

Monsieur

Je suis très fâché que mon mémoire sur la Trigonométrie sphéroïdique
 Vous ait causé tant de chagrin par rapport au degré du méridien mesuré
 en France, auquel je ne savais pas absolument, que Vous aviez tant de
 part. Je m'étois proposé d'examiner comment les quatre degrés actuellement
 mesurés s'accordoient avec l'hypothèse elliptique de la figure de la terre
 qui étant la plus simple me paroissoit la plus conforme à la vérité
 non que je la regardasse comme une vérité démontrée, mais pourtant
 si probable, qu'il ne faut pas s'en écarter sans des besoins très pressans.
 et je Vous avoue d'abord franchement, que si deux de ces quatre de-
 grés avoient été contraires à l'hypothèse elliptique, je n'aurois pas ba-
 lancé de rejeter d'abord cette hypothèse. Mais puisque les trois de-
 grés du cercle polaire, du Pérou et du cap s'accordoient si admirable-
 ment bien, cela me parut si bien établi cette hypothèse, que je trouvois
 encore plus de répugnance à l'abandonner, quoique je n'aie d'ailleurs
 la moindre raison de soupçonner le degré de France. Car si la
 terre n'étoit pas elliptique, il faudroit que sa figure fût bien bizarre
 pour qu'elle donnât les trois autres degrés si bien d'accord avec l'
 hypothèse elliptique, pendant que le quatrième s'en écarteroit si énormément.

A Monsieur l'Abbé la Caille

C'est donc principalement Votre importante mesure du Lap, Monsieur
 qui m'a engagé à achever mon calcul, en apportant un si grand changement
 au degré de France, et je ne crois pas qu'un moindre auroit été suffisant
 pour satisfaire à mon hypothèse. Or quand je trouve par ce moyen le
 rapport de Newton entre l'axe de la terre et le diamètre de son équateur
 je regarde cet accord comme un pur hasard, car je suis si éloigné de
 croire la terre homogène, que j'ai déjà en quelques occasions démontré
 le contraire. Cependant la hétérogénéité pourroit bien être telle, qu'elle
 produisît la même figure que l'homogénéité, et cela d'une infinité
 de manières différentes; mais il en résulteroit une différence dans la
 longueur des pendule, de sorte que ces deux phénomènes de la longueur
 du pendule et de la grandeur des degrés ne sont pas dépendans l'un
 de l'autre; et je crois que selon l'hypothèse de l'attraction la figure
 de la terre pourroit être une ellipse quelconque, pendant que les
 variations des pendule feroient une autre loi quelconque. Mais
 j'ai enroulé cette question indépendamment de toute Théorie, n'ayant
 adopté que l'hypothèse elliptique, que je ne crois pas cependant de-
 monter, mais que le degré du Lap m'a rendu plus probable.
 Or si le degré de France est juste à un tel point, que les erreurs
 inévitables dans les mesures actuelles et les observations célestes
 ne sauroient pas absolument monter à 100 toises, je ne découvrirai
 point, qu'il faut abandonner entièrement l'hypothèse elliptique.

et quoique je sente pour cela bien de la répugnance par les dites raisons,
 je serai le premier d'adopter ce sentiment, dès que Vous, Monsieur,
 et les autres, qui ont fait ces mesures, l'auront établi: car pour moy
 je serai toujours infiniment éloigné de porter un jugement des me-
 sures actuelles, et je Vous supplie très humblement de me pardonner
 celui, que l'attachement pour l'hypothèse elliptique confirmée par
 Vos propres travaux au Cap m'a assadi. Or supposant les quatre
 mesures également justes, il y a deux partis à prendre: ou il faut
 supposer les deux hémisphères de la terre inégaux entr'eux, ou en
 cas qu'ils soient égaux, il faudroit donner à la terre une figure
 bien irrégulière. Peut être que le premier l'emporteroit sur l'autre,
 car je me souviens que M. Meyer, cet habile Astronome de Göttingue,
 auquel nous sommes redevables des plus parfaites Tables de la Lune,
 m'a parlé de quelques phénomènes dans le mouvement de la lune,
 qui semblent prouver, que le centre de gravité de la terre ne se
 trouve pas au milieu de son axe. Mais si l'on vouloit, que les
 deux hémisphères fussent semblables, on pourroit satisfaire aux qua-
 tre degrés mesurés en supposant à la hauteur du pôle = φ , la gran-
 deur du degré du méridien = $\gamma (1 + \frac{p}{a} \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \sin^4 \varphi + \frac{r}{a} \sin^6 \varphi)$
 où γ marquerait le degré sous l'équateur = 56750 toises, et les
 valeurs des autres lettres seroient $a = 3251360$, $\frac{p}{a} = 0.0405$,
 $\frac{q}{a} = -0.1165$, $\frac{r}{a} = +0.1019$. de là résulteroit le rapport de l'axe

au diamètre de l'équateur comme 107 à 108, or la figure de la terre seroit fort inégulière, car les degrés du méridien croitroient depuis l'équateur jusqu'à la latitude de 31° , de là ils diminueroient jusqu'à 45° , or delà il croitroient de rechef jusqu'au pôle, où le degré de l'équateur seroit 58180 toises. Pour Vous dire la vérité, Monsieur, j'aurois bien de la répugnance à embrasser ce sentiment, et j'aimerois mieux ~~de~~ déclarer pour l'autre, et croire les deux hémisphères de la terre inégaux entr'eux. Alors pour notre hémisphère en excluant le degré du cap, on satisferoit aux trois autres degrés en supposant la grandeur du degré à la latitude φ $= 56750 (1 + 0,00333 \sin \varphi + 0,01280 \sin^2 \varphi)$ toises: d'où le rapport entre le demi-axe de cet hémisphère et le demidiapètre de l'équateur seroit 187 à 188. mais l'autre hémisphère seroit plus aplati, comme les remarques de M. Mayer l'exigent, autant que je me pourrois. Au reste je Vous proteste encore, Monsieur, que je ne prend aucune part au jugement sur la justesse des mesures, d'où la grandeur de ces degrés a été conclue, et je scis bien à déclarer cette protestation devant tout le monde, n'ayant rien plus à cœur que de m'acquiescer Votre justice amitiée que je ne manquerais pas de cultiver de tout mon possible, ayant l'honneur d'être avec la plus haute estime

Monsieur

Berlin 26 Août
1755.

Votre très humble et très obéissant
serviteur L. Euler