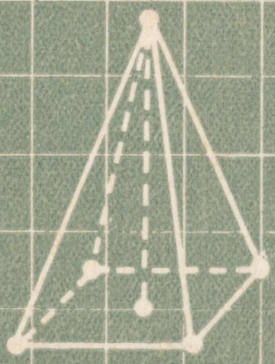
E. ETVERK A. LINTS A. VIHMAN

MATEMAATIKA



VI KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS

E. ETVERK * A. LINTS * A. VIHMAN

MATEMAATIKA

VI KLASSILE

Lubatud katseõpikuna
Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1958

SISUKORD

1. Täht arvu tähisena 3
2. Algarvud ja kordarvud 45
3. Harilikud murrud 77
4. Kahe arvu suhe 182
5. Protsendid 196
6. Võrre. Suuruste võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus 244
7. Kolmnurkade võrdsus. 275
8. Korrapärased hulknurgad 293
9. Korrapärased prismad 306
10. Korrapärased püramiidid 316
11. Ratsionaalarvud 327
12. Algebralised täisavaldised 363
13. Üldiseks kordamiseks 390

2

Tartu Riik[illegible]. Ülikooli Raamatukogu

43481

Этверк, Элмар Германович, Линц, Алфред Юханович, Вихман, Арнольд Юрьевич.

МАТЕМАТИКА ДЛЯ VI КЛ.

На эстонском языке

Эстонское Государственное Издательство

Таллин, Пярнуское шоссе, 10

*

Toimetaja R. Siirak. Tehniline toimetaja I. Vahtre.

Korrektorid H. Peel ja M. Juske.

Ladumisele antud 29. IV 1958. Trükkimisele antud 25. VI 1958. Paber 60×92, 1/16. Trükipoognaid 25. Arvutuspoognaid 17,74. Trükiarv 2500. MB-04870. Tellimise nr. 1430.

Hans Heidemanni nim. trükikoda, Tartu, Vallikraavi 4.

Hind rbl. 3.10.

6—6

RAAMATUKOGU

1. TÄHT ARVU TÄHISENA.

Otsitava arvu tähistamine tähega.

(1)



1. Kahe liidetava summa ja ühe liidetava järgi saab leida teise liidetava, sest

teine liidetav on võrdne summa ja esimese liidetava vahega.

Näiteks, kui $3 + x = 9$, siis $x = 9 - 3 = 6$;
üldiselt, kui $a + x = b$, siis $x = b - a$.
Arvuta peast tähega x märgitud liidetav:

$3 + x = 9$	$x + 2 = 7$	$15 = 9 + x$
$8 + x = 16$	$x + 0 = 15$	$x + 19 = 32$
$6 + x = 11$	$x + 5 = 9$	$15 = x + 11$
$3 + x = 5$	$x + 3 = 4$	$23 = 18 + x$
$9 + x = 9$	$x + 9 = 12$	$10 + x = 17$

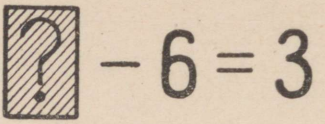
2. Arvuta peast tähe u väärtus:

$100 + u = 127$	$u + 125 = 400$
$66 + u = 116$	$u + 56 = 200$
$180 + u = 230$	$u + 113 = 223$
$225 + u = 300$	$u + 237 = 549$
$90 + u = 136$	$u + 312 = 428$

3. On teada, et

vähendatav on võrdne vahe ja lahutatava summaga.

(2)



Seega, kui $y - 7 = 15$, siis $y = 15 + 7 = 22$, ehk üldiselt, kui $y - a = b$, siis $y = b + a$.

Leia tähega y märgitud vähendatav (arvuta peast).

$y - 6 = 3$	$y - 26 = 34$	$y - 0 = 120$
$y - 2 = 9$	$y - 57 = 43$	$y - 150 = 37$
$y - 3 = 1$	$y - 62 = 38$	$y - 230 = 0$
$y - 5 = 3$	$y - 15 = 85$	$y - 111 = 111$
$y - 4 = 6$	$y - 23 = 77$	$y - 123 = 77$

4. Otsitavaid arve märgitakse tavaliselt tähestiku viimaste tähtedega, nagu x, y, z; selleks võib aga kasutada ka teisi tähti.

Leia otsitava väärtus:

$x + 3\frac{1}{3} = 5\frac{5}{6}$	$v + 0{,}12 = 10{,}035$
$y - 1\frac{1}{8} = 2\frac{5}{6}$	$x + 3{,}25 = 32{,}1$
$z + 1\frac{2}{3} = 2\frac{4}{5}$	$y - 6{,}725 = 7{,}025$
$1\frac{1}{3} + t = 2\frac{3}{4}$	$z - 3{,}8 = 2{,}93$
$1\frac{3}{4} = u + \frac{5}{6}$	$11{,}1 + x = 17{,}5$

(3)



5. On teada, et

lahutatav on võrdne vähendatava ja vahe vahega.

Näiteks, kui $11 - x = 3$, siis $x = 11 - 3 = 8$.

Üldiselt, kui $a - x = b$, siis $x = a - b$.

Arvuta lahutatav:

$5 - x = 1$ $\quad$ $23\frac{3}{12} - t = 15\frac{11}{12}$

$9 - x = 7$ $\quad$ $15\frac{5}{8} - u = 7\frac{1}{16}$

$8 - x = 5$ $\quad$ $6\frac{5}{12} - v = 2\frac{5}{6}$

$2 - x = 2$ $\quad$ $11\frac{1}{16} - s = 6\frac{3}{8}$

6. Leia otsitava väärtus:

$x + 6\frac{1}{2} = 10\frac{5}{12}$ $\quad$ $9\frac{7}{8} - x = 4\frac{1}{2}$

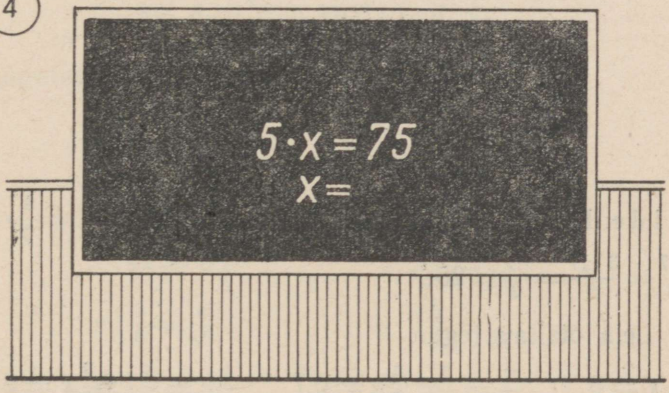
$10\frac{3}{7} + x = 12\frac{13}{14}$ $\quad$ $4\frac{1}{3} - x = 3\frac{2}{9}$

$y - 1\frac{1}{3} = 8\frac{8}{9}$ $\quad$ $7\frac{5}{12} + x = 9$

$y - 2\frac{1}{2} = 7\frac{13}{14}$ $\quad$ $x + 2\frac{1}{4} = 16\frac{1}{2}$

$20\frac{2}{5} - t = 5\frac{1}{2}$ $\quad$ $23\frac{15}{16} = x + 7\frac{7}{16}$

4



7. On teada, et

teine tegur on võrdne korrutise ja esimese teguri jagatisega.

Näiteks, kui $5 \cdot x = 75$, siis $x = 75 : 5 = 15$, üldiselt, kui $ax = b$, siis $x = \frac{b}{a}$.

Leia otsitav tegur. Arvuta peast.

$3 \cdot x = 9$	$11 \cdot x = 121$	$6 \cdot x = 15$
$2 \cdot x = 12$	$21 \cdot x = 7$	$16 \cdot x = 36$
$4 \cdot x = 20$	$10 \cdot x = 1$	$17 \cdot x = 34$
$8 \cdot x = 72$	$14 \cdot x = 0$	$16 \cdot x = 8$
$6 \cdot x = 0$	$2 \cdot x = 2$	$12 \cdot x = 8$

8. Tähelise teguri ees võib korrutamismärgi ära jätta.

Seega tähendab $5x$ sama, mis $5 \cdot x$ või $5 \times x$, ja ab tähendab sama, mis $a \cdot b$ või $a \times b$. Arvuta järgmised korrutised:

$4n$, kui $n = 3$	$1{,}5x$, kui $x = 8$
$7n$, kui $n = 7$	$0{,}9x$, kui $x = 9$
$9n$, kui $n = 1$	$0{,}3m$, kui $m = 0{,}3$
$13n$, kui $n = 0$	$2{,}4a$, kui $a = 0$

L a h e n d a m i s e n ä i d e:
Kui $n = 3$, siis $4n = 4 \cdot 3 = 12$

9. Arvuta järgmised korrutised:

ab, kui $a = 4\frac{1}{2}$, $b = 5\frac{2}{3}$

mn, kui $m = 11\frac{1}{3}$, $n = 5\frac{1}{4}$

xy, kui $x = \frac{5}{23}$, $y = 2\frac{7}{8}$

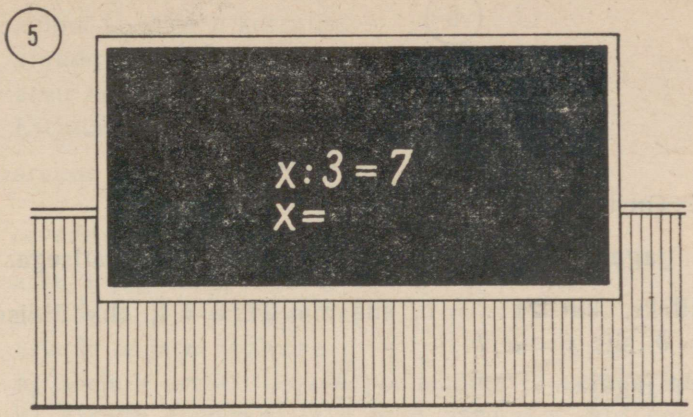
$2ab$, kui $a = 3\frac{1}{8}$, $b = 1\frac{3}{5}$

abc, kui $a = 4\frac{1}{12}$, $b = 8\frac{6}{7}$, $c = 7\frac{2}{3}$

N ä i d e: Kui $a = 4\frac{1}{2}$, $b = 5\frac{2}{3}$, siis $ab = 4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{9}{2} \cdot \frac{17}{3} =$
$= \frac{9 \cdot 17}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 17}{2} = \frac{51}{2} = 25\frac{1}{2}$

10. Leia otsitav tegur.

$\frac{1}{5}x = 6$	$\frac{1}{7}x = 0{,}7$	$3\frac{1}{2}x = 2\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}x = 7$	$\frac{1}{20}x = 1{,}5$	$13x = 4\frac{7}{8}$
$\frac{1}{6}x = 8$	$\frac{1}{16}x = 3{,}5$	$6\frac{2}{3}x = 3\frac{1}{8}$
$\frac{1}{10}x = 1$	$0{,}25x = 6$	$1\frac{7}{8}x = 5$
$\frac{1}{2}x = 0{,}1$	$0{,}5x = 1{,}2$	$5\frac{1}{9}x = 3\frac{2}{7}$



11. On teada, et

jagatav on võrdne jagaja ja jagatise korrutisega.

Näiteks, kui $x : 3 = 7$, siis $x = 3 \cdot 7 = 21$, ehk, täheliste sümbolite abil kirjutades:

kui $x : a = b$, siis $x = a \cdot b$.

Leia jagatav.

$x : 63 = 1\frac{4}{9}$ $\qquad$ $y : \frac{5}{7} = \frac{8}{11}$

$x : 2\frac{11}{12} = 84$ $\qquad$ $y : \frac{3}{4} = 1\frac{1}{3}$

$x : 42 = 3\frac{6}{7}$ $\qquad$ $y : 1\frac{5}{6} = \frac{2}{11}$

$x : \frac{5}{6} = \frac{3}{10}$ $\qquad$ $y : 3\frac{5}{6} = \frac{8}{23}$

$x : 1\frac{1}{3} = 3\frac{1}{4}$ $\qquad$ $x : 5\frac{5}{7} = \frac{9}{20}$

12. Arvuta jagatav.

$x : 2 = 27{,}35$ $\qquad$ $y : 0{,}1 = 45{,}22$

$x : 0{,}2 = 24{,}5$ $\qquad$ $y : 1{,}8 = 35{,}2$

$x : 1{,}3 = 0{,}026$ $\qquad$ $y : 0{,}01 = 0{,}2$

$x : 100 = 0{,}502$ $\qquad$ $y : 0{,}3 = 7{,}1$

$x : 0{,}5 = 0{,}008$ $\qquad$ $y : 1{,}5 = 0$

(6)



13. On teada, et

jagaja on võrdne jagatava ja jagatise jagatisega.

Näiteks, kui $24 : x = 6$, siis $x = 24 : 6 = 4$, ehk üldiselt, kui $a : x = b$, siis $x = a : b$.

Leia jagaja.

$15 : x = 3{,}75$	$3{,}6 : x = 0{,}4$
$1 : x = 0{,}5$	$7{,}05 : x = 1{,}5$
$12{,}5 : x = 0{,}05$	$0{,}21 : x = 0{,}84$
$41{,}6 : x = 6{,}4$	$0{,}19 : x = 0{,}095$
$0{,}19 : x = 0{,}95$	$3{,}76 : x = 0{,}4$

14. Leia jagaja.

$\frac{7{,}8}{x} = 0{,}01$	$\frac{18{,}4}{x} = 7{,}36$	$\frac{25}{x} = 500$
$\frac{13{,}4}{x} = 0{,}1$	$\frac{25{,}9}{x} = 3{,}7$	$\frac{75}{x} = 150$
$\frac{16{,}92}{x} = 4{,}23$	$\frac{1}{x} = 12{,}5$	$\frac{8}{x} = 0{,}4$

Antud arvude tähistamine tähtedega.

15. Arvuta summa $5 + a$, kui $a = 6; 7; 8; 9; 10$.

16. Arvuta $b + 4{,}2$, kui $b = 0{,}8; 1{,}2; 1{,}4; 1{,}6; 1{,}8$.

17. Arvuta vahe $c - 17$, kui $c = 18; 19; 20; 21; 22$.

18. Leia $10 - c$ väärtus, kui $c = 0; 2; 4; 6; 10$.

19. Leia korrutise $4m$ väärtus, kui $m = 10; 15; 20; 25; 30$.

20. Arvuta $2{,}5n$ väärtus, kui $n = 2; 4; 6; 8; 10$.

21. Leia $\frac{x}{4}$ väärtus, kui $x = 2; 4; 6; 8; 10$.

22. Leia jagatis $\frac{6}{x}$ kui $x = 1; 3; 6; 12; 24$.

23. Kirjuta matemaatiliste sümbolite abil:
arvu a ja seitsme summa;

kümne ja arvu b vahe;
kolme ja arvu c korrutis;
arvude a ja b summa;
arvu m ja kaheksa jagatis.

24. Kirjuta lühidalt:

arvude x ja $\frac{1}{2}$ summa;

arvude $\frac{3}{4}$ ja n korrutis;

arvu 1 jagatis arvuga a;
arvude a ja b poolsumma;
arvude m ja n poolvahe.

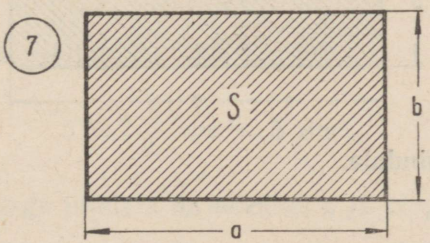
25. a) Kirjuta arvude a ja b poolsumma ja arvu c korrutis.

b) Kirjuta arvude a ja b ning arvude c ja d korrutiste summa.

c) Kirjuta arvude a ja b ning arvude c ja d korrutiste vahe.

Tähe kasutamine valemites.

Ristküliku pindala.



26. Kui ristküliku alus ja kõrgus on mõõdetud ühesuguste ühikutega, siis

ristküliku pindala on võrdne aluse ja kõrguse korrutisega

ehk, lühemalt kirjutades,

ristküliku pindala = alus · kõrgus.

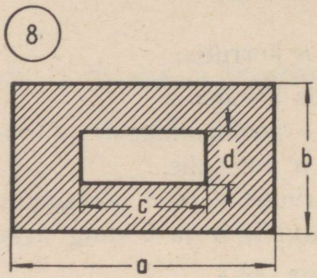
Kui ristküliku pindala märgime tähega S, aluse tähega a ja kõrguse tähega b, siis võime ristküliku pindala arvutamise eeskirja kirjutada valemina nõnda:

$$S = a \cdot b$$

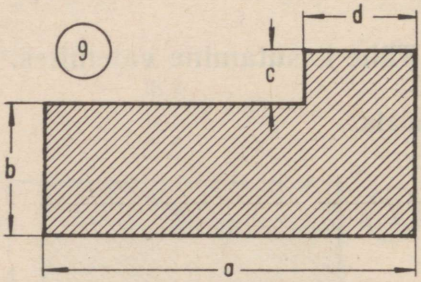
Leida ristküliku pindala S, kui alus a ja kõrgus b on antud:

$a = 16$ cm	$a = 24$ m	$a = 6$ dm	$a = 2$ dm
$b = 5$ cm	$b = 25$ m	$b = 8$ cm	$b = 0{,}05$ m

27. Kirjuta joonisel 8 viirutatud kujundi pindala valem.

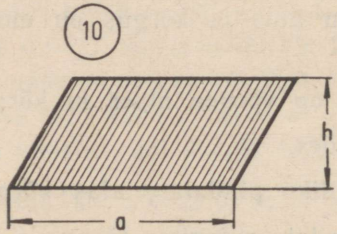


28. Kirjuta joonisel 9 näidatud kujundi pindala valem.



Rööpküliku pindala.

$$S = ah$$



29. Ütle sõnadega, millega on võrdne rööpküliku pindala.

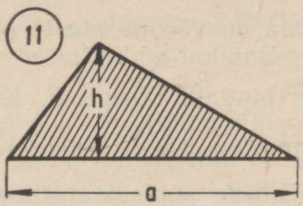
30. Arvuta rööpküliku pindala S, kui alus a ja kõrgus h on antud:

$a = 23$ dm $\quad a = 12$ m $\quad a = 4$ dm

$h = 0{,}5$ dm $\quad h = \frac{1}{2}$ m $\quad h = 20$ cm

Kolmnurga pindala.

31. Kolmnurga pindala on võrdne aluse ja kõrguse poole korrutisega.



Kui alus on a ja kõrgus on h, siis aluse ja kõrguse korrutis on ah, aluse ja kõrguse pool korrutist on siis $\frac{ah}{2}$. Tähistame kolmnurga pindala tähega S, siis kolmnurga pindala valem on järgmine:

$$S = \frac{ah}{2}$$

Näide. Kui $a = 4$ dm, $h = 2{,}5$ dm, siis

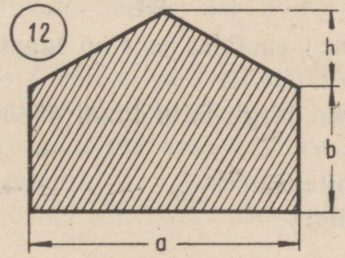
$$S = \frac{4 \cdot 2{,}5}{2}\,\text{dm}^2 = 5\ \text{dm}^2.$$

Arvuta kolmnurga pindala S, kui alus a ja kõrgus h on antud.

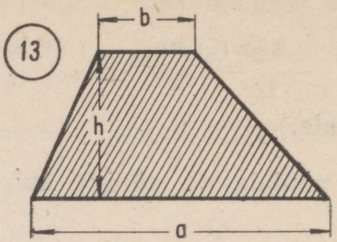
$a = 8$ cm $\quad a = 40$ m $\quad a = 12$ m

$h = 1{,}5$ cm $\quad h = 0{,}25$ m $\quad h = 12$ dm

32. Kirjuta joonisel 12 esitatud kujundi pindala valem:



Trapetsi pindala.



33. Trapetsi pindala on võrdne aluste poolsumma ja kõrguse korrutisega.

Tähistame trapetsi pindala tähega S. Kui trapetsi alused on a ja b, siis aluste summa on $a + b$, aluste poolsumma on $\frac{a+b}{2}$; pindala saamiseks on aluste poolsumma tarvis korrutada trapetsi kõrgusega h. Nii saamegi trapetsi pindala valemi

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Arvuta trapetsi pindala S, kui alused ja kõrgus on antud.

$a = 44$ cm	$a = 35$ cm	$a = 27$ cm
$b = 24$ cm	$b = 29$ cm	$b = 23$ cm
$h = 19$ cm	$h = 8$ cm	$h = 0{,}8$ dm

34. Valem on sümbolites kirjutatud arvutamise juhis, mille põhjal vajalike andmete järgi saab arvutada otsitava suuruse.

Millised andmed on vajalikud risttahuka ruumala arvutamiseks?

Kirjuta risttahuka ruumala valem. Tuleta meelde kõik senini õpitud pindalade valemid.

35. Igapäevase normaalse magamisaja tundides vastavalt vanusele kuni 18-nda eluaastani annab valem

$$t = 8 + \frac{18 - a}{2},$$

kus a tähendab vanust aastates ja t on igapäevane magamisaeg tundides.

Arvuta selle valemi järgi, mitu tundi ööpäevas peab magama

a) 6-aastane laps?

b) 12-aastane õpilane?

c) 14-aastane õpilane?

36. Täiskasvanud inimese normaalse kehakaalu annab ligikaudu valem.

$$K = L - 100$$

kus L tähendab pikkust sentimeetrites ja K kaalu kilogrammides. Mitu kilogrammi peaks kaaluma inimene, kui ta pikkus on 150 cm, 164 cm, 180 cm?

37. Olgu kolmnurga ümbermõõt u, üks külg olgu a ja teine b. Anna valem kolmnurga kolmanda külje arvutamiseks.

38. Kolmnurga nurkade summa on 180°. Olgu kolmnurga üks nurk A, teine nurk B. Anna valem kolmnurga kolmanda nurga C arvutamiseks.

39. Ristkülikukujulisele ehituskrundile, mille mõõtmed on u ja v meetrit, ehitati maja, mille põhja pindala on 200 ruutmeetrit. Anna valem õue ja aia jaoks kasutada jäänud maatüki pindala arvutamiseks.

Matemaatiline avaldis.

40. Tehtemärkidega ühendatud arvude üleskirjutust nimetatakse matemaatiliseks avaldiseks.

Näiteks üleskirjutused

$$3 \cdot 7 + 6, \quad \frac{a+b}{2}, \quad 2n - 1$$

on matemaatilised avaldised.

Nimeta mõned matemaatilised avaldised.

41. Lahenda järgmine ülesanne ja kirjuta lahendus matemaatilise avaldisena. Osteti 3 kg liha ja 2 kg võid. Või hind oli 28 rbl. kilogramm, liha hind 18 rbl. kilogramm. Kui palju tuli maksta liha ja või eest kokku?

42. Pioneerisalk matkas kahe päevaga 36 km. Esimesel päeval liikus salk 6 tundi keskmise kiirusega 4 km tunnis. Mitu kilomeetrit jäi salgal liikuda teisel päeval? Kirjuta lahendus matemaatilise avaldisena.

43. Õpilane ostis 8 vihikut ja 2 pliiatsit. Vihik maksis a kopikat ja pliiats b kopikat. Mitu kopikat pidi õpilane maksma selle ostu eest. Kirjuta lahendus matemaatilise avaldisena.

44. Kirjuta matemaatilise avaldisena:
arvu a ja seitsme summa kolmekordne;

kümne ja arvu b pool vahet;
kolme ja arvu c korrutise ning arvu a vahe;
üheksa kümnendikku arvude a ja b summast;
pool arvu a ja kaheksa jagatisest;

45. Kirjuta matemaatilise avaldisena:

kolmandik arvude x ja $\frac{1}{2}$ summast;

arvude $\frac{3}{4}$ ja n korrutise ning arvu k summa;
kahekordne arvu b jagatis arvuga a;
arvude a ja b poolsumma;
arvude m ja n poolvahe.

46. Pioneerisalgas on p poeglast ja t tütarlast. Mitu pioneeri on salgas?

47. Kahes paralleelklassis on kummaski p õpilast. Et üks klass on ruumilt teisest klassist suurem, siis viiakse teisest klassist esimesse g õpilast üle. Mitu õpilast on nüüd ühes ja mitu teises klassis?

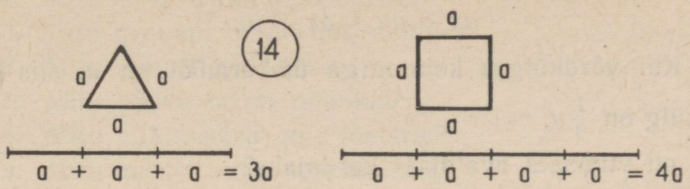
48. Joonisel on antud avaldised niinimetatud «võluruudu» arvude leidmiseks. «Võluruudus» on kõikide ridade, kõikide veergude kui ka diagonaalil asetsevate arvude summad võrdsed.

$k+x$	$k-x-y$	$k+y$
$k-x+y$	k	$k+x-y$
$k-y$	$k+x+y$	$k-x$

Koosta «võluruudud», võttes k, x ja y väärtused tabelist

k	10	12	13	60	100
x	2	1	3	12	35
y	3	2	7	5	25

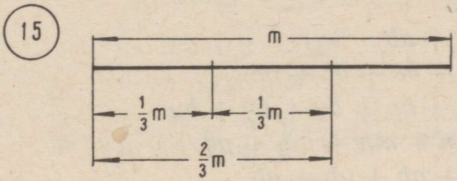
Kordaja.



49. Avaldises $3a$ korrutajat 3 nimetatakse k o r d a j a k s ehk k o e f i t s i e n d i k s. Avaldisel $4a$ on kordajaks arv 4.

Esikohal kirjutatud arvulist tegurit nimetatakse kordajaks ehk koefitsiendiks.

Nimeta kordajad avaldistes $5a$; $7{,}5b$; $\frac{2}{3}m$; $2ab$; $3abx$.



50. Kordaja 1 jäetakse kirjutamata.

Nii kirjutatakse avaldise $1ab$ asemel ab.

Mis arvud on kordajaiks avaldistes $3x$, ab, xy; $\frac{1}{2}ax$, mn?

51. Võrdkülgse kolmnurga külg on a. Kui suur on selle kolmnurga ümbermõõt? Milline arv on ümbermõõdu avaldises kordajaks?

52. Ruudu külg on b. Kui suur on ruudu ümbermõõt? Nimeta vastuseks saadud avaldise kordaja.

53. Kui korrutajaks on täisarv, siis korrutis on võrdsete liidetavate summa:

$$6a = a + a + a + a + a + a$$

Mitu korda avaldises $100b$ arv b on võetud liidetavana?

54. Võrdsete liidetavate summa võib kirjutada korrutisena:

$$ab + ab + ab = 3ab.$$

Milline arv on viimases avaldises kordajaks?

Kirjuta kordaja abil

$$ax + ax + ax + ax$$

55. Kui võrdkülgse kolmnurga ümbermõõt on u, siis kolmnurga külg on $\frac{1}{3}u$.

Mis on viimases avaldises kordajaks?

56. Ruudu ümbermõõt on p. Kui suur on selle ruudu kolme külje pikkus kokku? Kui suur on vastuseks saadud avaldises kordaja?

Kirjuta järgmised avaldised võimalikult lühidalt.

57. $a + a + a + a$
$b + b + b + b + b + b + b$
$m + m + m + m + n + n + n$
$x + x + x + y + y + y$
$u + u + u + v + v + v + v$

58. $ab + ab + ab$
$bc + bc + bc + bc + bc$
$ax + ax + by + by + by + by$
$mn + mn + mn + mn + pq$
$kl + kl + ab + ab + ab$

Kirjuta järgmised avaldised kordajateta.

59. $5a$ $3cx$ $2d + 5c$
$3p$ $4fy$ $3ab + 4xy$

60. $6d$ $2cpt$ $3uv + 2ke$
$2h$ $3cdx$ $4ax + by + 3cz$

61. Kirjuta avaldisena
arvu a seitsmekordne;
arvu b kümnekordne;
arvu c pool;
arvu d kolm kümnendikku;
arvu e seitsekümmend kuus sajandikku.

62. Kirjuta sõnadeta
arvude m ja n korrutise kahekordne;
arvude p ja q jagatise viiekordne;
arvude $2s$ ja $3t$ summa;
arvude $4u$ ja $17v$ vahe;
arvude $2x$ ja $9z$ jagatis.

63. Mitu sentimeetrit on k meetris?
64. Mitu kilogrammi on a tonnis?
65. Mitu grammi on b kilogrammis?
66. Mitu minutit on t tunnis?
67. Mitu päeva on m nädalas?
68. Mitu millimeetrit on c meetris?
69. Mitu meetrit on a sentimeetris?
70. Mitu aastat on n kuud?

Arvu ruut.

71. Korrutist $3 \cdot 3$ kirjutatakse lühemalt 3^2 ja loetakse k o l m r u u d u s. Niisamuti

$$4 \cdot 4 = 4^2$$

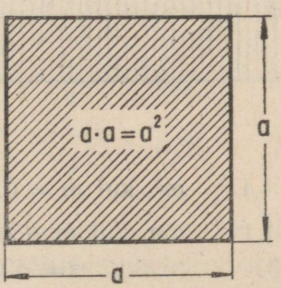
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}2^2$$

$$a \cdot a = a^2$$

$$\frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}, \quad \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}, \quad \text{kuid} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

16



Avaldist a^2 nimetatakse arvu a ruuduks.
Mida tähendab üleskirjutus

$$5^2, \left(\frac{1}{4}\right)^2, 0{,}3^2, b^2, m^2?$$

Arvu ruut on kahe võrdse teguri korrutis.

72. Arvuta peast ruudud

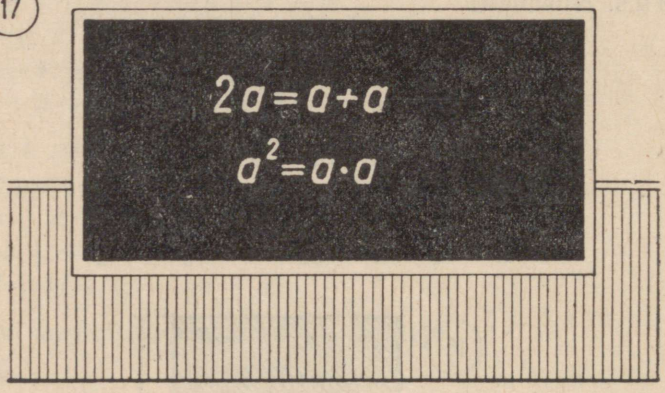
6^2 $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $0{,}4^2$ $0{,}2^2$ 20^2

9^2	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$\left(1\frac{2}{3}\right)^2$	$0{,}1^2$	$1{,}5^2$
11^2	$\left(1\frac{1}{2}\right)^2$	15^2	$0{,}01^2$	$\left(2\frac{1}{3}\right)^2$
12^2	$\left(2\frac{1}{2}\right)^2$	$0{,}2^2$	$0{,}03^2$	$0{,}8^2$

73. Kolhoosi aiandis on 30 rida õunapuid, igas reas 30 õunapuud. Mitu õunapuud on kolhoosi aiandis?

74. Spordimängude päevaks on võimlejad paigutatud 50 ritta, igas reas 50 võimlejat. Mitu võimlejat on üles rivistatud?

17



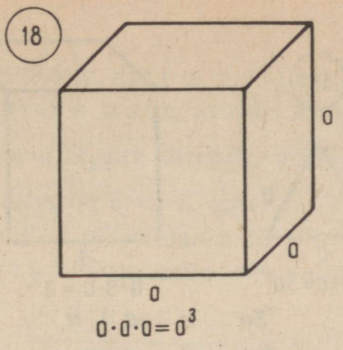
75. Arvuta

a^2, kui $a = 1{,}1$	m^2, kui $m = 0{,}5$	r^2, kui $r = \frac{7}{8}$
$2a$, kui $a = 1{,}1$	$2m$, kui $m = 0{,}5$	k^2, kui $k = 100$
b^2, kui $b = 31$	n^2, kui $n = 60$	x^2, kui $x = 5$
$2b$, kui $b = 3{,}1$	$2n$, kui $n = 60$	$2x$, kui $x = 5$

Arvu kuup.

76. Korrutist $4 \cdot 4 \cdot 4$ kirjutatakse lühemalt 4^3 ja loetakse neli kuubis. Niisamuti

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$
$$a \cdot a \cdot a = a^3$$



Avaldist a^3 nimetatakse arvu a kuubiks.

Arvu kuup on kolme võrdse teguri korrutis.

Missugust korrutist tähendab avaldis

b^3, 7^3, $1{,}2^3$, $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ $2{,}5^3$?

77. Arvuta kuubid

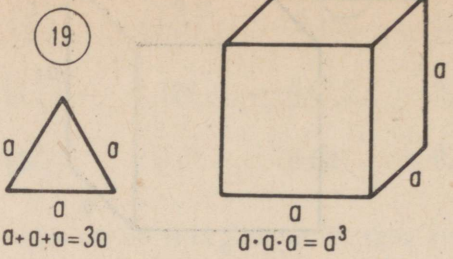
1^3	4^3	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{4}{5}\right)^3$	$0{,}1^3$	10^3	40^3
2^3	5^3	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{1}{4}\right)^3$	$0{,}2^3$	20^3	50^3
3^3	9^3	$\left(\frac{3}{4}\right)^3$	$\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$0{,}3^3$	30^3	70^3

78. Telliskivid on laotud virna. Virnas on 15 kihti, igas kihis 15 rida, igas reas 15 tellist. Mitu tellist on virnas?

79. Kuubi serv on 22 cm. Mitu kuupsentimeetrit on selle kuubi ruumala?

80. Arvuta

a^3, kui $a = 7$	c^3, kui $c = 8$	r^3, kui $r = 0{,}7$
$3a$, kui $a = 7$	$3c$, kui $c = 8$	R^3, kui $R = 2{,}1$
b^3, kui $b = 1$	d^3, kui $d = 0{,}4$	k^3, kui $k = 0{,}6$
$3b$, kui $b = 1$	$3d$, kui $d = 0{,}4$	x^3, kui $x = 4$



$3a = a + a + a$,
kuid $a^3 = a \cdot a \cdot a$

81. Kuidas nimetatakse kahe võrdse teguri korrutist? kolme võrdse teguri korrutist?

82. Kuidas nimetatakse kahe võrdse liidetava summat? kolme võrdse liidetava summat?

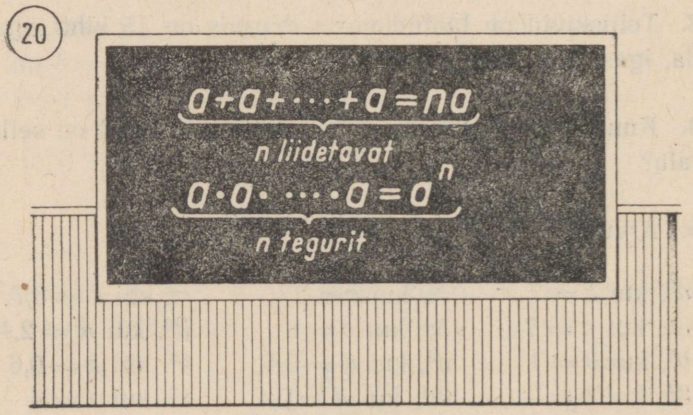
Aste.

83. Kahe võrdse teguri korrutist ja kolme võrdse teguri korrutist kirjutatakse järgmiselt:

$$a \cdot a = a^2 \text{ ja } a \cdot a \cdot a = a^3.$$

Selle eeskujul kirjutame

$$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$$
$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$
$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tegurit}} = a^n$$



Avaldist a^4 nimetatakse arvu a neljandaks astmeks, avaldis a^5 on arvu a viies aste, avaldis a^n on arvu a n-es aste.

Arvu a n-es aste on n teguri korrutis, milles iga tegur on a.

Mitme teguri korrutis on arvu 8. aste?

Mitme teguri korrutist väljendab aste 7^{10}?

n võrdse teguri korrutis on arvu n-es aste.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tegurit}} = a^n$$

n võrdse arvu summa aga selle arvu ja n korrutis:

$$\underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{n \text{ liidetavat}} = na$$

84. Arvu ruut on arvu teine aste, arvu kuup on arvu kolmas aste.

Kirjuta ja arvuta:

arvu 8 ruut;	arvu 1 teine aste;	arvu 0 kuup;
arvu 7 teine aste;	arvu 10 ruut;	arvu 10 kuues aste;
arvu 2 kolmas aste;	arvu 4 neljas aste;	arvu 2 viies aste;
arvu 3 kuup;	arvu 0 ruut;	arvu 1 kuup;
arvu 2 neljas aste;	arvu 3 viies aste;	arvu 6 kuup.

85. Astme leidmist nimetame astendamiseks.

Avaldises a^n nimetame arvu a astendatavaks ehk astme aluseks, arvu n — astendajaks.

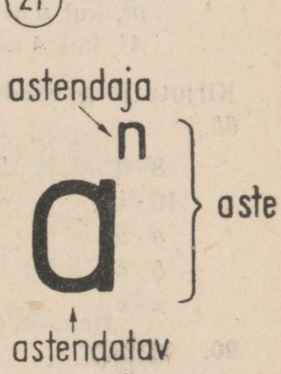
Astendaja näitab, mitu korda alus tuleb võtta tegurina.

astendaja

$3^4 = 81$ aste

astendatav

(21)



Nimeta igas järgmises avaldises astendatav ja astendaja ning arvuta peast astme väärtus:

2^3; 1^{100}; 10^5; 5^4; $5^4\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $0{,}3^2$

86. Nõuded

leia arvu 4 kuup, leia arvu 4 kolmas aste ja astenda 4 kolmega tähendavad üht ja sama nõuet —

arvutada 4^3 väärtus.

Kirjuta avaldisena ja arvuta saadud avaldise väärtus:

leia 2 kolmas aste;	astenda 1 kolmega;
astenda 5 kahega;	leia 5 kuup;
leia 7 ruut;	leia 8 ruut;
arv 1 sajandas astmes;	leia arvu 0 ruut;
leia arvu 2 kuues aste;	arvuta $\frac{1}{2}$ neljas aste.

87. Arv a^1 on arvu a esimene aste, ta loetakse võrdseks arvu a endaga, nii et

$$a^1 = a.$$

Astendaja 1 jäetakse kirjutamata.

Mitmendas astmes on arv x avaldises

$$2x^3,\ ax,\ x^2y,\ 7xy,\ \frac{1}{2}x^{10}y^5?$$

88. Arvuta:

a^5, kui $a = 2$	a^n, kui $a = 10$ ja $n = 5$
b^3, kui $b = 10$	m^n, kui $m = 5$ ja $n = 3$
2^n, kui $n = 6$	x^y, kui $x = y = 3$
p^3, kui $p = 5$	a^b, kui $a = 0$ ja $b = 5$
A^7, kui $A = 1$	U^v, kui $U = 2$ ja $v = 8$

Kirjuta järgmised korrutised astmetena.

89.

$8 \cdot 8$	$25 \cdot 25$	$2 \cdot 2 \cdot 2$	$5 \cdot 5 \cdot 5$
$10 \cdot 10$	$40 \cdot 40$	$6 \cdot 6 \cdot 6$	$3 \cdot 3 \cdot 3$
$a \cdot a$	$c \cdot c$	$m \cdot m \cdot m$	$n \cdot n \cdot n$
$b \cdot b$	$y \cdot y$	$k \cdot k \cdot k$	$p \cdot p \cdot p$
$x \cdot x$	$t \cdot t$	$u \cdot u \cdot u$	$r \cdot r \cdot r$

90.

$2 \cdot 2$	$5 \cdot 5 \cdot 5$	$0{,}2 \cdot 0{,}2$
$2 \cdot 2 \cdot 2$	$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	$x \cdot x$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5$	$b \cdot b \cdot b \cdot b$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$d \cdot d \cdot d \cdot d$	$c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$a \cdot a \cdot a$	$0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1$

91. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7}$

92. $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$

Arvuta järgmised astmed.

93.

2^5	2^{10}	$11 \cdot 0{,}8^2$	$0{,}08^2$
3^3	4^3	$0{,}1^4$	$0{,}3^2$
10^4	10^5	$0{,}01^3$	$0{,}001^2$
12^3	25^2	1^{13}	1^{10}
60^2	60^3	0^2	0^5

94. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ $\left(\frac{7}{10}\right)^2$

95. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ $\left(\frac{5}{8}\right)^3$ $\left(\frac{9}{10}\right)^2$

Kirjuta järgmised avaldised astendajateta.

96. 2^2 e^3 $0{,}6^3$ $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

3^3 x^5 $0{,}8^2$ $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

97. 5^3 k^4 $0{,}4^3$ $\left(\frac{1}{4}\right)^3$

2^5 z^3 $0{,}1^5$ $\left(\frac{5}{6}\right)^4$

Kirjuta järgmised avaldised astendajateta.

98.
$2^3 + 2^3$
$2^4 + 2^4$
$3^2 + 3^2$
$3^3 + 3^3$
$5^2 + 5^2$

99.
$2^2 + 2^2 + 2^2$
$2^3 + 2^3 + 2^3$
$3^2 + 3^2 + 3^2$
$1^4 + 1^4 + 1^4$
$10^3 + 10^3 + 10^3$

Kirjuta järgmised avaldised võimalikult lühidalt.

100.
$c \cdot c + c \cdot c$
$m \cdot m \cdot m + m \cdot m \cdot m + m \cdot m \cdot m$
$a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$
$a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b + a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$
$a \cdot a \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$

101. $aa + aa + aa$
$bbb + bbb$
$xx + xx + xx + xx$
$abb + abb$
$aaaxx + aaaxx$

Kirjuta järgmised avaldised kordajateta ja astendajateta.

102.

$3a$	$5c$
b^3	d^5
$2mm$	$4aa$
$x^2 + x^2 + x^2$	$b^3 + b^3$
$3nnn$	$2vvv$

103.

$4a$	$2m$
a^2	n^3
$2a^3$	$3x^2$
$3b^3$	$2t^3$
$4x^2$	$3y^3$

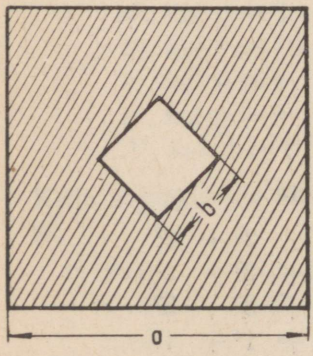
Näide.

a) $4b = b + b + b + b$

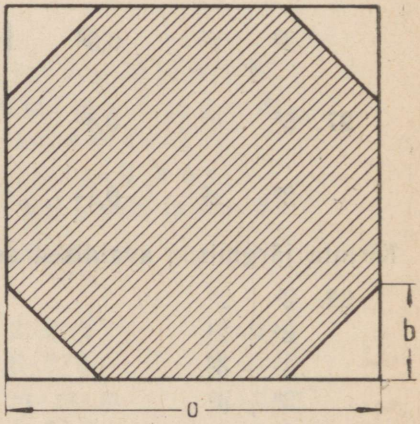
b) $3a^2 = a^2 + a^2 + a^2 = a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$

104. Avalda joonisel 22 näidatud kujundi viirutatud pinnaosa pindala.

22



23



105. Avalda joonisel 23 näidatud kujundi viirutatud pinnaosa pindala.

106. 7 perel on igaühel 7 kassi, iga kass sööb 7 hiirt, iga hiir sööb 7 odrapead, iga odrapea annaks 7 mõõtu vilja. Mitu mõõtu vilja jääb hävitamata tänu kassidele? (Ahmes, umbes 1700 a. e. m. a.)

107. Minul on 2 vanemat, igal vanemal jälle 2 vanemat, neil omakorda igaühel 2 vanemat jne. Mitu esivanemat on mul 10-nda põlveni tagasi arvates?

108. Täida tabel

n	1	2	3	4	5
1^n					

Kuidas muutub 1^n väärtus, kui astendaja n kasvab?

109. Täida tabel

n	1	2	3	4	5
2^n					

Kuidas muutub 2^n väärtus, kui n kasvab?

110. Täida tabel ja otsusta, kuidas muutub $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ väärtus, kui n kasvab

n	1	2	3	4	5
$\left(\frac{1}{2}\right)^n$					

Tehete järjekord.

111. Liitmist ja lahutamist nimetatakse esimese järgu teheteks, korrutamist ja jagamist teise järgu teheteks, astendamist kolmanda järgu teheteks.

Nimeta avaldises

$$87 + 3 \cdot 8^2 - 120 : 15$$

iga tehet ja selle järku.

Tehete põhi-järjekord.

112. Kui avaldises ei esine sulgusid, siis tuleb esmalt sooritada astendamised, seejärel korrutamised ja jagamised ning viimaseks liitmised ja lahutamised.

Niisugust tehete järjekorda nimetatakse **tehete põhijärjekorraks**.

N ä i t e d: Arvuta $4x^2$, kui $x = 5$.
L a h e n d u s: Kui $x = 5$, siis $4x^2 = 4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$

Arvuta

$3^2 - \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{1}{9}$ $\quad$ $4 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 + 1$

$4^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{16}$ $\quad$ $9 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 4$

$7^2 - 2{,}6 \cdot 7 + 1{,}69$ $\quad$ $2^3 + 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 7$
$5^2 - 0{,}2 \cdot 5 + 0{,}01$ $\quad$ $3^3 + 3^2 + 5 \cdot 3 - 9$
$10^2 - 0{,}8 \cdot 10 - 0{,}16$ $\quad$ $6 + 4 + 2 \cdot 4^2 + 4^3$

113. Arvuta

$2x^2$, kui $x = 3$ $\quad$ $\frac{1}{4}r^2$, kui $r = 6$

$5n^3$, kui $n = 2$ $\quad$ $12 : a^2$, kui $a = 2$
$x^3 : 3$, kui $x = 2$ $\quad$ $7x^8$, kui $x = 0$

$2y^3$, kui $y = 10$ $\quad$ $\frac{5}{n^4}$, kui $n = 1$

$8k^5$, kui $k = 1$ $\quad$ $\frac{10}{p^4}$, kui $p = 0$

114.

xy^2, kui $x = 3$ ja $y = 2$ $\quad$ $16 + 4 \cdot x$, kui $x = 3$
ab^2, kui $a = 2$ ja $b = 3$ $\quad$ $3^2 + 4 : a$, kui $a = 2$
m^2n, kui $m = 3$ ja $n = 4$ $\quad$ $2^3 - 4 : x$, kui $x = 2$
a^2b^2, kui $a = 5$ ja $b = 2$ $\quad$ $18 + x : y$, kui $x = 4$ ja $y = 0{,}8$

$\frac{a^2}{b}$, kui $a = 4$ ja $b = 2$ $\quad$ $x + 3 \cdot y$, kui $x = 5$ ja $y = 4$.

115. Kui avaldises, milles ei ole sulgusid, esinevad ainult üht järku tehted, kas ainult liitmised ja lahutamised või ainult korrutamised ja jagamised, siis arvutatakse selles järjekorras, nagu avaldises on kirjutatud.

N ä i t e d:
$7 - 2 + 3 - 4 = 5 + 3 - 4 = 8 - 4 = 4$;
$24 : 6 \cdot 3 : 2 \cdot 5 = 4 \cdot 3 : 2 \cdot 5 = 12 : 2 \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$.

116. Arvuta.

$25 \cdot 4 \cdot 13$; $\quad$ $2 \cdot 35 \cdot 12$; $\quad$ $4 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 18$; $\quad$ $1080 : 2 : 5$;
$420 : 2 : 3 : 7$; $\quad$ $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13 : 20$; $\quad$ $15 + 12 - 7$; $\quad$ $750 : 10 : 3$.

117. Arvuta.

$18 + 13 \cdot 5$; $15 + 81 : 3$; $270 - 45 : 9$; $38 - 16 : 4$;
$24 - 15 \cdot 3$; $90 + 420 : 60$; $400 - 360 : 2$; $210 + 40 \cdot 8$.

118. Erandiks numbris 115 antud reeglist on korrutised, milles on tähelisi tegureid, ilma tehte märkideta nende ees, selliste korrutistega toimitakse jagamisel nii, nagu siis, kui need korrutised oleksid sulgudes.

Näited: $2 : 3ab = \frac{2}{3ab}$;

$5 : 7b = \frac{5}{7b}$;

$ab : mn = \frac{ab}{mn}$.

Arvuta

$12 - 5 + 3 - 10$; $6 : 2a$, kui $a = 3$.

Sulgude kasutamine.

119. Kui avaldises on tarvis tehete põhijärjekorda muuta, siis märgitakse seda sulgudega.

Kui avaldises esinevad sulud, siis tehakse kõigepealt sulgudes näidatud tehted, saadud arvud pannakse vastavate sulgavaldiste asemele ning sooritatakse siis tehted põhijärjekorras.

Nimeta tehete järjekorda avaldises

$$a + bc^2 - m : n$$

ja avaldises

$$a + b(c^2 - m : n).$$

120. Arvuta peast järgmiste avaldiste väärtused

$20 + 3 \cdot 4 - 2$	$39 - 4 \cdot 7 - 3$
$(20 + 3) \cdot (4 - 2)$	$(39 - 4) \cdot (7 - 3)$
$20 + (3 \cdot 4 \cdot 2)$	$39 - (4 \cdot 7 - 3)$
$(20 + 3) \cdot 4 - 2$	$(39 - 4) \cdot 7 - 3$
$20 + 3 \cdot (4 - 2)$	$39 - 4 \cdot (7 - 3)$

121. Arvuta peast.

$(47 + 9) \cdot 4 + 9 \cdot 4$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot (5 - 4)$
$(47 - 9 \cdot 4 + 9) \cdot 4$	$2 \cdot 4^2 \cdot 2^3 \cdot (3 + 7)$
$47 + 9 \cdot (4 + 9 \cdot 4)$	$(3 + 2) \cdot (2^4 + 8 : 2)$
$47 + 9 \cdot (4 + 9) \cdot 4$	$(2^4 - 2^3) : (3^2 - 1)$
$(47 + 9) \cdot (4 + 9) \cdot 4$	$(3^3 - 17) \cdot (3 \cdot 2^2 + 2)$

122. Murrujoon asendab sulgusid.

Näiteks:

$$(a+b):(c+d)=\frac{a+b}{c-d}$$

Murrujoon asendab sulgusid ja ühtlasi jagamise märki.

Nimeta tehted ja nende järjekorda avaldises

a) $\frac{3(a+b)}{7(a-b)}$; b) $\frac{3+ab^2}{2a^3+b}$; c) $\frac{(3+a)^2}{a^2+b}$

123. Arvuta peast.

8. $\frac{192-67}{50}$

$\frac{209+416}{25}\cdot\frac{1}{17-12}$

$\frac{240}{4+8}:\frac{38+32}{29-15}$

$\frac{2\cdot(4+6)}{37-12}-\frac{4}{8-3}$

$\frac{24+36}{(9-8)\cdot 5}-\frac{6\cdot(101-92)}{(13+14)\cdot 2}$

$\frac{5^2+75}{5^3-5^2}$

$\frac{2^3-2^2+2}{2\cdot 3^2+2}$

$\frac{10^2-5\cdot 18}{10^3-10^2}$

$\frac{2^4+2^3}{3^2-1}+2$

$\frac{5\cdot 2^2+4\cdot\frac{1}{22}}{3^3-17}$

124. Arvuta järgmiste avaldiste väärtused.

$\frac{ab}{n(n^2-5n+2)}$, kui $a=0{,}2$, $b=0{,}3$ ja $n=5$

$(a+b)\,c^3$, kui $a=5$, $b=3$ ja $c=\frac{1}{2}$

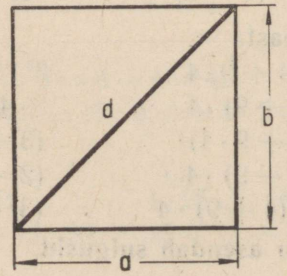
$ac-(7ac-5a^2)$, kui $a=\frac{1}{4}$ ja $c=\frac{1}{5}$

$\frac{a^2b^2}{c(a+b)}$, kui $a=1{,}2$, $b=0{,}6$ ja $c=0{,}2$

$\frac{d^3-2bc^2}{h}$, kui $b=579{,}4$; $c=0{,}01$; $d=0{,}5$ ja $h=0{,}15$

Näide. Kui $a=2{,}5$ ja $b=3{,}5$, siis $2\cdot(a+b)^2=2(2{,}5+3{,}5)^2=2\cdot 6^2=72$.

24



125. Üleskirjutust $a = b$ nimetatakse **võrduseks** ja loetakse «a on võrdne b-ga».

Ruudu diagonaali pikkus **ei ole võrdne** ruudu külje pikkusega. Sõnade **«ei ole võrdne»** asemel kasutatakse märki «$\neq$».

Nii tähendab üleskirjutus $d \neq a$, et d e i o l e v õ r d n e a-ga.

Kirjuta sümbolite abil lause «viis ei ole võrdne kaheksaga».

Loe üleskirjutust

$$R \neq 2R.$$

126. Ruudu diagonaal d **on suurem** kui külg a. Sõnade «on suurem» asemel kasutatakse märki $>$. Seega üleskirjutus

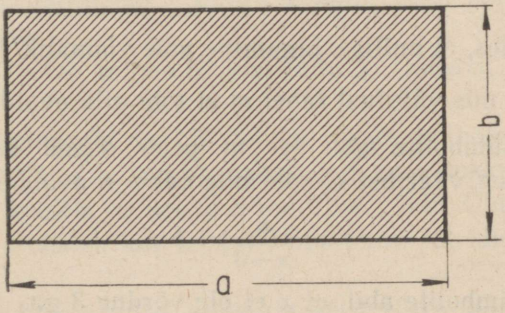
$$\mathbf{d > a}$$

ütleb, et d o n s u u r e m k u i a. Kirjuta sümbolite abil lause «kümme on suurem kui 1».

Loe üleskirjutust

$$2R > R.$$

25



127. Ristküliku laius b **on väiksem** kui pikkus a. Sõnad «o n v ä i k s e m» asendatakse märgiga $<$.

Nii ütleb üleskirjutus $b < a$, et b o n v ä i k s e m k u i a.

Kirjuta sümbolite abil: «Pool on väiksem kui 1».

Loe üleskirjutust $0{,}02 < 0{,}1$.

128. Loendamise tulemusena saadud arve

$$1, 2, 3, 4, 5 \ldots$$

nimetatakse loomulikeks ehk **naturaalarvudeks.**

Olgu n mingi naturaalarv; nimeta arvule n järgnev naturaalarv.

Kirjuta sümbolite abil, et arvule n eelnev naturaalarv on väiksem kui arvule n järgnev naturaalarv.

129. Kirjuta tähekese * asemele vastav märk, kas $=$, või $<$, või $>$.

$5 * 15$	$\frac{5}{8} * \frac{14}{16}$	$\frac{1}{3} * 0{,}67$	$1{,}1 * 1{,}02$
$13 * 10$	$\frac{1}{5} * \frac{1}{7}$	$1{,}1 * \frac{11}{10}$	$1{,}012 * 1{,}11$
$1 * 0$	$\frac{3}{5} * \frac{4}{5}$	$\frac{1}{4} * 0{,}25$	$2^3 * 3^2$
$1 * \frac{2}{2}$	$1{,}2 * \frac{5}{4}$	$1{,}05 * \frac{7}{8}$	$1^4 * 4$

Tähe lubatavad väärtused.

130. Milliseid naturaalarve võib täht a tähendada üleskirjutuses

$$a < 2? \qquad a < 5? \qquad a < 3\frac{1}{2}?$$

131. Teades, et nulliga jagamine pole võimalik, kirjuta sümbolite abil üles, mis väärtust tähel m ei tohi olla avaldises $\frac{5}{m}$.

Kirjuta sümbolite abil, et m peab olema suurem kui 0.

132. Millist väärtust ei tohi olla tähel x avaldises

$$\frac{6}{x-3}?$$

Kirjuta sümbolite abil, et x ei ole võrdne 3-ga.

Kirjuta sümbolite abil, et x on suurem kui 3.

133. Antud on avaldis

$$\frac{8}{4-x}$$

Milliseid väärtusi võib selles avaldises omada täht x?

134. Kui a tähendab õpilaste arvu klassis, siis milliseid väärtusi võib omada täht a?

135. Kui a tähendab kolmnurga aluse pikkust, kas a võib olla siis murdarvuline? Kas a võib olla võrdne nulliga?

136. Valemis (vaata ülesanne nr. 35)

$$t = 8 + \frac{18 - a}{2}$$

tähe a väärtus ei või olla suurem kui 18. Kirjuta see tingimus üles matemaatiliste sümbolite abil.

137. Valemis

$$t = 8 + \frac{18 - a}{2}$$

a võib olla võrdne nulliga või sellest suurem. Kirjuta see tingimus üles matemaatiliste sümbolite abil.

Aritmeetiliste ülesannete lahendamine tähelistel andmetel.

138. Ütle arv, mis on

a) 5 võrra suurem kui a;
a võrra suurem kui 7;
3 korda suurem kui m;
b võrra väiksem kui 4;
2 korda väiksem kui n;

b) a võrra suurem kui 2;
b võrra väiksem kui a;
8 korda suurem kui a;
m võrra väiksem kui n;
3 korda väiksem kui a.

139. Tööline valmistab 1 tunnis 5 polti. Mitu polti valmistab tööline n tunnis?

140. Rong sõidab tunnis 60 km. Mitu kilomeetrit sõidab rong x tunniga?

141. Ühes kolhoosis on 150 lehma, teises kolhoosis on lehmi x võrra rohkem. Mitu lehma on kahes kolhoosis kokku?

142. Kahes keldris on kokku a tonni kartuleid. Ühes keldris on 50 tonni võrra rohkem kui teises. Mitu tonni kartuleid on kummaski keldris?

143. Murru lugeja on a, nimetaja on 3 võrra suurem. Kirjuta see murd.

144. Murru lugeja on a, nimetaja on 3 võrra suurem. Millise murru saame, kui lugejat ja nimetajat suurendame 5 võrra?

145. Aastas on 52 nädalat, neist on koolis p puhkenädalat. Mitu töönädalat on õppeaastas?

146. Klassi õpilaste nimekirjas on n õpilast. Mitu õpilast on klassis kohal, kui puudub m õpilast?

147. Jüri on praegu v-aastane. Kui vana ta on 5 aasta pärast? kui vana a aasta pärast? Kui vana ta oli b aasta eest?

148. Kauba netokaal on N ja taarakaal on T. Leia brutokaal.

149. Kauba müügihind on m rubla, omahind on a rubla. Leia juurdehindlus.

150. Pioneerisalgas on p poissi ja t tüdrukut. Mitu pioneeri on salgas?

151. Leia naturaalarvu n ja sellele järgneva naturaalarvu korrutis.

152. Leia naturaalarvu n ja sellele eelneva naturaalarvu jagatis.

153. Leia naturaalarvule n eelneva naturaalarvu ja järgneva naturaalarvu korrutis.

154. Kell on m minutit üle 11.00. Mitme minuti pärast saab kell 12.00?

155. Kell on n minuti pärast 23.00. Mitu minutit on jäänud keskööni?

156. Toa pikkus on a meetrit, laius b meetrit ja kõrgus c meetrit. Kui suur on toa ruumala?

157. Kuubi serv on a. Leia kuubi täispindala.

158. Vineeritükist sai 5 ruutu külje pikkusega x cm ja 3 ruutu külje pikkusega y cm. Kui suur oli selle vineeritüki pindala?

159. Mitu päeva on n nädalat ja p päeva?

160. Mitu kopikat on a rubla? Mitu kopikat on a rubla ja b kopikat?

161. Rong sõidab kiirusega v kilomeetrit tunnis. Mitu kilomeetrit sõidab rong t tunniga?

162. Tomativäljal on p peenart. Avaldada tomatitaimede koguarv, teades, et igal peenral kasvab t taime.

163. Kirjutussulg maksab s kop. Mitu sulge saab osta ühe rubla eest?

164. Automatkal sõideti a km; seejuures kulus b liitrit bensiini. Mitu liitrit bensiini kulus ühe kilomeetri sõitmisel? Mitu kilomeetrit sai sõita ühe liitri bensiiniga?

165. Rong sõitis kahe jaama vahelise tee s km t tunniga. Missuguse kiirusega ta liikus?

166. Auto kiirusemõõtja näitab kiirust v km tunnis. Kilomeetripostilt on näha, et sõidu lõppkohani jääb veel s kilomeetrit. Kui

palju aega kulub sihtkohale jõudmiseks, kui edasisõit toimub endise kiirusega?

167. 400 grammi kohvi eest maksti s rubla. Mitu rubla maksab selle kohvi kilogramm?

168. Sportlasel kulus n meetri ujumiseks aega s sekundit. Mitu meetrit ujub ta keskmiselt sekundis? Kui palju jõuab ta edasi 1 minutiga?

169. Kahes paralleelklassis on kummaski p õpilast. Et üks klass on ruumilt teisest klassist suurem, siis viiakse teisest klassist esimesse q õpilast üle. Mitu õpilast on nüüd ühes ja mitu teises klassis?

170. Isa ostab iga päev ajalehe, makstes selle eest s kop., ja kord nädalas nädalalehe, makstes selle eest t kop. Kui palju maksab isa nädalas nende ajalehtede eest kokku?

171. Vennal on a sulge ja õel b sulge. Nad jaotavad suled endi vahel nii, et kumbki saab ühepalju. Mitu sulge on nüüd kummalgi?

172. Kooli esimesse klassi võeti vastu p poeglast ja t tütarlast. Kooli vastuvõetud õpilased jaotati kahte paralleelklassi nii, et kummaski klassis oli ühepalju õpilasi. Mitu õpilast sai kumbagi klassi?

173. Kahe karbi mõõtmed on detsimeetrites:
suuremal sisemised mõõtmed a, b, c,
väiksemal välimised mõõtmed f, g, h.

Kui palju jääb suuremasse karpi vaba ruumi, kui temasse paigutada väiksem karp?

174. a) Kauplus sai saadetise sisuga:
a kg kuivatatud õunu hinnaga f rbl. kg
b „ „ pirne „ g rbl. kg
c „ „ ploome „ h rbl. kg

Mitu rubla maksis saadetis?

b) Kooperatiivile toodi koorem kaupa:
a kasti naelu, iga kast s kg
b kotti soola, iga kott t kg
c vaati petrooleumi, kaaluga u kg vaat

Mitu kg sai kooperatiiv kaupa?

175. Ruudu ümbermõõt on 2 p. Leia ruudu pindala. Tähista ruudu pindala tähega S ja anna selle ülesande lahendus valemina.

176. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on $2p$. Alus on a. Anna valem haara b arvutamiseks.

177. Rong sõitis t tunniga s kilomeetrit. Leia rongi kiirus. Tähista kiirus tähega v ja kirjuta lahendus valemina.

178. Pliiats maksab 25 kop., sulg 5 kop. Kui palju tuleb maksta a pliiatsi ja b sule eest? Tähista ostu eest makstav rahasumma tähega y ja kirjuta lahendus valemina.

179. Raamatu lehekülje mõõtmed on p cm ja q cm ning kirjaga kaetud pinnatüki mõõtmed on m cm ja n cm. Anna valem raamatu lehekülje tekstivaba pinnatüki pindala arvutamiseks.

180. Ristkülik mõõtmetega p ja q meetrit on oma diagonaaliga jaotatud pooleks. Anna valem tekkinud kolmnurkade pindala arvutamiseks.

181. Kolmnurga küljed on a, b ja c. Tähista kolmnurga poolümbermõõt tähega p ja anna valem p arvutamiseks.

182. Ristküliku ümbermõõt on p, ristküliku pikkus on a. Anna valem ristküliku laiuse arvutamiseks.

183. Mööblikauplusest osteti laud hinnaga a rubla ja 12 tooli, hinnaga b rubla tool. Koosta ostuarve.

Täheliste avaldiste arvuliste väärtuste arvutamine.

184. Pliiats maksab 20 kopikat, sulg 5 kopikat. Kui palju tuleb maksta a pliiatsi ja 1 sule eest? Tähista ostusumma tähega y ja kirjuta lahendus valemina.

Leia y väärtus, kui

$$a = 2;\ 5;\ 10.$$

Lahendamise näidis.

1) a pliiatsit maksab $a \cdot 20$ kop. $= 20a$ kop.;
2) a pliiatsit ja 1 sulg maksab $20a + 5$ kop.;
3) Lahendusvalem on

$$y = 20a + 5$$

4) $a = 2;\ y = 20 \cdot 2 + 5 = 45;$
$a = 5;\ y = 20 \cdot 5 + 5 = 105;$
$a = 10;\ y = 20 \cdot 10 + 5 + = 205$

185. Eelmise ülesande lahendusest on näha, et kui $a = 2$, siis avaldise $20a + 5$ väärtus on 45.

Kui suur on avaldise $20a + 5$ väärtus, kui $a = 5$?

Kui suur on avaldise $20a + 5$ väärtus $a = 10$ puhul?

186. Selleks, et saada avaldise väärtust temas esinevate tähtede antud väärtustel, asendame avaldises tähed nende väärtustega ja toimetame nendega sellises järjekorras tehted, nagu avaldises esinevad tehtemärgid ja sulud seda nõuavad.

Arvuta järgmiste avaldiste väärtused.

$\frac{4B-1}{3}$, kui $B = 4$

$\frac{Q-2}{Q}$, kui $Q = 2$

$\frac{10-2g}{12}$, kui $g = 1$

$\frac{21+5r}{r}$, kui $r = 3$

$\frac{m+10}{25}$, kui $m = 20$

$\frac{7u-10}{u}$, kui $u = 2$

187. Arvuta

$3A^2$, kui $A = 4$

$\frac{100}{f^2}$, kui $f = 8$

$\frac{d^3}{10}$, kui $d = 5$

$\frac{1000}{s^3}$, kui $s = 10$

$\frac{22R^2}{7}$, kui $R = 14$

$\frac{2}{5u^2}$, kui $u = 0{,}1$

Arvuta järgmiste avaldiste väärtused.

188. a) $a + 2b$, kui $a = 1$ ja $b = \frac{1}{2}$

b) $3f - 4g$, kui $f = 3$ ja $g = 1$

189. a) $7pq + 2$, kui $p = 0$ ja $q = 1$

b) $0{,}2uv - 1$, kui $u = 2$ ja $v = 10$

Allpool on toodud 10 avaldist. Arvuta nende väärtused tähtede antud väärtustel:

190. $3c + d$, kui $c = 0{,}3$; $d = 0{,}5$

191. $v^2 + s^2$, kui $v = \frac{1}{2}$; $s = 2$

192. $3(c + d)$, kui $c = 0{,}3$; $d = 0{,}5$

193. $3p^2 - 2q^3$, kui $p = 1$; $q = \frac{1}{2}$.

194. $am - n$, kui $a = 7$; $m = 7$; $n = 6$

195. $a(c^2 - a)$, kui $a = 0{,}5$; $c = 1{,}2$

196. $a(m - n)$, kui $a = 7$; $m = 7$; $n = 6$

197. $\frac{u^2}{1 + v^2}$, kui $u = 5$; $v = 3$

198. $\frac{p + q}{p - q}$, kui $p = 2{,}7$; $q = 2{,}5$

199. $\frac{x^3}{x^2 - a^2}$, kui $x = 3$; $a = 2$

Täheliste avaldiste väärtuste tabelite koostamine.

200. Mõnikord on tarvis teada ühe ja sama avaldise väärtusi tähe mitmel antud väärtusel.

Näide. Leia avaldise

$$y = \frac{1 + 2n}{n - 1}$$

väärtused, mis vastavad n täisarvulistele väärtustele 2-st kuni 8-ni. Koosta saadud väärtuste tabel.

Esimene lahendusviis.

$$n = 2;\ y = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2 - 1} = \frac{1 + 4}{1} = 5;$$

$$n = 3;\ y = \frac{1 + 2 \cdot 3}{3 - 1} = \frac{1 + 6}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$n = 4;\ y = \frac{1 + 2 \cdot 4}{4 - 1} = \frac{1 + 8}{3} = 3.$$

Koostame tabeli:

n	2	3	4	. . .	. . .	. . .
y	5	$3\frac{1}{2}$	3	. . .	. . .	. . .

Teine lahendusviis.

Teist viisi lahendamisel kirjutame esmalt üles üksteise järel kõik antud n-i väärtused, siis arvutame kõik $2n$ väärtused, siis leiame $1 + 2n$ väärtused, seejärel kõik $n - 1$ väärtused, ning lõpuks leiame jagatise $\frac{1 + 2n}{n - 1}$ kõik vajalikud väärtused.

Kõik arvutamise tulemused kirjutame selleks koostatud tabelisse:

n	$2n$	$1+2n$	$n-1$	$y=\frac{1+2n}{n-1}$
2	4	5	1	5
3	6	7	2	$3\frac{1}{2}$
4	8	9	3	3
5	10	11	4	$2\frac{3}{4}$
6	12	13	5	$2\frac{3}{5}$
7	14	15	6	$2\frac{1}{2}$
8	16	17	7	$2\frac{3}{7}$

Selle tabeli esimene ja viimane veerg moodustavadki n-i väärtuste ja neile vastavate avaldiste väärtuste tabeli.

Kumb lahendusviis on sinu arvates mugavam?

201. Millist väärtust n ei või omada avaldises $\frac{1+2n}{n-1}$ ja miks? Kirjuta sümbolite abil, et n ei ole võrdne 1-ga.

202. Arvuta avaldise $3x-2$ väärtused, mis vastavad x-i täisarvulistele väärtustele 1-st 8-ni. Töö korralda kohase skeemi järgi.

203. Arvuta avaldise $2(x-1)$ väärtused, mis vastavad x-i täisarvulistele väärtustele 1-st 5-ni. Töö korralda kohase skeemi järgi.

204. Arvuta avaldise $3n(n-1)$ väärtused, mis vastavad n-i täisarvulistele väärtustele 0-st kuni 10-ni.

205. Arvuta avaldise x^2+2x väärtused, mis vastavad x-i täisarvulistele väärtustele 1-st kuni 10-ni.

206. Arvuta avaldise $x(x+3)$ väärtused, mis vastavad x-i täisarvulistele väärtustele 0-st kuni 12-ni.

207. Arvuta avaldise $\frac{1+2n}{n}$ väärtused, võttes n-i väärtused 1-st kuni 6-ni iga 1 tagant.

208. Koosta avaldise

$$\frac{1+2x}{(x-1)^2}$$

väärtuste tabel, võttes x-i väärtusteks täisarvud 2-st kuni 10-ni. Tulemused anna kümnendmurdude kujul täpsusega 0,01.

209. Koosta avaldise

$$\frac{3x^2+1}{x^3-1}$$

väärtuste tabel, võttes x-i väärtusteks täisarvud 2-st kuni 6-ni. Tulemused arvuta täpsusega 0,01.

Aritmeetiliste tehete seaduste üleskirjutamine täheliste sümbolite abil.

210. Sõnasta liitmise vahetuvuse ehk kommutatiivsuse seadus, mille järgi $2+3=3+2$.
Kirjuta see seadus üles täheliste sümbolite abil.

211. Liitmise ühenduvuse seadus ehk assotsiatiivsuse seadus ütleb:

selle asemel, et arvuga liita kahe teise arvu summa, võib selle arvuga liita esimese liidetava ja tulemusega teise liidetava.

Selle seaduse järgi

$$173+(86+27)=(173+86)+27.$$

Kirjuta see seadus üles täheliste sümbolite abil.
Rakendades liitmise vahetuvuse ja ühenduvuse seadusi, saame:

$$173+(86+27)=173+(27+86)=(173+27)+86=$$
$$=200+86=286.$$

212. Arvuta peast, rakendades liitmise vahetuvuse ja ühenduvuse seadusi

$9+7+51$	$135+18+5$	$6{,}43+9{,}87+4{,}57$
$37+7+3$	$189+23+11$	$2{,}37+5{,}86+4{,}14$
$48+6+2$	$9+8+91$	$146+137+154$
$279+8+1$	$12+18+134$	$3{,}57+4{,}68+6{,}43$
$3+8+197$	$375+9+25$	$238+487+362$

213. Ütle sõnadega korrutamise vahetuvuse seadus, mille järgi

$$5 \cdot 2 = 2 \cdot 5.$$

Kirjuta see seadus üles täheliste sümbolite abil.

214. Korrutamise ühenduvuse seaduse järgi

$$25 \cdot (4 \cdot 17) = (25 \cdot 4) \cdot 17.$$

Sõnasta see seadus ja kirjuta ta üles täheliste sümbolite abil.

215. Arvuta peast, kasutades korrutamise seadusi:

$2 \cdot 378 \cdot 5$	$17 \cdot 25 \cdot 4$	$0{,}1 \cdot 136 \cdot 10$
$4 \cdot 346 \cdot 5$	$\frac{4}{5} \cdot 7 \cdot 5$	$\frac{7}{8} \cdot 19 \cdot 32$
$5 \cdot 321 \cdot 6$	$17 \cdot 18 \cdot 5$	$12\frac{1}{2} \cdot 23 \cdot 8$
$2{,}5 \cdot 72 \cdot 4$	$0{,}25 \cdot 68 \cdot 4$	$125 \cdot 13 \cdot 8$
$0{,}2 \cdot 72 \cdot 5$	$\frac{2}{3} \cdot 79 \cdot 3$	$0{,}75 \cdot 22 \cdot 4$

216. Väljenda sõnadega summa korrutamise seadus ehk korrutamise distributiivsuse seadus, mille järgi

$$18 \cdot (10 + 5) = 18 \cdot 10 + 18 \cdot 5.$$

Kirjuta summa korrutamise seadus üles täheliste sümbolite abil.

217. Summa korrutamise seadust saab peast arvutamisel kasutada järgmiselt:

$$12 \cdot 15 = 12 \cdot (10 + 5) = 120 + 60 = 180;$$
$$13 \cdot 12 = 13 \cdot (10 + 2) = 130 + 26 = 156;$$

$$8 \cdot 2\frac{3}{8} = 8 \cdot (2 + \frac{3}{8}) = 16 + 3 = 19.$$

Korruta peast:

$24 \cdot 15$	$22 \cdot 15$	$6 \cdot 3\frac{1}{3}$	$4 \cdot 3\frac{1}{4}$
$36 \cdot 15$	$48 \cdot 15$	$4 \cdot 2\frac{1}{2}$	$8 \cdot 3\frac{1}{8}$
$23 \cdot 11$	$27 \cdot 11$	$5 \cdot 1\frac{2}{5}$	$3 \cdot 4\frac{2}{3}$
$17 \cdot 15$	$17 \cdot 25$	$9 \cdot 2\frac{1}{3}$	$4 \cdot 12{,}25$

218. Väljenda sõnadega summa jagamise seadus, mille järgi

$$\frac{32+8}{4}=\frac{32}{4}+\frac{8}{4}.$$

Kirjuta summa jagamise seadus üles täheliste sümbolite abil.

219. Summa jagamise seaduse rakendamise näited.

1) $132:4=(100+32):4=100:4+32:4=25+8=33$

2) $10\frac{5}{7}:5=(10+\frac{5}{7}):5=10:5+\frac{5}{7}:5=2+\frac{1}{7}=2\frac{1}{7}.$

Arvuta peast:

$80\frac{4}{5}:4$	$164:4$	$36\frac{3}{4}:3$	$6\frac{3}{4}:2$
$140:4$	$15{,}27:3$	$150:25$	$24{,}8:4$
$336:3$	$14\frac{7}{8}:7$	$38\frac{4}{7}:2$	$15\frac{5}{8}:5$
$25\frac{5}{6}:5$	$21\frac{15}{16}:3$	$16{,}8:4$	$448:4$

220. Väljenda sõnadega korrutise jagamise seadus, mille järgi

$$(100\cdot 7):25=(100:25)\cdot 7.$$

Kirjuta korrutise jagamise seadus üles täheliste sümbolite abil.

221. Arvuta

$(16\cdot 125):4;$ $\left(22\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{2}\right):15;$ $\left(4\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{2}\right):1\frac{1}{2};$

$\left(18\cdot 5\frac{1}{2}\right):9.$

222. Seleta, missuguse arvutamise seaduse põhjal võib kolmnurga pindala valemi

$$S=\frac{ah}{2}$$

kirjutada ka nõnda:

$$S=\frac{a}{2}\cdot h \text{ ja } S=a\cdot\frac{h}{2}.$$

Missuguste a ja h väärtuste korral on otstarbekohane kasutada kolmnurga pindala valemit esimesel kujul? teisel kujul? kolmandal kujul?

Täida tabel, kus a tähendab kolmnurga alust, h — kõrgust ja S — pindala:

	1	2	3	4	5	6	7
a	3	8	9	7	16	17	22
h	5	3	6	11	13	10	17
S							

Otsitava leidmine võrdusest andmete ja tehte resultaadi vahelise seose põhjal.

223. Arvuta x võrdusest

$$5x + 2 = 12.$$

L a h e n d u s. Arvutame esmalt liidetava $5x$, saame

$$5x = 12 - 2 = 10,$$

siit

$$x = \frac{10}{5} = 2$$

V a s t u s: $x = 2$.

Leia x väärtus võrdusest

$$6x - 3 = 15.$$

224. Arvuta x väärtus peast.

$7x + 2 = 16$ $\quad$ $3 + 12x = 39$
$2x + 8 = 22$ $\quad$ $9 + 4x = 25$
$3x - 7 = 14$ $\quad$ $13 - 7x = 6$
$4x - 6 = 18$ $\quad$ $29 - 5x = 4$
$10x - 1 = 99$ $\quad$ $6 + 2x = 8$

225. Arvuta x

a) $(3x + 51) : 48 = 41$ $\quad$ c) $\left(\frac{2}{3}x + 0{,}8\right) : \frac{4}{9} = 6{,}3$

b) $(135 - 20x) \cdot 18 = 1350$ $\quad$ d) $(0{,}5x - 1{,}8) \cdot \frac{3}{4} = 0{,}15$

N ä p u n ä i d e: Arvuta esmalt avaldis, mis on sulgudes.

Ülesandeid kordamiseks.

226. Mida nimetatakse matemaatiliseks avaldiseks? Kirjuta mingi arvuline avaldis. Kirjuta mingi täheline avaldis.

227. Mis on kordaja?

228. Mida nimetatakse arvu kolmandaks astmeks? Arvuta 2^3.

229. Arvuta avaldise

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2}{13^2 + 14^2}$$

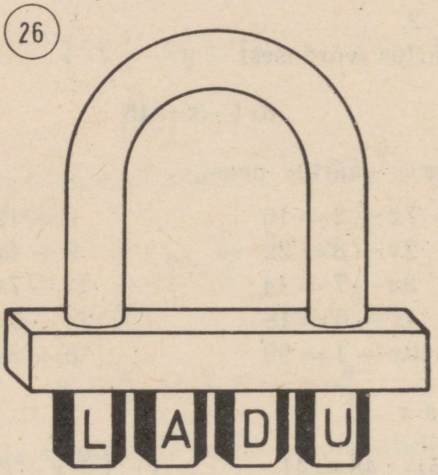
väärtus.

230. Arvuta avaldise

$$\frac{3^3 + 4^3 + 5^3}{6^3}$$

väärtus.

231. On olemas niisugune tüüp lukkusid, millel on neli kuuetahulist rummu, igal tahul on üks täht. Nii saab rummusid pöörates moodustada mitmesuguseid neljatähelisi sõnu. Lukku saab avada sama «sõnaga», millega ta suleti. Ühe sõna seadmine võtab aega 6 sekundit. Kui palju aega kuluks kõikide võimalikkude sõnade seadmiseks? (Võimalike sõnade arvu kindlakstegemise aega ei arvestata.)



232. Kirjuta täheliste sümbolite abil
a) vahe korrutamise seadus;
b) vahe jagamise seadus.

233. Kirjuta lühemalt

$m + m + m + m + m + m + m.$

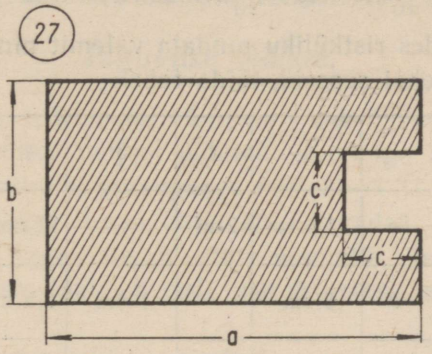
234. Kirjuta lühemalt

$m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m.$

235. Kirjuta ilma kordajata ja astendajata

$$3a^2;\ 2a^3;\ 4x^2 + 2y^3$$

236.



Kirjuta joonisel kujutatud lesta pindala valem.

237. Arvuta x väärtus:

a) $8x - 9 = 63$

b) $12x + 4 = 40$

c) $\frac{2x}{3} = 15$

d) $\frac{6}{5x} = 0{,}6$

e) $(0{,}12x - 0{,}11) : 0{,}05 = 5$

f) $(3{,}72 - 0{,}02x) \cdot 10 = 37$

g) $(0{,}75x - 2) : 0{,}35 = 2\frac{6}{7}$

h) $3 : (2{,}75x + 4) = 0{,}2$

238. Missugust väärtust täht a ei või omada avaldises

$$\frac{2}{a-1}?$$

239. Arvuta avaldise

$$\frac{2x^2}{x+1}$$

väärtused ja koosta nende väärtuste tabel, võttes x-i väärtusteks täisarvud 0-st kuni 5-ni.

240. Koosta avaldise $3(1 + x^3)$ väärtuste tabel, võttes x-i väärtused iga 0,5 tagant 0-st kuni 2-ni.

241. Avalda igast järgnevast võrdusest arvud a ja b ning sõnasta iga kord tulemus.

1) $a + b = c$ 3) $a \cdot b = c$
2) $a - b = c$ 4) $a : b = c$.

242. Mitu tonni on a kilogrammi? Kirjuta vastus kolmel kujul. Nimeta kordaja igas üleskirjutuses.

N ä i d e.

a detsimeetrit $= \frac{a}{10}$ meetrit $= \frac{1}{10} a$ meetrit $= 0{,}1a$ meetrit.

243. Kasutades ristküliku pindala valemit ning tehte andmete ja tulemuse vahelisi seoseid, täida tabel:

	1	2	3	4
a	1,6 cm	2 m		12 dm
b	5 cm		1 dm	2,5 m
S		6 m^2	150 cm^2	

2. ALGARVUD JA KORDARVUD.

Jaguvuse mõiste.

244. Arvud 0, 1, 2... on täisarvud.

Missugused tehted neljast põhitehtest on iga kahe täisarvuga alati võimalik teostada, missugused mitte?

Missuguse arvuga ei saa ühtki arvu jagada?

245. Jäägiga jagamine on alati võimalik, kui jagaja ei ole null. Kui jagamisel jääk on null, siis öeldakse, et jagamine toimus jäägita.

a) Nimeta jääk, mis tekib jagamisel.

8 : 3 7 : 3 6 : 3 2 : 3 1 : 5

b) Too näide jagamisest, kus jääk on 5; 3; 0; 1.

c) Too näiteid, kus 5-ga jagamisel jääk on 2.

246. Kui täisarvu saab teise täisarvuga jäägita jagada, siis öeldakse, et esimene arv **jagub** ehk **on jaguv** teisega.

Kui täisarvu jagamisel teisega tekib nullist erinev jääk, siis öeldakse, et esimene arv ei jagu teisega, ehk esimene arv ei ole teisega jaguv.

Näited.

12 jagub 6-ga;	8 on jaguv 4-ga;
13 ei jagu 6-ga;	17 ei ole jaguv 4-ga.

Kirjuta kolme punkti asemele vastavalt jagub või ei jagu:

a) 9...3-ga; 25...5-ga; 28...6-ga; 42...7-ga;

b) 16...8-ga; 27...6-ga; 32...9-ga; 46...13-ga.

247. Kirjuta kolme punkti asemele vastavalt jagub või ei jagu:

a) 27...9-ga; 132...11-ga; 72...3-ga; 150...6-ga.

b) 100...7-ga; 150...10-ga; 73...3-ga; 61...2-ga.

Antud arvu jagajad.

248. Täisarvu, millega antud arv jagub, nimetatakse antud arvu jagajaks.

Näiteks arvu 12 jagajad on 1, 2, 3, 4, 6 ja 12, sest arv 12 jagub nende arvudega.

Mitu jagajat on arvul 12? Nimeta kõik täisarvud, mis on väiksemad kui 12 ja mis ei ole arvu 12 jagajad.

249. a) Kirjuta üles arvu 18 kõik jagajad.

b) Mitu jagajat on arvul 18?

c) Nimeta kõik arvud, mis on väiksemad kui 18 ja mis ei ole arvu 18 jagajad.

Antud arvu tegurid.

250. Võrdusest $6 : 3 = 2$ järeldub, et $6 = 3 \cdot 2$.

On ilmne, et kui täisarv jagub teise täisarvuga, siis saab selle täisarvu kirjutada korrutisena, mille üheks t e g u r i k s on j a g a j a. Seetõttu **arvu jagajat** nimetatakse ka selle **arvu teguriks.**

$$\underset{\text{jagaja}}{24 : 8 = 3;} \qquad \underset{\text{tegur}}{24 = 8 \cdot 3}$$

Kirjuta arv 12 kahe teguri korrutisena. Nimeta arvu 8 tegurid.

251. Nimeta arvu 15

a) kõik jagajad ehk tegurid;

b) missuguste korrutistena võib avaldada arvu 15?

252. Kui $a = b \cdot c$, mis on b ja c siis arvu a suhtes?

Antud arvu kordsed.

253. Võta arvu 7 ühekordne, kahekordne, kolmekordne jne. ning kirjuta need tabelisse:

	1	2	3	4	5	6	7	8
arvu 7 kordsed	7	14	21					

Kõneldakse nii: 14 on arvu 7 kordne. On ilmne, et 14 jagub 7-ga, 21 jagub 7-ga jne. Kõik antud arvu kordsed jaguvad antud arvuga.

Arvu, mis jagub antud arvuga, nimetatakse antud arvu kordseks.

Nimeta mõned arvu 3 kordsed.

254. a) Nimeta 12-ga jaguvaid arve ehk arvu 12 kordseid.
b) Nimeta arvu 8 kordsed ehk 8-ga jaguvad arvud.

255. a) Kirjuta üles kõik arvu 36 jagajad.
b) Kirjuta üles kõik arvu 40 tegurid.
c) Kirjuta üles neli arvu 5 kordset.
d) Kirjuta üles viis arvuga 4 jaguvat arvu.

Algarv ja kordarv.

256. Mitu jagajat on arvul 1?
Mitu jagajat on arvul 13?
Mitu jagajat on arvul 6?

Arvul 1 on üksainus jagaja.

Iga arv jagub arvuga 1 ja arvu endaga.

257. On olemas arve, mis jaguvad ainult arvuga 1 ja arvu endaga — niisugustel arvudel on kaks jagajat.
Nimeta mõned niisugused arvud.

Arvu, millel on kaks ja ainult kaks jagajat, nimetatakse algarvuks.

Näiteks 2, 3, 5, 7, 11, 13 on algarvud. Miks?
Nimeta 10 ja 20 vahelt kõik algarvud.

258. Nimeta arve, millel on rohkem kui kaks jagajat.

Arvu, millel on rohkem kui kaks jagajat, nimetatakse kordarvuks.

Näiteks 4, 6, 8, 9 on kordarvud. Miks?
Nimeta kõik kordarvud 10 ja 20 vahelt.

Et arvul 1 on üksainus jagaja, siis ta ei ole algarv ega kordarv.

Algarvude tabel.

259. Kirjuta oma vihikusse kõik naturaalarvud 1-st kuni 100-ni.

~~1~~ 2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~
11 ~~12~~ 13 ~~14~~ 15 ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~
. . . . . .
. . . . . .
91 ~~92~~ 93 ~~94~~ 95 ~~96~~ 97 ~~98~~ 99 ~~100~~

Algarvude leidmiseks nende arvude hulgast toimi järgmiselt:

1) Kriipsuta läbi arv 1, sest 1 ei ole algarv. Nüüd esimene läbi kriipsutamata arv 2 on algarv.

2) Kriipsuta läbi arvu 2 kordsed, alates arvuga 4. Nüüd esimene läbi kriipsutamata arv 2 järel, nimelt arv 3, on algarv.

3) Kriipsuta läbi arvu 3 kordsed alates arvuga 6. Esimene läbi kriipsutamata arv kolme järel on jällegi algarv.

4) Kriipsuta läbi arvu 5 kordsed alates arvuga 10. Viie järel esimene läbi kriipsutamata arv on 7. Kas see on algarv või kordarv?

Jätka sel viisil läbikriipsutamist seni, kuni väljakirjutatud arvudest on läbi kriipsutatud kõik kordarvud. Läbikriipsutamata arvud on algarvud.

Kirjuta leitud algarvud tabeli kujul vihikusse, igasse veergu viis algarvu:

Algarvud 100 piires

2	13				
3					
5					
7					
11					

Võrdle enda koostatud algarvude tabelit selle raamatu lõpus oleva algarvude tabeliga.

Siin kirjeldatud algarvude tabeli koostamise võtet nimetatakse **Eratosthenese sõelaks** (Eratosthenes elas Kreekas aastail 276 kuni 194 e. m. a.).

260. Kasutades raamatu lõpus toodud algarvude tabelit täida tabel:

a) Mitmes sada	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
algarvude hulk										

b) naturaal-arvud	1—100	1—200	1—300	1—400	1—500	1—600
algarvude hulk						

261. Algarvude tabelit kasutades kirjuta alljärgnevas tabelis iga arvu järele vastavalt «algarv» või «kordarv»:

a		*b*	
998		1129	
1013		503	
1951		1605	
399		1627	
401		992	

Kahe arvu summa jaguvus antud arvuga.

262. Arv 16 jagub 8-ga: $16 = 8 + 8$;
arv 24 jagub 8-ga: $24 = 8 + 8 + 8$

$$16 + 24 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$$

Viimasest võrdusest on näha, et ka summa $16 + 24$ koosneb kaheksatest, seega ka see summa jagub 8-ga.

35 ja 21 jaguvad 7-ga. Näita eelneva eeskujul, et $35 + 21$ jagub ka 7-ga.

263. Vali kaks 9-ga jaguvat arvu. Otsusta eelmises ülesandes näidatud eeskujul, et valitud arvude summa jagub ka 9-ga.

Vali kolm 13-ga jaguvat arvu. Kas valitud arvude summa jagub 13-ga?

264. $3a$ jagub a-ga ja $4a$ jagub a-ga. Kuidas saad otsustada, kas nende summa jagub a-ga?

Kui iga liidetav jagub mingi arvuga, siis ka summa jagub selle arvuga.

Nimetame seda summa omadust summa jaguvuse tunnuseks.

265. Summa jaguvuse tunnuse põhjal saab jagamist teostamata otsustada, et 824 jagub 8-ga, sest

$$824 = 800 + 24.$$

Kuna mõlemad liidetavad jaguvad 8-ga, siis ka summa jagub 8-ga.

Näita jagamist teostamata, et 756 jagub 7-ga.

266. 17 ei jagu 5-ga; 18 ei jagu 5-ga. Kas summa $17 + 18$ jagub 5-ga või mitte?

17 ei jagu 5-ga; 16 ei jagu 5-ga. Kas summa $17 + 16$ jagub 5-ga või mitte?

267. Too näide kahe liidetava summast, kus kumbki liidetav ei jagu 3-ga, aga summa jagub 3-ga.

Too teine näide summast, kus kumbki liidetav ei jagu 3-ga ja summa ka ei jagu 3-ga.

Nendest näidetest on näha, et kui ükski liidetav ei jagu antud arvuga, siis ei saa otsustada, kas summa jagub selle arvuga või mitte.

268. a) 66 jagub ja 25 ei jagu 11-ga. Kas nende summa jagub 11-ga?

b) 8 jagub 2-ga ja 7 ei jagu 2-ga. Kas nende summa jagub 2-ga või ei jagu?

269. Vali üks 5-ga jaguv arv ja üks 5-ga mittejaguv arv ja liida nad. Uuri, kas summa jagub või ei jagu 5-ga.

Uurimise tulemusena leiame, et

kui üks liidetav jagub mingi arvuga, kuid teine liidetav ei jagu selle arvuga, siis summa ei jagu selle arvuga.

Nimetame seda summa omadust summa mittejaguvuse tunnuseks.

270. Summa jaguvuse ja mittejaguvuse tunnuste põhjal kirjuta punktiirjoone asemele vastavalt «jagub» või «ei jagu»:

$12 + 15$ ... 6-ga	$9 + 1$ ... 3-ga
$12 + 15$ ... 2-ga	$9 + 2$ ... 3-ga
$12 + 15$ ... 3-ga	$9 + 3$ ... 3-ga
$20 + 6$ ... 2-ga	$9 + 4$ ... 3-ga
$20 + 6$ ... 3-ga	$9 + 6$ ... 3-ga

Kahe arvu vahe jaguvus antud arvuga.

271. $65 : 13 = 5;$ $\quad 65 = 13 + 13 + 13 + 13 + 15$

$26 : 13 = 2;$ $\quad 26 = 13 + 13$

$65 - 26 = 13 + 13 + 13$

Viimasest võrdusest on näha, et vahe $65 - 26$ jagub ka 13-ga. Põhjenda samal viisil, et vahe

$77 - 49$ jagub 7-ga.

Vaatlusest nähtub kahe arvu vahe jaguvuse tunnus:

kui vähendatav ja lahutatav jaguvad mingi arvuga, siis ka vahe jagub selle arvuga.

272. Vahe jaguvuse tunnust kasutades saame näiteks jagamist teostamata otsustada, et 1881 jagub 19-ga. Tõesti:

$1881 = 1900 - 19$; et nii vähendatav kui ka lahutatav jagub 19-ga, siis ka vahe, s. o. 1881, jagub 19-ga.

Näita vahe jaguvuse tunnuse põhjal, et

a) 792 jagub 8-ga;
b) 693 jagub 7-ga;
c) 1386 jagub 7-ga;
d) 1287 jagub 13-ga;
e) 594 jagub 6-ga;
f) 1089 jagub 11-ga;
g) 1683 jagub 17-ga;
h) 1881 jagub 19-ga.

Korrutise jaguvus.

273. $5 \cdot 12 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12.$

On teada, et 12 jagub 3-ga. Mida võid ütelda summa $12 + 12 + 12 + 12 + 12$ jaguvusest 3-ga?

Mida võid ütelda korrutise $5 \cdot 12$ jaguvusest 3-ga?

On teada, et 72 jagub 9-ga.

Näita korrutamist ja jagamist teostamata, et korrutis $7 \cdot 72$ jagub 8-ga.

Korrutise jaguvuse tunnus:

kui korrutise üks tegur jagub mingi arvuga, siis ka korrutis jagub selle arvuga.

TMÜ raamatukogu

274. Kuidas saad otsustada, et

$7 \cdot 12$ jagub 2-ga?	$12 \cdot 21$ jagub 2-ga?
$13 \cdot 15$ jagub 5-ga?	$26 \cdot 12$ jagub 13-ga?
$19 \cdot 12$ jagub 6-ga?	$8 \cdot 38$ jagub 19-ga?
$14 \cdot 3$ jagub 7-ga?	$5 \cdot 18$ jagub 9-ga?
$29 \cdot 35$ jagub 7-ga?	$58 \cdot 15$ jagub 29-ga?

275. Missuguste arvudega jagub korrutis

$13 \cdot 36$	$72 \cdot a$	$12ab$
$26 \cdot 4$	$48 \cdot b$	$18mn$
$23 \cdot 18$	$32 \cdot n$	$24abc$
$14 \cdot 11$	$60 \cdot d$	$50ax$
$42 \cdot 7$	$63 \cdot a$	$42mn$

276. Korrutise ja summa jaguvuse tunnuste põhjal otsusta, kas

a) $7 \cdot 6 + 3 \cdot 12$ jagub 6-ga;
b) $8 \cdot 10 + 13 \cdot 15$ jagub 5-ga;
c) $9 \cdot 14 + 5 \cdot 21$ jagub 7-ga;
d) $ax + bx$ jagub x-ga.

277. Missuguste arvudega jagub summa

a)	$27 \cdot 16 + 18 \cdot 32$	$56a + 48b$	$7a + 5ab$
b)	$11 \cdot 60 + 7 \cdot 12$	$81b + 18c$	$5k + 15ak$

278. Missuguste arvudega jagub vahe

a)	$63 \cdot 28 - 14 \cdot 9$	$27a - 18b$
b)	$25 \cdot 17 - 5 \cdot 34$	$24ab - 12a$

Jaguvuse tunnused.

10-ga jaguvuse tunnus.



279. Joonisel on arv kaetud raamatuga, näha on ainult arvu viimane number 0. Kas see arv jagub 10-ga?

Iga 0-ga lõppev arv on 10 kordne ehk 10-ga jaguv arv.

Iga arv, mille viimane number ei ole 0, annab 10-ga jagamisel jäägi, mida väljendab selle arvu viimane number.

Kui suur jääk tekib 10-ga jagamisel, kui jagatav on 271? 352? 4763? 5724? 5729?

280. Kirjuta 2730 korrutisena, mille üks tegur on 10.

Mida saad ütelda arvu 10-ga jaguvusest, kui ta viimane number on 0?

10-ga jaguvuse tunnus:

arv jagub 10-ga ainult siis, kui ta viimane number on 0.

Sõnasta lause, mis ütleb, missugused arvud ei jagu 10-ga.

281. Kirjuta kolm neljakohalist 10-ga jaguvat arvu ja kolm neljakohalist 10-ga mittejaguvat arvu.

2-ga jaguvuse tunnus.

282. Mitu kümmet on üldse arvus 7398? Kirjuta see arv ta kümnete ja ühtede summana.

Näpunäide: $573 = 570 + 3$.

283. Kirjutades mistahes arvu ta kümnete ja ühtede summana, saame alati kahe liidetava summa, mille esimene liidetav on 0-ga lõppev arv ja teine liidetav on ühekohaline arv.

$$532 = 530 + 2$$
$$1871 = 1870 + 1$$

Kumb arvudest 532 ja 1871 jagub 2-ga, kumb mitte? Põhjenda oma vastus.

284. Ühekohalistest arvudest arvud

2, 4, 6, 8

jaguvad 2-ga ja arvud

1, 3, 5, 7, 9

ei jagu 2-ga.

Mida saad ütelda arvu, mille viimane number on kas 0, 2, 4, 6 või 8, 2-ga jaguvuse kohta?

Mida saad ütelda arvu, mille viimane number on 1, 3, 5, 7 või 9, 2-ga jaguvuse kohta?

2-ga jaguvuse tunnus:

arv jagub 2-ga ainult siis, kui ta viimane number on kas 0, 2, 4, 6 või 8.

0, 2, 4, 6 ja 8 on paarisnumbrid,
1, 3, 5, 7 ja 9 on paaritud numbrid.

Paarisnumbri ja paaritu numbri mõistet kasutades võib 2-ga jaguvuse tunnuse sõnastada lühemalt:

arv jagub 2-ga ainult siis, kui ta lõpeb paarisnumbriga.

Sõnasta lause, mis ütleb, missugused arvud ei jagu 2-ga.

Kirjuta neli üksteisele järgnevat kolmekohalist 2-ga jaguvat arvu.

Kirjuta viis kolmekohalist 2-ga mittejaguvat arvu.

285. 2-ga jaguvat arvu nimetatakse **paarisarvuks** ja 2-ga mittejaguvat arvu **paarituks arvuks.**

Kas 0 on paarisarv või paaritu arv?

Nimeta kõik kahekohalised paarisarvud, mis on väiksemad kui 30.

Nimeta kõik kolmekohalised paaritud arvud, mis on suuremad kui 320 ja väiksemad kui 330.

Nimeta kõik paarisarvud arvude 5729 ja 5731 vahelt.

Nimeta kõik paaritud arvud arvude 72350 ja 72360 vahelt.

Kas on olemas paarisalgarve? Mitu neid on?

Nimeta 5 paaritut algarvu.

5-ga jaguvuse tunnus.

286. Me teame, et iga nulliga lõppev arv jagub 5-ga, sest säärane arv on 10 kordne, ja et iga arvu saab kirjutada ta kümnete ja ühtede summana.

$$2735 = 2730 + 5$$
$$2738 = 2730 + 8$$

Kumb neist arvudest jagub 5-ga, kumb mitte? Põhjenda oma vastus.

Kokkuvõte:

arv jagub 5-ga ainult siis, kui ta viimane number on 0 või 5.

Nimeta kõik 5-ga jaguvad arvud, mis on suuremad kui 3150 ja väiksemad kui 3180.

287. Missugused allpool antud arvudest jaguvad 2-ga? 5-ga? nii 2-ga kui ka 5-ga?

1624	1448	1956	3650
2435	3004	1940	7000
2572	1555	1112	722
7250	2650	3755	648
4532	4020	870	555

288. a) Nimeta kolm neljakohalist arvu, mis jaguvad 2-ga, aga ei jagu 5-ga.

b) Nimeta kolm neljakohalist arvu, mis jaguvad 5-ga, aga ei jagu 2-ga.

289. a) Nimeta 7261 ja 7281 vahelt kaks arvu, mis jaguvad nii 2-ga kui ka 5-ga.

b) Nimeta 8990 ja 9000 vahelt kõik arvud, mis ei jagu ei 2-ga ega 5-ga.

290. Kirjuta arvu 273 lõppu niisugune number, et saame arvu, mis jagub 2-ga; 5-ga; 10-ga; nii 2-ga, 5-ga kui ka 10-ga.

291. Missugune peab olema arvu viimane number, et arv jaguks 2-ga; 5-ga; 10-ga? nii 2-ga kui 5-ga kui ka 10-ga?

4-ga jaguvuse tunnus.

292. Teades korrutise jaguvuse tunnust ja teades, et 100 jagub 4-ga, otsusta jagamist teostamata, kas arv 2700 jagub 4-ga.

293. $2616 = 2600 + 16$. Kas arv 2616 jagub 4-ga?

294. Iga arvu, mis on sajast suurem, saab väljendada ta sadade ja ta viimase kahe numbriga kujutatud arvu summana. Näiteks

$$52644 = 52600 + 44.$$

Kirjuta niisuguste summadena arvud:
304; 508; 1716; 23920; 129564.

Järelda nende arvude jaguvus 4-ga.

295. Põhjenda arvu 5124 jaguvus 4-ga.

296. Kumb arvudest 3736 ja 3737 jagub 4-ga, kumb mitte? Põhjenda oma otsustust.

Arv jagub 4-ga ainult siis, kui ta viimased kaks numbrit moodustavad 4-ga jaguva arvu.

297. Kirjuta üles kõik 4-ga jaguvad arvud
a) 81-st kuni 101-ni; b) 50-st kuni 70-ni.

298. Millised alljärgnevatest arvudest jaguvad 4-ga, millised mitte:

172; 175; 868; 2580; 37712; 0.

299. Tee oma vihikusse alljärgnev tabel ja kirjuta selles tabelis vastavalt «jagub» või «ei jagu».

Arv	Jagub või ei jagu			
	10-ga	2-ga	5-ga	4-ga
160				
171				
4240				
5725				
9784				

300. Kirjuta viis kolmekohalist arvu, mis jaguvad 4-ga, kuid ei jagu 10-ga.

301. Kirjuta viis kolmekohalist arvu, mis jaguvad 4-ga, kuid ei jagu 5-ga.

25-ga jaguvuse tunnus.

302. $16725 = 16700 + 25$.

Põhjenda, miks 16725 jagub 25-ga.

Kas 3950 jagub 25-ga või mitte? Põhjenda oma vastus.

303. Missugused võivad olla antud arvu viimased kaks numbrit, et see arv jaguks 25-ga?

Arv jagub 25-ga ainult siis, kui ta viimased kaks numbrit on kas 00, 25, 50 või 75.

304. a) Kirjuta viis 1000-st suuremat, kuid 2000-st väiksemat 25-ga jaguvat arvu.

b) Kirjuta viis kolmekohalist 25-ga jaguvat arvu.

305. a) Kirjuta viis kolmekohalist arvu, mis jaguvad nii 2-ga kui ka 25-ga.

b) Kirjuta viis kolmekohalist paarisarvu, mis jaguvad 25-ga.

c) Kirjuta kaks kolmekohalist paaritut arvu, mis jaguvad 25-ga.

306. Leida lisapäeva-aastad järgmiste aastate hulgast.

a) 1936; 1917; 1812; 1958; 1600.
b) 1916; 1923; 1956; 1941; 1948.

307. a) Missugused aastatest 1820 kuni 1850 olid lisapäeva-aastad?
b) Missugused aastatest 1960 kuni 1990 on lisapäeva-aastad?

308. Missugused arvud jaguvad nii 4-ga kui ka 25-ga?

309. Kirjuta kolm neljakohalist arvu, millest igaüks jagub nii 4-ga kui ka 25-ga.

310. Saalis on 1000 tooli, 25 tooli reas. Missuguse numbriga tool on

1. rea lõpus?	2. rea alguses?
2. rea lõpus?	3. rea alguses?
3. rea lõpus?	4. rea alguses?
4. rea lõpus?	26. rea alguses?
25. rea lõpus?	30. rea alguses?

311. Tee oma vihikusse tabel:

2-ga jaguvad arvud	4-ga jaguvad arvud	5-ga jaguvad arvud	10-ga jaguvad arvud	25-ga jaguvad arvud

Kirjuta allpool antud arvud selle tabeli vastavatesse lahtritesse:

15; 32; 40; 44; 124; 136; 325; 404; 450; 568; 1616; 3000; 3005; 12054; 13036; 72350; 47275; 100; 15726; 8910; 37270.

16; 35; 42; 45; 125; 138; 475; 408; 750; 538; 1824; 2000; 1005; 1025; 37042; 23736; 89350; 67375; 200; 23722; 1958.

9-ga jaguvuse tunnus.

312. Arvuta järgmised jagatised (kirjuta vastused peast). 9 : 9; 99 : 9; 999 : 9; 9999 : 9; 99999 : 9.

313. Kui arvu iga number on 9, siis see arv jagub 9-ga. Iga järgühiku saab kirjutada kahe liidetava summana, nii et ühe liidetava kõik numbrid on 9-d ja teine liidetav on 1.

$$10 = 9 + 1$$
$$100 = 99 + 1.$$

Kirjuta sel viisil summana arvud

1000; 10000; 100000; 1000000; 10000000.

314. Nimetame arvu, milles esineb ainult üks nullist erinev number, **järkarvuks.** Seega arvud

20, 100, 700, 500, 10000, 80000 jne. on järkarvud.

Kirjuta viis järkarvu.

315. Iga järkarvu saab kirjutada summana, mille üks liidetav on 9 kordne ja teine liidetav võrdub arvu esimese numbriga:

$10 = 9 + 1$; $20 = 2 \cdot 9 + 2$; $30 = 3 \cdot 9 + 3$; $40 = 4 \cdot 9 + 4$;
$100 = 99 + 1$; $200 = 2 \cdot 99 + 2$; $300 = 3 \cdot 99 + 3$; $400 = 4 \cdot 99 + 4$.

Kirjuta niisuguste summadena arvud:

50	60	70	80
500	600	700	800
5000	6000	7000	8000

316. Eelmise ülesande lahendamise tulemuse põhjal võime kirjutada, näiteks, arvu 257 järgmise summana:

$$\begin{array}{r} 200 = 2 \cdot 99 + 2 \\ 50 = 5 \cdot 9 + 5 \\ 7 = 7 \\ \hline 257 = \underbrace{2 \cdot 99 + 5 \cdot 9}_{\text{I}} + \underbrace{2 + 5 + 7}_{\text{II}} \end{array}$$

Siin I liidetav koosneb 9 kordsetest, II liidetav on antud arvu «numbrite summa».

Põhjenda, et I liidetav jagub 9-ga.

II liidetav ei jagu 9-ga. Kas arv 257 jagub või ei jagu 9-ga?

317. a) $567 = 500 + 60 + 7$

$$\begin{array}{r} 500 = 5 \cdot 99 + 5 \\ 60 = 6 \cdot 9 + 6 \\ 7 = 7 \\ \hline 567 = \underbrace{5 \cdot 99 + 6 \cdot 9}_{\text{I}} + \underbrace{5 + 6 + 7}_{\text{II}} \end{array}$$

Kas arv 567 jagub 9-ga?

b) Selgita eelmise eeskujul, kas arv 7254 jagub 9-ga.

318. Arvu «numbrite summat» nimetatakse selle arvu ristsummaks.

Leia arvude ristsummad:

27; 135; 2759; 69534.

319. Avalda arv 12375 kahe liidetava summana, mille üks liidetav koosneb 9 kordsetest ja teine liidetav on arvu ristsumma. Kas see arv jagub 9-ga?

Arv jagub 9-ga ainult siis, kui ta ristsumma jagub 9-ga.

3-ga jaguvuse tunnus.

320. Et $9 = 3 \cdot 3$, siis järeldub sellest, et arv, mille iga number on 9, jagub 3-ga.

Selgita, kas 321 jagub 3-ga.

$$\begin{aligned} 300 &= 3 \cdot 99 + 3 \\ 20 &= 2 \cdot 9 + 2 \\ 1 &= \quad 1 \\ \hline 321 &= \underbrace{3 \cdot 99 + 2 \cdot 9}_{\text{I}} + \underbrace{3 + 2 + 1}_{\text{II}} \end{aligned}$$

Põhjendada, miks I liidetav jagub 3-ga. II liidetav on arvu 321 ristsumma, kas see jagub 3-ga?

321. Selgitada eelmise ülesande eeskujul, kas arv 7281 jagub 3-ga.

322. Kahe eelmise ülesande lahendamise tulemuste põhjal järeldame, et

arv jagub 3-ga ainult siis, kui ta ristsumma jagub 3-ga.

Võrdle 3-ga ja 9-ga jaguvuse tunnuseid. Kas iga arv, mis jagub 9-ga, jagub ka 3-ga? Kas iga arv, mis jagub 3-ga, jagub ka 9-ga?

323. Täida alljärgnevad tabelid:

a

Arv	Ristsumma	Jagub või ei jagu	
		3-ga	9-ga
540			
479			
234			
102			
911			

b

Arv	Ristsumma	Jagub või ei jagu	
		3-ga	9-ga
1104			
7281			
5673			
8226			
9207			

324. Kirjuta järgmiste arvude hulgast eraldi välja kõik arvud, mis jaguvad 2-ga; 3-ga; 4-ga; 5-ga; 9-ga; 10-ga; 25-ga.

45	40	63	286	325	12054
22	44	64	388	364	17299
21	51	65	124	404	16164
30	52	75	136	450	30591
32	58	81	142	568	26750

325. Kirjuta kaks kolmekohalist arvu, millest kumbki jagub nii 9-ga kui ka 5-ga.

326. Kirjuta arvule 4763 lõppu lisaks niisugune number, et saadud arv jaguks nii 2-ga kui ka 3-ga.

327. Koosta numbritest 0, 3, 7, 8 viis arvu, mis kõik jaguvad nii 3-ga kui ka 5-ga.

328. Kirjuta kolmekohaline arv, mis jagub 3-ga, kuid ei jagu 9-ga.

329. Kirjuta neljakohaline arv, mis jagub nii 9-ga kui ka 4-ga.

330. Kirjuta neljakohaline arv, mis jagub nii 9-ga kui ka 25-ga.

331. Kirjuta kolmekohaline arv, mis jagub nii 3-ga, 4-ga kui ka 5-ga.

332. Tehteid teostamata otsusta, kas järgmised summad ja vahed jaguvad 2-ga; 3-ga; 5-ga:

$150 + 225$;	$450 - 160$;	$8310 + 750$;
$180 + 255$;	$422 - 270$;	$6500 + 1875$.

333. Korrutamist teostamata otsusta, missugused järgmistest korrutistest jaguvad 4-ga; 5-ga; 9-ga:

$24 \cdot 36$; $37 \cdot 19$; $25 \cdot 17$; $123 \cdot 41$; $61 \cdot 44$; $44 \cdot 50$.

334. Uuri tabelis antud arvude jaguvust 2-ga, 3-ga ja 6-ga.

Arv	Jagub või ei jagu		
	2-ga	3-ga	6-ga
8			
45			
42			
132			
246			

Vaatluse tulemusena võid sõnastada 6-ga jaguvuse tunnuse:

kui arv jagub 2-ga ja 3-ga, siis ta jagub 6-ga.

335. Uuri arvu jaguvust 3-ga, 4-ga ja 12-ga.

Arv	Jagub või ei jagu		
	3-ga	4-ga	12 ga
124			
222			
336			
264			
312			

Sõnasta 12-ga jaguvuse tunnus.

336. Uuri kahes eelmises ülesandes näidatud eeskujul arvude

123, 760, 145, 555, 780

jaguvust 3-ga, 5-ga ja 15-ga.

Uurimise tulemusena sõnasta 15-ga jaguvuse tunnus.

337. Uuri arvude

927, 152, 360, 468, 576

jaguvust 2-ga, 9-ga ja 18-ga.

Sõnasta 18-ga jaguvuse tunnus.

338. Uuri arvu jaguvust 3-ga, 6-ga ja 18-ga.

Arv	Jagub või ei jagu		
	3-ga	6-ga	18-ga
516			
762			
534			
324			
642			

Uurimise tulemusena selgub, et kui arv jagub kahe teise arvuga, siis ta ei jagu alati nende kahe teise arvu korrutisega — ta jagub nende kahe arvu korrutisega kindlasti siis, kui need kaks arvu on ühistegurita.

Jagamisel tekkivast jäägist.

339. Kuidas nimetatakse 2-ga jaguvat arvu? Kahega mittejaguvat arvu? Kui suur jääk tekib paaritu arvu jagamisel 2-ga?

340. Kuidas leida, millise jäägi saame antud arvu jagamisel 5-ga?

Jagamist teostamata leida jääk:

6043 : 2; 5438 : 5; 721 : 2; 622 : 5; 379 : 5.

341. Kirjuta neljakohaline arv, mis 5-ga jagamisel annab jäägi 1; jäägi 2; jäägi 3; jäägi 4.

342. Uuri antud arvu ja ta kahe viimase numbriga kujutatud arvu 4-ga jagamisel tekkivaid jääke. Võrdle neid jääke.

Sõnasta juhis selle kohta, kuidas antud arvu jagamist teostamata leida jääk, mis tekib antud arvu jagamisel 4-ga.

343. Jagamist teostamata leida jääk: 417 : 4; 202 : 4; 643 : 4; 1781 : 4.

344. Kuidas leida jääk, mis tekib antud arvu jagamisel 25-ga?

Jagamist teostamata leida jääk:

751 : 25; 34562 : 25; 778 : 5; 894 : 25.

345. Kirjuta arv, mis jagub 4-ga, aga 5-ga jagamisel annab jäägi 1.

346. Võta mingi arv, mis ei jagu 9-ga, näiteks 628. Leia jääk, mis tekib selle arvu jagamisel 9-ga. Võrdle seda jääki jäägiga, mis tekib võetud arvu ristsumma jagamisel 9-ga.

347. Täida tabel:

Arv	Arvu ristsumma	Jääk, mis tekib	
		arvu jagamisel 9-ga	ristsumma jagamisel 9-ga
31			
97			
123			
2342			
7851			

Sõnasta juhis selle kohta, kuidas leida jääk, mis tekib antud arvu jagamisel 9-ga.

348. Jagamist teostamata leia jääk:

82 : 9; 759 : 9; 855 : 9; 85762 : 9.

349.* Nimetame jäägi, mis tekib arvu jagamisel 9-ga, selle arvu «üheksa-jäägiks» (lühendatult ÜJ). Näiteks arvu 321 «üheksa-jääk» on 6 (ehk ÜJ — 6).

Leia «üheksa-jääk» arvudele

a)	5271;	7235;	11121;	22345;
b)	6382;	8342;	33343;	44561.

350*. Liida:

$$\begin{array}{r} 72569 \\ +\ 4056 \\ \hline \end{array}$$

Võta pärast liitmist liidetavate «üheksa-jäägid» ja liida need. Võrdle antud arvude summa «üheksa-jääki» liidetavate «üheksa-jääkide» summa «üheksa-jäägiga».

Näide.

$$\begin{array}{r} 8163 \\ +\ 542 \\ \hline 8705;\ 2. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

Mida paned tähele?

Antud arvude summa «üheksa-jääk» on võrdne liidetavate «üheksa-jääkide» summa «üheksa-jäägiga» — kui nõnda ei ole, siis on arvutuses viga.

351*. Kontrolli «üheksa-jääkide» abil järgmisi liitmisi:

a) $\begin{array}{r} 23756 \\ +\ 73541 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 395464 \\ +\ 200561 \\ \hline \end{array}$

352*. Kontrolli lahutamist liitmise teel «üheksa-jääkide» abil: pärast lahutamise teostamist võta lahutatava ja vahe «üheksa-jäägid» ning liida need. Võrdle tulemust lahutatava ja vahe «üheksa-jääkide» summa «üheksa-jäägiga».

a) $\begin{array}{r} 50072 \\ -\ 12985 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 701052 \\ -\ 82303 \\ \hline \end{array}$

* Siin ja edaspidi on tärnikesega märgitud raskemad ülesanded.

353*. Korruta:

$$\begin{array}{r} 37261 \\ \times\ 5003 \\ \hline \end{array}$$

Võrdle korrutise «üheksa-jääki» tegurite «üheksa-jääkide» korrutise «üheksa-jäägiga». Kontrolli «üheksa-jääkide» abil korrutamist:

a) $\begin{array}{r} 283001 \\ \times\ 52004 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 502037 \\ \times\ 20041 \\ \hline \end{array}$

354*. Kontrolli jagamist korrutamise teel «üheksa-jääkide» abil: pärast jagamist võta jagaja ja jagatise «üheksa-jäägid» ja korruta need. Võrdle tulemust jagaja ja jagatise «üheksa-jääkide» korrutise «üheksa-jäägiga».

a) 58563 : 81 b) 65772 : 256

355. Kirjuta kolmekohaline arv, mis jagub 4-ga, kuid 9-ga jagamisel annab jäägi 2.

356. Kirjuta kolmekohaline arv, mis jagub 9-ga, kuid 4-ga jagamisel annab jäägi 1.

Mis on jaguvuse tunnus?

357. a) Kui antud arvust on teada ainult ta viimane number, siis missuguste arvudega jaguvust saad selle numbri järgi otsustada?

b) Missuguste arvudega jagub antud arv, kui ta viimane number on

6; 5; 0.

358. a) Kui antud arvust on teada ta viimased kaks numbrit, siis missuguste arvudega jaguvust saad nende kahe numbri järgi otsustada?

b) Missuguste arvudega jagub antud arv, kui ta viimased kaks numbrit on

04? 16? 25? 50? 24? 75? 00?

359. Milliseid numbreid pead arvust teadma, et otsustada ta jaguvust

a) 3-ga? b) 9-ga?

360. Niisugust lauset, mis ütleb, kuidas saab otsustada, kas antud arv jagub mingi teise arvuga, nimetatakse jaguvuse tunnuseks.

a) Nimeta 9-ga jaguvuse tunnus ja 9-ga mittejaguvuse tunnus.

b) Nimeta 4-ga jaguvuse tunnus ja 4-ga mittejaguvuse tunnus.

Paarisarvu üldkuju.

361. Leia avaldise $2n$ väärtused, võttes n väärtusteks täisarvud 1-st kuni 10-ni. Kirjuta tulemused tabelisse.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2n$	2	4								

Kas tabeli alumisse ritta võib tulla paaritu arv?

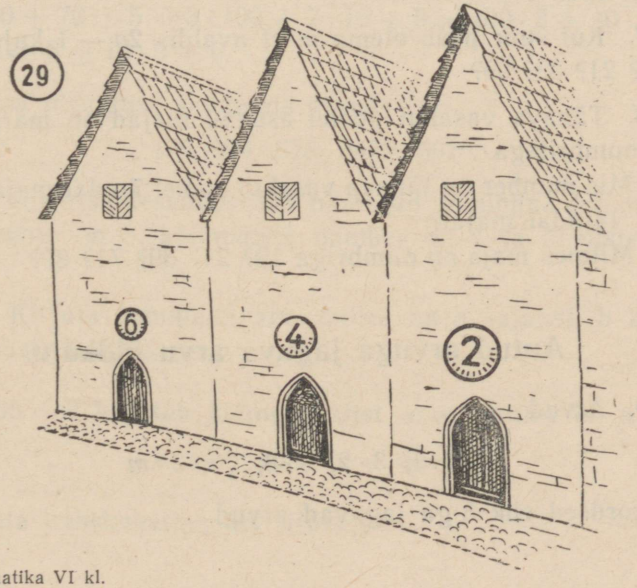
Põhjenda, miks avaldis $2n$ igasuguse täisarvulise n väärtuse korral kujutab paarisarvu.

Kui n on täisarv, siis 2n on paarisarv.

362. a) Missugust paarisarvu kujutab avaldis $2a$, kui a väärtus on 72? 83? 105? 1021? 3233?

b) kui suur peab olema a, et avaldis $2a$ kujutaks arvu

200? 360? 450? 1200? 1132?



363. Tallinnas on tänava paremal poolel asuvad majad (kui minna tänava algusest) paarisnumbritega.

a) Mis number on tänava paremal poolel 8-ndal majal? 13-ndal majal? 17-ndal majal? 50-ndal majal?

b) Mitmes maja, alates tänava algusest, on numbriga 16? 22? 124? 136? 142?

Paaritu arvu üldkuju.

364. Arvuta avaldise $2n - 1$ väärtused, mis vastavad n-i täisarvulistele väärtustele 1-st kuni 10-ni. Kirjuta tulemused tabelisse:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2n-1$	1	3	5							

Mis liiki arvud on tabeli alumises reas?

365. Kui n on täisarv, kas siis arv $2n - 1$ jagub 2-ga või mitte? Miks?

Kui n on täisarv, siis 2n — 1 on paaritu arv.

366. Mis arvu kujutab avaldis $2n - 1$, kui n on 13? 17? 20? 25? 40? 100?

367. Kui suur peab olema n, et avaldis $2n - 1$ kujutaks arvu 11? 15? 21? 33? 99?

368. Tänava vasakul poolel asuvad majad on märgitud paaritute numbritega.

a) Mis number on tänava vasakul poolel 7-ndal majal? 11-ndal majal? 14-ndal majal?

b) Mitmes maja on numbriga 19? 21? 39? 71? 89?

Antud arvuga jaguva arvu üldkuju.

369. Arvud

$$3 \cdot 1,\ 3 \cdot 2,\ 3 \cdot 3, \ldots,\ 3 \cdot m$$

on 3 kordsed ehk 3-ga jaguvad arvud.

Kui m tähendab täisarvu, siis avaldis $3m$ väljendab üldkujus 3-ga jaguvat arvu.

Kirjuta üldkujus:

4-ga jaguv arv;	6-ga jaguv arv;
5-ga jaguv arv;	8-ga jaguv arv;
7-ga jaguv arv;	13-ga jaguv arv;
12-ga jaguv arv;	25-ga jaguv arv;
29-ga jaguv arv.	17-ga jaguv arv.

370. Kui suur jääk tekib arvu $7m + 1$ jagamisel 7-ga? Arvu $3m + 2$ jagamisel 3-ga? Arvu $13m + 9$ jagamisel 13-ga? Täht m tähendab siin täisarvu.

371. Kirjuta üldkujus arv, mis 3-ga jagamisel annab jäägi 1; 7-ga jagamisel annab jäägi 6; 13-ga jagamisel annab jäägi 2.

Mitmekohalise arvu üldkuju.

372. Mitu sajalist, mitu kümnelist ja mitu ühelist on arvus 752? 304? 869? 432? 876?

Kirjuta arv, mille sajaliste arv on 5, kümneliste arv on 8 ja üheliste arv on 3.

373. Arvu 375 võib kirjutada järgmise summana:

$375 = 300 + 70 + 5 = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 = 100 \cdot 3 + 10 \cdot 7 + 5.$
$896 = 100 \cdot 8 + 10 \cdot 9 + 6.$

Kirjuta niisuguse summana arvud:

476, 994, 578, 3489, 56763.

374. Kirjuta ülesandes 373 näidatud summana arv, mille sajaliste number on 3, kümneliste number on 7 ja üheliste number on 5.

375. Kirjuta summana arv, milles on a sajalist, b kümnelist ja c ühelist. Avaldis

$100 + 10b + c$ kujutab kolmekohalist arvu, milles on a sajalist, b kümnelist ja c ühelist.

Kirjuta kahekohaline arv üldkujul.

376. Kirjuta üldkujul
a) neljakohaline arv;
b) viiekohaline arv.

377. Kirjuta kolmekohaline arv, mille esimene number on x, teine y ja kolmas z, ning arv, mille numbrid on samad, kuid ümberpöördud järjekorras.

378. Kirjuta arv, milles on a kümnelist ja 5 ühelist.

379. Kirjuta üldkujul kahekohaline arv, mille viimane number on 6.

Kahe arvu ühistegurid.

380. Kirjutame välja kahe arvu, näiteks 24 ja 36, kõik jagajad ehk tegurid:

Arvud	Arvude tegurid								
24	1	2	3	4	6	12	24		
36	1	2	3	4	6	9	12	18	36

Missugused tegurid on arvudel 24 ja 36 ühised?

Kahe arvu ühisteguriks nimetatakse arvu, millega mõlemad antud arvud jaguvad.

Et arv 1 on ühisteguriks kõikidele arvudele, siis jäetakse ta ühistegurite hulgast välja.

Nimeta arvude 24 ja 36 ühistegurid.

Missugune arv on arvude 24 ja 36 suurimaks ühisteguriks?

381. Koosta tabel arvude 18, 30 ja 42 tegurite kohta nagu ülesandes 380.

Tee kindlaks nende arvude ühistegurid ja suurim ühistegur.

Antud arvude suurimaks ühisteguriks nimetatakse suurimat arvu, millega jaguvad kõik need antud arvud.

Antud arvude suurim ühistegur kirjutatakse lühidalt «SÜT».

382. Arve, millel ei ole ühistegureid (peale arvu 1), nimetatakse ü h i s t e g u r i t a arvudeks.

a) missugused järgnevatest arvupaaridest on ühistegurita:

7 ja 5; 24 ja 13; 8 ja 15; 9 ja 15; 42 ja 35?

b) Kirjuta viis arvu, millel 12-ga pole ühistegureid.

Arvude lahutamine algtegureiks.

Algtegureiks lahutamise põhimõte.

383. Arvude suurima ühisteguri leidmisel on kasulik osata arve esitada algarvude korrutisena.

Iga kordarvu saab esitada algarvude korrutisena, näiteks:

$$4 = 2 \cdot 2;\ 6 = 2 \cdot 3;\ 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7;\ 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

Kirjuta algarvude korrutisena:

9; 12; 14; 49; 10; 15; 30; 40; 45.

Kordarvu kujutamist algarvude korrutisena nimetatakse algtegureiks lahutamiseks.

384. Lahuta algtegureiks:

21; 35; 42; 63; 80; 60; 48; 90; 110; 77.

385. Kui arvu algtegureiks lahutamisel saadud korrutises on võrdseid tegureid, siis saab astendaja abil seda korrutist lühemalt kirjutada. Näiteks:

$$9 = 3 \cdot 3 = 3^2;\quad 25 = 5 \cdot 5 = 5^2;\quad 200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Lahuta algtegureiks ja kirjuta saadud korrutis lühidalt:

16; 125; 81; 20; 45; 72; 65; 100.

Suuremate arvude algtegureiks lahutamine.

386. Kõrval on näidatud arvu 630 algtegureiks lahutamine. See toimus järgmiselt: 1) jaguvuse tunnuste põhjal on leitud arvu 630 väikseim algtegur 2; 2) pärast arvu 630 jagumist 2-ga saadi jagatises 315, selle väikseim algtegur on

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7

$630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

3; 3) pärast arvu 315 jagamist 3-ga saadi jagatises 105, selle väikseim algtegur on jälle 3; 4) pärast arvu 105 jagamist 3-ga saadi jagatises 35, selle väikseim algtegur on 5; 5) arvu 35 jagamisel 5-ga saadud jagatis 7 on ise algarv. Seega on arvu 630 algtegurid 2, 3, 3, 5 ja 7.

387. Lahuta algtegureiks:

2310; 5390; 1260; 12600; 39600.

Antud arvude suurima ühisteguri leidmine.

388. Antud arvude kõikide ühiste algtegurite korrutis on nende arvude suurimaks ühisteguriks.

Sellest järeldub antud arvude suurima ühisteguri leidmise eeskiri:

antud arvude SÜT leidmiseks lahutatakse need arvud algtegureiks, seejärel kirjutatakse välja nende arvude kõik ühised algtegurid; ühiste algtegurite korrutis on antud arvude SÜT.

Näide:

162	2	108	2
81	3	54	2
27	3	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3

$SÜT = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54.$

Leia suurim ühistegur arvudele:

24, 36;	148, 222;	18, 54, 72;
42, 56;	255, 425;	28, 56, 70.

389. Leia SÜT arvudele:

54, 72;	343, 392;	90, 120, 165;
51, 85;	342, 456;	154, 231, 308.

390. Piduliku pioneerikoonduse puhul on ruumi kaunistamiseks toodud 24 valget ja 32 punast roosi. Mitu kimpu on võimalik

neist koostada nii, et kõik kimbud sisaldaksid võrdselt valgeid ja võrdselt punaseid roose? Missugune on suurim kimpude arv?

391. Mitmesse rühma saab istutada 36 vahtrat ja 48 pärna nii, et kõigis rühmades oleks võrdselt vahtraid ja pärni? Missugune on suurim rühmade arv?

392. Kui antud arvude hulgas on üks niisugune arv, millega kõik teised jaguvad, siis see arv ongi antud arvude SÜT. Näiteks

26, 52 ja 78 SÜT on 26.

Leia SÜT arvudele:

9,	24;	15,	45;	2,	16;	36,	9;	51,	17.
7,	21;	16,	48;	3,	18;	45,	90;	57,	19.

393. Missugune on suurima ruudu külg, milleks saab jaotada ristküliku, mille mõõtmed on 28 cm ja 42 cm?

Kahe arvu ühiskordsed.

Ühiskordse mõiste.

394. Vaatle arve 6 ja 8 ning nende kordseid.

Arv	kordsed								
6	6	12	18	24	30	36	42	48	. . .
8	8	16	24	32	40	48	56	64	. . .

Missugused kordsed on arvudel 6 ja 8 ühised?

24 ja 48 on arvude 6 ja 8 ühiskordsed.

Jätka 6 ja 8 kordsete ridu ja leia veel üks 6 ja 8 ühiskordne.

Arvu, mis jagub antud arvudega, nimetatakse antud arvude ühiskordseks.

395. Leia arvude 6 ja 10 ühiskordseid.

396. Missugused rahasummad võib tasuda nii 15- kui 20-kopikaliste rahadega? Missugune neist rahasummadest on väikseim?

397. Kui pikad lõigud on jaotatavad nii 12 cm kui 18 cm pikkusteks lõikudeks? Missugune sellistest lõikudest on lühim?

Antud arvude väikseim ühiskordne.

398. Antud arvude ühiskordsete hulgas on alati olemas kõige väiksem, seda nimetatakse antud arvude väikseimaks ühiskordseks.

Antud arvude väikseim ühiskordne on väikseim arv, mis jagub antud arvudega.

399. Leia ülesannete 395, 396, 397 ja 398 põhjal väikseim ühiskordne arvudele

6 ja 8; 6 ja 10; 15 ja 20; 12 ja 18.

400. Sõnade «väikseim ühiskordne» asemel kirjutatakse lühemalt «VÜK».

Kui suurim antud arvudest jagub teistega, siis on ta antud arvude väikseim ühiskordne.

Leia VÜK arvudele:

a) 9 ja 18; 2, 6 ja 12; 20, 10 ja 5; 30, 60 ja 15
b) 5 ja 10; 4, 8 ja 16; 36, 9 ja 12; 40, 80 ja 10.

Antud arvude VÜK leidmise võte.

401. Leiame arvude 8 ja 6 VÜK. Siin suurem arv ei jagu väiksemaga. Otsime arvu, millega peab korrutama arvu 8, et saada 6-ga jaguv arv. On näha, et $3 \cdot 8 = 24$, 24 jagubki 6-ga, seepärast 24 on otsitav VÜK. Vaadeldes arvude $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ ja $6 = 2 \cdot 3$ algtegureid, näeme, et arvu 8 tuli korrutada arvu 6 selle algteguriga, mis arvu 8 algtegurite hulgas puudub.

Niisiis

kahe arvu väikseim ühiskordne on võrdne ühe arvu ja temas puuduvate teise arvu algtegurite korrutisega.

Näide: Leia VÜK arvudele 30 ja 18.

30	2	18	2
15	3	9	3
5	5	3	3

$$\text{VÜK} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 90$$

402. Leia VÜK arvudele:

8; 12	16; 6	16; 10	12; 24
8; 18	15; 18	15; 24	15; 9
12; 10	12; 16	3; 9	48; 18
12; 9	8; 24	18; 6	32; 24
15; 12	6; 9	32; 18	10; 48

403. Leia VÜK arvudele:

16; 20	30; 45	14; 21	35; 14
12; 15	54; 81	16; 56	25; 45

404. Kolme arvu väikseim ühiskordne on võrdne ühe arvu ja temas puuduvate teiste arvude algtegurite korrutisega.

Näide: arvude 18, 30 ja 45 VÜK leidmiseks:

18	2	30	2	45	3
9	3	15	3	15	3
3	3	5	5	5	5

$$\text{VÜK} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$$

Leia VÜK arvudele:

8; 12; 9	28; 35; 84	10; 21; 35
6; 9; 10	12; 14; 15	14; 32; 90.

405. Leia väikseim ühiskordne arvudele:

1) 26; 61; 78;	2) 63; 126; 252	3) 8; 15; 9
4) 12; 18; 108;	5) 60; 72; 75	6) 66; 110; 154.

406. Kui antud arvud on ühistegurita, siis ühe arvu algtegurite hulgas ei ole ühtki teiste arvude algtegurit, seepärast

ühistegurita arvude väikseim ühiskordne on võrdne nende arvude korrutisega.

Näide: $35 = 5 \cdot 7$

$6 = 2 \cdot 3$

$$\text{VÜK} = 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 = 35 \cdot 6 = 210$$

Leia VÜK arvudele:

2; 3	3; 11	4; 9	10; 21
5; 11	3; 80	13; 31	5; 12
2; 3; 5	5; 11; 12	5; 7; 8	4; 9; 25.

407. Leia VÜK arvudele (peast):

25; 75 90; 45 60; 30; 20
26; 78 30; 90; 15 32; 64; 16.

408. Leia VÜK arvudele (peast):

10; 23 5; 16; 7; 13 13; 12
23; 11 15; 14 12; 25 8; 15.

409. Missugune on väikseim õpilaste arv, keda saab rühmitada nii 10-, 12- kui 15-kaupa?

KORDAMISEKS.

410. Nimeta arvu 24 kõik jagajad.

411. Leia arvu 36 kõikide jagajate summa.

412. Kirjuta algarvude summana arv

8; 9; 12; 18; 20; 32.

413. Kirjuta üldkujul kahekohaline arv, mille kümneliste number on a ja üheliste number on 7.

414. Kirjuta üldkujul kahekohaline arv, mille viimane number on 2.

415. Mitu korda on järgmiste arvude VÜK suurem kui nende SÜT:

a) 132; 110 ja 154; b) 156; 195 ja 390.

416. Nimeta tabeli igas veerus arvud, mis jaguvad veeru esimese arvuga:

2	3	4	5	9	10	12	15	25
118	81	124	75	69	70	84	65	275
223	186	312	296	129	130	132	75	325
1254	223	415	390	207	155	204	180	400
1391	405	902	425	216	210	360	420	555
5290	512	1040	557	558	605	244	645	650

417. Arvuta $3(2 + b)^2$, kui $a = 0{,}2$ ja $b = 0{,}5$.

418. Arvuta $(15a + 1)^2$, kui $a = 0{,}2$.

419. Kirjuta ilma kordajata ja ilma astendajata: $5a^2$; $3b^3$; $2m^3$; $4n^2$.

420. Kirjuta neljakohaline paarisarv, mis jagub 9-ga.

421. Kirjuta kolmekohaline paaritu arv, mis jagub 3-ga.

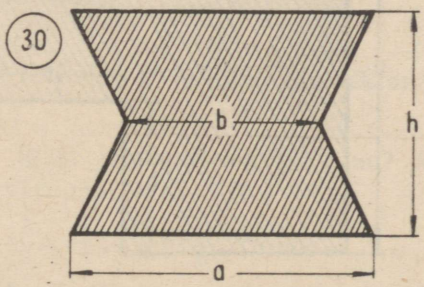
422. Leida kõigi ühekohaliste arvude VÜK.

423. Leida suurima kahekohalise arvu ja suurima kolmekohalise arvu SÜT.

424. Vana telefoniliini postid olid 45-meetriste vahedega. Endise asemele ehitatakse uus liin postivahedega 60 m. Missuguste pikkuste tagant saab kasutada endiseid postiauke?

425. Kas tulemus on paaris- või paaritu arv, kui
a) liidetakse paarisarv paaritu arvuga?
b) liidetakse kaks paaritut arvu?
c) liidetakse kaks paarisarvu?
d) korrutatakse paarisarv paaritu arvuga?
e) korrutatakse kaks paaritut arvu?

426. Arvuta joonisel 30 näidatud kujundi pindala.



427. Tee iga alljärgneva arvupaariga järgmine katse: võta arvude korrutis, jaga see nende arvude suurima ühisteguriga, võrdle tulemust antud arvude väikseima ühiskordsega:

a) 12; 15 b) 30; 42 c) 900; 210 d) 1240; 3690.

428. Leia jäägid, mis tekivad allpool antud arvude jagamisel 9-ga:

8	88888
88	888888
888	8888888
8888	88888888

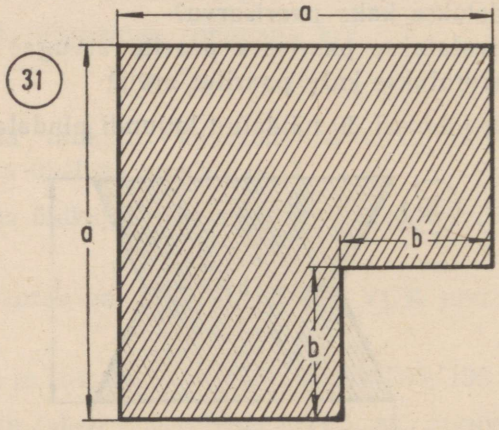
429. Kirjuta üldkujul arv, mis
a) 11-ga jagamisel annab jäägi 3;
b) 23-ga jagamisel annab jäägi 22.

430. Leia kolme järjestikuse naturaalarvu korrutis, kui kõige väiksem nendest on 10. Arvuta peast.

431. Leia kolme järjestikuse naturaalarvu korrutis, kui kõige suurem nendest on 25. Arvuta peast.

432. Kahekohalisele arvule kirjutatakse juurde sama arv. Uuri, kas saadud neljakohaline arv on algarv või kordarv.

433. Kahekohalise arvuga liidetakse arv, millel on samad numbrid, kuid numbrite kohad on vahetatud. Uuri, kas saadud summa on algarv või kordarv.

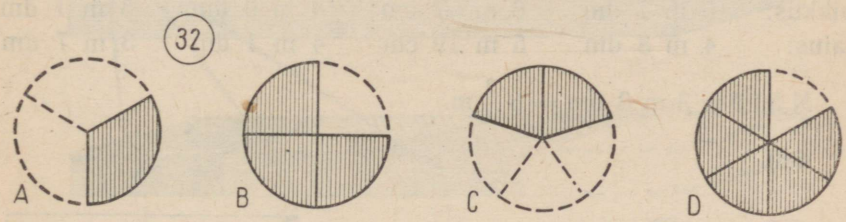


434. Kirjuta valem joonisel 31 viirutatud kujundi pindala arvutamiseks.

3. HARILIKUD MURRUD.

A. MURDUDE OMADUSI.

Murru mõiste.



435. Missugust osa ringist kujutab iga sektor joonisel *A*? *B*? *C*? *D*?

Missugune osa igast joonisest on värvitud? Missugune osa igast joonisest on värvimata?

Näita joonisel $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{6}$ ringist.

436. Joonised *A*, *B*, *C*, *D* kujutavad terviku ühte või mitut omavahel võrdset osa.

Arvu, mis koosneb terviku ühest või mitmest võrdsest osast, nimetatakse murruks.

437. Mis on murru $\frac{5}{6}$ lugejaks? nimetajaks?

Mida tähendab murd $\frac{5}{6}$?

Mis on murru $\frac{5}{6}$ liikmed?

Mida näitab murru nimetaja? lugeja?

Murdude tekkimine.

438. Olgu tarvis mõõta toa pikkust meetri abil. Oletame, et meeter mahub sellesse pikkusesse 5 korda, kuid mõõtmata jääb veel üks osa, mis on aga meetrist väiksem. Kui järelejäänud osa toa pikkusest on näiteks pool meetrit, siis toa pikkus on $5\frac{1}{2}$ meetrit.

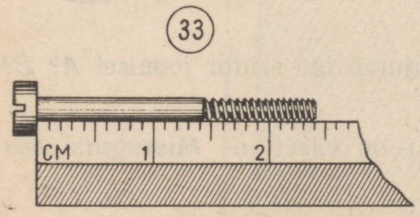
Kui pikk on tuba meetrites, millesse meeter mahub 4 korda ja detsimeeter veel 3 korda?

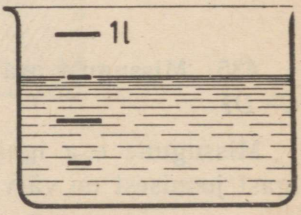
439. Kirjuta meetrites toa pikkus ja laius, kui selle mõõtmed on järgmised:

	a)	b)	c)	d)
pikkus:	5 m 7 dm	6 m 7 cm	4 m 9 dm	5 m 1 dm
laius:	4 m 3 dm	5 m 19 cm	4 m 1 dm	3 m 7 dm

Näide. 3 m 3 dm $= 3\frac{3}{10}$ m.

440.





Kui pikk on joonisel kujutatud kruvi sentimeetrites? Mitu liitrit vett on mõõduklaasis?

Kirjuta kilogrammides: 1 kg 500 g; 8 kg 250 g; 5 kg 100 g.

Kirjuta tundides: 7 t. 30 min.; 1 t. 30 min.; 4 t. 45 min.; 1 t. 10 min.

Eeltoodust näeme, et murd võib tekkida mõõtmise tulemusena.

Too veel näiteid murru tekkimisest mõõtmise tulemusena.

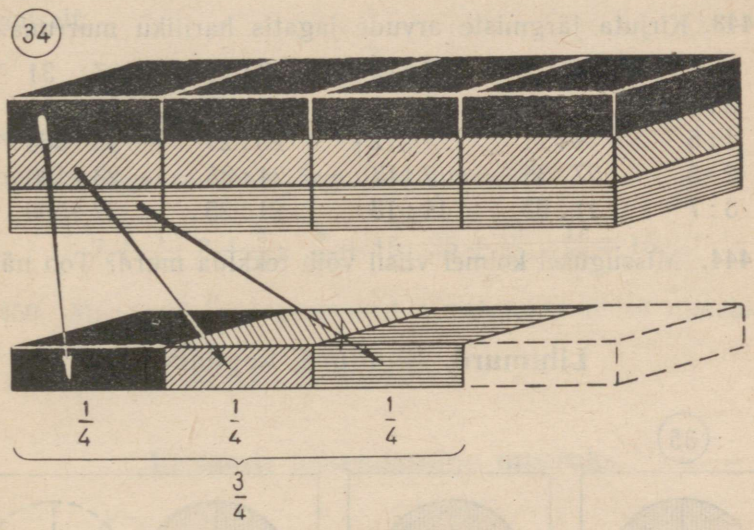
441. Murru saame, kui ühe ühiku jaotame võrdseteks osadeks ning võtame ühe või mitu saadud osa.

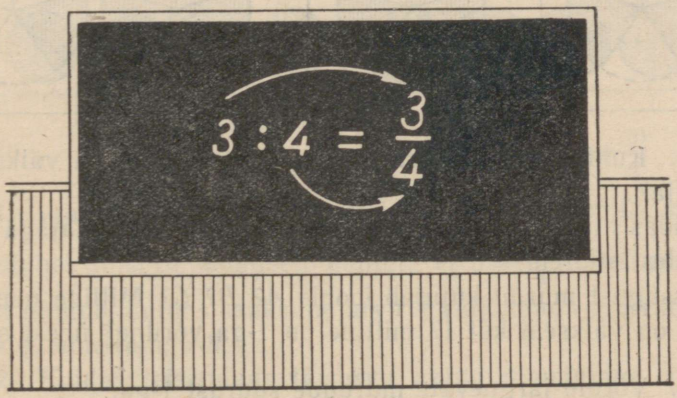
Jaotades ühe terviku neljaks võrdseks osaks ja võttes ühe niisuguse osa, saame $\frac{1}{4}$; võttes kolm niisugust osa, saame $\frac{3}{4}$.

Missugused murrud saame terviku jaotamisel 12-ks võrdseks osaks, kui võtame niisuguseid osi 1, 5, 7, 11?

Missugused murrud saame terviku jaotamisel 25-ks võrdseks osaks, kui võtame neid osi 1, 7, 12, 15, 24?

442. Murru võime saada ka *mitme* ühiku jaotamisel võrdseteks osadeks. Näiteks: isa jaotas kolm pulka plastiliini võrdselt neljale lapsele.





Iga laps sai $\frac{1}{4}$ igast plastiliinipulgast, kokku kolmest pulgast seega $\frac{3}{4}$ ühe terve pulga pikkusest.

Sellise jagamise juures kirjutame jagatava murru lugejaks ja jagaja nimetajaks:

$$3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

Seega

murdu võime vaadelda kui jagatist, mille saame ühe täisarvu jagamisel teise täisarvuga.

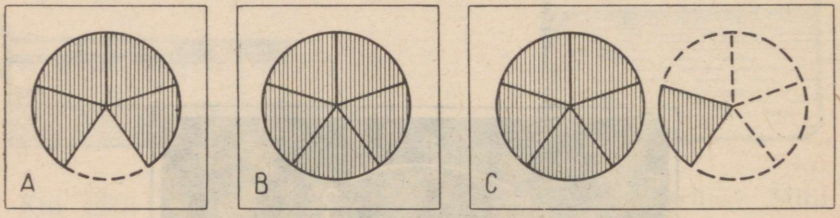
443. Kirjuta järgmiste arvude jagatis hariliku murruna:

1 : 2	2 : 7	7 : 12	8 : 11	27 : 31
3 : 4	3 : 8	5 : 6	4 : 7	31 : 80
4 : 5	4 : 11	1 : 12	20 : 21	13 : 360
2 : 5	27 : 35	2 : 13	24 : 35	23 : 100
3 : 7	41 : 53	11 : 13	21 : 25	37 : 500

444. Missugusel kolmel viisil võib tekkida murd? Too näiteid.

Lihtmurd, liigmurd, segaarv.

35



445. Kuidas nimetatakse murdu, mille lugeja on väiksem kui nimetaja?

Kuidas nimetatakse murdu, mille lugeja on nimetajaga võrdne või sellest suurem?

Missugust murdu kujutab joonis *A*? *B*? *C*? Milline neist murdudest on väiksem kui 1? milline on 1-ga võrdne? ühest suurem?

446. Võrdle järgnevate murdude suurust 1-ga:

$$\frac{3}{4},\ \frac{8}{8},\ \frac{11}{15},\ \frac{20}{20},\ \frac{14}{17},\ \frac{23}{45},\ \frac{91}{75}.$$

Näide. $\frac{3}{5} < 1$.

447. Ütle, millised alljärgnevatest murdudest on lihtmurrud, millised liigmurrud

$$\frac{4}{5},\ \frac{8}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{9}{7},\ \frac{12}{11},\ \frac{6}{13},\ \frac{25}{25},\ \frac{17}{80},\ \frac{99}{100},\ \frac{1001}{1000}.$$

448. Lihtmurdusid ja liigmurdusid nimetatakse ühise nimetusega murdudeks.

Kirjuta 5 lihtmurdu ja 5 liigmurdu.

449. Täisarvu ja murru summat võime kirjutada lühemalt järgmiselt:

$$4+\frac{3}{4}=4\frac{3}{4}$$

Kuidas nimetatakse arvu $4\frac{3}{4}$?

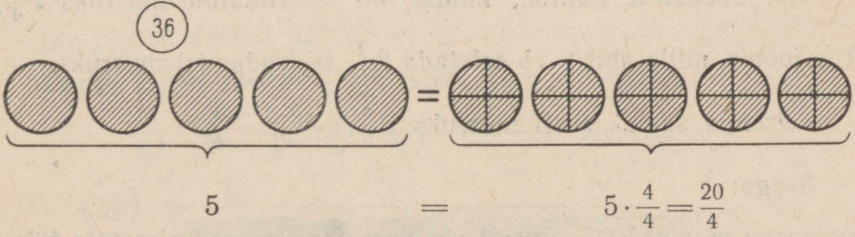
Kirjuta segaarvudena järgmised summad:

$$7+\frac{1}{2};\ 8+\frac{5}{6};\ \frac{3}{8}+15;\ 25+\frac{15}{29};\ \frac{17}{75}+15.$$

450. Murdusid ja segaarvusid nimetatakse ühise nimetusega murdarvudeks.

Too näiteid murdarvude kohta.

Täisarvu teisendamine murruks.



$$5 = 5\cdot\frac{4}{4}=\frac{20}{4}$$

451. Iga täisarvu saab väljendada murruna, mille nimetaja on mistahes täisarv. Jooniselt nähtub, et $5=\frac{20}{4}$. Tee uus joonis, millest nähtub, kuidas saaksime arvu 3 väljendada murruna nimetajaga 4, nimetajaga 8.

452. Kuidas teisendada täisarvu antud nimetajaga murruks? Teisenda murruks nimetajaga 10 järgmised arvud:

1; 5; 12; 26; 37; 45; 61; 83; 90; 100; 125.

Teisenda samad arvud murruks nimetajaga 3; 5; 20.

453. Milline on kõige väiksem võimalik nimetaja?

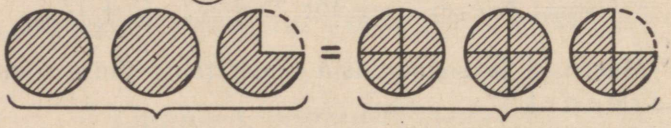
Väljenda murruna nimetajaga 1 järgmised arvud:

12; 15; 21; 36; 47; 58; 107; 350; 500.

454. Kirjuta arv 7 murruna, mille nimetajaks on 1; 2; 5; 8; 15.

455. Tuleta meelde, mida nimetatakse lihtmurruks, liigmurruks, segaarvuks. Mida nimetatakse murruks? murdarvuks? Too igaühe kohta neist 3 näidet.

Segaarvu teisendamine murruks.



$$2\frac{3}{4} = 2\cdot\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 4+3}{4}=\frac{11}{4}$$

456. Joonisest nähtub, kuidas on teisendatud murruks $2\frac{3}{4}$.

Tee joonis, mille abil saab seletada $2\frac{1}{2}$ teisendamist murruks.

Teisenda samal viisil murruks $2\frac{4}{5}$; $3\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{8}$.

Seega:

segaarvu murruks teisendamiseks korrutame murru nimetaja täisarvuga ja saadud korrutisega liidame lugeja. See summa on otsitava murru lugejaks, nimetajaks jääb endine nimetaja.

457. Teisenda murruks (peast):

$1\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$12\frac{5}{6}$	$74\frac{3}{5}$	$27\frac{3}{4}$	$15\frac{17}{30}$
$1\frac{2}{3}$	$4\frac{5}{7}$	$13\frac{6}{7}$	$86\frac{1}{4}$	$46\frac{5}{8}$	$25\frac{19}{20}$
$3\frac{1}{3}$	$3\frac{4}{5}$	$28\frac{3}{5}$	$43\frac{5}{6}$	$32\frac{4}{5}$	$32\frac{1}{40}$

458. Teisenda murruks:

$42\frac{1}{8}$ $87\frac{1}{9}$ $17\frac{11}{40}$ $115\frac{2}{3}$ $15\frac{7}{15}$ $127\frac{1}{5}$

$81\frac{3}{5}$ $38\frac{2}{11}$ $23\frac{7}{11}$ $29\frac{17}{25}$ $25\frac{8}{25}$ $368\frac{1}{2}$

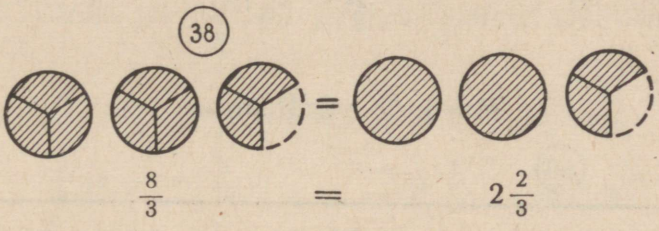
$97\frac{5}{7}$ $54\frac{5}{7}$ $32\frac{19}{21}$ $12\frac{28}{29}$ $35\frac{3}{50}$ $455\frac{3}{4}$

Näidis. $17\frac{15}{33} = \frac{17 \cdot 33 + 15}{33} = \frac{576}{33}$

$$\begin{array}{r} \times\ 17 \\ 33 \\ \hline 51 \\ 51 \\ \hline 561 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ 561 \\ 15 \\ \hline 576 \end{array}$$

Liigmurru teisendamine täis- või segaarvuks.

459. Jooniselt nähtub, kuidas on eraldatud täisosa murrust $\frac{8}{3}$:



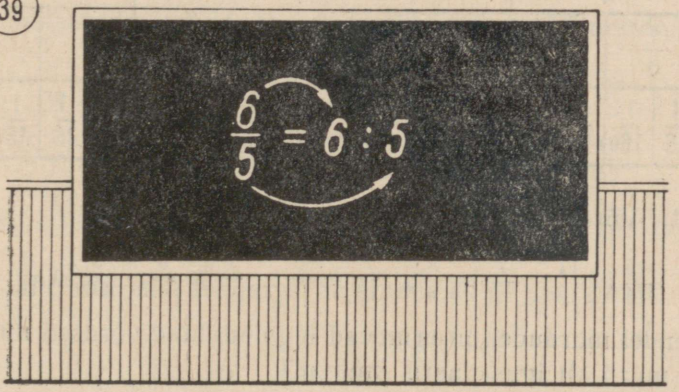
$\frac{8}{3}$ = $2\frac{2}{3}$

Tee joonis, millest nähtub, et $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

Eralda peast täisosa järgmistest liigmurdudest:

$\frac{15}{7}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{16}{4}$; $\frac{36}{9}$; $\frac{60}{7}$; $\frac{79}{9}$; $\frac{82}{10}$; $\frac{91}{15}$.

39



Järeldus:

liigmurru teisendamiseks sega- või täisarvuks jagame tema lugeja nimetajaga, leides täisarvulise jagatise ja jäägi. Jagatis on segaarvu täisosaks, jääk tema murdosa lugejaks, kuna murdosa nimetajaks jääb liigmurru nimetaja.

Missuguseks arvuks teisendub liigmurd siis, kui jääk on 0?

460. Teisenda segaarvuks järgmised liigmurrud:

$\frac{47}{2}$	$\frac{89}{6}$	$\frac{277}{30}$	$\frac{245}{12}$	$\frac{109}{18}$	$\frac{144}{12}$
$\frac{85}{4}$	$\frac{97}{5}$	$\frac{421}{60}$	$\frac{547}{18}$	$\frac{227}{28}$	$\frac{145}{36}$
$\frac{70}{3}$	$\frac{79}{4}$	$\frac{639}{70}$	$\frac{649}{16}$	$\frac{195}{32}$	$\frac{222}{37}$

Näide. $\frac{125}{24} = 125 : 24 = 5\frac{5}{24}$

$125 : 24 = 5$
120
5

Murdude võrdlemine.

(40)

<table>
<tr><td colspan="16">1</td></tr>
<tr><td colspan="8">$\frac{1}{2}$</td><td colspan="8">$\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="4">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="4">$\frac{1}{4}$</td><td colspan="4">$\frac{1}{4}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td><td colspan="2">$\frac{1}{8}$</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td></tr>
</table>

461. Võrdle joonise 40 abil murde

$\frac{15}{16}$ ja $\frac{11}{16}$; $\frac{7}{8}$ ja $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{16}$ ja $\frac{5}{16}$; $\frac{1}{4}$ ja $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{16}$ ja $\frac{3}{16}$.

Nendel murdudel on erinevad lugejad, kuid võrdsed nimetajad. Kumb murd on igas paaris suurem?

Näeme, **et kahest võrdse nimetajaga murrust on suurem see, mille lugeja on suurem.**

462. Kasutades märke $>$ ja $<$, võrdle murde

$\frac{5}{7}$ ja $\frac{2}{7}$ $\quad$ $\frac{9}{25}$ ja $\frac{11}{25}$ $\quad$ $\frac{29}{100}$ ja $\frac{28}{100}$ $\quad$ $\frac{47}{60}$ ja $\frac{49}{60}$

$\frac{7}{9}$ ja $\frac{8}{9}$ $\quad$ $\frac{16}{25}$ ja $\frac{14}{25}$ $\quad$ $\frac{16}{75}$ ja $\frac{19}{75}$ $\quad$ $\frac{38}{51}$ ja $\frac{35}{51}$

$\frac{9}{10}$ ja $\frac{7}{10}$ $\quad$ $\frac{13}{60}$ ja $\frac{29}{60}$ $\quad$ $\frac{43}{50}$ ja $\frac{47}{50}$ $\quad$ $\frac{47}{100}$ ja $\frac{74}{100}$

Näide. $\frac{4}{9} < \frac{5}{9}$.

463. Järjesta joonist kasutades suuruse järgi (alustades kõige väiksemast) murrud: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{4}$.

464. Võrdle joonise abil järgmisi murde, kasutades märke $>$ ja $<$:

$\frac{2}{8}$ ja $\frac{2}{16}$ $\quad$ $\frac{3}{16}$ ja $\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{7}{8}$ ja $\frac{7}{16}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$ ja $\frac{3}{16}$

$\frac{2}{8}$ ja $\frac{2}{4}$ $\quad$ $\frac{5}{16}$ ja $\frac{5}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$ ja $\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{16}$ ja $\frac{3}{8}$

Missuguse järelduse võime teha murdude suuruse kohta, milledel on võrdsed lugejad, kuid erinevad nimetajad?

Kahest võrdsete lugejatega murrust on suurem see, mille nimetaja on väiksem.

465. Kasutades märke $>$ ja $<$, võrdle järgmisi murde:

$\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{3}$ ja $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{8}{15}$ ja $\frac{8}{11}$ $\quad$ $\frac{23}{24}$ ja $\frac{23}{25}$

$\frac{1}{7}$ ja $\frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ ja $\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{5}{12}$ ja $\frac{5}{16}$ $\quad$ $\frac{49}{55}$ ja $\frac{49}{50}$

$\frac{1}{15}$ ja $\frac{1}{25}$ $\quad$ $\frac{5}{8}$ ja $\frac{5}{12}$ $\quad$ $\frac{7}{9}$ ja $\frac{7}{8}$ $\quad$ $\frac{51}{64}$ ja $\frac{51}{81}$

466. Järjesta suuruse järgi, alustades kõige suuremast:

$\frac{3}{10}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$.

467. Järjesta suuruse järgi, alustades kõige väiksemast:

$$\frac{5}{7},\ \frac{5}{8},\ \frac{5}{13},\ \frac{5}{21},\ \frac{5}{14},\ \frac{5}{19},\ \frac{5}{24},\ \frac{5}{6}.$$

468. Võrdle enne iga murdu 1-ga ja ütle selle põhjal, kumb murd on suurem:

$\frac{3}{4}$ ja $\frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{18}{19}$ ja $\frac{12}{13}$ $\quad$ $\frac{28}{29}$ ja $\frac{29}{30}$ $\quad$ $\frac{33}{32}$ ja $\frac{26}{25}$

$\frac{4}{5}$ ja $\frac{5}{6}$ $\quad$ $\frac{7}{8}$ ja $\frac{8}{9}$ $\quad$ $\frac{5}{8}$ ja $\frac{7}{10}$ $\quad$ $\frac{11}{12}$ ja $\frac{9}{10}$

N ä i d e. $\frac{8}{9}$ ja $\frac{9}{10}$. Arutle järgmiselt: $\frac{8}{9}$-l puudub tervest $\frac{1}{9}$, $\frac{9}{10}$-l puudub tervest $\frac{1}{10}$. Kuna $\frac{1}{9} > \frac{1}{10}$, siis $\frac{8}{9} < \frac{9}{10}$.

Kirjuta: $\frac{8}{9} < \frac{9}{10}$.

469*. Määra täienduse suuruse järgi $\frac{1}{2}$-ni, kumb murd on suurem:

$\frac{3}{8}$ ja $\frac{5}{12}$; $\quad$ $\frac{7}{16}$ ja $\frac{5}{12}$; $\quad$ $\frac{7}{18}$ ja $\frac{5}{14}$; $\quad$ $\frac{3}{10}$ ja $\frac{7}{18}$.

470. Võrdle järgmiste murdude suurust:

$\frac{13}{15}$ ja $\frac{13}{16}$ $\quad$ $\frac{11}{16}$ ja $\frac{15}{16}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ ja $\frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{23}{24}$ ja $\frac{23}{25}$

$\frac{7}{8}$ ja $\frac{5}{8}$ $\quad$ $\frac{8}{15}$ ja $\frac{7}{15}$ $\quad$ $\frac{20}{21}$ ja $\frac{19}{21}$ $\quad$ $\frac{19}{24}$ ja $\frac{17}{24}$

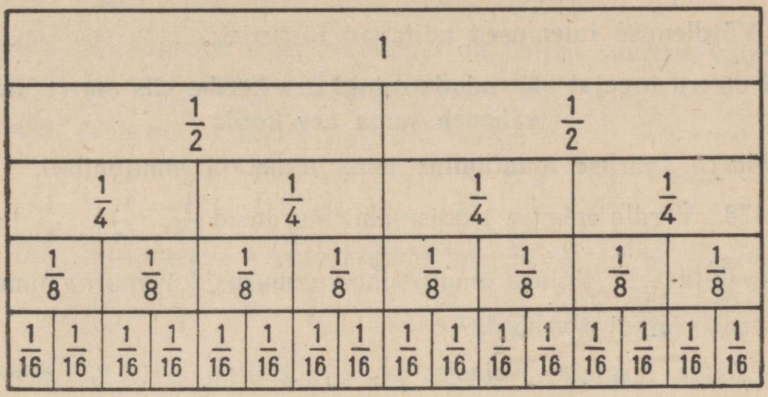
$\frac{10}{11}$ ja $\frac{10}{13}$ $\quad$ $\frac{19}{24}$ ja $\frac{17}{24}$ $\quad$ $\frac{7}{100}$ ja $\frac{9}{100}$ $\quad$ $\frac{27}{31}$ ja $\frac{27}{32}$

Murru suuruse muutumine tema liikmete muutumisel.

Murru suuruse muutumine tema lugeja muutumisel.

471. Leia joonise abil $\frac{1}{16}$. Mitu korda on $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$ jne. suurem kui $\frac{1}{16}$? Mitu korda on $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$ jne. suurem kui $\frac{1}{8}$? Mitu korda on $\frac{9}{16}$ suurem kui $\frac{3}{16}$? $\frac{15}{16}$ suurem kui $\frac{5}{16}$? $\frac{6}{8}$ suurem kui $\frac{3}{8}$?

(41)



Võrdlemise tulemused näitavad järgmist:

kui murru lugejat suurendada mingi arv korda, siis murd suureneb sama arv korda.

472. Suurenda kaks korda järgmisi murde:

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{19}$, $\frac{25}{51}$.

473. Suurenda kolm korda järgmisi murde:

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{23}$, $\frac{7}{29}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{5}{31}$, $\frac{10}{97}$.

474. Kuidas muutub murru suurus, kui tema lugejat korrutada 2-ga; 8-ga; 15-ga; 20-ga?

475. Suurenda:

$\frac{2}{9}$ 4 korda; $\frac{3}{5}$ 5 korda; $\frac{4}{25}$ 2 korda; $\frac{2}{15}$ 5 korda.

476. Otsusta joonise abil, kuidas muutub murru suurus, kui tema lugejat vähendada mingi arv korda. Võta näiteks $\frac{8}{16}$ ja $\frac{4}{16}$; $\frac{6}{16}$ ja $\frac{3}{16}$; $\frac{4}{8}$ ja $\frac{2}{8}$ jne. Nimetaja on siin jäänud endiseks, lugeja vähenenud 2 korda. Kuidas muutub sellega murru suurus?

477. Võrdle joonise järgi järgmiste murdude suuruse muutumist:

$\frac{15}{16}$ ja $\frac{5}{16}$; $\frac{10}{16}$ ja $\frac{5}{16}$; $\frac{15}{16}$ ja $\frac{3}{16}$; $\frac{6}{8}$ ja $\frac{2}{8}$.

Mitu korda vähenes murru lugeja? Mitu korda vähenes sellega murru suurus?

Võrdlemise tulemused näitavad järgmist:

kui murru lugejat vähendada mingi arv korda, siis murru suurus väheneb sama arv korda.

Murru suuruse muutumine tema nimetaja muutumisel.

478. Võrdle eelmise joonise abil murdusid $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ja $\frac{1}{16}$; $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$ ja $\frac{3}{16}$. Kuidas muutub murru suurus, kui murru nimetaja suureneb mingi arv korda?

Näeme järgmist tõsiasja:

kui murru nimetajat suurendada mingi arv korda, siis murru suurus väheneb sama arv korda.

479. Võrdle eelmise joonise abil murdusid $\frac{1}{8}$ ja $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{16}$ ja $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$ ja $\frac{3}{4}$.

Kuidas muutub murru suurus, kui murru nimetajat vähendada mingi arv korda?

Kuidas muutub murru suurus, kui murru nimetajat vähendada 2, 3, 5, 6 korda? Too selle kohta näiteid.

480. Kuidas muutub murd $\frac{5}{12}$, kui tema nimetajat vähendame 3 korda?

481. Võrdle järgmiste murdude suuruse muutumist:

$\frac{13}{40}$ ja $\frac{13}{20}$; $\frac{7}{48}$ ja $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{70}$ ja $\frac{9}{35}$; $\frac{1}{25}$ ja $\frac{1}{5}$.

482. Suurenda 3 korda järgmisi murde:

$\frac{1}{12}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{5}{21}$; $\frac{2}{99}$; $\frac{7}{48}$.

Võime teha järelduse:

kui murru nimetajat vähendada mingi arv korda, siis murru suurus suureneb sama arv korda.

483. Kuidas muutub murru suurus, kui me tema nimetajat korrutame 3-ga; 9-ga; 15-ga; 24-ga; 58-ga?

484. Kuidas muutub murru suurus, kui me tema nimetajat jagame 2-ga; 3-ga; 5-ga; 9-ga; 15-ga; 25-ga?

485. Missugused kaks võimalust on murru suuruse vähendamiseks? suurendamiseks? Too näiteid.

486. Vähenda 4 korda järgmisi murde:

$\frac{5}{6}$, $\frac{20}{27}$, $\frac{16}{17}$, $\frac{15}{32}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{3}{4}$.

487. Suurenda 3 korda järgmisi murde:

$\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{49}{100}$.

488. Otsusta, mitu korda on üks murd teisest suurem või väiksem:

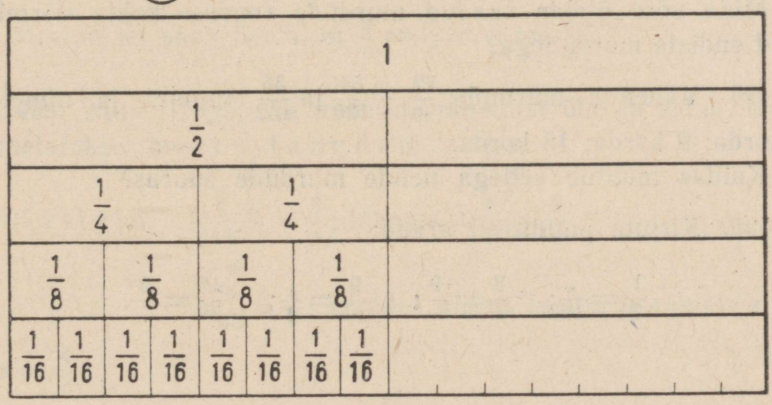
$\frac{8}{13}$ ja $\frac{2}{13}$; $\frac{5}{17}$ ja $\frac{10}{17}$; $\frac{1}{14}$ ja $\frac{1}{7}$; $\frac{4}{7}$ ja $\frac{4}{63}$.

489. Kuidas muutub murdude $\frac{8}{9}$; $\frac{16}{21}$ ja $\frac{20}{27}$ suurus, kui antud lugeja asendada arvuga 4? Kuidas muutub antud murdude suurus, kui antud nimetaja asendada arvuga 3?

490. Kuidas muutub murdude $\frac{6}{13}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{12}{17}$, $\frac{8}{7}$ ja $\frac{35}{16}$ suurus, kui antud lugeja asendada arvuga 1? Kuidas muutub antud murdude suurus, kui nimetaja asendada arvuga 1?

Murru põhiomadus.

(42)



491. Jooniselt näeme, et $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$. Viimased kolm murdu võime saada ka siis, kui korrutame murru $\frac{1}{2}$ lugejat ja nimetajat vastavalt 2-ga, 4-ga või 8-ga:

$$\frac{1}{2}=\frac{2\cdot 1}{2\cdot 2}=\frac{2}{4};\quad \frac{1}{2}=\frac{4\cdot 1}{4\cdot 2}=\frac{4}{8}\text{ jne.}$$

492. Sama võrduse võime kirjutada ka ümberpöördud järjekorras: $\frac{8}{16}=\frac{4}{8}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. Kontrolli jooniselt, kas see võrdus on õige.

Viimased kolm murdu võime saada murru $\frac{8}{16}$ lugeja ja nimetaja jagamisel vastavalt 2-ga, 4-ga või 8-ga:

$$\frac{8}{16}=\frac{8:2}{16:2}=\frac{4}{8};\quad \frac{8}{16}=\frac{8:4}{16:4}=\frac{2}{4}\text{ jne.}$$

Sellest näeme järgmist:

kui murru lugejat ja nimetajat korrutada või jagada ühe ja sama arvuga, siis murru suurus ei muutu.

Seda omadust nimetatakse murru põhiomaduseks. Põhjenda murru põhiomadust arutluse teel, toetudes murru suuruse muutumisele tema lugeja muutumisel ja tema nimetaja muutumisel.

493. Suurenda murdude $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$ ja $\frac{4}{9}$ lugejat ja nimetajat 5 korda; 10 korda; 100 korda.

Mida võid ütelda saadud murdude suuruse kohta võrreldes neid endiste murdudega?

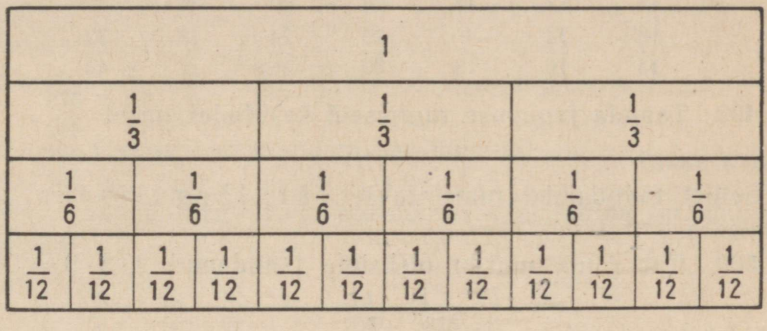
494. Vähenda murdude $\frac{72}{90}$, $\frac{54}{126}$ ja $\frac{36}{162}$ lugejat ja nimetajat 6 korda; 9 korda; 18 korda.

Kuidas muutub sellega nende murdude suurus?

495. Kirjuta puuduvad arvud:

$$\frac{1}{2}=\frac{.}{16};\quad \frac{3}{4}=\frac{9}{.};\quad \frac{9}{12}=\frac{.}{4};\quad \frac{18}{27}=\frac{2}{.}.$$

(43)



496. Joonist kasutades asenda iga järgnev murd teise, temaga võrdse murruga, mille lugeja ja nimetaja on võimalikult väikesed:

$\frac{8}{12}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{10}{12}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{12}{12}$; $1\frac{4}{6}$; $1\frac{10}{12}$.

497. Jooniselt näed, et $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$; $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

Samad tulemused saame ka järgmiselt:

1) $\frac{4}{6}=\frac{4:2}{6:2}=\frac{2}{3}$. 2) $\frac{4}{12}=\frac{4:4}{12:4}=\frac{1}{3}$.

Mida tegime murru lugeja ja nimetajaga esimeses näites? teises näites?

Mis alusel saab öelda, et $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$? $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$?

498. Murru lugeja ja nimetaja jagamist ühe ja sama arvuga nimetatakse murru taandamiseks.

Näiteid. 1) $\frac{6:2}{14:2}=\frac{3}{7}$; lühemalt: $\frac{6^{\smile 2}}{14}=\frac{3}{7}$.

2) $\frac{20^{\smile 5}}{45}=\frac{4}{9}$; jagades murru lugeja ja nimetaja 5-ga, saame $\frac{4}{9}$.

Taanda järgmised murrud:

$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{12}{28}$
$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{21}{36}$	$\frac{15}{35}$
$\frac{10}{15}$	$\frac{14}{16}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{25}{30}$	$\frac{24}{36}$	$\frac{18}{27}$	$\frac{32}{42}$

499. Taanda jaguvuse tunnuseid kasutades murd $\frac{378}{432}$. Mis murru saad?

Sellist taandamist nimetatakse järkjärguliseks taandamiseks.

500. Kui sama murdu oleksime taandanud $2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$-ga, siis oleksime kohe saanud $\frac{378}{432}^{\sim 54} = \frac{7}{8}$.

Kuidas leida vajalik arv 54?

54 on arvude 378 ja 432 suurimaks ühisteguriks. Selle leidmiseks lahuta murru liikmed algtegureiks:

378	2	432	2
189	3	216	2
63	3	108	2
21	3	54	2
7	7	27	3
1		9	3
		3	3
		1	

SÜT $= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$

501. Taanda järgmised murrud suurima ühisteguri abil:

$\frac{27}{63}$	$\frac{54}{66}$	$\frac{48}{84}$	$\frac{75}{90}$	$\frac{51}{85}$	$\frac{42}{63}$
$\frac{34}{102}$	$\frac{36}{84}$	$\frac{42}{98}$	$\frac{45}{75}$	$\frac{78}{91}$	$\frac{36}{45}$

502. Taanda järgmised murrud:

$\frac{18}{27}$	$\frac{22}{120}$	$\frac{60}{144}$	$\frac{84}{105}$	$\frac{42}{56}$	$2\frac{112}{224}$
$\frac{24}{28}$	$8\frac{28}{140}$	$\frac{24}{36}$	$\frac{21}{49}$	$\frac{45}{72}$	$\frac{108}{135}$
$\frac{32}{48}$	$\frac{32}{94}$	$\frac{75}{125}$	$\frac{38}{95}$	$\frac{35}{65}$	$\frac{48}{144}$

503. Taandada on võimalik ainult selliseid murde, mille lugeja ja nimetaja jaguvad ühe ja sama arvuga, s. o., millel leidub ühine tegur. Murdu, mille lugejal ja nimetajal pole ühist täisarvulist tegurit peale 1, nimetatakse *taandamatuks murruks*.

Näiteks $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{25}{32}$ on taandamatud murrud.

Nimeta veel mõned taandamatud murrud.

504. Taanda järgmistest murdudest need, mida on võimalik taandada:

$$\frac{6}{8};\ \frac{12}{18};\ \frac{18}{27};\ \frac{5}{7};\ \frac{10}{15};\ \frac{3}{8};\ \frac{14}{35};\ \frac{44}{48};\ \frac{9}{16}.$$

505. Enne teisenda segaarvudeks, siis taanda järgmised murrud:

$$\frac{8}{6};\ \frac{12}{8};\ \frac{6}{4};\ \frac{30}{25};\ \frac{48}{18};\ \frac{95}{65};\ \frac{300}{240};\ \frac{27}{14};\ \frac{72}{60};\ \frac{66}{42}.$$

506. Mõnikord on lugejaks ja nimetajaks korrutised, näiteks $\frac{25 \cdot 27}{36 \cdot 75}$. Taandamiseks jagame kummagi korrutise üht tegurit ühe ja sama arvuga, sest selle asemel, et jagada korrutist mingi arvuga, võime jagada üht tegurit sellega.

Näide. $\frac{\overset{1}{25} \cdot \overset{3}{27}}{\underset{4}{36} \cdot \underset{1}{75}} = \frac{1}{4}$

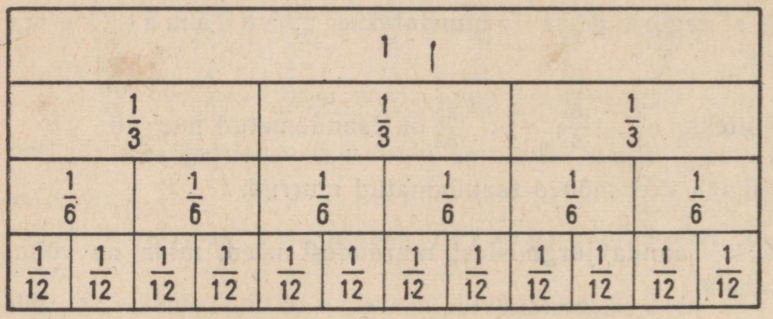
Tegurid 25 lugejas ja 75 nimetajas jaguvad 25-ga. Tegurid 27 ja 36 jaguvad 9-ga. Jagatised on kirjutatud jagatavate peale. Kirjapildis tõmmatakse jagatavale sel juhul kriips peale.

507. Taanda murrud:

$\frac{18 \cdot 25}{27 \cdot 15}$	$\frac{24 \cdot 60 \cdot 75}{100 \cdot 72 \cdot 45}$	$\frac{37 \cdot 43 \cdot 100}{172 \cdot 111 \cdot 75}$
$\frac{16 \cdot 21}{12 \cdot 14}$	$\frac{18 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 17}{15 \cdot 6 \cdot 51 \cdot 2}$	$\frac{15 \cdot 22 \cdot 49 \cdot 64}{42 \cdot 16 \cdot 66 \cdot 56}$
$\frac{125 \cdot 8}{100 \cdot 6}$	$\frac{14 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 8}{4 \cdot 45 \cdot 3 \cdot 28}$	$\frac{22 \cdot 108 \cdot 37 \cdot 6}{222 \cdot 18 \cdot 33 \cdot 121}$

Murru laiendamine.

(44)



508. Leia ülaltoodud joonist kasutades, mitu kuuendikku on $\frac{2}{3}$, mitu kaheteistkümnendikku on $\frac{2}{3}$.

Kasutades joonist, leia puuduvad arvud:

$$\frac{1}{3}=\frac{\ }{12};\quad \frac{5}{6}=\frac{\ }{12};\quad \frac{1}{6}=\frac{\ }{12};\quad \frac{2}{6}=\frac{\ }{12};\quad \frac{4}{6}=\frac{\ }{12}.$$

Jooniselt näeme, et $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$; $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$.

Sama tulemuse leiame ka arvutamise teel:

$$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 2}{2\cdot 3}=\frac{4}{6}.$$

$$\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 2}{4\cdot 3}=\frac{8}{12}.$$

Põhjenda neid arvutusi murru põhiomadusega.

509. Murru lugeja ja nimetaja korrutamist ühe ja sama arvuga nimetatakse murru laiendamiseks.

Arvu, millega korrutame murru lugejat ja nimetajat, nimetatakse laiendusteguriks ehk laiendajaks.

Missugune seos on murru laiendamisel taandamisega?

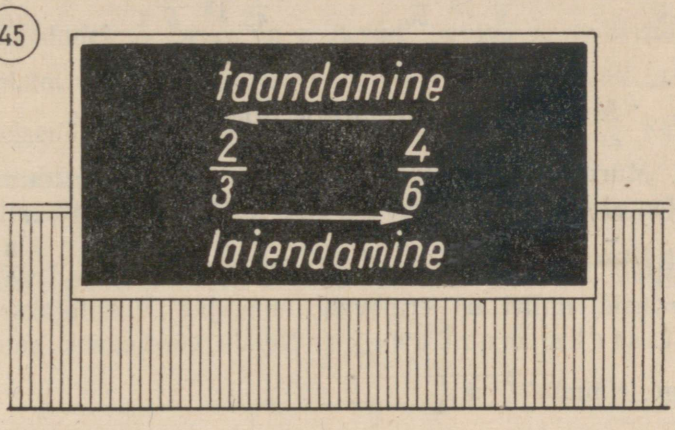
510. Leia puuduvad arvud:

$\frac{3}{4}=\frac{\ }{16}$ $\quad \frac{5}{8}=\frac{\ }{16}$ $\quad \frac{4}{5}=\frac{\ }{20}$ $\quad \frac{7}{12}=\frac{14}{\ }$

$\frac{3}{4}=\frac{12}{\ }$ $\quad \frac{5}{6}=\frac{\ }{12}$ $\quad \frac{4}{9}=\frac{\ }{18}$ $\quad \frac{3}{8}=\frac{9}{\ }$

$\frac{1}{2}=\frac{5}{\ }$ $\quad \frac{9}{16}=\frac{\ }{32}$ $\quad \frac{3}{10}=\frac{\ }{30}$ $\quad \frac{5}{6}=\frac{\ }{18}$

511. Väljenda kaheksandikkudes murrud $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{4}{32}$, $\frac{6}{48}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{35}{56}$.



512. Missugusel kahel viisil võime muuta murru lugejat ja nimetajat, ilma et muutuks murru suurus?

513. Laienda kahekümne neljandikkudeks murrud: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$.

514. Mitu sajandikku on igas järgmises murrus: $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{50}$, $\frac{20}{200}$, $\frac{4}{400}$, $\frac{8}{800}$, $\frac{30}{1000}$?

515. Laienda $\frac{3}{4}$ kaheksandikkudeks, kaheteistkümnendikkudeks ja kolmekümne kahendikkudeks.

516. Teisenda kümnendikkudeks ning paiguta siis murrud suuruse kasvavasse järjekorda: $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$.

517. Teisenda viiekümnendikkudeks murrud: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{6}{100}$.

518. Väljenda järgmised murdude paarid ühenimeliste murdudena (peast):

$\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{8}$	$\frac{5}{6}$ ja $\frac{7}{12}$	$\frac{1}{8}$ ja $\frac{1}{24}$	$\frac{3}{7}$ ja $\frac{5}{21}$
$\frac{1}{2}$ ja $\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$ ja $\frac{1}{24}$	$\frac{1}{5}$ ja $\frac{7}{15}$	$\frac{8}{55}$ ja $\frac{10}{11}$
$\frac{2}{3}$ ja $\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9}$ ja $\frac{7}{36}$	$\frac{7}{45}$ ja $\frac{3}{5}$	$\frac{3}{100}$ ja $\frac{1}{2}$

Murdude teisendamine ühenimelisteks.

519. Murdusid, millel on võrdsed nimetajad, nimetatakse ühenimelisteks murdudeks. Nende võrdlemine on kerge. Näiteks $\frac{1}{4}$ ja $\frac{3}{4}$. Eespool õpitust on selge, et $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$. Miks?

Murdusid, millel on erinevad nimetajad, nimetatakse iseenimelisteks murdudeks. Nende võrdlemine pole enam nii kerge. Näiteks $\frac{3}{4}$ ja $\frac{4}{5}$.

Kas ei saaks neid murdusid teisendada nii, et nende nimetajad muutuksid võrdseteks.

Murru põhiomadus võimaldab meil seda teha: kui suurendada murru nimetajat ja lugejat mingi arv korda, siis murru suurus seejuures ei muutu.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20};$$
$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20}.$$

Et $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ ja $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$, siis $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$.

Kui murdudel on erinevad lugejad ja erinevad nimetajad, siis murru põhiomadust kasutades saab võrrelda ka neid murde nende suuruse järgi. Selleks tuleb väljendada murrud ühesugustes osades, ehk teiste sõnadega — teisendada nad ühenimelisteks.

520. Võrdle murdusid:

1) $\frac{3}{4}$ ja $\frac{5}{8}$. 2) $\frac{7}{12}$ ja $\frac{4}{15}$.

1) Väljendame mõlemad murrud ühesugustes osades. Selleks võib väljendada $\frac{3}{4}$ kaheksandikkudes, laiendades seda murdu 2-ga.

Saame:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{6}{8}.$$

Et $\frac{6}{8}>\frac{5}{8}$, siis ka $\frac{3}{4}>\frac{5}{8}$.

2) Murdudel $\frac{7}{12}$ ja $\frac{4}{15}$ on erinevad lugejad ja erinevad nimetajad, mistõttu antud kujul neid võrrelda ei saa. Samuti pole võimalik teisendada $\frac{7}{12}$ viieteistkümnendikkudeks ega $\frac{4}{15}$ kaheteistkümnendikkudeks. Miks?

Jääb üle teisendada murrud ühenimelisteks, muutes mõlemaid nimetajaid.

Ühiseks nimetajaks on arvude 12 ja 15 väikseim ühiskordne:

12	2	15	3
6	2	5	5
3	3	1	
1			

$$\text{VÜK}=2\cdot 2\cdot 3\cdot 5=60$$

Nüüd jagame ühise nimetaja 60 nimetajatega 12 ja 15, et leida mõlema murru jaoks laiendustegur. Saame:

$$60:12=5;\quad \frac{7}{12}\overset{5}{\smile}=\frac{35}{60}$$

$$60:15=4;\quad \frac{4}{15}\overset{4}{\smile}=\frac{16}{60}$$

$\frac{35}{60}>\frac{16}{60}$, järelikult $\frac{7}{12}>\frac{4}{15}$.

Seega:

murdude teisendamisel ühenimelisteks leiame esmalt nende nimetajate väikseima ühiskordse, siis määrame iga nimetaja jaoks laiendusteguri, seejärel korrutame iga murru lugejat ja nimetajat vastava laiendusteguriga.

521. Leia ühine nimetaja murdudele, mille nimetajad on:

8 ja 12	4 ja 10	14 ja 35	25 ja 20	108 ja 216
15 ja 12	12 ja 18	10 ja 15	50 ja 80	110 ja 231
21 ja 14	15 ja 25	9 ja 25	45 ja 55	360 ja 540
33 ja 22	27 ja 21	18 ja 20	60 ja 90	125 ja 250

522. Teisenda ühenimelisteks järgmised murrud:

$\frac{1}{10}$ ja $\frac{1}{21}$ $\quad$ $\frac{9}{25}$ ja $\frac{8}{75}$ $\quad$ $\frac{7}{26}$, $\frac{8}{51}$ ja $\frac{5}{78}$

$\frac{3}{16}$ ja $\frac{11}{56}$ $\quad$ $\frac{4}{45}$ ja $\frac{3}{20}$ $\quad$ $\frac{8}{63}$, $\frac{5}{126}$ ja $\frac{25}{252}$

$\frac{7}{12}$ ja $\frac{8}{15}$ $\quad$ $\frac{3}{35}$ ja $\frac{12}{55}$ $\quad$ $\frac{1}{54}$, $\frac{7}{81}$ ja $\frac{29}{135}$

523. K o k k u v õ t e.

Kahe või enama murru ühenimeliseks teisendamiseks:

1) taanda murrud, kui see on võimalik;

2) leia kõigi nimetajate väikseim ühiskordne;

3) leia iga murru jaoks laiendustegur;

4) korruta iga murru lugejat ja nimetajat vastava laiendusteguriga.

524. Teisenda ühenimelisteks järgmised murrud:

$\frac{5}{12}$, $\frac{4}{48}$ ja $\frac{5}{25}$ $\quad$ $\frac{17}{30}$, $\frac{7}{45}$ ja $\frac{12}{72}$ $\quad$ $\frac{5}{24}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{7}{40}$ ja $\frac{11}{20}$

$\frac{5}{22}$, $\frac{3}{11}$ ja $\frac{4}{33}$ $\quad$ $\frac{1}{5}$, $\frac{12}{33}$ ja $\frac{18}{55}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$, $\frac{22}{40}$, $\frac{40}{60}$ ja $\frac{5}{75}$

$\frac{12}{17}$, $\frac{3}{34}$ ja $\frac{3}{68}$ $\quad$ $\frac{12}{13}$, $\frac{5}{26}$ ja $\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{7}{40}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{13}{36}$ ja $\frac{9}{60}$

N ä i d e. Teisenda ühenimelisteks murrud $\frac{10}{24}$, $\frac{7}{16}$ ja $\frac{11}{24}$.

$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

12 | 2	16 | 2	24 | 2
6 | 2	8 | 2	12 | 2
3 | 3	4 | 2	6 | 2
1	2 | 2	3 | 3
	1	1

$\text{VÜK} = 2^4 \cdot 3 = 48$

$48 : 12 = 4;\ \overset{4}{\frac{5}{12}} = \frac{20}{48}$

$48 : 16 = 3;\ \overset{3}{\frac{7}{16}} = \frac{21}{48}$

$48 : 24 = 2;\ \overset{2}{\frac{11}{24}} = \frac{22}{48}$

525. Murdude ühiseks nimetajaks tuleb võtta niisugune arv, mis jagub kõikide antud murdude nimetajatega, tähendab — antud

nimetajate ühiskordne. Kõige otstarbekohasem on selleks võtta antud nimetajate väikseim ühiskordne.

Murdude ühise nimetaja leidmisel on kasulik tähele panna järgmist:

1) Kui nimetajad on ühistegurita, siis on ühiseks nimetajaks nende nimetajate korrutis.

Näiteks: $\frac{1}{3}$ ja $\frac{3}{4}$. On selge, et ühiseks nimetajaks on 12.

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ ja $\frac{4}{7}$. Ühiseks nimetajaks on $2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$.

2) Kui suurim nimetajaist jagub ülejäänud murdude nimetajatega, siis see nimetaja ongi nende murdude väikseimaks ühisnimetajaks.

Näiteks: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$ ja $\frac{1}{6}$. Ühiseks nimetajaks on 12.

3) Väiksemate nimetajate puhul, kui ükski neist pole ühiseks nimetajaks, võib korrutada suurimat nimetajat peast 2-ga ning siis vaadata, kas see korrutis juba jagub ülejäänud nimetajatega; kui leitud arv pole antud nimetajatele väikseimaks ühiskordseks, korrutame suurimat nimetajaist 3-ga jne., kuni leiame ühise nimetaja. Pea aga silmas, kas ühist nimetajat pole hõlpsam leida nimetajate algtegureiks lahutamise teel.

Näiteks: $\frac{5}{6}$ ja $\frac{3}{8}$.

$2 \cdot 8 = 16$; 16 ei jagu 6-ga
$3 \cdot 8 = 24$; 24 jagub 6-ga,
ja ühine nimetaja ongi leitud.

526. Leia ühine nimetaja järgmistele murdudele:

$\frac{17}{24}$, $\frac{7}{8}$ ja $\frac{19}{60}$ $\quad$ $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{36}$ ja $\frac{7}{20}$ $\quad$ $\frac{3}{24}$, $\frac{5}{36}$ ja $\frac{1}{12}$

$\frac{12}{25}$, $\frac{7}{75}$ ja $\frac{11}{30}$ $\quad$ $\frac{13}{80}$, $\frac{3}{5}$ ja $\frac{27}{40}$ $\quad$ $\frac{3}{14}$, $\frac{11}{15}$ ja $\frac{13}{20}$

527. Kolm teetööliste brigaadi parandasid kahe linna vahelise maantee. Esimene brigaad parandas $\frac{7}{20}$ kogu teest, teine $\frac{9}{25}$ ja kolmas $\frac{29}{100}$. Missugune brigaadidest parandas suurima osa teest?

528. Üks töölistest täidaks antud töö $\frac{5}{12}$ tunniga, teine $\frac{11}{30}$ tunniga ja kolmas $\frac{7}{15}$ tunniga. Kes neist teeks töö kõige kiiremini?

529. Murru lugejaga liideti arv, mis oli lugejast 2 korda suurem. Missuguse arvuga on vaja korrutada murru nimetajat, et murru suurus ei muutuks?

530. Murru nimetajaga liideti temast 3 korda suurem arv. Missuguse arvuga on vaja korrutada lugejat, et murru suurus jääks endiseks?

531. Tööpäeva lõpul selgus, et vabriku esimene tsehh oli täitnud $\frac{17}{12}$ oma plaanist, teine tsehh $\frac{19}{15}$ ja kolmas tsehh $\frac{37}{30}$. Paiguta tsehhid paremuse järjekorda.

Kümnendmurru teisendamine harilikuks murruks.

532. Teisenda harilikuks murruks: a) 0,28; b) 5,125; c) 0,005.

$$\text{a) } 0{,}28 = \frac{28^{\overset{4}{\smile}}}{100} = \frac{7}{25};$$

$$\text{b) } 5{,}125 = 5\frac{125^{\overset{125}{\smile}}}{1000} = 5\frac{1}{8};$$

$$\text{c) } 0{,}005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}.$$

Selgita, kuidas teostatakse kümnendmurru teisendamine harilikuks murruks.

Kümnendmurru harilikuks murruks teisendamine on alati võimalik.

533. Kirjuta hariliku murruna:

0,9	0,011	0,75	0,375	0,04	0,005
0,03	0,003	0,075	0,625	0,5	0,002
0,127	0,48	0,25	0,875	0,0625	0,2

534. Kirjuta hariliku murru abil, taandades, kus see on võimalik:

1,3	17,5	1,2	3,168	4,1238	2,125
2,5	3,75	3,05	15,045	1,025	9,075
3,25	6,25	4,008	1,001	3,005	11,02

535. Kirjuta hariliku murru abil:

2,9	9,006	20,05	1,0001	6,606	7,625
3,75	2,015	8,26	5,0064	8,675	8,05
25,09	4,6	21,001	4,0505	12,002	75,75

536. Teisenda harilikuks murruks ja pea meeles:

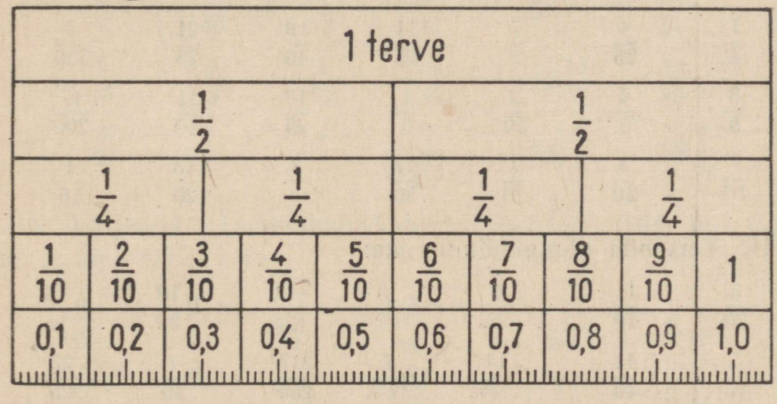
0,5	0,25	0,375	0,875	0,4
0,75	0,125	0,625	0,2	0,8

537. Järjesta suuruse järgi, alates väikseimast, murrud:

$\frac{1}{3}$; $\frac{1}{8}$; 0,05; $\frac{1}{2}$; 0,04; 0,002; $\frac{1}{25}$; 0,0625.

Hariliku murru teisendamine kümnendmurruks jagamise teel.

(46)



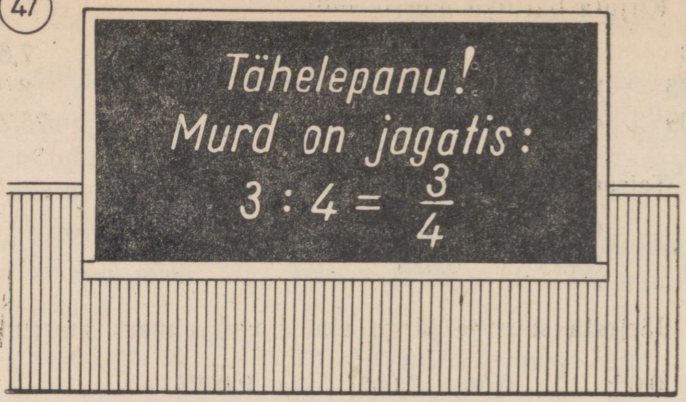
538. Leia joonist kasutades, mitu kümnendikku on $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$.

Mitu sajandikku on $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$?

Iga harilik murd kujutab endast jagatist. Seega hariliku murru väljendamiseks kümnendmurruna jagame tema lugeja nimetajaga.

539. Teisenda kümnendmurruks $\frac{5}{8}$.

$$\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$$



Seega:

hariliku murru teisendamiseks kümnendmurruks jagame hariliku murru lugeja tema nimetajaga.

540. Väljenda kümnendmurruna:

$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{11}{25}$	$\frac{19}{40}$	$\frac{21}{25}$	$\frac{3}{250}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{11}{40}$	$\frac{17}{200}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{17}{50}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{1}{16}$

541. Teisenda kümnendmurruks:

$\frac{3}{20}$	$\frac{11}{20}$	$6\frac{7}{25}$	$5\frac{13}{25}$	$\frac{401}{125}$	$2\frac{19}{20}$	$3\frac{15}{16}$
$\frac{5}{16}$	$\frac{41}{40}$	$2\frac{11}{50}$	$12\frac{7}{20}$	$\frac{317}{250}$	$8\frac{7}{40}$	$5\frac{23}{25}$
$\frac{7}{25}$	$3\frac{5}{8}$	$3\frac{3}{5}$	$6\frac{31}{200}$	$\frac{97}{40}$	$17\frac{29}{50}$	$9\frac{7}{8}$

542. Mõnikord hariliku murru teisendamisel kümnendmurruks jagamine ei lõpe.

Näiteks:

$$\frac{5}{7} = 5 : 7 = 0{,}714285\ldots$$

Sel juhul peame piirduma l i g i k a u d s e t e i s e n d a m i s e g a, võttes jagatise soovitava kohtade arvuga koma järel. Ka

$\frac{5}{7}$ teisendamisel kümnendmurruks saime lõppematu kümnendmurru, mille ümardame soovitava kohtade arvuni.

Ümardada tuleb niisuguse kohtade arvuni, nagu antud ülesande lahendamiseks on vajalik või nagu ülesandes on nõutud. Väljendades näiteks $\frac{5}{7}$ kümnendmurruna

täpsusega 0,1, saame: $\frac{5}{7} \approx 0{,}7$,

„ 0,01, „ : $\frac{5}{7} \approx 0{,}71$,

„ 0,001, „ : $\frac{5}{7} \approx 0{,}714$

jne.

543. Teisenda kümnendmurdudeks täpsusega 0,001, kui jagamine ei lõpe juba varem:

$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{11}$	$5\frac{5}{6}$	$\frac{43}{21}$
$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{99}$	$\frac{5}{36}$	$12\frac{11}{12}$	$\frac{47}{30}$
$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{24}$	$8\frac{6}{7}$	$18\frac{7}{90}$

544. Väljenda kümnendmurdudena täpsusega 0,01, kui jagamine ei lõpe juba varem:

$\frac{11}{20}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{17}{60}$	$12\frac{3}{200}$	$5\frac{7}{35}$
$\frac{19}{25}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{11}{27}$	$7\frac{1}{300}$	$8\frac{3}{25}$
$\frac{17}{50}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{19}{24}$	$\frac{100}{18}$	$16\frac{11}{24}$	$20\frac{8}{9}$

545. Jagamist teostamata on võimalik ette kindlaks määrata, kas antud harilik murd teisendub lõplikuks kümnendmurruks või mitte. Selleks on vaja esmalt murdu taandada, kui see on võimalik, ja seejärel vaadelda murru nimetajat.

Lõpliku kümnendmurru teisendamisel harilikuks murruks saame nimetajaks ühe järgmistest arvudest: 10; 100; 1000 jne.

Missugustest algteguritest koosneb iga selline nimetaja? Mitu

korda esinevad 2 ja 5 igas toodud arvus? Võrdle kahtede ja viite arvu nende arvude tegurite hulgas nullide arvuga selles arvus.

546. Lõpliku kümnendmurru teisendamisel harilikuks murruks saame nimetaja, mis sisaldab ainult a l g t e g u r e i d k a k s j a v i i s, kusjuures neid tegureid on võrdsel arvul.

Sellest võime teha järgmise järelduse:

lõplikuks kümnendmurruks teisendub ainult niisugune harilik murd, mille nimetaja pärast taandamist sisaldab ainult algtegurit kaks, viis või algtegureid kaks ja viis.

N ä i d e. $\frac{3}{8} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2}$ teisendub lõplikuks kümnendmurruks:

$$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375.$$

$\frac{4}{25} = \frac{4}{5 \cdot 5}$ teisendub lõplikuks kümnendmurruks:

$$\frac{4}{25} = 4 : 25 = 0{,}16.$$

$\frac{7}{50} = \frac{7}{2 \cdot 5 \cdot 5}$ teisendub lõplikuks kümnendmurruks:

$$\frac{7}{50} = 7 : 50 = 0{,}14$$

$\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3}$ ei teisendu lõplikuks kümnendmurruks, sest nimetaja 6 sisaldab algtegurit 3.

Kontrollime:

$$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}83333 \ldots \approx 0{,}833.$$

547. Ütle jagamist teostamata, missugused alltoodud murdudest teisenduvad lõplikuks kümnendmurruks, missugused mitte:

$\frac{7}{35}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{8}{9}$, $47\frac{3}{50}$, $19\frac{21}{125}$, $6\frac{5}{75}$, $7\frac{8}{300}$, $5\frac{5}{60}$, $\frac{3}{15}$.

Hariliku murru teisendamine kümnendmurruks murru laiendamise teel.

548. Teisenda laiendamise teel kümnendmurruks $\frac{3}{20}$.

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0{,}15.$$

Talita samuti murdudega $\frac{2}{5}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{50}$, $\frac{13}{20}$.

549. Teisenda laiendamise teel kümnendmurruks $\frac{27}{40}$.

Lahutame murru nimetaja algteguriteks: $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Et kümnendmurru nimetajas kahtesid ja viisi peab olema võrdselt, siis antud juhtumil puudub nimetajas kaks viit. Kirjutame need, et murru suurus ei muutuks, lugejasse ja nimetajasse teguritena:

$$\frac{7}{40} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{40 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{175}{1000} = 0{,}175.$$

550. Teisenda kümnendmurruks: a) $\frac{9}{12}$; b) $\frac{5}{12}$.

a) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{100} = 0{,}75.$

b) $\frac{5}{12} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 3} = ?$

Kas seda murdu on võimalik teisendada lõplikuks kümnendmurruks?

Hariliku murru teisendamiseks kümnendmurruks taandame selle murru, kui see osutub võimalikuks, ja siis laiendame teda nii, et saaksime nimetajaks 10, 100, 1000 jne.

551. Teisenda kümnendmurruks laiendamise teel:

$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{16}{125}$	$8\frac{7}{8}$	$\frac{6}{30}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{17}{200}$	$7\frac{17}{250}$	$\frac{30}{75}$
$\frac{12}{25}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{10}$	$10\frac{1}{40}$	$\frac{1853}{500}$	$\frac{18}{24}$

552. Leia arvutust teostamata, missugused alltoodud murdudest teisenduvad lõplikeks kümnendmurdudeks:

$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{17}{40}$	$\frac{3}{15}$	$100\frac{1}{3}$
$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{9}$	$1\frac{10}{11}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{1}{24}$	$10\frac{11}{25}$
$\frac{7}{12}$	$\frac{18}{24}$	$5\frac{5}{6}$	$2\frac{2}{3}$	$1\frac{9}{18}$	$\frac{100}{7}$

553. Missuguste harilikkude murdude puhul saame rakendada laiendamise teel kümnendmurruks teisendamise võtet? Missuguste harilikkude murdude puhul pole see võte rakendatav? Miks?

Tee kokkuvõte:

1) missugune harilik murd teisendub lõplikuks kümnendmurruks?

2) missugune harilik murd ei teisendu lõplikuks kümnendmurruks?

554. Teisenda kümnendmurruks nii, nagu on hõlpsam, järgmised harilikud murrud:

$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{16}$	$\frac{21}{250}$	$\frac{21}{28}$	$1\frac{9}{25}$	$2\frac{19}{250}$	$7\frac{15}{250}$
$\frac{11}{5}$	$\frac{23}{40}$	$\frac{47}{200}$	$\frac{13}{125}$	$\frac{5}{8}$	$1\frac{49}{250}$	$1\frac{41}{50}$
$\frac{13}{8}$	$\frac{19}{125}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{13}{80}$	$5\frac{19}{80}$	$12\frac{35}{40}$

555. Väljenda kümnendmurdudena:

a) täpsusega 0,1: $\frac{5}{9}$, $8\frac{8}{11}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{50}{13}$.

b) täpsusega 0,01: $\frac{5}{13}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{51}{37}$, $2\frac{18}{23}$.

c) täpsusega 0,001: $\frac{25}{30}$, $\frac{24}{15}$, $5\frac{4}{15}$, $6\frac{11}{66}$, $1\frac{4}{55}$.

556. Missugused alltoodud jagamistest annavad jagatisena lõpliku kümnendmurru:

17 : 10; 27 : 25; 89 : 75; 55 : 12; 115 : 125?

KORDAMISEKS.

557. Missugused järgnevatest arvudest jaguvad 3-ga, kuid ei jagu 9-ga:

111	891	5208	378	137	8991
743	539	7463	621	2106	41358

558. Kirjuta kõik algarvud 100-st kuni 120-ni.

559. Lahuta algtegureiks arvud 27, 72, 375, 1536, 1400.

560. Leia kõige kiiremal teel järgmised jagatised:

$(2 \cdot 3) : 3$ $\quad$ $(2 \cdot 3 \cdot 7) : (2 \cdot 3)$
$(3 \cdot 7 \cdot 11) : 11$ $\quad$ $(3 \cdot 5 \cdot 11) : (3 \cdot 11)$

561. Leia järgmiste arvupaaride väikseimad ühiskordsed:

27 ja 18 $\quad$ 9, 21 ja 36 $\quad$ 40, 120 ja 200
40 ja 60 $\quad$ 42, 56 ja 63 $\quad$ 450, 30 ja 150.

562. Leia järgmiste arvupaaride suurimad ühistegurid:

27 ja 54 $\quad$ 81 ja 36 $\quad$ 35 ja 49 $\quad$ 134 ja 81
40 ja 50 $\quad$ 72 ja 40 $\quad$ 42 ja 56 $\quad$ 480 ja 384
80 ja 60 $\quad$ 64 ja 96 $\quad$ 92 ja 69 $\quad$ 240 ja 112

563. Väljenda üldkujul järgmine seadus:

$$42 + 39 + 58 + 41 = 39 + 42 + 58 + 41.$$

564. Leia x:

$640 + x = 1010$ $\quad$ $10609 = 103 \cdot x$
$x + 780 = 2050$ $\quad$ $111 \cdot x = 12321$

565. Kirjuta valemi abil järgmise ülesande lahendus: «Kui palju on vaja paagi täitmiseks juurde valada bensiini, kui paagis on juba 68 liitrit, paak aga mahutab 110 liitrit?»

566. Leia x:

$903 - x = 306$ $\quad$ $4575 : x = 305$
$x - 795 = 1956$ $\quad$ $x : 209 = 201$

567. Taanda murrud $\frac{20}{32}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{7}{56}$, $\frac{18}{72}$, $\frac{12}{96}$, $\frac{200}{300}$, $\frac{48}{64}$.

568. Teisenda ühenimelisteks järgmised murrud:

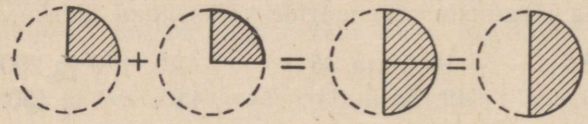
$\frac{3}{18}$ ja $\frac{1}{4}$; $\quad$ $\frac{1}{2}$ ja $\frac{3}{4}$; $\quad$ $\frac{6}{8}$ ja $\frac{8}{16}$; $\quad$ $\frac{1}{3}$ ja $\frac{6}{24}$.

569. Teisenda kümnendmurruks $\frac{5}{16}$; $\frac{23}{92}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{9}{8}$.

B. MURDUDE LIITMINE.

Võrdsete nimetajatega murdude liitmine.

(48)



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

570. Tee joonis, kust nähtub, et $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

571. 2 päeva + 3 päeva = 5 päeva.

$\frac{2}{7}$ nädalat + $\frac{3}{7}$ nädalat = $\frac{5}{7}$ nädalat.

Liita ühenimelised murrud, tähendab liita nende lugejad, võtta saadud tulemus summa lugejaks, nimetajaks võtta liidetavate nimetaja.

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$$

liidetav liidetav summa

572. Pioneerid kogusid kooli viljapuuaiast $\frac{3}{5}$ t õunu ja $\frac{1}{5}$ t pirne. Kui palju puuvilja kogusid nad kokku?

573. Arvuta peast:

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$	$\frac{5}{9}+\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}+\frac{7}{9}$	$\frac{13}{25}+\frac{11}{25}$
$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}+\frac{7}{16}$	$\frac{17}{20}+\frac{3}{20}$
$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$	$\frac{7}{12}+\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}+\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}+\frac{7}{8}$	$\frac{7}{15}+\frac{4}{15}$

Näide. $\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

574. Arvuta peast:

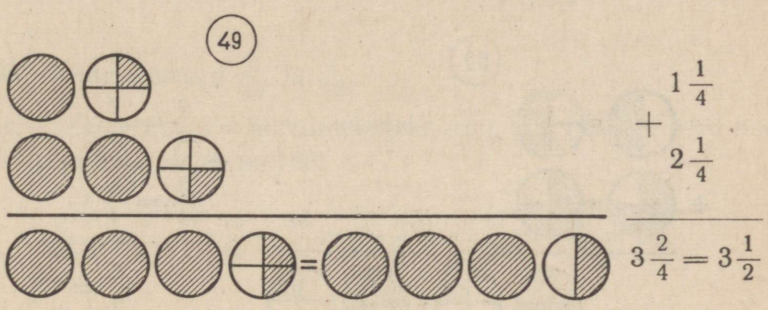
$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$	$\frac{49}{100}+\frac{19}{100}+\frac{3}{100}+\frac{29}{100}$	$\frac{5}{49}+\frac{24}{49}+\frac{16}{49}$
$\frac{19}{20}+\frac{17}{20}+\frac{1}{20}$	$\frac{12}{57}+\frac{29}{57}+\frac{18}{57}+\frac{21}{57}$	$\frac{57}{100}+\frac{63}{100}+\frac{21}{100}$
$\frac{5}{17}+\frac{12}{17}+\frac{16}{17}$	$\frac{24}{29}+\frac{7}{29}+\frac{17}{29}+\frac{23}{29}$	$\frac{30}{41}+\frac{12}{41}+\frac{11}{41}$

575. Pioneerid käisid esimesel matkapäeval $\frac{3}{7}$ ettenähtud teekonnast, teisel päeval $\frac{2}{7}$ ja kolmandal päeval $\frac{1}{7}$. Missugune osa kogu teest käidi kolme päevaga? Missugune osa teest jäi veel käia?

576. Noored naturalistid kaevasid esmaspäeval $\frac{9}{40}$ peenardeks ettenähtud maast, teisipäeval $\frac{7}{40}$, kolmapäeval $\frac{11}{40}$. Missugune osa maast on nüüd kaevatud? Missugune osa on veel kaevamata?

577. Remontijad värvisid esimesel päeval $\frac{1}{8}$ koolimaja välisseintest, teisel päeval $\frac{3}{8}$. Missugune osa seintest on nüüd värvitud?

578.



Tee joonis, millest nähtub, et $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}=3\frac{2}{3}$.

Segaarvude liitmisel liida eraldi nende täisosad ja eraldi murdosad ning saadud tulemused liida.

Näide: $4\frac{5}{8}+3\frac{1}{8}=7\frac{5+1}{8}=7\frac{6}{8}=7\frac{3}{4}$.

Liitmisel ära kunagi teisenda segaarvu liigmurruks!

579. Arvuta peast:

$8\frac{1}{3}+4\frac{1}{3}$ $9\frac{3}{4}+7$ $5\frac{1}{4}+5\frac{1}{4}$ $2\frac{1}{3}+8\frac{1}{3}$ $8\frac{5}{6}+5\frac{1}{6}$

$9\frac{5}{6}+9\frac{1}{6}$ $6\frac{5}{8}+1\frac{1}{8}$ $7\frac{1}{6}+2\frac{3}{6}$ $6\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ $\frac{5}{9}+7\frac{4}{9}$

$7\frac{3}{8}+4\frac{3}{8}$ $7\frac{1}{1}+2\frac{1}{1}$ $7\frac{1}{8}+9\frac{5}{8}$ $\frac{1}{4}+5\frac{1}{4}$ $3\frac{11}{12}+\frac{1}{12}$

580. Üks traktor kündis kesapõllust $17\frac{3}{8}$ ha, teine $2\frac{1}{8}$ ha võrra rohkem. Kui palju kündis teine traktor?

581. Arvuta:

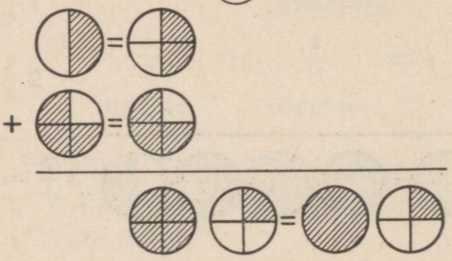
$2\frac{15}{16}+14\frac{7}{16}+3\frac{1}{16}+22\frac{9}{16}$ $\quad$ $8\frac{17}{41}+15\frac{32}{41}+16\frac{25}{41}+12\frac{13}{41}$

$14\frac{23}{25}+16\frac{8}{25}+18\frac{17}{25}+12\frac{7}{25}$ $\quad$ $6\frac{7}{24}+9\frac{11}{24}+21\frac{13}{24}+36\frac{17}{24}$

$3\frac{17}{50}+9\frac{21}{50}+6\frac{19}{50}+2\frac{33}{50}$ $\quad$ $15\frac{8}{45}+18\frac{22}{45}+38\frac{11}{45}+17\frac{23}{45}$

Erinevate nimetajatega murdude liitmine.

582. Liida $\frac{1}{2}$ ja $\frac{3}{4}$.



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}=\frac{2}{4} \\ + \\ \frac{3}{4}=\frac{3}{4} \\ \hline \frac{5}{4}=1\frac{1}{4} \end{array}$$

Tee joonis, millest nähtub, et $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=1\frac{1}{6}$.

Erinevate nimetajatega murdude liitmiseks teisendame nad ühenimelisteks ning liidame siis ühenimeliste murdude liitmise reegli järgi.

583. Arvuta peast:

$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ $\quad$ $2\frac{1}{2}+3\frac{7}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}$ $\quad$ $8\frac{3}{10}+3\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$ $\quad$ $9\frac{1}{4}+7\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{9}{16}+\frac{3}{4}$ $\quad$ $7\frac{2}{3}+9\frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

$\frac{7}{12}+\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{7}{12}+3\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{11}{12}+\frac{1}{2}$ $\quad$ $2\frac{5}{6}+6\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$

584. Liida järgmised arvud (peast):

$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$ $3\frac{1}{2}+8\frac{4}{10}$ $7\frac{1}{2}+4\frac{2}{3}$ $\frac{1}{12}+\frac{5}{8}$ $1\frac{3}{4}+2\frac{1}{6}$

$\frac{11}{16}+\frac{1}{8}$ $9\frac{1}{3}+7\frac{2}{9}$ $\frac{7}{8}+7\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ $2\frac{7}{8}+7\frac{5}{6}$

$\frac{5}{12}+\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{4}+2\frac{10}{12}$ $2\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$ $4\frac{5}{8}+9\frac{7}{12}$

585. Arvuta:

$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$ $7\frac{3}{8}+6\frac{1}{2}+1\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $7\frac{2}{3}+9\frac{1}{2}+6\frac{1}{8}$

$\frac{11}{12}+\frac{7}{8}+\frac{3}{4}$ $8+6\frac{11}{12}+4\frac{5}{8}$ $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$ $3\frac{4}{5}+\frac{2}{3}+8\frac{1}{2}$

$\frac{7}{9}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ $\frac{3}{4}+7\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}+\frac{9}{10}+\frac{3}{4}$ $5\frac{5}{8}+9+7\frac{2}{3}$

586. Liida murrud $\frac{9}{20}$ ja $\frac{7}{12}$.

Teisendame murrud ühenimelisteks ning siis liidame neid nagu võrdsete nimetajatega murde:

$$\frac{9}{20}\overset{\smile 3}{} + \frac{7}{12}\overset{\smile 5}{} = \frac{27}{60}+\frac{35}{60}=\frac{27+35}{60}=\frac{62}{60}=1\frac{2}{60}=1\frac{1}{30}.$$

587. Arvuta kirjalikult:

$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{4}$ $1\frac{5}{12}+8\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$ $3\frac{4}{81}+2\frac{13}{27}+5$

$\frac{2}{9}+\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$ $7\frac{5}{8}+12\frac{1}{10}+9\frac{7}{25}$ $3\frac{11}{25}+2\frac{7}{15}+8\frac{13}{18}$

$\frac{7}{30}+\frac{2}{15}+\frac{1}{6}$ $19\frac{7}{11}+2\frac{4}{33}+2\frac{3}{4}$ $2\frac{19}{48}+1\frac{5}{32}+7\frac{1}{96}$

588. Leia x:

$x-3\frac{1}{7}=\frac{3}{14}$ $x-27\frac{3}{5}=2\frac{1}{3}$ $x-5\frac{11}{18}=3\frac{17}{27}$

$x-1\frac{7}{18}=4\frac{7}{15}$ $x-3\frac{5}{16}=\frac{1}{12}$ $x-\frac{13}{20}=8\frac{17}{30}$

$x-17\frac{47}{75}=24\frac{17}{25}$ $x-\frac{11}{21}=2\frac{17}{35}$ $x-7\frac{13}{15}=11\frac{7}{12}$

589.* Kontrolli, kas on õige:

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)>\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)$. $(0{,}256+0{,}08)<\left(\frac{1}{16}+\frac{5}{8}\right)$.

$\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{15}\right)<\left(\frac{5}{6}+\frac{13}{20}\right)$. $\left(3{,}25+\frac{1}{8}\right)<\left(2\frac{1}{2}+1{,}35\right)$.

590. Töökoda kulutas oma riidetagavarast $\frac{5}{8}$ ülikondade ja $\frac{7}{24}$ palitute valmistamiseks. Missugune osa riidetagavarast kulutati ülikondade ja palitute valmistamiseks kokku?

591. Sügisestel koristustöödel ületas brigaad ettenähtud normi esimesel nädalal $\frac{2}{9}$ ja teisel nädalal $\frac{5}{12}$ võrra. Kui palju ületati normi kahe nädala jooksul kokku?

592. Kaks elektrirongi sõidavad teineteisele vastu. Üks neist läbib kogu vahemaa 15 minutiga, teine 18 minutiga. Missuguse osa teest läbivad mõlemad rongid kokku ühe minutiga?

593. Kolhoosil on $521\frac{21}{25}$ ha põldu, $289\frac{1}{40}$ ha heina- ja karjamaad ja $32\frac{1}{20}$ ha metsa. Kui palju maad on põldude, heina- ja karjamaa ning metsa all kokku?

594. Pioneerid käisid matkal olles esimese tunniga $2\frac{4}{5}$ km, teise tunniga aga $1\frac{1}{2}$ km enam kui esimese tunniga. Kolmanda tunniga käisid nad $\frac{5}{8}$ km enam kui teise tunniga. Kui pika maa käisid pioneerid 3 tunniga?

595. Kui kolhoosil oli kevadkünnist tehtud $226\frac{3}{8}$ ha, siis jäi veel künda $125\frac{1}{5}$ ha. Kui suur oli kolhoosi kevadkünni plaan?

596. Vabalt langev keha langeb esimese sekundiga $4\frac{9}{10}$ m, iga järgmise sekundiga aga $9\frac{4}{5}$ m rohkem kui eelmisega. Kui sügaval on vesi kaevus, kui kukkuv kivi jõudis veepinnani 3 sekundiga?

597. Missugusest arvust tuleb lahutada $8\frac{1}{35}$, et järele jääks $3\frac{5}{7}$?

598. Arvuta:

$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$ $\quad 9\frac{143}{144}+\frac{11}{12}+6\frac{17}{18}$ $\quad 10\frac{4}{9}+9\frac{5}{8}+1\frac{7}{30}$

$2\frac{4}{5}+3\frac{3}{10}+5\frac{7}{30}$ $\quad 2\frac{13}{90}+2\frac{15}{225}+8\frac{17}{60}$ $\quad 3\frac{5}{44}+\frac{5}{66}+8\frac{13}{22}$

$\frac{8}{45}+4\frac{71}{91}+8\frac{2}{15}$ $\quad \frac{5}{44}+5\frac{1}{3}+4\frac{7}{66}$ $\quad 14\frac{5}{63}+2\frac{3}{7}+3\frac{5}{126}$

599. Kontrolli, kas on õige järgmine võrdus:

$$13\frac{1}{21}+\left(12\frac{5}{63}+\frac{11}{45}\right)=\frac{11}{45}+\left(13\frac{1}{21}+12\frac{5}{63}\right).$$

600. Kontrolli, kas on õige järgmine võrdus:

$$\frac{1}{2}+\frac{13}{18}+\frac{8}{21}+\frac{11}{36}=\frac{29}{63}+\frac{9}{14}+\frac{7}{12}+\frac{2}{9}.$$

601. Teisenda harilikud murrud kümnendmurdudeks ja arvuta:

$1{,}5+3\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ $\quad 2\frac{3}{4}+3{,}25+4\frac{1}{2}$ $\quad 1\frac{1}{2}+2{,}25+\frac{7}{8}$

$4\frac{2}{5}+2{,}8+2{,}25$ $\quad 4\frac{1}{8}+3{,}6+3\frac{5}{8}$ $\quad 5\frac{5}{8}+1{,}375+3\frac{1}{4}$

$5{,}6+4\frac{7}{20}+3{,}5$ $\quad 4\frac{4}{5}+4{,}5+6\frac{1}{2}$ $\quad 0{,}625+\frac{11}{10}+8\frac{7}{25}$

602. Arvuta:

$\frac{5}{6}+0{,}5+\frac{1}{3}$ $\quad 0{,}004+\frac{3}{125}+\frac{1}{4}$ $\quad 10{,}6+2{,}95+1\frac{1}{6}$

$0{,}7+\frac{1}{5}+2\frac{1}{2}$ $\quad \frac{5}{16}+0{,}375+\frac{3}{8}$ $\quad 8\frac{4}{9}+5{,}625+3\frac{7}{10}$

$\frac{5}{8}+5{,}4+\frac{3}{4}$ $\quad 4\frac{1}{2}+2{,}8+\frac{3}{5}$ $\quad 5{,}05+3{,}2+7\frac{1}{6}$

603. Arvuta:

a) $3\frac{17}{24}+5\frac{8}{15}+14\frac{5}{8}+6\frac{3}{4}+10\frac{11}{12}$.

b) $2\frac{41}{75}+1\frac{7}{25}+3\frac{13}{100}+5\frac{3}{50}+4\frac{29}{150}$.

c) $110\frac{1}{10}+115\frac{17}{30}+212\frac{7}{15}+200\frac{4}{5}+130\frac{14}{25}$.

604. Arvuta:

a) $10\frac{5}{32}+12\frac{1}{96}+14\frac{19}{48}+10\frac{7}{8}$.

b) $25\frac{11}{32}+16\frac{31}{64}+8\frac{9}{16}+\frac{1}{8}$.

c) $34\frac{1}{30}+25\frac{9}{40}+16\frac{47}{60}+10\frac{29}{120}$.

605. Tee nõutavad tehted kas harilike või kümnendmurdudega nii, nagu on otstarbekohasem:

$4{,}9+1\frac{1}{4}$	$7\frac{2}{5}+0{,}25$	$2{,}5+3\frac{1}{3}$	$3{,}04+7\frac{3}{4}$
$2{,}8+4\frac{5}{6}$	$5\frac{8}{15}+1{,}35$	$5{,}25+3\frac{1}{6}$	$5\frac{5}{6}+2{,}5$
$15\frac{1}{2}+2{,}75$	$\frac{3}{4}+0{,}375$	$3{,}625+8\frac{1}{4}$	$3{,}75+8\frac{1}{3}$

606. Ujumisbassein täitub ühe toru kaudu 12 tunniga, teise kaudu 15 tunniga ja kolmanda kaudu 18 tunniga. Missugune osa basseinist täitub 1 tunniga, kui kõik 3 toru korraga avada?

607. Kahest sadamast sõitsid samaaegselt teineteisele vastu kaks aurikut. Esimene aurik läbiks kogu vahemaa sadamate vahel 9 tunniga, teine 12 tunniga. Missuguse osa kogu vahemaast läbisid mõlemad aurikud kokku 2 tunniga?

608. Kaevanduse esimene vahetus andis $158\frac{1}{4}$ t põlevkivi, teine vahetus andis $3\frac{1}{4}$ tonni enam kui esimene vahetus ja kolmas vahetus 4,4 t enam kui teine vahetus. Mitu tonni põlevkivi andsid kolm vahetust kokku?

609. Ujumisbassein täitub ühe toru kaudu $\frac{3}{4}$ tunniga, teise toru kaudu 0,5 tunniga ja kolmanda toru kaudu $\frac{1}{3}$ tunniga. Missuguse osa basseinist täidavad kolm toru kokku 1 minutiga?

610. Kuue arvu summa on 12723,66. Esimene arv on 1804,39, neli järgmist arvu on igaüks oma eelnevast arvust 127,31 võrra suuremad. Kui suur on viimane arv?

Summa omadused.

Täisarvude liitmise käsitlemisel me vaatlesime mitmesuguseid summa omadusi ehk liitmise seadusi. Veendume nüüd, et need jäävad kehtima ka murdude puhul.

611. Vahetuvuse (kommutatiivsuse) seadus.

Summa ei muutu liidetavate järjekorra muutumisel.

Näiteks:

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+5}{9}=\frac{7}{9}.$$

$$\frac{5}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5+2}{9}=\frac{7}{9}.$$

Seega:

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{5}{9}+\frac{2}{9}.$$

Too näiteid selle seaduse kohta.

Üldiselt

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}.$$

612. Ühenduvuse (assotsiatiivsuse) seadus.

Summa ei muutu, kui asendame mingi liidetavate rühma nende summaga.

Näiteks:

$$\frac{4}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\left(\frac{4}{15}+\frac{2}{15}\right)+\frac{1}{15}=\frac{6}{15}+\frac{1}{15}=\frac{7}{15}.$$

$$\frac{4}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\frac{4}{15}+\left(\frac{2}{15}+\frac{1}{15}\right)=\frac{4}{15}+\frac{3}{15}=\frac{7}{15}.$$

Seega:

$$\frac{4}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\frac{4}{15}+\left(\frac{2}{15}+\frac{1}{15}\right).$$

Too ise näiteid.

Üldiselt:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right).$$

613. Rakendades vahetuvuse ja ühenduvuse seadust, arvuta peast:

$$6\frac{8}{15}+3\frac{7}{16}+5\frac{1}{2}+4\frac{7}{15}+7\frac{1}{16}.$$

$$3\frac{16}{21}+2\frac{3}{32}+2\frac{5}{21}+7\frac{29}{32}.$$

$$3\frac{25}{36}+7\frac{8}{25}+\frac{11}{36}+2\frac{17}{25}.$$

Näide. $12\frac{5}{8}+6\frac{7}{12}+9\frac{3}{8}=12\frac{5}{8}+9\frac{3}{8}+6\frac{7}{12}=28\frac{7}{12}.$

614. Arvuta peast:

$11{,}8+24{,}09+48{,}2+15{,}01.$

$3{,}4+4{,}8+8{,}4+5{,}2+6{,}6.$

$2{,}32+1{,}85+3{,}14+0{,}15+1{,}68.$

615. Arvuta peast:

$$3\frac{1}{4}+4{,}6+2{,}75+3\frac{2}{5}+17\frac{5}{7}.$$

$$8{,}125+4{,}5+7\frac{7}{8}+6\frac{1}{2}+30{,}127.$$

$$7\frac{2}{5}+3\frac{5}{8}+6{,}6+5{,}375+9\frac{19}{25}.$$

616. Arvuta peast:

$13\frac{5}{14}+4\frac{9}{14}+9\frac{13}{24}.$ $\quad$ $15\frac{5}{19}+14\frac{14}{19}+8\frac{41}{60}+7\frac{19}{60}.$

$2\frac{4}{13}+6\frac{4}{11}+3\frac{7}{11}.$ $\quad$ $12\frac{3}{7}+17\frac{4}{7}+5\frac{5}{11}+6\frac{6}{11}.$

$5\frac{4}{7}+3\frac{3}{7}+2\frac{49}{60}.$ $\quad$ $13\frac{13}{15}+11\frac{2}{15}+16\frac{7}{18}+13\frac{11}{18}.$

617. Arvuta peast:

$$16\frac{8}{9}+14\frac{1}{9}+15{,}125+10\frac{7}{8}+5\frac{1}{5}+4{,}8.$$

$$5{,}375+4\frac{5}{8}+9\frac{1}{8}+7{,}875+17\frac{12}{17}+2\frac{5}{17}.$$

$$17{,}289+2{,}711+12\frac{21}{52}+5\frac{31}{52}+6{,}75+3\frac{1}{4}.$$

618. Kui üht liidetavat suurendada või vähendada mingi arvu võrra, siis ka summa suureneb või väheneb sama arvu võrra.

Näiteks:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

Suurendame nüüd esimest liidetavat $\frac{1}{5}$ võrra ja vaatleme, kuidas muutub selle tulemusena summa:

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

Näeme, et ka summa suurenes $\frac{1}{5}$ võrra.

Too veel näiteid.

619. Kolme arvu summa on $142\frac{3}{4}$. Missugune summa saadakse siis, kui esimese liidetavaga liita 29,625, teise liidetavaga liita $16\frac{7}{48}$ ja kolmanda liidetavaga liita $41\frac{5}{144}$?

KORDAMISEKS.

620. Arvuta:

3,125 + 16,875	78,12 — 3,6	5060 · 5,05
0,169 + 20,891	90,82 — 9,098	9,009 · 1472
0,0012 + 52,9988	16,245 — 8,064	7,8 · 20,03

621. Arvuta:

$(2{,}1 - 1{,}965) : (0{,}12 \cdot 0{,}45) + 0{,}16 \cdot 6{,}25 + 1 : 0{,}25.$

622. Ümarda

a) täpsusega 0,01:	b) täpsusega 1:	c) täpsusega 0,001:
4,728	701,25	0,6735
9,995	31,96	8,0489
16,0949	81,429	26,7414

623. Leia antud arvude VÜK:

1) 90; 60; 36; ja 27
2) 30; 75; 90; ja 120
3) 180; 45; 20 ja 50
4) 525; 600 ja 175
5) 160; 56 ja 48
6) 96; 144 ja 240

624. Leia SÜT arvudele:

27 ja 18	134 ja 81	54, 90 ja 125
40 ja 50	192 ja 128	175, 105 ja 140
81 ja 36	384 ja 210	130, 325 ja 390

625. Taanda murrud:

$$\frac{24}{64};\ \frac{19}{57};\ \frac{75}{100};\ \frac{12}{144};\ \frac{25}{350};\ \frac{28}{168}.$$

MÕTLEMISEKS.

626. Too näiteid alltoodud lausete õigsuse illustreerimiseks.

a) Kahe paaritu arvu summa on alati paarisarv.
b) Kahe paaritu arvu vahe on alati paarisarv.
c) Kahe paaritu arvu korrutis on alati paaritu arv.
d) Paaris- ja paaritu arvu korrutis on alati paarisarv.
e) Tegurite järjekorra muutumisel korrutis ei muutu.
f) Kahe kahekohalise arvu korrutis on alati kas kolme- või neljakohaline arv.

C. LAHUTAMINE.

627. Lahutamiseks nimetatakse tehet, mille abil antud summa ja ühe liidetavajärgi leitakse teine liidetav.

antud summa	üks liidetav	teine liidetav
$\frac{3}{4}$	$-\ \frac{1}{2}$	$=\ \frac{1}{4}$
vähendatav	lahutatav	vahe

Liida ning kirjuta sellest tulenevad lahutamised:

a) $5+7=12$; $12-7=\ldots$; $12-5=\ldots$
b) $a+b=c$; $c-b=\ldots$; $c-a=\ldots$

Võrdsete nimetajatega murdude lahutamine.

628. Kaks traktorit kündsid kokku $\frac{5}{7}$ põllust. Esimene traktor kündis $\frac{2}{7}$, teine ülejäänud osa. Missuguse osa põllust kündis teine traktor?

Antud on kahe arvu summa $\left(\frac{5}{7}\right)$ ja üks liidetavaist $\left(\frac{2}{7}\right)$. Teist liidetavat on vaja leida.

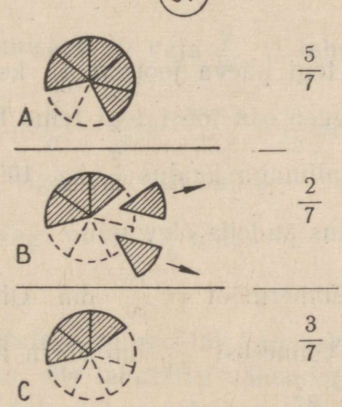
Ülesande lahendamiseks lahutame esimesest murrust teise:

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}.$$

Kontroll: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

Teine traktor kündis $\frac{3}{7}$ põllust.

Sama nähtub ka jooniselt:



Tee joonis, millest nähtub, et $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Murrust samanimelise murru lahutamiseks lahutame vähendatava lugejast lahutatava lugeja, saadud vahe on otsitavaks lugejaks, tulemuse nimetaja jääb samaks mis vähendataval ja lahutataval.

Kui see on võimalik, siis taanda leitud vahet.

629. Arvuta peast:

$\frac{4}{5}-\frac{1}{5}$ $\frac{4}{9}-\frac{2}{9}$ $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}$ $\frac{11}{12}-\frac{5}{12}$ $\frac{5}{16}-\frac{1}{16}$

$\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$ $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$ $\frac{15}{16}-\frac{11}{16}$ $\frac{5}{8}-\frac{1}{8}$ $\frac{21}{25}-\frac{6}{25}$

$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ $\frac{11}{12}-\frac{1}{12}$ $\frac{18}{19}-\frac{16}{19}$ $\frac{15}{16}-\frac{7}{16}$ $\frac{13}{14}-\frac{9}{14}$

630. Arvuta peast:

$\frac{27}{49}-\frac{9}{49}$ $\frac{5}{37}-\frac{3}{37}$ $\frac{9}{39}-\frac{8}{39}$ $\frac{103}{216}-\frac{55}{216}$ $\frac{11}{170}-\frac{9}{170}$

$\frac{17}{47}-\frac{15}{47}$ $\frac{18}{19}-\frac{10}{19}$ $\frac{28}{279}-\frac{1}{279}$ $\frac{12}{121}-\frac{1}{121}$ $\frac{25}{136}-\frac{11}{136}$

$\frac{7}{50}-\frac{1}{50}$ $\frac{11}{26}-\frac{9}{26}$ $\frac{343}{600}-\frac{43}{600}$ $\frac{17}{144}-\frac{5}{144}$ $\frac{19}{468}-\frac{1}{468}$

631. Esimene klass täitis $\frac{7}{36}$ kooli vanametalli kogumise plaanist, teine $\frac{5}{36}$. Kui palju täitis esimene klass plaanist rohkem kui teine?

632. Üks tööline tegi päeva jooksul $\frac{13}{30}$ kogu tööst, teine $\frac{2}{30}$ võrra vähem. Missuguse osa tööst tegi teine tööline?

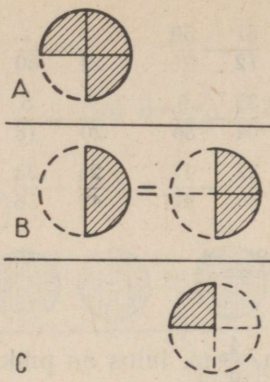
633. Pudel koos piimaga kaalus $\frac{7}{8}$ kg, tühja pudeli kaal oli $\frac{3}{8}$ kg. Kui palju kaalus pudelis olev piim?

634. Kolmnurga ümbermõõt on $\frac{19}{20}$ dm. Ühe külje pikkus on $\frac{9}{20}$ dm, teine külg on esimesest $\frac{3}{20}$ dm võrra lühem. Kui pikk on kolmnurga kolmas külg?

635. Trapetsi üks alustest on $\frac{7}{8}$ dm, teine on sellest $\frac{1}{8}$ dm võrra lühem. Kui suur on aluste summa?

Erinevate nimetajatega murdude lahutamine.

636. $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=?$



$\frac{3}{4}$ — $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$

Tee joonis, millest nähtub, et $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

637. Kaks kasti uute masinatega kaaluvad kokku $\frac{9}{10}$ t. Üh. kasti raskus on $\frac{3}{20}$ t. Kui palju kaalub teine kast?

Lahendus.

Ülesande lahendamiseks on vaja $\frac{9}{10}$ -st lahutada $\frac{3}{20}$:

$$\frac{9}{10}^{2} - \frac{3}{20} = \frac{18}{20} - \frac{3}{20} = \frac{18-3}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

Kontrolli, kas on õigesti arvutatud!

Teine kast masinatega kaalus $\frac{3}{4}$ tonni.

Seega:

murrust erineva nimetajaga murru lahutamiseks teisendame need murrud ühenimelisteks, siis lahutame vähendatava lugejast lahutatava lugeja, saadud tulemus on vahe lugejaks, selle alla tõmbame murrujoone ning kirjutame selle alla ühise nimetaja.

638. Arvuta peast:

$\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$
$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$	$\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$	$\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$
$\frac{11}{12} - \frac{5}{6}$	$\frac{15}{16} - \frac{3}{4}$	$\frac{11}{50} - \frac{1}{25}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} - \frac{2}{3}$

639. Arvuta:

$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$ $\frac{23}{45}-\frac{7}{15}$ $\frac{67}{72}-\frac{50}{81}$ $\frac{19}{24}-\frac{1}{30}$ $\frac{5}{18}-\frac{11}{90}$

$\frac{5}{6}-\frac{1}{7}$ $\frac{31}{32}-\frac{3}{4}$ $\frac{35}{64}-\frac{9}{56}$ $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$ $\frac{11}{12}-\frac{53}{144}$

$\frac{8}{11}-\frac{1}{2}$ $\frac{19}{27}-\frac{5}{36}$ $\frac{27}{50}-\frac{17}{40}$ $\frac{25}{42}-\frac{33}{56}$ $\frac{15}{16}-\frac{7}{256}$

Näide. $\frac{5}{12}\overset{2}{\smile}-\frac{3}{8}\overset{3}{\smile}=\frac{10-9}{24}=\frac{1}{24}$.

640 Ristküliku pikkus on $\frac{4}{5}$ m, laius on pikkusest $\frac{1}{8}$ m võrra väiksem. Leia ristküliku laius.

641. Kahe arvu summa on $\frac{29}{60}$; üks arvudest on $\frac{7}{36}$. Leia teine arv.

642. Kahe arvu summa on $\frac{13}{84}$; üks liidetavaist on $\frac{4}{35}$. Leia teine liidetav.

643. Kui palju tuleb liita arvuga $\frac{11}{15}$, et saada $\frac{117}{135}$?

644. Mille võrra peab vähendama arvu $\frac{13}{44}$, et saada $\frac{5}{66}$?

645. Kaks kasti kaupa kaalub kokku $\frac{7}{24}$ tonni. Üks kastidest kaalub $\frac{5}{36}$ t. Kui raske on teine kast?

646. Kolme liidetava summa on $\frac{17}{18}$. Üks liidetavatest on $\frac{1}{4}$, teine $\frac{1}{12}$. Leia kolmas liidetav.

647. Vähendatav on $\frac{7}{8}$, vahe $\frac{11}{48}$. Leia lahutatav.

648. Leia x

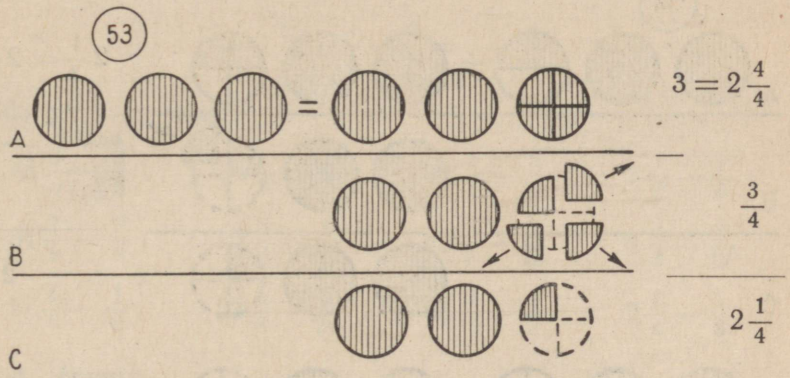
$x+\frac{3}{8}=\frac{63}{64}$ $\frac{11}{16}-x=\frac{1}{20}$ $\frac{1}{36}+x=\frac{3}{16}$

$x+\frac{7}{36}=\frac{25}{48}$ $\frac{131}{144}-x=\frac{17}{30}$ $\frac{5}{9}+x=\frac{7}{8}$

Murru lahutamine täisarvust.

649.

a) $3-\frac{3}{4}=2\frac{1}{4}$



b) $1-\frac{5}{9}=\frac{9}{9}-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$

c) $7-\frac{3}{5}=6\frac{5-3}{5}=6\frac{2}{5}$.

või: $7-\frac{3}{5}=6+\left(1-\frac{3}{5}\right)=6\frac{2}{5}$.

Tee joonis, millest nähtub, et $2-\frac{1}{4}=1\frac{3}{4}$

Seega:

murru lahutamiseks täisarvust võtame sellest täisarvust ühe terve ning peenestame lahutatavaga ühenimeliseks murruks, seejärel lahutame nagu murdu murrust või murdu segaarvust.

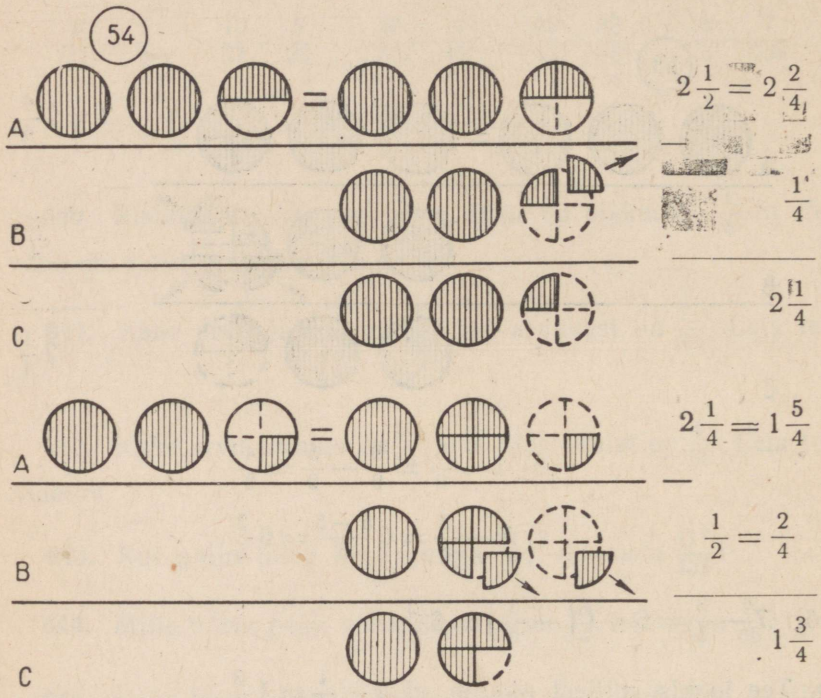
650. Arvuta peast:

$1-\frac{5}{8}$	$1-\frac{3}{5}$	$8-\frac{5}{18}$	$16-\frac{31}{33}$	$65-\frac{7}{60}$
$1-\frac{17}{50}$	$1-\frac{11}{18}$	$6-\frac{7}{20}$	$67-\frac{79}{80}$	$57-\frac{11}{70}$
$1-\frac{9}{100}$	$1-\frac{5}{24}$	$7-\frac{25}{42}$	$73-\frac{1}{78}$	$53-\frac{17}{50}$

Murru lahutamine segaarvust.

651.

I. $2\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ II. $2\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$



Tee joonis, millest nähtub, et $1\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=1\frac{1}{4}$.

652. Lahendame ülesanded:

a) $8\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=8\frac{5-2}{7}=8\frac{3}{7}$;

b) $14\frac{5}{8}-\frac{1}{24}=14\frac{15-1}{24}=14\frac{14}{24}=14\frac{7}{12}$.

Seega:

murru lahutamiseks segaarvust lahutame selle murru segaarvu murdosast ning liidame saadud vahe segaarvu täisosaga.

Kui lahutatav murdosa on suurem kui vähendatava murdosa, siis võtame vähendatava täisosast ühe terve, peenestame selle

lahutatavaga ühenimeliseks ning lisame selle vähendatava murdosale. Pärast seda teostame lahutamise eespool toodud reegli järgi.

Näiteks: $3\frac{2}{5}-\frac{4}{5}=2\frac{7-4}{5}=2\frac{3}{5}$.

Võime arvutada ka nii:

$$3\frac{2}{5}-\frac{4}{5}=3\frac{2}{5}-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}=3-\frac{2}{5}=2\frac{3}{5}.$$

653. Arvuta peast:

$45\frac{3}{5}-\frac{2}{5}$ $34\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$ $42\frac{2}{3}-\frac{5}{12}$ $7\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$

$51\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$ $65\frac{3}{4}-\frac{1}{8}$ $43\frac{4}{5}-\frac{1}{15}$ $8\frac{2}{3}-\frac{7}{12}$

$17\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$ $23\frac{5}{8}-\frac{5}{24}$ $68\frac{9}{10}-\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$

654. Arvuta:

$3\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$ $28\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$ $17\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$ $35\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$

$5\frac{1}{12}-\frac{11}{12}$ $29\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$ $94\frac{5}{6}-\frac{11}{12}$ $18\frac{7}{10}-\frac{17}{20}$

$8\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$ $34\frac{1}{16}-\frac{3}{8}$ $83\frac{3}{4}-\frac{15}{16}$ $13\frac{1}{3}-\frac{3}{8}$

Segaarvu lahutamine segaarvust.

655. Pane tähele järgmist:

a) $57-23=(50+7)-(20+3)=(50-20)+(7-3)$.

Lahutasime kümnelistest kümnelised ja ühelistest ühelised, saadud vahed liitsime.

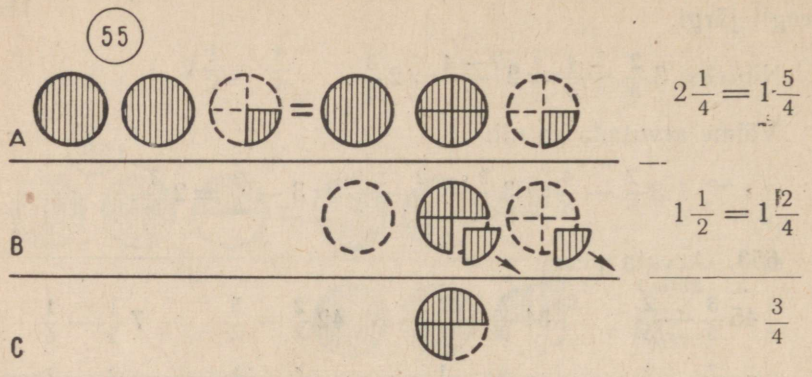
Sama võtet rakendame segaarvu lahutamisel segaarvust.

Näiteks:

a) $50\frac{3}{4}-12\frac{\overset{2}{\smile}}{2}=38\frac{3-2}{4}=38\frac{1}{4}$.

b) $86\frac{\overset{5}{\smile}}{2}-20\frac{\overset{2}{\smile}}{5}=86\frac{5-8}{10}=85\frac{15-8}{10}=85\frac{7}{10}$.

656. Jälgi eelöeldut jooniselt:



$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = ?$$

Tee joonis, millest nähtub, et $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Seega:

segaarvu lahutamiseks segaarvust lahutame täisosast täisosa ja murrust murru ning saadud tulemused liidame. Juhul, kui lahutatava murdosa on suurem vähendatava murdosast, võtame vähendatava täisosast ühe terve, peenestame selle murdosaga ühenimelisteks osadeks ja liidame vähendatava murdosaga. Seejärel lahutame nagu eelmisel juhulgi.

657. Arvuta:

$7\frac{4}{5} - 2\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2} - 4\frac{1}{5}$	$8\frac{1}{4} - 3\frac{1}{6}$	$9\frac{7}{10} - 4\frac{1}{4}$
$8\frac{7}{9} - 8\frac{1}{2}$	$9\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$	$9\frac{5}{6} - 9\frac{3}{8}$	$11\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$
$6\frac{3}{4} - 6\frac{1}{3}$	$10\frac{5}{8} - 10\frac{1}{3}$	$7\frac{3}{4} - 4\frac{3}{10}$	$12\frac{4}{9} - 3\frac{1}{6}$

658. Arvuta peast:

$11\frac{1}{4} - 4\frac{3}{4}$	$15\frac{1}{8} - 5\frac{7}{8}$	$8\frac{1}{2} - 4\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2} - 8\frac{5}{8}$
$12\frac{1}{5} - 5\frac{4}{5}$	$17\frac{2}{5} - 10\frac{3}{5}$	$9\frac{1}{4} - 8\frac{7}{8}$	$12\frac{1}{4} - 2\frac{11}{12}$
$13\frac{1}{8} - 6\frac{7}{8}$	$16\frac{1}{7} - 4\frac{2}{7}$	$5\frac{1}{6} - 4\frac{2}{3}$	$14\frac{1}{12} - 7\frac{5}{6}$

Märkus. Lahutamisel teisenda segaarv liigmurruks ainult vajaduse korral. Näiteks: $1\frac{1}{8}-\frac{5}{8}=\frac{9}{8}-\frac{5}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$. Siin oli tõepoolest vaja segaarv liigmurruks teisendada. Kui sellist vajadust pole, siis on liigmurruks teisendamine ebaotstarbekas.

659. Arvuta peast:

$8\frac{1}{2}-6{,}25$ $\quad 1{,}7-1\frac{1}{2}$ $\quad 6\frac{2}{3}-6{,}625$ $\quad 11{,}375-\frac{1}{6}$

$9{,}5-9\frac{1}{6}$ $\quad 9\frac{3}{4}-0{,}125$ $\quad 8\frac{1}{2}-4{,}2$ $\quad 15{,}875-9\frac{1}{6}$

$6\frac{1}{4}-6{,}125$ $\quad 7{,}8-2\frac{1}{2}$ $\quad 10{,}625-10\frac{1}{3}$ $\quad 17{,}75-7\frac{2}{3}$

660. Kaup koos pakendiga kaalub $8\frac{7}{10}$ kg, taara kaal on $3\frac{2}{5}$ kg. Leia netokaal.

661. Kolmnurga ümbermõõt on $45\frac{9}{25}$ m. Üks külgedest on $15\frac{12}{25}$ m, teine $8\frac{13}{25}$ m. Leia kolmanda külje pikkus.

662. Puusepp tegi 3 päevaga $\frac{17}{20}$ kogu tööst. Esimesel päeval tegi ta sellest $\frac{1}{5}$, teisel päeval $\frac{1}{4}$. Missuguse osa tööst tegi ta kolmandal päeval?

663. Lennuk sooritas ettenähtud teekonna $6\frac{3}{4}$ tunniga, tehes kaks vahemaandumist. Sellest ajast kulus lennukil esimeseks vahemaandumiseks $\frac{1}{3}$ tundi; teiseks vahemaandumiseks oli ette nähtud 0,5 tundi, kuid seda lühendati $\frac{1}{6}$ tunni võrra. Kui kaua viibis lennuk õhus?

664. Maret ostis 2,6 rbl. eest raamatu, $\frac{19}{20}$ rbl. eest vihikuid, 1,25 rbl. eest paberit ja $\frac{7}{10}$ rbl. eest pliiatseid. Kui palju sai ta 10 rublast tagasi?

665. Maaler värvis enne lõunat $\frac{1}{9}$ seintest, pärast lõunat aga $\frac{1}{6}$. Missugune osa seintest jäi veel värvimata?

666. Üks traktorist künnaks põllu üles 4 tunniga, teine 12 tunniga, kuna kolmandal kuluks selleks 9 tundi. Missugune osa põllust on küntud, kui kõik 3 traktorit on töötanud 2 tundi?

667. Arvuta peast:

$16\frac{2}{3}-10\frac{8}{9}$ $15\frac{1}{10}-7\frac{3}{4}$ $14\frac{1}{8}-7\frac{5}{6}$ $12\frac{1}{5}-7\frac{1}{2}$

$17\frac{1}{2}-8\frac{7}{12}$ $7\frac{1}{2}-4\frac{2}{3}$ $18\frac{2}{3}-9\frac{3}{4}$ $16\frac{5}{8}-6\frac{5}{6}$

$11\frac{3}{4}-1\frac{11}{12}$ $9\frac{1}{4}-9\frac{1}{4}$ $12\frac{5}{6}-2\frac{7}{8}$ $12\frac{3}{10}-9\frac{3}{4}$

668. Millega võrdub vahe, kui vähendatav ja lahutatav on võrdsed? Millega võrdub vahe, kui lahutatav on null?

Too näiteid.

669. Arvuta peast:

$1-\frac{2}{5}$ $2-\frac{2}{3}$ $7-\frac{3}{8}$ $27-3\frac{3}{7}$ $13\frac{4}{5}-9\frac{2}{5}$

$1-\frac{3}{7}$ $2-\frac{5}{6}$ $8-\frac{4}{15}$ $16-7\frac{2}{3}$ $12\frac{2}{9}-7\frac{7}{9}$

$1-\frac{4}{9}$ $2-\frac{4}{5}$ $9-\frac{6}{19}$ $18-5\frac{5}{6}$ $15\frac{9}{13}-4\frac{4}{13}$

670. Arvuta:

$18\frac{3}{4}-9\frac{2}{7}$ $18\frac{5}{8}-6\frac{5}{6}$ $9\frac{9}{10}-7\frac{11}{15}$ $15\frac{11}{170}-11\frac{49}{85}$

$67\frac{4}{9}-55\frac{3}{10}$ $12\frac{1}{9}-8\frac{16}{21}$ $11\frac{15}{34}-9\frac{12}{17}$ $14\frac{33}{42}-8\frac{15}{28}$

$48\frac{5}{8}-16\frac{1}{4}$ $5\frac{7}{24}-4\frac{31}{36}$ $5\frac{43}{30}-2\frac{19}{75}$ $8\frac{7}{24}-5\frac{31}{36}$

671. Arvuta peast ning kontrolli tulemusi liitmise abil:

$\frac{1}{9}-\frac{10}{99}$ $2\frac{7}{8}-1\frac{5}{16}$ $\frac{2}{3}-\frac{5}{8}$ $18\frac{1}{9}-6\frac{3}{10}$

$\frac{7}{18}-\frac{11}{90}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ $\frac{7}{8}-\frac{4}{5}$ $5\frac{1}{8}-4\frac{3}{4}$

$\frac{5}{12}-\frac{23}{144}$ $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ $4\frac{2}{3}-1\frac{1}{5}$ $75\frac{8}{15}-22\frac{7}{30}$

672. Arvuta:

$1\frac{1}{36}-\frac{1}{27}$ $8\frac{17}{24}-5\frac{19}{20}$ $10\frac{11}{24}-9\frac{31}{60}$ $5\frac{35}{32}-2\frac{19}{24}$

$24 - 15\frac{17}{95}$ $3\frac{1}{20} - 1\frac{11}{16}$ $15\frac{5}{12} - 12\frac{27}{54}$ $99\frac{7}{48} - 8\frac{19}{72}$

$7\frac{26}{45} - 4\frac{5}{18}$ $\frac{5}{12} - \frac{17}{30}$ $39\frac{37}{48} - 27\frac{53}{60}$ $64\frac{7}{12} - 59\frac{8}{15}$

673. Leia x:

$\frac{13}{18} - x = \frac{5}{30}$ $6 - x = \frac{62}{63}$ $2\frac{5}{121} - x = 1\frac{10}{11}$

$1\frac{29}{72} - x = \frac{1}{24}$ $5\frac{7}{10} - x = 3\frac{11}{25}$ $3\frac{1}{20} - x = 1\frac{11}{16}$

$1\frac{1}{111} - x = \frac{35}{37}$ $4\frac{3}{7} - x = 1\frac{1}{9}$ $1\frac{41}{60} - x = \frac{17}{30}$

674. Millega võrdub x, kui $a - x = b$? Sõnasta tulemus.

675. Arvuta:

$$24\frac{3}{4} - \left(12\frac{5}{9} - 4\frac{7}{8} + 1\frac{5}{12}\right) - \left(13\frac{15}{16} - 10\frac{5}{9}\right) - 2\frac{13}{48}.$$

$$121\frac{13}{15} - \left(5\frac{11}{12} + 6\frac{7}{15} + 16\frac{7}{24} - 9\frac{5}{36}\right).$$

$$15\frac{7}{60}\left[11\frac{7}{45} + 3\frac{3}{4} - \left(4\frac{2}{3} + 8\frac{4}{5}\right)\right].$$

676. Leia x (peast):

$x + 3\frac{1}{5} = 5\frac{2}{5}$ $x - 6\frac{2}{3} = 7\frac{1}{3}$ $3\frac{1}{7} + x = 8\frac{2}{7}$

$x + 13\frac{1}{19} = 47\frac{4}{19}$ $x - 9\frac{11}{12} = 7\frac{1}{24}$ $x + 6\frac{3}{8} = 16\frac{5}{16}$

$4\frac{3}{8} + x = 9\frac{1}{8}$ $4\frac{5}{6} - x = 2\frac{1}{3}$ $3\frac{1}{8} - x = 1\frac{15}{16}$

677. Liida murdude $\frac{11}{12}$ ja $\frac{5}{18}$ summaga samade murdude vahe.

678. Kui palju on vaja liita $\frac{5}{9}$-ga, et saada $\frac{9}{5}$?

679. Arvuta peast: $2 - \left[2\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{8}\right) - \frac{3}{8}\right]$.

680. Vähenda arvude $17\frac{2}{3}$ ja $5\frac{1}{7}$ vahet $\frac{9}{10}$ võrra.

681. Suurenda arvude $205\frac{7}{8}$ ja $8\frac{5}{12}$ vahet $3\frac{1}{5}$ võrra.

682. Vähenda arvude $99\frac{3}{16}$ ja $\frac{5}{14}$ summat $\frac{1}{12}$ võrra.

683. Arvuta peast:

$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$ $\quad 3\frac{5}{12}-1\frac{1}{4}+2\frac{5}{6}$ $\quad \frac{19}{24}-\left(\frac{5}{12}+\frac{3}{8}\right)$

$\frac{5}{6}-\frac{7}{12}+\frac{1}{4}$ $\quad 8\frac{1}{20}+7\frac{1}{5}-1\frac{9}{10}$ $\quad 5\frac{9}{20}-\left(3\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right)$

$\frac{3}{10}+\frac{4}{5}-\frac{1}{2}$ $\quad 3\frac{2}{5}+8\frac{3}{10}-6\frac{1}{5}$ $\quad \frac{9}{10}+\left(\frac{1}{10}-\frac{3}{40}\right)$

684. Esimesel päeval kaevasid pioneerid $\frac{13}{36}$ aiamaast, teisel päeval $\frac{1}{18}$ võrra vähem. Missuguse osa aiamaast kaevasid pioneerid teisel päeval?

685. Treial valmistas masinaosa $10\frac{1}{4}$ minutiga. Pärast ratsionaliseerimist kulub tal sama masinaosa valmistamiseks $4\frac{5}{6}$ minutit. Mitu minutit kulub tal nüüd aega vähem?

686. Asutusele saabus kaks vagunit sütt. Esimeses vagunis on $16\frac{1}{5}$ tonni, teises $\frac{3}{10}$ tonni vähem. Esimesest vagunist veeti ära $4\frac{7}{10}$ t, teisest $2\frac{2}{5}$ t. Mitu tonni on veel vedada?

687. Jõe voolu kiirus on $1\frac{2}{5}$ km tunnis. Mootorpaadi kiirus seisvas vees on $15\frac{3}{4}$ km tunnis. Kui kiiresti sõidab see paat pärivoolu? vastuvoolu?

688. Katel, mis kaalub $3\frac{1}{2}$ kg, kaeti seestpoolt tinakorraga. Pärast tinutamist oli katla kaal $4\frac{7}{100}$ kg. Kui palju kaalus tinutamiseks kasutatud tina?

689. Vähendatav on $\frac{18}{35}$, vahe $\frac{9}{50}$. Leia lahutatav.

690. Ühe toru kaudu täitub bassein 6 tunniga, teise kaudu tühjeneb 8 tunniga. Missugune osa basseinist täitub 1 tunniga, kui avada korraga mõlemad kraanid?

691. Kaks kombainerit koristasid koos töötades suvivilja 6 päevaga. Esimene kombainer oleks tulnud selle tööga toime 10 päevaga. Missuguse osa põllust oleks koristanud teine kombainer üksi töötades ühe päevaga?

692. Missugune arv liideti $37\frac{25}{48}$-ga, kui saadi $72\frac{53}{72}$?

693. Missugune arv lahutati $9\frac{73}{124}$-st, kui saadi $7\frac{23}{93}$?

694. Leia x:

$$x-\frac{4}{9}=\frac{3}{5};\quad x-2\frac{1}{3}=3\frac{5}{6};\quad \frac{5}{8}-x=\frac{1}{2}.$$

695. Kolm veoautot vedasid ehitusmaterjali. Esimene neist tõi kohale $\frac{3}{10}$ kogu materjalist, teine 0,375. Missuguse osa materjalist tõi kohale kolmas auto?

696. Kahe arvu summa on võrdne arvude 56,6 ja $17\frac{2}{5}$ vahega. Üks neist arvudest on 25,4. Leia teine arv.

697. Leia arv, mis on $\frac{5}{6}$ võrra suurem arvude 0,65 ja $\frac{3}{8}$ vahest.

698. Leia arv, mis oleks niisama palju väiksem 2,5-st kui 1,75 on väiksem $2\frac{7}{8}$-st.

699. Isa, poja ja tütre vanus kokku on 30 aastat. Isa on pojast 25,75 aastat vanem, tütar aga pojast $1\frac{1}{2}$ aastat noorem. Kui vana on neist igaüks?

700. Kesklaost toodi kauplusse kast kaubaga, mille brutokaal oli 267,4 kg. Esimesel päeval müüdi kastist ära $35\frac{9}{10}$ kg kaupa, teisel päeval 10,8 kg, kuna kolmandal päeval müüdi $54\frac{1}{10}$ kg. Pärast seda oli kastis veel 161,8 kg kaupa. Leia taara kaal.

701. Üle jõe ehitati neljakaareline raudteesild, mille kaks äärmist kaart olid ühepikkused, kumbki $74\frac{3}{5}$ m, ja keskmised kaared samuti võrdse pikkusega, kumbki 10,6 m võrra lühemad äärmisest kaarest. Leia silla kogupikkus.

702. Arvuta:

$$13{,}625-\frac{1}{4}-2\frac{7}{12}-4\frac{8}{15}-\frac{11}{30}-\frac{17}{45}.$$

$$13\frac{3}{4}\text{ m}-420\text{ cm}+1\frac{1}{10}\text{ m}-10\text{ m }35\text{ cm}.$$

$\frac{7}{20}$ ha + 5475 m² — 0,5 ha + 3125 m².

$\frac{1}{2}$ m³ — 0,25dm³ — $\frac{1}{8}$ m³ + 375cm³.

Vahe omadused.

703. Laos olevast $\frac{7}{8}$t teest anti esimesel korral välja $\frac{3}{16}$t ja teisel korral $\frac{1}{4}$t. Kui palju teed jäi veel lattu?

A. Ülesande lahendamiseks võime liita väljaantud teekogused ning saadud summa lahutada laos olevast teekogusest:

$$\frac{7}{8} - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{8} - \frac{7}{16} = \frac{7}{16}(\text{kg}).$$

B. Ülesande lahendamiseks võib talitada ka teisiti, lahutades enne esimesel korral välja antud teekoguse ja siis teisel korral välja antud teekoguse:

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{16} - \frac{1}{4} = \frac{11}{16} - \frac{1}{4} = \frac{7}{16}(\text{kg}).$$

Neist ülesannetest nähtub järgmist:

selle asemel, et lahutada antud arvust mitme liidetava summat, võime sellest arvust lahutada järjest kõik liidetavad.

Too veel ise näiteid.

Kirjutame selle reegli üldkujul, tähistades antud vähendatava tähega *a*, liidetavad aga tähtedega *b* ja *c*. Saame:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

See on summa lahutamise seadus.

704. Lahenda ülesanne:

$$\frac{5}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}.$$

Ülesande võime lahendada kahel viisil:

A. Leiame esiteks summa ning siis lahutame sellest $\frac{1}{6}$:

$$\frac{5}{9} + \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \qquad \frac{8}{9} - \frac{1}{6} = \frac{13}{18}.$$

B. Võib toimida ka nii: lahutame $\frac{1}{6}$ ühest liidetavast, jättes teise liidetava muutmata:

$$\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{6}=\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)+\frac{5}{9}=\frac{13}{18}.$$

Seega:

arvu lahutamiseks summast võib selle lahutada mingist ühest liidetavast.

Too veel näiteid.

Kirjutame selle reegli tähtede abil:

$$(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c)$$

See on summast arvu lahutamise seadus.

705. Kasutades neid seadusi peastarvutamise hõlbustamiseks, arvuta:

$20\frac{13}{25}-\left(11\frac{3}{25}+5\frac{1}{10}\right)$ $\quad$ $\left(49\frac{13}{16}+1\frac{2}{3}\right)-38\frac{5}{16}$

$9\frac{7}{8}-\left(3\frac{3}{8}+4\frac{1}{2}\right)$ $\quad$ $\left(6\frac{7}{12}+14\frac{3}{4}\right)-3\frac{7}{12}$

$14\frac{8}{9}-\left(3\frac{2}{9}+4\frac{1}{3}\right)$ $\quad$ $\left(8\frac{19}{36}+5\frac{5}{12}\right)-3\frac{1}{36}$

KORDAMISEKS.

706. Arvuta peast:

$3\frac{1}{2}+2{,}25$	$7\frac{1}{10}-2{,}5$	$5{,}4+2\frac{3}{5}$	$3{,}1-2\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2}+5{,}75$	$15{,}125-5\frac{2}{5}$	$6{,}5+2\frac{3}{8}$	$8{,}75-6\frac{4}{5}$
$8{,}125+2\frac{3}{4}$	$6{,}625-2\frac{3}{8}$	$15{,}875+10\frac{2}{5}$	$\frac{5}{8}-0{,}125$

707. Arvuta:

$0{,}5+\frac{1}{3}$	$1{,}5-\frac{1}{6}$	$3{,}75+2\frac{1}{2}$	$1{,}75-\frac{2}{3}$
$8{,}7+2\frac{5}{6}$	$3{,}2-1\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}+1{,}5$	$2\frac{3}{4}+0{,}15$
$5\frac{1}{7}-0{,}5$	$15\frac{8}{9}+11{,}6$	$2{,}75-1\frac{1}{3}$	$7{,}9+\frac{13}{20}$

708. Lahuta peast: $1-\frac{4}{25}-\frac{4}{25}-\ldots$ (nii kaua, kuni see on võimalik).

709. Lahuta peast: $4\frac{1}{8} - 1\frac{3}{8} - 1\frac{3}{8} - \ldots$ (nii kaua, kuni see on võimalik).

710. Arvuta:

a) $\left(24 - 7\frac{7}{30}\right) - \left(11\frac{5}{12} - \frac{11}{18}\right)$.

b) $\left(15\frac{3}{7} - 3\frac{11}{14}\right) + \left(1 - \frac{6}{7}\right) + \left(2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{14}\right)$.

c) $\left(4\frac{5}{18} - 3\frac{1}{3}\right) + \left(2\frac{3}{5} - 1\frac{17}{25}\right) - 1\frac{109}{150}$.

711. Leia vead alljärgnevates tehetes:

1) $\begin{array}{r} 7002 \\ -\ 3007 \\ \hline 4005 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 342 \\ \times\ 203 \\ \hline 1026 \\ 684 \\ \hline 7866 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 460 \\ \times\ 30 \\ \hline 1380 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 9 \\ \hline 506 \end{array}$

5) $\begin{array}{r|l} 721 & 4 \\ \hline 4 & 18\frac{1}{4} \\ \hline 32 & \\ 32 & \\ \hline 1 & \end{array}$ 6) $\begin{array}{r|l} 294 & 8 \\ \hline 24 & 37 \\ \hline 54 & \\ 54 & \\ \hline \end{array}$ 7) $\begin{array}{r|l} 3614 & 9 \\ \hline 36 & 41\frac{5}{9} \\ \hline 14 & \\ 9 & \\ \hline 5 & \end{array}$ 8) $\begin{array}{r} 73 \\ 48 \\ 56 \\ 98 \\ 285 \\ \hline 550 \end{array}$

9) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{4+16}{24} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ 10) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

11) $\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{4}{7}$ 12) $6 - 2\frac{3}{8} = 4\frac{3}{8}$ 13) $7\frac{1}{8} - 2\frac{7}{8} = 5\frac{1}{4}$.

D. KORRUTAMINE.

Murru korrutamine täisarvuga.

712.

$$4 \cdot \frac{2}{5} = 1\frac{3}{5}$$

1. tegur — korrutaja; 2. tegur — korrutatav; korrutis

Kirjuta korrutamismärgi abil «5 korda 8» ja «8 korda 5».

Selgita, mida tähendab «5 korda 8» ja mida «8 korda 5». Mida tähendab ja kuidas kirjutada «8 korrutada 5-ga»?

713. Seebitükk kaalub $\frac{2}{5}$ kg. Kui palju kaaluvad 4 niisugust seebitükki?

$$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}\text{ (kg)}.$$

Siin me võtsime $\frac{2}{5}$ liidetavana 4 korda. Lühemalt võime seda liitmist kirjutada korrutamisena:

$$4\cdot\frac{2}{5}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}\text{ (kg)}.$$

4 seebitükki kaalub $1\frac{3}{5}$ kg.

Seega:

korrutada murd täisarvuga, tähendab võtta korrutatav nii mitu korda liidetavana, kui mitu ühelist on korrutajas.

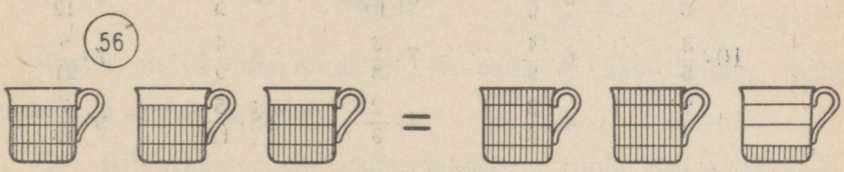
714. Üldkujul võime sama kirjutada järgmiselt:

$$3\cdot\frac{b}{c}=\frac{b}{c}+\frac{b}{c}+\frac{b}{c}=\frac{b+b+b}{c}=\frac{3b}{c}$$

$$4\cdot\frac{b}{c}=\frac{b}{c}+\frac{b}{c}+\frac{b}{c}+\frac{b}{c}=\frac{b+b+b+b}{c}=\frac{4b}{c}$$

$$a\cdot\frac{b}{c}=\underbrace{\frac{b}{c}+\frac{b}{c}+\ldots+\frac{b}{c}}_{a\text{ korda}}=\frac{ab}{c}$$

715.



Klaas piima täidab Jaani kruusist $\frac{3}{4}$. Jaan jõi 3 klaasi piima. Mitu kruusi piima see on?

$$3\cdot\frac{3}{4}=\frac{3\cdot3}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}\text{ (kruusi)}.$$

Murru korrutamisel täisarvuga suureneb korrutatav nii mitu korda, kui mitu ühelist on korrutajas. Kuna aga murdu saame suurendada tema lugejat suurendades või tema nimetajat vähendades, siis võime korrutada kas lugejat täisarvuga, jättes nimetaja muutmata, või jagada sellega nimetaja, kui see on võimalik, jättes seejuures lugeja endiseks.

$$3 \cdot \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 4}{9} = \frac{1 \cdot 4}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$3 \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9:3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

Järelikult:

murru korrutamiseks täisarvuga korrutame murru lugeja selle täisarvuga, nimetaja jätame aga endiseks.

Kui võimalik, siis taandame.

Näiteks:

$$16 \cdot \frac{7}{8} = \frac{16 \cdot 7}{8} = \frac{2 \cdot 7}{1} = 14.$$

716. Arvuta peast:

$3 \cdot \frac{5}{12}$	$2 \cdot \frac{7}{8}$	$6 \cdot \frac{3}{4}$	$5 \cdot \frac{3}{8}$	$8 \cdot \frac{2}{3}$
$20 \cdot \frac{3}{4}$	$36 \cdot \frac{3}{8}$	$12 \cdot \frac{7}{8}$	$24 \cdot \frac{2}{3}$	$7 \cdot \frac{3}{5}$
$6 \cdot \frac{4}{9}$	$12 \cdot \frac{5}{8}$	$60 \cdot \frac{1}{8}$	$40 \cdot \frac{5}{6}$	$6 \cdot \frac{2}{5}$

717. Arvuta peast:

$6 \cdot \frac{2}{3}$	$3 \cdot \frac{5}{6}$	$2 \cdot \frac{3}{10}$	$12 \cdot \frac{5}{9}$	$6 \cdot \frac{11}{12}$
$10 \cdot \frac{3}{5}$	$6 \cdot \frac{4}{9}$	$7 \cdot \frac{3}{8}$	$3 \cdot \frac{4}{9}$	$7 \cdot \frac{5}{21}$
$14 \cdot \frac{2}{7}$	$4 \cdot \frac{3}{8}$	$4 \cdot \frac{2}{3}$	$18 \cdot \frac{5}{12}$	$9 \cdot \frac{7}{18}$

718. Seebitükk kaalub $\frac{2}{5}$ kg. Kui palju kaaluvad 15 samasugust seebitükki?

719. Meeter paela maksab $\frac{4}{5}$ rubla. Kui palju maksab 5 m? 20 m? 16 m?

720. $1°\,C = \frac{4}{5}°\,R$. Mitu R-i kraadi on 5° C? 25° C? 15° C? 20° C?

721. Vihik maksab $\frac{1}{5}$ rubla. Kui palju maksavad 16 vihikut? 32 vihikut? 48 vihikut? 50 vihikut?

722. Katsetamisel selgus, et auto kulutas 1 km sõitmiseks $\frac{3}{10}$ kg bensiini. Kui palju kulub bensiini 240 km sõitmiseks?

723. Arvuta:

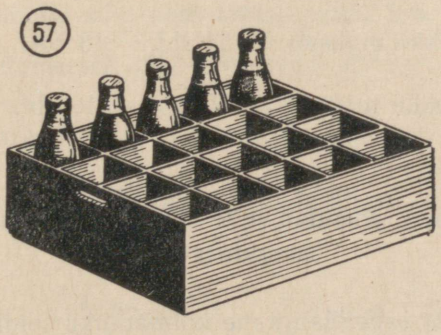
$24 \cdot \frac{11}{36}$ $\quad 16 \cdot \frac{5}{96}$ $\quad 16 \cdot \frac{77}{78}$ $\quad 24 \cdot \frac{11}{12}$

$36 \cdot \frac{7}{54}$ $\quad 39 \cdot \frac{23}{78}$ $\quad 43 \cdot \frac{49}{86}$ $\quad 90 \cdot \frac{13}{18}$

$52 \cdot \frac{29}{78}$ $\quad 63 \cdot \frac{5}{21}$ $\quad 18 \cdot \frac{31}{90}$ $\quad 63 \cdot \frac{20}{21}$

Täisarvu korrutamine murruga.

724.



Kastis on 20 piimapudelit. Isa ostis $\frac{3}{4}$ kasti piima. Mitu pudelit ta ostis?

725. Kilogramm kompvekke maksab 24 rubla. Kui palju maksab 3 kg? 2 kg? $\frac{3}{4}$ kg? $\frac{2}{3}$ kg?

Et teada saada, kui palju maksab 3 kg kompvekke, korrutame ühe kilogrammi hinna — 24 rubla — kilogrammide arvuga:

$$3 \cdot 24 \text{ rbl.} = 72 \text{ rbl.}$$

Niisamuti leiame, kui palju maksab 2 kg kompvekke:

$$2 \cdot 24 = 48 \text{ rbl.}$$

Selleks, et leida, kui palju maksab $\frac{3}{4}$ kg kompvekke, arvutame enne $\frac{1}{4}$ kg hinna.

$\frac{1}{4}$ kg kompvekke maksab 24 rbl. : 4 = 6 rbl.; seega $\frac{3}{4}$ kg kompvekke maksab 3 · 6 rbl. = 18 rbl.

Niisamuti leiame, kui palju maksab $\frac{2}{3}$ kg kompvekke:

$\frac{1}{3}$ kg kompvekke maksab 24 rbl. : 3 = 8 rbl.;

$\frac{2}{3}$ kg kompvekke maksab 2 · 8 rbl. = 16 rbl.

Selleks, et murrulise kilogrammide arvu puhul $\left(\frac{3}{4}\text{ kg};\ \frac{2}{3}\text{ kg}\right)$ saaks hinna leidmist märkida samuti ühe tehte abil, nagu täisarvulise kilogrammide arvu puhul (3 kg, 2 kg), on tarvitusele võetud murruga korrutamine:

$\frac{3}{4}$ kg kompvekke maksab $\frac{3}{4} \cdot 24$ rbl. = 18 rbl.

$\frac{2}{3}$ kg kompvekke maksab $\frac{2}{3} \cdot 24$ rbl. = 16 rbl.

Seega siis

murru korrutamine tähendab selle murruga määratud osa leidmist korrutatavast.

Näiteks $\frac{2}{3} \cdot 24$ tähendab kahe kolmandiku leidmist 24-st.

Miks murruga korrutamisele ei saa anda sama tähendust, mis on täisarvuga korrutamisel?

726. Murruga korrutamise tähendusest selgub, kuidas seda tehet teostada: et $\frac{2}{5} \cdot 24$ on $\frac{2}{5}$ arvust 24 ja selle leidmiseks tuleb $\frac{1}{5}$ arvust 24 korrutada 2-ga, siis

$$\frac{2}{5} \cdot 24 = 2 \cdot \frac{24}{5} = \frac{2 \cdot 24}{5} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}.$$

Niisamuti:

$$\frac{3}{8} \cdot 56 = 3 \cdot \frac{56}{8} = \frac{3 \cdot 56}{8} = 21.$$

Neist näidetest selgub järgmine reegel täisarvu korrutamiseks murruga.

Täisarvu korrutamiseks murruga korrutame täisarvu murru lugejaga ja saadud korrutise jagame murru nimetajaga.

Selle reegli saame tähtede abil kirjutada järgmiselt:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$$

Enne korrutamist pikal murrujoonel tuleb taandada, kui see on võimalik.

727. Pioneeride matkagrupil oli vaja käia 32 km. Esimese kahe tunniga käidi ära $\frac{3}{8}$ sellest maast. Kui palju jäi veel käia?

728. Kast koos kaubaga kaalub 48 kg. Kauba kaal moodustab sellest $\frac{7}{8}$. Kui palju kaalub kastis olev kaup?

729. Katsesõidul pidi auto läbima 4880 km. Sellest on sõidetud $\frac{5}{8}$. Mitu kilomeetrit jääb autol veel sõita?

730. Kui palju kaalub sein, mille pikkus on 25 m, kõrgus $\frac{9}{25}$ pikkusest ja paksus $\frac{1}{9}$ kõrgusest, kui 1 m^3 seina kaalub 1,6 tonni?

731. Leia

$\frac{3}{4}$ 36-st	$\frac{2}{3}$ 72-st	$\frac{5}{16}$ 160-st	$\frac{5}{8}$ 488-st
$\frac{5}{8}$ 160-st	$\frac{2}{3}$ 150-st	$\frac{3}{8}$ 96-st	$\frac{3}{4}$ 848-st
$\frac{3}{25}$ 1000-st	$\frac{3}{8}$ 64-st	$\frac{3}{5}$ 150-st	$\frac{5}{6}$ 606-st

732. Leia peast:

a) $\frac{2}{3}$ 6-st; 18-st; 36-st; 45-st; 75-st; 480-st.

b) $\frac{4}{7}$ 35-st; 49-st; 63-st; 210-st; 420-st; 560-st.

c) $\frac{9}{10}$ 60-st; 120-st; 400-st; 600-st; 900-st; 5000-st.

733. Meeter riiet maksab 90 rubla. Kui palju maksab $\frac{3}{5}$ m seda riiet?

734. Rong sõidab kiirusega 60 km tunnis. Missuguse vahemaa läbib rong $\frac{7}{10}$ tunniga?

735. 1 hektari seemendamiseks kulub 120 kg teri. Kui palju vilja on vaja $\frac{7}{8}$ ha seemendamiseks?

736. Ratta läbimõõt on $\frac{7}{22}$ tema ümbermõõdust. Leia ratta läbimõõt, kui ratta ümbermõõt on 176 cm.

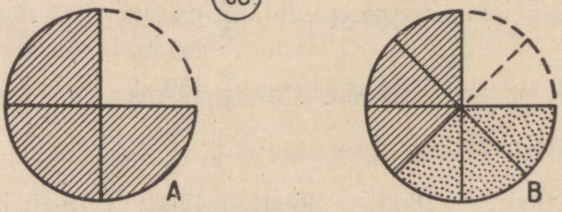
737. Arvuta:

$\frac{2}{5} \cdot 3$	$\frac{5}{32} \cdot 8$	$\frac{7}{8} \cdot 8$	$\frac{2}{45} \cdot 225$
$\frac{5}{7} \cdot 20$	$\frac{9}{70} \cdot 350$	$\frac{23}{27} \cdot 54$	$\frac{11}{12} \cdot 84$
$\frac{18}{25} \cdot 100$	$\frac{15}{36} \cdot 828$	$\frac{7}{10} \cdot 120$	$\frac{5}{66} \cdot 99$

Murru korrutamine murruga.

738. Mida tähendab

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = ?$$



Murru korrutamine murruga tähendab leida teisest murrust (korrutatavast) esimese murruga määratud osa.

Korrutada $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$-ga, tähendab leida pool $\frac{3}{4}$-st.

a) Missugust murdu kujutab joonis *A*?

b) Ütle joonise *B* järgi, kui palju on $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$-st.

Vastuse võime leida ka järgmiselt:

$$\frac{1}{2}\ \frac{3}{4}\text{-st on } \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{4}:2=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}=\frac{3}{8}.$$

739. Korruta $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{7}$-ga.

Leiame algul $\frac{1}{7}$ arvust, seejärel aga $\frac{3}{7}$.

$$\frac{1}{7}\text{ arvust } \frac{5}{8} \text{ on } \frac{5}{8}:7=\frac{5}{7\cdot 8};$$

Seega:

$$\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{8}=\frac{3\cdot 5}{7\cdot 8}=\frac{15}{56}.$$

Eeltoodu põhjal saame järgmise reegli:

murru korrutamiseks murruga korrutame lugeja lugejaga ja nimetaja nimetajaga. Esimese korrutise võtame lugejaks, teise korrutise nimetajaks.

Üldkujul võime selle reegli kirjutada järgmiselt:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Näide: $\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{9}=\frac{3\cdot 5}{10\cdot 9}=\frac{1}{6}$



740. Traktor künnab 1 tunniga $\frac{4}{5}$ ha kesa. Kui palju künnab see traktor $\frac{2}{3}$ tunniga?

741. Ristküliku pikkus on $\frac{5}{8}$ m, laius $\frac{3}{4}$ m. Arvuta pindala.

742. Meeter paela maksab $\frac{9}{10}$ rbl. Kui palju tuleb maksta $\frac{2}{3}$ m eest?

743. Ruudu külje pikkus on $\frac{4}{5}$ m. Leia selle ruudu pindala.

744. Ristküliku pikkus on $\frac{9}{10}$ m, laius $\frac{2}{3}$ pikkusest. Kui suur on selle ristküliku pindala?

745. Arvuta peast:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}$ $\quad \frac{8}{19} \cdot \frac{1}{4}$ $\quad \frac{12}{13} \cdot \frac{1}{4}$ $\quad 0{,}25 \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$ $\quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$ $\quad \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{3} \cdot 0{,}75$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}$ $\quad \frac{1}{15} \cdot \frac{5}{6}$ $\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11}$ $\quad \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$ $\quad 0{,}6 \cdot \frac{10}{11}$

746. Arvuta:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}$ $\quad \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$ $\quad \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9}$ $\quad \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8}$ $\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{12}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}$ $\quad \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5}$ $\quad \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3}$ $\quad \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8}$ $\quad \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}$ $\quad \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{3}$ $\quad \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5}$

747. Arvuta:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ $\quad \frac{2}{15}$ $\frac{5}{6}$-st $\quad \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{9}$ $\quad \frac{7}{12}$ $\frac{3}{4}$-st $\quad 0{,}25 \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{12}$ $\quad \frac{6}{35}$ $\frac{7}{12}$-st $\quad \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15}$ $\quad \frac{3}{16}$ $\frac{2}{3}$-st $\quad 0{,}375 \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12}$ $\quad \frac{10}{49}$ $\frac{7}{10}$-st $\quad \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{10}$ $\quad \frac{9}{10}$ $\frac{1}{6}$-st $\quad 0{,}875 \cdot \frac{13}{14}$

Segaarvude korrutamine.

748. Segaarvude korrutamiseks teisendame need liigmurruks ning seejärel korrutame murdude korrutamise reegli järgi.

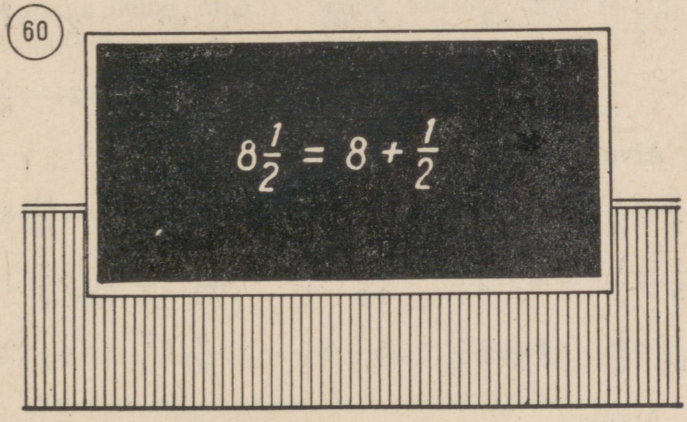
Näide. $2\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{14 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$.

749. Arvuta:

$1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{3}$ $2\frac{4}{7} \cdot 5\frac{5}{6}$ $5\frac{5}{8} \cdot 1\frac{4}{15}$ $1\frac{5}{6} \cdot 4\frac{1}{2}$

$3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4}$ $1\frac{1}{5} \cdot 6\frac{2}{3}$ $3\frac{3}{8} \cdot 8\frac{8}{9}$ $5\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5}$ $6\frac{3}{8} \cdot 3\frac{1}{3}$

$1\frac{5}{7} \cdot 5\frac{5}{6}$ $3\frac{3}{7} \cdot 1\frac{7}{12}$ $4\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}$ $3\frac{4}{7} \cdot 4\frac{1}{5}$ $1\frac{1}{5} \cdot 8\frac{3}{4}$



750. Kui üks tegureist on täisarv, siis on lihtsam jaotuvuse seaduse põhjal korrutada järgmiselt:

a) $4 \cdot 8\frac{1}{4} = 4 \cdot 8 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 32 + 1 = 33.$

b) $24 \cdot 6\frac{7}{8} = 144\frac{24 \cdot 7}{8} = 144 + 21 = 163.$

c) $2\frac{3}{4} \cdot 8 = 2 \cdot 8 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 16 + 6 = 22.$

Seega:

segaarvu ja täisarvu korrutamiseks korrutame segaarvu täis- ja murdosa eraldi selle täisarvuga ning saadud korrutised liidame.

Täisosa korrutame sel juhul täisarvuga võimalikult peast, ainult murdosaga korrutame kirjalikult — pikal murrujoonel.

751. Arvuta peast:

$2 \cdot 8\frac{1}{2}$ $6 \cdot 8\frac{9}{16}$ $9 \cdot 12\frac{1}{5}$ $14 \cdot 25\frac{1}{7}$ $1\frac{3}{4} \cdot 16$

$2 \cdot 6\frac{1}{12}$ $13 \cdot 21\frac{1}{4}$ $8 \cdot 3\frac{5}{6}$ $3 \cdot 18\frac{4}{9}$ $2\frac{2}{9} \cdot 27$

$9 \cdot 3\frac{3}{5}$ $6 \cdot 12\frac{2}{9}$ $12 \cdot 6\frac{1}{8}$ $6 \cdot 14\frac{3}{4}$ $4\frac{1}{6} \cdot 24$

752. Arvuta peast:

$3 \cdot 6\frac{1}{4}$ $4\frac{1}{2} \cdot 36$ $5 \cdot 17\frac{3}{4}$ $6\frac{3}{4} \cdot 30$ $16 \cdot 1\frac{3}{4}$

$4 \cdot 12\frac{3}{8}$ $7\frac{3}{4} \cdot 52$ $8 \cdot 9\frac{1}{2}$ $7\frac{1}{3} \cdot 92$ $27 \cdot 2\frac{2}{9}$

$4 \cdot 9\frac{2}{3}$ $5\frac{1}{3} \cdot 16$ $4 \cdot 16\frac{1}{3}$ $8\frac{3}{4} \cdot 55$ $24 \cdot 4\frac{5}{6}$

753. Arvuta:

$7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{12}$ $2\frac{1}{16} \cdot 2\frac{2}{7}$ $4\frac{7}{8} \cdot 4\frac{4}{5}$ $2\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$ $1\frac{11}{16} \cdot 8\frac{2}{3}$

$3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5}$ $5\frac{3}{5} \cdot 2\frac{3}{4}$ $1\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5}$ $4\frac{7}{12} \cdot 2\frac{1}{5}$ $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{5}{16}$

$1\frac{5}{16} \cdot 4\frac{2}{3}$ $3\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{4}$ $5\frac{5}{12} \cdot 3\frac{2}{5}$ $2\frac{5}{8} \cdot 6\frac{2}{3}$ $4\frac{1}{6} \cdot 2\frac{3}{10}$

754. Arvuta:

$16 \cdot 17\frac{3}{8}$ $9\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{5}$ $14\frac{3}{5} \cdot 10$ $5\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{4}$ $15 \cdot 1\frac{4}{5}$

$12 \cdot 19\frac{5}{9}$ $7\frac{1}{3} \cdot 2\frac{7}{16}$ $11\frac{5}{16} \cdot 12$ $3\frac{1}{5} \cdot 4\frac{3}{8}$ $12 \cdot 5\frac{3}{4}$

$15 \cdot 18\frac{3}{10}$ $3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{2}{5}$ $15\frac{5}{8} \cdot 16$ $3\frac{15}{16} \cdot 9\frac{1}{3}$ $60 \cdot 5\frac{7}{12}$

755. Ülikonna jaoks kulus $3\frac{2}{5}$ m riiet. Kui palju riiet on vaja 2, 5, 8, 12, 15 samasuguse ülikonna õmblemiseks?

756. Täida tabel:

pikkus:	$3\frac{1}{2}$ m	$6\frac{2}{5}$ dm	12 cm	$12\frac{1}{3}$ mm	$12\frac{3}{10}$ km
laius	2 m	5 dm	$5\frac{3}{4}$ cm	17 mm	5 km
pindala					

757. Arvuta:

$2 \cdot 2\frac{2}{3} + 5{,}75 \cdot 3$ $\qquad$ $3\frac{3}{5} \cdot 5 + 8 \cdot 7{,}625$

$5 \cdot 4{,}125 - 3\frac{1}{2} \cdot 3$ $\qquad$ $18\frac{2}{3} \cdot 6 - 8 \cdot 9{,}5$

$6 \cdot 3\frac{1}{12} + 2{,}25 \cdot 12$ $\qquad$ $12{,}375 \cdot 4 + 3 \cdot 5{,}75$

758. Kui üks tegur on võrdne ühega, kui suur on siis korrutis? Too näiteid.
Mida võid öelda korrutise kohta, kui üks tegur on null? Too näiteid.

759. Arvuta:

$2\frac{4}{5} \cdot 6\frac{1}{2}$ $\quad$ $0 \cdot 5\frac{5}{6}$ $\quad$ $1\frac{1}{3} \cdot 1$ $\quad$ $8\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{7}{13} \cdot 5\frac{1}{5}$

$7\frac{4}{9} \cdot 0$ $\quad$ $8\frac{5}{8} \cdot 6\frac{2}{5}$ $\quad$ $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{15}{16}$ $\quad$ $1 \cdot 8\frac{8}{19}$ $\quad$ $6\frac{5}{6} \cdot 0$

$9\frac{1}{6} \cdot 3\frac{1}{5}$ $\quad$ $1 \cdot 7\frac{7}{9}$ $\quad$ $7\frac{17}{18} \cdot 0$ $\quad$ $\frac{2}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{3}{8} \cdot 2\frac{5}{9}$

760. Jalakäija käib kilomeetri maad $\frac{2}{9}$ tunniga. Kui palju aega kulub tal $\frac{3}{4}$ km käimiseks?

761. Turist sõitis raudteel $\frac{5}{8}$ kahe linna vahelisest maast; ülejäänud teekonnast sooritas ta $\frac{2}{3}$ aurikul ja järelejäänud osa sõitis autobussiga. Kui palju sõitis ta bussiga, kui linnade vahemaa oli 720 km?

762. Klaasitahvli laius on $\frac{2}{5}$ m, pikkus $1\frac{1}{4}$ m. Kui palju maksab see klaas, kui ruutmeetri hinnaks on 14 rbl.?

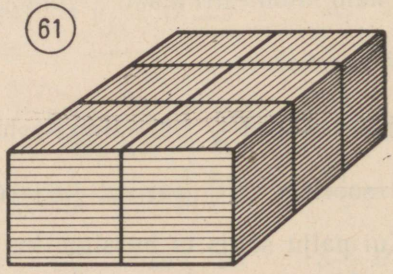
763. Korteri põrandapindala on 80 m². Ühe toa pikkus on 4 m, laius $3\frac{1}{3}$ m. Teise toa pikkus on $4\frac{1}{2}$ m, laius $5\frac{1}{3}$ m. Kolmanda toa pindala on $\frac{2}{3}$ teise toa pindalast. Ülejäänud osa põrandapinnast on kõrvalruumide all. Kui suur on kõrvalruumide pindala?

764. Osteti $6\frac{1}{2}$ m riiet hinnaga $180\frac{1}{2}$ rubla meeter ja 4 m riiet hinnaga $24\frac{3}{4}$ rubla meeter. Kui palju maksti ostetud riide eest kokku?

765. Ühe linna kaugus teisest on $230\frac{1}{4}$ km. Mõlemast linnast väljuvad üheaegselt autod teineteisele vastu. Esimene auto sõidab kiirusega $37\frac{1}{5}$ km tunnis, teine — $42\frac{3}{4}$ km tunnis. Kui kaugel on autod teineteisest $1\frac{1}{2}$ tunni pärast?

766. Täis vaat koos veega kaalub $259\frac{4}{5}$ kg. Kui selles vaadis on 43 l vett, kaalub ta $78\frac{3}{10}$ kg. Kui palju vett mahutavad viis niisugust vaati?

767. Kasti pikkus on 0,75 m, laius $\frac{2}{5}$ m, kõrgus 35 cm. Kui palju nööri on vaja selle kasti sidumiseks joonisel näidatud viisil, kui sõlmedeks arvata 0,1 m nööri?



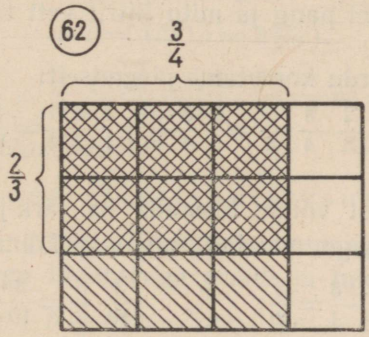
768. Kuubikujulise kasti seesmise serva pikkus on $\frac{4}{5}$ dm. Sellesse kasti paigutati risttahuka-kujuline karp, mille mõõted on:

pikkus $\frac{1}{2}$ dm, laius $\frac{1}{2}$ dm ja kõrgus $\frac{3}{5}$ dm. Kui palju jääb sellesse kasti veel vaba ruumi?

769. Pioneerid matkasid 72 km. 0,375 sellest käisid nad esimesel päeval, $\frac{1}{3}$ teisel ja ülejäänud osa teest kolmandal päeval. Mitu kilomeetrit läbisid pioneerid kolmandal päeval?

770. Auto sõitis keskmiselt 60 km tunnis. Mitu kilomeetrit jõuab auto edasi $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{12}$, 0,25 tunniga?

771. $\frac{3}{4}$ aiast on juurvilja all. $\frac{2}{3}$-l juurvilja all olevast maast kasvatatakse kartuleid. Missugune osa aiast on kartulite all?



772. Kui palju kaaluvad 40 kuusepuust prussi, mille pikkus on $4\frac{1}{2}$ m, laius $\frac{1}{4}$ m ja paksus $\frac{1}{5}$ m, kui 1 m^3 kuusepuud kaalub $\frac{1}{2}$ tonni?

773. Prussi pikkus on $2\frac{1}{2}$ m. Prussi ristlõige on ruut küljega $\frac{1}{5}$ m. Kui palju kaaluvad 400 niisugust prussi, kui 1 m^3 puud kaalub $\frac{3}{5}$ tonni?

774. Ukse kõrgus on $2\frac{3}{5}$ m, laius moodustab $\frac{5}{13}$ kõrgusest. Ukse värvimiseks kahelt poolt küljest on vaja teada selle pindala. Leia see.

775. Kui palju kaalub rauast kuup, mille serv on $2\frac{1}{2}$ cm, kui 1 cm³ rauda kaalub $7\frac{4}{5}$ g?

776. Ristkülikukujulise põllu pikkus on $1\frac{1}{8}$ km, laius moodustab aga $\frac{3}{4}$ pikkusest. Kui palju on vaja selle põllu väetamiseks mineraalväetist, kui igale hektarile tahetakse anda $3\frac{1}{2}$ t mineraalväetist?

777. Pang koos veega kaalub $17\frac{3}{4}$ kg. Kui pool panges olevast veest ära kallati, kaalus pang koos ülejäänud veega $10\frac{1}{2}$ kg. Kui palju kaalub tühi pang ja mitu liitrit vett ta mahutab?

778. Kolme murdu korrutame järgmiselt:

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{8}=\frac{2\cdot3\cdot5}{5\cdot4\cdot8}=\frac{1\cdot3\cdot1}{1\cdot2\cdot8}=\frac{3}{16}$$

Seda korrutamist võime teostada ka järk-järgult, korrutades esimese murru teisega, saadud tulemuse kolmandaga, jne.:

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot3}{5\cdot4}=\frac{3}{10};\qquad \frac{3}{10}\cdot\frac{5}{8}=\frac{3\cdot5}{10\cdot8}=\frac{3}{16}$$

Samal viisil leitakse ka nelja, viie jne. murru korrutis.

Seega:

mitme murru korrutamisel korrutame nende murdude lugejad omavahel ja nimetajad omavahel. Esimene korrutis on korrutise lugejaks, teine nimetajaks.

779. Arvuta:

$\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{8}$ $\quad 0{,}8\cdot2\frac{1}{2}\cdot0{,}875\cdot1\frac{1}{7}$ $\quad 5\frac{1}{4}\cdot1\frac{1}{7}\cdot5{,}5\cdot\frac{3}{22}$

$4\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{9}\cdot3\frac{1}{13}\cdot\frac{13}{20}$ $\quad \frac{4}{7}\cdot1{,}75\cdot6\frac{2}{3}\cdot0{,}15$ $\quad 2\frac{1}{7}\cdot\frac{56}{135}\cdot0\cdot\frac{25}{28}$

$\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{3}{25}\cdot\frac{5}{16}$ $\quad 2\frac{6}{7}\cdot0{,}35\cdot7{,}5\cdot\frac{4}{15}$ $\quad 1\frac{3}{5}\cdot2{,}625\cdot1\frac{1}{7}\cdot2\frac{1}{3}$

Korrutise omadused.

Murdude korrutamisel kehtivad samad seadused, mida vaatlesime täisarvude korrutamiselgi. Tuletame meelde neid seadusi.

780. Vahetuvuse (kommutatiivsuse) seadus:

Korrutis ei muutu tegurite järjekorra muutumisel.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Näiteks: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$.

Too ise selle kohta näiteid.

781. Ühenduvuse (assotsiatiivsuse) seadus:

Korrutis ei muutu, kui mingi tegurite rühm asendada nende korrutisega.

$$abc = (ab)c = a(bc).$$

Näiteks: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{9} = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{8}{9} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{9}\right)$.

Too ise selle kohta näiteid.

782. Jaotuvuse (distributiivsuse) seadus:

Selle asemel, et mingit arvu korrutada summaga, võime korrutada selle arvu iga liidetavaga eraldi ja tulemused liita.

$$(a + b + c)m = am + bm + cm.$$

Näiteks: $12\frac{3}{4} \cdot 8 = 12 \cdot 8 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 96 + 6 = 102.$

Too selle kohta näiteid.

783. Vahe korrutamine arvuga.

Selle asemel, et mingit arvu korrutada vahega, võime korrutada selle arvu eraldi vähendatavaga ja lahutatavaga ning siis esimesest korrutisest lahutada teise.

$$(a - b)c = ac - bc.$$

Näiteks: $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6}$.

Too selle kohta näiteid.

784. Rakendades korrutamise seadusi, arvuta peast:

$1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7}$ $\quad 2\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot 2\frac{2}{3}$ $\quad \left(2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) \cdot 24$

$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8}$ $\quad 2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}$ $\quad \left(1\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{13}{20}\right) \cdot 20$

$4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} \cdot 3\frac{1}{13} \cdot \frac{13}{20}$ $\quad \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{16} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{7}{9}$ $\quad \left(6 + 12 + 1\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3}$

785. Arvuta peast:

$\left(8 - \frac{2}{5}\right) \cdot 1\frac{1}{4}$ $\quad \frac{3}{7} \cdot 49$ $\quad 33 \cdot \frac{3}{11}$ $\quad \frac{36}{70} \cdot 10$

$\left(3\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) \cdot 3$ $\quad \frac{3}{4} \cdot 28$ $\quad 63 \cdot \frac{1}{9}$ $\quad \frac{75}{88} \cdot 11$

$\left(15\frac{2}{3} - 12\right) \cdot 1\frac{1}{3}$ $\quad \frac{5}{6} \cdot 12$ $\quad 42 \cdot \frac{5}{7}$ $\quad \frac{64}{81} \cdot 18$

786. Arvuta peast:

$\frac{1}{2}$ 24-st	$\frac{2}{3}$ 18-st	$\frac{2}{5}$ 35-st	$\frac{1}{4}$ 1,6-st
$\frac{1}{3}$ 27-st	$\frac{4}{5}$ 25-st	$\frac{5}{6}$ 42-st	$\frac{1}{5}$ 4,5-st
$\frac{3}{4}$ 32-st	$\frac{3}{8}$ 40-st	$\frac{2}{3}$ 24-st	$\frac{1}{6}$ 4,2-st

787. Leia:

$\frac{3}{5}$	arvust	$6\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	arvust	0,18	$\frac{9}{17}$	arvust	$15\frac{1}{9}$
$\frac{4}{9}$	„	$3\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	„	2,34	$\frac{8}{15}$	„	$14\frac{1}{16}$
$\frac{3}{11}$	„	$3\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	„	7,1324	$\frac{11}{19}$	„	$4\frac{3}{4}$

E. JAGAMINE.

788. Jagamiseks nimetatakse tehet, mille abil kahe teguri korrutise ja ühe teguri järgi leitakse teine tegur.

antud korrutis		üks tegur		teine tegur
35	:	5	=	7
jagatav		jagaja		jagatis

Täisarvu jagamine täisarvuga.

789. Täisarvude valdkonnas esines täisarvu jagamisel täisarvuga ülesandeid, kus täpne jagamine polnud alati võimalik. Näiteks: $40 : 3 = 13$ jääk 1. Samuti polnud siis võimalik väiksemat arvu jagada suuremaga, näiteks $7 : 8$.

Pärast seda, kui on õpitud tundma murde, on täpne jagamine seal, kus enne jagasime ligikaudselt, alati võimalik (nulliga jagamine pole ka siin võimalik). Seejuures on jagatiseks kas täisarv, murd või segaarv. Jagatis võib olla suurem kui üks või ühest väiksem.

Millal on jagatis täisarv? lihtmurd? segaarv?

Millal on jagatis ühest suurem? millal ühest väiksem? millal võrdne ühega?

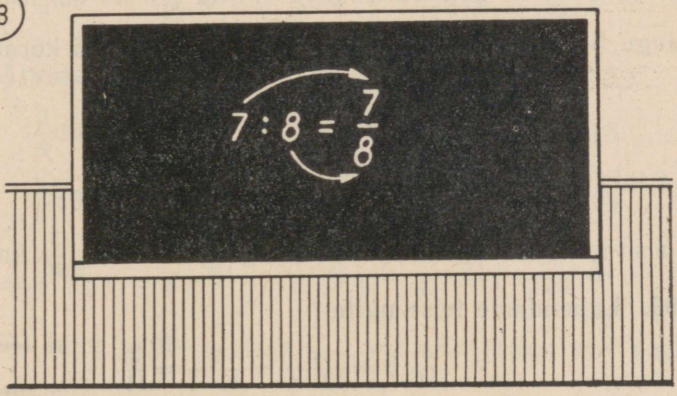
Täisarvu jagamisel täisarvuga (välja arvatud jagamine nulliga, mis pole võimalik) **saame murru, mille lugeja on võrdne jagatavaga, nimetaja aga jagajaga.**

Näiteid. $10 : 4 = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$.

$12 : 3 = \frac{12}{3} = 4$.

$3 : 4 = \frac{3}{4}$.

63



Üldkujul kirjutame:

$$a : b = \frac{a}{b}.$$

790. Arvuta peast:

10 : 3	10 : 4	19 : 5	18 : 8	2 : 3	6 : 15
7 : 3	15 : 4	49 : 5	26 : 8	2 : 15	6 : 14
20 : 3	17 : 4	27 : 5	34 : 8	3 : 10	8 : 18

791. Arvuta:

4965 : 8	453 000 : 6000	26 674 : 33	27 : 216
8726 : 9	94 000 : 4000	39 842 : 69	325 : 650
4595 : 7	351 000 : 5000	42 639 : 44	147 : 588

Murru jagamine täisarvuga.

792. Ülesanne. Jalakäija käis 5 minutiga $\frac{3}{8}$ km. Mitu kilomeetrit käis ta keskmiselt minutis?

Lahendus. Et ühes minutis käis ta 5 korda vähem kui 5 minutiga, siis otsitav tee pikkus on $\frac{3}{8}$ km : 5 = $\frac{3}{8 \cdot 5}$ km = $\frac{3}{40}$ km.

Murdude õppimise algul leidsime, et murdu saab vähendada antud arv korda, kui tema lugejat vähendame või nimetajat suurendame sama arv korda.

Antud juhul on vaja vähendada murdu $\frac{3}{8}$ 5 korda. Kuna lugeja 3 ei jagu 5-ga, siis suurendame murru nimetajat 5 korda:

$$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}.$$

Kontroll. $5 \cdot \frac{3}{40} = \frac{5 \cdot 3}{40} = \frac{1 \cdot 3}{8} = \frac{3}{8}$.

Vastus. Jalakäija käis 1 minutiga keskmiselt $\frac{3}{40}$ km.

793. Lahendame teise näite:

$$\frac{6}{11} : 3 = \frac{6}{11 \cdot 3} = \frac{2}{11 \cdot 1} = \frac{2}{11}.$$

Toodud näitest selgub, et kui lugeja jagub jagajaga, võime nimetaja korrutamise asemel jagada lugejat (6) sama arvuga (3), teiste sõnadega — taandada.

Lahenda samuti:

$$\frac{21}{25} : 7 =$$

Seega:

murru jagamiseks täisarvuga korrutame murru nimetajat selle täisarvuga jättes lugeja endiseks.

Kui võimalik, siis taandame enne nimetaja korrutamist pikal murrujoonel.

Näited. $\frac{5}{8} : 4 = \frac{5}{8 \cdot 4} = \frac{5}{32}$;

$\frac{12}{15} : 9 = \frac{12}{15 \cdot 9} = \frac{4}{45}$.

Üldkujul märgime seda järgmiselt:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}.$$

794. Arvuta peast:

$\frac{1}{3} : 3$ $\frac{3}{4} : 5$ $\frac{3}{10} : 2$ $\frac{11}{12} : 11$ $\frac{3}{5} : 2$

$\frac{3}{4} : 2$ $\frac{1}{2} : 5$ $\frac{8}{9} : 4$ $\frac{4}{5} : 3$ $\frac{3}{4} : 3$

$\frac{8}{9} : 5$ $\frac{15}{16} : 5$ $\frac{7}{8} : 2$ $\frac{10}{11} : 10$ $\frac{10}{11} : 2$

795. Arvuta kirjalikult:

$\frac{3}{4} : 12$ $\frac{4}{5} : 6$ $\frac{7}{8} : 12$ $\frac{63}{65} : 42$ $\frac{35}{36} : 15$

$\frac{3}{5} : 9$ $\frac{2}{3} : 10$ $\frac{9}{16} : 18$ $\frac{21}{25} : 14$ $\frac{72}{100} : 18$

$\frac{3}{4} : 8$ $\frac{5}{8} : 20$ $\frac{4}{15} : 6$ $\frac{35}{42} : 21$ $\frac{27}{35} : 21$

796. 5 l lund andis sulades $\frac{5}{8}$ l vett. Kui palju vett saab 1 l lume sulamisel?

797. 5 toosi tikke maksab $\frac{2}{5}$ rubla. Kui palju maksab toos tikke?

798. Leia murd, mis on 4 korda väiksem $\frac{12}{19}$-st.

799. Maatükk, mille suurus oli $\frac{9}{50}$ ha, jaotati kolmeks suuruselt võrdseks ehituskrundiks. Kui suur on iga krundi pindala?

800. 100 nääripakki valmistamiseks jaotati 20 kg kompvekke võrdseteks osadeks. Kui palju kompvekke oli igas pakis?

801. Kolm ühesugust pirni kaaluvad $\frac{9}{20}$ kg. Kui raske on keskmiselt üks pirn?

802. Kooliaiast saadi 6 kapsapead, mis kaalusid kokku 32 kg. Kui raske oli keskmiselt üks kapsapea?

803. a) Jaga arv $7\frac{2}{3}$ arvuga 5.

Teisendame arvu $7\frac{2}{3}$ liigmurruks ning siis jagame nagu murdu täisarvuga:

$$7\frac{2}{3}:5=\frac{23}{3}:5=\frac{23}{3\cdot 5}=\frac{23}{15}=1\frac{8}{15}.$$

b) Jaga arv $21\frac{1}{6}$ arvuga 8.

$$24\frac{1}{6}:8=\frac{145}{6\cdot 8}=\frac{145}{48}=3\frac{1}{48}.$$

Sama tulemuse saame, kui rakendame summa jagamise eeskirja. Tõepoolest:

$$24\frac{1}{6}=24+\frac{1}{6};\quad \left(24+\frac{1}{6}\right):8=(24:8)+\left(\frac{1}{6}:8\right)=3+\frac{1}{6\cdot 8}+3\frac{1}{48}.$$

Sellise arvutamise saame teostada peast.

c) Kui jagatav on suurem kui jagaja ja segaarvu täisosa suuruse tõttu ka teisendamine liigmurruks on tülikas, siis arvuta järgmise näidise eeskujul:

$$\begin{array}{l} 277\frac{3}{5}:14=19\frac{29}{35} \\ \underline{14} \\ 137 \\ \underline{126} \\ 11\frac{3}{5}:14=\frac{58}{5\cdot 14}=\frac{29}{5\cdot 7}=\frac{29}{35} \end{array}$$

Seega:

segaarvu jagamiseks täisarvuga jagame segaarvu täisosa ja murdosa kummagi eraldi antud arvuga.

Kui segaarvu täisosa on väiksem jagajast, teisendame segaarvu liigmurruks ja seejärel teostame tehte murru täisarvuga jagamise eeskirja järgi.

804. Arvuta peast:

$4\frac{1}{2}:2$ $1\frac{1}{2}:3$ $6\frac{2}{5}:8$ $5\frac{5}{6}:7$ $4\frac{3}{4}:19$

$5\frac{2}{5}:5$ $3\frac{3}{5}:18$ $8\frac{1}{3}:5$ $9\frac{3}{4}:13$ $5\frac{7}{8}:8$

$10\frac{7}{9}:2$ $4\frac{2}{3}:7$ $11\frac{1}{10}:11$ $7\frac{5}{7}:9$ $3\frac{9}{10}:3$

805. Arvuta kirjalikult:

$11\frac{2}{3}:7$ $17\frac{7}{9}:16$ $19\frac{3}{7}:8$ $149\frac{1}{2}:23$

$19\frac{1}{8}:9$ $18\frac{3}{4}:15$ $16\frac{4}{7}:2$ $166\frac{1}{2}:18$

$32\frac{1}{7}:25$ $22\frac{1}{2}:3$ $17\frac{1}{3}:4$ $185\frac{1}{4}:19$

806. Ristküliku pindala on $180\frac{1}{8}$ m², laius 11 m. Leia ristküliku pikkus.

807. Ristküliku ümbermõõt on $183\frac{3}{4}$ m, pikkus 62 m. Leia ristküliku laius.

808. Toa ruumala on $66\frac{2}{3}$ m³, kõrgus 3 m. Leia selle toa põranda pindala.

809. Kolmnurga pindala on $5\frac{2}{5}$ dm², kõrgus 3 dm. Leia kolmnurga alus.

810. 9 cm³ rauda kaalub $70\frac{1}{5}$ g. Kui palju kaalub 1 cm³ rauda?

811. 3 m³ puude eest maksti $93\frac{3}{10}$ rubla. Kui palju maksis 1 m³ puid?

812. Auto viis ehituselt 6 koormaga $19\frac{1}{5}$ m³ mulda. Kui palju mulda oli keskmiselt igas koormas?

813. 3 m ülikonnariide eest maksti $586\frac{1}{2}$ rubla. Kui palju maksab selle riide meeter?

814. Arvuta:

$\left(12\frac{4}{5}+21\frac{7}{8}\right):3.$ $\left(\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\right):8.$

$\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{18}\right):6.$ $\left(5\frac{7}{15}-4\frac{19}{20}\right):16.$

815. Leia kaks arvu, mille summa on $3\frac{2}{5}$, vahe aga $\frac{1}{10}$.

816. Leia kaks arvu, mille summa on $\frac{7}{8}$, kui on teada, et üks arv on teisest $\frac{3}{5}$ võrra suurem?

817. Kahe arvu summa on $1\frac{1}{2}$. Üks arv on teisest 3 korda suurem. Leia need arvud.

818. $\left(\frac{4}{9}:5+\frac{4}{15}:6\right)\cdot\left(\frac{7}{9}\cdot 3+\frac{1}{3}\cdot 23\right).$

819. $\left(20-18\frac{14}{15}\right):\left(9\frac{1}{10}+3\frac{2}{5}+3\frac{1}{2}\right).$

820. Arvuta $(a+b+c)\cdot x$,
kui $a=2\frac{1}{2}$; $b=\frac{3}{4}$; $c=\frac{1}{8}$; $x=16$.

821. Arvuta $(ax+by)-(cy-dx)$,
kui $a=\frac{2}{3}$; $b=\frac{1}{6}$; $c=\frac{1}{4}$; $d=\frac{1}{5}$; $x=12$; $y=115$.

Arvu jagamine murruga. Terviku leidmine tema antud osa ja osamäära järgi.

822. $\frac{7}{10}$ Tallinna ja Tartu vahemaast on 140 km. Mitu kilomeetrit on Tallinnast Tartusse?

Lahendus. $\frac{7}{10}$ otsitavast vahemaast on 140 km;

$\frac{1}{10}$ „ „ „ $\frac{140}{7} = 20$ km;

$\frac{10}{10}$ „ „ „ $= 10 \cdot 20 = 200$ km.

Lühemalt: otsitav vahemaa on $10 \cdot \frac{140}{7} = \frac{10 \cdot 140}{7} =$

$= \frac{10 \cdot 20}{1} = 10 \cdot 20 = 200$ km.

Vastus: Tallinna ja Tartu vahemaa on 200 km.

Põhjenda lahendust. Miks 140 jagati 7-ga? Miks 20 korrutati 10-ga?

823. Eelmises ülesandes oli vaja leida arv (200), millest osa (140) ja osamäär $\left(\frac{7}{10}\right)$ oli antud. Need kolm arvu on seotud järgmiselt:

$$\frac{7}{10} \cdot 200 = 140,$$

s. t. osamäära ja terviku korrutis on võrdne antud osaga. Et antud korrutise (140) ja ühe teguri $\left(\frac{7}{10}\right)$ järgi teise teguri (200) leidmine toimub ikka jagamise teel, siis tervik peab olema võrdne osa ja osamäära jagatisega. Seetõttu saab eelmise ülesande lahendust kirjutada lühemalt nii:

Otsitav vahemaa on $140 : \frac{7}{10} = \frac{10 \cdot 140}{7} = 10 \cdot 20 = 200$ km.

824. $\frac{2}{5}$ kg kompvekkide eest maksti 8 rubla. Kui palju maksab 1 kg kompvekke?

Lahendus. $\frac{2}{5}$ kg kompvekke maksab 8 rbl.

$\frac{1}{5}$ „ „ „ $\frac{8}{2}$ rbl.

1 „ „ „ $\frac{5 \cdot 8}{2} = 20$ rbl.

Lühemalt: 1 kg kompvekke maksab

$$8 : \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20 \text{ rbl.}$$

Kontroll: $\frac{2}{5} \cdot 20 = \frac{40}{5} = 8.$

Vastus: Kilogramm kompvekke maksab 20 rbl.

825. Leia arv, millest $\frac{2}{3}$ on $\frac{4}{7}$.

Lahendus. $\frac{2}{3}$ otsitavast arvust on $\frac{4}{7}$;

$\frac{1}{3}$ „ „ „ $\frac{4}{7 \cdot 2}$;

$\frac{3}{3}$ „ „ „ $\frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 2} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$.

Lühemalt: Otsitav arv kui tervik on

$$\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}.$$

Kontroll: $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{4}{7}$

Vastus: Otsitav arv on $\frac{6}{7}$.

826. Eelmistest ülesannetest selgus, et

1) terviku leidmiseks tema antud osa ja osamäära järgi tuleb antud osa jagada antud osamääraga;

2) arvu jagamiseks murruga tuleb see arv korrutada murru nimetajaga ja tulemus jagada lugejaga.

Järgnevad ülesanded terviku leidmisele lahenda juba lühemalt, s. t. murruga jagamise teel.

827. Leia tervik, kui $\frac{3}{8}$ sellest on 111 kg; kui $\frac{5}{6}$ sellest on 450 m; kui $\frac{7}{10}$ sellest on $\frac{2}{5}$ l; kui $\frac{13}{15}$ sellest on 27,3 rbl.

Näide. Tervik on $111 : \frac{3}{8} = \frac{8 \cdot 111}{3} = \frac{8 \cdot 37}{1} = 8 \cdot 37 = 296$ kg.

828. Leia 1 m riide hind, kui $\frac{3}{4}$ m riiet maksab 18 rubla; kui $\frac{4}{5}$ m riiet maksab 36 rubla; kui $\frac{3}{5}$ m riiet maksab 60 rubla.

829. Leia peast arv, millest:

$\frac{2}{3}$ on 12 $\frac{3}{7}$ on 15 $\frac{2}{15}$ on 0,16 $\frac{3}{5}$ on 9

$\frac{4}{5}$ on 24	$\frac{2}{3}$ on 1,8	$\frac{2}{5}$ on 4,2	$\frac{2}{3}$ on 0,8
$\frac{1}{6}$ on 7	$\frac{5}{6}$ on $\frac{20}{21}$	$\frac{3}{8}$ on $\frac{9}{10}$	$\frac{1}{5}$ on $\frac{3}{10}$

830. Leia terve arv, kui temast

$\frac{3}{5}$ on 7	$\frac{11}{19}$ on 44	$\frac{1}{3}$ on 163	$\frac{19}{20}$ on 3,8
$\frac{7}{9}$ on 2	$\frac{18}{19}$ on 36	$\frac{2}{7}$ on 228	$\frac{24}{25}$ on 0,48
$\frac{5}{7}$ on 4	$\frac{36}{125}$ on 120	$\frac{3}{4}$ on 7,5	$\frac{3}{5}$ on 6,12
$\frac{11}{15}$ on 6	$\frac{18}{35}$ on 70	$\frac{7}{8}$ on 0,21	$\frac{17}{18}$ on 0,34
$\frac{15}{43}$ on 6	$\frac{17}{42}$ on 51	$\frac{5}{9}$ on 2,25	$\frac{11}{20}$ on 1,21

64



831. Kooliaeda istutati 96 viljapuud, mis moodustavad $\frac{3}{4}$ ettenähtud puude arvust. Mitu puud kavatsetakse kooliaeda istutada?

832. Jalgrattur sõitis $\frac{4}{5}$ tunniga 28 km. Kui suur oli jalgratturi tunnikiirus?

833. Jüri kulutas $\frac{5}{24}$ oma rahast. Tal jäi järele veel 76 rubla. Kui palju oli Jüril esialgu raha?

834. Leia arv, millest $\frac{2}{3}$ on niisama suur kui $\frac{3}{4}$ arvust 480.

835. Pärast seda, kui nõus olevast määrdeõlist tarvitati ära $\frac{7}{9}$, jäi seda nõusse 4 kg. Kui palju määrdeõli oli nõus esialgu?

836. Maret maksis raamatu eest 3 rbl. 30 kop., mis moodustas $\frac{11}{12}$ temal kaasasolevast rahast. Kui palju oli Maretil raha kaasas?

837. Rein kulutas $\frac{5}{12}$ oma rahast. Järele jäi tal veel 70 kopikat. Kui palju oli Reinul raha?

838. Jaanil on raamatust läbi loetud $\frac{5}{9}$. Lugeda jääb tal veel 84 lehekülge. Mitu lehekülge on selles raamatus?

839. Terviku leidmise ülesandeid saab eriti lihtsal kujul lahendada siis, kui otsitav tervik tähistada mingi tähega, näiteks x. Olgu näiteks vaja leida arv, millest $\frac{3}{7}$ on 42,6. Kui selle arvu tähistame tähega x, siis $\frac{3}{7}$ temast on $\frac{3}{7}x$ ja seega

$$\frac{3}{7}x = 42{,}6.$$

Kuid siis

$$x = 42{,}6 : \frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 42{,}6}{3} = 99{,}4.$$

Otsitav arv on 99,4.

840. Arvuta x, kui $\frac{5}{7}x = 35$; $\frac{9}{13}x = 81{,}9$; $\frac{11}{12}x = 1{,}43$; $\frac{7}{23}x = 231$.

Muid ülesandeid jagamisele murruga.

841. Mitu $\frac{2}{3}$ m pikkust tükki saab 4 m pikkusest nöörist?

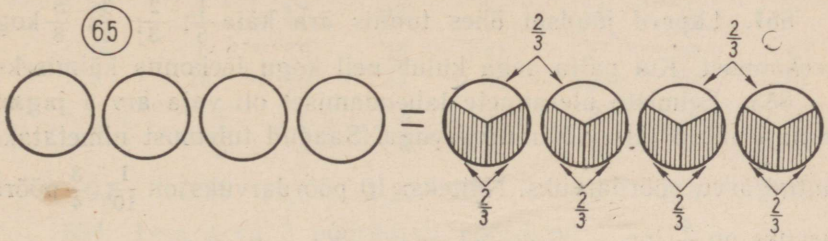
L a h e n d u s. Märgime tükkide arvu tähega x. Siis nende tükkide kogupikkus on $x \cdot \frac{2}{3}$ m, tähendab

$$x \cdot \frac{2}{3} = 4.$$

Siit selgub, et x kui üks tegureist peab olema 4 ja $\frac{2}{3}$ jagatis:

$$x = 4 : \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6.$$

Veendu ka joonise abil, et $4 : \frac{2}{3} = 6$.



Tee joonis, millest nähtub, et $3 : \frac{3}{4} = 4$.

842. Mitu korda on $\frac{7}{9}$ väiksem 14-st?

843. Mitu korda on 15 suurem kui $\frac{30}{47}$?

844. Mitmeks päevaks jätkub 3 t briketist, kui iga päev tarvitada $\frac{3}{200}$ t?

845. Kahe arvu korrutis on 10, üks tegureist $\frac{4}{5}$. Leia teine tegur.

846. Ristküliku pindala on 4 dm², laius $\frac{4}{5}$ dm. Leia ristküliku pikkus.

847. Kasti ruumala on 9 dm³, kõrgus $\frac{3}{4}$ dm. Kui suur on selle kasti põhja pindala?

848. Jalgrattur sõitis kolhoosist linna. Tal oli sõidetud 16 km ja sõita jäi veel $\frac{1}{9}$ kogu teest. Kui kaugel asus kolhoos linnast?

Pöördarvud.

849. Kilogramm kompvekke maksab 10 rbl.; 15 rubla; 20 rbl; 25 rbl. Kui palju kompvekke saab ühe rubla eest?

L a h e n d u s. 1) 10 rbl. eest saab 1 kg kompvekke;

1 „ „ „ $1 : 10 = \frac{1}{10}$ kg kompvekke.

Arvuta nüüd ise edasi.

850. Auto sõitis tunnis 20 km; 30 km; 40 km; 50 km; 60 km. Kui palju kulub tal aega 1 km sõitmiseks?

851. Lapsed jõudsid ühes tunnis ära käia $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{8}$ kogu teekonnast. Kui palju aega kulub neil kogu teekonna käimiseks?

852. Eelmiste ülesannete lahendamisel oli vaja arv 1 jagada mingi antud täis- või murdarvuga. Saadud tulemust nimetatakse antud arvu pöördarvuks. Näiteks: 10 pöördarvuks on $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{4}$ pöördarvuks on $\frac{4}{3}$ jne.

Üldiselt:

arv a pöördarvuks nimetatakse arvu $\frac{1}{a}$.

Antud arvu pöördarvu on kasulik osata otsekohe peast ütelda. Seda on kerge teha. Näiteks:

arvu 5 pöördarv on $1 : 5 = \frac{1}{5}$;

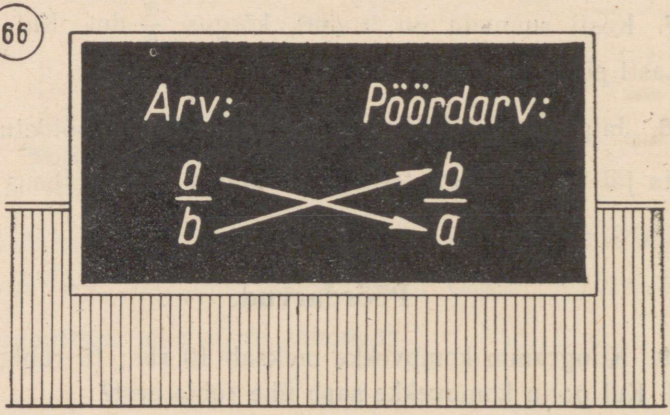
„ 7 „ „ $1 : 7 = \frac{1}{7}$;

„ $\frac{3}{4}$ „ „ $1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;

„ 0,7 „ „ $1 : 0{,}7 = 1 : \frac{7}{10} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$;

„ $1\frac{2}{3}$ „ „ $1 : 1\frac{2}{3} = 1 : \frac{5}{3} = \frac{3}{5}$.

66



Mis on täisarvu pöördarvuks?

Mis on hariliku murru pöördarvuks?

$$1 : \frac{m}{n} = \frac{n}{m}$$

853. Leia järgmiste arvude pöördarvud:

6	9	17	23	27	59	91	3
$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{19}{25}$	$\frac{13}{64}$	$\frac{41}{80}$	$\frac{1}{150}$	$\frac{27}{28}$	$\frac{9}{40}$
$1\frac{1}{2}$	$6\frac{2}{5}$	$7\frac{5}{9}$	$12\frac{5}{6}$	$11\frac{7}{8}$	$15\frac{5}{6}$	$18\frac{3}{4}$	$20\frac{11}{12}$
0,5	0,25	12,5	1,25	2,5	0,4	0,8	2,75

854. Leia arvu 3 pöördarvu pöördarv;

$\frac{2}{5}$ „ „ ;

0,4 „ „ ;

$1\frac{1}{2}$ „ „ ;

Võrdle tulemust antud arvuga.

Selgub, et kui üks arv on teise pöördarvuks, siis ka teine on esimese pöördarvuks, s. t. nad on teineteise pöördarvud.

855. Näita, et iga kahe teineteise pöördarvu korrutis on 1.

Jagamise asendamine korrutamisega.

856. Arvuta ja võrdle iga kord tulemusi:

a) $16 : 4$ ja $16 \cdot \frac{1}{4}$.

b) $12 : \frac{1}{3}$ ja $12 \cdot 3$.

c) $8 : \frac{4}{5}$ ja $8 \cdot \frac{5}{4}$.

d) $10 : \frac{5}{6}$ ja $10 \cdot \frac{6}{5}$.

Miks on tulemused mõlemal juhul võrdsed?

857. Arvuta peast:

$15 : \frac{1}{5}$	$21 : \frac{1}{7}$	$12 : \frac{2}{3}$	$32 : \frac{4}{5}$
$18 : \frac{1}{3}$	$35 : \frac{1}{5}$	$15 : \frac{3}{5}$	$48 : \frac{6}{7}$
$20 : \frac{1}{4}$	$40 : \frac{1}{8}$	$24 : \frac{3}{4}$	$50 : \frac{5}{7}$

858. Näitame, et jagamine mistahes arvuga on sama, mis korrutamine jagaja pöördarvuga:

$$24 : 4 = (24 \cdot 1) : 4 = 24 \cdot (1 : 4) = 24 \cdot \frac{1}{4}.$$

$$15 : \frac{3}{4} = (15 \cdot 1) : \frac{3}{4} = 15 \cdot \left(1 : \frac{3}{4}\right) = 24 \cdot \frac{4}{3}.$$

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \left(\frac{5}{6} \cdot 1\right) : \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \cdot \left(1 : \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3}.$$

Üldiselt:

$$a : \frac{m}{n} = a \cdot \frac{n}{m}$$

Kuidas väljendatakse seda korrutise omadust, mida siin kasutasime?

859. Eeltoodu põhjal võime teha järgmise järelduse:

arvu jagamiseks murruga korrutame teda selle murru pöördarvuga.

Näited:

a) $4 : \frac{1}{3} = 4 \cdot 3 = 12.$

b) $7 : \frac{2}{3} = 7 \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}.$

860. Jaga:

$8 : \frac{2}{3}$	$9 : \frac{6}{7}$	$7 : \frac{2}{3}$	$20 : \frac{2}{5}$	$9 : \frac{3}{4}$
$36 : \frac{4}{9}$	$5 : \frac{3}{4}$	$6 : \frac{4}{5}$	$16 : \frac{8}{11}$	$16 : \frac{4}{5}$
$10 : \frac{4}{5}$	$9 : \frac{3}{8}$	$12 : \frac{8}{9}$	$10 : \frac{3}{4}$	$8 : \frac{2}{3}$

861. Arvuta:

$21 : \frac{3}{7}$	$7 : \frac{2}{5}$	$12 : \frac{3}{4}$	$17 : \frac{2}{3}$	$25 : \frac{5}{6}$
$72 : \frac{8}{9}$	$36 : \frac{5}{8}$	$18 : \frac{3}{8}$	$24 : \frac{6}{7}$	$36 : \frac{6}{7}$
$12 : \frac{6}{7}$	$15 : \frac{3}{4}$	$6 : \frac{5}{9}$	$15 : \frac{7}{8}$	$44 : \frac{11}{12}$

862. Kevadel lõpetas kuuenda klassi 35 õpilast, klassikursust kordama jäi ja järeleksameid sai $\frac{1}{8}$ õpilast arvust. Mitu õpilast oli kuuendas klassis?

863. Lennuk lendas $\frac{3}{4}$ tunniga 330 km. Leia lennuki tunnikiirus.

864. Jalakäija käib 1 minutis $\frac{1}{12}$ km. Kui palju aega kulub tal 5 km käimiseks?

865. Leia arv, millest $\frac{5}{12}$ on 60.

866. Pioneerisalk läks kolmepäevasele matkale. Esimesel päeval käidi $\frac{5}{12}$ ettenähtud teekonnast, teisel päeval — $\frac{3}{8}$, kolmandal päeval käidi ülejäänud 10 km. Mitme kilomeetri pikkune oli matk?

Murru jagamine murruga.

867. Jaga murd $\frac{2}{7}$ murruga $\frac{3}{4}$.

Et jagamine arvuga $\frac{3}{4}$ on sama, mis korrutamine pöördarvuga $\frac{4}{3}$, siis saame:

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{21}.$$

Seega:

murru jagamiseks murruga korrutame esimese murru teise murru pöördarvuga.

Märgime sama üldkujul:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

868. Arvuta peast:

$\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{8} : \frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$ $\quad \frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ $\quad \frac{2}{25} : \frac{8}{15}$

$\frac{1}{16} : \frac{1}{8}$ $\quad \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$ $\quad \frac{2}{7} : \frac{3}{14}$ $\quad \frac{1}{6} : \frac{1}{36}$ $\quad \frac{3}{4} : \frac{15}{16}$

$\frac{1}{7} : \frac{1}{5}$ $\quad \frac{1}{20} : \frac{1}{5}$ $\quad \frac{4}{5} : \frac{3}{16}$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{7}{18}$ $\quad \frac{4}{35} : \frac{2}{7}$

869. Arvuta:

$\frac{3}{14} : \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{5} : \frac{2}{11}$ $\quad \frac{5}{7} : \frac{4}{35}$ $\quad \frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{5} : \frac{3}{10}$

$\frac{4}{49} : \frac{3}{7}$ $\frac{2}{9} : \frac{2}{11}$ $\frac{14}{15} : \frac{2}{5}$ $\frac{7}{10} : \frac{7}{8}$ $\frac{3}{10} : \frac{2}{5}$

$\frac{3}{8} : \frac{1}{32}$ $\frac{2}{7} : \frac{2}{21}$ $\frac{3}{32} : \frac{2}{5}$ $\frac{15}{16} : \frac{3}{8}$ $\frac{5}{9} : \frac{5}{6}$

870. Arvuta:

$\frac{5}{8} : \frac{5}{6}$ $\frac{1}{4} : \frac{2}{5}$ $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$ $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ $24 : \frac{6}{7}$

$\frac{3}{4} : \frac{7}{8}$ $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$ $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$ $\frac{7}{12} : \frac{5}{6}$ $11 : \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ $\frac{4}{9} : \frac{2}{3}$ $\frac{3}{4} : \frac{9}{10}$ $\frac{7}{10} : \frac{7}{9}$ $56 : \frac{7}{8}$

871. Leia peast arv, millest

$\frac{3}{4}$ on 24 $\frac{4}{5}$ on 20 $\frac{4}{7}$ on 28 $\frac{9}{10}$ on 90

$\frac{5}{6}$ on 30 $\frac{6}{11}$ on 66 $\frac{3}{8}$ on 75 $\frac{5}{6}$ on 1,5

$\frac{2}{3}$ on 60 $\frac{2}{3}$ on 1,4 $\frac{5}{6}$ on 50 $\frac{6}{7}$ on 0,42

872. Kahe arvu korrutis on $\frac{2}{5}$. Leia üks tegureist, kui teine tegur on $\frac{8}{15}$.

873. Bussipilet maksab $\frac{7}{20}$ rubla. Mitu piletit osteti, kui nende eest tuli maksta $\frac{7}{10}$ rubla?

874. Mitu tassi magusat teed on võimalik valmistada, kui suhkrut on $\frac{9}{40}$ kg ja iga tassi kohta arvestame $\frac{3}{200}$ kg suhkrut?

875. Sama aja jooksul, kui Jüri rohis $\frac{4}{9}$ peenart, rohis Aino $\frac{2}{3}$ peenart. Mitu korda töötas Aino kiiremini?

876. Laualamp kulutas tunnis $\frac{3}{40}$ kilovatt-tundi elektrienergiat, laearmatuur aga kulutas sama aja vältel $\frac{3}{8}$ kilovatt-tundi. Mitu korda tarvitab laearmatuur elektrienergiat rohkem kui laualamp?

877. Ühe maatüki pindala on $\frac{16}{25}$ ha, teisel $\frac{2}{5}$ ha. Mitu korda on esimene maatükk teisest suurem?

878. Ristküliku pindala on $\frac{14}{15}$ m², pikkus $\frac{2}{5}$ m. Kui suur on selle ristküliku kõrgus?

879. Millise arvuga tuleb korrutada $\frac{2}{3}$, et saada $\frac{4}{5}$?

880. Mitu korda on murd $\frac{8}{9}$ suurem kui $\frac{2}{3}$?

881. Jaan valmistas vineerist kasti 4 tunniga, Jüri valmistas samasuguse kasti 6 tunniga. Mitu korda töötas Jaan kiiremini?

882. Tõnu kulutas $\frac{5}{8}$ oma rahast jäätise ostmiseks. Tal jäi veel $\frac{9}{10}$ rubla järele. Kui palju oli Tõnul raha enne jäätise ostmist?

883. Pioneerid kogusid $\frac{3}{4}$ kg ravimtaimi, täites sellega $\frac{1}{16}$ endale võetud ülesandest. Mitu kilogrammi ravimtaimi oli neil veel vaja koguda, et võetud ülesannet täita?

884. $\frac{3}{8}$ kg soola maksis $\frac{3}{20}$ rubla. Kui palju maksis 1 kg soola?

885. Leia kolmnurga kõrgus, kui selle pindala on $\frac{3}{4}$ dm² ja alus $\frac{3}{8}$ dm.

886. Maret luges $\frac{3}{4}$ tunniga läbi $\frac{3}{8}$ raamatust. Mitme tunniga loeb ta läbi terve raamatu?

887. Mitu purki on vaja 8 liitri keedise mahutamiseks, kui igasse purki mahub $\frac{2}{3}$ liitrit keedist?

Segaarvude jagamine.

888. Segaarvud teisendame jagamisel liigmurdudeks.
Näiteks:

a) $4\frac{1}{5} : 3 = \frac{21}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{21}{5 \cdot 3} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$.

b) $16\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{32}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{32 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$.

c) $\frac{3}{4} : 1\frac{2}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 9} = \frac{7}{12}$.

d) $1\frac{5}{6} : 2\frac{3}{4} = \frac{11}{6} \cdot \frac{4}{11} = \frac{11 \cdot 4}{6 \cdot 11} = \frac{2}{3}$.

E r a n d: Kui segaarvu jagamisel täisarvuga segaarvu täisosa on suurem kui jagaja, siis eraldame enne jagatise täisosa.

N ä i t e k s:

$$19\frac{7}{8} : 9 = 2\frac{5}{24}.$$

$$\overset{18}{1\frac{7}{8}} : 9 = \frac{15}{8 \cdot 9} = \frac{5}{24}$$

889. Arvuta:

$6 : 4\frac{1}{2}$	$9 : 1\frac{1}{3}$	$2 : 4\frac{3}{4}$	$1 : 2\frac{1}{2}$	$4 : 1\frac{7}{12}$
$16 : 2\frac{1}{2}$	$10 : 3\frac{1}{3}$	$4 : 2\frac{2}{3}$	$12 : 3\frac{1}{4}$	$18 : 2\frac{1}{4}$
$1 : 1\frac{1}{2}$	$3 : 1\frac{1}{2}$	$6 : 2\frac{1}{4}$	$15 : 6\frac{1}{2}$	$10 : 1\frac{7}{8}$

890. Arvuta:

$8\frac{3}{4} : \frac{7}{8}$	$43\frac{1}{8} : 3\frac{3}{4}$	$144 : \frac{60}{61}$	$6\frac{5}{19} : \frac{17}{38}$
$4\frac{6}{11} : 7\frac{3}{33}$	$3\frac{1}{3} : 7\frac{1}{2}$	$180 : \frac{120}{121}$	$\frac{22}{51} : 7\frac{2}{17}$
$37\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$	$8\frac{2}{5} : 1\frac{1}{20}$	$121 : \frac{11}{12}$	$9\frac{3}{4} : 7\frac{1}{11}$

891. Arvuta:

$2\frac{2}{3} : 3\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{16} : 1\frac{3}{8}$	$4\frac{1}{2} : 5\frac{2}{5}$	$6\frac{2}{3} : 4\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{4} : 5\frac{1}{5}$
$9\frac{3}{4} : 2\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{8} : 1\frac{11}{16}$	$6\frac{1}{4} : 7\frac{1}{2}$	$4\frac{7}{8} : 2\frac{3}{5}$	$4\frac{4}{5} : 3\frac{1}{5}$

$3\frac{3}{16}:2\frac{1}{8}$ $7\frac{7}{8}:2\frac{3}{16}$ $9\frac{1}{6}:2\frac{1}{5}$ $5\frac{5}{6}:4\frac{2}{3}$ $6\frac{2}{5}:5\frac{1}{3}$

892. Arvuta:

$5\frac{5}{6}:3{,}75$ $0{,}15:2\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}:0{,}7$ $2\frac{1}{2}:0{,}75$ $2\frac{1}{3}:2{,}8$

$7{,}2:2\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{2}:0{,}375$ $12\frac{1}{2}:1{,}5$ $1{,}25:\frac{3}{8}$ $0{,}7:\frac{2}{5}$

$\frac{8}{15}:2{,}4$ $12{,}5:3\frac{1}{3}$ $1{,}6:\frac{2}{3}$ $3{,}75:\frac{3}{4}$ $1\frac{2}{3}:0{,}2$

893. Arvuta:

a) $\dfrac{1\frac{4}{7}:2\frac{2}{7}}{\frac{5}{34}}$; b) $\dfrac{3\frac{4}{8}:1\frac{1}{2}}{2\frac{11}{12}:\frac{7}{18}}:1\frac{2}{3}$; c) $\left(23\frac{1}{3}:2\frac{11}{12}\right):\frac{33}{70}$.

894. Leia x:

$\frac{13}{16}x=32\frac{1}{2}$ $\frac{5}{14}x=13\frac{1}{3}$ $\frac{13}{17}x=6\frac{5}{51}$

$\frac{9}{10}x=1\frac{2}{25}$ $\frac{3}{25}x=\frac{3}{5}$ $\frac{6}{7}x=\frac{6}{7}$

$\frac{7}{24}x=1\frac{45}{48}$ $\frac{113}{250}x=\frac{226}{25}$ $\frac{5}{9}x=2\frac{4}{9}$

895. Mitu korda on $\frac{3}{8}$ suurem $\frac{9}{32}$-st?

896. Missugusest arvust $\frac{7}{8}$ on 49?

897. Jagatav on $9\frac{1}{3}$ ja jagatis $\frac{7}{12}$. Kui suur on jagaja?

898. Perekonnal kulub keskmiselt $\frac{2}{5}$ kg suhkrut päevas. Mitu päeva saab läbi 8 g suhkruga?

899. Vedur kulutab $56\frac{1}{4}$ km sõitmiseks $1\frac{1}{8}$ t sütt. Mitu kilogrammi sütt kulub 1 km kohta?

900. $\frac{5}{7}$ kolhoosi külvipinnast on 350 ha. Kui suur on kolhoosi kogu külvipind?

901. Mitme tunniga läbisid pioneerid $7\frac{1}{8}$ km, kui nad liikusid kiirusega $4\frac{3}{4}$ km tunnis?

902. $3\frac{1}{2}$ ha suuruselt maatükilt koguti 63 tsentnerit kaera. Kui suur oli kaerasaak ühelt hektarilt?

903. $4\frac{1}{2}$ m riiet maksab 81 rubla. Kui kallis on selle riide meeter?

904. Kui palju aega kulub $3\frac{1}{3}$ km käimiseks, kui ühes tunnis käiakse $4\frac{1}{6}$ km?

905. Rühm pioneere sooritas 27-km matka $6\frac{3}{4}$ tunniga. Kui suur oli nende keskmine tunnikiirus?

906. $4\frac{1}{2}$ kg võ eest maksti 126 rubla. Kui palju maksis 1 kg võid?

907. Meeter riiet maksab $12\frac{1}{2}$ rubla. Mitu meetrit seda riiet saab $2\frac{1}{2}$ rubla eest?

908. Kahe arvu korrutis on $12\frac{1}{2}$. Üks tegureist on $5\frac{1}{2}$. Leia teine tegur.

909. Jagatav on $6\frac{4}{5}$, jagatis $8\frac{1}{2}$. Kui suur on jagaja?

910. Risttahukakujulise akvaariumi põhja mõõtmed on $2\frac{2}{5}$ dm ja 8 dm. Akvaariumi valati $\frac{24}{25}$ hl vett. Kui sügav on nüüd akvaariumis vesi?

911. Isa ostis talveks $187\frac{1}{2}$ rubla eest puid. Puude hind oli $37\frac{1}{2}$ rubla ruumimeeter. Mitu ruumimeetrit puid ta ostis?

912. Jalgrattur väljus kolhoosist kell 10.45 ning jõudis linna kell 12.15. Kolhoosi kaugus linnast oli $21\frac{3}{4}$ km. Leia jalgratturi tunnikiirus.

913. Leia arv (võimalikult peast), millest:

$\frac{2}{3}$ on 46	$\frac{3}{4}$ on 7,2	$\frac{5}{12}$ on 0,65
$\frac{7}{8}$ on 140	$\frac{5}{6}$ on 90	$\frac{3}{4}$ on 8,4

$\frac{2}{3}$ on 72 $\frac{4}{5}$ on 0,56 $\frac{9}{10}$ on 144

914. Leia:

$\frac{1}{3}$ 2,7-st	0,6 arvust 35	$\frac{5}{6}$ 7,38-st
$\frac{11}{16}$ 4,8-st	0,46 „ 24,03	$\frac{2}{3}$ 0,873-st
$\frac{7}{8}$ 5,6-st	0,72 „ 1,23	$\frac{5}{12}$ 1,278-st

915. Leia arv, millest

0,9 on $\frac{3}{4}$	$\frac{7}{11}$ on $4\frac{1}{7}$	0,007 on 0,651
0,4 on $\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$ on $2\frac{4}{9}$	0,036 on 9,72
0,12 on $\frac{3}{5}$	$\frac{6}{7}$ on $\frac{6}{7}$	0,125 on 15

916. Pruugitud raamat müüdi 2,80 rubla eest, mis moodustas $\frac{4}{5}$ uue raamatu hinnast. Kui palju maksis see raamat uuena?

917. Autojuht ostis bensiinijaamast 20 l bensiini, mis täitis $\frac{5}{8}$ auto bensiinipaagist. Kui suur oli auto bensiinipaagi maht?

918. Lõvi elab kuni 35 aasta vanuseks, see moodustab $\frac{7}{10}$ karu ja $\frac{7}{40}$ elevandi kõrgeimast vanusest. Kui vanaks võib elada karu ja kui vanaks elevant?

919. Külvipind moodustab $\frac{3}{5}$ kogu kolhoosi maa-alast. $\frac{3}{4}$ külvipinnast on teravilja all. Kui suur on kogu kolhoosi maa-ala, kui teravilja all on 540 ha?

920. Kooli katseaia suurus on 1,75 ha. $\frac{3}{5}$ katseaiast on viljapuude all, kuna ülejäänud osa moodustavad katselapid. Kui palju maad on katselappideks?

Jagamise omadused.

Täisarvude jagamise omadused kehtivad ka murdarvude puhul.

921. Selle asemel, et summat jagada mingi arvuga, võime jagada selle arvuga iga liidetava ja saadud jagatised liita.

Näiteks: $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{8}=\frac{3}{4}:\frac{5}{8}+\frac{1}{2}:\frac{5}{8}=2.$

Too veel selliseid näiteid.

Üldkujul võime seda omadust märkida järgmiselt:

$$(a+b):c=a:c+b:c,$$

ehk $$\frac{a+b+c}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}+\frac{c}{m}.$$



922. Selle asemel, et vahet jagada mingi arvuga, võime jagada selle arvuga eraldi vähendatava ja lahutatava ning seejärel esimesest jagatisest lahutada teise.

Näiteks: $\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right):\frac{1}{5}=\frac{2}{5}:\frac{1}{5}-\frac{3}{10}:\frac{1}{5}=\frac{1}{2}.$

Too veel näiteid.

Üldkujul: $(a-b):m=a:m-b:m,$

ehk $$\frac{a-b}{m}=\frac{a}{m}-\frac{b}{m}.$$

923. Selle asemel, et korrutist jagada mingi arvuga, võime jagada selle arvuga ühte tegurit, jättes teised tegurid muutmata.

Näiteks: $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right):\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}:\frac{1}{3}\right)=1.$

Too veel näiteid.

Üldkujul võime kirjutada:

$$(ab):m=(a:m)b=a(b:m),$$

ehk $\frac{ab}{m}=\left(\frac{a}{m}\right)b=a\frac{b}{m}.$

924. Selle asemel, et arvu jagada kahe arvu korrutisega, võime selle arvu jagada esimese teguriga ja saadud tulemuse teise teguriga.

Näiteks: $\frac{5}{8}:\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{5}{8}:\frac{1}{8}\right):\frac{1}{4}=20.$

Too veel näiteid.

Rakendades eeltoodud omadusi, arvuta:

$7\frac{1}{8}:\left(9\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{8}\right)$ $\qquad$ $\left(40\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{14}{25}\right):4\frac{1}{2}$

$9\frac{3}{7}:\left(7\frac{1}{3}\cdot1\frac{2}{7}\right)$ $\qquad$ $\left(22\frac{1}{2}\cdot3\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{7}\right):15$

$8\frac{1}{8}:\left(6\frac{1}{2}\cdot2\frac{1}{2}\right)$ $\qquad$ $\frac{2}{7}\cdot\left(3\frac{1}{2}\cdot4\frac{1}{2}\right):1\frac{1}{2}$

925. Arvuta:

$\left(3\frac{1}{3}-2\frac{6}{7}\right):10$ $\qquad$ $\left(10\frac{5}{7}+15\frac{10}{21}+20\frac{25}{28}\right):5$

$\left(3\frac{3}{4}-3\frac{4}{7}\right):5$ $\qquad$ $\left(24\frac{8}{25}+32\frac{16}{25}+80\frac{32}{75}\right):8$

$\left(81\frac{18}{25}-54\frac{27}{50}\right):9$ $\qquad$ $\left(15\frac{5}{8}+20\frac{15}{16}+25\frac{25}{32}\right):5$

926. Pea meeles:

a) **Kui jagatav on võrdne jagajaga, siis jagatiseks on 1.**

Näiteks: $\frac{5}{7}:\frac{5}{7}=1$, sest et $1\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{7}$.

Too veel näiteid.

b) **Kui jagaja on võrdne ühega, siis jagatis on võrdne jagatavaga.**

Näiteks: $\frac{7}{10}:1=\frac{7}{10}$, sest et $1\cdot\frac{7}{10}=\frac{7}{10}$.

Too veel näiteid.

c) **Kui jagatav on null, siis ka jagatis on null.**

Näiteks: $0:\frac{4}{5}=0$, sest et $0\cdot\frac{4}{5}=0$.

Too veel näiteid.

d) **Jagamine pole võimalik, kui jagaja on null.**

Jagada nullist erinev arv nulliga, näiteks 8 : 0, tähendab leida niisugune arv, mis nulliga korrutades annaks selle nullist erineva jagatava, siin 8. Sellist arvu pole aga olemas, sest iga arvu korrutamisel nulliga saame tulemuseks nulli.

Seepärast pole nullist erineva arvu jagamine nulliga võimalik.

927. Arvuta peast:

$9\frac{36}{37}:1$ $\quad$ $63\frac{1}{57}:63\frac{1}{57}+82\frac{27}{40}:82\frac{27}{40}$

$0:19\frac{5}{19}$ $\quad$ $\left(54\frac{19}{29}+5\frac{10}{29}\right):\left(48\frac{3}{47}:48\frac{3}{47}\right)$

$7\frac{17}{20}:0$ $\quad$ $\left(36\frac{15}{81}+13\frac{66}{81}\right):\left(4\frac{15}{29}-4\frac{15}{29}\right)$

Ülesandeid kõikidele tehetele murdudega.

928. Üks töötajaist lõpetaks töö 9 päevaga, teisel kuluks selle töö tegemiseks 12 päeva, kuna kolmas tööline tuleks sama ülesandega toime 15 päevaga. Missuguse osa kogu tööst täidavad need kolm töötajat koos töötades ühe päevaga?

929. Jaan kulutas $\frac{2}{5}$ oma rahast, kusjuures tal jäi järele 75 rubla. Kui palju oli Jaanil algul raha?

930. Kauplusest müüdi $\frac{1}{20}$, siis $\frac{1}{4}$ ja lõpuks $\frac{1}{6}$ kogu kangast, järele jäi aga veel 40 m. Kui pikk oli kangas?

931. Arvu kolmandiku ja neljandiku vahe on 12. Kui suur on see arv?

932. Arvu neljandiku ja viiendiku vahe on 25. Leia see arv.

933. $\frac{2}{3}$ arvust on 18. Kui palju on $\frac{3}{4}$ samast arvust?

934. a) Leia $\frac{3}{8}$ arvu $11\frac{4}{7}$-st.

b) Leia $\frac{2}{3}$ arvu $224\frac{3}{4}$-st.

c) Leia $\frac{2}{3}$ arvu 125 $\frac{6}{5}$-st.

935. Jaga arv 12 arvude $\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{4}$ summaga.

936. $\frac{1}{5}$ m riiet maksab 84 rubla. Kui palju maksab $3\frac{1}{8}$ m seda riiet?

937. $\frac{3}{4}$ osa riidest maksab 108 rubla. Kui palju maksab $\frac{2}{3}$ osa sellest riidest?

938. Tööline laenas individuaalelamu ehitamiseks 8000 rubla. Kui palju on tal sellest laenust veel tasuda, kui tasutud on $\frac{3}{8}$ laenatud summast?

939. Neli töölist said tehtud töö eest kokku 340 rubla. Kolm esimest töölist said igaüks ühe ja sama summa, neljas aga $\frac{5}{4}$ sellest, mis sai igaüks eelmistest. Mitu rubla sai iga tööline?

940. Maret mõtles ühe arvu, leidis algul $\frac{1}{3}$ sellest arvust, seejärel $\frac{2}{7}$ saadud tulemusest ja lõpuks $\frac{5}{4}$ uuest tulemusest ning sai 10. Mis arvu ta mõtles?

941. Meeter paela maksis 5,95 rubla. Kui palju maksab 30 cm seda paela?

942. Ristkülikukujulise maatüki pindala on 59,2832 ha. Maatüki üks äär on 403 m. Kui pikk on teine äär?

943. Ristkülikukujulise maatüki pikkus on kaks korda suurem laiusest. Mees, astudes 124 sammu minutis, kusjuures sammu pikkus on 0,75 m, teeb tiiru ümber selle maatüki 12 minutiga. Kui pikk ja kui lai on see maatükk?

944. Ristkülikukujulise basseini pikkus on 2 m ja laius $1\frac{1}{2}$ m. Basseinis oli vett $\frac{1}{4}$ basseini sügavusest. Basseini lasti vett juurde voolata 31 min. 15 sek. vooliku kaudu, mis andis 6 l vett minutis. Pärast seda oli vee sügavus $\frac{1}{3}$ basseini sügavusest. Kui suur on selle basseini ruumala?

945. Kui suur erikaal on kehal, mille kuupmeeter kaalub 2731 kg?

946. Kui palju kaalub 172 l õli, mille erikaal on 0,85?

947. Kui suur on eseme ruumala, kui tema erikaal on 8,8 ja ta kaalub 10 grammi?

948. Leia 1 tonni raskuse rauatüki ruumala. Raua erikaal on 7,8.

949. Pioneerid tegid matkates 120 sammu minutis. Sammu pikkus on 0,70 m. Kui suur oli nende tunnikiirus?

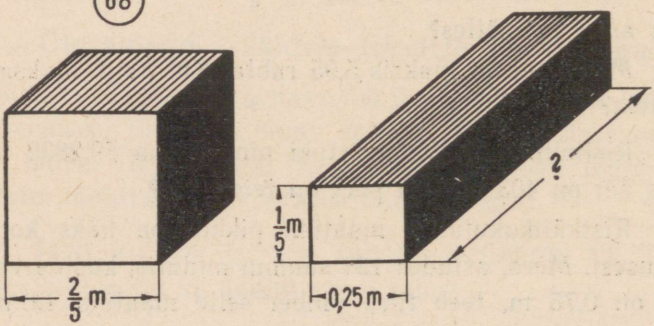
950. Auto kiirus on 60 km tunnis. Missuguse vahemaa läbib see auto sekundis?

951. Rong sõitis 8 tunniga 420 km. Mitu meetrit sõitis see rong keskmiselt minutis?

952. Jalgrattur sõitis 20 km ajaga 1 t. 32 min. 40 sekundit. Kui suur oli jalgratturi tunnikiirus?

953. Kuup, mille serva pikkus on $\frac{2}{5}$ m, on ruumalalt võrdne risttahukaga, mille laius on 0,25 m ja kõrgus $\frac{1}{5}$ m. Kui suur on selle risttahuka pikkus?

68

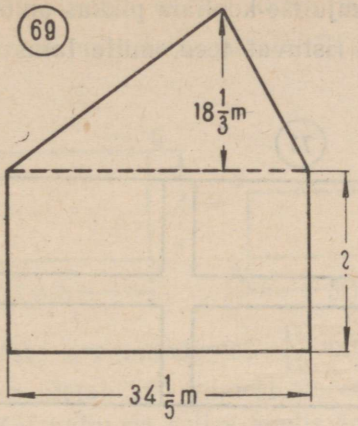


954. Ristkülikukujulise, $8\frac{1}{2}$ dm pikkuse ja 6,75 dm laiuse plekitüki igast nurgast lõigati ära $1\frac{1}{4}$ dm küljega ruudukujulised tükid. Järelejäänud plekist valmistati karp. Leia karbi ruumala.

955. 25 m pikkune ja 3,4 m laiune tee kaeti 5 cm paksuse kruusakorraga. Mitu autokoormat kruusa selleks vajati, kui autokoormasse mahub $\frac{3}{4}$ m³ kruusa?

956. Joonisel 69 kujutatud maatüki pindala on $939\frac{1}{2}$ m². Leia selle maatüki ristkülikukujulise osa laius.

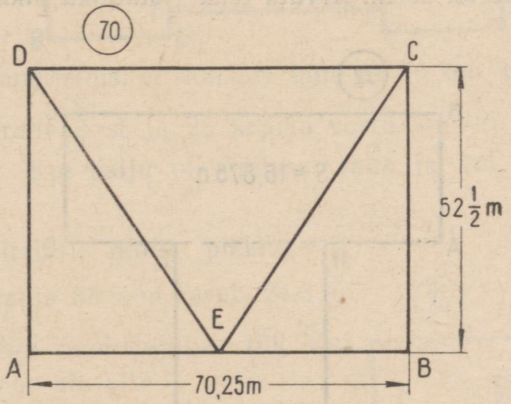
69



957. Panama kanali pikkus on 81 km, seda ehitati 30 aastat. Moskva kanali pikkus on 128 km, kusjuures see kanal ehitati vaimis $4\frac{2}{3}$ aastaga. Mitu korda kiiremini ehitati 1 km Moskva kanalit, võrreldes 1 km Panama kanali ehitamisega?

958. Ristkülikukujuline maatükk $ABCD$ jaotati kolmeks osaks, kusjuures punktid D ja C ühendati punktiga E, mis asub võrdsetel kaugustel punktidest A ja B. Arvuta maatüki iga osa pindala.

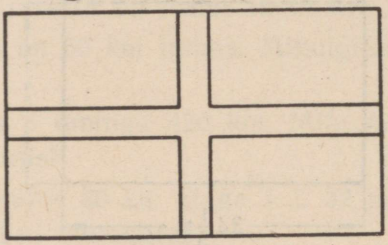
70



959. Elevandiluust kera, kui see lasta kukkuda marmorist lauale, põrkub tagasi $\frac{1}{3}$ sellest kõrgusest, millest teda lasti kukkuda. Kui kõrgele põrkub kera, mis lasti kukkuda 4 m kõrguselt, pärast seda, kui ta on 3 korda laualt tagasi põrganud?

960. Ristkülikukujulise kooliaia pikkus on 60,6 m, laius $32\frac{4}{5}$ m. Aeda läbivad kaks ristuvat teed, mille laius on 1,75 m. Arvuta teede pindala.

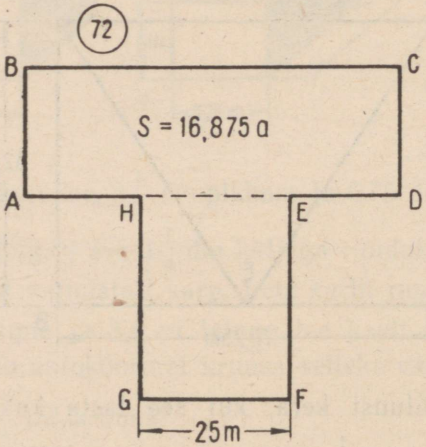
71



961. Põllundusbrigaad sai $73\frac{1}{2}$ ha suuruselt maatükilt $1\frac{2}{3}$ korda rohkem saaki, kui oli ette nähtud plaanis. Selle eest said brigaadi liikmed 183,75 ts vilja, mis moodustas $\frac{1}{4}$ üleplaanilisest viljakogusest. Kui suur oli tegelik saak selle maatüki 1 hektarilt?

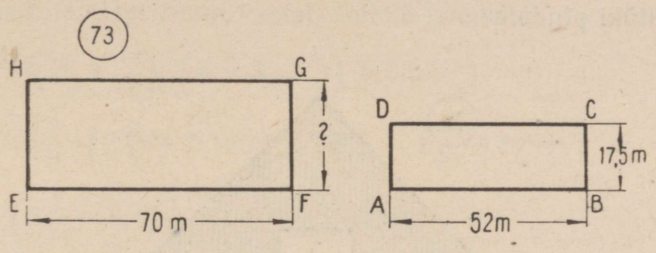
962. Maatükk koosneb kahest ristkülikukujulisest osast. Kogu maatüki pindala on $36\frac{1}{4}$ a, ühe ristküliku pindala 16,875 a. Teise ristküliku laius on 25 m. Arvuta teise ristküliku pikkus *EF*.

72



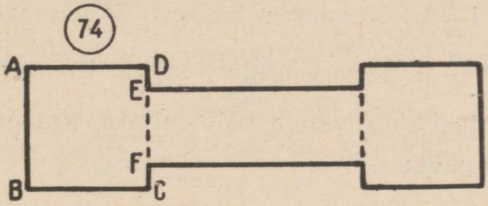
963. Vai, mis $\frac{2}{7}$ oma pikkusest on maa sees, ulatub 75 cm pealpoole maapinda. Leia kogu vaia pikkus.

964. Põllu $EFGH$ pindala on $2\frac{3}{4}$ korda suurem põllu $ABCD$ pindalast. Leia suurema põllu laius joonise 73 andmetel.



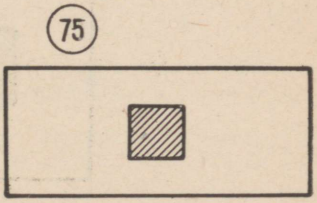
965. Kooli õpilaste arv moodustab $\frac{11}{12}$ kogu kooli kollektiivi liikmete arvust ning ületab 300 inimese võrra õpetajate ja kooli teenistujate arvu. Kui palju on selles koolis õpilasi?

966. Kooliaed koosneb kahest võrdsest ruudust ja ühest ristkülikukujulisest osast. Leia kooliaia ümbermõõt ja pindala, kui $AB = 23{,}5$ m, $EF = 19\frac{1}{2}$ m ja kogu maatüki pikkus on 122 m.



967. Õpilane leidis, et raamatu hind on 50 kop. võrra väiksem temal oleva raha $\frac{2}{3}$-st ja 25 kopika võrra suurem tema poolest rahasummast. Kui palju oli õpilasel raha ja kui palju maksis raamat?

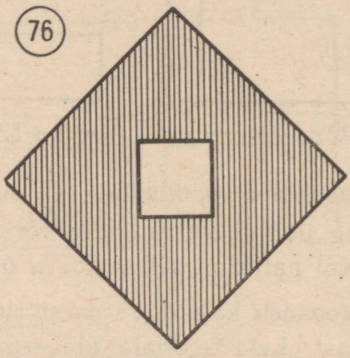
968. Kooliaias, mille pikkus on $87\frac{3}{4}$ m ja laius 38,5 m, asub 24,5 m pikkuse küljega ruudukujuline tiik. Kui suur pindala on aia all?



969. Ristkülikukujulisele maatükile, mille pikkus on $88\frac{2}{5}$ m ja laius $22\frac{1}{10}$ korda väiksem pikkusest, külvati ube. Kui palju seemet läheb selleks vaja, kui 1 m² külvamiseks kulub 10 g ube?

970. 0,95 m pikkuse küljega ruudukujulise plekitahvli keskel on $\frac{9}{20}$ m pikkuse küljega ruudukujuline auk (joon. 76). Kui suur oli plekitüki pindala?

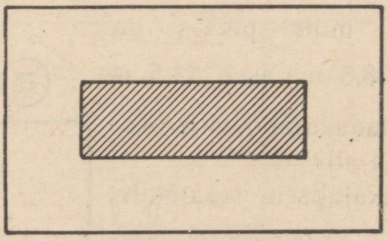
76



971. Ristkülikukujulise maatüki ümbermõõt on 1350 m. Maatüki pikkus on $1\frac{1}{4}$ korda suurem laiusest. Selle maatüki seemendamiseks varuti $1\frac{3}{5}$ ts seemet hektari kohta. Kontrollimisel selgus, et $\frac{2}{9}$ seemneviljast ei kõlvanud külvamiseks. Kui palju seemet oli vaja juurde hankida?

972. Maja pikkus on 12,5 m, laius $6\frac{3}{4}$ m. Maja ümber, 8,75 m kaugusele seintest, ehitati tara. Leia tara pikkus.

77



973. Risttahukakujulise nõu täis vett kaalub 1440 kg. Nõu kõrgus on 15 cm, pikkus aga $\frac{4}{5}$ kõrgusest. Leia nõu laius.

974. Selleks, et klassis oleks küllalt valgust, peab akende pindala moodustama vähemalt $\frac{1}{12}$ klassi põranda pindalast. Kontrolli, kas teie klassiruum vastab sellele nõudele.

975. $\left(6{,}16+\frac{13}{40}\right)\cdot\left(8-9:2\frac{1}{4}\right)+96.$

976. $15\frac{3}{8}:\left(2\frac{3}{5}+0{,}125\right)-\left(6\frac{1}{6}-1\frac{3}{25}\cdot 3{,}125\right).$

977. $\left(5\frac{7}{24}-9{,}4\cdot\frac{1}{3}\right):\left(1-5\frac{3}{10}:6\right).$

978. $4\frac{9}{28}\cdot\frac{16}{11}:1\frac{1}{15}:7\frac{3}{4}\cdot 10:\frac{16}{31}.$

979. $\left(0{,}0085\cdot 400+3{,}85:1\frac{7}{26}\right)-2:0{,}8.$

980. $28{,}14:3{,}5-\left(2{,}5\cdot 0{,}24-\frac{15}{29}\right)\cdot\left(1{,}45-1\frac{1}{18}+\frac{4}{45}\right).$

981. $24{,}57:3\frac{1}{2}-\left(1{,}35-\frac{11}{15}+\frac{5}{18}\right)\cdot\left(225:12{,}5-1\frac{3}{23}\cdot 9\right).$

982. $\left(0{,}7007:0{,}014+7\frac{1}{18}\cdot 3{,}6\right):\left(0{,}009\cdot 8700-120:4\frac{2}{7}\right)-$
$-0{,}306:0{,}3.$

983. $8{,}3\cdot 0{,}2+\left(5\frac{17}{30}-1\frac{41}{96}\cdot 2\right):1\frac{15}{16}-0{,}3\cdot\left(30{,}5:\frac{1}{2}-\right.$
$\left.-1976:32{,}5\right).$

984. $4{,}58-(1{,}295+1{,}936:3{,}2)\cdot 1\frac{16}{19}+3\frac{5}{51}:\left(4\frac{5}{34}-3\frac{19}{51}\right).$

985. $1\frac{32}{49}:\left(4\frac{15}{49}-2\frac{13}{14}\right)+0{,}025\cdot(4{,}254-1{,}134:0{,}28)+1{,}1149.$

986. $\left(3\frac{1}{45}+2\frac{7}{15}:2{,}4\right):9+0{,}3\cdot 0{,}5.$

987. $101{,}26-5\cdot(14{,}7:0{,}75-0{,}7:2\frac{1}{3}+0{,}15).$

988. $0{,}75+\dfrac{3\frac{19}{24}:\left(1\frac{37}{60}-1\frac{1}{9}\right)}{40:6{,}4-5{,}625:0{,}4}\cdot 1\frac{1}{45}.$

989. $\dfrac{46\frac{7}{8}:4\frac{23}{28}-6\frac{16}{45}+7\frac{1}{2}:36}{4{,}1+6{,}12:0{,}6}.$

4. KAHE ARVU SUHE.

Mis on suhe?

990. Traktor kündis tunnis keskmiselt 80 aari, hobusega jõuti sama aja jooksul künda kõigest 200 m^2. Mitu korda on traktori poolt ühe tunni jooksul küntud pindala suurem pindalast, mida jõuti künda sama aja kestel hobusega?

991. Kooliaiast, mille pindala on 180 a, eraldati viljapuude istutamiseks 60 a. Missugune osa kooli aiast on viljapuude all?

992. Missuguse osa moodustab 300 grammi 3-st kilogrammist?

993. Eelmistes ülesannetes võrdlesime kahte sama liiki suurust sel teel, et leidsime, mitu korda on üks suurus teisest suurem või missuguse osa moodustab üks suurus teisest.

Nendele küsimustele vastamiseks jagatakse üks antud suurustest teisega, ehk, teiste sõnadega, arvutatakse nende suuruste suhe.

Kahe suuruse suhteks nimetatakse nende suuruste väärtuste jagatist, kui need väärtused on väljendatud samades ühikutes.

Suhe näitab, mitu korda on üks suurus teisest suurusest suurem või missuguse osa moodustab see suurus teisest suurusest.

Esimesel juhul on suhe suurem kui 1, teisel juhul on suhe väiksem kui 1.

994. Selle asemel, et tarvitada mitmesuguseid väljendeid, nagu: «Leia, mitu korda on üks arv teisest suurem» või «Leia, missuguse osa moodustab üks arv teisest», võime kasutada väljendit: «Leia kahe arvu suhe», sõltumata sellest, kumb nendest arvudest on väiksem, kumb suurem.

Esimeses ülesandes 80 a ja 2 a suhe on 40.

Teises ülesandes 60 a ja 180 a suhe on $\frac{1}{3}$.

Kolmandas ülesandes 300 g ja 3 kg suhe on $\frac{1}{10}$.

N ä i d e. Arvude 8 ja 2 suhe on $8 : 2 = 4$.

Arvude 2 ja 8 suhe on $2 : 8 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, s. o. eelmise suhte pöördväärtus.

Loeme järgmiselt: 2 suhe 8-sse on $\frac{1}{4}$.

995. Kahte arvu, mis moodustavad suhte, nimetatakse s u h t e l i i k m e t e k s. Esimene arv (jagatav) on suhte e s i m e n e l i i g e, teine arv (jagaja) on suhte t e i n e l i i g e, nende jagatis on s u h t e v ä ä r t u s ehk s u h e.

Näiteks suhtes $15 : 3$ on suhte esimeseks liikmeks arv 15, teiseks liikmeks arv 3 ja suhte väärtuseks 5.

996. Määra suhte esimene ja teine liige järgmiste arvude puhul:

$\frac{5}{16}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{17}{50}$; $\frac{15}{64}$; $\frac{49}{80}$; 9; 40; 19; 200.

997. Leia järgmiste arvupaaride suhe:

12 ja 4	$\frac{9}{10}$ ja $\frac{3}{5}$	32 cm ja 8 cm	1 ööpäev ja 30 min.
4 ja 12	$\frac{3}{5}$ ja $\frac{9}{10}$	5 m ja 8 cm	$2\frac{1}{2}$ m ja $1\frac{1}{4}$ m
6 ja 15	5 ja 5	3 m^2 ja 5 cm^2	$\frac{1}{2}$ kg ja $4\frac{1}{2}$ kg

Millal on arvude suhe 1? Millal on suhe 1-st suurem? Millal on suhe 1-st väiksem?

998. Traktoril on kolm kiirust: $3\frac{1}{2}$ km tunnis, $4\frac{9}{10}$ km tunnis ja 7 km tunnis. Leia esimese ja teise kiiruse suhe; leia teise ja kolmanda kiiruse suhe.

999. Nõutäis bensiini kaalus 7 kg. Sama nõutäis vett kaalus 10 kg. Leia bensiini ja vee kaalu suhe.

1000. Kvartali jooksul pidi tehas andma toodangut 7,2 miljoni rubla eest. Tegelikult anti selle aja jooksul toodangut 9 miljoni rubla eest. Milline on tegeliku toodangu ja plaanilise toodangu suhe?

1001. Tehase poolt väljalastav veoauto kaalus 3 tonni. Sama võimsusega uut tüüpi auto kaalub 0,3 tonni vähem. Leia uut ja vana tüüpi veoauto kaalude suhe.

1002. Arvuta järgmised suhted:

18 : 7,2	3 ja 7,5	33 ja 99,99	50 kg ja 6,25 kg
18 : 0,125	5 ja 12,5	2,56 ja 32	1,25 rbl. ja 15 rbl.
18 : 22,5	2 ja 2,5	3,655 ja 85	1,6 m ja 32 m

1003. Kui suhte liikmed on väljendatud erinevates mõõtühikutes (näiteks üks meetrites, teine millimeetrites), siis suhte arvutamiseks tuleb nad muuta ühenimelisteks.

N ä i d e. 4,5 m : 15 dm = 45 dm : 15 dm = 3,
ehk: 4,5 m : 1,5 m = 3.

1004. Leia järgmised meetersüsteemi mõõtühikute suhted:

1 m : 1 dm	1 km : 1 m	1 m^2 : 1 dm^2	1 m^3 : 1 dm^3
1 dm : 1 cm	1 m : 1 cm	1 m^3 : 1 dm^3	1 dm^3 : 1 cm^3
1 cm : 1 mm	1 cm : 1 dm	1 dm^2 : 1 cm^2	1 cm^3 : 1 mm^3

1005. Mõnest maatükist või esemest joonise valmistamisel tuleb kujutatava eseme mõõtmeid teatav arv kordi vähendada. Ristkülikukujulise maatüki pikkus on näiteks 750 m, joonisel aga on see 75 mm. Mitu korda on tegelikke mõõtmeid vähendatud? Missugune on selle plaani arvmõõt ehk mastaap? Selleks leiame plaanil oleva pikkuse ja tõelise pikkuse suhte:

$$\frac{75\text{ mm}}{750\text{ m}} = \frac{75\text{ mm}}{750000\text{ mm}} = \frac{1}{10000}.$$

Mastaap on seega 1 : 10 000.

1006. Mida näitab mastaap 1 : 10; 1 : 1; 1 : 100; 1 : 1000; 2,5 : 1; 10 : 1?

1007. Kaardil näidatud mastaabi järgi vastab kaardi 1 cm-le 1000 m. Missugune on selle kaardi arvmõõt?

1008. 580 m pikkune vahemaa on plaanil kujutatud 290 mm pikkusena. Missugune on selle plaani arvmõõt (mastaap)?

1009. Arvuta suhted:

48 : 6	6,5 : 13	$\frac{5}{8} : \frac{15}{16}$	$4\,2 : \frac{3}{2}$	1 dm^3 : 1 cm^3
6 : 48	0,56 : 0,07	$\frac{9}{20} : \frac{3}{10}$	$2\frac{3}{5} : 1{,}75$	1 dm^2 : 1 cm^2
72 : 9	9,1 : 0,7	$\frac{7}{12} : \frac{35}{24}$	$6\frac{3}{4} : 0{,}9$	1 m^2 : 1 ha

Suhte omadused.

1010. Kahe arvu suhe on sama, mis nende arvude jagatiski. Suhte liikmete vahel valitseb ka sama sõltuvus, mis arvude vahel jagamisel.

Suhte esimene liige on võrdne teise liikme ja suhte väärtuse korrutisega,

sest jagatav on võrdne jagaja ja jagatise korrutisega.

Näide. $24 : 8 = 3$; $24 = 8 \cdot 3$.

Suhte selle omaduse põhjal võime leida suhte esimese liikme, kui on antud teine liige ja suhte väärtus.

Näide. $x : 5\frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. $x = 5\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = 2\frac{2}{15}$.

Suhte esimene liige on $2\frac{2}{15}$.

1011. Suhte teine liige on võrdne esimese liikme ja suhte väärtuse jagatisega,

sest jagaja on võrdne jagatava ja jagatise jagatisega.

Näide. $21 : 7 = 3$. $7 = \frac{21}{3}$.

Suhte selle omaduse põhjal võime leida suhte tundmatu teise liikme, kui on antud esimene liige ja suhte väärtus.

Näide. $3\frac{1}{5} : x = 2\frac{2}{15}$. $x = 3\frac{1}{5} : 2\frac{2}{15} = 1\frac{1}{2}$.

Suhte teine liige on $1\frac{1}{2}$.

Kontrolli!

1012. Leia suhte tundmatu liige:

$x : 6 = \frac{2}{3}$	$\frac{x}{2} = 800$	$2\frac{1}{5} : x = 4$	$\frac{0,5}{x} = 2$
$x : 18 = \frac{7}{12}$	$\frac{3}{x} = 600$	$x : 23 = 1\frac{1}{2}$	$\frac{x}{0,25} = \frac{3}{4}$
$x : 0,75 = 3,2$	$\frac{x}{0,5} = 10$	$\frac{1}{33} : x = \frac{7}{11}$	$\frac{3,5}{x} = 1\frac{2}{5}$
$x : 0,125 = \frac{3}{8}$	$\frac{0,48}{x} = 0,08$	$x : 3\frac{1}{5} = \frac{5}{8}$	$\frac{x}{0,2} = 2\frac{1}{2}$
$x : 2\frac{1}{2} = 1\frac{3}{5}$	$\frac{x}{0,5} = 0,25$	$7\frac{1}{5} : x = 0,12$	$\frac{0,47}{x} = 7\frac{5}{6}$

1013. Suhte esimene liige on 26,4, suhte väärtus $\frac{3}{5}$. Leia suhte teine liige.

1014. Suhte esimene liige on 42, teine liige 8,4. Leia suhte väärtus.

1015. Suhte teine liige on 0,25, suhte väärtus $\frac{1}{2}$. Arvuta suhte esimene liige.

1016. Töölise tegeliku töötulemuse ja tehase poolt antud normi suhe on 3,5. Mitu detaili valmistab see tööline tegelikult, kui norm näeb ette 80 detaili valmistamise?

1017. Masinaosa pikkus joonisel on 37 mm. Kui pikk on see masinaosa tõeliselt, kui joonise mastaap on 1 : 4?

1018. Müürsepp ületas normi $2\frac{1}{3}$-kordselt. Kui suur oli norm, kui müürsepp ladus 21 m^3 tellisseina?

1019. Kaart on valmistatud mastaabis 1 : 500 000. Kui suur on kahe linna vahemaa tõeliselt, kui kaardil on nende kaugus 24,5 cm?

1020. Raudtee pikkus on 250 km. Kui suur on selle liini pikkus kaardil, mille mõõt on 1 : 400 000?

1021. Suhte väärtus ei muutu, kui suhte liikmeid korrutada või jagada ühe ja sama arvuga,
sest jagatis ei muutu, kui jagatavat ja jagajat korrutada või jagada ühe ja sama arvuga.

Seda omadust nimetatakse *suhte põhiomaduseks*.

Sellest nähtub, et suhtel on samad omadused, mis murrul: seda võib taandada ja laiendada, kusjuures suhte väärtus ei muutu.

Näide. 480 : 240 = 2.

Taandades suhet 10-ga saame

$$48 : 24 = 2.$$

Suhte väärtus ei muutunud.

Laiendame suhet 10-ga, saame

$$4800 : 2400 = 2.$$

Suhte väärtus ei muutunud.

1022. Taanda järgmised suhted:

48 : 32	600 : 2400	168 : 216	750 : 1125
72 : 18	350 : 150	840 : 1050	1000 : 3175
36 : 12	650 : 180	264 : 312	1250 : 2250

1023. Murdarvude suhet saab asendada täisarvude suhtega. See toimub suhte esimese liikme jagamise teel teise liikmega.

Näiteks:

$$\text{a)}\ \frac{3}{4}:5=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}=\frac{3\cdot1}{4\cdot5}=\frac{3}{20}=3:20;$$

$$\frac{3}{4}:5=3:20.$$

$$\text{b)}\ \frac{2}{9}:\frac{5}{6}=\frac{2}{9}\cdot\frac{6}{5}=\frac{2\cdot6}{9\cdot5}=\frac{4}{15}=4:15;$$

$$\frac{2}{9}:\frac{5}{6}=4:15.$$

$$\text{c)}\ 3\frac{2}{5}:1\frac{1}{2}=\frac{17}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{17\cdot2}{5\cdot3}=\frac{34}{15}=34:15;$$

$$3\frac{2}{5}:1\frac{1}{2}=34:15.$$

Mõnikord on lihtsam murdarvude suhet asendada täisarvude suhtega suhte laiendamise teel. Näiteks laiendades suhet $0{,}5:3\frac{1}{2}$ kahega, saame

$$0{,}5:3\frac{1}{2}=\left(2\cdot0{,}5\right):\left(2\cdot3\frac{1}{2}\right)1:7.$$

Toome murdarvude suhte asendamise kohta täisarvude suhtega veel mõned näited:

1) Asenda suhe $\frac{2}{9}:\frac{5}{6}$ täisarvude suhtega.

L a h e n d u s. Leiame murdude nimetajate väikseima ühiskordse ning korrutame sellega mõlemat murdu .

Arvude 9 ja 6 VÜK on 18. Antud suhte liikmeid 18-ga korrutades saame:

$$\frac{2}{9}:\frac{5}{6}=\left(18\cdot\frac{2}{9}\right):\left(18\cdot\frac{5}{6}\right)=4:15.$$

Oleme murdarvude suhte $\frac{2}{9}:\frac{5}{6}$ asendanud temaga võrdse täisarvude suhtega 4 : 15.

2) Kui suhte üks või mõlemad liikmed on segaarvud, siis talitame samuti nagu eelmises näites:

$$3\frac{2}{5} : 1\frac{1}{2} = \left(10 \cdot 3\frac{2}{5}\right) : \left(10 \cdot 1\frac{1}{2}\right) = 34 : 15.$$

1024. Asenda murdarvude suhted täisarvude suhtega:

$\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$	$\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$	0,5 : 5	$2\frac{1}{2} : 7$	$1\frac{1}{4} : 2{,}5$
$\frac{2}{7} : \frac{5}{7}$	$\frac{5}{12} : \frac{7}{24}$	2,6 : 0,35	$4 : 5\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} : 1{,}8$
$\frac{3}{5} : \frac{1}{5}$	$\frac{4}{15} : \frac{3}{5}$	0,01 : 1	$1\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$	2,2 : 5

Asenda kümnendmurdudes antud suhted täisarvude suhtega. Taanda, kui see on võimalik.

0,5 : 0,1	0,64 : 0,08	1,4 : 0,14	0,05 : 25
2,5 : 0,5	8,1 : 0,9	0,02 : 0,4	35 : 0,07
3,8 : 1,9	3,5 : 0,7	0,54 : 0,9	6,3 : 9

1025. Täida tabeli lüngad:

Ruudu A külg a	7	16	0,5	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$
Ruudu B külg b	9	24	0,2	$\frac{8}{9}$	2,5
Ruutude külgede suhe $a : b$					
Ruudu A pindala a^2					
Ruudu B pindala b^2					
Ruutude pindalade suhe $a^2 : b^2$					

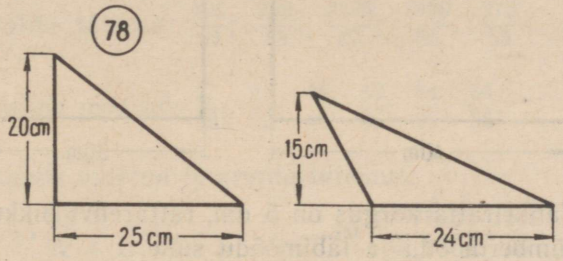
Asenda murdarvude suhe täisarvude suhtega.

1026. Leia akna pindala ja põranda pindala suhe, kui akna mõõtmed on 2,8 m × 2 m ja põranda mõõtmed 10 m × 8 m.

1027. Koolis on poiste ja tütarlaste arvu suhe $\frac{3}{4}$. Leia poiste arv selles koolis, kui õpilaste üldarv on 560.

1028. Ristküliku laiuse ja pikkuse suhe on $\frac{3}{4}$. Mitu hektarit on selle ristküliku pindala, kui ristküliku pikkus on 420 m?

1029. Leia kolmnurkade pindalade suhe.



1030. Kaardi igale sentimeetrile vastab maapinnal 100 km. Missugune on selle kaardi arvmõõt?

1031. Kaardi arvmõõt on 1 : 100 000. Kui pikk on kaardil lõik, mis kujutab Tallinn—Keila vahemaad (25 km)?

1032. Milline on kaardi arvmõõt, kui kahe punkti vaheline kaugus on tegelikult 975 m, kaardil aga 3,9 cm?

1033. Õpikus toodud joonisel on haiguspisiku pikkus 8 mm. Joonis on tehtud mõõdus 5000 : 1. Leia pisiku tõeline pikkus.

1034. Kolhoosi ristkülikukujulise põllu pikkus plaanil on $2\frac{3}{4}$ cm, laius 1,5 cm. Leia selle põllu pindala hektarites, kui plaani mastaap on 1 : 5000.

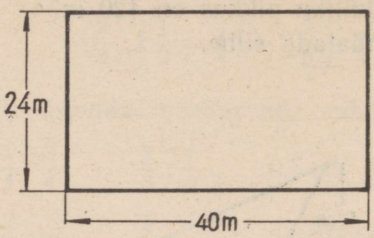
1035. Tükk valgevaske sisaldab $5\frac{4}{5}$ kg tsinki. Leia vase hulk valgevases, kui vase ja tsingi kaaluline suhe on $1 : \frac{1}{2}$.

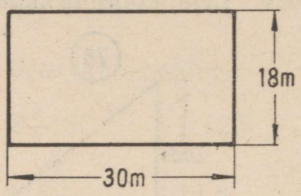
1036. Klassi põranda pindala on $77\frac{1}{2}$ m², akende pindala aga $12\frac{1}{2}$ m². Leia akende pindala ja põranda pindala suhe.

1037. Poiste ja tütarlaste arvu suhe 6. klassis on $\frac{4}{5}$. Kui palju on selles klassis tütarlapsi, kui neid on 4 võrra rohkem kui poisse?

1038. Leia joonisel 79 toodud ristkülikute ümbermõõtude suhe ja pindalade suhe.

79





1039. Vankriratta kõrgus on 5 dm, rattarehvi pikkus 15,7 dm. Leia ratta ümbermõõdu ja läbimõõdu suhe.

1040. Ristkülikukujulise maatüki pikkus on 5000 m, laiuse ja pikkuse suhe aga 0,35. Arvuta maatüki pindala.

1041. Toa laius on 4 m, kõrguse ja laiuse suhe $\frac{3}{4}$, pikkuse ja laiuse suhe 1,75. Leia toa ruumala.

1042. Pea meeles järgmised seosed:

$$\frac{a}{x} = q;\ x = a : q$$

$$\frac{x}{b} = q;\ x = b \cdot q$$

Harjuta neid kiiresti ning kindlalt rakendama ülesannete lahendamisel.

1043. Arvuta peast:

$\frac{0{,}126}{6} = x$ $\quad \frac{0{,}8}{x} = 0{,}4$ $\quad \frac{x}{1{,}3} = 2$ $\quad \frac{8{,}44}{x} = 0{,}4$

$\frac{0{,}639}{9} = x$ $\quad \frac{6{,}3}{x} = 0{,}7$ $\quad \frac{x}{2{,}5} = 3$ $\quad \frac{1{,}55}{0{,}5} = x$

$\frac{0{,}207}{9} = x$ $\quad \frac{5{,}4}{x} = 0{,}9$ $\quad \frac{x}{3{,}1} = 4$ $\quad \frac{x}{30} = 16$

1044. Arvuta kirjalikult:

$\frac{8}{0{,}125} = x$ $\quad \frac{x}{0{,}991} = 0{,}89$ $\quad \frac{x}{25} = 0{,}324$

$\frac{11}{x} = 0{,}375$ $\quad \frac{0{,}19}{x} = 0{,}095$ $\quad \frac{2{,}288}{x} = 6{,}5$

$\frac{18}{0{,}045} = x$ $\quad \frac{183{,}96}{10{,}512} = x$ $\quad \frac{x}{0{,}156} = 1{,}7$

1045. Teisenda liigmurruks: $35\frac{5}{12}$; $16\frac{7}{8}$; $20\frac{1}{3}$; $7\frac{15}{21}$; $9\frac{23}{24}$.

1046. Eralda täisosa: $\frac{125}{12}$; $\frac{256}{33}$; $\frac{3256}{42}$; $\frac{7439}{56}$; $\frac{275}{55}$.

1047. Taanda murrud: $\frac{27}{99}$; $\frac{30}{52}$; $\frac{45}{48}$; $\frac{32}{35}$; $\frac{84}{96}$; $\frac{64}{96}$.

1048. Taanda murrud ja arvuta tulemus:

a) $\frac{19 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 11}{22 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 19}$ b) $\frac{49 \cdot 77 \cdot 56 \cdot 1000}{33 \cdot 70 \cdot 42 \cdot 28}$

c) $\frac{76 \cdot 102 \cdot 130 \cdot 108}{162 \cdot 78 \cdot 68 \cdot 114}$.

1049. Teisenda ühenimelisteks murrud:

a) $\frac{20}{45}$, $\frac{14}{35}$ ja $\frac{32}{44}$ b) $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{18}$ ja $\frac{3}{40}$ c) $\frac{43}{60}$, $\frac{19}{40}$ ja $\frac{53}{72}$

1050. Arvuta: a) $10\frac{3}{5}+1\frac{1}{6}+3\frac{11}{24}$

b) $4\frac{17}{25}+15\frac{47}{75}+10\frac{41}{25}$.

1051. Arvuta:

a) $17\frac{13}{15}-6\frac{5}{6}$; b) $11\frac{4}{21}-7\frac{6}{7}$; c) $5\frac{1}{4}-3\frac{13}{16}$.

1052. Arvuta:

$$\left(\frac{19}{33}-\frac{9}{22}+17\frac{35}{132}\right)-\left(8\frac{3}{4}+4\frac{7}{11}\right).$$

1053. Leia x:

$x+\frac{7}{10}=5\frac{3}{10}$ $\frac{5}{18}+x=\frac{7}{20}$

$x-\frac{29}{90}=\frac{5}{18}$ $6\frac{11}{24}-x=5\frac{5}{18}$.

1054. Arvuta:

$14 \cdot \frac{3}{8}$ $\frac{7}{18} \cdot \frac{15}{34}$ $6\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{10}$ $3\frac{1}{3} \cdot 3\frac{13}{53} \cdot 3\frac{1}{88}$

$48 \cdot 1\frac{5}{96}$ $\frac{16}{81} \cdot \frac{17}{32}$ $8\frac{12}{31} \cdot 9\frac{8}{13}$ $5\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 16$

1055. Leia x:

a) $\frac{\frac{x}{9}}{20}=5\frac{3}{7}$; b) $\frac{x}{5\frac{1}{2}}=7\frac{6}{11}$; c) $\frac{x}{3\frac{5}{9}}=4\frac{7}{8}$

1056. Arvuta:

$\frac{21}{25}:7$ $180:\frac{120}{121}$ $\frac{5}{6}:\frac{19}{24}$ $8\frac{2}{5}:1\frac{1}{20}$ $157\frac{1}{4}:8$

$27\frac{5}{6}:9$ $320:3\frac{1}{5}$ $\frac{15}{22}:1\frac{7}{8}$ $12\frac{3}{5}:1\frac{1}{20}$ $269\frac{11}{12}:12$

1057. Leia x:

$\frac{3}{5}\cdot x=\frac{3}{10}$; $x\cdot\frac{6}{7}=\frac{18}{23}$; $\frac{2\frac{1}{2}}{x}=\frac{5}{6}$; $\frac{3\frac{8}{9}}{x}=5\frac{5}{6}$.

1058. Arvuta:

a) $\dfrac{1:1\frac{1}{15}}{3\frac{1}{8}:6\frac{2}{3}}:\dfrac{4\frac{7}{8}:13}{5:1\frac{7}{8}}$; b) $\dfrac{2\frac{3}{8}:\frac{3}{4}+24\frac{7}{9}}{7\frac{1}{8}-157\frac{4}{5}:24}$.

1059. Arvuta:

a) $\dfrac{36\frac{2}{3}:15+8\frac{2}{3}\cdot 7}{12\frac{1}{3}+8\frac{6}{7}:2\frac{4}{7}}$ b) $\dfrac{2\frac{3}{8}:\frac{3}{4}+24-\frac{7}{9}}{7\frac{2}{3}-157\frac{4}{5}:24}$.

1060. Millega on võrdne $5\frac{3}{5}$ dm² ja $\frac{7}{10}$ cm² suhe?

1061. Suhte esimene liige on $4\frac{4}{5}$, suhte väärtus on $\frac{4}{17}$. Leia suhte teine liige.

1062. Suhte teine liige on $11\frac{1}{3}$, suhte väärtus $5\frac{1}{4}$. Leia suhte esimene liige.

1063. Kahe arvu vahe on $29\frac{3}{8}$, nende suhe aga $8\frac{5}{6}$. Leia need arvud.

1064. Asenda suhe $3\frac{2}{3}:\frac{1}{18}$ täisarvude suhtega.

1065. Arvuta: $252+327{,}63+400{,}507+31{,}7$.

1066. Leia vahe:

a) $15-13{,}273$; b) $14{,}7-11{,}247$; c) $28{,}3-2{,}845$.

1067. Korruta:

a) $220 \cdot 5{,}04$; b) $702 \cdot 5{,}007$; c) $0{,}039 \cdot 400$.

1068. Jaga:

a) $0{,}3534 : 0{,}57$; b) $0{,}654 : 10{,}9$; c) $860375 : 0{,}125$.

1069. Jaga täpsusega 0,01:

$$45{,}3 : 11{,}1.$$

1070. Arvuta:

a) $2\frac{1}{2} + 0{,}039 : \frac{1}{20} \cdot (2{,}31 : 0{,}077) - 2{,}526.$

b) $4{,}58 - \left(1{,}295 + 1{,}936 : 3\frac{1}{5}\right) \cdot 1\frac{16}{19} + 3\frac{5}{51} : \left(4\frac{5}{34} - 3\frac{19}{51}\right).$

c) $1{,}75 - \frac{7}{9} \cdot \left(0{,}85 + \frac{4}{35}\right) + 7{,}511 : 3{,}7 \cdot \frac{10}{29}.$

1071. Rööpküliku kõrgus 14 cm moodustab $\frac{2}{5}$ tema alusest. Leia rööpküliku pindala.

1072. Maatükk on kolmnurga kujuline. Selle kolmnurga alus on 360 m, kõrgus aga alusest $1\frac{4}{5}$ korda väiksem. Kui palju seemet läheb tarvis selle põllu külvamiseks, kui 1 hektari kohta arvestada $1\frac{1}{5}$ ts?

1073 *. Ristkülikukujulise puiestiku pikkus on 23 korda suurem laiusest. Puiestiku kummastki otsast läksid üheaegselt jalakäijad teineteisele vastu. Esimene jalakäija astus minutis 120 sammu, kusjuures tema sammu keskmiseks pikkuseks oli 75 cm; teine jalakäija tegi minutis 100 sammu, kusjuures sammu pikkuseks oli 70 cm. 7,5 minuti pärast nad kohtusid. Arvuta puiestiku pindala. Vastus ümarda 0,01 hektarini.

1074 *. Mitu normipäeva töötas kolhoosnik välja vilja külvamisel, kui ta töötas 5 päeva á 9 tundi, 1 ha külvamiseks kulus keskmiselt 1 tund 15 min. ja 6 ha külvamise eest arvestati 1,5 normipäeva?

1075 *. Ristkülikukujulise maatüki ümbermõõt on 1,8 km, laius moodustab 0,8 pikkusest. Mitme tunniga võib selle maatüki üles künda 8 traktoriga, kui traktor künnab tunnis 0,4 ha?

1076 *. Kooliaia laius on 31,3 m, mis moodustab 0,65 pikkusest. $\frac{2}{3}$ aiast on ette nähtud viljapuude jaoks. $\frac{1}{4}$-le sellest pindalast otsustati istutada õunapuud, ülejäänud osale vaarikad. Kui palju õunapuid ja vaarikapõõsaid peab kool muretsema, kui iga õunapuu jaoks arvestada 24 m^2 ja iga vaarikapõõsa jaoks 2 m^2?

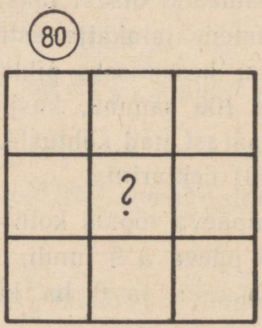
1077 *. Söekasti pikkus on 2,5 m, laius 2 m. Kui sügav peab olema see kast, et sellesse mahuks 6 tonni kivisütt, kui 1 t kivisütt võtab 1,2 m^3 ruumi?

PEAMURDMIST.

1078. Vähendatav on 5,4, lahutatav 0,67. Lahutatavale lisati nende arvude vahe. Kui suur on uus vahe?

1079. Lennuk lendas linnast *A* linna *B*. Esialgu lendas lennuk kiirusega 180 km tunnis. Kui tal jäi lennata 320 km võrra vähem kui juba oli lennatud, suurendas lennuk kiirust 150 km võrra tunnis. Lennu lõpul selgus, et lennuki keskmine kiirus kogu teekonna kohta oli 200 km tunnis. Leia linnade *A* ja *B* vahemaa.

1080. Arvud 1—9 on paigutatud alloleva joonise ruutudesse nii, et igas püstreas, põikreas ja diagonaalis asuvate arvude summad on võrdsed. Missugune arv asub sel puhul keskmises ruudus?



1081. 77 väliselt täiesti ühesuguse kuulikese hulgas on üks, mis on teistest pisut kergem. Tee see kuul kindlaks, mitte rohkem kui nelja kaalumisega kahepoolsetel kausskaaludel.

1082. Missugune märk tuleb panna 2 ja 3 vahele, et saaksime arvu, mis oleks suurem kui 2 ja väiksem kui 3?

1083. Äratuskell jääb tunnis 4 minutit järele. $3\frac{1}{2}$ tundi tagasi näitas see kell õiget aega. Õige kellaaeg on praegu 12. Mitme minuti pärast näitab ka äratuskell 12?

1084. Nelja üksteisele järgneva täisarvu korrutis on 3024. Leia arutluse teel need arvud.

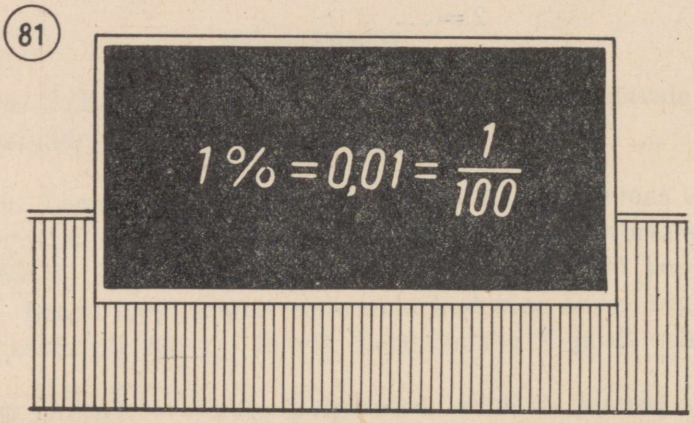
1085. Kirjuta viie 2 abil arvud 1—10. Näiteks:

$$1 = 2 + 2 - 2 - \frac{2}{2} \ .$$

$$2 = \ldots$$

5. PROTSENDID.

1086.



1 protsent on 1 sajandik.
7% on 7 sajandikku.

$a\%$ on $\frac{a}{100}$.

Väljenda kümnendmurdudes järgmised protsentides antud arvud:

1%	12%	120%	2,5%	137,5%
3%	16%	170%	5,4%	102,7%
5%	21%	257%	25,1%	207,9%

N ä i d e. 1,4% = 0,014.

1087. Kirjuta hariliku murruna ning taanda, kus võimalik, järgmised protsentides antud arvud:

2%	10%	110%	1400%	4,8%
4%	25%	180%	4040%	0,6%
6%	75%	250%	20005%	102,5%

Näide. $2{,}4\ \% = \frac{2{,}4}{100} = \frac{24}{1000} = \frac{3}{125}$.

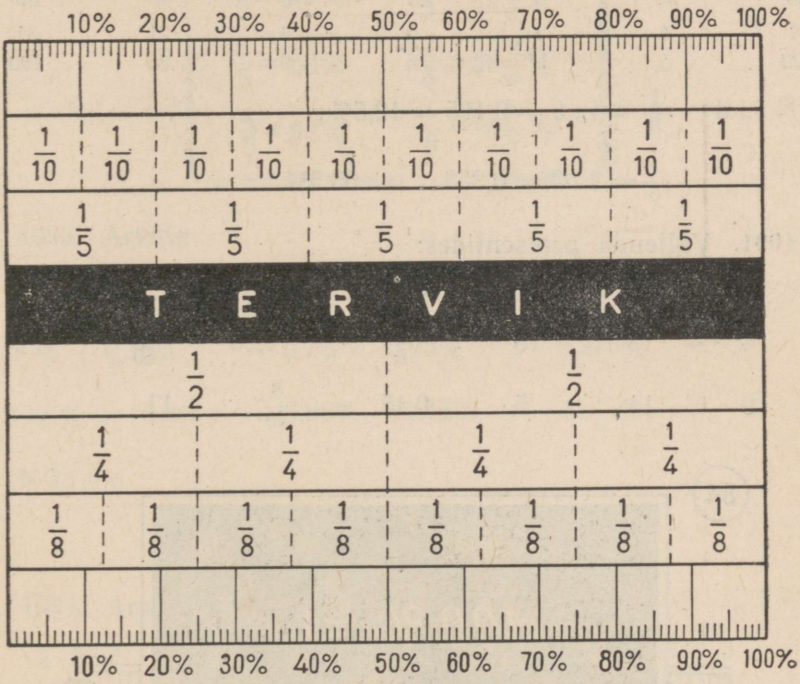
1088. Teisenda harilikeks murdudeks:

$\frac{1}{2}\ \%$	$62\frac{1}{2}\ \%$	$14\frac{2}{5}\ \%$	$187\frac{1}{2}\ \%$	$35\frac{4}{5}\ \%$
$1\frac{1}{2}\ \%$	$37\frac{1}{2}\ \%$	$22\frac{1}{2}\ \%$	$112\frac{1}{2}\ \%$	$12\frac{3}{10}\ \%$
$33\frac{1}{3}\ \%$	$6\frac{1}{8}\ \%$	$15\frac{4}{5}\ \%$	$12\frac{4}{5}\ \%$	$7\frac{3}{4}\ \%$

Näide. $\frac{1}{5}\ \% = \frac{1}{5 \cdot 100} = \frac{1}{500}$;

$2\frac{1}{2}\ \% = \frac{1}{5 \cdot 100} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$.

(82)

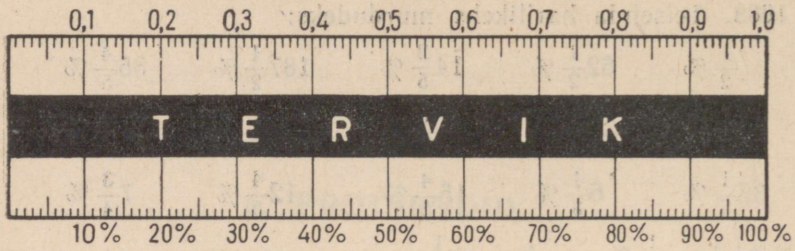


1089. Väljenda protsentides:

0,01	0,12	0,1	1,25	0,174	7,078
0,05	0,17	0,7	1,2	1,36	0,075
0,08	0,27	0,3	3,75	5,002	2,101

Näide. $3{,}8 = 3{,}80 = 380\%$; $5{,}182 = 518{,}2\%$

(83)



1090. Väljenda järgmised harilikud murrud protsentides:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{17}{40}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{23}{80}$
$\frac{1}{20}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{31}{200}$

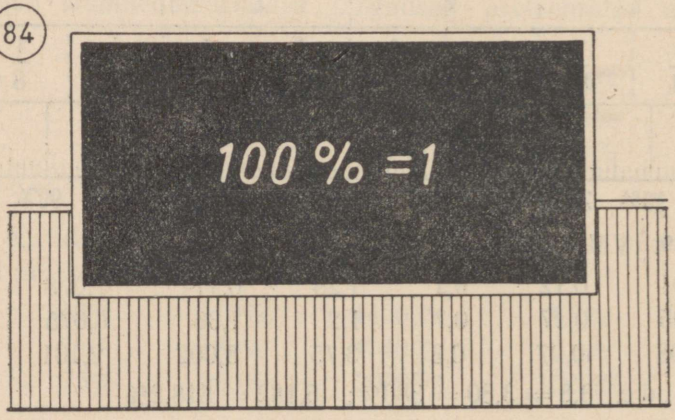
Näide. $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125 = 12{,}5\%$;

$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333\ldots = 33{,}3\%$.

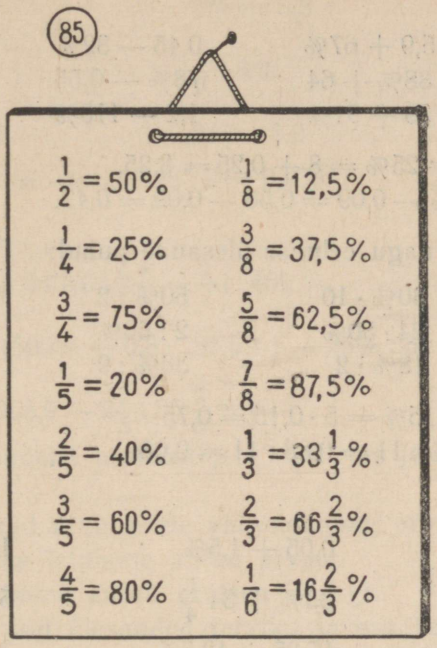
1091. Väljenda protsentides:

3	12	6	0,03	24	0,274
4	15	18	$\frac{1}{8}$	2,25	$\frac{6}{50}$
9	14	5	0,15	$\frac{8}{25}$	11

(84)



1092. Pea meeles:



1093. Arvuta:

$15{,}2\% + 0{,}7\%$	$42\% - 3{,}65\%$	$22\frac{3}{4}\% + 5{,}25\%$
$20\% + 0{,}12\%$	$0{,}7\% - 0{,}05\%$	$3{,}875\% - 0{,}8\%$
$1{,}85\% + 76{,}2\%$	$5{,}65\% - 4{,}45\%$	$15\frac{1}{6}\% - 7\frac{3}{8}\%$

N ä i d e.

$$25{,}1\% + 6\frac{3}{5}\% = 25{,}1\% + 6{,}6\% = 31{,}7\%.$$

1094. Arvuta:

$2 \cdot 37\%$	$8 \cdot 42\%$	$36{,}8\% : 4$	$17\% : 5$
$9 \cdot 15\%$	$5 \cdot 12{,}2\%$	$34{,}1\% : 11$	$69\% : 8$
$12 \cdot 8\%$	$7 \cdot 25{,}5\%$	$0{,}28\% : 4$	$74\% : 10$

N ä i t e d. $4 \cdot 16{,}1\% = 64{,}4\%$.

$28{,}7\% : 7 = 4{,}1\%$.

1095. Arvuta, enne aga teisenda protsendid kümnendmurdudeks:

$7 + 15\%$	$5{,}9 + 67\%$	$0{,}45 - 32\%$	$8{,}9 - 89\%$
$82\% + 81$	$88\% + 64$	$78\% - 0{,}55$	$57\% - 0{,}07$
$30 + 30\%$	$39 + 91\%$	$1{,}2 - 110\%$	$0{,}5 - 49\%$

Näited. $8 + 25\% = 8 + 0{,}25 = 8{,}25.$
$56\% - 0{,}09 = 0{,}56 - 0{,}09 = 0{,}47.$

1096. Arvuta nagu eelmise ülesande puhul:

$8 \cdot 12\%$	$30\% \cdot 10$	$50\% : 2$	$49 : 49\%$
$15\% \cdot 6$	$24 \cdot 50\%$	$2 : 50\%$	$63\% : 7$
$25 \cdot 400\%$	$18\% \cdot 2$	$36\% : 9$	$70 : 700\%.$

Näited. $5 \cdot 15\% = 5 \cdot 0{,}15 = 0{,}75.$
$88\% : 11 = 0{,}88 : 11 = 0{,}08.$

1097. Arvuta:

$17\% + 15{,}1$	$0{,}05 + 1{,}5\%$	$1200\% + 9{,}75$
$3{,}75 + 24\%$	$33\% + 34\frac{1}{4}$	$55{,}4 + 2{,}5\%$
$7\% + 0{,}125$	$15{,}25 + 12{,}5\%$	$39{,}7\% + 11{,}08$

Näide. $2 + 3{,}5\% = 2 + 0{,}035 = 2{,}035.$

1098. Arvuta:

$8 - 24\%$	$97\% - 2\frac{1}{2}$	$420\% - 2\frac{1}{3}$
$90\% - \frac{4}{5}$	$15\frac{1}{8} - 4{,}5\%$	$125 - 0{,}7\,\%$
$39 - 121\%$	$95\% - \frac{5}{8}$	$99{,}875 - 12\frac{1}{2}\%$

Näide. $3\frac{7}{8} - 2{,}5\% = 3{,}875 - 0{,}025 = 3{,}85.$

1099. Arvuta:

$4\ 15\%$	$\frac{4}{5} \cdot 80\%$	$4\% \cdot 40$
$17\% \cdot 4{,}5$	$77\% \cdot \frac{1}{7}$	$1\frac{3}{5} \cdot 75\%$
$7 \cdot 6{,}2\%$	$\frac{9}{10} \cdot 90\%$	$1{,}2\% \cdot 50$

Näide. $7 \cdot 12{,}5\% = 7 \cdot 0{,}125 = 0{,}875.$

1100.

$27 : 9\%$	$0{,}9\% : 0{,}3$	$9 : \frac{3}{4}\%$
$4{,}4 : 2\%$	$\frac{1}{5} : 5\%$	$0{,}8\% : \frac{1}{10}$
$37{,}5\% : 0{,}125$	$24\% : 1{,}2$	$75 : 5\%$

Näide. $52{,}2\% : 9 = 0{,}522 : 9 = 0{,}058$

1101. Arvuta:

a) $\left(0{,}5 : 12{,}5\% + 140\% : 2\frac{4}{5} - \frac{1}{7}\right) : 400\ \%.$

b) $40\% + 4\frac{7}{10} : (500\% - 0{,}8 \cdot 37{,}5\%) - 25\% : 5$

c) $1{,}125 \cdot 8 + \left(368{,}9 - 2\frac{2}{5} : 66\frac{2}{3}\%\right)$

1102. Ülesandeist protsentidele vaatleme järgmisi tähtsamaid liike:

1. Kahe antud arvu suhte väljendamine protsentides.
2. Protsentide leidmine antud arvust.
3. Arvu leidmine antud protsendi järgi.

Need on tuntud ülesanded terviku ja osa kohta uues sõnastuses, kus osamäär (suhe) on väljendatud protsentides: kahe arvu suhte leidmine, osa leidmine antud arvust ja terviku leidmine antud osa järgi.

Näiteks:

A. Mitu protsenti moodustab 5 arvust 8? Varem ütlesime: Missuguse osa moodustab 5 arvust 8?

B. Leia 7% 50-st. Varem ütlesime: Leia 0,07 ehk $\frac{7}{100}$ 50-st.

C. Leia arv, millest 9% on 27. Varem ütlesime: Leia arv, millest 0,09 ehk $\frac{9}{100}$ on 27.

Arvude suhte väljendamine protsentides.

1103. Väljenda järgmised suhted protsentides:

1 m : 2 m	4 kg : 16 kg	3 hl : 12 hl
3 kg : 8 kg	15 ts : 25 ts	12 sek. : 20 sek.
12 t : 16 t	2 km : 5 km	18 kg : 36 kg

Näide. $3\ \text{m} : 5\ \text{m} = 0{,}6 = 60\%$.

1104. Möödunud aastal lõpetas 11. klassi 36 õpilast. Nendest jätkavad 9 õpilast õppimist kõrgemates õppeasutustes, kuna ülejäänud õpilased siirdusid tööle. Mitu protsenti õpilastest jätkab õppimist kõrgemates õppeasutustes?

Lahendus. Õppimist jätkavaid õpilasi on 9 36-st, s. o.

$$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}=25\ \%.$$

1105. Pioneerilaagris viibivast 360 noorest sooritas OVTK katsed 40 noort. Mitu protsenti noortest sooritas katsed OVTK märgi saamiseks?

Lahendus. $\frac{40}{360}=\frac{1}{9}\approx 0{,}111\ldots.=11{,}1\%$

Katsed sooritas 11,1% noortest.

Toodud näidetest selgub, kuidas leida, mitu protsenti on üks arv teisest:

kahe arvu suhte väljendamiseks protsentides väljendame selle suhte esmalt kümnendmurruna ning saadud kümnendmurru siis protsentides.

Märkus. Kui antud suhe ei teisendu protsentideks täpselt, leia see täpsusega 0,1 protsenti.

1106. Leia peast, mitu protsenti on:

1 10-st	3 4-st	2 4-st	4 400-st
1 5-st	3 5-st	1 6-st	3 300-st
1 4-st	5 8-st	7 8-st	24 800-st

1107. Arvuta peast, mitu protsenti on:

20 400-st	4 rbl. 200 rublast	6 km 24 kilomeetrist
36 300-st	8 rbl. 200 „	48 t 60 tonnist
42 600-st	54 rbl. 600 „	120 ha 60 hektarist

1108. Mitu protsenti on:

2 6-st	9 45-st	6 25-st	5 40-st	35 140-st
3 10-st	15 75-st	17 68-st	50 80-st	48 288-st
5 20-st	12 120-st	9 25-st	14 42-st	75 225-st

1109. Mitu protsenti moodustab:

a) 420 kg 15 tonnist?
b) 360 m 9 kilomeetrist?
c) 3,6 l 14,4 hektoliitrist?

1110. Leia järgmiste arvude suhe protsentides täpsusega 0,1%:

75 ja 26 5718 ja 218 3105 ja 642 8347 ja 425

942 ja 413 149 ja 207 1407 ja 1882 316 ja 211

256 ja 83 32,7 ja 52,6 2,74 ja 2,09 $12\frac{1}{2}$ ja $15\frac{5}{8}$

1111. Leia, mitu protsenti on:

$3\frac{2}{5}$ $10\frac{1}{2}$-st 8 $17\frac{1}{2}$-st $8\frac{3}{4}$ 15-st $5\frac{1}{3}$ 80-st

$2\frac{1}{4}$ 32-st $2\frac{1}{4}$ 32-st 28 $50\frac{2}{5}$-st 8,2 314-st

3,4 13-st 4 $13\frac{1}{3}$-st 2,5 76-st 8 $13\frac{5}{7}$-st

1112. Valmistatud 400-st kastekannust tunnistati 324 I sordi tooteks, ülejäänud II sordiks. Mitu protsenti toodangust kuulub kummassegi sorti?

1113. Mitu protsenti oli septembris vihmaseid päevi, kui selles kuus oli 12 vihmast päeva?

1114. Maleringi kokkutulekul mängiti 25 partiid. Nendest lõppesid 8 viigiga. Mitu protsenti mängitud partiidest lõppes viigiliselt?

1115. Kolhoosil on 960 ha maad, sellest 48 ha metsa. Mitu protsenti kolhoosi maast on metsa all?

1116. Mitu protsenti on ruudu külg ruudu ümbermõõdust?

1117. Rein kogub raha, et osta käekella. Mitu protsenti on tal vajaminevast rahast juba kogutud, kui kell maksab 420 rubla, raha aga on kogutud 315 rubla?

1118. Ristküliku laius on 10 cm, pikkus 16 cm. Mitu protsenti moodustab laius pikkusest? pikkus laiusest?

1119. Klassis on 36 õpilast. Ühel päeval puudus haiguse tõttu 4 õpilast. Mitu protsenti õpilastest puudus sel päeval?

1120. Kolhoosi kevadkülvi plaanis on ette nähtud külvata 568 ha. Külvatud on 435 ha. Mitu protsenti plaanist on täidetud?

1121. Klassis on 18 poissi ja 16 tütarlast. Mitu protsenti klassi õpilaste arvust moodustab poiste arv ja mitu protsenti tütarlaste arv?

1122. Noored naturalistid panid idanema 60 peediseemet; neist idanes 57. Kui suur on idanevuse protsent?

1123. Kolmnurgakujulisest põllust, mille ühe külje pikkus on 240 m ja vastastipu kaugus sellest küljest 208 m, on 1,8 ha suhkrupeedi ja ülejäänud osa maisi all. Mitu protsenti põllu pindalast on maisi all?

1124. Arvuta oma klassi põranda ja akende pindala. Leia, mitu protsenti on akende pindala põranda pindalast?

1125. Määra silma järgi klassitahvli pikkus ja laius, seejärel mõõda neid mõõdulindiga. Mitu sentimeetrit on kummalgi juhul viga? Mitu protsenti see moodustab tahvli mõõtmetest?

1126. Kauba brutokaal on 120 kg, netokaal 100 kg. Mitu protsenti moodustab taarakaal brutokaalust?

1127. Üks traktorist kohustus kündma 28 ha, teine 34 ha. Esimesel traktoristil on küntud 16 ha, teisel 19 ha. Kumb neist on võetud kohustust edukamalt täitnud?

1128. 400-st rukkiterast ei idanenud 8 tera. Kui suur on idanevus protsentides?

1129. Kurkide soolamisel kasutati pange vee (10 kg) kohta 400 g soola. Mitme protsendine soolveelahus saadi?

1130. Joonisel on kujutatud 2 m pikkune detail, mille valmistamisel lubatud viga võib olla kuni 2 mm. Kui suur on lubatav viga protsentides?

1131. Ristkülikukujulise ehituskrundi pikkus on 52 m, laius 28 m. Krundi pikkust vähendati 2 m võrra ja laiust suurendati 2 m võrra. Mitu protsenti moodustab uue krundi pindala endisest?

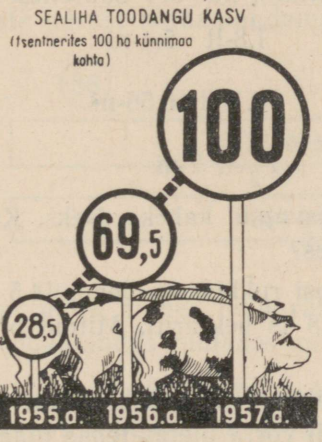
1132. Jüril on 224-leheküljelisest raamatust loetud 178 lehekülge. Mitu protsenti kogu raamatust on tal loetud?

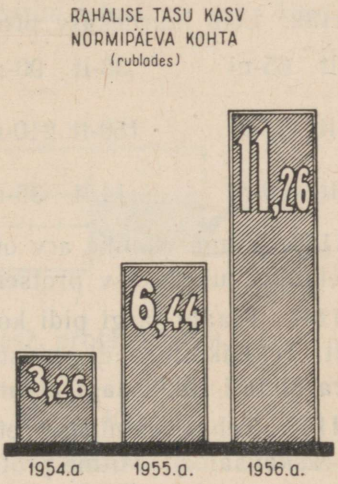
1133. Kooli raamatukogus on 3248 raamatut. Nendest on 812 raamatut võõrkeelsed, teised on eestikeelsed. Mitu protsenti on kooli raamatukogus eestikeelseid raamatuid?

Kasvu väljendamine protsentides.

86







1134. Ülaltoodud kolm diagrammi näitavad Kose rajooni «Anija Edasi» kolhoosi edusamme piima ja sealiha tootmises ning kolhoosnikute sissetulekute kasvu. Kasutades nendes diagrammides toodud arve, vasta järgmistele küsimustele.

a) Mitme tsentneri võrra kasvas kolhoosi piimatoodang 1956. aastal, võrreldes 1955. aastaga? Mitu protsenti on see juurdekasv?

b) Mitme tsentneri võrra kasvas piimatoodang 1957. aastal, võrreldes 1956. aastaga? Mitu protsenti on juurdekasv?

1135. Võrdle samuti sealiha toodangu kasvu «Anija Edasi» kolhoosis 1956. ja 1957. aastal, võrreldes seda eelmise aasta toodanguga.

1136. Mitme protsendi võrra kasvas «Anija Edasi» kolhoosnikute rahaline tasu 1955. aastal, võrreldes 1954. aastaga? Mitu protsenti kasvas rahaline tasu 1956. aastal, võrreldes 1955. aastaga?

1137. Eeltoodu põhjal võime teha järelduse:

kasvu väljendamiseks protsentides leia esmalt antud arvude vahe ning võrdle siis seda vahet arvuga enne muutumist (s. o. väiksema arvuga).

1138. Arv kasvas 50-lt 78-ni. Kui suur on juurdekasv protsentides?

Lahendus: $78 - 50 = 28$.

$$\frac{28}{50} = \frac{56}{100} = 0{,}56 = 56\%.$$

Arv suurenes 56% võrra.

1139. Leia juurdekasv protsentides, kui arv suurenes:

50-lt 65-ni	36-lt 90-ni	1,8-lt 5,4-ni
100-lt 117-ni	150-lt 210-ni	0,17-lt 0,56-ni
120-lt 150-ni	14-lt 35-ni	$1\frac{1}{2}$-lt 2-ni

1140. Linna elanike arv on kasvanud kahekordseks. Kui suur on elanike juurdekasv protsentides?

1141. Plaani järgi pidi kolhoosi rukkisaak olema 14,5 ts hektarilt. Tegelikult saadi rukist 15,8 ts hektarilt. Mitme protsendi võrra ületati rukkisaagi plaan?

1142. Tehas valmistas ettenähtud 420 ekskavaatori asemel 445 ekskavaatorit. Mitme protsendi võrra ületas tehas plaani?

1143. Tööline valmistas plaanis ettenähtud 132 eseme asemel 168 eset. Mitme protsendiselt ületas tööline plaani?

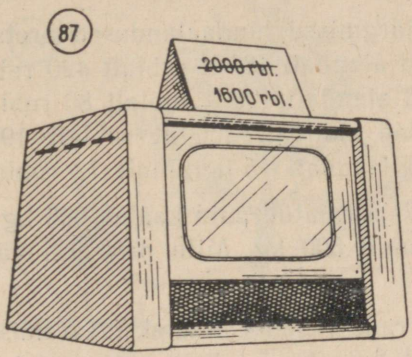
1144. Kevadel hüppas Jaak kõrgust 1,48 m, pärast suvist treenimist aga 1,55 m. Mitme protsendi võrra paranes Jaagu kõrgushüppe tulemus?

1145. Treial valmistas 8 tunni jooksul 24 detaili. Pärast uute lõiketerade tarvituselevõtmist valmistas treial sama aja jooksul 42 detaili. Mitme protsendi võrra tõusis uute lõiketerade tarvituselevõtu tõttu tööjõudlus?

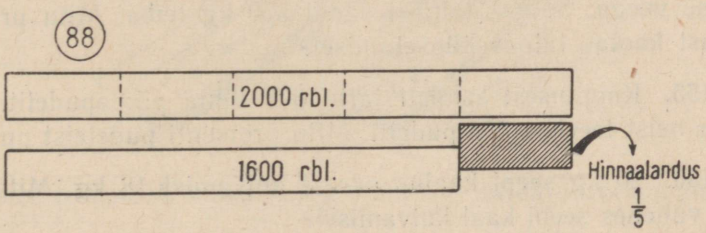
1146. Noorte tehnikute ringi liikmete arv kasvas 98-lt 125-ni. Mitme protsendi võrra kasvas ringi liikmete arv?

Vähenemise väljendamine protsentides.

1147.



Kui palju maksis joonisel kujutatud televiisor enne hinnaalandamist? pärast hinnaalandamist?



Kui palju alanes hind rublades? protsentides?

Hinnaalandus rublades on:

$$2000 \text{ rbl.} - 1600 \text{ rbl.} = 400 \text{ rbl.}$$

Hinnaalanduse leidmiseks protsentides tuleb hinnaalandust (400 rubla) võrrelda endise hinnaga (2000 rubla).

$$\frac{400 \text{ rbl.}}{2000 \text{ rbl.}} = \frac{1}{5} = ? \ \%.$$

1148. Kokkuvõte.

Vähenemise väljendamiseks protsentides leia esmalt antud arvude vahe ning võrdle seda vahet arvuga enne muutumist (s. o. suurema arvuga).

1149. Leia vähenemine protsentides, kui arv vähenes:

25-lt 15-ni	70-lt 56-ni	120-lt 100-ni
60-lt 40-ni	100-lt 96-ni	180-lt 150-ni
64-lt 36-ni	30-lt 18-ni	225-lt 175-ni

1150. Raamatu kaanehind oli 8 rubla. Pruugitud raamatute kauplus müüs selle raamatu 6 rubla eest. Mitme protsendi võrra oli raamatu hinda vähendatud?

1151. Leia järgmised hinnaalandused protsentides:
a) käekella hind alandati 480-lt rublalt 420 rublale.
b) kingade hind alandati 100-lt rublalt 80 rublale.
c) televiisori hind alandati 2600-lt rublalt 1900 rublale.
d) uiskude hind alandati 15-lt rublalt 12 rublale.

1152. 1 m^3 äsja raiutud puid kaalus 850 kg. Pärast kuivamist kaalusid need puud 500 kg. Mitu protsenti vähenes puude kaal kuivamisel?

1153. Viljaterade niiskuse kindlaksmääramiseks pandi 10 g teri kuivama. Pärast kuivatamist kaalusid need terad 8,5 g. Määra terade esialgne niiskus protsentides.

1154. Taina valmistamiseks segati 250 kg jahu samasuguse koguse veega. Sellest tainast saadi 350 kg leiba. Mitu protsenti kaalust kaotas tainas küpsetamisel?

1155. Kauplusest saadeti lattu 600 tühja piimapudelit. Lattu jõudis neist tervena 576 pudelit. Mitu protsenti pudeleist purunes?

1156. 20 kg seepi kaalus pärast kuivamist 18 kg. Mitu protsenti vähenes seebi kaal kuivamisel?

1157. Värviti kaks tükki riiet; esimese pikkus oli 40 m, teise pikkus 50 m. Pärast värvimist oli esimese tüki pikkus 38 m ja teise tüki pikkus 47 m. Kumb riidetükk tõmbus värvimisel rohkem kokku?

1158. Juurvilja kilogrammi hinda alandati 2 rublalt 1,50 rublale. Mitu protsenti moodustas hinnaalandus?

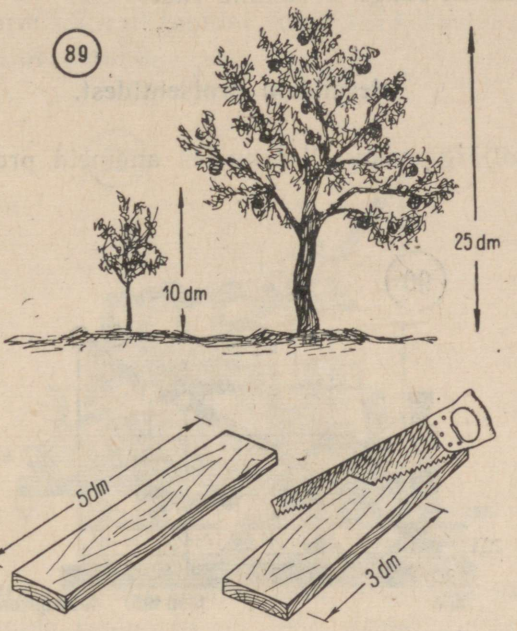
1159. Suhkru niiskuse kindlaksmääramiseks pandi 9,8 g suhkrut kuivama. Pärast kuivamist kaalus see suhkur 9,6 g. Leia suhkru niiskuse protsent.

1160. Jahtumisel vähenes 1 t 275 kg kuuma leiva kaal 1 t 130 kilogrammile. Mitu protsenti moodustas kaalukadu?

1161. Kauplusse saabus 2 t 575 kg võid. Pärast või äramüümist selgus, et seda oli müüdud 2 t 568 kg. Kui suur oli loomuliku kao protsent?

Muutumise väljendamine protsentides.

1162.



Mitme protsendi võrra kasvas joonisel näidatud õunapuu?

1163. Mitme protsendi võrra lühenes lauatükk?
Eeltoodust võime teha järgmise kokkuvõtte:

Muutumise väljendamiseks protsentides leia antud arvude vahe ning võrdle seda vahet arvuga enne muutumist.

1164. Leia muutumine protsentides järgmiste arvude puhul:

20-lt 30-le	30-lt 20-le	10-lt 20-le
40-lt 50-le	50-lt 40-le	30-lt 40-le
40-lt 25-le	25-lt 40-le	16-lt 18-le

1165. Leia muutumine protsentides, kui arv muutus:

10-lt 15-le	120-lt 150-le	60-lt 30-le
9-lt 12-le	200-lt 120-le	90-lt 80-le
48-lt 36-le	10-lt 20-le	150-lt 120-le

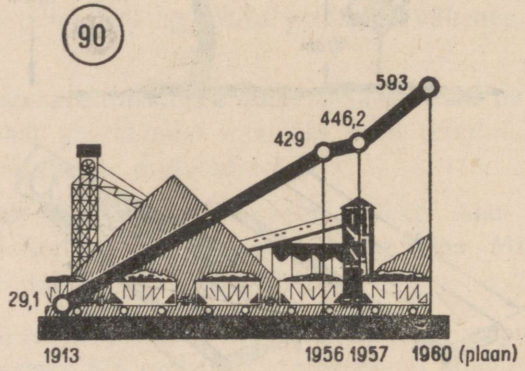
1166. Jaak lahendas eelmisi ülesandeid ning arvas, et ta on arvutanud valesti. Ta mõtles: «Suurenemine 40-lt 50-le on 25%,

aga vähenemine 50-lt 40-le on 20%. Kuna muutumine toimus mõlemal juhul 10 võrra, siis peab ka muutumine protsentides olema võrdne.» Miks on Jaagu arvamine väär?

Ülesandeid protsentidest.

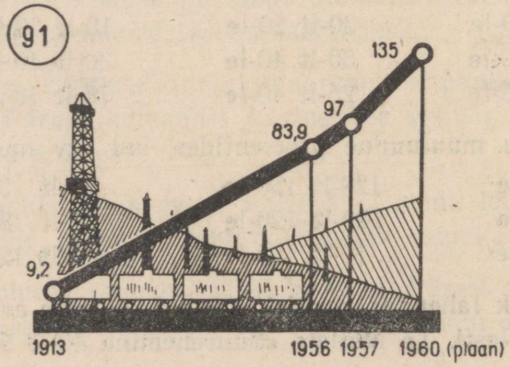
Võrdle alljärgnevates ülesannetes andmeid protsentides.

1167.

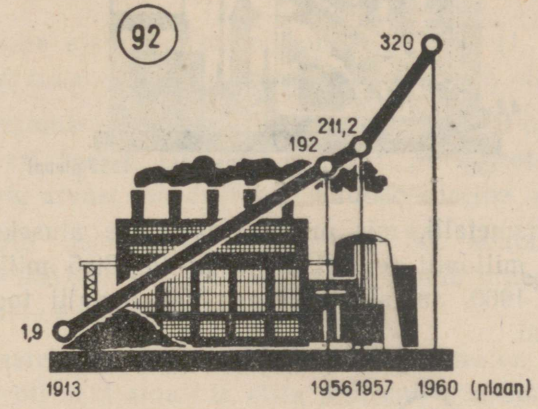


1957. aastal tõusis söe tootmine Nõukogude Liidus 446,2 miljoni tonnini. 1913. aastal kaevandati sütt 29,1 miljonit tonni. 1960. aastaks tõuseb söe tootmine vähemalt 593 miljoni tonnini.

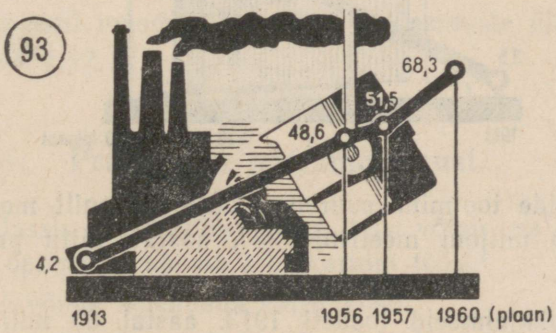
1168. 1913. aastal toodeti 9,2 miljonit tonni naftat. Praegu saadakse naftat 97 miljonit tonni. 1960. aastaks tõuseb nafta tootmine 135 miljoni tonnini.



1169. Nõukogude võimu ajal on elektrienergia tootmine kasvanud muinasjutulise kiirusega. 1957. aastal toodeti 211,2 miljardit kilovatt-tundi elektrienergiat. 1960. aastaks tõuseb selle tootmine 320 miljardi kilovatt-tunnini, kuna 1913. aastal saadi ainult 1,9 miljardit kilovatt-tundi.

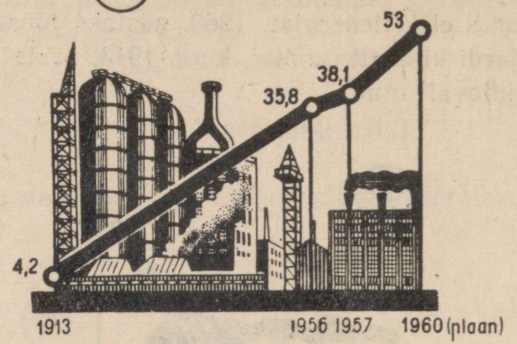


1170. Tsaari-Venemaa sulatas 1913. aastal 4,2 miljonit tonni terast. Nõukogude Liidus tõusis 1957. aastal terase sulatamine 51,5 miljoni tonnini. 1960. aastal sulatatakse juba 68,3 miljonit tonni terast.



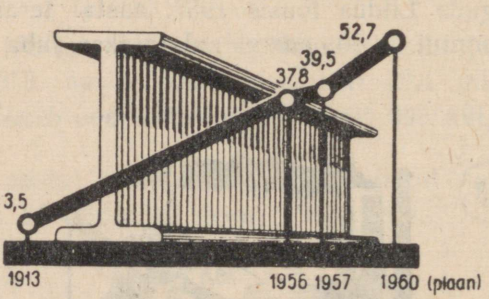
1171. Malmitoodang tõusis Nõukogude Liidus 1957. aastaks 38,1 miljoni tonnini, 4,2 miljoni tonni vastu 1913. aastal. Kuuenda viisaastaku plaani kohaselt saadakse 1960. aastal 53 miljonit tonni malmi.

94



1172. Valtsmetalli, mis on masinaehituse aluseks, tootmine suurenes 3,5 miljonilt tonnilt 1913. aastal 39,5 miljoni tonnini 1957. aastal. 1960. aastaks suureneb valtsmetalli tootmine 52,7 miljoni tonnini.

95



1173. Riide tootmine suurenes 2 848 miljonilt meetrilt 1913. aastal 6 859 miljoni meetrini 1956. aastal. Mitu protsenti oli juurdekasv?

1174. Nahkjalatseid toodeti 1913. aastal 60 miljonit paari, 1957. aastal sai meie kaubandusvõrk 315 miljonit paari nahkjalatseid. Mida võid arvutada?

1175. 1913. aastal moodustas kogu külvipind 118,2 miljonit hektarit, 1956. aastal oli külvipind 194,7 miljonit hektarit. Mitu protsenti on külvipinna juurdekasv?

1176. Sarvloomi oli 1913. aastal 58,4 miljonit, 1956. aastal 70,4 miljonit. Kui suur on juurdekasv protsentides?

1177. 1955/56. õppeaastal õppis meil üldhariduslikes koolides 28 200 000 õpilast, 1914/15. õppeaastal 9 656 000 õpilast. Mitme protsendi võrra kasvas õpilaste arv nimetatud ajavahemiku jooksul?

1178. Sama ajavahemiku jooksul kasvas 8.—11. klasside õpilaste arv 152 tuhandelt 6 miljonini. Mitu protsenti oli juurdekasv?

1179. Revolutsioonieelsel Venemaal oli 280 000 õpetajat. Nõukogude õpilasi õpetab 1 727 000 õpetajat. Mitu protsenti praegusest õpetajate arvust moodustab revolutsioonieelne õpetajate arv?

1180. 1913. aastal oli lastesõimedes 550 kohta. Praegu on kohtade arv 906 000. Mitu protsenti moodustab praegune kohtade arv 1913. aasta kohtade arvust?

1181. Lastehaiglaid ja konsultatsioonipunkte on praegu 5750, 1913. aastal oli neid ainult 9. Mitu protsenti moodustab see praegusest arvust?

1182. Laste jaoks on Nõukogude Liidus 10 000 koolivälist asutust, n e n d e h u l g a s 2500 pioneeride paleed ja pioneeride maja, 428 noorte tehnikute ja noorte naturalistide jaama, 129 laste turismi ja ekskursiooni jaama, 122 lasteparki, 5000 lasteraamatukogu ja 967 spordikooli.

Mitu protsenti moodustab kooliväliste asutuste üldarvust iga ülalnimetatud arv?

Protsentide leidmine arvust.

1183. Klassis on 40 õpilast. 80% neist võtab osa tehnikaringi tööst. Mitu õpilast võtab osa tehnikaringi tööst?

Ülesande võime lahendada kahel viisil:

A. 80% arvust 40 on $80\% \cdot 40 = 0{,}8 \cdot 40 = 32$.

B. 80% arvust 40 on $80\% \cdot 40 = \frac{4}{5} \cdot 40 = \frac{4 \cdot 40}{5} = 32$.

Tehnikaringi tööst võtab osa 32 õpilast.

Missugust lahendamisviisi kasutasime näites A? näites B? Mille poolest need lahendamisviisid teineteisest erinevad?

Seega:

protsentide leidmiseks antud arvust:

1) teisenda protsendid murruks;

2) leia saadud murruga määratud osa arvust korrutamise teel.

Üldiselt:

$$p\%\text{ arvust } a \text{ on } \frac{p}{100}\cdot a$$

Näiteks: 24% 150-st on $24\% \cdot 150 = 0{,}24 \cdot 150 = 36$.

1184. Leia

25% 64-st	24% 360-st	35% 180 meetrist
50% 146-st	50% 17-st	25% 920 rublast
40% 178-st	20% 15-st	6% 75 tonnist

1185. Leia:

2% 400-st	$\frac{3}{8}$ 64-st	20% 365-st	$\frac{2}{3}$ 3429-st
4% 500-st	$\frac{3}{5}$ 100-st	25% 1680-st	$\frac{5}{8}$ 56848-st
5% 640-st	$\frac{2}{7}$ 210-st	$33\frac{1}{3}\%$ 3000-st	$\frac{2}{5}$ 73,65-st

1186. Leia:

0,3 33-st	12% 45-st	0,2 37850-st	63% 78-st
0,4 5,2-st	55% 48-st	0,9 70200-st	64% 142-st
0,7 18-st	27% 72-st	0,7 8930-st	15% 336-st

1187. Leia:

$\frac{3}{8}$ 27400-st	12% 600-st	0,09 216000-st	$\frac{13}{16}$ 19824-st
0,03 19300-st	$\frac{9}{16}$ 67599-st	4% 60-st	18% 9,4-st
4% 500-st	0,07 4000-st	$\frac{2}{3}$ 10728-st	$\frac{3}{5}$ 873025-st

1188. Leia:

$5\frac{1}{2}\%$ 60-st	$9\frac{1}{3}\%$ $17\frac{6}{7}$-st	0,8% 1500-st	0,5% 60,8-st
$3\frac{4}{7}\%$ 140-st	$9\frac{3}{5}\%$ $10\frac{5}{12}$-st	2,5% 62-st	48% 0,05-st
$2\frac{1}{2}\%$ 24-st	$5\frac{5}{6}\%$ $21\frac{3}{7}$-st	7,2% 240-st	3,5% 12-st

Näide. Leia $8\frac{1}{3}\%$ $5\frac{1}{3}$-st.

$$8\frac{1}{3}\% \cdot 5\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 16}{12 \cdot 3} = \frac{4}{9}.$$

1189. Arvuta peast:

10% 48-st	$33\frac{1}{3}\%$ 33-st	40% 25-st	90% 30-st
50% 22-st	40% 15-st	37,5% 24-st	33,3% 24-st
25% 36-st	$66\frac{2}{3}\%$ 60-st	87,5% 48-st	80% 15-st

1190. Arvuta:

63% 78-st	$12\frac{1}{10}\%$ 36-st	110% 80-st	0,35% 40-st
23% 69-st	$12\frac{1}{2}\%$ 30-st	140% 60-st	0,8% 5,8-st
78% 40-st	$63\frac{2}{5}\%$ 45-st	163% 40-st	6,4% 92-st

1191. Koolis on 520 õpilast, neist 45% on poisid. Mitu poissi õpib selles koolis?

1192. Kooliaia suurus on 1,95 ha. 44% kooliaiast on viljapuude all. Mitu aari on viljapuude all?

1193. Kooli toodi 1600 õpikut. 45% nendest olid eesti keele õpikud, 23% vene keele ja ülejäänud matemaatika õpikud. Mitu õpikut toodi iga nimetatud õppeaine jaoks?

1194. Kui palju tsementi võib laadida 3-tonnisele veoautole, kui üle auto kandejõu on lubatud laadida 15%?

1195. Mitu reisi peab tegema 3-tonnine auto, et kohale vedada 18 t turvast, kui koorem turvast kaalub 40% võrra vähem auto kandejõust?

1196. Kui palju maksab tööpink pärast kolmeaastast kasutamist, kui uus pink maksis 3600 rubla, iga aastaga aga väheneb pingi hind 8% võrra?

1197. Koolis oli 800 õpilast. Kevadel lõpetas kooli 10% õpilastest. Sügisel võeti 10% uusi õpilasi juurde. Mitu õpilast on nüüd koolis?

1198. Piimast saab 15% koort, koorest 25% võid. Kui palju võid saab 600 kilogrammist piimast?

1199. Kauba brutokaal on 4580 kg, taara on sellest $5\frac{1}{2}$%. Kui palju kaalub kaup?

1200. Kaupluse käive oli oktoobrikuus 1270 tuhat rubla. Kaupluse kulutused palkadeks moodustasid 1,75% käibest. Arvuta palgasumma rublades.

1201. Lihaga kauplemise eeskirjade järgi saadakse seast I sordi liha 57%, II sordi liha 38%, III sordi liha 5%. Kauplus sai 18 ts lahitud sigu. Kui palju saadi igast sordist liha?

1202. Kolhoosil on ristkülikukujuline maatükk, mille pikkus on 1,5 km, laius moodustab aga 60% pikkusest. Sellest maatükist moodustavad põllud 68%. Mitu hektarit on põldu?

1203. Kuivamata turvas sisaldab 70% vett. Kui palju kuiva turvast saadakse 140 t kuivamata turbast?

1204. Arvuta peast:

20% 65-st	25% 76-st	$33\frac{1}{3}$ 87-st
60% 72-st	$37\frac{1}{2}$ % 64-st	$16\frac{2}{3}$ % 96-st
$87\frac{1}{2}$ % 320-st	$66\frac{2}{3}$ % 240-st	25 % 920-st

1205. Leia 16% 50-st ja 50% 16-st; 24% 75-st ja 75% 24-st. Võrdle saadud tulemusi ja tee üldistus.

1206. Kasuta eelmises ülesandes leitud omadust järgmiste ülesannete lahendamiseks peast:

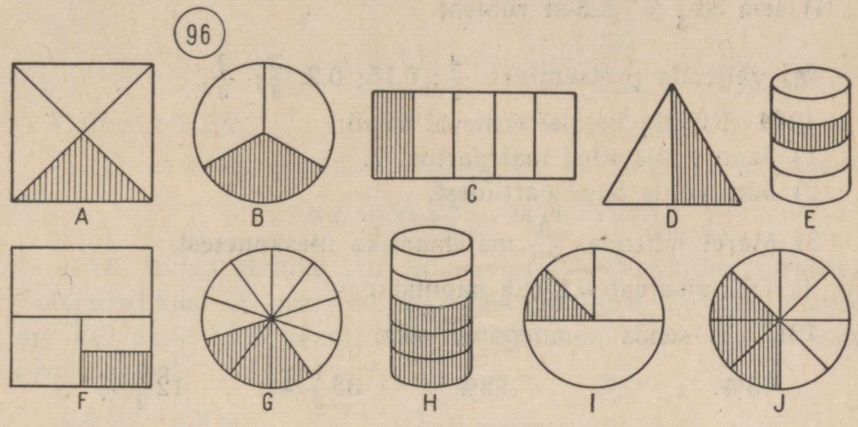
a) leia 80%, 76%, 48%, 36%, 15%, 2,4%, $\frac{6}{7}$ % 50-st;

b) leia 72%, 56%, 40%, 32%, 8%, 0,36%, $\frac{8}{11}$ % 25-st;

c) leia 85%, 45%, 35%, 22,5%, $5\frac{1}{2}$ %, 2,5% 20-st.

1207. Koolis on 960 õpilast. 1.—4. klassi õpilaste arv moodustab üldisest õpilaste arvust $43\frac{3}{4}$%, 5.—7. klassis õpib 140 õpilase võrra rohkem kui 8.—11. klassis. Mitu õpilast õpib 1.—4., 5.—7. ja 8.—11. klassis?

1208.



a) Missugune osa igast kujundist on viirutatud?

b) Mitu protsenti igast kujundist on viirutatud?

c) Joonesta endale ristkülik ning viiruta temast $66\frac{2}{3}\,\%$.

d) Joonesta endale ruut ning viiruta temast $37\frac{1}{2}\,\%$.

e) Joonesta endale ruut ning viiruta temast $12\frac{1}{2}\,\%$.

1209. Kujundi *C* viirutatud osa poolitati. Missuguse osa suurest ristkülikust moodustab poolitamisel saadud osa? Mitu protsenti suurest ristkülikust on poolitamisel saadud osa?

1210. Poolita kujundi *F* viirutatud osa. Missuguse osa suurest ruudust moodustab iga poolitamisel saadud osa? Mitu protsenti suurest ruudust on iga poolitamisel saadud osa?

1211. Kuidas oleks võimalik näidata kujundist *G* 5%?

1212. Kuidas oleks võimalik näidata kujundist *J* $62\frac{1}{2}\,\%$?

1213. Arvuta:

a) $\begin{array}{r} 7023 \\ -\,5029 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 508 \\ \times\,307 \\ \hline \end{array}$ c) $9\frac{1}{4}-3\frac{7}{8}$ d) $\begin{array}{r} 56 \\ \times\,8\frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$

e) $\begin{array}{r} 3{,}7 \\ \times\,0{,}6 \\ \hline \end{array}$ f) $4\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{2}$ g) $8\frac{1}{3}:2$ h) leia $\frac{5}{6}$ 50-st

i) $\frac{1}{2}:2\frac{1}{4}$ j) leia 3% 54-st k) leia 75% 86-st

l) leia $33\frac{1}{3}$ % 225-st rublast.

m) väljenda protsentides: $\frac{4}{5}$; 0,15; 0,2; $\frac{3}{8}$; $\frac{2}{3}$.

1214. Kirjuta kolmel erineval viisil:

1) Jaan võitis 10-st malepartiist 7.

2) Jüri võitis 50% partiidest.

3) Maret lahendas $\frac{9}{10}$ matemaatika ülesannetest.

4) Õhk sisaldab 0,2 osa hapnikku.

1215. Teisenda kümnendmurruks:

15%	1%	98%	$33\frac{1}{3}$%	$12\frac{1}{2}$%
32%	7%	45%	$62\frac{1}{2}$%	$87\frac{1}{2}$%

1216. Teisenda protsentideks:

0,28	0,45	1	0,2	0,05	1,05
0,35	0,06	0,4	0,02	0,5	7,009

1217. a) Teisenda protsentideks:

$\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{7}{20}$; $2\frac{3}{10}$.

b) Teisenda harilikuks murruks:

20%; 75%; 15%; 60%; $33\frac{1}{3}$%.

1218. Leia:

15% 400-st	2% 180-st	100% 38-st	25% 460-st
9% 250-st	75% 120-st	$33\frac{1}{3}$% 45-st	$37\frac{1}{2}$% 800-st

1219. Kooliaeda istutati 120 viljapuud. 95% nendest hakkas kasvama. Mitu puud hakkas kasvama? Mitu protsenti puudest ei hakanud kasvama? Mitu puud kuivas ära?

Arvu leidmine antud protsentide järgi.

1220. Kevadel lõpetas kooli viitega 24 õpilast. See moodustas 12,5% õpilaste üldarvust. Mitu õpilast oli selles koolis?

A. $24 : 12{,}5\% = 24 : 0{,}125 = 192$

$$\begin{array}{r|l} 2400 & 125 \\ 125 & 192 \\ \hline 1150 & \\ 1125 & \\ \hline 250 & \end{array}$$

Õpilasi oli 192.

B. Sama ülesande saame lahendada ka harilikes murdudes:

$$24 : 12{,}5\% = 24 : \frac{1}{8} = 24 \cdot 8 = 192.$$

1221. Linna elanike arv on praegu 134 400 inimest. Suurest Sotsialistlikust Oktoobrirevolutsioonist tänaseni on linna elanike arv kasvanud 60% võrra. Mitu elanikku oli selles linnas enne revolutsiooni?

L a h e n d u s.

Linna elanike arv enne revolutsiooni oli 100%, juurdekasv on 60%, seega praegune elanike arv on 160% endisest arvust.

Leiame arvu, millest 160% on 134 400.

A. $134\,400 : 160\% = 134\,400 : 1{,}6 = 84\,000.$

$$\begin{array}{r|l} 1344000 & 16 \\ 128 & 84\,000 \\ \hline 64 & \\ 64 & \\ \hline \end{array}$$

B. $134\,400 : 160\% = 134\,400 : 1\frac{3}{5} = \frac{134\,400 \cdot 5}{8} = 84\,000$

$$160\% = \frac{160}{100} = 1\frac{3}{5}$$

Elanike arv selles linnas oli 84 000.

1222. Seega:

arvu leidmiseks tema antud protsentide järgi 1) teisenda antud protsendid kümnend- või harilikuks murruks. 2) Jaga antud arv selle murruga.

Kui $p\%$ otsitavast arvust on m, siis 1% otsitavast arvust on $\frac{m}{p}$, 100% otsitavast arvust on $100 \cdot \frac{m}{p} = \frac{100m}{p}$.

1223. Leia peast arv, millest

25% on 18	$33\frac{1}{3}$% on 120	10% on 28	80% on 4,8
5% on 10	$\frac{1}{2}$% on 7	$66\frac{2}{3}$% on 480	75% on 36
$12\frac{1}{2}$% on 48	500% on 550	20% on 120	4% on 0,8

1224. Leia peast arv, millest

10% on 24	50% on $12\frac{3}{4}$	62,5% on 15	33,3% on 15
33,3% on 8	66,7% on $2\frac{2}{3}$	90% on 18	30% on 4,5
75% on 18	80% on 0,08	70% on 14	66,7% on 10

1225. Leia peast, missugusest arvust 36 on 3%, 5%, 10%, 12%, 25%, 50%.

1226. Missugusest arvust 32 on 3%, 4%, 8%, 12%, $33\frac{1}{3}$%, 50%?

1227. Leia arv, millest

64% on 16	2,5% on 25	0,1% on 3 rbl.
48% on 72	3,1% on 93	0,7% on 49 kg
60% on 0,6	6,8% on 13,6	1,8% on 900 m

1228. Leia arv, millest

18,2% on 546	$4\frac{1}{2}$% on $16\frac{1}{5}$	$5\frac{3}{5}$% on 4,2
40,1% on 1604	$4\frac{3}{8}$% on 75	$9\frac{1}{10}$% on 7,8
52,3% on 2615	$3\frac{4}{5}$% on $19\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{5}$% on 54,6

1229. Leia arv, millest

$\frac{3}{5}$ on 7	8% on 2,4	6,5 on 2,288	52% on 1,040 km
$\frac{7}{9}$ on 2	140% on 182	5,46 on 43,0794	$\frac{3}{4}$% on 1,5 cm^2
$\frac{5}{7}$ on 4	30% on $12\frac{3}{4}$	1,126 on 1,0134	210% on 5,6 l

1230. Missugusest arvust 100,2 on 0,8%?

1231. Missugusest arvust 24 on 1,8%?

1232. Missugusest arvust on

a) 12% 10,80 rbl.?
b) 8% 136 kg?
c) 0,8% 5,2 m?
d) 7,8% 15,6 km?
e) 36,4% 109,2 ha?
f) 22% 160,6 m^3?

1233. Leia arv, kui on teada, et

a) $12\frac{1}{2}\%$ temast on $48\frac{3}{5}$.

b) $8\frac{1}{2}\%$ temast on 150.

c) $5\frac{2}{5}\%$ temast on $39\frac{1}{2}$.

1234. Leia arv, millest

a) $\frac{1}{3}\%$ on 14. b) $3\frac{1}{18}\%$ on $\frac{11}{45}$.

1235. Liites arvuga 10% temast, saame 440. Leia see arv.

1236. Leia arv, millest 17% on 27 võrra suurem sama arvu 14%-st.

1237. Ühel päeval puudus klassist kaks õpilast, mis moodustas 5% õpilaste arvust. Mitu õpilast oli selles klassis?

1238. Enne uue õppeaasta algust võeti keskkooli 34 uut õpilast, mis moodustas 8% senisest õpilaste arvust. Kui palju oli selles koolis õpilasi enne uute õpilaste vastuvõtmist ja kui palju koos uute õpilastega?

1239. Linna elanike arv suurenes aasta jooksul 1060 inimese võrra, mis moodustas 4% linna elanike arvust. Kui palju oli selles linnas elanikke aasta tagasi?

1240. Kraavi kaevamisel ületas brigaad päevanormi 1250 m^3 võrra. Plaani ületamine moodustas 62,5% normist. Kui suur oli ettenähtud norm ja mitu kuupmeetrit kaevas brigaad päevas?

1241. Tööline maksis korteri üüri 14,40 rubla kuus. See moodustas 2% tema kuupalgast. Kui suur oli selle töölise kuupalk?

1242. Tehase kogutoodangust moodustavad sahad, mida lastakse välja 298,48 tuhande rubla väärtuses, 8,2%. Kui suur on tehase kogutoodangu väärtus?

1243. Kolhoos külvas 47 ha kaera, täites sellega 37,6% kaera külvi plaanist. Kui suur oli kaera külvi plaan?

1244. Maak sisaldab $66\frac{2}{3}\%$ rauda. Kui palju maaki on tarvis 2 t raua saamiseks?

1245. Õpilased andsid apteeki 6 kg kuivatatud ravimtaimi. Mitu kilogrammi toortaimi tuli neil koguda, kui taimed kaotavad kuivatamisel 80% oma kaalust?

1246. Tööline sai tuusiku sanatooriumi 70% hinnaalandusega. Kui suur oli tuusiku hind, kui tööline maksis selle eest 240 rubla?

1247. Kui palju vett tuleb võtta, et valmistada 200 g soolast 5-protsendiline soolalahus?

Mitmesuguseid ülesandeid protsentidele.

1248. Päeva esimesel poolel kündsid kaks traktoristi üles 16,2 ha, kusjuures esimene kündis 1,8 ha võrra rohkem kui teine. Kumbki traktorist täitis sellega 60% võetud kohustusest. Mitu hektarit kohustus kumbki traktorist üles kündma?

1249. Brigaad valmistas 600 tükki riiet. 92,5 % oli I sordi toodang, ülejäänud aga II sort. Mitu tükki riiet arvati teise sorti?

1250. Ülikond osteti pärast 10% hinnaalandust 810 rubla eest. Kui palju maksis ülikond enne hinnaalandust?

1251. Treial ületas normi 125% võrra. Kui suur oli norm, kui ta valmistas 45 ühesugust eset?

1252. 8000-rublase kauba ostmisel tehti kaks allahindlust: esiteks 5% kogu summalt, seejärel alandatud hinnalt veel 5%. Kui allahindlus oleks olnud kohe 10% kogu kaubalt, kui palju oleks siis tulnud vähem või rohkem maksta?

1253. Pärast seda, kui 7,2% söest oli ära tarvitatud, oli sütt veel järel 232 t. Mitu tonni sütt oli ära kulutatud?

1254. Kontrolltöö eest matemaatikas sai 32% õpilastest hinde 5, 56% hinde 4 ja ülejäänud 3 õpilast hinde 2. Mitu õpilast said hinde 5, mitu 4? Kui palju oli selles klassis õpilasi?

1255. Kui eseme hinda alandati 5,2% võrra, siis selle hind vähenes 182 rubla. Kui palju maksis ese pärast hinnaalandust?

1256. 1280 rublast oli kuu lõpuks järel 28 protsenti sellest, mis oli ära kulutatud. Kui palju raha oli kulutatud ja kui palju oli järel?

1257. Kooperatiiv sai 3 vagunit kartuleid á 15,9 tonni. Mõne aja pärast selgus, et kartulid kaalusid 47,54 t. Leia kuivamise protsent (täpsusega 0,01-ni).

1258. Ühe tehase töötajaist olid 35% naised, ülejäänud — mehed. Mehi oli tehases 420 võrra rohkem kui naisi. Mitu töölist töötas selles tehases?

1259. Raamatukogus oli 9204 eesti- ja venekeelset raamatut. Venekeelsete raamatute arv moodustas 18% eestikeelsete raamatute arvust. Mitu eesti- ja mitu venekeelset raamatut oli raamatukogus?

1260. Kahe arvu summa on $285\frac{3}{4}$. Esimene arv moodustab 14,3% teisest. Leia need arvud.

1261. Masin maksis 4160 rubla. Pärast kahekordset mahahindlust maksis sama masin 3458 rubla. Esimene mahahindlus oli 12,5% alghinnast. Mitu protsenti masina alghinnast moodustas teine mahahindlus?

1262. Üks kaevureist kaevandas vahetuse jooksul 26,25 t kivisütt ning täitis sellega 175% plaanist. Kui palju kaevandas teine kaevur, kes täitis 182% normist?

1263. Lahutades ühest arvust 10%, siis 25% jäägist ja seejärel 20% uuest jäägist, saame 27. Leia see arv.

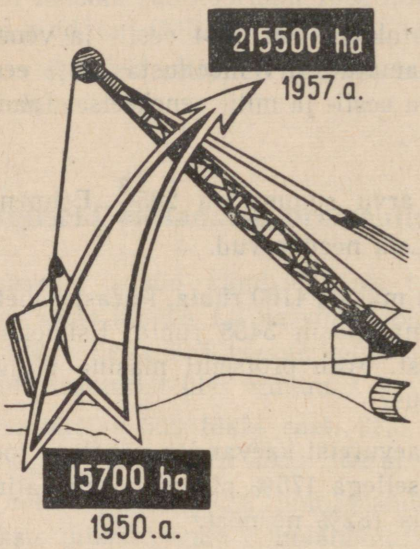
1264. Sõiduauto «Moskvitš» bensiini kulunormiks 100 km kohta on suvel 8 l ja talvel 8,8 l. Mitme protsendi võrra on talvine norm suvisest suurem?

1265. Nisusaak on 30 tsentnerit hektarilt. Jahvatamisel saab nisuteradest 90% jahu. Saia valmistamisel on saia kaal 40% võrra suurem tarvitatud jahu kaalust. Kui palju saia saab ristkülikukujulise nisupõllu saagist, kui põllu pikkus on 335 m ja laius 240 m?

1266. Ühe poisi pähklite arv moodustab 44% teise poisi pähklite arvust, kusjuures esimesel poisil on 28 pähklit vähem kui teisel. Mitu pähklit on kummalgi?

1267. Mitme protsendi võrra kasvas Eesti NSV-s kuivendustööde maht? (Vt. joon. 97.)

Kuivendustööde kasv Eesti NSV põllumajanduses



1268. 1950. aastal, kui Tartu maaparandusjaam asutati, oli seal 2 ekskavaatorit. Praegu on sellel maaparandusjaamal 19 ekskavaatorit. Mitme protsendi võrra on ekskavaatorite arv suurenenud? Mitu protsenti moodustab 1950. a. ekskavaatorite arv 1957. a. ekskavaatorite arvust?

Promill.

1269. Promilliks nimetatakse üht tuhandikku. Promilli märgiks on $^0/_{00}$.

Seega: $1^0/_{00} = 0{,}001 = \frac{1}{1000} = 0{,}1\%$

$1\% = 10^0/_{00}$

1270. Väljenda promillid protsentides:

500‰	10‰	5‰	0,2‰	24,7‰	1000‰
320‰	60‰	7‰	0,9‰	36,5‰	1208‰
85‰	90‰	4‰	0,3‰	14,1‰	2580‰

1271. Väljenda protsendid promillides:

1%	20%	7,5%	5,75%	$8\frac{1}{2}$%	120%
3%	72%	3,6%	0,86%	$3\frac{3}{4}$%	350%
5%	100%	4,8%	7,09%	$\frac{1}{5}$%	470,9%

1272. Kui palju soola sisaldab 0,5 liitrit 5‰ lahust?

1273. Kui palju 0,4‰ lahust saadakse 0,2 g soolast?

1274. Neljast tonnist roosi kroonlehtedest saadakse 1 kg roosiõli. Väljenda roosiõli saak promillides.

1275. Leia:

8‰ 1250-st	930‰ 120-st	30‰ 4800-st
45‰ 3,6-st	355‰ 550-st	142‰ 3680-st
5‰ 12-st	3,5‰ 184-st	5,5‰ 758-st

1276. Leia arv, millest

8‰ on 164	1,5‰ 2,7	3‰ on 0,36
5‰ on 68	9,1‰ on 78	12‰ on 4,8
0,4‰ on 52	18,2‰ on 0,546	$33\frac{1}{3}$% on 60.

1277. Mitu promilli moodustab

0,5 2,8-st	1,7 51-st	0,56 112-st
7 420-st	0,16 48-st	0,7 490-st
9 36-st	5,2 10,4-s	0,08 400-st

KORDAMISEKS.

1278. Kirjuta protsentides:

0,03	0,15	0,3	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{100}$
1	1,5	2	2,15	1,03
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$

1279. Väljenda kümnendmurdudes:

12%; 30%; 5%; 120%; 0,5%.

1280. Väljenda harilikes ja kümnendmurdudes:

25%; $33\frac{1}{3}\%$; $37\frac{1}{2}\%$; 50%; 100%.

1281. Leia

10% 60-st	25% 80-st	1% 90-st
$33\frac{1}{3}\%$ 51-st	40% 85-st	15% 84-st
150% 70-st	200% 34-st	125% 64-st
110% 90-st	102% 175-st	100% 47-st

1282. Leia arv, millest

10% on 12	50% on $4\frac{1}{2}$	10% on $5\frac{1}{10}$
$33\frac{1}{3}\%$ on 5	$66\frac{2}{3}\%$ on 12	90% on 27
75% on 18	80% on 1,6	37,5% on 1,5

1283. Leia arv, millest

$\frac{3}{4}$ on 0,9	0,75 on 6
$\frac{2}{3}$ on 0,4	0,8 on 10
$\frac{5}{12}$ on 25	0,9 on $\frac{3}{4}$

1284. Leia

$\frac{1}{3}$ arvust 2,7	0,025 arvust 46
$\frac{11}{26}$ „ 4,8	0,03 „ 264
$\frac{7}{8}$ „ 5,6	0,007 „ 98

1285. Arvuta:

$7\frac{2}{3}+9\frac{5}{6}+4\frac{1}{2}$ $\quad 9\frac{1}{4}-3\frac{7}{8}$ $\quad 4{,}2:5$

$60{,}703 - 20{,}958$ $5\frac{3}{4} \cdot 78$ $6\frac{1}{2} : 4$

$8{,}5 \cdot 45{,}6$ $72965 : 5{,}8$ $3\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{4}$

1286. Leia

2% 450-st	15% 60-st	25% 180-st
150% 40-st	102% 700-st	200% 17-st
$37\frac{1}{2}$% 80-st	$33\frac{1}{3}$% 75-st	1% 160-st

1287. Leia arv, millest

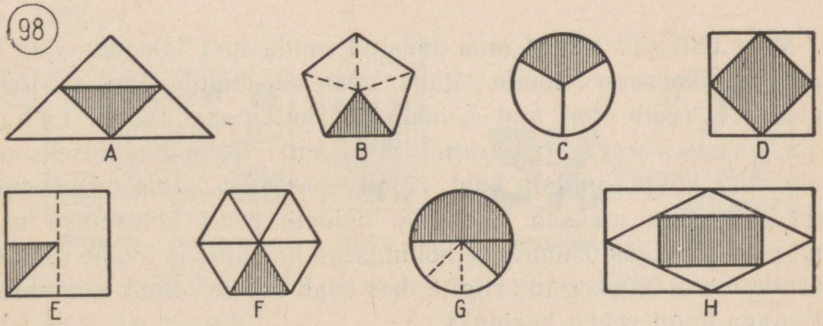
14% on 42	5% on 15	60% on 0,6
30% on 15	7% on 35	3,1% on 93
36% on 9	9% on 4,5	6,8% on 13,6

1288. Leia, mitu protsenti on

30 40-st	9 27-st	15 40-st
40 30-st	30 25-st	90 75-st
3 15-st	10 4-st	75 125-st

1289. Linna elanike arv kasvas 7500-lt 9000-ni. Mitme protsendi võrra kasvas linna elanike arv?

1290. Mitu protsenti iga kujundi pindalast on viirutatud?



1291.



Meie töötajad viivad oma säästud, mida nad lähemal ajal ei vaja, hoiukassasse hoiule. Raha võetakse hoiule kas nõudmiseni (võib igal ajal hoiukassast kätte saada) või tähtajalisele arvele (määratud tähtajani). Raha hoidmiseks on hoiukassa kõige kindlam koht. Hoiukassas raha hoida on soodne, sest hoiukassa maksab töötajaile hoiuste pealt hoiusetasu ehk intressi. Säästusummade hoidmisega hoiukassas toome ühtlasi kasu ka meie Nõukogude riigile, kes saab hoiule antud summasid kasutada kogu rahva heaoluks.

Intress arvutatakse protsentide abil. Arvu, mis näitab, mitu protsenti makstakse hoiustelt intressi, nimetatakse intressimääraks.

Tähtajalistelt hoiustelt on intressimäär 3%, kuna nõudmiseni paigutatud hoiustelt makstakse 2%.

1292. Kui palju intressi saab aastas 450 rublalt, kui hoiustelt makstakse 2%?

L a h e n d u s. $2\% \cdot 450 = 0{,}02 \cdot 450 = 9$ (rbl.).

Arvuta samuti intress 2% 650 rublalt.

1293. Leia intress ühe aasta eest järgmistelt hoiusummadelt:

600 rbl. 2%-ga	750 rbl. 3%-ga	7235 rbl. 2%-ga
860 rbl. 3%-ga	960 rbl. 3%-ga	15400 rbl. 3%-ga
350 rbl. 2%-ga	1240 rbl. 3%-ga	1350 rbl. 2%-ga.

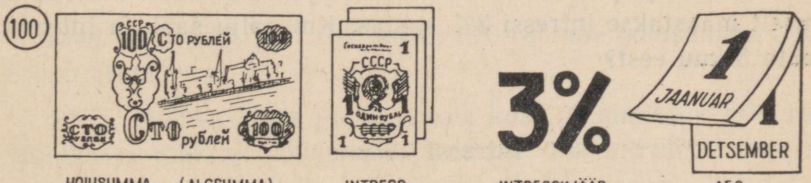
1294. Tööline pani hoiukassasse hoiule 1280 rubla. Hoiukassa maksab 3% aastas intresse. Missugune summa on sellel töölisel hoiukassas aasta möödumisel?

1295. Kui palju intressi saab ühe aasta eest 2400-lt rublalt, mis on hoiule antud 2%-ga?

1296. Arvuta intress 1 aasta eest järgmistelt hoiustelt:

Hoiusumma:	800 rbl.	1250 rbl.	940 rbl.	1150 rbl.	2280 rbl.
Intressimäär:	2 %	3 %	2 %	2 %	3 %
Intress:					

1297.



HOIUSUMMA (ALGSUMMA) INTRESS INTRESSIMÄÄR AEG

Joonis näitab h o i u s u m m a t, i n t r e s s i, i n t r e s s i m ä ä r a ja a e g a.

Mis on hoiusumma? intress? intressimäär? aeg?

Joonisel näidatud aeg on üks aasta. Aeg võib olla ka mitu aastat või murdosa aastast.

1298. Leia intress 450 rublalt 3%-ga $1\frac{1}{2}$ aasta eest.

Lahendus.

$$3\% = 0{,}03$$

450		
0,03		
13,50	Intress ühe aasta eest 3%-ga.	
+ 6,75	Intress $\frac{1}{2}$ aasta eest 3%-ga.	
20,25	Intress $1\frac{1}{2}$ aasta eest 3%-ga.	

Intress 450-lt rublalt 3%-ga $1\frac{1}{2}$ aasta eest on 20,25 rubla. Arvuta samuti intress 2% $2\frac{1}{2}$ aasta eest.

1299. Hoiusummalt saadi aastas 75 rubla intressi. Kui palju intressi saab samalt summalt $\frac{1}{2}$ aastas? $1\frac{1}{2}$ aastas?

1300. Missugune osa aastast on 6 kuud? 4 kuud? 9 kuud?

1301. Leia intress järgmistelt hoiustelt:

Hoius:	500 rbl.	1200 rbl.	750 rbl.	900 rbl.	625 rbl.	1250 rbl.
%:	3 %	2 %	3 %	2 %	2 %	3 %
Aeg:	1 a.	2 a.	$1\frac{1}{2}$ a.	2 a.	2 a.	$1\frac{1}{2}$ a.

1302. Töötaja pani hoiukassasse tähtajalisele arvele 500 rubla. Hoiuselt makstakse intressi 3% aastas. Kui palju saab ta intressi 1 aasta 3 kuu eest?

Intressi valem.

1303. Leia intress 350 rublalt 4%-ga 2 aasta eest.

a) Kui suur on siin algsumma? intressimäär? aeg?

b) Kuidas leida intress ühe aasta eest?

c) Kuidas leida intressi 2 aasta eest, kui on teada intress 1 aasta eest?

Intress antud summalt on võrdne algsumma, protsentide ja aja korrutisega, kus aeg on väljendatud aastates ja protsendid sajandikkudes.

Valem: $i = a \cdot p \cdot t$

ehk $i = apt$

Mida väljendab i? a? p? t?

1304. Lahendame ülesandes nr. 1303 intressi arvutamise valemi abil:

Andmed:	Arvutamine:	
$a = 350$ rbl.	$i = apt$ (valem)	350
$p = 0{,}04$	$i = 350.0.04.2 = 28$	× 0,04
$t = 2$		14,00
$i = ?$	Intress on 28 rbl.	

Arvuta samuti valemi abil intress 750 rublalt 4%-ga 2 aasta eest.

1305. Arvuta intress järgmiste andmete järgi:

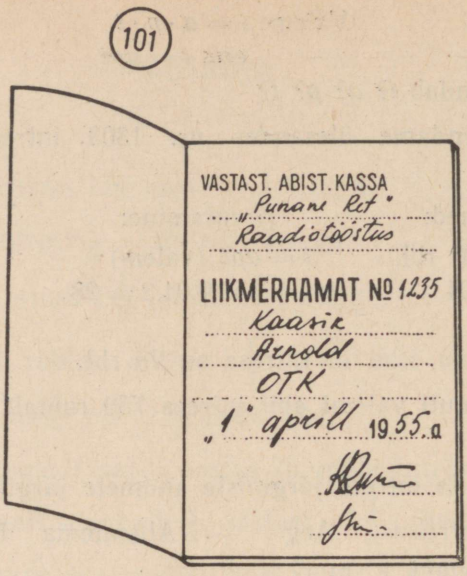
Algsumma	Intressi-määr	Aeg	Algsumma	Intressi-määr	Aeg
400 rbl.	2%	1 a.	960 rbl.	4%	$\frac{1}{2}$ a.
350 rbl.	6%	$\frac{1}{2}$ a.	1320 rbl.	2%	2 a.
750 rbl.	5%	1 a.	2450 rbl.	3%	$1\frac{1}{2}$ a.
1250 rbl.	3%	2 a.	5500 rbl.	2%	2 a.
1800 rbl.	2%	$1\frac{1}{2}$ a.	1250 rbl.	6%	$\frac{1}{2}$ a.
2500 rbl.	4%	$2\frac{1}{2}$ a.	1140 rbl.	5%	$1\frac{1}{2}$ a.

1306. Kui palju intressi annab 870-rublane hoiusumma 3%-ga 6 kuu eest?

1307. Hoiukassasse pandi hoiule kuni nõudmiseni 2850 rubla. Hoiukassa maksab nõudmiseni hoiustelt 2% intressi aastas. Kui suure summa saab selle hoiuse omanik hoiukassast kätte 4 kuu pärast?

Vastastikuse abistamise kassa.

1308. Töötajate abistamiseks, kellel ei piisa näiteks mõne suurema eseme ostmiseks isiklikest säästudest, organiseeritakse ametiühingute poolt vastastikuse abistamise kassad. Kassa liige



maksab igas kuus $\frac{1}{2}$ protsenti oma palgast kassale liikmemaksu. Sissemaksudest kogutud summa saavad kassa liikmed tagasi, kui nad kassa liikmest lahkuvad. Kassa liikmeil on õigus saada kassast laenu. Laenu kasutamise kestus on mõnest päevast (lühiajalised laenud) kuni mitme kuuni (pikaajalised laenud).

Kui palju liikmemaksu maksab vastastikuse abistamise kassa liige, kelle kuupalk on 540 rbl.? 680 rbl.? 750 rbl.? 900 rbl.? 1000 rbl.?

Kui suur summa on neist igaühel kogunenud liikmemaksudest, kui nad on liikmemaksu maksnud 50 kuud?

1309. Intressi arvutamisel loetakse kuu 30 päeva, aasta $12 \cdot 30 = 360$ päeva, sest 360 on kergemini jagatav kui 365.

Näiteks 60 päeva on $\frac{60}{360}$ aastat ehk $\frac{1}{6}$ aastat.

Leia, missuguse osa aastast moodustab rahalistel arvutustel

30 päeva; 90 päeva; 120 päeva; 72 päeva; 60 päeva;
45 päeva; 180 päeva; 36 päeva; 300 päeva; 75 päeva.

1310. Kasutades intressi valemit, arvuta intress 450-rublaselt laenult, mis oli võetud 6%-ga 60 päevaks.

$a = 450$ rbl. Valem: $i = apt$

$p = 0{,}06$ $i = 450 \cdot 0{,}06 \cdot \frac{1}{6} = 4{,}50$

$t = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ Intress on 4,50 rbl.

$$\begin{array}{r} 450 \cdot \\ \times \quad 0{,}06 \\ \hline 27{,}00 \end{array}$$

Arvuta intress 800-rublaselt laenult, mis oli võetud 5%-ga 90 päevaks. Missuguse summa saab laenu võtja kassast kätte, kui intressid arvutatakse laenu väljaandmisel laenusummast maha?

1311. Leia intress järgmistelt laenudelt:

Laen	Intressi-määr	Aeg	Laen	Intressi-määr	Aeg
500 rbl.	6%	30 p.	1000 rbl.	4%	60 p.
250 rbl.	6%	60 p.	750 rbl.	5%	60 p.
300 rbl.	6%	90 p.	1200 rbl.	4%	75 p.
400 rbl.	5%	45 p.	100 rbl.	6%	180 p.
450 rbl.	4%	90 p.	720 rbl.	3%	90 p.
900 rbl.	5%	30 p.	1500 rbl.	3%	36 p.
250 rbl.	5%	90 p.	600 rbl.	4%	180 p.
750 rbl.	6%	30 p.	250 rbl.	6%	60 p.

Intressi arvutamiseks kasutatakse tabeleid.

1312. Hoiukassad maksavad tähtajalistelt hoiustelt 3% aastas. Arvuta, kui palju intressi tuleb tabelis märgitud iga summa kohta aastas:

(102) 30%

Hoius	Intress	Hoius	Intress	Hoius	Intress	Hoius	Intress
1		10		100		1000	
2		20		200		2000	
3		30		300		3000	
4		40		400		4000	
5		50		500		5000	
6		60		600		6000	
7		70		700		7000	
8		80		800		8000	
9		90		900		9000	

Arvutamise näidis: $3\% = 0{,}03$;

$1 \cdot 0{,}03 = 0{,}03$

$2 \cdot 0{,}03 = 0{,}06$

. . . . . .

$10 \cdot 0{,}03 = 0{,}30$

. . . . . .

$500 \cdot 0{,}03 = 15$

jne.

1313. Leia tabeli abil 511-rublaselt hoiusummalt, mis kandis 3% aastas, intress 6 kuu eest.

Tabelist leiame intressid aasta eest: 500 rbl. — 15 rbl.
10 rbl. — 0,30 rbl.
1 rbl. — 0,03 rbl.
15,33 rbl.

6 kuud on $\frac{1}{2}$ aastat.

$$15{,}33 \cdot \frac{1}{2} = 15{,}33 : 2 = 7{,}676 \approx 7{,}67 \text{ rbl.}$$

Intress 511 rublalt 3%-ga 6 kuu eest on 7,67 rbl.

1314. Leia tabeli abil intressid järgmiste andmete järgi, kui intressimäär on 3%:

25 rbl. 1 a.	725 rbl. 6 k.	1280 rbl. 3 a.
920 rbl. 2 a.	240 rbl. $1\frac{1}{2}$ a.	2640 rbl. 1 a. 3 k.
2400 rbl. 3 k.	642 rbl. 2 a.	9000 rbl. 9 k.

KORDAMISEKS.

1315. Arvuta:

1) $0{,}4 + 0{,}27 + 0{,}998 + 15{,}1$.
2) $8{,}09 + 0{,}78 + 16{,}1 + 5{,}542$.
3) $(34 - 19{,}05) - (12 - 8{,}057)$.
4) $(1 - 0{,}189) - (0{,}72 - 0{,}438)$.
5) $12 - (0{,}2 + 3{,}28 + 6{,}78 - 1{,}2) + (3{,}9 - 2{,}7)$.
6) $12 + (14{,}2 - 6{,}28) + (3{,}33 - 2{,}23) - (4 - 2{,}6)$.

1316. Arvuta:

1) $58 \cdot 2{,}007$
2) $7{,}008 \cdot 69$
3) $18{,}007 \cdot 4{,}08$
4) $5{,}08 \cdot 0{,}1075$
5) $0{,}89 \cdot 0{,}987$
6) $0{,}976 \cdot 1{,}008$

1317. Arvuta:

1) $2{,}288 : 6{,}5$
2) $1{,}0134 : 1{,}126$
3) $4485{,}6 : 800$
4) $342{,}9 : 900$
5) $12{,}4 : 0{,}031$
6) $0{,}2091 : 4{,}1$
7) $7230 : 5000$
8) $6448 : 8000$

1318. Jaga täpsusega 0,01:

1) $1{,}05 : 12$
2) $23{,}45 : 3$
3) $341{,}3 : 12$
4) $0{,}074 : 1{,}4$

1319. $(60{,}3 - 53{,}235 : 3{,}9) \cdot 1{,}4 - 10{,}2 \cdot 12$.

1320. $32{,}42 - 2{,}2 \cdot (40 - 25{,}5) + 7{,}14 : 1{,}7$.

1321. $(2{,}92 - 2{,}304 - 0{,}112 \cdot 0{,}5) : 0{,}7 \cdot 100$.

1322. $(1 - 0{,}055) : 0{,}09 \cdot 100 - 10{,}5 : 0{,}01$.

1323. Arvuta:

1) $17\frac{37}{80} + 15\frac{19}{48} + \frac{5}{32} + 9\frac{1}{96}$.
2) $25\frac{3}{8} + \frac{7}{16} + 5\frac{1}{64} + 9\frac{2}{3}$.
3) $18\frac{7}{15} + 1\frac{5}{12} + 5\frac{3}{4} + 6\frac{1}{30}$.
4) $25\frac{11}{26} - \left(12\frac{9}{39} - 9\frac{25}{26}\right)$.
5) $18\frac{1}{45} - 6\frac{7}{9} - \left(3\frac{4}{5} - 1\frac{14}{15}\right)$.
6) $17\frac{2}{3} + 4\frac{3}{8} - 19\frac{5}{9} - \left(6\frac{1}{36} - 5\frac{3}{16}\right)$.

1324. Arvuta:

1) $5\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{11}$.
2) $\frac{8}{11} \cdot 2\frac{1}{12}$.
3) $18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11}$.
4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{15}$.
5) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3}$.
6) $2\frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{11}$.

1325. Arvuta:

1) $\frac{7}{6} : \frac{11}{36}$.
2) $\frac{35}{48} : \frac{21}{32}$.
3) $1 : 1\frac{1}{2}$.
4) $2 : 3\frac{1}{3}$.
5) $\frac{5}{6} : 7$.
6) $\frac{6}{7} : 5$.
7) $8\frac{6}{57} : 12\frac{3}{19}$.
8) $68\frac{17}{36} : 8\frac{1}{18}$.

1326. Arvuta:

1) $3\frac{1}{9} : 4\frac{1}{2} : \left(7\frac{3}{4} : \frac{9}{14}\right)$.
2) $1\frac{1}{6} : \left(2\frac{1}{4} : 5\frac{2}{2}\right)$.

1327. $12\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 12\frac{5}{6} : 3\frac{2}{3} + 4\frac{4}{5} : \frac{6}{25}$.

1328. $\left[\left(12\frac{1}{15} + \frac{1}{10} - \frac{4}{15}\right) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28}\right] \cdot \frac{4}{11}$.

1329. $\dfrac{\left(20 - 31\frac{4}{15} \cdot \frac{3}{7}\right) : 2\frac{1}{5}}{\left(6 + 1 : \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{15}{28}}$.

1330. $\dfrac{9\frac{1}{4} + \left(8 - 3\frac{1}{4}\right) : 6\frac{1}{3}}{\left(7\frac{1}{2} + 12\frac{2}{9} + 7\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{27}{185}}$.

1331. $\dfrac{\left(1\frac{5}{7} + 3\frac{2}{5}\right) \cdot 11\frac{2}{3}}{1\frac{2}{9} - 1\frac{1}{8}} - \dfrac{\left(10\frac{3}{4} - \frac{11}{6}\right) \cdot 6}{\left(5\frac{3}{20} - 4\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{9}}$.

1332. $\dfrac{0{,}125 : 0{,}0125 + 0{,}5 \cdot 1{,}2}{\left(\frac{23}{36} : \left(2\frac{1}{36} - 1\frac{5}{24}\right)\right.}$.

1333. $\dfrac{\left(4{,}525 - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26}\right) : 2{,}25 - 0{,}4}{2\frac{17}{18} : \left(2\frac{1}{54} - 1\frac{19}{36}\right)}$.

1334. $\dfrac{\frac{1}{8} : 0{,}3125 + 2{,}25 \cdot \frac{4}{5}}{\left(2\frac{1}{48} - 1\frac{55}{72}\right) : 3\frac{1}{12}}$.

1335. $\dfrac{\left(17\frac{1}{2} - 8{,}25 \cdot \frac{10}{11}\right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} + 3{,}5\right)}{\left(17{,}25 : 2{,}3 - \frac{3}{7}\right) \cdot \left(14\frac{2}{3} - 3{,}2 : 4\right)}$.

1336. Leia:

1) 2,5% 1,2 meetrist.
2) 7,3% 57,8 kilomeetrist.
3) 0,2% 13,8 sentimeetrist.
4) $2\frac{1}{2}$% 34 st.
5) $\frac{3}{5}$% $\frac{2}{3}$-st.

1337. Arvuta x, kui

1) $9\frac{1}{2}\%\ x = 17{,}1$
2) $12{,}5\%\ x = 7{,}5$
3) $0{,}01\%x = 45{,}75$
4) $7\frac{22}{77}\%\ x = 2{,}6$

1338. Väljenda protsentides järgmised suhted:

1) $2\frac{1}{3}$ kg : $4\frac{2}{3}$ kg
2) 1,2 t : 300 kg
3) 75 a : $\frac{1}{2}$ ha
4) 1,2 cm² : 600 mm²
5) 25 m : 2 dm
6) 0,5 rbl. : 25 kop.

1339. Kahe arvu aritmeetiline keskmine on $3\frac{1}{16}$. Üks arvudest on $2\frac{3}{8}$. Leia teine arv.

1340. Kolme arvu aritmeetiline keskmine on $10\frac{1}{2}$. Üks neist arvudest on $2\frac{1}{2}$, teine $3\frac{1}{2}$. Leia kolmas arv.

1341. Kahe arvu summa on $21\frac{1}{4}$. Samade arvude vahe on $13\frac{3}{4}$. Leia need arvud.

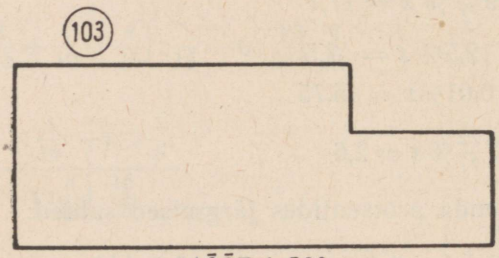
1342. Kahe arvu vahe on $4\frac{1}{8}$ ja summa $10\frac{5}{8}$. Leia need arvud.

1343. Kahe arvu summa on $2\frac{4}{15}$. Üks neist arvudest moodustab teisest ühe kolmandiku. Leia need arvud.

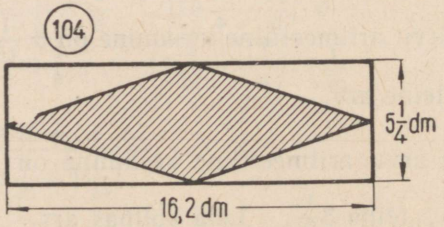
1344. Kahe arvu summa on $52\frac{1}{2}$. Esimene arv moodustab $\frac{3}{4}$ teisest arvust. Leia need arvud.

1345. Ristkülikukujulise nisupõllu pikkus on 420 m, laius $\frac{5}{7}$ pikkusest. Nisusaak oli 20 tsentnerit hektarilt. Kui palju saia saaks selle nisupõllu kogusaagist, kui jahvatamisel saab nisuteradest 90% jahu ja saia valmistamisel on saia kaal 40% võrra suurem tarvitatud jahu kaalust?

1346. Leia joonisel 103 kujutatud aia pindala.

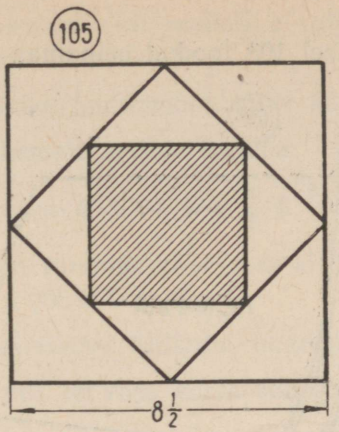


1347. Leia joonisel 104 viirutatud kujundi pindala.

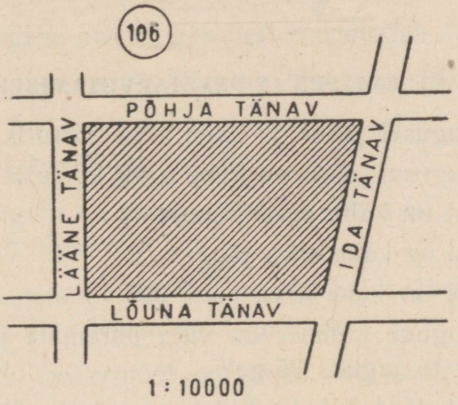


1348. a) Leia joonisel 105 viirutatud kujundi pindala.

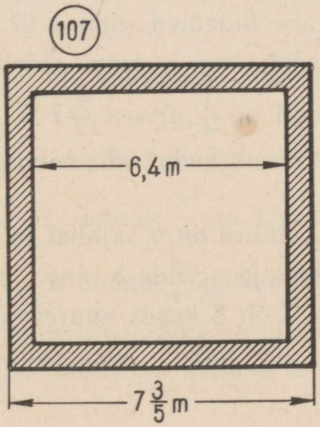
b) Kui palju kaalub selline plekitükk, kui tema paksus on 2 mm?



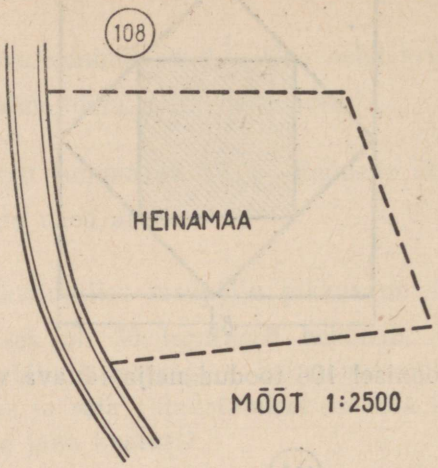
1349. Leia joonisel 106 toodud nelja tänava vahelise maatüki suurus.



1350. Leia joonisel 103 viirutatud kujundi pindala.



1351. Leia joonisel 108 toodud heinamaa pindala.



MÕTLEMISEKS JA PEASTARVUTAMISEKS.

1352. Missugusel juhul on kahe arvu korrutis 1?

1353. Missugusel juhul on kahe arvu korrutis 0?

1354. Millal on kahe arvu jagatis 1?

1355. Millal on kahe arvu jagatis 0?

1356. Millal on kahe arvu vahe 0?

1357. Missugune number on vaja paremale juurde kirjutada arvule 1237, et ta jaguks 25-ga?

1358. Millal võrdub kahe liidetava summa ühega neist liidetavatest?

1359. Millal on kahe liidetava summa 0?

1360. Millega võrdub arvu ja tema pöördarvu korrutis?

1361. Mitu protsenti on $\frac{1}{4}$ arvust $\frac{1}{2}$?

1362. Milline arv, kui seda vähendada 75% võrra, annab tulemuseks 6?

1363. Kirjuta arv, milles on a sajalist ja b kümnelist.

1364. Kirjuta arvu a ja arvude b ning c korrutise summa.

1365. Leia arv, mis on 5 korda suurem a-st.

1366. Missugune arv annab 3-ga jagades jagatiseks a ja jäägiks b?

1367. m meetri kalevi eest maksti c rubla. Kui palju tuleb maksta n meetri sama kalevi eest?

1368. Leia ristküliku ümbermõõt, mille küljed on a ja b.

1369. Kirjuta lühemalt arvude summa:

$$a + a + a + a + \frac{b}{3} + \frac{b}{3}.$$

1370. Kui suur on ruudukujulise maa-ala pindala, mille külg kaardil mõõduga 1 : 1 000 000 on 3 cm?

1371. Kirjuta paarisarvu üldkuju, paaritu arvu üldkuju.

1372. Leia arv, mis on 75% võrra suurem 60-st.

1373. Leia arv, mis on 40% võrra väiksem 125-st.

1374. Rööpkülikul ja kolmnurgal on alus ja kõrgus võrdsed. Kuidas suhtuvad nende pindalad?

1375. Missuguse osa ringjoonest moodustab 45° kaar?

1376. Missugune on väikseim täisarv, mille ümardamisel saame 2700?

1377. Mitu tuhandikku on 2,8?

1378. Missugune on puuduv number arvus 43 . . 5, kui on teada, et see arv jagub 9-ga?

1379. Linna elanike arv kasvas 25 000-lt 38 000-ni. Kui suur oli elanike arvu juurdekasv protsentides?

1380. Ruudu ümbermõõt on 36 m. Kui suur on selle ruudu pindala?

1381. Rong läbib 200 km 3 t. 20 min-ga. Kui suur on rongi kiirus?

1382. Mitu korda on kolmandik suurem kaheteistkümnendikust?

1383. Leia väikseim kolmekohaline arv, mis jagub 7-ga.

1384. Missugune arv annab $\frac{3}{4}$-ga jagamisel jagatise 60?

1385. Missugune arv annab $\frac{3}{4}$-ga korrutamisel tulemuseks 60?

1386. Kolme arvu aritmeetiline keskmine on 150. Üks neist arvudest on 160, teine 146. Leia kolmas arv.

1387. Kui auto liigub kiirusega 50 km tunnis, kui kaua kulub tal siis aega 20 km läbimiseks?

1388. Lennuk lendas 6 minutiga 21 km. Kui suur on lennuki kiirus?

1389. Kolmnurga üks külg on 6 dm, teine 8 dm. Need kaks külge on teineteise suhtes risti. Kui suur on selle kolmnurga pindala?

1390. Ristkülik mõõdetega 18 m × 30 m joonestati paberile mõõdus 1 : 250. Millised on selle ristküliku mõõted joonisel?

1391. Leia intress järgmistelt hoiusummadelt:

a) 500 rbl. 3% 30 päeva
b) 250 rbl. 3% 60 päeva
c) 1200 rbl. 2% 75 päeva
d) 1500 rbl. 2% 90 päeva.

1392. Sealiha hinda alandati 20 rublalt 15 rublale kilogrammilt. Mitme protsendi võrra alandati sealiha hinda?

1393. Kahe arvu korrutis on 1, üks tegureist 87. Leia teine tegur.

1394. Lennuki kiirus on 300 km tunnis. Millise vahemaa läbib see lennuk 36 minutiga?

1395. Žiletitera paksus on 0,08 mm. Mitu tera tuleb võtta, et nad moodustaksid 2 cm paksuse kihi?

1396. Mitu protsenti moodustab 2 cm pikkuse küljega ruudu ümbermõõt 4 cm pikkuse küljega ruudu ümbermõõdust?

PEAMURDMIST.

1397. 10 pumpa pumpavad 10 minutiga 10 tonni vett. Mitu minutit kulub 25 pumbal 25 tonni vee pumpamiseks?

1398. Ese kaalub 0,9 kg ja veel 0,9 oma kaalust. Kui palju kaalub see ese?

1399. Missuguse numbriga lõpeb vahe:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 18 \cdot 19 - 1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 17 \cdot 19?$$

1400. Leia 9-ga jaguv kolmekohaline arv, milles kümneid on 4 võrra rohkem ühtedest, kõigi numbrite korrutis on aga 0.

1401. Hoiukassast võeti välja 500 rubla järgmiste osade kaupa:

	Võeti välja:	Jäi hoiukassasse:
1. korral	200 rubla	300 rubla
2. korral	150 „	150 „
3. korral	90 „	60 „
4. korral	60 „	— „
Kokku	500 rubla	510 rubla

Kust tekkis liigne 10 rubla?

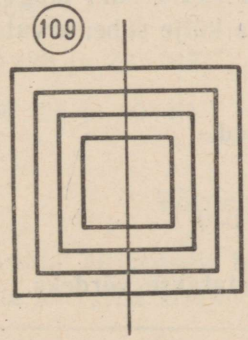
1402. Kaks matkajat väljusid üheaegselt linnast *A* linna *B*. Esimese poole kogu teekonnale kulunud ajast liikus esimene neist kiirusega 5 km tunnis, teine 4 km tunnis. Teise poole kogu teekonnale kulunud ajast liikus esimene kiirusega 4 km tunnis, teine 5 km tunnis. Kumb neist jõudis enne linna *B*?

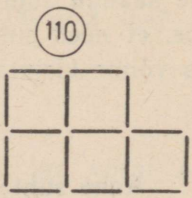
1403. Kahekohalise arvuga liideti 5. Saadud summa oli jaguv 5-ga. Kui samast arvust lahutati 3, jagus saadud vahe 3-ga. Kui seda arvu jagati 2-ga, selgus, et ka saadud jagatis jagus 2-ga ilma jäägita. Leia see arv.

1404. **234* : 72 = *0***

Leia tähekesega märgitud numbrid.

1405. Joonesta pideva joonega, pliiatsit paberilt tõstmata, kõrvalolev kujund.





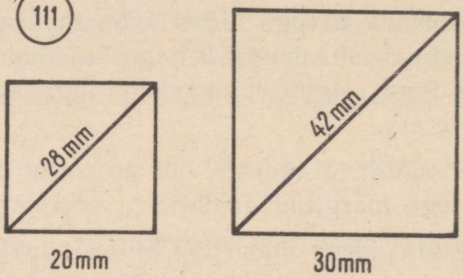
1406. Eemalda 3 tikku, nii et järele jääks 3 ruutu.

1407. Külad *A* ja *B* asuvad ühe ja sama jõe kaldal. Külast *A* väljusid samal ajal jalakäija, kes liikus edasi mööda jõe kallast, ja paat, mille kiirus seisvas vees oli võrdne jalakäija kiirusega. Jõudes külasse *B*, pöördusid nii jalakäija kui ka paat tagasi külasse A. Kumb neist enne jõuab külasse *A*?

5. VÕRRE. SUURUSTE VÕRDELINE JA PÖÖRDVÕRDELINE SÕLTUVUS

A. VÕRRE.

111



1408. Joonisel on kujutatud kaks ruutu oma diagonaalidega. Leia väiksema ruudu diagonaali ja külje suhe; arvuta suurema ruudu diagonaali ja külje suhe.

Võrdle saadud suhteid.

Näeme, et need suhted on võrdsed.

Seega võime kirjutada, et

$$28 : 20 = 42 : 30$$

Kahe suhte võrdust nimetatakse võrdeks.

Näiteks

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = 10 : 9$$

on võrre, ja seda loetakse: «$\frac{5}{6}$ suhtub $\frac{3}{4}$-sse nagu 10 suhtub 9-sse» ehk «$\frac{5}{6}$ ja $\frac{3}{4}$ suhtuvad nagu 10 ja 9».

Loe võrdeid:

1) $10 : 5 = 2 : 1$;
2) $0{,}3 : 7 = 1{,}5 : 35$;
3) $a : b = c : d$.

1409. Võrdes esinevaid arve nimetatakse võrde liikmeteks. Esimene ja viimane liige on võrde **välisliikmed**, teine ja kolmas liige on **siseliikmed.**



Näiteks võrdes

$$200 : 300 = 2 : 3$$

200 ja 3 on välisliikmed, 300 ja 2 on siseliikmed.

Nimeta eelmises ülesandes esinevate võrrete välisliikmed ja siseliikmed.

1410. Missugusest allpool antud suhete paarist on võimalik koostada võrre:

1) $84 : 28$ ja $72 : 24$?
2) $156 : 26$ ja $30 : 6$?
3) $1{,}75 : 10{,}5$ ja $2\frac{1}{4} : 13\frac{1}{2}$?
4) $0{,}3 : 0{,}06$ ja $2 : 0{,}4$?

Võrde põhiomadus.

1411. Täida alljärgnev tabel ja võrdle iga võrde puhul ta välisliikmete korrutist siseliikmete korrutisega:

Võrre	Välisliikmete korrutis	Siseliikmete korrutis
$10 : 5 = 2 : 1$ $200 : 300 = 2 : 3$ $28 : 20 = 42 : 30$ $0{,}3 : 7 = 1{,}5 : 35$ $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = 10 : 9$	$10 \cdot 1 = 10$	$5 \cdot 2 = 10$

Tee võrdlemise põhjal järeldus võrde välisliikmete ja siseliikmete korrutiste kohta.

Võrde välisliikmete korrutis on võrdne siseliikmete korrutisega.

Kui võrre on antud üldkujul

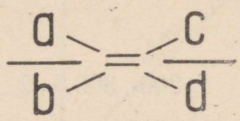
$$a : b = c : d, \text{ ehk } \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

siis võrde põhiomaduse põhjal on

$$ad = bc.$$

Võrde põhiomadust on kerge meeles pidada järgmise skeemi abil:

(112)



Kontrolli võrde põhiomaduse kehtivust järgmiste võrrete puhul:

1) $2 : 7 = 28 : 98$

2) $5{,}1 : 0{,}33 = 0{,}17 : 0{,}011$

3) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3} = 3 : 2$

4) $4\frac{1}{3} ; 2 = 3\frac{5}{6} : 1\frac{10}{13}$.

1412. Võrde põhiomaduse abil saab kontrollida, kas võrre on õige: võrre on õige, kui ta välisliikmete korrutis on võrdne siseliikmete korrutisega.

Kontrolli võrde põhiomaduse abil järgmiste võrrete õigsust:

1) $8 : 16 = 3 : 6$

2) $5 : 15 = 8 : 24$

3) $3{,}5 : 0{,}4 = 7 : 0{,}8$

4) $8 : 12 = 4\frac{3}{4} : 7\frac{1}{8}$

5) $2 : 1\frac{3}{7} = 1\frac{13}{15} : 1\frac{1}{3}$

6) $31{,}2 : 5{,}76 = 2{,}6 : 0{,}48$

1413. Võrde välisliikmete korrutis ei muutu, kui nende kohad vahetada. Seega võrdest

$$\frac{54}{45} = \frac{6}{5}$$

saab järeldada õige võrde:

$$\frac{5}{45}=\frac{6}{54}.$$

Viimane võrre on eelmisest saadud välisliikmete kohtade vahetamise teel.

Samuti võib võrde siseliikmete kohad vahetada. Nii saame võrdest

$$\frac{54}{45}=\frac{6}{5}$$

järeldada võrde

$$\frac{54}{6}=\frac{45}{5}.$$

On ilmne, et antud võrdes võib ka suhete kohad vahetada: võrdest

$$\frac{54}{45}=\frac{6}{5}$$

järeldub võrre

$$\frac{6}{5}=\frac{54}{45}.$$

Ka selles võrdes võib vahetada nii välisliikmete kohad kui ka siseliikmete kohad.

Seleta, kuidas võrdest

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

saab tuletada uued võrded:

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a} \qquad \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

$$\frac{c}{d}=\frac{a}{b} \qquad \frac{b}{d}=\frac{a}{c}$$

$$\frac{c}{a}=\frac{d}{b}.$$

1414. Mitu võrret saab üldse moodustada antud võrde liikmeist?

Tuleta võrdest

$$\frac{35}{42}=\frac{5}{6}$$

liikmete ümberpaigutamise teel viis uut võrret.

1415. Kahest võrdsest kahe teguriga korrutisest saab moodustada võrdeid, võttes ühe korrutise tegurid välisliikmeteks ja teise korrutise tegurid siseliikmeteks. Näiteks, võrdusest

$$54 \cdot 5 = 45 \cdot 6$$

saab järeldada võrded:

$$\frac{54}{45} = \frac{6}{5}; \quad \frac{45}{5} = \frac{54}{6} \text{ jne.}$$

1416. Koosta võrded järgmiste võrduste põhjal:

1) $12 \cdot 5 = 2 \cdot 30$ 2) $5 \cdot 12 = 4 \cdot 15$

3) $2{,}5 \cdot 0{,}18 = 1{,}5 \cdot 0{,}3$ 4) $7\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{7} = 2\frac{1}{7} \cdot 4\frac{1}{2}$.

Võrde tundmatu liikme leidmine.

1417. Võrde välisliikme leidmine. Olgu antud ühe tundmatu välisliikmega võrre:

$$7 : 2 = 3 : x.$$

Tarvis on leida x.

Võrde põhiomaduse põhjal võime kirjutada:

$$7x = 2 \cdot 3.$$

Teise teguri saame, kui korrutise jagame esimese teguriga. Seega

$$x = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}.$$

Kontroll: $7 : 2 = 3 : \frac{6}{7}$. Võrre on õige.

Olgu nüüd antud võrre, milles tundmatu välisliige on esimesel kohal:

$$x : 15 = 4 : 7.$$

Saame

$$x \cdot 7 = 15 \cdot 4, \text{ ehk } 7x = 15 \cdot 4, \text{ millest}$$

$$x = \frac{15 \cdot 4}{7} = 8\frac{4}{7}.$$

Kontroll: $8\frac{4}{7} : 15 = 4 : 7$. Võrre on õige.

Näeme, et nii esimesel kui ka viimasel kohal seisev

võrde välisliige võrdub siseliikmete korrutise ja teise välisliikme jagatisega.

Üldkujul: kui $x : a = b : c$, siis $x = \frac{ab}{c}$.

Leia võrde tundmatu välisliige:

1) $x : 3 = 16 : 6$ 2) $x : 8 = 15 : 24$

3) $54 : 3 = 36 : x$ 4) $54 : 45 = 42 : x$.

1418. Võrde siseliikme leidmine. Leida tundmatu siseliige võrdes

$$10 : x = 18 : 9.$$

Võrde põhiomaduse põhjal saame:

$$18x = 10 \cdot 9,$$

millest $x = \frac{10 \cdot 9}{18} = 5$.

Kontroll: $10 : 5 = 18 : 9$. Võrre on õige.

Arvutades tundmatu siseliikme võrdest

$$6 : 3 = x : 8,$$

saame

$$3x = 6 \cdot 8, \text{ millest}$$

$$x = \frac{6 \cdot 8}{3} = 16.$$

Pannes leitud x väärtuse antud võrdes x asemele, saame õige võrde

$$6 : 3 = 16 : 8.$$

Võrde siseliige on võrdne välisliikmete korrutise ja teise siseliikme jagatisega.

Üldkujul: kui $a : x = b : c$, siis $x = \frac{ac}{b}$.

Leia võrde tundmatu siseliige:

1) $18 : x = 27 : 3$ 3) $0{,}38 : x = 4\frac{3}{4} : 1\frac{7}{8}$

2) $75 : 35 = x : 14$ 4) $3\frac{1}{2} : 0{,}4 = x : 1\frac{1}{7}$.

1419. Arvuta võrde tundmatu liige:

1) $6\frac{1}{2} : x = 6\frac{5}{6} : 4\frac{1}{10}$ 2) $608 : 912 = x : 768$

3) $184 : x = 92 : 230$ 4) $0{,}25 : 1{,}4 = 0{,}75 : x$

5) $\frac{1}{3} : \frac{1}{8} = x : \frac{3}{7}$ 6) $2\frac{2}{3} : 0{,}03 = 1\frac{7}{9} : x$

1420. Arvuta x võrdest:

1) $90 : 4x = 15 : 6$ 2) $9 : 6x = 2 : 14$

3) $2x : 9 = 2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4}$ 4) $2{,}5 : 0{,}8 = 1{,}35 : 0{,}3x$

5) $\frac{2}{3}x : \frac{1}{5} = 3\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ 6) $0{,}3 : \frac{2}{5}x = 10 : 0{,}1$.

1421. Hõbedast esemes on hõbeda ja valgevase kaalude suhe 7 : 8. Valgevaske on selles esemes 50 g. Mitu grammi on hõbedat selles esemes?

N ä p u n ä i d e. Tähista hõbeda kaal grammides tähega x ja moodusta võrre, seejärel leia võrde tundmatu liige.

1422. Kuldkella keres suhtuvad kulla ja vase kaalud nagu 3 : 4. Vaske on seal 1,8 g. Kui palju puhast kulda sisaldab kuldkella kere?

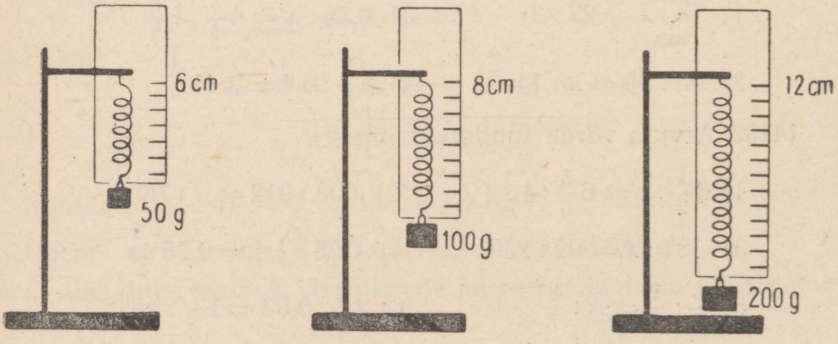
1423. Ringi ümbermõõt ja läbimõõt suhtuvad nagu 22 : 7. Arvuta ringi ümbermõõt, kui läbimõõt on 6 cm.

1424. Õe ja venna vanused suhtuvad nagu 5 : 6. Õde on 10 aastane. Kui vana on vend?

B. SUURUSTE VÕRDELINE JA PÖÖRDVÕRDELINE SÕLTUVUS.

Teineteisest sõltuvate suuruste paarid ja nende vastavad väärtused.

(113)

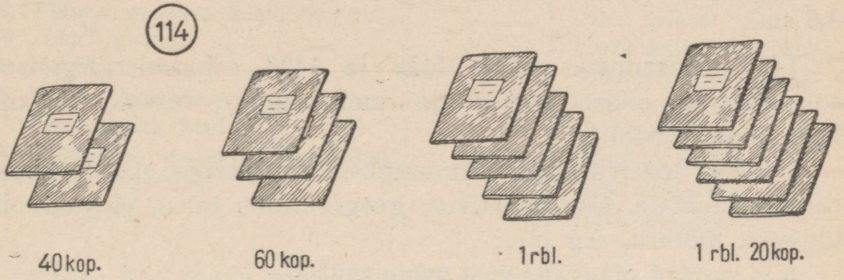


1425. Kuidas *muutub* vedru pikkus, kui ta otsas rippuvat raskust suurendada? vähendada?

Raskus grammides	50	100	200
Vedru pikkus sentimeetrites	6	8	12

Vaata jooniselt ja siinjuures olevast tabelist, missugune vedru pikkus *vastab* raskusele 50 g, 100 g, 200 g.

Nimeta raskus, mis vastab vedru pikkusele 6 cm, 12 cm.



1426. Joonisel on kujutatud mitmesugused vihikute hulgad nendele vastavate hindadega.

Missugune koguhind vastab vihikute arvule 2, 3, 5, 6?

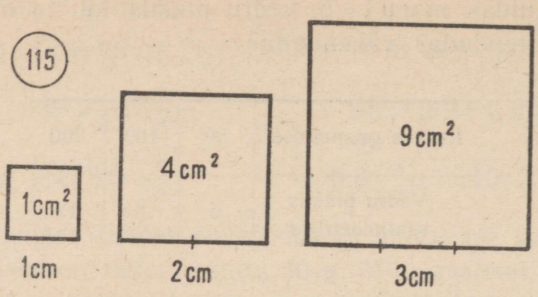
Mitu vihikut saab osta 60 kop. eest? 1 rbl. eest?

Kuidas muutub vihikute koguhind, kui vihikute arv kasvab? kahaneb?

Koosta tabel vihikute arvudest ja nendele vastavatest koguhindadest:

Vihikute arv	1	2	3	4	5	6	7	8
Koguhind kopikates		40	60		100	120		

1427. Kuidas muutub ruudu pindala ruudu külje pikkuse kasvamisel? kahanemisel?



Koosta tabel ruudu külje pikkustest ja nendele vastavatest pindaladest, võttes külje pikkusteks 1 cm, 2 cm, 3 cm, 3,5 cm, 4 cm, 4,5 cm ja 5 cm.

Missugune pindala vastab külje pikkusele 2 cm? 3,5 cm? 4,5 cm?

1428. Ülesannetes 1425, 1426 ja 1427 esinesid järgmised suurused: pikkus (vedrul ja ruudu küljel), raskus, vihikute hulk, hind, pindala.

Inimene tegeleb väga mitmesuguste suurustega, nagu temperatuur, ruumala, soojusjuhtivus, geograafiline laius, elektrivoolu tugevus, töötasu, aeg jne.

Kas suudad nimetada veel mõne suuruse?

Mis ühikutega mõõdetakse soojushulka? temperatuuri? aega? nurga suurust?

Suurus võib kasvada ja kahaneda. Suurust võib mõõta. Kui suuruseks on mõni asjade hulk, nagu pinkide hulk klassis, siis võib neid asju loendada.

Loendamisel ja mõõtmisel saadud arvu nimetatakse suuruse väärtuseks.

Missuguse koguhinna väärtus vastab vihikute arvule 10, kui 1 vihik maksab 20 kopikat?

Missugune on ruudu pindala väärtus, kui ruudu külg on $2\frac{1}{2}$ cm?

Nimeta ülesande 1425 tabelist vedru otsas rippuva raskuse väärtusi ja vastavaid vedru pikkuse väärtusi.

1429. Selles ja eelmistes ülesannetes nimetatud suuruste paaride kohta kõneldakse nõnda: vedru pikkus sõltub ta otsas rippuvast raskusest; vihikute koguväärtus sõltub vihikute arvust.

Nimeta suuruste paare, milles üks suurus sõltub teisest.

1430. On olemas suuruste paare, milles ühe suuruse muutumisel teine suurus ei muutu. Niisuguste suuruste kohta öeldakse, et üks e i s õ l t u teisest. Näiteks, kolmnurga nurkade summa ei sõltu kolmnurga ümbermõõdust.

Kas vedurijuhi keha kaal sõltub rongi kaalust?

Nimeta suuruste paar, milles üks suurus ei sõltu teisest.

1431. Kirjuta alljärgneva tabeli igas reas teise veergu vastavalt «sõltub» või «ei sõltu»:

Üks suurus	„sõltub" või „ei sõltu"	teisest suurusest
1. Ruudu ümbermõõt		ruudu külje pikkusest
2. Ruudu nurk		ruudu ümbermõõdust
3. Piimast saadava koore hulk		piima hulgast
4. Ruudu pindala		ruudu külje pikkusest
5. Kuubi ruumala		kuubi serva pikkusest
6. Kuubi täispindala		kuubi serva pikkusest
7. Trammipileti hind		sõidutee pikkusest
8. Kartulitest saadava tärklise hulk		kartulite hulgast
9. Lapse keha kaal		lapse vanusest
10. Laeva kiirus		laeva pikkusest

1432. Kui ruudu külg k a s v a b, kuidas muutub siis ruudu ümbermõõt, kas k a s v a b, või k a h a n e b? Kuidas muutub ruudu pindala?

1433. Kui kuubi serv kasvab, kuidas muutub siis kuubi täispindala? kuubi ruumala?

1434. Ristküliku-kujulise ehituskrundi pindala on 600 m^2. Kuidas muutub selle ehituskrundi pikkus, kui laius kasvab? kui laius kahaneb?

1435. Kas aeg, mis kulub auto sõiduks Tallinnast Tartusse, sõltub auto sõidu kiirusest? Kui sõita suurema kiirusega, siis kas aega kulub rohkem või vähem?

1436. Arvuta avaldise $y = x + 2$ väärtused, mis vastavad alljärgnevas tabelis näidatud x väärtustele:

x	3	6	12	24	48	96
$y = x + 2$	5	8				

Missugune y väärtus vastab x väärtusele 24?
Missugusele x väärtusele vastab y väärtus 50?
Nimeta y väärtused, mis vastavad x väärtustele 3; 12; 48; 96.

1437. Täida alljärgnev tabel:

Ruudu külg sentimeetrites	0,5	1	1,5	2	4
Ruudu pindala ruutsentimeetrites	0,25				

Missugune ruudu pindala väärtus vastab külje väärtusele 1,5 cm? Missugusele pindala väärtusele vastab külje väärtus 4 cm? Missugune külje väärtus vastab pindala väärtusele 16 cm^2?

Nimeta ruudu pindala väärtused, mis vastavad külje väärtustele 1 cm, 1,5 cm ja 4 cm.

Võrdelised suurused.

1438. Kilogramm leiba maksab 1,5 rbl.

Arvuta rahasumma, mis tuleb maksta alljärgnevas tabelis näidatud leivahulga eest:

Leiva kaal kilogrammides	1	2	3	4	5	6	10
Koguhind rublades	1,5	3					15

Kas leiva koguhind sõltub leiva hulgast? Kui leiva hulk suureneb, kuidas muutub siis koguhind?

Otsusta tabeli järgi, mitu korda suureneb leiva koguhind, kui leiva hulk suureneb 2 korda, 3 korda, 5 korda.

10 kg leiva eest tuleb maksta 15 rubla; mitu korda vähem tuleb maksta, kui leiba ostetakse 5 korda vähem?

Mitu kilogrammi leiba saab osta 9 rubla eest? Mitu kilogrammi leiba saab osta 2 korda väiksema rahasumma, s. o. 4,5 rubla eest?

1439. Auto sõidab ühtlase kiirusega 40 km/t. Koosta tabel, millest on näha, mitu kilomeetrit auto sõidab 0,5 tunniga, 1 tunniga, 1,5 tunniga, jne.

Aeg tundides	0,5	1	1,5	2	1,5	3	4	6	8	10
Sõidetud tee kilomeetrites	20	40	60							

Uuri tabeli põhjal auto poolt sõidetud tee pikkuse sõltuvust sõidu ajast.

Võta sõiduaeg 0,5 tundi ja vaatle, missugune tee pikkus vastab sellele sõiduajale.

Võta tabelist 2 korda, 3 korda, 4 korda suurem sõidu aeg ja võrdle nendele vastavaid tee pikkusi tee pikkusega, mis vastab sõidu ajale 0,5 tundi.

Kuidas suureneb tee pikkus, kui sõidu aeg suureneb 2 korda? 4 korda? 8 korda? 10 korda?

Mitu tundi kulub autol 80 kilomeetri sõitmiseks? Mitu tundi kulub tal 2 korda pikema tee, s. o. 160 kilomeetri sõitmiseks?

Mitu tundi kulub autol 3 korda pikema tee sõitmiseks?

Mitu tundi kulub autol 400 kilomeetri sõitmiseks? Mitu tundi kulub tal 5 korda lühema tee, s. o. 80 kilomeetri sõitmiseks?

1440. Kui kahe teineteisest sõltuva suuruse muutumisel on täidetud kaks tingimust:

1) ühe suuruse kasvamisel teine ka kasvab, ja

2) ühe suuruse kasvamisel 2, 3, 4 ... korda, teine ka kasvab 2, 3, 4, ... korda, siis kõneldakse, et üks suurus on võrdeline teisega ja et teine suurus on võrdeline esimesega ehk, lühemalt, need kaks suurust on v õ r d e l i s e d (proportsionaalsed) teineteisega.

Kui üks neist tingimustest, või mõlemad, ei ole täidetud, siis suurused ei ole võrdelised.

On ilmne, et kui üks võrdelistest suurustest väheneb 2, 3, ... korda, siis teine ka väheneb 2, 3, ... korda.

Ülesande nr. 1438 põhjal võib öelda, et leiva koguhind on võrdeline leiva hulgaga, ja ümberpöördult.

Mida võid ütelda ülesande nr. 1439 põhjal autoga sõidetud tee pikkuse ja sõidu aja kohta?

1441. Koosta ruudu külje pikkuse, ümbermõõdu ja pindala vastavate väärtuste tabel. Otsusta saadud tabeli järgi, kas ruudu ümbermõõt ja pindala on võrdelised ruudu külje pikkusega.

Ruudu külg sentimeetrites	1	2	3	4	5	6	7	8
Ruudu ümbermõõt sentimeetrites	4	8						
Ruudu pindala ruutsentimeetrites	1	4	9					

Kaht suurust nimetatakse võrdelisteks, kui nad teineteisest sõltuvad nõnda, et ühe suurenemisel mingi arv korda teine suureneb ka sama arv korda.

Kas võib ütelda, et ruudu külg on võrdeline ruudu ümbermõõduga?

1442. Koosta kuubi serva pikkuse a, servade kogupikkuse $12a$, täispindala $6a^2$ ja ruumala a^3 vastavate väärtuste tabel.

Otsusta saadud tabeli abil, missugused neist suurustest on võrdelised, missugused mitte.

Kuubi serv a cm	1	2	3	4	5	6	7	8
Servade kogupikkus $12a$ cm	12	24						96
Täispindala $6a^2$ cm^2	6	24						384
Ruumala a^3 cm^3	1	8						512

1443. Kirjuta alljärgneva tabeli esimesse veergu igas reas vastavalt «on võrdeline» või «ei ole võrdeline»:

1. Kauba koguväärtus	kauba hulgaga
2. Töötasu	töötundide arvuga
3. Auto kiirus	sõitjate arvuga autos
4. Autosõiduks kuluv bensiini hulk	auto sõidetud tee pikkusega
5. Elektrimaks	elektrilambi põlemisajaga
6. Suhkru eest makstav rahasumma	suhkru hulgaga
7. Ruudu pindala	ruudu külje pikkusega
8. Piimast saadav koore hulk	piima hulgaga
9. Põlevkivist saadav kütteõli hulk	põlevkivi hulgaga
10. Vee raskus	vee ruumalaga
11. Petrooleumi ruumala	petrooleumi erikaaluga
12. Kuubi ruumala	kuubi serva pikkusega

Võrdeliste suuruste omadused.

1444. Auto sõidab tunnis 40 km.

Koosta tabel auto sõidu aegadest ja vastavatest pikkustest:

Sõidu aeg tundides	1	2	3	4	5	6	7	8	x
Tee kilomeetrites	40	80						320	y

Võta mingi sõidu aja väärtus ja sellele vastav tee ning arvuta nende suhe, näiteks $2 : 80 = \frac{1}{40}$; võta mingi teine vastavate väärtuste paar ja arvuta nende suhe, näiteks 8 ja 320 suhe; võta mingi kolmas vastavate väärtuste suhe; võrdle saadud suhteid.

Arvuta samal viisil t e i s e ja e s i m e s e suuruse mingite vastavate väärtuste suhteid ja võrdle neid.

Võrdlemine näitab võrdeliste suuruste omadust:

kui suurused on võrdelised, siis nende vastavate väärtuste suhe on jääv arv.

Kontrolli seda omadust ülesande nr. 1439 lahenduses saadud tabeli andmete põhjal.

1445. Võrdeliste suuruste omaduse põhjal saab võrdeliste suuruste kahest vastavate väärtuste paarist moodustada võrde. Näiteks eelmise ülesande tabeli andmetest saame koostada võrde:

$$80 : 2 = 320 : 8.$$

Koosta sama tabeli arvudest võrdeliste suuruste omaduse põhjal kaks uut võrret.

1446. Võrdeliste suuruste vastavate väärtuste suhet nimetatakse v õ r d e t e g u r i k s.

Teise ja esimese suuruse võrdetegur väljendab alati esimese suuruse ühikule vastava teise suuruse väärtust. Eelmises ülesandes võrdetegur väljendab auto liikumise kiirust.

Mida võrdetegur väljendab ülesandes 1438?

Leia võrdetegur ülesandes 1441.

1447. Teades, et 50-vatine lamp kulutab tunnis 2 kopika eest elektrit, koosta tabel, millest on näha, kui palju tuleb selle lambi kasutamisel kulutatud elektri eest maksta sõltuvalt põlemise ajast:

Põlemise aeg tundides	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elektrimaks kopikates	2	4	6						18	20

Otsusta, kas elektrimaks on võrdeline põlemisajaga.

Kui suur on siin võrdetegur?

Võttes sellest tabelist meelevaldselt kaks põlemisaja väärtust, näiteks 2 ja 9, ning arvutades nende suhte, saame

$$2:9=\frac{2}{9}.$$

Arvutades nendele põlemisaegadele vastavate elektrimaksude suhte, saame

$$4:18=\frac{2}{9}.$$

Näeme, et saadud suhted on võrdsed.

Võta omal valikul samal viisil kaks mingit põlemisaja väärtust ja arvuta nende suhe. Võrdle saadud suhet vastavate elektrimaksude suhtega.

Tee järeldus esimese suuruse kahe mistahes väärtuse suhte ja teise suuruse vastavate väärtuste suhte kohta.

Leiad võrdeliste suuruste järgmise omaduse:
kui kaks suurust on võrdelised, siis esimese suuruse kahe mistahes väärtuse suhe on võrdne teise suuruse vastavate väärtuste suhtega.

1448. Kilogramm kompvekke maksab 12 rubla. Koosta kompveki kaalude ja vastavate kompveki koguväärtuste tabel:

Kaal kilogrammides	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	20
Väärtus rublades	12	24											

Kas kompveki koguväärtus on võrdeline kompveki kaaluga?

Kontrolli selle tabeli väärtuste abil võrdeliste suuruste omadusi.

Kirjuta nende omaduste põhjal võrdeid.

1449. Kui suurused ei ole võrdelised, siis võrdelise sõltuvuse omadused ei kehti.

Kontrolli seda ülesande nr. 1442 tabelis näidatud kuubi serva väärtuste ja kuubi täispindala vastavate väärtuste puhul.

1450. Kasutades ülesande nr. 1448 lahenduse tabelis esitatud võrdeliste suuruste väärtusi, moodusta võrre kilogrammide arvudest 4 ja 8 ning neile vastavatest rublade arvudest 48 ja 96.

Võta selle tabeli esimesest reast oma valiku järgi kaks arvu ja teisest reast vastavad arvud ning koosta neist arvudest võrre.

Koosta sama tabeli arvudest kolm uut võrret.

1451. Võrret

$$5 : 10 = 60 : 120$$

loetakse ka nii: «arvud 5 ja 10 on võrdelised arvudega 60 ja 120».

Kirjuta võrde kujul lause:

a) «arvud 2 ja 6 on võrdelised arvudega 24 ja 72»;

b) «arvud 8 ja 2 on võrdelised arvudega 96 ja 24.»

1452. 400-vatine triikraud kulutab tunnis 0,16 rubla eest elektrit.

Koosta triikraua elektrikulu tabel:

Aeg tundides	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Elektrikulu rublades	0,16	0,32	0,48							1,6		

Kas selle tabeli suurused on võrdelised?

On näha, et arvud 1, 2 ja 3 on võrdelised arvudega 0,16, 0,32 ja 0,48; seda kirjutatakse lühidalt võrduse abil nõnda:

$$1 : 2 : 3 = 0{,}16 : 0{,}32 : 0{,}48.$$

Kirjuta ühe võrduse abil:

a) arvud 5, 8 ja 10 on võrdelised arvudega 0,8, 1,28 ja 1,6;

b) arvud 1, 5 ja 10 on võrdelised arvudega 0,16, 0,8 ja 1,6;

c) arvud a, b, c ja d on võrdelised arvudega 1,6, 3,2, 6,4 ja 12,8.

1453. Võrdus

$$A : B : C = 3 : 6 : 8$$

sisaldab endas järgmisi võrdeid:

$$A : B = 3 : 6,$$
$$A : C = 3 : 8,$$
$$B : C = 6 : 8.$$

Kirjuta võrrete reast

$$a : b : c = 5 : 10 : 12$$

välja üksikud võrded.

1454. Kirjuta võrded

$$A : B = 5 : 6$$
$$B : C = 6 : 11$$

ühe võrduse abil.

1455. Leia võrrete rea

$$k : m : n = 7 : 8 : 16$$

põhjal järgmiste suhete väärtused:

$$k : m;\ m : n;\ k : n.$$

1456. Võrretest

$$A : B = 3 : 5$$
$$B : C = 10 : 11$$

saab moodustada võrrete rea; selleks, kasutades suhte omadust, korrutame esimese võrde teise suhte liikmed 2-ga, saame

$$A : B = 6 : 10.$$

Nüüd saamegi

$$A : B : C = 6 : 10 : 11.$$

Kirjuta ühe võrduse abil võrded

a) $A : B = 2 : 7$,
$B : C = 21 : 32$.

b) $m : n = 15 : 8$,
$n : k = 2 : 7$.

1457. Leia võrretest

$$a : b = 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3},$$

$$b : c = 6\frac{2}{3} : 8$$

suhe $a : c$.

Ülesannete lahendamine võrde abil.

1458. Laev liigub 18 tunniga 405 km. Mitu kilomeetrit liigub laev 24 tunniga?

L a h e n d u s.

Teame, et laeva ühtlasel liikumisel tee pikkus on võrdeline liikumise ajaga.

Aeg	18	24
Tee	405	x

Võrdeliste suuruste omaduse põhjal saame võrde

$$18 : 405 = 24 : x,$$

millest $x = \frac{24 \cdot 405}{18} = 4 \cdot 135 = 540$ (km).

V a s t u s. Laev liigub 24 tunniga 540 km.

1459. Kui pika tee auto liigub 10 tunniga, kui ta 6 tunniga sõidab 330 km?

1460. Kui palju lubisalpeetrit tuleb külvata 42 hektarile, kui 20 hektarile külvatakse 5,04 tonni?

1461. Kui palju kaalisoola on tarvis külvata 15 hektarile, kui teda 16 hektarile on määratud 400 kg?

1462. Hoiukassa maksab 750-rublaselt hoiuselt aastas 15 rubla intressi. Mitu rubla intressi hoiukassa maksab aastas 1000-rublaselt hoiuselt?

1463. Brigaad, milles on 12 müürseppa, teenib päevas 528 rubla. Kui palju töötasu päevas saab brigaad, milles on 10 müürseppa?

1464. 0,45 m^3 liiva kaalub 855 kg. Kui palju kaalub 15 m^3 liiva?

1465. 750 l kütteõli kaalub 0,615 t. Kui palju kaalub 12 hl kütteõli?

1466. 15 metsatöölist töötasid päevas üles 42 m^3 küttepuid. Kui palju küttepuid päevas töötavad üles 20 metsatöölist?

1467. 10 l vett annab külmudes 11 l jääd. Mitu liitrit vett on tarvis 200 l jää saamiseks?

1468. 79 kilogrammist piimast saab 3,2 kg võid. Kui palju piima on tarvis 16 kg või saamiseks?

1469. Põranda värvimiseks, mille suurus on 30 m^2, kulus 3,2 kg ookrit. Kui palju ookrit on tarvis põranda värvimiseks, mille mõõtmed on 6,3 m ja 4,5 m?

1470. 46 cm^3 jääd kaalub 41,4 g. Leida 20 g jää ruumala.

1471. Ajalehe «Noorte Hääl» tellimishind on võrdeline tellimisajaga. Tellimishind 6 kuu eest on 30 rbl. Kui palju tuleb maksta tellimisel 4 kuu peale?

1472. Korteris oli kuu jooksul kulutatud 72 m^3 gaasi, mille eest tuli maksta 14 rbl. 40 kop. Kui palju tuleb maksta 80 m^3 gaasi eest?

1473. 400 g lahust sisaldab 25 g soola. Kui palju soola sisaldab 250 g seda lahust?

1474. 100 liipri immutamiseks tarvitati 960 kg kreosooti. Kui palju kreosooti on tarvis 180 liipri immutamiseks?

Pöördvõrdelised suurused.

1475. 4 müürseppa jõuavad maja seinad üles laduda 60 päevaga.

On ilmne, et kui tööle asub rohkem töölisi, siis seinte ladumiseks kulub vähem aega.

Koosta tabel, millest on näha, kuidas maja seinte ülesladumiseks kuluv päevade arv sõltub müürseppade arvust:

Müürseppade arv	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Päevade arv	60	48	40						20

Kuidas muutub päevade arv, kui müürseppade arv kasvab? kui müürseppade arv kahaneb?

Kui tööl on 4 müürseppa, siis kulub aega 60 päeva; mitu korda vähem kulub aega, kui tööl on 2 korda rohkem töölisi, s. o. 8 töölist? Kui tööl on 3 korda rohkem töölisi, s. o. 12 töölist?

Kui kahe teineteisest sõltuva suuruse muutumisel on täidetud kaks järgmist tingimust:

1) ühe suuruse kasvamisel teine kahaneb,

2) ühe suuruse kasvamisel 2, 3,... korda teine kahaneb 2, 3,... korda, siis öeldakse, et need kaks suurust on pöördvõrdelised.

Kui üks neist tingimustest, või ka mõlemad, ei ole täidetud, siis suurused ei ole pöördvõrdelised.

Kaht suurust nimetatakse pöördvõrdelisteks, kui nad teineteisest sõltuvad nõnda, et ühe suurenemisel mingi arv korda teine väheneb sama arv korda.

Seega maja seinte ülesladumiseks kuluv päevade arv on pöördvõrdeline müürseppade arvuga.

Kas võib ütelda, et müürseppade arv on pöördvõrdeline maja seinte ülesladumiseks kuluva päevade arvuga?

1476. Ametiühingu poolt määrati kooli pioneeridele nääriõhtul kompvekkide ostmiseks 360 rubla. Odavamaid kompvekke saab selle raha eest rohkem, kallimaid vähem.

Koosta tabel, millest on näha, kuidas 360 rubla eest ostetud kompvekkide hulk sõltub kompvekkide kilogrammi hinnast:

Kilogrammi hind rublades	8	9	10	12	14	16	18	20	24
Kompvekkide hulk kilogrammides	45	40				22,5			15

Kas 360 rubla eest ostetud kompvekkide hulk on pöördvõrdeline kompvekkide kilogrammi hinnaga?

Kas kilogrammi hind on pöördvõrdeline kindla summa eest ostetud kompvekkide hulgaga?

1477. Koosta ülesandes nr. 35 antud magamisaja valemi

$$t = 8 + \frac{18 - a}{2}$$

järgi vanuse a ja magamisaja t vastavate väärtuste tabel:

Vanus a aastates	6	7	8	9	10	11	12	13	14	18
Magamisaeg tundides	14	$13\frac{1}{2}$	13	$12\frac{1}{2}$						8

Kas pöördvõrdeliste suuruste muutumise mõlemad tingimused on täidetud?

Kas magamisaeg on pöördvõrdeline vanusega?

Pöördvõrdeliste suuruste omadused.

1478. Töönormis on ette nähtud valmistada teatav arv detaile tunnis.

Koosta tabel, millest on näha, kuidas ühe tunni jooksul valmistatavate detailide arv sõltub ühe detaili valmistamiseks kuluvast ajast:

Ühe detaili valmistamiseks kulutatud aeg minutites	2	3	4	5	6	7,5	10	12	15
Tunni jooksul valmistatud detailide arv	30	20	15						4

Kas ühe detaili valmistamiseks kulutatud aeg on pöördvõrdeline tunni jooksul valmistatud detailide arvuga?

Võrdle esimese ja teise rea vastavate arvude korrutisi:

$$2 \cdot 30 = 60$$
$$3 \cdot 20 = 60$$
$$4 \cdot 15 =$$

Esimese ja teise rea vastavate väärtuste korrutiste võrdlemine näitab, et korrutis on jääv arv. Seega

kui kaks suurust on pöördvõrdelised, siis nende suuruste vastavate väärtuste korrutis on jääv.

1479. Kontrolli pöördvõrdeliste suuruste vastavate väärtuste korrutise jäävust ülesandes nr. 1475. Kui suur on seal see jääv korrutis?

1480. Pöördvõrdeliste suuruste omaduse põhjal saab arvutada pöördvõrdeliste suuruste väärtust.

Näide. 3 traktoristil kulub sügiskünniks 12 päeva. Mitme päevaga teevad sügiskünni ära 8 traktoristi?

Traktoristide arv	3	8
Päevade arv	12	x

$$8 \cdot x = 3 \cdot 12; \quad 8x = 36; \quad x = 4\frac{1}{2}.$$

Lahenda samal viisil järgmine ülesanne.

Kui õpik trükkida nii, et igal leheküljel on 2500 tähte, siis õpikul tuleb 96 lehekülge. Mitu lehekülge tuleb õpikul, kui igal leheküljel on 2400 tähte?

1481. Kindla summa eest saab osta 5 kg kompvekke, hinnaga 12 rubla kilogramm. Mitu kilogrammi kompvekke saab osta sama raha eest hinnaga 15 rubla kilogramm?

1482. Ristkülikukujulise ehituskrundi suurus on 600 m^2. Koosta tabel, millest on näha, kuidas ehituskrundi pikkus sõltub laiusest.

Pikkus meetrites	20	30	40	50	60
Laius meetrites	30	20	15	12	10

Missuguses sõltuvuses on krundi pikkus laiusega?

Võta pikkuse kahe mingi väärtuse suhe, näiteks

$$20 : 30 = \frac{2}{3}.$$

Võrdle seda suhet laiuse vastavate väärtuste suhte pöördarvuga.

Võta tabelist veel esimese suuruse (pikkuse) kaks mingit väärtust ja arvuta nende suhe; näiteks

$$20 : 40 = \frac{1}{2}.$$

Võrdle seda suhet teise suuruse (laiuse) vastavate väärtuste suhte pöördarvuga:

$$15 : 30 = \frac{1}{2}.$$

Võta kolmas paar esimese suuruse väärtusi ja arvuta nende suhe.

Võrdle saadud suhet teise suuruse vastavate väärtuste suhte pöördarvuga.

Esimese suuruse kahe väärtuse suhe	Teise suuruse vastavate väärtuste suhe	Teise suuruse vastavate väärtuste suhte pöördarv
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$
$20:60=\frac{1}{3}$	$30:10=3$	$\frac{1}{3}$

Tee järeldus.

Viimane suhete võrdlemine näitab pöördvõrdeliste suuruste järgmist omadust: kui kaks suurust on pöördvõrdelised, siis esimese suuruse kahe mistahes väärtuse suhe on võrdne teise suuruse vastavate väärtuste suhte pöördarvuga.

Kontrolli pöördvõrdeliste suuruste omadusi

a) ülesande nr. 1475 lahenduses saadud tabeli väärtuste põhjal;

b) ülesande nr. 1476 lahenduses saadud tabeli väärtuste põhjal.

1483. Võta ülesande nr. 1482 lahenduses saadud tabelist mingi kahe pikkuse suhe ning vastavate laiuste suhte pöördarv; nende suhete võrdsuse põhjal kirjuta võrre. Näiteks:

$$20:40=15:30.$$

Kirjuta samal viisil kolm uut võrret.

Pöördvõrdelise suuruse arvutamine võrde abil.

1484. 2 traktorit jõuavad kolhoosipõllu künda 2 päevaga. Mitme päevaga jõuavad sama põllu künda 3 traktorit?

Näpunäide.

Traktorite arv	2	3
Päevade arv	2	x

Moodusta võrre ja arvuta sellest x.

1485. Telgiriide õmblemiseks kulub 20 m puldanit, mille laius on 2,2 m. Kui palju kulub telgiriideks puldanit, mille laius on 1,8 m?

1486. Autol kulub ühest linnast teise sõitmiseks 4 tundi, kui ta sõidab kiirusega 45 km tunnis. Mitu tundi kulub autol samaks sõiduks, kui ta sõidab kiirusega 36 km tunnis?

Võrdeline ja pöördvõrdeline jaotamine.

1487. Maja veearve jaotatakse korterite vahel võrdeliselt elanike arvudega korterites.

Maja veearve oli 96 rubla. Majas oli neli korterit elanike arvudega vastavalt 6, 10, 12 ja 4. Mitu rubla tuli maksta igal korteril?

Lahendus. 96 rubla tuleb jaotada osadeks, mis suhtuvad nagu

$$6 : 10 : 12 : 4.$$

Tähistame rublade arvu, mis tuleb maksta iga elaniku kohta, tähega x, siis esimesel korteril tuleb maksta $6x$ rubla, teisel $10x$ rubla, kolmandal $12x$ rubla ja neljandal $4x$ rubla.

Seega neljal korteril tuleb kokku maksta

$$6x + 10x + 12x + 4x$$

rubla, s. o. $32x$ rubla.

Nii et

$$32x = 96,$$

millest

$$x = 96 : 32 = 3 \text{ (rubla)}.$$

Esimesel korteril tuleb maksta
$6 \cdot 3 = 18$ (rubla), teisel $10 \cdot 3 = 30$ (rubla), kolmandal $12 \cdot 3 = 36$ (rubla), neljandal $4 \cdot 3 = 12$ (rubla).

Kontroll. $18 + 30 + 36 + 12 = 96$.
$18 : 30 : 36 : 12 = 6 : 10 : 12 : 4$.

Kokkuvõte. 96 rubla jaotamiseks võrdeliselt arvudega 6, 10, 12 ja 4 tuli

1) leida summa $6 + 10 + 12 + 4 = 32$;
2) 96 jagada leitud summaga;
3) saadud jagatis tuli korrutada järgemööda antud arvudega.

Et jaotada mingi arv võrdeliselt antud arvudega, tuleb see arv jagada antud arvude summaga ja saadud jagatis korrutada iga antud arvuga.

Jaota arv 2400 kaheks osaks nii, et saadud osad suhtuvad nagu 5 : 7.

1488. Jaota arv 1815 kolmeks liidetavaks, mis on võrdelised arvudega 9, 11 ja 13.

1489. Jaota arv 560 osadeks võrdeliselt arvudega 2, 3 ja 9.

1490. Jaota arv 360 kaheks liidetavaks, mis suhtuvad nagu $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$.

1491. Jaota 200 kolmeks liidetavaks, mis suhtuvad nagu

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6}.$$

1492. Jaota arv 9510 osadeks võrdeliselt arvudega

$$1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{5}.$$

1493. Jaota arv 44 osadeks, mis suhtuvad nagu

$$0{,}5 : 0{,}75 : 1{,}5.$$

1494. Jaota arv 600 osadeks, mis suhtuvad nagu

$$\frac{1}{12} : \frac{1}{9} : 2 : 3\frac{1}{4} : 5\frac{2}{3}.$$

1495. Mendelejevi kitt, mis ei karda lahjendatud happeid, koosneb linaõlist, meevahast, rauahapendist ja kampolist kaaluvahekorras 1 : 15 : 24 : 60. Kui palju on tarvis koostisosi 2 kg kiti saamiseks?

1496. Klaasiliimi võib valmistada linaõlist, kampolist, vahast ja kirjalakist, võttes neid aineid vahekorras

$$2 : 15 : 3 : 4.$$

Kui palju on tarvis koostisaineid 744 g klaasiliimi valmistamiseks?

1497. Klaasi ja metalli kokkutsementeerimiseks võib valmistada kliistrit tärklisest, kriidist, 20%-lisest sööbenaatriumist ja veest, võttes need vahekorras

$$1 : 8 : 5 : 25.$$

Mitu grammi peab võtma iga ainet, et saada 900 g kliistrit?

1498. Plekknõude jootmiseks kasutatakse seatina ja inglistina sulamit vahekorras 1 : 2. Kui palju seatina ja kui palju inglistina sisaldab 120 g jootetina?

1499. Valgevask on vase ja inglistina sulam. Kui palju vaske ja kui palju inglistina sisaldab 270 g valgevaske, kui inglistina hulk moodustab 50% vase hulgast?

1500. 50 pioneeri võtsid endale ülesandeks kahelt põllult, suurusega 8,25 ha ja 10,5 ha, millelt vili oli juba koristatud, viljapead kokku korjata. Pioneerid jagunesid kahte rühma, mille suurused olid võrdelised põldude suurusega. Mitu pioneeri sai igasse rühma?

1501. Metsavahi pojad, 8-aastane Andres, 10-aastane Peeter ja 12-aastane Jüri, said isalt ülesande korjata 1200 seemnekäbi. Poisid otsustasid ülesande täita võrdeliselt oma vanustega. Mitu käbi pidi korjama iga poiss?

1502. Portselani koostisosadeks on valge savi, liiv ja kips vahekorras 25 : 2 : 1. Kui palju tuleb võtta iga ainet 1,4 kg portselani segu valmistamiseks?

1503. Jaotada mingi suurus osadeks, mis on pöördvõrdelised antud arvudega, tähendab jaotada see suurus niisugusteks osadeks, mis on võrdelised antud arvude pöördarvudega.

Näide. Jaotada arv 1510 kolmeks liidetavaks, mis on pöördvõrdelised arvudega $\frac{2}{3}$, 0,7 ja $1\frac{1}{2}$.

Lahendus. Antud arvude pöördarvud on $\frac{3}{2}$, $\frac{10}{7}$ ja $\frac{2}{3}$.

Seega otsitavad liidetavad suhtuvad nagu

$$\frac{3}{2} : \frac{10}{7} : \frac{2}{3} = \frac{63}{42} : \frac{60}{42} : \frac{28}{42} = 63 : 60 : 28;$$

$$63 + 60 + 28 = 151;\ 1510 : 151 = 10.$$

Esimene liidetav on $63 \cdot 10 = 630$,
teine „ „ $60 \cdot 10 = 600$,
kolmas „ „ $28 \cdot 10 = 280$.

Jaota arv 4800 kaheks liidetavaks, mis on pöördvõrdelised arvudega 7 ja 13.

1504. Jaota arv 680 kolmeks osaks, mis on pöördvõrdelised arvudega $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ja $\frac{5}{6}$.

1505. Jaota arv 47 kaheks liidetavaks, mis on pöördvõrdelised arvudega $3\frac{1}{2}$ ja $4\frac{1}{3}$.

1506. Meister valmistab ühe detaili 5 minutiga, õpilane aga 9 minutiga. Koos töötades valmistasid nad 168 detaili. Mitu detaili valmistas meister ja mitu detaili õpilane?

1507. Üks tööline täidab normi 6 tunniga, teine 5 tunniga ja kolmas 4,5 tunniga. Koos töötades valmistasid nad 1590 detaili. Mitu detaili valmistas iga tööline?

ÜLESANDEID KORDAMISEKS.

1508. Leia kahe arvu suhe,

a) kui üks on $\frac{5}{6}$ teisest;

b) kui üks on 34% teisest.

1509. Leia kahe arvu suhe,

a) kui $\frac{3}{4}$ esimesest on $\frac{5}{6}$ teisest;

b) kui 52% esimesest on 30% teisest.

1510. 99 kg sulamit sisaldab vaske, tina ja antimoni kaaluvahekorras 1 : 2 : 3. Kui palju on iga ainet selles sulamis?

1511. Jaota arv 141 kahte ossa, mis on pöördvõrdelised arvudega $3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{3}$.

1512. Jaota arv 600 neljaks osaks nii, et esimene oleks $2\frac{1}{6}$ korda, teine $3\frac{2}{3}$ korda ja kolmas $1\frac{1}{2}$ korda suurem kui neljas.

1513. Leia kaks arvu, millede suhe on 2 ja summa on 150.

1514. Leia kaks arvu, milledest üks on teisest $1\frac{1}{2}$ korda suurem ja millede summa on 210.

1515. Kahes kastis on 36 kg naelu; teises on $\frac{3}{7}$ sellest, mis on esimeses. Kui palju naelu on kummaski kastis?

1516. Leia kaks arvu, millede summa on 152 ja jagatis on $8\frac{1}{2}$.

1517. Kolm arvu suhtuvad nagu 3 : 7 : 9. Leia need arvud, kui suurim neist on 297.

1518. Leia kaks arvu, milledest üks on teisest 68 võrra suurem ja mis suhtuvad nagu 18,6 : 1,6.

1519. Leia kaks arvu, millede vahe on 20 ja mis suhtuvad nagu $\frac{5}{6} : \frac{1}{2}$.

1520. Leia kolm arvu, mis suhtuvad nagu $2 : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$, teades, et kahe esimese arvu summa on väikseim kolmekohaline arv.

1521. Leia isa ja poja vanused, teades, et isa on pojast 25 aastat vanem ja et nende vanused suhtuvad nagu $\frac{3}{2} : \frac{2}{3}$.

1522. Leia viis arvu, teades, et nad suhtuvad nagu 2 : 3 : 4 : 5 : 6, ja et esimese ja viimase arvu summa on 160.

1523. Arvuta nelinurga küljed, kui nad suhtuvad nagu 6 : 7 : 8 : 9 ja kui nelinurga ümbermõõt on 1,8 m.

1524. Täida järgmised tabelid, teades, et x ja y on kas võrdelised või pöördvõrdelised:

a

x	2	4	8	16	20
y			4	8	

b

x	2	4	6	8	10
y	5	$2\frac{1}{2}$			

Leia võrdelise sõltuvuse korral võrdetegur.

1525. Teades, et x ja y on kas võrdelised või pöördvõrdelised, täida järgmised tabelid:

a

x	3	6	12	14	16
y	8		2		

b

x	8	10	12	14	16	20
y	16			28		

Moodusta kummagi tabeli arvudest kaks võrret.

Kontrolli sõltuvuste omadusi.

1526. Leia alljärgnevates tabelites näidatud suuruste vahelistest sõltuvustest võrdeline sõltuvus ja pöördvõrdeline sõltuvus.

a

n	2	3	4	5	6	7
m	5	$3\frac{1}{2}$	3	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{5}$	$2\frac{1}{2}$

b

p	1	2	3	4	5
V	8	16	24	32	40

c

x	6	8	10
y	2	1,5	1,2

d

h	100	200	300	400
p	760	740	720	700

1527. Koosta valemi $y = 4x$ järgi x ja y väärtuste tabel, võttes x väärtusteks paaritud arvud 11-st kuni 17-ni.

Missuguses sõltuvuses on suurused x ja y?

1528. Koosta valemi $y = \frac{4}{x}$ järgi x ja y väärtuste tabel, võttes x väärtuseks paarisarvud 2-st kuni 8-ni.

Otsusta saadud tabeli järgi, missuguses sõltuvuses on suurused x ja y.

1529. Antud on valem

$$s = 45\ t.$$

Koosta s ja t väärtuste tabel, võttes t väärtusteks täisarvud 5-st kuni 10-ni.

Missuguses sõltuvuses on s ja t?

1530. Raua erikaal on 7,8. Kirjuta valem raua kaalu P arvutamiseks raua ruumala V järgi.

Koosta saadud valemi järgi V ja P väärtuste tabel ja otsusta, missuguses sõltuvuses on raua kaal ruumalaga.

1531. VI klassis on 16 poissi. $\frac{3}{4}$ poiste arvust on sama palju kui $\frac{2}{3}$ tüdrukute arvust. Mitu tüdrukut on selles klassis?

1532*. Leia kahe arvu suhe, teades, et $66\frac{2}{3}$ % esimesest arvust on 60% teisest arvust.

1533*. Leia kahe arvu suhe, teades, et 80% esimesest arvust on $12\frac{1}{2}$ % teisest arvust.

1534. Leia suhte tundmatu liige:

a) $\frac{5}{8} : x = 2\frac{1}{2}$; b) $x : 3\frac{2}{3} = \frac{5}{11}$.

1535. Kui palju soola on liitris 0,8%-lises soolalahuses?

1536. Idanema pandi 400 seemnetera, millest 95% idanes. Mitu seemnetera idanes?

1537. Murru nimetaja on 17. Kuidas muutub selle murru väärtus, kui ta lugejat suurendada 2, 3, 4 korda? Missuguses sõltuvuses on murru väärtus lugeja väärtusega?

1538. Murru lugeja on 1. Kuidas muutub selle murru väärtus, kui nimetajat suurendada 2, 3, 4 korda? Missuguses sõltuvuses on murru väärtus nimetaja väärtusega?

1539. Kaardi mõõt on 1 : 100 000. Kui pikk on tee kujutus kaardil, kui tee tõeline pikkus on 35 km?

1540. Tallinna ja Tartu vaheline kaugus on 200 km. Kui pikk lõik kujutab seda kaugust kaardil, mille mõõt on 1 : 4 000 000?

1541. Kahe linna vaheline kaugus kaardil, mille mõõt on 1 : 4 000 000, on 7,1 cm. Leia nende linnade vaheline kaugus.

1542. 143 g sooda kristallides on 54 g vett. Mitu protsenti vett on sooda kristallides?

1543. Kurkide soolamisel kasutatakse iga 10 l vee kohta 600 g soola. Väljenda soola sisaldus soolvees protsentides.

1544. 200 kg suhkrupeetidest saab 40 kg suhkrut. Mitu protsenti on suhkrupeetides suhkrut?

1545. Väärismetalli prooviks nimetatakse puhta väärismetalli sisaldust sulamis promillides, näiteks proov 0,875 tähendab, et puhast väärismetalli on sulamis 875‰.

Mitu grammi puhast hõbedat tuleb kokku sulatada 75 g vasega, et saada 875-proovilist hõbedat?

1546. Sulatati kokku 70 g puhast kulda ja 5 g vaske. Milline on sulami proov?

1547. Kui palju puhast kulda tuleb lisada 13 grammile 750-proovilisele kullale, et saada 896-proovilist kulda?

1548. 4 liitrit 70%-list väävelhapet segati 1 liitri veega. Mitme protsendiline tuli väävelhappe segu?

1549. Kui palju 100%-list väävelhapet tuleb segada 50 g 80%-lise väävelhappega, et saada 95%-list väävelhapet?

1550. 90 g 600-proovilist hõbedat sulatati kokku 108 g 875-proovilise hõbedaga. Leia sulami proov.

1551. 80 g 900-proovilist kulda sulatati kokku 40 g 540-proovilise kullaga. Leia sulami proov.

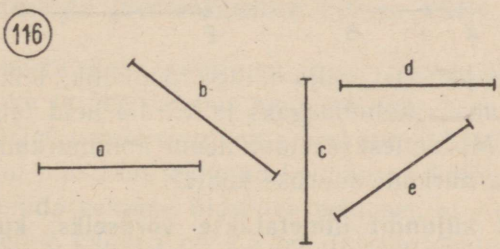
1552. Kompotiks osteti 400 g kuivatatud õunu hinnaga 9 rbl. kilogramm, ja 300 g aprikoose hinnaga 16 rbl. kilogramm. Arvuta 1 kg kompoti hind.

1553. 10 kg õuntest hinnaga 6 rbl. kilogramm ja 9 kg suhkrust hinnaga 9 rbl. kilogramm tehti keedist. Arvuta 1 kg keedise hind, kui **selle kaal on 75%** tarvitatud ainete kaalust.

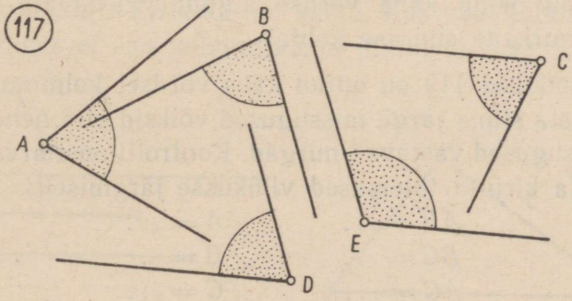
7. KOLMNURKADE VÕRDSUS.

Võrdsed ja mittevõrdsed kujundid.

1554. Joonisel 116 on antud viis lõiku: *a*, *b*, *c*, *d* ja *e*. Tee mõõtmise teel kindlaks, missugused neist on lõiguga *a* võrdsed, missugused mitte, ja anna võrdlemise tulemused märkide „$=$" ja „$\neq$" abil. Kuidas neid võrrelda ainult sirkli abil (ilma mõõtmiseta)?



1555. Joonisel 117 on antud viis nurka: *A*, *B*, *C*, *D* ja *E*. Tee malliga mõõtmise teel kindlaks, missugused neist on nurgaga *A* võrdsed, missugused mitte, ja anna võrdlemise tulemused märkide „$=$" ja „$\neq$" abil.

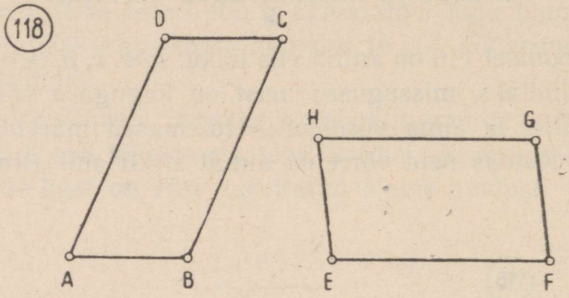


Lõike saab üksteisega võrrelda kahel viisil:

1) nende mõõtmise ja saadud mõõtarvude võrdlemise teel ja
2) sirkli abil ühe lõigu teise peale paigutamise teel.

Nurki saab üksteisega võrrelda nende mõõtmise ja saadud mõõtarvude võrdlemise teel.

1556. Joonisel 118 on antud kaks rööpkülikut. Võrdle ühe rööpküliku külgi teise külgedega ja ühe nurki teise nurkadega. Missugused elemendid on neil rööpkülikutel paariti võrdsed, missugused mitte? Kas neid rööpkülikuid saab nimetada võrdseiks?



1557. Lõika paberist välja mingi rööpkülik, lõika see diagonaali mööda kaheks kolmnurgaks ja võrdle neid teineteise peale asetamise teel. Mis sellest järeldub nende kolmnurkade elementide, s. o. külgede ja nurkade suuruse kohta?

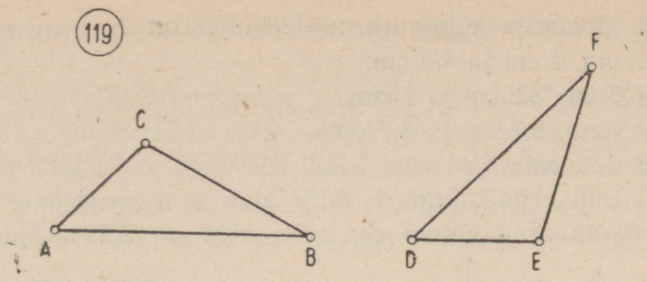
1558. Kaht kujundit nimetatakse võrdseiks, kui neid saab teineteise peale paigutada nii, et nad ühtivad.

Kolmnurkade ABC ja DEF võrdsust märgitakse nii: $\triangle ABC = \triangle DEF$. Võrdsete kujundite külgi (samuti ka nurki), mis ühe kujundi teise peale paigutamisel ühtivad, nimetatakse *vastavaiks külgedeks* (nurkadeks).

Mis saab öelda kahe võrdse kujundi vastavate külgede ja vastavate nurkade suuruse kohta?

1559. Joonisel 119 on antud kaks võrdset kolmnurka ABC ja DEF. Otsusta silma järgi, missugused võiksid olla nende vastavad küljed, missugused vastavad nurgad. Kontrolli oma arvamist mõõtmise teel ja kirjuta tulemused vihikusse järgmiselt:

$AB = \ldots$ $\quad \angle A = \ldots$
$BC = \ldots$ $\quad \angle B = \ldots$
$AC = \ldots$ $\quad \angle C = \ldots$



1560. Otsusta, kas kaks järgnevat kujundit saavad olla võrdsed. Kui ei saa, siis miks:

a) ruut, mille külg on 1 m, ja rööpkülik, mille üks nurk on 60° ja iga külg on 1 m;

b) ristkülik, mille küljed on 4 cm ja 3 cm, ja ruut küljega 3,5 cm;

c) teravnurkne kolmnurk ja täisnurkne kolmnurk;

d) täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 5 cm, ja võrdhaarne kolmnurk, mille haar on 5 cm ja tipunurk on 100°.

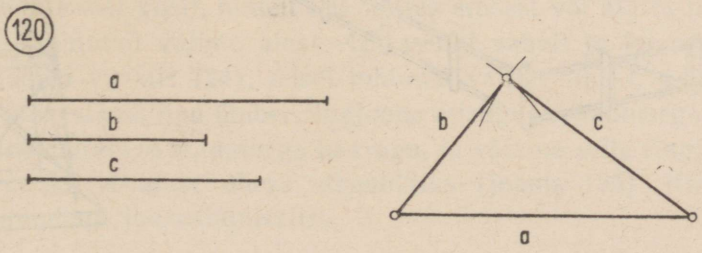
Kolmnurga joonestamine kolme külje järgi.

1561. Joonesta kaks ringjoont, mille keskpunktide vaheline kaugus on 4 cm ja ühe raadius on 3 cm ning teise raadius 2 cm. Ühenda omavahel nende ringjoonte keskpunktid ja ringjoonte üks lõikepunkt. Kui pikad on tekkinud kolmnurga küljed?

1562. Lahenda eelmine ülesanne eeldusel, et ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus on 2,5 cm ja ringjoonte raadiused on 4 cm ja 2 cm.

1563. Joonesta eelmise ülesande eeskujul kolmnurk, mille küljed on 4 cm, 5 cm ja 6 cm. Kas selleks on vaja abiringjooni täielikult välja joonestada?

1564. Joonis 120 näitab kolmnurga joonestamist antud külgede *a*, *b* ja *c* järgi. Kirjelda töö käiku. Kas võib juhtuda, et niiviisi joonestades ei saa kolmnurka ja millal ei saa?



1565. Joonesta kolmnurk, mille küljed on

a) 2 cm, 4 cm ja 4,5 cm;

b) 6,8 cm, 3,2 cm ja 4 cm;

c) 4,7 cm, 5,7 cm ja 4,7 cm.

1566. Joonesta

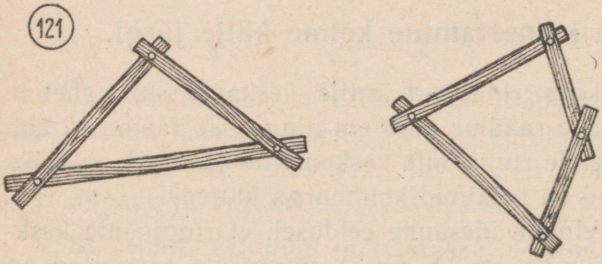
a) võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6 cm ja haar on 4 cm;

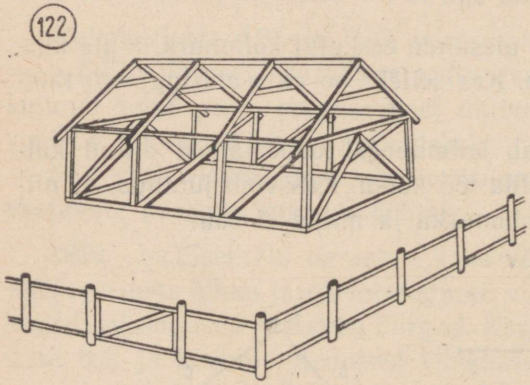
b) võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 3,2 cm ja haar on 4,8 cm;

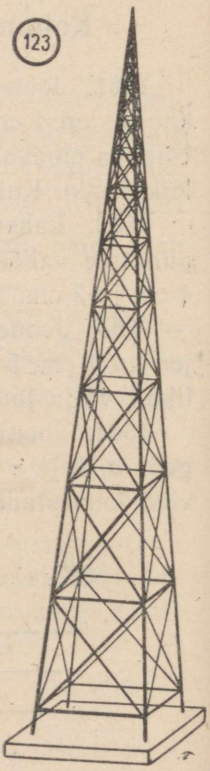
c) võrdkülgne kolmnurk, mille külg on 5 cm;

d) võrdkülgne kolmnurk, mille külg on 3,4 cm.

1567. Valmista endale üksteisega naelte abil ühendatud puuliistukestest mingi kolmnurk ja nelinurk. Kumb neist on j ä i k, see on, kummal neist osad üksteise suhtes ei saa liikuda? Tehnikas kasutatakse kolmnurga jäikust mitmesuguste konstruktsioonide, näiteks sõrestike tugevdamiseks. Leia näiteid selle kohta (vt. joon. 121—123).







Kolmnurkade võrdsuse tunnus kolme külje järgi.

1568. Joonesta (värvilisele) paberile kolm kolmnurka, mille küljed on 5,5 cm, 4 cm ja 3 cm, võttes abiringjoonte keskpunktide vaheliseks kauguseks kord ühe, kord teise, kord kolmanda külje. Lõika kolmnurgad paberist välja ja võrdle neid üksteise peale asetamise teel. Kleebi nüüd kolmnurgad vihikusse ja kirjuta võrdlemise tulemus juurde.

1569. Eelmises ülesandes tehtud katse kinnitab kolmnurkade võrdsuse järgmise tunnuse õigsust:

Kui ühe kolmnurga kolm külge on vastavalt võrdsed teise kolmnurga kolme küljega, siis need kolmnurgad on võrdsed.

Seda kolmnurkade võrdsuse tunnust nimetame tunnuseks *KKK*, s. t. tunnuseks *külg-külg-külg*. Korda seda katset kahe kolmnurgaga, mille külgedeks on vabalt võetud lõigud *a*, *b* ja *c*.

1570. Mis saab öelda kahest kolmnurgast, kui

a) ühe küljed on 3,8 dm, 6,7 dm ja 4,5 dm ja teise küljed on 45 cm, 67 cm ja 38 cm?

b) ühe kaks külge on 0,8 m ja 1,7 m ning ümbermõõt on 3,7 m, teise kaks külge on 12 dm ja 8 dm ning ümbermõõt on 37 dm?

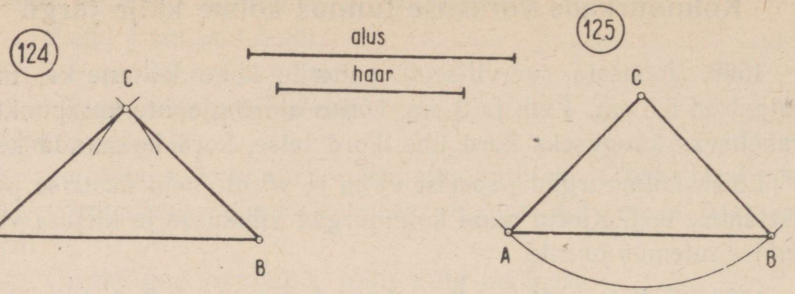
1571. Mis saab öelda

a) kahest võrdhaarsest kolmnurgast, kui ühe alus ja haar on vastavalt võrdsed teise aluse ja haaraga;

b) kahest võrdkülgsest kolmnurgast, kui ühe külg on võrdne teise küljega?

Nurga ülekandmine.

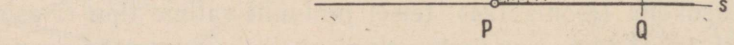
1572. Antud aluse ja haaraga võrdhaarset kolmnurka saab joonestada kahel viisil, nimelt kas alates alusest või alates tipust. Esimesel juhtumil valime aluse *AB* asendi vabalt ja leiame siis tipu asukoha (joonis 124), teisel juhtumil valime tipu *C* asukoha vabalt, joonestame tipu ümber ringjoone niisuguse raadiusega, mis on võrdne ehitatava kolmnurga haaraga, ja võtame selle ringjoone mingi punkti *A* aluse üheks otspunktiks (joonis 125). Kirjelda lõpuni kumbagi joonestamisviisi.



1573. Joonesta alates tipust võrdhaarne klomnurk, mille haar on 5 cm ja alus 2,5 cm.

1574. Joonesta võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 4 cm ja haar on 5,8 cm, kahel viisil, alates joonestamist kord alusest, kord tipust.

1575. Võrdhaarse kolmnurga joonestamist alates tipust saab kasutada nurga ülekandmiseks jooniselehe ühest kohast teise. Olgu vaja nurk A (joonis 126) üle kanda nii, et tema tipp asetseks punktis P ja nurga üks haar läheks mööda sirget s. Joonestame vabalt võetud raadiusega kaare ümber punkti A ja sama raadiusega kaare ümber punkti P. Lõigaku punkti A ümber joonestatud kaar nurga A haarasid punktides B ja C ning punkti P ümber joonestatud kaar sirget s punktis Q. Nüüd võtame lõigu BC sirkli haarade vahele ja joonestame sellega kui raadiusega kaare ümber punkti Q. See kaar lõikab punkti P ümber joonestatud kaart mingis punktis R, mille ühendamisel punktiga P saamegi joonestatava nurga teise haara.



1576. Põhjenda, mõõtmist kasutamata, et eelmises ülesandes kirjeldatud viisil saadud nurk QPR on tõesti võrdne antud nurgaga BAC. Selleks joonesta lõigud BC ja QR. Saad kaks kolm-

nurka (missugused?). Mis on teada nende kolmnurkade külgede kohta? Mis sellest järeldub nende kolmnurkade kohta? Miks siit järeldub, et $\angle QPR = \angle BAC$?

Mingi väite tuletamist varem tuntud tõdedest ainult järelemõtlemise teel (mõõtmist kasutamata) nimetatakse selle väite tõestamiseks.

1577. Joonesta vabalt kaks nurka ja kanna sirkli ja joonlaua abil üks nurk teise peale nii, et nende ühed haarad ühtivad. Kas need nurgad on võrdsed või mitte? Kui ei, siis kumb neist on suurem?

Sellest ülesandest selgub, et ka **kaht nurka saab võrrelda ainult sirkli ja joonlaua abil** (ilma mõõtmiseta).

1578. Võta vabalt kaks nurka ja kanna nad mingi vabalt võetud punkti juurde teineteise külge nii, et neil üks haar oleks ühine; teisiti: l i i d a kaks vabalt võetud nurka.

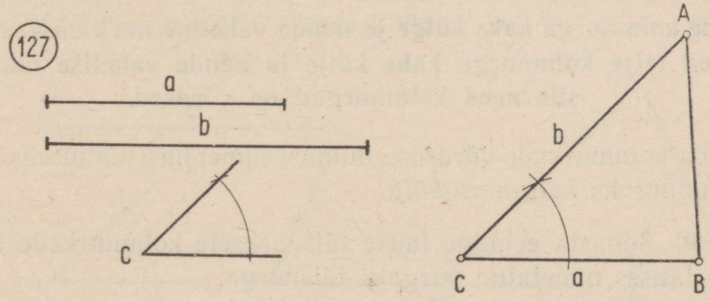
1579. Joonesta vabalt mingi võrdhaarne kolmnurk ja liida tema tipunurgaga üks alusnurk, teostades liitmist tipu juures.

1580. Joonesta vabalt mingi võrdhaarne kolmnurk ja liida ühe alusnurgaga tipunurk, liitmine vii läbi aluse otspunkti juures.

1581. Joonesta vabalt mingi (isekülgne) kolmnurk ja liida tema kolm nurka. Kui suur on see summa?

Kolmnurkade võrdsuse tunnus kahe külje ja nende vahelise nurga järgi.

1582. Kolmnurgast on antud küljed a ja b ning nende vaheline nurk C (joonis 127). Kuidas nende andmete järgi on joonestatud kolmnurk ABC joonisel 127?



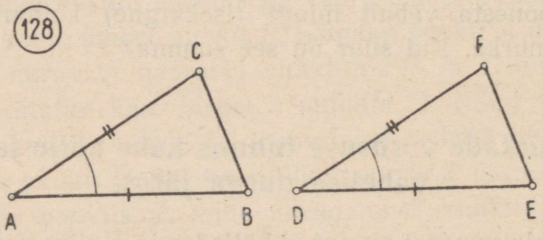
1583. Võta vabalt kaks külge ja nende vaheline nurk ning joonesta nende andmete järgi kolmnurk.

1584. Joonesta võrdhaarne kolmnurk, mille haar ja tipunurk on antud.

1585. Joonesta täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 3 cm ja 5 cm.

1586. Joonesta kolmnurk, mille üks nurk on 65° ja selle nurga lähisküljed on 3,8 cm ja 6,2 cm. Mõõda kolmanda külje pikkus, võrdle seda naabri poolt saadud tulemusega ja otsusta, kas teie poolt joonestatud kolmnurgad on võrdsed või mitte.

1587. Joonesta paksemale paberilehele kaks niisugust kolmnurka ABC ja DEF, et $\angle A = \angle D$, $AB = DE$ ja $AC = DF$, ning lõika nad välja. Tee nendega nüüd järgmine katse: paiguta kolmnurk ABC kolmnurga DEF peale nii, et tipp A ühtib tipuga D, külg AB läheb mööda külge DE ja nurk A langeb nurgale D. Jõua selgusele, kuhu langeb 1) tipp B, 2) tipp C ja 3) külg BC. Miks? Mis sellest järeldub kolmnurkade ABC ja DEF kohta?



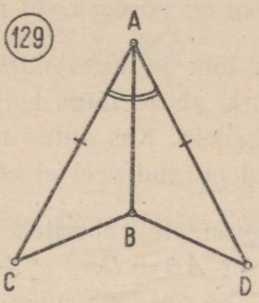
1588. Eelmised ülesanded kinnitavad kolmnurkade võrdsuse järgmise tunnuse õigsust:

kui ühe kolmnurga kaks külge ja nende vaheline nurk on vastavalt võrdsed teise kolmnurga kahe külje ja nende vahelise nurgaga, siis need kolmnurgad on võrdsed.

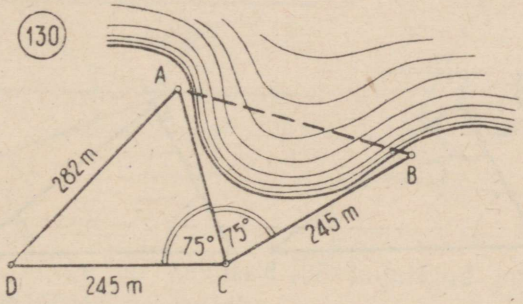
Seda kolmnurkade võrdsuse tunnust nimetame tunnuseks *KNK*, s. t. tunnuseks *külg-nurk-külg*.

1589. Sõnasta eelmine lause täisnurksete kolmnurkade kohta, võttes lauses nimetatud nurgaks täisnurga.

1590. On antud (joonis 129), et $AC = AD$ ja $\angle CAB = \angle DAB$. Kasutades kolmnurkade võrdsust tõesta, et 1) $BC = BD$ ja 2) $\angle ACB = \angle ADB$.

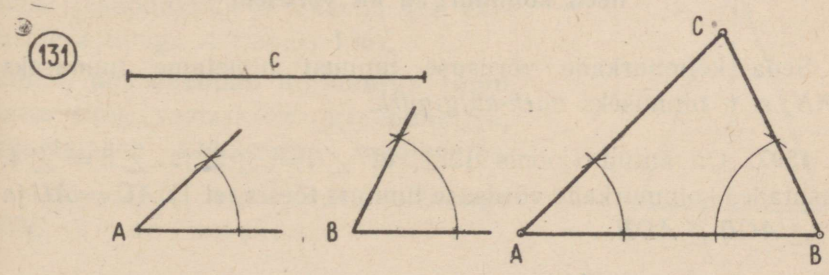


1591. Kui pikk on joonisel 130 kujutatud asjaoludel punktide A ja B vaheline kaugus ja miks? Kuidas selle joonise eeskujul mõõta kahe punkti A ja B vahelist kaugust, kui selle otsene mõõtmine on takistatud?



Kolmnurkade võrdsuse tunnus külje ja selle lähisnurkade järgi.

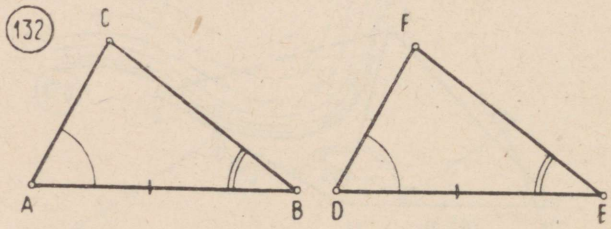
1592. Olgu antud kolmnurga üks külg, näites c, ja selle lähisnurgad $\angle A$ ja $\angle B$. Kuidas nende andmete järgi on joonestatud kolmnurk ABC joonisel 131?



1593. Joonesta kolmnurk, mille üks külg on 6 cm ja selle lähisnurgad 35° ja 75°. Mõõda teiste külgede pikkused, võrdle neid naabri poolt saadud tulemustega ja otsusta, kas teie poolt joonestatud kolmnurgad on võrdsed või mitte.

1594. Võta vabalt lõik ja kaks nurka ning joonesta nende andmete järgi kolmnurk, võttes lõigu kolmnurga üheks küljeks ja nurgad selle lähisnurkadeks. Kas antud nurkadeks kõlbavad kaks täisnurka? Missugused nurgad veel ei kõlba nendeks nurkadeks?

1595. Joonesta paksemale paberilehele kaks niisugust kolmnurka ABC ja DEF, et $AB = DE$, $\angle A = \angle D$ ja $\angle B = \angle E$, ning lõika nad välja. Tee nendega nüüd järgmine katse: paiguta kolmnurk ABC kolmnurga DEF peale nii, et tipp A ühtib tipuga D ja külg AB läheb mööda külge DE. Otsusta, kuhu satub 1) tipp B, 2) külg AC, 3) külg BC, 4) tipp C. Miks? Mis sellest järeldub kolmnurkade ABC ja DEF kohta?

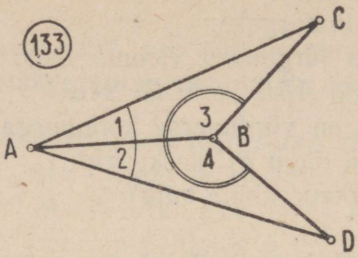


1596. Eelmised ülesanded kinnitavad kolmnurkade võrdsuse järgmise tunnuse õigsust:

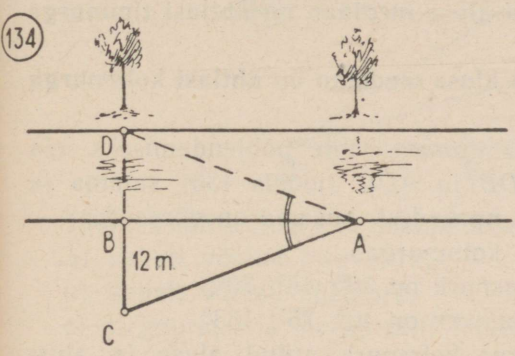
kui ühe kolmnurga üks külg ja selle kaks lähisnurka on vastavalt võrdsed teise kolmnurga ühe külje ja selle lähisnurkadega, siis need kolmnurgad on võrdsed.

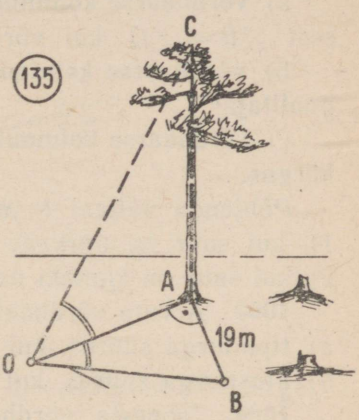
Seda kolmnurkade võrdsuse tunnust nimetame tunnuseks NKN, s. t. tunnuseks *nurk-külg-nurk*.

1597. On antud (joonis 133), et $\angle 1 = \angle 2$ ja $\angle 3 = \angle 4$. Kasutades kolmnurkade võrdsuse tunnust tõesta, et 1) $AC = AD$ ja 2) $\angle ACB$ $\angle ADB$.



1598. Kui lai on joonisel 134 kujutatud kanal ja miks? Kuidas teostada sellist mõõtmist?

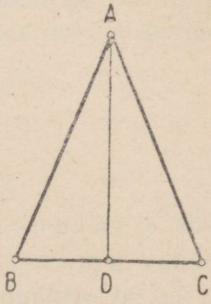




1599. Kui kõrge on joonisel 135 kujutatud puu ja miks? Kuidas seda mõõtmist teostada?

Võrdhaarse kolmnurga omadusi.

1600. Joonesta mingi võrdhaarne kolmnurk *ABC*, leia mõõtmise teel selle aluse keskpunkt *D* ja ühenda see vastasoleva tipuga *A* (joonis 136).



Lõiku, mis ühendab kolmnurga tippu selle tipu vastaskülje keskpunktiga, nimetatakse kolmnurga mediaaniks.

Lõik *AD* on võrdhaarse kolmnurga *ABC* aluse mediaan.

1601. Tõesta, et aluse mediaan jaotab võrdhaarse kolmnurga kaheks võrdseks kolmnurgaks.

Tõestus vormista järgmiselt (joonis 136):

Vaatlen kolmnurki ABD ja ACD. Neis:

$AB = AC$, sest nad on võrdhaarse kolmnurga haarad;

$BD = CD$, sest D on lõigu BC keskpunkt;

$AD = AD$ (kolmnurkade ühine külg);

$\triangle ABD = \triangle ACD$ (kolmnurkade võrdsuse tunnuse KKK põhjal).

1602. Kolmnurkade ABD ja ACD võrdsusest (joonis 136) järeldub rida võrdhaarse kolmnurga omadusi:

a) **võrdhaarse kolmnurga alusnurgad on võrdsed,**
sest $\angle B = \angle C$ kui võrdsete kolmnurkade vastavad nurgad;

b) **võrdhaarse kolmnurga aluse mediaan on ühtlasi tipunurga poolitaja;**

c) **võrdhaarse kolmnurga aluse mediaan on ühtlasi kolmnurga kõrgus.**

Põhjenda väiteid *b* ja *c*. Viimase väite põhjendamiseks leia
1) kui suur on nurkade ADB ja ADC (joonis 136) summa ja
2) kui suur on kumbki neist nurkadest, kui nad on võrdsed.

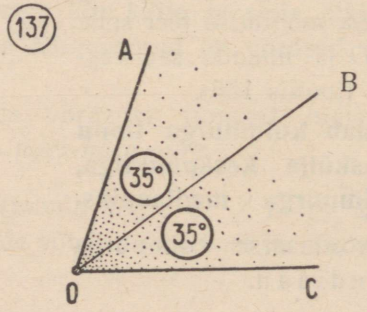
1603. Arvuta võrdhaarse kolmnurga
a) tipunurga suurus, kui alusnurk on 30°; 45°; 70°;
b) alusnurga suurus, kui tipunurk on 40°; 75°; 133°.

1604. Joonesta võrdhaarne kolmnurk antud aluse ja alusnurga järgi.

Nurga poolitamine.

1605. Joonesta mingi nurk, mõõda selle suurus, leia pool sellest ja joonista siis malli kasutades kiir, mis antud nurga jaotab kaheks võrdseks nurgaks (joonis 137).

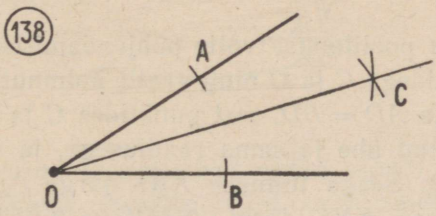
137



Kui $\angle AOB = \angle BOC$, siis OB on nurga AOC poolitaja.

Nurga tipust väljuvat kiirt, mis jaotab nurga kaheks võrdseks osaks, nimetatakse nurga poolitajaks ehk bisektoriks.

1606. Nurga poolitajat saab joonestada ka sirkli ja joonlaua abil (ilma mallita). See toimub järgmiselt. Olgu vaja poolitada nurk O (joonis 138). Märgi sirkli abil nurga haaradel kaks võrdset lõiku OA ja OB, joonesta punktide A ja B ümber ühe ja sama raadiusega (milleks võib olla ka OA pikkus) kaared ja leia nende lõikepunkt C. Võrreldes kolmnurki OAC ja OBC, tõesta, et OC on nurga AOB poolitaja.



1607. Poolita sirkli ja joonlaua abil
a) vabalt võetud teravnurk;
b) vabalt võetud nürinurk;
c) sirgnurk, s. o. nurk, mille haarad moodustavad ühe sirge.

1608. Ehita sirkli ja joonlaua abil täisnurk.

1609. Ehita sirkli ja joonlaua abil nurk 45° ja nurk 135°.

1610. Ehita sirkli ja joonlaua abil nurk 22,5° ja nurk 67,5°.

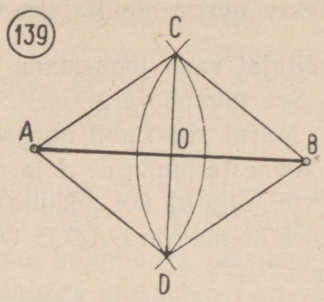
1611. Tõesta, et võrdhaarse kolmnurga tipunurga poolitaja poolitab ka aluse.

N ä p u n ä i d e: vaatle kolmnurki, milleks tipunurga poolitaja jaotab võrdhaarse kolmnurga, vormistades tõestuse ülesande 1601 eeskujul.

Lõigu poolitamine.

1612. Lõigu AB poolitamiseks s i r k l i j a j o o n l a u a abil joonesta lõigu otspunktide A ja B ümber ü h e j a s a m a vabalt võetud raadiusega kaared, mis lõikuvad kahes punktis (C ja D

joonisel 139). Saadud punktide ühendamisel saad sirge, mis lõikab lõiku AB selle keskpunktis O (joonis 139): $AO = OB$.



1613*. Lõigu poolitamise võtte põhjendamiseks ühenda punktid A ja B punktidega C ja D ning vaatle kolmnurki ACD ja BCD. Neis $AC = BC$ ja $AD = BD$, sest punktides C ja D lõikuvad kaared on joonestatud ühe ja sama raadiusega, ja CD on kolmnurkade ühine külg. Seega tunnuse KKK järgi $\triangle ACD = \triangle BCD$. Kuid siis tunnuse KNK järgi $\triangle AOC = \triangle BOC$ ja seega ka $AO = BO$.

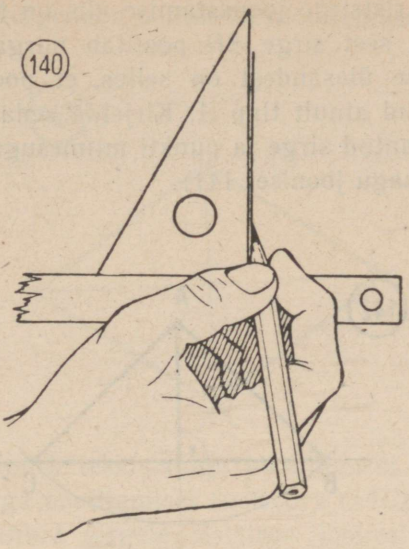
1614. Poolita sirkli ja joonlaua abil mingi vabalt võetud lõik.

1615. Jaota vabalt võetud lõik sirkli ja joonlaua abil neljaks võrdseks osaks.

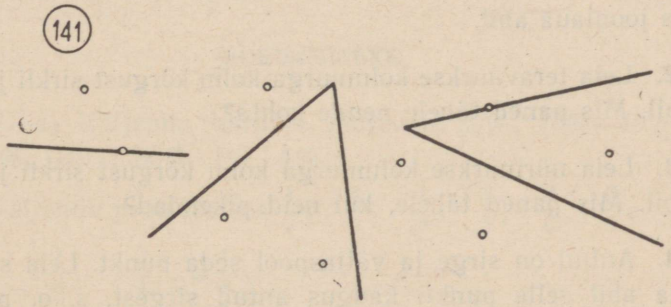
1616. Leia sirkli ja joonlaua abil vabalt võetud kolmnurga iga külje keskpunkt. Joonesta selle kolmnurga mediaanid.

Ristsirge joonestamine sirgele.

1617. Mõnikord on vaja antud sirgele antud punktist joonestada ristsirget, näiteks kolmnurga kõrguse joonestamise puhul. Kui seda teha nurklaua abil, siis tuleb kasutada ühtlasi ka joonlauda või teist nurklauda, nagu näidatud joonisel 140. Nii saab nurklauda piki joonlauda nihutada parajale kaugusele, ilma et tema äär sirgelt ära nihkuks. Antud punkt võib seejuures asetseda antud sirglõigul või väljaspool seda.



Harjuta ristsirge joonestamist antud punkti ja sirge mitmesuguste vastastikuste asendite puhul, nagu näidatud joonisel 141 (igale sirgele kaks ristsirget).

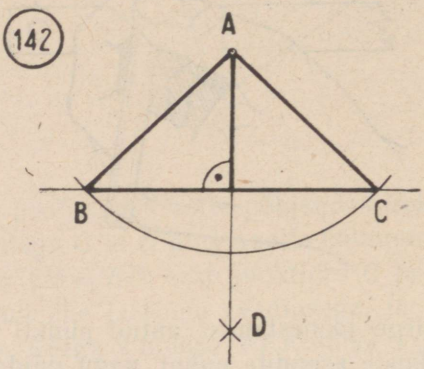


1618. Antud on teravnurkne kolmnurk. Joonesta selle kolm kõrgust.

1619. Antud on nürinurkne kolmnurk. Joonesta selle kolm kõrgust.

1620. Antud sirgele saab ristsirget joonestada ka ainult sirkli ja joonlaua abil. Kui antud punkt asetseb antud sirgel, siis toimub see sirgnurga poolitamise teel (vt. ül. 1606). Kui antud punkt asetseb väljaspool antud sirget, siis toimub see joonisel 142 näi-

datud viisil. See ristsirge joonestamise viis on tõeliselt ka nurga poolitamise võte, sest sirge *AD* poolitab nurga *BAC*. Erinevus nurga poolitamise ülesandest on selles, et poolituvast nurgast *BAC* on siin antud ainult tipp *A*. Kirjelda seda võtet ja harjuta selle kasutamist antud sirge ja punkti mitmesuguste vastastikuste asendite puhul (nagu joonisel 141).



1621. Joonesta võrdhaarne kolmnurk ja selle haarale kõrgus sirkli ja joonlaua abil.

1622. Leia teravnurkse kolmnurga kolm kõrgust sirkli ja joonlaua abil. Mis paned tähele nende kohta?

1623. Leia nürinurkse kolmnurga kolm kõrgust sirkli ja joonlaua abil. Mis paned tähele, kui neid pikendad?

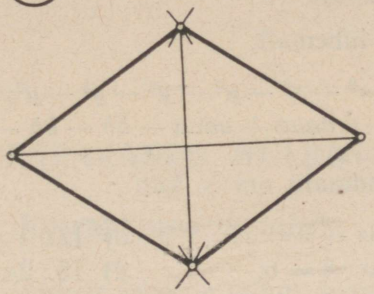
1624. Antud on sirge ja väljaspool seda punkt. Leia sirkli ja joonlaua abil selle punkti kaugus antud sirgest, s. o. punktist sirgeni tõmmatud ristlõik. Mõõda selle pikkus.

1625. Joonesta mingi vabalt võetud nurga poolitaja, võta sellel mingi punkt ja joonesta sellest ristlõigud nurga haaradeni. Mis näitab nende lõikude mõõtmine? Tõesta, et need ristlõigud on alati võrdsed.

1626*. Joonesta kaks võrdset võrdhaarset kolmnurka teineteise külge nii, et neil oleks ühine alus. Nad moodustavad koos nelinurga, mille kõik küljed on võrdsed (joonis 143).

Võrdsete külgedega nelinurka nimetatakse rombiks.

143



Niisugune nelinurk tekkis lõigu poolitamisel (nelinurk *ACBD* joonisel 139), nurga poolitamisel (nelinurk *OACB* joonisel 138) ja antud punktist antud sirgele ristsirge joonestamisel (nelinurk *ABDC* joonisel 142). Tähendab, kõik need ülesanded saab lahendada rombi joonestamise teel. Nad erinevad üksteisest ainult selle poolest, m i s o n r o m b i s t a n t u d. Selgita, mis nimelt on rombist antud iga nimetatud ülesande puhul ja mis tuleb joonestada.

KORDAMISEKS.

1627. a) Väljenda hariliku murruna 20%, 15%, 75%, 60%, 40%, 5%, 0,5%, 80%, 8%, 4%.

b) Väljenda protsentides $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{3}$.

1628. a) Leia 4% arvust 200; $\frac{1}{2}$% arvust 500;
18% arvust 250; 6,5% arvust 80.

b) Leia arv, millest 7% on 35; 16% on 40;
65% on 26; $\frac{1}{2}$% on 0,45.

c) Mitu protsenti on arv 8 arvust 20; arv 32 arvust 4; arv 0,1 arvust 0,05%; arv 144 arvust 180?

1629. Sool maksab 360 rbl. tonn. Mitu kopikat maksab kilogramm soola?

1630. Tormi kiirus on 25 m sekundis. Väljenda see kiirus kilomeetrites tunni kohta.

1631. Lennuki kiirus on 450 km tunnis. Väljenda see kiirus meetrites minuti kohta.

1632. Kirjuta lühemalt:

a) $x^2 + x^2 + x^2 - y^3 - y^3 - y^3 - y^3$;
b) $aaaa + aaaa + aaaa - bb - bb - bb - bb$.

1633. Leia tundmatu arv x, kui:

a) $5x - 8 = 27$; b) $12x + 4 = 100$
c) $3x : 8 = 6$; d) $15 : 2x = 3$.

1634. Kui pikk on lõik, kui pool temast ja veel veerand temast on kokku 12,5 cm võrra sellest lõigust lühem?

1635. Laos oli hommikul a kg jahu. Päeva jooksul toodi juurde b kg ja viidi ära c kg. Leia kahel viisil, kui palju oli jahu laos õhtul.

1636. Kastis on kaht sorti õunu. Missugune on väikseim õunte arv, mis pimesi tuleb võtta kastist selleks, et saada vähemalt kaks õuna ühest sordist?

1637. Koolis on 400 õpilast. Kas nende hulgas leidub kaht õpilast, kellel on sünnipäev ühel ja samal päeval?

1638. Kolmnurga ABC nurga B poolitaja on BD. Kui kolmnurk ABD pöörata ümber BD kolmnurga CBD peale, siis selgub, et need kolmnurgad ühtivad. Mis sellest järeldub kolmnurga ABC külgede ja nurkade kohta?

1639. Joonesta sirkli ja joonlaua abil kolmnurk, mille küljed on 5 cm, 6,5 cm ja 7 cm, ja selle kõige pikema külje vastastipust kõrgus, mediaan ja nurgapoolitaja.

1640. Joonesta sirkli ja joonlaua abil võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 4 cm ja haar 6,4 cm. Ehita selle ühele haarale kõrgus ja mediaan.

1641. Võrdhaarse kolmnurga alusnurk on 75°. Mitu protsenti on tipunurk alusnurgast?

8. KORRAPÄRASED HULKNURGAD.

Korrapärane nelinurk.

1642. Joonesta ringjoon ja selle mingi diameeter. Kuidas diameeter jaotab ringjoone? Kuidas joonise kokkumurdmise teel näidata, et diameeter jaotab ringjoone tõepoolest kaheks võrdseks osaks?

144



1643. Joonesta ringjoon ja selle kaks ristuvat diameetrit a) malli abil, b) sirkli ja joonlaua abil. Viimase ülesande lahendamiseks kasuta sirgnurga poolitamise võtet (joonis 144). Kuidas kaks ristuvat diameetrit jaotavad ringjoone?

1644. Jaota ringjoon, mille raadius on 2,4 cm, neljaks võrdseks osaks ja ühenda saadud jaotuspunktid järjestikku lõikude abil. Missugune kujund tekib? Leia mõõtmise teel, kui pikk on tema iga külg. Kui suur on tema iga nurk?

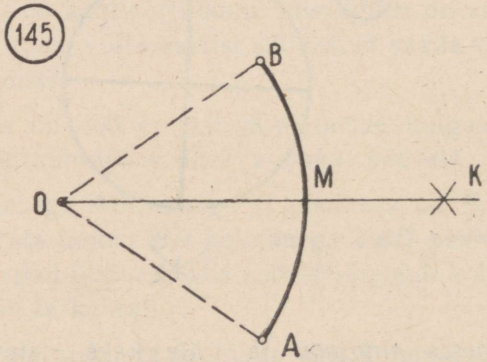
Et ruudu kõik küljed on võrdsed ja kõik nurgad on võrdsed, siis nimetame teda korrapäraseks nelinurgaks.

1645. Arvuta eelmise ülesande lahendamisel saadud korrapärase nelinurga pindala kahel viisil: kolmnurkade abil, milleks diagonaalid tükeldavad selle nelinurga, ja nelinurga külje põhjal. Kumb neist tulemustest on pindala täpne väärtus, kumb ligikaudne?

1646. Joonesta sirkli ja joonlaua abil korrapärane nelinurk, mille diagonaal on 5 cm, 8 cm, 10 cm. Mõõda iga kord külg ja arvuta külje ja diagonaali suhe. Mis märkad?

Kaare poolitamine.

1647. Ringjoone jaotamiseks suuremaks arvuks võrdseteks osadeks tuleb osata k a a r t p o o l i t a d a. Seda saab teostada kaarele vastava kesknurga poolitamise teel (joonis 145): kaarele AB vastava kesknurga AOB poolitaja OK poolitab ka kaare AB punktis M, sest joonise murdmisel kahekorra mööda sirget OK kaared MA ja MB ühtivad.



1648. Joonesta vabalt mingi kaar ja poolita see sirkli ja joonlaua abil.

1649. Joonesta vabalt mingi kaar, mis on suurem kui 90°, ja jaota see sirkli ja joonlaua abil neljaks võrdseks osaks.

1650. Ehita sirkli ja joonlaua abil ühel ja samal joonisel kaar 45°, mille raadius on 3 cm, ja kaar 135°, mille raadius on 4 cm.

1651. Joonesta sirkli ja joonlaua abil meelevaldse raadiusega kaar 22,5° ja kaar 67,5°.

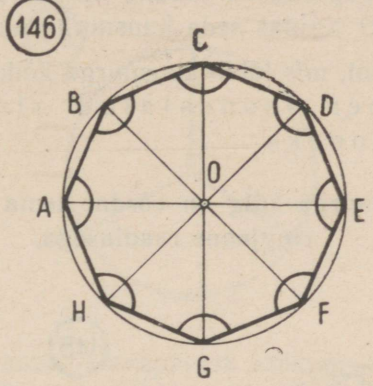
Korrapärane kaheksanurk.

1652. Jaota ringjoon, mille raadius on 3,5 cm, esiteks neljaks võrdseks osaks ja siis poolita veel iga osa. Ühenda saadud jaotuspunktid järjestikku lõikude abil. Saad kaheksanurga, mille küljed on võrdsed ja nurgad on võrdsed (joonis 146):

1) $AB = BC = CD = \ldots = HA$ ja

2) $\angle HAB = \angle ABC \angle BCD = \ldots = \angle GHA$.

Veendu selles mõõtmise teel. Ülaltoodud omaduste tõttu seda kaheksanurka nimetatakse korrapäraseks.



1653. Tõesta, et eelmise ülesande lahendamisel saadud kaheksanurga küljed on võrdsed. Selleks: 1) ühenda kaheksanurga tipud $A, B, \ldots, H$ keskpunktiga O, 2) selgita, mis liiki on iga saadud kolmnurk, näiteks $\triangle AOB$, ja kui suur on iga sellise kolmnurga nurk tipu O juures, 3) näita kolmnurkade võrdsuse mingi tunnuse põhjal, et saadud kolmnurgad on võrdsed, 4) tee sellest järeldus külgede $AB, BC, \ldots, HA$ kohta.

1654. Tõesta, et joonisel 146 esineva kaheksanurga nurgad $\angle HAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD, \ldots$ on võrdsed. Selleks näita, et igaüks neist nurkadest koosneb võrdsete võrdhaarsete kolmnurkade kahest alusnurgast.

1655. Arvuta korrapärase kaheksanurga nurk.

Näpunäide: arvuta võrdhaarse kolmnurga AOB (joonis 146) nurgad.

1656. Kuidas jaotada ringjoon sirkli ja joonlaua abil 16-ks võrdseks osaks? Missugune kujund tekib, kui need punktid järjestikku ühendada lõikudega?

Korrapärane kuusnurk.

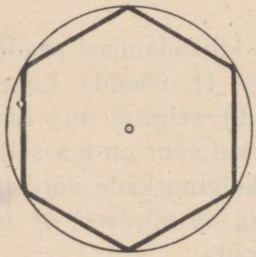
1657. Joonesta ringjoon, märgi sellel mingi punkt A ja joonesta kõõl AB, mille pikkus on võrdne raadiusega. Kuidas seda teha sirkli abil? Missugune kolmnurk tekib kõõlu AB otspunktide ühendamisel keskpunktiga? Kuidas sellest järeldada, et kaar AB on $\frac{1}{6}$ ringjoonest? Kontrolli tulemust sirkli abil.

1658. Jaota vabalt võetud ringjoon sirkli abil kuueks võrdseks osaks ja ühenda saadud jaotuspunktid järjestikku lõikudega (joonis 147). Missugused on saadud kuusnurga küljed? Kui suur on tema iga nurk? Kuidas seda kuusnurka nimetada?

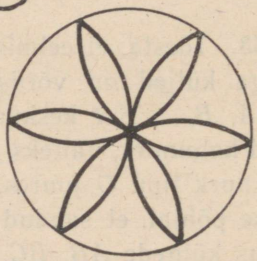
1659. Ringjoont, mis läbib kuusnurga kõiki tippe, nimetatakse kuusnurga *ümber joonestatud ringjooneks* ehk *ümberringjooneks*.

Korrapärase kuusnurga külg on võrdne tema ümber joonestatud ringjoone raadiusega.

147



148



1660. Joonesta korrapärane kuusnurk, mille külg on 6,6 cm.

1661. Joonesta kuueleheline rosett raadiusega 5 cm (joonis 148).

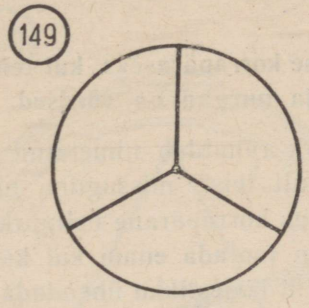
Korrapärane kolmnurk.

1662. Jaota vabalt võetud ringjoon sirkli abil kuueks võrdseks osaks ja leia jaotuspunktide hulgast kolm punkti, mis jaotavad ringjoone kolmeks võrdseks osaks. Missugune kujund tekib nende kolme jaotuspunkti ühendamisel lõikudega?

Võrdkülgne kolmnurk on korrapärane, sest temal on nii küljed võrdsed kui ka nurgad võrdsed.

1663. Joonesta mingi korrapärane kolmnurk ja selle kaks kõrgust. Näita ringjoont joonestades, et kõrguste lõikepunkt on tippudest võrdsetel kaugustel.

1664. Olgu ringjoon jaotatud raadiustega kolmeks võrdseks osaks (joonis 149). Kuidas teda nüüd a i n u l t joonlaua abil jaotada kuueks võrdseks osaks? Põhjenda oma arvamust.



1665. Joonesta kolm korrapärast kolmnurka näiteks külgedega 5 cm, 8 cm ja 10 cm ja neis igaühes kõrgus. Mõõda need kõrgused ja arvuta iga kolmnurga kõrguse ja külje suhe. Mis paned tähele? Sõnasta see tulemus lausena.

1666. Kui võrdkülgse kolmnurga külje pikkust a muuta, siis muutub ka kõrgus h, kuid kõrguse ja külje suhe ei muutu, olles alati ligikaudu 0,87 (vt. 1665). Seetõttu öeldakse, et

võrdkülgse kolmnurga kõrgus on võrdeline küljega, kusjuures võrdetegur on ligikaudu 0,87 (täpsemalt 0,866).

Seda teades arvuta võrdkülgse kolmnurga kõrgus h, kui kolmnurga külg

$a = 4$ cm; 2,5 dm; 1,4 m.

1667. Arvuta võrdkülgse kolmnurga külg a, kui kolmnurga kõrgus

$h = 6$ cm; 4,2 dm; 3 m.

1668. Teades, et võrdkülgse kolmnurga kõrguse ja külje suhe on (ligikaudu) 0,87, tuleta selle kolmnurga pindala arvutamiseks valem

$$S = 0{,}43\ a^2.$$

Arvuta kolmnurga pindala, kui külg on 3 cm; 5 dm; 1,5 m.

Korrapärane hulknurk.

1669. Kolmnurki, nelinurki, viisnurki jne. nimetatakse hulknurkadeks.

Hulknurka nimetatakse korrapäraseks, kui tema küljed on võrdsed ja nurgad on võrdsed.

Missugune nelinurk rahuldab nimetatud nõudeist ainult esimest, missugune ainult teist, missugune nii üht kui ka teist? Missugune on siis ainus korrapärane nelinurk?

1670. Kui ringjoon jaotada enam kui kaheks võrdseks osaks ja saadud jaotuspunktid järjestikku ühendada lõikudega, siis tekib korrapärane hulknurk. Selle ringjoone keskpunkti nimetatakse ka korrapärase hulknurga keskpunktiks, ringjoone raadiust — korrapärase hulknurga raadiuseks ja korrapärase hulknurga küljele vastavat kesknurka ka korrapärase hulknurga kesknurgaks. Ringjoont, mis läbib korrapärase hulknurga kõiki tippe, nimetatakse selle korrapärase hulknurga ümber joonestatud ringjooneks ehk ümberringjooneks.

1671. Nimeta jooniselt 146 korrapärase kaheksanurga keskpunkti, raadiust ja kesknurka. Kui suur on korrapärase kaheksanurga kesknurk?

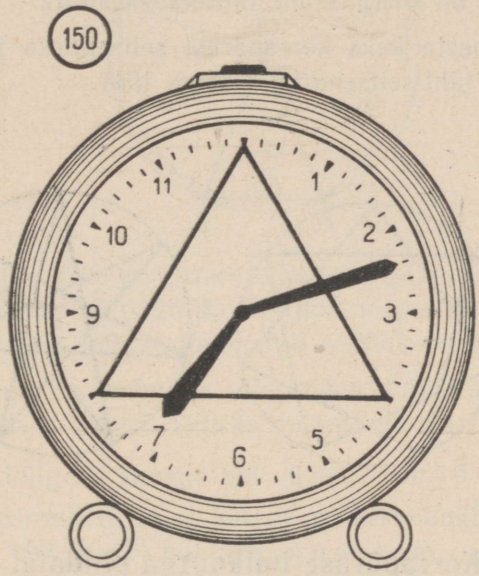
1672. Mis on ruudu keskpunktiks ja mis on tema raadiuseks? Kui suur on tema kesknurk?

1673. Kui suur on korrapärase kuusnurga raadius? Kui suur on tema kesknurk?

1674. Kui suur kesknurk on korrapärasel viisnurgal, korrapärasel üheksanurgal, korrapärasel 12-nurgal?

1675. Joonesta korrapärane kolmnurk küljega 6 cm. Kuidas leida tema keskpunkti? Mõõda tema raadius ja kõrgus ning arvuta nende suhe.

1676. Mitmeks võrdseks osaks on jaotatud ringjoon kella numbrilaual, mis on kujutatud joonisel 150? Mitmes jaotuspunkt on märgitud numbriga 1, mitmes numbriga 2 jne.? Nende jaotuspunktide ühendamisel saab õige mitmesuguseid korrapäraseid hulknurki, näiteks numbritega 12, 4 ja 8 märgitud jaotuspunktide ühendamisel saab korrapärase kolmnurga (joonis 150). Leia numbreid, millele vastavate jaotuspunktide ühendamisel saad a) korrapärase kolmnurga, b) korrapärase nelinurga, c) korrapärase kuusnurga, d) korrapärase kaksteistnurga.



Korrapäraste hulknurkade joonestamist.

1677. Joonesta korrapärane viisnurk raadiusega 3 cm. Selleks arvuta tema kesknurk, kanna see malli abil joonisele ja jaota ringjoone sirkliga proovides viieks võrdseks osaks. Vajaduse korral korda katset sirkli haaret suurendades või vähendades.

1678. Joonesta korrapärane kümmenurk raadiusega 5 cm, jaotades ringjoone enne viieks võrdseks osaks (nagu eelmises ülesandes) ja siis poolitades iga osa ainult joonlauda kasutades.

1679. Joonesta korrapärane üheksanurk raadiusega 4,4 cm (vt. ül. 1677).

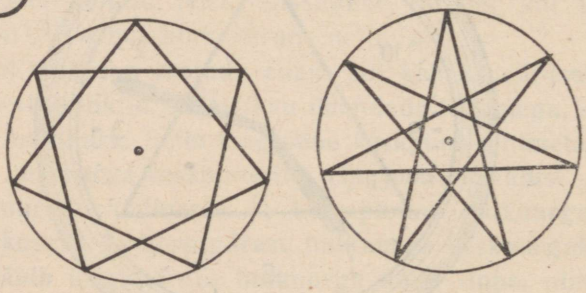
1680. Kuidas joonestada korrapärast 12-nurka raadiusega 5 cm?

1681 *. Jaota ringjoon viieks võrdseks osaks ja ühenda jaotuspunktid üle ühe (s. o. ikka ühe jaotuspunkti vahele jättes). Saadud kujund on korrapärane täht-viisnurk.

1682 *. Jaota ringjoon kaheksaks võrdseks osaks ja ühenda jaotuspunktid üle kahe (s. o. ikka kaks jaotuspunkti vahele jättes). Saadud kujund on korrapärane täht-kaheksanurk.

1683*. Joonesta kaks korrapärast seitsenurka ja nende sisse kaks erisugust täht-seitsenurka (joonis 151).

151



Korrapärase hulknurga pindala.

1684. Joonesta korrapärane kuusnurk, mille külg on 4 cm, ühenda kuusnurga keskpunkt tippudega ja arvuta ühe niiviisi saadud kolmnurga pindala (vt. ül. 1668). Kuidas leida nüüd kuusnurga pindala? Arvuta see.

1685. Tuleta valem mistahes korrapärase hulknurga pindala arvutamiseks. Selleks tükelda see hulknurk raadiuste abil võrdseteks kolmnurkadeks, avalda ühe kolmnurga pindala tema aluse a ja kõrguse m abil (joonis 152). Näita, et kui hulknurgal on n külge, siis tema pindala

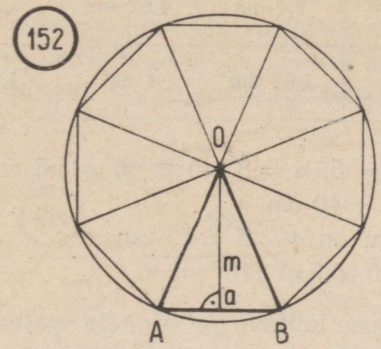
$$S = n \cdot \frac{am}{2}$$

ehk teisiti

$$S = \frac{na}{2} \cdot m.$$

Näiteks korrapärase viisnurga pindala

$$S = \frac{5a}{2} \cdot m = 2{,}5\ am.$$



1686. Tuleta valem korrapärase kuusnurga, üheksanurga, kaksteistnurga pindala arvutamiseks, kui hulknurga külg on a ja hulknurga keskpunktist küljele tõmmatud ristlõik on m.

1687. Sõnastame eelmises ülesandes tuletatud korrapärase hulknurga pindala valemi. Selleks võtame arvesse, et na on hulknurga kõikide külgede summa ehk ümbermõõt, $\frac{na}{2}$ on hulknurga pool ümbermõõtu, m on hulknurga keskpunktist küljele tõmmatud ristlõik ehk hulknurga apoteem.

Seega:

korrapärase hulknurga pindala on võrdne poole ümbermõõdu ja apoteemi korrutisega.

Hulknurga ümbermõõtu tähistatakse sageli $2p$; pool ümbermõõtu on siis p ja pindala

$$S = p \cdot m.$$

1688. Kui korrapärase hulknurga ümbermõõt tähistada $2p$ ja apoteem m, siis pindala saab anda ka kujul

$$S = \frac{2p \cdot m}{2} \text{ ehk } S = 2p \cdot \frac{m}{2}.$$

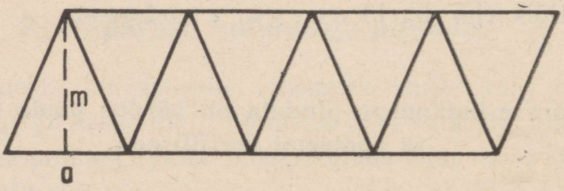
Sõnasta need ja põhjenda nende õigsust. Arvuta korrapärase hulknurga pindala järgmise tabeli andmeil:

Harjutus nr.	1	2	3	4	5
Külgede arv n	3	5	6	6	8
Külje pikkus a	5 cm	2,4 dm	4,62 dm	2 m	5 m
Apoteem m	1,4 cm	1,65 dm	4 dm	1,73 m	6,03 m

N ä i d e. Kui $n = 5$, $a = 8$ cm ja $m = 5{,}5$ cm, siis hulknurga ümbermõõt on $5 \cdot 8 = 40$ cm,
pool ümbermõõtu on $40 : 2 = 20$ cm
ja pindala on $20 \cdot 5{,}5 = 110$ cm^2.

1689. Korrapärase hulknurga pindala valemi õigsuses saab veenduda ka selle hulknurga tükeldamisel kolmnurkadeks ja saadud kolmnurkadest rööpküliku või trapetsi koostamisel (joonis 153). Millal saab neist kolmnurkadest rööpküliku, millal trapetsi? Kui suur on saadud rööpküliku alus, kõrgus, pindala? Kui suur on saadud trapetsi aluste summa, kõrgus, pindala?

153



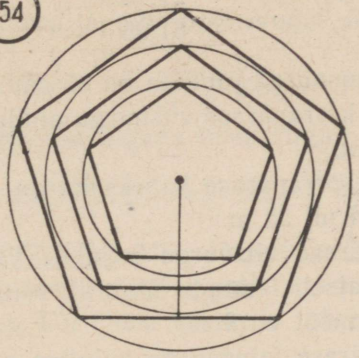
1690. Näita, et korrapärase kuusnurga saab teisendada rööpkülikuks ü h e a i n s a lõikega saadud osade ümberpaigutamisel. Tee seda paberist väljalõigatud kuusnurgaga.

1691. Korrapärase hulknurga pindala arvutamisks valemi $S = p \cdot m$ järgi on tarvis teada peale poole ümbermõõdu p veel apoteemi m. Seda saab leida jooniselt mõõtmise teel, kuid teda

saab ka arvutada. Arvutamiseks peab teadma, et korrapärase hulknurga apoteemi ja külje suhe $m : a$ ei sõltu hulknurga suurusest, vaid ainult hulknurga külgede arvust. Näiteks korrapärase nelinurga apoteemi ja külje suhe on alati 0,5; korrapärase kuusnurga apoteemi ja külje suhe on alati 0,866. Viimane suhte väärtus on ligikaudne — see on võrdkülgse kolmnurga kõrguse ja külje suhe.

Leia korrapärase viisnurga apoteemi ja külje suhe. Selleks on joonisel 154 antud kolm korrapärast viisnurka. Mõõda igaühe apoteem ja külg, arvuta nende suhe ja saadud suhete aritmeetiline keskmine. Võrdle tulemust raamatu lõpul tabelis leiduva vastava suhte väärtusega.

154



1692. Kasutades korrapärase hulknurga apoteemi ja külje suhete tabelit, arvuta

a) korrapärase kolmnurga apoteem, kui külg on 6 cm;

b) korrapärase viisnurga apoteem, kui külg on 3,5 dm;

c) korrapärase seitsenurga apoteem, kui külg on 5,2 m.

N ä i d e. Leida korrapärase kümmenurga apoteem, kui külg on 15 cm.

L a h e n d u s. Tabelist leian, et kümmenurga puhul

$$m : a = 1{,}54,$$

seega

$$m = 1{,}54\ a.$$

Et $a = 15$, siis

$$m = 1{,}54 \cdot 15 = 23{,}1\ \text{(cm)}.$$

Vastus: apoteem on 23,1 cm.

1693. Arvuta korrapärase kuusnurga pindala, kui külg on 5 cm; 2,4 dm; 4 m; 5,2 m.

Näide (kui külg on 5 cm): 1) Kui suur on kuusnurga apoteem?

$$m : a = 0{,}866;$$

$$m = 0{,}866\,a = 0{,}866 \cdot 5 = 4{,}330 = 4{,}33 \text{ (cm)}.$$

2) Kui suur on kuusnurga pool ümbermõõtu?

$$p = 3a = 3 \cdot 5 = 15 \text{ (cm)}.$$

3) Kui suur on kuusnurga pindala?

$$S = p \cdot m = 15 \cdot 4{,}33 = 64{,}95 \approx 65 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\begin{array}{r} 43{,}3 \\ 21{,}65 \\ \hline 61{,}95 \end{array}$$

Vastus: kuusnurga pindala on 65 cm^2.

1694. Arvuta korrapärase viisnurga pindala, kui külg on 8 cm; 2,5 dm; 6 m; 15 m.

1695. Arvuta korrapärase kaheksanurga pindala, kui külg on 10 cm; 3,6 dm; 14 m; 25 m.

1696. Korrapärase viisnurga kujulise lillepeenra igale ruutdetsimeetrile kavatseti istutada üks lill. Mitu lille kulub selleks, kui peenra ümbermõõt on 9 m?

1697. Korrapärase kuusnurga kujulise platsi igale ruutmeetrile tuleb vedada üks kärutäis mulda. Mitu kärutäit selleks kulub, kui platsi külg on 3 m?

1698. Mitu põõsast saab istutada korrapärase kaheksanurga kujulisele maatükile, mille külg on 20 m, kui igale põõsale tuleb jätta keskmiselt 4 m^2 pinda.

1699. Korrapärase kuusnurga kujuline põrand tahetakse katta parketiga. Mitu parketiplaati selleks vähemalt kulub, kui kuusnurga külg on 4,2 m ja plaadi mõõtmed on 6×25 cm.

KORDAMISEKS.

1700. Mitu protsenti moodustab

a) ruudu külje pikkus ruudu ümbermõõdust?

b) korrapärase kolmnurga külje pikkus kolmnurga ümbermõõdust?

c) korrapärase viisnurga külje pikkus viisnurga ümbermõõdust?

1701. Kasutades raamatu lõpul antud tabelit, leia, mitu protsenti külje pikkusest moodustab korrapärase 3-nurga, 4-nurga, ..., 12-nurga apoteem.

1702. Millal öeldakse, et kaks kolmnurka on võrdsed või kaks rööpkülikut on võrdsed, üldiselt, kaks kujundit on võrdsed?

1703. Mitu kraadi sisaldab nurk, mille moodustavad kella osutid kell 3.00, kell 6.00, kell 16.00, kell 17.30, kell 10.30, kell 12.30?

1704. Kuidas nimetatakse täisnurkse kolmnurga külgi? Kuidas leida selle kolmnurga pindala?

1705. Missugused on kolmnurkade võrdsuse tunnused?

1706. Kuidas täisarvu jagada segaarvuga? Arvuta

a) $18 : 3\frac{3}{4}$; b) $24 : 1\frac{3}{5}$; c) $56 : 1\frac{5}{9}$.

1707. Kuidas segaarvu jagada täisarvuga? Arvuta

a) $2346\frac{2}{3} : 18$; b) $6809\frac{3}{11} : 28$; c) $9298\frac{10}{17} : 4$.

1708. Põld on kujult täisnurkne trapets, mille alused on 665 m ja 496 m ning kõrgus 460 m. Kui palju kaeraseemet kulub selle põllu täiskülvamiseks, kui ühele hektarile läheb 180 kg?

1709. Arvuta järgmiste arvude ruudud:

$$0{,}2;\ 0{,}3;\ 1{,}5;\ 1\frac{2}{3};\ 3\frac{1}{3};\ 2{,}05;\ 10{,}1.$$

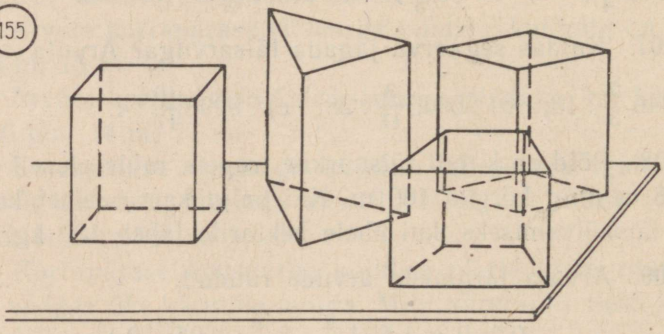
9. KORRAPÄRASED PRISMAD.

Prisma.

1710. Joonisel 155 on toodud mõned tuntud kehad. Nimeta neid ja kirjelda igaühe tahke.

Kõiki neid kehi nimetatakse p r i s m a d e k s.

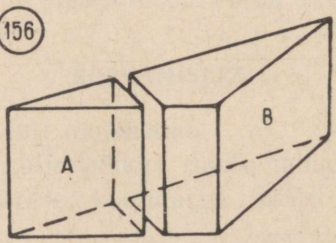
155



1711. Lõika kartulist kolmnurkne prisma ja eralda sellest joonisel 156 näidatud viisil väiksem kolmnurkne prisma *A*. Ülejäävat keha *B* nimetame n e l i n u r k s e k s prismaks.

Mis on tema põhjadeks, mis külgtahkudeks? Missugused on tema külgservad? Kui palju on tal üldse servi, tippe?

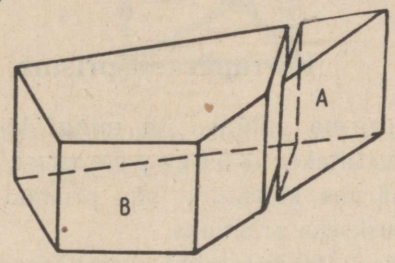
156



1712. Kuidas nimetatakse nelinurkset prismat, mille põhjaks on rööpkülik? Kuidas nimetatakse nelinurkset prismat, mille põhjaks on ristkülik?

1713. Võta mingi nelinurkne prisma (näiteks kartulist) ja eralda sellest joonisel 157 näidatud viisil kolmnurkne prisma *A*. Ülejäävat keha *B* nimetatakse viisnurkseks prismaks. Mis on tema põhjadeks, mis külgtahkudeks? Missugused on tema külgservad? Mitu serva ja mitu tippu tal on?

157

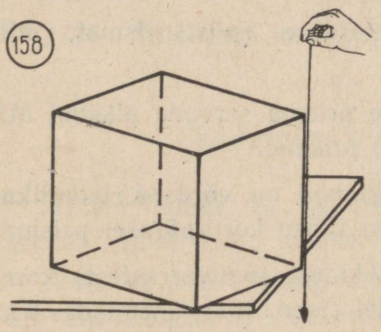


1714. Kuidas viisnurksest prismast saaks kuusnurkse, kuidas seitsenurkse? Kirjelda seitsenurkset prismat.

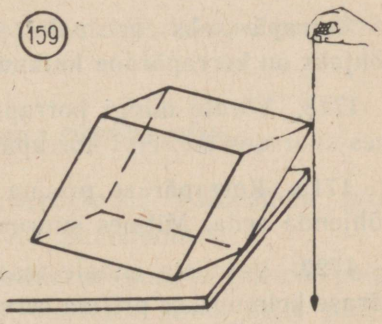
1715. Kõik vaadeldud prismad on püstprismad, s. t. kui prisma paigutada põhjaga rõhtsale tasapinnale, siis tema külgservad on püstsihis (joonis 158). Niisuguse prisma külgserv on võrdne prisma kõrgusega ja kõik külgtahud on ristkülikud.

Kaldprisma külgserv ja kõrgus ei ole võrdsed (joonis 159). Kaldprisma külgtahud on rööpkülikud, milledest mõni võib olla ka ristkülik.

158



159



1716. Püstprisma on piiratud kahe võrdse hulknurgaga ja niimitme ristkülikuga, mitu külge on neil hulknurkadel. Neid hulknurki nimetatakse prisma põhjadeks ja ristkülikuid külgtahkudeks. Prismat nimetatakse tema põhja kuju järgi kolmnurkseks, nelinurkseks, viisnurkseks jne.

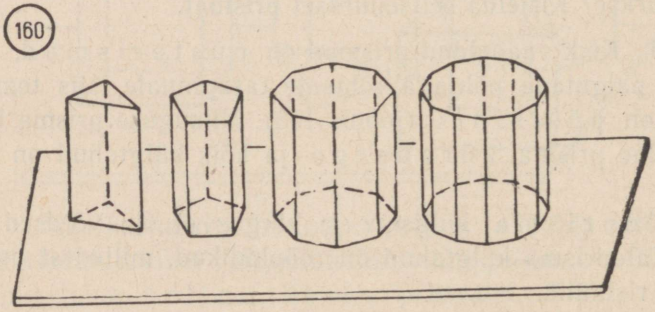
Prisma põhjadeks olevate hulknurkade külgi nimetatakse prisma põhiservadeks; kahe külgtahu ühist külge nimetatakse prisma külgservaks.

Edaspidi mõistame prisma all ikka p ü s t p r i s m a t.

Korrapärane prisma.

1717. Kui prisma põhjaks on mingi korrapärane hulknurk, siis prismat nimetatakse k o r r a p ä r a s e k s. Näiteks, kui põhjaks on korrapärane kuusnurk, siis prismat nimetatakse korrapäraseks kuusnurkseks prismaks.

Nimeta joonisel 160 kujutatud korrapäraseid prismasid.



Korrapäraseks prismaks nimetatakse (püst)prismat, mille põhjaks on korrapärane hulknurk.

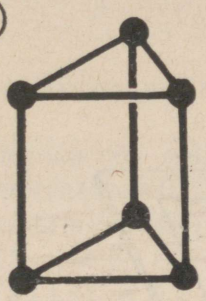
1718. Võrdle mingi korrapärase prisma servade pikkusi Mitmes suuruses on servi korrapärasel prismal?

1719. Korrapärase prisma külgtahud on võrdsed ristkülikud. Põhjenda seda. Mitmes suuruses on tahke korrapärasel prismal?

1720. Valmista endale traaditükkidest (puuvarrastest) korrapärase kolmnurkse prisma servmudel (joon. 161), ühendades traa-

did korkide või kartulitükkide abil. Kui palju kulub selleks traati, kui prisma põhiserva pikkuseks võtad 8 cm ja külgserva pikkuseks 15 cm?

161



1721. Korrapärase nelinurkse prisma põhiserv on a ja külgserv b. Avalda servade kogupikkus s ja arvuta see järgneva tabeli andmeil.

a	4 cm	8 cm	3,5 dm	4 m	0,5 m
b	6 cm	15 cm	2 dm	1 m	3 m

1722. Kui pikk on korrapärase viisnurkse prisma põhiserv, kui pikk külgserv, kui servade kogupikkus on 14,4 m ja põhiservade kogupikkus on 8,4 m?

1723. Kirjelda korrapärast prismat, millel on 12 serva ja kõik on võrdsed, 18 serva ja kõik on võrdsed.

1724. Missugust risttahukat võib nimetada korrapäraseks nelinurkseks prismaks?

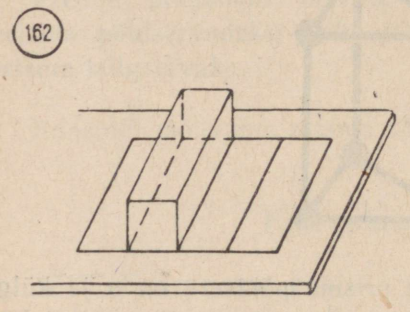
1725. Missugust korrapärast prismat nimetatakse kuubiks?

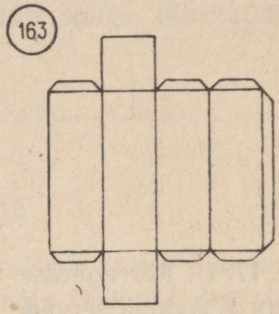
Korrapärase prisma pinnalaotus.

1726. Selleks, et paberist (kartongist) valmistada prisma mudelit, tuleb osata joonestada selle pinnalaotust.

Võta näiteks (puust) korrapärane nelinurkne prisma, paiguta see ühe külgtahuga paberilehele, joonesta sinna selle piirjoon,

pööra siis teine, kolmas, neljas külgtahk lehele ja joonesta nende piirjooned kõrvuti (joonis 162). Saad ühe suure ristküliku, mida nimetatakse prisma *külgpinna laotuseks*. Mis on selle aluseks, mis kõrguseks? Mitmest väiksemast ristkülikust ta koosneb?





Korrapärase prisma külgpinna laotus on ristkülik, mille alus on võrdne prisma põhja ümbermõõduga ja kõrgus on võrdne prisma kõrgusega.

1727. Joonesta eelmises ülesandes saadud külgpinna laotuse külge prisma põhjadega võrdsed ruudud (üks ühele, teine teisele poole). Saadud kujund on *prisma pinnalaotus*. Varusta see veel mudeli kinnikleepimiseks vajalike äärtega (joonis 163), lõika paberist välja ja valmista mudel.

1728. Joonesta paksemale paberilehele korrapärase nelinurkse prisma pinnalaotus, kui prisma põhiserv on 5 cm ja külgserv on 7 cm, varusta see kinnikleepimiseks vajalike äärtega ja tee sellest prisma mudel.

1729. Joonesta korrapärase kolmnurkse prisma pinnalaotus, kui prisma põhiserv on 3 cm ja külgserv on 2,5 cm.

1730. Korrapärase kaheksanurkse prisma põhiserv on 4,5 cm ja külgserv on 7 cm. Kirjelda selle prisma külgpinna laotust.

1731. Joonesta korrapärase kuusnurkse prisma pinnalaotus, kui prisma põhiserv on 2 cm ja kõrgus on 5 cm.

1732. Missugusel kahel korrapärasel kolmnurksel prismal on külgpinna laotuseks ristkülik mõõtmetega 12 cm ja 18 cm?

1733. Missugusel kahel korrapärasel nelinurksel prismal on külgpinna laotuseks ristkülik mõõtmetega 24 cm ja 32 cm?

1734. Missugusel kahel korrapärasel kuusnurksel prismal on külgpinna laotuseks ristkülik mõõtmetega 24 cm ja 36 cm?

Korrapärase prisma pindala.

1735. Selleks, et kalkuleerida, kui palju materjali kulub ühe või teise korrapärase prisma tahkmudeli, s. o. seest õõnsa mudeli valmistamiseks, on tarvis osata arvutada prisma pindala.

Prisma pindala ehk täispindala T koosneb külgtahkude pindalast ehk külgpindalast K ja kahe põhja pindalast 2P. Anna neid ühendav valem.

1736. Prisma külgpindala on sama, mis külgpinna laotuse pindala. Et korrapärase prisma külgpinna laotus on ristkülik, mille alus on võrdne prisma põhja ümbermõõduga ja kõrgus on võrdne prisma kõrgusega, siis

korrapärase prisma külgpindala on võrdne põhja ümbermõõdu ja kõrguse korrutisega.

Näiteks, kui korrapärase viisnurkse prisma põhiserv on 8 cm ja külgserv (kõrgus) on 15 cm, siis prisma põhja ümbermõõt on $5 \cdot 8 = 40$ cm ja külgpindala on $15 \cdot 40 = 600$ cm^2.

Kuidas saab külgpindala veel teisiti arvutada?

1737. Arvuta korrapärase n-nurkse prisma külgpindala järgmise tabeli andmeil, joonestades tabeli vihikusse ja täiendades seda ridadega põhja ümbermõõdu ja külgpindala märkimiseks.

Külgtahkude arv n	3	4	5	6	10	12
Põhiserv cm	8	5	9,4	8,5	32	25
Külgserv cm	15	6	12	20	4	18,5

1738. Korrapärase n-nurkse prisma põhiserv on a cm ja külgserv on b cm. Anna valem külgpindala K arvutamiseks.

1739. Korrapärase nelinurkse prisma põhiserv on a cm ja külgserv b cm. Anna valem täispindala T arvutamiseks.

1740. Korrapärase kolmnurkse prisma põhiserv on a cm ja külgserv b cm. Anna valem täispindala T arvutamiseks.

1741. Korrapärase kuusnurkse prisma põhiserv on a cm ja külgserv b cm. Anna valem täispindala T arvutamiseks.

1742. Arvuta korrapärase kuusnurkse prisma täispindala, kui külgserv on 1,3 m ja põhiserv on 3 dm.

1743. Arvuta korrapärase kuusnurkse prisma täispindala, kui põhiserv on 2 dm ja külgserv on 0,5 m.

1744. Arvuta korrapärase kaheksanurkse prisma täispindala, kui põhiserv ja külgserv on mõlemad 1 dm.

1745. Arvuta korrapärase viisnurkse prisma täispindala, kui põhiserv ja külgserv on mõlemad 18 cm.

Korrapärase prisma ruumala.

1746. Millega võrdub risttahuka ruumala, kolmnurkse prisma ruumala, rööptahuka ruumala?

1747. Anna korrapärase nelinurkse prisma ruumala valem, kui prisma põhiserv on a ja kõrgus (külgserv) on h, teades, et korrapärane nelinurkne prisma on risttahukas.

Arvuta selle prisma ruumala V järgmistel andmetel:

põhiserv a	8 cm	1 dm	2,4 dm	5 dm	3 m
kõrgus h	15 cm	3 dm	4,5 dm	1,5 m	5 cm

1748. Arvuta 1 m^2 suuruse raudplekist tahvli kaal, kui tahvli paksus on 3 mm (vt. erikaalude tabel raamatu lõpul).

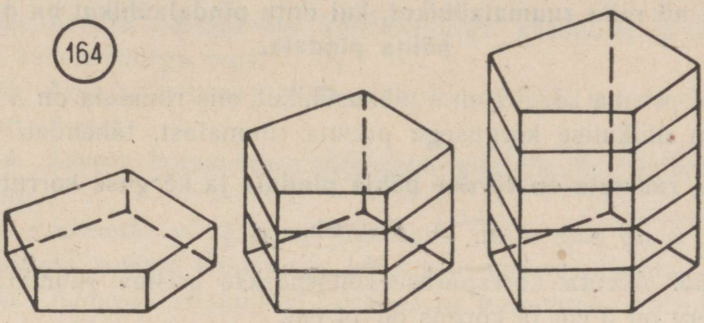
1749. Anna korrapärase kolmnurkse prisma ruumala valem, kui prisma põhiserv on a ja kõrgus h, kasutades korrapärase kolmnurga pindala valemit.

Arvuta selle prisma ruumala järgmistel andmetel:

põhiserv a	4 cm	2 dm	4,2 dm	1 m	10 m
kõrgus h	5 cm	1 dm	6 dm	1 m	20 cm

1750. Vaatle kolme korrapärast prismat, millel on võrdsed põhjad, näiteks võrdsed korrapärased viisnurgad. Olgu prismade kõrgused vastavalt 1 dm, 3 dm ja 5 dm (joonis 164).

164



Võrdle nende ruumalasid. Mitu korda on teise (kolmanda) prisma ruumala suurem esimese prisma ruumalast ja miks?

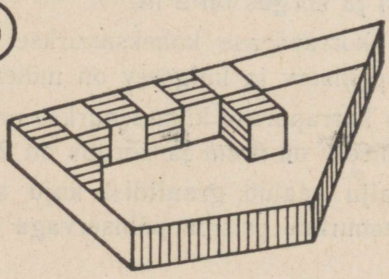
Kuidas muutub prisma ruumala, kui tema kõrgust suurendada mingi arv korda, põhi aga endiseks jätta (näiteks kui mitu ühesuguse põhjaga prismat üksteise otsa asetada)? Kuidas sõltub prisma ruumala tema kõrgusest?

1751. Leia joonisel 164 kujutatud prismade ruumalad, kui kõigi kolme prisma ruumalade summa on 148,5 dm^3.

1752. Kahe korrapärase kaheksanurkse prisma põhjad on võrdsed ja ühe prisma kõrgus on 1,2 m, teise prisma kõrgus 4,8 m. Leia nende ruumalade suhe.

1753. Kui prisma põhja pindala on näiteks 100 mm^2 ja kõrgus on 1 mm, siis prisma ruumala on 100 kuupmillimeetrit, sest prisma põhja saab kujutleda koosnevana 100 ruudukesest küljega 1 mm ja igale ruudukesele mahub parajasti üks kuubikene servaga 1 mm, seega kogu prisma koosneb siis 100 kuubikesest servaga 1 mm (joonis 165).

165



Kui suur on prisma ruumala, kui põhja pindala on 250 cm^2 ja kõrgus on 1 cm?

1754. Kui prisma kõrgus on üks pikkusühik, siis tema ruumala on nii mitu ruumalaühikut, kui mitu pindalaühikut on prisma põhja pindala.

Kui prisma kõrgus on h pikkusühikut, siis ruumala on h korda suurem ühikulise kõrgusega prisma ruumalast, tähendab

prisma ruumala on võrdne põhja pindala ja kõrguse korrutisega:

$$V = Ph.$$

1755. Arvuta korrapärase seitsenurkse prisma ruumala, kui põhiserv on 5 cm ja kõrgus on 14 cm.

Lahendus:

1. Kui suur on prisma põhja apoteem?

Tabelist leian, et korrapärase seitsenurga apoteemi ja külje suhe

$$m : a = 1{,}04;$$

seega

$$m = 104 \quad a = 1{,}04 \cdot 5 = 5{,}2 \text{ (cm)}.$$

2. Kui suur on prisma põhja pindala?

$$P = \frac{7a}{2} \cdot m = \frac{7 \cdot 5}{2} \cdot 5{,}2 = 35 \cdot 2{,}6 = 91{,}0 \text{ } (cm^2).$$

3. Kui suur on prisma ruumala?

$$V = Ph = 91 \cdot 14 = 1274 \approx 1270 \text{ } (cm^3).$$

Vastus: prisma ruumala on 1270 cm^3.

1756. Arvuta korrapärase viisnurkse prisma ruumala, kui põhiserv on 3 dm ja kõrgus on 2,5 dm.

1757. Arvuta korrapärase kuusnurkse prisma ruumala, kui põhiserv on 5 dm ja kõrgus on 2 m.

1758. Arvuta korrapärase kaheksanurkse prisma täispindala ja ruumala, kui põhiserv ja külgserv on mõlemad 1 dm.

1759. Arvuta korrapärase kümmenurkse prisma täispindala ja ruumala, kui põhiserv on 6 cm ja kõrgus on 2 dm.

1760. Kui palju kaalub graniidist kuju alus, mis on kujult korrapärane kuusnurkne prisma põhiservaga 8 dm ja kõrgusega 1,6 m?

1761. Arvuta korrapärase viisnurga kesknurk ja korrapärase viisnurga nurk.

1762. Arvuta korrapärase kaheksanurga kesknurk ja korrapärase kaheksanurga nurk.

1763 Arvuta korrapärase kuusnurga pindala, kui ta ümbermõõt on 12 m.

1764. Arvuta korrapärase viisnurga pindala, kui ümbermõõt on 10 m.

1765. Joonesta võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 4 cm ja tipunurk 50°, mõõda kolmnurga kõrgus ja arvuta pindala.

1766. Joonesta täisnurkne võrdhaarne kolmnurk, mille hüpotenuus on 6,4 cm, ja arvuta kahel viisil tema pindala, mõõtes selleks tarvilikud pikkused jooniselt. Miks tulemused on erinevad?

1767. Anna valem korrapärase hulknurga pindala arvutamiseks tema külje a ja apoteemi m järgi, kui hulknurga külgede arv

$$n = 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10.$$

1768. Arvuta:

a) $1\frac{1}{2} \cdot 24 - 15 : \frac{3}{4}$

b) $18{,}4 - 12 : 1\frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{9} \cdot 45 + 26 \cdot 0{,}4$

d) $228 : \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \cdot 640$

e) $17{,}2 \cdot \frac{3}{4} - 9 : 1\frac{1}{2}$

f) $1\frac{1}{2} : 0{,}8 + 4\frac{2}{3} : 7$

1769. Raamatu mõõtmed on 14 cm, 20 cm ja 2 cm. Arvuta tema ruumala. Mitu kuupmeetrit laoruumi on vaja selle raamatu kogutiraaži paigutamiseks, kui teda on trükitud 25 000 eksemplari?

1770. Arvuta käesoleva raamatu ruumala, leides selleks tarvilikud suurused mõõtmise teel. Kui palju neid raamatuid mahuks ühte kuupmeetrisse ja kui palju klassiruumi?

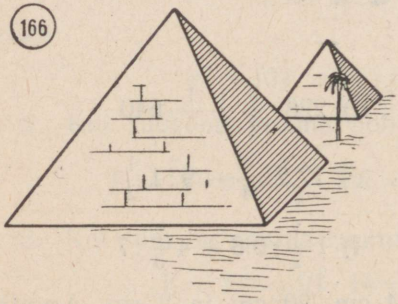
10. KORRAPÄRASED PÜRAMIIDID.

Püramiid.

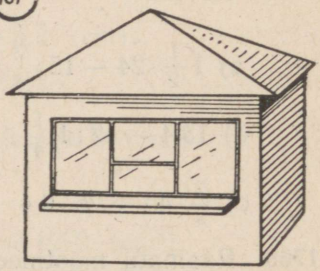
1771. Ajaloost on teada, et Egiptuse kuningate — vaaraode matusepaikadeks olid suured kaljutükkidest laotud ehitused, mida nimetati püramiidideks (joonis 166). Püramiide esineb ka tänapäeva ehituste juures (joonis 167).

Kus oled näinud püramiidi?

166

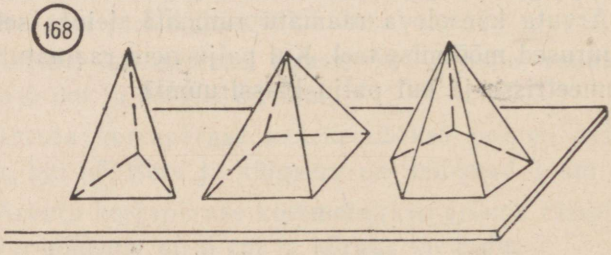


167



1772. Püramiide on mitut liiki (joonis 168).

168



Nende liigitamiseks vaatle esmalt püramiidi tahke. Tema üks tahk — põhi — on kolmnurk, nelinurk või viisnurk jne., üldiselt hulknurk, kuna teised tahud on ühise tipuga kolmnurgad.

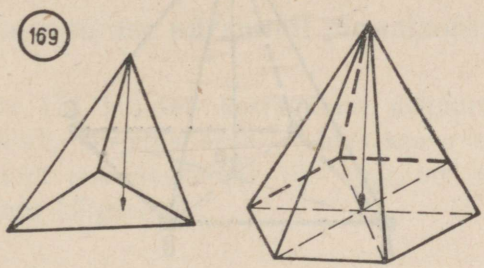
Kolmnurkseid tahke nimetatakse *külgtahkudeks* ja nende ühist tippu — *püramiidi tipuks*.

Püramiidi nimetatakse tema põhja kuju järgi *kolmnurkseks*, *nelinurkseks* jne.

Nimeta joonisel 168 kujutatud püramiide ja määra igaühe tahkude kuju ja arv, servade ja tippude arv.

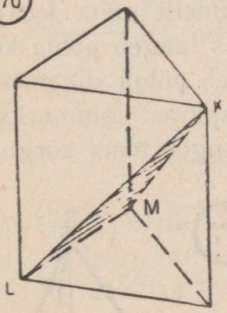
1773. Aseta püramiid põhjaga rõhtsale pinnale ja määra püstloe abil püramiidi kõrgus, s. o. püramiidi tipust põhjale tõmmatud ristlõik. Kuhu langeb joonisel 169 paremal kujutatud püramiidi kõrgus?

169



1774. Valmista näiteks kaalikast kolmnurkne prisma ja lõika see läbi mööda kahe külgtahu diagonaale, millel on ühine otspunkt (lõige *KLM* joonisel 170). Miskujulised on saadud kehad?

170



Korrapärane püramiid.

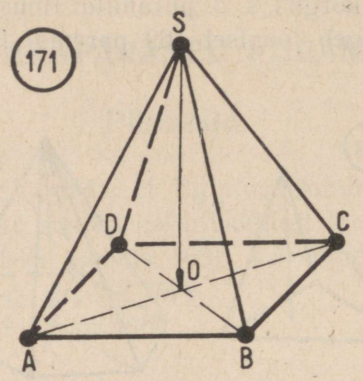
1775. Püramiidi nimetatakse korrapäraseks, kui tema põhjaks on korrapärane hulknurk ja tema külgservad on võrdsed.

Missugused on korrapärase püramiidi külgtahud?

Kumb joonisel 169 kujutatud püramiididest võiks olla korrapärane? Anna tema täielik nimetus.

1776. Egiptuse püramiidid on korrapärased nelinurksed püramiidid. Kirjelda sellise püramiidi tahke (joonis 171).

Mitmes suuruses on tal servi? Avalda servade kogupikkus s, kui põhiserv on a cm ja külgserv b cm. Arvuta s, kui $a = 15{,}4$ ja $b = 21{,}6$.

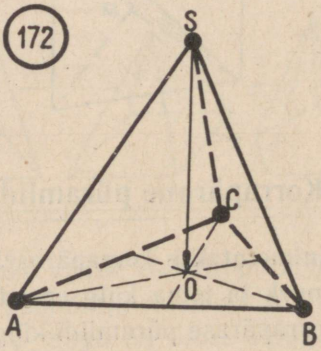


1777. Valmista endale traadist korrapärase nelinurkse püramiidi mudel, ühendades traaditükid korkide või kartulitükkide abil. Kui palju vähemalt kulub selleks traati, kui põhiserva pikkuseks võtad 8 cm ja külgserva pikkuseks 12 cm?

Mudeli tugevdamiseks varusta see ka põhja diagonaalidega.

1778. Kasutades mudelit näita loe abil, et korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus langeb põhja keskpunkti. Kuidas kõrgus SO (joonis 171) asetseb põhja diagonaalide AC ja BD suhtes?

1779. Kirjelda korrapärast kolmnurkset püramiidi (joonis 172). Missugusesse punkti langeb tema kõrgus SO?



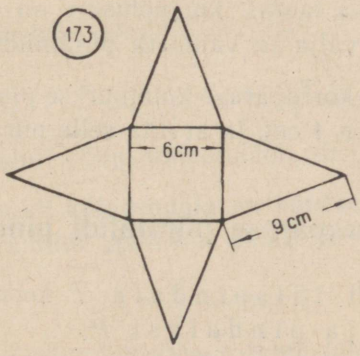
1780. Egiptuse suurima püramiidi põhiserv on 233 m. Kui suur on ta põhja ümbermõõt?

1781. Korrapärase püramiidi põhja ümbermõõt on 333,6 cm ja põhiserv on 27,8 cm. Mitu tahku on sellel püramiidil?

1782. Kui palju traati kulub korrapärase kuusnurkse püramiidi servmudeli valmistamiseks, kui põhiserva pikkuseks võtta 12 cm ja külgserva pikkuseks 24 cm?

Korrapärase püramiidi pinnalaotus.

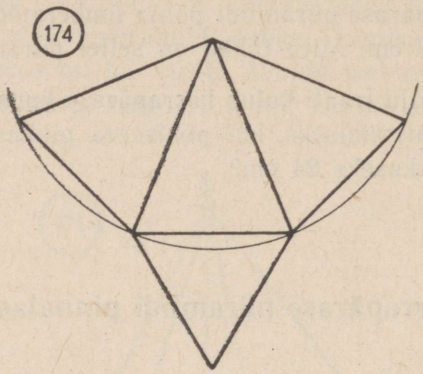
1783. Joonis 173 kujutab korrapärase nelinurkse püramiidi p i n n a l a o t u s t. Kirjelda seda. Kuidas saaks kujutleda selle saamist püramiidi pabermudelist? Kui suur on selle püramiidi põhiserv, kui suur külgserv?



1784. Joonesta paksemale paberile korrapärase nelinurkse püramiidi pinnalaotus, kui põhiserv on 6 cm ja külgserv 8 cm, varusta see kokkukleepimiseks tarvilike äärtega, lõika ta välja ja valmista mudel.

1785. Lõigates korrapärase kolmnurkse püramiidi mudeli mööda üht külgserva ja kaht põhiserva lahti ja pöörates tema kõik tahud ühele tasapinnale, võib saada joonisel 174 kujutatud pinnalaotuse. Joonesta selline pinnalaotus eeldusel, et püramiidi külgserv on 5 cm ja põhiserv on 3,5 cm.

N ä p u n ä i d e: joonesta esmalt ringjoon, mille raadius on võrdne püramiidi külgservaga.



1786. Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhiserv on 3,5 cm ja külgserv on 7 cm. Joonesta selle pinnalaotus kahel kujul: joonise 173 eeskujul ja joonise 174 eeskujul.

1787. Joonesta paksemale paberilehele korrapärase viisnurkse püramiidi külgpinna laotus, kui põhiserv on 4,5 cm ja külgserv on 8 cm, lõika ta välja ja valmista püramiidi külgpinna mudel.

1788. Joonesta korrapärase kolmnurkse püramiidi pinnalaotus, kui tema iga serv on 4 cm, ja arvuta selle püramiidi külgpindala.

Korrapärase püramiidi pindala.

1789. Püramiidi t ä i s p i n d a l a T koosneb k ü l g p i n d a l a s t K ja p õ h j a p i n d a l a s t P:

$$T = K + P.$$

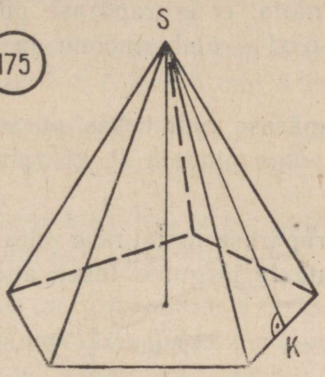
Et korrapärase püramiidi põhjaks on korrapärane hulknurk, siis

korrapärase püramiidi põhja pindala on võrdne põhja ümbermõõdu ja apoteemi poole korrutisega.

1790. Püramiidi külgpindalaks on tema külgtahkude pindalade summa ehk külgpinna laotuse pindala. Korrapärasel püramiidil on kõik külgtahud võrdsed, tähendab, külgpindala on võrdne

ühe külgtahu pindala ja külgtahkude arvu korrutisega. Ühe külgtahu pindala saamiseks tuleb leida selle kõrgus. See kõrgus tõmmatakse ikka püramiidi tipust (*SK* joonisel 175).

175



Korrapärase püramiidi külgtahu kõrgust, mis on tõmmatud püramiidi tipust, nimetatakse püramiidi apoteemiks.

Tähistame püramiidi põhiserva tähega a ja püramiidi apoteemi tähega m; siis

ühe külgtahu pindala on $\frac{am}{2}$

n „ „ „ $n \cdot \frac{am}{2} = \frac{1}{2} na \cdot m.$

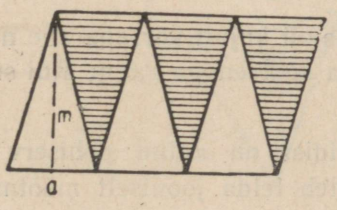
Et na on püramiidi põhja ümbermõõt, siis

korrapärase püramiidi külgpindala on võrdne põhja ümbermõõdu ja püramiidi apoteemi poole korrutisega:

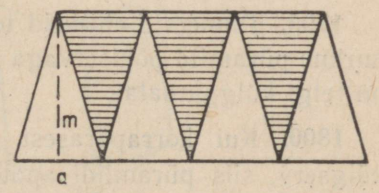
$$K = \frac{1}{2} na \cdot m.$$

1791. Kui püramiidi külgtahud lahti lõigata ja tasapinnale üksteise kõrvale laduda, siis võib saada kas rööpküliku (joonis

176



177



176) või trapetsi (joonis 177). Millal saab ühe, millal teise? Kuidas nii ühest kui ka teisest saaks ristküliku ja mis on selle ristkülíku aluseks?

Lähtudes sellest näita, et korrapärase püramiidi külgpindala on võrdne põhja poole ümbermõõdu ja püramiidi apoteemi korrutisega.

1792. Olgu korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv a ja apoteem m. Avalda põhja pindala P, külgpindala K ja täispindala T.

1793. Arvuta korrapärase nelinurkse püramiidi põhja pindala, külgpindala ja täispindala järgmise tabeli andmeil.

Põhiserv	4 cm	1,8 dm	6,2 dm	8 m
Apoteem	3,5 cm	2 dm	4,4 dm	6,5 m

1794. Arvuta mingi püramiidi mudeli pindala, mõõtes selleks tarvilikud suurused mudelilt.

1795. Olgu korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv a ja apoteem m. Avalda põhja pindala, külgpindala ja täispindala.

1796. Arvuta korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja pindala, külgpindala ja täispindala järgmise tabeli andmeil.

Põhiserv	8 cm	5 dm	10 dm	3 m
Apoteem	6 cm	3,2 dm	8 dm	18 dm

1797. Kolmnurkse püramiidi iga serv on a. Avalda täispindala.

1798. Kui palju kulub plekki korrapärase kuusnurkse püramiidi külgpinna mudeli valmistamiseks, kui mudeli põhiservaks võtta 6 cm ja apoteemiks 12 cm?

1799. Pioneerid ehitasid telgi, mis oli kujult korrapärane nelinurkne püramiid põhiservaga 2,8 m ja apoteemiga 2,6 m. Kui suur on telgi külgpindala?

1800. Kui korrapärasest püramiidist on antud põhiserv ja külgserv, siis püramiidi apoteem tuleb leida jooniselt mõõtmise

teel. Selleks joonesta külgtahuks olev võrdhaarne kolmnurk aluse (põhiserva) ja haara (külgserva) põhjal ning mõõda selle kõrgus.

Leia püramiidi apoteem, kui

põhiserv $a = 6$ cm; 4 cm; 5 cm;
külgserv $b = 5$ cm; 6 cm; 4 cm.

1801. Korrapärase viisnurkse püramiidi põhiserv on 6 cm ja külgserv on 2 cm. Leia püramiidi külgpindala.

1802. Leia korrapärase kolmnurkse püramiidi täispindala, kui põhiserv on 8 cm ja külgserv on 5 cm.

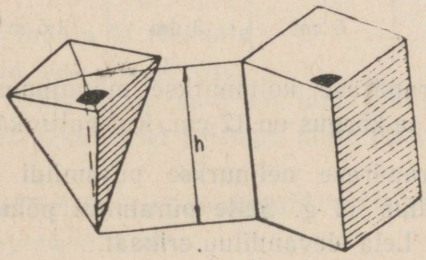
1803. Paviljoni katus on korrapärase kaheksanurkse püramiidi külgpinna kujuline. Katuseräästa pikkus on igast küljest 2,5 m ja katuse kõrgeima punkti kaugus räästast on 3,2 m. Kui kalliks läheb katuse katmine plekiga, kui katusepleki ruutmeeter maksab 12 rbl. ja ühe ruutmeetri katmine maksab 0,51 rbl.?

1804. Kui palju pilpaid kulub maja katuse tegemiseks, kui see on nelinurkse püramiidi külgpinna kujuline, kusjuures räästa pikkus on igast küljest 12,5 m, katuse kõrgeima punkti kaugus räästast on 7,2 m ja 1 m^2 katmiseks kulub 34 pilbast?

Korrapärase püramiidi ruumala.

1805. Võrdle püramiidi ruumala niisama suure põhjaga ja niisama kõrge prisma ruumalaga. Selleks võta nende kehade õõnsad mudelid, tee kummagi mudeli põhja auk (joonis 178) ja proovi peene liivaga, mitu püramiidi täit liiva mahub prismasse. Enne mõõtmist arva, mitu korda võiks prisma ruumala olla suurem püramiidi ruumalast.

178



1806. Korda eelmises ülesades kirjeldatud katset mingi teisekujulise püramiidi ja prismaga. Kas tulemus on endine?

1807. Lõika suuremast kaalikast või kartulist mingi prisma ja püramiid, mille põhjad on võrdsed ja kõrgused on võrdsed, kaalu need ja leia, mitu korda on üks teisest raskem. Mis sellest järeldub nende ruumala kohta?

1808. Prisma ruumala on võrdne põhja pindala ja kõrguse korrutisega. Et püramiidi ruumala on kolm korda väiksem niisama suure põhja ja kõrgusega prisma ruumalast, siis

püramiidi ruumala on üks kolmandik põhja pindala ja kõrguse korrutisest:

$$V = \frac{1}{3} \cdot Ph.$$

1809. Arvuta korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala järgmise tabeli andmeil.

Põhiserv a	8 cm	4,6 cm	18 dm	3 m
Kõrgus h	15 cm	5,4 cm	4 dm	8 dm

1810. Kui palju kaalub tammepuust korrapärane nelinurkne püramiid, mille põhiserv on 18 cm ja kõrgus 25 cm?

1811. Kui palju kaalub korgist korrapärane nelinurkne püramiid, mille põhiserv on 8 dm ja kõrgus on 1,4 m?

1812. Arvuta korrapärase kolmnurkse püramiidi ruumala järgmise tabeli andmeil.

Põhiserv	6 cm	4,2 dm	1 m	$4\frac{1}{5}$ m
Kõrgus	5 cm	3 dm	1,5 m	2 m

1813. Korrapärase kolmnurkse männipuust püramiidi põhiserv on 22 cm ja kõrgus on 17 cm. Kui palju kaalub see püramiid?

1814. Korrapärase nelinurkse püramiidi kujuline tükk elevandiluud kaalub 14 g. Selle püramiidi põhiserv on 2,5 cm ja kõrgus 3,6 cm. Leia elevandiluu erikaal.

1815. Kui kõrge peab olema vasest püramiid, et ta kaaluks 217 g, kui püramiidi põhja pindala on 18,5 cm^2?

1816. Kuidas muutub püramiidi ruumala, kui tema põhja pindala ei muutu, kuid kõrgus suureneb 3 korda, 12 korda, 15 korda?

1817. Anna valem püramiidi ruumala arvutamiseks, kui püramiidi kõrgus on h ja põhja pindala on 36 cm^2; 21 dm^2; 1,5 m^2.

Mis liiki sõltuvusi need valemid väljendavad?

1818. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 6 cm. Anna valem ruumala arvutamiseks, kui püramiidi kõrgus on h. Mis liiki on ruumala sõltuvus kõrgusest?

1819. Egiptuse suurima püramiidi (Cheopsi püramiidi) põhiserv on 233 m ja kõrgus oli esialgu 147 m (nüüd 137 m). Mitu tonni kivi on tarvitatud selle ehitamiseks, kui kambrid ja käigud moodustavad õige väikese osa ruumalast ja kui kivi erikaal on 2,6?

1820. NSV Liidu 1957. a. kivisöetoodangust saaks moodustada korrapärase nelinurkse püramiidi, mille põhiserv on 1 km ja kõrgus 924 m. Mitu tonni oli NSV Liidu 1957. a. kivisöetoodang, kui 1 m^3 kivisütt kaalub 1,5 t?

KORDAMISEKS.

1821. Arvuta pindala

a) ristkülikul, mille pikkus on 5,8 dm ja laius 2,5 dm;

b) rööpkülikul, mille alus on 24 m ja kõrgus 16 m;

c) ruudul, mille külg on 8,4 cm;

d) trapetsil, mille alused on 3,6 dm ja 1,4 dm ning kõrgus on 4,8 dm;

e) kolmnurgal, mille alus on 1,4 m ja kõrgus 1,6 m;

f) täisnurksel kolmnurgal, mille kaatetid on 48 m ja 65 m;

g) võrdkülgsel kolmnurgal, mille külg on 15 cm;

h) korrapärasel kuusnurgal, mille külg on 10 cm.

1822. Arvuta pindala ja ruumala

a) kuubil, mille serv on 15 cm;

b) risttahukal, mille pikkus on 5 dm, laius 3 dm ja kõrgus 2 dm;

c) korrapärasel nelinurksel prismal, mille põhiserv on 6 cm ja külgserv 10 cm;

d) korrapärasel nelinurksel püramiidil, mille põhiserv on 6 cm, kõrgus 4 cm ja apoteem 5 cm.

1823. a) Igaüks neljast puust saeti neljaks osaks ja iga osa lõhuti neljaks haluks. Mitu halgu saadi?

b) Igaüks n puust saeti n osaks ja iga osa lõhuti n haluks. Mitu halgu saadi?

1824. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 64°. Tema alus on pikendatud üle mõlema otspunkti. Arvuta nii tekkinud nurkade suurus.

1825. Nurga suurus on 82°. Selle tipust on joonestatud kiir, mis jaotab nurga kaheks osaks nii, et üks on teisest 12° võrra suurem. Kui suur on kumbki osa?

1826. Missuguste suuruste arvutamise eeskirju väljendavad järgmised valemid:

a) $S = a \cdot b$ b) $S = \frac{1}{2} a \cdot h$ c) $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

d) $V = \frac{1}{3} P \cdot h$ e) $V = a^2 \cdot h$ f) $K = 5a \cdot b$

g) $K = \frac{na}{2} \cdot m$ h) $T = K + 2P$ i) $S = p \cdot m$

1827. Arvuta kolmnurga kõrgus, kui tema alus on $12\frac{1}{3}$ m ja pindala 37 m².

1828. Kraavi sügavus on $\frac{3}{4}$ m, laius põhjast 2 dm ja pealt 1,2 m. Mitu kuupmeetrit mulda on tema kaevamisel välja võetud, kui kraavi pikkus on 150 meetrit.

1829. Korrapärase viisnurkse prisma külgpindala on 263,5 cm² ja kõrgus 17 cm. Kui pikk on prisma põhiserv?

1830. Arvuta: a) $\left(4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} + 12\frac{1}{4} \cdot \left(5\frac{2}{3} - 4\frac{3}{4}\right)$

b) $\left(15\frac{4}{9} - 12\frac{5}{6}\right) \cdot 4\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$

c) $12 + 8 : 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$

11. RATSIONAALARVUD.

Suuruste kahesuunaline mõõtmine.



Mis ilm on täna?

Tallinna Ilmajaama teatel on 27. märtsil vabariigis oodata oluliste sademeteta, selginemistega pilves ilma. Hommikul udu. Puhub nõrk kuni mõõdukas kagutuul. Temperatuur hommikul —7 kuni —12, päeval —3 kuni +1 kraadi.

1831. Temperatuuri mõõdetakse nullpunktist, s. o. jää sulamise temperatuurist, kahes vastandsuunas, nimelt nullpunktist ülespoole (näiteks 12° sooja) ja nullpunktist allapoole (näiteks 12° külma). Selleks, et nii saadavaid temperatuure väljendada ainult arvude abil (ilma lisasõnadeta «sooja» või «külma»), on kokku lepitud jätta temperatuuri puhul üle nulli sõna «sooja» lihtsalt ära, kuid temperatuuri puhul alla nulli kirjutada sõna «külma» asemele kraadide arvu ette märk «—» (miinus). Niisiis:

5° sooja, 10° sooja, 20° sooja on lihtsalt 5°, 10°, 20°;
5° külma, 10° külma, 20° külma on —5°, —10°, —20°.

Temperatuuri puhul üle nulli kirjutatakse mõnikord rõhutamise mõttes kraadide arvu ette ka märk «+» («pluss»), kuid see pole tarvilik.

Mida tähendab temperatuur —12°, —1°, +1°, 3°, —3°, 25°?

1832. Maapinna kõrgusi loetakse merepinnast kahes vastandsuunas: kõrgused üle merepinna ja kõrgused alla merepinda. See-

juures kõrgust üle merepinna tähistatakse märgita arvuga või arvuga, mis on varustatud märgiga «+», ja kõrgust alla merepinda arvuga, mis on varustatud märgiga «—».

Selgita järgmiste lausete tähendust:

Suure Munamäe kõrgus on 317 meetrit;

Kaspia mere veepinna kõrgus on —28 meetrit;

Elbruse mäe kõrgus on 5633 meetrit;

Surnumere veepinna kõrgus on —392 meetrit;

Laadoga järve veepinna kõrgus on +4 meetrit.

Kui palju on Elbruse tipp kõrgemal Surnumere pinnast? Kumb on madalamal ja kui palju, kas Kaspia mere pind või Laadoga järve pind?

1833. Kehra raudteejaamast, mis asub Tallinna ja Tapa vahel, saab kaugusi mööda raudteed mõõta kahes vastandsuunas, nimelt Tallinna poole ja Tapa poole. Märgime kaugusi. Tallinna poole märgiga «+» ja kaugusi Tapa poole märgiga «—».

Mida tähendab siis lause: rong asub Kehra jaamast kaugusel —18 km, + 10 km, —5 km, 0 km, +3 km, —1 km?

Kuidas lühidalt märkida, et rong asub Kehra jaamast 30 km Tallinna pool, 15 km Tapa pool, 17 km Tapa pool, 4 km Tallinna pool?

1834. Nimeta, mis on nullpunktiks ja mis mõõtmise suundadeks järgmiste suuruste mõõtmise puhul:

a) koha geograafiline laius;

b) koha geograafiline pikkus;

c) Tallinna ja Narva vahel asetseva rongi kaugus Rakvere jaamast.

1835. Kui suurust saab mõõta kahes vastandsuunas, siis üht neist suundadest nimetatakse positiivseks ja teist negatiivseks. Positiivses suunas mõõtes saadakse positiivsed mõõtarvud, nagu 1, 5, 7, $8\frac{3}{4}$ jne. Neid võib märkida ka märgiga «+»: +1; +5; +7; $+8\frac{3}{4}$ jne. Negatiivses suunas mõõtes saadakse negatiivsed mõõtarvud, nagu —1, —5, —7, $-8\frac{3}{4}$ jne. Mõõtmise nullpunktile vastav arv 0 ei ole positiivne ega negatiivne.

Leia näiteid suurustest, mida saab mõõta kahes vastandsuunas; mida saab mõõta ainult ühes suunas.

1836. Kuidas positiivseid ja negatiivseid arve saab kasutada võidu ja kaotuse, sissetuleku ja väljamineku, puudujäägi ja ülejäägi märkimiseks?

Leia veel selliseid näiteid.

1837. Tallinnast on mööda Leningradi maanteed Jõelähtmesse 24 km, Kuusalusse 38 km, Viitnale 75 km ja Haljalasse 90 km. Võttes kauguste mõõtmise nullpunktiks Kuusalu ja positiivseks suunaks suuna Haljala poole, anna nimetatud kohtade kaugused Kuusalust positiivsete ja negatiivsete arvudena.

1838. Algkooli I klassis on 39 õpilast, II klassis 36 õpilast, III klassis 41 õpilast ja IV klassis 32 õpilast. Arvuta klassi keskmine õpilaste arv ja iga klassi õpilaste arvu erinevus sellest keskmisest, märkides erinevused üle keskmise positiivse arvuga ja erinevused alla keskmist — negatiivse arvuga.

1839. Järgnevas tabelis on antud seitsmeklassilise kooli õpilaste arv klasside kaupa. Arvuta klassi keskmine õpilaste arv ja iga klassi õpilaste arvu erinevus keskmisest, märkides erinevusi nagu ülesandes 1838.

Klass	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku	Keskmine
Õpilaste arv klassis	36	41	38	37	32	34	35		
Klassi õpilaste arvu erinevus keskmisest									

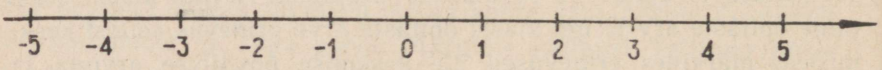
Kui klassi keskmine õpilaste arv on murruline, siis ümarda see ühtedeni.

1840. Positiivseid ja negatiivseid arve koos arvuga 0 nimetatakse r a t s i o n a a l a r v u d e k s. Edaspidi mõistame arvude all ikka ratsionaalarve. Ka tähed *a*, *b*, *c* jne. tähendavad edaspidi ratsionaalarve, kui pole öeldud teisiti.

Arvude geomeetriline kujutamine.

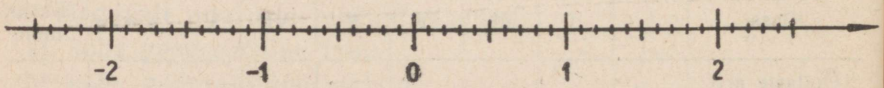
1841. Ratsionaalarvude geomeetriliseks kujutamiseks kasutatakse arvtelge ehk arvastmikku (joonis 179), millel arve kujutatakse lõikudena, mis algavad nullpunktist ja suunduvad ühele või teisele poole. Leia joonisel 179 kujutatud arvtelje nullpunkt, positiivne suund (joonisel märgitud noolega), negatiivne suund. Joonisel on ühikuks võetud lõik pikkusega 1 cm. Kui pika lõiguna ja nullpunktist kummale poole mineva lõiguna tuleb kujutada arvu -4; $+3$; $+5$; $-1{,}5$; $-7{,}8$; $+0{,}1$; $1{,}7$?

179



1842. Leia joonisel 180 antud arvteljelt lõik, mis kujutab arvu $1{,}5$; -2; $-1{,}7$; $+2{,}6$; $-0{,}8$; $+0{,}55$; $-1{,}25$; $+1\frac{1}{3}$; $2\frac{3}{4}$.

180



1843. Et arve kujutavad lõigud algavad arvteljel kõik ühest ja samast punktist, siis arvu kujutise saamiseks piisab, kui näidata arvu kujutava lõigu lõpp-punkt. Selle tõttu öeldakse ka, et arvud on arvteljel kujutatud punktidena, näiteks arvu -3 kujutab punkt, mis asetseb arvteljel nullpunktist 3 ühiku võrra vasakul.

Leia jooniselt 180 punktid, mis kujutavad arve -2; $2{,}4$; $-0{,}3$; 0; $1{,}25$; $-2{,}8$; $1{,}4$; $-1{,}75$.

Missugust arvu ei ole võimalik kujutada lõiguna?

Iga ratsionaalarv on arvteljel kujutatav ainult ühe punktina.

1844. Joonesta arvtelg, mille ühikuks on 2 cm, ja märgi sellel järgmised arvud: 1; $2\frac{1}{2}$; $-1{,}5$; $-0{,}7$; $-3\frac{1}{4}$; $+3{,}5$.

1845. Joonesta arvtelg risti kirja reaga, võttes 100 m kujutiseks 1 cm, ja märgi sellel punktid (nii täpselt, nagu saad), mis vastavad järgmistele kõrgustele:

Suur Munamägi	317 m;
Surnumeri	—392 m;
Neeruti mäed	+125 m;
Balti mere sügavaim koht	—459 m.

1846. Joonesta ajatelg, s. o. arvtelg, millel kujutad aega, võttes nullpunktiks meie ajaarvamise alguse ja kujutades üht sajandit lõiguna 1 cm. Kujuta sellel teljel (nii täpselt, nagu saad) järgmiste sündmuste toimumise aeg:

a) Maratoni lahing	490 e. m. a.
b) Kreeka vallutamine	146 e. m. a.
c) Spartakuse ülestõus	74 e. m. a.
d) Rooma vallutamine gootide poolt .	410 m. a. j.
e) Rooma riigi lõplik häving . . .	476 m. a. j.

Telg aseta risti kirja reaga ja kirjuta sündmuse nimetus telje vastava punkti juurde.

1847. Kujuta arvteljel järgmiste linnade geograafilised laiused (+ tähistab põhjalaiust, — lõunalaiust):

Moskva	+56°
Melbourn	—38°
Rooma	+42°
Kaplinn	—34°
Panama	+9°
Tallinn	+59°
Bandung	—7°

Telg aseta kirja reaga risti ja kirjuta linna nimi telje vastava punkti juurde.

Missugune neist linnadest on kõige lõunapoolsem, missugune kõige põhjapoolsem, missugune on kõige lähemal ekvaatorile?

1848. Nullpunkt jaotab arvtelje kaheks kiireks. Missuguseid arve kujutavad neist ühe kiire punktid, missuguseid teise kiire punktid?

Arvu absoluutväärtus.

1849. Kaht arvu, mis erinevad teineteisest ainult märgilt, nimetatakse vastandarvudeks. Nulli vastandarvuks on ta ise. Näiteks on vastandarvud +7 ja —7, samuti ka 5 ja —5. Arvu *a*

vastandarv on $-a$, näiteks arvu $a = +9$ vastandarv $-a = -9$ ja arvu $a = -4$ vastandarv $-a = 4$.

Nimeta järgmiste arvude vastandarvud:
-8; 12; $+4{,}35$; $-1{,}4$; -100; $+0{,}5$.

1850. Kuidas asetsevad arvteljel nullpunkti suhtes kaks punkti, mis kujutavad vastandarve, näiteks arve -4 ja $+4$? Mis on ühist neil kahel punktil?

1851. Arvu kujutava lõigu pikkust (telje ühikuis) nimetatakse selle arvu absoluutväärtuseks. Et lõigu pikkus on positiivne arv, siis ka ratsionaalarvu absoluutväärtus on positiivne arv (või äärmisel juhtumil null). Näiteks arvu -4 kujutava lõigu pikkus on 4 (telje ühikut), seega -4 absoluutväärtus on 4. Niisamuti on arvu $+4$ ehk 4 absoluutväärtus 4. Sellest selgub, et

1) **negatiivse arvu absoluutväärtuseks on tema vastandarv.** Näiteks -3 absoluutväärtuseks on 3;

2) **positiivse arvu absoluutväärtuseks on arv ise;**

3) **nulli absoluutväärtuseks on null ise.**

Arvu a absoluutväärtust tähistatakse sümboliga $|a|$, näiteks

$$|-3| = 3; \quad |+7| = 7; \quad |0| = 0.$$

1852. Kirjuta järgmiste arvude absoluutväärtused: -17; $-4{,}8$; 15; -257; 0; $+108{,}5$; $-\frac{3}{4}$; $2\frac{7}{8}$; $-0{,}09$.

1853. Mis on igal kahel vastandarvul võrdsed ja mille poolest nad erinevad?

1854. Nimeta arvud, millede absoluutväärtused on 3; 8; 15; 18; 5; 81. Kui kaugel asetsevad teineteisest arvteljel iga nimetatud arvupaarile vastavad punktid?

1855. Arvu ja tema absoluutväärtust kujutavad punktid on arvteljel teineteisest 13 ühiku kaugusel. Mis arv see on?

1856. Leia x, kui

a) $|x| = 10$, kuid $x \neq 10$;
b) $2 \cdot |x| = 15$ ja x on positiivne;
c) $3 \cdot |x| = 42$ ja x on negatiivne.

1857. Kirjuta arvu a vastandarv $-a$ ja absoluutväärtus $|a|$, kui

$a = 12$; -5; -120; 0; $+34$; -42; -1; $+24{,}7$; $-5{,}45$.

Näidis: kui $a = -8$, siis $-a = 8$ ja $|a| = |-8| = 8$.

1858. Kui a on positiivne arv, mis liiki arv on siis $-a$ ja mis liiki arv on $|a|$?

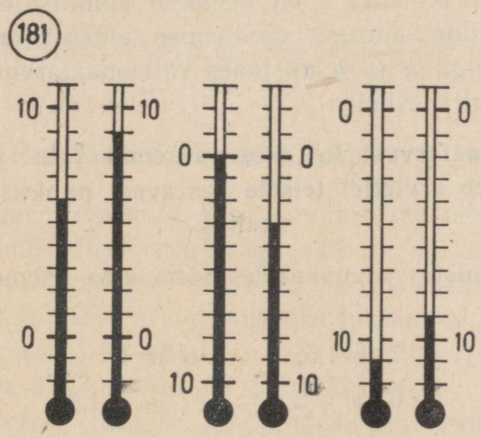
Kui a on negatiivne arv, mis liiki arv on siis $-a$ ja mis liiki arv on $|a|$?

Kui a on null, mis liiki arv on siis $-a$ ja mis liiki arv on $|a|$?

1859. Leia arvu -9 ($+6$; -1; 0) vastandarvu absoluutväärtus ja sama arvu absoluutväärtuse vastandarv.

Arvude järjestus suuruse järgi.

1860. Võrdle kahe kõrvutiseisva termomeetri näite ja otsusta, kumb neist temperatuuridest on kõrgem ehk kumma termomeetri näit on suurem. Tulemused anna märkide «$>$» ja «$<$» abil, näiteks $17° > 13°$.



1861. Tabelis antud kuupäevadel näitas termomeeter kell 12 järgmist:

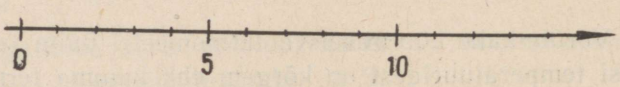
Kuupäev	1. III	2. III	3. III	4. III	5. III	6. III	7. III	8. III	9. III
Temperat. C°	-3	-4	0	-1	$+2$	$+3$	0	-2	$+1$

Kirjelda (suuliselt) temperatuuri muutumist antud ajavahemikus, kasutades seejuures arvtelge. Alusta järgmiselt, näidates ühtlasi temperatuure arvteljel: 1. III oli temperatuur —3°. Ööpäeva vältel temperatuur langes 1° võrra ja oli 2. III —4°. Järgmise ööpäeva vältel . . .»

Kirjuta temperatuurid kasvavas järjekorras, alustades kõige madalama temperatuuriga.

1862. Kahest positiivsest arvust a ja b on *suurem* see, millele vastav punkt on arvteljel teisele vastavast punktist paremal ehk *positiivses* suunas (joonis 182), näiteks $10 > 7$ ja punkt 10 on arvteljel punktist 7 paremal;

182



$8 > 3$ japunkt 8 on arvteljel punktist 3 paremal;

$7 > 6$ a punkt 7 on arvteljel punktist 6 paremal.

Sellest arvude suuruse võrdlemise alusest on sobiv kinni pidada alati, olgu a ja b mistahes ratsionaalarvud (positiivsed, negatiivsed, null). Niisiis:

kahest ratsionaalarvust loetakse suuremaks see, millele vastav punkt asetseb arvteljel teisele vastavast punktist positiivses suunas.

Aseta järgmistes arvupaarides sõna «ja» asemele märk «$>$» või «$<$»:

6 ja —16;	7 ja 1,5;	5 ja 0	75 ja —75
—2 ja 2;	0 ja —2;	—7 ja —1,5;	—7 ja —11;
$-\frac{2}{5}$ ja $-\frac{2}{3}$;	—0,1 ja 0,01;	—1,1 ja —0,9;	$-1\frac{2}{3}$ ja $-1\frac{3}{4}$

1863. Eelmises ülesandes antud arvude võrdlemise tulemusena saame järgmise reegli.

Iga negatiivne arv on väiksem igast positiivsest arvust; null on suurem igast negatiivsest arvust ja väiksem igast positiivsest arvust.

Kahest negatiivsest arvust on suurem see, mille absoluutväärtus on väiksem.

Näiteks: $-3 < 0{,}3$; $0 > -10$ ja $0 < 1$; $-8 > -10$, sest $8 < 10$.

1864. Järjesta järgmised arvud nende suuruse järgi, alustades kõige väiksemaga:

a) 8; +17; +3; 0; 28; +15; 4,5; $14\frac{1}{3}$; 14,34;

b) 12; −3,5; −1; 0; −7,8; −8,7; −0,75; $-\frac{2}{3}$;

c) 18; −15; +15; −4,7; $-4\frac{5}{6}$; 3,2; $3\frac{1}{3}$; 0;

d) −10,2; −8,9; 0,7; −1,8; −0,38; −0,308; 1,01; −21,1.

1865. Võrdle arve x ja y nende suuruse järgi, kui on teada:

a) $x < 0$; $y > 0$;

b) $x > 0$; $y < 0$.

c) $|x| > |y|$ ja $x < 0$, $y < 0$;

d) $|x| < |y|$ ja $x > 0$, $y > 0$.

1866. Järjesta järgmised arvud nende absoluutväärtuse kasvamise järjekorras alates arvust, millel on kõige väiksem absoluutväärtus:

−10; 17; −32; 0; −5; 3; −8; −21; −13; 19.

Ratsionaalarvude liitmine.

1867. Tähistame kahe arvu absoluutväärtused tähtedega a ja b. Kirjutades liitmisel iga arvu sulgudesse ja märkides rõhutamise mõttes ka positiivse arvu ette tema märgi, saame järgmised positiivsete ja negatiivsete arvude liitmise juhtumid:

$(+a)+(+b)$; $(-a)+(-b)$; $(+a)+(-b)$; $(-a)+(+b)$.

Loe neid: «Arvuga pluss a liita arv pluss b» jne.

Kuidas nimetada neid liitmise juhtumeid? Too arvulisi näiteid nende kohta.

1868. Kassa teostab kahesuguseid operatsioone: raha vastuvõtmist ja raha väljamaksmist. Märgime vastuvõetud rahasumma positiivse arvuga ja väljamakstud rahasumma negatiivse arvuga ning leiame, missuguse ü h e operatsiooniga saaks asendada kahe järjestikku teostatud operatsiooni. See üks operatsioon on siis kahe antud operatsiooni summa. Nii saame:

1) 6 rbl. vastuvõtmine ja 4 rbl. vastuvõtmine on samaväärne 10 rbl. vastuvõtmisega, s. t.

$$(+6) + (+4) = +10;$$

2) 6 rbl. väljamaksmine ja 4 rbl. väljamaksmine on samaväärne 10 rbl. väljamaksmisega, s. t.

$$(-6) + (-4) = -10;$$

3) 6 rbl. vastuvõtmine ja 4 rbl. väljamaksmine on samaväärne 2 rbl. vastuvõtmisega, s. t.

$$(+6) + (-4) = +2;$$

4) 6 rbl. väljamaksmine ja 4 rbl. vastuvõtmine on samaväärne 2 rbl. väljamaksmisega, s. t.

$$(-6) + (+4) = -2.$$

1869. Kirjuta üles ja leia eelmise ülesande eeskujul kahe operatsiooni kõik võimalikud tulemused 9 rbl. ja 15 rbl. puhul.

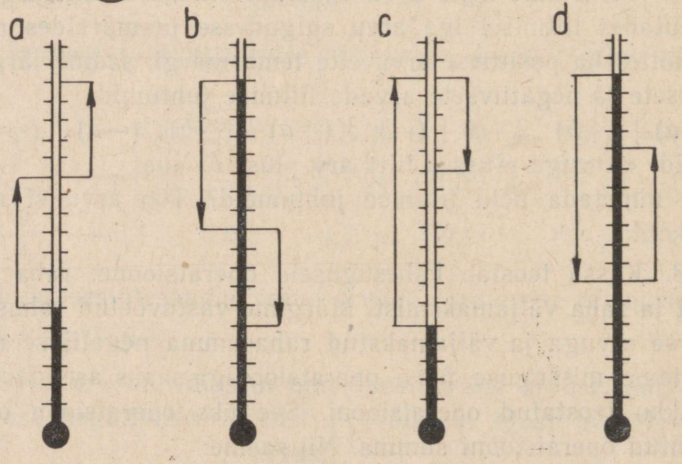
Kuidas saadakse summa absoluutväärtus liidetavate absoluutväärtustest:

a) kui liidetavatel on ühesugused märgid;

b) „ „ erinevad „ ?

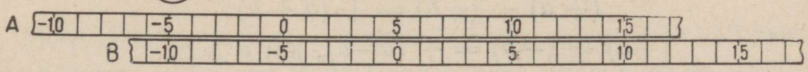
1870. Joonisel 183 on suunaga lõikudena antud kaks järjestikust temperatuurimuutust (neli juhtumit). Märgi temperatuuri tõus positiivse arvuga, langus negatiivse arvuga, kirjuta vastavad liitmise juhtumid ja leia antud kahe temperatuurimuutuse summa.

183



1871. Valmista endale positiivsete ja negatiivsete arvude liitmiseks arvutuslükat. Selleks tee papiribadele kaks arvtelge (võrdsete ühikutega) ja paiguta need teljed üksteise alla nii, et esimesele liidetavale vastav kriips ülemisel ehk A-teljel (joonis 184) oleks kohakuti alumise ehk B-telje nullpunktiga. Näiteks, kui mingi arv tuleb liita arvuga $+5$, siis sea lükat nii:

184



Nüüd on lükat liitmiseks valmis: kui teise liidetava loed B-teljelt, siis sellega kohakuti on A-teljel näha juba valmis summa, näiteks $(+5) + (+10) = +15$; $(+5) + (-5) = 0$; $(+5) + (-10) = -5$; $(+5) + (-2) = +3$.

Seega liitmine lükatil käib nii

A-teljelt		B-teljelt		A-teljelt
a	$+$	b	$=$	c

Leia tulemus, mille saad, kui $+5$-ga liidad

$+4$; -4; $+7$; -7; $+11$; -3; -9; -6.

1872. Sea lükat liitmisele 7-ga. Loe tulemused, mis saad, kui liidad

$+3$; $+5$; -2; -5; -7; -10; -13.

1873. Sea lükat liitmisele -6-ga. Loe tulemused, mis saad, kui liidad

$+3$; $+5$; $+6$; $+8$; $+11$; -3; -5.

1874. Arvuta lükati abil:

$(+2) + (+7)$	$(-4) + (+6)$	$(+3) + (-2)$	$(-8) + (+3)$
$(+9) + (+2)$	$(-6) + (+6)$	$(+8) + (-5)$	$(-6) + (-2)$
$(-8) + (-3)$	$(-7) + (+3)$	$(+7) + (-11)$	$(-1) + (+1)$
$(-5) + (-7)$	$(-8) + (+10)$	$(+6) + (-9)$	$(5) + (-2)$

1875. Eelmistest ülesannetest selgus, et kaht ratsionaalarvu tuleb liita järgmiselt:

1) **kui liidetavad on ühesuguste märkidega, siis summa on sellesama märgiga ja tema absoluutväärtus on võrdne liidetavate absoluutväärtuste summaga,**

näiteks $(+8) + (+9) = +17$ ja $(-8) + (-9) = -17$;

2) **kui liidetavad on erinevate märkidega, siis summal on see märk, mis on suurema absoluutväärtusega liidetaval, ja summa absoluutväärtus on võrdne liidetavate absoluutväärtuste vahega,**

näiteks $(+6) + (-9) = -(9-6) = -3$ ja $(-6) + (+9) = +(9-6) = +3$.

Kirjutades need reeglid üldkujul, saame:

$$(+a) + (+b) = +(a+b);$$
$$(+a) + (-b) = +(a-b), \text{ kui } a > b;$$
$$(-a) + (-b) = -(a+b);$$
$$(+a) + (-b) = -(b-a), \text{ kui } b > a.$$

1876. Kasutades liitmise reeglit, arvuta peast:

$(-1) + (-2)$
$(+3) + (-1)$
$(-3) + (+5)$
$(+5) + (+6)$
$(-4) + (+4)$

$(-8) + (-10)$
$(+9) + (-9)$
$(-8) + (+15)$
$(-8) + (-15)$
$(+4) + (-20)$

$(-15) + (-11)$
$(-25) + (-18)$
$(+13) + (-18)$
$(-13) + (+31)$
$(+19) + (-32)$

$(-4{,}8) + (-17)$
$(+6{,}9) + (-9{,}9)$
$(-8{,}7) + (+2{,}3)$
$(-5{,}1) + (-4{,}4)$
$(+18) + (-7{,}8)$

1877. Täiendus ülesandes 1875 sõnastatud liitmisreeglile:

1) **Kahe vastandarvu summa on null,**

näiteks $(-8) + (+8) = (+5) + (-5) = (-10) + (+10) = 0$.

2) **Kui üks kahest liidetavast on null, siis summa on võrdne teise liidetavaga:**

$$(-7) + 0 = -7; \quad 0 + (-11) = -11.$$

3) **Kahe arvu summa ei muutu liidetavate järjekorra muutumisel,**

sest selle tagajärjel ei muutu summa märk ega summa absoluutväärtus:

$$(+5) + (-18) = (-18) + (+5) = -(18-5) = -13.$$

1878. Arvude liitmise lihtsamaks kirjutamiseks on kokku lepitud liitmismärgid ja sulud kirjutamata jätta, kirjutades liidetavad koos nende märkidega üksteise järele. Kui esimene liidetav on positiivne, siis tema märgi võib ka kirjutamata jätta. Summa arvutamine toimub muidugi endisel viisil. Nii saame:

$$(+8) + (-12) = 8 - 12 = -4;$$
$$(-9) + (-7) = -9 - 7 = -16;$$
$$(-5) + (+8) = -5 + 8 = 8 - 5 = 3.$$

Mõni kirjutis, nagu $8 - 5$, on selles kokkuleppe tõttu küll kahese tähendusega, kuid see ei ole segav, sest tulemused on võrdsed:

$$8 - 5 = (+8) + (-5) = +3 \ldots \text{ uus tähendus;}$$
$$8 - 5 = (+8) - (+5) = +3 \ldots \text{ endine tähendus.}$$

1879. Arvuta peast:

$-5-8$	$6-9$	$-4-13$	$-11-18$	$+3-11$
$-5+8$	$-6+9$	$-4+13$	$11-18$	$-3-11$
$-8-3$	$-9+7$	$13-19$	$-11+7$	$-41-5$
$-8+3$	$9-7$	$-13-19$	$-29-11$	$-41+5$
$-3+8$	$7-9$	$-13+19$	$-29+50$	$32-38$

1880. Arvuta järgmised summad:

$(-17) + (+67)$	$\left(-8\frac{3}{4}\right) + \left(-6\frac{5}{8}\right)$	$16{,}8 - 61{,}7$
$128 + (+59)$	$\left(+4\frac{3}{8}\right) + \left(-2\frac{3}{4}\right)$	$-9\frac{5}{6} + 12\frac{2}{3}$
$(+78) + (-53)$	$(-4{,}7) + \left(+3\frac{1}{4}\right)$	$-16{,}4 - 11\frac{1}{6}$
$(-10{,}5) + (+17{,}1)$	$(-13{,}8) + \left(+21\frac{1}{5}\right)$	$18{,}5 - 20{,}1$
	$-18{,}7 + 31{,}5$	$6\frac{7}{8} - 13\frac{5}{12}$
	$-57{,}4 + 28{,}5$	$-18\frac{2}{3} - 5\frac{4}{5}$

Näide:

$$\left(-12\tfrac{3}{4}\right) + \left(+8\tfrac{5}{6}\right) = -\left(12\tfrac{3}{4} - 8\tfrac{5}{6}\right) = -\left(4\tfrac{9}{12} - \tfrac{10}{12}\right) = -3\tfrac{11}{12}.$$

1881. Enam kui kahest liidetavast koosnev summa tähendab, et esmalt tulevad liita esimesed kaks arvu, siis tulemusega liita kolmas arv, sellega neljas jne., kuni kõik arvud on liidetud.

Näiteks $-8+5-6-2+4$ tähendab, et esmalt tuleb liita arvud -8 ja $+5$, saadud tulemusega liita -6, uue tulemusega -2 ja lõpuks $+4$. Niiviisi saame:

$$-8+5=-3;\ -3-6=-9;\ -9-2=-11;\ -11+4=-7.$$

1882. Liida: a) $-7+9-23+17-8$

b) $(-23)+(+18)+(-12)+(+13)$
c) $(+2{,}1)+(-1{,}4)+(-3{,}2)+(+2{,}3)$
d) $36{,}7-7{,}9-2{,}3-1{,}1$

1883. Mitme arvu summa leidmist saab lihtsustada, kui kasutada summa mõningaid omadusi. Liida arvud 3, -8, $+10$ ja -6 võimalikult mitmes erinevas järjekorras ja veendu, et ka mitme ratsionaalarvu summa ei muutu liidetavate järjekorra muutudes.

1884. Leia võimalikult lihtsalt järgmised summad:

a) $(-38)+(-19)+(+38)+(+19)$
b) $(+157)+(-321)+(-157)+(-9)$
c) $-7\frac{1}{8}-16\frac{3}{7}+6\frac{3}{7}+17\frac{1}{8}$
d) $8\frac{3}{4}-15{,}8+11{,}8-3\frac{3}{4}$

1885. Arvuta summa

$$(-8)+[(-6)+(+13)]$$

kahel viisil: kord kasutades ühenduvuse seadust, teine kord ilma selle kasutamiseta. Mis selgub?

1886. Kontrolli ühenduvuse seaduse kehtivust järgmise näite varal: $28+(-11-21)$.

1887. Kuidas liita mitme liidetava summat mingi arvuga? Arvuta kahel viisil:

$$(-18)+[(+8)+(-7)+(-21)].$$

1888. Arvuta järgmised summad, asendades mõned liidetavad nende summaga nii, et liitmine osutuks võimalikult lihtsaks:

a) $\left(-6\frac{2}{3}\right)+\left(-10\frac{5}{8}\right)+\left(+8\frac{5}{8}\right)$
b) $(-17{,}8)+(+59{,}4)+(+17{,}8)+(-3{,}4)$
c) $46{,}5-16{,}5-30-18{,}5$

1889. Arvuta järgnevad summad, liites enne positiivsed liidetavad, siis negatiivsed ja lõpuks saadud summad:

a) $-18 + 51 - 38 + 30 - 15 - 24$
b) $45 - 72 - 18 - 9 + 16 + 25$
c) $-7{,}5 - 1{,}8 + 4{,}7 - 6{,}9 + 3{,}3 - 1{,}2$
d) $18{,}7 - 37{,}5 - 5{,}9 + 6{,}4 - 14{,}2 + 6{,}3$

Näidis: $-8{,}4 + 6{,}3 - 10{,}4 + 5{,}8 - 6{,}6 + 2{,}3 =$
$= (6{,}3 + 5{,}8 + 2{,}3) + (-8{,}4 - 10{,}4 - 6{,}6) = 14{,}4 + (-25{,}4) =$
$= 14{,}4 - 25{,}4 = -11.$

1890. Järgnevas liitmisharjutuses on liidetavate märgid kirjutamata jäetud, kuid summa märk kirjutatud. Taasta puuduvad märgid:

$12 + 9 = -3$ $\quad 7 + 8 = 1$
$17 + 12 = -29$ $\quad 7 + 8 = 15$
$26 + 32 = +6$ $\quad 7 + 8 = -15$
$15 + 15 = 0$ $\quad 7 + 8 = -1$

1891. Liida

$5 + (-3)$	$(-10) + 3$	$8 + (-17)$	$6 + (-5)$
$(-8) + (-4)$	$(+5) + (-7)$	$(-17) + (-1)$	$8 + (-33)$
$(-6) + (-1)$	$(-12) + (-1)$	$(-9) + (-17)$	$(-18) + 7$

1892. Joonista järgmine tabel oma vihikusse ja täida see, liites tabeli esimese veeru iga arv esimese rea iga arvuga.

Arvuta peast. Määra tabeli täitmiseks kuluv aeg.

	−8	4	−7	−2	6	−9	0	−10	15	−18
2										
−5										
7										
−8										
−15										

Ratsionaalarvude lahutamine.

1893. Mida tähendab «8-st lahutada 5», «17-st lahutada 9», «arvust a lahutada arv b»? Kuidas kontrollida, kas lahutamine on õigesti teostatud? Kontrolli ja leia vead, kui neid on:

a) $318 - 179 = 149$;
b) $564 - 285 = 379$;
c) $(-15) - (-20) = +5$.

1894. Toetudes lahutamise tähendusele, näitame, et **mistahes ratsionaalarvu lahutamiseks tuleb vähendatavaga liita lahutatava vastandarv.**

Näitame näiteks, et

$$(-8) - (-5) = (-8) + (+5).$$

Selleks arvutame esmalt võrduse paremal poolel seisva summa:

$$(-8) + (+5) = -8 + 5 = -3.$$

Nüüd näitame, et ka võrduse vasakul poolel seisev vahe on -3:

$$(-8) - (-5) = -3, \text{ sest } (-3) + (-5) = -8.$$

Niisamuti saab näidata, et

$$(-8) - (+5) = (-8) + (-5).$$

Võrduse parem pool on nüüd

$$(-8) + (-5) = -13.$$

Sama arvuga on võrdne ka võrduse vasak pool:

$$(-8) - (+5) = -13, \text{ sest } (-13) + (+5) = -13 + 5 = -8.$$

Samal viisil saab veenduda, et iga ratsionaalarvu lahutamise võib asendada tema vastandarvu liitmisega:

$$a - b = a + (-b).$$

Kui $b = 0$, siis $a - b = a - 0 = a + 0 = a$.

1895. Näita eelmises ülesandes kasutatud viisil, et

a) $(+3) - (-7) = (+3) + (+7)$;
b) $(-2) - (+13) = (-2) + (-13)$;
c) $(+9) - (+12) = (+9) + (-12)$.

1896. Lahuta:

$(+3) - (+15)$ $\quad (-3{,}7) - (-1{,}2)$ $\quad \left(+4\frac{2}{5}\right) - \left(-3\frac{3}{10}\right)$

$(+19) - (+17)$ $\quad (+4{,}6) - (-1{,}9)$ $\quad \left(-2\frac{7}{8}\right) - \left(-3\frac{3}{4}\right)$

$(-18) - (+7)$ $\quad (+3{,}1) - (-4{,}2)$ $\quad \left(-8\frac{7}{12}\right) - \left(6\frac{11}{15}\right)$

$(-15) - (+24)$ $\quad (+8{,}1) - (+10{,}7)$ $\quad \left(+10\frac{3}{7}\right) - \left(-4\frac{5}{21}\right)$

$(-4) - (-13)$ $\quad (-14{,}5) - (0)$ $\quad \left(-2\frac{11}{15}\right) - \left(-1\frac{17}{18}\right)$

Näide: $(-8{,}6) - (-5{,}9) = -8{,}6 + 5{,}9 = -2{,}7$

1897. Leia järgmiste tehete tulemused:

$$(-7) + (-6) - (+3) - (-9)$$
$$(+23) - (+41) - (-32) + (-18)$$
$$(-1{,}4) - (-2{,}7) + (+1{,}2) - (-2{,}1)$$

1898. Et ratsionaalarvude vallas lahutamine taandub liitmiseks, siis liitmist ja lahutamist nimetatakse ühiselt algebraliseks liitmiseks ja selle tehte tulemust algebraliseks summaks.

Näiteks on

$$(-8) + (-5) - (+6) - (-15)$$

algebraline summa, sest teda saab kirjutada summana

$$(-8) + (-5) + (-6) + (+15)$$

ehk, lihtsamalt,

$$-8 -5 -6 +15.$$

1899. Algebralises summas saavad esineda järgmised kahekordsed märgid (esimene tehte märk, teine — arvumärk):

$$+(+a); \quad -(-a); \quad +(-a); \quad -(+a).$$

Asendades lahutamised vastandarvu liitmisega, saame neist vastavalt

$$+(+a); \quad +(+a); \quad +(-a); \quad +(-a).$$

Jättes liitmismärgid kirjutamata, saame:

$$+a; \quad +a; \quad -a; \quad -a.$$

Seega

kaks ühesugust märki asenduvad märgiga «+» ja kaks erisugust märki märgiga «—»:

$$+(+a) = +a; \qquad -(-a) = +a;$$
$$+(-a) = -a; \qquad -(+a) = -a.$$

Näiteks: $(-12)-(+6)+(-8)-(-6)+(-2)+(+3)=$
$= -12-6-8+6-2+3=9-28=-19.$

1900. Arvuta järgmised algebralised summad:

a) $180+(-370)-(-114)+(-318)-(-171)$

b) $-47{,}8+(-31{,}4)-(-83{,}2)+(+61{,}8)-(-18{,}9)$

c) $4\frac{1}{8}+\left(-3\frac{3}{4}\right)+\left(-1\frac{1}{2}\right)-\left(-2\frac{5}{8}\right)-\left(+4\frac{5}{16}\right)$

d) $71\frac{1}{2}-100-28{,}6+13\frac{2}{5}-24{,}3$

1901. Kuidas toimub summa liitmine mingi arvuga? Arvuta

$$18+(-14+8-3)$$

kahel viisil ja veendu, et summa liitmise eeskiri on kehtiv ka algebralise summa puhul.

Arvuta võimalikult lihtsalt:

a) $-18+(3-14+18)$; b) $28+(-47-30+17)$;
c) $(-35+5)+(40-62)$; d) $-18+(6-12)+(-3-0)$.

1902. Kuidas toimub summa lahutamine mingist arvust? Arvuta

$$14-(-5+9-12)$$

kahel viisil ja veendu, et summa lahutamise eeskiri on kehtiv ka algebralise summa puhul.

Arvuta võimalikult lihtsalt:

a) $17-(6-18+37)$; b) $-34-(-9+40-27)$;
c) $0-(15-18)-(39-15)$; d) $-7-(85-8)-(63-70)$.

1903. Joonista järgnev tabel vihikusse ja täida see, lahutades tabeli esimese veeru igast arvust esimese rea iga arv. Arvuta peast. Määra tabeli täitmiseks kuluv aeg.

—	−1	−7	+3	−10	+6	−4	−8	+12	0	−9
−8										
+3										
−15										
0										
−28										

1904. Lahenda eelmine ülesanne veel kord, kuid lahutades tabeli esimese rea igast arvust esimese veeru iga arv.

1905. Arvuta:

a) $37-(-14{,}7+3{,}8)+(-9{,}4+3{,}5-71{,}4)-(64-8{,}7)$

b) $(18{,}7-23{,}8)-(168-73{,}8)+(21{,}4-15{,}6-31{,}4)$

c) $-473+(287-365)-(194-79)+(0-310)$

d) $(1400-2100)-(179-861)-871-(1230-425)$

e) $43\frac{1}{2}-\left(3\frac{3}{4}-5\frac{1}{2}\right)+\left(74\frac{1}{4}-68\frac{1}{2}\right)-\left(32\frac{3}{8}-15\frac{1}{2}\right)$

f) $-14\frac{2}{3}-6\frac{1}{3}-\left(17\frac{5}{6}+12\frac{2}{3}\right)+\left(0-37\frac{5}{9}\right)$

Ratsionaalarvude korrutamine.

1906. Kahe ratsionaalarvu korrutamisel võib tegurite märkide suhtes esineda järgmised neli võimalust:

mõlemad tegurid on positiivsed, nagu $(+3)\cdot(+5)$;

esimene tegur on positiivne, teine negatiivne, nagu $(+3)\cdot(-5)$;

esimene tegur on negatiivne, teine positiivne, nagu $(-3)\cdot(+5)$;

mõlemad tegurid on negatiivsed, nagu $(-3)\cdot(-5)$.

Neist esimene juhtum — positiivse arvu korrutamine positiivsega — on tuttav juba aritmeetikast, näiteks

$$(+3)\cdot(+5)=3\cdot 5=15.$$

Negatiivse arvu korrutamine positiivse täisarvuga (teine juhtum) tähendab lühendatud liitmist, nagu ikka korrutamine positiivse täisarvuga:

$$(+3)\cdot(-5)=3\cdot(-5)=(-5)+(-5)=-15.$$

Ratsionaalarvu korrutamist negatiivse arvuga (kolmas ja neljas juhtum) ei ole võimalik tõlgendada liitmisena, sest arvu ei saa võtta negatiivne arv korda, näiteks —3 korda liidetavana.

1907. Leia liitmise teel:

$$(+2)\cdot(-8);\ (+3)\cdot\left(-2\tfrac{1}{3}\right);\ (+5)\cdot(-4{,}1);\ 4\cdot\left(-2\tfrac{1}{5}\right).$$

Näide:

$$(+3)\cdot\left(-4\tfrac{1}{5}\right)=\left(-4\tfrac{1}{5}\right)+\left(-4\tfrac{1}{5}\right)+\left(-4\tfrac{1}{5}\right)=-12\tfrac{3}{5}.$$

1908. Toa temperatuur muutub igas tunnis —0,4° võrra. Mitme kraadi võrra muutub temperatuur 2, 3, 5, 7, n tunni vältel?

1909. Lastekodu laos olev suhkrutagavara muutub iga päev —6 kg võrra. Kui palju muutub suhkrutagavara 2, 5, 7, 10, n päevaga?

1910. Olgu õhu temperatuur praegu 0° ja muutugu ta ühtlaselt t kraadi võrra tunnis. See muutus t võib olla positiivne arv (kui temperatuur tõuseb) või negatiivne arv (kui temperatuur langeb). Nii ühel kui teisel juhtumil loeme, et temperatuur muutub n tunni vältel $n\cdot t$ kraadi võrra. Et temperatuur praegu on 0°, siis t tunni pärast ta on $0+nt=nt$ kraadi. Loeme aega praegusest momendist edasi positiivseks ja tagasi negatiivseks, nii et $n=2$ tähendagu «kahe tunni pärast» ja $n=-2$ tähendagu «kaks tundi tagasi». Leiame nüüd õhu temperatuuri, s. o. korrutise $n\cdot t$ väärtused mitmesuguste n ja t väärtuste korral.

I. Kui temperatuur tõuseb iga tund 2 kraadi võrra, siis 4 tunni pärast on ta 8 kraadi, s. t.,

kui $n=4$ ja $t=2$, siis $n\cdot t=4\cdot 2=8$.

II. Kui temperatuur langeb iga tund 2 kraadi võrra, siis 4 tunni pärast on ta —8 kraadi, s. t.,

kui $n=4$ ja $t=-2$, siis $n\cdot t=4\cdot(-2)=-8$.

III. Kui temperatuur tõuseb iga tund 2 kraadi võrra, siis 4 tundi tagasi ta oli —8 kraadi, s. t.,

kui $n = -4$ ja $t = 2$, siis $nt = (-4) \cdot 2 = -8$.

IV. Kui temperatuur l a n g e b iga tund 2 kraadi võrra, siis 4 tundi t a g a s i ta oli $+8$ kraadi, s. t.,

kui $n = -4$ ja $t = -2$, siis $nt = (-4) \cdot (-2) = +8$.

V. Kui temperatuur ei tõuse ega lange, siis 4 tunni pärast kui ka 4 tundi tagasi ta oli 0 kraadi, s. t.,

kui $n = 4$ või $n = -4$ ja $t = 0$, siis $nt = 4 \cdot 0 = (-4) \cdot 0 = 0$.

Missuguste tegurite puhul korrutis osutus positiivseks, mis suguste puhul negatiivseks, missuguste puhul nulliks?

1911. Eelmisest ülesandest tuletub järgmine kahe ratsionaalarvu korrutamise eeskiri:

1) **kui tegurid on ühesuguste märkidega, siis kahe arvu korrutis on võrdne tegurite absoluutväärtuste korrutisega** (s. o. korrutis on positiivne), näiteks

$$(+5) \cdot (+4) = 20 \text{ ja } (-5) \cdot (-4) = 20;$$

2) **kui tegurid on erinevate märkidega, siis kahe arvu korrutis on võrdne tegurite absoluutväärtuste korrutise vastandarvuga** (s. o. korrutis on negatiivne), näiteks

$$(-5) \cdot (+4) = -(5 \cdot 4) = -20;$$
$$(+5) \cdot (-4) = -(5 \cdot 4) = -20.$$

3) **kui üks tegur on null, siis korrutis on null,**

näiteks $(-6) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (-2) = 0$; $0 \cdot 0 = 0$.

Kirjutades need reeglid üldkujul, saame

$$(+a) \cdot (+b) = +ab; \qquad (+a) \cdot (-b) = -ab;$$
$$(-a) \cdot (+b) = -ab; \qquad (-a) \cdot (-b) = +ab.$$

1912. Arvuta peast:

$(+8) \cdot (+3)$	$(-3) \cdot (-11)$	$(-0{,}5) \cdot 12$	$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 0$
$(-6) \cdot (+7)$	$(+4) \cdot (-15)$	$(-1{,}5) \cdot 24$	$(-4) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$
$(-6) \cdot (-8)$	$(-12) \cdot (+3)$	$0 \cdot (-2{,}5)$	$\left(+\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$
$(+4) \cdot (-7)$	$(-8) \cdot (-4{,}5)$	$(-6) \cdot (-1{,}4)$	$(1{,}8) \cdot (-0{,}5)$
$(-1) \cdot 0$	$0 \cdot (-6)$	$(0{,}3) \cdot (-3)$	$(-0{,}2) \cdot (-0{,}2)$

1913. Arvuta järgmised korrutised:

$(-17) \cdot (+12)$ $\left(-8\frac{1}{3}\right) \cdot (-3)$ $(-101) \cdot (+21)$

$(+8{,}4) \cdot (-16)$ $(+6{,}5) \cdot (-18)$ $(-19) \cdot (-109)$

$(-6{,}2) \cdot (-2{,}5)$ $(-0{,}7) \cdot \left(+2\frac{1}{7}\right)$ $\left(+8\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{7}\right)$

$(-0{,}44) \cdot 0$ $0 \cdot (-6{,}7)$ $(-1{,}4) \cdot 0$

$3\frac{2}{5} \cdot (-18)$ $(-8{,}7) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$

$(-13{,}2) \cdot (-1{,}05)$ $(-5{,}08) \cdot 0$

1914. Joonista järgnev tabel vihikusse ja täida see, korrutades tabeli esimese rea iga arv esimese veeru iga arvuga. Arvuta peast. Määra tabeli täitmiseks kuluv aeg.

	2	−1	3	−4	5	−8	0	−12	15	−16
−3										
5										
−7										
9										
−10										

1915. Toetudes ratsionaalarvude korrutamise eeskirjale, näita, et ka

kahe ratsionaalarvu korrutis ei muutu tegurite järjekorra muutumisel.

Kuidas seda seadust nimetatakse?

1916. Too näiteid selle kohta, et kui ainult ühe teguri märk muuta vastupidiseks, siis ka korrutise märk muutub vastupidiseks; kui aga kahe teguri märgid muuta vastupidisteks, siis korrutise märk ei muutu.

1917. Mis toimub arvuga selle korrutamisel —1-ga, korrutamisel +1-ga?

1918. Arvuta korrutis

$$(-3) \cdot [(-4) \cdot (+2)]$$

kahel viisil: kord kasutades korrutamise ühenduvuse seadust, teine kord ilma selle kasutamiseta. Mis selgub?

1919. Kontrolli korrutamise ühenduvuse seaduse kehtivust järgmise näite varal:

$$(-18) \cdot [(-9) \cdot (-11)].$$

1920. Mitme arvu korrutise leidmiseks korrutatakse esmalt kaks arvu, siis saadud tulemusega korrutatakse kolmas arv, sellega neljas jne., kuni kõik arvud on korrutatud.

Näiteks: $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-7) = (+6) \cdot (+4) \cdot (-7) =$

$= (+24) \cdot (-7) = -168.$

Korruta:

a) $(-1) \cdot (+6) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-3)$

b) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5)$

c) $\left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{6}\right)$

d) $1\frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+4\frac{1}{6}\right)$

1921. Mitme arvu korrutise leidmist saab mõnikord lihtsustada, kui kasutada tegurite ümberpaigutamist ja rühmitamist. Kui korrutamisel esineb negatiivseid tegureid, siis võime nad ümber paigutada ja ühendada paarideks. Et iga kahe negatiivse arvu korrutis on positiivne, siis paarisarv negatiivseid tegureid annab positiivse korrutise, näiteks

$$(-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 4 \cdot (-5) = (-1) \cdot (-3) \cdot$$
$$\cdot (-4) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 3 = 360.$$

Kui negatiivseid tegureid on paaritu arv, siis nende ühendamisel paarideks jääb korrutisse üks negatiivne tegur püsima, ja korrutis tuleb negatiivne, näiteks

$$(-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (-4) = (-1) \cdot (-3) \cdot (+2) \cdot (-4) =$$
$$= 3 \cdot 2 \cdot (-4) = -24.$$

Sellest selgub, et

nullist erinevate arvude korrutis on positiivne, kui negatiivseid tegureid ei ole või neid on paarisarv, ja negatiivne, kui negatiivseid tegureid on paaritu arv.

Seda teades leiame ka enam kui kahe arvu korrutamisel esmalt korrutise märgi, siis absoluutväärtuse. Viimase saame, kui korrutame tegurite absoluutväärtused. Näiteks:

a) $(-1)\cdot(+1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-2)=2$;

b) $(-1)\cdot(+1)\cdot(-1)\cdot(+1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-10)=-10$.

1922. Arvuta järgmised korrutised:

a) $(-3)\cdot(+2)\cdot(-5)\cdot(-4)\cdot(-1)$

b) $(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot(-5)\cdot(-6)$

c) $\left(-1\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+2\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot(-3)\cdot\left(-2\frac{1}{6}\right)$

d) $1{,}1\cdot(-0{,}9)\cdot(-1{,}01)\cdot(-1)\cdot\left(-\frac{1}{9}\right)$

1923. Kuidas summat korrutada mingi arvuga? Arvuta korrutis

$$(-7)\cdot(3-1-4)$$

kahel viisil ja veendu, et ka algebralise summa puhul jääb summa korrutamise eeskiri kehtima.

1924. Arvuta kahel viisil:

a) $(10-8-5-2)\cdot(-4)$

b) $(-1+2-3+4)\cdot(-6)$

c) $(-1-3-5+7)\cdot(-8)$

Näide:

1) $(-2+4-6-8)\cdot(-5)=(4-16)\cdot(-5)=$
$=(-12)\cdot(-5)=60$;

2) $(-2+4-6-8)\cdot(-5)=(-2)\cdot(-5)+(+4)\cdot(-5)+$
$+(-6)\cdot(-5)+(-8)\cdot(-5)=10-20+30+40=60$.

1925. Kuidas korrutist korrutada mingi arvuga? Arvuta korrutis

$$\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot[(-3)\cdot(+4)\cdot(-5)]$$

kahel viisil: kord arvutades enne nurgelistes sulgudes oleva kor-

rutise ja teine kord kasutades korrutise korrutamise eeskirja. Mida näitab tulemuste võrdlemine?

1926. Arvuta kahel viisil:

a) $\left(-1\frac{1}{3}\right)\cdot\left[(-2)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot 5\right]$

b) $(-4)\cdot\left[\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$

c) $\left[1\frac{1}{2}\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)\cdot(-3)\right]\cdot\left(-1\frac{5}{6}\right)$

1927. Arvuta:

a) $34-12\cdot(9-14)+(6-17)\cdot(8-2)$
b) $(54-48\cdot 2)\cdot(-3)\cdot 16\cdot(-9+17)$
c) $4\cdot(18-31)-2\cdot[17-8\cdot(9-15)]$
d) $[16-8\cdot(9-12)]\cdot[-15+4\cdot(32-36)]$

1928. Arvuta:

a) $5-3+4-7+1$
b) $(5-3+4)(-7+1)$
c) $(5-3)(+4-7+1)$
d) $(5-3)+4\,(-7+1)$

Tuleta avaldisest a) sulgude kasutamisel veel uusi avaldisi ja arvuta nende väärtused.

Ratsionaalarvude jagamine.

1929. Mida tähendab «12 jagada 3-ga», «—18 jagada 6-ga», «arv *a* jagada arvuga *b*»? Kuidas kontrollida, kas jagamine on õigesti teostatud? Kontrolli ja leia vead, kui neid on:

a) $3468:34=12$;

b) $(-60):(-12)=-5$;

c) $16\frac{1}{4}:4\frac{1}{2}=16:4+\frac{1}{4}:\frac{1}{2}=4+\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$.

1930. Toetudes jagamise tähendusele, leia jagatised ja põhjenda tulemusi:

$(+14) : (+7)$	$(-64) : (+16)$	$(-87) : (+29)$
$(+18) : (-2)$	$(-36) : (-8)$	$(-40) : (+6)$
$(-45) : (-5)$	$(+78) : (-13)$	$(-56) : (-12)$

Näide: $(+39) : (-13) = -3$, sest $(-3) \cdot (-13) = +39$.

1931. Jagamise tähendusest ja eelmistest näidetest selgub järgmist.

1) **Kui jagatav ja jagaja on ühesuguste märkidega, siis jagatis on võrdne jagatava ja jagaja absoluutväärtuste jagatisega.**

Näiteks: $(+32) : (+8) = 32 : 8 = 4$;

$(-32) : (-8) = 32 : 8 = 4$;

2) **Kui jagatav ja jagaja on erinevate märkidega, siis jagatis on võrdne jagatava ja jagaja absoluutväärtuste jagatise vastandarvuga:**

Näiteks: $(-32) : (+8) = -(32 : 8) = -4$;

$(+32) : (-8) = -(32 : 8) = -4$;

3) **Nulli jagamisel temast erineva arvuga saadakse null.**

Näiteks: $0 : (-5) = 0$, sest $(-5) \cdot 0 = 0$;

$0 : (+8) = 0$, sest $(+8) \cdot 0 = 0$.

Üldiselt:

$$0 : a = 0, \text{ kui } a \neq 0.$$

4) **Nulliga jagamisel puudub mõte ka ratsionaalarvude vallas,** sest kui leiduks niisugune arv x, et näiteks

$$(-4) : 0 = x,$$

siis $0 \cdot x = -4$. Kuid viimane võrdus ei ole võimalik, sest $0 \cdot x = 0$, mitte aga -4.

1932. Arvuta järgmised jagatised:

$(+24) : (+8)$	$(-1) : (+0{,}4)$	$36 : (-30)$	$(-8{,}7) : (-1)$
$(-32) : (+4)$	$(+64) : (-12)$	$0 : (-17)$	$(-100) : (+0{,}1)$
$(-28) : (-7)$	$(-12) : (+36)$	$(-84) : (-42)$	$(+4) : (-5\%)$
$(-8) : (+48)$	$0 : (-36)$	$(-6{,}5) : 13$	$(-18\%) : (-12\%)$
$0 : (-12)$	$(+8) : (-72)$	$(-27) : (+45)$	$(+3\%) : (-0{,}03)$

1933. Arvuta järgmised jagatised:

$\frac{12}{-1}$	$\frac{-8}{-40}$	$\frac{-16}{40}$	$\frac{0}{-9}$	$\frac{10}{-2}$
$\frac{-28}{-7}$	$\frac{26}{-39}$	$\frac{36}{-4}$	$\frac{-52}{-2}$	$\frac{-69}{-3}$
$\frac{37}{-4}$	$\frac{-96}{16}$	$\frac{-260}{5}$	$\frac{123}{-16}$	$\frac{-480}{32}$
$\frac{0}{-6}$	$\frac{-360}{-15}$	$\frac{-624}{-12}$	$\frac{-51}{8}$	$\frac{46}{-138}$

1934. Arvuta järgmiste arvude pöördarvud:

3; -8; $-\frac{2}{3}$; $+1\frac{1}{5}$; $-2\frac{7}{8}$; $-0{,}25$; $+0{,}08$; $-1{,}05$; -4%; $5‰$.

Näide: Arvu $-1\frac{2}{5}$ pöördarv on $1:\left(-1\frac{2}{5}\right)=-\left(1:\frac{7}{5}\right)=-\frac{5}{7}$.

1935. Missugusel arvul puudub pöördarv? Missugused kaks arvu on võrdsed oma pöördarvudega?

1936. Positiivsete arvude vallas jagamine mingi arvuga oli sama, mis korrutamine selle arvu pöördarvuga. See on niisamuti ka ratsionaalarvude vallas, sest ratsionaalarvude jagamine taandub ju nende absoluutväärtuste, s. o. positiivsete arvude jagamiseks. Seda on eriti sobiv kasutada jagamisel murruga või segaarvuga, näiteks

$$4:\left(-\frac{1}{8}\right)=-(4\cdot 8)=-32;$$

$$(-8):\left(-2\frac{2}{3}\right)=8\cdot\frac{3}{8}=3.$$

Esita korrutisena ja arvuta:

$$2:\left(-\frac{6}{11}\right);\quad (-7):\left(-\frac{4}{5}\right);\quad (-4):\left(-2\frac{1}{3}\right);\quad 4:\left(-5\frac{1}{3}\right).$$

1937. Kuidas toimub summa jagamine mingi arvuga? Arvuta kahel viisil

$$(8-12-20+4):(-2)$$

ja võrdle tulemusi.

1938. Kontrolli summa jagamise eeskirja kehtivust järgmise näite varal:

$$(30-24+42-18):(-6)$$

1939. Kuidas toimub korrutise jagamine mingi arvuga? Arvuta järgnev jagatis kahel viisil ja võrdle tulemusi:

$$[(-12) \cdot (+6) \cdot (-18)] : (-12).$$

1940. Leia tundmatu tegur:

$3x = -21$	$42 = -6y$	$0{,}6z = -12$	$4{,}9 = -7u$
$-8x = -96$	$32 = 8y$	$-0{,}7z = 0{,}14$	$1{,}4u = -4{,}2$
$-2x = 0$	$-36 = 9y$	$-0{,}5z = 0$	$-1{,}2u = 18$
$7x = 91$	$0 = -16y$	$5{,}0 = 0{,}5z$	$0 = -0{,}65u$
$-x = 4$	$-16 = 4y$	$-0{,}4z = -10$	$-0{,}7u = 28$

1941. Leia tundmatu tegur:

$\frac{1}{2}a = -5$	$-\frac{2}{3}b = 8$	$2\frac{1}{2}c = 12\frac{1}{2}$	$3\frac{4}{7}d = 0$
$-\frac{1}{4}a = 6$	$\frac{3}{5}b = 2{,}7$	$-1\frac{1}{3}c = 0$	$-2\frac{3}{5}d = 2\frac{3}{5}$
$\frac{1}{3}a = -3$	$-\frac{3}{4}b = -0{,}9$	$3\frac{2}{5}c = -34$	$-4\frac{1}{2}d = -13\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{5}a = -4$	$\frac{2}{5}b = -1{,}2$	$-2\frac{2}{3}c = -5{,}6$	$2\frac{1}{7}d = 30$
$\frac{1}{7}a = 0$	$-\frac{5}{7}b = 0$	$-5\frac{1}{2}c = 0{,}22$	$-1\frac{3}{5}d = 0{,}16$

1942. Joonista järgnev tabel vihikusse ja täida see, jagades tabeli esimese veeru iga arv esimese rea iga arvuga. Arvuta peast. Määra tabeli täitmiseks kuluv aeg.

:	−1	2	−3	5	0	−4	−2	−10	0,5	−0,2
10										
−24										
30										
0										
−9										

1943. Arvuta:

a) $28 - 15 : (8 - 13) + (9 - 17) \cdot (-8 + 3)$
b) $64 - 82 : (-2) + (-5 + 1) : (-23 + 19)$
c) $(-39) : (19 - 32) - 4 \cdot [18 + (-36) : (+9)]$
d) $[27 - 24 : (8 - 11)] \cdot [-9 + 8 : (27 - 35)]$

1944. Arvuta:

a) $-16 : 2 + 3 \cdot 4 - 8 : 2$
b) $(-16 : 2 + 3) \cdot (4 - 8 : 2)$
c) $(-16) : [(2 + 3) \cdot (4 - 8) : 2]$
d) $(-16) : [2 + (3 \cdot 4 - 8) : 2]$

Tuleta avaldises a) sulgude kasutamisel veel uusi avaldisi ja arvuta nende väärtused.

Ratsionaalarvude astendamine.

1945. Arvuta järgmised arvude ruudud:

$(-3)^2$	$(-0{,}1)^2$	$-\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$
$(-5)^2$	$-0{,}8^2$	$-\left(\frac{2}{3}\right)^2$	$-\left(1\frac{1}{4}\right)^2$
-8^2	$-1{,}1^2$	$\left(-\frac{5}{6}\right)^2$	$-\left(2\frac{1}{3}\right)^2$
-11^2	$-0{,}7^2$	$\left(-\frac{2}{7}\right)^2$	$\left(-3\frac{1}{2}\right)^2$

Näide: $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{9}{16}$;

$-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25.$

Mis liiki arv on negatiivse arvu ruut?

1946. Arvuta järgmised arvude kuubid:

$(-2)^3$	$-(-0{,}1)^3$	$\left(-\frac{1}{3}\right)^3$	$(-1{,}2)^3$
$(-6)^3$	$-0{,}5^3$	$\left(+\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$
-17^3	$(+1{,}2)^3$	$-\left(-\frac{3}{4}\right)^3$	$-\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$
$-(-15)^3$	$(-2{,}1)^3$	$-\left(-\frac{3}{8}\right)^3$	$\left(-3\frac{1}{2}\right)^3$

Näide: $\left(-2\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-2\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right) =$

$= -\left(\frac{7}{3}\cdot\frac{7}{3}\cdot\frac{7}{3}\right) = -\frac{343}{27} = -12\frac{19}{27};$

$-(-2)^3 = -(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -(-8) = +8.$

Mis liiki arv on negatiivse arvu kuup?

1947. Arvuta arvude 2 ja —2 astmed, võttes astendajateks arvud 1, 2, 3, ... 10. Töö korralda nii:

$2^1 = 2;$
$2^2 = 2\cdot 2 = 4;$
$2^3 = 2^2\cdot 2 = 4\cdot 2 = 8;$
$2^4 = 2^3\cdot 2 = 8\cdot 2 = 16;$

$(-2)^1 = -2$
$(-2)^2 = (-2)\cdot(-2) = +4$
$(-2)^3 = (-2)^2\cdot(-2) = 4\cdot(-2) = -8$
$(-2)^4 = (-2)^3\cdot(-2) = (-8)\cdot(-2) = +16.$

Missugused arvu —2 astmed on positiivsed, missugused negatiivsed?

1948. Arvuta $(-3)^n$ väärtused, võttes n väärtusteks arvud 1, 2, 3, ... 10. Missugused arvu —3 astmed on positiivsed, missugused negatiivsed?

1949. Arvutades arvude astmeid näeme, et negatiivse arvu paarituarvulise astendajaga aste on negatiivne, sest niisugune aste on korrutis, mis sisaldab paaritu arvu negatiivseid tegureid. Kõik muud astmed on positiivsed, peale arvu 0 astmete, mis on null.

Positiivse arvu iga aste on positiivne; negatiivse arvu paarisarvulise astendajaga aste on positiivne ja paarituarvulise astendajaga aste negatiivne:

$$(+a)^n = a^n; \quad (-a)^{2n} = a^{2n}; \quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

Arvu 0 iga aste on 0: $0^n = 0$
Arvu 1 iga aste on 1: $1^n = 1$
Arvu —1 aste on 1 või —1: $(-1)^{2n} = 1;\ (-1)^{2n+1} = -1.$

1950. Arvuta järgmised astmed:

$(-3)^4$ $(-4)^3$ $(-10)^5$ $(-1)^7$

$-(-5)^5$ $-(-3)^4$ $-(-2)^6$ $-(-4)^4$

$-(1{,}2)^3$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ $-\left(1\frac{1}{5}\right)^4$ 0^9

$(-0{,}2)^4$ $-(-0{,}1)^5$ $(-0{,}4)^3$ $-(1{,}5)^4$

1951. Joonista järgnev tabel vihikusse ja täida see, arvutades x^2, x^3 ja x^4 väärtused, mis vastavad x antud väärtustele:

x	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-1	$1\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$	2	-2	3	-3
x^2										
x^3										
x^4										

1952. Arvuta:

a) $17 - (-3)^2 : [4 - (-2)^3] + 5^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$

b) $\left[\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - \left(1\frac{1}{2}\right)^2\right] : \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

c) $3{,}5^3 + 3 \cdot 3{,}5^2 \cdot (-1{,}5) + 3 \cdot 3{,}5 \cdot (-1{,}5)^2 + (-1{,}5)^3$

d) $[14^2 + 14 \cdot (-8) + (-8)^2] \cdot [14 - (-8)]$

1953. Arvuta:

a) $-3^2 + 8 : 2^3 + 5^2 - 3^3$

b) $(-3^2 + 8) : (2^3 + 5^2 - 3^3)$

c) $(-3)^2 + (8 : 2)^3 + (5^2 - 3)^3$

d) $-(3^2 + 8) : [(2^3 + 5)^2 - 3^3]$

Tuleta avaldises a) sulgude kasutamise abil veel uusi avaldisi ja arvuta nende väärtused.

Täheliste avaldiste väärtuste arvutamine.

1954. Trapetsi pindala $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, kus a ja b on trapetsi alused ja h on kõrgus. Arvuta S, kui $a = 6{,}5$ cm, $b = 4{,}7$ cm ja $h = 8{,}5$ cm.

1955. Anna valem kuubi täispindala T arvutamiseks, kui kuubi serv on a. Arvuta T, kui $a = 5$ cm; 8 dm; 10 m.

1956. Anna korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala valem, kui püramiidi põhiserv on a ja kõrgus h. Arvuta püramiidi ruumala, kui $a = 12$ cm ja $h = 18$ cm.

1957. Koosta korrapärase nelinurkse püramiidi täispindala valem, kui püramiidi põhiserv on a ja püramiidi apoteem on m. Arvuta selle valemi järgi püramiidi täispindala, kui $a = 8{,}5$ dm ja $m = 12$ dm.

1958. Olgu tikutoosi mõõtmed kasvavas järjekorras a, b ja c. Tuleta valem tikutoosi kesta pindala K arvutamiseks ja arvuta see, kui $a = 18$ mm, $b = 37$ mm ja $c = 56$ mm.

1959. Selgita iga järgneva avaldise puhul:
1) missugune on selles esinevate tehete järjekord ja
2) missuguseid väärtusi ei saa olla selles esineval tähel (või tähtedel).

a) $a - 5 \cdot (b^2 - 3)$

b) $3a - \frac{4}{a-5}$

c) $(3x - 2) \cdot 6 - \frac{3}{x}$

d) $\frac{a + b : 3}{a - b}$

e) $\frac{u^2 - v^2}{u + v}$

f) $s - t \cdot (3s - t : s)$

1960. Arvuta avaldise $2a^2 - 8a - 1$ väärtus, kui $a = -3$; -2; 5. Töö vormista nii:
1) Kui $a = -3$, siis $2a^2 - 8a - 1 = 2 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3) - 1 = 2 \cdot 9 - 8 \cdot (-3) - 1 =$

1961. Arvuta avaldise $k^2(6k - 5)$ väärtus, kui $k = 3$; -4; $-\frac{1}{3}$.

1962. Arvuta avaldise $2a - 3(a^2 - b)$ väärtus, kui $a = -6$ ja $b = 38$.

1963. Arvuta avaldise $(3x - y^2) \cdot \frac{x}{y}$ väärtus, kui $x = -15$ ja $y = -5$.

1964. Arvuta avaldise $3u^2 - \frac{4uv}{v^3}$ väärtus, kui $u = 8$ ja $v = -4$.

1965. Arvuta avaldise $\frac{4a^2}{b+c}$ väärtus, kui $a = -12$, $b = -14$ ja $c = -6$.

1966. Anna igas järgnevas võrduses tähele kolm vabalt võetud väärtust, arvuta iga väärtuse puhul võrduse kummagi poole väärtused ja võrdle neid:

a) $(3-x)^2 + 6x = x^2 + 9$ b) $a^2 - (a-2)^2 = 2(a-2)$

c) $\frac{x^2-16}{x-4} = x + 4$ d) $\frac{9a^2-25}{3a+5} = 3a - 5$

e) $\frac{x^2+3x-10}{x+5} = x - 2$ f) $\frac{6a^2+a-2}{3a+2} = 2a - 1$

Näide.

$$\frac{x^2-9}{x+3} = x - 3$$

Kui $x = -2$, siis $\frac{x^2-9}{x+3} = \frac{(-2)^2-9}{-2+3} = \frac{4-9}{3-2} = \frac{-5}{1} = -5$

ja $3 - x = -2 - 3 = -5$,

s. t. võrduse kummagi poole väärtus on -5.

1967. Arvuta iga järgneva avaldise väärtused, mis vastavad neis esineva tähe kolmele vabalt võetud väärtusele:

a) $(x-5)^2 - x^2 + 10x$

b) $6 + \frac{2a}{2-a} + \frac{4}{a-2}$

c) $u + \frac{9}{u} - \frac{(u-3)^2}{u}$

Mis saab öelda nende avaldiste väärtuste kohta?

1968. Arvuta, kui palju suureneb või väheneb avaldise $3x^2 - 6x$ väärtus, kui x kasvab -4-st kuni -1-ni.

Näpunäide: lahuta x väärtusele -1 vastavast avaldise väärtusest x väärtusele -4 vastav avaldise väärtus.

1969. Mille võrra muutub avaldise $2x(1 - 3x^2)$ väärtus, kui x kasvab -3-st kuni 5-ni?

1970. Mille võrra muutub avaldise

$$4 - 2x - 1{,}5x^2$$

väärtus, kui x kasvab -2-st kuni $+2$-ni?

1971. Mille võrra muutub avaldise

$$0{,}5x^2 - 6x - 12$$

väärtus, kui x kasvab -6-st kuni -2-ni?

1972. Ühe ja sama avaldise mitme väärtuse arvutamist on kõige lihtsam teostada sellekohases arvutamisskeemis, milles peale veeru (või rea) x väärtuste märkimiseks leidub veel eri veerg (rida) iga avaldises esineva tehte tulemuse märkimiseks. Näiteks avaldise $4x - x^2$ väärtuste arvutamiseks kasuta järgmist skeemi:

x	$4x$	x^2	$4x - x^2$
−2	−8	4	−12
−1	−4	1	−5
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Arvuta avaldise $4x - x^2$ väärtused, mis vastavad x täisarvulistele väärtustele −2-st kuni 5-ni.

1973. Arvuta avaldise $2x + 0{,}5x^2$ väärtused, mis vastavad x täisarvulistele väärtustele −4-st kuni 2-ni. Kuidas see avaldis muutub x kasvamisel −4-st kuni −2-ni ja edasi −2-st kuni 2-ni?

1974. Arvuta avaldise $16 - 0{,}5x^2$ väärtused, mis vastavad x paarisarvulistele väärtustele −6-st kuni 8-ni. Kuidas see avaldis muutub x kasvamisel −6-st kuni 8-ni?

KORDAMISEKS.

1975. Ruudu ümbermõõt on u cm. Avalda ruudu pindala S ümbermõõdu u kaudu ja arvuta pindala S väärtused, mis vastavad u paarisarvulistele väärtustele 16-st kuni 32-ni. Kuidas muutub ruudu pindala, kui tema ümbermõõt kasvab 16 cm-st kuni 32 cm-ni?

1976. Risttahuka kõrgus on 15 cm, tema põhjaks on ruut küljega a cm. Avalda risttahuka ruumala V põhiserva a kaudu ja arvuta V väärtused, mis vastavad a täisarvulistele väärtustele 4-st kuni 10-ni. Kuidas muutub selle risttahuka ruumala, kui põhiserv kasvab 4 cm-st kuni 10 cm-ni?

1977. Teades, et võrdkülgse kolmnurga kõrguse ja külje suhe on ligikaudu 0,866, avalda selle kolmnurga pindala S külje a abil ja arvuta S väärtused, mis vastavad a väärtustele 5, 10, 15, ... 30.

1978. Kasutades korrapärase kuusnurga apoteemi ja külje suhet, näita, et selle kuusnurga pindala $S \approx 2{,}6\,a^2$ ja arvuta pindala väärtused, mis vastavad a väärtustele 2, 4, 6, ... 14.

1979. Joonista järgnev tabel vihikusse ja täida see. Arvutused teosta peast ridade kaupa, kasutades võimaluse korral mõnda juba täidetud rida. Määra tabeli täitmiseks kuluv aeg.

a	1	-2	2	-2	1	2	3	0	-4	-4
b	-1	1	-2	-2	3	-3	-2	-4	-1	0
$a+b$										
$a-b$										
$a \cdot b$										
$\frac{a}{b}$										
a^2										
b^3										
$(a+b)^2$										
$(a-b)^3$										
$(a \cdot b)^2$										
$\left(\frac{a}{b}\right)^3$										
$\frac{a}{b} - a^2$										
$a^2 + b^3$										

1980. Leia tundmatu x järgmistest võrdustest:

a) $5x = \left(-2\frac{1}{2}\right)^3$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

c) $3x + 12 = 6$ d) $4 : (x + 2) = 1$

1981. Arvuta järgmiste avaldiste väärtused:

a) $(|-6| - |-8|)^3$ b) $(|14| + |-12|) \cdot (|14| - |-12|)$

c) $\left|\frac{2^4 - 3^3}{(-2)^3 + 3^2}\right|$ d) $(|0| - |-1|)^2 (|-2| - |3|)^2$

1982. Leia

a) arvu -3 ruudu vastandarvu absoluutväärtuse kuup;

b) arvu 2 vastandarvu ja absoluutväärtuse vahe kahekordne korrutis.

1983. Leia

a) 75% arvu 24 ja tema vastandarvu vahest;

b) arv, millest 15% on 13 võrra suurem arvust -58;

c) mitu protsenti on arvu 5 ruut sama arvu kuubist.

1984. Aseta kasvavasse järjekorda järgmised arvud:

a) $(-2)^5$; $(-3)^4$; $|-20|$; $(-4)^2$; $|0|$; -5^2;

b) $(-2)^3$; -3^3; $(-3)^2$; -3^2.

12. ALGEBRALISED TÄISAVALDISED.

Üksliige.

1985. Avaldisi, nagu

$$2,\ a,\ \frac{1}{3}a^2,\ -7{,}5ab,\ 5ax^2,\ a^3b^2c$$

nimetatakse üksliikmeteks.

Üksliige on korrutis, mille esimene tegur on numbritega väljendatud kordaja ning teised tegurid on tähed ja nende astmed. Üksik arv loetakse samuti üksliikmeks.

Nimeta üksliikmete

$$x,\ -x^2,\ 2a^2b,\ 0{,}5a,\ 25xy$$

kordajaid.

1986. Arvuta üksliikme $3a^2b$ väärtus, kui a ja b väärtused on antud. Paiguta arvutustulemused tabelisse:

	I	II	III	IV	V	VI
a	0	1	−1	−1	−1	−2
b	0	1	1	2	−2	3
$3a^2b$						

1987. a) Missugustel a väärtustel üksliige $2a$ tähendab positiivset arvu, missugustel a väärtustel negatiivset arvu?

b) Missugustel a väärtustel üksliige $-2a$ tähendab positiivset arvu, missugustel a väärtustel aga negatiivset arvu?

1988. a) Kas $5a^2$ võib tähendada negatiivset arvu?

b) Kas $-3a^2$ võib tähendada positiivset arvu,

1989. a) Missugusel a väärtusel üksliige $7a^2$ on võrdne nulliga?

b) Missugustel x ja y väärtustel $8x^2y$ on võrdne nulliga?

Üksliikmete liitmine.

1990. Ülesannetest 1986—1989 selgus, et üksliikmed võivad tähendada kas positiivseid arve, nulli või negatiivseid arve, seepärast võib üksliikmeid käsitada kui ratsionaalarve, seega toimub nende liitmine ratsionaalarvude liitmise eeskujul järgmise juhise järgi:

üksliikmete liitmiseks kirjutatakse liidetavad üksliikmed koos nende ees seisvate märkidega üksteise järele.

Seega

$6a^3b^2$ ja $-5a^2b$ summa on

$$6a^3b^2 + (-5a^2b) = 6a^3b^2 - 5a^2b.$$

Liida üksliikmed

a) x^2, $-4xy$ ja $3y^2$;

b) x^3, $-4xy^2$, $-4y^3$ ja x^2y.

1991. Kirjuta summa ilma sulgudeta:

a) $8y^3 + (-13y^2) + (+2y) + (-4)$;

b) $(-2a^2b) + (-22ab^2) + (+9ab) + (-1)$.

Üksliikmete lahutamine.

1992. Arvuta üksliikmete $4a^2b$ ja $-4a^2b$ väärtused tähtede antud väärtustel.

Paiguta arvutustulemused tabelisse:

	I	II	III	IV	V	VI
a	0	1	1	-1	2	-3
b	0	1	2	2	-1	2
$4a^2b$						
$-4a^2b$						

Võrdle $4a^2b$ ja $-4a^2b$ väärtusi a ja b iga väärtuspaari puhul. Võrdlus näitab, et $4a^2b$ ja $-4a^2b$ tähendavad a ja b samadel väärtustel vastandarve.

Kirjuta $-3xy$ vastandarv; $5a^2$ vastandarv.

1993. Ratsionaalarvu lahutamise eeskujul saame üksliikme lahutamise juhise:

üksliikme lahutamiseks tuleb tema vastandarv liita.

Seega üksliikmete $5ab$ ja $-2x$ vahe on

$$5ab - (-2x) = 5ab + 2x.$$

Lahuta a) üksliikmest $2a$ üksliige $-3b$;
b) üksliikmest $-5x^2$ üksliige $2a$.

Kirjuta sulgudeta:
a) $(-2x^3) - (-5x)$;
b) $(+4ab) - (+2a)$.

Hulkliige algebralise summana.

1994. Et üksliikme lahutamine taandub liitmiseks, siis üksliikmete liitmist ja lahutamist nimetatakse ühise nimetusega algebraliseks liitmiseks. Üksliikmete algebralise liitmise tulemuseks on üksliikmete algebraline summa.

Üksliikmete algebralist summat nimetatakse hulkliikmeks.

Liidetavad üksliikmed koos nende ees seisvate märkidega on hulkliikmed.

Näiteks

$$-3a^3 + 9a^2b - 4ab^2 - 8b^3 + 2$$

on hulkliige; ta liikmed on

$$-3a^3,\ 9a^2b,\ -4ab^2.\ -8b^3 \text{ ja } 2,$$

liikmete kordajad on vastavalt -3, 9, -4, -8 ja 2.

Nimeta hulkliikme liikmeid ja iga liikme kordajat:

a) $5x^3 - 8x^2 + 3x - 1$;

b) $2\frac{1}{2}a^2 - 4a + 5b - 10$;

c) $-12a^3 + 27a^2b - ab^2 - 5b^3 + 2$.

1995. Kirjuta hulkliige sulgudeta:

a) $8x^3 - (-2x^2) + (-4x) - (-1)$;

b) $(-5a^3b) + (-7a^2b^2) - (-ab^3) - (+3)$.

1996. Kahe liikmega hulkliiget nimetatakse **kaksliikmeks** (ehk binoomiks), kolme liikmega hulkliiget **kolmliikmeks** (ehk trinoomiks). Enam kui kolme liikmega hulkliikmel eri nimetust ei ole.

Nimeta alljärgnevate avaldiste hulgast üksliiget, kaksliiget ja kolmliiget:

a) $2a + b$; -5; $x^2 - 2x + 10$; y; 0; $a - b$.

b) 1; $1 + x$; $2 + 3x - x^2$; $a + b$; x; $a^2 + a + 1$.

1997. On avaldisi, mis oma kuju poolest ei kuulu ei üksliikmete ega hulkliikmete hulka, nagu

$$(a + b)^n,\ 2(x^2 + 5y^2),\ (m + n)\ (a - b).$$

Allpool on antud rida avaldisi. Nimeta, missugune neist on üksliige, missugune hulkliige ja missugune oma kuju poolest ei kuulu üksliikmete ega hulkliikmete hulka:

$$x^5 - x^3 + x^2 - 1;\ 2a^2 + 2b^2;\ 2(a^2 + b^2);\ (a + b)\ (a - b),$$
$$a^2b;\ 5a^3x^3y^3;\ -a^2 + 10a - 2.$$

Sarnased üksliikmed.

1998. Üksliikmeid, mille tähelised koostised on ühesugused ja mis seega erinevad ainult kordajate poolest või ei erinegi, nimetatakse **sarnasteks**.

Näiteks $3a^2b^3$ ja $-7a^2b^3$ on sarnased, kuid $5ab$ ja $5ax$ ei ole sarnased.

Nimeta, missugused üksliikmed alljärgnevas üksliikmete reas on sarnased ja missugusele antud reas ei leidu sarnast:

a) $29x^2$, $8ab$, $-4x^2$, x^2;

b) ax, $7a^2b$, $-2a^2b$, $5y$, $-a^2b$.

1999. Sarnaste üksliikmete algebralist summat saab asendada üheainsa üksliikmega.

Näiteks, kasutades summa korrutamise seadust, saame

$$3a + 2a = (3 + 2)a = 5a;$$
$$4a^2b + 3a^2b - 5a^2b = (4 + 3 - 5)a^2b = 2a^2b.$$

Sarnaste üksliikmete algebraline summa on võrdne sarnase üksliikmega, mille kordajaks on liidetavate üksliikmete kordajate summa.

Liida ja kirjuta tulemus üksliikmena:

a) $4b$ ja $7b$
$8{,}1a$ ja $-5{,}4a$
m, $-2m$ ja $7m$

b) $3d$ ja $4d$
$0{,}75x$ ja $-0{,}25x$
$0{,}9n$, $-3n$ ja $-5{,}9n$.

2000. Lahuta esimesest üksliikmest teine ja kirjuta tulemus üksliikmena:

a) $4u$; $2\frac{7}{8}u$

$3\frac{1}{5}a$; $-1\frac{1}{3}a$

$-10b$; $-0{,}07b$

b) x; $0{,}75x$

$4y$; $-3{,}42y$

$-3\frac{1}{3}n$; $-2\frac{1}{2}n$.

Hulkliikme sarnased liikmed ja nende koondamine.

2001. Kui hulkliikmes on sarnaseid liikmeid, siis on võimalik hulkliiget k o o n d a d a, ühendades sarnased liikmed ja asendades nende summa üheainsa liikmega.

Kasutades liidetavate vahetuvuse, ühenduvuse ja summa korrutamise seadusi, saame näiteks

$$a + 7b - 2a - 3b + 5a =$$
$$= a - 2a + 5a + 7b - 3b =$$
$$= (a - 2a + 5a) + (7b - 3b) =$$
$$= (1 - 2 + 5)a + (7 - 3)b = 4a + 10b.$$

Nimeta, milliseid arvutamise seadusi on siin järgemööda kasutatud.

Hulkliikme sarnaste liikmete koondamist võib lühemalt kirjutada, märkides iga rühma sarnaseid liikmeid ühe, kahe või kolme

joonekesega nende all ning liites sarnaste liikmete kordajad peast. Näiteks,

$$2a - 5b + 8a - 3b + a = 11a - 8b.$$

Kirjelda selle hulkliikme koondamist.

2002. Koonda järgmised hulkliikmed:

a) $a^2 + a^2$
$a^2 + a^2 + a^2$
$a^3 + a^3$
$x^3 + x^3 + x^3$
$x^2 + x^2 + x^2 + x^2$

b) $8x^3 + x^3$
$2{,}5z^2 + 0{,}5z^2$
$7y^3 - 4y^3$
$2\frac{1}{3}e^3 - 1\frac{2}{3}e^3$
$1{,}7c^2 - 1{,}3c^2$

2003.

a) $a^2 + a^2 + a^2 + b^2 + b^2$
$n^3 + m^3 + n^3 + m^3 + n^3 + m^3$
$m^2 + m^3 + m^3 + m^3 + m^3$
$x^2 + y^3 + x^2 + y^3 + y^3 + x^2$
$u^3 + u^3 + v^4 + v^4 + v^4$

b) $4a^2 + 6a^2 + 5a^3 + 3a^3$
$8b^3 + 6b^2 + 7b^3 + 4b^2$
$9x^2 + 5y^2 + 3x^2 - 4y^2$
$3m^2 + m^2 - 1 - 3m^2$
$7r^3 - 3r^3 + r^3 + 9$

2004.

$a + 5a - 2a + 7b + 3b$
$16x - 11x + t + 3t - 2t$
$15s + 13r + 7r - 9s - 9r$
$12p - 3p + 8q - 3q + p$
$13y + 19z - 4z - 7y - 5z$

$7a + a + 2$
$4c - 3c + 1$
$6r + 3r + 1$
$3b + 3 + 12b$
$4d + 1 - 3d$

2005.

$2x - x + 4x$
$-3x + 6x - x$
$7y - 8y - y$
$3 + y - 9y$
$z - 12z + 5z$

$w + 14w - 15$
$-8 + 7w - 3w$
$1{,}5p - 2{,}9p + 3{,}7p$
$p - 8{,}9p + 4{,}5p$
$-q + 4{,}7q - 1{,}6q$

2006.

$z - z - 3z$
$0 - 5u - 4u + 9u$
$-u - 13u + 11u$
$8v + 5v - 17v$
$4 - 7v + 3v$

$+ 2{,}1q - 9{,}5q - 7{,}5q$
$-4 + 3m - 7u - 5m + 8u$
$h + 15k - 9k - 22k + 14h$
$7s - t - 8s + 3t - 10$
$x + 2y + 3z - 3x - 2y - x$

2007.

$2x - 3x + 7x - 4y + y$ $\quad$ $13a - 5a - 13a + b$

$x - 9x + 12x + 11y - 5y$ $\quad$ $11a - 7a - 11a + 2b$

$4x - 3x + 1{,}5x + 2z - 2z$ $\quad$ $11x - 7x - 4x + a$

$1{,}6x - 0{,}8x + z + 3{,}7z - 6{,}4z$ $\quad$ $7x - 11\frac{2}{3}x + 3\frac{1}{2}x - 2\frac{5}{6}x + y$

$3x - 2x - x - z - 3z + 4z$ $\quad$ $-0{,}27c + 0{,}23c + 0{,}4d - 0{,}3d$

2008. Kirjuta järgmised avaldised võimalikult lühidalt:

$-3R + (-12R)$

$-5h^2 + (-27h^2) + (-11h^2)$

$-2abx + (-abx) + (-14abx)$

$-7Q - (-10Q) - (+8Q)$

$3uv - (+13uv) - (-7uv) - (+uv)$

Hulkliikme korrastamine.

2009. Olgu antud hulkliige, milles esinevad ainult ühe tähe mitmesugused astmed, näiteks:

$$7x - 8x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 4.$$

Rakendades liitmise vahetuvuse seadust, võib selle hulkliikme liikmed nii ümber paigutada, et nad esineksid tähe x alanevate astmete järjekorras, siis saame:

$$-8x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x + 4.$$

Sama hulkliikme võib kirjutada ka tähe x tõusvate astmete järjekorras:

$$4 + 7x - 2x^2 + 5x^3 - 8x^4.$$

Kui hulkliige on kirjutatud temas esineva tähe alanevate või tõusvate astmete järjekorras, siis öeldakse, et hulkliige on selle tähe astmete järgi korrastatud.

Kui hulkliikmes esineb kaks või enam tähte, siis võetakse üks neist peatäheks ja korrastatakse hulkliige selle peatähe astmete järgi. Näiteks, hulkliige

$$2a^3 + 7a^2b - ab^2 + b^3$$

on korrastatud tähe a alanevate astmete järgi.

Kas see hulkliige on ka tähe b astmete järgi korrastatud?

Korrastatud hulkliikme liiget, milles peatäht esineb kõrgeimas astmes, nimetatakse kõrgeimaks liikmeks ehk pealiikmeks. Pealiikmeks esineva tähe astet nimetatakse ühtlasi ka hulkliikme astmeks.

Näiteks

$$x^5 + 2x^4 - 7x + 2$$

on viienda astme hulkliige.

Hulkliikmed korrastatakse tavaliselt peatähe alanevate astmete järgi.

Korrasta hulkliige $3 - 7x^2 - 8x + 4x^3$

a) tähe x alanevate astmete järgi;
b) tähe x tõusvate astmete järgi.

Korrasta hulkliige $8t^2c - c^3 + 4tc^2 + 3t^3$

tähe t alanevate astmete järgi; tähe c alanevate astmete järgi.

2010. Koonda hulkliige ja korrasta tulemus tähe x alanevate astmete järgi:

a) $2x^4 + 5x^3 + x^2 - 1 - x^4 - 7x^3 - x^2$
b) $2a^2b^3x + 3ab^2x^2 - 7ab^2x^2 - a^2b^3x + abx^3$.

Üksliikmete korrutamine.

2011. Olgu tarvis korrutada kaks ühe ja sama arvu astet, näiteks avaldis a^m avaldisega a^n, kus m ja n tähendavad naturaalarve. Tuletades meelde nende avaldiste tähendust, saame

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{m \text{ tegurit}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ tegurit}}.$$

Paremal pool seisvate tegurite koguarv on $m + n$; seega võib nende tegurite korrutist kirjutada lühemal kujul a^{m+n}; järelikult

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Näeme, et

ühe ja sama arvu astmete korrutamisel astendajad liidetakse.

Näited.

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5.$$
$$x \cdot x^3 = x^{1+3} = x^4.$$
$$u \cdot u^2 \cdot u^3 = u^{1+2+3} = u^6.$$

Korruta:

$x^2 \cdot x^3$	$2^m \cdot 2^3$	$y^2 \cdot y \cdot y^4$	$3^n \cdot 3^2$
$a \cdot a^3$	$2^m \cdot 2$	$a \cdot a^2 \cdot a^3$	$3^n \cdot 3$
$b^2 \cdot b^2$	$5^m \cdot 5^n$	$b^3 \cdot b^2 \cdot b^2$	$7^a \cdot 7^b$
$m^4 \cdot m$	$a^{m+2} \cdot a^{n-a}$	$z^5 \cdot z \cdot z$	$x^{n+3} \cdot x^{n-3}$
$n^3 \cdot n^2$	$a^2 \cdot a^{n-2}$	$k^2 \cdot k^3 \cdot k$	$y^3 \cdot y^{n-3}$

2012. Olgu tarvis korrutada üksliikmed $5a^2x^3$ ja $-7ax^4$. Nõutav korrutis on

$$5a^2x^3 \cdot (-7ax^4).$$

Tegurite vahetuvuse seaduse põhjal võime seda kirjutada ka nii:

$$5 \cdot (-7) \cdot a^2 \cdot a \cdot x^3 \cdot x^4$$

ja edasi korrutise korrutamise seaduse põhjal:

$$5 \cdot (-7) \cdot a^{2+1} \cdot x^{3+4}$$

ehk

$$(-35) \cdot (a^3) \cdot (x^7)$$

ehk lühemalt

$$-35a^3x^7.$$

Seda mõttekäiku üldistades võime sõnastada üksliikmete korrutamise juhise lühidalt nõnda:

üksliikmete korrutamisel kordajad korrutatakse ja ühesuguste tähttegurite astendajad liidetakse.

Näide.

$$(-3abx^2) \cdot \left(-2\tfrac{1}{2}a^2x^3\right) = (-3) \cdot \left(-2\tfrac{1}{3}\right) \cdot a^3bx^5 =$$
$$= \left(3 \cdot \tfrac{7}{3}\right)a^3bx^5 = 7a^3bx^5.$$

2013.

$4 \cdot 5c$	$x^2 \cdot x$
$f \cdot 9f$	$y \cdot y^2 \cdot y^4$
$2h \cdot 7k$	$2z^2 \cdot 3z^3$
$3pq \cdot q$	$8u^3 \cdot 8u^3$
$3uv \cdot 5v$	$a^2v^3 \cdot a^8v$

2014.

$7A \cdot AB$	$x^3 \cdot x^3$
$3cD \cdot 8DE$	$y^2 \cdot y \cdot y^3$
$3r^2 \cdot 0{,}2s^2$	$3z \cdot 7z^3$
$0{,}9hk^2 \cdot 2h$	$0 \cdot u^2 \cdot 14$
$4N^2 \cdot 9Nu$	$av^3 \cdot a^4v^2$

2015.

$p \cdot 2p \cdot 3q$	$x^5 \cdot x^4$
$12pqr \cdot \frac{3}{4}\, qr$	$y^3 \cdot y \cdot y$
$6f^2h \cdot 8fh^2$	$7z^2 \cdot z^7$
$3ax \cdot 2bx \cdot cx$	$6u^3 \cdot 4u^4$
$u^2v \cdot v^2w \cdot w^2u$	$a^2v^3 \cdot av$

2016.

$(-3a)\,(-4b^2)\,(-a)$	$\left(-\frac{2}{3}x\right)\left(-\frac{3}{2}y\right)$
$2a^2 \cdot (-a)\,(-b)$	$(-x) \cdot 0 \cdot (-5x^2)$
$(-a)\,(-b)\,(-2a)$	$(-4x^2)\,(-7x) \cdot \frac{1}{7}y$
$(+x)\,(-3b)\,(-2c)$	$(0{,}3x^2)\left(-\frac{1}{3}x\right)$
$(-2)\,(-3a)\,(-4b)$	$(-0{,}4y^2) \cdot 5y^2$

2017.

$0{,}3a \cdot 0{,}3a \cdot \left(-\frac{1}{100}b\right)$	$0{,}5x^3 \cdot 0{,}5x^3$
$(-0{,}5a)\,(-0{,}2a) \cdot 10ab^2$	$(-0{,}3a)\,(-b)\,(-c)$
$(-4x)\left(-\frac{1}{2}y\right)\left(-\frac{1}{4}xy^3\right)$	$(+1{,}2x)\,(-5)\,(-y)$
$(-3x)\,(+3x)\,(-3x^2)$	$\left(-\frac{2}{3}a\right)\left(+\frac{2}{3}b\right)(-9ab)$
$(-0{,}5a)\,(+2ab)\,(-c)$	$\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}x\right)\left(+\frac{2}{3}z\right)$

2018.

$12h^2 \cdot \frac{3}{4}h$	$3\frac{1}{3}h \cdot \frac{3}{10}h^4$
$\frac{1}{2}n \cdot 16nx^3$	$1\frac{3}{4}n^4x \cdot 1\frac{1}{7}nx^6$
$16c^3z^2 \cdot cz^3$	$0{,}2c^3 \cdot 0{,}3cx^4$
$0{,}1a^2s \cdot 10as^4$	$0{,}8a^3s^3 \cdot 2{,}5a^2s$
$0{,}1k^3t^2 \cdot 0{,}1kt^3$	$0{,}9k^2t \cdot 9{,}1k^3t^2$

Üksliikmete jagamine.

2019. Olgu tarvis leida kahe sama alusega astme jagatis, näiteks, olgu tarvis jagada avaldis a^5 avaldisega a^2.

Saame

$$a^5 : a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a^3.$$

Seega

$$a^5 : a^2 = a^{5-2} = a^3.$$

Üldiselt, kui m ja n on naturaalarvud ja $m > n$, siis

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Tõepoolest, korrutades kontrolliks jagatist jagajaga, saame

$$a^{m-n} \cdot a^n = a^{m-n+n} = a^m,$$

nagu peab olema.

Seega: kui $m > n$, siis

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Tulemuse võime lühidalt sõnastada nõnda:

ühe ja sama arvu astmete jagamisel jagaja astendaja lahutatakse jagatava astendajast.

Jagatis $a^m : a^m = 1$ igasuguse astendaja m puhul.

2020. Leia jagatised:

$a^4 : a^2$	$q^6 : q^4$
$c^3 : c^3$	$N^8 : N^5$
$x^4 : x$	$u^{10} : u^9$
$t^5 : t^2$	$v^3 : v$
$S^8 : S^8$	$y^7 : y^4$

2021. Olgu tarvis jagada üksliige $-28a^5b^3x$ üksliikmega $-4a^2b^3$. Rakendame korrutisega jagamise juhist:

jagame jagatava eeskätt jagaja esimese teguriga -4; saame $7a^5b^3x$; jagame saaduse teise teguriga a^2; see annab $7a^3b^3x$; jagame selle saaduse kolmanda teguriga b^3; see annab lõppsaadusena $7a^3x$.

Seda mõttekäiku üldistades võime üksliikmete jagamise juhise sõnastada lühidalt nõnda:

üksliikme jagamiseks üksliikmega tuleb jagatava kordaja jagada jagaja kordajaga ja saadud kordaja järele kirjutada jagatavas ja jagajas esinevate tähttegurite jagatised.

Kui mingi täht esineb ainult jagatavas, siis jagatises see täht esineb sama astendajaga.

Kui mingi tähe astendajad jagatavas ja jagajas on võrdsed, siis seda tähte jagatises ei esine.

N ä i d e.

$$3cN^2u^5 : (-4N^2u^3) = -\frac{3}{4}cu^2.$$

2022.

$12a^2 : 3$	$18t^4 : 6t^3$	$21p^2q^3 : 7pq^2$
$28b^3 : b$	$6{,}4u^5 : 1{,}6u^3$	$5a^2u^3 : 5au^2$
$32c^2 : 8c^2$	$63N^3c^5u^7 : 9Nc^3u^5$	$30i^3m^5n^3 : 10i^2m^3$

2023.

$18m : 6$	$26u^2 : 13$	$112mv : 7m$
$85h : 17$	$42z^3 : 7z$	$36ax : 9a$
$576g : 24$	$27mn^2 : 3mn$	$80rR : 24rR$

2024.

$39n^5 : 3n$	$0 : 19k$	$3uvw : 12uw$
$a^3 : a^3$	$16c^3d^2u : 32c^3du$	$11a^2b^2z : 66ab^2$
$28f^2 : 14f$	$0{,}2k^3l^4m^2 : 0{,}5k^2l^3m$	$25h^2k^3l : 10hk^2$

Kirjuta järgmised avaldised võimalikult lühidalt:

2025.

$\frac{x^6}{x^2}$; $\frac{a^4}{a^4}$; $\frac{-z^{12}}{z^8}$; $\frac{a^2b}{ab}$; $\frac{-28u^2}{42u}$; $\frac{14a^2x^2}{196a^2x}$.

2026.

$\frac{5c^2v}{10c^2v}$; $\frac{0}{4d^2w}$; $\frac{7N^2u^3}{35N^2u^2}$; $\frac{-27ab^2c^3}{18bc^2}$; $\frac{48c^3d^4}{-11c^2d^2}$; $\frac{-72a^4h^5}{56a^3h}$;

Üksliikme astendamine.

2027. Astme astendamine. Olgu tarvis a^3 astendada kahega, saame $(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^{2 \cdot 3}$

Üldiselt, avaldise a^m astendamisel arvuga n, kus m ja n on naturaalarvud, saame

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \ldots a^m}_{n \text{ tegurit}}.$$

Meelde tuletades, et ühe ja sellesama arvu astmete korrutamisel astendajad liidetakse, leiame, et

$$(a^m)^n = a^{m+m+m+\ldots+m}$$

Summa $m + m + m + \ldots + m$, kus esineb n võrdset liidetavat ja iga liidetav on m, võime kirjutada lühemalt nm.

Seega

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Tulemuse võime sõnastada lühidalt nõnda:

astme astendamisel astendajad korrutatakse.

Näited.

$$(x^2)^3 = x^6 \qquad (u^3)^5 = u^{15}$$

Astenda:

$(a^4)^3$	$(-3)^4$	$(m^2)^7$
$(x^3)^2$	$(-2)^5$	$(-5)^3$
$(y^3)^4$	$(3^2)^2$	$(-a^2)^3$
$(b^2)^4$	$(10^2)^3$	$(-x^5)^2$
$(c^3)^3$	$(2^2)^3$	$(-3)^4$

2028. Astenda:

$(2^2)^3$; $(1^5)^4$; $[(-1)^2]^3$; $(a^2)^3$; $(b^3)^2$; $-(c^4)^2$; $(-5)^2$; $[(-3)^2]^3$; $(d^2)^5$; $(-e^3)^3$

2029. Lihtsusta:

$(-s^2)^3$	$\left(-\frac{v}{2}\right)^2$	$\left[\left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^2$
$-(-t^3)^2$	$-\left(-\frac{w}{10}\right)^3$	$\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^4\right]^2$
$(+u^3)^4$	$[(-1{,}2)^2]^2$	$(-0{,}6^2)^3$

Korrutise astendamine.

2030. Olgu tarvis korrutis abc astendada arvuga 3. Astme tähenduse põhjal saame:

$$(abc)^3 = (abc)\,(abc)\,(abc) = abcabcabc = aaabbbccc = a^3b^3c^3.$$

Milliseid arvutamise seadusi on siin kasutatud?

Üldiselt, kui n on naturaalarv, saame:

$$(ab)^n = \underbrace{ab \cdot ab \cdot ab \ldots ab}_{n \text{ tegurit}}.$$

Rakendades tegurite vahetuvuse ja korrutise korrutamise seadust, näeme, et

$$(ab)^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ tegurit}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \ldots b}_{n \text{ tegurit}}$$

ehk

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

Tulemuse võime sõnastada lühidalt nõnda:

korrutise astendamisel astendatakse tema iga tegur.

N ä i d e.

$$(-3ab^2c^3)^4 = (-3)^4 \cdot a^4 \cdot (b^2)^4 \cdot (c^3)^4 = +81 \cdot a^4 \cdot b^8 \cdot c^{12}$$

ehk lühemalt

$$(-3ab^2c^3)^4 = 81a^4b^8c^{12}.$$

Kirjuta järgmised astmed sulgudeta:

2031.

$(2a)^2$	$(1{,}5d)^3$	$(5x^3)^2$
$(3b)^3$	$(7{,}1e)^2$	$(3y^2)^3$
$(0{,}2c)^2$	$(4u^3)^3$	$(2z^3)^5$

2032.

$(-6h)^2$	$(-4m)^3$	$(x^2)^2$
$(-k^2)^3$	$(-7n^3)^2$	$(-u)^2$
$(-3i^2)^2$	$(Q^2q)^4$	$(3v^2)^3$

2033.

$(x^3)^4$	$(-10z^2)^3$	$(x^2)^5$
$(-u^2)^3$	$(-Qq^3)^2$	$(-u)^2$
$(-4v^3)^2$	$(-2Q^2q^4)^3$	$(-2v^3)^3$

2034.

$(2a^2b)^3$	$(rst^2)^5$	$(3h^4k)^3$
$(4mn^2)^2$	$(7a^2x^5)^2$	$(-4k^5l)^5$
$(3p^2q^3)^4$	$(-0{,}5m^5n^2)^2$	$(2i^4m^3)^4$

Hulkliikme korrutamine üksliikmega.

2035. Et hulkliige on algebraline summa, siis hulkliikme korrutamine üksliikmega tähendab summa korrutamist üksliikmega. Summa korrutamise seaduse põhjal saame, näiteks:

$$5x^2 \cdot (x^3 - 4x^2 + 3x - 1) =$$
$$= 5x^2 \cdot x^3 - 5x^2 \cdot 4x^2 + 5x^2 \cdot 3x - 5x^2 \cdot 1 =$$
$$= 5x^5 - 20x^4 + 15x^3 - 5x^2$$

ja

$$(-4ab^2x) \cdot (3bx^2 + 5a^2x - 7ab) =$$
$$= -12ab^3x^3 - 20a^3b^2x^2 + 28a^2b^3x.$$

Hulkliikme korrutamiseks üksliikmega korrutatakse selle üksliikmega hulkliikme iga liige ja tulemused liidetakse.

Korruta:

a) $(-4c^2) \cdot (7c^2 + 4c + 2)$;

b) $2a \cdot (5a^2 - a - b)$.

2036.

$5a \cdot (4a^2 + 2)$	$\frac{1}{2}u^2(6v + 2u)$
$7b \cdot (b^2 - x)$	$1{,}4v(5v^2 - 1)$
$Q^2 \cdot (2q - Q)$	$0{,}6(8cz^2 + z^3)$
$6y \cdot (2y^2 - ab)$	$10\ mn\left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{5}ng^2\right)$
$3h \cdot (h^3 - a^2h)$	$14p^2\left(\frac{3}{7}pq^2 - \frac{1}{2}q^2v\right)$

2037.

$(a + b + c) \cdot (-ab)$	$(2ax + 3by - 4cz) \cdot (-1)$
$(2a - 3b - 4c) \cdot (+2c)$	$(x^2 + y^2 - xy) \cdot (-ax^2)$
$(-x^3 + 2x^5 - 3x^7) \cdot (-3x^2)$	$(m - mn + np) \cdot (-3mnp)$
$(x^2 - 5x + 6) \cdot 0{,}2x^3$	$(2au + 3bv - 4cw) \cdot \frac{5}{12}abc$
$(m^2 - 3mn + n^2) \cdot (-mn)$	$(0{,}1hx^2 + 10h^2x) \cdot 0{,}1hx$

2038. Et oleks näha hulkliikme üksliikmega korrutamise nõue, selleks pannakse hulkliige sulgudesse ja siis teostatakse korrutamine.

Korruta

a) hulkliige $10x^3 - 9x^2 + 8y$ üksliikmega $7x^4$;
b) hulkliige $8x^7y^4 - 6x^6y^5 + 7x^5y^6$ üksliikmega $5x^3y^4$;
c) hulkliige $2a^3 + 3a^2b - 4ab^2$ üksliikmega $2a^2b^2$.

2039. Pärast hulkliikme korrutamist üksliikmega tulemuses sulud kaovad, sellepärast öeldakse «korrutada» asemel: «avada sulud».

Ava sulud:

$3(a + b - c)$
$8(a^4 - 3a^3b + 4a^2b^4)$
$2a^2b^2(3a^2b - 2ab^2 + b^3)$
$4a^{n+2}b^3(7a^n - 3a^{n-1}b + 2a^{n-2}b^2)$
$2(a - b + c)$
$3a^3b^2(5a^3b + 7a^2b^2 - ab^3)$
$(-4ab)(-2a^2b^2 + 5ab^3 - 7b^4)$
$5x^{n+1}(2x^n - 6x^{n-1} + 4x^{n-1})$

Hulkliikme jagamine üksliikmega.

2040. Hulkliikme jagamisel üksliikmega kasutame summa jagamise seadust.

Näiteks:

$$(4n^2 - 8n + 12) : 4 = 4n^2 : 4 - 8n : 4 + 12 : 4 = n^2 - 2n + 3;$$

$$(6mn^2 - 4mn - 8n) : (-2n) =$$
$$= 6mn^2 : (-2n) - 4mn : (-2n) - 8n : (-2n) =$$
$$= -3mn + 2m + 4.$$

Kontrolli viimast jagamist, korrutades saadud jagatist jagaja üksliikmega.

Hulkliikme jagamiseks üksliikmega jagatakse hulkliikme iga liige selle üksliikmega ja tulemused liidetakse.

2041.

$(6Q - 4) : 2$
$(15z - 12) : 3$
$(28u + 21v) : 7$
$(7pq + 7) : 7$
$(81r^2 + 63) : 9$
$(m + 2mn) : m$
$(5x^2 - 2x) : x$
$(4n^2 + 3cn) : n$
$(y^3 + y^2 + y) : y$
$(4z^4 - 2z^2 + z) : z$

Ava sulud:

2042.

$(6hg - 3g^2) : 3g$ $(13m^2n - 3mn^2) : 5hk$
$(12ax - 20a^2) : 4a$ $(15h^3k - 25hk^2) : 5hk$
$(18x^2 - 6x) : 6x$ $(z^5 + z^3 + z^2) : z^2$
$(2Q^3 - Qq) : 2Q$ $(14c^5 + 98c^4d) : 14c^3$
$(3r^4 - 4r) : 4r$ $(35u^4 - 20u^2) : 5u^2$

2043.

$(m^2 - m) : (-m)$
$(hk - kl) : (+k)$
$(9x^2 - 6x) : (-3x)$
$(14y^2 - 42y) : (-7y)$
$(18w^3 - 45w) : (-9w)$
$(2z^3 - 3z^2) : (-4z^2)$
$(u^4 - 2u^3 - 3u^2) : (+0{,}5u^2)$
$(av^4 - bv^4) : (-v^3)$
$(20ap^2q^3 - 12bpq^2) : (-4pq^2)$

ÜLESANDEID KORDAMISEKS.

Kirjuta järgmised avaldised võimalikult lühidalt:

2044.

$n \cdot n^2 \cdot n^3$ $R^2 \cdot R^2 \cdot R^2$ $8a^2b \cdot 7bc^2$
$T^3 \cdot T^4 \cdot T^2$ $x^4 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot x$ $6p^5q \cdot 7q^5$
$q^2 \cdot q^4 \cdot q^6$ $4F^2G^3 \cdot 4F^2G^3$ $2hu \cdot 3hu^2 \cdot 4hu^3$

2045.

$b \cdot (-a) \cdot (-a)$ $(-4n^2) \cdot 3n^3 \cdot (-n^2)$
$-3c \cdot (-c) \cdot 2c^2$ $(-7m^3) \cdot (+2mn) \cdot (-m^2n)$
$(-2b) \cdot (-d)$ $2R^2 \cdot (-3r) \cdot 5r \cdot R$
$(-d) \cdot (-3d^2) \cdot 2d$ $-9ay^3 \cdot (-a^2y) \cdot (-1)$
$h \cdot (-h^2k) \cdot kl$ $-0{,}1p^2q \cdot (-10pq^2) \cdot (-pq)$

2046.

$(-212a) : 4$ $(-56u) : (+8u)$ $(-75)ay^2 : (-15ay)$
$(-16b) : 4$ $(-72gh) : (-18g)$ $(+217a^2v) : (-7a^2)$
$(-36cd) : 9$ $(+a^3b^2c) : (-5a^2b)$ $(-91p^2q^2) : 13pq$

2047.

$-(-3p^3)^3$ $\quad$ $(-1)^3 \cdot (-3s)^2$

$(-13)^2(-q)^4$ $\quad$ $(-2)^4 \cdot (-5t^2)^2$

$(-1)(-2r^2)^6$ $\quad$ $(+0{,}1)^2 \cdot (-1)^4 \cdot (100by)^2$

$(-2u)^3(-u^2v)^4$

$-\left(+1\frac{2}{3}\right)^2\left(-\frac{1}{3}pq^2\right)^2$

$(-0{,}7)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (0{,}2ax)^2$

2048.

$(-N) \cdot 3N^2$ $\quad$ $4x^4 \cdot 5x^2 \cdot (-2x^6)$

$a^{13} : a^9$ $\quad$ $(0{,}3y^2)^5$

$(-4m)^3$ $\quad$ $(-2cw)^3 : (-w)^2$

Ava sulud järgmistes avaldistes:

2049.

$(2a + b) \cdot 3b$ $\quad$ $(x^2 - x + 1)(-3x)$

$(4a - 3b)(-4a^2)$ $\quad$ $(x^2 - 6x - 5)(+0{,}4x)$

$(2a + 7b)(+2ab)$ $\quad$ $(5x^2 + 7x - 12)(-0{,}5ax)$

$(4a - 6) \cdot \frac{1}{6}ab$ $\quad$ $(3x^2 - x + 4)\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$

$(a^2 - 8b) \cdot \left(-\frac{3}{4}ab^2\right)$ $\quad$ $(10x^2 - 5x + 1)\left(-\frac{3}{10}ax^3\right)$

2050.

a) $(x^2 - xy) : x$

$(x^5 - 7x^3) : x^3$

$(34a^3x^2 - 51a^2x^3) : 17ax$

$(15c^2x^4 - 20cx^5) : 5cx^4$

$(21d^3u^5 - 28d^5u^3) : 7d^3u^3$

b) $(36x^2 - 60ax + 84a^2) : 12$

$(12a^2b - 6a^2b^2 + ab^3) : 3ab$

$(15h^5 + 4h^4 - 2h^3) : 5h^3$

$(10N^3 + N^2) : 5N^2$

$(21u^3 - 35u^2) : (-7u^2)$

2051. Koonda hulkliikmed ja korrasta tulemused:

$a^3 - 2a^2b + ab^2 + a^2b - 2ab^2 + b^3$

$4d^3 - d^2 + 6d - 20d^2 + 5d - 30$

$m^3 - m^2n + mn^2 + m^2n - mn^2 + n^3$

$14 - 28x - 7x^2 + 6x - 12x^2 - 3x^3 - 2x^2 + 4x^3 + x^4$

Leia tehte andmete ja tulemuse vaheliste seoste põhjal x väärtus võrdusest:

Leia tehte andmete ja tulemuse vaheliste seoste põhjal x väär-

$5(2 - 3x) + 16x = 25$

2053. $3(1-2x)+5x=2$
$4(2-x)+3x=7$

2054. $2(2x-1)=10$
$7(x+2)=28$

2055. $5(3x-2)=5$
$6(2x+1)=54$

2056. $(4x+8):4=10$
$(6x-9):3=5$

2057. $(3x-6):3=7$
$(12x+18):6=9$

2058. $(2x^2+4x):2x=4$
$(8x^3-12x^2):4x^2=7$

Hulkliikmete liitmine.

2059. Olgu tarvis leida hulkliikmete summa

$$(x^3+2x^2+5x-1)+(x^3-2x^2-2x+1).$$

Et hulkliikmed on algebralised summad, siis toimub nende liitmine summade liitmise seaduse järgi: liidame kõik liidetavad järgemööda. Saame

$$(x^3+2x^2+5x-1)+(x^3-2x^2-2x+1)=$$
$$=x^3+2x^2+5x-1+x^3-2x^2-2x+1=$$
$$=2x^3+3x$$

Hulkliikmete liitmiseks tuleb nende hulkliikmete kõik liikmed koos nende märkidega kirjutada üksteise järele ja koondada sarnased liikmed, kui neid leidub.

Mõnikord on liitmisel otstarbekohane kirjutada liidetavad hulkliikmed üksteise alla nii, et sarnased liikmed esinevad ühes veerus. Puuduvate astmete kohta jäetakse tühjaks.

Näide:

$$\begin{array}{rr} & 4k^3 \quad +3k+5 \\ + & \quad 7k^2+2k \\ & \quad\quad\quad 4k+3 \\ \hline & 4k^3+7k^2+9k+8 \end{array}$$

2060. Lihtsusta järgmised avaldised:

$(a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 + 2ab + b^2)$
$(3a^2 - 5a + 2) + (a^2 + 3a - 4)$
$(7x^2 - 4x + 5) + (-2x^2 + 9x + 6)$
$(8c^2 - 7c - 3) + (c^2 - 3c - 2)$
$(7y^2 - 6a - 1) + (y^2 + 8a + 5)$

2061. Liita järgmised hulkliikmed:

a) $x^2 + 5x + 6$
$x^2 - 5x + 12$
$x - 18$

b) $y^2 - 13y - 30$
$3y^2 + 16y + 29$
$4y + 7$

c) $4u^2 - 17u + 32$
$-4u^2 + 14u - 18$
$-u^2 - 14u - 15$

d) $y^5 - 3y^3 + 2$
$2y^3 - 2y + 1$
$y^3 + 2y - 3$

Hulkliikmete lahutamine.

2062. Hulkliikme lahutamine hulkliikmest on summa lahutamine summast. Kuid lahutamine taandub vastandarvu liitmiseks. Seega lahutatava hulkliikme liikmete lahutamise asemel liidame nende vastandarvud.

Näiteks:

$$(x^3 - 5x + 7) - (x^3 - 3x^2 + 6) = x^3 - 5x + 7 - x^3 + 3x^2 - 6 = \\ = 3x^2 - 5x + 1.$$

Hulkliikme lahutamiseks kirjutatakse vähendatava järele lahutatava hulkliikme kõik liikmed vastupidiste märkidega ja koondatakse sarnased liikmed, kui neid leidub.

Hulkliikmete lahutamisel, nagu liitmiselgi, on mõnikord otstarbekohane kirjutada lahutatav vähendatava alla nii, et sarnased liikmed jäävad ühte veergu.

Näide:

$$\begin{array}{r} 7k^4 + 5k^3 + 9k^2 + 3k + 8 \\ -\ 3k^4 \qquad + 7k^2 \qquad + 8 \\ \hline 4k^4 + 5k^3 + 2k^2 + 3k \end{array}$$

2063. Lihtsusta järgmised avaldised:

$(x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 + y^2)$
$(ny^2 + 2ny + 1) - (ny^2 + 2ny - 1)$
$(4a^2 - 5a + 3) - (2a^2 + 7a - 6)$
$(3n^2 - 7n - 8) - (2n^2 + 3n - 5)$
$(5b^2 - 4b + 2) - (-2b^2 - 3b - 5)$

2064. Lahuta:

a) $\begin{array}{r} 6n^2 - 8n + 5 \\ - \; n^2 + 2n - 2 \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 2c^2 - 3c + 1 \\ - \; -c^2 - 5c - 4 \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 9y^2 - 2y - 3 \\ - \; 5y^2 + 3y - 7 \end{array}$

d) $\begin{array}{r} 5m^2 - 6m - 7 \\ - \; -m^2 + 3m \end{array}$

2065. Lahuta igas reas teises veerus seisev hulkliige vastavast esimeses veerus seisvast ja koonda tulemus:

a) $2x^2 - 5x - 37$	$x^2 + 4x - 13$
b) $7y^2 - 35y + 18$	$-7y^2 - 27y + 15$
c) $u^3 + 6u - 7$	$u^3 - u^2 + 5u - 1$
d) $v^5 + 3v^3 - 2v^2 + 1$	$3v^4 + 3v^3 - 2v^2 + 6$

2066. S u l g u d e a v a m i n e. Eelnevate ülesannete lahendamisel märkasime, et pärast hulkliikmete liitmist ja lahutamist, mis olid sulgudes, sulud kadusid ära; öeldakse, et a v a s i m e s u l u d.

Hulkliikmete liitmise ja lahutamise eeskirjast järeldub järgmine sulgude avamise juhis:

et avada sulud, mille ees on plussmärk, tuleb sulgude sees olevate liikmete märgid jätta endiseks; et avada sulud, mille ees on miinusmärk, tuleb sulgude sees olevate liikmete märgid muuta vastupidisteks.

Ava sulud ja koonda:

a) $(7h^2 + 3h^2) - (2h + 1)$
$(15f^3 - 10f^3) + (3f^2 - 2)$
$(4H^2 - 2H^3 + H) - (4H^3 + 6H^2 + H - 5)$
$(Q^3 - 2Q^2 + 12Q - 7) - (20Q^2 - 11Q + 3)$
$7r^3 - (6r^3 - r^2 - 2r + 3)$

b) $u^3 - (u^3 - u^2 - 5u + 1)$
$(3v^4 - v^2 - 1) + (v^4 - v^2 + 1)$
$(x^5 - 3x^3 + 1) - (1 - x^3 - x)$
$y^4 - (y^3 - 2y^2 - 1) - (2y^2 - 1)$
$7z^5 - (z^4 - z^3 - 2z - 1)$

Hulkliikmete korrutamine.

Kaksliikmete korrutamine.

2067. Olgu antud kaksliikmed $a + b$ ja $c + d$. Nende korrutis on

$$(a + b) \cdot (c + d).$$

Et saada seda korrutist sulgudeta avaldisena ehk a r e n d a t u d k u j u l, rakendame summa korrutamise seadust:

$$m \cdot (c + d) = mc + md.$$

Kõnesoleval juhul $m = a + b$. Seega

$$(a + b) \cdot (c + d) = (a + b) \cdot c + (a + b) \cdot d.$$

Rakendades viimase võrduse paremal poolel uuesti sama seadust, saame

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + bc + ad + bd.$$

Samal viisil saame

$$(a + b) \cdot (c - d) = ac + bc - ad - bd.$$

ja

$$(a - b) \cdot (c - d) = ac - bc - ad + bd.$$

Kaksliikmete korrutamiseks tuleb korrutada ühe kaksliikme kumbki liige teise kaksliikme kummagi liikmega ja saadud korrutised liita.

N ä i t e d.

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2.$$
$$(2a + u)(a - 3u) = 2a^2 + au - 6au - 3u^2 =$$
$$= 2a^2 - 5au - 3u^2.$$

Korruta:

a) $(3x + y)(x + 3y)$
$(a - 2b)(a - 3b)$
$(2m - 7n)(5m + 7n)$
$(5c - 2)(c + 3)$
$(d - 6)(d - 5)$

b) $(2a + b)(a + b)$
$(x + y)(x - y)$
$(2a + b)(a - b)$
$(3m - n)(m + n)$
$(2x - 1)(x + 1)$

2068. Kaksliikmete korrutamise juhisest järeldub, et kaksliikmete korrutises võib olla kõige rohkem neli liiget.

Nimetame tähest vaba liiget v a b a l i i k m e k s.

Korrutise pealiige on alati võrdne tegurite pealiikmete korrutisega ja vabaliige tegurite vabaliikmete korrutisega. Seda silmas pidades võib ühte tähte sisaldavaid kaksliikmeid peast korrutada.

Kaksliikmete korrutamine peast võib toimuda järgmiselt:

$(x + 2)(x + 3)$ $\quad$ $(x - 7)(x + 5)$ $\quad$ $(x - 4)(x - 2$

$2x$ $\quad$ $-7x$ $\quad$ $-4x$

$3x$ $\quad$ $+5x$ $\quad$ $-2x$

$x^2 + 5x + 6$ $\quad$ $x^2 - 2x - 35$ $\quad$ $x^2 - 6x + 8$

Korruta peast:

a) $(x + 2)(x + 1)$
$(x + 4)(x + 2)$
$(x - 2)(x + 3)$
$(x + 4)(x - 3)$
$(x - 5)(x - 1)$

b) $(f - 3)(f + 2)$
$(g - 5)(g - 8)$
$(h + 6)(h - 10)$
$(i - 7)(i + 13)$
$(k + 12)(k - 5)$

Korruta:

2069.

a) $(7 - v)(v - 6)$
$\left(y - \frac{3}{4}\right)\left(y + \frac{2}{5}\right)$
$(z - 3)\left(z - \frac{5}{6}\right)$
$(g + 3)(g - 0{,}5)$
$(h - 2{,}5)(h + 1{,}4)$

b) $(3 + u)(5 - u)$
$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$
$(4 - w)(w + 9)$
$(a + 1)(3{,}4 - a)$
$(0{,}8 + b)(b - 2{,}5)$

2070.

a) $(a+2b)(3a-b)$
$(c+5d)(c-12d)$
$(s-4t)(s+t)$
$(s-7t)(s+6t)$
$(p-5q)(p+5q)$

b) $(2x+3)(3x+2)$
$(3y+5)(2y-4)$
$(5z-1)(2z-7)$
$(8f-4)(f+3)$
$(3g-2h)(2g-3h)$

2071.

a) $(x+2a)(x-a)$
$(x+3a)(x+8a)$
$(x-9{,}5)(x-2{,}2)$
$(x-7p)(x-5p)$
$(x-h)(x+2k)$
$(x+l)(m-2x)$

b) $(m-x)(3m+x)$
$(n+x)(n-x)$
$(6{,}5-x)(1{,}2+x)$
$(x-3q)(q+x)$
$(-x+v)(5x-v)$
$(-x-5s)(x+s)$

Kaksliikmete korrutamise eeskirja järgi saab kergesti peast korrutada kahekohalisi arve, kujutades tegureid kaksliikmete summana, nagu näha alljärgneval skeemil:

$$21 \cdot 32 = (20+1) \cdot (30+2)$$

30

40

$$600 + 70 + 2 = 672$$

Korruta peast:

a) $13 \cdot 22$
$21 \cdot 31$
$43 \cdot 12$
$51 \cdot 41$
$62 \cdot 34$

b) $12 \cdot 17$
$31 \cdot 22$
$27 \cdot 13$
$32 \cdot 23$
$53 \cdot 27$

2072. Kirjutades antud tegureid kahe arvu summadena ja vahedena, võib peale kahekohaliste arvude peast korrutada ka muid arve:

$$98 \cdot 102 = (100-2) \cdot (100+2)$$

200

+400

$$10\,000 + 200 - 4 = 10\,196.$$

$$6\tfrac{1}{2} \cdot 4\tfrac{1}{2} = \left(6+\tfrac{1}{2}\right)\left(4+\tfrac{1}{2}\right)$$

$$24+5+\tfrac{1}{4} = 29\tfrac{1}{4}.$$

Korruta peast:

a) $97 \cdot 98$

$103 \cdot 104$

$104 \cdot 99$

$198 \cdot 203$

$299 \cdot 302$

b) $499 \cdot 505$

$12\tfrac{1}{2} \cdot 12\tfrac{1}{3}$

$4\tfrac{1}{2} \cdot 8\tfrac{1}{4}$

$15{,}5 \cdot 16{,}5$

$9{,}7 \cdot 10{,}2$

Hulkliikmete korrutamine.

2073. Hulkliikmete korrutamisel kasutame summa korrutamise seadust.

Olgu tarvis leida korrutis

$$(a+b+c)(x-y+z).$$

Tähistame korrutaja tähega m, seega

$$a+b+c=m.$$

Siis saame

$$(a+b+c)(x-y+z) = m(x-y+z) = mx-my+mz;$$

kirjutame nüüd m asemele $a+b+c$, siis saame:

$$(a+b+c)(x-y+z) =$$
$$= (a+b+c)x-(a+b+c)y+(a+b+c)z =$$
$$= ax+bx+cx-(ay+by+cy)+az+bz+cz =$$
$$= ax+bx+cx-ay-by-cy+az+bz+cz.$$

Korrutamise lõpptulemusest näeme, et esimese hulkliikme iga liige on korrutatud teise hulkliikme iga liikmega

$$(a+b+c)\ (x-y+z) =$$
$$= ax-ay+az+bx-by+bz+cx-cy+cz.$$

Hulkliikmete korrutamiseks tuleb ühe hulkliikme iga liige korrutada teise hulkliikme iga liikmega ja saadud korrutised liita.

Näide.

$$(x^2 - 2x + 3)(x + 4) =$$
$$= x^3 - 2x^2 + 3x + 4x^2 - 8x + 12 =$$
$$= x^3 + 2x^2 - 5x + 12.$$

Korruta:

a) $(x^2 + 5x - 1)(x + 3)$
$(d - 5)(4d^2 - d + 6)$
$(a^2 - 2ab + b^2)(a + b)$
$(x^2 + xy + y^2)(x - y)$
$(m + n)(m^2 - mn + n^2)$

b) $(3t^2 + 5t - 1)(t + 1)$
$(a^2 + ab + b^2)(a - b)$
$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$(4s^2 - 3s + 1)(2s - 5)$
$(2 - 4x - x^2)(7 + 3x)$

2074. Hulkliikmeid võib korrutada nii, et korrastatud hulkliikmelised tegurid kirjutatakse üksteise alla. Osakorrutised kirjutatakse ka üksteise alla, kuid nii, et sarnased liikmed jäävad samasse veergu. Lõpuks liidetakse iga veeru liikmed, mis on ühtlasi sarnaste liikmete koondamine.

Näide:

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x + 3 \\ x^2 + x - 1 \\ \hline x^5 - 2x^3 + 3x^2 \\ + x^4 - 2x^2 + 3x \\ - x^3 + 2x - 3 \\ \hline x^5 + x^4 - 3x^3 + x^2 + 5x - 3. \end{array}$$

2075. Igas alljärgnevas reas on kaks avaldist. Arenda nende avaldiste korrutis ja koonda saadused:

a) $x^2 + 2x + 1$ ja $x + 1$
$x^2 - 3x - 9$ ja $x - 3$

b) $3x^2 + 4x - 6$ ja $2x - 5$
$1 - 7x + 15x^2$ ja $1 - 6x$

2076. Korruta:

a) $(3m + n + 1)(3m - n + 1)$
$(7p^2 - 8p + 3)(5p^2 + 3p + 4)$

b) $(x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1)(3x^3 + 2)$
$(y^4 + y^3 + y^2 + y + 1)(y^2 - 1)$

2077. Mitme hulkliikme korrutise leidmiseks korrutatakse esmalt kaks hulkliiget, saadud tulemus korrutatakse kolmanda hulkliikmega jne.

Korruta:

a) $(2x - 1)(x - 2)(x - 4)$
$(3x - 2)(2x + 7)(x - 1)$

b) $(5x - 1)(2x + 1)(2x - 1) - 20x^3$
$(2 + x)(2 - x)(3 + x) + x^3$.

2078. Leia x väärtus võrdusest tehete andmete ja resultaadi seoste põhjal:

a) $8(2x + 3) + 6(x - 4) = 66$
$(5 + x)(2x - 3) - 2(x^2 + x - 8) = 16$
$(x - 7)(x^2 + 7x + 49) - x(x^2 - 2) = 1$

b) $7(5x - 4) - 8(4x - 5) = 24$
$(9 - 3x)(4x + 1) - 6(2 + x - 2x^2) = 51$
$(x + 4)(x^2 - 4x + 16) + x(5 - x^2) = 79$

13. ÜLDISEKS KORDAMISEKS.

2079. Eesti NSV 1958. a. riigieelarves on tulusid ette nähtud 2 447 112 000 rubla ja kulusid 2 389 416 000 rubla. Mitu protsenti kuludeks ettenähtud summast moodustab eelarve ülejääk?

2080. $(3{,}6 \cdot \frac{1}{20} - 24 : 100) : 1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{4} \cdot 0{,}2$

2081. Juurvilja veoks linna on vaja 8 veoautot kandejõuga 4,5 tonni. Mitu autot kandejõuga 3 tonni teostaksid sama veo?

2082. Lugedes araabia numbritega kirjutatud arvud positiivseteks ja rooma numbritega kirjutatud arvud negatiivseteks, teosta järgmised tehted ja kirjuta tulemus vastavalt tema märgile kas araabia või rooma numbritega:

$8 + V$	$XIII + 6$	$(VII + VIII) : 5$	$(XI - XVII)^2$
$8 - V$	$XIII - 6$	$VII + 8 : II$	$(XIX + 12) : II$
$V - 8$	$6 - XIII$	$(VII - V)^2$	$XX - XXX : 2$
$XV \cdot III$	$XII : 3$	$VII \cdot V : 7$	$15 \cdot VI : X$
$8 : IV$	$XII \cdot IV$	$VIII : 2 + 6$	$C : 4 - XX$
V^2	III^3	$III^2 - IV^2$	$C^2 : X^3$

Näide: $XII : 4 + V = (-12) : 4 + (-5) = -3 - 5 = -8 = VIII$.

2083. NSV Liidu poolt 4. oktoobril 1957. aastal välja lastud Maa esimene kunstlik kaaslane tegi esialgu ühe täistiiru ümber Maa 1 tunni 36 minuti jooksul. Mitu täistiiru tegi ta ööpäeva jooksul ja kui pikk oli tema täistiir, kui ta liikus kiirusega 8 km sekundis?

2084.

$$\left(0{,}645 : 0{,}3 - 1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(4 : 6{,}25 - 1 : 5 + \frac{1}{7} \cdot 1{,}96\right).$$

2085. Rong sõidab 2 tunni 24 minutiga 72 km. Kui palju kulub tal aega 108 km sõitmiseks?

2086. Ava sulud ja koonda:

$(14x - 8y - 17xy) - (19x + 11y - 32xy) + (2x + 13y - 21xy)$.

2087. Missuguse aja vältel Maa esimene kunstlik kaaslane käis läbi tee, mille pikkus on võrdne Kuu kaugusega Maast, kui ta liikus kiirusega 8 km sekundis ja Kuu kaugus Maast on 60 Maa raadiust ning viimane on 6370 km?

2088. $3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{5} - (2{,}55 + 2{,}7) : \left(0{,}1 - \frac{1}{80}\right)$.

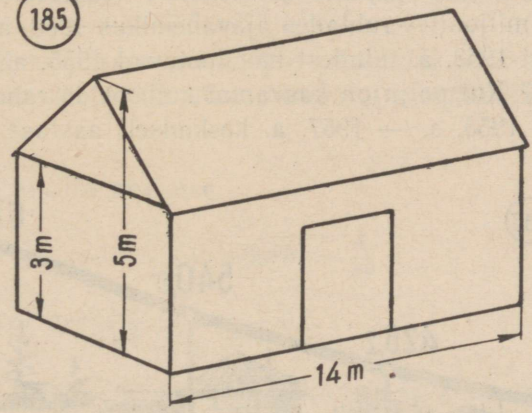
2089. Pump annab 3 tunni 15 minutiga 39 m^3 vett. Missuguse aja jooksul ta täidab basseini, mille pikkus on 8 m, laius 3,5 m ja sügavus $\frac{3}{4}$ m?

2090. Ava sulud ja koonda:

$(16a - 11b + 9ab) + (-20a + 8b - 21ab) - (5b - 4a + 3ab)$.

2091. Arvuta, kui palju kaalub joonisel 185 kujutatud küüni täis ristikheina, teades, et üks kuupmeeter ristikheina kaalub 70 kg.

185



2092. $\left(0{,}315 : 0{,}1 - 1\frac{1}{15}\right) \cdot (12 : 18{,}75 - 3 : 15 + \frac{1}{14} \cdot 3{,}92)$.

2093. Mitu kilogrammi tuleb võtta kartuleid, et saada 12 kg tärklist, kui on teada, et 25 kg-st kartulitest saab 4,5 kg tärklist?

2094. Ava sulud ja koonda:

$$(19m - 7m^2 - 8m^3) - (4m - 18m^2 + 5m^3) + (10m^2 - 8m + 3m^3).$$

2095. Väljenda

a) hind 16 kop. kg rublades tonni kohta;
b) „ 4,50 rbl. tonn kopikates tsentneri kohta;
c) kiirus 12 km tunnis meetrites sekundi kohta;
d) „ 14 m sekundis kilomeetrites tunni kohta.

2096.

$$8\frac{1}{10} - 3\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{115} + \left(3\frac{5}{24} + 1\frac{7}{15} - 2\frac{17}{20}\right) : \left(\frac{1}{168} \cdot 1\frac{2}{5}\right).$$

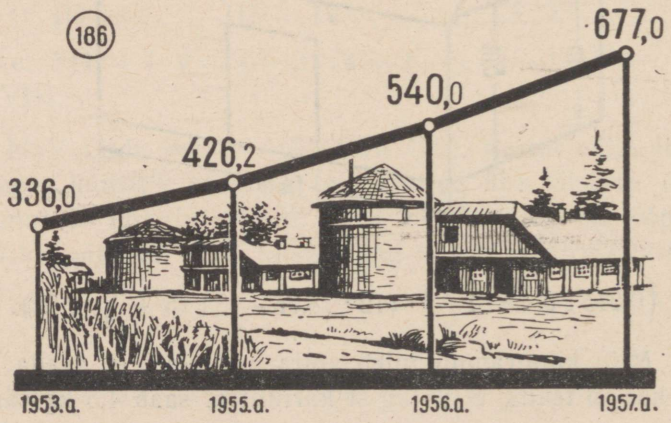
2097. Metsatöölised jõuavad ettenähtud töö lõpetada 19 päevaga, kui päevas töötatakse üles 144 tihumeetrit puitu. Mitu tihumeetrit puitu tuleb üles töötada päevas, et töö lõpetada 16 päevaga?

2098. Arvuta avaldise

$$\frac{30a}{b^2} - 4a^2$$

väärtus, kui $a = -2\frac{1}{3}$ ja $b = \frac{2}{3}$.

2099. Joonis 186 kujutab Eesti NSV kolhooside rahaliste tulude kasvu miljonites rublades ajavahemikus 1953. a. — 1957. a. Mitu protsenti 1953. a. tuludest moodustavad 1955. a., 1956. a. ja 1957. a. tulud? Kui palju on kasvanud kolhooside rahalised tulud ajavahemikus 1953. a. — 1957. a. keskmiselt aastas?



2100.

$$5\frac{7}{12}+\left(\frac{2}{7}:2\frac{4}{35}\right)\cdot\left(8\frac{19}{24}-6\frac{13}{15}+36\frac{37}{40}\right)-\frac{1}{10}\cdot 52\frac{1}{2}.$$

2101. Turist sõitis rongiga 38% oma teekonnast, laevaga 44% sellest ja ülejäänud 45 km käis jalgsi. Kui pikk oli kogu teekond?

2102. Arvuta avaldise

$$2ab-\frac{a^2-b}{3a}$$

väärtus, kui $a=-4$ ja $b=-14$.

2103. Linnast A väljus sõiduauto kiirusega 50 km/t, et sõita 215 km kaugusel asuvasse linna B. Samal ajal väljus linnast B linna A suunas veoauto, mille kiirus moodustas 72% sõiduauto kiirusest. Mitu kilomeetrit läbis sõiduauto kuni kohtumiseni veoautoga?

2104.

$$6-1\frac{5}{18}:12\frac{7}{9}+\left(9\frac{7}{15}+1\frac{5}{24}-8\frac{17}{20}\right):\left(\frac{1}{336}\cdot 2\frac{4}{5}\right)-224\frac{9}{10}.$$

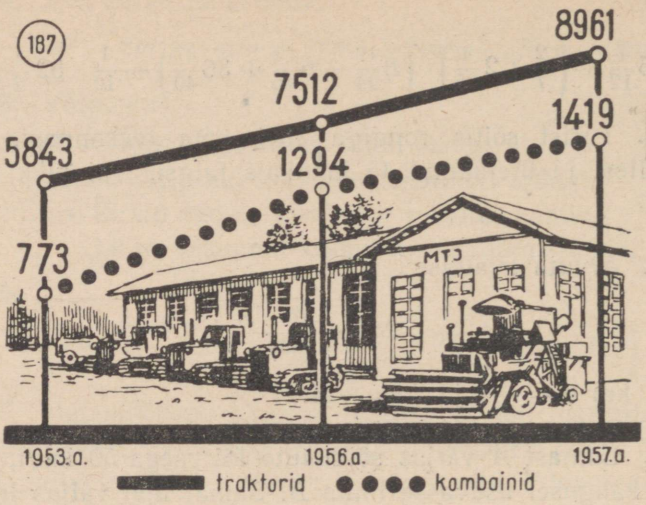
2105. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on a cm ja apoteem on $2a$ cm. Avalda püramiidi täispindala ja arvuta see, kui $a=15$.

2106. Arvuta avaldise

$$6a^2b-\frac{4}{ab}$$

väärtus, kui $a=1\frac{1}{3}$ ja $b=-0{,}5$.

2107. Joonis 187 kujutab traktorite ja kombainide arvu Eesti NSV MTJ-es ja sovhoosides aastatel 1953, 1956 ja 1957. Kui palju suurenes traktorite arv keskmiselt aastas ajavahemikus 1953. a. — 1956. a.? Mitu korda on traktorite arvu kasv viimasel aastal sellest suurem? Millal oli kombainide arvu keskmine kasv aastas suurem, kas ajavahemikus 1953. a. — 1956. a. või ajavahemikus 1956. a. — 1957. a.?



2108.

$$(2{,}45 : 0{,}025 - 1{,}75 \cdot \tfrac{6}{7}) : (0{,}0085 \cdot 400 + 3{,}85 : 1\tfrac{7}{26}) - 2 : 0{,}8.$$

2109. Kaks brigaadi korrastasid 21,6 km maanteed. Esimene brigaad korrastas 20% vähem kui teine. Mitu kilomeetrit maanteed korrastas kumbki brigaad?

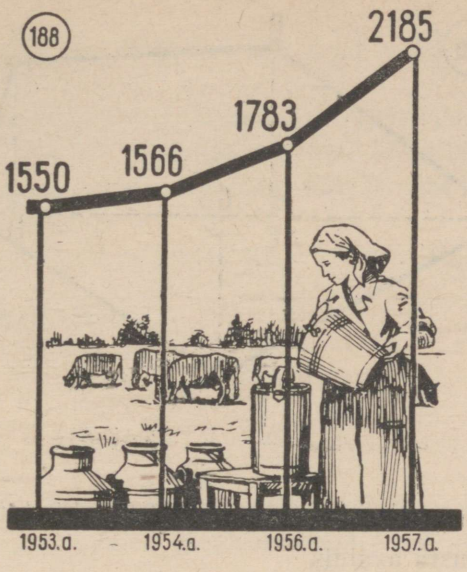
2110. Lihtsusta avaldis

$$(a^2 - ab + b^2)(a + b)$$

ja arvuta tema väärtus, kui $a = 15$ ja $b = -12$.

2111. Maa esimese kunstliku kaaslase suurim kaugus Maast oli 900 km. Mitu protsenti on see kaugus Maa raadiusest (6370 km)?

2112. Joonis 188 kujutab piima keskmist väljalüpsi kilogrammides ühe lehma kohta Eesti NSV kolhoosides aastatel 1953, 1954, 1956 ja 1957. Missugune on suurim, missugune väikseim väljalüps ühe lehma kohta neil aastatel? Mitu protsenti 1953. a. väljalüpsist moodustavad 1956. ja 1957. a. väljalüpsid?



2113.

$11{,}08 - 0{,}0376 : 0{,}02 + (10 + 9{,}744 : 4{,}8) \cdot 0{,}5 - 0{,}815 : 0{,}13.$

2114. a) Mitme kraadi võrra pöördub kella tunniosuti

1, 2, 3, ... t tunni jooksul?

b) Mitme kraadi võrra pöördub kella minutiosuti

1, 2, 3, ... m minuti jooksul?

c) Mitu korda liigub kella minutiosuti kiiremini kui tunniosuti?

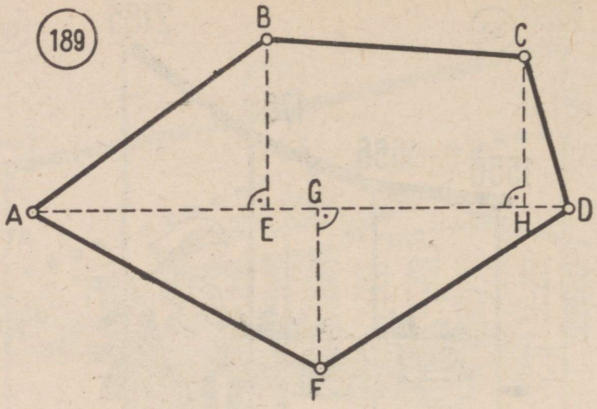
2115. Lihtsusta avaldis

$$(a^2 + ab + b^2)(a - b)$$

ja arvuta tema väärtus, kui $a = 3\frac{1}{4}$ ja $b = 2\frac{1}{4}$.

2116. Maatüki $ABCDE$ (joonis 189) pindala määramiseks on sihitikkude abil tähistatud selle diagonaal AD ja viimasele ekri abil ehitatud ristlõigud BF, CH ja EG. Arvuta maatüki pindala, kui mõõtmine näitas, et $AF = 62$m, $BF = 47$m, $FG = 13$m, $EG = 46$m, $GH = 58$m, $CH = 39$m ja $HD = 18$m.

189



2117.

$$9{,}25 \cdot 1{,}04 - (6{,}372 : 0{,}6 + 1{,}125 \cdot 0{,}8) : 1{,}2 + 0{,}16 \cdot 6{,}25.$$

2118. Lihtsusta avaldis

$$(x^2 - 2x + 1)(x - 2) - (x^2 + 2x - 1)(x + 2)$$

ja arvuta tema väärtus, kui $x = -\frac{3}{4}$.

2119. Joonesta kolmnurk, mille küljed on 4,5 cm, 6,5 cm ja 8 cm, ühes tema kolme nurgapoolitajaga.

2120.

$$10{,}5 \cdot 2{,}04 - (6{,}25 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 : 0{,}64) : 10 - 0{,}04848 : 0{,}024.$$

2121. Kolhoosi šefiks olev tehas kohustus 4 kuuga radiofitseerima kolhoosnikute elamud. Esimese kuu jooksul radiofitseeriti $\frac{1}{4}$ kõigist majadest ja teise kuu jooksul $\frac{4}{9}$ ülejäänud majadest; kolmanda kuu jooksul radiofitseeriti 32 maja, kuna viimased 15% majadest radiofitseeriti neljandal kuul.

Mitu maja üldse radiofitseeriti?

2122. Lihtsusta avaldis

$$(2a^2 - a + 1)(3a + 1) - (a^2 - 3a - 1)(a - 1)$$

ja arvuta tema väärtus, kui $a = -4$.

2123. Joonesta võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6,4 cm ja haar 4,8 cm, ning leia tema pindala.

2124.

$$1{,}8 - 0{,}8 \cdot \left(\frac{25}{36} + 0{,}016 : 0{,}12 + 0{,}1 \cdot 4\frac{2}{9}\right) - 6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0{,}6.$$

2125. Plaani järgi pidi kolhoos külvama 840 ha, kuid tegelikult ületati plaan 7,5% võrra. Teise kolhoosi külvitööde plaanis oli ette nähtud külvata 900 ha, tegelikult külvati aga 33 ha enam kui külvas esimene kolhoos.

Mitme protsendi võrra ületas teine kolhoos külvitööde plaani?

2126. Lahenda võrre:

a) $x : 2\frac{3}{4} = 0{,}36 : 2{,}2$

b) $1\frac{7}{8} : 1{,}5 = x : 0{,}24$

2127. Joonesta korrapärane viisnurk, mille ümberringjoone raadius on 4,6 cm, mõõda jooniselt tema külg ja apoteem ning arvuta pindala.

2128.

$$\frac{2}{3} : 2\frac{8}{19} + 0{,}125 : 0{,}25 + (10 - 22 : 2{,}3) \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}6 - 0{,}2.$$

2129. Tööline viis hoiukassasse 2120 rubla tähtajaga 1 aasta. Hoiukassa maksab tähtajalistelt hoiustelt 3% intressi. Aasta möödudes jättis tööline hoiukassasse sama hoiuse koos intressisummaga. Kui suure summa saab tööline hoiukassast teise aasta lõpul?

2130. Lahenda võrre:

a) $x : \frac{2}{7} = 3{,}5 : 1\frac{2}{3}$

b) $0{,}8 : x = 4\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

2131. Arvuta korrapärase kuusnurkse püramiidi ruumala, kui püramiidi põhiserv on 2,6 dm ja kõrgus 3,6 dm.

2132.

$$1{,}75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56} + 0{,}75 : \left[4 - 1{,}2 \cdot (3{,}25 - 1\frac{1}{12} + 6\frac{2}{3} : 20)\right].$$

2133. Rosinad moodustavad 32% nende valmistamiseks võetud viinamarjadest. Kui palju tuleb võtta viinamarju, et saada 5 kg rosinaid?

2134. Lahenda võrre:

a) $3\frac{1}{2} : 1{,}4 = x : 6{,}25$

b) $7{,}5 : 1\frac{1}{2} = 0{,}4 : x$

2135. Kui palju kaalub korrapärase nelinurkse prisma kujuline heinavirn, mille kõrgus on 3,5 m ja laius 2,4 m, kui 1 m^3 heina kaalub 65 kg?

2136.

$$0{,}96 + \left[\left(\frac{11}{18} - \frac{1}{15}\right) : 1{,}4 - 0{,}3\right] \cdot (0{,}128 : 0{,}32 + 25 \cdot 0{,}002).$$

2137. Kolhoosist linna on 23 km. Linnast kolhoosi sõitis kirjakandja jalgrattal kiirusega 12,5 km tunnis. 0,4 tundi pärast kirjakandja teeleasumist väljus kolhoosist linna kolhoosnik hobuveokil, liikudes 40% väiksema kiirusega kui kirjakandja.

Kui kaua aja pärast kohtab kolhoosnik kirjakandjat?

2138. Kolmnurga ümbermõõt on 1,71 m ja küljed suhtuvad nagu 4 : 6 : 9. Kui pikad on küljed?

2139. Mitme protsendi võrra suureneb murd, kui tema nimetaja väheneb 50% võrra?

2140. Tõesta, et kahe paaritu arvu summa on paarisarv ja korrutis on paaritu arv.

Algarvud

(mis on väiksemad kui 6000)

2	331	751	1217	1697	2221	2719	3299	3803	4357	4943	5503
3	337	757	1223	1699	2237	2729	3301	3821	4363	4951	5507
5	347	761	1229	1709	2239	2731	3307	3823	4373	4957	5519
7	349	769	1231	1721	2243	2741	3313	3833	4391	4967	5521
11	353	773	1237	1723	2251	2749	3319	3847	4397	4969	5527
13	359	787	1249	1733	2267	2753	3323	3851	4409	4973	5531
17	367	797	1259	1741	2269	2767	3329	3853	4421	4987	5557
19	373	809	1277	1747	2273	2777	3331	3863	4423	4993	5563
23	279	811	1279	1753	2281	2789	3343	3877	4441	4999	5569
29	383	821	1283	1759	2287	2791	3347	3881	4447	5003	5573
31	389	823	1289	1777	2293	2797	3359	3889	4451	5009	5581
37	397	827	1291	1783	2297	2801	3361	3907	4457	5011	5591
41	401	829	1297	1787	2309	2803	3371	3911	4463	5021	5623
43	409	839	1301	1789	2311	2819	3373	3917	4481	5023	5639
47	419	853	1303	1801	2333	2833	3389	3919	4483	5039	5641
53	421	857	1307	1811	2339	2837	3391	3923	4493	5051	5647
59	431	859	1319	1823	2341	2843	3407	3929	4507	5059	5651
61	433	863	1321	1831	2347	2851	3413	3931	4513	5077	5653
67	439	877	1327	1847	2351	2857	3433	3943	4517	5081	5657
71	443	881	1361	1861	2357	2861	3449	3947	4519	5087	5659
73	449	883	1367	1867	2371	2879	3457	3967	4523	5099	5669
79	457	887	1373	1871	2377	2887	3461	3989	4547	5101	5683
83	461	907	1381	1873	2381	2897	3463	4001	4549	5107	5689
89	463	911	1399	1877	2383	2903	3467	4003	4561	5113	5693
97	467	919	1409	1879	2389	2909	3469	4007	4567	5119	5701
101	479	929	1423	1889	2393	2917	3491	4013	4583	5147	5711
103	487	937	1427	1901	2399	2927	3499	4019	4591	5153	5717
107	491	941	1429	1907	2411	2939	3511	4021	4597	5167	5737
109	499	947	1433	1913	2417	2953	3517	4027	4603	5171	5741
113	503	953	1439	1931	2423	2957	3527	4049	4621	5179	5743
127	509	967	1447	1933	2437	2963	3529	4051	4637	5189	5749
131	521	971	1451	1949	2441	2969	3533	4057	4639	5197	5779
137	523	977	1453	1951	2447	2971	3539	4073	4643	5209	5783
139	541	983	1459	1973	2459	2999	3541	4079	4649	5227	5791
149	547	991	1471	1979	2467	3001	3547	4091	4651	5231	5801
151	557	997	1481	1987	2473	3011	3557	4093	4657	5233	5807
157	563	1009	1483	1993	2477	3019	3559	4099	4663	5237	5813
163	569	1013	1487	1997	2503	3023	3571	4111	4673	5261	5821
167	571	1019	1489	1999	2521	3037	3581	4127	4679	5273	5827
173	577	1021	1493	2003	2531	3041	3583	4129	4691	5279	5839
179	587	1031	1499	2011	2539	3049	3593	4133	4703	5281	5843
181	593	1033	1511	2017	2543	3061	3607	4139	4721	5297	5849
191	599	1039	1523	2027	3549	3067	3613	4153	4723	5303	5851
193	601	1049	1531	2029	2551	3079	3617	4157	4729	5309	5857
197	607	1051	1543	2039	2557	3083	3623	4159	4733	5323	5861
199	613	1061	1549	2053	2579	3089	3631	4177	4751	5333	5867
211	617	1063	1553	2063	2591	3109	3637	4201	4759	5347	5869
223	619	1069	1559	2069	2593	3119	3643	4211	4783	5351	5879
227	631	1087	1567	2081	2609	3121	3659	4217	4787	5381	5881
229	641	1091	1571	2083	2617	3137	3671	4219	4789	5387	5897
233	643	1093	1579	2087	2621	3163	3673	4229	4793	5393	5903
239	647	1097	1583	2089	2633	3167	3677	4231	4799	5399	5923
241	653	1103	1597	2099	2647	3169	3691	4241	4801	5407	5927
251	659	1109	1601	2111	2657	3181	3697	4243	4813	5413	5939
257	661	1117	1607	2113	2659	3187	3701	4253	4817	5417	5953
263	673	1123	1609	2129	2663	3191	3709	4259	4831	5419	5981
269	677	1129	1613	2131	2671	3203	3719	4261	4861	5431	5987
271	683	1151	1619	2137	2677	3209	3727	4271	4871	5437	
277	691	1153	1621	2141	2683	3217	3733	4273	4877	5441	
281	701	1163	1627	2143	2687	3221	3739	4283	4889	5443	
283	709	1171	1637	2153	2689	3229	3761	4289	4903	5449	
293	719	1181	1657	2161	2693	3251	3767	4297	4909	5471	
307	727	1187	1663	2179	2699	3253	3769	4327	4919	5477	
311	733	1193	1667	2203	2707	3257	3779	4337	4931	5479	
313	739	1201	1669	2207	2711	3259	3793	4339	4933	5483	
317	743	1213	1693	2213	2713	3271	3797	4349	4937	5501	

Korrapärase hulknurga apoteemi ja külje suhte sõltuvus hulknurga külgede arvust

Külgede arv	3	4	5	6	7	8	9	10	12
Apoteemi ja külje suhe	0,289	0,5	0,688	0,866	1,04	1,21	1,37	1,54	1,87

Mõned erikaalud $\left(\frac{g}{cm^3}\text{-tes}\right)$

Graniit	2,7	Liiv (kuiv)	1,5
Kork	0,2	Raud, teras	7,8
Männipuit	0,5	Kuld	19,3
Kuusepuit	0,6	Klaas	2,5
Tammepuit	0,8	Alumiinium	2,7
Bensiin	0,7	Vask	8,9
Petrooleum	0,9	Elavhõbe	13,6
Jää	0,9	Tellis	1,8

Rbl. 3.10

A-22175

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00392548 6