

A-18717

N. ŠAPOŠNIKOV

JA

N. VALTSOV

# ALGEBRA

ÜLESANNETE KOGU

VI—VIII KLASSILE



EESTI RIIKLIK KIRJASTUS

ARH

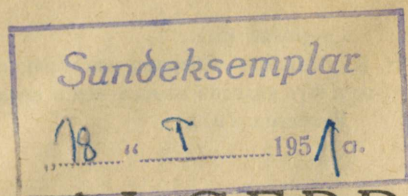
2





A-18717

N. ŠAPOŠNIKOV JA N. VALTSOV



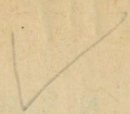
# ALGEBRA

## ÜLESANNETE KOGU

KESKKOOLI  
VI—VIII KLASSILE



EESTI RIIKLIK KIRJASTUS  
TALLINN 1950



Originaali tiitel:

Н. А. Шапошников и Н. К. Вальцов. Сборник алгебраических задач.  
Часть первая. Для 6-го, 7-го и 8-го классов семилетней и средней школы.  
Учпедгиз, 1950.

Kinnitatud Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt 1. sept. 1950.

2

Tartu Riikliku Ülikooli  
Raamatukogu  
16691

ARHIIVKOGU

## Peatükk I.

### Peamised algebralised tähistused.

#### § 1. Algebralised avaldised.

Selleks et märkida tähtedega väljendatud kahe arvu summat, vahet, korrutist ja jagatist, ühendatakse need tähed vastava tehte märgiga. Sel teel tekivad avaldised:

$$a + b; a - b; a \cdot b; \frac{a}{b}.$$

Selleks et tähistada mitme tehte tulemust, mis on teostatud mitme arvuga mingis kindlas järjekorras, märgitakse nende tehete tulemused järkjärgult selles järjekorras, nagu need tehted teostati. Näiteks avaldistest

$$a - b + c, \frac{a+b}{c}, \text{ ja } \frac{a}{c} + b.$$

igauks väljendab arvudega  $a$ ,  $b$  ja  $c$  teostatud kahe tehte tulemust.

Kogu arvusid ja (arvusid tähistavaid) tähti, mis omavahel on ühendatud tehtemärkidega, mis osutavad, missugused tehted ja mis järjekorras tuleb nende arvudega teha, nimetatakse *algebraliseks avaldiseks*.

Algebras kasutatakse neid samu tehtemärke, mis aritmeetikaski. Kuid korrutamismärk (punkt või kaldrist) kahe tähelise teguri kui ka numbrilise ja tähelise teguri vahel jäetakse tavaliselt ära, nii et kui numbrilise teguri ja tähe

vahel või kahe tähe vahel märk puudub, siis mõeldakse seal korrutamismärki.

Kui algebraline avaldis on antud sõnalise juhisenä, siis, kasutades tähti ja tehemärke, võib selle avaldada algebralises kujus.

1. Kirjutada arvude  $a$  ja  $b$  summa.
2. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  vahe.
3. Kirjutada arvude  $a$  ja  $b$  korrutis.
4. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  jagatis.
5. Kirjutada arvude  $a$  ja 2 summa.
6. Kirjutada arvude  $a$  ja 2 jagatis.
7. Kirjutada arvude  $a$ ,  $b$  ja  $c$  summa.
8. Kirjutada arvude  $a$ ,  $b$  ja  $c$  korrutis.
9. Kirjutada arvu  $a$  ja arvude  $b$  ja  $c$  korrutise summa.
9. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  korrutise ja arvu  $p$  vahe.
10. Kirjutada arvu  $a$  ja arvude  $b$  ja  $c$  jagatise summa.
10. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  jagatise ja arvu  $p$  vahe.
11. Kirjutada arvude  $a$  ja  $b$  korrutise ning arvu  $c$  jagatis.
11. Kirjutada arvu  $p$  jagatis arvude  $m$  ja  $n$  vahega.
12. Kirjutada arvude  $a$  ja  $b$  korrutise ning arvude  $c$  ja  $d$  korrutise jagatis.
12. Kirjutada arvu 1 jagatis arvude  $a$ ,  $b$  ja  $c$  korrutisega.
13. Kirjutada arvude  $a$  ja  $\frac{1}{2}$  summa.
14. Kirjutada arvude  $\frac{2}{3}$  ja  $a$  korrutis.
14. Kirjutada arvude  $\frac{5}{8}$ ,  $m$ ,  $n$  ja  $p$  korrutis.
15. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  poolsumma.
15. Kirjutada arvude  $m$  ja  $n$  poolvahe.
16. Kirjutada arvude  $a$  ja  $b$  poolkorrutis.
17. Kirjutada arvu  $a$  ja arvude  $b$  ja 2 jagatise summa.
17. Kirjutada arvude 2 ja  $m$  jagatise ja arvu  $n$  vahe.
18. Kirjutada arv, mis arvust  $a$  on  $b$  võrra suurem.
18. Kirjutada arv, mis arvust  $m$  on  $n$  võrra väiksem.
19. Kirjutada arv, mis arvust  $a$  on  $m$  korda väiksem.
19. Kirjutada arv, mis arvust  $b$  on  $n$  korda suurem.

20. Kahe arvu summa on  $s$ ; üks neist on  $a$ . Avaldada teine arv.
20. Kahe arvu vahe on  $d$ ; lahutatav on  $b$ . Avaldada vähendatav.
21. Kahe arvu vahe on  $b$ ; vähendatav on  $a$ . Avaldada lahutatav.
21. Kahe arvu korrutis on  $p$ ; üks neist on  $a$ . Avaldada teine.
22. Kahe arvu jagatis on  $q$ ; jagaja on  $b$ . Avaldada jagatav.
22. Kahe arvu jagatis on  $q$ ; jagatav on  $a$ . Avaldada jagaja.
23. Kirjutada mistahes paarisarvu üldavaldis.
24. Kirjutada mistahes paarituuarvu üldavaldis.
25. Kirjutada 3-ga jaguva arvu üldavaldis.
26. Kirjutada niisuguse arvu üldavaldis, mis 3-ga jagamisel annab jäägi 1.
27. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis koosneb  $a$  kümnest.
28. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis koosneb  $b$  sajast.
29. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis koosneb  $a$  kümnest ja  $b$  ühest.
30. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis koosneb  $a$  sajast ja  $b$  ühest.
31. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis koosneb  $a$  sajast,  $b$  kümnest ja  $c$  ühest.
32. Avaldada, mitu ühelist on arvus, mis on kirjutatud samade numbritega, nagu eelmises ülesandes, kuid ümberpööratud järjekorras.
33. Kirjutada arv, mis koosneb  $a$  sajast ja  $b$  kümnest.
33. Kirjutada arv, milles on  $a$  tuhat ja  $b$  kümnet.
34. Mitu minutit on  $a$  tundi ja  $b$  minutit?
34. Mitu minutit on  $m$  tundi,  $l$  minutit ja  $p$  sekundit?
35. Mitu millimeetrit on  $a$  meetrit,  $b$  sentimeetrit ja  $c$  millimeetrit?
36. Mitu meetrit on  $a$  sentimeetris?

37. Mitu kilogrammi on  $a$  tonnis,  $b$  tsentneris ja  $c$  kilogrammis?  
 38. Mitu tonni on  $m$  kilogrammis?  
 39. Mitu kilogrammi on  $n$  grammis?  
 39. Mitu grammi on  $p$  kilogrammis ja  $q$  grammis?  
 40. Arvutada  $p$  protsenti arvust  $a$ .  
 40. Arvutada  $q$  protsenti arvust 240.

## § 2. Seosed.

Algebraalset üleskirjutust, mis tähtede ja matemaatiliste märkide abil väljendab arvude või arvudega teostatud tehete tulemuste suurusjärjestust, nimetatakse *seoseks*. Kui see seos on avaldatud võrdsusmärgi abil, siis seda seost nimetatakse võrduseks; kui aga arvudevaheline seos on väljendatud võrratuse märgi abil, siis seost nimetatakse *võrratuseks*. Võrdust, mis seob mingi suuruse tema avaldisega, nimetatakse *valemiks*.

Näiteks valem

$$S = bh$$

seob ristküliku pindala  $S$  tema avaldisega ristküliku alusest  $b$  ja kõrgusest  $h$ ; valem

$$s = vt$$

seob ühtlasel liikumisel käidud tee  $s$  tema avaldisega liikumiskiirusest  $v$  ja ajavahemikust  $t$ , mille vältel liikumine toimus. Võrdus

$$a + b = b + a$$

väljendab asjaolu, et kahe arvu summa ei olene liidetavate järjekorrast. Võrdus

$$abc = cba$$

väljendab kolme teguri korrutise sedasama omadust. Võrratus

$$a + b < ab$$

väljendab kahe mistahes arvu summa ja samade arvude korrutise vahelist seost, mis on õige siis, kui mõlemad arvud on suuremad kui 2.

Kirjutada tähiste abil järgmised arvudevahelised seosed:

41. Arvude  $a$  ja  $b$  summa võrdub arvuga  $s$ .
41. Arvude  $a$  ja  $b$  vahe võrdub arvuga  $d$ .
42. Arvude  $a$  ja  $b$  korrutis on võrdne arvuga  $p$ .
42. Arvude  $a$  ja  $b$  jagatis on võrdne arvuga  $q$ .
43. Arvu  $b$  võrra suurendatud arv  $a$  võrdub arvude  $p$  ja  $q$  korrutisega.
43. Arvu  $b$  võrra vähendatud arv  $a$  võrdub  $c$  ja  $d$  jagatisega.
44.  $n$  korda suurendatud arv  $a$  võrdub arvuga  $b$ .
44.  $n$  korda vähendatud arv  $a$  võrdub arvuga  $c$ .
45. Arv  $a$  on arvust  $b$  suurem  $c$  võrra.
45. Arv  $a$  on arvust  $b$  väiksem  $c$  võrra.
46. Arv  $c$  on  $m$  korda suurem kui arv  $d$ .
46. Arv  $c$  on  $n$  korda väiksem kui arv  $d$ .
47. Arv  $a$  on arvust  $b$  kümme korda suurem.
47. Arv  $a$  on arvust  $b$  sada korda väiksem.
48. Arv  $a$  on arvude  $b$  ja  $c$  korrutisest  $d$  võrra suurem.
48. Arv  $a$  on arvude  $b$  ja  $c$  korrutisest  $d$  võrra väiksem.
49. Arvude  $a$  ja  $b$  summa on suurem kui nende vahe.
49. Arvude  $c$  ja  $d$  vahe on väiksem kui nende summa.
50. Arvude  $a$  ja  $b$  jagatis on väiksem kui nende arvude poolsumma.
50. Arvude  $a$  ja  $b$  korrutis on suurem kui nende poolsumma.
51. Arvude  $a$  ja  $b$  ning  $b$  ja  $a$  jagatiste summa on suurem kui 2.

51. Arv 2 on väiksem kui arvude  $a$  ja  $b$  ning  $b$  ja  $a$  jagatiste vahe.
52. Kui arvuga, milles on  $a$  kümmet ja  $b$  ühte, liita arv  $m$ , siis saame samade numbritega arvu, kuid numbrite järjekord on vastupidine.
52. Kui arvust, milles on  $a$  kümmet ja  $b$  ühte, lahutada arv  $n$ , siis saame esialgsest arvust kaks korda väiksema arvu.
53. Tehas peab plaani järgi välja laskma  $a$  autot päevas. Tegelikult laseb tehas välja  $b$  autot päevas, ületades päevanormi  $m$  auto võrra. Avaldada  $a$ ,  $b$  ja  $m$  vaheline seos.
53. Kolhoos seemendas  $m$  hektaari  $n$  hektaari asemel, mis plaani järgi oli ette nähtud, ületades plaani  $p$  hektaari võrra. Avaldada  $m$ ,  $n$  ja  $p$  vaheline seos.
54. Auto sõitis  $t$  tunniga  $a$  kilomeetrit, sõites  $d$  kilomeetrit tunnis. Väljendada arvude  $t$ ,  $a$  ja  $d$  vaheline seos.
54. Osteti  $s$  rubla eest  $a$  kilogrammi kaupa, makstes  $m$  rubla kilogrammi eest. Avaldada arvude  $a$ ,  $m$  ja  $s$  vaheline seos.
55. Töötaja põhipalk on  $a$  rubla kuus. Lisatasu moodustab  $p$  protsenti põhipalgast. Kogu töötasu on tegelikult  $m$  rubla. Avaldada  $a$ ,  $m$  ja  $p$  vaheline seos.
55. Klassis on  $a$  õpilast. Nendest  $b$  on oivikud, mis moodustab  $p$  protsenti kogu klassi õpilaste arvust. Avaldada  $a$ ,  $b$  ja  $p$  vaheline seos.

### § 3. Kordaja.

Kui algebraline avaldis on numbriliste ja täheliste tegurite korrutis, siis võib tegurite järjekorda nii muuta, et kõik numbrilised tegurid seisavad täheliste tegurite ees; need

numbrilised tegurid võib korrutada ja saadud korrutise võib panna numbriliste tegurite rühma asemele. Näiteks korrutise

$$3a^2b^3 \cdot \frac{5}{8}c$$

võib esiteks teisendada järgmiseks:

$$3 \cdot \frac{5}{8} a^2b^3c,$$

ja lõpuks niisuguseks:

$$\frac{15}{8}a^2b^3c.$$

*Täheltse teguri või täheliste tegurite korrutise ees seisvat numbrilist tegurit nimetatakse kordajaks ehk koefitsiendiks.*

Täisarvuline kordaja näitab, mitu korda temale järgnevat avaldist tuleb võtta liidetavana. Näiteks

$$3a^2b = a^2b + a^2b + a^2b.$$

Murdarvuline kordaja näitab, missugune murdosa tuleb võtta kordajale järgnevast avaldisest. Näiteks

$$\frac{5}{4}ab^3 = 5 \cdot \frac{ab^3}{4} = \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4} + \frac{ab^3}{4}.$$

Koefitsient 1 jäetakse tavaliselt kirjutamata; näiteks avaldise  $1 \cdot a^3b^2$  asemel kirjutatakse  $a^3b^2$ .

Kirjutada koefitsiendi abil lühemalt järgmised avaldised:

56.  $a + a.$

56.  $b + b + b.$

57.  $ab + ab + ab.$

57.  $abc + abc.$

58.  $a + a + b + b + b.$

58.  $a + a + a + b + b.$

59.  $a + a + bc + bc + bc.$

59.  $ac + ac + ac + b + b.$

60.  $\frac{a}{5} + \frac{a}{5} + \frac{a}{5} + \frac{a}{5}.$

60.  $\frac{b}{4} + \frac{b}{4} + \frac{b}{4}.$

61.  $\frac{m + m + m}{n + n}.$

61.  $\frac{n + n}{m + m + m}.$

62.  $x + x + x + xy + xy.$

62.  $x + x + xy + xy + xy.$

63.  $\frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4}.$

63.  $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3}.$

$$64. \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{b}{3} + \frac{b}{3} . \qquad 64. \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{y}{2} .$$

$$65. \frac{m}{2} + \frac{m}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{3} + \frac{n}{3} + \frac{n}{3} . \qquad 65. \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} .$$

Kirjutada järgmised avaldised kordajata:

$$66. 4ab. \qquad 66. 3abc. \qquad 67. 3b + 2c. \qquad 67. 2b + 3c.$$

$$68. \frac{2ab}{3x}. \qquad 68. \frac{4m}{3aq}. \qquad 69. 3mn + 2pq. \qquad 69. 2mn + 3pq.$$

$$70. \frac{4ab}{3}. \qquad 70. \frac{3xyz}{4}.$$

#### § 4. Aste.

Kui korrutis koosneb võrdsetest teguritest, siis niisugune korrutis kirjutatakse lühemalt sel teel, et kirjutatakse üksainus tegur ja selle teguri juurde paremale poole üles arv, mis näitab, mitu võrdset tegurit on korrutises; näiteks korrutise  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  asemel kirjutatakse  $3^4$ ; korrutise  $a \cdot a \cdot a$  asemel kirjutatakse  $a^3$ .

Võrdsete tegurite korrutist nimetatakse *astmeks*; niisuguse korrutise tegurit nimetatakse *astendataavaks* ehk *astme aluseks* ja arvu, mis näitab, mitu korda astme alus esineb tegurina, nimetatakse *astendajaks*. Niisiis avaldises  $3^4$  arv 3 on *astme alus* ehk *astendataav*, arv 4 on *astendaja* ja uuel kujul kirjutatud korrutis  $3^4$ , mis on võrdne 81, on *aste*.

Arv  $5^2$  on arvu 5 teine aste ehk 5 teises astmes. Arv  $7^3$  on 7 kolmandas astmes ehk arvu 7 kolmas aste. Üldiselt avaldist  $a^m$  loetakse nii:  $a$  astmes  $m$  ehk arvu  $a$   $m$ -es aste. Teist astet nimetatakse tavaliselt *ruuduks* ja kolmandat astet *kuubiks*; näiteks avaldist  $a^2$  loetakse:  $a$  ruudus ehk  $a$  ruut, avaldist  $b^3$  loetakse:  $b$  kuubis ehk  $b$  kuup.

Mõnikord on otstarbekohane arvu  $a$  asemel kirjutada avaldis  $a^1$ , mida nimetame arvu  $a$  *esimeseks astmeks*.

Võrdsete tegurite korrutamist käsitletakse matemaatikas kui uut tehet, mida nimetatakse *astendamiseks* ehk *astmesse tõstmiseks*.

Kasutades astendajate lihtsustada järgmised avaldised:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 71. $aaa$ .   | 71. $bbbb$ .                    |
| 72. $aabbb$ .   | 72. $aaabb$ .                   |
| 73. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$                             | 73. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ |
| 74. $3kkll$ .   | 74. $2kkkll$ .                  |
| 75. $4 \cdot 4 \cdot 4aaa$ .  | 75. $5 \cdot 5llll$ .           |
| 76. $aab + abb$ .   | 76. $abb - aab$ .               |
| 77. $aabbb - aaabb$ .   | 77. $aaabb + abbbb$ .           |
| 78. $ppppq - ppqq + pqqq$ .   | 78. $ppqq + pppq + ppqqq$ .     |
| 79. $3 \cdot 3aaaabb - 2 \cdot 2 \cdot 2aaabbbb$ .                  |                                 |
| 79. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2aaabbbb + 3 \cdot 3 \cdot 3aaabbbb$ . |                                 |
| 80. $aaa \dots a$ ( $m$ korda).                                     | 80. $mmm \dots m$ ( $a$ korda). |

Kirjutada järgmised avaldised astendajata:

- |                     |                    |                   |                   |
|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 81. $2^3$ .         | 81. $3^2$ .        | 82. $5^2$ .       | 82. $2^5$ .       |
| 83. $m^3$ .         | 83. $a^4$ .        | 84. $m^2n^3$ .    | 84. $m^3n^2$ .    |
| 85. $a^3b^3c^2$ .   | 85. $a^3b^2c^3$ .  | 86. $3^2a^4b^2$ . | 86. $2^3a^2b^5$ . |
| 87. $a^2 + b^2$ .   | 87. $a^2 - b^2$ .  | 88. $a^3 - b^3$ . | 88. $a^3 + b^3$ . |
| 89. $3a^4 + 2b^5$ . | 89. $2a^5 - b^4$ . | 90. $a^n$ .       | 90. $m^a$ .       |

Leida astmete väärtused:

- |                                      |                                      |                                      |                                      |                                     |               |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------|
| 91. $2^3$ .                          | 91. $3^2$ .                          | 92. $4^3$ .                          | 92. $3^3$ .                          | 93. $5^2$ .                         | 93. $2^5$ .   |
| 94. $10^2$ .                         | 94. $10^3$ .                         | 95. $20^3$ .                         | 95. $30^2$ .                         | 96. $400^2$ .                       | 96. $500^2$ . |
| 97. $1^5$ .                          |                                      |                                      |                                      |                                     |               |
| 98. $1^3$ .                          | 99. $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ .   | 99. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ .   | 100. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ .  | 100. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ . |               |
| 101. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ .  | 101. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ .  | 102. $\left(\frac{4}{3}\right)^3$ .  | 102. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ .  |                                     |               |
| 103. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$ . | 103. $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$ . | 104. $\left(3\frac{2}{3}\right)^2$ . | 104. $\left(2\frac{3}{4}\right)^2$ . |                                     |               |
| 105. $0,2^2$ .                       | 105. $0,1^3$ .                       | 106. $0,4^3$ .                       | 106. $0,3^4$ .                       |                                     |               |
| 107. $1,2^2$ .                       | 107. $1,1^2$ .                       | 108. $2,5^2$ .                       | 108. $3,5^2$ .                       |                                     |               |
| 109. $0,001^2$ .                     | 109. $0,01^3$ .                      | 110. $0,025^3$ .                     | 110. $0,035^2$ .                     |                                     |               |

Rakendada kordajaid ja astendajaid järgmistes avaldistes:

- |                               |                                    |
|-------------------------------|------------------------------------|
| 111. $aaa + aaa.$             | 111. $mmmm - nn.$                  |
| 112. $a^2b + a^2b.$           | 112. $mn^2 + mn^2 + mn^2.$         |
| 113. $p + p - ppp.$           | 113. $k + k + k - kk.$             |
| 114. $abb + abb - aab - aab.$ | 115. $\frac{xy + xy + xy}{z + z}.$ |

Kirjutada järgmised avaldised kordajata:

- |                     |                     |                                 |                               |
|---------------------|---------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 116. $a^2 + 2b^3.$  | 116. $3b^2 - a^3.$  | 117. $2a^2 + 3b^3.$             | 117. $3a^3 - 2b^2.$           |
| 118. $4b^3 + 3a^4.$ | 118. $3b^4 - 4a^3.$ | 119. $\frac{2a^2b^4}{3x^4y^3}.$ | 119. $\frac{3xy^2}{2a^3b^2}.$ |

Kirjutada astendajata:

- |  |  |
|--|--|
| 120. $3a^2 - 2b^3.$                                    | 120. $2a^3 - 3b^2.$                                      |
| 121. $2a^3b^2 - 5a^5b^3.$                              | 121. $4a^2b^3 + 2a^3b^5.$                                |
| 122. $3a^2bc + 2ab^2c - 3c.$                           | 122. $2a^2bc - 3ab^2c + 2c.$                             |
| 123. $\frac{4}{5} a^2bc - \frac{2}{3} ab^2c + 2abc^3.$ | 123. $\frac{4}{3} a^2bc + \frac{3}{2} a^2b^2c^2 - 2a^3.$ |
| 124. $\frac{a^2b^3}{m^4n^2}.$                          | 124. $\frac{x^5y^3}{ab^2}.$                              |
|  | 125. $\frac{2a^2b + 3b^3 + c^2}{a^4}.$                   |

Kirjutada kordajata ja astendajata:

- |                    |                    |                 |                 |
|--------------------|--------------------|-----------------|-----------------|
| 126. $3a^2.$       | 126. $2a^3.$       | 127. $5a^4.$    | 127. $4a^5.$    |
| 128. $2b^3c.$      | 128. $3bc^2.$      | 129. $3b^2c^3.$ | 129. $2b^3c^2.$ |
| 130. $2a^3 + b^2.$ | 130. $a^2 + 3b^3.$ |                 |                 |

## § 5. Juur.

Kui arv  $a$ , tõstetud  $n$ -endasse astmesse, on võrdne arvuga  $b$ , siis arvu  $a$  nimetatakse arvu  $b$   $n$ -endaks juureks ehk arvu  $b$  juureks juurijaga  $n$ . Teisiti öeldes, arv  $a$  on  $n$ -es juur arvust  $b$  siis, kui  $a^n = b$ . Näiteks 2 on kolmas juur arvust 8, sest  $2^3 = 8$ .

Sellest definitsioonist järeldub, et leida antud juurijaga juur antud arvust tähendab seda, et mingi arvu antud astme ja antud astendaja järgi tuleb leida astendatav.

Tehet, mille abil mingi arvu antud astme ja sellele astmele kuuluva antud astendaja järgi leitakse selle astme alus,

nimetatakse juurimiseks ehk juure leidmiseks sellest astmest; siinjuures antud astet nimetatakse juurealuseks arvuks ehk juuritavaks ja antud astendajat nimetatakse juurijaks.

Juurimist tähistatakse märgiga  $\sqrt{\quad}$ ; selle märgi rõhtjoone alla kirjutatakse juuritav ja selle märgi avasse kirjutatakse juuriija.

Näiteks võrduses

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

arv 64 on juuritav, 3 on juuriija ja 4 on arvu 64 kolmas juur ehk kolmas juur 64-st.

Juurt juurijaga 2 nimetatakse ka ruutjuureks, juurt juurijaga 3 nimetatakse kuupjuureks. Ruutjuure üleskirjutises juuriija 2 jäetakse kirjutamata.

Kirjutada järgmised arvud kahe võrdse teguri korrutisena:

131. 4. 131. 9. 132. 25. 132. 36. 133. 49. 133. 16.  
134. 64. 134. 81. 135.  $\frac{1}{9}$ . 135.  $\frac{4}{25}$ .

Kirjutada järgmised arvud kolme võrdse teguri korrutisena:

136. 8. 136. 27. 137. 125. 137. 216. 138. 343. 138. 64.  
139. 1000. 139. 1 000 000. 140.  $\frac{1}{125}$ . 140.  $\frac{8}{343}$ .

Teisendada järgmised arvud nelja võrdse teguri korrutiseks:

141. 16. 141. 81. 142. 10 000. 142. 1296.  
143. 625. 143. 256. 144.  $\frac{1}{16}$ . 145.  $\frac{256}{625}$ .

Arvutada juured:

146.  $\sqrt{9}$ . 146.  $\sqrt[3]{16}$ . 147.  $\sqrt[3]{27}$ . 147.  $\sqrt[3]{64}$ .  
148.  $\sqrt[3]{343}$ . 148.  $\sqrt[3]{216}$ . 149.  $\sqrt{400}$ . 149.  $\sqrt{900}$ .  
150.  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ . 150.  $\sqrt{\frac{1}{9}}$ . 151.  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ . 151.  $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ .

$$\begin{array}{cccc}
 152. \sqrt{\frac{64}{81}} & 152. \sqrt{\frac{81}{25}} & 153. \sqrt[3]{\frac{125}{8}} & 153. \sqrt[3]{\frac{343}{64}} \\
 154. \sqrt[4]{\frac{16}{81}} & 154. \sqrt[4]{\frac{81}{256}} & 155. \sqrt[5]{\frac{32}{243}} & 155. \sqrt[5]{\frac{243}{32}} \\
 156. \sqrt{0,09} & 156. \sqrt{0,04} & 157. \sqrt[3]{0,008} & 157. \sqrt[3]{0,027} \\
 158. \sqrt[3]{0,125} & 159. \sqrt{0,01} & 160. \sqrt[3]{0,000001} & 160. \sqrt{0,000001}
 \end{array}$$

### § 6. Tehete järjekord. Sulud.

Liitmist ja lahutamist nimetatakse esimest järku teheteks, korrutamist ja jagamist — teist järku teheteks, astendamist ja juurimist — kolmandat järku teheteks.

Mingi mitme tehte resultaadi tähistamisel algebralise avaldise abil järgitakse järgmisi juhiseid:

**Juhis 1.** Kui tehte resultaadiga on veel teostada mingi eelnevat järku tehe, siis teda ei võeta sulgudesse.

Näiteid:

$$\begin{array}{c}
 a^5 b^2; \quad a^3 + b^4; \quad \frac{a}{\sqrt{b}}; \quad a - \sqrt[3]{b}; \\
 ab + cd; \quad ab - \frac{c}{d}.
 \end{array}$$

**Juhis 2.** Kui tehte resultaadiga on veel teostada mingi järgnevat järku tehe, siis ta võetakse sulgudesse.

Näiteid:

$$(a + b)c; \quad (a - b)^2; \quad (ab)^2; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^5.$$

Kuid sel korral, kui vastavalt sellele juhisele sulgudesse peab võtma murru lugeja või nimetaja või juuremärgi aluse avaldise, jäetakse sulud ära; sel juhul murrukriips ja juuremärk mõjuvad ise nagu sulud.

Näiteid:

$$\frac{a+b}{c-d}, \sqrt{abc}.$$

**Juhis 3.** Kui tehte resultaadiga on veel teostada teine sama järku tehe, siis esimese tehte resultaat võetakse sulgudesse.

Näiteid:

$$a - (b + c); a : (b \cdot c); (a^3)^2.$$

Kui aga esimese tehte resultaat on teise tehte teostamisel kas esimeseks liidetavaks, vähendatavaks, korrutatavaks või jagatavaks, siis sulud jäetakse tavaliselt ära, sest niisugusel korral sulgude puudumine ei saa tekitada arusaamatusi.

Näiteid:

$$a + b + c; abc; a - b + c; ab : c.$$

Algebralise avaldise lugemisel või tema sõnalisel väljendamisel ei nimetata tehteid alati selles järjekorras, nagu neid peab teostama.

Näiteks avaldist  $a^2 + b^2$  loetakse nii: arvude  $a$  ja  $b$  ruutude summa; kuid avaldist  $\frac{a+b}{2}$  loetakse: arvude  $a$  ja  $b$  poolsumma.

Väljendada sõnades järgmised avaldised:

- |                                      |                           |                              |                        |
|--------------------------------------|---------------------------|------------------------------|------------------------|
| 161. $a + bc$ .                      | 161. $a - bc$ .           |                              |                        |
| 162. $(a + b)c$ .                    | 162. $(a - b)c$ .         |                              |                        |
| 163. $a - (b + c)$ .                 | 163. $a - (b - c)$ .      |                              |                        |
| 164. $(a - b) + c$ .                 | 164. $(a - b) - c$ .      |                              |                        |
| 165. $(a - b) + (c - d)$ .           | 166. $3(a + b) - 2ab$ .   |                              |                        |
| 167. $5ab + 3(c - d)$ .              | 168. $(a + b)(c - d)$ .   |                              |                        |
| 169. $(a + b)^2$ .                   | 170. $a^2 - b^2$ .        | 171. $2a^3$ .                | 172. $(2a)^3$ .        |
| 173. $\left(\frac{3}{4}a\right)^2$ . | 174. $\frac{3}{4}a^2$ .   | 175. $3(x + y)^2$ .          |                        |
| 176. $(3x + y)^2$ .                  | 177. $3x + y^2$ .         | 178. $[3(x + y)]^2$ .        |                        |
| 179. $\sqrt{a^3 - b^3}$ .            | 180. $\sqrt{(a - b)^3}$ . | 181. $\sqrt[3]{a^4 + b^4}$ . |                        |
| 182. $\sqrt[3]{(a + b)^4}$ .         | 183. $\sqrt[3]{(ab)^4}$ . | 184. $\sqrt[3]{2(x + y)}$ .  | 185. $\sqrt[4]{3xy}$ . |

Nimetada tehete järjekord järgmistes avaldistes:

- |                                   |                                     |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 186. $(a - b)c + dm.$             | 187. $a - bc + dm.$                 |
| 188. $[(a - b)c + d]m.$           | 189. $[a - b(c + d)]m.$             |
| 190. $p^3 + 2m + n^3.$            | 191. $p^3 + (2m + n)^3.$            |
| 192. $(p + 2m + n)^3.$            | 193. $[(m^2 + n^2):(p - q)]:r - s.$ |
| 194. $m^2 + n^2:[(p - q):r] - s.$ | 195. $m^2 + n^2:[(p - q)(r - s)].$  |

Kirjutada üles järgmised algebralised avaldised, kasutades arvude tähistena tähti:

196. Ühe arvu korrutis kahe teise arvu summaga.
196. Ühe arvu korrutis kahe teise arvu vahega.
197. Kahe arvu summa ruut.
197. Kahe arvu vahe ruut.
198. Kahe arvu vahe kuup.
198. Kahe arvu summa kuup.
199. Kahe arvu ruutude vahe.
199. Kahe arvu ruutude summa.
200. Kahe arvu kuupide summa.
200. Kahe arvu kuupide vahe.
201. Kahe arvu kuupide korrutis.
201. Kahe arvu korrutise kuup.
202. Kahe arvu  $n$ -endate astmete vahe.
202. Kahe arvu vahe  $n$ -es aste.
203. Kahe arvu  $n$ -endate astmete korrutis.
203. Kahe arvu jagatise  $n$ -es aste.
204. Nelja arvu  $n$ -endate astmete korrutis.
204. Nelja arvu summa  $n$ -es aste.
205. Kahe arvu summa ja vahe korrutis.
205. Kahe arvu vahe jagatis nende arvude summaga.
206. Kahekordne kahe arvu summa ruut.
206. Kolmekordne kahe arvu vahe kuup.
207. Kahe arvu kolmekordse summa ruut.
207. Kahe arvu kahekordse vahe kuup.
208. Kahe arvu korrutise kolmekordne ruut.
208. Kahe arvu kolmekordse korrutise ruut.

209. Kahe arvu kahekordse summa kuup.
209. Kahe arvu kolmekordse vahe ruut.
210. Kahekordne kahe arvu vahe  $n$ -es aste.
210. Kolmekordne kahe arvu summa  $n$ -es aste.
211. Kahe arvu kuupide kahekordne vahe.
211. Kahe arvu ruutude kolmekordne summa.
212. Arvu  $a$  kahekordse ja arvu  $b$  summa ruut.
212. Arvu  $a$  kolmekordse ja arvu  $b$  vahe kuup.
213. Summade  $a + b$  ja  $c + d$  ruutude summa.
213. Vahede  $m - n$  ja  $p - q$  kuupide vahe.
214. Kahe arvu poolsumma ruut.
214. Kahe arvu poolvahe ruut.
215. Kahe arvu neljakordse summa ruut.
215. Kahe arvu neljakordse vahe kuup.
216. Kahe arvu neljandate astmete summa ja samade arvude neljandate astmete vahe korrutis.
216. Kahe arvu kuupide vahe ja samade arvude kuupide summa jagatis.
217. Kuupjuur kahe arvu kuupide summast.
217. Ruutjuur kahe arvu ruutude vahest.
218. Kahe arvu kolmekordse summa ruutjuur.
218. Kuupjuur kahe arvu vahe kahekordsest.
219. Kuupjuur kahe arvu summa ruudust.
219. Ruutjuur kahe arvu vahe kuubist.
220. Neljas juur ühe arvu ja kahe teise arvu summa jagatisest.
220. Kuupjuur ühe arvu ja kahe teise arvu vahe korrutisest.
221. Viies juur kahe arvu ruutude summa ja samade arvude vahe ruudu jagatisest.
221. Viies juur kahe arvu ruutude vahe ja samade arvude summa ruudu poolest korrutisest.
222.  $n$ -es juur kahe arvu paarisarvuliste astendajatega astmete summast.

222.  $n$ -es juur kahe arvu paarituarvuliste astendajatega astmete vahest.
223. Paarisarvulise juurijaga juur kahe arvu paarisarvuliste astendajatega astmete summa ja samade arvude paarituarvuliste astendajatega astmete vahe korrutisest.
224. Paarituarvulise juurijaga juur kahe arvu paarituarvuliste astendajatega astmete vahe ja samade arvude paarisarvuliste astendajatega astmete summa jagatisest.
225. Kuupjuur  $a$  sada,  $b$  kümnet ja  $c$  ühte sisaldava arvu ruudust.
226. Ruutjuur  $a$  sada ja  $b$  ühte sisaldava arvu kuubist.
227. Avaldada arv, mille üheliste number on  $a$ , kümnete number on 2 võrra suurem ja sadade number on 3 võrra väiksem kui üheliste number.
228. Avaldada arv, mille sadade number on  $a$ , kümnete number on 2 võrra väiksem ja üheliste number on 3 võrra suurem kui sadade number.
229. Avaldada kolme järjestikuse täisarvu korrutis, kui esimene neist täisarvudest on  $a$ .
230. Avaldada kolme niisuguse järjestikuse täisarvu korrutis, mis eelnevad täisarvule  $a$ .
231. Avaldada kolme üksteisele järgneva paarisarvu korrutis, kui esimene neist on  $2n$ .
232. Avaldada kolme üksteisele eelneva paarisarvu korrutis alates arvuga  $2n$ .

### § 7. Asendamine.

233. Panna avaldises  $2x^2y^3$  arvu  $x$  asemele  $a + b$  ja  $y$  asemele  $ab$ .
234. Panna avaldises  $3x^3y^2$  arvu  $x$  asemele  $a - b$  ja arvu  $y$  asemele  $\frac{a}{b}$ .
235. Avaldises  $3xy^2 + 4x^2y$  asendada  $y$  avaldisega  $abc$  ja  $x$  avaldisega  $a - b$ .

236. Avaldises  $4x^2y - 3xy^2$  asendada  $x$  arvuga  $\frac{ab}{c}$  ja  $y$  arvuga  $a - b$ .
237. Avaldises  $\frac{x^2 + y^2}{3x^3 - 4y^3}$  panna arvu  $x$  asemele  $a - b + c$  ja  $y$  asemele  $2a + 3$ .
238. Panna avaldises  $\frac{x^2 - y^2}{4x^3 - 3y^3}$  arvu  $y$  asemele  $a + b - c$  ja arvu  $x$  asemele  $2b - 3$ .

### § 8. Aritmeetiliste ülesannete lahendamise üldseosed.

Lahendada järgmised aritmeetilised ülesanded:

239. Kahes koolis on kokku  $m$  õpilast. Teises koolis on  $n$  õpilast vähem kui esimeses. Mitu õpilast on esimeses koolis?

240. Vabrikus töötab  $s$  inimest, nendest  $p$  protsenti on abitöölised. Mitu abitöölist on vabrikus?

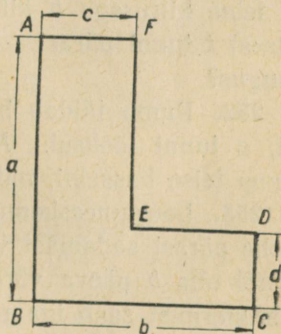
241. Segati  $a$  kilogrammi teed hinnaga  $b$  rubla kilogramm ja  $c$  kilogrammi teed hinnaga  $d$  rubla kilogramm. Kogu segu müüdi  $p$ -protsendilise juurdehindlusega. Mis hinnaga müüdi kilogramm segu?

242. Jaotada arv  $m$  kaheks liidetavaks nii, et üks liidetav on kaks korda suurem kui teine.

243. Jaotada arv  $n$  kaheks liidetavaks nii, et üks liidetav on 3 korda väiksem kui teine.

244. Koostada joonisel 1 esitatud kujundi pindala avaldis, tükeldades kujundi kaheks ristkülikuks.

245. Koostada sellesama kujundi pindala avaldis kui kahe ristküliku pindala vahe.



Joonis 1.

246. Mõned töölised said kokku  $a$  rubla; nendest  $b$  töolist sai igaüks  $c$  rubla. Kui palju said teised töölised kokku?

247. Vann täitub ühe kraani kaudu  $a$  minutiga, teise kraani kaudu  $b$  minutiga. Mitme minutiga saab vann täis, kui mõlemad kraanid on korraga avatud?

248. Üks tööline jõuab teosa sillutada  $a$  päevaga, teine tööline jõuab sama teosa sillutada  $b$  päevaga ja kolmas tööline  $c$  päevaga. Mitme päevaga sillutavad need kolm töolist selle teosa kolmekesi koos töötades?

249. Jaotada arv  $m$  neljaks osaks, mis suhtuvad nagu  $a : b : c : d$ .

250. Kahest punktist, mis on teineteisest  $d$  kilomeetri kaugusel, väljuvad üheaegselt kaks rongi, sõites teineteisele vastu, üks kiirusega  $a$  kilomeetrit tunnis ja teine kiirusega  $b$  kilomeetrit tunnis. Mitme tunni pärast need rongid sõidavad teineteisest mööda?

251. Kahest punktist väljuvad üheaegselt kaks rongi, sõites teineteisele vastu, üks kiirusega  $a$  kilomeetrit tunnis ja teine kiirusega  $b$  kilomeetrit tunnis, ja mööduvad teineteisest  $t$  tunni pärast. Kui suur on kahe punkti vaheline kaugus?

252. Pump täidab basseini, mille maht on  $p$  kuupmeetrit,  $a$  tunni jooksul. Mitme tunni jooksul täidab seesama pump teise basseini, mille maht on  $q$  kuupmeetrit?

253. Laevameeskonnale anti toidutagavara  $a$  päevaks. Kohe pärast sadamast väljumist selgus, et meeskonnal tuleb merel olla  $b$  päeva võrra rohkem. Missuguse osa määratud toidunormist saab iga meeskonna liige?

## § 9. Algebraaliste avaldiste arvutamine.

Kui algebraalises avaldises esinevate tähtede asemele paneme nende tähtede numbrilised väärtused ja teostame kõik avaldises näidatud tehted, siis nende tehete tulemusena

saatud arvu nimetatakse algebralise avaldise *numbriliseks väärtuseks* antud tähtede väärtuste järgi.

Algebralise avaldise numbrilise väärtuse arvutamisel teostatakse tehted järgmises korras:

1) kui avaldises ei ole sulgusid, siis teostatakse esmalt kolmandat järku tehted (astendamine ja juurimine), seejärel teist järku tehted (korrutamine ja jagamine) ja lõpuks esimest järku tehted (liitmine ja lahutamine); seejuures üht ja sama järku tehted teostatakse selles järjekorras, nagu nad on kirjutatud; niisugust tehete järjekorda nimetatakse *tehete põhijärjekorraks*;

2) kui avaldises esinevad sulud, siis see osutab, et tehteid tuleb sooritada erinevalt põhijärjekorrast; sel korral teostatakse esmalt kõik tehted nende arvudega, mis on sulgudes, ja seejärel kõik teised tehted, kusjuures nii esimesed kui ka teised tehted ise teostatakse põhijärjekorras;

3) murrukriips ja juuremärk mõjuvad tehete järjekorrale nagu sulud.

Leida algebraliste avaldiste väärtused antud tähtede väärtuste järgi:

254.  $a^3 + 2a^2 - 5a + 6$ , kui  $a = 2$ .

254.  $a^3 - 2a^2 + 5a - 6$ , kui  $a = 3$ .

255.  $b^3 + 3b^2 + 3b + 10$ , kui  $b = \frac{1}{2}$ .

255.  $b^3 + 3b^2 - 4b + 10$ , kui  $b = \frac{1}{3}$ .

256.  $a^4 + 7a^3 - 7a^2 - 15a - 72$ , kui  $a = 3$ .

256.  $a^4 + 7a^3 - 15a + 70$ , kui  $a = 2$ .

257.  $\frac{x^3 - x^2y + 3xy - 27}{2}$ , kui  $x = 3$ ,  $y = 1$ .

257.  $\frac{x^3 + x^2y^2 + xy^2 - 15}{3}$ , kui  $x = 1$ ,  $y = 4$ .

258.  $\frac{1 - m + m^2}{1 + m - m^2} + \frac{6m^3 - 4}{1 + m - m^2}$ , kui  $m = 1$ .

258.  $\frac{1 + m - m^2}{1 - m + m^2} + \frac{6m^3 + 4}{1 - m + m^2}$ , kui  $m = 1$ .

259.  $a(a + b - c) + a$ , kui  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$ .
259.  $m(m - n - p) + m$ , kui  $m = 7$ ,  $n = 2$ ,  $p = 5$ .
260.  $\frac{x^2 + y^2 - xy}{x^2 + xy - y^2}$ , kui  $x = 2$ ,  $y = 3$ .
260.  $\frac{x^2 - y^2 + xy}{x^2 + y^2 - xy}$ , kui  $x = 3$ ,  $y = 2$ .
261.  $(a - b + c)a - a$ , kui  $a = 5$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$ .
261.  $(m - n + p)p - p$ , kui  $m = 8$ ,  $n = 2$ ,  $p = 3$ .
262.  $\frac{1 + a^2}{(1 + ab)^2 + (a + b)^2}$ , kui  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ .
262.  $\frac{1 - a^2}{(1 - ab)^2 - (a - b)^2}$ , kui  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ .
263.  $x - x(y - z)$ , kui  $x = 10$ ,  $y = 8$ ,  $z = 7$ .
263.  $a - a(b - c)$ , kui  $a = 5$ ,  $b = 4$ ,  $c = 3$ .
264.  $\frac{a(a + b - c) + a - 4}{a} + 1$ , kui  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ .
264.  $\frac{m(m - n - p) + m + 28}{m} + 5$ , kui  $m = 7$ ,  $n = 2$ ,  $p = 3$ .
265.  $[b(a^2 - b^2) - ab - 16]a : 2$ , kui  $a = 5$ ,  $b = 4$ .
265.  $[x(x^2 - y^2) + xy - 21]z : 2$ , kui  $x = 3$ ,  $y = 2$ ,  $z = 1$ .
266.  $\{[(a - 4)a - 3]a + 5\}a - 75$ , kui  $a = 5$ .
266.  $\{[(a + 4)a + 3]a + 5\}a - 70$ , kui  $a = 2$ .

## Tehted relatiivsete arvudega.

### § 1. Relatiivse arvu mõiste.

1. Kirjutada üles relatiivsete arvude abil järgmised temperatuurid:  $4^{\circ}$  sooja;  $17^{\circ}$  sooja;  $9^{\circ}$  külma;  $16^{\circ}$  külma;  $30^{\circ}$  sooja.

2. Märkida arvteljel punktid, mis vastavad järgmistele arvudele:  $+10$ ;  $+4$ ;  $-7$ ;  $-10,2$ ;  $+5,4$ ;  $-12,6$ .

Mastaap:  $0,5$  cm kujutab arvu  $1$ .

3. Võttes arvteljel arvu  $1$  kujutuseks  $0,5$  cm, kirjutada üles relatiivsed arvud, mis vastavad järgmistele punktidele:

1) punktile  $B$ , mis asetseb algusest paremal pool  $3,5$  cm kaugusel;

2) punktile  $K$ , mis asetseb algusest vasakul pool  $4,5$  cm kaugusel;

3) punktile  $O$ , mis on arvteljel alguspunktiks.

4. Ametiühingus oli aasta alguses  $p$  liiget ja aasta lõpuks oli  $q$  liiget. Mitme inimese võrra suurenes ametiühingu liikmete arv? Seletada vastuse tähendust, kui  $p=5000$  ja  $q=5200$ ; kui  $p=5000$  ja  $q=4980$ .

5. Linna tuli aasta jooksul juurde  $a$  uut elanikku ja lahkus  $b$  elanikku. Kui palju kasvas linna elanike arv aasta jooksul?

Seletada vastuse tähendust, kui  $a=2000$  ja  $b=3000$ ; kui  $a=2500$  ja  $b=2000$ .

## § 2. Relatiivsete arvude liitmine ja lahutamine.

Selleks, et liita kaks *ühesuguse* märgiga relatiivset arvu, tuleb liita nende arvude absoluutväärtused ja leitud summa ette panna nende märk.

Näiteid:

$$\begin{aligned} (+7) + (+3) &= + (7 + 3) = + 10; \\ (-5) + (-2) &= - (5 + 2) = - 7. \end{aligned}$$

Selleks, et liita kaks *erinevate* märkidega relatiivset arvu, tuleb suuremast absoluutväärtusest lahutada väiksem absoluutväärtus ja leitud vahe ette panna selle liidetava märk, kumma absoluutväärtus on suurem.

Näiteid:

$$\begin{aligned} (+8) + (-5) &= + (8 - 5) = + 3; \\ (-11) + (+8) &= - (11 - 8) = - 3. \end{aligned}$$

Teostada liitmine:

- |   |  |
|---|--|
| 6. $(+3) + (+8)$ .  | 6. $(+1) + (+7)$ .   |
| 7. $(+5) + (-2)$ .  | 7. $\left(+7\frac{1}{2}\right) + \left(-3\frac{1}{4}\right)$ .   |
| 8. $\left(+5\frac{1}{4}\right) + \left(-9\frac{1}{2}\right)$ .  | 8. $\left(+5\frac{3}{4}\right) + \left(-11\frac{1}{8}\right)$ .  |
| 9. $(+5) + (-5)$ .  | 9. $(+7) + (-7)$ .   |
| 10. $(-7,5) + (+10,2)$ .  | 10. $(-5,4) + (+10,6)$ .   |
| 11. $(-7,4) + (+3)$ .   | 11. $(-8) + (+2,5)$ .  |
| 12. $(-7) + (-3)$ .   | 12. $(-7) + (+7)$ .  |
| 13. $(+0,6) + (+0,8)$ .   | 14. $(+5,6) + (-1,4)$ .  |
| 15. $(+3,5) + (+8,6)$ .   | 16. $(-9,1) + (-2,4)$ .  |
| 17. $(+13,4) + (-5,8)$ .  | 18. $(-2,3) + (-13,9)$ .   |
| 19. $(-10) + (+3,7)$ .  | 20. $\left(+2\frac{1}{5}\right) + \left(-3\frac{1}{3}\right)$ .  |
| 21. $\left(-2\frac{3}{4}\right) + \left(-7\frac{5}{6}\right)$ . | 22. $\left(-6\frac{3}{10}\right) + \left(+5\frac{4}{5}\right)$ . |

23.  $(+8\frac{5}{12}) + (-3\frac{1}{8})$ .

24.  $(-6\frac{3}{10}) + (-5\frac{4}{5})$ .

25.  $(-10\frac{5}{9}) + (-8\frac{7}{12})$ .

Selleks, et mitu arvu liita, tuleb liita esmalt kaks esimest arvu, saadud summaga liita kolmas arv, uue summaga liita neljas arv jne.

N ä i d e:

$$(-9) + (+13) + (-10) = (+4) + (-10) = -6.$$

Liitmise põhiseadus ütleb, et summa ei olene liidetavate järjekorrast ja et mistahes liidetavate rühma võib asendada nende liidetavate summaga. Selle seaduse põhjal mitme liidetava summa leidmisel toimitakse nii: esiteks leitakse kõikide positiivsete liidetavate summa ja kõikide negatiivsete liidetavate summa eraldi, siis saadud summad liidetakse.

Arvutada:

26.  $(-2) + (-4) + (+3) + (-5)$ .

27.  $(-3) + (+4) + (+3) + (-2) + (-2)$ .

28.  $(-14) + (-2) + (-9) + (-3)$ .

29.  $(-13) + (+10) + (-1) + (+3)$ .

30.  $(+38) + (-51) + (-43) + (+80) + (-19)$ .

31.  $(+0,8) + (-1,3) + (-2,7) + (+5,6) + (-6,2) + (-3,8)$ .

32.  $(-\frac{3}{16}) + (+\frac{9}{16}) + (-\frac{5}{16}) + (-\frac{13}{16}) + (+\frac{15}{16})$ .

33.  $(-1) + (-\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{16}) + (+\frac{1}{8}) + (+\frac{1}{4}) + (-3) + (+\frac{3}{4})$ .

34.  $(-0,41) + (+0,79) + (-0,64) + (-0,18) + (-0,32) + (-0,24)$ .

35.  $(-2\frac{1}{2}) + (+5\frac{3}{4}) + (-3\frac{3}{4}) + (+\frac{1}{2}) + (-6\frac{1}{2})$ .

36.  $[9 + (-2) - 5] + (-6);$   
 $-6 + \{3 + [5 + (-2)]\} + (+11).$
37.  $[12 + (-5) - 8] + (-9);$   
 $-9 + \{7 + [8 + (-5)]\} + (+16).$
38.  $\{1\frac{1}{2} + [-\frac{3}{4} + (+\frac{5}{6})]\} + [-2 + (-\frac{7}{12})].$
39.  $[-\frac{7}{10} + (+\frac{2}{5})] + \{-2 + [-\frac{3}{4} + (+\frac{9}{10})]\}.$
40.  $\{1\frac{1}{5} + [+ \frac{3}{2} + (-\frac{7}{10})]\} + [-3 + (+\frac{9}{10})].$
41.  $[+\frac{8}{15} + (-\frac{3}{5})] + \{-5 + [-\frac{7}{9} + (+\frac{11}{15})]\}.$
42.  $-6 + \{[-1\frac{1}{2} + (+1\frac{2}{3})] + [+1\frac{2}{5} + (+2\frac{1}{2})]\}.$
43.  $-\frac{5}{7} + \{\frac{2}{3} + [-3 + (+1\frac{1}{2})] + (-1\frac{5}{14})\}.$
44.  $-9 + \{[+\frac{2}{7} + (-1\frac{1}{2})] + [-1\frac{2}{3} + (+2\frac{3}{7})]\}.$
45.  $-1\frac{2}{3} + \{-1\frac{2}{5} + [+2 + (-1\frac{1}{2})] + (-1\frac{7}{10})\}.$
46.  $\{2,15 + [-1,315 + (-7,2)]\} + [(-1,78) + (+9,235)].$
47.  $\{-1,75 + [+3,4 + (-6,283)]\} + [+2,53 + (-0,472)].$

Selleks, et ühest relatiivsest arvust lahutada teine, tuleb vähendatavaga liita lahutatava vastand arv.

Näiteid:

$$(-7) - (+4) = (-7) + (-4) = -11;$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) = +\frac{11}{6}.$$

Arvutada:

48.  $(+8) - (+3).$

49.  $(+8,5) - (-3,4).$

50.  $(+8) - (+9,4).$

51.  $(-8) - (-8).$

52.  $(-2) - (+7).$

53.  $(-2,5) - (-7).$

54.  $(-7\frac{1}{3}) - (+\frac{1}{8})$ .      54.  $(-8\frac{1}{4}) - (-1\frac{1}{2})$ .  
 55.  $(-7) - (-7)$ .      55.  $(-9) - (-9)$ .  
 56.  $(-2,6) - (+3,4)$ .      56.  $(-3,7) - (+6,5)$ .  
 57.  $(+3,7) - (-18,3)$ .      57.  $(-3,2) - (-1,8)$ .  
 58.  $(-5\frac{3}{4}) - (-8\frac{1}{2})$ .      58.  $(-1,5) - (-2,37)$ .  
 59.  $(-1\frac{2}{5}) - (+5)$ .      59.  $(-1\frac{7}{8}) - (-3\frac{1}{2})$ .  
 60.  $(-\frac{2}{5}) - (+\frac{3}{4})$ .      60.  $(-\frac{7}{8}) - (+\frac{2}{3})$ .  
 61.  $(+3\frac{3}{7}) - (+2\frac{3}{4})$ .      61.  $(-6\frac{1}{2}) - (-3\frac{2}{5})$ .

62. 1) Arvust  $+3\frac{2}{5}$  lahutada arv  $+6\frac{4}{5}$ ;

2) arvust  $-10,4$  lahutada arv  $-10,37$ ;

3) arvust  $-7,1$  lahutada arv  $+10,78$ ;

4) arvust  $+3\frac{1}{7}$  lahutada arv  $-7\frac{5}{6}$ .

63.  $-\frac{7}{12} - (+\frac{5}{12})$ ;  $-\frac{7}{12} - (-\frac{5}{12})$ ;  $-\frac{4}{15} - (+\frac{7}{15})$ ;  
 $+\frac{4}{15} - (-\frac{7}{15})$ .

64.  $1\frac{1}{2} - (+\frac{4}{5})$ ;  $-\frac{1}{3} - (-\frac{3}{4})$ .

Mitme arvu liitmisel ja lahutamisel võib iga lahutamise asendada vastandarvu liitmisega ja siis leida kõikide liideta-vate summa eespool antud juhise järgi:

Näiteid:

$$\begin{aligned} & (+4) - (+2) + (-1) - (-12) - (+5) = \\ & = (+4) + (-2) + (-1) + (+12) + (-5) = \\ & = (+16) + (-8) = +8. \end{aligned}$$

Teostada liitmine ja lahutamine:

65.  $(+5) - (-8) + (-2) + (+1) - (-3)$ .

65.  $(+3) - (-7) + (-1) + (+2) - (-4)$ .  
 66.  $(-1) + (-6) - (-2) + (-5) - (-7)$ .  
 66.  $(-2) + (-5) - (-3) + (-6) - (-9)$ .  
 67.  $(-2) - (-4) - (+1) + (+3) - (-3) + (-6)$ .  
 67.  $(-3) - (-5) - (+2) + (+2) - (-5) + (-7)$ .  
 68.  $(+6) + (-1) + (-4) - (-1) - (-8)$ .  
 68.  $(+5) + (-2) + (-4) - (-3) - (-7)$ .  
 69.  $(-3,4) - (-2,4) + (-6) - (-7)$ .  
 69.  $(-9) - (-4\frac{1}{2}) + (-7\frac{1}{4}) - (-12)$ .  
 70.  $+9 - (+6) + (-2)$ .  
 70.  $+7 - (+8) + (-5)$ .  
 71.  $(+6) - (-3) + 2 - (-4)$ .  
 71.  $(+7) - (-4) + 5 - (-6)$ .  
 72.  $(-1) + (+4) - 3 + 8 - (+6)$ .  
 72.  $(-2) + (+5) - 4 + 7 - (+3)$ .  
 73.  $2 + (-4) - (-7) - 5 + (-3)$ .  
 73.  $1 + (-3) - (-2) - 2 + (-6)$ .  
 74.  $(-3) - 3 + (-3) + 4 - 5 + (-1)$ .  
 74.  $(-4) - 4 + (-4) + 5 - 6 + (-2)$ .

### § 3. Relatiivsete arvude korrutamise ja jagamine.

Selleks, et korrutada kaks *ühesuguse* märgiga relatiivset arvu, korrutatakse nende absoluutväärtused ja leitud korrutise ette pannakse märk +.

N ä i d e:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = +\frac{8}{15}.$$

Selleks, et korrutada kaks *erinevate* märkidega relatiivset arvu, korrutatakse nende absoluutväärtused ja leitud korrutise ette pannakse märk —.

Näide:

$$\left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{12}{35}.$$

Selleks, et korrutada mitu tegurit, korrutatakse nende absoluutväärtused; saadud korrutise ette pannakse märk +, kui negatiivseid tegureid on paarisarv; korrutise ette pannakse aga märk -, kui negatiivseid tegureid on paarituurv.

Teostada korrutamine:

75.  $(+2) \cdot (+3)$ ;  $(-3) \cdot (+4)$ ;  $(+2) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right)$ ;  
 $(-3) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right)$ .

76.  $(+5) \cdot (-2)$ ;  $(-4) \cdot (-3)$ ;  $(+5) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$ ;  
 $(-4) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$ .

77.  $(+6) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ ;  $(-8) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$ ;  $\left(-\frac{10}{3}\right) \cdot (+12)$ ;  
 $\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot (-14)$ .

78.  $\left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{2}\right)$ ;  $\left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{7}\right)$ ;  
 $\left(+\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)$ ;  $\left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$ .

79.  $\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{2}{9}\right)$ ;  $\left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \left(+\frac{14}{9}\right)$ ;  
 $\left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$ ;  $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{9}\right)$ .

80.  $(+0,6) \cdot (-0,2)$ ;  $(-1,2) \cdot (-0,5)$ ;  
 $(+0,3) \cdot (+1,2)$ ;  $(-1,3) \cdot (-0,2)$ .

81.  $(+4) \cdot (-1) \cdot (-2)$ ;  $(-5) \cdot (+2) \cdot (-1)$ .

82.  $(+0,5) \cdot (-1,5) \cdot (-4) \cdot (-0,1)$ .

83.  $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (+0,2) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) \cdot (-1)$ .

Selleks, et jagada üks arv teisega, tuleb jagatava absoluutväärtus jagada jagaja absoluutväärtusega ja leitud jagatise ette panna märk +, kui mõlemad antud arvud on *samamärgilised*, ja märk -, kui antud arvud on *erinevate* märkidega.

Näiteid:

$$\begin{aligned} (+8) : (+2) &= +4; & (-8) : (-2) &= +4; \\ (+12) : (-4) &= -3; & (-12) : (+4) &= -3. \end{aligned}$$

Teostada jagamine:

- |     |   |                                      |
|-----|---|--------------------------------------|
| 84. | $(+6) : (+3);$                                    | $(+6) : (-3).$                       |
| 84. | $(+10) : (+2);$                                   | $(+10) : (-2).$                      |
| 85. | $(-8) : (+2);$                                    | $(-8) : (-2).$                       |
| 85. | $(-12) : (+4);$                                   | $(-12) : (-4).$                      |
| 86. | $(+5) : (+3);$                                    | $(-5) : (+3).$                       |
| 86. | $(+6) : (+7);$                                    | $(-6) : (+7).$                       |
| 87. | $(+8) : (-6);$                                    | $(-8) : (-6).$                       |
| 87. | $(+9) : (-12);$                                   | $(-9) : (-12).$                      |
| 88. | $(+0,2) : (-0,1);$                                | $(-0,3) : (+0,06).$                  |
| 88. | $(+0,6) : (-0,1);$                                | $(-0,5) : (+0,01).$                  |
| 89. | $(-0,04) : (-0,2);$                               | $(+1,2) : (+0,003).$                 |
| 89. | $(-0,08) : (-0,4);$                               | $(+1,5) : (+0,005).$                 |
| 90. | $0,6 : (-0,1); (-0,6) : 0,01; (-0,6) : (-0,01).$  |                                      |
| 90. | $(-0,7) : 0,05; 0,7 : (-0,05); (-0,7) : (-0,05).$ |                                      |
| 91. | $(+\frac{5}{6}) : (+\frac{3}{4});$                | $(-\frac{3}{4}) : (+\frac{2}{9}).$   |
| 92. | $(+\frac{3}{8}) : (-\frac{4}{9});$                | $(-\frac{10}{3}) : (-\frac{5}{6}).$  |
| 93. | $(+2\frac{1}{2}) : (-2\frac{1}{4});$              | $(-3\frac{1}{3}) : (+2\frac{1}{2}).$ |
| 94. | $(-1\frac{3}{10}) : (-2\frac{2}{5});$             | $(+3\frac{3}{4}) : (+4\frac{5}{8}).$ |

## Peatükk II.

### Tehted üksliikmetega ja hulkliikmetega.

#### § 1. Hulkliikme sarnaste liikmete koondamine.

Kaht üksliiget nimetatakse *sarnasteks*, kui nad teineteisest üldse ei erine või kui nad erinevad üksnes kordajate poolest. Kui hulkliikmes on sarnaseid liikmeid, siis nende summat võib asendada üheainsa liikmega, mis on sarnane iga nimetatud üksliikmega ja mille kordajaks on nende liikmete kordajate summa.

Niisugust sarnaste liikmete summa asendamist üheainsa liikmega nimetatakse sarnaste liikmete *koondamiseks*. Näiteks hulkliikmes

$$7a^2b - 3abc - 4a^2b + 2a^2b - 5abc$$

on kaks rühma sarnaseid liikmeid:

esiteks  $7a^2b$ ,  $-4a^2b$  ja  $+2a^2b$ , teiseks  $-3abc$  ja  $-5abc$ . Liites kordajad  $+7$ ,  $-4$  ja  $+2$ , saame arvu  $+5$ ; seega esimese rühma liikmete summa võime asendada üheainsa liikmega  $5a^2b$ . Liites kordajad  $-3$  ja  $-5$  teises rühmas, saame arvu  $-8$ , millest selgub, et teise rühma liikmete summa võime asendada liikmega  $-8abc$ . Seepärast antud hulkliige pärast tema liikmete koondamist teisendub kaksliikmeks  $5a^2b - 8abc$ . Nii et

$$7a^2b - 3abc - 4a^2b + 2a^2b - 5abc = 5a^2b - 8abc.$$

Teostada sarnaste liikmete koondamine:

1.  $7ab + 8ab.$
2.  $5a^2b + 2a^2b.$
3.  $ab - 2ab.$
4.  $4a^2b - 2a^2b.$
5.  $-7a^3 - 4a^3.$
6.  $2ab^2 - 9ab^2.$
7.  $6a^2bc + 3a^2bc + a^2bc.$
8.  $3(a + b)^2 + 7(a + b)^2 + (a + b)^2.$
8.  $4(a - b)^2 + 2(a - b)^2 + (a - b)^2.$
9.  $-5m^3 - m^3 - 8m^3.$
10.  $3a^nb^d^3 + a^nb^d^3 + 9a^nb^d^3.$
10.  $8a^mbd^2 - 4a^mbd^2 + a^mbd^2.$
11.  $-2a^3b^m - 3a^3b^m - a^3b^m.$
12.  $-4a^2b^n - 8a^2b^n - a^2b^n.$
13.  $5(a - b)^3 + 3(a - b)^3 + (a - b)^3.$
14.  $2(a + b)^3 + 7(a + b)^3 + (a + b)^3.$
15.  $3a^3 - 3a^3 + 5a^3.$
16.  $4a^2 - 4a^2 + 7a^2.$
17.  $18a^2b + 10a^2b - 10a^2b.$
18.  $13ab^2 + 8ab^2 - 8ab^2.$
19.  $13ab^4 - 5ab^4 - 13ab^4.$
20.  $11a^3b - 7a^3b - 11a^3b.$
21.  $9a^2b^3 - 4a^2b^3 - 5a^2b^3.$
22.  $11a^4 - 7a^4 - 4a^4.$
23.  $5a^4 + 5a^4 + 9a^3.$
24.  $17a^3bc^2 - 11a^3bc^2 + 3a^2b^2c^2.$
25.  $23a^nb^m + 11a^nb^m - 4a^nb^m.$
26.  $4a^2b - 5a^2b + 7a^2b - a^2b.$
27.  $25a^3b^3 + 10a^3b^3 - 8a^3b^3 - 9a^3b^3 + 2a^3b^3.$
28.  $10m^a - 8m^a + 13m^a - 20m^a - m^a.$
29.  $5a^3cx - 7a^3cx - 13a^3cx - a^3cx + 3a^3cx.$
30.  $10a(x + y)^5 - 11a(x + y)^5 - 7a(x + y)^5 - a(x + y)^5 + 7a(x + y)^5.$
31.  $\frac{5}{3}ax + \frac{1}{2}ax - \frac{2}{3}ax - \frac{3}{2}ax.$
32.  $\frac{2}{5}by - \frac{5}{2}by + by + 1,1by.$
33.  $7a^2b - 11\frac{2}{3}a^2b + 3\frac{1}{2}a^2b - 2\frac{5}{6}a^2b.$

$$34. -0,27ab^2 + 0,23ab^2 - \frac{2}{5}ab^2 + \frac{1}{2}ab^2.$$

$$35. -1,25a^3 + \frac{3}{4}a^3 + 2,5a^3 - \frac{2}{3}a^3.$$

$$36. 5ax - 6bx + 8ax - 10ax - 15bx + 6ax + 20bx - ax.$$

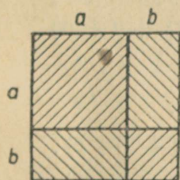
$$37. 2a^2b - 3ab^2 + 7a^2b - 10ab^2 - 15a^2b + 18ab^2 - ab^2.$$

$$38. 5a^3 - 7a^2b + 7ab^2 + a^2b - 2a^3 - 8ab^2 + a^3 - 12ab^2 + 3a^2b.$$

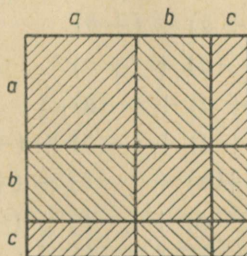
$$39. \frac{5}{3}a^2bc - \frac{3}{4}abc^2 - \frac{3}{2}a^2bc - \frac{1}{2}abc^2 + abc^2 - 2a^2bc.$$

$$40. \frac{2}{3}ab^3 + 3b^2 - a^5bc^2 + 4a^2 + 3a^5bc^2 + 3ab^3 + \frac{1}{2}a^2 - 7a^4c.$$

$$41. 3a^5 - ab^2 - \frac{2}{3}a^7b - 3c^2 + \frac{1}{2}a^5 + 2a^7b + \frac{1}{3}c^2 - 4a^5 + 2ab^2 - 4c^2 - 3a^4 - \frac{10}{3}a^7b + 3a^4.$$



Joon. 2.



Joon. 3.

42. Tükeldada ruut osadeks, nagu näidatud joonisel 2. Leida iga osa pindala ja seejärel kogu ruudu pindala.

43. Tükeldada ruut osadeks, nagu näidatud joonisel 3. Leida iga osa pindala ja seejärel kogu ruudu pindala.

## § 2. Üksliikmete ja hulkliikmete liitmine ja lahutamine.

Selleks, et üksliikmega või hulkliikmega liita üksliige, tuleb see üksliige tema ees seisva märgiga esimesele liidetavale juurde kirjutada.

Selleks, et üksliikmega või hulkliikmega liita hulkliige, tuleb selle hulkliikme kõik liikmed nende ees seisvate märkidega järgemööda esimesele liidetavale juurde kirjutada.

Selleks, et üksliikmest või hulkliikmest lahutada hulkliige, tuleb lahutatav üksliige võtta vahetatud märgiga ja vähendatavale juurde kirjutada.

Selleks, et üksliikmest või hulkliikmest lahutada hulkliige, tuleb vähendatavale juurde kirjutada järgemööda kõik lahutatava hulkliikme liikmed vahetatud märkidega.

Liitmise või lahutamise teel saadud algebralist avaldist tavaliselt lihtsustatakse tema sarnaste liikmete koondamise teel.

Ülesanded nr. 44—53 on viidud peatükki I-a numbritel all 6—12 ja 26—27.

Teostada liitmine:

54.  $(+a) + (+b)$ .                      55.  $(+a) + (-b)$ .

56.  $(-a) + (+b)$ .                      57.  $(-a) + (-b)$ .

58.  $(+a) + (-a)$ .                      59.  $(-a) + (+a)$ .

60.  $(+a) + (-b) + (-c)$ .

61.  $(+a) + (-b) + (+c) + (-d)$ .

62.  $(-a) + (-b) + (+c) + (-d) + (-c)$ .

63.  $(-a) + (+b) + (+a) + (+c) + (-b) + (-c)$ .

Teostada lahutamine:

64.  $(+8) - (+3)$ .                      65.  $(+8,5) - (-3,4)$ .

66.  $(+8) - (+9,4)$ .                      67.  $(-8) - (-8)$ .

68.  $(-2) - (+7)$ .                      69.  $(-2,5) - (-7)$ .

70.  $(-7\frac{1}{3}) - (+\frac{1}{8})$ .                      70.  $(-8\frac{1}{4}) - (-1\frac{1}{2})$ .

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| 71. $(-7) - (+7)$ . | 71. $(+8) - (-8)$ . |
| 72. $(+a) - (+b)$ . | 72. $(+m) - (+n)$ . |
| 73. $(+a) - (-b)$ . | 73. $(+m) - (-n)$ . |
| 74. $(-a) - (+b)$ . | 74. $(-m) - (+n)$ . |
| 75. $(-a) - (-b)$ . | 75. $(-m) - (-n)$ . |
| 76. $(-a) - (-a)$ . | 76. $(-m) - (-m)$ . |
| 77. $(+a) - (-a)$ . | 77. $(+m) - (-m)$ . |
| 78. $(-a) - (+a)$ . | 78. $(-m) - (+m)$ . |

Teostada liitmine ja lahutamine:

79.  $(+5) - (-8) + (-2) + (+1) - (-3)$ .  
 79.  $(+3) - (-7) + (-1) + (+2) - (-4)$ .  
 80.  $(-1) + (-6) - (-2) + (-5) - (-7)$ .  
 80.  $(-2) + (-5) - (-3) + (-6) - (-9)$ .  
 81.  $(-2) - (-4) - (+1) + (+3) - (-3) + (-6)$ .  
 81.  $(-3) - (-5) - (+2) + (+2) - (-5) + (-7)$ .  
 82.  $(+6) + (-1) + (-4) - (-1) - (-8)$ .  
 82.  $(+5) + (-2) + (-4) - (-3) - (-7)$ .  
 83.  $(-3,4) - (-2,4) + (-6) - (-7)$ .  
 83.  $(-9) - \left(-4\frac{1}{2}\right) + \left(-7\frac{1}{4}\right) - (-12)$ .  
 84.  $(+a) - (+b) - (-c)$ .  
 84.  $(+m) - (+n) - (-p)$ .  
 85.  $(-a) + (-b) - (-c) - (+d)$ .  
 85.  $(-m) + (-n) - (-p) - (+q)$ .  
 86.  $(-a) + (+b) - (-c) - (+d) - (-e)$ .  
 86.  $(-m) + (+n) - (-p) - (-q) - (-r)$ .  
 87.  $(+a) + (-b) - (-c) - (-b) - (+a)$ .  
 87.  $(+m) + (-n) - (-p) - (-n) - (+m)$ .  
 88.  $(-a) - (-b) - (+c) - (-c) + (-b) - (-a)$ .  
 88.  $(-m) - (-n) - (+p) + (-n) -$   
 $- (-m) - (-p)$ .  
 89.  $+9 - (+6) + (-2)$ .  
 89.  $+7 - (+8) + (-5)$ .  
 90.  $(+6) - (-3) + 2 - (-4)$ .

90.  $(+7) - (-4) + 5 - (-6)$ .  
 91.  $(-1) + (+4) - 3 + 8 - (+6)$ .  
 91.  $(-2) + (+5) - 4 + 7 - (+3)$ .  
 92.  $1 + (-3) - (-2) - 2 + (-6)$ .  
 92.  $2 + (-4) - (-7) - 5 + (-3)$ .  
 93.  $(-3) - 3 + (-3) + 4 - 5 + (-1)$ .  
 93.  $(-4) - 4 + (-4) + 5 - 6 + (-2)$ .  
 94.  $(+a) - b - (-c)$ .  
 94.  $(+m) - n - (-p)$ .  
 95.  $(-a) + 3 - (+b) - 4$ .  
 95.  $(-m) + 5 - (+n) - 7$ .  
 96.  $5 - (-a) + b - 8 - (-c)$ .  
 96.  $7 - (-m) + n - 10 - (-n)$ .  
 97.  $a - b - (-7) + (+b)$ .  
 97.  $m - n - (-8) + (+n)$ .  
 98.  $-a - (-b) + 3 - (+b) + a - (+3)$ .  
 98.  $-m - (-n) + 5 - (+n) + m - (+5)$ .

Teostada üksliikmete liitmine:

99.  $\frac{13}{2}a^2 + \left(-\frac{9}{5}a^2\right)$ .      100.  $-7a^2b + (+8a^2b)$ .  
 101.  $-7ab + (+6ab) + (-2ab)$ .  
 102.  $2ab^3 + (-7ab^3) + (+3ab^3) + (-ab^3)$ .  
 103.  $2ab^4 + (-3ab^4) + (-5a^2b^3) + (-3ab^4) + (+3a^2b^3)$ .

Teostada üksliikmete lahutamine:

104.  $15a^3b^2 - (+8a^3b^2)$ .      105.  $\frac{3}{4}a - \left(-\frac{5}{6}a\right)$ .  
 106.  $-\frac{8}{3}a^2 - \left(-\frac{7}{6}a^2\right)$ .      107.  $-0,2x^a - (+0,05x^a)$ .  
 108.  $6,3a^3b^2c - \left(+\frac{11}{2}a^3b^2c\right)$ .

Teostada hulkliikmete liitmine:

109.  $-a^2b + (-a^2b + b^3)$ .      110.  $\frac{5}{6}a + \frac{3}{4}b + \left(-\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)$ .

111.  $(3a^4 - 4a^3b + 7a^2b^2 + ab^3) +$   
 $+ (-2a^4 - 6ab^3 + a^3b + b^4) +$   
 $+ (3a^3b - 6a^2b^2 + 5ab^3).$
112.  $(x^4 + 3ax^3 - bx^2 + 3cx - d) +$   
 $+ (4x^4 - 6ax^3 + 5bx^2 - 3cx + 2d) +$   
 $+ (-5x^4 - 6ax^3 - 5bx^2 - 3cx - 2d).$
113.  $\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{5}{4}ab + \frac{5}{12}b^2\right) +$   
 $+ \left(-\frac{3}{2}a^2 - \frac{2}{5}ab + \frac{3}{4}b^2 - \frac{2}{5}a^2b^2\right).$
114.  $\left(14\frac{5}{6}a^3 - 7\frac{2}{3}a^2b + 6\frac{4}{5}ab^2 + 11\frac{1}{3}b^3\right) +$   
 $+ \left(-7\frac{1}{2}a^3 + 14\frac{5}{7}a^2b - 3\frac{5}{9}ab^2 - 17\frac{1}{5}b^3\right).$
115.  $[2(a - b) + 3(a - b)^2 - 5(a - b)^3 + c] +$   
 $+ [-4(a - b)^3 - 2(a - b)^2 + (a - b) + c].$
116.  $[3x^4(x^2 + 2)^n - 3x^2(x^2 + 2)^{2n} + 5x(x^2 + 2)^{3n}] +$   
 $+ [-x^2(x^2 + 2)^{2n} + 5x(x^2 + 2)^{3n} - 2x^4(x^2 + 2)^n].$
117.  $4,8a^3b^2c - 0,05a^4b^3c^2 + 2,8a^5b^4c^3 +$   
 $+ (-0,4a^3b^2c + 0,005a^4b^3c^2 - 1,4a^5b^4c^3).$
118.  $0,8a^2 - 3,47ab - 17,25ac + 3,75bc +$   
 $+ \left(-\frac{3}{4}a^2 + 0,47ab + 12\frac{5}{8}bc\right).$

Teostada hulkliikmete lahutamine:

119.  $2m - (m + n^2).$       120.  $8n^2 - (3n^2 - 5m^2).$
121.  $\frac{17}{8}m^5 + \frac{5}{9}n - \left(\frac{17}{8}m^5 - \frac{2}{3}n\right).$
122.  $(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2).$
123.  $(4x^2 + 2xy + 3y^2) - (-x^2 + xy + 2y^2).$
124.  $(5a - 3b + 6c - 7d) - (3a - 8b + 3c - 2d).$
125.  $(3a^4 + 7a^2b^2 - a^3b - 6ab^3 + 4b^4) -$   
 $- (a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 7ab^3 + b^4).$
126.  $\left(\frac{5}{2}x^2 + 3ax - \frac{7}{3}a^2\right) - \left(2x^2 - \frac{1}{2}a^2 - ax\right).$

### § 3. Sulgude avamine ja sulgudesse võtmine.

Kui hulkliige või osa hulkliikmest on võetud sulgudesse ja sulgude ees seisab märk +, siis võib sulud koos sulgude ees seisva märgiga ära jätta ning kõik sulgudes olevad liikmed kirjutada nende ees seisvate märkidega.

N ä i d e:

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

Kui hulkliige või osa hulkliikmest on võetud sulgudesse ja sulgude ees seisab märk —, siis võib sulud koos sulgude ees seisva märgiga ära jätta ning kõik sulgudes olevad liikmed kirjutada vahetatud märkidega.

N ä i d e:

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

Ümberpöörduvalt, kui terve hulkliige või osa temast on tarvis sulgudesse võtta, siis sel korral, kui sulgude ette pannakse märk +, kõikide sulgudesse võetud liikmete märgid säilivad, aga sel korral, kui sulgude ette pannakse märk —, kõikide sulgudesse võetud liikmete märgid vahetuvad.

Esimest eespool kirjeldatud teisendamist nimetatakse *sulgude avamiseks*, teist teisendamist aga *sulgudesse võtmiseks*.

Avada sulud:

$$127. a + [b - (c - d)]. \quad 127. a - [b + (c - d)].$$

$$128. a - [(b - c) - d]. \quad 128. a - [(b - c) + d].$$

$$129. a - \{b - [c - (d + k)]\}.$$

$$129. a - \{b + [c - (d - k)]\}.$$

$$130. a + \{b - [c + (d - k)]\}.$$

$$130. a + \{b - [(c - d) - k]\}.$$

$$131. 2m - \{3m - [4m - (5m + 6m)]\}.$$

$$132. 8m - \{5m + [7m - (10m - 2m)]\}.$$

$$133. a - \{5b + [3c - 3a - (a + b)] + 2a - (b + 3c)\}.$$

134.  $a + \{4b - [a - (3c - 3b) + 2c + (a - 2b - c)]\}$ .
135.  $x - \{2y + [3z - 3x - (x + z)]\} - [2x - (y + 3z)]$ .
136.  $(3x^2 + 4y^2) + \{(x^2 + 2xy - y^2) + [2x^2 + 2xy - (-4xy + 3y^2)]\}$ .
137.  $7a^m - \{2a^m + [a^n - 3a^m + (5a^m - 2a^n) - 4a^m] - 2a^n\}$ .
138.  $6a^m + \{4a^m - [8b^n - (2a^m + 4b^n) - 22b^n]\} - \{7b^n + [9a^m - (3b^n + 4a^m) + 8b^n] + 6a^m\}$ .
139.  $(2a - 3b + c) - \{2d - [4b + 3d - (3a + 2c)] - a - (c - d)\}$ .
140.  $a^m - [-b^{n-1} + 3c^{n+2} - 1 - (2a^m + 4b^{n-1} - c^{n+2})] - [-3d^{m-1} + 3a^m - (-5b^{n-1} + 4c^{n+2} - 2d^{m-1}) + 1]$ .
141.  $-(a - 1)^n - \left\{ \frac{15}{32} ax - 0,099 + \left[ -(a - 1)^n - \left( \frac{3}{4} ax - 0,9 \right) \right] \right\}$ .

142. Hulkliikme  $x - y + z - u$  suurust mitte muutes esitada ta mitmesugusel kujul, pannes sulud: 1) liikme  $x$  ette ja  $u$  järele; 2)  $z$  ette ja  $u$  järele; 3)  $x$  ette ja  $z$  järele; 4)  $y$  ette ja  $u$  järele.

142. Hulkliikme  $-x + y - z + u$  suurust mitte muutes esitada ta mitmesugusel kujul, pannes sulud: 1) liikme  $x$  ette ja  $u$  järele; 2)  $z$  ette ja  $u$  järele; 3)  $x$  ette ja  $z$  järele; 4)  $y$  ette ja  $u$  järele.

143. Hulkliikme  $m^2 - 3n^2 + 4p^2 - 5q^2 - r^2$  suurust muutmata panna sulud: 1) liikme  $3n^2$  ette ja  $4p^2$  järele; 2)  $5q^2$  ette ja  $r^2$  järele; 3) võtta kogu hulkliige sulgudesse ja sulgude ette panna märk —.

143. Hulkliikme  $-a^2 + 2b^2 - 3c^2 + 4d^2 + r^2$  suurust muutmata panna sulud: 1)  $2b^2$  ette ja  $3c^2$  järele; 2)  $3c^2$  ette

ja  $r^2$  järele; 3) võtta kogu hulkliige sulgudesse ja sulgude ette panna märk —.

144. Võtta hulkliige  $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$  sulgudesse ja panna sulgude ette märk —, muutmata hulkliikme suurust.

144. Võtta hulkliige  $-m^2 + mn - n^2$  sulgudesse ja panna sulgude ette märk —, muutmata hulkliikme suurust.

145. Võtta avaldises  $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$  keskmised liikmed sulgudesse, pannes sulgude ette märgi +, ja võtta äärmised liikmed ka sulgudesse, pannes nende sulgude ette märgi —.

145. Võtta avaldises  $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$  äärmised liikmed sulgudesse, pannes sulgude ette märgi +, võtta keskmised liikmed ka sulgudesse, pannes sulgude ette märgi —.

146. Esitada hulkliige  $a^2 - 4b^2 + 3ab - c^4$  kahe liidetava summana, milledest üks on  $-4b^2 + 3ab$ .

146. Esitada hulkliige  $a^2 - 4b^2 + 3ab - c^4$  kahe liidetava summana, milledest üks on  $-4b^2 - c^4$ .

147. Lahutada hulkliige  $a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 4a$  kaheks liidetavaks, milledest üks on  $a^4 - 3a^2$ .

147. Lahutada hulkliige  $a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 4a$  kaheks liidetavaks, milledest üks on  $2a^3 - 4a$ .

148. Lahutada kolmliige  $a + b - 1$  kaheks liidetavaks, milledest üks olgu  $a$ .

148. Avaldada kolmliige  $a - b + 1$  vahe kujul, kui vähendatavaks on  $a$ .

149. Avaldise

$$a + (b - c + d) - (c + f - g) - (h - i) + (-l - m)$$

väärtust mitte muutes vahetada sulgude ees olevad märgid vastupidisteks.

150. Avada sulud avaldises

$$- (1 - 2n + 3n^2 + 4n^3).$$

150. Avada sulud avaldises

$$- (-1 + a - a^2 + a^3).$$

151. Missuguse kahe üksliikme liitmisel saadakse kaksliige —  $a - b$ ?

151. Missuguse kahe üksliikme lahutamisel saadakse kaksliige —  $a - b$ ?

152. Hulkliikme

$$a^4 - 4a^3 - 3a^2 + 2a - 5$$

väärtust muutmata panna sulud  $4a^3$  ette ja  $3a^2$  järele,  $2a$  ette ja  $5$  järele, lõpuks võtta kogu hulkliige sulgudesse, pan-  
nes sulgude ette märgi —.

#### § 4. Üksliikmete korrutamine.

Ühe ja sama alusega astmete korrutis võrdub sama aluse astmega, mille astendajaks on tegurite astendajate summa.

Selleks, et leida kahe üksliikme korrutis, leitakse nende kordajate korrutis, selle korrutise järele kirjutatakse esmalt iga täht, mis esineb mõlemas teguris, niisuguse astendajaga, mis võrdub tegureis esinevate selle tähe astendajate sum-  
maga, siis kirjutatakse saadud korrutise järele veel iga täht, mis esineb ainult ühes teguris, sama astendajaga, mis tal on ses teguris.

Ülesanded nr. 153—161 on viidud peatükki I-a numbri-  
tega 75—83.

162.  $(+a) \cdot (-b)$ .

162.  $(-a) \cdot (+b)$ .

163.  $(-c) \cdot (-d)$ .

163.  $(+c) \cdot (+d)$ .

164.  $(-m) \cdot (+n)$ .

164.  $(+m) \cdot (-n)$ .

165.  $(-a) \cdot (+b) \cdot (-c)$ .

165.  $(+a) \cdot (-b) \cdot (+c)$ .

166.  $(+m) \cdot (-n) \cdot (-p)$ .

166.  $(-m) \cdot (+n) \cdot (-p)$ .

167.  $(+x) \cdot (+y) \cdot (-z) \cdot (-t)$ .

167.  $(-x) \cdot (-y) \cdot (+z) \cdot (+t)$ .

168.  $(+x) \cdot (-y) \cdot (-z) \cdot (-t)$ .

168.  $(-x) \cdot (-y) \cdot (+z) \cdot (-t)$ .

169.  $a^3 \cdot a^2$ .

169.  $a^2 \cdot a^3$ .

170.  $b^7 \cdot b$ .

170.  $b \cdot b^6$ .

171.  $c^n \cdot c^2$ .

171.  $c^m \cdot c^3$ .

172.  $d^m \cdot d^m$ .

172.  $d^n \cdot d^n$ .

173.  $x^a \cdot y^{2a}$ . 173.  $x^{2a} \cdot y^a$ . 174.  $x \cdot x^2 \cdot x^3$ . 174.  $x^2 \cdot x \cdot x^4$ .  
 175.  $y^a \cdot y^3 \cdot y^7$ . 175.  $y^2 \cdot y^a \cdot y^5$ .  
 176.  $z^m \cdot z^n \cdot z^p$ . 176.  $z^m \cdot z^p \cdot z^n$ .  
 177.  $u^m \cdot u^m \cdot u^n$ . 177.  $u^m \cdot u^n \cdot u^n$ .  
 178.  $a^{2n-1} \cdot a^{2n+1}$ . 178.  $a^{3n+1} \cdot a^{3n-1}$ .  
 179.  $b^{m-4} \cdot b^{m+3}$ . 179.  $b^{m+4} \cdot b^{m-3}$ .  
 180.  $b^{4n-2} \cdot b^2$ . 180.  $b^{5a-1} \cdot b$ .  
 181.  $c^{2n-1} \cdot d^{n+1}$ . 181.  $c^{n-1} \cdot d^{2n+2}$ .  
 182.  $3a^2 \cdot 5a^5$ . 182.  $4b^3 \cdot 2b^2$ .  
 183.  $7a^2b \cdot 3a^3b^2$ . 183.  $5ab^3 \cdot a^2b^5$ .  
 184.  $10a^5bc \cdot 2ab^4d^3$ . 184.  $7ab^3c \cdot 3b^2c^5d^4$ .  
 185.  $\frac{2}{3} a^2b^3c \cdot 2\frac{1}{3} a^3bcd^3$ . 185.  $\frac{3}{4} a^3bc^2 \cdot 2\frac{1}{2} abcd^4$ .  
 186.  $-\frac{1}{2} a^5b^4c^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} ab^2c^nd\right)$ . 186.  $\frac{3}{4} a^7b^4c^2 \cdot \frac{3}{2} a^2bc^nd^3$ .  
 187.  $5a^mb^{n-2} \cdot \left(-\frac{2}{7} a^n b^{m+2} c^n\right)$ . 187.  $-7a^{n-3} b^m c \cdot \left(-\frac{5}{8} a^{m+3} b^n\right)$ .  
 188.  $-4,2a^{4n}x^{2m} \cdot 5a^3xy^n$ . 188.  $0,4a^{3n}x^m \cdot (-5a^3xy^m)$ .  
 189.  $-\frac{1}{3} c^x d^{y-1} k^3 \cdot \left(-2\frac{1}{4} cd^{2-y}\right)$ .  
 189.  $-\frac{1}{3} b^{n-4} x^p \cdot 3b^{n+1} x^{3-p} d^2$ .  
 190.  $-0,3y^{2m+n-1} \cdot (-0,2y^{n-3m})$ .  
 190.  $-0,1z^{m+n} \cdot 0,5z^{m-2n+2}$ .  
 191.  $\frac{7}{12} x^{n+2m-3} \cdot \left(-\frac{3}{4} x^{1-n} y\right)$ .  
 191.  $\frac{4}{15} x^{m+2} y^{m-3} \cdot \left(-\frac{5}{6} x^{2-2m} y\right)$ .  
 192.  $-3(a-b)^2 \cdot \frac{1}{6} (a-b)^3$ .  
 192.  $4(a+b)^4 \cdot \left[-\frac{1}{8} (a+b)\right]$ .  
 193.  $5(m+2n)^7 \cdot \left[-1\frac{1}{5} (m+2n)\right]$ .  
 193.  $-1\frac{3}{4} (m-2n)^6 \cdot 7(m-2n)$ .

194.  $-\frac{2}{3}x(y+z)^p \cdot \frac{3}{2}x^2(y+z)^{p-1}$ .  
 195.  $a^2(a^3-b^3) \cdot (a^3-b^3)^6 \cdot a(a^3-b^3)$ .  
 196.  $x^5(m-n)^{m-1} \cdot x(m-n)^{5-2m} \cdot (m-n)^2$ .  
 197.  $a^5 \cdot a^5$ .  
 198.  $3a \cdot 3a$ .  
 199.  $2a^3b^2c \cdot 2a^3b^2c$ .  
 200.  $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$ .  
 201.  $b^5 \cdot b^5 \cdot b^5 \cdot b^5$ .  
 202.  $5a^2b \cdot 5a^2b \cdot 5a^2b$ .  
 203.  $(7a^3cx^2)^2$ .  
 204.  $(5ac^2x^3)^3$ .  
 205.  $\left(-\frac{3}{4}x^4y^5\right)^2$ .  
 206.  $\left(-2\frac{1}{2}xy^3\right)^3$ .  
 207.  $\left(-\frac{3}{5}a^2x^m\right)^2$ .  
 208.  $\left(-\frac{3}{4}b^3y^p\right)^4$ .  
 209.  $[3a^2b + (-6a^2b) - (-2a^2b)] \cdot 2ab^4c^3$ .  
 210.  $[-7,4m^{12}n^4 + (-7,6m^{12}n^4)] \cdot 0,4m^2n^3 \cdot (-2an^3)$ .  
 211.  $\left[3c^3x^4 - \left(5\frac{1}{8}c^3x^4 - 9\frac{5}{24}c^3x^4\right)\right] \cdot \left(2ac^2x^2 - \frac{4}{3}ac^2x^3\right)$ .

### § 5. Hulkliikme korrutamise üksliikmega.

Hulkliikme korrutamisel üksliikmega või üksliikme korrutamisel hulkliikmega korrutatakse selle üksliikmega hulkliikme iga liige ja saadud korrutised liidetakse.

212.  $(a+b-c) \cdot 3$ .  
 212.  $(a-b+c) \cdot 2$ .  
 213.  $(2a-4b+c) \cdot 3$ .  
 213.  $(3a+b-4c) \cdot 2$ .  
 214.  $(-5x+3y-8z) \cdot (-2)$ .  
 214.  $(-6x-9y+2z) \cdot (-3)$ .  
 215.  $(x-y+z) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$ .  
 215.  $(x+y-z) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ .  
 216.  $2(a+b-c)$ .  
 216.  $3(a-b+c)$ .  
 217.  $-5(-a-b+c+d)$ .  
 217.  $-4(-a+b-c+d)$ .  
 218.  $(m+n-p) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$ .  
 218.  $(m-n+p) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$ .  
 219.  $(7a-3b+2c) \cdot 2d$ .  
 219.  $(5a+8b-3c) \cdot 3d$ .

220.  $(3a^2b - 2ab^2 + b^3) \cdot 2a^2b^2$ .  
 220.  $(5a^3b + 7a^2b^2 - ab^3) \cdot 3a^3b^2$ .  
 221.  $(-5b^2 + 2bc^3 - 4cd) \cdot \frac{1}{2} b^2c^3$ .  
 222.  $(-2a^2b^2 + 5ab^3 - 7b^4) \cdot (-4ab)$ .  
 223.  $-2a^3x^3 \cdot (-4a^2x + 5a^3x^3 - 3ax^2)$ .  
 224.  $1\frac{1}{2} mn^2 \cdot \left(\frac{5}{3} m^2 - \frac{2}{3} m^2n + \frac{3}{4} mn^2\right)$ .  
 225.  $(7a^n - 3a^{n-1}b + 2a^{n-2}bm) \cdot (-0,4a^{n+2}b^3)$ .  
 226.  $\left(-\frac{4}{3} km^{-2}f^{2n-3} - 2,4kmf^n - 0,2f^{5-2n}\right) \cdot (-5k^{4-mf^{2n}})$ .  
 227.  $-\frac{2}{3} b^p c^q \cdot (3b^5 - 4c^3 + 9b^3c^2 - 27)$ .  
 228.  $\left(8a^{1-2m} + b^{3-n} - \frac{1}{2} a^{2-3m} b^{5-2n} + 2b^4\right) \cdot 6a^{3m-1} b^{2n-3}$ .  
 229.  $(-9x^p y^q - 4x^{p-1} y^{q-2} + 3x^{p-2} y^{q-4} - y^{q-6}) \cdot (-0,5x^{p+2} y^{p+q})$ .  
 230.  $[x^2(x^2 + 2)^n - 2x(x^2 + 2)^{n+2} + 4(x^2 + 2)^{n+3}] \cdot [-3x^3(x^2 + 2)^{n-3}]$ .  
 231.  $\left[\frac{2}{3} (a+b)^p (a-b)^{q-2} - \frac{5}{6} (a+b)^{p-1} (a-b)^{q-1} - \frac{4}{9} (a+b)^{p-2} (a-b)^q\right] \cdot 0,6(a+b)^{p+2} (a-b)^{q+2}$ .

## § 6. Hulkliikmete korrutamine.

Kahe hulkliikme korrutamisel korrutatakse ühe hulkliikme iga liige teise hulkliikme iga liikmega ja saadud korrutised liidetakse. Kui sel teel saadud hulkliikmes on sarnaseid liikmeid, siis need koondatakse.

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 232. $(a+b)(c+d)$ .             | 232. $(a-b)(c+d)$ .             |
| 233. $(3a-4b)(2c+5d)$ .         | 233. $(2a+3b)(2c-5d)$ .         |
| 234. $(3a+2b)(a-b)$ .           | 234. $(3a-2b)(a+b)$ .           |
| 235. $(4b-5c)(3b+4c)$ .         | 235. $(4b+9c)(b-5c)$ .          |
| 236. $(2a^2+3b^2)(3a^2-2b^2)$ . | 236. $(4a^2-5b^2)(5a^2-4b^2)$ . |

237.  $(6a^3b - 5b^2)(2ab^3 + 3a^2)$ .  
 237.  $(7ab^2 + 3b^3)(2ab^3 - 4a^2)$ .  
 238.  $(8a^m - 3ab^{2n})(2a + a^{2m}b^{n-4})$ .  
 238.  $(6a^p + 2a^3b^q)(a - 3a^{3p}b^{q+4})$ .  
 239.  $(5c^{m-2}d^n + 4cd^{3-n})(2c^{4-m} - cd^{n+4})$ .  
 239.  $(3c^{m+2}d^2 - 4cd^{n-3})(5c^{5m} + cd^{4-n})$ .  
 240.  $(x - y + z)(a + b)$ .  
 240.  $(x + y - z)(a - b)$ .  
 241.  $(a^2 + 3ab - 2b^2)(2a^2 - 3b)$ .  
 241.  $(3a^2 - 5ab + 2b^2)(a^2 - 7ab)$ .  
 242.  $(3x^2 - 4x + 7)(5x^2 - x - 4)$ .  
 242.  $(x^2 + 7x - 5)(x^2 - 2x + 7)$ .  
 243.  $(5a^3 - 2a^2x + ax^2)(2a^2 - ax + x^2)$ .  
 243.  $(3a^3 - 2a^2b + ab^2)(2a^2 - ab - 5b^2)$ .  
 244.  $(a^2 - 2bx + x^2)(a^2 + 2bx - x^2)$ .  
 244.  $(a^2 + 4bx - x^2)(a^2 - 4bx + x^2)$ .  
 245.  $(8x^3 + 4x^2y + 2xy^2 - y^3)(2x - 3y)$ .  
 245.  $(6y^3 - 3xy^2 + 5x^2y - x^3)(2x + 3y)$ .  
 246.  $(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)(a + b)$ .  
 246.  $(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b)$ .  
 247.  $(a^6 + 3a^4b^2 + 9a^2b^4 + 27b^6)(a^2 - 3b^2)$ .  
 247.  $(8a^6 + 4a^4b^2 + 2a^2b^4 - b^6)(2a^2 + b^2)$ .  
 248.  $(x^3 - 6ax^2 + 12a^2x - 8a^3)(x^2 - 4ax + 4a^2)$ .  
 248.  $(x^3 - 9bx^2 + 27b^2x - 27b^3)(x^2 + 6bx + 9b^2)$ .  
 249.  $(a^2 - 2a + 1)(a^4 + 2a^3 + 3a^2 + 2a + 1)$ .  
 249.  $(a^2 + 2a + 1)(a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a + 1)$ .  
 250.  $(x^4 - 7x^3y + 6x^2y^2 + 8xy^3 - 2y^4)(x^2 - 3xy + 2y^2)$ .  
 250.  $(x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4)(x^2 + 2xy + y^2)$ .  
 251.  $(2a^5 - b^3 + 1) \cdot (a^5 - \frac{1}{2}b^3 - \frac{1}{2})$ .  
 252.  $(\frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{3} + \frac{x}{2}) \cdot (\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2})$ .  
 253.  $(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^3}{4}) \cdot (1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4})$ .

254.  $(0,02a + 2a^3 - 0,4a^5) \cdot (-0,1a^2 + 0,03a^4 - 0,5a^6)$ .  
 255.  $(a^{2m} - a^m b^n + b^{2n})(a^m + b^n)$ .  
 256.  $(a^{m+1} + a^m + a^{m-1})(a^{m+1} - a^m)$ .  
 257.  $(5a^2 + 3ab - 2b^2)^2$ .  
 257.  $(4m^2 - 2mn - n^2)^2$ .  
 258.  $(a + b - \frac{1}{2})^2$ .    258.  $(a - b + \frac{1}{2})^2$ .  
 259.  $[(x + y)^{n+2} + 3(x + y)^{n+1} - 5(x + y)^n] \times$   
 $\times [6(x + y)^{n+1} + 4(x + y)^n - 2(x + y)^{n-1}]$ .  
 260.  $[x^4(x^2 + 2)^{n-3} + 2x^2(x^2 + 2)^{2n-1} + 4(x^2 + 2)^{3n+1}] \times$   
 $\times [x^7(x^2 + 2)^{n-5} - 4x^3(x^2 + 2)^{3n-1} + 8x(x^2 + 2)^{4n+1}]$ .  
 261.  $[(2a + b)x^3 + (a^2 - ab)x^2 - a^3x] \times$   
 $\times [(2a + b)x^2 - (a^2 - ab)x - a^3]$ .

262. Kui palju suureneb risküliku pindala, mille küljed on  $a$  ja  $b$ , kui kumbagi külge suurendatakse 1 võrra? Kui ühte külge suurendatakse  $l$  võrra ja teist  $k$  võrra?

263. Kui palju väheneb risküliku pindala, kui tema küljed on  $a$  ja  $b$  ja kui kumbagi külge vähendatakse 1 võrra? Kui ühte külge vähendatakse  $l$  võrra ja teist  $k$  võrra?

Nr. 264—271 on viidud peatükki I-a numbritega 84—87 ja 91—94.

## § 7. Üksliikmete jagamine.

Selleks, et üksliiget jagada üksliikmega, jagatakse jagatava kordaja jagaja kordajaga ja saadud jagatise järele kirjutatakse iga täht, mis esineb nii jagatavas kui ka jagajas, niisuguse astendajaga, mis võrdub jagatavas ja jagajas esinevate selle tähe astendajate vahega; seejärel kirjutatakse jagatise kõik tähed, mis esinevad ainult jagatavas, samade astendajatega, mis neil on jagatavas. Kui mõne tähe astendajad jagatavas ja jagajas on võrdsed, siis seda tähte jagatises ei kirjutata. Kui mõne tähe astendaja jagatavas on väiksem kui jagajas või kui jagajas esineb täht, mida jagatavas polegi, siis jagatis ei tule täisüksliige.

272.  $-2a : 2$ .  
 273.  $5a : (-5)$ .  
 274.  $7b : (-7)$ .  
 275.  $-9a : (-9)$ .  
 276.  $4a : a$ .  
 277.  $-8a : a$ .  
 278.  $5d : (-d)$ .  
 279.  $-10c : (-c)$ .  
 280.  $6mn : 3n$ .  
 281.  $-3mn : 2n$ .  
 282.  $8abc : (-2b)$ .  
 283.  $-9abc : (-3b)$ .  
 284.  $-5xyz : 5xz$ .  
 285.  $7xyz : (-7xz)$ .  
 286.  $-14cd : (-7cd)$ .  
 287.  $-12a^2 : 4a$ .  
 288.  $-a^5 : a^2$ .  
 289.  $b^7 : b^4$ .  
 290.  $x^{12} : (-x^7)$ .  
 291.  $-x^{10} : x^9$ .  
 292.  $m^{15} : m$ .  
 293.  $n^{13} : n^{12}$ .  
 294.  $m^5 : m^5$ .  
 295.  $m^8 : m^{10}$ .  
 296.  $x^m : x^n$ .  
 297.  $-x^{2m} : x^m$ .  
 298.  $x^m : x^m$ .  
 299.  $x^{5m} : x^{6m}$ .  
 300.  $-a^n : a^{4n}$ .  
 301.  $-a^{2n} : (-a^{3n})$ .  
 302.  $a^{n+2} : a^n$ .  
 303.  $b^m : b^{m-5}$ .  
 304.  $x^k : x^{k+2}$ .  
 305.  $y^{l-3} : y^l$ .
272.  $3a : (-3)$ .  
 273.  $-8a : 8$ .  
 274.  $-7b : (-7)$ .  
 275.  $10a : 10$ .  
 276.  $4b : (-b)$ .  
 277.  $-8a : (-a)$ .  
 278.  $-5d : d$ .  
 279.  $10c : c$ .  
 280.  $4mn : (-2n)$ .  
 281.  $-6mn : (-4n)$ .  
 282.  $-9abc : 3b$ .  
 283.  $8abc : 2b$ .  
 284.  $-7xyz : (-7xz)$ .  
 285.  $-5xyz : (-5xz)$ .  
 286.  $12cd : (-4cd)$ .  
 287.  $-14a^3 : 7a$ .  
 288.  $a^5 : a^3$ .  
 289.  $b^7 : b^3$ .  
 290.  $-y^{12} : y^5$ .  
 291.  $y^{10} : (-y)$ .  
 292.  $m^{15} : m^7$ .  
 293.  $n^{12} : n^7$ .  
 294.  $n^7 : n^7$ .  
 295.  $n^5 : n^7$ .  
 296.  $y^a : y^b$ .  
 297.  $y^{3a} : (-y^{2a})$ .  
 298.  $y^{2a} : y^{2a}$ .  
 299.  $y^a : y^{2a}$ .  
 300.  $a^{3m} : (-a^{5m})$ .  
 301.  $-a^m : a^{7m}$ .  
 302.  $a^n : a^{n-2}$ .  
 303.  $b^{m+5} : b^m$ .  
 304.  $x^{k-3} : x^k$ .  
 305.  $y^l : y^{l+2}$ .

306.  $x^{k+3} : x^{k-2}$ .      306.  $x^{k-2} : x^{k-3}$ .  
 307.  $y^{k+1} : y^{k-2l}$ .      307.  $y^{k+2l} : y^{k-1}$ .  
 308.  $16a^3b^2 : 8a^2b$ .      308.  $16a^2b^3 : 3ab^2$ .  
 309.  $35a^5b^3c : 7a^4b$ .      310.  $24x^8y^3z : 3x^5yz$ .  
 311.  $48x^m y^4 z u : 6x^n z$ .  
 312.  $42a^m b^3 d : \frac{2}{3} a^2 b$ .      313.  $2a^m b^n : 9a^3 b$ .  
 314.  $6a^8 b^m c^n : (-4ab^5)$ .  
 315.  $-12a^m b^3 c^p : (9ac^q)$ .      316.  $-22ab^m d^3 : 2\frac{3}{4} ab^2 d$ .  
 317.  $0,6b^7 c^{m+1} : (-3b^6 c^{m-1})$ .  
 318.  $-3a^{m+n} b^{m-n} c : (-1,5a^m b^n)$ .  
 319.  $6m^2(n+2p)^5 q : [-3m(n+2p)]$ .  
 320.  $\frac{1}{2}a^5(b-c)^3(b+c)^5 : \frac{3}{4}a(b-c)^2$ .  
 321.  $-10(a-1)^{m+n}(a+b)^{n+2}c^p :$   
 $:\left[-3\frac{3}{4}(a-1)^{m-n}(a+b)^{n+1}c^q\right]$ .

### § 8. Hukliikme jagamine üksliikmega.

Hukliikme jagamisel üksliikmega jagatakse üksliikmega hukliikme iga liige ja saadud jagatised liidetakse.

322.  $(6a + 8b - 2c) : 2$ .  
 322.  $(6a - 8b + 2c) : (-2)$ .  
 323.  $(-am - bm + cm) : (-m)$ .  
 323.  $(an + bn - cn) : n$ .  
 324.  $(ax + ay - az) : a$ .  
 324.  $(-bx + by - bz) : (-b)$ .  
 325.  $(15a^2 - 9a^5 + 18a^9) : 3a^2$ .  
 325.  $(3a^3 - 6a^7 - 15a^{10}) : 3a^3$ .  
 326.  $-(6x^2y - 4x^2z - 6xyz) : 2x$ .  
 326.  $-(8x^4y^2 - 12x^2z - 16xyz) : 4x$ .  
 327.  $(3a^3b^2 - 15a^2b^4 - 12ab^6c) : (-3ab^2)$ .  
 328.  $(a^3x^3y - 3a^2x^2y + 3ab^2xy^2) : axy$ .  
 329.  $(-35x^3y + 15x^2y - x^2y^2) : (-5x^2y)$ .  
 330.  $(42a^4b^3 - 9a^3b^4 + 16a^2b^5) : 6a^2b^3$ .

331.  $(-4a^2b + 6ab^2 - 12a^3b^5) : \left(-\frac{3}{4}ab\right)$ .
332.  $(6a^3b^4 - 9a^{10}b^6 + 2a^2b^2) : 3a^2b$ .
333.  $\left(4m^5n^2 + \frac{2}{9}m^4n^5 - \frac{6}{7}m^3n^6\right) : \left(-\frac{2}{3}m^3n\right)$ .
334.  $\left(0,5x^8y^7 - 0,32x^7y^8 - \frac{1}{3}x^6y^9 + \frac{4}{5}x^5y^8\right) : \left(-\frac{2}{3}x^5y^7\right)$ .
335.  $(2m^2n^3 - 3n^2p^3 + 3p^2q^3 - 5q^2r^3) : (-3m^2n^2p^2q^2)$ .
336.  $(46c^{3m-1} - 23c^{3m} + 20c^{3m+1} - 0,2c^{3m+2}) : 23c^{3m-1}$ .
337.  $\left(0,7a^px^{3q} + \frac{1}{3}a^{p-2}x^{q+3} - \frac{3}{11}a^{p-3}bx^{q+5} - \frac{5}{6}a^{p-4}x^{2q}\right) :$   
 $:\left(-\frac{3}{4}a^{p-5}x^{q-7}\right)$ .
338.  $[2x^2(a+b)^4 - 2xy(a+b)^3 + (a+b)^2x] :$   
 $: 4x(a+b)^2$ .
339.  $[10x^3(a-b) - 7x^2(a-b)^3 + 5x(a-b)^4] :$   
 $:[-5x(a-b)^2]$ .
340.  $[-7a(x-y^2)^3 + 8a^2(x-y^2)^6 -$   
 $- 9a^3b(x-y^2)^5] : [-12a(x-y^2)^3]$ .
341.  $[4(a-b)^m - 3(a-b)^n + 2(a-b)^p] : 6(a-b)^n$ .

Üksliikme jagatis hulkliikmega on alati murdavaldis.

## § 9. Hulkliikme jagamine hulkliikmega.

Hulkliikme jagamiseks hulkliikmega:

1) korrastatakse nii jagatav kui ka jagaja ühe ja sama tähelise teguri alanevate astmete järgi; 2) jagatava esimene liige jagatakse jagaja esimese liikmega ja nii saadakse jagatise esimene liige; 3) jagatise esimene liige korrutatakse jagajaga, nii leitud esimene osakorrutis lahutatakse jagatavast ning saadakse nõnda esimene jääk; 4) esimese jäägi kõrgeim liige jagatakse jagaja kõrgeima liikmega, saades jagatise teise liikme; 5) jagatise teine liige korrutatakse jagajaga ja nii leitud teine osakorrutis lahutatakse esimesest jäägist; 6) seda toimingut jätkatakse seni, kuni saadakse jääk, mis

võrdub nulliga, või niisugune jääk, mille kõrgeima liikme jagamisel jagaja kõrgeima liikmega jagatis ei tule täisüksliige; viimasel juhul ei ole jagamine jäägita võimalik.

342.  $(x^2 + 2ax - 8a^2) : (x - 2a)$ .  
 343.  $(6x^2 + ax - a^2) : (2x + a)$ .  
 344.  $(a^4 + a^3b - a^2b^2 - ab^3) : (a^2 - b^2)$ .  
 345.  $(a^5 - a^3b^2 + a^2b^3 - b^5) : (a^3 + b^3)$ .  
 346.  $(3 + 8x + x^2 - 2x^3) : (1 + 2x - x^2)$ .  
 347.  $(3 - 6x^2 + 4x^4 - x^6) : (3 - 3x^2 + x^4)$ .  
 348.  $(6a^2b + 9a^3 - 6ab^2 - 4b^3) : (3a + 2b)$ .  
 349.  $(2a^3 + 6ab^2 - 15b^3 - 5a^2b) : (2a - 5b)$ .  
 350.  $(-6 + 13x - 2x^3 - 3x^2) : (2 - x^2 - 3x)$ .  
 351.  $(15 - 3x^3 + 5x^2 - 9x) : (5 - 3x)$ .  
 352.  $(8p^3 - 27q^3) : (4p^2 + 6pq + 9q^2)$ .  
 353.  $(27p^9 + 64q^6) : (9p^6 - 12p^3q^2 + 16q^4)$ .  
 354.  $(6a^{2n-2} + a^{2n+4} - a^{2n}) : (a^4 + 2a^2)$ .  
 355.  $(a^{m+n} + a^{m+n-3}) : (a^{n-1} + a^n)$ .  
 356.  $(a^4 + a^3b + 19ab^3 - 15b^4 - 8a^2b^2) :$   
 $: (a^2 + 3ab - 5b^2)$ .  
 357.  $(m^4 + \frac{3}{16}m - \frac{3}{8}m^2 - \frac{1}{32}) : (m^2 + \frac{1}{8} - \frac{1}{2}m)$ .  
 358.  $(1 - 2m^4 - m^2 - m^5 - m^3) : (1 - m^2 - m)$ .  
 359.  $(x^6 - y^6) : (x^2 + xy + y^2)$ .  
 360.  $(a^8 + a^6 + a^4 + a^2 + 1) : (a^4 - a^3 + a^2 - a + 1)$ .  
 361.  $(x^8 - 32x^4 + 256) : (x^2 - 4x + 4)$ .  
 362.  $(2x^3 + 5x^2 + 13x + 2) : (x^2 + 2x + 3)$ .  
 363.  $(1 - 5x + 11x^2 - 3x^3) : (1 - 3x + 2x^2)$ .  
 364.  $(3x^4 - 8x^3 - 10x^2 + 10x - 2) : (3x^2 - 2x + 1)$ .  
 365.  $(a^5 - 2a^4b - 4a^3b^2 + b^5) : (a^3 + 3ab^2 + b^3)$ .  
 366.  $(6 + 7a^2 + 31a^6 - 10a^{10}) : (2 + 3a^2 - a^4 + 6a^6)$ .  
 367.  $[a(a - 4b) + 3(b^2 - bc + ac)] : (a - 3b + 3c)$ .  
 368.  $[(a^2 - 4)(a^2 + 4a + 3)] : (a^2 + a - 6)$ .  
 369.  $(3a^4 - 8a^3 + 7a^2 - 2a) :$   
 $: [(3a^2 - 2a) - (a^2 - 2a + 1)]$ .

## § 10. Korrutamise valemite abil.

Korrutamise valemid:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Teostada korrutamise valemite abil:

$$370. (x + y)^2.$$

$$370. (x - y)^2.$$

$$371. (2x - a)^2.$$

$$371. (x + 2a)^2.$$

$$372. (3x + 5y)^2.$$

$$372. (3x - 5y)^2.$$

$$373. (7c - 4d)^2.$$

$$373. (7c + 4d)^2.$$

$$374. (1 + 2x^2)^2.$$

$$374. (2x^2 - 1)^2.$$

$$375. (a^2 - b^2)^2.$$

$$375. (a^2 + b^2)^2.$$

$$376. (a^3 + b^3)^2.$$

$$376. (a^3 - b^3)^2.$$

$$377. (5a^2 - 2b^2)^2.$$

$$377. (5a^2 + 2b^2)^2.$$

$$378. (2x^2 + 5x)^2.$$

$$378. (5x - 2x^2)^2.$$

$$379. (4a - 3a^2)^2.$$

$$379. (4a + 3a^2)^2.$$

$$380. (9m^3 + 5p^2n)^2.$$

$$380. (9m^3 - 5p^2n)^2.$$

$$381. (1 + a)(1 - a).$$

$$381. (a + 1)(a - 1).$$

$$382. (y + 3)(y - 3).$$

$$382. (3 + y)(3 - y).$$

$$383. (3ab - 1)(3ab + 1).$$

$$383. (1 - 3ab)(1 + 3ab).$$

$$384. (3x - 2y)(3x + 2y).$$

$$384. (2y - 3x)(2y + 3x).$$

$$385. (5x^2 - 2y^3)(5x^2 + 2y^3).$$

$$385. (2y^3 - 5x^2)(2y^3 + 5x^2).$$

$$386. (3ab^2 + 5a^2b)(3ab^2 - 5a^2b).$$

$$386. (3a^2b + 5ab^2)(3a^2b - 5ab^2).$$

$$387. (5 - bx^3)(bx^3 + 5).$$

$$387. (6 + bx^4)(bx^4 - 6).$$

$$388. (a^4x + ax^4)(ax^4 - a^4x).$$

$$388. (a^3x - ax^3)(ax^3 + a^3x).$$

$$389. (7n^4 - 6m)(6m + 7n^4).$$

$$389. (7n^4 + 6m)(6m - 7n^4).$$

$$390. \left(2a^2 - \frac{1}{4}b^3\right)^2.$$

$$390. \left(2a^2 + \frac{1}{4}b^3\right)^2.$$

391.  $\left(3x^3 + \frac{1}{6}y^2\right)^2$ .      391.  $\left(3x^3 - \frac{1}{6}y^2\right)^2$ .
392.  $\left(\frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}x^2\right)^2$ .      392.  $\left(\frac{2}{3}xy + \frac{3}{4}x^2\right)^2$ .
393.  $(5y^3 + 0,1)^2$ .      393.  $(0,1 - 5y^5)^2$ .
394.  $(1,2 - 5y^6)^2$ .      394.  $(5y^6 + 1,2)^2$ .
395.  $\left(a^p + \frac{3}{2}ax^4\right)^2$ .      395.  $\left(a^p - \frac{3}{2}ax^4\right)^2$ .
396.  $\left(a^{n+1} - \frac{1}{2}a^{n-1}c^5\right)^2$ .      396.  $\left(\frac{1}{2}a^{n-1}c^5 + a^{n+1}\right)^2$ .
397.  $\left(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3 + \frac{3}{4}x^{m+1}y\right)^2$ .
397.  $\left(\frac{3}{4}x^{m+2}y - \frac{1}{3}x^{2m-1}y^3\right)^2$ .
398.  $\left(\frac{3}{5}np^3x^{2z-2} - \frac{5}{6}c^4n^rx^{3-z}\right)^2$ .
398.  $\left(\frac{5}{6}c^4n^rx^{3-z} + \frac{3}{5}np^3x^{2z-2}\right)^2$ .
399.  $(2a + 0,3)(2a - 0,3)$ .
399.  $(0,3 - 2a)(0,3 + 2a)$ .
400.  $\left(2\frac{1}{2} - 7ax^3\right)\left(2\frac{1}{2} + 7ax^3\right)$ .
400.  $\left(7ax^3 - 2\frac{1}{2}\right)\left(2\frac{1}{2} + 7ax^3\right)$ .
401.  $\left(2\frac{1}{2}a^{n-3} - \frac{5}{12}\right)\left(2\frac{1}{2}a^{n-3} + \frac{5}{12}\right)$ .
402.  $(y + 2z)^3$ .      402.  $(2z + y)^3$ .
403.  $(2u + v)^3$ .      403.  $(u + 2v)^3$ .
404.  $(5 + a)^3$ .      404.  $(a - 5)^3$ .
405.  $(b - 3a)^3$ .      405.  $(3a - b)^3$ .
406.  $(7d^2 - 2)^3$ .      406.  $(2 - 7d^2)^3$ .
407.  $(10 - x^2)^3$ .      407.  $(x^2 - 10)^3$ .
408.  $(x^2 + y^3)^3$ .      408.  $(y^3 - x^2)^3$ .
409.  $(9m^3 - 5n^2)^3$ .      409.  $(5n^2 - 9m^3)^3$ .
410.  $(m^2n + pn^2)^3$ .      410.  $(m^2n - pn^2)^3$ .

411.  $(8z^4 + 9)^3$ .

411.  $(9 - 8z^2)^3$ .

412.  $(3 - 10x^5)^3$ .

412.  $(10x^5 + 3)^3$ .

413.  $(4xy^2 + 3xyz)^3$ .

413.  $(3xyz - 4xy^2)^3$ .

414.  $\left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{3}{4}pn^2\right)^3$ .

414.  $\left(\frac{3}{4}pn^2 + \frac{2}{3}m^2\right)^3$ .

415.  $\left(2a + \frac{1}{2}b^2c\right)^3$ .

415.  $\left(\frac{1}{2}b^2c - 2a\right)^3$ .

416. Ruudu külge on  $a$ . Kuidas muutub ruudu pindala, kui ühte tema külge suurendada 1 võrra ja teist vähendada 1 võrra? Kui mõlemat külge suurendada 1 võrra?

417.  $(a + b + c)^2$ .

417.  $(a + b - c)^2$ .

418.  $(a + b + c)^3$ .

418.  $(a - b + c)^3$ .

419.  $\left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2$ .

419.  $\left(a - b - \frac{1}{2}\right)^2$ .

420.  $(3m + 2n - p)^2$ .

420.  $(3m - 2n + p)^2$ .

421.  $\left(\frac{1}{2}x^2 - 4y - \frac{2}{3}y^2\right)^2$ .

421.  $\left(\frac{1}{2}x^2 - 4y + \frac{2}{3}y^2\right)^2$ .

422.  $\left(\frac{3}{4}a^3 - 8ab + \frac{1}{3}b^2\right)^2$ .

422.  $\left(\frac{3}{4}a^3 - 8ab - \frac{1}{3}b^2\right)^2$ .

423.  $(2a - b + 1)^3$ .

423.  $(2a + b - 1)^3$ .

424. Ruudu külge on  $a$ . Kuidas muutub selle ruudu pindala, kui tema iga külge suurendada  $b$  võrra? Kui iga külge vähendada  $c$  võrra?

Järgnevates ülesannetes teostada korrutamise valemite abil, rühmitades tegureid kõige sobivamal viisil.

425.  $(a - x)(a + x)(a^2 + x^2)$ .

426.  $(3 + x)(3 - x)(9 - x^2)$ .

427.  $(x + y - z)(x + y + z)$ .

428.  $(x - b + c)(a - b - c)$ .

429.  $(2x - y + 3z)(2x + y - 3z)$ .

430.  $(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy)$ .

431.  $(a^3b^3 + a^6 + b^6)(a^3b^3 - a^6 - b^6)$ .

432.  $(a - 2b - 3c)(a + 2b - 3c)$ .

433.  $(a + 2b + 3c + d)(a - 2b + 3c - d)$ .  
 434.  $(2 + a^2 + 3a^3 + d^2)(2 + a^2 - 3a^3 - d^2)$ .  
 435.  $(1 - x + 2x^2 - 3x^3)(1 + x - 2x^2 - 3x^3)$ .  
 436.  $(a - b)(b - a)$ .      437.  $(a - 3)(a + 2)(a - 2)$ .  
 438.  $(x + a)(x - a)^2$ .      439.  $(x + a)^3(x - a)$ .  
 440.  $(m + 2)(m - 2)(m - 2)(m + 2)$ .  
 441.  $(m + 3)^2(m - 3)^2$ .      442.  $(a + b)^2(a - b)^3$ .  
 443.  $(x^2y - xy^2)(x^4y^2 + x^2y^4)(x^2y - xy^2)$ .  
 444.  $(xy + 2x^2)(x^2y^2 - 4x^4)(xy - 2x^2)$ .  
 445.  $(m^2 - mn + n^2)(m^2 + mn + n^2) \times$   
      $\times (m^4 - m^2n^2 + n^4)$ .  
 446.  $(m^2 + mn - 2n^2)(m^2 - mn - 2n^2) \times$   
      $\times (m^4 + 5m^2n^2 + 4n^4)$ .  
 447.  $(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)(a^4 + a^2 + 1)$ .  
 448.  $(a^2 + 2a - 1)(a^2 - 2a - 1)(a^4 - 6a^2 + 1)$ .  
 449.  $(x + y + z)(x + y - z)(x + z - y)(x - y - z)$ .  
 450.  $21^2 = (20 + 1)^2$ .      450.  $31^2$ .  
 451.  $49^2 = (50 - 1)^2$ .      451.  $28^2$ .  
 452.  $87^2$ .      452.  $93^2$ .      453.  $102^2$ .      453.  $98^2$ .  
 454.  $58^2$ .      454.  $62^2$ .      455.  $25^2$ .      455.  $35^2$ .  
 456.  $55^2$ .      456.  $45^2$ .      457.  $105^2$ .      457.  $103^2$ .  
 458.  $47 \cdot 33 = (40 + 7)(40 - 7)$ .  
 458.  $42 \cdot 58 = (50 - 8)(50 + 8)$ .  
 459.  $24 \cdot 16$ .      459.  $44 \cdot 36$ .      460.  $84 \cdot 76$ .      460.  $94 \cdot 86$ .  
 461.  $97 \cdot 103$ .      461.  $104 \cdot 96$ .      462.  $88 \cdot 112$ .      462.  $111 \cdot 89$ .  
 463.  $999^2$ .      463.  $1001^2$ .      464.  $1003^2$ .      464.  $997^2$ .  
 465.  $25^2 - 15^2 = (25 + 15)(25 - 15)$ .  
 465.  $35^2 - 25^2 = (35 + 25)(35 - 25)$ .  
 466.  $12^3 = (10 + 2)^3$ .      466.  $21^3$ .  
 467.  $29^3$ .      467.  $38^3$ .      468.  $41^3$ .      468.  $14^3$ .  
 469.  $98^3$ .      469.  $99^3$ .

## § 11. Jagamine valemite abil.

Jagamist saab teostada valemite abil, kui on jagada:

1) ühe ja sama (nii paaritu- kui paaris-) astendajaga astmete vahe aluste vahega;

2) ühe ja sama paarisastendajaga astmete vahe aluste summaga;

3) ühe ja sama paarituastendajaga astmete summa aluste summaga.

Jagamise teel saame tuletada järgmised jagamise valemid:

$$(a^3 - b^3) : (a - b) = a^2 + ab + b^2; \quad (1)$$

$$(a^3 + b^3) : (a + b) = a^2 - ab + b^2; \quad (2)$$

$$(a^4 - b^4) : (a - b) = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3; \quad (3)$$

$$(a^4 + b^4) : (a + b) = a^3 - a^2b + ab^2 - b^3; \quad (4)$$

$$(a^5 - b^5) : (a - b) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4; \quad (5)$$

$$(a^5 + b^5) : (a + b) = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4. \quad (6)$$

Valem (1) osutab, et kahe arvu kuupide vahe jagamisel nende arvude vahega saame jagatiseks kolmliikme kujuga  $a^2 + ab + b^2$ , mis kahe arvu summa  $a + b$  ruudust  $a^2 + 2ab + b^2$  erineb selle poolest, et temas keskliikme kordaja on 1; kolmliiget  $a^2 + ab + b^2$  nimetame seetõttu *kahe arvu summa mittetäielikuks ruuduks*.

Valem (2) osutab, et kahe arvu kuupide summa jagamisel nende arvude summaga saame jagatiseks kolmliikme kujuga  $a^2 - ab + b^2$ , mida nimetame *kahe arvu vahe mittetäielikuks ruuduks*.

Valemitest (1) ja (2) järelduvad valemid:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3,$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3,$$

mida võime lugeda järgmiselt: kahe arvu vahe korrutatud samade arvude summa mittetäieliku ruuduga võrdub nende arvude kuupide vahega; kahe arvu summa korrutatud

samade arvude vahe mittetäieliku ruuduga võrdub nende arvude kuupide summaga.

Teostada jagamine valemite abil:

470.  $(a^3 + b^3) : (a + b)$ .      470.  $(a^3 - b^3) : (a - b)$ .  
 471.  $(a^4 - b^4) : (a^2 - b^2)$ .      471.  $(a^4 - b^4) : (a^2 + b^2)$ .  
 472.  $(a^6 - b^6) : (a^2 - b^2)$ .      472.  $(a^6 + b^6) : (a^2 + b^2)$ .  
 473.  $(x^3 + 1) : (x + 1)$ .      473.  $(x^3 - 1) : (x - 1)$ .  
 474.  $(x^4 - 1) : (x^2 + 1)$ .      474.  $(x^4 - 1) : (x^2 - 1)$ .  
 475.  $(x^6 - 1) : (x^2 - 1)$ .      475.  $(x^6 + 1) : (x^2 + 1)$ .  
 476.  $(n^4 - 4) : (n^2 + 2)$ .      476.  $(n^4 - 4) : (n^2 - 2)$ .  
 477.  $(n^6 + 8) : (n^2 + 2)$ .      477.  $(n^6 - 8) : (n^2 - 2)$ .  
 478.  $(n^4 - 9) : (n^2 - 3)$ .      478.  $(n^4 - 9) : (n^2 + 3)$ .  
 479.  $(n^6 - 27) : (n^2 - 3)$ .      479.  $(n^6 + 27) : (n^2 + 3)$ .  
 480.  $(x^3 - y^3) : (x^2 + xy + y^2)$ .  
 480.  $(x^3 + y^3) : (x^2 - xy + y^2)$ .  
 481.  $(a^4 - b^4) : (a - b)$ .      481.  $(a^4 - b^4) : (a + b)$ .  
 482.  $(a^5 + b^5) : (a + b)$ .      482.  $(a^5 - b^5) : (a - b)$ .  
 483.  $(32x^5 - y^5) : (2x - y)$ .  
 483.  $(32x^5 + y^5) : (2x + y)$ .  
 484.  $(x^5 + 32y^5) : (x + 2y)$ .  
 484.  $(x^5 - 32y^5) : (x - 2y)$ .  
 485.  $(16 - x^4) : (2 + x)$ .      485.  $(16 - x^4) : (2 - x)$ .  
 486.  $(81 - x^4) : (3 - x)$ .      486.  $(81 - x^4) : (9 + x^2)$ .  
 487.  $(16 - 9x^4) : (4 - 3x^2)$ .      487.  $(16 - 9x^4) : (4 + 3x^2)$ .  
 488.  $(81 - 4x^4) : (9 + 2x^2)$ .      488.  $(81 - 4x^4) : (9 - 2x^2)$ .  
 489.  $(a^6 - b^6) : (a - b)$ .      489.  $(a^6 - b^6) : (a^3 - b^3)$ .  
 490.  $(a^6b^6 - c^6) : (ab + c)$ .  
 490.  $(a^6b^6 - c^6) : (a^2b^2 - c^2)$ .  
 491.  $(1 + a^5y^5) : (1 + ay)$ .      491.  $(1 - a^5y^5) : (1 - ay)$ .  
 492.  $(a^6 + b^3) : (a^2 + b)$ .      492.  $(a^6 - b^3) : (a^2 - b)$ .  
 493.  $(y^4 - z^{12}) : (y - z^3)$ .      493.  $(y^4 - z^{12}) : (y^2 + z^6)$ .  
 494.  $(x^8 - y^{12}z^4) : (x^2 - y^3z)$ .  
 494.  $(x^8 - y^{12}z^4) : (x^4 + y^6z^2)$ .  
 495.  $(a^3b^6 - 8c^6d^3) : (ab^2 - 2c^2d)$ .

495.  $(a^3b^6 + 8c^6d^3) : (ab^2 + 2c^2d)$ .  
 496.  $(81a^8 - 16c^{12}) : (3a^2 - 2c^3)$ .  
 496.  $(81a^8 - 16c^{12}) : (9a^4 + 4c^6)$ .  
 497.  $[(a + b)^2 - c^2] : [(a + b) - c]$ .  
 497.  $[(a + b)^2 - c^2] : (a + b + c)$ .  
 498.  $[x^2 - (a - b)^2] : (x + a - b)$ .  
 499.  $[(a - b)^2 - (c - d)^2] : (a - b - c + d)$ .  
 500.  $[(m + n)^3 + p^3] : (m + n + p)$ .  
 501.  $[x^3 - (b - c)^3] : (x - b + c)$ .  
 502.  $[(m - n)^4 - p^4] : (m - n + p)$ .  
 503.  $[a^4 - (x - y)^4] : (a + x - y)$ .  
 504.  $[x^4 - (b + c)^4] : (x - b - c)$ .  
 505.  $(\frac{1}{4}a^4 - \frac{1}{9}b^4) : (\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{3}b^2)$ .  
 506.  $(\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8}y^6) : (\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y^2)$ .  
 507.  $(\frac{27}{8}n^6 - \frac{1}{27}p^8) : (\frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{3}p)$ .  
 508.  $(1 + \frac{8}{27}z^6) : (1 + \frac{2}{3}z^2)$ .  
 509.  $(\frac{27}{125} - \frac{1}{8}z^6) : (\frac{3}{5} - \frac{1}{2}z^2)$ .  
 510.  $(\frac{16}{81}x^4 - \frac{81}{16}y^4) : (\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y)$ .  
 511.  $[(a + b)^3 + (a - b)^3] : 2a$ .  
 512.  $[(x^3 + xy)^4 - (x^3 - xy)^4] : 2xy$ .  
 513.  $[(a^2 - bc)^3 + 8b^3c^3] : (a^2 + bc)$ .  
 514.  $[(a - b)^3 - (c + d)^3] : (a - b - c - d)$ .

## P e a t ü k k III.

### Tegureiks lahutamine.

Hulkliikme tegureiks lahutamise võtteist kasutame siin järgmisi:

- 1) ühise teguri sulgude ette toomise võte;
- 2) liikmete rühmitamise võte;
- 3) korrutamise ja jagamise valemite kasutamise võte.

#### § 1. Sulgude ette toomine.

Hulkliiget  $am + bm$  võib vaadelda kui hulkliikme  $a + b$  ja teguri  $m$  korrutamise tulemust; seepärast võib kirjutada:

$$am + bm = m(a + b).$$

See teisendamine kannab *ühise teguri sulgude ette toomise* nime.

N ä i d e:

$$12a^2b^3c - 6a^2b^4 - 24a^2b^2c^2 = 6a^2b^2(2bc - b^2 - 4c^2).$$

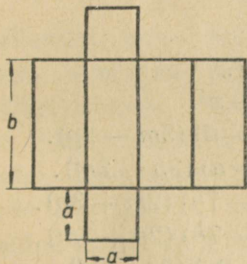
Siin on sulgude ette toodud ühine tegur  $6a^2b^2$ , sulgudesse on jäänud antud hulkliikme ja sulgude ette toodud üksliikme jagatis.

Lahutada antud hulkliikmed tegureiks:

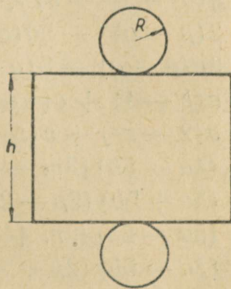
- |                         |                      |                       |                  |
|-------------------------|----------------------|-----------------------|------------------|
| 1. $5a - 5b$ .          | 2. $ab + bc$ .       | 3. $6a - 9b$ .        | 4. $3ax + 6ay$ . |
| 5. $2x - 2$ .           | 6. $6 + 3x$ .        | 7. $a^2 + ab$ .       | 8. $a^5 - a^3$ . |
| 9. $a^2b^2 + b^4$ .     | 10. $a^3b^4 - a^6$ . | 11. $a^2x^5 + ax^6$ . |                  |
| 12. $a^2x^6 + x^4y^2$ . | 13. $4ab - 2bc$ .    | 14. $9a^4 - a^3b$ .   |                  |

15.  $10a^4x^2 + 35a^2x^4$ .      16.  $12a^6x^4 - 4a^3x^2$ .  
 17.  $6a^{n+1} + 12a^n$ .      18.  $3a^{n-2} - 6a^n$ .  
 19.  $a^{m+n} - a^n$ .      20.  $b^{3n} + b^{2n}$ .      21.  $b^{3n-1} - b^{2n-1}$ .  
 22.  $a^{2n}b^n + a^{5n}b^{2n}$ .      22.  $a^n b^{3n} - a^{2n} b^n$ .  
 23.  $ax - bx + cx$ .      23.  $-ax + bx - cx$ .  
 24.  $-2a + ax - ay$ .      24.  $2a - ax + 3ay$ .  
 25.  $3ab - 6a^2b^2 + 9a^3b^3$ .      25.  $-2a^3b^3 + 4a^2b^2 - 6ab$ .  
 26.  $-8a^3b + 12a^2b^2 - 20a^4b^3$ .      26.  $9a^5b^2 - 6a^3b^3 + 15a^2b^5$ .  
 27.  $8a^4c^3 - 6a^2c^2 + 16a^3c^4$ .  
 27.  $-16a^4c^3 - 12a^2c^4 - 20a^8c^2$ .  
 28.  $-15a^5c^7 + 5a^3c^6 - 10a^9c^5$ .  
 28.  $24a^5c^6 - 16a^9c^7 - 40a^{10}c^5$ .  
 29.  $54a^8b^5 - 42a^5c^3 - 24a^4b^7$ .  
 29.  $35a^5b^4 - 40a^3c^4 + 15a^2b^3$ .

30. Joonisel 4 on antud ruudukujulise põhjaga prisma pinnalaotus. Arvutada selle pinnalaotuse pindala ja lahutada saadud avaldis tegureiks.



Joon. 4.



Joon. 5.

30. Joonisel 5 on antud silindri pinnalaotus. Koostada tema pindala avaldis ja lahutada see tegureiks.

## § 2. Hulkliikmelise teguri sulgude ette toomine.

Hulkliikmes  $a(m+n) + b(m+n)$  on liikmete ühiseks teguriks kaksliige  $m+n$ . Tuues selle ühise teguri sulgude ette, saame:

$$a(m+n) + b(m+n) = (m+n)(a+b).$$

Lahutada tegureiks:

31.  $a^2(a+x) + x^2(a+x)$ . 32.  $2p(p-q) + 3q(p-q)$ .  
 33.  $a(x+1) - 2x(x+1)$ . 34.  $2(p-1)^2 - 4q(p-1)$ .  
 35.  $mn(m^2+n^2) - n^2(m^2+n^2)$ .  
 36.  $4m^2(n^2-2) + 2mn(n^2-2)$ .  
 37.  $a(x+y) + x+y$ . 38.  $2b(x-1) + x-1$ .  
 39.  $2a(y+1) - y-1$ . 40.  $b(x-y) - x+y$ .  
 41.  $4x(a^n+x^n) - a^n-x^n$ . 42.  $3a(a^n-y^n) - y^n+a^n$ .  
 43.  $m(q-p) - (p-q)$ .  
 44.  $6a(2p-q) + 3b(q-2p)$ .  
 45.  $p(1-a+a^2) - 1+a-a^2$ .  
 46.  $q(b^3+b^2-b) + b^3+b^2-b$ .  
 47.  $2(p-q)^2 - 5q(q-p)$ .  
 48.  $3p(p-q) - 5(q-p)^2$ .  
 49.  $a(b-1) + c(1-b) - b+1$ .  
 50.  $a(2-x^2) + b(x^2-2) - 2+x^2$ .  
 51.  $(4a-5b)(3m-2p) + (4b-a)(3m-2p)$ .  
 51.  $(4a+5b)(3p-2m) - (4b+a)(3p-2m)$ .  
 52.  $(5a-2b)(2m+3p) - (2a-7b)(2m+3p)$ .  
 52.  $(2a-5b)(2p+3m) + (4a-7b)(2p+3m)$ .  
 53.  $(7a-3x)(5c-2d) - (6a-2x)(5c-2d)$ .  
 54.  $(4a-3x)(5c+2d) - (6a-4x)(5c+2d)$ .

Hulkliikme tegureiks lahutamise hulka kuulub ka tema niisugune teisendamine, et sulgude ette tuuakse mingi tegur, mis ei ole tema liikmete ühiseks teguriks. Näiteks avaldist  $a+b$  saab teisendada järgmiselt:

$$a+b = a\left(1 + \frac{b}{a}\right).$$

Tuua järgnevates hulkliikmetes esimene liige sulgude ette:

55.  $m + n$ .    55.  $m - n$ .    56.  $a + b + c$ .    56.  $a + b - c$ .  
 57.  $x^2 + y^2 - z^2$ .    57.  $x^2 - y^2 + z^2$ .  
 58.  $am + ab + mn$ .    58.  $am - ab - mn$ .

### § 3. Rühmitamisvõte.

Hulkliikme  $am + bm + an + bn$  liikmetel ei ole niisugust tegurit, mis esineks igas liikmes. Kuid kaks esimest liiget moodustavad liikmerühma, kus ühiseks teguriks on  $m$ , teised kaks liiget moodustavad liikmerühma ühise teguriga  $n$ . Kui esimeses liikmerühmas tuua sulgude ette  $m$ , teises rühmas  $n$ , siis antud hulkliige teisendub kaksliikmeks:

$$am + bm + an + bn = m(a + b) + n(a + b);$$

selle kaksliikme liikmetel on ühine tegur  $a + b$ ; seetõttu antud hulkliige teisendub lõpuks niisuguseks:

$$(a + b)(m + n),$$

see tähendab, antud hulkliige on tegureiks lahutatud.

Seda hulkliikme tegureiks lahutamise võtet nimetatakse *rühmitamisvõtteks*. Teda kasutatakse sel korral, kui hulkliikme liikmeid saab niiviisi rühmitada, et igas rühmas on liikmetel ühine tegur. Kui pärast igast rühmast ühise teguri sulgude ette toomist selgub, et sulgudesse võetud hulkliikmelised tegurid on ühed ja samad, siis, tuues selle hulkliikmelise ühise teguri sulgude ette, antud hulkliige teisendubki kahe teguri korrutiseks.

Iga rühma liikmete ühise teguri võib sulgude ette tuua kas märgiga  $+$  või märgiga  $-$ . Märgi valikul taotatakse seda, et sulgudesse võetud hulkliikmelised tegurid tuleksid ühesugused.

59.  $ac + ad + bc + bd$ .    59.  $ac - ad + bc - bd$ .  
 60.  $ac - ad - bc + bd$ .    60.  $ac + ad - bc - bd$ .

61.  $x^3 - x^2z + 2xz^2 - 2z^3$ .      61.  $x^3 + x^2z + 2xz^2 + 2z^3$ .  
 62.  $x^3 + x^2z - 2xz^2 - 2z^3$ .      62.  $x^3 - x^2z - 2xz^2 + 2z^3$ .  
 63.  $a^3 + 2a^2 + 2a + 4$ .      63.  $a^3 - 2a^2 + 2a - 4$ .  
 64.  $a^3 + 2a^2 - 2a - 4$ .      64.  $a^3 - 2a^2 - 2a + 4$ .  
 65.  $a^2b^3 - abc^2d + ab^2cd - c^3d^2$ .  
 65.  $a^2b^3 + abc^2d + ab^2cd + c^3d^2$ .  
 66.  $a^3b + a^2cd - abcd - c^2d^2$ .  
 67.  $56a^2 - 40ab + 63ac - 45bc$ .  
 68.  $8a^2c - 6a^2x - 8cx^3 + 6x^4$ .  
 69.  $32ac^2 + 15cx^2 - 48ax^2 - 10c^3$ .  
 70.  $4a^2bc - 6ab^2c + 8a^2bd - 12ab^2d$ .  
 71.  $6a^3b^2 - 12a^3b^3 - 15a^2b^3 + 30a^2b^4$ .  
 72.  $2a^3b^2 + 3abc^2d - 2a^2bcd - 3c^3d^2$ .  
 73.  $5a^2b^3 - 2ab^2cd - 5abc^2d + 2c^3d^2$ .  
 74.  $16a^4b^3c^2 - 12a^3b^4 + 8a^2b^3c^2 - 6ab^4$ .  
 75.  $6a^4bc - 18a^5b^3c - 15a^2b^2 + 45a^3b^4$ .  
 76.  $ax^2 + bx^2 + bx + ax + a + b$ .  
 77.  $ax^2 - bx^2 + bx - ax + a - b$ .  
 78.  $ax^2 - bx^2 + ax - cx^2 - bx - cx$ .  
 79.  $ax^2 - bx^2 - ax + cx^2 + bx - cx$ .  
 80.  $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 + c^2x^2 + c^2y^2$ .  
 81.  $(ay + bx)^3 + (ax + by)^3 - (a^3 + b^3)(x^3 + y^3)$ .  
 82.  $x^3 + ax^2 + abx + bx^2 + bcx + acx + cx^2 + abc$ .  
 83.  $x^3 - cx^2 + acx - ax^2 - bcx + bx^2 - abx + abc$ .

#### § 4. Korrutamisvalemite rakendamine.

Iga korrutamisvalem on ka tegureiks lahutamise valemiks, mille saame sel teel, et korrutamisvalemis pooled vahetame:

- 1)  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ;
- 2)  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ ;
- 3)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ;
- 4)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$ ;
- 5)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$ .

Lahutada korrutamisvalemite abil tegureiks:

- |   |                  |  |                  |
|---|------------------|--|------------------|
| 84. $4 - x^2$ .                           | 84. $x^2 - 4$ .  | 85. $x^2 - 9$ .                        | 85. $9 - y^2$ .  |
| 86. $25 - a^2$ .                          | 86. $a^2 - 25$ . | 87. $b^2 - 36$ .                       | 87. $36 - b^2$ . |
| 88. $a^2b^2 - 100$ .                      |                  | 88. $100 - a^2b^2$ .                   |                  |
| 89. $1 - 4c^2$ .                          |                  | 89. $4c^2 - 1$ .                       |                  |
| 90. $9x^2 - 1$ .                          |                  | 90. $1 - 9x^2$ .                       |                  |
| 91. $m^2 - 16n^2$ .                       |                  | 91. $16n^2 - m^2$ .                    |                  |
| 92. $49x^2 - y^2$ .                       |                  | 92. $y^2 - 49x^2$ .                    |                  |
| 93. $4m^2 - 9n^2$ .                       |                  | 93. $9n^2 - 4m^2$ .                    |                  |
| 94. $a^2 + 6a + 9$ .                      |                  | 94. $a^2 - 6a + 9$ .                   |                  |
| 95. $m^2 - 10m + 25$ .                    |                  | 95. $m^2 + 10m + 25$ .                 |                  |
| 96. $p^2 + 4pq + 4q^2$ .                  |                  | 96. $p^2 - 4pq + 4q^2$ .               |                  |
| 97. $x^2 - 8xy + 16y^2$ .                 |                  | 97. $x^2 + 8xy + 16y^2$ .              |                  |
| 98. $z^2 + 14z + 49$ .                    |                  | 98. $z^2 - 14z + 49$ .                 |                  |
| 99. $25a^2 - 36b^2$ .                     |                  | 99. $36a^2 - 25b^2$ .                  |                  |
| 100. $16c^2 - 81a^2$ .                    |                  | 100. $81c^2 - 16d^2$ .                 |                  |
| 101. $a^4 - 2a^2x + x^2$ .                |                  | 101. $a^2 + 2ax^2 + x^4$ .             |                  |
| 102. $b^2 + 2bc^3 + c^6$ .                |                  | 102. $b^6 - 2b^3c + c^2$ .             |                  |
| 103. $m^8 - 6m^4y^3 + 9y^6$ .             |                  | 103. $m^6 + 6m^3y^4 + 9y^8$ .          |                  |
| 104. $4p^{12} - 20p^6z^5 + 25z^{10}$ .    |                  | 104. $4p^{10} - 20p^5z^6 + 25z^{12}$ . |                  |
| 105. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ .        |                  | 105. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ .     |                  |
| 106. $n^3 - 6n^2p + 12np^2 - 8p^3$ .      |                  |  |                  |
| 106. $n^3 + 6n^2p + 12np^2 + 8p^3$ .      |                  |  |                  |
| 107. $27p^3 + 27p^2y + 9py^2 + y^3$ .     |                  |  |                  |
| 107. $27p^3 - 27p^2y + 9py^2 - y^3$ .     |                  |  |                  |
| 108. $8x^3 - 60x^2z + 150xz^2 - 125z^3$ . |                  |  |                  |
| 108. $8x^3 + 60x^2z + 150xz^2 + 125z^3$ . |                  |  |                  |

### § 5. Jagamisvalemite rakendamise.

Jagamisvalemid võimaldavad mõnesid hulkliikmeid tegureiks lahutada. Näiteks:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

$$a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4);$$

$$a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4);$$

Lahutada jagamisvalemite abil tegureiks:

$$109. a^3 - b^3.$$

$$109. a^3 + b^3.$$

$$110. m^3 + 1.$$

$$110. m^3 - 1.$$

$$111. n^3 - 8.$$

$$111. n^3 + 8.$$

$$112. 27 + c^3.$$

$$112. c^3 - 27.$$

$$113. x^5 - y^5.$$

$$113. x^5 + y^5.$$

$$114. 27x^3 - 8y^3.$$

$$114. 8x^3 + 27y^3.$$

$$115. x^7 + y^7.$$

$$115. 32a^5 - b^5.$$

$$116. 125a^3x^6 + 216b^6y^3.$$

$$116. 216a^6x^3 - 125b^3y^6.$$

$$117. 243m^5y^5 - 32n^{10}z^{10}.$$

$$117. 32n^5y^5 + 243m^{10}z^{10}.$$

$$118. 32p^5z^{10} + 243q^{10}.$$

$$118. 243p^{10}z^5 - 32q^5u^{10}.$$

## § 6. Kõikide eelmiste võtete rakendamine hulkliikmete tegureiks lahutamisel.

$$119. 10a^4b^2 - 40a^2b^4.$$

$$119. 90a^3b^2 - 10ab^4.$$

$$120. 75a^6b - 12a^2b^5.$$

$$120. 12a^6b - 75a^2b^5.$$

$$121. 2ab^2 - 4ab + 2a.$$

$$121. 3ab^2 + 6ab + 3a.$$

$$122. a^3b^4 + 4a^3b^2 + 4a^3b^3.$$

$$122. ab^7 - 4ab^5 + 4ab^3.$$

$$123. -8a^3x - 18ax^3 + 24a^2x^2.$$

$$123. -27a^3x - 12ax^3 + 36a^2x^2.$$

$$124. -16a^3x^8 + 72a^4x^7 - 81a^5x^6.$$

$$124. -9a^6x^5 + 48a^7x^4 - 64a^8x^3.$$

$$125. (2a - 3b)^2 - 4b^2.$$

$$125. 9a^2 - (2a + 3b)^2.$$

$$126. 16c^2 - (3c + 5d)^2.$$

$$126. (5c - 3d)^2 - 25d^2.$$

$$127. 9(5m - 4p)^2 - 64m^2.$$

$$127. 100m^2 - 9(3m - 2p)^2.$$

$$128. (n + 3q)^2 - 4(q - n)^2.$$

$$128. 16(n + q)^2 - (3q - n)^2.$$

$$129. 5a^{11}x^5 - 20a^8x^4y + 20a^5x^3y^2.$$

$$130. 3a^6x^{10} + 30a^4x^5y^2 + 75a^2y^4.$$

$$131. a^{2m+3} - 2a^{m+6}b^n + a^9b^{2n}.$$

$$132. 36a^{n+2} + 16a^{n-2}b^2 + 48a^nb.$$

$$133. x^2 + 2xy + y^2 - z^2.$$

$$134. 9 - y^2 - 6yz - 9z^2.$$

135.  $25z^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2$ . 136.  $4y^2 - 20yz + 25z^2 - 36$ .  
 137.  $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$ . 138.  $ac^2 - ab^2 + b^2c - c^3$ .  
 139.  $(a - b)(a^2 - c^2) - (a - c)(a^2 - b^2)$ .  
 140.  $a^2b^4c^2 - a^2b^2c^4 + a^4b^2c^2 - a^4c^4$ .  
 141.  $a^4 - b^2(2a - b)^2$ . 142.  $a^4 - 16c^2(c - a)^2$ .  
 143.  $(a - 2b)^2 + 2b(a - 2b) + b^2$ .  
 144.  $(2a - b)^2 - 2b(b - 2a) + b^2$ .  
 145.  $(m^2 + 1)^2 - 4m^2$ . 146.  $36m^2 - (m^2 + 9)^2$ .  
 147.  $(m^2 + 4m)^2 - 4$ . 148.  $9 - (m^2 + 6m)^2$ .  
 149.  $(p + q)^3 - 3(p + q)^2(p - q) +$   
 $+ 3(p + q)(p - q)^2 - (p - q)^3$ .  
 150.  $(p - 2q)^3 + 3(p - 2q)^2(p + q) +$   
 $+ 3(p - 2q)(p + q)^2 + (p + q)^3$ .  
 151.  $a^5 - 9ab^4$ . 152.  $4n^6 - m^4n^2$ . 153.  $a^3b - b^4$ .  
 154.  $2m^4 + 2mn^3$ . 155.  $3a^4 - 12$ . 156.  $16 - 2a^6$ .  
 157.  $24a^4 + 3ab^3$ . 158.  $81a^4b - 36b^5$ .

159. Koostada rõnga pindala avaldis ning lahutada see tegureiks, kui välimise ringjoone raadius on  $R$  ja seesmise oma on  $r$ .

159. Koostada ruut-raami pindala avaldis ja lahutada see tegureiks, kui seesmise ruudu külg on  $a$  ja välimise ruudu külg on  $b$ .

160. Avaldada malmtoru kaal tema pikkuse  $l$ , välise diameetri  $a$  ja seesmise diameetri  $b$  kaudu ja lahutada saadud avaldis tegureiks (malmi erikaal  $d = 7,2$ ).

161.  $a^3 - a$ . 162.  $6(a^2 - b^2) - 4(a - b)$ .  
 163.  $x^4 - y^4$ . 164.  $2m^4p - m^2p^2 - m^6$ .  
 165.  $-x^3 - x + 2x^2$ . 166.  $a^2b^5 - 1000a^5b^2$ .  
 167.  $24x^5 - 3x^2$ . 168.  $a^2 - ab - b - 1$ .  
 169.  $4(x - 2)^2 + 9 + 12(x - 2)$ .  
 170.  $a^2 - b^2 + x^2 - y^2 + 2(ax - by)$ .  
 171.  $m^2 + 2mn + n^2 - mp - np$ .  
 172.  $mp - np - m^2 + 2mn - n^2$ .  
 173.  $x^6z^2 - 2x^4y^2z^2 + x^2y^4z^2$ .

174.  $x^2y^4z^2 - x^4y^2z^2 - x^2y^2z^4 + x^4z^4$ .  
 175.  $u^2 + 3u^3 - u^4 - 3u$ .  
 176.  $u^4 + u^3 + u + 1$ .  
 177.  $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 + 2zu - u^2$ .  
 178.  $(x^2 + xy - y^2)^2 - (x^2 - xy + y^2)^2$ .  
 179.  $2a^2b - 18b^7 + 12b^4 - 2b$ .  
 180.  $(a^3 + 1)^2 - (b^3 - 1)^2$ . 181.  $m^3 + 8 + 6m^2 + 12m$ .  
 182.  $m^3 - 8 + 6m^2 - 12m$ . 183.  $a^5 - a^3 + a^2 - 1$ .  
 184.  $a^5 + a^3 - a^2 - 1$ .  
 185.  $x^3 - 27a^3 - 9ax^2 + 27a^2x$ .  
 186.  $(a + x)^3 - (a - x)^3$ . 187.  $x^4 + 2ax^3 - a^4 - 2a^3x$ .  
 188.  $(a + x)^4 - (a - x)^4$ . 189.  $(a^6 + b^2)^2 - 4a^6b^2$ .  
 190.  $4a^6b^4 - (a^6 + b^4)^2$ . 191.  $x^4 + x^2y^2 + y^4$ .  
 192.  $3x^4y^4 - x^8 - y^8$ . 193.  $x^8 + x^4 + 1$ .  
 194.  $3x^6 - x^{12} - 1$ . 195.  $x^6 - y^6$ .  
 196.  $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ .  
 197.  $(c^2 - a^2 - b^2)^2 - 4a^2b^2$ .  
 198.  $a^2b^2 + c^2d^2 - a^2c^2 - b^2d^2 - 4abcd$ .  
 199.  $a^2c^2 + b^2d^2 - b^2c^2 - a^2d^2 + 4abcd$ .  
 200.  $a^8 + a^4b^4 + b^8$ .  
 201.  $(a + x)^{m+1}(b + x)^{n-1} - (a + x)^m(b + x)^n$ .  
 202.  $x^3 + x^2 + 2xy + y^2 + y^3$ .  
 203.  $a^3 + a^2 - 2ab + a - b + b^2 - b^3$ .  
 204.  $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + (x - 1)(x - 2) - (x - 1)$ .  
 205.  $a^{n+6} + a^nb^{12} - 2a^{n+3}b^6$ .  
 206.  $a^2(a - 2) + 4a(2 - a) + 4(a - 2)$ .  
 207.  $(x - y^2)^2 + 2xz^3 - 2y^2z^3 + z^6$ .  
 208.  $a^2x^5(a^3 - x) - a^5x^2(x^3 - a)$ .  
 209.  $2a^2 - a^2b + (b - 2)(ab - a)^2$ .  
 210.  $a^{5n} + 2a^{4n} + 2a^{3n} + 2a^{2n} + a^n$ .  
 211.  $4(ad + bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)^2$ .  
 212.  $(c^2 - b^2 + d^2 - a^2)^2 - 4(ab - cd)^2$ .  
 213.  $bc(b - c) + ac(c - a) + ab(a - b)$ .  
 214.  $bc(b + c) + ac(c - a) - ab(a + b)$ .



Selleks, et leida mitme (täisarvulise kordajaga) täisüksliikme väikseim ühiskordne, leitakse esmalt kõikide kordajate väikseim ühiskordne ja siis kirjutatakse sellele juurde järgemööda iga täheline tegur, mis esineb vähemalt ühes antud üksliikmes, kõige suurema astendajaga, mis on sel tähel antud üksliikmeis.

Selleks, et leida (täisarvuliste kordajatega) täishulkliikmete väikseim ühiskordne, peab need hulkliikmed enne tegureiks lahutama.

Leida järgmiste avaldiste väikseim ühiskordne.

231.  $ab$  ja  $bc$ . 231.  $ab$  ja  $ac$ .  
 232.  $25a^3b^4c^5$  ja  $20a^5b^2c^6$ . 232.  $48a^5b^4c^3$  ja  $72a^3b^5c^7$ .  
 233.  $a(a+b)$  ja  $b(a+b)$ . 233.  $a(a-b)$  ja  $c(a-b)$ .  
 234.  $(a+b)(c+d)$  ja  $(a+b)(c-d)$ .  
 234.  $(a-b)(c+d)$  ja  $(a-b)(c-d)$ .  
 235.  $a^2 - x^2$  ja  $(a-x)^2$ .  
 235.  $a^2 - x^2$  ja  $(a+x)^2$ .  
 236.  $x^2 - 4y^2$  ja  $x^2 - 4xy + 4y^2$ .  
 237.  $a^3 - b^3$  ja  $a^2 - b^2$ .  
 238.  $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$  ja  $a^3 + b^3$ .  
 239.  $x^2 - 4$  ja  $x^3 + 2x^2 + 4x + 8$ .  
 240.  $ab$ ,  $ac$  ja  $cd$ .  
 241.  $4a^2b^2x$ ,  $6ab^3x^2$  ja  $18a^2b^3$ .  
 242.  $20a^2x^n$ ,  $15a^3x^{n-1}$  ja  $10ax^{n+1}$ .  
 243.  $42a^m x^{2n}$ ,  $35a^{m-1}x^{n+1}$  ja  $14a^{m-2}x^{n-3}$ .  
 244.  $x+y$ ,  $(x-y)^2$  ja  $x^2 - y^2$ .  
 245.  $x^2 - y^2$ ,  $(x+y)^2$  ja  $x^3 + y^3$ .  
 246.  $a^4$ ,  $2a-1$  ja  $4a^2 - 1$ .  
 247.  $8ab + 16b^2$ ,  $a^2b + 4ab^2 + 4b^3$  ja  $a^3$ .  
 248.  $x-1$ ,  $x^2 - x + 1$  ja  $x^3 + 1$ .  
 249.  $a^3 - a^2 + a - 1$ ,  $a^3 + a^2 + a + 1$  ja  $a^4 - 1$ .  
 250.  $a^3 - 1$ ,  $a^3 + 1$  ja  $a^4 + a^2 + 1$ .  
 251.  $x^2 - 4$ ,  $x^3 + 8$  ja  $x^2 + 2x + 4$ .  
 252.  $x^3 - 27$ ,  $x^3 + 27$  ja  $x^4 + 9x^2 + 81$ .

## Peatükk IV.

### Murrud.

Kõik murdavaldiste teisendamised ja tehted murdudega toimuvad algebras samade juhiste järgi nagu aritmeetikaski.

#### § 1. Murdude taandamine.

Murru taandamiseks lahutatakse tema lugeja ja nimetaja tegureiks ja jagatakse siis lugeja ja nimetaja kas korruga nende suurima ühisteguriga või järgemööda iga ühisteguriga.

Taandada järgmised murrud:

- |  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1. $\frac{6}{2a}$                                    | 1. $\frac{10}{5a}$                            | 2. $\frac{ab^2}{abc}$   | 2. $\frac{a^2b}{abc}$                            |
| 3. $\frac{9ax}{15a^2}$                               | 3. $\frac{8a^2}{12ax}$                        | 4. $\frac{15ax^2}{35bx^3}$  | 4. $\frac{9ax^3}{6b^2x^2}$                       |
| 5. $\frac{12a^4b^2x}{18a^2b^2y}$                     | 5. $\frac{18a^2b^4y}{24a^3b^2x}$              | 6. $\frac{20a^3b^4c^8}{48a^4b^7c^6}$                              | 6. $\frac{36a^4b^8c^5}{30a^7b^4c^3}$             |
| 7. $\frac{a^nb^{m-n}}{am+nbn}$                       | 7. $\frac{am^nb^{m+n}}{an-mbm}$               | 8. $\frac{30a^{2n-1}b^{2n+2}}{25a^{n+2}b^{3n+2}}$                 | 8. $\frac{70a^{2n+1}b^{3n-1}}{21a^{2n}b^{2n+1}}$ |
| 9. $\frac{a^2-2ab}{ab-2b^2}$                         | 9. $\frac{2ab+b^2}{ab+2a^2}$                  | 10. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$                                   | 10. $\frac{10x^2-2xy}{15xy-3y^2}$                |
| 11. $\frac{42a^3-30a^2b}{35ab^2-25b^3}$              | 11. $\frac{14a^5+7a^4b}{10ab^3+5b^4}$         | 12. $\frac{39x^2y^3-36xy^4}{65x^3y-60x^2y^2}$                     |  |
| 12. $\frac{12x^4+27x^3y}{16x^3y+36x^2y^2}$           | 12. $\frac{39x^2y^3-36xy^4}{65x^3y-60x^2y^2}$ | 13. $\frac{27a^5c^2+6a^4bc^2-9a^4c^2}{72a^2b^2c+16ab^3c-24ab^2c}$ |  |
| 13. $\frac{20a^3b+12a^2b-24a^2c}{25ab^2+15b^2-30bc}$ |   |   |  |

- $\times$  14.  $\frac{3x^4c + 5x^3yc - 2x^3c^2}{2xy^2c^2 - 3x^2y^2c - 5xy^3c}$       15.  $\frac{a-b}{a^2-b^2}$
16.  $\frac{2a+1}{4a^2-1}$       17.  $\frac{x^2-y^2}{xz-yz}$       18.  $\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}$
19.  $\frac{4a^2-2ab}{12a^2-3b^2}$       20.  $\frac{7a^3b+7ab^3}{a^4-b^4}$       21.  $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$
22.  $\frac{(a+1)^3}{a^3-a}$       23.  $\frac{x^3+y^3}{2(x+y)^2}$       24.  $\frac{y^4-x^4}{xy^2+x^3}$
25.  $\frac{x^5-y^5}{x^3-y^3}$        $\times$  26.  $\frac{2x+4}{3x^3+24}$        $\times$  27.  $\frac{16a^3-36ab^2}{6ab-9b^2}$
28.  $\frac{243a^6b^6-675a^4b^8}{9a^2b^2-15ab^3}$       29.  $\frac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}$
30.  $\frac{12x^2-8xy}{9x^2-12xy+4y^2}$       31.  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^4-b^4}$
32.  $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2x+abx}$       33.  $\frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}$
34.  $\frac{20a^5x^2+16a^3bx^2}{75a^4b+120a^2b^2+48b^3}$       35.  $\frac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by}$
36.  $\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$       37.  $\frac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$
38.  $\frac{a^5-ba^4-ab^4+b^5}{a^4-ba^3-a^2b^2+ab^3}$       39.  $\frac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}{ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)}$
40.  $\frac{x^2-(a-b)x-ab}{x^3+bx^2+ax+ab}$       41.  $\frac{(x+a)^2-(b+c)^2}{(x+b)^2-(a+c)^2}$
42.  $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$       43.  $\frac{x^2+10x+25}{x^2-25}$
44.  $\frac{a^2+2a+2}{(a+1)^4-1}$       45.  $\frac{x^3-x^2-x+1}{x^5-2x^3+x}$
46.  $\frac{a^2x-a(nx-x)}{an^2-a^3-2a^2-a}$       47.  $\frac{x^3y^2-x^5y^2}{(1-xy)^2-(x-y)^2}$
48.  $\frac{x^4+(2b^2-a^2)x^2+b^4}{x^4+2ax^3+a^2x^2-b^4}$       49.  $\frac{x^2+(a+b+c)x+(a+b)c}{a^2+2ab+b^2-x^2}$
50.  $\frac{a^3c-2a^2c^2+ac^3-ab^2c}{(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2c^2}$

## § 2. Murdude teisendamine ühenimelisteks.

Kahe või mitme murru ühiseks nimetajaks on nende murdude nimetajate väikseim ühiskordne. Kui antud murdude ühine nimetaja on leitud, siis jagatakse see iga antud

murre nimetajaga: nii leitakse igale murrule vastav laiendustegur. Selle laiendusteguriga korrutatakse vastava murre lugeja ja nimetaja; nii saavadki murrud ühenimelisteks.

Teisendada järgmised murrud ühenimelisteks:

51.  $\frac{b}{a}, \frac{c}{d}$ . 52.  $\frac{b}{a^2}, \frac{c}{2ab}$ . 53.  $\frac{2a^2}{b^3}, \frac{3b^2}{a^2}, \frac{5ab}{c^3}$ .
54.  $\frac{3c^2}{4b^3d^2}, \frac{2a}{6b^2d^3}, \frac{5x}{b^5d}$ . 55.  $a, \frac{b^2}{a}$ .
56.  $\frac{b}{a}, a^2, \frac{c}{2a^2b^2}$ . 57.  $\frac{3a}{4b^4c^2}, \frac{b}{6a^4c^3}, \frac{c}{2a^2b^2}, \frac{1}{8abc}$ .
58.  $\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a-b}, \frac{ab}{a^2-b^2}$ . 59.  $\frac{a}{a-b}, \frac{b^2}{a^2+ab}, \frac{a^3}{a^2b-b^3}$ .
60.  $\frac{3a}{x^3-ax^2}, \frac{2x}{x+2a}, \frac{5a}{x^3+ax^2-2a^2x}$ .
61.  $\frac{ab}{a^2-4}, \frac{a^2}{ab+2b}, \frac{b^2}{2a^2-a^3}$ .
62.  $\frac{A}{a^2+5a+6}, \frac{B}{a^3+4a^2+3a}, \frac{C}{(a+1)^2+(a+1)}, \frac{D}{a^2+3a}$ .
63.  $\frac{A}{(a-b)(a-c)}, \frac{B}{(b-a)(b-c)}, \frac{C}{(c-a)(c-b)}$ .
64.  $\frac{A}{(a+b)(a+d)}, \frac{B}{a^2+ac+cd+ad}, \frac{C}{a^2+bc+ab+ac}$ .
65.  $\frac{A}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{B}{(c-b)(ad-bd-a^2+ab)},$   
 $\frac{C}{(a-d)(a-c)(b-a)(c-b)}$ .

### § 3. Murdude liitmine ja lahutamine.

Selleks, et sooritada ühenimeliste murdude liitmine või lahutamine, tuleb moodustada murd, mille lugeja võrdub vastavalt antud murdude lugejate summaga või vahega ja nimetaja on sama mis antud murdudel.

Selleks, et sooritada isenimeliste murdude liitmine või lahutamine, teisendatakse need murrud esmalt ühenimelis-

teks ja edasi toimitakse ühenimeliste murdude liitmise ja lahutamise juhise järgi.

66.  $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ . 66.  $\frac{a}{4} - \frac{b}{4}$ . 67.  $\frac{x}{m} - \frac{y}{m}$ . 67.  $\frac{x}{n} + \frac{y}{n}$ .
68.  $\frac{3x}{m} - \frac{2x}{m} + \frac{x}{m}$ . 68.  $\frac{x}{n} + \frac{2x}{n} - \frac{5x}{n}$ .
69.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}$ . 69.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{3a}$ . 70.  $\frac{x}{15a} + \frac{y}{3}$ . 70.  $\frac{x}{4} - \frac{y}{12b}$ .
71.  $\frac{m}{p^3q^2} - \frac{1}{p^2q^3}$ . 71.  $\frac{1}{p^6q^4} - \frac{n}{p^4q^5}$ .
72.  $\frac{3b}{5a^2} - \frac{a}{6b^2} - \frac{8c}{15ab}$ . 72.  $\frac{4a}{9b^3} - \frac{5b}{6a^3} + \frac{c}{10a^2b^2}$ .
73.  $\frac{a^{n-1}}{c^2x^{n-3}} - \frac{b^4zn}{c^4x^{n-2}} - \frac{1}{acx^n}$ . 73.  $\frac{b^{n-1}}{c^3x^{n+1}} - \frac{a^3zn}{b^2x^{n+1}} - \frac{1}{bcx^n}$ .
74.  $\frac{9an}{12b^6c^4} - \frac{5bn-2}{15ab^5} + \frac{2cn-1}{24ac^2}$ . 74.  $\frac{7bn}{18ac^2} - \frac{3an-2}{5b^4c^6} - \frac{4cn-3}{9a^4b^2}$ .
75.  $\frac{a^{n-1}}{4bcm-n} + \frac{bn}{3amc} - \frac{cm+1}{2abm+n}$ . 75.  $\frac{bn+1}{2acm-n} - \frac{an-1}{9bm+n} - \frac{cn}{3anb}$ .
76.  $\frac{a+b}{b} + \frac{a-b}{b}$ ;  $\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{x}$ .
76.  $\frac{c+d}{3c} - \frac{c-d}{4c}$ ;  $\frac{z+a}{6z} + \frac{z-a}{4z}$ .
77.  $\frac{20a^2b+c^2}{10a^3b^2} + 2ab^2 - \frac{3}{2ab}$ . 78.  $\frac{6-a^2}{6a} + \frac{a}{2} + \frac{2}{a} - \left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a}\right)$ .
79.  $\frac{5a+3c}{9c} - \frac{a^2-bc}{2ac} - \frac{2a}{b} + \frac{4a-b}{2b} - \frac{3b-a}{6b}$ .
80.  $\frac{6c+5b}{6bc} + \frac{3a+5b}{15ab} - \frac{a-7c}{12ac} - \frac{4c-5b}{20bc} + \frac{3}{4a}$ .

Hulkliikmeliste nimetajatega murdude liitmisel ja lahutamisel toimitakse järgmise korra järgi: murdude ühenimelisteks teisendamise eesmärgil lahutatakse nimetajad tegureiks; kui ühine nimetaja on leitud, siis kirjutatakse see ühise murrujoone alla, murrujoone peale kirjutatakse lugejate ja vastavate laiendustegurite korrutised, pannes iga korrutise ette selle märgi, mis oli vastava murru ees; seejärel avatakse saadud lugejas sulud ja, kui võimalik, koondatakse; lõpuks vaadatakse, kas saadud murdu saab taandada, ja kui saab, siis taandatakse.

Näide:

$$\begin{aligned} \frac{3}{a+1} + \frac{1}{1-a} - \frac{2a}{1-a^2} &= \frac{3}{1+a} + \frac{1}{1-a} - \frac{2a}{(1+a)(1-a)} = \\ &= \frac{3(1-a) + (1+a) - 2a}{(1+a)(1-a)} = \frac{4-4a}{(1+a)(1-a)} = \frac{4(1-a)}{(1+a)(1-a)} = \frac{4}{1+a}. \end{aligned}$$

Murdude ühenimelisteks teisendamisel on mõnikord tarvilik mõne antud murru nimetajas vahetada märgid. Seda muudatust võib alati teha, kuid koos sellega peab vahetama märgid ka lugejas või, jättes lugeja endiseks, vahetama märgi murru enda ees.

Näide:

$$\begin{aligned} \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{b}{b-a} - \frac{b}{b+a} &= \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{b}{a-b} - \frac{b}{a+b} = \\ &= \frac{a^2+b^2 - b(a+b) - b(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a+b)(a-b)} = \\ &= \frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b}. \end{aligned}$$

$$81. \frac{b}{a-b} + \frac{a}{a+b}.$$

$$81. \frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b}.$$

$$82. \frac{x}{1-a^2} - \frac{x}{a^2+1}.$$

$$82. \frac{x}{a^3+1} + \frac{x}{a^3-1}.$$

$$83. \frac{a-b}{2(a+b)} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}.$$

$$83. \frac{2a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{2(a-b)}.$$

$$84. \frac{2a+3x}{2a-3x} - \frac{2a-3x}{3x-2a}.$$

$$84. \frac{4a+x}{4a-x} + \frac{4a-x}{x-4a}.$$

$$85. \frac{a^3}{2(a+1)^3} - \frac{a^2}{(a+1)^2} + \frac{a}{2(a+1)}.$$

$$86. \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}.$$

$$87. \frac{2}{2a+3} + \frac{3}{3-2a} + \frac{2a+15}{4a^2-9}. \quad 88. \frac{2}{4a-3} + \frac{3}{4a+3} - \frac{16a-6}{16a^2-9}.$$

$$89. \frac{2}{a} + \frac{3}{b-2a} - \frac{2a-3b}{4a^2-b^2}. \quad 90. \frac{a(16-a)}{a^2-4} + \frac{3+2a}{2-a} - \frac{2-3a}{a+2}.$$

$$91. \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} + \frac{2x}{(x+2)^2}.$$

$$92. \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3}. \quad 93. \frac{5}{2a+2} - \frac{1}{10a-10} - \frac{24}{10a+15}.$$

94.  $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ .
95.  $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{(a+b)^2} - \frac{1}{(a-b)^2}$ .
96.  $\frac{2}{a+4} - \frac{a-3}{a^2-4a+16} - \frac{a^2-9a}{a^3+64}$ .
97.  $\frac{1}{2a-3b} - \frac{2a+3b}{4a^2+6ab+9b^2} - \frac{6ab}{8a^3-27b^3}$ .
98.  $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2} + \frac{x-y}{x^2-xy+y^2} + \frac{2}{x^4+x^2y^2+y^4}$ .
99.  $\frac{2}{(x-a)(b-a)} - \frac{2}{(b-x)(a-b)} + \frac{3}{(x-a)(x-b)}$ .
100.  $\frac{a+2x}{3a-3x} - \frac{3c-a}{2a-2c} + \frac{a^2-cx}{a^2-ac+cx-ax}$ .
101.  $\frac{1}{a^2-7a+12} + \frac{2a-1}{a^2-4a+3} - \frac{2a-5}{(a^2-5a+4)(a-3)}$ .
102.  $\frac{a+1}{a^2-a-12} + \frac{a+4}{a^2+4a+3} - \frac{2(a-3)}{a^2-3a-4}$ .
103.  $\frac{(a+b)^2-c^2}{a^2-b^2+2bc-c^2} + \frac{a-b-c}{a+b-c} - \frac{a+b+c}{a-b+c}$ .
104.  $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2} + \frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2} + \frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}$ .
105.  $\frac{1}{(m-n)(m-p)} + \frac{1}{(n-m)(n-p)} + \frac{1}{(p-m)(p-n)}$ .
106.  $\frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc} + \frac{b^2}{b^2-ab+ac-bc} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$ .
107.  $\frac{m+n}{(n-p)(p-m)} + \frac{n+p}{mp-m^2+mn-np} + \frac{p+m}{mn+np-n^2-mp}$ .
108.  $\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}$ .
109.  $\frac{a}{a^2-1} + \frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1} + \frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1} - \frac{2a^3}{a^4-1}$ .
110.  $\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} - \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ .
111.  $a^3+ab+b^2 + \frac{b^3}{a-b}$ .
112.  $\frac{a-2n}{a^3+n^3} - \frac{a-n}{a^2n-an^2+n^3} - \frac{1}{an+n^2}$ .
113.  $\frac{1}{n-x} - \frac{3nx}{n^3-x^3} - \frac{x-n}{n^2+nx+x^2}$ .

$$\begin{aligned}
114. & \frac{a}{b+x} - \frac{bx}{b^2+x^2} + \frac{x^2}{b^2-x^2} - \frac{2bx^3}{b^4-x^4}, \\
115. & \frac{x^{3n}}{x^n-1} - \frac{x^{2n}}{x^n+1} - \frac{1}{x^n-1} + \frac{1}{x^n+1}, \\
116. & \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{2}{(a-1)(3-a)} + \frac{1}{(a-1)(a-2)}, \\
117. & \frac{x^2-yz}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2+xz}{(y+z)(y-x)} + \frac{z^2+xy}{(z-x)(z+y)}, \\
118. & \frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}, \\
119. & \frac{yz}{bc} + \frac{(y-b)(z-b)}{b(b-c)} + \frac{(y-c)(z-c)}{c(c-b)}, \\
120. & \frac{(a+b)(a^2+b^2-c^2)}{ab} + \frac{(b+c)(b^2+c^2-a^2)}{bc} + \\
& \quad + \frac{(a+c)(a^2+c^2-b^2)}{ac}.
\end{aligned}$$

#### § 4. Murdude korrutamine.

Murdude korrutamisel moodustatakse murd, mille lugeja võrdub antud murdude lugejate korrutisega ja nimetaja võrdub antud murdude nimetajate korrutisega. Tulemust, kui võimalik taandatakse. Taandamist, nagu aritmeetikaski, on otstarbekohane sooritada enne korrutamise teostamist.

Näiteid:

$$\begin{aligned}
& \frac{5a^2b}{3cd^3} \cdot \frac{9c^2d^3}{10ab^2} = \frac{5a^2b \cdot 9c^2d^3}{3cd^3 \cdot 10ab^2} = \frac{3ac}{2b}; \\
& \frac{x}{1-a^2} \cdot \frac{a^3+1}{ax^2} = \frac{x(a+1)(a^2-a+1)}{(1-a)(1+a)ax^2} = \frac{a^2-a+1}{ax(1-a)}. \\
121. & \frac{a}{b} \cdot c. \quad 121. \quad c \cdot \frac{b}{a}. \quad 122. \quad \frac{1}{x} \cdot x. \quad 123. \quad \frac{4a^2}{b^2} \cdot 3b^2c^3. \\
124. & 2a^2b^3 \cdot \left(-\frac{5c^2d}{a^2b^3}\right). \quad 125. \quad 4m^2x^3 \cdot \left(-\frac{3a^2m^3}{8x^5}\right). \\
126. & 5(a+b)^6(a-b)^n \cdot \frac{2b}{10(a+b)^3(a-b)^{n-2}}. \\
127. & -2b^nc^3(x-1)^n \cdot \frac{3c}{bp(x-1)^{n-2}}. \\
128. & \frac{2a}{3b} \cdot \frac{6bc}{5a^2}. \quad 129. \quad \frac{5a^2b}{3cd} \cdot \frac{4b^2c}{15a^2} \cdot \frac{9c^2d}{16b^3}.
\end{aligned}$$

130.  $\frac{4a^{2n-1}b^2}{cp-na^3} \cdot \frac{3cn+pdm}{2a^2b^4}$ .
131.  $\frac{a^{2n+2}}{am-n} \cdot \frac{bm+n}{am+3} \cdot \frac{an-3}{bm+n}$ .
132.  $\frac{3bx^2}{8(x+y)^4c^3} \cdot [-6(x+y)^2c^4x^3]$ .
133.  $\frac{12an^2(a+x)^2c^3}{a^3} \cdot \frac{5c^2}{3an^4(a+x)^5}$ .
134.  $\frac{4a^2b(n-2)^3}{9cnd^3} \cdot \left[ -\frac{3b^2d^3}{10am(n-2)^2} \right]$ .
135.  $\frac{5}{2cr} \cdot \left( -\frac{3cnxp^{-1}}{10yn} \right) \cdot \left( -\frac{2xp+2}{7y^2} \right)$ .
136.  $\frac{a+1}{b} \cdot \frac{4b^2}{a^2-1}$ .
136.  $\frac{1-a}{3b^2} \cdot \frac{b^3}{1-a^2}$ .
137.  $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{3x}{x-y}$ .
137.  $\frac{x+y}{4y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ .
138.  $-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \cdot \left( -\frac{3a^2}{4a-4b} \right)$ .
138.  $-\frac{b^2-a^2}{a^2} \cdot \left( -\frac{b^2+a^2}{5a+5b} \right)$ .
139.  $\frac{ab+ac}{bd-cd} \cdot \frac{ab-ac}{bd+cd}$ .
139.  $\frac{ab-ad}{bc+cd} \cdot \frac{ab+ad}{bc-cd}$ .
140.  $-\frac{(x-y)^2}{(x+y)y^3} \cdot \frac{y}{(x+y)}$ .
140.  $\frac{(a+b)^2}{(a-b)b} \cdot \left[ -\frac{b^3}{(a-b)^3} \right]$ .
141.  $\frac{x^3+y^3}{x-y} \cdot \frac{x+y}{x^3-y^3}$ .
141.  $\frac{a^3-b^3}{a+b} \cdot \frac{a-b}{a^3+b^3}$ .
142.  $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{ab(a+b)}$ .
142.  $\frac{x^2-xy}{y(x+y)} \cdot \frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$ .
143.  $\frac{b^4-a^4}{a^2+2ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{b^2-ab}$ .
143.  $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x-y}{x^2+yx}$ .
- 144.
144.  $\frac{b(a-c)}{a^2+2ac+c^2} \cdot \frac{a(c+a)}{a^2-2ac+c^2}$ .
144.  $\frac{a(b+c)}{b^2-2bc+c^2} \cdot \frac{b(c-b)}{b^2+2bc+c^2}$ .
- 145.
145.  $\frac{2a(p^2-q^2)^2}{bp} \cdot \frac{p^3}{(p-q)(p+q)^2}$ .
145.  $\frac{3x(x^2-y^2)^2}{ay} \cdot \frac{a^3}{(x+y)(x-y)^2}$ .
- 146.
147.  $\frac{x^2+xy+y^2}{x^3+3xy(x+y)+y^3} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$ .
147.  $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2} \cdot \frac{a^3+b^3}{a-b}$ .
- 148.
149.  $\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x^2-(a-c)x-ac} \cdot \frac{x^2-c^2}{x^2-a^2}$ .
149.  $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2} \cdot \frac{x+x^2}{1-x}$ .

150.  $(a + b) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ . 151.  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{a} - \frac{c}{b}\right)$ .
152.  $\left(a + \frac{a^2}{c}\right) \cdot \left(a + \frac{bc}{a}\right)$ . 153.  $\left(\frac{a+x}{2x}\right)^2 \cdot \left[-\left(\frac{a-x}{2x}\right)^2\right]$ .
154.  $\frac{ab}{a+b} \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$ . 155.  $\left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \left(2 + \frac{2b}{a-b}\right)$ .
156.  $\left(\frac{a+x}{a} - \frac{x-y}{x}\right) \cdot \frac{a^2}{x^2+ay}$ . 157.  $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \cdot \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$ .
158.  $\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{x}{a} + 1\right) \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{x}{a} + 1\right)$ .
159.  $\left(\frac{x+y}{x} - \frac{2x}{x-y}\right) \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2}$ .
160.  $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{a^2}{x^2} - \frac{a}{x} - \frac{x}{a} + 1\right) \cdot \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x}\right)$ .
161.  $\frac{3x^2+3xy}{4xy+6ay} \cdot \left(\frac{x}{ax+ay} + \frac{3}{2x+2y}\right)$ .
162.  $\left(1 + a - \frac{a^2+3}{a+1}\right) \cdot (1 - a^2)$ .
163.  $\left(\frac{a^2+1}{2a-1} - \frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{3-a}{a+2} - 1\right)$ .
164.  $\frac{1-a^2}{1+b} \cdot \frac{1-b^2}{a+a^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{1-a}\right)$ .
165.  $\frac{a^2-x^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \cdot \left(a + \frac{ax}{a-x}\right)$ .
166.  $\frac{3}{5x} - \frac{3}{x+y} \cdot \left(\frac{x+y}{5x} - x - y\right)$ .
167.  $\left(\frac{2x}{x-y} + \frac{x-y}{y}\right) \cdot \left(1 - \frac{y-1}{x} - \frac{y}{x^2}\right)$ .
168.  $\left(\frac{x}{yz} - \frac{y}{xz} - \frac{z}{xy} - \frac{2}{x}\right) \cdot \left(1 - \frac{2z}{x+y+z}\right)$ .
169.  $\left(\frac{4xy}{z^2-x^2-y^2+2xy} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{2x}{x+y+z}\right)$ .
170.  $\left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(y + \frac{1}{y}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(y - \frac{1}{y}\right)$ .
171.  $\left(a + \frac{1}{a} + 1\right) \cdot \left(a + \frac{1}{a} - 1\right) \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right)$ .

$$172. \frac{c^4 - d^4}{a + b} \cdot \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{c^2 + d^2} \cdot \left(1 - \frac{d}{c + d}\right).$$

$$173. \frac{n^2 + nx + x^2}{n^3 + x^3} \cdot \frac{n^2 - nx + x^2}{n^3 - x^3}.$$

$$174. \frac{2an^2n^3}{a^3 + 1} \cdot \frac{an - an^{-2}}{4n^4}.$$

$$175. \left(\frac{a+x}{a} - \frac{x-y}{x}\right) \cdot \frac{a^2x}{x^4 - a^2y^2}.$$

### § 5. Murdude jagamine.

Selleks, et jagada täisavaldis või murdavaldis murruga, tuleb jagatav korrutada selle murru pöördarvuga.

Näiteid:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c}; \quad m : \frac{a}{b} = m \cdot \frac{b}{a}; \quad \frac{a^3b^5}{m^2n^2} : \frac{a^2b}{mn} = \frac{a^3b^5}{m^2n^2} \cdot \frac{mn}{a^2b} = \frac{ab^4}{mn}.$$

$$176. \frac{1}{b} : a.$$

$$176. c : \frac{1}{d}.$$

$$177. m : \frac{1}{n}.$$

$$177. \frac{1}{p} : q.$$

$$178. \frac{ab}{cd} : abc.$$

$$178. abc : \frac{ab}{cd}.$$

$$179. \frac{9m^3n^2}{8pq} : 8n^2.$$

$$179. 8n^2 : \frac{9m^3n^2}{8pq}.$$

$$180. 10a^2b^3 : \frac{50a^3b^4}{7c^2}.$$

$$180. \frac{50a^3b^4}{7c^2} : 10a^2b^3.$$

$$181. 9x^4y^5z^6 : \frac{27x^6y^9z^7}{4m^3n^2}.$$

$$181. 27x^6y^9z^7 : \frac{9x^4y^5z^6}{4m^3n^2}.$$

$$182. \frac{a}{b} : \frac{1}{b}.$$

$$183. \frac{x}{y} : \frac{x}{z}.$$

$$184. \frac{1}{c} : \frac{6ab}{c}.$$

$$185. \frac{ab}{xy} : \frac{3}{xy}.$$

$$186. \frac{24xy}{7ab} : \frac{16z}{9ab}.$$

$$187. \frac{42mp}{65nq} : \frac{15a^2}{26b^2}.$$

$$188. \frac{a^{3n+2}}{b^{m-1}} : \frac{a^{2n+3}}{b^{1+m}}.$$

$$189. \frac{a^3b^4}{x^3y^n} : \frac{b^{m+3}y^{m-n}}{a^{n-1}x^{n+2}}.$$

$$190. \frac{am+nbn+p}{x^n+py^p+n} : \frac{an-pbp-m}{x^{p-1}ym^{-2}}.$$

$$191. \frac{a+b}{a-b} : \frac{b+a}{b-a}.$$

$$192. \frac{3p-3q}{5p+5q} : \frac{9q-9p}{10q+10p}.$$

$$193. \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} : \frac{3x^2+3y^2}{x+y}.$$

194.  $\frac{6ab - 6b^2}{a(a+b)} : \frac{2b^2}{a(a^2 - b^2)}$ .
196.  $\frac{6p^3}{p^3 - q^3} : \frac{2p^2}{p^2 + pq + q^2}$ .
198.  $\frac{a^2 + b^2}{1 + x + x^2} : \frac{a^4 - b^4}{1 + x^2 + x^4}$ .
200.  $\frac{x^2 + y^2 + 2xy - z^2}{z^2 - x^2 - y^2 + 2xy} : \frac{x + y + z}{y + z - x}$ .
202.  $\frac{a^2 - 2a - 15}{a^2 - 8a + 16} : \frac{a^2 - 8a + 15}{a^2 - a - 12}$ .
204.  $\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^3 - 27} : \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 3x + 9}$ .
206.  $\frac{6p^2q^3}{m+n} : \left\{ \frac{3(m-n)q}{7(r+s)} : \left[ \frac{4(r-s)}{21p^2q^2} : \frac{r^2 - s^2}{4(m^2 - n^2)} \right] \right\}$ .
207.  $\left( a - \frac{a^2}{c} \right) : \left[ - \left( b - \frac{bc}{a} \right) \right]$ .
208.  $\left( \frac{m}{a} - \frac{a}{m} \right) : (a + m)^2$ .
209.  $\left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2} \right) : \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right)$ .
210.  $\frac{2n}{n-x} : (0, 2n + 0, 2x)$ .
211.  $\frac{\frac{a}{m} + \frac{b}{m}}{\frac{c}{m}} : 211. \frac{\frac{b}{n} - \frac{c}{n}}{\frac{a}{n}} : 212. \frac{\frac{m}{x} - \frac{n}{y}}{\frac{m}{x} + \frac{n}{x}} : 212. \frac{\frac{n}{z} + \frac{m}{z}}{\frac{m}{x} - \frac{n}{z}}$
213.  $\frac{\frac{a}{x^2} - \frac{b}{xy}}{\frac{c}{xy^2}} : 213. \frac{\frac{a}{xy} - \frac{c}{y^2}}{\frac{b}{x^2y}} : 214. \frac{\frac{p}{yz} - \frac{q}{x^2}}{\frac{p}{xz} - \frac{q}{y^2}} : 214. \frac{\frac{p}{y^2} + \frac{q}{xz}}{\frac{p}{x} - \frac{q}{xz}}$
215.  $\left( m + \frac{mn}{m-n} \right) : \left( m - \frac{mn}{m+n} \right)$ .
216.  $\left( \frac{x^2}{2a^2} - 4 + \frac{6a^2}{x^2} \right) : \left( \frac{x}{2a} - \frac{3a}{x} \right)$ .
217.  $\left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left( \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right)$ .
218.  $\left( x + \frac{y-x}{1+xy} \right) : \left( 1 + \frac{y-x}{1-xy} \cdot x \right)$ .
219.  $\left( \frac{m+n}{m-n} + \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} \right) : \left( \frac{m-n}{m+n} - \frac{m^3-n^3}{m^3+n^3} \right)$ .
220.  $\left( \frac{9m^2 - 3n^2}{4mn} - \frac{m-4n}{5n} \right) : \left( \frac{2m+n}{3m} - \frac{5n^2 - 3m^2}{16m^2} \right)$ .

$$\begin{array}{lll}
220a. \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} & 220b. a - \frac{1}{a} & 220c. \frac{x^2 + xy + y^2}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} \\
221. \frac{1 + \frac{1}{a-1}}{1 - \frac{1}{a+1}} & 222. \frac{a - \frac{b^2}{a+b}}{b - \frac{a^2}{a+b}} & 223. \frac{p+2 - \frac{1}{p+2}}{p+2 + \frac{p}{p+2}} \\
224. \frac{q-p - \frac{16p^2}{q-p}}{q-p + \frac{4p^2}{q-6p}} & 225. \left[ \left( \frac{a^2+b^2}{b} - a \right) : \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \right] \cdot \frac{a^2-b^2}{a^3+b^3} \\
226. \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right] : \frac{(a+b)^2}{ab} \\
227. \frac{x + \frac{1}{y}}{x + \frac{z}{yz+1}} - \frac{1}{y(xyz+x+z)} \\
228. \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \cdot \left( 1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right) \\
229. \frac{3abc}{bc+ac-ab} - \frac{\frac{a-1}{a} + \frac{b-1}{b} + \frac{c-1}{c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \\
230. \frac{\left[ \frac{(a+b)^2}{4ab} - 1 \right] \left[ \frac{(a-b)^2}{4ab} + 1 \right]}{(a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2} \cdot \frac{[(a+b)^2 - ab][(a-b)^2 + ab]}{(a-b)^3 + 3ab(a-b)}
\end{array}$$

§ 6 Ülesandeid kõikide tehete kohta murdudega.

$$\begin{array}{l}
231. \left[ \frac{p-q}{pq} \cdot \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \right] : \left[ \frac{p^2+q^2}{pq} \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \right] \\
232. \left( p - 2 + \frac{1}{p} \right) : \left( p^2 - p - 1 + \frac{1}{p} \right) \\
233. \frac{a(a-b) - b(a+b)}{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}}
\end{array}$$

234.  $\left(\frac{p^2 + q^2}{pq} - \frac{p^2}{pq + q^2} - \frac{q^2}{p^2 + pq}\right) : \frac{3}{pq}$ .
235.  $\left[\frac{k^2 + kl}{2l} : (k^2 - l^2)\right] \cdot \left[\frac{(k+l)^2}{4kl} - 1\right]$ .
236.  $\frac{a^2 + b^2}{(a+b)^2} + \frac{\frac{2}{ab}}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2}$ .
237.  $\frac{(b+c)^2 + 2(b^2 - c^2) + (b-c)^2}{(b^4 - 2b^2c^2 + c^4)} \cdot \left[\frac{1}{(b-c)^2} + \frac{2}{b^2 - c^2} + \frac{1}{(b+c)^2}\right]$ .
238.  $\left[\left(\frac{k^2 + l^2}{2l} - k\right) : \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{k}\right)\right] : \frac{k^3 - kl^2}{4}$ .
239.  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : (x+y) + xy\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$ .
240.  $p^2q^2\left[\frac{1}{(p+q)^2}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}\right) + \frac{2}{(p+q)^3}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)\right]$ .
241.  $\frac{(a+b)^2 - (ab+1)^2}{a^2 - 1}$ .
242.  $\left(1 + a - \frac{a^2 + 3}{a+1}\right) \cdot \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right]$ .
243.  $\left[\frac{a^2 + ax}{2x} : (a^2 - x^2)\right] \cdot \left[\frac{(a+x)^2}{4ax} - 1\right]$ .
244.  $\left(\frac{n-1}{n+1} - \frac{n+1}{n-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{n}{4} - \frac{1}{4n}\right)$ .
245.  $\frac{a^2 - 1}{n^2 + n} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{n}}\right) \cdot \frac{1 + n - n^3 - n^4}{1 - a^2}$ .
246.  $\left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) : \frac{2x}{\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 4x - 8}$ .
247.  $\left[a + n^2 - 3n - \frac{n^2(3n+a)}{2a}\right] : \left(\frac{1}{2}a^2 + 4,5n^2 - 3an\right)$ .
248.  $\left[\frac{x-1}{3x+(x-1)^2} - \frac{1-3x+x^2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1}\right] : \frac{1-2x+x^2-2x^3}{1+2x+2x^2+x^3}$ .

$$249. \left( \frac{a}{n} - \frac{n-x}{a} + \frac{ax}{n^2-nx} \right) : \frac{a}{n-x} + \frac{n-x}{a} + 2).$$

$$250. \left( \frac{a^2-ax}{a^2x+x^3} - \frac{2a^2}{x^3-ax^2+a^2x-a^3} \right) \cdot \left( 1 - \frac{x-1}{a} - \frac{x}{a^2} \right).$$

## § 7. Negatiivsed astendajad ja astendaja null.

Kui  $a$  on mingi nullist erinev arv ja  $m$  on positiivne arv, siis avaldis  $a^{-m}$  (negatiivse astendajaga aste) tähendab murdu, mille lugejaks on 1 ja nimetajaks on sama alusega, kuid positiivse astendajaga aste  $a^m$ :

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}.$$

Avaldis  $a^0$  (nullise astendajaga aste), kus  $a$  on mistahes nullist erinev arv, tähendab arvu 1:

$$a^0 = 1.$$

Arvutada järgmised avaldised:

$$251. 2^0; 3^2; 2^{-3}; \left(\frac{1}{2}\right)^2; \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}; \left(\frac{2}{5}\right)^0; \left(\frac{2}{5}\right)^3; \left(\frac{2}{5}\right)^{-3};$$

$$1,2^2; 2,5^{-2}.$$

$$252. (-5)^2; (-3)^{-3}; (-4)^0; \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4};$$

$$1,2^3; 1,2^{-2}; \left(-1\frac{1}{4}\right)^{-3}; -4^0; (-0,4)^{-3}; (-0,3)^{-2};$$

$$(-0,1)^{-1}.$$

$$253. \left[ 3 - 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 \right]^{-3}. \quad 254. \frac{3 \cdot 5^{-1} - 2^0}{3^{-2}}.$$

$$255. \left[ \frac{2}{3} - \left(\frac{4}{7}\right)^{-1} \right]^0. \quad 256. \left[ \left(\frac{3}{7}\right)^{-2} - \frac{4}{5} \right]^{-1}.$$

$$257. \left[ 2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 \right]^{-2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}.$$

$$258. \frac{3^{-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} \cdot \left(5^0 - \frac{2}{7}\right).$$

$$259. [(1 - 3^{-2})^{-2} - 2]^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0.$$

$$260. \left\{ \left[ 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right]^{-1} - \left(\frac{5}{7}\right)^0 \right\}^{-2} \cdot \left(\frac{2}{13}\right)^3.$$

Negatiivsete astendajatega avaldiste arvutamisel paneme tähele järgmist:

1. Kui negatiivse astendajaga astme definitsiooni põhjal teisendame avaldist

$$\frac{a^2 b^{-3} c^{-1} d^4}{m n^{-2} p^2 q^{-3}},$$

siis saame resultaadiks:

$$\frac{a^2 d^4 n^2 q^3}{m p^2 b^3 c}.$$

Siit selgub juhis: kui üksliikme lugejas ja nimetajas esinevad positiivsete ja negatiivsete astendajatega tegurid, siis lõppresultaadis positiivsete astendajatega tegurid jäävad oma kohale, kuid negatiivsete astendajatega tegurid lähevad üle murrujoone (lugejast nimetajasse ja ümberpöörduvalt), kusjuures iga negatiivse astendaja märk vahetatakse.

2. Kui teisendada avaldist  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$ , siis saame  $\left(\frac{b}{a}\right)^3$ , mis ütleb, et mingi arvu negatiivse astendajaga aste võrdub tema pöördarvu astmega, mille astendaja on positiivne.

Lihtsustada avaldisi:

$$261. a^{-3} \cdot b^0. \quad 261. \frac{a^0}{b^{-2}}. \quad 262. \frac{b^0}{a^{-m}}. \quad 262. a^{-n} \cdot b^0.$$

$$263. x^{-a} \cdot \frac{1}{a^0}. \quad 263. a^0 \cdot \frac{1}{x^{-a}}.$$

$$264. (x + y)^0. \quad 264. x^0 + y^0.$$

$$\begin{array}{llll}
265. \frac{a^{-6}}{a^{-3}} & 265. \frac{a^{-2}}{a^{-5}} & 266. \frac{a^{-x}}{a^{-y}} & 266. \frac{x^{-a}}{x^{-b}} \\
267. \frac{a^{n-4}}{a^{-5}} & 268. \frac{(1-m)^{-4}}{m^{-2}} & 269. \frac{-2a^4b^0}{3c^0x^{-2}} & \\
270. \frac{5a^{-3} \cdot 5^0}{3a^{-5} \cdot 5^{-1}} & 271. \frac{(a^0 + b^0)^{-2}x^{-5}}{4^{-1}x^{-3}} & & \\
272. (1 - a^{-2})^{-1} & 273. \frac{2^0(x^0 + y^0 + z^0)^{-2}}{6^{-1}a^{-3}} & & \\
274. \frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{ab + ac + bc} & 275. \frac{a + b}{a^{-1} + b^{-1}} & & \\
276. \frac{a^{-3} + a^{-2}b^{-2}}{a^{-1}b^{-1}} & 277. \frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-1}b^{-2}} & 278. \frac{a^{-4} - b^{-4}}{a^{-2} + b^{-2}} & \\
279. \left(1 - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}}\right)^{-2} & 280. \left[\frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} \cdot \left(\frac{1}{b^{-n}} - \frac{1}{a^{-n}}\right)\right]^{-1} & & 
\end{array}$$

Kasutades negatiivseid astendajaid, esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:

$$\begin{array}{llll}
281. \frac{1}{a} & 282. \frac{1}{9} & 283. \frac{1}{2^3} & 284. \frac{1}{m^a} & 285. \frac{a^m}{b^n} \\
286. 5a \cdot \frac{1}{b^3} & 287. \frac{m}{x^6} & 288. \frac{a^5}{2b^2} & 289. \frac{1}{x} + \frac{1}{y} & \\
290. \frac{1}{2^3} - \frac{1}{x^2} & 291. \frac{x^m}{x^5} + \frac{y^3}{y^n} & 292. \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{q^2}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{y}} & & \\
293. \frac{1}{\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^3}\right)^m} & 294. \frac{\left(\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^4}\right)}{\left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{y^2}\right)^2} & 295. \frac{1}{x+y} & & \\
& & & & \frac{1}{x-y}
\end{array}$$

Igas alljärgnevas avaldises sooritada järgemööda neli teisendamist:

- 1) kaotada kõik negatiivsete astendajatega astmed;
- 2) teisendada avaldis täisavaldiseks;
- 3) teisendada avaldis murruks lugejaga 1;
- 4) kaotada kõik positiivsete astendajatega astmed.

$$\begin{array}{llll}
296. \frac{a^2b^{-3}}{x^{-4}} & 296. \frac{a^3x^{-2}}{b^{-4}} & 297. \frac{4a^4b^{-2}}{9c^2d^{-4}} & 297. \frac{8a^{-4}b^2}{27c^{-3}d^3} \\
298. \frac{a^m}{b^{-n}x^p} & 298. \frac{b^{-m}}{a^n x^{-p}} & 299. \frac{2}{3a^{-q}b^p} & 299. \frac{3}{2^2a^2b^{-p}} \\
300. \frac{8a^{-3}d^4(c-d)^4}{5^{-1}c^2(c+d)^{-4}} & & & 
\end{array}$$

Lihtsustada avaldised:

$$\begin{array}{ll}
301. a^{-2} \cdot a^7 & 301. a^2 \cdot a^{-5} \\
302. a^{-10} \cdot a^{-7} & 302. a^{-12} \cdot a^{-2} \\
303. a^{-m} \cdot a^{2m} & 303. a^{-3m} \cdot a^{2m} \\
304. a^{-m+1} \cdot a^3 & 304. a^{-m-1} \cdot a^3 \\
305. a^{-7} : a^4 & 305. a^8 : a^{-3} \\
306. a^{-5} : a^{-2} & 306. a^{-4} : a^{-9} \\
307. a^{-m} : a^{-2m} & 307. a^{-3m} : a^{-2m} \\
308. a^{-5n} : a^{8n} & 308. a^n : a^{-5n} \\
309. 2^{-5} : 2^{-3} & 309. 2^3 : 2^{-5} \\
310. 2^{-3} : 2^{-2} & 310. 2^{-2} : 2^{-3} \\
311. 3^{-1} : 3^{-4} & 311. 3^2 : 3^{-3} \\
312. 5^{-1} \cdot 5^{-3} & 312. 5^{-2} : 5 \\
313. a^{-3} \cdot a^5 \cdot a^{-7} & 313. a^3 \cdot a^{-4} \cdot a^{-1} \\
314. a^{-2} \cdot a^{-3} \cdot a & 314. a \cdot a^{-3} \cdot a^2 \\
315. a^{-m} \cdot a^{-n} \cdot a^{2m} & 315. a^{-2m} \cdot a^{-2n} \cdot a^{3n} \\
316. a^{-3m} \cdot a^{2m} \cdot a^{-m} & 316. a^{5m} \cdot a^{2m} \cdot a^{-9m} \\
317. 8a^{-4}b \cdot 3a^{-2}b^{-2}c^{-1} & 317. -2a^{-3}b^{-3} : 4a^5b^{-2}c \\
318. \frac{2}{3}a^{-5}b^4c^{-2} : \frac{2}{15}a^{-2}c^2d^{-3} & 318. 6a^3b^{-3}c^{-5} \cdot 3^{-1}a^{-5}b^4c^2 \\
319. 2^{-2}a^{-m}b^p c^{-q} \cdot 2^{-4}a^{-m}b^{-p}c^q & \\
320. -6a^{-m}b^2c^p : (-3a^{-n}b^{-4}c^{-p-1}d^{-n}) & \\
321. (m^{-5} - m^3 + m^{-1}) \cdot m^4 & \\
322. (m^{-8} + m^7 - m^{-3}) : (-m^{-7}) & \\
323. (p^{-4} - p^{-3}q + p^{-2}q^2 - p^{-1}q^3 + q^4) \cdot p^4q^{-4} & \\
324. (p^{-10} + p^{-8}q^4 + p^{-6}q^6 + p^{-4}q^8) : (-p^{-6}q^8) & \\
325. (a^{-3} + b^{-5}) \cdot (a^{-3} - b^{-5}) & \\
326. (a^{-2m} - b^{-2m}) : (a^{-m} + b^{-m}) & 
\end{array}$$

327.  $(a^{-m} + b^{-m}) \cdot (a^{-n} - b^{-n})$ .  
 328.  $(a^{-3m} - b^{-3m}) : (a^{-m} - b^{-m})$ .  
 329.  $(x^{-2} + x^{-1} + x^0) \cdot (x^{-1} - x)$ .  
 330.  $(x^{-2} - a^{-1}x^{-1} + a^{-2}) \cdot (x^{-1} + a^{-1})$ .  
 331.  $(x^4 + a^2x^2 + a^4) \cdot (x^2 - a^{-2})$ .  
 332.  $(6x^2 + 11 + 4x^{-2}) : (2x + x^{-1})$ .  
 333.  $(2x + 3 + 3x^{-1} + x^{-2}) : (x + 1 + x^{-1})$ .  
 334.  $\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3} - \frac{3}{2}x^{-2} + x^{-4}\right) : (4x - 2x^{-1})$ .  
 335.  $(-a)^{-4} : (-a)^{-3}$ . 336.  $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$   
 337.  $\left[a^{-6} - \left(\frac{1}{b^{-1}}\right)^{-2}\right] : \left[a^{-3} + \left(\frac{1}{b^{-1}}\right)^{-1}\right]$ .  
 338.  $\left\{[-3(a^{-1})^3]^2 - (-2a^{-2})^3 - \left[\frac{1}{2}(-a)^3\right]^{-2}\right\}^{-2}$ .  
 339.  $\left[\frac{1}{2}(ax^{-2} - a^{-1}x^2)\right]^{-2}$ .  
 340.  $(a - a^{-1}b^2) : (1 - a^{-1}b)$ .  
 341.  $[(a - 1)^{-2} - 1] : [(a - 1)^{-1} - 1]$ .  
 342.  $[(x^{-1} + 2^{-1})^{-3} + 8] : [(x^{-1} + 2^{-1})^{-1} + 2]$ .  
 343.  $(a^2 + n^2) : (n^{-1} - a^{-1}) - (a^2 - n^2) : (a^{-1} + n^{-1})$ .

## Peatükk V.

### Astendamine.

Astendamisel kehtib järgmine märgiseadus: positiivse arvu mistahes aste on positiivne arv; negatiivse arvu paarisarvulise astendajaga aste on positiivne arv ja paarituuarvulise astendajaga aste on negatiivne arv.

Korrutise astendamisel mingi astendajaga astendatakse selle astendajaga iga tegur eraldi ja saadud astmed korrutatakse:

$$(abc)^m = a^m b^m c^m.$$

Murru astendamisel mingi astendajaga astendatakse selle astendajaga lugeja ja nimetaja eraldi ning esimene tulemus jagatakse teisega:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Et mingi arvu antud astet astendada veel uue astendajaga, selleks astendatakse antud alus antud astendaja ja uue astendaja korrutisega:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Kõik need juhised on kehtivad ka negatiivsete astendajatega ja nulliga astendamisel.

Ülalantud juhiseid rakendatakse üksliikmete astendamisel.

Teostada astendamine:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $(-4)^{-3}$ .   | 1. $(-3)^{-4}$ .  |
| 2. $(-1)^{2n}$ .   | 2. $(-1)^{2n+1}$ .  |
| 3. $(-1)^{3n}$ .   | 3. $(-1)^{3n+2}$ .  |
| 4. $(abc)^m$ .   | 4. $(bdf)^n$ .  |
| 5. $(0,02)^{-4}$ .   | 5. $(0,05)^{-3}$ .  |
| 6. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$ .   | 6. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}$ .                                  |
| 7. $(-a^2)^3$ .  | 7. $(-a^3)^2$ .   |
| 8. $(-a)^{2n}$ .   | 8. $(-a)^{2n-1}$ .  |
| 9. $(-a^5)^{2n}$ .   | 9. $(-a^5)^{3n}$ .  |
| 10. $(-a^2)^{-3}$ .  | 10. $(-a^3)^{-2}$ .   |
| 11. $(-a^7)^{-4}$ .  | 11. $(-a^4)^{-7}$ .   |
| 12. $(-a^m)^{-6}$ .  | 12. $(-a^n)^{-5}$ .   |
| 13. $(-a^3)^{-2n+1}$ .   | 13. $(-a^4)^{-2n+2}$ .  |
| 14. $(a^{-m})^{-n}$ .  | 14. $(a^{-m})^n$ .  |
| 15. $(-a^5)^{-2}$ .  | 15. $(a^{-2})^{-5}$ .   |
| 16. $[(-b)^5]^m$ .   | 17. $[(-b)^5]^{2n}$ .   |
| 18. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1}$ .                          | 19. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^{-2}$ .                 |
| 20. $[(-b)^{-3}]^{-2}$ .   | 21. $(-0,2a^pb)^5$ .  |
| 22. $(-0,01a^{n-2}b^m)^6$ .  | 23. $\left(-\frac{amb^{n+p}}{cp}\right)^{2p}$ .                       |
| 24. $\left(-\frac{a^{6p+1}}{b^{2ncn+2}}\right)^{6n-1}$ .                       | 25. $(2a^3b^{-2}c^{-1})^2$ .  |
| 26. $\left(-\frac{2}{3}a^2b^{-1}c^3d^{-2}\right)^{-2}$ .                       | 27. $(-0,5a^{-3}b^{-n}c^{n-1})^{-1}$ .                                |
| 28. $(-0,04a^{m-1}b^{3-n}c^{-5})^{-2}$ .                                       | 29. $\left[\left(\frac{a^2b^2}{a^3d^{-2}f}\right)^{-1}\right]^{-m}$ . |
| 30. $\left[\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{-m}\right]^{-n}$ .          | 31. $[ax^{-1}]^{-2}]^{-3}$ .  |
| 32. $\left\{-\left[-\left(-\frac{1}{2}a^nb^{-2}\right)^2\right]^2\right\}^2$ . | 33. $\left(-\frac{0,6ax}{3by^2}\right)^{-2}$ .                        |
| 34. $\left[\frac{6a^2(x^{-3})^2}{\frac{2}{3}x^{-1}(0,3^{-1}x^3)^2}\right]^2$ . |   |

## Peatükk VI.

### Võrduste teisendamine. Esimese astme võrrandid.

#### § 1. Võrded.

Aritmeetilise proportsiooni ehk võrde põhiomadus:  
*aritmeetilise proportsiooni välimiste liikmete summa võrdub seesmiste liikmete summaga.*

Geomeetrilise proportsiooni ehk võrde põhiomadus:  
*geomeetrilise proportsiooni välimiste liikmete korrutis võrdub seesmiste liikmete korrutisega.*

Kui aritmeetilise või geomeetrilise proportsiooni üks liikmefest on tundmatu, siis proportsiooni põhiomaduse põhjal võib selle tundmatu liikme arvutada, kasutades järgmisi juhi-seid:

aritmeetilise proportsiooni välimine liige võrdub seesmiste liikmete summaga, millest on lahutatud teine välimine liige; seesmine liige võrdub välimiste liikmete summaga, millest on lahutatud teine seesmine liige; geomeetrilise proportsiooni välimine liige võrdub seesmiste liikmete korrutisega, mis on jagatud teise välimise liikmega; seesmine liige võrdub välimiste liikmete korrutisega, mis on jagatud teise seesmise liikmega.

Geomeetrilisest proportsioonist

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

saab teisendamise teel tuletada järgmised nn. *tuletatud proportsioonid*:

$$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}; \quad \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Proportsiooni, milles välimised või seesmised liikmed on võrdsed, nagu  $a - b = b - c$  ja  $\frac{m}{p} = \frac{p}{n}$ , nimetatakse *ahelproportsiooniks*.

Aritmeetilises ahelproportsioonis korduvalt esinevat liiget nimetatakse kahe teise liikme *aritmeetiliseks keskmiseks*.

Geomeetrilises ahelproportsioonis korduvalt esinevat liiget nimetatakse kahe teise liikme *keskmiseks võrdeliseks* ehk *geomeetriliseks keskmiseks*.

Kahe arvu *aritmeetiline keskmine* võrdub nende arvude poolsummaga ja kahe arvu *geomeetriline keskmine* võrdub ruutjuurega nende arvude korrutisest, s. t.

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{ja} \quad p = \sqrt{mn}.$$

Avaldada  $x$  järgmistest proportsioonidest:

1.  $x - a = c - d.$
2.  $(a + b)^2 - (a^2 - b^2) = (a - b)^2 - x.$
3.  $\frac{a^2}{a-b} - x = (a + b) - \frac{2ab}{a-b}.$
4.  $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \frac{a^2}{a^2-b^2} - x.$
5.  $\frac{a^2+b^2}{a-b} - x = \frac{2a^2b}{a^2-b^2} - (a + b).$
6.  $\frac{4}{5}a^3b : \frac{2}{3}a^2b = \frac{6}{5}a^4b^3 : x.$
7.  $\frac{2ab}{a+b} : \frac{(a-b)^2}{a} = x : (a^2 - b^2).$
8.  $\left(b - \frac{ab}{a+b}\right) : x = a^2b^2 : \left(a + \frac{ab}{a-b}\right).$



31.  $\frac{x}{y} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ , kui  $x + y = a^2 + b^2$ .
32.  $\frac{x}{y} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ , kui  $x - y = 2ab$ .
33. Leida arvude 20 ja 10 aritmeetiline keskmine.
34. Kirjutada aritmeetiline ahel-võrre, mille kaks liiget on 11 ja 5.
35. Koostada geomeetiline ahel-võrre, mille kaks liiget on 4 ja 25.

## § 2. Ühe tundmatuga võrrand.

Võrdusi liigitatakse *samasusteks* ja *võrranditeks*. *Samasuseks* nimetame niisugust võrdust, mille mõlemad pooled on võrdsed temas esinevate tähtede asendamisel mistahes väärtustega.

Näiteks võrdsused

$$\begin{aligned} a - (b - c) &= a - b + c, \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2, \\ m(a + b + c) &= ma + mb + mc \end{aligned}$$

on samasused.

Võrrandiks nimetame niisugust võrdust, mis jääb õigeks temas esinevate mõnede tähtede, *tundmatute* ehk *otsitavate* asendamisel üksikute kindlate väärtustega.

Tundmatute väärtusi, millega tundmatuid võrrandis asendades võrrandi mõlemad pooled tulevad võrdsed, nimetatakse võrrandi *lahenditeks*. Lahendite leidmist nimetatakse võrrandi *lahendamiseks*.

Võrrandi lahendamisel teisendatakse antud võrrandit nii, et saadakse järk-järgult uued võrrandid, millest igaüks on antud võrrandiga *ekvivalentne* ehk *samaväärne*, see tähendab, neil kõigil on samad lahendid, mis antud võrrandilgi.

Ühe tundmatuga esimese astme võrrandi ehk lineaarvõrrandi lahendamine toimub järgmiselt:

- 1) kaotatakse võrrandis murrud;
- 2) avatakse sulud;
- 3) viiakse kõik otsitavaga liikmed võrrandi ühele poolele, otsitavast vabad liikmed — teisele poolele;
- 4) koondatakse sarnased liikmed võrrandi mõlemas pooles;
- 5) võrrandi mõlemad pooled jagatakse otsitava korrajaga.

Lahendada järgmised võrrandid:

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| 36. $4 + x = 10.$                          | 36. $x + 6 = 10.$         |
| 37. $x - 8 = 2.$                           | 37. $x - 5 = 7.$          |
| 38. $18 - x = 6.$                          | 38. $25 - x = 9.$         |
| 39. $13 - x = 15.$                         | 39. $20 - x = 24.$        |
| 40. $3x = 12.$                             | 40. $5x = 45.$            |
| 41. $x : 4 = 8.$                           | 41. $x : 3 = 6.$          |
| 42. $18 : x = 6.$                          | 42. $24 : x = 4.$         |
| 43. $5x + 3 = 28.$                         | 43. $7x + 5 = 26.$        |
| 44. $9x - 5 = 31.$                         | 44. $7x - 8 = 41.$        |
| 45. $28 + 3x = 7x.$                        | 45. $18 + 5x = 8x.$       |
| 46. $42 - 5x = 2x.$                        | 46. $16 - 2x = 2x.$       |
| 47. $3y + 18 = 5y.$                        | 47. $7y - 33 = 4y.$       |
| 48. $19z - 14 = 12z.$                      | 48. $17z + 33 = 20z.$     |
| 49. $5y + 18 = 3y + 38.$                   | 49. $2y + 45 = 6y + 17.$  |
| 50. $7z - 5 = 3z + 3.$                     | 50. $14z + 23 = 19z - 2.$ |
| 51. $16x + 10 - 21x = 35 - 10x - 5.$       |                           |
| 51. $5x + 13 - 2x = 100 - 20x - 18.$       |                           |
| 52. $7x - 9 - 8x = 23 - 15x - 18.$         |                           |
| 52. $2x - 10 - 7x + 9 = 8 + 8x + 4.$       |                           |
| 53. $7u - 9 - 3u + 5 = 11u - 6 - 4u.$      |                           |
| 53. $16u - 12 + 2u - 6u = 28 + 3u - 25.$   |                           |
| 54. $27u + 36 - 18u - 39 + 6u - 24 = 0.$   |                           |
| 54. $7u - 9 - 18u + 7 = 10u + 9 - 7u - 7.$ |                           |
| 55. $3(x + 5) = 36.$                       | 55. $2(x - 1) = 6.$       |
| 56. $7(y - 3) = 14.$                       | 56. $13(12 - y) = 26.$    |

57.  $5(35 - x) = 15.$                       57.  $9(9 - x) = 18.$   
 58.  $8(2y + 5) = 72.$                       58.  $4(15 - 2y) = 20.$   
 59.  $8(7x - 61) = 16.$                       59.  $15(15 - 4x) = 45.$   
 60.  $2(10 - 7z) = 28.$                       60.  $3(11 - 5z) = 42.$   
 61.  $3(x - 5) + 8 = 17.$                       61.  $3(x - 3) + 5 = 23.$   
 62.  $5(z - 2) - 9 = 11.$                       62.  $7(z + 3) - 2z = 41.$   
 63.  $6(u + 5) - 8u = u.$                       63.  $3(7 - u) - 5 = 5u.$   
 64.  $5u - (2u - 7) = 11.$                       64.  $8u - (2 + 5u) = 9.$   
 65.  $8(10 - x) = 5(x + 3).$                       65.  $8(9 - 2x) = 5(3x + 2).$   
 66.  $5(x + 1) + 6(x + 2) = 9(x + 3).$   
 66.  $6(x + 1) + 3(8 - x) = 11(x + 2).$   
 67.  $7(3y + 6) + 5(y - 3) - 2(y - 7) = 5.$   
 67.  $4(5y + 2) - 7(1 - 2y) + 5(8 - y) = 128.$   
 68.  $8(3y - 1) - 9(5y - 11) + 2(7 - 2y) = 30.$   
 68.  $10(8 - 3y) + 11(y - 4) - 3(4 - 3y) = 4.$   
 69.  $7(6z - 1) + 3(2z + 1) - 5(12z - 7) = 23.$   
 69.  $3(2z + 1) - 4(1 - 3z) - 5(6z - 7) = 16.$   
 70.  $5(8z - 1) - 7(4z + 1) + 8(7 - 4z) = 19.$   
 70.  $10(3z - 2) - 3(5z + 2) + 5(11 - 4z) = 25.$   
 71.  $\frac{x}{3} = 2.$                                       71.  $\frac{1}{9}x = 3.$   
 72.  $\frac{2}{3}x = 12.$                                       72.  $\frac{3}{2}x = 12.$   
 73.  $2\frac{1}{2}x = 30.$                                       73.  $3\frac{3}{4}x = 45.$   
 74.  $3\frac{3}{5}x = 18.$                                       74.  $5\frac{3}{5}x = 28.$   
 75.  $3x - \frac{1}{3}x = 16.$                                       75.  $3x + \frac{1}{3}x = 20.$   
 76.  $8y - \frac{5}{6}y = 3y + 25.$                       76.  $7y - \frac{1}{3}y = 8y - 4.$   
 77.  $9y + 6 = 10\left(9 - \frac{1}{2}y\right).$                       77.  $9\left(17 - \frac{4}{5}y\right) = 5(y - 6).$   
 78.  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10.$                                       78.  $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 14.$   
 79.  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 8.$                                       79.  $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6}x = 38.$

$$80. \frac{7}{8}x - \frac{5}{12}x = 11.$$

$$81. \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7.$$

$$82. 2x + \frac{3}{4}x - \frac{5}{7}x = 57.$$

$$83. 5x - 0,3x = 4,5x + 2.$$

$$84. 0,1x - 0,1 = 0,15x - 5,1.$$

$$85. 5(5x - 1) - 2,7x + 0,2x = 6,5 - 0,5x.$$

$$86. 0,36x - 3,4 = 0,3(0,4x - 1,2).$$

$$87. 1,2x - 5,375 = 0,125x - 0,765x - 5,425 + 1,85x.$$

$$88. 5,7x + 7,2 - 0,855x = 34,1885 + 3,45x - 18,2.$$

$$89. x - 1 = \frac{2x+1}{3}.$$

$$90. 3 - 2x = \frac{1-3x}{5}.$$

$$91. \frac{2x+1}{2} = \frac{7x+5}{8}.$$

$$92. \frac{5-x}{8} = \frac{18-5x}{12}.$$

$$93. x + \frac{12-x}{4} = \frac{26-x}{2}.$$

$$94. 2 - \frac{3x-7}{4} = \frac{x+17}{5}.$$

$$95. \frac{3x-2}{3} - \frac{9-2x}{3} = \frac{x+2}{2}.$$

$$96. \frac{x-3}{4} + \frac{x-4}{3} = \frac{x-5}{2} + \frac{x-1}{8}.$$

$$97. \frac{8-x}{6} - \frac{5-4x}{3} = \frac{x+6}{2}.$$

$$98. \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} = \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6}.$$

$$99. \frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) = 36.$$

$$100. \frac{7+9x}{4} - \left(1 - \frac{2-x}{9}\right) = 7x.$$

$$101. \frac{3x+4}{7} - \frac{9x+44}{5} + \frac{3(3x+10)}{4} = \frac{5x+12}{3}.$$

$$102. \frac{x+10}{3} + \frac{16x-3}{20} - \frac{7x-6}{4} = \frac{x-3}{2} + \frac{3(x-3)}{10}.$$

$$103. \frac{3x+2}{18} - \frac{5x-8}{24} = \frac{3(2x+1)}{36} - \frac{x-1}{6} - \frac{2}{9}.$$

$$104. \frac{26x-51}{52} - \frac{2(1-3x)}{13} = x - \frac{20x - (10-3x)}{156}.$$

$$105. \frac{5(3x-2)}{4} + \frac{3x}{2} - 23\frac{5}{6} = \frac{x - \frac{4x-9}{3}}{6} + x - 1.$$

$$106. 0,15x + 1,575 - 0,875x = 0,0625x.$$

$$107. (x+1)^2 = [6 - (1-x)]x - 2.$$

$$108. 1,2x - \frac{0,18x - 0,05}{0,5} = 0,4x + 8,9.$$

$$109. \left\{ \frac{4}{11} \cdot \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{1}{3} (x-1) + 5 \right) + 3 \right] - 2 \right\} - x = 0.$$

*Murdvõrrandi*, see tähendab niisuguse võrrandi, milles tundmatu esineb mõne liikme nimetajas, lahendeid peab proovima.

Kõik niisugused lahendid, millega tundmatu asendamisel võrrandis mõni nimetaja saab võrdseks nulliga, jäetakse kõrvale, need ei ole selle võrrandi lahenditeks.

$$110. \frac{24}{x} - \frac{17-x}{x-1} = 1.$$

$$111. \frac{x+2}{3} : \frac{3(x+1)}{5} = 2 : 3.$$

$$112. \frac{x}{x-1} = \frac{4x}{x+5} - 3.$$

$$113. \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = 0.$$

$$114. \frac{8}{x-5} - \frac{9}{x-6} + \frac{1}{x-8} = 0.$$

$$115. \frac{5(5-3x)}{6x+3\frac{1}{2}} = 2.$$

$$116. \frac{1}{5 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{7}.$$

$$117. \frac{x+3}{0,1} = \frac{5x+0,4}{0,4} - 5.$$

$$118. \frac{0,01-x}{0,02} - \frac{5}{2} = \frac{2-3x}{0,01}.$$

$$119. \frac{13}{12x-18} = \frac{3}{12x-8}.$$

$$120. \frac{5,134}{4x^2-9} = \frac{1,7}{2x-3}.$$

$$121. \frac{1}{1+x} + \frac{3}{1-x} = \frac{24}{1-x^2}.$$

$$122. \frac{2x-1}{4x+2} = \frac{9}{22} + \frac{4x-2}{2x+1}.$$

$$123. \frac{1}{2} + \frac{1}{x+2} = \frac{13}{8} - \frac{5x}{4x+8}.$$

$$124. \frac{1}{x^2+2x+1} + \frac{4}{x+2x^2+x^3} = \frac{5}{2x+2x^2}.$$

$$125. \frac{7}{x^2-1} + \frac{8}{x^2-2x+1} = \frac{37-9x}{x^3-x^2-x+1}.$$

$$126. (x-1)(x-2) = (x-3)(x-4).$$

127.  $(x + 1)^2 = [111 - (1 - x)]x - 80.$
128.  $\frac{4x + 1}{x^2 + 4x + 4} + \frac{2x + 1}{x + 2} = 2.$
129.  $\frac{9x - 8}{45} = \frac{x^2 - 1}{5x + 1} - \frac{1}{9}.$
130.  $\frac{5x - 8}{6x - 15} - \frac{2x - 5}{10x - 4} = \frac{19x^2 - 29}{(2x - 5)(15x - 6)}.$
131.  $\frac{x - 3}{x - 5} + \frac{x - 5}{x - 7} = 2.$
132.  $\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x + 1} - \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = \frac{1,5x - 2}{x^2 - 1}.$
133.  $-4x - \{5x - [6x - (7x - (8x - 9))]\} = -10.$
134.  $\frac{2x^2 + 2x + 1}{(x + 1)(x + 2)} + \frac{2x^2 + 2x + 3}{(x + 1)(x + 3)} = \frac{2x^2 + 2}{(x + 2)(x + 3)} + 2.$
135.  $\frac{1}{9} \left\{ \frac{1}{7} \left[ \frac{1}{5} \left( \frac{1}{3} (x + 2) + 4 \right) + 6 \right] + 8 \right\} = 1.$

Kui võrrandi kordajad või vabaliige on tähelised avaldised, siis võrrandit nimetatakse *täheliste kordajatega võrrandiks*. Täheliste kordajatega võrrandit lahendatakse samade juhiste järgi, nagu numbriliste kordajatega võrrandit.

Täheliste kordajatega võrrandi lahendamise tulemuseks on avaldis, mis koosneb üldiselt nendest samadest tähtedest, mis esinevad antud võrrandi kordajates ja vabaliikmes. Seda tähelist avaldist nimetatakse antud võrrandi lahendiks, sest tema asetamisel võrrandisse tundmatu asemele saab võrrandist samasus.

Näiteks võrrandil  $ax + bx = c$  on lahend  $\frac{c}{a + b}$ ; tundmatut  $x$  võrrandis selle lahendiga asendades saame samasuse

$$\frac{ac}{a + b} + \frac{bc}{a + b} = c.$$

$$136. x + a = b.$$

$$136. x - a = b.$$

$$137. a - x = b.$$

$$137. b - x = a.$$

$$138. mx = n.$$

$$138. nx = m.$$



168.  $\frac{5cx}{c-d} - 3c = 8x.$       169.  $\frac{x}{c} + \frac{x}{d-c} = \frac{c}{c+d}.$
170.  $\frac{x}{c-d} - \frac{5c}{c+d} = \frac{2dx}{c^2-d^2}.$       171.  $\frac{c-x}{d-c} - \frac{x+c}{c+d} = \frac{2x}{c^2-d^2}.$
172.  $\frac{2x+k}{l} + \frac{x-l}{k} = \frac{3kx-(k-l)^2}{kl}.$
173.  $\frac{kx}{l} + \frac{l-x}{2k} + \frac{k(l-x)}{3} = k.$
174.  $\frac{3n(x-m)}{5m} + \frac{x-n^2}{15n} = -\frac{(4m+px)n}{6m}.$
175.  $\frac{n-2x}{3m} - \frac{5m^2}{2n^2} = \frac{x}{m} - 2 + \frac{m(x-m)}{n^2}.$
176.  $a - \frac{x+ac}{b} + \frac{x+bc}{a} = \frac{ab-x}{c} - a.$
177.  $\frac{6a+5b}{6a} - \frac{4bx}{3a^2} = 1 - \frac{bx}{a^2+ab}.$
178.  $2b^2 - \frac{(3c^2-5b^2)ax}{bc^3} = \frac{2ax}{c} - 3b + \frac{5abx}{c^3}.$
179.  $\frac{c+3x}{4c^2+6cd} - \frac{2x-c}{6cd-9d^2} = \frac{2c+x}{4c^2-9d^2}.$
180.  $\frac{x+l}{k+l} + \frac{x-l}{k-l} = \frac{1}{k+l} - \frac{x-l}{k^2-l^2} + \frac{2x}{k}.$
181.  $\frac{x}{k}(3kl+1) = \frac{3kl}{k+1} + \frac{(2k+1)x}{k^3+2k^2+k} + \frac{k^2}{(k+1)^3}.$
182.  $\frac{m^2+n^2}{m+n} \cdot \left[ 2(m+n) - \frac{n^2x}{m+n} \right] = \left[ 2m + \right.$   
 $\left. + n\left(\frac{m}{n} - 1\right)^2 \right] \left( n - \frac{nx}{m-n} \right).$
183.  $\frac{mn}{m+n} \left[ 3p + \frac{mn}{(m+n)^2} \right] + \frac{(2m+n)n^2x}{m(m+n)^2} = 3px + \frac{nx}{m}.$
184.  $\left( \frac{p}{1-p^2} + \frac{1}{1-p+p^2-p^3} \right) (1-x) = 4 - \frac{1-x}{1+p} -$   
 $-\frac{1-x}{1+p^2} - \frac{1-x}{1+p+p^2+p^3}.$
185.  $(x+2pq) \left( \frac{1}{p+q-r} - \frac{1}{p+q+r} \right) =$   
 $= (2pq-x) \left( \frac{1}{q+r-p} + \frac{1}{p-q+r} \right).$

186.  $\frac{x}{a^2} - 1 = \frac{2x}{a^2n} - \frac{a^2 + x}{a^2n^2}$ .      187.  $\frac{ad - bc}{cd} = \frac{d}{c^2} - \frac{b}{ad}$ .
188.  $(a + x - b)(a - b - x) = (a^2 - x)(b^2 + x) - a^2b^2$ .
189.  $(a - n)(a - nx) - (a + n)(n + ax) =$   
 $= n[(2a - 3n)x - n] - 2a^2x$ .
190.  $\frac{a(x - a)}{a + 2b} + \frac{b(x - b)}{2a + b} = a + b$ .
191.  $\frac{3x}{a^2 + 4n(a + n)} - \frac{2(a - n)x - a^2 + 4n^2}{a^3 + 4a^2n + 4an^2} = \frac{1}{a}$ .
- 192.<sup>1</sup>  $\frac{x + 1}{x - 1} = \frac{a + b + 1}{a + b - 1}$ .      193.  $\frac{x - 1}{x + a - b} = \frac{1 - x}{x - a + b} + 2$ .
194.  $\frac{x}{ab} + \frac{x}{ac} + \frac{x}{bc} - 1 = abc - (a + b + c)x$ .
195.  $[(a^2 - b^2)x - 1]^2 + (2abx - 1)^2 =$   
 $= [(a^2 + b^2)x + 1]^2$ .
196.  $\frac{x + a}{a - b} + \frac{x - a}{a + b} = \frac{x + b}{a + b} + \frac{2(x - b)}{a - b}$ .
197.  $\frac{a^3 - b^3}{a^3 + b^3} = \frac{a(x - b^2) + b(a^2 - x)}{a(x - b^2) - b(a^2 - x)}$ .
198.  $\frac{x}{a} + \frac{x}{b - a} = \frac{a}{b + a}$ .      199.  $\frac{a + b}{x - c} = \frac{a}{x - a} + \frac{b}{x - b}$ .
200.  $(a + x)(b + x) = (c + x)(d + x)$ .
201.  $\frac{3abc}{a + b} + \frac{a^2b^2}{(a + b)^3} + \frac{(2a + b)b^2x}{a(a + b)^2} = 3cx + \frac{bx}{a}$ .
202.  $\frac{a^2 - x}{x - 2a} - \frac{2a + x}{a^2 - x} = \frac{a^4}{a^2x + 2ax - 2a^3 - x^2}$ .
203.  $\frac{a^2 + x}{b^2 - x} - \frac{a^2 - x}{b^2 + x} = \frac{4abx + 2a^2 - 2b^2}{b^4 - x^2}$ .
204.  $\frac{x^2}{an^3 - an^2 - an + nx - x + a} = \frac{x - an^2 + a}{n - 1} +$   
 $+\frac{a(n^2 - 1)x}{a(n^2 - 1) + x}$ .
205.  $\frac{a^2 + ax + x^2}{a^3 + a^2x + ax^2 + x^3} - \frac{a^3 - a^2x + ax^2}{a^4 + 2a^2x^2 + x^4} = \frac{1}{a + x}$ .

<sup>1</sup> Näpunäide. Ülesannete 192 ja 197 lahendamisel võib kasutada tuletatud võrdeid.

206.  $\frac{2(x-a)}{a^2 - c^2 - 2ax + x^2} + \frac{c-x}{a^2 - ac + cx - 2ax + x^2} = \frac{1}{x-a}$ .
207.  $\frac{x+b}{a+b} + \frac{x-b}{a-b} = \frac{b+x}{a^2 + 2ab + b^2} - \frac{x-b}{a^2 - b^2} + \frac{2x}{a}$ .
208.  $\frac{x}{a}(3ab+1) = \frac{3ab}{a+1} + \frac{(2a+1)x}{a^3 + 2a^2 + a} + \frac{a^2}{1 + a[a(a+3) + 3]}$ .
209.  $c\left[b\left(2a + \frac{x}{c}\right) + cd\left(\frac{a}{b} - 1\right) - 2b^2\right] = x\left[\frac{b^2}{a} - \frac{3a}{b}(b-a)\right]$ .
210.  $\{(a+1)[(a-1)x - 2]\}^2 = [(a^2 + 1)x + 2(a+1)]^2 - [2ax - 2(a+1)]^2$ .

### § 3. Võrrandisüsteem.

Vaatleme üht esimese astme võrrandit kahe tundmatuga.

Tundmatute iga niisugust väärtusepaari, mis rahuldab antud võrrandit, nimetatakse selle võrrandi *lahendiks*.

Ühel võrrandil kahe otsitavaga  $x$  ja  $y$  on arvutult palju lahendeid, iga lahend koosneb kahest arvust; siinjuures ühe otsitava väärtuse võib võtta meelevaldselt, selle väärtusega teda võrrandis asendades, saame arvutada teise otsitava väärtuse; teise otsitava väärtus oleneb meelevaldselt võetud esimese otsitava väärtusest. Näiteks võrrandil

$$2x + 3y = 11$$

on piiramatu hulk lahendeid, üks neist on:

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 1. \end{cases}$$

Kui antud on kaks võrrandit otsitavatega  $x$  ja  $y$  ning nõutakse leida nende võrrandite kõik *ühised* lahendid, s. o. kõik niisugused lahendid, mis rahuldavad nii ühte kui ka teist võrrandit, siis antud võrrandipaari nimetatakse kahe otsitavaga kahe võrrandi *süsteemiks*.

Võrrandite õpetuses tõestatakse, et kahest kahe otsitavaga lineaar-võrrandist koosneval süsteemil:

1) on *üksainus* ühine lahend või

2) *ei ole ühtki ühist lahendit või*

3) *on lõputu hulk ühiseid lahendeid.*

Kolmanda juhuga on tegemist sel korral, kui antud võrrandid on ekvivalentsed, see tähendab, kui üks võrrand on saadud teisest selle liikmete korrutamise teel mingi nullist erineva arvuga; niisugusel korral kõik esimese võrrandi lahendid on ka teise võrrandi lahenditeks. Näiteks võrranditel

$$3x - 5y = 2$$

ja

$$12x - 20y = 8$$

on arvutult palju ühiseid lahendeid, sest teine võrrand on saadud esimesest tema liikmete korrutamise teel arvuga 4.

Teine juhus esineb siis, kui üks võrranditest on saadud teisest sel teel, et teise võrrandi pooled on vastavalt korrutatud *mittevõrdsete* arvudega  $m$  ja  $n$ . Näiteks võrranditel

$$3x - 5y = 2$$

ja

$$9x - 15y = 4$$

*ei ole ühtki ühist lahendit.*

Kaht võrrandisüsteemi, millel on *ühed ja samad lahendid*, nimetatakse *ekvivalentseteks ehk samaväärseteks* võrrandisüsteemideks.

Kahe otsitavaga kahe võrrandi süsteemi lahendamine toimub sel teel, et antud süsteem asendatakse uue süsteemiga, mis on ekvivalentne antud süsteemiga ja milles üks võrrand on kahe otsitavaga, kuid teine võrrand on ühe otsitavaga; viimane saadakse antud süsteemi võrranditest ühe otsitava *elimineerimise* ehk *eemaldamise* teel.

Ühe otsitava elimineerimine antud süsteemi kahest esimese astme võrrandist toimub järgmiste võtetega:

1. *Lütmisvõte.* See võte seisab selles, et kummagi võrrandi kõik liikmed korrutatakse kummagi võrrandi jaoks vastavalt valitud korrutajatega, nii et ühe ja sama otsitava

kordajad kahes võrrandis tulevad teineteise *vastandavud*, seejärel võrrandite vastavad pooled liidetakse, mille tulemuseks on ühe otsitavaga võrrand. On silmanähtav, et kui eemaldatava otsitava kordajad antud võrrandites on samamärgilised, siis eemaldamiskorrutajad tuleb võtta erinevate märkidega ja ümberpöörduvalt.

2. *Asendusvõte*. See võte seisab selles, et antud süsteemi ühest võrrandist avaldatakse üks otsitav teise otsitava kaudu ja saadud avaldis pannakse teise võrrandisse selle otsitava *asemele*; tulemuseks saame ühe võrrandi üheainsa otsitavaga.

Enne ühe otsitava eemaldamist teisendatakse antud süsteemi mõlemad võrrandid *normaalkujuliseks*:  $ax + by = c$  (kus  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on ühistegurita täisarvud); selleks rakendatakse kõiki neid teisendusid, mida rakendatakse ühe otsitavaga võrrandi korral.

Kahe otsitavaga võrrandisüsteemi lahendamise näiteid:  
**Näide 1.**

$$\begin{cases} 4x - 3y = 7 \\ 5x + 2y = 26. \end{cases}$$

Eemaldame otsitava  $y$ ; selleks korrutame esimese võrrandi pooled arvuga 2, teise võrrandi pooled arvuga 3, seejärel liidame saadud võrrandite vastavad pooled, saame võrrandi

$$23x = 92,$$

millest leiame, et

$$x = 4.$$

Leitud  $x$ -i väärtusega esimeses võrrandis  $x$  asendades saame, et

$$y = 3.$$

Süsteemi lahend on seega:

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3. \end{cases}$$

## Näide 2.

$$\begin{cases} 5x + 6y = 16 \\ 7x + 10y = 24. \end{cases}$$

Elimineerime otsitava  $y$ . Et otsitava  $y$  kordajad on samamärgilised, korrutame esimese võrrandi liikmed 5-ga, teise võrrandi liikmed aga — 3-ga, ja siis liidame saadud võrrandite vastavad pooled; saame võrrandi

$$4x = 8,$$

millest leiame, et

$$x = 2.$$

Asendamise teel leiame, et

$$y = 1.$$

Antud süsteemi lahend on seega:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

## Näide 3.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 19 \\ 2x - 5y = 5. \end{cases}$$

Rakendame asendusvõtet. Avaldame esimesest võrrandist otsitava  $x$  teise otsitava  $y$  kaudu:

$$x = \frac{19 - 4y}{3}.$$

Asetame  $x$ -iga võrdse avaldise  $\frac{19 - 4y}{3}$  teise võrrandisse  $x$ -i asemele, saame:

$$2 \cdot \frac{19 - 4y}{3} - 5y = 5.$$

Saime ühe võrrandi ühe otsitavaga, nimelt otsitavaga  $y$ . Seda võrrandit lahendades saame, et

$$y = 1.$$

Asetame leitud  $y$ -i väärtuse 1 avaldise, mis on  $x$ -iga võrdne, saame:

$$x = \frac{19 - 4 \cdot 1}{3} = 5.$$

Süsteemi lahend on:

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 1. \end{cases}$$

Lahendada järgmised võrrandisüsteemid:

$$211. \begin{cases} x + y = 50 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

$$213. \begin{cases} x + 5y = 47 \\ x + y = 15 \end{cases}$$

$$215. \begin{cases} 3x + 8y = 19 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$217. \begin{cases} x + 5y = 35 \\ 3x + 2y = 27 \end{cases}$$

$$219. \begin{cases} 3x + 8y = 59 \\ 6x + 5y = 107 \end{cases}$$

$$221. \begin{cases} 14x - 9y = 24 \\ 7x - 2y = 17 \end{cases}$$

$$223. \begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$$

$$225. \begin{cases} 3y - 4x = 1 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$$

$$227. \begin{cases} 12x + 15y = 8 \\ 16x + 9y = 7 \end{cases}$$

$$229. \begin{cases} 8x - 33y = 19 \\ 12x + 55y = 19 \end{cases}$$

$$231. \begin{cases} \frac{7x}{6} + \frac{5y}{3} = 34 \\ \frac{7x}{8} + \frac{y}{8} = 12 \end{cases}$$

$$212. \begin{cases} x + y = 40 \\ y - x = 8 \end{cases}$$

$$214. \begin{cases} x - 3y = 4 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

$$216. \begin{cases} 3x + 4y = 85 \\ 5x + 4y = 107 \end{cases}$$

$$218. \begin{cases} 5x + 7y = 101 \\ 7x - y = 55 \end{cases}$$

$$220. \begin{cases} 15x - 8y = 29 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$222. \begin{cases} 5y + 4x = 13 \\ 3y + 5x = 13 \end{cases}$$

$$224. \begin{cases} 2x - 7y = 8 \\ 4y - 9x = 19 \end{cases}$$

$$226. \begin{cases} 6x - 4y = 5 \\ 8x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$228. \begin{cases} 5x + 14y = 24 \\ 19x - 21y = 17 \end{cases}$$

$$230. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 7 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

$$232. \begin{cases} \frac{x+y}{3} + x = 15 \\ y - \frac{y-x}{5} = 6 \end{cases}$$

$$233. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{3y-1}{3} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$234. \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 8 \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 11 \end{cases}$$

$$235. \begin{cases} \frac{3x-1}{5} + 3y - 4 = 15 \\ \frac{3y-5}{6} + 2x - 8 = \frac{23}{3} \end{cases}$$

$$236. \begin{cases} \frac{3x-5y}{2} + 3 = \frac{2x+y}{5} \\ 8 - \frac{x-2y}{5} = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$237. \begin{cases} \frac{7+x}{5} - \frac{2x-y}{4} = 3y - 5 \\ \frac{5y-7}{6} + \frac{4x-3}{2} = 20 - 5x \end{cases}$$

$$238. \begin{cases} x + 2 - \frac{5x+3y}{7} = y - \frac{9y+11}{14} \\ y + 2 - \frac{4y-3x}{2} = x - \frac{2y-5}{5} \end{cases}$$

$$239. \begin{cases} \frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{5} \\ \frac{x+4}{y+4} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$240. \begin{cases} \frac{5}{x+4} = \frac{2}{y-1} \\ \frac{3}{x+2} = \frac{4}{y+1} \end{cases}$$

$$241. \begin{cases} 0,25x + 0,04y = 2 \\ 4x + 25y = 641 \end{cases}$$

$$242. \begin{cases} x - y = \frac{1}{12} \\ 18x - 5y = 4\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$243. \begin{cases} x + 4[2y - (x - 5)] = 36 \\ 7\left[\frac{1}{3}(2x + y) - \frac{1}{5}y\right] - 4x = 10 \end{cases}$$

$$244. \begin{cases} \frac{5}{x-1} : \frac{4}{y-1} = 25 : 24 \\ \frac{2}{x+1} : \frac{3}{y+1} = 7 : 12 \end{cases}$$

$$245. \begin{cases} \frac{1}{2}y - 3x = 2 \\ y = 14x \end{cases}$$

$$246. \begin{cases} \frac{9x-y}{8} = 1 \\ 7(x-1) = \frac{1}{9}(1-y) \end{cases}$$

$$247. \begin{cases} 0,2x - \frac{3,2-4y}{5} = x + 0,16 \\ \frac{1,2y}{0,3} - \frac{2,5x+1}{y+0,6} = 4y - \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$248. \begin{cases} x = 2 + \frac{xy+13}{y+6} \\ y = 2 + \frac{xy-13}{x+4} \end{cases}$$

$$249. \begin{cases} 5 + 4(0,1x + 1) = 1,1y \\ 5 + 4\left(\frac{1}{x} - 1\right) = \frac{11 + 0,3y - x}{x} \end{cases}$$

$$250. \begin{cases} (x + 2)(y - 3) = (x - 1)(y - 2) - 29 \\ \frac{x - \frac{1}{3}y}{2} = \frac{136}{3} + \frac{x}{6} \end{cases}$$

$$251. \begin{cases} x + y = a \\ x - y = 2b \end{cases}$$

$$252. \begin{cases} 2x - 3y = 5b - a \\ 3x - 2y = a + 5b \end{cases}$$

$$253. \begin{cases} ax + by = 1 \\ a^2x - b^2y = a \end{cases}$$

$$254. \begin{cases} ax + by = c \\ bx - ay = d \end{cases}$$

$$255. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{c} = b + d \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{d} = a + c \end{cases}$$

$$256. \begin{cases} \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1 \\ \frac{x}{5a} + \frac{y}{8b} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$257. \begin{cases} ax - by = a^2 + b^2 \\ bx + ay = a^2 + b^2 \end{cases}$$

$$258. \begin{cases} \frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} = 1 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \end{cases}$$

$$259. \begin{cases} x + y = 1 \\ bcx + acy = ab \end{cases}$$

$$260. \begin{cases} \frac{bx+1}{a+y} = 1 \\ \frac{x+y}{x-y} = \frac{a+b}{a-b} \end{cases}$$

$$261. \begin{cases} \frac{dy}{bx} = \frac{a}{c} \\ bx + dy = a + c \end{cases}$$

$$262. \begin{cases} bx - dy = a - c \\ \frac{x-1}{y-1} = \frac{d(a-b)}{b(c-d)} \end{cases}$$

$$263. \begin{cases} (x+a)(y-b) + 2c = (x-a)(y+b) \\ (x+b)(y-a) = (x+a)(y-b) \end{cases}$$

$$264. \begin{cases} (2a+b)x - (2a-b)y = 8ab \\ (2a-b)x + (2a+b)y = 8a^2 - 2b^2 \end{cases}$$

$$265. \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{c+d - \frac{cd}{c+d}}{c-d + \frac{cd}{c-d}} \\ x + y = 2c^3 \end{cases}$$

$$266. \begin{cases} \frac{x-a}{y} = m \\ \frac{y-b}{x} = n \end{cases}$$

$$267. \begin{cases} kx = my \\ \frac{x}{k} + \frac{y}{m} = 1 \end{cases} \quad 268. \begin{cases} \frac{1}{p}(1-y) = \frac{1}{q}x \\ y = \frac{p}{p+q}(x+y) - \frac{p-q}{q} \end{cases}$$

$$269. \begin{cases} \frac{k-l}{kl} - \frac{2l}{hk} - \frac{x-y}{h} = 0 \\ \frac{l}{ky}(x+2) = 1 \end{cases}$$

$$270. \begin{cases} ax + by = 0 \\ (a-b)x + (a+b)y = 2c \end{cases}$$

$$271. \begin{cases} \frac{x-a}{y-a} = \frac{a-b}{a+b} \\ \frac{x}{y} = \frac{a^3 - b^3}{a^3 + b^3} \end{cases}$$

$$272. \begin{cases} \frac{4}{x+ab} - \frac{1}{x-ab} = \frac{(a+b)^2 - 2(ab-y)}{x^2 - a^2b^2} \\ 3(y+ab) - 2x = (a-b)^2 \end{cases}$$

$$273. \begin{cases} 1 + \frac{x}{a-x-2} = \frac{ay-2y}{(a-x)(a+x)-4(a-1)} \\ \frac{x-5}{a-y} = 0,5 \end{cases}$$

$$274. \begin{cases} \frac{p(n+q)}{1-y} = \frac{q(n+p)}{1+x} \\ \frac{x}{nq} - \frac{y}{np} = \frac{2}{pq} \end{cases}$$

$$275. \begin{cases} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{n}\right)x - \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{n}\right)y = 4 \\ \frac{x}{n+d} + \frac{y}{n-d} = 2 \end{cases}$$

Kui pärast võrrandisüsteemi murdudest vabastamist ja seal esinevate sulgude avamist ühes või mõlemas võrrandis esineb otsitavate  $x$  ja  $y$  suhtes *teiseastmelisi* liikmeid ehk *ruutliikmeid* (s. o. liikmeid teguritega  $x^2$ ,  $y^2$  või  $xy$ ), siis antud võrrandisüsteem ei ole lineaarne võrrandisüsteem (ta ei koosne kahest *esimese* astme võrrandist). Kuid mõnikord saab niisuguse võrrandisüsteemi lahendamise taandada line-

aarvõrrandi-süsteemi lahendamiseks sobivate *abitundmatute* tarvitusele võtmisega. Näiteks, võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c \\ \frac{m}{x} + \frac{n}{y} = p \end{cases}$$

lahendamisel võib murru  $\frac{1}{x}$  tähistada tähega  $u$  ja murru  $\frac{1}{y}$  tähega  $v$ ; siis antud süsteemi asemel saame süsteemi

$$\begin{cases} au + bv = c \\ mu + nv = p, \end{cases}$$

mille saab tavalisel viisil lahendada. Leides abitundmatute  $u$  ja  $v$  väärtused, arvutame otsitavate  $x$  ja  $y$  väärtused võrranditest

$$x = \frac{1}{u} \quad \text{ja} \quad y = \frac{1}{v}.$$

Samal viisil saab lahendada võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} \frac{a}{x+y} + \frac{b}{x-y} = c \\ \frac{m}{x+y} + \frac{n}{x-y} = p, \end{cases}$$

võttes tarvitusele abitundmatud

$$\frac{1}{x+y} = u \quad \text{ja} \quad \frac{1}{x-y} = v.$$

$$276. \quad \begin{cases} x + \frac{3}{y} = \frac{7}{2} \\ 3x - \frac{2}{y} = \frac{26}{3} \end{cases}$$

$$277. \quad \begin{cases} \frac{8}{x} + 3y = 19 \\ \frac{12}{x} - y = 1 \end{cases}$$

$$278. \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{30} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$279. \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 10 \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 20 \end{cases}$$

$$280. \quad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 3 \\ \frac{15}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$$

$$281. \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{17}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$282. \begin{cases} 3xy = 8x + 3y \\ 4xy = 15y - 4x \end{cases} \quad 283. \begin{cases} \frac{18}{x-y} + \frac{20}{x+y} = 5 \\ \frac{24}{x-y} - \frac{30}{x+y} = 1 \end{cases}$$

$$284. \begin{cases} \frac{18}{3x-2y} + \frac{11}{2x-3y} = 13 \\ \frac{27}{3x-2y} - \frac{2}{2x-3y} = 1 \end{cases}$$

$$285. \begin{cases} \frac{1}{1-x+y} - \frac{1}{x+y-1} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{1-x+y} - \frac{1}{1-x-y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$286. \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c \\ \frac{b}{x} + \frac{a}{y} = c \end{cases} \quad 287. \begin{cases} \frac{3a}{x} - \frac{2c}{y} = 1 \\ \frac{a}{x} - \frac{c}{3y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$288. \begin{cases} x + y = axy \\ x - y = xy \end{cases} \quad 289. \begin{cases} c(bx + ay) = axy \\ c(ax - by) = bxy \end{cases}$$

$$290. \begin{cases} \frac{2n}{x+ny} - \frac{1}{x-ny} = 1 \\ \frac{10n}{x+ny} + \frac{3}{x-ny} = 1 \end{cases}$$

Süsteem kolmest võrrandist:

$$291. \begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + z = 6 \end{cases} \quad 292. \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$$

$$293. \begin{cases} x + y + z = 36 \\ 2x - 3z = -17 \\ 6y - 5z = 7 \end{cases} \quad 294. \begin{cases} x + y - z = 17 \\ x + z - y = 13 \\ y + z - x = 7 \end{cases}$$

$$295. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 10 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases} \quad 296. \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

$$297. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases} \quad 298. \begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

$$299. \begin{cases} 12x - 9y + 5z = 22 \\ 8x + 6y + 7z = 23 \\ 4x - 12y - 3z = 3 \end{cases}$$

$$300. \begin{cases} 7x + 2y + 3z = 15 \\ 5x - 3y + 2z = 15 \\ 10x - 11y + 5z = 36 \end{cases}$$

$$301. \begin{cases} x + 6 = \frac{7}{3}y \\ y + 1 = \frac{7}{2}z \\ z + 8 = \frac{5}{4}x \end{cases}$$

$$302. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 12 \\ \frac{1}{5}z - \frac{1}{6}y = 4 \\ \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}z = 6 \end{cases}$$

$$303. \begin{cases} x + y + z = 36 \\ \frac{x}{z} = \frac{3}{5} \\ \frac{y}{z} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$304. \begin{cases} 2x + 3y - z = 156 \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \\ \frac{x}{z} = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$305. \begin{cases} 0,1x + 0,2y + 0,3z = 14 \\ 0,4x + 0,5y + 0,6z = 32 \\ 0,7x - 0,8y + 0,9z = 18 \end{cases}$$

$$306. \begin{cases} 0,25x + 0,125y = 3,25 \\ 0,9z - 0,3y = 7,5 \\ 1,4x + 1,2z = 25,8 \end{cases}$$

$$307. \begin{cases} 1,5x - 2,5y + 2z = 2,5 \\ 3,5x + y - 1,5z = 1 \\ 2x + 1,5y - 0,5z = 3,5 \end{cases}$$

$$308. \begin{cases} 0,25x - 0,375y = 2,25 \\ 2y + 0,25z = -3 \\ 0,1x - 0,6y = 1,8 \end{cases}$$

$$309. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 23 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y + \frac{1}{2}z = 25 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}z = 28 \end{cases}$$

$$310. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 62 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 47 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} = 38 \end{cases}$$

$$311. \begin{cases} \frac{5}{x+y} = 6 \\ \frac{1}{x-y} = 6 \\ \frac{2}{y-z} = 15 \end{cases}$$

$$312. \begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 1 \\ y + \frac{1}{3}z = 1 \\ z + \frac{1}{4}x = 1 \end{cases}$$

$$313. \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{z}{4} = 8 \\ \frac{z}{4} + \frac{y}{2} = 8 \\ \frac{y}{2} + \frac{x}{11} = 8 \end{cases}$$

$$314. \begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{y}{3} - \frac{3z}{2} = -1 \\ \frac{5}{12}y - 0,5z = -1 \\ 5(y+1) - 4x = -1 \end{cases}$$

$$315. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{32}{15} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{17}{15} \end{cases}$$

$$316. \begin{cases} 10x + 3z = 11,5 \\ \frac{y}{5} - \frac{x}{4} = 0,2 \\ \frac{z}{3} - \frac{y}{2} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$317. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = -\frac{1}{24} \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{1}{20} \\ \frac{2}{3x} - \frac{1}{z} = \frac{13}{45} \end{cases}$$

$$318. \begin{cases} xz = x + z \\ 5xy = 6(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \end{cases}$$

$$319. \begin{cases} 2xz = 3(x - z) \\ 5xy = 6(x - y) \\ 17yz = 6(y + z) \end{cases}$$

$$320. \begin{cases} 2x + \frac{3}{y} - \frac{4}{z} = 4 \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{17}{12} \\ x + \frac{4}{y} = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$321. \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{20} \\ \frac{xz}{2x - 3z} = 15 \\ \frac{yz}{4y - 5z} = 12 \end{cases}$$

$$322. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{4}{y} + \frac{3}{z} = -3,5 \\ \frac{x+y}{xy} = 2 \\ 0,2z - 0,9y = yz \end{cases}$$

$$323. \begin{cases} \frac{15}{x+y} - \frac{4}{x-2z} = \frac{1}{2} \\ \frac{6}{x+y} + \frac{5}{y+3z} = 2 \\ \frac{10}{y+3z} - \frac{7}{x-2z} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$324. \begin{cases} \frac{12}{2x+3y} - \frac{7,5}{3x+4z} = 1 \\ \frac{30}{3x+4z} + \frac{37}{5y+9z} = 3 \\ \frac{222}{5y+9z} - \frac{8}{2x+3y} = 5 \end{cases}$$

$$325. \begin{cases} \frac{3}{x+y+z} + \frac{6}{2x-y} + \frac{1}{y-3z} = 1 \\ \frac{6}{x+y+z} + \frac{4}{2x-y} - \frac{1}{y-3z} = 3 \\ \frac{15}{x+y+z} - \frac{2}{2x-y} - \frac{3}{y-3z} = 5 \end{cases}$$

$$326. \begin{cases} x+y=a \\ x-z=b \\ y-z=c \end{cases}$$

$$327. \begin{cases} x+y+z=a \\ x-y+z=b \\ x+y-z=c \end{cases}$$

$$328. \begin{cases} ax+by-cz=b^2 \\ bx-cy+az=a^2 \\ cx+ay-bz=c^2 \end{cases}$$

$$329. \begin{cases} ax+by=2c \\ cz+ax=2b \\ by+cz=2a \end{cases}$$

$$330. \begin{cases} a^2x+b^2y+c^2z=3abc \\ abx-bcy=b^2c-ac^2 \\ bcy-acz=ac^2-a^2b \end{cases}$$

$$331. \begin{cases} ay+bx=c \\ cx+az=b \\ bz+cy=a \end{cases}$$

$$332. \begin{cases} (a-b)x+(b-c)y+(c-a)z=0 \\ cx-ay=b(c-a) \\ bz-cx=a(b-c) \end{cases}$$

$$333. \begin{cases} x+ay+a^2z=-a^3 \\ x+by+b^2z=-b^3 \\ x+cy+c^2z=-c^3 \end{cases}$$

$$334. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = c \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = b \\ \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - \frac{x}{a} = a \end{cases}$$

$$335. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1 \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1 \end{cases}$$

$$336. \begin{cases} \frac{x+y}{a+b} = \frac{y+z}{a} \\ \frac{y-x}{y+x} = \frac{a-b}{a+b} \\ x+y+z=a+b \end{cases}$$

$$337. \begin{cases} ax + by + cz = a \\ a^2x + b^2y + c^2z = a^2 - bc(b - c) \\ a^3x + b^3y + c^3z = a^3 - bc(b^2 - c^2) \end{cases}$$

$$338. \begin{cases} \frac{1}{x+y} = k \\ \frac{1}{x+z} = l \\ \frac{1}{y+z} = m \end{cases} \quad 339. \begin{cases} ax + by = a^2 + b(a + c) \\ ay - cz = 0 \\ z - x = -b \end{cases}$$

$$340. \begin{cases} \frac{x-2(z-1)}{(a+b)^2} = \frac{1}{ab} \\ x - y + z = 5 \\ \frac{a}{b} - \frac{1}{2}(x+y) + \frac{b}{a} = 0 \end{cases} \quad 341. \begin{cases} \frac{a-3b}{x-3b} = \frac{b}{y} \\ \frac{x-z+b}{a-z+3y} = 0,5 \\ \frac{a-y}{ab-b^2} - \frac{z}{ab-a^2} = \frac{a+b}{ab} \end{cases}$$

$$342. \begin{cases} b^2c^2x + a^2c^2y + a^2b^2z = 3abc \\ bcx + acy + abz = a + b + c \\ c^2(b-a)y - b^3z = -bc \end{cases}$$

$$343. \begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ \frac{bcx + acy + abz}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 1 \end{cases}$$

$$344. \begin{cases} \frac{x + (a-b)^2}{yz - 2b(y+z) + 4b^2} = \frac{a}{z-2b} - \frac{b}{y-2b} \\ \frac{1+y}{2ax} - \frac{1+z}{2bx} = -\frac{1}{ab} \\ z = b + \frac{x}{a-b} \end{cases}$$

$$345. \begin{cases} \frac{(a-b)x + (a+b)y}{z} = 2 \\ \frac{ax - by + z}{a^2} = 2 \\ \frac{bx - ay + z}{ab} = 2 \end{cases} \quad 346. \begin{cases} \frac{x}{bc} - \frac{z}{ab} = \frac{b-y}{ac} \\ \frac{bx - cy}{a^2} = 1 - \frac{z}{a} \\ x = c - \frac{ay - bz}{c} \end{cases}$$

$$347. \begin{cases} 3x - 2y = z - a \\ 2a - 3x - y = \frac{1}{2} \\ 3(y - a) = \frac{1}{2}z - 2 \end{cases}$$

$$348. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = b \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = c \end{cases}$$

$$349. \begin{cases} \frac{a+b}{xy} + \frac{b+c}{yz} = \frac{a+c}{xz} \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{1}{abc} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{y}{xz} \end{cases}$$

$$350. \begin{cases} \frac{b+c}{x} = \frac{a}{y} + \frac{a}{z} \\ z - y = (b - c)yz \\ xyz = \frac{xy + xz + yz}{a + b + c} \end{cases}$$

Süsteem neljast ja enamast võrrandist:

$$351. \begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3y + 4z = 20 \\ 7z + u = 17 \\ 2u + 5x = 11 \end{cases}$$

$$352. \begin{cases} 4x - 3y + 2u = 9 \\ 2x + 3z = 16 \\ 4u - 2y = 14 \\ 3x + 4u = 26 \end{cases}$$

$$353. \begin{cases} x + 3y = 10 \\ y + 3z = 15 \\ z + 3u = 10 \\ u + 3x = 5 \end{cases}$$

$$354. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z + u = 9 \\ z + u + x = 8 \\ u + x + y = 7 \end{cases}$$

$$355. \begin{cases} x + y + z + u = 6 \\ x + y + z - u = 2 \\ x + y - z + u = 2 \\ x - y + z + u = 4 \end{cases}$$

$$356. \begin{cases} 2x - y + z + 2u = 8 \\ 4x - 2y + z - 4u = -3 \\ 5x - 4y + 3z - u = 8 \\ x + y + z + u = 7 \end{cases}$$

$$357. \begin{cases} x - 2y + 3z - u = 5 \\ y - 2x + 3u - x = 0 \\ z - 2u + 3x - y = 0 \\ u - 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

$$358. \begin{cases} x + y - z = 11 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 11 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - \frac{u}{2} = 1 \\ \frac{y}{2} - \frac{z}{8} + \frac{u}{7} = 6 \end{cases}$$

$$359. \begin{cases} x + y = \frac{5}{6} \\ y + z = \frac{7}{12} \\ z - u = \frac{1}{20} \\ u + x = \frac{7}{10} \end{cases}$$

$$360. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 9 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{6}{u} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{u} - \frac{6}{z} = 3 \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{z} + \frac{4}{u} = 12 \end{cases}$$

$$361. \begin{cases} x + 2y = 8 \\ y + 3z = 15 \\ z + 4u = 24 \\ u + 5t = 10 \\ x + y + z + u + t = 15 \end{cases}$$

$$362. \begin{cases} 2u - 3t = 3 \\ t + 2z = 7 \\ 3z + y = 12 \\ 2y - x = 8 \\ 5u - 3x = 18 \end{cases}$$

$$363. \begin{cases} 2x - 3y + z = 5 \\ 2u - 3x + y = 5 \\ 5y - 2z + 3t = 6 \\ 4z - 5t + u = 6 \\ 2t - 3u - 4x = -17 \end{cases}$$

$$364. \begin{cases} x + 4y + 4u = 2 \\ 10y + 11t = -11 \\ 6x + 7t = -2 \\ 10u - z = -10 \\ x + 2z - t = 2 \end{cases}$$

$$365. \begin{cases} x - y + \frac{1}{2}z = 1 \\ 2y + 4z + 5u = 2 \\ 3z + u - \frac{2}{3}t = 3 \\ 6z + 2t - \frac{1}{2}v = 4 \\ 4y - 2u + 2t = 5 \\ 3x + z + u = 6 \end{cases}$$

$$366. \begin{cases} x - y + z = 5a \\ y + z + u = -2a \\ z - u + x = 4a \\ u + x + z = 2a \end{cases}$$

$$367. \begin{cases} 3x - 5y = 21 - 5a \\ 3y + 2z = 3a - 1 \\ 3z - 4u = 32 - 4c \\ 3u + 7x = 3c - 1 \end{cases}$$

$$368. \begin{cases} \frac{x+y}{a} = 1 \\ x - \frac{2}{5}u + 1 = \frac{3}{2}a \\ z - 1 = \frac{4u-9a}{2} \\ y + 4 = 5z + 9a \end{cases}$$

$$369. \begin{cases} \frac{x+by}{z+bu} = \frac{1}{a} \\ a^2bz+u = a \\ a^2bx+y = a \\ \frac{ax-2b}{a-b} = \frac{2}{3}y \\ ax+y-z+\frac{u}{a} = 6 \end{cases} \quad 370. \begin{cases} x+y+z-u = a \\ 3x-ay-z+au = a^2 \\ 6x+3a^2y-2z-a^2u = a^3 \\ 12x-3a^3y-4z+2a^3u = a^4 \end{cases}$$

#### § 4. Võrrandite koostamine.

Koostada ühe või mitme tundmatuga võrrand ülesandes antud andmete ja tingimuste põhjal tähendab — avaldada võrduse abil ülesandes antud suuruste ja otsitavate suuruste vaheline seos.

Toome mõned võrrandi koostamise näited.

Ülesanne 1. Ühel riiulil on raamatuid kaks korda vähem kui teisel. Kui esimeselt riiulilt võtta ära 6 raamatut, aga teisele panna 8 raamatut lisaks, siis on esimesel riiulil 7 korda vähem raamatuid kui teisel. Mitu raamatut on kummalgi riiulil?

Lahendus. Tähistame otsitava raamatute arvu esimesel riiulil tähega  $x$ .

Nüüd avaldame kõik suurused, mis ülesandes esinevad,  $x$  kaudu.

Kui esimesel riiulil on  $x$  raamatut, siis teisel riiulil on  $2x$  raamatut.

Kui esimeselt riiulilt võetakse ära 6 raamatut, siis jääb sinna  $x-6$  raamatut.

Kui teisele riiulile pannakse juurde 8 raamatut, siis saab sinna  $2x+8$  raamatut. Seejärgi teisel ja esimesel riiulil asetsevate raamatute arvude suhe on  $\frac{2x+8}{x-6}$ . Ülesandest aga on teada, et see suhe on 7. Selle põhjal võime kirjutada võrrandi

$$\frac{2x+8}{x-6} = 7.$$

Lahendades selle võrrandi, leiame, et

$$x = 10.$$

Vastus. Esimesel riiulil on 10 raamatut, teisel riiulil 20 raamatut.

Kui oleksime tähistanud teisel riiulil asetsevate raamatute arvu tähega  $x$ , siis esimesel riiulil oleks olnud raamatuid  $\frac{x}{2}$ .

Nüüd esimeselt riiulilt 6 raamatu äravõtmisel jääb sinna  $\frac{x}{2} - 6$  raamatut; kui nüüd lisada teisele riiulile 8 raamatut, siis saab sinna  $x + 8$  raamatut.

Nüüd saame võrrandi

$$(x + 8) : \left(\frac{x}{2} - 6\right) = 7.$$

Kui selle võrrandi lahendame, siis leiame, et

$$x = 20.$$

Et nüüd  $x$  tähistab raamatute arvu teisel riiulil, siis sellest näemegi, et nii esimese kui teise võrrandi lahendamise tulemused on kooskõlas.

Ülesanne 2. Sõiduki esimese ratta ümbermõõt on tagumise ratta ümbermõödust  $\frac{1}{2}$  m võrra lühem; esimene ratas tegi 30 m pikkusel teel sama palju pöördeid, kui tagumine ratas 36 m pikkusel teel. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

Lahendus. Olgu esimese ratta ümbermõõt  $x$  meetrit. Siis tagumise ratta ümbermõõt on  $\left(x + \frac{1}{2}\right)$  meetrit. Esimene ratas teeb 30 m pikkusel teel  $\frac{30}{x}$  pööret; tagumine ratas teeb 36 m pikkusel teel

$$\frac{36}{x + \frac{1}{2}} \text{ pööret.}$$

Ülesande tingimustele vastavalt saame võrrandi:

$$\frac{30}{x} = \frac{36}{x + \frac{1}{2}},$$

millest leiame, et  $x = 2\frac{1}{2}$ .

Võrrandi võib koostada ka teisiti. Tähistame mõlema ratta pöörete arvu tähega  $x$ . Siis esimese ratta übermõõt on  $\frac{30}{x}$  meetrit ja tagumise ratta übermõõt on  $\frac{36}{x}$  meetrit. Ülesande andmete põhjal nende übermõõtude vahe on  $\frac{1}{2}$  meetrit, seega

$$\frac{36}{x} - \frac{30}{x} = \frac{1}{2}.$$

Teades pöörete arvu, võib leida mõlema ratta übermõõdud.

Vastus. Esimese ratta übermõõt on  $2\frac{1}{2}$  meetrit, tagumise ratta übermõõt on 3 meetrit.

Selle ülesande lahendamiseks võib koostada ka kaks võrrandit kahe otsitavaga järgmise skeemi järgi.

|          |             |                       |                               |
|----------|-------------|-----------------------|-------------------------------|
| 1. ratas | $x$ meetrit | $\frac{30}{x}$ pööret | $y - x = \frac{1}{2}$         |
| 2. ratas | $y$ meetrit | $\frac{36}{y}$ pööret | $\frac{30}{x} = \frac{36}{y}$ |

Ülesanne 3. Kahe kraani kaudu, kui mõlemad on üheaegselt avatud, täitub paak veega  $9\frac{3}{8}$  tunni jooksul. Mõlemad kraanid olid avatud 5 tundi; siis torustiku rikke tõttu teine kraan suleti, esimene kraan jäi pärast seda 7 tundi avatuks, mis ajaga paak sai täis. Mitme tunniga paak saab täis kummagi kraani kaudu üksikult?

Lahendus. Oletame, et esimese kraani kaudu, selle üksi avatud olles, paak täitub  $x$  tunniga, ja teise kraani

kaudu, kui see üksi avatud,  $y$  tunniga. Siis esimese kraani kaudu 1 tunnis täitub  $\frac{1}{x}$  paagist, teise kraani kaudu  $\frac{1}{y}$  paagist, seega kahe kraani kaudu 1 tunnis täitub  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  paagist. Ülesandest on teada, et kahe kraani kaudu paak täitub  $9\frac{3}{8}$  tunniga, siit järeldub, et 1 tunnis kahest kraanist täitub  $\frac{1}{9\frac{3}{8}}$  paagist. Selle põhjal saame esimese võrrandi kahe otsitavaga.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9\frac{3}{8}}.$$

Kaks kraani olid üheaegselt avatud ainult 5 tundi, selle ajaga täitus  $\frac{5}{x} + \frac{5}{y}$  paagist. Seejärel oli esimene kraan üksi avatud 7 tundi, mille tõttu tuli lisaks veel  $\frac{7}{x}$  paagist. Siit saame teise võrrandi kahe otsitavaga:

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{y} + \frac{7}{x} = 1.$$

Lahendades võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{75} \\ \frac{12}{x} + \frac{5}{y} = 1, \end{cases}$$

saame:

$$\begin{cases} x = 15; \\ y = 25. \end{cases}$$

Vastus. Esimese kraani kaudu saaks paak täis 15 tunniga, teise kraani kaudu 25 tunniga.

Eespooltoodud näidetest näeme, et võrrandi koostamine toimub järgmiselt:

1) selgitatakse, missugune tundmatutest suurustest võtta otsitavaks;

2) tähistatakse see otsitav tähega  $x$  (või mõne muu tähega) ja avaldatakse kõik ülesandes esinevad tundmatud suurused otsitava  $x$  kaudu;

3) antud suuruste ja tundmata suuruste vaheliste seoste põhjal koostatakse võrrand.

### Ülesandeid lahendamiseks võrrandite abil <sup>1</sup>.

371. Kahel isikul on kokku 38 rubla, kusjuures esimesel on 6 rubla rohkem kui teisel. Kui palju raha on kummalgi?

372. Kahes rahataskus on kokku 81 rubla. Esimeses on raha kaks korda vähem kui teises. Kui palju raha on kummaski rahataskus?

373. Kolmes korvis on kokku 47 õuna, kusjuures esimeses ja teises on ühepalju, aga kolmandas 2 õuna võrra rohkem kui kummaski eelmises. Mitu õuna on igas korvis?

374. Kolmel riivil on kokku 66 raamatut, kusjuures alumisel on kolm korda ja keskmisel kaks korda rohkem kui ülemisel. Mitu raamatut on igal riivil?

375. Uur ühes keti ja ripatsiga maksab 72 rubla. Ripats on ketist 2 korda kallim ja uur on ripatsist 3 korda kallim. Mis maksavad uur, kett ja ripats igaüks eraldi?

376. Jaotada arv 21 kaheks osaks nii, et esimese ja teise osa suhe oleks  $\frac{3}{4}$ .

377. Jaotada arv 88 kaheks osaks nii, et esimese osa jagamisel 5-ga saame sama tulemuse, nagu teise osa jagamisel 6-ga.

378. Kahe arvu summa on 85 ja nende vahe on 15. Leida need arvud.

---

<sup>1</sup> Ülesanded 371–477 lahenduvad kergesti ühe otsitavaga võrrandi abil; järgnevate ülesannete lahendamisel on kasulik kasutada kahe või mitme otsitavaga võrrandeid.

379. Kahe arvu vahe on 8 ja nende suhe on  $\frac{3}{2}$ . Leida need arvud.

380. Jaotada arv 46 kaheks osaks nii, et esimese osa ja arvu 3 jagatise ning teise osa ja arvu 7 jagatise vahe on 2.

381. Jaotada arv 75 kaheks osaks nii, et suurem osa oleks kolm korda suurem kui suurema ja väiksema osa vahe.

382. Kahe arvu summa on 64. Suurema arvu jagamisel väiksemaga saame jagatise 3 ja jäägi 4. Leida need arvud.

383. Kahe arvu vahe on 35. Suurema arvu jagamisel väiksemaga saame jagatise 4 ja jäägi 2. Leida need arvud.

384. Kahest otsitavast arvust üks on teisest 5 võrra suurem. Kui väiksem arv jagada 4-ga ja suurem arv 3-ga, siis esimene jagatis on teisest jagatisest 4 võrra väiksem. Leida mõlemad arvud.

385. Kahest tundmatust arvust üks on teisest 6 võrra väiksem. Kui suurem arv jagada 2-ga, siis saadud jagatis on väiksemast arvust 3 võrra väiksem. Leida need arvud.

386. Ühes paagis on kaks korda rohkem vett kui teises; kui esimesest valada vett teise 16 hl, siis on mõlemas paagis vett ühepalju. Kui palju vett on kummaski paagis?

387. Ühes kastis on naelu 12 kg, teises 36 kg. Kui palju naelu (kaalu järgi) tuleb teisest kastist panna esimesesse, et mõlemas oleks naelu (kaalu järgi) võrdsest?

388. Kahest kaubasordist, hindadega 15 rbl. kg ja 21 rbl. kg, nõutakse koostada 32 kg segu hinnaga 16 rbl. 50 kop. kilogramm. Kui palju peab võtma kumbagi sorti kaupa?

389. Õppeasutuses oli õppeaasta algul kahes klassis kokku 45 õpilast. Kesk õppeaastat viidi ühest klassist teise kaks õpilast, mille järel esimese klassi õpilaste arv oli teise klassi õpilaste arvust 80%. Mitu õpilast oli kummaski klassis õppeaasta algul?

390. Riide hind alanes 60 kop. võrra meetrilt, mille tõttu 19 meetrit seda riidet uue hinnaga maksab 4 rbl. võrra vähem, kui 18 meetrit sama riidet endise hinnaga. Leida riide hind enne hinna alandamist.

391. Kahest metallist, erikaaludega 7,2 ja 8,4, tehti 19 kg sulamit erikaaluga 7,6. Kui palju võeti kumbagi metalli?

392. Parempoolses taskus on raha neli korda rohkem kui vasakpoolses; kui parempoolsest taskust panna vasakpoolsesse 6 rubla, siis on parempoolses ainult kolm korda rohkem raha kui vasakpoolses. Kui palju raha on kummaski taskus?

393. Töötasu maksmisel sai üks tööline 12 rubla rohkem kui teine; pärast töötasu maksmist teine tööline tasus esimesele oma 2 rubla suuruse võla. Selgus, et esimene viis koju kolm korda rohkem raha kui teine. Kui palju töötasu sai kumbki tööline?

394. Isa vanus on 40 aastat ja poja vanus on 12 aastat. Mitme aasta eest oli isa pojast viis korda vanem?

395. Isa on pojast 39 aasta võrra vanem, kuid 7 aasta pärast on ta pojast neli korda vanem. Kui vana on isa ja kui vana on poeg?

396. Ühes paagis oli 48 pange vett, teises 22 pange. Esimesest võeti vett ära kaks korda rohkem kui teisest, mille järel esimesse jäi kolm korda rohkem kui teise. Mitu pange vett võeti ära kummaski paagist?

397. 30 meetri kahte sorti riide eest maksti kokku 512 rubla. Meeter esimest sorti maksab 18 rubla, meeter teist sorti maksab 16 rubla. Mitu meetrit kumbagi sorti riidet osteti?

398. Kooperatiivis müüdi 38 kg kahte sorti kaupa: esimest sorti kauba kg maksis 18 rubla ja teist sorti kauba kg 9 rubla 60 kopikat; esimest sorti kauba eest saadi kokku

132 rubla võrra rohkem kui teist sorti kauba eest. Mitu kilogrammi müüdi kumbagi sorti kaupa?

399. Kaks jalgratturit väljuvad ühel ja samal ajal kahest linnast, millede vahemaa on 300 km, ja sõidavad teineteisele vastu. Esimene sõidab tunnis 12 km, teine 13 km. Mitme tunni pärast nad kohtuvad?

400. Kahest raudteejaamast, millede vahemaa on  $76\frac{1}{2}$  km, väljuvad ühel ja samal ajal kaks kaubarongi ja liiguvad ühes suunas, kiirustega vastavalt  $31\frac{1}{2}$  km tunnis ja  $18\frac{3}{4}$  km tunnis, kusjuures suurema kiirusega rong sõidab teisele järele. Mitme tunni pärast üks rong möödub teisest?

401. Kell 12 päeval väljub jaamast kaubarong, liikudes kiirusega 32 km tunnis. 45 minuti pärast väljub samast jaamast samas suunas reisirong, liikudes kiirusega 42 km tunnis. Mis kella ajal reisirong möödub kaubarongist?

402. Kaup müüdi 15%-lise juurdehindlusega 299 rubla eest. Kui palju maksab kaup ilma juurdehindluseta?

403. Kui kaup müüakse 429 rubla eest, siis saadakse kahju  $2\frac{1}{2}\%$ . Kui palju maksab kaup?

404. Bassein täitub veega ühe kraani kaudu 3 tunniga, teise kraani kaudu 5 tunniga. Mitme tunniga täitub bassein siis, kui mõlemad kraanid on avatud?

405. Bassein täitub veega ühe toru kaudu 4 tunniga, teise toru kaudu täis bassein tühjeneb 6 tunniga. Mitme tunniga saab tühi bassein täis, kui mõlemad torud korraga avada?

406. Kaks töolist koos töötades lõpetavad töö 3 tunni ja 36 minutiga; esimene üksi võiks töö lõpetada 6 tunniga. Mitme tunniga teeb selle töö teine tööline üksi töötades?

407. Basseini on juhitud kolm toru; kahe esimese kaudu voolab vesi sisse, kolmanda kaudu välja. Esimese toru kaudu bassein saaks täis 3 tunniga, teise kaudu 2 tunniga, kolmanda kaudu täis bassein tühjeneks 6 tunniga. Mitme

tunniga tühi bassein saab täis, kui kõik kolm toru korraga avada?

408. Kolmest basseini juhitud torust esimese kaudu saab bassein täis 5 tunniga, teise kaudu 15 tunniga, aga kolmanda toru kaudu täis bassein tühjeneb 3 tunniga. Mitme tunniga täis bassein tühjeneb, kui kõik kolm toru korraga avada?

409. Rong sõidab punktist  $A$  punktini  $B$  kiirusega 30 km tunnis ja punktist  $B$  tagasi punktini  $A$  kiirusega 28 km tunnis. Kogu sõit sinna ja tagasi kestab  $14\frac{1}{2}$  tundi. Mitu kilomeetrit on  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus?

410. Jaamast  $A$  väljus  $B$  suunas kaubarong, liikudes 20 km tunnis. 8 tundi pärast seda väljus jaamast  $B$  jaama  $A$  suunas teine rong, sõites 30 km tunnis.  $A$  ja  $B$  vahemaa on 350 km. Kui kaugel jaamast  $A$  kohtuvad rongid?

411. Kolme arvu summa on 70. Teise arvu jagamisel esimesega saame jagatise 2 ja jäägi 1; kolmanda arvu jagamisel teisega saame jagatise 3 ja jäägi 3. Leida need arvud.

412. Leida arv, mille jagamisel 5-ga saame jäägi 2, ja jagamisel 8-ga saame jäägi 5, kusjuures esimene jagatis on teisest 3 võrra suurem.

413. 75 kg õunte eest maksti 18 rubla rohkem kui 5 kg või eest; 50 kg õunu maksab 36 rubla vähem kui 6 kg võid. Mis maksab kilogramm õunu ja mis maksab kilogramm võid?

414. 25 meetri kalevi ja 21 meetri sameti eest maksti kokku 741 rubla. On teada, et 10 meetrit sametit maksab 54 rubla rohkem kui 13 meetrit kalevit. Leida ühe meetri kalevi ja ühe meetri sameti hind.

415. Kahekohalise arvu numbrite summa on 12. Kui sellest arvust lahutada 18, siis saame arvu, mis on kirjutatud samade numbritega ümberpööratud järjekorras. Leida see arv.

416. Kahekohalise arvu kümnete number on üheliste numbrist kaks korda suurem. Kui numbrite kohad vahetame, siis saame arvu, mis on otsitavast arvust 36 võrra väiksem. Leida see arv.

417. Tükk traati tuleb jaotada kaheks osaks nii, et need osad suhtuksid nagu 5 ja 3 ja et esimene osa oleks 5 meetri võrra pikem kui  $\frac{5}{9}$  kogu traadist. Kui suur tuleb kumbki osa?

418. Kaup müüdi kahjuga 420 rubla eest; kui see kaup oleks müüdud 570 rubla eest, siis oleks saadud kasu 5 korda rohkem kui nüüd kahju. Mis maksab kaup?

419. Veepaagis olevast veest valati pool välja ja veel  $\frac{1}{2}$  hl, siis valati välja pool ülejäägist ja veel  $\frac{1}{2}$  hl, lõpuks pool uuest ülejäägist ja veel  $\frac{1}{2}$  hl; pärast seda jäi paaki 6 hl. Kui palju oli alguses vett paagis?

420. Kui kaupluses olev suhkur pakkida ettenähtud pakkide hulgaks nii, et igas pakis on 2,5 kg, siis jääb 95 kg üle; kui aga igasse pakki panna 3 kg, siis tuleb 286 kg puudu. Mitu pakki oli ette nähtud ja kui palju oli kaupluses suhkrut?

421. Kui valatud detaili omahind tõuseks 10% võrra, siis omahind oleks 1 rbl. 98 kop. Mitu protsenti normist peab omahinda alandama, et detaili omahind tuleks 1 rbl. 44 kop.?

422. Trapetsi üks alus on 5 cm, kõrgus on 8 cm ja pindala on 68 cm<sup>2</sup>. Arvutada teine alus.

423. Leida murd, mille nimetaja on 4 võrra suurem kui lugeja ja mis saab võrdseks  $\frac{2}{3}$ -ga, kui tema lugejale ja nimetajale lisada 5.

424. Missuguse ühe ja sama arvu peab liitma arvudega 2, 5, 22 ja 37, et saadud arvudest saaks moodustada geomeetrilise võrde?

425. Venna ja õe vanuste vahe on 7 aastat, nende vanuste suhe on  $\frac{7}{5}$ . Kui vanad on vend ja õde?

426. Jook, mille omahind oli 30 rubla vaat, müüdi välja järgmiselt:  $\frac{1}{2}$  vaatide arvust müüdi hinnaga 35 rubla vaat,  $\frac{1}{3}$  vaatide arvust hinnaga 29 rubla vaat ja ülejääk hinnaga 32 rubla vaat, kusjuures saadi kasu 1815 rubla. Mitu vaati müüdi jooki.

427. Kui mõeldud arv korrutada 3-ga, paremale kirjutada juurde number 2, saadud arv jagada 19-ga ja jagatisega liita 7, siis saame arvu, mis on mõeldud arvust kolm korda suurem. Leida mõeldud arv.

428. Kolme arvu summa on 100. Kui esimene arv jagada teisega, siis saame jagatise 4 ja jäägi 3; kui teine arv jagada kolmandaga, siis saame jagatise 2 ja jäägi 4. Leida need arvud.

429. Kui aias igale pingile panna istuma 5 last, siis 4 last jääb ilma kohata; kui aga igale pingile paigutada 6 last, siis viimasel pingil jääb 2 kohta tühjaks. Kui palju on lapsi ja mitu pinki on aias?

430. Korrutiste  $44 \cdot 11$  ja  $16 \cdot 32$  iga tegurit suurendati ühe ja sama arvu võrra, mille tulemusena saadi võrdsed korrutised. Mis arvu võrra suurendati iga tegurit?

431. Murru nimetaja on lugejast 4 korda suurem; kui lugejale ja nimetajale üheaegselt lisame 10, siis saame murru väärtusega  $\frac{1}{2}$ . Leida murd.

432. Sõiduki esimese ratta übermõõt on  $1\frac{1}{2}$  m, tagumise ratta übermõõt on 2 m. Kui pikal teel esimene ratas teeb 50 pööret rohkem kui tagumine?

433. Murru  $\frac{4}{25}$  lugejale lisati 9 ja nimetajale 2, siis lisati uuesti lugejale 9 ja nimetajale 2, nõnda toimiti kordu-

valt kuni murru väärtuseks tuli 1. Mitu korda lisati neid arvused?

434. Kui otsitava arvuga liita 365, saadud summa korrutada 5-ga ja saadud korrutise lõpust kustutada 0, siis saame 244. Leida see arv.

435. 38 rubla 40 kopikat on vaja jaotada kahele nii, et esimene saab pool sellest, mis teine, ja veel 1 rbl. 80 kop. Kui palju peab saama kumbki?

436. Nöörist lõigati  $\frac{1}{2}$  ära ja veel  $\frac{1}{2}$  cm, siis ülejäägist lõigati jälle  $\frac{1}{2}$  ära ja veel  $\frac{1}{2}$  cm, lõpuks lõigati teisest ülejäägist  $\frac{1}{2}$  ära ja veel  $\frac{1}{2}$  cm, siis jäi kogu nöörist järele 12 cm. Kui pikk oli kogu nöör?

437. Töölised said kokku 120 rubla; kui neid oleks olnud 4 võrra vähem, siis oleks igauks saanud kolm korda rohkem. Kui palju oli töölisi?

438. Kolhoosis oli aruheinamaad 40 ha rohkem kui luhaheinamaad, aga heina saadi aruheinamaalt 30 tonni vähem kui luhalt. Mitu hektaari oli kolhoosis aruheinamaad ja mitu hektaari luhaheinamaad, kui heina saab luhalt keskmiselt  $2\frac{1}{2}$  tonni hektaarilt ja aruheinamaalt  $1\frac{1}{5}$  tonni hektaarilt?

439. Küla parteiorganisatsioonis oli 1931. a. 11 inimest. 1932. aastaks kasvas parteiorganisatsioon 29 inimeseni, kusjuures liikmete arv suurenes 2 võrra ja liikmekandidaatide arv suurenes 3 korda. Mitu liiget ja mitu liikmekandidaati oli organisatsioonis 1932. aastal?

440. Kolhoos pidi kevadisel külviajal plaani järgi külvama iga päev 25 ha. Kolhoosnikud suutsid päevakülvi tõsta 30 hektaarini ja lõpetasid külvi seetõttu 3 päeva enne tähtaega. Kui suur oli külvipind?

441. Merel on ujuv jääpank, mille veepealse osa ruumala on  $2000 \text{ m}^3$ . Kui suur on ligikaudu kogu jääpanga ruum-

ala ja kaal, kui merevee erikaal on 1,03 ja jää erikaal on 0,9?

442. Leida lauätüki kaal, kui tema erikaal on 0,52 ja lauätükk peab olema 5 kg võrra kergem, kui vesi tema ruumalas.

443. Sovhoosis oli 1931. a. 50 alatist ja ajutist töolist. 1932. aastal suurenes alatiste tööliste arv kaks korda ja ajutiste tööliste arv kolm korda. Kokku tõusis tööliste arv 130 inimeseni. Mitu alatist ja mitu ajutist töolist oli sovhoosis 1932. a.?

444. Maatükil on ruudu kuju; kui tema külje pikkust vähendada 20 m võrra, siis pindala väheneb  $3600 \text{ m}^2$  võrra. Leida maatüki pindala.

445. Rõnga pindala on  $75,36 \text{ m}^2$ , rõnga laius on 2 m. Leida seesmise ja välimise ringjoone raadiused (joonis 6). Ringi pindala  $S = \pi r^2$ ; võtta  $\pi = 3,14$ .

446. Algkooli esimene klass töötas esimeses vahetuses, alguses koos teise klassiga, siis koos kolmanda klassiga ja lõpuks koos neljanda klassiga. Seoses sellega oli esimese vahetuse õpilaste arv vastavalt 105, 100 ja 90. Õpilaste arv kokku koolis oli 185. Mitu õpilast oli igas klassis?

447. Poiste arv koolis tõusis käesoleval aastal  $\frac{1}{3}$  võrra möödunud aasta tüdrukute arvust ja kasvas 200-ni; tüdrukute arv tõusis  $\frac{1}{4}$  võrra möödunud aasta poiste arvust ja nüüd on tüdrukid 160.

Mitme protsendi võrra kasvas õpilaste arv koolis, võrreldes möödunud aasta õpilaste arvuga?

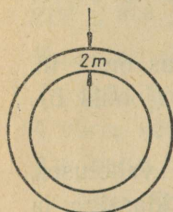
448. Maatükil on kolmnurga  $ABC$  kuju (joonis 7) alusega  $AC = 80 \text{ m}$  ja kõrgusega  $BD = 60 \text{ m}$ . Sirge  $AE$  jaotab maatüki nii, et osa  $AEC$  on osast  $ABE$  suurem  $600 \text{ m}^2$  võrra. Leida punkti  $E$  ja aluse  $AC$  vaheline kaugus  $EM$ .

449. Antud on ruut küljega 40 mm (joonis 8). Leida tema diagonaalil  $BD$  niisugune punkt  $O$ , et kolmnurga  $DOC$

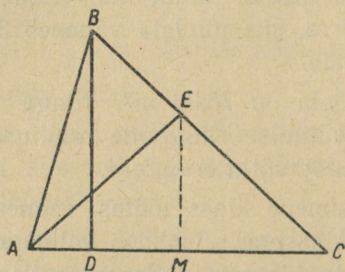
pindala oleks kolmnurga  $AOB$  pindalast  $1,6 \text{ cm}^2$  võrra suurem.

N ä p u n ä i d e. Tähistada tähega  $x$  punkti  $O$  ja külje  $AB$  vaheline kaugus  $OE$ .

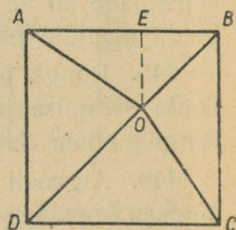
450. Kolhoosi maakorraldamisel peab suviviljapõld, millel on ristküliku kuju übermõõduga  $5,4 \text{ km}$ , suurenema pikkuselt  $\frac{1}{10}$  võrra oma pikkusest ja laiuselt  $\frac{1}{40}$  võrra oma laiuselt. Uue põllu übermõõt tuleb  $5,76 \text{ km}$ . Leida uue põllu pikkus ja laius.



Joonis 6.



Joonis 7.



Joonis 8.

451. Ühekilomeetrise vahemaa ületamiseks kulub suusakomandol 9 minutit vähem kui jalaväel. Leida suusakomando ja jalaväe liikumise kiirused, teades, et suusatajate kiirus on jalaväe omast  $2\frac{1}{2}$  korda suurem.

452. 30 minutit pärast vastase jalaväe taganemise algust saadeti tema jälitamiseks välja ratsavägi punktist, mis asetseb  $2 \text{ km}$  kaugusel sellest kohast, kus vastane taandumist algas. Kui kaua aja pärast ratsavägi saab jalaväe kätte, kui jalaväe kiirus on  $4 \text{ km}$  tunnis ja ratsaväe kiirus on  $12 \text{ km}$  tunnis?

453. Tehas kulutas aasta jooksul elektrienergiat  $232\,855 \text{ kWh}$   $25\,061 \text{ rbl. } 40 \text{ kop. eest}$ . Alguses tehas sai

elektrit väikesest elektrijaamast hinnaga 15 kop. iga kWh. Pärast tehas lüliti rajooni elektrijaama võrku, kus elekter maksis 8 kop. iga kWh.

Kui palju elektrit sai tehas aastas kummaltki jaamalt ja kui palju ta peab maksma kummalegi jaamale?

454. Kangi õlad on 20 cm ja 50 cm. Kuidas peab nende õlgade otspunktidesse jaotama koorma 56 kg, et kang jääks tasakaalu?

455. Kangi pikkus on 30 cm. Tema ühte otspunkti on riputatud raskus 1 kg, teise otspunkti 0,5 kg. Missuguses punktis peab kang toetuma, et ta oleks tasakaalus?

456. Lennuki kiirus pärituult on 180 km tunnis, vastu- tuult 150 km tunnis. Leida tuule kiirus ja lennuki omakiirus eeldusel, et tuule kiirus ja lennuki kiirus on jäävad.

457. Posti-liiniaurik liigub Volgat mööda üles Astraha- nist Gorkini kiirusega 14 km tunnis, pärioolu alla aga kiirusega 18 km tunnis. Leida veevoolu kiirus Volgas ja auriku omakiirus.

458. Kang on tasakaalustatud kahe raskusega: 30 kg ja 80 kg. Kui väiksemale koormale lisada 10 kg, siis peab suuremat koormat toetuspunkti 5 dm võrra kaugemale nihutama. Leida kangi õlgade pikkused.

459. Kang on tasakaalustatud kahe raskusega: 20 kg ja 16 kg. Kui väiksemast koormast ära võtta 5 kg, siis kangi pikkuse säilimisel toetuspunkt nihkub 60 cm võrra. Leida õlgade pikkused.

460. Kolhoosis masindati kahehobusemasinaga 9 tunni jooksul 172 hakki rukist ja suvivilja. Masin peksab tunnis 18 hakki rukist või 20 hakki suvivilja. Mitu tundi sellest ajast kulutati rukki ja mitu tundi suvivilja peksmiseks?

461. 8 niitjat ja 3 heinaniidu-masinat niitsid tööpäeva jooksul 14,5 ha; 6 niitjat ja 4 heinaniidu-masinat niitsid sama tööpäeva jooksul 17 ha. Leida niitja ja heinaniidu- masina jõudlus.

462. Kangile on toetuspunktist ühele poole kinnitatud kaks koormat: 70 g ja 40 g.

Esimese koorma kinnituspunkt on toetuspunktist 3 cm võrra kaugemal kui teise koorma kinnituspunkt. Kui kaugel on need koormad toetuspunktist, kui nad on tasakaalustatud toetuspunktist teisele poole kinnitatud 120 g koormaga, mis on toetuspunktist 10 cm kaugusel?

463. Messing (valgevask) koosneb vasest ja tsingist. Kui palju vaske ja kui palju tsinki sisaldab 124 kg messingit? Vase erikaal on 8,9, tsingi erikaal on 7 ja messingi erikaal on 8,25.

464. Vette, mille temperatuur oli  $100^{\circ}$ , valati elavhõbedat temperatuuriga  $20^{\circ}$ ; segu temperatuuriks saadi  $96,8^{\circ}$ . Leida vee mass ja elavhõbeda mass, kui üldmass oli 18 kg ja elavhõbeda erisoojus on 0,033.

465. Sovhooside ja kolhooside külvipind kasvas 1929. aastast kuni 1931. aastani sovhooside osas 5 korda ja kolhooside osas  $15\frac{1}{2}$  korda. Kogu ühiskondliku sektori külvipind oli 1931. a. 72 milj. ha ja oli kasvanud alates 1929. aastast 12-kordseks. Mitu ha külvipinda oli sovhoosidel ja kolhoosidel eraldi 1929. a. ja 1931. a.?

466. Katsejaamas saadi umbrohuga nisupõllult ja kaerapõllult kokku 1472 kg teri. Pärast nende põldude umbrohist puhastamist nisu saak tõusis 80% ja kaerasaak 24%, nii et põldudelt saadi kokku 2058 kg teri.

Leida nisusaak ja kaerasaak neilt põldudelt enne ja pärast umbrohist puhastamist.

467. Kahes nõus on kaks erinevat vedelikku. Kui esimest vedelikku võtta 10,8 g ja teist 4,8 g, siis segu erikaal on 1,56. Kui vedelikke võtta ühepalju, siis segu erikaal tuleb 1,44. Leida kummagi vedeliku erikaal.

468. Kivi, mille erikaal on 3, on kokku seotud korgiga, mille erikaal on 0,24. Kui palju kaalus kivi ja kui raske peab olema kork, et kõik kokku kaaluks 115 kg ja oleks sama

raske kui vesi samas ruumalas, s. t. ei vajuks põhja ega tõuseks veepinnale?

469. Kang, mille pikkus on 42 cm, on 6 kg ja 15 kg jõudude mõjul tasakaalus. Leida õlgade pikkused.

470. Kangile on kinnitatud 2 koormat. Õlgade pikkused on 20 cm ja 50 cm. Rõhumine toetuspunktis on 31,5 kg. Kui palju kaalub kumbki koorem?

471. Kangile mõjuvad jõud 6 kg ja 10 kg. Jõudude rakenduspunktide vaheline kaugus on 10 cm. Leida kangi õlgade pikkused.

472. Imperialistliku sõja ajal Venemaa kaotas surnutena 2,25 korda rohkem ja haavatutena  $2\frac{7}{8}$  korda rohkem kui Inglismaa. Inglismaa üldkaotus oli 3 miljonit inimest ja Venemaa oma  $2\frac{2}{3}$  korda rohkem. Kui palju surnutena ja kui palju haavatutena kaotasid Inglismaa ja Venemaa eraldi?

473. Mullatöödeks saadeti nõutud 250 inimese asemel ainult 200 inimest, mistõttu töö kestis ettenähtud ajast 25 päeva kauem. Mitu inimpäeva oli mullatöid?

474. On tarvis valmistada mingi aine 25-protsendilist (kaalu järgi) lahust. Mitu grammi ainet tuleb võtta 100 cm<sup>3</sup> vee kohta?

475. Tammi ehitamise lõpetamiseni oli jäänud 6 kuud. Töölised, rakendades ratsionaliseerimismeetodeid, lõpetasid ehituse 1 kuu varem. Mitme protsendi võrra töölised tõstsid tööviljakust?

476. Jalakäija pidi määratud ajamomendiks sihtkohta jõudma. Ta käis esimese tunniga ära 3 km. Siis ta arvutas, et sama kiirusega edasi liikudes ta hilineks sihtkohta jõudmisega 20 minutit. Seepärast ta suurendas kiirust  $\frac{1}{2}$  km võrra tunnis ja jõudis seetõttu 40 minutit tähtajast varem kohale. Kui suure kauguse pidi jalakäija läbi käima?

477. Kahe arvu summa on 47. Kui esimese jagame teisega, siis saame jagatise 2 ja jäägi 5. Leida need arvud.

478. Kaupluse kahes kassas on kokku 140 rubla. Kui esimesest paigutada teise 15 rubla, siis on mõlemas ühepalju. Kui palju raha on kummaski kassas?

479. Kahes vaadis on vett; kui ühest valada teise 6 hl, siis on mõlemas ühepalju; kui aga teisest valada esimesse 4 hl, siis on esimeses 2 korda rohkem kui teises. Kui palju vett on kummaski vaadis?

480. Kaks meetrit ühte sorti riidet ja kolm meetrit teist riidet maksab kokku 81 rbl.; kui osta neli meetrit esimest sorti ja viis meetrit teist sorti, siis tuleb maksta 147 rbl. Kui palju maksab ühte sorti ja kui palju teist sorti riide meeter?

481. Leida murd, mis saab väärtuse  $\frac{1}{2}$ , kui tema lugejat ja nimetajat suurendada 3 võrra, ja väärtuse  $\frac{1}{3}$ , kui tema nimetajat vähendada 1 võrra.

482. Leida kaks arvu, mis vastavad järgmistele tingimustele: kui esimese arvuga liita 3, siis summa on teisest arvust 3 korda suurem, kui teise arvuga liita 2, siis see teine summa on esimesest arvust 2 korda väiksem.

483. Leida arv, mis jagamisel 3-ga annab jäägi 2 ja jagamisel 5-ga annab jäägi 4, kusjuures jagatiseks on niisugused, et kui esimesele lisada 1, siis summa on teisest jagatiseks 2 korda suurem.

484. Kahekohalise arvu numbrite summa on 9. Kui arvu numbrid teineteisega vahetada, siis saadud arv on  $\frac{4}{7}$  esialgsesest arvust. Leida see arv.

485. Kahekohaline arv on 21 korda suurem kui tema kümneliste ja üheliste numbrite vahe. Kui tema numbrite kohad vahetada ja sel teel saadud arvust lahutada 12, siis vahe on 3 korda suurem kui esialgse arvu numbrite summa. Leida see kahekohaline arv.

486. Ühe kilogrammi kompvekkide ja kolme tüki seebi eest maksti 15 rbl. 60 kop. Kui kompvekkide hind tõuseks 25% ja seebi hind 10%, siis sellesama ostu eest tuleks maksta 18 rbl. 96 kop. Kui palju maksab kilogramm kompvekke ja kui palju maksab tükk seepi?

487. Kahes tões on vett. Et mõlemasse saaks ühepalju, selleks tuleb esimesest valada teise niipalju, kuipalju teises enne oli, siis teisest esimesse niipalju, kuipalju esimesse järele jäi, ja lõpuks esimesest teise niipalju, kuipalju teise järele jäi. Siis on mõlemas tões 64 liitrit. Kui palju vett oli kummaski tões esialgu?

488. Kui raamatu leheküljel iga rida lühendada 3 tähe võrra ja seejärel ridade arvu vähendada 2 võrra, siis tähtede arv leheküljel väheneb 145 võrra. Kui aga iga rida pikendada 4 tähe võrra ja ridade arvu suurendada 3 võrra, siis tähtede arv leheküljel suureneb 224 võrra. Mitu rida on leheküljel ja mitu tähte reas?

489. Turist algas matka ühest kohast teise. Kui ta käiks tunnis 1 km võrra vähem, siis teekond vältaks 6 tundi rohkem kui praegu; kui ta käiks tunnis 2 km rohkem, siis kuluks tal teekonnaks  $\frac{2}{3}$  sellest ajast, mis tal nüüd kulub.

Leida liikumise aeg ja kiirus.

490. Paak täitub veega kahe kraani kaudu 16 tunniga. Kui 4 tundi oleksid avatud mõlemad kraanid ja siis esimene sulgeda, siis paagi täitmine toimuks 36 tunniga. Mitme funniga paak saaks täis kummagi kraani kaudu üksikult?

491. Aurik liikus jõel 11 tunni jooksul peatumata 168 km pärivoolu ja 48 km vastuvoolu; teisel korral liikus aurik 11 tunni jooksul 144 km pärivoolu ja 60 km vastuvoolu.

Leida auriku kiirus seisvas vees ja jõe voolu kiirus.

492. Jõeaurik liikus peatumata 13 tunni jooksul 140 km pärivoolu ja 24 km vastuvoolu; teisel korral liikus ta 11 tunni jooksul 120 km pärivoolu ja 20 km vastuvoolu. Leida auriku kiirus seisvas vees ja vee voolu kiirus.

493. Viljapeksmisel töötas teatav arv töölisi. Kui neid oleks olnud 3 võrra vähem, siis nad oleksid töötanud 2 päeva rohkem; kui neid aga oleks olnud 4 võrra rohkem, siis oleksid nad lõpetanud töö 2 päeva varem. Mitu töölisi oli vilja peksmas ja mitu päeva nad töötasid?

494. Töö teostamiseks palgati töölisi. Kui töölisi oleks olnud 5 võrra rohkem, siis lõpetanuksid nad töö 4 päeva varem; kui neid aga oleks olnud 10 võrra vähem, siis oleks väldanud töö 20 päeva kauem. Kui palju oli töölisi ja mitu päeva nad töötasid?

495. Loositakse raamatuid. Kui kindlaks määratud arv loteriipileteid müüa 20 kop. tükk, siis pileтите eest saadud rahasumma on raamatute väärtusest 8 rbl. 50 kop. võrra väiksem; kui piletid müüa 25 kop. tükk, siis saadakse 6 rbl. 50 kop. rohkem, kui raamatud maksavad. Kui suureks määrati loteriipiletite arv ja kui palju maksid raamatud?

496. Tehaselt telliti atru ning lepiti kokku tellimuse täitmise tähtajas. Kui tehas laseks välja iga päev 240 atra, siis saaks tähtajaks 400 adra võrra vähem valmis, kui tellitud. Kui tehas laseb aga iga päev välja 280 atra, siis valmib tähtajaks 200 atra rohkem, kui tellitud. Mitu atra telliti ja kui pikk oli tellimuse täitmise tähtaeg?

497. 2 meetri ühte sorti ja 5 meetri teist sorti riidekauba eest maksti 8 rbl. 40 kop. Kui esimese sordi hind tõuseks 12,5% ja teise sordi hind 15%, siis sama ostu eest tuleks maksta 9 rbl. 50 kop. Kui palju maksab meeter kumbagi sorti kaupa?

498. Kui kahte sorti veini segada vahekorras 4:5, siis segu hektoliiter maksab 500 rubla; kui segu valmistada vahe-

korras 3:2, siis hektoliiter maksab 486 rubla. Leida kummagi sordi hektoliitri hind.

499. On ette nähtud, et kaup veetakse hobustega jaamast lattu määratud arvu päevade jooksul. Kui hobuseid on 2 võrra vähem, siis vedu kestab 2 päeva rohkem; kui hobuseid oleks 4 võrra rohkem, siis kuluks aega 2 päeva vähem. Mitme päevaga veeti kaup ja mitme hobusega?

500. Töölised pandi kraavi kaevama. Kui töölisi oleks olnud 2 võrra vähem, siis oleks töö lõpetatud 1 päeva võrra hiljem; kui töölisi oleks 3 võrra rohkem, siis töö lõpeks 1 päev varem. Kui palju oli töölisi ja mitu päeva kestis töö?

501. Kui otsitava kahekohalise arvu jagame arvuga, mis koosneb samadest numbritest, kuid vahetatud kohtadega, siis saame jagatise 1 ja jäägi 9; kui otsitava arvu jagame tema numbrite summaga, siis saame jagatise 5 ja jäägi 11. Leida arv.

502. Missuguse arvu jagamisel 7-ga ja 5-ga saame jäägid vastavalt 1 ja 4, kusjuures jagatiste summa on  $\frac{1}{3}$  otsitavast arvust?

503. Kahest kohast, millede vahemaa on 650 km, lähetakse kaks rongi teineteisele vastu. Kui rongid lähtuvad üheaegselt, siis kohtumine toimub 10 tunni pärast, kui aga teine rong lähtub 4 tunni ja 20 minuti võrra esimesest varem, siis kohtumine toimub 8 tundi pärast esimese lähtumist. Mitu kilomeetrit tunnis liigub kumbki rong?

504. Leida kaks arvu, millede korrutis suhtub nende vahega nagu 5:2 ja summa suhtub vahega nagu 3:2.

505. Jaotada arv 226 kolmeks liidetavaks nii, et teine oleks esimesest 7 võrra suurem ja kolmandast 22 võrra suurem.

506. Kolm kasti teed kaalub kokku 250 kg. Esimene koos teisega on kolmandast 10 kg võrra kergem, teine koos kolmandaga on esimesest 110 kg võrra raskem. Kui palju kaalub iga kast teed?

507. Leida kolm rahasummat, teades, et nii esimene koos poolega teisest, teine koos kolmandikuga kolmandast, kui ka kolmas koos veerandiga esimesest on 100 rbl.

508. Jaotada arv 49 kolmeks niisuguseks osaks, mis saaks võrdseteks siis, kui esimest suurendada ühe kolmandiku, teist ühe neljandiku ja kolmandat ühe viiendiku võrra kahe ülejäänud arvu summast.

509. Kolmel isikul on kokku 190 rubla. Esimese isiku rublade arv koos teise ja kolmanda rublade arvu poolsummaga on 120, teise isiku rublade arv koos viiendikuga kolmanda ja esimese rublade arvude vahest on 70. Kui palju raha on igal ühel?

510. Kolmes korvis on õunu. Esimeses on õunu 2 võrra rohkem kui teises, teises on kolm korda vähem ja kolmandas on  $\frac{4}{3}$  korda vähem kui ülejäänud kahes kokku. Mitu õuna on igas korvis?

511. Kolm linna ei asetse ühel sirgjoonel. Tee esimesest kolmandasse teise kaudu on 4 korda pikem kui nende linnade vaheline otseühendustee; esimese ja teise vaheline tee kolmanda kaudu on otseühendusest 5 km võrra pikem; teise ja kolmanda vaheline tee esimese kaudu on 85 km. Leida nende linnade vahelised kaugused.

512. Leida arv, mille jagamisel 4, 7 ja 11-ga jäägid on vastavalt 2, 1 ja 6, kusjuures jagatiste summa on 2 võrra väiksem kui pool otsitavast arvust.

513. Kolmekohalise arvu kümneliste number on sajaliste ja üheliste numbrite aritmeetiline keskmine; otsitava arvu ja tema numbrite summa jagatis on 48; kui otsitavast arvust lahutada 198, siis saame samade, kuid ümberpöörduvalt järjestatud numbritega arvu.

Leida see arv.

514. Kolmes anumast on vett. Kui  $\frac{1}{3}$  esimesest valada teise ja siis  $\frac{1}{4}$  sellest, mis nüüd teises on, valada kolman-

dasse ning lõpuks valada esimesesse  $\frac{1}{10}$  kolmandas olevast veest, siis on igas anumus 9 liitrit. Kui palju vett oli igas anumus esialgu?

515. Kolm isikut viisid hoiukassasse ühe ja sama intressimäära alusel, kuid suuruselt erinevad hoiused. Esimene sai aastas tulu 12 rbl., teine 20 rbl. ja kolmas 36 rbl. Esimese ja teise hoiuse summa oli 600 rubla. Kui suur oli iga hoius?

516. Koolis oli esimeses ja teises klassis kokku 60 õpilast. Õppeaasta lõpul läks esimesest klassist teise 25 õpilast, teisest kolmandasse 20 ja kolmandast neljandasse 35 õpilast. Pärast seda oli teises klassis õpilasi kolm korda rohkem kui esimeses ja 5 võrra rohkem kui kolmandas. Mitu õpilast oli esimeses, mitu õpilast teises ja mitu kolmandas klassis?

517. On kolm sulamit. Ühel on 2 g tsingi kohta 3 g vaske ja 1 g niklit, teisel on samad metallid kokku sulandatud vahekorras 2:4:3 ning kolmandal vahekorras 1:2:1. Nendest sulamitest nõutakse teha uus sulam, milles tsinki peab olema 10 g, vaske 18 g ja niklit 10 g. Kui palju peab võtma igast sulamist?

518. Leida kolm arvu, mis moodustavad aritmeetilise ahelproportsiooni ja millede summa on 570; kui suurima jagame väiksemaga, siis saame jagatiseks 11 ja jäägiks arvu, mis on keskmise arvu kümnendikust ühe võrra suurem.

519. Kolme murru summa on 1. Teine murd on esimese ja kolmanda aritmeetiline keskmine; esimene murd on kolmandast 3 korda suurem. Leida need murrud.

520. Leida arv, mille jagamisel 2, 3 ja 4-ga saame jäägid vastavalt 1, 2 ja 3, kusjuures jagatiste summa võrdub otsitava arvu endaga.

521. Jaotada arv 120 neljaks niisuguseks liidetavaks, millest saab moodustada aritmeetilise proportsiooni, mille teine

liige võrdub kolme ülejäänud liikme summa kolmandikuga ja neljas liige võrdub ülejäänud liikmete summa neljandikuga.

522. Jaotada 272 neljaks niisuguseks liidetavaks, et teine on esimese ja kolmanda aritmeetiline keskmine ja kolmas on teise ja neljanda aritmeetiline keskmine ning et teise ja kolmanda suhe on 9 : 8.

523. Neljal riiulil on kokku 192 raamatut. Esimeselt pannakse teisele  $\frac{1}{2}$  sellest, mis teisel enne oli; siis pannakse teiselt kolmandale  $\frac{1}{3}$  sellest, mis alguses esimesel oli; siis pannakse kolmandalt neljandale niipalju, nagu neljandal oli; lõpuks pannakse neljandalt esimesele niipalju, kuipalju sinna oli jäänud. Pärast seda oli kõigil neljal riiulil raamatuid ühepalju. Mitu raamatut oli igal riiulil esialgu?

524. Kahe arvu summa on  $S$  ja nende suhe on  $q$ . Leida need arvud.

525. Jaotada arv  $a$  kolmeks liidetavaks nõnda, et esimene on teisest  $m$  võrra suurem ja kolmandast  $n$  korda väiksem.

526. Üks arv on teisest  $a$  korda väiksem. Kui esimese arvuga liita  $m$  ja teise arvuga  $n$ , siis esimene summa on teisest summast  $b$  korda väiksem. Leida need arvud.

527. Murru lugeja on nimetajast  $a$  võrra väiksem. Kui aga mõlemast lahutada  $b$ , siis saame murru väärtusega  $\frac{m}{n}$ . Leida murru lugeja ja nimetaja.

528. Jaotada arv  $a$  kolmeks liidetavaks nõnda, et esimene on  $p$  korda suurem kui teine ja  $q$  korda väiksem kui kolmas.

529. Murru nimetaja on lugejast  $a$  korda suurem. Kui lugejaga liita  $b$  ja nimetajast lahutada  $c$ , siis saame murru, mille väärtus on  $\frac{k}{l}$ . Leida murru lugeja ja nimetaja.

530. Jaotada arv  $m$  kaheks osaks nõnda, et esimese osa ja arvu  $a$  ning teise osa ja arvu  $b$  jagatiste vahe oleks  $r$ .

531. Kahe arvu vahe on  $d$ . Kui jagada vähendatav lahutatavaga, siis jagatis on  $q$  ja jääk on võrdne poole vahega. Leida need arvud.

532. Mõne meetri kalevi eest maksti  $a$  rubla; kui kalevit oleks ostetud  $c$  meetri võrra rohkem, siis oleks tulnud maksta  $b$  rubla. Mitu meetrit kalevit osteti?

533. 1) Missugune arv korrutamisel arvuga  $a$  suureneb  $m$  võrra?

2) Missugune arv jagamisel arvuga  $a$  väheneb  $m$  võrra?

534. Kauba müümisel  $m$  rubla eest sai kooperatiiv  $p$  protsenti kahju. Kui palju maksab kaup kooperatiivil endal?

535. Kaks autot väljuvad üheaegselt kahest linnast, üks linnast  $A$ , teine linnast  $B$ , ja sõidavad ühes suunas  $A$  poolt  $B$  poole ja sealt edasi. Esimene sõidab  $a$  kilomeetrit tunnis, teine  $b$  kilomeetrit tunnis. Vahemaa  $AB$  on  $d$  kilomeetrit. Millal ja kui kaugel linnast  $A$  esimene jõuab teisele järele?

536. Sõiduki esiratta ümbermõõt on  $a$  meetrit, tagaratta ümbermõõt  $b$  meetrit. Kui pikal teel esiratas teeb  $n$  pööret rohkem kui tagaratas?

537. Paaki on juhitud kaks toru, millest üks täidab paagi  $a$  tunni jooksul, teine  $b$  tunni jooksul. Mitme tunni jooksul saab paak täis, kui mõlemad torud on üheaegselt avatud?

538. Sõiduki tagaratta ümbermõõt on esiratta ümbermõödust  $a$  korda suurem. Sõiduk kulges  $m$  meetrit, seejuures esiratas tegi  $k$  pööret rohkem kui tagaratas.

Leida rataste ümbermõõdud ja pöörete arvud.

539. Linna elanike arv kasvab igal aastal  $p\%$  võrra, võrreldes eelmise aasta elanike arvuga. Praegu on linnas  $m$  elanikku. Mitu elanikku oli seal 3 aastat tagasi?

540. Kaks töolist koos töötades lõpetavad töö  $a$  tunniga.

Üks tööline üksi töötades lõpetaks selle töö  $h$  korda lühema ajaga kui teine üksi töötades. Kui pika ajaga lõpetaks selle töö kumbki tööline üksi töötades?

541. Aerutades päri voolu liigub aerutaja  $t$  tunniga  $n$  meetrit; aerutades vastu voolu kulub tal sama vahemaa läbimiseks  $u$  tundi rohkem. Leida voolu kiirus.

542. Keha  $A$  liigub kiirusega  $v$  meetrit sekundis. Kui suure kiirusega liikus keha  $B$ , mis lähtus samast kohast  $t$  sekundit varem ja millele  $A$  jõudis järele  $u$  sekundit pärast oma liikumise algust?

543. Kahest kaubasordist, hindadega  $a$  rubla kilogramm ja  $b$  rubla kilogramm, koostati  $d$  kilogrammi segu. Selle segu müümisel hinnaga  $m$  rubla kilogramm saadi  $s$  rubla kahju. Mitu kilogrammi ühte ja mitu kilogrammi teist sorti võeti segu koostamiseks?

544. Basseini, mis mahutab  $m$  pange, on juhitud kaks toru. Esimese kaudu voolab basseini  $a$  pange tunnis. Teise kaudu täis basseini tühjeneb  $b$  tunni jooksul. Mitme tunni jooksul saab basseini täis, kui mõlemad torud on üheaegselt avatud?

545. Jaotada arv  $a$  kolmeks osaks nõnda, et esimese ja teise suhe oleks  $m:n$  ning teise ja kolmanda suhe oleks  $p:q$ .

546. Kahest jõeäärsest kohast,  $A$  ja  $B$ , millele vahemaa on  $n$  kilomeetrit, ujuvad teineteisele vastu kaks paati, milles aerutavad ühejõulised aerutajad. Esimene, aerutades päri voolu, jõuab vahemaa  $AB$  läbida  $t$  tunniga; teisel, aerutades vastu voolu, kulub sama vahemaa läbimiseks  $u$  tundi rohkem. Leida voolu kiirus.

547. Kooperatiiv müüb kaupa  $p$ -protsendilise juurdehindlusega  $a$  rubla eest kilogramm. Mitu protsenti on juurdehindlus, kui seda kaupa müüakse  $b$  rubla eest kilogramm?

548. Missuguse ühe ja sama arvuga peab liitma arvud  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$ , et saadud uued arvud oleksid omavahel võrdelised?

549. Leida kolme isiku hoiused hoiukassas, teades, et esimesel ja teisel kokku on  $m$  rubla, teisel ja kolmandal kokku on  $n$  rubla ja et esimesel on  $p$  korda vähem kui kolmandal.

550. Kaks keha liiguvad teineteisele vastu kohtadest, mille vahemaa on  $d$  meetrit. Esimese keha liikumise kiirus on  $v$  meetrit sekundis. Kui suure kiirusega peab liikuma teine keha, kui ta alustab liikumist  $h$  sekundit esimesest hiljem ja peab kohtumiseni liikuma  $n$  sekundit?

551. Kaks jalgratturit sõidavad linnadest  $A$  ja  $B$  teineteisele vastu; üks sõidab kiirusega  $u$  kilomeetrit tunnis, teine kiirusega  $v$  kilomeetrit tunnis; esimese väljasõit linnast  $A$  toimus  $h$  tunni võrra varem kui teise väljasõit linnast  $B$ . Linnade vahemaa on  $d$  kilomeetrit. Millal ja kus kohtuvad jalgratturid?

552. Jaotada arv  $a$  kolmeks niisuguseks osaks, et kui esimesega liita  $m$ , teist alguses vähendada  $m$  võrra ja siis korrutada arvuga  $n$  ning kolmandat jagada arvuga  $n$ , siis tulemused on võrdsed.

553. Reservuaari on juhitud kolm toru:  $A$ ,  $B$  ja  $C$ .  $A$  ja  $C$  kaudu vesi voolab sisse,  $B$  kaudu välja. Torude  $A$  ja  $B$  koostoimel reservuaar saab täis  $m$  tunni vältel,  $A$  ja  $C$  koostoimel  $n$  tunni vältel,  $B$  ja  $C$  koostoimel  $p$  tunni vältel. Mitme tunni vältel reservuaar täitub kõigi torude üheaegsel koostoimel?

554. Kui kahest otsitavast arvust ühte suurendame  $a$  võrra, siis saadud summa on teisest arvust  $m$  korda suurem; kui teist arvu suurendame  $b$  võrra, siis saadud uus summa on esimesest arvust  $n$  korda suurem. Leida need arvud.

555. Kaks keha on teineteisest  $d$  meetri kaugusel. Kui nad hakkavad teineteisele vastu liikuma, siis nad põrkavad kokku  $m$  sekundi pärast; kui üks hakkab teisele järele liikuma, siis kokkupõrge toimub  $n$  sekundi pärast. Kui suur on kummagi keha kiirus?

556. Kaks arvu suhtuvad nagu  $m:n$ ; kui esimest suurendada  $a$  võrra ja teist  $b$  võrra, siis nad suhtuvad nagu  $p:q$ . Leida need arvud.

557. Kaks katelt kaalub kokku  $P$  tonni;  $p$  protsenti esimese katla kaalust on  $q$  protsenti teise katla kaalust. Leida kummagi katla kaal.

558. Kaks töolist said kokku  $r$  rubla; esimene töötab  $a$  päeva, teine  $b$  päeva. Üks sai  $c$  päeva eest niipalju kui teine  $d$  päeva eest. Kui suur on kummagi päevapalk?

559. On kahte sorti messingit. Võttes esimest sorti  $a$  grammi ja teist sorti  $b$  grammi, saame sulami hinnaga  $m$  rubla gramm; võttes aga  $b$  grammi esimest sorti ja  $a$  grammi teist sorti, saame sulami hinnaga  $n$  rubla gramm. Kui palju maksab gramm esimest ja gramm teist sorti messingit?

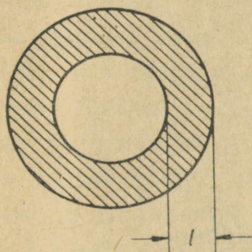
560. Kaks kaarikut, mis asetsevad teineteisest  $d$  meetri kaugusel, sõidavad teineteisele vastu. Nende rataste ümbermõõtude suhe on  $m:n$ , pöörete arvude suhe aga on  $p:q$ . Mitu meetrit kulgeb kumbki kaarik kohtumiseni?

561. On kaks vase ja tsingi sulamit. Ühes on neid metalle vahekorras  $m:n$ , teises aga vahekorras  $p:q$ . Nõutakse võtta neist sulamitest kokku  $a$  kilogrammi nõnda, et ühtesulatamisel tekiks sulam, milles on vask ja tsink vahekorras  $r:s$ . Mitu kilogrammi tuleb võtta esimest ja mitu kilogrammi teist sulamit?

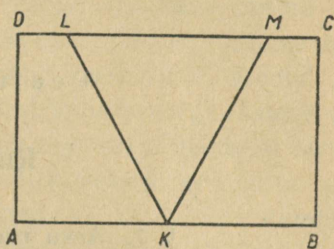
562. Rõnga pindala on  $Q$  (joonis 9), laius on  $l$ . Leida seesmise ja välimise ringjoone raadius (vt. ülesannet 445).

563. Ristküliku  $ABCD$  külg  $AB = b$ . Jaotada ristküliku pindala kolmeks võrdseks osaks kahe sirglõigu abil, mis lähtuvad külje  $AB$  keskpunktist  $K$  (joonis 10).

Näpunäide. Leida  $DL$ ,  $LM$  ja  $MC$ .



Joon. 9.



Joon. 10.

## Peatükk VII.

### Ruutjuur.

#### § 1. Arvu ruutjuure leidmine.

Leida antud arvu ruutjuur tähendab leida niisugune arv, mille ruut võrdub antud arvuga. Positiivse arvu ruutjuur on positiivne arv; näiteks  $\sqrt{16} = 4$ , sest  $4^2 = 16$ . Negatiivse arvu ruutjuurt ei ole olemas; näiteks  $\sqrt{-16}$  ei ole võrdne ühegi positiivse ega ühegi negatiivse arvuga.

Täpse ruutjuure saame leida ainult niisugusest arvust, mis on mingi ratsionaalarvu täisruut; näiteks:

$$\sqrt{49} = 7; \quad \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Ruutjuurt niisugusest täisarvust, mis ei ole täisruut, ei saa väljendada täpselt ühegi täisarvuga ega ühegi murruga; niisugused on näiteks järgmised ruutjuured:

$$\sqrt{2}, \quad \sqrt{7}.$$

Täisarvu ruutjuure leidmine toimub järgmise juhise järgi:

Antud arvu numbrid rühmitatakse paarikaupa, alates paremalt ja suundudes vasakule; igasse rühma jääb kaks numbrit, kusjuures viimasesse vasakpoolsesse rühma võib jääda üks number.

Leiame antud arvu esimese numbrirühma suurima täisarvulise ruutjuure. Saame otsitava ruutjuure esimese numbrü.

Ruutjuure teise numbrü saamiseks toimime järgmiselt. Esimese numbrü ruudu lahutame antud arvu esimesest numbrirühmast; saadud vahe järele kirjutame antud arvu teise numbrirühma, tekib esimene jääk. Jätame selles jäägis ära tema viimase numbrü, sel viisil saadud arvu jagame ruutjuure esimese numbrü kahekordsega, saame ruutjuure teise numbrü või arvu, mis otsitavast numbrist on suurem. Leitud numbrü õigsuse proovimiseks kirjutame ta jagaja järele ja nii saadud arvu korrutame proovitava numbriga. Kui korrutis ei ole esimesest jäägist suurem, siis leitud teine number on õige. Vastasel korral tuleb proovida väiksemat numbrü. Saadud korrutise lahutame esimesest jäägist, vahe järele kirjutame antud arvu järgmise numbrirühma, tekib teine jääk. Nüüd toimime samuti, nagu esimese jäägiga, saame ruutjuure kolmanda numbrü jne.

Leida järgmiste arvude ruutjuured:

|                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. 576.                 | 1. 784.                 |
| 2. 361.                 | 2. 841.                 |
| 3. 1849.                | 3. 4225.                |
| 4. 608 400.             | 4. 211 600.             |
| 5. 1369.                | 5. 8464.                |
| 6. 28 090 000.          | 6. 72 250 000.          |
| 7. 4624.                | 7. 5329.                |
| 8. 9 409 000 000.       | 8. 3 136 000 000.       |
| 9. $6561 \cdot 10^4$ .  | 9. $2401 \cdot 10^2$ .  |
| 10. $9604 \cdot 10^6$ . | 10. $5476 \cdot 10^4$ . |
| <u>11.</u> 54 756.      | 11. 17 424.             |
| 12. 56 169.             | 12. 71 824.             |
| 13. 831 744.            | 13. 613 089.            |
| 14. 259 081.            | 14. 501 264.            |

|                  |                  |
|------------------|------------------|
| 15. 767 376.     | 15. 632 025.     |
| 16. 463 761.     | 16. 700 569.     |
| 17. 18 225.      | 17. 33 856.      |
| 18. 725 904.     | 18. 488 601.     |
| 19. 22 562 500.  | 19. 35 164 900.  |
| 20. 942 490 000. | 20. 424 360 000. |
| 21. 4 562 496.   | 21. 3 356 224.   |
| 22. 9 960 336.   | 22. 18 619 225.  |
| 23. 1 014 049.   | 23. 1 018 081.   |
| 24. 4 048 144.   | 24. 9 162 729.   |
| 25. 49 126 081.  | 25. 81 108 036.  |
| 26. 56 325 025.  | 26. 40 998 409.  |
| 27. 72 692 676.  | 27. 57 078 025.  |
| 28. 89 908 324.  | 28. 97 970 404.  |
| 29. 19 749 136.  | 29. 30 858 025.  |
| 30. 37 319 881.  | 30. 51 955 264.  |

Selleks, et leida ruutjuur harilikust murrust, tuleb leida ruutjuur tema lugejast ja nimetajast eraldi ja esimene tulemus jagada teisega. Enne ruutjuure arvutamist taandatakse murdu, kui see on võimalik.

Selleks, et leida ruutjuur kümnendmurrust, milles koma järel on paarisarv numbreid, heidetakse koma ära, leitakse saadud täisarvust ruutjuur ning tulemuses eraldatakse komaga paremalt vasakule kaks korda vähem numbreid, kui neid oli koma järel antud kümnendmurrus.

Kui antud kümnendmurrus koma järel on paaritu arv numbreid, siis kirjutatakse murru lõppu null juurde — nii saame koma järel paarisarvu numbreid; nüüd leitakse sellest ruutjuur, nagu eespool juhatati.

Leida järgmiste arvude ruutjuured:

|                          |                           |                           |                           |
|--------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 31. $\frac{49}{81}$ .    | 31. $\frac{25}{64}$ .     | 32. $2\frac{7}{9}$ .      | 32. $5\frac{1}{16}$ .     |
| 33. $\frac{256}{2809}$ . | 33. $\frac{1369}{2025}$ . | 34. $\frac{441}{17424}$ . | 34. $\frac{576}{45369}$ . |

- |     |                     |     |                     |     |                        |     |                        |
|-----|---------------------|-----|---------------------|-----|------------------------|-----|------------------------|
| 35. | $552\frac{1}{4}$ .  | 35. | $3211\frac{1}{9}$ . | 36. | $10\,955\frac{1}{9}$ . | 36. | $750\frac{19}{25}$ .   |
| 37. | $\frac{343}{700}$ . | 37. | $\frac{729}{900}$ . | 38. | $\frac{867}{14283}$ .  | 38. | $\frac{1805}{31205}$ . |
| 39. | 0,3364.             | 39. | 0,4489.             | 40. | 0,002401.              | 40. | 0,00008649.            |
| 40. | 0,003969.           | 41. | 0,665856.           | 41. | 0,00005476.            | 42. | 2,3716.                |
| 41. | 0,264196.           | 42. | 7,8961.             | 43. | 83,1744.               | 43. | 15,0544.               |
| 42. | 0,00008649.         | 44. | 0,0000165649.       | 44. | 10,361961.             | 45. | 0,000258064.           |
| 43. | 2,3716.             | 45. |                     | 45. |                        | 46. | 40,998409.             |
| 44. | 15,0544.            | 46. |                     | 46. |                        |     |                        |
| 45. | 0,0000258064.       |     |                     |     |                        |     |                        |
| 46. | 40,998409.          |     |                     |     |                        |     |                        |

## § 2. Ruutjuure lähisväärtuste leidmine.

Puudusega võetud lähisväärtus antud täisarvu ruutjuurest täpsusega 1 on niisugune suurim täisarv, mille ruut ei ole antud arvust suurem. Kui sellele lähisväärtusele lisame 1, siis saame antud arvu ruutjuurele liiaga võetud lähisväärtuse täpsusega 1. Neid lähisväärtusi nimetame ka antud arvu ligikaudseteks ruutjuurteks täpsusega 1.

Selleks, et leida antud täisarvu ligikaudne ruutjuur täpsusega 1, toimitakse § 1 näidatud juhise järgi. Viimane jääk osutab, kui palju leitud ligikaudse ruutjuure ruut on juuritavast arvust väiksem.

Selleks, et leida antud arvu ligikaudset ruutjuurt täpsusega  $\frac{1}{n}$ , tuleb juuritav arv korrutada murru nimetaja  $n$  ruuduga, saadud korrutisest leida ruutjuur täpsusega 1 ja tulemus jagada arvuga  $n$ .

Et leida täisarvust ligikaudset ruutjuurt täpsusega 0,1, kirjutatakse jäägile, mille saime pärast ligikaudse ruutjuure leidmist täpsusega 1, lõppu juurde kaks nulli ning, jätkates ruutjuure arvutamist juhise kohaselt, leitakse eelmistele numbritele lisaks veel üks number; see on ligikaudse ruut-

juure kümnendikkude number, ta tuleb seepärast komaga eraldada.

Et leida täisarvust ligikaudset ruutjuurt täpsusega 0,01, leitakse, toimides eespool antud juhise järgi, ligikaudse juure kaks numbrit koma järel jne.

Ligikaudse ruutjuure leidmisel murrust laiendatakse murd niisuguseks, et tema uus nimetaja on täisruut.

Leida järgmiste arvude ruutjuured täpsusega 1:

47. 969.      48. 7269.      49. 53 780.      50. 81 300 000.

Leida järgmiste arvude ruutjuured sulgudes osutatud täpsusega:

51. 7 (täpsusega  $\frac{1}{5}$ ).      52. 46 (täpsusega  $\frac{1}{4}$ ).

53. 568 (täpsusega  $\frac{1}{20}$ ).      54. 213 (täpsusega  $\frac{1}{15}$ ).

55. 5 (täpsusega  $\frac{1}{200}$ ).      56. 19 (täpsusega  $\frac{1}{300}$ ).

Leida järgmiste arvude ruutjuured ühe, kahe ja kolme kohaga koma järel ning määrata tulemuse täpsus:

57. 3.      58.  $\frac{5}{9}$ .      59.  $\frac{5}{8}$ .      60.  $\frac{7}{24}$ .

61.  $3\frac{1}{5}$ .      62.  $11\frac{4}{7}$ .      63.  $7\frac{1}{12}$ .      64.  $11\frac{5}{49}$ .

65. 74,12.      66. 9,2647.      67. 0,4.      68. 6,72.

69. 43,356.      70. 0,008.      71. 2,05347.      72. 12,5.

73. 64,25.      74. 0,625.      75. 0,23567897.      76. 6,0005781.

## Peatükk VIII.

### Numbriliste kordajatega ruutvõrrandid.

#### § 1. Numbriliste kordajatega ruutvõrrandite lahendamine.

Võrrandit, nagu  $ax^2 + bx + c = 0$  (kus  $a \neq 0$ , nimetatakse teise astme võrrandiks ehk ruutvõrrandiks. Arvud  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on võrrandi kordajad; kordajat  $c$  nimetatakse ka vabaliikmeks.

Kui võrrandi kordajad on murdarvud, siis võib võrrandi teisendada niisuguseks, et tema kordajad on täisarvud. Võrrandi võib alati teisendada niisuguseks, et kordaja  $a$  on positiivne.

Kui kordaja  $c$  või kordaja  $b$  on null või mõlemad on nullid, siis nimetatakse võrrandit *mittetäielikuks ruutvõrrandiks*.

Mittetäieliku ruutvõrrandi

$$ax^2 + bx = 0$$

lahendamisel viiakse otsitav  $x$  sulgudest välja.

Saame võrrandi

$$x(ax + b) = 0,$$

millel on kaks lahendit:

$$x_1 = 0 \quad \text{ja} \quad x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Näide. Võrrandi

$$x^2 - 5x = 0$$

lahendid on:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 5.$$

Mittetäieliku võrrandi

$$ax^2 + c = 0$$

lahendamisel eristatakse kahte juhtu:

1. Kui positiivse  $a$  korral kordaja  $c$  on negatiivne arv, siis võrrandil on lahendid

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ ja } x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

N ä i d e. Võrrandi

$$4x^2 - 7 = 0$$

lahendid on:

$$x_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}; \quad x_2 = -\frac{\sqrt{7}}{2}.$$

2. Kui positiivse  $a$  korral ka kordaja  $c$  on positiivne arv, siis võrrandil (reaalarvulisi) lahendeid ei ole.

N ä i d e. Võrrandi

$$4x^2 + 7 = 0$$

lahendamisel saame:

$$x_1 = \frac{\sqrt{-7}}{2} \text{ ja } x_2 = -\frac{\sqrt{-7}}{2},$$

s. t. sel võrrandil ei ole reaalarvulisi lahendeid.

Lahendada järgmised mittetäielikud ruutvõrrandid:

1.  $x^2 - 7x = 0$ .

1.  $x^2 + 3x = 0$ .

2.  $4x^2 = -9x$ .

2.  $2x^2 = 13x$ .

3.  $7x^2 - 8x = 5x^2 - 13x$ .

3.  $4x^2 + 15x = 9x^2 - 6x$ .

4.  $5x^2 + 4x = 11x^2 - 8x$ .

4.  $3x^2 + 14x = 18x - 7x^2$ .

5.  $(2x + 5)^2 - (x - 3)^2 = 16$ .

5.  $(3x + 4)^2 + (x - 1)^2 = 17$ .

6.  $(2x + 7)(7 - 2x) - x(x + 2) = 49$ .

$$6. (5x - 1)(1 + 5x) - 10(x - 2) = 19.$$

$$7. \frac{x+5}{2x+1} = \frac{x+15}{3-x}.$$

$$7. \frac{3x+4}{x-6} = \frac{x-2}{4x+3}.$$

$$8. \frac{x+3}{x+2} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-3}{x-1}.$$

$$8. \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+6}{x-3}.$$

$$9. x^2 - 25 = 0.$$

$$9. x^2 - 49 = 0.$$

$$10. 9x^2 = 16.$$

$$10. 4x^2 = 81.$$

$$11. \frac{5x^2}{6} = \frac{6}{125}.$$

$$11. \frac{3x^2}{8} = \frac{2}{75}.$$

$$12. x^2 + 13 = 4.$$

$$12. x^2 + 36 = 11.$$

$$13. \frac{x}{6} + \frac{6}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}.$$

$$14. \frac{2x}{x-2} + \frac{x-2}{x} = 2.$$

$$15. \frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3}.$$

$$16. \frac{2-5x}{10x-5} = \frac{5x}{3-5x}.$$

Täieliku ruutvõrrandi

$$ax^2 + bx + c = 0$$

lahendamisel kasutatakse järgmisi valemeid:

1. Kui kordaja  $b$  on *paaritu arv*, siis leitakse lahendid üldvalemi abil :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

2. Kui kordaja  $b$  on *paartsarv*, mille tähiseks olgu  $2b'$ , siis toimub lahendamine järgmise valemi abil:

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \left( \text{kus } b' = \frac{b}{2} \right).$$

Lahendada järgmised ruutvõrrandid:

$$17. x^2 - 6x + 8 = 0.$$

$$17. x^2 - 10x + 21 = 0.$$

$$18. x^2 + 12x + 20 = 0.$$

$$18. x^2 + 6x + 5 = 0.$$

$$19. x^2 - 4x - 12 = 0.$$

$$19. x^2 - 8x - 20 = 0.$$

20.  $x^2 + 2x - 35 = 0$ .      20.  $x^2 + 6x - 27 = 0$ .  
 21.  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .      21.  $x^2 + 9x + 14 = 0$ .  
 22.  $x^2 + x - 6 = 0$ .      22.  $x^2 - 3x - 28 = 0$ .  
 23.  $x^2 - 7x - 18 = 0$ .      23.  $x^2 - x - 42 = 0$ .  
 24.  $x^2 + 3x - 130 = 0$ .      24.  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .  
 25.  $x^2 - 2x + 10 = 0$ .      25.  $x^2 - 4x + 5 = 0$ .  
 26.  $x^2 - 6x + 34 = 0$ .      26.  $x^2 - 10x + 29 = 0$ .  
 27.  $(x - 1)(x - 2) = 6$ .      27.  $(x - 2)(12 - x) = 9$ .  
 28.  $(x - 2)^2 = 2(3x - 10)$ .      28.  $(x + 1)^2 = 3(x + 7)$ .  
 29.  $4x^2 - 4x = 3$ .      29.  $4x^2 - 4x = 15$ .  
 30.  $9x^2 - 5 = 12x$ .      30.  $9x^2 - 20 = 24x$ .  
 31.  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ .      31.  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ .  
 32.  $4x^2 + x - 3 = 0$ .      32.  $3x^2 - 2x - 8 = 0$ .  
 33.  $(2x - 3)^2 = 8x$ .      33.  $(2x + 5)^2 = 2(2x + 9)$ .  
 34.  $(3x + 2)^2 = 3(x + 2)$ .      34.  $(3x - 1)^2 = 12(3 - x)$ .  
 35.  $x^2 - x + 1 = 0$ .      35.  $x^2 + x + 1 = 0$ .  
 36.  $x^2 + 3x + 9 = 0$ .      36.  $x^2 - 3x + 9 = 0$ .  
 37.  $x^2 - 22x + 25 = 2x^2 - 20x + 1$ .  
 38.  $2 - 8x + 3x^2 = -4 + 2x^2 - 3x$ .  
 39.  $(3x - 2)^2 = 8(x + 1)^2 - 100$ .  
 40.  $(3 - x)(4 - x) = 2x^2 - 20x + 48$ .  
 41.  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + 7\frac{3}{8} = 8$ .      42.  $\frac{x+1}{x-2} = \frac{3x-7}{x-1}$ .  
 43.  $\frac{x-7}{2(x+3)} = \frac{x-6}{x+24}$ .      44.  $\frac{x}{4} + \frac{2}{x} + \frac{(x+1)^2}{x} = \frac{(x+2)(x+1)}{x}$ .  
 45.  $\frac{x+1}{3} + \frac{3(x-1)}{4} = (x-3)^2 + 1$ .      46.  $\frac{3(3x-1)}{12x+1} = \frac{2(3x+1)}{15x+8}$ .  
 47.  $\frac{(x-12)^2}{6} - \frac{x}{9} + \frac{x(x-9)}{18} = \frac{(x-14)^2}{2} + 5$ .  
 48.  $\frac{(x-20)(x-10)}{10} - \frac{(34-x)(40-x)}{2} + \frac{(30-x)(5-x)}{3} = 0$ .  
 49.  $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}$ .  
 50.  $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$ .

$$51. \frac{x}{2x-1} + \frac{25}{4x^2-1} = \frac{1}{27} - \frac{13}{1-2x}.$$

$$52. \frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} - \frac{2x+13}{x+1} = 0.$$

## § 2. Ruutvõrrandi lahendite omadused ja ruuttrinoomi tegureiks lahutamine.

Täieliku ruutvõrrandi

$$ax^2 + bx + c = 0$$

lahendite summa on  $-\frac{b}{a}$ , s. t. täieliku ruutvõrrandi lahendite summa võrdub võrrandi lineaarse liikme kordaja vastandaru ja ruutliikme kordaja jagatisega. Ruutvõrrandi lahendite korrutis on  $\frac{c}{a}$ , s. t. ruutvõrrandi lahendite korrutis võrdub võrrandi vabaliikme ja ruutliikme kordaja jagatisega.

Taandatud ruutvõrrandi

$$x^2 + px + q = 0$$

(s. o. niisuguse ruutvõrrandi, milles ruutliikme kordaja on 1) lahendite summa võrdub arvuga  $-p$  ja lahendite korrutis võrdub arvuga  $q$ .

Taandatud ruutvõrrand saadakse üldisest ruutvõrrandist sel teel, et viimase kordajad jagatakse ruutliikme kordajaga  $a$ .

Kui ruutvõrrandi lahendid tähistame  $x_1$  ja  $x_2$ , siis lahendite omadused võime üles kirjutada järgmiselt:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ ja } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

ehk

$$x_1 + x_2 = -p \text{ ja } x_1 \cdot x_2 = q.$$

Need võrdused väljendavad seost ruutvõrrandi lahendite ja tema kordajate vahel.

Rakendades seda seost, võime trinoomi  $ax^2 + bx + c$  avaldada korrutisena  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , kus  $x_1$  ja  $x_2$  on ruutvõrrandi  $ax^2 + bx + c = 0$  lahendid.

Lahutada järgmised ruuttrinoomid tegureiks:

- |                        |                         |                         |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 53. $x^2 + 8x + 15.$   | 54. $x^2 + 12x + 35.$   | 55. $x^2 - 5x + 6.$     |
| 53. $x^2 + 7x + 10.$   | 54. $x^2 + 10x + 21.$   | 55. $x^2 - 9x + 14.$    |
| 56. $x^2 - 13x + 22.$  | 57. $x^2 + 5x + 4.$     | 58. $x^2 + 11x + 30.$   |
| 56. $x^2 - 16x + 39.$  | 57. $x^2 + 7x + 6.$     | 58. $x^2 + 11x + 24.$   |
| 59. $x^2 - 3x + 2.$    | 60. $x^2 - 13x + 30.$   | 61. $x^2 + 3x - 10.$    |
| 59. $x^2 - 6x + 5.$    | 60. $x^2 - 13x + 40.$   | 61. $x^2 - 3x - 10.$    |
| 62. $x^2 - 7x - 30.$   | 63. $x^2 + 5x - 24.$    | 64. $x^2 - 10x - 24.$   |
| 62. $x^2 + 7x - 30.$   | 63. $x^2 - 5x - 24.$    | 64. $x^2 + 10x - 24.$   |
| 65. $x^2 + 2x - 3.$    | 66. $x^2 - 9x - 10.$    | 67. $x^2 + x - 42.$     |
| 65. $x^2 + 4x - 5.$    | 66. $x^2 - 6x - 7.$     | 67. $x^2 + x - 56.$     |
| 68. $x^2 - 5x - 36.$   | 69. $6a^2 + 13a + 6.$   | 70. $10b^2 - 29b + 10.$ |
| 68. $x^2 - 21x - 100.$ | 69. $10a^2 + 29a + 10.$ | 70. $6b^2 - 13b + 6.$   |
| 71. $6m^2 + 7m - 5.$   | 72. $10p^2 - 13p - 3.$  |                         |

### § 3. Ühe tundmatuga ruutvõrrandi koostamine.

Kõik mis eespool oli öeldud lineaarse võrrandi koostamise kohta, kehtib ka ruutvõrrandi koostamisel.

73. Kolme järjestikuse täisarvu ruutude summa on 365. Leida need arvud.

73. Kolme järjestikuse paarisarvu ruutude summa on 116. Leida need arvud.

74. Kaupa müüdi 120 rubla eest; kilogrammi hind rublades on 2 võrra väiksem kui müüdüd kauba kilogrammide arv. Mitu kilogrammi müüdi kaupa?

74. Kaup müüdi 270 rubla eest; kilogrammi hind rublades on 3 võrra suurem kui müüdüd kauba kilogrammide arv. Mitu kilogrammi müüdi kaupa?

75. Leida kahekohaline arv, mille üheliste number on kümneliste numbrist 2 võrra suurem ja mille korrutamisel tema numbrite summaga saame 144.

75. Leida niisugune kahekohaline arv, mille kümneliste number on üheliste numbrist 2 võrra suurem ja mille korrutamisel tema numbrite summaga saame 640.

76. Seltskond pidi maksma kokku 72 rubla, iga osavõtja ühepalju. Kui seltskond oleks olnud 3 inimese võrra väiksem, siis oleks tulnud igaühel maksta 4 rubla võrra rohkem. Mitu inimest oli seltskonnas?

76. Seltskond pidi maksma kokku 60 rubla. Kui seltskonnas oleks olnud 3 inimest rohkem, siis oleks tulnud igaühel 1 rubla vähem maksta. Mitu inimest oli seltskonnas?

77. Bassein täitub kahe kraani kaudu 6 tunni jooksul. Esimese kraani kaudu üksi saaks bassein 5 tundi lühema aja jooksul täis kui teise kraani kaudu üksi.

Mitme tunniga kumbki kraan üksi täidab basseini?

77. Bassein täitub kahe kraani kaudu 3 tunni ja 36 minuti vältel. Esimese kraani kaudu üksi saab bassein 3 tunni võrra lühema aja vältel täis kui teise kraani kaudu üksi. Mitme tunni vältel kumbki kraan, üksi lahti olles, täidab basseini?

78. Kui taskukell müüakse 39 rubla eest, siis juurdehindlus moodustab niimitu protsenti, kuimitu rubla taskukell maksab. Kui palju maksab taskukell?

78. Kui taskukell müüakse 24 rubla eest, siis saadakse niimitu protsenti kahju, kuimitu rubla maksab kell. Mitu rubla maksab kell?

79. Kaks turisti väljuvad ühel ja samal ajal matkaks ühest linnast teise. Esimene käib tunnis 0,5 km rohkem kui teine ja jõuab seetõttu sihtkohta 1 tunni võrra varem kui teine. Linnadevaheline kaugus on 28 km. Mitu kilomeetrit käib kumbki tunnis?

79. Kaks isikut väljuvad ühel ja samal ajal kahest linnast, üks linnast  $A$  ja teine linnast  $B$ , ning sõidavad teineteisele vastu. Esimene sõidab tunnis 2 km rohkem kui teine ja jõuab seetõttu linna  $B$  1 tund varem kui teine linna  $A$ . Linnadevaheline kaugus  $AB$  on 60 km. Mitu kilomeetrit tunnis sõidab kumbki?

80. Võlg 820 rubla tasutakse pangale kahes osas: aasta pärast 441 rubla ja kahe aasta pärast jälle 441 rubla. Mitme protsendiline on laen?

80. Võlg 2100 rubla tasutakse kahe aasta jooksul, kusjuures kummagi aasta lõpul makstakse 1210 rubla. Mitme protsendiline on laen?

81. Kolhoosi brigaad pidi masindama 96 ha rukki- ja kaerasaagi. Brigaad suutis iga päev 4 ha saagi rohkem masindada, kui plaanis oli ette nähtud, ja lõpetas töö seetõttu 4 päeva enne tähtaega. Mitme ha saak oli ette nähtud päevas masindada ja mitu päeva pidi masindamine kestma?

82. Kolhoos müüs rukist 10 tsentnerit rohkem kui kaera. Rukki eest saadi 280 rubla, kaera eest 180 rubla. Tsentner rukist maksab 1 rubla rohkem kui tsentner kaera.

Mitu tsentnerit rukist ja kaera kokku müüs kolhoos?

82. Pärast seda, kui kolhoosis oli hobustega 8 päeva kesa күntud, saabus kolhoosi traktor; traktor koos hobustega lõpetas kesakünni 3 päevaga.

Kui hobused ja traktor oleksid kogu aeg koos töötanud, siis oleks kesakünn lõpetatud 9 päevaga. Mitu traktorit oleks pidanud olema kesa күndmas, et kesa күndmiseks vajalik päevade arv oleks võrdne traktorite arvuga?

83. Sovhoosi juurvilja-aed, mille suurus on 36 ha ja millel on ristküliku kuju, on laiusega paralleelse joonega jaotatud kaheks tükiks vahekorras 2:1. Väiksem tükk on juurvilja-aia pikkustpidi 100 meetrit lühem, kui juurvilja-aia laius. Leida juurvilja-aia pikkus ja laius.

83. Ristkülikukujulisest plekitükist on tehtud pealt lah-tine karp, mille maht on  $750 \text{ cm}^3$ . Selleks lõigati nurkadest välja ruudud küljepikkusega 5 cm ning pöörati ääred üles. Leida plekitüki mõõted, teades, et üks neist on teisest 5 cm võrra suurem.

84. Gorki ja Astrahani vaheline kaugus on 2250 km. Selle vahemaa edasi ja tagasi läbib kiiraurik 280 tunniga. Volga voolamise kiirus on keskmiselt 2,5 km tunnis. Leida kiirauriku keskmine omakiirus.

84. Toodangu ühiku omahind, mis alguses oli 25 rubla, langes pärast kahte teineteisele järgnevat hinna alandamist, mõlemal korral ühe ja sama protsentide arvu võrra, 20 rubla 25 kopikani. Mitu protsenti langes omahind kummalgi korral?

85. Kolhoos varus talveks piimakarjale 210 tonni silo-sööta. Kuid uute majapidamiste kolhoosi astumise tõttu kari suurenes 10 looma võrra. Sel põhjusel tuli söödandormi looma kohta vähendada 0,5 tonni võrra.

Mitu tonni silosööta looma kohta oli esialgu ette nähtud?

86. Üks osa 500-rublalise laenu obligatsioonidest toob aastas tulu 12 rubla, teine osa 31,5 rubla. Mitu protsenti tulu toob kumbki osa obligatsioonidest, kui teiselt osalt saa-dakse esimese osaga võrreldes üks protsent rohkem?

87. Sõiduki tagumise ratta ümbermõõt on esiratta ümbermõödust 2 korda suurem; kui tagumise ratta ümber-mõõtu vähendada 2 dm võrra ja esiratta ümbermõõtu suu-rendada 4 dm võrra, siis 120 m pikkusel teel tagumine ratas teeks 20 pööret vähem kui esimene. Leida mõlema ratta ümbermõõdud.

87. Sõiduki esiratta ümbermõõt on tagumise ratta ümbermõödust 3 korda lühem; kui suurendada esiratta ümbermõõtu 3 dm võrra ja tagumise ratta ümbermõõtu 2 dm võrra, siis 140 m kulgemisel esiratas teeks 60 pööret

rohkem kui tagumine ratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

88.  $A$  asus linnast  $M$  teele linna  $N$  poole ja käis iga päev 12 km. Pärast seda, kui tal oli 65 km ära käidud, hakkas  $B$  linnast  $N$  temale vastu minema.  $B$ , käies iga päev  $\frac{1}{30}$  linnade  $M$  ja  $N$  vahemaast, kohtas  $A$ -d niimitme päeva pärast, kuimitu kilomeetrit käis ta päevas. Leida linnade  $M$  ja  $N$  vaheline kaugus.

89. Ratsakäskjalg sõidab välja kohast  $A$  ja peab 5 tunni pärast jõudma kohta  $B$ . Samal ajal sõidab kohast  $C$  välja teine käskjalg, ja et jõuda kohta  $B$  üheaegselt esimesega, peab ta iga kilomeetri läbi sõitma  $1\frac{1}{2}$  minuti võrra lühema ajaga kui esimene. Kaugus kohast  $C$  kohani  $B$  on 20 kilomeetri võrra suurem, kui kaugus kohast  $A$  kohani  $B$ . Leida kaugus kohast  $A$  kohani  $B$ .

90. Kaks rongi väljuvad kahest linnast, üks linnast  $A$  ja teine linnast  $B$ , ning sõidavad teineteisele vastu. Linnade  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus on 600 km. Nad kohtaksid teineteist poolel teel, kui rong linnast  $B$  väljuks  $1\frac{1}{2}$  tundi teisest varem. Et aga rongid väljuvad ühel ajal, siis 6 tunni pärast nendevaheline kaugus on üks kümnendik esialgsest kaugusest. Mitu tundi kulub kummalgi rongil sõiduks ühest linnast teise?

91. Kaks isikut hakkasid kohtadest  $A$  ja  $B$  teineteisele vastu minema. Kohtamisel selgus, et üks oli 6 kilomeetri võrra rohkem ära käinud kui teine. Liikumist jätkates esimene jõuab kohta  $B$  4 tundi, teine kohta  $A$  9 tundi pärast kohtamist. Kui suur on kohtade  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus?

92. Sõiduki esiratas teeb 36 meetri pikkusel teel 6 pööret rohkem kui tagumine ratas. Kui mõlema ratta ümbermõõt oleks 1 meetri võrra suurem, siis samal teel esiratas teeks ainult 3 pööret rohkem kui tagumine.

Leida kummagi ratta ümbermõõt.

93. Kauba mahalaadimise eest maksti 40 rubla. Et tööle ilmus 3 inimest rohkem kui ette nähtud, siis igaüks sai 3 rubla vähem kui ette nähtud. Mitu töolist ilmus mahalaadimistöole?

94. Iga malevõistlusest osavõtja mängib iga ülejäänud osavõtjaga kaks partiid; võistlusel mängiti üldse 462 partiid. Kui palju oli võistlejaid?

95. Osteti 156 rubla eest kaupa. Kui kilogramm kaupa maksaks 1 rubla vähem, siis saaks sama raha eest osta 1 kilogrammi rohkem. Kui palju maksab 1 kilogramm kaupa?

96. Rong hilines jaamast väljumisega 16 minutit ja tegi hilinemise tasa 80-kilomeetrilisel vahemaal, suurendades ettenähtud kiirust 10 km võrra tunnis. Leida rongi ettenähtud kiirus.

97. Kaks lennukit startisid üheaegselt ühelt ja samalt aerodroomilt lennuks ühte ja samasse sihtkohta, mis on aerodroomist 1600 km kaugusel. Esimene lennuk, lennates 40 km tunnis rohkem kui teine, saabus sihtkohta 2 tundi enne teist.

Leida lennukite kiirused.

97. Jaamadevaheline kaugus on 96 km. Kiirrong läbib selle kauguse 40 minuti võrra lühema ajaga kui postirong, mille keskmine kiirus on 12 km võrra tunnis väiksem kui kiirrongi keskmine kiirus. Leida kummagi rongi kiirus.

98. Kaks töolist koos töötades võivad töö lõpetada 12 tunniga; üks tööline üksi töötades lõpetaks selle töö 10 tunni võrra lühema ajaga kui teine üksi töötades. Mitme tunniga lõpetaks selle töö kumbki tööline üksi töötades?

99. Masinakirja büroo asus 480-leheküljelise käsikirja ümberkirjutamisele. Et 16 masinakirjutajat oli teises töös kinni, siis ülejäänud kirjutasid igaüks 8 lehekülge rohkem kui kavatsatud. Kui palju oli masinakirjutajaid?

100. Kaks veomasinat pidid veo teostama 6 tunniga. Teine masin hilines, tema saabumise momendiks oli esimene masin ära vedanud  $\frac{2}{3}$  kogu kaubast; ülejäänud kauba vedas ära teine masin. Kogu kaup oli niiviisi ära veetud 12 tunniga. Mitu tundi oleks kulunud selleks veoks kummalgi masinal üksikult?

101. Kaks ühte ja samasse punkti rakendatud jõudu mõjuvad täisnurga all. Nende suhe on 2:5 ja neid tasakaalustav jõud on 37,7 kg. Leida need jõud.

101. Kui ruudu ühte külge vähendada 2 m võrra ja teist külge 5 m võrra, siis sel teel saadud risküliku pindala on 40 m<sup>2</sup>. Leida ruudu külge.

102. Kaup müüdi 31 rubla 25 kopika eest, kusjuures juurdehindlus oli niimitu protsenti, kuimitu rubla oli kauba omahind.

Arvutada kauba omahind.

103. Bassein täitub kahe toru kaudu 3 tunni ja 45 minutiga. Ühe toru kaudu täituks bassein 4 tundi kiiremini kui teise kaudu. Mitme tunniga täidaks basseini kumbki toru üksi?

103. 60-leheküljeline käsikiri on antud kahele ümberkirjutajale. Kui esimene alustab tööd teisest  $2\frac{1}{2}$  tundi hiljem, siis kumbki kirjutab ümber pool käsikirja üheks ja samaks ajaks; kui nad alustavad ümberkirjutamist ühel ajal, siis 5 tunni pärast jääb veel ümber kirjutada 33 lehekülge. Mitme tunniga jõuab käsikirja ümber kirjutada kumbki kirjutaja üksi?

104. Peegel, mille mõõted on 84 cm ja 60 cm, on ühtlase laiusega raamis, mille esipindala on võrdne peegli pindalaga.

Arvutada raami laius.

104. Nelinurkse hoone ümbermõõt on 70 m. Hoone on ümbrissetud võrkstaraga, mis igal pool on hoonest ühel ja samal kaugusel. Taraga ümbrissetud maatükk on hoonealu-

sest maatükist 74 m<sup>2</sup> võrra suurem. Leida tara kaugus hoonest.

105. Täisnurga tipust alustavad üheaegselt täisnurga haarasid mööda liikumist kaks keha: üks liigub kiirusega 24 m minutis, teine kiirusega 10 m minutis. Mitme minuti pärast on nende kehade vaheline kaugus 806 meetrit?

106. Mis arvuga peab jagama arvu 136, et jagatis oleks jagajast 3 võrra väiksem ja jääk oleks jagajast 7 võrra väiksem?

107. Antud on arvud 100, 60 ja 30. Mis arvu peab esimesest lahutama ja kolmandaga liitma, et teine osutuks uute arvude keskmiseks võrdeliseks?

107. Ühes rahataskus on 232 rbl. 60 kop., teises 70 rbl. ja kolmandas 37 rbl. Mitu rubla peab kolmandast esimesse panema, et siis esimeses oleks niimitu korda rohkem kui teises, kuimitu korda teises oleks rohkem kui kolmandas?

108. Tasapinnal on antud punktid, milledest ükski kolm ei ole ühel sirgjoonel. Kui läbi iga kahe punkti joonestada sirgjoon, siis saab 253 sirgjoont.

Mitu punkti on antud?

109. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on ühest kaatetist 9 cm võrra pikem ja teisest kaatetist 18 cm võrra pikem. Arvutada selle täisnurkse kolmnurga küljed.

109. Täisnurkse kolmnurga külgede mõõt arvudeks on kolm järjestikust paarisarvu. Arvutada küljed.

110. Paadisõitja aerutas jõel päriveroolu linnast *A* linna *B* ja tagasi linnast *B* linna *A*, kulutades selleks sõiduks üldse 3 tundi ja 45 minutit. Linn *A* on 6 km kaugusel linnast *B* ja jõe voolu kiirus on 3 km tunnis. Arvutada paadisõitja kiirus seisvas vees.

## Vastused.

### Peatükk I.

52.  $10a + b + m = 10b + a.$       55.  $m = a + \frac{ap}{100}.$
234.  $\frac{3a^2(a-b)^3}{b^2}.$       238.  $\frac{(2b-3)^2 - (a+b-c)^2}{4(2b-3)^3 - 3(a+b-c)^3}.$
239.  $\frac{m+n}{2}.$       254. 12.      255.  $12 \frac{3}{8}.$       256. 90.      257. 0.
258. 3.      259. 2.      260. 7.      261. 25.      262.  $\frac{45}{74}.$
263. 0.      264. 1.      265. 0.      266. 0.

### Peatükk Ia.

26. -8.    27. 0.    28. -28.    29. -1.    30. 5.    31. -7,6.
32.  $\frac{3}{16}.$     33.  $-3 \frac{9}{16}.$     34. -1.    35.  $-6 \frac{1}{2}.$     36. -4; 11.
37. -10; 17.    38. -1.    39.  $-2 \frac{3}{20}.$     40. -0,1.    41.  $-5 \frac{1}{9}.$
42.  $-1 \frac{14}{15}.$     43.  $-2 \frac{19}{21}.$     44.  $-9 \frac{19}{42}.$     45.  $-4 \frac{4}{15}.$     46. 1,09.
47. -2,575.    55. 0.    56. -6.    57. 22.    58.  $2 \frac{3}{4}.$     59.  $-6 \frac{2}{5}.$
60.  $-1 \frac{3}{20}.$     61.  $\frac{19}{28}.$     65. 15.    66. -3.    67. 1.    68. 10.
69. 0.    77. -4; 6; -40; 10.    78. 1; -1; -3; 2.
79.  $\frac{1}{6}; -1 \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}.$     80. -0,12; 0,6; 0,36; 0,26.    81. 8; 10.
82. -0,3.    83.  $\frac{7}{810}.$     88. -2; -5.    89. 0,2; 400.    90. -6; -60; 60.
91.  $1 \frac{1}{4}; -3 \frac{3}{8}.$     92.  $-\frac{27}{32}; 4.$     93.  $-1 \frac{1}{9}; -1 \frac{1}{3}.$     94.  $\frac{13}{24}; \frac{30}{37}.$

## Peatükk II.

31. 0.            32. 0.            33.  $-4a^2b$ .            34.  $0,06ab^2$ .            35.  $1\frac{1}{3}a^3$ .
39.  $-1\frac{5}{6}a^2bc - \frac{1}{4}abc^2$ .            113.  $-\frac{5}{6}a^2 - 1\frac{13}{20}ab + 1\frac{1}{6}b^2 - \frac{2}{5}a^2b^2$ .
114.  $7\frac{1}{3}a^3 + 7\frac{1}{21}a^2b + 3\frac{11}{45}ab^2 - 5\frac{13}{15}b^3$ .
127.  $a + b - c + d$ .            128.  $a - b + c + d$ .            129.  $a - b + c - d - k$ .
130.  $a + b - c - d + k$ .            131.  $-8m$ .            132.  $4m$ .
133.  $3a - 3b$ .            134.  $3b + 2c - a$ .            135.  $3x - y + z$ .            136.  $6x^2 + 8xy$ .
137.  $7a^m + 3a^n$ .            138.  $am + 6bn$ .            139.  $b$ .            140.  $dm^{-1}$ .
141.  $\frac{9}{32}ax - 0,801$ .            187.  $-1\frac{3}{7}am + nbm + nc^n$ .            188.  $-21a^{4n+3}x^{2m+1}yn$ .
189.  $\frac{3}{4}cx^{+1}dk^3$ .            190.  $0,06y^{2n-m-1}$ .            191.  $-\frac{7}{16}x^{2m-2}y$ .
192.  $-\frac{1}{2}(a-b)^5$ .            193.  $-6(m+2n)^8$ .            194.  $-x^3(y+z)^{2p-1}$ .
195.  $a^3(a^3 - b^3)^8$ .            196.  $x^6(m-n)^{6-m}$ .            255.  $a^{3m} + b^{3n}$ .
256.  $a^{2m+2} - a^{2m-1}$ .            257.  $25a^4 + 30a^3b - 11a^2b^2 - 12ab^3 + 4b^4$ .
258.  $a^2 + 2ab + b^2 - a - b + \frac{1}{4}$ .
259.  $6(x+y)^{2n+3} + 22(x+y)^{2n+2} - 20(x+y)^{2n+1} - 26(x+y)^{2n} + 10(x+y)^{2n-1}$ .
260.  $x^{11}(x^2+2)^{2n-8} + 2x^9(x^2+2)^{3n-6} + 32x(x^2+2)^{7n+2}$ .
261.  $(4a^2 + 4ab + b^2)x^5 - (5a^4 + a^2b^2)x^3 + a^6x$ .
262.  $a + b + 1; lb + ak + kl$ .
263.  $a + b - 1; lb + ak - lk$ .
367.  $a - b$ .
368.  $a^2 + 3a + 2$ .
417.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ .
418.  $a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$ .
419.  $a^2 + b^2 + 2ab + a + b + \frac{1}{4}$ .
420.  $9m^2 + 4n^2 + p^2 + 12mn - 6mp - 4np$ .
421.  $\frac{1}{4}x^4 + 16y^2 + \frac{4}{9}y^4 - 4x^2y - \frac{2}{3}x^2y^2 + 5\frac{1}{3}y^3$ .
422.  $\frac{9}{16}a^6 + 64a^2b^2 + \frac{1}{9}b^4 - 12a^4b + \frac{1}{2}a^3b^2 - 5\frac{1}{3}ab^3$ .
423.  $8a^3 - b^3 + 1 - 12a^2b + 12a^2 + 6ab^2 + 3b^2 + 6a - 3b - 12ab$ .
425.  $a^4 - x^4$ .            426.  $81 - 18x^2 + x^4$ .
427.  $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$ .            428.  $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ .
429.  $4x^2 - y^2 + 6yz - 9z^2$ .            430.  $x^4 + x^2y^2 + y^4$ .

431.  $-a^{12} - a^6b^6 - b^{12}$ .  
 432.  $a^2 - 6ac + 9c^2 - 4b^2$ .  
 433.  $a^2 + 6ac + 9c^2 - 4b^2 - 4bd - d^2$ .  
 434.  $4 + 4a^2 + a^4 - 9a^6 - 6a^3d^2 - d^4$ .  
 435.  $1 - x^2 - 2x^3 - 4x^4 + 9x^6$ .  
 438.  $x^3 - ax^2 - a^2x + a^3$ .  
 439.  $x^4 + 2ax^3 - 2a^3x - a^4$ .  
 440.  $a^5 - a^4b - 2a^3b^2 + 2a^2b^3 + ab^4 - b^5$ .  
 441.  $x^8y^4 - x^4y^8$ .  
 444.  $x^4y^4 - 8x^6y^2 + 16x^8$ .  
 442.  $m^8 + m^4n^4 + n^8$ .  
 446.  $m^8 - 17m^4n^4 + 16n^8$ .  
 447.  $a^8 + 2a^6 + 3a^4 + 2a^2 + 1$ .  
 448.  $a^8 - 12a^6 + 38a^4 - 12a^2 + 1$ .  
 449.  $x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$ .

### Peatükk III.

17.  $6an(a + 2)$ .  
 18.  $3a^{n-2}(1 - 2a^2)$ .  
 19.  $a^n(am - 1)$ .  
 20.  $b^{2n}(bn + 1)$ .  
 21.  $b^{2n-1}(bn - 1)$ .  
 22.  $a^{2n}bn(1 + a^{3n}bn)$ .  
 24.  $-a(2 - x + y)$ .  
 26.  $-4a^2b(2a - 3b + 5a^2b^2)$ .  
 28.  $-5a^3c^5(3a^2c^2 - c + 2a^6)$ .  
 34.  $2(p - 1)(p - 1 - 2q)$ .  
 37.  $(x + y)(a + 1)$ .  
 39.  $(y + 1)(2a - 1)$ .  
 40.  $(x - y)(b - 1)$ .  
 41.  $(a^n + x^n)(4x - 1)$ .  
 42.  $(a^n - y^n)(3a + 1)$ .  
 43.  $(q - p)(m + 1)$ .  
 44.  $3(2p - q)(2a - b)$ .  
 45.  $(1 - a + a^2)(p - 1)$ .  
 47.  $(p - q)(2p + 3q)$ .  
 48.  $(p - q)(5q - 2p)$ .  
 49.  $(b - 1)(a - c - 1)$ .  
 50.  $(2 - x^2)(a - b - 1)$ .  
 51.  $(3m - 2p)(3a - b)$ .  
 56.  $a \left(1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right)$ .  
 57.  $x^2 \left(1 + \frac{y^2}{x^2} - \frac{z^2}{x^2}\right)$ .  
 58.  $am \left(1 + \frac{b}{m} + \frac{n}{a}\right)$ .  
 59.  $(a + b)(c + d)$ .  
 60.  $(a - b)(c - d)$ .  
 64.  $(a + 2)(a^2 - 2)$ .  
 66.  $(ab + cd)(a^2 - cd)$ .  
 70.  $2ab(2a - 3b)(c + 2d)$ .  
 71.  $3a^2b^2(1 - 2b)(2a - 5b)$ .  
 76.  $(a + b)(x^2 + x + 1)$ .  
 77.  $(a - b)(x^2 - x + 1)$ .  
 78.  $x(x + 1)(a - b - c)$ .  
 79.  $x(a - b + c)(x - 1)$ .  
 80.  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2)$ .  
 81.  $3abxy(x + y)(a + b)$ .  
 82.  $(x + a)(x + b)(x + c)$ .  
 83.  $(x - a)(x + b)(x - c)$ .  
 90.  $(3x + 1)(3x - 1)$ .  
 96.  $(p + 2q)^2$ .  
 97.  $(x - 4y)^2$ .  
 100.  $(4c + 9a)(4c - 9a)$ .  
 101.  $(a^2 - x)^2$ .  
 102.  $(b + c^3)^2$ .  
 103.  $(m^4 - 3y^3)^2$ .  
 104.  $(2p^6 - 5z^5)^2$ .  
 107.  $(3p + y)^3$ .  
 108.  $(2x - 5z)^3$ .  
 109.  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .  
 110.  $(m + 1)(m^2 - m + 1)$ .  
 113.  $(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$ .  
 115.  $(x + y)(x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6)$ .  
 116.  $(5ax^2 + 6b^2y)(25a^2x^4 - 30ab^2x^2y + 36b^4y^2)$ .  
 117.  $(3my - 2n^2z^2)(81m^4y^4 + 54m^3n^2y^3z^2 + 36m^2n^4y^2z^4 + 24mn^6yz^6 + 16n^8z^8)$ .

118.  $(2pz^2 + 3q^2)(16p^4z^8 - 24p^3q^2z^6 + 36p^2q^4z^4 - 54pq^6z^2 + 81q^8)$ .  
 119.  $10a^2b^2(a + 2b)(a - 2b)$ .  
 121.  $2a(b - 1)^2$ .  
 123.  $-2ax(2a - 3x)^2$ .  
 125.  $(2a - b)(2a - 5b)$ .  
 127.  $(23m - 12p)(7m - 12p)$ .  
 129.  $5a^5x^3(a^3x - 2y)^2$ .  
 131.  $a^9(am^{-3} - bn)^2$ .  
 133.  $(x + y + z)(x + y - z)$ .  
 135.  $(5z + 2x - 3y)(5z - 2x + 3y)$ .  
 137.  $(a + b)^2(a - b)$ .  
 139.  $(a - b)(a - c)(c - b)$ .  
 141.  $(a - b)^2(a^2 + 2ab - b^2)$ .  
 143.  $(a - b)^2$ .  
 145.  $(m + 1)^2(m - 1)^2$ .  
 147.  $(m^2 + 4m + 2)(m^2 + 4m - 2)$ .  
 149.  $8q^3$ .  
 151.  $a(a^2 + 3b^2)(a^2 - 3b^2)$ .  
 153.  $b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .  
 155.  $3(a^2 + 2)(a^2 - 2)$ .  
 159.  $\pi(R + r)(R - r)$ .  
 161.  $a(a + 1)(a - 1)$ .  
 163.  $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$ .  
 165.  $-x(x - 1)^2$ .  
 169.  $(2x - 1)^2$ .  
 170.  $(a + b + x + y)(a - b + x - y)$ .  
 171.  $(m + n)(m + n - p)$ .  
 173.  $x^2z^2(x + y)^2(x - y)^2$ .  
 174.  $x^2z^2(y + x)(y - x)(y + z)(y - z)$ .  
 175.  $u(1 + u)(1 - u)(u - 3)$ .  
 177.  $(x + y + z - u)(x + y - z + u)$ .  
 178.  $4x^2y(x - y)$ .  
 179.  $2b(a + 3b^3 - 1)(a - 3b^3 + 1)$ .  
 180.  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3 + 2)$ .  
 181.  $(m + 2)^3$ .  
 183.  $(a + 1)^2(a - 1)(a^2 - a + 1)$ .  
 185.  $(x - 3a)^3$ .  
 187.  $(x + a)^3(x - a)$ .  
 189.  $(a^3 + b)^2(a^3 - b)^2$ .  
 191.  $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ .  
 192.  $(x^2y^2 + x^4 - y^4)(x^2y^2 - x^4 + y^4)$ .  
 120.  $3a^2b(5a^2 + 2b^2)(5a^2 - 2b^2)$ .  
 122.  $a^3b^2(b + 2)^2$ .  
 124.  $-a^3x^6(4x - 9a)^2$ .  
 126.  $(7c + 5d)(c - 5d)$ .  
 128.  $(5q - n)(q + 3n)$ .  
 130.  $3a^2(a^2x^5 + 5y^2)^2$ .  
 132.  $4an^{-2}(3a^2 + 2b)^2$ .  
 134.  $(3 + y + 3z)(3 - y - 3z)$ .  
 136.  $(2y - 5z + 6)(2y - 5z - 6)$ .  
 138.  $(c + b)(c - b)(a - c)$ .  
 140.  $a^2c^2(b + c)(b - c)(a^2 + b^2)$ .  
 142.  $(a - 2c)^2(a^2 + 4ac - 4c^2)$ .  
 144.  $4a^2$ .  
 146.  $-(m + 3)^2(m - 3)^2$ .  
 148.  $(3 + 6m + m^2)(3 - 6m - m^2)$ .  
 150.  $(2p - q)^3$ .  
 152.  $n^2(2n^2 + m^2)(2n^2 - m^2)$ .  
 154.  $2m(m + n)(m^2 - mn + n^2)$ .  
 156.  $2(2 - a^2)(4 + 2a^2 + a^4)$ .  
 160.  $\frac{1}{4}\pi ld(a + b)(a - b)$ .  
 162.  $2(a - b)(3a + 3b - 2)$ .  
 164.  $-m^2(m^2 - p)^2$ .  
 168.  $(a + 1)(a - b - 1)$ .  
 172.  $(m - n)(p - m + n)$ .  
 176.  $(u + 1)^2(u^2 - u + 1)$ .  
 182.  $(m - 2)(m^2 + 8m + 4)$ .  
 184.  $(a - 1)(a^2 + 1)(a^2 + a + 1)$ .  
 186.  $2x(3a^2 + x^2)$ .  
 188.  $8ax(a^2 + x^2)$ .  
 190.  $-(a^3 + b^2)^2(a^3 - b^2)^2$ .

193.  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$ .  
 194.  $(x^3 + x^6 - 1)(x^3 - x^6 + 1)$ .  
 195.  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ .  
 196.  $(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)$ .  
 197.  $(a + b + c)(a - b + c)(b - a + c)(c - a - b)$ .  
 198.  $(ab - cd + ac + bd)(ab - cd - ac - bd)$ .  
 199.  $(ac + bd + bc - ad)(ac + bd - bc + ad)$ .  
 200.  $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ .  
 201.  $(a - b)(a + x)^m(b + x)^{n-1}$ .      202.  $(x + y)(x^2 - xy + y^2 + x + y)$ .  
 203.  $(a - b)(a^2 + ab + b^2 + a - b + 1)$ .  
 204.  $(x - 1)^2(x - 3)$ .  
 205.  $an(a - b^2)^2(a^2 + ab^2 + b^4)^2$ .      206.  $(a - 2)^3$ .  
 207.  $(x - y^2 + z^3)^2$ .      208.  $a^2x^2(a + x)(a - x)(a^2 + x^2)$ .  
 209.  $a^2b(b - 2)^2$ .      210.  $an(an + 1)^2(a^{2n} + 1)$ .  
 211.  $(b + c + d - a)(a + c + d - b)(a + b + d - c)(a + b + c - d)$ .  
 212.  $(a + b + c + d)(c + a - b - d)(c - a + b - d)(c - a - b + d)$ .  
 213.  $(a - b)(a - c)(b - c)$ .      214.  $(a + b)(b + c)(c - a)$ .  
 215.  $a(a + 1)(a - 1)^2(a^2 + 1)$ .  
 216.  $a^5(a - 1)^3(a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)$ .  
 217.  $(x + a)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$ .  
 218.  $(a - x)(a - y)(x - y)(a + x + y)$ .  
 222.  $2ambn$ .      223.  $3a^5bm$ .      228.  $3a(2a + 3b - 4c)$ .  
 229.  $2(a + 1)$ .      230.  $3(x^2 - y^2)$ .      236.  $(x + 2y)(x - 2y)^2$ .  
 238.  $(a + b)(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)$ .      239.  $x^4 - 16$ .      240.  $abcd$ .  
 243.  $210amx^{2n}$ .      245.  $(x + y)^2(x - y)(x^2 - xy + y^2)$  ehk  $(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)$ .  
 246.  $a^4(4a^2 - 1)$ .      247.  $8a^3b(a + 2b)^2$ .  
 248.  $(x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)$  ehk  $(x - 1)(x^3 + 1)$ .  
 249.  $(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1)$  ehk  $a^4 - 1$ .  
 250.  $(a^3 + 1)(a^3 - 1)$  ehk  $a^6 - 1$ .  
 251.  $(x^3 - 8)(x^3 + 8)$  ehk  $(x^2 - 4)(x^4 + 4x^2 + 16)$ .      252.  $x^6 - 729$ .

#### Peatükk IV.

7.  $\frac{1}{amb^{2n-m}}$ .      8.  $\frac{6an-3}{5bn}$ .      13.  $\frac{4a^2}{5b}$ .      14.  $-\frac{x^2}{y^2}$ .  
 15.  $\frac{1}{a+b}$ .      20.  $\frac{7ab}{a^2-b^2}$ .      23.  $\frac{x^2-xy+y^2}{2(x+y)}$ .      24.  $\frac{y^2-x^2}{x}$ .  
 25.  $\frac{x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4}{x^2+xy+y^2}$ .      26.  $\frac{2}{3(x^2-2x+4)}$ .      32.  $\frac{(a+b)^2}{ax}$ .  
 33.  $\frac{x+z}{(1-y)^2}$ .      34.  $\frac{4a^3x^2}{3b(5a^2+4b)}$ .      35.  $\frac{x+c}{y+2x}$ .

36.  $\frac{1}{3a^2 - b^2}$  .
37.  $\frac{1}{2}$  .
38.  $\frac{a^2 + b^2}{a}$  .
39.  $\frac{ax + by}{ax - by}$  .
40.  $\frac{x - a}{x^2 + a}$  .
41.  $\frac{x + a - b - c}{x + b - a - c}$  .
42.  $\frac{x - 3}{x + 3}$  .
43.  $\frac{x + 5}{x - 5}$  .
44.  $\frac{1}{a(a + 2)}$  .
45.  $\frac{1}{x(x + 1)}$  .
46.  $\frac{-x}{a + n + 1}$  .
47.  $\frac{x^3 y^2}{1 - y^2}$  .
48.  $\frac{x^2 - ax + b^2}{x^2 + ax - b^2}$  .
49.  $\frac{x + c}{a + b - x}$  .
50.  $\frac{ac}{(a + b + c)(a - b + c)}$  .
58.  $\frac{a(a - b)}{a^2 - b^2}$  ;  $\frac{b(a + b)}{a^2 - b^2}$  ;  $\frac{ab}{a^2 - b^2}$  .
59.  $\frac{2x^3(x - a)}{x^2(x + 2a)(x - a)}$  ;  $\frac{5ax}{x^2(x + 2a)(x - a)}$  .
60.  $\frac{3a(x + 2a)}{x^2(x + 2a)(x - a)}$  ;
62.  $\frac{Aa(a + 1)}{a(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$  ;  $\frac{B(a + 2)}{a(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$  ;
- $\frac{Ca(a + 3)}{a(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$  ;  $\frac{D(a + 1)(a + 2)}{a(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$  .
64.  $\frac{A(a + c)}{(a + b)(a + c)(a + d)}$  ;  $\frac{B(a + b)}{(a + b)(a + c)(a + d)}$  ;
- $\frac{C(a + d)}{(a + b)(a + c)(a + d)}$  .
65.  $\frac{A(d - a)}{(a - b)(a - c)(b - c)(a - d)}$  ;  $\frac{B(a - c)}{(a - b)(a - c)(b - c)(a - d)}$  ;
- $\frac{C}{(a - b)(a - c)(b - c)(a - d)}$  .
73.  $\frac{anc^2x^3 - ab^4x^2zn - c^3}{ac^4xn}$  .
74.  $\frac{9an^{+1} - 4bn^{-1}c^4 + b^6cn^{+1}}{12ab^6c^4}$  .
75.  $\frac{3am^{+n-1}bm^{+n-1} + 4b^{m+2}nc^{m-n-1} - 6am^{-1}c^{2m-n+1}}{12amb^{m+1}nc^{m-n}}$  .
77.  $\frac{5a^2b + c^2 + 20a^4b^4}{10a^3b^2}$  .
78. 0 .
79.  $\frac{a^2b - 12abc + 9b^2c + 3a^2c}{18abc}$  .
80.  $\frac{3ac + 3ab + 5bc}{3abc}$  .
81.  $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$  .
82.  $\frac{2a^2x}{1 - a^4}$  .
83.  $\frac{3a^2 - 2ab + 3b^2}{2(a^2 - b^2)}$  .
84.  $\frac{4a}{2a - 3x}$  .
85.  $\frac{a}{2(a + 1)^3}$  .
86.  $\frac{4a}{a + b}$  .
87. 0 .
88.  $\frac{1}{4a - 3}$  .
89.  $\frac{2b^2}{a(b^2 - 4a^2)}$  .

90.  $\frac{1}{a+2}$ .
91.  $\frac{6x^2-8}{(x-2)(x+2)^2}$ .
92.  $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ .
93.  $\frac{2a-3}{(2a+3)(a^2-1)}$ .
94.  $\frac{a^4+6a^2b^2+b^4}{a^4-b^4}$ .
95.  $\frac{a^2-4ab-b^2}{(a^2-b^2)^2}$ .
96.  $\frac{44}{a^3+64}$ .
97.  $\frac{18b^2}{8a^3-27b^3}$ .
98.  $\frac{2(x^3+1)}{x^4+x^2y^2+y^4}$ .
99.  $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$ .
100.  $\frac{11a+x}{6(a-x)}$ .
101.  $\frac{2}{a-3}$ .
102.  $\frac{2a+3}{(a+1)(a+3)(a-4)}$ .
103.  $\frac{a-b-c}{a+b-c}$ .
104. 1.
105. 0.
106. 1.
107. 0.
108.  $\frac{1}{abc}$ .
109.  $\frac{a}{a^2-1}$ .
110. 0.
111.  $\frac{a^3}{a-b}$ .
112.  $-\frac{2}{n(a+n)}$ .
113.  $\frac{2(n-x)}{n^2+nx+x^2}$ .
114.  $\frac{a-x}{b+x}$ .
115.  $x^2n+2$ .
116. 0.
117. 0.
118. 0.
119. 1.
120.  $2(a+b+c)$ .
126.  $b(a+b)^3(a-b)^2$ .
127.  $-6bn-rc^4(x-1)^2$ .
130.  $\frac{6a^{2n-6}c^{2ndm}}{b^2}$ .
131.  $a^{4n-2m-4}$ .
132.  $-\frac{9bcx^5}{4(x+y)^2}$ .
133.  $-\frac{20c^5}{a(a+x)^3}$ .
134.  $-\frac{2b^3(n-2)}{15am-2cn}$ .
135.  $\frac{3cn-rx^{2p+1}}{14yn+2}$ .
136.  $\frac{4b}{a-1}$ .
137.  $\frac{3x(x+y)}{x^2+y^2}$ .
138.  $\frac{3a^2(a+b)}{4(a^2+b^2)}$ .
139.  $\frac{a^2}{a^2}$ .
140.  $-\left(\frac{x-y}{xy+y^2}\right)^2$ .
141.  $\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)(x^3-y^3)}$ .
142.  $\frac{a^2+ab+b^2}{b(a+b)}$ .
143.  $\frac{a^2+b^2}{b}$ .
144.  $\frac{ab}{a^2-c^2}$ .
145.  $\frac{2ap^2(p-q)}{b}$ .
146.  $\frac{1}{(x+y)^2}$ .
147.  $a^2-b^2$ .
148.  $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$ .
149.  $\frac{x}{(x-1)^2}$ .
150.  $\frac{(a+b)^2}{ab}$ .
151.  $\frac{c(b^2-a^2)}{a^2b^2}$ .
152.  $\frac{(a+c)(a^2+bc)}{c}$ .
153.  $-\frac{(a^2-x^2)^2}{16x^4}$ .
154.  $a-b$ .
155.  $\frac{4ab}{a^2-b^2}$ .

156.  $\frac{a}{x}$ . 157.  $\frac{x}{x-y}$ . 158.  $\frac{x^4 + a^2x^2 + a^4}{a^4}$ .
159.  $\frac{1}{x}$ . 160.  $\frac{(x-a)(x^5 + a^5)}{a^2x^3}$ .
161.  $\frac{3x}{4ay}$ . 162.  $-2(a-1)^2$ . 163.  $-\frac{1}{2}$ .
164.  $\frac{1-b}{a}$ . 165.  $\frac{a^2(a-b)}{x}$ . 166. 3.
167.  $\frac{(x+1)(x^2+y^2)}{x^2y}$ . 168.  $\frac{(x+y-z)(x-y-z)}{xyz}$ .
169.  $\frac{x+y-z}{x-y+z}$ . 170.  $\frac{2(x^2y^2+1)}{xy}$ . 171.  $\frac{a^6-1}{a^3}$ .
172.  $c(a+b)(c-d)$ . 173.  $\frac{1}{n^2-x^2}$ . 174.  $\frac{a^{2n}(a-1)}{2n(a^2-a+1)}$ .
175.  $\frac{a}{x^2-ay}$ . 176.  $a^{n-1}b^2$ . 177.  $\frac{a^{n+2}x^{n-1}}{b^{m-1}y^m}$ .
178.  $\frac{am+pbm+n}{x^{n+1}y^{p+n-m+2}}$ . 179.  $-1$ . 180.  $-\frac{2}{3}$ .
181.  $\frac{1}{3(x-y)}$ . 182.  $\frac{3(a-b)^2}{b}$ . 183.  $\frac{x(2x+y)}{y^2}$ .
184.  $\frac{3p}{p-q}$ . 185.  $a^2-b^2$ . 186.  $\frac{1-x+x^2}{a^2-b^2}$ .
187.  $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$ . 188.  $\frac{x+y-z}{x-y+z}$ . 189.  $\frac{a^2-1}{a^2-a-6}$ .
190.  $\frac{(a+3)^2}{(a-3)(a-4)}$ . 191.  $\frac{(x-1)(x^2+1)}{x+1}$ .
192.  $\frac{x^2-x-1}{x-3}$ . 193.  $\frac{5p+2}{5p^2-2}$ . 194.  $10\frac{2}{3}$ . 195.  $\frac{a^2}{bc}$ .
196.  $\frac{m-a}{am(m+a)}$ . 197.  $\frac{a+x}{ax}$ . 198.  $\frac{10n}{n^2-x^2}$ .
199.  $\frac{a+b}{c}$ . 199.  $\frac{my-nx}{(m+n)y}$ . 199.  $\frac{y(ay-bx)}{cx}$ .
200.  $\frac{y(\rho x^2 - qyz)}{x(\rho y^2 - qxz)}$ . 200.  $\frac{m+n}{m-n}$ . 200.  $\frac{x^2-2a^2}{ax}$ .
201.  $\frac{2xy}{x^2+y^2}$ . 201.  $\frac{y(x^2+1)(xy-1)}{(x^2-1)(xy+1)}$ .
202.  $-\frac{m^4+m^2n^2+n^4}{mn(m-n)^2}$ . 202.  $\frac{12m}{5n}$ . 202.  $\frac{a+1}{a-1}$ .
203.  $\frac{a^2+ab-b^2}{b^2+ab-a^2}$ . 203.  $\frac{p+3}{p+4}$ . 203.  $\frac{q^2-3pq-18p^2}{q^2-3pq+2p^2}$ .

225.  $a$ . 226.  $\frac{1}{ab}$ . 227. 1. 228.  $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$ .  
 229.  $\frac{bc+ac+ab}{bc+ac-ab}$ . 230.  $\frac{a^2-b^2}{16a^2b^2}$ . 231.  $-\frac{p+q}{p^2+q^2}$ .  
 232.  $\frac{1}{p+1}$ . 233.  $a^2-b^2$ . 234.  $\frac{pq}{3}$ .  
 235.  $\frac{k-l}{8l^2}$ . 236. 1. 237. 1. 238.  $\frac{2}{k+l}$ .  
 239.  $\frac{1-x^2y+xy^2}{xy}$ . 240. 1. 241.  $1-b^2$ .  
 242.  $-\frac{(a-1)^2}{2}$ . 243.  $\frac{a-x}{8x^2}$ . 244.  $\frac{n-1}{n+1}$ .  
 245.  $-\frac{n^2+n+1}{n}$ . 246.  $x^2-2x+4$ . 247.  $\frac{2a+n^2}{a(a-3n)}$ .  
 248.  $\frac{1+x}{(1-x)(1-2x)}$ . 249.  $\frac{a-n+x}{a+n-x}$ . 250.  $\frac{a+1}{ax}$ .  
 251. 1; 9;  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; 9; 1;  $\frac{8}{125}$ ;  $15\frac{5}{8}$ ; 1,44; 0,16.  
 252. 25;  $-\frac{1}{27}$ ; 1;  $\frac{16}{81}$ ;  $\frac{16}{81}$ ; 1,728;  $\frac{25}{36}$ ;  $-\frac{64}{125}$ ; -1;  $-15\frac{5}{8}$ ;  $11\frac{1}{9}$ ; -10.  
 253. 1. 254.  $-3\frac{3}{5}$ . 255. 1. 256.  $\frac{45}{209}$ .  
 257.  $33\frac{3}{4}$ . 258.  $-\frac{20}{21}$ . 259.  $-1\frac{17}{47}$ . 260.  $\frac{1}{26}$ .  
 261.  $\frac{1}{a^3}$ . 262.  $a^m$ . 263.  $\frac{1}{x^a}$ . 266.  $a^{y-x}$ .  
 268.  $\frac{m^2}{(1-m)^4}$ . 269.  $-\frac{2x^2}{3a^4}$ . 270.  $-\frac{25a^2}{3}$ . 271.  $\frac{1}{x^2}$ .  
 272.  $\frac{a^2}{a^2-1}$ . 273.  $\frac{2a^3}{3}$ . 274.  $\frac{1}{abc}$ . 275.  $ab$ .  
 276.  $\frac{a+b^2}{a^2b}$ . 277.  $b^2-ab$ . 278.  $\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}$ . 279.  $\frac{(a^n+bn)^2}{4a^{2n}}$ .  
 280.  $\frac{1}{a^n+bn}$ . 281.  $a^{-1}$ . 282.  $3^{-2}$ . 283.  $2^{-3}$ .  
 284.  $m^{-a}$ . 285.  $a^mb^{-n}$ . 286.  $5ab^{-3}$ . 287.  $mx^{-6}$ .  
 288.  $2^{-1}a^5b^{-2}$ . 289.  $x^{-1}+y^{-1}$ . 290.  $2^{-3}-x^{-2}$ .  
 291.  $x^{m-5}+y^{3-n}$ . 292.  $py(x^2-q^2)(y-p)^{-1}$ .  
 293.  $(x^2-y^3)^{-m}$ . 294.  $(m^{-3}+n^{-4})^3(x^{-5}-y^{-2})^{-2}$ .  
 295.  $(x+y)^{-1}(x-y)$ . 301.  $a^5$ .  
 302.  $\frac{1}{a^{17}}$ . 303.  $a^m$ . 304.  $\frac{1}{a^{m-4}}$ . 305.  $\frac{1}{a^{11}}$ .

306.  $\frac{1}{a^3}$       307.  $a^m$       308.  $\frac{1}{a^{13n}}$       309.  $\frac{1}{4}$
310.  $\frac{1}{2}$       311. 27.      312.  $\frac{1}{625}$       313.  $\frac{1}{a^5}$
314.  $\frac{1}{a^4}$       315.  $a^{m-n}$       316.  $\frac{1}{a^{2m}}$       317.  $\frac{24}{a^6bc}$
318.  $\frac{5b^4d^3}{a^3c^4}$       319.  $\frac{1}{64a^{2m}}$       320.  $\frac{2b^6c^{2p+1}dn}{a^{m-n}}$
321.  $\frac{1 - m^8 + m^4}{m}$       322.  $\frac{m^5 - m^{15} - 1}{m}$
323.  $\frac{1 - pq + p^2q^2 - p^3q^3 + p^4q^4}{q^4}$       324.  $\frac{1 + p^2q^4 + p^4q^6 + p^6q^8}{p^4q^8}$
325.  $\frac{b^{10} - a^6}{a^6b^{10}}$       326.  $\frac{b^m - a^m}{amb^m}$       327.  $\frac{(bm + am)(bn - an)}{a^{m+n}b^{m+n}}$
328.  $\frac{a^{2m} + amb^m + b^{2m}}{a^{2m}b^{2m}}$       329.  $\frac{(1 - x^3)(1 + x)}{x^3}$
330.  $\frac{a^3 + x^3}{a^3x^3}$       331.  $\frac{a^6x^6 - 1}{a^2x^4}$       332.  $\frac{3x^2 + 4}{x}$       333.  $\frac{2x + 1}{x}$
334.  $\frac{2x^4 - 3x^2 - 6}{12x^3}$       335.  $-\frac{1}{a}$       336.  $\frac{a^2b^2}{(a + b)^2}$
337.  $\frac{b - a^3}{a^3b}$       338.  $\frac{a^{12}}{169}$       339.  $\frac{4a^2x^4}{(a^2 - x^4)^2}$       340.  $a + b$
341.  $\frac{a}{a - 1}$       342.  $\frac{4(x^2 + 2x + 4)}{(x + 2)^2}$       343.  $\frac{2a^2n^2}{a - n}$

### Peatükk V.

7.  $-a^6$       8.  $a^{2n}$       9.  $a^{10n}$       10.  $-\frac{1}{a^6}$       11.  $\frac{1}{a^{28}}$
12.  $\frac{1}{a^{6m}}$       13.  $-\frac{1}{a^{6n-3}}$       14.  $a^{mn}$       15.  $a^{10}$       16.  $(-b^5)^m$
17.  $b^{10n}$       18. 16.      19.  $\frac{b^6}{a^6}$       20.  $b^6$       21.  $-0,2^5a^5pb^5$
22.  $0,01^6a^{6n-12}b^6m$       23.  $\frac{a^{2m}pb^{2p}(n+p)}{c^{2p^2}}$       24.  $-\frac{a^{(6p+1)(6n-1)}}{b^{2n(6n-1)}c^{(n+2)(6n-1)}}$
25.  $\frac{4a^6}{b^4c^2}$       26.  $\frac{9b^2d^4}{4a^4c^6}$       27.  $-\frac{2a^3bn}{c^{n-1}}$       28.  $\frac{625b^{2n-6}c^{10}}{a^{2m-2}}$
29.  $\left(\frac{a^2b^2d^2}{c^3f}\right)^m$       30.  $\left(\frac{bn}{amcm-n}\right)^{mn}$       31.  $\frac{a^{6n}}{x^{6n}}$
32.  $\frac{a^{8n}}{256b^{16}}$       33.  $\frac{25b^2y^4}{a^2x^2}$       34.  $\frac{81^2a^4}{10\,000x^{22}}$

Peatükk VI.

9.  $\frac{a^2 - b^2}{ab}$ . 10.  $\frac{3(a+b)}{4}$ . 43. 5. 44. 4. 45. 7.  
 46. 6. 47. 9. 48. 2. 49. 10. 50. 2.  
 51. 4. 52. 1. 53.  $\frac{2}{3}$ . 54.  $1\frac{4}{5}$ . 55. 7. 56. 5.  
 57. 32. 58. 2. 59. 9. 60.  $-\frac{4}{7}$ . 61. 8. 62. 6.  
 63. 10. 64.  $1\frac{1}{3}$ . 65. 5. 66. 5. 67.  $-1\frac{1}{2}$ . 68. 3.  
 69.  $\frac{2}{3}$ . 70.  $1\frac{1}{4}$ . 71. 6. 72. 18. 73. 12. 74. 5.  
 75. 6. 76. 6. 77. 6. 78. 12. 79. 15. 80. 24.  
 81. 12. 82. 28. 83. 10. 84. 100. 85.  $\frac{1}{2}$ . 86.  $12\frac{2}{3}$ .  
 87. 5. 88. 6,3. 89. 4. 90. 2. 91. 1. 92. 3.  
 93. 8. 94. 13. 95. 4. 96. 13. 97. 5. 98. 2.  
 99. 9. 100.  $\frac{1}{5}$ . 101. -6. 102. 5. 103. 10. 104. 11.  
 105. 6. 106. 2. 107. 1. 108. 20. 109. 2. 110. 3.  
 111. 4. 112.  $\frac{5}{7}$ . 113.  $1\frac{1}{2}$ . 114. 9. 115.  $\frac{2}{3}$ . 116.  $\frac{2}{3}$ .  
 117. 13,6. 118. 0,808. 119.  $\frac{5}{12}$ . 120. 0,01. 121. 10. 122.  $\frac{2}{7}$ .  
 123. 2. 124. 1. 125.  $1\frac{1}{2}$ . 126. 2,5. 127.  $\frac{3}{4}$ . 128. 5.  
 129. 7. 130.  $\frac{3}{8}$ . 131. 6. 132.  $1\frac{1}{3}$ . 133.  $\frac{1}{2}$ . 134.  $-\frac{1}{2}$ .  
 135. 1. 140.  $\frac{c}{a+b}$ . 141.  $a(c-b)$ . 142.  $\frac{p-mn}{m}$ .  
 143.  $\frac{p}{m-n}$ . 145.  $\frac{bc}{b+1}$ . 146.  $\frac{mq}{m-n}$ . 147.  $\frac{pqr}{n(q+1)}$ .  
 148.  $\frac{d-b}{a-c}$ . 149.  $\frac{p+q}{m-n}$ . 150.  $\frac{apq}{p^2-q^2}$ . 151.  $\frac{pq(q-m)}{p-q}$ .  
 152.  $\frac{b(c-a)}{a+1}$ . 153.  $a$ . 154. Samasus. 155.  $-\frac{p}{2}$ .  
 156. 1. 157. -2. 158.  $\frac{ac}{b+c}$ . 159.  $\frac{ac}{a+2c}$ .  
 160.  $\frac{cd}{ab+ac+bc}$ . 161.  $\frac{ac(a^2-ac+c^2)}{a+c}$ . 162.  $-\frac{2mn}{m+n}$ .

163.  $\frac{m(7n-3m)}{m-3n}$       164.  $\frac{p^2+4q^2-8n^2}{4(p-q-2n)}$       165.  $\frac{12pq}{p+3q}$
166.  $a^2b^2(a-b)$       167.  $\frac{(a-b)(a^2+b^2)}{(a+b)^2}$       168.  $\frac{3c(c-d)}{8d-3c}$
169.  $\frac{c^2(d-c)}{d(d+c)}$       170. 5c.      171.  $\frac{c^2}{d-c}$       172. 2k.
173. l.      174. 0.      175.  $\frac{2n^3+12mn^2-9m^3}{2(3m^2+5n^2)}$
176.  $ab-ac-bc$       177.  $\frac{5a(a+b)}{2(a+4b)}$       178.  $\frac{b^2c}{a}$
179.  $\frac{c(4c^2-9d^2)}{8c^2+27d^2}$       180. k.      181.  $\frac{k}{k+1}$
182.  $\frac{(m-n)(m+n)^2}{n^2(m-n)-(m+n)^2}$       183.  $\frac{mn}{m+n}$       184.  $p^4$
185.  $p^2+q^2-r^2$       186.  $\frac{a^2(n+1)}{n-1}$       187.  $\frac{a}{d}$
188.  $\frac{a-b}{a+b}$       189.  $\frac{a}{2n-a}$       190.  $2(a+b)$       191. 4n.
192.  $a+b$       193.  $(a-b)^2$       194.  $\frac{abc}{a+b+c}$       195.  $\frac{1}{4a(a+b)}$
196. 3b.      197.  $a^2+b^2$       198.  $\frac{a^2(b-a)}{b(b+a)}$
199.  $\frac{ab(a+b-2c)}{a^2+b^2-ac-bc}$       200.  $\frac{ab-cd}{c+d-a-b}$
201.  $\frac{ab}{a+b}$       202. 2.      203.  $\frac{a+b}{a-b}$       204.  $a(n+1)$
205. a.      206.  $\frac{a(a-c)}{a-2c}$       207. a.      208.  $\frac{a}{a+1}$
209.  $\frac{ac(2b^2+cd)}{3a^2-b^2}$       210.  $\frac{1}{2a}$       211. 35; 15.
212. 16; 24.      213. 7; 8.      214. 10; 2.      215. 1; 2.      216. 11; 13.
217. 5; 6.      218. 9; 8.      219. 17; 1.      220. 3; 2.      221. 3; 2.
222. 2; 1.      223. 16; 7.      224. -3; -2.      225. 2; 3.
226.  $-\frac{1}{2}$ ; -2.      227.  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{3}$       228. 4; 5.      229. 2;  $-\frac{1}{11}$
230. 6; 12.      231. 12; 12.      232. 10; 5.      233. 4; 3.      234. 18; 6.
235. 7; 5.      236. 12; 6.      237. 3; 2.      228. 4; 5.      239. 4; 16.
240. 1; 3.      241. 4; 25.      242.  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$       243. 8; 5.      244. 7; 6.
245.  $\frac{1}{2}$ ; 7.      246. 1; 1.      247. 2; 3.      248. 4,5; 1.      249. 5; 10.

250. 159; 46. 251.  $\frac{a+2b}{2}$ ;  $\frac{a-2b}{2}$ . 252.  $a+b$ ;  $a-b$ .  
 253.  $\frac{1}{a}$ ; 0. 254.  $\frac{ac+bd}{a^2+b^2}$ ;  $\frac{bc-ad}{a^2+b^2}$ . 255.  $ab$ ;  $cd$ . 256.  $5a$ ;  $4b$ .  
 257.  $a+b$ ;  $a-b$ . 258.  $\frac{a^2}{a-b}$ ;  $\frac{b^2}{b-a}$ . 259.  $\frac{a(c-b)}{c(a-b)}$ ;  $\frac{b(a-c)}{c(a-b)}$ .  
 260.  $\frac{a}{b}$ ; 1. 261.  $\frac{c}{b}$ ;  $\frac{a}{d}$ . 262.  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{c}{d}$ . 263.  $\frac{c}{a+b}$ ;  $-\frac{c}{a+b}$ .  
 264.  $2a+b$ ;  $2a-b$ . 265.  $c^3-d^3$ ;  $c^3+d^3$ . 266.  $\frac{a+mb}{1-mn}$ ;  $\frac{na+b}{1-mn}$ .  
 267.  $\frac{km^2}{m^2+k^2}$ ;  $\frac{k^2m}{m^2+k^2}$ . 268.  $\frac{p}{2q}$ ;  $\frac{2q^2-p^2}{2q^2}$ .  
 269.  $\frac{h}{l}$ ;  $\frac{2l+h}{k}$ . 270.  $-\frac{2bc}{a^2+b^2}$ ;  $\frac{2ac}{a^2+b^2}$ .  
 271.  $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$ ;  $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$ . 272.  $a^2+ab+b^2$ ;  $a^2-ab+b^2$ .  
 273. 4;  $a+2$ . 274.  $\frac{n}{p}$ ;  $-\frac{n}{q}$ . 275.  $n+d$ ;  $n-d$ . 276. 3; 6.  
 277. 2; 5. 278. 5; 6. 279.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ . 280. 3; 4.  
 281.  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{2}{3}$ . 282. 3; 4. 283. 8; 2. 284. 5; 3. 285. 2; 2.  
 286.  $\frac{a+b}{c}$ ;  $\frac{a+b}{c}$ . 287.  $a$ ;  $c$ .  
 288.  $\frac{2}{a-1}$ ;  $\frac{2}{a+1}$ . 289.  $\frac{c(a^2+b^2)}{a^2-b^2}$ ;  $\frac{c(a^2+b^2)}{2ab}$ .  
 290.  $2n-1$ ;  $\frac{2n+1}{n}$ . 291. 2; 3; 4. 292. 1; 3; 5.  
 293. 11; 12; 13. 294. 15; 12; 10. 295. 3; 2; 1. 296. 1; 1; 1.  
 297. 8; 4; 2. 298. 2; 3; 4. 299. 3; 1;  $-1$ . 300. 2;  $-1$ ; 1.  
 301. 8; 6; 2. 302. 12; 18; 35. 303. 9; 12; 15. 304. 26; 65; 91.  
 305. 10; 20; 30. 306. 9; 8; 11. 307. 1; 2; 3. 308. 6;  $-2$ ; 4.  
 309. 12; 24; 36. 310. 24; 60; 120. 311.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{5}$ .  
 312. 0,64; 0,72; 0,84. 313.  $27\frac{1}{2}$ ; 11; 10. 314. 9; 6; 7.  
 315.  $\frac{3}{4}$ ; 3;  $1\frac{1}{4}$ . 316. 0,4; 1,5; 2,5. 317.  $1\frac{1}{5}$ ;  $-2\frac{2}{3}$ ;  $3\frac{3}{4}$ .  
 318. 2; 3; 2. 319.  $1\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{4}$ . 320. 2; 3; 4. 321. 5; 4; 3

322.  $\frac{2}{3}$ ; 2; -1. 323. 4; 2; 1. 324. 1; 2; 3. 325. 3; 2; 1.
326.  $\frac{a+b-c}{2}$ ;  $\frac{a-b+c}{2}$ ;  $\frac{a-b-c}{2}$ .
327.  $\frac{b+c}{2}$ ;  $\frac{a-b}{2}$ ;  $\frac{a-c}{2}$ . 328.  $c$ ;  $b$ ;  $a$ .
329.  $\frac{b+c-a}{a}$ ;  $\frac{a-b+c}{b}$ ;  $\frac{a+b-c}{c}$ . 330.  $\frac{bc}{a}$ ;  $\frac{ac}{b}$ ;  $\frac{ab}{c}$ .
331.  $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ ;  $\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$ ;  $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ .
332.  $a+b$ ;  $b+c$ ;  $a+c$ . 333.  $-abc$ ;  $ab+ac+bc$ ;  $-(a+b+c)$ .
334.  $\frac{a(b+c)}{2}$ ;  $\frac{b(a+c)}{2}$ ;  $\frac{c(a+b)}{2}$ .
335.  $\frac{abc}{ab+ac+bc}$ ;  $\frac{abc}{ab+ac+bc}$ ;  $\frac{abc}{ab+ac+bc}$ . 336.  $b$ ;  $a$ ; 0.
337. 1;  $-c$ ;  $b$ . 338.  $\frac{lm+km-kl}{2klm}$ ;  $\frac{lm+kl-km}{2klm}$ ;  $\frac{km+kl-lm}{2klm}$ .
339.  $a+b$ ;  $c$ ;  $a$ . 340.  $\frac{(a+b)^2}{ab}$ ;  $\frac{(a-b)^2}{ab}$ ; 1. 341.  $a$ ;  $b$ ;  $a-b$ .
342.  $\frac{a}{bc}$ ;  $\frac{b}{ac}$ ;  $\frac{c}{ab}$ . 343.  $b-c$ ;  $c-a$ ;  $a-b$ .
344.  $a-b$ ;  $a+1$ ;  $b+1$ . 345.  $a+b$ ;  $a-b$ ;  $a^2-b^2$ .
346.  $c$ ;  $b$ ;  $a$ . 347.  $\frac{a}{3}$ ;  $\frac{2a-1}{2}$ ; 1.
348.  $\frac{2}{a-b+c}$ ;  $\frac{2}{a+b-c}$ ;  $\frac{2}{b+c-a}$ .
349.  $\frac{1}{(a-b)(a-c)}$ ;  $\frac{1}{(a-b)(b-c)}$ ;  $\frac{1}{(a-c)(b-c)}$ .
350.  $\frac{1}{a}$ ;  $\frac{1}{b}$ ;  $\frac{1}{c}$ . 351. 1; 4; 2; 3. 352. 2; 3; 4; 5.
353. 1; 3; 4; 2. 354. 1; 2; 3; 4. 355. 1; 1; 2; 2.
356. 1; 1; 3; 2. 357. 1; 3; 4; 2. 358. 15; 12; 16; 14.
359.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{5}$ . 360.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{4}{5}$ .
361. 2; 3; 4; 5; 1. 362. 4; 6; 2; 6; 3.
363. 2; 1; 4; 5; 3. 364. 2; 1,1; -1; -1,1; -2.
365. 2;  $1\frac{1}{2}$ ; 1; -1;  $-1\frac{1}{2}$ ; -2. 366.  $2a$ ;  $-2a$ ;  $a$ ;  $-a$ .
367. 2;  $a-3$ ; 4;  $c-5$ . 368.  $2a-1$ ;  $1-a$ ;  $1-2a$ ;  $\frac{5a}{4}$ .

369. 2; 3; 2a; 3a. 370.  $\frac{a}{2}$ ; a;  $\frac{3a}{2}$ ; 2a.
371. 22 rbl.; 16 rbl. 372. 27 rbl.; 54 rbl.
373. 15 õ.; 15 õ.; 17 õ. 374. 11 rm.; 22 rm.; 33 rm.
375. 48 rbl.; 8 rbl.; 16 rbl. 376. 9; 12.
377. 40; 48. 378. 50; 35. 379. 24; 16.
380. 18; 28. 381. 45; 30. 382. 49; 15.
383. 46; 11. 384. 28; 33. 385. 12; 18.
386. 32 hl; 64 hl. 387. 12 kg.
388. 24 kg à 15 rbl. ja 8 kg à 21 rbl. 389. 22 õp.; 23 õp.
390. 7 rbl. 40 kop. 391. 12 kg; 7 kg. 392. 96 rbl.; 24 rbl.
393. 22 rbl.; 10 rbl. 394. 5 aastat. 395. 45 a.; 6 a.
396. 36 pange; 18 pange. 397. 16 m; 14 m.
398. 18 kg; 20 kg. 399. 12 t. pärast. 400. 6 t. pärast.
401. kell 3 ja 9 min. 402. 260 rbl. 403. 440 rbl.
404.  $1\frac{7}{8}$  tunniga. 405. 12 tunniga. 406. 9 tunniga.
407.  $1\frac{1}{3}$  tunniga. 408. 15 tunniga. 409. 210 km.
410. 236 km A-st. 411. 7; 15; 48. 412. 37.
413. 18 rbl.; 1,44 rbl. 414. 12 rbl.; 21 rbl. 415. 75.
416. 84. 417. 45 m; 27 m. 418. 445 rbl.
419. 55 hl. 420. 762 pakki; 2 t. 421. 20% võrra.
422. 12 cm. 423.  $\frac{3}{7}$ . 424. 3 võrra.
425.  $24\frac{1}{2}a$ .;  $17\frac{1}{2}a$ . 426. 726 vaati. 427. 5.
428. 75; 18; 7. 429. 34 last; 6 pinki. 430. 4.
431.  $\frac{5}{20}$ . 432. 300 m. 433. 3 korda.
434. 123. 435. 14 rbl.; 24 rbl. 40 kop. 438. 6 ha; 100 ha.
436. 103 cm. 437. 6 inimest .
439. 5 liiget; 24 kand. 441. 15 800 m<sup>3</sup> (ligik.). 442. ~ 5,42 kg.
440. 450 ha. 444. 10 000 m<sup>2</sup> = 1 ha. 445. 5 m ja 7 m.
443. 40 in.; 90 in. 447. ~ 29%.
446. 55 õp.; 50 õp.; 45 õp. ja 35 õp. 450. 1,65 km ja 1,23 km.
448. 37,5 m. 449. 16 mm.
451.  $10\frac{\text{km}}{\text{t}}$  ja  $4\frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 452. 30 min. pärast.
453. 91 900 kWh ja 140 955 kWh. 454. 40 kg ja 16 kg.
456.  $15\frac{\text{km}}{\text{t}}$  ja  $165\frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 458. 40 dm ja 15 dm.
459. 372 cm; 297,6 cm. 460. 4 pv. ja 5 pv.

461.  $\frac{1}{3}$  ha;  $3\frac{1}{3}$  ha. 462. 9 cm ja 12 cm 463.  $\sim$  88 kg ja 36 kg.  
 464. 8 kg ja 10 kg.  
 465. 2 milj. ha; 4 milj. ha.; 10 milj. ha ja 62 milj. ha.  
 466. 416 kg ja 1056 kg (ligik.) 467. 1,8 ja 1,2.  
 468. 95 kg ja 20 kg. 469. 30 cm ja 12 cm.  
 470. 9 kg ja 22,5 kg. 471. 6,25 cm; 3,75 cm.  
 472. Ingl. 2 milj. in.; 1 milj. in.  
 473. 25 000 in.-tööp. 474.  $33\frac{1}{8}$  g. 475. 20% võrra.  
 476. 24 km. 477. 33 ja 14. 478. 85 rbl.; 55 rbl.  
 479. 36 hl; 24 hl. 480. 18 rbl.; 15 rbl. 481.  $\frac{2}{7}$ .  
 482. 18; 7. 483. 29. 484. 63.  
 485. 84. 486. 12 rbl.; 1,2 rbl. 487. 88 l; 40 l.  
 488. 29 rida; 32 tähte. 489. 18 tundi;  $4\frac{\text{km}}{\text{t}}$ .  
 490. 24 tunniga; 48 tunniga. 491.  $18\frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $6\frac{\text{km}}{\text{t}}$ .  
 493. 24 in.; 14 pv.  
 497. 3 rbl. 20 kop.; 40 kop.  
 499. 6 pv.; 8 hob.  
 503. 35 km; 30 km. 504. 10; 2. 505. 78; 85; 63.  
 506. 70 kg; 50 kg; 130 kg. 507. 64 rbl.; 72 rbl.; 84 rbl.  
 508. 13; 17; 19. 509. 50 rbl.; 65 rbl.; 75 rbl.  
 510. 9 õ.; 7 õ.; 12 õ.  
 512. 50. 513. 432. 514. 12 l; 8 l; 7 l.  
 515. 150 rbl.; 250 rbl.; 450 rbl.<sup>1</sup> 516. 35 õp.; 25 õp.; 40 õp.  
 517. 12 g; 18 g; 8 g. 518. 350; 190; 30.  
 519.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{6}$ . 520. 23. 521. 36; 30; 30; 24.  
 522. 80; 72; 64; 56. 523. 45 rm.; 42 rm.; 69 rm.; 36 rm.  
 524.  $\frac{Sq}{q+1}$ ;  $\frac{S}{q+1}$ . 525.  $\frac{a+m}{n+2}$ ;  $\frac{a-m-mn}{n+2}$ ;  $\frac{n(a+m)}{n+2}$ .  
 526.  $\frac{bm-n}{a-b}$ ;  $\frac{a(bm-n)}{a-b}$ . 527.  $\frac{(a-b)m+bn}{n-m}$ ;  $\frac{b(n-m)+an}{n-m}$ .  
 528.  $\frac{ap}{p+1+pq}$ ;  $\frac{a}{p+1+pq}$ ;  $\frac{apq}{p+1+pq}$ .  
 529.  $\frac{bl+ck}{ak-l}$ ;  $\frac{a(bl+ck)}{ak-l}$ . 530.  $\frac{a(br+m)}{a+b}$ ;  $\frac{b(m-ar)}{a+b}$ .

<sup>1</sup> Hoiukassa maksab praegusel ajal 3%.

531.  $\frac{(2q-1)d}{2(q-1)}$ ;  $\frac{d}{2(q-1)}$ . 532.  $\frac{ac}{b-a}$  m. 533.  $\frac{m}{a-1}$ .
534.  $\frac{100m}{100-p}$  rbl. 535.  $\frac{d}{a-b}$ ;  $\frac{ad}{a-b}$ . 536.  $\frac{abn}{b-a}$  m.
537.  $\frac{ab}{a+b}$  t. 538.  $\frac{(a-1)m}{ak}$  m;  $\frac{(a-1)m}{k}$  m;  $\frac{ak}{a-1}$  pööret;  $\frac{k}{a-1}$  p.
539.  $\frac{1\,000\,000m}{(100+p)^3}$  el. 540.  $\frac{a(h+1)}{h}$  t.;  $a(h+1)$  t.
541.  $\frac{nu}{2t(t+u)}$  m. 542.  $\frac{uv}{t+u}$  sec. 543.  $\frac{(m-b)d+s}{a-b}$  kg.
- $\frac{d(a-m)-s}{a-b}$  kg. 544.  $\frac{bm}{ab-m}$  tunniga.
545.  $\frac{amp}{mp+np+nq}$ ;  $\frac{anp}{mp+np+nq}$ ;  $\frac{anq}{mp+np+nq}$ .
546.  $\frac{nu}{2t(t+u)}$  m. 547.  $\frac{(100+p)b-100a}{a}$  %.
548.  $\frac{bc-ad}{a+d-b-c}$ . 549.  $\frac{n-m}{p-1}$  rbl.;  $\frac{mp-n}{p-1}$  rbl.;  $\frac{p(n-m)}{p-1}$  rbl.
550.  $\frac{d-v(h+n)}{n}$  sec.
551.  $\frac{d-hu}{u+v}$  tundi pärast teise r. väljumist  $\frac{u(hv+d)}{u+v}$  km kaugusel A-st.
552.  $\frac{an-m(n^2+n+1)}{n^2+n+1}$ ;  $\frac{a+m(n^2+n+1)}{n^2+n+1}$ ;  $\frac{an^2}{n^2+n+1}$ .
553.  $\frac{2mnp}{np+mp+mn}$ . 554.  $\frac{a+mb}{mn-1}$ ;  $\frac{na+b}{mn-1}$ .
555.  $\frac{d(n+m)}{2mn}$  sec;  $\frac{d(n-m)}{2mn}$  sec.
556.  $\frac{m(bp-aq)}{mq-np}$ ;  $\frac{n(bp-aq)}{mq-np}$ . 557.  $\frac{q}{p+q}$  P tonni;  $\frac{p}{p+q}$  P tonni.
558.  $\frac{dr}{ad+bc}$  rbl.  $\frac{cr}{ad+bc}$  rbl. 559.  $\frac{am-bn}{a-b}$  rbl.;  $\frac{an-bm}{p+q}$  rbl.
560.  $\frac{mp}{mp+nq}$  d m;  $\frac{nq}{mp+nq}$  d m.
561.  $\frac{(m+n)(ps-qr)}{(r+s)(np-mq)}$  a kg;  $\frac{(p+q)(nr-ms)}{(r+s)(np-mq)}$  a kg.
562.  $\frac{Q+\pi l^2}{2\pi l}$ ;  $\frac{Q-\pi l^2}{2\pi l}$ . 563.  $\frac{b}{6}$ ;  $\frac{2b}{3}$ ;  $\frac{b}{6}$ .

### Peatükk VII.

|                          |                      |                        |                        |                         |
|--------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. 24.                   | 2. 19.               | 3. 43.                 | 4. 780.                | 5. 37.                  |
| 6. 5300.                 | 7. 68.               | 8. 97 000.             | 9. 8100.               | 10. 98 000.             |
| 11. 234.                 | 12. 237.             | 13. 912.               | 14. 509.               | 15. 876.                |
| 16. 681.                 | 17. 135.             | 18. 852.               | 19. 4750.              | 20. 30 700.             |
| 21. 2136.                | 22. 3156.            | 23. 1007.              | 24. 2012.              | 25. 7009.               |
| 26. 7505.                | 27. 8526.            | 28. 9482.              | 29. 4444.              | 30. 6109.               |
| 31. $\frac{7}{9}$ .      | 32. $\frac{5}{4}$ .  | 33. $\frac{16}{53}$ .  | 34. $\frac{21}{132}$ . | 35. $23\frac{1}{2}$ .   |
| 36. $104\frac{2}{3}$ .   | 37. 0,7.             | 38. $\frac{17}{69}$ .  | 39. 0,58.              | 40. 0,063.              |
| 41. 0,514.               | 42. 0,0093.          | 43. 1,54.              | 44. 3,88.              | 45. 0,00508.            |
| 46. 6,403.               | 47. 31.              | 48. 85.                | 49. 232.               | 50. 9017.               |
| 51. $\frac{13}{5}$ .     | 52. $\frac{27}{4}$ . | 53. $\frac{476}{20}$ . | 54. $\frac{218}{15}$ . | 55. $\frac{447}{200}$ . |
| 56. $\frac{1307}{300}$ . | 57. 1,732.           | 58. 0,745.             | 59. 0,791.             | 60. 0,54.               |
| 61. 1,789.               | 62. 3,402.           | 63. 2,661.             | 64. 3,332.             | 65. 8,609.              |
| 66. 3,044.               | 67. 0,632.           | 68. 2,592.             | 69. 6,585.             | 70. 0,089.              |
| 71. 1,433.               | 72. 3,536.           | 73. 8,016.             | 74. 0,791.             | 75. 0,485.              |
| 76. 2,45.                |                      |                        |                        |                         |

### Peatükk VIII.

|  |                           |                                |  |
|--|---------------------------|--------------------------------|--|
| 1. 0 ja 7.                             | 2. 0 ja $-2\frac{1}{4}$ . | 3. 0 ja $-2\frac{1}{2}$ .      | 4. 0 ja 2.                             |
| 5. 0 ja $-8\frac{2}{3}$ .              | 6. 0 ja $-\frac{2}{5}$ .  | 7. 0 ja -11.                   | 8. 0 ja 4. 9. $\pm 5$ .                |
| 10. $\pm 1\frac{1}{3}$ .               | 11. $\pm \frac{6}{25}$ .  | 12. $\pm 3\sqrt{-1}$ .         | 13. $\pm 2\sqrt{6}$ .                  |
| 14. $\pm 2\sqrt{-1}$ .                 | 15. $\pm 8$ .             | 16. $\pm \frac{\sqrt{6}}{5}$ . | 17. 4 ja 2.                            |
| 18. -2 ja -10.                         | 19. 6 ja -2.              | 20. 5 ja -7.                   | 21. 4 ja 3.                            |
| 22. 2 ja -3.                           | 23. 9 ja -2.              | 24. -13 ja 10.                 | 25. $1 \pm 3\sqrt{-1}$ .               |
| 26. $3 \pm 5\sqrt{-1}$ .               | 27. 4 ja -1.              | 28. 6 ja 4.                    | 29. $1\frac{1}{2}$ ja $-\frac{1}{2}$ . |
| 30. $1\frac{2}{3}$ ja $-\frac{1}{3}$ . | 31. 3 ja $\frac{1}{2}$ .  | 32. $\frac{3}{4}$ ja -1.       | 33. $4\frac{1}{2}$ ja $\frac{1}{2}$ .  |

34.  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{6}$ . 35.  $\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ . 36.  $\frac{-3 \pm 3\sqrt{-3}}{2}$ . 37. 4 ja -6.
38. 3 ja 2. 39. 24 ja 4. 40. 9 ja 4. 41.  $1\frac{1}{2}$  ja  $-\frac{5}{6}$ .
42. 5 ja  $1\frac{1}{2}$ . 43. 12 ja 11. 44. 2 ja 2. 45. 5 ja  $2\frac{1}{12}$ .
46.  $\frac{2}{3}$  ja  $-\frac{13}{21}$ . 47. 18 ja 15,8. 48. 30 ja 305. 49. 2.
50. 1 ja  $-1\frac{1}{4}$ . 51. 13. 52. 5 ja  $1\frac{1}{5}$ . 53.  $(x+5)(x+3)$ .
54.  $(x+7)(x+5)$ . 55.  $(x-3)(x-2)$ . 56.  $(x-11)(x-2)$ .
57.  $(x+4)(x+1)$ . 58.  $(x+6)(x+5)$ . 59.  $(x-2)(x-1)$ .
60.  $(x-10)(x-3)$ . 61.  $(x+5)(x-2)$ . 62.  $(x-10)(x+3)$ .
63.  $(x+8)(x-3)$ . 64.  $(x-12)(x+2)$ . 65.  $(x+3)(x-1)$ .
66.  $(x-10)(x+1)$ . 67.  $(x+7)(x-6)$ . 68.  $(x-9)(x+4)$ .
69.  $(2a+3)(3a+2)$ . 70.  $(2b-5)(5b-2)$ . 71.  $(3m+5)(2m-1)$ .
72.  $(2p-3)(5p+1)$ . 73. 10, 11 ja 12; -10, -11 ja -12.
74. 12 kg. 75. 24. 76. 9 in. 77. 10 t.; 15 t.
78. 30 rbl. 79. 4 km ja  $3\frac{1}{2}$  km. 80. 5%.
81. 8 ha; 12 pv. 82. 130 ts. või 70 ts. 83. 900 m ja 400 m.
84.  $16,5 \frac{\text{km}}{\text{t}}$  (ligik.). 85.  $3\frac{1}{2}$  tonni. 86. 8% ja 9%.
87. 16 dm ja 32 dm või 11 dm ja 22 dm. 88. 390 km või 150 km.
89. 60 km. 90. 12 t. ja 15 t. 91. 30 km.
92. 2 m ja 3 m. 93. 8 inimest. 94. 22 inimest.
95. 13 rbl. 96.  $50 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 97.  $200 \frac{\text{km}}{\text{t}}$  ja  $160 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
98. 20 t. ja 30 t. 99. 40 inimest.
100. 12 t. ja 12 t. või 10 t. ja 15 t.
101. 14 kg ja 35 kg (ligik.).
102. 25 rbl. 103. 6 t. ja 10 t. 104. 14,5 cm (ligik.).
105. 31 min. pärast. 106. 13 võrra. 107. 60 või 10. 108. 23.
109. 27 cm; 36 cm; 45 cm. 110.  $5 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .

## Sisukord.

|   |   | Lk. |
|---|---|-----|
|   | <b>Peatükk I. Peamised algebralised tähistused</b> . . . . .                    | 3   |
| § | 1. Algebralised avaldised (nr. 1—40) . . . . .                                  | 3   |
| § | 2. Seosed (nr. 41—55) . . . . .   | 6   |
| § | 3. Kordaja (nr. 56—70) . . . . .  | 8   |
| § | 4. Aste (nr. 71—130) . . . . .  | 10  |
| § | 5. Juur (nr. 131—160) . . . . .   | 12  |
| § | 6. Tehete järjekord. Sulud (nr. 161—232) . . . . .                              | 14  |
| § | 7. Asendamine (nr. 233—238) . . . . .   | 18  |
| § | 8. Aritmeetiliste ülesannete lahendamise üldseosed<br>(nr. 239—253) . . . . .   | 19  |
| § | 9. Algebraliste avaldiste arvutamine (nr. 254—266) . . . . .                    | 20  |
|   | <b>Peatükk Ia. Tehted relatiivsete arvudega</b> . . . . .                       | 23  |
| § | 1. Relatiivse arvu mõiste (nr. 1—5) . . . . .                                   | 23  |
| § | 2. Relatiivsete arvude liitmine ja lahutamine (nr. 6—74) . . . . .              | 24  |
| § | 3. Relatiivsete arvude korrutamine ja jagamine (nr. 75—94) . . . . .            | 28  |
|   | <b>Peatükk II. Tehted üksliikmetega ja hulkliikmetega</b> . . . . .             | 31  |
| § | 1. Hulkliikme sarnaste liikmete koondamine (nr. 1—43) . . . . .                 | 31  |
| § | 2. Üksliikmete ja hulkliikmete liitmine ja lahutamine<br>(nr. 54—126) . . . . . | 34  |
| § | 3. Sulgude avamine ja sulgudesse võtmine (nr. 127—152) . . . . .                | 38  |
| § | 4. Üksliikmete korrutamine (nr. 162—211) . . . . .                              | 41  |
| § | 5. Hulkliikme korrutamine üksliikmega (nr. 212—231) . . . . .                   | 43  |
| § | 6. Hulkliikmete korrutamine (nr. 232—263) . . . . .                             | 44  |
| § | 7. Üksliikmete jagamine (nr. 272—321) . . . . .                                 | 46  |
| § | 8. Hulkliikme jagamine üksliikmega (nr. 322—341) . . . . .                      | 48  |
| § | 9. Hulkliikme jagamine hulkliikmega (nr. 342—369) . . . . .                     | 49  |
| § | 10. Korrutamine valemite abil (nr. 370—469) . . . . .                           | 51  |
| § | 11. Jagamine valemite abil (nr. 470—514) . . . . .                              | 55  |
|   | <b>Peatükk. III. Tegureiks lahutamine</b> . . . . .                             | 58  |
| § | 1. Sulgude ette toomine (nr. 1—30) . . . . .                                    | 58  |
| § | 2. Hulkliikmelise teguri sulgude ette toomine (nr. 31—58) . . . . .             | 60  |
| § | 3. Rühmitamisvõte (nr. 59—83) . . . . .   | 61  |
| § | 4. Korrutamisleemide rakendamine (nr. 84—108) . . . . .                         | 62  |
| § | 5. Jagamisvalemite rakendamine (nr. 109—118) . . . . .                          | 63  |

|   | Lk. |
|---|-----|
| § 6. Kõikide eelmiste võtete rakendamine hulkliikmete tegureiks lahutamisel (nr. 119—218) . . . . . | 64  |
| § 7. Suurim ühistegur (nr. 219—230) . . . . .   | 67  |
| § 8. Väikseim ühiskordne (nr. 231—252) . . . . .  | 67  |
| <b>Peatükk IV. Murrud</b> . . . . .   | 69  |
| § 1. Murdude taandamine (nr. 1—50) . . . . .  | 69  |
| § 2. Murdude teisendamine ühenimelisteks (nr. 51—65) . . . . .                                      | 70  |
| § 3. Murdude liitmine ja lahutamine (nr. 66—120) . . . . .  | 71  |
| § 4. Murdude korrutamise (nr. 121—175) . . . . .  | 75  |
| § 5. Murdude jagamine (nr. 176—230) . . . . .   | 78  |
| § 6. Ülesanded kõikide tehete kohta murdudega (nr. 231—250) . . . . .                               | 80  |
| § 7. Negatiivsed astendajad ja astendaja null (nr. 251—343) . . . . .                               | 82  |
| <b>Peatükk V. Astendamine (nr. 1—34)</b> . . . . .  | 87  |
| <b>Peatükk VI. Võrduste teisendamine. Esimese astme võrrandid</b> . . . . .                         | 89  |
| § 1. Võrded (nr. 1—35) . . . . .  | 89  |
| § 2. Ühe tundmatuga võrrand (nr. 36—210) . . . . .  | 92  |
| § 3. Võrrandisüsteem (nr. 211—370) . . . . .  | 101 |
| § 4. Võrrandite koostamine (nr. 371—563) . . . . .  | 117 |
| <b>Peatükk VII. Ruutjuur</b> . . . . .  | 146 |
| § 1. Arvu ruutjuure leidmine (nr. 1—46) . . . . .   | 146 |
| § 2. Ruutjuure lähisväärtuste leidmine (nr. 47—76) . . . . .  | 149 |
| <b>Peatükk VIII. Numbriliste kordajatega ruutvõrrandid</b> . . . . .                                | 151 |
| § 1. Numbriliste kordajatega ruutvõrrandite lahendamine (nr. 1—52) . . . . .                        | 151 |
| § 2. Ruutvõrrandi lahendite omadused ja ruuttrinoomi tegureiks lahutamine (nr. 53—72) . . . . .     | 155 |
| § 3. Ühe tundmatuga ruutvõrrandi koostamine (nr. 73—110) . . . . .                                  | 156 |
| Vastused . . . . .  | 164 |

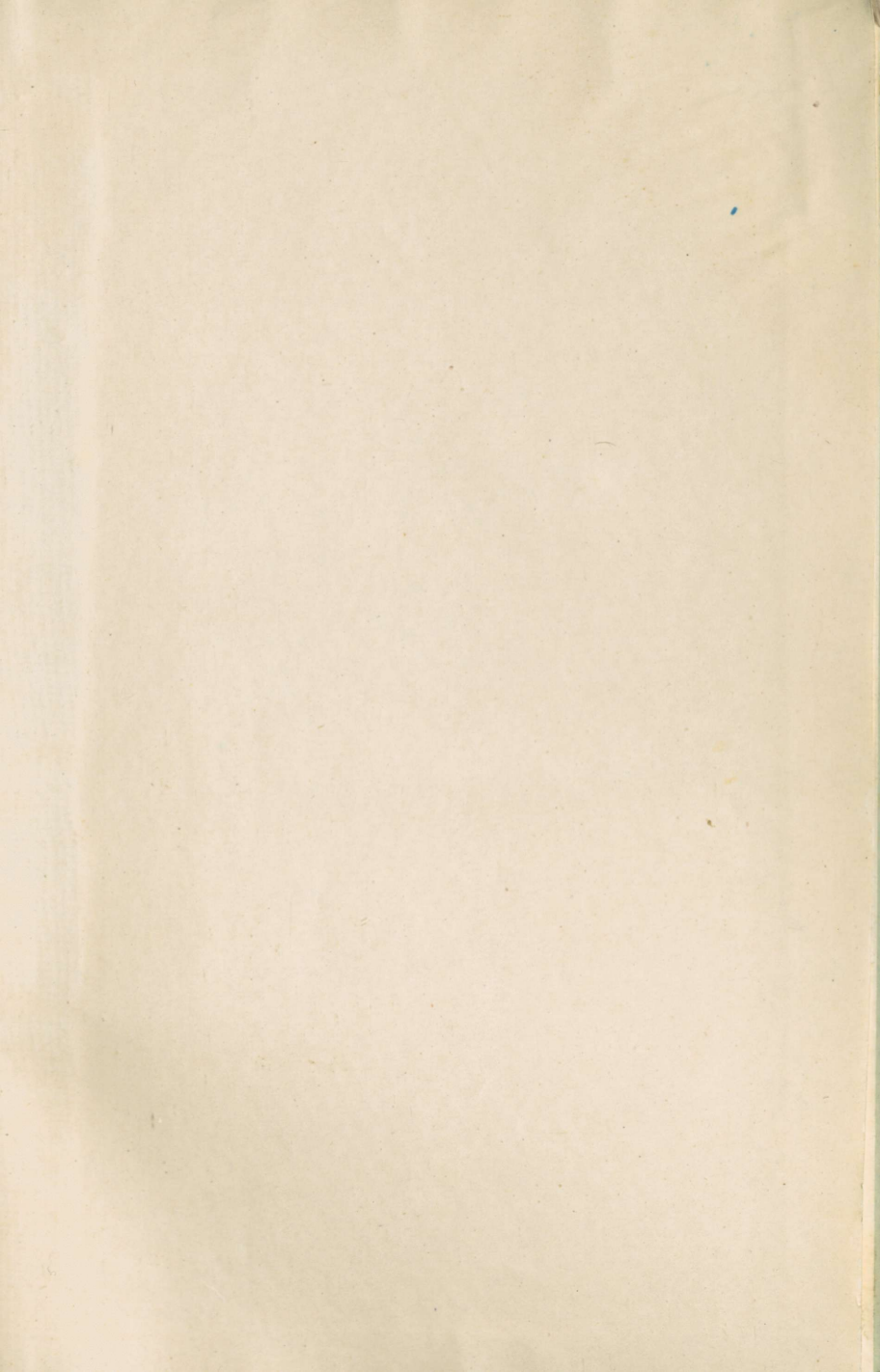
Vastutav toimetaja [redacted]  
Tehniline toimetaja H. Kohu.

Ladumisele antud 12. IX 1950. Trükkimisele antud 13. X 1950. Trükiarv 22 000. Paber 54 × 84 1/16. Trükipoognaid 11,5. Formaadile 60 × 92 kohaldatud trükipoognaid 9,43. Arvutuspoognaid 10,98. MB-08334. Trükikoda „Hans Heidemann“, Tartu, Vallikraavi 4. Tellimise nr. 2640.

На эстонском языке.

Hind rbl. 3.75.

12



Rbl. 3.75

A-18717

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00448634 8

Rbl. 3.75

A-18717

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00448634 8

ALGEBRA VI—VIII KLASSILE

A-18717

N. ŠAPOŠNIKOV  
JA  
N. VALTSOV

# ALGEBRA

ÜLESANNETE KOGU

VI—VIII KLASSILE



EESTI RIIKLIK KIRJASTUS