R. LIVLÄNDER

GEODEESIA PÕHIJOONI



TARTU EESTI KIRJASTUS
1942

Duplum

GEODEESIA PÕHIJOONI

2407

R. LIVLÄNDER

GEODEESIA PÕHIJOONI

29409.

TARTU EESTI KIRJASTUS
1942

2.

Bibliotheca
Universitatis
Tartuensis
~~1942: 072~~
38368

A-13330

Korrektor M. Kindlam.

K. Mattieseni trükikoda, Tartu, 1942.

Eessõna.

Eestikeelse geodeesia õpperaamatu järele oli Tallinna Tehnikaülikoolis tarvidus juba mitu aastat. Prof. A. Mathiesen'i 1929. aastal ilmunud „Geodeesia põhijooned" pidas silmas esmajoones metsanduse alal teotsejate huvisid; selle trükk on lõppenud. Et on raske leida sobivat raamatut meil teotsevaile inseneridele või üliõpilastele võõrkeelsest kirjandusest, siis osutus tarvilikuks käesoleva raamatu väljaandmine.

Raamatu koostamisel on peetud silmas esmajoones Tallinna Tehnikaülikooli ehitusosakonna ja mäeosakonna üliõpilaste, samuti ka Eestis teotsevate ehitusinseneride ja mäeinseneride tarvidusi. Olen siiski püüdnud raamatut koostada nii, et ta oleks kasutatav ka otseselt maamõõdu alal teotsevaile lugejaile. Olen aga ka teadlik raskusist, mis võivad tekkida raamatu kasutajail; rakendusteadusena on geodeesia tarvilik paljudel aladel ja loomulikult sooviks iga lugeja näha raamatus just neid küsimusi, mis puudutavad tema ala. On selge, et pole aga võimalik koostada lühikest raamatut, mis küllaldasel määral rahuldaks paljude erialade huvisid. Seega tuli aine käsitlusel, samuti näidete ja jooniste puhul arvestada piiratud ruumi.

Pedagoogilistel põhjustel kasutatakse raamatu esimeses osas peaaegu ainult elementaarmatemaatika rakendamist. Diferentsiaal- ja integraalarvutus tuleb kasutamisele alles viimastes peatükkides (IX—XIV).

Mulle olid abiks jooniste koostamisel, samuti arvutusnäidete otsimisel ja koostamisel Tehnikaülikooli Geodeesialaboratooriumi assistendid ja abijõud H. Muischneek, K. Kruusmaa ja E. Pobul.

Tallinn, oktoober 1941. **Autor.**

I peatükk.

Sissejuhatus; mõõdustik.

§ 1. **Definitsioon; ajalooline ülevaade.** Geodeesia on õpetus maa-alade (ka veealade) mõõtmisest ja kaardistamisest, samuti kogu Maa kuju ja suuruse määramisest. Osas võõrkeelses kirjanduses tarvitatakse sõna geodeesia ainult nende geodeesia osade kohta, milledes käsitellakse suuremate alade mõõtmist ja kus tuleb arvestada Maa kuju ja suurust. Väiksemate alade mõõtmiste kohta tarvitatakse ka mitmesuguseid erinimetusi, nagu maamõõtmine, topograafia jne. Sõna geodeesia kõrval esineb mõnes võõrkeeles ka erinimetusi, näiteks saksa keeles Vermessungskunde, inglise keeles surveying.

Geodeesia on täpne rakendusteadus ja on tihedalt seotud matemaatika, astronoomia, füüsika ja geofüüsikaga. Seepärast on ka geodeesia areng ajaloos seotud nimetatud naaberteaduste arenguga. Geodeetilisi töid toimetati juba muistsete egiptlaste ja babüloonlaste juures aastatuhandeid e. Kr. Muistses Kreekas leiame III sajandil e. Kr. suurejoonelise Eratosthenese Maa suuruse mõõtmise, mida tuleb lugeda esimeseks põhimõttelt õigeks ja tolleaegsetes oludes täpseks õnnestunud katseks sel alal. Laiemate hulkade huvi maa-alade kaardistamise ja kuju vastu hakkas tõusma pärast ristisõdu, eriti aga pärast Ameerika avastamist Kolumbuse poolt. Siitpeale algas ulatuslikumate geodeetiliste tööde arenemine. Suuremaist geodeetilisist töist Euroopas mainitagu siin kraadimõõtmisi Prantsusmaal XVII ja XVIII sajandil (Picard, vennad Cassini, Maupertuis jt.) ja meetrimõõdustiku loomist XVIII sajandi lõpul (Delambre, Méchain). Suuremaist geodeetilisist töist Eestis mainitagu siin F. G. W. Struve kraadimõõtmist XIX sajandi keskpaiku, mis Tartust lähtudes ulatus põhja poole Jäämereni ja lõuna poole Doonau jõeni. Rakendusteadusena on geodeesia tähtis ehitustehnikas, mäeasjanduses, põllumajanduses, metsanduses, sõjanduses ja mujal. Geodeetilised mõõtmised ja plaanid on tarvilikud nimetatud

aladel mitmesuguste projektide otstarbekohaseks koostamiseks ja läbiviimiseks.

§ 2. **Maa kuju ja suurus.** Füüsiline Maa pind on teatavasti väga vahelduv, loodusjõududele ja inimeste mõjustusile alluv. Maa kuju defineerides peame paratamatult toimetama üldistamist ja abstraktsiooni. Maa pinna kohta anname 4 järgmist definitsiooni:

1) Maa pind on pind, mis igas kohas on risti raskustungi suunaga ja ühtib ookeanide keskmise pinnaga; seda pinda nimetame geoidiks. Geoid jätkub seega kuival maal enamasti maa all. On aga ka kohti kuival maal, mis asetsevad allpool geoidi pinda ehk allpool merepinda, näiteks Surnumere ümbruskond. Ilmneb, et geoid ei ole avaldatav lihtsa matemaatilise valemiga. Teda tuleb igas kohas uurida omaette. Igapäevaseiks jooksvaiks arvutusiks geoidi seega ei tarvitata.

2) Teine lähendus Maa kujule oleks pöördellipsoid, mille väiksem telg on Maa pöörlemistelg. Pöördellipsoidi mõõtmeid (merepinna kohta) on avaldatud mitmete teadlaste poolt. Nimetame siin kahte rohkem tarvitatavat. Tähistades pöördellipsoidi telgi a ja b, on

Bessel'i järgi aastast 1841 $a = 6\,377\,397$ m, $b = 6\,356\,079$ m,
Hayford'i järgi aastast 1910 $a = 6\,378\,388$ m, $b = 6\,356\,909$ m.

Erinevus kahe tulemuse vahel sõltub mitte üksnes mõõtmisandmete ebatäpsusest, vaid ka tarvitada olevast materjalist. Et Maa pind ei ole täpselt pöördellipsoidi pind, siis loomulikult ka vastav materjal mõjustab arvutatud mõõtmeid. Eestis tarvitatakse seni Besseli mõõtmeid.

Nimetades Maa lapikuseks suurust $\frac{a-b}{a}$ leiame Hayfordi järgi

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}.$$

3) Kolmas lähendus Maa kujule on kera. Kera raadiuse jaoks saame aga loomulikult erinevad väärtused selle järgi, kas sooviksime teda valida võrdse mahuga või võrdse pinnaga pöördellipsoidile, või veel kuidagi teisiti. Keskmiselt võime aga võtta Maa raadiusena arvu 6370 km.

4) Neljas lähendus Maa kujule on tasapind. Tasapind pakub meile suuri lihtsustusi mõõtmisil ja arvutusil ja teda tarvitataksegi sellepärast väiksema ala mõõtmisil. Valdav enamik käesolevas raamatus tarvitatud arvutusi käsitab Maad tasapinnana.

Vaatame, missuguses ulatuses on see etteantud täpsuse nõudel lubatav. Kujutagu joon. 1 näidatud ringjoon läbilõiget kerataolisest

Maast, mille keskkoht asetsegu punktis C ja mille raadius olgu R. Antud punktis A tõmbame puutuja Maa pinnale. Võtame puutujal kaks punkti B_1 ja B_2, nii et $B_1A = AB_2$. Ühendades B_1 ja B_2 Maa tsentriga leiame lõikepunktidena ringjoonel D_1 ja D_2. On selge, et

$$B_1B_2\ (=2B_1A) > D_1D_2\ (=2D_1A).$$

Kuid

$$B_1A = R \cdot \tan\beta,$$

kaar

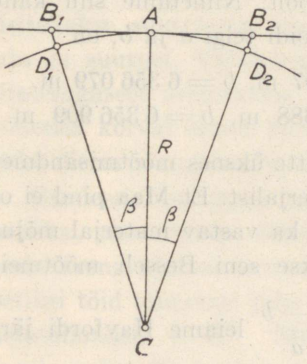
$$D_1A = R \cdot \beta.$$

Seega

$$B_1B_2 - D_1D_2 = 2R\ (\tan\beta - \beta).$$

Matemaatilise analüüsi kursusest teame, et

$$\tan\beta = \beta + \frac{\beta^3}{3} + \frac{2\beta^5}{15} + \ldots$$



Joon. 1.

On selge, et kui B_1B_2 ei ole suur (ei ole näiteks suurem kui mõnikümmend kilomeetrit), siis β on väike murd. Seda väiksemad on liikmed β^3-ga ja β^5-ga. Arvestades veel liiget β^3-ga, kuid jättes kõrvale kõik järgnevad liikmed, saame

$$B_1B_2 - D_1D_2 = \frac{2R \cdot \beta^3}{3}.$$

Nõuame nüüd, et $B_1B_2 - D_1D_2$ ärgu ületagu 0,01 meetrit, ja leiame vastava β. Saame

$$0{,}01 \geqslant \frac{2 \cdot 6370000 \cdot \beta^3}{3},$$

kust leiame $\beta \leqslant 0{,}00133$ (analüütilises mõõdus), ehk $\beta \leqslant 4{,}57'$.

Kaar D_1AD_2 on seega

$$D_1AD_2 \leqslant 2R \cdot \beta,$$
$$D_1AD_2 \leqslant 16{,}9 \text{ km}.$$

Seega ümmarguselt 17 km ulatuses ei ületa joone mõõtmisil viga 1 cm, kui loeme Maad tasapinnaks.

On aga selge, et kõrguse mõõtmisel on asi hoopis teine. Kõrguste vahe, Maad tasapinnaks või kerakujuliseks lugedes, on

$$z = B_1D_1 = B_2D_2.$$

Nüüd on aga

$$(AC)^2 + (AB_1)^2 = (CB_1)^2.$$

Olgu AB_1 ainult 1 km, siis

$$R^2 + 1 = (R + z)^2,$$

kust leiame

$z = 7{,}8$ cm (kõrguse mõõtmisil lubamatu viga!).

Edasi kasvab see viga aga koguni kauguse AB_1 ruuduga.

§ 3. **Geograafilised koordinaadid.** Olgu Maa kuju pöördellipsoid. Lõigates teda tasapindadega, mis läbivad Maa telje, saame Maa pinnal lõikejooned (ellipsid), mida nimetatakse meridiaanideks; lõikepindu nimetame meridiaantasapindadeks. Lõigates Maa pinda tasapindadega, mis on risti Maa teljega, saame lõikejooned (ringid), mida nimetatakse paralleelringideks. Suurimat paralleelringi nimetatakse ekvaatoriks. Meridiaanid on meie praeguses käsitelus kõik ühesugused ja ei ole matemaatilist põhjust eelistada ühte neist teistele. Ometi on tarvilik ühte meridiaanidest lugeda alg- ehk nullmeridiaaniks, sest sealt me loeme geograafilisi pikkusi.

Vaadeldes Maa kuju (merepinnal) pöördellipsoidina, või ka kerana, on iga punkt füüsilisel Maa pinnal, õhus või maa all määratud kolme järgneva suuruse ehk koordinaadiga: a) geograafiline pikkus, b) geograafiline laius ja c) kõrgus merepinnast. Geograafiliseks pikkuseks nimetame nurka antud koha meridiaantasapinna ja nullmeridiaantasapinna vahel. Geograafilisi pikkusi loeme nullmeridiaanist ida või lääne poole kas kaaremõõtudes (kraadides, minuteis jne.) või ka ajamõõtudes (tundides, ajaminuteis jne.), pidades silmas, et Maa teeb tiiru ümber oma telje 24 tunni jooksul. Seega 24 tundi $= 360^0$, tund $= 15^0$, 1 min. $= 15'$, 1 sek. $= 15''$; vastupidi: $1^0 = 4$ min., $1' = 4$ sek. Geograafiliseks laiuseks nimetame nurka, mis raskustungi suund ehk vertikaaljoon antud kohas moodustab Maa ekvaatori tasapinnaga. Geograafilist laiust loeme ekvaatorist põhja poole positiivselt ja lõuna poole negatiivselt 0^0 (ekvaatoril) kuni 90^0 (poolustel) kaaremõõtudes (kraadides, minuteis jne.). Käesolevas raamatus samastame ühtlasi lihtsuse mõttes mõisted „raskustungi suund" ja „normaal ehk ristjoon pöördellipsoidile", kuigi see täpselt nii ei ole. Peetagu silmas, et raskustungi suund ehk pöördellipsoidi normaal üldiselt ei läbi Maa tsentrit.

Nullmeridiaane on ajaloos esinenud terve rida. Nimetame siin mõnda meile tähtsamat. 1) Ferro meridiaan; läbib Ferro saare Atlandi ookeanis; võeti tarvitusele astronoomide ja matemaatikute kongressil

Pariisis 1634. a. ja püsis XIX sajandi teise pooleni. Et Ferrol puudus täpselt määratud teaduslik põhipunkt, siis defineeriti Ferro meridiaani kui meridiaani, mis asetseb $20^0\,0'\,0''$ Pariisist lääne pool. Tegelikult arvutati pikkusi seega mitte Ferro meridiaanist, vaid Pariisi meridiaanist. Ferro geograafiline pikkus Greenwichist on $17^0\,39'\,46''$ ehk 1 tund 10 min. 39 sek. lääne pool. 2) Pulkovo meridiaan; läbib Pulkovo tähetorni Leningradi lähedal. Oli tarvitusel nullmeridiaanina Vene kaartidel XIX sajandi lõpupoolel ja XX saj. alguses. Geograafilised pikkused, mis loeti Pulkovost, kehtisid seega ka Eesti territooriumi kaartide kohta enne 1917. a. revolutsiooni. Pulkovo pikkus Greenwichist on $30^0\,19'\,39''$ ehk 2 tundi 1 min. 18,6 sek. ida pool. 3) Greenwichi meridiaan; läbib Greenwichi tähetorni Inglismaal Londoni lähedal. On kujunenud XIX sajandi keskkohast alates aegamööda peaaegu ainutarvitatavaks nullmeridiaaniks kultuurmaailmas.

Et meridiaanid on elliptilised, siis laiuskraadide pikkus (meridiaane mööda) muutub 110,6 km-st ekvaatoril 111,7 km-ni poolustel. Keskmiselt võime seega lugeda kraadi pikkust meridiaani mööda võrdseks 111 km-ga. Pikkuskraadide pikkus (paralleelringe mööda) muutub 111,3 km-st ekvaatoril võrdeliselt (proportsionaalselt) geograafilise laiuse koosinusega kuni 0 km-ni poolustel.

§ 4. **Meetrimõõdustik.** Enamikus tsiviliseeritud mais on mõõtude alal tarvitusel rahvusvaheline meetrimõõdustik, milles mõõduühikuks on meeter. (Prantsuse keeles tähendab *mètre* „mõõt".) Erandiks on praegu muu seas Inglismaa, kus on tarvitusel oma mõõtude süsteem. Venemaal ja seega ka Eestis oli enne 1917. a. revolutsiooni tarvitusel eriline vene mõõdustik.

Et mõõdustik sada kuni kakssada aastat tagasi pakkus väga kirjut pilti, siis on olnud mitmeid ettepanekuid töötada välja lihtne rahvusvaheline mõõtude süsteem. Aastal 1790 tehti see ülesandeks Pariisi Teaduste Akadeemiale, kes ka määras uueks mõõduühikuks meetri, mida defineeriti kui 1 : 10 000 000 osa Pariisi veerandmeridiaanist. 1792. a. alustasid J. B. Delambre ja P. F. Méchain meridiaani mõõtmist, tarvitades mõõduühikuna prantsuse tolleaegset mõõtu tuaasi (*toise*). Mõõdeti kaar Dunkerque'ist Barcelonani. Peale mõõtmiste ja arvutuste lõpetamist määrati rahvusvahelise komisjoni otsuse põhjal 1799. a. meetri pikkus tuaasi suhtes ja valmistati ühtlasi plaatinast meetripikkune kang, mida nimetatakse praegu arhiivimeetriks. Hiljemini selgus, et arhiivimeeter ei ole täpselt 1 : 10 000 000 osa Pariisi veerandmeridiaanist; nii on näiteks J. Hayfordi arvutuste järgi meeter sellest lühem 0,2 mm võrra. XIX sajandi teisel poolel lepiti kokku nimetada meetriks mitte

1 : 10 000 000 osa Pariisi veerandmeridiaanist, vaid seda plaatinakangi, mis on hoiul Pariisis. Aastal 1875 loodi Pariisis rahvusvaheline mõõtude ja kaalude büroo. Seal valmistati 1899. a. teiste riikide jaoks arhiivimeetrist täpsed koopiad plaatina ja iriidiumi sulamist. Üks neist koopiaist, mis osutus täpselt võrdseks arhiivimeetriga, jäeti Pariisi, nimetati rahvusvaheliseks prototüübiks (etalooniks) ja on seega meetrimõõdustiku aluseks.

Ülenevad ja alanevad mõõdud meetrimõõdustikus tuletatakse meetrist detsimaalsüsteemis. Nii on

1 kilomeeter (km) = 10 hektomeetrit (hm) = 100 dekameetrit (Dm) = 1000 meetrit (m).

1 meeter (m) = 10 detsimeetrit (dm) = 100 sentimeetrit (cm) = = 1000 millimeetrit (mm).

Sagedamini tarvitatavad ühikud on km, m, cm, mm.

Pinnaühikutena on meetrimõõdustikus tarvitusel:

1 ruutkilomeeter (km^2) = 100 ha = 1 000 000 m^2

1 hektaar (ha) = 100 aari = 10 000 m^2

1 aar (a) = 100 m^2

1 ruutmeeter = m^2

Sagedamini tarvitatavad ühikud on ha ja m^2.

Eestis on meetrimõõdustik ametlikult kehtiv alates 1. jaan. 1929.

§ 5. Vene ja inglise mõõdud.

Vene pikkusmõõdud (tarvitusel enne 1917. a. revolutsiooni):

1 verst = 500 sülda = 1,067 km

1 süld = 7 jalga = 3 arssinat = 2,13358 m

1 jalg = 12 tolli = 0,30480 m

1 toll = 10 liini = 2,5400 cm

Vastupidi on:

1 km = 0,937 versta = 468,69 sülda = 3280,84 jalga

1 m = 0,46869 sülda

1 cm = 0,3937 tolli.

Vene pinnamõõdud (enne 1917. a. revolutsiooni):

1 ruutverst = 1,138 km^2

1 tiin ehk tessatin = 2400 ruutsülda = 1,09254 ha

1 ruutsüld = 4,5522 m^2

Sagedamini tarvitatav pinnaühik oli tiin.

Vastupidi on:

1 km² = 0,879 ruutversta
1 ha = 0,915 tiinu = 2196,7 ruutsülda.

Inglise pikkusmõõdud:

1 miil = 1,60933 km
1 jard = 3 jalga = 0,91439 m
1 inglise jalg = 1 vene jalg = 0,30480 m
1 inglise toll (inch) = 1 vene toll = 2,5400 cm.

Merenduses on rahvusvaheliselt tarvitatav pikkusühik 1 meremiil = 1′ pikkus ekvaatoril = 1852 m.

§ 6. **Nurgamõõduühikud.** Nurgamõõduühikutena tarvitatakse vanas ehk seksagesimaalsüsteemis

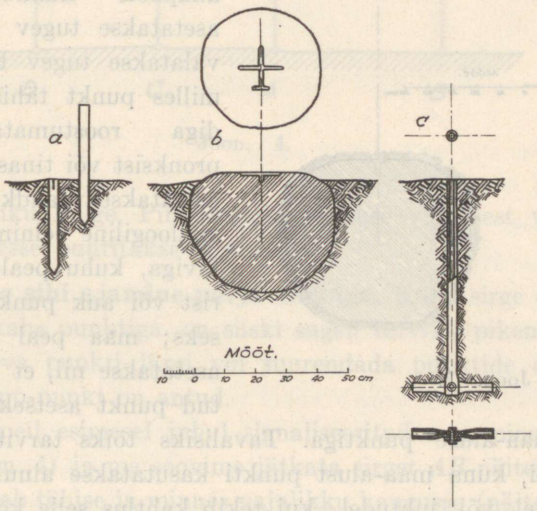
ringjoon = 360⁰ = 24 tundi
1⁰ = 60′ = 4 ajamin.
1′ = 60″ = 4 ajasek.

Mitmes mandririigis levib viimasel ajal aga ikka enam nn. tsentesimaal- ehk uus mõõdusüsteem, kus ring jagatakse 400 tsentesimaalkraadiks. Iga tsentesimaalkraad jagatakse 100 (tsentesimaal-) minutiks ja iga minut 100 sekundiks. Tsentesimaalkraadi märgitakse enamasti tähega *g*, minutit märgiga ` ja sekundit märgiga ". Minuti- ja sekundimärgi võib aga jätta tsentesimaalsüsteemis täiesti kõrvale ja kirjutada nurga suuruse alati kraadi murruna. Võrdlusena kahe süsteemi vahel peame meeles, et üks tsentesimaalminut on umbes pool minutit seksagesimaalsüsteemis.

II peatükk.

Joonte mõõtmine.

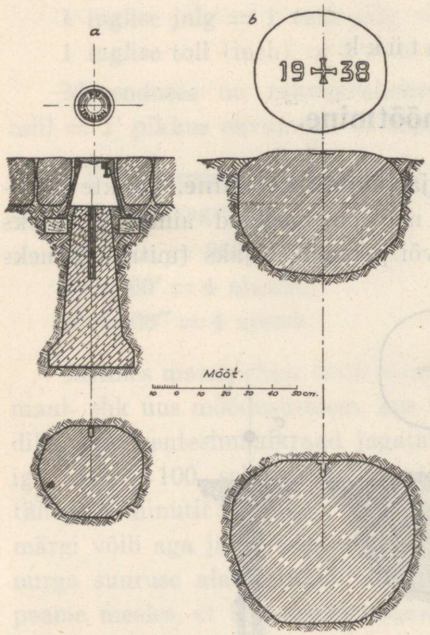
§ 7. **Punktide tähistamine ja signaliseerimine.** Punkte tähistatakse looduses selle järgi, kas nad on mõeldud ainult ajutiseks (mõnest kuust kuni 1—2 aastani) või pikemaks ajaks (mitmekümneks



Joon. 2.

aastaks või pikemakski ajaks). Lihtsaim tähistusviis, mida tehnikas kõige sagedamini tarvitatakse, on tähistamine puutikkudega. Neljanurgelise või ümmarguse 3—5 cm läbilõikega ja 30—40 cm pikkusega puutikk tehakse kirvega otsast teravaks ja lüüakse soovitud punkti maa sisse maapinnaga tasa. Eriti suure täpsuse nõudel võib märkida punkti asukohta tikul pliiatsiga või naelaga. Punkti leidmiseks ja tema nimetuse märkimiseks lüüakse maa sisse löödud tiku kõrvale 20—30 cm

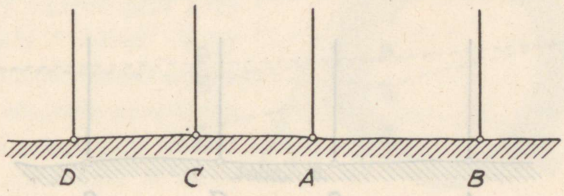
pikkusega puulauake, mille peale kirjutatakse pliiatsiga punkti number või nimetus (vt. joon. 2-a). Püsivam punkti tähistusviis on tähistamine maa sisse maapinnaga enam-vähem tasa löödud raudtoruga (näit. 70 cm maa sisse löödud gaasitoruga; vt. joon. 2-c). Maaühikute piiripunktide tähistamiseks maal on meil sageli tarvitusel nn. ristikivid. Küllalt suur ja tugev raudkivi (kivide kaalud on ette nähtud maamõõdu seadustes) paigutatakse kindlalt maa sisse, nii et väike osa temast jääks maapinnale. Punkti tähistamiseks raiutakse maapealsele osale kivi sisse rist (vt. joon. 2-b). Pikaajalise teadusliku ja tehnilise väärtusega punktid tähistatakse kahekordselt. Maa alla, võimalikult allapoole külmumispiirkonda, asetatakse tugev raudkivi või valatakse tugev tükk betooni, milles punkt tähistatakse poldiga roostumata terasest, pronksist või tinast. Maa peale asetatakse raudkivi, mis on analoogiline eelnimetatud ristikiviga, kuhu peale on raiutud rist või auk punkti tähistamiseks; maa peal asetsev kivi asetatakse nii, et temal märgitud punkt asetseks ühel vertikaaljoonel maa-aluse punktiga. Tavalisiks töiks tarvitatakse maapealset punkti, kuna maa-alust punkti kasutatakse ainult eriti suure täpsuse nõudel või juhtudel, kui tekib kahtlus selle kohta, et maapealne kivi on nihutatud (vt. joon. 3-b). Linnades märgitakse tänavail asetsevaid täpseid punkte (nn. polügoonpunkte) nii, et maa alla asetatakse betoonist tömppüramiid või lõigatud koonus, milles punkt on tähistatud raudtoruga. Punkti kohal tänava pinnal asetseb väike raudluuk, mida mõõtmiste ajaks võib avada (vt. joon. 3-a).



Joon. 3.

Punktide signaliseerimiseks (nähtavaks tegemiseks kaugemale) tavalisil töil tarvitatakse nn. t ä h i s e i d ehk nurgakeppe. Tähised on 2—3 m pikkused ja 3—4 cm läbimõõduga sirged puukepid, mille otsas asetseb raudteravik ja mis on õlivärviga vaheldumisi värvitud

punasteks ja valgeteks osadeks. On hea, kui punaste ja valgete osade pikkus on 20 cm. On aga ka väiksemamõõdulisi metalltähiseid. Tähis asetatakse punkti kohale vertikaalselt. Vertikaalset seisu kontrollitakse silma järgi või tarbe korral loe (nööri otsa riputatud raskuse) abil, kontrollides tähise vertikaalseisu kahes üksteisega risti olevas suunas. Juhul, kui pole võimalik tähist asetada täpselt punkti peale, asetatakse ta punkti kõrvale, pidades aga silmas, et ta asetseks suunas, milles toimub mõõtmine. Tähis tuleb lüüa nii tugevasti maa sisse, et ta püsiks kindlalt. Kui see pole võimalik (näiteks siis, kui tähis asetatakse täpselt punkti kohale või kui maapind on kõva), siis pingutatakse tähis kolme nööri ja eriliste lõksude abil. Iga nööri üks ots on seotud tähise külge, kuna teine ots on kinnitatud maa sisse viltu löödud tugeva raud-



Joon. 4.

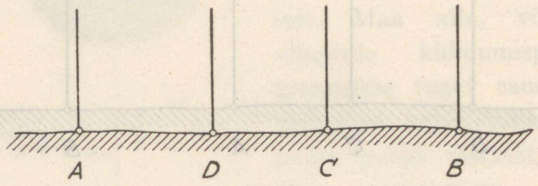
naela või puutiku külge. Pingutuslõks tehakse väikesest vineeri- või puutükist, millesse puuritakse 3 auku.

§ 8. **Sirge sihi ajamine palja silmaga.** Kuigi sirge on maapinnal määratud kahe punktiga, on siiski sageli tarvilik pikendada sirget kahe olemasoleva punkti järgi või suurendada punktide arvu sirgel, mille alg- ja lõpp-punkt on antud.

1) Olgu meil esimesel juhul signaliseeritud maa pinnal punktid *A* ja *B* (vt. joon. 4) ja me soovime jätkata sirget *AB* näiteks *A* poole. Maamõõtja võtab tähise ja minnes vajalikku kaugusse (näiteks 100 m), otsib koha *C* sirge *AB* pikendusel. Selleks võtab ta tähisel paari sõrmega veidi ülalpool keskkohta kinni ja hoiab teda väljasirutatud käega enese ees nii, et tähise ots oleks veidi kõrgemal maapinnast, vaadates ise *A* poole. Tähis hoidub nüüd iseenesest vertikaalselt ja teda vasakule või paremale nihutades leiame seisu, kus ta täpselt katab nii *A* kui ka *B*. Kui õige seis on leitud, lastakse tähis langeda ja lüüakse ta vertikaalselt maa sisse. Taganedes nüüd paar sammu, kontrollib maamõõtja, kas tähis *C* tõesti täpselt asetseb joonel *AB*, vaadates silmaga tähise *C* vasakult ja paremalt küljelt.

Täiesti analoogiliselt jätkatakse protsessi järgmise punkti D leidmiseks, tarvitades nüüd A, B ja C jne.

2) Olgu meil teisel juhul signaliseeritud maapinnal punktid A ja B ja me soovime sirgel AB tähistada uusi punkte A ja B vahel (vt. joon. 5). On kasulik, kui maamõõtjal on sel juhul abiline. Asudes ise punkti A ja taganedes paar sammu, saadab ta abilise tähisega B poole. Tulles B-st A poole vajalikku kaugusse, hoiab abiline tähist paari näpuga eespool-kirjeldatud viisil, hoidudes ühtlasi nii, et ta oma kehaga ei varjaks tähist B. Maamõõtja A juures asub silmaga täpselt sirge AB sihile ja näitab nüüd abilisele vasaku või parema käega, kuhu poole see peab nihutama oma tähist, et see asetseks täpselt sirgel AB. Kui õige seis C on saavutatud, siis tõstab maamõõtja mõlemad käed üles ja laseb need kaunis järsku ja sirgelt külgi mööda alla. Abiline laseb selle peale



Joon. 5.

tähise langeda ja lööb ta vertikaalselt maa sisse. Järgmise punktiga D toimetatakse analoogiliselt.

Oluline on, et sirget AB tihendatakse uute punktidega (C, D jne.), alates k a u g e m a punkti B poolt ja mitte vastupidi. Sel teel vähendatakse nimelt võimalikke vigu.

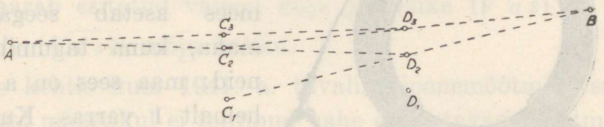
3) Sihiajamisel esineb vahel erijuhtumeid, mille näiteks olgu siin toodud järgmine. Punktid A ja B on niisugused, et maamõõtja ei saa neisse asuda (näit. tornid või üldse nn. õhupunktid), või jälle ei ole A-st B-sse näha näiteks vahepealse kõrgendiku tõttu. Olgu aga siiski tarvilik tähistada uusi punkte sirgel AB A ja B vahel. Maamõõtja ühes abilisega võtavad tähised ja lähevad A ja B vahele nii, et nad näeksid üksteist. Oma parema arusaamise järgi lööb nüüd kumbki tähise maasse, üks C_1-sse, teine D_1-sse. C_1 vaatab nüüd B poole ja nõuab, et tähis D_1 asetataks D_2-sse. D_2 vaatab nüüd omakorda A poole ja nõuab, et C_1 asetataks C_2-sse jne. Järk-järguliste lähendustega jõutakse varsti sirgele AB.

Tuleb hoolitseda, et tähised asetseksid vertikaalselt, eriti järsakute ületamisel.

Kui kaugused on suured, nii et palja silmaga sihiajamine on raskendatud, siis tehakse seda binokliga või nurgamõõduriist teodoliidi pikksilma abil, millega tutvume hiljemini (§ 38).

§ 9. **Joonemõõtmine puulattidega.** Joonemõõtmisi toimetatakse praegusel ajal kas puulattidega või teraslintidega maad mööda või õhus. Latid on sirgest kuusepuust, 3—5 m pikad, keskelt veidi jämedamad, otstest peenemad, otsad löödud metalliga. Niiskuse mõju kaitseks värvitakse nad õlivärviga, kusjuures meetrid kordamööda on eri värvi. Mõõtmiste juurde kuulub alati kaks latti ja mõõtmist toimetatakse kahekesi.

Kui mõõdetav sirge on antud oma otspunktidega *A* ja *B* (tarbe korral ka tihendatud lisapunktidega, nagu näidatud § 8), siis asub esimene mõõtja oma latiotsaga *A* juurde, suunates latti sirget mööda



Joon. 6.

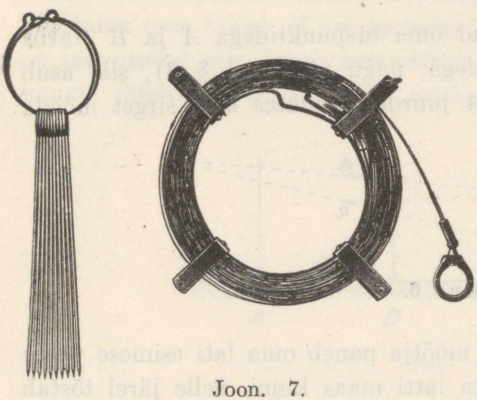
ja hoides teda maas kinni. Teine mõõtja paneb oma lati esimese vastu (muidugi sirge suunas), hoides ka latti maas kinni. Selle järel tõstab esimene oma lati maast üles, ütleb kuuldavalt „üks" ja asetab oma lati teise lati vastu (*B* poole). Selle järel tõstab teine oma lati, ütleb kuuldavalt „kaks", asetab oma lati jälle edasi, jne. Tuleb hoolitseda, et lattide ladumisel eespoolkirjeldatud viisil ei nihutataks eelmist latti. Samuti olgu reegliks, et latt, mis lamab, e i l o e. Loeb ainult latt, mis on juba õhku tõstetud. Sel teel hoidutakse võimalikest eksimustest.

Eestis tarvitatakse lattidega mõõtmist vähe. Valdav enamik joonemõõtmisi toimub teraslintidega.

§ 10. **Joonemõõtmine teraslindiga.** Teraslinte on joonte mõõtmiseks kahte liiki — mõõtmisiks mööda maapinda ja mõõtmisiks õhus. Esimeseks otstarbeks on lindid tugevad, umbes 2 cm laiad, tavaliselt 20 m pikad, kusjuures täismeetrid on märgitud vaskmärkidega ja numbritega, detsimeetrid väikeste aukudega lindi sees. Hinnata saab seega tarbe korral sentimeetreid. Mõõtmise juurde kuuluvad veel raudvardad, millede soovitav arv on 11 (mitte 10), kahe rõngaga. Linti ja vardaid kujutab joon. 7. Mõõtmine toimub kahekesi järgnevalt.

Kui looduses on tähistatud ja signaliseeritud soovitav sirge oma otspunktidega *A* ja *B* (tarbe korral ka tihendatud vahepealsete punkti-

dega), siis tagumine mees võtab ühe tühja rõnga ja ühe varda, mille ta vajutab punkti *A* kohale maa sisse. Esimene mees saab ühe rõnga 10 vardaga. Tagumine mees asetab nüüd lindi nulli varda kohale *A*-s ja suunab esimest meest, et lint oleks sirge *AB* suunas. Selle järel pingutatakse linti umbes 10 kg jõuga ja esimene mees vajutab maa sisse lindi 20 m märgi kohale (kõrvale) ühe varda, öeldes selle peale: „Valmis!" Nüüd tõmbab tagumine mees oma (s. o. *A*) juures oleva varda maa seest välja, paneb ta rõngasse ja esimene mees tõmbab lindi edasi *B* suunas. Kui lindi null jõuab varda juurde, mille esimene mees oli maha vajutanud, siis ütleb tagumine: „Stopp!", asetab lindi nulli varda kohale, suunab jälle esimest meest mõõdetava sirge suunas, jne. Esimene mees asetab seega vardad maha, kuna tagumine korjab neid; maa sees on alati vähemalt 1 varras. Kui esimene mees on kõik tema käes olnud 10 varrast maha asetanud (üks — üheteistkümnes — on alati maa sees, kuna tagumise ja esimese mehe käes olevate varraste summa peab alati olema 10), siis annab tagumine 10 varrast jälle esimesele ja kogu töö jätkub nagu alguses. Varraste arv, mis on tagumise mehe käes rõngas, näitab seega mõõdetud joone pikkust, kusjuures maas olev varras ei loe. Tuleb ainult meeles pidada, mitu korda toimus varraste vahetus esimese ja tagumise mehe vahel. Joonest *AB* ülejääv lõik, mis on vähem kui 20 m, hinnatakse lindi järgi 1 cm täpsusega.



Joon. 7.

Mõõtmiste jaoks õhus tarvitatakse kitsast (4—6 mm) ja õhukest teraslinti, 20, 50 või 100 m pikk. 20 ja 50 m pikkust linti pingutatakse enamasti käsitsi musklitunde järgi umbes 10 kg pingega; mõõtmised toimuvad analoogiliselt laia 20 m teraslindi mõõtmistega. 100 m teraslinti pingutatakse enamasti dünamomeetriga ja eriliste ettevaatusabinõudega saab mõõtmisil tunduvalt suuremat täpsust kui 20 m lindiga. Nende mõõtmistega tutvume tagapool (§ 92).

§ 11. **Joonemõõtmisel nõutav täpsus.** Kõik joonemõõtmised toimetatakse kaks korda — „edasi" ja „tagasi". Paratamatute mõõtmis-

vigade pärast ei tule muidugi mõlemad tulemused täpselt samad. Oma mõju avaldavad nii juhuslikud kui süstemaatilised vead. Nii võime juhuslike vigade hulka lugeda vigu, mis tekivad varraste maasse vajutamisest ja lindi hoidmisest varraste kohal. Süstemaatilised vead on: 1) lindi enese pikkuse viga, 2) ebaühtlase maastiku mõju (osalt süstemaatiline, osalt juhuslik), 3) mõõtmine siksakilist joont mööda sirge asemel jne. Süstemaatilised vead mõjuvad võrdeliselt mõõdetud joone pikkusega, kuna juhuslikud vead mõjuvad võrdeliselt joone pikkuse ruutjuurega (vt. § 76).

Öeldut silmas pidades püstitatakse joonemõõtmise täpsuse kohta tavaliselt nõue, et vahe edasi-tagasi mõõtmisel ei tohi ületada

$$\pm \sqrt{\alpha \cdot s + \beta \cdot s^2},$$

kus s on joone pikkus meetrites ja α ja β on etteantud kordajad. Nagu näeme, haarab esitatud valemi kuju juhuslike ($\sqrt{\alpha s}$) ja süstemaatiliste vigade ($\sqrt{\beta s^2}$) mõju kokku.

Eestis kehtis kuni 1941. a. tavalise joonemõõtmise suhtes nõue, et keskmisel maastikul ei tohtinud vahe edasi-tagasi mõõtmisel ületada meetreis

$$0{,}01\sqrt{1{,}6\,s + 0{,}004\,s^2},$$

kus s tähendas mõõdetava joone pikkust meetreis. Esitatud valemis on $\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ ja $\beta = 4 \cdot 10^{-7}$. Kõval lagedal maal oli lubatav viga 25% võrra väiksem ja mägisel, metsa- ja soomaal 25% võrra suurem (Riigi Teataja 1936, nr. 43, § 155). Nn. sidekäikude mõõtmisil nõuti suuremat täpsust: vahe kahe mõõtmise vahel ei tohtinud ületada keskmisel maastikul

$$0{,}01\sqrt{s + 0{,}001\,s^2}.$$

Saksamaal kehtib tavalise joonemõõtmise kohta nõue, et vahe edasi-tagasi mõõtmistel ei tohi ületada meetreis

heal maastikul $0{,}008\sqrt{s} + 0{,}0003\,s + 0{,}05$,

keskmisel maastikul $0{,}010\sqrt{s} + 0{,}0004\,s + 0{,}05$,

halval maastikul $0{,}012\sqrt{s} + 0{,}0005\,s + 0{,}05$,

kus s tähendab joone pikkust meetreis.

Jämedais joonis võime seega öelda: joonemõõtmise täpsus teraslindiga mööda maad peab olema vähemalt 1:2000 kuni 1:3000.

§ 12. **Kalde parandus. Eklimeeter.** Mõõdetud arvud vajavad parandusi: a) joone kalde, b) lindi temperatuuri ja c) lindi pikkuse pärast.

Et meid huvitab plaani jaoks joone projektsioon horisontaalpinnale, siis

$$l' = l \cdot \cos \alpha,$$

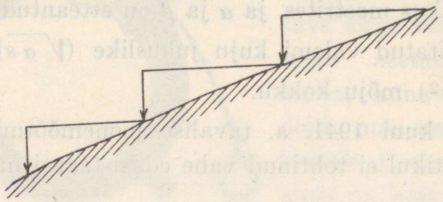
kus l' on projektsiooni pikkus, l — mõõdetud joone pikkus ja α on joone kaldnurk.

Eeltoodud valem ei ole arvutusteks praktiline. On kasulikum arvutada parandus mõõtmisandmeile

$$p = l - l \cdot \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha) = 2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

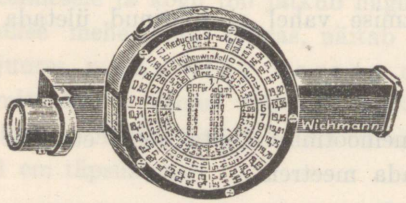
mille võib arvutada arvutuslükatiga.

α ei ole vaja mõõta täpselt; kui ta on alla $1^1/_2{}^0$, siis pole tema mõju vaja üldse arvestada. Mida suurem on α, seda täpsemalt tuleb



Joon. 8.

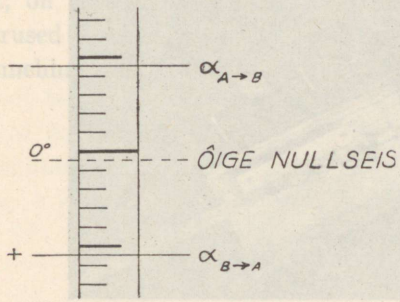
teda mõõta. Mõnekraadise α juures (näit. 2—5°) piisab täiesti 0,2° täpsusest. Ebamäärase reljeefi ja lühikeste järsakute puhul on sageli kasulikum mõõta otse horisontaalprojektsiooni, hoides linti silma järgi horisontaalselt kuni 10 m lõikude kaupa ja projektides need lõigud loe abil maapinnale (vt. joon. 8).



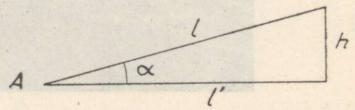
Joon. 9.

Nurga α mõõtmiseks tarvitatakse lihtsaid riistu, nn. eklimeetreid. Levinud on Brandis'e eklimeetrid (vt. joon. 9). See eklimeeter koosneb rattast, mille alumine osa on ülemisest raskem. Seetõttu jääb ratas raskustungi mõjul alati ühesugusesse asendisse horisontaaljoone suhtes, kui ta võib vabalt pöörelda ümber telje, mis läbib ratta tsentri. Ratta serval on kraadijaotused. Eklimeetri kere küljes, mis ühtlasi kannab ka ratta telge, on lihtne sihik. Sihik on tehtud nii, et tema vaateväljas näeme korraga vaadeldavat objekti ja ratta jaotusi.

Eeldusel, et ratta nullseis on õige, annab lugem rattalt otse nurga α (positiivselt tõusunurk, negatiivselt langusnurk), mida loeme sihiku kriipsu abil umbes 0,2° täpsusega. Nullseisu loeme õigeks, kui lugemi 0,0° juures on sihiku vaatesuund horisontaalne. Selle kontrolliks sihime eklimeetriga mingist punktist A mingisse teise punkti B, lugedes nurga α. Selle järel sihime B-st A-sse, lugedes jälle α. Kui lugemid tulevad vaatlusvigade piirides numbriliselt samad (muidugi vastupidiste märkidega), siis on eklimeetri nullseis õige. Vastasel korral on õige α numbriline väärtus keskmine aritmeetiline loetud kahe α numb-



Joon. 10.



Joon. 11.

riliste väärtuste vahel. Nullseis on sel juhul keskmine aritmeetiline loetud kahe α algebraliste väärtuste vahel (vt. joon. 10).

On eklimeetreid, mis annavad mitte α, vaid otse paranduse $(2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2})$ cm-eis 20 m pikkuse peale.

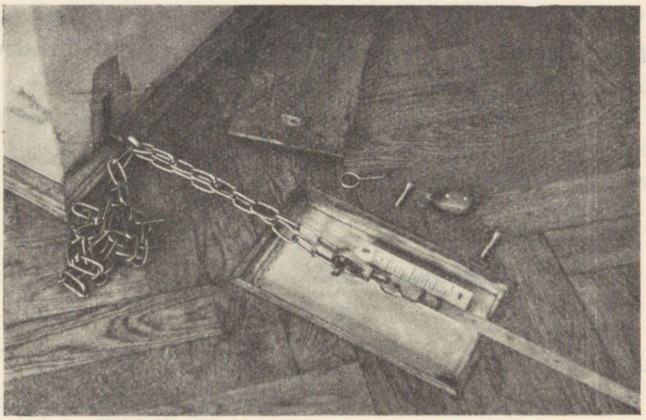
Sageli on meil mõõtmiste juures antud punktide A ja B kõrguse vahe h (näiteks loodimise kaudu) (vt. joon. 11).

Sel juhul pole vaja mõõta ega ka arvutada α. On ju $\frac{h}{l} = \sin \alpha$; seega ligikaudu (sest α pole suur) $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{h}{2l}$;

$$p = 2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \; ; \; p = \frac{h^2}{2l}.$$

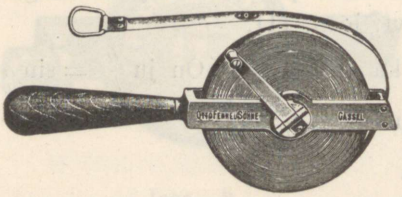
§ 13. **Temperatuuri parandus.** Temperatuuri mõjul teraslint paisub, ümmarguselt 0,0000125 oma pikkusest 1° C kohta. Kui lint on normitud tubase temperatuuri juures (15°—20° C), siis välistemperatuuride puhul, mis on 10° üles- või allapoole nimetatut, tekib viga ümmarguselt 1:8000 mõõdetava joone pikkusest. Seega temperatuuri mõju arvestatakse ainult täpsematel mõõtmistel või eriti madalate või kõrgete mõõtmistemperatuuride puhul. Tavalisil jooksvail mõõtmisil teda enamasti ei arvestata.

§ 14. **Lindi võrdlemine normaalmõõduga.** Lindi pikkust (mingi kindla temperatuuri jaoks) määratakse võrdluse teel mõne normaalmõõduga. Võrdlus toimub erilisel seadeldisel, nn. komparaatoril. Komparaator koosneb kahest metall-skaalast või kiilukujulise otsaga metallitükist kindlal põrandal või müüri küljes, mille kaugus üksteisest



Joon. 12.

on veidi (mõni mm) suurem kui 20 m. Komparaatori otste kaugus üksteisest määratakse täpsete otsameetrite (arvult 2) ladumisega ühest komparaatori otsast teiseni. Et komparaatori otste kaugus üksteisest oli veidi suurem kui 20 m, siis jääb komparaatori lõpul otsameetri ja komparaatori otsa vahel väike lõik üle. See lõik määratakse täpselt erilise teraskiiluga. Teades nüüd komparaatori pikkust, võime temaga võrrelda 20 m linte soovikohaselt. On selge, et jooksvaiks töiks ei ole mõtet võrrelda neid linte täpsemalt kui ± 1 mm. Välistööde puhul on täiesti küllaldane, kui võrdleme linte enne välistööde algust (näit. kevadel) ja pärast välistööde lõppu (näit. sügisel).



Joon. 13.

Joon. 12 näitab Tallinna Tehnikaülikooli Geodeesialaboratooriumi 20 m lintide komparaatori ühte otsa. Viimane on mm-skaala näol kindla põranda sees. Skaala kõrval on näha lint, mis on ketiga kinnitatud samba külge.

Mitmesuguste abimõõtmiste jaoks joonemõõtmisel tarvitatakse sageli terasest või riidest nn. rulette. Riidest ruletid on varustatud vasklõngadega piki ruletti, et vähendada venimise mõju; nad on kergemad ja odavamad, kuid ei anna kunagi terasruleti täpsust. Terasruletti näitab joon. 13.

Ligikaudseil joonepikkuste hindamisil on vahel sammudega mõõtmine küllaldane ja mugav. Kui on määratud mõõtja sammu keskmine väärtus, siis järgneb siit joone pikkus umbes 2% täpsusega. Et pikil kaugusil vabastada mõõtjat tülikast pidevast sammude arvu lugemisest, on kasutusel erilised sammulugejad. Nad on umbes taskukellasuurused ja neid kantakse taskus; sammuja keha põrumine paneb lugemismehhanismi käima.

III peatükk.

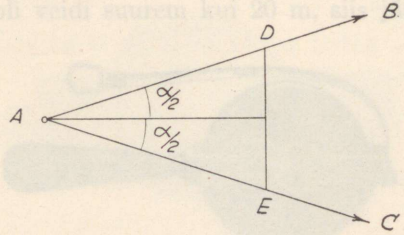
Lihtsamad nurgamõõduriistad.

§ 15. **Nurgamõõtmine teraslindiga.** Nurkade mõõtmist looduses võib hädakorral toimetada ainult teraslindiga. Kui meil on tasane maa, siis võib nurga tipust (A) kanda nurga külgi mööda kummalegi poole ühepikkuse lõigu, näiteks 20 m. Saame punktid D ja E (vt. joon. 14). Nüüd mõõdame lõigu DE. On näha, et

$$\frac{DE}{2AD} = \sin \frac{\alpha}{2},$$

kust leiame α. On arusaadav, et analoogiliselt võib mõõta ka tömpnurka.

Teraslindiga nurga suurust mõõtes ei saa suurt täpsust, eriti kui maapind pole tasane. Parimail juhtudel on mõõtmise täpsus mõni minut. Nurgamõõtmiseks on seega soovitav tarvitada nurgamõõduriistu.

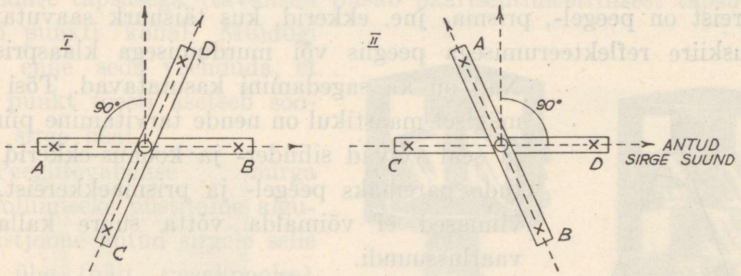


Joon. 14.

§ 16. **Lihtne ekker.** Laialdast rakendamist geodeesias leiab ristjoonte püstitamine (täisnurkade ehitamine) eriliste väikeste ja kergete riistadega — nn. ekkeritega. On ristikujulisi, silinder-, peegel-, prisma-, pentagoonekkereid jne.

Olgu meil antud metallist (hädakorral ka puust) rist enam-vähem ühepikkuste harudega. Olgu risti harudel kinnitatud lihtsad sihikud (puuristil kas või nael). Sihikute abil on meile antud kaks üksteisega enam-vähem risti olevat suunda. Kinnitanud sellise ristikujulise ekkeri kepi otsa, võime siiski ka vigase ekkeriga püstitada sihtimistäpsuse piirides õige täisnurga.

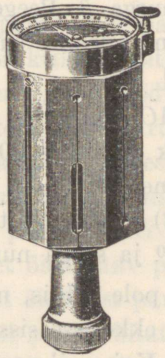
Olgu meil antud sirge ja sellel punkt, milles soovime püstitada sirgele ristjoone. Asetame ekkeri antud punktile ja pöörame teda kepi otsas, kuni sihtimissuund *AB* ühtib antud sirge suunaga (vt. joon. 15, seis I). Sihtides nüüd mööda sihikuid *CD*, laseme abilisel panna selles suunas soovitavasse kaugusse (näit. mõnikümmend m) tähise. Nüüd pöörame ekkerit kepi otsas, kuni s u u n d *CD* ühtib alguses antud sirge suunaga (seis II). Sihtides nüüd mööda sihikuid *BA*, vaatame,



Joon. 15.

kas mahalöödud tähis asetseb *BA* suunas. Kui asetseb, siis on ekker õige ja meil ongi püstitatud täisnurk. Kui ei asetse, siis laseme panna teise tähise viimasele suunale *BA*. Võttes ruletiga kahe tähise poolt antud lõigu keskkoha, saame siiski õige täisnurga (muidugi sihtimistäpsuse piirides), kuna ju ekkeri viga mõjus I seisus ühele poole ja II seisus niisama palju teisele poole.

Ristikujulised ekkerid on kohmakad ja kaasaskandmiseks ebamugavad. Paremad on mitmetahulised, silinder- ja koonus-ekkerid (vt. joon. 16 ja 17), mis koosnevad metallprismast või -silindrist, läbimõõduga kümmekond cm, või koonusest, millesse on sihtimiseks lõigatud pilud (ehk nn. dioptrid). Pilusid (dioptreid) on muidugi vähemalt kaks paari, andes sel teel vähemalt kaks üksteisega risti olevat suunda. Iga piludepaar koosneb ühest silmadioptrist ja ühest esemedioptrist. Silmadiopter on



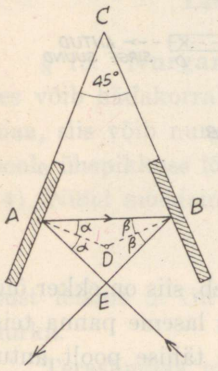
Joon. 16.



Joon. 17.

lihtne õige kitsas sirge pilu; tema juurde asetatakse vaatleja silm. Esemediopter pööratakse vaatlusel vaadeldava eseme (objekti) poole. Ta võiks olla ka kitsas pilu, kuid siis satuks liiga vähe valgust vaatleja silma ja vaadeldav ese oleks halvasti näha. Seepärast tehakse esemediopter laia piluna (mitu mm lai); küllaldase sihtimistäpsuse saamiseks aga on selle laia pilu keskele tõmmatud must jõhv.

§ 17. **Peegelekker.** Mugavamad ja kergemad eespool-nimetatud ekkereist on peegel-, prisma- jne. ekkerid, kus täisnurk saavutatakse valguskiire reflekteerumisega peeglis või murdumisega klaasprismas. Nad on ka sagedamini kasutatavad. Tõsi küll, mägisel maastikul on nende tarvitamine piiratud ja seal võivad silinder- ja koonus-ekkerid osutuda paremaks peegel- ja prismaekkereist, sest viimased ei võimalda võtta suure kallakuga vaatlussuundi.



Joon. 18.

Peegelekker koosneb kolmnurksest metallkarbist, mille sisse on lõigatud sihtimiseks vastavad aknad. Karbi külg on ainult mõni cm pikk. Karbis on kaks väikest tasapinnalist peeglit kinnitatud nii, et nende pinnad moodustavad omavahel nurga 45^0. Olgu joonisel 18 ABC peegelekkeri karp, peeglitega A ja B juures. Nurk C juures olgu 45^0. Langegu valguskiir (EA) kuidagi peeglile punktis A, moodustades ristjoonega A-s (ristjoon on punkteeritud joon) nurga α. Peegeldusseaduse järgi peegeldub kiir teisele poole ristjoont niisama suure nurga α võrra, langedes siis teisele peeglile punktis B. Moodustagu siin kiir ristjoonega B-s mingi nurga β. Peegeldusseaduse järgi peegeldub kiir siis teisele poole ristjoont niisama suure nurga β võrra, võttes suuna BE. Tõestame, et $BE \perp EA$.

Võtame nelinurga $ACBD$. Selles nelinurgas on nurk A juures 90^0, nurk C juures 45^0, nurk B juures 90^0; seega on nurk D juures 135^0. Kolmnurgast ABD järgneb siis: $\alpha + \beta = 45^0$, kuna ju nurk D juures oli 135^0. Seega $2(\alpha + \beta) = 90^0$. Võttes nüüd kolmnurga ABE, saame $2(\alpha + \beta) + \sphericalangle E = 180^0$ ja seega nurk E juures ongi 90^0.

Pandagu tähele, et pole tähtis, missuguse nurga α all langes kiir peeglile A; ikka jäävad ekkerisse sisseminev ja sealt välja reflekteeritud kiir omavahel risti. Kui meil seega ekker käes veidi väriseb (mis on ju loomulik!), siis saame ikkagi täiesti paigalpüsiva pildi. Peegel-

ekkerit pole seega vaja panna kepi otsa, vaid teda hoitakse vabalt käes. Sama kehtib ka prisma- ja teiste nn. optiliste ekkerite kohta. Peegelekkeri välisvaadet esitab joon. 19.

Peegelekker võimaldab püstitada antud sirgele ristjoont eeldusil, et a) peeglitevaheline nurk on 45° ja et b) meie asetseme ekkeriga antud sirge peal soovitud punktis. Viimase eelduse täitmiseks pannakse ekkeri külge lood (nöör raskusega) ja jälgitakse, et lood vaatluse ajal asetseks küllaldase täpsusega (tavaliselt piisab paarisentimeetrilisest täpsusest) antud punkti kohal. Muidugi tuleb enne seda veenduda, et meie punkt tõesti asetseb soovitud sirge peal.



Joon. 19.



Joon. 20.

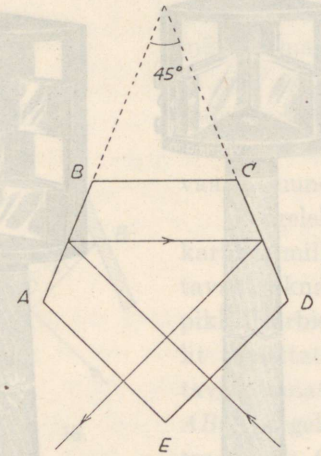
Peeglitevahelise nurga kontrollimiseks püstitame alguses ristjoone antud sirgele selle sirge ühe (näit. vasakpoolse) otsa (tähise) järgi. Vasakpoolne sirge ots (tähis) paistab meil ekkeri peeglis olevat sirgega ristsuunas. Saates abilise soovitud kaugusse (näit. mõnikümmend m) ja sihtides ühtlasi „poole silmaga" läbi ekkeri vastava akna, või ka üle ekkeri serva, laseme abilisel panna tähise soovitud suunas (tähist tuleb suunamisel hoida vertikaalselt, vt. § 8). Selle järel püstitame analoogiliselt ristjoone sirge parempoolse otsa (tähise) järgi. Kui mõlemad „ristjooned" praktiliselt ühtivad, on ekker õige, s. o. peeglitevaheline nurk on 45°. Kui „ristjooned" ei ühti, tuleb ekkerit õiendada. Õienduseks on ekkeri kere küljes kruvid — ühe peegli „tõukamiseks" ja „tõmbamiseks" väikestes piirides. Vabastades ettevaatlikult ja vähe „tõukajaid" ja pingutades niisama ettevaatlikult „tõmbajaid" (või vastupidi!) saavutame paari proovi järel peeglite õige seisu. Ühtlasi tuleb aga ka veenduda, et õiendatav peegel ei jääks loksuma, vaid et kõik kruvid oleksid pärast õiendust parajal määral pingul.

On arusaadav, et peegelekkeri poolt ehitatav nurk on üldiselt 2α, kus α on peeglitevaheline nurk. Kui α on näiteks 90°, siis võime säärase peegelekkeriga püstitada nurga 180°. See tähendab, et sellise ekkeriga

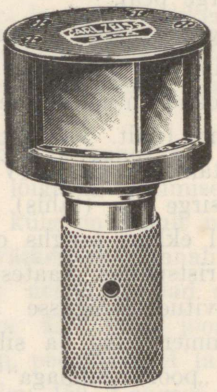
(kui ta on õiendatud!) võime kontrollida, kas me asetseme antud sirgel või mitte, ilma et tarvitseks minna sirge otspunkti sihtima. See on praktikas sageli väga mugav.

Joon. 20 näitab mitme peegliga ekkerit; kaks neist moodustavad omavahel nurga 90^0, kaks aga tavalise nurga 45^0.

§ 18. **Pentagoonekker.** Peegelekker on odavaim nn. optilisist ekkereist. Teoreetiliselt on peegelekkeriga analoogilise konstruktsiooniga parim (ja kalleim) lihtsaist ekkereist nn. pentagoonekker.



Joon. 21.

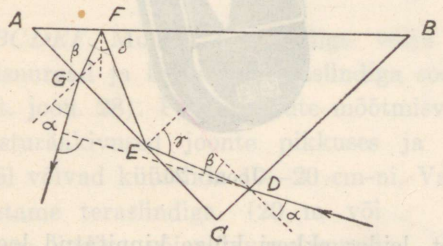


Joon. 22.

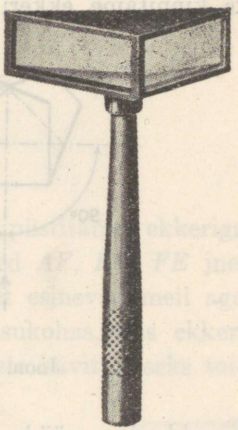
Pentagoonekker koosneb viisnurksest klaasprismast *ABCDE* (vt. joon. 21). Tahud *AB* ja *CD* moodustavad omavahel nurga 45^0. Nurk *E* juures on täisnurk (90^0). Nurgad *A* ja *D* juures on seega $112^1/_2{}^0$. Tahk *BC* on õieti saadud ainult terava nurga äralõikamise näol ja pole tähtis, missugused on nurgad *B* ja *C* juures. Tahud *AB*, *BC* ja *CD* on amalgaamitud ja metalliga kaetud. Vabad on tahud *AE* ja *ED*. On arusaadav, et kui tahule *ED* langeb valguskiir risti tahuga, siis läheb ta prismasse murdumata ja kiirte käik prismas on täiesti analoogiline kiirte käiguga peegelekkeris. Et *E* juures on täisnurk, siis sel juhul ka prismast väljuv kiir ei murdu.

Üldisel juhul, kui kiir ei ole tahuga risti, tekib muidugi murdumine. On aga selge, et prisma s e e s ei muutu midagi. Ja et *E* juures on täisnurk, siis sisseminev ja väljatulev kiir murduvad ühele poole ühepalju, jäädes seega ikka omavahel risti. Joon. 22 kujutab pentagoonekkeri välisvaadet.

§ 19. **Prismaekker.** Nn. prismaekker koosneb kolmnurksest klaasprismast; üks nurk prismas on täisnurk, kuna teised kaks on kumbki 45^0. Kiirte käik prismaekkeris on näidatud joon. 23. Olgu meil prisma ABC. Langegu valguskiir kaatetile BC, moodustades ristjoonega punktis D nurga α; murdumisseaduse järgi kiir murdub, liginedes ristjoonele D-s, nii et $\beta < \alpha$. Punktis E moodustab valguskiir ristjoonega kaatetile CA nurga γ, kusjuures $\gamma + \beta = 90^0$. Peegeldusseaduse järgi tekib täielik sisepeegeldus, kui $\gamma > 41^0$; kiir peegeldub siis edasi nurga γ all, langedes hüpotenuusile AB punktis F. Hüpote-



Joon. 23.



Joon. 24.

nuus on amalgaamitud ja pealt metalliga kaitstud. Kui kiir langes punkti F nurga all δ, siis ta reflekteerub hüpotenuusist jälle sama nurga δ all. On lihtne näha, et $\delta = \gamma - 45^0$, sest nurk A juures on 45^0. Edasi on lihtne tõestada, et kiir FG moodustab ristjoonega kaatetile AC nurga β ja seega kiir prismast väljudes moodustab murdumisseaduse järgi jälle algnurga α ristjoonega kaatetile AC. Et meil C juures on täisnurk, siis järelikult prismasse sisseminev ja sealt väljatulev kiir moodustavad ka omavahel täisnurga. Prismaekkeri välisvaadet kujutab joon. 24.

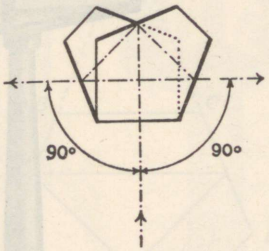
Pentagoon- ja prismaekkereid ei saa õiendada; neid võib soovi korral ainult kontrollida. Kui nad aga kord õiged on, siis jäävad nad ka selleks. Selles on nende üks paremus peegelekkeritega võrreldes.

On ekkereid, mis koosnevad kahest prisma- või pentagoonekkerist. Kumbki neist üksikult annab täisnurga, üks aga ühele ja teine teisele poole; kahe peale kokku annavad nad seega nurga 180^0. Need

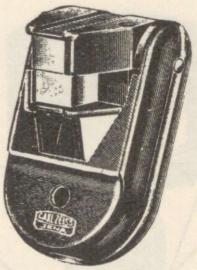
ekkerid võimaldavad seega mugavalt kontrollida, kas me asetseme sirge peal. Joon. 25 näitab Zeissi kahekordse pentagoonekkeri skeemi, joon. 26 sama ekkeri välisvaadet.

§ 20. **Ekker iseseisva mõõduriistana.** Ekkeriga lahendame kahesugust ülesannet: a) antud sirgel asetsevast punktist tõmmata sellele sirgele ristjoon ja b) antud punktist väljaspool antud sirget tõmmata sellele sirgele ristjoon.

Esimese ülesande lahendus on meil juba teada ekkerite teooria käsitlusest. Tuleb ainult hoida ekker töö ajal antud punkti kohal, milleks kinnitame ekkeri külge loe. Teise ülesande lahendamiseks kõn-



Joon. 25.



Joon. 26.

nime ekkeriga mööda antud sirget, leides ekkeri külge kinnitatud loe järgi sirgel koha — ristjoone aluse —, kus punktist tõmmatud ristjoon lõikab sirget. Tavaliselt on meil sirge realiseeritud looduses 20 m teraslindiga, mille pealt võime teha lugemid ekkeri loe järgi. Teraslinti tõmbame mööda sirget edasi tarviduse järgi 20 m lõikude kaupa.

Ekkerite poolt antav täpsus on umbes 2—3′. Täpse töö juures ei ole seega soovitav võtta ristjooni üle 60—70 m pikkusega.

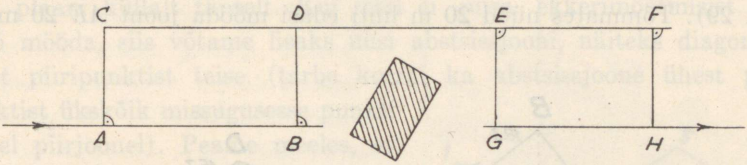
Kasutades ainult ekkerit ja teraslinti, võime lahendada terve rea praktikas esinevaid ülesandeid, milleks võtame siin mõned näited.

N ä i d e 1. Olgu meil vaja pikendada antud sirge sihti, kuigi sirgel esineb mingi takistus (näiteks hoone). Võtame sirgel enne takistust kaks punkti A ja B paarikümne m kaugusel üksteisest (vt. joon. 27). Püstitame A-s ja B-s sirgele ekkeriga ristjooned ja võtame teraslindi abil t ä p s e l t $AC = BD$. Pikendades nüüd sirget CD teisele poole takistust, võtame sellel sirgel jälle kaks punkti E ja F paarikümne m kaugusel üksteisest. Püstitades E-s ja F-s ekkeriga ristjooned ja võttes $EG = FH = AC$, saame GH sirge AB pikendusena teisele poole takistust.

On arusaadav, et kuigi ekkeriga ristjoonte püstitamisel esineb väike (paariminutiline) viga, siis esitatud võttega saame sirge pikenduse sellest veast vabana.

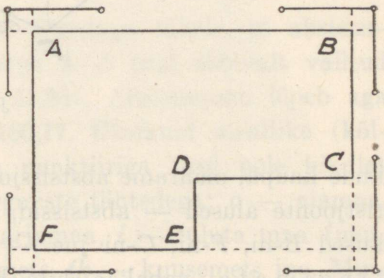
Esitatud ülesanne on ühtlasi ka näide paralleeljoonte tõmbamise kohta ekkeriga ja teraslindiga.

N ä i d e 2. Olgu meil vaja looduses märkida — „tikutada" — plaani andmeil väiksema või keskmise suurusega hoone nurgad



Joon. 27.

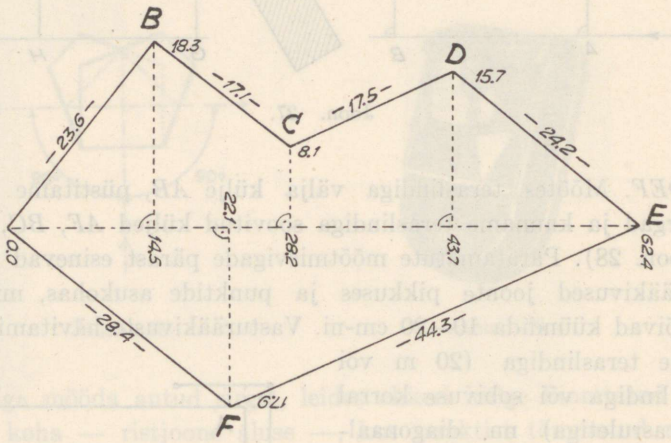
ABCDEF. Mõõtes teraslindiga välja külje *AB*, püstitame ekkeriga täisnurgad ja kanname teraslindiga soovitud küljed *AF*, *BC*, *FE* jne. (vt. joon. 28). Paratamatute mõõtmisvigade pärast esinevad meil aga vasturääkivused joonte pikkuses ja punktide asukohas, mis ekkeri tööl võivad küündida 10—20 cm-ni. Vasturääkivuste hävitamiseks toimetame teraslindiga (20 m või 50 m lindiga või sobivuse korral ka terasruletiga) nn. diagonaalkontrolle järgnevalt. Lööme iga nurgapunkti lähedale maa sisse kolm vaia vastavalt joonisele, kus vaiad on tähistatud ringikestega. Vaiade külge kinnitame lauad, nii et laudade kaugus hoone alusmüürist oleks 1—2 m. Pikendades nüüd külgi *AB*, *AF*, *BC* jne. laudadeni, lööme viimaseile vastavais kohtades naelad või lõikame täkked. Tõmmates mööda naelu või täkkeid nöörid või traadid, saame esialgsed hoone alusmüüride asukohad. Nüüd kontrollime, kas diagonaalid *AC*, *BF* jne. vastavad arvutustele. Kui nad vastavad, siis on kõik korras, kui aga mitte, siis on mõõdetud diagonaali pikkusest kohe näha, kuhu poole ja umbes kui palju tuleb nihutada punkti, et saada täisnurka. (Punkte *A* ja *B* kui lähtepunkte me loomulikult ei nihuta.) Parandame laudadel vastavalt naelte või



Joon. 28.

täkete asukohti, kuni on igal pool saadud nõutav täpsus (näit. 1—3 cm piirides). Lõplikud naelte või täkete asukohad jäävad siis müürsepale juhiseks.

N ä i d e 3. Olgu meil maatükk *ABCDEF*, millest soovime valmistada plaani ainult ekkeri ja teraslindi abil. On kasulik, kui meil on peale selle veel terasest (hädakorral ka riidest) rulett. Mõõtmisteks kasutame nn. koordinaatide meetodit. Valime pikima diagonaali *AE* (kui võimalik!) abstsiss- ehk *X*-jooneks, abstsisside nulliga *A*-s (vt. joon. 29). Tõmmates nüüd 20 m linti edasi mööda joont *AE* 20 m lõi-

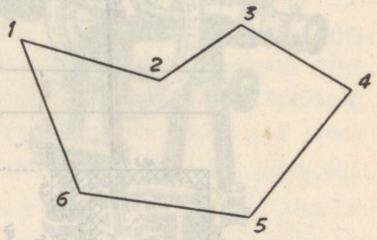


Joon. 29.

kude kaupa, määrame abstsissjoonel punktidest *B*, *F*, *C* jne. tõmmatud ristjoonte alused — abstsissid, mõõtes ühtlasi ruletiga ristjoonte pikkused *B*-ni, *F*-ni, *C*-ni jne. — ordinaadid. Mõõtmiste juurde kuulub t i n g i m a t a vabakäe skits, kuhu märgime abstsissjoone ja punktiirina ordinaatjooned. Abstsisside ja ordinaatide arvulised suurused kirjutatakse skitsile nii, et numbrid oleksid vastava joonega risti ja et ordinaatide numbrite jalad oleksid abstsissjoone poole (vt. joonis 29). Heaks mõõtmiste kontrolliks on, kui mõõdame teraslindiga ka küljed *AB*, *BC* jne., märkides nende pikkused skitsile, nagu näidatud joonisel.

§ 21. **Ekker abiriistana.** Enamikul töist tarvitame ekkerit abiriistana, milles seisab ka tema peamine tähtsus. Olgu meil juba antud rida punkte looduses mõnede täpsemate mõõtmisvõtetega, s. o. olgu meil teada nende punktide vahelised kaugused — sirged, nur-

gad vastavate sirgete vahel jne.[1]. Olgu meil näiteks juba teada antud maa-ala ümbritsevate piirjoonte pikkused ja nurgad joonte vahel. Sel juhul võtame kõik piirjooned kordamööda abstsissjoonteks (s. o. jooned 1—2, 2—3 jne., vt. joon. 30) ja mõõdame ekkeriga kõik soovitavad maastikudetailid 50—70 m seespool piirjooni (tarbe korral ka väljaspool piirjooni nõutavas ulatuses). Korrapäratute looduslike esemete puhul võtame ekkeriga iseloomulikumad kontuuride kohad ja kontuurid ise nii tihedalt, et ekkeri andmete järgi võib pärast joonistada plaani küllalt täpselt. Kui meil ei piisa ekkerimõõtmisist piirjooni mööda, siis võtame lisaks uusi abstsissjooni, näiteks diagonaale ühest piiripunktist teise (tarbe korral ka abstsissjoone ühest piiripunktist ükskõik missugusesse punkti mõnel piirjoonel). Peame meeles, et üldiselt lühemate ordinaatjoontega töötamisel võidame töökiiruses. Numbrid ekkeriskitsil — abstsisside ja ordinaatide suurused — tuleb kirjutada samuti, nagu oli mainitud eelmises paragraafis. Ei tohi unustada mõõta ja märkida ka abstsissi numbrilist väärtust iga abstsissjoone lõppunktis, mis annab tarviliku kontrolli.



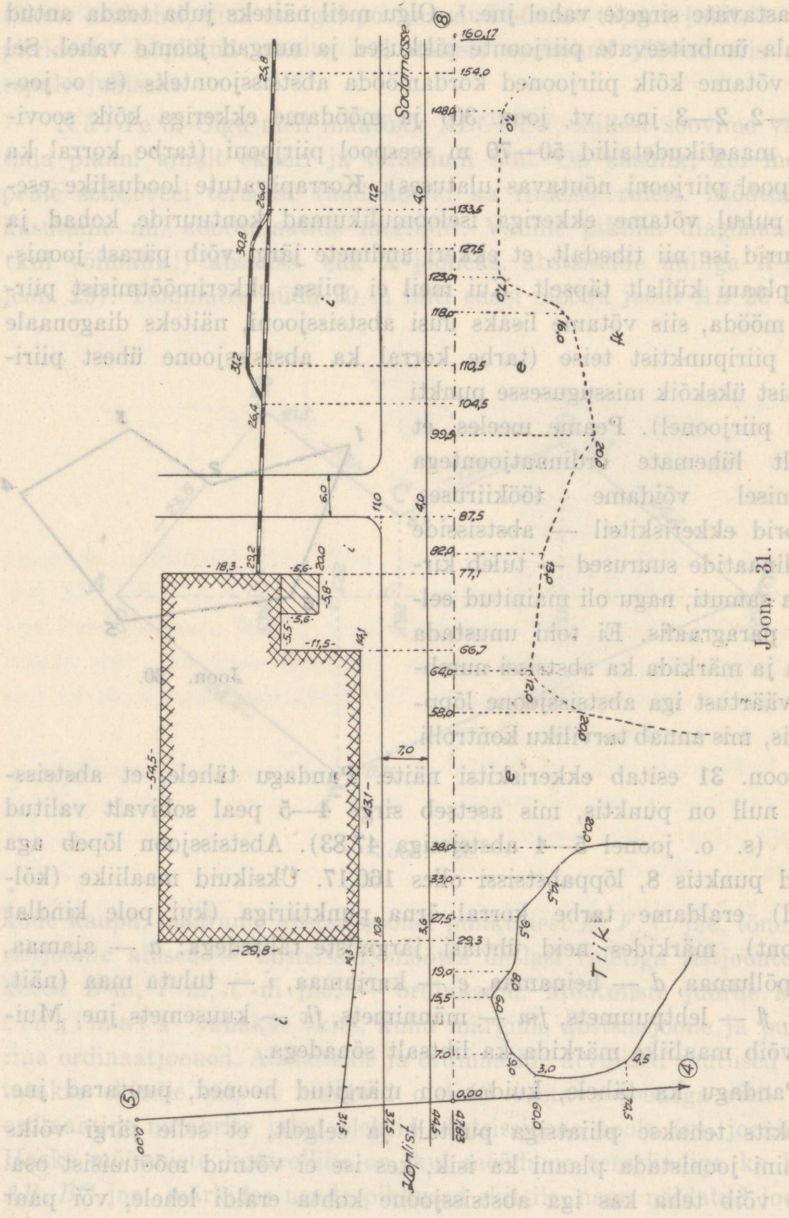
Joon. 30.

Joon. 31 esitab ekkeriskitsi näite. Pandagu tähele, et abstsissjoone null on punktis, mis asetseb sirge 4—5 peal sobivalt valitud kohas (s. o. joonel 5—4 abstsissiga 47,83). Abstsissjoon lõpeb aga tuntud punktis 8, lõppabstsissi olles 160,17. Üksikuid maaliike (kõlvikuid) eraldame tarbe korral õrna punktiiriga (kui pole kindlat piirjoont), märkides neid ühtlasi järgmiste tähtedega: *a* — aiamaa, *b* — põllumaa, *d* — heinamaa, *e* — karjamaa, *i* — tuluta maa (näit. õued), *fl* — lehtpuumets, *fm* — männimets, *fk* — kuusemets jne. Muidugi võib maaliike märkida ka lihtsalt sõnadega.

Pandagu ka tähele, kuidas on märgitud hooned, puutarad jne.

Skits tehakse pliiatsiga puhtalt ja selgelt, et selle järgi võiks hiljemini joonistada plaani ka isik, kes ise ei võtnud mõõtmisist osa. Skitse võib teha kas iga abstsissjoone kohta eraldi lehele, või paar abstsissjoont kokku ühele lehele, varustades iga skitsi selge pealkirjaga, mille kohta ta käib ja millal ja kelle poolt ta on mõõdetud.

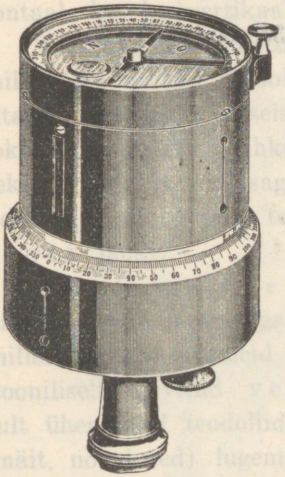
[1] Vt. VII ptk. „Polügooni mõõtmised", lk. 97, ja XIII ptk. „Triangulatsioon", lk. 210.



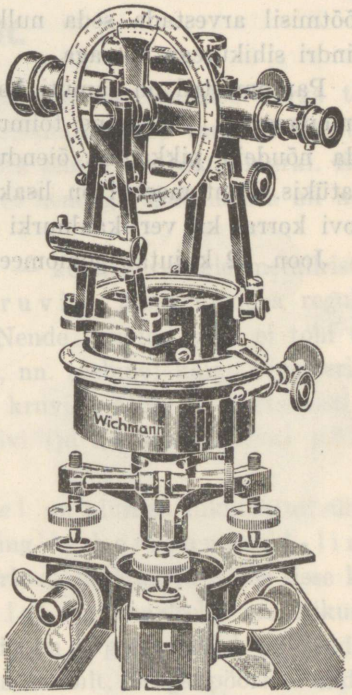
§ 22. **Goniomeeter ja pantomeeter.** Lihtsamaist riistadest meelevaldse nurga mõõtmiseks nimetame siin goniomeetrit ja pantomeetrit. Esimene koosneb kahest silindrist ühisel vertikaalteljel; ülemist silindrit võib vastava kruvi abil liigutada alumise suhtes verti-

kaaltelje ümber. Kummalegi silindrile on sisse lõigatud sihtimispilud (analoogiliselt silindrilise ekkeriga). Ülemise silindri serval oleva nooniuse[1] abil võib teha lugemeid alumiselt silindrilt paariminutilise täpsusega. Riist asetatakse lihtsale statiivile (hädakorral ka kepi otsa).

Goniomeetriga võib mõõta meelevaldseid horisontaalnurki, asetades riista nurga tippu ja tarvitades korraga mõlema silindri sihikuid nii, et alumise silindri sihikud oleksid suunatud nurga ühte külge mööda ja ülemise silindri sihikud nurga teist külge mööda. Lugem alumisel silindril annab nurga väärtuse, kui ei esine nullpunkti viga (vt. allpool). Seda võtet võib tarvitada, kui meil on niisugune



Joon. 32.



Joon. 33.

statiiv, mis võimaldab soovi kohaselt alumist silindrit nihutada statiivil mugavalt ja täpselt.

Goniomeetriga võib nurka mõõta ka teisiti, tarvitades ainult ülemise silindri sihikuid. Sihime algul ühte nurga külge mööda ja teeme lugemi; selle järel sihime teist nurga külge mööda ja teeme jälle lugemi. Lugemite vahe on nurga väärtus.

[1] Nooniuse kirjeldust vt. IV ptk. „Teodoliit", § 26.

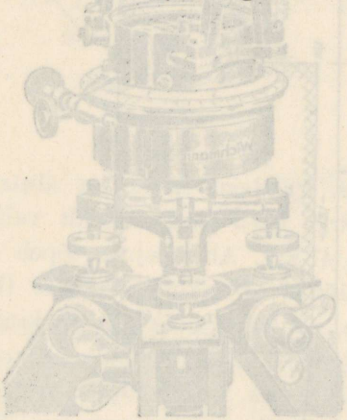
Goniomeeter vajab järgmisi kontrolle:

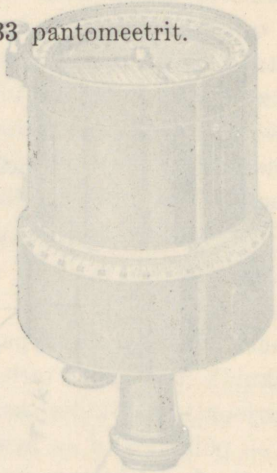
1) Kui riist on tööseisus (mille kontrolliks on väike ümmargune vesilood ülemisel silindril), siis peavad sihikuil esemedioptri jõhvid olema vertikaalsed. Kontrolliks laseme mingist kõrgemast kohast (näit. majaaknast) rippuda nööri raskusega ja vaatame, kas sihiku vaatesuund praktiliselt ühtib nööri suunaga. Eitaval korral tuleb parandada jõhvide seisu.

2) Kui ülemise ja alumise silindri vaatesuunad ühtivad, peab lugem alumisel silindril olema täpselt 0°. Eitaval korral tuleb nurgamõõtmisil arvestada seda nullpunkti viga juhul, kui töötame kahe silindri sihikutega korraga.

Pantomeetril on samuti kaks silindrit ühisel vertikaalteljel, nagu goniomeetrilgi. Sihtimine toimub aga pikksilmaga. Seega esineb siin rida nõudeid pikksilma õienduse kohta, millega tutvume järgmises peatükis. Pantomeetril on lisaks vertikaalringi sektor, mille abil võib soovi korral ka vertikaalnurki mõõta.

Joon. 32 kujutab goniomeetrit ja joon. 33 pantomeetrit.





IV peatükk.

Teodoliit.

§ 23. **Teodoliidi osade üldkirjeldus.** Meelevaldse nurga täpseks mõõtmiseks (horisontaal- ja vertikaalsuunas) tarvitatakse teodoliiti. On teodoliite, millega saab mõõta ainult horisontaalnurki. Enamasti on aga teodoliidid ehitatud nii, et nendega saab mõõta nii horisontaal- kui ka vertikaalnurki.

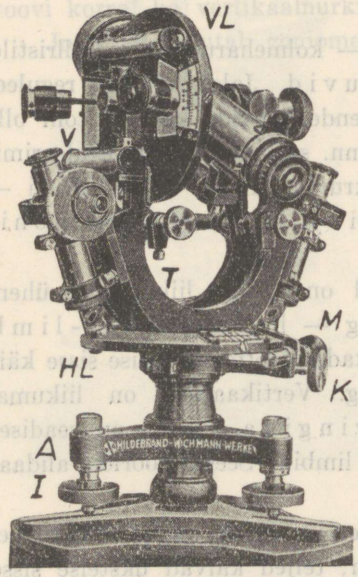
Teodoliidi kere toetub *alusele* — kolmeharulisele metallristile, mille sisse käivad teodoliidi *jalakruvid*. Jalakruvidega reguleeritakse vertikaaltelje seisu töö ajal. Nende kruvide käik ei tohi olla loksuv ega ka liialt tihke, vaid paras, nn. seebine; käigu reguleerimiseks on jalakruvidel sageli vastavad kruvid. Aluse — metallristi — keskkohal all on pesa teodoliidi statiivi (ja ka kastis oleva) *põhikruvi* jaoks.

Nn. *lihtsail teodoliitidel* on alusega liikumatult ühendatud täpsete jaotustega horisontaalring — *horisontaal-limb*, millelt tehakse lugemeid horisontaalnurkade mõõtmisil. Aluse sisse käib kooniliselt lihvitud *vertikaaltelg*. Vertikaaltelg on liikumatult ühendatud teodoliidi *alidaadringiga*, millel on seadised (näit. nooniused) lugemite tegemiseks limbilt. Seega pöörleb alidaad limbi suhtes ümber vertikaaltelje.

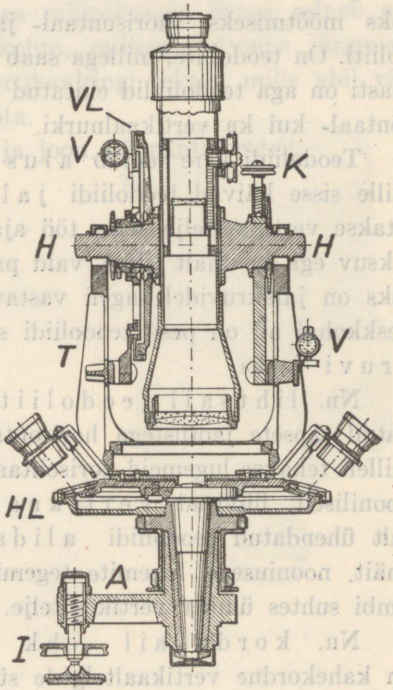
Nn. *korduvail ehk repetitsioonteodoliitidel* on kahekordne vertikaaltelgede süsteem; teljed käivad üksteise sisse. Võib pöörata alidaadi limbi suhtes (ümber ühe vertikaaltelje), kuid ka limb on meelevaldselt pööratav teodoliidi aluse suhtes (ümber teise vertikaaltelje). Meil on seega võimalus suunata limbi nulli meelevaldselt, mis sageli on kasulik. Korduvad teodoliidid on seega paremad, kuid muidugi ka kallimad lihtsaist teodoliitidest [1].

[1] Öeldu kehtib ainult tavaliste väiksemate teodoliitide kohta. Suuremail teodoliitidel on sageli ainult üks telgede süsteem, kuid limb on siiski nihutatav.

Ringide liikumisvabaduse lõpetamiseks (ringide kinnitamiseks) ja soovitavaiks peenliigutusiks on iga vertikaaltelje jaoks oma *areteerimis- ehk kinnituskruvi* ühes *peenliigutus- ehk mikromeetrilise kruviga*. Lihtsail teodoliitidel on kumbagi kruvi seega 1, korduvail — 2. Nende kruvide seadise skeem on esitatud joon. 36. Seadis koosneb rõngast ümber vastava telje. Kinnituskruvi *k* abil võime rõnga pressida telje ümber ja nüüd takistab hammas *h* telje vaba pöörlemist. Ainult peenliigutuskruvi *m* abil saab telge peenelt pöörata, kusjuures vedru *v* teisel pool hammast hoiab loksumise eest. Kinnituskruvi lahti olles võime aga telge (korduvail teodoliitidel soovi järgi kas limbi- või alidaaditelge) pöörata vabalt ja meelevaldselt.



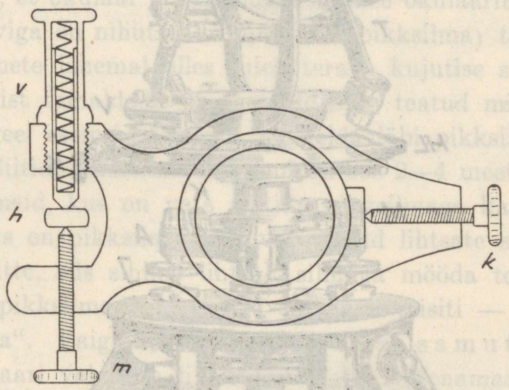
Joon. 34.



Joon. 35.

Alidaadring kannab enesel *pikksilma tugiposte*; tugipostide otsad moodustavad *laagrid* horisontaaltelje jaoks. Laagreil lamab pikksilmaga liikumatult ühendatud ja temaga risti olev *horisontaaltelg*. Selle telje otsi, mis lamavad laagreil, nime-

tatakse t a p p i d e k s. Pikksilm on pööratav ümber horisontaaltelje üles-alla. Tema kinnitamiseks ja peenliigutuseks on samuti areteerimis- ja mikromeetriline kruvi. Pikksilma horisontaaltelje ühe otsa külge on liikumatult kinnitatud täpselt jaotatud vertikaalring — v e r t i k a a l - l i m b; viimane võtab seega osa pikksilma liikumisist ümber horisontaaltelje. Vertikaal-limbilt lugemite tegemiseks on vertikaalringi alidaad, mis vanemail süsteemidel oli sageli liikumatult ühendatud pikksilma tugipostiga. Moodsail süsteemidel on vertikaalringi alidaad veidi nihutatav vastava peenliigutuskruviga; alidaadi seisu kontrollib aga tema küljes olev vesilood.



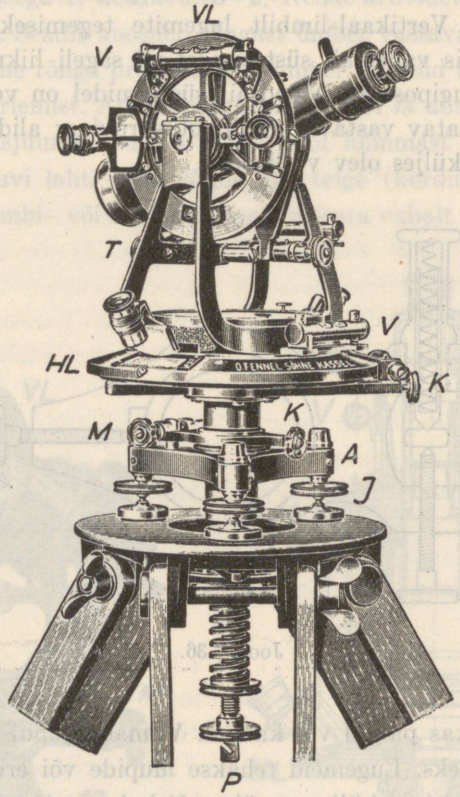
Joon. 36.

Limbid on kas paljad või kaetud. Viimasel juhul on kattel aknad lugemite tegemiseks. Lugemeid tehakse luupide või eriliste mikroskoopide abil. Alidaadringi küljes on üks või kaks vesiloodi, mis kontrollivad teodoliidi vertikaaltelje seisu töö ajal. Pikksilma tugipostide vahel asetseb sageli nn. b u s s o l i k a r p, millega tutvume tagapool.

Eeldame, et meil töö ajal teodoliidi vertikaaltelg on vertikaalne, horisontaaltelg horisontaalne ja pikksilma sihtimissuund risti horisontaalteljega. Sel juhul võime teodoliidiga mõõta a i n u l t h o r i s o n t a a l n u r k i (meid läbivate vertikaaltasapindade vahel) v õ i v e r t i k a a l n u r k i. Nurki meelevaldses tasapinnas teodoliit ei mõõda.

Joon. 34 näitab Hildebrand'i ühekordse vertikaalteljega teodoliiti „trummelmikroskoopidega" (vt. § 27). Joon. 35 näitab läbilõiget Fennel'i kahekordse vertikaaltelgede süsteemiga teodoliidist (seesmine telg

on valge), joon. 37 sama teodoliidi välisvaadet. Joonistel: *A* — alus, *I* — jalakruvid, *P* — põhikruvi, *K* — kinnituskruvi, *M* — peenliigutuskruvi, *HL* — horisontaal-limb, *T* — pikksilma tugipost, *H* — horisontaaltelg, *VL* — vertikaal-limb, *V* — vesiloed.



Joon. 37.

§ 24. **Pikksilm.** Füüsikast teame, et optiliste läätsede kohta kehtib põhivalem $\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f}$, kus D tähendab vaadeldava eseme kaugust läätsest, d — läätse poolt antud kujutise kaugust teisel pool läätse ja f — läätse fookuspikkust. Praegusaegseis pikksilmades koosnevad aga teatavasti nii objektiiv kui okulaar vähemalt kahest läätsest. Seega kerkib küsimus, kuidas on lugu niisuguse läätsede kombinatsiooni fookuspikkusega.

Olgu meil ühisel optilisel peateljel kaks läätse, fookuspikkustega f_1 ja f_2, kaugusel a üksteisest. Sel juhul mõjuvad need kaks läätse

kokku nii, nagu oleks seal üksainus lääts, fookuspikkusega f_0, kus

$$f_0 = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - a}.$$

Valemi tõestuse jätame siin ära. Kui meil seega on liitsüsteem (kas objektiivis või okulaaris), siis võime seda süsteemi vaadelda kui ühte läätse teatud kindla fookuspikkusega, kui a on muutumatu.

Et geodeesias on vaadeldavad esemed mitmesuguseil kaugusil pikksilma objektiivist, siis läätsede põhivalemi järgi on d muutlik suurus. Seega peab olema võimalus muuta pikksilma „toru pikkust", s. o. peab olema võimalik pikksilma fokuseerida. Vanemail pikksilmasüsteemidel toimub see nii, et okulaar on kinnitatud erilise okulaaritoru külge, mis kremaljeerkruviga on nihutatav objektiivi (pikksilma) toru sees. Vaadeldavate esemete lähemal olles tuleb terava kujutise saamiseks okulaari objektiivist eemaldada ja vastupidi. On teatud minimaalne piir, milleni saab veel esemeid teravalt vaadelda läbi pikksilma. Tavaliste väikeste teodoliitide pikksilmade puhul on see 2—4 meetrit.

On juhtumeid, kus on vaja sihtida pikksilmaga ka lähemale kui 2—4 m. Selleks on pikksilm vahel varustatud lihtsate sihikutega toru küljes; kui mitte, siis sihime lihtsalt silmaga mööda toru serva.

Moodsad pikksilmad ehitatakse enamasti teisiti — nn. „seesmise fokuseerimisega". Paigalseisva objektiivi ja samuti paigalseisva okulaari vahel on liigutatav lisalääts (enamasti negatiivne) (vt. joon. 35). Pikksilma toru on seega kinnine ja muutumatu pikkusega; lisaläätse vastava kruvi abil parajasse kohta seades saame alati toimida nii, et objektiivi poolt antav kujutis tekib õigesse kohta okulaari ette kõigi vaadeldavate esemete kauguste kohta ∞ kuni 2—3 m. Seesmise fokuseerimisega pikksilmad on mitmeti paremad vanemaist süsteemidest: a) nad annavad suuremaid suurendusi lühemate torupikkustega, b) et torud on kinnised, siis mõjub töökohal esinev tolm, niiskus jne. neile vähem kui vanemate süsteemide torudele, kus pidi esinema liikuv okulaaritoru; samuti on torud ise kindlamad; c) esineb paremusi optilisel kaugusemõõtmisel [1]. Tuleb silmas pidada, et neis moodsais pikksilmades on meil objektiiv liitsüsteem, kus läätsedevaheline kaugus on muutuv. (Valemis f_0 kohta on siin a muutuv suurus ja seega f_0 ise ka muutuv.)

Pikksilma objektiivi proovimiseks sihime temaga paarikümne m kaugusele valgele paberilehele, millele enne seda oleme joonestanud

---

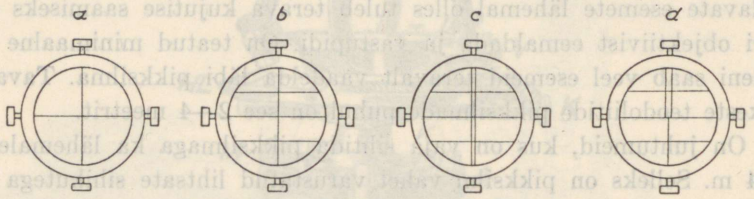
[1] Vt. XI ptk. „Tahhümeetria", lk. 175.

musta tušiga ruudu, võrdkülgse kolmnurga ja ringi raadiusega või küljega à 1—2 cm. Pikksilma poolt antavad kujutised peavad tulema teravad, selged ega tohi olla moondunud. Samuti ei tohi tekkida kujutisil värvilisi servi, välja arvatud õige õrnad sinakad ääred. Olgu märgitud, et tuntud optikafirmade poolt valmistatud objektiivid tavaliselt ei jäta midagi soovida.

Pikksilma poolt antav suurendus sõltub objektiivi ja okulaari fookuspikkustest, kuna ju suurendus s on

$$s = f_{obj.} : f_{ok.} .$$

Seesmise fokuseerimisega pikksilmade juures on suurendus seega muutlik suurus, kuna ju $f_{obj.}$ on muutuv. Suurenduse muutumine on aga tavaliselt nii väike, et seda pole märgata ilma erilise mõõtmiseta. On



Joon. 38.

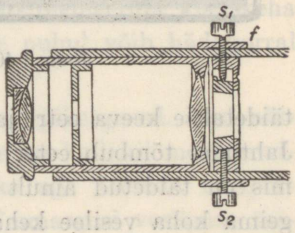
arusaadav, et pikksilma suurendus, vaatevälja suurus ja vaadeldava eseme heledus (valgustugevus) on omavahel seotud; muutes ühte neist, muutuvad kohe ka teised. Kui suurendada näiteks suurendust (s. o. võttes vastava okulaari), väheneb kohe vaateväli ja väheneb ka vaadeldava objekti heledus; peale selle mõjub õhu värisemine võrdeliselt suurendusega. Me ei saa seega kõike head korraga ja oleme sunnitud leppima teatud keskmiste väärtustega. Tavaliste väikeste teodoliitide pikksilmadel võetakse suurendus ümmarguselt 15—20 korda. Teodoliitide pikksilmad on varustatud nn. astronoomilise okulaariga, mis annab vaadeldavast esemest ümberpöördud pildi.

Sihtimise otstarbeks on pikksilm varustatud n i i t r i s t i k u g a. Niitristiku kujusid on mitmesuguseid, nagu näitab joon. 38. Lihtsaimal kujul koosneb niitristik ühest vertikaal- ja ühest horisontaalniidist, millede lõikekoht on sihtimispunkt. Me näeme hiljemini [1], et optiliseks kaugusemõõtmiseks on soovitav, et horisontaalniite oleks 3, nagu näha ka joon. 38 b—d. Vahel on ka 2 vertikaalniiti kasulikumad kui üks jne. Niitristik kinnitatakse metallrõngale — diafragmale —, mis on kruvi-

[1] Vt. XI ptk. „Tahhümeetria", lk. 175.

dega kinnitatud pikksilma toru külge; samade kruvide abil võib niitristikut nihutada pikksilma suhtes igas soovitud suunas. Moodsail teodoliitidel on nimetatud kruvid kaetud erilise kattega (rõngaga). Teodoliidi tööseisus olles peab vertikaalniit olema vertikaalne (ja horisontaalniit horisontaalne). Kontroll vertikaalsuunas toimub pikksilma üles-alla nihutamisega mikromeetrilise kruviga, vaadeldes ühtlasi pikksilmas, kas vaadeldav ese jääb kogu aeg vertikaalniidile. Joon. 39 kujutab moodsat liitokulaari, mille ette (paremal) on kinnitatud niitristik.

Niitristik valmistatakse suuremail ja täpsemail riistadel ämblikupesa niitidest, mis kinnitatakse diafragmale vahaga või lakiga. Väiksemail vanemail riistadel on niitristik kas tavalisest ämblikuvõrgust, metall- või klaasniitidest. Moodsail väiksemail riistadel on niitristik tavaliselt graveeritud väikesele klaasplaadile, mis on kinnitatud diafragmale; selle paremuseks on, et ta ei purune nii kergesti kui eelmised, kuid graveerimine nõuab suurt täpsust. Niitristik on tavaliselt ikka otse okulaari ees, jäädes pikksilma okulaari toru külge (moodsail riistadel seega terve pikksilma toru külge), kui eemaldame okulaari. Erandina võiks nimetada, et vanadel riistadel, nn. Huygens'i okulaaril asetseb niitristik okulaari läätsede v a h e l; seega on seda süsteemi okulaaridel igaühel oma niitristik, mis on muidugi ebamugav. Et niitristik on okulaari toru küljes, siis tuleb pidada reegliks, et pikksilma suunamisel e i l ü k a t a k s teda okulaari otsast. Viimane on ju õrn ja me võiksime lükates rikkuda sihtimissuunda.

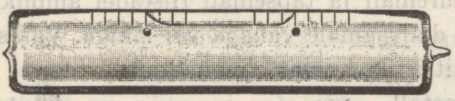


Joon. 39.

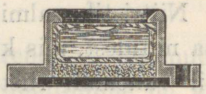
Sihtimisel ja mõõtmisel tuleb hoolitseda selle eest, et nii vaadeldava eseme kujutis kui ka niitristik oleksid mõlemad samas pinnas. Sel puhul on mõlemad selgesti näha ega esine nn. p a r a l l a k s i. Kui vaadeldava eseme kujutis ja niitristik ei asetse ühes pinnas (see pind on okulaari toru sees), siis nihkuvad ju eseme kujutis ja niitristik üksteise suhtes, kui liigutame silma okulaari juures. Seda näivat suhtelist nihkumist nimetataksegi parallaksiks. Parallaks hävitatakse järgnevalt: 1) pikksilm suunatakse vastu taevast (valget pilve) või ka lihtsalt vastu käeshoitavat valget paberilehte ja lükatakse okulaari tema kestas sisse või välja, kuni nähakse niitristikut selgelt ja teravalt ilma silma pingutamata; 2) selle järel suunatakse pikksilm vaadeldavale esemele ja keeratakse fokuseerimiskruvi, kuni ese on samuti näha teravalt ja selgelt; 3) nüüd peab parallaks olema hävinud. Kontrolliks liigutatakse

silma okulaari juures, jälgides, kas on veel eseme nihkumist niitristiku suhtes. Kui veel esineb parallaksi jälgi, siis tuleb korrata niitristiku ja eseme fokuseerimist.

§ 25. **Vesilood.** Vesiloed valmistatakse klaasist kas ümmargustena või pikergustena. Ümmargune vesilood on tükk kerapinda, mille seesmine pind on lihvitud. Pikergune vesilood on ühtlase kumerusega klaastoru; see toru on seestpoolt samuti libedaks lihvitud. Vesiloed



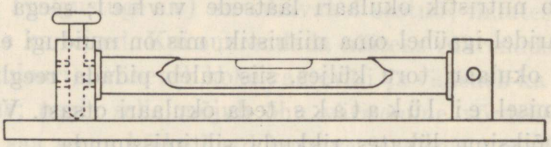
Joon. 40.



Joon. 41.

täidetakse keeva eetri ja piirituse seguga ja suletakse siis õhukindlalt. Jahtudes tõmbub eeter kokku ja tekib tühi koht — vesiloe mull —, mis on täidetud ainult eetriaurudega. Vesiloe mull võtab alati kõrgeima koha vesiloe kehas.

Vesiloe klaaskeha tuleb tarvitamiseks asetada vastavasse metallraami. Ümmargused vesiloed kinnitatakse raami kipsiga valades või korgiga. Pikergused vesiloed suletakse raami korgi või paberi abil. Vesiloe klaaskeha ei tohi olla surutud vastu metalli, kuid ei tohi ka



Joon. 42.

raamis loksuda; hea tihendusvahend on kork või paber. Klaasi seesmisel pinnal on ümmargustel vesiloodidel graveeritud ring, pikergustel vesiloodidel aga rida kriipse, vahemikkudega umbes 2—2$^1/_2$ mm (vt. joon. 40).

On ümmargusi ja pikergusi vesiloode eraldi raamides omaette riistadena (vt. joon. 41 ja 42). Neid võib asetada tasapinnale, mis meid huvitab, ja määrata sel teel, kui palju ja kuhu poole on tasapind viltu. Tõepoolest, eeldusel, et vesilood on õiendatud, on mulli seisust kohe näha, missugune suund tasapinnal on kõrgem. Õiendatud vesiloe all mõistame vesiloodi, mille mull on siis keskel, kui vesiloe raami all asetsev tasapind on horisontaalne. Mulli seis sõltub ju klaaskeha

asetusest raami suhtes. Vesiloe kontroll toimub vesiloe ümbertõstmisega (loomulikult koos raamiga) 180° võrra. On arusaadav, et kui (ümbritsevate muude esemete suhtes) enne ümbertõstmist mull näitab näiteks vasakule ja pärast ümbertõstmist niisama palju paremale, siis on tasapind antud suunas horisontaalne, vesilood ise aga vigane. Kui vastupidi vesiloe mull mõlemal juhul näitab ümbritsevate esemete suhtes ühepalju ühele poole, siis on vesilood õige, tasapind aga vastavale poole kallakil. Üldisel juhul esinevad mõlemad vead; vesiloe ümbertõstmisega saame neid lahutada. Ühtlasi saame ka vesiloodi õiendada. Õiendamine toimub pikerguste vesiloodide puhul vastavate raami küljes olevate kruvidega, milledega saab reguleerida klaaskeha asendit raami suhtes. Ümmarguste vesiloodide puhul võib hädakorral õiendamiseks lihvida kas või raami aluspinda.

Ümmargused vesiloed on vähem täpsed kui pikergused. Nad näitavad meile aga kohe ühe pilguga, kuhu poole on kallakil meid huvitav tasapind. Pikergune vesilood tuleb selleks aga asetada tasapinnale kahte üksteisega risti olevasse suunda. Ümmargusi vesiloode tarvitataksegi üldiseks ülevaate saamiseks, kui pole vaja suurt täpsust; täpsematel töödel tarvitatakse ainult pikergusi vesiloode. Joon. 41 kujutab ümmargust, joon. 40 ja 42 pikergust vesiloodi.

Teodoliitidel on alati kinnitatud alidaadringi külge pikergune vesilood, millega võime seada teodoliidi vertikaaltelje töö ajaks vertikaalseks. Muidugi peab teodoliit siis asetsema kindlal alusel või statiivil. Ühtlasi õiendame ka vesiloodi, nii et ta oleks vertikaalteljega risti. Teoreetiliselt oleks õige töökäik järgmine:

1) Pöörame alidaadi nii, et vesilood jääks umbes teodoliidi mingisuguse kahe jalakruvi suunas. Teeme lugemi limbil. Keerame neid kahte jalakruvi, üht ühtepidi, teist teistpidi (kahe käega korraga), kuni vesiloe mull tuleb täpselt keskele.

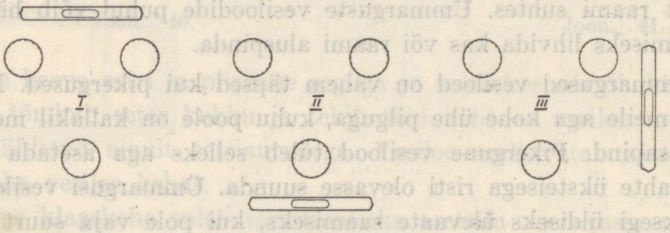
2) Pöörame alidaadi täpselt 180°, tehes limbilt vastava lugemi. Kui vesiloe mull jääb keskele, siis võime öelda, et vesilood on vertikaalteljega risti ja vertikaaltelg antud kahe jalakruvi suunas (ainult!) on õiges asendis.

Kui mull kaldub kõrvale, siis sunnime ta keskele asetuma, parandades umbes poole kõrvalekaldumisest jalakruvidega, poole vesiloe enese reguleerimiskruvidega. Nüüd pöörame jälle tagasi 1. asendisse, s. o. täpselt 180°, vaadates, kas mull jääb keskele. Mulli võimalik kõrvalekaldumine on nüüd tunduvalt väiksem. Parandame jälle, pool jalakruvidega, pool vesiloe reguleerimiskruvidega. Pöörame jälle

2. asendisse jne. (vt. joon. 43), kuni mull ei kaldu enam kõrvale. Nüüd on vesilood risti vertikaalteljega.

3) Pöörame alidaadi silma järgi umbes 90°, nii et vesilood tuleks umbes kolmanda jalakruvi suunda. Mulli kõrvalekaldumise puhul sunnime ta keskele asetuma, pöörates a i n u l t seda kolmandat jalakruvi. Nüüd on ka vertikaaltelg vertikaalne ja mull jääb keskele, kuhu me ka alidaadi pööraksime.

Esitatud teoreetiline viis on aegaviitev. Praktikas toimetatakse veidi teisiti, pidades silmas, et jooksvalt töös olevail riistadel on ju vesilood ikka enam-vähem risti vertikaalteljega. Kui riista ülesseadmisel esineb mulli kõrvalekaldumine, siis võime selle panna peaasjalikult vertikaaltelje viltuse asendi süüks. Praktiline töökäik oleks järgmine:



Joon. 43.

1) Pöörame alidaadi nii, et vesilood oleks enam-vähem kahe mingisuguse jalakruvi suunas. Pöörame jalakruvisid, üht ühtepidi, teist teistpidi (kahe käega korraga), kuni mull tuleb keskele. Limbi lugem jääb aga ära.

Nüüd pöörame vesiloe kohe umbes kolmanda jalakruvi suunda ja ainult seda jalakruvi pöörates sunnime mulli umbes keskele asetuma. Me võime selle järel öelda, et vertikaaltelg on ligikaudu vertikaalne, kuna me ju eeldasime, et vesilood on ligikaudu risti vertikaalteljega. Ja et vertikaaltelg on nüüd ligikaudu vertikaalne, siis võime ära jätta alidaadi pööramise täpselt 180° võrra, mis on aegaviitev. Me pöörame edaspidi alidaadi ainult ligikaudu — silma järgi.

2) Pöörame alidaadi silma järgi umbes 180° algasendi suhtes. Vesilood jääb nüüd esimese kahe jala suunas, ainult vastupidi algseisule. Kui mull jääb keskele, on vesilood risti vertikaalteljega ja me võime kohe edasi minna 3. asendi juurde. Kui mull kaldub kõrvale, parandame poole jalakruvidega, poole vesiloe reguleerimiskruvidega. Pöörame alidaadi silma järgi jälle tagasi algasendisse. Mulli

kõrvalekaldumise puhul parandame poole jalakruvidega, poole vesiloe kruvidega. Pöörame silma järgi 180° jne. Tavaliselt on 2—3 pööramisega kõik korras, s. o. vesilood on vertikaalteljega risti.

3) Pöörame vesiloe umbes kolmanda jalakruvi suunda. Parandades *ainult* jalakruviga, sunnime mulli keskele asetuma. Nüüd on vertikaaltelg vertikaalne. Kirjeldatud protsess võtab tavaliste väikeste teodoliitide juures aega ainult paar minutit või vähemgi.

On teodoliite, mille alidaadringile on kinnitatud 2 üksteisega risti olevat vesiloodi. Kui need vesiloed on õiendatud, s. o. kui nad on risti riista vertikaalteljega, siis võib vertikaaltelge seada vertikaalseks, töötades kolme jalakruviga korraga, ilma alidaadi pööramata, kuni mõlema vesiloe mullid on keskel. Vesiloode tuleb eelkirjeldatud viisil õiendada kumbagi omaette. Kahe vesiloe kasu seisab selles, et vesilood hoiab oma õiendatud seisu pikemat aega (mitu tundi või isegi mitu päeva), teodoliiti tuleb aga üles seada võib-olla mitukümmend korda päevas. Me võidame seega kahe vesiloega kiiruses ja mugavuses.

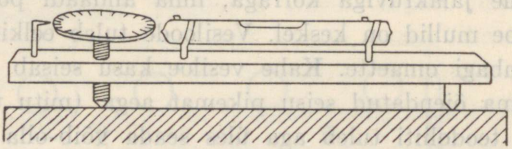
Meid huvitab sageli vesiloe täpsus ja kvaliteet. Vesiloe toru kumerus peab olema konstantse raadiusega; mida täpsemalt see tingimus on täidetud, seda parem. Vesiloe jaotuse väärtuse all mõistame nurka, mille võrra on vaja kallutada vesiloodi, et tema mull nihkuks ühe jaotuse võrra edasi. On selge, et mida väiksem on vesiloe jaotuse väärtus, seda täpsem on vesilood ja seda suurem on tema raadius. Väiksemate tavaliste teodoliitide küljes olevate vesiloodide jaotuse väärtus on umbes 0,5 kuni 2′. Nivelliiride [1] küljes olevad vesiloed on jaotuse väärtusega 10—30″. Täpseimatel nurgamõõduriistadel on vesiloodide jaotuse väärtused 1″ või vähemgi.

Vesiloe jaotuse väärtust võib määrata ja väärtuse ühtlust (kvaliteeti) parimini uurida erilisel riistal — vesiloe eksaminaatoril. See koosneb metallkangist kindlal alusel. Üks kangi ots on meelevaldselt tõstetav väga täpse kruvi pööramisega. Kangi peale pannakse uuritav vesilood. Kui on teada kruvi pöörangu väärtus, järgnevad siit vesiloe kallutamise nurgad. Kõrvutades neid samaaegselt vaadeldud mulli nihkumisega, saamegi määrata vesiloe jaotuse väärtust ja kvaliteeti. Eksaminaatori skeemi kujutab joon. 44.

Et eksaminaator on kallis riist, siis lihtsas praktikas kasutatakse teda harva. Vesiloe jaotuse *ligikaudset* väärtust saab aga määrata ka teodoliidi (või nivelliiri) enesega järgnevalt. Sihime teodoliidiga (või nivelliiriga) vertikaalsele cm-jaotustega latile paari-

[1] Vt. VIII ptk. „Geomeetriline nivellimine ehk loodimine", lk 116.

kümne meetri kaugusel, ühtlasi pöörates teodoliiti nii, et vesilood asetseks enam-vähem mingi jalakruvi suunas. Kinnitame pikksilma areteerimiskruvi. Pöörame nüüd jalakruvi nii, et vesiloe mull oleks emmakumma otsa poole, kuid et mulli mõlemad otsad oleksid vabad ja selgelt loetavad. Loeme mulli asukoha ja teeme pikksilma horisontaalniidi järgi lugemi latilt mm täpsusega. Pöörame nüüd jalakruvi nii, et mull nihkuks mitme jaotuse võrra (vesiloe teise otsa poole). Loeme jälle mulli asukoha ja teeme pikksilma lugemi latilt. Mõõdame teodoliidi kauguse latist (paari cm täpsus on küllaldane). Lati lugemite vahe jagatud teodoliidi kaugusega latist annab nurga, mille võrra



Joon. 44.

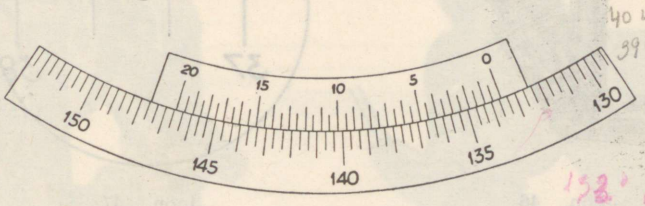
kallutasime teodoliiti. Sellest nurgast ja vaadeldud vesiloe mulli nihkumisest järgneb vesiloe jaotuse väärtus.

§ 26. **Limbi lugemine nooniustega ja skaalamikroskoopidega.** Väiksematel teodoliitidel on limbi jaotused kas iga $^1/_2$, $^1/_3$ või $^1/_4{}^0$ takka. On arusaadav, et kui meie alidaadil oleks ainult lihtne kriips — indeks —, siis lugemi täpsus limbilt poleks küllalt hea. Täpsuse tõstmiseks varustatakse alidaad erilise astmikuga — skaalaga —, mida nimetatakse n o o n i u s e k s ehk v e r n j e e k s. Veel paremat täpsust annavad skaalamikroskoobid, mikromeeter-mikroskoobid ja optilised mikromeetrid.

Olgu meil limb, mis on jagatud iga $^1/_3{}^0$ ehk 20′ takka. Olgu alidaadil võetud vahemik, mis vastab 39 jaotusele limbil; see vahemik olgu aga jaotatud 40 osaks (vt. joon. 45, kus limbi jaotused on all, alidaadil üleval). Seega iga kahe jaotuse (kriipsu) vahemik alidaadil on võrdne $\frac{39}{40}$ limbi kriipsude vahemikust. Limbi ja alidaadi kriipsude vahemikud erinevad seega $1 - \frac{39}{40} = \frac{1}{40}$ limbi kriipsude vahest $= 0{,}5'$, kuna ju limb oli jaotatud iga 20′ takka. Arvu 0,5′ nimetame nooniuse täpsuseks. Üldisel juhul saame nooniuse täpsuse järgnevalt. Asetame alidaadi nulli täpselt limbi mingi ümmarguse arvuga kriipsu kohale. Alidaadi nooniuse skaala lõpul langevad limbi ja alidaadi kriipsud jälle kokku. Loeme kriipsude arvu alidaadil ja limbil kuni kokkulangemi-

seni (kointsidentsini). Arvude vahe peab olema 1. See vahe, s. o. 1, jagatud alidaadi nooniuse kriipsude arvuga, annabki limbi jaotuse vahemikes nooniuse täpsuse.

Teeme lugemi joonisel 45 antud pildi järgi. Lugem tehakse alati alidaadi nooniuse nulli järgi. Me näeme, et lugem on 133° 20′ ja veel midagi peale. Kui palju? Loeme nooniuse kriipse 0-st kointsidentsini limbi kriipsudega; leiame 36. Et nooniuse täpsus oli 0,5′, siis teeb see 18,0. See arv tuleb liita 133° 20′ juurde. Limbi lugem on seega 133° 38,0′. Pandagu tähele, et mehaanik pole märkinud nooniuse numbreid vastavalt tema kriipsude arvule 0-st, vaid poole väiksematena. Me teeme seega kointsidentsi kohal ka nooniuse numbrite järgi



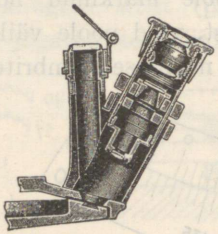
Joon. 45.

lugemi 18,0. Seega võime ka nooniuse numbrite järgi kohe öelda, et nooniuse täpsus on 0,5′. Tegelikult on seisukord alati nii, et mehhaaniku poolt on numbrid märgitud nii ülevaatlikena, et ainsast pilgust piisab nooniuse täpsuse määramiseks ja lugemi tegemiseks limbilt ilma kriipsude arvu lugemiseta. Lugemite hõlbustamiseks varustatakse nooniused enamasti luupidega. Tuleb silmas pidada, et luup tuleb alati lükata lõpplugemi tegemisel nii, et kointsidentsi koht oleks enam-vähem luubi vaatevälja keskel. Samuti tuleb silm hoida luubi kohal otse.

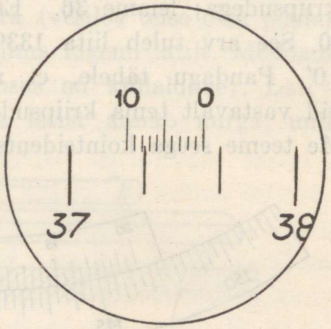
Skaalamikroskoopteodoliitidel tehakse lugemid limbilt väikeste mikroskoopidega, mis on kinnitatud alidaadi külge ja mille suurendus on üldiselt suurem kui noonius-teodoliitide luupidel. Mikroskoopidel on vaatevälja sisse kinnitatud peenikeste jaotustega skaala; me näeme seega vaateväljas korraga mikroskoobi skaalat ja limbi jaotusi. Skaalamikroskoobi läbilõiget kujutab joon. 46 (Fennel). Skaala kriipsude vahe on tavaliselt 1 või 2′. Skaala nulli järgi tehakse lugem, hinnates kümnendiku osa skaala jaotuse väärtusest. Joon. 47 näitab skaalamikroskoobi vaatevälja, skaala jaotustega 2′. Lugemi täpsus on 0,2′. Lugem on 37° 20′ + 7,7 jaotust = 37° 35,4′.

Me näeme hiljemini, et limbi lugemiseks tarvitatakse kahte nooniust või mikroskoopi, mis on üksteisest 180° eemal. Lõpplugemiks

võetakse keskmine kahest mikroskoobist. Kui meil on skaalad, mis on jaotatud iga 2′ takka, siis pole mõtet lugeda kummalgi mikroskoobil skaala jaotusi, korrutada neid kahega ja pärast keskmise võtmisel jälle jagada kahega. Me loeme seega kummalgi mikroskoobil skaala jaotused ja liidame need; saadud summa ongi lõpplugem. Meil oli näi-



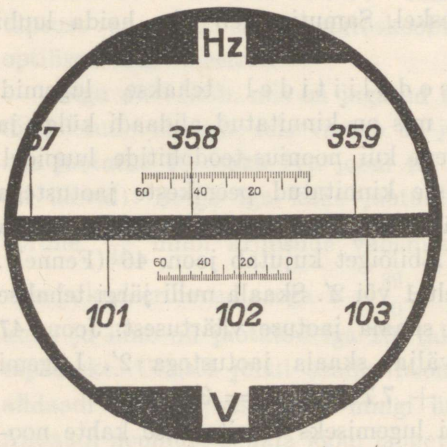
Joon. 46.



Joon. 47.

teks joon. 47 järgi I mikroskoobil lugem 37° 20′ + 7,7 jaotust. Olgu teisel mikroskoobil lugem 217° 20′ + 7,8 jaotust, siis on lõpplugem 37° 35,5′.

Joon. 48 näitab Zeissi teodoliidi tüüp IV skaalamikroskoobi vaatevälja. Korraga on näha horisontaalringi lugem (üleval) ja vertikaalringi lugem (all). Limbi jaotused on ainult iga kraadi takka, skaala olles 60 jaotust pikk; iga jaotus vastab seega 1′. Lugem horisontaallimbil on 358° 42,5′, vertikaallimbil 102° 22,7′. Pandagu tähele, et skaalamikroskoopidel skaala jaotuste suund läheb vastupidi limbi jaotuste suunaga. Limbi jaotuste numeratsioon läheb teodoliitidel tavaliselt möödapäeva.

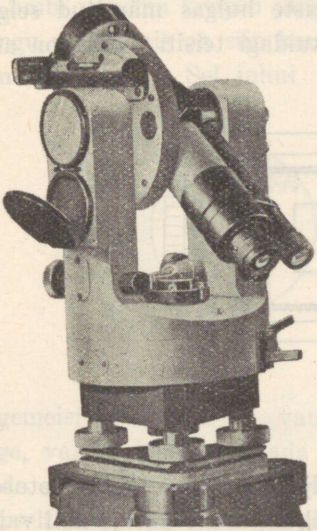


Joon. 48.

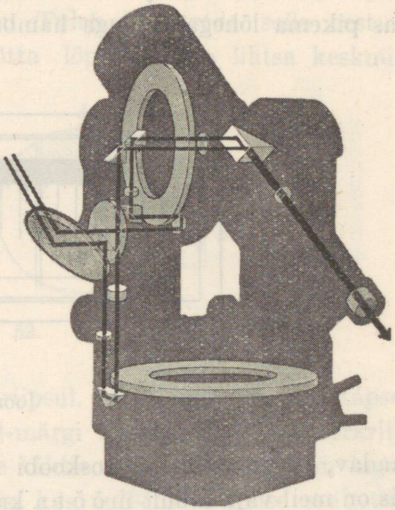
Zeissi teodoliit tüüp IV on huvitav selle poolest, et tema limbid on klaasist. Limbide lugemid tehakse väikeses pikksilmas, mis on teodoliidi pikksilma kõrval. Prismade süs-

teemi abil reflekteeritakse limbi lugemid nii horisontaal- kui ka vertikaal-limbilt kõrvuti lugemi-pikksilma. Joon. 49 kujutab selle teodoliidi välisvaadet, joon. 50 riista skemaatilist läbilõiget.

On skaalamikroskoopteodoliite, kus skaalad on noonius-süsteemis. Skaalamikroskoope tuleb vahel kontrollida, kas näiv skaala pikkus võrdub täpselt kahe limbi naaberkriipsu vahemikuga. Kui mitte, siis tuleb parandada, nihutades skaalat mikroskoobi sees.



Joon. 49.



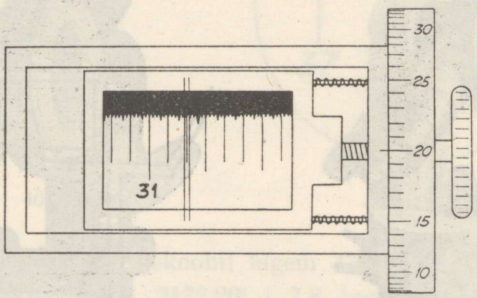
Joon. 50.

§ 27. **Limbi lugemine mikromeeter-mikroskoopidega ja optilise mikromeetriga.** Mikromeeter-mikroskoop koosneb liigutatavast metallraamist („kelgust") mikroskoobi vaateväljas. Kelgu liigutamine toimub peene käiguga, täpselt lõigatud mikromeetrilise kruviga, millel on suur pea („trummel") jaotustega. Trumlil võib teha lugemeid vastava indeksi järgi. Kelk kannab 1 või rohkem — tavaliselt 2 üksteisele lähedast paralleelset — peenikest niiti.

Mikromeetriline mõõtmine põhineb tõsiasjal, et inimese silm on väga tundlik ja täpne sümmeetria hindamisel väikeses ulatuses, kuid meelevaldset kaugust hindab silm ebatäpselt. Kui meil on näiteks kaks peenikeste kriipsudega skaalat üksteise kohal või üksteise vahenditus naabruses, siis võime väga täpselt hinnata, kas mõni skaala kriips asetseb täpselt teise kohal või mitte. Seda inimese silma omadust kasutatakse mikromeetri juures järgnevalt. Olgu meil mõni eriline märk mik-

Ex bibl. univ. Tart.

roskoobi vaateväljas ülalpool keskkohta (hammas, lõhe või muud säärast), mis on liikumatult ühendatud mikroskoobiga. Olgu meil kruvi „trummel" reguleeritud nii, et lugem trumlil oleks null siis, kui niitide paar on kruviga nihutatud eelnimetatud märgi kohale. Seda märki nimetame siis null-märgiks. Tegelikult tehakse analoogilisi märke mikroskoobi vaatevälja sageli rohkem kui üks, ja nimelt nii, et kruvi iga täispöörangu järel null-märgist vasakule ja paremale asetseksid märgid (hambad või lõhed). Mikroskoobi vaateväljas tekib neist märkidest siis kammi mulje. Null-märk on teiste hulgas märgitud selgelt kas pikema lõhega, auguga hambas või kuidagi teisiti. Nüüd on aru-



Joon. 51.

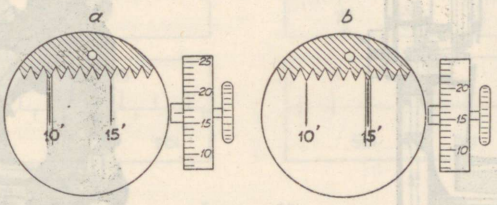
saadav, et kui meil mikroskoobi vaateväljas on näha limbi jaotused, siis on meil vaja ainult m õ õ t a kruviga nihutatavate niitide abil vahemik null-märgi ja limbi jaotuste vahel, et saada limbi lugemises tunduvalt suuremat täpsust kui senikirjeldatud meetoditega.

Olgu meil joonisel 51 näha limbi kriips 31° ja olgu limbil kriipsud iga 5′ takka. Olgu üks kruvipöörang võrdne üheminutilise vahemikuga, s. o. 5 pöörangut võrdsed limbi kahe naaberkriipsu vahemikuga. Me näemegi kammi lõhedega iga 1′ takka. Olgu „trummel" jaotatud 60 osaks. Siis võime selle mikromeetriga mõõta sekundeid või isegi sekundi murde. Et meil null-märgil oli lugem juba niikuinii null, siis pole vaja teha muud, kui nihutada kruviga niitide paar null-märgile lähema limbi kriipsu peale. M i l l a l niitide paar asetseb täpselt limbi kriipsu kohal, seda hindab silm väga peenelt. Selle järel teeme lugemi: täisminutid „kammilt", sekundid ja soovi korral veel murrud „trumlilt". Me leiame: 31° 13′ 20,0″. Lugemi reaalne täpsus sõltub limbi jaotuse ja mikromeetri kruvi headusest.

Mikroskoobi objektiiv tuleb nihutada nii, et mikromeetrikruvi pöörang oleks limbi suhtes niisugune, nagu ta peab olema. Kui limbil

on näiteks jaotused iga 5′ takka, kamm iga 1′ takka, siis peab 5 kruvipöörangut ka andma võrdlemisi täpselt 5′ vahemiku limbil. On arusaadav, et seda võib saavutada siiski teatud piiratud ulatuses ja 5 kruvipöörangut üldiselt ei ole täpselt 5′. Vahet kruvipöörangu väärtuse ja limbi vastava osa väärtuse vahel tähistatakse ingliskeelse sõnaga „run". Run määratakse, mõõtes mikromeetrikruviga null-märgi vahet mitte üksnes limbi noorema, vaid ka vanema naaberkriipsu suhtes.

Näiteks on lugem joonisel 52 limbi noorema kriipsu järgi 13′ 16,6″ ja limbi vanema kriipsu järgi 13′ 15,6″. Run on seega 1,0″ 5 kruvipöörangu peale, mis on siin kaunis palju. Tuleb hoolitseda selle eest, et run oleks väike. Sel juhul võib võtta lõpplugemiks lihtsa keskmise

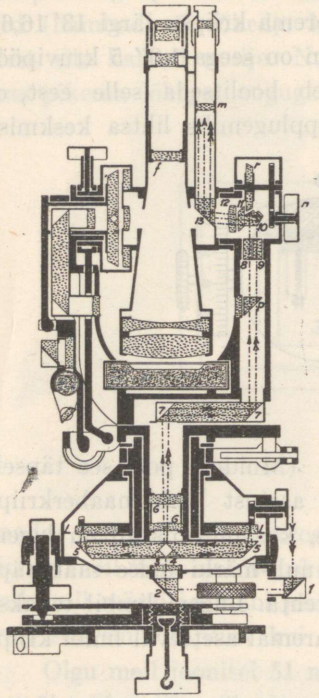


Joon. 52.

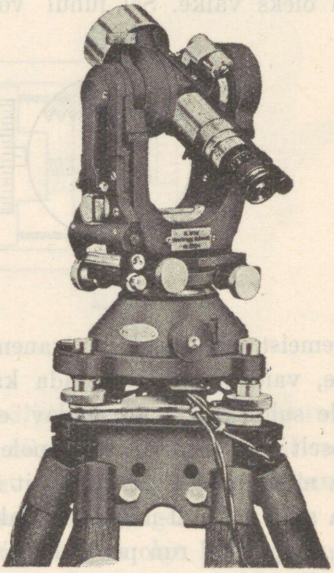
lugemeist nooremal ja vanemal kriipsul. (Muidugi pole see täpselt õige, vaid tuleks arvestada ka null-märgi asetust limbi naaberkriipsude suhtes.) On arusaadav, et pole tähtis, kas null-märgil on lugem täpselt null, samuti nagu pole tähtis, kas null-märki üldse saab täpselt mõõta niitidega. Lugemit temal ju ei tehta. Lugem limbil tehakse aga alati nii null-märgist vasakul kui ka paremal asetseval limbi kriipsul, kuigi meil run peaks olema juba teada.

Optilisel mikromeetril kasutatakse mikromeetrilist mõõtmisprintsiipi, nihutades mitte mehaanilisi esemeid, vaid optilisi kujusid. Selle selgitamiseks vaatleme joon. 53, millel on antud läbilõige moodsast Wild'i nn. universaal-teodoliidist. Selle teodoliidi väline kuju on esitatud joonisel 54. Teodoliidil on klaaslimbid. Vaatame kiirte käiku horisontaal-limbi lugemil. Prisma 1 kaudu langeb välisvalgus prismale 2 teodoliidi all, kust valgus läheb teodoliidi sisse nooltega näidatud suunas. Prismad 3 ja 4 jagavad valguskiired kahte kimpu, mis edasi minnes valgustavad ja „võtavad kaasa" lugemid limbilt L — kahest üksteisest 180^0 eemal olevast osast. Mõlemad valguskiirte kimbud jätkavad oma käiku läbi seest õõnsa vertikaaltelje, jõudes viimaks peale mitmekordseid murdumisi üks — plaanparalleelse plaadi 8 ja teine plaanparalleelse plaadi 9 juurde pikksilma parempoolse tugiposti sees.

Horisontaaltelje kohal paremal pool on näha nupp *n*, millega saab üksteise suhtes kallutada plaanparalleel-plaate 8 ja 9. Ühtlasi liigutame nuppu keerates aga ka rattakest *r*, mis kannab sekundjaotusi numbritega. Mõlemad valguskiirte kimbud jätkavad nüüd oma käiku läbi mitme prisma (10—13), jõudes väikesse lugemi-pikksilma *m*, mis asetseb teodoliidi pikksilma kõrval. Selles lugemi-pikksilmas näeme kum-



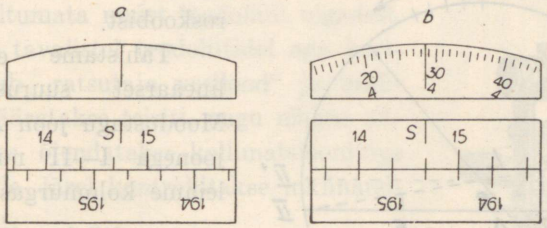
Joon. 53.



Joon. 54.

magi valguskiirte kimbu poolt antud horisontaal-limbi osakese kujutist vahenditult üksteise kõrval ja ühtlasi kä (ülalpool) rattakese *r* poolt antud sekundjaotuse kujutisi numbritega. Näiteks on meil lugemi-pikksilmas pilt niisugune, nagu see on kujutatud joon. 55-a. All on näha limbi osa 14—15 ja 194—195 üksteise kohal kuidagimoodi; üleval tuleks rattakese *r* mingi osa kujutis, mis meid praegu ei huvita ja mis seetõttu on jäetud joonisel valgeks. Lugemi saame limbil esialgu märgi *S* järgi. Me näeme, et limb on jaotatud iga 20′ takka. Me loeme märgi *S* järgi: 14° 40′ ja veel midagi peale. Selle „veel millegi" leidmiseks keerame nuppu, mis liigutas plaanparalleelseid plaate 8 ja 9 ja ühtlasi

ka rattakest *r*. Nupu keeramisega nihutame valguskiirte kimpe üksteise suhtes, kuni *S* lähedal olnud ülemise ja alumise limbi osa kriipsud (s. o. kriipsud 14° 40′ ja 194° 40′) tulevad täpselt üksteise kohale. (Kriipsude üksteise kohale asetumist hindab silm teatavasti väga peenelt.) Nihutuse suurust loeme aga rattakese *r* järgi. Täpne lõpplugem on kujutatud joon. 55-b: all — kriipsud täpselt ühte seatud — 14° 40′; üleval — kaks numbrite rida üksteise peal. Me loeme viimaselt numbrit 4, mis kordub igal pool; see on minutite arv, mis tuleb liita 14° 40′ juurde. Ülemised numbrid tähistavad sekundeid, kusjuures soovi korral võib



Joon. 55.

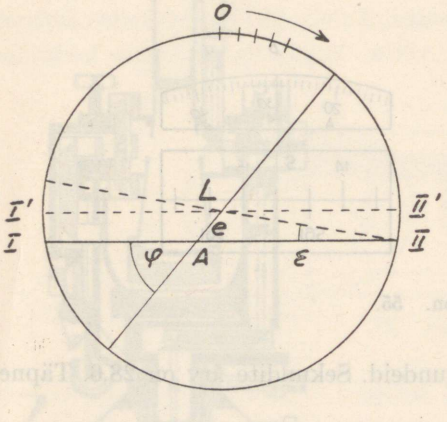
silmaga hinnata kümnendikke sekundeid. Sekundite arv on 28,6. Täpne lõpplugem on seega 14° 44′ 28,6″.

Olgu märgitud, et samas lugemi-pikksilmas saame ka teodoliidi vertikaal-limbi lugemi analoogiliselt. Liigutades tugiposti keskel asetsevat prismat *P* soovi kohaselt ühele või teisele poole, juhime nimelt samasse optilisse mikromeetrisse ja lugemi-pikksilma valguskiired kas horisontaal-limbilt või vertikaal-limbilt. Joonisel ei ole näidatud kiirte käiku vertikaal-limbilt.

Joonisel 54 kujutatud Wild'i teodoliidi väline osa on väga kompaktne ja kinnine, kaitsedes seega täiesti teodoliidi täpseid ja õrnu „siseelundeid". Teodoliit on oma täpsuse kohta väike ja kerge riist.

§ 28. **Limbi ekstsentrisuse mõju kõrvaldamine.** Limb on ring, millele jaotusmasinaga on kantud kriipsud, numbrite suurenedes möödapäeva. Sel ringil on oma tsenter *L*. On aga arusaadav, et alidaadi tsenter *A* ei tarvitse ühtida *L*-ga. Vahe *AL* on muidugi väike, kuid me näeme kohe, et lugemeile avaldab see siiski tunduvat mõju. Vaatame joonist 56, kus I ja II tähistagu alidaadi nooniusi või mikroskoope (neid on nimelt tavaliselt 2, umbes 180° kaugusel üksteisest). Tähistagu *O* limbi jaotuste nulli. Et *A* ei ühti *L*-ga, siis lugemid limbilt erinevad sellest, mis oleksid siis, kui limbil ei oleks ekstsentrisust. Tõmbame

läbi L joone I′—II′ paralleelselt I—II-ga. On arusaadav, et õige lugem peaks olema just I′ või II′ järel. Me näeme aga jooniselt, et niipalju kui I′ on suurem I-st, niisama palju on II′ väiksem II-st. Kui me seega tegelikult alidaadil lugemeid tehes võtame keskmise nooniusest I ja II (lugem nooniuselt II vähendatud 180° võrra), siis see keskmine on vaba limbi ekstsentrisuse mõjust. Seepärast varustataksegi alidaad kahe üksteisest umbes 180° eemal oleva nooniusega või mikroskoobiga. Kraadid loeme I nooniuse või mikroskoobi järgi, kuna minuteis ja sekundeis võtame keskmise mõlemast nooniusest või mikroskoobist.



Joon. 56.

Tähistame ekstsentrisuse lineaarset suurust $AL = e$. Moodustagu joon AL alidaadijoonega I—II nurga φ. Me leiame kolmnurgast AL II:

$$\frac{\sin \varepsilon}{e} = \frac{\sin \varphi}{r},$$

kus ε on ekstsentrisuse mõjul tekkinud üksiku nooniuse lugemi viga ja r on limbi raadius. Et ε on väike, siis

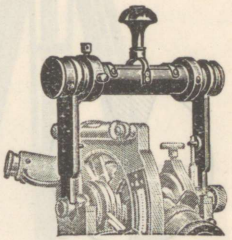
$$\varepsilon = \frac{e \,.\, \sin \varphi}{r} \cdot \varrho,$$

kus ϱ on radiaani väärtus minuteis või sekundeis, selle järgi, kas soovime ε minuteis või sekundeis. Üksiku nooniuse järgi tehtud lugemi viga on seega muutuv suurus — sinusoid; viga on maksimaalne φ olles 90° ja minimaalne φ olles 0°. Võib arvutada, et r olles 6—7 cm ja e olles 0,1 mm oleks ekstsentrisuse viga lubamatult suur. Tegelikult on e muidugi väiksem kui 0,1 mm.

Teodoliidi ekstsentrisuse test toimub kahe nooniuse lugemite kaudu näiteks umbes iga 20° takka. Võtame vahed I miinus II ja kanname need mm-paberile, abstsissidena noonius I kraadid ja ordinaatidena vahed I miinus II. Saadud punktidest on näha, kas ekstsentrisus on suur ja kuidas on üldiselt limbi ja vertikaaltelgede headus. (Muidugi tuleb arvestada sealjuures lugemite loomulikke vigu, mis on tekkinud meie endi süü läbi.)

§ 29. **Teodoliidi kollimatsiooni- ja inklinatsioonivea kõrvaldamine.** Nurgamõõtmiseks teodoliidiga on tarvilik, et riista vertikaal-

telg oleks vertikaalne ja samal ajal ka horisontaaltelg horisontaalne, ja pikksilma sihtimissuund risti horisontaalteljega. Vertikaaltelg seatakse vertikaalseks vesiloe abil, nagu nägime § 25. Kui siis horisontaaltelg ei ole horisontaalne, siis nimetatakse esinevat viga horisontaaltelje kalde- ehk inklinatsiooniveaks. Kui pikksilma sihtimissuund ei ole risti horisontaalteljega, siis nimetatakse esinevat viga kollimatsiooniveaks. Inklinatsiooni on kõige mugavam ja täpsem kontrollida vesiloega, mille raamil on pikad, teljetappidele toetuvad jalad (nn. „ratsutaja vesilood", vt. joon. 57). Nii see toimubki suurte riistade puhul. Säärase vesiloega toimetatakse inklinatsioonikontrolli, sõltumata muist teodoliidi vigadest. Väiksematel tavalistel teodoliitidel aga harilikult puudub „ratsutaja vesilood" ja inklinatsiooni määratakse teisiti, nagu näeme allpool. Alguses õiendatakse kollimatsiooniviga ja alles selle järel kontrollitakse inklinatsiooniviga.

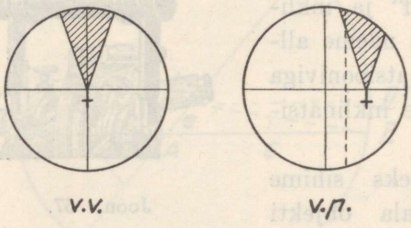


Joon. 57.

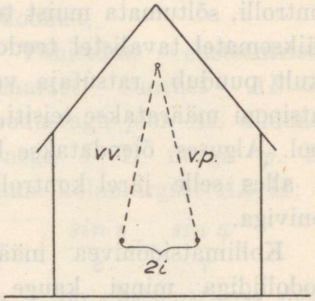
Kollimatsioonivea määramiseks sihime teodoliidiga mingi kauge madala objekti peale (kaugus näit. mõni km). Loomulikult oleme enne seda seadnud riista vertikaaltelje vertikaalseks. Olgu meil näiteks vertikaalring vasakul (v. v.). Teeme lugemi horisontaal-limbil täpselt kahe nooniuse järgi ja võtame keskmise. Nüüd pöörame teodoliidi pikksilma üle seniidi [1] ja alidaadi 180° pöörates sihime uuesti objektile. Meil on nüüd vertikaalring paremal (v. p.). Teeme jälle lugemi horisontaal-limbil täpselt kahe nooniuse järgi ja võtame keskmise. Kui lugemid v. v. ja v. p. vahel erinevad täpselt 180°, siis kollimatsiooniviga ei ole. Kui aga lugemid v. v. ja v. p. vahel ei erine 180°, siis on esinev vahe kahekordne kollimatsioon ($2c$). Kollimatsiooniviga parandatakse niitristiku horisontaalsuunas nihutamisega. Muidugi on see protsess delikaatne. Tuleb veidi vabastada kruvid vertikaalsuunas; selle järel anname ettevaatlikult ja veidi järele sobivat kruvi horisontaalsuunas, tõugates niitristikut teise horisontaalkruviga niisama ettevaatlikult. Pärast õienduse lõpetamist surume ettevaatlikult kõik kruvid kinni, et niitristik ei jääks logisema. Ühtlasi peab aga horisontaalniit jääma horisontaalseks ja vertikaalniit vertikaalseks (kontrollida!). Väiksematel tavalistel teodoliitidel harilikult ei hakata kollimatsiooniviga parandama, kui see on alla 0,5′ või isegi 1′.

[1] Seniit on lagipunkt, kõrgeim punkt taevavõlvil.

Kui selgub, et kollimatsiooniviga ületab lubatava piiri, siis on tema õiendamiseks soovitav toimida järgnevalt. Sihime kaugele madalale objektile; teeme lugemi täpselt nii, nagu vareminigi. Nüüd pöörame pikksilma üle seniidi ja ühtlasi alidaadi täpselt 180°, s. o. nii, et keskmine nooniustest teises seisus erineks keskmisest esimeses seisus täpselt 180°. Vaatame nüüd pikksilmas, kuhu jääb vaadeldav ese vaatevälja. Kui ta jääb praktiliselt vaatevälja keskele vertikaalniidile, siis loomulikult kollimatsiooniviga ei ole. Kui ta ei jää vaatevälja keskele, siis esinev vahe objekti ja vertikaalniidi vahel kujutab kahekordset



Joon. 58.

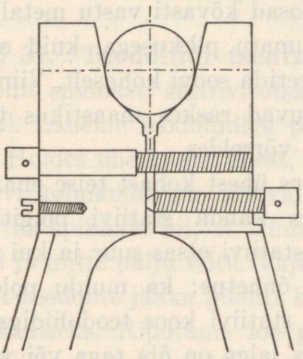


Joon. 59.

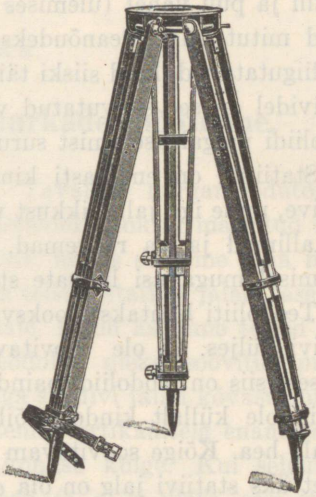
kollimatsiooni. Õienduseks tuleb niitristikut lükata nii, et vertikaalniit uues seisus tuleks esialgse seisu ja objekti keskele, nagu on kujutatud joonisel 58 punktiirjoonega. Pärast vea õiendamist tuleb kollimatsiooni kontrolli korrata.

Pärast kollimatsioonivea kõrvaldamist toimetame horisontaaltelje kalde kontrolli järgnevalt. Sihime pikksilmaga lähedasele kõrgele objektile (muidugi vertikaaltelje vertikaalse olles), näiteks kõrge maja seinas olevale mingile teravalt nähtavale punktile. Kauguse majast võtame näiteks 10—15 meetrit. Olgu meil alguses näiteks vertikaalring vasakul (v. v.). Projektime valitud punkti pikksilmaga mööda seina alla, lastes abilisel pliiatsiga teha seinal märgi. Selle järel pöörame pikksilma üle seniidi ja alidaadi 180° pöörates sihime uuesti valitud kõrgele punktile. Meil on nüüd vertikaalring paremal (v. p.). Projektime uuesti punkti alla, lastes abilisel pliiatsiga teha märgi umbes samal kõrgusel, nagu varemini (vt. joon. 59). Kui v. v. ja v. p. seisus tehtud märgid praktiliselt ühtivad (mõni mm kuni umbes 1 cm), on teodoliidi horisontaaltelje inklinatsiooniviga väike ega kuulu parandamisele. Esineb aga märkides tunduv vahe (10—15 m kohta näiteks mitu cm või rohkem),

siis esitab see meile kahekordse inklinatsioonivea mõju ja viga tuleb parandada. Paranduseks on vähemalt üks teodoliidi horisontaaltelje laagreist varustatud seadisega, mis lubab vastavat tappi väikestes piirides tõsta või langetada. Nii näiteks koosneb sageli üks laager kahest osast, mida võib teineteisele lähendada või teineteisest eemaldada vastavate kruvide abil. Lähendamisel tõstame tappi, eemaldamisel langetame (vt. joon. 60).



Joon. 60.



Joon. 61.

Joonisel 59 on näha, missugust tappi tuleb tõsta teise suhtes ja umbes kui palju. Peale õiendust tuleb veel kord teha inklinatsiooni kontroll.

Nagu sellest näeme, on teodoliit mitte üksnes nurgamõõduriist, vaid ka projektimisriist ülevalt alla või vastupidi. Seda peame meeles ja kasutame tarviduse korral mitmesuguste tööde puhul.

§ 30. **Teodoliidi statiiv.** Teodoliidi ülesseadmiseks väljas tarvitame kolmejalgset statiivi. Riista kinnitamiseks statiivile on viimasel vastav *põhikruvi*, mida sageli on võimalik vastava vedruga pingutada (vt. joon. 37), nii et ühendus teodoliidi ja statiivi vahel oleks küllalt kõva, kuid siiski veidi elastne. Statiivi peal on teodoliit veidi nihutatav, mis on tarvilik *tsentreerimiseks* ehk riista tsentri asetamiseks soovitud punkti kohale. Viimase kontrolliks on meil lood — nööri külge kinnitatud koonusekujuline metallitükk —, mille riputame põhikruvi konksu külge. Rida moodsaid riistu on sageli varus-

tatud ka nn. optilise loega, mis koosneb väikesest pikksilmast prismaga teodoliidi kere küljes ja millesse vaadates on kohe näha, kas teodoliidi tsenter on soovitud punkti kohal või mitte.

Statiivid valmistatakse puust, erilise kujuga (vt. joon. 61), sest nad peavad olema kerged, kuid siiski kindlad. Statiivi jalgade otsad, mis surutakse maa sisse, on loomulikult metallist; samuti on moodsail statiividel metallist ülemine osa, kuhu asetatakse teodoliit. Ühendus metalli ja puu vahel (ülemises osas) on mitmesugustel firmadel lahendatud mitut viisi. Peanõudeks jääb, et jalad oleksid võrdlemisi kergelt liigutatavad, kuid siiski täiesti kindlad logisemise vastu. Lihtsamail statiividel on see saavutatud vastavate kruvidega, millede abil pärast teodoliidi paigaleasetamist surutakse puuosad kõvasti vastu metalli.

Statiivid on enamasti kindla muutumatu pikkusega, kuid on ka statiive, mille iga jala pikkust võib reguleerida soovi kohaselt. Viimased on kallimad ja ka raskemad, kuid pakuvad raskes maastikus tsentreerimisel mugavusi lihtsate statiividega võrreldes.

Teodoliiti kantakse jooksva töö juures ühest kohast teise enamasti statiivi küljes. Ei ole soovitav seejuures kanda statiivi põigiti üle õla, sest siis on teodoliidi paindemoment statiivi otsas suur ja kui põhikruvi pole küllalt kindel, võib juhtuda õnnetus; ka muidu pole see riistale hea. Kõige soovitavam on kanda statiivi koos teodoliidiga õlal nii, et üks statiivi jalg on õla ees ja kaks jalga on õla taga või vastupidi, hoides ühtlasi käega statiivi parajas kõrguses. Statiiv on niisuguse kandmisviisi juures kaunis püsti.

V peatükk.

Horisontaal- ja vertikaalnurkade mõõtmine.

§ 31. **Teodoliidi tsentreerimine.** Tavalisil nurgamõõdutöil on teodoliit enamasti statiivi otsas ja mõõdetavad punktid märgitud maapinnal. Läheme teodoliidiga punkti kohale, milles soovime teha mõõtmisi. Hoides ühe käega ühest, teise käega teisest statiivi jalast, asetame statiivi kolmanda jala sobivalt maapinnale. Nüüd asetame teised kaks jalga maapinnale nii, et silma järgi teodoliit oleks soovitud punkti kohal ja mitte palju viltu. Vajutame jalaga statiivi jalad kõvasti maasse nii, et teodoliit jääks punkti kohale ja tema vertikaaltelg enam-vähem vertikaalseks. Riputame loe põhikruvi konksu külge. Kui selgub, et teodoliiti statiivi peal tsentreerida ei saa (s. o. ei ulata, sest statiiv ei asetse küllalt hästi punkti kohal), siis tuleb parandada statiivi seisu. Viimane toimub ühe või teise jala maast väljatõmbamisega ja uuesti sisserõhumisega sobivamal kohal. (Olgu märgitud, et siin võivad reguleeritavate jalgadega statiivid vahel mugavamad olla.) Täpseks teodoliidi tsentreerimiseks anname nüüd järele põhikruvi vedru „poole pingeni" ja lükkame teodoliiti statiivi peal, kuni lood näitab küllalt hästi soovitavale punktile. Tavalisis tingimusis piisab tsentreerimisel umbes 0,3—0,5 cm täpsusest, kuid on olukordi, kus nõutav täpsus on palju suurem; viimaseid vaatleme hiljemini. Seame vesiloe abil teodoliidi vertikaaltelje vertikaalseks, nagu me seda juba tunneme; siis pingutame põhikruvi vedru „täispingeni" (ärgu aga sellega liialdatagu!). Teodoliit on nüüd mõõtmiskorras.

§ 32. **Suunamõõtmiste meetod.** Olgu meil meie asukohast näha 3 või rohkem punkti, mis on tehtud meile nähtavaks („signaliseeritud") vertikaalselt asetatud tähistega või ka kuidagi teisiti. Kui tähist pole võimalik soovitud punkti kohale täpselt asetada, siis asetatagu ta punkti kõrvale (muidugi hästi lähedale, ainult mõne cm kaugusele) nii,

et ta oleks siiski õiges suunas. Olgu meil vaja mõõta horisontaalnurki suundade vahel, mis need kolm (või rohkem) punkti moodustavad meie asukohaga. Meil on siis valida kas „suunamõõtmise" või „nurgamõõtmise" meetodi vahel. Vaatame esimest, mis on ka sagedamini tarvitatav.

Olgu meil algul näiteks vertikaalring vasakul (v. v.). Kontrollime, et limb on kinnitatud (korduva teodoliidi juures). Sihime mingisugusele nimetatud kolmest (või rohkem) punktist; kui need punktid peaksid asetsema enam-vähem koos ühes horisondi osas, siis sihime vasakpoolsele punktile. Sihime tähisele võrdlemisi alla, et tähise võimalik viltune seis avaldaks mõõtmisele vähem mõju. Pikksilma suunatakse esialgu käega vaba alidaadi juures, siis areteerime alidaadi ja suuname alidaadi mikromeetrilise kruviga täpselt. Teeme lugemi täpselt mõlema nooniuse või mikroskoobi järgi ja protokollime need. Selle järel suuname analoogiliselt järgmisele punktile päikese näiva liikumise suunas („möödapäeva"), loeme nooniused või mikroskoobid ja protokollime. Selle järel suuname järgmisele punktile „möödapäeva" jne., kuni oleme suunanud ja teinud lugemid ka viimasel punktil. Nüüd pöörame pikksilma üle seniidi ja pöörame vabastatud alidaadi 180^0 ümber vertikaaltelje. Meil on nüüd vertikaalring paremal (v. p.). Suuname jälle kõigile punktidele ja teeme lugemid, võttes aga nüüd punktid vastupidises järjekorras, s. o. alustades viimasega ja liikudes „vastupäeva". Terve kirjeldatud protsess kokku kannab nime „üks võte".

Pikksilma üle seniidi pööramine võtte teises pooles on tarvilik selleks, et hävitada kollimatsiooni- ja inklinatsioonivigade võimalikku mõju mõõtmistele. On arusaadav, et kui v. v. seisus nimetatud vead mõjusid ühele poole, siis v. p. seisus mõjuvad nad niisama palju teisele poole ja keskmiste võtmisel vabaneme nende vigade mõjust. Mõõtmistäpsuse tõstmiseks täpsemail mõõtmisil ja võimalikkude jämedate lugemivigade avastamiseks võetakse võtteid rohkem kui üks, näiteks 3 kuni 6. Võtete arv tuleb juba ette otsustada enne mõõtmisele asumist. Iga võtte järel nihutatakse limbi umbes $(180^0:n)$ võrra, kus n on võtete arv. Limbi nihutamine on kasulik kahest seisukohast: 1) kui sama nooniuse kohale tuleb teine limbi osa, siis on pilt teissugune ja nii juhusliku kui ka jämeda vea tegemise puhul pole tõenäone, et teeksime uuesti samasuguse vea; 2) limbi jaotuste süstemaatilised ehk progressiivsed vead levivad üle terve limbi mingisuguse seaduse järgi. Kui me lugemid jaotame enam-vähem ühtlaselt üle terve limbi, siis keskmiste võtmisel nende vigade mõju suurelt osalt hävib. Ärgu pööratagu limbi

võtete vahel täpselt ($180^0:n$), et meil tuleks noonius või mikroskoop iga kord isesugusesse seisu limbi kriipsude suhtes. See hävitab osaliselt ka nooniuses või mikroskoobis esinevad võimalikud vead.

Iga võtte juures loeme algsuuna (esimese suunatud punkti) nulliks ja arvutame kõik teised suunad selle algsuuna suhtes (nn. redutseeritud suunad), nagu näha juurdelisatud näites. Lõplikeks suundadeks võtame keskmise kõigist võtetest saadud suundadest.

Suunamõõtmine annab meile tõepoolest ainult kõikide punktide suunad algsuuna suhtes. Algsuunaks valime aga mistahes mõõdetavaist suundadest. Kuidas me suundadest soovime nurki arvutada, s. o. missuguseid nurki missuguste suundade vahel me hiljemini soovime saada, seda on meil aega otsustada kunagi hiljemini pärast mõõtmiste lõpetamist. On arusaadav, et 3 või rohkema arvu suundade vahel võib saada rohkem nurkade kombinatsioone kui oli suundi. On ju iga nurk diferents ehk vahe kahe suuna vahel.

N ä i d e. 25. mail 1940 toimetati Tallinna Tehnikaülikooli üliõpilaste poolt järgmised suunamõõtmised G. Heyde teodoliidiga nr. 7825, millel on skaalamikroskoobid 0,1′ lugemitäpsusega. Protokollis on tarvitatud järgmisi lühendeid: „Pür“ — betoonpüramiid Vene-Balti asunduses mere ääres, „VT“ — tähis Kopli veetornis, „TT“ — Tallinna Tehnikaülikooli peahoone lipuvarras, „PT“ — tähis Kopli poolsaare tipus asetseval linna polügooni punktil. Olgu märgitud, et teodoliit ei asetsenud täpselt „Pür“ kohal (mõõtmised olid ekstsentrilised) ja seega vajavad vaadeldud suunad hiljemini õiendusi, mis aga meid praegu ei huvita. Näide on esitatud tabelina lk. 64.

Toodud näites on selgesti näha kollimatsiooni mõju ($2c$) — v. v. lugemid on järjekindlalt suuremad v. p. lugemeist 0,4—0,5′ võrra. On arusaadav, et protokolli võib korraldada ka nii (see on paremgi), et v. v. ja v. p. lugemid on kõrvuti ja mitte üksteise all.

Lihtsamail töil, nagu tavalised teodoliit-käigud, lihtsad polügoonid jne., toimetatakse vaatlusi ja ka protokolli veidi teisiti kui eelmises näites. Neis töis on meil suundi tavaliselt ainult 2 ja mõõtmisil piisab täiesti täpsusest, mida annab meile üksik limbi lugem. Me teeme seega ainult niipalju lugemeid, kui on tarvilik ühe võtte jaoks, võttes aga ühe võtte asemel kaks „poolvõtet“ järgnevalt. Sihime esimesse suunda ja teeme näit. v. v. seisus limbi lugemi mõlema nooniuse järgi; siis sihime teise suunda ja teeme lugemi analoogiliselt. Nüüd pöörame limbi (kui on korduv teodoliit) silma järgi umbes 90^0 võrra, pöörame pikksilma üle seniidi ja v. p. seisus teeme lugemid algul teisel, siis esimesel suunal. Sellega ongi mõõtmine lõpetatud.

Aeg: 25. mai 1940. **Teodoliit:** Heyde nr. 7825

Asukoht: Pür

	Siht-punktid	Mikroskoobi lugemid I	Mikroskoobi lugemid II	Lugemite keskmine	½(v.v.+ + v.p.)	Reduts. suunad võttes	Lõplikud suunad
			I võte				
	V T	313° 46,2′	45,8′	313° 46,0′	313° 45,72′	0° 0,00′	0° 0′0″
v. v.	T T	6° 07,7′	07,0′	6° 07,35′	6° 07,15′	52° 21,43′	52° 21′21″
	P T	43° 55,4′	54,8′	43° 55,1′	43° 54,90′	90° 09,18′	90° 09′04″
	P T	223° 55,0′	54,4′	223° 54,7′			
v. p.	T T	186° 07,2′	06,7′	186° 06,95′			
	V T	133° 45,8′	45,1′	133° 45,45′			
			II võte				
	V T	193° 22,0′	21,2′	193° 21,6′	13° 21,88′	0° 0,00′	
v. p.	T T	245° 43,2′	42,5′	245° 42,85′	65° 43,18′	52° 21,30′	
	P T	283° 31,1′	30,4′	283° 30,75′	103° 30,98′	90° 09,10′	
	P T	103° 31,5′	30,9′	103° 31,2′			
v. v.	T T	65° 43,8′	43,2′	65° 43,5′			
	V T	13° 22,4′	21,9′	13° 22,15′			
			III võte				
	V T	73° 21,4′	20,8′	73° 21,1′	73° 20,85′	0° 0,00′	
v. v.	T T	125° 42,8′	42,2′	125° 42,5′	125° 42,18′	52° 21,33′	
	P T	163° 30,4′	29,8′	163° 30,1′	163° 29,78′	90° 08,93′	
	P T	343° 29,8′	29,1′	343° 29,45′			
v. p.	T T	305° 42,1′	41,6′	305° 41,85′			
	V T	253° 20,9′	20,3′	253° 20,6′			

Limbi pööramist v. v. ja v. p. seisude vahel pole siin vaja täpsuse tõstmiseks, vaid peaasjalikult just võimalikkude jämedate lugemisvigade avastamiseks.

N ä i d e. 21. mail 1940 mõõdeti Koplis Tehnikaülikooli üliõpilaste poolt Fennel'i teodoliidiga nr. 18639 (tsentesimaalsüsteemis) punktil nr. 4 nurk suundade vahel punktidele nr. 3 ja nr. 5 järgnevalt (vt. tabel lk. 65).

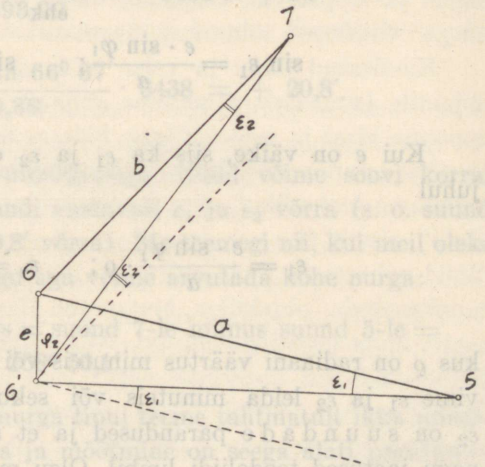
Meil on siin kaks suunda: 3-le ja 5-le. Neist suundadest võime arvutada kaks nurka soovi kohaselt: (suund 5-le miinus suund 3-le) või (suund 3-le miinus suund 5-le). Nende kahe nurga summa on mui-

Aeg: 21. mai 1940 **Teodoliit:** Fennel 18639.
Vaatleja: N. N.

Teodoliidi asukoht	Siht-punktid	Lugemid			Lugemite keskmine	Vasakp. nurk	Keskmine vasakp. nurk
		Limb	Nooniused				
			I	II			
4	3	362g	26'	26'	362,26g	295,25g	295,25g
v.v.	5	257g	51'	51'	257,51g		
v.p.	5	351g	42'	42'	351,42g	295,25g	
	3	56g	17'	17'	56,17g		

dugi täisring = 400g. Esimest nurka nimetame vasakpoolseks ja see on praegu 295,25g, nagu näites näha. Teine nurk — parempoolne — oleks seega 104,75g.

§ 33. **Ekstsentrilise mõõtmise redutseerimine.** Mõõtmistel võib sageli ilmneda, et me ei saa asetada teodoliiti soovitava punkti („nurgatipu") kohale, vaid oleme sunnitud teda meelega asetama kõrvale. Säärast mõõtmist nimetatakse ekstsentriliseks mõõtmiseks. Ta esineb, kui meil „nurgatipp" on näiteks aianurk, lipuvarras, suur post või kivi või muud sellist. Ekstsentrilist mõõtmist võib redutseerida (ümber arvutada) tsentriliseks, kui on teada tsentreerimis- ehk keskenduselemendid. Arvutamise selgitamiseks vaatleme joon. 62.



Joon. 62.

Olgu meil vaja teada nurk $\widehat{567}$. Et aga pole võimalik asetada teodoliiti punkti 6, siis asetatakse ta punkti 6′, mõõtes ühtlasi suuruse $e = 66'$ (e pole kuigi suur). Nurgamõõduriistaga mõõdetakse nurk $\widehat{56'7}$ korralikult ja nurgad $\varphi_1 = \widehat{66'5}$ ja $\varphi_2 = \widehat{66'7}$ ligikaudu. Nurgad φ_1 ja φ_2 järgnevad meil vaatluspäevikust iseenesest, niipea kui

võtame peale peasuundade 5 ja 7 veel sisse ka suuna 6 peale. Viimast suunda ei saagi võtta täpselt, sest 6 asetseb 6′-le väga lähedal ja võib osutuda isegi võimatuks fokuseerida pikksilma nii läheda maa peale; me sihime siis lihtsalt silmaga mööda pikksilma serva. Me näeme aga kohe, et seda suunda pole vajagi võtta täpselt. Suurusi e, φ_1 ja φ_2 nimetatakse tsentreerimiselementideks. Olgu meil teada peale nurga $\widehat{56'7}$ veel kaugused $5-6=a$ ja $6-7=b$, nagu see enamasti praktikas ongi.

Tõmbame punktist 6′ paralleeljoone 6—7-le ja parelleeljoone 6—5-le (joonisel punktiiriga). On selge, et nurk punktiirjoonte vahel on õige, s. o. nagu oleks ta mõõdetud tsentriliselt. Me näeme, et õige nurga saame, kui parandame suunda $6' \to 5$ ε_1 võrra ja suunda $6' \to 7$ ε_2 võrra. Ühtlasi on aga ka $\varepsilon_1 = \widehat{6'56}$ ja $\varepsilon_2 = \widehat{6'76}$. Me näeme:

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{e} = \frac{\sin \varphi_1}{a}; \qquad \frac{\sin \varepsilon_2}{e} = \frac{\sin \varphi_2}{b}$$

ehk

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{e \cdot \sin \varphi_1}{a}; \qquad \sin \varepsilon_2 = \frac{e \cdot \sin \varphi_2}{b}$$

Kui e on väike, siis ka ε_1 ja ε_2 on väikesed. Me teame, et sel juhul

$$\varepsilon_1 = \frac{e \cdot \sin \varphi_1}{a} \cdot \varrho; \qquad \varepsilon_2 = \frac{e \cdot \sin \varphi_2}{b} \cdot \varrho,$$

kus ϱ on radiaani väärtus minuteis või sekundeis, selle järgi, kas soovime ε_1 ja ε_2 leida minuteis või sekundeis. Peame meeles, et ε_1 ja ε_2 on s u u n d a d e parandused ja et suunad kasvavad möödapäeva, nagu jaotused teodoliidi limbil. Olgu märgitud, et ekstsentrilise mõõtmise juurde kuulub ka skits. Paranduste ε_1 ja ε_2 märk järgneb otse skitsilt. Nii on joon. 62 järgi ε_1 positiivne ja ε_2 samuti.

On arusaadav, et kui meil on mõõdetud rohkem suundi kui kaks, siis iga suund saab oma paranduse täiesti analoogiliselt eelöelduga.

N ä i d e. Minutilise teodoliidiga Heyde nr. 4006 toimetati 19. mail 1939 Tehnikaülikooli üliõpilaste poolt järgmine ekstsentriline mõõtmine.

Aeg: 19. mai 1939. **Teodoliit:** Heyde 4006
Vaatleja: N. N.

Teodoliidi asukoht	Siht-punktid	Lugemid			Lugemite keskmine	Vasakp. nurk	Keskmine vasakp. nurk
		Limb	Nooniused				
			I	II			
6′ v. v.	5	278°	31′	32′	278° 31,5′	268° 35,5′	268° 35,8′
	7	187°	7′	7′	187° 7′		
	6	120°	30′				
v. p.	7	97°	7′	8′	97° 7,5′	268° 36,0′	
	5	188°	32′	31′	188° 31,5′		

Selle mõõtmise skits ongi kujutatud joonisel 62. e oli 1,475 m. Peale selle oli külg 5—6 293,20 m ja külg 6—7 220,38 m. Nurgamõõdu päevikust leiame: $\varphi_1 = 158^0\,2'$ ja $\varphi_2 = 66^0\,37'$. Ühtlasi on jooniselt selge, et ε_1 on positiivne ja ka ε_2 on positiivne. Me leiame ($\varrho' = 3438$)

$$\varepsilon_1 = + \frac{1{,}475 \cdot \sin 158^0\,2'}{293{,}20} \cdot 3438 = + 6{,}5'$$

$$\varepsilon_2 = + \frac{1{,}475 \cdot \sin 66^0\,37'}{220{,}38} \cdot 3438 = + 20{,}8'.$$

Arvutused toimetame arvutuslükatiga. Nüüd võime soovi korral kohe parandada mõõdetud suundi vastavalt ε_1 ja ε_2 võrra (s. o. suund 5-le + 6,5′ ja suund 7-le + 20,8′ võrra). Me teemegi nii, kui meil oleks suundi rohkem kui kaks. Praegu aga võime arvutada kohe nurga:

vasakpoolne nurk 6 juures = suund 7-le miinus suund 5-le =
$= 268^0\,35{,}8' + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 268^0\,50{,}1'$.

Teodoliidi tsentreerimisel nurga tipul teeme tahtmatult ikka mingisuguse väikese tsentreerimisvea ja mõõtmine on seega alati paratamatult veidi ekstsentriline. Eespool-antud valemite järgi võime arvutada, et kui meil $e = 0{,}01$ m ja $a = b = 100$ m, siis halvimal juhul, nurga olles ühtlasi 180° lähedal, võib see väike tsentreerimisviga mõjustada nurgamõõtmist 0,7′ võrra. Me näeme, et see mõju võib olla vägagi tunduv. Ta läheb aga suuremaks, kui küljed a, b vähenevad. Sellepärast peab erilise hoolega tsentreerima juhul, kui nurga küljed on väikesed. Me tutvume hiljemini eriliste sundtsentreerimise seadistega, mis võimaldavad väga täpset tsentreerimist.

On arusaadav, et kui sihitav tähis ei asetse vastava punkti kohal, siis tekib nurgamõõtmisil viga, mille mõju on täiesti analoogiline teodoliidi ekstsentrilise seisu mõjuga.

§ 34. **Repetitsioon- ehk kordusmõõtmiste meetod.** Nurgamõõtmise meetoditest horisontaalnurkade mõõtmisel nimetame siin ainult ühte, nn. repetitsioon- ehk kordusmõõtmist. Me tarvitame teda siis, kui me soovime nurgamõõtmisil suuremat täpsust, kui seda meile võimaldab meie teodoliidi otsene limbi lugem — kui me näiteks soovime nurka saada paari sekundi täpsusega, limbi lugemi täpsus nooniustega on aga ainult 0,5′ või 1′. Selle meetodi tarvitamisel peab meil olema kahekordse vertikaaltelgede süsteemiga ehk korduv teodoliit (sellest ka riista nimi!). Meetod on kasulik siis, kui pikksilma sihtimistäpsus on limbi lugemistäpsusega võrdne või sellest suurem, nagu see ju enamasti väiksemail teodoliitidel ongi. Üeldust nähtub, et seda meetodit rakendatakse seega ainult väiksemate korduvate teodoliitide juures.

Kordusmõõtmine seisab mehaanilises nurga korjamises limbi peale, töötades kordamööda kummagi telgede süsteemiga. Tehakse ainult alglugem ja lõpplugem. Lugemite vahe, jagatud korduste arvuga, annab nurga. Vaatlused toimuvad järgnevalt.

Kinnitatud limbi ja vaba alidaadi juures sihime vasakpoolsele objektile (suunale); kinnitame alidaadi. Teeme lugemi täpselt mõlema nooniuse järgi ja protokollime. Jätame limbi kinni, vabastame alidaadi ja sihime parempoolsele objektile. Kinnitame alidaadi; pealesuunamisel tarvitame loomulikult ainult alidaadi peenliigutuskruvi. Teeme lugemi limbilt ainult ühe nooniuse järgi, et saada ligikaudset nurga väärtust. Nüüd vabastame limbi (alidaad jääb kinnitatuks!) ja sihime tagasi vasakpoolsele objektile. Areteerime limbi; tarvitame pealesuunamisel ainult limbi peenliigutuskruvi. Nüüd sihib meie pikksilm algseisu, kuid limbil on lugem ühekordse nurga väärtuse võrra suurem kui oli algul. Limbil me aga lugemit ei tee. Jätame limbi kinni, vabastame alidaadi ja sihime parempoolsele objektile. Limbil me lugemit ei tee, kuid see oleks nüüd kahekordse nurga väärtuse võrra suurem alglugemist. Kinnitame alidaadi; vabastame limbi ja sihime tagasi vasakpoolsele objektile, jne. Kui seda protsessi oleme korranud soovikohaselt (näit. 3 kuni 6 korda), siis teeme lõpplugemi parempoolsel objektil jälle täpselt kahe nooniuse järgi. Lõpplugem miinus alglugem, jagatud korduste arvuga, annab nurga väärtuse. Ligikaudne lugem esimesel kordusel oli tarvilik selleks, et näha, mitu korda 360° peame liitma lõpplugemiga, enne kui temast arvame maha alglugemi.

Olgu meil näiteks v. v. seisus alglugem $265^0\ 37{,}5'$. Esimese korduse järel oli ligikaudne lugem $358^0\ 23'$. Olgu lõpplugem pärast neljakordset kordust $276^0\ 39{,}0'$. On kohe näha, et nurga suurus on veidi vähem kui 93^0. Seega nurga väärtus v. v. seisus on

$$[(276^0\ 39{,}0' + 360^0) - 265^0\ 37{,}5']:4 = 92^0\ 45'\ 22''.$$

On arusaadav, et protsessi tuleb toimetada kahes seisus — v. v. ja v. p. — teodoliidi võimalikkude vigade mõju hävitamiseks. Lõplikuks nurga väärtuseks võtame siis keskmise v. v. ja v. p. väärtuste vahel.

Korduste arvu ei ole mõtet ajada liiga suureks. Kuuekordsest korduste arvust kummaski riista seisus enamasti piisab.

Kordusmõõtmiste meetod on tõepoolest nurgamõõtmise meetod, sest siin peame juba enne mõõtmisile asumist ette otsustama, missuguseid nurki meile nähtavate suundade vahel me soovime mõõta. Seega on põhimõtteline vahe „suunamõõtmise" ja „nurgamõõtmise" meetodite vahel.

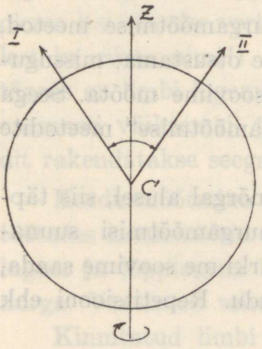
Olgu märgitud, et kui meil teodoliit asetseb nõrgal alusel, siis täpsete mõõtmiste puhul peame vahel eelistama nurgamõõtmisi suunamõõtmisile. Me otsustame siis ette, missuguseid nurki me soovime saada, ja mõõdame iga nurka omaette kahe suuna kaudu. Repetitsiooni ehk kordust me siis ei tarvita.

§ 35. **Vertikaalnurga mõõtmine.** Vertikaalringi ehituse poolest jagunevad teodoliidid kahte rühma: 1) need, millede vertikaalringi alidaadi küljes on vesilood, ja 2) need, milledel seda ei ole. Moodsamad teodoliidid kuuluvad esimesse rühma. Neil teodoliitidel ei ole vertikaalringi alidaad üldse kindlas seisus, vaid on nihutatav väikestes piirides vastava peenliigutuskruviga. Alidaadi seisu kontrollib aga tema küljes olev vesilood. Teise rühma kuuluvail teodoliitidel on alidaad kindlalt ühendatud pikksilma tugipostiga. Jaotused vertikaal-limbil lähevad enamasti möödapäeva 0—360^0, kuid on ka jaotusi 0—90—0^0 jne. Et siin on limb liikumatult ühendatud pikksilmaga, siis pikksilma liigutamisel muudab limb oma seisu paigalseisva alidaadi suhtes. Seega esineb siin horisontaal-limbile vastupidine nähtus. Pikksilma objektiivi otsa tõstmisega seega vertikaal-limbi lugemid vähenevad. Enamasti on ka jaotused nii, et lugem 0^0 on siis, kui pikksilm on sihitud seniiti, ja lugem 90^0 või 270^0 on siis, kui pikksilm on sihitud horisondile. Vertikaalring mõõdab siis seniitkaugusi. Kõrgusnurk on seega 90^0 miinus seniitkaugus.

Olgu meil teodoliit, mille vertikaalringi alidaadil on vesilood. Olgu selle teodoliidi vertikaaltelg seatud vertikaalseks. Sihime pikksilmaga

objektile, mille kõrgusnurka (või seniitkaugust) me soovime mõõta. Keerame vastavat alidaadi peenliigutuskruvi, kuni alidaadi vesiloe mull on täpselt keskel. Teeme lugemi vertikaal-limbilt mõlema nooniuse järgi, võttes keskmise. On selge, et saadud lugem üldiselt e i o l e vaadeldud objekti seniitkaugus, sest me ei tea veel, kas vertikaalringi nullpunkt on õiendatud. Teiste sõnadega: me ei tea, kas lugem on täpselt null siis, kui sihime seniiti (või 90^0 siis, kui pikksilma sihtimissuund on horisontaalne).

Nullpunkti õienduse ja samuti ka vaadeldud objekti seniitkauguse saame aga kohe kätte, kui vaatleme objekti kahes teodoliidi seisus: v. v. ja v. p. Muidugi tuleb meil mõlemal korral enne lugemite tegemist seada alidaadi vesiloe mull keskele.



Joon. 63.

Vaatleme joon. 63. Olgu meil vertikaalringi tsenter märgitud tähega C. Olgu suund seniiti CZ. Võttes nüüd seisus v. v. vaadeldavale objektile suuna I ja seisus v. p. suuna II (me pöörame ju vahepeal teodoliiti 180^0 ümber vertikaaltelje), leiame

$$\text{nurk I } \widehat{C} \text{ II} = 2z,$$

kus z on vaadeldava objekti seniitkaugus.

Me näeme, et me võime leida vaadeldava objekti seniitkauguse täiesti sõltumatult nullpunkti suunast, võttes lihtsalt poole lugemite vahest v. v. ja v. p. vahel. Seega

$$z = \frac{\text{v. v.} - \text{v. p.}}{2}$$

N ä i d e. Zeissi teodoliidiga tüüp IV toimetati järgmised vertikaalnurga mõõtmised (sellel tüübil on ainult üks skaalamikroskoop):

v. v. $87^0\ 44{,}5'$; v. p. $272^0\ 16{,}1'$

$2z = 175^0\ 28{,}4'$; $z = 87^0\ 44{,}2'$; kõrgusnurk $\alpha = 2^0\ 15{,}8'$

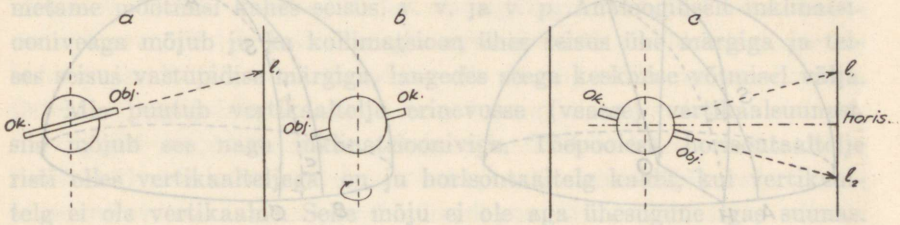
nullpunkti viga: $\left\{\begin{array}{l}\text{v. v. järgi } 0{,}3'\\ \text{v. p. } \quad ,, \quad 0{,}3'\end{array}\right\}$ on vaadeldud lugem liiga suur.

Kui vertikaalringi alidaadil puudub vesilood, siis toimuvad mõõtmised täpselt samuti, kuid tuleb ainult piinlikult jälgida, et teodoliidi vertikaaltelg püsiks kogu aeg täpselt vertikaalne. Eelmiste teodoliitide juures polnud see vajalik, sest alidaad oli oma vesiloe kaudu väikestes piirides vertikaaltelje asendi võimalikust veast sõltumatu. Alidaadi nulljoon oli seega kogu aeg ühtlases seisus horisondi suhtes, kuigi vertikaaltelg oli veidi viltu.

§ 36. **Vertikaalringi nullpunkti õiendamine.** Vertikaalringi nullpunkti saab soovi korral õiendada juba eespool-toodud näite põhjal. Kui nullpunkti viga on selgunud, siis tuleb pikksilm juhtida vaadeldud objektile, keerates alidaadi peenliigutuskruviga ühtlasi nii, et lugem limbil oleks õige z. (Eelmises näites oli see v. v. seisus $87^0\ 44{,}2'$.) Nüüd läks aga mull keskelt ära. Vesiloe reguleerimise kruvidega sunnime mulli uuesti keskele asetuma. Õiendus on lõpetatud.

Olgu märgitud, et kui nullpunkti viga on väike, siis pole mõtet teda õiendada. Ka eeltoodud näites võime veel lugeda nullpunkti vea liiga väikeseks selleks, et hakata teda õiendama.

Väiksemate teodoliitide puhul tarvitatakse nullpunkti õiendamiseks sageli ka teissugust võtet, mis sobib eriti „tubaseks" õienduseks.



Joon. 64.

Kinnitame seina külge lati cm-jaotustega (nivellimislati). Asetame teodoliidi latist 10—20 m kaugusele. Seame vertikaaltelje vertikaalseks ja sihime siis mingisugusele lati jaotusele. Seame vertikaalringi alidaadi vesiloe mulli keskele ja teeme lugemi mõlema vertikaalringi nooniuse järgi, võttes keskmise. Pöörame nüüd pikksilma ümber horisontaaltelje täpselt 180^0, s. o. nii, et pärast pööramist keskmine kahest vertikaalringi nooniusest erineks eelmisest keskmisest täpselt 180^0. Ühtlasi pöörame teodoliiti ümber vertikaaltelje 180^0. Kontrollime, et vertikaalringi alidaadi mull oleks keskel. Kui mitte, siis parandame mulli seisu, kuid hoolitseme ühtlasi (pikksilma lükates), et lugem jääks täpselt 180^0 erinevaks esimesest lugemist. Teeme lugemi latilt mm täpsusega. Keskmine esimese ja teise lati lugemi vahel $\left(\frac{l_1+l_2}{2}\right)$ annab meile horisontaalsuuna (vt. joonis 64).

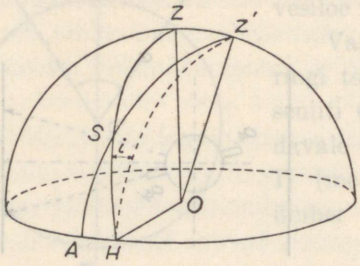
Sihime sellele horisontaalsuunale. Kui alidaadi mulli keskel olles on lugem täpselt 90^0, siis nullpunkti viga ei ole. Erineva lugemi puhul pöörame alidaadi vastava kruviga nii, et lugem oleks täpselt 90^0. Nüüd

läks aga vesiloe mull paigast ära. Sunnime ta uuesti vesiloe reguleerimiskruvide abil keskele asetuma.

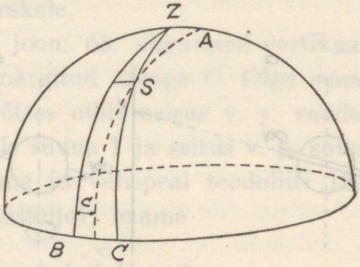
Õiendatud nullpunkt on väiksemail teodoliitidel mugav selles mõttes, et tavalisil töil (piiratud täpsusega, näit. 0,5′ või 1′) piisab siis vertikaalnurga mõõtmisiks lugemeist ühesainsas vertikaalringi seisus.

Teodoliitidega, mille vertikaalringi alidaadil pole vesiloodi, tuleb toimetada analoogiliselt. Neil tuleb aga kogu aeg jälgida, et teodoliidi vertikaaltelg püsiks täpselt vertikaalne. Varemini polnud see vajalik.

§ 37. **Teodoliidi vigade mõju horisontaalnurga mõõtmisile.** Vaatleme, kuidas mõjub horisontaaltelje kalde mõju suunamõõtmisile. Olgu meie horisontaaltelje inklinatsiooniviga i. Siis pikksilma üles-alla



Joon. 65.



Joon. 66.

liigutamisel lõikab ta sihtimissuund taevas suurringi, mis on vertikaaltasapinna suhtes nurga i võrra kaldu. Seniiti meie seega üldse ei saa vaadata. Me näeme jooniselt 65, kus Z on õige seniit ja Z' kõrgeim pikksilmaga sihitav punkt, et lugem suunal S on vigane AH võrra. On arusaadav, et inklinatsioonivea mõju on null, kui me sihime horisondile. Vea mõju kasvab sihitava objekti kõrgusega. Et me seniiti üldse ei saanud vaadata, siis on vea mõju seniidis lõpmata suur. Lihtne trigonomeetriline funktsioon, mis 0^0 juures on null ja 90^0 juures on ∞, on tangensfunktsioon. Võib tõestada sfäärilise trigonomeetria abil, et inklinatsiooniviga i mõjustab tõepoolest suunamõõtmisi $i \cdot \tan \alpha$ võrra, kus α on vaadeldava objekti kõrgusnurk.

Kui me mõõdame nurka kahe suuna vahel, mis mõlemad on horisondist ühekõrgusel, siis on inklinatsioonivea mõju ühesugune mõlemale suunale ja nurk on sellest veast vaba. Samuti on arusaadav, et me saame nii suunamõõtmised kui nurgamõõtmised inklinatsiooniveast vabadena, kui vaatame objekti kahes seisus, v. v. ja v. p. Tõepoolest, i mõjub ju ühes seisus ühe märgiga ja teises seisus vastupidise märgiga, langedes seega keskmise võtmisel välja.

Vaatame edasi kollimatsioonivea c mõju suunamõõtmisile. Pikksilma üles-alla liigutamisel moodustab tema sihtimissuund kollimatsioonivea mõjul taevas vertikaalse ringi, mis on aga mitte suurring, vaid väike ring, kaugusega c vertikaaltasapinnast. Me ei saa seega ka siin seniiti vaadata. Olgu joonisel 66 Z seniitpunkt, A kõrgeim pikksilmaga sihitav punkt. Lugem suunal S on siis vigane BC võrra. On arusaadav, et kollimatsioonivea mõju horisondile sihtides on c. Mõju kasvab aga sihitava objekti kõrgusega, olles seniidis lõpmata suur. Lihtne trigonomeetriline funktsioon, mis 0^0 juures on 1 ja 90^0 juures ∞, on seekansfunktsioon. Ka siin võib tõestada, et kollimatsiooniviga c mõjustab suunamõõtmisi tõepoolest $c \cdot \sec \alpha$ võrra, kus α on vaadeldava objekti kõrgusnurk.

On arusaadav, et me vabaneme kollimatsioonivea mõjust, kui toimetame mõõtmisi kahes seisus, v. v. ja v. p. Analoogiliselt inklinatsiooniveaga mõjub ju ka kollimatsioon ühes seisus ühe märgiga ja teises seisus vastupidise märgiga, langedes seega keskmise võtmisel välja.

Mis puutub vertikaaltelje erinevusse (veasse) vertikaalsuunast, siis mõjub see nagu inklinatsiooniviga. Tõepoolest, horisontaaltelje risti olles vertikaalteljega on ju horisontaaltelg kaldu, kui vertikaaltelg ei ole vertikaalne. Selle mõju ei ole aga ühesugune igas suunas. Samuti on arusaadav, et vertikaaltelje seisu viga (v) ei lange mõõtmisist välja, kuigi teeme vaatlusi kahes seisus, v. v. ja v. p. (vertikaaltelje seis jääb ju pikksilma pööramisel ikka endiseks). Õnneks saab vertikaaltelge vesiloe abil võrdlemisi ruttu ja täpselt seada vertikaalseks ja horisontaalsuunast mitte väga kaugete objektide puhul on selle vea mõju väike (maksimaalselt $v \cdot \tan \alpha$). Ettevaatlik tuleb olla aga väga kõrgete või väga madalate (näit. kaevanduses) objektide puhul, sest siis on α suur. Kõige parem on siis tarvitada ratsutajat vesiloodi otse horisontaaltelje tappide peal, mis kontrollib i ja v mõju kokku. Kui puudub ratsutaja vesilood, siis tuleb hoolega seada vertikaaltelg vertikaalseks ja sagedasti kontrollida tema seisu. On arusaadav, et vaatlused tuleb ka siis toimetada tingimata nii v. v. kui ka v. p. seisus.

§ 38. **Nurga märkimine looduses.** Sirge sihi (s. o. 180^0 nurga) märkimiseks looduses on soovitav kasutada teodoliiti, mille kollimatsiooniviga (mägises maastikus ka inklinatsiooniviga) on hästi õiendatud. Sirge sihi ajamisel kasutatakse tavaliselt järgmist töökäiku.

Antud alguspunktist sihitakse antud suunas pikksilmaga [1]. Laseme

[1] Kuidas algsuund on antud oma asimuudiga või direktsioonnurgaga, selle kohta vt. § 45.

abilisel märkida maapinnal selles sihis niipalju punkte, kuipalju on tarvilik. Nii näiteks nn. pikettimisel märgitakse punkte iga 100 m takka. Signaliseerimine toimub märkimisel täiesti analoogiliselt sirge sihi ajamisega palja silma abil (vt. § 8); nähtavuse tõstmiseks võib rätiku kätte võtta. Kui vaatleja teodoliidil märkab, et abiline on läinud juba küllalt kaugele, nii et nähtavus või signaliseerimine hakkab raskenema, siis annab ta vastava märgi (ajab näiteks mõlemad käed laiali). Siis lööb abiline korraliku 4—5 cm jämedusega vaia maha ja märgib pliiatsiotsaga vaial täpselt sihi kohal punkti. Selle järel pöörab vaatleja teodoliidil pikksilma üle seniidi, ja teises vertikaalringi seisus annab abilisele uuesti suuna, mille abiline samuti märgib pliiatsiga vaiale. Abiline jagab nüüd vaial kahe punkti vahe pooleks, märkides saadud koha naelaga või tugevama punktiga. Vahepeal on vaatleja teodoliidil juba tõstnud teodoliidi ära algpunkti kohalt ja liigub abilise poole, jättes aga maha teise abilise tähisega algpunkti kohale. Kui vaatleja on jõudnud esimese abilise juurde, siis tsentreerib ta teodoliidi vaia punkti kohal ja vaatab tagasi algpunkti peale, lööb siis pikksilma üle seniidi ja (ilma horisontaal-alidaadi pööramata) annab sihi edasi. Märgitakse jälle punkte sihil, kuni tekib vajadus uue vaia asetamiseks. Uuel vaial antakse punkt, siis võetakse pikksilmal teine seis (s. o. vahetatakse v. v. ja v. p.), vaadatakse tagasi algpunkti tähisele ja antakse (uuel) vaial uus punkt. Nüüd tõstetakse teodoliit maast, minnakse uue vaia juurde jne., kusjuures tagumine abiline tähisega liigub ka edasi ühe vaia võrra jne.

Meelevaldne nurk märgitakse looduses analoogiliselt. Juhul, kui on tegemist lühikeste nurgakülgedega, pole tähtis, et teodoliit oleks hästi õiendatud. Vastasel korral on see aga soovitav; samuti on siis hea, kui teodoliidi limbi ekstsentrisus on väike.

Seame lugemi limbil (vähem täpseil töil ainult ühe nooniuse järgi) nulli peale ja kinnise alidaadi ja vaba limbi juures sihime algsuunale. Selle järel kinnitame limbi ja vaba alidaadi juures pöörame pikksilma antud nurga võrra. Laseme abilisel märkida punkti sellel suunal. Siis pöörame pikksilma teise seisu (s. o. vahetame v. v. ja v. p.) ja anname uue punkti. Võtame punktide keskkoha ja meil ongi märgitud looduses soovitav nurk.

VI peatükk.

Asimuudi määramine.

§ 39. **Mõõtmiste orienteerimisest. Asimuudi ja rumbi definitsioon.** On vähe sellest, kui me meid huvitaval maa-alal oleme mõõtnud kõik soovitud jooned ja nurgad. Enamasti on meil veel vaja teada, kuidas mingi maapealne suund on orienteeritud Maa telje — põhja ilmakaare suhtes. Teades antud kohas mingi ühe suuna orientatsiooni, järgnevad sealt kõigi teiste suundade orientatsioonid nurgamõõtmiste kaudu. Orienteerimist on kolme liiki: 1) astronoomiline, 2) magnetiline, 3) orienteerimine tuntud koordinaatidega punktide võrgu alusel. Astronoomiline ja võrgu alusel orienteerimine on täpsed, kusjuures viimane põhineb ikkagi esimesel; magnetiline orienteerimine on ligikaudne, kuid kiire ja mugav.

Olgu meil antud meie asukohas maapinnal nn. tõeline põhjasuund, s. o. suund Maa põhjapooluse poole ehk geograafilise meridiaani suund. Me nimetame siis mistahes meelevaldse suuna astronoomiliseks *asimuudiks* nurka, mille see meelevaldne suund moodustab põhjasuunaga. Asimuut loetakse põhjasuunast positiivselt möödapäeva (s. o. üle ida-lõuna-lääne) 0^0 kuni 360^0 (ehk 0^g kuni 400^g). Defineeritud asimuuti nimetatakse astronoomiliseks sellepärast, et tema määramiseks tuleb teha astronoomilisi vaatlusi.

Kõrvuti asimuudiga on arvutuste jaoks sageli kasulik tarvitada *rumbi* mõistet. Meelevaldse suuna rumb loetakse põhja- või lõunasuunast ida või lääne poole 0^0 kuni 90^0 seksagesimaalsüsteemis (ehk $0—100^g$ tsentesimaalsüsteemis). Rumb on seega alati teravnurk. Rumbi märkimiseks tarvitatakse numbreid ja järgmisi tähti: NE, SE, SW, NW. Nimetatud tähed on tuletatud tähtedest: N — põhi, E — ida, S — lõuna, W — lääs. Nii tähendab rumb NE $43^0\,38'$ suunda põhjast ida poole $43^0\,38'$; rumb SE $28^0\,37'$ — suunda lõunast ida poole $28^0\,37'$ jne. On lihtne näha reegleid asimuudi muutmiseks rumbiks ja vastupidi: esi-

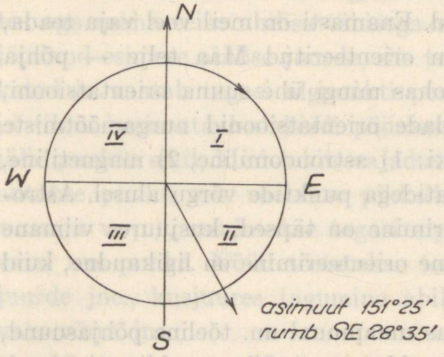
meses veerandis on rumb ja asimuut numbriliselt samad, rumbi ees on aga tähed NE; teises veerandis on rumb: 180° miinus asimuut, tähtedega SE; kolmandas veerandis on rumb: asimuut miinus 180°, tähtedega SW; neljandas veerandis on rumb: 360° miinus asimuut, tähtedega NW. Vastupidised reeglid on niisama lihtsad.

Pööratagu tähelepanu sellele, et geodeesias on positiivne suund vastupidine matemaatikas tarvitatavale positiivsele suunale, mis teatavasti läheb vastupäeva. Paberil ei ole seega geodeesias ja astronoomias veerandite asukoht sama, välja arvatud esimene veerand. Veerandid geodeesias on antud joon. 67.

Kui meil on antud maastikul kaks punkti A ja B ja kui me tähistame asimuuti A-st B-sse tähega α, siis asimuut B-st A-sse erineb α-st 180° (või 200ᵍ) võrra. Seega

$$\alpha_{B\to A} = \alpha_{A\to B} \pm 180^0,$$

ehk sõnadega: mingi suuna asimuut on vastupidise suuna asimuut pluss või miinus 180°. On lihtne näha, et mingi suuna rumb on numbriliselt sama kui vastupidise suuna rumb, ainult tähed rumbi ees on vastupidised (s. o. N asemel on S, E asemel W ja vastupidi). Kui näiteks mingi suuna rumb on SW 32° 25′, siis vastupidise suuna rumb on NE 32° 25′.



Joon. 67.

§ 40. **Astronoomilise asimuudi määramine vastavate kõrguste meetodi järgi.** Astronoomilise asimuudi määramise meetoditest vaatleme siin ainult ühte — lihtsaimat, nn. vastavate kõrguste meetodit. Me teame, et näiv taevaskera pöörlemine on Maa pöörlemise peegelpilt. Taevas pöörleb seega sama telje ümber kui Maagi — Maa telje ümber. Kui me pikendame Maa telge kuni lõikumiseni taevaskeraga, siis saame viimasel punkti, mida nimetame taeva põhjapooluseks. Olgu märgitud, et see pikendamine ja lõikumine ei tee mingisuguseid mõttelisi raskusi, sest taevaskera raadius on meelevaldne — nii suur kui soovime. Taevapoolus on meil selge ilma puhul öösi soovi korral näha. Ta asetseb loomulikult täpselt põhjasuunas (Maa telje pikendusel!) ja tema kõrgusnurk horisondist on Eestis keskmiselt 59° (kõrgusnurk

sõltub geograafilisest laiusest). Kahjuks ei asetse küllalt taevapooluse lähedal ühtegi heledamat tähte ja seega teodoliidi pikksilmaga pooluse peale sihtimine pole lihtne ülesanne; pealegi muutub pooluse asukoht tähtede suhtes. Ümmarguselt 1^0 kaugusel poolusest asetseb hele täht — Põhjanael (*α Ursae minoris*); Põhjanael pöörleb seega ümber pooluse ringi mööda, mille raadius on 1^0. Võib arvutada, et Eestis kõigub tema asimuut ümmarguselt 358^0 ja 2^0 vahel. Kui meil seega asimuudi määramisel pole vaja suuremat täpsust, siis piisab lihtsast sihtimisest Põhjanaelale. Täpsemail asimuudi määramisil peab arvutama igaks soovitud momendiks Põhjanaela asimuudi antud kohas, mille esitamine viiks aga käesolevas raamatus liiga pikale.

Lihtsamail töil on mugavam tarvitada lõunapoolseid tähti lõunasuuna määramiseks. On selge, et täht või mistahes teine taevakeha (näit. päike) on oma öö-päevasel pöörlemisel kõrgeimas seisus siis, kui ta asetseb täpselt lõunasuunas. Kahjuks on aga seda kõrgeimat suunda teodoliidiga raske püüda, sest lõunasuuna lähedal muutub taevakeha kõrgus väga aeglaselt. Tuleb seega otsida teissugust võtet, milleks ongi vastavate kõrguste meetod.

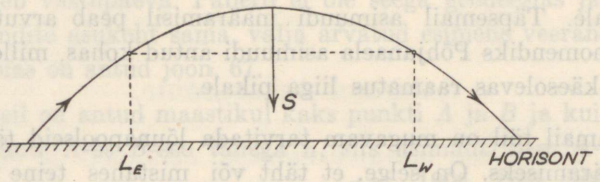
Peame silmas, et mõni tund enne lõunasuunda saabumist või mõni tund pärast lõunasuunda muutub taevakeha kõrgus palju kiiremini kui lõunasuuna lähedal. Asetades teodoliidi soovitud punkti ja kinnitades limbi, sihime mõnele tähele, mis jõuaks paari tunni pärast lõunasuunda. Anname pikksilmale sobiva kõrgusnurga — veidi suurema (näit. veerand pikksilma vaatevälja või vähemgi) kui tähe kõrgus antud momendil. Lükates muutumatu pikksilma kõrguse juures teda käega tähele järele, ootame, kuni täht jõuab õige horisontaalniidi lähedale. Tähe liikumine on enne lõunasuunda tegelikult alt üles, pikksilma vaateväljas näivalt ülevalt alla. Siis kinnitame ka alidaadi ja lükkame pikksilma tähele järele peenliigutuskruviga. Saabub moment, millal täht on korraga vertikaalniidi ja horisontaalniidi peal (s. o. viimaste lõikepunktis). Samal momendil jätame pikksilma seisma; loeme horisontaal-limbi; olgu lugem L_E. Nüüd ootame (mitu tundi!), kuni täht on läbinud lõunasuuna ja hakkab langedes jõudma samasse kõrgusse kui varemini. On arusaadav, et pikksilma kõrgusnurk peab olema muutumatult sama kogu aeg. Olles küllalt varakult kohal, vaatame pikksilma, kus nüüd täht näivalt läheb alt üles. Lükkame pikksilma (muutumatu kõrgusnurga juures ja kogu aeg kinnise limbiga) tähele järele analoogiliselt eelmisega, s. o. alguses käega lahtise alidaadi puhul ja pärast peenliigutuskruviga. Saabub moment, kus täht on vertikaal-

niidi ja horisontaalniidi lõikepunktis. Samal momendil jätame pikksilma seisma ja loeme siis jälle horisontaal-limbi; olgu lugem L_W.

Lõunasuund limbil on siis $\frac{L_E + L_W}{2}$.

Öeldut selgitab joonis 68.

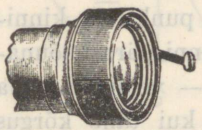
Et pimedas pikksilma niitristikut nähtavaks teha, selleks võib pikksilma objektiivi peale panna plekkrõnga, mis kannab väikest ple-



Joon. 68.

kist „peeglikest" objektiivi ees (vt. joonis 69). Peeglikesele valgust lastes võib juhtida pikksilma sisse parajal määral valgust, nii et on korraga näha küllaldaselt nii niitristik kui ka täht.

Enne ja pärast tähe vaatlust teeme vaatluse maapealsele objektile, mille asimuuti soovime määrata, lugedes limbi. Et meil on tähevaatlustega limbil teada lugem lõunasuunas, siis järgneb siit otseselt maapealse objekti asimuut. On arusaadav, et ka maapealne objekt tuleb teha nähtavaks kunstliku valgustusega.



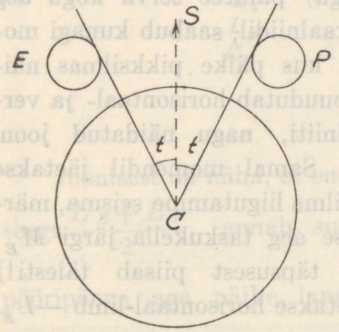
Joon. 69.

Pandagu tähele, et kõik vaatlused ühel ööl tuleb teha ühesainsas pikksilma seisus (kas v. v. või v. p.) [1]. Seega peab teodoliit olema ühe öö vaatlustega piirdumisel hästi õiendatud. Soovi korral võime aga teha ka vaatluse teises pikksilma seisus järgmisel ööl. Limbi seisu ja pikksilma kõrgusnurka ei tohi vaatluste jooksul muuta. Tegelikult on muutmine või isegi teodoliidi paigalt äraviimine lubatud pärast L_E lugemit, kui me ainult seame teodoliidi t ä p s e l t samasse seisu tagasi enne vaatluste teist poolt. See on aga võimalik, kui 1) loeme kõrgusnurga nii täpselt kui võimalik ja paneme ta vaatluse teisel poolel samasuguseks (pandagu tähele, et vertikaalringi alidaadi mull oleks keskel!), 2) horisontaal-limbi seame maapealse objekti järgi nii, et lugem viimasel oleks täpselt sama kui vaatluste esimesel poolel. Et täht asetseb

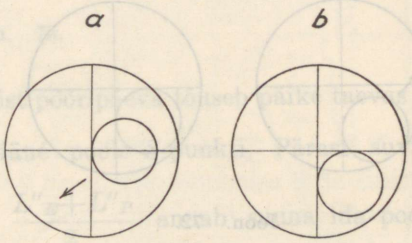
[1] Öeldu ei ole päris täpne ja on mõeldud selleks, et esitada vaatlusmeetodit lihtsaimal kujul (vt. edasi järgmine lõige).

kaunis kõrgel, siis kontrollitagu, et vertikaaltelg oleks korralikult vertikaalseks seatud.

Olgu öeldud, et täpsuse mõttes on muidugi parem, kui teeme samal ööl vaatluse samal tähel kahes pikksilma seisus, v. v. ja v. p. Olgu meil vaadeldud algul v. v. seisus täht kõrgusnurga a_1 juures; selle järel pöörame pikksilma v. p. seisu ja vaatleme tähte teise kõrgusnurga a_2 juures. Mõlemad kõrgusnurgad loeme nii täpselt kui vähegi võimalik, valides nooniuste lugemid sobivalt. Pärast lõunasuunast läbiminekut vaatleme jälle tähte, algul seisus v. p. a_2 juures ja siis seisus v. v. a_1 juures. Hoolitsetagu, et a_2 ja a_1 oleksid täpselt samad mis vaatlusil enne lõunasuunda.



Joon. 70.



Joon. 71.

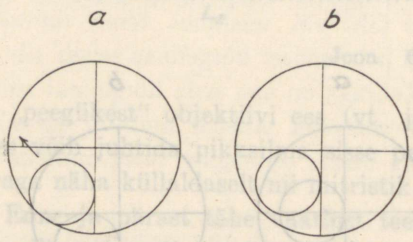
Lihtsamail geodeetilisil töil on sageli mugavam toimetada astronoomilise asimuudi määramist mitte öösi tähtede järgi, vaid päeval päikese järgi. Vaatlusmeetod on täiesti analoogiline tähtede vaatluse meetodiga. Et aga päike pole punkt, vaid ketas umbes 30′ läbimõõduga, siis tema keskpunkti sihtimine pole nii lihtne kui tähe puhul. Vaatluste metoodikat tuleb seega veidi muuta.

Et päike on väga hele, siis ei saa otse sihtida tema peale. Pikksilm suunatakse päikesele varju abil, mille ta heidab paberilehele, mis hoitakse pikksilma taga. Kui pikksilm on õiges suunas, tekib paberile hele päikeseketas. Nüüd pannakse okulaarile tume klaas; hädakorral hoitakse okulaari ees kas või tahmatud klaasitükki.

Päikesel ei vaadata tema keskpunkti läbiminekut horisontaal- (ja vertikaal-) niitidest, vaid tema ketta servade puutumist niitidega. Olgu meil joon. 70 kujutatud horisont linnulennult ringjoonena, mille tsentris C me asetseme. Lõunasuund olgu tähistatud tähega S. Jooniselt on näha, et päike asetseb enne lõunat (E) ja pärast lõunat (P)

ühesugusel kaugusel t lõunasuunast, kui ta puudutab pikksilma vertikaalniiti enne lõunat oma parempoolse servaga ja pärast lõunat vasakpoolse servaga. Et pikksilm pöörab pildi ümber (astronoomiline okulaar!), siis näiv pilt pikksilmas tuleb vastupidine (vt. joon. 71 ja 72). Puutumine horisontaalniidiga võetakse järgnevalt.

Sihtides enne lõunat pikksilmaga päikesele nii, et pikksilma kõrgusnurk on veidi suurem päikese kõrgusest, saame pikksilmas umbes niisuguse pildi, nagu on kujutatud joon. 71-a. Vaatlus tehakse 2—3 tundi enne lõunat. Päikese liikumine on taevas paremale ja üles, pikksilmas seega vastupidi, nagu joonisel noolega näidatud. Hoides nüüd muutumatu kõrgusnurga juures (algul käega jämedalt, pärast peenliigutuskruviga) päikese serva kogu aeg vertikaalniidil, saabub kunagi moment, kus päike pikksilmas näivalt puudutab horisontaal- ja vertikaalniiti, nagu näidatud joon. 71-b. Samal momendil jäetakse pikksilma liigutamine seisma, märgitakse aeg taskukella järgi M_E (min. täpsusest piisab täiesti!) ja loetakse horisontaal-limb $-L_E$.



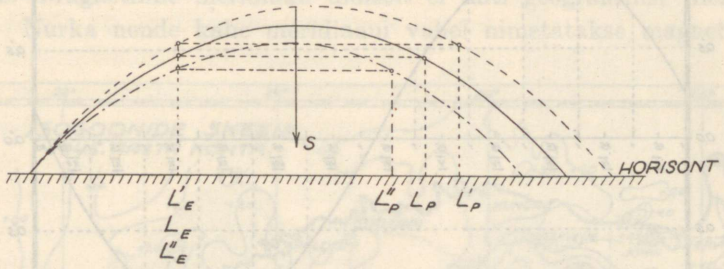
Joon. 72.

Vaatlus pärast lõunat on analoogiline; päike peab aga nüüd puudutama vertikaalniiti teiselt poolt. Pilt pikksilmas oleks seega umbes nii, nagu on kujutatud joon. 72 a ja b. Horisontaal-limbi lugem tuleb L_P ja aeg M_P.

Nagu tähevaatluste juures, nii võib ka siin vahepeal võtta teodoliidi kohalt ära. Pärast lõunat tuleb aga ta üles seada mingi maapealse suuna abil täpselt samasse seisu kui enne lõunat, s. o. nii, et maapealsel suunal lugem horisontaal-limbil enne ja pärast lõunat ja pikksilma kõrgusnurk oleksid täpselt samad. Vaatlus toimub mõlemal juhul samas pikksilma seisus, s. o. kas v. v. või v. p. Hoolitsetagu, et teodoliit oleks hästi õiendatud ja et vertikaaltelg oleks seatud korralikult vertikaalseks. Muidugi võime ka siin teha vaatlusi kahes pikksilma seisus (v. v. ja v. p.), nagu tähevaatlustelgi.

Lõunasuund limbil on $\frac{L_E + L_P}{2}$ ajavahemikes: 1) nädal kuni poolteist enne ja pärast suvist pööripäeva ja 2) nädal kuni poolteist enne ja pärast talvist pööripäeva. Muul ajal vajame aga väikest parandust p, sest päike ei püsi taevas paigal Maa telje (ehk taevapooluse) suhtes.

On ta ju suvel kõrgemal ja talvel madalamal. Olgu meil joon. 73 kujutatud pideva joonega päikese tee, kui tal ei oleks liikumist Maa telje suhtes. Lihtsa punktiiriga on kujutatud päikese tee ajavahemikus talvisest pööripäevast suviseni ja katkestatud punktiiriga — suvisest talviseni.



Joon. 73.

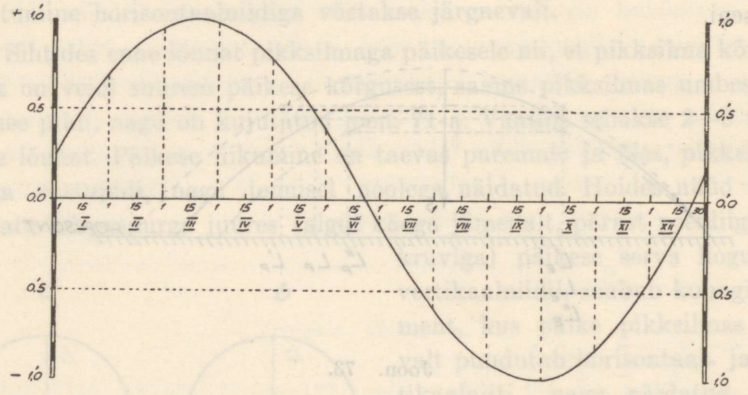
Joonisest on näha, et enne suvist pööripäeva tõuseb päike taevas ja seega $\frac{L'_E+L'_P}{2}$ annab suuna lääne poole *S*-punkti. Pärast suvist pööripäeva aga päike langeb ja $\frac{L''_E+L''_P}{2}$ annab suuna ida poole *S*-punkti. Parandus p arvutatakse järgmise valemi järgi, mille anname siin tõestamata:

$$p = -\frac{t \cdot \Delta\delta}{\sin t \cdot \cos\varphi},$$

kus t tähendab poolt ajavahemikku enne- ja pärastlõunase vaatluse vahel (s. o. $t = \frac{M_P - M_E}{2}$), φ tähendab vaatluskoha geograafilist laiust ja $\Delta\delta$ tähendab nn. päikese käände (deklinatsiooni) muutust ajaühikus. Ajaühiku võtame nii, et t oleks samas ühikuis, mille kohta võtame $\Delta\delta$; enamasti võtame ühikuks tunni.

t arvutamiseks on minutilisest täpsusest enam kui küllalt; minutid muudame tunni murruks. φ võime võtta mõnelt väikesemõõduliselt kaardilt; Eesti jaoks on küllaldane, kui võtame igal pool $\varphi = 59^1/_2{}^0$ või isegi $\varphi = 60^0$; ($\cos 60^0 = 0{,}5$). $\Delta\delta$ võib arvutada mingi astronoomilise aastaraamatu (näit. Tähetorni kalendri) järgi. Tavalisiks töiks väikese teodoliidiga võime aga võtta $\Delta\delta$ joon. 74 antud graafikult, kus $\Delta\delta$ on antud ühe tunni jaoks (seksagesimaalsüsteemis). p märk tuletub joon. 73 järgi.

Enne ja pärast päikesevaatlusi teeme horisontaal-limbil lugemi maapealsele suunale, mille asimuuti soovime määrata. Vastavate kõrguste meetodiga asimuudi määramise täpsus on 2—3′.



Joon. 74.

N ä i d e. 27. mail 1940 määrati Tehnikaülikooli üliõpilaste poolt punktil nr. 8 asimuut punktile nr. 9 teodoliidiga Fennel 18639 (tsentesimaalsüsteemis) järgnevalt:

Teodoliidi asukoht	Vertikaalring	Sihtpunktid	Lugemid			Lugemite keskmine	Aeg
			Limb	Nooniused			
				I	II		
8	v. p.	9	147g	8‵	8‵	147,08g	
	346,25g	Päike	332	57	57	332,57	$9^t\ 28^m$
		Päike	59	32	32	59,32	$15^t\ 10^m$
		9	147	8	8	147,08	

Parandamata lõunasuund limbil on $\frac{332{,}57^g + 459{,}32^g}{2} = 395{,}94^g$;

$$t = \frac{15^t10^m - 9^t28^m}{2} = 2^t51^m = 2{,}85^t = 42{,}7^0;$$

$\Delta\,\delta$ leiame diagrammist $+ 0{,}4'$; φ võtame 60^0; $\cos\varphi = 0{,}5$

$$p = -\frac{2{,}85 \cdot 0{,}4'}{0{,}68 \cdot 0{,}5} = -3{,}4' = -0{,}07^g$$

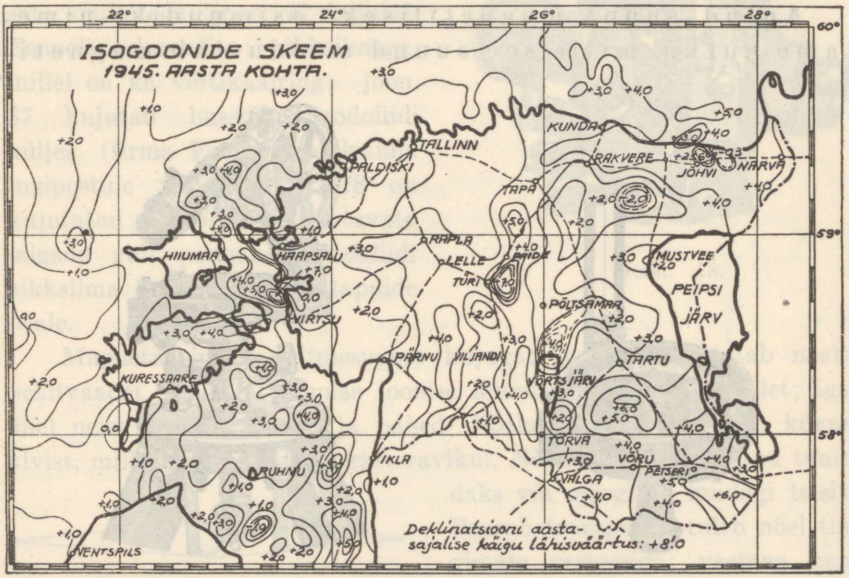
Põhjasuund limbil on

$395{,}94^g - 0{,}07^g - 200{,}00^g = 195{,}87^g$

Suuna 8 → 9 asimuut on seega: $147{,}08^g - 195{,}87^g = 351{,}21^g$.

§ 41. **Magnetiline deklinatsioon Eestis.** Kiirem ja mugavam astronoomilisest asimuudi määramisest on magnetiline asimuudi määramine; ta on aga ka palju väiksema täpsusega.

Kui riputame magnetnõela nii, et ta saab vabalt pöörelda, siis võtab ta suuna, mida nimetame magnetiliseks meridiaaniks antud kohas. Magnetiline meridiaan üldiselt ei ühti geograafilise meridiaaniga. Nurka nende kahe meridiaani vahel nimetatakse magnetiliseks



Joon. 75.

deklinatsiooniks. Deklinatsioon on idapoolne ehk plussmärgiga, kui magnetilise meridiaani N ots läheb ida poole geograafilise meridiaani N otsa; vastasel juhul on ta läänepoolne ehk miinusmärgiga. Eesti magnetiline deklinatsioon ei ole üldiselt suur; nulldeklinatsiooni joon (nullisogoon) läbib Eesti territooriumi. Kaugenedes Eestist ida või lääne poole suureneb üldiselt deklinatsiooni numbriline väärtus, ida poole positiivselt, lääne poole negatiivselt. Nii on Moskva ümbruses deklinatsioon + 7°, Lääne-Euroopas üldiselt — 10° kuni — 15°.

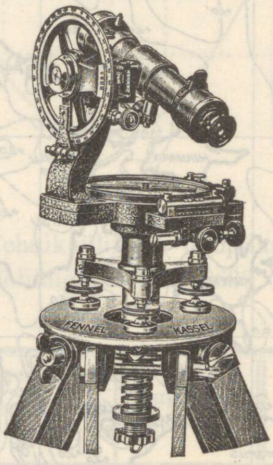
Magnetiline deklinatsioon sõltub kohast ja ajast. Suuri muutusi deklinatsioonis lühikese maa peale nimetatakse magnetilisiks anomaaliaiks. Nad sõltuvad maapinna lähedal olevast geoloogilisest struktuurist. Ka Eestis on küllaldaselt magnetilisi anomaaliaid. Tuntuim neist on Jõhvi anomaalia, kus mõnekilomeetrilisel ulatusel deklinatsioon kõigub

— 12° ja + 24° vahel. Deklinatsioon on aga ka ajaga muutuv. Nii suurenevad kõik Eesti deklinatsiooni väärtused aastas + 8′ võrra (nn. sajandiline ehk sekulaarne muutus). Peale pikaajalise muutuse on veel öö-päevane deklinatsiooni muutus, mis ulatub ümmarguselt 0,1° ühele või teisele poole keskmist seisu. Vahel esinevad veel korrapäratud tugevad häired, nn. magnetilised tormid, mis järsku muudavad magnetilist deklinatsiooni näit. terve kraadi võrra ja rohkem. Joon. 75 näitab isogoonide [1] skeemi Eesti kohta 1945. a. jaoks.

Antud suuna magnetiliseks asimuudiks nimetame nurka, mille see suund moodustab magneti-



Joon. 76.



Joon. 77.

lise meridiaani põhjasuunaga. Seda asimuuti loeme samuti positiivselt (üle ida, lõuna, lääne) 0° kuni 360°. Analoogiliselt astronoomiliste rumbidega loeme ka magnetilisi rumbe, vastavalt magnetilisest põhja- või lõunasuunast.

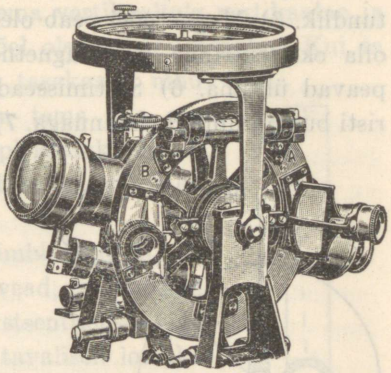
Kui tähistame astronoomilist asimuuti tähega α_a, magnetilist asimuuti α_m ja deklinatsiooni δ, siis

$$\alpha_a = \alpha_m + \delta.$$

§ 42. **Bussol.** Magnetiliste asimuutide määramiseks tarvitatavat riista nimetatakse bussoliks. Bussol võib olla iseseisev mõõteriist, võib aga ka kuuluda lisaosana teodoliidi juurde. Ta koosneb tavaliselt üm-

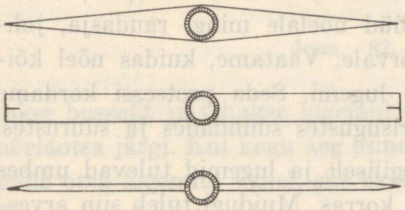
[1] Isogoonid on jooned, mis ühendavad sama deklinatsiooniga kohti.

margusest karbist, mille sees on kraadidesse jaotatud ring — limb; karbi keskpunktis asetseb terasteravik, millel lamab magnetnõel. Kui bussol on iseseisev mõõteriist, siis on tema karbi küljes sihikud (või isegi pikksilm); kuulub bussol teodoliidi juurde, siis on sihtimisabinõuks teodoliidi pikksilm. Joon. 76 näitab meile väikest, kerget, nn. Schmalkalder'i bussolit lihtsate sihikutega; joon. 77 kujutab Fenneli bussolit pikksilmaga, millel on ka vertikaalring; joon. 37 kujutab bussolit teodoliidi küljes (firma Fennel) pikksilma tugipostide vahel; joon. 78 on kujutatud bussol, mis vastavate jalgade abil pannakse teodoliidi pikksilma horisontaaltelje tappide peale.



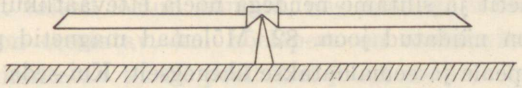
Joon. 78.

Magnetnõelu on mitmesuguse kujuga; joon. 79 kujutab nõelte pealtvaadet, joon. 80 eelmise joonise alumise nõela küljevaadet; igaühel neist on oma hüved ja pahed. Nõela keskosas on pesa kõvast kivist, millega nõel lamab terasteravikul. Nõela N ots on tehtud tumedaks või märgitud kuidagi teisiti. Bussoli transpordil tuleb nõel tingimata areteerida: vastava kangiga (mida liigutab kruvi) tõstetakse nõel teravikult ja surutakse vastu bussoli kateklaasi. Teravikult tõstmine on tarvilik selleks, et nõel ei jääks temale lõnkuma, mis rikub teravikku ja pesa, mille läbi ta muutub kõlbmatuks. Magnetnõel vabastatakse seega ainult asimuudi määramise ajaks; pärast seda tuleb ta kohe areteerida.



Joon. 79.

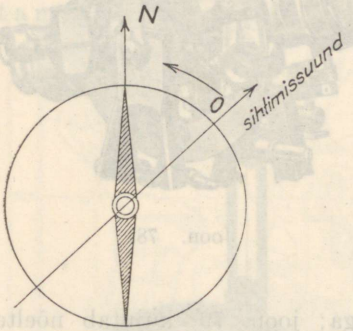
Bussoli limbil lähevad jaotused tavaliselt vastupäeva, et nõel näi-



Joon. 80.

taks õiget asimuuti (vt. joon. 81). Jääb ju siin nõel paigale, limb aga on pööratav koos sihtimisseadisega. Limbi lugemistäpsus on 0,1° ümber.

Bussol peab rahuldama järgmisi nõudeid: 1) Ta ei tohi sisaldada rauda (peale terasteraviku). 2) Magnetnõel peab olema küllaldaselt tundlik. 3) Magnetnõel peab olema tasakaalustatud. 4) Teravik ei tohi olla ekstsentriline. 5) Magnetnõela geomeetriline ja magnetiline telg peavad ühtima. 6) Sihtimisseadise kollimatsioonitasapind peab olema risti bussoli limbi tasapinnaga. 7) Sihtimisseadise kollimatsioonitasapind (sihtimissuund) peab minema läbi limbi 0—180° (0—200g) jaotuse (või olema sellega paralleelne).



Joon. 81.

1) Esimest nõuet kontrollime järgnevalt. Võtame bussolist magnetnõela välja ja paneme ta kuhugi lauale terava nõela otsa. Lähendame nüüd nõelale bussoli keret või tema osi ja vaatame, kas nad mõjuvad nõelale. Kontrollime samuti bussoli statiivi ülemist otsa.

2) Magnetnõela tundlikkus sõltub nõela magnetismist, pesast ja teravikust. Nõela tundlikkuse kontrolliks vabastame tema aretiiri ja ootame, kuni ta rahuneb; teeme lugemi bussoli limbil. Lähendame nüüd nõelale mingi raudasja, juhtides nõela mõnikümmend kraadi kõrvale. Vaatame, kuidas nõel kõigub, ja tema rahunedes teeme jälle lugemi. Seda protsessi kordame mõni kord, juhtides nõela kõrvale erisugustes suundades ja suurustes.

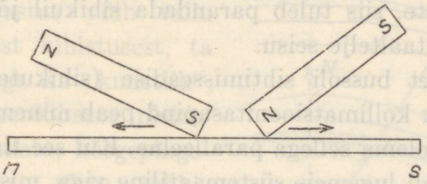
Kui nõel kõigub võrdlemisi energiliselt ja lugemid tulevad umbes 0,2—0,3° piirides samad, siis on kõik korras. Muidugi tuleb siin arvestada seda, et pikad nõelad, mille laiem külg on asetatud vertikaalselt, kõiguvad palju aeglasemalt kui lühikesed ja laiad nõelad.

Kui nõel kõigub laisalt, kuid lugemid tulevad umbes poole kraadi piirides samad, siis on oletatavasti nõela magnetism nõrk, kuid teravik ja pesa on korras. Nõela magnetismi tõstmiseks tuleb ta uuesti magnetiseerida järgnevalt. Asetame nõela lamedalt puulauale. Võtame kaks tugevat magnetit ja silitame nendega nõela ettevaatlikult keskelt otste poole, nagu on näidatud joon. 82. Mõlemad magnetid pannakse üheaegselt nõela peale ja eemaldatakse üheaegselt. Kui seda on paar korda tehtud, siis pööratakse nõelal teine külg ja toimetatakse seal samuti.

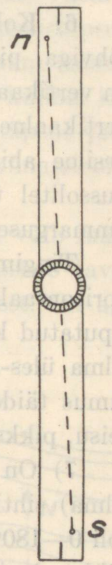
Kui nõel kõigub võrdlemisi energiliselt, kuid annab seisma jäädes eri lugemeid, siis on viga teravikus või nõelapesas. Esimene võib olla murdunud või paindunud ja teine võib olla must või rikutud lihviga. Parandamiseks tuleb bussol viia mehaaniku juurde.

3) Kui bussol on tööseisus, s. o. tema vertikaaltelg vertikaalne ja limb horisontaalne, siis peab magnetnõel olema horisontaalne. Kui ta seda ei ole, siis tuleb parandada nõela tasakaalu, nihutades nõelal vaskplekitükikest, mis on tema ühe otsa ümber. Kui nõelal seda nihutatavat plekitükki ei ole, siis tilgutame nõela vastava otsa peale vaha või lakki tarvilikul määral.

4) Kui nõela teravik ei asetse limbi tsentris, siis tekivad nõela lugemites ekstsentrisuse vead, mis on analoogilised teodoliidi limbi-alidaadi ekstsentrisuse vigadega. On hea, kui neid vigu ei ole, sest tavaliselt loetakse nõela seisu ainult tema N-otsa järgi. Kontrolliks pööra-



Joon. 82.



Joon. 83.

takse bussolit ja tehakse lugemid näiteks umbes iga 30° takka mõlema nõelaotsa järgi. Kui kogu aeg esineb praktiliselt ühtlane, märgatav vahe kahe otsa lugemite vahel, siis ekstsentrisust ei ole, kuid nõel on kõver. Kui vahe nõelaotste lugemeis on muutlik ja märgatava suurusega, siis esineb teraviku ekstsentrisus. Ekstsentrisuse mõju lugemeile kõrvaldame, võttes keskmise N- ja S-otsa lugemeist. Teraviku ekstsentrisuse kõrvaldamiseks tuleb bussol viia mehaaniku juurde.

5) Magnetnõelal on oma põhjapoolus ja lõunapoolus. Pooluseid ühendavat joont nimetame nõela magnetiliseks teljeks. See ei tarvitse aga ühtida nõela geomeetrilise teljega (vt. joon. 83). Tagajärjeks on süstemaatiliselt valesti loetud asimuut, mis muidugi ei ole soovitav.

Kontroll on teostatav, kui nõelapesa on ärakruvitav ja nõelale uuesti külge kinnitatav teiselt poolt. Sel juhul anname bussolile (sihikuile) mingi kindla suuna ja teeme lugemi. Kinnitame nõela pesa tei-

sele poole nõela ja uues seisus teeme jälle lugemi. Kui lugemid praktiliselt ühtivad, siis langevad nõela geomeetriline ja magnetiline telg ühte.

Kui nõelapesa ei ole äravõetav, siis võib kontrolli toimetada (koos 7. tingimusega) ainult sel teel, et teeme vaatluse mingil suunal, mille magnetiline asimuut on meil juba teada kuidagi teisiti.

Nagu näeme, on laiad nõelad käesoleva 5. tingimuse suhtes halvemad; nad on aga paremad paindumise suhtes.

6) Kollimatsioonitasapind on lihtsail sihikuil määratud piluga ja jõhviga, pikksilmas aga tema niitristikuga. Kui bussoli vertikaaltelg on vertikaalne, peab limb olema horisontaalne ja kollimatsioonitasapind vertikaalne. Vertikaaltelg seatakse vertikaalseks suurematel bussolitel vesiloe abil täiesti analoogiliselt teodoliidi vertikaalteljega; väikestel bussolitel toimub see (ehk limbi horisontaalseks seadmine) väikese ümmarguse vesiloe abil, mis on kusagil bussoli karbi küljes.

Tingimuse kontrolliks sihime vertikaaltelje vertikaalse (ehk limbi horisontaalse) olles nöörile, mis on tema külge kinnitatud raskusega riputatud kuhugi kõrgema punkti külge. Kui sihikute suund või pikksilma üles-alla liikumisel vertikaalniit praktiliselt katab nööri, on tingimus täidetud, kui mitte, siis tuleb parandada sihikuil jõhvi ja pilu seisu, pikksilmal horisontaaltelje seisu.

7) On arusaadav, et bussoli sihtimisseadise (sihikute või pikksilma) sihtimissuund ehk kollimatsioonitasapind peab minema läbi bussoli 0—180° jaotuse või olema sellega paralleelne. Kui see tingimus pole täidetud, siis tekib bussoli lugemeis süstemaatiline viga, mis on analoogiline teodoliidi kollimatsiooniveaga.

Kontroll toimub sihikutega bussoli juures nii, et tõmbame ühe sihiku (dioptri) alumisest pilu või jõhvi servast teise ülemisse serva peenikese niidi. Sihtides nüüd läbi sihikute vaatame, kas niit katab 0—180° joont. Või jälle kinnitame kuidagi bussoli 0° ja 180° jaotuse kohta kaks peenikest nõela ja sihime siis mingile maapealsele esemele; vaatame, kas nõelte sihtimissuund ühtib sihikute sihtimissuunaga.

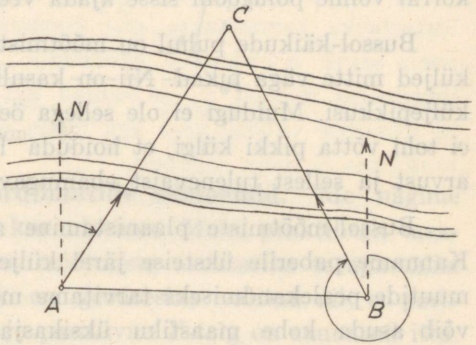
Kui bussol kuulub teodoliidi juurde, siis võib temale sihtida pikksilmaga tagurpidi, s. o. objektiivi silma juures olles. Paneme objektiivile papist või paksust paberist rõnga, nii et objektiivi keskkoht (keskkoht korralikult võtta!) jääks vabaks umbes 1 cm läbimõõduga. Sihime läbi objektiivi bussoli limbile 0°—180° joonele. Kui sihtimistasapind ühtib selle joonega või on paralleelne selle joonega, siis on kõik korras. Kui mitte — siis nihutame limbi, kuni tingimus on täidetud.

Käesolevat 7. tingimust võib ka koos 5. tingimusega kontrollida mingil suunal, mille magnetiline asimuut on meile juba varemini antud.

Silmas pidades kõiki võimalikke bussoli vigu võib korras oleva riistaga saada magnetilisel asimuudi mõõtmisel keskmiselt umbes ± 0,2° täpsust.

On pikergusi bussoleid, nn. orientiirbussoleid, mis kinnitatakse teodoliitide või teiste nurgamõõtjate külge. Nende abil võib saada nurgamõõtjal magnetilise meridiaani suunda. On moodsaid bussoleid (orientiirbussoleid teodoliitidel või pikksilmaga bussoleid), kus vastava lugemisseadisega võib saada tunduvalt paremat lugemistäpsust kui 0,1°. See võib osutuda kasulikuks, kui on vaja meridiaani suunda üle kanda bussoliga ühest kohast teise ja kui see toimub küllalt kiiresti (näit. kaevandusis). Magnetilise asimuudi mõõtmistäpsus jääb aga ikka umbes ±0,2°, kui me ei arvesta öö-päevast deklinatsioonimuutust.

§ 43. **Tööd bussoliga.** Öeldust on näha, et bussoliga võib määrata igasuguse suuna magnetilist asimuuti. Määramine koosneb tavaliselt ainult lihtsast nõela seisu lugemist ja protokollimisest. On aga kohti, kus mõnesuguste mõjustuste tõttu nõel ei näita õieti. Mõjustus võib tulla geoloogilisest kihistusest, ta võib olla aga ka „kunstlik", näit. raudteeröövbaste, plekkkatuse, raudaia, kõrgepingejuhtme jne. tõttu tekkinud. Sääraste „anomaaliate" avastamiseks on parim viis võtta asimuut otse ja vastupidi (s. o. *A*-st *B*-sse ja *B*-st *A*-sse). Kui nii määratud asimuudid erinevad 180° pluss või miinus mõni kümnendik, siis on põhjust arvata, et kunstlikku anomaaliat ei ole. Anomaalia avastamise näidet suuremas bussol-käigus vt. § 47.



Joon. 84.

Bussolit võib tarvitada ka iseseisva nurgamõõtjana. On arusaadav, et me selle juures ei saa suurt täpsust, kuid ka piiratud täpsus on mõneks otstarbeks küllaldane. Nii näiteks annab mitmesuguseil esialgseil uurimiskäikudel väike bussol koos sammudelugejaga kiiresti väga väärtuslikke tulemusi.

Kasutades bussolit iseseisva nurgamõõtjana, korraldame oma töö nn. ümberkäimise meetodiga ja nn. lõigete meetodiga. Joon. 84 on

näha viimase meetodi rakendamine. Olgu meil antud (või määratud) punktid *A* ja *B*. Punkt *C*, mille juurde me ei saa või ei taha minna, on siis määratud, kui mõõdame bussoliga asimuudi $A \rightarrow C$ ja asimuudi $B \rightarrow C$, „lõigates" nii punkti *C*. Tuleb hoolitseda, et nurk *C* juures ei tuleks liiga terav (võimalikult mitte alla 30°), sest muidu oleks lõige halb.

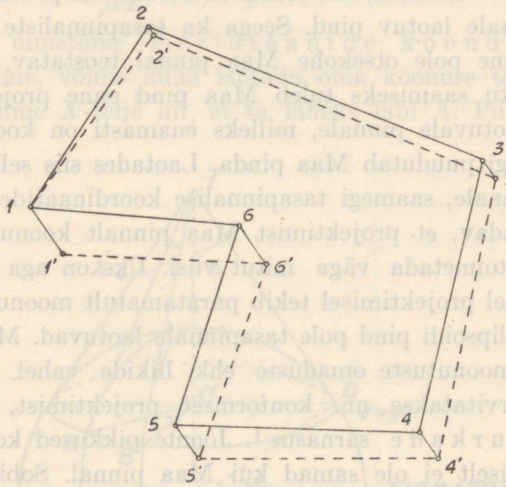
Lõigetega võime määrata rida üksikuid meid huvitavaid punkte. Kui soovime haarata meid huvitavat maa-ala üldiselt, siis ümbritseme ta hulknurgaga — kinnise polügooniga —, mille nurgad mõõdame bussoliga, küljed sammudelugejaga või soovi korral mõne täpsema võttega (optilise kaugusemõõtmise või teraslindi abil). See ongi nn. ümberkäimise meetod. Tegelikult me ei mõõda bussoliga mitte nurki, vaid otse joonte asimuute, mis on mitmeti kasulikum. Võimalust mööda võtame iga joone asimuudi kaks korda: „sinna" ja „tagasi". Maastiku üksikasjad polügooni sees joonistame skitsile silma järgi, võttes üksikuid tähtsamaid või iseloomustavamaid punkte lõigete meetodi abil. Tarbe korral võime polügooni sisse ajada veel lisa bussol-käike.

Bussol-käikude puhul on mõõtmistäpsusele kasulikum, kui võtame küljed mitte väga pikad. Nii on kasulikum mitte ületada 100—200 m küljepikkusi. Muidugi ei ole sellega öeldud, et me suure ala uurimisel ei tohi võtta pikki külgi, et hoiduda liiga suurest polügooni külgede arvust ja sellest tulenevaist ebamugavusist.

Bussol-mõõtmiste plaanistamine algab polügooni joonestamisest. Kanname paberile üksteise järel küljed vastavate asimuutidega. Asimuutide pealekandmiseks tarvitame malli. Kui polügoon sulgub, siis võib asuda kohe maastiku üksikasjade joonestamisele. Üldiselt aga paratamatute mõõtmisvigade pärast polügoon ei sulgu ja ta tuleb tasandada. Olgu joon. 85 kujutatud punktiirjoontega polügoon pärast tema joonestamist mõõtmisandmete järgi. Polügoon ei sulgu, vaid tekib lõppviga 11′. Vaatame kõigepealt, kas lõppviga on lubatava suurusega. Kui meil polügooni küljed on mõõdetud sammudega, siis võib lõppviga küündida 2—3% polügooni ümbermõõdust ehk perimeetrist. Külgede mõõtmisel optiliselt või teraslindiga võib viga olla 0,5% perimeetrist. Kui lõppviga on lubatavais piirides, siis tasandame ta nn. paralleeljoonte meetodiga. Tõmbame kõigist joonestatud polügooni punktidest väikesed abijooned paralleelselt lõppvea joonlõiguga 11′. Jagame lõppvea nii mitmeks osaks, kui palju meil on polügoonis punkte (antud juhul 6 osaks). Nihutame punkti 2′ ühe niisuguse osa võrra mööda paralleeljoont, punkti 3′ kahe osa võrra jne.; punkti 1′ kuue osa võrra,

s. o. terve lõppvea võrra. Ühendame saadud punktid joontega (joonisel 85 täisjooned). Saadud polügoon on tasandatud ja sulgub.

Kui polügoon on tasandatud, siis temale toetudes joonestame lõigetega määratud punktid ja skitsile silma järgi kantud maastiku üksikasjad, tarbe korral ka lisa-bussolkäigud.



Joon. 85.

§ 44. **Tasapinnalised koordinaatide süsteemid.** Me nägime § 2, et me võisime lugeda mitme km ulatuses Maad praktiliselt tasapinnaks. Seega kasutame ka oma mõõtmiste arvutusiks tasapinnalisi koordinaate. Koordinaat-teljestik on geodeesias valitud nii, et positiivne X-telg on suunatud põhja ja positiivne Y-telg on suunatud itta. Plaanil joonestatakse $+X$-telg üles ja $+Y$-telg paremale. Seega on teljestik vastupidine matemaatikas tarvitusel olevale joonestusviisile, kuid ka positiivne pöörlemissuund (möödapäeva) on geodeesias vastupidine matemaatikas tarvitusel olevale. Seega kõik analüütilises geomeetrias, trigonomeetrias jne. tuletatud arvutusviisid, valemid jne. kantakse üle geodeetilistesse arvutustesse ilma mingisuguste muutusteta.

Kui soovitakse toimetada arvutusi suuremas ulatuses (mitmekümne või mitmesaja km ulatuses), siis peab arvestama Maa kuju ja kumerust. Lihtsamail töil tooks see aga asjata raskusi. Ometi oleks hea, kui meil oleks mingisugune tasapinnaline koordinaadistik, mis oleks kasutatav suures ulatuses — näiteks kuni mõnesaja km-ni. Sel juhul oleksid meil kõik mõõtmised omavahel matemaatiliselt seotud, ükskõik kus nad ka toimuksid. Vastasel korral peame aga tarvitama väikse-

mate tööde juures iga kord oma null-punkti ja oma (s. o. kohalikku) koordinaadistikku. Naabruses tehtavad tööd võivad seega olla omavahel üldse mitte seotavad ega võrreldavad muidu, kui peame selleks tegema iga kord jälle eraldi mõõtmisi, mis pikapeale läheb kalliks ja on aegaviitev.

Maa pind — ükskõik, kas loeme ta keraks või pöördellipsoidiks — ei ole tasapinnale laotuv pind. Seega ka tasapinnaliste koordinaatide süsteemi loomine pole otsekohe Maa pinnal teostatav. Tasapinnalise koordinaadistiku saamiseks tuleb Maa pind enne projektida mingile tasapinnaks laotuvale pinnale, milleks enamasti on koonus või silinder, mis kuidagi puudutab Maa pinda. Laotades siis selle koonuse või silindri tasapinnale, saamegi tasapinnalise koordinaatide süsteemi.

On arusaadav, et projektimist Maa pinnalt koonuse või silindri pinnale võib toimetada väga mitut viisi. Üks on aga algusest peale selge: igasugusel projektimisel tekib paratamatult moonutusi, sest kera ega ka pöördellipsoidi pind pole tasapinnale laotuvad. Me võime seega valida ainult moonutuste omaduste ehk liikide vahel. Geodeetilisiks otstarbeiks tarvitatakse nn. konformset projektimist, kus projektsioonis säilib n u r k a d e sarnasus [1]. Joonte pikkused konformses projektsioonis üldiselt ei ole samad kui Maa pinnal. Sobivate koonuste ja silindrite valikul võib aga hoida vigu nii väikestes piirides, et nad praktikas ei mõju segavalt.

Eestis oli 1941. aastani tarvitusel nn. Gauss-Lambert'i projektsioon, mis on üks konformseist koonuselisist projektsioonidest. Vaatleme veidi selle projektsiooni põhiideed lihtsustatud juhu — kera — jaoks. Protsess on analoogiline pöördellipsoidi juures.

Olgu meil Maa kera, raadiusega R ($= 6370$ km). Puudutame Maad koonusega, mille telg ühtib Maa teljega, nii et puutumine toimuks etteantud geograafilise laiusega (φ_0) paralleelringi mööda. Joonisest 86 on näha, et puuteparalleeli $\varphi = \varphi_0$ raadius $r = R \cdot \cos \varphi_0$. Olgu meil puuteparalleelil antud kaks punkti A ja B, geograafiliste pikkuste vahega λ. Siis kaar $AB = r \cdot \lambda$. Edasi on

$$\frac{r}{TD} = \sin \varphi_0 = \frac{R \cdot \cos \varphi_0}{TD},$$

$$\text{kust } TD = \frac{r}{\sin \varphi_0} = R \cdot \cot \varphi_0.$$

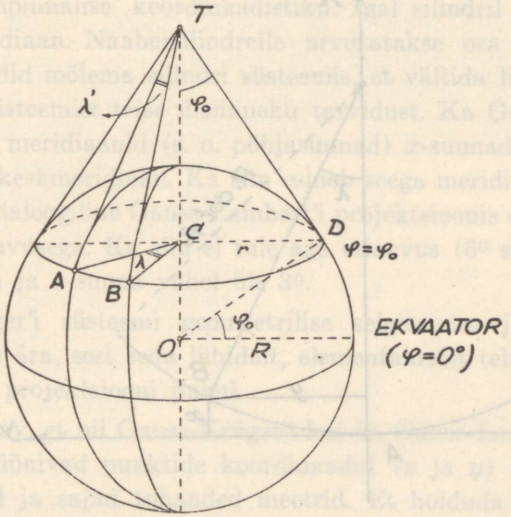
[1] Tõsi küll, nurgad ei moondu ainult väikese maa (näit. mõne km) peale. Suurtes kaugustes tekivad väga väikesed parandused, mida aga käesolevas raamatus võime jätta arvestamata.

Sirgjooned AT ja BT kujutavad projektsioonis (s. o. koonusel) meridiaane, mis kera pinnal lähevad läbi A ja B. Nurk nende meridiaanide vahel oli kera peal λ. Koonusel on nurk nende meridiaanide vahel λ', kus

$$\lambda' = \frac{AB}{AT} = \frac{r \cdot \lambda \cdot \sin \varphi_0}{r} = \lambda \cdot \sin \varphi_0.$$

Nurka λ' nimetame meridiaanide koonduvuseks.

Kui soovime, võime nüüd laotada oma koonuse tasapinnale (vt. joon. 87). Valime X-telje nii, et ta läheks läbi A. Puuteparalleel on



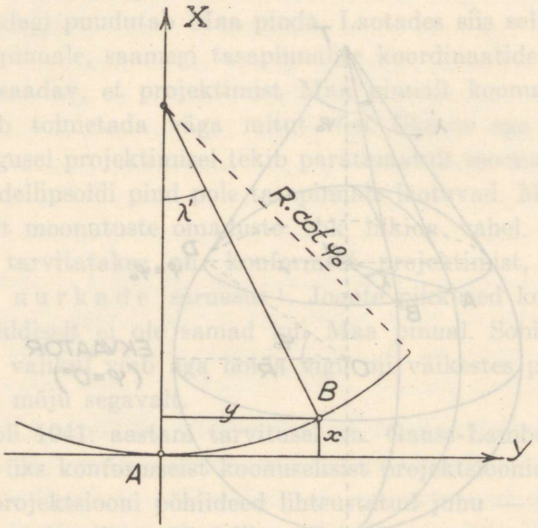
Joon. 86.

meil projektsioonis otse antud (ring raadiusega $R \cdot \cot \varphi_0$). Soovi korral on meil lihtne arvutada analüütilise geomeetria valemite järgi punkti B jaoks x ja y, sest et λ' on ju teada. Kerkib küsimus, kuidas on aga punktidega, mis asetsevad teissuguste geograafiliste laiuste all, s. o. kuidas tulevad projektsioonis teised paralleelringid. On selge, et kõik meridiaanringid tulevad projektsioonis sirgeina ja kõik paralleelringid ringidena. Ainult ringide kaugus üksteisest (muutlik!) määrab projektsiooni omaduse. Püstitades matemaatiliselt konformsuse nõude, leiamegi vastavaid võrrandeid lahendades paralleelringide asukohad ja seega iga soovitud punkti asukoha projektsioonis.

Olgu öeldud, et Gauss-Lambert'i projektsioonis muudetakse veidi ka mõõtu meridiaani mööda. Selge on, et mõõt puuteparalleelil on õige,

s. o. 1:1; mujal tuleks ta aga muutlik ja nimelt suurem kui õigus (tõestuse jätame ära). Kui me üldiselt üsna vähe vähendame mõõtu, siis tuleb meil pilt, kus mõõt on õige kahte paralleeli mööda: üks veidi põhja pool ja teine veidi lõuna pool puuteparalleeli. Mujal on mõõt õigest mõõdust kas veidi suurem või veidi väiksem. Sobiva valiku juures ei tõuse viga aga kusagil üle 1:20000 ja pole seega lihtsamas praktikas üldse segav.

Eestis oli tarvitusel kaks koonust: 1) Põhja-Eesti koonus, puuteparalleeliga $\varphi_0 = 59^0\ 6'$, ja 2) Lõuna-Eesti koonus, puuteparalleeliga



Joon. 87.

$\varphi_0 = 58^0\ 6'$. X-teljeks on mõlemal koonusel meridiaan pikkusega 25^0 ida poole Greenwich'it. Osa Kesk-Eestist on kaetud mõlema koonuse poolt, et lihtsamas praktikas vältida ühest süsteemist teise ülemineku tarvidust.

Nagu näeme, e i o l e projektsioonis meridiaanid (s. o. põhjasuunad) omavahel paralleelsed; seega x-suunad ei ole ka põhjasuundadeks, välja arvatud ainult keskmeridiaan, X-telg. Nurk põhjasuuna ja abstsiss-suuna (x-suuna) vahel on $\lambda' = \lambda \cdot \sin \varphi_0$, kus λ' on loetud keskmeridiaanist (ehk X-teljest). Et Eestis on üks pikkusminut ümmarguselt 1 km pikkune, siis võime öelda, et meridiaanide koonduvus on meil ligi 1′ ühe km peale. Kogu Eesti peale x-suuna erinevus põhjasuunast ei tõuse aga üle 3^0.

Saksamaal (samuti ka enamikus teistes Euroopa mais) on tarvitusel teissugune, nn. Gauss-Krüger'i projektsioon, mis paremini sobib suurematele territooriumidele. See projektsioon on muidugi ka konformne, kuid silindriline, kusjuures silinder puudutab Maad meridiaani mööda. Et Maad pöördellipsoidiks lugedes meridiaanid on ellipsid, siis ka puutesilinder on elliptiline. Silindreid võetakse mitte üks, vaid terve rida, puutemeridiaanidega kas iga 6^0 või iga 3^0 pikkuskraadi takka. Nii on silindrid puutemeridiaanidega 24^0, 27^0, 30^0 jne. idapikkustega Greenwich'ist. Neile silindreile projektitakse konformselt Maa pind ja laotatakse siis silindrid tasapinnale, saades nii tasapinnalise koordinaadistiku. Igal silindril on X-teljeks tema puutemeridiaan. Naabersilindreile arvutatakse osa ühisele maaalale koordinaadid mõlema silindri süsteemis, et vältida lihtsamail töil ühest silindri süsteemist teise ülemineku tarvidust. Ka Gauss-Krüger'i süsteemis ei ole meridiaanid (s. o. põhjasuunad) x-suunad, välja arvatud iga silindri keskmeridiaan. Ka siin esineb seega meridiaanide koonduvus, mis on analoogiline Gauss-Lambert'i projektsioonis esineva meridiaanide koonduvusega. Ka siin ei tule aga erinevus (6^0 silindrite juures) põhjasuuna ja x-suuna vahel üle 3^0.

Gauss-Krüger'i süsteemi geomeetrilise selgitamise jätame käesolevas raamatus ära, sest seda lühidalt, elementaarselt teha on raskem kui koonuselise projektsiooni puhul.

On arusaadav, et nii Gauss-Krüger'i kui ka Gauss-Lambert'i koordinaadistikus küünivad punktide koordinaadid (x ja y) suurte arvudeni — kümned ja sajad tuhanded meetrid. Et hoiduda negatiivseist arvudest, selleks liidetakse vahel kõigile koordinaatidele suurem konstantne arv.

§ 45. **Orienteerimine tuntud punktide järgi tasapinnalises koordinaadistikus.** Mugavaim ja seejuures väga täpne on suundade orienteerimine tuntud koordinaatidega punktide alusel. Tõepoolest, kui meil on antud kaks punkti A ja B oma koordinaatidega x_A, y_A ja x_B, y_B, siis on kohe ka antud direktsioon-nurk A-st B-sse järgnevalt:

$$\tan \alpha_{A \to B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A},$$

kus α tähistab direktsioon-nurka. Direktsioon-nurka loeme x-suunast positiivselt (möödapäeva) 0^0 kuni 360^0. Seega antud suuna direktsioon-nurk üldiselt ei ole selle suuna astronoomiline (ega magnetiline) asimuut, kusjuures vahe asimuudi ja direktsioon-nurga vahel (λ')

võib tõusta kuni 3^0. Soovi korral võime seda vahet aga täpselt arvutada ja arvestada. Muidugi pole tavalises praktikas mingisugust tarvidust asimuudi järele, kui meil on teada direktsioon-nurk, mis ei suuna meie mõõtmisi mitte halvemini kui astronoomiline asimuut. Seepärast tarvitatakse tegelikus mõõtmispraktikas sõna asimuut sageli ka direktsioon-nurga jaoks.

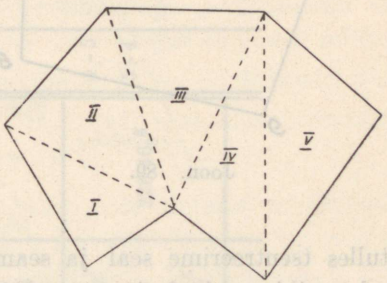
Muidugi saame suunamist direktsioon-nurga järgi tarvitada ainult seal, kus on juba olemas küllalt tihe tuntud koordinaatidega punktide võrk. Nii võime näiteks kinnises maastikus [1] x-suunda, mis meil on antud kahe tuntud koordinaatidega punkti kaudu, kanda teodoliidiga töökohale küllaldase täpsusega umbes 1—$1\,^1/_2$ km kaugusele. Kuidas see toimub, sellega tutvume järgmises peatükis. Kui meil tuntud koordinaatidega punkte lähedal kasutada ei ole, siis oleme sunnitud kasutama orienteerimist astronoomilise või magnetilise meridiaani järgi ja sealt tuletatud kohalikku koordinaadistikku.

[1] Kinniseks maastikuks nimetatakse maastikku, kus nähtavuskaugus on metsa, hoonete, maareljeefi jne. tõttu piiratud.

VII peatükk.

Polügooni mõõtmised.

§ 46. **Mõõtmiste korraldamine ja protokollimine.** On arusaadav, et mingi maa-ala mõõtmiseks ja plaanistamiseks on vaja teha nii joone- kui ka nurgamõõtmisi. Ainult hädaabinõuna kasutame nurgamõõduriistade puudusel mõõtmisiks ainult linti. Kui meil näiteks on antud väikese maa-ala piirjoontena mingi polügoon ehk hulknurk, siis saame selle polügooni joonestada, kui jagame ta kolmnurkadeks ja mõõdame lindiga kõik kolmnurkade küljed (joon. 88). Muidugi on see ainult lihtsamail juhtudel rakendatav, sest nurgamõõduriistade puudumine vähendab täpsust tunduvalt.



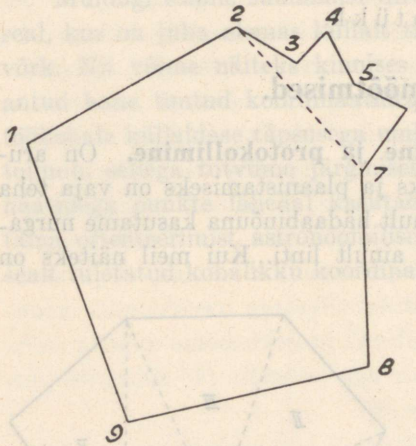
Joon. 88.

Geodeetilisil mõõtmisil on alati printsiibiks: üldisemast üksikasjadesse (mitte vastupidi!). Kohe alguses loome oma mõõtmisile raamistiku, mis paneb meie vigadele tõkked. Selle raamistiku mõõdame täpsemalt kui üksikasjad raamistiku sees. Raamistiku külge seome siis järk-järgult maastiku üksikasjad.

Väiksema ja keskmise (näit. krunt, väiksem küla) maa-ala mõõtmiseks loome raamistiku seda maa-ala ümbritseva (või ka ainult läbiva) polügooni näol. Polügooni küljed mõõdame teraslindiga, nurgad — teodoliidiga. Ainult lihtsamail juhtudel võib nurki mõõta goniomeetriga.

Kui on tegemist mõõtmistega, mille alusel tehtud plaan omab juriidilist väärtust, siis on polügooni joonteks maa-ala ametlikud piirid. Muidu aga paneme polügooni oma parema arusaamise järgi. Polügooni punktid nummerdatakse järjekorras. Kui meil on kinnine polügoon,

siis läheb numeratsioon tavaliselt möödapäeva, kusjuures punkt nr. 1 valik on meelevaldne. Tuleb hoolitseda selle eest, et polügooni küljed ei oleks liiga lühikesed, näiteks mitte alla 30 m. Kui (olude sunnil või ametliku piiri puhul) esineb vahetult üksteise järel paar lühikest külge (paarkümmend m või vähem), siis toimetame mõõtmist diagonaali mööda, jättes lühikesed küljed vahele (vt. joon. 89). Need mõõdame hiljemini diagonaali suhtes. Nii mõõdame algul (joon. 89) polügooni 1—2—7—8—9 ja hiljemini diagonaali 2—7 suhtes 2—3—4—5—6—7. Muidugi on sellest nõudest erandeid, kus lühikesed küljed on tavaliseks nähtuseks, näiteks linnade, kaevanduste jne. mõõtmised. Seal tuleb aga siis kanda erilist hoolt teodoliidi tsentreerimisel nurga tipul.



Joon. 89.

Polügooni mõõtmiste kohta jääb vähe öelda. Lihtsamail töil mõõdetakse nurgad kahe poolvõttega, nagu seda juba nägime § 32. Nurga tipule tulles tsentreerime seal ja seame teodoliidi vertikaaltelje vertikaalseks; sihime algul sinna punkti, kust tulime, siis sinna punkti, kuhu läheme, tehes vastavad limbi lugemid. Siis pöörame pikksilma läbi seniidi ja pöörame ka limbi umbes 90° (kui on korduv teodoliit). Nüüd sihime ja loeme limbi vastupidises järjekorras: algul selle punkti suunas, kuhu läheme, siis punkti suunas, kust tulime[1]. Teraslindiga mõõdame töö edenedes ka polügooni küljed, iga külje kaks korda: „sinna" ja „tagasi". Kui joonel on märgatav kalle või kalde muutus, siis mõõdame need ja protokollime (kalde muutusel ka, kus see oli). Kalde mõõtmisel pole vaja suurt täpsust, sest me vajame teda ju ainult joone horisontaalprojektsiooni arvutuseks. Kui teodoliidil on bussol, teeme ühtlasi ka magnetilise asimuudi (või rumbi) lugemid. On soovitav teha neid lugemeid igas sihitud suunas, sest et me siis saame iga polügooni külje jaoks otse- ja vastuasimuudid.

[1] Märkus: sihtimisjärjekord mõlemas poolvõttes võib olla muidugi ka esitatule vastupidine. On aga soovitav pidada kogu aeg ühte ja sama tööskeemi.

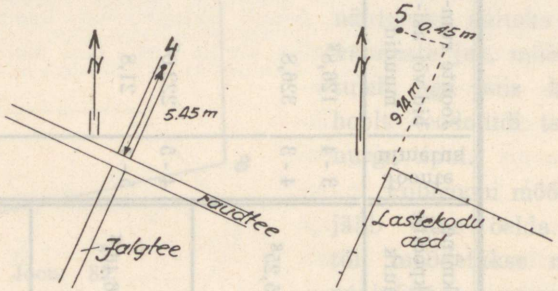
Aeg: 21. mai 1940. **Teodoliit:** Fennel 18639.

Vaatleja: N. N. **Lint:** Nr. 9.

Teodoliidi asukoht	Sihtpunktid	Lugemid: Limb	Lugemid: Nooniused I	Lugemid: Nooniused II	Lugemite keskmine	Vasakpoolne nurk	Keskmine vasakpoolne nurk	Joonte nimetus	Joonte rumbid või asimuudid	Joonte pikkus	Joonte kalle	Märkused
4	3	362^g	26'	26'	$362{,}26^g$	$295{,}25^g$	$295{,}25^g$	3 - 4	$126{,}8^g$	$130{,}02^m$		
v. v.	5	257	51	51	257,51			4 - 3	326,8	129,96		
	5	351^g	42'	42'	$351{,}42^g$							
v. p.	3	56	17	17	56,17	$295{,}25^g$						
5	4	221^g	18'	18'	$221{,}18^g$	$226{,}47^g$	$226{,}46_8^g$	4 - 5	$222{,}0^g$	$227{,}98^m$		
v. p.	6	47	65	65	47,65			5 - 4	21,8	227,95		
	6	146^g	64'	64'	$146{,}64^g$							
v. v.	4	320	18	17	$320{,}17_5$	$226{,}46_5^g$						

Kõik mõõtmised protokollime vastavas vormis. Märkuste all protokollime, kui esineb midagi erilist ja olulist polügooni küljel või nurgas: kus näiteks maantee, raudtee, kraav või ms. lõikab polügooni külge, kus asetseb polügooni punkt, mida mõõdeti ekstsentriliselt, jne. Tavaliselt jäetakse parempoolne protokolli leht valgeks punktide skitside, polügooni külgi läbivate tähtsamate esemete, ekstsentrilisil mõõtmisil tsentreerimise elementide skitside jne. jaoks. On soovitav siduda polügooni punkte lähedases naabruses asetsevate püsivate esemetega, muidugi siis, kui neid esemeid on olemas. Kindel side on kolme sirgega, või kahe sirgega ja nurgaga jne.

Lk. 99 on esitatud näide protokolli vasakpoolse lehekülje kohta. Parempoolset lehekülge — punktide 4. ja 5. skitsidena — esitab joon. 90.



Joon. 90.

§ 47. **Kinnise polügooni tasandamine.** Polügoone võime jagada kolme liiki: 1) kinnine polügoon, 2) polügoon-käik, mis toetub tuntud punktidele, ja 3) lahtine polügoon. Esimene liik polügoone on geomeetriliselt kinnised, s. o. viimane polügooni külg lõpeb alguspunktis. Teine liik polügoone algab mingis tuntud koordinaatidega punktis ja lõpeb mingis teises tuntud koordinaatidega punktis. Kolmas liik polügoone on lahtised selles mõttes, et puudub igasugune lõppkontroll. Esimese kahe liigi juures ei ole põhimõttelist vahet polügooni arvutamises. Vaatame kõigepealt kinnise polügooni arvutamist.

On selge, et enne kinnise polügooni punktide koordinaatide arvutamist tuleb toimetada polügooni mõõtmiste tasandamine. On ju meie mõõtmisandmed paratamatult koormatud vigadega ja seega otse mõõtmisandmeid tarvitades meie polügoon ei sulguks. Tasandamine algab nurkade tasandamisest. On selge, et kinnises polügoonis seesmiste nurkade summa peab olema $(n-2)\cdot 360^0$, kus n on polügooni punktide arv. Tarvitades aga väliseid nurki, peab kinnise polügooni nurkade

summa olema $(n+2)\cdot 360^0$. Olgu meil polügooni punktid nummerdatud möödapäeva. Sel juhul on välisnurgad ühtlasi vasakpoolsed ja sisenurgad parempoolsed polügooni mõõtmiskäigu suhtes. Tähistame vasakpoolseid nurki tähega β ja parempoolseid tähega σ, siis peaks olema

$$\beta_i+\sigma_i=360^0;\quad \sum_{i=1}^{i=n}\beta_i=(n+2)\cdot 360^0;\quad \sum_{i=1}^{i=n}\sigma_i=(n-2)\cdot 360^0.$$

On soovitav kogu polügooni arvutuses jääda kas vasakpoolsete või parempoolsete nurkade juurde. A-il 1936—1941 tarvitati Eestis vasakpoolseid nurki. Kinniste polügoonide puhul tarvitatakse aga sageli ka sisenurki, mis on siiski vasakpoolsed nurgad, kui polügooni punktid on nummerdatud vastupäeva.

Summeerides kõiki mõõdetud polügooni nurki me üldiselt muidugi ei saa teoreetilist summat. Esimeseks küsimuseks on siis, kas viga nurkade summas on lubatav. Eestis kehtis kuni 1941. a. lihtsamail töil nõue, et nurkade summa ei tohi erineda teoreetilisest summast rohkem kui $1{,}5'\cdot\sqrt{n}$, kus n on polügooni punktide arv; nn. sidekäikudel nõutakse $1'\cdot\sqrt{n}$ (Riigi Teataja 1936, nr. 43, § 164). Saksamaal nõutakse lihtsamate polügoon-käikude kohta $1{,}0'\cdot\sqrt{n}$.

Kui viga nurkade summas on lubatav, siis jaotame ta ühtlaselt kõigi mõõdetud polügooni nurkade vahel, nii et tuleks välja teoreetiline summa. Tõsi küll, kui meil nurgad on mõõdetud näiteks ainult $1'$ täpsusega ja summa vea olles 1—2′ me soovime tasandatud nurki näha samuti ainult $1'$ täpsusega, siis toimetame veidi teisiti. Siis paneme leitud ühe- või paariminutilise vea $1'$ kaupa ainult nende nurkade arvele, mis oletatavasti olid mõõdetud halvemais tingimusis, näit. lühemate külgedega nurkade arvele.

Nurkade tasandamisele järgneb koordinaatide tasandamine. Selleks on kõige enne vaja arvutada kõigi polügooni külgede asimuudid.

Iga polügooni külje asimuut arvutatakse eelneva külje asimuudist valemi järgi:

$$\alpha_{i,i+1}=\alpha_{i-1,i}+\beta_i\pm 180^0$$

või

$$\alpha_{i,i+1}=\alpha_{i-1,i}-\sigma_i\pm 180^0,$$

kus $\alpha_{i,i+1}$ on asimuut punktist i punktile $i+1$, β_i on vasakpoolne ja σ_i on parempoolne nurk. Selgituseks vaatleme joon. 91.

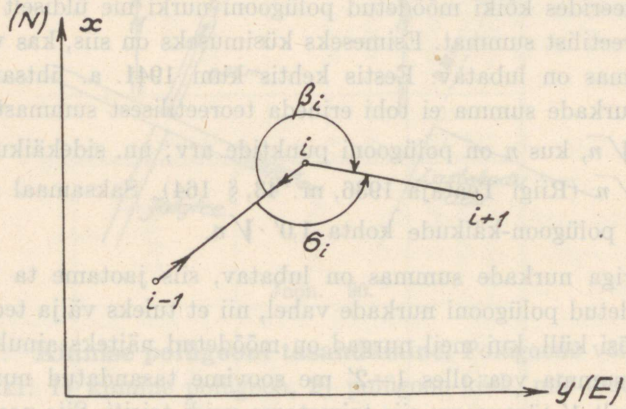
Olgu meil antud $\alpha_{i-1,i}$ s. o. asimuut punktist $i-1$ punkti i. Olgu meil punktis i mõõdetud suunad $i-1$ ja $i+1$ peale. Neist suundadest võime arvutada kas vasakpoolse nurga β_i või parempoolse nurga σ_i. Jooniselt on näha, et me saame suuna $i \rightarrow i+1$, kui võtame suuna $i \rightarrow i-1$ ja keerame seda positiivselt β_i võrra. Asimuut $\alpha_{i,i-1}$ on aga asimuut $\alpha_{i-1,i} \pm 180^0$. Seega tõepoolest

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} + \beta_i \pm 180^0.$$

Samuti on jooniselt näha, et me saame suuna $i \rightarrow i+1$ suunast $i \rightarrow i-1$, kui keerame seda negatiivselt σ_i võrra. Seega

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} - \sigma_i \pm 180^0.$$

Lähtekülje asimuut (või direktsioon-nurk) on lihtsalt antud, kui meil oli astronoomiline asimuudi määramine või orienteerimine võrgu



Joon. 91.

alusel. On arusaadav, et on täiesti ükskõik, missugune külg meile annab lähteasimuudi. Külgede asimuutide arvutuste kontroll toimub sel teel, et lähteküljest lähtudes arvutame üksteise järel kõigi polügooni külgede asimuudid (või direktsioon-nurgad) uuesti lähteküljeni. Viimane peab loomulikult tulema alguses ja lõpul täpselt sama. Muidugi toimub arvutus tasandatud polügooni nurkadega.

Kui me orienteerisime magnetilise meridiaani järgi, siis on meil andmeid paljude (või kõigi) polügooni külgede asimuutide kohta. Sagedasti võetakse praktikas siis lähteküljeks mingisugune üks külg, mille kohta arvatakse, et ta oli mõõdetud parimais tingimusis. Soovitavam on aga arvestada ka kõigi teiste külgede mõõdetud asimuute. Polügooni

nurkade abil (need on ju mõõdetud palju täpsemalt kui mingi külje magnetiline asimuut!) arvutame kõigi külgede asimuudid, lähtudes mingisugusest asimuudist. Iga külje vaadeldud asimuut annab siis paranduse lähteasimuudi jaoks, milledest võtame keskmise. Järgnevalt esitame näite niisuguse arvutusviisi kohta, kusjuures ühtlasi punktis 4 esineb anomaalia. Selles anomaalses punktis vaadeldud magnetilised asimuudid jätame kõrvale ja ülejäänuist võtame keskmise.

N ä i d e. Olgu meil viisnurkse polügooni kohta järgmised andmed:

Punktid	Tasandatud vasakpoolsed nurgad	Vaadeldud magnetilised asimuudid
1.	224° 33′	$\alpha_{1,2} = 239{,}8^0$; $\alpha_{2,1} = 60{,}0^0$
2.	268 51	$\alpha_{2,3} = 328{,}5$; $\alpha_{3,2} = 148{,}8$
3.	271 43	$\alpha_{3,4} = 60{,}6$; $\alpha_{4,3} = 235{,}0$
4.	249 13	$\alpha_{4,5} = 124{,}1$; $\alpha_{5,4} = 309{,}4$
5.	245 40	$\alpha_{5,1} = 195{,}3$; $\alpha_{1,5} = 15{,}3$

Valime esialgseks lähteasimuudiks ümmarguse arvu $\alpha_{1,2} = 240^0\ 0'$ ja arvutame mõõdetud polügooni nurkade kaudu kõigi teiste külgede asimuudid. Iga vaadeldud magnetiline asimuut annab siis paranduse arvutatud asimuudi kohta, välja arvatud $\alpha_{4,3}$ ja $\alpha_{4,5}$. Seega võime arvata, et punktis 4 esineb kohalik anomaalia. Parandusist võtame keskmise ja nii saamegi lõplikud tasandatud asimuudid.

Punktid	Vasakpoolsed nurgad	Esialgsed asimuudid	Parandus	Parandus	Tasandatud asimuudid
1.	224° 33′				
		240° 0′	— 12′	0′	239° 51′
2.	268 51				
		328 51	— 21	— 3	328 42
3.	271 43				
		60 34	+ 2	an.	60 25
4.	249 13				
		129 47	an.	— 23	129 38
5.	245 40				
		195 27	— 9	— 9	195 18

Keskmine parandus: $-75' : 8 = -9'$.

Asimuudid muudame rumbideks, sest need on alati teravad nurgad ja seega arvutusiks mugavamad. Selle järel arvutame koordinaatide juurdekasvud punktist punkti abstsissides ja ordinaatides. Viimane toimub tuntud valemite järgi:

$\Delta x = d \cdot \cos \alpha$ või $\Delta x = d \cdot \cos R$, kusjuures märk järgneb rumbi esimesest tähest: N annab + ja S annab —.

$\Delta y = d \cdot \sin \alpha$ või $\Delta y = d \cdot \sin R$, kusjuures märk järgneb rumbi teisest tähest: E annab + ja W annab —.

Neis valemeis tähendab α asimuuti ja R rumbi; d tähendab mõõdetud polügooni külje horisontaalprojektsiooni. Kinnise polügooni puhul peab olema

$$\sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_i = 0 \text{ ja } \sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_i = 0.$$

Paratamatute polügooni mõõtmisvigade pärast see üldiselt muidugi ei tule nii. Ka siin kerkib kõigepealt küsimus, kas esinev erinevus teoreetilisest nõudest on lubatav. Eestis nõuti tavalisil mõõtmisil seni (kuni 1941. a.), et keskmisel maastikul

$$\sqrt{w^2_x + w^2_y} \leqslant 0{,}01 \sqrt{2s + 0{,}003s^2},$$

kus w_x tähendab $\Sigma \Delta x_i$ ja w_y tähendab $\Sigma \Delta y_i$ ja s polügooni ümbermõõtu ehk perimeetrit; w_x on seega polügooni sulgemisviga x-des ja w_y — y-des, $\sqrt{w^2_x + w^2_y}$ on polügooni jooneline sulgemise viga.

Kõval lagedal maal on lubatav viga 25% võrra väiksem ja mägisel, metsa- ja soomaal 25% võrra suurem.

Kui polügooni sulgemise viga on lubatav, siis tasandame w_x x-de peale ja w_y y-de peale, andes igale Δx ja Δy paranduse võrdeliselt vastava polügooni külje pikkusega d (mitte Δx või Δy enese pikkusega!). Sellega leiame kõik parandatud Δx ja Δy, mis enam sulgemisviga ei anna. Kui meil on nüüd antud mingisuguse ühe polügooni punkti koordinaadid, siis võime kohe arvutada kõigi teiste punktide koordinaadid. Kui meil neid andmeid ei ole, siis loome oma kohaliku koordinaatide süsteemi, kusjuures tavaliselt võetakse lähteandmeiks polügooni punkti nr. 1 jaoks $x = 0$ ja $y = 0$. Kinnise polügooni arvutusnäiteid vt. lk. 105 ja 106.

§ 48. **Polügoon-käigu tasandamine.** Polügoon-käik algab ühest tuntud punktist ja lõpeb teises tuntud koordinaatidega punktis.

Säärases polügoon-käigus kaotavad mõtte nimetused välis- või sisenurk. Küll aga räägime vasakpoolseist või parempoolseist nurkadest. Nurkade tasandus toimub asimuutide tasanduse kaudu. Kui meil käigu alguspunktis on näha mõni tuntud punkt (I) ja lõpp-punktis mõni teine (või ka seesama) tuntud koordinaatidega punkt (II), siis saame toimetada nurkade tasandamist.

Näide 1.

Punktide nr-d	Vasakpoolsed nurgad: Mõõdetud °	Mõõdetud ′	Tasandatud °	Tasandatud ′	Direktsioonnurgad °	Direktsioonnurgad ′	Rumbid	Rumbid °	Rumbid ′	Joone pikkus d	log cos R / log d / log sin R	log d + log cos R / log d + log sin R	Koordinaatide juurdekasvud: Arvutatud ±	Arvutatud Δx	Arvutatud ±	Arvutatud Δy	Tasandatud ±	Tasandatud Δx	Tasandatud ±	Tasandatud Δy	Koordinaadid ±	x	±	y	Punktide nr-d
1	266	-1 34	266	33																		0,00		0,00	1
					295	56	NW	64	04	83,48	$\bar{1},64080$ $\bar{1},92158$ $\bar{1},95391$	1,56238 1,87549	+	−1 36,51	—	+3 75,07	+	36,50	—	75,04					
2	274	50	274	50																	+	36,50	—	75,04	2
					30	46	NE	30	46	223,49	$\bar{1},93412$ $2,34926$ $\bar{1},70888$	2,28338 2,05814	+	−3 192,03	+	+6 114,32	+	192,00	+	114,38					
3	268	43	268	43																	+	228,50	+	39,34	3
					119	29	SE	60	31	104,48	$\bar{1},69212$ $2,01904$ $\bar{1},93977$	1,71116 1,95881	—	−2 51,42	+	+3 90,95	—	51,44	+	90,98					
4	281	06	281	06																	+	177,06	+	130,32	4
					220	35	SW	40	35	137,75	$\bar{1}.88051$ $2,13909$ $\bar{1},81328$	2,01960 1,95237	—	−2 104,62	—	+4 89,61	—	104,64	—	89,57					
5	168	48	168	48																	+	72,42	+	40,75	5
					209	23	SW	29	23	83,10	$\bar{1},94020$ $1,91920$ $\bar{1},69077$	1,85980 1,61037	—	−1 72,41	—	+2 40,77	—	72,42	—	40,75					
	1260	01	1260	00						632,30			+	0,09	—	0,18		0,00		0,00					
	1260	00	=180 . (5+2)																						
vahe =	0	01																							

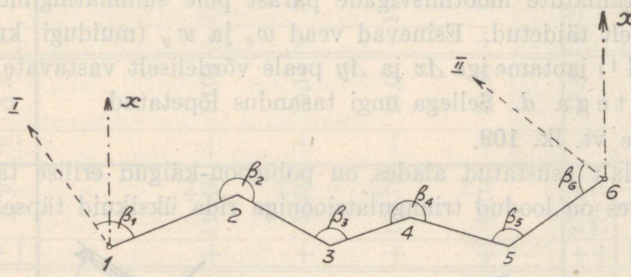
sulgemisviga $= \sqrt{(0{,}09)^2 + (0{,}18)^2} = 0{,}20$

Näide 2.

Punktide nr-d	Vasakpoolsed nurgad: Mõõdetud °	Mõõdetud ′	Tasandatud °	Tasandatud ′	Direktsioonnurgad °	Direktsioonnurgad ′	Rumbid: Nim.	Rumbid °	Rumbid ′	Joone pikkus d	log cos R / log d / log sin R	$\log d$ + log cos R / $\log d$ + log sin R	Koordinaatide juurdekasvud: Arvutatud ± Δx	Arvutatud ± Δy	Tasandatud ± Δx	Tasandatud ± Δy	Koordinaadid ± x	Koordinaadid ± y	Punktide nr-d
											num 366,98 / 87,35	log. 2,56464 / 1,94126							
											log tan $\alpha_{370\to1}$	0,62338					+ 40270,81	− 18461,19	
370					283	23,3					$\alpha_{370\to1}$ =	283° 23,3′							370
1*	337	51,8	—	—	81	15,1					$\bar{1}$,18212	1,32952					+ 40358,16	− 18828,17	1*
2											2,14740 / $\bar{1}$,99492	2,14232					+ 87,35	− 366,98	
1	337	−0,4 22,6	337	22,2							$\bar{1}$,23025 / 2,15174	1,38199 / 2,14538					+ 40358,16	− 18828,17	1
					81	15,1	NE	81	15,1	140,41	$\bar{1}$,99364		+ 21,36	+ 138,78	+ 21,36	+ 138,78			
2	178	−0,5 58,4	178	57,9							$\bar{1}$,99030	2,03570					+ 40379,52	− 18689,39	2
					80	13,0	NE	80	13,0	141,82	2,04540	1,36553	+ 24,10	+ 139,76^{-1}	+ 24,10	+ 139,75			
3	291	−0,5 51,3	291	50,8							$\bar{1}$,32013						+ 40403,62	− 18549,64	3
					192	03,8	SW	12	03,8	111,02	$\bar{1}$,38006	1,80002	− 108,57	− 23,20	− 108,57	− 23,20			
4	271	−0,5 49,6	271	49,1							2,41996	2,40708					+ 40295,05	− 18572,84	4
					283	52,9	NW	76	07,1	263,00	$\bar{1}$,98712		+ 63,10^{+1}	− 255,32^{-1}	+ 63,11	− 255,33			
	1080	01,9								656,25			− 0,01	+ 0,02	00,0	00,0			
	1080	00,0 = 180 (4 · 2)																	
vahe = 01,9													sulgemisviga = $\sqrt{(0{,}01)^2+(0{,}02)^2}$ = 0,02						

*) Tallinna Tehnikaülikooli ülekandepunkt.

Olgu meil joonisel 92 kujutatud polügoon-käik punktide 1 ja 6 vahel, kusjuures x_1, y_1 ja x_6, y_6 olgu teada. Olgu punktist 1 näha mingi tuntud koordinaatidega punkt I ja punktist 6 tuntud punkt II. Me mõõdame kõik polügooni küljed (1—2, 2—3 jne. kuni 5—6) ja nurgad β_1 kuni β_6. I ja 1. koordinaatidest arvutame asimuudi (direktsioon-nurga) $\alpha_{I,1}$: on ju $\tan \alpha_{I,1} = \frac{y_1 - y_I}{x_1 - x_I}$; 6. ja II koordinaatidest arvutame $\alpha_{6,II}$.



Joon. 92.

Saame edasi

$$\begin{aligned}
\alpha_{1,2} &= \alpha_{I,1} + \beta_1 \pm 180^0 \\
\alpha_{2,3} &= \alpha_{1,2} + \beta_2 \pm 180^0 \\
&\text{— — — — — —} \\
\alpha_{5,6} &= \alpha_{4,5} + \beta_5 \pm 180^0 \\
\alpha_{6,II} &= \alpha_{5,6} + \beta_6 \pm 180^0
\end{aligned}$$

Summeerides saame $\alpha_{6,II} = \alpha_{I,1} + \sum_{i=1}^{i=n} \beta_i \pm n \cdot 180^0$.

Nüüd on kohe näha, kuidas praegu arvutatud $\alpha_{6,II}$ on kokkukõlas algul arvutatud $\alpha_{6,II}$. Paratamatute mõõtmisvigade pärast üldiselt muidugi tekib lahkuminek. Selle lahkumineku jaotame võrdselt kõigi nurkade β_1 kuni β_6 peale; lubatav lahkumineku suurus vt. lk. 101.

Edasi arvutame direktsioon-nurgad (asimuudid) täiesti analoogiliselt kinnise polügooniga, s. o. vasakpoolsete nurkadega:

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} + \beta_i \pm 180^0$$

ja parempoolsete nurkade puhul:

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} - \sigma_i \pm 180^0,$$

kus β_i (või σ_i) tähendavad nüüd juba tasandatud nurki.

Koordinaatide juurdekasvud punktist punkti arvutame samuti kui kinnise polügooni puhul, s. o.

$$\Delta x = d \cdot \cos \alpha \quad \text{ja} \quad \Delta y = d \cdot \sin \alpha.$$

Koordinaatide summa kohta on aga nüüd nõue:

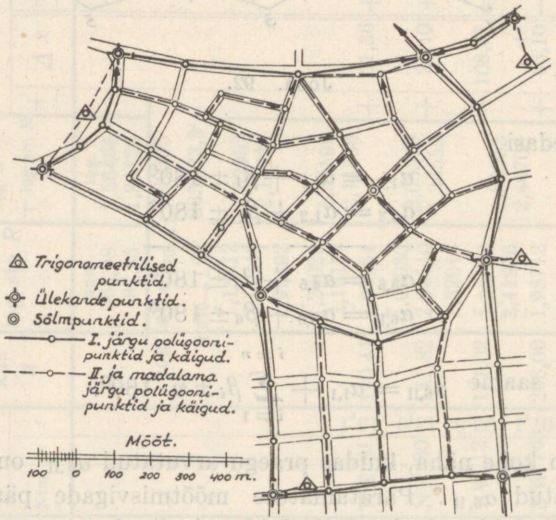
$$\Sigma \Delta x = x_l - x_a; \quad \Sigma \Delta y = y_l - y_a,$$

kus x_a, y_a tähendavad polügooni alguspunkti (s. o. antud juhul punkti 1) koordinaate ja x_l, y_l tähendavad polügooni lõpp-punkti (s. o. antud juhul punkti 6) koordinaate.

Paratamatute mõõtmisvigade pärast pole summatingimused muidugi täpselt täidetud. Esinevad vead w_x ja w_y (muidugi, kui nad on lubatavad [1]) jaotame iga Δx ja Δy peale võrdeliselt vastavate k ü l j e - p i k k u s t e g a d. Sellega ongi tasandus lõpetatud.

Näide vt. lk. 109.

Tihedalt asustatud alades on polügoon-käigud erilise tähtsusega. Neis alades on loodud triangulatsiooniga rida üksikuid täpselt määra-



Joon. 93.

tud punkte (vt. peatükk „Triangulatsioon"). Nende punktide vahele pannakse siis polügoon-käigud, iga käik enam-vähem ühes suunas, ilma suuremate murreteta. Nii lähevad linnades polügoon-käigud mööda linnatänavaid; polügoonide küljed on seal kaunis lühikesed, polügooni punktide asetsedes tänavate ristlemiskohtades, tarbe korral (näit. kõverate tänavate puhul) ka mujal. Polügooni punktid asetatakse maa

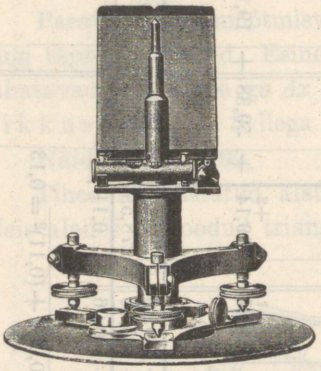
[1] Vt. Riigi Teataja 1936, nr. 43, § 169.

Punktide nr-d	Vasakpoolsed nurgad: Mõõdetud °	Mõõdetud ′	Tasandatud °	Tasandatud ′	Direktsioonnurgad °	Direktsioonnurgad ′	Rumbid Nim.	Rumbid °	Rumbid ′	Joone pikkus d	log cos R / log d / log sin R	log d + log cos R / log d + log sin R	Koordinaatide juurdekasvud: Arvutatud ± Δx	Arvutatud ± Δy	Tasandatud ± Δx	Tasandatud ± Δy	Koordinaadid ± x	Koordinaadid ± y	Punktide nr-d
I																	(+ 40379,52	− 18689,39)	I
					261	15													
1*	13	56	13	56							$\bar{2},95589$						+ 40358,16	− 18828,17	1
					95	11	SE	84	49	110,96	2,04516	1,00105	— 10,02 (+2)	+ 110,50 (+4)	— 10,00	+ 110,54			
		-1									$\bar{1},99822$	2,04338							
2	159	08	159	07													+ 40348,16	− 18717,63	2
											$\bar{1},43233$								
					74	18	NE	74	18	37,42	1,57310	1,00543	+ 10,13 (+1)	+ 36,02 (+1)	+ 10,14	+ 36,03			
		-1									$\bar{1},98349$	1,55659							
3	202	50	202	49													+ 40358,30	− 18681,60	3
											$\bar{1},09304$								
					97	07	SE	82	53	113,64	2,05553	1,14857	— 14,08 (+2)	+ 112,76 (+4)	— 14,06	+ 112,80			
											$\bar{1},99664$	2,05217							
4	100	45	100	45													+ 40344,24	− 18568,80	4
											$\bar{1},97853$								
					17	52	NE	17	52	62,38	1,79505	1,77358	+ 59,37 (+1)	+ 19,14 (+2)	+ 59,38	+ 19,16			
5	354	12	354	12							$\bar{1},48686$	1,28191					+ 40403,62	− 18549,64	5
					192	04													
II																	(+ 40295,05	− 18572,84)	II
	830	51											= + 45,40	+ 278,42	+ 45,46	+ 278,53			
	261	15								324,40			peab olema: + 45,46	+ 278,53					
	1092	06											vahe: − 0,06	− 0,11					
	900	00	= 5.(180)																
	192	06																	
	192	04	= (5→II)																
vahe = 0	02																		

sulgemisviga $= \sqrt{(0{,}06)^2 + (0{,}11)^2} = 0{,}13$

*) Tehnikaülikooli ülekandepunkt

sisse tänavakatte alla eriti püsivalt (vt. joon. 3-a). Punktide arv on suur; nende asetust ja polügoon-käike mööda linnatänavaid näitab joon. 93. On arusaadav, et polügoon-käigud muudavad igasugused hilisemad jooksvad mõõtmised linnas väga mugavaks: 1) igal pool on kergelt ja täpselt antud orientatsioon vastavas linna koordinaadistikus, 2) kõik hilisemad mõõtmised on ühes süsteemis ja seega omavahel seotud, 3) iga lühikese maa järel on kerged ja täpsed kontrollid. Suure osa tööd võib seega teha lihtsalt ekkeriga ja ruletiga.



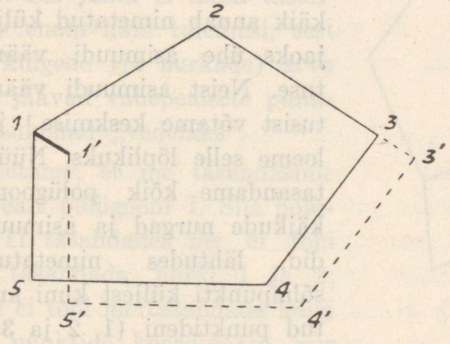
Joon. 94.

Linnade polügoon-käikude rajamisel on nõutav suurem täpsus nurkade ja joonte mõõtmisil, kui eespool oli nimetatud. Nõudeid leiame vastavais eeskirjades ja instruktsioonides.

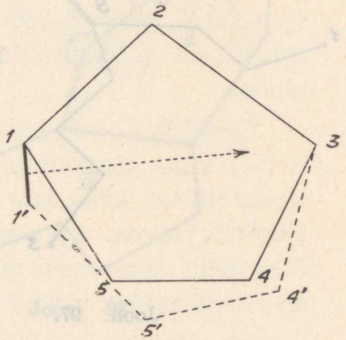
Väljaspool linnu ja teisi tihedalt asustatud alasid tarvitatakse ka triangulatsioonipunktide vahel tarviduse järgi polügoon-käike. Nende polügoon-käikude küljed on kaunis pikad — mitusada m (Eestis keskmise pikkusega 600 m).

Linnades ja kaevandustes ollakse sageli sunnitud võtma lühikesi polügooni külgi. Tavalise teodoliidi tsentreerimisviisi juures (nöörloega) oleks see nurgamõõtmise täpsuse suhtes halb. Asimuudid saame polügoonides aga nurki summeerides ja üksikudki vigased nurgad avaldavad koordinaatide arvutusele halba mõju. Seepärast tulebki võimalust mööda hoiduda lühikestest külgedest. Kui need on aga olude sunnil paratamatud, siis on kasulik tarvitada nurgamõõtmistel erilist sundtsentreerimise seadist. Viimane koosneb kahest sihtimissignaalist, mis on varustatud vesiloodidega, ja kolmest kolmeharulisest alusplaadist teodoliidile või sihtimissignaalile (vt. joon. 94, kus on antud signaal alusplaadi peal; alusplaadil on ümmargune vesilood, signaalil kaks üksteisega risti olevat pikergust vesiloodi). Soovi korral võib neile veel lisanduda eriline optiline lood. Alusplaadid on ehitatud nii, et nad pannakse statiividele ja neile võib asetada k a s teodoliidi või signaali; teodoliidi ja signaali asukohad on seega t ä p s e l t vahetatavad. Kui me seega kuski alustame oma polügooni mõõtmist, sihtides ühele ja teisele signaalile, siis mõõtmiste edenedes tuleb teodoliit alati sunniviisil täpselt samasse asukohta, kus oli varemini signaal, ja vastupidi. Tsentreerimisvead langevad seega välja.

§ 49. **Jämedate mõõtmisvigade avastamine. Lahtine polügoon.** Olgu meil kinnise polügooni puhul tehtud mingi ühe külje mõõtmisel jäme viga (näit. üks linditäis — 20 m). Viga ei ilmne enne, kui oleme arvutanud $w_x = \Sigma \Delta x$ ja $w_y = \Sigma \Delta y$. Vea võime siis avastada joon. 95 põhjal. Olgu meil tehtud küljes 2—3 jäme viga ja olgu külg mõõdetud liiga suurena, vea olles 3—3′. Kõik teised küljed tulevad siis paralleelsed õigete külgedega ja polügooni sulgemise viga 1—1′ tuleb paralleelne selle küljega, mis on valesti mõõdetud. Kui me seega kanname sulgemisvea $\sqrt{w^2_x + w^2_y}$ sobivas mõõdus ruudulisele paberile, siis on kohe näha, missugune külg on kahtlane; w_x ja w_y märgid ja suurused annavad sulgemisvea asimuudi.



Joon. 95.

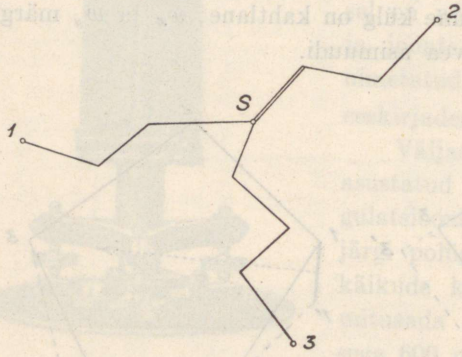


Joon. 96.

Kui meil kinnise polügooni puhul on tehtud jäme viga nurgamõõtmisil, siis võime selle avastada kohe nurkade summa kaudu. Soovi korral võime kohe kontrollida kõik nurgad uue mõõtmisega. Vahel on aga kasulik kahtlast nurka määrata joon. 96 põhjal. Arvutame jälle polügooni sulgemise vea 1—1′ (s. o. w_x ja w_y). Ristjoon, mis on tõmmatud sulgemisvea 1—1′ keskelt, näitab vigasele nurgale. Selle ülesande lahendame samuti graafiliselt, võttes 1—1′ jaoks küllalt suure mõõdu, võrreldes polügooni enese mõõduga.

Lahtine polügoon algab mingist antud punktist, minnes polügoon-käiguna edasi; igasugune lõppkontroll aga puudub. On arusaadav, et lahtises polügoonis pole võimalik teostada ei nurkade ega koordinaatide tasandamist, samuti pole seal võimalik avastada jämedaid mõõtmisvigu. Kui me oleme sunnitud tarvitama lahtisi polügoone (näit. mitmesugustel ehitistel ja kaevandustes), siis tuleb olla valvel jämedaist vigadest hoidumiseks või jälle toimetada mõõtmisi kaks korda — „sinna“ ja „tagasi“ — erinevais lugemite tingimusis.

§ 50. **Sõlmpunktide ja liitpolügoonide tasandamine. Maa-ala situatsiooni mõõtmine. Polügoonide vigadest.** Olgu meil paar polügoon-käiku, mis lähtuvad tuntud punktidest. Joosku need polügoon-käigud aga kokku ühte ühisesse punkti, mille koordinaadid on veel teadmata (vt. joon. 97). Viimast punkti nimetatakse siis sõlmpunktiks. Sõlmpunkti kokkujooksvate käikude tasandamine algab mingi ühe sõlmpunktist väljuva külje asimuudi tasandamisega, näit. külje tasandamisega, mis on joon. 97 tõmmatud kahekordse joonega. Selle külje asimuudi jaoks leiame nii mitu väärtust, kui palju meil oli lähtepunkte (antud juhul 3), sest iga polügoon-käik annab nimetatud külje jaoks ühe asimuudi väärtuse. Neist asimuudi väärtusist võtame keskmise [1] ja loeme selle lõplikuks. Nüüd tasandame kõik polügoon-käikude nurgad ja asimuudid, lähtudes nimetatud sõlmpunkti küljest kuni antud punktideni (1, 2 ja 3). Selle järel arvutame tasandatud nurkadega (asimuutidega) sõlmpunkti S koordinaadid x_s ja y_s. Me saame tema jaoks jälle nii mitu paari väärtusi, kui palju meil oli lähtepunkte (s. o. antud juhul 3). Neist võtame keskmised [1] ja loeme keskmised lõplikeks. Nüüd tasandame kõigi polügooni punktide koordinaadid sõlmpunkti ja iga lähtepunkti vahel tavalisel viisil.



Joon. 97.

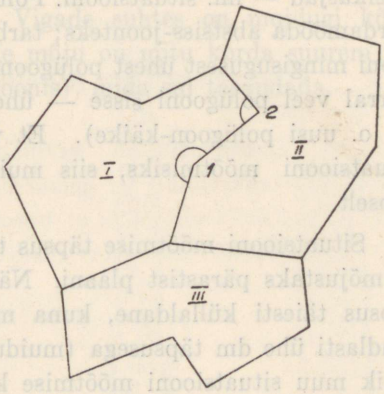
Olgu märgitud, et kui meil sõlmpunkti kokkujooksvate polügoon-käikude külgede (nurkade) arv on tugevasti erinev, siis on soovitav keskmiste võtmisel sõlmpunkti külje asimuudis või koordinaatides võtta nende väärtused erinevate kaaludega. Kaalud anname näiteks pöördvõrdeliselt vastava polügoon-käigu külgede (nurkade) arvuga. Kaalutud keskmise võtmist vt. peatükis „Vigade teooria elemente".

Kui kinniste polügoonide puhul paar polügooni liituvad, siis on tasandamise küsimus raskem. Kui näiteks joon. 98 liituvad kolm polügooni, I, II ja III, siis kerkib küsimus, kuidas neid tasandada. Jättes kõrvale täpse üldise arutelu, märgime siinkohal, et päris lihtsalt võib

[1] Või kaalutud keskmise (vt. tagapool).

seda teha järgnevalt. Võtame ja tasandame ühe mingisuguse kinnise polügooni; selle külge sunnime siis teised. See ei ole küll päris täpne tee, kuid lihtsamail töil enamasti küllaldane.

Esimeseks tasandatavaks kinniseks polügooniks võime võtta selle olemasolevast kolmest, mis näib olevat otstarbekohasem, näit. suurema külgede arvuga (kuid mitte üle 15), ja paremini mõõdetud. Või jälle võtame esimeseks polügooniks kas üldise (kõigi kolme) piirjoone või mingisuguse kahe polügooni ühise piirjoone. Üldise piirjoone puhul olgu aga öeldud, et seda ei maksa võtta, kui ta külgede arv ületab 15—20. Sel juhul ei anna tasandamine enam häid tulemusi, sest suure külgede (ja nurkade) arvu pärast jäävad vahepealsete punktide asukohad „vedelaks".



Joon. 98.

Oletame, et me tasandasime kõigepealt polügooni I. Siis polügooni II tasandades me ei tohi enam tasandada nurki 1 ja 2; samuti ei tohi me tasandada kõigi nende punktide koordinaate, mis on ühised polügoonidel I ja II. Polügoonis II esinevad sulgemisvead nurkades ja koordinaatides tuleb seega jaotada neile punktidele, mis ei muuda enam polügooni I tasanduse tulemusi. Analoogiliselt toimetame polügooniga III.

Juhul, kui meil on valitud esimeseks tasandatavaks polügooniks kõigi kolme (I, II, III) polügooni ühine piirjoon, jääb meil pärast tema tasandamist sundida tema sisse polügoon-käike. Viimaste tasandamine toimub nii, nagu juba esitatud polügoon-käikude kohta, millede otspunktid on antud.

Nagu oli öeldud käesoleva peatüki alguses, on meil keskmise suurusega töis polügoonid plaanistamise aluseiks. Kui meid huvitavad eriti piirid (näit. senised katastrimõõtmised), siis paneme kinnise polügooni mööda piirjooni[1]. Muidu aga paneme polügooni sobivalt nii, et tema külge saaks hästi siduda meid huvitava maa-ala üksikasjad. Kui on

[1] Juhul, kui esineb looduslik korrapäratu piirjoon (näit. jõekallas), paneme tema lähedale polügoon-käiguna nn. magistraaljooned, millelt mõõdame piiri ekkeriga ja ruletiga.

tarvis, paneme kinnise polügooni; kui polügoon-käik on küllaldane, jääme selle juurde. Olgu märgitud, et koordinaadid ja direktsioonnurga toome tarviduse korral (näit. kuni 1,5 km kauguselt) niikuinii just polügoon-käiguga ühest tuntud punktist teise. Viimased mõõtmised kannavad sidemõõtmiste nime; neilt nõutakse veidi suuremat täpsust kui tavalisilt mõõtmisilt.

Polügooni külge mõõdame ekkeriga ja ruletiga (või tahhümeetriliselt, vt. peatükk „Tahhümeetria") kõik meid huvitavad maa-ala üksikasjad — nn. situatsiooni. Polügooni küljed on siis ekker-mõõtmisil kordamööda abstsiss-joonteks; tarbe korral ajame juurde uusi abstsissjooni mingisugusest ühest polügooni punktist teise. Samuti ajame tarbe korral veel polügooni sisse — ühest punktist teise — teodoliidikäike (s. o. uusi polügoon-käike). Et viimased on meil tarvilikud ainult situatsiooni mõõtmisiks, siis muidugi ei ole neid vaja mõõta kuigi täpselt.

Situatsiooni mõõtmise täpsus tuleb võtta nii suur, et mõõtmisvead ei mõjustaks pärastist plaani. Näiteks mõõdus 1 : 5000 on paari dm täpsus täiesti küllaldane, kuna mõõdus 1 : 500 on vaja situatsiooni kindlasti ühe dm täpsusega (muidugi seal, kus kontuurid on kindlad). Kõik muu situatsiooni mõõtmise kohta on esitatud peatükis „Lihtsamad nurgamõõdu riistad", § 21, ja peatükis „Tahhümeetria".

Me nägime, et polügooni nurkade summa kohta nõuti, et see ei tohi erineda teoreetilisest summast rohkem kui $a \cdot \sqrt{n}$, kus a oli mingi konstant (lihtsamail töil 1,5') ja n oli polügooni nurkade arv. Nõue on arusaadav. Ta käib juhuslikkude vigade kohta ja seal kasvab summa viga võrdeliselt r u u t j u u r e g a summeeritavate arvust (vt. peatükk „Vigade teooria elemente"). Öeldust on ka arusaadav, et kinnises polügoonis ei ole soovitav võtta liiga suurt külgede (seega ka nurkade) arvu, sest viga kasvab siis suureks. Nurkade vead kanduvad aga loomulikult ka koordinaatidele, sest need saame ju nurkadest asimuutide kaudu. Kui meil seega praktikas esineb polügoon väga suure külgede arvuga, siis on soovitav jagada ta diagonaalidega osadeks à 15—20 külge või vähemgi ja mõõta siis iga osa omaette. Suure maa-ala puhul seega ainult polügoon ei ole enam küllaldane; tuleb soetada üksikuid punkte täpsema võttega — triangulatsiooniga, ja lülitada siis polügoonkäike nende üksikute täpsemate punktide vahele.

Öeldust on samuti arusaadav, et küljepikkuste vaba valiku korral ei ole soovitav võtta polügooni külgi liiga lühikestena (rääkimata tsentreerimisvigadest, mis lühikeste külgede puhul on eriti halvad).

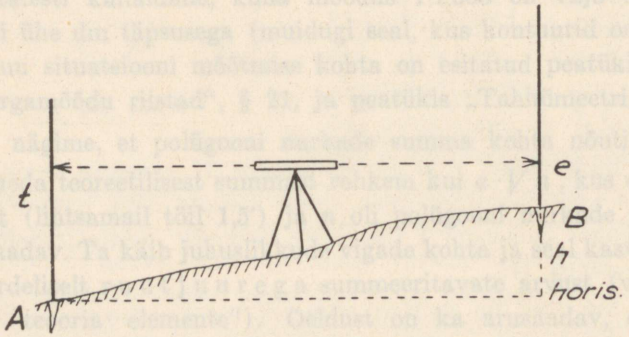
Me ju suurendame lühikeste külgedega polügooni nurkade ja külgede arvu. Praktilistel põhjustel on aga pikad küljed raskesti teostatavad. Parim lahendus paistab olevat külgede pikkuse juures 200 ja 1000 m vahel. Muidugi on lühikesed küljed vahel siiski tarvilikud, näiteks linnade mõõtmisil, kaevandusis jne., kus piirjooned ja polügoon-käikude küljed sageli ei saagi olla pikemad kui mõnikümmend m. Sel juhul nõuame aga nurgamõõtmisil ka suuremat täpsust.

Võib tõestada, et vead polügooni punktide koordinaatides kasvavad samuti polügooni nurkade (külgede) arvuga. Nimetatud vea valemi ja selle tõestuse jätame siin ära. Vigade suhtes on muidugi kõige halvem lahtine polügoon, kus vigade mõju on mitu korda suurem kui polügoon-käigus (või kinnises polügoonis), mida sai tasandada.

VIII peatükk.

Geomeetriline nivellimine ehk loodimine.

§ 51. **Geomeetrilise nivellimise põhiidee.** Kõrguste vahesid määratakse maapinnal: a) geomeetrilise nivellimisega, b) trigonomeetrilise kõrgusemõõtmisega ja c) baromeetrilise kõrgusemõõtmisega. Täpseim ja sagedamini kasutatav mõõtmisviis on geomeetriline nivellimine.



Joon. 99.

Selles mõõtmisviisis määratakse kõrguste vahed punktide vahel horisontaalse vaatekiirega. Mõõtmisiks on vaja riista — nn. nivelliiri —, mis annab horisontaalse vaatekiire, ja mõõtmiste ajal vertikaalselt hoitavaid nivellimislatte.

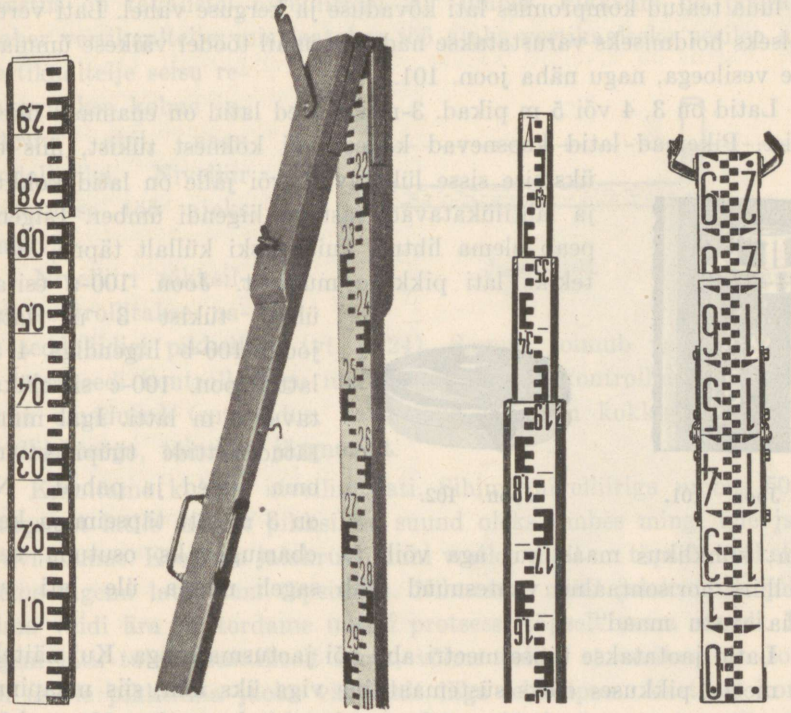
Mõõtmiste ideed selgitab joon. 99.

Olgu meil maapinnal kaks punkti *A* ja *B*. Hoiame kummagi kohal vertikaalselt nivellimislati ja asetame nende vahele nivelliiri. Sihime latile *A*-s ja teeme lugemi *t*, mida nimetatakse tagasivaateks. Selle järel sihime latile *B*-s ja teeme lugemi *e*, mida nimetatakse edasivaa-

teks. Peame meeles, et meie vaatekiir on horisontaalne; me näeme, et A ja B kõrguste vahe on tagasivaade miinus edasivaade, s. o.

$$h = t - e.$$

§ 52. **Nivellimislatid.** Nivellimislatid valmistatakse enamasti kuivast sirgest okaspuust. Latid kaetakse otstest metalliga ja värvitakse üleni valge õlivärviga. Selle järel kantakse latile cm-jaotused vastavate

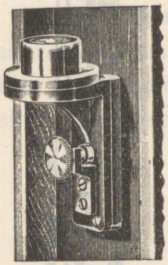


Joon. 100a Joon. 100b Joon. 100c Joon. 100d

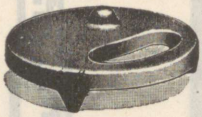
väljade kujul musta (osaliselt ka punase) õlivärviga. Väljad peavad olema ülevaatlikud, nii et sentimeetrid, detsimeetrid ja täismeetrid oleksid vaatlusteks mugavalt üksteisest eraldatavad. Lattide näite esitab joon. 100. Numbrid kantakse lattidele iga detsimeetri takka; sealjuures on õige numeratsioon siis, kui iga number on kantud sinna välja, kuhu ta kuulub. Nii kannab esimene (alumine) detsimeeter-väli numbrit 0, mitte 1; järgmine väli kannab numbrit 1 (või ka 0,1) jne. Nimetatud numeratsioon on tarvilik, et lugemitega nivelliiri pikksilmas ei tekiks eksitusi. Tõepoolest, kui pikksilma horisontaal-niit paistab „teise" välja

kohal, on lugem: 1 detsimeeter + sentimeetrid + millimeetrid hindamisega, tähendab, sinna sobib ka detsimeetri numbrina 1 (mitte 2). Lattide null on all ja numbrid kantakse latile enamasti tagurpidi, et nad pikksilmas vaadates paistaksid õieti. Meetrid eraldatakse sageli erinevate värvidega. Nii on näiteks esimene meeter must-valge värviga, teine — punane-valge, kolmas jälle must-valge jne. Lattide kõvendamise otstarbeks varustatakse nad vahel ka põikribiga. Muidugi tuleb aga luua teatud kompromiss lati kõvaduse ja kerguse vahel. Lati vertikaalseks hoidmiseks varustatakse nad täpsemail töödel väikese ümmarguse vesiloega, nagu näha joon. 101.

Latid on 3, 4 või 5 m pikad. 3-meetrilised latid on enamasti ühest tükist. Pikemad latid koosnevad kahest või kolmest tükist, mis on üksteise sisse lükatavad, või jälle on latid kokku- ja lahtilükatavad vastava liigendi ümber. Liigend peab olema lihtne, kuid siiski küllalt täpne, et ei tekiks lati pikkuse muutust. Joon. 100-a esitab ühest tükist 3 m latti, joon. 100-b liigendiga 4 m latti, joon. 100-c sisselükatavat 5 m latti. Igal nimetatud lattide tüüpidest on oma hüved ja pahed. Nii on 3 m latt täpseim ja kergeim; künklikus maastikus aga võib ta ebamugavaks osutuda, sest nivelliiri horisontaalne vaatesuund võib sageli minna üle lati või „lüüa vastu maad".



Joon. 101.



Joon. 102.

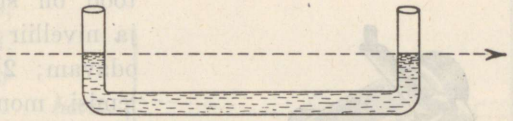
Latid jaotatakse täpse meetri abil või jaotusmasinaga. Kui näiteks lati meetri pikkuses oleks süstemaatiline viga üks mm, siis maapinna üldise tõusu juures ainult 50 m 1 km peale tekitaks see latt 50 mm kõrguse vea, mis on täiesti lubamatu isegi lihtsamail töil. Juba lihtsamail töil lubatakse kõrguse viga ainult 1 cm 1 km peale. Seega jõuame järeldusele, et täpsemate tööde lattidel peab süstemaatiline viga olema tunduvalt alla 0,1 mm ühe m peale või tema suurus olgu vähemalt teada; lihtsama töö lattidel võib süstemaatiline viga olla 0,1—0,2 mm ühe m peale. Juhuslikud vead cm ja dm jaotusis võivad olla suuremad (lihtsamail töil k u n i 0,5 mm), sest nad ei ole nii kardetavad.

Töö juures asetatakse latid kas maa sisse löödud puutikkudele või erilistele metallist latialustele („konnadele"), mida näitab joon. 102.

§ 53. **Nivelliiride tüübid; nende üldiste omaduste proovimine.** Lihtsaim abinõu horisontaalse vaatekiire saamiseks on lameda

U kujuline klaastoru, mis osaliselt on täidetud värvitud veega (vt. joon. 103). Muidugi on säärane riist tarvitatav ainult väikeste tööde juures ega anna kuigi suurt täpsust. Täpsemaks ja mugavamaks töötamiseks tarvitatakse nivelliiri.

Nivelliiril on horisontaalselt asetatud pikksilm, millega kuidagi on ühendatud pikergune vesilood. Pikksilmal on sees niitristik, nagu teodoliidilgi. Vesilood kontrollib pikksilma horisontaalseisu; tema jaotuse väärtus on tavalistel nivelliiridel 20″ ümber. Pikksilm on pööratav ümber vertikaaltelje, mis seatakse töö ajaks vertikaalseks vesiloe abil. Vertikaaltelje seisu reguleeritakse kolme jalakruvi abil, nagu teodoliidilgi. Nivelliir asetatakse töö ajaks statiivile.



Joon. 103.

Nivelliiri pikksilma kontrollitakse nagu teodoliidigi pikksilma (vt. § 24). Samuti toimub vesiloe täpsuse ja kvaliteedi kontroll, nagu mainitud § 25. Et kontrollida, kas pikksilma omadused (suurendus, valgusjõud jne.) on kokkukõlas vesiloe tundlikkusega, toimime **järgnevalt.**

Kinnitame kuhugi nivellimislati. Sihime nivelliiriga umbes 50 m kauguselt latile nii, et pikksilma suund oleks umbes mingi ühe jalakruvi suunas. Keerame jalakruvi, kuni vesiloe mull on täpselt keskel, ja teeme lugemi latilt mm täpsusega. Nihutame nüüd jalakruviga pikksilma veidi ära ja kordame uuesti protsessi täpselt sama moodi. Kui lugem latil tuleb praktiliselt sama, võime öelda, et vesilood on sobiv või ei ole pikksilma jaoks vähemalt liiga ebatäpne. Vastasel korral peame konstateerima vesiloe puudulikku täpsust, sest ta ei võimalda mm-te lugemist.

Et kontrollida, kas vesilood ei ole liiga täpne, toimime järgmiselt. Sihime jälle latile, ja seades jalakruviga mulli täpselt keskele, teeme lugemi latil mm täpsusega. Nihutame jalakruviga pikksilma veidi ära ja seame ta siis tagasi samale latilugemile, vaadates kogu aeg pikksilma sisse. Selle järel vaatame vesiloodi. Kui mull on jälle kaunis hästi keskel (paari kümnendiku jaotuse piirides), vastavad vesiloe võimed pikksilma omadele. On aga vesiloe mull keskelt tunduvalt ära nihkunud, siis on vesilood pikksilma jaoks liiga tundlik. Liiga tundlikud vesiloed aga võivad osutuda raskes maastikus ebamugavaiks või koguni tööd segavaiks.

Nivelliiride tüüpe jagatakse järgnevalt:

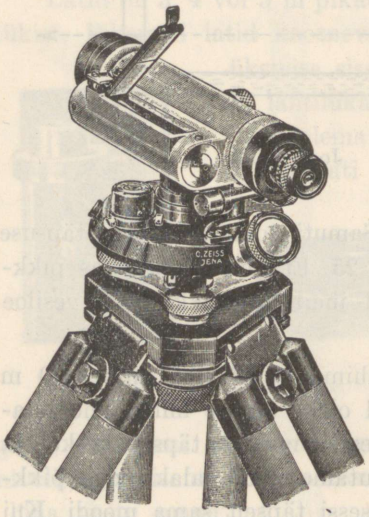
a) kinnine nivelliir,

b) nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega aluse küljes,

c) nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega pikksilma küljes,

d) moodsad eritüübilised nivelliirid.

Võidakse küsida, kas geomeetriliseks nivellimiseks on üldse vaja erilist riista — nivelliiri ja kas ei saaks teha sama tööd teodoliidiga, mille pikksilma külge on ju ka sageli kinnitatud küllalt tundlik vesilood. Vastus on nivelliiri kasuks järgmistel põhjustel: 1) nivellimistööd on suhteliselt sagedased tööd ja nivelliir on teodoliidist tunduvalt odavam; 2) nivellimistöö on võrdlemisi monotoonne ja küllalt kiire töö, kus vigadest hoidumiseks iga lihtsustus on teretulnud; 3) osutub, et mida lihtsam on riista konstruktsioon, seda parem on üldiselt ka tema poolt antav täpsus; ka nivelliirid annavad (pealegi mugavamini) paremat täpsust kui teodoliidi abil tehtavad nivellimised.



Joon. 104.

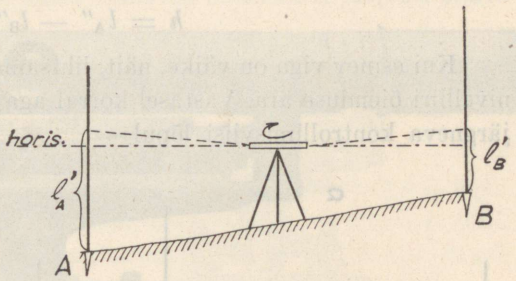
§ 54. **Kinnine nivelliir.** Kinniseks nivelliiriks nimetatakse nivelliiri, mille pikksilm ei ole ümbertõstetav, olles kinni oma aluse küljes; latile suunamiseks on pikksilm ainult ümber vertikaaltelje pööratav. Vesilood on kindlalt ühendatud kas pikksilmaga või selle alusega, moodustades seega ühe terviku pikksilmaga. Vesiloe seisu võib veidi reguleerida pikksilma suhtes vastavate kruvide abil. Oma konstruktsioonilt võime seega lugeda kinnist nivelliiri lihtsaimaks. Joon. 104 näitab meile kinnist nivelliiri.

Nivelliiri tuleb enne tööle rakendamist õiendada. Iga nivelliiri õiendamise peaülesandeks on nõue: kui vesiloe mull on keskel, peab pikksilma vaatesuund olema horisontaalne. Väiksema tähtsusega on nõue, et vesilood oleks ühtlasi ka vertikaalteljega risti; seda nõuet võib seega täita väiksema täpsusega.

Nõuded kinnise nivelliiri kohta on järgnevad:

1) Vesilood peab olema risti nivelliiri vertikaalteljega. Seda kontrollitakse täpselt samuti nagu teodoliidil (vt. § 25). Kui viga pole suur — näiteks ainult 1—2 vesiloe jaotust —, siis võib jätta tema ka õiendamata (vrd. § 59). Vastasel korral aga õiendatakse vesiloodi reguleerimiskruvidega.

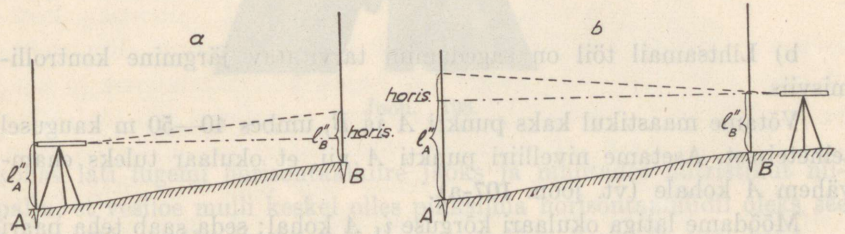
2) Kui nivelliiri vertikaaltelg on vertikaalne, peab pikksilma niitristiku horisontaalniit olema horisontaalne. Kontrolliks sihime latile paarikümne m kaugusel. Liigutame pikksilma aeglaselt ümber vertikaaltelje ja vaatame, kas lugem latil jääb kogu aeg samaks. Kui jääb, siis on nõue täidetud, kui mitte, siis tuleb niitristikut õiendada tema reguleerimiskruviga.



Joon. 105.

3) (Peanõue). Kui vesiloe mull on keskel, peab pikksilma vaatesuund olema horisontaalne. Kontroll toimub kahte viisi:

a) Enam-vähem tasasel maastikul märgime kaks punkti A ja B 40—60 m kaugusel üksteisest. Asetame nivelliiri umbes 0,1 m täpsusega just poole maa peale A ja B vahel. Teeme lugemid vertikaalselt hoitud



Joon. 106.

lattidel A ja B kohal mm täpsusega, saades l_A' ja l_B' (vt. joon. 105). Oletame, et meie nivelliir on õiendamata, vaadates mulli keskel olles mitte horisontaalselt, vaid veidi üles. Et aga nivelliir on kaunis täpselt A ja B keskkohal, siis teeme l_A' ja l_B' lugemis ühesuguse vea. Seega kõrguse vahe (h) A ja B vahel on siiski määratud õieti võrrandiga

$$h = l_A' - l_B'.$$

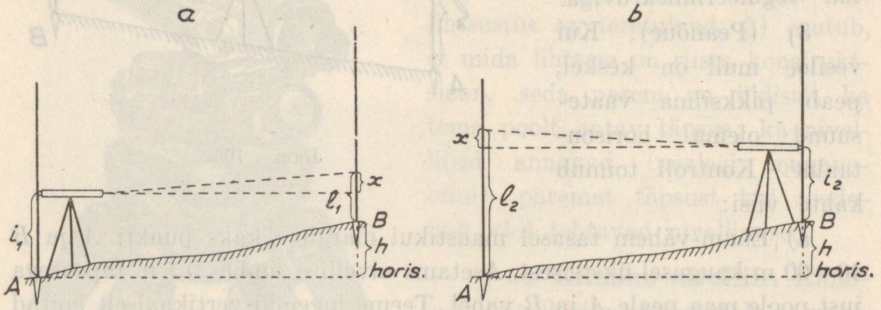
Viime nüüd nivelliiri näiteks punkti A kohta (joon. 106-a). Asetame nivelliiri nii, et tema okulaar tuleks enam-vähem punkti A kohale. Sihime latile B-s, saades lugemi l_B''. Mõõdame latiga okulaari kõrguse A-st (seda saab teha paari mm täpsusega), saades nii l_A''.

Võib toimida ka teisiti: asetame nivelliiri 4—5 m A-st (või B-st) eemale; sihime pikksilmaga B-sse ja ka A-sse, saades nii lugemid l_B'' ja l_A'' (joon. 106-b).

Kõrguse vahe A ja B vahel (h) on meil juba teada. Kui nivelliir on õiendatud, siis peab nüüd ka olema

$$h = l_A'' - l_B''.$$

Kui esinev viga on väike, näit. lihtsamail töil alla 5 mm, siis jätame nivelliiri õienduse ära. Vastasel korral aga õiendame, nagu on näidatud järgneva kontrollimisviisi lõpul.



Joon. 107.

b) Lihtsamail töil on sagedamini tarvitatav järgmine kontrollimisviis.

Võtame maastikul kaks punkti A ja B, umbes 40—50 m kaugusel teineteisest. Asetame nivelliiri punkti A nii, et okulaar tuleks enam-vähem A kohale (vt. joon. 107-a).

Mõõdame latiga okulaari kõrguse i_1 A kohal; seda saab teha paari mm täpsusega. Sihime nüüd latile B-s ja teeme lugemi l_1, mis olgu vigane x võrra, s. o. nivelliir vaadaku mulli keskel olles näit. x võrra ülespoole. Selle järel läheme nivelliiriga punkti B kohale ja kordame seal protsessi analoogiliselt, saades riista okulaari kõrguse i_2 ja latilugemi l_2 (vt. joon. 107-b). Jooniseist on näha, et me saame oma nivelliiri jaoks kaks järgmist võrrandit:

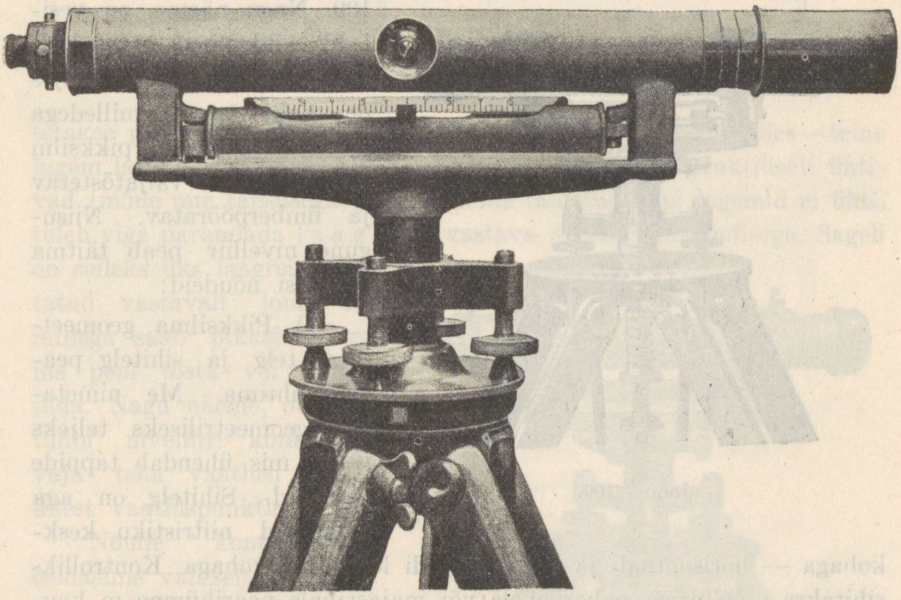
joon. 107-a: $i_1 + x = l_1 + h$
joon. 107-b: $l_2 - x = i_2 + h$

Me leiame neist võrrandeist

$$x = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2}$$

ja soovi korral $h = \frac{l_2 - l_1}{2} + \frac{i_1 - i_2}{2}$.

Nagu eespool öeldud, jätame nivelliiri õienduse tavaliselt ära, kui x on väiksem kui 5 mm. Vastasel korral tuleb aga nivelliir õiendada. Õiendus toimub niitristiku nihutamisega, s. o. arvutades antud asu-



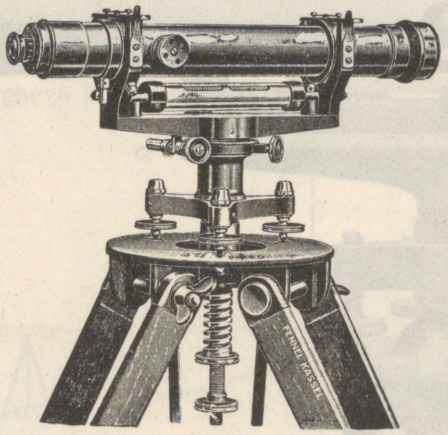
Joon. 108.

kohas lati lugemi horisontaalkiire jaoks ja nihutades niitristikut niipalju, et vesiloe mulli keskel olles pikksilma horisontaalniidil oleks see lugem. Pärast õiendamist toimetame nivelliiri kontrolli veel kord.

Olgu märgitud, et praktikas toimetatakse kinnise nivelliiri õiendamist sageli ka teisiti, mitte just teoreetiliselt õieti. Et niitristikut on võrdlemisi tülikas õiendada, siis reguleeritakse selle asemel vesiloodi nii, et mulli keskel olles pikksilma vaatesuund oleks õige (mis on ju peanõue). Sellega aga ei jää vesilood enam vertikaalteljega risti. Et aga nivelliiri õiendus on enamasti küllalt väike, siis ka vesiloe ristseisu viga on väike; s e e väike viga pole praktikas kuigi tähtis, nagu näeme hiljemini (§ 59).

Moodsa konstruktsiooniga kinnine nivelliir on sobiv tüüp tavalisiks inseneritöiks, kus ei nõuta suurt täpsust. Oma konstruktsioonilt on ta tugevam kui järgnevad tüübid. Tema õiendust on küll tülikam toimetada kui järgnevail tüüpidel, kuid selle eest püsib kord tehtud õiendus pikemat aega. Joon. 108 esitab Ameerika firma Bergeri silmapaistvalt tugevat ja võimsat kinnist nivelliiri; joon. 104 esitab Zeissi kinnist nivelliiri tüüp IV, millel on ka horisontaalring.

§ 55. **Nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega aluse küljes.** Nimetatud nivelliiri tüüpi firma Fennelilt kujutab joon. 109. Nagu näeme, on vesilood pikksilma aluse küljes. Pikksilma toru küljes on kaks tappi, milledega ta lamab laagreil; pikksilm on laagreist väljatõstetav ja ümberpööratav. Niisugune nivelliir peab täitma järgmisi nõudeid:

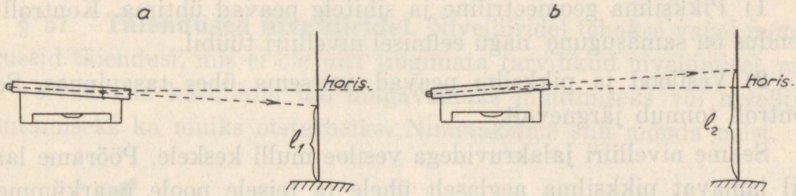


Joon. 109.

1) Pikksilma geomeetriline telg ja sihitelg peavad ühtima. Me nimetame geomeetriliseks teljeks joont, mis ühendab tappide tsentreid. Sihitelg on aga määratud niitristiku keskkohaga — horisontaal- ja vertikaalniidi lõikumise kohaga. Kontrolliks sihitakse nivelliiriga paberilehele või majaseinale paarikümne m kaugusel. Niitristiku keskkoha projektsioon paberilehel või majaseinal märgitakse pliiatsiga abilise poolt. Nüüd pööratakse pikksilma laagrite peal aegamööda tema geomeetrilise telje ümber; jälgitakse, kas niitristiku keskkoha projektsioon paberilehel või majaseinal jääb paigale või mitte. Kui jääb, siis on nõue täidetud, kui mitte, siis tuleb õiendada niitristikut; õiendus toimub analoogiliselt teodoliidi niitristiku õiendamisega ja on seega kaunis delikaatne (vt. § 24). Pärast õiendust tuleb aga veel kontrollida, kas horisontaalniit on jäänud horisontaalseks pikksilma tööseisus olles.

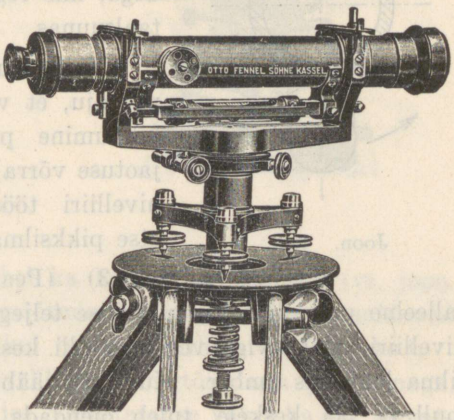
2) Vesilood peab olema risti nivelliiri vertikaalteljega. Kontroll ja tarbe korral õiendus toimub täiesti analoogiliselt vastava kontrolli ja õiendusega teodoliidi juures.

3) (Peanõue.) Kui vesiloe mull on keskel, siis peab pikksilma vaatesuund olema horisontaalne. Kontrolliks sihitakse latile mõnekümne m kauguselt. Tehakse — mulli täpselt keskel oiles — lugem latilt l_1 (vt. joon. 110-a). Nüüd pööratakse nivelliiri alust 180° ja tõs-



Joon. 110.

tetakse pikksilm laagritel ümber. Tehakse—mulli keskel olles—teine lugem latilt l_2 (vt. joon. 110-b). Kui lugemid l_1 ja l_2 praktiliselt ühtivad (mõne mm täpsusega), siis on nõue täidetud. Kui lugemid ei ühti, tuleb viga parandada laagrite vastava reguleerimisseadisega. Sageli on selleks üks laagreist ehitatud vastavalt joon. 60, millega saab pikksilma tema peal tõsta või langetada. Nagu näeme, on selle tüübi nivelliiri kontrolliks vaja teha vaatlusi ainult ühest vaatluspunktist.



Joon. 111.

Nõude kontrollimisel eeldasime vaikselt, et pikksilma toru tappide läbimõõdud on võrdsed. Moodsail riistadel see ongi nii. Kui riista vanaduse tõttu või ka muil põhjusil peaks selles tekkima kahtlus, siis tuleb nivelliiri kontrollida kahest vaatluspunktist, nagu kinnist nivelliiri. Muidugi on aga tappide võrdsuse kontrolli tarvidus ainult ühekordne.

§ 56. **Nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega pikksilma küljes.** Seda tüüpi Fenneli nivelliiri esitab joon. 111. Pikksilm lamab oma tappidega laagreil, mille peal ta on ümbertõstetav; et vesilood on ühendatud pikksilmaga, siis viimase ümbertõstmisel pöör-

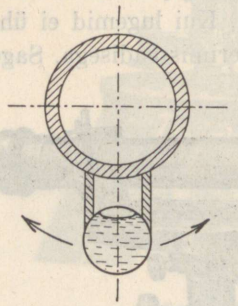
dub ka vesilood aluse suhtes ümber. Selle nivelliiri õiendamiseks pole üldse vaja lati lugemeid, eeldusel, et tapid on võrdse läbimõõduga. Nivelliir on küll õrnem kui eespool-käsiteldud tüübid, kuid on selle eest kergemini kontrollitav ja annab korraliku riista puhul suuremat täpsust. Nimetatud nivelliir peab täitma järgmisi nõudeid:

1) Pikksilma geomeetriline ja sihitelg peavad ühtima. Kontroll ja õiendus on samasugune nagu eelmisel nivelliiri tüübil.

2) Vesilood ja pikksilm peavad asetsema ühes tasapinnas. Selle kontroll toimub järgnevalt.

Seame nivelliiri jalakruvidega vesiloe mulli keskele. Pöörame laagreil lamavat pikksilma aeglaselt ühele ja teisele poole paarkümmend kraadi, nagu näidatud joon. 112.

Vaatame, kas vesiloe mull jääb pööramisel keskele. Kui jääb, siis on nõue täidetud, kui mitte, siis on selge, et vesilood ja pikksilm ei asetse ühes tasapinnas. Mulli nihkumisest selgitame, kuhu poole vesilood on viltu pikksilma suhtes. Parandame vesiloodi kruvidega, mis reguleerivad tema seisu horisontaalsuunas.



Joon. 112.

Nimetatud nõuet peab nivelliir täitma niipalju, et viga ei oleks suur. Väike mulli nihkumine pikksilma pööramisel (0,1—0,2 jaotuse võrra) pole kardetav, kuna me seame nivelliiri tööseisu alati nii, et vesilood on otse pikksilma all.

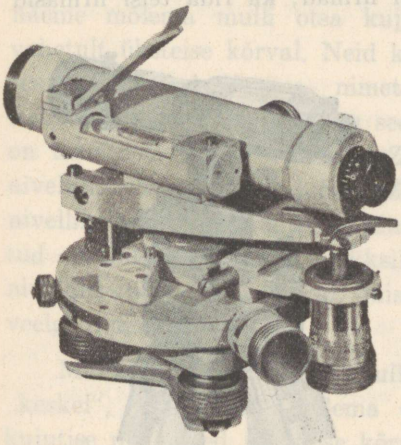
3) (Peanõue.) Vesilood peab olema paralleelne pikksilma geomeetrilise teljega (seega ka sihiteljega). Seame nivelliiri jalakruviga vesiloe mulli keskele. Selle järel tõstame pikksilma laagrites ümber. Kui mull jääb keskele, on nõue täidetud. Kui mull ei jää keskele, tuleb õiendada pool vesiloe kruvidega (vertikaalsuunas), pool jalakruviga. Seda operatsiooni kordame, kuni mulli kõrvalekaldumised pikksilma ümberpööramisel jäävad õige väikesteks (0,1—0,2 jaotust). On selge, et operatsioon on delikaatne ja analoogiline teodoliidi niitristiku õiendamisega.

4) Vesilood peab olema risti nivelliiri vertikaalteljega. Kontroll toimub analoogiliselt teodoliidi vastava kontrolliga, s. o. terve nivelliiri aluse pööramisega 180° võrra ja 90° võrra. Kui mull jääb enam-vähem keskele, siis on nõue täidetud (väga suur täpsus pole vajalik). Kui mull kaldub tugevasti kõrvale, tuleb õiendada l a a g r e i s t, milleks neil

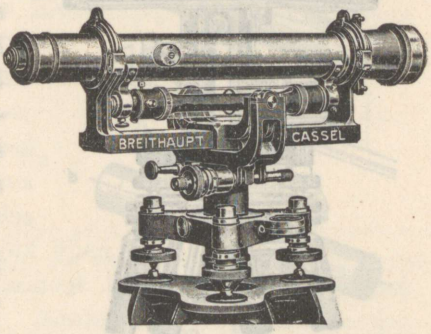
on vastav reguleerimisseadis. Sageli on see seadis säärane, nagu on kujutatud joon. 60.

Juhul, kui tekib kahtlus nivelliiri tappide läbimõõdu võrdsuse kohta, võib toimetada kontrolli vaatlustega kahest punktist, nagu kinnise nivelliiri puhul.

§ 57. **Täiendused nivelliiridel.** Nivelliiridel tehakse vahel mõnesuguseid täiendusi, mis ei ole just tingimata tarvilikud nivellimisel, mis aga võivad olla kasulikud töö mugavamaks muutmiseks või nivelliiri kasutamiseks ka muiks otstarbeiks. Nimetaksime siin mõnda neist.



Joon. 113.



Joon. 114.

1) Nivelliir varustatakse vahel ka horisontaal-limbiga (vt. joon. 104) ja pikksilm sageli kaugusemõõtmise niitidega, mis võimaldavad kasutada nivelliiri tasasel maastikul tahhümeetriliste tööde jaoks [1].

2) Kinnised nivelliirid ja nivelliirid ümbertõstetava pikksilmaga, millede vesilood on pikksilma küljes, varustatakse vahel ka nn. elevatsioonikruviga. Viimane võimaldab veidi kallutada pikksilma (koos vesiloega), et nii mugavalt ja täpselt seada vesiloe mull keskele enne lati lugemist. Vahel varustatakse see elevatsioonikruvi jaotustega, mis annab sel kombel optilise kaugusemõõtja. Viimane on esitatud joon. 113 Krause kinnise nivelliiri pikksilma otsa juures. Joon. 114 esitab Breithaupti täpset nivelliiri pööratava pikksilmaga ja vesiloega pikksilma küljes, kusjuures kogu pikksilma alust võib kallutada joonisel nähtava elevatsioonikruviga.

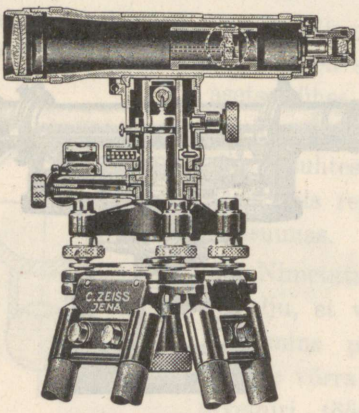
[1] Vt. XI ptk. „Tahhümeetria", lk. 175.

3) Väike ümmargune vesilood nivelliiri aluse küljes toob mugavusi vertikaaltelje vertikaalseks seadmisel.

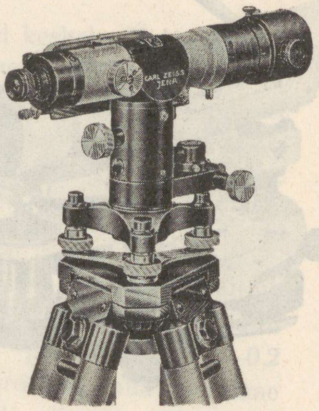
4) Peegel vesiloe mulli jälgimiseks asetatakse nii, et vesiloodi oleks võimalik jälgida ilma silma pikksilma okulaari juurest palju eemaldamata. See on oluline loodimistöil pehmel maapinnal, kus vaatleja väikegi kehaliigutus toob kohe kaasa vesiloe mulli nihkumise.

5) On ehitatud rida väga mugavaid seadiseid vesiloe mulli lugemiseks, mida aga vaatleme järgmises paragraafis.

§ 58. **Moodsad eritüübilised nivelliirid.** Erilise konstruktsiooniga nivelliire esitavad Zeissi ja Wildi firmad; ka rida teisi firmasid



Joon. 115.



Joon. 116.

Saksamaal, Inglismaal jne. on hakanud välja laskma analoogilisi nivelliire. Vaatame siin Zeissi nivelliiri tüüp II. Nimetatud riista läbilõik on esitatud joon. 115; riista välisvaade on esitatud joon. 116 [1].

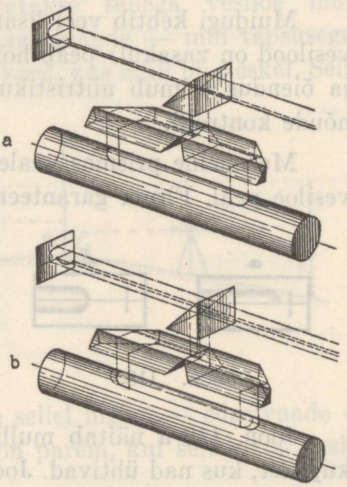
Nivelliiril on silindriline telg. Joon. 115 on teljest paremal pool näha nupp, mis on elevatsioonikruvi pea. Selle elevatsioonikruvi pööramisega kallutame pikksilma väikese (väljaspool mittenähtava) horisontaaltelje ümber, mis asetseb riista keskkohas vertikaaltelje otsa peal. Pikksilm on seesmise fokuseerimisega. Pikksilm on kindlalt ühendatud vesiloega; väikestes piirides on vesilood reguleeritav pikksilma suhtes vastavate kruvidega.

Pikksilm (koos vesiloega) on pööratav ümber pikksilma *pikitelje*. Tavaliselt seisab vesilood vasakul pool pikksilma; me võime

[1] Joonisel 116 on nivelliiri objektiivile pandud lisaseadis — optiline mikromeeter, millega tutvume § 66.

aga pöörata pikksilma ka nii, et vesilood jääb paremale poole pikksilma. Aluse küljest ei saa pikksilma välja võtta.

Vesilood on kahepoolne, s. o. nii vesiloe „ülemine" kui ka „alumine" pool on lihvitud ühesuguse kumerusega. Vesiloe peal jaotusi ei ole. Jälgimine, et mull oleks „keskel", toimub erilise prismade süsteemi abil, mis on kujutatud joon. 117. Vesiloe mulli mõlema otsa kohal on eriline mitmetahuline prisma. Valguskiired mulli otste kujutisest reflekteeruvad kummaski prismas ja kogunevad siis kolmetahulisse prismasse (joonisel üleval), kus me näeme mõlema mulli otsa kujutist vahetult üksteise kõrval. Neid kujutisi võib vaadata otse nimetatud kolmetahulises prismas, nagu see ka on tarvitusel mitme Wildi ja Zeissi nivelliiri või teodoliidi juures. Zeissi nivelliiril tüüp II jälgitakse nimetatud kujutisi väikeses pikksilmas nivelliiri pikksilma kõrval, mis on veelgi mugavam.



Joon. 117.

Me ütleme, et vesiloe mull on „keskel", kui mulli mõlema otsa kujutise piirjooned (üksteise kõrval) ühtivad (joon. 117-a). On arusaadav, et kui vesilood on kaldu, siis nihkub mull prismade suhtes ja mulli otste kujutised ei ühti (joon. 117-b). Jälgimine, et töö ajal nivelliiri vesiloe mull oleks keskel, muutub seega mulli otste kujutiste ühtimise ehk kointsidentsi jälgimiseks. Viimane on mugavam ja ka täpsem tavalise vesiloe mulli jälgimisest.

Nivelliiri õienduse peanõudeks jääb muidugi ka selle tüübi puhul, et pikksilma sihtimissuund peab olema horisontaalne siis, kui vesiloe mulli otste kujutised ühtivad. Kontroll toimub järgnevalt.

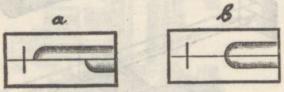
Sihime latile mõnekümne m kaugusel. Seame nivelliiri vertikaaltelje vertikaalseks ja elevatsioonikruviga ühtlasi vesiloe enam-vähem risti vertikaalteljega. Seades nüüd vesiloe vasakul olles elevatsioonikruviga mulli otste kujutised täpselt ühte, teeme lugemi latilt — l_1. Pöörame pikksilma ümber tema pikitelje, nii et vesilood tuleks paremale poole pikksilma. Seame jälle elevatsioonikruviga mulli otste kujutised ühte ja teeme lugemi latilt — l_2.

Meie vesiloel oli vasakul olles üks pool peal ja paremal olles teine pool peal. Eeldame esialgu, et puutujad mõlemale vesiloe poolele (keskelt) on omavahel paralleelsed. Kui nüüd l_1 ja l_2 on praktiliselt võrdsed, on nivelliir õiendatud. Kui l_1 ja l_2 vahe on mitu mm, siis õiendame vesiloodi reguleerimiskruvidega.

Õiendus toimub nii, et sihime lugemile $\frac{l_1 + l_2}{2}$ ja sunnime siis ühtlasi mulli otste kujutised ühte, reguleerides vesiloodi.

Muidugi kehtib veel lisanõue, et nivelliiri tööseisus olles (eriti kui vesilood on vasakul) peab horisontaalniit olema horisontaalne. Kontroll ja õiendus toimub niitristikuga nagu tavaliselt ja muidugi enne peanõude kontrolli.

Me näeme prismas peale vesiloe otste veel kaht punast põikjoont vesiloe peal. Firma garanteerib, et puutujad vesiloele (keskelt) üleval ja all on omavahel paralleelsed, kui nimetatud punaste joonte kujutised prismas asetsevad täpselt üksteise kohal, sulades seega üheks punaseks sirgeks. Seega on eespool-mainitud eeldus täidetud.



Joon. 118.

Joon. 118-a näitab mulli kujutist, kus otsad ei ühti, joon. 118-b kujutist, kus nad ühtivad. Joonisel on näha ka „punane" põikjoon, küll mitte punasena, vaid mustana.

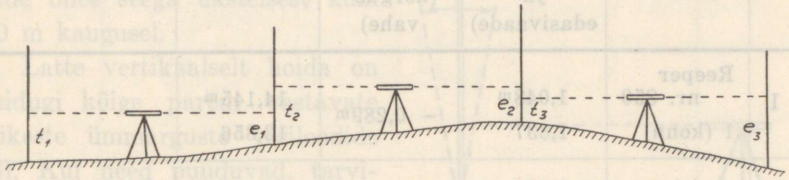
Seisu „vesilood paremal" tarvitame tavaliselt ainult nivelliiri õiendamiseks. Tööseis nivellimisel on tavaliselt ainult vesiloe vasakul olles.

Nivelliiri aluse küljes on väike ümmargune vesilood, mille abil kiiresti ja mugavalt seame vertikaaltelje vertikaalseks küllaldase täpsusega nivellimistööde jaoks.

Olgu märgitud, et viimasel ajal on mitme firma poolt välja lastud k i n n i s i nivelliire elevatsioonikruviga, milledes vesiloe mulli jälgimine toimub prismade süsteemi abil analoogiliselt esitatud Zeissi nivelliiriga. Võimsate pikksilmade ja küllalt tundlikkude vesiloodide puhul on need nivelliirid andnud väga häid tulemusi. Paistab, et isegi täpsetel nivellimistel võistlevad säärased kinnised nivelliirid edukalt igasuguste teiste tüüpidega, kus pikksilm on ümbertõstetav või pööratav.

§ 59. **Üksikute punktide kõrguste vahede määramine.** Olgu meile antud mõni üksik punkt — küllalt kaugel üksteisest —, millede kõrguste vahed on vaja määrata. Sel juhul on kasulik tarvitada kaht latti kahe latialusega („konnaga"). Nivellimine ise toimub järgnevalt.

Asetame ühe lati algpunktile, kus üks latihoidja hoiab teda vertikaalselt. Teine latihoidja läheb „konnaga“ sobivasse kaugusse — kuni umbes 100 m kaugusele, lööb „konna“ maha ja asetab sellele lati samuti vertikaalselt. Nivellija asetab nivelliiri silma järgi (või sammusid lugedes) kahe lati keskele, kusjuures pole tarvilik, et nivelliir asetseks lattidega samal sirgel. Nivelliiri vertikaaltelg seatakse enamvähem vertikaalseks, milleks ümmargune vesilood on küllaldane (kui see on olemas). Sihitakse tagumisele latile (algpunktil). Kui nivelliiril on elevatsioonikruvi, siis seatakse sellega vesiloe mull keskele ja tehakse kohe latil lugem — tagasivaade — mm täpsusega. Peale lugemi tegemist kontrollitakse veel kord, kas mull oli keskel. Selle



Joon. 119.

järel sihitakse esimesele latile ja tehakse sellel lugem — edasivaade — analoogiliselt. Lugemid protokollitakse; on parem, kui selleks on eraldi protokollija.

Kui nivelliiril ei ole elevatsioonikruvi, siis seame enne lugemi tegemist vesiloe mulli keskele nivelliiri pikksilmale lähema jalakruviga. Pehme maapinna puhul, kui vesiloel ei ole peeglit, on nivellijal raske vesiloe mulli jälgida, sest see nihkub väga kergesti paigalt ära. Sel juhul hoiab protokollija mulli keskel ja lati lugem tehakse vastaval momendil.

Kui tagasivaade ja edasivaade on tehtud, tõstetakse nivelliir maast ja kantakse edasi. Endine edasivaate latt jääb paigale, muutudes nüüd tagasivaateks. Endine tagasivaate latt kantakse edasi, kuni umbes 100 m kaugusele; „konn“ lüüakse maha ja latt annab nüüd edasivaate. Nivelliir viiakse jälle silma järgi lattide keskele ja tehakse lugemid — tagasivaade ja edasivaade jne. Tagasivaated ja edasivaated on seega umbes 50 m kauguselt või vajaduse korral lähemalt. Töö käiku selgitab joonis 119.

Nivelliiri asetamine lattide keskele on kasulik kahest seisukohast: 1) võimalikud nivelliiri vead mõjuvad siis nii tagasivaatel kui edasivaatel ühepalju, langedes kõrgusvahe võtmisel välja; 2) Maa kumeruse mõju, mis on ligi 1 mm 100 m peale, langeb samuti välja. Mui-

dugi pole nivelliiri vaja asetada tavalise töö juures täpselt lattide keskele; samuti pole tähtis, et nivelliir asetseks lattidega ühel sirgel.

Lugemid ja kõrgusvahede arvutus protokollitakse näit. „tõusu-languse" vormi kohaselt järgnevalt [1]. Kui algpunkti absoluutne kõrgus — merepinnalt — on teada, siis võtame selle arvutuste aluseks; kui mitte, siis võtame algpunkti kõrguseks mingi ümmarguse arvu oma parema arusaamise järgi. Esimesel juhul saame punktide jaoks absoluutsed kõrgused, teisel juhul relatiivsed kõrgused.

Jaam	Siht-punktid	Lati lugem (tagasivaade ja edasivaade)	Maapinna tõus (kõrgus-vahe)	Kõrgused	Märkused
I	Reeper nr. 850	1,048m	− 0,289m	14,145m	
	1 (konn)	1,337		13,856	
II	1	1,456	− 0,727		
	2	2,183		13,129	
III	2	1,676	+ 0,243		
	3	1,433		13,372	
		$\Sigma t = 4{,}180$	Summa:	$h_l - h_a =$	
		$\Sigma e = 4{,}953$	−0,773	$= -0{,}773$	
		vahe −0,773			

Igas nivelliiri seisukohas — jaamas — annab tagasivaade miinus edasivaade vastavate „konnade" kõrguste vahe. Arvutus toimub protokollija poolt kohe kohal. Lehekülg algab alati tagasivaatega; lehekülg lõpetatagu jaama poolitamata, s. o. edasivaatega. Lehekülje lõpetamisel toimub otsekohe järgmine arvutuste kontroll:

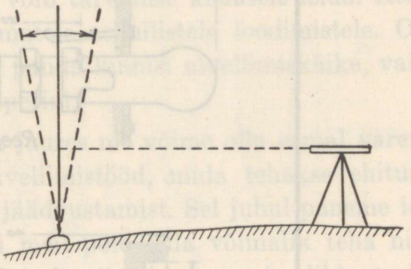
$$\sum_{i=1}^{i=n} t_i - \sum_{i=1}^{i=n} e_i = h_l - h_a,$$

kus t_i on mingi tagasivaade ja e_i on mingi edasivaade, n on nende arv, h_l on lehekülje lõpp-punkti kõrgus ja h_a on lehekülje alguspunkti kõrgus. Sõnades oleks see: kõikide tagasivaadete summa miinus kõikide

[1] Teise vormiga tutvume § 63.

edasivaadete summa antud leheküljel peab andma tema lõpp-punkti ja alguspunkti kõrguste vahe.

Iga nivellimine algab muidugi tagasivaatega ja lõpeb edasivaatega. Sihikaugused on meil tavaliselt 50 m ümber; vajaduse korral võtame nad ka lühemad, aga ikka nii, et tagasivaade ja edasivaade oleksid nivelliirist enam-vähem ühekaugusel. Vajadus lühemate sihikauguste järele on siis, kui nivelliir 50 m kauguselt vaatab üle lati või „lööb vastu maad", või kui see täisehitatud rajoonis pole teisiti võimalik. Tasase maapinna puhul võetakse vahel lihtsama töö juures tagasivaated ja edasivaated ka kuni 100 m kauguselt, kui pikksilm on küllalt võimas mm hindamiseks, nivelliirijaamade olles seega üksteisest kuni 200 m kaugusel.



Joon. 120.

Latte vertikaalselt hoida on muidugi kõige parem vastavate väikeste ümmarguste vesiloodide abil. Kui need puuduvad, tarvitatakse lihtsamail töil (ainult lihtsamail!) lattide kõigutamist, nagu näidatud joon. 120. Latihoidja kõigutab latti ühtlaselt ja rahulikult enese poole ja enesest eemale umbes ühepalju kummalegi poole vertikaalseisu. Nivellija võtab lugemiks minimaalse lugemi horisontaalniidi kohal. Latti ei ole tarvis kõigutada, kui lugem temal on alla 0,5 m.

Nivellimistöö kontrolliks toimetatakse see kas kinnise käiguna või tehakse nivellimine edasi ja tagasi. Sulgemisviga kinnises käigus ei tohi ületada tavalisil töil mm-eis

$$7\sqrt{s}+s \text{ kuni } 15\sqrt{s}+s,$$

kus s on nivellimiskäigu pikkus km-eis.

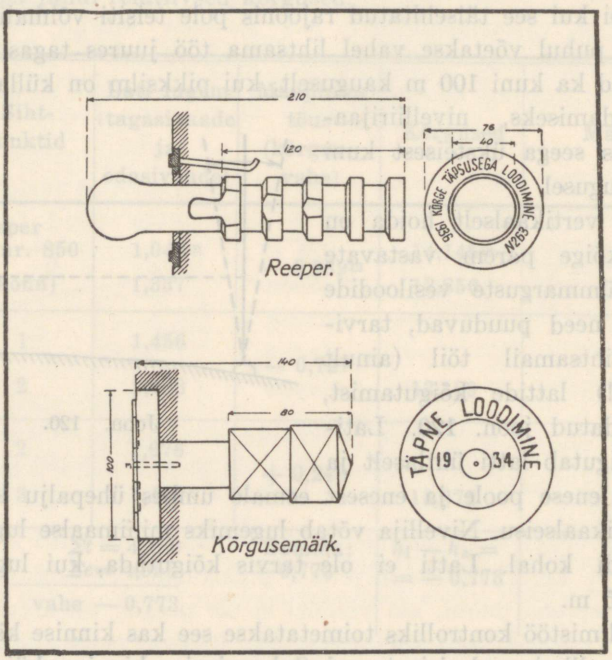
Edasi-tagasi nivellimisel ei tohi vahe kahe mõõtmise vahel ületada tavalisil töil mm-eis

$$10\sqrt{s} \text{ kuni } 20\sqrt{s},$$

kus s on käigu ühekordne pikkus. Muude normidega tutvume § 68.

§ 60. **Reeperid ja kõrgusmärgid.** On arusaadav, et niisama tarvilik, kui polügooni- ja triangulatsioonipunktide püsiv tähistamine looduses (koordinaatide x ja y leidmiseks), on ka kõrguse kindelpunktide püsiv tähistamine. Neid kõrguse kindelpunkte nimetatakse enamasti üldi-

selt reeperiteks. Kindelpunktid, mis on kunstlikult pandud, kannavad aga täpses nomenklatuuris nime kas reeperid või kõrgusmärgid. Mõlemad asetatakse püsivalt, näit. ehitiste kivivundamentidesse, kivimajade seintesse jne. Reeper asetseb madalamal ja ulatub seinast välja, nii et tema peale saab nivellimislatti asetada; kõrgusmärk on ümmargune metallplaat, mis müüritakse maja seina 1,5—2 m kõrgusele maapinnast.



Joon. 121.

Reeperite kujusid on mitmesuguseid; parimad näivad niisugused, millede seinast väljaulatuv osa on kerakujuline. Sageli on reeperi juures metallplaat (näit. kas või ringikujulisena ümber reeperi), mille peale on märgitud tema number ja loodimise aeg. Analoogilisi märkmeid sisaldab ka kõrgusmärk. Nimetatud kindelpunktide skeeme Eestis esitab joon. 121.

Kindelpunktide kõrguseks tuleb lugeda: 1) reeperil tema muna ülemist pinda, 2) kõrgusmärgil tema tsentris olevat auku. Mõlemal on oma hüved ja pahed. Nii võib reeperile asetada nivellimislati ja selle peale teha nivelliiriga kohe tagasivaate; kõrgusmärgil tuleb aga kasutada abijoonelauda. Selle eest on aga kõrgusmärgid üldiselt pikema-

aegse püsivusega kui reeperid. Arvuliselt asetatakse reepereid palju sagedamini kui kõrgusmärke.

Kunstlikke reepereid asetatakse vastavalt tööliigile ja üldtehnilistele tarvidustele. Nii asetatakse nn. kõrge täpsusega loodimise reeperid iga 1—3 km takka. Linnades aga asetatakse tavalised tehnilise loodimise reeperid väga tihedalt, iga paarisaja m takka.

Lähtudes mingist punktist, mille kõrgus on teada, määratakse reeperite kõrgused loodimiskäikudega, nagu on kirjeldatud eelmises §-s. Muidugi määratakse reeperite kõrgused hoolikamalt kui tavalisil lihtsamail töil. Reeperid nummerdatakse ja nende kõrgused kantakse vastavaisse nimestikesse, kust neid võib tarviduse kohaselt leida. Reeperid on siis aluseks kõigile hilisematele tehnilistele loodimistele. On arusaadav, et viimastel siis enam ei panda kinnisi nivellimiskäike, vaid iga nivellimine toimub reeperist reeperini.

Maal mitmesuguste ehitustööde juures me võime olla eemal varem määratud kõrgusega reepereist. Nivellimistööd, mida tehakse ehitustööl, nõuavad aga kas või ajutistki jäädvustamist. Sel juhul paneme ise reeperid sobivaisse kohtadesse. Kui meil pole seda võimalik teha niisugusel kujul, nagu eespool kirjeldatud, siis teeme seda lihtsamalt. Valime ajutisiks reepereiks näit. vanade ehitiste kivivundamentide nurgad, kivist trepiastmed või aknalauad, suured raudkivid, hädakorral ka tugevad puukännud jne.; ka nael suure puu sees kõlbab lihtsaks reeperiks. Tuleb hoolitseda, et reeperid ei jääks tulevasele ehitisele ette ega läheks nii enneaegu kaduma. Reeperite kõrgused toome nivellimisega mõnest lähemast tuntud kõrgusega punktist. Kui see pole võimalik või tarvilik, siis lepime relatiivsete kõrgustega. Nõuded reeperite tiheduse kohta sõltuvad ehitustööst. Nii nõuti Eestis seni näit. maanteede sihiajamise töil reepereid sihi alguses, lõpul ja igal kilomeetril. Iga reeperi kohta tuleb valmistada skits tema asukohast, et teda hiljemini oleks võimalik kergesti leida.

Tuleb silmas pidada, et kui meil loodimiskäik läheb mingist püsivast reeperist mööda, siis tuleb reeper tingimata võtta loodimiskäiku sisse. See annab ju kohe ühe kontrollivõimaluse juurde. Reeperite kõrgused saab linnades linnavalitsuselt, raudteedel raudteevalitsuselt, maal Põllutöödirektooriumi Maakorralduse Osakonnalt jne.

§ 61. **Pikettimine.** Sagedasti on nivellimise ülesandeks anda mitte üksnes kõrgusi üksikute punktide jaoks, vaid ka ülevaade kogu antud joont mööda maapinna reljeefi muutumisest. Nii on näiteks teedeehitusel tarvilik leida ehitatava tee suunas nn. pikiprofiil. Sel juhul

toimetatakse teesihti mööda enne nivellimist nn. pikettimine, mis toimub enamasti koos tee sihi ajamisega.

Pikettimine koosneb tee telje märkimisest looduses puutikkudega iga 100 m takka. Puutikud on umbes 3—4 cm jämedusega ja paarikümne cm pikkusega; üks tikuots lõigatakse saega siledaks (enam-vähem risti tikuga), teine ots teritatakse kirvega. Tikud lüüakse maa sisse, maapinnaga enam-vähem tasa, nii et nende peale saaks hiljemini asetada nivellimislatti. Pikettimine on seega ühtlasi ka joonemõõtmine. Tõepoolest lüüaksegi puutikud („pikett-vaiad") maha teraslindi abil, mõõtes antud sihis 100 m tavalise täpsusega; mõõtmine on aga ainult ühekordne. Sõna pikett tähendab vahemikku kahe tiku vahel, tavaliselt seega vahemikku 100 m. On vahel juhtumeid, kus pikett võetakse ka lühem või pikem, see tuleb aga siis eraldi märkida. Ülekantud mõttes tarvitatakse sõna pikett vahel ka tiku kohta, mis märgib neid vahemikke.



Joon. 122.

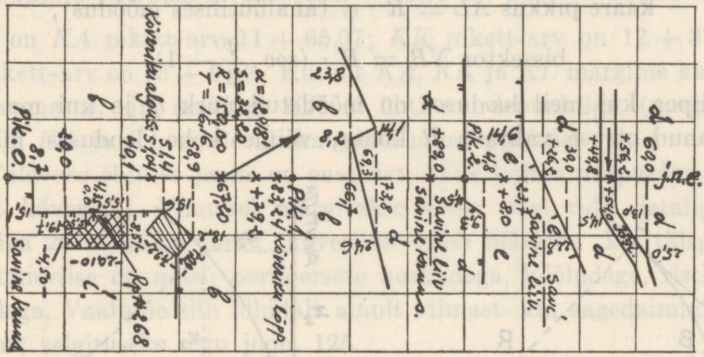
Piketi nähtavaks tegemiseks lüüakse maasse löödud puutiku lähedale — paari cm kaugusele — lauake, millele kirjutatakse jämeda pliiatsiga piketi number. Alguspunkt kannab numbrit 0 (või ka 0 + 00), järgmise tiku juures on number 1 jne. Me näeme, et 100 m piketid on tõesti kasulikud, sest nende numbrid annavad kohe kauguse alguspunktist.

Samasuguste tikkudega (ja lauakestega), nagu märkisime pikette, märgime tee teljel ka punktid, kus on näha märgatav muutus reljeefis. Neid punkte nimetatakse „plussideks", sest nende asukoht lauakesel märgitakse meetrite arvuga e e l m i s e s t piketist märgiga +. Joon. 122-a esitab täispiketi märkimist, joon 122-b „plussi" märkimist. On arusaadav, et igasugune punkt tee teljel on määratud vastava piketi ja plussi numbriga.

Pikettimisel peetakse pikettimisraamatut. Viimaseks on soovitav tarvitada kõvade kaantega ruuduliste lehtedega raamatut, millel on nn. albumiformaat, s. o. mille laius on suurem kui kõrgus. Lehekülje keskele tõmmatakse pliiatsiga sirge joon, mis tähistab tee sihti. Sellel joonel märgitakse piketid ja plussid. Kui tee siht murdub, siis mõõde-

takse nurk teodoliidiga või goniomeetriga [1]. Sihiajamisel mõõdetakse tavaliselt sihi m u r d e n u r k vasakule või paremale. See murdenurk märgitakse pikettimisraamatus sümboolselt noolekesena, kusjuures muidugi märgitakse ka murdekoha pluss. Siht raamatus jätkub aga endist sirget mööda. Sihi peal märgitakse veel plussidena, kus ta lõikab olemasolevaid teid, kraave, administratiivpiire või muud olulist.

Vasakule ja paremale poole sihti märgitakse sageli ka situatsioon varem kokkulepitud ulatuseni. Situatsioonis märgitakse maapinna liigid (liiv, savi jne.; kuiv, märg jne.), kõlvikud (põllumaa, heinamaa,



Joon. 123.

karjamaa, mets, võsa jne.), ehitised, piirid jne. Situatsioon mõõdetakse ekkeriga ja ruletiga; vähem tähtis osa situatsioonist kantakse pikettimisraamatusse vahel ka silma järgi.

Mõõt pikettimisraamatus on vaba. Kui plusse on vähe ja situatsioon on lihtne, siis võetakse mõõt väike. Vastasel korral aga suurendatakse mõõtu tarviduse järgi. Mõõt on seega muutlik vahel isegi ühel ja samal leheküljel. Mõõt võetagu aga tee sihis ja ristsuunas sama, sest et sageli puuduvad mõõtmisarvud ristsuunas ja esemed sihi kõrval on osaliselt joonistatud silma järgi. Joon. 123 esitab näite pikettimisraamatu leheküljest.

On arusaadav, et väikese ulatusega töödel võib võtta pikettimisraamatuks tavalise ruutudega vihu või isegi üksikuid lehti.

§ 62. **Kõverikkude märkimine.** Tulevase ehituse telge (näit. maantee telge) ei või loomulikult jätta murtud joonena, vaid murdekohad tuleb ümmardada kõverikkudega. Vaatame siin lühidalt lihtsai-

[1] Esialgu vaatleme ainult sirgeid sihte.

mat juhtu, mis on sagedaimini tarvitatav — lihtsa ringi kaare märkimist looduses. Selgituseks olgu joon. 124.

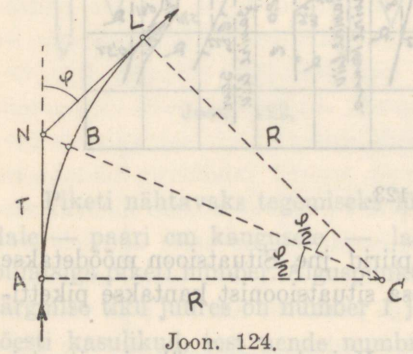
Moodustagu meie siht punktis N murdenurga paremale φ võrra. Murdekoha ümmardame ringi kaare abil raadiusega R. Tehnilisis tingimusis on tavaliselt määratud minimaalne raadius, mis on lubatav antud ehituse juures. Nii on laiarööpmelistel raudteedel $R = 600$ m või rohkem, kitsarööpmelistel raudteedel 300 m või rohkem jne.; R võetakse alati ümmarguse arvuna. Joonisel 124 on näha, et

$$\text{puutuja } AN = NL = T = R \cdot \tan \frac{\varphi}{2},$$

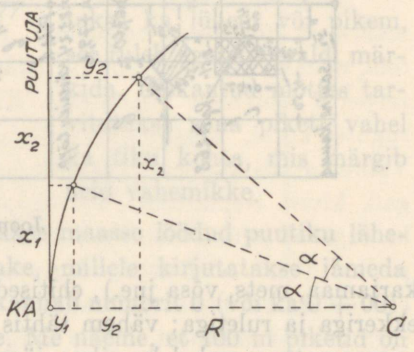
$$\text{kaare pikkus } AL = R \cdot \varphi \text{ (analüütilises mõõdus)},$$

$$\text{bissektor } NB = R \cdot (\sec \frac{\varphi}{2} - 1).$$

Niipea kui meil looduses on mõõdetud nurk φ ja kui me oleme langetanud otsuse valitava R kohta, võime kohe looduses märkida



Joon. 124.



Joon. 125.

(tikutada) kõveriku kolm peapunkti: kõveriku alguse A, kõveriku keskkoha B ja kõveriku lõpu L. Arvutame puutuja pikkuse ja mõõdame ta teraslindiga murdepunktist N kummalegi poole puutujat mööda, saades nii A ja L. Punkti N tipul jagame nurga ANL pooleks, saades bissektori suuna, millel märgime punkti B. Ringi tsenter C meid üldse ei huvita.

Toimugu sihiajamine koos kõverikkude märkimisega looduses. Sel juhul toimub pikettimine kõverikul järgnevalt. Punktis N lüüakse maa sisse vai või tikk (nurgavai), mille juurde pannakse lauake (nagu piketipunktides), kuhu märgitakse vaia pikett ja pluss ja nurga järjekorra number ja suurus. Kõveriku algus märgitakse samuti, kirjutades aga lauakesele tähed KA (kõveriku algus) ja pikett-arvuna punkti N arv miinus puutuja T pikkus. Kõveriku keskkoht ja kõveriku lõpp tiku-

tatakse täpselt samuti, märkides aga esimest tähtedega *KK* ja teist tähtedega *KL*. Pikett-arvuna kirjutame *KK*-le *KA* arv pluss pool kaarepikkust, *KL*-le *KA* arv pluss terve kaarepikkus. Pandagu tähele, et pikettimise lugemine läheb seega mööda kaart ja mitte mööda puutujaid, sest et $2T >$ kaar. Arvutamise lihtsustamiseks on koostatud terve rida kõverikkude tabeleid, kus puutujad, kaarepikkused jne. on kohe tabelist võetavad vastavate R-de ja φ-de järgi.

Olgu meil näiteks punktil 12 + 38,75 nurk paremale 27° 36′. Valime $R = 300$ m. Me leiame:

puutuja = 73,68 m; bissektor = 8,91 m; kaar = 144,51 m.

Seega on *KA* pikett-arv 11 + 65,07; *KK* pikett-arv on 12 + 37,32 ja *KL* pikett-arv on 13 + 9,58. Kui me *KA*, *KK* ja *KL* märgime ka pikettimisraamatus, siis muidugi *KK* ei ühti murdepunktiga (nurgapunktiga) ja *KA* ja *KL* ei ole ühekaugusel murdepunktist.

Tulevase ehituse jaoks on enamasti vähe kolme peapunkti märkimisest kõverikul. Viimasel märgitakse seega veel rida detailpunkte, näit. iga 20 m kaare järel; kõverikul tuleb märkida ka täispiketid. Märkimisviise on mitu: perifeersete nurkadega, kõõludega, ristkoordinaatidega. Vaatame siin lühidalt ainult viimast kui sagedaimini kasutatavat; selgituseks olgu joon. 125.

Valime puutuja abstsiss-(X-)teljeks. Arvutame detailpunktide jaoks iga 20 m takka koordinaadid x ja y. Me leiame

$$x_i = R \cdot \sin i\,a$$

$$y_i = R - R \cdot \cos i\,a = 2R \cdot \sin^2 \frac{ia}{2},$$

kus i tähendab detailpunkti numbrit ja a tähendab nurka $\frac{20}{R}$ (analüütilises mõõdus).

Arvutuste hõlbustuseks on tarvitusel eespool-nimetatud kõverikkude tabelid, kus x ja y antakse mitmesuguste R-de jaoks.

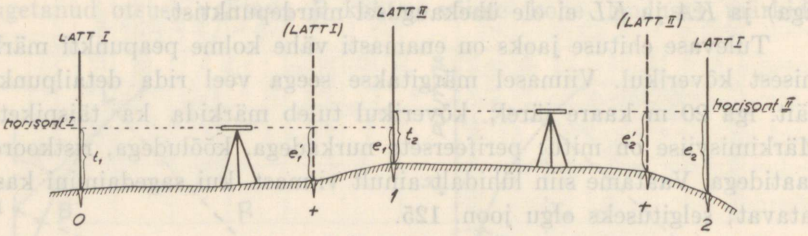
Teades x ja y, mõõdame teraslindiga puutujat mööda x ja püstitame seal ekkeriga ristjoone; mõõdame ruletiga ristjoont mööda y suuruse ja tikutame detailpunkti.

Kui y-d lähevad liiga suureks, näit. üle 50 m, siis tuleb võtta abiks lisapuutujaid (vt. „Lisa“).

§ 63. **Nivellimine antud sihti mööda profiili saamiseks.** Olgu meil toimetatud pikettimine antud sihti mööda (sirged + kõverikud) ja olgu vaja toimetada nivellimist, et saada sihi profiili. Sel juhul kasutame, nagu § 59, „keskelt nivellimist“; nüüd on aga lattide

asukohad juba ette määratud — need on pikettpunktid. Olgu meil teada null-piketi kõrgus, mille oleme määranud lähemast reeperist, nagu näidatud § 59. Protokollimiseks on nüüd kasulikum tarvitada nn. „riista horisondi" vormi.

Asetame nivelliiri umbes pikettvaiade 0 ja 1 vahele, milledele on asetatud latid I ja II. Teeme tagasivaate 0-le ja edasivaate 1-le. Teeme „edasivaadetena abipunktidele" lugemid vahepealseile plussidele; teeme tarbe korral veel „edasivaadetena abipunktidele" lugemid latile, mis on asetatud sihist kõrvale (põikprofiilide jaoks), tarvitades selleks latti (I), mis oli 0 kohal (vt. joon. 126). Kui esimesest jaamast kõik tarvilikud punktid on loetud, tõstame nivelliiri 1. ja 2. pikettvaia vahele. Latt 1 kohal (II) jääb paigale, kuna I latt läheb 2 kohale. Teeme tagasivaate 1-le ja edasivaate 2-le ja võtame siis jälle sellest



Joon. 126.

teisest jaamast kõik plussid ja tarvilikud kõrvalpunktid jne. Nagu näeme, on pikettvaiad nn. sidepunktideks, mis seovad omavahel kõrgusvahesid piketist piketini. Arvutamine protokollis toimub reeglite järgi (vt. joon. 126):

1) Riista horisont = tagasivaade punktile + selle punkti kõrgus.

2) Mingi punkti kõrgus = riista horisont — edasivaade sellele punktile (samast jaamast).

Protokollimine „riista horisondi" vormi kohaselt on esitatud järgnevas näites. Vaatlused (lugemid) on hariliku kirjaga; arvutused on kursiivis. Nivellimist on alustatud 0 piketi lähedal asetsevast reeperist, mille kõrgus on teada ja mille kaudu kõige enne kantakse kõrgus 0 piketile.

Nagu näeme, ei tarvitse me protokollida nivelliiri „jaamade" numbreid, sest need meid ei huvita. Küll on aga soovitav eraldada üksikud jaamad üksteisest selguse mõttes horisontaaljoonega. Tagasivaade reeperile, mille kõrgus on teada, annab riista horisondi algjaama jaoks. Edasivaade pikett 0-le (samast jaamast) annab pikettpunkti 0

Aeg: (kuupäev ja kellaaeg) Nivelliir: (firma ja nr.)
Vaatleja: N. N. Latid: (nr. nr.)
Piketid: 100 m

Piketi nr. või punkti nimetus	Kõrvalpunktid	Tagasivaade	Edasivaade abipunktile	Edasivaade	Riista horisont	Punkti kõrgus	Tasandatud kõrgus	Märkused
Rp.		1,392			*29,057*	*27,665*	*27,665*	Reeper nr. 268
0				1,955		*27,102*		
0		1,955			*29,057*			
+ 79			1,45			*27,61*		
1				0,317		*28,740*		
1		0,377			*29,117*			
+ 89			1,92			*27,20*		
	2,3 vas.		2,25			*26,87*		
	8,0 vas.		1,90			*27,22*		
	8,0 par.		2,76			*26,36*		
2				2,998		*26,119*		
2		0,312			*26,431*			
+ 8			2,62			*23,81*		
x_1				2,939		*23,492*		
x_1		0,401			*23,893*			
x_2				1,739		*22,154*		
x_2		2,727			*24,881*			
+ 86			0,98			*23,90*		
3				0,463		*24,418*		
		7,164		*10,411*		*3,247*		
		3,247						

kõrguse. Järgmises jaamas annab tagasivaade 0-le uue riista horisondi, kuna ju pikettpunkti 0 kõrgus on juba teada. Edasivaade 1-le annab punkt 1 kõrguse. Edasivaade abipunktile (+ 79) annab selle abipunkti kõrguse. Järgmises jaamas annab tagasivaade pikett 1-le jälle riista horisondi, jne. Plussid ja kõrvalpunktid võtame edasivaadetena abipunktidele, nagu näidatud protokollis; nende kõrgused järgnevad kohe vastavast (uuest) riista horisondist.

Pandagu tähele, et täispiketid kui sidepunktid esinevad protokollis alati kaks korda — edasivaateina ja tagasivaateina. Kõrgused nende jaoks kirjutatakse aga ainult ühekordselt, sest sellest piisab. Pandagu

veel tähele, et edasivaated abipunktidele (plussid ja kõrvalpunktid) on tehtud ainult cm täpsusega; sellest piisab, sest nad ei ole sidepunktid. Kõrgused arvutatakse seega sidepunktide (täispikettide) jaoks mm täpsusega ja abipunktide jaoks cm täpsusega. Ei tarvitse muidugi arvata, et „edasivaade abipunktile" peab olema tingimata nivelliiri asukohast „edasi"; edasivaade abipunktile võib tegelikult olla sihi suunas „tagasi", kuid arvutusis käsitame teda kui edasivaadet. Pealegi ei tarvitse nivelliir sugugi asetseda sihi peal; peaasi on, kui tagasivaade ja edasivaade sidepunktidele on nivelliirist enam-vähem ühekaugusel. Nüüd on ka arusaadav, miks pikettvaiad tuli pealt siledaks saagida ja miks lauakesed nende juures pidid asetsema neist paari cm kaugusel — me asetame ju neile nivellimislati ja peale selle on nad veel sidepunktideks.

On juhtumeid, kus maastiku suure tõusu või languse tõttu me ei saa võtta ühest jaamast tagasivaadet eelmisele ja edasivaadet järgnevale pikettvaiale. Need juhtumid on praegukäsiteldaval nivellimisel ka ainukesed, kus meil on vaja „konni". Neil juhtumeil teeme juurde vahepealseid s i d e p u n k t e, mida nimetame iksideks (x-deks). Nimi on tingitud sellest, et nende ikside pikett-arvud meid ei huvita, samuti ei tarvitse nad asetseda sihi peal. Loomulikult teeme iksidel kui sidepunktidel nii edasi- kui tagasivaated. Nivellimispäeviku näites on pikettvaiade 2 ja 3 vahel kaks niisugust iksi (x_1 ja x_2).

Päevaraamatu lehekülje lõpetamisel tehakse jälle arvutuste lõppkontroll (nagu § 59):

$$\sum_{i=1}^{i=n} t_i - \sum_{i=1}^{i=n} e_i = h_l - h_a,$$

kus n tähendab sidepunktide arvu leheküljel, t_i tähendab mingit tagasivaadet ja e_i tähendab mingit edasivaadet s i d e p u n k t i d e l e; h_l tähendab lehekülje viimase sidepunkti kõrgust edasivaates ja h_a tähendab lehekülje esimese sidepunkti kõrgust tagasivaates (ka algreeper on sidepunkt). Nüüd on ka arusaadav, miks me edasivaated abipunktidele protokollis eraldasime edasivaateist sidepunktidele.

Me näeme, milles seisab praegu „riista horisondi" protokolli vormi kasu: me võime niisuguse vormi juures kompaktselt ja ülevaatlikult esitada andmeid nii abipunktide kui ka sidepunktide vaatluste ja arvutatud kõrguste kohta. Vahel on nivellimisel kasutatav ka segavorm — „tõusu-languse" vorm, millel on aga juures veerg riista horisondi jaoks ja abipunktide kõrguste jaoks.

Juhul, kui nivellimiskäik läheb mööda mingist püsivast reeperist (või kui meie ise paneme reeperi), tuleb reeper tingimata võtta käiku sisse ja nimelt sidepunktina (mitte edasivaatena abipunktile!). Tarbe korral võib sel juhul jääda lähem täispikett „edasivaatena abipunktile". Kõik täispiketid tuleb nivellida ja peale selle veel kõverikkude *KA* ja *KL*. Plussid olid võetud kohtades, kus sihi peal on märgatav reljeefi muutus. Kõrvalpunktid põikprofiilide jaoks võtame vastavalt antud töö tehnilistele eeskirjadele (nende sageduse ja kauguse kohta sihi teljest).

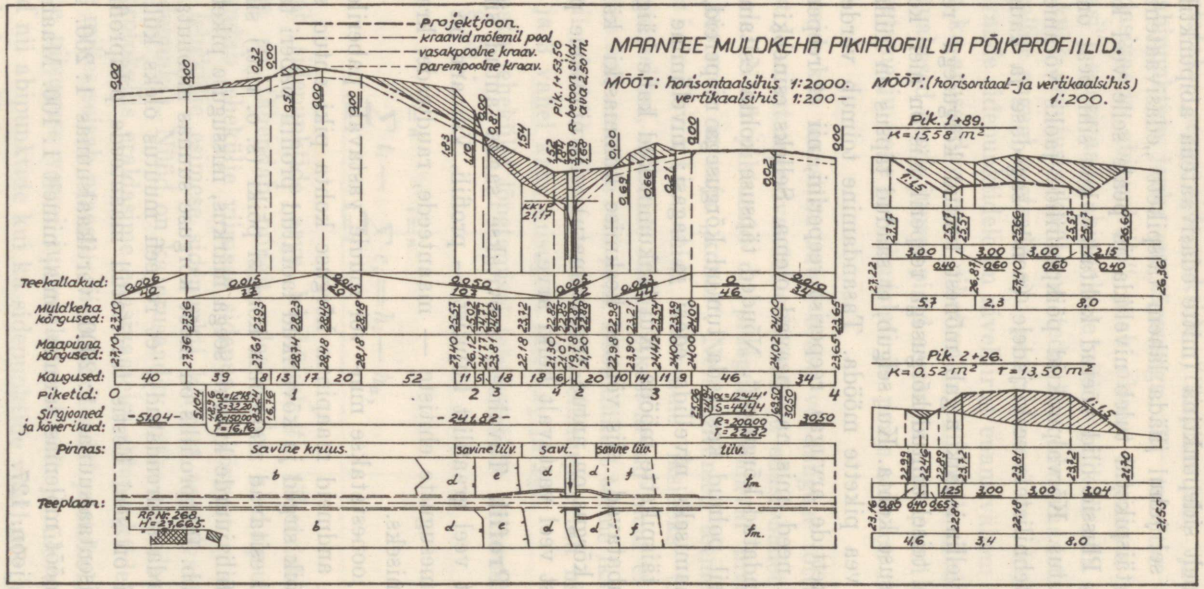
Kui nivellimiskäik algab mõnest tuntud kõrgusega reeperist ja lõpeb mingil teisel tuntud kõrgusega reeperil, siis on meil kontroll tehtud töö täpsuse kohta. Kui selgub, et saadud täpsus on küllaldane, siis tasandame vea pikette mööda. Tasandamine toimub võrdeliselt kaugusega (pikettide arvuga) reeperist reeperini, nii et reeperite kõrgused tulevad need, mis nad peavad olema. Selleks esinebki protokollis veerg „tasandatud kõrgused". Nõuded täpsuse kohta esitame § 68.

Kui meil polnud kasutada tuntud kõrgusega reepereid, siis tuleb kontrolli saamiseks nivellida edasi ja tagasi; nivellimine tagasi toimub ainult täispikette mööda. Kui lahkuminekud kahe käigu andmete vahel on lubatavad, siis võtame keskmise kummastki käigust; kui alguspunkti kõrgus on antud (muutumatu), siis nihutame peale keskmise võtmist veel vastavalt kõiki arve.

§ 64. **Profiil.** Tavaliselt soovitakse saada antud sihti mööda nivellimisest veel graafilist kujutist — profiili. Viimane on tarvilik ja kasulik mitmesuguste ehitiste — maanteede, raudteede, kraavide jne. — projektimiseks.

Profiil joonestatakse mm- või muule vastavale paberile. Pikiprofiil sisaldab andmeid maapinna kõrguse kohta piki antud sihti; sealjuures on kõik sirged ja kõverikud laotatud profiili paberi tasapinnale. Põikprofiilid esitavad maapinna kõrgusi põiki (s. o. risti) sihisuunaga; iga põikprofiili juurde kuulub seega märkus, missuguse piketi ja plussi kohta ta käib. Pikiprofiilis on mõõt kõrguse suunas moonutatud (tavaliselt 10 korda suurendatud), et reljeefi muutus oleks küllalt silmapaistev. Nii on seni Eestis tarvitatud maanteede pikiprofiilide jaoks mõõte: horisontaalsuunas 1: 2000, vertikaalsuunas 1: 200. Põikprofiilis on aga mõõt mõlemas suunas sama, nimelt 1: 100. Maantee profiili näite esitab joon. 127.

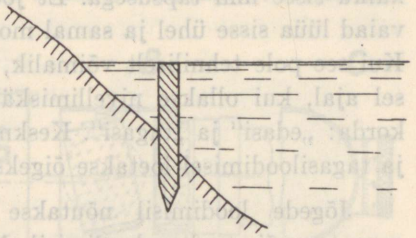
Joonise selgituseks olgu öeldud järgmist. Musta tušiga joonestatakse kõik looduslik, samuti kirjutatakse musta tušiga vastavad numbrid. Projektitav ehitis — maantee, raudtee jne. — joonestatakse puna-


Projektjoon.
kraavid mõlemil pool
vasakpoolne kraav.
parempoolne kraav.
MAANTEE MULDKEHA PIKIPROFIIL JA PÕIKPROFIILID.
MÕÕT: horisontaalsihis 1:2000.
vertikaalsihis 1:200 –
MÕÕT: (horisontaal- ja vertikaalsihis) 1:200.
Pik. 1+89.
K=15,58 m²
Pik. 2+26.
K=0,52 m² T=13,50 m²
Teekallakud:
Mulde kehakõrgused:
Maapinna kõrgused:
Kaugused:
Piketid:
Sirgjooned ja kõverikud:
Pinnas:
Teeplaan:
savine kruus.
savine liiv.
savi.
savine liiv.
liiv.

Joon. 127.

sega, samuti on projektjoone (muldkeha) juurde kuuluvad numbrid punased[1]. Profiili alla paigutatakse sageli veel ribana maantee plaan, mis joonestatakse ja värvitakse vastavalt § 85.

Profiilile kantakse vastavas mõõdus nivellitud kõrgused ja ühendatakse naaberpunktid sirgete joontega. Maapinna reljeef on seega esitatud murtud joonena. Punane projekt-joon tõmmatakse samuti murtud joonena nii, et ta oleks otstarbekohane ja täidaks tehnilisi nõudeid. Nii peab olema 1. klassi maanteel pikikallak tavaliselt 0,5% ja 5% vahel; laiarööpalisel raudteel on aga lubatav pikikallak tavaliselt ainult kuni 0,6%. Neist tingimusist tekivad täidendid ja kaevikud projekt-joonele; nende suurused kirjutatakse projekt-joone juurde. Peale selle värvitakse veel täidendid helekarmiin-värviga ja kaevikud gummigut-värviga. Projekt-joone jaoks antakse kallakud ka numbriliselt, kirjutades nende alla veel joone pikkuse, mille kohta kehtib vastav kallak. Kõverikkude jaoks märgitakse kõveriku alguse ja lõpu kaugus naaberpikettideni, sihi murdenurk, kõveriku raadius ja kaare pikkus. Kaare vibu näitab, kuhu poole on kõverik.



Joon. 128.

Nagu näeme, haarab profiil kõik tarvilikud andmed tulevase ehituse jaoks. Piki- ja põikprofiilide najal toimub mullatööde arvestus; ka tööd ise toimuvad profiili alusel.

§ 65. **Jõgede loodimine.** Jõgede juures huvitab meid: 1) jõe pikiprofiil veepinda mööda (veepinna langus), 2) põikprofiilid jõe põhja kohta sobivalt valitud kohtades.

Jõe pikiprofiili loodimiseks lööme jõkke kalda lähedale varem määratud kohtadesse vaiad, millede ülemine ots oleks veepinnaga tasa (vt. joon. 128). Vaiade kauguse üksteisest määrab töö, milleks toimetame jõe loodimist. Nii on sillaehituseks vaja loodida pikiprofiili väikesel jõel ainult kuni 200 m vastuvett ja allavett; seal on seega vaja 3 vaia: ülalpool tulevast silda, tulevase silla kohal ja allpool tulevast silda.

[1] Joon. 127 on punane joon asendatud jämeda punktiiriga; punased numbrid on asendatud allakriipsutatud numbritega. Ruumi kokkuhoiuks on põikprofiili mõõduks võetud 1 : 200.

Suurtel jõgedel tuleb aga sageli loodida 1—2 km üles- ja allapoole tulevase silla asukohta (samuti 3 vaiaga). On muidugi töid, kus jõe pikiprofiili tuleb loodida mitmekümne km ulatuses.

Kallast mööda piketitakse nivellimiskäik iga 100 m takka, nagu tavaliselt. Mööda neid pikette tehakse kaldal nivellimiskäik, nagu tavaliselt. Jões asetsevatest vaiadest möödumisel võetakse need aga käiku sisse mm täpsusega. Et jõe veeseis on muutlik, siis tuleb kõik vaiad lüüa sisse ühel ja samal momendil varem kokkulepitud kellaajal. Kui see pole tehniliselt võimalik, siis lüüakse iga vai veepinnaga tasa sel ajal, kui ollakse nivellimiskäiguga tema kohal; nivellitakse kaks korda: „edasi" ja „tagasi". Keskmine nivellitud veepinna seisust edasi- ja tagasiloodimisel loetakse õigeks.

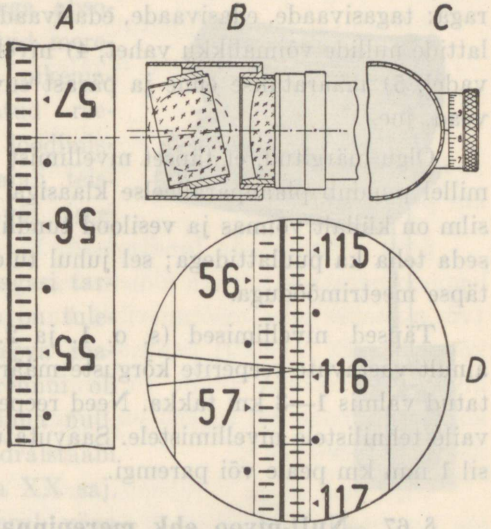
Jõgede loodimisil nõutakse suuremat täpsust pikiprofiilis kui maantee või raudtee loodimisil. Nii nõuti seni Eestis maanteedel täpsust 20 mm/km, jõgede loodimisel sildade ehitamiseks 10 mm/km.

Jõe põikprofiili saamiseks võetakse antud põiklõikes põhja sügavused veepinnast näit. iga 3—10 m takka, vastavalt jõe suurusele. Sügavust mõõdetakse vastava ridvaga või nöörloega. Kui jõgi pole suur ja vesi on lahti, siis tõmmatakse üle jõe tross, millel on märgid iga 3—10 m takka, nagu nimetatud eespool; nende märkide kohal toimetatakse siis paadist põhjasügavuse mõõtmisi. Kui jõgi on väga lai, siis märgitakse põiklõike siht kaldal tähistega ja paat hoitakse antud sihil. Paadis toimetatakse põhjasügavuse mõõtmisi parema arusaamise järgi. Paadi asukohad antud sihil määratakse kaldalt lõigetega trigonomeetriliselt teodoliidi või goniomeetri abil (vt. peatükk „Triangulatsioon"). Põhjasügavuse mõõtmisi on sageli mugav teha talvel jää pealt, mille sisse raiutakse soovitud kohtades augud. Muidugi pole põhjasügavuse mõõtmisil mõtet cm täpsusel.

On arusaadav, et maantee- või raudteesihi jõest ületamisel tuleb nivellimisandmeisse võtta jõe veepind mõõtmiste ajal, samuti ka suurvee ja madalvee pinnad mitmesuguste olemasolevate märkide järgi.

§ 66. **Täpne nivellimine.** Kõrguse ülekandmisel suures ulatuses — sadade või tuhandete km-te kaugusele — ei piisa loomulikult tavalise tehnilise nivellimise poolt antavast täpsusest. On teisigi töid, kus nivellimisil nõutav täpsus on suurem senikäsiteldust. Neil juhtudel tarvitatakse täpset ehk pretsisioon-nivellimist. Eestis tehti seni vahet kõrge täpsusega ja täpse nivellimise vahel, Saksamaal räägitakse vastavalt 1. või 2. järgu täpsest nivellimisest.

Vaatame lühidalt täpse nivellimise põhiideed nivelliiriga, millel on optiline mikromeeter plaanparalleelse klaasi näol objektiivi ees. Selle nivelliiri juurde kuuluvad kaks invar-latti, millel on jaotused kriipsude näol iga 0,5 cm takka; lati vasak ja parem pool kannavad mõlemad jaotusi, mis on aga nihutatud üksteise suhtes. Joon. 116 on kujutatud Zeissi nivelliir II, mille objektiivi ette on kinnitatud plaanparalleelse klaasiga mikromeeter. Plaanparalleelne klaas on kallutatav objektiivi ees kruviga, mis on näha joonisel 116 objektiivi juures; kruvi pea pealt on kallutuse suurus loetav. Plaanparalleelse klaasi kallutamisega nihutame näivalt nivelliiri sihtimissuunda p a r a l l e e l s e l t, nagu näidatud joon. 129 *A* ja *B*. Ilma klaasita oleks lugem latil 56,7 lati jaotust (pooli detsimeetreid) pluss murrud. Murdu me nüüd aga ei hinda, vaid mõõdame mikromeetriga. Kallutame plaanparalleelset klaasi, kuni nivelliiri näiv sihtimissuund täpselt ühtib kriipsuga 56,7 (joon. 129 *A* ja *B*). Horisontaalniidi vasakpoolne osa on nivelliiril ehitatud kiilukujuliselt (vt. joon. 129 *D*, mis esitab nivelliiri vaatevälja). Kallutame plaanparalleelset klaasi, kuni lati kriips 56,7 tuleb täpselt kiilu vahele, s. o. horisontaalniidi kohale. Osutub, et kiilukuju võimaldab siin paremat täpsust kui ühekordne niit. Trumlil — plaanparalleelse klaasi kallutuskruvi peal — loeme kallutuse suuruse; viimase jaotused on tehtud nii, et nad otse annavad nivelliiri horisondi näiva nihke mm-eis (õigemini öelda pooltes mm-tes). Trumlil loetav arv oleks 830 (vt. joon. 129 *C*), mis tuleb liita lati arvuga. Lõpplugem oleks seega 56,7830 lati jaotust = 2,83915 m üle lati nulli. Nivelliiri vaateväljas (joon. 129 *D*) näeme, et latt on kahe poolega; näivalt vasakpoolsel osal on numbrid 56 ja 57, parempoolsel osal 115, 116, 117. Me tegime lugemi vasakpoolsel osal; täiesti analoogiliselt võime aga teha mikromeetriga lugemi ka lati parempoolsel osal ja nii see toimubki.



Joon. 129.

Plaanparalleelne klaas võimaldab seega suurt täpsust lati lugemil, 0,1 mm ümber või pareminigi. Invar-latid ise on väga püsiva pikkusega ja nende jaotused on täpsed: jaotusvead on ainult mõne sajandiku mm ümber. Nivellitakse ainult „konnade" pealt ja mööda kõva aluspinda (maantee või raudtee). Võetakse tarvitusele veel terve rida ettevaatusabinõusid: 1) tagasivaadete ja edasivaadete kaugused võetakse võrdsed teraslindi mõõtmiste järgi, 2) nivelliiri statiivi võimaliku vajumise mõju edasivaate ja tagasivaate vahel elimineeritakse vaatlusjärjekorraga: tagasivaade, edasivaade, edasivaade, tagasivaade, 3) arvestatakse lattide nullide võimalikku vahet, 4) nivellitakse edasi ja tagasi eri päevadel, 5) määratakse enne ja pärast suvist tööperioodi lattide jaotusvead, jne.

Olgu märgitud, et täpset nivellimist võib toimetada ka nivelliiriga, millel puudub plaanparalleelse klaasiga mikromeeter, kui ainult pikksilm on küllalt võimas ja vesilood tundlik (vt. joon. 114). Samuti võib seda teha ka puulattidega; sel juhul tuleb aga iga päev võrrelda latte täpse meetrimõõduga.

Täpsed nivellimised (s. o. 1. ja 2. järgu nivellimised) tehakse ainult vastavate reeperite kõrguste määramiseks, mis on varemini asetatud valmis 1—3 km takka. Need reeperid jäävad siis aluseks järgnevaile tehnilistele nivellimistele. Saavutatud täpsus on täpseil nivellimisil 1 mm km peale või paremgi.

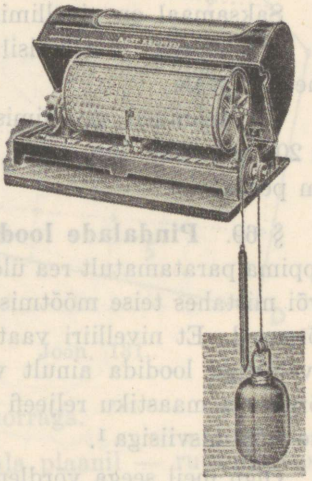
§ 67. **Null-nivoo ehk merepinna määramine.** Me kõnelesime § 59, et absoluutseiks nimetatakse neid kõrgusi, mis on määratud nn. merepinnast. Merepinna keskmine veeseis kuiva maa suhtes määratakse vastavate pikaajaliste vaatlustega. Võttes keskmise veeseisu pikema aja (10—20 või rohkem aasta) kohta, vabaneme juhuslikkude veepinna kõikumiste mõjudest ja seda keskmist loemegi siis kõrguste null-nivooks ehk merepinnaks.

Veeseisu mõõtmiseks võiks tarvitada tavalist nivellimislatti, mis on kaldale kinnitatud nii, et tema alumine osa ulatub küllalt sügavale vette. Tavaliselt on aga need latid metallist, sest nad peavad seisma pikemat aega vees. Et merevee pind on tuule mõjul sageli rahutu, siis toimetatakse mõõtmisi enamasti kaldaäärses kaevus, mille põhi on toru kaudu ühendatud merega. Kaevus on siis vesi keskmiselt niisama kõrge kui meres, kuid lühiajalised lainetused kaevu veeseisule mõju ei avalda.

Latilt tehakse veeseisu lugemid iga päev paar korda. On erilisi riistu, nn. mareograafe, mis automaatselt ja pidevalt registreerivad merevee seisu. Ühte niisugust esitab joon. 130.

Mareograaf koosneb trumlist, mille peal on paberileht; trummel nihkub vastava kellamehhanismi abil aeglaselt, näit. paari mm võrra tunnis edasi. Trumli võllil on traat, mis kannab enda otsas kaevu lastud ujukit; ujuki tõustes või langedes (koos veeseisu tõusuga või langusega) pöörleb trummel. Pliiats joonistab trumli pöörlemisel paberile kõverjoone, mis näitab veeseisu muutumist.

Keskmine veeseis latil või keskmisele ujuki seisule vastav veeseis mareograafil mõõdetakse naabruses asetseva nivellimisreeperi suhtes. See nivellimisreeper saab seega absoluutse kõrguse, mis on tuletatud merevee keskmise seisu suhtes pikemaajaliste vaatlustega. Nimetatud reeperist kantakse siis täpsete loodimistega absoluutsed kõrgused laiali teistele reeperitele mitmesaja või isegi mitme tuhande km ulatuses.



Joon. 130.

Eestis võeti mõni aasta tagasi tarvitusele oma null-nivoo, mis on tuletatud Tallinna sadamas asetseva mareograafi andmete järgi. Varemini oli Eestis tarvitusel nn. Kroonlinna null, mis oli siia kantud Vene kindralstaabi loodimisega XIX saj. lõpul ja XX saj. alguses. Kroonlinna null baseerub väga pikaajalistel veeseisu mõõtmistel Kroonlinnas. Et nüüdse aja nõudeist vaadatuna Vene kindralstaabi mõõtmised on juba kaunis vananenud, siis ei saa praegu täpselt öelda, kui suur on Tallinna ja Kroonlinna nullide vahe. Igatahes suur ta ei ole; tõenäoselt on vahe ainult sentimeetreis (0 ja 10 cm vahel).

§ 68. **Nivellimistöil nõutav täpsus.** Eestis jaotati seni (kuni 1941. a.) üleriiklikud nivellimised reeperite panemiseks kolme järku, millede nimed ja nõutav täpsus olid:

1) kõrge täpsusega loodimine; lubatav maksimaalne juhuslik viga $\pm$ 1 mm ja süstemaatiline viga $\pm$ 0,2 mm ühe km peale; edasi- ja tagasiloodimiste v a h e ei tohtinud seega ületada mm-eis $1{,}5 \cdot \sqrt{s}$ kus s on ühekordse käigu pikkus km-eis;

2) täpne loodimine; edasi- ja tagasiloodimiste vahe ei tohtinud siin ületada mm-eis $5 \cdot \sqrt{s}$, kus s on ühekordse käigu pikkus km-eis; maksimaalne juhuslik kilomeetriviga on seega $\pm$ 3 mm;

3) tehniline loodimine; edasi- ja tagasiloodimiste vahe ei tohtinud ületada mm-eis $10 \cdot \sqrt{s} + s$, kus s on ühekordse käigu pikkus km-eis (Riigi Teataja 1936, nr. 43, § 102, 109, 113).

Peale nimetatu olid erinormid jooksvate tehniliste tööde — raudteede, maanteede, jõgede jne. nivellimise jaoks. Maanteedel oli näiteks lubatav viga reeperist reeperini nivellimisel 20 mm ühe km peale; jõgede nivellimisel sillaehituse otstarbeks 10 mm ühe km peale jne. (Riigi Teataja 1930, nr. 31, § 40).

Saksamaal on nivellimistöil

1) täpseil nivellimisil lubatav keskmine viga kuni ± 1 mm ühe km peale;

2) tehnilisil nivellimisil lubatav keskmine viga on ± 3 kuni ± 20 mm ühe km peale, keskmiselt seega umbes ± 10 mm ühe km peale.

§ 69. **Pindalade loodimised.** Pindala reljeefi haaramisega peab leppima paratamatult rea üldistustega; on ju võimalik saada nivellimise (või mistahes teise mõõtmisviisi) kaudu ainult piiratud arvu punktide kõrgused. Et nivelliiri vaatesuund on horisontaalne, siis on kasulik nivelliiriga loodida ainult võrdlemisi tasaseid pindalasid. Vahelduva kõrgusega maastiku reljeefi on otstarbekohasem määrata tahhümeetrilise mõõtmisviisiga [1].

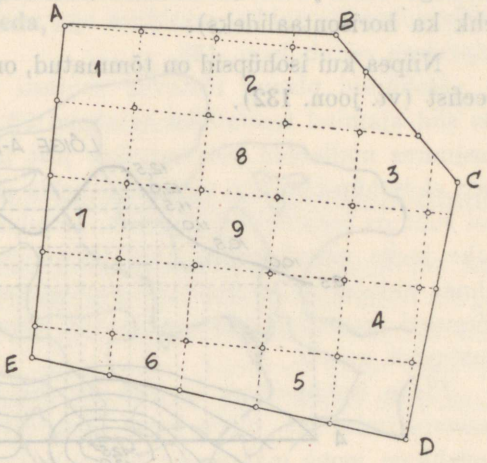
Olgu meil seega võrdlemisi tasane maa-ala *ABCDE*, mille reljeefi me soovime määrata nivellimisega (vt. joon. 131). Jagame maa-ala ruutudesse, külgede pikkusega näit. à 100 m. Ruutude külgede pikkused sõltuvad reljeefi vaheldusest. Mida väiksemad ruudud, seda täielikum pilt, kuid seda suurem ka töö: 20 m küljed nõuavad 25 korda rohkem tööd kui 100 m küljed. Viimased on aga kasutatavad ainult küllalt ühtlases maastikus. Ruudustiku teeme maastikul sirgete sihtide abil, mida väiksemail töil ajame palja silmaga; täisnurgad paneme väiksemail töil ekkeriga. Nivellime tavalise nivellimisviisiga maa-ala *ABCDE* piirjooned, saades seega kinnise nivellimiskäigu. Käiku võtame sisse kõik ruudustiku punktid, mis ulatuvad piirjoonele. Tasandame käigu.

Selle järel asetame nivelliiri üksteise järel nende ruutude sisse (enam-vähem ruudu keskele), mis on joon. 131 tähistatud numbritega; numbrid tähendavad seega ühtlasi nivelliirijaamu. Igas ruudus saame kaks tagasivaadet tuntud kõrgusega punktidele (piirjoonel või eelmises ruudus juba määratud), seega ka kontrolli; iga ruut annab kaks edasi-

[1] Vt. XI ptk. „Tahhümeetria", lk. 175.

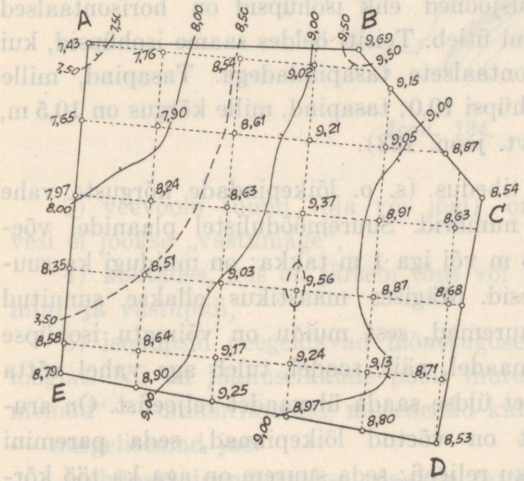
vaadet, seega kahe uue punkti kõrguse. Ruutude tipud nummerdame mingisuguse kindla süsteemi järgi ja peame siis nivellimisprotokollis sellest numeratsioonist täpselt kinni. Kui maa-ala pole suur, siis võib valmistada tema skitsi ja kirjutada latilugemid skitsile ruutude sisse iga vastava tipu juurde.

Olgu märgitud, et kui lubatakse nivelliirile suuremaid vaatekaugusi kui $50\sqrt{2}$ m, siis võib ruudustiku teha tihedama — näit. külgedega à 50 m, nivellides neid aga sama teed (s. o. samu jaamu) mööda, nagu näidatud joon. 131. Nivelliirijaamu ja tagasivaateid tuleb siis niisama palju kui 100 m ruutude puhul; edasivaateid tuleb aga rohkem, sest et punkte on rohkem. Säärast nivellimisviisi nimetatakse nivellimiseks mitut riba mööda korraga.



Joon. 131.

Nivellimise tulemusena saame maa-ala plaanil — ruutude tippudel — arvud, mis annavad nende tippude kõrgused.

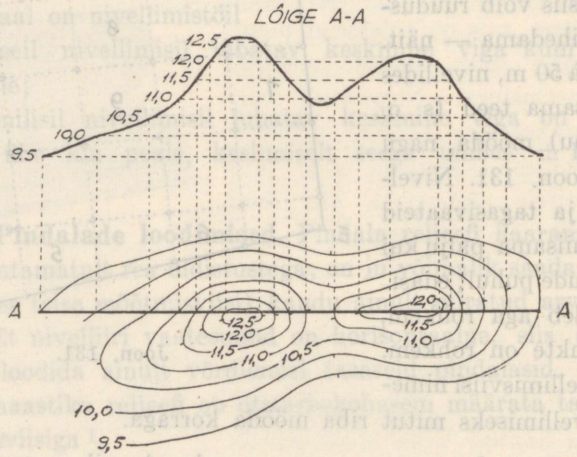


Joon. 132.

§ 70. **Samakõrgusjooned ehk isohüpsid ehk horisontaalid.** Arvud plaanil ei anna head ülevaadet reljeefi käigust. Seepärast tõmmatakse plaanile veel samakõrgusjooned ehk isohüpsid ehk horisontaalid. Eeldame esialgu, et meie ruudustik oli küllalt tihe selleks, et haarata reljeefi õigelt, s. o. et reljeefi muutus ruutude sees on ühtlane. Sel juhul otsime lineaarse interpoolimisega kõigi määratud

kõrgustega punktide (s. o. ruutude tippude) vahel kohad, kus kõrgus on ümmargune arv (täismeetrid või pooled meetrid). Interpoolimine toimub igas võimalikus suunas, s. o. nii ruutude külgi kui ka diagonaale mööda. Ühendame need kohad, milledel on sama kõrgus, pideva joonega. Neid jooni nimetatakse samakõrgusjoonteks (ehk isohüpsideks ehk ka horisontaalideks).

Niipea kui isohüpsid on tõmmatud, on selge ülevaade maastiku reljeefist (vt. joon. 132).



Joon. 133.

On selge, et samakõrgusjooned ehk isohüpsid on horisontaalsed jooned, nagu juba nende nimi ütleb. Teisiti öeldes saame isohüpsid, kui lõikame Maa pinda horisontaalsete tasapindadega. Tasapind, mille kõrgus on 10,0 m, lõikab isohüpsi 10,0; tasapind, mille kõrgus on 10,5 m, lõikab isohüpsi 10,5, jne. (vt. joon. 133).

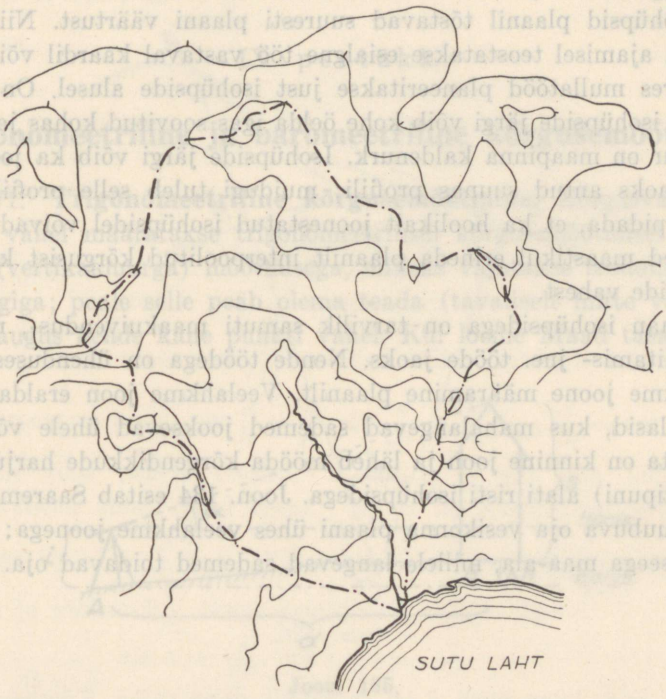
Soovitud lõikepindade tihedus (s. o. lõikepindade kõrguste vahe m-eis) määrab isohüpside numbrid. Suuremõõdulistel plaanidel võetakse need tavaliselt iga 0,5 m või iga 1 m takka; on muidugi ka suuremaid ja väiksemaid vahesid. Mägises maastikus ollakse sunnitud võtma isohüpside vahed suuremad, sest muidu on võimatu isohüpse joonestada. Väga tasastel maadel, näit. soodel, tuleb aga vahel võtta isohüpse 0,1—0,2 m takka, et üldse saada ülevaadet reljeefist. On arusaadav, et mida tihedamalt on võetud lõikepinnad, seda paremini kujutavad isohüpsid tegelikku reljeefi; seda suurem on aga ka töö kõrguste mõõtmisil, et saada küllaldaselt punkte isohüpside määramiseks.

Juhul, kui mõnes ruudus esines reljeefis korrapäratus, võib nivellimisel võtta selle sisse lisapunktidega, et saada siiski õiget isohüpside käiku.

Isohüpside tõmbamisel plaanil peame meeles:

1) eri numbritega isohüpsid ei tohi lõikuda,

2) isohüps ei või hargneda,



Joon. 134.

3) veevoolu suund (oja või jõgi) on alati risti isohüpsidega; vesi ei jookse „vastumäge",

4) kohtades, kus on järsem tõus või langus, on isohüpsid tihedamini, ja vastupidi,

5) isohüpsid peegeldavad mõnesugusel määral ka maastiku geoloogiat. Nii on jääliustikkude poolt ihutud maa-alal isohüpsid „pehmemad" — ümmarikumad, murenenud kaljumaastikus aga „järsemad" — nurgelisemad jne.

Isohüpsid joonestatakse plaanile tavaliselt pruuni tušiga. Numbreid nende juurde (kõrguste jaoks) kirjutatakse niipalju, et piisaks

kerge ülevaate saamiseks. Nagu öeldud, tõmmatakse isohüpsid vastavalt varem kokkulepitud vahemikkudele; kui vahemik on valitud näiteks 1 m, siis on isohüpside arvudeks alati täismeetrid. Juhul, kui plaani mõnes kohas tuleb isohüpse hõredalt ja loodimisandmed lubavad vahemikku vähendada, tõmmatakse neis kohtades ka isohüpsid poole vahemiku takka, märkides aga neid siis punktiiriga. Plaani isohüpsidega esitab joon. 153.

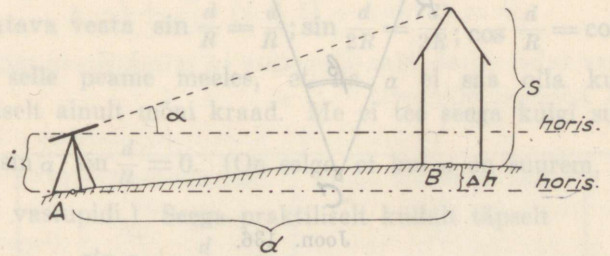
Isohüpsid plaanil tõstavad suuresti plaani väärtust. Nii näiteks tee sihi ajamisel teostatakse esialgne töö vastaval kaardil või plaanil, kusjuures mullatööd planeeritakse just isohüpside alusel. On arusaadav, et isohüpside järgi võib kohe öelda igas soovitud kohas ja suunas, kui suur on maapinna kaldenurk. Isohüpside järgi võib ka joonestada lõike jaoks antud suunas profiili; muidugi tuleb selle profiili juures silmas pidada, et ka hoolikalt joonestatud isohüpsidel võivad tõelised kõrgused maastikul erineda plaanilt interpoolitud kõrgusist kuni pool isohüpside vahest.

Plaan isohüpsidega on tarvilik samuti maakuivendus-, niisutus-, paisuehitamis- jne. tööde jaoks. Nende töödega on ühenduses ka nn. veelahkme joone määramine plaanilt. Veelahkme joon eraldab maastikul alasid, kus mahalangevad sademed jooksevad ühele või teisele poole; ta on kinnine joon ja läheb mööda kõrgendikkude harju (tipust naabertipuni) alati risti isohüpsidega. Joon. 134 esitab Saaremaal Sutu lahte suubuva oja vesikonna plaani ühes veelahkme joonega; viimane piirab seega maa-ala, millele langevad sademed toidavad oja.

IX peatükk.

Trigonomeetriline ja baromeetriline kõrgusemõõtmine.

§ 71. **Trigonomeetriline kõrgusemõõtmine.** Kõrgusvahe kahe punkti vahel määratakse trigonomeetrilisel kõrgusemõõtmisel kõrgusnurga (vertikaalnurga) mõõtmisega, milleks vajatakse teodoliiti vertikaalringiga; peale selle peab olema teada (tavaliselt mitte väga täpselt) kaugus nende kahe punkti vahel. Kui loeme Maad tasapinnaks,



Joon. 135.

mis on aga lubatav ainult väikesil kaugusil — mõnisada meetrit —, siis on kõrgusvahe kahe punkti vahel

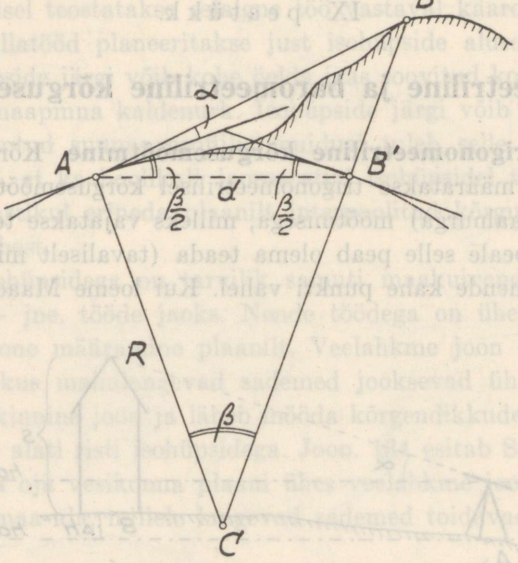
$$\Delta h = d \cdot \tan \alpha ,$$

kus d on punktidevaheline kaugus ja α on kõrgusnurk. See valem määrab loomulikult kõrgusvahe teodoliidi horisontaaltelje ja sihitava punkti (signaali) vahel. Üldisel juhul, kus soovitakse saada kõrgusvahet kahe maapealse punkti A ja B vahel, on teodoliidi A-s olles ja signaali B-s olles

$$\Delta h = d \cdot \tan \alpha + i - s,$$

kus i on teodoliidi kõrgus maapinnast A-s ja s on signaali kõrgus maapinnast B-s (vt. joonis 135).

Suurematel kaugustel (näit. üle 400—500 m) peab kõrgusvahe määramisil trigonomeetrilisel kõrgusemõõtmisel arvestama ka Maa kumeruse mõju. Loeme lihtsuse pärast Maa kerakujuliseks. Olgu meil maa peal antud kaks punkti A ja B, millest esimene asetsegu merepinnal (vt. joon. 136). Punkti B projektsioon merepinnale olgu B'. Maa keskpunkt asetsegu C-s; $AC = B'C =$ Maa raadius $R = 6370$ km. Kaugus A ja B vahel on kaar AB', mis aga kuigi palju ei erine sir-



Joon. 136.

gest $AB' = d$, kuna nurk β on tavaliselt väga väike. Tõmbame puutujad merepinnale A-s ja B'-s. Nurgad, mis need puutujad moodustavad sirgega AB', on $\frac{\beta}{2}$. Olgu A-s mõõdetud B peale kõrgusnurk α, mida loeme horisondist, s. o. puutujast A-s. Jooniselt on näha, et kõrgusvahe A ja B vahel $\Delta h = BB'$ e i o l e $d \cdot \tan \alpha$.

Võtame kolmnurga ABB'. Selles kolmnurgas on meil teada: 1) külg $AB' = d$, 2) nurk A juures $= \alpha + \frac{\beta}{2}$, 3) nurk B' juures $=$ $= 90^0 + \frac{\beta}{2}$. Seega on olemas kõik andmed kõrgusvahe $BB' = \Delta h$ leidmiseks. Me leiame

$$\frac{BB'}{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{d}{\sin\left[180^0 - \left(\alpha + \frac{\beta}{2} + 90^0 + \frac{\beta}{2}\right)\right]}$$

ehk

$$BB' = \Delta h = \frac{d \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}{\sin\left[90^0 - (\alpha + \beta)\right]} = \frac{d \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}{\cos(\alpha + \beta)}.$$

Et β on väga väike, siis võime lugeda ilma märgatava veata $\beta = \frac{d}{R}$.

Seega

$$\Delta h = d \cdot \frac{\sin\left(\alpha + \frac{d}{2R}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{d}{R}\right)}.$$

Avades sulud, saame

$$\Delta h = d \cdot \frac{\sin\alpha \cdot \cos\frac{d}{2R} + \cos\alpha \cdot \sin\frac{d}{2R}}{\cos\alpha \cdot \cos\frac{d}{R} - \sin\alpha \cdot \sin\frac{d}{R}}.$$

Et $\frac{d}{R}$ (seda enam aga $\frac{d}{2R}$) on väga väike nurk, siis võime lugeda ilma märgatava veata $\sin\frac{d}{R} = \frac{d}{R}$; $\sin\frac{d}{2R} = \frac{d}{2R}$; $\cos\frac{d}{R} = \cos\frac{d}{2R} = 1$.

Peale selle peame meeles, et ka α ei saa olla kuigi suur, olles tavaliselt ainult mõni kraad. Me ei tee seega kuigi suurt viga, kui loeme $\sin\alpha \cdot \sin\frac{d}{R} = 0$. (On selge, et kui α on suurem, siis d on väiksem ja vastupidi.) Seega praktiliselt küllalt täpselt

$$\Delta h = d \cdot \frac{\sin\alpha + \frac{d}{2R} \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha}$$

ehk

$$\Delta h = d \cdot \tan\alpha + \frac{d^2}{2R}.$$

See valem esitab meile loomulikult kõrgusvahe teodoliidi horisontaaltelje ja sihitava punkti (signaali) vahel. Üldisel juhul, soovides saada kõrgusvahet kahe m a a p e a l s e punkti vahel, on meil

$$\Delta h = d \cdot \tan\alpha + \frac{d^2}{2R} + i - s,$$

kus d on horisontaalne kaugus nende kahe punkti vahel, α on mõõdetud kõrgusnurk, R on Maa raadius = 6370 km, i on teodoliidi kõrgus punktist, mille kohal ta asetseb, ja s on signaali kõrgus sihtpunkti kohal.

Me näeme, et Maa kumeruse mõju (valemite erinevus tasapinnalise ja kerakujulise Maa kohta) on $\frac{d^2}{2R}$. Võttes $d = 100$ m, saame Maa kumeruse mõjuna 0,8 mm. Mõju kasvab aga kauguse d ruuduga.

Olgu nimetatud, et suure täpsuse nõudel peaksime võtma arvesse eelmises valemis ka refraktsiooni mõju, iseäranis suurematel kaugustel, mis küünivad üle 1—2 km. Et kõrgusnurga α mõõtmine ei toimu tühjuses, vaid õhus, õhk aga on allpool tihedam ja ülalpool hõredam, siis üldiselt valguskiir AB ei ole sirge, vaid kõver joon, kumera küljega üles. Seega üldiselt me mõõdame α suuremana, kui seda teeksime tühjas ruumis. Seega ka α järgi arvutatud Δh on liiga suur. Võib näidata, et refraktsiooni mõju saab arvestada, kui eeltoodud valemis võtame Maa kumeruse mõju $\frac{d^2}{2R}$ (alati positiivne!) arvesse mitte tervelt, vaid korrutades teda arvuga $(1 - k)$, k olles positiivne murd. k määratakse empiiriliselt; ta muutub kaunis tunduvalt, sõltudes atmosfäärilisist tingimusist. Keskmiselt on leitud meie ja naabermaade kohta $k = 0{,}13$. Seega valem, mis arvestab ka refraktsiooni, on

$$\Delta h = d \cdot \tan \alpha + (1 - k) \cdot \frac{d^2}{2R} + i - s.$$

Järgnev tabel esitab Maa kumeruse ja refraktsiooni mõju trigonomeetrilisel kõrgusemõõtmisel.

Kaugus d	Maa kumeruse mõju $\frac{d^2}{2R}$	Refraktsiooni mõju $-0{,}13\frac{d^2}{2R}$	Kokku $(1-k).\frac{d^2}{2R}$
100 m	0,0008 m	—	0,0008 m
200 m	0,003 m	—	0,003 m
500 m	0,020 m	— 0,003 m	0,017 m
1000 m	0,078 m	— 0,010 m	0,068 m
2000 m	0,314 m	— 0,041 m	0,273 m
5000 m	1,96 m	— 0,25 m	1,71 m
10000 m	7,85 m	— 1,02 m	6,83 m

On selge, et trigonomeetriline kõrgusemõõtmine on kiirem ja sageli ka mugavam geomeetrilisest nivellimisest. Kaugused määratavate punktide vahel võetakse enamasti mõnelt suuremõõduliselt kaardilt või plaanilt, või määratakse ka optiliselt (vt. XI peatükk). On aga lihtne veenduda, et trigonomeetrilise kõrgusemõõtmise täpsus on mitu

korda väiksem geomeetrilise nivellimise täpsusest. Kui me lühikesil kaugusil geomeetrilisel nivellimisel saime millimeetreid ja kilomeetri viga enamasti ei ületa tehnilisel nivellimisel 1 cm, siis trigonomeetrilisel kõrgusemõõtmisel saame lühikesil (mõnisada m) kaugusil sentimeetreid ja 1 km kaugusel tavalise teodoliidiga vea, mis sageli võib ületada 1 dm.

§ 72. **Baromeetrilise kõrgusemõõtmise teooria.** Baromeetrilisel kõrgusemõõtmisel määratakse kõrgusvahesid punktide vahel õhurõhumiste vahedest, mis on määratud baromeetri vaatlustega.

Olgu meil ühtlase temperatuuriga kuiva õhu prismakujuline vertikaalne sammas, mille läbilõik olgu ruut küljega 1 cm. Olgu selles sambas kõrgusel h temperatuur t, rõhumine p ja õhu erikaal (ühe cm^3 kaal grammides) s. Olgu õhu jaoks 0^0 temperatuuris merepinnal geograafilisel laiusel 45^0 tähistatud rõhumine p_0 ja erikaal s_0. Siis teame füüsikast:

$$\frac{s}{s_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}$$

ehk

$$s = s_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t},$$

kus α on õhu paisumiskoefitsient (1^0 C kohta).

Kui eelnimetatud õhusambas tõuseme kõrguselt h kõrgusele $h + dh$, siis muutugu rõhumine p dp võrra, kusjuures kõrguse suurenedes p väheneb, s. o. positiivsele dh-le vastab negatiivne dp. Et õhusamba läbimõõt oli 1 cm, siis dp on õhusamba osakese kaal, mille kõrgus on dh. Seega

$$dp = -dh \cdot s$$

ja võttes eelmisest valemist s avalduse, on

$$dp = -s_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{dh}{1+\alpha t}$$

ehk

$$\frac{dp}{p} = -\frac{s_0}{p_0} \cdot \frac{dh}{1+\alpha t}.$$

Inteegrides leiame (sest t on sõltumatu h-st)

$$l_n p = -\frac{s_0}{p_0} \cdot \frac{h}{1+\alpha t} + C,$$

kus C on inteegrimiskonstant.

Olgu meil kaks punkti, kõrgustega h_1 ja h_2. Olgu neil punktidel mõõdetud õhurõhumine baromeetriga elavhõbedasamba millimeetreis, mida tähistame vastavalt B_1 ja B_2. Siis võime öelda, et

$$p_1 = k \cdot B_1 \quad \text{ja} \quad p_2 = k \cdot B_2 ,$$

kus k on koefitsient, mis muudab baromeetri rõhumise millimeetreis absoluutseiks ühikuiks cm-sek-gr süsteemis. Me saame

$$l_n k B_1 = -\frac{s_0}{p_0} \cdot \frac{h_1}{1 + \alpha t} + C$$

$$l_n k B_2 = -\frac{s_0}{p_0} \cdot \frac{h_2}{1 + \alpha t} + C .$$

Lahutades teise võrrandi esimesest, saame

$$l_n k B_1 - l_n k B_2 = l_n \frac{B_1}{B_2} = \frac{s_0}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} \cdot (h_2 - h_1).$$

Võttes naturaallogaritmide asemele tavalised Brigg'i logaritmid, leiame

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{1}{M} \cdot \frac{p_0}{s_0} \cdot (1 + \alpha t) \cdot \log \frac{B_1}{B_2} ,$$

kus M = 0,43429 on Brigg'i logaritmide moodul. Võttes veel 45° geograafilise laiuse jaoks merepinnal $t = 0^0$ puhul $p_0 = 76 \cdot 13{,}596$ gr ühe cm² peale, $s_0 = 0{,}001293$ gr ja $\alpha = 0{,}003665$, saame

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 18400 \cdot \log \frac{B_1}{B_2} \cdot (1 + 0{,}003665t),$$

mis annab kõrguste vahe meetrites.

Valemi tuletamisel võtsime mõlema punkti jaoks, kus mõõdeti õhurõhumist, ühesuguse temperatuuri t Celsiuse kraadides. Tegelikult see nõue ei ole muidugi täidetud, esimeses punktis temperatuuri olles t_1 ja teises t_2. Arvutusiks võetakse valemisse

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} .$$

Et tavaliselt t_1 ja t_2 ei erine palju ja α suurus on ainult 0,003665, siis lihtsustusega $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ ei tee me märgatavat viga.

Esitatud baromeetriline valem on ligikaudne, sest ta oli tuletatud kuiva õhu jaoks ja tema tuletamisel tehti muidki lihtsustusi. On tuletatud täielikumaid baromeetrilisi valemeid, kus võetakse arvesse õhuniiskuse, geograafilise laiuse jne. mõju. Neid kasutatakse aga väga harva. Nimelt osutub, et keskmiselt võib kasutada Kesk-Euroopa — ka Eesti — jaoks ilma praktilist täpsust vähendamata eeltoodud

lühikest baromeetrilist valemit, kui seal võtta ainult esimese kordaja 18400 asemel 18464. Seega lõplikult

$\Delta h = h_2 - h_1 = 18464 \cdot \log \frac{B_1}{B_2} \cdot \left(1 + 0{,}003665 \cdot \frac{t_1 + t_2}{2}\right)$, kus Δh on meetrites ja t_1, t_2 Celsiuse kraadides.

Selle valemi järgi võib arvutada kõrgusvahesid vaadeldud õhurõhumiste järgi. Arvutamiste lihtsustamiseks kasutatakse aga sageli ka valemi järgi koostatud baromeetrilise kõrgusemõõtmise tabeleid. Tabeleid on mitu tüüpi; nimetaksime siin näiteks tuntud prof. W. Jordan'i tabeleid. Tabelid on arvutatud eeldusel, et Kesk-Euroopas on õhurõhumine merepinnal keskmiselt 762 mm. Mitmesuguste temperatuuride jaoks on tabuleeritud kõrgused merepinnast mitmesuguste baromeetriseisude jaoks (näiteks 630 mm — 775 mm), iga 0,1 mm takka. Neid tabeleid nimetatakse ka ligikaudsete kõrguste tabeleiks, sest neist õhurõhumise järgi võetud kõrgused on õiged ainult sel juhul, kui mõõtmiste ajal antud rajoonis merepinnal oli tõesti õhurõhumine 762,0 mm. Üldiselt seda muidugi ei ole, kuid sellest hoolimata võib tabeleid eduga kasutada. Peame meeles, et me tavaliselt mõõdame ju kõrguste vahesid punktide vahel, mille kaugus üksteisest on näiteks mõni km või kümmekond km. Tabelist õhurõhumise järgi võetud „kõrgused merepinnast" on muidugi üldiselt koormatud vigadega, kuid need vead on praktiliselt ühesuurused punktide jaoks, mis ei ole üksteisest väga kaugel. Võttes seega tabelist „kõrguse merepinnast" (vigane!) esimese punkti jaoks ja „kõrguse merepinnast" (niisamuti vigane!) teise punkti jaoks, saame tabeleist leitud kõrgusvahe praktiliselt arvutusvigadest vabana.

§ 73. **Riistad baromeetriliseks kõrgusemõõtmiseks.** Kuigi õhurõhumise mõõtmiseks on olemas ka transporditavaid elavhõbebaromeetreid, on nad siiski rasked ja kaasaskandmiseks kaunis ebamugavad. Sellepärast toimub baromeetriline kõrgusemõõtmine enamasti aneroididega. Loomulikult kasutatakse selleks eriti täpseid ehk pretsisioon-aneroide, mis vahel on koguni spetsiaalselt valmistatud antud ülesande jaoks (näiteks madalikel väiksema ulatusega skaalaga, kuid skaalajaotused on suuremad, mäestikualadel vastupidi). Peale selle peavad need aneroidid olema kerged ja väikesed. Kuigi nende riistade töö on võimalikult täpne, vajavad neilt tehtud lugemid siiski enne tarvitamist rea parandusi ehk korrektsioone. Peame ju meeles, et aneroidi õhutühja karbi muutusi tuleb rea kangide süsteemi abil tunduvalt suurendada, enne kui nad lähevad osutile, ja seega näiteks

„surnud käigu" hävitamine on raske. Samuti peab terve aneroidi süsteem olema võimalikult kompenseeritud temperatuuri mõju vastu jne. Üldiselt õige õhurõhumine B antud kohas leitakse aneroidi lugemist A järgneva valemi järgi:

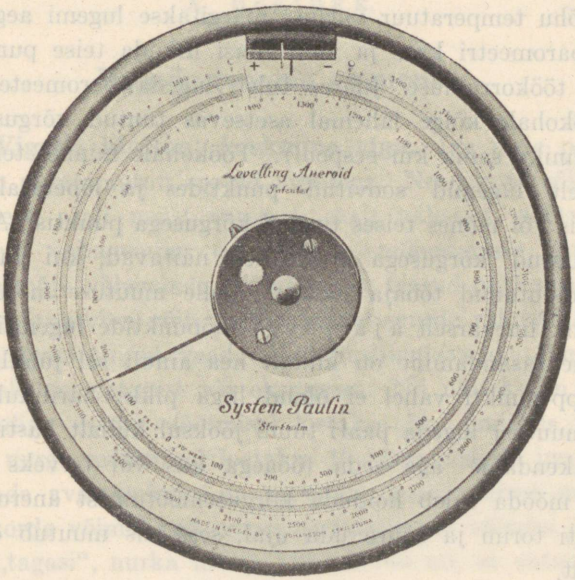
$$B = A + a \cdot t + b \cdot (760 - A) + c,$$

kus a on temperatuuri koefitsient, t — aneroidi temperatuur, b — nn. õhurõhumise (ehk aneroidi skaala) koefitsient ja c — liidetav konstant mm-eis. Need suurused (kõik väikesed) võib lasta määrata mõnes meteoroloogiajaamas võrdluste kaudu normaal-elavhõbebaromeetriga. Üldiselt vajab tihedaimat kontrolli c, kusjuures loomulikult on eelduseks, et aneroidi käsitsetakse õrnalt ja ettevaatlikult. Tugevaist tõukeist hoidumiseks kantakse aneroidi reisudel rihmaga kaelas. Täpsetel riistadel on korrektsioonide $a \cdot t$ ja $b \cdot (760 - A)$ mõju tavaliselt millimeetri murd, kuna c võib tõusta mõne mm-ni.

Eriliselt võiks mainida mõne aasta eest Rootsis väljalastud „System Paulin'i" aneroide baromeetrilisiks nivellimisiks. Kui teised senitarvitatud aneroidid andsid alati otse õhurõhumise, loobutakse „System Paulin'is" sellest väga teravamõtteliselt ja määratakse ainult õhurõhumiste v a h e ehk diferents punktide vahel. On arusaadav, et sama tööhoolsuse puhul võib saada diferentsi täpsemalt kui absoluutseid rõhumisi. Paulin'i aneroididel kompenseeritakse erilise tugeva spiraalvedru abil aneroidi õhutühja karbi muutust (vedru töötab karbi muutusele vastu). Spiraalvedru, mille küljes on nupp osutiga, keeratakse niikaua, kuni vedru pinge ja karbi pinge on tasakaalus. Tasakaalu väliseks tunnuseks on eriline tundlik nn. „tendentsinäitaja" peegelskaalaga. Vedru keeratakse niikaua, kuni „tendentsinäitaja" asetseb täpselt vastava kriipsu kohal. Osuti abil loetakse skaalalt, kui palju vedru on keeratud — õhurõhumise millimeetreis. Seda tehakse igas soovitud punktis. Paulin'i aneroidi välisvaadet näitab joon. 137.

Seega selles süsteemis täidab õhutühi karp ainult vahemehe osa; õhurõhumise muutused saame vedru pinge muutusist. Peale selle toimub aneroidi lugem teiste süsteemide juures ainult ühekordselt, kuna Paulin'i süsteemis võib vedru ära keerates teda seada jälle tasakaalu karbi rõhumisega nii mitu korda kui soovitakse. Lugemite arvu suurendamisega suurendatakse aga ka mõõtmise täpsust. Õhurõhumise a b s o l u u t n e m ä ä r a m i n e ei tarvitse aga seejuures olla kuigi täpne. Riist on praktiliselt temperatuuri vastu täielikult

kompenseeritud. Õhurõhumise vahe asemel mm-eis loetakse harilikult aneroidil vastaval skaalal otse kõrgusvahe meetreis. Seega langevad korrektsioonid $a \cdot t$, $b \cdot (760 - A)$ ja c iseenesest ära; ära langeb ka kõrgusvahe arvutus valemiga või tabelitega. Aneroidil loetud kõrgusvahe meetreis vajab parandust ainult õ h u temperatuuri pärast. Ka viimase paranduse arvutuse lihtsustamiseks antakse aneroidiga kaasa väike tabel.



Joon. 137.

§ 74. **Baromeetrilise kõrgusemõõtmise korraldamine; resultaatide täpsus.** Füüsikast teame, et Maa pinna lähedal 0,1 mm vahele õhurõhumises vastab 1—1½ m vahe kõrguses. Et õhurõhumine võib mõne tunni jooksul muutuda mitu mm, siis on selge, et juba õhurõhumise muutused ise võivad tekitada suure vea baromeetrilisel kõrgusemõõtmisel. Seepärast tuleb töö korraldada nõnda, et esinev õhurõhumise muutumine oleks võimalikult elimineeritud. Tarvitatakse kahesugust töökorraldust: 1) töötamine kahe aneroidiga, millest üks asetseb mingis tuntud kõrgusega jaamas töökoha lähedal, kuna teisega käiakse ringi ümbruskonna punktides, 2) töötamine ühe aneroidiga, kusjuures töö tuleb teha võimalikult kiiresti, alustades mingis tuntud kõrgusega punktis ja lõpetades mingis teises tuntud kõrgusega punktis.

Esimese töökorralduse juures loetakse kindlas jaamas asetsev (nn. statsionaarne) baromeeter küllalt tihti, näiteks iga poole tunni järel. Seega oleksid selle baromeetriga haaratud võimalikud õhurõhumise muutused, mis võetakse arvesse teise baromeetri (nn. tööbaromeetri) vaatlusil. Baromeeter hoitakse lugemi ajal horisontaalselt varjus (mitte paljal maapinnal), oodatakse peale baromeetri avamist umbes veerand tundi, koputatakse k e r g e l t tema klaasile ja tehakse selle järel lugem nii täpselt kui võimalik; loetakse baromeetri temperatuur ja õhu temperatuur varjus; märgitakse lugemi aeg. Selle järel suletakse baromeetri kate ja võib edasi liikuda teise punkti.

Teise töökorralduse juures tuleb lugeda baromeeter kõigepealt mingis töökohale kõige lähemal asetsevas tuntud kõrgusega punktis (lugemi tehnika sama kui eespool). Töökohale minnes tehakse täiesti analoogiliselt lugemid soovitud punktides ja lõpetatakse töö kas alguspunktis või mõnes teises tuntud kõrgusega punktis. Alg- ja lõpplugemid tuntud kõrgusega punktides näitavad, kui palju on õhurõhumine muutunud tööaja jooksul. Selle muutuse mõju tasandame ühtlaselt ehk lineaarselt a j a j ä r g i tööpunktide lugemeil. On selge, et lineaarne tasandamine on küllalt hea ainult sel juhul, kui tööaeg alg- ja lõpp-punkti vahel ei olnud liiga pikk; harilikult võib õhurõhumise muutust lugeda paari tunni jooksul küllalt hästi lineaarseks, hädaga pikendame aga seda tööaega kas või terveks tööpäevaks. Võimalust mööda tuleb hoiduda kõrgusemõõtmisist aneroidiga äikese ajal, samuti tormi ja suure udu ajal, sest siis muutub õhurõhumine ebaühtlaselt.

Baromeetrilisil kõrgusemõõtmisil saavutatud täpsus on tavaliselt paremail juhtudel paar-kolm meetrit. Paljudeks töödeks piisab sellest täpsusest, kusjuures töö on väga kiire ja mugav, võrreldes geomeetrilise või trigonomeetrilise nivellimisega. Autor sai oma raskustungi mõõtmistel Eestis 1939. ja 1940. a. baromeetrilisil kõrgusemõõtmisil umbes 50 punktil „System Paulin'i" aneroidiga tulemusi, mille keskmine viga oli $\pm 1/2$ m kuni $\pm 1\,1/2$ m punkti kohta. Siinjuures tuleb aga mainida, et töö toimus kiiresti ja edasiliikumiseks kasutati autot.

X peatükk.

Vigade teooria elemente.

§ 75. **Vigade liigitus; keskmine viga.** Iga meie poolt tehtud mõõtmine on paratamatult seotud vigadega. Need vead sõltuvad osalt mõõteriistadest, osalt meist enestest, osalt väliseist mõõtmistingimusist. Vigadest vabanemine on võimatu, mõnesuguste võtetega võib ainult nende mõju vähendada või allapoole teatud piiri suruda.

Kõiki mõõtmisvigu võib jagada kolme suurde rühma: 1) jämedad vead, 2) süstemaatilised vead, 3) juhuslikud vead. Jämedad vead tekivad tähelepanematusest või eksitusest. Nii näiteks on jäme viga, kui teraslindiga joone mõõtmisel loetakse üks linditäis valesti, või teodoliidiga nurga mõõtmisel loetakse 1^0 võrra valesti jne. Jämedate mõõtmisvigade avastamiseks on soovitav sama suurust mõõta vähemalt kaks korda võimalikult erinevais tingimusis, näiteks joont mõõta „sinna" ja „tagasi", nurka mõõta kaks korda nii, et antud suundade oleksid limbil erinevad numbrid, jne.

Süstemaatilised vead mõjustavad mõõtmistulemusi — resultaate — süstemaatiliselt ühele poole ja on seega eriti kardetavad siis, kui nad on suured. Nii tekib süstemaatiline viga joone pikkuses, kui mõõdetakse teda lindiga, mille pikkus ei ole see, milleks teda peetakse. See viga on võrdeline joone pikkusega ega ole avastatav ega vähendatav korduvate mõõtmistega (sama lindiga). Süstemaatiliste vigade mõju vähendamiseks või allapoole teatud piiri surumiseks tuleb mõõteriistu aeg-ajalt kontrollida vastavate normaalmõõtudega. Kontrolli täpsus ja sagedus sõltub sellest, missugust täpsust soovitakse näha mõõteriista kasutamisel töö juures. On selge, et teraslint, mille kontroll normaalmeetriga andis tema pikkuse relatiivse veaga 1 : 10000, ei või kunagi anda joonte mõõtmisil looduses paremat täpsust kui 1 : 10000. Lindi normimise viga mõjub joonte mõõtmisile süstemaatiliselt, kusjuures meie aga ei tea, kuhu poole (ehk missuguse märgiga) ta mõjub.

Juhuslikud vead mõjuvad mõõtmisile juhuslikult. Küllaldase hoolsuse juures mõõtmisil on nad võrdlemisi väikesed suurused. Meie ei tea nende tõelist mõju ega saa seda üldse kunagi teada [1]. Sellest hoolimata võib hulgaliste mõõtmiste juures esinevate juhuslikkude vigade kohta leida kindlalt püsivaid reegleid. Kuigi seega t õ d e jääb teadmatuks, saab ometi s t a t i s t i l i s i t õ e n ä o s u s i. Pikaajalisest statistikast on leitud, et a) positiivsed ja negatiivsed juhuslikud vead on võrdtõenäosed, b) juhuslikud vead esinevad (suure hulgana olles) teatud kindla seaduspärasusega (nn. Gaussi sageduskõver), nii et väiksemad vead esinevad sagedamini kui suuremad.

Olgu meil mõõdetud mingi suurus n korda. Oletame, et meie esimesel mõõtmisel tegime tõelise juhusliku vea ε_1, teisel mõõtmisel ε_2 jne. Me n i m e t a m e oma üksiku mõõtmise k e s k m i s e k s v e a k s avaldust

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots + \varepsilon_n^2}{n}}.$$

See avaldus on lihtsaim, mida on võimalik teha μ kohta. Tõepoolest, μ on kahe märgiga ($\pm$), ε-d on aga märkidega $+$ või $-$. Me ei või võtta lihtsat keskmist $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n) : n$, sest positiivsed ja negatiivsed ε on ju võrdtõenäosed ja nende summa küllalt suure n juures on nulli lähedal. Näeme, et μ on suuruselt ka tõepoolest teatud keskmine väärtus esinevate ε_i vahel.

Et meil tavaliselt ei ole teada tõelised juhuslikud vead (ε_i), siis ei saa ka arvutada keskmist viga μ eelmise definitsiooni kohaselt. Me näeme aga hiljemini (§ 77), et μ väärtust võib arvutada ka teisiti, teed kaudu, mis on praktiliselt käidav.

Juhuslikke vigu ei saa ära hoida mõõteriistade kontrolliga ega ka mõõtmiste kordamisega. Me näeme aga järgnevas, missuguste seaduste järgi nad mõjuvad, kuidas korduvaist mõõtmisist arvutada resultaadi keskmist viga ja kuidas korraldada mõõtmisi, et juhuslikkude vigade mõju oleks väikesim.

§ 76. **Vigade levimise seadus.** Olgu meil mõõdetud m mingisugust suurust $l_1, l_2, \ldots l_m$. On vaja moodustada neist suurusist funktsioon

$$x = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2 + \ldots + a_m l_m,$$

[1] Üksikuid erandeid on olemas. Näiteks mõõtes tasapinnalises kolmnurgas kõik kolm nurka, saame nurki liites teada kolmnurga tõelise sulgemisvea.

kus $a_0, a_1, \ldots a_m$ on etteantud kordajad. Olgu l_1 mõõdetud keskmise veaga μ_1, l_2 keskmise veaga μ_2 jne., l_m keskmise veaga μ_m. Küsitakse, kui suur on funktsiooni x keskmine viga μ_x.

Kui oleks teada mõõdetud suuruste $l_1, l_2, \ldots l_m$ tõelised vead $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon^m$, siis oleks

$$\xi = x + \varepsilon_x = a_0 + a_1 (l_1 + \varepsilon_1) + a_2 (l_2 + \varepsilon_2) + \ldots + a_m (l_m + \varepsilon_m),$$

kus ξ oleks funktsiooni tõeline väärtus ja ε_x oleks x viga. Võttes vahe $\xi - x$, saame

$$\xi - x = \varepsilon_x = a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \ldots + a_m\,\varepsilon_m.$$

Et meil ei ole teada tõelised vead ε_1, ε_2 jne., siis tuleb püüda neid asendada keskmiste vigadega μ_1, μ_2 jne. Selleks tõstame kõigepealt eelmise võrrandi ruutu, saades

$$\varepsilon_x^2 = a_1^2\varepsilon_1^2 + a_2^2\,\varepsilon_2^2 + \cdots + a_m^2\,\varepsilon_m^2 + 2a_1\,a_2\,\varepsilon_1\,\varepsilon_2 + 2a_1\,a_3\,\varepsilon_1\,\varepsilon_3 + \cdots + 2a_{m-1}a_m\,\varepsilon_{m-1}\,\varepsilon_m.$$

Kuigi meil ei ole teada tõelised vead ε_1, ε_2 jne., võime siiski k e s k m i s e l t võtta ε_1^2, ε_2^2 jne. asemele keskmiste vigade ruudud μ_1^2, μ_2^2 jne. Seega loeme $\varepsilon_x = \mu_x^2$, $\varepsilon_1^2 = \mu_1^2$ jne.

Tõepoolest, oletame, et meil pole mitte üks sarnane võrrand, vaid n võrrandit

$$(\varepsilon'_x)^2 = a_1^2 \cdot (\varepsilon'_1)^2 + a_2^2 \cdot (\varepsilon'_2)^2 + \cdots + 2a_{m-1} \cdot a_m \cdot \varepsilon'_{m-1} \cdot \varepsilon'_m$$
$$(\varepsilon''_x)^2 = a_1^2 \cdot (\varepsilon''_1)^2 + \cdots \text{ jne.}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(\varepsilon^{(n)}_x)^2 = a_1^2 \cdot (\varepsilon^{(n)}_1)^2 + \cdots \text{ jne.}$$

Võttes keskmise neist võrrandeist, saame

$$\frac{(\varepsilon'_x)^2 + (\varepsilon''_x)^2 + \cdots + (\varepsilon^{(n}_{x'})^2}{n} = a_1^2 \cdot \frac{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon''_1)^2 + \cdots + (\varepsilon^{(n)}_1)^2}{n} +$$
$$+ a_2^2 \cdot \frac{(\varepsilon'_2)^2 + (\varepsilon''_2)^2 + \cdots + (\varepsilon^{(n)}_2)^2}{n} + \cdots +$$
$$+ 2\,a_{m-1} \cdot a_m \cdot \frac{\varepsilon'_{m-1} \cdot \varepsilon'_m + \varepsilon''_{m-1} \cdot \varepsilon''_m + \cdots}{n}.$$

Meil oli (§ 75) üldiselt definitsiooni kohaselt

$$\mu^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots + \varepsilon_n^2}{n}.$$

Antud juhul tuleb kirjutada

$$\mu_x^2 = \frac{(\varepsilon'_x)^2 + (\varepsilon''_x)^2 + \cdots + (\varepsilon'^{n)}_x)^2}{n},$$

jne.
$$\mu_1^2 = \frac{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon''_1)^2 + \cdots + (\varepsilon^{(n)}_1)^2}{n}$$

Liikmed, millede ees on kordaja 2, esitavad meile kõiki võimalikke tõeliste vigade korrutisi kahekaupa. Et positiivsed ja negatiivsed tõelised vead on võrdtõenäosed, siis kõikide nende liikmete summa, mis kannavad kordajat 2, on null. (Eelöeldu on õige muidugi ainult siis, kui m on küllalt suur; hädaga rakendame seda aga ka väikeste m-de puhul, tulemuse olles keskmiselt ikkagi õige.) Seega

$$\mu_x^2 = a_1^2\mu_1^2 + a_2^2\mu_2^2 + \ldots + a_m^2\mu_m^2$$

ehk

$$\mu_x = \pm\sqrt{a_1^2\mu_1^2 + a_2^2\mu_2^2 + \ldots + a_m^2\mu_m^2},$$

mida nimetataksegi vigade levimise seaduseks.

Erijuhul, kui

$$\mu_1 = \mu_2 = \ldots \mu_m = \mu,$$

on

$$\mu_x^2 = (a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_m^2)\mu^2$$

ehk

$$\mu_x = \mu\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_m^2}.$$

Juhul, kui funktsioon x ei ole l-de lineaarne funktsioon, arendame tema Taylor'i ritta järgnevalt. Olgu

$$x = f(l_1,\ l_2,\ \ldots\ l_m).$$

$$\xi = x + \varepsilon_x = f(l_1 + \varepsilon_1,\ l_2 + \varepsilon_2,\ \ldots\ l_m + \varepsilon_m)$$

$$x + \varepsilon_x = f(l_1, l_2, \cdots l_m) + \frac{\partial f}{\partial l_1}\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial l_2}\varepsilon_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial l_m}\varepsilon_m +$$

$$+ \text{ kõrgema järgu liikmed.}$$

Eeldame, et l_1, l_2 jne. on mõõdetud niivõrra hoolsalt, et ε_1, ε_2 jne. on väikesed suurused. Seega võime kõrgema järgu liikmed jätta rahuga kõrvale (et neis ε-d on ruudus või kõrgemais astmeis, siis praktiliselt nende mõju ei tule arvesse). Meil on seega jälle saadud lineaarne kuju ja me leiame täiesti analoogiliselt eelmisega

$$\mu_x^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)^2 \cdot \mu_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_2}\right)^2 \cdot \mu_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial l_m}\right)^2 \cdot \mu_m^2;$$

$$\mu = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)^2 \cdot \mu_1^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial l_m}\right)^2 \cdot \mu_m^2},$$

mis on vigade levimise seadus üldisel kujul. (Pandagu tähele, et μ-d ja nende kordajad on valemis alati ruudus ja et iga μ on alati kahe märgiga $\pm$!)

Näiteid:

1. Olgu meil joonemõõtmine teraslindiga. Olgu igakordse lindi mahapanemise juhuslik keskmine viga μ. Siis joone pikkus d saadakse liitmisega

$$d = l_1 + l_2 + \ldots l_n ,$$

kus l_i on iga linditäie mõõtmine.

$$\mu_d = \sqrt{\mu^2 + \mu^2 + \cdots + \mu^2} = \sqrt{n\mu^2} = \mu \cdot \sqrt{n} .$$

Seega resultaadi keskmine viga kasvab ruutjuurega mõõtmiste arvust (seega ka ruutjuurega joone pikkusest). See kehtib aga ainult juhuslikkude vigade kohta.

Me nõudsime § 11, et joone edasi ja tagasi mõõtmisel erinevus resultaatides ei tohi ületada keskmisel maastikul nn. sidemõõtmisil

$$\mu_d = 0{,}01 \sqrt{d + 0{,}001 d^2},$$

kus d on joone pikkus meetreis.

Pidades nüüd silmas vigade levimise seaduse kuju, võime öelda, et esimene liige ruutjuure all esitab meile juhuslikkude vigade mõju (võrdeliselt ruutjuurega joone pikkusest); teine liige esitab aga süstemaatiliste vigade mõju (võrdeliselt joone pikkusega). Tõepoolest, tähistades μ_j juhuslikkude vigade mõju 1 m kohta ja μ_s süstemaatiliste vigade mõju 1 m kohta (μ_s märk on teadmata ja tema suurus on juhuslik tulemus lindi võrdlemisest normaalmeetriga), saame vigade levimise seadusest

$$\mu_d^2 = \left(\sqrt{d}\right)^2 \mu_j^2 + d^2 \mu_s^2 .$$

§ 11 avaldatud valem arvestab seega nii juhuslikkude kui süstemaatiliste vigade mõju kokku.

Nõuded loodimise täpsuse kohta (vt. § 68) on täiesti analoogilise kujuga, sest ka loodimine on liitmine, nimelt kõrgusvahede liitmine.

2. Geomeetrilisel nivellimisel võtsime piketi pikkuseks 100 m, sihtimiskauguse olles nivelliirist latini tavaliselt seega umbes 50 m. Oletusel, et lugemi täpsus latilt on võrdeline lati kaugusega (mitte väga väikeste kauguste puhul ongi see umbes nii), võime tõestada, et lühemad kaugused (50 m) on kasulikumad kui pikemad (100—200 m). Olgu nivellimiskäigu pikkus s. Me teeme töö juures seega $\frac{s}{100} = n$ nivelliirijaama. Oletame, et iga lugem latilt 50 m kaugusel on koormatud keskmise veaga μ; siis igas jaamas määratud kõrgusvahe on koormatud keskmise veaga

$$\mu_j = \sqrt{\mu^2 + \mu^2} = \sqrt{2} \cdot \mu .$$

Terve nivellimiskäigu pikkusel teeme seega keskmise vea

$$\mu_s = \sqrt{(\sqrt{2})^2 \mu^2 + \cdots + (\sqrt{2})^2 \mu^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 \cdot n \cdot \mu^2} = \sqrt{2n} \cdot \mu.$$

Oletame, et me võtame nüüd sihtimiskauguse 3 korda suurema. Seega on meil nüüd $\frac{n}{3}$ jaama. Lugem latilt on nüüd koormatud ka 3 korda suurema veaga kui varem, s. o. keskmise veaga 3μ. Igas jaamas määratud kõrgusvahe keskmine viga on seega nüüd

$$\mu_j = \sqrt{9\mu^2 + 9\mu^2} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \mu.$$

Terve nivellimiskäigu pikkusel teeme nüüd keskmise vea

$$\mu_s = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot \frac{n}{3} \cdot \mu^2} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot n} \cdot \mu.$$

Praktika näitab, et liiga väikesi sihtimiskaugusi ei maksa ka võtta, sest siis tekib juba kõiksugu teisi mõjusid ja lati lugemisvead ei ole enam võrdelised kaugustega. Kaugus 50 m on leitud tehnilisil nivellimisil paras olevat.

3. Olgu meil mõõdetud täisnurkse nelinurga kaks külge a ja b, keskmiste vigadega vastavalt μ_a ja μ_b. Küsitakse, kui suur on mõõtmisist arvutatud nelinurga pindala keskmine viga μ_p.

Meil on

$$P = a \cdot b.$$

$$\text{Seega } \frac{\partial P}{\partial a} = b \text{ ja } \frac{\partial P}{\partial b} = a.$$

$$\mu_p = \pm \sqrt{b^2 \cdot \mu_a^2 + a^2 \cdot \mu_b^2}.$$

4. Olgu meil ühte ja sedasama suurust mõõdetud n korda, saades tulemustena $l_1, l_2, \ldots l_n$. Oletame, et meil ei ole põhjust eelistada üht mõõtmist teisele, ja me võtame kõik need mõõtmised võrdse täpsusega, s. o. võtame iga üksiku mõõtmise veaks μ. Võttes mõõtmisist keskmise aritmeetilise (nagu seda ju tavaliselt tehakse niisugusel juhul),

$$r = \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}{n},$$

küsitakse, kui suur on selle keskmise aritmeetilise (r) keskmine viga μ_r.

Me võime kirjutada

$$r = \frac{l_1}{n} + \frac{l_2}{n} + \cdots + \frac{l_n}{n}.$$

Kuna me iga l mõõtmise juures tegime keskmise vea μ, siis

$$\mu_r = \sqrt{\frac{\mu^2}{n^2} + \cdots + \frac{\mu^2}{n^2}} = \sqrt{\frac{n \cdot \mu^2}{n^2}} = \frac{\mu}{\sqrt{n}}.$$

Keskmise aritmeetilise keskmine viga on seega $\sqrt{n}$ korda väiksem üksiku mõõtmise keskmisest veast.

§ 77. **Keskmine aritmeetiline ja tema keskmise vea arvutamine.** Me nägime äsja, et kui meil on tehtud samast suurusest n sõltumatut mõõtmist $l_1, l_2, \ldots l_n$ ja kui meil ei ole põhjust eelistada üht mõõtmist teisele, siis võtame resultaadiks keskmise aritmeetilise üksikute mõõtmistulemuste vahel. See keskmine aritmeetiline ei ole muidugi tõde, sest tõde on ja jääb meil tavaliselt teadmatuks, kuid me võime tõestada, et ta on probleemi ratsionaalseim lahendus.

Olgu meil seega antud $l_1, l_2 \ldots l_n$. Olgu meil otsitav ratsionaalseim lahendus tähistatud x; meie ei tea aga veel, kuidas leida teda l-dest. Moodustame vahed

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= x - l_1 \\ \lambda_2 &= x - l_2 \\ &\ldots\ldots \\ \lambda_n &= x - l_n. \end{aligned}$$

Nüüd loeme ratsionaalseimaks probleemi lahenduseks niisuguse, kus $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots + \lambda_n^2 =$ miinimum (vähimruutude printsiip). On selge, et see on lihtsaim nõue, mis me saame püstitada λ-de kohta. Lihtsa summa $\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$ miinimum-nõuet ei saa ju püstitada, sest λ-d on mitmesuguste märkidega; nende ruudud on aga alati positiivsed. Pidades nüüd kinni sellest vähimruutude printsiibist, leiame

$$f = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots + \lambda_n^2 = (x - l_1)^2 + (x - l_2)^2 + \cdots$$
$$\cdots + (x - l_n)^2 = \text{miinimum}.$$

Seega

$$\frac{df}{dx} = 2[(x - l_1) + (x - l_2) + \ldots + (x - l_n)] = 0$$

ehk

$$nx = l_1 + l_2 + \ldots + l_n; \quad x = \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}{n},$$

s. o. keskmine aritmeetiline.

Üksikute mõõtmiste vahesid keskmise aritmeetilise suhtes $(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)$ tarvitatakse praktikas üksiku mõõtmise keskmise

vea arvutamiseks. Me eeldasime ju, et kõik l_i on mõõdetud võrdse täpsusega, s. o. iga üksiku mõõtmise keskmine viga on μ. Võib tõestada, et küllalt suure arvu mõõtmiste (n) puhul

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots + \lambda_n^2}{n-1}}.$$

See valem tuletatakse keskmise vea definitsioonist (§ 75), kusjuures mõttekäik on suurelt osalt analoogiline vigade levimise seaduse tuletamise mõttekäiguga. Me jätame valemi tuletamise siin ära. Valem annab keskmise vea μ tõele (s. o. definitsioonile) küllalt lähedasena, kui n on küllalt suur. Hädaga tarvitame sama valemit aga ka väikese n puhul (nagu see praktikas ju enamasti ongi), sest teist teed ei ole. K e s k m i s e l t on säärane arvutus siiski õige.

Me näeme, et üksiku mõõtmise keskmist viga saab arvutada ainult siis, kui samast suurusest on tehtud rohkem mõõtmisi kui üks. Tõepoolest, kui meil on üksainus mõõtmine, siis on see ka ühtlasi keskmine aritmeetiline, $\lambda = 0$ ja $n - 1 = 0$; μ väärtusena saame $\sqrt{\frac{0}{0}}$ ehk määramatuse, mis tegelikult ongi nii.

Et keskmise aritmeetilise keskmine viga on $\sqrt{n}$ võrra väiksem üksiku mõõtmise keskmisest veast (vt. § 76, näide 4), siis keskmise aritmeetilise (r) keskmine viga on

$$\mu_r = \pm \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots + \lambda_n^2}{n \cdot (n-1)}}.$$

N ä i d e. Olgu meil mõõdetud joon teraslindiga 4 korda, saades järgmised tulemused: 276,28; 276,26; 276,31; 276,36. Me arvutame joone pikkuse (keskmise aritmeetilise) ja tema keskmise vea järgnevalt:

l_i	λ_i cm-eis	λ_i^2 cm-eis
276,28	2	4
276,26	4	16
276,31	—1	1
276,36	—6	36

$r = 276{,}30 \pm 0{,}02$

$n = 4$; $n - 1 = 3$;

üksiku mõõtmise keskmine viga

$\mu = \sqrt{\frac{57}{3}} = \pm 4{,}4$ cm $= \pm 0{,}04_4$ m;

keskmise aritmeetilise keskmine viga

$\mu_r = \sqrt{\frac{57}{12}} = \pm 2{,}2$ cm $= \pm 0{,}02_2$ m.

Märkus: Kirjanduses, eriti inglise ja ameerika kirjanduses, esineb ka nn. tõenäone viga. See arvutatakse keskmisest veast nii, et tõenäone viga on ümmarguselt $^2/_3$ keskmisest veast. Seega eelmise näite juures tuleks keskmise aritmeetilise tõenäoseks veaks:

$$\pm \frac{2}{3} \cdot 0{,}02_2 \text{ m} = \pm 0{,}01_5 \text{ m}.$$

§ 78. **Kaal; kaalutud keskmine ja tema keskmine viga.** Seni me eeldasime, et meil olid ühe ja sama suuruse sõltumatud mõõtmised $l_1, l_2, \ldots l_n$ ühesuguse täpsusega ehk, nagu ka öeldakse, „ühesuguse kaaluga". Enamasti see ongi nii tegelikus elus. Vahel esineb siiski juhtumeid, kus tulemusi $l_1, l_2, \ldots l_n$ ei saa vaadelda kui võrdseid, vaid neile tuleb anda vastavad kaalud $k_1, k_2, \ldots k_n$. Kui meil näiteks esimene mõõtmistulemus l_1 on juba keskmine aritmeetiline k_1 üksikmõõtmisest, teine mõõtmistulemus l_2 on keskmine aritmeetiline k_2 üksikmõõtmisest jne., ja kui me millegipärast nende üksikmõõtmiste endi tulemusi ei tea, siis tõepoolest on õigem ja parem võtta l_1 kaaluga k_1, l_2 kaaluga k_2 jne. Resultaadiks — lõpptulemuseks r_k — võtame nn. kaalutud keskmise järgnevalt:

$$r_k = \frac{l_1 k_1 + l_2 k_2 + \cdots + l_n k_n}{k_1 + k_2 + \cdots + k_n}.$$

Olgu märgitud, et mõõtmistulemuste kaalumine on lubatav ainult siis, kui meil on selleks täiesti objektiivne põhjus. Kaalud k_1, k_2 jne. on relatiivsed arvud; kui näiteks $k_1 = 2$, $k_2 = 4$, $k_3 = 1$, siis on see niisama hea, kui võtame $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 0{,}5$; r_k tulemus on loomulikult sama.

Võib tõestada, et kaalutud keskmise r_k keskmine viga on

$$\mu_{rk} = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 \cdot k_1 + \lambda_2^2 \cdot k_2 + \cdots + \lambda_n^2 \cdot k_n}{(k_1 + k_2 + \cdots + k_n) \cdot (n-1)}},$$

kus, analoogiliselt eelmisega, λ_1 tähendab avaldust $r_k - l_1$, $\lambda_2 = r_k - l$ jne.

Näide. Geograafilise laiuse määramisil autori poolt 1935. a. Hummuli triangulatsioonipunktis määrati vaatlusriista (Bambergi transiitriist nr. 80752) mikromeetrikruvi ühe pöörangu väärtusena

l_i	k_i	λ_i (sajandikes)	$k_i\,\lambda_i^2$
79,25″	6	2	24
79,26″	5	1	5
79,26″	4	1	4
79,29″	3	—2	12
79,32″	2	—5	50
79,28″	1	—1	1

kaalutud keskmine: 79,27″

tema keskmine viga (sajandikes sekundeis): $\sqrt{\frac{96}{21 \cdot 5}} = \pm 0{,}010''$.

Seega: $r_k = 79{,}27'' \pm 0{,}010''$.

Kaalud olid põhjustatud järgnevast asjaolust: Määrati vahemik 24 kruvipöörangu peale, siis 20 kruvipöörangu peale, siis 16 kruvipöörangu peale jne.; kaaluühikuks on seega 4 kruvipöörangut.

XI peatükk.

Tahhümeetria.

§ 79. **Tahhümeetrilise mõõtmise üldidee.** Tahhümeetrilises mõõtmisviisis mõõdetakse korraga punkti kaugus, asimuut ja kõrgus antud kohast. Mõõtmiste tulemusena saame kõigi soovitud punktide jaoks seega korraga nende kolm koordinaati x, y, z. Mõõtmisviis on polaarne, olles kiire ja mugav, kuid piiratud täpsusega; ta on laialt tarvitatav inseneripraktikas.

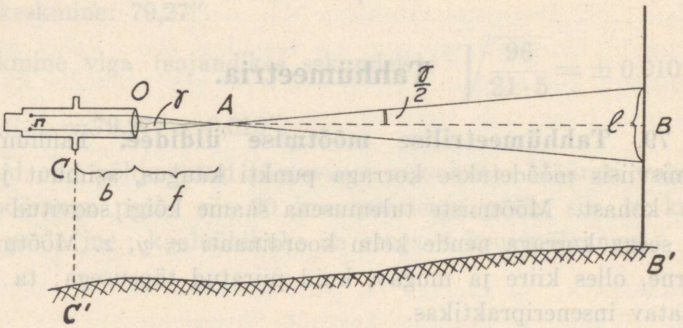
Tahhümeetriliseks tööks vajame tahhümeeter-teodoliiti. Iga teodoliit on tahhümeeter, kui tal on vertikaalring ja pikksilmas kaugusemõõdu niidid; soovitav on, et teodoliit oleks „korduv" — kahekordse vertikaaltelgede süsteemiga, sest siis saame limbi nulli suunata soovi järgi. Tavaliselt tarvitatakse tahhümeetrilisiks töiks kergeid, vastupidavaid teodoliite, limbide lugemitäpsusega 0,5′ või 1′.

§ 80. **Optiline kaugusemõõtmine. Konstantse nurgaga lihtne kaugusemõõtja.** Punkti kaugus määratakse antud kohast tahhümeetrilise töö juures optiliselt, milleks vajame teodoliidi juures vastavat seadist. Kõiki optilisi kaugusemõõtjaid võime jagada kahte rühma: a) kaugusemõõtjad konstantse nurgaga, b) kaugusemõõtjad konstantse baasiga.

Konstantse nurgaga kaugusemõõtjaist on lihtsaim ja kõige sagedamini tarvitatav lihtne niitide süsteem teodoliidi pikksilma objektiivi fokaalpinnas. Nimelt ei ole neil pikksilmadel diafragma küljes mitte lihtne niitristik, vaid horisontaalniite on tavaliselt kolm (vt. joon. 38-b). Äärmisi horisontaalniite nimetatakse kaugusemõõdu niitideks. Olgu meie teodoliidi pikksilma vaatesuund horisontaalne. Vaatame nivellimislatile punktis B', mis hoitakse vertikaalselt (vt. joon. 138).

Joonisel tähendagu C teodoliidi horisontaaltelge, O — objektiivi, n — kaugusemõõdu niitide kaugust üksteisest, f — pikksilma fookus-

pikkust ja b — objektiivi kaugust horisontaalteljest. Kui tõmmata kummastki kaugusemõõdu niidist kiir paralleelselt objektiivi peateljega (antud juhul horisontaalne), siis need kiired läbivad objektiivi, murduvad ja kogunevad punktis A teisel pool objektiivi fookuskaugusel f. On selge, et nurk γ (A juures) on antud objektiivi ja kaugusemõõdu niitide jaoks konstantne. Seda nurka γ tarvitamegi opitiliseks kaugusemõõtmiseks, millest ka nimi „konstantse nurgaga kaugusemõõtja".



Joon. 138.

Meil on: $\tan\frac{\gamma}{2}=\frac{n}{2f}$.

Niitide kaugus n valitakse nii, et $\tan\frac{\gamma}{2}=\frac{1}{200}$. Siit järgneb, et $\gamma=0^0\,34'$. Jooniselt nähtub, et horisontaalne kaugus $CB=b+f+\frac{l}{2\tan\frac{\gamma}{2}}$, kus l on pikksilmas nähtav lati lõik kaugusemõõdu niitide vahel.

Nimetame $b+f=c$ (kaugusemõõtja väike konstant) ja $k=\frac{1}{2\tan\frac{\gamma}{2}}$ (kaugusemõõtja suur konstant), siis kaugus tahhümeetri horisontaalteljest vertikaalselt hoitud latini on

$$CB=k.l+c.$$

Kaugusemõõdu niidid püütakse asetada nii, et suur konstant k oleks võimalikult lähedal 100,00; moodsail riistadel ta ongi seda võrdlemisi täpselt. Seega latilt loetud sentimeetrid annavad kaugusi meet-

reis. Et latilt loetud lõigu l täpsus on umbes 100 m kaugusel ± 2 kuni ± 3 mm, siis on meil kaugused määratud $\pm 0{,}2$ kuni $\pm 0{,}3$ meetri täpsusega.

Väikese konstandi c määrame mingi lihtsa sentimeetrimõõduga; 1—2 cm suurune viga ei tule praktiliselt arvesse.

Suur konstant k määratakse katseliselt järgnevalt. Võrdlemisi tasasele maale lüüakse sirgel joonel teraslindi järgi vaiad või pannakse vardad "0", umbes 20 m, umbes 40 m jne., kuni näiteks 100 m kaugusele. On soovitav, et üks märgib neid punkte mitte täpselt iga 20 m takka, kirjutades enda jaoks üles täpsed kaugused; teine asetab teodoliidi väikese konstandi c võrra t a h a p o o l e 0-vaia. Nüüd sihib sama teine mees teodoliidiga horisontaalses pikksilma seisus latile, mida esimene hoiab vertikaalselt 20., siis 40. jne. meetrit tähistaval vaial (või varda kohal). Tehakse lugemid l_{20}, l_{40} jne. ja tagasi kuni l_{20}. Selle järel avaldab esimene täpsed kaugused. Iga kaugus, jagatud vastava l_i-ga, annab k väärtuse; lõpliku k väärtusena võtame keskmise aritmeetilise nii saadud väärtusist.

Olgu märgitud, et esitatud konstantide määramise viis kehtib „vanemate" pikksilmade süsteemide kohta ilma seesmise fokuseerimiseta. Moodsate, seesmise fokuseerimisega süsteemide juures on asi keerulisem. Me nägime (§ 24), et seal objektiivi fookuspikkus f_0 oli avaldatud valemiga

$$f_0 = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - a}.$$

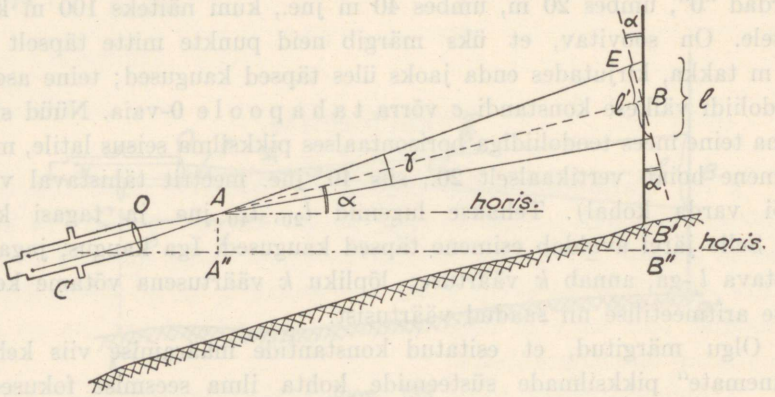
Et a, sõltudes fokuseerimisest, on muutuv suurus, siis ka liitsüsteemi fookuspikkus f_0 on muutuv suurus. Sellega ka pikksilma kaugusemõõtja suur konstant k ja väike konstant c on muutuvad suurused.

Seesmise fokuseerimisega pikksilmi ehitatakse nii, et k on suurematel kaugustel (mitusada m või rohkem) täpselt 100. Väiksematel kaugustel on aga k v ä h e m kui 100, nii et mida lähemale vaadata, seda väiksem on ka k. Kui nüüd tarvitada k jaoks siiski arvu 100, siis tekib viga väikesil kaugusil. Selle vea aga hävitame praktiliselt, kui loeme k küll võrdseks 100-ga, kuid väikese konstandi c loeme nulliks. Me oleme seega koguni saavutanud paremuse vanemate tüüpidega võrreldes.

Tõepoolest, lugedes väikesil kaugusil $k = 100$, saame kauguse liiga suure; lugedes $c = 0$, saame selle võrra kauguse liiga väikese. Väikese konstandi c ärajätmise mõju kaugusemõõtmise relatiivsele veale on seda suurem, mida väiksem on kaugus. On õnnestunud leida moodsail

pikksilmadel seesmise fokuseerimisega seesuguseid läätsede kombinatsioone, kus praktikas esinevail kaugusil (mitte alla 3—4 m), lugedes igasuguseil kaugusil $k = 100$ ja $c = 0$, vead ei ole praktiliselt üldse märgatavad.

Olgu märgitud, et seesmise fokuseerimisega pikksilmade hulgas leidub ka juhtumeid, kus k on küll 100, kuid c ei ole null. Nende konstantide suurused on aga siis antud juba firma poolt. Tugeva löögi,



Joon. 139.

kukkumise jne. tagajärjel võivad nii moodsal kui vanemal pikksilma süsteemil kaugusemõõdu konstandid muutuda. Neid tuleb siis kontrollida.

Vaatame nüüd konstantse nurgaga kaugusemõõtja teooriat kaldkiire puhul. Olgu pikksilm kallutatud nurga α võrra, latt aga hoitakse ikka vertikaalselt (vt. joon. 139).

Olgu lugem vertikaalselt latilt kaugusemõõdu niitide vahel l. Kui latt oleks olnud risti vaatesuunaga AB, siis oleks lugem latilt olnud

$$l' = l \cdot \cos \alpha.$$

See valem ei ole küll päris täpne, sest nurk näiteks E juures ei ole täisnurk; erinevus täisnurgast E juures on aga ainult $\frac{\gamma}{2} = 0^{0}17'$. Võib arvutada, et praktikas esinevate suurematega α puhul viga, mis me teeme valemiga $l' = l \cdot \cos \alpha$, on väiksem kui 1 : 50 000, seega ignoreeritav. Kaugus AB on seega praktiliselt $k \cdot l'$. Horisontaalne kaugus teodoliidi horisontaaltelje C ja punkti B'' vahel on seega

$$d = (k \cdot l \cdot \cos \alpha + c) \cdot \cos \alpha$$
$$= k \cdot l \cdot \cos^2 \alpha + c \cdot \cos \alpha.$$

Et c on väike suurus ja ka α ei ole suur ($\alpha > 20^0$ on haruldane), siis ei ole suurt vahet, kas võtta $c \cdot \cos \alpha$ või $c \cdot \cos^2 \alpha$. Tähistades

$$k \cdot l + c = a,$$

saame seega tahhümeetriliseks praktikaks küllalt hästi

$$d = a \cdot \cos^2 \alpha.$$

Täpsus, mida saame eespool-kirjeldatud kaugusemõõdu niitidega, ei saa loomulikult olla väga suur. Ta on aga täiesti küllaldane plaanistamise otstarbeks — situatsiooni määramiseks. Et meil: 1) latt veidi väriseb, 2) lugem latilt alumise ja ülemise kaugusemõõdu niidi järgi ei toimu korraga, 3) võivad tekkida ka refraktsioonivead, eriti kui alumine kiir palava ilmaga läheb maapinna lähedalt, siis keskmiselt optilise kaugusemõõtmise täpsus kaugusemõõdu niitide järgi on umbes 1 : 300. Raskeil tingimusil võib aga täpsus halvenedagi.

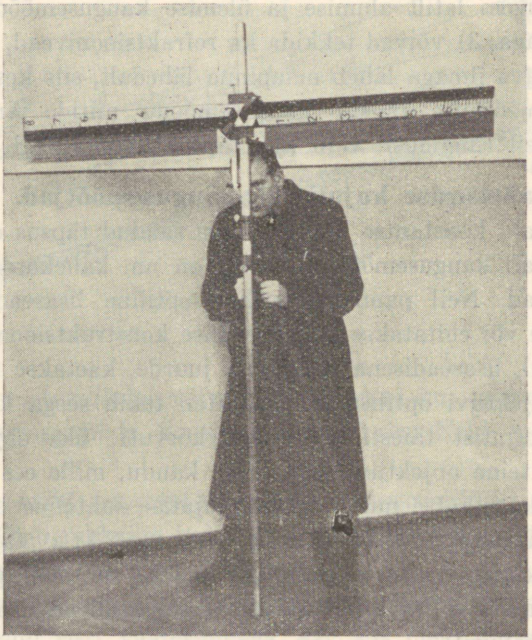
§ 81. **Kahekordse kujutisega kaugusemõõtjad.** On ehitatud kaugusemõõtjaid konstantse nurgaga, kus saadud täpsus on palju suurem kui lihtsail kaugusemõõtjail. Need on nn. kahekordse kujutisega kaugusemõõtjad. Neil pannakse eriline optiline lisaseadis pikksilma objektiivi ette või ehitatakse koguni erilise konstruktsiooniga pikksilm. Esimesel juhul, lisaseadisena pikksilma juurde, kaetakse näiteks pikksilma pool objektiivi optilise kiiluga. Meil tekib seega kaugusemõõdu latist kaks kujutist täiesti üksteisega kõrvuti: üks objektiivi vaba poole kaudu, teine objektiivi selle poole kaudu, mille ees on kiil. Kiil murrab kiiri konstantse nurga võrra; kujutise suhteline nihe on seega võrdeline kaugusega. Nihke suurust võib m õ õ t a täpselt optilise mikromeetri kaudu vastava trumliga; selleks on meil peale optilise kiilu veel tema ees või taga pööratavad plaanparalleelsed plaadid (nagu pretsisioon-nivelliiril).

On arusaadav, et selle asemel et katta pool objektiivi kiiluga ja teine pool jätta vabaks, võime katta kummagi objektiivipoole eri kiiluga, mis mõjuvad üks ühele, teine teisele poole. Saadud efekt on siis kaks korda suurem ja nii praktikas enamasti tehaksegi.

Nimetatud kahekordse kujutisega kaugusemõõtjail tarvitatakse enamasti mitte vertikaalset, vaid horisontaalset latti, risti pikksilma vaatesuunaga. Horisontaalsel latil on vertikaalse lati suhtes see hüve, et kiired latilt asetsevad maapinnalt enam-vähem ühekõrgusel, nii et ei teki refraktsioonivigu. Muidugi vajab aga horisontaalne latt spetsiaalset statiivi, mida jälle pole vaja vertikaalsel latil. Latt seatakse

risti vaatesuunaga väikese sihiku abil, mis on lati küljes. Et latt on risti vaatesuunaga, siis tema kaudu määratud kaugused vajavad korrutamist kõrgusnurga koosinusega (mitte koosinuse ruuduga).

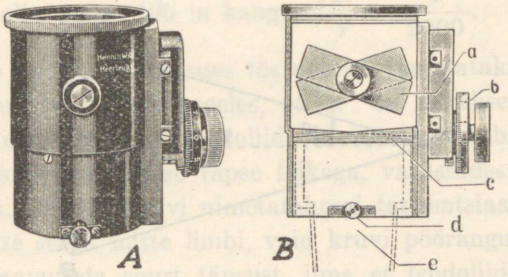
Moodsate kahekordse kujutisega kaugusemõõtjatega saavutatakse täpsust $\frac{1}{3000}$ kuni $\frac{1}{5000}$. See täpsus võistleb juba teraslindi mõõtmistega. Tuleb silmas pidada, et iga kaugusemõõtja juurde kuulub a i n u l t tema latt (või latid), sest latt ja kiil seatakse firma poolt vastavusse.



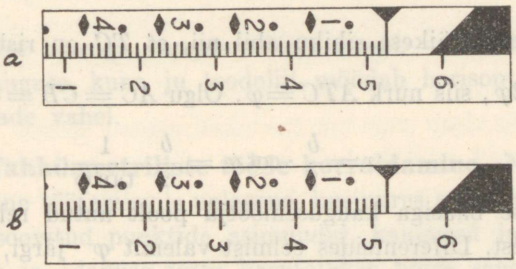
Joon. 140.

Joon. 140 kujutab kaugusemõõdu latti Wild'i universaalteodoliidi juurde. Optiline kaugusemõõtja selle lati jaoks on kujutatud joon. 141-A välisvaatena ja joon. 141-B läbilõikes. Kaugusemõõtja asetatakse teodoliidi pikksilma ette. Joon. 141-B tähendavad: *c* — kaugusemõõdu kiile, *a* — plaanparalleelseid plaate kiilude ees, mis on kallutatavad kruviga (mikromeetriga) *b*. Joon. 142-a näitab lati lugemit kaugusemõõtjas. Me näeme, et kaugus on 52 m + „veel midagi". Selle „veel midagi" määrame, kallutades mikromeetri kruviga plaanparalleelseid

plaate, kuni tekib pilt (kointsidents), mis on kujutatud joon. 142-b. Mikromeetri kruvilt loeme siis numbri, mis annab kauguse sentimeetrid, lisaks eelnimetatud 52 m. Olgu arv kruvil 76. Sel juhul on horisontaalne kaugus $52{,}76 \cdot \cos \alpha$.

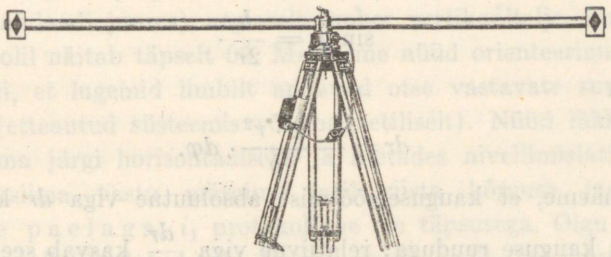


Joon. 141.



Joon. 142.

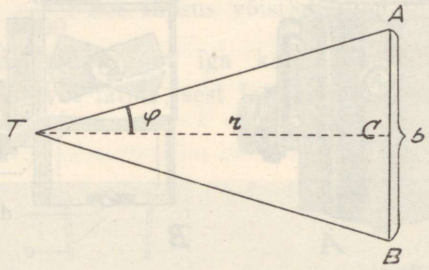
§ 82. **Konstantse baasiga kaugusemõõtjad.** Konstantse baasiga kaugusemõõtjail tarvitatakse mõõtmisiks konstantse pikkusega latti — baasi —, näiteks 2 m latti (vt. joon. 143). See latt asetatakse horisontaalselt ja mõõdetakse nurk kiirte vahel, mis tõmmatud kum-



Joon. 143.

mastki baasi (lati) otsast teodoliidi keskkohani. Kui teame baasi pikkust, määrab nii mõõdetud nurk kauguse.

Olgu joonisel 144 AB latt, T — teodoliidi keskkoht. Olgu C lati keskkoht.



Joon. 144.

Hoiame latti väikese sihiku abil nii, et TC on risti latiga. Olgu nurk $ATB = 2\varphi$, siis nurk $ATC = \varphi$. Olgu $AC = CB = \frac{b}{2}$, $TC = r$, siis

$$r = \frac{b}{2} \cdot \cot \varphi = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\tan \varphi}.$$

Konstantse baasiga kaugusemõõtja poolt antud relatiivne täpsus sõltub kaugusest. Diferentsides eelmist valemit φ järgi, saame

$$dr = -\frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \varphi} \cdot d\varphi.$$

Jooniselt leiame

$$\sin \varphi = \frac{b}{2 \cdot AT}.$$

Et suuremail kaugusil pole kuigi suurt vahet AT ja r vahel, siis loeme

$$\sin \varphi = \frac{b}{2r}.$$

Seega

$$dr = -\frac{2 \cdot r^2}{b} \cdot d\varphi.$$

Me näeme, et kaugusemõõtmise absoluutne viga dr kasvab siin võrdeliselt kauguse ruuduga; relatiivne viga $\frac{dr}{r}$ kasvab seega võrdeliselt kaugusega. Kui oletada, et meil on täpne teodoliit, nii et meil $d\varphi$

näiteks oleks keskmiselt $\pm 1''$ (terve nurga 2φ mõõtmise täpsus oleks seega $\pm 2''$), siis 100 m kaugusel oleks $b = 2$ m juures

$$dr = \pm \frac{2 \cdot 10000}{2} \cdot \frac{1}{206265} = \pm \frac{1}{20} \text{ m},$$

relatiivse vea olles seega 100 m kaugusel $\frac{dr}{r} = \frac{1}{2000}$.

Nurga 2φ mõõtmise täpsuse tõstmiseks varustatakse teodoliit nn. tangentsiaalkruviga. Peame meeles, et φ on tavaliselt väike nurk. Tema mõõtmiseks tehakse teodoliidi horisontaal-limbi mikromeetrilise nihutuse kruvi peenikese täpse lõikega, varustades ühtlasi kruvipea jaotustega. Säärast kruvi nimetataksegi tangentsiaalkruviks. Nurk 2φ mõõdetakse seega mitte limbi, vaid kruvi pöörangute kaudu, kusjuures võib saavutada suurt täpsust, ilma et teodoliidi limb ise tarvitseks olla kuigi täpne. Tangentsiaalkruvi mõõdab nurga 2φ tangensiga võrdelist arvu, seega on kaugus pöördvõrdeline kruvi pöörangute arvuga.

Konstantse baasiga kaugusemõõtja annab vaatlustulemusena otse horisontaalkauguse, kuna ju teodoliit mõõdab horisontaalnurka vertikaaltasapindade vahel.

§ 83. **Tahhümeetriliste tööde korraldamine.** Nagu öeldud, on tahhümeetriline töötamisviis polaarne, kusjuures antud asukohast määrame kõigi soovitud punktide asimuudid, kaugused ja kõrgusnurgad. Oma lihtsuse ja odavuse tõttu kasutatakse kõige sagedamini lihtsate kaugusemõõdu niitidega varustatud korduvaid teodoliite.

Olgu teodoliit asetatud punkti kohale, mida nimetame esimeseks jaamaks; jaama kõrgus olgu teada. Olgu teada ka mõne jaamast nähtava suuna asimuut. Nihutame nüüd limbi nii, et lugem limbilt soovitud suunas oleks võrdne selle suuna asimuudiga. Kui asimuut ei ole teada, siis suuname teodoliidi magnetiliselt. Selleks nihutame limbi nii, et lugem alidaadi järgi oleks täpselt 0^0; selle järel keerame teodoliiti (kinnise alidaadi juures) aeglaselt ümber vertikaaltelje, kuni magnetnõel bussolil näitab täpselt 0^0. Me oleme nüüd orienteerinud oma teodoliidi nii, et lugemid limbilt annavad otse vastavate suundade asimuudid (etteantud süsteemis või magnetiliselt). Nüüd lükkame pikksilma silma järgi horisontaalseks ja asetades nivellimislati vertikaalselt pikksilma vastu märgime latil riista kõrguse jaamast (i_1) punase paelaga; i_1 protokollime cm täpsusega. Olgu meil vertikaalringi null õiendatud, või õiendus teada, mille ka märgime protokolli. Selle järel saadame abilise latiga (latihoidja) maastikule soovi-

tavaile punktidele jaama ümbruses (neid punkte nimetatakse vahel ka tahhümeetrilisteks pikettideks), kuni 100—150 m kaugusele. Minnes esimesse punkti maastikul, hoiab abiline seal latti maapinnal vertikaalselt, milleks lati küljes on väike ümmargune vesilood. Vaatleja teodoliidi juures suunab pikksilma latile, kusjuures muidugi limbi ei tohi nihutada tema juba orienteeritud seisust. Vertikaalsuunas nihutatakse pikksilm nii, et keskmine horisontaalniit tuleks enam-vähem lati punasele paelale. Nüüd hinnatakse kõige enne kaugusemõõdu otstarbeiks lati lõik *l* kaugusemõõdu niitide vahel. Et hindamine oleks mugavam, selleks harilikult nihutatakse pikksilm vertikaalsuunas mikromeetrilise kruviga, kuni maapoolne kaugusemõõdu niit näitaks täpselt lähemat täisdetsimeetrit. Nihke suurus on seega maksimaalselt 5 cm; meie pole seega palju patustanud teooria vastu. Lõigu *l* millimeetrid loetakse siis ainult teise (maast kaugema) kaugusemõõdu niidi järgi; selle järel loetakse detsimeetrite arv; *l* protokollitakse. Nüüd suunatakse pikksilm vertikaalsuunas mikromeetrilise kruviga nii, et keskmine horisontaalniit tuleks täpselt lati punasele paelale. Selle järel viibatakse kohe latihoidjale käega või rätikuga ja latihoidja läheb teise punkti (piketti). Selle aja jooksul, mis latihoidja tarvitab teise punkti minekuks, loeb vaatleja teodoliidi juures esmalt vertikaalringi (alidaadi vesiloodi mull keskele seada!) ja siis horisontaalringi (asimuudi), kummagi ainult ühe nooniuse järgi; lugemid protokollitakse. Nagu näha, on teodoliidi juures tarvis kahte inimest: üks suunab ja loeb kõvasti *l* ja limbe, teine protokollib. Teise ja järgmiste punktide (pikettide) kohal toimub töökäik täiesti analoogiliselt. On muidugi selge, et kui me alustasime tööd näiteks vertikaalringi vasakul olles (protokollida ka see!), siis me seda ka jätkame kogu aeg samas seisus. Küllaldase vilumuse juures võib soodsal maastikul mõõta 60 kuni 80 punkti tunnis; kiirus sõltub peaasjalikult sellest, kui ruttu latihoidja jõuab käia ühest punktist teise.

Sõltudes töö iseloomust ja soovitud plaani mõõdust, võib vaatleja teodoliidil vajada ka rohkem kui ühte latihoidjat korraga.

Tahhümeetrilise töö juurde kuuluvad tingimata ka mõõdetud alade skitsid. Aeglase töö juures võib hädakorral skitseerida protokollija. Parem ja kiirem on, kui töö jaoks on eraldi skitseerija, kes ei ole teodoliidi juures, vaid liigub enam-vähem koos latihoidjaga. Seega kuuluvad tahhümeetrilisse gruppi vaatleja teodoliidi juures, protokollija, skitseerija ja nii mitu latihoidjat (1—3), kui vaatleja teodoliidi juures jõuab käsutada. Grupi juhiks on skitseerija, kes valib ja näitab ka latihoidjaile punktid (piketid) maastikul.

Kui kõik soovitud punktid esimese jaama ümbruskonnas on mõõdetud, tuleb kontrollida, kas horisontaal-limb ei ole töö jooksul kogemata nihkunud (kontroll protokollitakse). Kui peaks esinema küllalt suur nihkumine (näit. $^1/_4{}^0$ või rohkem), siis on ilmsesti tegemist eksitusega ja kogu tehtud töö on kõlbmatu. Kui kõik on korras (1′ kuni 2′ näiv nihkumine pole tähtis), siis tuleb valida uus — teine — jaam. Jaama valikul tuleb silmas pidada, et ta oleks maastikul enam-vähem valitseval kohal, nii et temast oleks küllaldaselt näha meid huvitavat ümbruskonda, ja et ta ei oleks ka väga kaugel (näiteks mitte üle 150 m [1]) esimesest jaamast. Latihoidja läheb latiga uue jaama kohale, kuna vaatleja teodoliidil teeb *l*, horisontaalringi ja vertikaalringi lugemid m õ l e m a s vertikaalringi seisus (v. v. ja v. p.), võttes keskmise kahest nooniusest. Jaama valib skitseerija, kes ise (või latihoidja) jääb ka uue jaama kohale, kuni teodoliit on tõstetud vanast (s. o. esimesest) jaamast ja toodud uue (teise) jaama kohale; teodoliidi alidaad jääb kinni. Nüüd mõõdetakse latiga riista kõrgus teises jaamas (i_2), mis protokollitakse; ühtlasi nihutatakse punane pael latil i_2 kohale. Selle järel läheb latihoidja vanasse jaama. Uues — teises — jaamas suuname teodoliidi pikksilma kinnise alidaadi juures esimese jaama peale (mitte magnetnõela abil!); selle järel kinnitame limbi, pöörame pikksilma üle seniidi [2] ja toimetame maastiku punktide (pikettide) vaatlusi täiesti analoogiliselt vastavate vaatlustega esimeses jaamas. Lõpuks teeme aga — osalt kontrolliks, osalt seose saamiseks järgmise jaamaga — nii eelmise kui ka järgmise jaama peale horisontaalringi, vertikaalringi ja *l* lugemid v. v. ja v. p. seisus (vt. näide).

Tahhümeetrilisiks punktideks (pikettideks) valitakse i s e l o o m u s t a v a d punktid maastikul: teede ristumiskohad, maa-alade loomulikku piiri iseloomustavad punktid, hoonete või aedade nurgad, järsakute servad, orgude või aukude põhjad, kõrgendikkude tipud, kohad, kus on näha küllaldane muutus reljeefi käigus, jne. Üldiselt on iga punkt tarvilik nii situatsiooni kui ka reljeefi tarbeks; on aga ka ainult situatsiooni või ainult reljeefi jaoks tarvisminevaid punkte. Valitud punktide arv peab olema küllaldane, et haarata nii situatsiooni kui ka reljeefi küllalt hästi, silmas pidades soovitud plaani mõõtu ja isohüpside vahet. On selge, et korralikult joonistatud skits suuresti abis-

---

[1] Jaama kaugus tuleb valida niisugune, et meie latilt veel küllalt hästi saaksime lugeda *l* ja näha punast paela, sõltudes töö nõudeist.

[2] Otse- ja vastuasimuut erinevad ju 180^0.

tab meid pärastisel plaani valmistamisel mõõtmisandmete järgi. Skitsil on soovitav seega tõmmata silma järgi ka isohüpside käik. Kui latt on jaamast kaugel, on väikese plaanimõõdu juures (näiteks 1 : 10000) tavalise nivellimislati kasutamine tülikas või koguni võimatu halva nähtavuse tõttu. Sel juhul tarvitatakse erilisi tahhümeetrilisi latte suurte ja selgeltnähtavate dm jaotustega, hinnates näiteks *l* mitte mm, vaid cm täpsusega.

Tahhümeetrilised jaamad nummerdatakse tavaliselt kas rooma numbritega või märgitakse ladina suurte tähtedega. Üksikpunktid (piketid) märgitakse araabia numbritega jaamade juures. Numbrid kantakse nii protokolli kui ka skitsile. Protokollija ja skitseerija peavad aeg-ajalt kontrollima, kas nende numeratsioon ühtib.

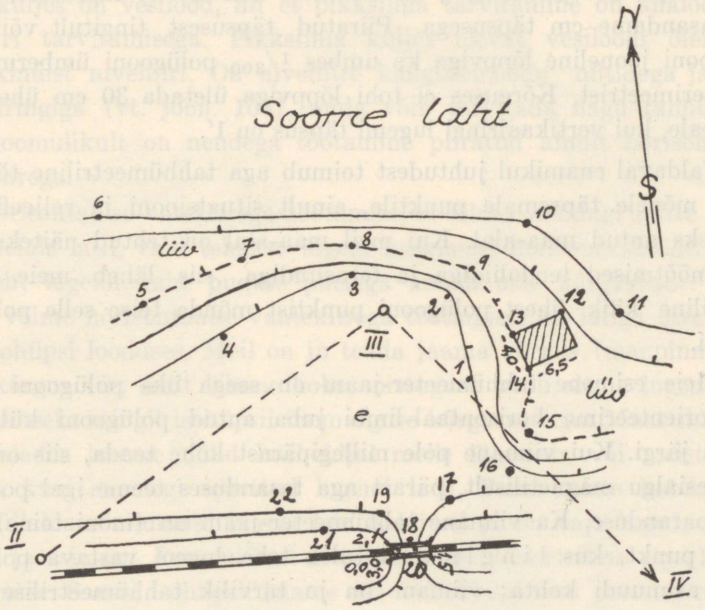
Juuresolevalt on esitatud näide tahhümeetrilisest protokollist; tavalised numbrid tähendavad välisvaatlusi, numbrid kursiivis aga hilisemaid arvutusi. Me näeme, et esialgu suunasime eelmisele jaamale (II) alidaadi kinni olles selles teodoliidi seisus, milles pikksilm seal viimati jäi (v. v.). Selle järel pöörasime pikksilma teise seisu (v. p.), milles võtame kõik piketid. Lõpuks loeme suunad ja kõrgused eelmisele (II) ja järgmisele (IV) jaamale mõlemas pikksilma seisus.

Aeg: (kuupäev ja kellaaeg). Riist: Heyde nr. 4006 ($k = 100{,}5$; $c = 0{,}3$).
Vaatleja: N. N.
Jaam: III. Vert.-ringi null: 270°01′. Riista kõrgus: 1,49.
Jaama kõrgus: 4,42.

Vert.-ringi asukoht	Punkt	Horisontaalring (asimuut)		Vertikaalringi lugem.	Kõrgusnurk α	l	$a = kl + c$	$d = a\cos^2\alpha$	$h = \frac{1}{2}a \cdot \sin 2\alpha$	Punkti kõrgus	Märkused
		Vaadeldud	Tasandatud								
vv.	II	60°12′									
vp.	1	137°57′	*136°25′*	269°20′	*−0°41′*	0,251	*25,5*	*25,5*	*−0,30*	*4,12*	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	11	98°32′	*97°00′*	267°22′	*−2°39′*	0,498	*50,4*	*50,3*	*−2,33*	*0,09*	sihit. 2,00 m kõrgemale
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	21	201°44′	*200°12′*	273°12′	*+3°11′*	0,487	*49,2*	*49,0*	*+2,74*	*7,16*	
	22	213°08′	*211°36′*	270°29′	*+0°28′*	0,450	*45,5*	*45,5*	*+0,37*	*4,79*	
	II	240°14′	*238°41′*	271°33′	*+1°32′*	0,924	*93,2*	*93,1*	*+2,49*		
vv.	II	60°13′		88°29′	*+1°32′*	0,922	*93,0*	*92,9*	*+2,49*		
	IV	321°42′		88°14′	*+1°47′*	0,838	*84,5*	*84,4*	*+2,63*		
vp.	IV	141°42′		271°46′	*+1°45′*	0,837	*84,4*	*84,3*	*+2,60*		

Näite juurde kuulub joon. 145 esitatud skits. Pandagu tähele, kuidas on valitud reljeefi punktid. Reljeef on ebaühtlane: esinevad kaldavall ja raudtee muldkeha. Punktid on valitud nii, et nende vahel reljeef oleks enam-vähem ühtlase käiguga. Seega on meil hiljemini plaani valmistamisel kerge interpoolida ja joonestada isohüpse, kusjuures skits on muidugi abiks.

Tahhümeetriliselt mõõdetud isohüpsidega plaani esitab joon. 153.



Joon. 145.

Mõõtmisandmeist arvutatakse andmed iga punkti asimuudi, kauguse ja kõrguse kohta vastava jaama suhtes. Meil oli: $d = a \cdot \cos^2 a$; arvutamisiks arvutuslükatiga on kasulikum võtta: $d = a \cdot (1 - \sin^2 a)$. Kõrguse vahe h on $h = d \cdot \tan a + i - s$, kus i on riista kõrgus jaamast ja s on signaali kõrgus maapinnast. Et meil, tarvitades punast paela latil, oli $i = s$, siis

$$h = d \cdot \tan a = a \cdot \cos^2 a \,.\, \tan a = a \cdot \sin a \,.\, \cos a = \frac{1}{2}\, a \,.\, \sin 2a.$$

Ka selle suuruse arvutame arvutuslükatiga. On olemas aga ka erilisi tahhümeetrilisi tabeleid, mis annavad d ja h a funktsioonidena [1].

[1] Eesti keeles vt. Bach ja Lilienthal, Maamõõte käsiraamat, 1932.

Tahhümeetrilist tööd võib korraldada kas täiesti iseseisva tööna või tuginedes mõnedele täpsemalt antud punktidele. Viimane juhtum on valdavas ülekaalus. Esimesel juhul paneme enam-vähem ümber mõõdetava maa-ala tahhümeetrilise kinnise polügoonkäigu. Käigu tasandamine toimub täiesti analoogiliselt polügooni mõõtmiste tasandamisega, arvutades iga jaama jaoks koordinaadid x, y. Juurde tuleb ainult kõrguste tasandamine jaamast jaama. Kui meil on lihtne kaugusemõõtja, siis piisab x, y arvutamisel detsimeetri täpsusest, kõrgused tasandame cm täpsusega. Piiratud täpsusest tingitult võib tulla polügooni jooneline lõppviga ka umbes $^1/_{300}$ polügooni ümbermõõdust ehk perimeetrist. Kõrguses ei tohi lõppviga ületada 30 cm ühe käigu km peale, kui vertikaalringi lugemi täpsus on 1′.

Valdaval enamikul juhtudest toimub aga tahhümeetriline töö, toetudes mõnele täpsemale punktile, ainult situatsiooni ja reljeefi määramiseks antud maa-alal. Kui meil maa-alal on tehtud näiteks polügoonimõõtmised teodoliidiga ja teraslindiga, siis läheb meie tahhümeetriline käik ühest polügooni punktist mõnda teise selle polügooni punkti.

Meie esimene tahhümeeter-jaam on seega üks polügooni punkt. Seal orienteerime horisontaal-limbi juba antud polügooni külje asimuudi järgi. Kui viimane pole millegipärast kohe teada, siis orienteerime esialgu magnetiliselt, pärast aga tasanduses teeme igal pool vastava paranduse. Ka viimane tahhümeeter-jaam on (mõni teine) polügooni punkt, kus t i n g i m a t a tuleb teha lugem vastava polügooni külje asimuudi kohta; viimane on ju tarvilik tahhümeetrilise käigu asimuutide tasandusiks ja ka kontrolliks.

Tahhümeetriline mõõtmine annab meile piiratud täpsusega analoogilised andmed ekkerimõõtmiste tulemustega; lisaks tulevad aga andmed reljeefi kohta, mida ekker ei anna. Tahhümeetriline arvutus algab käigu tasandusest antud polügooni punktide vahel ja jaamade koordinaatide arvutusist, just nagu oli eespool iseseisvagi tahhümeetrilise polügooni juures; siis kõrguste tasandamisest jaamade vahel jne. Kõrgused toetuvad nivellimisandmetele.

Tahhümeetriliste üksikpunktide (pikettide) jaoks koordinaate ei arvutata; nad kantakse plaani joonestamisel paberile malliga jaamade kaudu.

Kui võimalik, tuleb kaldkiirega töötamisele a l a t i e e l i s t a d a töötamist horisontaalse vaatesuunaga. Viimane on võimalik, kui soovitav plaanimõõt on suur ja mõõdetava maa-ala kõrguste vahed jaama

ümbruskonnas ei ole liiga suured (näiteks 3 m lati puhul ei ületa $1^1/_2$ m ühele või teisele poole).

Kui horisontaalse vaatekiire tarvitamine on maastiku tõttu piiratud, siis tarvitame teda osaliselt, neis kohtades, kus see on võimalik ja ratsionaalne. Horisontaalse vaatekiire puhul jääb meil pärast ära horisontaalkauguse ja kõrgusvahe arvutus kõrgusnurga kaudu; seega kergendame tunduvalt oma arvutusi. Ka täpsust võib tõsta, kui pikksilma küljes on vesilood, nii et pikksilma tarvitamine on analoogiline nivelliiri tarvitamisega. Pikksilma küljes olevat vesiloodi õiendame nagu kinnist nivelliiri. On nivelliire kaugusemõõdu niitidega ja horisontaalringiga (vt. joon. 104), mida võib tarvitada nagu tahhümeetreid; loomulikult on nendega töötamine piiratud ainult horisontaalse vaatekiirega.

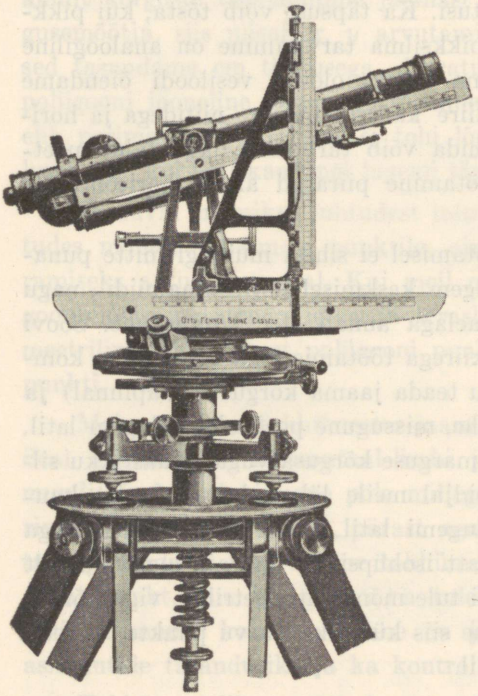
Horisontaalse vatekiirega töötamisel ei sihita muidugi mitte punasele paelale latil, vaid tehakse lugem keskmisel horisontaalniidil, nagu ta tuleb; lugemi vahe punase paelaga annab otse kõrgusvahe. Soovi korral võime horisontaalse vaatekiirega töötamisel ka latiga otse kompida isohüpsi looduses. Meil on ju teada jaama kõrgus (maapinnal) ja riista kõrgus (i); sealt leiame kohe, missugune peab olema lugem latil, et ta asetseks mingil isohüpsil ümmarguse kõrgusarvuga. Maastikku silmas pidades laseme nüüd latihoidjal meile läheneda või meist kaugeneda, kuni saamegi soovitud lugemi latil. Paari-kolme kobamisega ongi küllaldase vilumuse korral latt isohüpsil ja on vaja lugeda ainult kaugus ja asimuut. Loomulikult ei tule mõnesentimeetriline viga kõrguses arvesse. Samal isohüpsil leiame siis küllaldase arvu punkte, et teda pärast võiksime joonestada plaanil.

§ 84. **Reduktsioontahhümeetrid.** Et lihtsustada pärastisi arvutusi, oleks hea, kui vaatlus annaks otseselt horisontaalkauguse ja kõrgusvahe. On ehitatud erilisi riistu — reduktsioontahhümeetreid ehk tahhümeeter-automaate —, mis seda võimaldavad kas täiesti või osaliselt. Osal neist toimub reduktsioon mehaaniliselt, paremail riistadel aga optiliselt.

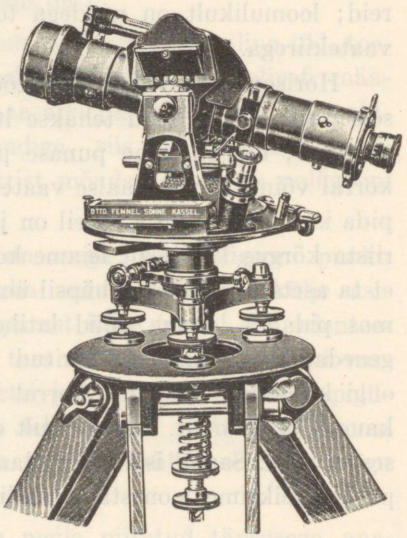
Joonisel 146 on näha Wagner-Fennel'i reduktsioontahhümeeter. Sel riistal puudub vertikaalring; selle asemel on tal pikksilma tasapinnal metallist joonlaud risti vertikaalteljega, metallist joonlaud paralleelselt pikksilmaga ja metallist täisnurkne kolmnurk, kõik kolm mm-jaotustega. Latt hoitakse vaatluste ajal vastava sihikuga risti vaatluskiirega vertikaalpinnas. Kaugusemõõtja abil loetud lati lõigu l suurus seatakse ülemise joonlaua mm-skaalal ja projektitakse kolmnurgaga

alumisele joonlauale. Lugem alumisel joonlaual ongi horisontaalne kaugus. Kolmnurga kaatetil aga loetakse kõrgusvahe. Riist on kaunis kohmakas ja raske.

Joonisel 147 on näha Hammer-Fennel'i reduktsioontahhümeeter. Ka sel riistal puudub vertikaalring. Pikksilma keskel, ülalpool horisontaaltelge, on auk. Augu kohal, liikumatult ühendatud pikksilma hoid-



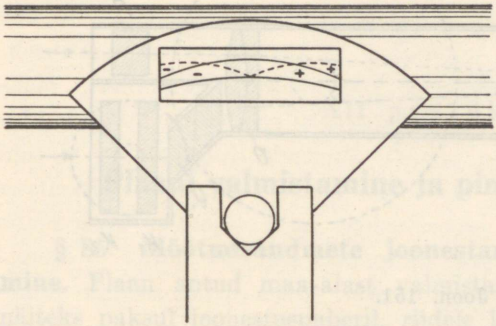
Joon. 146.



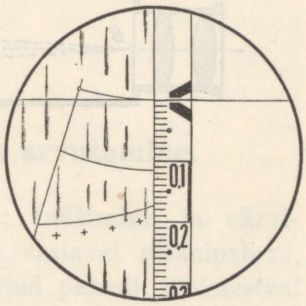
Joon. 147.

jaga (laagriga), on klaasist aken, millele on joonestatud eriline diagramm. Aken diagrammiga ei võta seega osa pikksilma liikumisest, nii et augu kohale pikksilmas tuleb iga kord eriline koht akna diagrammist, sõltudes pikksilma kõrgusnurgast α. Kujutis diagrammist reflektitakse prismaga pikksilma sees okulaarile, nii et okulaaris tekib kaks kujutist üksteise kõrval: latt ja diagramm. Kui nüüd diagramm valmistada nii, et ta kujutaks niite, kuid muutuva kaugusega, võrdeliselt $\cos^2\alpha$, siis annabki vertikaalsel latil kaugusemõõdu niitide vahel loetud lõik l otse horisontaalse kauguse. Ka kõrgusvahe lugemiseks on diagrammil vastav kõverjoon, mille järgi loeme latil kohe ära kõrgusvahe.

Joon. 148 esitab meile akent diagrammiga; täisjooned esitavad kaugusemõõdu niite, punktitud jooned kõrgusemõõdu kõverat. Kaugusemõõdu niitide kordaja konstant on nagu tavaliselt 100; kõrgusemõõdu kõvera konstant on aga võetud 20.



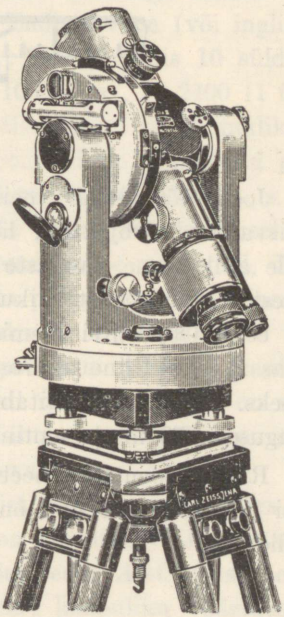
Joon. 148.



Joon. 149.

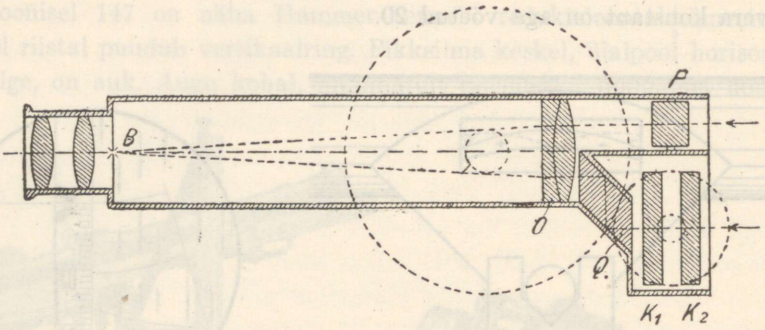
Joon. 149 on esitatud tahhümeetri pikksilma vaateväli tõusva vaatesuuna juures. Seame pikksilma peenliigutuse kruviga nii, et pikksilmas näivalt ülemine kaugusemõõdu niit lõikaks täpselt 0-lugemit. Lugem teisel kaugusemõõdu niidil annab siis horisontaalkaugusena $0{,}115 \cdot 100 = 11{,}5$ m. Kõrgusemõõdu kõver (siin täiskõver märkidega +) annab kõrgusvaheks $+\,0{,}173 \cdot 20 = +\,3{,}46$ m.

Väga mugav on Bosshardt-Zeiss'i reduktsioontahhümeeter. Tema pikksilm on näivalt kahe objektiiviga kahekordse kujutisega kaugusemõõtja (vt. § 81). Töötatakse horisontaalse latiga. Optilisi kiile on kaks üksteise taga, asetsedes aga ainult ühe objektiivi poole ees. Need kiilud on hammasrattaülekandega ühendatud pikksilma horistontaalteljega (joonisel 151 sümboolselt punktiiriga tähistatud), nii et kiilude omavaheline seis objektiivi ees on muutlik, sõltudes kõrgusnurgast α.



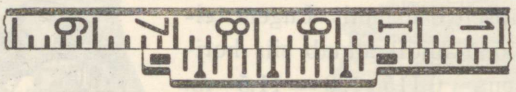
Joon. 150.

Kiilude omavaheline muutus on tehtud sääraseks, et kahe kiilu poolt kokku antav nihutusnurk annaks alati horisontaalse kauguse, s. o.



Joon. 151.

kaugusemõõdu nurga muutus peab olema võrdne cos α (latt risti vaatesuunaga!). Seega loetakse latilt o t s e horisontaalne kaugus, kusjuures mõõtmise täpsus on väga suur, nagu üldse moodsail kahekordse kujutisega kaugusemõõtjail.



Joon. 152.

Joon. 150 esitab meile Bosshardt-Zeissi reduktsioontahhümeetri välisvaadet. Objektiivi lähedal on näha nupp (mikromeetrikruvi), mille abil loeme kauguste sentimeetreid. Joon. 151 näitab läbilõiget sellest tahhümeetrist; liikuvad kiilud K_1 ja K_2 on objektiivi alumise osa ees. Objektiivi ülemise osa ees on liigutatav plaanparalleelne klaas P — optiline mikromeeter — latilt loetava nihke täpseks mõõtmiseks. Joon. 152 näitab lati lugemit; lugem annab horisontaalkaugusena 73 m + sentimeetrid mikromeetrikruvilt.

Reduktsioontahhümeetrite tarvitamine on praegusel ajal võrdlemisi piiratud, sest nad on tavaliste teodoliitidega võrreldes hinnalt kallid.

XII peatükk.

Plaani valmistamine ja pindala arvutamine.

§ 85. **Mõõtmisandmete joonestamine; tuššimine ja värvimine.** Plaan antud maa-alast valmistatakse vastaval plaanipaberil, näiteks paksul joonestuspaberil, riidele kleebitud paberil, läbipaistval vahalõuendil jne. Paber kleebitakse või kinnitatakse servadega joonestuslauale. Paberi suurus sõltub maa-ala suurusest ja plaanimõõdust, kusjuures aga sageli on püstitatud ka nõudeid minimaal- ja maksimaalformaadi kohta. Plaanimõõduks on meetrimõõdustiku puhul tavaliselt 1 : 10 000, 1 : 5000, 1 : 4000, 1 : 2000, 1 : 1000 või 1 : 500, kusjuures suuremaid mõõte tarvitatakse kõrgema väärtusega maade või täisehitatud piirkondade, asulate jne. jaoks. Endiste vene (või inglise) mõõtude tarvitamisel olid plaanimõõdud: 1 : 840 (1 tollis 10 sülda), 1 : 1680 (1 tollis 20 sülda), 1 : 1200 (1 tollis 100 jalga), 1 : 2400 (1 tollis 200 jalga) jne. Maa-ala graafiline kujutis plaanil on loomulikult sümboolne, milleks tarvitatakse vastavaid jooni, värve, sümboleid jne.

Maa-ala plaanile kandmine algab alati mõõtmiste aluseist, s. o. polügoonist või muudest kindelpunktidest. Ka plaani valmistamisel on meil seega reegliks: üldisemast üksikasjadesse, mitte vastupidi. Kui meil mõõtmiste aluseks on lahtine arvutamata polügoonkäik või tasandamata polügoon (neid juhtumeid tarvitatakse ainult ebatäpsete või ligikaudsete plaanide jaoks), siis kantakse polügoon paberile graafiliselt malli ja sirkliga. Kui mall on varustatud nooniusega, siis on selline polügooni joonestamine küllalt täpne. Lihtsa malli puhul on aga kasulikum tarvitada nn. tangensvõtet järgnevalt.

Olgu meil vaja tõmmata antud punktist A joon asimuudiga α. N-suund olgu plaanil ülespoole (nagu see on tavaliselt). Joonestame punkti A ümber ruudu küljega 20 cm, kandes seega A-st igasse nelja suunda 10 cm. Nüüd võtame tabelist tangensi loomuliku väärtuse α jaoks, kandes selle sirkli abil vastavale ruudu küljele. Kui α ületab 45^0,

siis võtame näiteks tangensi $90^0 - \alpha$ jaoks, kandes selle väärtuse vastavale teisele ruudu küljele. Ühendades saadud punkti A-ga, saamegi otsitud joone suuna asimuudiga α.

Tasandamata kinnise polügooni puhul toimub tasandamine plaanil graafiliselt paralleeljoonte abil (vt. § 43).

Täpsem ja ka mugavam on kanda plaanile polügoon tema tippude koordinaatide kaudu, mis on arvutatud ja tasandatud analüütiliselt. Polügooni (või teiste kindelpunktide) koordinaatide kandmiseks plaanile peame joonestama kõigepealt plaanipaberil ruudustiku ruutude küljega 10 cm (meetrimõõdustiku puhul). Ruutude tõmbamiseks ei tohi kasutada joonestuskolmnurka, vaid seda tehakse järgnevalt. Joonlaua abil tõmmatakse põigiti üle joonestuslehe kaks lõikuvat diagonaali: umbes ülemisest vasakust nurgast paremasse alumisse nurka ja alumisest vasakust nurgast ülemisse paremasse nurka. Diagonaalide lõikepunktist kantakse varrassirkliga või täpse mõõdu abil igasse suunda (arvult seega neli) täpselt ühepikkune küllalt pikk lõik. Ühendades nüüd saadud neli punkti omavahel sirgete joontega, saame täisnurkse nelinurga. Nelinurk olgu ligikaudu nii suur, et meie maa-ala kujutis mahuks sinna sisse. Nüüd kanname selle nelinurga külgedele üleval ja all, vasakul ja paremal täpse mõõdu abil lõigud täpselt à 10 cm. Ühendades vastavaid punkte üleval ja all, vasakul ja paremal, saamegi ruudustiku külgedega à 10 cm. Kontrolliks on soovitav teha diagonaalkontroll: iga ruudu diagonaalid peavad olema $\sqrt{200} = 14{,}14$ cm.

Pärast ruudustiku tõmbamist ja tema joonte nummerdamist vastavalt mõõdule kantakse paberile polügooni tippude koordinaadid. Põhisuund ehk positiivne x-suund läheb üles, positiivne y-suund paremale. Nüüd kanname jällegi täpse mõõdu abil iga polügooni punkti x_i vastava ruudu vasakule ja paremale küljele, tõmmates läbi saadud punktide sirge; siis vastava ruudu ülemisele ja alumisele küljele punkti y_i, tõmmates sirge; polügooni punkt on määratud sirgete lõikekohaga, mille torkame paberisse sirklijalaga või nõelaga. Tõmbame polügooni punkte ühendavad sirged jooned — polügooni küljed — ja kontrollime mõõdu abil, kas nad vastavad mõõdetud (tarbe korral ka horisontaalpinnale taandatud) polügooni külgede väärtustele. Kõrvalekaldumised on lubatavad ainult joonestamise täpsuse piirides, s. o. umbes $\pm 0{,}2$ kuni $\pm 0{,}3$ mm.

Ruudustikku ei kustutata peale polügooni punktide (või teiste kindelpunktide) pealekandmist; töö lõppedes tušitakse ruudustik selles osas, kus asetseb mõõdetud maa-ala, peenikeste siniste joontega.

Ruudustik on kontrolliks, kuidas ja kui palju plaani paber ennast pärast muudab.

Ruudustiku kui ka üldse etteantud koordinaatidega punktide kiireks paberile kandmiseks on olemas erilisi riistu, nn. koordinatograafe. Need riistad on aga väga kallid ja seetõttu tarvitatavad ainult suurtes büroodes.

Pärast polügooni joonestamist kantakse plaanile situatsioon. Ekkeri skitsi järgi joonestatakse mõõdetud ala nii täielikult kui tarvilik ja võimalik, kusjuures nüüd on lubatud tarvitada täisnurkset kolmnurka ristjoonte — ekkerimõõtmiste ordinaatide — tõmbamiseks. Tahhümeetrilised jaamad kantakse plaanile koordinaatide järgi, üksikpunktid aga igast vastavast jaamast malli abil. Mugavad ja küllalt odavad on näiteks tselluloidsed täisringilised mallid kraadide jaotusega vastupäeva. On hea, kui 0° suunas on mallil väljalõige, mille serval on mm-jaotused, nulliga malli tsentris. Situatsioon tušitakse plaanil vastavate sümbolite järgi.

Situatsiooni ja kõlvikute servad sageli värvitakse vesivärvidega, vastavalt plaani iseloomule. Tuleb silmas pidada, et värvid võetaks õige lahjad.

Eestis kuni 1941. a. kehtinud normide kohaselt joonestati maal plaanid kas a) katastri kaardilehtede, b) maaühikute üldplaanide või c) hüpoteegiühikute plaanide kujul. Sümbolid ja normid katastrimõõtmiste plaanide kohta väljaspool linnu ja aleveid vt. Riigi Teataja 1936, nr. 43, § 173—212 ühes lisadega (värviliste tabelitega ja näidetega). Linnades joonestati plaanid kas linna põhiplaani, üldplaani või üksiku kinnisvara plaani kujul. Sümbolid ja normid nende plaanide kohta vt. Riigi Teataja 1938, nr. 58, art. 557, § 50—76. Värvilised tabelid ja näited nende kohta on valmistatud Katastri ja Maakorralduse Osakonna poolt.

Üldiselt võib öelda nimetatud plaanide kohta, et kindlad piirijooned märgiti mustade joontega, värvides nende servi kitsa punase joonega väljaspool piirijoont. Ajutised piirid või magistraaljooned märgiti musta punktiiriga. Kõlvikute kontuurid värviti nõrkade laiemate vesivärvi servadega seespool kontuuri. Kui plaanil olid samakõrgusjooned ehk isohüpsid, siis tõmmati need helepruuni (sienna) tušiga. Plaani ülemine vasakpoolne nurk sisaldas pealkirja, milles selgelt oli öeldud: missuguse maa-ala kohta plaan käis, mille järgi plaan oli orienteeritud, kelle poolt ja mis aastal mõõdetud. Kui orientatsioon ei ole selge juba plaani iseloomust, siis tuleb pealkirjas orientatsiooni kohta öelda, kas plaan on valmistatud magnetilise või astronoomilise

meridiaani järgi, või Gauss-Lambert'i projektsioonis või kuidagi teisiti (näiteks linna põhivõrgu alusel). Maaühikute üldplaanides ja hüpoteegiühikute plaanides mahutati plaani ülemisse parempoolsesse nurka tabel pealkirjaga „mõõtandmed", mis väikese kirjaga sisaldas andmeid nurkade ja joonte mõõtmiste ja punktide koordinaatide kohta; linnade kinnisvaraplaanides mahutati tabelisse ainult koordinaadid. Nimetatud kolme plaaniliigi jaoks kanti alumisse vasakpoolsesse nurka tabel „eksplikatsioon", mis sisaldas andmeid üksikute kõlvikute pindalade kohta. Võimalikult plaani alumisse parempoolsesse nurka asetati plaani põikjooneline mõõt, mis oli tähistatud ka numbriliselt ja sõnadega.

Joon. 153 esitab plaani näite; plaanil kujutatud maa-ala ja koordinaadid on fiktiivsed. Originaal on valmistatud mõõdus 1:2000, mis aga siin on veidi vähendatud. Plaanil on isohüpsid iga 0,5 m takka; sümbolid vastavad katastri kaardilehtede sümbolitele.

§ 86. **Plaanide kopeerimine. Pantograaf.** Kui koopia on vaja valmistada paksule joonestuspaberile samas mõõdus kui originaal, siis võime tähtsamad ja iseloomustavamad punktid originaalil terava nõelaga ettevaatlikult läbi torkida. Kopeerimine on aga siiski kaunis vaevarikas ja rikub originaali. Mugav on koopia valmistamine läbipaistvale vahalõuendile. Viimane kinnitatakse originaali peale ja kopeeritakse sageli otse tušis. Valgustundlikule paberile võib saada läbipaistvast originaalist koopiaid kopeerimisraamiga ka foto teel; säärased koopiad on aga harilikult viletsad.

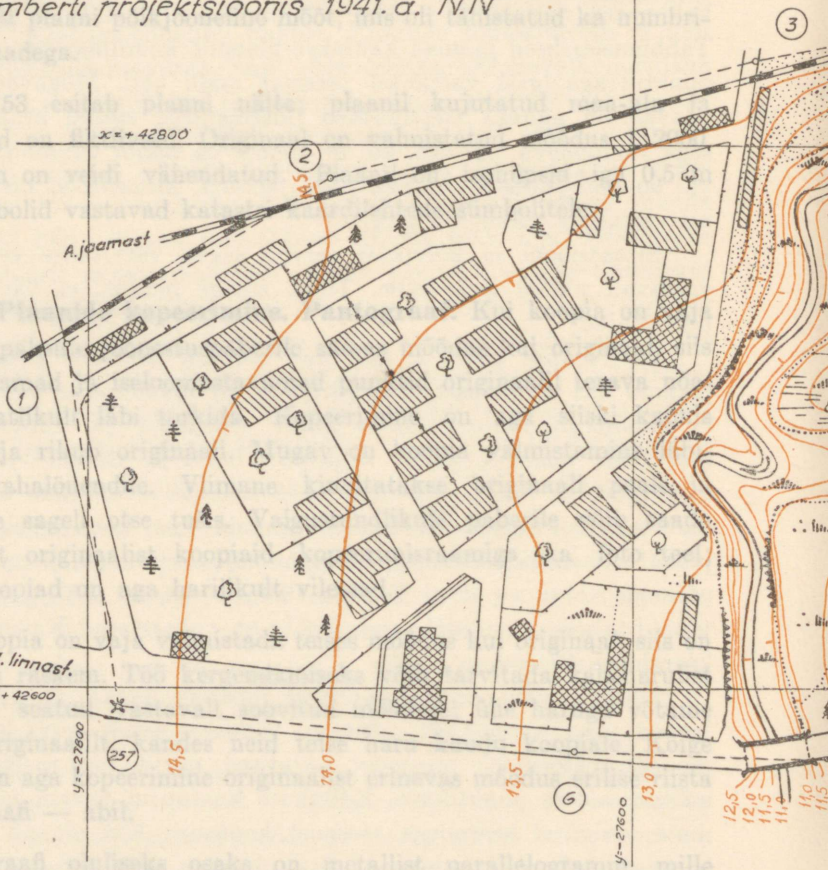
Kui koopia on vaja valmistada teises mõõdus kui originaal, siis on töö muidugi raskem. Töö kergendamiseks võib tarvitada kaheharulist sirklit, mis seatud vastavalt soovitud mõõdule; ühe haruga võtame joonlõike originaalilt, kandes neid teise haru kaudu koopiale. Kõige mugavam on aga kopeerimine originaalist erinevas mõõdus erilise riista — pantograafi — abil.

Pantograafi oluliseks osaks on metallist parallelogramm, mille kahe külje pikkust võib muuta soovi järgi. Vanemail riistadel jooksis see parallelogramm ratastel plaani paberit mööda — libisev pantograaf. Moodsail täpseil pantograafidel ripub parallelogramm traatide abil erilise vinna küljes, puudutades paberit ainult kahe kerge rattakesega — rippuv pantograaf. Rippuvad pantograafid on paremad kui



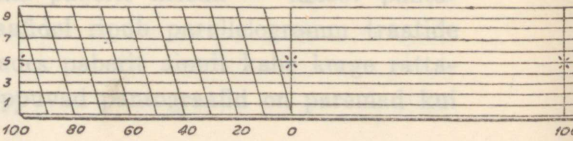
N. maakonnas, N. vallas oleva
N. asula
plaan.

Mõõtnud ja plaani valmistanud Gauss-Lamberti projektsioonis 1941. a. N.N



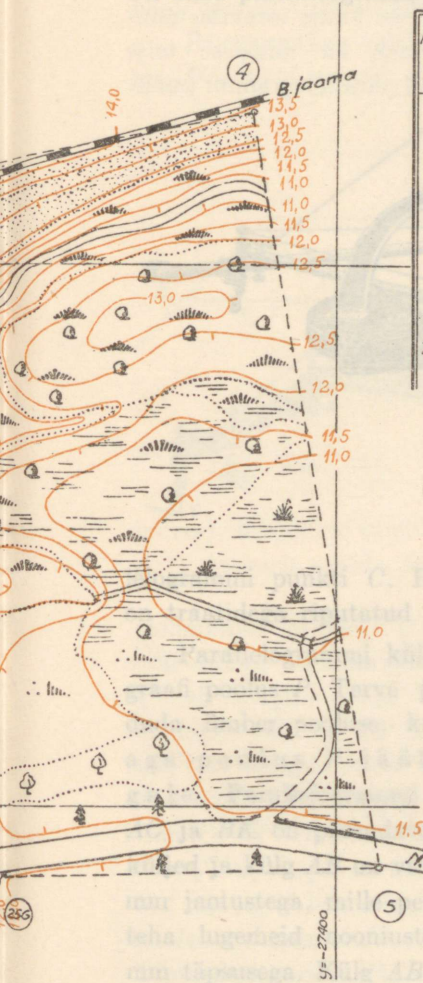
Mõõt 1:2000.

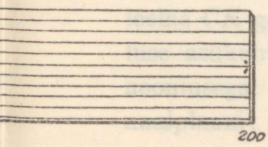
1 sentimeetris 20 meetrit



Mõõtandmed

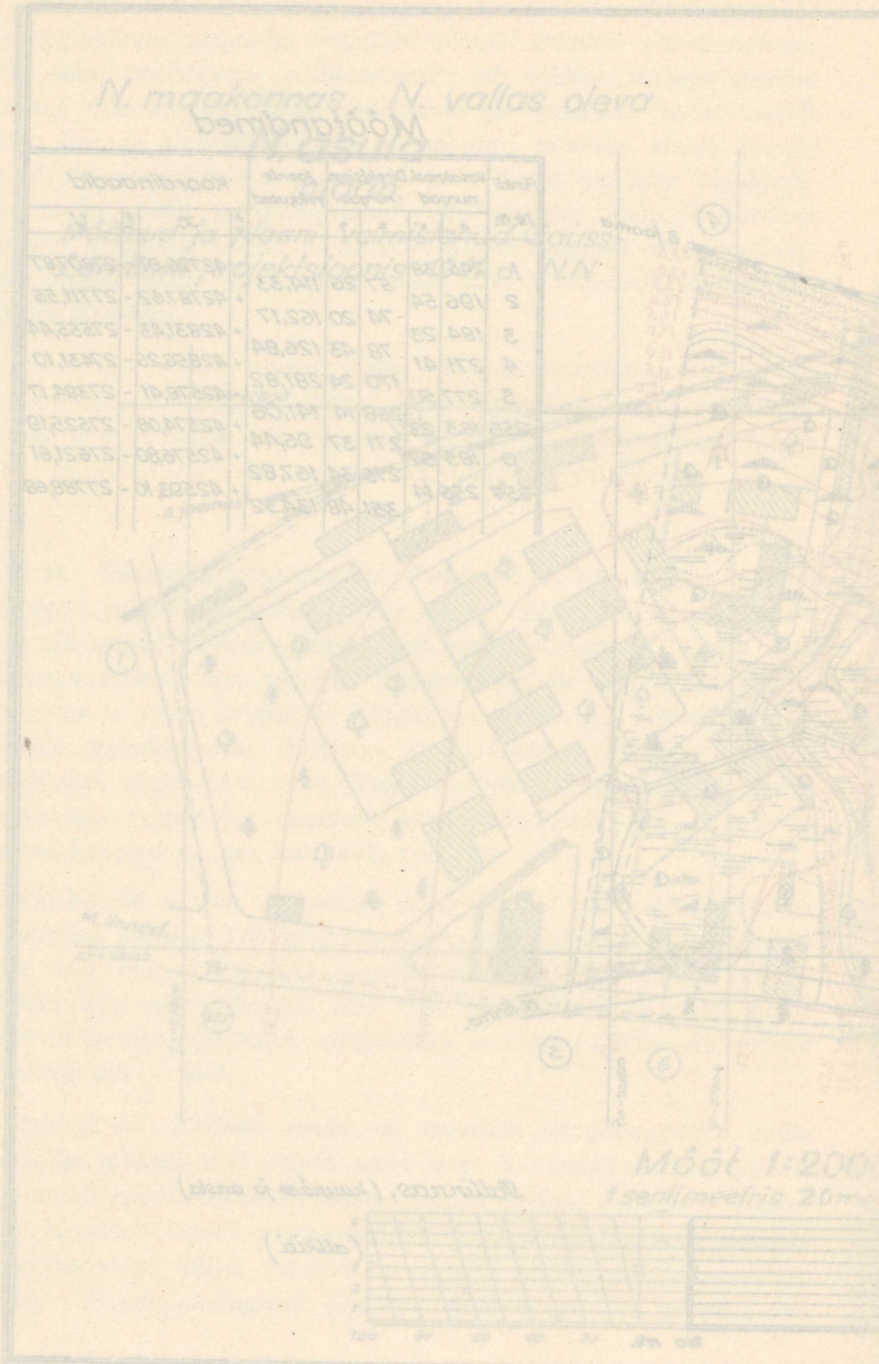
Punkti Nr.	Vasaknool. nurgad °	'	Direktsioon nurgad °	'	Joonte pikkused	Koordinaadid ±	x	±	y
1	245	38				+	42726,07	-	27807,87
			57	26	114,33				
2	196	54				+	42787,62	-	27711,55
			74	20	162,17				
3	184	23				+	42831,43	-	27555,44
			78	43	126,84				
4	271	41				+	42856,25	-	27431,10
			170	24	281,82				
5	277	50				+	42578,41	-	27384,17
			268	14	141,06				
256	183	23				+	42574,08	-	27525,19
			271	37	96,44				
6	183	57				+	42576,80	-	27621,61
			275	34	167,82				
257	256	14				+	42593,10	-	27788,68
			351	48	134,32				





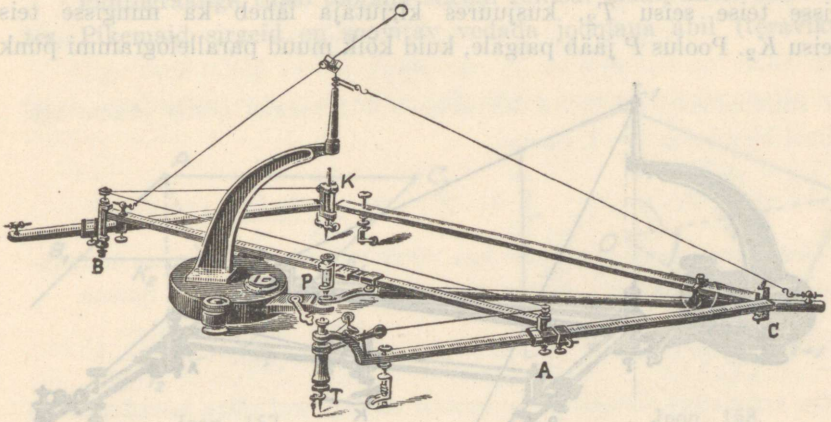
Tallinnas, (kuupäev ja aasta)

(allkiri)



libisevad, sest nad jooksevad kergemini, on täpsemad ega riku vähimalgi määral plaanipaberit. Me vaatleme järgnevalt ainult rippuvaid pantograafe.

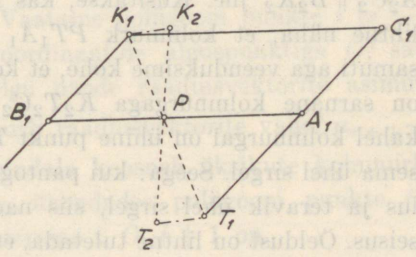
Joonisel 154 on kujutatud Coradi pantograaf nn. I tööasetuses. On näha parallelogramm *ACKB* ja abijoonlaud *PC*, mis kannab paral-



Joon. 154.

lelogrammi punkti *C*. Parallelogrammi punkt *B* ja abijoonlaua ots on traatidega riputatud massiivse vinna otsa.

Parallelogrammi küljel *AB*, otse vinna all, asetseb nn. pantograafi poolus *P*. Terve pantograafi parallelogramm võib igati pöörduda ümber pooluse, kusjuures aga poolus *P* jääb paigale. Parallelogrammi küljed *AC* ja *BK* on pikendatud, need küljed ja külg *AB* on varustatud mm jaotustega, mille pealt võib teha lugemeid nooniustega 0,1 mm täpsusega. Külg *AB* on *CK* suhtes kas lähemale või kaugemale nihutatav. *AB* on paral-

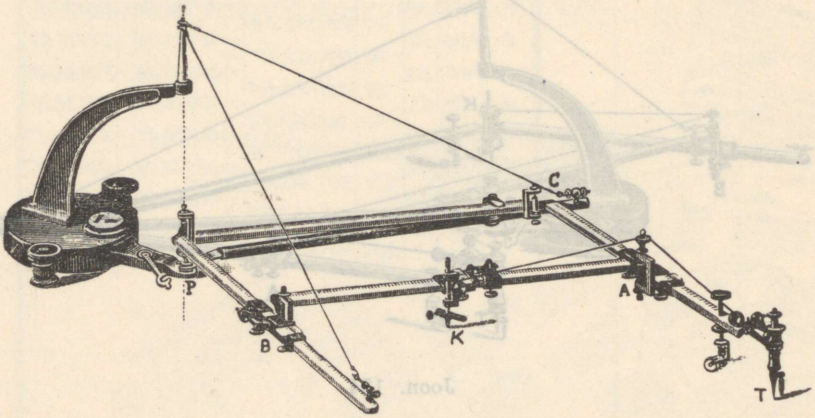


Joon. 155.

leelne *CK*-ga, kui *B* ja *A* juures on nooniustel samad lugemid. Ka pooluse asukoht küljel *AB* on muudetav ja tema asukohta võib lugeda nooniusega. Punktis *T* asetseb teravik, millega veetakse mööda originaalplaani; punktis *K* asetseb kirjutaja (pliiats või tušisulg), mis joo-

nistab automaatselt koopiat soovitud mõõdus. Töö alguses peavad K (kirjutaja), P (poolus) ja T (teravik) asetsema ühel joonel; mehaaniku poolt on riist nii ehitatud, et see nõue on täidetud, kui lugem pooluse P juures on niisama suur kui A ja B juures.

Kujutagu joonis 155 pantograafi skeemi mingisuguses seisus. Nagu öeldud, on K_1, P ja T_1 ühel sirgel. Oletame, et me viime teraviku mingisse teise seisu T_2, kusjuures kirjutaja läheb ka mingisse teise seisu K_2. Poolus P jääb paigale, kuid kõik muud parallelogrammi punk-



Joon. 156.

tid lähevad mingisse muusse seisu A_2, B_2, C_2 (joonisel näitamata). Peame meeles, et parallelogramm jääb parallelogrammiks, kuidas meie teda ka pööraksime, s. o. $A_1C_1 = B_1K_1 = A_2C_2 = B_2K_2$ jne. ja $A_2C_2 \parallel B_2K_2$ jne. Küsitakse, kas ka K_2, P ja T_2 on ühel sirgel. On lihtne näha, et kolmnurk PT_1A_1 on sarnane kolmnurgaga $K_1T_1C_1$; samuti aga veenduksime kohe, et kolmnurk PT_2A_2 (joonisel näitamata) on sarnane kolmnurgaga $K_2T_2C_2$ (joonisel näitamata). Et viimasel kahel kolmnurgal on ühine punkt T_2, siis peavad ka K_2, P ja T_2 asetsema ühel sirgel. Seega: kui pantograafil töö alguses olid kirjutaja, poolus ja teravik ühel sirgel, siis nad jäävad ka ühele sirgele mistahes seisus. Öeldust on lihtne tuletada, et kolmnurk K_1PK_2 on sarnane kolmnurgaga T_1PT_2. Seega joon originaalil T_1T_2 on paralleelne joonega koopial K_1K_2, kusjuures vahekord koopia ja originaali vahel on konstantne, nimelt $K_1K_2 : T_1T_2 = B_1P : PA_1$.

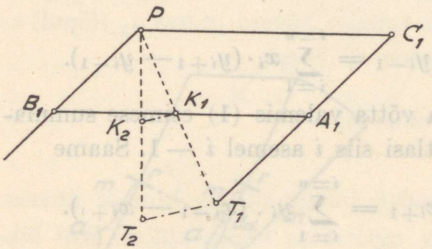
Esitatud pantograafi I seisus võib toimetada vähendusi, kopeerimisi originaaliga samas mõõdus ja suurendusi. Koopia jooned tulevad originaalile vastupidises suunas.

Pantograafi saab asetada ka II tööseisu, vahetades pooluse P ja kirjutaja K asukohta I seisus (vt. joon. 156).

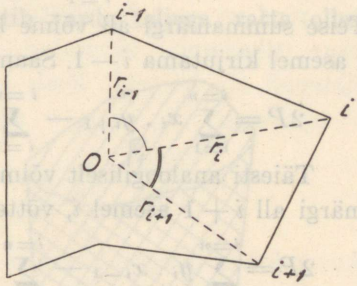
Pantograafi skeem tuleks siis selline, nagu on kujutatud joon. 157.

Selles seisus saab teha ainult vähendusi, kusjuures koopia ja originaali vahekord oleks $K_1K_2 : T_1T_2 = K_1B_1 : A_1B_1$. Koopia ja originaali jooned tulevad ühtepidi.

Pantograafiga tuleb töötada siledal rõhtsal laual, mitte liialt tõtates. Pikemaid sirgeid on soovitav vedada joonlaua abil (teraviku T



Joon. 157.



Joon. 158.

juures), kusjuures tuleb aga hoolega jälgida, et teravik T tõesti täpselt jookseb mööda originaali joont.

§ 87. **Polügooni pindala arvutamine koordinaatide järgi.** Olgu meil antud mingi kinnine polügoon n punktiga (joon. 158). On arusaadav, et polügooni pindala suurus ei sõltu sellest, kus asub meie koordinaatide alguspunkt ($x = 0$, $y = 0$). Viime selle alguspunkti ajutiselt polügooni sisse punkti O. Vaatame polügooni punkte i ja $i + 1$; ühendame need punktid uue koordinaatide alguspunktiga O, saades raadiusvektorid r_i ja r_{i+1}. Olgu nende raadiusvektorite asimuudid vastavalt α_i ja α_{i+1}. Siis on nurk raadiusvektorite vahel $\alpha_{i+1} - \alpha_i$. Me näeme, et meie polügooni pindala koosneb üksikute kolmnurkade pindalade summast, mis saame, ühendades polügooni punkte O-ga. Üksiku kolmnurga pindala kolmnurgas i, O, $i + 1$ on

$$\frac{1}{2} r_i \cdot r_{i+1} \cdot \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i).$$

Terve polügooni pindala on seega

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} r_i \cdot r_{i+1} \cdot \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i)$$

Avades sulud, saame

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} (r_i \cdot \cos a_i \cdot r_{i+1} \cdot \sin a_{i+1} - r_i \cdot \sin a_i \cdot r_{i+1} \cdot \cos a_{i+1}).$$

Nüüd on aga

$$r_i \cdot \cos a_i = x_i; \quad r_i \cdot \sin a_i = y_i \text{ jne.}$$

Seega polügooni kahekordne pindala

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot y_{i+1} - \sum_{i=1}^{i=n} y_i \cdot x_{i+1} \quad (1).$$

Teise summamärgi all võime kirjutada $i+1$ asemel i, siis peame aga i asemel kirjutama $i-1$. Saame

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot y_{i+1} - \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot y_{i-1} = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}).$$

Täiesti analoogiliselt võime aga võtta valemis (1) esimese summamärgi all $i+1$ asemel i, võttes ühtlasi siis i asemel $i-1$. Saame

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} y_i \cdot x_{i-1} - \sum_{i=1}^{i=n} y_i \cdot x_{i+1} = \sum_{i=1}^{i=n} y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1}).$$

On arusaadav, et valemis ei muutu midagi, kui jätta koordinaatide alguspunkt sinna, kus ta meil oli alguses, mitte tuues teda O-sse.

Seega leiame polügooni kahekordse pindala jaoks lõplikult

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}) \text{ või } 2P = \sum_{i=1}^{i=n} y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1}).$$

Arvutatakse mõlemat viisi, mis annab tarviliku arvutuste kontrolli, sest tulemused peavad täpselt ühtima. Arvutusi on kõige parem teha arvutusmasinaga. Väheväärtuslikud pindalad arvutatakse täpsusega kuni 0,001 ha; väärtuslikud pindalad 1 m² täpsusega (0,0001 ha) või tarbe korral veelgi täpsemalt.

Näide: § 47 1. näites esitatud polügooni jaoks me leiame

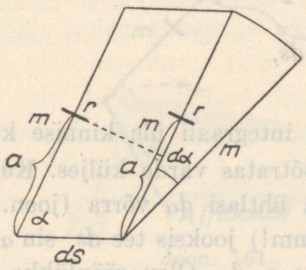
Punkt. nr-d	Koordinaadid				Pindala arvutamine							
	±	x	±	y	±	$x_{i-1} - x_{i+1}$	±	$y_{i+1} - y_{i-1}$	±	$(x_{i-1} - x_{i+1}) y_i$	±	$(y_{i+1} - y_{i-1}) x_i$
1		0,00		0,00	+	35,92	+	115,79		0,00		0,00
2	+	36,50	−	75,04	−	228,50	+	39,34	+	17146,64	+	1435,91
3	+	228,50	+	39,34	−	140,56	+	205,36	−	5529,63	+	46924,76
4	+	177,06	+	130,32	+	156,08	+	1,41	+	20340,34	+	249,65
5	+	72,42	+	40,75	+	177,06	−	130,32	+	7215,20	−	9437,77
								Summa:	+	39172,55	+	39172,55

$P = 19586 \text{ m}^2 = 1{,}9586 \text{ ha.}$

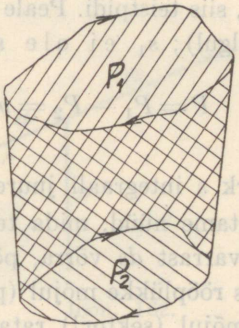
§ 88. **Polaarplanimeetri teooria.** Korrapäratu joonega piiratud pindala mõõdetakse plaani järgi. Kui meil näiteks on klaasplaat täpse millimeetervõrguga, siis võime panna selle plaadi plaanile ja hinnata vastava pindala ruutmillimeetreis. Täismillimeetrid loetakse, kuna millimeetrite murrud hinnatakse silma järgi ja liidetakse. Plaanimõõtu teades leiame siit pindala soovitud pinnaühikuis.

Mugavam ja üldiselt ka täpsem on aga korrapäratu pindala mõõtmine plaanilt nn. polaarplanimeetriga.

Olgu meil mingi varras, pikkusega m, mille küljes on väike mõõtratas raadiusega r nii, et ratta telg ühtib varda teljega, ratta olles



Joon. 159.



Joon. 160.

vardaga risti. Olgu ratta kaugus varda ühest otsast a. Kui me varrast lükkame k u i d a g i mööda plaani tasapinda, siis see varras mõtteliselt pühib plaanil mingi pindala, kusjuures mõõtratas pöörleb mingisuguse nurga võrra. Lepime kokku, et kui pühitud pindala jääb vardast vasakule, siis loeme selle pühitud pindala positiivseks. (Positiivse ja negatiivse pinna mõiste on tarvilik, sest mõõtratas võib ju pöörelda üht- või teistpidi.) Liikugu meie varda alumine ots mööda mingisugust kõverat, mille kaare pikkuse algpunktist märgime tähega s. Olgu nurk varda ja kaare (puutuja) vahel — muutlik suurus — märgitud üldiselt tähega α. Siis on selge, et α on s funktsioon, s. o. $\alpha = f(s)$. Lükkame nüüd varda mingisugusest seisust, kus $s = s_1$, $\alpha = \alpha_1$, lõpmatult lähedasse naaberseisu, s muutudes ds võrra ja α muutudes $d\alpha$ võrra. Selle lükke juures pühitud diferentsiaalset pindala dP võime vaadelda kui summat: 1) parallelogrammist külgedega m ja ds ja nurgaga α nende vahel ja 2) ringi sektorist raadiusega m ja nurgaga $d\alpha$ (vt. joon. 159)

Seega $dP = m \cdot \sin \alpha \cdot ds + \frac{1}{2} m^2 \cdot d\alpha$.

Kui lükkame varrast mingi lõpliku suuruse võrra, varda alumise otsa liikudes mööda kõverat s_1 kuni s_2, saame seega pühitud pinna avaldise integraalina eelmisest valemist

$$P = m \cdot \int_{s_1}^{s_2} \sin \alpha \cdot ds + {}^1/_2 m^2 \cdot (\alpha_2 - \alpha_1).$$

Lükates varrast nii, et tema ülemine ja ka alumine ots liiguksid mööda mingisugust k i n n i s t kõverat (vt. joon. 160), näeme, et pühitud pind on osas P_1 positiivne, osas P_2 negatiivne, kuna vahepealses osas (tihedamini viirutatud) on ta null, sest see osa pühiti alguses ühtepidi, siis teistpidi. Peale selle on kinnise kõvera juures α_2 (lõpul) $= \alpha_1$ (algul); s_1 e i o l e aga võrdne s_2. Seega

$$P = P_1 - P_2 = m \cdot \int_s \sin \alpha \cdot ds,$$

kus märk s integraali juures tähendab integraali üle kinnise kõvera.

Vaatame nüüd, mida tegi meie mõõtratas varda küljes. Kui lükkasime varrast ds võrra, pöörates teda ühtlasi $d\alpha$ võrra (joon. 159), siis ratas rööplükke mõjul (parallelogramm!) jooksis tee $ds \cdot \sin \alpha$, kuna pöörde mõjul (sektor!) ratas jooksis tee $a \cdot d\alpha$. Olgu rööplükke mõjul ratta pöördenurk $d\varphi_1$ ja pöörde mõjul $d\varphi_2$. Siis

$$ds \cdot \sin \alpha = r \cdot d\varphi_1; \qquad d\varphi_1 = \frac{\sin \alpha}{r} ds;$$

$$a \cdot d\alpha = r \cdot d\varphi_2; \qquad d\varphi_2 = \frac{a}{r} d\alpha.$$

Üldine ratta pöördenurk on

$$d\varphi = d\varphi_1 + d\varphi_2 = \frac{\sin \alpha}{r} \cdot ds + \frac{a}{r} \cdot d\alpha.$$

Lõpliku k i n n i s e kõvera puhul on mõõtratta pöördenurk

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r} \int_s \sin \alpha \cdot ds + \frac{a}{r} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha.$$

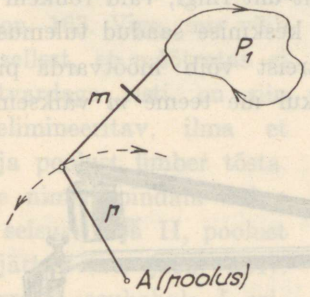
Et meil oli $\alpha_1 = \alpha_2$, siis

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r} \int_s \sin \alpha \cdot ds; \qquad \int_s \sin \alpha \cdot ds = r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

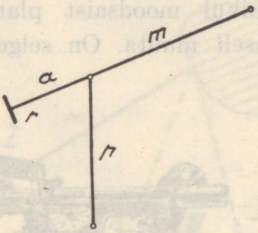
Seega kinnise kõvera puhul

$$P = P_1 - P_2 = m \cdot r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Praktikas kasutame niisugust varrast, kus P_2 oleks null [1]. Selleks võtame mõõtvarda m ja ühendame tema liigendiga polaarvarda p-ga (vt. joon. 161), kusjuures polaarvarda teine ots on plaanipaberi külge kinnitatud liikumatult punktis A (pooluses). Meie mõõtvarda üks ots jookseb mööda korrapäratut kõverat, mis piirab pindala P_1. Mõõtvarda teine ots saab aga joosta a i n u l t mööda ringi kaart raadiusega p; tema poolt pühitud pindala P_2 on seega null.



Joon. 161.



Joon. 162.

Seega

$$P = P_1 = m \cdot r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Me näeme, et mõõdetud pindala on võrdeline mõõtratta pöördenurgaga φ.

Suuremal jaol moodsaist planimeetreist on mõõtratas mitte liigendi ja mõõtratta vahel, vaid teisel pool liigendit (joon. 162). On arusaadav, et sel juhul samuti

$$P = P_1 - P_2 = m \cdot \int_s \sin\alpha \cdot ds + {}^1/_2\, m^2 \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha.$$

Kuid

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r} \int_s \sin\alpha \cdot ds - \frac{a}{r} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha,$$

sest mõõtratas varda p ö ö r d e juures jookseb teistpidi.

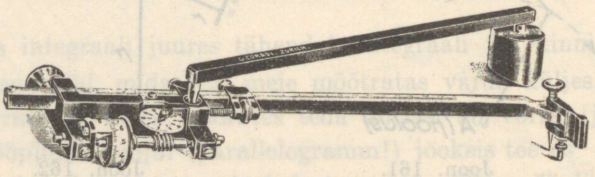
Seega samuti

$$P = P_1 = m.\, r.\, (\varphi_2 - \varphi_1).$$

[1] Erandjuhul P_2 ei ole null, vaid ringi pind raadiusega p. Seda juhtumit vt. § 89.

§ 89. **Polaarplanimeetri kasutamine.** Planimeetri konstant $m \cdot r$ määratakse katseliselt. Planimeetri juures on harilikult nn. kontroll-joonlaud, mille ühes otsas on teravik, teises otsas auk. Vajutame teraviku paberisse ja pannes planimeetri mõõtvarda otsa joonlaua auku, teeme joonlauaga täispöörde (360^0). Joonlaua raadius (teravikust auguni) on valitud sobivalt, nii et moodustatud ringi pindala on ümmargune arv — näiteks 10 000 mm^2. Mõõtrattal võib lugeda pööranguid tavaliselt 0,001 pöörangu täpsusega, kuna täispöörangute lugeja on mõõtratta kõrval eraldi. Lugedes nüüd φ_1 mõõtmise alguses ja φ_2 mõõtmise lõpul, leiamegi konstandi $m \cdot r$ ruutmillimeetreis. Loomulikult ei tee meie kontroll-joonlauaga ainult üht ringi, vaid rohkem (näiteks 10 ühele ja 10 teisele poole), võttes keskmise saadud tulemusist.

Enamikul moodsaist planimeetreist võib mõõtvarda pikkust m soovikohaselt muuta. On selge, et kui me teeme m väiksemaks, siis



Joon. 163.

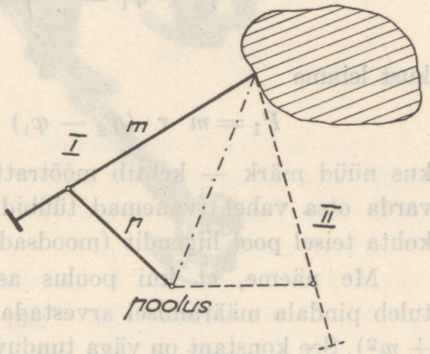
$\varphi_2 - \varphi_1$ peab kasvama, kuna ju r on konstantne. Et $\varphi_2 - \varphi_1$ lugemi täpsus on alati ühesugune, umbes 0,001 pöörangut, siis on mõõtmistäpsusele üldiselt kasulikum töötamine väiksema m-ga (muidugi, kui mõõdetav pindala seda võimaldab). Küll olgu aga märgitud, et paljudel planimeetritel esineb teatud praktiline m piir, millest edasi m veel vähendades resultaadid ei parane, vaid halvenevad.

Muutliku m-ga planimeetri puhul koostame tabeli mitmesuguste $m \cdot r$ väärtuste jaoks. Tabel on sooyitav teha kahe argumendiga, mitmesuguste m-de ja mitmesuguste plaanimõõtude jaoks, mis annab 0,001 ratta pöörangu väärtuse otseselt ruutmeetrites looduses. Aeg-ajalt tuleb seda tabelit kontrollida. Soovitav on katselisel teel m reguleerida nii, et $m \cdot r$ 0,001 ratta pöörangu jaoks tuleks ümmarguste arvudena.

Polaarplanimeetreid on lihtsaid ja nn. kompensatsioon-planimeetreid. Viimased on paremad ja kallimad. Lihtsal planimeetril mõõtvarras m ei saa liikuda polaarvarda p alt läbi. Kui mõlemad vardad moodustavad omavahel väga terava või tömbi nurga, siis planimeetri tasakaal halveneb või kogüni kaob; seega säärases seisus mõõta ei saa.

Meie ei või kindlad olla, et mõõtratas on täpselt risti mõõtvardaga, nagu seda nõudis teooria. Kui ta seda aga ei ole, siis tekib mõõtmistulemuses *süstemaatiline* viga, mis sõltub pooluse asetusest mõõdetava pindala suhtes. See viga on lihtsa planimeetri puhul vähendatav (aga ka ainult vähendatav!), kui mõõdame pindala kaks korda, vahepeal poolust ümber tõstes, ja võttes keskmise kahest mõõtmisest. Poolus asetatakse nii, et esimene kord nurk mõõtvarda ja polaarvarda vahel oleks üldiselt teravam, teine kord tömbim. (Väga teravaks või tömbiks aga nurka ajada ei tohi.)

Kompensatsioon-planimeetril käib mõõtvarras polaarvarda alt läbi ja planimeeter on igas seisus heas tasakaalus. Säärast planimeetrit esitab joon. 163. Viga, mis võib tekkida sellest, et mõõtratas ei ole mõõtvardaga risti, on siin täiesti elimineeritav, ilma et oleks vaja poolust ümber tõsta. Mõõdame nimelt pindala kahes varraste seisus, I ja II, poolust paigale jättes (vt. joon. 164). Igale varraste asukohale I seisus vastab temale täiesti sümmeetriline asukoht II seisus; Sümmeetriajoon on joonisel näidatud keskel. Kui seega mõõtratas tegi süstemaatilise vea I seisus ühele poole, siis teises seisus ta teeb niisama suure vea teisele poole. Keskmine kahest mõõtmisest on seega sellest veast vaba.



Joon. 164.

Juhul, kui mõõdetav pindala on nii suur, et planimeetri mõõtvarras ei ulatu temast üle käima, tuleb pindala jagada osadeks ja mõõta iga osa eraldi. Erandjuhtudel esineb ka mõõtmisi, kus me mõõdetava pindala suuruse tõttu asetame planimeetri pooluse selle pindala sisse. Sel juhul muutuvad valemid, mis eespool on tuletatud.

Meil oli

$$P = P_1 - P_2 = m \int_s \sin \alpha \, ds + {}^1/_2 m^2 (\alpha_2 - \alpha_1)$$

ja

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r} \int_s \sin \alpha \, . \, ds \pm \frac{a}{r} (\alpha_2 - \alpha_1),$$

kus plussmärk kehtis mõõtratta asetuse kohta liigendi ja mõõtvarda otsa vahel, miinusmärk kehtis mõõtratta asetuse kohta teisel pool liigendit.

Kui meil poolus on mõõdetava pindala sees, siis mõõtvarraste liigendi koht teeb mõõtmisel täispöörde (360°). Seega

$$P_2 = \pi p^2 \text{ ja } \alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi.$$

Seega

$$P_1 = \pi p^2 + m \int_s \sin \alpha \cdot ds + \pi m^2$$

ja

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r} \int_s \sin \alpha \, . \, ds \pm \frac{2\pi a}{r},$$

kust leiame

$$P_1 = m \cdot r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + \pi(p^2 \pm 2am + m^2),$$

kus nüüd märk — kehtib mõõtratta asetuse kohta liigendi ja mõõtvarda otsa vahel (vanemad tüübid), märk + aga mõõtratta asetuse kohta teisel pool liigendit (moodsad tüübid).

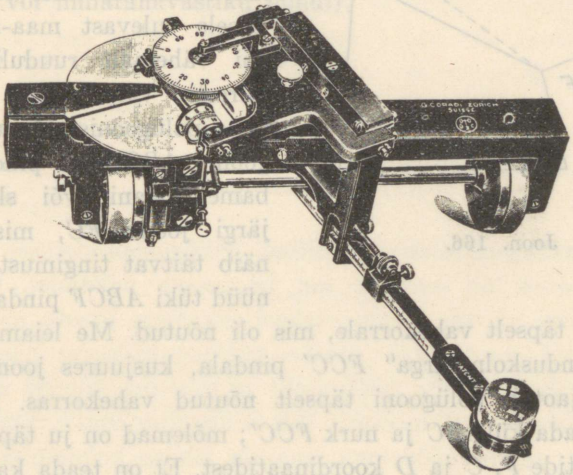
Me näeme, et kui poolus asetseb mõõdetava pindala sees, siis tuleb pindala määramisel arvestada veel üht konstanti $\pi(p^2 \mp 2am + m^2)$. See konstant on väga tunduv suurus; teda tuleb määrata katseliselt. Silmas pidades, et konstandi määramine on paratamatult seotud vigadega, tuleb alati eelistada pooluse asukohta väljaspool mõõdetavat pindala, jagades viimast hädakorral osadeks.

Polaarplanimeetri poolt antav relatiivne täpsus sõltub mõõdetava pindala kujust ja suurusest. Üldiselt annavad pikad ja väga kitsad alad (näiteks teed) ja väiksemad pindalad väiksema relatiivse täpsuse kui kompaktsed ja suuremad pindalad. Ühekordse pinnamõõtmise keskmine viga on vaba käega vedamisel tavaliselt 1:200 ja 1:500 vahel. Eestis kehtis kuni 1941. a. ametlik nõue, et planimeetriga mõõdetud üksikute kõlvikute pindalade summa ei tohtinud rohkem kui 1:300 võrra erineda analüütiliselt arvutatud polügooni pindalast.

Suurema täpsuse saamiseks kasutatakse nn. pretsisioon- ehk täpseid planimeetreid. Neil planimeetreil on terve riist ehitatud suuremalt ja soliidsemalt kui tavaline polaarplanimeeter. Mõõtratas ei jookse neil mööda plaanipaberit, vaid mööda eraldi selle jaoks lihvitud metallketast, mis loomulikult annab suure paremuse. Nendega saab seega mõõta ka mööda kortsunud või murdunud plaanipaberit. Täpsete plani-

meetrite relatiivne viga on mitu korda (jämedalt öeldult 3 kuni 10 korda) väiksem kui tavaliste polaarplanimeetrite oma. Nende hind on aga ka mitu korda kallim.

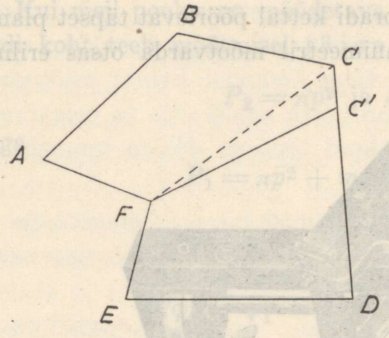
Joon. 165 esitab Šveitsi firma Coradi kettal pöörlevat täpset planimeetrit. Teraviku asemel on sel planimeetril mõõtvarda otsas eriline luup.



Joon. 165.

Reegleid polaar-planimeetri käsitsemisel. 1) Plaanipaber olgu asetatud siledalt ja ta olgu puhas tolmust, kummiraasukestest jne. 2) Poolus asetatagu võimalikult ikka väljapoole mõõdetavat pindala, tarbe korral jagades seda osadeks. 3) Soovitav on alustada mõõtmist punktis, kus mõõtratas rohkem libiseb kui pöörleb. 4) Pindala mõõdetagu vähemalt kaks korda: a) kompensatsioon-planimeetriga sümmeetrilistes varraste seisudes; b) lihtsa planimeetriga kahes pooluse seisus. Lihtsa planimeetri puhul tuleb jälgida, et riist oleks alati heas tasakaalus. 5) Väiksemad pindalad mõõdetagu väiksema mõõtvarda pikkuse juures; mõõtvarda vähendamisega aga ei tohi liialdada. 6) Mõõtvarda teravikku veetagu hoolega mööda pindala kontuuri, mitte liiga ruttu (kuid mitte ka tarbetult aeglaselt) ja ilma tõugeteta. 7) Mõõtratta serva ei tohi palja käega puudutada. 8) Tuleb arvestada plaanipaberi võimalikku muutust, mis avastub koordinaatruudustiku kontrolliga. 9) Kui mõõdetud kõlvikute pindalade summa on teada (näiteks analüütiliselt), siis tuleb mõõtmistulemused võrdeliselt pindalade suurustega tasandada.

§ 90. **Pindala jagamine. Piiride reguleerimine.** Olgu meil antud mingi polügoon $ABCDEF$ (joon. 166) oma punktide koordinaatidega. Olgu vaja tõmmata punktist F joon, mis jagaks polügooni pindala ettemääratud vahekorras. On soovitav, et probleemi lahendamiseks meil oleks käsitamisele tulevast maa-alast plaan või vähemalt ruudulisel paberil kiiresti valmistatud ligikaudne skits polügoonist. Arvutame polügooni $ABCDEF$ pindala. Tõmbame plaanil või skitsil silma järgi joone FC, mis ligikaudu näib täitvat tingimust. Arvutame nüüd tüki $ABCF$ pindala; muidugi ei vasta ta täpselt vahekorrale, mis oli nõutud. Me leiame aga nüüd kohe „paranduskolmnurga" FCC' pindala, kusjuures joon FC' oleks joon, mis jaotab polügooni täpselt nõutud vahekorras. Kolmnurgas FCC' on teada külg FC ja nurk FCC'; mõlemad on ju täpselt arvutatavad punktide F, C ja D koordinaatidest. Et on teada ka kolmnurga pindala P, siis leiame külje CC':

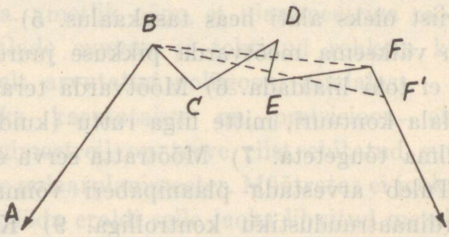


Joon. 166.

$$CC' = \frac{2P}{FC \cdot \sin FCC'}.$$

Probleem on lahendatud. Vaja ainult looduses mõõta lindiga C-st D poole CC' ja märkida C'.

Piiride reguleerimine on analoogiline pindala jagamise küsimusega. Olgu meil antud krundi piir $ABCDEFG$ (vt. joon. 167), kus B-st kuni F-ni piir koosneb lühikestest joontest. Neid jooni soovitakse asendada üheainsa sirgega, mis algaks B-st, minnes kuhugi F', nii et polügooni pindala jääks endiseks. Arvutame algul pindala $ABCDEFG$ jaoks. Siis võtame mõttes joone BF, mis asendaks jooni BC, CD, DE, EF; arvu-



Joon. 167.

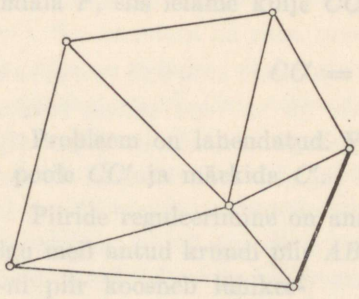
tame pindala $ABFG$. Meil on nüüd kohe antud ka „paranduskolmnurga“ BFF' pindala, kust täiesti analoogiliselt pindala jagamise küsimusega arvutame FF'.

On arusaadav, et polügooni pindala arvutamise, pindala jagamise või piiri reguleerimise küsimuses ei teki raskusi arvutusis, kui mõni polügooni külgedest ei ole sirge, vaid ringi kaar kindla raadiusega (näiteks teede või linnatänavastiku puhul).

XIII peatükk.

Triangulatsioon.

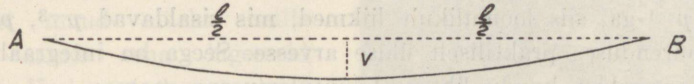
§ 91. **Triangulatsiooni üldidee.** Polügonomeetrilises mõõtmisviisis toimetasime nii nurkade kui ka joonte mõõtmist. Suuremate alade mõõtmisel on aga sageli raskusi pikemate joonte mõõtmisega; samuti leviksid vead väga suurtes polügoonkäikudes liiga suureks. Seepärast suuremate alade mõõtmiseks ja suurema täpsuse saavutamiseks tarvitatakse lõigete meetodit ehk triangulatsiooni [1]. Viimane nimi tuletub sellest, et me mõõdetava maa-ala läbime kolmnurkade (triangulatsiooni-) ahelaga või katame mõõdetava ala kolmnurkade võrguga. Kui meil on teada selles võrgus (või ahelas) mingisugune üks külg, siis kõigi kolmnurkade punktide arvutamiseks on vaja teha ainult nurgamõõtmisi (vt. joon. 168). Viimases seisabki triangulatsioonimeetodi mugavus ja täpsus: looduses on raske pikki jooni täpselt mõõta, kuna aga nurki võib mõõta (tarbe korral kõrgeist vaatluspunktidest) mugavalt ja täpselt. Seda meetodit kasutas esmakordselt XVI sajandil W. Snellius. Praegusajal on triangulatsioonimeetod täpseim mõõtmisviis suurtel maa-aladel; ta annab punkte küll harvalt, kuid täpselt. Kolmnurkade küljed on näiteks 1 km kuni mitmekümne km pikkusega. Tarbe korral tihendatakse punkte triangulatsiooni enesega või polügoonkäikudega.



Joon. 168.

[1] Seda meetodit nimetatakse ka trigonomeetriliseks punktide määramiseks.

§ 92. **Baasi mõõtmised.** Külge triangulatsioonivõrgus, mille pikkust mõõdetakse, nimetatakse b a a s i k s. Et baasist sõltub kogu ahela või võrgu täpsus, siis mõõdetakse teda erilise hoolega. Tavalisest mõõtmisest mööda maad harilikult ei piisa. Baas mõõdetakse kergete lintidega või traatidega õhus — mööda statiive või poste. Lindid või traadid on terasest või erilise täpsuse nõude puhul invarist. Teraslintidest on sagedaimini tarvitatavad Lyth'i 100 m lindid. Invartraate tarvitatakse ainult väga suure täpsuse puhul. Linte või traate tõmmatakse konstantse pingega — 10 kg. Lindi oma raskuse pärast jääb ta õhus statiivide vahel rippuma kaarekujuliselt; seega loetakse lindilt kaare



Joon. 169.

pikkus. Et aga meid huvitab mitte kaar, vaid kõõl statiivide vahel, siis peame arvutama nn. looga paranduse ehk vahe kaare ja kõõlu vahel.

Olgu meil kaar AB statiivide A ja B vahel (joon. 169); AB on maksimaalselt 100 m; kõõl AB on veidi väiksem kui kaar AB, nii et pool kõõlu $\frac{l}{2}$ on maksimaalselt 50 m. Olgu kõver AB lihtsaim kõver — parabool (sellest lihtsaimast oletusest piisab täiesti); olgu kaare maksimaalne kaugus kõõlust (keskel) v.

Parabooli valem on praegusel juhul

$$x^2 - 2py = 0.$$

$$\text{Kui } x = \frac{l}{2}, \text{ siis } y = v;$$

$$\text{seega } p = \frac{l^2}{8v}.$$

Lyth'i teraslintide puhul on v maksimaalselt 1,3 m (10 kg pinge juures), kui l on 100 m. Seega p on ümmarguselt 1000. Parabooli kaare avaldusena saame

$$AB = s = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \sqrt{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1} \cdot dx.$$

Praegu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{p},$$

$$\text{ja seega } s = \frac{2}{p} \int_0^{\frac{l}{2}} \sqrt{p^2 + x^2}\, . \, dx.$$

Kuna p on suur võrreldes x-ga (maksimaalne x on 50 m), siis arendame ruutjuure ritta. Saame

$$(p^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} = p + {}^1/_2\, x^2\, p^{-1} + \text{liikmed},$$

kus p on miinus kolmandas, miinus viiendas jne. astmes. Et p on ümmarguselt 1000 ja et integraali väärtust tuleb veel omakorda korrutada p^{-1}-ga, siis loomulikult liikmed, mis sisaldavad p^{-3}, p^{-5}, ei tule reaarenduses praktiliselt üldse arvesse. Seega on integraali võtmine reaarenduse kaudu lihtne. Lõpptulemusena saame:

$$\text{kaar } AB - \text{kõõl } AB = s - l = \frac{8}{3} \frac{v^2}{l}.$$

v tuleb määrata 10 kg tõmbe puhul katseliselt, sihtides teodoliidi pikksilmaga; väga suurt täpsust pole seejuures vaja.

Et Lyth'i lindid on enam-vähem ühtlase raskusega (umbes 1000 g), siis on kasulik koostada nende jaoks juba valmis parandustabelid mitmesuguste l-de jaoks. Antud lindi jaoks konstantse tõmbe puhul sõltub ju v ainult l-st. Alljärgnev tabel annabki vahe kaare ja kõõlu vahel lintide jaoks, mille kaal on 1000 g 100 m peale, s. o. 10 g meeter. Vahe on antud mm-eis, kuna kaar on antud meetreis.

paran-dus: kaar — kõõl	kaar s	paran-dus: kaar — kõõl	kaar s	paran-dus: kaar — kõõl	kaar s	paran-dus: kaar — kõõl	kaar s
			63,18 m		80,23 m		92,09 m
0 mm	22,89 m	11 mm	65,12	22 mm	81,46	33 mm	93,02
1	33,02	12	66,96	23	82,64	34	93,94
2	39,15	13	68,70	24	83,80	35	94,84
3	43,80	14	70,35	25	84,93	36	95,72
4	47,63	15	71,93	26	86,02	37	96,59
5	50,92	16	73,45	27	87,09	38	97,44
6	53,84	17	74,90	28	88,14	39	98,27
7	56,47	18	76,31	29	89,16	40	99,10
8	58,88	19	77,66	30	90,15	41	99,91
9	61,10	20	78,97	31	91,13	42 mm	100,71 m
10 mm	63,18 m	21 mm	80,23 m	32 mm	92,09 m		

Lintide jaoks, mille kaal ei ole 10 g meeter, tuleb tabelis antud paranduste jaoks s-d korrutada $P^{-\frac{2}{3}}$, kus P tähendab lindi kaalu kilogrammides 100 m peale.

Joone mõõtmiseks 100 m teraslindiga vajame peale lindi veel väikest teodoliiti statiiviga, üht lisastatiivi ja üht keppi või tähist. Teodoliit asetatakse joone alguspunkti ja tsentreeritakse selle kohal täpselt; sihtides pikksilmaga joone (baasi) lõpp-punktile, suunatakse lisastatiiv joone peale mitte kaugemale kui 99—100 m alguspunktist. Lisastatiiv peab kandma nuppu naelaga või mõnda muud märki, mille järgi saaks teha lugemeid lindilt. Umbes poole maa peal (±1 m kuni ± 2 m) teodoliidi ja lisastatiivi vahel hoiab üks abiline tuge (tähist või keppi), mille küljes ta ühtlasi hoiab horisontaalselt ümmargust pliiatsit, võtit või muud säärast, nii et viimane asetseks (ka vertikaalsuunas) ühel joonel teodoliidi pikksilmaga ja lisastatiivi nupuga (suunata teodoliidiga!). Üle nimetatud pliiatsi või võtme käib nimelt lint, nii et meil ei ole mitte üks 100 m kaar, vaid selle asemel kaks 50 m kaart. Viimane on parem, sest tuule mõju 50 m kaartel on väiksem ja ka kaareparandus kahel 50 m kaarel on kokku vähem kui ühel 100 m kaarel; samuti ripub lint kõrgemal, mitte puudutades rohtu jne.; 100 m kaart tarvitatakse ainult siis, kui pole võimalik panna tuge keskele. Nüüd loetakse teodoliidil ja protokollitakse vertikaalnurk, mis eelnimetatud töötamisviisi tõttu on sama mõlemal 50 m kaarel. Selle järel pingutatakse lint lihtsa dünamomeetriga, hoides ühtlasi lindi 0-märki lisastatiivi nupu kohal. Teises otsas, hoides linti teodoliidi horisontaaltelje otsa juures, tehakse samal ajal lindilt lugem 1 mm täpsusega. Et 100 m lindid on jaotatud ainult täismeetreisse, siis lugemi tegemiseks võtame abiks 2 m (või 1 m) terasruleti. Lugemid



Joon. 170.

korratakse 3 korda ja protokollitakse, lugedes ja märkides ka õhutemperatuuri (0,3 kuni 0,5 kraadi täpsus on täiesti küllaldane). Joon. 170 näitab lindi pingutamist ja lugemist teodoliidipoolses otsas, joon. 171 näitab keskmist meest toega ja joon. 172 lindi otsa hoidmist lisastatiivi kohal.



Joon. 171.



Joon. 172.

Lindi lugemid parandatakse kalde, temperatuuri ja looga tõttu, arvestades lõpuks ka lindi enese pikkuse viga (mingi kindla temperatuuri puhul). Kalde parandus on teatavasti $-2 \cdot l \cdot \sin^2\frac{\alpha}{2}$, kus α on kaldenurk; parandusel temperatuuri pärast võtame lindi terase paisu miskoefitsiendiks 0,0000125 ühe Celsiuse kraadi peale.

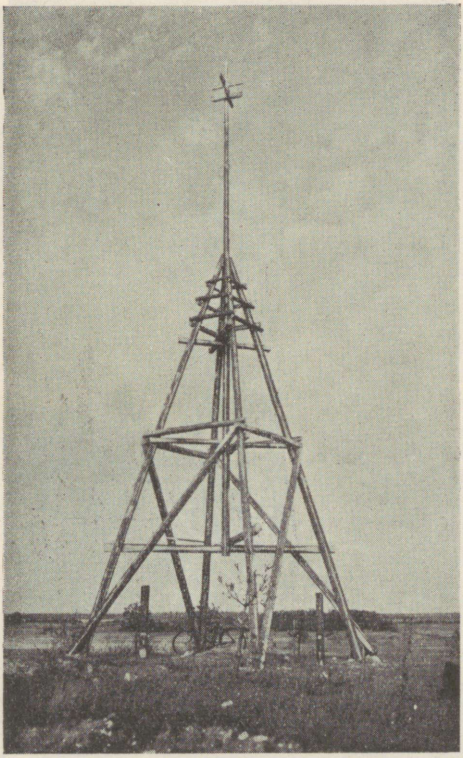
N ä i d e. Olgu mõõdetud baas 6 vahemiku kaudu 100 m Lyth'i teraslindiga. Protokolli esimene rida oli järgmine:

Vahemik	Vertikaalnurk	Temp. C⁰	Tugi	Loetud pikkus	Kalde parandus	Temp. parandus 20⁰ C peale	Looga parandus	Kokku
0—1	0⁰2′	11,2⁰	50 m	99,898 m	0	— 0,011 m	—0,010 m	99,877 m

Olgu leitud lõpuks baasi kogupikkuseks 6 vahemiku peale 599,799 m. Tarvitatud lint oli aga + 20⁰ C juures liiga pikk 17,5 mm; seega on 6 vahemiku peale parandus $+0{,}0175 \cdot 6 = +0{,}105$ m. Lõplik baasi pikkus on seega 599,904 m.

Lindi õige pikkus (mingi kindla temperatuuri jaoks) määratakse

nn. kontrollbaasidel, mille pikkus on juba teada [1]. Sageli antakse lindi pikkuse õiendus ka teisiti, öeldes, missuguse temperatuuri juures lint on täpselt 100 m pikk. Nii võime eelmise lindi kohta öelda, et ta oli õige pikkusega + 6° C puhul. Lugedes temperatuuri parandust sellest



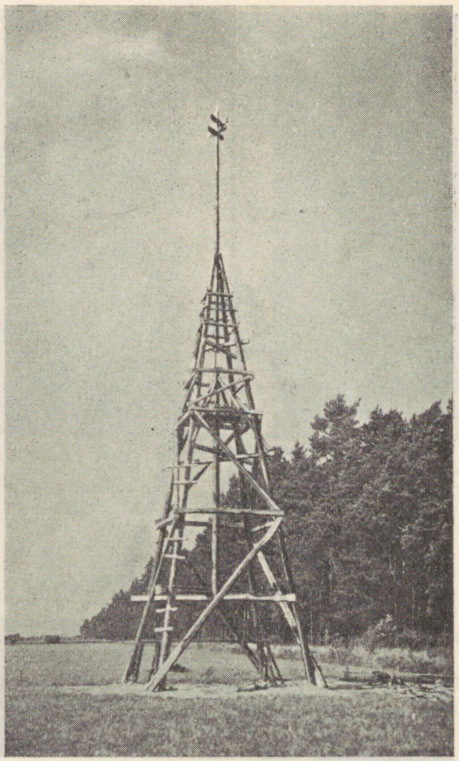
Joon. 173.

viimasest (+ 6°) temperatuurist, langeb meil pärast ära parandus lindi pikkuse pärast.

§ 93. **Nurkade mõõtmine ja punktide tähistamine.** Nurkade mõõtmine triangulatsioonis toimub kas suunamõõtmise või nurgamõõtmise meetodi järgi, mida on juba käsiteldud § 32 ja 34. Siin olgu märgitud, et suurte kauguste tõttu tuleb aga punktide signaliseerimiseks püstitada sageli erilisi ehitisi — triangulatsioonisignaale. Muidugi **kasutatakse** võimaluse järgi juba olemasolevaid kõrgeid ja kaugelenähta-

[1] Eestis on kontrollbaas Pirita juures Kloostrimetsas (vt. Tallinna Tehnikaülikooli Toimetused A, 9).

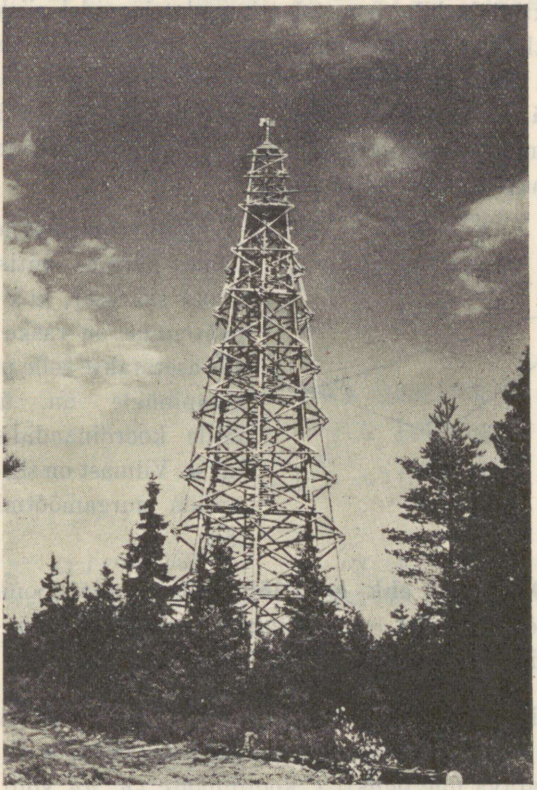
vaid punkte — kirikutorne, muude kõrgemate ehitiste torne jne. Kunstlikud signaalid püstitatakse puuehitistena. Ehitise suurus ja kuju sõltub: a) sellest, kui täpseid mõõtmisi ja kui kaugele soovitakse neid teha, b) kas ehitis on ainult selleks, et tema peale sihtida, või c) tuleb



Joon. 174.

ka nurgamõõduriist viia ehitise peale üles. Lihtsat triangulatsioonisignaali näitab joon. 173. Ta on määratud ainult punkti nähtavaks tegemiseks — tema peale sihtimiseks —, milleks tal keskel on vertikaalselt väljaulatuv palk tähisega üleval. Triangulatsioonipunkt ise asetseb maapinnal kahekordse tsentrina (vt. joon. 3-b). Nurgamõõtmisi joon. 173 kujutatud punktil tehakse maapinnal teodoliidi statiivilt. Joon. 174 kujutab samuti lihtsat triangulatsioonisignaali Pärnu linna triangulatsioonivõrgust, kus aga nurgamõõtmisil sellelt punktilt tõstetakse riist kõrgemale — erilisele lauakesele. See signaal on seega määratud nii tema peale sihtimiseks mujalt kui ka nurgamõõtmisiks tema peal. Muidugi peab signaal ise olema siis kõvemini ehitatud.

Joon. 175 kujutab Kõnnu I järgu triangulatsioonisignaali, mis on määratud täpsete mõõtmiste jaoks. Signaal koosneb kahest üksteise sisse ehitatud tornist, mis on üksteisest lahus: nurgamõõtmisil asetseb vaatleja ühe torni peal, riist teise peal. Seega vaatleja kehaliigutused



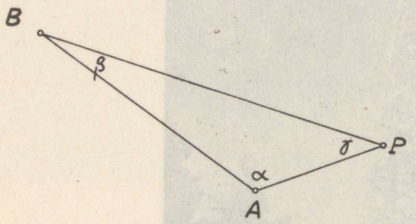
Joon. 175.

ei avalda riistale mõju. Triangulatsioonipunkt ise asetseb aga jällegi maapinnal, vastavalt joon. 3-b.

Tehes nurgamõõtmisi kunstlikel signaalidel, eriti aga juba olemasolevail kõrgete hoonete tornidel, asetseb nurgamõõtmisriist sageli ekstsentriliselt. Samuti võib tähis asetseda ekstsentriliselt punkti — kivi — suhtes. Tsentreerimiselemendid määratakse sageli graafiliselt: asetatakse lauake paberiga tsentri (kivi) kohale ja projektitakse sellele teodoliidiga paarikümne m kauguselt tsentri enese, riista asukoha (nurgamõõtmiste ajal) ja tähise suunad. Projektitakse kolmest suunast (nii et paberil saame lõikuvad sirged) kahes teodoliidi seisus (v. v. ja

v. p.). Tsentri, riista asukoha jne. määramiseks paberil piisaks ka kahest suunast, kolmas on aga kontrolliks.

Juhul, kui triangulatsioonipunktil (kivil) maapinnal seistes ei paista kätte ühtegi teist triangulatsioonipunkti, asetatakse triangulatsioonipunkti lähedale (suurtel triangulatsioonidel siiski võimalikult mitte lähemale kui 600 m) nähtavalt nn. orienteerimispunkt, mis tähistatakse nagu polügooni punkt. Selle orienteerimispunkti suund — asimuut — määratakse täpselt. Ta on tarvilik lihtsamail töil direktsioonnurkade (asimuudi) määramiseks triangulatsioonipunktilt, kui triangulatsioonisignaal on juba kõdunenud.



Joon. 176.

Kui triangulatsioonisignaal on mõnes püsivas ehitises (hoone või muud säärast), kus punkti juurde pääsemine on raske või võimatu, siis asetatakse selle punkti lähedale maapinnale nn. ülekandepunkt, mille koordinaadid samuti määratakse. Viimast on siis mugavam kasutada nurgamõõtmisil lihtsamail töil.

§ 94. **Otselõige ehk edasilõige.** Triangulatsioonis sagedaimini kasutatav „lõikamisviis" uute punktide määramisel on otselõige ehk edasilõige. Lihtne edasilõige seisab järgnevas.

Olgu meil antud kaks punkti A ja B oma koordinaatidega x_A, y_A ja x_B, y_B (vt. joon. 176). Olgu A juures mõõdetud nurk α ja B juures nurk β. Lõigatava uue punkti P koordinaate x_P, y_P võib siis arvutada.

Arvutusskeemi logaritmidega esitame järgneva näite põhjal.

Näide. Punktidest A ja B määrati edasilõikega punkti P koordinaadid. Nurk α (A juures) oli $124^0 13' 46''$ ja nurk β (B juures) oli $18^0 6' 3''$. A koordinaadid on: $x = +19322{,}54$ m ja $y = -15902{,}31$ m; B koordinaadid on: $x = +20208{,}92$ m ja $y = -17023{,}62$ m. Arvutus toimub järgnevalt.

$$\begin{array}{rr} \alpha = 124^0 13' 46'' & 180^0 = 179^0 59' 60'' \\ \beta = \ 18^0 06' 03'' & \alpha + \beta = 142^0 19' 49'' \\ \hline \alpha + \beta = 142^0 19' 49'' & \gamma = \ 37^0 40' 11'' \end{array}$$

Punkt		
B	$+20\,208{,}92$	$-17\,023{,}62$
A	$+19\,322{,}54$	$-15\,902{,}31$

$x_B - x_A = +886{,}38 \quad y_B - y_A = -1121{,}31$

$\log\ (y_B - y_A) = 3{,}049726$ n.
$\log\ (x_B - x_A) = 2{,}947620$

$\log \tan\ \alpha_{1 \to B} = 0{,}102106$ n.

$\alpha_{A \to B} = \text{NW}\ 51^0 40' 27'' = 308^0 19' 33''$

$\alpha = 124^0 13' 46''$

$\alpha_{A \to P} = 72^0 33' 19''$

$\alpha_{A \to B} \pm 180^0 = 128^0 19' 33''$

$\beta = 18^0 06' 03''$

$\alpha_{B \to P} = 110^0 13' 30''$

$\log\ (y_B - y_A) = 3{,}049726$
$\log \sin\ \alpha_{A \to B} = \bar{1}{,}894591$

$\log AB = 3{,}155135$

$\log\ (x_B - x_A) = 2{,}947620$
$\log \cos\ \alpha_{A \to B} = \bar{1}{,}792485$

$\log AB = 3{,}155135$

$\log \sin\ \beta = \bar{1}{,}492328$
$\log\ AB = 3{,}155135$
t. $\log \sin\ \gamma = 0{,}213881$
$\log \sin\ \alpha = \bar{1}{,}917396$

$\log\ AP = 2{,}861344$
$\log\ BP = 3{,}286412$

$\log \cos\ \alpha_{A \to P} = \bar{1}{,}476811$
$\log\ AP = 2{,}861344$
$\log \sin\ \alpha_{A \to P} = \bar{1}{,}979551$

$\log\ (x_P - x_A) = 2{,}338155$
$\log\ (y_P - y_A) = 2{,}840895$

$\log \cos\ \alpha_{B \to P} = \bar{1}{,}538709$ n.
$\log\ BP = 3{,}286412$
$\log \sin\ \alpha_{B \to P} = \bar{1}{,}972361$

$\log\ (x_P - x_B) = 2{,}825121$ n.
$\log\ (y_P - y_B) = 3{,}258773$

$$\begin{array}{rr} x_P - x_A = & +217{,}85 \\ x_A = & +19322{,}54 \\ \hline x_P = & +19540{,}39 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} x_P - x_B = & -668{,}53 \\ x_B = & +20208{,}92 \\ \hline x_P = & +19540{,}39 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} y_P - y_A = & +693{,}26 \\ y_A = & -15902{,}31 \\ \hline y_P = & -15209{,}05 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} y_P - y_B = & +1814{,}57 \\ y_B = & -17023{,}62 \\ \hline y_P = & -15209{,}05 \end{array}$$

Arvutusmasinal (ja järelikult ka trigonomeetriliste funktsioonide loomulikke väärtusi tarvitades) skeem muutub veidi. Nii näiteks võime siis arvutada külje antud punktide vahel kohe koordinaatide vahedest

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Muidugi on hea, kui meil on (peale α ja β) ka otseselt mõõdetud nurk γ lõigatava punkti P juures. Sel juhul saame toimetada enne arvutusele asumist nurkade tasandamist kolmnurgas ABP ja meil on ülevaade täpsusest. Samuti võime sihtida P peale k o l m e s t tuntud punktist — mitte ainult kahest —, saades jälle tasandusvõimaluse. Seda viimast tasandust me siin aga ei käsitle.

On arusaadav, et nurk γ määratava punkti P juures ei või olla liiga terav (või liiga tömp), sest siis on lõige halb. Tuleb võimalust mööda hoiduda lõikeist, kus nurk määratava punkti juures on alla 30^0.

§ 95. **Vastulõige ehk tagasilõige ehk Pothénot' probleem.** Olgu meie asukohaks punkt, mille koordinaate me ei tea. Paistku aga meile selle punkti peal kolm punkti, mille koordinaadid on teada. Sel juhul võime määrata oma asukoha koordinaadid vastulõike ehk tagasilõike kaudu, mis kannab ka nime Pothénot' probleem. Määramiseks on vaja toimetada ainult kahe nurga mõõtmist meie asukohas.

Olgu meie asukoht punktis P (vt. joon. 177). Paistku meile sinna kolm punkti (tavaliselt muidugi „õhupunkti" — kirikutorni, tähist või muud sarnast): A, B, C, millede koordinaadid olgu teada. Mõõtes nurgad α ja β, saame arvutada punkti P koordinaadid.

I l a h e n d u s v i i s. Probleemi lahendamiseks on vaja leida nurgad φ ja ψ. Need nurgad leiame, kui on teada avaldised nende summa jaoks ja ka nende vahe jaoks.

On selge, et meil on teada summa $\gamma + \delta$, kuna ju sirgete BA ja BC asimuudid võime arvutada A, B ja C koordinaatidest. Seega

$$\gamma + \delta = a_{B \to A} - a_{B \to C}.$$

Edasi on aga nelinurgas $ABCP$

$$\varphi + \psi = 360^0 - (\alpha + \beta + \gamma + \delta).$$

Me näeme hiljemini, et on kasulikum võtta poolsumma

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{\psi}{2} = 180^0 - \left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\gamma + \delta}{2}\right).$$

Edasi on aga

$$\frac{\sin \varphi}{BP} = \frac{\sin \alpha}{AB} \quad \text{ja} \quad \frac{\sin \psi}{BP} = \frac{\sin \beta}{BC}.$$

α ja β on teada — mõõdetud. Külgede pikkused AB ja BC on aga arvutatavad A, B ja C koordinaatide järgi.

Seega

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{AB \cdot \sin \beta}{BC \cdot \sin \alpha}.$$

Tähistame eelnimetatud vahekorda tan Q, kus tan Q ja seega ka Q on arvutatav AB, BC, α ja β kaudu.

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \tan Q \text{ ehk } \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{1}{\tan Q}.$$

Tuletatud võrdsuse (proportsiooni) lause põhjal[1] saame siit

$$\frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} = \frac{1 + \tan Q}{1 - \tan Q}.$$

Meeles pidades, et tan $45^0 = 1$, on seega

$$\frac{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \sin \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{\tan 45^0 + \tan Q}{1 - \tan 45^0 \cdot \tan Q}$$

ehk

$$\tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cot \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan (45^0 + Q)$$

ehk

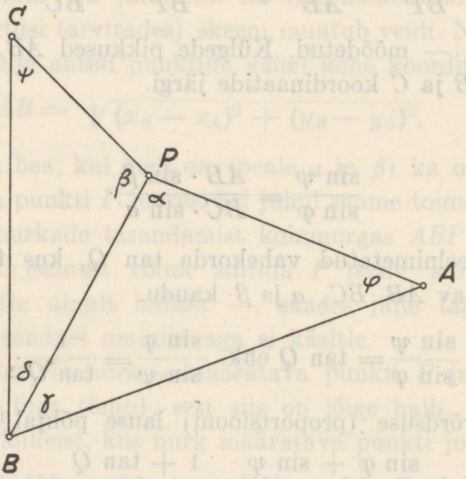
$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cot (45^0 + Q).$$

---

[1] Kui meil on antud võrdsus $a:b = c:d$, siis on lihtne tõestada, et ka $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$, mis avaldist nimetame tuletatud võrdsuseks.

Selle võrrandi parempoolne osa on meil teada; seega leiame $\frac{\varphi}{2}-\frac{\psi}{2}$. Teada on aga ka $\frac{\varphi}{2}+\frac{\psi}{2}$. Kaht viimast avaldist summeerides leiame φ, lahutades $-\psi$. Probleem on seega lahendatud.

Näide. Tagasilõikega määrati punkti P koordinaadid x_P, y_P. Sihiti punktidele A, B ja C. Nurk α oli 95°8,0′ ja nurk $\beta = 107°54{,}4'$ (vt. joon. 177). Punktide A, B ja C koordinaadid on teada.



Joon. 177.

Arvutus paigutatakse järgmisse skeemi.

Antud:	x	y
A	+ 37 562,63	— 14 801,93
B	+ 36 056,90	— 19 026,48
C	+ 40 322,54	— 18 902,31

Mõõdetud: $\alpha = 95°08{,}0'$
$\beta = 107°54{,}4'$

$y_A = -14\,801{,}93$	$x_A = +37\,562{,}63$
$y_B = -19\,026{,}48$	$x_B = +36\,056{,}90$
$y_C = -18\,902{,}31$	$x_C = +40\,322{,}54$
$y_A - y_B = +4\,224{,}55$	$x_A - x_B = +1\,505{,}73$
$y_C - y_B = +124{,}17$	$x_C - x_B = +4\,265{,}64$

$\log (y_A - y_B) = 3{,}625780$
$-\log (x_A - x_B) = \bar{4}{,}822253$

$\log \tan a_{B \to A} = 0{,}448033$
$a_{B \to A} = 70^0 22' 58''$

$\log (y_C - y_B) = 2{,}094017$
$-\log (x_C - x_B) = \bar{4}{,}370016$

$\log \tan a_{B \to C} = \bar{2}{,}464033$
$a_{B \to C} = 1^0 40' 03''$

$\gamma + \delta = 68^0 42' 55''$
$\alpha + \beta = 203^0 02' 24''$

$\varphi + \psi = 88^0 14' 41''$
$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 44^0 07' 20''$

$\log (y_A - y_B) = 3{,}625780$
$-\log \sin a_{B \to A} = 0{,}025969$
$\log (x_A - x_B) = 3{,}177747$
$-\log \cos a_{B \to A} = 0{,}474004$

$\log AB = 3{,}651749$
$\log AB = 3{,}651751$
$\log \sin \beta = \bar{1}{,}978435$

$\log AB \cdot \sin \beta = 3{,}630185$

$\log (y_C - y_B) = 2{,}094017$
$-\log \sin a_{B \to C} = 1{,}536118$
$\log (x_C - x_B) = 3{,}629984$
$-\log \cos a_{B \to C} = 0{,}000184$

$\log BC = 3{,}630135$ [1]
$\log BC = 3{,}630168$
$\log \sin \alpha = \bar{1}{,}998255$

$\log BC \cdot \sin \alpha = 3{,}628423$

$\log AB \cdot \sin \beta = 3{,}630185$
$-\log BC \cdot \sin \alpha = \bar{4}{,}371577$

$\log \tan Q = 0{,}001762$
$Q = 45^0\ 06'\ 58''$
$Q + 45^0 = 90^0\ 06'\ 58''$

$\log \tan \frac{1}{2}(\varphi + \psi) = \bar{1}{,}986691$
$\log \cot (Q + 45^0) = 3{,}306752$ n

$\log \tan \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \bar{3}{,}293443$ n
$\frac{1}{2}(\varphi - \psi) = -0^0 06' 45''$
$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 44^0\ 07'\ 20''$

$\varphi = 44^0\ 00'\ 35''$
$\psi = 44^0\ 14'\ 05''$

$\alpha = 95^0 08' 00''$
$\varphi = 44^0 00' 35''$
$\gamma = 40^0 51' 25''$

$\beta = 107^0 54' 24''$
$\psi = 44^0 14' 05''$
$\delta = 27^0 51' 31''$

$a_{A \to B} = 250^0 22' 58''$
$\varphi = 44^0 00' 35''$

$a_{A \to P} = 294^0 23' 33''$

$a_{C \to B} = 181^0 40' 03''$
$-\psi = 44^0 14' 05''$

$a_{C \to P} = 137^0 25' 58''$

[1] Et $a_{B \to C}$ on väike, siis ei saa teda tarvitada.

$\log \sin \varphi$	$= \bar{1},841848$	$\log \sin \psi$	$= \bar{1},843606$
$\log \sin \gamma$	$= \bar{1},815692$	$\log \sin \delta$	$= \bar{1},669588$
$\log AB$	$= 3,651750$	$\log BC$	$= 3,630168$
$-\log \sin \alpha$	$= 0,001745$	$-\log \sin \beta$	$= 0,021565$
$\log PB$	$= 3,495343$	$\log PB$	$= 3,495339$
$\log PA$	$= 3,469187$	$\log PC$	$= 3,321321$
$\log \cos a_{A \to P}$	$= \bar{1},615935$	$\log \cos a_{C \to P}$	$= \bar{1},867163$ n
$\log \sin a_{A \to P}$	$= \bar{1},959393$ n	$\log \sin a_{C \to P}$	$= \bar{1},830239$
$\log (x_P - x_A)$	$= 3,085122$	$\log (x_P - x_C)$	$= 3,188484$ n
$\log (y_P - y_A)$	$= 3,428580$ n	$\log (y_P - y_C)$	$= 3,151560$
$x_P - x_A$	$= +1216,53$	$x_P - x_C$	$= -1543,42$
x_A	$= +37562,63$	x_C	$= +40322,54$
x_P	$= +38779,16$	x_P	$= +38779,12$
$y_P - y_A$	$= -2682,75$	$y_P - y_C$	$= +1417,62$
y_A	$= -14801,93$	y_C	$= -18902,31$
y_P	$= -17484,68$	y_P	$= -17484,69$
$a_{C \to P}$	$= 137^0 25' 58''$	$a_{A \to P}$	$= 294^0 23' 33''$
$-\beta$	$= 107^0 54' 24''$	$+\alpha$	$= 95^0 08' 00''$
$a_{B \to P}$	$= 29^0 31' 34''$	$a_{B \to P}$	$= 29^0 31' 33''$
$\log PB$	$= 3,495341$	$x_P - x_B$	$= +2722,24$
$\log \cos a_{B \to P}$	$= \bar{1},939585$	x_B	$= +36056,90$
$\log \sin a_{B \to P}$	$= 1,692689$	x_P	$= +38779,14$ (kontroll)
$\log (x_P - x_B)$	$= 3,434926$	$y_P - y_B$	$= +1541,81$
$\log (y_P - y_B)$	$= 3,188030$	y_B	$= -19026,48$
		y_P	$= -17484,67$ (kontroll)
x_P	$= +38779,14$	y_P	$= -17484,68$

Esitatud arvutusviis on kasulik siis, kui meil on tehtud mitu tagasilõiget sama kolme punkti järgi. Üldisel juhul on aga II arvutusviis kasulikum.

II lahendusviis. Tagasilõike jaoks on ka teisi lahendusviise. Näitena esitame siin lahenduse, mis on koostatud ja proovitud Tallinna Tehnikaülikooli Geodeesialaboratooriumis H. Muischneek'i

poolt. See lahendusskeem sobib ühteviisi nii logaritmiliseks arvutuseks kui ka arvutusmasinale. Ta on kiirem kui esimene lahendusviis.

Olgu meile antud kolm punkti: A, B ja O (vt. joon. 178). Otsitav punkt olgu P. Viimasest on tehtud suunamõõtmisi A, B ja O peale. Valime algsuunaks ehk nullsuunaks suuna PO; sel juhul tähistame α-ga nurka suunast O kuni suunani A (positiivses suunas!) ja β-ga — nurka suunast O kuni suunani B. Nullsuund (s. o. punkt nimetusega O) tuleb valida nii, et α ja β ei oleks lähedal väärtusele 0^0 ja 180^0.

Võtame ringid läbi punktide B, P, O ja O, P, A. Võtame läbimõõdud OB' ja OA'. On lihtne näha, et punktid B', P ja A' on ühel sirgel ja et see sirge on risti sirgega OP. Tõepoolest: nurk $B'PO$ on täisnurk, toetudes läbimõõdule OB'; nurk OPA' toetub aga läbimõõdule OA'. Kui me seega leiame sirge $B'A'$, on punkt P määratud. Punktide B' ja A' määramiseks peame silmas, et nurgad $B'BO$ ja OAA' on samuti täisnurgad kui läbimõõdule OB' ja OA' toetuvad nurgad.

Meil on

$$x_{B'} - x_B = BB' \cdot \cos (BB'),$$

kus suluavaldusena (BB') on tähistatud joone BB' direktsioon-nurk.

Edasi on aga

$BB' = OB \cdot \cot (180^0 - \beta)$, sest nurk $BB'O$ on ju $180^0 - \beta$, toetudes nurga β täienduskaarele. Ühtlasi on

$$(BB') = (OB) - 90^0.$$

Seega

$$x_{B'} - x_B = -OB \cdot \sin (OB) \cdot \cot \beta,$$

ehk

$$x_{B'} - x_B = -(y_B - y_O) \cdot \cot \beta.$$

Analoogiliselt on

$$\begin{aligned} y_{B'} - y_B &= +(x_B - x_O) \cdot \cot \beta \\ x_{A'} - x_A &= -(y_A - y_O) \cdot \cot \alpha \\ y_{A'} - y_A &= +(x_A - x_O) \cdot \cot \alpha. \end{aligned}$$

Põhimõtteliselt on probleem sellega lahendatud. Edasi toimime järgnevalt.

Meil on

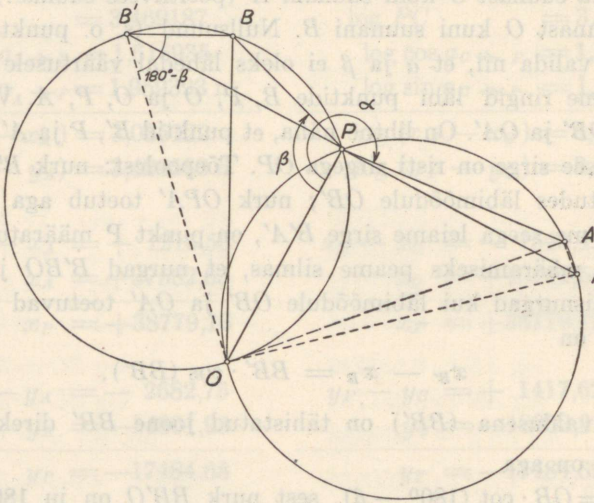
$$\tan (PO) = -\frac{x_{B'} - x_{A'}}{y_{B'} - y_{A'}},$$

sest $B'A'$ on ju risti PO-ga.

Tähendagu ν direktsioon-nurka (PO) või direktsioon-nurka $(PO) \pm 180^0$.

Olgu seega

$$\tan \nu = \tan (PO) = m.$$



Joon. 178.

Sirge PO võrrand on siis

$$y = mx + (y_O - mx_O)$$

ja sirge $A'B'$ võrrand

$$y = -\frac{1}{m} \cdot x + (y_{A'} + \frac{1}{m} \cdot x_{A'}).$$

Nende kahe sirge lõikepunkti P leiame eelmisist võrrandeist järgnevalt

$$mx_P + y_O - mx_O = -\frac{1}{m} \cdot x_P + y_{A'} + \frac{1}{m} \cdot x_{A'},$$

kust edasi arendades leiame

$$x_P - x_O = \frac{1}{m^2 + 1} \cdot (x_{A'} - x_O) + \frac{m}{m^2 + 1} \cdot (y_{A'} - y_O)$$

ja

$$y_P - y_O = \frac{m}{m^2 + 1} \cdot (x_{A'} - x_O) + \frac{m^2}{m^2 + 1} \cdot (y_{A'} - y_O).$$

Pidades silmas, et

$$\frac{1}{m^2+1} = \cos^2 \nu; \quad \frac{m}{m^2+1} = \cos \nu . \sin \nu; \quad \frac{m^2}{m^2+1} = \sin^2 \nu,$$

saame

$$x_P - x_O = \cos \nu . \cos \nu . (x_{A'} - x_O) + \cos \nu . \sin \nu . (y_{A'} - y_O)$$
$$y_P - y_O = \cos \nu . \sin \nu . (x_{A'} - x_O) + \sin \nu . \sin \nu . (y_{A'} - y_O).$$

Olgu meil tähistatud

$$\lambda_x = (x_{A'} - x_O) \cdot \cos \nu$$
$$\lambda_y = (y_{A'} - y_O) \cdot \sin \nu,$$

siis

$$\lambda_x + \lambda_y = \Sigma\lambda = PO.$$

Seega saame lõplikult

$$x_P - x_O = \Sigma\lambda \cdot \cos \nu$$
$$y_P - y_O = \Sigma\lambda \cdot \sin \nu.$$

N ä i d e (sama näide kui I lahendusviisis). Punktist P mõõdeti suunad A-le, O-le ja B-le (vt. joon. 178). Võttes O nullsuunaks, leiti $\alpha = 264^0 52{,}0'$ ja $\beta = 107^0 54{,}4'$. A, O ja B koordinaadid on

	x	y
A	+ 37 562,63	— 14 801,93
B	+ 40 322,54	— 18 902,31
O	+ 36 056,90	— 19 026,48

Punkti P koordinaatide arvutuse paigutame lk. 228 leiduva skeemi kohaselt, kus paksud tähed on skeemis juba ette valmis trükitud. Me leiame punkti P koordinaatidena: $x_P = +38\,779{,}16$ ja $y_P = -17\,484{,}69$. Lõpul toimub arvutuse kontroll nurkade α ja β uuesti arvutamisega.

Nagu näeme, on selle skeemi kohaselt arvutusi vähem kui eelmises lahenduses. Lahendus ise on täiesti mehaaniline ega vaja joonist.

Tagasilõige pakub suurt mugavust mõõtmisel: meil pole vaja rännata nurgamõõtjaga mööda kahte tuntud punkti, et saada lõiget soovitud punktil. Arvutus on aga igatahes pikem kui edasilõike juures. Samuti on maastikul kolme tuntud punkti raskem leida kui kahte. Ka täpsuse suhtes tuleb tagasilõikega olla veidi ettevaatlikum edasilõikest.

On juhtumeid, kus tagasilõige on lahendamatu. Need on nn. k a r d e t a v a r i n g i juhtumid. Kui meil nimelt kõik neli punkti — kolm antud punkti ja üks otsitav — on juhuslikult kõik ü h e ringi peal,

	Nurk, x, Δx ja numerus	log	Märk	y, Δy ja numerus	log	Märk
α, log cot α	264°52,0′	$\bar{2}$,953441	+	—	$\bar{2}$,953441	+
O	+ 36056,90	—		− 19026,48	—	
A — O	+ 1505,73	3,177747	+	+ 4224,55	3,625780	+
A	+ 37562,63	log Δy =		− 14801,93	log Δx =	
A′ — A	− 379,51	= 2,131188	+	+ 135,27	= 2,579221	−
A′	+ 37183,12	—		− 14666,66	—	
β, log cot β	107°54,4′	$\bar{1}$,509364	−	—	$\bar{1}$,509364	−
O	+ 36056,90	—		− 19026,48	—	
— O	+ 4265,64	3,629984	+	+ 124,17	2,094017	+
B	+ 40322,54	log Δy =		− 18902,31	log Δx =	
B′ — B	+ 40,12	= 3,139348	−	− 1378,31	= 1,603381	+
B′	+ 40362,66	—		− 20280,62	—	
B′ — A′	+ 3179,54	3,502364	+	− 5613,96	3,749269	−
—	$-\log \Delta y_{A'B'}$	= $\bar{4}$,250731	+	—	—	
ν, log tan ν	29°31′32″ ($\frac{1}{4}\frac{1}{9}$)	$\bar{1}$,753095	+	ν valida piirides 0°—180°. ν kas võrdub või erineb 180° võrra (PO)-st		
A′—O või B′—O	+ 1126,22	3,051624	+	+ 4359,82	3,639469	+
—	log cos ν	= $\bar{1}$,939587	+	log sin ν	= $\bar{1}$,692682	+
λ	+ 979,97	2,991211	+	+ 2148,58	3,332151	+
$\Sigma\lambda$ (= PO)	+ 3128,55	3,495343	+	—	3,495343	+
—	log cos ν	= $\bar{1}$,939587	+	log sin ν	= $\bar{1}$,692682	+
P — O	+ 2722,26	3,434930	+	+ 1541,79	3,188025	+
O	+ 36056,90	—		− 19026,48	—	
P	+ 38779,16	—		− 17484,69	—	
(PO)	209°31′32″ = ν ehk ν + 180° arvesse võttes (P—O)-le vastupidised märgid					
A — P	− 1216,53	3,085123	−	+ 2682,76	3,428582	+
—	α = 264°52′01″ — kontroll			$-\log \Delta x_{PA}$	= $\bar{4}$,914877	−
(PA)	114°23′33″	—		log tan (PA)	= 0,343459	−
B — P	+ 1543,38	3,188472	+	− 1417,62	3,151560	−
—	β = 107°54′23″ — kontroll			$-\log \Delta x_{PB}$	= $\bar{4}$,811528	+
(PB)	317°25′55″	—		log tan (PB)	= $\bar{1}$,963088	−

siis muidugi α ja β ei määra P asukohta. Kui me sel juhul võtame P ükskõik kus selle ringi peal, siis jäävad α ja β ikka samadeks.

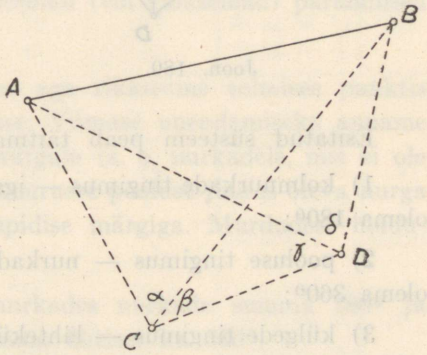
Praktiliselt on tagasilõige ka siis lahendamatu, kui otsitav punkt P asetseb sellele ringile väga lähedal, mis läheb läbi kolme antud punkti. Analüütiliselt avaldub see arvutustes:

I lahendusviisis selles, et $\varphi + \psi$ tuleb väga lähedale 180^0. Seetõttu saame ka hiljemini (ligikaudu) $Q + 45^0 = 90^0$ ja

$$\tan\frac{\varphi - \psi}{2} = \infty \cdot 0;$$

II lahendusviisis selles, et punktid A' ja B' tulevad üksteisele väga lähedale, andes ebamäärase lõike.

§ 96. **Hansen'i probleem.** Kui meil on võimatu leida kolme punkti tagasilõike jaoks, siis võime oma asukoha siiski määrata ka kahe punkti abil, tehes mõõtmise ühele liigsele punktile. Olgu meie asukohaks punkt C (joon. 179), mille koordinaadid on teadmata. Olgu meil aga nähtavad (enamasti „õhupunktidena" — tornidena, tähistena jne.) kaks tuntud koordinaatidega punkti A ja B. Nüüd valime mingisuguse abipunkti D, kus peal saaks ka teha nurgamõõtmisi. Mõõdame C-s nurgad α ja β ja D-s nurgad γ ja δ. Sel juhul võime arvutada nii C kui ka D koordinaadid. Esitatud ülesanne kannab Hansen'i probleemi nime.



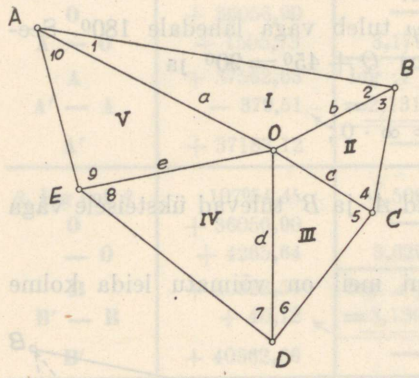
Joon. 179.

On olemas probleemi otsene lahendus, mille valemite tuletamine on pikem ja kohmakam tagasilõike valemeist. Siin anname aga kaudse lahenduse idee, mis on väga lihtne. Tõsi küll, arvutustööd on kaudses lahenduses rohkem kui otseses.

Meil on teada A ja B koordinaadid; seega leiame ka sirge AB pikkuse ja asimuudi. Võtame nüüd sirge CD pikkuse jaoks meelevaldse suuruse, näiteks ümmarguse arvu 100, ja CD asimuudiks meelevaldse ümmarguse arvu. Arvutame nende andmetega ja nurkade α, β, γ, δ kaudu punktide A ja B jaoks koordinaadid selles uues meelevaldses süsteemis. Võrreldes nüüd AB pikkust ja asimuuti „uues" ja „vanas"

süsteemis, leiame tarviliku mõõdu muutuse, nihke ja pöörde „uue" süsteemi jaoks. Sellega ongi probleem lahendatud.

§ 97. **Tsentraalsüsteemi tasandamine.** Näitena triangulatsioonisüsteemist, kus meil on rohkem kui üks kolmnurk, võtame väikese ulatusega lihtsa tsentraalsüsteemi *ABCDEO*. Süsteem on kujutatud joon. 180.



Joon. 180.

Süsteemis on mõõdetud kõik nurgad. Süsteemi arvutuseks on antud lähteandmeina kahe punkti — *O* ja *A* koordinaadid Gauss-Lambert'i süsteemis. On aga arusaadav, et enne punktide koordinaatide arvutust on vaja toimetada süsteemi tasandamine — kõrvaldada süsteemis geomeetrilised vasturääkivused.

Esitatud süsteem peab täitma järgmisi geomeetrilisi tingimusi:

1) kolmnurkade tingimus — igas kolmnurgas peab nurkade summa olema 180^0;

2) pooluse tingimus — nurkade summa ümber pooluse (O) peab olema 360^0;

3) külgede tingimus — lähtekülg a peab (lõpuks) tulema niisama pikk, kui arvutame ta üle kõikide kolmnurkade I—V.

Esimese tingimuse kontroll toimub nurkade summeerimise kaudu igas kolmnurgas. Teise tingimuse kontroll toimub nurkade summeerimise kaudu ümber pooluse. Kolmanda tingimuse kontroll on avaldatud valemiga

$$\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e}{b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot a} = \frac{\sin 2 \cdot \sin 4 \cdot \sin 6 \cdot \sin 8 \cdot \sin 10}{\sin 1 \cdot \sin 3 \cdot \sin 5 \cdot \sin 7 \cdot \sin 9} = 1.$$

On ju tõepoolest

$$\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e}{b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot a} = 1 \text{ ja } \frac{a}{b} = \frac{\sin 2}{\sin 1}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin 4}{\sin 3} \text{ jne.}$$

Seega

log sin 2 + log sin 4 + log sin 6 + log sin 8 + log sin 10 — log sin 1 — — log sin 3 — log sin 5 — log sin 7 — log sin 9 peab olema null.

Täpseks tasanduseks tuleb kõik nimetatud nõuded püstitada ja lahendada siis kõik k o r r a g a nn. tingimusvõrrandite kaudu. Seda me siin aga ei käsitle. Lihtsamail töil on lubatav, kui me tasanduse toimetame tingimuste kaupa üksteise järel. Tasanduse käik on siis järgmine:

1) Summeerime nurgad igas kolmnurgas. Vahe 180^0 suhtes tasandame nii, et igas kolmnurgas oleks nurkade summa täpselt 180^0. Üldiselt anname ühes kolmnurgas igale nurgale võrdse paranduse. Kui me töötame aga täissekunditega, siis murdudest hoidumiseks võib üks nurk saada 1″ võrra suurema (või väiksema) paranduse kui teised kaks.

2) Liidame tasandatud nurgad ümber pooluse. Kui summa ei ole 360^0, siis parandame iga nurka pooluse juures võrdselt nii, et summa tuleks 360^0. Murdudest hoidumiseks täissekunditega töötamisel võivad mõned nurgad saada à 1″ võrra suuremad (või väiksemad) parandused kui teised.

Selle pooluse tasandamisega me aga rikkusime eelmises punktis toimetatud kolmnurkade tasandamise. Viimase uuendamiseks anname igas kolmnurgas ülejäänud kahele nurgale (s. o. nurkadele, mis ei ole pooluse juures) paranduse à pooles suuruses pooluse juures oleva nurga poolusetingimuse parandusest vastupidise märgiga. Murdudest hoidumise reeglid on samad kui eespool.

Nüüd on meil kõikides kolmnurkades nurkade summa 180^0 ja pooluse ümber olevate nurkade summa ühtlasi ka 360^0.

3) Võtame tasandatud nurkade 2, 4, 6, 8, 10 (lugejas) ja 1, 3, 5, 7, 9 (nimetajas) siinuste logaritmid, kirjutades ühtlasi iga logaritmi juurde, kui palju muutub logaritm viimases kohas nurga muutudes 1″ võrra. Summeerime nimetaja logaritmid ja lugeja logaritmid; võtame eraldi ka logaritmide viimaste kohtade muutuste summad lugejas ja nimetajas kokku. Võtame nimetaja ja lugeja logaritmide summade vahe. Kui vahe on praktiliselt null, siis on tasandus lõpetatud. Kui vahe ei ole null, siis jagame saadud arvu logaritmide muutuste summaga, saades nii paranduse sekundeis. Paranduse jaotame võrdselt nurkadele 1, 2 jne. kuni 10, nurkadele nimetajas aga ühe märgiga ja nurkadele lugejas vastupidise märgiga. Sellega on tasandus lõpetatud. Tasandus on esitatud tabelis lk. 232.

Triangulatsioonipunktide koordinaatide arvutus toimub nüüd punkthaaval. Lähteküljeks on külg $O—A$, mille otsapunktide koordinaadid on antud. Baasimõõtmist pole seega siin vaja.

Kolmnurk	Mõõdetud nurgad	Tasandatud nurgad: Kolmnurga tingimuse järgi	Tasandatud nurgad: Pooluse tingimuse järgi	Siinuste logaritmid	log. muutus 1″ peale	Lõplikult tasandatud nurgad
	O 124°13′48″	46″	46″			124°13′46″
I.	*A* 18 6 4	3	3	$\bar{1}$,492328	+6,4	18 6 3
	B 37 40 12	11	11	$\bar{1}$,786118	+2,7	37 40 11
Summa	180° 0′ 4″					
	O 59°42′ 4″	5″	5″			59°42′ 5″
II.	*B* 52 18 25	27	27	$\bar{1}$,898343	+1,6	52 18 27
	C 67 59 26	28	28	$\bar{1}$,967139	+0,8	67 59 28
Summa	179°59′55″					
	O 59° 8′50″	49″	48″			59° 8′48″
III.	*C* 83 15 18	17	17	$\bar{1}$,996983	+0,2	83 15 17
	D 37 35 56	54	55	$\bar{1}$,785420	+2,7	37 35 55
Summa	180° 0′ 4″					
	O 78°35′23″	25″	24″			78°35′24″
IV.	*D* 52 12 30	33	33	$\bar{1}$,897766	+1,6	52 12 33
	E 49 12 0	2	3	$\bar{1}$,879098	+1,8	49 12 3
Summa	179°59′53″					
	O 38°19′57″	57″	57″			38°19′57″
V.	*E* 94 20 42	41	41	$\bar{1}$,998750	−0,2	94 20 41
	A 47 19 23	22	22	$\bar{1}$,866396	+2,0	47 19 22
Summa	180° 0′ 2″	Nurkade summa *O* juures 360°0′2″		Summa nimet. $\bar{1}$,284170	+9,6	
				Summa lugej. $\bar{1}$,284171	+10,0	

vahe : −1 : 19,6 = prakt. 0″.

Tasandus külgede tingimuse kohaselt jääb seega ära.

Meil on

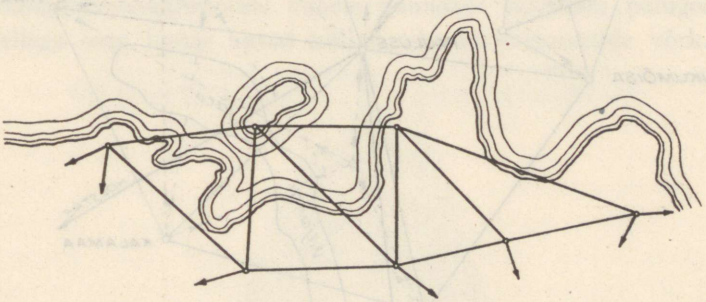
	x	*y*
O	+19 322,54	−15 902,31
A	+20 208,92	−17 023,62

Lahendame kõigepealt edasilõike skeemi järgi I kolmnurga, leides punkti *B* koordinaadid. See ülesanne on lahendatud näites § 94 juures; selles näites on küll võetud tähtede *O*, *A* ja *B* asemel vastavalt *A*, *B* ja *P*. Järgmisena lahendame II kolmnurga jne. Me võime praegu aga

ka kasutada kinnise polügooni arvutusskeemi, arvutades punktide koordinaatide vahed. Viimane tee on lühem. Me saame siis järgmised tulemused.

Punkt	x	y
O	+ 19 322,54	— 15 902,31
A	+ 20 208,92	— 17 023,62
B	+ 19 540,39	— 15 209,05
C	+ 18 905,47	— 15 443,26
D	+ 18 332,96	— 16 101,90
E	+ 19 322,43	— 16 956,16

§ 98. **Triangulatsioonitööde liigitus.** Triangulatsiooniga määratakse rea punktide asukohad suuremal maa-alal. Et punktide arvutamine toimub trigonomeetriliselt, siis sageli nimetatakse triangulatsioonipunkte ka trigonomeetrilisteks punktideks. Triangulatsiooni tarvitatakse ülemaalises ulatuses, kolmnurkade külgede olles mitukümmend km, või ka kohaliku (väikese) triangulatsioonina asulas, tööstuspiirkonnas jne.



Joon. 181.

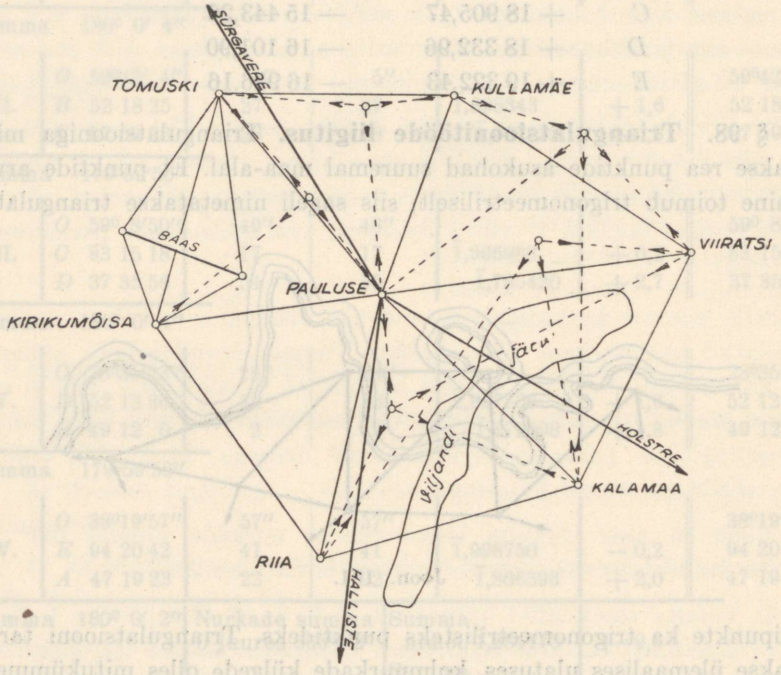
Kõik triangulatsioonid jagatakse tavaliselt järkudesse. Alguses kaetakse maa-ala triangulatsioonivõrguga või läbitakse kolmnurkade ahelaga, võttes kolmnurgad suured ja nende arvu väiksema. Nimetatud võrk või ahel kannab siis I järgu triangulatsiooni nime ja sealt arvutatud punktid nimetatakse I järgu punktideks.

Lihtsa võrgu näiteks on joonisel 182 kolmnurgad täisjoontega; ahel on näidatud joon. 181.

Toetudes nüüd juba neile punktidele, lõigatakse nende pealt juurde uusi punkte, tihendades sellega triangulatsiooni. Need uued punktid nimetatakse siis II järgu triangulatsiooni (ehk trigonomeetrilisteks)

punktideks. Toetudes nüüd I ja II järgu punktidele, lõigatakse juurde uusi, III järgu punkte jne. Tavaliselt IV järgust kaugemale ei minda. Soovi korral saadakse uusi punkte juurde juba polügoonkäikudega III ja IV järgu punktide vahel.

Ülemaalisis töis on I järgu triangulatsiooni kolmnurkade küljed 20—50 km või rohkemgi pikad; II järgu kolmnurkade küljed on siis



Joon. 182.

10—20 km pikad jne. Linnade triangulatsioonis on aga juba I järgu kolmnurkade küljed 3—10 km pikad. „Väiketriangulatsioon" — ilma järkudeta, kohalikuks tarvituseks — võib olla isegi alla 1 km külgedega. Nurkade mõõtmine mitmesugustes järkudes toimub kaalutlustel, et kõik punktid oleksid saadud enam-vähem ühesuguse täpsusega. Et madalamail järkudel on kaugused väiksemad, siis võib neil järelikult mõõta nurki väiksema täpsusega kui kõrgemail järkudel. Nii toimub I järgu ülemaalises ja ka linnade I järgu triangulatsioonis nurkade mõõtmine sekundimurru täpsusega; kohalikus „väiketriangulatsioonis" piisab aga täiesti minutimurrust.

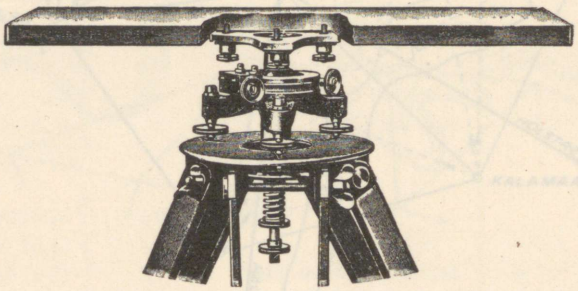
Näitena triangulatsioonijärkudest linnas võtame Viljandi linna triangulatsiooni, mis on kujutatud joon. 182 [1]. See triangulatsioon on tehtud tsentraalsüsteemina. Orientatsioon on antud suundadega Paulusest Sürgaverele, Holstrele ja Hallistele — ülemaalistele triangulatsioonipunktidele. Esimese järgu kolmnurgad on esitatud täisjoontega; I järgu punktide nimed on välja kirjutatud. On mõõdetud baas kolmnurkade külgede arvutamiseks. Pandagu tähele, et baasiks ei ole mingi kolmnurga külg; baas on ühendatud lähteküljega „Kirikumõisa—Tomuski" nn. baasivõrgu kaudu. Viimane mõõdetakse omaette ja sealt arvutatakse siis lähtekülje pikkus. Teise järgu punktid (joonisel ilma nimedeta) on saadud lõigetega esimese järgu punktidest; lõiked on joonisel näidatud punktiirjoontega. Madalama järgu punktid, mis saadakse uute lõigetega I ja II järgu punktidest, pole joonisel enam näidatud.

Triangulatsioonipunktide vahele pannakse hiljemini polügoonkäigud. Sellega ongi linnas antud küllalt tihe kindelpunktide võrk.

[1] Joonis on koostatud „Geodeet" nr. 1, 1940, lk. 11 alusel.

Kaardistamine mensuliga ja fotogrammeetriliselt.

§ 99. **Mensul.** Topograafilisel kaardistamisel suures ulatuses ja väikeses mõõdus, näit. 1 : 25 000, on leidnud laialdast rakendamist mõõtmisviis mensuliga. Ladinakeelne sõna *mensula* tähendab tõlkes lauakest ja laud ongi mensuli oluline osa; tavaliselt on ta ruudukujuline, u. 50 cm pikkuse küljega. Laud kinnitatakse vastava ühenduslüli



Joon. 183.

abil statiivile, lauale asetatakse plaanipaber ja kaardistamine toimub graafiliste võtetega otse väljas. Viimases seisabki mensuliga mõõtmiste hüve: plaani või kaardi otse väljas valmides meil ei jää midagi olulist vahele.

Mensuli üldkuju (keskel poolläbilõikes) näitab joon. 183.

Laud peab pealt olema täiesti sile ja tasapinnaline. Selleks valmistatakse ta seest mitmes kihis, kusjuures puutoimed asetatakse mitmesse suunda, et laud kuivamisel ei kõverduks. Pealt on laud tavaliselt kaetud pärnapuust plaadiga.

Laud ühendatakse statiiviga aluse kaudu, mis tuletab meelde teodoliidi alust. Laud kinnitatakse aluse külge mitme kruvi abil; pärast kinnitamist pöörleb ta aga ümber aluse vertikaaltelje. Sellel pöörlemissüsteemil on oma kinnitus- ja peenliigutusmehhanism, nagu teodo-

indigi. Vertikaaltelje seisu reguleeritakse kolme jalakruviga, vertikaaltelge saab seada enam-vähem vertikaalseks (suurt täpsust pole vajagi) ümmarguse vesiloe abil, mille paneme laua peale. Põhikruvi abil surutakse alus statiivi külge, nagu teodoliidilgi.

Mensuli laud peab olema enam-vähem risti aluse vertikaalteljega. Kontroll toimub väikese ümmarguse vesiloe abil, mille asetame lauale. Kui viga on suur, siis parandame ta laua ja aluse ühenduskohtades, pannes vahele paberit, vaskplekki või muud sellesarnast.

On teisi tüüpe mensuleid, kus lauda võib aluse peal nihutada võrdlemisi suurtes piirides. See võib täpsemal tsentreerimisel kasulikuks osutuda.

Enne kaardistamisele asumist kaetakse mensuli laud plaanipaberiga siledalt ja tihedalt. Lihtsa ja lühiajalise töö juures võib paberil keerata servad ümber lauaservade ja need siis kleepida laua all. Pikemaajalise töö puhul kleebitakse peale selle veel terve plaanipaber laua külge, näit. vahule löödud munavalgega. Paber kaetakse altpoolt munavalgevahuga, asetatakse siis lauale ja hõõrutakse puhta rätikuga keskelt servade poole. Sellega jääb paber tihedalt laua külge; pärast plaani valmimist on ta aga lauast kergesti eraldatav. Uuemal ajal on mensulitöil rakendust leidnud paber, millel on alumiiniumleht keskel. See paber on väga püsiv; ta kinnitatakse mensulilaua külge rea vaskkruvikestega. Peale selle kaetakse joonestuspaber veel õhukese sileda paberiga, et teda kaitseda määrdumise eest pikemaajalise töö jooksul. Õhukesel paberil lõigatakse auk ainult sellel kohal, kus parajasti kaardistatakse; hiljemini kaetakse auk lapiga.

§ 100. **Kippreegel.** Suunamiseks mensulimõõtmistel vajame joonlauda sihikutega — nn. alidaadi. Suurematel töödel tuleb aga paratamatult laialdaselt rakendada optilist kaugusemõõtmist. Seepärast varustatakse joonlaud pikksilmaga, millel on tavaline lihtne kaugusemõõtja niitristiku näol. Säärast riista nimetatakse kippreegliks. Joon. 184 esitab nn. Vene kindralstaabi tüüpi kippreeglit, mis on üks tuntumaid tüüpe.

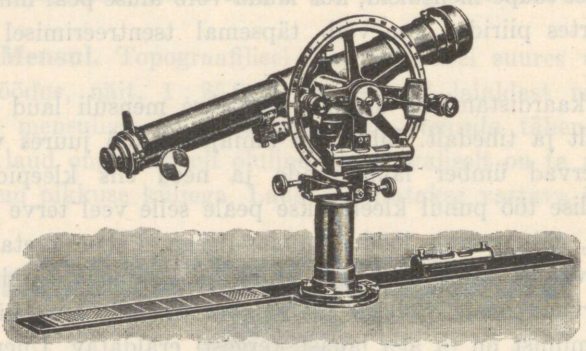
Nagu näeme, koosneb kippreegel metallist joonlauast, millel umbes keskel on vertikaalne sammas. Samba seis joonlaua suhtes on reguleeritav ainult väikestes piirides vastavate kruvidega. Risti sambaga on horisontaaltelg, millega omakorda risti on pikksilm. Pikksilm on üles-alla pööratav ümber horisontaaltelje; viimasega on liikumatult ühendatud vertikaalring. Vastava alidaadi abil võib vertikaalringilt teha vertikaalnurga lugemeid, kusjuures alidaadi seisu horisondi suhtes

kontrollib alidaadi küljes olev vesilood. Vertikaalnurga mõõtmine kippreegliga on täiesti analoogiline sama mõõtmisega teodoliidi juures.

Kippreegel peab täitma järgmisi nõudeid:

1) Joonlaud peab olema sirge; kontroll nagu tavalise joonlaua juures.

2) Pikksilma sihtimissuund peab olema risti horisontaalteljega. Kontrolliks sihime pikksilmaga mõnele kaugele madalale objektile ja tõmbame siis joonlaua järgi paberile joone. Tõstame kippreegli



Joon. 184.

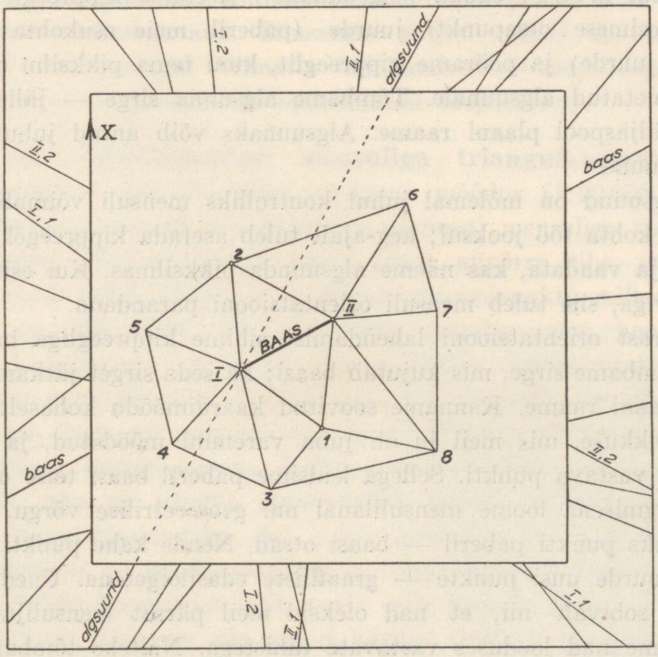
täpselt ringi (180^0) joonlaua joone järgi. Pöörame pikksilma läbi seniidi ja vaatame, kas varemini sihitud punkt tuleb jälle vaatevälja keskele küllaldase täpsusega. Kui mitte, siis õiendame niitristikut.

3) Mensulilaua horisontaalne olles peab kippreegli horisontaaltelg olema horisontaalne. Kontroll on analoogiline teodoliidi vastava kontrolliga (§ 29) ja toimub kõrge lähedase eseme kaudu. Õiendus toimub tarbe korral kas horisontaaltelje juures või vertikaalsamba juures olevate kruvidega. Laua horisontaalsuse kontroll toimub vastava väikese pealepandava ümmarguse vesiloega.

4) Pikksilma sihtimissuund peab olema enam-vähem paralleelne joonlaua servaga. Kontrolliks sihime mingile kaugemale esemele läbi pikksilma; paneme siis joonlaua serva vastu kaks peenikest nõela ja vaatame palja silmaga, kas nõelte suund ühtib pikksilma sihtimissuunaga.

§ 101. **Kaardistamine mensuliga maastikubaasi abil.** Olgu meil looduses antud ainult üks punkt, mille koordinaadid on teada (kui ka seda ei ole, siis teeme lokaalse koordinaadistiku), ja tulgu see punkt mitte väga plaani servale. Mõõdame antud punktist lähtudes

maastikul teraslindiga baasi, mille pikkuse võtame nii, et ta tuleb plaanil näit. 8—15 cm pikk. Tähistame küllalt nähtavalt baasi teise otsa. Läheme mensuliga esimesse baasi otsa (s. o. antud koordinaatidega punkti), mille soovitud asukoha me oleme torganud nõelaga ka



Joon. 185.

plaanipaberile (I). Tsentreerime mensuli ja seame tema vertikaaltelje vertikaalseks. Tõmbame plaanile sirgjoone, mida me soovime näha kui põhja- või *X*-suunda. Tõmbame paberile oma soovitud plaani raamid. Kui meil on kuskil näha punkt, mille peale direktsioon-nurk (või asimuut) on teada, siis arvutame ja tõmbame plaanil sirgjoone, mis kujutab vastavat suunda (algsuunda). See joon tõmmatakse nii, et ta jääb ainult lõikudena väljapoole plaani raame (vt. joon. 185).

Selle järel asetame kippreegli joonlaua algsuunda kujutavale sirgele ja pöörame mensulilauda, kuni pikksilmas on näha vastav punkt. Siis areteerime ja suuname täpselt peenliigutuskruviga. Mensul on nüüd orienteeritud.

Kui meil pole ühtegi suunda, mille direktsioon-nurk (või asimuut) oleks teada, siis orienteerime mensuli magnetilise meridiaani järgi. Meil oli juba soovitud põhjasuund paberile tõmmatud. Paneme sellele sirgele orientiirbussoli ja pöörame mensulit, kuni bussoli nõel näitab 0-lugemit. Sellega ongi mensul orienteeritud. Nüüd valime aga maastikul m i n g i suuna „algsuunaks". Asetame kippreegli joonlaua baasi esimese otsapunkti juurde (paberil meie asukohta kujutava punkti juurde) ja pöörame kippreeglit, kuni tema pikksilm on suunatud nimetatud algsuunale. Tõmbame algsuuna sirge — jällegi lõikudena väljaspool plaani raame. Algsuunaks võib antud juhul olla ka baasi suund.

Algsuund on mõlemal juhul kontrolliks mensuli võimaliku pöördumise kohta töö jooksul; aeg-ajalt tuleb asetada kippreegel algsuuna sirgele ja vaadata, kas näeme algsuunda pikksilmas. Kui esineb märgatav viga, siis tuleb mensuli orientatsiooni parandada.

Pärast orientatsiooni lahendamist sihime kippreegliga baasi suunas. Tõmbame sirge, mis kujutab baasi; ka seda sirget jätkame väljaspool plaani raame. Kanname soovitud kaardimõõdu kohaselt paberile baasi pikkuse, mis meil ju oli juba varemini mõõdetud, ja torkame nõelaga vastava punkti. Sellega leidsime paberil baasi teise otsa (II).

Järgmisena loome mensulilaual nn. geomeetrilise võrgu. Meil on juba kaks punkti paberil — baasi otsad. Nende kahe punkti abil lõikame juurde uusi punkte — graafiliste edasilõigetena. Uued punktid valime sobivalt nii, et nad oleksid meil pärast mensulijaamadeks. Tähistame nad looduses vastavate tähistega. Näiteks tõmbame baasi I otsas olles suunad I—1, I—2, I—3, I—4, I—5; kõiki neid sirgeid jätkame väljaspool plaani raame, kirjutades iga lõigu juurde, missuguse suuna kohta ta käib. Selle järel läheme mensuliga baasi teise otsa. Tsentreerime ja orienteerime mensuli nüüd juba paberil olemasoleva baasisuuna järgi. Tõmbame ka baasi II otsas analoogiliselt kõik tarvilikud suunad II—1, II—2, II—6, II—7, II—8. Lõigetena saame kaks uut punkti: 1 ja 2; need torkame nõelaga paberisse. Selle järel läheme kordamööda neisse uutesse punktidesse (1 ja 2), saades jälle uusi lõikeid, jne. Pandagu tähele, et mensuli orientatsioon igas uues punktis toimub paberil juba olemasolevate sirgete järgi, milleks me need sirged võtsimegi pikkadena, jätkates neid väljapoole plaani raame. Pandagu veel tähele, et igas uues punktis on meil ka orientatsiooni kontrollid, sest iga punkti läbib 2 või rohkem sirget.

Geomeetriline võrk jääb aluseks meie kaardistamistööle. Tuleb hoolitseda, et lõiked võrgu loomisel ei oleks teravamad kui 30°. Võrgu

punktid on järgemööda mensulijaamadeks, kui algab maastikudetailide kaardistamine. Viimane on täiesti analoogiline tahhümeetrilise tööga (vt. § 83). Töötamisviis on seega polaarne, kusjuures kaugused saame optilise kaugusemõõtjaga, kõrgused kõrgusnurgast. Siin arvutatakse aga kohe koha peal kõigi punktide kaugused ja kõrgused ja märgitakse punktid plaanipaberile, milleks pealmise kattepaberi sisse lõigatakse küllaldase suurusega auk. Siinsamas väljas valmib ka kogu kaart (plaan) isohüpsidega. Viimaste tõmbamisel on meil seega maastik silmade ees, mis garanteerib maksimaalse tõepärasuse.

§ 102. **Kaardistamine mensuliga triangulatsiooni alusel.** Topograafilisel kaardistamisel väikeses mõõdus (1:20 000, 1:25 000, 1:50 000 jne.) toimub kaardistamine enamasti mensuliga triangulatsiooni alusel. Triangulatsioon peab olema niivõrra tihe, et mensuli kaardilehele tuleks vähemalt 3 triangulatsioonipunkti, millede koordinaadid on juba teada. Need 3 punkti kantakse oma koordinaatide kaudu kaardilehele juba ette valmis. Väljas orienteeritakse mensul siis nende punktide kaudu. Neist punktidest lähtudes lõigatakse kaardilehel uusi, luues nii geomeetrilise võrgu. Võrgu punkte võetakse ühele kaardilehele mitukümmend. Väikese kaardimõõdu juures pole sageli võimalik teha nii tihedat geomeetrilist võrku, et võrgu punktidest piisaks mensulijaamadeks. Sel juhul pannakse ühest võrgu punktist teise lühikesed — paarijaamalised — mensulikäigud. Tundmatut mensuli asukohta kaardilehel võib peale selle veel määrata ka graafilise tagasilõikega, mida me siin aga ei käsitle. Optilisel kaugusemõõtmisel võetakse kaugused jaamast latini kuni 200—300 m, sõltuvalt kaardimõõdust ja maastiku iseloomust.

Mensuliga kaardistamisel on valmistatud järgmised tähtsamad topograafilised kaardid Eesti territooriumi kohta:

1) Mõõt 1:42 000 ehk ühes tollis üks verst; isohüpsid Põhja-Eestis iga 2 sülla takka ja Lõuna-Eestis iga 4 sülla takka; valmistamise aeg XIX sajandi lõpp ja XX sajandi algus; katab terve Eesti, peale Petserimaa.

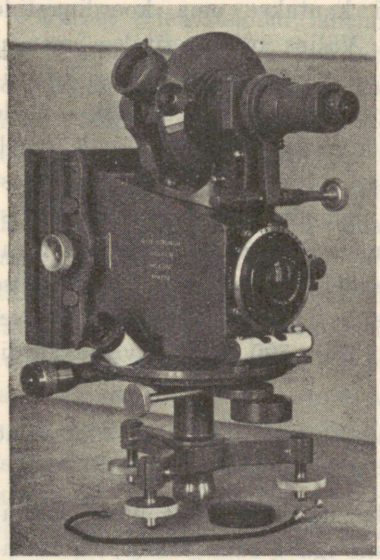
2) Praegune Petserimaa on valmistatud samas mõõdus (1:42 000), lisaks eelmisele, 1920. a. järel. Seega on praegu kogu Eesti territoorium kaetud kaardiga 1:42 000.

3) Mõõt 1:25 000; isohüpsid Põhja-Eestis iga 2 m takka ja Lõuna-Eestis iga 4 m takka; valmistamisaeg 1923. ja 1940. a. vahel; on seni (kuni 1941. a.) olemas ainult osa Eesti territooriumi jaoks.

4) Mõõt 1:50 000; isohüpsid Põhja-Eestis iga 4 m takka ja Lõuna-Eestis iga 8 m takka; valmistatakse alates 1935. aastast kuni praeguseni (1941. a.); seni on temaga kaetud juba suurem osa Eesti territooriumist.

Mensuliga kaardistamise hüvesid oleme juba nimetanud. Et kaart valmib otse väljas, maastiku olles veel mõõtja silmade all, siis saavutatakse minimaalse tööga maksimaalne tõepärasus. Eriti on see oluline isohüpside tõmbamisel. Mensulitööd on seega kasulikud suure ulatusega ja väikese mõõduga kaardistamisel. Mensulitööde miinusena võiks nimetada seda, et aparatuur on võrdlemisi kohmakas ja nõuab vastavat vilumust. Seepärast ka tavalisil inseneritöil eelistatakse enamasti tahhümeetrilist mõõtmisviisi teodoliidiga.

§ 103. **Terrestriline ehk maapealne fotogrammeetria. Fototeodoliit.** Viimaseil aastakümneil leiab järjest enam rakendamist plaanide ja kaartide valmistamine foto teel otse maastikust. Seesugust kaardistamisviisi nimetatakse fotogrammeetriliseks. Jagame fotogrammeetrilise kaardistamise kahte ossa, mis erinevad nii pildistamisviisilt kui ka mõõtandmete kasutamisviisilt: a) maapealseks ehk terrestriliseks ja b) aerofotogrammeetriaks.



Joon. 186.

Terrestrilises fotogrammeetrias pildistatakse maastik maapinnalt paigalseisva fotokaameraga. Et me soovime fotopildist hiljemini saada täpset plaani (või kaarti), siis muidugi ei saa pildistamist teha ükskõik kuidas, niiöelda „metsikult". Fotoplaat peab olema ülesvõtte ajal teatud kindlal viisil orienteeritud maapealse koordinaadistiku järgi. Selle teostamiseks tehakse ülesvõtted erilise riistaga — fototeodoliidiga —, mis on kombinatsioon teodoliidist ja fotokaamerast. Joon. 186 näeme fototeodoliiti, mis on valmistatud Hollandi firma de Konigh'i poolt.

Fototeodoliit koosneb tavalisest teodoliidist kõigi selle osadega, nagu teljed, limbid, pikksilm, vesiloed jne. Teodoliidi kere külge on aga sobivalt ja kindlalt ühendatud kindel metallist fotokaamera. Foto-

kaamera pöörleb koos pikksilmaga ümber teodoliidi vertikaaltelje ja on seega soovi järgi orienteeritav. Enamasti on fotokaamera ja pikksilma sihtimissuund üksteisega täpselt risti. Fotokaamera objektiiviks valitakse hea, praktiliselt moonutusvaba kujutusega anastigmaat. Et maastik, mida me pildistame, on meist enamasti kaunis kaugel (vähemalt mõnikümmend m), siis kaamera ei ole fokuseeritav. Viimane asjaolu on kasulik täpse pildikauguse [1] hoidmiseks. Fotoplaat surutakse alati enne ülesvõtet vastu täpselt lihvitud raami või vastavaid märke, mis teel samuti hoitakse täpset pildikaugust. Kaamera sees on märgid — mõõtmärgid —, mis pildistuvad negatiivile kaasa. Neid märke on tavaliselt neli: üleval, all, vasakul ja paremal. Märgid annavad meile negatiivil kaks üksteisega risti olevat sirgjoont (vt. joon. 189).

Fototeodoliit peab olema töötamiseks õiendatud, täites järgmisi nõudeid: 1) objektiivi optiline telg peab olema risti fotoplaadiga, 2) kui fototeodoliidi vertikaaltelg on seatud vertikaalseks (vesiloe abil, nagu tavalisegi teodoliidi puhul), siis peab fotoplaat olema vertikaalne, 3) fotoplaadil mõõtmärkide abil saadud sirgjoontest peab üks olema vertikaalne ja teine horisontaalne, kui fototeodoliidi vertikaaltelg on vertikaalne, 4) ristjoon objektiivist fotoplaadile (sihitelg) peab lõikama fotoplaati punktis, kus mõõtmärkidest saadud vertikaalne ja horisontaalne joon lõikuvad.

Nende nõuete kontrolli ja tarbe korral ka fototeodoliidi vastavat õiendamist me siin ei käsitle.

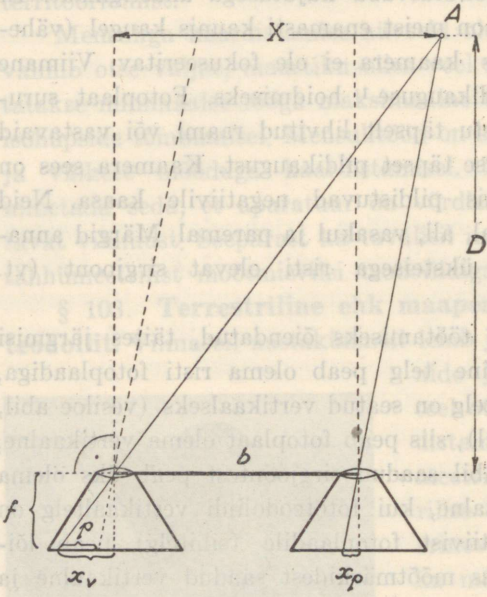
Peale nimetatu peab veel olema teada fotokaamera täpne pildikaugus (paari sajandiku mm täpsusega).

Ülesvõtete jaoks maastikul orienteerime fotoplaadi maapealse koordinaadistiku suhtes fototeodoliidi limbide abil, kasutades selleks tuntud koordinaatidega maapealseid punkte. Kui meil see on tehtud, siis võime maastikufotode järgi koostada plaani. Fotosid on vaja vähemalt kaks.

§ 104. **Stereofotogrammeetria maapealsete ülesvõtete juures.** Sagedaimini kasutatav töötamisviis maapealses fotogrammeetrias on stereofotogrammeetriline. Sel puhul tehakse maastikust 2 ülesvõtet järgnevalt. Valitakse sobiv baas (joon) — mõnikümmend m pikk (0,2—0,1 objekti kaugusest). Baasi kummastki otsast tehakse foto maastikust nii, et fotokaamera sihtimissuunad oleksid baasiga risti. Baasi pikkus mõõdetakse teraslindiga või küllalt täpse optilise kau-

[1] Kaugus objektiivist fotoplaadini.

gusemõõtjaga. Baasi asimuudi ja koordinaadid mõõdame enne ülesvõtete tegemist fototeodoliidi teodoliidi osaga tuntud maapealsete punktide kaudu.



Joon. 187.

Ülesvõtteilt plaani koostamiseks tarvilikke mõõtmisi selgitab joon. 187.

Olgu baasi pikkus märgitud tähega b, fotokaamera pildikaugus tähega f. Olgu maastikul mingi punkt A, mille kaugus baasist (ristsuunas) olgu D ja mille abstsiss olgu X. Pandagu tähele, et me loeme abstsisse vasakpoolse ülesvõtte sihtimissuunast. Fotoplaadil leiame kummagi ülesvõtte peal punkti A kujutise. A asukohta plaatidel me mõõdame tasapinnaliste koordinaatidega x ja y, tavaliselt mm-eis. Abstsisse (x) mõõdame plaadil olevate mõõtmärkide järgi horisontaalse sirge suunas ja ordinaate y vertikaalse sirge suunas. Nullpunkt on nende kahe sirge lõikepunkt. On arusaadav, et plaatidel mõõdetud punkti A abstsissid x_w (vasakul ülesvõttel) ja x_p (paremal ülesvõttel) on erinevad.

Jooniselt 187 on näha, et

$$\frac{x_w}{X} = \frac{f}{D}.$$

Edasi on aga selge, et

$$\frac{x_w - x_p}{b} = \frac{f}{D},$$

kust leiame

$$D = \frac{b}{x_w - x_p} \cdot f.$$

Suurust $x_w - x_p$ nimetame mõõdetava punkti p a r a l l a k s i k s,

tähistades teda tähega p. Parallaks väheneb objekti kaugenedes ja vastupidi.

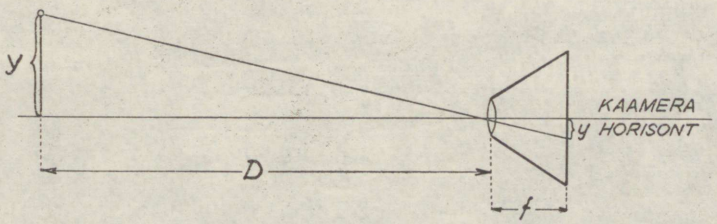
Seega

$$D = \frac{b}{p} \cdot f.$$

Kui meil baas on horisontaalne, siis punkti A ordinaat y on mõlemal plaadil ühesugune. Üldisel juhul mõõdame aga y vasakpoolse ülesvõtte järgi.

Me leiame punkti A kõrguse Y kaamera horisondi (horisontaaljoon plaadil) suhtes jooniselt 188.

$$\frac{Y}{D} = \frac{y}{f}; \quad Y = D \cdot \frac{y}{f}.$$



Joon. 188.

Pidades silmas D väärtust, saame lõplikult vasakpoolse fototeodoliidi seisu suhtes

$$X = \frac{b}{p} \cdot x; \quad Y = \frac{b}{p} \cdot y; \quad D = \frac{b}{p} \cdot f,$$

kus x ja y on mõõdetud vasakpoolselt plaadilt.

Me näeme, et me võime ülesvõtteil mõõdetud koordinaatidest leida kõik kolm „maapealset" koordinaati X, Y, D. Parempoolset ülesvõtet on meil vaja ainult parallaksi p leidmiseks.

Pidades silmas, et meil fototeodoliidi pikksilma sihtimissuund on risti fotokaamera sihtimissuunaga, on ülesvõtte protsess järgmine. Tsentreerime teodoliidi ühel baasi otsal. Sihime pikksilmaga baasi teise otsa ja mõõdame baasi pikkuse. Teeme ülesvõtte; see ongi baasiga risti. Teises baasi otsas kordame kõik analoogiliselt. Olgu märgitud, et me võime teha soovi korral baasi suhtes ka kaldvõtteid, et haarata rohkem maastikku. Võtted mõlemast baasi otsast peavad aga olema täpselt paralleelsed. Valemid X, Y, D jaoks on siis analoogilised.

On selge, et mõõtmistulemuse headus sõltub kõige suuremal määral just parallaksi mõõtmise täpsusest. Et parallaks (vahe kahe suuruse vahel) on võrdlemisi väike suurus, siis oleks hea, kui me saaksime teda mõõta otseselt ja täpsemalt kui x ja y ennast. See ongi teostatud ruumiliste piltide mõõtmise kaudu, stereomeetrite või stereokomparaatorite abil.



Joon. 189a.

Peame meeles, et meil on maastikust kaks ülesvõtet, mis näitavad sama maastikku erinevaist kohtadest tehtud võtteil. Kui asetada need ülesvõtted nii, et vasak silm vaatab ainult vasakpoolset ülesvõtet ja parem silm ainult parempoolset ülesvõtet, siis sobival asetusel sulavad need kaks pilti kokku üheks ja meil tekib ülesvõetud maastikust ruumiline kujutlus. Viimane teostatakse stereoskoobi abil. Baasi pikkusest sõltuvalt tekib meie ruumiline pilt „sügavam" või „lamedam", kusjuures ruumiline efekt on tunduvalt „üle aetud", võrreldes tavalise nägemisega kahe silma abil.

Joon. 189-a ja 189-b esitavad meile stereofotod Tallinna jaamaesisest väljakust, mis on pildistatud fototeodoliidiga Toompealt. Fotokaamera $f = 130{,}55$ mm; baasi pikkus oli 7,554 m. Fotodel on näha

mõõtmärgid, mis annavad vertikaalse ja horisontaalse sirge koordinaatide mõõtmiseks. Pandagu tähele, et samade kohtade abstsissid kummalgi fotol erinevad seda rohkem, mida lähemal on esemed. Kui asetame pildid stereoskoopi, siis saamegi ruumilise kujutluse.

Olgu meil nüüd kummagi ülesvõtte kohal mingi väike terav märk nii, et mõlemad märgid oleksid täpselt ühte moodi. Vaadeldes foto-



Joon. 189b.

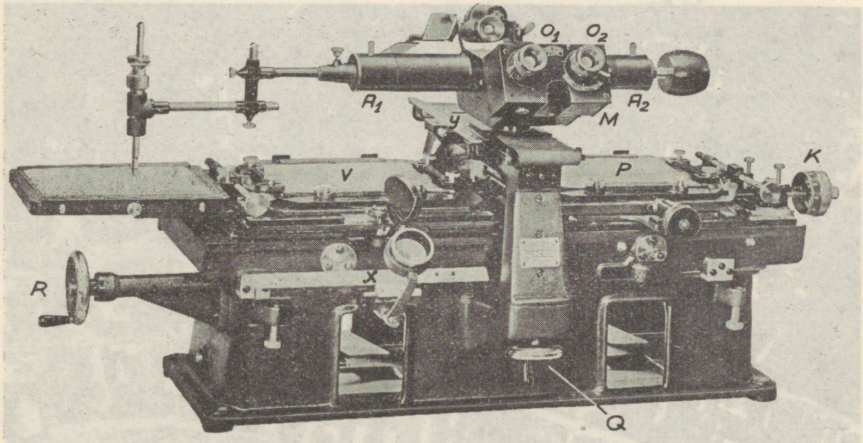
plaate, näeme ühtlasi ka märke — vasaku silmaga vasakpoolset märki ja plaati ja parema silmaga parempoolset märki ja plaati. Just niisama kui meil kaks plaati sulasid kokku ühiseks ruumiliseks pildiks, sulavad sobival asetusel ka eelnimetatud kaks märki kokku üheks „ruumiliseks märgiks". Me näeme seega seda ruumismärki teatud sügavuses maastiku sees. Me võime aga ruumismärki lasta rännata maastikus (üles, alla, vasakule, paremale) ja *ka ruumi sügavuses*, kui me muudame kahe märgi omavahelist kaugust plaatide ees. Kui me asetame näiteks märgid nii, et vasakpoolsel plaadil oleks märk teatud kindla eseme juures ja parempoolsel plaadil *sellesama* eseme juures, siis „ruumismärk" näib olevat ruumis samasugusel sügavusel kui nimetatud esegi. Täpne märgi asetus toimub stereoskoobilise

nägemise abil. Nii võime toimetada kõigi meid huvitavate esemetega. Milles aga avaldusid esemete asukohtade erinevused vasakpoolsel ja parempoolsel plaadil? Abstsisside (x) vahedes ehk parallaksis! Seega meie ruumismärk mõõdab soovi korral parallaksi. Osutub, et säärane parallaksi mõõtmine — ruumilise ehk stereoskoobilise nägemise abil — on täpsem ja mugavam kui parallaksi arvutamine abstsisside vahedest.

Stereo-ülesvõtete mõõtmist toimetatakse kas stereomeetriga või stereokomparaatoriga. Põhimõttelist vahet neil riistadel pole. Stereomeetriks nimetame lihtsat riista väikese täpsusega. Stereokomparaator annab suure täpsuse ja suuremad mugavused (järelikult ka suurema kiiruse); temaga mõõdame x ja y paari sajandiku mm täpsusega ja parallaksi paari tuhandiku mm täpsusega.

Mõlemas nimetatud riistas vaatame fotoplaate kahekordse okulaariga ruumiliselt. Plaadid valgustatakse alt ja valgus juhitakse siis peeglitega või prismadega okulaaridesse, vasakpoolselt plaadilt vasakpoolsesse ja parempoolselt plaadilt parempoolsesse okulaari. Plaate võib nihutada ja pöörata üksteise suhtes. Vastavate skaalade abil mõõdame v a s a k p o o l s e l plaadil meid huvitavate esemete koordinaadid x ja y, milleks plaat tuleb nii pöörata, et plaadil mõõtmärkide poolt antud horisontaalne ja vertikaalne joon ühtiksid vastavalt x ja y skaalade suunaga. Parallaksi mõõdame ruumismärgi abil, mis tegelikult koosneb kahest märgist — kummagi plaadi ees üks. Parempoolset märki võib nihutada vasakpoolse suhtes vastava kruviga, kuni tekib „ruumismärk" soovitud „sügavuses". Me nihutame seega kruviga parempoolset märki parempoolse plaadi suhtes. On arusaadav, et sama efekti saame, kui jätame märgi paigale ja nihutame parempoolset plaati kruviga x-suunas. Nihke suuruse mm-eis mõõdame sama kruviga; selleks peab kruvi olema lõigatud erilise täpsusega ja kruvi pea varustatud jaotustega ja numbritega. Numbrid kruvil seame nii, et lugem null (s. o. ka parallaks null) oleks siis, kui „ruumismärk" paistab olevat samas sügavuses kui vertikaalsed plaatide mõõtmärgid. Annavad ju viimased kaks paralleelset suunda, s. o. lõpmata suure kauguse ja seega parallaksi null. Öeldu selgituseks vaatame joon. 190 kujutatud Zeissi stereokomparaatorit. Joonisel tähendavad: M — vaatlusmikroskoopi okulaaridega O_1 ja O_2; okulaaridesse satub prismade süsteemi A_1 ja A_2 kaudu vastavalt kujutis vasakust (V) või paremast (P) fotoplaadist. Mõlemad plaadid k o o s on nihutatavad vaatlusmikroskoobi suhtes vasakule või paremale ratta R pööramisega. Seejuures loeme vasakpoolse plaadi järgi abstsisse skaalal x. Mikroskoopi M võib nihutada plaatide suhtes risti x-suunaga rattaga Q; seejuures

loeme ordinaadid vasakpoolse ülesvõtte järgi skaalal y. Okulaaride prismasüsteemi sees asub kummagi okulaari ees märk, mis koosvaadatuna annavad „ruumismärgi". Parempoolne plaat on aga peenelt nihutatav vasakpoolse suhtes ja seega ka nimetatud parempoolse okulaari märgi suhtes. Nihutamine toimub kruviga K. Selle kruvi pööramisel rändab meie „ruumismärk" näivalt ruumilise pildi sügavuses. Kruvi K mõõdabki seega parallaksi.



Joon. 190.

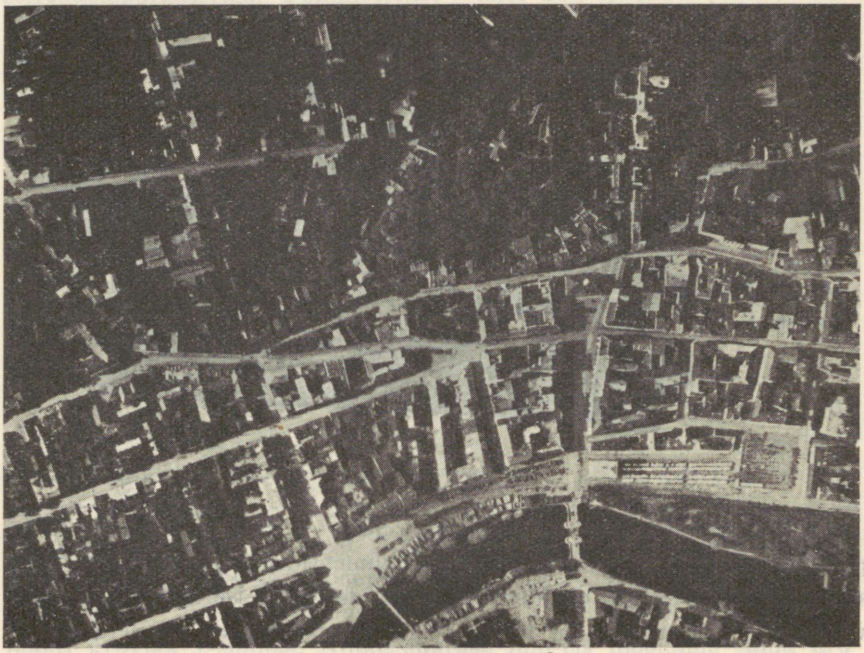
Fotogrammeetrilise mõõtmisviisi hüve seisab selles, et fotoplaadid jäävad põhjalike mõõtmisdokumentidena püsima. Kui meil seega antud momendil on huvi rea punktide mõõtmise kohta, siis tulevikus võib kasutada samu plaate teiste plaadil olevate esemete mõõtmiseks jne. Mõõtmisviisi miinuseks on aga, et aparatuurid ülesvõtteiks, eriti aga ülesvõtete mõõtmisiks on kaunis kallid.

§ 105. **Aerofotogrammeetria.** Aerofotogrammeetrilisel kaardistamisel pildistatakse maa-ala ülevalt — liikuvalt aeroplaanilt. Ülesvõtteiks tarvitatakse vastavaid spetsiaalseid fotokaameraid, mis tavaliselt on kinnitatud aeroplaani põhja külge, kuhu kaamera jaoks on lõigatud auk. Ülesvõtted on muidugi lühikese vältusega momentvõtted. On arusaadav, et aerofoto tegemisel ei saa hoida kaamerat teatud kindlas „välises orientatsioonis". Seetõttu on kõik aerofotod üldiselt kaldvõtted, milledel peale selle mõõt sõltub veel lennukõrgusest. Seetõttu vajab iga aerofoto enne tema tarvitamist kaardistamise otstarbeks veel transformatsiooni püstvõtteks sobiva mõõduga. On ehitatud kaameraid, kus plaadile ühes maastikuga pildistatakse ka hori-

sondijoon (seega horisontaalne joon) kahes üksteisega ristiolevas suunas (Nenonen'i horisondid) ja kaamera küljes oleva vesiloe mulli seis. Horisondi jooned ja vesiloe mull on siis ülesvõtte transformeerimisel abiks.

Joon. 191 kujutab aerofotot Tartu südalinnast umbes 1928. a.

On selge, et foto on maa-ala perspektiivne kujutis fotoplaadil. Plaadi suhtes kaldu olevate joonte puhul — püstvõtte juures seega



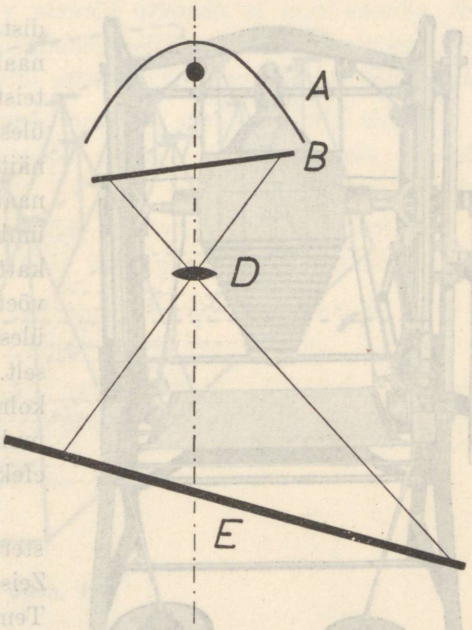
Joon. 191.

eriti plaadiservadel — avaldavad punktide asukohtadele veel mõju nende punktide kõrgused ümbritseva maastiku suhtes.

Aerofoto transformeerimiseks peab foto peal leiduma vähemalt 4 punkti — nn. tugipunkti —, mille koordinaadid maapealses koordinaadistikus on teada. Sel juhul me pöörame fotografeerimisprotsessi ümber: mingi valgusallikaga me projektime oma foto tasapinnale, mille peale on juba kantud nimetatud 4 tugipunkti asukohad oma koordinaatide kaudu. Riistu, mille abil seda projektimist teostatakse, nimetatakse transformaatoriteks. Transformaatori põhiidee on kujutatud joon. 192, kus *A* tähendab valgusallikat reflektoriga, *B* tähendab fotoplaati, *D* — objektiivi, mille abil projektitakse, ja *E* — pro-

jektsioonitasapinda, kuhu peale ilmub projektitud pilt. Ülesvõte *B* ja projektsioonitasapind *E* on üksteise suhtes kallutatavad, nihutatavad ja pööratavad.

Projektsioonitasapinnale *E* kanname juba ette 4 tugipunkti asukohad oma koordinaatide abil soovitud plaanimõõdu kohaselt. Nüüd pöörame, nihutame ja kallutame fotoplaati ja projektsioonitasapinda omavahel niikaua, kuni fotoplaadilt projektitud 4 tugipunkti kattuvad täpselt nende asukohtadega projektsioonitasapinnal. Fotoplaadilt projektitud kujutis projektsioonitasapinnal on nüüd õige — transformeeritud — plaan soovitud mõõdus. On arusaadav, et kontrolli mõttes on parem, kui tugipunkte on rohkem kui 4, näit. 5—6. Asetades projektsioonitasapinnale valgustundliku paberi, saame õige plaani. Joon. 193 kujutab Odencrants-Wild'i fototransformaatori välisvaadet.



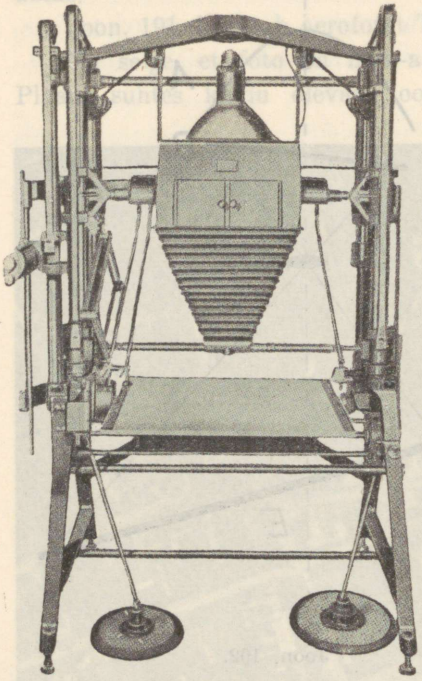
Joon. 192.

Maastiku pildistamine lennukilt nõuab suurt vilumust. Pildistatav maa-ala tuleb katta lennuribadega nii, et naaberfotod kataksid üksteist teatud piirides, et ei tekiks tühikuid, et fotod oleksid enam-vähem püstvõtted, et lennukõrgus oleks enam-vähem ühtlane jne. Pildistamise skeem on näidatud joon. 194.

Transformeerimisel saadud pildid kleebitakse mosaiigitaoliselt täpselt kokku, saades nii fotoplaani või -kaardi. Soovi korral joonistame selle kaardi ümber vastavate sümbolite (tingmärkide) kohaselt, kirjutame pealkirjad jne., saades sel moel tavalise kaardi.

Nimetatud kaardistamisviis on tarvilik ja sobiv, kui soovime saada maastikust kaarti või plaani ilma kõrgusjoonteta ja kui maastik ei ole väga mägine. Soovi korral võib kõrgusjooni hiljemini fotoplaanile juurde mõõta maa peal mensuliga ja kippreegliga. Säärane kombineeritud mõõtmisviis on mitmel pool tarvitusel. Kui soovime

kohe saada plaani kõrgusjoontega või kui me töötame mägimaastikus, siis tuleb plaani või kaardi saamiseks kasutada stereofotogrammeetrilisi võtteid.



Joon. 193.

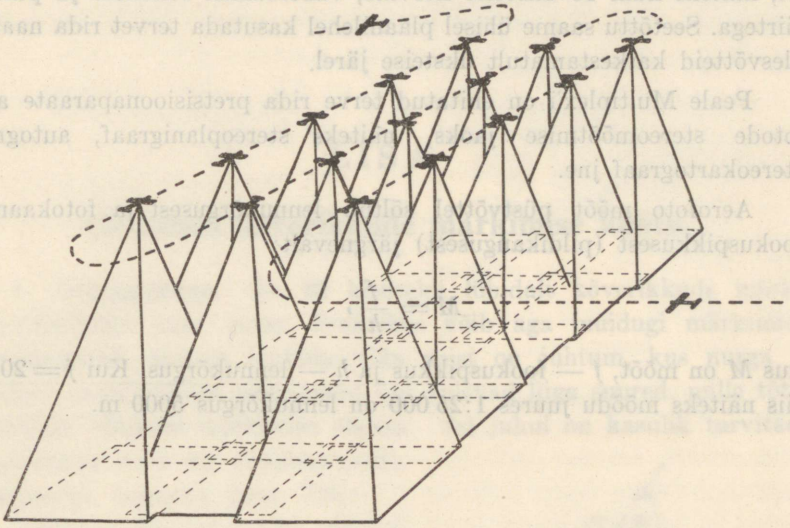
Stereofotogrammeetriline pildistamine õhust seisab selles, et naaberülesvõtted kataksid üksteist rohkem kui see tavaliste ülesvõtete juures tarvilik on. Kui näiteks tavalisil ülesvõtteil on naaberplaatide kattumine 20% ümber, siis stereofotode puhul on kattumine 60% ümber. Kogu ülesvõetud maa-ala on seega kaetud ülesvõtetega vähemalt kahekordselt. Ülesvõtete mõõtmine (kõigis kolmes koordinaadis *X*, *Y*, *Z*) toimub ruumilise nägemise — stereoefekti — kaudu.

Üks lihtsamaist õhuülesvõtete stereomõõtmise seadistest on Zeissi „Aeroprojektor Multiplex". Tema printsiip on lühidalt järgmine.

Nagu eespool-nimetatud õhufotode transformaatoriski, pööratakse ka Multiplex'is fotografeerimisprotsess ümber. Ülesvõttest valmistatakse vähendatud koopia ja asetatakse see projektorisse. Projektor asetseb erilise kangi küljes, kus saab teda pöörata, kallutada, tõsta ja langetada. Projektorist projektitakse aerofoto erilisele projektsioonilauakesele. Samale lauakesele projektitakse aga ka naaberfoto teise projektori kaudu. Meil tuleb seega projektsioonilauakesel naaberfotode ühises osas kaks üksteisega lõikuvat kiirtekimpu (vt. joon. 195).

Projektoreid nihutatakse ja kallutatakse niikaua üksteise suhtes, kuni projektsioonilauakesel tekib lõikuvaist kiirtekimpudest tõeline ruumiline mudel, mis kujutab maastikku nii, nagu ta tõeliselt oli ülesvõtete tegemise ajal. Vastava seadisega orienteeritakse see ruumiline mudel vertikaaljoone suhtes ja muudetakse mõõt sobivaks fotode peal olevate tuntud punktide (vähemalt 3) kaudu. Selle ruumilise mudeli inimesesilmale nähtavaks tegemiseks kasutatakse järgmist võtet.

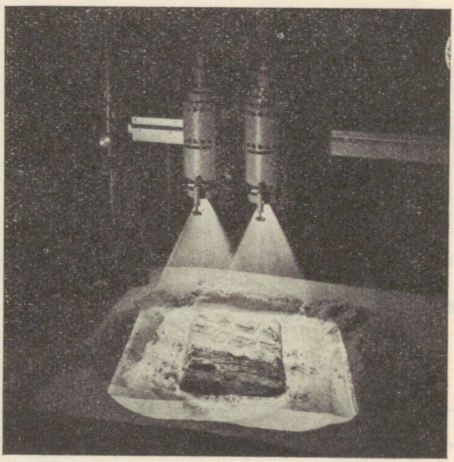
Vasaku projektori ette asetatakse näiteks roheline filter, parema projektori ette punane filter. Vasakpoolse foto kiirtekimp sisaldab seega ainult rohelisi kiiri, parempoolse foto kiirtekimp ainult punaseid kiiri.



Joon. 194.

Vaatleja asetab oma silmade ette prillid, mille vasakpoolne klaas on roheline, parempoolne aga punane; seega näeb ta vasaku silmaga vasakut aerofotot ja parema silmaga paremat aerofotot üksteise peal. Sellest tekibki ruumilise pildi mulje, analoogiliselt stereokomparaatoriga. Skemaatiliselt on see kujutatud joon. 195.

Mõõtmine ise toimub järgnevalt. Projektsioonilauake sisaldab oma küljes pliiatsi; laua keskel on märk pliiatsi kohal. Nihutades soovikohaselt lauakest (märki) mööda tema all asetsevat plaanipaberit, joonistab pliiats sellel kontuure. Et me näeme pilti ruumiliselt, siis võime lauakest vedada kas mööda jõe, asula jne.



Joon. 195.

kontuure, või ka mööda samakõrgusjooni (isohüpse), kuna me ju näeme pildil ka sügavust, s. o. just maastikureljeefi.

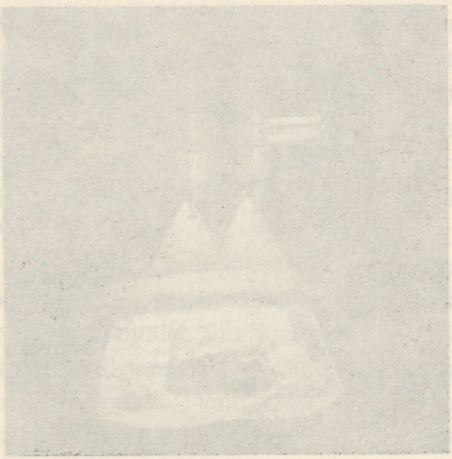
Multiplex'i kangi külge võib asetada rohkem kui kaks projektorit, näiteks kuni 10 üksteise kõrvale, vaheldumisi roheliste ja punaste kiirtega. Seetõttu saame ühisel plaanilehel kasutada tervet rida naaberülesvõtteid katkestamatult üksteise järel.

Peale Multiplex'i on ehitatud terve rida pretsisioonaparaate aerofotode stereomõõtmise jaoks, näiteks stereoplanigraaf, autograaf, stereokartograaf jne.

Aerofoto mõõt püstvõttel sõltub lennukõrgusest ja fotokaamera fookuspikkusest (pildikaugusest) järgnevalt:

$$M = \frac{f}{h},$$

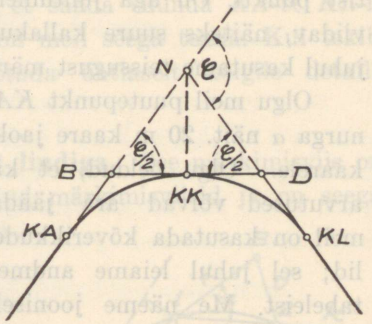
kus M on mõõt, f — fookuspikkus ja h — lennukõrgus. Kui $f = 20$ cm, siis näiteks mõõdu juures 1:25 000 on lennukõrgus 5000 m.



LISA.

Täiendusi kõverikkude märkimise kohta.

I. **Lisapuutuja.** §-s 62 käsiteldi lühidalt kõverikkude märkimist lihtsaima juhu jaoks. Praktikas võib aga muidugi märkimisel mitmesuguseid raskusi tekkida. Üks neist on juhtum, kus nurga ja raadiuse suuruse tõttu ordinaadid (y) tulevad liiga suured, mille tõttu ekkeritööl väheneb märkimise täpsus. Sel juhul on kasulik tarvitada lisapuutujat (või ka lisapuutujaid). Selgituseks vaatame joon. 196.



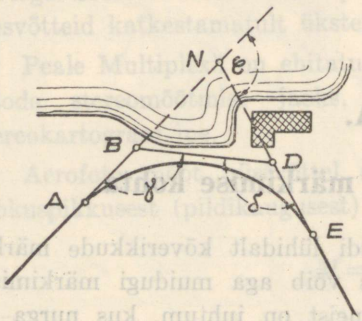
Joon. 196.

Moodustagu meie siht punktis N murdenurga φ paremale. Arvutades bissektori N-KK pikkust leiame, et ta tuleb kaunis suur — mitukümmend meetrit. Seega tuleksid kõveriku märkimisel ka ordinaadid väga suured. Raskustest ülesaamiseks kujutleme aga, et meil on punktis KK tõmmatud kõverale lisapuutuja B-KK-D; see lisapuutuja moodustab peapuutujatega — KA-N ja N-KL — nurgad $\frac{\varphi}{2}$. Kui toimetame tööd lisapuutujat mööda, vähenevad tugevasti kõik ordinaadid.

Lisapuutuja märkimine käib tegelikult nii, et me arvutame raadiuse ja nurga $\frac{\varphi}{2}$ abil lisapuutujad KA-$B = B$-$KK = KK$-$D = D$-KL. Punkt KA on juba varemini olemas; märgime looduses punkti B, teeme seal teodoliidiga murdenurga $\frac{\varphi}{2}$ jne.

II. **Kättesaamatu murdepunkt.** Kaunis sagedasti esineb juhtum, kus sihi murdepunkt N (vt. joon. 197) on kättesaamatu. Raskusist ülesaamiseks toimime järgnevalt.

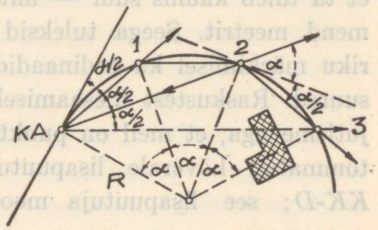
Me ei saa mõõta murdenurka φ ega seega ka leida puutepunkte A ja E. Võtame aga märkimisel mingisuguse sobiva abisihi BD; mõõdame joonlõigu BD ning nurgad γ ja δ. Nende nurkade kaudu saame arvutada φ. Kui kõveriku raadius on valitud, siis võime arvutada puutujad $AN = NE$. Arvutame veel kolmnurgast BND küljed BN ja ND. Leiame $AB = AN - BN$ ja $DE = NE - ND$. Probleem on sellega lahendatud.



Joon. 197.

III. **Kõveriku märkimine teodoliidiga ja teraslindiga.** Kõveriku märkimine ekkeriga ja teraslindiga on kõige mugavam ja kõige sagedamini kasutatav (vt. § 62). Selle märkimisviisi hüveks on veel asjaolu, et meil iga märgitud punkt on sõltumatu teisest; vead ei saa seega levida punktist punkti. On aga juhtumeid, kus säärane märkimisviis pole läbiviidav, näiteks suure kallakuga maapinna puhul või tunnelites. Sel juhul kasutame teissugust märkimisviisi — teodoliidiga ja teraslindiga.

Olgu meil puutepunkt KA teada. Raadiuse abil arvutame tsentrinurga α näit. 20 m kaare jaoks, leides ühtlasi ka kõõlu pikkuse 20 m kaarele. Olgu öeldud, et ka need arvutused võivad ära jääda, kui meil on kasutada kõverikkude tabelid; sel juhul leiame andmed otse tabeleist. Me näeme jooniselt 198, et piirdenurgad (perifeersed nurgad) KA-st igasse detailpunkti (1, 2, 3 jne.) on $\frac{\alpha}{2}$. Detailpunktide märkimine käib seega järgnevalt. Asetame teodoliidi KA-sse, seame nooniusel lugemi nulliks ja suuname (lahtise limbiga ja kinnise alidaadiga) pikksilma puutuja suunas; kinnitame limbi. Pöörame pikksilma vaatesuunda $\frac{\alpha}{2}$ võrra (limb jääb kinni). Olgu meil abiks kaks lindimeest. Üks neist asetab lindi nulli KA-sse, teine pöörab linti, kuni on saavutatud õige suund (näidata vardaga!). Õiges suunas lüüakse kõõlu lõpul esimene tikk 1. Pöörame nüüd jälle pikksilma vaatesuunda $\frac{\alpha}{2}$ võrra. Lindimehed tõmbavad vahepeal linti edasi, asetades lindi nulli punkti 1 kohale. Teodoliidiga suunatakse

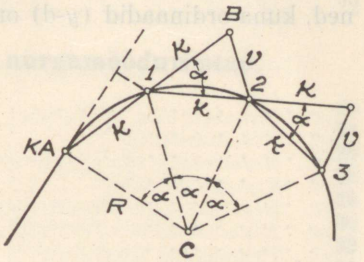


Joon. 198.

lindi teist otsa, kuni on saavutatud uus õige suund. Kõõlu lõpul lüüakse siis teine tikk 2, jne. Kui sihil peaks esinema takistusi (mis on kaunis sagedane), siis see ei sega veel tööd. Olgu meil näiteks punkt 3 nägemine takistatud (vt. joon. 198). Läheme teodoliidiga punkti 2, seame lugemi nulliks ja suuname (lahtise limbiga) 2-st KA-sse. Kinnitame limbi. Pöörame pikksilma vaatesuunda $i \cdot \frac{\alpha}{2}$ võrra, kus i on detailpunkti number (antud juhul 2). Meie pikksilm vaatab nüüd puutuja suunas punktist 2. Pöörame pikksilma üle seniidi. Eeldusel, et kollimatsiooniviga on väike, vaatab meie pikksilm nüüd jällegi puutuja suunas punktist 2, kuid teisele poole; lugem limbil on aga $2 \cdot \frac{\alpha}{2}$. Pöörame pikksilma $\frac{\alpha}{2}$ võrra (lugem limbil oleks seega $3 \cdot \frac{\alpha}{2}$) ja meil on suund uuele punktile 3, kusjuures lugemid limbil jäävad, nagu poleks midagi olnud, s. o. nagu oleksime kogu aeg asunud punktis KA.

Töö lõpul, KL juures, on lõppkontroll. Et kõvera kaare pikkus KA-st KL-ni on teada, siis on ka ette teada, missuguse nurga võrra peab pöörama pikksilma vaatesuunda, et saada suunda KA-st KL-i. Ka viimane kõõlupikkus (alla 20 m) on meil seega teada. Kui tekib märgatav lahkuminek, tuleb viga jaotada ühtlaselt kõigile detailpunktidele.

IV. **Kõveriku märkimine ainult lindiga.** See märkimisviis on vähem täpne kui kõik eespool-nimetatud märkimisviisid ja on seega tarvitusel ainult lihtsamatel töödel, kui puudub teodoliit.



Joon. 199.

Olgu meil tarvilik märkida kõverikul detailpunktid näit. iga 20 m takka. Arvutame (või leiame tabeleist) tsentrinurga α 20 m kaare jaoks ja ka vastava kõõlu k. Olgu esimene punkt 1 märgitud ekkeriga (vt. § 62) või kuidagi teisiti (vt. joon. 199). Pikendame kõõlu KA-1 kuni B-ni, nii et $KA\text{-}B = 2k$. Jooniselt näeme, et kolmnurk $B21$ on sarnane kolmnurgaga $21C$. Seega

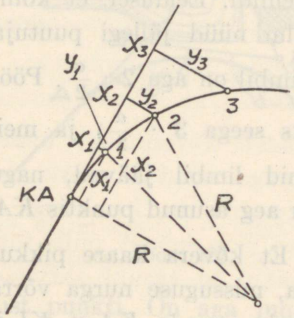
$$\frac{v}{k} = \frac{k}{R}, \text{ ehk } v = \frac{k^2}{R}.$$

Detailpunktide märkimine käib nüüd järgnevalt. Lindiga pikendame iga kõõlu veel täpselt tema enda pikkuse võrra. Siis pöörame linti

v võrra nii, et lindi tagumine ots jääks paigale, mõõtes ruletiga v. Leitud punkti tikutame, jne.

V. **Kõveriku detailpunktide märkimine võrdsete abstsisside järgi.** Detailpunkte kõverikkudel võib ka märkida võrdsete abstsisside järgi ekkeriga ja ruletiga. Me näeme joon. 200, et

$$x_i^2 + (R - y_i)^2 = R^2,$$



Joon. 200.

kus i tähistab detailpunkti järjekorranumbrit ja R — kõveriku raadiust. Avades sulud saame

$$x_i^2 + R^2 - 2Ry_i + y_i^2 = R^2.$$

Et R on teada (valitud), siis, võttes x-d kas iga 10 m või iga 20 m takka, leiame eelmisest võrrandist y-d. Kui ordinaadid y on väikesed suurused, võrreldes R-ga ja x-ga, võime valemit lihtsustada järgnevalt:

$$y_i = \frac{x_i^2}{2R}.$$

Seda valemit võime kasutada lihtsamatel töödel. Samuti kasutame teda v e r t i k a a l k õ v e r i k k u d e märkimisel (näit. raudteedel), kus me pikiprofiililt võetud murtud jooned ümmardame murdekohtadel mõne suure raadiusega. Abstsissid (x-d) on seal seega horisontaaljooned, kuna ordinaadid (y-d) on väikese pikkusega vertikaaljooned.

Sisukord.

I peatükk. **Sissejuhatus; mõõdustik.**

Lk.

§ 1. Definitsioon; ajalooline ülevaade 6
§ 2. Maa kuju ja suurus 7
§ 3. Geograafilised koordinaadid 9
§ 4. Meetrimõõdustik 10
§ 5. Vene ja inglise mõõdud 11
§ 6. Nurgamõõduühikud 12

II peatükk. **Joonte mõõtmine.**

§ 7. Punktide tähistamine ja signaliseerimine 13
§ 8. Sirge sihi ajamine palja silmaga 15
§ 9. Joonemõõtmine puulattidega 17
§ 10. Joonemõõtmine teraslindiga 17
§ 11. Joonemõõtmisel nõutav täpsus 18
§ 12. Kalde parandus. Eklimeeter 19
§ 13. Temperatuuri parandus 21
§ 14. Lindi võrdlemine normaalmõõduga 22

III peatükk. **Lihtsamad nurgamõõduriistad.**

§ 15. Nurgamõõtmine teraslindiga 24
§ 16. Lihtne ekker 24
§ 17. Peegelekker 26
§ 18. Pentagoonekker 28
§ 19. Prismaekker 29
§ 20. Ekker iseseisva mõõduriistana 30
§ 21. Ekker abiriistana 32
§ 22. Goniomeeter ja pantomeeter 34

IV peatükk. **Teodoliit.**

§ 23. Teodoliidi osade üldkirjeldus 37
§ 24. Pikksilm 40
§ 25. Vesilood 44
§ 26. Limbi lugemine nooniustega ja skaalamikroskoopidega 48
§ 27. Limbi lugemine mikromeeter-mikroskoopidega ja optilise mikromeetriga 51
§ 28. Limbi ekstsentrisuse mõju kõrvaldamine 55
§ 29. Teodoliidi kollimatsiooni- ja inklinatsioonivea kõrvaldamine . . . 56
§ 30. Teodoliidi statiiv 59

V peatükk. **Horisontaal- ja vertikaalnurkade mõõtmine.**

Lk.

§ 31. Teodoliidi tsentreerimine 61
§ 32. Suunamõõtmiste meetod 61
§ 33. Ekstsentrilise mõõtmise redutseerimine 65
§ 34. Repetitsioon- ehk kordusmõõtmiste meetod 68
§ 35. Vertikaalnurga mõõtmine 69
§ 36. Vertikaalringi nullpunkti õiendamine 71
§ 37. Teodoliidi vigade mõju horisontaalnurga mõõtmisele 72
§ 38. Nurga märkimine looduses 73

VI peatükk. **Asimuudi määramine.**

§ 39. Mõõtmiste orienteerimisest. Asimuudi ja rumbi definitsioon . . 75
§ 40. Astronoomilise asimuudi määramine vastavate kõrguste meetodi järgi 76
§ 41. Magnetiline deklinatsioon Eestis 83
§ 42. Bussol 84
§ 43. Tööd bussoliga 89
§ 44. Tasapinnalised koordinaatide süsteemid 91
§ 45. Orienteerimine tuntud punktide järgi tasapinnalises koordinaadistikus 95

VII peatükk. **Polügooni mõõtmised.**

§ 46. Mõõtmiste korraldamine ja protokollimine 97
§ 47. Kinnise polügooni tasandamine 100
§ 48. Polügoon-käigu tasandamine 104
§ 49. Jämedate mõõtmisvigade avastamine. Lahtine polügoon 111
§ 50. Sõlmpunktide ja liitpolügoonide tasandamine. Maa-ala situatsiooni mõõtmine. Polügoonide vigadest 112

VIII peatükk. **Geomeetriline nivellimine ehk loodimine.**

§ 51. Geomeetrilise nivellimise põhiidee 116
§ 52. Nivellimislatid 117
§ 53. Nivelliiride tüübid; nende üldiste omaduste proovimine 118
§ 54. Kinnine nivelliir 120
§ 55. Nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega aluse küljes . 124
§ 56. Nivelliir ümbertõstetava pikksilmaga ja vesiloega pikksilma küljes 125
§ 57. Täiendused nivelliiridel 127
§ 58. Moodsad eritüübilised nivelliirid 128
§ 59. Üksikute punktide kõrguste vahede määramine 130
§ 60. Reeperid ja kõrgusmärgid 133
§ 61. Pikettimine 135
§ 62. Kõverikkude märkimine 137
§ 63. Nivellimine antud sihti mööda profiili saamiseks 139
§ 64. Profiil 143
§ 65. Jõgede loodimine 145
§ 66. Täpne nivellimine 146
§ 67. Null-nivoo ehk merepinna määramine 148
§ 68. Nivellimistöil nõutav täpsus 149
§ 69. Pindalade loodimised 150
§ 70. Samakõrgusjooned ehk isohüpsid ehk horisontaalid 151

IX peatükk. **Trigonomeetriline ja baromeetriline kõrgusemõõtmine.**

Lk

§ 71. Trigonomeetriline kõrgusemõõtmine 155
§ 72. Baromeetrilise kõrgusemõõtmise teooria 159
§ 73. Riistad baromeetriliseks kõrgusemõõtmiseks 161
§ 74. Baromeetrilise kõrgusemõõtmise korraldamine; resultaatide täpsus 163

X peatükk. **Vigade teooria elemente.**

§ 75. Vigade liigitus; keskmine viga 165
§ 76. Vigade levimise seadus 166
§ 77. Keskmine aritmeetiline ja tema keskmise vea arvutamine . . . 171
§ 78. Kaal; kaalutud keskmine ja tema keskmine viga 173

XI peatükk. **Tahhümeetria.**

§ 79. Tahhümeetrilise mõõtmise üldidee 175
§ 80. Optiline kaugusemõõtmine. Konstantse nurgaga lihtne kaugusemõõtja 175
§ 81. Kahekordse kujutisega kaugusemõõtjad 179
§ 82. Konstantse baasiga kaugusemõõtjad 181
§ 83. Tahhümeetriliste tööde korraldamine 183
§ 84. Reduktsioontahhümeetrid 189

XII peatükk. **Plaani valmistamine ja pindala arvutamine.**

§ 85. Mõõtmisandmete joonestamine; tuššimine ja värvimine 193
§ 86. Plaanide kopeerimine. Pantograaf 196
§ 87. Polügooni pindala arvutamine koordinaatide järgi 199
§ 88. Polaarplanimeetri teooria 201
§ 89. Polaarplanimeetri kasutamine 204
§ 90. Pindala jagamine. Piiride reguleerimine 208

XIII peatükk. **Triangulatsioon.**

§ 91. Triangulatsiooni üldidee 210
§ 92. Baasi mõõtmised 211
§ 93. Nurkade mõõtmine ja punktide tähistamine 215
§ 94. Otselõige ehk edasilõige 218
§ 95. Vastulõige ehk tagasilõige ehk Pothénot' probleem 220
§ 96. Hansen'i probleem 229
§ 97. Tsentraalsüsteemi tasandamine 230
§ 98. Triangulatsioonitööde liigitus 233

XIV peatükk. **Kaardistamine mensuliga ja fotogrammeetriliselt.**

§ 99. Mensul 236
§ 100. Kippreegel 237
§ 101. Kaardistamine mensuliga maastikubaasi abil 238
§ 102. Kaardistamine mensuliga triangulatsiooni alusel 241
§ 103. Terrestriline ehk maapealne fotogrammeetria. Fototeodoliit . . 242
§ 104. Stereofotogrammeetria maapealsete ülesvõtete juures 243
§ 105. Aerofotogrammeetria 249

Lisa.

Täiendusi kõverikkude märkimise kohta.

		Lk.
I.	Lisapuutuja	255
II.	Kättesaamatu murdepunkt	255
III.	Kõveriku märkimine teodoliidiga ja teraslindiga	256
IV.	Kõveriku märkimine ainult lindiga	257
V.	Kõveriku detailpunktide märkimine võrdsete abstsisside järgi	258

A-13330

HIND RM. 4.—