TARTU ÜLIKOOL
Matemaatika ja statistika instituut
Matemaatika- ja informaatikaõpetaja õppekava

Laura Kaldjärv

GÜMNAASIUMI MATEMAATIKA ÕPPEKAVADE VÕRDLUS: EESTI JA RAHVUSVAHELINE IB DIPLOMIPROGRAMM

Magistritöö (15 EAP)

Juhendajad: Tiina Kraav, PhD
Kerli Orav-Puurand, PhD

Tartu 2021

GÜMNAASIUMI MATEMAATIKA ÕPPEKAVADE VÕRDLUS: EESTI JA RAHVUSVAHELINE IB DIPLOMIPROGRAMM

Magistritöö

Laura Kaldjärv

Lühikokkuvõte

Eesti gümnaasiumi riiklik õppekava ja rahvusvaheline *International Baccalaureate* diplomiprogramm on ainsad gümnaasiumi õppekavad, mida aktsepteeritakse Eesti ülikoolidesse sisseastumisel. Käesoleva magistritöö eesmärk on Eesti gümnaasiumi laia ja kitsa matemaatika ainekavasid võrrelda IB diplomiprogrammi matemaatika kursuste kavadega ning tuua välja peamised sarnasused ja erinevused neis nõutud õpitulemustes. Õpitulemuste võrdlemiseks on koostatud tabelid, mille aluseks on võetud Eesti kitsa matemaatika õppekava. Tabelite põhjal on välja toodud teemade kaupa õppekavade peamised erinevused ja sarnasused. Võrdluste tulemusel selgus, et IB süvendatud matemaatika kursustel (HL) käsitletakse ka mitmeid teemasid, mida ei ole Eesti gümnaasiumi riiklikus õppekavas, vaid vaadeldakse ülikoolis. IB kahe standardtaseme kursuste õpitulemused on sarnased Eesti laia ja kitsa matemaatika oodatud õpitulemustega.

Märksõnad: IB diplomiprogramm, õppekavad, koolimatemaatika

CERCS kood: S272 Õpetajakoolitus

COMPARISON OF MATHEMATICS CURRICULA FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS: ESTONIAN NATIONAL CURRICULUM AND INTERNATIONAL IB DIPLOMA PROGRAMME

Master’s thesis

Laura Kaldjärv

Abstract

Estonian National curriculum for Upper Secondary schools and International Baccalaureate diploma programme are the only ones that Estonian Universities accept. The aim of this master’s thesis is to compare Estonian upper secondary schools’ narrow mathematics and extended mathematics curricula to IB diploma programme math courses and to point out the main similarities and differences in learning outcomes. To compare the learning outcomes, tables were made according to the Estonian narrow mathematics curriculum. Based on the tables, the main similarities and differences between the topics were found. According to the results, IB higher level courses feature topics that are not in Estonian National curriculum but are possible to study in university courses. The learning outcomes of IB two standard level courses are mostly similar to the Estonian narrow and extended curricula expected learning outcomes.

Keywords: IB diploma programme, curriculum, school mathematics

CERCS classification: S272 Teacher Education

Sisukord

Sissejuhatus

Matemaatika on Eesti gümnaasiumi riiklikus õppekavas kohustuslik aine, valida saab laia ja kitsa matemaatika vahel. Gümnaasiumi lõpetamiseks sooritab õpilane kitsa või laia matemaatika riigieksami. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011) Gümnaasiumiseadusest lähtuvalt võib aga koolis õpet läbi viia ka *Internationational Baccalaureaute Organisation'*i (IBO) poolt välja töötatud õppekava alusel. *International Baccalaureate* (IB) õppeprogramm on rahvusvaheliselt tunnustatud õppekava. IB diplomiprogramm lõpeb igas õppeaines rahvusvaheliste eksamitega ning IB diplomiprogrammi lõpetanu ei pea sooritama riigieksameid. (Haridus- ja Teadusministeerium, 2021) Eesti ülikoolidesse sisseastumisel on paljudele erialadele kandideerimiseks vaja riigieksami tulemusi, riigieksamite asemel aktsepteeritakse aga ka IB diplomiõppe diplomit ja lõpueksamitel saavutatud tulemusi (Haridus- ja Teadusministeerium, 2021). Oluline on seega ülikoolidele, kuidas arvestada IB diplomiõppe lõpetanu lõpueksamite tulemusi sisseastumise pingerea koostamisel ja kindlaks teha, mil määral on IB poolt pakutavad matemaatika kursused võrdsustatavad Eesti laia või kitsa matemaatika õppekavaga.

Kuni 2020. aasta novembrini oli võimalik IB programmis õppida matemaatikakursustel *Mathematics SL/HL, Mathematical Studies SL* ja *Further Mathematics SL* (International Baccalaureate Organization, s.a.). Ülikoolide kodulehtedel (Eesti Kunstiakadeemia, 2020; Eesti Maaülikool, 2020; Tartu Ülikool, s.a.; Estonian Business School, s.a.; Tallinna Tehnikaülikool, s.a.; Tallinna Ülikool, 2019) on ära kirjeldatud, kuidas toimub eelnevalt nimetatud kursuste arvestamine ülikooli kandideerides. Alates 2019. aastast õpivad IB diplomiõppe programmi õpilased aga uuendatud matemaatika kursustel, kusjuures nende kursuste esimene eksam toimus 2021. aasta mais ja eksami sooritanud õpilased alustavad ülikoolis sama aasta sügisel (International Baccalaureate Organization, s.a.). Uuendatud matemaatika kursuste ümberarvestamine on aga kirjeldatud ainult Tartu Ülikooli kodulehel (s.a.).

Magistritöö eesmärk on Eesti gümnaasiumi laia ja kitsa matemaatika ainekavasid võrrelda IB diplomiprogrammi matemaatika kursuste kavadega ning tuua välja nende peamised sarnasused ja erinevused nõutud õpitulemustes. Selline võrdlus on abiks nii ülikoolidele IB diplomiprogrammi diplomiga lõpetanute sisseastumistingimuste koostamisel kui ka silmaringi laiendamisest huvitatud matemaatikaõpetajatele.

Töö koosneb neljast peatükist. Esimeses peatükis antakse ülevaade IB programmi eesmärkidest, õppekava ülesehitusest, hindamisest, pakutavatest matemaatika kursustest ning ülikoolide praegused sisseastumistingimused IB diplomiprogrammi lõpetanutele. Töö teises osas kirjeldatakse Eesti õppekava ülesehitust ning tutvustatakse matemaatika kursuseid ning riigieksamit. Töö kolmas osa annab ülevaate õppekavade võrdluseks kasutatud metoodikast. Töö viimases osas esitatakse tabelitena teemade kaupa õppekavade võrdlus ning tuuakse välja peamised sarnasused ja erinevused.

1. IB programmi kirjeldus

1.1. IB programmist üldiselt

International Baccalaureate (IB) õppeprogramm on rahvusvaheliselt tunnustatud õppekava, mille on välja töötanud *International Baccalaureate Organisation* (IBO). IBO loodi 1968. aastal Šveitsi linnas Genfis ning on praeguseks tegutsenud juba peaaegu 53 aastat. (International Baccalaureate Organization, s.a.)

IB missiooniks on (International Baccalaureate Organization, 2019 a):

> „*International Baccalaureate* programmi eesmärk on arendada uudishimulikke, teadlikuid ja hoolivaid noori, kes aitavad luua paremat ja rahumeelsemat maailma läbi kultuuridevahelise mõistmise ja austuse. Sel eesmärgil töötab organisatisoon koostöös koolide, valitsuste ja rahvusvaheliste organisatsioonidega, et välja töötada väljakutset esitavad rahvusvahelised haridusprogrammid ja täpne hindamine. Programmid julgustavad õpilasi kogu maailmas olema aktiivsed, kaastundlikud ja elukestvad õppijad, kes mõistavad, et ka teistel inimestel, oma erinevustega, võib olla õigus."

International Baccalaureate Organisation'i kodulehel (s.a.) tuuakse välja, et IB õppeprogramm on eriline just seepoolest, et eesmärgiks on saavutada rohkem kui vaid õppekava läbimine, suurendades õpilaste kriitilise mõtlemise oskusi, kasvatades nende uudishimu ja oskust lahendada keerulisi probleeme.

International Baccalaureate on välja kujundanud 4 õppeprogrammi õpilastele vanuses 3 kuni 19. IB õppekava hõlmab õppeprogramme eelkoolist kuni gümnaasiumi lõpuni:

- eelkooli ja põhikooli algklasside õppeprogramm (edaspidi PYP) vanustele 3-12;
- põhikooli keskastme õppeprogramm (edaspidi MYP) vanustele 11-16;
- gümnaasiumi diplomiõppe programm (edaspidi DP) vanustele 16-19;

- karjääriga seotud õppeprogramm (edaspidi CP) vanustele 16-19. (Haridus- ja Teadusministeerium, 2021)

IBO poolt väljatöötatud rahvusvaheliselt tunnustatud IB õppekava alusel võib õpetada kool, mis on saanud IBO-lt tunnustuse konkreetse õppeprogrammi rakendamiseks (Haridus- ja Teadusministeerium, 2021). 2021. aasta juuni seisuga pakutakse IB programmi õpet rohkem kui 5500 koolis 159 riigis (International Baccalaureate Organization, s.a.). Tänaseks on Eestis IB programmi õppekavade alusel võimalik õppida 6 koolis, kooli nime järele on märgitud, milliseid õppeprogramme kool pakub (Haridus- ja teadusministeerium, 2021):

- Audentese Rahvusvaheline Kool (DP)
- Tartu Rahvusvaheline Kool (PYP)
- Tallinna Rahvusvaheline Kool (PYP, MYP)
- Eesti Rahvusvaheline Kool (PYP, MYP, DP)
- Miina Härma Gümnaasium (PYP, MYP, DP)
- Tallinna Inglise Kolledž (PYP, MYP, DP)

1.2. Gümnaasiumi diplomiprogrammi (DP) õppekava

Gümnaasiumi diplomiõppeprogrammi õppekava (International Baccalaureate Organization, 2016) koosneb kohustuslikust DP tuumast ja kuuest ainegrupist. DP tuum koosneb kolmest nõutud komponendist, mille eesmärgiks on laiendada õpilaste kogemustepagasit ja esitada väljakutseid rakendamaks nende teadmisi ja oskusi.

- Teadmiste teooria kursusel (*Theory of Knowledge*) keskendutakse kriitilisele mõtlemisele, et mõista seoseid erinevate ainete vahel, ning avastatakse teadmiste olemust. Kursuse tulemust hinnatakse läbi suulise esitluse ja 1600-sõnalise essee.
- Iseseisev uurimustöö (*The extended essay*) on põhjalik, väljastpoolt hinnatud sõltumatu uurimisprojekt õpilast huvitaval teemal. Projekti pikkuseks on kuni 4000 sõna, mis vajab kõrgetasemelist uurimis- ja kirjutamisoskust, avastamist ja loovust.
- Loovtöö, kehaline ja ühiskondlikult kasulik tegevus (*Creativity, acticity, service,* CAS) kaasab õpilasi kogemus- ja ühiskondlikke õppetegevustesse, mis edendab isiklikku kui ka

ühiskondlikku arengut. CAS julgustab tegelema kunstiga, loomingulisele mõtlemisele, tervislikule eluviisile ja sotsiaalsele vastutustundele.

DP õppekava (International Baccalaureate Organization, 2016) sisaldab üle 30 kursuse 6 ainegrupis, milleks on keel ja kirjandus (*Studies in language and literature*), võõrkeeled (*Language acquisition*), sotsiaalained (*Individuals and societies*), loodusteadused (*Sciences*), matemaatika (*Mathematics*) ja kunstiained (*The arts*). Õpilased valivad igast ainegrupist ühe aine (kunstiaineid võib asendada mõne teise ainega), seejuures peab õppima vähemalt kahte keelt. Kursuseid on võimalik õppida kahel tasemel, standardtase (SL) ja süvendatud kursus (HL). Vähemalt kolmel kursusel tuleb õppida süvendatult (HL), mis on üldjuhul 240 tundi (320 akadeemilist tundi). Standardtaseme kursused on enamasti 150 tundi (200 akadeemilist tundi). Kõik kursused on kavandatud nii, et need kestavad 2 aastat, kursusi hinnatakse sama rangelt ja kursusehinded on sama kaaluga. (International Baccalaureate Organization, 2016)

IB gümnaasiumi diplomiõppeprogramm lõpeb rahvusvaheliste eksamitega kõikides õppeainetes. Kirjalikud eksamid, mida hindavad professionaalselt koolitatud eksamineerijad, ja kursuse õpetaja pandud hinnang moodustavad kursuste hindamise aluse. Eksamid toimuvad mais või novembris vastavalt kooli tööplaanile ning tulemused avaldatakse vastavalt juulis või jaanuaris. (International Baccalaureate Organization, 2016)

Iga kursuse lõpuks saab õpilane lõpliku arvulise hinde 1 kuni 7. Standardtaseme ja süvendatud taseme kursuste hinnete kaalud on võrdsed. DP tuuma moodustavaid iseseisvat uurimistööd ja teadmiste teooria kursust hinnatakse tähtedega A (kõrgeim) kuni E (madalaim) ja nende kombineeritud tulemus võib moodustada kuni 3 lisapunkti. Loovtööd, kehalist ja ühiskondlikult kasulikku tegevust ei hinnata, kuid diplomi saamiseks on kursuse läbimine kohustuslik. (International Baccalaureate Organization, 2016)

Diplom antakse õpilastele, kes täidavad miinimumnõuded: kursusehinnete summa on minimaalselt 24 punkti, vähemalt 4 kursusehinnet on minimaalselt 3, läbitud on DP tuuma kursused. Maksimaalselt on õpilasel võimalik teenida 45 punkti, kui ta saavutab 6 kursusel maksimumi 7 punkti ja saab lisaks 3 lisapunkti tuuma kursustest. (International Baccalaureate Organization, 2016)

1.3. Matemaatika gümnaasiumi diplomiõppe programmis

Kuni 2020. aasta novembrini oli võimalik õppida ühel neljast matemaatika kursusest:

- *Mathematical studies* SL;
- *Mathematics* SL;
- *Mathematics* HL;
- *Further mathematics* HL (International Baccalaureate Organization, s.a.).

Alates 2019. aasta augustist peavad õpilased valima ühe kursuse järgmistest:

- *Mathematics: analysis and approaches* SL;
- *Mathematics: analysis and approaches* HL;
- *Mathematics: applications and interpretation* SL;
- *Mathematics: applications and interpretation* HL (International Baccalaureate Organization, s.a.).

Kõigis neljas kursuses käsitletakse teemasid arvuhulgad ja algebra, funktsioonid, geomeetria ja trigonomeetria, tõenäosus ja statistika ning diferentsiaal- ja integraalarvutus. Lisaks eelnimetatud teemadele pööratakse tundides tähelepanu ka uurimuslikule, probleemilahenduse ja modelleerimise oskustele, mille tulemusena iga õpilane koostab iseseisvalt kirjaliku uurimuse ühest matemaatika valdkonnast. Standardtaseme kursuste maht on 150 tundi (200 akadeemilist tundi), süvendatud kursustel on mahuks 240 tundi (300 akadeemilist tundi), mille täpsem jaotus teemade vahel on esitatud tabelis 1. (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b)

Tabel 1. Soovituslikud tundide arvud IB matemaatika õppekavade iga teema õpetamiseks, sulgudes märgitud akadeemiliste tundide arvud (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b)

Teema	*Mathematics: analysis and approaches* SL	*Mathematics: analysis and approaches* HL	*Mathematics: applications and interpretation* SL	*Mathematics: applications and interpretation* HL
Arvuhulgad ja algebra	19 (25,3)	39 (52)	16 (21,3)	29 (38,7)
Funktsioonid	21 (28)	32 (42,7)	31 (41,3)	42 (56)
Geomeetria ja trigonomeetria	25 (33,3)	51 (68)	18 (24)	46 (61,3)
Tõenäosus ja statistika	27 (36)	33 (44)	36 (48)	52 (69,3)
Diferentsiaal- ja integraalarvutus	28 (37,3)	55 (73,3)	19 (25,3)	41 (54,7)
Matemaatilise modelleerimise "tööriistakast " ja matemaatiline uurimus	30 (40)	30 (40)	30 (40)	30 (40)

Kursuse lõpphinne kujuneb kirjalikust eksamist, mis moodustab 80% hindest, ja õpetaja hinnangust iseseisvale matemaatilisele uurimusele, mis moodustab 20% hindest. Kirjalik eksam standardtaseme kursustel toimub kahes osas, mõlema lahendamiseks on 90 minutit. (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b) Kursuses *Mathematics: applications and interpretation SL* (International Baccalaureate Organization, 2019b) on töö esimeses osas õppekaval põhinevad lühiküsimused, teises aga pikemat lahendust nõudvad ülesanded. Kursuses *Mathematics: analysis and approaches SL* (International Baccalaureate Organization, 2019a) on eksami mõlemas osas nii lühiküsimused kui ka pikemat lahendust nõudvad ülesanded. Eksami esimese osa lahendamisel on IKT vahendite kasutamine keelatud, teises osas on see nõutud (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b).

Süvendatud matemaatika kursuste kirjalik eksam on kolmes osas, millest kaks esimest on üles ehitatud samamoodi nagu standardtaseme kursuste eksam. Erinevus seisneb ainult ajapiirangus, mis süvendatud kursuste eksami korral on mõlemal osal 120 minutit. Eksami kolmas osa seisneb kahe probleemülesande lahendamises, milleks on aega 60 minutit. (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b)

Kursuse lõpphinde välja kujunemisel on oluline roll ka õpilaste iseseisval uurimusel mingis matemaatika valdkonnas. Kursuse õpetaja hindab õpilase tööd 5 kriteeriumi alusel, hinnates vastavalt igas kriteeriumis saavutatud taset: vormistus (*Presentation*), info esitamine matemaatiliselt (*Mathematical communication*), isiklik huvi (*Personal engagement*), analüüs ja refleksioon (*Reflection*) ja matemaatika kasutus (*Use of mathematics*). (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b)

1.4. IB programmiga sisseastumine kõrgkooli

Head eksamitulemused võimaldavad õppima asuda nii Eesti kui välismaa ülikoolides, kusjuures IB diplomiõppe diplomit aktsepteerib rohkem kui 2192 tunnustatud ülikooli maailmas. Eesti ülikoolidesse õppima asumisel ei pea IB DP diplomiga lõpetanu sooritama riigieksameid. (Haridus- ja Teadusministeerium, 2021). Eesti kõrgkoolidest aktsepteerivad eelnimetatud diplomit Tartu Ülikool (TÜ), Tallinna Ülikool (TLÜ), Tallinna Tehnikaülikool (TalTech), Eesti Maaülikool (EMÜ), Eesti Kunstiakadeemia (EKA) ja ka Estonian Business School (EBS) (Eesti Kunstiakadeemia, 2020; Eesti Maaülikool, 2020; Estonian Business School, s.a.; Tallinna Tehnikaülikool, s.a; Tallinna Ülikool, 2019; Tartu Ülikool, s.a.).

Nii TÜ, TalTech, EMÜ kui EKA erialadele (Eesti Kunstiakadeemia, 2020; Eesti Maaülikool, 2020; Tallinna Tehnikaülikool, s.a; Tartu Ülikool, s.a.) kandideerivad IB diplomiprogrammi lõpetanud üldises pingereas. Erialadel, kus on vaja riigieksamite tulemusi, teisendatakse TÜ-s, TalTech-is ja EMÜ-s (Eesti Maaülikool, 2020; Tallinna Tehnikaülikool, s.a; Tartu Ülikool, s.a.) vastavate IB matemaatika ja eesti keele kursuste lõpueksamite tulemused 100-punktisele, EKA-s (Eesti Kunstiakadeemia, 2020) 10-punkti skaalale. Kui õpilane läbis süvendatud tasemel kursuse (HL), siis korrutatakse standardtaseme (SL) ümberhinnatud tulemus 1,2-ga. Näiteks, kui õpilane saavutas standardtaseme kursuses lõpueksami tulemuseks 5, siis ümberhinnatud tulemuseks Tartu Ülikooli kandideerimisel on 75 punkti, süvendatud taseme kursuse lõpueksami tulemus 5 hinnatakse ümber aga 90 punktiks (Tartu Ülikool, s.a.).

TLÜ-sse kandideerimisel peab IB diplomiga lõpetanu sooritama vastuvõtueksami, välja arvatud juhul, kui õpilane on sooritanud lõpueksamid peaainetes (HL) summaarselt vähemalt 19 punktile ja kõrvalainetes (SL) vähemalt 15 punktile. Kõrghariduse esimese astme eestikeelsele õppekavale on IB diplomiga lõpetanul võimalik saada kandideerimisel 5 lisapunkti, kui tema lõpueksamite summa on vähemalt 28 punkti. (Tallinna Ülikool, 2019)

EBS-i bakalaureuseõppesse saab IB diplomiga lõpetanu kandideerida, kui tema lõpueksamite punktisumma on vähemalt 24 punkti ja läbitud on ka loovtöö, kehalise ja ühiskondlikult kasulikku tegevuse kursus (CAS), seejuures peaainetes peab olema lõpueksamite summaarne punktisumma vähemalt 12 punkti ja kõrvalainetes vähemalt 9 punkti. (Estonian Business School, s.a.)

TÜ-sse kandideerimisel loetakse laia matemaatika riigieksamiga võrdväärseks IB DP kursus *Mathematics SL/HL, Mathematics: analysis and approaches SL/HL* ning *Mathematics: applications and interpretation HL.* Kitsa matemaatika riigieksamiga võrdväärseks loetakse IB DP kursus *Mathematical Studies SL/HL* ja *Mathematics: applications and interpretation SL*. (Tartu Ülikool, s.a.) Teiste kõrgkoolide kodulehtedel (TalTech, EMÜ, EKA ja EBS) kandideerimistingimustes ei ole välja toodud, kas *Mathematics: applications and interpretation SL* ja *HL* ning *Mathematics: analysis and approaches SL* ja *HL* loetakse võrdväärseks kitsa või laia matemaatika riigieksamiga. Küll aga loetakse kitsa matemaatika kursus võrdseks IB DP kursusega *Mathematical Studies SL*, laia matemaatika riigieksamiga võrdväärseks loetakse *Mathematics SL* ja *HL.* (Eesti Kunstiakadeemia, 2020; Eesti Maaülikool, 2020; Estonian Business School, s.a.; Tallinna Tehnikaülikool, s.a)

2. Eesti õppekava kirjeldus

2.1. Õppekavast üldiselt

Gümnaasiumi sihiseade (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011) kohaselt on gümnaasiumi ülesandeks „toetada noore arengut loovaks, mitmekülgseks, sotsiaalselt küpseks, usaldusväärseks ning oma eesmärke teadvustavaks ja neid saavutada oskavaks isiksuseks erinevates eluvaldkondades: partnerina isiklikus elus, oma kultuuri kandja ja edendajana, tööturul erinevates ametites ja rollides ning oma ühiskonna ja looduskeskkonna jätkusuutlikkuse eest vastutava kodanikuna".

Gümnaasiumi õpilane peab gümnaasiumi riikliku õppekava (2011) järgi 3 aasta jooksul läbima vähemalt 96 kursust. Ühe kursuse maht on 35 õppetundi (üks õppetund on 45 minutit). Igale gümnaasiumiõpilasele kohustuslikud kursused on eesti keel (6 kursust), kirjandus (5 kursust), B2 keeleoskustasemel võõrkeel (5 kursust), B1 keeleoskustasemel võõrkeel (5 kursust), matemaatika (kitsas 8 kursust, lai 14 kursust), bioloogia (4 kursust), loodusgeograafia (2 kursust), keemia (3 kursust), füüsika (5 kursust), ajalugu (6 kursust), ühiskonnaõpetus (2 kursust), inimeseõpetus (1 kursus), inimgeograafia (1 kursus), muusika (3 kursust), kunst (2 kursust) ja kehaline kasvatus (5 kursust). Ülejäänud kursused valib õpilane kooli poolt pakutavate valikkursuste hulgast. Nõutud 96 kursuse hulka kuulub ka õpilasuurimus või praktiline töö. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011)

Kursuse lõppedes pannakse õpilasele enamasti viie palli süsteemis kursusehinne, mis kujuneb õpilase teadmiste ja oskuste võrdlemisel õppekavas nõutud õpitulemustega. Kool võib ka viie palli süsteemi asemel kasutada muud hindamissüsteemi, kuid kooli lõpetamisel teisendatakse need siiski viie palli süsteemi. Valikkursuste korral võib hindamiseks kasutada ka "arvestatud" ja "mittearvestatud". Kooli lõpetamisel hinnatakse õpilase õpitulemusi aines kokkuvõtvalt kooliastmehinnetega kursusehinnete alusel. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011)

Gümnaasiumi lõpus peab õpilane sooritama kolm riigieksamit, milleks on eesti keel, matemaatika ja võõrkeel (inglise, prantsuse, vene või saksa keeles), ning koolieksami enda valitud aines. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011) Võõrkeele riigieksami võib asendada ka rahvusvaheliselt tunnustatud võõrkeele eksamiga. Matemaatika riigieksami korral on õpilasel võimalik valida, kas ta soovib sooritada kitsa või laia matemaatika eksamit. (Tasemetööde ning põhikooli…, 2015) Eksamitöid hinnatakse 100 palli süsteemis riiklikult valitud spetsialistide poolt. Riigieksam loetakse sooritatuks, kui õpilane on saavutanud 1% maksimaalsest tulemusest. (Kitsa ja laia …, s.a.)

Gümnaasiumi lõputunnistus antakse välja õpilasele, kellel on kõik kooliastmehinded vähemalt rahuldavad või arvestatud, sooritatud kolm riigieksamit ja koolieksam ning kes on sooritanud gümnaasiumi jooksul õpilasuurimuse või praktilise töö. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011)

2.2. Matemaatika õppekava

Gümnaasiumi õpilasel on võimalik valida, kas ta soovib õppida kitsast või laia matemaatikat. Kitsas matemaatika hõlmab endas 8 kursust ehk kokku 280 akadeemilist tundi, lai matemaatika aga 14 kursust ehk 490 akadeemilist tundi. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011)

Kitsa matemaatika kursused on „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused", „Trigonomeetria", „Vektor tasandil. Joone võrrand", „Tõenäosus ja statistika", „Funktsioonid", „Jadad. Funktsiooni tuletis", „Planimeetria. Integraal" ja „Stereomeetria" (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011).

Laia matemaatika kursused on „Avaldised ja arvuhulgad", „Võrrandid ja võrrandisüsteemid", „Võrratused. Trigonomeetria I", „Trigonomeetria II", „Vektor tasandil. Joone võrrand", „Tõenäosus, statistika", „Funktsioonid. Arvjadad", „Eksponent- ja logaritmfunktsioon", „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis", „Tuletise rakendused", „Integraal. Planimeetria", „Sirge ja tasand ruumis", „Stereomeetria" ja „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine" (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011).

Gümnaasiumi lõpus sooritab õpilane omal valikul laia või kitsa matemaatika riigieksami. Eksam koosneb kahest osast. Eksami esimene osa koosneb seitsmest ülesandest, millest neli annavad 5 punkti ja kolm 10 punkti, ning nende lahendamiseks on aega 120 minutit. Eksami teises osas on viis 10-punktist ülesannet ja aega lahendamiseks on 150 minutit. Ülesanded põhinevad täielikult vastaval õppekaval. Lubatud on kasutada taskuarvutit, kuid muude tehniliste vahendite ja abimaterjalide kasutamine on keelatud. (Kitsa ja laia …, s.a.)

3. Metoodika

Käesoleva magistritöö eesmärk on võrrelda Eesti kitsa ja laia matemaatika õppekavasid IB diplomiprogrammi matemaatika kursuste kavaga ning tuua välja peamised erinevused ja sarnasused õpitulemustes. Antud peatükis on välja toodud õpitulemuste võrdlemise alused ja metoodika.

Töös vaadeldud ja praegu kehtiv Eesti õppekava on vastu võetud 2011. aastal, IB kursuste kavad on vastu võetud 2019. aastal. Võrdluseks on valitud just Eesti ja IB õppekavad, sest need õppekavad on ainsad gümnaasiumi õppekavad, mis on Eesti ülikoolide poolt sisseastumisel aktsepteeritud. Võrdluse koostamisel on aluseks võetud vaid gümnaasiumi laia ja kitsa matemaatika kursuste (Haridus- ja noorteamet, 2015) ning IB diplomiõppe matemaatika kursuste kirjeldused (International Baccalaureate Organization, 2019a, 2019b).

Õppekavade võrdlus on esitatud tabelitena vaadeldes alateemasid. Aluseks on võetud Eesti kitsa matemaatika õppekava, mille tabelireas on kirjeldatud õppekavaga nõutud õpitulemused ja oskused. Järgnevate õppekavade korral on välja toodud vaid lisanduvad õpitulemused või õpitulemused, mida antud õppekavas ei nõuta. Kui programmis kitsa matemaatika õppekavaga võrreldes nõutud õpitulemustele midagi ei lisandu, siis tabelis vastav rida puudub. Kuna *Mathematics: analysis and approaches* HL hõlmab endas ka *Mathematics: analysis and approaches* SL õpitulemusi ja *Mathematics: applications and interpretation* HL hõlmab endas ka *Mathematics: applications and interpretation* SL õppetulemusi, siis neid õppetulemusi tabelis ei dubleerita. Eesti laia matemaatika õppekava korral on toodud tabeliveeru alguses välja mitmendal kursusel teemat käsitletakse. IB õppekavade korral on iga õpitulemuse järele märgitud sulgudesse, millises õppekava punktis on see õpitulemus kirjeldatud.

Igale tabelile järgneb analüüs, milles on välja toodud peamised erinevused ja sarnasused õpitulemustes. Kuna IB kursustes on õpitulemusi, mida laia ja kitsa matemaatika õppekava ei hõlma, vaid õpetatakse alles ülikoolis, siis on nende õpitulemuste korral välja toodud ka, millises Tartu Ülikooli kursuses on võimalik antud õpitulemustega tutvuda.

4. Õppesisu võrdlus

Eesti kitsa ja laia matemaatika õppekava kursuste õppimise eelduseks on Eesti põhikooli matemaatika õppekavas nõutud teadmiste olemasolu. IB diplomiprogrammi igas matemaatika õppekavas on loeteluna välja toodud nõutud varasemad teadmised. Lisaks Eesti põhikooli õppekavas nõutud teadmistele peab IB diplomiprogrammis SL kursusel õppimist alustav õpilane oskama ka lahendada lineaarvõrratust, leidma hulkade ühisosa ja ühendi, kasutama Venn'i diagramme andmete sorteerimiseks, kasutama abivahendina tõenäosuste puu, leidma nurki kompassil. HL kursusel peab lisaks eelnevale oskama kaotada irratsionaalsust nimetajas, lahendada ruutvõrratust.

4.1. Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused

4.1.1. Arvuhulgad

Kitsa ja laia matemaatika kursuses nõutud enamus õpitulemusi eeldatakse IB kursuse õppijatelt juba enne kursuse algust. Peamine erinevus Eesti õppekava ja IB programmi kursuste vahel on, et kompleksarve käsitletakse Eesti õppekava järgi laias kursuses vaid põgusalt, kuid IB süvendatud kursustel peab õpilane teadma kompleksarvu erinevaid esitusi ning oskama teha nendega erinevaid tehteid. Need õpitulemused saavutatakse Tartu Ülikooli kursusel „Kõrgem matemaatika I" (MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I, s.a.). Seejuures aga nii Eesti kitsa kui ka IB standardtaseme kursustel kompleksarve üldse ei käsitleta. Laia matemaatika kursuses on välja toodud, et võimekamatele õpilastele tasub tutvustada ka matemaatilise induktsiooni abil tõestamist, kuid kursusel *Mathematics: Analysis and approaches HL* on see kirjas kohustusliku õpitulemusena, lisaks peab õpilane oskama ka tõestada vastuväiteliselt ning tuues kontranäite. Matemaatilise induktsiooni abil ja vastuväitelist tõestamist õpetatakse Tartu Ülikooli kursusel „Matemaatiline maailmapilt" (MTMM.00.342 Matemaatiline maailmapilt, s.a.). Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 2.

Tabel 2. Arvuhulgad

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: arvuhulki (naturaal-, täis-, ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarvude hulk) loetlemise või kirjeldamise kaudu; arvu absoluutväärtust kaugusena arvtelje nullpunktist. Õpilane: oskab nimetada, millisesse arvuhulka konkreetne arv kuulub; järjestab ja kujutab arvteljel reaalarve ning nende piirkondi; kirjutab arvtelje abil tundmatut rahuldavaid tingimusi; teab arvu standardkuju.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 1. kursuses: Avaldised ja arvuhulgad. Käsitletakse: põgusalt kompleksarvude hulka; erinevaid hulkade esitamisviise ja hulkade ühendit, ühisosa ja vahet; arvusüsteeme kahendsüsteemi näitel. Õpilane: selgitab arvuhulkade omadusi aritmeetiliste tehete suhtes; defineerib arvu absoluutväärtuse ja lahendab ülesandeid lähtuvalt definitsioonist. Võimekamatele soovitatakse tutvustada matemaatilise induktsiooni abil tõestamist.
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: kompleksarve, komplekstasandit, kompleksarvu algebralist, trigonomeet-rilist ja eksponentkuju (HL 1.12-1.14). Õpilane: teab mõisteid *kompleksarvu reaalosa, imaginaarosa, kaaskompleksarv, moodul ja argument* (HL 1.12-1.14); teisendab kompleksarvu ühelt kujult teisele;

	leiab kompleksarvude summa, korrutise ja jagatise kõigil kompleksarvu kujudel ja kujutab neid komplekstasandil; leiab ruut- ja kõrgema astme võrrandi kompleksed lahendid; teab ja rakendab de Moivre'i teoreemi ja selle laiendust ratsionaal-arvulistele astendajatele; astendab ja juurib kompleksarve; (HL 1.12- 1.14) tõestab kasutades matemaatilist induktsiooni ning vastuväiteliselt; toob kontranäite näitamaks, et väide ei kehti. (HL 1.15)
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: valib sobiva täpsuse ümardamisel vastavalt andmetele; hindab ümardatud suuruste ülemist ja alumist piiri; arvutab mõõtevigasid ja veaprotsenti; hindab saadud vastuse tõepärasust. (SL 1.6)
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: kompleksarve, komplekstasandit, kompleksarvu algebralist, trigono-meetrilist ja eksponentkuju; sama perioodiga, kuid erinevate argumentidega (algfaasidega) sinusoidide liitmist. (HL 1.12- 1.13) Õpilane: teab mõisteid: *kompleksarvu reaalosa, imaginaarosa, kaaskompleksarv, moodul ja argument, komplekstasand*; teisendab kompleksarvu ühelt kujult teisele (nii käsitsi kui IKT vahendeid kasutades); leiab kompleksarvude summa, korrutise ja jagatise kõigil kompleksarvu kujudel ja kujutab neid komplekstasandil; leiab ruutvõrrandi kompleksed lahendid; leiab algebralisel kujul oleva kompleksarvu mooduli IKT vahendite abil, trigonomeetrisel ja eksponentkujul arvutab ka käsitsi. (HL 1.12- 1.13)

4.1.2. Avaldised

Avaldiste teema juures oodatakse õpilastelt kõigis kursustes üldjoontes sarnaseid õpitulemusi (vt tabel 3), IB kursustel *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* ei lisandu ühtegi õpitulemust võrreldes kitsa matemaatika kursusega. Kursuste *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* erinevus Eesti õppekava kursustest on, et õpilane peab kasutama ka Newtoni binoomvalemit ja Pascali kolmnurka, HL kursusel oskab ka lahutada algebralise murru algmurdudeks. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 3.

Tabel 3. Avaldised

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: astme mõiste üldistamist. Õpilane: sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaal-arvuliste astendajaga astmeteks; teeb lihtsamaid tehteid võrdsete juurijatega juurtega; teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 1. kursuses: Avaldised ja arvuhulgad. Käsitletakse: teeb teisendusi juurtega, nimetajast irratsionaalsuse kaotamist, asendamist; lahendab rakendussisuga ülesandeid, seehulgas protsentülesandeid.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: teab ja rakendab Newtoni binoomvalemit ja Pascali kolmnurka (SL 1.9).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Õpilane: teab ja rakendab Newtoni binoomvalemi laiendust ratsionaalarvulisele astendajale (HL 1.10);

	lahutab algebralise murru algmurdudeks (HL 1.11).

4.1.3. Võrrandid ja võrrandisüsteemid

Kõigis kursustes peab õpilane oskama lahendada ühe tundmatuga lineaar- ja ruutvõrrandeid ning kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme, kuid murdvõrrandite lahendamise oskus on välja toodud vaid Eesti kitsa ja laia matemaatika õppekavas, juurvõrrandeid peab oskama lahendada vaid laia matemaatikat õppiv õpilane. Absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid ja kolme tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme käsitletakse vaid laia matemaatika ja *Mathematics: Analysis and approaches HL* kursustel. Viimast peab oskama ka kursustes *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL*, kuid vaid IKT vahendeid kasutades. Peamine erinevus *Applications and interpretations HL* võrreldes teiste kursustega on, et sellel kursusel käsitletakse süvendatult maatrikseid, mida õpetatakse Tartu Ülikooli kursusel „Kõrgem matemaatika I" (MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I, s.a.). Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 4.

Tabel 4. Võrrandid ja võrrandisüsteemid

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: võrrandisüsteemi lahendamise võtteid, piirdutakse võrrandisüsteemidega, kus üks võrrand ruutvõrrand ja teine lineaarvõrrand (täisarvulised kordajad). Õpilane: eristab ning kasutab õigesti võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust; lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid (tekstülesannete lahendamisel vaja minevaid) ning nendeks taanduvaid võrrandeid, seejuures selgitab seda tehes samasusteisendusi; teeb murdvõrrandile kontrolli; lahendab lihtsamaid tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid kasutades

	võrrandeid ja võrrandisüsteeme (siia alla ei kuulu koostööülesanded).
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 2. kursuses: Võrrandid ja võrrandisüsteemid. Käsitletakse: liitmisvõttega lahenduvaid ruutvõrrandite süsteeme; determinantide kasutamist kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteemi lahendamisel. Õpilane: selgitab mõisteid *võrdus, samasus, võrrand, võrratus;* lahendab lihtsamaid juurvõrrandeid (sisaldab kuni kaks juurt) ja üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid; selgitab võõrlahendi tekke põhjuseid ning murdvõrrandi lahendamise võtet; lahendab kolme tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme; teab võrrandi lahendite graafilist tähendust.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: oskab lihtsamaid deduktiivseid tõestusi, nii numbriliselt kui algebraliselt (SL 1.6).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Õpilane: lahendab kolme tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme, sealhulgas kasutades maatrikseid (HL 1.16); lahendab absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid (HL 2.16).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: lahendab kasutades IKT vahendeid kolme tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme (ainult ühene lahend) ning kõrgema astme võrrandeid (SL 1.8).
Mathematics: Applications and	Õpilane:

interpretations HL	teab *maatriksi* definitsiooni, mõisteid *element, rida, veerg* ja $m \times n$ *maatriksi mõõtmed, nullmaatriks, ühikmaatriks;* teab, millal maatriksid on võrdsed; oskab maatrikseid liita, lahutada, korrutada skalaariga ja teise maatriksiga; tunneb maatriksite korrutamise omadusi: assotsiatiivsus, distributiivsus ja mittekommutatiivsus; leiab $n \times n$ maatriksi determinandi ja pöördmaatriksi kasutades IKT vahendeid, 2×2 maatriksi korral leiab eelnevad ka käsitsi; teab, et lineaarvõrrandisüsteemi saab esitada ka maatrikskujul $Ax = b$ ning oskab lineaarvõrrandisüsteemi $Ax = b$ lahendeid leida pöördmaatriksi abil; (HL 1.14) leiab 2×2 maatriksi omaväärtused ja -vektorid, karakteristliku võrrandi; diagonaliseerib 2×2 maatriksi, millel on erinevad reaalarvulised omaväärtused; astendab 2×2 maatriksit. (HL 1.15)

4.1.4. Võrratused

Enamus kitsa matemaatika kursuses nõutud õpitulemusi (vt tabel 5) on kirjeldatud IB matemaatikakursuste varasemalt eeldatud õpitulemustes. Ruutvõrratusi ei pea oskama lahendada IB standardtaseme kursuste õpilased. Õpitulemusi lisandub kitsa matemaatika kursusele vaid laias matemaatikas ning kursusel *Mathematics: Analysis and approaches HL*, kus esimesel juhul lisandub murdvõrratuste lahendamine ja keerulisemate võrratusesüsteemide lahendamine ja teisel juhul absoluutväärtust sisaldavad võrratused. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 5.

Tabel 5. Võrratused

Kitsas matemaatika	Õpilane:

	tunneb *võrratuse* mõistet ja omadusi; lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 3. kursuses: Võrratused. Trigonomeetria I. Õpilane: lahendab ka lihtsamaid murdvõrratusi; teab *ahelvõrratuse* mõistet; rakendab võrratuse lahendamisel intervallmeetodit; lahendab lisaks lineaarvõrratussüsteemidele keerulisemaid võrratusesüsteeme.
Mathematics: Analysis and approaches HL	Õpilane: lahendab võrratusi kujul $g(x) \geq f(x)$ nii analüütiliselt kui graafiliselt (HL 2.15); lahendab absoluutväärtust sisaldavaid võrratusi (HL 2.16).

4.2. Trigonomeetria

4.2.1. Nurga mõiste üldistamine

Kursusel *Mathematics: Applications and interpretations SL* tutvutakse väga vähesel määral trigonomeetriaga, *Mathematics: Applications and interpretations HL* õpitulemused on enamjaolt samad kitsa matemaatika õpitulemustega ning *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* õpitulemused on üldjoontes samad laia matemaatika kursusega (vt tabel 6). Nurga mõiste üldistatakse kõigis kursustes. Kõigis kursustes peale *Mathematics: Applications and interpretations SL* käsitletakse radiaanmõõtu, IB kursustel on välja toodud, et edaspidi tuleks rakendada pigem radiaanmõõtu. Trigonomeetriliste avaldiste lihtsustamisel on kitsa matemaatika kursusel nõutud lihtsamate trigonomeetriliste valemite kasutamine, kursusel *Mathematics: Applications and interpretations SL* ei käsitleta neid valemeid aga üldse. Laia matemaatika kursusel lisandub üks trigonomeetriline seos. Kahekordse nurga siinuse ja koosinuse valemit õpitakse laia matemaatika ja *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* kursustel, kahe nurga summa siinuse, koosinuse ja tangensi valemit ning kahekordse nurga tangensi valemit aga laia matemaatika ja *Mathematics: Analysis and approaches HL* kursustel. Lisaks siinusele, koosinusele ja tangensile peavad õpilased, kes valisid kursuse *Mathematics: Analysis and approaches HL* defineerima ka seekansi, kooseekansi ja kootangensi ning oskama ka rakendada nende seoseid. Trigonomeetrilisi funktsioone ning nende omadusi käsitletakse kõigis kursustes, kuid laia matemaatika kursuses ning *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* tehakse trigonomeetriliste funktsioonide graafikutega ka teisendusi. *Mathematics: Analysis and approaches HL* kursus hõlmab endas lisaks veel trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioone ja nende graafikuid. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 6.

Tabel 6. Nurga mõiste üldistamine

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: nurga mõiste üldistamist; trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi nurkade 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270° ja 360° korral. Õpilane: oskab joonestada mistahes suurusega nurka ning määrata, mis veerandi nurgaga on tegemist; teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi (edaspidi võib kasutada omal valikul ühte või mõlemat neist); defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; kasutab täiendusnurga valemeid; eraldab täispöörde ja saab aru negatiivse nurga trigonomeetrilistest funktsioonidest; teeb vahet trigonomeetriliste funktsioonide graafikutel; leiab kasutades graafikut etteantud vahemikus määramis- ja muutumispiirkonna, funktsiooni väärtusi, nendele vastavaid nurki, nullkohti, positiivsus- ja negatiivsuspiirkondi ning perioodilisust;

	teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi kasutades valemeid: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ja $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 3. kursuses: Võrratused. Trigonomeetria I; 4. kursuses: Trigonomeetria II ja 9. kursuses: Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis. Õpilane: kasutab nii kraadi- kui ka radiaanmõõtu (4. kursus); rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid (4. kursus); leiab trigonomeetriliste funktsioonide (nt y=sinkx, y=coskx, y=tankx) perioodi ka algebraliselt; joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ja nende funktsioonide graafikute teisendusi; loeb graafikult funktsioonide omadusi kogu määramispiirkonnas; (9. kursus) kasutab lihtsustamisülesannetes lisaks põhiseost: $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$(3. kursus); teab kahe nurga summa ja vahe siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid; tuletab ja teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid. (4. kursus)
Mathematics: Analysis and approaches SL	Käsitletakse: liitfunktsioone kujul $f(x) = a\sin(b(x + c)) + d$ (SL 3.7). Õpilane: kasutab peamiselt nurkade korral radiaanmõõtu. leiab trigonomeetriliste funktsioonide perioodi, muutumispiirkonda; joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ja nende funktsioonide graafikute teisendusi; kasutab trigonomeetrilisi funktsioone reaalelulises kontekstis, nt

	mõõna-tõusu kõrgus, vaateratta liikumine; (SL 3.7) kasutab trigonomeetilisi seoseid funktsiooni väärtuse leidmiseks ilma nurka leidmata; teab ja rakendab kahekordse nurga siinuse ja koosinuse valemeid; (SL 3.6)
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioone $f(x)$ =arcsin$x$, $f(x)$ =arccos$x$, $f(x)$ =arctan$x$, nende määramis-, muutumispiirkondi ja graafikuid (HL 3.9). Õpilane: defineerib kooseekansi, seekansi ning kootangensi (secθ, cscθ, cotθ); rakendab järgmisi trigonomeetrilisi seoseid: $1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha$, $1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$; (HL 3.9) teab ja rakendab nurkade summa ja vahe siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid ning kahekordse nurga tangensi valemit (HL 3.10).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Radiaanmõõdu kasutamise oskus ei ole SL tasemel nõutud (SL 3.4). Ei pea lihtsustama trigonomeetrilisi avaldisi.

4.2.2. Planimeetria

Vaadeldavatel õppekavadel on planimeetria oodatavad õpitulemused enamjaolt samad (vt tabel 7), peamine erinevus on, et kitsat matemaatikat õppiv õpilane ei pea teadma ringjoone kaare ja ringi sektori valemeid, kuid ülejäänud õppekavadel on nende valemite teadmine nõutud. Erinevalt teistest kursustest peab õpilane kursusel *Mathematics: Applications and interpretations HL* kasutama ringjoone kaare ja ringi sektori leidmisel ka radiaanmõõtu. Laia matemaatika kursuses on välja toodud, et õpilane peab oskama siinus- ja koosinusteoreemi tõestada, kuid IB kursuste kirjelduses ei ole välja toodud, kas õpilane peab oskama vaid antud teoreeme rakendada või peab ka neid tõestama. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 7.

Tabel 7. Planimeetria

Kitsas matemaatika	Õpilane: rakendab kolmnurga pindala valemeid ning siinus- ja koosinusteoreemi puuduvate külgede ja nurkade leidmiseks; leiab rööpküliku ja rombi pindala; leiab hulknurga pindala tükeldades selle sobivateks kujunditeks; arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala; lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetria ülesanded.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 4. kursuses: Trigonomeetria II. Õpilane: tõestab siinus- ja koosinusteoreemi; teab ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori pindala valemeid; rakendab trigonomeetriat lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: leiab ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori pindala (SL 3.4).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: leiab ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori pindala (SL 3.4).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Õpilane: kasutab ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori pindala arvutamisel radiaanmõõtu (HL 3.7).

4.3. Vektorid. Joone võrrand

4.3.1. Vektorid

Eesti nii laia kui ka kitsa matemaatika õppekavas räägitakse vektoritest kahel erineval kursusel, ühel kursusel tutvutakse vektoritega tasandil ning teisel vektoritega ruumis (vt tabel 8 ja 19). Kitsa matemaatika kursuses tutvustatakse tasandiliste vektorite korral vektorite põhimõisteid, tehteid vektoritega, skalaarkorrutist ning vektorite vahelisi asendeid. Laias matemaatikas rakendatakse lisaks ka vektoreid muude geomeetriliste kujundite suuruste leidmisel ning omaduste tõestamisel. IB õppeprogrammi kursustel *Mathematics: Applications and interpretations HL* ja *Mathematics: Analysis and approaches HL* ei käsitleda vektoreid tasandil eraldi, vaid õpetatakse vektoreid kohe kolmemõõtmelises ruumis. Kursuses *Mathematics: Analysis and approaches HL* peab õpilane ka oskama teha erinevaid punkti teisendusi kahemõõtmelises ruumis. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 8.

Tabel 8. Vektorid

Kitsas matemaatika	Õpilane: teab mõisteid *nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor ja vabavektor;* selgitab *vektori* mõistet, selle koordinaate, joonestab vektoreid; arvutab vektori, tema lõpp- või alguspunkti koordinaadid kahe ülejäänu kaudu; leiab vektori pikkuse ning kahe punkti vahelise kauguse; leiab lõigu keskpunkti koordinaadid; liidab (kolmnurga reegel) ja lahutab (käsitletakse ainult vastandvektori liitmise kaudu) vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul; esitab etteantud vektorit kahe vektori summana; leiab vektorite skalaarkorrutise; rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid kontrollimaks

	kahe vektori asendit ja puuduva koordinaadi leidmiseks; leiab kahe ühest ja samast punktist lähtuva vektori vahelise nurga.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 5. kursuses: Vektor tasandil. Joone võrrand. Õpilane: selgitab vektorite lahutamist ning vastandvektori liitmist võrdsete protseduuridena; liidab vektoreid rööpküliku reegliga; kasutab vektori pikkust koordinaattasandil antud hulknurga joon-elementide leidmiseks; määrab hulknurga liigi, kontrollides hulknurga tunnuseid vektorite kaudu; lahendab kolmnurka ja muid hulknurki vektorite järgi.
Mathematics: Applications and interpretations HL	Vektoreid tasandil eraldi ei käsitleta. Käsitletakse: punkti geomeetrilisi teisendusi kahemõõtmelises ruumis kasutades maatrikseid: peegeldamine, horisontaalne ja vertikaalne nihe, suurendamine, pöörded ning eelnevate teisenduste kombinatsioonid (HL 3.9). Õpilane: selgitab teisendusmaatriksi determinandi geomeetrilist tähendust (HL 3.9).

4.3.2. Sirge võrrand

Kõigis kursustes on õpitulemusena tabelis 9 välja toodud sirge võrrandi koostamine erinevatel meetoditel, laia matemaatika kursuses lisandub kitsa matemaatika õpitulemustele ka sirge võrrandi koostamine punkti ja sihivektori abil. Kõigis kursustes peale kitsa matemaatika peab oskama teisendada sirge võrrandi üldvõrrandiks, IB süvendatud matemaatika kursustel ka parameetrilise võrrandi kujule ning ainult kursusel *Mathematics: Analysis and approaches HL* on nõutud ka sirge kanooniline võrrand. Kitsa matemaatika korral peab joonte lõikepunktide leidmisel vaatlema vaid sirgeid ning nende lõikepunkte, laias matemaatikas peab võrrandisüsteemi abil suutma ka leida teiste joonte lõikepunkte. IB matemaatika kursustel ei ole vastavate võrrandisüsteemide käsitsi lahendamine nõutud, vaid appi võib võtta IKT vahendid. Peamine erinevus kursustel *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* on, et nendel kursustel käsitletakse Voronoi diagramme ja sellega seoduvaid mõisteid. Õpilane peab oskama Voronoi diagramme rakendada, et lahendada reaalelulisi probleemülesandeid. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 9.

Tabel 9. Sirge võrrand

Kitsas matemaatika	Õpilane: koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga/tõusunurgaga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja paralleelsusega teise sirgega, punkti ja ristseisuga teise sirgega; leiab sirge lõikepunktid koordinaattelgedega; määrab sirgete vastastikused asendid tasandil, leiab sirgete lõikepunkti; leiab sirgetevahelise nurga endale sobiva meetodiga; koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi; kirjutab ringjoone võrrandist välja keskpunkti ja raadiuse; joonestab sirgeid, paraboole ja ringjooni nende võrrandite järgi; kasutab vektoreid ja joone võrrandeid geomeetriaülesannetes.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 5. kursuses: Vektor tasandil. Joone võrrand. Õpilane: koostab sirge võrrandi punkti ja sihivektori abil; teisendab sirge võrrandi üldvõrrandiks; arvutab võrrandisüsteemide lahendamise võtteid kasutades joonte lõike-punktide koordinaate; koostab hüperbooli võrrandi ja kujutab joone tema võrrandi järgi.

Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: teisendab sirge võrrandi üldvõrrandiks; arvutab kallakute tõuse, nt sillad, mäkketõus; (SL 2.1) leiab IKT vahendeid kasutades joonte lõikepunktide koordinaate (SL 2.4).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: sirge parameetrilist ja kanoonilist võrrandit tasandil (HL 3.14).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Käsitletakse: Voronoi diagrammi (SL 3.6) Õpilane: teisendab sirge võrrandi üldvõrrandi kujule; arvutab kallakute tõuse, nt sillad, mäkketõus (SL 2.1); leiab IKT vahendeid kasutades joonte lõikepunktide koordinaate (SL 2.4); koostab lõigu keskristsirge võrrandi, kui on antud kas kaks punkti või lõiku läbiva sirge võrrand ja lõigu keskpunkt (SL 3.5); koostab kahe punkti vahelise keskristsirge võrrandi; leiab Voronoi diagrammil punktile lähima algpunkti, raku pindala; kasutab Voronoi diagramme, et lahendada reaalelulisi probleemülesandeid (SL 3.6).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: sirge parameetrilist võrrandit tasandil (HL 3.11). Õpilane: modelleerib lineaarset liikumist, kui kiirus on konstantne, ning liikumist, kui kiirus muutub (HL 3.12).

4.4. Tõenäosus ja statistika

4.4.1. Tõenäosus

Kõigis vaadeldavates kursustes peab õpilane oskama eristada sündmuste liike, leida tõenäosust, permutatsioone ja kombinatsioone (vt tabel 10). Kitsa matemaatika kursuses on nõutud vaid sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tõenäosuse leidmine, kuid ülejäänud kursustes peavad õpilased oskama leida ka sõltuvate sündmuste korrutist ning mittevälistavate sündmuste summat. Samuti vastandsündmuse korral on kitsa matemaatika kursusel vaja vaid sõnastada vastandsündmus, kuid ülejäänud kursustel ka leida tema tõenäosus. Bernoulli katsest ja valemist räägitakse vaid laia matemaatika kursusel. IB matemaatika kursusel õppiv õpilane oskab ka tõenäosuste leidmisel kasutada Venni diagramme ja tõenäosuste puud, Eesti matemaatika õppekavas neid õpitulemusi ei nõuta. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 10.

Tabel 10. Tõenäosus

Kitsas matemaatika	Õpilane: eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust; sõnastab etteantud sündmuse vastandsündmuse; teab *sündmuse tõenäosuse* mõistet (sh *klassikaline, geomeetriline ja statistiline*); leiab soodsate ja kõigi võimaluste arvu kasutades permutatsioone ja kombinatsioone (kasutades kalkulaatorit); arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades; leiab sõltumatute sündmuste korrutisega ja välistavate sündmuste summaga.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 6. kursuses: Tõenäosus. Statistika. Õpilane: eristab sündmuste liike ja selgitab nende omadusi;

	lahendab alaülesandeid kasutades vastandsündmust; selgitab variatsioonide tähendust ja leiab nende arvu; selgitab lisaks sõltuvate sündmuste korrutise ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust; eristab Bernoulli katset teistest katseliikidest, põhjendab seda ja rakendab Bernoulli valemit.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: teab *vastandsündmuse* mõistet ja leiab selle tõenäosust (SL 4.5); leiab permutatsioone ja kombinatsioonide arvu valemi abil (SL 1.9); kasutab Venni diagramme ja tõenäosuste puud, et arvutada tõenäosust; leiab mittevälistavate sündmuste summa tõenäosuse, sõltuvate sündmuste korrutise tõenäosuse ja tingliku tõenäosuse kasutades valemit (SL 4.6); teab, et sõltumatute sündmuste korral $P(A\|B) = P(A) = P(A\|\overline{B})$(SL 4.11).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Õpilane: rakendab Bayes'i teoreemi kuni kolme sündmuse korral (HL 4.13).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: teab *vastandsündmuse* mõistet ja oskab leida selle tõenäosust (SL 4.5); kasutab Venni diagramme ja tõenäosuse puud, et arvutada tõenäosust; leiab mittevälistavate sündmuste summa tõenäosuse ja tingliku tõenäosuse kasutades valemit (SL 4.6).

4.4.2. Statistika

Statistika osa erineb kursuste lõikes suhteliselt palju (vt tabel 11). Kõigis kursustes käsitletakse juhuslikku suurust, tema arvkarakteristikuid, normaaljaotust ja normaaljaotuse põhilisi omadusi.

Samuti räägitakse kõigis kursustes valimist ja üldkogumist ning oskama peab andmeid analüüsida kasutades IKT vahendeid. Kõigil kursustel peale kitsa matemaatika kursuse peab oskama lihtsamatel juhtudel leida keskmist, mediaani ja moodi ka käsitsi. Diskreetseid ja pidevaid suuruseid vaadeldakse kõigis kursustes peale kitsa matemaatika kursuse, teema põhjalikkus aga oleneb kursusest: diskreetsete suuruste tõenäosuse jaotust, keskväärtust ja dispersiooni on kirjeldatud nii laias matemaatikas kui IB kursustes, kuid pideva juhusliku suuruse keskmisest ja dispersioonist räägitakse vaid kursusel *Mathematics: Analysis and approaches HL*. Juhusliku suuruse keskväärtuse lineaarteisendust käsitletakse ainult IB süvendatud matemaatika kursustel. Normaaljaotust käsitletakse IB matemaatika kursustes põhjalikumalt kui Eesti laia ja kitsa matemaatika õppekavades, sest normaaljaotust käsitletakse laias matemaatikas vaid näidete varal, kuid IB kursustes peab õpilane normaaljaotuse korral arvutama arvkarakteristikuid ning ka usalduspiire. IB kursustes tutvutakse rohkem ka valimi koostamise erinevate viisidega ja hinnatakse nende sobivust, samuti tegeletakse erindite ja puuduvate andmetega. Laia matemaatika õppekava järgi õppiv õpilane peab oskama kirjeldada ja selgitada korrelatsioonivälja ning lineaarset korrelatsioonikordajat, IB matemaatika kursustel on aga nõutud ka Pearsoni korrelatsioonikordaja leidmine. Spearmani astakkorrelatsioonikordajaga tegeletakse ainult kursustes *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL*. IB kursustel tutvutakse veel mitmete teemadega, millest Eesti matemaatika õppekavades üldse ei räägita. Kõigis IB kursustes käsitletakse regressioonikõveraid IKT vahendite abil, tehakse nende järgi ennustusi ja järeldusi. Kursustes *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* tutvutakse veel hii-ruut testi ning t-testi ja tema omadustega ning õpilane peab oskama esitada nullhüpoteesi ja alternatiivset hüpoteesi. Ainult kursusel *Mathematics: Applications and interpretations HL* käsitletakse I ja II liiki vigasid, Poissoni jaotust, vähimruutude meetodit, tsentraalset piirteoreemi ning viise, kuidas testida reliaablust ja valiidsust. Enamus eelnimetatud õpitulemusi, mida Eesti gümnaasiumi matemaatika õppekavade järgi õppida ei saa, on võimalik õppida Tartu Ülikooli kursusel „Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika” (MTMS.02.059 Tõenäosusteooria ja…, s.a.). Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 11.

Tabel 11. Statistika

Kitsas matemaatika	Õpilane: teab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute tähendust; tunneb ära normaaljaotuse; teab *valimi* ja *üldkogumi* mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust; korrastab statistilist rida, esitab andmeid, illustreerib diagrammidega; leiab rea arvnäitajad (aritmeetiline keskmine, dispersioon, standardhälve, variatsioonikordaja), tõlgendab neid; arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) kasutades IKT vahendeid ning teeb järeldusi; leiab üldkogumi keskmise usalduspiirkonna, selgitab usaldusvahemiku tähendust; kogub andmestiku ja analüüsib seda IKT vahenditega.
Lai matemaatika	Õpilane: teeb vahet diskreetsel ja pideval juhuslikul suurusel; selgitab arvandmete ja korrelatsioonivälja graafiku tähendust; leiab dispersiooni väärtuse; leiab väiksema andmehulga korral arvkarakteristikud kirjalikult.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Käsitletakse: diskreetseid juhuslikke suurusi, nende tõenäosuse jaotust, keskmist väärtust, rakendusi (SL 4.7); lineaarset korrelatsiooni kahe tunnuse vahel (SL 4.4); kumulatiivset sagedust, selle graafikuid (SL 4.2); valimi modaalklassi (SL 4.3). Õpilane: teeb vahet diskreetsel ja pideval juhuslikul suurusel (SL 4.1); tunneb ära binoomjaotuse ja leiab selle keskmise ning dispersiooni (SL

	4.8); leiab normaaljaotuse arvkarakteristikud, usalduspiirid, arvutuste tegemisel võib kasutada IKT vahendeid (SL 4.9); teab, mis on juhuslik valim; hindab andmeallikate usaldusväärsust ja valimi kallutatust; tegeleb puuduvate andmetega ja tõlgendab erindeid; tunneb erinevaid viise valimi koostamiseks ja hindab nende efektiivsust (SL 4.1); leiab Pearsoni korrelatsioonikordaja; selgitab korrelatsioonivälja tähendust, oskab seda kirjeldada; koostab regressioonisirge võrrandi kasutades IKT vahendeid, teeb ennustusi ja järeldusi joone võrrandi abil; selgitab parameetrite a ja b tähendusi regressioonisirge võrrandis $y = ax + b$(SL 4.4, 4.10); leiab kvartiile, protsentiile ja nende vahemikke (SL 4.2, 4.3); leiab keskmist, mediaani ja moodi käsitsi; hindab, mis võiks olla andmete keskmine vaadeldes intervallide keskmisi; leiab dispersiooni, kvantiilide vahe ja standardhälbe kasutades IKT vahendeid; teab, kuidas muutused andmetes mõjutavad arvkarakteristikuid (SL 4.3); oskab andmeid erineval kujul esitada; koostab ja saab aru karpdiagrammidest (SL 4.2).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: pidevaid juhuslikke suurusi, nende moodi, mediaani ja tihedusfunktsiooni; juhusliku suuruse keskväärtuse lineaarteisendust $E(aX + b) = aE(X) + b$ (HL 4.14). Õpilane: leiab pideva ja diskreetse juhusliku suuruse keskmise, dispersiooni ja

	standardhälbe (HL 4.14).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Käsitletakse: diskreetseid juhuslikke suurusi, nende tõenäosuse jaotust, keskmist väärtust, nende rakendusi (SL 4.7); lineaarset korrelatsiooni kahe tunnuse vahel (SL 4.4); kumulatiivset sagedust, selle graafikuid (SL 4.2); modaalklassi (SL 4.3); hii-ruut testi: oodatud ja vaadeldud sagedusi, sagedustabelit (maksimaalselt 4 rida ja veergu), vabadusastet (alati suurem kui 1), kriitilisi väärtusi (vajaduse korral antakse ette), hii-ruut testi jaotuse sobivuse testimiseks (SL 4.11). Õpilane: teeb vahet diskreetsel ja pideval juhuslikul suurusel (SL 4.1); tunneb ära binoomjaotuse ja leiab selle keskmise ning dispersiooni (SL 4.8); leiab normaaljaotuse arvkarakteristikud, usalduspiirid, arvutuste tegemisel võib kasutada IKT vahendeid (SL 4.9); standardiseerib normaaljaotusega juhuslikke suurusi; arvutab normaaljaotuse jaotusfunktsiooni pöördfunktsiooni väärtuse; (SL 4.12) teab, mis on juhuslik valim; hindab andmeallikate usaldusväärsust ja valimi kallutatust, tegeleb puuduvate andmetega ja tõlgendab erindeid; tunneb erinevaid viise valimi koostamiseks ja hindab nende efektiivsust (SL 4.1); leiab Pearsoni korrelatsioonikordaja; selgitab korrelatsioonivälja tähendust, oskab seda kirjeldada; koostab regressioonisirge võrrandi kasutades IKT vahendeid; teeb ennustusi ja järeldusi joone võrrandi abil; teab parameetrite a ja b tähendusi regressioonisirge võrrandis (SL 4.4);

	leiab Spearmani astakkorrelatsioonikordaja; analüüsib Pearsoni ja Spearmani korrelatsioonikordajate sobivust ja piiranguid ning erindite effekti mõlemale (SL 4.10); leiab ka kvartiile, protsentiile ja nende vahemikke (SL 4.2); leiab keskmist, mediaani ja moodi käsitsi; hindab, mis võiks olla andmete keskmine vaadeldes intervallide keskmisi; leiab dispersiooni ja standardhälbe kasutades IKT vahendeid; teab, kuidas muutused andmetes mõjutavad arvkarakteristikuid; leiab diskreetse suuruse korral kvartiilid kasutades IKT vahendeid (SL 4.3); esitab andmeid erineval kujul; koostab ja saab aru karpdiagrammidest (SL 4.2); esitab nullhüpoteesi ja alternatiivse hüpoteesi; leiab olulisuse nivoo ja statistilise olulisuse p-väärtuse (võib kasutada IKT vahendeid); kasutab kahe populatsiooni keskmiste võrdlemisel p-väärtust; leiab ühe ja kahe valimi t-testi; tõlgendab t-testi tulemusi (SL 4.11).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: Poissoni jaotust (HL 4.18); regressioonikõverat ka mittelineaarsete funktsioonide korral (HL 4.13); reliaabluse teste: kordustestimist, paralleeltestimist; valiidsuse teste: konstrukti- ja kriteeriumivaliidsust (HL 4.12); juhusliku suuruse keskväärtuse lineaarteisendust $E(aX + b) = aE(X) + b$; valimi keskmist $\bar{x}$ kui üldkogumi keskmise μ nihketa hinnangut; ${s_{n-1}}^2$ kui dispersiooni σ^2 nihketa hinnangut; (HL 4.14) tsentraalset piirteoreemi (HL 4.15);

	üleminekumaatrikseid; Markovi ahelat ja algseisundi maatriksit. (HL 4.19) Õpilane: leiab normaaljaotuse keskmise usaldusnivood (HL 4.16); leiab Poissoni jaotuse keskmise ja dispersiooni; teab, et kahe sõltumatu Poissoni jaotusega juhusliku suuruse summa on samuti Poissoni jaotusega (HL 4.17); leiab üldkogumi keskmise normaaljaotuse ja Poissoni jaotuse korral (HL 4.18); kirjeldab vähimruutude meetodil tekkivat regressioonikõverat kasutades IKT vahendeid; leiab ruutvigade summa kui mudeli headuse näitaja; arvutab determinatsioonikordaja IKT vahendeid kasutades (HL 4.13); defineerib reliaabluse ja valiidsuse; valib andmete kogumiseks sobiva meetodi ning asjakohased tunnused ning sobivad andmed analüüsiks (HL 4.12); kategoriseerib andmeid hii-ruut tabelisse ja selgitab kategoriseerimise aluseid; valib hii-ruut testi kasutamisel jaotuse sobivuse testimiseks sobiva arvu vabadusastmeid (HL 4.12); leiab kriitilised väärtused ja piirkonnad; testib hüpoteesi, et üldkogumi korrelatsioonikordaja on 0 kahe-mõõtmelise normaaljaotuse korral; teab mõisteid *I ja II liiki viga* ja arvutab nende tõenäosused (HL 4.18); leiab *N* juhusliku suuruse lineaarse kombinatsiooni oodatava väärtuse ja dispersiooni (HL 4.14); teab, et *N* juhusliku suuruse lineaarne kombinatsioon on normaal-jaotusega, seejuures $X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ (HL 4.15); arvutab püsivate seisundite tõenäosuse korrutades korduvalt üleminekumaatrikseid või lahendades lineaarvõrrandite süsteemi (HL

	4.19).

4.5. Funktsioonid

4.5.1. Funktsiooni uurimine graafiku abil

Funktsiooni uurimisega seotud mõisteid peab õpilane tundma kõigis vaadeldavates kursustes ning oskama neid ka graafikute põhjal kirja panna. Eesti laia ja kitsa matemaatika õppekavades on eeldatud, et õpilane oskab õppekavas välja toodud funktsioonide korral ka neid skitseerida, kuid IB diplomiõppe matemaatikakursustel joonestab õpilane graafikuid kasutades IKT vahendeid. IB kursuste õpitulemuste kohaselt tutvutakse rohkemate funktsioonidega kui Eesti matemaatika õppekavades. Graafiku teisendusi peab õpilane oskama teostada laia matemaatika ja *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* ning *Mathematics: Applications and interpretations HL* kursustel. Paaris- ja paaritu funktsiooni ning pöördfunktsiooni mõistet peab õpilane teadma kitsa matemaatika kursuses, kuid kontrollida, kas funktsioon on paaris või paaritu, ja pöördfunktsiooni leida peab oskama vaid laia matemaatika kursusel ja *Mathematics: Analysis and approaches SL* (pöördfunktsiooni ei pea leidma) ja *HL* kursustel. *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* põhiline erinevus võrreldes teiste kursustega on, et nendel kursustel käsitletakse funktsioone modelleerimise kontekstis. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 12.

Tabel 12. Funktsiooni uurimine graafiku abil

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: funktsioone $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$, $y = ax^n$, $(n = 1, 2, -1, -2)$. Õpilane: selgitab *funktsiooni* mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid (*määramis- ja muutumispiirkond, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond, kasvamis- ja kahanemisvahemikud,*

	ekstreemumid), *pöördfunktsiooni* mõistet, *paaritu ja paarisfunktsiooni* mõistet; kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi joonise põhjal; leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna; skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 7. kursuses: Funktsioonid. Arvjadad. Käsitletakse: funktsioone $y = x^3$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \|x\|$. Õpilane: kontrollib valemi järgi, kas funktsioon on paaris või paaritu; uurib parameetreid sisaldavaid funktsioone; kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a, y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = af(x)$ graafikutega; peegeldab graafikut *x*- ja *y*-teljest.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Käsitletakse: funktsioone kujul $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, nende graafikuid, horisontaalseid ja vertikaalseid asümptoote (SL 2.8). Õpilane: leiab funktsiooni pöördfunktsiooni; teab mõistet *samasusteisendus* (SL 2.5); esitab ruutfunktsiooni valemi kujul $f(x) = a(x - h)^2 + k$, kus (h, k) on haripunkt (SL 2.6); joonestab kasutades IKT vahendeid funktsioonide graafikuid, seejuures ka kahe funktsiooni summa ja vahe graafikuid (SL 2.3); teostab graafiku teisendusi $y = f(x) + b$, $y = f(x - a)$, $y = f(- x)$,

	$y = -f(x)$, $y = pf(x)$, $y = f(qx)$ning nende kombinatsioone (SL 2.11).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: funktsioone, mis on iseenda pöördfunktsiooniks (HL 2.14); polünoomfunktsioone, nende graafikuid ja võrrandeid; teoreemi polünoomide jäägiga jagamisest; kõrgema astme võrrandite lahendite summat ja korrutist (HL 2.12); ratsionaalfunktsioone kujul $f(x) = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ ja $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$(HL 2.13). Õpilane: kontrollib valemi järgi, kas funktsioon on paaris või paaritu (HL 2.14); joonestab funktsioonide $y = \|f(x)\|$,$y = f(\|x\|)$, $y = f(ax + b)$, $y = [f(x)]^2$graafikud (HL 2.16).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: kasutab modelleerimisel järgmisi funktsioone ja teab nende omadusi: $f(x) = mx + c$,$f(x) = ax^2 + bx + c$ (sümmeetriatelg, haripunkt, nullkohad, lõikepunktid *x*- ja *y*-teljega), $f(x) = ka^x + c$, $f(x) = a^{-x} + c$, $f(x) = ke^{rx} + c$ (horisontaalne asümptoot), $f(x) = ax^n$, $n \in Z$(*y*-telg on vertikaalne asümptoot, kui $n < 0$), $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $f(x) = a\sin(bx) + d$,$f(x) = a \cos(bx) + d$ (SL 2.5); joonestab IKT vahendeid kasutades funktsioonide graafikuid, seejuures ka kahe funktsiooni summa ja vahe graafikuid (SL 2.3).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Õpilane: leiab funktsiooni pöördfunktsiooni (HL 2.7); kasutab modelleerimisel veel ka järgmisi funktsioone: $f(x) = a + b\ln x$

	,$f(x) = a\sin(b(x - c)) + d$, $f(x) = \frac{L}{1+Ce^{-kx}}$, $L, C, k > 0$ tükiti defineeritud funktsioonid, poolestusaeg (eksponentsiaalne vähenemine) (HL 2.9); teostab graafiku teisendusi: $y = f(x) + b$, $y = f(x - a)$, $y = f(-x)$, $y = -f(x)$, $y = pf(x)$, $y = f(qx)$ ning nende kombinatsioone (HL 2.8).

4.5.2. Eksponent- ja logaritmfunktsioon

Kursusel *Mathematics: Applications and interpretations SL* tutvutakse logaritmiga väga põgusalt, esitatakse vaid logaritmi mõiste, kuid selle omadusi ning logaritmfunktsiooni õpilane antud kursusel ei pea teadma. Samuti jäävad käsitlemata ka eksponent- ja logaritmvõrrandid. Ülejäänud kursustel on aga õpilaselt nõutud logaritmi omaduste teadmine (korrutise, jagatise ja astme logaritm) ja on tutvutud eksponent- ja logaritmfunktsiooniga. Logaritmi omadustest peab laia matemaatika ja *Mathematics: Analysis and applications SL* ja *HL* kursustel oskama lisaks logaritmi alust vahetada. Eksponent- ja logaritmvõrrandeid peab kitsa matemaatika kursuses oskama lahendada vaid definitsiooni abil, laias matemaatikas ja kursustel *Mathematics: Analysis and applications SL* ja *HL* tuleb võrrandeid lahendada ka muude võtetega. Liitprotsendilist kasvamist ja kahanemist käsitletakse kõigis kursustes. Kursusel *Mathematics: Applications and interpretations HL* on õpitulemustena välja toodud ka, et õpilane esitab väga suuri ja väikseid arve logaritmide abil ning tunneb log-log ja semi-log graafikuid, neid õpitulemusi teistel kursustel nõutud ei ole. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 13.

Tabel 13. Eksponent- ja logaritmfunktsioon

Kitsas matemaatika	Õpilane: teab *arvu logaritmi* mõistet ja selle omadusi (korrutise, jagatise ja astme logaritm); logaritmib ja potentseerib lihtsamaid avaldisi;

	lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel; tunneb eksponent- ja logaritmfunktsiooni; saab aru liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemusest ning lahendab selle järgi lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid; tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 8. kursuses: Eksponent- ja logaritmfunktsioon. Õpilane: selgitab *logaritmi* mõistet ja omadusi; vahetab logaritmi alust; lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrratusi; lahendab eksponentvõrrandeid logaritmimisvõttega, teisendab võrrandiks, mille mõlemad pooled on ühe ja sama arvu astmed, kasutab teguriteks lahutamise võtet, teisendab ruutvõrrandiks kasutades abimuutujaid; lahendab logaritmvõrrandeid, mis lahenduvad definitsiooni või omaduste abil, teisendab võrrandi ruutvõrrandiks, kasutab erinevate logaritmi alustega logaritmvõrrandites üleminekut uuele alusele; kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh $y = e^x$ omadusi; kirjeldab logaritmfunktsiooni ja selle omadusi; leiab eksponent- ja logaritmfunktsiooni pöördfunktsiooni; joonestab eksponent- ja logaritmfunktsiooni graafikuid; loeb graafikult omadusi (määramispiirkond, nullkohad, kasvamis- ja kahanemispiirkond); kasutab eksponent- ja logaritmfunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.
Mathematics:	Õpilane:

Analysis and approaches SL	vahetab logaritmi alust; lahendab eksponentvõrrandeid kasutades logaritme (SL 1.7); lahendab eksponentvõrrandeid nii analüütiliselt kui graafiliselt, lahendab ruutvõrrandiks teisendatavaid eksponentvõrrandeid; kasutab IKT vahendeid eksponentvõrrandite lahendamisel, kaasa arvatud juhul, kui puudub analüütiline lahendus (SL 2.10); kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh $y = e^x$, ja logaritmfunktsiooni omadusi; skitseerib nende graafikud; selgitab, et eksponent- ja logaritmfunktsioon on teineteise pöördfunktsioonid; teab, et nende funktsioonide vahel kehtivad seosed $a^x = e^{xlna}$, $\log_a a^x = x$(SL 2.9).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Logaritmi omadusi selles kursuses ei käsitleta.
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: andmete lineariseerimist kasutades logaritme (HL 2.10). Õpilane: tõlgendab log-log ja poollogaritmiline graafikuid; esitab väga suuri ja väga väikseid arve logaritmide abil. (HL 2.10)

4.5.3. Trigonomeetrilised funktsioonid

Tabeli 14 põhjal märkame, et nii kitsa matemaatika kursuses kui ka IB kursustel *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* oodatakse, et õpilane oskaks lahendada trigonomeetrilisi põhivõrrandeid vaid etteantud lõigul. Kitsas matemaatikas võib võrrandeid lahendada graafiku abil, kuid kursustel *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* peab õpilane neid oskama lahendada ka algebraliselt. Nii geomeetriliselt kui ka algebraliselt peab oskama laia matemaatika õppekava järgi õppiv õpilane trigonomeetrilisi põhivõrrandeid lahendada kogu määramispiirkonnas, leides üldlahendi ja erilahendid. Trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamise oskust aga ei nõuta kursustel *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL.* Laia matemaatika kursusel peab õpilane graafiku järgi oskama lahendada ka lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi, seda õpitulemust teistes õppekavades sõnastatud ei ole. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 14.

Tabel 14. Trigonomeetrilised funktsioonid

Kitsas matemaatika	Trigonomeetrilisi funktsioone on kitsa matemaatika õppekavas varasemalt käsitletud 2. kursuses: Trigonomeetria. Õpilane: lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul; teab mõisteid arcsin *m,* arccos *m,* arctan *m*.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 9. kursuses: Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis. Õpilane: leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas – aktsepteeritakse nii algebralisel moel kui ka graafiku järgi saadud lahendusi (ruutvõrrandiks taanduv trigonomeetriline võrrand on kõrgeim nõutav tase); lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi etteantud lõigul kasutades graafikut.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: lahendab trigonomeetrilisi võrrandeid etteantud lõigul nii graafiliselt kui algebraliselt (ka ruutvõrrandiks taanduv trigonomeetriline võrrand) (SL 3.4).

4.6. Jadad. Funktsiooni tuletis

4.6.1. Jadad

Jadade käsitlus vaadeldavatel kursustel on üldjoontes sama: vaadeldakse aritmeetilist ja geomeetrilist jada, vastavalt nende vahet ja tegurit ning õpilane peab oskama leida aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliiget ning *n* esimese liikme summat (vt tabel 15). Laias matemaatikas ja kursustel *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* käsitletakse lisaks üldisele geomeetrilisele jada mõistele ka hääbuva geomeetrilise jada mõistet ning leitakse hääbuva geomeetrilise jada summa. Arvjadade kontekstis tutvustatakse piirväärtust vaid laia matemaatika kursusel, kuid funktsiooni piirväärtusest räägitakse ka kõigis IB matemaatika kursustes. Eesti õppekava kursustel peab õpilane oskama rakendada jadasid elulistes ülesannetes, kuid IB kursustes pööratakse tähelepanu ka olukorrale, kus teksti järgi koostatud mudel ei ole täielikult aritmeetiline. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 15.

Tabel 15. Jadad

Kitsas matemaatika	Õpilane: eristab aritmeetilist ja geomeetrilist jada; leiab aritmeetilise jada vahe ja geomeetrilise jada teguri; rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning *n* esimese liikme summa valemit lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 7. kursuses: Funktsioonid. Arvjadad. Õpilane: selgitab *hääbuva geomeetrilise jada* mõistet; tuletab ja rakendab hääbuva geomeetrilise jada summa valemit; selgitab arvjada piirväärtuse olemust; arvutab piirväärtuse, seejuures teab arvude π ja *e* tähendust.
Mathematics:	Õpilane:

Analysis and approaches SL	kasutab sigma tähist aritmeetilise ja geomeetrilise jada summa tähistamiseks; analüüsib, tõlgendab ja ennustab, kus mudel pole tegelikkuses täiuslikult aritmeetiline (SL 1.2, 1.3); tunneb ära hääbuva geomeetrilise jada ja leiab jada summa (SL 1.8).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane kasutab sigma tähist aritmeetilise ja geomeetrilise jada summa tähistamiseks; analüüsib, tõlgendab ja ennustab, kus mudel pole tegelikkuses täiuslikult aritmeetiline. (SL 1.2, 1.3)

4.6.2. Funktsiooni tuletis

Kõige kitsamalt käsitletakse funktsiooni tuletise teemat kitsa matemaatika kursusel, kus tuletist tuleb osata võtta ainult polünoomidest ning eksponent- ja logaritmfunktsioonist. Ainult polünoomidest peab oskama tuletist võtta ka kursusel *Mathematics: Applications and interpretations SL*, kuid antud kursusel tuleb lisaks tunda mõistet gradientfunktsioon ja leida joone normaal. Viimati nimetatud õpitulemused on kirjeldatud kõigis IB diplomiprogrammi matemaatikakursustes, kuid Eesti õppekavas neid ei nõuta. Sarnaselt laia matemaatika kursusele peab ka IB kursutel oskama leida funktsiooni piirväärtust. Kõigil, välja arvatud kitsa matemaatika ja *Mathematics: Applications and interpretations SL,* kursustel peavad õpilased oskama leida tuletisi ka trigonomeetrilistest funktsioonidest ning liitfunktsioonidest, leidma käänupunkte, kumerus- ja nõgususvahemikke. Funktsiooni uurimine (kursustel erineb, milliseid funktsioone peab uurima) ja ekstreemumülesannete lahendamine on kohustuslik kõigil kursustel. Funktsiooni tuletise teema on kõige põhjalikumalt käsitletud kursuses *Mathematics: Analysis and approaches HL*, kus lisaks eelnimetatud õpitulemustele oodatakse õpilastelt oskust rakendada l'Hopital'i reeglit ja Maclaurini ridasid tuletise leidmisel, leida kõrgemat järku tuletisi ja tuletist ilmutamata funktsioonist ning et õpilane teab, mida tähendab pidevus ja diferentseeruvus mingis punktis. Neid õpitulemusi käsitletakse Tartu Ülikooli kursustes „Kõrgem matemaatika I" (MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I, s.a.) ja „Ühe muutuja matemaatiline analüüs” (LTMS.00.022 Ühe muutuja…, s.a.) . Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 16.

Tabel 16. Funktsiooni tuletis

Kitsas matemaatika	Õpilane: selgitab *funktsiooni tuletise* mõistet, *funktsiooni graafiku puutuja* mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust; leiab funktsioonide $y = x^n$, $y = e^x$ja $y =$ln$x$ tuletisi (sh ka funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletisi); leiab funktsiooni tuletise väärtuse kohal a; leiab funktsiooni teist tuletist; koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis, antud kohal ja puutepunkti abstsissi järgi; selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, *funktsiooni ekstreemumi* mõistet ning ekstreemumi leidmist; leiab ekstreemumi liigi; uurib täielikult lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni ning skitseerib need; lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 9. kursuses: Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis ja 10. kursuses: Tuletise rakendused. Õpilane: selgitab *funktsiooni piirväärtuse* mõistet ja arvutab selle lihtsamal juhul; selgitab tuletise füüsikalist tähendust; teab mõistet *liitfunktsioon*, oskab seda koostada ja lahti võtta; leiab liitfunktsiooni tuletise; leiab trigonomeetriliste funktsioonide tuletisi; leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse lõigul ning funktsiooni käänupunktid, kumerus- ja nõgususvahemiku;

	uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult, seehulgas ka logaritm- ja eksponentfunktsiooni; lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid teemadel planimeetria, stereomeetria, majandus, punkti kaugus joonest.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Käsitletakse: tuletise tõlgendust kui gradientfunktsioon (SL 5.1). Õpilane: teab mõistet *piirväärtus* ja hindab graafiku või tabeli järgi piirväärtust (piirväärtuse arvutamine ei ole nõutud) (SL 5.1); teab mõistet *liitfunktsioon* ja rakendab seda ülesannete lahendamisel (SL 2.5); leiab funktsioonide sin$x$, cos$x$ ja liitfunktsiooni tuletisi (SL 5.6); koostab joone normaali võrrandi etteantud punktis (SL 5.4); teab funktsioonide f, f', f'' omavahelised seosed (SL 5.7); kasutab mõisteid *nõgus*, kui $f''(x) > 0$, ja *kumer*, kui $f''(x) < 0$; leiab teise tuletise abil käänupunktid ja teeb kindlaks, kas nendes punktides muutub kumerus nõgususeks või vastupidi; peab leidma vaid lokaalse maksimumi või miinimumi (SL 5.8).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: *tuletise* definitsiooni piirväärtuse abil (HL 5.12). Õpilane: saab aru funktsiooni pidevusest ja diferentseeruvusest mingis punktis ja piirväärtusest (koondumine, hajumine) (HL 5.12); leiab piirväärtuse kasutades l’Hopital’i reeglit või Maclaurini ridasid: $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$; leiab piirväärtusi, mille korral tuleb kasutada korduvalt l’Hopital’i reeglit (HL 5.13); leiab kõrgemat järku tuletisi $f^{(n)}(x)$(HL 5.12);

	leiab tuletise ilmutamata funktsioonist (HL 5.14); leiab tuletisi järgmistest funktsioonidest: $\tan x$, $\sec x$, $\csc x$, a^x, $\log_a x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ (HL 5.15); lahendab optimiseerimisülesandeid; lahendab ülesandeid, kus uuritakse ühe suuruse muutumise kiirust teise suuruse muutumise kiiruse suhtes. (HL 5.14)
Mathematics: Applications and interpretations SL	Käsitletakse: gradientfunktsiooni kui tuletise tõlgendust (SL 5.1). Õpilane: teab mõistet *piirväärtus* ja oskab graafiku või tabeli järgi piirväärtust hinnata (piirväärtuse arvutamist ei nõuta) (SL 5.1); leiab argumendi x väärtused, kus graafiku gradient on null (SL 5.6); koostab joone normaali võrrandi etteantud punktis (SL 5.4); lahendab optimiseerimisülesandeid (näiteks kasumi suurendamine, hinna vähendamine, maksimaalne ruumala ettemääratud pindala korral) (SL 5.7); peab leidma vaid lokaalse maksimumi või miinimumi, saab aru, et leitud väärtus ei pruugi olla suurim/vähim väärtus antud lõigul (SL 5.6).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Õpilane: teab mõisteid *liitfunktsioon, kompositsioon*, tähist $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ (HL 2.7); leiab trigonomeetriliste funktsioonide ja liitfunktsioonide tuletisi (HL 5.9); kasutab mõisteid *nõgus*, kui $f''(x) > 0$, ja *kumer*, kui $f''(x) < 0$; teab, et käänupunkt on punkt, kus kumerus muutub nõgususeks või vastupidi, kasutab seda õiges kontekstis (HL 5.10); lahendab ülesandeid, kus uuritakse ühe suuruse muutumise kiirust teise suuruse muutumise kiiruse suhtes (HL 5.9).

4.7. Tasandilised kujundid. Integraal

4.7.1. Tasandilised kujundid

Tasandilised kujundid ja nende omadused on kirjeldatud IB diplomiõppe matemaatikakursuste varasemalt eeldatud teadmistena, konkreetseid omadusi küll välja toodud ei ole. Seega enamus kitsa ja laia matemaatika kursustes kirjeldatud ja tabelis 17 esitatud õpitulemusi peavad õpilased oskama juba enne IB kursusel õppima asumist, õppe käigus lisanduvad vaid siinus- ja koosinusteoreem ning ringjoone kaare ja ringi sektori leidmine.

Tabel 17. Tasandilised kujundid

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: kolmnurka – mediaan, kõrgus, kesklõik, siinus- ja koosinusteoreem, pindala valemid, Heroni valem, sarnasus; hulknurki – rööpkülik, romb, ristkülik, ruut ja nende omadused; trapets, selle liigid ja omadused; ringjoont ja ringi – kaar, sektor, puutuja, piirdenurk, kesknurk; korrapäraseid hulknurki – siseringjoon, ümberringjoon, pindala. Õpilane: tunneb geomeetrilisi kujundeid ja selgitab nende omadusi, leiab pindala ja ümbermõõtu; kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades (avaldamist ei tehta).
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 11. kursuses: Integraal. Planimeetria. Käsitletakse: kolmnurka – sise- ja välisnurk, sisenurga poolitaja ja selle omadus, sise- ja ümberringjoon; hulknurki – kumera hulknurga sisenurkade summa, kõõl- ja puutujahulkurk, sarnased hulknurgad ning nende omadused

	(ümbermõõtude ja pindalade suhe); ringi – Thalese teoreem, ringjoone lõikaja, puutuja. Õpilane: lahendab lihtsamaid tõestusülesandeid.

4.7.2. Integraal

Kitsa matemaatika ja IB kursuses *Mathematics: Applications and interpretations SL* peab õpilane oskama võtta integraali vaid polünoomidest. Ülejäänud kursustel on õpitulemustes kirjeldatud ka oskus leida integraali muudest funktsioonidest. Laia matemaatika kursuses ja *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL* korral leiab õpilane ka kahe kõvera vahelise pindala integreerimise teel. Enamjaolt on laia matemaatika kursuses kirjeldatud õpitulemused sarnased standardtaseme kursuste õpitulemustega. IB süvendatud taseme kursustel aga tegeletakse juba teemadega, mis jäävad Eesti matemaatika kooliprogrammist välja ja õpitakse alles Tartu Ülikooli kursustes „Kõrgem matemaatika I" (MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I, s.a.), „Ühe muutuja matemaatiline analüüs" (LTMS.00.022 Ühe muutuja..., s.a.) ja „Diferentsiaalvõrrandid" (MTMM.00.214 Diferentsiaalvõrrandid, s.a.). Nendeks teemadeks on diferentsiaalvõrrandid (eralduvate muutujatega, lineaarne, homogeenne), Maclaurini read, ositi integreerimine ja diferentsiaali märgi alla viimine. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 18.

Tabel 18. Integraal

Kitsas matemaatika	Õpilane: tunneb *algfunktsiooni* mõistet ja leiab määramata integraale (hulk-liikmetest või neiks lihtsalt teisenduvatest avaldistest); tunneb ära kõvertrapetsi, leiab selle pindala; rakendab Newton-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades; arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala (kahe joone

	vahelise pinnatüki pindala ülesanded on võimekamatele õpilastele); lahendab rakendusülesandeid.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 11. kursuses: Integraal. Planimeetria. Õpilane: selgitab, et integreerimine on tuletise leidmise pöördoperatsioon; leiab määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi (lisaks hulkliikmetele ka trigonomeetrilised, eksponent- ja logaritm-avaldised); arvutab kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala, mitmest osast koos-neva pinnatüki pindala ja lihtsama pöördkeha ruumala.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: selgitab, et integreerimine on tuletise leidmise pöördoperatsioon; leiab algfunktsiooni konstandi väärtuse teades ühte punkti (SL 5.5); leiab määramata integraale ka funktsioonidest $\sin x$, $\cos x$, $\frac{1}{x}$, e^x ning liitfunktsioonidest, mille sisemine funktsioon on kujul $ax + b$; integreerib avaldisi, mis avalduvad liitfunktsiooni tuletisena: $\int kg'(x)f(g(x))dx$(SL 5.10); arvutab kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala (SL 5.11); lahendab ülesandeid kinemaatika teemal, mis hõlmavad nihet, kiirust, kiirendust ja teepikkust, kasutades integraale (SL 5.9).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: esimest järku diferentsiaalvõrrandeid (HL 5.18); Maclaurini ridasid, mis on arendatud diferentsiaalvõrranditest (HL 5.19). Õpilane: leiab määramata integraale järgmiste funktsioonide tuletistest, seejuures ka nende kompositsioonist lineaarfunktsiooniga: $\tan x$, $\sec x$, $\csc x$, a^x,

	$\log_a x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$. Vajadusel lahutab integreeritava avaldise algmurdudeks (HL 5.15); leiab integraale muutujavahetuse abil, viies diferentsiaali märgi alla; integreerib ositi, ka sellised integraalid, kus tuleb kasutada korduvalt ositi integreerimist; (HL 5.16) leiab integraali abil kõvera ja y-telje vahelise pindala kindlas vahemikus ja pöördkeha ruumala, mis on tekkinud kõvera pöörlemisel ümber x- või y-telje (HL 5.17); lahendab numbriliselt diferentsiaalvõrrandi kujul $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ kasutades Euleri meetodit; lahendab eralduvaid muutujaid sisaldavat diferentsiaalvõrrandit; lahendab homogeenset diferentsiaalvõrrandit $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x})$, tehes muutujavahetuse $y = vx$; lahendab lineaarset diferentsiaalvõrrandit $y' + P(X)y = Q(x)$kasutades integreerimistegurit; (HL 5.18) arendab funktsioonid e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\arctan x$, $\ln(1 + x)$, $(1 + x)^p$, $p \in \mathbb{Q}$ Maclaurini reaks; kasutab lihtsamat muutuja vahetust, integreerimist, diferentseerimist, et arendada muid funktsioone ridadeks. (HL 5.19)
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: selgitab, et integreerimine on tuletise leidmise pöördoperatsioon; leiab algfunktsiooni konstandi väärtuse teades ühte punkti; (SL 5.5) hindab andmetetabeli või funktsiooni põhjal pindala ligikaudselt kasutades trapetsvalemit võrdsetes vahemikes (SL 5.8).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: integraaljoonte välja (HL 5.15); diferentsiaalvõrrandite $\frac{dx}{dt} = ax + by$ ja $\frac{dy}{dt} = cx + dy$süsteemi

	lahendite graafikuid (HL 5.17). Õpilane: leiab määramata ja määratud integraale ka funktsioonidest sin$x$, cos x, $\frac{1}{x}$, e^x, $\frac{1}{cos^2 x}$; integreerib avaldisi, mis avalduvad liitfunktsiooni tuletisena: $\int g'(x) f(g(x)) dx$ (HL 5.11); leiab integraali abil kõvera ja y-telje vahelise pindala kindlas vahemikus ja pöördkeha ruumala, mis on tekkinud kõvera pöörlemisel ümber x- või y-telje (HL 5.12); lahendab ülesandeid kinemaatika teemal, mis hõlmavad nihet, kiirust, kiirendust ja teepikkust, kasutades integraale (HL 5.13); koostab diferentsiaalvõrrandi teksti järgi; eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandit; (HL 5.14) kasutab Euleri meetodit esimest järku diferentsiaalvõrrandite lahendamiseks; lahendab diferentsiaalvõrrandite süsteemi võrranditega kujul $\frac{dx}{dt} = f_1(x, y, t)$ ja $\frac{dy}{dt} = f_2(x, y, t)$; (HL 5.16) analüüsib erinevate reaalarvuliste, komplekssete ja imaginaarsete omaväärtuste trajektoori; skitseerib graafikuid, et kindlaks teha tasakaalupunktid, püsi- ja sadulpunktid; (HL 5.17) lahendab diferentsiaalvõrrandit $\frac{d^2x}{dt^2} = f(x, \frac{dx}{dt}, t)$ Euleri meetodil ja leiab täpsed lahendid (HL 5.18).

4.8. Stereomeetria

4.8.1. Sirged ja tasandid ruumis

Kitsa matemaatika korral piirdub sirgete ja tasandite käsitlemine ruumis enamjaolt asukoha, erinevate vastastikuste asendite ja nurkade kirjeldamise ja selgitamisega. IB standardtaseme kursustel peab küll õpilane ka oskama leida sirgete ning sirge ja tasandi vahelisi nurki ruumiliste kujundite kontekstis ning leidma kahe punkti vahelise kauguse ja lõigu keskpunkti kolmemõõtmelises ruumis, kuid sirge ja tasandi võrrandeid ning vektoreid ruumis ei vaadelda. Laia matemaatika kursuses on õpetajal soovituslik lähtuda õpilaste tasemest ja otsustada, kas sirgeid ja tasandeid ruumis vaadeldakse võrrandite abil või mitte. Kõige süvendatumalt õpitaksegi sirgeid ja tasandeid ruumis kursustes lai matemaatika ja *Mathematics: Analysis and approaches HL*, kus õpilased peavad teadma erinevaid võimalusi sirgete ja tasandite võrrandite esitamiseks. Vektoreid ruumis õpitakse laia matemaatika ning IB süvendatud kursustel. Peamine erinevus vektorite käsitluses on, et IB süvendatud kursustel on kirjeldatud õpitulemustes ka vektorkorrutise mõiste teadmist ja vastavate valemite rakendamise oskust. Tartu Ülikoolis käsitletakse seda kursusel „Kõrgem matemaatika I” (MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I, s.a.). Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 19.

Tabel 19. Sirged ja tasandid ruumis

Kitsas matemaatika	Käsitletakse: ristkoordinaate ruumis; ruumilise teljestiku kujutamist tasandil. Õpilane: kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide järgi; kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis; selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet ja näitab neid reaalsel mudelil.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 12. kursuses: Sirge ja tasand ruumis.

	Käsitletakse: kolme ristsirge teoreemi; hulknurga projektsiooni; sirge ja tasandi võrrandeid ruumis. Õpilane: saab aru *kohavektori* tähendusest, oskab leida selle koordinaate ja rakendab ülesannetes; arvutab nurga kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel; selgitab *ruumivektori* mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist ja rakendab neid ülesandeid lahendades; leiab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja nende vahelise nurga; uurib võrrandite abil sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid; leiab võrranditega antud sirgete, sirge ja tasandi vahelist nurka; kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.
Mathematics: Analysis and approaches SL	Õpilane: leiab kolmemõõtmelises ruumis kahe punkti vahelise kauguse ja lõigu keskpunkti (SL 3.1).
Mathematics: Analysis and approaches HL	Käsitletakse: vektoreid ruumis; baasivektoreid i, j, k; algebraliselt ja geomeetriliselt: vektorite summa ja vahe, nullvektor, vastandvektor, vektori korrutamine skalaariga, kollineaarsed vektorid, vektori pikkus, ühikvektor, kohavektor, vabavektor (HL 3.12); kollineaarseid ja komplanaarseid vektoreid (HL 3.13); sirge parameetrilist ja kanoonilist võrrandit ruumis (HL 3.14); tasandi üldvõrrandit (HL 3.17).

	Õpilane: arvutab nurga kahe sirge vahel (HL 3.14); leiab sirgete lõikepunkti (HL 3.15); arvutab nurga sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel (HL 3.18); leiab tasandi võrrandi kahe mittekollineaarse vektori abil (HL 3.17); leiab sirge ja tasandi lõikepunkti, kahe tasandi lõikesirge ja kolme tasandi lõikepunkti, teab nende geomeetrilist tähendust (HL 3.18); esitab vektoreid baasivektorite kaudu (HL 3.12); leiab vektorite skalaarkorrutise, nurga kahe vektori vahel; teab ja rakendab vektorite skalaarkorrutise omadusi (distributiivsus, skalaariga korrutamisel assotsiatiivsus, kommutatiivsus) (HL 3.13); tõestab geomeetriliste kujundite omadusi vektorite abil (HL 3.12); rakendab vektoreid kinemaatika ülesannetes (HL 3.14); defineerib kahe vektori vektorkorrutise, selle valem; teab vektorkorrutise omadusi ($v \times w =- w \times v$, $u \times (v + w) = u \times v + u \times w$, $(kv) \times w = k(v \times w)$, $v \times v = 0$); teab vektorkorrutise pikkuse geomeetrilist tähendust (HL 3.16).
Mathematics: Applications and interpretations SL	Õpilane: leiab kolmemõõtmelises ruumis kahe punkti vahelise kauguse ja lõigu keskpunkti (SL 3.1).
Mathematics: Applications and interpretations HL	Käsitletakse: vektoreid ruumis; baasivektoreid i, j, k; (HL 3.10) sirge parameetrilist võrrandit ruumis (HL 3.11); vektorite komponente (HL 3.13). Õpilane: esitab vektoreid baasvektorite kaudu; leiab ühikvektori (HL 3.10);

	leiab vektorite skalaarkorrutise, nurga kahe vektori vahel (HL 3.13); rakendab vektoreid kinemaatika ülesannetes; modelleerib lineaarset liikumist ruumis, kui kiirus on konstantne (HL 3.12); defineerib ja leiab kahe vektori vektorkorrutise, selle valem; teab vektorkorrutise pikkuse geomeetriline tähendus (HL 3.13).

4.8.2. Stereomeetria

Eesti kitsa ja laia matemaatika õppekavas käsitletakse ka ruumilisi kujundeid, see tähendab, et tuletatakse meelde põhikoolis õpitu ning vaadeldakse veidi keerulisemaid ülesandeid, mis hõlmavad endas ka kehade erinevaid lõikeid tasanditega. Kitsa kursuse puhul vaadeldakse ainult telg- ja ristlõiget, laias matemaatikas aga ka muid lõikeid. Täpsemalt on õpitulemused kirjeldatud tabelis 20. IB diplomiõppe matemaatika kursustel stereomeetriat uuesti ei vaadelda, varasemalt eeldatud õpitulemustes on aga välja toodud, et õpilane oskab leida ruumiliste kujundite pindala ja ruumala.

Tabel 20. Stereomeetria

Kitsas matemaatika	Õpilane: tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi (püstprisma, korrapärane püramiid, silinder, koonus, kera) ning nende omadusi; teab mõisteid *külgserv, põhiserv, kõrgus, apoteem, põhja diagonaal, prisma diagonaal, külgtahk, põhitahk, ristlõige, diagonaallõige, telglõige, suurring*; kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga; arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala (avaldamisülesandeid ei tehta, samuti piirdutakse telg- ja diagonaallõikega); kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid lahendades tegelikkusest

	tulenevaid ülesandeid.
Lai matemaatika	Teemat käsitletakse laia matemaatika 13. kursuses: Stereomeetria. Käsitletakse: ülesandeid, kus esinevad ka muud lõiked, nt põhja, tahu või kõrgusega paralleelne lõige. Õpilane: teab kera korral mõisteid *segment, kiht ja vöö*; lahendab ülesandeid üldkujul, kasutades vajalike suuruste avaldamist; lahendab püramiidi korral ka ülesandeid, kus tipu projektsioon on põhiserval või sise- või ümberringjoone keskpunktis.

4.9. Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine

Eesti laia matemaatika õppekavasse kuuluv 14. kursus on eelnevaid kursuseid siduv ning selles kursuses rakendavad õpilased õpituid teadmisi reaalelulistes ülesannetes ning matemaatilistes mudelites. Kitsa matemaatika õppekavas analoogiline kursus puudub. Väga suurt rõhku modelleerimisele ei asetata ka IB kursustel *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL*. See-eest kursustel *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* on modelleerimine põimitud läbi kogu õppekava ning on ka välja toodud erinevaid funktsioone, mille abil õpilane mudelit koostada peab oskama. Üldjoontes on välja toodud õpitulemused eelpool nimetatud kolmel õppekaval sarnased: õpilane peab tundma matemaatilise modelleerimise olemust ning oskama ise koostada lihtsamaid mudeleid ning hiljem hinnata nende headust. Täpsemalt vaata iga kursuse õpitulemusi tabelist 21.

Tabel 21. Matemaatika rakendused. Reaalsete protsesside uurimine

Lai matemaatika	Õpilane: selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;

	tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone; hindab mudeli headust ja rakendatavust; lahendab elulisi tekstülesandeid võrrandite või võrrandisüsteemidega; märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid ning koostab kergesti modelleeritavate nähtuste matemaatilisi mudeleid, kasutab neid tegelikkuse uurimiseks; kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid; kasutab IKT vahendeid ülesandeid lahendades.
Mathematics: applications and interpretation SL	Õpilane: oskab modelleerimisel kasutada järgmisi funktsioone: $f(x) = mx + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$(sümmeetriatelg, haripunkt, nullkohad, lõikepunktid x- ja y-teljega), $f(x) = ka^x + c$, $f(x) = a^{-x} + c$, $f(x) = ke^{rx} + c$ (horisontaalse asümptoodi leidmine), $f(x) = ax^n$, $n \in Z$ (y-telg on vertikaalne asümptoot, kui $n < 0$), $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $f(x) = a\sin(bx) + d$, $f(x) = a\cos(bx) + d$ (SL 2.5); valib konteksti põhjal sobiva mudeli, põhjendab mudeli valikut; valib võimalikud parameetrid, valib sobiva piirkonna; leiab otsitavad parameetrid; saab aru, tõlgendab ja teeb ennustusi tulemuste kohta koostatud mudeli põhjal (SL 2.6).
Mathematics: applications and interpretation HL	Õpilane: kasutab modelleerimisel ka järgmisi funktsioone: $f(x) = a + b\ln x$, $f(x) = a\sin(b(x - c)) + d$, $f(x) = \frac{L}{1+Ce^{-kx}}$, $L, C, k > 0$, tükiti defineeritud funktsioonid, poolestusaeg (eksponentsiaalne vähenemine) (HL 2.9); modelleerib lineaarset liikumist kahe- ja kolmemõõtmelises ruumis, kui

	kiirus on konstantne (HL 3.12).

4.10. Graafiteooria

Graafiteooriat käsitletakse vaadeldud kursustest vaid IB kursusel *Mathematics: applications and interpretation HL*, kus tutvustatakse graafi põhimõisteid ning lühima tee algoritme, täpsemad õpitulemused on kirjeldatud tabelis 22. Tartu Ülikoolis on teemat võimalik õppida kursusel „Diskreetne matemaatika I" (LTMS.00.019 Diskreetne matemaatika I*, s.a.*).

Tabel 22. Graafiteooria

Mathematics: applications and interpretation HL	Käsitletakse: graafi maatriksesitust, intsidentsusmaatriksit; ahelat, kahe tipu vaheliste ahelate arv, mis on pikkusega *k* (või vähem kui *k*); kaalutud naabrusmaatriksit (HL 3.15); puude ja tsüklite algoritme suunamata graafide korral (HL 3.16). Õpilane: defineerib *graafi, tipu, serva, naabertipud, naaberservad, tipu aste, lihtgraafi, täisgraafi, kaalutud graafi, suunatud graafi, tippu sisenevad ja väljuvad servad suunatud graafide korral, alamgraafi ja puu* (HL 3.14), *ahel, suunatud ahel, tsükkel*, *Euleri ahel ja tsükkel, Hamiltoni ahel ja tsükkel* (HL 3.16); esitab päriselulisi struktuure graafide abil (HL 3.14); koostab üleminekumaatriksi tugevalt sidusale, suunamata ja suunatud graafile (HL 3.15); rakendab lühima tee algoritme: Kruskal, Prim ja teised (HL 3.16).

Kokkuvõte

Käesoleva magistritöö eesmärk oli Eesti gümnaasiumi laia ja kitsa matemaatika ainekavasid võrrelda IB diplomiprogrammi matemaatika kursuste kavadega ning tuua välja nende peamised sarnasused ja erinevused neis nõutud õpitulemustes. Töös on esmalt antud ülevaade *International Baccalaureate Organizationi* poolt koostatud rahvusvaheliselt tunnustatud õppeprogrammist ja Eesti gümnaasiumi õppekavast. Olulise märkusena toob töö autor välja asjaolu, et IB kahe aastase diplomiprogrammi standardtaseme (SL) kursuse maht on 150 tundi ehk 200 akadeemilist tundi, süvendatud kursuse (HL) maht on 240 tundi ehk 300 akadeemilist tundi. Kuna Eesti gümnaasiumiharidus on ühe aasta võrra pikem, siis IB programmi järgi õppivad õpilased peaksid kümnendas klassis läbima lisaks mõne kursuse laia matemaatika õppekavast. Eesti kitsa matemaatika õppekava maht on kokku 280 akadeemilist tundi, laias matemaatikas aga 490 akadeemilist tundi.

Peatükis „Õppesisu võrdlus" on tabelitena esitatud IB diplomiprogrammi matemaatika kursuste *Mathematics: Analysis and approaches SL* ja *HL*, *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* ning Eesti laia ja kitsa matemaatika õppekavas nõutud õpitulemused. Igale tabelile eelnes õpitulemuste võrdlus, kus toodi välja põhilised sarnasused ja erinevused teemade kaupa. Võrdlustest selgus, et kursuse *Mathematics: Applications and interpretations SL* õpitulemused sarnanevad kõige enam kitsa matemaatika õpitulemustega. Antud kursusel jääb käsitlemata mitmeid teemasid, mis Eesti matemaatika õppekavas on kohustuslikud, näiteks vektorid, logaritmi omadused ning ainult vähesel määral käsitletakse trigonomeetriat. Vektoreid ei käsitleta ka kursuses *Mathematic: Analysis and approaches SL*, kuid üldjoontes on sellel kursusel seatud õpieesmärgid kõige sarnasemad laia matemaatika kursuse oodatud õpitulemustega. Kursuste *Mathematics: Applications and interpretations SL* ja *HL* õpitulemused on tihedalt seotud modelleerimisega, näiteks käsitletakse funktsioone ainult modelleerimise kontekstis. Eelnimetatud süvendatud matemaatika kursusel tutvutakse ka mitme teemaga, mida Eestis õpitakse alles ülikooli matemaatikakursustel, näiteks maatriksid ja diferentsiaalvõrrandid. Ka kursusel *Mathematics: Analysis and approaches HL* käsitleti mitmeid ülikooli teemasid, näiteks kompleksarvud, matemaatilise induktsiooniga ja vastuväiteline tõestamine ning piirväärtuse leidmine l’Hopitali reegliga. IB diplomiõppe kõigis matemaatika kursustes õpitakse statistikat süvendatumalt kui Eesti kitsa ja laia matemaatika statistika kursustes.

Kuna Eestis on neli kooli, kes pakuvad IB diplomiprogrammi õpet ning mille lõpetajad astuvad potentsiaalselt Eesti ülikoolidesse, siis on oluline olla kursis nende taustaga ning omandatud teadmistega. Samuti on see mõttekoht Eesti õppekavade koostajatele, et võtta eeskuju rahvusvaheliselt tunnustatud õppeprogrammist. Lisaks on Eesti gümnaasiumitel erinevaid valikaineid, sealjuures reaalainete süvendusaineid, mille puhul on mõistlik teada, mida rahvusvaheliselt matemaatikaõppes oluliseks peetakse ja mida saaks ka oma kursustes rakendada. Antud töös toodud võrdlused ja õppekavade kirjeldused võiks kõike eelnimetatud aidata ellu viia.

Kasutatud kirjandus

Eesti Kunstiakadeemia. (2020). *Eesti Kunstiakadeemia vastuvõtu tingimused ja kord.* Külastatud aadressil https://drive.google.com/file/d/1ATifjXOZxmoSMjOEmXoeoDwWioJ5hCvI/view

Eesti Maaülikool. (2020). *Eesti Maaülikooli 2021. aasta vastuvõtueeskiri*. Külastatud aadressil https://www.emu.ee/userfiles/emu2015/Vastuvotueeskiri_2021.pdf

Estonian Business School. (s.a.) *Vastuvõtt ülikooli. Vastuvõtt bakalaureuseõppesse.* Külastatud aadressil https://ebs.ee/vastuvott

Gümnaasiumi riiklik õppekava. (2011). *Riigi Teataja I, 23.04.2021, 11*. Külastatud aadressil https://www.riigiteataja.ee/akt/123042021011

Haridus- ja teadusministeerium. (2021). *Rahvusvaheline haridus Eestis.* Külastatud aadressil https://www.hm.ee/et/tegevused/alus-pohi-ja-keskharidus/rahvusvaheline-haridus-eestis

Haridus- ja noorteamet. (2015). *Õppeprotsesside kirjeldused.* Külastatud aadressil https://oppekava.ee/oppeprotsesside-kirjeldused/matemaatika-oppeprotsessid/

International Baccalaureate Organization. (s.a.). Külastatud aadressil https://www.ibo.org

International Baccalaureate Organization. (2016). *Guide to the International Baccalaureate Diploma Programme.* Külastatud aadressil https://www.ibo.org/globalassets/publications/recognition/dp-guide-for-universities-en-2016.pdf

International Baccalaureate Organization. (2019a). *Diploma Programme. Mathematics: analysis and approaches guide.*

International Baccalaureate Organization. (2019b). *Diploma Programme. Mathematics: applications and interpretation guide.*

Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristuskiri. (s.a.). Külastatud aadressil https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/02/matemaatika-RE_eristuskiri_kitsas_lai_2018.pdf

LTMS.00.019 Diskreetne matemaatika I. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/LTMS.00.019/version/4095f5e38e24ebb1afb358b28351ca1e/details

LTMS.00.022 Ühe muutuja matemaatiline analüüs ainekava. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/LTMS.00.022/version/acda63d569cf95cd3ad0c83973728bcd/details

MTMM.00.214 Diferentsiaalvõrrandid. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/MTMM.00.214/version/6271519894217ea2a584e0b2db68004c/details

MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/MTMM.00.340/version/39dba2e04d9d046d4714907c8b8fbd32/details

MTMM.00.342 Matemaatiline maailmapilt. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/MTMM.00.342/version/5fb33c7e8030baecfab631bdbe53dfb2/details

MTMS.02.059 Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika. (s.a.). Külastatud aadressil https://ois2.ut.ee/#/courses/MTMS.02.059/version/35c2bb5ba387c86ba9e961e9e51d7845/details

Tallinna Tehnikaülikool. (s.a.). *Vastuvõtt ja sisseastumiskatsed. IB/EB diplomiõppe lõpetanud.* Külastatud aadressil https://taltech.ee/sisseastuja/bakalaureuseoppe-vastuvott#p14560

Tallinna Ülikool. (2019). *Tallinna Ülikooli tasemeõppe vastuvõtutingimused ja -kord.* Külastatud aadressil https://www.tlu.ee/sites/default/files/%C3%95ppeosakond/Vastuv%C3%B5tt/VVTK.pdf

Tartu Ülikool. (s.a.). *IB Diploma Programme'i lõpetanute vastuvõtt.* Külastatud aadressil https://www.ut.ee/et/sisseastumine/bakalaureus/dokumendid/IBO?language=en

Tasemetööde ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ettevalmistamise ja läbiviimise ning eksamitööde koostamise, hindamise ja säilitamise tingimused ja kord ning tasemetööde, ühtsete põhikooli lõpueksamite ja riigieksamite tulemuste analüüsimise tingimused ja kord. (2015). *Riigi Teataja 11.03.2021.* Külastatud aadressil https://www.riigiteataja.ee/akt/111032021011

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Laura Kaldjärv,

1. Annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Gümnaasiumi matemaatika õppekavade võrdlus: Eesti ja rahvusvaheline IB diplomiprogramm", mille juhendajad on Tiina Kraav ja Kerli Orav-Puurand reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Laura Kaldjärv

18.08.2021