e_3 u_{H3} u_3}{(q_1 e_1 u_1 + q_2 e_2 u_2 + q_3 e_3 u_3)^2} . \quad (4.94)$$

Arvutus näitab, et tugeva magnetvälja korral ($\mu H \tau \gg 1$) Halli konstant isepooljuhis

$$R = \frac{1}{\bar{q} e c} , \quad (4.95)$$

ei sõltu sellest, kuidas muutub relaksatsiooniaeg energiaga. Järelikult, mõõtes Halli efekti tugevas magnetväljas, on võimalik määrata laengukandjate kontsentratsioonid.

Elektrijuhtivus ja liikuvus mittestfääriliste isoenergiapindade korral.

Eespool me leidsime, et elektrivoolu tihedus

$$\vec{j} = e(nu_e + pu_h)\vec{E}. \quad (4.96)$$

Teiselt poolt teame, et

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}. \quad (4.97)$$

Niisiis, saime

$$\sigma = e(nu_e + pu_h). \quad (4.98)$$

Pooljuhtides, kus isoenergiapinnad on sfäärilised ja efektiivne mass on skalaar, valem (4.97) on ühesuguse kujuga meelevaldselt valitud voolutiheduse suuna ja välja korral kristallis; teiste sõnadega σ on skalaarne suurus. Kuid eeldame näiteks, et meil on n-tüüpi pooljuht ($n \gg p$), millel on juhtivustsoonis üks energiaminimum, mis asub kohal $k = 0$, kuid samaenergia pinnad ei ole sfäärilise sümmeetriaga. Väikeste k väärtuste juures energia avaldub vastavalt valemile (1.75) järgmiselt

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left[\frac{k_x^2}{m_a^*} + \frac{k_y^2}{m_b^*} + \frac{k_z^2}{m_c^*} \right], \quad (4.99)$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2} [m_a v_x^2 + m_b v_y^2 + m_c v_z^2]. \quad (4.99a)$$

Selles koordinaatide süsteemis, kus teljed on suunatud piki efektiivse massi tensori peatelgi, on elektroni

liikumise võrrandid järgmised:

$$\begin{aligned} m_a \dot{v}_x &= -e \mathcal{E}_x, \\ m_b \dot{v}_y &= -e \mathcal{E}_y, \\ m_c \dot{v}_z &= -e \mathcal{E}_z, \end{aligned} \quad (4.100)$$

kus \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y ja \mathcal{E}_z - on elektrivälja komponendid.

Eespool esitatud arvutuse lihtsa üldistuse tulemusena saame

$$\begin{aligned} j_x &= ne u_1 \mathcal{E}_x, \\ j_y &= ne u_2 \mathcal{E}_y, \\ j_z &= ne u_3 \mathcal{E}_z, \end{aligned} \quad (4.101)$$

$$\text{kus } u_1 = \frac{e\tau}{m_a}; \quad u_2 = \frac{e\tau}{m_b}; \quad u_3 = \frac{e\tau}{m_c}.$$

Niisiis, antud juhul elektrijuhtivus on tensor*.

Koordinaatide süsteemis, mis on seotud samaenergia ellipsoidide peatelgedega, juhtivuse tensor avaldub diagonaalkujus. Kui oomi seadus avaldada tensorvõrrandina

$$j_p = \sum \delta_{r,s} \mathcal{E}, \quad \text{kus } r, s = x, y, z, \quad (4.102)$$

Täpsustuseks tuleb mainida, et mitte ainult efektiivne mass ei ole erinevates suundades erinev, vaid üldjuhul ka τ on erinevates suundades erinev.

$\mathcal{T}(\vec{k})$ ja m^* anisotroopsus avaldub sageli suhtena, nagu see näiteks esineb meil valemis (4.52). Selle tõttu tihti ei ole üldse võimalik juhtivuse tensori mõõtmise kaudu määrata relaksatsiooniaja $\tau(\vec{k})$ anisotroopsust. Teiselt poolt on samuti ebaõige pidada isotroopseks ja siis juhtivuse tensori abil määrata efektiivse massi tensor. Kuid tuleb mainida, et tsüklotronresonantsi abil saab sõltumatul viisil määrata efektiivse massi tensori. Kahjuks aga tsüklotronresonantsi saab mõõta vedela heeliumi temperatuuril, samal ajal kui praktilist huvi pakuvad andmed toatemperatuuri naabruses (hajumismehhanismid on erinevatel temperatuuridel erinevad).

siia

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= ne u_1, \\ \sigma_{yy} &= ne u_2, \\ \sigma_{zz} &= ne u_3, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0.\end{aligned}\tag{4.103}$$

Selline elektri juht on anisotroopne ja välja arvatud need juhud, kus voolutiheduse suund ühtib ellipsi peatelgede suunaga, ei ole voolutihedus rakendatud elektriväljaga samasuunaline.

Kui juhtivustsoonis on mitu ekvivalentset miinimumi, nagu näiteks pooljuhis sellise tsoonistruktuuriga, nagu on kujutatud joonisel 5 või 6, siis on tarvis summeerida elektron olekute järgi, mis vastavad kõikidele miinimumidele. Kui selliste sümmeetriliselt asetsevate miinimumide arv on M , siis kristalli ühikulises ruumalas iga miinimum sisaldab $\frac{n}{M}$ elektroni. Voolu tihedus sel juhul määratakse sümmeetrilise avaldisega, mille kuju on järgmine:

$$\left. \begin{matrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{matrix} \right\} = \frac{1}{3} ne (u_1 + u_2 + u_3) \begin{cases} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \\ \mathcal{E}_z \end{cases}.\tag{4.104}$$

See tulemus järeldub kristalli sümmeetria omadustest. Elektri juhtivus on jällegi skalaar ja $\vec{j} = \sigma \vec{\mathcal{E}}$, kus

$$\sigma = \frac{1}{3} ne (u_1 + u_2 + u_3).\tag{4.105}$$

Kui elektri juhtivus σ avaldada kujul $\sigma = en u_c$, siis u_c võib nimetada "oomiliseks" liikuvuseks (s.o. liikuvus, mis on määratud elektri juhtivusest)

ja

$$u_c = \frac{1}{3} (u_1 + u_2 + u_3).\tag{4.106}$$

Teiselt poolt, kui u_c kirjutada kujul

$$u_c = \frac{e\tau}{m_c^*},$$

siis m_c^* võib nimetada "oomiliseks" efektiivseks massiks, kusjuures

$$\frac{1}{m_c^*} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_a^*} + \frac{1}{m_b^*} + \frac{1}{m_c^*} \right). \quad (4.107)$$

Juhtivuse tensor taandub skalaariks kuubilise sümmeetria korral ainult sel juhul, kui kristallile ei mõju välised magnetväljad. Magnetvälja olemasolu korral kristalli takistus on anisotroopne isegi kuubilises kristallis.

T a k i s t u s e m u u t u m i n e m a g -
n e t v ä l j a s .

Magnetvälja puudumisel vool on paralleelne elektriväljaga (sfäärilise isoenergeetilise pinna korral ning juhul kui $\vec{\tau}$ ei sõltu \vec{k} suunast) ning eritakistus

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{j}. \quad (4.108)$$

Kui eksisteerib magnetväli, siis \vec{E} ei ole enam üldjuhul samasuunaline \vec{j} -ga ning valemis tuleb \vec{E} asemele asetada tema projektsioon voolutiheduse suunale. Niisiis

$$\rho_H = \frac{E_j}{j} = \frac{(\vec{E} \cdot \vec{j})}{j^2}. \quad (4.109)$$

Kasutades elektrijuhtivuse σ ja Halli konstandi avaldist, kirjutame valemi (4.69) ümber järgmisel kujul (esimeses lähenduses magnetvälja järgi):

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} - R \sigma^2 [\vec{H}, \vec{E}]. \quad (4.110)$$

Et aga $\vec{E} [\vec{H}, \vec{E}] = 0$, siis selles lähenduses

$$j^2 = (\delta E)^2 \quad (4.111)$$

ning kasutades valemeid (4.109), (4.110) ja (4.111) saame

$$\rho_H = \frac{\delta E^2}{(\delta E)^2} = \frac{1}{\delta} = \rho. \quad (4.112)$$

See näitab, et kui arvestada voolutiheduse avaldises liikmeid ainult kuni H esimese astmeni, siis pooljuhi takistus ei muutu.

Järelikult selleks, et arvutada pooljuhi takistuse muutumine magnetväljas, on vaja arvutada voolutihedus magnetvälja suhtes teises lähenduses, s.t. täpsusega H^2 .

Piirdume oma käsitluses juhuga, kui $j \perp H$ ($j_x = j$). Olgu lisaks sellele pooljuhis ainult ühte liiki laengukandjaid (näiteks elektronid).

Takistuse suhteline muutus magnetväljas

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\rho_H - \rho}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{E_x}{j_x} - 1 = \frac{\delta E_x}{j_x} - 1. \quad (4.113)$$

n-pooljuhi jaoks valem (4.69) saab kuju

$$\begin{aligned} j_x &= a_{1n} E_x - a_{2n} E_y, \\ j_y &= a_{2n} E_x + a_{1n} E_y, \end{aligned} \quad (4.114)$$

kust

$$j_x = - \frac{a_{1n}^2 + a_{2n}^2}{a_{2n}} E_y \text{ ja } E_x = - \frac{a_{1n}}{a_{2n}} E_y. \quad (4.115)$$

Seega saame

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\delta a_{1n}}{a_{1n}^2 + a_{2n}^2} - 1, \quad (4.116)$$

kus a_{1n} ja a_{2n} tuleb arvutada H^2 täpsuseni. Saame

(vt. (4.70) ja (4.71))

$$a_{1n} = \frac{ne^2}{m_n^2} \left\{ \langle \tau_n \rangle - (\gamma H)^2 \langle \tau_n^2 \rangle \right\}, \quad (4.117)$$

$$a_{2n} = \frac{ne^2}{m_n^2} (\gamma H) \langle \tau_n^2 \rangle$$

ning

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left(\frac{eH}{m_n^2 c} \right)^2 \frac{\langle \tau_n^3 \rangle \langle \tau \rangle - \langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2}. \quad (4.118)$$

Siit on näha, et kui $\langle \tau \rangle = \tau$, s.t. $\tau = \text{const.}$, siis

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = 0. \quad (4.119)$$

See tähendab, et monopolaarse juhtivusega pooljuhis, kui laengukandjate vaba lennu aeg ei sõltu kiirusest, siis pooljuhi takistus magnetväljas ei muutu. See kehtib ka tugevas magnetväljas.

Valemi (4.118) abil saab arvutada takistuse muutuse lisandpooljuhis, milles on ühte liiki laengukandjad. Püüame anda kvalitatiivse seletuse sellise pooljuhi takistuse kasvamisele magnetväljas.

Grupeerime elektronid nende soojusliku liikumise kiiruste (energia) järgi rühmadesse. Elektriväljas kiirendatakse elektrone vaba lennu ajal kahe pörke vahel välise elektrivälja poolt selle suunas ning elektronid omandavad täiendava elektriväljasuunalise triivikiiruse. Selle tõttu, et elektronide vaba lennu aeg üldiselt sõltub elektronide soojusliku liikumise kiirusest, saavutavad igasse rühma kuuluvad elektronid vaba lennu aja lõpuks üldiselt erineva väljasuunalise täiendava kiiruse juurdekasvu. Kui risti voolule on rakendatud magnetväli, siis tekib Halli pinge \mathcal{E}_y , mis keskmiselt tasakaalustab magnetväljas elektronile mõjuva Lorentzi tungi, nii et teatud soojusliku kiirusega (sellele vastab teatud eluiga) liikuva elektronide rühma jaoks seos $\frac{e v_x H}{c} = e \mathcal{E}_y$ kehtib täpselt.

Need elektronid ei kaldu magnetvälja mõjudes kõrvale ning välise elektrivälja poolt esilekutsutud kiiruse juurdekasv on täpselt välise välja suunaline ka magnetvälja mõjudes. Võlme ütelda, et selle rühma elektronide efektiivne vaba tee pikkus jääb magnetväljas muutumatuks.

Kuid elektronid nendest rühmadest, mille keskmine vaba lennu aeg on suurem, saavutavad vaba lennu aja lõpuks ka suurema väljasuunalise kiiruse juurdekasvu kui need elektronid, mille jaoks elektriline ja magnetiline tung olid täpselt tasakaalustatud. Selle tõttu nende elektronide rühmade korral "magnetiline" tung ületab elektrilise tungi ja need elektronid kalduvad voolu suunast kõrvale "magnetilise" tungi suunas. Väiksema vaba lennu ajaga elektronide korral aga elektriline tung ületab "magnetilise" ja need elektronid kalduvad kõrvale vastassuunas.

Seega, nii nende elektronide, mille vaba lennu aeg (sõltub elektroni kiirusest) on suurem kui ka nende, mille vaba lennu aeg on väiksem mingist "keskmisest" vaba lennu ajast, välise elektrivälja mõjul toimuva liikumise tee moodustab kaare lõigule lähedase trajektoori ning voolusuunalise liikumise tee jääb lühemaks kui ta seda oleks ilma magnetväljata. See aga viib selleni, et pooljuhi takistus magnetväljas kasvab.

Kui $\tau = \text{const.}$ (ei sõltu energiast), siis $\tau = \langle \tau \rangle$ ja takistus magnetväljas ei muutu, nii nagu seda näitab ka valem (4.119).

Analoogiliselt lisandpooljuhi juhuga on arvutatav ka isepooljuhi takistuse muutus magnetväljas. Seoses algebraliste teisenduste raskepärasusega piirdume lõpptulemuse väljakirjutamisega juhu $\tau = \frac{\tau_{0n}}{\kappa}$ jaoks, kusjuures nurk elektri- ja magnetvälja vahel võib olla meelevaldne:

$$\frac{\rho_n - \rho}{\rho} = \frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{9\pi e H^2}{16c^2 b} \left[(nu_e^3 + nu_h^3) - \frac{\sqrt{5}}{4} \frac{(nu_e^2 - pu_h^2)^2}{nu_e + pu_h} \right] \cdot \sin^2 \alpha \quad (4.120)$$

See valem näitab, et $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ on maksimaalne, kui Halli efekt on null (kui $n u_E^2 - \rho n_h^2 = 0$).

Isepooljuhis, kus elektrijuhtivusest võtavad osa nii elektronid kui ka augud, Halli pinge ei kompenseeri ligikaudugi laengukandjatele mõjuvat "magnetilist" tungi. Selle tõttu elektronide ja aukude "tee" välises elektriväljas on tugevasti "kooldunud" ning efektiivne väljasuunalise tee pikkus on tunduvalt vähenenud magnetvälja mõjul.

Esimesed takistuse muutumise uurimised magnetväljas andsid ρ muutuse ainult mõni protsent.

P.L. Kapitsa sai tugevates magnetväljades (~ 300000 Oe) tunduvald efekte.

Isepooljuhis kalduvad elektronid ja augud kõrvale samas suunas. Tekib voolu ja magnetvälja suunaga risti olev laengukandjate kontsentratsiooni gradient. Selle tulemusena on pooljuhi vastaskülgede eritakistus erinev.

Pooljuhi selles osas, kuhu elektronid ja augud kõrvale kaldusid, suureneb aukude ja elektronide rekombineerumine, mis osaliselt tasakaalustab kontsentratsiooni gradienti, kuid arvutuste aluseks olev eeldus kontsentratsiooni gradiendi puudumise kohta enam ei kehti täpselt.

V. ELEKTRONIDE JA AUKUDE DIFUSIOON.

KONTAKTNÄHTUSED.

Mit te ho mo ge e ns e d p o o l - j u h i d .

Eespool vaatlesime homogeenseid pooljuhte. Ka kineetiliste nähtuste käsitlemisel piirdusime homogeense erijuhuga.

Mit te ho mo ge e ns e d p o o l j u h i d on tähtsad nende tehniliste rakenduste tõttu.

Mit te ho mo ge e ns e s p o o l j u h i s e l e k t r o n i d e ja a u k u d e k o n t s e n t r a t s i o o n on ruumikoordinaatide (x, y, z) funktsioon. Tasakaaluolekus on Fermi nivoo asend ühesugune kogu kristalli ulatuses. See järeldus tuleneb Fermi nivoo ja termodünaamilise potentsiaali vahekorrrast: tasakaaluolekus muutumatu rõhu korral on termodünaamiline potentsiaal konstantne.

Et aga mit te ho mo ge e ns e s p o o l j u h i s n ja p muutuvad koordinaatide (x, y, z) muutudes, siis peab tekkima elektronide ja aukude difusiooni vool.

Elektronide arv n_x^d , mis ajaühikus x -telje suunas läbib ühikulist pinda, on määratud kontsentratsiooni gradiendi $\frac{dn}{dx}$ poolt järgmise võrrandi abil:

$$n_x^d = -D_e \frac{dn}{dx}, \quad (5.1)$$

kus D_e nimetatakse difusioonikoefitsiendiks.

Difusioonist tingitud elektrivool

$$j_c^d = e D_e \frac{dn}{dx}. \quad (5.2)$$

Vastavalt aukude jaoks

$$p_x^d = - \mathcal{D}_h \frac{dp}{dx} \quad (5.3)$$

ning

$$j_h^d = - e \mathcal{D}_h \frac{dp}{dx}. \quad (5.4)$$

On ilmne, et tasakaaluolekus voolu elektron- ja aukkomponent peavad olema eraldi nullid. See aga viib selleni, et mittehomogeenses kristallis peab eksisteerima staatiline elektriväli, mis takistab difusioonivoolu liikumist. Selle väljaarvutamine on üldjuhul keeruline ülesanne. Mõnedel erijuhtudel aga on seda võimalik lihtsalt teha.

Vektorkujus voolutiheduse elektron- ja aukkomponent ning summaarne voolutihedus avalduvad järgmiselt:

$$\vec{j}_e = ne u_e \vec{E} + e \mathcal{D}_e \nabla n, \quad (5.5)$$

$$\vec{j}_h = p e u_h \vec{E} - e \mathcal{D}_e \nabla p, \quad (5.6)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_h = e(nu_e + pu_h) \vec{E} + e(\mathcal{D}_e \nabla n - \mathcal{D}_h \nabla p). \quad (5.7)$$

Pooljuhtides elektronide ja aukude kontsentratsioon võib muutuda suurtes piirides, kuid sealjuures nii, et laengutihedus ei muutu. Laengutiheduse muutumine võib esile kutsuda väga tugeva välja. Metallides on elektronide kontsentratsioon praktiliselt konstantne ja difusioonivool ei ole oluline.

Avaldised (5.5) - (5.7) on kehtivad ainult selliste väljade korral, mis ei ole suutelised oluliselt muutma elektronide liikumist.

E i n s t e i n i s e o s .

Tasakaaluolekus peab voolutiheduse elektronikomponent niisamuti kui aukkomponent olema null. Olgu

$$\mathcal{E}_x \neq 0, \quad \mathcal{E}_y = \mathcal{E}_z = 0.$$

Siis

$$n u_e \mathcal{E}_x = - \mathcal{D}_e \frac{dn}{dx}. \quad (5.8)$$

Kui $U(x)$ on elektrostaatiline potentsiaal, siis

$$\mathcal{E}_x = - \frac{dU}{dx} \quad (5.9)$$

ja elektroni potentsiaalne energia on $-eU$. Mandumise puudumisel elektronide kontsentratsioon rahuldab Boltzmanni võrrandit

$$n = \text{const.} e^{\frac{eU}{\kappa T}}, \quad (5.10)$$

kust

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{e}{\kappa T} \frac{dU}{dx}. \quad (5.11)$$

Avaldades valemite (5.9) ja (5.11) abil \mathcal{E}_x ja $\frac{dn}{dx}$ elektrilise potentsiaali U kaudu valemis (5.8), saame

$$\mathcal{D}_e = \frac{\kappa T}{e} u_e. \quad (5.12)$$

See valem, mis seob difusioonikoefitsiendi \mathcal{D}_e oomilise liikuvusega u_e , on tuntud Einsteini seosena. Ta on üldkehtiv elektriväljas difundeervate igasuguste osakeste jaoks.

Aukude korral

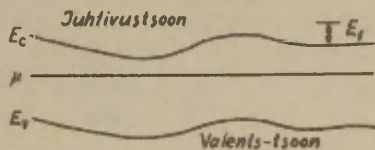
$$\mathcal{D}_h = \frac{\kappa T}{e} u_h. \quad (5.13)$$

D_e ja D_h dimensioon on cm^2/sec , kui u dimensioon on $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$. Kui $u = 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$, siis $D = 25 \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Valem (5.12) on kehtiv ainult mandumata juhul, kuid teda saab üldistada ka mandunud juhu jaoks.

Mittehomogeense pooljuhi ja tsooni skeem on näidatud joonisel 29.

Energia nullnivooks sel juhul ei saa valida juhtivustsooni põhjale vastavat energiat, sest selle kaugus konstantsest Fermi nivooost muutub. Olgu E_c kõige madalam nivoo juhtivustsoonis ning E_v - kõige ülemine nivoo valents-tsoonis. Keelatud tsooni laius



Joon. 29. Energianivoode skeem mittehomogeenses pooljuhis.

$$\Delta E = E_c - E_v. \quad (5.14)$$

Keelatud tsooni laiuse kohta eeldame, et see ei sõltu lisandi sisaldusest, s.t. et ta on ühesugune kogu pooljuhis.

Kui E tähistab mingit juhtivustsooni nivoo energiat ja E_1 selle nivoo energiat juhtivustsooni põhja suhtes, s.t. $E = E_c + E_1$, siis jaotusfunktsioon

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} = \frac{1}{e^{\frac{E_c+E_1-\mu}{kT}} + 1}. \quad (5.15)$$

Juhtivuselektronide kontsentratsioon n avaldub järgmiselt:

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N(E-E_c) f_0 dE = \int_0^{\infty} N(E_1) f_0 dE_1. \quad (5.16)$$

E_1 võib nagu varemgi tõlgendada kui elektroni kiineetilist energiat. Elektroni potentsiaalne energia mää-

ratakse meelevaldse konstandi täpsusega, mille väärtus käesoleval juhul $E_c \cdot E_c$ on seotud elektrostaatilise potentsiaaliga

$$E_c = \text{const} - eU. \quad (5.17)$$

Elektrivälja vektori x-komponent \mathcal{E}_x avaldub järgmiselt:

$$\mathcal{E}_x = -\frac{dU}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dE_c}{dx}. \quad (5.18)$$

Võime kirjutada

$$\frac{\partial n}{\partial E_c} = \int_0^{\infty} N(E_1) \frac{\partial f_0}{\partial E_1} dE_1 \quad (5.19)$$

ja kasutades valemit (5.18)

$$\frac{dn}{dx} = e\mathcal{E}_x \int_0^{\infty} N(E_1) \frac{\partial f_0}{\partial E_1} dE_1. \quad (5.20)$$

Asetades n ja $\frac{dn}{dx}$ avaldisse (5.8), saame

$$eD_e = - \frac{u_e \int_0^{\infty} N(E_1) f_0 dE_1}{\int_0^{\infty} N(E_1) \frac{\partial f_0}{\partial E} dE}, \quad (5.21)$$

mis ilmselt langeb kokku Einsteini seosega, kui f_0 on Boltzmanni jaotusfunktsioon.

Kõrvalekaldu mised soojuslikust tasakaalust.

Elektrivälja rakendamisel on soojuslik tasakaal rikutud ja elektronide jaotuse kirjeldamiseks on vaja kasutada mittetasakaalulist jaotusfunktsiooni, mis kõdumata juhul nõrkade väljade korral avaldub järgmiselt (vt. (4.37a)):

$$f = f_0 \left(1 + \frac{e \vec{v} \vec{E} \tau}{\kappa T} \right). \quad (5.22)$$

Selles avaldises potentsiaalne energia $e \vec{v} \vec{E} \tau = e \vec{E} \bar{l}$ on väike võrreldes κT -ga, kui $\vec{E} < 10^3$ V/cm (toatemperatuuril). Pärast integreerimist üle kõikide \vec{v} väärtuste osutub, et n ei erine oma tasakaalulisest väärtusest. Kuid küllalt suuri n ja p muutusi võib tekitada näiteks pooljuhi kiiritamisel sobiva valgusega (sisemine fotoefekt) või vastava märgiga pingega lülitamisel injekteerivale

Järelikult ka avaldised (5.5) - (5.7) ja nendest tehtud järeldused on kehtivad ainult selliste väljade korral, mis ei ole suutelised oluliselt muutma elektroni liikumist. Võrrandid (5.1), (5.2) ja (5.5) - (5.7) on kehtivad, kui kontsentratsioon $n(x)$ muutub elektroni (augu) keskmise vaba tee pikkuse jooksul vähe. Sellest tingimusest

$$\frac{dn}{dx} \bar{l} \ll n \quad (a)$$

järeldub, et väli φ peab rahuldama tingimust

$$\frac{\bar{l}}{\kappa T} \frac{d\varphi}{dx} \ll 1 \quad \text{või} \quad \mathcal{E} \ll \frac{\kappa T}{e \bar{l}}, \quad (b)$$

elektroodile.

Olgu mittetasakaaluliste elektronide kontsentratsioon $n = n_0 + \Delta n$, kus n_0 on elektronide tasakaaluline kontsentratsioon. Analoogiliselt $p = p_0 + \Delta p$, kus p_0 on aukude tasakaaluline kontsentratsioon. Kui on rikutud tingimus $\Delta n = \Delta p$, siis tekib ruumilaeng ρ , mis homogeeneses pooljuhis on määratud järgmise seosega:

$$\rho = e(\Delta p - \Delta n). \quad (5.23)$$

Kui elektriväli ei ole liiga tugev, siis Δn erineb väga vähe Δp -st. Tugev elektriväli võib eksisteerida ainult pinna juures või pooljuhi selles piirkonnas, kus liisandi kontsentratsioon väga järsult muutub ning mis põhjustab suure laengukandjate kontsentratsiooni gradiendi. Tões-

sest

$$n = n_0 e^{-\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} \quad , \quad (\text{vt. (5.10)})$$

See tingimus tähendab, et elektroni poolt vaba tee pikkuse ulatuses ehk vaba lennu aja jooksul juurde saadud energia $e\mathcal{E}l$ on väike võrreldes tema keskmise energiaga κT . Kui see nii ei ole, siis ka oomilise voolutiheduse avaldis ei ole õige, sest ta kehtib seni, kuni elektroni keskmine kiirus elektriväljas $v_e = u_e \mathcal{E}$ on väike võrreldes soojusliku kiirusega \bar{v}

$$u_e \mathcal{E} \ll \bar{v}.$$

Kui arvestame, et $u_e = \frac{e\bar{v}}{m^*}$ ja $\bar{v}\mathcal{E} = l$,

$$\text{saame} \quad e\mathcal{E}l \ll m^* \bar{v}^2 = \frac{\delta}{\beta} \kappa T, \quad (c)$$

mis praktiliselt on sama mis tingimus (a).

tame selle väite arvulise näite abil, kasutades Poissoni võrrandit

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{e(\Delta p - \Delta n)}{\varepsilon}, \quad (5.24)$$

kus ε - dielektriline konstant ($\varepsilon = \kappa \varepsilon_0$, kus κ on suhteline ja ε_0 vaakuumi dielektriline konstant). Näiteks

olgu $p = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, ($\Delta p - \Delta n$) = 0,01 p ja $\kappa = 10$.
Kui kohal $x = 0$, $\vec{\mathcal{E}}_x = 0$, siis 1 cm kaugusel $\vec{\mathcal{E}}_x = 10^5 \text{ V/cm}$.

Analüüsime, kui kiiresti kaob tekkinud ruumilaeng, kui ajamomendil $t = 0$ lakkab teda tekitanud põhjus (piirdume seejuures ainult juhtivusprotsessiga ning ignoreerime difusiooni).

Elektrivoolu pidevuse võrrandist

$$\operatorname{div} \vec{J} = \operatorname{div} \sigma \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = e \frac{\partial}{\partial t} (\Delta n - \Delta p), \quad (5.25)$$

Täpsemad arvutused näitavad, et juba väiksema väljatugevuse korral, kui seda lubab tingimus (C), elektronid ei jõua pörkumise protsessis täielikult ära anda väljas kogutud energiat ning nende keskmine energia, s.t. nende temperatuur tõuseb. See on tingitud sellest, et hajumisel liisanditel elektron üldse ei anna energiat üle rasketele ioonidele. Hajumisel võre võnkumistel aga saab elektron energiat loovutada ainult väikeste portsjonite kaupa.

Arvutused näitavad, et kui vaba tee pikkusel elektroni poolt juurdesaadud energia

$$e \vec{\mathcal{E}} \vec{l} \gg \frac{c}{v} \kappa T,$$

(C - helikiirus pooljuhis, v - elektroni keskmine kiirus), siis elektrongaas hakkab kuumenema.

kasutades avaldist (5.24), saame

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta n - \Delta p) = \frac{\sigma}{\epsilon} (\Delta n - \Delta p). \quad (5.26)$$

Selle võrrandi lahend on

$$(\Delta n - \Delta p) = (\Delta n - \Delta p)_{t=0} e^{-\frac{t}{\tau_0}}, \quad (5.27)$$

kus

$$\tau_0 = \frac{\epsilon}{\sigma}. \quad (5.28)$$

Kui $\sigma = 1 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$, siis $\tau_0 = 10^{-12} \text{ sec}$. Seega igasugune ruumilaeng, mis pooljuhis on tekkinud, kaob väga kiiresti. Täpsemad arvutused, mis võtavad arvesse laengute difusiooni, näitavad, et väga nõrgad ruumilaengud võivad eksisteerida ja olla tugevate sisemiste elektriväljade põhjuseks.

Järgnev mittehomogeense pooljuhi analüüs näitab, et niisugused ruumilaengud tekivad igal pool, kus muutub doonorite ja aktseptorite kontsentratsioon.

Esiialgu eeldame, et on täidetud neutraalsuse tingimus ja $\Delta n = \Delta p$.

Elektroni ja augu rekombineerumine.

Vaatleme pooljuhti, milles tekkis laengukandjate kontsentratsiooni kõrvalekaldumine tasakaalulisest väärtusest. Olgu need kõrvalekaldumised Δn ja Δp . On selge, et kui neid kõrvalekaldumisi tekitab põhjus lakkab mõjumast, siis teatud aja möödudes kontsentratsioon jälle saavutab oma tasakaalulise väärtuse.

Olgu Δn_0 ja Δp_0 Δn ja Δp väärtused momendil $t = 0$ ($\Delta n_0 = \Delta p_0$). Olgu R_0 paaride elektron-auk genereerimise kiirus (ajauhikus pooljuhi ruumalaühikus tekkinud paaride elektron-auk arv).

Saame

$$\frac{dn}{dt} = \frac{d\Delta n}{dt} = R_0 - \frac{n}{\tau_e}, \quad (5.29)$$

kus $\frac{1}{\tau_e}$ on elektroni rekombineerumise tõenäosus ning $\frac{n}{\tau_e}$ on ajaühikus pooljuhi ruumalaühikus rekombineerunud elektronide arv. Suurus τ_e võib sõltuda aukude kontsentratsioonist. Tasakaaluolekus $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$ ja seega $R_0 = \frac{n_0}{\tau_{e0}}$, kus τ_{e0} on τ_e väärtus, kui $n = n_0$.

Rekombinatsioonivõrrand võtab järgmise kuju:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = \frac{n_0}{\tau_{e0}} - \frac{n}{\tau_e}. \quad (5.30)$$

Analoogiliselt saame

$$\frac{d\Delta p}{dt} = \frac{p_0}{\tau_{h0}} - \frac{p}{\tau_h}. \quad (5.31)$$

Praktiliselt on tähtis erijuht, kus ühte liiki laengukandjate kontsentratsioon on teisest palju suurem ($n \gg p$). Auke nimetatakse sel juhul mittepõhilisteks laengukandjateks.

Kui $|\Delta p| \ll p$, siis elektronide kontsentratsiooni n võimalikud muutused on väikesed, sest et $|\Delta n| = |\Delta p| \ll n$.

Sel juhul augu eluiga τ_h ei sõltu oluliselt n -ist ($n \approx n_0$) ja

$$\frac{d\Delta p}{dt} = - \frac{\Delta p}{\tau_h}, \quad (5.32)$$

kust

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{t}{\tau_h}}. \quad (5.33)$$

Liigsete (mittetasakaaluliste) aukude kontsentratsioon väheneb e korda aja τ_h jooksul. Seda suurust τ_h nimetatakse mittepõhiliste laengukandjate (kui $n \gg p$) - aukude elueaks.

Samuti

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau_h}}, \quad (5.34)$$

sest τ_h on samal ajal ka liigsete elektron-auk paaride eluiga ($\Delta n = \Delta p$!!).

Kui $n \approx p$, siis rekombinatsiooniprotsessi kirjeldamine on palju keerulisem. Laengukandjate eluiga (rekombinatsiooni suhtes) võib ulatuda mõnest millisekundist (puhtas Ge-s ja Si-s) kuni 10^{-8} sekundini või olla sellest isegi veel väiksem.

Kineetiliste protsesside juures vaadeldud τ_p oli eluiga pörkumiste suhtes - relaksatsiooni eluiga. τ_0 on dielektrilise relaksatsiooni aeg. Toatemperatuuril τ_p , τ_n ja τ_e suurusjärk on $\sim 10^{-12}$ sec. τ_e ja τ_h on palju suuremad.

D i f u s i o o n j a j u h t i v u s
l i s a n d p o o l j u h t i d e s .

Vaatleme pooljuhti piki x-telge ning analüüsime elektriväljast ja kontsentratsiooni gradiendist tingitud elektronide ja aukude liikumist. Eeldame, et pooljuhis on suur lisandi kontsentratsioon (sellisel juhul mõnikord öeldakse, et pooljuht on tugevasti legeeritud) ning $n \gg p$. Olgu pooljuht homogeenne ja ärgu olgu ruumilaengut, s.t.

$$\Delta p = \Delta n.$$

Pidevuse võrrand.

Pidevuse võrrand

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathbf{J} \quad (5.35)$$

väljendab laengu jäävust. Tuleb aga arvesse võtta ka elektron-
auk paaride genereerimist ja rekombineerumist. Meie ju-
hul piisab võrrandist aukude jaoks, sest võrrandist

$$n = n_0 + p - p_0, \quad (5.36)$$

kui p on teada, saab arvutada ka n ($\Delta p = \Delta n$).

Saame

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_0}{\tau_h} - \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{J}_h, \quad (5.37)$$

kus \mathbf{J}_h on võrrandiga (5.6) määratud aukvoolu tihedus.

Piirdudes ühemõõtmelise juhuga, saame

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_0}{\tau_h} - p u_h \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \mathcal{E} u_h \frac{\partial p}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (5.38)$$

Analoogilise võrrandiga saab määrata ka elektronide
kontsentratsiooni muutumise kiiruse, kuid rekombinatsiooni
arvestav liige tuleb teisiti välja kirjutada. Sel juhul

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{p_0}{\tau_h} - \frac{n}{\tau_e} + n u_e \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \mathcal{E} u_e \frac{\partial n}{\partial x} + D_e \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (5.39)$$

Lähend $\Delta n = \Delta p$ on hästi kehtiv võrrandi (5.38) jaoks.
kuid ei kehti võrrandi (5.39) jaoks.

Nõrga elektrivälja erijuht.

Piirdume esialgu sellise erijuhuga, kus elektriväli on väike, et ei pruugi arvestada mittepõhiliste laengukandjate triivivoolu (oomilist voolu).

See vastab puhta difusioonivoolu lähendile ja võrrand (5.38) saab järgmise kuju:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau_h} + D_h \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2}. \quad (5.40)$$

Vaatleme statsionaarset protsessi ning olgu kohal $x = 0$ aukude allikas, mille tõttu selles punktis

$\Delta p = \Delta p_0$. Sel juhul öeldakse, et kohal $x = 0$ injekteeritakse pooljuhti auke; et aga $\Delta p = \Delta n$, siis sama palju injekteeritakse ka elektrone. Statsionaarsuse tõttu

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0 \quad \text{ning}$$

$$D_h \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{1}{\tau_h} \Delta p = 0. \quad (5.41)$$

Olgu pooljuhist plaat poollõpmatu ning ulatugu ta $x = 0$ kuni $x = \infty$.

Selle võrrandi lahend on

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_p}}, \quad (5.42)$$

kus $L_p^2 = D_h \tau_h$.

Järelikult mõne L_p kaugusel aukude allikast aukude tasakaaluline kontsentratsioon ei ole enam häiritud, ning seal $p(x) = p_0$. Suurust L_p nimetatakse mittepõhiliste laengukandjate difusiooni pikkuseks.

Näiteks, kui $u_h = 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$, siis $D_h = 25 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ja kui sealjuures $\tau_h = 10^{-4} \text{ sec.}$, siis $L_p = 0,05 \text{ cm}$.

Statsionaarne olukord võib olla püsiv ainult aukude voo tõttu, mis tuleb (on injekteeeritud) pooljuhti punktis $x = 0$. Aukvoolu tihedus punktis $x = 0$ on määratud valemiga

$$J_{ho} = -D_h e \left. \frac{\partial \Delta p}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{e D_h \Delta p_0}{L_p} \quad (5.43)$$

Koguvoolu tihedus on määratud valemiga (5.35) ja see jääb konstantseks. Võtame kasutusele injektsioonikoefitsiendi mõiste. See määratakse võrrandist (kohal $x = 0$)

$$J_{ho} = \gamma J. \quad (5.44)$$

Järelikult elektronvool J_{eo} (kohal $x = 0$)

$$J_{eo} = (1 - \gamma) J. \quad (5.45)$$

Kui $\gamma = 1$, siis kohal $x = 0$ on kogu vool kantud aukude poolt ning kohal $x \gg L_p$ on kogu vool (praktiliselt) kantud elektronide poolt.

Elektronvool kohal $x = 0$ võib muutuda nulliks ainult siis, kui selles punktis on elektriväli, kuid see võib olla väga väike.

Võrranditest (5.43) ja (5.44) saame

$$\Delta p_0 = \frac{\gamma J L_p}{e D_h}, \quad (5.46)$$

$$\Delta p_0 = \frac{\gamma J}{e} \left(\frac{\tau_h}{D_h} \right)^{1/2}. \quad (5.47)$$

Kui $I > 0$, siis koguvool kohal $x = 0$ on suunatud pooljuhti, s.t. $\Delta p_0 > 0$ ja järelikult mittepõhiliste

laengukandjate kontsentratsioon võib kasvada ainult siis, kui $\gamma > 0$ ning kui koguvoolul on kohal $x = 0$ olemas nii elektron- kui aukkomponent (esimene võib olla väike).

Kuid ka siis, kui $\gamma = 0$, voolab väike aukjuhtivusvool, mis meie lähenduses jäi arvesse võtmata.

Kui aga $I < 0$, siis $\Delta p_0 < 0$ ja mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon pooljuhhis langeb.

Kui γ ei ole väike, siis aukvool $x = 0$ juures on võrreldav elektronvooluga, kuid mõne L_p kaugusel on koguvool praktiliselt kantud ainult elektronide poolt. Seda näeme järgmistest võrranditest.

$$\text{Et} \quad J_h = J_{h_0} e^{-\frac{x}{L_p}}, \quad (5.48)$$

siis

$$J_e = J - J_h = J(1 - \gamma e^{-\frac{x}{L_p}}). \quad (5.49)$$

Arvutame nüüd elektrivälja suuruse.

Et $\Delta n = \Delta p$, siis difusioonivool, mis on tingitud elektronidest, on võrdne $e D_e \frac{\partial \Delta p}{\partial x}$. Tähistades

$$\frac{D_e}{D_h} = \frac{u_e}{u_h} = \beta \quad \text{saame, et see vool on } -\beta J_h.$$

Elektronide juhtivusvool on ligikaudu $e n_0 u_e \mathcal{E}$, kus \mathcal{E} on elektriväli (eeldus oli, et $\Delta p \ll n$). Samal ajal see vool on ligikaudu võrdne $\beta \mathcal{E}$, sest $n \gg p$.

Saame kogu elektronide voolu

$$J_e = \beta \mathcal{E} - \beta J_{h_0} e^{-\frac{x}{L_p}} \quad (5.50)$$

ja

$$J = \beta \mathcal{E} - (\beta - 1) \gamma J_e e^{-\frac{x}{L_p}}. \quad (5.51)$$

Arvestades, et $\mathcal{E}_\infty = \frac{j}{\sigma}$ (kohal $x \gg L_p$), saame

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\infty [1 + (b-1)\gamma e^{-\frac{x}{L_p}}]. \quad (5.52)$$

Kohal $x = 0$ $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0$ ning

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_\infty [1 + (b-1)\gamma]. \quad (5.53)$$

Kui $b > 1$, nagu tavaliselt, siis suurim väli on $x = 0$ juures. Kui $\gamma = 1$, siis $\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_\infty} = b$. Kui $\gamma = 0$, siis $\mathcal{E} = \text{const.} = \mathcal{E}_\infty$.

Nüüd saab öelda, millal aukvool on põhiliselt difusioonvool.

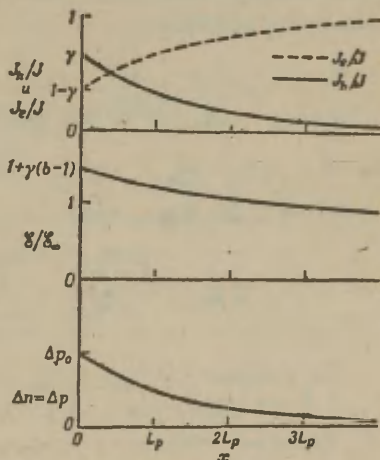
Kohal $x = 0$, kus \mathcal{E} on kõige suurem, on aukude juhtivusvool $e(\rho + \Delta\rho) u_h \mathcal{E}$.

See on difusioonivooluga võrreldes ainult siis väike, kui

$$u_h \mathcal{E} \ll \frac{D_h}{L_p}, \quad (5.54)$$

s.t. kui

$$e \mathcal{E} L_p \ll \kappa T \quad (5.55)$$



Joon. 30. Elektronvoolu I_e ja aukvoolu I_h ning elektrivälja ja mittetasakaalulise laengukandjate kontsentratsiooni Δn ja Δp sõltuvus koordinaadist (nõrga elektrivälja erijuht).

Korrutis $e \mathcal{E} L_p$ on elektroni energia juurdekasv elektri-
väljas \mathcal{E} difusiooni pikkuse jooksul.

Olgu kriitiline väli

$$\mathcal{E}_c = \frac{\kappa T}{e L_p} . \quad (5.55a)$$

Aukvool on põhiliselt difusioonivool, kui $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$.

See on siis nii, kui $\mathcal{E}_\infty = \frac{\gamma}{\beta} \ll \mathcal{E}_c$. Näiteks, kui $L_p = 0,05$ cm, siis $\mathcal{E}_c = 0,5$ V/cm.

Laengukandjate injeksioon.

Hindame difusiooniprotsessi kirjeldavate mitmesuguste
suuruste arväärtusi.

Olgu $n_0 = 3 \cdot 10^{14}$ cm⁻³, $p_0 = 3 \cdot 10^{12}$ cm⁻³, s.t.
 $n_0 = 100 p_0$. Kui $u_h = 10^3$ cm²/V. sec ja $b = 2$ ($b = \frac{u_e}{u_h}$),
siis $\sigma = 0,1 \Omega^{-1}$ cm⁻¹. Kui näiteks $\mathcal{E}_\infty = 10^{-3}$ V/cm
ja $\mathcal{E}_c = 0,05$ V/cm, siis $I = 0,1$ mA/cm² ning saame

$$\Delta p_0 = \frac{\gamma J L_p}{e D_h} = \frac{\gamma n_0 u_e \mathcal{E}_0}{D_h} = \gamma b \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_c} \right) n_0 .$$

\mathcal{E}_0 avaldub (5.53) abil. Et $\mathcal{E}_\infty \ll \mathcal{E}_c$, siis ka
 $\mathcal{E}_0 \ll \mathcal{E}_c$ ja järelikult $\Delta p_0 \ll n_0$. Teiselt poolt Δp_0
ja p_0 vahetuse võib olla meelevaldne. Kogu täiendav laengu-
kandjate kontsentratsioon on $\Delta p_0 + \Delta n_0 = 2 \Delta p_0$.

Et peab kehtima $\Delta n = \Delta p$, siis iga injekteeeritud augu
kohta tuleb üks injekteeeritud elektron. Takistuse muutus
on seega

$$\Delta \sigma = e \Delta p (1 + b) u_h .$$

Takistuse olulise muutuse piirkond asub injekteeeriva kontakti naabruses ulatudes L_p -ni.

Laengukandjate ekstraktsioon.

Kui voolu suund on pooljuhist elektroodi, siis I ja Δp on negatiivsed. See tähendab, et mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon elektroodi naabruses väheneb. Seda nähtust nimetatakse laengukandjate ekstraktsiooniks.

Füüsikalistest kaalutlustest lähtudes peab ekstraktsiooni korral olema täidetud järgmine võrratus $|\Delta p| \leq p_0$, s.t. mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon võib väheneda ainult nullini. Suurim aukvool, mis võib difusiooni tõttu tekkida, on $ep_0 D_n / L_p$. Selle piirväärtuse saabumisel (vt. alaldamise dioditeooria lk. 202), mis määrab küllastusvoolu suuruse n-p-üleminekul võib voolu edasine kasvamine toimuda ainult γ muutudes.

Tugeva elektrivälja erijuht.

Kui elektrivälja tugevus on palju suurem kui nn. kriitiline väli ($\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$), siis difusioonivoolu ei pruugi arvestada. Valemi (5.38) asemele saame

$$\mathcal{E} u_h \frac{d\Delta p}{dx} + \frac{\Delta p}{\tau_h} = 0, \quad (5.56)$$

kusjuures eeldame, et \mathcal{E} on konstantne.

Kui $\mathcal{E} > 0$, siis lahend on

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_{do}}}, \quad (5.57)$$

$$\text{kus } L_{do} = \mathcal{E} u_h \tau_h = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} L_p \quad \left(\mathcal{E}_c = \frac{kT}{eL_p} \right). \quad (5.58)$$

Suurust L_{do} nimetatakse triivi pikkuseks. Ta on võrdeline elektrivälja tugevusega \mathcal{E} . Kui $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$, siis $L_{do} \gg L_p$. Augud triivivad elektriväljas eluea τ_h jooksul keskmiselt L_{do} kaugusele injekeerimise punktist. Aukude difusioonivool on võrreldes oomilise vooluga väike, kui $D_h/L_{do} \ll u_h \mathcal{E}$, s.t. kui $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$.

Negatiivse \mathcal{E} korral tuleb leida võrrandi (5.38) üldlahend ning sel juhul tuleb arvestada nii elektrivälja kui ka difusiooni mõju.

Saab näidata, et kui $\Delta p_0 \ll n_0$ (eeldame, et $p_0 \ll n_0$), s.t. kui laengukandjate koguarvu muutus on väike, siis valemis (5.38) ei pruugi arvestada $\frac{d\mathcal{E}}{dx}$ sisalduvat liiget ($\frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0$).

Üldlahend ($p \ll n$).

Statsionaarse oleku kirjeldamiseks tuleb lahendada järgmine võrrand

$$D_h \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \mathcal{E} u_h \frac{d\Delta p}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_h} = 0. \quad (5.59)$$

Vaadeldaval juhul võib elektrivälja pidada konstantseks. Üldlahend on sel juhul järgmine.

$$\Delta p = A e^{-\frac{x}{L_1}} + B e^{-\frac{x}{L_2}}. \quad (5.60)$$

Suurused L_1 ja L_2 määratakse ruutvõrrandi

$$\lambda^2 + \frac{\lambda \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)}{L_p} - \frac{1}{L_p^2} = 0 \quad (5.61)$$

lahendite λ_1 ja λ_2 kaudu järgmiselt:

$$L_1 = \frac{1}{\lambda_1}, \quad L_2 = \frac{1}{\lambda_2}.$$

Nagu eespoolgi

$$\mathcal{E}_c = \frac{\kappa T}{e L_p}.$$

Poollõpmatu pooljuhtvarda korral ainult ühel lahendil on füüsikaline mõte. Võrrandi (5.61) lahendid on

$$\lambda = -\frac{\mathcal{E}}{2\mathcal{E}_c} \frac{1}{L_p} \pm \frac{1}{2L_p} \left\{ \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^2 + 4 \right\}^{1/2}. \quad (5.62)$$

Kui $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$, siis $\lambda = \pm L_p^{-1}$ ja poollõpmatu varda korral, kui $x \gg 0$, on füüsikaline mõte positiivsel lahendil. See vastab eespool vaadeldud nõrga elektrivälja juhu-
hule. Kui $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$, siis ligikaudsed lahendid on järgmised:

$$\lambda_1 = -\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \frac{1}{L_p} = -\frac{e\mathcal{E}}{\kappa T} \quad (5.63)$$

ja

$$\lambda_2 = \frac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_{d0}}. \quad (5.64)$$

Lahend $\lambda = \lambda_1$ vastab negatiivse elektrivälja juhu-
hule ($\mathcal{E} < 0$). Sel juhul

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{e|\mathcal{E}|x}{\kappa T}}. \quad (5.65)$$

See lahend vastab aukude tavalisele Boltzmanni jaotusele pidurdavas väljas. Lahend, mis vastab λ_2 -le, on õige juhul, kui $\mathcal{E} > 0$, ning ta on samasugune kui eespool saadud võrrand (5.57).

Defineerime nüüd suurused L_u ja L_d , mida nimetatakse vastavalt difusiooni pikkuseks välja suunas ja difusiooni pikkuseks vastu välja, järgmiste valemite abil

$$\frac{1}{L_d} = \frac{1}{2L_p} \left\{ \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^2 + 4 \right\}^{1/2} - \frac{|\mathcal{E}|}{2L_p \mathcal{E}_c} \quad (5.66)$$

ja

$$\frac{1}{L_u} = \frac{1}{2L_p} \left\{ \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^2 + 4 \right\}^{1/2} + \frac{|\mathcal{E}|}{2L_p \mathcal{E}_c} . \quad (5.67)$$

Edasi saame

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_d}} \quad (\mathcal{E} > 0) \quad (5.68)$$

ja

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_u}} \quad (\mathcal{E} < 0) \quad (5.69)$$

Kui $\mathcal{E} = \mathcal{E}_c$, siis $L_d = 2L_p / (\sqrt{5} - 1)$ ja

$$L_u = 2L_p / (\sqrt{5} + 1).$$

Vaatleme aukude injekteeerimist lõpmata pikka kuid peenesse pooljuhtvardasse. Olgu punktis $x = 0$ elektrood, mis väikese pinge abil injekteeerib auke, nii et selles kohas statsionaarselt püsib aukude mittetasakaaluline kontsentratsioon Δp_0 . Pooljuhi otstes on rakendatud väline pingeallikas, mis tekitab elektrivälja \mathcal{E} . Siis saame (vt. joon. 31)

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_d}} \quad (x \geq 0), \quad (5.70)$$

$$\Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_u}} \quad (x \leq 0). \quad (5.71)$$

Kui $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$ ning L_p ei ole väga väike, siis augud lähuvad välja suunas väga kaugele, kuid vastu välja ($x < 0$) nende leviku ulatus on väike.

Toimugu aukude injekteeerimine alghetke $t = 0$ naabruses lühikese aja Δt jooksul. See aukude impulss hakkab levima piki pooljuhtvarrast ning eemaldudes injekteeerimis - punktist pidevalt väheneb. Kui $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_c$, siis aukude lii-

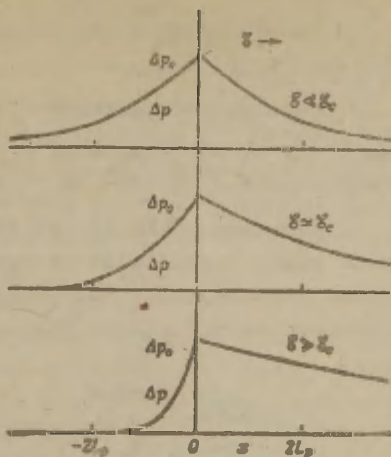
kumise kiirus on $\mathcal{E} u_h$.
 Võib oodata, et sama suure kiirusega levib ka impulss. Aukude impulss põhjustab ka elektronide impulsi tekkimise ($\Delta p = \Delta n!$).

See fakt on aluseks klassikalisele Haynes'i ja Shockley' eksperimendile. See katse võimaldab otsestelt mõõta mitte-põhiliste laengukandjate liikuvust ning eluiga germaaniumis, aga ka mõnedes teistes pooljuhtides.

Üks levinum

selle katse skeem on näidatud joonisel 32. Niidikujuulisse pooljuhti injekteeritakse emitteri abil lühiajaliselt (kitsas impulss) mittepõhilisi laengukandjaid. Impulsi jõudmine kollektori kohale tehakse kindlaks otsilloskoobi abil. Kui elektrivälja \mathcal{E} põhjustava positiivse pinge impulss on rakendatud emitterkontaktile, siis peaaegu otsekohe, s.t. aja jooksul, mis on vajalik elektromagnetilise signaali levimiseks mööda niidikujuulist pooljuhti, ilmneb kollektor-elektroodil analoogiline impulss. Hiljem, umbes ajavahemiku $d/\mathcal{E} u_d$ möödudes (d-emitteri ja kollektori vahemaa) tekib kollektoril mittepõhiliste laengukandjate impulss, mis tekitab vooluahelas pingeimpulsi, sest augud muudavad kollektorvoolu suurust.

Kollektoril registreeritav esimene impulss on injekteerivale kontaktile rakendatud impulsi täpne koopia. Kuid mittepõhiliste laengukandjate impulss on laiali valgunud difusiooni tõttu. Nende kahe impulsi keskkoha kohalejõud-



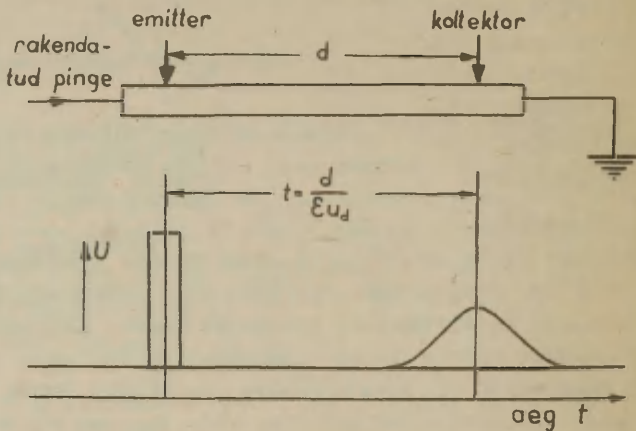
Joon. 31. Ühes punktis injekteeritud aukude jaotus pikas peenes homogeenises pooljuhtvardas.

mise ajavahe t on võrdne $d/\epsilon u$.

Seega osutub võimalikuks otseselt mõõta u_d (eeldatakse, et $\epsilon \gg \epsilon_c$).

n-tüüpi germaaniumis $u_{dh} = 1900 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ ning kui $\mathcal{E} = 10 \text{ V/cm}$, siis $t = 30 \text{ s}$. Kui kasutada lühikesi impulsse $\Delta t = 1 \mu\text{s}$, siis t on hästi mõõdetav.

Rõhutame veelkord, et kõik ülalosaadud tulemused aukuks jaoks n-pooljuhis on samaväärselt maksivad elektronide jaoks p-pooljuhis. Sel juhul seos $L_n^2 = \tau_c D_e$ määrab elektronide difusiooni pikkuse.



Joon. 32. Haynes'i ja Shockley eksperiment.

KONTAKTNÄHTUSED.

Elektriliste signaalide alaldamine ja võimendamine pooljuhtide abil on nende tähtsaks tehnilise rakenduse alaks.

Juba möödunud sajandi 70. aastatel tehti kindlaks,

et metalli ja pooljuhi kontaktil on alaldavad omadused. Käesoleva sajandi 30. aastatel loodi kuproks- ja seleen-alaldid. Samal ajal loodi ka teooria põhialused metalli ja pooljuhi kontaktil toimuvate protsesside selgitamiseks. Hiljem avastati, et kõige paremad alaldamise tingimused tekivad elektron- ja aukpooljuhi kontaktil. Osutus võimalikuks selgitada, et ka seleen- ja kuproksalaldites metalli- ja p-pooljuhi põhikihi vahel asub õhuke elektroonse juhtivusega vahekiht, ning et alaldamine tegelikult toimub pooljuhi ja selle vahekihi piiril.

n- ja p-pooljuhi kontakti abil saab valguse energiat muuta elektrienergiaks. Varasemal ajal selliseid seadmeid kasutati peamiselt ainult valguse mõõtmisel, kuna seadmete kasutegur ja tekkiv vool olid väikesed. Tänapäeval on nn. päikesepatareid üsna suure kasuteguriga ($\sim 13\%$).

Keerulisemad süsteemid, kus on kasutusel mitu erineva pooljuhi kontakti, võimaldavad elektrilisi signaale võimendada. Need on transistorid.

T e r m o e m i s s i o o n .

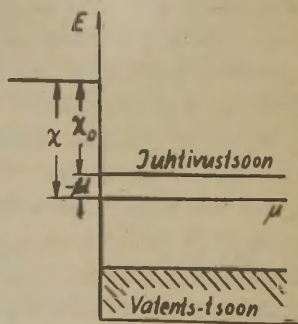
Kristallis olevatele elektronidele mõjub positiivsete ioonide tõmbetung ning sellepärast on nende energia väiksem kui vaakumis olevate vabade elektronide energia. Selleks, et eemaldada pooljuhis olevat elektroni, tuleb suurendada tema energiat. Mida suurem on elektroni energia kristallis, seda väiksem peab olema see täiendav energia. Seda minimaalset energiat, mis tuleb anda juhtivustsooni põhjas olevale elektronile selleks, et ta saaks eemalduda vaakumi, nimetatakse väliseks väljumistööks (X_0). Järelikult, selleks et elektron saaks lahkuda pooljuhist, peab ta ületama potentsiaalbarjääri X_0 (vt. joon. 33.)

Selle barjääri kõrgus on erinevatel kristallidel 1 kuni 6 eV. Kui seda barjääri ei oleks, siis elekt-

ronid lahkuksid pooljuhist. Kuid ka barjääri olemasolu korral absoluutsest nullist kõrgemal temperatuuril ühe osa elektronide energia on küllaldane barjääri ületamiseks.

Kui juhtivuselektronide kontsentratsioon pooljuhis ei ole suur, siis nad jaotuvad kiiruste ruumis Maxwelli jaotuse järgi ning elektronide arv kiiruste ruumi elemendis $dv_x dv_y dv_z = dv^3$ on

$$n(v_x, v_y, v_z) dv^3 = \frac{2(m^*)^3}{h^3} \cdot e^{-\frac{m^*/2(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - \mu}{kT}} dv^3$$



(5.72) Joon. 33. Pooljuhi energietiline skeem.

Pooljuhist lahkuda saavad ainult need elektronid, mis liiguvad risti pinna poole sellise kiirusega, et vastav kineetiline energia $\frac{m^* v_x^2}{2}$ on suurem kui barjääri kõrgus χ_0 . Kiirused v_y ja v_z võivad sealjuures olla meelevaldsed.

Elektronide arv, mille kiirusvektori x komponent on v_x ja $v_x + dv_x$ vahel, on

$$n(v_x) dv_x = \frac{2m^*}{h^3} dv_x e^{-\frac{m^* v_x^2 - \mu}{2kT}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m^* v_y^2}{2kT}} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m^* v_z^2}{2kT}} dv_z$$

(5.73)

Integreerimisel on sobiv kasutada muutujate vahetust

$$\xi^2 = \frac{m^* v_y^2}{2kT} \quad \text{. Kuna} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi}^{1/2}, \quad \text{siis saame}$$

$$n(v_x)dv_x = \frac{4\pi m^{*2} \kappa T}{h^3} e^{-\left(\frac{m^* v_x^2}{2} - \mu\right)/\kappa T} dv_x. \quad (5.74)$$

Kõik elektronid, mille kiirus on v_x ja mis asuvad pooljuhi pinnale suubuvad silindris pikkusega $v_x t$, jõuavad pooljuhi pinnale. Niisuguste elektronide poolt tekitatud voo tihedus on $dj = n(v_x)v_x dv_x$. Kõikide elektronide poolt tekitatud summaarse voo arvutamiseks tuleb summeerida (integreerida) üle kõikide kiiruste v_x . Kuid mitte kõik elektronid, mis jõuavad pinnale, ei saa pooljuhist lahkuda. Potentsiaalse barjääri võivad ületada ainult need elektronid, mille korral $\frac{m^* v_x^2}{2} > \chi_0$, s.t. $v_x > v_0 = \left(\frac{2\chi_0}{m^*}\right)^{1/2}$. Need elektronid, mille kiiruse x-komponent on suurem kui v_0 , põhjustavad pooljuhist väljalendavate elektronide voo

$$\begin{aligned} I &= \int_{v_x=v_0}^{\infty} dj = \int_{v_0}^{\infty} n(v_x) v_x dv_x = \\ &= \frac{4\pi m^{*2} \kappa T}{h^3} e^{\mu/\kappa T} \int_{v_0}^{\infty} e^{-\frac{m^* v_x^2}{2\kappa T}} v_x dv_x. \end{aligned}$$

Kasutades muutujate vahetust $\frac{m^* v_x^2}{2\kappa T} = \xi$ saame

$$I = \frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_0 - \mu}{\kappa T}}. \quad (5.75)$$

EkspONENTI astmenäitajas on suurus $\chi_0 - \mu$. See on võrdne tööga, mida tuleb teha selleks, et viia pooljuhis Fermi nivool asuv elektron vaakuumi. Seda suurust

$$\chi = \chi_0 - \mu \quad (5.76)$$

nimetatakse termodünaamiliseks väljumistööks või lihtsalt

väljumistööks. Peame silmas, et pooljuhis $\mu < 0$.

Valem (5.75) näitab, et ajaühikus pooljuhi pinnahiikult vaakuumisse emiteerunud elektronide arv on määratud väljumistöö ja pooljuhi temperatuuriga:

$$I = \frac{4\pi m^2 (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi}{\kappa T}}. \quad (5.77)$$

K o n t a k t p o t e n t s i a a l i d e v a h e .

Asugu vaakuumis teineteisest isoleeritud metallist ja pooljuhist plaat (joonis 34 a). Esiialgu nende plaatide vahel ei ole elektrivälja ning elektroni potentsiaalne energia vaakuumis nii metallplaadi lähedal kui ka pooljuhi lähedal on ühesugune. Selle tõttu kõik pooljuhist termoeemissiooni tõttu väljalennanud elektronid saavad minna metalli. Pooljuhist metalli minevate elektronide voo tihedus on

$$I_1 = \frac{4\pi m^2 (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{\kappa T}}, \quad (5.78)$$

kus χ_1 on pooljuhi väljumistöö. Metallist väljunud elektronid omakorda satuvad pooljuhti.

Metallis on vabade elektronide arv suur: iga aatomi kohta tuleb umbes üks elektron. Need elektronid täidavad kõik tsooni alumised nivood kuni Fermi nivooni. Nende elektronide arv, mille energia on suurem kui Fermi nivoole vastav energia, on väike võrreldes vastavate nivoode arvuga. Termoeemissiooninähtuse käsitlemisel huvitavad meid ainult kiired elektronid, sest metallist võivad välja lennata need elektronid, mille energia on tunduvalt suurem Fermi nivoost. Selliste elektronide $\frac{mv^2}{2} > \frac{mv_1^2}{2} > \chi_1 \gg |e|$ jaotumine kiiruste järgi on määratud Boltzmann-Maxwelli jaotusega (5.72). Järelikult elektronide termoeemissioonivoo tihedust metallist pooljuhti saab arvutada valemiga (5.77)

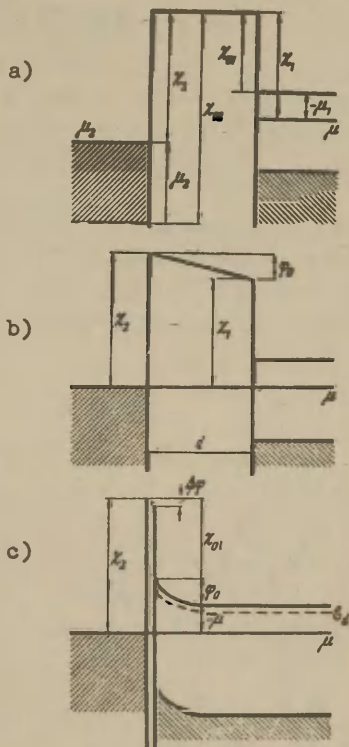
$$I_2 = \frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_2}{\kappa T}}$$

(5.79)

Siin χ_2 on metalli väljumistöö (χ_{20} on väline väljumistöö ($\chi_2 = \chi_{20} - \mu$)), mis võrdub energetilise vahega Fermi nivoost elektroni vaakuumi potentsiaalse energiani. Metallis Fermi nivool asuva elektroni kiiretiline energia, nn.

Fermi energia $E_f = + \mu_2 > 0$, kus μ_2 on metalli Fermi nivoo energia. Metallide väljumistöö on sama suurusjärguga kui pooljuhtide väljumistöö (1,5 - 6 eV).

Olgu vaadeldaval juhul metalli väljumistöö χ_2 suurem kui pooljuhi väljumistöö χ_1 (χ_{10} on pooljuhi väline väljumistöö). Sel juhul termoemissioon I_1 pooljuhist metalli on suurem kui vastupidine voog I_2 , sest pooljuhis hoiab elektrone kinni madalam potentsiaalbarjäär. Järelikult metall meie mõttelises katses laadub negatiivselt, aga pooljuht positiivselt ning nende vahel tekib potentsiaalide vahe U . Nüüd tuleb pooljuhist väljunud elektronil, selleks et sat-



Joon. 34. Kontaktvälja ja töökeelhi tekkimine pooljuhi ning metalli vahel.

tuda metalli, ületada veel täiendav potentsiaalbarjäär $\varphi = -eU$. Kõik elektronid, mille kineetiline energia on pärast väljumist väiksem kui selle barjääri energia, lähevad tagasi pooljuhti. See tähendab, et väljumistöö pooljuhist metalli on kasvanud φ võrra ning on $\chi_1 + \varphi$.

Järelikult elektronide voog pooljuhist metalli on nüüd

$$I = \frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_1 + \varphi}{\kappa T}}, \quad (5.80)$$

aga vastupidine elektronide voog on ikka endine (5.79), sest barjääri kõrgus nende elektronide jaoks ei ole muutunud (vt. joon. 34 b). Tasakaalu saabumisel $I_1 = I_2$, s.t.

$$\frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_1 + \varphi_0}{\kappa T}} = \frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\chi_2}{\kappa T}}$$

Potentsiaalse energia vahe φ on tasakaaluolekus

$$\varphi_0 = \chi_2 - \chi_1. \quad (5.81)$$

Nagu näha jooniselt 34 b, asub tasakaaluolekus Fermi nivoo metallis ja pooljuhis samal kõrgusel.

Tasakaal saabub ka sel juhul, kui metall ja pooljuht on omavahel ühendatud ning nende vahel tekib potentsiaalide (täpsemalt - potentsiaalse energia) vahe φ_0 , mida nimetatakse kontaktpotentsiaalide vaheks. See on võrdne kontaktis olevate ainete väljumistööde vahega.

Pooljuhi ja metalli vahel vaakuumis oleva elektrivälja tugevus sõltub nende vahemaast d ning avaldub järgmiselt:

$$\mathcal{E} = -\frac{U_0}{d} = \frac{\varphi_0}{ed} = \frac{\chi_2 - \chi_1}{ed}.$$

Selle välja tekitab pooljuhi positiivne ja metalli

negatiivne pinnalaeng. Pooljuhi positiivne laeng tekib vabade elektronide lahkumisel pooljuhi pinnalt.

Pindlaengu tihedus σ on $\frac{C}{\epsilon_0}$, kus $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ F/m}$, aga täiendavate või puudujäävate elektronide arv pinnaühiku kohta N on $\frac{\sigma}{e}$.

Järelikult

$$N = \frac{\chi_2 - \chi_1}{e^2 d \epsilon_0} \quad (5.82)$$

Näiteks, kui $\chi_2 - \chi_1 = 1 \text{ eV}$ ja $d = 0,01$, siis $N = 5,5 \cdot 10^5$ elektroni/cm². Kui vabade elektronide kontsentratsioon pooljuhis $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, siis selleks, et moodustada nõutav pinnalaeng, peavad pooljuhi pinnakihist, mille paksus on $\mathcal{L} = \frac{N}{n} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$, lahkuma kõik vabad elektronid. Järelikult selline nõrk väli ei tungi kuigi sügavale ning vaadeldaval juhul $\mathcal{L} \ll d$. Metallis on elektronide kontsentratsioon palju suurem, ning seal väline väli kompenseeritakse veel õhema kihi ulatuses.

Metalli ja pooljuhi kontakt.

Teistsugune on olukord, kui metall ja pooljuht on üksteisega tihedas kontaktis. Metall võib pooljuhile kanda jootmise või vaakuumaurustamise teel. Niisugusel juhul $d \approx 10^{-7} \text{ cm}$, ning kui $\chi_2 - \chi_1 = 1 \text{ eV}$, siis $N \approx 5,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Seega metallis tuleb 200 metalli pindmise aatomi kohta umbes üks täiendav elektron.

Teistsugune on olukord pooljuhis. Kui püüaksime ülal- kasutatud meetodil hinnata vabadest laengutest tühjenenud kihi paksust \mathcal{L} ($\mathcal{L} = \frac{N}{n}$) siis, kui $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, siis $L = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$. Sel juhul $\mathcal{L} \gg d$.

See tähendab, et laengutest tühjenenud kiht ulatub sügavale pooljuhti. Selle juures väljatugevus nõrgeneb, sest

positiivsete ja negatiivsete laengute vaheline kaugus suureneb. Valemit (5.82) ei saa sel juhul kasutada ning väli ulatub pooljuhti vähem kui tuleneb valemist (5.82), kuid siiski mitme tuhande aatomikihi sügavusse.

Väline väli liitub kristalli sisemise väljaga, kuid võrreldes viimasega on see väga nõrk. Väline väli (antud juhul kontaktväli) ei muuda energetiliste nivoode struktuuri, ning pooljuhis oleva elektroni koguenergia väli-se välja mõjul kasvab $\varphi(x) = -e\psi(x)$ võrra. Nüüd juhtivustsooni põhjas oleva elektroni energia $E_0 + \varphi(x)$ on üldiselt sõltuv elektroni asendist.

Pooljuhi sees, kus väline väli on null, s.t. $\varphi(x) = 0$, on elektroni energia juhtivustsooni põhjas endiselt E_0 , kuid kontakti suunas ta kasvab $\varphi(x)$ kasvades. Joonisel 34 c on kujutatud pooljuhti tunginud kontaktvälja mõjul tekkinud tsoonide kõverdumine. ϵ_d tähistab (doonori) lisandi nivoode kaugust juhtivustsooni põhjast. Kaugus juhtivustsooni põhjast Fermi nivoo ei ole nüüd ühesugune, vaid on $-\mu + \varphi(x)$, kus μ on Fermi nivoo ja juhtivustsooni vaheline kaugus sügaval pooljuhi sees, kuhu kontaktväli enam ei ulatu. Kui pooljuht oleks üsna õhuke, siis kontaktväli võiks tungida läbi pooljuhi, kuid sellist juhtu me ei vaatle.

Pooljuhi sees on juhtivustsoonis olevate elektronide kontsentratsioon

$$n_0 = 2 \left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{\mu/kT}$$

Pooljuhi pinna juures on elektronide kontsentratsioon juhtivustsoonis arvutatav analoogilise valemiga, ainult

μ asemele tuleb panna Fermi nivoo ja juhtivustsooni põhja vaheline kaugus $-\mu + \varphi(x)$. Saame

$$n(x) = 2 \left(\frac{2\pi m^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu - \varphi(x)}{\kappa T}} = n_0 e^{-\frac{\varphi(x)}{\kappa T}}. \quad (5.83)$$

Valem näitab, et kui elektroni energia välises väljas $\varphi(x)$ on positiivne, siis kontakti äärelle lähenedes

$\varphi(x)$ kasvamisel vabade elektronide kontsentratsioon kiiresti kahaneb. Pooljuhi pindkiht laadub positiivselt, sest vabad elektronid ei kompenseeri enam lisandiioonide positiivset laengut.

Ruumilaengu tihedus pooljuhis

$$\rho = e(N_{d+} - n(x)),$$

kus N_{d+} on ioniseeritud doonorite kontsentratsioon. On teada, et paljudes pooljuhtides, näiteks germaaniumis ja ränis on toatemperatuuril doonorid täielikult ioniseeritud ning $N_{d+} = N_d$. Pooljuhi sees $n(x) = n_0 = N_d$. Arvutuste lihtsustamiseks piirdume ainult selliste pooljuhtidega. Saadud tulemused on kvalitatiivselt õiged ka teistel juhtudel. Sellises pooljuhis

$$\rho = e(N_d - n(x)) = e(n_0 - n(x)).$$

Potentsiaal $U(x)$ ja laengutihedus ρ on omavahel seotud Poissoni võrrandiga

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon},$$

kus ϵ on keskkonna absoluutne dielektriline konstant. Et

$\rho = -eU$, siis saame

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{e^2 n_0}{\epsilon} \left(1 - e^{-\frac{e\varphi}{\kappa T}} \right).$$

(5.84)

Vaatleme juhtu, kus $\varphi_0 > 0$, s.t. pooljuhi pinnal tekib elektronidevaene kiht. Valemist (5.83) on näha, et kui $\varphi(x) > 2,3 kT$, siis sellel kohal vabade elektronide tihedus $n(x)$ on $0,1 n_0$ ja ρ on praktiliselt võrdne doonoritel oleva laenguga. Et kontaktpotentsiaalide vahe $\varphi_0 \approx 0,5$ eV on palju suurem kui kT väärtus toatemperatuuril ($\sim 0,025$ eV), siis ruumilaengu piirkonna valdavas ulatuses

$$\rho = en_0.$$

Sellepärast seal, kus $\varphi(x) > 0$, võib praktiliselt jätta arvestamata elektronide laengu ja lugeda, et kogu ääreaksi ulatuses ruumilaengu tihedus ρ on konstantne ja võrdne en_0 . Väljaspool seda piirkonda aga ρ ja φ on võrdsed nulliga.

Siis Poissoni võrrand ääreaksi jaoks on järgmine:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e^2 n_0}{\epsilon}. \quad (5.84 \text{ a})$$

Tähistame elektrivälja tungimise sügavust pooljuhti tähega \mathcal{L} . Seega kaugusel $x \geq \mathcal{L}$ välja pooljuhis ei ole ning

$$\begin{aligned} \varphi(\mathcal{L}) &= 0 \\ \mathcal{E}(\mathcal{L}) &= \frac{1}{e} \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=\mathcal{L}} = 0. \end{aligned} \quad (5.85)$$

Võrrandi (5.84) lahend on järgmine

$$\varphi(x) = \frac{e^2 n_0}{2\epsilon} (\mathcal{L} - x)^2 + A(\mathcal{L} - x) + B,$$

kus A ja B tuleb määrata ääritingimustest (5.85).

Valemist (5.84) järeldub, et $\varphi(\mathcal{L}) = B = 0$ ja

$$\frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=\mathcal{L}} = -A = 0.$$

Järelikult

$$\varphi(x) = \frac{e^2 n_0}{2\epsilon} (\mathcal{L} - x)^2, \quad (5.86)$$

ning

$$\mathcal{E}(x) = \frac{1}{\epsilon} \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{en_0}{\epsilon} (\mathcal{L} - x). \quad (5.87)$$

Valemist (5.86) saame, et väli tungib pooljuhti kauguseni

$$\mathcal{L} = \left[\frac{2\epsilon\varphi(0)}{e^2 n_0} \right]^{1/2}. \quad (5.88)$$

\mathcal{L} nimetatakse ekraneerimise pikkuseks.

Me juba nägime, et metalli ja pooljuhti kontakti korral, kui nende vahe $d \leq 10^{-7}$ cm, toimub peamine pingelangus pooljuhi kihis, s.t. vastavalt valemile (5.81)

$$\varphi(0) = \varphi_0 = \chi_2 - \chi_1.$$

Seega

$$\mathcal{L} = \left[\frac{2\epsilon(\chi_2 - \chi_1)}{e^2 n_0} \right]^{1/2}. \quad (5.89)$$

Sellest valemist on näha, et väli ulatub pooljuhti seda sügavamale, mida suurem on väljumistööde vahe ning mida väiksem laengukandjate kontsentratsioon pooljuhis.

Näiteks germaaniumi korral ($\mathcal{K} = 16,5$)*, kui $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ja $\chi_2 - \chi_1 = 0,3 \text{ eV}$, saame $\mathcal{L} = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. Sel juhul \mathcal{L} on palju suurem kui pooljuhi ja metalli vaheline kaugus d .

* Siin \mathcal{K} on nagu varemgi suhteline dielektriline läbitavus ja ϵ on absoluutne dielektriline läbitavus.

Elektrilise induksiooni ristkomponent $D_n = \epsilon \epsilon_n$ ei muutu vaakuumi ja pooljuhi piiril. Sellepärast väljatugevus lõhes $\mathcal{E}_c = \epsilon \mathcal{E}_0 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=0}$, kus \mathcal{E}_0 on väljatugevus pooljuhis pinna juures. Potentsiaalse energia muutus lõhes

$$\Delta\varphi = e \mathcal{E}_c d, \text{ vastavalt valemitele (5.87) ja (5.89)}$$

on $e^2 n_0 \mathcal{L} d = 2\epsilon \frac{d}{\mathcal{L}} \varphi_0$. Seega lõhes toimuva pingelanguse ja kogu pingelanguse suhe on $\frac{\Delta\varphi}{\varphi_0} = \frac{2\epsilon d}{\mathcal{L}}$.

Vaadeldud näite korral ($d = 10^{-7}$ cm) $\frac{\Delta\varphi}{\varphi_0} = 1,4 \cdot 10^{-2}$,

s.t. $\Delta\varphi$ moodustab ainult 1,4 % kogu pingelangusest φ_0 ning tõepoolest $\Delta\varphi$ ei pruugi arvestada.

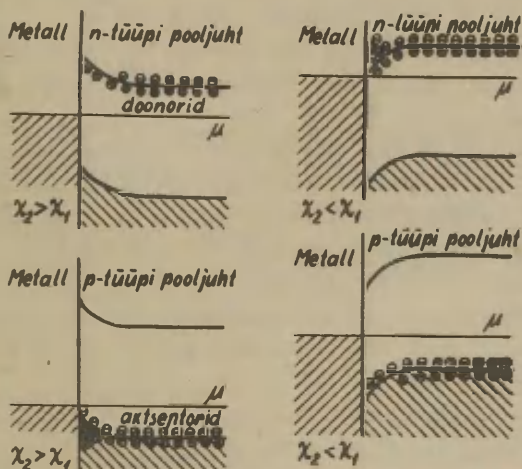
Ülalpool vaatlesime juhtu, kus metalli väljumistöö χ_2 on suurem kui pooljuhi väljumistöö χ_1 . Sellisel juhul pooljuhi pinnal tekib positiivselt laetud kiht. Kui pooljuht on elektroonse juhtivusega, siis elektronide kontsentratsioon selles kihis on väiksem ning takistus suurem kui pooljuhi sügavuses. Sellist kihti nimetatakse tökkekihiks, sest ta takistab voolu kontakti läbimast (vt. joon. 35 a).

Kui oleks tegemist p-pooljuhiga, siis vajalik positiivne laeng moodustuks täiendavatest vabadest aukudest, s.t. laengukandjate kontsentratsioon kasvaks ja järelikult kihi takistus väheneks. Sellist kihti nimetatakse küllastunud kihiks (antitökkekiht) (joon. 35 b).

Potentsiaali jaotust küllastuskihis ei määra enam võrrand (5.86).

Samasugune küllastuskiht tekib doonorpooljuhis (n-tüüpi) väiksema väljumistööga metalli kontakti juures. Sel juhul metall laadub positiivselt ning pooljuht negatiivselt. Elektronide kontsentratsioon pinna juures määratakse valemiga (5.83), kuid, et $\varphi(x)$ on negatiivne (vt. joon. 35 c), siis elektronide kontsentratsioon küllastuskihis võib tunduvalt ületada elektronide tasakaalulist kontsentratsiooni n_0 . Vastavalt ka küllastuskihi paksus

on tunduvalt väiksem kui tõkkekihi paksus. Aukpooljuhis, kui $\chi_2 < \chi_1$, tekib tõkkekiht (joon. 35 d). Kui selles kihis kõik aktseptorid on ioniseeritud, siis on kasutatavad kõik valemid, mis on tuletatud eespool elektroonse pooljuhi jaoks.



Joon. 35. Metall ja pooljuhi kontakt.

Et aukude kontsentratsioon on seda suurem, mida lähemal on keemilise potentsiaali (Fermi) nivoo valents-tsoonile, s.t. mida suurem on $\psi(x)$, siis

$$p = p_0 e^{\frac{\psi(x)}{\kappa T}}. \quad (5.90)$$

Sellepärast aukpooljuhis tekib tõkkekiht, kui $\psi_0 < 0$, aga küllastuskiht, kui $\psi_0 > 0$.

Nagu eespool juba selgitatud, tasakaaluoleku korral oomiline ja difusioonivool on ruumilaengu piirkonnas võrdsed ja vastassuunalised. Välise elektrivälja rakendamisel tasakaal rikutakse ja kontakti läbib vool. Pooljuhi sügavuses

elektriväli ei muuda laengukandjate kontsentratsiooni (vt. lk. 143). Erandina väga tugev väli võib põhjustada täiendava ioniseerimise. Teistsugune on olukord kontakti naabruses, kui seal on tõkkekiht. Kui metalli ja pooljuhi paksus ei ole väga suur, siis peamiseks takistuseks voolule on tõkkekiht, milles laengukandjate kontsentratsioon on tunduvalt väiksem kui pooljuhi sügavuses.

Pingelangus pooljuhi ja metalli aatomite kihtide vahel on tühine, kuna selle lõhe paksus on määratud aatomite vahekaugusega.

Kui muutub pinge, siis muutub ka potentsiaalbarjääri kõrgus ning laengukandjate kontsentratsioon tõkkekihis. Niisugune kontakt on mitteoomiline, sest tema takistus sõltub nii rakendatud välja suunast kui ka suuruselt. Kontakti nn. voltamperkarakteristik on mittelineaarne.

Enne kui asume voltamperkarakteristiku arvutamisele, vaatame, mis toimub Fermi nivooga välise välja U rakendamisel.

Asugu esialgu metall ja pooljuht teineteisest kaugel. Tasakaaluolekus Fermi nivoo on metallis ja pooljuhis ühel ja samal kõrgusel ning kontaktpotentsiaalide vahe on võrdne väljumistööde vahega (joon. 36 a).

Kui lülitada metalli ja pooljuhi vahele patarei nii, et miinuskleem on ühendatud pooljuhiga (pinge $U > 0$), siis see pinge langeb metalli ja pooljuhi vahelises lõhes ning metalli ja pooljuhi potentsiaalide vahe väheneb eU võrra, olles nüüd $\varphi_0 - eU$. See tähendab, et Fermi nivoo asub nüüd pooljuhis eU võrra kõrgemal kui metallis (joon. 36 b). Kui metall ja pooljuht viia tihedasse kontakti, siis, nagu me teame, peaaegu kogu kontaktpinnal pinge langeb φ_0 toimub pooljuhi piirikihis. Kui sealjuures moodustub tõkkekiht, siis välise pingeallika pingelang U toimub selles piirkonnas.

Elektroni energia vahe metallis ja pooljuhis.

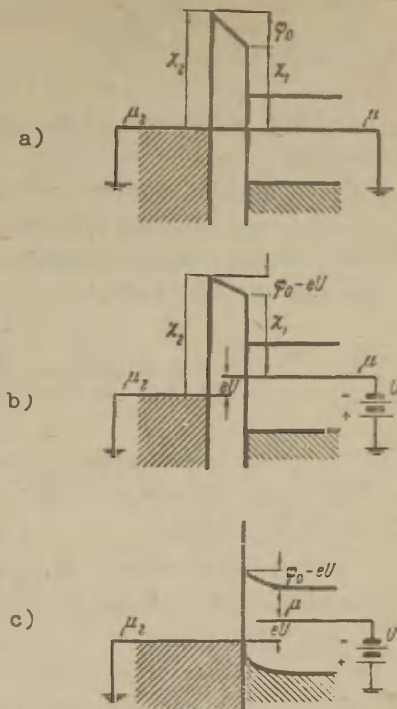
Järelikult, Fermi ni-
voode vahe pooljuhi sees
ning metallis on nagu voo-
luta juhulgi eU , aga po-
tentsiaalbarjääri kõrgus
on vähenenud eU võrra
(joon. 36 c). Selle tu-
lemusena elektronide
kontsentratsioon tõkke-
kihis suureneb ja tõkke-
kihi takistus väheneb.

Ent kui $eU < \varphi_0$,
siis elektronide kont-
sentratsioon tõkkekihis
on ikkagi väiksem kui
pooljuhi sees, s.t. on
väiksem kui doonorite
kontsentratsioon. See
tähendab, et ruumilaeng
selles kihis on endiselt
peamiselt tekitatud posi-
tiivselt laetud doonorite
poolt. Sel juhul, kui
kõik doonorid on ionisee-
ritud, potentsiaali käik
tõkkekihis on arvatav
valemi (5.86) abil ning
tõkkekihi paksus \mathcal{L} arvu-
tatakse vastavalt valemile (5.89)

$$\mathcal{L} = \left[\frac{2\varepsilon(\varphi_0 - eU)}{e^2 n_0} \right]^{1/2}, \quad (5.91)$$

sest barjääri kõrgus on nüüd

$$\varphi(0) = \varphi_0 - eU, \quad (5.92)$$



Joon. 36. Metalli ja pool-
juhi kontakt vä-
lise välja raken-
damisel.

Niisiis, rakendatud positiivse pingega U mõjul tõkkekikihi paksus väheneb aga negatiivsetel väärtustel (pluss-pooljuhil) - suureneb.

Kui $U = \frac{1}{2} \varphi_0$, siis kaob tõkkekikiht ning, kui $U \geq \frac{1}{2} \varphi_0$, siis kogu väline pinge langeb ühtlaselt kogu pooljuhi paksuse ulatuses.

Tõkkekikihi paksust \mathcal{L} saab määrata tema mahtuvuse mõõtmise teel. Tõkkekikihti võib vaadelda kui isolaatori kihti kahe hästi juhtiva plaadi, metalli ja pooljuhi vahel. Selle kondensaatori mahtuvus

$$C = \frac{\varepsilon q}{\mathcal{L}} = q \left[\frac{\varepsilon e^2 n_0}{2(\varphi_0 - eU)} \right]^{1/2}, \quad (5.93)$$

kus q on kokkupuutepindala. Katse näitab, et mahtuvus tõepoolest sõltub pingest ja kontsentratsioonist vastavalt valemile (5.93).

Tõkkekikihi mahtuvuse mõõtmisel tuleb arvestada tema alalisvoolujuhtivust. Mahtuvuse mõõtmisel rakendatakse lisaks alalispingele U küllalt suure sagedusega vahelduvpinge. Kui kontakti vahelduvvoolujuhtivus ületab tunduvalt alalisvoolujuhtivuse, siis esimese väärtusest on tõkkekikihi mahtuvus arvutatav.

A l a l d a m i s e d i f u s i o o n i - t e o o r i a

(pooljuhi ja metalli kontakt).

Kõigepealt näitame, et voolu läbimisel elektronide kontsentratsioon pooljuhi pinnal metalliga kokkupuute kohal praktiliselt ei muutu. Me juba mainisime, et tiheda kontakti olemasolu korral tunnelefekti tõttu elektronid läbivad vabalt metalli ja pooljuhi vahelise lõhe. Kuid mitte kõik elektronid, mis lendavad metallist välja, ei saa tun-

gida pooljuhti. Need elektronid, mille energia võrdub keelatud tsooni energiaga, peegelduvad tagasi, sest nad ei saa olla pooljuhis vastavate energianivoode puudumise tõttu. Niisamuti ei saa elektronid, mille energia vastab pooljuhi valents-tsooni energiale, minna valents-tsooni seni, kuni seal ei ole vabu kohti, s.t. auke. Ainult need elektronid, mille energia vastab juhtivustsooni energiale, saavad tungida pooljuhti. Selleks, et metalli elektron saaks minna pooljuhti, peab ta ületama potentsiaalbarjääri kõrgusega

$\chi_2 - \chi_0 = \varphi_0 - \mu$ (vt. joon. 34 c). Selle barjääri kõrgus sõltub ainult väljumistööde vahest ning ei sõltu rakendatud välisest pingest.

Eespool me leidsime, et elektronide voog läbi barjääri, mille kõrgus Fermi nivoost lugedes on χ , määratakse valemiga (5.77). Järelikult, asetades valemisse (5.77) χ asemele $\varphi_0 - \mu$ saame, et elektronide voog metallist pooljuhti avaldub järgmiselt

$$I_2 = \frac{4\pi m^* (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\varphi_0 - \mu}{\kappa T}} \quad (5.94)$$

Tasakaaluolekus selle vooga võrdne voog voolab tagasi pooljuhist metalli. Aga nendel elektronidel, mis asuvad pooljuhi pinnal, ei ole metalli minekuks tarvis ületada mitte mingisugust barjääri. Elektronide kontsentratsioon juhtivustsoonis pooljuhi pinnal vastu metalli on tasakaaluolekus

$$n_1 = n_0 e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}} = 2 \left\{ \frac{2\pi m^* \kappa T}{h^2} \right\}^{3/2} e^{\frac{\mu - \varphi_0}{\kappa T}} \quad (5.95)$$

Elektronide keskmine soojusliku liikumise kiirus

$$\bar{v} = \left(\frac{8\kappa T}{\pi m^*} \right)^{1/2} \quad (5.96)$$

Grupeerides valemis (5.94) liikmed sobival viisil, saame elektronide voo pooljuhist metalli I_{10} , mis võrdub vastupidise vooga, avaldada järgmiselt:

$$I_{10} = \frac{1}{4} \left(\frac{8\kappa T}{\pi m^*} \right)^{1/2} \cdot 2 \left(\frac{2\pi m^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu - \varphi_0}{\kappa T}} = \frac{1}{4} n_i \bar{v}. \quad (5.97)$$

See valem näitab, et elektronide voog on võrdne $\frac{1}{4}$ kontsentratsioonini ja soojusliku kiiruse korrutisest.

See valem kehtib ka sel juhul, kui elektronide kontsentratsioon pooljuhis kontakti vahetus naabruses erineb tasakaalulisest ning ei ole määratud valemiga (5.95). Seega

$$I_1 = \frac{1}{4} n(0) \bar{v}. \quad (5.98)$$

Välise välja rakendamisel $n(0)$ muutub ning vastavalt muutub elektronide voog pooljuhist metalli. Elektronide voog metallist pooljuhti on määratud endiselt valemiga (5.94), sest välja rakendamisel barjääri kõrgus ei muutu. Ta on $I_2 = I_{10} = \frac{1}{4} n_i \bar{v}$. Kogu voog, mis on tekitatud välja poolt, avaldub järgmiselt:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{1}{4} \bar{v} [n(0) - n_i]. \quad (5.99)$$

Toatemperatuuri juures $v = 10^7$ cm/sec ning isegi kui $n_1 = 10^{13}$ cm⁻³, voog I_{10} on $2,5 \cdot 10^{19}$ elektroni/cm².sec. See vastab voolule 1,5 A/cm². Tavaliselt kontakti läbiva voolu tihedus on tunduvalt väiksem ning sellepärast suurus $\frac{4I}{\bar{v}}$ on tunduvalt väiksem kui n_1 . Näiteks voolutiheduse $j = 100$ mA/cm² juures meie näite korral ta moodustab 6,5% kontsentratsioonist n_1 . See aga tähendab, et mitte

eriti suurte voolude korral $n(0)$ väga vähe erineb n_1 -st. Niisiis, elektronide pideva vahetuse tõttu metalli ja pooljuhi pindkihtide vahel elektronide kontsentratsioon $n(0)$ praktiliselt ei muutu ning on võrdne tasakaalulise kontsentratsiooniga. Sellepärast edaspidistes arvutustes eeldame, et elektronide kontsentratsioon pooljuhis metalliga vahetu kokkupuute piiril on muutumatu. See muidugi üldse ei tähenda seda, et kontsentratsioon oleks tõkkekahis muutumatu. Vastupidi, juba tühisel kaugusel kontakti pinnast ta võib rakendatud välja mõjul tunduvalt muutuda. Laengukandjate kontsentratsioon tõkkekahis $n(x)$ määratakse voolu läbimisel koguvoolu avaldisest (5.5). Kui selles asendada $\mathcal{E} =$

$$= \frac{1}{e} \frac{d\varphi}{dx} \quad \text{ja} \quad u_e = \frac{e}{\kappa T} \mathcal{D}_e, \text{ siis saame}$$

$$\frac{dn}{dx} + \frac{n}{\kappa T} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = \frac{j}{e \mathcal{D}_e} \dots \quad (5.100)$$

Selles võrrandis olev väli $\varphi(x)$ määratakse antud juhul valemiga (5.86):

$$\varphi(x) = \frac{e^2 n_0}{2\epsilon} (\mathcal{L} - x)^2 \quad (\mathcal{L} \geq x \geq 0).$$

Ääretingimused välise pinna juures on:

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \varphi_0 - eU, \\ n(0) &= n_1 = n_0 \cdot e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}}, \end{aligned} \quad (5.101)$$

pooljuhi sees, kus väli on null

$$\varphi(\mathcal{L}) = 0, \quad n(\mathcal{L}) = n_0. \quad (5.102)$$

Siinjuures tõkkekahi paksus sõltub rakendatud väljast vastavalt valemile (5.91).

Meie ülesandeks on lahendada võrrand (5.100) arvesta-

des ääritingimusi (5.101) ja (5.102).

Diferentsiaalvõrrandi (5.100) lahend on

$$n(x) = \left[C_1 - \frac{j}{e \partial_c} \int_x^{\infty} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} dx \right] e^{-\frac{\varphi(x)}{\kappa T}}. \quad (5.103)$$

Konstant C_1 määratakse ääritingimusest (5.102). Kohal $x = \mathcal{L}$, $\varphi(\mathcal{L}) = 0$ ja $n(\mathcal{L}) = C_1 = n_0$.

Kui nüüd veel nõuda, et see võrrand rahuldaks ääritingimust (5.101), siis saame valemi, mis määrab voolutiheduse j sõltuvuse rakendatud väljast. Kohal $\bar{x} = 0$, $\varphi = \varphi_0 - eU$ ja

$$n(0) = n_0 e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}} = \left[n_0 - \frac{j}{e \partial_c} \int_0^{\mathcal{L}} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} dx \right] e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}},$$

kust

$$j = e \partial_c n_0 \frac{1 - e^{-\frac{eU}{\kappa T}}}{\int_0^{\mathcal{L}} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} dx}. \quad (5.104)$$

See avaldis on kehtiv meelevaldse kujuga potentsiaali $\varphi(x)$ korral. Antud juhul, s.t. kui $\varphi(x) \sim (\mathcal{L} - x)^2$, selles avaldises olev integraal on arvutatav ainult numbriliselt. Kuid analüüsimiseks numbriline tulemus ei ole sobiv. Teda on aga võimalik ka ligikaudselt hinnata. Selleks kirjutame

$$\int_0^{\mathcal{L}} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} dx = \int_{\varphi_0 - eU}^0 e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^{-1} d\varphi.$$

Funktsioon $e^{\varphi(x)/\kappa T}$ kasvab kiiresti $\varphi(x)$ kasvades ning suurima panuse integraali annab integreerimine selles piirkonnas, kus $\varphi(x)$ on maksimaalne, s.t. $x = 0$ naabruses. Sellepärast integraali alt võib välja tuua $\left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^{-1}$

väärtuse selles punktis. Siis saame

$$\int_{x=0}^{\mathcal{L}} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} d\varphi = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_0^{-1} \int_{\varphi=\varphi_0-eU}^{\varphi=0} e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} d\varphi =$$

$$= \kappa T \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_0^{-1} \left(1 - e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}}\right) = \kappa T \left|\frac{d\varphi}{dx}\right|_0^{-1} e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}}$$

(5.105)

Nagu juba eespool mainitud, tõkkekiht eksisteerib seni, kuni $eU < \varphi_0$, või täpsemini, kuni $\varphi_0 - eU \gg \kappa T$.

Sellepärast $1 \ll e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}}$.

Nüüd saame valemist (5.104)

$$j = \frac{e \mathcal{D}_e}{\kappa T} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_0 n_0 e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}} \left(1 - e^{-\frac{eU}{\kappa T}}\right) = e u_e n_0 \mathcal{E}_0 \left(1 - e^{-\frac{eU}{\kappa T}}\right),$$

(5.106)

kus $\mathcal{E}_0 = \frac{1}{e} \frac{d\varphi}{dx} < 0$ on väljatugevus kontakti äärel.

Vastavalt valemitele (5.87) ja (5.91)

$$\mathcal{E}_0 = \frac{1}{e} \frac{d}{dx} \left[\frac{e^2 n_0 (\mathcal{L} - x)^2}{2\varepsilon} \right]_0 = -\frac{e n_0 \mathcal{L}}{\varepsilon} =$$

$$= -\frac{2(\varphi_0 - eU)}{e\mathcal{L}} = -\left[\frac{2n_0(\varphi_0 - eU)}{\varepsilon} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

(5.107)

Voltamper-tunnusjoonest (5.106) järeldub, et positiivsete U väärtuste korral (miinus-pooljuhil) voolutihedus ($j > 0$) kiiresti kasvab pinge kasvamisel ning

$$j \sim \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right),$$

s.t. kontakti takistus kiiresti kahaneb. Seda voolu suunda, mille juures tõkkekihi takistus väheneb, nimetatakse otse-suunaks. Vastavat voolu otsevooluks. Tõkkekihi takistuse vähenemine toimub potentsiaalbarjääri kõrguse vähenemise ja temas olevate elektronide kontsentratsiooni suurenemise tõttu.

Vastupinge rakendamisel voolab vastuvool, mis suurte pingetel avaldub järgmiselt:

$$j = e U_e n_i \epsilon_0.$$

Vastuvool vastavalt valemile (5.107) kasvab võrdeliselt rakendatud pinge ruutjuurega.

On selge, et ülalarendatud mõttekäigud on rakendatavad ka p-tüüpi pooljuhi korral, kui sealjuures metalliga kokkupuute kohal tekib tõkkekiht, s.t. kui $\varphi_0 < 0$. Sel juhul valemis (5.106) tuleb panna $n_i \rightarrow p_i = p_0 e^{\varphi_0/kT}$ ja $U \rightarrow -U$.

Eespool oli öeldud, et voolu saab esitada oomilise ja difusioonivoolu summana küllalt väikeste väljatugevuste korral siis, kui kehtib tingimus $\mathcal{E} \ll \frac{kT}{eL}^*$ (vt. (5.22)

ja märkus samal leheküljel). Ülalvaadeldud tõkkekihi korral välja maksimaalne väärtus vastavalt valemile (5.107) on

$$|j| = \frac{2\varphi_0}{eL}. \text{ Seega võrrand (5.100) ning difusiooniteo-}$$

Väljatugevuse korral $\mathcal{E} > \frac{kT}{eL} \frac{c}{v}$ peaks arvestama elektrongaasi soojenemist tõkkekihis. Kuid selline soojenemine saab toimuda ainult siis, kui vool on suunatud välja suunas, s.t. tõkke suunas. See efekt on oluline suurte vastupingete korral.

ria kehtivad, kui tõkkekihi paksus on suur, s.t.

$$\mathcal{L} \gg \frac{2\varphi_0}{\kappa T} \cdot \ell.$$

(5.108)

Et \mathcal{L} on pöördvõrdeline $n_0^{1/2}$, siis see teooria on õige nende pooljuhtide korral, milles tasakaaluline kontsentratsioon n_0 ning vaba tee pikkus (ka liikuvus) on väike.

Näiteks Cu_2O -s ($u_h = 60 \text{ cm}^2/\text{V. sec}$, $\mathcal{R} = 8,75$) kui aukude kontsentratsioon $p_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ja $|\varphi_0| = 0,5 \text{ eV}$, tõkkekihi paksus

$$\mathcal{L} = \left(\frac{2\varepsilon|\varphi_0|}{e^2 p_0} \right)^{1/2} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ cm},$$

$\ell = 4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$, ning suhe $\frac{\mathcal{L}\kappa T}{2\varphi_0 e} = 15$, Järelikult kriteerium (5.108) on hästi täidetud.

Alaldamise diooditeooria (metalli ja pooljuhi kontakt).

Teisiti on olukord nendes pooljuhtides, kus liikuvus on suur. Näiteks germaaniumis ($u_e = 3900 \text{ cm}^2/\text{V. sec}$, $\mathcal{R} = 16,5$), kui $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $m^* = 0,3m$ ja $\varphi_0 = 0,3 \text{ eV}$, saame $\mathcal{L} = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, aga et $\ell = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$, siis suhe $\frac{\mathcal{L}\kappa T}{2\ell\varphi_0} = 0,6$ on väiksem ühest.

Sellepärast nendes pooljuhtides, kus liikuvus on suur (Ge, Si, InSb, HgSe jt.), difusiooniteooria ei kehti. Nende pooljuhtide korral on hästi täidetud vastupidine võrratus

$$\ell \gg \frac{\kappa T \mathcal{L}}{2\varphi_0}.$$

(5.109)

Näiteks germaaniumis, kui $\varphi_0 = 0,3$ eV ja $n_0 = 10^{16}$ cm⁻³, on suhe $\frac{2\kappa T}{2\varphi_0 e} = 0,06$.

See tähendab, et vaba tee pikkus on võrreldav tõkkekihi paksusega ning elektronid lendavad peaaegu hajumata läbi selle kihi. Seega, sel juhul kui kehtib võrratus (5.109), ei pruugi arvestada elektronide hajumist tõkkekihi ulatuses ning kõik elektronid, millel on küllaldane kineetiline energia, võivad lennata pooljuhist välja. Hea kontakti olemasolu korral kõik need elektronid läbivad vabalt õhukese tõkkekihi ja satuvad metalli.

Me teame (5.77), et elektronide voog läbi barjääri, mille kõrgus Fermi nivoo kohal on $-\mu + \varphi(0)$, on võrdne

$$I = \frac{4\sqrt{m} (\kappa T)^2}{h^3} e^{-\frac{\varphi_0 - \mu}{\kappa T}}$$

Sellele valemile saab anda järgmise kuju, arvestades,

et
$$n_0 = 2 \left(\frac{2\sqrt{m} \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu}{\kappa T}}, \quad \bar{v} = \left(\frac{8\kappa T}{\pi m} \right)^{1/2} \quad \text{ja}$$

$$\varphi(0) = \varphi_0 - eU,$$

$$I_1 = \frac{1}{4} n_0 \bar{v} e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}} = \frac{1}{4} n_1 \bar{v} e^{\frac{eU}{\kappa T}}, \quad (5.110)$$

kus $n_1 = n_0 e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}}$ on elektronide tasakaaluline kontsentratsioon pooljuhis kontakti pinnal. Analoogiliselt saab kirjutada ka elektronide voo metallist pooljuhti (5.94), kusjuures see voog ei sõltu rakendatud pingest

$$I_2 = \frac{1}{4} n_1 \bar{v}. \quad (5.111)$$

Kui $U = 0$, siis $I_1 = I_2$.

Resulteeriv voolutihedus j on võrdne voolutiheduste j_1 ja j_2 vahega

$$j = e(I_1 - I_2) = \frac{1}{4} e n_1 \bar{v} (e^{\frac{eU}{\kappa T}} - 1). \quad (5.112)$$

Kui pinge on lülitatud otsesuunas, siis barjääri kõrgus $\varphi(0) = \varphi_0 - eU$ väheneb ja elektronide voog pooljuhist metalli kasvab järsult. Vastupidise pinge korral barjääri kõrgus kasvab ja elektronide voog pooljuhist metalli väheneb ning kui $-U \gg \kappa T$, siis praktiliselt kogu vool on võrdne elektronide vooluga metallist pooljuhti ja ei sõltu pingest.

Õhukese tõkkekihi ja vaakuumdiodi käitumises ning töö- põhimõttes on palju ühist (vastupinge režiimis) ning sellepärast ülalesitatud teooriat nimetatakse alaldamise diodi- teooriaks.

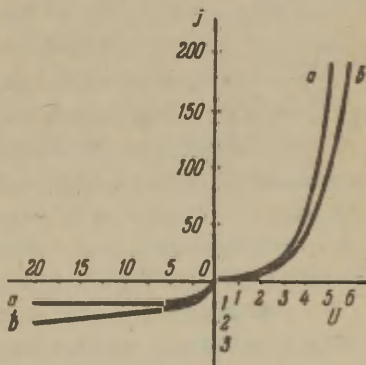
Joonisel 37 on esita- tud õhukese (a) ning paksu (b) tõkkekihi voltamper- tunnusjooned vastavalt va- lemittele (5.106) ja (5.107) ning (5.112). Ot- sevoolu suurus mõlemal juhul on määratud peami- selt eksponentsiaalse liikme poolt, s.t.

$$j \sim (e^{\frac{eU}{\kappa T}} - 1).$$

Suure vastupinge korral vool paksus tõkkekihis kasvab võrdeliselt $U^{1/2}$, aga õhukeses läheneb kül- lastusväärtusele

$$j_s = \frac{1}{4} e n_1 \bar{v}_0.$$

Kui elektronide kontsent- ratsioon n_1 pooljuhi pin-



Joon. 37. Metall- ja pool- juhi kontakti voltampertunnus- jooned;

a - dioditeooria b - difusiooni- teooria.

nal on sama, siis paksu kihi takistus on alati suurem kui õhukese tõkkekihi takistus, sest (elektronide kiirus elekt-riväljas) $v = u_e \mathcal{E}_0$ on väiksem kui nende keskmine soojus-liku liikumise kiirus \bar{v} . Väga tugevate väljade korral aga difusiooniteooria lakkab kehtimast.

Eespool eeldati, et doonorite kontsentratsioon oli kõikjal ühesugune ning et tõkkekihi ulatuses on kõik doo-norid ioniseeritud. Kui aga doonorinivood asuvad juhti-vustsooni põhjast tunduval kaugusel ning on nõrgalt ioniseeritud, siis ruumilaengu tihedus tõkkekihis ei ole ühe-sugune, vaid kasvab kontaktpotentsiaali $\varphi(x)$ kasvades. Peale selle võib lisandi kontsentratsioon olla mitteühtlane. Nendel juhtudel $\varphi(x)$ on keerulisem funktsioon. Diioditeooria korral voolutihedus sõltub ainult barjääri kõrgusest ning ei sõltu $\varphi(x)$ konkreetsest kujust. Sel-lepärast on valem (5.112) kehtiv alati, kui ainult tõkke-kiht on õhuke. Paksu tõkkekihi korral on valem (5.106) küll kehtiv, kuid väljatugevuse \mathcal{E}_0 sõltuvus rakendatud pingest U on oluliselt erinev erineva $\varphi(x)$ korral. See mõjub peamiselt vastuoolu tunnusjoone kujule.

Eespool selgus, et barjääri kõrgus φ_0 võrdub pool-juhi ja metalli väljumistööde vahega. Kuid see ei ole alati nii. Pooljuhi pinnal on alati olemas kas nn. Tamme nivood, või adsorbeerunud võõrastest aatomitest tingitud nivood, mis, olles osaliselt või täielikult ioniseeritud, moodustavad pinnalaengu. Kui näiteks n-pooljuhi pinnal on negatiivne laeng, siis see tõukab vabad elektronid eemale ning tekib positiivse ruumilaenguga kiht analoogiliselt metalli ja pooljuhi kontakti korral tekkiva tõkkekihiga.

Kui pooljuht, millel on pinnalaeng, on viidud kon-takti metalliga, siis metalli laengu kontaktväli liitub pinnalaengu väljaga. Kui metall laadub negatiivselt, siis barjääri kõrgus kasvab veelgi. Kuid sel juhul osa pinna-nivoosid, mis enne (joon. 38 a) asusid allpool Fermi ni-vood, on nüüd temast kõrgemal (joon. 38 b), s.t. kui al-gul asusid nendel nivoodel elektronid, siis nüüd on nad

tühjad. Sellepärast negatiivse pinnalaengu suurus väheneb. Vastupidisel juhul, kui metall laadub positiivselt, siis barjääri kõrgus väheneb, kuid samal ajal negatiivne laeng pinnal kasvab (joon. 38 c). Selle ümberlaadumise tulemuse-
na, kui pinnanivoode tihedus on suurem kui 10^{12} cm^{-2} , laengu muutused nendel nivoodel praktiliselt täielikult kompenseerivad metalli kontaktvälja ja barjääri kõrgus on määratud pinnalaengu poolt ning ei sõltu metalli väljumis-
töö suurusest ega isegi mitte selle märgist. Seejuures kontaktväli peaaegu ei tungi pooljuhti, vaid on lokaliseerunud vahetult kontakti juures ning tõkkekihi tekitab pinnanivoodel oleva laengu väli.

Kui metalli ja pooljuhi vahel on isoleeriv kiht, siis peamine pingelangus toimub selles kihis. Kuid alaldavate kontaktide korral on see lõhe niivõrd õhuke, et ta on elektronide jaoks läbipaistev ja voolule on põhiliseks takistuseks tõkkekiht. Peaaegu kogu rakendatud pinge langeb selles tõkkekihis. Fermi nivoo on metallis pinnanivoode kohal ühesugune ka välise välja olemasolu korral, sest voolu läbiminekul laeng pinnanivoodel märgatavalt ei muutu. Järelikult ka välise välja rakendamisel barjäär metallist pooljuhti minevate elektronide jaoks ei muutu. Selle tõttu eespool esitatud alaldamise teooriad on rakendatavad ka pinnalaengute poolt tekitatud tõkkekihi korral.

Kõigis eelmistes arutlustes vaatlesime selliseid pooljuhte, milles juhtivus oli põhjustatud ainult ühte märki laengukandjate poolt, s.t. ainult elektronide või ainult aukude poolt ning milles mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon nii pooljuhi sees kui ka pinna ligiduses oli tühine. Kuid isegi sel juhul, kui mittepõhiliste laengukandjate, näiteks aukude kontsentratsioon n-pooljuhi sees on väike, siis tõkkekihi tekkimisel nende kontsentratsioon pinna juures $\rho_1 = \rho_0 e^{\frac{\varphi_0}{kT}}$ järsult kasvab barjääri kõrguse φ_0 kasvades. Küllalt kõrge barjääri korral võib ta ületada põhiliste laengukandjate - elektronide - kontsentratsiooni.

Kui kaugus Fermi ni-
voost juhtivustsooni põh-
jani $\varphi_0 - \mu$ saab
sama suureks kui valents-
tsooni laeni ($\Delta E + \mu -$
 $-\varphi_0$) s.t. kui

$$\varphi_0 = \frac{\Delta E}{2} + \mu$$

(5.113)

ning kui aukude efektiivne
mass m_p^* liiga palju ei
erine elektronide efektiiv-
sest massist m_n^* , siis aukude
kontsentratsioon kontakti
äärel

$$\rho_L = \rho_0 e^{\frac{\varphi_0}{\kappa T}} =$$

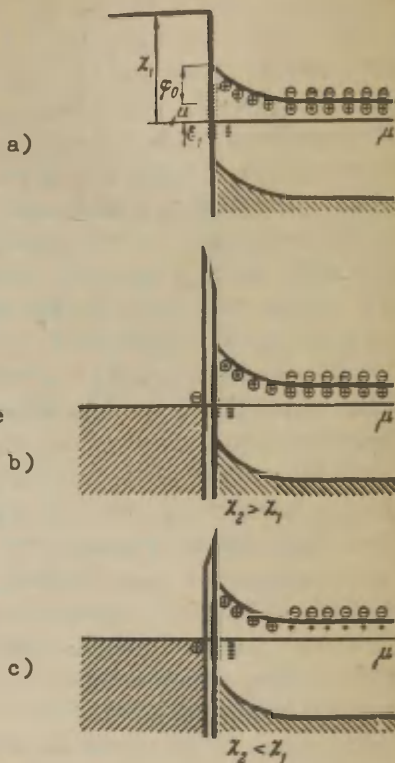
$$= 2 \left(\frac{2\pi m_p^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} \cdot$$

$$\cdot e^{-\frac{\Delta E + \mu - \varphi_0}{\kappa T}} \quad (5.114)$$

saab võrreldavaks elektro-
nide kontsentratsiooniga

$$n_1 = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* \kappa T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\varphi_0 - \mu}{\kappa T}}$$

(5.115)



Joon. 38. Kontaktvälja
ekraneeri-
mine pooljuhi
pinnalaengu
poolt.

Näiteks n-germaaniumis toatemperatuuril ($\Delta E = 0,67 \text{ eV}$, $m^* = 0,2 m$) kui $N_d = n_0 = 10^{16}$ (vt. (3.27))

$$\mu = \kappa T \ln \frac{n_0}{N_c} = 7 \kappa T = -0,18 \text{ eV}$$

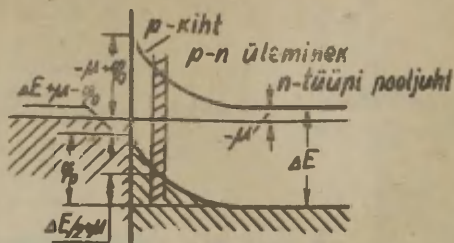
juba siis, kui $\varphi_0 > 0,16 \text{ eV}$, aukude kontsentratsioon kontakti äärel ületab elektronide kontsentratsiooni. Sel juhul kontakti äärel tekib kiht, kus aukjuhtivus ületab elektroonse juhtivuse.

Kui tõkkekiht on õhukene ($l \gg \frac{\kappa T \lambda}{2 \varphi_0}$), siis need augud ei mängi olulist osa ning dioditeooria valem (5.112) on kehtiv. Paksu tõkkekihi korral aga võivad ilmsiks tulla tunduvad kõrvalekaldumised difusiooniteooria valemist (5.106). Kui $\varphi_0 > \Delta E + 2\mu$, s.t. kui Fermi nivoo kaugus valents-tsooni laest kontakti äärel muutub väiksemaks kui Fermi nivoo kaugus pooljuhi sees juhtivustsooni põhjast ($-\mu$), siis aukude kontsentratsioon kontakti äärel p_1 ületab elektronide kontsentratsiooni n_0 pooljuhi sees ning kontakti vahetus läheduses oleva kihi juhtivus ületab pooljuhi sisepiirkonna juhtivuse. Peamise takistuse moodustab sel juhul mitte äärekiht, vaid see piirkond, kus elektronide ja aukude summaarne kontsentratsioon

$n+p = n_0 e^{-\frac{\varphi(x)}{\kappa T}} + p_0 e^{\frac{\varphi(x)}{\kappa T}}$ on minimaalne. Selle avaldise tuletise

$\frac{d}{dx}(n+p) = \frac{1}{\kappa T} (p-n)$ nullkohas, s.t. juhtivuse miinimumi kohal $n = p$, Fermi nivoo asub keelatud tsooni keskel ning $\varphi(x) = \frac{\Delta E}{2} + \mu$ (joon. 39).

Vasakul pool seda lhti asub aukjuhtivusega, aga paremal pool elektronjuhtivusega piirkond. Sellepärast seda üleminekupiirkonda nimetatakse p-n-siirdeks.



Joon. 39. p-n-siirde tekkimine metalli ja pooljuhi kontakti juures.

p - n - s i i r e .

Pooljuhi sees saab p-n-siirde tekitada sel teel, et näiteks algselt doonori tüüpi pooljuhi ühes osas difusiooni abil tekitada aktseptorlisandi kontsentratsiooni ülekaal. Siis selles piirkonnas tekib aukjuhtivus, kuid ülejäänud piirkonnas, kuhu aktseptori aatomid ei jõudnud difundeeruda, või kus nende kontsentratsioon on doonorite kontsentratsioonist väiksem, on juhtivus elektroonne.

Laengukandjate kontsentratsiooni jaotus ja potentsiaali kuju siirdepiirkonnas on määratud lisandite jaotusega.

Olgu lihtsuse mõttes lisandi kontsentratsioon pooljuhis selline nagu kujutatud joonisel 40 a.

Doonorlisandi kontsentratsioon olgu kogu pooljuhi ulatuses N_d ning aktseptorlisandi kontsentratsioon vasakpoolses piirkonnas ($x < 0$) N_a ja null paremal pool ($x > 0$). Olgu sellise pooljuhi, näiteks germaaniumi,

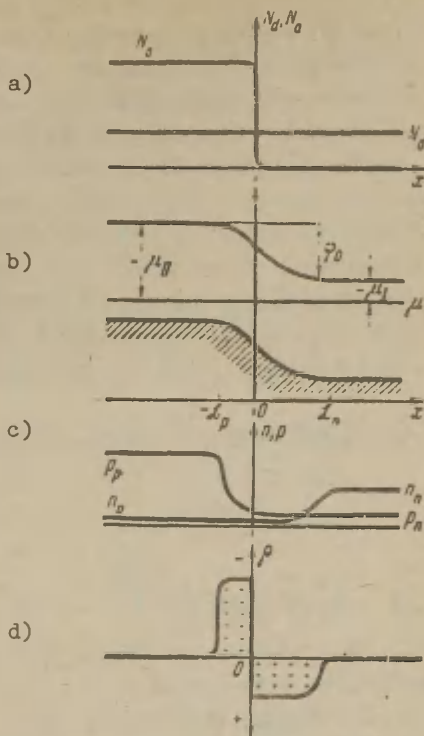
temperatuur mitte liiga madal, nii et kõik lisandid on ioniseeritud, s.t. kõik doonorinivood on tühjad, aga aktseptorinivood elektronidega täidetud. Sellisel juhul vasakpoolses piirkonnas aukude kontsentratsioon p_p on $N_a - N_d$ ning elektronide kontsentratsioon parempoolses piirkonnas n_n on N_d . Parempoolses n-piirkonnas Fermi nivoo asub tasakaaluoleku korral juhtivustsooni põhjaligiduses. Vastavalt valemile (3.27) juhtivustsooni kaugus Fermi nivooast parempoolses piirkonnas on

$$|\mu_I| = -\mu_n = -kT \ln \frac{n_n}{N_c}$$

Vasakpoolses piirkonnas see kaugus

$$|\mu_{II}| = -\mu_p = \Delta E + kT \ln \frac{p_p}{N_v}$$

on palju suurem, sest siin Fermi nivoo asub valents-tsooni lae läheduses (μ_n ja μ_p tähistavad Fermi nivoo asen-



Joon. 40. p-n-siirde tekkinud aktseptorliisandi difundeerumisel doonorpooljuhti:

- lisandite jaotus
- energiaskeem
- laengukandjate jaotus
- ruumilaengu jaotus.

dit n- ja p-piirkonnas, mõõdetult juhtivustsooni põhjast).

Kuna elektronide kontsentratsioon on parempoolses piirkonnas suurem kui vasakpoolses, siis "alguses" elektronide voog n-piirkonnast p-piirkonda on suurem kui vastupidine voog; analoogiliselt aukude voog p-piirkonnast on suurem kui vastupidine voog n-piirkonnast. Selle tulemusena p-piirkonna äärel tekib negatiivne ruumilaeng, aga n-piirkonnas - positiivne. See toimub seni, kuni tekkiva kontaktvälja mõjul mõlemad vood tasakaalustatakse. Tasaakaaluolekus Fermi nivoo asub mõlemal pool kontakti ühel kõrgusel (joon. 40 b). See tähendab, et juhtivustsooni põhi asub p-piirkonnas $|\mu_{\bar{n}}| - |\mu_{\bar{p}}|$ võrra kõrgemal kui n-piirkonnas. Potentsiaalbarjääri kõrgus on seega

$$\varphi_0 = |\mu_{\bar{n}}| - |\mu_{\bar{p}}| = \Delta E - \kappa T \ln \frac{N_c N_v}{p_p n_n} = \kappa T \ln \frac{p_p n_n}{n_i^2},$$

(5.116)

kus $n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{\Delta E}{\kappa T}}$ (vt. valem (3.26)).

Elektronide ja aukude kontsentratsioon kontakti piirkonnas on väike ning samuti nagu metalli ja pooljuhi kontakti korralgi ruumilaengu ρ kandjateks on peamiselt ioniseeritud lisandid. Positiivne laeng n-piirkonnas moodustub ioniseeritud doonoritest ning negatiivne laeng p-piirkonnas moodustub nendest ioniseeritud aktseptoritest, mille kontsentratsioon ületab doonorite kontsentratsiooni. Seega paremal pool, $0 < x < \mathcal{L}_n$ $\rho = e N_d = e n_n$, aga vasakul $-\mathcal{L}_p < x < 0$ $\rho = -e (N_a - N_d) = -e p_p$ (joon. 40 d). Siin \mathcal{L}_n ja \mathcal{L}_p tähistavad ruumilaengu ulatust vastavalt n- ja p-piirkonnas. Potentsiaali kuju $\varphi(x)$ määratakse Poissoni võrrandist:

$$L_n > x > 0, \quad \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e^2 n_n}{\epsilon}$$

$$0 > x > -L_p, \quad \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{e^2 p_p}{\epsilon} \quad (5.117)$$

Ääretingimused: kohal $x = L_n$, $\varphi = 0$, $\frac{d\varphi}{dx} = 0$;
kohal $x = -L_p$, $\varphi = \varphi_0$ ja $\frac{d\varphi}{dx} = 0$.

Võrrandi (5.117) lahend, arvestades ääretingimusi, on järgmine:

$$-L_p < x < 0, \quad \varphi = \varphi_0 - \frac{e^2 p_p}{2\epsilon} (L_p + x)^2$$

$$0 < x < L_n, \quad \varphi = \frac{e^2 n_n}{2\epsilon} (L_p - x)^2.$$

(5.118)

Kohal $x = 0$ φ ja $\frac{d\varphi}{dx}$ peab olema pidev.

Tuletise $\frac{d\varphi}{dx}$ pidevusest saame

$$\frac{L_n}{L_p} = \frac{p_p}{n_n}.$$

Siit

$$\frac{L_n}{L} = \frac{p_p}{n_n + p_p} \quad \text{ja}$$

$$\frac{L_p}{L} = \frac{n_n}{n_n + p_p}, \quad (5.119)$$

kus $L = L_n + L_p$.

Potentsiaali φ pidevusest, arvestades valemite

(5.119), saame

$$\varphi_0 = \frac{e^2}{2\varepsilon} (n_n \mathcal{L}_n^2 + p_p \mathcal{L}_p^2) = \frac{e^2}{2\varepsilon} \frac{n_n p_p}{n_n + p_p} \mathcal{L}^2,$$

s.t.

$$\mathcal{L} = \left(\frac{2\varepsilon \varphi_0}{e^2} \frac{n_n + p_p}{n_n p_p} \right)^{1/2}.$$

(5.120)

Siit on näha, et ruumilaengu ulatus on seda suurem, mida väiksem on voolukandjate kontsentratsioon.

Kui $n_n \ll p_p$, s.t. $N_a - N_d \gg N_d$, siis $\mathcal{L} \approx \mathcal{L}_n$ ning n-piirkonnas väli tungib sügavusele

$$\mathcal{L}_n = \mathcal{L} = \left(\frac{2\varepsilon \varphi_0}{e^2 n_n} \right)^{1/2}, \quad (5.120 \text{ a})$$

aga p-piirkonnas ruumilaengu sügavus on tühine.

Näiteks toatemperatuuril ($T = 300^\circ \text{ K}$) germaaniumi korral $\Delta E = 0,72 \text{ eV}$, $\mathcal{L} = 16,5$, $N_c = N_v = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $n_i^2 = 6,3 \cdot 10^{26}$. Kui $n_n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ja $p_p = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, siis vastavalt valemile (5.116)

$$\varphi_0 = 0,31 \text{ eV}, \quad \mathcal{L}_n = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \quad \mathcal{L}_p = 8 \cdot 10^{-7} \text{ cm}.$$

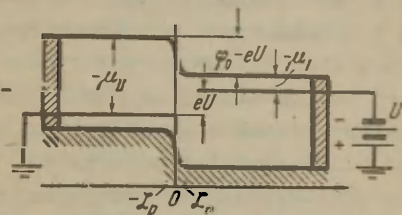
Kui põhiliste laengukandjate kontsentratsioonid p_p ja n_n on palju suuremad kui laengukandjate kontsentratsioon isepooljuhis n_i , nii et p- ja n-piirkondade taksitus on küllalt väike võrreldes üleminekupiirkonna takistusega, siis rakendatud välise välja potentsiaali (U) langus toimub p-n-siirde piirkonnas. Järelikult Fermi nivoode vahe n- ja p-piirkondades on välise välja rakendamisel eU (vt. joon. 41). Kui p-piirkonnaga on ühendatud al-

lika plusspoolus, siis Fermi nivoo selles piirkonnas on madalamal kui n-piirkonnas. Barjääri kõrgus vastavalt väheneb eU võrra ning on $\varphi = |\mu_{\bar{n}}| - |\mu_n| - eU$, s.t.

$$\varphi = \varphi_0 - eU. \quad (5.121)$$

Vastupidise pinge korral $U < 0$ barjääri kõrgus suureneb.

Vastavalt muutub ka siirde piirkonna paksus. Kui $n_n \ll p_p$, siis vastavalt valemile (5.120 a)



$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_n = \\ &= \left[\frac{2\epsilon(\varphi_0 - eU)}{e^2 n_n} \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

$$(5.122)$$

Joon. 41. Potentsiaalbarjääri kõrguse muutumine välise välja rakedamisel.

See valem on kehtiv

seni, kuni eksisteerib tõkkekiht, s.t. kuni $eU < \varphi_0$. Valem (5.120) on tuletatud eeldusel, et lisandi jaotus on järsu frondiga. Difusiooni abil teravat lisandi jaotumise fronti saada ei ole praktiliselt võimalik. Kui aga lisandi jaotumise fronti laius on väiksem kui tõkkekihi paksus \mathcal{L} , siis fronti pidevus ei mängi olulist rolli ja seda ei pruugi arvestada. Vastupidisel juhul, kui lisandite jaotumise front on väga lame, nii et fronti laius tunduvalt ületab valemi (5.120) abil arvutatud tõkkekihi paksuse, siis potentsiaali $\varphi(x)$ kuju määrab siirde piirkonnas lisandite jaotus ning tõkkekihi paksus on võrdne fronti laiusel.

Nagu metalli ja pooljuhi kontakti korral, nii ka p-n-siirde korral, kui

$$\mathcal{L} \ll l \frac{\varphi_0}{kT},$$

ei pruugi arvestada tõkkekihis voolukandjate hajumist kristallvõre defektidel. Vastupidi, paksu p-n-siirde korral, kui $L \gg l \frac{\varphi_0}{kT}$, tuleb voolukandjate liikumisel p-n-siirdes arvestada nende hajumist.

Erinevalt alaldamisest metalli ja pooljuhi kontaktil, kus voolu "transportisid" põhilised laengukandjad, alaldamisel p-n-siirdel "transpordivad" voolu mitte-põhilised laengukandjad. Voolu suuruse määrab mittepõhiliste laengukandjate rekombineerumise ja genereerumise kiirus. p-n-siirde voltampertunnusjoone kuju määratakse mitte niivõrd voolukandjate liikumise laadi (hajumata või hajumisega), kuivõrd rekombineerumise tingimuste poolt. Õhukeseks tuleb pidada sellist p-n-siiret, mille ulatuses ei toimu olulist mittepõhiliste laengukandjate rekombineerumist ja paksuks vastupidisel juhul.

A l a l d a m i n e p - n - s i i r d e l .

Dioditeooria .

Kui p- ja n-piirkondade paksus ei ole väga suur, siis nende takistust ei pruugi arvestada. Selleks aga, et vältida pooljuhi ja metalli kontaktil tekkida võivat täiendavat takistust, tehakse need nii, et kontakti juures tekiks mittealldav küllastuskiht. Sellised kontaktid, kui nad on küllalt kaugel p-n-siirdest, ei võta osa voolu alaldamise protsessist ja kogu rakendatud välise välja potentsiaali langus toimub p-n-siirdel.

Soojuslikus tasakaaluolekus elektronide vood vasakult paremale ja paremalt vasakule on üksteisega võrdsed. Välise välja mõjul tasakaal rikutakse. Paremalt vasakule läbi õhukese barjääri $\varphi_0 - eU$ lähevad kõik elektronid, mille energia on küllaldane selle barjääri ületamiseks, elektronid ei rekombineeru ega haju. Selle voo suurus on

$$I_1 = \frac{1}{4} n_n \bar{v} e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}}.$$

Elektronid, mis voolavad p-piirkonnast n-piirkonda, ei pea ületama barjääri ja nende voog on

$$I_2 = \frac{1}{4} n(-\mathcal{L}_p) \bar{v},$$

kus $n(-\mathcal{L}_p)$ on elektronide kontsentratsioon p-piirkonnas tõkkekihi äärel. Soojusliku tasakaalu korral

$$n(-\mathcal{L}_p) = n_p = n_n e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}} \quad \text{ja} \quad I_1 = I_2$$

Resultantvoog, mis tekib välise pinge mõjul,

$$\begin{aligned} I &= I_1 - I_2 = -\frac{1}{4} \bar{v} \left[n(-\mathcal{L}_p) - n_n e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}} \right] = \\ &= -\frac{1}{4} \bar{v} \left[n(-\mathcal{L}_p) - n_p e^{\frac{eU}{\kappa T}} \right]. \end{aligned}$$

Tavaliselt kumbki komponentvoog - I_1 ja I_2 , niisamuti kui metalli ja pooljuhi kontakti korralgi, on palju suurem kui resultantvoog. See tähendab, et elektronide kontsentratsioon tõkkekihi äärel p-piirkonnas välja rakendamise korral on ligikaudu

$$n(-\mathcal{L}_p) = n_n e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}} = n_p e^{\frac{eU}{\kappa T}}. \quad (5.123)$$

Analoogiliselt saab näidata, et aukude kontsentratsioon tõkkekihi äärel n-piirkonnas on ligikaudu

$$p(\mathcal{L}_n) = p_p e^{-\frac{\varphi_0 - eU}{\kappa T}} = p_n e^{\frac{eU}{\kappa T}}.$$

(5.124)

Seega oleme formuleerinud ülesande lahendamiseks olu-

lised ääretingimused. Kui välist välja ei ole rakendatud, siis

$$n(-\mathcal{L}_p) = n_p = n_n e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}} \quad \text{ja} \quad p(\mathcal{L}_n) = p_p e^{-\frac{\varphi_0}{\kappa T}}.$$

Belnev analüüs viib meid järeldusele, et elektronide ja aukude jaotumine p-n-siirde ulatuses, kui puudub rekombineerumine nii vooluta olukorras kui ka pinge rakendamisel, määratakse Boltzmanni valemiga

$$n(x) = n_n e^{-\frac{\varphi(x) - eU}{\kappa T}}, \quad p(x) = p_p e^{-\frac{\varphi(x) - eU}{\kappa T}}.$$

Rakendatud positiivse välise pinge mõjul ($U > 0$) potentsiaalbarjääri kõrgus väheneb ja elektronid lähevad n-piirkonnast p-piirkonda, aga augud vastupidi. Sellepärast mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon p-n-siirde juures järsult kasvab. Nende mittetasakaaluliste voolukandjate laeng kiiresti kompenseeritakse põhiliste laengukandjate juurdevooluga, mille kontsentratsioon kasvab samapalju. Need mittetasakaalulised voolukandjad liiguvad tõkkekihist eemale pooljuhi sügavusse ja seal rekombineeruvad. Mida suurem on pinge, seda suurem on mittepõhiliste voolukandjate kontsentratsioon, seda kiiremini nad valguvad laiali ja rekombineeruvad ning seda suurem on vool läbi p-n-siirde. Sellepärast, kui veel $eU > \kappa T$, siis vool kasvab pinge kasvades võrdeliselt mittepõhiliste voolukandjate kontsentratsiooni kasvuga, s.t. võrdeliselt $e \frac{eU}{\kappa T}$ -ga. Vastupinge rakendamisel barjääri kõrgus kasvab, see takistab elektronide üleminekut n-piirkonnast ja aukude üleminekut p-piirkonnast teisele poole. Selle tõttu mittepõhiliste voolukandjate kontsentratsioon p-n-siirde naabruses väheneb ning selles piirkonnas laengukandjate genereerimise kiirus ületab rekombineerumise

kiiruse. Augud, mis tekivad n-piirkonnas, jõuavad p-n-siir-
deni ning lähevad ära p-piirkonda, analoogiliselt p-piirkon-
nas tekkivad elektronid lähevad n-piirkonda, sest barjääri
elektriväli soodustab seda üleminekut. Voolutihedus on
määratud voolukandjate genereerimise kiirusega p-n-siirde
naabruses. Kui otsevoolu korral voolukandjate kontsentratsio-
ni kahanemise kiirus $\frac{n-n_0}{\tau}$ piiramatult kasvab
kontsentratsiooni n kasvades, siis vastuvoolu korral suu-
rus $\frac{n-n_0}{\tau}$ saavutab küllastusväärtuse $\frac{n_0}{\tau}$ (soojusliku
genereerimise kiirus). Sellepärast vastusuunas lülitatud
pinge korral pinge kasvades vastuvool küllastub, s.t. kui
 $-eU \gg kT$, siis voolutihedus ei sõltu pingest. Vastuvool
on määratud difusiooni pikkuse ulatuses genereeritud mitte-
põhiliste laengukandjate hulgaga ajaühikus. Need laengu-
kandjad jõuavad oma eluea jooksul difundeeruda kontaktini.

Väga suure vastupinge korral elektronide voog I_1 läheb
nulliks, sest elektronid ei suuda ületada potentsiaalbar-
jääri $\varphi_0 + |eU|$. Sellisel juhul avaldis (5.123) ei
kehti, sest enam ei või lugeda, et $I_1 \approx I_2 \gg I$. Vastu-
pidi, nüüd $I_2 = -I = -J_e/e$ ja elektronide kontsentratsio-
on tõkkekihi äärel $n(-L_p)$ suure vastupinge korral
ei lähene nullile, nagu järgneb valemist (5.123), vaid
konstantsele väärtusele $n_1(-L_p) = 2 \frac{J_{es}}{eV}$ kus J_{es} on
elektroonse küllastusvoolu väärtus suure vastupinge korral.
Kuid $n_1(-L_p) \ll n_p$ ja sellepärast võib kõikide U väärtu-
ste juures kasutada avaldise (5.123) ja (5.124).

Voolutiheduse määramiseks tuleb lahendada pidevuse
võrrand p- ja n-piirkondade jaoks. Kasutame siinkohal neid
tulemusi, mis saime nõrga elektrivälja erijuhul pidevuse
võrrandit analüüsisid.

Kogu aukvool n-piirkonnas on

$$j_h = e \left(\epsilon_n u_h \rho_n - D_h \frac{d\rho}{dx} \right)$$

ning p-piirkonnas

$$j_h = e \left(\mathcal{E}_p u_{hp} - \mathcal{D}_h \frac{dp}{dx} \right) .$$

Siin \mathcal{E}_n ja \mathcal{E}_p on elektrivälja tugevused vastavalt n- ja p-piirkonnas. Õhukese p-n-siirde läbivad elektronid ja augud, ilma et nad jõuaksid hajuda kristallvõre defektidel ning rekombineeruda. Sellepärast

$$j_h(\mathcal{L}_n) = j_h(-\mathcal{L}_p) . \quad (5.125)$$

On aga selge, et p-piirkonnas, kus aukude kontsentratsioon p_p on suur, ka nõrga välja korral on oomiline vool

$e \mathcal{E}_p u_{hp} p_p$ suur ning moodustab koguvoolust valdava osa. n-piirkonnas on aukude kontsentratsioon väike ja siin aukude oomiline vool peab olema umbes $\frac{p_n}{p_p}$ korda väiksem kui p-piirkonnas, s.t. peaaegu $\frac{p_n}{p_p}$ korda väiksem kogu aukuvoolust. Seega n-piirkonna aukvoolu põhiosa moodustab difusioonivool (aukuvool on vahetult mõlemal pool p-n-siiret sama suur). See tähendab, et mittetasakaalulised augud voolavad p-n-siirde juurest eemale peamiselt difusiooni tõttu ja välja poolt põhjustatud aukvoolu ei pruugi arvestada. Järelikult

$$j_h = -e \mathcal{D}_h \frac{dp}{dx} . \quad (5.126)$$

Meil on tegemist statsionaarse juhuga (vt. nõrga elektrivälja erijuht), kus punktis $x = \mathcal{L}_n$

$$p(\mathcal{L}_n) = p_n e^{eU/kT} \quad \text{ja} \quad \Delta p(\mathcal{L}_n) = p_n \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) = \Delta p_0 .$$

Pidevuse võrrand aukude jaoks n-piirkonnas on

$$D_h \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{1}{\tau_h} \Delta p = 0. \quad (5.127)$$

Selle võrrandi lahend, nagu juba teame (vt. (5.42)), on järgmine

$$\Delta p(x) = \Delta p(L_n) e^{-\frac{x-L_n}{L_p}}, \quad (5.128)$$

kus $L_p^2 = D_h \tau_h$.

Vaadeldav p-n-siire on aukude injektiooni (ekstraktiooni) konkreetne näide. Augud injekteeritakse n-piirkonda punktis \mathcal{L}_n , kus välise välja mõjul püsib statsionaarne mittetasakaaluline aukude kontsentratsioon

$\Delta p(\mathcal{L}_n)$. L_p kaugusel p-n-siirdest, s.t. punktist \mathcal{L}_n , aukude kontsentratsioon väheneb e korda. Rõhutame veelkord, et L_p on kaugus, mille läbivad augud nende eluea jooksul (rekombinatsiooni suhtes) τ_h difusiooni tõttu. See on difusiooni pikkus. Difusiooni pikkus on seda suurem, mida suurem on liikuvus

$$u_h = \frac{eD_h}{kT} \quad \text{ja eluiga } \tau_h.$$

Parimates Ge kristallides $D_h = 45 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $\tau_h = 10^{-3} \text{ sec}$ ja $L_p \approx 2 \text{ mm}$ ning L_n ($D_e = 100 \text{ cm}^2/\text{sec}$) ulatub 3 mm-ni.

Kauguse L_p läbivad augud difusiooni tõttu, s.t. sel juhul, kui ülekaalus on aukude difusioonivool. Tugevas elektriväljas aga võib triivi pikkus tunduvalt ületada difusiooni pikkuse.

Teades $p(x)$, saab valemi (5.126) abil kergesti leida aukvoolu tiheduse läbi p-n-siirde. Selleks on vaja arvutada

tada $\frac{dp}{dx}$ punktis $x = \mathcal{L}_n$. Saame

$$j_h \Big|_{x=\mathcal{L}_n} = -D_h e \frac{d\Delta p}{dx} \Big|_{x=\mathcal{L}_n} = \frac{eD_h}{L_p} \Delta p \Big|_{x=\mathcal{L}_n}$$

$$= \frac{e D_h}{L_p} p_n \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (5.129)$$

Elektronide jaoks võib teha täpselt samasugused arvutused (p-piirkonnas) ning siis saame:

$$j_e = \frac{e D_e}{L_n} \Delta n \Big|_{x = -L_p} = \frac{e D_e n_p}{L_n} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (5.130)$$

Kogu voolutihedus on statsionaarses režiimis kõigis ristlõigetel ühesugune. Arvutame voolutiheduse kohal $x = -L_p$. Selle tõttu, et õhukeses p-n-siirdes ei toimu rekombineerumist, $j_h(-L_p) = j_h(L_n)$ ning

$$j = j_h \Big|_{x = L_n} + j_e \Big|_{x = -L_p}.$$

Asetades siia j_h ja j_e asemele nende avaldised valemite (5.129) ja (5.130), saame

$$\begin{aligned} j &= e \left(\frac{D_h p_n}{L_p} + \frac{D_e n_p}{L_n} \right) \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) = \\ &= j_s \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (5.131)$$

Küllastusvoolu ($-eU \gg kT$) väärtus on

$$j_s = e \left(\frac{D_h p_n}{L_p} + \frac{D_e n_p}{L_n} \right). \quad (5.131 a)$$

Otsevoolu korral injekteeeritud mittetasakaalulised laengud levivad p-n-siirdest keskmiselt difusiooni pikkuse kaugusele. Vastuvoolu korral mittepõhilistest laengukandjatest vaesunud piirkond ulatub p-n-siirdest niisama kaugele ning küllastusvool (vastuvool) on lihtsalt võrdne

aukude, mis genereeritakse n-piirkonna kihis paksusega

$$L_p \left(\frac{D_h p_n}{L_p} = \frac{\rho_n}{\tau_h} L_p \right), \quad \text{ning elektronide, mis genereeritakse p-piirkonna kihis paksusega } L_n \left(\frac{D_e n_p}{L_n} = \frac{n_p}{\tau_e} \cdot L_n \right),$$

arvuga.

Absoluutväärtuselt on p-n-siirde korral vastuvool palju väiksem kui pooljuhi ja metalli kontakti korral (eeldades samasugust elektronide kontsentratsiooni ning potentsiaalbarjääri kõrgust).

Valemitest on näha, et p-n-siirde küllastusvool on seda suurem, mida suurem on mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon p_n ja n_p .

Me teame, et

$$p_p \cdot n_p = n_n \cdot p_n = n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$

sõltub ainult temperatuurist (mandumise puudumisel). Sellest saame

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n}, \quad n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \quad (5.132)$$

Järelikult selleks, et vähendada küllastusvoolu, tuleb suurendada põhiliste laengukandjate kontsentratsiooni. See toob kaasa ka potentsiaalbarjääri kõrguse φ_0 kasvamise. Pooljuhtides, kus lisandid on kõik ioniseeritud ($n_n = N_d = \text{const.}$ ning $p_p = N_a = \text{const.}$)

$$p_n \sim n_p \sim n_i^2 \sim e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$

ning vastuvool kasvab temperatuuriga nii nagu $e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$, samaaegselt väheneb ka barjääri kõrgus $\varphi_0 = |M_{II}| - |M_I| = \Delta E - kT \ln \frac{N_c N_v}{n_n p_p} = \Delta E - kT \ln \frac{\text{const.}}{\text{const.}}$). Ka otsevoolu suurus kasvab temperatuuri kasvades, kuid see toimub palju aeglasemalt ning p-n-siirde alaldavad omadused hal-

veneavad. Veel suurematel temperatuuridel, kui $n_i > N_d, p_i > N_a N_d$ Fermi nivoo nihkub mõlemas piirkonnas temperatuuri tõustes keelatud tsooni keskele $n_p \rightarrow n_n$, potentsiaalbarjäär kaob ($\varphi_0 \rightarrow 0$) ja alaldamise efekt lakkab.

Maksimaalne temperatuur, mille juures alaldaja veel töötab, on seda kõrgem, mida suurem on barjääri kõrgus φ_0 , s.t. mida suurem on keelatud tsooni laius ning mida suurem põhiliste laengukandjate kontsentratsioon n- ja p-piirkondades.

Voolu läbi p-n-siirde kannavad elektronid ja augud. Elektronvoolutiheduse suhe aukvoolutihedusse on vastavalt valemitele (5.129) ja (5.130)

$$\frac{j_e}{j_h} = \frac{D_n n_p L_p}{D_h p_n L_n} = \frac{\delta_n L_p}{\delta_p L_n}, \quad (5.133)$$

sest vastavalt valemile (5.132)

$$\frac{n_p}{p_n} = \frac{n_n}{p_p} \quad \text{ja} \quad \frac{\delta_e}{\delta_h} = \frac{u_e}{u_h}.$$

Siin $\delta_n = e n_n u_e$ ja $\delta_p = e p_p u_h$ on n- ja p-piirkondade juhtivus. Kui elektronide ja aukude difusiooni pikkused ei erine teineteisest palju, siis elektronvoolutiheduse suhe aukvoolutihedusse on praktiliselt määratud nende piirkondade põhiliste laengukandjate kontsentratsioonide suhtega.

Saab näidata, et ääretingimused (5.123) ja (5.124) ning järelikult valem (5.131) jäävad kehtima ka sellise p-n-siirde korral, kus voolukandjate liikumisel tuleb arvestada nende hajumist, s.t. kui kehtib võrratus $\mathcal{L} \gg l_{\kappa T} \frac{\varphi_0}{kT}$, kui ainult p-n-siirde ulatuses ei toimu olulist genereerimist ega rekombineerimist. Sel juhul elektron- ja

aukvoolu tihedused jäävad p-n-siirde ulatuses muutumatuks. Kui $\mathcal{L} \ll L_n$ ($\mathcal{L} \ll L_p$), siis p-n-siirde voltampertunnusjoon on täpselt samasuguse kujuga kui juhul $\mathcal{L} \ll l \frac{\varphi_0}{\kappa T}$.

Alaldamise teooriat paksu p-n-siirde jaoks (rekombineerimine ja genereerimine tõkkekihi ulatuses on oluline) me ei vaatle.

Katse näitab, et küllastusvool kasvab suurtel vastupingetel. See kasv on seotud peamiselt laengukandjate genereerimisega p-n-siirde ulatuses, mille laius pinge kasvades kasvab. Lisaks sellele vool kasvab ka selle tõttu, et elektriväljas kiirendatud augud genereerivad elektron- auk paare.

Tavalistes diodides on läbilöökk mittesoovitatav nähtus, sest ta piirab diodile rakendatava pinge väärtust. Läbilööginge suurendamiseks tuleb kasutada suurema takistusega materjali. Eksperiment ja teooria näitavad, et läbilööginge väheneb peaaegu lineaarselt põhiliste laengukandjate kontsentratsiooni kasvuga.

Kuid läbilöökk ei ole mitte alati kahjulik nähtus. Teatud tüüpi pooljuhtseadmete - laviindiodide ja triodide töö baseerub läbilöögi nähtusel.

Me vaatlesime p-n-siirde käitumist, kui rakendatud on alalispinge. Kui pinge muutub aeglaselt, siis pinge igale väärtusele vastab mittepõhiliste laengukandjate statsionaarne jaotus vastavalt valemile (5.128) ning voolutihedus läbi p-n-siirde on määratud antud momendil rakendatud pinge poolt, s.t.

$$j(t) = j_s \left(e^{\frac{eU(t)}{\kappa T}} - 1 \right).$$

Teistsugune on olukord siis, kui pinge oluliselt muutub lühema aja jooksul kui eluiga rekombinatsiooni suhtes τ . Kui näiteks alaldile on rakendatud vahelduvpinge, mille

poolperiood $\frac{1}{2\tau}$ on väiksem kui τ , siis positiivse poolperioodi vältel n-piirkonda injekteeritud augud ning p-piirkonda injekteeritud elektronid ei jõua seal rekombineeruda ning negatiivse poolperioodi vältel lähevad tagasi. Sellepärast suurtel sagedustel p-n-siire kaotab oma alaldavad omadused. Selleks, et suurendada diodi piirsagedust, legeritakse pooljuhti spetsiaalsete rekombinatsioonikiirust suurendavate lisanditega.

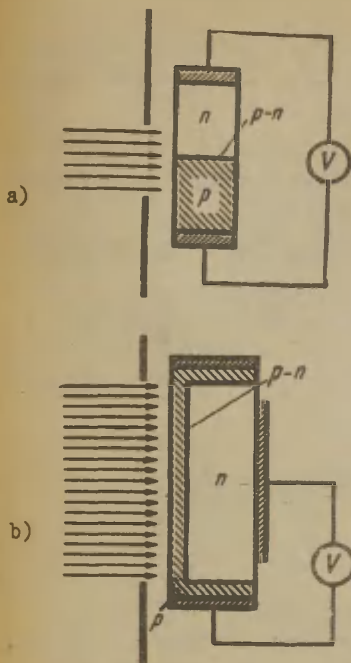
F o t o e l e m e n t .

Fotoelektromotoorne jõud tekib, kui valguse poolt genereeritakse voolukandjaid p-n-siirde naabruses. Selleks valgustatakse p-n-siirde piirkonda ka kõrvalt (vt. joon. 42 a) või luuakse n-pooljuhi pinnale õhuke (õhem kui difusiooni pikkus) p-pooljuhi kiht. Viimasel juhul võime saada suure tööpinna q. Kontakt p-kihiga moodustatakse mittevalgustatud küljele joodetud metalli abil (vt. joon. 42 b).

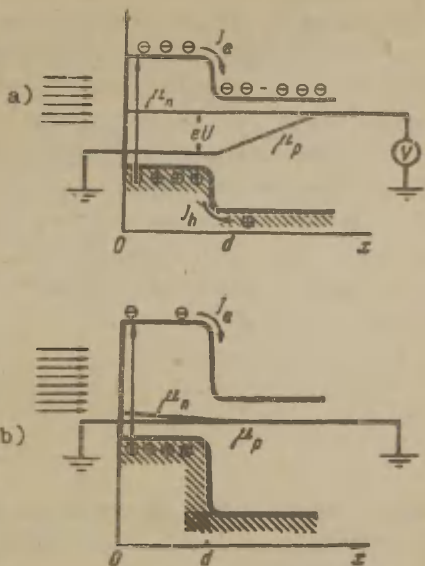
Valguse poolt p-piirkonnas genereeritud mittepõhiliised elektronid difundeeruvad ning jõudnud p-n-siirdeni, langevad n-piirkonda. Augud, mis jõuavad p-n-siirdeni, ei suuda ületada potentsiaalbarjääri ning nad jäävad p-piirkonda. Niisiis, p-n-siire eraldab valguse poolt genereeritud elektronid ja augud üksteisest.

Protsessi tulemusena p-piirkond laadub negatiivselt ja n-piirkond positiivselt. Tekib otsesuunaline fotoelektromotoorne jõud, mille tulemusena potentsiaalbarjääri kõrgus väheneb ning tekib vool läbilaskvussuunas.

Seda voolu kannab elektronide voog n-piirkonnast p-piirkonda ja vastupidise suunaga aukude voog. Tulemusena summaarne elektronide voog p-piirkonnast väheneb, aga aukude voog suureneb. Kui fotoelement on koormamata, siis see protsess toimub seni, kuni mõlemad vood tasakaalustu-



Joon. 42. p-n-siirdega fotoelemendi ehituse skeem.



Joon. 43. Avatud (a) ja lühises oleva (b) fotoelemendi energianivoode skeem.

vad, s.t. kuni koguvool läbi p-n-siirde muutub nulliks (vt. joon. 43). Koormamata fotoelemendi korral kõik elektronid ja augud, mis tulevad n-piirkonda, rekombineeruvad. Tekkivat potentsiaalide vahet nimetatakse tühijooksu pingeks. Kui fotoelement on lühises, siis kõik n-piirkonda tulevad elektronid jõuavad kontaktini ja ahelas on vool. See on lühisvool. Sel juhul p- ja n-piirkondade vahel min-

git potentsiaalide vahet ei ole. Kui valgus ei ulatu n-piirkonnani ning seega ei tekita seal elektron- auk paare, siis aukvool läbi p-n-siirde puudub.

Kui fotoelement on ühendatud välise takistusega R, siis p- ja n-piirkonna vahel tekib otsesuunaline potentsiaalide vahe $U = jRq$ ja vool väheneb.

p-n-siirdega fotoelemendi teooria ei erine kuigi palju alaldamise teooriast.

Eeldame lihtsuse mõttes, et valgus neeldub vahetult pinnal. Kui ajaühikus neeldub G kvanti pinnaühiku kohta ning igäüks neist tekitab ühe elektron- auk paari, siis vool pinna juures on

$$j_e \Big|_{x=0} = -eG + es[n(0) - n_p], \quad (5.134)$$

kus s - elektronide rekombineerumise kiirus pinnal, n_p - elektronide tasakaaluline kontsentratsioon p-piirkonnas.

Voolutiheduse läbi p-n-siirde määrab pidevuse võrrand. Ka siin, nii nagu diodi korralgi, on mittepõhiliste voolukandjate oomiline vool tunduvalt väiksem difusioonivoolust.

Et harilikult p-piirkonna paksus d on palju väiksem kui difusiooni pikkus L_n , siis elektronid p-piirkonnas

Kui pinnal ei ole voolu kontakti, siis koguvool on null. Kuid pinnale võivad voolata elektronid ja augud (võrdsetes hulkades) ning rekombineeruda. Elektronide arv, mis ajaühikus pinnaühikul rekombineerub $s(n - n_0)_{x=0}$, on võrdne elektronide arvuga, mis selle aja jooksul pinnale jõuavad, s.t. $\frac{1}{e} j_e \perp$, kus $j_e \perp$ on elektronvoolu ristkomponent. Seega $\frac{1}{e} j_e = s(n - n_0)_{x=0}$. Valguse poolt tekitatud elektronid difundeeruvad pinnalt pooljuhi sügavusse ning see elektronvool on $j_e = -eG$. Seega saamegi valemi (5.134).

oluliselt ei rekombineeru. See tähendab, et kogu p-piirkonnas, kaasa arvatud pinna juures, on elektroonne vool ühesugune.

Me teame, et sel juhul, kui difusioonivool ületab oomilise voolu, laengukandjate kontsentratsioon muutub e korra kauguse muutudes L_n võrra. Kuna aga $d \ll L_n$, siis elektronide kontsentratsioon kogu p-piirkonnas on ühesugune ja on võrdne kontsentratsiooniga p-n-siirde juures $n(d)$.

Vastavalt valemile (5.123) elektronide kontsentratsioon p-n-siirde äärel on

$$n(d) = n_p e^{\frac{eU}{\kappa T}}. \quad (5.135)$$

Samasugune elektronide kontsentratsioon on ka välisel pinnal. Asetades selle väärtuse $n(0)$ valemisse (5.134) leiame elektroonse voolutiheda komponendi

$$j_e = -eG + esn_p \left(e^{\frac{eU}{\kappa T}} - 1 \right).$$

Siin U all tuleb mõista kogu välisahelas olevat pinget, s.t. lisaks välisahelas toimuvale pingelangule j_{Rq} võib sinna olla lülitatud ka pingesallikas.

Et valgus ei tungi n-piirkonda, siis aukude täiendavat voolu n-piirkonnast p-piirkonda ei teki. Aukvool tekib ainult välise pinge U tõttu ning on antud juhul samasugune kui tavalises alaldis. Vastavalt valemile (5.129), aukvoolu tihedus

$$j_h \Big|_{x=d} = \frac{e D_h p_n}{L_p} \left(e^{\frac{eU}{\kappa T}} - 1 \right). \quad (5.136)$$

Valemi (5.129) tuletamisel eeldasime, et n-piirkonna paksus on tunduvalt suurem difusiooni pikkusest L_p . Tavaliselt see tingimus on täidetud. Koguvoolutihedus on seega

$$j = e \left(\frac{D_h p_n}{L_p} + s n_p \right) \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) - eG. \quad (5.137)$$

Me näeme, et fotoelemendi vool koosneb kahest osast. Üks osa $j_c = -eG$ on vool, mille tekitavad valguse poolt genereeritud voolukandjad. See on võrdne lühisvoolule ($U = 0$). Meie lihtsustatud arvutuses see vool on võrdne ajaühikus genereeritud paaride arvu ning elektroni laengu korrutisega. Tegelikult aga osa mittetasakaalulisi voolukandjaid hävib ruumilise ja pindrekombineerumise tõttu.

Kuid igal juhul on lühisvool võrdeline neelatud kvantide arvuga G . Väga suure valguse intensiivsuse korral, kui mittepõhiliste mittetasakaaluliste voolukandjate arv tugevasti kasvab, nende eluiga väheneb ning ka rekombineerumise kiirus pinnal kasvab. Selle tulemusena kaod kasvavad ning kaob võrdelisus voolutiheduse j_c ning valguse intensiivsuse vahel.

Voolu teine osa

$$j_v = e \left(\frac{D_h p_n}{L_p} + s n_p \right) \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) \quad (5.138)$$

on tekitatud välise elektrivälja poolt. Fotoelemendi voltampertunnusjoon erineb diodi tunnusjoonest ainult eksponendi ees oleva kordaja poolest. Fotoelemendis on p-piirkonna paksus väike (diodi korral oli suur) ning olulist osa mängib seega mitte ruumiline, vaid pindrekombinatsioon.

Sellise diodi küllastusvool

$$j_s = e \left(\frac{D_h p_n}{L_p} + s n_p \right). \quad (5.139)$$

Teine liidetav siin on lihtsalt elektronide arv, mis tekib

ajahikus soojusliku ergutuse tõttu välispinna ühikul. Kui $d \ll L_n$, siis kõik need elektronid jõuavad p-n-üleminekuni.

Avaldise fotoelemendi voolutiheduse jaoks, arvestades ka kadusid (β) ning valemit (5.139), saab kirjutada järgmisel kujul

$$j = j_s \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) - eG(1-\beta). \quad (5.140)$$

Koormamata fotoelemendi pinge ($j = 0$) on

$$U_0 = \frac{kT}{e} \ln \left[\frac{eG}{j_s} (1-\beta) + 1 \right]. \quad (5.141)$$

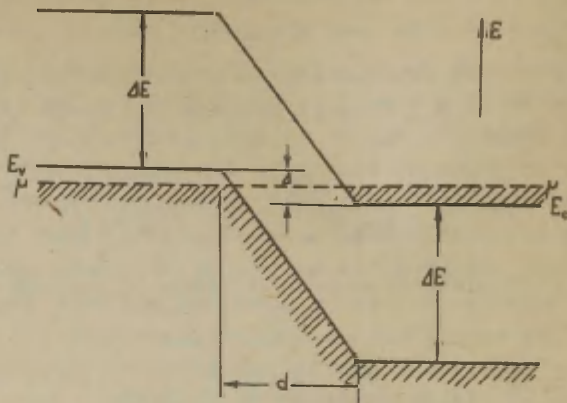
See valem on kehtiv seni, kuni $U < \frac{1}{e} \cdot \varphi_0$.

Valguse suure intensiivsuse korral mittepõhiliste ja põhiliste laengukandjate kontsentratsioonid saavad võrdseks ja pinge valguse intensiivsuse kasvades enam ei kasva.

T u n n e l d i o o d .

Tunneldiodid (Zeneri diodid) on valmistatud tugevasti legeeritud germaaniumist või ränist (esmakordselt valmistas L. Esaki 1958.a., kasutades C. Zeneri ideed läbilöögi tunnelmehhanismist). Lisandite kontsentratsioon tunneldioodis võib olla 10^{20} cm^{-3} . Sellise kontsentratsiooni korral peaaegu kõik doonorid ja aktseptorid on iga temperatuuri juures ioniseeritud. Pooljuhi kohta ütleme sel juhul, et ta on mandunud. Fermi nivoo asub p-piirkonnas valents-tsoonis ning n-piirkonnas juhtivustsoonis (vt. joon. 44).

Tunneldioodis valents-tsooni ülemine osa kattub juhtivustsooni alumise osaga. Kattumise suurus on joonisel tähistatud Δ -ga. Tunnelefekti tõttu võivad elektro-



Joon. 44. Energianivoode skeem tunneldioidis ülemineku naabruses soojusliku tasakaalu olekus. Kui $T = 0$, siis kõik nivood allpool μ on täidetud elektronidega.

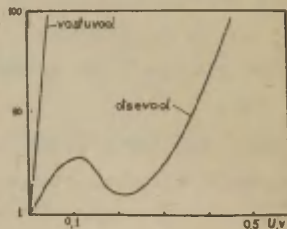
nid minna n-piirkonnast läbi barjääri p-piirkonda.

Voltampertunnusjoone kuju määramiseks vaatleme üleminekut lihtsuse mõttes ainult ühes suunas.

Välise välja puudumisel resultantvoolu ei ole: barjäär on just nii kõrge, et voolu ei oleks. Resultantvool peab puuduma ka sel juhul, kui üleminekule on rakendatud läbilaskvussuunas väline pinge $U = \frac{\Delta}{e}$, mille toimel tsoonide kattumine likvideeritakse.

Vahepealsete pingete korral voolab läbi siirde teatud resultantvoog läbilaskvussuunas. Sellele tunnelvoolule lisanduvad difusioonivoolud, mis eksisteerivad p-n-siirde korral. Voltampertunnusjoon on esitatud joonisel 45.

Joon. 45. Tunnel-dioidi voltampertunnusjoon.



T r a n s i s t o r .

p-n-p-transistori teooria.

Kui vaatlesime alaldamist p-n-siirdel, siis selgus, et otsesuunalise voolu korral mittepõhiliste laengukandjate kontsentratsioon p-n-siirde juures kasvab tunduvalt. Need täiendavad laengukandjad, näiteks augud, minnes p-piirkonnast n-piirkonda, difundeeruvad seal difusiooni pikkuse kaugusele. Selle tulemusena p-n-siirde naabruses oleva n-piirkonna takistus väheneb. Kui sealjuures aukude kontsentratsioon jääb elektronide kontsentratsioonist väiksemaks, siis n-piirkonna takistuse muutus on väike, kuigi aukude kontsentratsioon võib kasvada isegi tuhandeid kordi võrreldes tasakaalulise kontsentratsiooniga. Kuid, kui n-piirkonna naabruses on veel teine p-n-siire, mis on lülitatud tõkke suunas, siis vool läbi selle p-n-siirde, olles määratud mittepõhiliste laengukandjate - aukude - kontsentratsiooniga, kasvab tugevasti.

Et tõkkesuunas lülitatud p-n-siirde takistus on väga suur, siis tema ahelasse võib lülitada suure takistuse.

Kui esimese p-n-siirde ahelasse lülitatud otsesuunalist pinget natukene muuta, siis vool läbi teise p-n-siirde tugevasti muutub ning koos sellega ka koormustakistusel olev pingele. Sellepärast niisugune seade võib töötada võimendajana. Seda seadet nimetatakse transistoriks.

Transistori valmistamiseks lastakse n-pooljuhust plaati mõlemalt poolt difundeeruda aktseptor-tüüpi lisandi aatomeid. Tavaliselt on germaaniumis selliseks lisandiks indium. Sellisel viisil tekivad kahele poole n-piirkonda p-piirkonnad. Keskele jääb õhuke n-piirkond.

n-juhtivusega keskmist piirkonda nimetatakse baasiks. Ühele p-n-siirdele lülitatakse otsesuunaline pinge (pluss ühendatud p-piirkonnaga), teisele tõkkesuunaline pinge.

Seda p-piirkonda, kust augud injekteeritakse baasi, nimetatakse emitteriks, aga teist piirkonda, kuhu augud baasi piirkonnast kogunevad, nimetatakse kollektoriks.

Ülalpool näidati (vt. 5.124), et aukude kontsentratsioon n-piirkonnas p-n-siirde naabruses (õhuke üleminek)

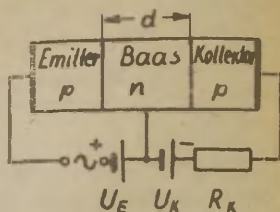
$$p = p_n e^{\frac{eU}{kT}}$$

Seega antud juhul aukude arv kasvab

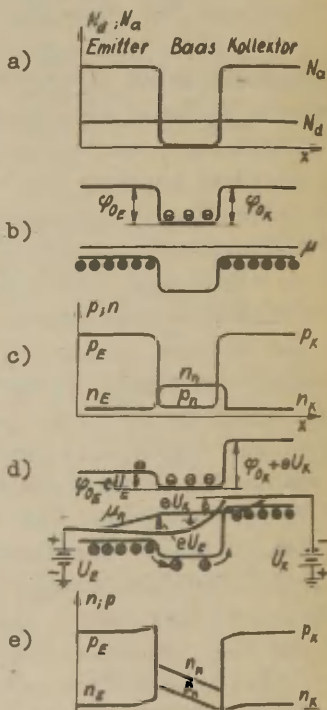
$$p(p) = p_n e^{\frac{eU_E}{kT}}, \quad (5.142)$$

Joon. 47. p-n-p-transistor;

- lisandite jaotus,
- energia skeem tasa-kaaluolekus,
- laengukandjate jaotus,
- energia skeemi modifitseerumine rakendatud pinge mõjul,
- laengukandjate jaotus rakendatud pinge korral.



Joon. 46. p-n-p-transistori skeem.



aga teise tõkkekihi naabruses väheneb

$$p(d) = p_n e^{-\frac{eU_k}{kT}}. \quad (5.143)$$

Siin U_E ja U_k on vastavalt emitterile ja kollektorile rakendatud pinge.

Baasi paksus d on tavaliselt palju väiksem kui difusiooni pikkus L_p . Seda on vaja selleks, et vähendada rekombinatsioonilisi kadusid. Kui see on nii, siis aukvool kogu baasi ulatuses on peaaegu ühesugune ning võrdne emitteri vooluga

$$j_h = -e \mathcal{D}_h \frac{dp}{dx} = j_{hE},$$

kuna mitte eriti suure injeksiooni korral, seni kuni $p_n \ll n_n$, difusioonivool on suurem kui oomiline.

Integreerides saame

$$p(x) = -\frac{j_{hE} x}{e \mathcal{D}_h} + p(0). \quad (5.144)$$

Kohal $x = d$ leiame emitteri aukvoolu tiheduse:

$$j_{hE} = \frac{e \mathcal{D}_h}{d} [p(0) - p(d)].$$

Pannes siin $p(0)$ ja $p(d)$ asemele nende avaldised valemist (5.142) ja (5.143), saame

$$j_{hE} = \frac{e \mathcal{D}_h p_n}{d} \left(e^{\frac{eU_E}{kT}} - e^{-\frac{eU_k}{kT}} \right). \quad (5.145)$$

Tavaliselt kollektorile on lülitatud m nevoldine pinge nii, et $eU_k \gg kT$. Sellepärast $e^{-\frac{eU_k}{kT}} \approx 0$ ning

$$j_{hE} = \frac{e \mathcal{D}_h p_n}{d} e^{\frac{eU_E}{kT}}. \quad (5.146)$$

Asetades leitud voolutiheduse väärtuse valemist (5.146) ning $p(x)$ väärtuse valemist (5.142) valemisse (5.144), saame

$$p(x) = p_n e^{\frac{eU_E}{kT} \left(1 - \frac{x}{d}\right)}. \quad (5.147)$$

Hindame nüüd rekombinatsioonikadude suuruse.

$$j_r = e \int_0^d \frac{p - p_n}{\tau_h} dx = \frac{ep_n}{\tau_h} \int_0^d \left[e^{\frac{eU}{kT} \left(1 - \frac{x}{d}\right)} - 1 \right] dx.$$

Pärast integreerimist saame:

$$j_r = \frac{edp_n}{2\tau_h} \left(e^{\frac{eU_E}{kT}} - 2 \right). \quad (5.148)$$

Kui $eU_E \gg kT$, siis

$$j_r = \frac{edp_n}{2\tau_h} e^{\frac{eU_E}{kT}}. \quad (5.149)$$

Niisiis, kogu emitteri aukvoolust j_{hE} kollektori-
ni jõuab $j_{hk} = j_{hE} - j_r$, kuna ülejäänud augud rekombi-
neeruvad baasi piirkonnas.

Vastavalt valemitele (5.146) ja (5.149) kollektori ja
emitteri aukvoolude suhe β avaldub järgmiselt:

$$\beta = \frac{j_{hk}}{j_{hE}} = 1 - \frac{j_r}{j_{hE}} = 1 - \frac{d^2}{2\tau_h^2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{L_p} \right)^2. \quad (5.150)$$

Aukvool kollektori juures

$$j_{hk} = \beta j_{hE} \quad (5.151)$$

ning rekombinatsioonivool baasi piirkonnas

$$j_r = (1 - \beta) j_{hE} \quad (5.152)$$

Emitteri koguvool koosneb kahest osast: esiteks, baasi voolavate aukude voolust ning teiseks, baasist välja voolavate elektronide voolust. Vastavalt valemile (5.123) elektronide kontsentratsioon emitteris vahetult baasi naabruses

on $n_{p0} = n_p e^{\frac{eU_E}{kT}}$. Need elektronid difundeerudes voolavad laiali emitteris.

Me teame, et sel juhul kui p-piirkonna paksus on tunduvalt suurem kui difusiooni pikkus L_n , elektronvoolu tiheduse määrab valem (5.130) ning kui $U_E \gg \frac{kT}{e}$, siis

$$j_{eE} = \frac{e D_e n_p}{L_n} e^{\frac{eU_E}{kT}} \quad (5.153)$$

Emitteri koguvool j_E on võrdne elektron- ja aukvoolu summaga ning aukvoolu ja koguvoolu suhe, s.t. injekteerimise koefitsient γ avaldub järgmiselt:

$$\gamma = \frac{j_{hE}}{j_E} = \frac{1}{1 + \frac{j_{eE}}{j_{hE}}} = \frac{1}{1 + \frac{D_e n_p d}{D_A p_n L_n}} = \frac{1}{1 + \frac{\delta_B d}{\delta_E L_n}} \quad (5.154)$$

sest $\frac{n_p}{p_n} = \frac{n_n}{p_p}$. (vt. (5.132))

Siin $\delta_B = en_n u_e$ ja $\delta_E = ep_p u_h$ on baasi ning emitteri juhtivus.

Emitteri aukvoolu võib arvutada järgmiselt

$$j_{hE} = j_E \gamma \quad (5.155)$$

Tavaliselt emitteri juhtivus (σ_E) on tunduvalt suurem kui baasi oma σ_B ja kuna ka $d \ll L_n$, siis

$$\sigma_B \frac{d}{\sigma_E L_n} \ll 1.$$

Injektsiooni koefitsient γ on ligikaudu üks, võrdu- des

$$\gamma = 1 - \frac{\sigma_B}{\sigma_E} \cdot \frac{d}{L_n}. \quad (5.156)$$

Emitteri elektronvool on

$$j_{eE} = j_E (1 - \gamma) \approx j_{hE} (1 - \gamma). \quad (5.157)$$

Kollektori vool on samuti osaliselt põhjustatud kollek- torist baasi voolavatest elektronidest. Vastavalt valemile (5.123) elektronide kontsentratsioon kollektoris vahe-

tult baasi naabruses on $n_{k0} = n_p e^{-\frac{eU_k}{kT}}$. Nende poolt põhjustatud vool, vastavalt valemile (5.130), on

$$j_{eK} = \frac{eD_e n_p}{L_n} \left(e^{-\frac{eU_k}{kT}} - 1 \right) \approx - \frac{eD_e n_p}{L_n}. \quad (5.158)$$

Et vältida baasi piirkonda injekteeritud aukude lahku- mist baasi elektroodi kaudu, ilma et nad oleksid kollektori- le jõudnud, tekitatakse baasi elektroodi juurde elektro- nide küllastuskiht. Selle tõttu baasi vool tervikuna on tekitatud elektronide poolt. Seda voolu kannavad emitte- risse lahkuvad, kollektorist juurde tulevad ning baasi piirkonnas aukudega rekombineeruvad elektronid.

Kogu baasi vool on $j_B = j_{eE} + j_{eK} + j_r$.

Nagu näha valemitest (5.158) ja (5.153), emitteri

vool j_{eE} on $e \frac{eU_E}{kT}$ korda suurem kui kollektori

vool J_{EK} . Seega viimast ei pruugi arvestada ning siis saame vastavalt valemitele (5.152), (5.155) ja (5.157)

$$J_B = J_{cE} + J_r = J_E(1-\gamma) + J_E(1-\beta)\gamma = J_E(1-\beta\gamma) \quad (5.159)$$

Kollektori koguvool on praktiliselt võrdne aukvooluga J_{hK} , sest tema elektronkomponent on tühiselt väike. Seega

$$J_K = J_{hK} = \beta J_{hE} = \beta\gamma J_E, \quad (5.160)$$

kus vastavalt valemitele (5.155) ja (5.146)

$$J_E = \frac{e D_n n_p}{\gamma d} \cdot e^{\frac{eU_E}{kT}}. \quad (5.161)$$

Transistori parameetrid.

Me näeme, et kollektori voolu suuruse määrab baasi ja emitteri vaheline pingeline. Seda pinget muutes on võimalik muuta aukude voogu emitterilt läbi baasi kollektorile. Transistorit saab järelilikult kasutada vahelduva signaali võimendamiseks.

Maandatud emitteriga skeemi korral (vt. joon. 48) emitteri ja baasi vahele lisaks alalispingele U_E on lülitatud vahelduvpinge $\sim U_E$.

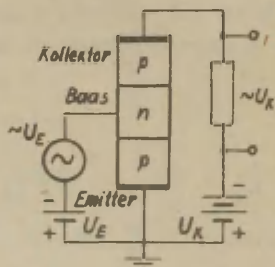
Võimendatud signaal $\sim U_K$ tekib kollektori ahelasse lülitatud takistil.

Transistorit iseloomustatakse rea parameetritega (vooluvõimendustegur, tõus, kollektori sisetakistus, pingevõimendus jne.). Nende parameetrite väärtused sõltuvad

nii transistori konstruktsioonist kui ka rakendatud pingetest.

Kasutame allpool voolutiheduste asemel voolutugevusi:

$I_E = \int_E q$, $I_B = \int_B q$ ja $I_K = \int_K q$ (q - transistori ristlõige).



Joon. 48. Transistori lülitus maandatud emitteriga.

Vooluvõimendustegur.

Vooluvõimendustegur k on kollektorvoolu muutuse suhe baasvoolu vastavasse muutusesse. Vastavalt valemitele (5.159) ja (5.160)

$$k = \left(\frac{\partial I_K}{\partial I_B} \right)_{U_K = \text{const.}} = \frac{\beta \gamma}{1 - \beta \gamma} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}.$$

(5.162)

Siin $\alpha = \beta \gamma$ on kollektorvoolu muutuse suhe emittervoolu muutusesse

$$\alpha = \left(\frac{\partial I_K}{\partial I_E} \right)_{U_K = \text{const.}} = \beta \gamma.$$

(5.163)

Ka α nimetatakse mõnikord vooluvõimendusteguriks.

Mida väiksemad on rekombinatsioonikaod ning mida väiksem on emittervoolu elektronkomponendi osatähtsus, seda ühele lähedasem on α ning seda suurem on võimendustegur.

Tõus.

Tõus S on kollektorvoolu muutuse suhe emitteri pingele U_E muutusesse. Vastavalt valemitele (5.160) ja (5.161),

$$S = \left(\frac{\partial I_K}{\partial U_E} \right)_{U_K = \text{const.}} = q\beta \frac{D_h p_n}{d} \cdot \frac{e}{kT} e^{\frac{eU_E}{kT}} =$$

$$= \frac{\alpha e I_E}{kT} = \frac{e I_K}{kT}. \quad (5.164)$$

Siit näeme, et tõus kasvab võrdeliselt kollektorvooluga.

Kollektori sisetakistus.

Suurus $\frac{1}{R_i}$, kus R_i on kollektori sisetakistus, on võrdne kollektorvoolu muutuse suhtega kollektori pingemuutusesse.

$$R_i = \left(\frac{\partial I_K}{\partial U_K} \right)_{U_E = \text{const.}}^{-1}. \quad (5.165)$$

Esimesel pilgul võib näida, et kollektori vool ei sõltu kollektorile rakendatud pingest, kui $eU_K \gg kT$ (küllastusvool). Kuid me teame, et kollektori ja baasi vahelise pinge kasvamisel p-n-siire laieneb. Et voolukandjate kontsentratsioon on baasi piirkonnas palju väiksem kui kollektori piirkonnas, siis ruumilaeng põhiliselt asub

baasi piirkonnas (vt. valem (5.119)), ning tema laius vastavalt valemile (5.122) on

$$\mathcal{L}_k = \left[\frac{\varepsilon(\varphi_0 + eU_k)}{2\pi e^2 n_n} \right]^{1/2}. \quad (5.166)$$

Kollektori pinge kasvamisel \mathcal{L}_k suureneb ning baasi piirkonna paksus $d = d_0 - \mathcal{L}_k(U_k)$ väheneb. Mida väiksem on d_0 , s.t. baasi piirkonna laius, kui $\mathcal{L}_k \rightarrow 0$, seda tundavam on kollektori pinge muutuse mõju. Baasi ahenemisel kollektori vool kasvab nii emitteri voolu kasvamise tõttu, mis on võrdeline α -ga (vt. valem (5.161)), kui ka rekombinatsioonikadude vähenemise tõttu. Viimane vastab teguri β kasvamisele.

Et koefitsient β on ühele lähedane, siis ka tema muutumine ei saa avaldada olulist mõju ja seda ei pruugi arvestada.

Ilmselt

$$\left(\frac{\partial I_k}{\partial U_k} \right)_{U_E = \text{const.}} = \left(\frac{\partial I_k}{\partial d} \right) \left(\frac{\partial d}{\partial U_k} \right)_{U_E = \text{const.}}$$

Vastavalt valemitele (5.146) ja (5.150), kui $\beta \approx 1$,

$$I_k = eq \frac{D_h P_n}{d} e^{\frac{eU_E}{\kappa T}},$$

$$\left(\frac{\partial I_k}{\partial d} \right)_{U_E = \text{const.}} = -eq \frac{D_h P_n}{d^2} e^{\frac{eU_E}{\kappa T}} = -\frac{I_k}{d}.$$

Vastavalt valemile (5.166)

$$\left(\frac{\partial d}{\partial U_K}\right) = -\frac{\partial \mathcal{L}_K}{\partial U_K} = -\frac{1}{2} \frac{e \varepsilon^{1/2} (\varphi_0 + e U_K)^{1/2}}{(25 e^2 n_n)^{1/2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_K}{U_K + \frac{1}{e} \varphi_0} \approx -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_K}{U_K},$$

sest et tavaliselt $U_K \gg \frac{\varphi_0}{e}$.

Siit saame

$$\left(\frac{\partial I_K}{\partial U_K}\right)_{U_E = \text{const.}} = \left(-\frac{I_K}{d}\right) \left(-\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_K}{U_K}\right) = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_K}{d} \cdot \frac{I_K}{U_K}$$

ning

$$R_i = \frac{2dU_K}{\mathcal{L}_K I_K} \approx \frac{2dU_K}{\mathcal{L}_K J_E}. \quad (5.167)$$

Niisiis on sisetakistus seda suurem, mida paksem on baasi piirkond d ning mida õhem p-n-siire \mathcal{L}_K , s.t. mida suurem on elektronide kontsentratsioon n_n baasi piirkonnas. Kuid baasi ei ole liiga paksuks võimalik teha, sest siis kasvavad rekombinatsioonikaod. Niisamuti liiga suur elektronide kontsentratsioon tingib emitteri elektronvoolu kasvamise, mis vähendab γ .

Pingevoimendus.

Võimendustegur \mathcal{K} on defineeritud järgmiselt:

$$\mathcal{K} = -\left(\frac{\partial U_K}{\partial U_E}\right)_{I_K = \text{const.}} \quad (5.168)$$

Vastavalt valemitele (5.152) ja (5.164)

$$dI_K = \left(\frac{\partial I_K}{\partial U_E} \right)_{U_K = \text{const}} \cdot dU_E + \left(\frac{\partial I_K}{\partial U_K} \right)_{U_E = \text{const}} \cdot dU_K =$$

$$= S dU_E + \frac{1}{R_i} dU_K.$$

Sellest, kui $I_K = \text{const.}$ ning $dI_K = 0$, saame

$$\left(\frac{\partial U_K}{\partial U_E} \right)_{I_K = \text{const.}} = -SR_i,$$

s.t. et transistoris niisamuti kui vaakuumtrioidis \mathcal{K} , S ja R_i on omavahel seotud samal viisil ($\mathcal{K} = SR_i$).

Asendades siin S ja R_i vastavate avaldistega, saame

$$\mathcal{K} = \frac{2d}{\mathcal{L}_K} \cdot \frac{eU_K}{kT}. \quad (5.169)$$

Võimendustegur \mathcal{K} on võrdeline $\frac{d}{\mathcal{L}_K}$ ning kasvab kollektori pinge kasvades võrdeliselt tema ruutjuurega, sest $\frac{U_K}{\mathcal{L}_K} \sim U_K^{1/2}$.

VI. TERMOELEKTRILISED NÄHTUSED.

S i s s e j u h a t u s .

Seebeck kirjeldas 1822. - 1823.a. nähtust, mida ta pidas vaba magnetismi tekkimiseks erinevates omavahel ühendatud juhtides temperatuuri vahe tõttu. See oli tegelikult termoelektrilise voolu avastamine. Ta hindas ka paljude ainete jaoks efekti suuruse. Seebecki poolt koostatud ainete termoelektriline rida pakub huvi ka tänapäeval.

Termoelektriline efekt seisneb selles, et elektrilises ahelas, mis koosneb järjestikku lülitatud erinevatest materjalidest, tekib emj., kui kontaktide kohad on erineva temperatuuriga. Termoelektrilise efekti suurus sõltub kontaktide temperatuurist (T ja T_0) ja materjalist järgmisel viisil

$$\mathcal{E} = \alpha_{12} (T - T_0), \quad (6.1)$$

kus α_{12} on termoelektriline koefitsient, mis on üldiselt temperatuuri funktsioon. Temperatuuri muutumisel võib α_{12} isegi muuta märki. Tabelites tavaliselt on antud α_{12} väärtused seatina suhtes temperatuurivahemiku $0 - 100^\circ\text{C}$ jaoks. Kokkuleppeliselt loetakse α_{12} positiivseks sellel ainel, mille suunas liigub vool kuumemas jootekohas.

Termoelektrilist nähtust saab kasutada termoelektrogeneraatorite loomiseks. Metallide paaride alusel loodud (alates 1880.a.) termoelektrogeneraatorite kasutegur oli väga väike ($0,1 - 0,6\%$). Olukord muutus tunduvalt, kui elektrotehnikasse (aga ka füüsikalise uurimise teemaikasse) tulid pooljuhid.

Esimese viisaastaku lõpul (1929.a.) näitas A.F. Joffe, et pooljuhtidest valmistatud termoelektrogeneraatorite kasutegur võib ulatuda $2 - 4\%$ -ni ning et selle edasine

kasv on täiesti tõenäoline. Aastatel 1930 - 1956 A.F. Joffe ja tema kaastöötajad töötasid algul välja kvalitatiivse, aga seejärel kvantitatiivse pooljuhtidest termoelektrogeneraatorite teooria. Samuti tema initsiatiivil ja juhtimisel hakati välja töötama termoelektrogeneraatoreid.

12 aastat pärast Seebecki efekti avastamist kellassepp Peltier publitseeris 1834.a. artikli temperatuuriano-maaliate kohta kahe erineva juhi kokkupuute piiril, kui neid juhte läbib elektrivool. Peltier'efekt on Seebecki efekti n.-ö. pöördnähtuseks. Peltier'efekt seisneb soojuse Q eraldumises või neeldumises (sõltuvalt voolu suunast) kahe erineva juhi piiril voolu läbimisel, kusjuures

$$Q = \Pi I t, \quad (6.2)$$

kus Π - Peltier' koefitsient. Lentz interpreteeris 1838.a. seda efekti õigesti.

Vastavalt valemile (6.2) on Peltier' koefitsient seega võrdne soojuse hulgaga, mis eraldub (või neeldub) kontaktil ühikulise laengu läbimisel. 1950.a. A.F. Joffe töötas välja pooljuhtidel töötavate termoelektriliste jahutite teooria ja näitas; et see jahutamise viis võib ökonoomsusest võistelda teiste külmutusmasinatega.

1856.a. Thomson (sir William, alates 1892.a. Lord Kelvin) rakendas termoelektriliste nähtuste teoreetilisel uurimisel termodünaamika põhiseadusi (I ja II seadus) ja tuletas seose α ja Π vahel

$$\Pi = \alpha T \quad (6.3)$$

ning ennustas nn. Thomsoni efekti olemasolu. Thomsoni efekt (eksperimentaalselt kindlaks tehtud 1867.a., kuid seda oli jälgitud juba varem Seebecki poolt) seisneb soojuse eraldumises või neeldumises (sõltub voolu suunast) täiendavalt Jouli soojusele, kui juhis, milles on temperatuurigradient, eksisteerib vool, kusjuures

$$Q_T = \tau (T - T_0) I t, \quad (6.4)$$

kus τ - Thomsoni koefitsient, mille väärtus sõltub materjalist.

Vastavalt Thomsoni teooriale

$$\frac{d\alpha_{12}}{dT} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{T}. \quad (6.5)$$

Mõlemad Thomsoni seosed (6.3) ja (6.5) on eksperimentidega kooskõlas.

Annahme termoelektriliste nähtuste kvalitatiivse selektuse.

Termoelektromotoorne jõud.

Vabade elektronide energia (kiirus) kasvab temperatuuriga. Kui eksisteerib temperatuuri gradient ($\nabla T \neq 0$), siis juhi kuumas otsas on elektronidel suurem kiirus. Pooljuhhis aga lisaks sellele vabade elektronide kontsentratsioon kasvab temperatuuri tõustes ja järelikult on kuumas otsas suurem kui külmas. Selle kõige tulemusena tekib elektronide voog kuumast otsast külma otsa poole ja sinna koguneb negatiivne laeng, aga kuumas otsas positiivne kompenseerimata laeng. Selline laeng tekitab elektrivälja, mis statsionaarses olekus kompenseerib temperatuuri gradiendi poolt põhjustatud elektronide voo. See elektriväli moodustab termoelektromotoorse jõu ühe komponendi. Termoelektromotoorse jõu teine komponent tekib selle tõttu, et kontaktpotentsiaalide vahe (väljumistöö) sõltub temperatuurist. Erineval temperatuuril olevate jootekohtade kontaktpotentsiaalide erinevus annab oma panuse termoelektromotoorsele jõule ning see on võrreldav või isegi suurem kui ruumiline termoelektromotoorne jõud.

Mõõdetav potentsiaalide vahe (vt. joon. 49) on määra-

tud ruumilise ja keemilise potentsiaali $\varphi - \frac{\mu}{e}$ vahega punktides A ja B.

Täielik keemiline potentsiaal $\mu - e\varphi$, milles on arvestatud väline elektriväli, ei muutu kontaktil, kui kontaktis oleva metalli ja pooljuhi temperatuur on kontakti juures ühesugune ja nad on kontakti juures statistilises tasakaalus. Joonisel 49 kõver a kujutab elektrostaatilise potentsiaali kulgu ahelas, mis koosneb pooljuhist AB ja metalljuhtmetest OA ning BC. Viimastes on potentsiaali langus praktiliselt null. Et kontaktid A ja B asuvad erinevatel temperatuuridel T_1 ja T_2 , siis kontaktpotentsiaali hüpped on punktides A ja B erinevad. Mõõteriistaga mõõdetav pingelang $U_1 - U_2$ ei võrdu $(\varphi_1 - \varphi_2)$ -ga.

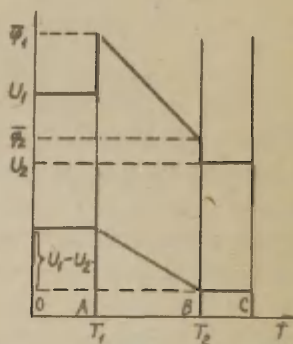
Kõver b kujutab $\varphi - \frac{\mu}{e}$ muutumist. See suurus on punktides A ja B pidev. Et

μ on metalljuhtmetes OA ja BC ühesugune, siis $\varphi - \frac{\mu}{e}$ erinevus punktides A ja B on võrdne mõõduriistaga mõõdetava potentsiaalide vahega

$$U_1 - U_2.$$

Metallides vabade elektronide kontsentratsioon ei sõltu temperatuurist, elektronide kiirus mandumise tõttu sõltub väga vähe temperatuurist, keemiline potentsiaal samuti peaaegu ei sõltu temperatuurist. Sellepärast on metallide termoelektromotoorne jõud väga väike.

Juhtides, kus laengukandjateks on augud, tekib kuumas otsas negatiivne ja külmas otsas positiivne laeng. Selle tõttu termopaaris, mis on moodustatud elektron- ja aukpooljuhist (juhist) harude termoelektrilised elektromotoorsed



Joon. 49.

jõud liituvad.

Segajuhtivusega ainete korral difundeeruvad kuumast otsast nii elektronid kui ka augud külma otsa poole ja nende laengud kompenseerivad osaliselt või täielikult üksteist. Kui elektronide ja aukude kontsentratsioonid ja liikuvused on võrdsed, siis elektrivälja üldse ei teki ja termoelektromotoorne jõud on võrdne nulliga. Selliseks materjaliks on näiteks seatina. Segajuhtivusega ained üldiselt ei paku huvi termopaaride valmistamise seisukohalt.

Thomsoni efekt.

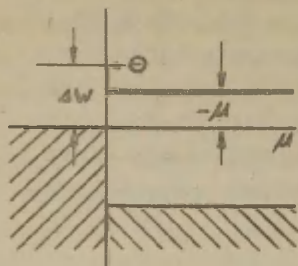
Kui piki juhti, mille otste temperatuurid on erinevad, liigub vool külmast otsast soojemasse (elektronid liiguvad vastupidi), siis elektronid, tulles kuumemast piirkonnast külmemasse, annavad ära oma liigse energia ümbruse aatomitele ning juht soojeneb (eraldub soojus). Vastupidise voolu korral elektronid, tulles külmemast otsast, täiendavad oma energilavaru ümbruse aatomite arvel (soojus neeldub). See esimeses lähenduses selgitab Thomsoni efekti. Nähtuse täpsemal kirjeldamisel on vaja arvestada, et esimesel juhul elektronid pidurduvad, aga teisel juhul kiirenevad termoelektromotoorse jõu mõjul, mis muudab Thomsoni koefitsiendi väärtust, aga mõnel juhul isegi muudab selle märgi vastupidiseks.

Peltier' efekt.

Peltier' efekti tekkimise põhjus seisneb selles, et voolu kandvate elektronide energia kontaktis olevas kahes erinevas aines on erinev, vaatamata sellele, et nende keemilised nivood on samal kõrgusel. Vaatleme selle selgituseks olukorda metalli ja pooljuhi kontakti juures. Olgu voolu suund selline, et elektronid lähevad pool-

juhist metalli.

Elektronid juhtivustsoonist, asudes kõrgema energiaga



Joon. 50.

nivoodel kui Fermi nivoo, laskuvad metalli minnes Fermi nivooni, andes seal pörkumiste teel metalli aatomitega ära oma liigse energia (ΔW) (vt. joon. 50). Protsessis eralduv soojus ongi Peltier' soojus. Et energia äraandmiseks on vaja ainult mõnda pörkumist, siis Peltier' soojus eraldub vahetult kontakti naabruses.

Vastupidise suunaga voolu korral võivad elektronid metal-

list pooljuhti minna ainult nendelt nivoodelt, mille energia on kõrgemal kui Fermi nivoo. Elektrongaasi soojuslik tasakaal metallis rikutakse ning see taastatakse võre võnkumiste energia arvel. See kutsub esile Peltier' soojuse neeldumise.

Termoelektrilised nähtused atomaarsetes lihtsa tsoonistruktuuriga pooljuhtides.

Termoelektromotoorne jõud.

Magnetvälja puudumisel ($H = 0$) ja temperatuuri gradiendi olemasolu korral ($\nabla T \neq 0$, $\nabla \mu \neq 0$) valemitest (4.40) ja (4.40a) järeldub:

$$\chi_n(E) = -\frac{\hbar}{m_n} \tau_n(\kappa) \left\{ \frac{E - \mu}{T} \nabla T + \nabla(\mu - e\varphi) \right\} \quad (6.6)$$

ja

$$\chi_p(E') = -\frac{\hbar}{m_p} \tau_p(\kappa) \left\{ \frac{E' + (\mu + \Delta E)}{T} - \nabla(\mu - e\varphi) \right\} \quad (6.7)$$

Voolutiheduse arvutame valemi (4.46) abil, kui sinna asetame $f_1^{(n)}(\kappa)$ ja $f_1^{(p)}(\kappa)$ valemite (4.47) ja (4.47a), kusjuures arvestame valemite (6.6) ja (6.7).

Avaldame elektroni energia ja relaksatsiooniaja kvaasilainevektori \vec{k} kaudu vastavalt valemitele (4.27) ja (4.20) ning kasutame veel valemite (4.50) ja (4.65).

Kui pärast integreerimist $\mathcal{U}_{0\kappa}$ avaldada liikuvuse kaudu valemi (4.60) abil, siis saame:

$$j_e = n u_e \left\{ \nabla(\mu - e\varphi) + \left(2\kappa_0 - \frac{\mu}{T}\right) \nabla T \right\}. \quad (6.8)$$

Avatud ahela korral $j_n = 0$ ja

$$\nabla\left(\frac{\mu}{e} - \varphi\right) = -\frac{\kappa_0}{e} \left\{ 2 - \frac{\mu}{\kappa_0 T} \right\} \nabla T. \quad (6.9)$$

Valem (6.9) näitab, et igas punktis tekib väli $\nabla\left(\varphi - \frac{\mu}{e}\right)$, mis on paralleelne temperatuuri gradiendiga. Vasakul pool operaator ∇ mõjub mitte ainult φ -le, vaid ka μ -le, sest keemiline potentsiaal sõltub temperatuurist $T(\vec{r})$.

Diferentsiaalne termoelektromotoorne jõud on vastavalt definitsioonile

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{|\nabla\left(\varphi - \frac{\mu}{e}\right)|}{|\nabla T|} = \frac{\kappa}{e} \left\{ 2 - \frac{\mu}{\kappa T} \right\} = \\ &= \frac{\kappa_0}{e} \left\{ 2 + \ln \frac{2(2\pi m_n^* \kappa_0 T)^{3/2}}{n h^3} \right\}, \end{aligned} \quad (6.10)$$

kus μ on võetud valemist (3.14') või (3.24).

Esimese liidetava arvuline väärtus sõltub oluliselt funktsiooni $\mathcal{U}_n(\vec{k})$ kujust. Valem (6.10) on esmakordselt saadud Pissarenko poolt 1940.a.

Aukvoolutiheduse jaoks saame analoogilisel viisil

$$j_h = \rho u_h \left\{ \nabla(\mu - e\varphi) - \left(2\kappa_0 - \frac{\mu + \Delta E}{T} \right) \nabla T \right\}. \quad (6.11)$$

Koguvoolutihedus

$$j = j_e + j_h = nu_e \left\{ \nabla(\mu - e\varphi) + \left(2\kappa_0 - \frac{\mu}{T} \right) \nabla T \right\} + \rho u_h \left\{ \nabla(\mu - e\varphi) + \left(2\kappa_0 - \frac{\mu + \Delta E}{T} \right) \nabla T \right\}. \quad (6.12)$$

Kui $j = 0$, siis saame isepooljuhi diferentsiaalse termoelektromotoorse jõu avaldise

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{|\nabla(\varphi - \frac{\mu}{e})|}{|\nabla T|} = \frac{\kappa_0}{e} \frac{1}{nu_e + \rho u_h} \left\{ nu_h \left(2 - \frac{\mu}{\kappa_0 T} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \rho u_h \left(2 - \frac{\mu + \Delta E}{\kappa_0 T} \right) \right\} = \frac{\kappa_0}{e} \frac{1}{nu_e + \rho u_h} \left\{ nu_e \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(2 + \ln \frac{2(2\pi m_n^* \kappa_0 T)^{3/2}}{nh^3} \right) - \rho u_h \left(2 + \ln \frac{2(2\pi m_p^* \kappa_0 T)^{3/2}}{ph^3} \right) \right\}. \end{aligned}$$

(6.13)

Valemist (6.13) on näha, et elektronide ja aukude panused termoelektromotoorsele jõule on erineva märgiga. See näitab, et isepooljuhis on termoelektromotoorne jõud üldiselt väiksem kui lisandpooljuhis.

Peltier' ja Thomsoni efektid.

Peltier' ja Thomsoni efekti ning Thomsoni seoste tuletamiseks tuleb arvutada elektronide ja aukude poolt kantud energiavoo tihedus W . See avaldub järgmiselt:

$$W = \int f_1^{(n)}(\vec{k}) \{E - e\varphi\} v_n \frac{d^3k}{4\pi^3} + \int f_1^{(p)}(\vec{k}) \{E' + \Delta E + e\varphi\} \cdot v_p \frac{d^3k'}{4\pi^3} \cdot \quad (6.14)$$

Sulgudes olevad liikmed valemis (6.14) arvestavad elektronide ja aukude kineetilist ning potentsiaalset energiat. Aukude energiat E' arvutatakse valents-tsooni ülemisest äärest.

Kasutades mittetasakaaluliste funktsioonide arvutamiseks $\chi(E)$ avaldise (6.6) ja (6.7), on energiavoo tihedus kergesti arvutatav. Nendest loogelistes sulgudes liikmetest valemis (6.14), mis ei sõltu kineetilisest energiast E ja E' , saame j_n ja j_p -ga võrdelised liidetavad. Energiat E ja E' sisaldavate integraalide arvutamiseks tuleb kasutada abi-valemeid (4.65).

Integreerimise tulemusena saame:

$$W = \varphi j + \frac{\Delta E}{e} j_h - \frac{2\kappa_0 T}{e} n u_e \left[\nabla(\mu - e\varphi) - \frac{\mu - 3\kappa_0 T}{T} \nabla T \right] + \frac{2\kappa_0 T}{e} p u_h \left[\nabla(\mu - e\varphi) - \frac{\mu + \Delta E + 3\kappa_0 T}{T} \nabla T \right],$$

(6.15)

kus j_p avaldub valemi (6.11) abil. Asendame siin $\nabla(\mu - e\psi)$ valemist (6.12) (ka j_p avaldises) ning pärast pikki, kuid elementaarseid algebralisi teisendusi saame

$$W = \left(\psi - \frac{\mu}{e}\right) \vec{j} - \Pi \vec{j} - \alpha \nabla T, \quad (6.16)$$

kus Peltier' koefitsient

$$\Pi = T \frac{\kappa_0}{e} \frac{1}{nu_e + \rho u_h} \left\{ nu_h \left(2 - \frac{\mu}{\kappa_0 T}\right) - \rho u_h \left(2 - \frac{\mu + \Delta E}{\kappa T}\right) \right\} \quad (6.17)$$

ning soojusjuhtivus

$$\begin{aligned} \alpha = nu_e \frac{2\kappa_0^2 T}{e} + \rho u_h \frac{2\kappa_0^2 T}{e} + \\ + \frac{nu_e \cdot \rho u_h}{nu_e + \rho u_h} \left(\frac{\Delta E + 4\kappa_0 T}{eT} \right)^2. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Valemitest (6.13) ning (6.17) saame Thomsoni seose

$$\Pi = \alpha T. \quad (6.19)$$

See seos on kehtiv palju üldisematel eeldustel kui on siinkohal kasutatud.

Lisandpooljuhi korral, s.t. kui voolu kannavad ainult ühte liiki voolukandjad, valemitest (6.17) ja (6.18) järel-
dub, et

$$\Pi = \frac{2\kappa_0 T - \mu}{e} \quad (6.20)$$

ja

$$\alpha = nu \frac{2\kappa_0^2 T}{e}. \quad (6.21)$$

Arvestades, et $\delta = enu$, jõuame Wiedemann-Franz'i

valemini

$$\frac{\kappa}{\sigma} = 2 \left(\frac{\kappa_0}{e} \right)^2 T, \quad (6.22)$$

mis annab antud aine elektri- ja soojusjuhtivuse vahelise seose. Konstantse kordaja täpsuseni on see seos kehtiv igasuguse hajumismehhanismi ning ka mandunud elektrongaasi korral.

Valem (6.18) näitab, et segajuhtivusega pooljuhis liiks elektronide ja aukude poolt eraldi edasi kantud soojushulgale on üks osa soojusjuhtivusest tingitud elektronauk paaridest (liige, mis on võrdeline elektronide ja aukude kontsentratsiooni korrutisega np). See soojuse ülekandmine toimub külmemas otsas elektronide ja aukude rekombineerumisel vabaneva energia arvel, kus nende tasakaaluline kontsentratsioon on väiksem kui soojas otsas.

Kui elektronide ja aukude kontsentratsioonid ning liikuvused on sama suurusjärku ning kui $\Delta E \gg k_0 T$, siis elektronauk paaride poolt põhjustatud soojusjuhtivuse komponent on $\left(\frac{\Delta E}{k_0 T} \right)^2$ korda suurem kui elektronide või aukude poolt põhjustatud soojusjuhtivuse komponent.

Pooljuhtide kristallvõre soojusjuhtivus κ_0 on tihti sama suurusjärku kui elektronide (aukude) poolt põhjustatud soojusjuhtivus. Sel juhul tuleb valemisse (6.16) juurde liige $-\kappa_0 \nabla T$.

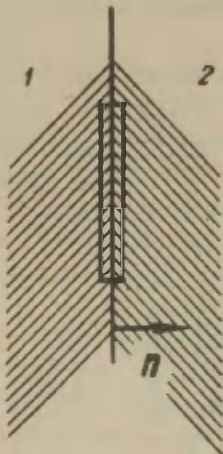
Analüüsime valemit (6.16). Arvestades, et statsionaarses olekus $\operatorname{div} W = \operatorname{div} j = 0$, siis saame

$$\operatorname{div} (-\kappa \nabla T) = j \left[\nabla \Pi + \nabla \left(\frac{M}{e} - \varphi \right) \right]. \quad (6.23)$$

Kui vaadelda jootekoha naabruses väikest silindrit (vt. joon. 51), mille põhjad on paralleelsed piirpinnaga, siis selle silindri sees ei ole voolu ega energiaallikaid. See tähendab, et energiavoog ja vool läbi vasakpoolse ja

parempoolse pinna on võrdsed, s.t. $W_1 = W_2$ ning $j_1 = j_2$. Aga ka $(\varphi - \frac{\mu}{e})$ on lahutuspinnaal pidev. Rakenda-
me nüüd valemities (6.23) Gaussi teoreemi ja gradiendi in-
tegraalset teisendust, siis saame

$$\begin{aligned}
 -\kappa_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 + \kappa_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_2 &= \\
 &= (\Pi_1 - \Pi_2) j. \quad (6.24)
 \end{aligned}$$



Joon. 51.

Siin \vec{n} on lahutuspinna normaal, mis on suunatud esimesest keskkonnast teise keskkonda. Eeldatakse veel, et voolutihedus \vec{j} on paralleelne normaaliga \vec{n} .

Kui $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1$ ja $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_2$ on erineva märgiga, s.t. temperatuuri langus või tõus toimub kontakti suunas või kontaktilt eemale, siis vasakul pool olev avaldis valemis (6.24) on kontaktist kahele poole laiali või kontakti poole kokku voolava kahe soojus-
voo summa ning paremal on seega soojushulk, mis eraldub (või

neeldub) ajaühikus lahutuspinna pinnaühikul. Metall ja pooljuhi kontakti korral ei pruugi metalli Peltier' koefitsienti arvestada.

Niisiis $\Pi_1 - \Pi_2$ määrab ajaühikus eraldunud (või neeldunud) soojushulga kahe juhi kokkupuutepinnal, kui seda kontakti läbib vool.

Valemities (6.8) ja (6.20) saame

$$\vec{j} = \sigma \nabla \left(\frac{\mu}{e} - \varphi \right) + \frac{\sigma \Pi}{T} \nabla T. \quad (6.25)$$

Asendades selle abil $\nabla\left(\frac{\mu}{\epsilon} - \varphi\right)$ valemis (6.23), saame

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(-\alpha \nabla T) &= \frac{(\vec{j})^2}{\delta} + \vec{j} \cdot \left(\nabla \Pi - \frac{\Pi}{T} \nabla T \right) = \\ &= \frac{(\vec{j})^2}{\delta} + (\nabla T \vec{j}) \mathcal{E}_T, \end{aligned} \tag{6.26}$$

kus Thomsoni koefitsient \mathcal{E}_T avaldub järgmiselt

$$\mathcal{E}_T = T \frac{d}{dT} \left(\frac{\Pi}{T} \right) = T \frac{d\alpha}{dT}, \tag{6.27}$$

kui silmas pidada seost $\Pi = \alpha T$.

Valemist (6.26) järeldub, et ruumiühikus ajaühikus eralduv soojushulk (valemi 6.26 vasak pool) võrdub Joule'i soojusega $\frac{(\vec{j})^2}{\delta}$, mis on võrdeline voolutiheduse ruuduga ning Thomsoni soojusega $\mathcal{E}_T (\nabla T \vec{j})$, mis on võrdeline voolutihedusega, summaga. Sõltuvalt temperatuuri gradiendi ja voolutiheduse suunast Thomsoni soojus võib kas neelduda või eralduda.

T e r m o m a g n e t i l i s t e s t e f e k - t i d e s t .

Et soojusjuhtivus on põhjustatud elektronide ja aukude voogude poolt, siis selle tõttu, et elektronide (aukude) trajektoorid kõverduvad magnetväljas, peavad eksisteerima ka nn. termomagnetilised efektid. See on väga lai teoreetilise ja eksperimentaalse uurimise ala ning efektide arv on tohtu.

Näiteks Halli efektiga kaasneb Etingshauseni efekt. Selle tõttu, et Halli pinge üldiselt ei tasakaalusta täpselt igale elektronile mõjuvat Lorentsi tungi, kiired

(soojad) elektronid kogunevad magnetvälja mõjul ühele poole, külmad aga vastasküljele ning tekib temperatuuri erinevus (või isotermilisel juhul - soojusvoog). Etingshauseni efekt ja Halli efekt on mn. transversaalsed galvanomagneticalised efektid.

Nernsti efekt kuulub transversaalsete efektide hulka. Tekib elektromotoorne jõud risti magnetväljaga ning temperatuuri gradiendiga (soojusvooga). Kui lisaks tingimustele

$H = H_z, I_x = I_y = \mathcal{E}_z = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$ ka $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ (ning veel $I_x = I_y = 0$, et efekti avastada), siis on tegemist isotermilise, kui aga $\frac{\partial T}{\partial y} \neq 0$, siis adiabaatilise Nernsti efektiga.

Leduc-Righi efekt. Kui $H = H_z, I_x = I_y = \mathcal{E}_z = Qy = 0$ (ning lisaks $I_x = I_y = 0$) ning eksisteerib x-teljesihipiline soojusvoog ($\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$), siis tekib nii magnet- kui ka temperatuuriväljaga risti olev temperatuuri gradient.

Magnetotermoelektriline efekt seisneb elektromotoorse jõu tekkimises risti magnetvälja ning temperatuuri gradiendiga. Tingimused on samasugused, kui Nernsti efekti korral. Eksisteerib nii transversaalne kui ka longitudinaalne magnetotermoelektriline efekt.

Magnetvälja mõjul võib muutuda ka aine soojusjuhtivus. See efekt võib samuti olla nii transversaalne ($H \perp \nabla T$) kui ka longitudinaalne ($H \parallel \nabla T$).

VII. FOTOJUHTIVUS.

S i s s e j u h a t u s .

Peaaegu kõikide pooljuhtide ja isolaatorite juhtivus võib muutuda kiiritamise tulemusena. Niisuguste materjalide hulka kuuluvad mitte ainult sellised hästituntud fotojuhid, nagu metallide sulfiidid, seleniidid ja oksiidid, räni, germaanium ja ühendid $A_{III} B_V$, vaid ka heade dielektriliste omadustega ained, nagu amorfne seleen, orgaanilised ühendid jt.

Fotojuhtivus on aine struktuuri-tundlik nähtus. Sõltuvalt lisandite ja struktuuri defektidest, võivad antud materjalil olla väga erinevad omadused.

Fotojuhtivuse nähtuse mõistmiseks tuleb analüüsida neid protsesse, mis tekivad fotojuhhis tema valgustamisel. Need protsessid saavad alguse elektronide ergutamisest valents-tsooni ja defektide diskreetsetelt nivoodelt juhtivustsooni või defektide diskreetsetele nivooale. See toob kaasa ergutatud nn. mittetasakaaluliste elektronide rekombineerumise põhioleku nivooale ning vabade elektronide ja aukude arvu statsionaarse juurdekasvu võrreldes tasakaaluolekuga. Vabade laengukandjate statsionaarne juurdekasv on määratud ergutamise ja rekombinatsiooni kiiruste poolt.

Mittetasakaaluliste laengukandjate tekkimiseks on vaja kulutada energiat (valguse energia). See energia lisandub peamiselt ainult tahke keha elektrongaasi energiale, kuna kristallvõre keskmine soojuslik energia jääb praktiliselt muutumatuks. See tähendab, et sisemise fotoefekti tulemusena rikutakse võre ja elektronide vaheline soojuslik tasakaal. Sellepärast mittesoojuslikult juurdetekkinud elektrone nimetatakse "mittetasakaalulisteks". Tavaliselt mittetasakaaluliste laengukand-

jate arv ei ole suur ning nende energiavaru on väike võrreldes kristallvõre soojusliku energiaga. Selle tõttu elektronide ja võre omavahelise tasakaalu saabumise protsessis mittetasakaalulised elektronid ja augud kaovad rekombinatsiooni teel, kuid kogu kristalli temperatuur ning ka tasakaaluliste laengukandjate kontsentratsioon praktiliselt ei muutu. Järelikult laengukandjate summaarne kontsentratsioon (n, p) on lihtsalt tasakaaluliste (n_0, p_0) ja mittetasakaaluliste ($\Delta n, \Delta p$) laengukandjate summa

$$n = n_0 + \Delta n,$$

$$p = p_0 + \Delta p.$$

Homogeensetes ainetes, milles laengukandjate kontsentratsioonid n ja p on ühesugused igas punktis, valguse neeldumisest põhjustatud vabade voolukandjate kontsentratsiooni suurenemine ($\Delta n, \Delta p$) tekitab fotojuhtivuse

$$\Delta \sigma = e(\Delta n u_e + \Delta p u_h). \quad (7.1)$$

Isolaatorites võivad Δn ja Δp juba väikese ergutuse intensiivsuse juures olla tunduvalt suuremad vastavate laengukandjate tasakaalulistest kontsentratsioonidest n_0 ja p_0 . Pooljuhtides aga sageli kehtib vastupidine olukord ning kiirgus mõjub sel juhul kui nõrk häiritus suure pimejuhtivuse foonil.

Selgitame nüüd, kuidas mittetasakaalulised elektronid ja augud jaotuvad energia järgi juhtivus- ja valentssoonis.

Otsekohe pärast ioniseerimist (ergutamist) võib mittetasakaaluliste elektronide ja aukude energia olla tunduvalt suurem kui tasakaaluliste laengukandjate energia (kT). Selle täiendava energia suurus sõltub ioniseerimist põhjustanud kvandi $h\nu$ suurusest.

Kuid vastastikuse mõju tulemusena kristallvõre defektide ja foononitega mittetasakaaluliste laengukandjate kineetiline energia väheneb kiiresti normaalse (kT) suu-

ruseni, s.t. nende temperatuur saab võrdseks kristallvõre temperatuuriga. Näiteks selleks, et kulutada 1 eV suurune täiendav kineetiline energia, on vaja ainult $\sim 10^3$ põrku- mist. Kui elektroni vaba tee on $\sim 10^{-6}$ cm ja kiirus 10^7 cm/sec (tegelikult on suurem), siis elektron kulutab sellise täiendava energia 10^{-10} sekundiga. Mittetasakaaluliste laengukandjate eluiga rekombineerumise suhtes on palju suurem (10^{-2} - 10^{-7} sec). Järelikult enamiku oma eluea jooksul mittetasakaalulised laengukandjad ei erine millegagi tasakaalulistest.

E l u i g a .

Fotoergutusel tekkivate mittetasakaaluliste laengukandjate eluiga on fotojuhtivuse nähtuse kirjeldamisel väga oluline parameeter.

Kuid tuleb meeles pidada, et terminit "eluiga" kasutatakse terve rea erinevate mõistete tähistamiseks. Alljärgnevas anname nendest ülevaate.

Kui fotojuhile langev valgus tekitab ruumalaühikus f elektron-auk paari ajaühikus, siis

$$\Delta n = f \tau_e \quad (7.2)$$

ja

$$\Delta p = f \tau_h, \quad (7.2 a)$$

kus τ_e on vaba elektroni eluiga, τ_h -vaba augu eluiga. Valemile (7.1) saab anda järgmise kuju

$$\Delta \sigma = f_e (u_e \tau_e + u_h \tau_h). \quad (7.3)$$

Sellest avaldisest on näha, miks eluiga on fotojuhtivuse teooria tähtsaim parameeter.

Klassifitseerime nüüd mõiste "eluiga".

1. Vaba laengukandja eluiga. Vaba laengukandja eluiga on see aeg, mille jooksul laengukandja võtab osa elektri juhtimisest. Teisiti öeldult, see on aeg, mille jooksul ergutatud elektron asub juhtivustsoonis või ergutatud auk valents-tsoonis. Avaldises (7.3) on τ_e ja τ_h vabade laengukandjate eluead.

Vaba voolukandja eluiga piiravad järgmised protsessid:

a) laengukandja rekombineerumine, b) laengukandja ekstraktioon kristallist välja elektrivälja mõjul, kui sealjuures vastasnimeliselt elektroodilt ei tule asemele uut laengukandjat, c) laengukandja vaba olek võib katkeda, kui ta haaratakse haardenivoo (lõksu) poolt ning jätkuda, kui ta uuesti vabaneb haardenivoolt. Märgime, et vaba laengukandja "elu" jätkub katkestamatult, kui välja mõjul kristallist lahkunud elektroni (augu) asemele vastaselektroodilt injekteeritakse samasugune laengukandja.

2. Laengukandja ergutatud oleku eluiga. See on ajavahemik ergutamise akti ja rekombineerumis- või ekstraktiooniakti vahel (kui viimasel juhul elektroni ei asendata uuega), mille jooksul laengukandja jääb ergutatud olekusse. See eluiga hõlmab seega ka selle ajavahemiku, mille vältel laengukandja oli haaratud. Järelikult ergutatud oleku eluiga on tavaliselt suurem kui vaba laengukandja eluiga.

3. Paari eluiga. See on aeg, mille jooksul eksisteerib elektron-auk paar. Kui mingil momendil elektron või ka auk haaratakse või ekstraheeritakse ilma asendamiseta, siis paari eluiga katkeb sellel momendil.

4. Mittepõhiliste laengukandjate eluiga. See on aeg, mille jooksul mittepõhiline laengukandja on vabas olekus, s.t. võtab osa elektri juhtivusest. Tavaliselt paari eluiga on võrdne mittepõhiliste laengukandjate elueaga.

5. Põhiliste laengukandjate eluiga. See on põhilise, s.t. n-pooljuhise elektroni ja p-pooljuhise augu vabas olekus viibimise aeg.

Kui vabade laengukandjate kontsentratsioon on palju suurem rekombinatsioonitsentrite kontsentratsioonist, siis on põhiliste ja mittepõhiliste laengukandjate eluiga võrdne. Vastupidisel juhul aga, kui vabade laengukandjate kontsentratsioon on palju väiksem rekombinatsioonitsentrite kontsentratsioonist, nii nagu see sageli on isolaatorites, siis põhiliste laengukandjate eluiga võib olla tunduvalt suurem kui mittepõhiliste laengukandjate eluiga.

Aine fototundlikkust on võimalik suurendada, kui tekitada temas juurde selliseid tsentreid, mis efektiivselt haaravad mittepõhilisi voolukandjaid, kuid samal ajal oluliselt ei suurenda rekombineerumise kiirust.

Näiteks vähetundlikes CdS kristallides on põhiliste ja mittepõhiliste voolukandjate eluiga suurusjärgult umbes $1 \mu\text{sec}$. Tundlikes CdS kristallides elektronide (põhilised laengukandjad) eluiga võib olla $\sim 1 \text{msec}$, aga aukude eluiga väheneda 0,01 mikrosekundini.

Tuleb rõhutada, et eluiga ei ole aine konstant, vaid sõltub tema valmistamise viisist ja lisanditest. Isegi antud fototakistil ei ole eluiga üldiselt konstantne, vaid sõltub näiteks valgustamise intensiivsusest, aga ka temperatuurist. Eluiga tavaliselt väheneb valguse intensiivsuse kasvades.

F o t o t u n d l i k k u s .

Fototundlikkuse mõistet on defineeritud mitut moodi. Siin me mõistame fototundlikkusena fotojuhtivust ergutava valguse intensiivsuse ühiku kohta, s.o. ergutamisel tekki-va juhtivuse muutuse ja ergutuse intensiivsuse jagatist. Intensiivsust võib mõõta vattides, kvantide arvus ajaühiku kohta või ka lumenites. Eritundlikkuseks nimetatud suuruse mõõduks on $\text{cm}/\Omega \cdot \text{W}$. Selle saame, kui korrutame fotojuhtivuse elektrodidevahelise pindalaga ja jagame neeldunud kiirguse võimsusega. Kui fotojuhtivus kasvab võrdeliselt pingega ja valguse intensiivsusega, siis eritundlik-

kus iseloomustab antud ainet. Ta on võrdeline vaba laengu-
kandja eluea ja liikuvuse korrutisega.

Infrapunase kiirguse tehnikas kasutatakse praktiliselt
palju tähtsamat suurust kui eespool defineeritud eritundlik-
kus. See suurus on võrdne sellise kiirguse võimsusega, mis
kutsub esile mürasignaali suuruselt võrdse kasuliku sig-
naali. Mürad fototakistis on põhjustatud kontaktnähtustest,
voolukandjate kontsentratsioonist ja pealelangeva valguse in-
tensiivsuse fluktuatsioonidest, aga ka ümbruskonna esemete
soojuslikest fluktuatsioonidest. Sellisel lähenemisel foto-
tundlikkus on seotud signaal-müra suhtega. Tegelikult see
suurus määrab fototakisti nn. tundlikkuse läve.

Oomi seadusest ja valemist (7.2) saame fotovoolu arvu-
tamiseks antud fototakistis järgmise seose:

$$\Delta I = eF \cdot \frac{\tau}{T}, \quad (7.4)$$

kus ΔI on fotovoolum, F on valguse poolt ajaühikus genereeritud
elektron-auk paaride koguarv ($F = f \times$ ruumala), T -
elektroni elektrodide vahemaa läbimise aeg, mis arvuta-
takse järgmiselt

$$T = \frac{L}{\varepsilon u} = \frac{L^2}{Uu}. \quad (7.5)$$

Valemis (7.5) L tähistab elektrodidevahelist kaugust,
 ε - elektrivälja tugevust, U - rakendatud pinget.

Suurus $G = \frac{\tau}{T}$ määrab fotojuhti läbinud elektronide
arvu ühe neeldunud kvandi (üksiku ergutusakti) kohta ning

$$\frac{\Delta I}{e} = FG. \quad (7.4 a)$$

Suurust G nimetatakse fotoelektriliseks võimenduseks.

H a a r a m i s e (r e k o m b i n a t s i o o n i) r i s t l õ i g e .

Vaatleme nüüd rekombinatsiooniprotsessi, mis on üheks vaba laengukandja eluea pikkust piiravaks teguriks. Kui vabu laengukandjaid haarata võivate rekombinatsioonitsentrite kontsentratsioon on N , siis eluea võib avaldada järgmiselt:

$$\tau = \frac{1}{(vSN)} \quad (7.6)$$

kus v - voolukandjate soojusliku liikumise kiirus ($\sqrt{2kT/m}$) ning S - antud rekombinatsioonitsentri haaramise ristlõige. Pooljuhis on üldiselt mitut liiki rekombinatsioonitsentreid.

Valemi (7.6) abil arvutatav eluiga on seega keskmine eluiga antud tüüpi rekombinatsioonitsentrite suhtes. Kui pooljuhis on k -tüüpi rekombinatsioonitsentreid, siis ajaühikus toimivate põrgete arv, mis viivad laengukandja kadumiseni, on

$$\sum_{\bar{n}} v_k S_k N_k \quad (7.7)$$

Siin N_k on vastavat liiki tsentrite kontsentratsioon, S_k - nende haarderistlõige ning v_k - suhteline kiirus (kui rekombinatsiooni põhjuseks on vaba laengukandja).

Järelikult efektiivne eluiga

$$\tau = \frac{1}{\sum_k v_k S_k N_k} \quad (7.8)$$

või

$$\frac{1}{\tau} = \sum_k \frac{1}{\tau_k} \quad (7.9)$$

Väljendame nüüd rekombinatsiooni intensiivsuse, s.t. rekombinatsiooniaktide arvu ajaühikus ning ruumiühikus.

Suurus $\frac{1}{\tau}$ määrab ühe mittetasakaalulise laengukandja rekombinatsiooniga lõppevate pörkumiste arvu ajaühikus (olgu konkreetseuse mõttes jutt elektronidest). Korrutades selle arvu elektronide arvuga ning keskmistades $v_{nk} \cdot S_{nk}$, saame rekombinatsiooni intensiivsuse

$$\overline{v_{nk} S_{nk} N_k^{(n)} \Delta n} = \frac{\Delta n}{\tau_{nk}} \cdot \quad (7.10)$$

Suurust

$$\overline{v_{nk} S_{nk}} = \delta_{nk} \quad (7.11)$$

nimetatakse rekombinatsioonikoefitsiendiks. Võime kirjutada

$$\tau_{ek} = \frac{1}{\delta_{nk} N_k^{(n)}} \quad (7.12)$$

või

$$\tau_{hk} = \frac{1}{\delta_{pk} N_k^{(p)}} \cdot$$

$N_k^{(n)}$ ja $N_k^{(p)}$ on vastavalt elektronide ja aukude rekombinatsioonitsentrite kontsentratsioon.

Et τ_{ek} ja τ_{hk} sõltuvad kontsentratsioonidest $N_k^{(n)}$ ja $N_k^{(p)}$, siis nad võivad mittestatsionaarse protsessi korral sõltuda ajast, temperatuurist, ergutuse intensiivsusest jne.

Fotojuhtivuse relaksatsioon.

Kui mingil ajamomendil pooljuhti hakata valgustama, siis kulub teatud aeg statsionaarse mittetasakaalulise juhtivuse (fotojuhtivuse) saabumiseni. Samuti ei kao

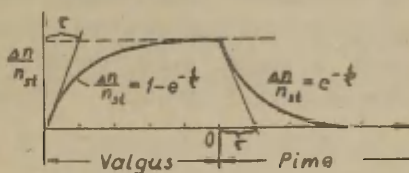
valguse katkestamisel fotojuhtivus otsekohe. Valguse sisse-
lülitamisele vahetult järgnevatel hetkedel Δn ning
fotojuhtivus kasvab võrdeliselt ajaga.

$$\Delta n = \beta \kappa I t \quad (t \ll \tau) \quad (7.13)$$

Kuid hiljem kasvu
kiirus pidurdub ning mõne
aja möödudes saabub stat-
sionaarne olek (vt. 7.2)

$$\Delta n_{st} = \beta \kappa I \tau_e \quad (7.14)$$

Siin β - võrdetegur,
mida nimetatakse ka kvant-
saagiseks, κ - peeldumis-
tegur ja I - valguse in-
tensiivsus (kvantide arv
ajaühikus). Järelikult
ergutuse intensiivsus



Joon. 52. Fotojuhtivuse re-
laksatsioon (monomole-
kulaarne ehk lineaarne
rekombinatsioon).

$$f = \beta \kappa I \quad (7.15)$$

Valguse intensiivsuse muutumisel mittetasakaaluliste
laengukandjate kontsentratsiooni kasvumist või vähenemist
kirjeldavaid kõveraid nimetatakse mittetasakaaluliste laen-
gukandjate relaksatsioonikõverateks.

Laengukandjate kontsentratsiooni muutus ajaühikus on
võrdne ajaühikus ergutatud $\beta \kappa I$ ning rekombineerunud laen-
gukandjate kontsentratsioonide vahega.

Piirdume kahe matemaatiliselt lihtsama juhuse vaatle-
misega.

1. Olgu rekombinatsiooni intensiivsus võrdeline mitte-tasakaaluliste laengukandjate kontsentratsiooniga. Selline olukord on näiteks siis, kui rekombinatsioonitsentrite kontsentratsioon on suur ning ei sõltu ergutuse intensiivsusest.

Siis $\tau_e = \frac{1}{\delta n N^{(n)}} = \text{const.}$, ning rekombinatsiooni intensiivsus on $\Delta n / \tau_e$ (lineaarne rekombinatsioon).

2. Olgu rekombinatsiooni intensiivsus võrdeline mitte-tasakaaluliste voolukandjate kontsentratsiooni ruuduga. Kui isolaatori tüüpi aines, kus $n_0 = p_0 = 0$ põhjustavad fotojuhtivuse ühesugustes hulkades genereeritud vabad elektronid ja augud, siis rekombinatsiooni intensiivsus vastavalt valemitele (7.10) ja (7.11) on võrdne $\gamma \Delta n \Delta p = \gamma (\Delta n)^2$.

Lineaarne rekombinatsioon.

Laengukandjate kontsentratsiooni muutumise kiirus avaldub järgmiselt:

$$\frac{d}{dt}(\Delta n) = \beta \kappa I - \frac{\Delta n}{\tau_e}. \quad (7.16)$$

Alaku momendil $t = 0$ pooljuhi valgustamine konstantse intensiivsusega valgusega. Seda arvestades ($\Delta n = 0$, kui $t = 0$) saame võrrandi lahendi järgmisel kujul:

$$\Delta n = \tau_e \beta \kappa I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_e}}\right). \quad (7.17)$$

Seega lineaarse rekombinatsiooni juhul mittetasakaaluliste laengukandjate kontsentratsioon kasvab eksponentsiaalselt statsionaarse väärtuseni. Kui $t \rightarrow \infty$, siis

$$\Delta n = \tau_e \beta \kappa I = \Delta n_{st.} \quad (7.18)$$

Kui valgus katkestada hetkel $t = 0$, siis saame

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_e} \quad (7.19)$$

Selle võrrandi lahend ($\Delta n = \Delta n_{st.} = \tau \beta \kappa I$, kui $t = 0$) on:

$$\Delta n = \tau \beta \kappa I e^{-\frac{t}{\tau_e}} \quad (7.20)$$

Joonisel 52 on kujutatud fotojuhtivuse relaksatsioonikõverad, kui pooljuhti valgustatakse nelinurksete valgusimpulssidega.

On oluline rõhutada, et eksponentsiaalsete relaksatsioonikõverate ajakonstant langeb kokku vabade laengukandjate elueaga. See annab lineaarse rekombinatsiooni korral võimaluse otse relaksatsioonikõveratest määrata τ .

Bimolekulaarne rekombinatsioon.

Sel juhul

$$\frac{d}{dt}(\Delta n) = \beta \kappa I - \gamma (\Delta n)^2 \quad (7.21)$$

Võrrandi lahend juhul, kui momendil $t = 0$ pooljuhti hakatakse valgustama konstantse intensiivsusega valgusega, on

$$\Delta n = \sqrt{\frac{\beta \kappa I}{\gamma}} \operatorname{th} t \sqrt{\gamma \beta \kappa I} \quad (7.22)$$

ning pärast valguse katkestamist

$$\Delta n = \sqrt{\frac{\beta \kappa I}{\gamma}} \frac{1}{t \sqrt{\gamma \beta \kappa I} + 1} \quad (7.23)$$

Sel juhul fotojuhtivuse tõusu ja languse kõverad ei ole sümmeetrilised.

Vastavalt valemile (7.12) elektronide keskmine eluiga

$$\tau_e = \frac{1}{\gamma N^{(n)}}$$

ruutrekombinatsiooni juhul sõltub valguse intensiivsusest ja ajast (mittestatsionaarse protsessi korral), sest $N^{(n)} = \Delta p$ ei ole konstantne. Kuid siiski τ^{-1} on igal ajamomendil konkreetne tähendus.

Hetkeluiga.

Tegelikult valemitega (7.6), (7.8) või (7.12) on defineeritud hetkeluiga (analoogiliselt mitteühtlase liikumise hetkkiirusega). Ainult lineaarse rekombinatsiooni erijuhul hetkeluiga ei muutu relaksatsiooniprotsessi jooksul.

Niisiis, üldjuhul $\tau = f(I, t)$. Diferentsiaalvõrrandite

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = \beta \kappa I - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (7.24)$$

ja

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (7.25)$$

abil saab kirjeldada relaksatsiooniprotsessi üsna üldisel juhul, kui τ all mõista hetkeluiga.

Võrrandi (7.24) abil saame tõusukõverast määrata τ :

$$\tau = \frac{\Delta n(t)}{\kappa \beta I - \frac{d}{dt} [\Delta n(t)]} \quad (7.26)$$

ja võrrandi (7.25) abil kustumise kõverast

$$\tau = - \frac{\Delta n(t)}{\frac{d}{dt} [\Delta n(t)]} . \quad (7.27)$$

Näiteks kustumise kõvera korral tuleb katse korraldada nii, et saaks määrata kustumiskõvera tõusu nõutaval ajamomendil ja fotojuhtivuse (Δn) hetkväärtuse.

Lineaarse rekombinatsiooni juhul on selge, et

$$\tau_{\text{hetk}} = \tau_{\text{st.}} = \text{const.} \quad (7.28)$$

Vaatame veel, kuidas sõltub fotojuhtivuse statsionaarne väärtus (või $\Delta n_{\text{st.}}$) valguse intensiivsusest. Üldiselt

$$\Delta n_{\text{st.}} = \tau_{\text{st.}} \cdot \beta \kappa I . \quad (7.29)$$

Lineaarse rekombinatsiooni korral $\tau_{\text{st.}}$ on intensiivsusest sõltumatu ning järelikult

$$\Delta n_{\text{st.}} \sim I . \quad (7.30)$$

Mittelineaarse rekombinatsiooni korral $\tau_{\text{st.}}$ igal juhul sõltub intensiivsusest ning $\Delta n_{\text{st.}}$ ei ole võrdeline valguse intensiivsusega.

Ruutrekombinatsiooni erijuhul

$$\tau_{\text{st.}} = \frac{1}{\sqrt{\gamma \beta \kappa I}} . \quad (7.31)$$

ning

$$\Delta n_{\text{st.}} \sim \sqrt{I} . \quad (7.32)$$

Fotojuhtivuse relaksatsioon toimub tegelikult palju keerulisemalt kui seda on suutelised kirjeldama vaadeldud lihtsaimad mudelid. Vaadeldud mudelites jääb kõrvale nn. haardetsentrite mõju, millel voolukandjad ajutiselt satuvad seotud olekusse. Osutub, et mõnel juhul fotojuhtivuse relaksatsioonikõverate järgi üldse ei ole otseselt võimalik määrata voolukandjate eluiga.

K i r j a n d u s .

- I. Р. Смит, Полупроводники, М. 1962.
2. А.И. Ансельм, Введение в теорию полупроводников, М. 1962.
3. Г.Е. Пикус, Основы теории полупроводниковых приборов, М. 1965.
4. Полупроводники в науке и технике, т. I, изд. АН СССР, 1957.
5. С.М. Рывкин, Фотоэлектрические явления в полупроводниках, М. 1963.
6. Дж. Займан, Электроны и фононы, ИЛ., М. 1962.
7. А.Ф. Иоффе, Физика полупроводников, М.-Л. 1957.
8. Я. Тауц, Фото- и термоэлектрические явления в полупроводниках, ИЛ., М. 1962.
9. Ф. Дж. Блатт, Теория подвижности электронов в твердых телах, М.-Л. 1963.
- IO. А. Риз, Химия кристаллов с дефектами, М. 1956.
- II. Р.Пайерлс, Квантовая теория твердых тел, М. 1956.

S i s u k o r d .

Eessõna

Sissejuhatus 5

I. TAHKE KEHA TSOONITEOORIA ELEMENDID 11

Vabade elektronide lainemehhaanika 11

Elektroni liikumine perioodilises väljas.

Tugeva seose erijuht 16

Blochi teoreem 25

Brillouini tsoonid 27

Tsoonistruktuur 29

Olekute tihedus 37

Elektroni kvantmehhaaniline keskmine kiirus 40

Elektronide ja aukude liikumine kristallis välise välja mõjul 44

Augud 47

Efektiivse massi määramine tsüklotronresonantsi abil 50

Energianivoode skeem 51

II. POOLJUHIDE EHIKUS. LISANDID JA DEFECTID

KRISTALLIDES 54

Lisandid ja defektid kristallides 54

Keemiline side kristallides 62

Kolmevalentsetest ja viievalentsetest lisanditest tingitud lokaalsed nivood germaaniumis ja ränis 66

Teiste lisandite poolt tekitatud lokaalsed nivood germaaniumis ja ränis 68

Eksitonid 68

III.	LAENGUKANDJATE TASAKAALULINE KONTSENTRAT-	
	SIOON	70
	Elektronide jaotumine energianivoodel .	70
	Isepooljuhid	73
	Lisandpooljuhid	80
IV.	KINEETILISED NÄHTUSED POOLJUHTIDES. GAL-	
	VANOMAGNETILISED EFEKTID	95
	Sissejuhatus	95
	Mittetasakaaluline jaotusfunktsioon . .	96
	Boltzmanni kineetiline võrrand	97
	Relaksatsiooniaeg	103
	Mittetasakaalulise jaotusfunktsiooni	
	määramine	108
	Elektrijuhtivus ja liikuvus	114
	Galvanomagnetilised efektid	120
	Elektrijuhtivus ja liikuvus mittesfää-	
	riliste isoenergiapindade korral . . .	130
	Takistuse muutumine magnetväljas . . .	133
V.	ELEKTRONIDE JA AUKUDE DIFUSIOON. KONTAKT-	
	NÄHTUSED	138
	Mittehomogeensed pooljuhid	138
	Einsteini seos	140
	Kõrvalekaldumine soojuslikust tasakaa-	
	lust	143
	Elektroni ja augu rekombineerumine . .	146
	Difusioon ja juhtivus lisandpooljuhti-	
	des	148
	KONTAKTNÄHTUSED	160
	Termoemissioon	161
	Kontaktpotentsiaalide vahe	164
	Metalli ja pooljuhi kontakt	167
	Alaldamise difusiooniteooria (pool-	
	juhi ja metalli kontakt)	176
	Alaldamise dioditeooria (pooljuhi ja	
	metalli kontakt).	183

	p-n-siire	190
	Alaldamine p-n-siirdel. Diooditeooria .	196
	Fotoelement	206
	Tunneldiood	211
	Transistor	213
VI.	TERMOELEKTRILISED NÄHTUSED	225
	Sissejuhatus	225
	Termoelektrilised nähtused atomaarse-	
	tes lihtsa tsoonistruktuuriga pool-	
	juhtides	230
	Termomagnetilistest efektidest	237
VII.	FOTOJUHTIVUS	239
	Sissejuhatus	239
	Eluiga	241
	Fototundlikkus	243
	Haaramise ristlõige	245
	Fotojuhtivuse relaksatsioon	246
	KIRJANDUS	253

Hind 25 kop.