Руководство учения о проекциях : теория и задачник для реальных училищ

Дерпт : [б.и.]
1891

EOD – Millions of books just a mouse click away! In more than 10 European countries!

Thank you for choosing EOD!
European libraries are hosting millions of books from the 15th to the 20th century. All these books have now become available as eBooks – just a mouse click away. Search the online catalogue of a library from the eBooks on Demand (EOD) network and order the book as an eBook from all over the world – 24 hours a day, 7 days a week. The book will be digitised and made accessible to you as an eBook.

Enjoy your EOD eBook!

- Get the look and feel of the original book!
- Use your standard software to read the eBook on-screen, zoom in to the image or just simply navigate through the book
- *Search & Find*: Use the full-text search of individual terms
- *Copy & Paste Text and Images*: Copy images and parts of the text to other applications (e.g. word processor)

Terms and Conditions

With the usage of the EOD service, you accept the Terms and Conditions provided by the library owning the book. EOD provides access to digitized documents strictly for personal, non-commercial purposes. For any other purpose, please contact the library.

- Terms and Conditions in English: http://books2ebooks.eu/odm/html/utl/en/agb.html
- Terms and Conditions in Estonian: http://books2ebooks.eu/odm/html/utl/et/agb.html

More eBooks

Already a dozen libraries in more than 10 European countries offer this service.
More information is available at http://books2ebooks.eu

РУКОВОДСТВО

Ученія о проекціяхъ.

Теорія и задачникъ

для

реальныхъ училищъ.

ДЕРПТЪ.
Изданіе Г. Лакмана.
1891.

Основныя правила и теоремы.

§ 1. Когда точка движется отъ мѣста, она образуетъ линію.

§ 2. Линія называется прямой, когда направленіе движенія не измѣняется.

§ 3. Безконечно отдаленная точка прямой линіи называется ея направленіемъ.

§ 4. Всѣ линіи одинакаваго направленія паралельны между собою.

§ 5. Если двѣ линіи различнаго направленія имѣютъ одну общую точку, то эта точка называется точкою пересѣченія.

§ 6. Различіе направленія двухъ линій называется угломъ.

§ 7. Уголъ измѣряется кратчайшимъ путемъ вращенія, по которому одна линія можетъ вертѣться около точки пересѣченія, пока она не совпадетъ съ другой.

§ 8. Когда двѣ прямыя линіи не имѣютъ ни общаго направленія, ни общей точки, то онѣ называются накрестъ лежащими или не лежащими въ одной плоскости.

§ 9. Линія, паралельная къ одной изъ накрестъ лежащихъ и пересѣкающая другую, образуетъ искомый уголъ.

§ 10. Точка не имѣетъ никакаго измѣрѣнія.

§ 11. Линія имѣетъ только одно измѣреніе: длину.

§ 12. Прямая линія, движущаяся по другой прямой линіи, не измѣняя своего направленія, образуетъ плоскость. Положеніе плоскости есть безконечно отдаленная прямая ея, н. п. горизонтъ.

Всѣ плоскости съ одинаковымъ положеніемъ паралельны между собою.

Поэтому плоскость опредѣляется:

a) Тремя точками, не находящимися на одной и той же прямой линіи.

b) двумя пересѣкающимися прямыми.

c) двумя паралельными прямыми.

d) прямой и точкою, внѣ ея лежащей.

e) положеніемъ ея и недвижимой точкой.

§ 13. Прямая, имѣющая двѣ точки общія съ плоскостью, лежитъ въ этой плоскости.

§ 14. Прямая и плоскость паралельны между собою, когда прямая паралельна къ другой прямой, лежащей въ плоскости.

§ 15. Линія пересѣченія двухъ плоскостей есть прямая.

§ 16. Двѣ паралельныя плоскости пересѣкаются третьею по паралельнымъ линіямъ.

§ 17. Двѣ пересѣкающіяся плоскости образуютъ двугранный уголъ.

Линія пересѣченія называется гранью, или вершиною, или ребромъ.

§ 18. Двугранный уголъ измѣряется линейнымъ угломъ между двумя линіями совпаденія.

Линіями совпаденія называются перпендикуляры, воставленные въ обѣихъ плоскостяхъ изъ произвольной общей точки линіи пересѣченія.

Главными линіями называются линіи двухъ плоскостей, паралельныя къ линіи сѣченія.

§ 19. Когда линія пересѣченія удаляется въ безконечность, тогда она называется положеніемъ двухъ плоскостей и самыя плоскости паралельны между собою. Уголъ наклоненія равняется тогда нулю. Всѣ прямыя одной плоскости паралельны къ другой плоскости.

§ 20. Три плоскости опредѣляютъ точку въ пространствѣ и образуютъ триграннный уголъ. Общая точка называется вершиною триграннаго угла. Когда эти три плоскости имѣютъ одну общую линію пересѣченія, тогда триграннный уголъ не можетъ образоваться, и, когда всѣ три линіи пересѣченія паралельны между собою, то вершина угла удаляется въ безконечность и образуется призма.

§ 21. Триграннный уголъ опредѣляется:

a) тремя плоскими углами или сторонами его a, b, c.

b) тремя двугранными углами или просто углами его α, β, γ.

c) двумя сторонами и угломъ между ними a, b, γ.

d) двумя сторонами и угломъ, прилежащимъ къ одной изъ сторонъ a, b, α.

e) двумя углами и стороною между ними a, β, γ.

f) двумя углами и стороною, противолежащей одному изъ нихъ a, α, β.

(грани обозначаются черезъ 1, 2 и 3.)

§ 22. Во всякомъ триграниомъ углѣ сумма угловъ $\alpha + \beta + \gamma$ менѣе шести прямыхъ (6 d) и болѣе двухъ прямыхъ (2 d).

Сумма трехъ сторонъ менѣе 4 d и больше нуля.

Каждая сторона менѣе суммы двухъ другихъ сторонъ.

§ 23. Бо́льшей сторонѣ (a) триграннаго угла противолежитъ бо́льшій уголъ (α).

§ 24. Во всякомъ триграниомъ углѣ, въ которомъ два угла прямые, противоположныя имъ стороны также прямыя.

§ 25. Точка пересѣченія прямой съ плоскостью называется слѣдомъ прямой. Когда прямая перпендикулярна къ плоскости, то этотъ слѣдъ называется основаніемъ перпендикуляра.

§ 26. Когда прямая a стоитъ перпендикулярно къ двумъ пересѣкающимся прямымъ g и l въ точкѣ ихъ пересѣченія, то каждая прямая плоскости g l, идущая черезъ основаніе перпендикуляра, образуетъ съ ней также прямые углы, и прямая a стоитъ перпендикулярно къ плоскости g l. Всѣ плоскости, идущія черезъ прямую a, стоятъ перпендикулярно къ плоскости g l.

§ 27. Когда точка движется вокругъ постоянной оси, описывая окружность, то прямая стоитъ перпендикулярно къ плоскости круга.

Когда другая прямая пересѣчетъ окружность (ведущій кругъ) и постоянную прямую, то каждая точка этой другой прямой тоже описываетъ кругъ и сама линія образуетъ правильный конусъ (или цилиндръ, когда точка пересѣченія безконечно удалена). Общая точка постоянной оси называется вершиною конуса.

Плоскость, опредѣленная двумя точками ведущаго круга и вершиною конуса, пересѣчетъ конусъ или цилиндръ по двумъ прямымъ.

Когда сѣкущая плоскость опредѣлена вершиною конуса и касательною къ кругу, то эта плоскость называется касательною къ конусу или цилиндру.

§ 28. Плоскость, опредѣленная двумя линіями совпаденія, стоитъ перпендикулярно къ линіи пересѣченія двухъ плоскостей.

§ 29. Плоскость A, стоящая перпендикулярно къ двумъ другимъ плоскостямъ B и C, стоитъ перпендикулярно къ линіи пересѣченія этихъ плоскостей B и C.

§ 30. Когда опустимъ изъ точки P внутри двуграннаго угла два перпендикуляра на пересѣкающіяся плоскости, то уголъ, образуемый этими перпендикулярами, дополняетъ двугранный уголъ до двухъ прямыхъ.

§ 31. Двѣ прямыя, стоящія перпендикулярно къ плоскости E, паралельны между собою.

§ 32. Если изъ точки P опустимъ перпендикуляръ z къ плоскости E и перпендикуляръ a къ прямой g, находящейся въ плоскости E, то соединеніе двухъ слѣдовъ (a′) тоже перпендикулярно къ прямой g.

a) Перпендикуляръ z, кратчайшее разстояніе точки P отъ плоскости E, есть ординатъ точки P.

b) Основаніе ордината называется проекціей точки P.

c) Линія a′ называется проекціей линіи a, и можно сообразить, что она произошла отъ проекціи всѣхъ точекъ линіи a на плоскость E.

d) Всѣ проектирующіе ординаты составляютъ проектирующую площадь линіи a.

e) Проектирующая площадь составляетъ прямоугольный треугольникъ. (Если только опредѣленная часть (a) проектировалась, то образуется не треугольникъ, а трапеція, отъ которой можно вычесть прямоугольникъ, чтобы получить прямоугольный треугольникъ.)

f) Въ этомъ треугольникѣ изъ двухъ данныхъ частей можно построить остальныя.

Уголъ наклоненія обозначается чрезъ α

$$\text{и } \cos\alpha = \frac{a'}{a}$$

$$\sin\alpha = \frac{z}{a}$$

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{z}{a'}$$

§ 33. Движимая точка, постоянно перемѣняя свое направленіе, описываетъ кривую линію.

a) Кривая линія называется кривой въ плоскости, когда движимая точка не оставляетъ плоскости, н. п. окружность, элипсисса и пр.

b) Линія называется кривой въ пространствѣ, когда не болѣе трехъ сосѣднихъ точекъ совпадаютъ съ одной плоскостью.

§ 34. Отъ движенія кривой линіи получаются кривыя поверхности.

§ 35. Если прямая или кривая линіи вертятся около постоянной оси, не измѣняя при этомъ своихъ отношеній къ постоянной оси, то получаются плоскости вращенія: конусъ, цилиндръ, шаръ, элипсоидъ, гиперболоидъ и пр.

§ 36. Когда прямая линія скользитъ по двумъ прямымъ накрестъ лежащимъ или по какимъ либо другимъ законамъ, не теряя паралельнаго положенія съ данной плоскостью, то образуется поверхность двойнаго окривленія. (Windschiefe Flächen).

§ 37. Тѣломъ называется пространство, ограниченное со всѣхъ сторонъ поверхностью. Тѣло, ограниченное плоскостями, называется многогранникомъ.

§ 38. Правильнымъ многогранникомъ называется тѣло, всѣ ребра, стороны, плоскіе, двугранные и тѣлесные углы котораго равны между собою.

a) Правильный четырегранникъ: 4 стороны, 6 реберъ и 4 триграннызъ угла.

b) Кубъ, шестигранникъ, эксаедръ: 6 сторонъ, 12 реберъ, 8 трегранныхъ угловъ.

c) Осьмигранникъ, октаедръ: 8 сторонъ, 12 реберъ и 6 четырегранныхъ угловъ.

d) Пентагондодекаедръ, правильный двѣнадцатигранникъ, додекаедръ: 12 сторонъ, 30 реберъ, 20 трегранныхъ угловъ.

e) Икозаедръ, правильный двадцатигранникъ: 20 сторонъ, 30 реберъ 12 пятигранныхъ угловъ

f) Гранатоедръ или ромбоедръ собственно не есть правильное тѣло, потому что онъ имѣетъ тригранные и четырегранные углы. Онъ образуется изъ 12-ти ромбъ.

§ 39. Болѣе пяти правильныхъ многогранниковъ составить нельзя.

§ 40. Можно себѣ представить, что тѣло образуется отъ движенія произвольнаго тѣла, плоскости или поверхности. Тѣла вращенія образуются такимъ образомъ, и емкость ихъ измѣряется произведеніемъ движимой площади на путь, образуемый центромъ тяжести этой площади.

§ 41. Все пространство раздѣляется тремя плоскостями, взаимно перпендикулярными, на 8 тригранныхъ угловъ, въ которыхъ всѣ стороны и всѣ углы прямые.

Изъ этихъ трехъ плоскостей, которыя мы примемъ за извѣстныя, мы первую назовемъ горизонтальною плоскостью или планомъ.

Вторую назовемъ вертикальною или фасадомъ.

Третью назовемъ накрестъ лежащею или боковымъ фасадомъ, или поперечнымъ разрѣзомъ.

§ 42. На этихъ трехъ плоскостяхъ мы представимъ всѣ тѣлесныя изображенія такъ, чтобы они не только были понятными для глаза, но и, чтобы было возможно измѣрить линіи и взаимныя отношенія всѣхъ изображеній. (Карты, профили, картины, рисунки, модели).

§ 43. Методы изображенія.

1) Центральная проекція пользуется только вертикальной плоскостью, но мы получаемъ картины, въ которыхъ мы взаимныя отношенія частей не можемъ измѣрить прямо циркулемъ. Паралельныя линіи не изображаются всегда паралельными линіями и проч.

2) Изометрическій способъ употребляется рѣдко, потому что изображенія не изящныя.

Паралельно-перспективный способъ Гольцмюллера удовлетворяетъ вполнѣ изображенію хрусталей и правильныхъ тѣлъ.

3) Проекція на двѣ или на три плоскости проекціи, пересѣкающіяся по тремъ осямъ взаимно перпендикулярнымъ, есть собственно ученіе о проекціяхъ.

4) Модели только зависятъ отъ масштаба. Они яснѣе всякаго рисунка, но обыкновенно слишкомъ дороги.

§ 44. Три главныя оси обозначаются нами черезъ X и Y (горизонтальныя) и Z (вертикальная).

a) Ординаты точки P въ первомъ тригранномъ углѣ или квадрантѣ положительные x, y и z.

b) ординаты произвольной точки P во второмъ квадрантѣ: + x, — y, + z.

c) ординаты произвольной точки P въ третьемъ квадрантѣ: + x, — y, — z.

d) ординаты произвольной точки P въ четвертомъ квадрантѣ: + x, + y, — z.

e) ординаты въ остальныхъ четырехъ квадрантахъ имѣютъ ординатъ x отрицательнымъ, а y и z остаются какъ въ первыхъ четырехъ квадрантахъ. Поэтому мы и будемъ говорить только о четырехъ квадрантахъ, а не объ октантахъ.

§ 45. Три плоскости перваго квадранта накладываются на одну плоскость, когда проекціи совершены.

§ 46. Проекція произвольной точки P обозначается на планѣ черезъ P', на фасадѣ чрезъ P'', и на боковомъ фасадѣ чрезъ P'''.

Проекція произвольной линіи g обозначается на планѣ чрезъ g', на фасадѣ чрезъ g'', на боковомъ фасадѣ чрезъ g'''.

§ 47. Каждая точка P опредѣляетъ чрезъ 3 свои ординаты параллелепипедъ точки P. Въ этомъ параллелепипедѣ соединеніе точки P съ вершиною триганнаго угла представляетъ діагональ l, параллелепипеда а соединенія вершины главныхъ осей съ проекціями P' P'' и P''' представляютъ проекціи діагонали: l', l'' и l'''.

Тогда $l'^2 = x^2 + y^2$; $l^2 = l'^2 + z^2$;

$$l^2 = x^2 + y^2 + z^2;$$

§ 48. Уголъ наклоненія между l и l' обозначается чрезъ α

уголъ между l и l'' чрезъ β.

» » l и l''' » γ.

тогда $\cos \alpha = \frac{l'}{l}$; $\cos \beta = \frac{l''}{l}$; $\cos \gamma = \frac{l'''}{l}$;

$$\sin \alpha = \frac{z}{l}; \ \sin \beta = \frac{y}{l}; \ \sin \gamma = \frac{x}{l};$$

Сумма $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2$ (постоянная величина); сумма $\alpha + \beta + \gamma$ перемѣнная величина.

a) Максимумъ $\alpha + \beta + \gamma$ получается, когда $\alpha = \beta = \gamma$ т. е. въ кубѣ, тогда:

$\cos \alpha = \sqrt{2/3}$; $\alpha = 35^0\ 15'\ 51''$. Сумма $3\,\alpha = 105^0\ 47'\ 3''$

b) минимумъ, когда одинъ изъ угловъ приближается нулю, тогда точка P приближется до совпаденія съ одной изъ плоскостей проекціи и сумма двухъ остальныхъ угловъ тогда равняется 90^0.

§ 49. Сумма двухъ угловъ $\alpha + \beta$ какой-либо прямой въ пространствѣ не можетъ достигать 90^0. Въ этомъ случаѣ линія совпадетъ съ одной изъ плоскостей проекціи или лежитъ паралельно къ ней.

§ 50. Обѣ проекціи одной и той-же точки всегда совпадаютъ съ однимъ и тѣмъ же перпендикуляромъ, проведеннымъ на главную ось.

§ 51. Когда точка P имѣетъ равные координаты, т. е. $y = z$, и мы расположимъ плоскость черезъ эту точку и черезъ главную ось X, то каждая точка этой плоскости, дѣлящей I-й и III й квадрантъ пополамъ, имѣетъ также равные ординаты $y = z$.

Когда точка P во второмъ квадрантѣ имѣетъ равные координаты $- y = + z$, то плоскость, расположенная черезъ P и главную ось X, дѣлитъ II и IV квадрантъ пополамъ. Каждая точка этой плоскости имѣетъ равные координаты $- y = + z$, и изображенія произвольной точки этой плоскости совпадаютъ на одной точкѣ; когда точка P находится во II-омъ квадрантѣ, то вверху отъ главной оси, когда же P въ IV квадрантѣ — внизу отъ главной оси.

Плоскость называется плоскостью совпадающихъ проекцій. (Coïncidenz-Ebene).

§ 52. Соединеніе проекцій двухъ точекъ A и B обозначаетъ проекціи опредѣленной прямой A B. Прямая линія опредѣляетъ съ тремя плоскостями проекціи три проектирующія площади.

§ 53. Эти проектирующія площади изображаются въ дѣйствительномъ видѣ:

a) когда мы ихъ вращаемъ около проекціи линіи до совпаденія съ плоскостью проекціи, н. пр. горизонтально-проектирующій треугольникъ или трапеція получается, когда ординаты z откладываются перпендикулярно къ концамъ горизонтальной проекціи прямой. Непаралельная сторона трапеціи или гипотенуза треугольника есть искомая настоящая длина прямой.

b) Вмѣстѣ съ настоящей длиной прямой находится и α, уголъ наклоненія къ горизонтальной плоскости. Подобнымъ же образомъ можно найти настоящую величину прямой и углы β и γ въ фасадѣ и боковомъ фасадѣ.

c) Вопросъ, острый ли построенный уголъ или тупой, рѣшается слѣдующимъ образомъ: одна сторона угла есть всегда сама прямая до слѣда ея, другой стороной угла служитъ всегда та часть проекціи прямой, точки которой имѣютъ возрастающіе ординаты x, не смотря на то, видна ли проекція или нѣтъ.

§ 54. Точки, въ которыхъ прямая пересѣкаетъ плоскости проекціи, называются горизонтальными, вертикальными и боковыми слѣдами линіи.

Можно найти слѣды произвольной прямой или кривой линіи, когда проекція продолжается до встрѣчи съ главной осью. Эта точка есть проекція слѣда и самый слѣдъ находится въ другой проекціи линіи и въ перпендикулярѣ, возставленномъ на главную ось въ точкѣ встрѣчи.

§ 55. Изъ слѣдовъ линіи можно опредѣлить направленіе прямой, и ея проекціи и. т. д.

§ 56. Линія въ пространствѣ обыкновенно имѣетъ три слѣда.

Когда линія паралельна къ одной изъ плоскостей, то касающій слѣдъ лежитъ въ безконечно удаленномъ положеніи плоскости проекціи.

Когда линія паралельна двумъ плоскостямъ проекціи, то можно опредѣлить только одинъ слѣдъ.

§ 57. Одна проекція линіи и принадлежащій къ ней уголъ наклоненія опредѣляютъ остальныя проекціи.

§ 58. Проекціи одной точки прямой н два угла наклоненія опредѣляютъ остальныя проекціи прямой линіи. Углы и могутъ быть острые или тупые.

Одной стороной угла всегда только служитъ та часть проекціи, которая отъ вершины угла направляется направо (см. § 53. с).

Предѣлъ суммы двухъ данныхъ острыхъ угловъ $\alpha + \beta \leqq d$ (прямому) см § 48.

О плоскостяхъ.

§ 59. Слѣдами плоскости называются линіи пересѣченія плоскости съ плоскостями проекціи. По этому плоскость опредѣляется двумя слѣдами.

§ 60. Слѣды произвольной плоскости должны встрѣчаться на главныхъ осяхъ. Эти точки обозначаются черезъ N^x, N^y и N^z, смотря потому на которой оси онѣ находятся.

§ 61. Когда плоскость не паралельна къ одной изъ плоскостей проекціи, то она образуетъ треугольникъ слѣдовъ. Этотъ треугольникъ имѣетъ только острые углы.

§ 62. Линія, лежашая въ плоскости E, должна имѣть слѣды въ слѣдахъ этой плоскости.

§ 63. Когда одна проекція линіи g, лежащей въ плоскости E, лежитъ паралельно къ слѣду плоскости, то въ плоскости проекціи можно представить проекціи его въ данной плоскости пространства.

b) Двѣ проекціи прямолинейнаго изображенія опредѣляютъ само изображеніе.

Когда мы продолжимъ одноименныя проекціи прямыхъ до взаимнаго пересѣченія, то всѣ эти точки лежатъ на одной прямой линіи, которая называется родственною осью двухъ проекцій. (Affinitätsaxe).

Родственная ось есть линія пересѣченія плоскости данной фигуры съ плоскостью совпадающихъ проекцій. (см. § 51.)

Проекція круга.

§ 75. Ортогональная проекція круговой линіи называется элипсисой; поэтому элипсиса есть замкнутая кривая, какъ окружность.

Квадратъ, описанный вокругъ круга, проектируется или прямоугольникомъ или паралеллограммомъ.

Каждая касательная къ кругу проектируется касательной къ элипсисѣ. Каждая хорда круга проектируется хордою элипсисы.

§ 76. Сопряженные діаметры круга проектируются сопряженными діаметрами элипсисы. (Conjugirte Durchmesser)

Примѣчаніе. Сопряженными діаметрами называются тѣ, которые раздѣляютъ всѣ хорды, паралельныя другому діаметру, пополамъ.

§ 77. Изъ сопряженныхъ діаметровъ элипсисы только одна пара стоитъ перпендикулярно другъ къ другу, а именно малая и большая ось.

Элипсиса — симметричная кривая линія по обѣимъ осямъ.

§ 78. Всѣ хорды элипсисы, паралельныя къ малой оси находятся къ соотвѣтственнымъ хордамъ круга въ постоянномъ отношеніи, а именно въ отношеніи главныхъ полуосей или $\frac{b}{a}$ или $\cos \alpha$. По этому закону можно построить элипсису.

§ 79. Такъ какъ плоскость представляется всѣми паралельными линіями ея, то проекція площади F тоже состоитъ изъ проекцій всѣхъ линій, которыя составляютъ площадь, а именно:

$$F, = F \cos \alpha.$$

§ 80. Площадь элипсисы равняется площади круга, умноженной на $\cos \alpha$ или $\frac{b}{a}$; откуда $\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{b}{a}$, гдѣ $\frac{d}{2} = a$

$$F, = \pi ab.$$

§ 81. Въ прямоугольномъ треугольникѣ съ гипотенузою a и съ катетами b и e мы имѣемъ: $\cos \alpha = \frac{b}{a}$; $\sin \alpha = \frac{e}{a}$; e называется линіярной эксцентричностью элипсисы. Точки, отстоящія отъ центра элипсисы на разстояніи e и находящіяся на главной оси, называются фокусами.

Если P произвольная точка окружности, то проекція этой точки P' есть точка элипсисы, и соединенія точки P' съ фокусами называются радіусами векторами элипсисы.

Когда мы опустимъ изъ фокусовъ на касательную къ кругу въ точкѣ P два перпендикуляра t и t', то можно доказать, что они равняются радіусамъ векторамъ. Въ этой прямоугольной трапеціи сумма паралельныхъ сторонъ $t + t' = 2a$ = діаметру круга или бóльшей оси элипсисы, т. е. сумма радіусовъ векторовъ произвольной точки элипсисы равняется большей оси ея.

Примѣчанія: 1) Касательная и нормальная раздѣляютъ уголъ, образуемый двумя радіусами векторами, пополамъ.

2) Елипсису можно начертить ниткою, прикрѣпленной концами къ фокусамъ и имѣющей длину бóльшей оси. Натягивая острымъ карандашемъ нить, карандашъ опишетъ элипсису.

3) Элипсографъ трапецоидальный.

4) Элипсографъ на токарномъ станкѣ.

5) Элипсиса также геометрическое мѣсто движимой точки, равноостоящей отъ данной окружности и отъ постоянной точки внѣ ея.

§ 82. Когда мы окладываемъ отъ произвольной точки элипсисы подъ постояннымъ отношеніемъ $\sin \alpha = \frac{f}{x}$ и $x = \frac{f}{\sin \alpha}$, то всѣ конечныя точки этихъ величинъ, откладываемыя паралельно къ большей оси, лежатъ въ прямой линіи, называемой направляющей линіей элипсисы, а отношеніе sin $\alpha <$ единицы называется характеристикой. (Численная ексцентричность, Numerische Excentricität).

Паробола.

§ 83. Центральная проекція круга и можетъ быть параболой.

Парабола есть такая кривая линія, точки которой ровноотстоятъ отъ недвижимой точки, называемой фокусомъ и отъ недвижимой линіи, называемой направляющей параболы. Отношенія этихъ разстояній или характеристика равняется поэтому единицѣ.

Изъ этого слѣдуетъ:

Парабола есть геометрическое мѣсто точки, равноотстояшей отъ недвижимой точки и отъ недвижимой линіи.

Парабола симметрична только по одной оси ея и имѣетъ только одну вѣтвь незамкнутую.

Разстояніе направляющей отъ фокуса называется полупараметромъ p и вполнѣ опредѣляетъ параболу. Касательная есть основаніе равнобедреннаго треугольника, сторона котораго радіусъ векторъ.

3) Когда прямой уголъ скользитъ одной стороной черезъ постоянную точку F (фокусъ), а вершиною черезъ прямую линію, то другая сторона постоянно касается параболы т. е. заключаетъ параболу.

4) Уравненіе изъ вершины параболы $y^2 = px$. По этой формулѣ можно построить параболу.

5) Когда двѣ пересѣкающіяся прямыя различной или равной величины раздѣляются на произвольное, но одинаковое число равныхъ дѣленій и, когда эти точки дѣленія соединяются въ обратномъ порядкѣ, то эти соединительныя прямыя касаются параболы или заключаютъ параболу.

6) Площадь параболы до координатовъ x и y равняется двумъ третямъ произведенія x на y.

7) Параболу также можно начертить съ помощью наугольника и нити.

Гипербола.

§ 84. Гиперболою называется кривая линія, точки которой имѣютъ то общее свойство, что разность радіусовъ векторовъ всякой ея точки постоянная и равна поперечной оси между вершинами двухъ безконечныхъ вѣтвей ея.

Гипербола симметрична по двумъ осямъ. Ось, перпендикулярная къ поперечной оси, называется сопряженной; къ ней принадлежитъ и сопряженная гипербола (Imaginäre Hyperbel); четыре фокуса находятся въ одной и той же окружности. Вписанный въ эту окружность прямоугольникъ опредѣляетъ на осяхъ вершины четырехъ вѣтвей. Діагонали прямоугольника называются асимтотами, потому что они касаются безконечно-отдаленныхъ точекъ четырехъ вѣтвей.

2) Геометрическое мѣсто гиперболы есть движимая точка, равно отстоящая отъ данной окружности и отъ постоянной точки, или оно есть центры всѣхъ окружностей, касающихся даннаго круга и проходящихъ черезъ постоянную точку.

3) Отношенія разстояній отъ данной точки и отъ данной прямой линіи больше единицы. Характеристика > 1; $\frac{f}{e} > 1$. (Numerische Excentricität).

4) Геометрическое мѣсто гиперболы есть точка касанія одной стороны прямаго угла, вершина котораго скользитъ по данной окружности, пока другая сторона проходитъ черезъ постоянную точку.

5) Есть два способа черченія гиперболы: посредствомъ нити и при помощи наугольника и линейки.

§ 85. Каждую кривую линію можно представить или движеніемъ точки, т. е. построить достаточное число точекъ, чтобы возможно было начертить на глазъ кривую линію, или можно ограничить ее большимъ числомъ касательныхъ.

§ 86. Для составленія законовъ кривой линіи въ видѣ формулы или для построенія ея существуютъ слѣдующія соображенія:

а) Касательная къ кривой линіи, которая послѣдняя произошла отъ движенія точки, есть соединеніе двухъ безконечно близкихъ сосѣднихъ мѣстъ движимой точки.

b) Точка кривой линіи, которая ограничена движеніемъ касательной, есть точка сѣченія двухъ безконечно близкихъ положеній движимой касательпой.

§ 87. Точка можетъ проходить два или три раза черезъ одну и ту же точку плоскости и называется тогда многосложной точкой (двойная, тройная точка).

Прямая линія, ограничивающая кривую линію плоскости, можетъ во второй или третій разъ совпадать съ уже занимаемымъ положеніемъ и называется тогда двойной или тройной касательной, когда она совпала съ другой сосѣдней касательной къ кривой линіи.

Когда второй проходъ движимой точки обратнымъ путемъ возвращается къ той точкѣ, изъ которой онъ опредѣлилъ касательную, то эта точка называется точкой возвращенія. Касательная называется тогда касательной возвращенія. Когда второе совпаденіе случается сейчасъ послѣ перваго и ходъ касательной направляется обратно къ той сосѣдней касательной, изъ которой она вышла — то касательная называется касательной наклоненія, и точка называется точкой перемѣны.

§ 88. Приблизительно можно устроить произвольную кривую линію, составляя ее разными частями окружности, опредѣленными тремя сосѣдними точками Радіусы окривленія стоятъ перпендикулярно къ касательнымъ и называются нормальными.

Нормальные радіусы ограничиваютъ новую кривую линію съ точками возвращенія.

По закону окривленія можно найти: касательную, нормальную, центръ окривленія и пр.

§ 89. Кривой линіей въ пространствѣ называется та, три сосѣднія безконечно близкія точки которой опредѣляютъ касательную плоскость (н. пр. винтовая линія).

Когда четыре сосѣднія такія точки P' P'' P''' и P'''' опредѣляютъ двѣ касательны плоскости, то линія пересѣченія этихъ плоскостей непремѣнно пройдетъ чрезъ P'' и P''', и представитъ линію касательную къ кривой линіи пространства Плоскость, образуемую движеніемъ таковой касательной, можно по обѣимъ сторонамъ отъ точки касанія развернуть въ плоскость безъ разрыва и складокъ. Кривую поверхность, проходящую отъ движимой прямой, можно всегда проектировать значительнымъ числомъ этихъ прямыхъ.

§ 90. Измѣненіе системы проекціи.

Если намъ извѣстны координаты произвольнаго изображенія въ пространствѣ, то часто случается, что удобно перестроить координаты на другую систему проекціи, причемъ одна плоскость проекціи сохраняется, другая передвигается подъ извѣстнымъ угломъ.

Это тогда особенно удобно, когда приходится показать настоящую величину плоскостей, которыя стоятъ въ проектирующихъ плоскостяхъ, наклоненныхъ къ фасаду.

Тѣла съ прямыми гранями.

§ 91. Тѣла изображаются ихъ гранями. Мы принимаемъ площади тѣлъ непрозрачными и изображаемъ всѣ грани, покрытыя тѣломъ, — или пунктиромъ, или весьма тонкими линіями.

Когда намъ извѣстенъ законъ построенія тѣла, тогда мы всегда или въ планѣ или въ фасадѣ можемъ изобразить видъ одной проекціи и изъ него найти видъ другой проекціи.

Тѣла съ округленными поверхностями.

§ 92. Шаръ изображается и въ планѣ и въ фасадѣ бóльшей окружностью его, потому что эта окружность представляетъ предѣлъ видимаго.

Каждое тѣло изображается движимой проектирующей плоскостью, касающейся тѣла Линіи и точки касанія представляютъ предѣлы видимаго и невидимаго.

§ 93. Конусъ и цилиндръ изображаются прямыми ніями, которыя составляютъ тѣло. Коническая или циндрическая поверхность образуется, когда прямая линія (производящая) или остается только съ одной точкой недвижимой, или сохраняетъ свое направленіе и скользитъ по произвольной ведущей. Когда ведущая прямая линія, тогда образуется плоскость.

называются гиперболой, фокусы и характеристика которой находятся, какъ выше сказано. Численная эксцентричность больше единицы, т. е. отношеніе радіуса вектора къ разстоянію отъ постоянной прямой больше единицы.

§ 99. Когда два тѣла пересѣкаются, то мы встрѣчаемъ слѣдующіе 3 случая:

1) Одно тѣло проникаетъ въ другое, не продавливая его; тогда изображается только одна ломанная или кривая линія пересѣченія.

2) Одно тѣло вырѣзываетъ кусокъ изъ другаго; и тогда только можетъ изображаться одна ломанная или замкнутая кривая линія пересѣченія.

3) Одно тѣло пересѣкаетъ совершенно другое такъ, что оно вникаетъ съ одной стороны и выходитъ на другой; тогда изображаются двѣ или даже болѣе ломанныя или кривыя линіи пересѣченія.

§ 100. Сѣченіе призмы призмою или цилиндромъ опредѣляется вспомогательными плоскостями, которыя пересѣкаютъ оба тѣла прямыми линіями. Черезъ точку грани или производящей одного тѣла проводится линія, паралельная гранямъ или производящимъ линіямъ другаго тѣла. Двумя пересѣкающимися линіями опредѣляется плоскость. Плоскости, паралельныя этой плоскости и пересѣкающія оба основанія или слѣда данныхъ тѣлъ, пересѣкаютъ ихъ по прямымъ линіямъ. Точки пересѣченія этихъ прямыхъ опредѣляютъ линію, въ которой тѣла пересѣкаются другъ съ другомъ.

Примѣчаніе. Фигуры пересѣченія представляютъ ломанныя или дважды окривленныя линіи въ пространствѣ. Касательная къ такой дважды окривленной линіи опредѣляется линіею пересѣченія двухъ касательныхъ плоскостей, опредѣленныхъ производящими, пересѣкающимися въ точкѣ, на которой должна быть построена касательная.

§ 101. Сѣченія призмы или цилиндра и пирамиды или конуса можно опредѣлить вспомогательными плоскостями, проведенными черезъ вершину пирамиды или конуса и паралельными къ гранямъ призмы и образующимъ цилиндра. Такія то плоскости должны пересѣчь два данныя тѣла по прямымъ линіямъ. Точки пересѣченія этихъ линій опредѣляютъ фигуру пересѣченія.

§ 102. Сѣченіе двухъ пирамидъ или конусовъ опредѣляется вспомогательными плоскостями, располагаемыми черезъ линію, соединяющую обѣ вершины пирамидъ или конусовъ.

Примѣчаніе. Когда два правильные цилиндра съ одинаковыми діаметрами пересѣкаются такъ, что оси ихъ также пересѣкаются, то линіи пересѣченія образуютъ двѣ правильныя элипсисы, пересѣкающіяся другъ съ другомъ по малымъ осямъ.

§ 103. Если тѣло вращенія пересѣкается съ другимъ тѣломъ, то линія пересѣченія опредѣляется плоскостями, сѣкающими тѣло вращенія паралельными кругами, а другое тѣло — плоскою фигурою, которую можно опредѣлить извѣстными средствами.

Когда другое тѣло призма или цилиндръ и ось его наклонена къ оси вращенія, то всѣ сѣченія этого тѣла равны между собою, и точки пересѣченія легко опредѣляютъ линію пересѣченія.

Когда другое тѣло коническаго или пирамидальнаго рода, то вспомогательныя плоскости сѣченія пересѣкаютъ это тѣло въ фигурахъ, подобныхъ между собою.

§ 104. Когда имѣемъ два тѣла вращенія, оси которыхъ пересѣкаются другъ съ другомъ, то можно представить линію пересѣченія по слѣдующему соображенію: паралельные круги, равноотстоящіе отъ точки пересѣченія осей, пересѣкаются въ общей хордѣ, концы которой опредѣляютъ двѣ точки линіи пересѣченія.

Этими данными соображеніями можно рѣшить всевозможныя задачи пересѣченія одного тѣла съ другимъ.

§ 105. *a*) Лучи свѣта, проходящіе отъ солнца къ намъ, распространяются по прямымъ и паралельнымъ между собою направленіямъ и прекращаются лишь только по заслоненію свѣтящагося непрозрачнымъ тѣломъ.

Тѣло бросаетъ тѣнь.

b) Мы черчемъ обыкновенно на чертежахъ лучи свѣта подъ извѣстнымъ угломъ къ главной оси: подъ $\sphericalangle \psi = 180^0 - 45^0$ и $\varphi = 180^0 - 45^0$ т. е. настоящіе углы наклоненія къ плоскостямъ проекціи $\alpha = \beta = 180^0 - 35^0\, 15'\, 51''$.

c) Мы представляемъ всѣ точки и линіи плоскости и тѣла непрозрачными, т. е. они бросаютъ тѣни на плоскости проекціи и другъ на друга.

d) Тѣнь, брошенная отъ точки A на плоскости проекціи, есть слѣдъ луча свѣта, продолженнаго черезъ точку A до плоскостей проекціи.

e) Тѣнь, брошенная отъ линіи g на плоскости проекціи, есть слѣдъ плоскости всѣхъ лучей свѣта, проходящихъ черезъ данную линію g подъ извѣстнымъ даннымъ угломъ до плоскостей проекціи.

f) Тѣнь, брошенная отъ данной линіи g на предстоящую плоскость или тѣло, есть сѣченіе этой плоскости лучей съ данной плоскостью или съ даннымъ тѣломъ.

g) Тѣнь, брошенная отъ даннаго тѣла на плоскости проекціи, есть фигура сѣченія призмы, касающейся даннаго тѣла. Сѣченіе производится или плоскостями проекціи или другой плоскостью и другимъ тѣломъ.

§ 106. Степень освѣщенія плоскости или тѣла паралельными лучами свѣта опредѣляется угломъ, подъ которымъ извѣстный снобъ лучей пересѣкается освѣщенной плоскостью. Линіи одинаковаго освѣщенія на однажды или дважды окривленной поверхности называются **изофотами**.

ОБЪЯСНЕНІЯ.

Въ задачахъ знакъ § относится къ §§ первой части, а Nr. относится къ предъидущимъ задачамъ.

Задачи.

Nr. 1. Построить проекціи точки P, ординаты которой даны.

a) Ординаты всѣ положительные x, y и z.
b) Ординатъ y отрицательный, z положительный,
c) Ординатъ y положительный, z отрицательный.
d) Ординаты y и z отрицательные
e) $y = o$, z положит.
f) $z = o$, y положит.
g) $x = o$, $y = o$, $z = o$. (см. § 44—§ 50).

Nr. 2. Построить проекціи точки P, находящейся въ I-омъ квадрантѣ, во II-омъ квадрантѣ, въ III квадрантѣ и въ IV-мъ квадрантѣ (см. Nr. 1).

Nr. 3. Построить проекціи точки P, находящейся въ плоскости, дѣлящей I-ый квадрантъ пополамъ, дѣлящей III-ый крадрантъ пополамъ (см. § 51).

Nr. 4. Посторить проекціи точки P, которая находилась бы въ плоскости совпадающихъ проекцій (см. § 51).

Nr. 5. Соединить точку P съ вершиною аксона и опредѣлить настоящую длину этой лиіи

a) По чертежу.
б) алгебраическимъ образомъ по даннымъ ординатамъ x, y и z.
c) Опредѣлить три угла наклоненія α, β и γ къ тремъ плоскостямъ проекціи (см. Nr. 2, § 44, 45, 46, 48, 52, 53).

Nr. 6. I. Соединить точку A въ I-омъ квадрантѣ съ точкою B, находящейся во II-омъ кврдрантѣ и опредѣлить:

a) Настоящую длину этой опредѣленной линіи.
b) Углы наклоненія.
c) Слѣдъ въ вертикальной плоскости проекціи.
d) Углы α и β, который изъ нихъ тупой и который острый? (см. Nr. 2, §§ 44, 48, 51, 54, 56).

Nr. 24. Отъ плоскости E даны проекціи одной точки A и положеніе ея паралельное данной плоскости F (см. § 12, § 62, 63).

Nr. 25. Отъ плоскости E даны одна точка A и положеніе, перпендикулярное къ данной линіи g (см. § 12, § 68).

Nr. 26. a) Начертить линію, идущую черезъ точку A и лежащую паралельно къ линіи g, находящейся въ плоскости E (§ 14, § 65).

b) Начертить плоскость черезъ данную линію и паралельную другой данной линіи (Nr. 12, §§ 65, 67).

Nr 27. Провести плоскость черезъ данную точку A паралельно къ данной плоскости E (см. § 12, Nr. 24).

Nr. 28. a) Опредѣлить уголъ δ, подъ которымъ двѣ прямыя пересѣкаются въ пространствѣ (§ 50, § 67).

b) Одна изъ прямыхъ расположена въ планъ или въ фасадъ (см. § 13, Nr. 23, § 67).

Nr. 29. Изъ точки A опустить перпендикуляръ къ данной плоскости E и опредѣлить настоящую величину этого перпендикуляра, т. е опредѣлить настоящее разстояніе точки A отъ плоскости E (Два способа) (см. § 68, § 70, Nr. 9).

Nr. 30. Опредѣлить разстояніе двухъ паралельныхъ линій g и l, когда проекціи ихъ даны (см. § 12, § 18, § 17, § 62, § 72. Nr. 9).

Nr. 31. Въ плоскости E опредѣляются произвольная точка A и произвольная линія g; опредѣлить разстояніе точки отъ линіи т. е. опредѣлить настоящее разстояніе произвольной точки пространства отъ произвольной линіи (см. § 12, Nr. 30).

Nr. 32. Дана плоскость и въ ней произвольная линія. Начертить линіи, паралельныя данной въ данномъ растояніи (см. Nr. 30).

Nr. 33. Даны двѣ линіи накрестъ лежащія. Опредѣлить точки, которыя представляютъ кратчайшее разстояніе и дѣйствительную величину этого разстоянія (см. § 9, § 12, § 67, § 65, § 68, Nr. 30).

Nr. 34. На произвольной точкѣ плоскости E возставить перпендикуляръ данной длины (см. § 68 Nr. 9).

Nr. 35. Отъ точки A, отстоящей на данномъ разстояніи отъ данной плоскости, дана одна проекція. Найти другую (§ 53 и два геометрическія мѣста).

Nr. 36. Начертить плоскость, которая бы отстояла отъ данной плоскости на данномъ разстояніи (см § 68, Nr. 27).

Nr. 37. Опредѣлить линію взаимнаго пересѣченія двухъ плоскостей E и F.

a) Когда E проектирующая плоскость и слѣды плоскости F образуютъ острые углы φ и ψ съ главной осью.

b) Когда E и F стоятъ обѣ перпендикулярно къ одной изъ плоскостей проекціи. (3 случая).

c) Когда точки пересѣченія слѣдовъ имѣютъ положительные ординаты.

d) Когда точки пересѣченія слѣдовъ имѣютъ отрицательные ординаты.

e) Когда одна пара слѣдовъ не пересѣкается на чертежномъ листѣ.

Примѣчаніе. Вспомогательная плоскость паралельна къ плоскости проекціи или къ одной изъ плоскостей.

f) Когда обѣ пары слѣдовъ не пересѣкаются на чертежнемъ листѣ.

g) Когда слѣды пересѣкаются на одной точкѣ главной оси (см. § 69).

Nr. 38. Дана плоскость и произвольная линія. Опредѣлить точку, въ которой линія пересѣкаетъ данную плоскость (4 изображенія плоскости), (см. § 70).

Nr. 39. Опредѣлить треугольникъ слѣдовъ, когда вертикальные и горизонтальные слѣды даны и начертить настоящую величину.

Nr 40. Изъ вершины аксона опустить перпендикуляръ на плоскость, представляющую треугольникъ слѣдовъ. Опредѣлить точку пересѣченія и наименоватъ которая изъ замѣчательныхъ точекъ она въ треугольникѣ.

Nr. 41. Данъ треугольникъ слѣдовъ, опредѣлить аксонъ, въ который онъ помѣстится.

Nr. 42. Опредѣлить уголъ δ, подъ которымъ двѣ прямыя пересѣкаются въ пространствѣ (см. § 67).

Nr. 43. Опредѣлить уголъ δ, подъ которымъ линія g пересѣкаетъ плоскость E (см. § 18, § 71).

Nr. 44. Опредѣлить двугранные углы α, β, γ, треугольника слѣдовъ. Который тупой? который острый? (см. § 72).

Nr. 45. Опредѣлить углы α и β для плоскостей.

a) когда $e_{,}$ образуетъ $\sphericalangle \varphi < 90^0$ съ главной осью.
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi < 90^0$ » » »

b) гогда $e_{,}$ образуетъ $\sphericalangle \varphi < 90^0$ съ главной осью.
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi > 90^0$ » » »
c) » $e_{,}$ » $\sphericalangle \varphi > 90^0$ » » »
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi < 90^0$ » » »
d) » $e_{,}$ » $\sphericalangle \varphi = 90^0$ » » »
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi < 90^0$ » » »
e) » $e_{,}$ » $\sphericalangle \varphi < 90^0$ » » »
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi = 90^0$ » » »
f) » $e_{,}$ » $\sphericalangle \varphi > 90^0$ » » »
» $e_{,,}$ » $\sphericalangle \psi > 90^0$ » » »

Nr. 46. Опредѣлить двугранный уголъ δ, подъ которымъ двѣ плоскости пересѣкаются (3 способа).

a) Линія пересѣченія имѣетъ два слѣда.

b) данныя плоскости пересѣкаются на общей точки главной оси (см. § 73).

Nr. 47. Черезъ данную точку A провести прямую, которая бы пересѣкала данную линію g подъ даннымъ угломъ (см. § 12, Nr. 32).

Nr. 48. Отъ плоскости E данъ одинъ слѣдъ и принадлежащій двугранный уголъ α или β острый или тупой; начертить другой слѣдъ (четыре задачи) (см. Nr. 44).

Nr. 49. Двѣ плоскости E и S опредѣлены каждая тремя точками или двумя пересѣкающимися линіями. Найти линію пересѣченія двухъ плоскостей, не опредѣляя слѣдовъ. Вспомогательныя плоскости $\parallel$ или $\perp$ къ плоскостямъ проекціи.

Nr. 50. Данъ треугольникъ ABC въ двухъ проекціяхъ — требуется найти сѣченіе плоскости треугольника съ плоскостью совпадающихъ проекцій или родственную ось и слѣдъ плоскости треугольника (см. § 74, § 51).

Nr. 51. Отъ плоскаго полнаго четырехугольника извѣстны одна проекція, родственная ось и другая проекція одной точки четырехугольника — дополнить эту проекцію.

Nr. 52. Въ данную плоскость E начертить проекцію данной правильной пентаграммы, центръ которой находился бы въ данной точкѣ плоскости E.

Примѣчаніе. Слѣдъ плоскости представляетъ родственную ось между настоящей фигурою и ея проекціей.

Nr. 53. Въ данную плоскость E начертить проекцію данной окружности, центръ которой находился бы въ данной точкѣ плоскости E. (§ 57).

Nr. 54. Начертить элипсису по двумъ сопряженнымъ діаметрамъ ея, стоящимъ перпендикулярно другъ къ другу (см. § 75, § 78).

Nr. 55. Начертить фокусы таковой элипсисы и ведущія линіи (см. § 81, § 82).

Nr. 56. Опредѣлить всѣ размѣры элипсисы изъ діаметра круга и изъ угла наклоненія плоскости окружности къ плоскости проекціи.

Nr. 57. Начертить элипсису посредствомъ нити.

Nr. 58. Начертить элипсису по геометрическому мѣсту движимой точки, равно отстоящему отъ данной окружности и отъ данной точки внутри ея.

Nr. 59. Трапецоидальный элипсографъ.

Nr. 60. Крестовой элипсографъ.

Nr. 61. По двумъ сопряженнымъ діаметрамъ равной величины построить элипсису и прямоугольные діаметры ея, фокусы и проч. Какое значеніе имѣютъ фокусы?

Nr. 62. Построить касательныя къ четыремъ концамъ данныхъ сопряженныхъ діаметровъ элипсисы.

Nr. 63. Къ произвольному діаметру данной элипсисы поискать сопряженный діаметръ. Къ четыремъ концамъ двухъ сопряженныхъ діаметровъ построить касательныя, не чертя элипсисы.

Nr. 64. Къ двумъ даннымъ произвольнымъ сопряженнымъ діаметрамъ элипсисы построить саму элипсису.

Nr. 65. Къ произвольной точкѣ таковой элипсисы построить касательную (см. § 75).

Nr. 66. Къ произвольной точкѣ данной элипсисы построить касательную посредствомъ родственной оси. Когда дано направленіе касательной, найти точку касанія.

Nr. 67. Изъ данной точки внѣ элипсисы построить касательныя.

Nr. 68 Къ данной элипсисѣ построить на произвольной точкѣ касательную и нормальную посредствомъ радіусовъ векторовъ.

Nr. 69. Построить къ данной элипсисѣ второстепенную кривую линію, ограниченную всѣми нормальными къ элипсисѣ.

Nr. 70. Дана окружность и внѣ ея произвольная точка. Когда мы раздѣлимъ всѣ линіи, соединяющія постоянную точку съ точками окружности, пополамъ, то какую кривую линію ограничатъ перпендикуляры, возставленные на этихъ точкахъ?

Nr. 71. Найти главныя оси или нормальные сопряженные діаметры элипсисы, отъ которой даны два сопряженные произвольные діаметра, не чертя самой элипсисы.

Nr. 72. Построеніе параболы по параметру и уравненію $y^2 = px$. (см. § 83).

Nr. 73. Построеніе параболы какъ центръ всѣхъ круговъ, равно отстоящихъ отъ прямой линіи и отъ постоянной точки.

Nr. 74. Построеніе касательной къ параболѣ, нормальной и субнормальной. Какія качества имѣетъ субнормальная?

Nr. 75. Когда одна сторона прямаго угла идетъ черезъ постоянную точку, а вершина его скользитъ по прямой линіи, то какую кривую линію ограничитъ другая сторона? Начертить эту линію.

Nr. 76. Когда прямая линія скользитъ по двумъ пересѣкающимся прямымъ такъ, что она переходитъ постепенно отъ одной стороны угла на другую, одновременно отрѣзывая отъ обѣихъ сторонъ равное число равныхъ дѣленій, то она ограничитъ кривую линію. Какъ она называется?

a) Не требуется, чтобы дѣленія одной стороны угла равнялись бы по величинѣ дѣленіямъ другой стороны.

b) Начертить такимъ образомъ овальную линію въ прямоугольникъ.

Nr. 77. Сколько вѣтвей можетъ имѣть парабола?

Nr. 78. Какимъ образомъ можно опредѣлить ось, фокусъ, направляющую, касательную къ данной точкѣ параболы, построенной или ниткой или посредствомъ уравненія?

Nr. 79. Какое значеніе имѣетъ фокусъ параболы, смотря на лучи свѣта?

Nr. 80. Начертить параболу посредствомъ нити и наугольника.

Nr. 81. Гипербола есть геометрическое мѣсто движиточки, равно отстоящей отъ данной окружности и отъ постоянной точки. Построить двѣ симметричныя вѣтви ея.

Nr. 82. Гипербола есть кривая линія; разность разстоянія каждой точки ея отъ двухъ постоянныхъ точекъ имѣетъ постоянную величину.

Nr. 83. Какъ можно найти касательную? и какъ касательную къ безконечно удаленной точкѣ ея?

Nr. 84. Къ каждой гиперболѣ принадлежитъ другая сопряженная съ ней. (Imaginäre Hyp.) Какъ можно найти замѣчательныя точки для этой гиперболы? Какова должна быть данная гипербола, когда сопряженная вполнѣ равняется данной? (Равносторонняя гипербола).

Nr. 85. Построить гиперболу какъ геометрическое мѣсто точки касанія одной стороны прямаго угла, вершина котораго слѣдуетъ данной окружности въ то время какъ другая сторона проходитъ черезъ постоянную точку.

Nr. 86. Можно опредѣлить направляющія черезъ данное отношеніе, которое больше единицы.

Nr 87. Даны двѣ полости конуса. Когда получается отъ плоскаго сѣченія элипсиса? когда парабола? когда гипербола? (см. § 98).

Nr 88. Что называется характеристикой коническихъ сѣченій?

Nr. 89. Что называется линіарной и что численной эксцентричностью?

Nr. 90. Какое отношеніе имѣетъ численная эксцентричность къ единицѣ?

Nr. 91. Какое качество имѣютъ фокусы коническихъ сѣченій?

Nr. 92. Построить гиперболу посредствомъ нити и наугольника или нити и линейки.

a) Къ произвольной точкѣ гиперболы построить касательную линію.

b) Направленіе касательной дано, найти точку касанія.

Nr. 93. Къ данной кривой линіи, законъ окривленія которой неизвѣстенъ, дано направленіе касательной; опредѣлить точку касанія.

Nr. 94. Въ данной кривой линіи, законъ окривленія которой неизвѣстенъ, дана точка. Провести касательную черезъ эту точку.

Nr. 95. Опредѣлить центръ окривленія къ данной кривой линіи въ данной точкѣ.

Триганные углы.

Nr. 96. Три стороны a, b, c извѣстны, построить двугранные углы α, β, γ.

Предѣлы суммы сторонъ?

Предѣлы сторонъ относительно другъ къ другу?

$a > b > c$ тогда $\alpha > \beta > \gamma$.

Nr. 97. Даны: двѣ стороны a и b и уголъ γ междуними. Построить тригранный уголъ:

a) γ располагается въ планъ.

b) a и b располагаются въ планъ.

Nr. 98. Даны: одна сторона a и прилежащіе углы β и γ. Построить тригранный уголъ:

a) Сторона a располагается въ планъ, углы β и γ прилегаются до пересѣченія ихъ сторонъ на равной высотѣ.

b) Сторона a располагается такъ въ планъ, чтобы главная ось стояла бы перпендикулярно къ грани 2.

Nr. 99. Даны: двѣ стороны a и b и противоположный уголъ β. Построить тригранный уголъ:

Сторона a располагается въ планѣ такъ, что грань 3 стоитъ перпендикулярно къ главной оси, тогда съ помощью угла β и стороны b можно построить проекцію грани 1.

Nr. 100. Даны: сторона a и два угла β и α; сторона располагается опять на планъ только перпендикулярно съ гранью 2 на главную ось. Съ помощью угла β находится слѣдъ грани 3 и черезъ него всѣ остальные.

Nr. 101. Даны: три угла α, β, γ.

Предѣлы: $(\alpha + \beta + \gamma) < 360^0$ и $(\alpha + \beta + \gamma) > 180^0$ $\alpha < \beta + \gamma$. Построить тригранный уголъ:

Уголъ α располагается въ планъ, тогда стороны b и c стоятъ въ проектирующихъ плоскостяхъ на сторонахъ угла, которыя сами уже проекціи граней 2 и 3, между тѣмъ какъ грань 1 проектируется въ вершинѣ угла α.

Когда мы опустимъ изъ вершины угла перпендикуляръ произвольной величины на сторону a, то этотъ перпендикуляръ опредѣляетъ два треугольника, перпендикулярные къ гранямъ 2 и 3, въ которыхъ лежатъ углы β и γ. Слѣды другихъ сторонъ этихъ угловъ опредѣляютъ слѣдъ стороны a — такъ что чрезъ это всѣ остальные вопросы легко рѣшаются.

Nr. 102. Построить дополнительный триграникъ къ данному. (Polareck).

Nr. 103. Построить симметричный триграннинъ къ данному.

Nr. 104. Построить боковой трнгранникъ къ данному, въ которомъ сторона a сохраняется.

О тѣлахъ.

Nr. 105. Даются четыре точки въ пространствѣ, которыя однако не лежатъ въ одной плоскости. Опредѣлить грани и стороны данной триграиной пирамиды. Опредѣлить точки пересѣченія этой пирамиды a) съ данной прямой b) съ данной плоскостью. На поверхности дана одна проекція произвольной точки, найти другую проекцію этой точки.

Nr. 106. Построить двѣ триграиныя пирамиды, симметричныя къ одной плоскости, паралельной къ плоскости боковаго фасада.

Nr. 107. Пирамида, основаніе которой правильный шестиугольникъ при высотѣ, стоящей перпендикулярно къ центру шестиугольника, стоитъ съ основаніемъ на данной плоскости. Начертить другую проекцію произвольной точки поверхности, когда одна проекція дана. Пересѣчь пирамиду прямою линіею. Сѣть пирамиды.

Nr. 108. Отъ произвольной призмы даны: основаніе въ данной плоскости, направленіе и длина граней, построить планъ, фасадъ и сѣть ея. Пересѣчь эту призму плоскостью E.

Nr. 109. Въ произвольной плоскости дана кривая линія и внѣ ея точка, служащая вершиною конуса, причемъ кривая линія служитъ ведущей конуса.

a) Начертить конусъ.

b) Дана одна проекція произвольной точки на поверхности, найти другую проекцію.

c) Пересѣчь конусъ прямою.

d) Къ произвольной точкѣ поверхности приложить касательную плоскость.

e) Построить развертокъ усѣченнаго конуса.

Nr. 110. Правильный цилиндръ съ концами, усѣченными перпендикулярно къ оси, лежитъ на плоскости плана. Ось его опредѣляетъ съ фасадомъ уголъ β; построить планъ, фасадъ и развертокъ. (Перемѣна системы проекціи).

Nr. 111. Представить правильный четырегранникъ или тетраедръ

1) по данной грани,
2) по данной высотѣ,
3) по описанному шару,
4) по вписанному шару (опредѣлить точки касанія),
5) опредѣлить двугранный уголъ тетраедра,
6) опредѣлить другую проекцію точки A на поверхности, когда одна проекція точки A дана.

Nr. 112. Построить тетраедръ по данной высотѣ, которая образовала бы данные углы α и β съ плоскостями проекціи, когда одна вершина лежитъ въ проектирующей плоскости. (Перемѣна системы проекціи).

Nr. 113. Построить кубъ по данной грани въ данной плоскости.

Nr. 114. Построить кубъ по данной діагонали, стоящей перпендикулярно къ плану и къ проектирующей плоскости, проходящей черезъ данную діагональ и черезъ двѣ грани куба. (Перемѣна системы проекціи).

Представить разрѣзъ черезъ середину стоящей діагонали, вписанный шаръ и развертокъ куба. Опредѣлить всѣ точки касанія шара съ сторонами куба.

Nr. 115. Построить кубъ, когда діагональ его дана въ произвольной проектирующей плоскости, идущей черезъ двѣ грани куба (Перемѣна системы проекціи).

Nr. 116. Построить правильный восьмигранникъ (октаедръ), когда одна ось стоитъ перпендикулярно къ плану и другая лежитъ въ проектирующей плоскости, образующей уголъ β съ фасадомъ.

Опредѣлить радіусъ вписаннаго шара и точки касанія.

Nr. 117. Построить октаедръ, когда онъ лежитъ одной стороной на планѣ, а одна ось лежитъ въ плоскости, какъ сказано въ Nr. 116. Построить развертокъ октаедра. Построить радіусъ вписаннаго шара

a) по данной грани,
b) по данной полуоси.

Nr. 118. Построить двѣнадцатригранникъ (Додекаедръ), когда онъ лежитъ однимъ пятиугольникомъ въ планѣ, и проектирующая плоскость, проложенная черезъ одинъ уголъ и середину пятиугольника, образовала бы уголъ β въ 80^0. Вписанный шаръ.

Примѣчаніе. Вершины угловъ верхней и нижней площади проектируются въ углахъ правильнаго десятиугольника. Длины проекцій радіальныхъ граней опредѣляются движеніемъ двухъ сосѣднихъ пятиугольниковъ изъ плоскости плана до совпаденія ихъ угловъ въ одной точкѣ.

Nr. 119. Плоскость, проведенная черезъ двѣ противоположныя паралельныя грани додекаедра, стоитъ перпендикулярно къ плану и образуетъ уголъ въ 10^0 съ фасадомъ. Вписанный шаръ, двугранный уголъ додекаедра, развертокъ?

Примѣчаніе. Сѣченіе, паралельное плану черезъ четыре угла, представляетъ квадратъ, стороны котораго равняются діагоналямъ даннаго пятиугольника черезъ двѣ вершины его. Проекція высоты, раздѣленной діагональю, пропорціональна къ этимъ даннымъ въ правильномъ пятиугольникѣ.

Nr. 120. Начертить гранатоедръ, когда дана одна діагональ образующаго ромба. Отношеніе діагоналей ромба $= 1 : \sqrt{2}$. Планъ представляетъ квадратъ, сторона котораго $= \sqrt{2}$. Этотъ квадратъ располагается такъ въ планѣ, чтобы сторона его образовала съ главной осью уголъ въ 10^0 или 12^0. Представить двугранный уголъ.

Примѣчаніе. Квадратъ раздѣляется на четыре квадрата. Діагонали бóльшаго квадрата равняются осямъ гранатоедра.

Изъ плана всегда можно построить фасадъ, когда законъ образованія извѣстенъ.

Nr. 121. Построить гранатоедръ, лежащій одной площадью на плоскости плана, такъ, чтобы бóльшая діагональ ромба образовала съ главной осью уголъ въ 10^0.

Nr. 122. Построить гранатоедръ, стоящій перпендикулярно къ плоскости плана, съ діагональю, идущей черезъ углы его, въ которыхъ встрѣчаются три тупые угла ромба. Построить сѣть гранатоедра.

Примѣчаніе. Планъ представляетъ правильный шестиугольникъ, раздѣленный на 3 ромба.

Икозаедръ.

Nr. 123. Когда икозаедръ стоитъ одной изъ діагоналей перпендикулярно къ плоскости плана, то видъ плана образуетъ правильный десятиугольникъ и пять треугольниковъ вершины образуютъ пятигранную пирамиду, грани которой равняются гранямъ икозаедра. Разстоянія паралельныхъ плоскостей, въ которыхъ находятся по пяти угловъ икозаедра, выводятся изъ проектирующихъ треугольниковъ съ извѣстнымъ катетомъ и извѣстной гипотенузой изъ проекцій граней въ планѣ.

Nr. 124. Построить икозаедръ, когда онъ лежитъ одной плоскостью на плоскости плана. Дана грань основнаго треугольника — планъ тогда окажется правильнымъ шестиугольникомъ. Стороны треугольника, углы котораго лежатъ въ углахъ шестиугольника, равняются сторонамъ правильнаго пятиугольника, о которомъ сказано въ задачѣ Nr. 123.

a) Представить двугранный уголъ икозаедра.
b) Вписанный шаръ.
c) Развертокъ икозаедра.

Nr. 125. Сколько правильныхъ тѣлъ возможно образовать изъ правильнаго треугольника?

Сколько изъ квадрата?

Сколько изъ пятиугольника?

Можно-ли образовать тѣло изъ правильнаго шестиугольника?

Nr. 126. Данъ произвольный конусъ и точка внѣ его. Начертить двѣ плоскости, касающіяся конуса и идущія черезъ данную точку.

Nr. 127. Опредѣлить двѣ плоскости, идущія черезъ данную линію и касающіяся даннаго шара.

Примѣчаніе. Плоскость, проложенная черезъ центръ шара и перпендикулярная къ данной линіи, пересѣчетъ шаръ по бо́льшему кругу и искомыя плоскости по линіямъ, касающимся шара. Эти касательныя опредѣляютъ вмѣстѣ съ данной линіей искомыя плоскости.

Nr. 128. Построить винтовую линію и кривую поверхность, образуемую линіей, касающейся винтовой линіи, скользящей изъ самой низкой точки цилиндра до самой верхней точки его.

Построить развертокъ этой поверхности въ двухъ кускахъ, соединяющихся на самой винтовой линіи. Къ произвольной точкѣ этой поверхности построить касательную плоскость, опредѣленную образующею черезъ эту точку и касательной, поставленной въ слѣдѣ этой образующей къ кривой линіи, образуемой слѣдами всѣхъ образующихъ. (см. Nr. 94).

Nr. 129. Построить винтъ съ гайкою по натуральнымъ пропорціямъ

a) острыми ходами,
b) прямоугольными ходами.

Nr. 130. Построить крыло вѣтренной мельницы, когда крыло имѣетъ данную длину и число, длина и углы перваго и послѣдняго изъ поперечныхъ стержней даны.

Дважды окривленная площадь образуется отъ движенія прямой линіи по двумъ накрестъ лежащимъ линіямъ. Движеніе производится съ равной или различной скоростью смотря по даннымъ линіямъ. (§ 83. 5).

Nr. 131. Построить поверхность образуемую отъ движенія винтовой линіи вокругъ постоянной оси. Опредѣлить меридіанъ, который былъ бы предѣломъ видимаго.

Гиперболоидъ.

Nr. 132. Построить поверхность образуемую отъ движенія прямой линіи, лежащей накрестъ съ недвижимой осью.

Nr. 133. Построить тѣло, образуемое отъ движенія круга или треугольника вокругъ постоянной оси.

Элипсоидъ.

Nr. 134. a) Тѣло образуется отъ движенія элипсисы около малой оси.

b) Тѣло образуется отъ движенія элипсисы около большой оси.

Опредѣлить сѣченіе элипсоида съ плоскостью E.

Коноидъ.

Nr. 135. Прямая линія скользитъ по прямой съ одной стороны и по окривленной съ другой стороны и при томъ всегда паралельна данной плоскости. Опредѣлить точки, въ которыхъ данная прямая пересѣчетъ коноидъ.

Коноидъ шара.

Nr. 136. Прямая линія скользитъ по прямой линіи и касается шара, сохраняя положеніе, паралельное плоскости плана.

a) Опредѣлить линію, по которой производящая касается шара.

b) Опредѣлить сѣченіе плоскости E съ коноидомъ.

Цилиндрическая поверхность.

Nr. 137. Прямая линія данной длины скользитъ однимъ концомъ по винтовой линіи, сохраняя всегда паралельность съ данной прямой линіей. Опредѣлить точки сѣченія съ другой прямой линіей.

Сѣченіе тѣла тѣломъ.

Nr. 138. Дана пирамида съ правильнымъ пятиграннымъ основаніемъ, и призма съ правильнымъ триграннымъ основаніемъ пересѣкаетъ высоту пирамиды подъ угломъ въ 70°. Построить линію пересѣченія.

Примѣчаніе. Точки взаимнаго пересѣченія опредѣляются проектирующими плоскостями, проведенными черезъ грани то однаго, то другаго тѣла.

Nr. 139. Гранатоедръ и кубъ пересѣкаются.

Nr. 140. Кубъ и тетраедръ стоятъ на разныхъ плоскостяхъ и діагональ куба пересѣкается съ высотою тетраедра. Опредѣлить фиґуру пересѣченія.

Nr. 141. Пятигранная пирамида и тригранная призма съ правильными основаніями пересѣкаются; грани призмы находятся подъ данными углами α и β.

Примѣчаніе. Опредѣлить проекціи обоихъ тѣлъ и пересѣчь ихъ плоскостями, идущими черезъ линію, опредѣленную положеніемъ паралельнымъ къ гранямъ призмы, и черезъ вершину пирамиды. (см. Nr. § 101).

Nr. 142. Пересѣкаются правильный конусъ, стоящій на плоскости плана, и тригранная пирамида, стоящая своимъ основаніемъ на плоскости, перпендикулярной къ горизонтальной плоскости и находящейся подъ угломъ β къ вертикальной плоскости проекціи.

Примѣчаніе. Линія, идущая черезъ вершины тѣлъ, опредѣляетъ всѣ вспомогательныя полоскости, которыя могутъ пересѣкать оба тѣла по прямымъ линіямъ.

Nr. 143. Пересѣченіе призмы призмою. Обѣ стоятъ подъ данными углами. (§ 102).

Nr. 144. Даны призма съ цилиндромъ, оси которыхъ стоятъ подъ данными углами. Опредѣлить касательную къ произвольной точкѣ линіи пересѣченія.

Nr. 145. Даны конусъ съ цилиндромъ, оси которыхъ стоятъ подъ данными углами, при чемъ оси пересѣкаются или не пересѣкаются. Опредѣлить касательную къ произвольной точкѣ линіи пересѣченія.

Nr. 146. Даны цилиндръ съ цилиндромъ; опредѣлить то-же, что и въ задачѣ 145.

Nr. 147. Шаръ съ призмою. Развертокъ усѣченной призмы.

Nr. 148. Шаръ съ конусомъ.

a) Ось конуса пересѣчетъ центръ шара.

b) Ось конуса не пересѣчетъ ось шара. Развертокъ конуса до линіи пересѣченія съ шаромъ.

Nr. 149. Конусъ проникаетъ въ шаръ такъ, что ось конуса не идетъ чрезъ центръ шара.

Nr. 150. Шаръ и произвольное тѣло вращенія вырѣзаются.

Nr. 151. Элипсоидъ и произвольное тѣло вращенія даны; опредѣлить линію пересѣченія, когда оси вращенія пересѣкаются.

Nr. 152. Опредѣлить шаръ, описанный вокругъ неправильной триграной пирамиды.

> Примѣчаніе. Окружность, проведенная черезъ треугольникъ основанія, опредѣляетъ одно геометрическое мѣсто центра шара, а сѣченіе черезъ это мѣсто и вершину пирамиды опредѣляетъ бо́льшій кругъ и самый центръ шара.

Nr. 153. Опредѣлить шаръ, вписанный въ неправильную триграную пирамиду.

> Примѣчаніе. Сѣченіе геометрическаго мѣста, равноотстоящаго отъ трехъ сторонъ тѣлеснаго угла, и геометрическаго мѣста, равноотстоящаго отъ трехъ сторонъ другаго тѣлеснаго угла, есть центръ искомаго шара. Радіусъ опредѣляется перпендикуляромъ изъ центра къ плоскости плана. Опредѣлить точки касанія.

Nr. 154. Дана крыша зданія шириною въ a саженей; длина стропилъ принята въ $^2/_3$ a саженей какъ по длиннымъ сторонамъ, такъ и по узкимъ. Какая будетъ длина стропила на углу зданія?

Nr. 155. Желѣзная дымовая труба съ діаметромъ въ a саж. укрѣплена тремя цѣпями въ точкахъ, стоящихъ на n саж. ниже кольца трубы, въ которомъ цѣпи укрѣплены, и отстоящихъ на m саженей отъ трубы. Сколько саженей длина цѣпей, когда возможно натянуть ихъ до прямой линіи?

Nr. 156. Къ данной наклонной стѣнѣ построить пристройку. Опредѣлить проекціи и развертокъ крыши, когда извѣстны всѣ углы наклоненія разныхъ плоскостей и размѣры пристройки.

Nr. 157. Даны двѣ плоскости E и F и въ каждой изъ нихъ по одной точкѣ: A въ плоскости E и B въ плоскости F. Найти слѣды плоскости G, которая пересѣкаетъ плоскости E и F паралельными линіями, идущими черезъ точки A и B.

Nr. 158. Дана четырегранная неправильная пирамида. Черезъ произвольно данную точку A провести плоскостъ E, которая пересѣкала бы пирамиду по паралелограмму.

Nr. 159. Данные углы α и β опредѣляютъ положеніе плоскости E. Построить черезъ произвольную точку A саму плоскость E.

Для рѣшенія этой задачи располагается перпендикуляръ изъ произвольной точки N главной оси на точку P произвольной плоскости извѣстнаго положенія. NP представляетъ общій катетъ двухъ проектирующихъ прямоугольныхъ треугольниковъ съ извѣстными углами α и β. Высоты этихъ треугольниковъ опредѣляютъ координаты точки P. и положеніе проекцій NP' и NP'' какъ и положеніе слѣдовъ искомой плоскости.

Другой способъ опредѣленія положенія плоскости слѣдующій:

Координаты данной точки A опредѣляютъ углами α и β два конуса съ общею вершиною. Одноименные слѣды т. е. кругъ и гипербола опредѣляютъ черезъ общія касательныя слѣды искомой плоскости.

Сколько рѣшеній? Какая детерминація?

Nr. 160. Плоскость E опредѣляется линіей g и углами наклоненія α или β. Перпендикуляръ, опущенный изъ произвольной точки P линіи g на плоскость проекціи, опредѣляетъ съ даннымъ угломъ правильный конусъ. Плоскость черезъ линію g и касающуюся конуса есть искомая.

Сколько рѣшеній? Какая детерминація?

О ТѢНЯХЪ.

Nr. 161. Точка А въ I-омъ квадрантѣ бросаетъ тѣнь подъ извѣстнымъ угломъ.

Опредѣлить мѣсто точки А такъ,

a) чтобы видная тѣнь находилась въ фасадѣ.

b) чтобы видная тѣнь находилась въ планѣ.

Примѣчаніе. Каждый лучъ свѣта имѣетъ два слѣда.

Nr. 162. Опредѣленная прямая а, стоящая перпендикулярно къ плоскости плана, бросаетъ тѣнь подъ извѣстными углами α и β.

Опредѣлить слѣдъ линіи а такъ,

a) чтобы тѣнь находилась совершенно въ плоскости плана,

b) чтобы тѣнь кончилась на главной оси,

c) чтобы часть тѣни находилась на планѣ, часть на фасадѣ.

Примѣчаніе. Соединеніе одноименныхъ слѣдовъ прямой и лучей свѣта черезъ предѣлъ прямой опредѣляетъ тѣнь.

Nr. 163. Опредѣленная линія а стоитъ перпендикулярно къ плоскости фасада и бросаетъ тѣнь подъ извѣстными углами α и β.

Опредѣлить слѣдъ линіи а такъ,

a) чтобы тѣнь находилась совершенно въ фасадѣ,

b) чтобы тѣнь окончилась на главной оси,

c) чтобы часть тѣни находилась на фасадѣ, часть на планѣ.

Nr. 164. Произвольная линія А В въ пространствѣ бросаетъ тѣнь на обѣ плоскости проекціи. Опредѣлить тѣнь.

Nr. 165. Точка А бросаетъ тѣнь на плоскость Е.

Примѣчаніе. Лучъ свѣта, проходящій черезъ точку А, имѣетъ точку пересѣченія съ плоскостью Е.

Nr. 166. Опредѣленная линія, стоящая на планѣ подъ извѣстными углами, бросаетъ тѣнь частью на планъ, частью на плоскость Е.

Nr. 167. Опредѣленная линія, стоящая на фасадѣ подъ извѣстными углами, бросаетъ тѣнь на плоскость проекціи и на плоскость Е.

Nr. 168. Опредѣленная линія, стоящая перпендикулярно къ плоскости Е, бросаетъ тѣнь подъ извѣстными углами.

Nr. 169. Окружность бросаетъ тѣнь

a) на плоскости проекціи,
b) на плоскость E.

Nr. 170. Треугольникъ бросаетъ тѣнь

a) на плоскости проекціи,
b) на плоскость E.

Nr. 171. Призма бросаетъ тѣнь

a) на плоскость плана,
b) на плоскость плана и на плоскость фасада. Какія линіи тѣла опредѣляютъ предѣлы тѣни? Какая часть призмы освѣщена и какая не получаетъ освѣщенія?

Примѣчаніе. Когда тѣло бросаетъ тѣнь, то тѣ грани, которыя опредѣляютъ предѣлы тѣни и отличаютъ освѣщенную часть тѣла отъ неосвѣщенной или отъ пустаго пространства, чертятся толще и называются тѣневыми линіями.

На окривленныхъ поверхностяхъ тѣневыя линіи обыкновенно не обозначаются линіями.

Плоская поверхность съ окривленнымъ предѣломъ имѣетъ тѣневую линію съ постепеннымъ утолщеніемъ до точки, въ которой лучи свѣта образуютъ наименьшій уголъ съ радіусомъ окривленія.

Nr. 172. Цилиндръ бросаетъ тѣнь

a) на плоскость плана,
b) на обѣ плоскости проекціи.

Какія линіи тѣла опредѣляютъ предѣлы тѣни? Показать освѣщенную и неосвѣщенную часть тѣла.

Nr. 173. Дана призма, поперечное сѣченіе которой, правильный пятиугольникъ, лежитъ одной плоскостью въ планѣ, а грани ея образуютъ уголъ β съ фасадомъ и прямая линія наклонена къ обѣимъ плоскостямъ проекціи. Опредѣлить тѣнь призмы, освѣщенную и неосвѣщенную часть ея. Тѣнь линіи на плоскости проекціи и на призмѣ.

Примѣчаніе. Тѣнь на призму есть линія пересѣченія плоскости, опредѣленнаго данной линіей и направленіемъ лучей свѣта.

Nr. 174. То-же, что и въ 173 задачѣ, но вмѣсто призмы данъ цилиндръ.

Nr. 175. Даны цилиндръ, стоящій перпендикулярно къ плану, и конусъ, ось котораго пересѣкаетъ ось цилиндра подъ прямымъ угломъ, а плоскость фасада подъ даннымъ острымъ угломъ β.

a) Найти линіи пересѣченія,

b) тѣнь обоихъ тѣлъ на плоскости проекціи и

c) тѣнь, брошенную цилиндромъ на конусъ и конусомъ на цилиндръ.

Nr. 176. Мраморный крестъ бросаетъ тѣнь на подставку, на могилу и на планъ.

Nr. 177. Окно въ мезонинѣ и наклонность крыши даны; опредѣлить тѣнь.

Nr. 178. Крыша башни состоитъ изъ четырехгранной пирамиды съ четырьмя фронтесписами произвольной конструкціи. Круглая часть вродѣ конуса (ось котораго вдважды выше описанной пирамиды) пересѣкаетъ пирамиду и призмы; опредѣлить тѣнь, брошенную на крышу и освѣщенную и неосвѣщенную часть крыши.

Шаръ.

Nr. 179. a) Представить въ планѣ и въ фасадѣ предѣлы освѣщенной и неосвѣщенной части шара.

b) опредѣлить самую освѣщенную точку шара.

c) опредѣлить тѣнь, брошенную шаромъ.

d) опредѣлить четыре линіи одинаковаго освѣщенія на шарѣ. Изофоты. Обыкновенно опредѣляютъ три степени или линіи одинаковаго освѣщенія до линіи, въ которой лучи свѣта касаются шара; и въ заслоненной части опредѣляютъ еще одну таковую линію, потому что лучи свѣта рефлектируются и опять уменьшаютъ заслоненіе тѣла и это тѣмъ болѣе, чѣмъ отдаленнѣе заслоненная поверхность отъ касающихся лучей свѣта.

Nr. 180. a) Опредѣлить степень освѣщенія на плоскостяхъ икозаедра т. е. опредѣлить уголъ, подъ которымъ снобъ лучей свѣта пересѣкается освѣщенной плоскостью. Уголъ прямой есть 1-ая или самая большая степень освѣщенія, уголъ 0^0 послѣдняя степень освѣщенія или темнота.

b) опредѣлить тѣнь, брошенную икозаедромъ, и тѣневыя линіи.

c) Неосвѣщенныя плоскости, противолежащія самымъ освѣщеннымъ, окажутся блѣднѣе тѣхъ, которыхъ лучи только касаются.

Nr. 181. Опредѣлить тѣнь и линіи одинаковаго освѣщенія на вазообразномъ тѣлѣ вращенія.

Nr. 182. Опредѣлить тѣнь и изофоты на кольцеобразномъ тѣлѣ, происходящемъ отъ вращенія круга около постоянной оси.

a) Кольцо лежитъ въ планѣ.

b) Кольцо стоитъ свободно, какъ будто бы оно укрѣплено на воздухѣ и тѣнь падаетъ частью на планъ, частью на фасадъ.

Nr. 183. Опредѣлить тѣнь и изофоты на тѣлѣ вращенія въ родѣ точенной ножки подъ произвольной мебелью.

Опечатки.

§ 23. Вмѣсто „уголь“ читай „уголъ“

§ 44. Пропущено: триганный уголъ съ осями X, Y, Z называется ортогональнымъ аксономъ.

§ 47.	Вмѣсто	„триганнаго“	читай	„триграннаго“
§ 47.	„	„l, паралелопипеда“	„	„l паралелопипеда,“
§ 57.	„	„н“	„	„и“
§ 82.	„	„окладываемъ“	„	„откладываемъ“
Стр. 16	„	„Паробола“	„	„Парабола“
§ 86 *b*).	„	„касательиой„	„	„касательной“
§ 89·7я ст. сн.	„	„касательны“	„	„касательныя“

§ 99. Въ началѣ пропущена надпись: Взаимныя пересѣченія тѣла съ тѣломъ.

§ 105. Въ началѣ пропущена надпись: О тѣняхъ.

§ 105 *d*). Вмѣсто „слѣдь“ читай „слѣдъ“

Задачи.

Nr. 3.	Вмѣсто	„III-ый“	читай	„III-ій“
Nr. 3.	„	„крадрантъ“	„	„квадрантъ“
Nr. 4.	„	„посторить“	„	„построить“
Nr. 5.	,,	,,лииіи“	,,	,,линіи“
Nr. 6.	„	„кврдрантѣ“	„	„квадрантѣ“
Nr. 10 *i*).	„	„вертикалный“	„	„вертикальный“
Nr. 26.	„	„плоскость“	„	„плоскости“
Nr. 32.	„	„растоянія“	„	„разстоянія“
Nr. 41.	„	„определить“	„	„опредѣлить“
Nr. 46. *b*)	„	„точки“	„	„точкѣ“
Nr. 73.	„	„центръ“	„	„центра“
Nr. 81.	„	„движи-“	„	„движимой“