

**TARTU ÜLIKOOL**

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika Instituut

Sanna Kruusmaa

**MÜÜONTOMOGRAAFILISTE HODOSKOOPIDE  
NURKLAHUTUSVÕIME JA ASUKOHA LAHUTUSVÕIME ANALÜÜS**

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Juhendajad: Mats Mikkor MSc,

Madis Kiisk PhD

Tartu 2024

## **Müüontomograafiliste hodoskoopide nurklahutusvõime ja asukoha lahutusvõime analüüs**

**Lühikokkuvõte:** Käesolev lõputöö keskendub GScan OÜ poolt välja arendatud müüontomograafilise detektori hodoskoobi nurklahutusvõime ja asukoha lahutusvõime analüüsile.

Töö eesmärk oli hinnata detektori täpsust müüoni trajektoori nurkade ja positsioonide määramisel ning pakkuda välja meetodid, mis aitaks kaasa andmete usaldusväärsusele. Analüüsi tulemused näitasid, et detektori nurklahutusvõime sõltub ergastunud fiibrite arvust ja müüoni langemisnurgast. Mida rohkem fiibreid on ergastunud ja mida suurem on müüoni langemisnurk, seda suurem on detektori lahutusvõime.

Lisaks näitasid tulemused, et müüonite lahutusvõime on mõjutatud ergastunud fiibrite muustrist ja nende kombinatsioonist. Parima täpsuse saavutamiseks on oluline kasutada müüontrajektoori loomiseks ebatavalisi ergastunud fiibrite kombinatsioone ja arve ning filtreerida välja sündmused, mis oma geomeetria tõttu teevad lahutusvõimed ebausaldusväärseks.

Antud töö annab olulise panuse müüontomograafiliste detektorite arendamisse ja optimeerimisse ning pakub uusi võimalusi nende täpsuse ja töökindluse parandamiseks. Tulevikus võiksid need tulemused aidata kaasa paremate müüontomograafia rakenduste väljatöötamisele, mis võimaldaksid veelgi täpsemalt uurida suuri ja tihedaid objekte.

**Märksõnad:** Tomograafia, andmeanalüüs, lahutusvõime, hodoskoop, müüon

**CERCS:** P211 Kõrgenergeetiliste vastasmõjude uuringud, kosmiline kiirus, T170 Elektroonika T110 Instrumentatsioonitehnoloogia T110 Instrumentation technology

## **Analysis of angular resolution and position resolution of muon tomographic hodoscopes**

**Abstract:** This thesis focuses on the analysis of the angular resolution and location resolution of the muon tomographic detector hodoscope developed by GScan OÜ.

The aim of the work was to evaluate the accuracy of the detector in determining the angles and positions of the muon trajectory and to propose methods that would contribute to the reliability of the data. The results of the analysis showed that the angular resolution of the detector depends on the number of excited fibers and the angle of incidence of the muon. The more fibers are excited and the greater the angle of incidence of the muon, the higher the resolution of the detector.

Furthermore, the results showed that muon resolution is affected by the pattern of excited fibers and their combination. To achieve the best accuracy, it is important to use unusual combinations and numbers of excited fibers to create muon trajectories, and to filter out events whose geometry makes resolutions unreliable.

This work makes a significant contribution to the development and optimization of muon tomographic detectors and offers new opportunities to improve their accuracy and reliability. In the future, these results could contribute to the development of better applications of muon tomography, which would enable even more precise studies of large and dense objects.

**Keywords:** Tomography, data analysis, resolution, hodoscope, muon

**CERCS:** P211 High energy interactions, cosmic rays, T170 Electronics, T110 Instrumentation technology

# Sisukord

<b>Sisukord</b> .....	<b>4</b>
<b>Sissejuhatus</b> .....	<b>5</b>
<b>1. Teoreetiline taust</b> .....	<b>6</b>
1.1. Müüoni omadused.....	6
1.2. Müüontomograafilise detektori tööpõhimõte.....	7
1.3. SiPM (Silicon Photomultiplier) ehk räni-fotokordisti.....	8
<b>2. Metoodika ja andmed</b> .....	<b>9</b>
2.1. Müüontomograafilise detektori kirjeldus.....	9
2.2. Multipleksimine ja demultipleksimine.....	9
2.3. Uuritavad karakteristikud.....	11
2.3.1. Lahutusvõime ning seos mõõtemääramatusega.....	12
2.3.1.1. Fiibri ergastumise tõenäosuse mõju lahutusvõimele.....	12
2.3.2. Nurga lahutusvõime.....	13
2.3.2.1. Langemisenurga lahutusvõime.....	13
2.3.2.2. Hodoskoobisisene hajumisnurk.....	15
2.3.2.3. Hajumisnurk VOI's.....	16
2.3.3. Asukoha lahutusvõime.....	16
2.4. Teostatava eksperimendi tingimused ja tulemused.....	17
2.5. Toorandmete töötlemine.....	17
<b>3. Tulemused ja analüüs</b> .....	<b>18</b>
3.1. Langemisenurga lahutusvõime.....	19
3.1.1. Langemisenurga lahutusvõimete sagedusdiagramm.....	19
3.1.2. Langemisenurga lahutusvõime sõltuvus langemisenurgast.....	21
3.1.3. Langemisenurga lahutusvõime sõltuvus ergastunud fiibrите arvust.....	23
3.2. Hodoskoobisisese hajumisenurga lahutusvõime.....	26
3.2.1. Hodoskoobisisese lahutusvõimete sagedusdiagramm.....	26
3.2.2. Hodoskoobisisese lahutusvõimete sõltuvus langemisenurgast.....	26
3.3. VOI hajumisenurga lahutusvõime.....	28
3.3.1. VOI hajumisenurga lahutusvõimete sagedusdiagramm.....	28
3.4. Asukoha lahutusvõime.....	29
3.4.1. Asukoha lahutusvõime sagedusdiagramm.....	29
3.4.2. Asukoha lahutusvõime sõltuvus langemisenurgast.....	31
3.4.3. Asukoha lahutusvõime sõltuvus detektorplaadist.....	32
3.5. Andmehaldus.....	33
3.6. Järeldused ja edaspidiseks uurimiseks.....	33
<b>Kokkuvõte</b> .....	<b>35</b>
<b>Kasutatud kirjandus</b> .....	<b>36</b>
<b>Tänuavaldused</b> .....	<b>38</b>
<b>Lihtlitsents lõputöö elektroonseks avaldamiseks</b> .....	<b>39</b>

## Sissejuhatus

Müüontomograafia on uuenduslik meetod, mis kasutab müüonite interaktsioone materjalidega, et luua kolmemõõtmelisi kujutisi. Müüonid on raskemad ja pikema elueaga kui elektronid, see võimaldab neil enne lagunemist läbida suure paksusega materjale. See teeb neist sobivad vahendid tomograafia rakendustes, eriti suurte ja tihedate struktuuride uurimisel, näiteks ehitised ja transpordivahendid piiriületusel.

Käesoleva lõputöö eesmärk on analüüsida GScan OÜ poolt välja arendatud müüontomograafilise detektori hodoskoopide nurklahutusvõimet ja asukoha lahutusvõimet andmeanalüüsi abil. Nurklahutusvõime viitab hodoskoobi võimele täpselt määrata müüoni trajektoori langemis- ja hajumisnurka, samas kui asukoha lahutusvõime viitab võimele määrata täpselt müüoni asukohta detektorplaadil. Mõlemad omadused on väga olulised selleks, et tagada detektori täpsus, eriti piiratud elektroonika võimekustega.

Esimene peatükk annab ülevaate müüonite omadustest ja nende kasutamisest tomograafias, samuti müüontomograafilise detektori tööpõhimõttest. Teises peatükis püstitatakse hüpoteesid, kirjeldatakse meetodikat ja materjale, sealhulgas detektori uuritavaid karakteristikuid, ning kasutatavaid väljundandmeid. Tulemuste ja analüüsi peatükis esitletakse uurimistöö käigus saadud andmeanalüüsi tulemused ning nende tõlgendused, mis aitavad hinnata detektori nurklahutusvõimet ja asukoha lahutusvõimet.

Lõputöö hüpoteesiks on väide, et mida rohkem on fiibreid ergastunud ning mida suurem on langemisnurk, seda väiksemaks läheb hodoskoobi lahutusvõime. Selline lähenemine aitab paremini mõista detektori täpsust ja võimaldab arendada meetodeid, mis suudavad filtreerida välja kõige usaldusväärsemad andmepunktid ja seeläbi parandada müüontomograafiliste kujutiste täpsust ja usaldusväärsust.

# 1. Teoreetiline taust

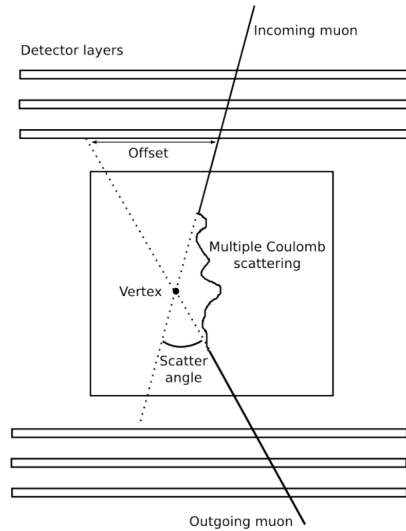
## 1.1. Müüoni omadused

Müüonid on elementaariosakesed, mis omavad negatiivset laengut, aga on elektronist umbes 207 korda raskemad. Nad kuuluvad leptonite hulka ning tekivad üldjuhul piionite lagunemisel, kui need interakteeruvad aineosakestega. Looduslikult esinevad müüonid tekivad Maal siis, kui kosmilise päritoluga prootonid lagunevad kokkupuutel atmosfääri aatomitega piioniteks ning siis müüoniteks, mis seejärel liiguvad suure energiaga Maa pinna poole. Nende eluiga on ligikaudu  $2,2 \mu\text{s}$ , aga relativistlike efektide ning suure energia tõttu jõuavad nad sügavale Maa sisse enne kui ära lagunevad [1].

Nende omaduste tõttu on müüonite neeldumist materjalis ka kasutatud vahendina, et uurida inimestele kättesaamatuid piirkondi ja objekte, nagu kivimikihi paksust tunneli kohal [2] või Egiptuse püramiidi sisemust [3]. Antud näidetes on kasutatud müüoni neeldumist materjalis, et määrata aine tihedust, kuid 2003. aastal kirjutatud artiklis pakuti välja ka uudsem lähenemine, kus kasutati müüonite hajumise meetodit [4]. Müüoni elastne hajumine ehk Coulombi hajumine on protsess, kus müüoni trajektor muutub ilma olulise energiakaota, kuna müüon ja elektron tõukuvad või tõmbuvad vastavalt nende laengule (kui on tegu antimüüoniga siis osakesed tõmbuvad). Muutus esialgselt trajektorist ehk selle hajumisnurk pärast materjali läbimist annab Gaussi kujulise dispersiooni, mis on sõltuvuses osakese impulsist  $p$ , materjali paksusest  $X$  ja kiirgustee pikkusest  $X_0$ . See näitab kui kiiresti väheneb liikuva laetud osakese energia kiirgamise teel:

$$\sigma \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{pc} \sqrt{\frac{X}{X_0}} \quad (1)$$

Valemi (1) kaudu on omakorda võimalik määrata materjalis osakese aatommassi: mida suurem on aatommass, seda rohkem hajub ka müüon [5]. Suurusjärgud on siin olulised: näiteks 10 cm paksuse plii kihi puhul on hajumine 1 GeV energiaga müüoni jaoks on 64 milliradiaani (mradi), vase jaoks 39 mrad ning alumiiniumi jaoks 14 mrad [6].



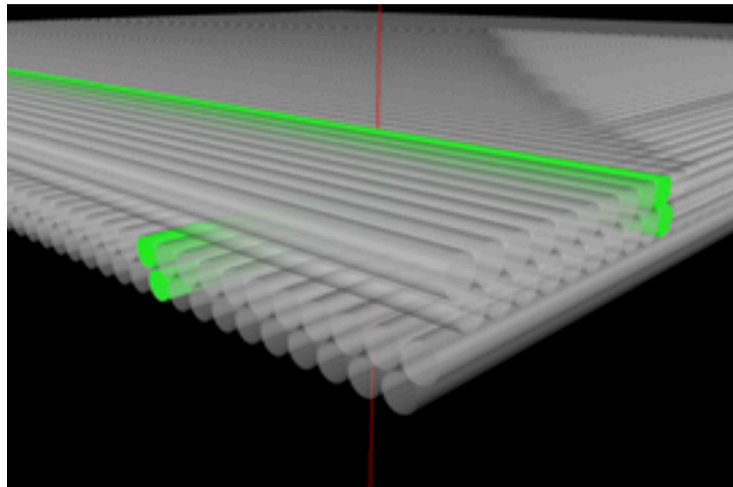
Joonis 1. Müüoni Coulombi hajumine materjalis [7].

## 1.2. Müüontomograafilise detektori tööpõhimõte

Müüonite hajumisel põhineva tomograafia rakendamiseks on vaja detektorit, mis on võimeline mõõtma huvipakkuvat objekti läbinud müüonikiiri. Selleks asetatakse huvipakkuv objekt hodoskoopide vahele. Hodoskoop on seade, mis suudab tuvastada ning luua trajektoori ergastatud osakestest [8]. Ühe detektorplaadi jaoks kasutatakse nelja kihti stsintillatsioonfiibritest matte, mille osakesed ergastuvad müüoni tabamisel ehk läbimisel ja kiirgavad footoneid (Joonis 2). Fiibri väliskiht on väiksema murdumisnäitajaga kui sisekiht, mistõttu tekib sisepeegeldus ja valgusimpulss levib fiibri otsa, kus räni-fotokordisti võimendab plaadile tulnud valgussignaali. Valgussignaali muundatakse seejärel elektrisignaaliks, mida on võimalik salvestada ja töödelda [9].

Detektorplaadis on kaks fiibrimati kihti ülejäänud kahe kihiga risti, see aitab määrata müüoni tabamuse x- ja y-koordinaadistikus. Samuti on kahe samasuunalise kihi fiibrite vahel poole kiu laiune nihe, et saada peaaegu sajaprotsendine osakese detekteerimise tõenäosus. Müüon võib muuta oma suunda ka detektorplaadi sees, seega asetatakse kolm kihti detektorplaate mõlemale poole uuritavat objekti, et oleks võimalik luua trajektoori osakeste tabamustest, tuvastada

hodoskoobi sees toimunud müüoni hajumist ja lõpuks arvutada välja ka hajumisnurk [10]. Hajumisnurk on defineeritud kui kahe müüontrajektoori suunamuutus, mida väljendatakse milliradiaanides (mrad). Müüonite tekitatud valgusimpulsid jõuavad ühte fiibri otsa, kus võtab signaali vastu fotokordisti ehk SiPM (Silicon Photomultiplier) ja muundab selle elektriimpulsiks. Teises fiibri otsas on peegel, mis suunab ümber vastassuunda mineva valgusimpulsi.



*Joonis 2: Illustratsioon ühest detektorplaadist, mida läbib müüon (punane kiir). Roheliseks on märgitud need fiibrid, milles tekib valgusimpulss [11].*

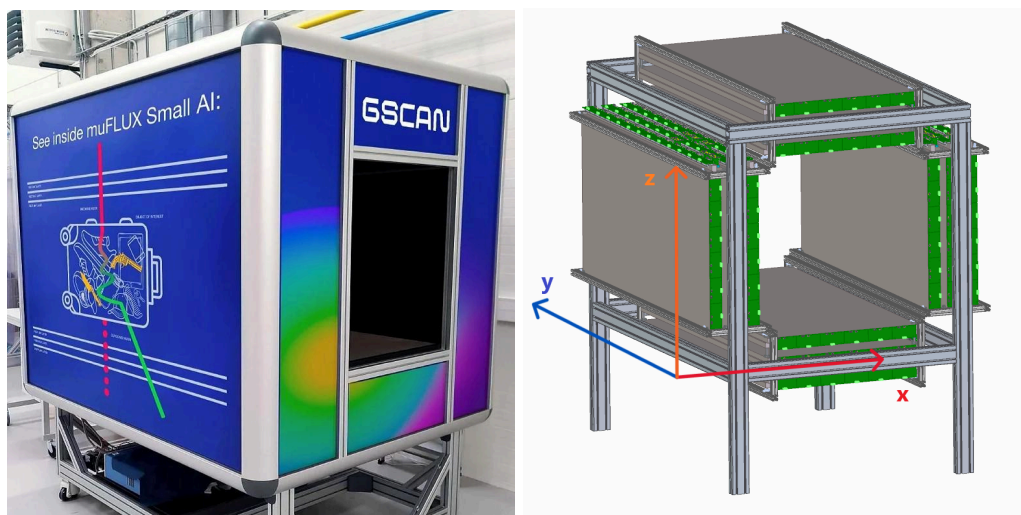
### **1.3. SiPM (Silicon Photomultiplier) ehk räni-fotokordisti**

SiPM (silicon photomultiplier) ehk räni-fotokordisti on valgustundlik seade, mis muundab valgusimpulsi võimendatud elektriimpulsiks. Selle peamine osa on mikrostruktuur, mis koosneb paljudest mikroskoopilistest üksikfooton-laviindioodidest, mida nimetatakse ka piksliteks. Iga piksel suudab reageerida üksikutele footonitele. Kui valgus langeb SiPM-i pinnale, tekitavad footonid elektron-auk paare vastupingestatud pn-siirde vaegalas. Siirde elektriväli, mida on vastupingega tugevdatud, kiirendab vähemus-laengukandjaid kuni energiateni, mis on piisavad uue elektron-auk paari tekitamiseks. See protsess käivitab elektronlaviini, kus vabanevad elektronid põhjustavad aina rohkemate elektronide vabanemist, mis omakorda võimendab voolu ligikaudu  $10^6$  korda. Selle tulemusena saab SiPM tuvastada isegi üksikuid footoneid väga nõrgast valgusallikast [12].

## 2. Metoodika ja andmed

### 2.1. Müüontomograafilise detektori kirjeldus

Selles töös iseloomustatakse müüontomograafilise detektori hodoskoope. Antud detektoril on neli hodoskoopi, mis asuvad uuritava objekti üleval, all, paremal kui ka vasakul (Joonis 3). Sedasi saab uurida ka suure langemisnurgaga müüontrajektooride hajumist. Igal hodoskoobil on kolm detektorplaati, millel omakorda on neli kihti, iga kiht kitsamal detektori poolel (vt joonist 3 paremal) sisaldab 1536 ning laiemal poolel 3072 stsintillatsioonkiudu, mis on **0,9 mm** diameetriga Kuraray SCSF-78 kiud. Kõrvuti asetsevad kiud on 0,1 mm vahega, seega alumine kiht nihutatakse 0,1 mm võrra edasi, kattes ära tühja koha nende vahel. Kaks samasuunalist kihti asetatakse ortogonaalselt teise kahe kihiga ning viimaks ühendatakse kõik kiud räni-fotokordistiga. Iga räni-fotokordisti on osa 32 väljundkanaliga (4x8) SiPMi massiivist, mis on ühendatud elektroonikaplaatidele, kus signaale saab digitaliseerida ja edastada arvutisse.

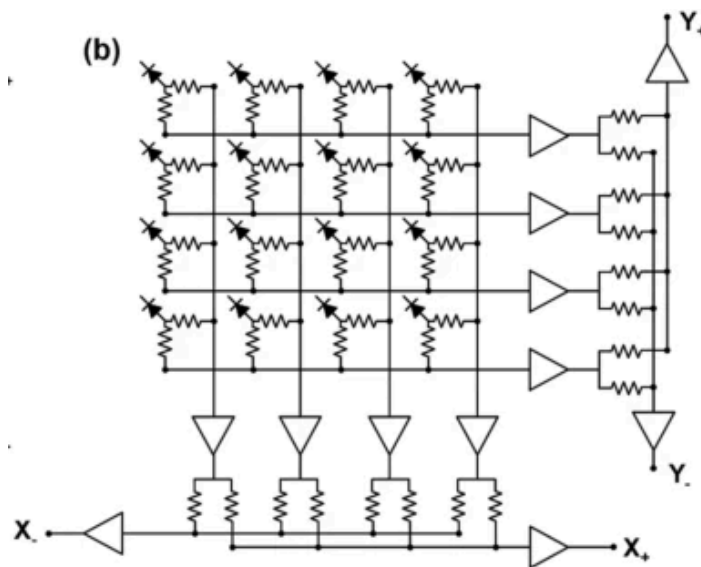


Joonis 3: Pilt skännerist (vasakul) ning hodoskoobi detektorplaatide aetus koos koordinaatteljestikuga (paremal).

### 2.2. Multipleksimine ja demultipleksimine

Hodoskoobis kasutatakse laengujagamise multipleksimise meetodit (ingl k „charge division multiplexing“). SiPMist tulnud signaaliväljundid juhitakse läbi operatsioonivõimendite takistite

kaalutud summeerimisahelasse (Joonis 4), mis väljastavad 2 kodeerimisväljundit 8 kanali kohta:  $X_+$  ja  $X_-$  ridakanalite jaoks ning  $Y_+$  ja  $Y_-$  veerukanalite jaoks. Kõikidel takistitel on erinevad takistused. Näiteks kui SiPMi signaal tuleb joonis 4 skeemi põhjal alumisest paremast nurgast, siis see läbib ühe takisti, et jõuda  $X_+$  ja teise takistusega takisti, et jõuda  $X_-$  väljundisse. See tähendab, et  $X_+$  ja  $X_-$  on signaalitugevusega, mis on omane ainult all paremal nurgast tulevale signaalile. Samasugune loogika kehtib ka  $Y$  kanalite puhul. Selline signaalitugevuste kombinatsioon on iseloomulik just sellele SiPMile, mis asub alumises paremas nurgas, seega on võimalik täpselt määrata, kust signaal tuli.



Joonis 4: Lihtsustatud joonis  $4 \times 4$  laengu jagamise multipleksimise kohta kasutades kaalutud summeerimisahela põhimõtet [13]. Antud töö detektoris kasutatakse aga  $4 \times 8$  SiPMide maatriksit ehk kokku 32 erinevat kanalit.

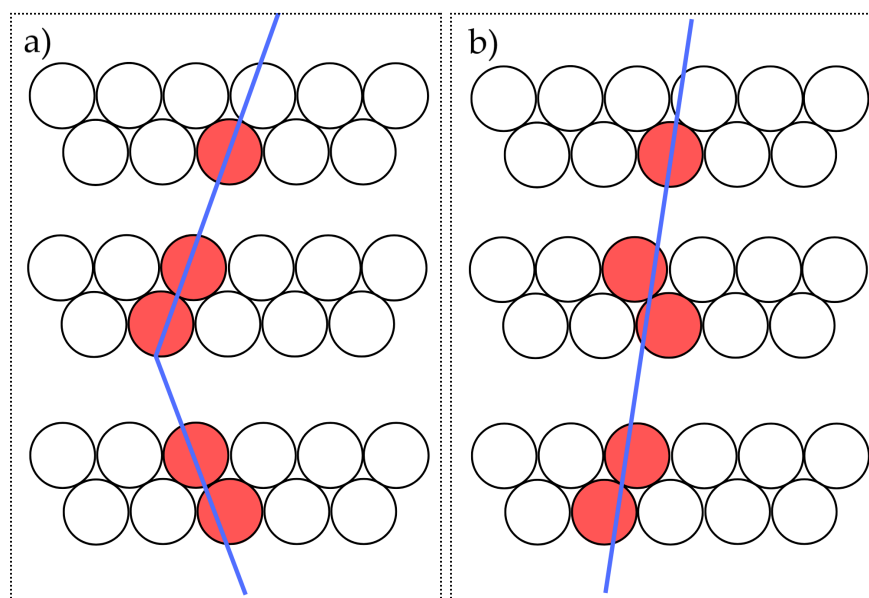
Demultipleksimine tähendab signaalide uuesti lahti harutamist, et leida, millisest fiibrist see tuli. Selleks loetakse andmetest vastava kanalinumbriga signaalitugevus ja arvutatakse valemi (2) abil, millisest SiPMist signaal saadi.

$$X_{\text{positsioon}} = \frac{X_+ - X_-}{X_+ + X_-} \quad Y_{\text{positsioon}} = \frac{Y_+ - Y_-}{Y_+ + Y_-} \quad (2)$$

See signaal vastab ainult ühele kiule, seega saab hõlpsalt tuvastada ergastunud fiibri numbrit. Koordinaatide ja müüoni trajektooride leidmine teostatakse edaspidi toorandmete töötlemisel.

## 2.3. Uuritavad karakteristikud

Müüontomograafilise pildi rekonstrueerimise usaldusväärsus sõltub tugevalt andmete võimest kirjeldada tegelikku müüoni trajektoori muutust. Kui müüoni trajektoor ei kirjelda osakese hajumist õigesti, võib tekkida olukord, mille puhul ruumis uuritavale objektile määratakse vale materjal ja tihedus. Seetõttu uuritakse, millise täpsusega trajektoore kirjeldada saab, kui andmed mõõtmisest on juba olemas. Uurimise alla võetakse eraldi sündmused ehk ühe müüoni läbimine hodoskoobist, mis ergastas samaaegselt mingit fiibrите kogumit (näidised joonisel 5). Joonisel 5a on näidatud olukord, kus müüoni trajektoor muutus hodoskoobi sees ning Joonisel 5b, olukord kus eristatavat hajumist esialgselt suunast ei tuvastatud. Seal on näha, et kuigi on võimalik tõmmata trajektoor läbi kõigi fiibrите, jääb alles teadmatus, kuidas ta täpselt fiibrите löikas, eriti kui osake muutis suunda ka hodoskoopide sees. Sel juhul on kaks erinevat viisi, mille abil on võimalik määrata trajektoori täpsust: nurkade abil ning koordinaatide määramatuse abil.



Joonis 5: Kaks näidet ergastunud fiibrите asetusest (punased ringid), mida läbis üks müüon (trajektoor sinise joonena). Illustratiivne joonis on ristlõige ühest hodoskoobist, kust on lihtsuse mõttes eemaldatud joonisel näidatud kiududega risti asetsevad kiud ning kaugused detektorplaatide vahel on tegelikust väiksemad. Kõikidele lahutusvõimetele on lisatud illustratsioonid, mille loomiseks on kasutatud veebipõhist graafilist disaini tööriista Canva.

### 2.3.1. Lahutusvõime ning seos mõõtemääramatusega

Mõõtemääramatus on antud ülesande puhul nurkade või pikkuste vahemik, kus mingi tõenäosusega asub müüoni tegelik trajektoor või asukoht [14]. Töö lihtsuse huvides eeldatakse ideaalses keskkonnas ja ideaalse töövõimekusega detektorit, kus peab müüonite langemisenurkade ja asukohtade leidmisel arvestama ainult detektori geometriaga. Sellisel juhul on mõõtmiste ainsaks mõõtemääramatuse allikaks detektori enda lahutusvõime, mistõttu saab kahte eelmainitud suurust käsitleda väga sarnaselt.[15] Juhul, kui on vaja leida hajumisnurga lahutusvõime kahe eraldi leitud lahutusvõime alusel, kasutatakse liitmääramatust:

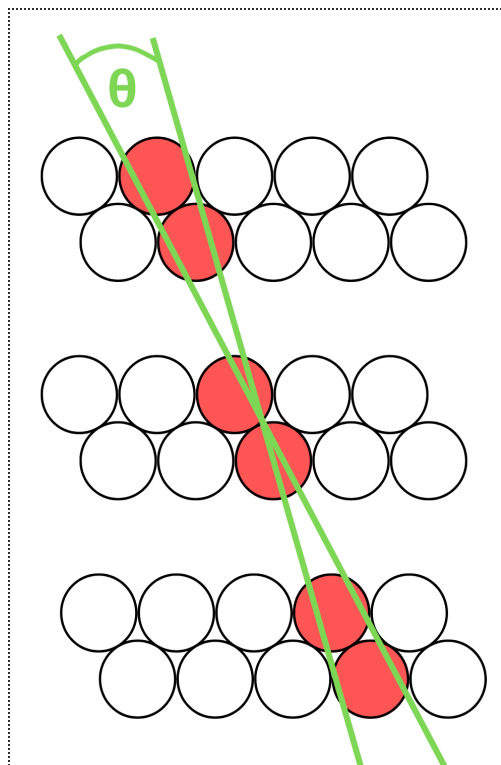
$$\theta = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2} \quad (3),$$

kus  $\theta_1$  ja  $\theta_2$  on kaks eraldi leitud lahutusvõimet ning  $\theta$  on kahe nurklahutusvõime liitmääramatus ühes ristlõikes. Kuigi ergastunud fiibrid ning nende asukohad on leitud arvutuste kaudu, siis lihtsustades detektorit ideaalseks, saame eeldada, et tegemist on otsese mõõtmisega. Seetõttu, kui soovitakse leida kahe erineva trajektoori omavahelist nurka, on see kaudne mõõtmine ning selle mõõtemääramatuse leidmisel on õigustatud kasutada kahe langemisnurga lahutusvõime liitmääramatust [16].

#### 2.3.1.1. Fiibri ergastumise tõenäosuse mõju lahutusvõimele

Müüon ei ergasta fiibrit alati võrdse tugevusega. Kui ta läbib kiudu selle keskelt, tekitab see suurema valgusimpulsi kui siis, kui see oleks läbinud kiudu äärest. Sellest tuleneb ka fiibri ergastumise mõju: müüoni tuvastamise tõenäosus on väiksem, kui see läbis kiudu selle äärest, mis teeks küll hodoskoobi efektiivsuse halvemaks, aga lahutusvõime täpsemaks, sest langemisnurgad on rohkem piiratud. Kuna varem ei ole sellist fiibri omadust uuritud, siis pole täpselt teada, missugune on fiibri ergastumise tõenäosus ja tõenäosusjaotus olenevalt müüoni trajektooriga. Seetõttu eeldatakse töö lihtsuse huvides, et tegemist on risküliku kujulise tõenäosusjaotusega ehk fiiber ergastub igasuguse trajektoori puhul sama tõenäosusega.

## 2.3.2. Nurga lahutusvõime



Joonis 6: Langemisenurga lahutusvõime on joonisel määratud kui nurk  $\theta$ .

### 2.3.2.1 Langemisenurga lahutusvõime

Langemisenurk on nurk, mis on pinnanormali ja langeva müüoni trajektoori vahel. Langemisenurga lahutusvõimet võib defineerida kui nurgavahemikku, millest täpsemalt ei ole võimalik langemisenurka määrata. Nurgavahemik leitakse eeldusel, et on võimalik tõmmata sirge läbi kõikide ergastunud fiibrite kõigil kolmel detektorplaadil. Antud juhul üritame leida kõige väiksemat võimalikku lahutusvõimet, mida on võimalik hodoskoobiga saada ning mis kirjeldab detektori võimekust, seega oleks mõttekas võtta langeva nurga lahutusvõime leidmisel arvesse ainult need sündmused, mille puhul saab tõesti tõmmata sirge läbi kõikide kolmel detektorplaadil ergastunud fiibrite. Fiibrite paiknemine ja diameeter määrab erinevate võimalike sirgete tõusunurkade vahemikud, mille puhul kõik samad fiibrid oleksid

ergastunud. Langemisenurga lahutusvõime saamiseks leitakse nurk, mis tekib kahe sirge vahel, kus üks on maksimaalse ja teine minimaalse nurga all normaali suhtes (Joonis 6).

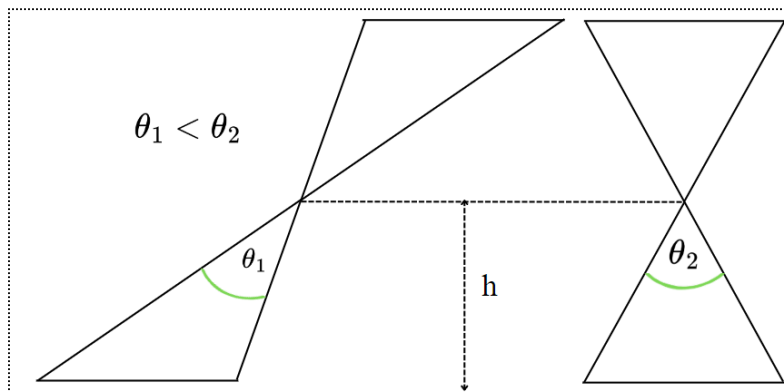
Langemisenurga lahutusvõime leidmiseks tuleb leida minimaalse ja maksimaalse langemisenurgaga sirged (edaspidi ekstreemumsirged), mis ikka läbivad kõiki ergastunud fiibreid.

Arvutamisel tuleb arvesse võtta, et trajektoor ei tohi läbida ergastunud fiibri kõrvalolevat fiibrit (vastasel juhul oleks see ka ergastunud). Eeldades riskülikukujulist ergastumise tõenäosusjaotust on piirjuhaks seega olukord, kus trajektoor on ergastunud fiibri puutuja.

Nurklahutusvõime meetodika on loodud arvestades kõigest üht hodoskoobi ristlõiget. Kui seda laiendada kolmemõõtmelisse ruumi ehk arvestada mõlemasuunalisi fiibreid, siis uuritav lahutusvõime muutub kujuks, mille nurka pole võimalik geomeetriselt leida. Seetõttu leitakse langemisenurga lahutusvõime kahes ristlõikes, arvestades, et on olemas ka ruumiline

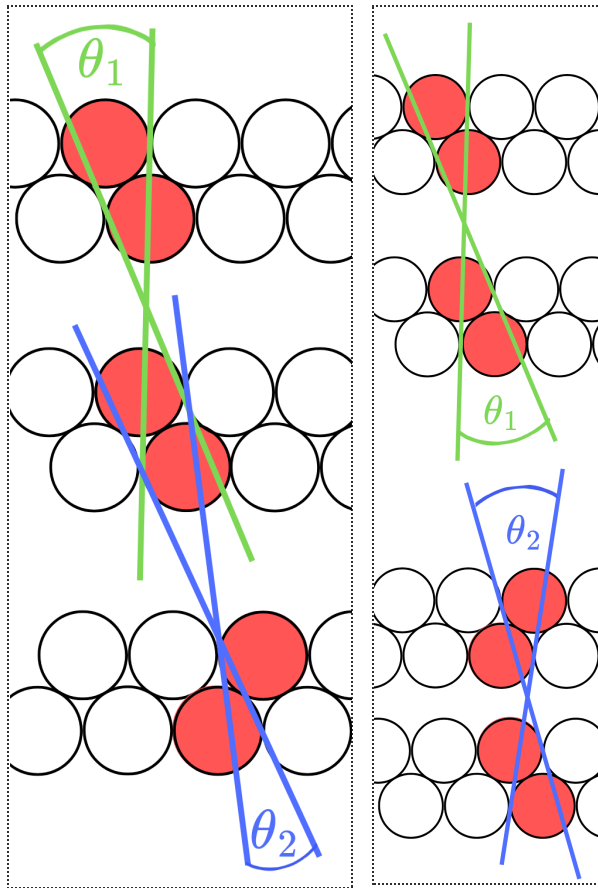
lahutusvõime, aga antud töö jaoks pole leitud sobilikku meetodit, mis kajastaks seda piisavalt hästi.

Siin püstitatakse hüpotees, et langemisnurga lahtusvõime sõltub tugevalt langemisnurgast. Joonis 6 sarnaselt tekib kaks lõikuvat sirget, mida saab teiselt poolt alusega ühendada. Kui võrrelda kahe erineva langemisnurga, aga sama aluse pikkusega ekstreemumsirgeid, siis suurema langemisnurga all on lõikumiskohtades nurk väiksem (Joonis 7).



Joonis 7. Illustratsioon kahest langemisnurga ekstreemumsirgest, mis on ülevalt ja alt ühendatud joonega. Jooniselt on ergastunud fiibrid välja jäetud. Suurema langemisnurga puhul on tipunurk  $\theta_1$  väiksema nurgaga kui  $\theta_2$ .

Samuti püstitatakse hüpotees, et kui on ergastunud rohkem fiibreid, saame parema lahtusvõime. See eeldus tuleneb asjaolust, et ekstreemumsirged on täpsemini defineeritud, kuna peavad siiski paljudest ergastunud fiibritest läbi minema, mis jätab vähem ruumi erinevates nurkades asetsevatele trajektooridele.

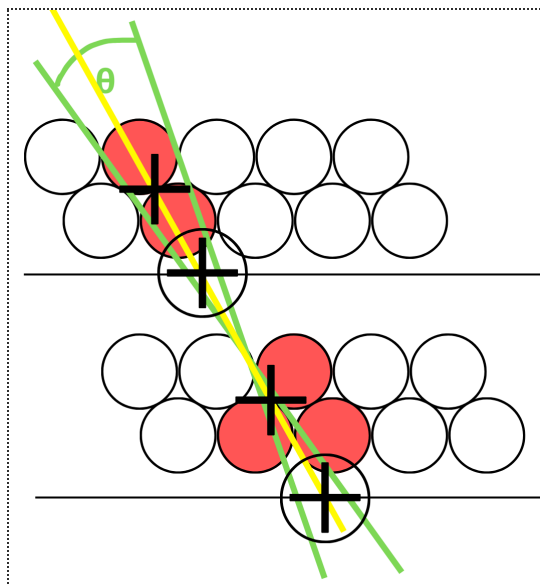


Joonis 8: Hodoskoobisese langemisnurga lahutusvõime.  $\theta_1$  ja  $\theta_2$  on vastavalt ülemise ja alumise detektorplaadi paari lahutusvõime. Joonis 9: VOI sisene lahutusvõime. Joonisel puudub kõige ülemine ja alumine detektorpladikiht

### 2.3.2.2. Hodoskoobisene hajumisnurk

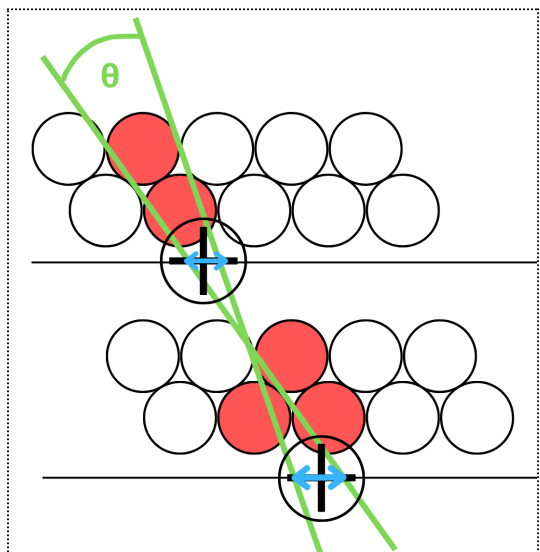
Müüon võib hajuda ka detektorplaatides, mistõttu pole võimalik tõmmata sirget läbi kolme detektorkihi, sest näiteks keskmise kihi ergastunud fiibrite kogu on horisontaalselt tunduvalt kaugemal kui ülejäänud kaks kihti. Seetõttu hajus müüon ilmselt mingil hetkel hodoskoobi läbimisel ja hajumisnurka on võimalik mõõta ainult keskmises plaadis. Seega oleks kasulik leida, kui täpselt on võimalik määrata seda hajumisnurka. See on oluline selleks, et hinnata müüoni impulssi. Mida suurem on osakese impulss, seda vähem see hodoskoobis hajub (valem 1). Hodoskoobisese hajumisnurga lahutusvõime karakteriseeringu jaoks eeldatakse, et sissetulev kiir ei haju fiibri sees nii palju, et see ergastaks ka mingi teise fiibri. See tähendab, et olenemata sellest, kui palju müüon hajub fiibrите sees, ergastab ta alati samad fiibrid mis andmetest loetakse. Selle algoritmi jaoks võetakse vaatluse alla need sündmused, mille puhul ei saanud

Langemisnurga lahutusvõime jaoks tõmmata sirget läbi kolme detektorplaadi. Leitakse kaks ekstreemumsirget kahe esimese detektorplaadi vahel ning seejärel kahe viimase plaadi vahel (Joonis 8). Lõpuks arvutatakse hodoskoobisene hajumisnurga lahutusvõime liitmääramatuse kaudu (vt valem 3).



### 2.3.2.3. Hajumisnurk VOI's

VOI (ingl k. "Volume of Interest" ehk uuritav ruumala) hajumisnurk näitab kui palju muudab müüon oma trajektoori uuritava ruumi ning uuritava materjali sees. Selle hajumisnurga lahutusvõimet saab leida sarnaselt hodoskoobisisese lahutusvõimega (Joonis 9). Selleks saadakse andmed kahest hodoskoobist, leitakse eraldi langemisnurga lahutusvõime mõlema hodoskoobi jaoks ning seejärel arvutatakse liitmääramatuse abil sama sündmuse nurklahutusvõime (valem 3).



### 2.3.3. Asukohta lahutusvõime

Asukoht on leitud järgneva loogika järgi: müüoni tabamuse koordinaat arvutatakse valgustatud kiudude keskpunktide kaalutud aritmeetilise keskmise abil. Kui mõlemad komponendi koordinaadid on leitud, luuakse mõtteline z-telg kohe fiibrite alla ning tõmmatakse sirge läbi kahe leitud punkti (Joonis 10 ülemine). Saadud punkt z-telje ning sirge lõikumisel annab arvutatud asukohta koordinaadi. Kuna on teada siseneva kiire nurga lahutusvõime, siis ekstrapoleeritud koordinaadi lahutusvõime oleks Joonis 10 (alumine) peal sinise joone pikkus.

*Joonis 10: Kuidas asukohta määratakse (ülemine) ning kuidas asukohta lahutusvõimet määratakse (alumine). Mõtteline z-telg on joonistel horisontaalne must joon*

tekkinud mõõtemääramatus on ristkülikukujuline, saab selle leida korrutades mõlema ristlõike asukohta lahutusvõimed omavahel.

Geomeetriselt on õnneks võimalik leida ka mõttelise z-tasandi abil ruumiline asukohta lahutusvõime. Kuna

## 2.4. Teostatava eksperimendi tingimused ja tulemused

Mõõdeti nelja hodoskoobiga tühja VOI'd 15 minutit. Sellest võeti ülemise hodoskoobi andmed ning kasutati langemisnurga, hodoskoobisisese ning asukoha lahutusvõime leidmiseks. VOI sees hajumisnurga lahutusvõime leidmiseks kasutati ülemise ja alumise hodoskoobi andmeid, kuna kõrval asetsevad hodoskoobid on identsed, kuid sisaldavad kordades vähem andmeid.

Detektoriga mõõtmisel saadi failid, mis sisaldavad .dat failiformaadis kolm erinevat väärtust: sündmuse toimumise ajahetk (pikosekundites), signaalitugevus ning elektroonika kanalnumber, kust vastav signaal tuli (vaata peatükk 2.2). Ülemise hodoskoobi andmete maht on 3,57 megabaiti (MB) ning alumise oma 3,69 MB. Sellised failid sisaldasid vastavalt 33483 ja 32517 rida erinevat andmepunkti, mis on kõik eraldi sündmused.

## 2.5. Toorandmete töötlemine

Käesolevas töös kasutatakse demultipleksimist, et andmete abil leida, millisest fiibrist signaal tuli. Kõik detektorplaadid, kanalnumbrid ja fiibrid on olemasolevas Exceli failis nummerdatud, et oleks võimalik programmeerimiskeele Pythoni koodis arvutada tabamuse koordinaat kas xz või yz projektsioonis, vastavalt sellele, mis suunas fiiber ise on. Projektsioon xz on detektori lühem ning yz on pikem külg. Kui kõikide tabamuste asukohad on teada, teisaldatakse andmed Pythoni mooduli Pandas DataFrame'i andmemassiivi, kus grupeeritakse sama ajahetkega tabamused ühte ritta ning eraldatakse detektorplaadi ja projektsiooni kaupa ära. Seega lõpuks tekib tabel, millel on veerud nimedega: ajahetk (pikosekundites), 0, 1, 2, 3, 4 ja 5. Veerunumbrid 0, 2 ja 4 ning 1, 3, 5 sisaldavad vastavalt sündmuse xz ja yz projektsiooni tabamusi kolmel eraldi detektorplaadil alustades kõige kõrgemast plaadist (Tabel 1).

	event	0	1	2	3	4	5
0	705304748092516	[[409.5, 200.0], [409.0, 199.25167]]	[[766.5, 198.0], [646.0, 197.25167]]	[[446.5, 100.0], [446.0, 99.25167]]	[[706.5, 98.0], [707.0, 97.25167]]	[[496.5, 0.0]]	[[769.5, -2.0]]

*Tabel 1. Tabel näidisandmetest Pythoni DataFrame'is.*

Enne andmete analüüsi filtreeritakse failist välja need sündmused, mis on suure tõenäosusega müra, muu taustakiirgus, või ei paku piisava kvaliteediga tulemusi. Selleks itereerib kood eraldi üle detektorplaatide ja ristlõigete tabamuste, ning seab tingimuse, et kõik fiibrid ühes sündmuses tohivad olla ainult üksteisega ühendatud komplektis ehk klastris. Kui üksik fiiber on ülejäänud klastrist liiga kaugel, eemaldatakse see fiiber sündmusest. Selline tingimus tagab, et võetakse arvesse tegelikud müüoni tabamused ning pärast oleks paremini võimalik arvutada trajektorid. Samuti seadistatakse maksimaalne signaalitugevus, millest suurema väärtusega sündmused kustutatakse andmetest. Lõpuks eemaldatakse ka kõik sündmused, mis ei ergastanud kõiki kolme detektorplaadi kihti. Eelmainitud filtrid on juba eelnevalt välja töötatud ja kasutusel hodoskoobi andmete töötlemiseks. Andmetöötlemiseks kasutati programmeerimiskeelt Python ning graafikute kujutamise jaoks moodulit Matplotlib tarkvara. Pärast toorandmete töötlemist jäi alles 32305 analüüsideks kasutatavat sündmust.

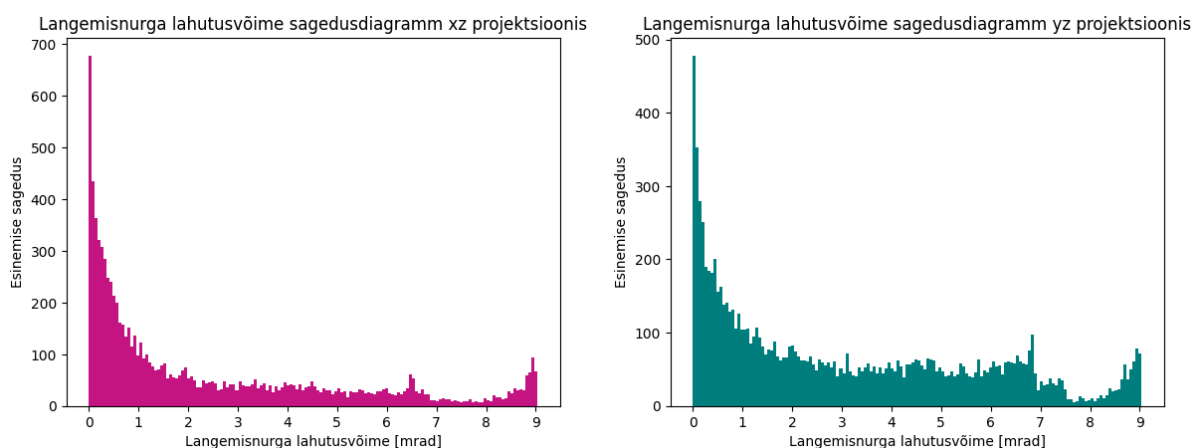
### 3. Tulemused ja analüüs

Eelnevalt mainitud hüpoteesis väideti, et kõik lahutusvõimed on tugevas seoses ergastunud fiibrite arvuga, kuna trajektoor on kindlamalt määratud. Seetõttu on ka see ise tugevas seoses langemisnurgaga, kuna suure nurga all jääb müüonitele rohkem fiibreid ette. Seetõttu esitatakse paljud tulemused ka fiibrite arvu ning langemisnurga sõltuvusest, et näha, kas hüpotees, et langemisnurga ning ergastunud fiibrite arvu kasvades lahutusvõime paraneb, peab paika. Tasub märkida, et kui lahutusvõime on suur, siis selle väärtus on väike. Seega suur lahutusvõime ning suur lahutusvõime väärtus on pöördvõrdelised.

#### 3.1. Langemisnurga lahutusvõime

##### 3.1.1. Langemisnurga lahutusvõimete sagedusdiagramm

Esmalt saab tuua välja üldise lahutusvõimete jaotuse  $xz$  ja  $yz$  projektsioonile (Joonis 11). Eelnevalt seati tingimus, et kui sündmuse kõikide müüonite tabamustest (edaspidi tabamustest) ei ole võimalik ühtegi sirget läbi tõmmata, tagastatakse funktsioonist NaN (ingl. k “Not a Number” ehk ei ole number). Vastasel juhul arvutatakse andmetega langemisnurga lahutusvõime. Pärast andmetöötlust seega jäi  $xz$  projektsioonile järgi 9034 ning  $yz$  projektsioonile 10038 andmepunkti.



Joonis 11: Langemisnurga lahutusvõime sagedusdiagramm  $xz$  ja  $yz$  ristlõikes

Mõlemas ristlõikes on näha, et paljud lahutusvõimete väärtused on jaotunud nulli lähedale, mis viitab suuremale ehk paremale lahutusvõimele. Väärrib mainimist, et ehkki graafikutel tundub, et lahutusvõimed lähevad väga suureks, siis tegelikult ei ole ükski nende väärtustest täiesti null. Sama kehtib ka kõikide järgnevate tulemuste puhul.

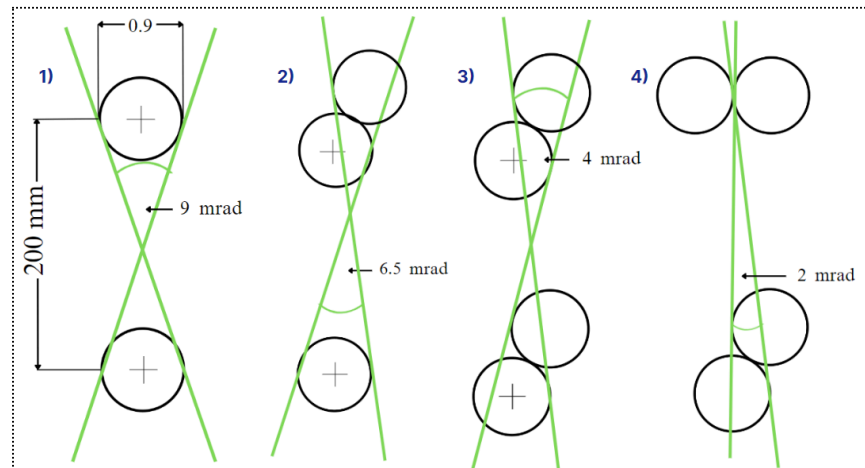
Graafikutel leidub samuti omapäraseid piike umbes 6,5 ja 9 milliradiaani juures. Nende selgitus on puhtalt geomeetiline. Nimelt on sarnase detektori prototüübi kohta oma töös kirjutanud A. Filippov [17], et kõige tüüpilisemalt esinenud ergastunud fiibrite klastrid ühe detektorplaadi ühes suunas on (1) üksikud tabamused (57,0%), (2) kaks tabamust ülemises ja alumises kihis diagonaalis (39,8%), (3) kolmnurga kujuline kolmikute tabamus (2%) ning (4) kaks tabamust üksteise kõrval (0,6%). Uuritav detektor on prototüübist tundlikum, kuna analüüsitud andmetest tuleneb, et rohkem kui kolme fiibri tabamuse saamise tõenäosus ühes plaadis on natuke suurem kui prototüübil. Seetõttu ergastunud fiibrite klastrite esinemise protsenti ei tasu samaväärseks pidada, kuid on kasulik võtta võrdluseks.

Esimene ning kolmas kõige sagedamini esinenud tabamuste kuju selgitavad piigid 9 mradi juures, kuna kui tuleb üks tabamus kahele detektorplaadile, siis tulenevalt fiibri diameetrist (0,9 mm) ja kahe äärmise plaadi vahelisest kaugusest (200 mm) on langemisnurga lahutusvõime väärtuseks ligikaudu 9 mrad (illustreeritud ka joonis 12). Seetõttu lõpevad järsult ka lahutusvõimete väärtused, kuna väiksemat lahutusvõimet ei saa olla kui fiibri enda mõõtmed. 6,5 mradi tuleneb olukorrast, kus ainult ülemine või alumine detektorplaat on (2) variandi järgi tabamuse saanud ning teine on üksiktabamus. Antud graafikutel pole väga võimalik tuvastada, aga järgmises alapunktis joonistub selgemini välja ka piik 4 ja 2 mradi juures (vt Joonis 12). 4 mradi juures on nurk siis, kui nii ülemine kui ka alumine on saanud tabamuse variandi (2) sarnaselt. 2 mradi lõpuks tuleneb olukorrast, kus üks detektorplaat on saanud (4) sarnase tabamuse. Teistsuguse mustriga detektorplaatide tabamused 2 mradi kujunemist ei mõjuta, kui üks on juba (4) sarnase tabamusega.

Kusjuures keskmine plaat mõjutab lahutusvõimeid vähe, kuna selle juures on juba ekstreemumsirgete lõikumine ehk lahutusvõime on niikuinii suur. Kõikide piikide väärtused ei pruugi olla täpsed, kuna tuleb arvestada ka langemisnurga enda olemasolu, mis mõjutab lahutusvõimet. Ristlõigetel ilmunud nullilähedased lahutusvõimeid võib selgitada kõikide muude

mustrite kombinatsioonide kaudu, eriti olukorras, kus ergastunud on üle 3 fiibri ühel detektorplaadil. See jätab vähe ruumi liikuda, mistõttu langeb lahutusvõime nullilähedaseks.

Saadud tulemused viitavad asjaolule, et kuigi lahutusvõimete väärtused on jaotunud kuni 9 mrad'ini, siis enamus omavad vähem kui 2 mrad suurust nurklahutusvõimet, mis on positiivne.

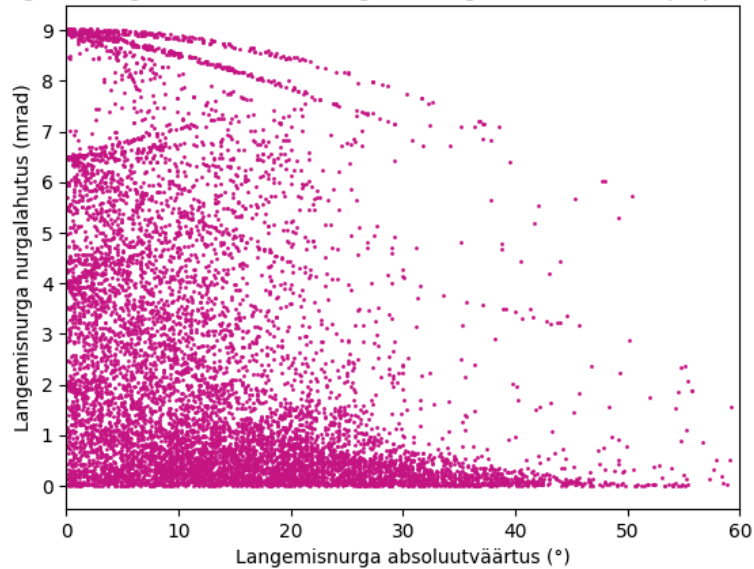


Joonis 12: Illustreeriv joonis piike tekitavatest mustritest. 1) on üksiktabamustest või kolmiktabamustest tulnud nurklahutusvõime, 2) peal on märgitud, kui on kaksiktabamus kas ülemisel või alumisel plaadil ning teine on üksiktabamus. 3) on olukord, kus on mõlemal äärmisel plaadil kaksiktabamus ning 4) on ühel detektorplaadil kaksiktabamus üksteise kõrval, millest tulenev nurklahutusvõime ei sõltu teisest plaadi tabamusest.

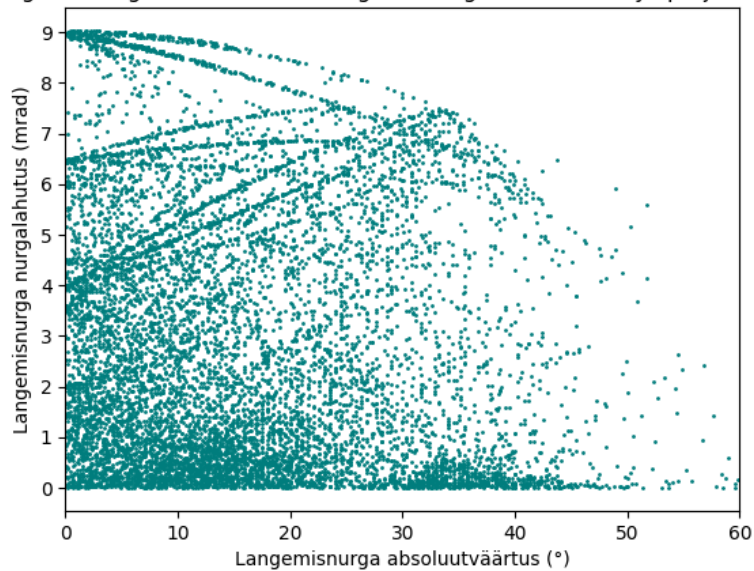
### 3.1.2. Langemisnurga lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast

Järgnevalt on välja toodud lahutusvõimete sõltuvus langevast nurgast kahes ristlõikes:

Langemisnurga lahutusvõime langemisnurga sõltuvusest xz projektsioonis



Langemisnurga lahutusvõime langemisnurga sõltuvusest yz projektsioonis



Joonis 13: Langemisnurga lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast erinevates ristlõigetel. Langemisnurk on väljendatud absoluutväärtuse kaudu, kuna normaalitelg võetakse hodoskoobi ristlõike keskel. Langemisnurk on mõlema projektsiooni jaoks eraldi välja arvatud.

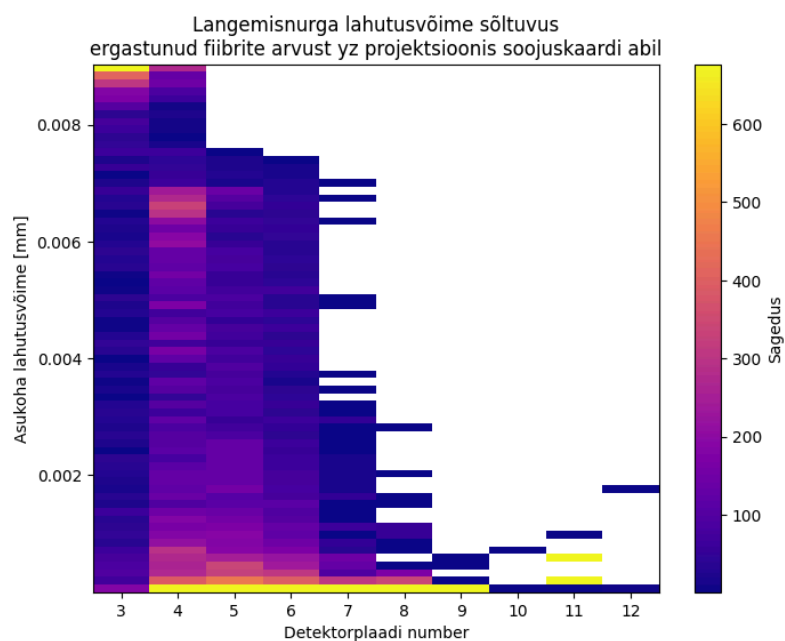
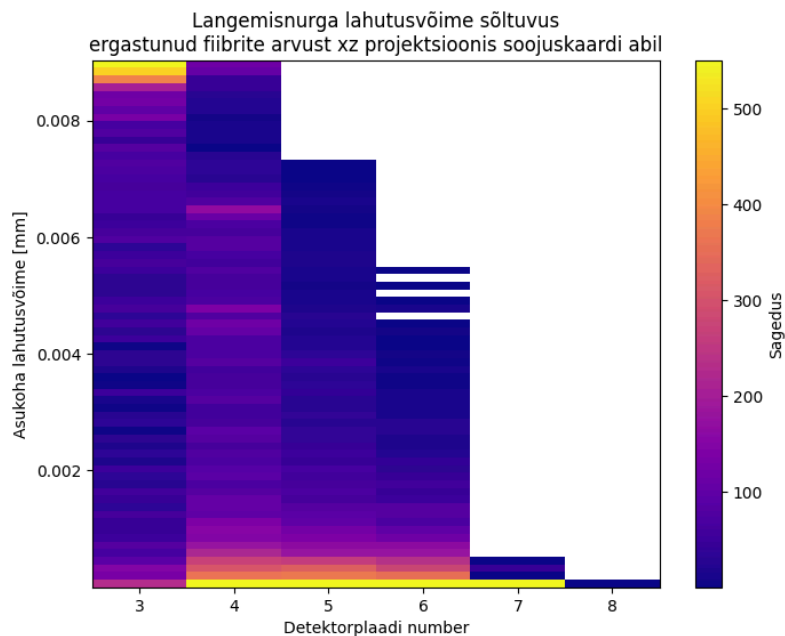
Langemisnurk on mõlema projektsiooni jaoks eraldi välja arvatud. Selleks võeti esimese ning viimase detektorplaadi ergastunud fiibrite klastrid, leiti nende keskpunktid, ja arvutati saadud kahe punkti vektori nurk normaali suhtes. Joonisel 13 on näha, et andmepunktid on kogunenud y-telje juures ligilähedaselt samade lahutusvõimete juurde (nagu võisime näha ka eelmises alapeatükis). Sellest edasi hargnevad välja jooned, mida saab samamoodi geomeetriselt selgitada.

Kuna suurema tõenäosusega on 9 mradi juures fiibrid üksiktabamustega, siis läheb sujuvalt lahutusvõime paremaks, kuna suurema nurga all on vähem liikumisruumi kahe ekstreemumsirge vahel. Seal joonistuvad samuti välja erinevad jooned 9, 6,5, 4 ja 2 mradi, mis tulenevad erinevatest võimalustest, kuidas tabamused võivad asetseada. 9 mradi juures sõltub tulemus peamiselt sellest, kas üksiktabamus langes detektorplaadi ülemisele või alumisele kihile. Muude juures mängib olulist rolli tabamuse saanud kiudude asetus samal detektorplaadil. Kui ergastunud on näiteks kaks fiibrit diagonaalis üksteise all (alumine fiiber on ülemise suhtes paremale või vasakule nihutatud), siis langemisnurga suurenedes võib lahutusvõime minna kas paremaks või halvemaks sõltuvalt sellest, kas diagonaal hakkab ülevalt vasakult või paremalt.

Isegi kui lahutusvõime võib esialgu väiksemaks minna, siis yz-projektsioonis tuleb umbes 35 kraadi juures hästi välja, et mingi nurga all hakkab selle väärtus uuesti paranema. Seega suurem langemisnurk muudab kergelt paremaks langemisnurga lahutusvõime täpsust, mis oligi üks püstitatud hüpoteesidest. Samas tuleb tõdeda, et kindlate tabamuste muustritega läheb lahutusvõime langemisnurga kasvades hoopis kehvemaks. Seetõttu on kõige usaldusväärsemad andmed siis, kui tabamused on ebatavalise või erinevat sorti fiibrite tabamuste ja muustritega igal detektorplaadil.

### **3.1.3. Langemisnurga lahutusvõime sõltuvus ergastunud fiibrite arvust**

Selleks, et kompaktselt esitada lahutusvõime ja vastava sündmuse ergastunud fiibrite arvu omavahelist seost ning ka kõikide lahutusvõimete jaotust iga fiibri arvu puhul, kasutatakse tulpdiaagrammi koos soojuskaardiga (Joonis 14). Ergastunud fiibrite arvus on arvestatud kõikide detektorplaatide ergastunud fiibrite arve ühes ristlõikes.



Joonis 14: Langemisnurga lahutusvõime sagedusjaotuse sõltuvus ergastunud fiibrite arvust tulpdiagrammi ja soojuskaardina. Soojuskaart näitab vastavate langemisnurga lahutusvõimete esinemissagedust iga ergastunud fiibrite arvu kohta eraldi. Valged kohad viitavad olukorrale, kus ühtegi väärtust sellel kohal ei esinenud.

Graafikud toovad hästi välja asjaolu, et minimaalse ergastunud fiibrite arvu, ehk 3 fiibri puhul on võimalik leida kõiki lahutusvõime väärtuseid maksimaalses esinemisvahemikus (0-9

milliradianini), kuid väärtused on tihedamalt jaotatud 9 mrad ümber. Mida suuremaks läheb ergastunud fiibrite arv, seda rohkem on need jaotunud nulli lähedal ning lahutusvõimete jaotusvahemik on kitsam.

Kuigi xz projektsioonis on alates 7 fiibrist liiga vähe andmeid, et eeldada seost ning yz projektsioonis on see alates 8 fiibrist, siis üldjuhul vaadates erinevaid sagedusdiagramme paraneb lahutusvõime fiibrite arvu kasvuga, mis oli teine püstitatud hüpotees. Sellegipoolest võib ka analüüsida, millised ergastunud fiibrite arvud toovad kõige rohkem andmeid, aga samas on suure lahutusvõimetega. Seda on näha järgnevas tabelis:

	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>xz projektsioon</b>	933	2980	3673	1422	25	1	-	-	-	-
<b>yz projektsioon</b>	1478	5548	8064	4606	274	70	14	4	12	6

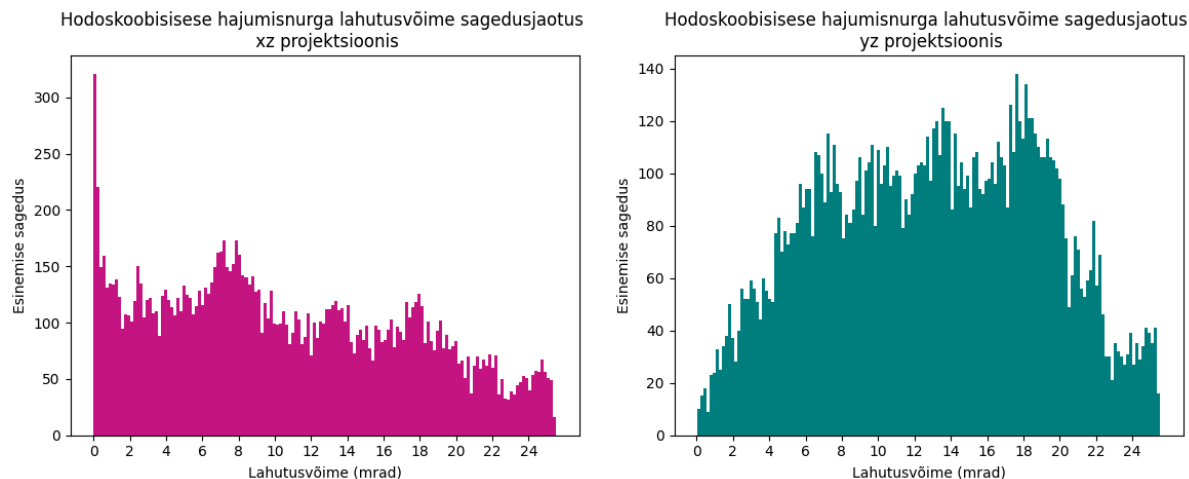
*Tabel 2: Andmete hulk ergastunud fiibrite koguarvu kohta mõlemas ristlõikes.*

Tabelis 2 on näha, et kõige rohkem andmeid tuleb juhul, kui on ergastunud kokku 5 fiibrit mõlema ristlõike kohta. See tähendab, et kui on vaja filtreerida madala lahutusvõimega andmeid, aga siiski säilitada suur andmete kogus, siis parima suhte saamiseks tuleks arvestada andmeid alates 5 ergastunud fiibri arvuga andmetest.

## 3.2. Hodoskoobisisese hajumisnurga lahutusvõime

### 3.2.1. Hodoskoobisisese lahutusvõimete sagedusdiagramm

Hodoskoobisisese hajumisnurga lahutusvõimele saadi vastavalt 15160 ja 11758 andmepunkti xz ja yz ristlõikele. Nende sagedusdiagrammid on järgmised:

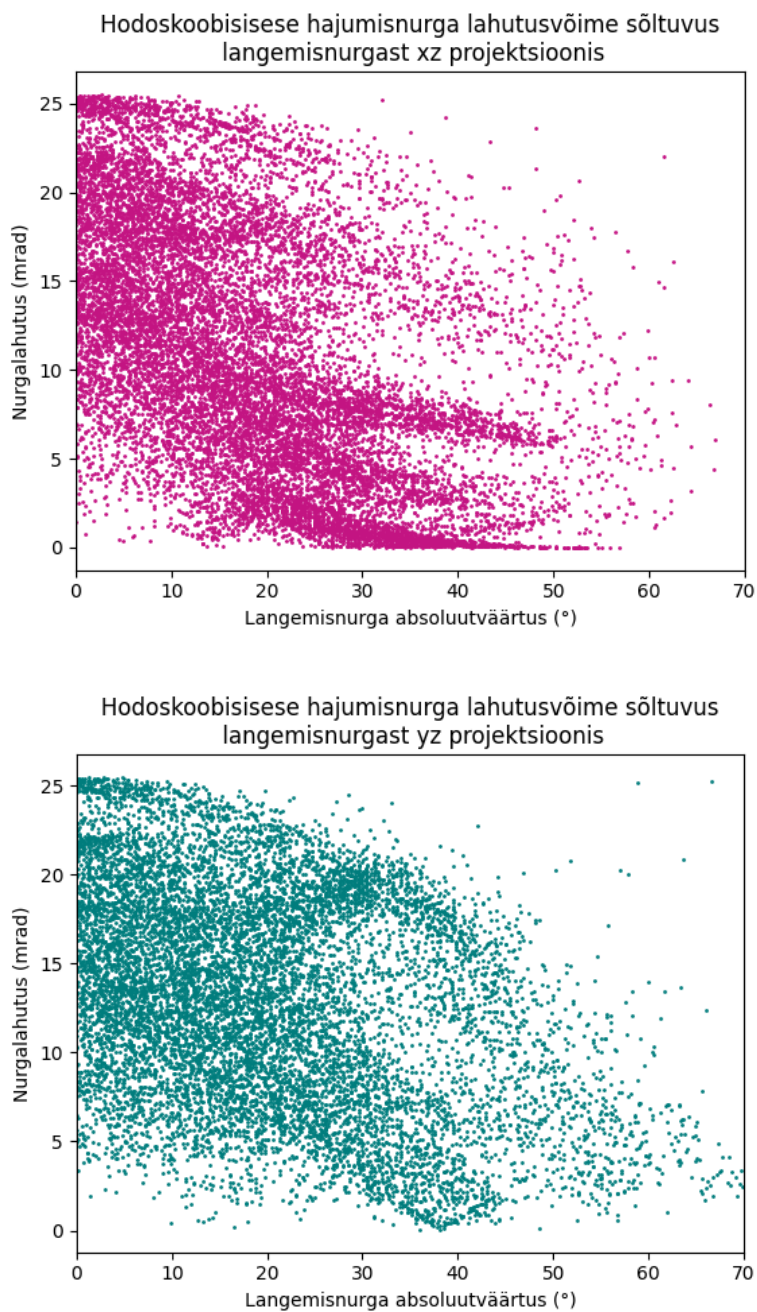


Joonis 15: Hodoskoobisisese hajumisnurga lahutusvõime sagedusdiagrammid projektsiooni kaupa.

Siin on näha, et maksimaalne hodoskoobi lahutusvõime on üle kahe korra väiksem ehk halvem kui langemisnurga halvim lahutusvõime. 25 mradi suurune lahutusvõime esineb olukorras, kui tekib üksiktabamus kõigile kolmele detektorplaadile. Kahe kõrvuti oleva detektorplaadi vahel on 100 mm, fiibri diameeter on 0,9 mm, nii et kahe detektorplaadi lahutusvõime osutub ligikaudu 18 mradi suuruseks, kui tabamuse saanud fiibrid on normaaliga täiesti paralleelsed. Kahest sellisega suurusega lahutusvõimest liitmääramatuse arvutamine (vt valem 3) annabki 25 mradi. Kõrgendikud esinevad ka umbes 7,5, 13 ja 18 mradi juures, mis on seotud tüüpilise kaksik ja üksiktabamuste kombinatsioonina, kui kaks detektorplaati on üksteisest 100 mm kaugusel.

### 3.2.2. Hodoskoobisisese lahutusvõimete sõltuvus langemisnurgast

Joonisel 16 on näha ka hodoskoobisisese hajumisnurga lahutusvõime sõltuvust langemisnurgast mõlemas ristlõikes:



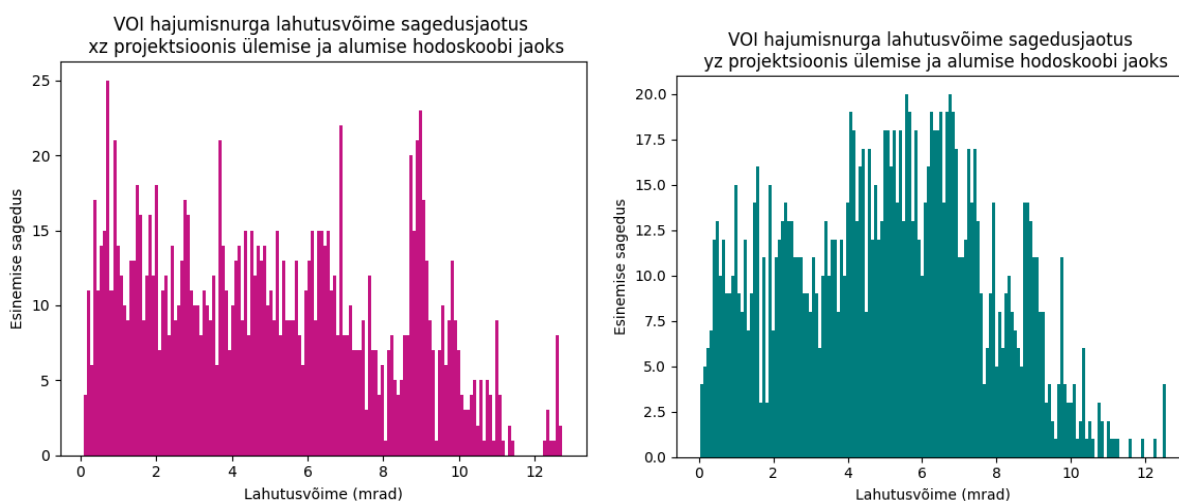
*Joonis 16: Hodoskoobisese hajumisnurga lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast kahes ristlõikes.*

Kuna need väärtused on leitud liitmääramatuste kaudu, on geomeetrist seost raskem tuvastada, kuid siiski on jällegi kerge sõltuvus langemisnurgast olemas, ehk langemisnurga kasvades suureneb lahutusvõime.

### 3.3. VOI hajumisnurga lahutusvõime

#### 3.3.1. VOI hajumisnurga lahutusvõimete sagedusdiagramm

Ülemisel ja alumisel VOI analüüsil tuli arvesse kõigest 1379 ja 1397 lahutusvõime väärtust vastavalt xz ja yz ristlõike puhul. Esiteks pidi leidma need andmed, millega sai ühel hodoskoobil kõikidest detektorplaatidest sirge läbi tõmmata ja langemisnurga lahutusvõime leida. Teiseks pidi olema vastav lahutusvõime sama sündmuse jaoks ka teisel hodoskoobil. Järgneval graafikul on toodud välja mõlema ristlõike lahutusvõimete sagedusdiagrammid (Joonis 17).



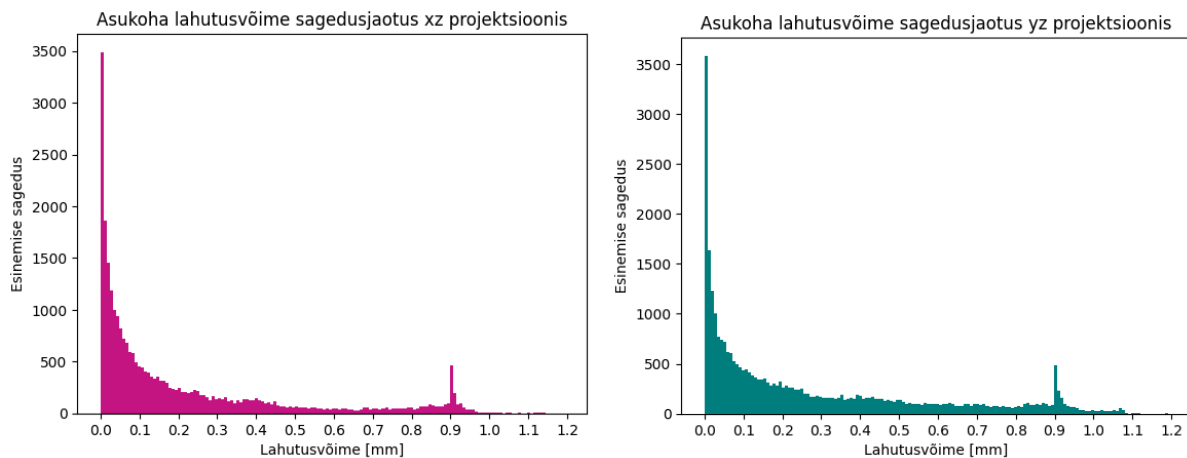
Joonis 17. VOI hajumisnurga lahutusvõime sagedusdiagramm kahe ristlõike jaoks.

Graafikutel on lahutusvõimete väärtused kuni umbes 13 mrad'i ni ja on üpriski ühtlaselt jaotunud, peale mõnede kõrgendike eelmainitud tüüpiliste ergastunud fiibrite mustritest tekitatud asukohtades.

## 3.4. Asukoha lahutusvõime

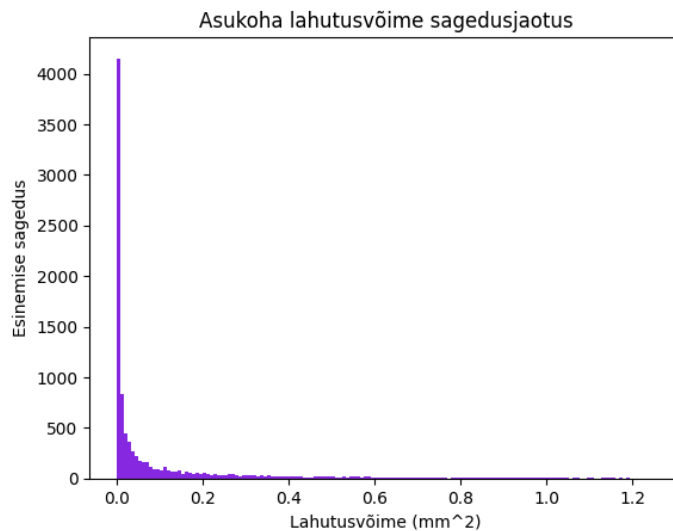
### 3.4.1. Asukoha lahutusvõime sagedusdiagramm

Asukoha lahutusvõime jaoks saadi xz ristlõike jaoks 27038 ning yz ristlõike jaoks 30105 andmepunkti. See on suurem langemisnurga lahutusvõimete tulemustest, kuna arvestatakse kõigi kolme detektorplaadi asukoha lahutusvõimeid koos. Esmalt väljendab lahutusvõimete sagedusdiagramm projektsioonide kaupa:



Joonis 18. Asukoha lahutusvõime sagedusdiagrammid kahes ristlõikes.

Samuti tuuakse välja ka ruumiline asukoha lahutusvõime, milleks leiti kahe ristlõigete lahutusvõime korrutis. Selleks saadi 10959 erinevat tulemust (Joonis 19). Selline väike sündmuste kogus võrreldes ristlõigete kogusega tuleneb sellest, et sama sündmus ei pruugi mõlema ristlõike langemisnurga lahutusvõimet sisaldada (on tagastatud selle asemel NaN, vaata peatükk 3.1.1), millest tulenevalt pole võimalik leida asukoha lahutusvõimet. Seetõttu tuleb leida ruumiliseks asukoha lahutusvõimeks sündmused, kus xz ja yz projektsioonil on asukoha lahutusvõimed olemas. Neid sündmuseid on aga vähem, mistõttu tuli andmeid peaaegu kolm korda vähem.

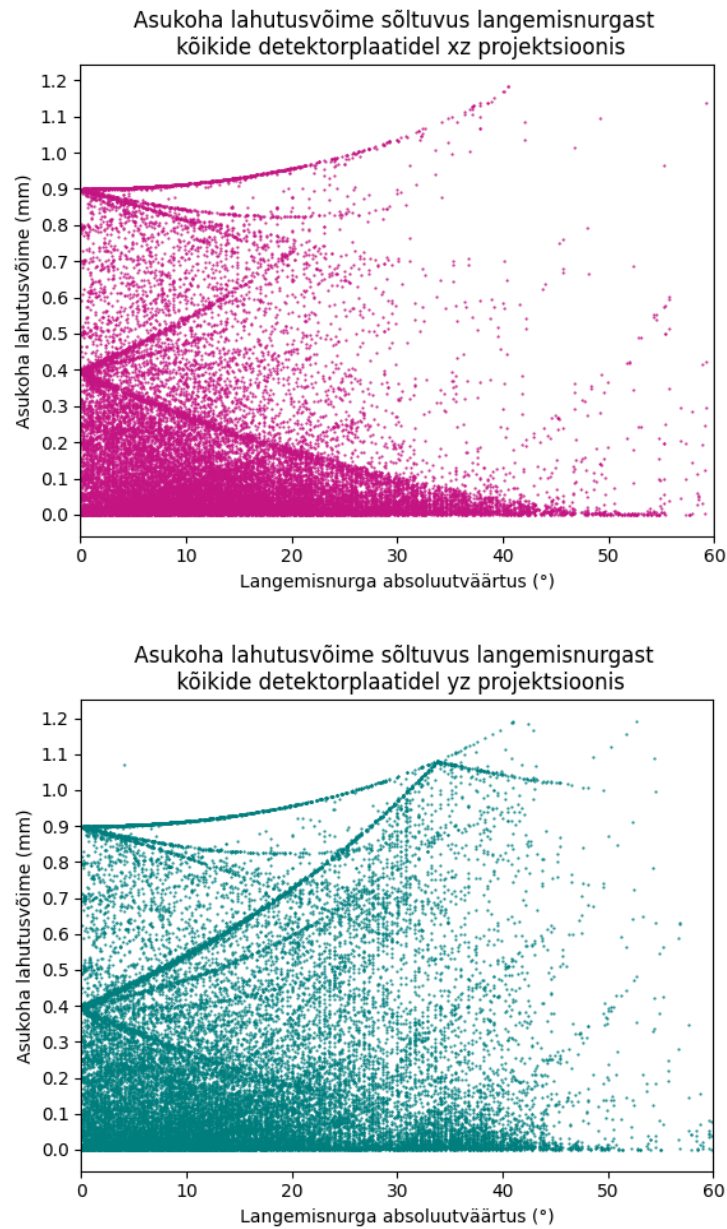


*Joonis 19: Ruumiline asukohta lahutusvõime*

Joonise 18 kui ka 19 tulemustest võib järeldada, et asukohta on võimalik määrata väga täpselt, kuna enamus väärtustest on väiksemad kui fiibri enda raadius (või pindala). Ristlõigete juures kujuneb välja piik 0,9 mm väärtuse juures. See tuleneb samuti üksiktabamustest, kus joonise 12 (1) näitel on kõigil detektorplaatidel üksiktabamus, mistõttu leitud kaugus kahe ekstreemumsirge vahel määratud kõrgusel osutub täpselt diameetri suuruseks.

### 3.4.2. Asukoha lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast

Alljärgnevalt on toodud välja ka asukoha lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast:



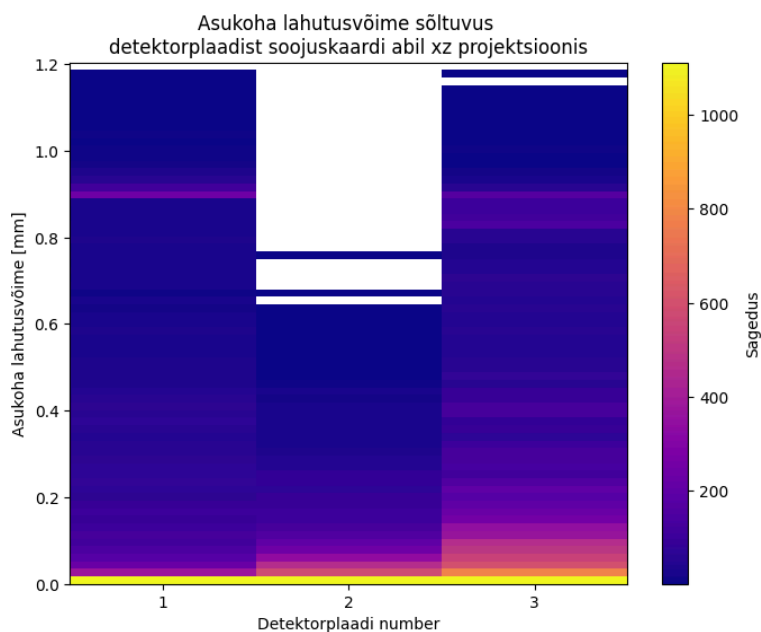
Joonis 22. Asukoha lahutusvõime sõltuvus langemisnurgast mõlemas ristlõikes.

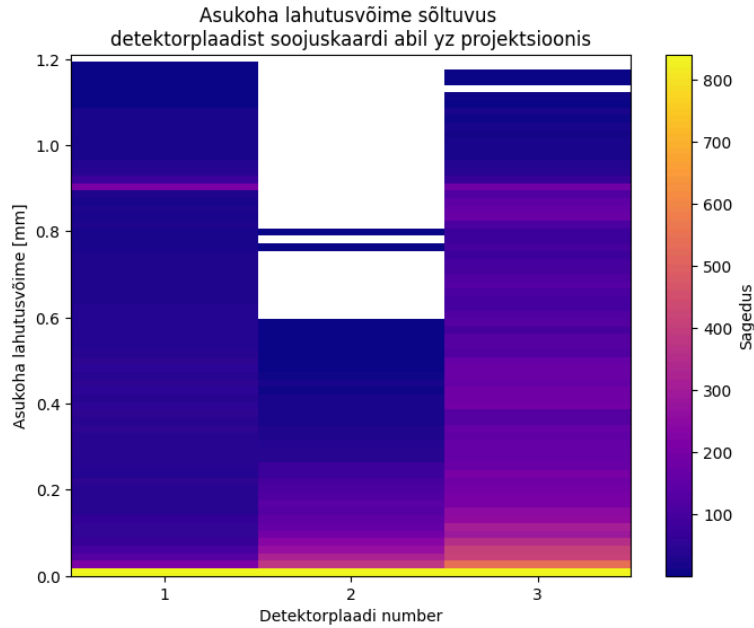
Joonise 22 graafikutelt on eristatavad jooned, mis on sarnased langemisnurga lahutusvõime graafikutega, ning mida saab selgitada samamoodi nagu alapeatükis 3.1.2. ja 3.1.1. Nimelt tekivad kiu diameetri ning raadiuse suurused asukoha lahutusvõimed. Siin tekib seega oluline

erandjuht: mõnede ideaalsete üksik- ja kaksiktabamuste jaoks võivad asukoha lahutusvõimed langemisnurga kasvades halvemaks minna. Seetõttu usaldusväärsemad tulemused ilmuvad siis, kui tabamused on rohkem erinevate mustrite kombinatsioonid, millega saab vältida potentsiaalsete lahutusvõimete halvenemisi.

### 3.4.3. Asukoha lahutusvõime sõltuvus detektorplaadist

Kui uurida joonist 6, siis ekstreemumsirgete lõikumisest johtub parem asukoha lahutusvõime just keskmise detektorplaadi puhul. Et seda uurida ka graafiliselt, on kasutatud tulpdiagrammi ning soojuskaardi meetodit:





Joonis 23. Asukoha lahutusvõime sõltuvus detektorplaadist soojuskaardi abil kahes ristlõikes.

Joonisel 23 on keskmise plaadi parem lahutusvõime selgelt nähtav. Keskmise plaadi parem lahutusvõime on andmeanalüüsis ka tõestatav, kuna joonisel 23 on näha, et keskmisel plaadil on poole väiksema ulatusega lahutusvõimete jaotus kui teistel plaatidel.

### 3.5. Andmehaldus

Selles lõputöös kasutatavad hodoskoobi andmed kuuluvad GScan OÜle ja on ärisaladus. Andmeanalüüsiks lõputöö raames arendatud programmid on leitavad lingil [18].

### 3.6. Järeldused ja edaspidiseks uurimiseks

Tulemuste analüüsis said esitatud hüpoteesid langemisnurga ning ergastunud fiibrите sõltuvuse kohta enamasti kinnitatud, kuigi esines juhte, mis kindlatel tingimustel lükkasid neid ümber. Nimelt esitatud hüpotees, et langemisnurk ja fiibrите arvu kasv parandab nurklahutusvõimet ei pidanud paika juhtudel, kui esines ainult ühe või kahe ergastunud fiibriga müüontabamusi ühel detektorplaadil.

Sellised tulemused kanduvad üle hodoskoobisisese, aga kõige tähtsamalt VOI sisese hajumisnurga lahutusvõimetusse, mis on leitud langemisnurga lahutusvõimetest. Hodoskoobi hajumise puhul tähendab see, et detektor ei suuda mõõta sarnase energiaga müüoni impulssi sama usaldusväärsusega. VOI puhul aga samade omadustega uuritavast objektist hajumist võrdse usaldusväärsusega. Tomograafilise pildi rekonstrueerimiseks on erinevaid algoritme, kuid need kõik vajavad müüoni trajektoore enne ja pärast objekti läbimist. See võib tähendada seda, et pärast kolmemõõtmelise pildi loomist võib sama sündmuse jaoks saada teistsuguse tiheduse ning asukoha hinnangu. Täpsust võib parandada pikemate mõõtmistega, kuna siis vead taanduvad välja, aga mõõtmisaega ei saa samas lõputult pikendada.

Mõõtmistäpsust võib teoreetiliselt suurendada detektori enda ülesehituse muutmisega, näiteks vähendades kiudude diameetreid. Kuid see on rahaliselt kulukas. Seega on mõttekam leida paremaid andmeanalüüsi meetodeid. Selliseid võimalusi pakubki käesolev töö.

Üks võimalus oleks filtreerida välja kõik väikese lahutusvõimetega andmed, kuid siis võib neid väheks jääda. Teine potentsiaalne lahendus oleks määrata andmete osakaal või tähtsus rekonstruktsioonil sõltuvalt lahutusvõimest. Andmed, mis on parema lahutusvõimega, saaksid olla suurema osakaaluga.

Edasi tuleks kindlasti uurida, millise kvaliteediga rekonstruktsioonipilte annavad erinevate lahutusvõimetega sündmused ning kas need erinevad üksteisest oluliselt. Erinevad algoritmid aitavad kindlasti kolmemõõtmelise pildi loomisele kaasa, aga siiski ainult kuni kindla piirini, kuna algandmete täpsus on samuti oluline. Samuti saab võrrelda kui suure lahutusvõimega on tulemused suure ja väikese hajumisnurga müüonitrajektooride jaoks.

# Kokkuvõte

Käesolev lõputöö keskendus müüontomograafilise hodoskoobi nurklahutusvõime ja asukoha lahutusvõime analüüsile. Töö eesmärk oli hinnata detektori täpsust müüoni trajektoori nurkade ja positsioonide määramisel ning välja pakkuda meetodid, mis aitaks kaasa andmete kvaliteedile parandamisele.

Esimese järeldusena selgus, et detektoris tuvastatud müüoni langemisnurk mõjutab lahutusvõimet. Suurema langemisnurga korral paraneb lahutusvõime, kuigi spetsiifiliste fiibri mustrite, nagu ainult üksik ja kaksiktabamuste puhul, need halvenesid. Seega tuleb valida need andmed, mis kas langemisnurga kasvades suurendavad lahutusvõimet või sellest sõltumata on juba väikeste lahutusvõimete väärtustega.

Lisaks sõltub detektori nurklahutusvõime oluliselt ergastunud fiibrite arvust. Mida rohkem ergastunud fiibreid on, seda parem on nurklahutusvõime, kuna see suurendab täpsust müüoni trajektoori määramisel. Samas tuleb hoiduda eemaldamast liiga palju andmeid, mistõttu leiti, et kõige optimaalsem on eemaldada kuni 4 ergastunud fiibriga sündmused. Analüüs näitas ka, et keskmised detektorplaadid parandavad asukoha lahutusvõimet rohkem võrreldes äärmiste plaatidega. Keskmiste plaatide puhul on lahutusvõimete jaotus väiksema ulatusega, mis tähendab paremat täpsust müüoni positsiooni määramisel.

Saab seega järeldada, et hodoskoobi ja VOI hajumisnurgad võivad kahe sama nurga ja objekti jaoks olla erinevad, mis mõjutab oluliselt tomograafilise pildi rekonstruktsiooni. Täpsuse parandamiseks saab kaaluda parima lahutusvõimega andmete suuremat osakaalu rekonstruktsioonil, kuid oluline on ka uurida, kuidas erineva lahutusvõimega andmed mõjutavad rekonstruktsioonipiltide kvaliteeti.

Antud tulemused on väga väärtuslikud edaspidiseks müüontomograafilise pildi rekonstruktsiooni algoritmide parandamiseks GScanis ning aitavad tulevikus potentsiaalselt arendada müüontomograafia valdkonda.

# Kasutatud kirjandus

- [1] Department of Energy. "DOE Explains... Muons."  
<https://www.energy.gov/science/doe-explainsmuons>
- [2] George, E. P. "Cosmic rays measure overburden of tunnel." *Commonwealth Engineer*, 455 (1955).
- [3] Alvarez, Luis W., et al. "Search for Hidden Chambers in the Pyramids: The structure of the Second Pyramid of Giza is determined by cosmic-ray absorption." *Science* 167.3919 (1970): 832-839.
- [4] Borozdin, K., Hogan, G., Morris, C., et al. "Radiographic imaging with cosmic-ray muons." *Nature* 422 (2003): 277. <https://doi.org/10.1038/422277a>
- [5] Checchia, Paolo. "Review of possible applications of cosmic muon tomography." *Journal of Instrumentation* 11.12 (2016): C12072.
- [6] Naumov, V.A. "Proceedings of Second Workshop on Methodical Aspects of Underwater/Underground Telescopes." *Hamburg* (2001): 31.
- [7] International School of Nuclear Physics. "Proceedings of the School: XXIV Course." <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/11/07/P07020/pdf>
- [8] Collins English Dictionary. "Hodoscope."  
<https://www.collinsdictionary.com/dictionary/english/hodoscope>
- [9] Ahmed, Syed Naeem. *Physics and Engineering of Radiation Detection*. Academic Press, 2007, pp. 470-472.
- [10] Anbarjafari, Gholamreza, et al. "Atmospheric ray tomography for low-z materials: implementing new methods on a proof-of-concept tomograph." *arXiv preprint arXiv:2102.12542* (2021).

- [11] Anbarjafari, Gholamreza, et al. "Atmospheric ray tomography for low-z materials: implementing new methods on a proof-of-concept tomograph." arXiv preprint arXiv:2102.12542 (2021).
- [12] Hamamatsu Photonics. "What is MPPC?"  
[https://www.hamamatsu.com/jp/en/product/optical-sensors/mppc/what\\_is\\_mppc.html](https://www.hamamatsu.com/jp/en/product/optical-sensors/mppc/what_is_mppc.html)
- [13] Park, Haewook, Yi, Minseok, Lee, Jae Sung. "Silicon photomultiplier signal readout and multiplexing techniques for positron emission tomography: a review." Biomedical Engineering Letters 12 (2022): 10.1007/s13534-022-00234-y.
- [14] Plank, Toomas. "Mõõtemääramatuste hindamine." Abiks õpetajale, kirjastus Argo (2005): 1.
- [15] European co-operation for Accreditation. Määramatuse väljendamine katse- ja kalibreerimistulemuste puhul. Tõlge: Eesti Akrediteerimiskeskus, 2003.  
[https://www.eak.ee/dokumendid/pdf/EA4\\_02\\_total\\_270103.pdf](https://www.eak.ee/dokumendid/pdf/EA4_02_total_270103.pdf)
- [16] Tallinna Tehnikaülikooli Füüsika Instituut. Füüsikaliste suuruste mõõtmine, mõõtmisvead ja mõõtehälbed. (2021).  
[https://haldus.taltech.ee/sites/default/files/2021-04/FUUSIKALISTE\\_SUURUSTE\\_MOOTMINE\\_MOOTMISVEAD\\_MOOTEHALBED\\_J.pdf](https://haldus.taltech.ee/sites/default/files/2021-04/FUUSIKALISTE_SUURUSTE_MOOTMINE_MOOTMISVEAD_MOOTEHALBED_J.pdf)
- [17] Filippov, A. "Müüontomograafi laboriprototüübi mõõteandmetel põhinev erinevate müüoni kiutabamuse koordinaatide arvutusmeetodite analüüs." (2022): 15-16.  
<https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/f894bba6-eb56-4500-b6e3-3cfb1fe51c7c/content>
- [18] Kruusmaa, S. (2024). Loputoo (Versioon 1.0.0) [Lähtekood]. GitHub.  
<https://github.com/sannakru/loputoo>

## **Tänuavaldused**

Sooviksin tänada mõlemat juhendajat, Mats Mikkorit ja Madis Kiiska, kes võtsid mind juhendatavaks, hoolimata suurest ajapuudusest, ning andsid mulle võimaluse teha lõputööd teemal, mis mind tõeliselt huvitab. Aitäh ka ülejäänud GScani inimestele, kes olid nõus kõikidele mu piinlikult lihtsatele küsimustele vastama, eriti Michalile!

Tänan südamest ka ema ja isa, kes olid minule töö kirjutamisel suureks toeks. Samuti ülejäänud pere ja sõpru, kes mind ära kuulasid ja tuge pakkusid.

# **Lihtlitsents lõputöö elektroonseks avaldamiseks**

Mina, Sanna Kruusmaa,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose

”Müüontomograafilise hodoskoopide müüonrajektoride nurklahutusvõime ja asukoha lahutusvõime analüüs“,

mille juhendajad on Mats Mikkor ja Madis Kiisk, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 4.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Sanna Kruusmaa

**26.05.2024**