

N. Rõbkin

GEOMEETRIA
ÜLESANNETE KOGU



STEREOMEETRIA

XI
KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS

A-23535

N. RÕBKIN

GEOMEETRIA

ÜLESANNETE KOGU

STEREOMEETRIA

KESKKOOLI XI KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1961

Originaali tiitel:

Н. Рыбкин. Сборник задач по геометрии. Часть II. Стереометрия.
Для 9—10 классов средней школы.
Утверждён Министерством просвещения РСФСР.
Учпедгиз 1959.

Tõlge kinnitatud Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt.

2

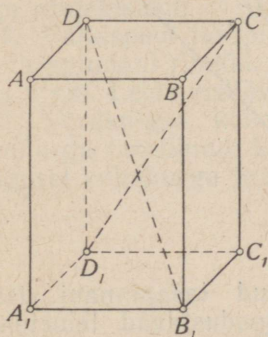


§ 1. Tasapinna rist- ja kaldsirged.

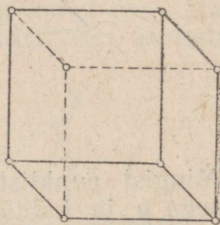
1. Joonisel 1 on kujutatud risttahukas.

1) Kas sirge DB_1 lõikub sirgega D_1C ? sirge BB_1 sirgega D_1C ?

2) Kas on võimalik panna tasapind läbi sirgete AD ja B_1C_1 ? läbi DC ja DB_1 ? läbi BC ja AA_1 ?



Joon. 1.



Joon. 2.

2. Panna tasapind läbi kuubi ühest tipust suunduvate servade otspunktide. Kuubi serv on a . Avaldada lõike pindala (joon. 2).

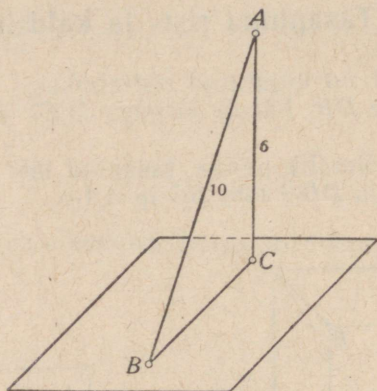
3. Risttahuka servad on 3 cm, 4 cm ja 7 cm. Arvutada ühest tipust suunduvate servade otspunkte läbiva lõike pindala.

4. Korrapärase prisma põhjaks on kolmnurk, mille külg on a . Prisma kõrgus on b . Panna tasapind läbi alumise põhja ühe külje ja läbi tema vastas asetseva ülemise põhja tipu. Avaldada nii tekkiva lõike pindala.

5. Läbi sirgel asetseva punkti panna tasapind, mis on risti selle sirgega.

6. Läbi väljaspool sirget asetseva punkti panna tasapind, mis on risti selle sirgega.

7. 1) Punktist A , mis asetseb 6 cm kaugusel tasapinnast, on ehitatud tasapinnani kaldlõik $AB = 10$ cm. Arvutada tema projektsiooni BC pikkus sel tasapinnal (joon. 3).



Joon. 3.

2) Mingist punktist on ehitatud tasapinnani ristlõik pikkusega a ja kaldlõik, mis moodustavad teineteisega nurga 45° . Leida kaldlõigu pikkus.

8. Leida antud tasapinna nende punktide geomeetriline koht, mis asetsevad antud kaugusel väljaspool tasapinda olevast punktist.

9. Ringi keskpunktist on ehitatud ringi tasapinnaga ristuv lõik. Avaldada ringjoone punktide kaugus ristlõigu otspunktist, kui ristlõigu pikkus on a ja ringi pindala on Q .

10. Leida antud ringjoone kõigist punktidest (või kolmest mitte ühel sirgel asetsevast punktist) võrdsetel kaugustel asetsevate ruumpunktide geomeetriline koht.

11. Leida kahest antud punktist võrdsetel kaugustel asetsevate punktide geomeetriline koht.

12. Risttahuka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ külgserv AA_1 on 56 cm ning põhiservad $AB=33$ cm ja $AD=40$ cm. Arvutada servi AD ja $B_1 C_1$ läbiva lõike pindala.

13. Punkt O on ruudu keskpunkt; ruudu külg on a , lõik $OA=b$ on risti ruudu tasapinnaga. Leida punkti A kaugus ruudu tipust.

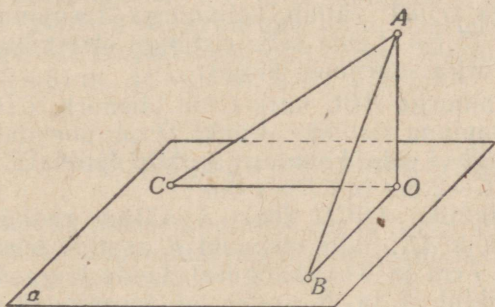
14. Tasapinnast α kaugusel $d=4$ asetsevast punktist M on ehitatud tasapinnani kaldlõigud MA , MB ja MC , mis moodustavad tasapinna ristsirgega MO nurgad 30° , 45° ja 60° . Leida kaldlõikude MA , MB ja MC pikkused.

15. Punktist M on ehitatud tasapinnani α kolm võrdset kaldlõiku: $MA=MB=MC=l$. Näidata, et kaldlõikude aluspunktid A , B ja C asetsevad ühel ja samal ringjoonel, mille keskpunktiks on punkti M projektsioon O .

16. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist on ehitatud tasapinnani kaks kaldlõiku pikkustega 20 cm ja 15 cm. Esimese kaldlõigu projektsioon on 16 cm. Leida teise kaldlõigu projektsioon.

17. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist on ehitatud tasapinnani ristlõik pikkusega 6 cm ja kaldlõik pikkusega 9 cm. Leida ristlõigu projektsioon kaldlõigul.

18. Võrdkülgse kolmnurga külg on 3 cm. Arvutada kolmnurga tasapinna kaugus punktist, mis asetseb 2 cm kaugusel kolmnurga igast tipust.



Joon. 4.

19. 1) Punktist A (joon. 4) on ehitatud tasapinnani α ristlõik $AO=1$ cm ning kaks võrdset kaldlõiku AB ja AC , mis moodustavad ristlõiguga $\angle BAO=\angle CAO=60^\circ$ ja teineteisega $\angle CAB=90^\circ$. Leida kaldlõikude aluspunktide vaheline kaugus CB .

2) Antud punktist on ehitatud antud tasapinnani kaks kaldlõiku, kumbki pikkusega 2 cm. Kaldlõikudevaheline nurk on 60° , nende projektsioonide vaheline nurk on 90° . Leida antud punkti kaugus tasapinnast.

3) Mingist punktist on ehitatud antud tasapinnani kaks võrdset kaldlõiku. Kaldlõikudevaheline nurk on 60° , nende projektsioonide vaheline nurk on 90° . Leida kummagi kaldlõigu ja tema projektsiooni vaheline nurk.

20. Võrdhaarse kolmnurga alus ja kõrgus on kumbki 4 cm. Antud punkt asetseb 6 cm kaugusel kolmnurga tasapinnast ja võrdsetel kaugustel tema tippudest. Leida see kaugus.

21. Võrdhaarse kolmnurga ABC alus $b=6$ cm ja haar $a=5$ cm. Kolmnurga siseringi keskpunktist O väljub tasapinna ristlõik $OK=2$ cm. Leida punkti K kaugus kolmnurga külgedest ja tipust B .

22. 1) Kolmnurga ABC nurk B on täisnurk ja kaatet $BC=a$. Tipust A väljub kolmnurga tasapinna ristlõik AD , mille otspunkti D kaugus punktist C on f . Leida punkti D kaugus kaatetist BC .

2) Täisnurkse kolmnurga ABC kaatetid on 15 m ja 20 m. Täisnurga tipust C väljub kolmnurga tasapinna ristlõik $CD=35$ m. Leida punkti D kaugus hüpotenuusist AB .

3) Kolmnurga küljed on 10 cm, 17 cm ja 21 cm. Suurima nurga tipust väljub kolmnurga tasapinna ristlõik pikkusega 15 cm. Leida selle ristlõigu otspunktide kaugused kolmnurga suurimast küljest.

23. Kolmnurga ABC nurk C on täisnurk; CD on kolmnurga tasapinna ristlõik. Punkt D on ühendatud tippudega A ja B . Leida kolmnurga ADB pindala, kui $CA=3$ dm, $BC=2$ dm ja $CD=1$ dm.

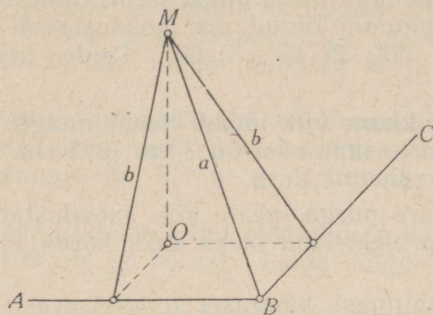
*24. Ristküliku $ABCD$ tipust A väljub ristküliku tasapinna ristlõik AK , mille otspunkt K asetseb teistest tippudest 6 cm, 7 cm ja 9 cm kaugusel. Leida lõigu AK pikkus.

25. Punktid A ja B asetsevad tasapinnal φ ; lõigud $AC=a$ ja $BD=b$ on risti selle tasapinnaga. Tõestada, et sirged AD ja BC lõikuvad teineteisega, ja leida nende lõikepunktide kaugus tasapinnast φ .

26. Punkt M asetseb väljaspool antud täisnurga tasapinda kaugusel a nurga tipust B ja kaugusel b kummastki haarast. Kui suur on punkti M kaugus MO täisnurga tasapinnast (joon. 5)?

27. Tasapinnal φ on antud paralleelsed sirged AB ja

CD , mille kaugus teineteisest on a . Väljaspool tasapinda φ on antud punkt S , mille kaugus sirgest AB on b ja sirgest CD on c . Leida punkti S kaugus tasapinnast φ , kui on teada, et 1) $a=66$, $b=c=65$, 2) $a=6$, $b=25$, $c=29$.



Joon. 5.

28. 1) Tõestada teoreem. Kui läbi nurga tipu ehitada nurga tasapinna kaldsirge nii, et ta nurga haaradega moodustab võrdsed nurgad, siis kaldsirge projektsioon poolitab nurga.

2) Läbi kolmnurga ABC tipu A on ehitatud kolmnurga tasapinna kaldsirge AD nii, et ta külgedega AB ja AC moodustab võrdsed teravnurgad. Kui suurteks osadeks jaotab sirge AD projektsioon kolmnurga tasapinnal külje BC , kui $AB=51$ m, $AC=34$ m ja $BC=30$ m?

§ 2. Nurk sirge ja tasapinna vahel.

1. Risttahuka põhiservad on 4 cm ja 3 cm ning kõrgus 5 cm. Leida risttahuka diagonaal ning diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk.

2. Risttahuka diagonaal moodustab põhja tasapinnaga 45° -se nurga. Põhiservad on 120 cm ja 209 cm. Leida risttahuka kõrgus.

3. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h ; püramiidi apoteem moodustab põhja tasapinnaga nurga 60° . Leida püramiidi külgservad.

4. Korrapärase kolmnurkse püramiidi külgserv on b ja ta moodustab püramiidi põhjaga 30° -se nurga. Leida põhiserv.

5. Kaldlõigu pikkus on a . Kui pikk on selle lõigu projektsioon tasapinnal, kui kaldlõik moodustab tasapinnaga nurga: 1) 45° ; 2) 60° ; 3) 30° ?

6. Punkti kaugus tasapinnast on h . Sellest punktist on ehitatud tasapinnani lõigud, mis moodustavad tasapinnaga nurgad: 1) 30° ; 2) 45° ; 3) 60° . Leida nende lõikude pikkused.

7. 10 cm pikkune lõik lõikub tasapinnaga; ta otspunktide kaugused tasapinnast on 3 cm ja 2 cm. Leida lõigu ja tasapinna vaheline nurk.

8. Kui suure nurga peab lõik moodustama tasapinnaga, et ta projektsioon oleks kaks korda lühem lõigust enesest?

9. 1) Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on ehitatud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 45° ja teineteisega nurga 60° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

2) Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on ehitatud tasapinnani lõigud, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 45° ja 30° ning teineteisega täisnurga. Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

10. Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on ehitatud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 30° , kusjuures nende projektsioonid moodustavad teineteisega nurga 120° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

11. Sirge AB asetseb tasapinnal φ . Punktist B väljuvad sirgega AB ristuvad sirged BC ja BD , mis, asetledes ühel ja samal pool tasapinda, moodustavad tasapinnaga φ nurgad 50° ja 15° . Leida nurk CBD .

12. Tõestada järgmine lause: kui võrdhaarse täisnurkse kolmnurga üks kaatet asetseb tasapinnal φ ja teine kaatet moodustab selle tasapinnaga nurga 45° , siis hüpotenuus moodustab tasapinnaga φ nurga 30° .

13. Tõestada järgmine lause: kui sirge AB moodustab tasapinnaga φ nurga 45° ja sellel tasapinnal asetsev sirge AC moodustab sirge AB projektsiooniga nurga 45° , siis $\angle BAC = 60^\circ$.

14. Tõestada lause: kui korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus võrdub põhiservaga, siis külgservad moodustavad põhja tasapinnaga 60° -sed nurgad.

§ 3. Paralleelsed sirged ja tasapinnad

Paralleelsed
sirged.

1. 1) Punktid A ja B asetsevad väljaspool tasapinda φ ; lõigud AC ja BD on risti selle tasapinnaga; $AC=3$ m, $BD=2$ m ja $CD=24$ dm. Leida punktide A ja B vaheline kaugus.

2) Palgi otsad toetuvad kahe teineteisest 3,4 m kaugusel oleva püstiseisva posti ülemistele otstele. Postide kõrgused maapinnast on 5,8 m ja 3,9 m. Arvutada palgi pikkus.

2. 1) 125 cm pikkuse lõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 100 cm ja 56 cm. Leida lõigu projektsiooni pikkus.

2) 15 m pikkune telefonijuhe on tõmmatud telefonipostist, mille külge ta on kinnitatud 8 m kõrgusel maapinnast, majani, kus ta on kinnitatud 20 m kõrgusel. Leida posti kaugus majast eeldusel, et juhe on täiesti sirge.

3. Tasapinna α punktist A väljub kaldsirge, millel on võetud punktid B ja C , kusjuures $AB=8$ cm ja $AC=14$ cm. Punkti B kaugus tasapinnast α on 6 cm. Leida punkti C kaugus tasapinnast α .

4. 10 cm pikkune sirglõik lõikub tasapinnaga; lõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 5 cm ja 3 cm. Leida lõigu projektsiooni pikkus.

5. Sirglõik lõikub tasapinnaga; lõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 8 cm ja 2 cm. Leida lõigu keskpunkti kaugus tasapinnast.

6. Antud lõigu otspunktid asetsevad ühel pool tasapinda kaugustel 30 cm ja 50 cm sellest tasapinnast. Kui kaugel sellest tasapinnast asetseb punkt, mis jaotab lõigu suhtes 3 : 7? (2 juhtu.)

7. Korrapärase kolmnurk on projekteeritud tasapinnale; tema tippude kaugused tasapinnast on 10 dm, 15 dm ja 17 dm. Leida tema keskpunkti kaugus samast tasapinnast.

8. Tasapinnaga paralleelse lõigu AB pikkus on a . Lõigu otspunkti B ja teise otspunkti projektsiooni A_1 ühendav lõik moodustab tasapinnaga nurga 60° . Leida lõigu BA_1 pikkus.

9. Tasapinna φ punktidest A ja B on ehitatud väljapoole tasapinda paralleelsed lõigud $AC=8$ cm ja $BD=6$ cm. Punkte C ja D läbiv sirge lõikab tasapinda φ (miks?) punktis E . Lõik $AB=4$ cm. Leida kaugus BE .

10. AB on lõik pikkusega a tasapinnal φ , AC ja BD on lõigud pikkusega b väljaspool tasapinda φ , kusjuures lõik AC on risti tasapinnaga φ , BD aga, olles risti lõiguga AB , moodustab tasapinnaga φ nurga 30° . Leida kaugus CD .

Tasapinnaga
paralleelne
sirge.

11. 1) Läbi antud punkti tõmmata sirge, mis on paralleelne antud tasapinnaga.

2) Läbi antud punkti panna tasapind, mis on paralleelne antud sirgega. Mitu säärast tasapinda on võimalik saada?

3) On antud tasapind ja temaga paralleelne sirge. Läbi tasapinnal võetud punkti tõmmata samal tasapinnal sirge, mis on paralleelne antud sirgega.

12. Läbi antud punkti tõmmata lõik a nii, et ta projektsioon antud tasapinnal oleks võrdne lõigu endaga.

13. Korrapärase kolmnurkse prisma antud põhiserva a ja külgserva b järgi leida läbi külgserva ja prisma telje pandud lõike pindala.

14. Ruumpunktist A on ehitatud tasapinnani φ lõik AB . Punkt C jaotab lõigu nii, et $AC : CB = 3 : 4$. Punktist C võetakse tasapinnaga φ paralleelne lõik $CD = 12$ cm ja punktist A võetakse läbi punkti D tasapinnani φ lõik AE . Leida punktide B ja E vaheline kaugus.

15. Tasapinnaga φ paralleelsel sirgel võetakse punktid B , D ja C . Läbi ruumpunkti A ehitatakse sirged AB , AC ja AD , mis lõikavad tasapinda vastavalt punktides E , G ja F . Leida kaugus EG , kui $BC = a$, $AD = b$ ja $DF = c$.

16. AB ja CD on paralleelsed lõigud, mis asetsevad kahel lõikuval tasapinnal; AE ja DF on tasapindade lõikesirgeni ehitatud ristlõigud. Kaugus $AD = 5$ cm ja lõik $EF = 4$ cm. Leida sirgete AB ja CD kaugus teineteisest.

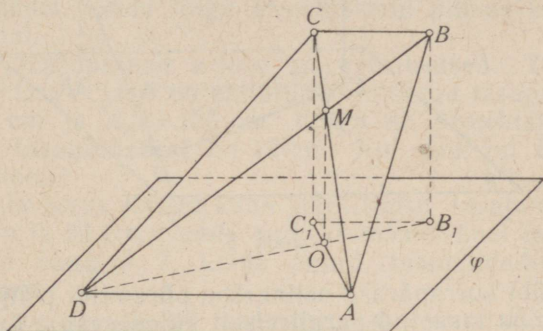
17. Trapetsi $ABCD$ (joon. 6) alus AD asetseb tasapinnal φ ja alus CB asetseb 5 cm kaugusel tasapinnast φ . Leida trapetsi diagonaalide lõikepunkti M kaugus tasapinnast φ , kui $DA : CB = 7 : 3$.

18. Rööpküliku $ABCD$ tipud A ja D asetsevad tasapinnal φ , kuid tipud B ja C väljaspool seda. Külge $AD = 10$ cm, külge $AB = 15$ cm, diagonaalide AC ja BD projektsioonide pikkused tasapinnal α on vastavalt 13,5 cm ja 10,5 cm. Arvutada diagonaalide pikkused.

19. Läbi rombi ühe külje on pandud tasapind 4 cm kaugusel vastasküljest. Rombi diagonaalide projektsioonide

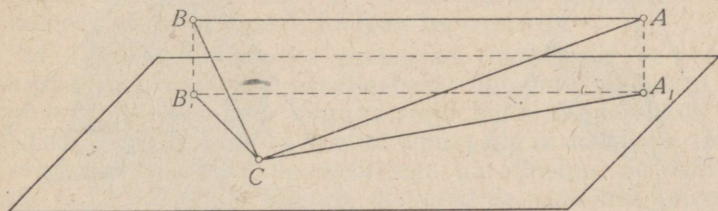
pikkused sel tasapinnal on 8 cm ja 2 cm. Leida külgede projektioonide pikkused.

20. Läbi täisnurkse kolmnurga ABC täisnurga tipu C on pandud tasapind, mis on paralleelne hüpoteenusiga ja asetseb sellest 1 dm kaugusel (joon. 7). Kaatetite projektioonide pikkused sel tasapinnal on 3 dm ja 5 dm. Arvutada hüpoteenuusi projektiooni pikkus deksimeetrites.



Joon. 6.

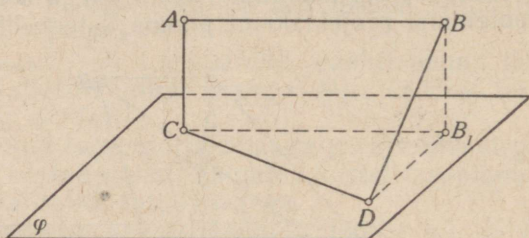
21. AB ja CD on paralleelsed sirged, mis asetsevad tasapinnal φ teineteisest 28 cm kaugusel; EF on väljaspool tasapinda asuv sirge, mis on paralleelne sirgega AB ning asetseb sellest 17 cm kaugusel ja tasapinnast φ 15 cm kaugusel. Leida sirgete EF ja CD kaugus teineteisest. (Kaks juhtu.)



Joon. 7.

22. Tasapinnaga φ paralleelse lõigu AB otspunktidest on tõmmatud tasapinnani ristlõik AC ja kaldlõik $BD \perp AB$. Leida kaugus CD , kui $AB=a$; $AC=b$ ja $BD=c$ (joon. 8).

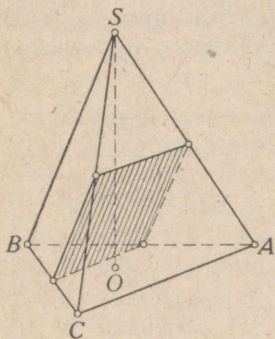
23. AB on tasapinnaga φ paralleelne lõik; AC ja BD on kaks võrdset kaldlõiku tasapinnani φ , mis asetsevad risti lõiguga AB , kuid ei ole teineteisega paralleelsed. Lõik $AB=2$ cm ja ta kaugus tasapinnast φ on 7 cm, lõikude AC ja BD pikkused on kumbki 8 cm. Leida kaugus CD .



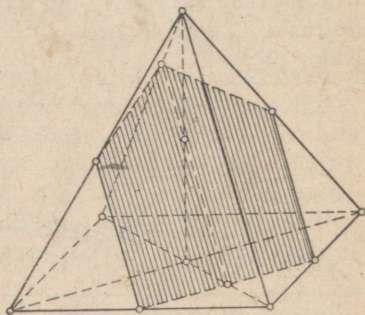
Joon. 8.

24. Läbi korrapärase nelinurkse püramiidi põhja diagonaali panna tasapind paralleelselt külgservaga. Leida seejuures tekkiiva lõike pindala, kui põhiserv on a ja külgserv on b .

25. Korrapärase kolmnurkse püramiidi $SABC$ põhiserv on a ja külgserv on b . Servade AB ja BC keskpunkte läbib tasapind, olles paralleelne servaga SB . Leida saadud lõike pindala (joon. 9).



Joon. 9.



Joon. 10.

26. Korrapärase nelinurkse püramiidi iga serva pikkus on a . Panna lõige läbi põhja kahe lähiskülje keskpunktide ja kõrguse keskpunkti (joon. 10) ning avaldada selle pindala.

27. Läbi antud punkti panna tasapind paralleelselt antud tasapinnaga.

28. Kuubis, mille serv on a , panna tasapind läbi ülemise põhja kahe lähiskülje keskpunktide ja alumise põhja keskpunkti. Arvutada lõike übermõõt.

29. Kahe paralleelse tasapinna kaugus teineteisest on 8 dm. 10 dm pikkuse lõigu otspunktid asetsevad nendel tasapindadel. Leida lõigu projektsiooni pikkus kummalgi tasapinnal.

30. 1) Tasapinnad α ja γ on paralleelsed. Tasapinna α punktidest A ja B on ehitatud kaldlõigud tasapinnani γ : $AC=37$ cm ja $BD=125$ cm. Lõigu AC projektsioon ühel nendest tasapindadest on 12 cm. Kui suur on lõigu BD projektsioon?

2) Kahe sirge lõigud kahe paralleelse tasapinna vahel on 51 cm ja 53 cm. Nende projektsioonid ühel tasapinnal suhtuvad nagu 6:7. Leida antud tasapindade kaugus teineteisest.

31. Kahe paralleelse tasapinna vahel on ristlõik pikkusega 4 m ja kaldlõik pikkusega 6 m. Lõikude otspunktide vaheline kaugus kummalgi tasapinnal on 3 m. Leida nende lõikude keskpunktide vaheline kaugus.

32. Kahe lõigu otspunktid asetsevad kahel paralleelsel tasapinnal. Lõikude summa on c , nende projektsioonid on a ja b . Leida kummagi lõigu pikkus.

33. Kahe paralleelse tasapinna α ja γ vahele on asetatud lõigud $AC=13$ cm ja $BD=15$ cm (punktid A ja B asetsevad tasapinnal α); nende lõikude projektsioonide summa ühel tasapinnal on 14 cm. Leida projektsioonide pikkused ja tasapindade kaugus teineteisest.

34. 1) Kaks täisnurka asetsevad ruumis nii, et nende haarad on vastavalt paralleelsed, ühtepidi suunatud ja nende tippe ühendava lõiguga risti. Selle lõigu pikkus on a . Ühe lõigu haaral on võetud tipust algav lõik b ja teise nurga haaral, mis pole eelmisega paralleelne, on võetud lõik c . Leida nende lõikude otspunktide vaheline kaugus.

2) Asendada eelmises ülesandes täisnurgad 60° -ste nurkadega ja võtta: $a=24$, $b=5$ ja $c=8$.

35. Võrdkülgse kolmnurga külge on a ; tema tipud asetsevad tasapinnast α kaugusel d . Kolmnurga keskpunktist väljub tasapinnale α vastupidises suunas kolmnurga tasapinna ristlõik pikkusega h . Selle ristlõigu otspunktist on ehitatud sirged läbi kolmnurga tippude. Leida nende sir-

gete lõigud kolmnurga tippude ja tasapinna α vahel ning nende lõikude otspunktide vahelised kaugused.

36. Kuubi $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ vastasservade AA_1 ja CC_1 keskpunktid K ja L on ühendatud sirglõikude abil kuubi tippudega B ja D_1 . Leida tekkinud nelinurga $KBLD_1$ küljed ja diagonaalid ning määrata ta kuju. Kuubi serv on a .

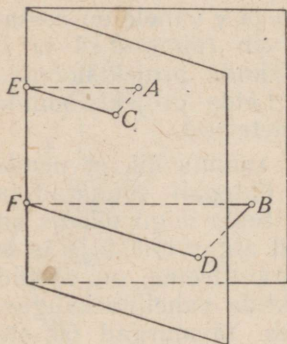
37. Kuubis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ühendada järjestikku järgmiste servade keskpunktid: AA_1 , $A_1 B_1$, $B_1 C_1$, $C_1 C$, CD , DA ja AA_1 . Tõestada, et saadud kujund on korrapärane kuusnurk ja avaldada ta pindala kuubi serva a kaudu.

38. 1) Korrapärase prisma põhjaks on kuusnurk küljega 3 dm; prisma kõrgus on 13 dm. Leida lõike pindala, mis läbib alumise põhja serva ja ülemisel põhjal olevat vastasserva.

2) Korrapärane kuusnurkne prisma, mille külgtahud on ruudud, on lõigatud tasapinnaga, mis läbib üht alumise põhja serva ja ülemisel põhjal olevat vastasserva. Põhiserv on a . Leida saadud lõike pindala.

§ 4. Kahetahulised nurgad ja ristuvad tasapinnad.

1. 1) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud kaks punkti A ja B (joon. 11); neist on tõmmatud ristlõigud



Joon. 11.

teise tahuni: $AC=1$ dm ja $BD=2$ dm, ning servani: $AE=3$ dm ja BF . Leida lõigu BF pikkus.

2) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud kaks punkti, mille kaugused nurga servast on 51 cm ja 34 cm. Esimese punkti kaugus teisest tahust on 15 cm. Leida teise punkti kaugus teisest tahust.

2. Kahetahulise nurga suurus on 45° . Ühel tahul on antud punkt kaugusel a teisest tahust. Leida selle punkti kaugus nurga servast

3. Kontrollida järgmise lause kehtivust: kui võrdhaarset täisnurkset kolmnurka ABC murda mööda kõrgust BD nii, et tasapinnad ABD ja CBD moodustavad teineteisega

kahetahulise täisnurga, siis sirged DA ja DC on teineteisega risti ning sirged AB ja BC moodustavad teineteisega 60° -se nurga.

4. Leida kahetahulise nurga suurus, kui ühel tahul võetud punkt on servast kaks korda kaugemal kui teisest tahust.

5. 1) Seespool kahetahulist nurka võetud punktist on tõmmatud ristsirge nurga servani; see ristsirge moodustab tahkudega nurgad $38^\circ 24'$ ja $71^\circ 36'$. Arvutada kahetahulise nurga suurus.

2) Seespool 60° -st kahetahulist nurka võetud punkti kaugus kummastki tahust on a . Leida selle punkti kaugus nurga servast.

6. 1) A ja B on kahetahulise täisnurga serval võetud punktid; AC ja BD on kummalgi tahul servaga ristuvad lõigud. Leida kaugus CD , kui $AB=6$ cm, $AC=3$ cm ja $BD=2$ cm.

2) Eelmises ülesandes asendada kahetahuline täisnurk nurgaga 120° ja võtta: a) $AB=AC=BD=a$; b) $AB=3$, $AC=2$, $BD=1$.

7. Täisnurkne kolmnurk ABC , mille kaatet AC asetseb tasapinnal φ , moodustab sellega 45° -se kahetahulise nurga. Kaatet $AC=2$ m ja hüpotenuus AB suhtub kaatetiga BC nagu 3:1. Leida tipu B kaugus tasapinnast φ .

8. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk ABC , mille külgede AB ja BC pikkus on 7 cm ja külje AC pikkus on 2 cm. Läbi serva AC on pandud tasapind, mis moodustab põhja tasapinnaga 30° -se nurga ja lõikab vastasolevat külgserva punktis D . Leida saadud lõike pindala ja külgserva lõik BD .

9. Kaks ühise alusega võrdhaarset kolmnurka moodustavad kahetahulise nurga 60° . Ühine alus on 16 cm; ühe kolmnurga haar on 17 cm ja teise kolmnurga haarad on teineteisega risti. Leida kolmnurkade tippude kaugus teineteisest.

10. 1) Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 7 cm ja 24 cm. Leida täisnurga tipu kaugus tasapinnast, mis läbib hüpotenuusi ja moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga 30° .

2) On antud kolmnurk ABC külgedega $AB=9$, $BC=6$ ja $AC=5$. Külge AC läbib tasapind φ , mis kolmnurga tasapinnaga moodustab nurga 45° . Leida tipu B kaugus tasapinnast φ .

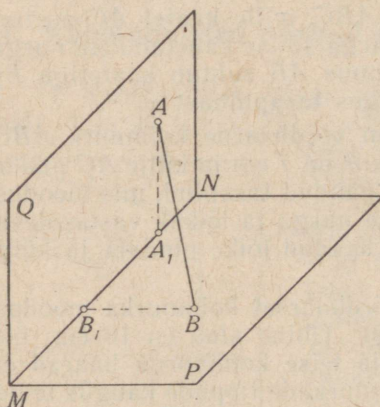
11. Sirge AB on paralleelne tasapinnaga φ ja asetseb sellest kaugusel a . Sirget AB läbib tasapind α , mis moodustab tasapinnaga φ nurga 45° . Tasapinnal α võetakse sirge, mis moodustab sirgega AB nurga 45° . Leida selle sirge lõik tasapinna φ ja sirge AB vahel.

12. AB ja CD on paralleelsed sirged, milledest üks on ühel ja teine teisel tasapinnal; tasapinnad lõikuvad, moodustades nurga 60° . Punktide A ja D kaugused tasapinnade lõikesirgest on 8 cm ja 6,3 cm. Leida sirgete AB ja CD vaheline kaugus.

13. Lõigu AB otspunktid asetsevad kahetahulise täisnurga $PMNQ$ tahkudel (joon. 12) võrdsetel kaugustel kahetahulise nurga servast MN . Leida nende nurkade suhe, mis lõik AB moodustab tahkudega.

14. Leida niisuguste sirgete geomeetriline koht, mis on risti antud tasapinnaga ja lõikuvad sellel tasapinnal antud sirgega.

15. 1) Läbi antud punkti panna tasapind, mis on risti teise tasapinnaga.



Joon. 12.

2) Läbi antud sirge ehitada tasapind, mis on risti teise tasapinnaga. Mitu niisugust tasapinda on võimalik ehitada?

16. AB on kahe ristuva tasapinna α ja β lõikesirge; tasapinnal α võetakse sirge CD paralleelselt sirgega AB 60 cm kaugusel sellest; E on punkt tasapinnal β 91 cm kaugusel sirgest AB . Leida punkti E kaugus sirgest CD .

17. 1) Lõigu AB otspunktid asetsevad kahel ristuväl tasapinnal. Punktidest A ja B on tasapindade lõikesirgeni ehitatud ristlõigud a ja b , kusjuures nende aluspunktide kaugus teineteisest on c . Leida lõigu AB ja tema projektsioonide pikkus antud tasapindadel.

2) Antud lõigu otspunktid asetsevad kahel ristuväl tasapinnal, millega lõik moodustab nurgad 45° ja 30° ; lõigu

pikkus on a . Leida lõigu otspunktidest tasapindade lõike-sirgeni ehitatud ristlõikude aluspunktide vaheline kaugus.

18. Korrapärase kuusnurkse püramiidi külgserv on 8 dm ja põhiserv 4 dm. Läbi põhja kahe lähiskülje keskpunktide on pandud põhjaga ristuv tasapind. Leida lõike pindala.

19. Läbi korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserva on pandud vastasasetseva külgtahuga ristuv tasapind. Püramiidi põhiserv $a=30$ cm ja püramiidi kõrgus $h=20$ cm. Leida saadud lõike pindala.

§ 5. Mitmetahulised nurgad.

1. a) Kas on võimalik niisugune kolmetahuline nurk, mille tasanurgad on: 1) 130° , 85° ja 36° ; 2) 100° , 70° ja 40° ; 3) 160° , 130° ja 80° ; 4) 82° , 56° ja 26° ; 5) 150° , 120° ja 90° ?

b) Kas on võimalik niisugune kumer neljatahuline nurk, mille tasanurgad on: 1) 40° , 70° , 100° ja 150° ; 2) 150° , 30° , 70° ja 40° ; 3) 130° , 50° , 30° ja 70° ?

2. Tõestada lause: kui korrapärase nelinurkse püramiidi tipu juures olev tasanurk on 60° , siis teineteise vastas olevad külgservad on omavahel risti.

3. Ruumpunkti läbib kaks sirget, millest üks moodustab antud tasapinnaga nurga 70° ja teine 15° . Kui suur võib olla nende sirgete vaheline nurk?

4. Kolmetahulise nurga iga tasanurk on 60° ; nurga ühel serval on võetud tipust algav lõik pikkusega 3 ja ta otspunktist on tõmmatud ristlõik vastastahuni. Leida ristlõigu pikkus.

5. Kolmetahulises nurgas $SABC$ on antud: $\angle BSC = 90^\circ$, $\angle ASB = \angle ASC = 60^\circ$ ja $SA = a$.

1) Leida punkti A kaugus tasapinnast BSC ;

2) tõestada, et serv SA moodustab tasapinnaga BSC 45° -se nurga.

6. Tõestada lause: kui kolmetahulise nurga (joon. 13) üks tasanurk ($\angle BSC$) on täisnurk ja teised nurgad ($\angle ASB$ ja $\angle ASC$) on kumbki 60° , siis tasapind BAC , mis kõigist servadest lõikab võrdsed lõigud, on risti täisnurga tasapinnaga.

7. Kolmetahulise nurga kaks tasanurka on kumbki 45° ;

nendevaheline kahetahuline nurk 90° . Leida kolmas tasanurk.

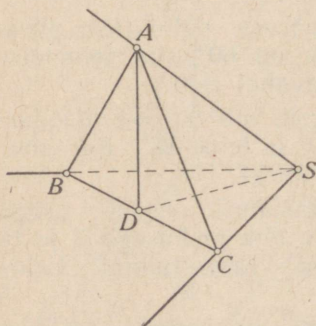
8. Kolmetahulise nurga kaks tasanurka on kumbki 45° , kolmas tasanurk on 60° . Leida kolmanda tasanurga vastas olev kahetahuline nurk.

9. Kolmetahulise nurga kaks tasanurka on kumbki 60° , kolmas on täisnurk. Leida täisnurga tasapinna ja tema vastas asetseva serva vaheline nurk.

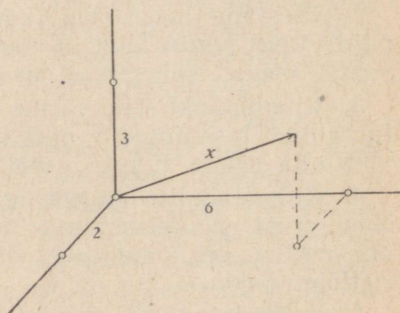
10. Kolmetahulise nurga servad on omavahel risti. Nurga sees asetseb tipust algav lõik, mille projektsioon igal serval on 1. Leida selle lõigu projektsioonid tahkudel. Valmistada joonis.

11. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on täisnurgad. Seespool nurka on antud punkt kaugustel 1 dm, 2 dm ja 2 dm tema tahkudest. Leida selle punkti kaugus nurga tipust.

12. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on täisnurgad. Nurga sees asetseb tipust algav lõik x , mille projektsioonid servadel on 2 cm, 3 cm ja 6 cm. Leida selle lõigu pikkus (joon. 14).



Joon. 13.



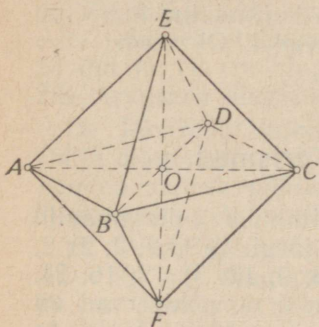
Joon. 14.

§ 6. Korrapärased hulktahukad.

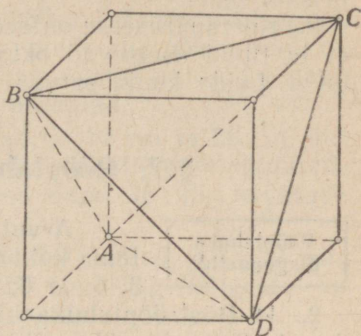
1. Korrapärase oktaedri serv $a=1$ m (joon. 15). Leida oktaedri kahe vastastipu vaheline kaugus EF (oktaedri telg).

2. Kuubi tipust D (joon. 16) võetakse tahkude diagonaalid DA , DB ja DC ning ühendatakse nende otspunktid

sirglõikude abil. Tõestada, et keha $DABC$, mille moodustavad neid lõike läbivad tasapinnad, on korrapärase tetraeedri.



Joon. 15.



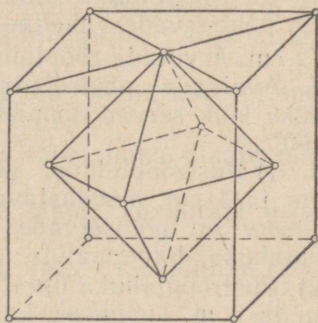
Joon. 16.

3. Kuubi serv on a . Avaldada temasse kujundatud korrapärase oktaeedri pindala (joon. 17). Leida selle suhe samasse kuupi kujundatud korrapärase tetraeedri pindalaga.

4. (Peast.) 1) Mitu sümmeetriatasapinda on võimalik panna läbi korrapärase tetraeedri ühe tipu?

2) Mitu sümmeetriatasapinda üldse on korrapärasel tetraeedril?

5. Ühendada sirglõikude abil korrapärase oktaeedri iga kahe lähistahu keskpunktid ja panna tasapinnad läbi kõrvuti asetsevate ühenduslõikude. Tõestada, et nii saadud kuustahk on kuup, ja avaldada tema pindala, kui oktaeedri serv on a .



Joon. 17.

6. 1) Korrapärase oktaeedri serv on a . Leida oktaeedri kahe lähistahu keskpunktide vaheline kaugus.

2) Korrapärase oktaeedri serv on 3. Leida kahe teineteise vastas asuva (paralleelse) tahu vaheline kaugus.

7. Korrapärasesse tetraeedrisse on kujundatud võrdsete

servadega korrapärane kolmnurkne prisma nii, et tema ühe põhja tipud asetsevad tetraeedri külgservadel ja teine põhi asetseb tetraeedri põhitahul. Tetraeedri serv on a . Leida prisma serv.

8. Korrapärasesse oktaeedrisse on kujundatud kuup nii, et ta tipud asetsevad oktaeedri servadel. Oktaeedri serv on a . Leida kuubi serv.

§ 7. Rööptahukad ja prismad.

Rööptahuka diagonaalid.

1. Arvutada risttahuka diagonaalid tema kolme mõõtme järgi: 1) 1; 2; 2; 2) 2; 3; 6; 3) 6; 6; 7; 4) 8; 9; 12; 5) 12; 16; 21.

2. 1) Püströöptahuka külgserv on 5 m, põhiservad on 6 m ja 8 m ning üks põhja diagonaal on 12 m. Arvutada rööptahuka diagonaalid.

2) Eelmises ülesandes asendada antud arvud järjekorras järgmistega: 9 cm, 7 cm, 11 cm ja 14 cm.

3. Püströöptahuka põhiservad on 3 cm ja 5 cm ning üks põhja diagonaal on 4 cm. Rööptahuka lühim diagonaal moodustab põhitahuga 60° -se nurga. Arvutada rööptahuka diagonaalid.

4. Püströöptahuka põhiservad on 2 cm ja 5 cm; lühimate põhiservade vaheline kaugus on 4 cm; külgserv on $2\sqrt{2}$ cm. Arvutada rööptahuka diagonaalid.

5. Avaldada püströöptahuka diagonaalid, kui rööptahuka kõik servad on pikkusega a ja põhitahu üks nurk on 60° .

6. 1) Püströöptahuka põhiservad, mille pikkused on 3 cm ja 4 cm, moodustavad teineteisega nurga 60° ning külgserv on põhiservade keskmine võrdeline. Arvutada rööptahuka diagonaalid.

2) Püströöptahuka ühest tipust väljuvad servad on 1 m, 2 m ja 3 m, kusjuures kaks lühemat serva moodustavad teineteisega 60° -se nurga. Arvutada selle rööptahuka diagonaalid.

7. Kuubi serv on a . Leida kuubi tipu kaugus kuubi diagonaalist.

8. Kuubi serv on a . Leida kuubi diagonaali ja temaga kiiva serva vaheline lühim kaugus.

9. Tõestada, et iga rööptahuka diagonaalide ruutude summa võrdub tema kõigi servade ruutude summaga.

Rööptahuka
lõiked.

10. 1) Risttahuka põhiservad on 7 dm ja 24 dm ning kõrgus on 8 dm. Arvutada diagonaallõike pindala.

2) Risttahuka külgserv on 5 cm, diagonaallõike pindala on 205 cm^2 ja põhja pindala on 360 cm^2 . Leida põhiservad.

11. Püströöptahuka külgserv on 1 m, põhiservad on 23 dm ja 11 dm ning põhja diagonaalid suhtuvad nagu 2:3. Arvutada diagonaallõigete pindalad.

12. Püströöptahuka põhiservad on 17 cm ja 28 cm, üks põhja diagonaal on 25 cm ning diagonaallõigete pindalade summa suhtub põhja pindalasse nagu 16:15. Arvutada diagonaallõigete pindalad.

13. Püströöptahuka põhja $ABCD$ küljed $AB=29$ cm, $AD=36$ cm, diagonaal $BD=25$ cm ning külgserv on 48 cm. Arvutada lõike AB_1C_1D pindala.

14. Püströöptahuka põhja teravnurk on α ja üks põhiserv on a . Läbi selle serva ja tema vastasserva mineva lõike pindala on Q ning see lõige moodustab põhitahuga nurga $90^\circ - \alpha$. Avaldada teine põhiserv.

15. Rööptahuka põhjaks on romb $ABCD$, milles $\angle BAD=60^\circ$; külgservade kaldenurk põhitahu suhtes on 60° ja tasapind AA_1C_1C on risti põhitahuga. Tõestada, et lõigete BB_1D_1D ja AA_1C_1C pindalad suhtuvad nagu 2:3.

Prismad.

16. (Peast.) Mitu diagonaali on nelinurksel prisma? viisnurksel? kolmnurksel? n -nurksel?

17. (Peast.) Mitu tasanurka on viisnurksel prisma? Mitu kahetahulist? Mitu kolmetahulist?

18. (Peast.) 1) Mis kuju on rööptahuka diagonaallõigetel?

2) Mitu diagonaallõiget saab läbida viisnurkse prisma üht külgserva?

3) Mitmeks osaks jaotavad need tasapinnad (küsimus 2) äntud prisma?

4) Mis kuju on igal niisugusel osal (küsimused 2 ja 3)?

19. (Peast.) Mitu diagonaallõiget on võimalik panna läbi n -nurkse prisma kõikide külgservade?

Korrapärane
prisma

20. 1) Korrapärase nelinurkse prisma põhja pindala on 144 cm^2 ja kõrgus on 14 cm. Arvutada prisma diagonaal.

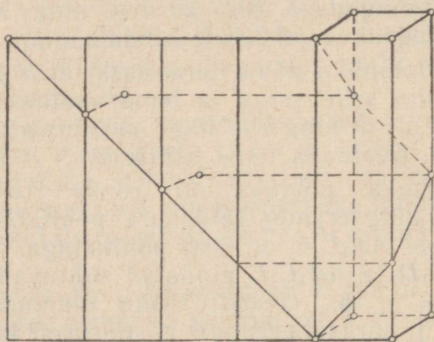
2) Arvutada korrapärase nelinurkse prisma diagonaal, kui põhja diagonaal on 8 cm ja külgtahu diagonaal on 7 cm.

21. Tõestada lause: kui korrapärase nelinurkse prisma $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ diagonaalid $B_1 D$ ja $D_1 B$ on teineteisega risti, siis diagonaalid $A_1 C$ ja $B_1 D$ moodustavad teineteisega nurga 60° .

22. Korrapärase nelinurkse prisma külgtahu pindala on Q . Avaldada diagonaallõike pindala.

23. Prisma põhjaks on korrapärase kuusnurk küljega a , prisma külgtahud on ruudud. Leida prisma diagonaalide pikkused ja diagonaallõigete pindalad.

24. Korrapärases kuusnurkses prisma, mille külgtahud on ruudud, panna tasapind läbi alumise põhja ühe serva ja tema vastas asetseva ülemise põhja serva. Põhiserv on a . Leida saadud lõike pindala.



Joon. 18.

25. Korrapärase kolmnurkse prisma kõikide servade pikkused $a=3$ m. Läbi põhiserva ja telje keskpunkti on pandud tasapind. Leida lõike pindala.

26. Korrapärase nelinurkse prisma põhiserv on 15 ja kõrgus 20. Leida põhiserva lühim kaugus temaga kiivsest diagonaalist.

27. Ruut koos temas joonestatud diagonaaliga on murd korrapärase nelinurkse prisma külgpinnaks ja seega on ruudu diagonaal muutunud (ruumiliseks) murdjooneks. Leida selle murdjoone lähiskülgede vaheline nurk (joon. 18).

28. Läbi kolmnurkse püstprisma ühe põhiserva on võetud tasapind, mis lõikab selle vastas asetsevat külgserva ja moodustab põhitahuga nurga 45° . Prisma põhja pindala on Q . Avaldada lõike pindala.

Püstprisma.

29. Kolmnurkse püstprisma põhiservad on 10 cm, 17 cm ja 21 cm ning prisma kõrgus on 18 cm. Arvutada põhja vähimat kõrgust ja üht prisma külgserva läbiva lõike pindala.

30. Püstprisma põhjaks on romb, prisma diagonaalid on 8 cm ja 5 cm ning kõrgus on 2 cm. Arvutada põhiserv.

Kaldprisma.

31. Kaldprisma külgserv $l=15$ cm moodustab põhitahuga nurga $\alpha=30^\circ$. Leida prisma kõrgus.

32. Kolmnurkse kaldprisma kaks külgtahkudevahelist kahetahulist nurka on $20^\circ 43' 28''$ ja $105^\circ 27' 32''$. Leida kolmas nurk.

33. Kolmnurkse kaldprisma külgservade vahelised kaugused on 37 cm, 13 cm ja 40 cm. Arvutada suurima külgtahu kaugus vastasolevast külgservast.

§ 8. Rööptahuka ja prisma pindala.

Kuup ja risttahukas.

1. (Peast.) Kuubi pindala on 24 m^2 . Leida kuubi serv.

2. a) Arvutada kuubi serv, kui ta pindala on: 1) 5046 cm^2 ; 2) $793 \frac{1}{2} \text{ dm}^2$; 3) 47 m^2 .

b) Avaldada kuubi pindala: 1) tema diagonaali l kaudu; 2) tema diagonaallõike pindala Q kaudu.

3. 1) Leida risttahuka pindala tema kolme mõõtme järgi: $a=10$ cm, $b=22$ cm ja $c=16$ cm.

2) Risttahuka servad suhtuvad nagu $3:7:8$, ta pindala on 808 cm^2 . Leida servad.

4. Risttahuka põhiservad suhtuvad nagu $7:24$, ta diagonaallõike pindala on 50 dm^2 . Arvutada külgpindala.

5. Avaldada risttahuka külgpindala, kui risttahuka kõrgus on h , põhja pindala on Q ja diagonaallõike pindala on M .

Püströöptahukas.

6. Püströöptahuka põhiservad on 6 m ja 8 m ning moodustavad teineteisega nurga 30° ; külgserv on 5 m. Arvutada rööptahuka täispindala.

7. Püströöptahuka põhiservad on 10 cm ja 17 cm; üks põhja diagonaal on 21 cm; rööptahuka suurim diagonaal on 29 cm. Arvutada rööptahuka täispindala.

8. Püströöptahuka põhiservad on 3 cm ja 8 cm ning nendevaheline nurk on 60° . Rööptahuka külgpindala on

220 cm². Arvutada täispindala ja väiksema diagonaallõike pindala.

9. Püströöptahuka põhjaks on romb diagonaalidega 6 cm ja 8 cm. Külgtahu diagonaal on 13 cm. Arvutada rööptahuka täispindala.

10. Püströöptahuka põhjaks on romb ning diagonaalõigete pindalad on M ja N . Avaldada rööptahuka külgpindala.

**Korrapärane
prisma.**

11. (Peast.) Kolmnurkse püstprisma kõik servad on võrdsed. Prisma külgpindala on 12 m². Leida prisma kõrgus.

12. (Peast.) Korrapärase nelinurkse prisma külgpindala on 32 m² ja täispindala on 40 m². Leida prisma kõrgus.

13. Põhiserva a ja külgserva b kaudu avaldada korrapärase: 1) kolmnurkse; 2) nelinurkse; 3) kuusnurkse prisma täispindala.

14. Arvutada korrapärase nelinurkse prisma täispindala, kui prisma diagonaal on 14 cm ja külgtahu diagonaal on 10 cm.

15. Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal on 9 cm ja täispindala on 144 cm². Arvutada põhi- ja külgserv.

16. Korrapärase kolmnurkse prisma põhiserva ja selle vastas oleva külgserva keskpunkti läbiv tasapind moodustab põhjaga nurga 45°. Põhiserv on l . Avaldada prisma külgpindala.

Püstprisma.

17. Arvutada kolmnurkse püstprisma täispindala, kui prisma kõrgus on 50 cm ning põhiservad on 40 cm, 13 cm ja 37 cm.

18. Kolmnurkse püstprisma põhiservad on 25 dm, 92 dm ja 36 dm ning täispindala on 1620 dm². Arvutada prisma külgpindala ja kõrgus.

19. Kolmnurkse püstprisma põhiservad suhtuvad nagu 17 : 10 : 9. Külgserv on 16 cm ja täispindala on 1440 cm². Arvutada põhiservad.

20. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haar suhtub alusega nagu 5 : 6. Prisma kõrgus on võrdne põhja kõrgusega, mis on tõmmatud haarale, ja prisma täispindala on 2520 m². Arvutada prisma servad.

21. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne trapets $ABCD$ külgedega $AB=CD=13$ cm, $BC=11$ cm ja $AD=21$ cm. Prisma diagonaallõike pindala on 180 cm². Arvutada prisma täispindala ja lõike AB_1C_1D pindala.

22. Korrapärase kuusnurkse püstprisma suurima diagonaallõike pindala on 1 m^2 . Arvutada prisma külgpindala.

23. Püstprisma põhi on korrapärase kümnenurk, mis on kujundatud ringi raadiusega R . Prisma külgserv võrdub põhja esimest ja neljandat tippu ühendava diagonaaliga. Avaldada selle prisma külgpindala.

Kaldprisma ja
kaldrööptahukas.

24. (Peast.) Kolmnurkse kaldprisma külgservade vahelised kaugused on 2 cm , 3 cm ja 4 cm ning külgpindala on 45 cm^2 . Leida külgserv.

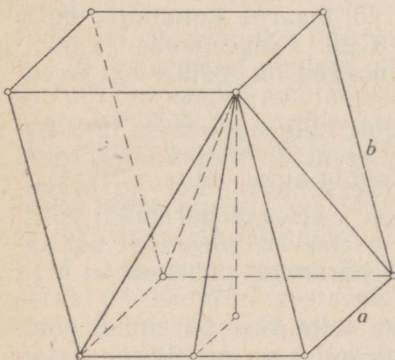
25. 1) Nelinurkse kaldprisma külgserv on 8 cm ning järjestikuste külgservade vahelised kaugused on 3 cm , 6 cm , 2 cm ja 7 cm . Arvutada prisma külgpindala.

2) Kolmnurkse kaldprisma kaks külgtahku on teineteisega risti; nende ühine serv on 24 cm ning asetseb teistest külgservadest 12 cm ja 35 cm kaugusel. Arvutada prisma külgpindala.

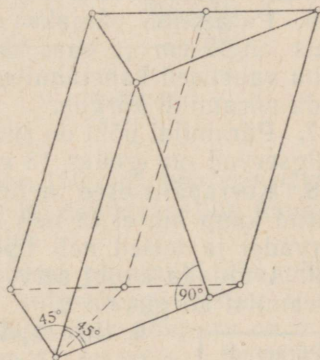
26. 1) Kolmnurkse kadprisma külgservade vahelised kaugused on 37 cm , 15 cm ja 26 cm ning külgpindala võrdub prisma ristlõike pindalaga. Leia külgserv.

2) Kolmnurkse kaldprisma külgserv on 8 cm , ristlõike küljed suhtuvad nagu $9 : 10 : 17$ ja ta pindala on 144 cm^2 . Arvutada prisma külgpindala.

27. 1) Rööptahuka põhjaks on ruut; ülemise põhja üks tipp on võrdsetel kaugustel alumise põhja tippudest. Põhiserv on a ja külgserv on b . Avaldada rööptahuka täispindala (joon. 19).



Joon. 19.



Joon. 20.

2) Avaldada sama rööptahuka diagonaalid ja diagonaallõigete pindalad.

28. Kaldprisma põhjaks on korrapärane kolmnurk küljega a , külgserv on b ; üks külgserv moodustab kummagi samast tipust väljuva põhiservaga 45° -se nurga. Avaldada prisma külgpindala (joon. 20).

29. Kaldprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk ABC , milles $AB=AC=10$ cm ja $BC=12$ cm. Tipp A_1 on võrdsetel kaugustel tippudest A , B ja C ning külgserv $AA_1=13$ cm. Arvutada prisma täispindala.

§ 9. Püramiid.

1. Avaldada korrapärase: 1) kolmnurkse; 2) nelinurkse; 3) kuusnurkse püramiidi kõrgus püramiidi põhiserva a ja külgserva b kaudu.

2. Avaldada korrapärase: 1) kolmnurkse; 2) nelinurkse; 3) kuusnurkse püramiidi apoteem püramiidi põhiserva a ja kõrguse h kaudu.

3. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 7 cm ja põhiserv on 8 cm. Arvutada külgserv.

4. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 3 cm ja 7 cm ning üks diagonaal on 6 cm; püramiidi kõrgus on 4 cm ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada püramiidi külgservad.

5. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6 cm ja kõrgus on 9 cm; püramiidi külgservad on igaüks 13 cm. Arvutada püramiidi kõrgus.

6. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 12 cm ja haar on 10 cm. Külgtahkude ja põhitahu vahelised kahetahulised nurgad on igaüks 45° . Arvutada püramiidi kõrgus.

7. Püramiidi põhi on ristkülik, külgedega 6 cm ja 8 cm, külgservad on igaüks 13 cm. Arvutada püramiidi kõrgus.

8. Korrapärasesse nelinurksesse püramiidi on kujundatud kuup nii, et ta neli tippu asetsevad püramiidi külgservadel ja teised neli tippu asetsevad püramiidi põhitahul. Avaldada kuubi serv, kui püramiidi põhiserv on a ja püramiidi kõrgus on h .

Püramiidi
lõiked.

9. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 14 cm ja külgserv on 10 cm. Arvutada diagonaallõike pindala.

10. Korrapärase kuusnurkse püramiidi kõrgus on h ja põhiserv a . Avaldada diagonaallõigete pindalad.

11. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserva a ja külgserva b kaudu avaldada üht külgserva ja püramiidi kõrgust läbiva lõike pindala.

12. (Peast.) Läbi püramiidi kõrguse keskpunkti on tehtud lõige paralleelselt põhitahuga. Põhja pindala on Q . Leida lõike pindala.

13. Püramiidi kõrgus jaotatakse neljaks võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide tehakse põhjaga paralleelsed lõiked. Põhja pindala on 400 ruutühikut. Arvutada lõigete pindalad.

14. Korrapärase püramiidi kõrgus on jaotatud n võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide on asetatud põhjaga paralleelsed tasapinnad. Põhja pindala on Q . Leida lõigete pindalad ($Q=400$, $n=5$).

15. Püramiidi põhjaga paralleelne lõige jaotab püramiidi kõrguse suhtes 3:4 (tipust alates). Lõike pindala on 200 cm^2 võrra väiksem põhja pindalast. Leida põhja pindala.

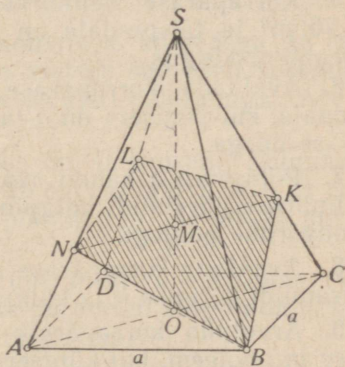
16. Püramiidi kõrgus on h . Missugusel kaugusel püramiidi tipust peab võtma põhjaga paralleelse lõike, et selle pindala oleks pool põhja pindalast? et lõike pindala oleks $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{n}$ põhja pindalast?

17. 1) Püramiidi kõrgus on 16 m ja põhja pindala on 512 m^2 . Kui kaugel põhitahust asetseb põhjaga paralleelne lõige, mille pindala on 50 m^2 ?

2) Püramiidi põhja pindala on 150 cm^2 , põhjaga paralleelse lõike pindala on 54 cm^2 ja nendevaheline kaugus on 14 cm. Leida püramiidi kõrgus.

18. Läbi korrapärase kolmnurkse püramiidi ühe põhiserva on ehitatud vastasoleva külgservaga ristuv tasapind. Leida saadud lõike pindala, kui põhiserv on a ja püramiidi kõrgus on h ($a=1$; $h=4$).

19. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on a .



Joon. 21.

Külgserv moodustab kõrgusega 30° -se nurga. Läbi põhja ühe tipu võtta vastasoleva külgservaga ristuv tasapind ja leida tekkinud lõike pindala (joon. 21).

§ 10. Püramiidi pindala.

Korrapärased
püramiidid.

1. Põhiserva a ja püramiidi kõrguse h kaudu avaldada korrapärase: 1) kolmnurkse, 2) nelinurkse, 3) kuusnurkse püramiidi täispindala.

2. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi külgpindala, kui püramiidi kõrgus on 4 cm ja apoteem on 8 cm.

3. Avaldada korrapärase kuusnurkse püramiidi täispindala, kui püramiidi apoteem on h ja põhja apoteem on r .

4. Avaldada korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus, kui põhiserv on a ja külgpindala on kaks korda suurem kui põhja pindala.

5. Korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala on $14,76 \text{ m}^2$ ja täispindala on 18 m^2 . Arvutada põhiserv ja püramiidi kõrgus.

6. Avaldada korrapärase kolmnurkse püramiidi külgpindala, kui põhiserv on a ja külgserv moodustab põhjaga 45° -se nurga.

7. Põhiserva a kaudu avaldada niisuguse korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala, mille diagonaallõige on pindvõrdne põhjaga.

8. Avaldada korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv püramiidi kõrguse h ja külgpindala P kaudu.

9. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv ja apoteem, kui külgserv on 10 cm ja külgpindala on 144 cm^2 .

10. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv, kui külgserv on 5 cm ja täispindala on 16 cm^2 .

11. Avaldada korrapärase kuusnurkse püramiidi külgpindala, kui põhiserv on a ja püramiidi külgtahk on pindvõrdne põhja diameetrit läbiva diagonaallõikega.

12. Avaldada korrapärase kümmenurkse püramiidi külgpindala, kui põhja raadius on R ja püramiidi kõrgus on poole põhiserva võrra suurem põhja raadiusest.

13. Kuupi kujundatud püramiidi tippudeks on kuubi ülemise põhja keskpunkt ja alumise põhja külgede kesk-

punktid. Avaldada püramiidi külgpindala kuubi serva a kaudu.

Korrapäratud
püramiidid.

14. Püramiidi põhjaks on romb diagonaalidega 6 m ja 8 m. Püramiidi kõrgus on 1 m ja ta aluspunktiks on rombi diagonaalide lõikepunkt. Arvutada püramiidi külgpindala.

15. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 20 cm ja 36 cm ning pindala on 360 cm^2 . Püramiidi kõrgus on 12 cm ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada püramiidi külgpindala.

16. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 5 m ja 4 m ning üks diagonaal on 3 m. Püramiidi kõrgus on 2 m ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada püramiidi täispindala.

17. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 40 cm ja haarad on 25 cm. Püramiidi kõrgus on 8 cm ja ta väljub põhja tipunurga tipust. Arvutada püramiidi külgpindala.

18. Püramiidi põhjaks on kolmnurk külgedega 13 cm, 14 cm ja 15 cm. Külgserv, mis asetseb suuruselt keskmise põhiserva vastas, on 16 cm ja on risti põhitahuga. Arvutada püramiidi täispindala.

19. Püramiidi $SABC$ põhjaks on täisnurkne kolmnurk ABC , mille hüpotenuus $AB=26 \text{ cm}$ ja kaatet $AC=24 \text{ cm}$. Serv SA on 18 cm ja on risti põhitahuga. Arvutada püramiidi külgpindala.

20. Püramiidi põhjaks on ruut, mille ühest tipust väljub püramiidi kõrgus. Arvutada püramiidi külgpindala, kui põhiserv on 20 dm ja kõrgus on 21 dm.

21. Püramiidi põhjaks on korrapärane kuusnurk küljega a . Üks külgserv on risti põhitahuga ja võrdub põhiservaga. Avaldada püramiidi külgpindala.

22. Püramiidi põhjaks on võrdkülgne kolmnurk küljega a . Üks külgtahk on samuti võrdkülgne kolmnurk ja on risti põhitahuga. Avaldada püramiidi külgpindala.

§ 11. Tüvipüramiid.

1. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 7 cm. Põhiservad on 10 cm ja 2 cm. Arvutada püramiidi külgserv.

2. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhiservad on 4 dm ja 1 dm. Külgserv on 2 dm. Leida kõrgus.

3. Avaldada korrapärase 1) kolmnurkse, 2) nelinurkse, 3) kuusnurkse tüvipüramiidi kõrgus, kui külgserv on c ning alumise ja ülemise põhja servad on a ja b .

4. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 63 cm, apoteem on 65 cm ja põhiservad suhtuvad nagu 7 : 3. Arvutada püramiidi põhiservad.

5. (*Peast.*) Mitu diagonaali on viisnurksel tüvipüramiidil? n -nurksel tüvipüramiidil?

6. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 2 cm ning põhiservad on 3 cm ja 5 cm. Leida tüvipüramiidi diagonaalid.

7. Arvutada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhiservad, kui ta kõrgus on 7 cm, külgserv on 9 cm ja diagonaal on 11 cm.

8. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ diagonaalid AC_1 ja $A_1 C$ on teineteisega risti; kummagi pikkus on 2. Leida tüvipüramiidi kõrgus.

9. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi diagonaalid on külgservadega risti; alumise põhja serv on 9 cm ja külgserv on 8 cm. Arvutada ülemise põhja serv, tüvipüramiidi kõrgus ja diagonaalide lõikepunkti kaugus alumisest põhjast.

10. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi suurema põhja serv on a ja väiksema oma on b . Külgserv moodustab põhjaga 45° -se nurga. Avaldada tüvipüramiidi külgserv.

11. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhiservad on 2 cm ja 6 cm. Külgtahk moodustab suurema põhjaga 60° -se nurga. Leida tüvipüramiidi kõrgus.

Lõiked.

12. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 4. Põhiservad on 2 ja 8. Arvutada diagonaallõigete pindalad.

13. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi suurem põhiserv on a ja väiksem on b . Külgserv moodustab põhitahuga nurga 45° . Asetada tasapind läbi ühe külgserva ja telje ning leida lõike pindala.

14. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 4 cm ja diagonaal on 5 cm. Arvutada diagonaallõike pindala.

15. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjade pindalad on Q ja q ning külgserv moodustab alumise põhjaga 45° -se nurga. Avaldada diagonaallõike pindala.

16. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhiservad on 8 m ja 5 m ning kõrgus on 3 m. Võtta lõige läbi alumise põhja serva ja tema vastas asetseva ülemise põhja tipu. Leida lõike pindala ning lõike ja alumise põhja vaheline kahetahuline nurk.

17. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhiservad on 6 cm ja 8 cm ning külgserv on 10 cm. Võtta lõige läbi väiksema põhja diagonaali otspunkti risti selle diagonaali ja arvutada lõike pindala.

18. Tüvipüramiidi vastavad põhiservad suhtuvad nagu 13 : 17 ja kesklõike übermõõt on 45 m. Leida põhjade übermõõdud.

19. Tüvipüramiidi põhjade pindalad on 9 cm^2 ja 25 cm^2 . Leida kesklõike pindala.

20. Olgu mingi tüvipüramiidi põhjade pindalad Q_1 ja Q_2 ning kesklõike pindala M . Tõestada, et

$$\sqrt{M} = \frac{\sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2}}{2}.$$

21. On antud tüvipüramiidi põhjade pindalad: 2 m^2 ja 98 m^2 . Arvutada kõrguse keskpunkti läbiva põhjadega paralleelse lõike pindala.

22. Tüvipüramiidi kõrgus on h ning põhjade pindalad on Q ja q . Kui kaugel ülemisest põhjast asetseb temaga paralleelne lõige, mille pindala on põhjade pindalade keskmine võrdeline?

23. Tüvipüramiidi põhjade pindalad on 18 m^2 ja 128 m^2 . Arvutada niisuguse põhjadega paralleelse lõike pindala, mis jaotab kõrguse suhtes 2 : 3 (väiksemast põhjast alates).

24. Tüvipüramiidi kõrgus on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide on võetud põhjadega paralleelsed lõiked. Leida lõigete pindalad, kui põhjade pindalad on Q ja q ($Q=32$; $q=2$).

§ 12. Tüvipüramiidi pindala.

1. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhiservad on 8 m ja 2 m. Kõrgus on 4 m. Leida tüvipüramiidi täispindala.

2. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhiservad on 6 dm ja 12 dm ning kõrgus on 1 dm. Leida külgpindala.

3. Korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi põhiservad on 4 cm ja 2 cm ning kõrgus on 1 cm. Leida külgpindala.

4. Avaldada korrapärase 1) kolmnurkse, 2) nelinurkse, 3) kuusnurkse tüvipüramiidi täispindala, kui on antud kõrgus h ning põhiservad a ja b ($a > b$).

5. Avaldada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus, kui põhiservad on a ja b ning külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga.

6. 1) Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi apoteem on 12 cm, külgserv on 13 cm ja külgpindala on 720 cm^2 . Arvutada põhiservad.

2) Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 12 cm, põhiservade vahe on 10 cm ja täispindala on 512 cm^2 . Arvutada põhiservad.

7. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhitahu juures olev kahetahuline nurk on 60° , selle põhja serv on a ja täispindala on S . Avaldada teise põhja serv.

8. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjade pindalad on Q ja q ning külgpindala on P . Avaldada diagonaallõike pindala.

9. Tüvipüramiidi põhjadeks on korrapärased kolmnurgad külgedega a ja b ; üks külgserv c on risti põhjadega. Leida tüvipüramiidi külgpindala ($a=5$; $b=3$; $c=1$).

10. Tüvipüramiidi põhjadeks on ristkülikud; põhjade diagonaalide lõikepunktid asetsevad põhitahkude ühisel ristsirgel. Ühe ristküliku küljed on 54 cm ja 30 cm; teise ristküliku ümbermõõt on 112 cm; põhitahkudevaheline kaugus on 12 cm. Arvutada selle tüvipüramiidi külgpindala.

11. Korrapärasesse nelinurksesse tüvipüramiidi kujundada püramiid nii, et selle põhjaks on ülemine ruut ja tipuks alumise ruudu keskpunkt. Alumise ruudu külg on a ja ülemise külg on b . Kui suur on tüvipüramiidi ja

temasse kujundatud püramiidi ühine kõrgus, kui nende külgpindalad on võrdsed? (Näidata, missugusel tingimusel on ülesanne võimalik.)

12. Tüvipüramiidi vastavad põhjaservad suhtuvad nagu 3 : 11. Missuguses suhtes jaotab selle tüvipüramiidi kesk-
lõige tema külpinna?

§ 13. Silinder.

1. (Peast.) Silindri põhja raadius on 2 m ja kõrgus on 3 m. Arvutada silindri telglõike diagonaal.

2. (Peast.) Silindri telglõige on ruut, mille pindala on Q . Leida põhja pindala.

3. (Peast.) Silindri kõrgus on 6 cm ja põhja raadius on 5 cm. Silindrit lõikab teljega paralleelne tasapind 4 cm kaugusel teljest. Arvutada selle lõike pindala.

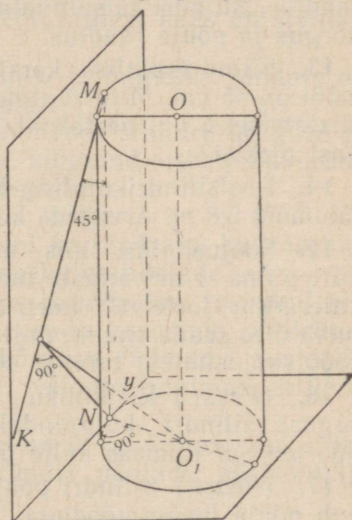
4. (Peast.) Silindri kõrgus on 8 dm ja põhja raadius on 5 dm. Silindrit lõikab teljega paralleelne tasapind nii, et lõikeks on ruut. Leida lõiketasapinna kaugus teljest.

5. Silindrit lõikab teljega paralleelne tasapind, mis eraldab põhja ringjoonest 120° -se kaare. Telje pikkus $h=10$ cm; telje kaugus lõiketasapinnast $a=2$ cm. Arvutada lõike pindala.

6. Silindri põhja pindala suhtub telglõike pindalasse nagu $\pi : 4$. Leida telglõike diagonaalide vaheline nurk.

7. Silindri telglõige on ruut, mille diagonaal on a . Leida sellesse silindrisse kujundatud korrapärase kaheksanurkse prisma ruumala.

8. Silindri kõrgus on 6 dm ja põhja raadius on 5 dm. Antud lõigu otspunktid asetsevad kummagi põhja äärjoonel; lõigu pikkus on 10 dm. Leida lõigu kaugus silindri teljest.



Joon. 22.

9. Silindri kõrgus on 2 m ja põhja raadius on 7 m. Silindrisse on kujundatud ruut, mis asetseb telje suhtes kaldu ja mille tipud asetsevad kummagi põhja äärjoonel. Arvutada ruudu külg.

10. Läbi silindri moodustaja ülemise otspunkti võetakse silindri puutuja, mis moodustab temaga nurga 45° . Silindri kõrgus on 4 m ja põhja raadius on 1 m. Arvutada puutuja kaugus kummagi põhja keskpunktist (joon. 22).

Silindri
pindala.

11. Silindrikujulise aurukatla läbimõõt on 0,7 m ja pikkus on 3,8 m. Kui suur on auru rõhumine tervele katla pinnale, kui auru rõhk ruutsentimeetritele on 10 kG?

12. Silindri kõrgus on 10 cm võrra suurem kui põhja raadius, silindri täispindala on 144π cm². Leida silindri kõrgus ja põhja raadius.

13. Silindrikujulise korstna kõrgus on 18 m ja läbimõõt on 65 cm. Mitu ruutmeetrit plekki kulub korstna valmistamiseks, kui neetekohtadele kulub 10% kogu vajatavast plekist?

14. Poolsilindrikujulise keldrivõlvi pikkus on 6 m ja läbimõõt 5,8 m. Arvutada keldri täispindala.

15. Soojushulka, mis madalrõhu keskkütteseadeldise küttepinna 1 m² annab tunnis, hinnatakse 550 soojusühikule. Mitu jooksvat meetrit 34 mm-se läbimõöduga toru tuleb üles seada ruumi, mille kütteks arvestuse järgi kulub 4500 soojusühikut tunnis?

16. (Peast.) Ristküliku küljed on a ja b . Leida nüüsguse silindri külgpindala, mis tekib selle ristküliku pöörlemisel esimese külje ümber.

17. (Peast.) Silindri põhja läbimõõt on 1; kõrgus võrdub põhja ümbermõöduga. Arvutada silindri külgpindala.

18. (Peast.) Silindri telglõige on ruut, mille külg on h . Leida silindri külgpindala.

19. (Peast.) Silindri põhja raadius on R ; külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga. Leida silindri kõrgus.

20. (Peast.) Silindri telglõike pindala on Q . Leida silindri külgpindala.

21. 1) Kui suur on silindri külgpindala ja telglõike pindala suhe?

2) Kui kõrge peab olema silinder, et tema külgpindala oleks kolm korda suurem kui põhja pindala?

22. Leida ruudukujulise telglõikega silindri täispindala, kui külgpindala $P=50 \text{ cm}^2$ ($\frac{1}{\pi} \approx 0,32$).

23. 1) Silindri kõrgus $h=7 \text{ cm}$ ja põhja raadius $r=2 \text{ cm}$. Leida silindri täispinnaga pindvõrdse ringi raadius.

2) Leida seos silindri kõrguse ja raadiuse vahel, kui nende summa võrdub silindri täispinnaga pindvõrdse ringi raadiusega.

24. 1) Ringikujulisest metall-lehest on stantsitud silindrikujuline peeker läbimõõduga 25 cm ja kõrgusega 50 cm . Leida lehe läbimõõt oletusel, et lehe pindala stantsimisel ei muutunud.

2) Silindrikujulisele peekrile (vt. ülesanne 24, 1) on stantsitud kaas läbimõõduga $25,2 \text{ cm}$ ja kõrgusega $0,5 \text{ cm}$. Leida ringikujulise lehe läbimõõt, millest kaas on stantsitud.

25. Silindri põhja pindala on Q ja telglõike pindala on M . Avaldada silindri täispindala.

26. 1) Missugune peab olema seos silindri kõrguse ja põhja raadiuse vahel, et silindri külgpind oleks pindvõrdne telglõike ümber joonestatud ringiga?

2) Sama ülesanne täispindala kohta.

27. Silindrisse on kujundatud korrapärase kuusnurkne prisma. Leida silindri ja prisma külgpindalade suhe.

28. Silindrit lõikab põhjaga paralleelne tasapind nii, et lõike pindala on külgpinna osade keskmine võrdeline. Silindri põhja raadiuse R ja kõrguse H kaudu avaldada lõiketasapinna kaugus põhjast. Näidata tingimus, et ülesanne oleks võimalik.

29. Kuubi ümber, mille serv on a , on kujundatud silinder (kuubi tipud asetsevad silindri põhjade äärjoontel). Avaldada silindri täispindala.

30. Korrapärase oktaedri ümber on kujundatud silinder. Oktaedri kaks tippu asetsevad silindri põhjade keskpunktides ja teised tipud silindri külgpinnal. Oktaedri serv $a=10 \text{ cm}$. Leida silindri külgpindala.

§ 14. Koonus.

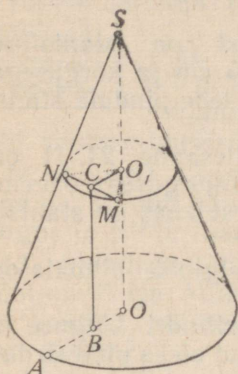
1. (Peast.) Koonuse kõrgus on 4 m ja põhja raadius on 3 m . Leida moodustaja.

2. (Peast.) Koonuse moodustaja L kaldenurk põhja suhtes on 30° . Leida koonuse kõrgus.

3. (Peast.) Koonuse põhja raadius on R . Koonuse telglõikeks on täisnurkne kolmnurk. Avaldada telglõike pindala.

4. Koonuse põhja ja telglõike pindalade suhe on π . Leida moodustaja kaldenurk põhja suhtes.

5. Koonuse kõrgus on H . Kui kaugel koonuse tipust peab lõikama koonust põhjaga paralleelne tasapind, et lõike pindala oleks pool põhja pindalast?



Joon. 23.

6. 1) Koonuse põhja raadius on R . Läbi kõrguse keskpunkti on võetud põhjaga paralleelne tasapind. Leida lõike pindala.

2) Koonuse põhja raadius on R . Leida põhjaga paralleelse lõike pindala, kui lõike tasapind jaotab kõrguse suhtes $m : n$ (tipust alates).

7. Koonuse kõrgus on 20 ja põhja raadius on 25. Leida koonuse tippu läbiva lõike pindala, kui lõiketasapinna kaugus põhja keskpunktist on 12.

8. Võrdkülgse kolmnurga kujulise telglõikega koonuse põhja raadius on R . Koonus on lõigatud tasapinnaga, mis läbib kaht moodustajat, milledevaheline nurk on 30° . Leida lõike pindala.

9. Koonuse kõrgus on H . Nurk kõrguse ja moodustaja vahel on 60° . Leida kaht teineteisega ristiseisvat moodustajat läbiva lõike pindala.

10. 1) Koonus, mille kõrgus võrdub põhja raadiusega R , on lõigatud tippu läbiva tasapinnaga, mis põhja äärjoonest lõikab 90° -se kaare. Leida lõike pindala.

2) Koonuse tippu läbib tasapind, mis moodustab põhjaga 45° -se nurga ja eraldab põhja äärjoonest veerandi. Koonuse kõrgus on 10 cm. Leida lõike pindala.

11. Koonuse kõrguse keskpunkti läbib sirge, mis on paralleelne moodustajaga L . Leida selle sirge seespool koonust oleva lõigu pikkus.

12. Koonuse moodustaja on 13 cm ja kõrgus 12 cm. Koonus on lõigatud põhjaga paralleelse sirgega, mille kau-

gus põhjast on 6 cm ja kõrgusest 2 cm (joon. 23). Leida selle sirge seespool koonust oleva lõigu pikkus.

13. Koonuse kõrgus on H ja põhja raadius on R . Avaldada koonusesse kujundatud kuubi serv.

14. Koonuse kõrgus on H ja põhja raadius R . Koonusesse on kujundatud korrapärase kolmnurkne prisma, mille külgtahkudeks on ruudud. Avaldada selle prisma serv.

Koonuse
pindala.

15. (Peast.) Koonuse kõrgus $h=6$ ja põhja raadius $r=8$. Leida külgpindala.

16. (Peast.) Koonuse kõrgus $h=4$ ja moodustaja $a=5$. Leida täispindala.

17. Koonusekujuline telk, mille kõrgus on 3,5 m ja põhja läbimõõt 4 m, on kaetud purjeriidega. Mitu ruutmeetrit riidet kulub telgi katmiseks?

18. Silotorni katus on koonusekujuline. Katuse kõrgus on 2 m ja torni läbimõõt 6 m. Mitu lehte katuseplekki kulub katuse katmiseks, kui lehe mõõtmed on $0,7\text{ m} \times 1,4\text{ m}$ ja katuse kokkuvaltsimiseks kulub 10% kogu vajatavast plekist?

19. Tornikoonusekujulise katuse pindala on 250 m^2 ja põhja läbimõõt on 9 m. Leida katuse kõrgus.

20. 1) Ringi diameetri otspunktist tõmmatud kõõl pöörleb selle diameetri ümber. Arvutada pöörlemisel tekkiva pinna suurus, kui diameeter on 25 cm ja kõõl 20 cm.

2) Ringjoone raadius $r=7\text{ m}$. Ringjoonele on punktist A joonestatud puutuja lõik $AB=l=24\text{ m}$. Punktist B on läbi keskpunkti joonestatud lõikaja BOC . Arvutada lõikaja pöörlemisel puutuja ümber tekkiva pinna suurus.

21. Võrdhaarne kolmnurk pöörleb oma kõrguse ümber. Arvutada selle kolmnurga küljed, kui ta ümbermõõt on 30 cm ja pöördkeha täispindala on $60\pi\text{ cm}^2$.

22. Suurim nurk koonuse moodustajate vahel on 60° . Leida koonuse külgpindala ja põhja pindala suhe.

23. 1) Kuidas suhtuvad võrdkülgse telglõikega koonuse põhja-, kül- ja täispindala?

2) Avaldada võrdkülgse telglõikega koonuse täispindala tema kõrguse H kaudu.

24. Koonuse telglõikeks on korrapärase kolmnurk ja silindri telglõikeks ruut; kehade kõrgused on võrdsed. Kuidas suhtuvad nende külgpindalad?

25. Koonuse külgpindala on põhja pindala ja täispindala keskmine võrdeline. Leida koonuse moodustaja ja raadiuse vaheline seos.

26. 1) Missugune peab olema koonuse moodustaja ja põhja raadiuse vaheline seos, et koonuse täispindala võrduks niisuguse ringi pindalaga, mille raadiuseks on koonuse kõrgus?

2) Missugune peab olema koonuse moodustaja ja põhja raadiuse vaheline seos, et koonuse täispind oleks pindvõrdne ringiga, mille raadiuseks on koonuse moodustaja?

**Koonuse
pinnalaotus.**

27. 1) Koonuse kõrgus on 4 ja põhja raadius 3. Koonuse külgpind on laotatud tasapinnale. Leida saadud sektori nurk.

2) Koonuse põhja raadiuse R ja moodustaja L kaudu avaldada koonuse külginna laotuse nurk. (Käsitleda eraldi võrdkõlgse telglõikega koonuse juhtumit.)

3) Arvutada koonuse külginna laotuse nurk: a) kui suurim nurk moodustajate vahel on täisnurk; b) kui moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 30° .

28. 1) Poolring on keeratud kooniliseks pinnaks. Leida nurk koonuse moodustaja ja kõrguse vahel.

2) Sektori raadius on 3 m ja nurk 120° . Sektor on keeratud kooniliseks pinnaks. Leida koonuse põhja raadius.

29. 1) Koonuse külgpindala on 80 cm^2 ja külginna laotuse nurk on $112^\circ 30'$. Arvutada koonuse põhja pindala.

2) Koonuse külgpindala on 10 cm^2 ja külginna laotuse nurk 36° . Arvutada koonuse täispindala.

3) Koonuse külginna on kokkukeeratud veerandring. Avaldada koonuse täispindala, kui ta telglõike pindala on M .

**Sisse- ja ümber-
kujundatud koonus.**

30. Kontrollida järgmise lause kehtivust: kui suurim nurk koonuse moodustajate vahel on 120° , siis koonusel on niisama suur külgpind kui silindril, millel on temaga ühine põhi ja ühine kõrgus.

31. Võrdkõlgse telglõikega koonusesse on kujundatud korrapärase nelinurkne püramiid. Kuidas suhtuvad koonuse ja püramiidi külgpindalad?

32. Koonuse kõrgus $h=52 \text{ cm}$ ja põhja raadius $r=39 \text{ cm}$. Koonusesse on kujundatud nii kõrge silinder, et ta külgpindala võrdub tema ülemisel põhjal seisva väikese koonuse külgpindalaga. Leida silindri kõrgus.

33. Koonusesse, mille kõrgus on H ja moodustaja L , kujundatakse silinder, mille külgpindala on n korda väiksem kui koonuse külgpindala. Leida silindri kõrgus ($L = 1,5H$; $n = 4$).

34. Koonusesse on kujundatud silinder, mille täispindala on võrdne koonuse külgpindalaga. Koonuse moodustajate vaheline suurim nurk on täisnurk. Tõestada, et silindri ülemise põhja kaugus koonuse tipust on kaks korda väiksem kui koonuse moodustaja.

§ 15. Tüvikoonus.

1. (*Peast.*) Tüvikoonuse põhjade raadiused on 3 m ja 6 m ning kõrgus on 4 m. Arvutada moodustaja.

2. (*Peast.*) Tüvikoonuse põhjade raadiused on R ja r ; moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 45° . Avaldada tüvikoonuse kõrgus.

3. Tüvikoonuse moodustaja on 13 cm ning põhjade raadiused 11 cm ja 16 cm. Leida ülemise põhja keskpunkti kaugus alumise põhja äärjoonest.

4. (*Peast.*) Tüvikoonuse kõrgus on H . Avaldada moodustaja, kui ta kaldenurk põhja suhtes on 30° .

5. Tüvikoonuse moodustaja on $2a$ ja ta kaldenurk põhja suhtes on 60° . Ühe põhja raadius on kaks korda suurem teise põhja raadiusest. Avaldada põhjade raadiused.

6. Tüvikoonuse moodustaja on 5 dm ning põhjade raadiused on 3 dm ja 7 dm. Arvutada telglõike pindala.

7. 1) Tüvikoonuse põhjade pindalad on 4 m^2 ja 16 m^2 . Tüvikoonus on lõigatud põhjaga paralleelse tasapinnaga, mis läbib kõrguse keskpunkti. Arvutada lõike pindala.

2) Tüvikoonuse põhjade pindalad on M ja m . Avaldada kesklõike pindala.

8. Tüvikoonuse põhjade pindalad on 4 ja 25. Kõrgus on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide on võetud põhjaga paralleelsed tasapinnad. Arvutada lõigete pindalad.

9. Tüvikoonuse põhjade pindalad on 1 m^2 ja 49 m^2 . Põhjaga paralleelse lõike pindala võrdub nende poolsumma. Missugusteks osadeks jaotab see lõige kõrguse?

10. Tüvikoonuse kõrgus on 10 cm ning põhjade raadiused on 8 cm ja 18 cm. Kui kaugel ülemisest põhjast

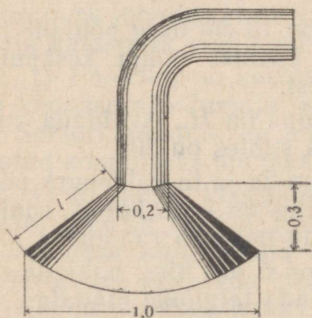
asetseb põhjaga paralleelne lõige, mille pindala on põhjade pindalade keskmine võrdeline?

Tüvikoonuse pindala.

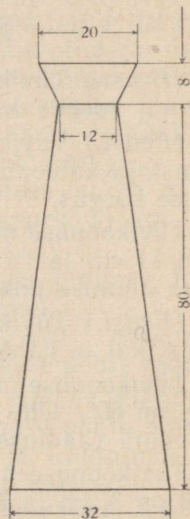
11. Tüvikoonuse kõrgus on 4 dm ning põhjade raadiused on 2 dm ja 5 dm. Arvutada tüvikoonuse külgpindala.

12. Tüvikoonuse põhjade raadiused on R ja r . Moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 60° . Avaldada külgpindala.

13. Tüvikoonuse põhjade raadiused ja moodustaja suhtuvad nagu $1 : 4 : 5$ ning kõrgus on 8 cm. Arvutada külgpindala.



Joon. 24.



Joon. 25.

14. 1) Arvutada tüvikoonuse kõrgus, kui ta täispindala on $572\pi \text{ m}^2$ ning põhjade raadiused on 6 m ja 14 m.

2) Tüvikoonuse kõrgus $h = 63$ dm, moodustaja $l = 65$ dm ja külgpindala $S \approx 26\pi \text{ m}^2$. Arvutada põhjade raadiused.

15. Mitu ruutmeetrit vaskplekki kulub kõnetoru valmistamiseks, kui ta otsmised läbimõõdud on 0,43 m ja 0,036 m ning moodustaja on 1,42 m?

16. Katlale on ehitatud tüvikoonusekujuline kate, mille mõõtmed (meetrites) on antud joonisel 24. Mitu ruutmeet-

rit plekki kulus ta valmistamiseks? (Mitte arvestada jäätmeyid.)

17. Kui palju värnitsat kulub 100 tüvikoonusekujulise pange värvimiseks, kui pange läbimõõdud on 25 cm ja 30 cm ning moodustaja on 27,5 cm ning kui 1 m² värvimiseks kulub 150 G värnitsat?

18. Kui palju plekki kulub anuma valmistamiseks, mille kuhu ja mõõtmed (sentimeetrites) on näidatud joonisel 25, kui ühenduste valtsimiseks on vaja lisada 3% pindalast?

19. 1) Tüvikoonuse moodustaja on 5 cm ning põhjade raadiused on 1 cm ja 5 cm. Leida niisama suure kõrguse ja külgpindalaga silindri põhja raadius.

2) Tüvikoonuse moodustaja on 5 cm ning põhjade raadiused on 6 cm ja 10 cm. a) Leida niisuguse silindri raadius, millel oleks niisama suur kõrgus kui antud tüvikoonusel, täispindala võrduks aga antud tüvikoonuse külgpindalaga; b) leida niisuguse silindri raadius, millel oleks niisama suur kõrgus ja täispindala kui antud tüvikoonusel.

20. Avaldada tüvikoonuse külgpindala, kui ta moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 30° ja telglõike pindala on F .

21. Tüvikoonuse külgpindala on S ning põhjade raadiused on R ja r . Avaldada täiskoonuse külgpindala.

22. Avaldada tüvikoonuse kõrgus, kui ta külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga ning põhjade raadiused on R ja r .

23. 1) Avaldada niisuguse tüvikoonuse külgpindala, mille moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 45° ning põhjade raadiused R ja r .

2) Avaldada niisuguse tüvikoonuse külgpindala, mille moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 60° ning põhjade pindalad Q ja q .

24. 1) Tüvikoonuses on antud: kõrgus H , moodustaja L ja külgpindala S . Avaldada telglõike pindala.

2) Avaldada tüvikoonuse telglõike pindala, kui on antud põhjade pindalad Q ja q ning külgpindala S .

25. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 1 cm ja 3 cm. Ta täispindala võrdub selle rõnga pindalaga, mille osaks on tüvikoonuse külginna laotus. Leida moodustaja.

§ 16. Rööptahuka, prisma ja silindri ruumala.

1. (*Peast.*) Kuubi ruumala on 8 cm^3 . Leida kuubi pindala.

2. Kolm messingkuupi servadega 3 cm, 4 cm ja 5 cm sulatatakse üheks kuubiks. Kui suur on selle kuubi serv?

3. 1) Õõnsa metallkuubi välimine serv $a=10,2 \text{ cm}$ ja seinte paksus $m=0,1 \text{ cm}$. Kuup kaalub 514,15 G. Leida selle metalli erikaal.

2) 10 kG tinast valatakse kuup. Leida kuubi serv. (Tina erikaal on 11,4; valamiskadusid ei tule arvestada.)

3) Õõnsa malmkuubi välimine serv on 260 mm ja seinte paksus on 30 mm. Arvutada kuubi kaal. (Malmi erikaal on 7,4.)

4. Avaldada kuubi ruumala: 1) tema diagonaali l kaudu; 2) tema pindala S kaudu.

5. 1) Kui kuubi iga serva suurendada 2 cm võrra, siis ta ruumala suureneb 98 cm^3 võrra. Leida kuubi serv.

2) Kui kuubi iga serva suurendada 1 m võrra, siis ta ruumala suureneb 125 korda. Leida kuubi serv.

3) Kuubi pindala (ruutühikuis) ja ruumala (kuupühikuis) väljenduvad ühe ja sama arvuga. Leida kuubi serv.

6. (*Peast.*) Kuidas suhtuvad kuubi ja tema mudeli ruumalad, kui mudel on valmistatud vähendatud määris 1 : 2; 1 : 3, 1 : 4 jne., üldiselt 1 : n ?

Risttahukas.

7. Tavaline telliskivi (mõõtmetega 25 cm, 12 cm ja 6,5 cm) kaalub 3,51 kG. Leida telliskivi erikaal.

8. Pinnale mõõtmetega 2,5 m \times 1,75 m tahetakse ehitada 10 m^3 ruumalaga veepaak. Leida paagi kõrgus.

9. Ristkülikukujuline kuldleht, mille mõõtmed on 4,7 cm ja 6,2 cm, kaalub 6,3 G. Leida lehe paksus. (Kulla erikaal on 19,3.)

10. Parv on ehitatud 16 risttahukakujulisest palgist. Iga palgi pikkus on 3,6 m, laius 0,20 m ja paksus 0,25 m. Missugune on suurim koorem, mida parv võib kanda, ilma et ta upuks? (Puu erikaal on 0,84.)

11. Katlamajas tarvitatava küttepuidu mõõtmiseks on valmistatud mõõt pikkusega 1,5 m (joon. 26). Katlamajale saabub puid mitmesuguse pikkusega: 54 cm, 71 cm

ja 1 m. Kui kõrgelt tuleb laduda mõõtu mainitud pikkusega puid, et mõõt sisaldaks iga kord 1 m³ puid?

12. (Peast.) Mitu korda peab suurendama kuubi iga mõõdet, et kuubi ruumala suureneks 2 korda? 3 korda? üldiselt n korda?

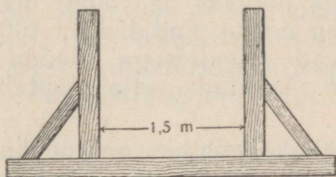
13. Risttahuka mõõtmed on 3 cm, 4 cm ja 5 cm. Kui ta iga serva suurendada x sentimeetri võrra, siis ta pindala suureneb 54 cm² võrra. Mitu korda suureneb risttahuka ruumala?

14. 1) Risttahuka mõõtmed on 15 m, 50 m ja 36 m. Leida risttahukaga ruumvõrdse kuubi serv.

2) Risttahuka mõõtmed on 2 cm, 3 cm ja 6 cm. Leida niisuguse kuubi serv, mille ruumala suhtuks risttahuka ruumalasse nagu nende pindalad.

15. 1) Risttahuka diagonaal on 35 cm ja ta servad suhtuvad nagu 2 : 3 : 6. Arvutada risttahuka ruumala.

2) Risttahuka põhiservad suhtuvad nagu $m : n$ ja ta diagonaallõige on ruut pindalaga Q . Avaldada risttahuka ruumala.



Joon. 26.

16. 1) Risttahuka kolme tahu pindalad on 2 m², 3 m² ja 6 m². Arvutada tema ruumala.

2) Avaldada risttahuka ruumala tema kolme tahu pindalade Q_1 , Q_2 ja Q_3 kaudu.

17. Risttahuka diagonaal on l ning moodustab ühe tahuga nurga 30° ja teise tahuga nurga 45°. Avaldada risttahuka ruumala.

Püströöptahukas.

18. Püströöptahuka põhiservad on a ja b ning nad moodustavad teineteisega nurga 30°; külgpindala on S . Avaldada rööptahuka ruumala.

19. 1) Püströöptahuka põhjaks on rööpkülik, mille üks diagonaal on 17 cm ning küljed on 9 cm ja 10 cm. Selle rööptahuka täispindala on 334 cm². Arvutada tema ruumala.

2) Püströöptahuka põhiservad on 13 dm ja 37 dm ning põhja suurem diagonaal on 40 dm. Rööptahuka suurema diagonaali ja külgserva suhe on 17 : 15. Arvutada rööptahuka ruumala.

20. Püströöptahuka põhiservad on $2\sqrt{2}$ cm ja 5 cm ning nad moodustavad teineteisega 45° -se nurga. Rööptahuka lühim diagonaal on 7 cm. Arvutada rööptahuka ruumala.

21. Püströöptahuka põhiservad on 8 cm ja 15 cm ning nad moodustavad teineteisega 60° -se nurga. Rööptahuka lühim diagonaal moodustab põhjaga 30° -se nurga. Arvutada selle rööptahuka ruumala.

22. 1) Püströöptahuka põhjaks on romb, mille pindala on 1 m^2 . Diagonaallõigete pindalad on 3 m^2 ja 6 m^2 . Arvutada rööptahuka ruumala.

2) Püströöptahuka põhjaks on romb, mille pindala on Q ning diagonaallõigete pindalad on M ja N . Avaldada rööptahuka ruumala.

23. Rööptahuka põhjaks on romb; diagonaallõiked on põhjaga risti ning nende pindalad on 100 cm^2 ja 105 cm^2 ning nad lõikuvad teineteisega mööda sirglõiku, mille pikkus on 10 cm. Arvutada selle rööptahuka ruumala ja täispindala.

24. Püströöptahuka põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 3 cm ja 5 cm ning moodustavad teineteisega nurga 60° . Suurima diagonaallõike pindala on 63 cm^2 . Arvutada rööptahuka lühim diagonaal, külgpindala ja ruumala.

25. Püströöptahuka põhja $ABCD$ serv $AB=50$ cm. Tipust B_1 servani AD ehitatud ristlõik $B_1E=41$ cm ja jaotab serva AD lõikudeks $AE=30$ cm ja $ED=18$ cm. Arvutada rööptahuka ruumala.

Korrapärane
prisma.

26. Avaldada korrapärase 1) kolmnurkse, 2) nelinurkse, 3) kuusnurkse prisma ruumala põhiserva a ja külgserva b kaudu.

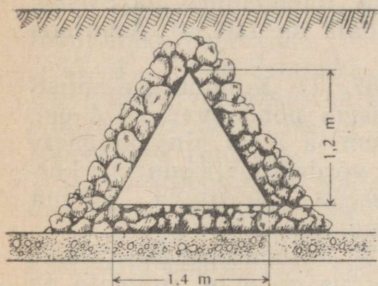
27. Korrapärase kaheksanurga kujuline puuplaat, mille külg on 3,2 cm ja paksus on 0,7 cm, kaalub 17,3 G. Leida puu erikaal.

28. Kui palju kaalub raudsammas, millel on korrapärase kaheteistnurkse prisma kuju põhiservaga $a=12$ cm ja kõrgusega $h=78$ cm? (Erikaal 7,4.)

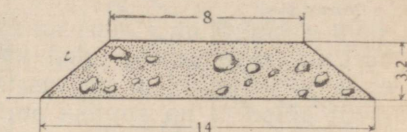
29. Malmtoru ristlõige on ruut. Toru välimine laius on

25 cm ja seinte paksus on 3 cm. Kui palju kaalub selle toru jooksev meeter? (Erikaal on 7,3.)

30. 1) Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal on 3,5 m ja külgtahu diagonaal on 2,5 m. Arvutada prisma ruumala.



Joon. 27.

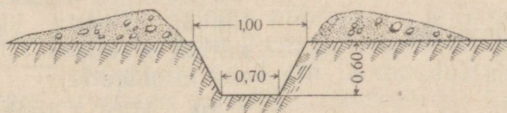


Joon. 28.

2) Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal on 6 cm ja külgpindala on 32 cm^2 . Arvutada prisma ruumala.

31. 1) Korrapärase kolmnurkse prisma põhiserv on a ja külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga. Avaldada prisma ruumala.

2) Korrapärase kolmnurkse prisma külgserv võrdub põhja kõrgusega. Läbi nende lõikude pandud lõike pindala on Q . Avaldada prisma ruumala.



Joon. 29.

32. Prisma põhjaks on korrapärase kolmnurk, mille ümber joonestatud ringjoone raadius on R . Prisma külgtahud on ruudud. Avaldada prisma ruumala.

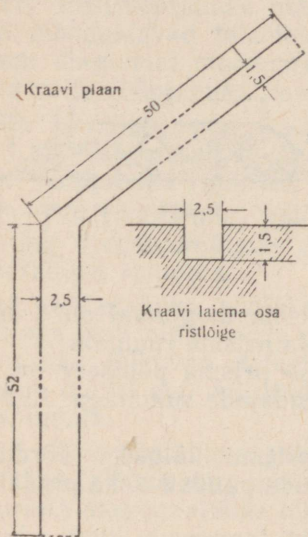
33. Korrapärase kuusnurkse prisma suurima diagonaallõike pindala on 4 m^2 ja kahe teineteise vastas oleva külgtahü vaheline kaugus on 2 m. Arvutada prisma ruumala.

34. Korrapärase kuusnurkse prisma suurim diagonaallõige on pindvõrdne põhjaga; prisma põhiserv on a . Avaldada selle prismaga ruumvõrdse kuubi serv.

Püstprisma.

35. Arvutada joonisel 27 kujutatud ristlõikega kanalisatsioonitoru maksimaalne läbilaskevõime kuupmeetrites tunnis, kui voolu kiirus on $2 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$.

36. Püstprisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk, mille kaatetite suhe on 24:7. Põhja hüpotenuusi ja prisma kõrguse suhe on 5:2. Külgpindala on 140 m^2 . Arvutada prisma ruumala.



Joon. 30.

37. 1) Kolmnurkse püstprisma põhiservad on 4 cm, 5 cm ja 7 cm ning külgserv on võrdne põhja suurima kõrgusega. Arvutada prisma ruumala.

2) Kolmnurkse püstprisma kõrgus on 5 m, ruumala on 24 m^3 ja külgtahkude pindalad suhtuvad nagu 17:17:16. Arvutada põhiservad.

38. Kolmnurkse püstprisma põhja pindala on 4 cm^2 ning külgtahkude pindalad on 9 cm^2 , 10 cm^2 ja 17 cm^2 . Arvutada prisma ruumala.

39. Joonisel 28 on kujutatud raudteetammi ristlõige; mõõtmed on antud meetrites. Leida, mitu kuupmeetrit mulda sisaldab tammi jooksev kilomeeter.

40. Mitu töölist tuleb määrata kaevama suurte labidatega 25 m pikkust kaevikut põlvelt laskmiseks (joon. 29), et see töö tehtaks 6 tunniga? (Suure labidaga kaevatakse $0,75 \text{ m}^3$ tunnis.)

41. Püstprisma põhjaks on trapets $ABCD$, mille alused $AD=39 \text{ cm}$ ja $BC=22 \text{ cm}$ ning haarad $AB=26 \text{ cm}$ ja $CD=25 \text{ cm}$. Lõike AA_1C_1C pindala on 400 cm^2 . Arvutada selle prisma ruumala.

42. On antud poolringjoon $ACDB$ raadiusega R , punkt C on poolringjoone poolituspunkt ja D on kaare CB poolituspunkt. Avaldada püstprisma ruumala, kui põhjaks on kolmnurk ADB ja külgserv võrdub kõõluga AC .

43. On kaevatud 1,5 m sügav kraav, mille kuju ja mõõtmed (meetrites) on näidatud joonisel 30. Arvutada väljakaevatud mulla ruumala.

Kaldrööptahukas.

44. Kaldrööptahuka põhjaks on rööpkülik $ABCD$, milles $AB=3$ dm, $AD=7$ dm ja $BD=6$ dm. Diagonaallõige AA_1C_1C on risti põhjaga ja ta pindala on 1 m². Arvutada rööptahuka ruumala.

45. 1) Kaldrööptahuka põhjaks on ruut küljega 1 m. Üks külgserv moodustab kummagi samast tipust lähtuva põhiservaga 60° -se nurga ja ta pikkus on 2 m. Arvutada rööptahuka ruumala.

2) Kaldrööptahuka põhjaks on ruut. Üks külgserv moodustab samast tipust väljuva kahe põhiservaga võrdsed teravnurgad. Püramiidi põhiserv on a , külgserv on b ja vastavate põhiservade vaheline kaugus on c . Leida rööptahuka ruumala ($a=15$, $b=14$, $c=10$).

46. Rööptahuka tahud on rombid küljega a ja teravnurgaga 60° . Avaldada rööptahuka ruumala.

47. Kaldrööptahuka põhjaks on ristkülik külgedega a ja b ning ta külgserv moodustab põhiservadega 60° -sed nurgad. Avaldada rööptahuka ruumala, külgpindala ja külgserva kaldenurk põhja suhtes.

48. Kaldrööptahuka põhjaks on romb $ABCD$ küljega a ja nurgaga 60° . Serva AA_1 pikkus on samuti a ning moodustab servadega AB ja AD 45° -sed nurgad. Avaldada selle rööptahuka ruumala.

Kaldprisma.

49. Prisma põhjaks on kolmnurk, mille üks külg on 2 cm ja teised küljed on 3 cm. Külgserv on 4 cm ja moodustab põhjaga 45° -se nurga. Arvutada prismaga ruumvõrdse kuubi serv.

50. 1) Prisma põhjaks on kolmnurk külgedega 3 cm, 5 cm ja 7 cm. Külgserva pikkus on 8 cm ja ta moodustab põhjaga nurga 60° . Arvutada prisma ruumala.

2) Kolmnurkse prisma põhiservad on 5 m, 6 m ja 9 m. Külgserv on 10 m ja moodustab põhja tasapinnaga nurga 45° . Arvutada prisma ruumala.

51. Prisma põhjaks on korrapärase kolmnurk ABC küljega a . Tipu A_1 projektsiooniks on alumise põhja keskpunkt ja serv AA_1 moodustab põhiservaga nurga 45° . Arvutada prisma ruumala ja külgpindala.

52. Kaldprisma põhjaks on võrdkülgne kolmnurk kül-

jega a . Üks külgtahk on risti põhjaga ja on kujult romb, mille lühem diagonaal on c . Avaldada prisma ruumala.

53. 1) Kolmnurkse kaldprisma külgservad on 15 m ja nende kaugused üksteisest on 26 m, 25 m ja 17 m. Arvutada prisma ruumala.

2) Kolmnurkse prisma külgservade vahelised kaugused suhtuvad nagu 9 : 10 : 17. Külgserv on 1 m ja külgtahu pindala on 6 m². Arvutada prisma ruumala.

54. Kaldprisma põhjaks on nelinurk $ABCD$, mille diagonaalid on teineteisega risti. Diagonaallõige AA_1C_1C on risti põhja tasapinnaga. Diagonaal $BD=16$ dm ja pindala $AA_1C_1C=250$ dm². Arvutada prisma ruumala.

55. Kolmnurkse kaldprisma ühe külgtahu pindala on m^2 ja ta kaugus vastasolevast servast on $2a$. Avaldada prisma ruumala.

Silinder.

56. 25 m vasktraati kaalub 100,7 G. Arvutada traadi läbimõõt. (Vase erikaal on 8,9.)

57. 36-millimeetrise läbimõõduga kanepkõie jooksev meeter kaalub 0,96 kG. Leida tema erikaal.

58. Termomeetri elavhõbedasammas, pikkusega 15,6 cm, kaalub 5,2 G. (Elavhõbeda erikaal on 13,6.) Arvutada samba ristlõike pindala.

59. Mõõduklaasi (silindriline anum kuupsentimeetriteliste jaotustega) kahe järjestikuse jaotuse vahe on 1,8 cm. Arvutada mõõduklaasi sisemine läbimõõt.

60. Aurukatla veepumbal on kaks silindrit, mille mõõtmed on kummalgi: kolvikäik 150 mm ja läbimõõt 80 mm. Arvutada pumba tunnijõudlus teades, et kumbki kolb teeb minutis 50 töökäiku.

61.* Silindrikujulise granaadi pikkus on $3\frac{1}{2}$ kaliibrit¹ ja ta seinte paksus on $\frac{1}{8}$ kaliibrit. Arvutada 76-millimeetrise kaliibriga välisuurtüki granaadi õõnsust täitva lõhkeaine kogus kuupsentimeetrites.

62. (Peast.) Ruut, küljega a , pöörleb oma külje ümber. Leida pöörlemisel tekkiva keha ruumala.

63. Silindri telglõige on ruut, mille diagonaal on 4. Leida silindri ruumala.

64. (Peast.) 1) Kuidas suhtuvad silindri ja tema mudeli ruumalad, kui mudel on valmistatud vähendatud mõõdus 1 : 2,1 : 3 jne., 1 : n ?

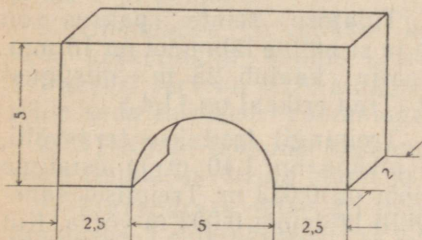
¹ Kaliibriks nimetatakse suurtükiraua sisemist läbimõõtu.

2) Kuidas suhtuvad võrdsete kõrgustega silindrite ruumalad? võrdsete läbimõõtudega silindrite ruumalad?

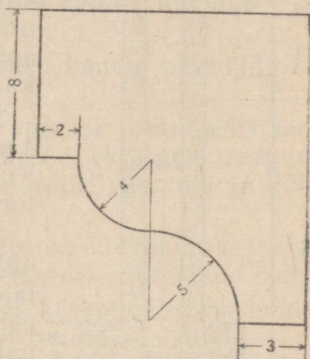
3) Mitu korda peab suurendama silindri kõrgust muutmata põhja puhul, et ta ruumala suureneks kaks korda? n korda?

4) Mitu korda peab suurendama silindri põhja raadiust, kui kõrgus jääb samaks, et silindri ruumala suureneks kaks korda? n korda?

5) Silindri külgpindala (ruutühikuis) ja ruumala (kuupühikuis) väljenduvad ühe ja sama arvuga. Leida silindri põhja läbimõõt.



Joon. 31.



Joon. 32.

65. (Peast.) 1) Ühe silindri põhja läbimõõt on 0,20 m ja kõrgus on 0,60 m. Teise silindri kõrgus on 0,30 m; põhja läbimõõt on tal sama mis esimesel silindril. Võrrelda nende silindrite ruumalasisid teineteisega.

2) Ühe silindri kõrgus on 2,4 m ja põhja läbimõõt on 1 m. Teise silindri kõrgus on 1,2 m ja põhja läbimõõt on 0,5 m. Võrrelda nende silindrite ruumalasisid teineteisega.

66. Silindrisse on kujundatud korrapärase kolmnurkne prisma ja viimasesse on kujundatud silinder. Leida mõlema silindri ruumalade suhe.

67. Silindri külgpindala on S ja põhja ümbermõõt on C . Avaldada silindri ruumala.

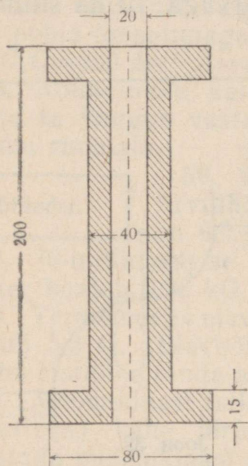
68. 1) Silindri külpinna laotus on ruut küljega a . Avaldada silindri ruumala.

2) Silindri kõrgus on H ning ta külpinna laotuses diagonaali ja moodustaja vaheline nurk on 60° . Leida ruumala.

69. Ristkülikukujulist plekklehte, mille pikkus on 1,6 m ja laius 0,8 m, saab toruks kokku keerata kahel viisil: esimesel juhul on toru pikkus 1,6 m ja teisel juhul 0,8 m. Leida torude ruumalade ja pindalade suhted.

70. Avaldada silindri ruumala, kui silinder on kujundatud korrapärasesse kuusnurksesse prismasse, mille iga serva pikkus on a .

71. Arvutada joonisel 31 kujutatud liivakivist keha kaal. Mõõtmed on antud detsimeetrites. (Liivakivi erikaal on 2,4.)



Joon. 33.

72. Kui palju kaalub joonisel 32 kujutatud ristlõikega lubjakivist karniisi jooksev meeter? Mõõtmed on antud sentimeetrites. (Lubjakivi erikaal on 2,2.)

73. Tinatoru seinte paksus on 4 mm ja sisemine läbimõõt on 13 mm. Kui palju kaalub 25 m niisugust toru? (Tina erikaal on 11,4.)

74. Treipingil treitakse terasvõlli, mille pikkus on 1,40 m ja esialgne läbimõõt on 0,083 m. Treimisel väheneb võlli läbimõõt 0,003 m võrra. Kui palju väheneb selle tagajärjel võlli kaal? (Teras erikaal on 7,4.)

75. Arvutada puust rulli kaal, mille mõõtmed (millimeetrites) on antud joonisel 33. (Puu erikaal on 0,8.)

§ 17. Püramiidi ja koonuse ruumala.

Korrapärase
püramiid.

1. Põhiserva a ja külgserva b kaudu avaldada korrapärase: 1) kolmnurkse 2) nelinurkse; 3) kuusnurkse püramiidi ruumala.

2. (Peast.) Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 3 m ja külgserv on 5 m. Arvutada püramiidi ruumala.

3. Korrapärase kuusnurkse püramiidi ruumala on 6 m³. Põhiserv on 1 cm. Leida püramiidi külgserv.

4. 1) Korrapärase kolmnurkse püramiidi apoteem on k ja kõrgus on h . Avaldada püramiidi ruumala.

2) Korrapärase nelinurkse püramiidi põhja pindala on Q ja külgpindala S . Leida püramiidi ruumala ($Q=12$; $S=24$).

5. 1) (*Peast.*) Kolmnurkse püramiidi külgservad, milledest igaüks on b , on üksteisega risti. Avaldada püramiidi ruumala.

2) Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on a ja ta külgservad on üksteisega risti. Avaldada püramiidi ruumala.

6. Korrapärase tetraeedri serva a kaudu avaldada ta pindala ja ruumala.

7. Korrapärase oktaeedri serva a kaudu avaldada ta pindala ja ruumala.

8. Ühendades järjestikku korrapärase tetraeedri servade keskpunktid, saame korrapärase oktaeedri servad. Tetraeedri serv on a . Avaldada oktaeedri ruumala ja võrrelda seda tetraeedri ruumalaga.

9. 1) Kuubi tahkude keskpunktid on korrapärase oktaeedri tippudeks. Leida kuubi ja oktaeedri ruumalade suhe.

2) Korrapärase oktaeedri tahkude keskpunktid on kuubi tippudeks. Leida oktaeedri ja kuubi ruumalade suhe.

10. 1) Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on a ja külgserv moodustab põhitahuga 45° -se nurga. Avaldada püramiidi ruumala.

2) Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus on h ja külgtahk moodustab põhitahuga 60° -se nurga. Avaldada püramiidi ruumala.

11. 1) Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhiserv on a ja kahetahuline nurk põhja juures on 45° . Avaldada püramiidi ruumala.

2) Korrapärase kuusnurkse püramiidi ruumala on V ja ta külgserv on kaks korda suurem kui põhiserv. Leida põhiserv ning külgserva ja põhitahu vaheline nurk.

Korrapäratu
püramiid.

12. Püramiidi põhjaks on ristkülik külgedega 9 m ja 12 m ning püramiidi iga külgserv on 12,5 m. Arvutada püramiidi ruumala.

13. Püramiidi põhjaks on ristkülik külgedega 6 cm ja 15 cm, püramiidi kõrgus väljub põhja diagonaalide lõike-

punktist ning püramiidi külgpindala on 126 cm^2 . Arvutada püramiidi ruumala.

14. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haarad on 6 cm ja alus 8 cm . Püramiidi kõik külgservad on 9 cm . Arvutada püramiidi ruumala.

15. Püramiidi põhjaks on ristkülik, mille diagonaalide vaheline nurk on 60° ja pindala on Q . Külgservad moodustavad põhja tasapinnaga nurga 45° . Avaldada püramiidi ruumala.

16. Püramiidi põhjaks on kolmnurk külgedega 39 cm , 17 cm ja 28 cm . Kõik külgservad on $22,9 \text{ cm}$. Arvutada püramiidi ruumala.

17. 1) Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haarad on 39 cm ja alus 30 cm . Kõik kahetahulised nurgad põhja juures on 45° . Arvutada püramiidi ruumala.

2) Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haarad on 7 cm ja alus 6 cm . Püramiidi tipp asetseb kõigist põhiservadest ühel ja samal kaugusel, mis püramiidi kõrgusega suhtub nagu $5:4$. Arvutada püramiidi ruumala.

18. Kolmnurkse püramiidi kahetahulised nurgad põhja juures on võrdsed; põhiservad on 7 cm , 8 cm ja 9 cm ning püramiidi ruumala on 40 cm^3 . Arvutada püramiidi külgpindala.

19. Romb küljega 15 cm on põhjaks püramiidile, mille iga külgtahk moodustab põhitahuga nurga 45° . Püramiidi külgpindala on 4 dm^2 . Arvutada püramiidi ruumala.

20. (Peast.) Kolmnurkse püramiidi külgservad a , b ja c on üksteisega risti. Avaldada püramiidi ruumala.

21. 1) Kolmnurkse püramiidi kaks teineteisega risti seisvat tahku on võrdkülgsed kolmnurgad küljega 4 cm . Arvutada püramiidi ruumala.

2) Kolmnurkse püramiidi külgtahud on üksteisega risti ja nende pindalad on 6 m^2 , 4 m^2 ja 3 m^2 . Arvutada püramiidi ruumala.

22. Kolmnurkse püramiidi üks serv on 4 , kõik teised servad on 3 . Arvutada püramiidi ruumala.

23. Püramiidi $SABC$ põhjaks on kolmnurk ABC , milles $AB=15 \text{ cm}$, $BC=27 \text{ cm}$ ja $AC=18 \text{ cm}$. Tahud SAB ja

SAC on risti tasapinnaga ABC ning tahk SBC moodustab sellega 45° -se nurga. Arvutada püramiidi ruumala ja tahu BSC pindala.

24. Püramiidi põhi on ristkülik, mille pindala on 1 m^2 . Kaks külgtahku on risti põhitahuga ning teised kaks moodustavad temaga nurgad 30° ja 60° . Arvutada püramiidi ruumala.

25. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne trapets, mille alused on 3 cm ja 5 cm ning haar on 7 cm . Püramiidi kõrgus väljub põhja diagonaalide lõikepunktist ja suurim külgserv on 10 cm . Arvutada püramiidi ruumala.

26. Kolmnurkse püramiidi üks põhiserv on 16 cm , tema vastas asetsev külgserv on 18 cm ja kõik teised servad on 17 cm . Arvutada selle püramiidi ruumala.

27. (Peast.) 1) Missuguse osa püramiidi ruumalast eraldab püramiidi kesklõige?

2) Püramiidi kõrgus on h . Kui kaugel püramiidi tipust asetseb põhjaga paralleelne lõige, mis poolitab püramiidi ruumala?

28. Püramiidi kõrgus on põhjaga paralleelsete tasapindadega jaotatud viieks võrdseks osaks. Missugustes suhetes on jaotatud püramiidi ruumala?

29. Püramiid on põhjaga paralleelsete tasapindadega jaotatud kolmeks ruumvõrdseks osaks. Missugustes suhetes on jaotatud püramiidi kõrgus?

30. Püramiidi põhjaga paralleelse lõike pindala on $0,36$ põhja pindalast. Missuguses suhtes see lõige jaotab püramiidi ruumala?

31. Korrapärase tetraeedri tahkude keskpunktid on uue korrapärase tetraeedri tippudeks. Leida nende tetraeedrite pindalade ja ruumalade suhted.

Koonus.

32. (Peast.) Koonuse kõrgus on 3 ja moodustaja on 5 . Arvutada ruumala.

33. 122-millimeetrine pomm tekitab lõhkedes leetri, mille läbimõõt on 4 m ja sügavus on $1,5 \text{ m}$. Kui palju kaalub letrist väljapaisatud muld? (1 m^3 mulda kaalub 1650 kg .)

34. Kruusakuhjal on koonuse kuju, mille põhja raadius on 2 m ja moodustaja on $3,5 \text{ m}$. Mitu vankrikoormat saadakse kruusast, mis on kümnes niisuguses kuhjas? 1 m^3 kruusa kaalub 3 T . Ühele vankrile laaditakse $0,5 \text{ T}$.

35. Heinasaol on koonilise ülaosaga silindri kuju. Sao põhja raadius on 2,5 m ja kõrgus 4 m, kusjuures silindrilise osa kõrgus on 2,2 m. Heina erikaal on 0,03. Arvutata sao kaal.

36. Koonilisest anumast, mille kõrgus on 0,18 m ja põhja läbimõõt on 0,24 m, valatakse vedelik ümber silindrilisse anumasse, mille põhja läbimõõt on 0,10 m. Kui kõrgel on vedeliku pind silindrilises anumast?

37. Koonuse telglõige on võrdhaarne täisnurkne kolmnurk, mille pindala on 9 m^2 . Arvutata koonuse ruumala.

38. Koonuse põhja pindala on $9\pi \text{ cm}^2$ ja täispindala $24\pi \text{ cm}^2$. Arvutata koonuse ruumala.

39. Koonuse kõrgus ja moodustaja suhtuvad nagu 4 : 5 ning koonuse ruumala on $96\pi \text{ cm}^3$. Arvutata koonuse täispindala.

40. Koonuse moodustaja on l ja põhja ümbermõõt on C . Avaldada koonuse ruumala.

41. Avaldada koonuse ruumala tema põhja pindala Q ja külgpindala S kaudu.

42. Koonuse kõrgus on 15 m ja ruumala $320\pi \text{ m}^3$. Arvutata koonuse täispindala.

43. Koonuse kõrgus on 6 cm ja külgpindala $24\pi \text{ cm}^2$. Arvutata koonuse ruumala.

44. Koonuse moodustaja on l ja ta kaldenurk põhja suhtes on 30° . Avaldada koonuse ruumala.

45. Koonuse ruumala on V . Kõrgus on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide pandud põhjaga paralleelsed tasapinnad. Leida koonuse keskmise osa ruumala.

46. 1) Kuidas suhtuvad võrdkülgse telglõikega koonuse ja võrdkülgse telglõikega silindri ruumalad, kui nende täispindalad on võrdsed?

2) Kuidas suhtuvad võrdkülgse telglõikega koonuse ja võrdkülgse telglõikega silindri täispindalad, kui nende ruumalad on võrdsed?

47. 1) Koonuse ruumala on V ja põhja raadius R . Millega võrdub koonuse telglõike pindala?

2) Koonuse põhja pindala on Q ja telglõike pindala on M . Avaldada koonuse ruumala ja külgpindala.

48. Ühisele põhjale on ehitatud koonus ja temaga ruumvõrdne silinder. Läbi silindri kõrguse keskpunkti on

pandud põhjaga paralleelne tasapind. Kuidas suhtuvad nii tekkinud koonuse ja silindri lõigete pindalad?

49. Plekist on välja lõigatud sektor raadiusega 20 cm ja kesknurgaga 250° ning on kokku keeratud koonuseks. Arvutada koonuse ruumala.

50. Koonuse põhja raadiuse kaudu avaldada niisuguse põhjaga paralleelse lõike raadius, mis koonuse jaotab kaheks ruumvõrdseks osaks.

51. Avaldada korrapärasesse tetraeedrisse kujundatud koonuse ruumala ja külgpindala tetraeedri serva a kaudu.

Koonus kui pöördkeha.

52. Võrdkülgne kolmnurk pöörleb oma külje a ümber. Avaldada pöördkeha pindala ja ruumala.

53. Kolmnurga alus on b ja kõrgus on h . Leida selle keha ruumala, mis tekib kolmnurga pöörlemisel tema aluse ümber.

54. Täisnurkne kolmnurk kaatetitega a ja b pöörleb hüpotenuusi ümber. Avaldada pöörlemisel tekkiva keha ruumala ja pindala.

55. 1) Võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 30 cm ja haar on 25 cm, pöörleb oma haara ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

2) Võrdhaarne kolmnurk, mille tipunurk on 120° ja haar on a , pöörleb oma haara ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

56. 1) Kolmnurk, mille küljed on 10 cm, 17 cm ja 21 cm, pöörleb oma suurima külje ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

2) Sama küsimus kolmnurga kohta, mille küljed on 6 cm, 25 cm ja 29 cm ning mis pöörleb oma väikseima külje ümber.

57. Kolmnurk, milles 60° -se nurga lähisküljed on 8 cm ja 15 cm, pöörleb selle nurga suurema lähiskülje ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

58. Poolringjoone, mille läbimõõt on AB , jaotab punkt M suhtes 1:2. Avaldada kolmnurga ABM pöörlemisel telje AB ümber tekkiva keha ruumala ja pindala, kui kolmnurga lühim külge on a .

59. 1) Tõestada, et kolmnurga ABC pöörlemisel ümber külje $BC = a$ tekkiva pöördkeha ruumala $V_a = \frac{4}{3} \pi \frac{Q^2}{a}$, kus Q on kolmnurga pindala.

2) Tõestada, et kehade ruumalad, mis tekivad kolmnurga pöörlemisel ümber tema külgede, on pöördvõrdelised nende külgedega.

§ 18. Tüvipüramiidi ja tüvikoonuse ruumala.

Tüvipüramiid. 1. 1) Mitu liitrit vett mahub tüvipüramiidikujulisse auku, kui augu sügavus on 1,5 m, alumise ruudukujulise põhjaga külg on 0,8 m ja ülemise põhja külg on 1,2 m?

2) Auku, millel on korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kuju, mahub 349 hl vett. Leida augu sügavus, kui alumise põhja külg on 1,4 m ja ülemise põhja külg on 2,3 m.

2. Graniitsokkel on 3,6 m kõrgune ruudukujuliste põhjadega tüvipüramiid. Püramiidi põhiservad on $a=2,8$ m ja $b=2$ m. Leida sokli kaal. (Graniidi erikaal on 2,5.)

3. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi külgserv on 3 m ning põhiservad on 5 m ja 1 m. Arvutada ruumala.

4. Tüvipüramiidi põhjade pindalad on 245 m^2 ja 80 m^2 ning täispüramiidi kõrgus on 35 m. Arvutada tüvipüramiidi ruumala.

5. 1) Tüvipüramiidi kõrgus on 15 m, ta ruumala on 475 m^3 ja põhjade pindalade suhe on $4 : 9$. Arvutada põhjade pindalad.

2) Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala on 430 m^3 , kõrgus on 10 m ja üks põhiserv on 8 m. Arvutada teine põhiserv.

6. 1) Tüvipüramiidi ruumala on 76 m^3 , kõrgus on 6 m ja ühe põhja pindala on 18 m^2 . Arvutada teise põhja pindala.

2) Tüvipüramiidi põhjade pindalade vahe on 6 cm^2 , kõrgus on 9 cm ja ruumala on 42 cm^3 . Arvutada põhjade pindalad.

7. Tüvipüramiidi ruumala on 1720 m^3 , kõrgus on 20 m ja põhjade vastavate külgede suhe on $5 : 8$. Arvutada põhjade pindalad.

8. Kolmnurkse tüvipüramiidi kõrgus on 10 m, ühe põhja küljed on 27 m, 29 m ja 52 m ning teise põhja ümbermõõt on 72 m. Arvutada tüvipüramiidi ruumala.

9. Avaldada külgserva l ning põhiservade a ja b kaudu korrapärase: 1) kolmnurkse; 2) nelinurkse; 3) kuusnurkse tüvipüramiidi ruumala.

10. 1) Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi apoteem ja põhiservad suhtuvad nagu $5:8:2$ ning tüvipüramiidi ruumala on $1\frac{3}{4} \text{ m}^3$. Arvutada ta täispindala.

2) Arvutada niisuguse korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi ruumala, mille põhiservad on 30 m ja 20 m ning külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga.

11. Arvutada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala, kui ta diagonaal on 9 cm ning põhiservad on 7 cm ja 5 cm .

12. Avaldada korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi ruumala, kui ta põhiservad on a ja b ning külgserv moodustab alumise põhitahuga nurga 30° .

13. Korrapärane nelinurkne tüvipüramiid on jaotatud kolmeks osaks kahe tasapinnaga, mis läbivad ülemise põhja kahte vastaskülge ja on risti alumise põhja tasapinnaga. Arvutada iga osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on 4 cm ning põhiservad on 2 cm ja 5 cm . Teha joonis.

14. Läbi kolmnurkse tüvipüramiidi väiksema põhja ühe külje on pandud tasapind rööbiti vastasoleva külgservaga. Missuguses suhtes jaotab see tasapind tüvipüramiidi ruumala, kui põhjade vastavad küljed suhtuvad nagu $1:2$?

15. Korrapärane nelinurkne tüvipüramiid on lõigatud ülemise põhja diagonaali otspunkte läbivate tasapindadega, mis on risti selle diagonaaliga. Avaldada keskmise osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on h ning põhiservad on a ja b .

16. Korrapärasest nelinurksest tüvipüramiidist on välja lõigatud osa, mis koosneb kahest püramiidist, mille ühiseks tipuks on diagonaalide lõikepunkt ja põhjadeks on tüvipüramiidi põhjad. Avaldada tüvipüramiidi ülejäänud osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on h ning põhiservad on a ja b .

17. Läbi korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi diagonaalide lõikepunkti on pandud põhjadega paralleelne tasapind. Tüvipüramiidi põhiservad on 6 m ja 3 m ning kõrgus on 9 m . Arvutada lõike diagonaal ja tüvipüramiidi kummagi osa ruumala.

18. On antud tüvipüramiidi põhjade pindalad Q ja q ning kõrgus h . Avaldada täispüramiidi ja tema ülemise, kõrvaldatud osa ruumala.

19. Tüvipüramiidi põhjade pindalad on Q ja q ning ruumala on V . Avaldada täispüramiidi ruumala.

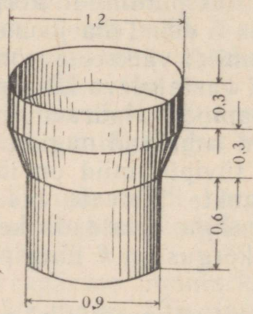
20. Tüvipüramiidi põhjade vastavad küljed suhtuvad nagu $m : n$. Missuguses suhtes jaotab kesklõige tüvipüramiidi ruumala? ($m : n = 5 : 2$.)

Tüvikoonus.

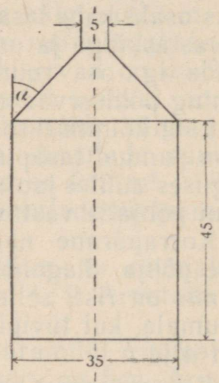
21. Männipalgi pikkus on 15,5 m ning otste läbimõõdud $d_1 = 42$ cm ja $d_2 = 25$ cm. Mitu protsenti moodustab viga, mis tehakse, arvutades palgi ruumala sel teel, et kesklõike pindala korrutatakse palgi pikkusega?

22. Anumal on joonisel 34 näidatud kuju ja mõõtmed (meetrites). Arvutada anuma ruumala.

23. Pleknõu mõõtmed (sentimeetrites) ja kuju on antud joonisel 35. Arvutada nõu ruumala liitrites ($\alpha = 45^\circ$).



Joon. 34.



Joon. 35.

24. Tüvikoonuse põhjade raadiused on R ja r ning moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 45° . Avaldada tüvikoonuse ruumala.

25. Tüvikoonuse kõrgus on 3. Ühe põhja raadius on kaks korda suurem kui teise oma ja moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 45° . Avaldada tüvikoonuse ruumala.

26. Tüvikoonuse ühe põhja raadius on kaks korda suurem teise põhja raadiusest; külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga ja telglõike pindala on 36 m^2 . Arvutada tüvikoonuse ruumala.

27. 1) Tüvikoonuse ruumala on $584\pi \text{ cm}^3$ ning põhjade raadiused on 10 cm ja 7 cm. Leida tüvikoonuse kõrgus.

2) Tüvikoonuse põhjade raadiused ja moodustaja suhtuvad nagu $4:11:25$ ning ruumala on $181\pi \text{ m}^3$. Leida põhjade raadiused ja moodustaja.

28. Tüvikoonus, mille põhjade raadiused on 3 cm ja 5 cm , on ruumvõrdne niisama kõrge täiskoonusega. Kui suur on täiskoonuse põhja raadius?

29. Tüvikoonuse ruumala on 52 cm^3 ; ühe põhja pindala on 9 korda suurem teise omast. Tüvikoonus on täiendatud täiskoonuseks. Leida täiskoonuse ruumala.

30. 1) Võrdhaarne trapets, mille alused on 7 cm ja 17 cm ning pindala 144 cm^2 , pöörleb aluste keskristsirge ümber. Arvutada tekkiva keha ruumala.

2) AB on poolringi läbimõõt, $ACDB$ on poolringisse kujundatud trapets, kusjuures $\angle CAB = 60^\circ$. See trapets pöörleb läbimõõduga AB risti seisva raadiuse ümber. Avaldada pöördkeha ruumala, kui ringi raadius on R .

31. Tüvikoonuse telglõike pindala võrdub põhjade pindalade vahelise ning põhjade raadiused on R ja r . Avaldada tema ruumala.

32. Tüvikoonuse kõrgus on 12 cm , kesklõike pindala on $225\pi \text{ cm}^2$ ja ruumala on $2800\pi \text{ cm}^3$. Leida põhjade raadiused.

33. Tüvikoonuse moodustaja on 17 cm , telglõike pindala on 420 cm^2 ja kesklõike pindala on $196\pi \text{ cm}^2$. Arvutada tüvikoonuse ruumala ja külgpindala.

34. 1) Tüvikoonuse väiksemale põhjale on ehitatud silinder, mille teine põhi asetseb tüvikoonuse suurema põhja tasapinnas. Silindri ruumala on $\frac{1}{7}$ tüvikoonuse ruumalast. Leida tüvikoonuse põhjade raadiuste vaheline seos.

2) Leida tüvikoonuse põhjade raadiuste vaheline seos, kui kooniline pind, mille tipp asetseb tüvikoonuse ülemise põhja keskpunktis ja mille põhjaks on tüvikoonuse alumine põhi, poolitab tüvikoonuse ruumala.

35. Tüvikoonus, mille põhjade raadiused on 4 cm ja 22 cm , on vaja muuta sama kõrgusega ruumvõrdseks silindriks. Arvutada selle silindri raadius.

36. Tüvikoonuse kõrgus on 18 cm ning põhjade raadiused on 5 cm ja 11 cm . Kõrgus on jaotatud põhjadega paralleelsete tasapindadega kolmeks võrdseks osaks. Arvutada seejuures saadud tüvikoonuse osade ruumalad.

37. Tüvikoonuse ühe põhja raadius on neli korda suurem teise omast. Kõrgus on jaotatud kolmeks võrdseks

osaks ja läbi jaotuspunktide on asetatud põhjadega paralleelsed tasapinnad. Missuguses suhtes need tasapinnad jaotavad tükikoonuse ruumala?

38. Põhjade raadiuste R ja r järgi leida tükikoonuse ja täiskoonuse ruumalade suhe.

39. Puust tükikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h=48$ cm ning põhjade läbimõõdud $D_1=44$ cm ja $D_2=32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d=10$ cm. Läbi puuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida nii viisi saadud keha erikaal.

40. On antud tükikoonuse põhjade raadiused R ja r ning kõrgus h . Temast on välja lõigatud kaks koonust, millel põhjadeks on tükikoonuse põhjad ja ühe koonuse moodustajad on teise koonuse moodustajate pikendusteks. Avaldada tükikoonuse ülejäänud osa ruumala.

§ 19. Prismatoidi, kiilu ja viltu lõigatud prisma ruumala.

Newton-Simpson'i ruumalavalem:

$$V = \frac{H}{6} (Q_1 + Q_2 + 4Q_0).$$

Paralleelsete põhjadega pöördkehade, nagu silinder, koonus, tükikoonus ja kera osad, ja säärate paralleelsete põhjadega hulktahukate kohta, millel peale põhiservade pole muid servi kui põhjasid ühendavad servad, kehtib Newton-Simpson'i ruumalavalem:

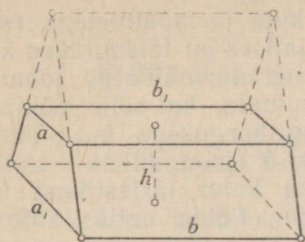
kus V on keha ruumala, H on keha kõrgus, Q_1 ja Q_2 on põhjade pindalad ning Q_0 on keha kesklõike pindala.

$$V = \frac{H}{6} (Q_1 + Q_2 + 4Q_0),$$

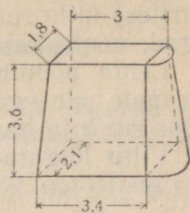
1. Kontrollida Newton-Simpson'i valemi kehtivust prisma, silindri, püramiidi, koonuse, tüvipüramiidi ja tükikoonuse ruumala arvutamisel.

2. Tammil on joonisel 36 kujutatud keha (prismatoidi) kuju. Mitu kärutäit mulda oli vaja tuua tammi ehitamiseks? Tammi alumisel põhjal on 58 m pika ja 4,6 m laia ristküliku kuju; ülemine põhi on 50 m pikk ja 3,4 m

lai ristkülik; tammi kõrgus on 2,3 m; käru mahutab 0,38 m³ mulda.

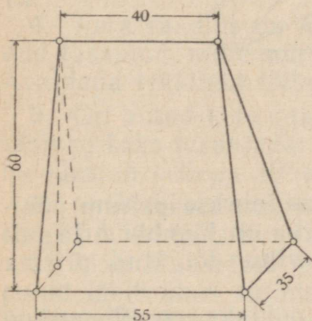


Joon. 36.

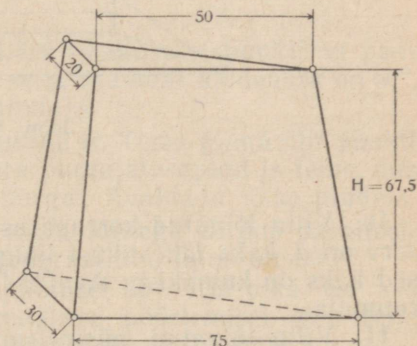


Joon. 37.

3. Liivakuhjal on prismatoidi kuju, mille alumiseks põhjaks on ristkülik külgedega a ja b ning ülemiseks — ristkülik külgedega a_1 ja b_1 ; kuhja kõrgus on h . Mitu kuupmeetrit liiva on kuhjas, kui mõõtmed on antud meetrites?



Joon. 38.



Joon. 39.

4. Vankri kere mõõtmed on järgmised: alt 1,35 m \times 0,62 m, ülalt 1,52 m \times 0,86 m ja sügavus on 0,75 m; põhi on tasane. Vanker on ääreni täidetud liivaga, mille erikaal on 1,9. Kui palju kaalub liiv?

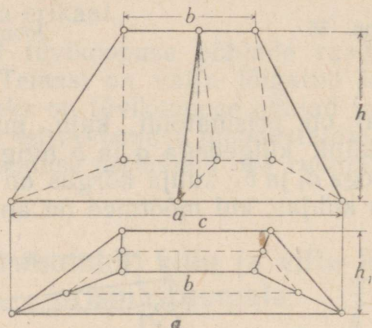
5. Betoonist sillasambal on joonisel 37 näidatud kuju ja mõõtmed (meetrites). Leida samba ruumala. (Kummalgi põhjal on ristküliku ja sellele ehitatud poolringi kuju.)

6. Leida joonisel 38 antud kuju ja mõõtmetega (sentimeetrites) kiilu ruumala. (Põhjaks on ristkülik; põhja vastasserv on põhjaga paralleelne.)

7. Leida joonisel 39 antud kuju ja mõõtmetega (sentimeetrites) kiilu ruumala. (Põhjadeks on täisnurksed kolmnurgad; nende kaatetite pikkused on näidatud joonisel.)

8. Leida pööninguruumi ruumala, kui selle põhiplaani on trapets alusega a ja c ning kõrgusega h_1 ; pööningu kõrgus on h ja harja pikkus on b (joon. 40).

9. Viltu lõigatud rööptahuka kolm järjestikust külgserva on 15 cm, 23 cm ja 18 cm. Leida neljas külgserv.



Joon. 40.

10. Viltu lõigatud korrapärase nelinurkse prisma põhiserv on a , kaks lähestikust külgserva on kumbki b ja teised kaks on kumbki c . Avaldada viltu lõigatud prisma ruumala.

11. Viltu lõigatud püstprisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk ABC , milles kaatet $AC=15$ cm ja kaatet $BC=20$ cm. Külgservad BB_1 ja CC_1 on kumbki 10 cm ning $AA_1=18$ cm. Arvutada selle viltu lõigatud prisma ruumala ja täispindala.

12. 1) Tõestada, et viltu lõigatud kolmnurkse prisma ruumala võrdub tema külgservade aritmeetilise keskmise ja ristlõike pindala korrutisega.

2) Kolmnurkse viltu lõigatud prisma külgservad on 17 cm, 25 cm ja 30 cm ning nendevahelised kaugused on 18 cm, 20 cm ja 34 cm. Arvutada selle viltu lõigatud prisma ruumala.

13. Leida viltu lõigatud kolmnurkse prisma ruumala ja külgpindala, kui prisma külgservad on l , m ja n ning nad asetsevad üksteisest kaugusel a .

§ 20. Kera ja tema omadused.

1. 1) Kera, mille raadius on 41 dm, on lõigatud tasapinnaga 9 dm kaugusel keskpunktist. Arvutada lõike pindala.

2) Läbi kera raadiuse keskpunkti on pandud temaga ristiseisev tasapind. Leia saadud lõike pindala ja suurringi pindala suhe.

2. Kera raadius on 63 cm. Punkt asetseb kera puutuja-tasapinnal 16 cm kaugusel puutepunktist. Leida punkti lühim kaugus kera pinnast.

3. Kera pinna kahte punkti suunduvate raadiuste vaheline nurk on 60° . Nende punktide vaheline lühim kaugus kera pinda mööda on 5 cm. Arvutada kera raadius ($\frac{1}{\pi} \approx 0,32$).

4. Kera raadius on R . Läbi raadiuse otspunkti on pandud tasapind, mille suhtes selle raadiuse kaldenurk on 60° . Avaldada tekkinud lõike pindala.

5. On antud kera raadiusega R . Tema pinna üht punkti läbivad kaks tasapinda: kera puutujatasapind ja teine, mis moodustab sellega 30° -se nurga. Avaldada lõike pindala.

6. 1) Maakera raadius on R . Millega võrdub paralleelringi ümbermõõt, kui ta geograafiline laius on 60° ?

2) Linn N asetseb põhjalaiusel 60° . Kui pika tee see punkt läbib ühes tunnis maakera pöörlemisel oma telje ümber? Maakera raadiuse pikkuseks võtta 6000 km.

7. Kera pinnal on antud kolm punkti. Nendevahelised sirgjoonelised kaugused on 6 cm, 8 cm ja 10 cm. Kera raadius on 13 cm. Leida neid punkte läbiva tasapinna kaugus kera keskpunktist.

8. Kera läbimõõt on 25 cm. Kera pinnal on antud punkt A ja ringjoon, mille kõik punktid asetsevad punktist A kaugusel 15 cm (mööda sirgjoont). Leida selle ringjoone raadius.

9. Kera raadius on 15 m. Väljaspool kera 10 m kaugusel tema pinnast on antud punkt A . Leida kera pinnal aset-

seva ringjoone pikkus, mille kõik punktid asetsevad 20 m kaugusel punktist A .

10. Poolkeral ja temasse kujundatud koonusel on ühine põhi ja ühine kõrgus. Läbi kõrguse keskpunkti on pandud põhjaga paralleelne tasapind. Tõestada, et koonuse külgpinnaga ja poolkera pinnaga piiratud lõike osa pindala võrdub põhja pindala poolega.

11. Kera on piiratud kahe kontsentrilise kerapinnaga (õõnes kera). Tõestada, et tema lõige, mille tasapind läbib keskpunkti, on pindvõrdne lõikega, mille tasapind puudtab sisemist kerapinda.

12. 1) Kaks võrdset kera raadiusega R asetsevad nii, et ühe keskpunkt asetseb teise pinnal. Leida nende pindade lõikejoone pikkus.

2) Kahe kera raadiused on 25 dm ja 29 dm ning kerade keskpunktide vaheline kaugus on 36 dm. Leida nende pindade lõikejoone pikkus.

13. Kolmnurga küljed on 13 cm, 14 cm ja 15 cm. Arvutada kolmnurga tasapinna kaugus kolmnurga külgi puudutava kera keskpunktist, kui kera raadius on 5 cm.

14. Rombi diagonaalid on 15 cm ja 20 cm. Kera puudtab rombi kõiki külgi. Kera raadius on 10 cm. Arvutada kera keskpunkti kaugus rombi tasapinnast.

15. Kerale, mille raadius on 5 dm, on asetatud romb nii, et kõik ta küljed puudutavad kera. Rombi küljed on 6 dm ja rombi tasapinna kaugus kera keskpunktist on 4 dm. Arvutada rombi pindala.

16. Läbi kera pinnal asetseva punkti on pandud kaks teineteisega ristiseisvat tasapinda. Kera lõiked nende tasapindadega on ringid raadiustega r_1 ja r_2 . Avaldada kera raadius R .

17. Kera raadius on 7 cm. Tema pinnal on antud kaks võrdset ringjoont, mille lõikepunkte ühendav kõõl on 2 cm. Leida nende ringide raadius, teades, et nende tasapinnad on teineteisega risti.

18. Kera kahe puutujatasapinna vahelistest nurkadest on see, mille sisepiirkonnas asetseb kera, 120° . Puutepunktidevaheline lühim kaugus mööda kera pinda on 70 cm. Arvutada kera raadius.

§ 21. Kera ja tema osade ruumala.

Kera.

1. (*Peast.*) 1) Kera raadius on 1 m. Leida kera ruumala.

2) Mitu korda suureneb kera ruumala, kui ta raadius suureneb 3 korda? 4 korda?

2. Aurumasina regulaatori malmkerad kaaluvad kumbki 10 kG. Arvutada kummagi kera raadius. Malmi erikaal on 7,2.

3. 1) Kaks malmkera, mille läbimõõdud on $d_1=25$ cm ja $d_2=35$ cm, on vaja ümber valada üheks keraks. Arvutada uue kera läbimõõt. (Valamiskadusid ei tule arvestada.)

2) Kolme kera raadiused on 3 cm, 4 cm ja 5 cm. Arvutada niisuguse kera raadius, mille ruumala võrdub antud kerade ruumalade summaga.

4. Tinatükk kaalub 1 kG. Mitu ühesentimeetrise läbimõõduga kuulikest saab valada sellest tükist? Tina erikaal on 11,4.

5. 1) (*Peast.*) Tinakera, mille läbimõõt on 20 cm, valatakse ümber 10 korda väiksema läbimõõduga keradeks. Mitu niisugust kera saadakse? Missugune andmetest osutub ülesandes üleaaruseks?

2) (*Peast.*) On vaja valada tinakera läbimõõduga 3 cm. Mitu tinakera läbimõõduga 5 mm on selleks vaja võtta?

6. Tinakera, mille läbimõõt on 0,012 m, ja õõnes klaaskera, mille läbimõõt on 0,160 m, on kaalukangil tasakaalus, s. o. nende kaalud õhus on võrdsed. Kumb kera vajub alla ja kui suur on kerade kaalude vahe, kui kogu seade asetada õhupumba kupli alla ja pumbata kupli alt väljakogu õhk? Seda riista nimetatakse füüsikas *baroskoobiks*. Ohu erikaal on 0,0013.

7. 1) Puusilindrist, mille kõrgus võrdub põhja läbimõõduga, on treitud võimalikult suur kera. Leida, mitu protsenti materjalist on maha treitud?

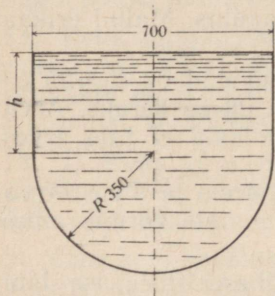
2) Kuubist on treitud võimalikult suur kera. Mitu protsenti materjalist on maha treitud?

8. Kontrollida järgmise lause kehtivust: kui kolme kera raadiused suhtuvad nagu 1 : 2 : 3, siis suurima kera ruumala on kolm korda suurem väiksemate kerade ruumalade summast.

9. Õõnsa kera välimine läbimõõt on 18 cm ja seinapaksus on 3 cm. Arvutada seinaruumala.

10. Õõnsa malmkera sisemine läbimõõt on 8 cm ja välimine läbimõõt 10 cm. Arvutada kera kaal. Malmi erikaal on 7,3.

11. Õõnsa kera seinaruumala on 876π cm³ ja seinapaksus 3 cm. Arvutada välimine ja sisemine raadius.



Joon. 41.

12. Võrdkülgse telglõikega silindri põhjasse, mille raadius on R , on kujundatud ruut ja sellele on ehitatud võrdkülgsete külgtahkudega püramiid. Leida niisuguse kera raadius, mille ruumala võrdub silindri ja püramiidi ruumalade summaga.

13. Anumas on ümberpööratud koonuse kuju, mille telglõikeks on võrdkülgne kolmnurk. Anumasse on heidetud raudkera, mille raadius on R . Anumasse on valatud nii palju vett, et

veepind on kera ülemiseks puutujaks. Kui kõrgele jääb veepind anumast, kui kera anumast välja võetakse?

14. Veepaak koosneb poolkerast, mille raadius on R , ja niisama suure põhjaraadiusega silindrist (joon. 41). Kui kõrge peab olema silindriline osa, et paagi kogu ruumala oleks 200 m³? (Mõõdud on antud sentimeetrites.)

Kera segment.

15. Kera läbimõõduga ristiseisev tasapind jaotab läbimõõdu osadeks 3 cm ja 9 cm. Missugusteks osadeks jaotub kera ruumala?

16. Missuguse osa kera ruumalast moodustab kera segmenti ruumala, kui segmenti kõrgus on 0,1 kera läbimõõdust?

17. Kera segmenti kõrgus on 0,4 kera raadiusest. Missuguse osa moodustab selle segmenti ruumala niisama suure põhja ja kõrgusega silindri ruumalast?

18. Gaasimahutil, mille mõõtmed meetrites on antud joonisel 42, on silindri ja sellele asetatud kerasegmenti kuju. Arvutada mahuti ruumala.

19. Kaks võrdset kera on asetatud nii, et ühe kera keskpunkt asetseb teise kera pinnal. Kuidas suhtub kerade ühise osa ruumala terve kera ruumalasse?

20. Kera läbimõõt, mille pikkus on 30 cm, on teljeks silindrile, mille põhja raadius on 12 cm. Arvutada seespool silindrit oleva kera ruumala.

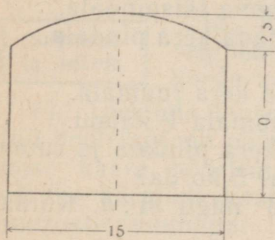
21. Valukulbil on joonisel 43 näidatud läbilõige. Kulp on seest- ja väljastpoolt piiratud sfääriliste pindadega (mõõtmed on antud millimeetrites). Kulbi aine erikaal on 7,9. Arvutada kulbi kaal.

22. Kaksikkumera läätse sfääriliste pindade raadiused on 10 cm ja 17 cm. Sfääriliste pindade keskpunktide vaheline kaugus on 21 cm. Arvutada läätse ruumala.

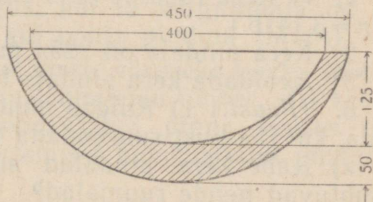
Kera sektor.

23. Kera sektori raadius on R ja telglõike nurk on 120° . Avaldada ruumala.

24. Arvutada kera sektori ruumala, kui sektori põhja äärjoone raadius on 60 cm ja kera raadius on 75 cm.



Joon. 42



Joon. 43.

25. Ringi sektor, mille nurk on 30° ja raadius on R , pöörleb ühe teda piirava raadiuse ümber. Avaldada seejuures tekkiva keha ruumala.

26. Kahe raadiusega kolmeks võrdseks osaks jaotatud poolring, mille raadius on R , pöörleb tema läbimõõdu ümber. Leida iga osa pöörlemisel tekkiva keha ruumala.

27. Kui kera sektori telglõike pindala on $\frac{1}{3}$ kera suurringi pindalast, siis ta ruumala on $\frac{1}{4}$ kera ruumalast. Tõestada see lause.

Kera kiht.

28. Kera kihi põhjade raadiused on 3 m ja 4 m ning kera raadius on 5 m. Arvutada kihi ruumala. (Kaks juhtumit.)

29. Kera, mille raadius on 65 cm, on ühel ja samal pool keskpunkti lõigatud kahe tasapinnaga, mille kaugu-

sed keskpunktist on 16 cm ja 25 cm. Arvutada nende vahel oleva kera osa ruumala.

30. Kera kihil ja silindril on ühine põhi ja ühine kõrgus. Nende külgpindadest piiratud keha ruumala on 36π cm³. Leida nende kõrgus.

31. Tõestada, et niisuguse keha ruumala, mis tekib antud kõõlupikkusega a ringi segmendi pöörlemisel kõõluga paralleelse läbimõõdu ümber, ei olene ringi raadiusest.

§ 22. Kera ja tema osade pindala.

Kera.

1. (Peast.) 1) Kera suurringi pindala on 1 m². Leida kera pindala.

2) Poolkera sfäärilise pinna suurus on M võrra suurem tema põhja pindalast. Leida põhja pindala.

3) Poolkera raadius on R . Leida tema täispindala.

2. 1) Kera raadius on 5 cm. Arvutada kera pindala. ($\pi=3,1416$.)

2) Kera pindala on 225π m². Leida kera ruumala.

3) Avaldada kera pindala tema ruumala V kaudu.

3. (Peast.) 1) Kuidas muutuvad kera pindala ja ruumala, kui raadiust suurendada 4 korda? 5 korda?

2) Kahe kera pindalad suhtuvad nagu $m:n$. Kuidas suhtuvad nende ruumalad?

3) Kahe kera ruumalad suhtuvad nagu $m:n$. Kuidas suhtuvad nende pindalad?

4. Hüpotenuus ja kaatetid on kolme kera läbimõõtu-deks. Missugune seos valitseb nende kerade pindalade vahel?

5. Kera on ühel ja samal pool keskpunkti lõigatud kahe paralleelse tasapinnaga. Lõigete pindalad on 49π dm² ja 4π m² ning nendevaheline kaugus on 9 dm. Leida kera pindala.

6. 1) Tõestada lause: võrdkülgse telglõikega koonuse täispindala võrdub tema kõrgusele kui läbimõõdule ehitatud kera pindalaga.

2) Tõestada lause: kui võrdkülgse telglõikega koonusel ja poolkeral on ühine põhi, siis koonuse külgpindala võrdub poolkera sfäärilise pinna suurusega ja nende lõikejoon on kaks korda lühem kui põhja ümbermõõt.

3) Kera ruumala ja pindala mõõtardud on võrdsed. Leida kera raadius.

7. Tükk metalli, millel oli esialgu võrdkülgse telglõikega silindri kuju, valati ümber keraks. Kuidas muutus kera pindala?

8. Tõestada, et ruudu pöörlemisel tema külje ümber tekkiva keha pindala võrdub niisuguse kera pindalaga, mille raadiuseks on ruudu külg.

Kera vöö.

9. Kera vöö põhjade raadiused on 20 m ja 24 m ning kera raadius on 25 m. Arvutata kera vöö pindala. (Kaks juhtu.)

10. Avaldada kera raadiuse kaudu kera vöö kõrgus, kui vöö üheks põhjaks on suuring ja vöö pindala võrdub põhjade pindalade summaga.

11. Kera vöö kõrgus on 7 cm ning põhjade raadiused on 16 cm ja 33 cm. Arvutata vöö pindala.

12. Avaldada kera vöö pindala tema kõrguse h ning põhjade raadiuste r ja r_1 kaudu ($r > r_1$).

Segment ja sektor.

13. Avaldada kera raadiuse R kaudu kera segmendi kõrgus, kui ta külgpindala on m korda suurem kui põhja pindala ($m=4$).

14. Tõestada lause: kui kolmeks võrdseks osaks jaotatud poolringjoon pöörleb oma läbimõõdu ümber, siis keskmise kaare pöörlemisel moodustatud pinna suurus on võrdne äärmiste kaarte pöörlemisel moodustatud pindade suuruste summaga.

15. Avaldada kera segmendi sfäärilise pinna suurus segmendi kõrguse h ja põhja raadiuse r kaudu.

16. Ringi segment, mille kaar on 120° ja pindala on Q , pöörleb oma kõrguse ümber. Avaldada saadud pöördkeha ruumala.

17. Tõestada, et kera segmenti kujundatud koonuse külgpindala on segmendi põhja pindala ja külgpindala keskmine võrdeline.

18. 1) Kera raadius on 15 cm. Arvutata kera keskpunktist 25 cm kaugusel asetsevast punktist nähtava kera-pinna osa pindala.

2) Kui kaugel kera (raadius on R) keskpunktist peab asetsema valguspunkt, et ta valgustaks kera pinnast.

19. Ringi sektor, mille nurk on 90° ja pindala on Q , pöörleb oma keskmise raadiuse ümber. Avaldada saadud pöördkeha pindala.

20. Leida, missuguse osa kera ruumalast moodustab niisuguse sektori ruumala, mille sfäärilise pinna suurus võrdub koonilise pinna suurusega.

21. Kera, mille raadius on 10 cm, on silindriliselt läbi puuritud mööda telge. Puuraugu läbimõõt on 12 cm. Arvutada keha täispindala.

22. Ülesanne nr. 18 § 21 andmete järgi leida, mitu ruutmeetrit plekki on vaja mahuti valmistamiseks.

§ 23. Sisse- ja ümberkujundatud kera.

Kuup, rööptahukas,
prisma ja kera.

1. (*Peast.*) Kuubi serv on a . Leida kuubi sisse ja ümber kujundatud kerade raadiused.

2. 1) Risttahuka servad on 4 cm, 6 cm ja 12 cm. Leida ümberkujundatud kera raadius.

2) Korrapärase nelinurkse prisma kõrgus on 2 cm ja põhiserv on 4 cm. Leida ümberkujundatud kera raadius.

3. Kera raadius on 9 dm. Kerasse on kujundatud korrapärase nelinurkne prisma, mille kõrgus on 14 dm. Leida prisma põhiserv.

4. Korrapärase kuusnurkse prisma kõrgus on 8 m. Külgtahu diagonaal on 13 m. Leida ümberkujundatud kera raadius.

5. Kera ümber, mille raadius on R , on kujundatud korrapärase kuusnurkne prisma. Avaldada prisma täispindala.

6. Korrapärase kolmnurkse prisma külgserv on 2 m ja põhiserv on 3 m. Arvutada ümberkujundatud kera läbimõõt.

7. Kerasse, mille raadius on 14 cm, on kujundatud korrapärase kolmnurkne prisma, mille külgtahu diagonaal on 26 cm. Arvutada prisma põhiserv.

8. Püstprisma põhjaks on kolmnurk külgedega 6 cm, 8 cm ja 10 cm. Prisma kõrgus on 24 cm. Arvutada ümberkujundatud kera raadius.

9. Kera ümber, mille raadius on R , on kujundatud korrapärase kolmnurkne prisma. Avaldada prisma pindala ja ruumala.

10. Kuidas suhtuvad kolme kera pindalad, milledest üks puudutab kuubi tahke, teine puudutab kuubi servi ja kolmas läbib kuubi tippe?

11. Kera ümber on kujundatud korrapärase kolmnurkne prisma ja selle prisma ümber on kujundatud kera. Kuidas suhtuvad nende kerade pindalad?

Püramiid
ja kera.

12. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h ja külgserv on b . Leida ümberkujundatud kera raadius.

13. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 4 m ja kõrgus on samuti 4 m. Leida ümberkujundatud kera raadius.

14. 1) Korrapärase tetraeedri serva a järgi leida tema ümber ja sisse kujundatud kerade raadiused.

2) Kuidas suhtuvad kolme kera pindalad, milledest üks puudutab korrapärase tetraeedri tahke, teine puudutab tema servi ja kolmas läbib tema tippu?

15. Korrapärase oktaeedri serva a järgi leida tema ümber ja sisse kujundatud kerade raadiused.

16. 1) Leida korrapärasesse püramiidi kujundatud kera raadius, kui püramiidi kõrgus on h ja kahetahulised nurgad põhja juures on 60° .

2) Sama ülesanne 45° -se kahetahulise nurga puhul.

17. Püramiidi iga külgserv on 9 cm ja kõrgus on 5 cm. Arvutada ümberkujundatud kera raadius.

18. Kerasse on kujundatud korrapärase nelinurkne püramiid, mille kõrguse kera keskpunkt jaotab 4 sentimeetri ja 5 sentimeetri pikkusteks osadeks. Arvutada püramiidi ruumala.

19. Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus on h . Püramiidi külgservad on üksteisega risti. Avaldada ümberkujundatud kera raadius.

20. Korrapärase püramiidi kõrgus on H ja põhja raadius on R . Kuidas peavad suhtuma kõrgus ja põhja raadius, et ümberkujundatud kera keskpunkt asetseks: 1) püramiidi põhjal, 2) seespool püramiidi ja 3) väljaspool püramiidi?

21. Püramiidi põhjaks on korrapärase kolmnurk küljega 3 dm. Üks külgserv on 2 dm ja on risti põhjaga. Arvutada ümberkujundatud kera raadius.

Tüvipüramiid
ja kera.

22. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhiservad on 7 dm ja 1 dm. Külgserv moodustab põhjaga nurga 45° .

Leida ümberkujundatud kera raadius.

23. Korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi põhiservad

on 3 m ja 4 m ning kõrgus on 7 m. Leida ümberkujundatud kera raadius.

24. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi kõrgus on 17 cm ning põhjade ümber joonestatud ringide raadiused on 5 cm ja 12 cm. Leida ümberkujundatud kera raadius.

25. Kera ümber, mille raadius on R , on kujundatud korrapärane nelinurkne tüvipüramiid, mille kahetahuline nurk põhja juures on 45° . Leida tüvipüramiidi täispindala.

Silinder
ja kera.

26. Kerasse, mille raadius on R , on kujundatud võrdkülgse telglõikega silinder. Misugusteks osadeks jaotavad silindri põhjad kera pindala?

27. Kera ümber on kujundatud silinder. Leida nende kehade pindalade ja ruumalade suhted.

28. Kerasse on kujundatud silinder, mille põhja raadius suhtub kõrgusega nagu $m:n$. Avaldada silindri täispindala, kui kera pindala on S .

Koonus
ja kera.

29. Koonuse kõrgus on h ja moodustaja on l . Avaldada ümberkujundatud kera raadius.

30. Kera raadius on 5 cm. Kerasse on kujundatud koonus, mille põhja raadius on 4 cm. Leida koonuse kõrgus.

31. Kera raadius on 2 m. Temasse on kujundatud võrdkülgse telglõikega koonus. Leida koonuse täispindala ja ruumala.

32. Koonuse kõrgus on 8 m ja moodustaja on 10 m. Leida sissekujundatud kera raadius.

33. Leida võrdkülgse telglõikega koonuse ja temasse kujundatud kera ruumalade suhe.

34. Koonusesse, mille põhja raadius on r ja moodustaja l , on kujundatud kera. Kui pikk on ringjoon, mida mööda kera puudutab koonuse külgpinda?

35. Kui kera ümber on kujundatud koonus, mille kõrgus on kaks korda suurem kui kera läbimõõt, siis koonuse ruumala ja täispindala on kaks korda suuremad kui kera ruumala ja pindala. Kontrollida selle lause kehtivust.

36. Kera ümber, mille raadius on r , on kujundatud koonus, mille telglõike tipunurk on täisnurk. Avaldada koonuse täispindala.

37. Koonuse kõrgus on 20 cm ja moodustaja on 25 cm. Koonusesse on kujundatud poolkera nii, et ta põhi asetseb koonuse põhjal. Leida poolkera raadius.

38. Koonuse kõrgus on 9 cm ja põhja raadius on 12 cm.

Koonusesse on kujundatud kera segment nii, et koonuse põhi on segmenti põhjaks. Leida segmenti raadius.

Tüvikoonus
ja kera.

39. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 3 m ja 4 m ning kõrgus on 7 m. Leida ümberkujundatud kera raadius.

40. Kera raadius on 10 cm. Kerasse on kujundatud tüvikoonus, mille põhjade raadiused on 6 cm ja 8 cm. Leida tüvikoonuse kõrgus. (Kaks juhtumit.)

41. Kera ümber on kujundatud tüvikoonus, mille põhjade raadiused on r ja R . Leida kera raadius.

42. Kera ümber on kujundatud tüvikoonus, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on 45° . Tõestada, et tema külgpindala on kaks korda suurem kui kera pindala.

43. Arvutada kera ümber kujundatud tüvikoonuse külgpindala ja ruumala, kui tüvikoonuse moodustaja on 13 cm ja kera raadius on 6 cm.

Kera sektor
ja segment.

44. Kera sektori raadius on R ja telglõike kaar on 60° . Leida temasse kujundatud kera raadius ja ringjoone pikkus, mida mööda nad puutuvad teineteisega kokku.

45. Kera sektorisse on kujundatud kaks teineteisega kokkupuutuvat kera, mille raadiused on 1 dm ja 3 dm. Leida antud sektori raadius.

46. On antud neli võrdset kera raadiusega R , milledest igaüks puudutab kolme teist kera. Leida kõigi antud keraside puudutava kera raadius. (Kaks juhtumit.)

47. Kera segmenti täispindala on m korda suurem kui temasse kujundatud kera pindala. Teades segmenti sfäärilise pinna raadiust R , leida segmenti kõrgus ($m=2$).

48. Kera segmenti ruumala on m korda suurem kui temasse kujundatud kera ruumala. Avaldada segmenti kõrgus tema sfäärilise pinna raadiuse R kaudu ($m=2$).

49. Kera sektorisse, mille telglõike nurk on 120° , on kujundatud võrdkülgse telglõikega koonus. Koonuse tipp asetseb sektori sfäärilisel pinnal ja koonuse põhi toetub sektori koonilisele pinnale. Leida koonuse ja sektori ruumalade suhe.

§ 24. Pöördkehad.

Silinder, koonus
ja tüvikoonus.

1. Ruut, mille külg on a , pöörleb läbi diagonaali otspunkti diagonaalile tõmmatud ristsirge ümber. Avaldada saadud pöördkeha ruumala ja pindala.

2. Ruut, mille külj on a , pöörleb välimise telje ümber, mis on paralleelne ruudu küljega ja asetseb sellest küljepikkuse kaugusel. Leida: 1) saadud keha ruumala ja pindala, 2) missuguses suhtes jaotab selle keha ruumala diagonaali pöörlemisel moodustatud pind.

3. Võrdkülgne kolmnurk pöörleb läbi tipu küljele tõmmatud ristsirge ümber. Kuidas suhtuvad üksteisega kolmnurga külgede pöörlemisel moodustatud pindade suurused?

4. Kui võrdkülgne kolmnurk pöörleb üks kord oma külje ümber ja teine kord tema tippu läbiva sirge ümber, mis on paralleelne küljega, siis teisel korral tekib kaks korda suurema ruumalaga ja pindalaga keha kui esimesel korral. Kontrollida selle lause kehtivust.

5. Võrdkülgne kolmnurk, küljega a , pöörleb välimise telje ümber, mis on paralleelne küljega ja asetseb sellest kolmnurga apoteemi pikkuse kaugusel. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

6. Võrdkülgse kolmnurga üks külj a on pikendatud tema pikkuse võrra ja läbi pikenduse otspunkti on sellele tõmmatud ristsirge. Leida kolmnurga pöörlemisel selle ristsirge ümber tekkiva keha ruumala ja pindala.

7. Võrdkülgse kolmnurga kõrgus on pikendatud tipust alates ta enda pikkuse võrra ja läbi pikenduse otspunkti on sellele tõmmatud ristsirge. Avaldada kolmnurga pöörlemisel selle ristsirge ümber tekkiva keha ruumala kolmnurga külje a kaudu.

8. Ruudu külgedele on väljastpoolt ehitatud võrdkülgseid kolmnurgad. Saadud kujund pöörleb kahe teineteise vastas asetseva kolmnurga väliseid tippe läbiva sirge ümber. Ruudu külj on a . Avaldada nii saadud keha ruumala.

9. Korrapärase kuusnurga külje a kaudu avaldada kehade ruumalad ja pindalad, mis tekivad selle kuusnurga pöörlemisel: 1) läbimõõdu ümber, 2) apoteemi ümber.

10. Korrapärase kuusnurga külje a kaudu avaldada keha ruumala, mis tekib kuusnurga pöörlemisel tema külje ümber.

11. Korrapärase kuusnurk, mille külj on a , pöörleb telje ümber, mis läbib tema tippu risti sellesse tippu tõmmatud raadiusega. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

12. Korrapärase kuusnurk, mille külj on a , pöörleb välise telje ümber, mis on paralleelne kuusnurga küljega

ja asetseb sellest apoteemi pikkuse kaugusel. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

13. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatedid on 5 cm ja 12 cm, pöörleb välimise telje ümber, mis on paralleelne suurema kaatetiga ja on sellest 3 cm kaugusel. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

14. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatedid on 15 cm ja 20 cm, pöörleb suurema teravnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud ristsirge ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

15. Kolmnurk, mille küljed on 9 cm, 10 cm ja 17 cm, pöörleb vähima nurga tipust väljuva kõrguse ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

16. Kolmnurk, mille kaks külge on 8 cm ja 5 cm ning nendevaheline nurk on 60° , pöörleb selle nurga tipust vähimale küljele tõmmatud ristsirge ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

17. Tõestada lause: rööpküliku pöörlemisel kord ühe, kord teise lähiskülje ümber tekkivate kehade ruumalad on pöördvõrdeised nende külgedega.

18. Romb, mille pindala on Q , pöörleb oma telje ümber. Avaldada pöördkeha ruumala.

19. 1) Romb, mille külg on a ja teravnurk on 60° , pöörleb selle nurga tipust küljele tõmmatud ristsirge ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

2) Sama ülesanne 45° -se nurga puhul.

20. Võrdhaarne trapets, mille teravnurk on 45° ja mille haar võrdub lühema alusega, pöörleb haara ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala haara a kaudu.

21. Poolringisse on kujundatud trapets nii, et ta üheks aluseks on poolringi läbimõõt ja haaradele vastavad kaared on kumbki 30° . Avaldada selle trapetsi pöörlemisel alusega ristuva raadiuse ümber tekkiva keha ruumala ja pindala.

22. AB on poolringi läbimõõt, mille raadius on R ; BC on 60° -le vastav kaar. On joonestatud kõõl AC ja puutuja CD , kus D on punkti läbimõõdu AB pikendusel. Kolmnurk ACD pöörleb külje AD ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

23. Poolringjoonel, mille raadius on R , on võetud läbimõõdu AB otspunktis algav 60° -ne kaar BMC ja punkt C on ühenda-

Kera ja
tema osad.

tud punktiga A . Läbimõõdust AB , kõõlust AC ja kaarest BMC piiratud kujund pöörleb läbimõõdu AB ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

24. Poolringjoonel, mille raadius on R , on võetud läbimõõdu AB otspunktis algav 45° -ne kaar BMC ja punktist C on joonestatud puutuja, mis lõikab läbimõõdu AB pikendust punktist D . Sirglõikudest BD ja CD ning kaarest BMC piiratud kujund pöörleb sirge BD ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

25. O on kaare AMC keskpunkt; kaare raadius on R ; B on niisugune punkt raadiuse OA pikendusel, et BC on kaare AMC puutuja; CD on ristlõik raadiuseni OA . Kujund pöörleb telje OB ümber. Leida kaugus OD , kui kaare AMC pöörlemisel moodustatud pind poolitab kolmnurga OCB pöörlemisel tekkiva keha ruumala.

26. Poolringjoon, mille läbimõõt on AB ja keskpunkt on O , on jaotatud kolmeks võrdseks osaks: AMC , CND ja DPB . On joonestatud raadiused OC ja OD ning kõõlud AC ja AD . Kujund pöörleb läbimõõdu AB ümber. Tõestada, et kujundite $ACND$ ja $OCND$ pöörlemisel tekkivad kehad on ruumvõrdsed poolkeraga.

27. Ringi segment pöörleb kõõluga paralleelse läbimõõdu ümber. Tõestada, et seejuures tekkiv keha on ruumvõrdne keraga, mille läbimõõt on segmenti kõõl.

28. 1) AOB on kvadrant, mille keskpunkt on O ja raadius on R ; AMC on 60° -ne kaar; AD on puutuja, kusjuures puutuja ja raadiuse OC pikenduse lõikepunkt on D . Lõikudest AD ja CD ning kaarest AMC piiratud kujund pöörleb raadiuse OB ümber. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

2) Sama ülesanne, kui kaar $AMC = 45^\circ$.

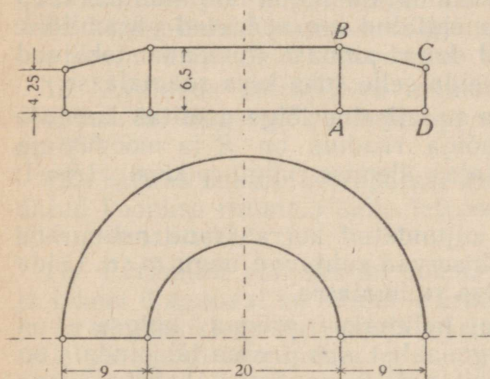
**Guldin'i
teoreemid.**

29. Kontrollida mõlema Guldin'i teoreemi kehtivust juhtudel, kui:

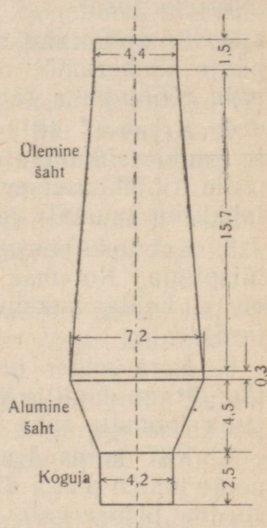
- 1) ristkülik pöörleb ühe oma külje ümber;
- 2) romb, mille külg on a ja kõrgus h , pöörleb ühe oma külje ümber;
- 3) korrapärase kolmnurk, mille külg on a , pöörleb tema tippu läbiva küljega paralleelse telje ümber;
- 4) täisnurkne kolmnurk pöörleb ühe kaateti ümber;
- 5) täisnurkne kolmnurk pöörleb hüpotenuusi ümber.

30. Rõnga ristlõige on ruut küljega $a=4$ cm; rõnga keskmine läbimõõt $d=80$ cm ja erikaal on 8,6. Leida rõnga kaal.

31. Päästerõngast, mille ristlõige on ring, võib vaadelda kui keha, mis on tekkinud selle ringi pöörlemisel rõnga telje ümber. Ristlõike läbimõõt $d=12$ cm ja rõnga välimine läbimõõt $D=75$ cm. Arvutada päästerõnga pindala ja ruumala.



Joon. 44.



Joon. 45.

32. Raudteedepoo põhiplaanel on poolrõnga kuju (joon. 44), mille sisemine läbimõõt on 20 m ja laius on 9 cm. Depoo ristlõige on täisnurkne trapets $ABCD$, mille alused on 4,25 m ja 6,5 m. Arvutada depoo ruumala.

33. Kolmnurga küljed on 9 cm, 10 cm ja 17 cm. Kolmnurk pöörleb oma suurima kõrguse ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

34. Tõestada, et kolmnurga pöörlemisel kord oma külje ümber, kord selle küljega paralleelse sirge ümber, mis läbib vastasnurga tippu, tekkivate kehade ruumalade suhe on 1 : 2.

§ 25. Segaiülesandeid.

1. Joonisel 45 on kujutatud kõrgahju sisemuse läbilõige; mõõtmed on antud meetrites. Arvutada koguja, alumise šahti ja kolmest osast koosneva ülemise šahti ning terve ahju ruumala.

2. Püramiidi põhjaga paralleelne tasapind jaotab püramiidi külgsinna kaheks osaks, mille suhe on $4:5$, tipust alates. Missuguses suhtes jaotab see tasapind püramiidi kõrguse?

3. Püströöptahuka diagonaalid on 9 cm ja $\sqrt{33}\text{ cm}$, põhja übermõõt on 18 cm ja külgserv on 4 cm . Arvutada rööptahuka täispindala ja ruumala.

4. Kerasse, mille raadius on R , on kujundatud kuup ja kuubi tahkudele on ehitatud korrapäraseid püramiide, mille tipud asetsevad kera pinnal. Avaldada tekkinud tahkkehade ruumala ja leida selle suhe kera ruumalasse.

5. Koonuse põhjaga paralleelne lõige poolitab koonuse täispinna. Koonuse põhja raadius on R ja moodustaja on l . Leida moodustaja ülemise lõigu pikkus ($R=1$, $l=8$).

6. Kera ümber on kujundatud korrapärase nelinurkne tüvipüramiid, mille põhiservad suhtuvad nagu $m:n$. Leida tema ruumala suhe kera ruumalasse.

7. Kui korrapärase nelinurkse prisma külgserv on poole lühem põhja diagonaalist, siis prisma täispindala on võrdne põhiservale ehitatud korrapärase kaheksanurga pindalaga. Kontrollida selle lause kehtivust: 1) arvutamise teel, 2) arvutamisetä.

8. Püströöptahuka diagonaalide lõikepunkt on põhja tasapinnast 3 cm kaugusel ning külgtahkudest 2 cm ja 4 cm kaugusel; põhja übermõõt on 30 cm . Arvutada rööptahuka täispindala ja ruumala.

9. Väikeste luust esemete lihvimiseks on vaja ehitada rauast trummel, millel on korrapärase kuusnurkse prisma kuju põhiservaga 200 mm ja kõrgusega 800 mm . Töötamisel täidetakse 45% trumli ruumist. Arvutada raua hulk, mis kulub viie niisuguse trumli ehitamiseks, ja esemete kaal, mida nendega on võimalik üheaegselt lihvida, võttes luu erikaaluks $1,2$.

10. Korrapärase kuusnurkne malmist prisma on mööda telge läbi puuritud. Prisma pikkus on $4,8\text{ m}$, põhiserv on

32 cm ja erikaal on 7,25. Silindrilise puuraugu läbimõõt on 32 cm. Leida prisma kaal.

11. Tõestada lause: kui täisnurkse kolmnurga hüpoteenuusi läbiv tasapind moodustab kaatetitega nurgad 30° ja 45° , siis kolmnurga tasapinnaga ta moodustab nurga 60° .

12. Kera ümber, mille raadius on R , on kujundatud tüvikoonus, mille ruumala on m korda suurem kui kera ruumala. Avaldada tüvikoonuse põhjade raadiused.

13. Tõestada lause: kui risttahuka diagonaal moodustab kahe servaga 60° -sed nurgad, siis kolmanda servaga ta moodustab 45° -se nurga.

14. Antud koonusesse kujundatud kera pindala võrdub koonuse põhja pindalaga. Leida: 1) kuidas suhtub selle kera pindala koonuse külgpindalasse, 2) missuguse osa koonuse ruumalast moodustab kera ruumala.

15. Avaldada korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui ta külgserv on b ja tipu juures olev tasanurk on 36° .

16. Kuidas suhtub korrapärase tetraeedri ümber kujundatud koonuse ruumala selle tetraeedri sisse kujundatud kera ruumalasse?

17. Püramiidi põhjaks on romb, mille külg on 25 dm ja lühem diagonaal on 30 dm. Püramiidi kõrgus on 32 dm ja ta aluspunkt asetseb põhja nürinurga tipus. Arvutada selle püramiidi täispindala.

18. Poolringjoonest ja 120° -sest kaarest piiratud kuusirbikujuline kujund pöörleb tema kaarte poolituspunkte läbiva sirge ümber. Kujundi kõõl on a . Avaldada pöördekeha pindala ja ruumala.

19. Võrdkülgse telglõikega koonusesse on kujundatud poolkera nii, et ta suuring asetseb koonuse põhja tasapinnal. Missugustes suhetes poolkera ja koonuse pindade puutejoon jaotab nende külgpinnad?

20. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaks on kera segmendi põhjasse kujundatud ruut. Püramiidi ja segmendi kõrgused ühtivad. Kera raadius $R=6,5$ m ja segmendi kõrgus $h=5$ m. Leida püramiidi külgpindala.

21. Kuubi kõik nurgad on ära lõigatud tasapindadega, mis läbivad kolme ühest ja samast tipust lähtuva serva keskpunkte. Avaldada saadud hulktahuka ruumala ja pindala, kui kuubi serv on a .

22. Võrdkülgse telglõikega koonusesse, mille moodustaja on a , on kujundatud kera ja kerasse on kujundatud kuup. Avaldada kuubi serv.

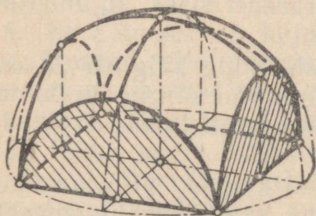
23. Korrapärase kolmnurkse prisma külgserv on võrdne tema põhiservaga a . Avaldada põhiserva läbiva ja põhitahuga 60° -st nurka moodustava lõike pindala.

24. Korrapärases tetraeedris on külgtahkude keskpunktid üksteisega ühendatud. Leida, mitu korda saadud kolmnurga pindala on väiksem tetraeedri põhja pindalast.

25. Väljaspool ringi olevast punktist A võetakse lõikaja läbi ringi keskpunkti; punkti A kaugus kaugemast lõikepunktist D on 40 cm; puutuja lõik $AB=20$ cm. Lõikudest AB ja AD ning kaarest BMD piiratud kujund pöörleb sirge AB ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.

26. Kera ümber, mille raadius on r , on kujundatud koonus, mille külgpindala suhtub kera pindalasse nagu 3 : 2. Avaldada koonuse põhja raadius.

27. Poolkera põhjasse on kujundatud ruut. Läbi ruudu külgede on pandud tasapinnad risti poolkera põhja tasapinnaga (joon. 46). Need tasapinnad lõikavad ära poolkerast neli poolsegmenti. Ülejäänud osal on sagedasti esineva võlvi kaju. Ruudu külge on 6,5 m. Arvutada võlvi ruumala.



Joon. 46.

poolkerast ära neli osa (poolsegmenti). Leida ülejäänud osa ruumala.

29. Ristkülik, mille küljed on a ja b , pöörleb telje ümber, mis läbib ristküliku tippu ja on paralleelne tema diagonaaliga. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

30. Ristkülik, külgedega a ja b , pöörleb telje ümber, mis läbib diagonaali otspunkti ja on sellega risti. Avaldada pöördkeha ruumala ja pindala.

31. Kolmnurk, mille pindala on 36 cm^2 , pöörleb ühe oma külje ümber. Saadud keha ruumala on $192\pi \text{ cm}^3$ ja

pindala on 216π cm². Arvutada kolmnurga küljed ja näidata, missugune neist on teljeks.

32. On antud korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhiservad a ja b ning kõrgus h . Avaldada ta külgtahu ja ülemise põhja serva läbiva, külgtahuga paralleelse tasapinna vahel asetseva osa ruumala.

33. Kolmnurk, mille küljed suhtuvad nagu 13 : 14 : 15, pöörleb oma keskmise telje ümber. Saadud kaksikkoonusesse on kujundatud kera. Kuidas suhtub kera ruumala kaksikkoonuse ruumalasse?

34. Ristkülik, mille küljed on a ja b , on murtud mööda diagonaali nii, et kolmnurkade tasapinnad moodustavad kahetahulise täisnurga. Avaldada ristküliku nende tippude vaheline kaugus, mis ei asetse kahetahulise nurga serval.

35. Olgu V , V_1 ja V_2 kehade ruumalad, mis tekivad kaatetite ümber. Tõestada, et $\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$.

36. Püstprisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk ABC , mille hüpotenuus $AB=c$ ja teravnurk on 15° . Kui külgtahud C_1CAA_1 ja C_1CBB_1 , laotada ühele tasapinnale ja joonestada lõigud C_1A ja C_1B , siis need moodustavad täisnurga. Avaldada selle prisma ruumala ja külgpindala.

37. Koonusesse on kujundatud hulk kerasid, milledest esimene puudutab koonuse põhja ja külgpinda ning iga järgnev puudutab külgpinda ja eelnevat kera. Koonuse kõrgus on 8 cm ja põhja raadius 6 cm. Millisele piirväärtusele läheneb sissekujundatud kerade ruumalade summa, kui nende arvu piiramatult suurendada?

38. Kuubisse, mille serv on a , on kujundatud kera nii, et ta puudutab kuubi kõiki servi. Avaldada seespool kuupi oleva kera osa ruumala.

39. Korrapärase nelinurkse prisma põhiserv on a ja külgserv $4a$. Avaldada läbi prisma diagonaali põhja diagonaaliga paralleelselt võetud lõike pindala.

40. Korrapärasel nelinurksel tüvipüramiidil ja temaga ruumvõrdsel korrapärasel nelinurksel prismal põhjade keskpunktid ühtivad ja külgservad lõikuvad. Tüvipüramiidi põhiservad on 2 m ja 11 m. Leida: 1) prisma põhiserv; 2) missuguses suhtes (alates ülalt) külgservade lõikepunktid jaotavad külgservad; 3) missugustes suhetes külgpindade lõikejoon jaotab külgpinnad.

41. Kerasse on kujundatud koonus nii, et kera keskpunkt jaotab koonuse kõrguse kuldloikes. Leida, mitu korda kera ruumala on suurem koonuse ruumalast.

42. Trapetsis, mille alused on BC ja AD , on antud: $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 8$ cm, $AD = 5$ cm ja $BC = CD$. Arvutada selle trapetsi pöörlemisel külje AD ümber tekkiva keha ruumala ja pindala.

Vastuseid.

§ 1.

1. 1) Ei; ei; 2) jah; jah; ei. 2. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. 3. 18,5 cm². 4. $\frac{a}{4}\sqrt{3a^2+4b^2}$.
7. 1) 8 cm; 2) $a\sqrt{2}$. 8. Ringjoon, mille keskpunktiks on antud punktist antud tasapinnale ehitatud ristlõigu aluspunkt.
9. $\sqrt{\frac{Q}{\pi} + a^2}$. 10. Ringjoone keskpunkti läbiv ristsirge ringi tasapinnale.
11. Antud punkte ühendava lõigu keskpunkti läbiv ja selle lõiguga ristuv tasapind. 12. 26 dm².
13. $\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}}$. 14. $MA = \frac{8\sqrt{3}}{3}$; $MB = 4\sqrt{2}$; $MC = 8$.
15. $OA = OB = OC = \sqrt{l^2 - OM^2}$. 16. 9 cm. 17. 4 cm.
18. 1 cm. 19. 1) $2\sqrt{2}$ cm; 2) $\sqrt{2}$ cm; 3) 45°.
20. 6,5 cm. 21. 2,5 cm; $KB = \sqrt{10,25} \approx 3,2$ cm;
 $KA = KC = \frac{\sqrt{61}}{2} \approx 7,8$ cm.
22. 1) $\sqrt{j^2 - a^2}$; 2) 37 m; 3) 8 cm ja 17 cm. 23. 3,5 dm². 24. 2 cm.
25. $\frac{ab}{a+b}$, kui C ja D asetsevad ühel pool tasapinda M , ja $\frac{ab}{a-b}$ (kui $a > b$) või $\frac{ab}{b-a}$ (kui $b > a$), kui C ja D asetsevad kahel pool tasapinda M . Kui $a = b$, siis 1-sel juhul $\frac{b}{2}$, teisel ∞ .
26. $\sqrt{2b^2 - a^2}$.
27. 1) 56; 2) 20. 28. 1) Näpunäide. Ehitada kaldsirge mingist punktist ristsirge nurga tasapinnale ja näidata, et ta aluspunkt asetseb nurgapoolitajal. 2) 18 m; 12 m.

§ 2.

1. $5\sqrt{2}$ cm; 45° . 2. 241 cm. 3. $\frac{h}{3} \sqrt{15}$. 4. $1,5b$.
 5. 1) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{a}{2}$; 3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. 6. 1) $2h$; 2) $h\sqrt{2}$; 3) $\frac{2h\sqrt{3}}{3}$
 7. 30° . 8. 60° . 9. 1) $a\sqrt{2}$; 2) $a\sqrt{6}$. 10. $3a$. 11. 35° või 115° .

§ 3.

1. 1) 2,6 m või $\approx 5,5$ m; 2) $\approx 3,9$ m. 2. 1) 117 cm; 2) 9 m.
 3. 10,5 cm. 4. 6 cm. 5. 3 cm. 6. 36 cm või 44 cm.
 7. 14 dm. 8. $2a$. 9. 12 cm. 10. $\sqrt{a^2+b^2}$.
 11. 1) Läbi antud punkti panna antud tasapinnaga lõikuv tasapind ja sellel tasapinnal võtta tasapindade lõikesirgega paralleelne sirge. Ülesandel on lõpmata palju lahendeid. 2) Läbi antud punkti tõmmata sirge paralleelselt antud sirgega ja läbi saadud sirge võtta vabalt valitud tasapind. Ülesandel on lõpmata palju lahendeid.
 12. Näpunäide. Ülesandel on lõpmata palju lahendeid. 13. $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$.
 14. 28 cm. 15. $\frac{a(b+c)}{b}$. 16. 3 cm. 17. 3,5 cm. 18. 19 cm ja 17 cm.
 19. 5 cm ja 3 cm. 20. 6 dm. 21. 25 cm ja 39 cm. 22. $\sqrt{c^2-b^2+a^2}$.
 23. 8 cm. 24. $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$. 25. $\frac{ab}{4}$. 26. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$. 28. $\frac{a}{2}(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})$.
 29. 6 dm. 30. 1) 120 cm; 2) 45 cm. 31. 2 m. Näpunäide. Ühendada ristlõigu keskpunkt kaldlõigu otspunktidega.
 32. $\frac{a^2-b^2+c^2}{2c}$; $\frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$. 33. 5 cm; 9 cm; 12 cm.
 34. 1) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; 2) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}-bc=25$.
 35. $\frac{d}{h} \sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}}$; $\frac{a(h+d)}{h}$. 36. $KB=BL=LD_1=D_1K=\frac{a}{2}\sqrt{5}$;
 $BD_1=a\sqrt{3}$; $KL=a\sqrt{2}$; romb. 37. $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. 38. 1) 63 dm²;
 2) $3a^2$.

§ 4.

1. 1) 6 dm; 2) 10 cm. 2. $a\sqrt{2}$. 4. 30° . 5. 1) 110° ; 2) $2a$.
 6. 1) 7 cm; 2) $2a$; 4. 7. 5 dm. 8. 8 cm²; 4 cm. 9. 13 cm.
 10. 1) 3,36 cm; 2) 4. 11. $2a$. 12. 7,3 cm. 13. 1.

14. Antud tasapinnaga ristuv ja antud sirget läbiv tasapind.
 15. 1) *Näpunäide*. Vt. Kisseljovi õpiku II osa §§ 43 ja 36. 2) Kas üks või lõpmata palju tasapindu. 16. 109 cm.
 17. 1) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; $\sqrt{a^2+c^2}$; $\sqrt{b^2+c^2}$; 2) $\frac{a}{2}$. 18. 3 dm².
 19. 460,8 cm².

§ 5.

1. a) 1) Ei; 2) jah; 3) ei; 4) ei; 5) ei. b) 1) Ei; 2) ei; 3) jah.
 3. $55^\circ \leq x \leq 95^\circ$. 4. $\sqrt{6}$. 5. 1) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. 7. 60° .
 8. 90° . 9. 45° . 10. $\sqrt{2}$. 11. 3 dm. 12. 7 cm.

§ 6.

1. $a\sqrt{2}$. 2. $DA=DB=DC=CB=CA=AB=a\sqrt{2}$.
 3. $a^2\sqrt{3}$; $\frac{1}{2}$. 4. 1) 3; 2) 6. 5. $\frac{4}{3}a^2$.
 6. 1) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$; 2) $\sqrt{6}$. 7. $a(\sqrt{6}-2) \approx 0,45a$. 8. $a(2-\sqrt{2}) \approx 0,6a$.

§ 7.

1. 1) 3; 2) 7; 3) 11; 4) 17; 5) 29.
 2. 1) 13 m ja 9 m; 2) $\sqrt{277} \approx 16,6$ cm ja 15 cm. 3. 8 cm ja 10 cm.
 4. 7 cm ja 5 cm. 5. $a\sqrt{2}$ ja $2a$.
 6. 1) 5 cm ja 7 cm; 2) 4 m ja $\sqrt{12} \approx 3,464$ m. 7. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 8. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. 10. 1) 2 m²; 2) 40 cm ja 9 cm.
 11. 2 m² ja 3 m². 12. 273 cm² ja 175 cm². 13. 1872 cm².
 14. $\frac{Q}{a}$. 16. 4; 10; 0; $n(n-3)$. 17. 30; 15; 10.
 18. 1) Rööpkülilikud; 2) 2; 3) kolmeks osaks; 4) prisma.
 19. $\frac{n(n-3)}{2}$. 20. 1) 22 cm; 2) 9 cm. 22. $Q\sqrt{2}$.
 23. $2a$ ja $a\sqrt{5}$; $a^2\sqrt{3}$ ja $2a^2$. 24. $3a^2$.

25. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9} \approx 6,928 \text{ m}^2$. 26. 12. 27. 120°
 28. $Q\sqrt{2}$. 29. 144 cm^2 . 30. $4,5 \text{ cm}$.
 31. $7,5 \text{ cm}$. 32. $53^\circ 49'$. 33. 12 cm .

§ 8.

1. 2 m.
 2. a) 1) 29 cm; 2) $11\frac{1}{2} \text{ dm}$; 3) $\sqrt{7\frac{5}{6}} \approx 2,8 \text{ m}$; b) 1) $2l^2$; 2) $3Q\sqrt{2}$.
 3. 1) 1464 cm^2 ; 2) 6 cm; 14 cm; 16 cm. 4. 124 dm^2 .
 5. $2\sqrt{M^2+2Qh^2}$. 6. 188 m^2 . 7. 1416 cm^2 .
 8. $220+24\sqrt{3} \approx 260 \text{ cm}^2$; 70 cm^2 . 9. 288 cm^2 .
 10. $2\sqrt{M^2+N^2}$. 11. 2 m. 12. 4 m.
 13. 1) $3ab + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; 2) $4ab+2a^2$; 3) $6ab+3a^2\sqrt{3}$.
 14. $192+32\sqrt{6} \approx 270 \text{ cm}^2$.
 15. 6 cm ja 3 cm või 4 cm ja 7 cm. 16. $3l^2\sqrt{3}$.
 17. 4980 cm^2 . 18. 9 m^2 ja 1 m. 19. 34 cm, 20 cm, 18 cm.
 20. 25 cm, 25 cm, 30 cm, 24 cm. 21. 906 cm^2 ja 240 cm^2 .
 22. 3 m^2 . 23. $10R^2$. 24. 5 cm.
 25. 1) 144 cm^2 ; 2) 2016 cm^2 . 26. 1) 2 cm; 2) 576 cm^2 .
 27. 1) $2a^2+2a\sqrt{4b^2-a^2}$;
 2) b , $\sqrt{b^2+2a^2}$, $\sqrt{4a^2+b^2}$, $a\sqrt{2b^2-a^2}$, $ab\sqrt{2}$.
 28. $ab(\sqrt{2}+1)$. 29. 492 cm^2 .

§ 9.

1. 1) $\sqrt{b^2-\frac{a^2}{3}}$; 2) $\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}$; 3) $\sqrt{b^2-a^2}$.
 2. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{4h^2+\frac{a^2}{3}}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{4h^2+a^2}$; 3) $\frac{1}{4}\sqrt{4h^2+3a^2}$.
 3. 9 cm. 4. 5 cm ja 6 cm. 5. 12 cm. 6. 3 cm.
 7. 12 cm. 8. $\frac{ah}{a+h}$. 9. 14 cm^2 .
 10. ah ; $\frac{1}{4}a\sqrt{12h^2+3a^2}$. 11. $\frac{1}{4}a\sqrt{3b^2-a^2}$. 12. $\frac{1}{4}Q$.

13. 25; 100; 225. 14. $\frac{Q}{n^2}, \frac{4Q}{n^2}, \frac{9Q}{n^2}, \dots, \frac{(n-1)^2Q}{n^2}$; 16, 64, 144, ...
15. 245 cm². 16. $\frac{h}{\sqrt{2}}; \frac{h}{\sqrt{3}}; \frac{h}{\sqrt{5}}; \frac{h}{\sqrt{n}}$.
17. 1) 11 m; 2) 35 cm. 18. $\frac{3a^2h}{4\sqrt{a^2+3h^2}} = \frac{3}{7}$. 19. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

§ 10.

1. 1) $\frac{3a}{4}\sqrt{4h^2 + \frac{a^2}{3}} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; 2) $a\sqrt{4h^2 + a^2} + a^2$;
- 3) $\frac{3a}{2}\sqrt{4h^2 + 3a^2} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. 2. 288 cm². 3. $2r(k+r)\sqrt{3}$.
4. $\frac{1}{2}a$. 5. 1,8 m ja 4 m. 6. $\frac{1}{4}a^2\sqrt{15}$. 7. $3a^2$.
8. $\sqrt{-2h^2 + \sqrt{4h^4 + P^2}}$. 9. 16 cm ja 6 cm või 12 cm ja 8 cm.
10. $\sqrt{2} \approx 1,4$ cm. 11. $3a^2$. 12. $5R^2$.
13. $\frac{3}{2}a^2$. 14. 26 m². 15. 768 cm².
16. $22 + \sqrt{136} \approx 33,66$ m². 17. 540 cm².
18. 448 cm². 19. 6 dm². 20. 10 m².
21. $\frac{1}{2}a^2(6 + \sqrt{7}) \approx 4,3a^2$. 22. $\frac{1}{4}a^2(\sqrt{3} + \sqrt{15}) \approx 1,40a^2$.

§ 11.

1. 9 cm. 2. 1 dm.
3. $\sqrt{c^2 - \frac{1}{3}(a-b)^2}$; $\sqrt{c^2 - \frac{1}{2}(a-b)^2}$; $\sqrt{c^2 - (a-b)^2}$.
4. 56 cm ja 24 cm. 5. 10; $n(n-3)$. 6. 6 cm.
7. 2 cm ja 10 cm. 8. $\sqrt{2}$. 9. $1\frac{8}{9}$ cm; $6\frac{2}{9}$ cm; $5\frac{1}{7}$ cm.
10. $a-b$. 11. 2 cm. 12. $20\sqrt{2} \approx 28$.
13. $\frac{1}{4}(a^2 - b^2)$. 14. 12 cm². 15. $\frac{1}{2}(Q-q)$.

16. $24 \text{ m}^2; 30^\circ$. 17. 14 cm^2 18. $39 \text{ m ja } 51 \text{ m}$.
 19. 16 cm^2 . 21. 32 m^2 .

22. $\frac{h\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{Q} + \sqrt[4]{q}}$. 23. 50 m^2 .

24. $\frac{1}{9} (Q+4q+4\sqrt{Qq})=8$; $\frac{1}{9} (4Q+q+4\sqrt{Qq})=18$.

§ 12.

1. 168 m^2 . 2. 54 dm^2 . 3. 36 m^2 .

4. 1) $\frac{3}{4} (a+b) \sqrt{4h^2 + \frac{(a-b)^2}{3}} + \frac{(a^2+b^2)\sqrt{3}}{4}$;

2) $(a+b) \sqrt{4h^2 + (a-b)^2} + a^2 + b^2$;

3) $\frac{3}{2} (a+b) \sqrt{4h^2 + 3(a-b)^2} + \frac{3}{2} (a^2 + b^2) \sqrt{3}$.

5. $\frac{ab}{a+b}$.

6. 1) $20 \text{ cm ja } 10 \text{ cm}$; 2) $2 \text{ cm ja } 12 \text{ cm}$.

7. $\sqrt{3a^2 - \frac{4S}{\sqrt{3}}}$.

8. $\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{P^2 - (Q-q)^2}$.

9. $\frac{1}{4} (a+b) [4c + \sqrt{4c^2 + 3(a-b)^2}] = 16$.

10. 1920 cm^2 .

11. $\sqrt{\frac{a(2b^2 - a^2)}{2b + a}}$.

Ulesandel on lahend, kui $a < b\sqrt{2}$.

12. $5 : 9$.

§ 13.

1. 5 m .

2. $\frac{\pi Q}{4}$.

3. 36 cm^2 .

4. 3 dm .

5. $40\sqrt{3} \approx 70 \text{ cm}^2$.

6. 90° .

7. $\frac{1}{4} a^3$.

8. 3 dm .

9. 10 m .

10. $1 \text{ m ja } 3 \text{ m}$.

11. $\approx 912 \text{ T}$.

12. $4 \text{ cm ja } 14 \text{ cm}$.

13. $\approx 40 \text{ m}^2$.

14. $\approx 116 \text{ m}^2$.

15. $\approx 77 \text{ m}$.

16. $2\pi ab$.

17. π^2 .

18. πh^2 .

19. R .

20. πQ .

21. 1) π ; 2) $H = \frac{3}{2}R$. 22. $\frac{3}{2}P = 75 \text{ cm}^2$. 23. 1) 6 cm; 2) $H = R$.
 24. 1) 75 cm; 2) $\approx 26,2 \text{ cm}$. 25. $\pi M + 2Q$.
 26. 1) $H = 2R(2 \pm \sqrt{3})$; 2) $H = 2R(2 + \sqrt{5})$. 27. $\pi : 3$.
 28. Lõiketasapinna kaugus põhja tasapinnast on $\frac{1}{2}(H \pm \sqrt{H^2 - R^2})$;
 kusjuures peab olema $H \geq R$.
 29. $\pi a^2(\sqrt{2} + 1)$. 30. $2\pi a^2 \approx 628 \text{ cm}^2$.

§ 14.

1. 5 m. 2. $\frac{1}{2}L$. 3. R^2 . 4. 45° .
 5. $\frac{H\sqrt{2}}{2} \approx 0,7H$. 6. 1) $\frac{1}{4}\pi R^2$. 2) $\pi R^2 \cdot \frac{m^2}{(m+n)^2}$.
 7. 500. 8. R^2 . 9. $2H^2$. 10. 1) $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.
 2) $100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ cm}^2$.
 11. $\frac{3}{4}L$. 12. 3 cm. 13. $\frac{HR\sqrt{2}}{H+R\sqrt{2}}$.
 14. $\frac{HR\sqrt{3}}{H+R\sqrt{3}}$. 15. 80π . 16. 24π .
 17. $\approx 25,3 \text{ m}^2$. 18. $\approx 38 \text{ lehte}$. 19. $\approx 17,1 \text{ m}$.
 20. 1) $240\pi \text{ cm}^2$; 2) $286,72\pi \text{ m}^2$. 21. 11 cm; 11 cm; 8 cm.
 22. 2 : 1. 23. 1) 1 : 2 : 3; 2) πH^2 . 24. 2 : 3.
 25. Raadius võrdub kuldlõikes jaotatud moodustaja suurema osaga.
 26. 1) Moodustaja võrdub põhja läbimõõduga (võrdkülgse telglõikega koonus); 2) põhja raadius võrdub kuldlõikes jaotatud moodustaja suurema osaga.
 27. 1) 216° ; 2) $\frac{R}{L} \cdot 360^\circ$; võrdkülgse telglõikega koonuse juhul 180° ;
 3) a) $\approx 255^\circ$; b) $\approx 312^\circ$.
 28. 1) 30° ; 2) 1 m. 29. 1) 25 cm^2 ; 2) 11 cm^2 ; 3) $\frac{\pi M\sqrt{15}}{3}$.
 31. $\pi : \sqrt{7} \approx 1,2$. 32. 20 cm. 33. $\frac{nH \pm \sqrt{n^2H^2 - 2nHL}}{2n}$; $\frac{3}{4}H$; $\frac{1}{4}H$.

§ 15.

1. 5 m. 2. $R-r$. 3. 20 cm. 4. $2H$.
5. a ja $2a$. 6. 30 dm^2 . 7. 1) 9 m^2 ; 2) $\frac{1}{4} (\sqrt{M} + \sqrt{m})^2$.
8. 9 ja 16. 9. $\frac{1}{3}$ ja $\frac{2}{3}$. 10. 4 cm.
11. $35\pi \approx 110 \text{ dm}^2$. 12. $2\pi(R^2 - r^2)$. 13. $100\pi \text{ cm}^2$
14. 1) 15 m; 2) 28 dm ja 12 dm. 15. $\approx 1,04 \text{ m}^2$. 16. $\approx 0,942 \text{ m}^2$.
17. Umbes 4,3 kG. 18. $\approx 7025 \text{ cm}^2$. 19. 1) 5 cm; 2) a) 5 cm; b) 9 cm.
20. $2\pi F$. 21. $\frac{SR^2}{R^2 - r^2}$. 22. $\frac{2Rr}{R+r}$.
23. 1) $\pi(R^2 - r^2) \sqrt{2}$; 2) $2(Q - q)$.
24. 1) $\frac{SH}{L\pi}$; 2) $\frac{1}{\pi} \sqrt{S^2 - (Q - q)^2}$. 25. $1 + \sqrt{6} \approx 3,45 \text{ cm}$.

§ 16.

1. 24 m^2 . 2. 6 cm. 3. 1) $\approx 8,4$; 2) $\approx 9,57 \text{ cm}$; 3) $\approx 71 \text{ kG}$.
4. 1) $\frac{1}{9} l^3 \sqrt{3}$; 2) $\frac{1}{6} S \sqrt{\frac{1}{6} S}$.
5. 1) 3 cm; 2) 25 cm; 3) 6. 6. 1:8; 1:27; 1:64; 1: n^3 .
7. 1,8. 8. $\approx 2,29 \text{ m}$. 9. $\approx 0,11 \text{ mm}$. 10. $\approx 0,46 \text{ T}$.
11. $\approx 1,23 \text{ m}$; $\approx 0,94 \text{ m}$; $\approx 0,67 \text{ m}$.
12. $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$; $\sqrt[3]{3} \approx 1,44$; $\sqrt[3]{n}$.
13. Kaks korda. 14. 1) 30 m; 2) 3 cm.
15. 1) 4500 cm^3 ; 2) $\frac{mnQ\sqrt{Q}}{m^2 + n^2}$. 16. 1) 6 m^3 ; 2) $\sqrt{Q_1 Q_2 Q_3}$.
17. $\frac{1}{8} l^3 \sqrt{2}$. 18. $\frac{abS}{4(a+b)}$. 19. 1) 360 cm^3 . 2) 36 m^3 .
20. 60 cm^3 . 21. 780 cm^3 . 22. 1) 3 m^3 ; 2) $\sqrt{\frac{MNQ}{2}}$.
23. 525 cm^3 ; 290 cm^2 . 24. 10 cm; 144 cm^2 ; $\frac{135\sqrt{3}}{2} \approx 116,9 \text{ cm}^3$.
25. $17\,280 \text{ cm}^3$. 26. 1) $\frac{1}{4} a^2 b \sqrt{3}$; 2) $a^2 b$; 3) $1,5a^2 b \sqrt{3}$.
27. 0,5. 28. $\approx 930 \text{ kG}$. 29. $\approx 192,72 \text{ kG} \approx 190 \text{ kG}$.

30. 1) 3 m^3 ; 2) $8\sqrt{2} \approx 11,3 \text{ cm}^3$ või 32 cm^3 . 31. 1) $\frac{1}{8} a^3$; 2) $Q \cdot \sqrt{\frac{Q}{3}}$.
32. $2 \frac{1}{4} R^3$. 33. 6 m^3 . 34. $1 \frac{1}{2} a$.
35. 6048 m^3 . 36. 105 m^3 .
37. 1) 48 cm^3 ; 2) $3,4 \text{ m}$, $3,4 \text{ m}$ ja $3,2 \text{ m}$. 38. 12 cm^3 .
39. $35\,200 \text{ m}^3$. 40. 3 inimest. 41. 7320 cm^3 .
42. R^3 . 43. $\approx 305 \text{ m}^3$. 44. 200 dm^3 .
45. 1) $\sqrt{2} \text{ m}^3$; 2) $a^2 \sqrt{2c^2 - b^2} = 450$ kuupühikut. 46. $\frac{1}{2} a^3 \sqrt{2}$.
47. $\frac{1}{2} abc \sqrt{2}$; $(a+b)c \sqrt{3}$; 45° . 48. $\frac{1}{2} a^3$.
49. 2 cm . 50. 1) 45 cm^3 ; 2) 100 m^3 .
51. $\frac{1}{8} a^3 \sqrt{2}$; $\frac{1}{2} a^2(2 + \sqrt{2})$. 52. $\frac{1}{8} ac \sqrt{12a^2 - 3c^2}$.
53. 1) 3060 m^3 ; 2) 1 m^3 . 54. 2 m^3 . 55. am^2 .
56. $\approx 0,75 \text{ mm}$. 57. $\approx 0,95$. 58. $\approx 2,45 \text{ mm}^2$.
59. $\approx 8,4 \text{ mm}$. 60. $\approx 4500 \text{ l}$. 61. $\approx 630 \text{ cm}^3$.
62. πa^3 . 63. $4\pi \sqrt{2} \approx 18$ kuupühikut.
64. 1) $1:8$; $1:27$; ...; $1:n^3$; 2) nagu raadiuste ruudud; nagu kõrgused; 3) 2 korda; n korda; 4) $\sqrt{2} \approx 1,4$ korda; \sqrt{n} korda; 5) 4.
65. 1) $v_2 : v_1 = 1 : 2$; 2) $v_2 : v_1 = 1 : 8$.
66. $4 : 1$. 67. $\frac{SC}{4\pi}$. 68. 1) $\frac{a^3}{4\pi}$; 2) $\frac{3H^3}{4\pi}$.
69. $V_I : V_{II} = 1 : 2$; 2) $S_I : S_{II} = 1 : 1$.
70. $\frac{3}{4} \pi a^3$. 71. $\approx 200 \text{ kG}$. 72. $\approx 39 \text{ kG}$.
73. $\approx 61 \text{ kG}$. 74. $\approx 4 \text{ kG}$. 75. 240 G .

§ 17.

1. 1) $\frac{a^2}{12} \sqrt{3b^2 - a^2}$; 2) $\frac{1}{6} a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}$; 3) $\frac{1}{2} a^2 \sqrt{3(b^2 - a^2)}$.
2. 32 m^3 . 3. 7 cm .
4. 1) $h(k^2 - h^2) \sqrt{3}$; 2) $\frac{1}{6} \sqrt{Q(S^2 - Q^2)} = 12$.

5. 1) $\frac{1}{6} b^3$; 2) $\frac{1}{24} a^3 \sqrt{2}$.
6. $a^2 \sqrt{3}$; $\frac{1}{12} a^3 \sqrt{2}$.
7. $2a^2 \sqrt{3}$; $\frac{1}{3} a^3 \sqrt{2}$.
8. $\frac{1}{24} a^3 \sqrt{2}$; 2 korda väiksem.
9. 1) 6 : 1; 2) 9 : 2.
10. 1) $\frac{1}{12} a^3$; 2) $\frac{1}{3} h^3 \sqrt{3}$.
11. 1) $\frac{3}{4} a^3$; 2) $\sqrt[3]{\frac{2}{3} V}$; 60° .
12. 360 m^3 . 13. 120 cm^3 .
14. 48 cm^3 .
15. $\frac{Q \sqrt{Q}}{3 \sqrt{3}}$.
16. 420 cm^3 .
17. 1) 1800 cm^3 ; 2) 16 cm^3 .
18. 60 cm^2 .
19. $\approx 889 \text{ cm}^3$. 20. $\frac{1}{6} abc$.
21. 1) 8 cm^3 ; 2) 4 m^3 .
22. $\sqrt{11}$.
23. 400 cm^3 ; 180 cm^2 .
24. $\frac{1}{3} \text{ m}^3$. 25. 80 cm^3 .
26. 576 cm^3 .
27. 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{h}{3 \sqrt{2}} \approx 0,8h$.
28. 1 : 7 : 19 : 37 : 61. 29. $1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \approx 50 : 13 : 9$.
30. 27 : 98. 31. 1 : 9; 1 : 27. 32. $16\pi \approx 50$.
33. Umbes 10 T. 34. 72 koormat. 35. $\approx 1,6 \text{ T}$.
36. $\approx 0,35 \text{ m}$. 37. $9\pi \text{ m}^3 \approx 28 \text{ m}^3$. 38. $12\pi \text{ cm}^3 \approx 38 \text{ cm}^3$.
39. $96\pi \text{ cm}^2 \approx 300 \text{ cm}^3$.
40. $\frac{C^2}{24\pi^2} \sqrt{4\pi^2 l^2 - C^2}$.
41. $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{(S^2 - Q^2) Q}{\pi}}$. 42. $200\pi \text{ m}^2 \approx 628 \text{ m}^2$.
43. $24\pi \text{ cm}^3 \approx 75 \text{ cm}^3$. 44. $\frac{1}{8} \pi l^3$. 45. $\frac{7}{27} V$.
46. 1) $\sqrt{2} : \sqrt{3} \approx 0,8$; 2) $\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{2} \approx 1,145$.
47. 1) $\frac{3V}{\pi R}$; 2) $\frac{1}{3} M \sqrt{\pi Q}$; $\sqrt{\pi^2 M^2 + Q^2}$. 48. 25 : 36.
49. $\approx 2,9 \text{ dm}^3$. 50. $\frac{1}{2} R \sqrt[3]{4} \approx 0,8R$.
51. $\frac{\pi a^3}{108} \sqrt{6}$; $\frac{\pi a^2}{4}$. 52. $\pi a^2 \sqrt{3}$; $\frac{1}{4} \pi a^3$. 53. $\frac{1}{3} \pi b h^2$.

54. $\frac{\pi a^2 b^2}{3 \sqrt{a^2 + b^2}}$; $\frac{\pi ab(a+b)}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
55. 1) $4800\pi \text{ cm}^3 \approx 15 \text{ dm}^3$; $1320\pi \text{ cm}^2 \approx 41 \text{ dm}^2$;
 2) $\frac{1}{4} \pi a^3$; $\frac{1}{2} \pi a^2(3 + \sqrt{3}) \approx 7,4a^2$.
56. 1) $448\pi \text{ cm}^3 \approx 1,4 \text{ dm}^3$; $216\pi \text{ cm}^2 \approx 6,8 \text{ dm}^2$;
 2) $800\pi \text{ cm}^3 \approx 2,5 \text{ dm}^3$; $1080\pi \text{ cm}^2 \approx 34 \text{ dm}^2$.
57. $240\pi \text{ cm}^3 \approx 0,75 \text{ dm}^3$; $84\pi \sqrt{3} \text{ cm}^3 \approx 4,6 \text{ dm}^2$.
58. $\frac{1}{2} \pi a^3$; $\frac{1}{2} \pi a^2(3 + \sqrt{3}) \approx 7,4a^2$.

§ 18.

1. 1) 1520 l; 2) 10 m. 2. $\approx 55 \text{ T}$. 3. $10 \frac{1}{3} \text{ m}^3$.
4. 2325 m^3 . 5. 1) 20 m^2 ja 45 m^2 ; 2) 5 m.
6. 1) 8 m^2 ; 2) 2 cm^2 ja 8 cm^2 . 7. 128 m^2 ja 50 m^2 .
8. 1900 m^3 .
9. 1) $\frac{1}{12} (a^2 + ab + b^2) \sqrt{3l^2 - (a-b)^2}$;
 2) $\frac{1}{3} (a^2 + ab + b^2) \sqrt{l^2 - \frac{1}{2} (a-b)^2}$;
 3) $\frac{\sqrt{3}}{2} (a^2 + ab + b^2) \sqrt{l^2 - (a-b)^2}$.
10. 1) $10 \frac{1}{2} \text{ m}^2$; 2) 1900 m^3 . 11. 109 cm^3 . 12. $\frac{1}{2} (a^3 - b^3)$.
13. Keskmise osa ruumala on 28 cm^3 , äärmise osa ruumala on 12 cm^3 .
14. 3 : 4. 15. abh . 16. $\frac{2}{3} abh$.
17. 4 $\sqrt{2} \text{ m}$; 37 m^3 ; 152 m^3 . 18. $\frac{Qh \sqrt{Q}}{3(\sqrt{Q} - \sqrt{q})}$; $\frac{qh \sqrt{q}}{3(\sqrt{Q} - \sqrt{q})}$.
19. $\frac{VQ\sqrt{Q}}{Q\sqrt{Q} - q\sqrt{q}}$. 20. $\frac{7m^2 + 4mn + n^2}{7n^2 + 4mn + m^2} = \frac{73}{31}$. 21. $\approx 2\%$.
22. $\approx 1 \text{ m}^3$. 23. $\approx 49 \text{ l}$. 24. $\frac{1}{3} \pi (R^3 - r^3)$.
25. $63\pi = 200$. 26. $84\pi \approx 264 \text{ m}^3$.
27. 1) 8 cm; 2) 2 m; 5,5 m; 12,5 m. 28. 7 cm.

29. 54 cm^3 . 30. 1) $457\pi \text{ cm}^3$; 2) $\frac{7}{24} \pi R^3 \sqrt{3} \approx 1,6R^3$.
31. $\frac{1}{3} \pi^2 (R^3 - r^3)$. 32. 10 cm ja 20 cm. 33. $3020\pi \text{ cm}^3$; $476\pi \text{ cm}^2$.
34. 1) $R=4r$; 2) $r=R \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, s. o. r võrdub kuldloikes jaotatud R suurema osaga.
35. 14 m. 36. $218\pi \text{ cm}^3$; $386\pi \text{ cm}^3$; $602\pi \text{ cm}^3$.
37. 7 : 19 : 37. 38. $\frac{R^3 - r^3}{R^3}$. 39. $\approx 1,05$.
40. $\frac{2}{3} \pi R r h$.

§ 19.

2. ≈ 1312 kärutäit. 3. $\frac{1}{6} h[(2a+a_1)b + (2a_1+a)b_1] \text{ m}^3$.
4. $\approx 0,79$ T. 5. $\approx 28 \text{ m}^3$. 6. $52,5 \text{ dm}^3$.
7. $\approx 53,4 \text{ dm}^3$. 8. $\frac{1}{6} h h_1 (a+b+c) = \frac{h h_1}{4} \cdot \frac{a+b+c}{3}$.
9. 10 cm. 10. $\frac{1}{2} a^2 (b+c)$; $2a(b+c)$.
11. 1900 cm^3 ; 1080 cm^2 . 12. 2) 3456 cm^3 .
13. $\frac{1}{12} a^2 \sqrt{3}(l+m+n)$; $a(l+m+n)$.

§ 20.

1. 1) $16\pi \approx 50 \text{ m}^2$; 2) 3 : 4. 2. 2 cm. 3. 4,8 cm.
4. $\frac{1}{4} \pi R^2$. 5. $\frac{1}{4} \pi R^2$. 6. 1) πR ; 2) $\approx 785 \text{ km}$.
7. 12 cm. 8. 12 cm. 9. $24\pi \approx 75 \text{ m}$.
12. 1) $\pi R \sqrt{3}$; 2) $4\pi \text{ m}$. 13. 3 cm. 14. 8 cm.
15. 36 dm^2 . 16. $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$. 17. 5 cm. 18. $\approx 67 \text{ cm}$.

§ 21.

1. 1) $\frac{4}{3} \pi \approx 4,2 \text{ m}^3$; 2) 27 korda; 64 korda. 2. Umbes 14 cm.
3. 1) Umbes 39 m; 2) 6 cm. 4. ≈ 168 . 5. 1) 1000; 20 cm; 2) 216.
6. Tinakera kaal suureneb 0,012 G võrra; klaaskera kaal suureneb 2,8 G võrra. Järelikult vajub klaaskera.

7. 1) $33\frac{1}{3}\%$; 2) $\approx 47,6\%$. 9. $\approx 2148\text{ cm}^3$. 10. $1866\text{ G} \approx 1,9\text{ kG}$.
11. 10 cm ja 7 cm . 12. $R\sqrt[3]{\frac{3\pi+1}{2\pi}}$. 13. $R\sqrt[3]{15} \approx 2,5R$.
14. $\approx 290\text{ cm}$. 15. $45\pi\text{ cm}^3$ ja $243\pi\text{ cm}^3$. 16. $0,028$.
17. $\frac{13}{24}$. 18. $635,5\pi \approx 2000\text{ m}^3$. 19. $5:16$. 20. $3528\pi\text{ cm}^3$.
21. $\approx 62\text{ kG}$. 22. $\approx 640\text{ cm}^3$. 23. $\frac{1}{3}\pi R^3$.
24. $112,5\pi\text{ dm}^3$. 25. $\frac{1}{3}\pi R^3(2 - \sqrt{3})$.
26. $\frac{1}{3}\pi R^3$, $\frac{2}{3}\pi R^3$ ja $\frac{1}{3}\pi R^3$. 28. $12\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\pi \approx 40\text{ m}^3$ või $144\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\pi \approx 450\text{ m}^3$.
29. $34182\pi\text{ cm}^3 \approx 107\text{ dm}^3$. 30. 6 cm .
31. Keha ruumala avaldis $V = \frac{1}{6}\pi a^3$ ei sisalda ringi raadiust.

§ 22.

1. 1) 4 m^2 ; 2) M ; 3) $3\pi R^2$.
2. 1) $\approx 314,16\text{ cm}^2$; 2) $562,5\pi\text{ m}^3$; 3) $\sqrt[3]{36\pi V^2}$.
3. 1) Suurenevad 16 korda ja 64 korda; 25 ja 125 korda;
2) $\sqrt{m^3} : \sqrt{n^3}$; 3) $\sqrt[3]{m^2} : \sqrt[3]{n^2}$.
4. Suurem pindala võrdub teiste summaga.
5. $25\pi\text{ m}^2$. 6. 3) 3. 7. $S_k : S_s = \sqrt[3]{18} : 3 \approx 0,87$.
9. $400\pi\text{ m}^2$ või $1100\pi\text{ m}^2$. 10. $R(\sqrt{3}-1)$. 11. $910\pi\text{ cm}^2 \approx 29\text{ dm}^2$.
12. $\pi\sqrt{(r^2 - r_1^2 - h^2)^2 + 4r^2h^2}$. 13. $2R\frac{m-1}{m}$; $\frac{3}{2}R$.
15. $\pi(r^2 + h^2)$. 16. $\frac{21\pi Q}{4\pi - 3\sqrt{3}}$.
18. 1) $180\pi\text{ cm}^2$; 2) $3R$. 19. $2Q(4 - \sqrt{2}) \approx 5,2Q$. 20. $\frac{1}{5}$.
21. $512\pi\text{ cm}^2 \approx 16\text{ dm}^2$. 22. $\approx 840\text{ m}^2$.

§ 23.

1. $\frac{1}{2} a$; $\frac{1}{2} a\sqrt{3}$. 2. 1) 7 cm; 2) 3 cm. 3. 8 dm.
 4. 11 m. 5. $12R^2\sqrt{3} \approx 21R^2$. 6. 4 m.
 7. 18 cm. 8. 13 cm.
 9. $18R^2\sqrt{3}$; $6R^3\sqrt{3}$; 10. 1:2:3. 11. 1:5.
 12. $\frac{b^2}{2h}$. 13. 3 m.
 14. 1) $\frac{1}{4} a\sqrt{6}$; $\frac{1}{12} a\sqrt{6}$; 2) 1:3:9.
 15. $\frac{1}{2} a\sqrt{2} \approx 0,7a$; $\frac{1}{6} a\sqrt{6} \approx 0,4a$. 16. 1) $\frac{1}{3} h$; 2) $h(\sqrt{2}-1)$.
 17. 8,1 cm. 18. 54 cm³. 19. 1,5*h*.
 20. 1) $H=R$; 2) $H>R$; 3) $H<R$. 21. 2 dm.
 22. 4 dm. 23. 5 m. 24. 13 cm. 25. 56R².
 26. $S_{\text{segm.}} = \pi R^2(2-\sqrt{2})$; $S_{\text{vöö}} = 2\pi R^2\sqrt{2}$.
 27. 2:3 (mõlemal juhul). 28. $\frac{2Sm(m+n)}{4m^2+n^2}$. 26. $\frac{l^2}{2h}$.
 30. 8 cm või 2 cm. 31. 9π m²; 3π m³. 32. 3 m.
 33. 9:4. 34. $2\pi r \frac{l-r}{l}$. 36. $\pi r^2(5\sqrt{2}+7) \approx 44r^2$.
 37. 12 cm. 38. 20 cm. 39. 5 m.
 40. 2 cm või 14 cm. 41. \sqrt{Rr} . 43. 169π cm²; 532π m³.
 44. $\frac{1}{3} R$; $\frac{1}{3} \pi R\sqrt{3} \approx 1,8R$. 45. 9 dm. 46. $\frac{1}{2} R(\sqrt{6} \pm 2) \approx \begin{cases} 2,22R \\ 0,22R \end{cases}$.
 47. $\frac{4R}{m+1}$; $\frac{4}{3} R$. 48. $\frac{6R}{m+2}$; $\frac{3}{2} R$. 49. 9:64.

§ 24.

1. $\pi a^3\sqrt{2}$; $4\pi a^2\sqrt{2}$. 2. 1) $3\pi a^3$; $12\pi a^2$; 2) 4:5.
 3. 1:2:3. 5. $\frac{1}{2} \pi a^3$; $2\pi a^2\sqrt{3}$. 6. $\frac{3}{4} \pi a^3\sqrt{3}$; $9\pi a^2$.
 7. $1\frac{1}{4} \pi a^3$; $5\pi a^2\sqrt{3}$. 8. $\frac{1}{6} \pi a^3(3+2\sqrt{3})$; $\pi a^2(3+\sqrt{3})$.

9. 1) πa^3 ; $2\pi a^2 \sqrt{3}$; 2) $\frac{7}{12} \pi a^3 \sqrt{3}$; $3,5\pi a^2$. 10. $4,5\pi a^3$, $6\pi a^2 \sqrt{3}$.
11. $3\pi a^3 \sqrt{3}$; $12\pi a^2$. 12. $9\pi a^3$; $12\pi a^2 \sqrt{3}$. 13. $280\pi \text{ cm}^3$; $270\pi \text{ cm}^2$.
14. $3400\pi \text{ cm}^3 \approx 11 \text{ dm}^3$; $1440\pi \text{ cm}^2 \approx 45 \text{ dm}^2$.
15. $504\pi \text{ cm}^3 \approx 1,6 \text{ dm}^3$; $504\pi \text{ cm}^2 \approx 16 \text{ dm}^2$.
16. $60\pi \sqrt{3} \text{ cm}^3$; $120\pi \text{ cm}^2$. 18. $4\pi Q$.
19. 1) $\frac{3}{4} \pi a^3 \sqrt{3}$; $6\pi a^2$; 2) $\frac{1}{2} \pi a^3 (\sqrt{2}+1)$; $2\pi a^2 (2+\sqrt{2})$.
20. $\frac{1}{6} \pi a^3 (5+3\sqrt{2})$; $3\pi a^2 (1+\sqrt{2})$.
21. $\frac{1}{24} \pi R^3 (7+2\sqrt{3})$; $\frac{1}{2} \pi R^2 (3,5 + \sqrt{2+\sqrt{3}}) = \frac{1}{4} \pi R^2 (7 + \sqrt{6} + \sqrt{2})$.
22. $\frac{3}{4} \pi R^3$; $3\pi R^2$. 23. $\frac{7}{12} \pi R^3$; $2\frac{1}{2} \pi R^2$.
24. $\frac{1}{6} \pi R^3 (3\sqrt{2}-4)$; $\frac{1}{2} \pi R^2 (4-\sqrt{2})$. 25. $\frac{1}{3} R$.
28. 1) $\frac{1}{3} \pi R^3 \sqrt{3}$; $\frac{1}{2} \pi R^2 (2\sqrt{3}+1)$; 2) $\frac{1}{3} \pi R^3 (2-\sqrt{2})$;
 $\frac{1}{2} \pi R^2 (4+3\sqrt{2})$.
30. $\approx 34,6 \text{ kG}$. 31. $S \approx 75 \text{ dm}^2$; $V \approx 22 \text{ dm}^3$.
32. $V \approx 2200 \text{ m}^3$. 33. $\approx 1580 \text{ cm}^3$ ja $\approx 1580 \text{ cm}^2$.

§ 25.

1. $\approx 35 \text{ m}^3$; $\approx 118 \text{ m}^3$; $\approx 457 \text{ m}^3$; 610 m^3 . 2. $2:1$.
3. 104 cm^2 ; 64 cm^3 . 4. $2\frac{2}{3} R^3$; $2:\pi \approx \frac{7}{11}$. 5. $\sqrt{\frac{l(R+l)}{2}} = 6$.
6. $\frac{2}{\pi} \cdot \frac{m^2+mn+n^2}{mn}$. 8. 260 cm^2 ; 240 cm^3 . 9. $5,84 \text{ m}^2$; $\approx 224 \text{ kG}$.
10. $\approx 6,5 \text{ T}$.
12. $\frac{1}{2} R (\sqrt{2m+1} + \sqrt{2m-3})$ ja $\frac{1}{2} R (\sqrt{2m+1} - \sqrt{2m-3})$.
14. 1) $3:5$; 2) $\frac{3}{8}$. 15. $\frac{1}{6} b^3 \sqrt{2\sqrt{5}-4}$. 16. $8:1$.
17. 24 m^2 . 18. $\frac{5}{6} \pi a^2$; $\frac{\pi a^3}{216} (18-5\sqrt{3})$.

19. Pooleks; 9 : 7. 20. 120 m². 21. $\frac{5}{6} a^3$; $a^2(3 + \sqrt{3})$.
22. $\frac{1}{3} a$. 23. $\frac{4}{9} a^2 \sqrt{3}$. 24. 9 korda.
25. 4800 π cm³; 960 π cm². 26. $r \sqrt{3}$ või $r \sqrt{2}$.
27. $\frac{\pi a^3}{24} (5 - 2\sqrt{2}) \approx 160$ m³.
28. $\frac{\pi}{24} [3a^2b + 3ab^2 + 2a^3 + 2b^3 - 2(a^2 + b^2) \sqrt{a^2 + b^2}]$.
29. $\frac{2\pi a^2 b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$; $\frac{4\pi ab(a+b)}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. 30. $\pi ab \sqrt{a^2 + b^2}$; $2\pi(a+b) \sqrt{a^2 + b^2}$.
31. 9 cm, 10 cm ja 17 cm; väiksem. 32. $\frac{1}{2} bh(a+b)$.
33. 3 : 7. 34. $\sqrt{\frac{a^4 + b^4}{a^2 + b^2}}$. 36. $\frac{c^3}{16}$; $\frac{c^2}{4} (2 + \sqrt{6})$.
37. $\frac{256\pi}{7} \approx 115$ cm². 38. $\frac{1}{12} \pi a^3 (15 - 8\sqrt{2}) \approx 0,97a^3$. 39. $3a^2$.
40. 1) 7 m; 2) 5 : 4; 3) prisma 5 : 4; tüvipüramiidis 5 : 8.
41. 4 korda. 42. 864 π cm³ \approx 2700 cm³; 326 $\pi \sqrt{3}$ cm² \approx 1800 cm².

Sisukord.

§ 1. Tasapinna rist- ja kaldsirged	3
§ 2. Nurk sirge ja tasapinna vahel	7
§ 3. Paralleelsed sirged ja tasapinnad	9
§ 4. Kahetahulised nurgad ja ristuvad tasapinnad	14
§ 5. Mitmetahulised nurgad	17
§ 6. Korrapäraseid hulktahukad	18
§ 7. Rööptahukad ja prismad	20
§ 8. Rööptahuka ja prisma pindala	23
§ 9. Püramiidid	26
§ 10. Püramiidi pindala	28
§ 11. Tüvipüramiid	29
§ 12. Tüvipüramiidi pindala	32
§ 13. Silinder	33
§ 14. Koonus	35
§ 15. Tüvikoonus	39
§ 16. Rööptahuka, prisma ja silindri ruumala	42
§ 17. Püramiidi ja koonuse ruumala	50
§ 18. Tüvipüramiidi ja tüvikoonuse ruumala	56
§ 19. Prismatoidi, kiilu ja viltu lõigatud prisma ruumala	60
§ 20. Kera ja tema omadused	63
§ 21. Kera ja tema osade ruumala	65
§ 22. Kera ja tema osade pindala	68
§ 23. Sisse- ja ümberkujundatud kera	70
§ 24. Pöördkehad	73
§ 25. Segaulesandeid	78
Vastuseid	83

Н. Рыбкин.
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ.
СТЕРЕОМЕТРИЯ.

Для 11 класса средней школы.
На эстонском языке.
Эстонское Государственное Издательство.
Таллин, Пярнуское шоссе, 10.

Toimetaja K. Kallaste
Tehniline toimetaja E. Lumet
Korrektor H. Nassar

Ladumisele antud 20. X 1960. Trükkimisele
antud 8. XII 1960. Paber 54×84, $\frac{1}{16}$. Trüki-
poognaid 6,25. Formaadile 60×92 kohaldatud
trükipoognaid 5,12. Arvutuspoognaid 5,4.
Trükiarv 7000. Tellimise nr. 9871. Hans
Heidemanni nim. trükikoda, Tartu, Ülikooli
17/19. II.

Hind. 12 kop.

12 kop.

A-23533

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00367644 4