EESTI VABARIIGI TARTU ÜLIKOOLI

TOIMETUSED

ACTA ET COMMENTATIONES

UNIVERSITATIS TARTUENSIS (DORPATENSIS)

A

MATHEMATICA, PHYSICA, MEDICA

XXV

TARTU 1933

EESTI VABARIIGI TARTU ÜLIKOOLI

TOIMETUSED

ACTA ET COMMENTATIONES

UNIVERSITATIS TARTUENSIS (DORPATENSIS)

A

MATHEMATICA, PHYSICA, MEDICA

XXV

TARTU 1933

K. Mattieseni trükikoda o-ü., Tartu 1933.

Sisukord. — Contenta.

1. **A. Öpik.** Über einige Dalmanellacea aus Estland.
2. **Hans Richter.** Ergänzungen zu: „Die Relation zwischen Form und Funktion und das teleologische Prinzip in den Naturphänomenen". Die Rolle, welche „Spirale" und „Wirbel" in den biologischen Phänomenen spielt, besonders auch in bezug auf die feinere Struktur des lebendigen Protoplasmas.
3. **T. Lippmaa ja K. Eichwald.** Eesti taimed. I (1—50).
   With a summary: Estonian plants.
4. **E. Piipenberg.** Die Stadt Petseri in Estland.
5. **A. Miljan.** Vegetationsuntersuchungen an Naturwiesen und Seen im Otepääschen Moränengebiete Estlands. I.
6. **R. Livländer.** On the Colour of Mars.
7. **Arnold Tudeberg.** Über die Theorie und die Anwendungsmethoden der Quadraturreihen.

ÜBER EINIGE DALMANELLACEA AUS ESTLAND

VON

A. ÖPIK

MIT 6 TAFELN UND 3 ABBILDUNGEN IM TEXT

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Inhalt.

Dalmanellacea Schuchert & Cooper. Fam. Apatorthidae nov. *Apatorthis* n. gen. *A. punctata* n. sp., *A. tenuicosta* (Eichw.), *A. inflata* n. sp., *A. jugata* n. sp., *A. ultima* n. sp.; Fam. *Paurorthidae* nov. *Paurorthis parva* (Pander); Fam. *Onniellidae* nov. nom. *Onniella navis* (A. Ö.); *O. navicula* n. sp.

Literatur.

(*1*). Ch. Schuchert & G. A. Cooper „Synopsis of the Brachiopod Genera of the Suborder Orthoidea", American Journal of Science, vol. 22. September 1931.

(*2*). Ch. Schuchert & G. A. Cooper „Brachiopod Genera of the Suborders Orthoidea and Pentameroidea", Mem. of the Peabody Museum, vol. 4, part 1. New Haven, Conn. 1932.

(*3*). A. Öpik „Brachiopoda Protremata der estländischen ordovizischen Kukruse-Stufe", Publ. of the Geol. Institution of the University of Tartu, No. 20 und Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) A XVII. 1. 1930.

(*4*). E. v. Eichwald „Lethaea Rossica", vol. I: Ancienne période. Stuttgart 1855—1860.

(*5*). B. P. Asatkin „New Contributions to the Stratigraphy of the Lower Silurian of the Leningrad Province", Bulletins of the United Geol. and Prospecting Service of U. S. S. R. L., fasc. 81. 1931.

(*6*). Chr. H. Pander „Beiträge zur Geognosie des Russischen Reiches". St. Petersburg 1830.

(*7*). R. I. Murchison, E. de Verneuil et A. de Keyserling „Géologie de la Russie d'Europe et des montagnes de l'Oural", vol. II. Londres-Paris 1845.

(*8*). J. Wyssogorski „Zur Entwicklungsgeschichte der Orthiden etc.", Zs. der Deutschen Geol. Gesellschaft, Bd. 52. Berlin 1900.

(*9*). W. Lamansky „Die ältesten silurischen Schichten Russlands (Et. B)", Mém. du Comité Géologique, St.-Pét. 1905.

(*10*). Ch. Walcott „Cambrian Brachiopoda", U. S. Geol. Survey, Monographs, vol. 51. 1912.

(*11*). R. Kozłowski „Les brachiopodes gothlandiens de la Podolie Polonaise", Palaeontologia Polonica, t. I. Warszawa 1929.

(*12*). A. Öpik „Über die Plectellinen", Publ. of the Geol. Institution of the University of Tartu, No. 28 und Acta et Comm. Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) A XXIII. 3. 1932.

(*13*). Fr. Schmidt „Untersuchungen über die Silurische Formation von Ehstland, Nord-Livland und Oesel", Archiv für die Naturkunde, 1. Serie, Bd. 2. Dorpat 1858.

(*14*). Hall and Clarke „An Introduction to the Study of the Genera of Palaeozoic Brachiopoda". Albany. N. Y. 1892.

(*15*). Ch. Schuchert and Clara M. Levene „Brachiopoda" in Fossilium Catalogus, pars 42. Berlin 10 VIII 1929.

(*16*). B. B. Bancroft „On the notational representation of the rib-system in Orthacea", Mem. and Proceedings of the Manchester Lit. & Phil. Society, vol. 72. 1928.

Dalmanellacea Schuchert et Cooper.

Fam. **Apatorthidae** nov.

***Apatorthis* n. gen.**

Unter den estländischen Platystrophien, deren Bearbeitung von seiten des Verfassers der vorliegenden Schrift unternommen wurde, fanden sich einige Schalen mit an *Platystrophia* erinnerndem Habitus, aber mit auffallend schmalem Schlossrand. Im Schliff erwies es sich, dass bei jedem Exemplar die Schalensubstanz (Taf. II, Fig. 1) punktiert ist, weshalb diese Brachiopoden nicht einmal unter die Orthacea gestellt werden konnten. Von orthoidem Habitus und Berippung, mit offenem Deltidium und Notothyrium (also „biforat"), können diese Brachiopoden unter die Dalmanellacea gestellt werden. In keine der bekannten Familien der Dalmanellacea kann aber *Apatorthis* eingereiht werden, da hier ein rhynchonelloider Innenbau bei ähnlicher Schalenform vorliegt. Es muss hier also eine neue Familie — Apatorthidae — aufgestellt werden. Nun ist aber dieser Familienname z. T. als provisorisch anzusehen. Es existiert nämlich bei den unpunktierten Orthiden die Unterfamilie Angusticardiniinae Schuchert & Cooper (*1*, *2*), deren einzige, ebenfalls ostbaltische Gattung *Angusticardinia* Sch. & C. dem äusseren Habitus nach der *Apatorthis* sehr nahe kommt. *Angusticardinia* ist aber unpunktiert, wie es die Autoren mitteilen. Der Genotyp, *Porambonites recta* (Pander), stammt aus den $B_1\beta$-Schichten des Ostbaltikums [*Megalaspides*-Zone Lamansky, *Cyrtometopus primigenus*-Z., resp. Mäeküla-Schichten Öpik (*3*)], welche dem obersten Trémadoc entsprechen. In diesen glaukonitreichen, tonigen, sandigen und mergeligen Schichten sind die Schalen der Fossilien dermassen umkristallisiert, dass man die wahre Schalenstruktur überhaupt nicht mehr erkennen kann. Auch die Zuwachsschichten (resp. Fasern) der Brachiopodenschalen sind zerstört. Wie die estländischen, so auch die russischen

Angusticardinia-Schalen sind daher praktisch strukturlos. Allerdings ist in der umkristallisierten (Textabb. 1) Schale eine dunklere Granulation vorhanden, welche kaum als Reste von Poren gedeutet werden könnte. Die Schalenstruktur dieser Gattung ist also durchaus unsicher und bedarf noch weiterer Klärung. Es ist daher nicht möglich, hinsichtlich der Schalenstruktur die Angustikardinien von den Apatorthiden mit Sicherheit zu trennen. Innerlich sind dabei die beiden Gattungen einander ähnlich gebaut.

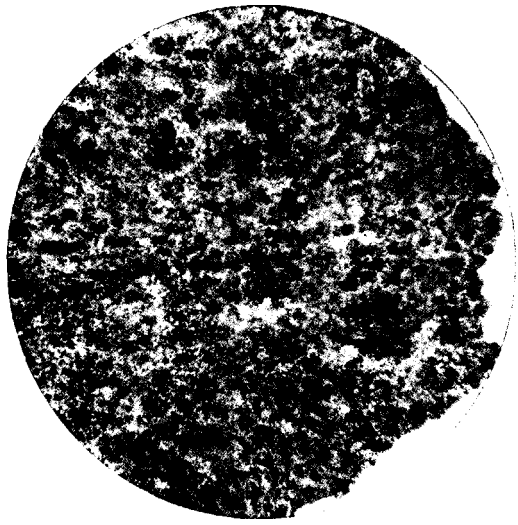


Abb. 1. Dünnschliff durch eine Schale von *Angusticardinia recta* (Pander), aus den Schichten mit *Megalaspides* (B1β) von Pawlowsk bei Leningrad. Ca $\times$ 40 der nat. Grösse. Wegen Umkristallisation erscheint die Struktur als dicht, die Zuwachsschichten und Fasern sind nicht erhalten. Die radiale Richtung (Verlauf der Rippen) ist durch undeutliche, von links nach rechts verlaufende, dunklere Körnung angedeutet.

Beide zeigen denselben Bau der ventralen Umbonalhöhle [vergl. unsere Textabb. 2 mit Schuchert & Cooper (*2*), S. 84, Fig. 17], welche an *Rhynchotrema* erinnert; beide haben denselben, von einem Septum unterstützten Anker (Cardinalia). Generisch bleiben beide trotzdem sicherlich verschieden, indem *Apatorthis* eine feingranulierte Oberfläche und unbestimmte Muskelnarben besitzt, *Angusticardinia* dagegen ein (allerdings kleines) an *Platystrophia* erinnerndes Pseudospondylium aufweist.

Genotyp: *Apatorthis punctata* n. sp. Gattungsdiagnose: die Schalen von *Apatorthis* sind mässig gross, bikonvex,

mit starker dorsaler Wölbung. Der Schlossrand ist schmal, bildet aber abgeflachte, ohrenartige scharfkantige Ecken. Die Rippen sind scharfkämmig, bei einigen Formen einfach, bei anderen im reifen Alter gespalten; die ganze Oberfläche der Schale ist *Platystrophia*-artig fein gekörnt. Die Schalensubstanz ist punktiert. Innerlich sind die ventralen Schlosszähne durch Platten, der dorsale Anker (Cardinalia, Cruralium) durch ein Mittelseptum gestützt. Ein Schlossfortsatz ist nicht nachweisbar. Die Pedikelschale trägt in der Regel einen Sinus, welchem in der Brachialschale ein schwächerer Sattel mit einer medianen Depression, oder ein durch zwei stärkere Rippen begrenzter schwacher Sinus entsprechen kann.

Die Vertreter dieser Gattung gehen durch das ganze Mittel- und Oberordovizium Estlands hindurch. *Apatorthis*-Formen erscheinen schon im oberen Echinosphäritenkalk von Odensholm und Tallinn. Die Schalen sind aber äusserst selten, sie kommen nur ganz vereinzelt vor.

Schuchert & Cooper (*2*) glauben in der *Angusticardinia* einen Ahnen der Rhynchonellacea zu sehen. Dies ist auch glaubwürdig, obwohl die Frage der Schalenstruktur noch offen ist. Aus denselben Gründen, wie die *Angusticardinia*, kann auch die *Apatorthis* in die Nähe der Rhynchonellen gestellt werden. Auch die punktierte Schale ist ja schliesslich kein Hindernis dafür, denn auch unter den Rhynchonellacea gibt es punktierte Glieder.

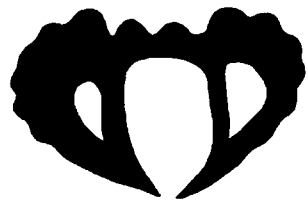


Abb. 2. Querschnitt durch den Schnabel der Ventralschale von *Apatorthis tenuicosta*, ca × 10, aus den D_1-Schichten von Aluvere.

Es kann noch an die Verwandtschaft der *Apatorthis* mit *Bilobites* gedacht werden, da beide eine punktierte Schale haben. Aber *Bilobites* ist innerlich von *Apatorthis* recht verschieden, und die äussere Ähnlichkeit mit der letzteren ist bei den devonischen Bilobiten *(B. varicus)* grösser als bei den älteren. Im Falle einer Verwandtschaft müsste man jedoch das Entgegengesetzte erwarten. Merkwürdigerweise ist auch eine *Apatorthis* aus D_1 (Ordovizium) von Kehra in den Sammlungen des Geol. Museums der Universität Tartu als „*Bilobites varicus*“ bestimmt worden.

Apatorthis punctata n. sp.

Taf. I, Fig. 2 a — 2 f; Taf. II, Fig. 2.

Holotyp ist die Schale Taf. I, Fig. 2 a — 2 f und Taf. II, Fig. 2 (Koll. A. v. Wahl, Geol. Museum Tartu).

Der wichtigste Unterschied von *Platystrophia tenuicosta* Eichwald (*4*), welche Form ebenfalls zu *Apatorthis* gestellt werden muss, sind die bei *punctata* auftretenden zahlreichen Spaltrippen. Bei *tenuicosta* sind sie fast alle einfach.

Die Schale ist 16 mm lang, 18 mm breit, 11 mm dick; die Area ist 8 mm breit. Die Brachialschale ist etwas mehr gewölbt als die ventrale. Der Schalenumriss ist abgerundet dreieckig, mit grösster Breite im vorderen, und grösster Dicke im hinteren Drittel. Die Schalenränder laufen fast geradlinig zu einem spitzwinkligen Schnabel zusammen, doch springen die zu kleinen „Ohren" abgeplatteten Ecken der Area aus den Schenkeln des Dreiecks hervor. Die Pedikelschale hat einen breiten Sinus, die dorsale — einen relativ flachen Sattel, welcher aus einem jugendlichen dorsalen Sinus hervorgegangen zu sein scheint. Seitlich liegt der Schalenrand in einer Ebene, vorne folgt er dem Sinussattel. Ziemlich stark abgesetzt und zum Teil angeschwollen erscheint eine jugendliche, apikale Zuwachslamelle. Die Schalenoberfläche trägt radiale scharfkämmige (hier wegen Abnutzung etwas gerundete) Rippen. Seitlich sind sie einfach und werden, anfangs sehr grob, zum Schlossrande hin feiner. Seitlich vom Sinus zählt man je 12—14 Rippen. Die den Sinus begrenzenden Rippen sind die stärksten. Die Spaltrippen des Sinus-Sattels sind relativ fein, und am Rande der Schale zählt man ihrer 14, also kommen auf 5 mm des Randes ca 6 Rippen. Die Oberfläche ist *Platystrophia*-artig gekörnt (Taf. I, Fig. 2 f). Die Schalensubstanz ist dicht und fein punktiert. Die Schalenstruktur ist Taf. II, Fig. 1 in einem Dünnschliff wiedergegeben. Innerlich (die Schale ist durchscheinend) sind das dorsale Pseudocruralium und die ventralen Zahnstützen ganz ebenso ausgebildet, wie es auf Textabb. 3 zu sehen ist.

Die Area (Taf. II, Fig. 2) ist grob vertikal gestreift, die Δ-Öffnung ist ganz unverdeckt. Ein Schlossfortsatz ist nicht vorhanden.

Vorkommen: Sehr selten in den oberen *Chasmops*-Ablagerungen Estlands (D_1 und D_2). Der Holotyp stammt aus Kehra, D_2 (Keila-, resp. Kegel-Stufe).

Apatorthis tenuicosta (Eichwald).

Taf. I, Fig. 4, 5; Textabb. 2.

1860. *Platystrophia tenuicosta* Eichwald „Lethaea Rossica", S. 804, Taf. XXXIV, Fig. 22.

Die wesentlichen Merkmale dieser Art gehen aus den folgenden Eichwald'schen Zeilen hervor: „la coquille triangulaire est arrondi-globeuse et pourvue d'un double sinus"; „Les deux valves sont renflées, la dorsale est plus bombée que la ventrale". Seitlich zählt man 8, im Jugum (Sinus-Sattel) 6, resp. 7 Rippen. Als Fundstelle nennt Eichwald in erster Linie Spitham, wo die D_1-Schichten (Jõhvi- resp. Jewe-Stufe) anstehen. Aus denselben Schichten stammt auch das uns vorliegende Material.

Das ganze Exemplar Taf. I, Fig. 5 aus D_2 von Kehra scheint einigermassen mit dem Eichwald'schen Exemplare übereinzustimmen, obwohl beim letzteren keine ohrenförmigen Areaecken, dagegen schärfere Rippen vorhanden zu sein scheinen. Die abgebildete Schale ist 18 mm lang, 14 mm breit und 9 mm dick. Die Area ist 5,5 mm breit. 6 Rippen bilden den Sinus-Sattel, seitlich davon zählt man ca 12 deutliche Rippen. Dieses Exemplar ist etwas deformiert. Ein zweites Exemplar, aus Aluvere D_1, 13 mm lang und 15 mm breit, 10 mm dick, zeigt einige Spaltrippen im Sinus. Textabb. 2 ist ein Schnitt durch die Nabelpartie dieses Stückes gegeben. Schliesslich liegt vor noch ein drittes Exemplar Taf. I, Fig. 4, eine Pedikelschale aus den tieferen D_1-Schichten (Jõhvi- oder Jewe-Stufe) von Aluvere. Die abgebildete Innenseite zeigt kräftige, durch Zahnplatten unterstützte Schlosszähne.

Bei allen diesen Exemplaren ist ein starker ventraler Sinus und ein flacher dorsaler Sattel mit einer medianen Depression (dorsaler Sinus) vorhanden.

Vorkommen: Sehr selten in den D_1—D_2 (Jõhvi- und Keila-, resp. Jewe- und Kegel-Stufe) Estlands und, nach Asatkin (5), Ingermanlands.

Apatorthis inflata n. sp.

Taf. I, Fig. 3a—3f.

Holotyp: die abgebildete, einzig vorhandene, ganze Schale aus der ordovizischen Vasalemma-Stufe D_3 bei der Station Vasalemma („Steinbruch am alten Kruge"), Estland.

Diese Art ist stark gebläht und relativ breit, hat eine sehr kurze Area und keine Spaltrippen. Fast spaltrippenlos ist auch die Art *tenuicosta* Eichw., doch ist diese kleiner und flacher.

Das Exemplar ist 15 mm lang, 18,5 mm breit und 13 mm dick, während die Area 7 mm breit ist. Im Sinus-Sattel zählt man 8 grobe einfache Rippen, seitlich davon nur 7. Der Sinus ist sehr tief und breit, während der Sattel nur durch seitliche

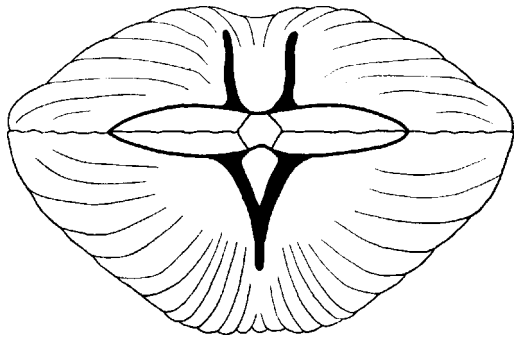


Abb. 3. *Apatorthis jugata*, Hintenansicht, schematisch, ca × 3,5 der nat. Grösse. Eingezeichnet sind die Zahnstützen (Pedikelschale, oben) und der Anker („Cardinalia").

Rippen angedeutet ist. In der Mittellinie zeigt er die für die Gattung charakteristische Depression („dorsaler Sinus"). Die Brachialschale ist zweimal stärker gewölbt, als die ventrale. Die Oberfläche der Schale ist hier sehr schön erhalten und zeigt die *Platystrophia*-artige Körnung (Taf. I, Fig. 3f).

Apatorthis jugata n. sp.

Taf. I, Fig. 6a, 6b; Textabb. 3.

Holotyp: die abgebildete Schale aus dem Echinosphäritenkalk ($C_1\beta - C_1\gamma$) von Lasnamägi bei Tallinn, Estland. Sie unterscheidet sich von den anderen durch einen besonders tiefen Sinus und einen relativ hohen Sattel mit einer hinten kaum angedeuteten medianen Depression. Vorne fehlt diese

Depression ganz, so dass ein regelrechtes *Platystrophia*-artiges „Jugum" zustande kommt. Die Schale ist 17 mm lang, 21 mm breit und 13 mm dick; das Jugum hat 7 resp. 9 (Ventralschale) Faltenrippen, seitlich davon ca 12. Die Dorsalschale ist etwas länger als die ventrale.

Gleichzeitig mit der *jugata* kommen kleinere Exemplare vor mit sehr groben Rippen des Jugums und besonders hohem Sattel. Es liegen davon zwei Exemplare vor, eins aus Tallinn und das andere von Odinsholm (Koll. Th. Heinrichson). Sie bilden wohl für sich eine besondere Art (oder Abart der *jugata*), doch für eine genaue Abgrenzung sind diese Stücke leider zu schlecht erhalten.

Apatorthis ultima n. sp.

Taf. I, Fig. 1a — 1e.

Holotyp: die abgebildete Schale aus Sutlepa, Estland, aus der ordovizischen Lyckholm-Stufe (F_1). Sie unterscheidet sich von den anderen Arten durch ihre relativ geringe Dicke bei bedeutender Länge und Breite. Dabei ist der Sinus flach und die Lage des Sattels nur durch die etwas stärkeren Seitenrippen angedeutet. Die dorsale Depression fehlt.

Die Schale ist 17 mm lang, 20 mm breit und 11 mm dick. Das Jugum führt 8, resp. 9 Rippen, seitlich davon zählt man ihrer bis je 10. Es besteht eine auffallende Ähnlichkeit zwischen den Arten *jugata* und *ultima*, doch hat die *jugata* ein besonders starkes Jugum, — bei der *ultima* ist es flach. Die *ultima* ist die jüngste und die *jugata* — die älteste bekannte *Apatorthis*-Art.

Fam. **Paurorthidae** nov.

Diese Familie umfasst Dalmanellacea (Orthoidea mit Endopunctae), welche einen einfachen, nicht komplizierten oder gar keinen Schlossfortsatz besitzen, während die übrigen Familien alle Arten mit kompliziertem (gewöhnlich dreiteiligem) Schlossfortsatz umfassen. Eine Ausnahme bildet die oben beschriebene *Apatorthis* (Fam. Apatorthidae), welche ebenfalls keinen Schlossfortsatz hat, aber in ihrer rhynchonelloiden Bauart von *Paurorthis* gründlich verschieden erscheint.

Typus: *Paurorthis* Schuchert & Cooper (*1*), welche Gattung von den Autoren unter Orthidae gestellt wurde.

Paurorthis parva (Pander).

Taf. III, IV; Taf. VI, Fig. 4.

Orthambonites parva Pander (*6*); *Orthis parva* (Pander) Murchison, Verneuil, Keyserling (*7*); Wysogorski (*8*); Lamansky (*9*); *Plectorthis*, resp. *Dalmanella parva* (Pander) Walcott (*10*); *Orthis*, resp. *Dalmanella parva* (Pander) Kozłowski (*11*); *Paurorthis parva* (Pander) Schuchert & Cooper (*1*, *2*); *Paurorthis parva* (Pander) Öpik (*12*).

Durch die Arbeiten von Pander und Verneuil ist die äussere Morphologie der Art dermassen geklärt worden, dass man das zugehörige Material mit voller Sicherheit bestimmen kann. Ein erster Hinweis auf die Struktur der Schalensubstanz ist bei Wysogorski zu finden, wobei die *parva* für porenlos gehalten wird. Walcott (*10*), S. 773 weist auf die Poren der *parva* hin, und S. 299, Fig. 10 gibt er einen entsprechenden Dünnschliff. Auch Kozłowski (*11*), S. 53 berichtet über Poren der *Orthis parva*: „j'ai pu constater que son test est poreux, mais les pores y sont très clairsemés et distribués seulement le long des côtes". Dagegen sind Schuchert & Cooper (*1*, *2*) entschieden anderer Meinung, indem sie die *Orthambonites parva* für „impunctate" halten. Damit sind sie auch mit Raymond im Widerspruch. Der Walcott'sche Schliff soll nach ihrer Meinung gar nicht der *parva* angehören. Auch der Verfasser des vorliegenden Aufsatzes hat Gelegenheit gehabt auf die punktierte Schalenstruktur der *parva* hinzuweisen [A. Ö. (*12*), S. 63]. Dieser Standpunkt soll hier nun vertreten und belegt werden. Es handelt sich um eine im Ostbaltikum im *Megalaspis*- und *expansus*-Kalk sehr häufige Art. Des besseren Vergleiches wegen bilden wir hier nur Exemplare vom Wolchow (Iswos am Wolchow) ab, von wo auch z. T. das Material Schuchert's & Cooper's stammt. Auch liegen vor zahlreiche Exemplare von der Gornaja Scheldicha, aus Popowka und anderen Lokalitäten der Umgebung von Leningrad.

Die hier abgebildeten Schalen gehören zweifellos derselben Art an, wie jene bei Schuchert & Cooper (*2*), Taf. III, Fig. 5—7, 8, 10. Die Identität desselben Materials mit Pander (*6*), Taf. XXVI, Fig. 10a—10c und Verneuil (*7*), Taf. XIII, Fig. 3 kann ebenfalls nicht bezweifelt werden: ein Teil der in den Sammlungen des Geol. Museums Tartu und der Naturforscher-Gesellschaft vorhandenen Exemplare ist von Fr. Schmidt, offenbar unter Leitung von Pander [vergl. Schmidt (*3*),

S. 20 resp. 18] bestimmt worden. Schliesslich gibt es in den entsprechenden Schichten und Lokalitäten keine andere Art, mit welcher eine Verwechslung entstehen könnte.

Die Aussenbeschaffenheit von *Paurorthis parva* ist Taf. III, Fig. 1 und 2 a und Taf. IV, Fig. 1 b gegeben, wobei die erste und die letzte Figur eine und dieselbe Brachialschale zeigen. Die Skulptur ist hier „fascicostellate". Besonders schön ist sie bei der Pedikelschale Taf. III, Fig. 2 a ausgeprägt und erhalten. Die charakteristischen „Exopunctae" sind Taf. IV, Fig. 16 zu sehen, welche Aufnahme von derselben Brachialschale wie Taf. III, Fig. 1, Taf. IV, Fig. 1 a und Taf. VI, Fig. 4 gemacht worden ist. Bei sehr gut erhaltenen *Paurorthis parva*-Schalen sieht man an Stelle dieser „Exopunctae" kurze, vorwärts geneigte Stachelchen, welche keine Öffnung nach Aussen haben. Ferner zeigt die Brachialschale (Taf. III, Fig. 1) in der Mittellinie eine sanfte Depression (sulcus). Der Innenbau der Pedikelschale ist Taf. III, Fig. 26 gegeben. Nicht zu bezweifeln ist die artliche Identität dieses Exemplars mit den Exemplaren bei Sch. & Coop. (*2*), Taf. III, Fig. 5, 6. Bei unserem Exemplar ist nur das Mittelseptum schwächer ausgebildet (s), während die charakteristischen inneren Nebengefässe (v) besser zum Vorschein kommen. Das Muskelnarbenfeld besteht hier aus einem pseudospondyliumartigen Gebilde. Im Inneren der Brachialschale Taf. III, Fig. 1 b, Taf. IV, Fig. 1 a und Taf. IV, Fig. 4 (zu vergleichen mit Sch. & Coop., Taf. III, Fig. 7) sieht man den kaum entwickelten, einfachen, septumartigen Schlossfortsatz, divergierende Cruralplatten (Brachiophore) und dreieckige Zahngruben. Das feine, fast scharfkämmige Mittelseptum teilt das Muskelnarbenfeld in zwei seitliche Hälften. Das ganze Muskelnarbenfeld hat einen länglichen, etwas verlängerten, fast viereckigen Umriss. Es entspringen an ihm seitlich zwei Paar breiter Hauptgefässkanäle (v—v in Taf. IV, Fig. 1), welche ebenso deutlich ausgeprägt in der Abbildung von Schuchert & Cooper (*2*), Taf. 3, Fig. 7 erscheinen. Nun ist aber die ganze Innenfläche unserer Brachialschale (Taf. IV, Fig. 1 und Taf. VI, Fig. 4, — verschiedene Vergrösserungen des Exemplars Taf. III, Fig. 2) punktiert (Endopunctae), die Poren verlaufen radial und ihre Reihen stimmen [Kozlowski (*11*), S. 53] mit den Rippen der Schalenoberfläche überein. Zum Vergleich ist Taf. VI, Fig. 1 die Innenfläche einer echten Dalmanellazee gegeben,

bei welcher allerdings die radiale und mit den Rippen übereinstimmende Anordnung der Poren sich nur auf den Flügeln findet. Porenlos sind nur die Muskelnarben, was für alle *Dalmanellacea* eine ausnahmslose Regel ist. Trifft ein Schliff das Muskelnarbenfeld, so können die Poren übersehen werden. Taf. IV, Fig. 2 endlich ist ein Dünnschliff durch den Rand einer Pedikelschale gegeben, welche dieselbe Anordnung der Poren zeigt, wie die schon beschriebene Brachialschale. Es gibt keine *Orthambonites parva*-Schale ohne Poren. An dünnen, jungen Exemplaren sieht man sie schon in durchfallendem Licht unter dem Mikroskop, besonders wenn sie mit Öl benetzt werden, ohne dass die Schalen geschliffen oder irgendwie anders zerstört zu sein brauchen. Es existiert auch sicherlich keine andere homöomorphe Form, welche alle Eigenschaften der *parva*, aber keine Endopunctae aufweist. Jedes Stück zeigt gleichzeitig Endopunctae und Exopunctae.

Zweifellos gehört die *Paurorthis parva* unter die *Dalmanellacea*. Aber von allen Gattungen dieser Oberfamilie unterscheidet sich *Paurorthis* durch den kaum entwickelten septumartigen Schlossfortsatz, weshalb die Aufstellung der Fam. *Paurorthidae* berechtigt erscheint. *Paurorthis* ist die älteste bekannte *Dalmanella* sensu lato und besitzt einen primitiven Anker [vergl. hierzu A. Ö. (*12*)]. Es ist sehr wahrscheinlich, dass hier der Ausgangspunkt der übrigen *Dalmanellacea* zu suchen ist. Dass von *Paurorthis* wenigstens einige der *Dalmanellacea* abgeleitet werden können, wird an dem folgenden Beispiel — an der Formengruppe der „*Dalmanella*“, resp. *Onniella navis* (A. Ö.) — zu zeigen versucht.

Fam. ***Onniellidae*** (nomen novum).

[Pro *Dalmanellidae* „Schuchert 1929, emended“ in Schuchert & Cooper (*2*), S. 119.]

Die Gattung *Wattsella* Bancroft enthält nach Schuchert & Cooper (*2*) auch untergeordnet die Art *Orthis testudinaria* Dalman, welche als Genotyp der Gattung *Dalmanella* Hall & Clarke (*14*) anerkannt worden ist [Schuchert & Levene (*15*)]. Demnach gehört, gemäss den internationalen Nomenklaturregeln, *Wattsella* in die Synonymie der *Dalmanella*, und die Fam. *Wattsellidae* Schuchert & Cooper 1931 ist durch *Dalmanellidae* zu ersetzen. Es existieren also in diesem

Fall zwei Gattungen unter dem Namen *Dalmanella*: — die eine, ältere, von Hall & Clarke 1892 aufgestellte, mit *Orthis testudinaria* als Typus, und die andere — welche der *Onniella* Bancroft 1928 entspricht [Schuchert & Cooper (*2*), s. 120]. *Onniella* Bancroft 1928 (*16*) ist demnach der geltende Gattungsname für diese zweite Gruppe (Gruppe mit *Orthis rogata* Sardeson).

Die von Schuchert & Cooper vorgeschlagene und hier nicht anerkannte Nomenklatur beruht auf der Behauptung der genannten Autoren, dass Hall & Clarke (*14*) die *Orthis rogata* und nicht, wie sie selber meinten, die *testudinaria* bei der Aufstellung der Gattung *Dalmanella* vor sich gehabt haben. Dass aber Hall & Clarke einen Fehler in ihren Artbestimmungen machten, ist kein Grund, diesen Fehler zu legalisieren. Jedenfalls ist ein solches Verfahren vom Standpunkt der Nomenklaturregeln ganz unberechtigt. Was aber die von Hall & Clarke als *Orthis testudinaria* abgebildeten Brachiopoden anbetrifft, so ist ihre Identität mit *Orthis rogata* Sardeson noch nicht genügend klar. Diese letztere Art soll nach Sch. & C. (*2*) gar keine „fulcral plates" besitzen, welcher Umstand als ein Hauptmerkmal der Fam. „*Dalmanellidae* Schuchert 1929 emended" [in Sch. & C. (*2*), S. 119] angegeben wird. Diesen Angaben entsprechen die Abbildungen bei Sch. & C. (*2*), Pl. 17, Fig. 2 und 31, und ebenfalls die mir vorliegenden Schalen der *rogata* aus dem Black River von Minnesota. Dagegen zeigt die von Sch. & C. (*2*) als *Dalmanella rogata* angegebene und bei Hall & Clarke (*14*), Taf. V B abgebildete Art (Fig. 31) noch ganz deutlich die „fulcral plates" entwickelt.

Der neue Name *Onniellidae* wird hier also für die Familie der „*Dalmanellidae* Schuchert 1929 emend." vorgeschlagen [Diagnose op. cit. (*2*), S. 119], welch letztere ein Homonym der *Dalmanellidae* Schuchert & Levene 1929 (*15*) ist. Ausserdem ist Genus *Dalmanella* Sch. & C (*2*), S. 120 mit *Orthis rogata* als Genotyp ein Homonym der älteren *Dalmanella* Hall & Clarke (*14*), mit dem Genotyp *Orthis testudinaria* Dalman (vergl. Int. Regeln der zool. Nom. Art. 34 in Schuchert & Levene, op. cit., S. 9). Es sei hier schliesslich auch darauf hingewiesen, dass die Organisation der *Dalmanella testudinaria* von Sch. & C. (*2*), Pl. XXII, Fig. 14, 19—21, 34 und S. 126 endlich geklärt worden ist auf Grund einer genauen Revision der in Stockholm aufbe-

wahrten Originale Dalman's. Damit sind alle Hindernisse beiseitigt worden, welche die Existenz der alten Gattung *Dalmanella* bedrohten.

Gen. *Onniella* Bancroft 1928.

Z. T. *Orthis* und *Dalmanella* älterer Autoren; *Dalmanella* Sch. & C. (*2*), S. 119 [non *Dalmanella* H. & C., op. cit. (*14*)].

Onniella navis (A. Öpik).

Taf. V, Fig. 1a—1d, 2, a, b; Taf. VI, Fig. 1.

Dalmanella navis A. Ö. (*3*), S. 110, Taf. VI, Fig. 64—66; 69—74 (non Fig. 67, 68).

Das Exemplar Taf. V, Fig. 1a—1d ist allseitig freigelegt. Die äusserlich quergerieften Rippen tragen noch feine Höckerchen, wie es bei *Paurorthis* der Fall ist (im abgebrochenen Zustande erscheinen sie als Exopunctae). Das ventrale Muskelnarbenfeld ist relativ kurz und etwas vertieft. Die Cruralplatten (Fig. 1d) sind seitlich abgeplattet und stehen mit der Area durch niedrige, aber deutliche Fulcralplatten in Verbindung. Der Schlossfortsatz ist hinten dreiteilig und erscheint seitlich komprimiert. Der Schalenumriss ist breit oval.

Die Brachialschale Taf. V, Fig. 2a und 2b zeigt, im Unterschied zur vorigen, keine Fulcralplatten und einen stärker differenzierten (vorne zwei- und hinten dreiteiligen) Schlossfortsatz. Die dritte Brachialschale Taf. VI, Fig. 1 hat einen Schlossfortsatz wie Fig. 1d Taf. V, aber kaum entwickelte Fulcralplatten. Es ist bei der *navis* eine allgemeine Erscheinung, dass es keine Schalen mit gleichartig entwickeltem Schlossfortsatz gibt, wobei auch die Fulcralplatten Schwankungen unterliegen. Gewöhnlich, besonders bei jugendlichen Schalen, fehlen diese Platten ganz, doch sporadisch können sie, besonders im gerontischen Alter, recht stark werden. Offenbar befinden sich die Fulcralplatten hier noch in den ersten Stadien ihrer Entwicklung, und können daher noch nicht als ein stabiles Merkmal angesehen werden. Der gleiche Fall scheint bei der *Onniella multisecta* vorzuliegen. Die Fulcralplatten scheinen ausserdem eine polyphiletisch entstandene Einrichtung des Dalmanellenschlosses zu sein.

Interessant sind die Beziehungen der *Onniella navis* zu *Paurorthis parva*. Beide Formen, Vertreter verschiedener Fami-

lien, haben eine gleiche kurzstachelige Aussenfläche („Exopunctae") und ein gleiches dorsales Gefässnetz. Die für *Paurorthis* so charakteristischen Hauptkanäle (v in Taf. IV, Fig. 1) finden sich in gleicher Stärke und gleicher Anordnung bei *Onniella navis* (Taf. VI, Fig. 1) wieder. Auch das dorsale Muskelnarbenfeld ist bei den beiden Formen von ähnlicher Gestalt. Die eigenartigen Cruralplatten der *Paurorthis* sind noch bei ganz jungen *navis*-Schalen zu beobachten. In den Pedikelschalen treffen wir grössere Unterschiede, indem bei *Paurorthis* (Taf. I, Fig. 26) ein *Platystrophia*-artiges Pseudospondylium vorhanden ist, bei *Onniella navis* aber geteilte Muskelnarben vorliegen. Wegen der stacheligen Oberfläche und des Gefässnetzes kann *Onniella navis* von *Paurorthis* abgeleitet werden, obwohl die Zwischenglieder vorläufig noch unbekannt sind. *Paurorthis* ist ausserdem hinsichtlich ihres Innenbaues eine relativ stabile Form, während die *navis* ganz besonders instabil ist. Hier, bei der *navis*, ist also ein möglicher Ausgangspunkt mehrerer Abzweigungen gegeben, — darunter auch solcher, welche mit beständigen Fulcralplatten versehen sind.

Die eingehende Beschreibung der *navis* ist bei A. Ö. (*3*) gegeben. Die Art kommt im Mittelordovizium in den oberen C_2- und den unteren C_3-Schichten der Kukruse-Stufe Estlands vor.

Onniella navicula n. sp.

Taf. V, Fig. 3, 4; Taf. VI, Fig. 2, 3.

Z. T. *Dalmanella navis* A. Ö. (*3*). S. 110, Taf. VI, Fig. 67, 68 (non Fig. 64—66, 69—72 und 74).

Holotyp ist die Pedikelschale Taf. V, Fig. 3 (dieselbe bei A. Ö. (*3*), Taf. VI, Fig. 67). Diese unterscheidet sich von der *navis* durch ihren spitzovalen Umriss, durch lange ventrale Muskelnarben mit divergierenden schmalen Vorderenden und durch das deutlich ausgebildete ventrale Mittelseptum. Diese Schale ist eingehend bei A. Ö. (*3*), S. 112 beschrieben worden, ebenda S. 113 ist die hier Taf. V, Fig. 4 abgebildete Brachialschale beschrieben. Die Abtrennung dieser Form von der *navis* ist wegen ergänzender Funde erforderlich geworden. Besonders konstant wiederholt sich das Innenbild der Pedikelschale. Taf. VI, Fig. 2 ist eine andere Pedikelschale derselben Art. Wegen der starken

Abnutzung erscheint hier jedoch die Δ-Öffnung zu breit, der Schlossrand aber schmal, und daher fehlen hier auch die Schlosszähne. Das Septum des Narbenfeldes reicht hier bis zum Nabel.

In der Brachialschale Taf. V, Fig. 4 und Taf. VI, Fig. 3 fallen die Fulcralplatten auf, deren Bedeutung von Schuchert & Cooper (2) hervorgehoben worden ist. Hier bestehen sie aus je drei bogenförmigen Streifen, von denen der mittlere bis zur Schalenecke verläuft. Sehr stark ist auch das Mittelseptum. Wie bei der *Onniella navis*, so auch bei der *navicula* unterliegen der Schlossfortsatz und die Fulcralplatten stärkeren Schwankungen. Gerade wegen des sporadischen Charakters der Fulcralplatten kann diese Art noch unter die *Onniella* gestellt werden. Konstant auftretende Fulcralplatten sind schon ein Merkmal der *Dalmanellidae* (*Wattsellidae* bei Schuchert and Cooper).

Unsere Art, die *Onniella navicula*, zeigt die Andeutung einiger Eigenschaften, welche bei späteren Gattungen der *Dalmanellacea* von Wichtigkeit sind: die schmale Area erinnert an *Rhipidomella*, während ein ähnliches ventrales Septum bei *Aulacella*, *Isorthis* Kozłowski u. a. zu finden ist. Es kommt hier sogar eine Verlängerung des ventralen Septums nach vorne vor, wie sie bei *Linoporella* bekannt geworden ist.

Die Art *navicula* kommt zusammen mit der *Onniella navis* vor in den oberen C_2- und den unteren C_3-Schichten der ordovizischen Kukruse-Stufe Estlands, ist aber relativ selten.

Tartu, den 28. II. 33.

TAFELN.

Taf. I.

Apatorthis n. gen. Alle, ausser 2 f und 3 f, × 1,3, der natürlichen Grösse.

1 a—1 e. *Apatorthis ultima* n. sp. . . . . S. 11

2 a—2 f. *A. punctata* n. sp. Dasselbe Exemplar Taf. II, Fig. 2; Fig. 2 f ist × 9 und zeigt die Körnung der Oberfläche . . . . . S. 8

3 a—3 f. *A. inflata* n. sp. Fig. 3 f ist × 9 . . . . . S. 10

4—5. *A. tenuicosta* (Eichwald) . . . . . S. 9

6 a—6 b. *A. jugata* n. sp. . . . . S. 10

Taf. II.

1. *Apatorthis punctata*, ein Dünnschliff, die Poren und Fasern zeigend. × 12. S. 5
2. *Apatorthis punctata*, Areaansicht des Exemplars Taf. I, Fig. 2. Ca × 9 der natürlichen Grösse . . . . . S. 8

Taf. III.

Paurorthis parva (P a n d e r), × 5 der natürlichen Grösse.

1 a—1 b ist eine brachiale und 2 a—2 b eine Pedikelschale. Die Schale Fig. 1 ist auch Taf. IV, Fig. 1 a—1 b und Taf. VI, Fig. 4 wiedergegeben. In Fig. 26 bedeuten: S — Mittelseptum und v — Gefässe. Die Poren auf der Innenfläche sind bei derselben Brachialschale auf Taf. IV, Fig. 1 a und Taf. VI, Fig. 4 besonders deutlich sichtbar. Diese Abbildungen sind mit den Abbildungen bei S c h u c h e r t & C o o p e r (*2*), Taf. III, Fig. 5—7, 8 und 10 zu vergleichen.

Taf. IV.

Paurorthis parva (P a n d e r) . . . . . S. 12

1 a. Innenfläche derselben Brachialschale wie Taf. III, Fig. 1. Die radialen Porenreihen treten deutlich hervor × 8 der nat. Grösse.

1 b. Oberfläche derselben Schale wie 1 a, die „Exopunctae" zeigend. × 12.

2. Dünnschliff durch den Schalenrand einer Pedikelschale. × 12.

Taf. V.

1 a–1 c. *Onniella navis*, ventrale und dorsale Schale eines und desselben ganzen, allseitig auspräparierten Exemplars. Fig. 1 d zeigt die Fulcralplatten. × 5 der nat. Grösse . . . . . S. 16

2 a–2 b. *Onniella navis*, eine Brachialschale mit eigenartigem Schlossfortsatz und ohne Fulcralplatten. 2 a ist × 5 und 2 b × 10 vergrössert. S. 16

3 und 4. *Onniella navicula* n. sp., × 6 der nat. Grösse. Der Schlossrand des Exemplars Fig. 4 ist auf Taf. VI, Fig. 3 vergrössert wiedergegeben S. 17

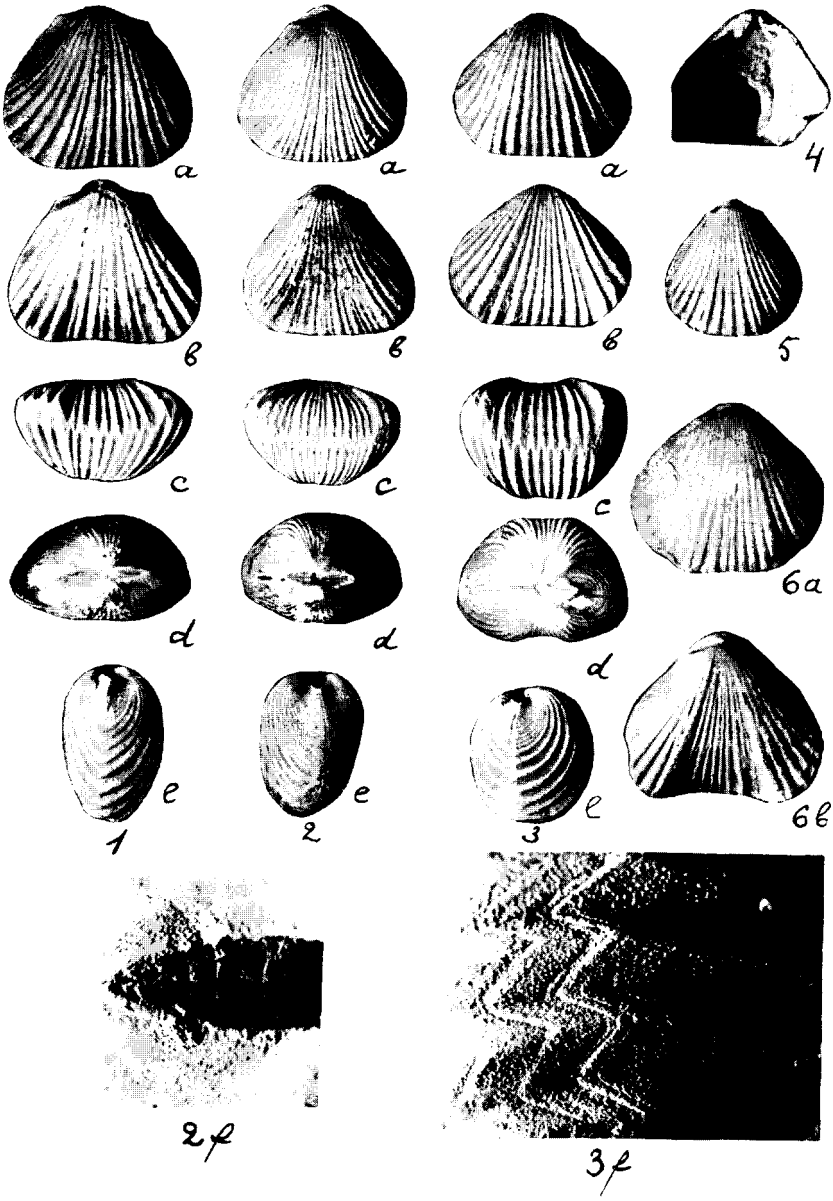


Photo A. Ö.

Photo A. Ö.

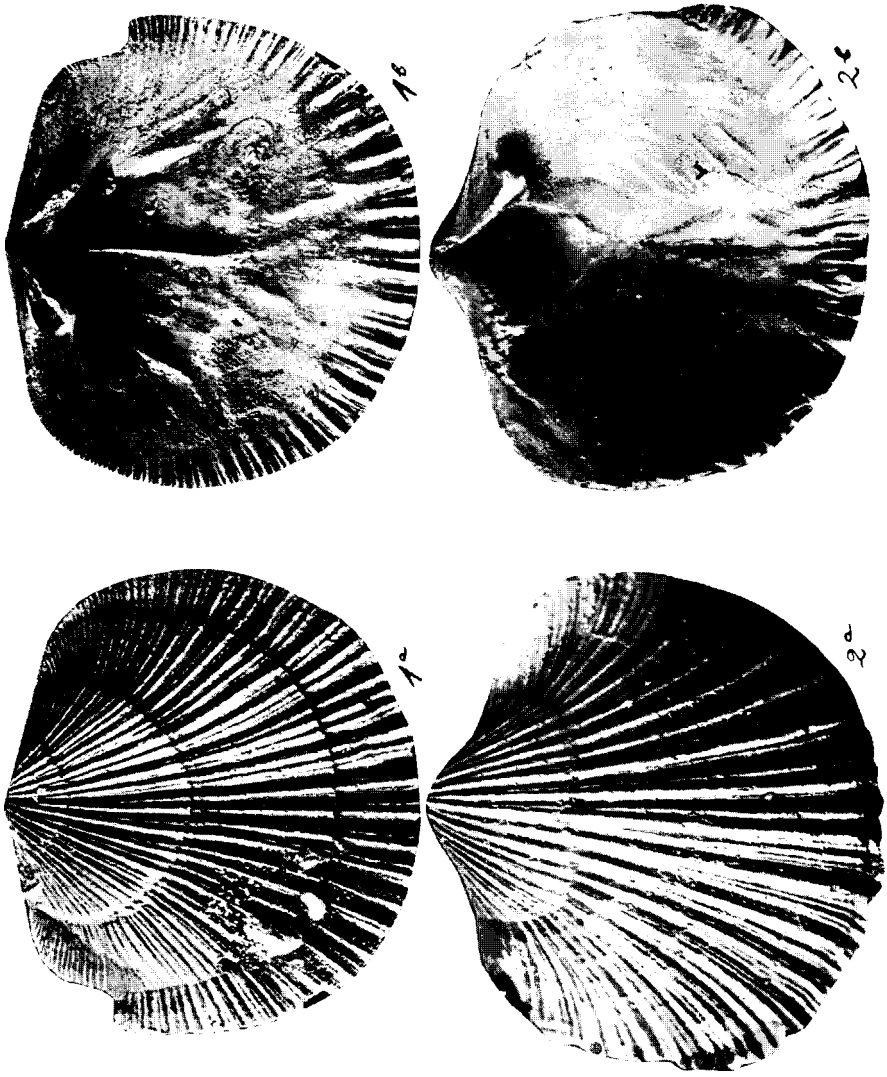
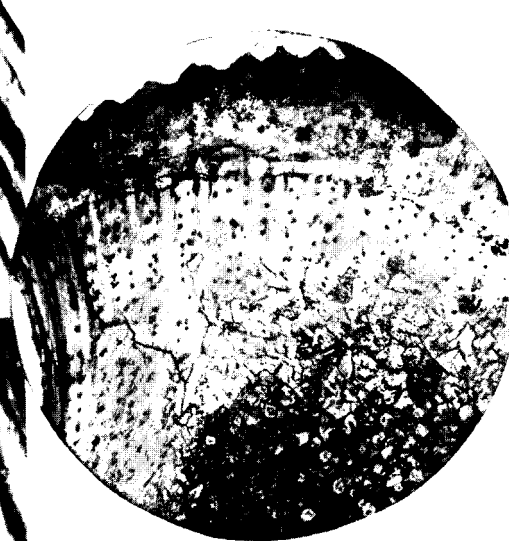


Photo A. Ö.

1a

1b



2

Photo A. Ö.

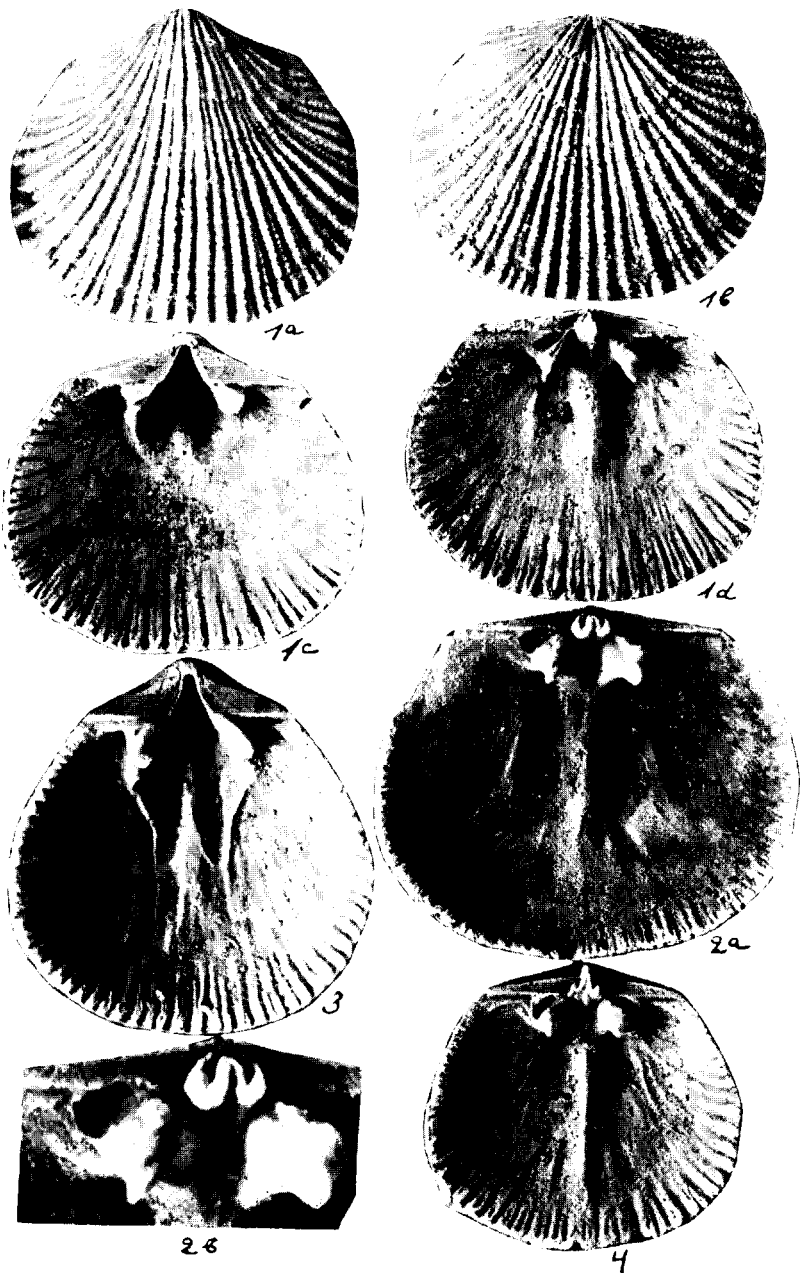


Photo A. Ö.

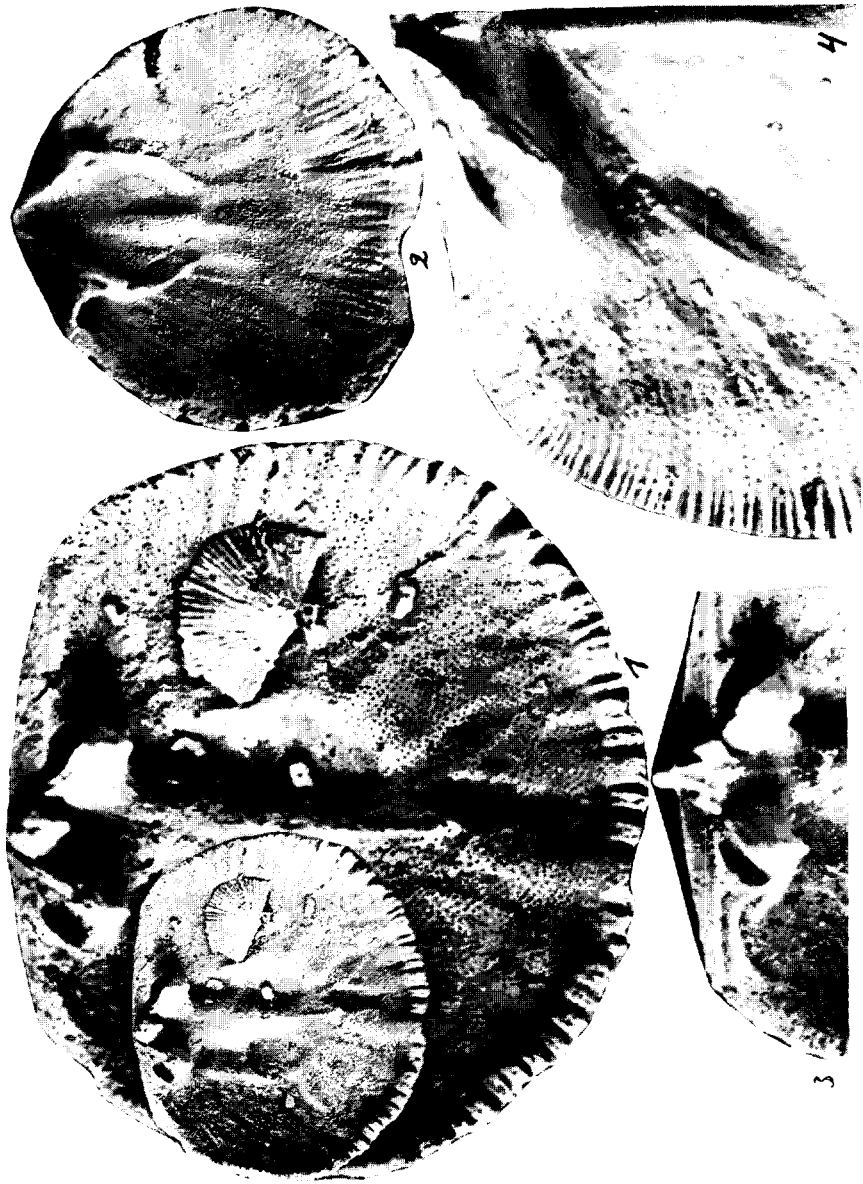


Photo A. Ö.

Taf. VI.

Fig. 1. *Onniella navis*, eine Brachialschale × 6 und × 12 vergrössert. Die Endopunctae resp. Poren treten deutlich hervor . . . . . S. 16

Fig. 2. *Onniella navicula* n. sp., eine Pedikelschale, × 6 der nat. Grösse S. 17

Fig. 3. *Onniella navis*, Schlossrand des Exemplars Taf. V, Fig. 4, × 10 der nat. Grösse . . . . . S. 16

Fig. 4. *Paurorthis parva* (P a n d e r), sehr deutlich die Poren (Endopunctae) zeigend. × 12 der nat. Grösse. Dasselbe Exemplar Taf. III, Fig. 1 . S. 12

ERGÄNZUNGEN ZU:

„DIE RELATION ZWISCHEN FORM UND FUNKTION UND DAS TELEOLOGISCHE PRINZIP IN DEN NATURPHÄNOMENEN“

DIE ROLLE, WELCHE „SPIRALE“ UND „WIRBEL“ IN DEN BIOLOGISCHEN PHÄNOMENEN SPIELT, BESONDERS AUCH IN BEZUG AUF DIE FEINERE STRUKTUR DES LEBENDIGEN PROTOPLASMAS

VON

HANS RICHTER

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Ergänzungen zu: „Die Relation zwischen Form und Funktion und das teleologische Prinzip in den Naturphänomenen“ [1]).

Der erste Teil der vorliegenden Arbeit, betreffend: die Relation zwischen „Zeit“ und „Raum“, sowie die „Kausalität“ unter Bezugnahme auf „Relativitäts- und Quantentheorie“, wurde zum Abdruck nicht zugelassen, da er abgetrennt, also aus seinen natürlichen Beziehungen herausgerissen, der Rezension der Fachkollegen für Philosophie und theoretische Physik der Universität unterlag. Da die Ausführungen über die darin mit behandelten philosophischen und physikalischen Probleme ohne Motivierung [2]) als „unzutreffend“ (Physiker) bezw. „der Sachkenntnis entbehrend“ (Philosoph) abgeurteilt wurden, musste, den formalen Bestimmungen entsprechend, die Arbeit in diesem verstümmelten Zustande zur Veröffentlichung gelangen.

Es ist sehr zu bedauern, dass solche Bestimmungen für die Acta et Commentationes einer Universitas litterarum der Möglichkeit Vorschub leisten, wissenschaftliche Untersuchungen eines o. ö. Professors dieser Universität, welcher bei seinen tiefer schürfenden biologischen Forschungen auf philosophische und physikalische Fragen stossen muss, zu unterdrücken und seine freie wissenschaftliche Meinungsäusserung zu knebeln und zu unterbinden. Soll ein wirklich freies ernstes wissenschaftliches Leben im Rahmen einer „Universitas litterarum“ blühen, so erfordert dies die Möglichkeit einer sachlichen Auseinandersetzung der Kollegen ohne geistbeschränkende Fachmauern. Und diesem idealen Zwecke sollten doch wohl die Acta et Commentationes dienen?!

1) Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) A XVIII. 4. 1930.

2) „Eine Meinungsäusserung ohne Motivierung ist einer Geschmacksäusserung gleichzuachten!“

Gerade auch in den hier in Frage stehenden grundlegenden Problemen der Philosophie („Zeit : Raum") und der Physik („Stoff : Kraft, Energie") ist heutzutage durch die schnell wechselnden Ergebnisse der neueren Forschungen eine Stellungnahme so schwankend und gewagt geworden, dass solche strikte Aburteilung o h n e eine sachlich eingehende Motivierung bei erfahrenen Wissenschaftlern starke Bedenken verursachen muss. Eine Revision der jetzigen Bestimmungen für die Acta et Commentationes erscheint daher geboten.

[Eingeliefert wurde die vorliegende Arbeit im November 1932.]

Die Rolle, welche „Spirale“ und „Wirbel“ in den biologischen Phänomenen spielt, besonders auch in bezug auf die feinere Struktur des lebendigen Protoplasmas.

In jener Abhandlung: „Relation zwischen Form und Funktion etc.“ spreche ich (p. 20/21) unter Anlehnung an meine Wellen-, Mäander-, Wirbeltheorie der „Bewegung an sich“ davon, dass durch eine solche kraftliche, „dynamische“ (nach W. Ostwald „energetische“) Weltauffassung, welche mit einem „Massenpunkt“ als letzter rationalen Einheit rechnet, die materialistische Weltanschauung schon auf dem Gebiete der Physik-Chemie abgebaut wird. In bezug auf das biologische Wissensgebiet ergänze ich als Fachwissenschaftler hierauf jene damals nur angedeuteten Gedankengänge folgendermassen: Der „Massenpunkt“ wird zum „punctum saliens“, zum springenden Punkte (vergl. den Schlusssatz meiner Schrift: „Kraft, Stoff, Raum, Zeit etc.“ [1]), also zur spiralfederartigen, aufspringenden, „sich entwickelnden“, evolutionierenden Doppelspirale, Divortex, Wirbel.

Es ist sicherlich nicht zufällig, dass wir auch in der Domäne der Biologie so unendlich häufig auf die Form der Spirale stossen, auch als Schraube, Schnecke, Knäuel (Spirem). Und dies ist der Fall sowohl im Bereiche des Makroskopischen in allen Stufen, als auch im Mikroskopischen. Die Zahl der Beispiele ist so gross, dass es sich erübrigt, hier solche anzuführen. Doch will ich jetzt im Goethejahr noch darauf hinwei-

1) Der Schlusssatz meiner Schrift („Die Entwicklung der Begriffe: „Kraft: Stoff, Raum: Zeit“ durch die Philosophie mit Lösung des Einsteinschen Problems“ (Lit. 1) lautet: „Man hatte Eins vergessen: die Naturphilosophie und die Philosophie überhaupt. So kam man nicht zu dem Einen Etwas, zu dem „springenden Punkte“, sondern auf den „Nullpunkt“, auf die Null!“

sen, dass Goethe in seinen letzten Lebensjahren eine kleine Abhandlung: „Über die Spiraltendenz im Wachstum der Pflanzen" geschrieben hat[1]).

Ausserdem möchte ich hier noch etwas der Vergangenheit entreissen, was die feinere Struktur der lebendigen Masse, des Protoplasmas betrifft, und zugleich auch die Teilkörpertheorie M. Heidenhains, also auch meine „Dimerie" (Strukturprinzip) berührt. Bei meinem letztjährigen Aufenthalt in Ungarn im Biologischen Institut Tihany am Balaton (Plattensee) wurde ich von dem Direktor des Institutes, Herrn Prof. Dr. G. v. Entz, auf eine Arbeit seines Vaters Géza v. Entz sen. aufmerksam gemacht (Lit. 8)[2]). Bei dessen Untersuchungen über „Die elastischen und contractilen Elemente der Vorticellinen" konnte Entz sowohl unter der Pellicula als auch im Achsenfaden des Stieles im sonst feingekörnten, undifferenzierten Protoplasma rundliche Bezirke feststellen und zeichnerisch wiedergeben, welche er „Cytophane" nennt, und in welchen er auch manchmal ein kernartiges Gebilde: „Karyophan" unterschied. Auf den beigegebenen Tafeln bildet er sie meist als rundliche Bezirke ab, in welchen zusammenhängende Körnchenreihen vielfach deutlich spiralig, konzentrisch gelagert sind (Taf. II, 2 und Taf. III, 4). In „Nachträgliche Bemerkung 2" in dieser Arbeit vergleicht Entz diese Gebilde mit

Fig. 7.[1])

1) Selbst auf dem rein logisch ideellen Gebiete der Mathematik bezw. Algebra ist ein tiefgründiger Forscher auf diesem Wissenszweige auf die Spirale gestossen, nämlich Jakob Bernoulli, welcher eine Abhandlung schrieb: „Die Spirale der logarithmischen Potenzen" und auf seinem Grabsteine eine Spirale anbringen liess mit der Umschrift: „Eadem mutata resurgo", wie dies die Gedenktafel für ihn am Münster zu Basel jedermann zeigt [vergl. Fig. 7].

2) Da diese Arbeit als eine Fortsetzung der ursprünglichen gedacht ist, so ist die Zahlenbezeichnung der Abbildungen und Literatur fortlaufend und bezieht sich auch auf die erste Arbeit in den Acta et Comm. Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) A XVIII. 4.

den „Spirosparten“ von V. Fayod (Lit. 12)[1]). Entz sagt wörtlich p. 42/43: „Es sei hier noch angeführt, dass nach meinen in den letzten Jahren angestellten Untersuchungen über den feineren Bau der Protozooen das Protoplasma (sowohl das des Körpers als auch das des Kernes) in der Tat aus einem komplizierten System eigentümlich gebauter röhriger Fibrillen, den Spirosparten Fayod's, aufgebaut ist, welche sich aber nach meinen Untersuchungen nicht netzartig verbinden, sondern nach gewissen Regeln spiralig winden und Schichten bilden[2]). Der von Fayod gegebenen Schilderung des feineren Baues der Spirosparten muss ich hinzufügen, dass sich innerhalb der Schraubenwindungen der Spirofibrillen sehr feine Längsfibrillen befinden, welche Fayod entgangen sind. Ferner muss ich bemerken, dass nach meinen Untersuchungen der Achsenfaden (filet axillaire), welcher sich nach Fayod hin und wieder „transforme en chapelet (= Rosenkranz)“, stets auf gleiche Abstände verteilte Knotenpunkte trägt, und dass diese dem Achsenfaden ganz charakteristisch zukommen. Was nun diese Knotenpunkte betrifft, so entsprechen sie kleinen Knäueln, welche dadurch entstehen, dass sich der im übrigen Verlauf gerade Achsenfaden innerhalb der zarten Hülle in gleichen Abständen in einige (wahrscheinlich immer vier) sich knapp anliegende Windungen aufrollt. Sämtliche Elemente der Spirosparten, welche von einer sehr dehnbaren, feinen gemeinschaftlichen Hülle (Fayod's fibrolème) umschlossen werden, haben, wie Fayod erkannte und

1) Am Schluss seiner Abhandlung sagt Fayod (Lit. 12 p. 227) wörtlich folgendes:

„L'ensemble des faits exposés dans ce qui précède me confirme dans l'opinion que la spirofibrille est la seule vraie caractéristique de la substance organisée.

Je puis donc dire avec Kros, auteur du remarquable opuscule: „De spira in plantis conspicua etc.“ (dissert. Groningae, 1845): Ex omnibus itaque concludendum spiram esse typum principem in regno vegetabili; nec dubium, quin hoc magis magisque apparebit quo magis et accuratius botanici in hanc rem inquirent. Huius rei initia quaedem indicasse juveni, ut spero, sufficiat.“

Es ist sehr zu verwundern und wäre einer klärenden historischen und sachlichen Untersuchung wert, warum trotz dieser deutlichen Hinweise solch älterer Forscher die folgenden Generationen bis in die neuere Zeit hinein sich so wenig um die Spirale als ein typisches und charakteristisches Aufbau- und Strukturprinzip des Protoplasmas und der lebendigen Masse überhaupt gekümmert hat!

2) Vom Zitator hervorgehoben!

ich bestätigen kann, genau denselben feineren Bau wie der ganze Spirospart, sie lassen sich mithin als Spirosparten zweiter Ordnung auffassen; ja es lassen sich oft noch Spirosparten dritter Ordnung nachweisen, welche in die Spirosparten zweiter, diese aber in die der ersten Ordnung eingeschachtelt sind." Man vergleiche die Protomeren- und Teilkörper von M. Heidenhain sowie seine „Encapsis = Einschachtelung"!

„Alle Differenzierungen innerhalb des Protoplasmas lassen sich auf die Spirosparten und ihre Elemente zurückführen, welche sich nach verschiedenen Richtungen umwandeln und verändern können. Es ist hier nicht der Ort, mich auf dieses Thema des näheren einzulassen, und so beschränke ich mich bloss darauf, den morphologischen Wert der oben als Cytophane bezeichneten Gebilde festzustellen. Diese minimalen Zellen ähnlichen Gebilde, welche in der neuesten Zeit auch von Greeff (Lit. 13) im Entoplasma der Amöben nachgewiesen und als Elementargranula bezeichnet wurden, sind nach meinen erneuten Untersuchungen zu perlschnurenförmigen Strängen verbunden, welche mit ihren knapp anliegenden Spiralwindungen scheinbar konzentrische Schichten bilden. Der Bau der einzelnen Cytophane ist derselbe, wie der der eben geschilderten Knoten des Achsenfadens, welche ich bereits oben als kleine Cytophane bezeichnete. Da man nun zwischen gewöhnlichen Spirosparten, dann zwischen Spirosparten, in denen sich die Knoten des Achsenfadens etwas vergrössert haben, und den Perlschnüren der grossen Cytophane alle Übergänge antrifft, so kann es keinem Zweifel unterliegen, dass die Cytophanschnüre nichts anderes sind, als Spirosparten, welche sich durch bedeutendes Heranwachsen der Knoten des Achsenfadens verändert haben."

Hierzu möchte ich noch bemerken, dass eine Doppelspirale (Divortex), welche mit ihren Windungstouren nicht auf eine Ebene beschränkt bleibt, sondern sich im 3-dimensionalen Raum mehr oder weniger unregelmässig verteilt, zu einem Knäuel (Spirem) mit mehr oder weniger deutlicher „konzentrischer Schichtung" werden muss!

Ein Landsmann von Entz, S. Abonyi, hat in seiner Arbeit: „Über die Entz'schen Cytophane" (Lit. 9) diese Gebilde, welche meist hart an der Grenze der Formsichtbarkeit stehen, und welche zeichnerisch darzustellen dem künstlerisch sehr begabten und im scharfen Sehen geübten Forscher v. Entz

sen. gut gelang, auch durch photographische Aufnahme jedem sichtbar zu machen versucht, was ihm auch in gewissen Grenzen gelang. Dieser Autor unternimmt es ausserdem, diese Frage auch im Lichte der modernen Kolloidchemie zu klären. Ich selbst habe in einer Sitzung der Kolloidgesellschaft in Jena 1922 auch darauf hingewiesen, dass die Formvorstellung der Doppelspirale und des Wirbels zur theoretischen Erfassung vieler Kolloiderscheinungen sehr geeignet wäre.

Ein anderer Forscher, welcher sich auch mit den feineren und feinsten Strukturen des Protoplasmas im Zusammenhange mit einer funktionellen Erklärung beschäftigt hat, ist N. K. Koltzoff. In seinen „Studien über die Gestalt der Zelle“ (Lit. 10), und zwar im I. Teil: „Untersuchungen über die Spermien der Dekapoden als Einleitung in das Problem der Zellengestalt“, erwähnt er auch die Befunde von Entz sen. bei den Vorticellen (p. 521 u. 539) und setzt sich mit ihnen auseinander. Wenn man hier namentlich sein Schlusskapitel IV mit den Unterabteilungen: „Die Zellform und die dieselben bestimmenden festen Gebilde“, „Die Mechanismen der geordneten Bewegung der Zelle“, „Die Organisation der Zelle“ durchgeht, so fällt auch hier auf, dass bei der Darstellung der Form sowie der Erklärung der geordneten Bewegung immer und immer wieder die Spirale eine wichtige Rolle spielt. Koltzoff kämpft gegen die frühere Anschauung an, dass die Kontraktilität nur in den faserigen Gebilden zu suchen sei. Auf p. 515 stellt er die Frage auf: „Weiter sehen wir, dass die festen formativen Gebilde nicht nur die Form der unbeweglichen Spermien bestimmen, sondern auch die Rolle von Mechanismen übernehmen, welche zur Verwandlung einer ungeordneten Bewegung (wie das Aufquellen des Explosionsstoffes) in eine geordnete (die Ausstülpung der Kapsel und den Sprung des Spermiums) beitragen. Könnte man nicht auch in anderen Fällen, wo wir es mit bestimmten geordneten Bewegungen der Zellen, wie z. B. Flimmer- und Muskelbewegungen zu tun haben, dieselben auch von der einfach amöboiden Bewegung herleiten, welche durch einen festen Mechanismus der Form nach umgewandelt wird?“ Auf p. 553 sagt Koltzoff weiter: „Mein Zweck war nur zu zeigen, dass die einer geordneten Bewegung fähigen Zellen ausnahmslos ein festes Skelett aufweisen, und dass bei der Erklärung dieser Bewegungen der Forscher zwei völlig voneinander unabhängige Aufgaben streng auseinanderhalten muss:

1) die Energiequellen der ungeordneten Bewegung zu finden und 2) denjenigen festen Mechanismus, der diese Bewegung in eine geordnete umgestaltet, zu entdecken."

Auch hier sieht man also, dass bei dieser „Umgestaltung der Energie" die Beziehung zwischen Physiologie und Morphologie, die Relation zwischen Form und Funktion eine ausschlaggebende Rolle spielen muss.

Wenn Koltzoff eine im Raum festgelegte, fixierte „Form" (μορφή) als Bedingung einer geordneten Bewegung auffstellt, so kann man umgekehrt folgern: eine ungeordnete Bewegung (= Energievorgang), z. B. eine amöboide Bewegung, wird dann in eine „geordnete" d. h. im Raum festgelegte, „gerichtete" übergehen, wenn in dem (z. B. flüssigen)

Fig. 3a.

Fig. 3.

Medium beständigere festere Orte entstehen, oder auch mit anderen Worten, wenn sich in dem betreffenden Medium der Aggregatzustand an gewissen Stellen „zum festeren hin" verändert, umwandelt, was natürlich in verschiedenen Übergangsstufen, unter ihnen die „kolloidale", erfolgen muss.

In Anlehnung meiner Auffassung der „Bewegung an sich" in der Weise der Welle, des Mäanders, des Wirbels (cf. Fig. 3) behaupte ich, dass Orte grösserer Konstanz, Unverschieblichkeit, also „Festigkeit" im Raume — („leere Räume" gibt es nicht in der wahren Natur, wo der „horror vacui" herrscht, das andere ist nur gedankliche Vorstellung!) — immer da entstehen, wo die Wellenbewegung in Wirbelbewegung übergegangen ist. (Hier vergleiche man auch die Kreiselgesetze in der Physik!)

Wenn wir die Fliessbewegungen im Wasser aufmerksam beobachten, kann man überall unschwer feststellen, dass dann aus der im Raume stetig den Ort wechselnden, fortschreitenden

Wellenbewegung eine gewisse Beharrlichkeit an einer beschränkteren Stelle resultiert, wenn die Wellenbewegung über die Mäandrierung in einen Wirbel (divortex) übergegangen ist, was sich leicht aus der dabei rückläufigen Bewegung erklärt, unter Umkehrung der Involution in die Evolution und vice versa. Hierbei ist die sogen. „Achse" des Wirbels das relativ Konstanteste des ganzen Wirbels. Wenn wir nun eine mehr oder weniger starke Zusammendrückbarkeit, Kompressibilität des Mediums, in welchem Wellenbewegung in Wirbelung übergeht, annehmen (und dies müssen wir in gewissem Grade selbst bei Flüssigkeiten tun), so ist leicht begreiflich, dass die Achsenpartie des Wirbels eine Zusammenpressung erfährt und dadurch in einen festeren Aggregatzustand übergehen kann. Wenn sich der Wirbel in der

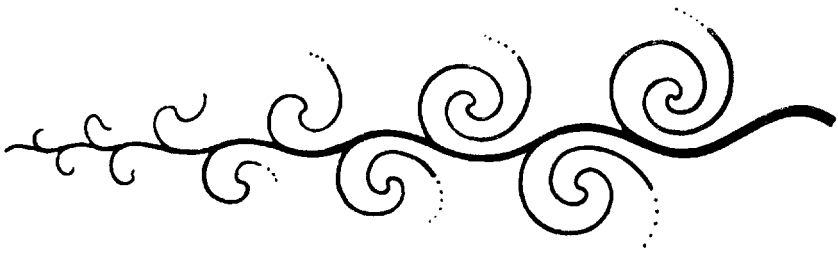


Fig. 8.

Achsenrichtung auszieht, wird dadurch ein spiralig oder schraubig gedrehtes fadenförmiges Gebilde entstehen können. Andererseits kann aber ein solches auch in der Weise entstehen, dass die Partien des Mediums, welche in der Mitte zwischen 2 oder mehr Wirbeln oder zwischen Doppel- oder Mehrfachreihen von mit einer gewissen Regelmässigkeit fortschreitenden Wirbeln zu liegen kommen, ebenfalls eine Kompression erfahren, so dass auch hier durch Übergang in einen festeren Aggregatzustand Fibrillen und Fäden entstehen, die ja in der Histologie auch meist eine typische wellige Form zeigen.

Dabei ist noch zu beachten, dass eine Aufteilung („Dimerie") eines grösseren Wirbels in kleinere und noch kleinere eine oft zu beobachtende Tatsache ist, welche ihre tiefere Analogie in der Aufteilung einer wellenförmigen Schwingung in sekundäre Unterwellen hat. Beigegebene schematische Zeichnung (Fig. 8) von in Reihen angeordneten, nach zwei Seiten alternierenden Wirbelreihen zeigt, wie man sich das vorstellen kann. Dies hat eine

grosse Ahnlichkeit mit einer wachsenden Ranke im Pflanzenreich, die wieder an die Form einer allmählich abebbenden Welle erinnert (Fig. 3): der rhythmische, wellenartige Vorgang im Wachstum ist ja auch eine bekannte Tatsache, ebenso die „dimerische" Aufteilung dabei.

Ich habe nach Beobachtungen und Versuchen Anlass, mir das „Abrollen" einer Wirbelströmung in einem Medium

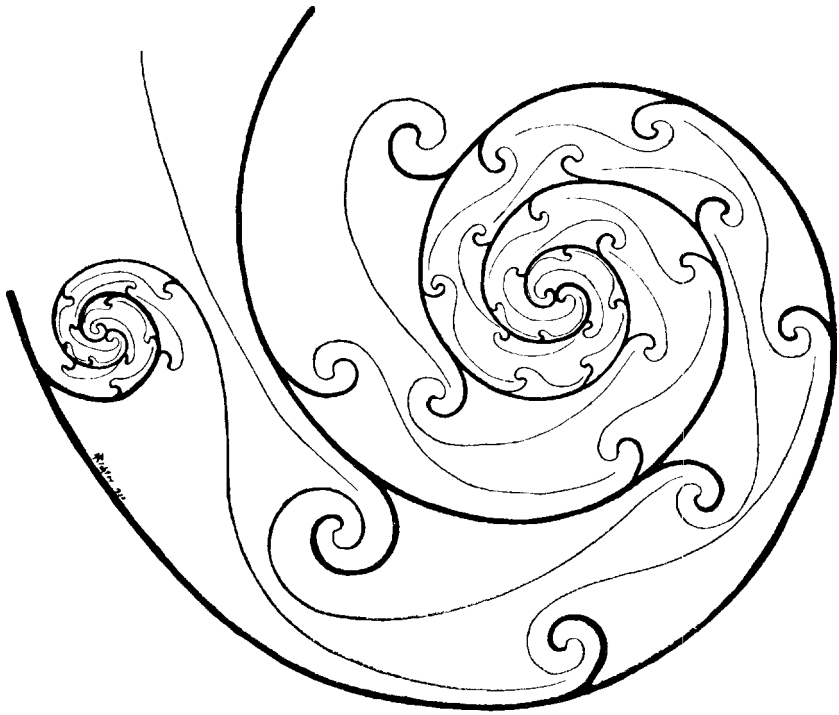


Fig. 9.

so vorzustellen, dass immer in den Zwischenräumen der grossen Spiralwirbeltouren sekundäre kleinere, in Graden abgestufte Teilwirbel, also gewissermassen Generationsfolgen „junger" divortices entstehen. Hierdurch dürfte sich auch das relativ leichte „Abrollen" der entgegengesetzten, involvierenden resp. evolvierenden grossen Spiraltouren erklären, da die sekundären Wirbel der einen, z. B. der involvierenden Hauptbewegung die entsprechende evolvierende fördern (cf. Fig. 9). Immer ist dabei festzuhalten, dass auch hier die „iniquitas" zwischen In- und

Evolutionstour erhalten bleibt, entsprechend der Ungleichheit zwischen Auf- und Abstiegseite eines Wellenberges (cf. Fig. 2).

Zugleich ist im ganzen Wirbelsystem das Kontinuum erhalten! Durch eine solche Bewegungsvorstellung lassen sich die Haupterscheinungen der Kolloidchemie: Übergang von Sol in Gel und vice versa, Ausflockung, Faserbildung etc., auch die Brownsche Molekularbewegung unserem Verständnis viel näher bringen, als wenn wir an durch „leere Räume“ getrennten „Massenpunkten“, oder Elektronen oder Quanten, oder wie man noch die gleichen Teilkörper dieser „atomistischen Methode“

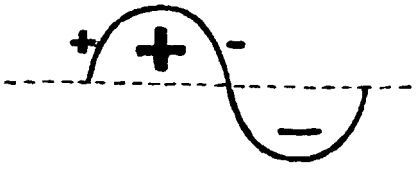


Fig. 2.

nennen mag, festhalten wollen. Die neueste Auffassung in der Biologie geht aber dahin, das Protoplasma, die lebendige Masse als ein Kolloid mit hochkompliziertem Aufbau in verschiedensten Dispersitätsgraden oder -phasen zu betrachten. „Phasen“ sind aber Bewegungsrhythmen, Kraft- bezw. Energiewellen.

Literatur.

(Fortsetzung.)

8. Entz, Géza sen. Die elastischen und contractilen Elemente der Vorticellen. Mathem. u. Naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. 10. Budapest, Berlin. 1892.

9. Abonyi, Sándor. Über die Entz'schen Cytophane (ungarisch: Az Entz-féle Cytophaneokról.) Állattani Közlemények 22. Budapest. 1926.

10. Koltzoff, N. K. Studien über die Gestalt der Zelle. 1. Untersuchungen über die Spermien der Dekapoden als Einleitung in das Problem der Zellengestalt. Arch. f. mikroskop. Anatomie. Bd. 67. p. 364—572. 1905.

11. Fayod, M. V. Structure du protoplasma vivant. Revue Génér. de Botanique. Tome 3. p. 193. Paris. 1891.

12. Fayod, M. V. Über die wahre Struktur des lebendigen Protoplasmas und der Zellmembran. Naturw. Rundschau. Jg. 5. Nr. 7. 1890.

13. Greeff, R. Über die Erd-Amöben. 2. Mittlg. Sitzungsber. der Gesellsch. z. Befördg. d. ges. Naturw. Febr. 1891. p. 11. Marburg.

14. Lämmel, Rud. Ein Vierteljahrhundert Relativitätstheorie. Die Umschau. Jg. 34. H. 41. p. 822. 1930.

TARTU ÜLIKOOLI BOTAANIKAMUUSEUMIST
JUHATAJA: PROF. DR. *T. LIPPMAA* KONSERVAATOR: *K. EICHWALD*
FROM THE BOTANICAL MUSEUM OF TARTU UNIVERSITY
DIRECTOR: PROF. DR. *T. LIPPMAA* CONSERVATOR: *K. EICHWALD*

EESTI TAIMED

T. LIPPMAA ja K. EICHWALD

I

(1—50)

WITH A SUMMARY:

ESTONIAN PLANTS

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Möödunud sajandi keskel prof. A. v. Bunge poolt algatatud „Flora exsiccata Liv-, Est- und Curlands", milline rohkesti Eesti materjale sisaldas, on käesoleval ajal suureks haruldiseks. Asudes uue, „Eesti Taimed'e" nimelise ekssikaatkogu väljaandmisele on Botaanikamuuseum teadlik sellega seotud raskustest, sest Eesti botaanilises uurimises on veel suuri lünki täita, floristiline andmestik üksikute alade kohta on puudulik ja taimesotsioloogilisi uuringuid alles vähe; et tarvidus uue ekssikaatkogu järele siiski olemas, lähtus muuseum selle ürituse oma töökavva võtmisel ka teadmisest, et selline algatus vaid soodsalt võib mõjustada Eesti ala edaspidist botaanilist uurimist. Peale puhtsüstemaatilis-floristilise külje püütakse erilist rõhku panna ka liikide taimesotsioloogilisele ja taimegeograafilisele asetusele; viimase selgituseks on üksikute iseloomulikumate liikide levimisskitsid, mis loomulikult ei taha ega saagi olla lõplikud, vaid ainult meie praeguste teadmiste illustratsiooniks nende liikide levingu üle Eestis.

Botaanikamuuseumi algatus on nii eriteadlasis kui ka meie botaaniliste huvidega haritlaskonnas, kelle poole muuseum kaastöö saamiseks pööras, elavat vastukaja leidnud, ja käesoleva esimese mapi koostamisel on muuseum võinud kasustada paljude isikute kaastööd liikide herbaarse materjali ja kaardistamiseks vajalikkude floristiliste andmete kujul. Esimese mapi kaastöölisteks on: pr. stud. T. Amitan-Ruckteschell, G. Avajev, J. Eplik, B. Fromhold-Treu, stud. A. Jürris, stud. V. Knuut, prof. K. R. Kupffer, dots. E. Lepik, pr. H. Lippmaa, W. Loewis of Menar, P. Lukin, J. Lunts, G. Mechmershausen, dr. A. Miljan, mag. K. Mölder, Th. Nenjukov, prl. stud. E. Pastak, prl. J. Rebane, A. Reeben, dr. W. Reinthal, mag. A. Rühl, dr. B. Saarson, dr. H. Salasoo, L. Sepp, stud. V. Sirgo, stud. E. Sits, prof. Edm. Spohr, mag. J. Talts, pr. mag. S. Talts, eradots. P. W. Thomson, A. Tomson, prl.

stud. E. Truus, prov. J. Tõll, A. Üksip, mag. A. Vaga, Ed. Viirok, dr. G. Vilberg, pr. A. Vitsut, pr. stud. C. Volmer. — Tuleb eriti toonitada prof. K. R. Kupffer'i, botaanik Th. Nenjukov'i ja eradots. dr. P. W. Thomson'i lahket kaasabi.

Suurematest herbaariumitest on peale Botaanikamuuseumi Eesti Herbaariumi võidud kasustada Tartu Ülikooli juures oleva Loodusuurijate Seltsi ja Tallinna Provintsiaalmuuseumi herbaariume, samuti Tallinna Rahvaülikooli Seltsile kuuluvat E. Niklasen'i herbaariumi.

On selge, et T. Ü. Botaanikamuuseum suudab oma üritust jätkata ja lõpule viia vaid suurema hulga püsivate väliskaastööliste abil; selleks vajab ta ka edaspidi kõikide meie botaaniliste huvidega isikute kaasabi, nagu see nii rõõmustaval kombel osaks on saanud „Eesti Taimede" esimesele mapile.

Eesti taimestik, samuti kui naabermaade oma, on võrdlemisi noor: ta hakkas kujunema siin alles pärast jääaega. Alates Balti paisjärve aegse arktilise ajajärgu taimkattega (umbes 10 700 a. tagasi) on meil käesoleva ajani valitsenud mitu erinevat kliimaperioodi; see vaheldusrikas minevik võimaldas kord ühtede, kord teiste taimeliikide sisserändamist, milleks niigi oli soodus Eesti ala geograafiline asend suure Euraasia mandri lääneserval Läänemere kaldal. On siis ka üsna loomulik, et Eestis mitmed Lääne-Euroopa taimeliigid asuvad oma levimisala idapiiril, samuti rida Vene ja Siberi kontinentaalseid liike — läänepiiril. Esimeste hulka kuuluvad *Hedera helix*, *Hydrocotyle vulgaris*, *Myrica gale* jne. Teisest rühmast olgu mainitud *Chamaedaphne calyculata*, *Scolochloa festucacea*, *Carex laevirostris*, *Mochringia lateriflora* jt.

Mitmesuguse kliimalise päritoluga liikide säilumine koos vahelduvate edaafiliste teguritega, lõpuks merest sõltuvate halofüütide juurdetulek põhjustavad Eesti taimkatte küllalt suure mitmekesisuse ja liikiderikkuse. Õistaimede ja soon-eostaimede arv on üle 1100 (arvestamata *Alchemilla*, *Melampyrum*, *Taraxacum* ja *Hieracium* pisiliike). Eriti liigirikkad on aga saared: Saare- ja Muhumaa moodustavad vaid $^1/_{16}$ kogu Eesti pindalast ja neil puudub ümmarguselt ainult 200 liiki, ehk teisiti — nende flooras on $^4/_5$ meie liikide üldarvust esindatud.

Eesti taimegeograafilise uurimise aluseks on Fr. Schmidt'i, K. R. Kupffer'i, T. Lippmaa ja P. W. Thomson'i tööd. Nendele põhjeneb peajoontes ala üldine taimegeograafiline jaotus; üksikasjalisem taimegeograafiliste valdkondade ja all-valdkondade piiritlus ja eraldamine nõuavad täiendavaid uurimisi.

Et Eesti (ühes Lätiga) kuulub Euraasia metsaprovintsi Kirde-Euroopa tamme-ringkonda arvatavasse Ida-Balti piirkonda *(districtus balticus orientalis)*, on tema lokaalne taimegeograafiline jaotus üldjoontes järgmine. Saared koos mereäärse ribaga Paldiskist Lindi külani Pärnumaal moodustavad saarte alapiirkonna *(subdistrictus insularis)*, kuhu kuuluvad viis valdkonda: Saaremaa, Hiiu, Muhu, Vormsi ja Lääneranniku valdkonnad. Mere pehmendav mõju kliimale on eriti tunduv. Et siin pealegi valitsevad „soojad" lubjarikkad mullaliigid (rühkmullad), siis on taimestik liikiderohke, mis tingitud osalt ka mitmesuguste merega seotud taimede esinemisest. Sellele alapiirkonnale eriti iseloomulikud on: *Anacamptis pyramidalis, Artemisia maritima, A. rupestris, Ajuga pyramidalis, Cardamine hirsuta, Cephalanthera longifolia, Cochlearia danica, Geranium lucidum, Hedera helix, Hydrocotyle vulgaris, Hypericum montanum, Juncus obtusiflorus, Litorella uniflora, Ranunculus nemorosus, Samolus valerandi, Scabiosa columbaria, Schoenus nigricans, Sorbus aria, Teucrium scordium, Tetragonolobus siliquosus, Veronica hederifolia, Vicia lathyroides* jt. Igatahes on paljud siin nimetatud liikidest ka saarte alapiirkonnas haruldased. Peale nende taimede on rida teisi, mis esinevad küll kohati ka väljaspool saari, kuid on siin siiski sagedamad. Seesugusteks liikideks on näit. *Sorbus scandica, Taxus baccata, Asperula tinctoria, Melampyrum cristatum, Ophrys muscifera, Orchis masculus, O. militaris, Cladium mariscus.*

Siluri alapiirkond *(subdistrictus silurícus)* asetseb läänerannikú valdkonnast (läänepoolsest Läänemaast) idas, kattes tervet Põhja-Eestit ning haarates ka Põhja-Pärnumaad ja Viljandi- ja Tartumaa põhjapoolseid kihelkondi. Ta koosneb kolmest valdkonnast: Alam-Eesti valdkond *(Estonia inferior)*, läänepoolne madalik koos madalama alaga põhjarannikul (Põhja-Pärnumaa ja Läänemaa peale eelmisse alapiirkonda kuuluva rannariba, ja peam. Loode-Harjumaa); ida poole järgneb Ülem-Eesti valdkond (*Estonia superior*, kuhu kuulub ülejäänud osa Harjumaast, Järvamaa pea terveni ja Lääne-Virumaa) ja ida-

poolsemana Alutaguse valdkond (*Allentakia*, Ida-Virumaa). Kuigi sellel suurel maa-alal mullastik on küllalt mitmekesine, valitsevad siin siiski rühkmullad. Peamiselt mullastikust ongi tingitud teatav sugulus saarte ja siluri alapiirkondade vahel. Ainult viimases esinevad meil siiski näit. *Cerastium alpinum*, *Saussurea alpina*, *Saxifraga adscendens*. Peale nende lubjalembeste (kaltsifiilsete) taimede on iseloomulik paljude teiste lubjarikast aluspinda eelistavate taimede sageli hulgaline esinemine, eriti Alam-Eesti valdkonnas. Siin on seesugustest harilikud *Carex montana*, *Filipendula hexapetala*, *Asperula tinctoria*, *Myrica gale* jne. Seevastu on Ülem-Eesti ja Alutaguse valdkond juba märksa vaesemad lubjalembeste liikide poolest. Iseloomulik on neile ka paljude idast Eestisse tunginud taimede ilmumine, nagu *Dracocephalum Ruyschiana*, *Sempervivum soboliferum*, *Moehringia lateriflora*, *Carex laevirostris* jt.

Kolmas, devoni alapiirkond *(subdistrictus devonicus)*, kuhu kuulub Lõuna-Eesti, jaguneb viieks valdkonnaks. Esimene neist, Häädemeeste v. (*Regio heademeesteensis*, samanimelise kihelkonna järele), on liivaluidete ja randniitude valdkond Pärnu lahe ümber. Ta ulatub õige kitsa ribana lõunasse üle Läti piiri. Metsades valitseb siin mänd ning iseloomulik on peale mitmesuguste liivataimede rohkuse ka mereäärsete soolakutaimede (halofüütide) esinemine. Teises, Saarde valdkonnas (*Regio saardeensis*, samanim. khk. j.), mida läbib Pärnu jõgi ühes sellesse suubuva Navesti ja Halliste jõega, valitsevad ulatuselt suured rabad ja kuuse-segametsad enamikus lodumetsa iseloomuga. On tähelepanuväärt mitme idaelemendi esinemine üksikuil leiukohtadel, nagu *Cinna latifolia*, *Conioselinum Fischeri*, *Asperula rivalis*.

Kolmas ja neljas, Viljandi *(Regio fellinensis)* ja Tartu *(Regio tartuensis)* valdkond (piir nende vahel käib ligikaudu põhja-lõuna suunas üle Võrtsjärve), on palju tihedamalt asustatud, sest siin on aluspinnaks enamasti savirikkad mullaliigid (Setumaal ja Võrtsjärve ümbruses ka liivmullad). Alutaguse valdkonna kirdeosa ning Tartu valdkonna idaosa piirduvad devoni alapiirkonda kuuluvale viiendale, Peipsi valdkonnale *(Regio peipsiensis)*, mille piirid on alles selgitamisel. Viimasel ei puudu ühiseid jooni Häädemeeste valdkonnaga, sest et siin samuti on mõõtuandvad liivtaimed ja leidub ühiseid iseloomulikke liike, nagu *Elymus arenarius*, *Festuca polesica* jne. Samuti

valitseb siin metsades mänd. — Taimegeograafiliselt on nendele valdkondadele iseloomulikud mitmed ida-päritoluga liigid, nagu *Swertia perennis*, *Ligularia sibirica*, *Betula humilis*, *Scolochloa festucacea*, *Gypsophila fastigiata*, *Sempervivum soboliferum*, *Silene chlorantha*, *Bidens radiatus*, *Carex pediformis* (kirdes) jt.

The Estonian Republic has an area of 47.549 km^2. Bordering on the sea in the west and north, it adjoins Sovyet Russia in the east, and Lettonia in the south. In the north it reaches 59°49′ (the islet Vaindloo or Stenskär), in the south 57°31′, in the west 21°46′ (SW of Vilsandi), in the east 28°21′.

Estonia also comprizes a number of islands of various dimensions in the Gulf of Finland and that of Riga. Of these, the following are the largest: Saaremaa (2710 km^2), Hiiumaa (965 km^2), Muhu (204 km^2), Vormsi (93 km^2). The number of lakes and lakelets is also considerable, with an area of 2320 km^2. The largest lake — the Peipsi — is divided by the boundary line, and of its total area of 3583 km^2, 1813 km^2 belong to Estonia. The Võrtsjärv comes next with its 284.5 km^2. The largest of all Estonian rivers is the Narva, followed by the Suur-Emajõgi, the Pärnu River and the Kasari River.

The average height of the Estonian territory is 50 m above the sea-level; approximately $^1/_6$ of the area of the western coast and the islands lies 0—20 m above the sea-level. In various places of the northern coast, at the base of limestone cliffs there occur similar low shores. In the interior of the country there are four hilly regions higher than 100 m: in the western part of Virumaa the hills of *Pandivere* (the highest point being the Emumägi, 166 m); west of the Võrtsjärv the relatively lowest hills, the hills of *Viljandi* or *Sakala* (their highest points being Rutu Mägi, 147 m, and Sürgavere Mägi, 128 m); SE of the Võrtsjärv the hills of *Otepää* (Kuutsemägi, 217 m), and still more to the south-east the relatively highest, the *Haanja* hills, whose highest point is Suur Munamägi — 316 m.

These hills are morainal deposits formed by the accumulating activity of inland ice. Here the ground is not only higher but also more varied than the plains of western and northern Estonia.

Geologically, Northern Estonia, including the islands, belongs to the ordovician and silurian systems with limestone rock and

dolomites in the upper layers of the bottom plain. As Northern Estonia has little moraine cover, and in places none at all, the limestone layers reach the surface, forming here and there alvars. South Estonia, beginning with Middle-Pärnumaa, the northern parts of Viljandimaa and Tartumaa, belongs to the Devonian District, where the underground, which is overlaid by a deep morainal cover, is formed by the Old Red of Middle Devon.

The degree of calciferousness of the bottom plain, which differs very greatly in the north and south, determines the edaphical phytogeographical boundary between North and South Estonia (Fr. Schmidt 1855).

As for her climate, Estonia belongs to the subcontinental transitional area between the climates of Western and Eastern Europe: the difference between the temperatures in the eastern and the western parts is quite considerable. The yearly average temperature is 6,0° in Vilsandi, 4,5° in Tartu, 4,6° C. in Narva-Jõesuu; the lowest temperature occurs in February with averages of —3,1°, —6,6° and —7,1° respectively. The temperature of the warmest month, July, is more constant, viz. 16,4°, 17,0°, and 17,4°. The influence of the sea is particularly noticeable in the long and warm autumn of the islands. The corresponding averages are:

in November: 3,1° —0,5° and 0,0°, and
in December: —0,6° —4,9° „ —4,6°.

Naturally the differences in temperature are of fundamental importance for the vegetation, and the climatic factors of great moment for the phytogeographical classification of the territory despite the limited dimensions of the area. The vicinity of the sea leads to the retardation of the winter minimum and the summer maximum. The delay as compared with the interior of the country is no less than two weeks, or, in other words, the development of the spring aspect of the vegetation begins on the western islands two weeks later than in the eastern parts of Estonia.

The annual precipitation is from 400 mm (Muhu) to 636 mm (Narva-Jõesuu) and is less on the islands than in the inland.

As the Baltic Sea is connected with the ocean only by the narrow Danish Straits and as in it disembogue a number of large streams and many smaller rivers, the salt percentage of water is much lower than in oceans and other seas. While

the average percentage of salt in oceans is 3,5 %, it is 1,6 % in the western part of the Baltic, being still less along the coasts of Estonia, *e. g.*,

0,4 % in the Bay of Narva
0,6 % „ „ „ „ Tallinna
0,7 % „ „ „ „ Haapsalu
0,7 % near the island of Vilsandi
0,6 % in the Bay of Pärnu
0,2 % „ „ „ „ Matsalu.

The salt percentage of deeper water is higher, but generally this does not affect plants. In spite of the low salt percentage in the sea-water, the halophytic vegetation is sufficiently developed on the western shores of Estonia, because the concentration of the salt in the soils of the seacoast itself is often considerably higher than in the sea-water on account of evaporation.

The flora of Estonia as well as of the neighbouring countries is comparatively young and began to develop only after the glacial period. Since the arctic period (about 10.700 years ago), various climatic periods have obtained in our country. This eventful past has enabled different plants to immigrate at different periods, which process was facilitated by the geographical position of Estonia on the coast of the Baltic Sea, on the western margin of the large Eurasian continent. Hence it is quite natural that in Estonia various West-European plants reach their eastern limit of distribution, whereas a number of eastern continental elements attain their western limit. To the first-named group belong *Hedera helix*, *Hydrocotyle vulgaris*, *Myrica gale*, and others. The second group includes *Chamaedaphne calyculata*, *Scolochloa festucacea*, *Carex laevirostris*, *Moehringia lateriflora*, and others.

All these factors make the flora of Estonia very varied and rich in species. The number of Phanerogams and Pteridophyta is above 1100, which number does not comprize the *Alchemilla*, *Melampyrum*, *Taraxacum* and *Hieracium* species. Especially the islands abound in species. The area of Saare- and Muhumaa is only $^1/_{16}$ of the whole territory of Estonia, but their flora contains $^1/_5$ of the total number of our species.

The foundations for Estonian phytogeographical research have been laid by the works of Fr. Schmidt, K. R. Kupffer,

T. Lippmaa, and P. W. Thomson, who have roughly determined the phytogeographical division of the whole area; on the other hand, the limits of the landscapes require further investigation.

Belonging (with Lettonia) to the East-Baltic District *(districtus balticus orientalis)* of the N. E. European Quercus Region of the Eurasian Forest Province, the Estonian local phytogeographical division is in its main outlines as follows: The islands with the coastal zone from Paldiski to Lindi village in Pärnumaa form the subdistrict of islands *(subdistrictus insularis)*, which is divided into five landscapes: the landscape of Saaremaa (Ösel), Hiiumaa (Dagö), Muhumaa (Moon), Vormsi and of the western coast of Läänemaa. The softening influence of the sea on the climate is here especially strongly marked. And since „warm" limy soil types (richksoils) predominate here, the flora is rich in species, the number of the latter being increased to some extent by the halophytes of the seacoast. This subdistrict is particularly characterized by the following species: *Anacamptis pyramidalis, Artemisia maritima, A. rupestris, Ajuga pyramidalis, Cardamine hirsuta, Cephalanthera longifolia, Cochlearia danica, Geranium lucidum, Hedera helix, Hydrocotyle vulgaris, Hypericum montanum, Juncus obtusiflorus, Litorella uniflora, Ranunculus nemorosus, Samolus valerandi, Scabiosa columbaria, Schoenus nigricans, Sorbus aria, Teucrium scordium, Tetragonolobus siliquosus, Veronica hederifolia, Vicia lathyroides*, and others. Some of the species here mentioned are doubtless rare also in the subdistrict of islands. In addition to these plants there are a number of species which are sometimes found elsewhere but are more frequent on the islands, *e. g.* the following: *Sorbus scandica, Taxus baccata, Asperula tinctoria, Melampyrum cristatum, Ophrys muscifera, Orchis masculus, O. militaris, Cladium mariscus.*

The Silurian Subdistrict *(subdistrictus siluricus)* is situated east of the landscape of the western shore of Läänemaa, covering the whole North of Estonia and the northern part of Pärnumaa, as well as the northern parishes of Viljandimaa and Tartumaa. It is composed of three landscapes: the landscape of Alam Eesti *(Estonia inferior)*, the western lowland together with the lower part of the northern coast (North Pärnumaa and Läänemaa, except the coastal zone which belongs to the afore-

mentioned subdistrict, and the greater part of NW Harjumaa); further to the east comes the landscape of Ülem-Eesti *(Estonia superior)*, to which belong the remaining part of Harjumaa, nearly the whole of Järvamaa, the western part of Virumaa, and, in the extreme East, the landscape of Alutaguse (*Allentakia*, East Virumaa). Although the soil on this large area is heterogenous enough, richksoils predominate. Mainly on this account there is a certain affinity between the subdistrict of islands and the Silurian subdistrict. Only in the latter are found, *e. g.*, *Cerastium alpinum*, *Saussurea alpina*, *Saxifraga adscendens*. A feature as characteristic as these calciphilous plants is the plentiful occurrence of many other plants which prefer limy soil, especially in the landscape of Alam-Eesti. Thus, *Carex montana*, *Filipendula hexapetala*, *Asperula tinctoria*, *Myrica gale*, and others are very common in the latter. On the contrary, the landscapes of Ülem-Eesti and Alutaguse are considerably poorer in calciphilous species. A further characteristic of the latter landscapes is the appearance of a great many plants which have advanced into Estonia from the east, such as *Dracocephalum Ruyschiana*, *Sempervivum soboliferum*, *Moehringia lateriflora*, *Carex laevirostris*, and others.

The third, the Devonian Subdistrict, which comprises Southern Estonia, is divided into 5 landscapes. The first of them — the landscape of Häädemeeste (*Regio heademeesteensis* after the parish of the same name) — is the landscape of dunes and salt meadows surrounding the Bay of Pärnu. In the south it extends as a narrow zone beyond the Estonian boundary, into Lettonia. In the woods of that region the pine-tree predominates. The great number of sand-plants and the occurrence of halophytes are likewise characteristic features. In the second landscape — that of Saarde (named after the parish of the same name), with the Pärnu River and the Navesti and Halliste Rivers — there are great bogs and fir-mixed woods, mostly of a marshy character. A remarkable characteristic is the occurrence of various eastern elements on isolated habitats, *e. g.* of *Cinna latifolia*, *Conioselinum Fischeri*, *Asperula rivalis*.

The third and fourth landscapes — those of Viljandi (*Regio fellinensis*) and Tartu (*Regio tartuensis*), the boundary between which passes approximately from the north to the south across the lake Võrtsjärv — are more densely populated owing to

the clayey nature of the underground, which, however, becomes sandy in Setumaa and in places also near the Võrtsjärv. The north-eastern part of the landscape of Alutaguse and the eastern part of the landscape of Tartu border on the fifth, the landscape of Peipsi (*regio peipsiensis*), the limits of which are still undetermined. The latter shares certain traits with the landscape of Häädemeeste, both being characterized by the occurrence of distinctive sandplants as well as of certain characteristic species, such as *Elymus arenarius*, *Festuca polesica*, etc. The chief feature of the woods is the pinetree. A typical phytogeographical feature of these landscapes is the appearance of various eastern elements, *e. g.* of *Swertia perennis*, *Ligularia sibirica*, *Betula humilis*, *Scolochloa festucacea*, *Gypsophila fastigiata*, *Sempervivum soboliferum*, *Silene chlorantha*, *Bidens radiatus*, *Carex pediformis* (in the N. E.), and others.

The work „Flora exsiccata Liv-, Est- und Curlands", which was begun by prof. A. v. Bunge in the middle of last century, contained much material from Estonia, but has nowadays become a great rarity. While undertaking the publication of its new series „Eesti Taimed" („Estonian Plants"), the Botanical Museum is quite aware of the difficulties connected with this enterprise, seeing that there are as yet great gaps in Estonian botanical research, the floristic data for certain districts being deficient and phytosociological investigations few. Over and above the systematical and floristical aspects, the Museum intends to emphasize also the phytosociological and phytogeographical character of the species. In order to illustrate the latter, the distribution sketches of various characteristic species are given, even though these sketches for obvious reasons cannot claim to be definitive.

The venture of the Botanical Museum has met with much interest both among specialists and in larger circles, so that in compiling its first map the Museum has had the advantage of the assistance of many persons (cf. the Estonian text). Especially the kind collaboration of prof. K. R. Kupffer, Mr. Th. Nenjukov and Dr. P. W. Thomson has to be acknowledged with much gratitude.

Select Bibliography.

[For further bibliography see Kupffer (1925), Lehmann (1895) and „Eesti Entsüklopeedia“ vol. II (1933).]

Kupffer, K. R., Grundzüge der Pflanzengeographie des Ostbaltischen Gebietes. — Abh. d. Herder-Instituts I, 6, Riga 1925.

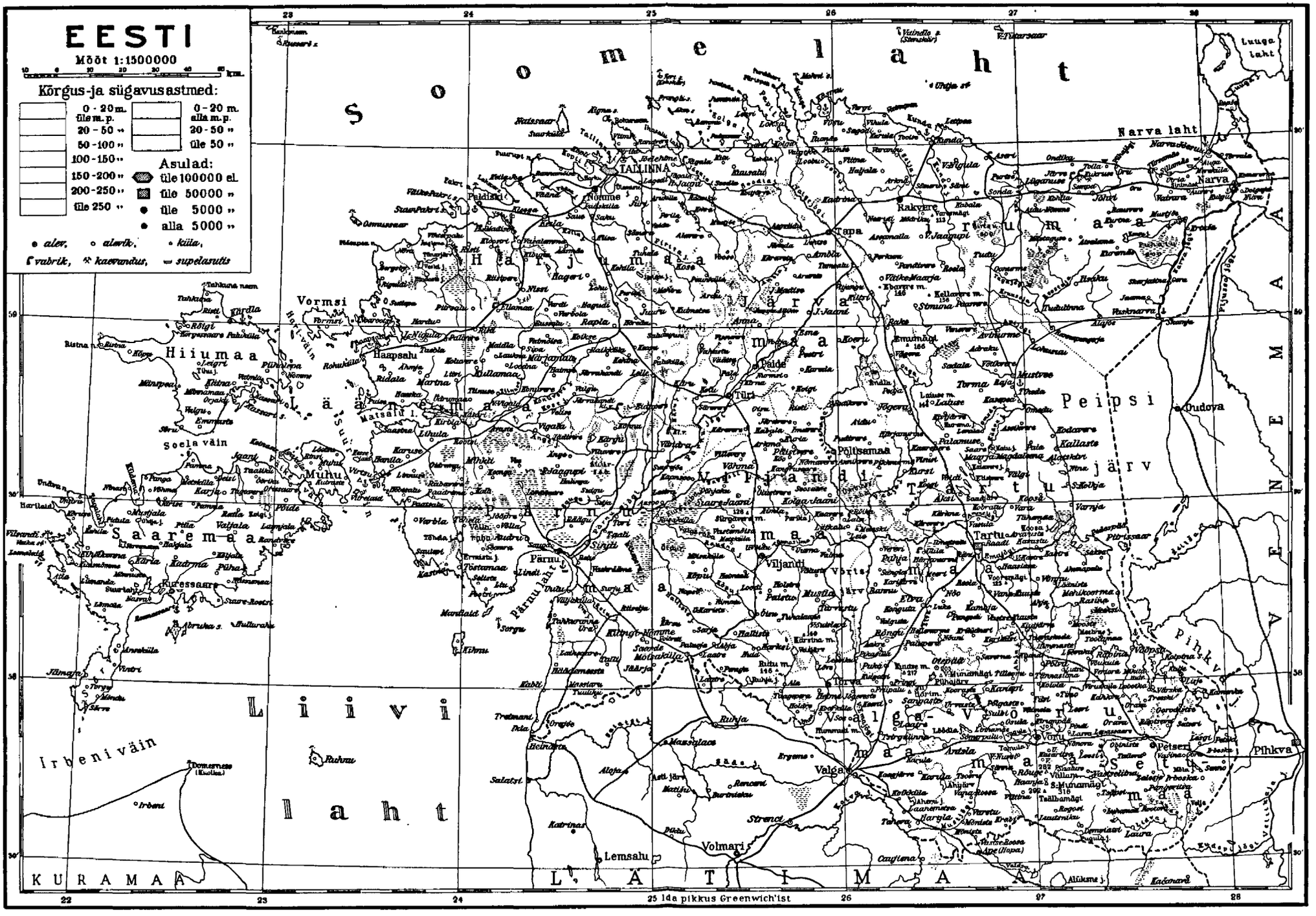
Lehmann, Ed., Flora von Polnisch-Livland mit besonderer Berücksichtigung der Florengebiete Nordwestrusslands, des Ostbaltikums, der Gouvernements Pskow und St.-Petersburg, sowie der Verbreitung der Pflanzen durch Eisenbahnen. — Archiv f. d. Naturk. Liv-, Est- und Kurlands, 2. Serie, Bd. XI, 1, Dorpat 1895.

„ Nachtrag (I) zur Flora von Polnisch-Livland etc. Ibid. XI, 2, Dorpat 1896.

Lippmaa, T., Beiträge zur Kenntnis der Flora und Vegetation Südwest-Estlands. — Acta Inst. et Horti botanici Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) vol. II, fasc. 3—4, Tartu 1932.

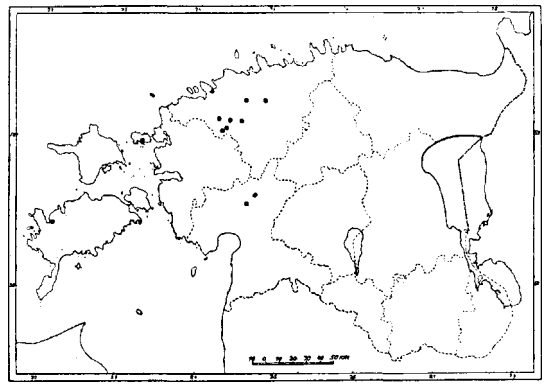
Schmidt, Fr., Flora des silurischen Bodens von Estland, Nord-Livland und Oesel. — Arch. f. d. Naturk. Liv-, Est- u. Kurl., 2. Serie, Bd. I, 3, Dorpat 1855.

Wiedemann, F. J. und Weber, E., Beschreibung der phanerogamischen Gewächse Est-, Liv- und Kurlands, Reval 1852.


EESTI
Mõõt 1:1500000
Kõrgus-ja sügavusastmed:
0 - 20 m. üle m. p.
20 - 50 "
50 - 100 "
100 - 150 "
150 - 200 "
200 - 250 "
üle 250 "
0 - 20 m. alla m. p.
20 - 50 "
üle 50 "
Asulad:
üle 100000 el.
üle 50000 "
üle 5000 "
alla 5000 "
aler, alevik, küla,
vabrik, kaevandus, supelasutis
Soome laht
Narva laht
Peipsi järv
Pihkva järv
Liivi laht
Iirbeniväin
Hiiumaa
Saaremaa
Muhu
Soela väin
Vormsi
Matsalu l.
Pärnu laht
Harjumaa
Läänemaa
Järvamaa
Raplamaa
Pärnumaa
Viljandimaa
Tartumaa
Valgamaa
Võrumaa
Setumaa
Jõgevamaa
Põltsamaa
Tallinn
Paldiski
Rakvere
Tapa
Haapsalu
Kuressaare
Pärnu
Viljandi
Tartu
Valga
Võru
Narva
Jõhvi
Kunda
Paide
Türi
Rapla
Kärdla
Sõrve
Ristna
Virtsu
Roomassaar
Ruhnu
Irbenes (Kuolaid.)
Rahu
Salatsi
Lemsalu
Volmari
Strenči
Mustvee
Kallaste
Pskov
Petseri
Võhma
Mõisaküla
Suure-Jaani
Abja-Paluoja
Otepää
Elva
Kanepi
Põlva
Räpina
Misso
Antsla
Rõuge
Haanja
Meeksi
Tõrva
Karksi-Nuia
Mõniste
Varstu
Ahja
Orava
Kanepi
Kõrgessaare
Kuramaa
Lätimaa
Alūksne
Cauksena
Ape (Lūpa)
Kaceņava
Lubana
Ludza
Pytalovo
Gdovi
Luuga laht
Peipsi järv
Pihkva järv
Võrtsjärv
Emajõgi
Suur-Emajõgi
Pärnu jõgi
Võhandu
Ahja jõgi
Piusa jõgi
Peetri jõgi
Narva jõgi
Kunda jõgi
Pedja
Põltsamaa jõgi
Tõrva jõgi
Tarvastu jõgi
Viiratsi jõgi
Halliste jõgi
Navesti jõgi
Kasari jõgi
Vigala jõgi
Kõpu jõgi
Raudna jõgi
Tänassilma

1. **Selaginella selaginoides** (L.) Link. — **Selaginella.**

Senini harva Loode-Eestis ja saartel *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* ühingus ja *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* ühingus mätastel.



Saaremaa, Kihelkonna, Pidula lahe kagusopi juures oleval alliksool, mätastel. Saatjad (Companions): *Drosera anglica, D. rotundifolia, Equisetum variegatum, Schoenus ferrugineus, Centaurium erythraea.*

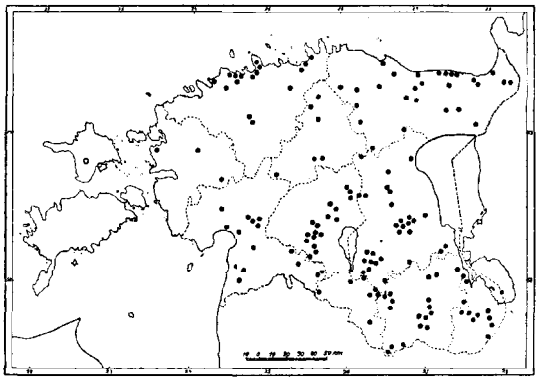
Up till now rare in N. W. Estonia and on the islands. In the *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* association and the *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* association on tussocks.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, on well-ground swamp near bay Pidula, on tussocks.

4. VIII. 1931. leg. **K. Eichwald.**

2. **Asarum europaeum** Linné. — **Metspipar.**

Varjurikastes, neutraalse huumusega leht- ja segametsades; näib haruldane Lääne- ja Pärnumaa rannapoolsemates osades (vrd. T. Lippmaa, Beitr. z. Kenntn. d. Fl. u. Veget. Südw.-Estlands, 1932); Hiiumaalt üks teade (tõenduseksemplarita); kuulub *Hepatica-Pulmonaria* ühingu karakterliikide hulka.



Tartu ligidal, Vasula järvest läänes, segametsas. Saatjad (Companions): *Hepatica triloba, Oxalis acetosella, Stellaria holostea, Anemone ranunculoides* jt.

In shadowy, deciduous and mixed woods with neutral humus; not found (?) on the islands and apparently rare in the littoral parts of Lääne- and Pärnumaa. (Compare T. Lippmaa, Beiträge z. Kenntnis d. Fl. u.

Veget. Südw.-Estlands, 1932). Belongs to the characteristic species of the *Hepatica-Pulmonaria* association.

Near Tartu, west of lake Vasula, in mixed wood.

23. V. 1930. leg. **V. Sirgo.**

3. **Trollius europaeus** Linné. — **Kullerkupp.**

Tervel Eesti alal, haruldasem saartel. Harilik *Scorzonera humilis-Melampyrum nemorosum*'i üh. Selle ühingu *Trollius*'e rikka teisendi karaktertaim. Esineb ka teistes niidu ühingutes, eriti puisniitudel.

Võrumaa, Põlva khk., Võhandu jõe ääres niiskel heinamaal, Võru ligidal.

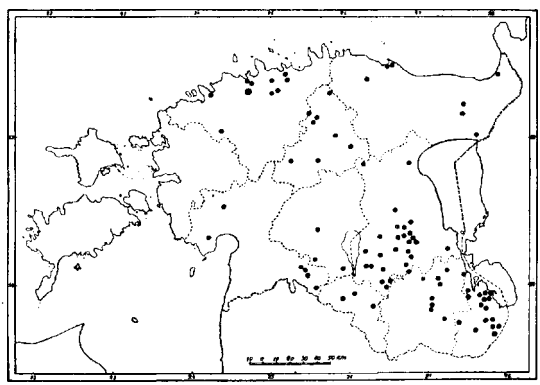
Over the whole territory of Estonia, less frequent on the islands. Common in the *Scorzonera humilis-Melampyrum nemorosum* association. The characteristic species of the *Trollius*-variant of this association. To be found in other meadow-associations, especially in woody meadows.

Võrumaa, parish of Põlva, not far from Võru, in a moist meadow near the river Võhandu.

13. VI. 1927. leg. **W. J. Reinthal.**

4. **Saxifraga hirculus** Linné. — **Kollane kivirik.**

Esitatud materjal on var. *typica* Hook. f., mille mõlemad Euroopas esinevad vormid, f. *major* Engl. et Irmsch. (20 sm ja kõrgem) ja f. *intermedia* Engl. et Irmsch. (alla 20 sm) on üleminekutega ja raskesti piiritletavad, nagu käesolevalgi juhul; enamik kaldub siiski viimase vormi poole.



Eesti saarte floorast puuduvad *S. hirculus*'e üle kindlad andmed, ta pealevimisalaks on mandri idapool, kus esineb enam-vähem rabastunud soodes koos *Sagina nodosa, Parnassia palustris, Oxycoccus palustris, Drosera anglica, Carex dioica, Trichophorum alpinum* ja teistega, eriti *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* ühingus.

Tartumaa, Elva lähedal Verevi järve äärsel rabastunud niidul turba-aukude juures. Saatjad (Companions): *Caltha palustris, Parnassia palustris, Eriophorum angustifolium.*

The material at hand is var. *typica* Hook. f., of which two forms occur in Europe, *viz.* f. *major* Engl. et Irmsch. (20 cm and more) and f. *intermedia* Engl. et Irmsch. (less than 20 cm). These forms are difficult to delimit, as also in the present case. The elements of the latter form, however, appear to predominate.

Data as to the occurrence of *Saxifraga hirculus* on the Estonian islands are wanting. Its main distribution area is the eastern part of our territory where it occurs here and there in more or less boggy swamps together with *Sagina nodosa, Parnassia palustris, Oxycoccus palustris, Drosera anglica, Carex dioica, Trichophorum alpinum* and others, especially in the *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* association.

Tartumaa, neighbourhood of Elva near Lake Verevi, in a boggy meadow.

10. IX. 1930. leg. **T. Lippmaa.**

4-a. **Saxifraga hirculus** Linné. — **Kollane kivirik.**

Tartu, Ropka asundusest 2 km idas, Emajõe luhaheinamaal. Saatjad (Companions): *Salix rosmarinifolia, Parnassia palustris, Epilobium palustre, Carex limosa, Comarum palustre, Pedicularis palustris.*

Tartu, 2 km east of Ropka, in a meadow near the Emajõgi.

14. IX. 1930. leg. **H. Salasoo.**

5. **Medicago falcata** Linné. — **Spirlutsern.**

(*M. sativa β. falcata* Döll, Urban.)

Peam. Põhja-Eestis ja saartel, pillatult ja pea eranditult kultuurist väga mõjustatud paikades: kuivadel niitudel, teede ääres, põllupeenardel, nõlvadel.

Virumaa, Rakvere ligidal Aluvere kivimurrus Kunda raudtee ääres, hulgi.

Mainly in northern Estonia and on the islands, sporadically, and almost without exception on tracts very much influenced by culture: in dry meadows, along roadsides, on hillsides, along fields.

Virumaa, near Rakvere, in the quarry of Aluvere near the railroad of Kunda, abundantly.

13. VIII. 1930. leg. **G. Mechmershausen.**

6. **Linum catharticum** Linné. — **Aaslina.**

Tervel alal väga harilik. Esineb õige mitmesugustes niiduühingutes (kuivad looühingud, niiduühingud liiva- või savialuspinnaga, kohati koguni halofiilne *Juncus Gerardi* ühing).

Saaremaa, Kihelkonna, Kuusnõmme Bioloogiajaama lähedal karjamaal.

Very common throughout the whole area. Occurs in various meadow associations (dry alvar associations, meadow associations on sandy or clayey subsoil, here and there even in the *Juncus Gerardi* association).

S a a r e m a a, parish of K i h e l k o n n a, near the Biological Station of Kuusnõmme, on pasture-land.

8. VII. 1932. leg. **Juta Rebane.**

7. **Polygala amarellum** Crantz. — **Mõru vahulill.**

Tervel alal harilik niitudel ja puisniitudel mitmesugustes ühingutes.

V õ r u m a a, P õ l v a khk., Võhandu jõe äärsel niiskel niidul Võru lig.

Common throughout the whole area in meadows and woody meadows in various associations.

V õ r u m a a, parish of P õ l v a, in a moist meadow along the river Võhandu, near Võru.

12. VI. 1927. leg. **W. J. Reinthal.**

8. **Tilia cordata** Miller. — **Harilik pärn.**

Harilikum Edela-Eestis (ühes saartega) ning põhjarannikul paekalda all metsades sageli koos teiste lehtpuudega nagu saar, vaher, jalakas jt. (*Ulmus-Acer-Tilia* üh.). Harva ning peam. põõsakujulisena ka lodudes. Väga sagedasti ilupuuna teede ääres, õuedel ja parkides.

H a r j u m a a, J ü r i khk., kiriku ligidal tammikus.

More frequent in S. W. Estonia (including the islands) and in the deciduous woods at the base of the limestone cliffs of the northern coast (in the *Ulmus-Acer-Tilia* association). Rarely also in marshes, mainly in bush form. Very often as an ornamental tree along roadsides, in parks and yards.

H a r j u m a a, parish of J ü r i, in an oakwood near the church.

17. VIII. 1930. leg. **Th. Nenjukov.**

9. **Sanicula europaea** Linné. — **Metsputk.**

Kohati varjulistes leht- ja segametsades niiskel, toiteainete-rikkal pinnasel *Hepatica-triloba-Pulmonaria officinalis*'e ühingus. Sagedam Loode-Eestis ühes saartega, teisal puudub kohati laiemal alal.

S a a r e m a a, lehtmetsas A b r u k a saarel, metsavahi maja lähedal, hulgi.

Sporadically in shadowy deciduous and mixed woods on moist, rich soil in the *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis* association. It is more frequently to be found in N. W. Estonia and on the islands, while elsewhere it is sometimes missing on larger areas.

S a a r e m a a, in deciduous wood on the isle of A b r u k a, near the forester's house, abundantly.

1. VII. 1931. leg. **T. Lippmaa.**

10. **Primula veris** L. em. Hudson. — **Nurmenukk, kikkapüks.**

[*P. officinalis* (L.) Hill.]

Kuivadel aruheinamaadel, nõlvadel, kohati hulgi eriti *Scorzonera humilis-Melampyrum nemorosum*'i ühingu *Primula officinalis*'e teisendis.

Võrumaa, Rõuge khk., Kasaritsa Otkamäe rohusel nõlval.

In dry hay-fields, on hillsides, here and there abundantly, especially in the *Primula officinalis* variant of the *Scorzonera humilis-Melampyrum nemorosum* association.

Võrumaa, parish of Rõuge, on a grassy hillside of Otkamäe.

1. VI. 1927. leg. **W. J. Reinthal.**

11. **Primula farinosa** L. var. **genuina** C. Koch. — **Pääsukesesilm, jaanilill.**

Eesti materjal on tüüpiline var. *genuina* C. Koch [in Linn. XVII, p. 307 (1843)]; Pax'i subsp. *eufarinosa* var. *genuina* [Pax in Engler, Bot. Jahrb. X, p. 199 (1899); Pax u. Knuth in Engler, Pflanzenreich, H. 22 (IV, 237), p. 83 (1905)] alla kuuluvad ka vormid kollase jahukattega, milliseid Eestis ei leidu [vrd. N. Busch, Fl. Sibiriae et Orientis extremi, fasc. IV, p. 41, 42 (1926)].

Kõikjal märgadel niitudel ja puisniitudel, hulgalisem Kesk- ja eriti Lääne-Eestis, *Sesleria coerulea-Primula farinosa* ühingu karaktertaim. Idapoolne levimispiir on väljaspool Eesti territooriumi, Leningradi ja Pihkva kub.

Võrumaa, Põlva khk., niiskel niidul Väimela juures Võru ligidal.

The material of Estonia is the typical var. *genuina* C. Koch [in Linn. XVII, p. 307 (1843)]; the subsp. *eufarinosa* Pax var. *genuina* [Pax in Engler, Bot. Jahrb. X, p. 199 (1899); Pax u. Knuth in Engler, Planzenreich, H. 22 (IV, 237), p. 83 (1905)] contains also forms with leaves, which are yellow-mealy beneath. These forms are not found in Estonia [comp. N. Busch, Fl. Sibiriae et Orientis extremi, fasc. IV. p. 41, 42 (1926)].

Everywhere in moist meadows and woody meadows, more abundant in central and western Estonia; the characteristic species of the *Sesleria coerulea-Primula farinosa* association. The eastern limit of distribution is outside the territory of Estonia, in the provinces of Leningrad and Pskov.

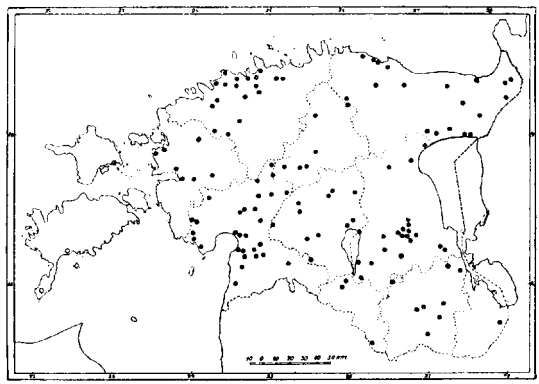
Võrumaa, parish of Põlva, in a moist meadow near Väimela, neighbourhood of Võru.

20. VI. 1927. leg. **W. J. Reinthal.**

12. **Hottonia palustris** Linné. — **Vesisulg.**

Seisvas ja aeglaselt voolavas vees kravides ja ojades. Harvem lääneosas. Saare- ja Hiiumaalt teateid kolmest kohast (tõenduseksemplarideta).

Tartumaa, Tartu ligidal Vasula järvest 1 km kagus, kraavis. Saatjad (Companions): *Carex vesicaria, C. rostrata, Alisma plantago.*



In stagnant and sluggish water, ditches and brooks. Less often in the western part of the territory. The data from Saare- and Hiiumaa need verification.

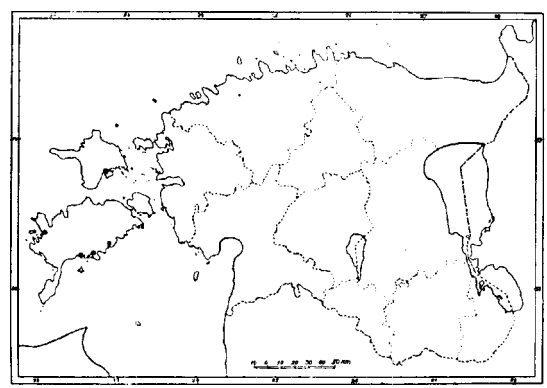
Tartumaa 1 km S. E. of lake Vasula near Tartu, in a ditch.

28. V. 1930. leg. **V. Sirgo.**

13. **Samolus valerandi** Linné. — **Randpung.**

Senini leitud Saaremaal ja Hiiu lõunarannikul, saliinses vöös lubjasel mudal, peam. avaühinguis vähemate kogumikkudena. Saatjateks on *Triglochin maritima, Aster tripolium, Phragmites communis, Scirpus maritimus.*

Antud leiukohalt esmakordselt a. 1824 (A. v. Bunge); on siin püsinud sellele vaatamata, et teda läinud sajandi keskpaigas ei leitud ja et see osa rannast on karjamaa. Taimed on sageli loomadest puretud, kuid mitte eelistatavad.



Saaremaa, Püha khk., Kasti asund. ligidal mererannal.

Up till now found on the southern coasts of Saaremaa and Hiiumaa, in the saline belt on limy mud; in smaller colonies, mainly in associations with open growth. Accompanied by *Triglochin maritima, Aster tripolium, Phragmites communis, Scirpus maritimus.*

For the first time reported to be seen there in 1824 (Bunge); has persisted there, though it was not found in the middle of last century and though this part of the coast is used as pasture. The plants are often nibbled, but not very much liked, by cattle.

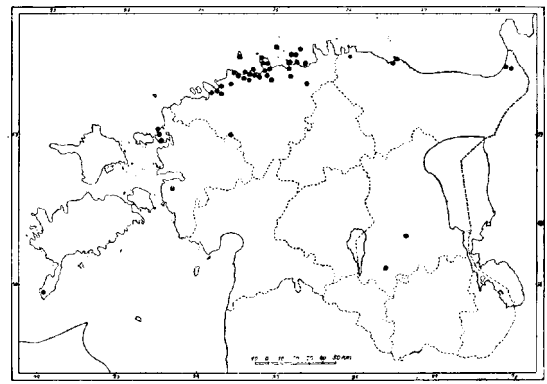
Saaremaa, parish of Püha, near Kasti on the coast.

5. VII. 1930. leg. **K. Eichwald.**

14. **Armeria vulgaris** Willdenow. — **Merikann.**

[*Statice armeria* L. var. *elongata* (Hoffm.) DC.]

Liivastel aladel peam. Põhja-Eestis mereranna läheduses, teisal harva, koos liivataimedega nagu *Festuca ovina, Thymus serpyllum, Sedum acre, Hieracium pilosella, Veronica spicata* jt. Madalamatel, kevadel üleujutatud niitudel puudub *Armeria* ka aladel, kus ta kõrgemal harilik.



Tallinna, Rocca al Mare, rannal.

On sandy grounds, mainly in northern Estonia in the vicinity of the sea-shore, elsewhere rare; occurs along with sand-plants, such as *Festuca ovina, Thymus serpyllum, Sedum acre, Hieracium pilosella, Veronica spicata*, and others. In lower meadows that are submerged in spring, *Armeria* is not found even in those districts where it is common on higher ground.

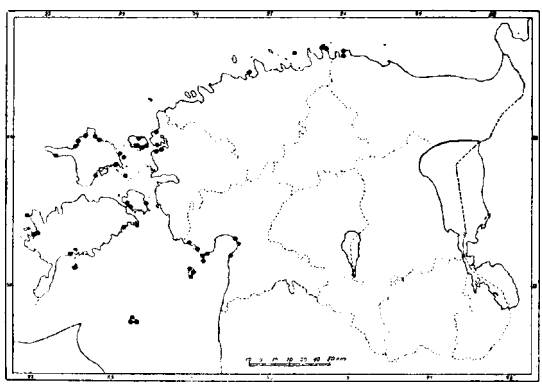
Tallinna, Rocca al Mare, on the sea-coast.

25. VII. 1931. leg. **A. Üksip.**

15. **Centaurium pulchellum** (Swartz) Druce. — **Väike maasapp.**

(*Erythraea pulchella* Fries.)

Mereranna l, haril. *Centaurium erythraea*'ga koos *Juncus Gerardi* ühingus randniitudel, kuid üldiselt haruldasem. Esitatud taimede enamik vastab hästi selle liigi vormile *palustre* (Gaud.) Schinz et Keller (= var. *simplicissimum* (Schmidt) Fr. Zimmerm.), milline vorm osutub Eesti rannikutel tavalisemaks; harunenud ekesemplaridel ei toimu harunemine pea millalgi otse juurekaelast, nagu kirjeldatakse tüüpilist *C. pulchellum*'it, vaid alles teisest kuni kolmandast internoodiumist peale.



Saaremaa, Abruka saare halofiilsel niidul.

On the sea-coast, usually together with *Centaurium erythraea* in the *Juncus Gerardi* association, in salt meadows, but generally less frequent. The majority of plants in the present case corresponds to the form *palustre* (Gaud.) Schinz et Keller [= var. *simplicissimum* (Schmidt) Fr. Zimmerm.] of this species, which is more common on the Estonian coast. In branched specimens the branching hardly ever takes place at the base as in the typical *C. pulchellum*, but usually at the second or third internode.

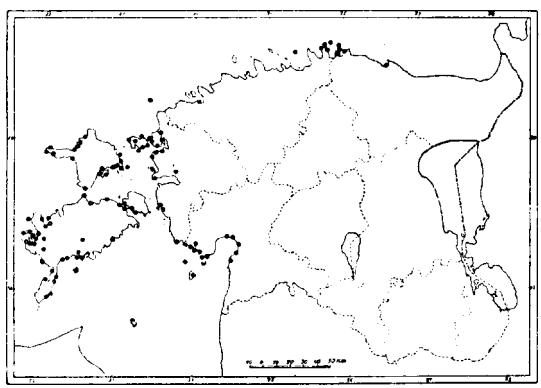
Saaremaa, in a salt meadow of the isle of Abruka.

5. VIII. 1931. leg. **T. Lippmaa.**

16. Centaurium erythraea Rafn. — Linalehine maasapp.

(*Erythraea litoralis* Fries.)

Mererannal avaühinguis ja *Juncus Gerardi* ühingus randniitudel, haril. hulgi. Eestis üks selle ühingu karakterliikisid.



Saaremaa, Abruka saare halofiilsel niidul.

On the seashore in associations with open growth and in the *Juncus Gerardi* association, usually abundantly. In Estonia it is one of the characteristic species of this association.

Saaremaa, in a salt meadow of the isle of Abruka.

5. VII. 1931. leg. **T. Lippmaa.**

16-a. Centaurium erythraea Rafn. — Linalehine maasapp.

(*Erythraea litoralis* Fries.)

Saaremaa, Kihelkonna, Kuusnõmme lahe kivisel rannal avaühinguis; saatjad (Companions): *Juncus Gerardi, Carex glauca, Plantago maritima, Glaux maritima.*

Saaremaa, parish of Kihelkonna, on the shingle beach of the Bay of Kuusnõmme in associations with open growth.

10. VII. 1932. leg. **Juta Rebane.**

17. Centaurium umbellatum Gilibert. — Harilik maasapp.

(*Erythraea centaurium* Persoon.)

Tervel alal pillatult, teede äärtel, nõlvadel; sageli sekundaarses taimkattes (raiesmikkudel, jäätmaadel jne.).

Tartumaa, Elva ja Peedu vahel kesapõldudel ja tee ääres.

Scattered throughout the whole area, along roadsides, on hillsides, often in secondary plant-covering (on clearings, fallow grounds, etc.).

Tartumaa, between Elva and Peedu, in fallow fields and at roadsides.

10. IX. 1930. leg. **T. Lippmaa.**

18. **Odontites litoralis** Fries. — **Rand-kamaras.**

[*O. rubra* Gilib. subsp. *litoralis* (Fries) Hayek.]

Halofiilsetel randniitudel sageli *Juncus Gerardi* ühingus.

Saaremaa, Abruka saare halofiilsel randniidul, hulgi.

In salt meadows on the sea-coast, frequently in the *Juncus Gerardi* association.

Saaremaa, in a salt meadow of the isle of Abruka, abundantly.

5. VIII. 1931. leg. **T. Lippmaa.**

18-a. **Odontites litoralis** Fries. — **Rand-kamaras.**

[O. *rubra* Gilib. subsp. *litoralis* (Fries) Hayek.]

Saaremaa, Kihelkonna, Kurgurahu saarekesel Kuusnõmme lahes, *Juncus Gerardi* niidul.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, on the islet of Kurgurahu in the Bay of Kuusnõmme, in the *Juncus Gerardi* association in a salt meadow.

16. VII. 1932. leg. **Juta Rebane.**

19. **Odontites serotina** (Lam.) Reichenbach. — **Sügiskamaras.**

[*O. rubra* Gilib. subsp. *serotina* (Lam.) Hayek.]

Liigi *(O. rubra)* sügisrass; niitudel, karjamaadel, jooksvate ja seisvate mageveekogude kallastel jne.

Tartu juures Emajõe kaldal, hulgi.

The autumn-race of the species; in meadows, pastures, on banks of flowing or stagnant fresh-waters, etc.

Near Tartu, on the border of the river Emajõgi, abundantly.

12. IX. 1931. leg. **K. Eichwald.**

20. **Litorella uniflora** (L.) Ascherson f. **terrestris** Glück. — **Järvikas.**

Senini leitud vaid Saaremaa lääneosas, merekalda lähedases madalates, sageli kuivaks jäävates mageveekogudes — „silmades", lubjamudai; moodustab tihedaid, polstritaolisi kogumikke laikudena; õitsemine kuivalejäämisel väga rikkalik, ka viljumine rohke.

Saaremaa, Kihelkonna, Kuusnõmme Bioloogiajaama ja Atla vahel mererannal, kõrgemal maksimaalsest mereveeseisust.

Up till now found only in the western part of Saaremaa near the sea-coast, in the lime-mud of shallow fresh-water pools that frequently dry up; forms dense, cushion-like colonies in patches; flowers abundantly when the ground is dried up, fructification likewise rich.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, between the Biological Station of Kuusnõmme and Atla, above the high-water limit.

2. VIII. 1931. leg. **K. Eichwald.**

21. **Eupatorium cannabinum** Linné. — **Vesikanep.**

Seisvate ja voolavate vete kallastel, väga sageli hulgi päikesepaistelistes kaldavõsastikkudes.

Tartumaa, Võnnu khk., Emajõe delta Peipsiäärsel rannakünnisel, põõsastes.

Saatjad (Companions): *Salix cinerea, Betula humilis, Solanum dulcamara, Scutellaria galericulata, Senecio paludosus, Symphytum officinale, Achillea cartilaginea, Aspidium thelypteris.*

On the banks of stagnant and sluggish waters, very often abundantly in sunny shrubberies along the banks.

Tartumaa, parish of Võnnu, in bushes along the border of Lake Peipsi.

30. VII. 1931. leg. **V. Sirgo.**

22. **Trimorpha acris** Vierhapper. — **Jaani õnnehein.**

(*Erigeron acer* L.)

Tervel alal kuivadel kinkudel, nõlvadel, teede ääres, loopealsetel jne.

Tartu ligidal Lohkva küla Kõtsi talu liiva-augu kaldal.

Over the whole area on dry hillocks, hillsides, along roadsides, alvars etc.

Near Tartu, in the village of Lohkva on the bank of a gravel-pit.

24. VI. 1931. leg. **H. Salasoo.**

23. **Gnaphalium silvaticum** Linné. — **Mets-kassiurb.**

Tervel alal kuivades männimetsades, raiesmikkudel, sihtidel, karjamaadel, teede ääres. Apofüüt.

Tartumaa, Kambja khk., kalmistust 0,5 km kagus, metsas asuval lagendikul.

Throughout the whole area in dry pinewoods, clearings, lanes cut in the wood, pastures, along roadsides. Apophyte.

Tartumaa, parish of Kambja, 0,5 km S. E. of cemetery on a clearing in a wood.

26. VII. 1930. leg. **H. Salasoo.**

24. **Gnaphalium uliginosum** Linné var. **tomentosum** Hoffmann

(= var. *incanum* Neilreich).

Raba-kassiurb.

Tervel alal niisketes paikades: karjamaadel, põldudel, teede ääres, üleujutatavail kaldail jne.

T a r t u m a a, K a m b j a khk., kalmistust 0,5 km kagus, metsas asuval põllul.

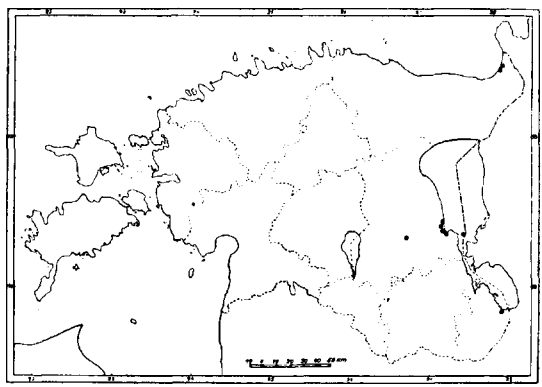
Over the whole area on moist tracts: in pastures, fields, along roadsides, on flooded banks, etc.

T a r t u m a a, parish of K a m b j a, 0,5 km S. E. of cemetery, in a fallow field in a wood.

26. VII. 1930. leg. **H. Salasoo.**

25. **Bidens radiatus** Thuillier. — **Kiirjas ruse.**

Selle liigi esinemine piirdub mandri idapoolse osaga, kus teda leitud Narva jõe ja Peipsi järve kallastel ning kust ka uusi leide on oodata. Oma läänepoolsemale leiukohale (Tartu juures 1931) on ta nähtavasti Peipsi piirkonnast talutud parvetamisega. *B. radiatus* ei ulatu kõrgemale maksimaalse veeseisu piirist ja ta arenemine võimaldub alles peale kevadise suurvee langemist; ta esineb vahel omaette hõredate laikudena, enamasti aga avaühinguis liikidega nagu *Rumex maritimus, Gnaphalium uliginosum, Inula britannica, Limosella aquatica* jt.



P e i p s i P i i r i s a a r, idakalda üleujutaval alal, kohati rohke.

This species is confined to the eastern part of the territory, being found along the river of Narva and on the borders of Lake Peipsi. Into its western habitat (near Tartu 1931) it has evidently been carried by rafting. *Bidens radiatus* does not extend higher than the highest water level and its development is possible only after the spring high-water has passed. It sometimes occurs in sparse colonies, mostly, however, in associations with open growth, together with such species as *Rumex maritimus, Gnaphalium uliginosum, Inula britannica, Limosella aquatica,* etc.

Lake P e i p s i, P i i r i s a a r, on the eastern border which is sometimes flooded, sporadically abundant.

29. VIII. 1931. leg. **K. Eichwald.**

25-a. Bidens radiatus Thuillier. — **Kiirjas ruse.**

Tartumaa, Praaga Emajõe suus, sageli üleujutataval madalal, turbasel kaldal. Saatjad: *Bidens tripartitus, B. cernuus, Polygonum hydropiper, Alisma plantago, Ranunculus repens.* pH 6,0.

Tartumaa, Praaga, in the mouth of the river Emajõgi, on a low boggy bank which is often inundated. Companions: *Bidens tripartitus, B. cernuus, Polygonum hydropiper, Alisma plantago, Ranunculus repens.* pH 6,0.

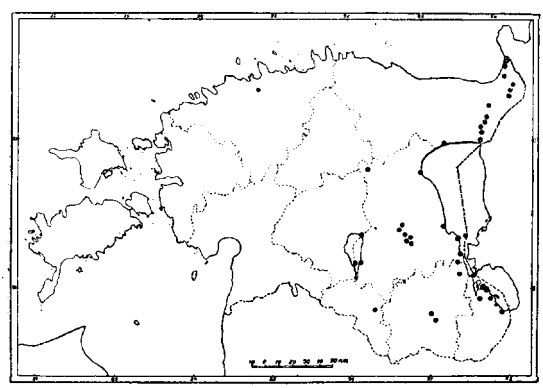
16. VIII. 1932. leg. **V. Sirgo.**

26. Achillea cartilaginea Ledebour. — **Kõhrhambune raudrohi.**
(*A. salicifolia* Besser.)

Kesk- ja Lõuna-Eesti jõgede lammidel mitte haruldane ja sageli hulgi. *Achillea cartilaginea (ptarmica)-Veronica longifolia* ühingu karaktertaim. Sellele peale nimetatud liikide omased *Thalictrum flavum, Veronica teucrium, Senecio paludosus* jt. Pärnumaa jõgede lammidel asendab selles ühingus *A. cartilaginea't Achillea ptarmica.*

Tartumaa, Võnnu khk., Emajõe delta, Peipsi-äärne rannakünnis. Saatjad (Companions): *Salix cinerea, Betula humilis, Solanum dulcamara, Senecio paludosus, Symphytum officinale, Scutellaria galericulata, Aspidium thelypteris* jt.

Not infrequently found in central and southern Estonia, on the banks of rivers, often abundantly. The characteristic species of the *Achillea cartilaginea (ptarmica) - Veronica longifolia* association. To this association belong, save this species, *Thalictrum flavum, Veronica teucrium, Senecio paludosus,* and others. In Pärnumaa *Achillea cartilaginea* is replaced in this association by *Achillea ptarmica.*



Tartumaa, parish of Võnnu, near the mouth of the Emajõgi on the banks of Lake Peipsi.

30. VII. 1931. leg. **V. Sirgo.**

26-a. Achillea cartilaginea Ledebour. — **Kõhrhambune raudrohi.**
(*A. salicifolia* Besser.)

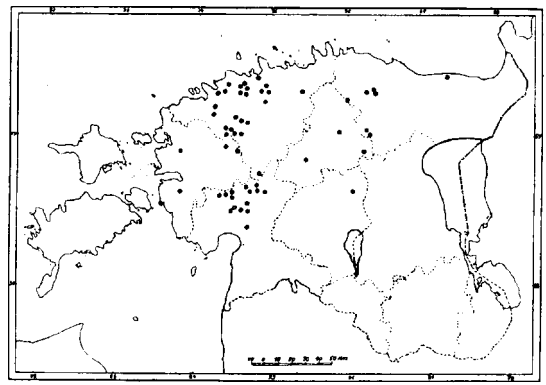
Tartu, sadamaraudtee ääres Emajõe kaldal, kogumikuna.

Tartu, at the harbour-railway on the bank of the Emajõgi.

20. VIII. 1931. leg. **K. Eichwald.**

27. Saussurea alpina (L.) De Candolle subsp. **estonica** (Baer) Kupffer. — **Soojumikas.**

Turbastel niitudel, võsastikkudes, puisniitudel, pealevimine siluri ala keskmises osas — Harju- ja Järvamaal. Esineb Eestis sageli koos *Lonicera coerulea*'ga.



Harjumaa, Hageri khk., kiriku lähedal soisel niidul.

In boggy meadows, shrubberies, woody meadows, mainly in the middle part of the Silurian lime-district, *i. e.* in Harjumaa and Järvamaa. In Estonia often to be found together with *Lonicera coerulea*.

Harjumaa, parish of Hageri, near the church in a swampy meadow.

16. VII. 1921. leg. **P. W. Thomson.**

27-a. Saussurea alpina (L.) De Candolle subsp. **estonica** (Baer) Kupffer. — **Soojumikas.**

Järvamaa, Ambla-Kadrina khk. piiril, Tapalt 1,5 km loodes, jõe kaldal võsasel niidul. Saatjad (Companions): *Tofieldia calyculata, Lonicera coerulea, Viburnum opulus.*

Järvamaa, on the boundary of the parishes of Ambla and Kadrina, 1,5 km N. W. of Tapa, in a shrubby meadow on the bank of a river.

26. VII. 1932. leg. **H. Salasoo.**

28. Scheuchzeria palustris Linné. — **Rabakas.**

Rabalaugastes *Menyanthes trifoliata-Scheuchzeria palustris*'e ühingu karaktertaimena; ka rabastunud soodes.

Virumaa, Iisaku khk., Muraka soos.

In bogs, characteristic species of the *Menyanthes trifoliata-Scheuchzeria palustris* association; also in boggy swamps.

Virumaa, parish of Iisaku in the swamp of Muraka.

8. VI. 1932. leg. **Sylvia Talts.**

29. Phleum nodosum Linné. — **Mugultimut** (m.-oravasaba).

[*Phl. pratense* L. var. *nodosum* (L.) Schreb., Richt.]

Kuivadel niitudel eriti Lääne-Eestis.

Saaremaa, Kihelkonna, Atla juures kuival puisniidul.

In dry meadows, especially in western Estonia.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, near Atla, in a dry woody meadow.

1. VI. 1931. leg. **E. Lepik.**

30. **Phleum Boehmeri** Wibel. — **Loo-oravasaba.**

Peam. siluri ala lääneosas kuival rühapinnasel, alvaritel, *Filipendula hexapetala-Trifolium montanum*'i üh. ja *Sesleria-Filipendula hexapetala* ühingus.

Saaremaa, Kihelkonna, Atla juures kuival puisniidul.

Mainly in the western part of the Silurian lime-district on dry richk-soil, on alvars in the *Filipendula hexapetala-Trifolium montanum* association and the *Sesleria-Filipendula hexapetala* association.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, near Atla in a dry woody meadow.

1. VI. 1931. leg. **E. Lepik.**

31. **Melica nutans** Linné. — **Longus helmikas.**

Varjukates leht- ja segametsades, puisniitudel; tervel alal kaunis harilik, eriti *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis*'e ühingus.

Tartumaa, Võnnu khk., Järvselg Kastre-Peravalla Ülikooli Õppemetskonnas.

In shadowy deciduous and mixed woods, in woody meadows; quite common over the whole area, especially in the *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis* association.

Tartumaa, parish of Võnnu, Kastre-Peravalla.

19. VI. 1931. leg. **E. Lepik.**

32. **Festuca rubra** (L.) emend. Hackel var. **barbata** (Schrank) Hackel. — **Punane aruhein.**

Harilik niitudel, kuivadel nõlvadel, alvaritel kaaslasena mitmes niiduühingus. Puudub saliinses vöös.

Harjumaa, Suure- ja Väike-Pakri saare vahel asuva Kapa saare kõrgemal niidul.

Common in meadows as well as on dry hillsides and alvars, as companion in various meadow associations. Is missing in the saline belt.

Harjumaa, in the higher meadow of the islet of Kapa between Suur- and Väike-Pakrisaar.

15. VII. 1931. leg. **Tatjana Amitan-Ruckteschell.**

33. **Festuca polesica** Zapalowicz. — **Liiv-aruhein.**

(*F. sabulosa* Lindb. fil.)

Peam. mere- ja Peipsi-äärsetel luidetel, moodustades sageli suuri kogumikke (*Festuca polesica* üh.). Kohati ka sisemaal (Petserimaal).

V i r u m a a, I i s a k u khk., Peipsi ääres Rannapungerja luidetel.

Mainly on dunes by the sea and Lake Peipsi, often forming large colonies (*Festuca polesica* association). Sporadically also in the inland (in Petserimaa).

V i r u m a a, parish of I i s a k u, Rannapungerja, on dunes along the border of Lake Peipsi.

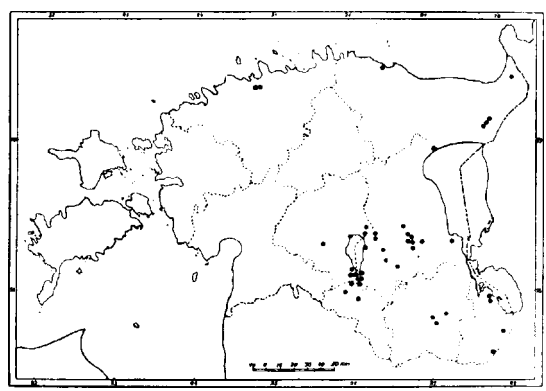
17. VI. 1932. leg. **A. Vaga.**

34. **Scolochloa festucacea** (Willd.) Link. — **Rooghein.**

[*Graphephorum arundinaceum* (Lilj.) Ascherson.]

Ida-päritoluga liik, milline näht. ei ole jõudnud Eesti territooriumi läänepiirini, senini on teda jälgitud Tallinna ja Viljandini (Läti naaberflooras kuni Riia laheni). T. Ü. juures oleva Loodusuurijate Seltsi herbaariumis leiduv Const. Winkler'i eks. Hiiumaalt, Tahkuna poolsaarelt vajab tõestamist.

Esineb järvede ja aeglaselt voolavate jõgede ja ojade kaldaosades madalas vees, kohati Ida-Eestis erilist *Scolochloa festucacea-Phalaris arundinacea* ühingut moodustades. Viimases seltvad selle liigiga *Nasturtium amphibium, Glyceria aquatica* jt.



T a r t u m a a, R õ n g u khk., Riiska ligidal Võrtsjärves madalas vees.

An eastern element which evidently has not reached the western boundary of the Estonian territory; so far this species has been observed down to Tallinn and Viljandi (in the neighbouring flora of Lettonia till the Bay of Riga).

The specimen of C. W i n k l e r from Hiiumaa on the peninsula of Tahkuna needs verification.

It is to be found on borders of lakes and along sluggish rivers and brooks, in eastern Estonia forming sporadically a special *Scolochloa festucacea-Phalaris arundinacea* association. In the latter it occurs together with *Nasturtium amphibium, Glyceria aquatica*, and others.

T a r t u m a a, parish of R õ n g u, in Lake Võrtsjärv in shallow water.

15. VII. 1930. leg. **K. Eichwald.**

35. Bromus Benekeni (Lange) Trimen. — **Varjuluste.**
[*Zerna Benekeni* (Syme) Lindm.]

Varjukü̇llastes leht- ja segametsades *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis*'e ühingus näit. Abruka saarel. Haruldane.

Harjumaa, Jüri khk., Tammiku ligidal oosil.

In shadowy deciduous and mixed woods in the *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis* association, *e. g.* on the isle of Abruka. Rare.

Harjumaa, parish of Jüri, near Tammiku on an ås.

17. VII. 1930. leg. **A. Üksip.**

36. Brachypodium silvaticum Roemer et Schultes. — **Mets-aruluste.**

Varjulistes leht- ja segametsades sageli *Hepatica triloba-Pulmonaria officinalis*'e ühingus, enamasti hulgi, kuid kohati, ja näib olevat mõnes maakonnas suur haruldis.

Saaremaa, Kihelkonna, Kuusnõmme rühapinnasega segametsas, hulgi.

In shadowy deciduous and mixed woods, often in the *Hepatica-Pulmonaria* association, mostly abundant, but sporadical, and apparently a great rarity in some districts.

Saaremaa, parish of Kihelkonna, Kuusnõmme mixed wood.

10. VIII. 1931. leg. **K. Eichwald.**

37. Lolium remotum Schrank. — **Lina-raihein.**

Tartu ligidal Raadi mõisa põllul lina umbrohuna.

Near Tartu, Raadi, as weed in a flax-field.

27. VIII. 1924. leg. **E. Lepik.**

38. Carex pauciflora Lightfoot. — **Väheõiene tarn.**

Turbarabadel ja rabastunud männi- ja männikase-segametsades *Sphagnum'i* liikidest koosnevas kattes koos mitmesuguste toore huumuse taimedega nagu *Andromeda polifolia, Eriophorum vaginatum* jt.

Tartumaa, Äksi khk., Pupastvere küla lähedal, Pursti Linnusaare ja Saariku vahelisel rabal.

In peat-bogs and boggy pine-woods as well as in mixed pine-birch-woods in a covering of bog-moss together with various plants of raw humus, such as *Andromeda polifolia, Eriophorum vaginatum*, etc.

Tartumaa, parish of Äksi, near village of Pupastvere in peat-bog.

16. VI. 1930. leg. **H. Salasoo.**

39. Carex hirta Linné. — Karvane tarn.

Tervel alal eriti liivasel aluspinnal; lahtisel liival vegetatiivselt võsundite abil paljunedes omab vahest *Carex arenaria* välisilme; apofüüt.

Tartumaa, Laiuse khk., Tooma Sookatsejaam.

Over the whole area on sand ground. Spreading on loose sand by stolons it sometimes acquires the aspect of *C. arenaria;* apophyte.

Tartumaa, parish of Laiuse, Tooma.

20. VII. 1930. leg. **P. W. Thomson.**

40. Heleocharis uniglumis Schultes subsp. fennicus (Palla). Vestergren. — Soomus-alss.

Mererannal *Juncus Gerardi* ühingus, kohati ka väikesi puhtaid kogumikke moodustades.

Harjumaa, Suure- ja Väike-Pakri saare vahel asuva Kapa saare halofiilsel niidul kohati puhta kogumikuna.

On seashore in the *Juncus Gerardi* association, sporadically forming little colonies.

Harjumaa, in salt meadow of the islet of Kapa between Suur- and Väike-Pakrisaar.

15. VII. 1931. leg. **Tatjana Amitan-Ruckteschell.**

41. Trichophorum alpinum Persoon. — Alpi jäneslill.

(*Eriophorum alpinum* L.)

Tervel alal rabastuvates soodes, kohati moodustades suuri *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* ühingu kogumikke.

Tartumaa, Äksi khk., Pupastvere küla ligidal sooniidul, Amme ja Mudajõge ühendava kanali paremal kaldal. Saatjad (Companions): *Parnassia palustris, Carex flava, Galium palustre, Salix rosmarinifolia.*

Throughout the whole area in boggy swamps, sometimes forming large colonies of the *Trichophorum alpinum-Drosera anglica* association.

Tartumaa, parish of Äksi, in a swampy meadow near Pupastvere.

13. VI. 1930. leg. **H. Salasoo.**

42. Eriophorum vaginatum Linné. — Tupeline villpea, soovill.

Tervel alal, rabades ja rabastuvates soodes, kraavides. Eriti Ida-Eesti rabadel moodustab sageli erilise *Eriophorum vaginatum*'i ühingu, mis asendab neil rabadel Lääne-Eesti rabadele omase *Trichophorum caespitosum*'i ühingu.

Tartumaa, Äksi khk., Pupastvere rabas. Saatjad (Companions): *Andromeda polifolia, Lyonia calyculata, Empetrum nigrum, Oxycoccus palustris, O. microcarpus, Ledum palustre, Betula nana.*

Over the whole area in bogs, boggy swamps and ditches. Especially in the bogs of eastern Estonia it often forms a particular *Eriophorum vaginatum* association, which in those bogs replaces the *Trichophorum caespitosum* association common in the bogs of western Estonia.

T a r t u m a a, parish of Ä k s i, in a peat-bog of Pupastvere.

14. V. 1931. leg. **H. Salasoo.**

43. **Eriophorum gracile** Koch. — **Sihvakas villpea.**

Rabastuvates soodes, kraavides — ülekasvamisel maastuvate järvede soistel kallastel; tervel alal võrdl. harva.

T a r t u m a a, Ä k s i khk., Pupastvere küla lähedal, Saariku juures oleval rabal.

Saatjad (Companions): *Carex limosa, Scheuchzeria palustris, Comarum palustre, Menyanthes trifoliata, Oxycoccus palustris.*

In boggy swamps and ditches, on swamp borders of overgrowing lakes. Considerably rare throughout the whole area.

T a r t u m a a, parish of Ä k s i, near the village of Pupastvere, in a peat-bog close to Saariku.

15. VI. 1930. leg. **H. Salasoo.**

44. **Eriophorum latifolium** Hoppe. — **Laialehine villpea.**

Tervel alal soodes, lodudes, puisniitudel, peamiselt allikalistel paikadel mitmesugustes ühingutes.

T a r t u ligidal Ropka asunduse juures luhaniidul. Saatjaks (as companion): *Polygonum bistorta.*

Over the whole area in swamps, woody meadows, mainly on well-ground tracts in various associations.

Near T a r t u, Ropka, in a meadow.

20. VI. 30. leg. **H. Salasoo.**

45. **Schoenus ferrugineus** Linné — **Roostepruun sepsikas.**

Siluri ala lääneosa lubjarikastel soodel harilik, sageli massiliselt; *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* üh. karaktertaim. Devoni alal esineb *Schoenus ferrugineus* harva vähematel lubjakatel allikasoodel.

H a r j u m a a, J ü r i khk., A r u k ü l a, Sillaotsa ligidal soos. Saatjad (Companions): *Myrica gale, Betula humilis.*

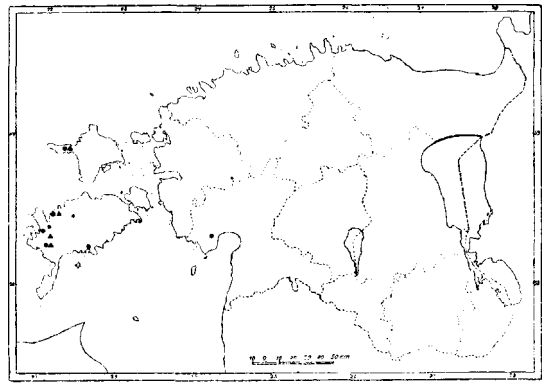
In the western part of the Silurian limestone area common in limy swamps, often in great quantities; characteristic species of the *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* association. On Devonian-ground *Schoenus ferrugineus* is infrequently found in smaller limy well-ground swamps.

H a r j u m a a, parish of J ü r i, Aruküla, near Sillaotsa in a swamp.

20. VIII. 1930. leg. **A. Üksip.**

46. **Schoenus nigricans** Linné. — **Mustjas sepsikas.**

Eestis tõenäoliselt subatlantilise relikt-taimena Saare- ja Hiiumaal, 1925. a. prof. Edm. Spohr'i poolt ka Pärnumaal, Audru khk. leitud. — Soodes, järve- ja ojakallastel, ka riimvee ulatuspiirkonnas. *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* ühingu *Schoenus nigricans*'i teisendi (variandi) karakterliik.



▲ = *Schoenus nigricans* × *S. ferrugineus.*

Hiiumaa, Reigi khk., Heistesoo küla lähedalt Heistesoo servalt.

In Estonia presumably as a subatlantic relict plant in Saaremaa and Hiiumaa; found in 1925 by Edm. Spohr in Pärnumaa, parish of Audru. On the borders of lakes and banks of brooks, as well as within the reach of brackish water. The characteristic species of the *Schoenus nigricans* variant of the *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* association.

Hiiumaa, parish of Reigi, near village of Heistesoo on the margin of the Heistesoo swamp.

13. VIII. 1931. leg. **G. Vilberg.**

47. **Juncus Gerardi** Loiseleur. — **Tuderluga.**

Läänepoolsete saarte ja mandri laus-rannikualadel, soolase ja riimvee ulatuskondades (randniitudel) massiliselt ja valitseva liigina *Juncus Gerardi* ühingus. Peamiselt ranniku iseloomust (glint, luidestikud) sõltuvate ebasoodsate ökoloogiliste tegurite tagajärjel mandri idapoolel harvem või puudub.

Harjumaa, Suure- ja Väike-Pakri saare vahel asuva Kapa saare *halofiilsel randniidul.*

Found in great quantites on flat coasts in the western part of the territory and on the western islands within the reach of salt and brackish water as dominant species in the *Juncus Gerardi* association. More rare or missing in the eastern part of the territory, mainly on account of unfavourable ecological factors, arising from the character of the seashore.

Harjumaa, in salt meadow of the islet of Kapa between Suure- and Väike-Pakri saar.

15. VII. 1931. leg. **Tatjana Amitan-Ruckteschell.**

48. Tofieldia calyculata (L.) Wahlenberg. — **Lemmelill.**

Lubja-aluspinnasega soodes ja puisniitudel eriti *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* üh.; sagedam mandri lääneosas ja saartel; devoni alal väga harva.

S a a r e m a a, K i h e l k o n n a, Kuusnõmme Bioloogiajaamast kirdes allikasoo ääreosas üksikute mändide all.

In swamps and woody meadows with calcareous subsoil, especially in the *Schoenus ferrugineus-Pinguicula* association; more frequent in the western part of the territory and on the islands; very rare on Devonian ground.

S a a r e m a a, parish of K i h e l k o n n a, N. E. of the Kuusnõmme Biological Station on the edge of a swamp with solitary pines.

4. VII. 1932. leg. **Elsa Pastak.**

49. Majanthemum bifolium (L.) F. W. Schmidt. — **Leseleht.**

Esineb mitmesugustes metsaühingutes toorel huumusel, eriti rohkelt *Vaccinium myrtillus-Majanthemum bifolium*'i ühingus.

S a a r e m a a, K i h e l k o n n a, Kuusnõmme Bioloogiajaama pargimetsas, kuuse-, männi- ja sarapuude all.

To be found in various wood-associations on raw humus, most abundantly of all in the *Vaccinium myrtillus-Majanthemum bifolium* association.

S a a r e m a a, parish of K i h e l k o n n a, in the park-wood of Kuusnõmme under spruces, pines and hazels.

2. VII. 1932. leg. **Elsa Pastak.**

50. Malaxis paludosa (L.) Swartz. — **Sookäpp.**

Rabastuvates lodudes, õõtsuvates rabades ja soistes männi-sookase metsades; kohati massiliselt *Rhynchospora alba-Drosera anglica* ühingus.

P ä r n u m a a, P ä r n u khk., rabastuvas lodus Soometsa külast läänes.

In boggy marshes, swinging bogs and swampy mixed pine-birch-woods; sometimes in great quantities in the *Rhynchospora alba-Drosera anglica* association.

P ä r n u m a a, parish of P ä r n u, boggy marsh west of village of Soometsa.

28. VII. 1930. leg. **T. Lippmaa.**

DIE STADT PETSERI IN ESTLAND

VON

E. PIIPENBERG

MIT 4 FIGUREN, 7 TAFELN UND 4 PLANIGRAMMEN

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Vorwort.

Als erstes die Stadtlandschaften Estlands induktiv behandelndes Werk erschien im Jahre 1926 die Arbeit E. Kant's „Tartu“ [1]). Vorliegende Schrift ist gedacht als Versuch die exakte Untersuchung der Städte Estlands fortzusetzen. Zum Untersuchungsobjekt wählte ich die in einem ethnographischen Übergangsgebiet in Südostestland liegende Stadt Petseri. — Diese Arbeit ist eine Zusammenfassung eines von mir in estnischer Sprache abgefassten Manuskripts. Infolge der schwierigen Wirtschaftslage musste leider die Anzahl der dem Manuskript beiliegenden Pläne resp. Planigramme in vorliegender Schrift von 18 auf 8 reduziert werden.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer Professor Dr. A. Tammekann meinen aufrichtigen Dank für seine diese Arbeit betreffenden wertvollen Winke auszusprechen. Mein Dank gebührt auch der Stadtverwaltung von Petseri, deren freundliches Entgegenkommen die Arbeit erleichtert hat, desgleichen Herrn J. Praam, der mir bei der Bestimmung der Haustypen in selbstloser Weise zur Seite stand, sowie den zahlreichen Verkehrsbeobachtern und endlich Frl. L. Kuuskler für ihre Zeichnungen.

Tartu, 24. April 1933.

1) S. Literaturverzeichnis.

I. Lage und physikalisch-geographische Grundlagen.

Die Stadt **Petseri (Petschory)** befindet sich in Südostestland zwischen 27° 36′ und 27° 37′ östl. v. Greenwich, zwischen 57° 48′ und 57° 50′ nördl. Breite. Sie liegt im westlichen Teil der südostestländischen Ebenen-, Tafelerhebungen- und Urstromtal-, Kiefernwald- und Wiesen-, sowie Strassendörfer-Landschaft (Granö, 1922), 3 km südlich vom Flusse Piusa. Von der sich von der Stadt 3.5 km nordnordöstlich befindenden Eisenbahnstation Petseri sind es per Bahn bis Valga (Walk) 96 km, bis Tartu (Dorpat) 89 km und über Tartu (Dorpat) bis Tallinn (Reval) 279 km.

Zur Mannigfaltigkeit der Oberflächengestaltung von Petseri trägt in grösstem Masse bei das sich an der Ostseite der Stadt befindende tiefe Sohlental der Patschkowka (Abb. 1). Bevor dieses in das Piusa-Haupttal mündet, empfängt es östlich von Petseri das steilgeböschte Kerbtal des Baches Kamenka (Abb. 2). Auf einer von diesem steilen Kerbtal und dem wellig geböschten Sohlental der Patschkowka begrenzten Tafelerhebung liegt die Stadt Petseri. Im Südosten wird das Weichbild der Siedlung durch das Kamenka-Kerbtal scharf begrenzt.

Die Stadt liegt zwischen 69 und 89 m über dem Spiegel der Ostsee (Fig. 1). Die grösste absolute Höhe innerhalb der Stadtgrenze erreichen die während der Herrschaft des russischen Zaren Peters des Grossen aufgeführten Erdbastionen der vor den Mauern des Klosters von Petseri befindlichen Befestigungen.

Das Oberflächenrelief der Stadt ist im Bereich der Scheitelfläche der Tafelerhebung im allgemeinen eben, östlich und südöstlich von ihr senkt sich das Relief zum Patschkowka- und Kamenka-Tal. Den Untergrund bildet der Mitteldevon-Sandstein, dessen Farbe innerhalb der Stadtgrenze recht mannigfaltig ist: von rot bis weisslich resp. rosa. Zahlreiche Aufschlüsse dieses Sandsteins befinden sich im Kamenka-Tal. An der Südseite der Stadt tritt auch oberdevonischer Dolomit auf; letzterer ist an einigen Stellen des Kamenka-Talhanges aufgeschlossen. Als quartäre Gebilde können die zahlreichen sich im Devonsandstein des Kamenka-

Tales befindenden Höhlen bezeichnet werden (Abb. 3). — Über dem Devonsandstein befindet sich eine 1—2 m mächtige rötliche Moränenschicht. An der Westseite der Stadt tritt auch Moränenlehm auf, den eine ca 1 m mächtige Torfschicht überlagert.

Fig. 1. Höhenkarte von Petseri 1:39000.
Die Zahlen zeigen die absolute Höhe in Metern.

Der Nordostgrenze der Stadt entlang schlängelt sich der 10 km südsüdöstlich von Petseri dem See Jugo entströmende Fluss Patschkowka. Der Südostseite der Stadt entlang fliesst im Kamenka-Tal ein Bach gleichen Namens. — Stehende Gewässer fehlen in Petseri fast ganz. Zu erwähnen wären höchstens einzelne kleine Teiche auf dem Marktplatz und im nördlichen Teil der Stadt. Eine wasserreichere und reinere Grundwasserschicht ist meistens erst in 95 m Tiefe anzutreffen. An einzelnen Stellen jedoch liegt der Grundwasserspiegel nur 4 m tief.

Die Stadt begrenzen Felder und Wiesen. Nur die Hänge des Patschkowka- und des Kamenka-Tales sind von Gebüsch resp. Wäldchen bedeckt.

II. Physiognomie.

Infolge scharfer Begrenzung seitens des Kamenka-Kerbtals konnte die Stadt sich nicht konzentrisch um den Marktplatz, sondern nur einseitig ausbreiten (Planigramm I). Die physiognomische Stadtgrenze deckt sich die Strassen Piiri und Küla tänav erreichend im Südwesten und Westen mit der Administrativgrenze. Im Nordwesten verläuft sie entlang dem Ende der Tartu tänav (= Strasse). Im Norden einen spitzen Keil bildend, erstreckt sich die geographische Siedlungsgrenze in südöstlicher Richtung entlang dem oberen Rande des linken Hanges des Patschkowka-Tals bis zur Pihkva tänav, in ihrem Gesamtverlauf dem Oberflächenrelief in Bausch und Bogen folgend. Von hier wendet sich die physiognomische Stadtgrenze in südsüdwestlicher Richtung zum Kloster und erreicht dann, entlang der Butõrka tän. südwestlich verlaufend, wieder die Piiri tän. Die an der Südwestseite von Petseri sich befindenden Strassendörfer Maschkowo und Nowyje-Butyrki liegen ausserhalb der physiognomischen Grenze der Stadt.

Das Strassennetz von Petseri zeigt deutlich radiale Anordnung: die Strassen kommen von Südwesten, Westen, Nordwesten, Norden und Nordosten. Der Ost- und der Südostsektor weisen keine längeren Strassen auf. Den Hauptteil des Strassennetzes bilden wichtige Landstrassen: Võõpsu—Petseri, Vastseliina—Petseri und Irboska —Petseri. Am Schnittpunkt dieser Landstrassen ist der Marktplatz von Petseri entstanden. Die Art der Bodennutzung im Bereich des Weichbildes der Stadt zeigt Planigramm II. Wie aus demselben ersichtlich, wird der grösste Teil des Stadtweichbildes von Gärten eingenommen.

Die Verteilung der einzelnen Haustypen erläutert Planigramm III. Den Grundriss der Häuser betreffend zeigt das Planigramm, dass derselbe bei der Mehrzahl der Gebäude von einfacher Form ist. Was das Material der Gebäude anbetrifft, so herrschen in Petseri in grossem Masse eingeschossige Holzhäuser vor.

Den wichtigsten physiognomischen Faktor von Petseri bilden die lutherische Kirche und der massive Steinbau des orthodoxen Klosters nebst 2 in der Nähe desselben am Marktplatz befindlichen orthodoxen Kirchen. Im allgemeinen kann man die Stadt in 9 physiognomische Einheiten gliedern: 1) Stadtkern (im engeren

Sinne), 2) Russenstadt, 3) Stadtversetzungsgebiet, 4) Butõrka, 5) Sachalin, 6) Neustadt, 7) Kloster, 8) Kasernenviertel, 9) Friedhof (Fig. 2).

1) Der Stadtkern umfasst die nächste Umgebung des Marktplatzes und entfernt sich von demselben nur entlang dem Anfang der Strassen Pihkva und Riia tänav. Physiogno-

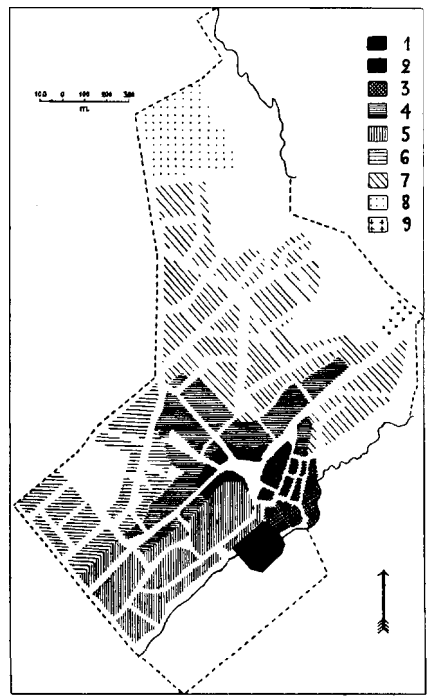


Fig. 2. Landschaftseinheiten von Petseri 1:39000.
1 — Kloster, 2 — Stadtkern, 3 — Russenstadt, 4 — Stadtversetzungsgebiet, 5 — Butõrka, 6 — Sachalin, 7 — Neustadt, 8 — Kasernenviertel, 9 — Friedhof.

misch bildet der Stadtkern ein ausgeprägtes Geschäftszentrum. Von beachtenswerteren Bauten des Stadtkerns sind zu nennen am Anfang der Riia tänav (= Strasse) der hohe Ziegelsteinbau des Kino „Palladium" und ein sich im Westteil des Marktplatzes befindendes grösseres Steingebäude (Turuväli nr. 18 = Marktplatz Nr. 18), aus welchem man im Jahre 1918 erstmalig einigen Häusern elektrischen Strom zu liefern begann. Neben letzterem erhebt sich der von einem schmalen Turm gekrönte Flachbau des Spritzenhauses. Am Marktplatz konzentrieren sich mehrere

Institutionen. Das Bild einer Handelsstadt tritt am deutlichsten auf dem Marktplatz hervor. Nicht nur dass er von Geschäftsläden umgeben ist, es befinden sich auch in seiner Mitte Handlungen, die die sog. „Grosse Handelsreihe" bilden. Die hier in ihrer Gesamtheit eine L-förmige Reihe bildenden Läden verleihen dem Stadtkern einen eigenartigen Anblick. Dieser niedrige stil- und geschmacklose Bau weist in grossem Masse russischen Einfluss auf, insbesondere sein langer offener Säulengang. Eine zweite, sog. „Kleine Handelsreihe" befindet sich an dem dem Marktplatz anliegenden Teil des von den Strassen Pihkva und Smolenski tän. begrenzten Strassenblocks. In dem nahe der Pihkva tän. gelegenen Teil des Marktplatzes erhebt sich der Turmbau der elektrischen Station (Abb. 4). Dieser Ziegelsteinbau wurde als Wasserturm an der Stelle eines Bohrbrunnens im Jahre 1903 errichtet. 1918 brannte der Wasserturm von innen aus. Aus dem am Marktplatz Nr. 18 erwähnten Hause begann gegen Ende desselben Jahres die Lieferung elektrischen Stroms an einige Abonnenten. Im Jahre 1921 wurde der Elektromotor in den neugebauten Wasserturm übergeführt, und im selben Jahre wurde auch die elektrische Strassenbeleuchtung eingeführt. 1926 und 1930 erhielt der Wasserturm neue Elektromotoren und Einrichtungen.

2) Die Russenstadt befindet sich zwischen dem Stadtkern und dem Kamenka-Tal. Sie umfasst die Strassen Smolenski, Kesk, Taga, Jaani und Alamäe tänav. Den anderen morphographischen Einheiten von Petseri gegenüber tritt die physiognomische Abgrenzung der Russenstadt scharf hervor. Verhältnismässig weniger scharf verläuft nur die Südgrenze. In der Benennung „Russenstadt" spiegelt sich der russische Einschlag dieses Stadtteils wieder. Die Russenstadt ist ein Wohnviertel, dessen Physiognomie der eines russischen Strassendorfs vollkommen entspricht. Es überwiegen ungepflasterte Strassen, an denen sich einstöckige, aus unbehauenen Balken gebaute, russische Dorfhäuser befinden. Des öfteren sind letztere mit der schmäleren Seite zur Strasse gebaut. An den Strassen Kesk, Taga und Alamäe tän. ist vorwiegend nur eine Strassenseite bebaut. Hier trifft man auch alte, von breiten Dächern bedeckte Hofpforten, wie sie in russischen Dörfern vorkommen, an deren Rückseite sich zuweilen ein Heiligenbild befindet. — In diesem Stadtteil fallen die vielen Obstgärten auf. Die Russenstadt bildet zusammen mit dem Stadtkern den ältesten Stadtteil von Petseri.

3) Das Stadtversetzungsgebiet hat sich infolge der Beschränkung durch das Kamenka-Kerbtal einseitig um den ältesten Stadtteil entwickelt. Es ist vorwiegend in der Richtung der aus ehemaligen Chausseen hervorgegangenen Strassen im Nordosten, Nordwesten und Südwesten entstanden. Physiognomisch kann das Stadtversetzungsgebiet als ein Gebiet des Überganges vom Geschäftsviertel des Stadtkerns zum Wohnviertel der weiter liegenden Stadtteile bezeichnet werden; doch ist es vorwiegend ein Wohnviertel. Charakteristisch für dieses Stadtgebiet sind die verhältnismässig dicht bebauten Strassenseiten der mehr oder weniger schmalen Grundstücke und die oft mit der schmalen Seite zur Strasse gebauten Häuser, besonders in der Riia tän. (Riia tän. Nr. 11, 13, 15, 16, 17, 19, 23, 24, 34, 36, 43). (Abb. 5.) — Auch hier gibt es ausgedehnte Obstgärten (Abb. 6).

4) „Butõrka" umfasst in physiognomischer Beziehung ausser der Umgebung der Butõrka tän. noch das Ende der Strassen Sepa, Riia und Piiri tän. Im Südosten bildet das Kamenka-Kerbtal eine scharfe Grenze des Stadtteils; im Südwesten wird Butõrka von dem jenseits der Stadtgrenze liegenden Dorf Nowyje-Butyrki begrenzt, während die Nordwestgrenze weniger scharf verläuft. Russischen Einschlag hat Butõrka nur zum Teil, wie z. B. die lange Butõrka tän. Vor etwa 50 Jahren wurde der Stadtteil von einer grösseren Feuersbrunst heimgesucht, in deren Folge fast die ganze Butõrka tän. (ca 20 Häuser) niederbrannte. Die neugebauten Häuser sind schon von zeitgemässem Aussehen. Sie werden meist kastenförmig und niedrig errichtet. Der Südwestteil von Butõrka wurde erst nach der Selbständigkeitserklärung Estlands bebaut. Im Norden von Butõrka befindet sich der ca 7 Hektar grosse Gemüsegarten des Klosters, den die Butõrka tän. und ein ehemaliger Festungsgraben vom Kloster trennt.

5) Als „Sachalin" bezeichnet man die äusserste Westecke der Stadt. Die eigenartige Benennung dieses Stadtteils verdankt ihre Entstehung dem Umstande, dass die ersten hier angesiedelten Bauern, welche eine öde, etwas höher gelegene, inselähnlich (richtiger halbinselähnlich) vom Stadtweichbild getrennte und von feuchterem Terrain begrenzte Stelle bewohnten, ihre melancholisch stimmende „Insel" Sachalin zu nennen begannen. Späterhin kam diese Benennung auch amtlich auf, und zwar nicht nur für dieses Stadtgebiet, sondern auch für dessen Umgebung. Die physiognomische Grenze von „Sachalin" verläuft

aber vom Gebiet, das gewöhnlich so benannt wird (im Osten die Linie Kivi — Metsa tänav), weiter östlich. In physiognomischer Beziehung kann „Sachalin" als der monotonste Stadtteil von Petseri bezeichnet werden. Auffallend ist die geringe Höhe und die Stillosigkeit der Gebäude, wie auch die geringe Wohndichte. Höhere Gebäude und grössere Wohndichte trifft man nur in dem von den Strassen Kivi, Võru und Küla tän. begrenzten Strassenblock, in dem sog. „Kirpitschnik". Die russische Benennung des letzteren ist abgeleitet von einer früher hier gewesenen primitiven Ziegelei (kirpitsch = Ziegel).

6) Die Neustadt umfasst fast die ganze Nordhälfte von Petseri. Im Norden grenzt sie an das Kasernenviertel, während ihre Ost- und Südostgrenze vom Patschkowka- resp. Kamenka-Tal gebildet wird. Am schärfsten ausgeprägt ist jedoch die den Obstgärten des Stadtversetzungsgebiets gegenüberliegende Südgrenze der Neustadt und ihre entlang der Tartu tän. verlaufende Westgrenze. Die Neustadt entstand nach der Selbständigkeitserklärung Estlands. Deshalb hat sie auch modernen Einschlag. Recht verbreitet sind hier junge Alleen. Ferner treten modernere Bauten und einzelne Monumentalgebäude auf, wie z. B. dasjenige der Eesti-Bank, die lutherische Kirche u. a. (Abb. 7). Im Einklang mit dem geringen Alter der Neustadt steht die grosse Verbreitung der Gemüsegärten. Die Hauptstrasse dieses Stadtteils — die Aia tän. — entstand als kürzester Verbindungsweg zwischen dem Stadtkern und der Bahnstation. Von den hier befindlichen Gebäuden sind am beachtenswertesten der grosse, dreistöckige, an der Ecke der Aia und Kastani tän. liegende Steinbau der Eesti-Bank, der zweistöckige Steinbau des Gymnasiums (Aia tän. Nr. 5) und neben letzterem der massive Steinbau des Hauses des Schutzkorps (Abb. 8 u. 9). Bezeichnend für die Neustadt ist das Vorhandensein schönerer Privatgebäude (Abb. 10).

7, 8, 9) Das Kloster (Abb. 11), das Kasernenviertel und der orthodoxe Friedhof befinden sich am Stadtrande: ersteres — im Südosten, das zweite — im Norden und der Friedhof — im Osten, an der Pihkva tän. Der lutherische Friedhof liegt ausserhalb der Stadt.

Die Russenstadt, „Butõrka" und das Kloster einerseits verglichen mit der Neustadt (und „Sachalin") anderseits sind in physiognomischer Beziehung von russischem, die letzteren aber von estnischem (resp. nordeuropäischem) Einschlag und von mo-

derneren Gesichtspunkten ausgehend angelegt. Als Übergangsgebiet von den estnischen Stadtteilen zu den russischen können der Stadtkern und das Stadtversetzungsgebiet betrachtet werden. So spiegelt sich in der Entwicklung der Physiognomie der Stadt die Rivalität von zwei Einflüssen wieder. Dieser Kampf ist zur Zeit noch nicht abgeschlossen. Doch beginnt die Wagschale sich schon zugunsten des estnischen Einflusses zu neigen. Von entscheidender Bedeutung ist aber der die Entwicklung der estnischen Stadtteile fördernde Einfluss der im Jahre 1931 eröffneten neuen Bahnlinie Tartu (Dorpat) — Petseri, weil sie Petseri dem Kultur- und Wirtschaftseinfluss des estnischen Volkes bedeutend näher brachte, als dieses zuvor der Fall war.

III. Demographie.

Die Bevölkerungszahl von Petseri ist verhältnismässig schnell gewachsen, insbesondere während der Selbständigkeit Estlands.

Wachsen der Bevölkerungszahl von Petseri 1881—1931.

Jahr	Einwohner	Zuwachs	In wieviel Jahren	Mittlerer jährlicher Zuwachs
1881	908			
1897	1371	463	16	29
1922	2013	642	25	26
1926	2509	496	4	124
1927	2838	329	1	329
1928	3149	311	1	311
1929	3298	149	1	149
1930	3681	383	1	383
1931	4085	404	1	404

Die lawinenartige Zunahme der Bevölkerung während der Selbständigkeit Estlands ist hauptsächlich durch den Zustrom von aussen bedingt.

Die Stadt Petseri befindet sich in einem ethnographischen Übergangsgebiet, — dort, wo die Südostgrenze der Verbreitung des estnischen Volkes mit der Westgrenze des Russentums sich begegnet. Diese Tatsache spiegelt sich nicht nur, wie oben erwähnt,

in der Physiognomie der Stadt, sondern auch in der völkischen Zusammensetzung ihrer Einwohnerschaft wieder.

Bei Petseri und südlich davon schiebt sich zwischen die setukesischen Dorfschaften Saurova, Raakva, Üle-Pelska, Kolina und Leega in Form eines scharfen Keils ein russisches Wohngebiet ein. In der völkischen Zusammensetzung der Einwohnerschaft der Stadt Petseri jedoch wiegen die Esten vor (Angaben des Polizeiamts vom J. 1931).

Nationalität der Bewohner von Petseri im Jahre 1931.

Nationalität	Zahl	% %
Esten	2095	51.3
Russen	1840	45.1
Letten	84	2.1
Polen	20	0.5
Deutsche	17	0.5
Juden	11	0.3
Schweden	4	0.1
Dänen	4	0.1
Finnen	2	—
Litauer	2	—
Tschechen	2	—
Chinesen	2	—
Engländer	1	—
Holländer	1	—
Total	4085	100.0

In der Tabelle sind in der Zahl der Esten auch inbegriffen die wenig zahlreichen in der Stadt wohnenden Setukesen. Seit Ende des vorigen Jahrhunderts ist der Prozentsatz der Esten ständig gewachsen. Im Jahre 1890 wohnten in Petseri nur 3 estnische Familien. Zehn Jahre später (1900) gab es daselbst ca 50 Esten. Zu Beginn des Weltkrieges (1914) stieg ihre Zahl bereits auf 150. Laut Angaben der estnischen Volkszählung vom Jahre 1922 wohnten in Petseri 33.3 % Esten und im Jahre 1931 (Angaben des Polizeiamts) 51.3 %. Das schnelle Anwachsen des Prozentsatzes der Esten ist durch auswärtigen Zustrom zu erklären. Sie werden von dem sich entwickelnden Handel angezogen, und da sie im Verhältnis zu den Russen kaufmännisch befähigter sind, gewinnen sie das Übergewicht.

Aus dem Plan der Bevölkerungsverteilung (Planigramm IV) ist ersichtlich, dass nordwestlich der Linie Riia tänav — Pihkva tänav Esten, südöstlich von ihr aber Russen vorwiegen. Dieses kann dadurch erklärt werden, dass die Russen, einer älteren Bevölkerungsschicht angehörend, in erster Linie ein hauptsächlich vor der Selbständigkeitserklärung Estlands bebautes Stadtgebiet bewohnen. Diese Tatsache wird auch durch das zahlenmässig starke Auftreten der Russen an anderen, älteren, aus ehemaligen Chausseen entstandenen Strassen bewiesen (Anfang der Tartu tän., auch die Võru tän.). In den während der estnischen Zeit besiedelten Stadtteilen (Neustadt, „Sachalin") ist ein grosses Übergewicht der Esten zu bemerken. Da auch die zahlenmässig stärker vertretenen nationalen Minderheiten — Letten und Polen — der älteren Bevölkerungsschicht angehören, so fällt ihre räumliche Verbreitung mehr oder weniger mit derjenigen der Russen zusammen. Am verbreitetsten sind die Esten in der Umgebung der Aia und Vaksali tän. — einem Gebiet, das in bezug auf seine Architektur als das modernste gilt —, die Russen aber in der sog. Russenstadt. Da die aus ehemaligen Chausseen entstandenen Strassen und die Russenstadt dichter bebaut sind (vergl. Planigramm III), so ist hier — hauptsächlich im Wohngebiet der Russen — auch die Volksdichte grösser. Obwohl der Marktplatz am dichtesten bebaut ist, lässt sein Geschäftscharakter keine besonders grosse Volksdichte zu. Das Wohngebiet der Esten ist verhältnismässig dünn besiedelt, besonders seine Randgebiete, die auch wenig bebaut sind.

Ebenso wie sich in physiognomischer Beziehung die Neustadt und „Sachalin" einerseits unterscheiden von der Russenstadt, „Butõrka" und dem orthodoxen Kloster andererseits, so unterscheidet sich auch in bezug auf die völkische Zusammensetzung der Einwohnerschaft die Neustadt und „Sachalin" von der Russenstadt, „Butõrka" und dem orthodoxen Kloster. Während die Neustadt und „Sachalin" vorwiegend von Esten bewohnt sind, herrscht in den letztgenannten drei Stadtteilen neben russischer Physiognomie auch russische Bevölkerung vor. Der Stadtkern und das Stadtversetzungsgebiet sind in physiognomischer, wie auch völkischer Beziehung ein estnisch-russisches Übergangsgebiet.

In betreff der Berufsgliederung der Bewohner von Petseri ist zu bemerken, dass in den von Esten bewohnten moderneren Stadtteilen Beamte und Intelligenz stark vertreten sind, während

die aus ehemaligen Chausseen entstandenen Strassen von Handwerkern bevorzugt werden. Kaufleute und Industrielle wohnen vorwiegend am Marktplatz und in wichtigeren Handelsstrassen (Riia und Pihkva tän.). Verstreut, jedoch hauptsächlich in den Vorstädten, leben die Arbeiter. Im allgemeinen ist die Bevölkerung der einzelnen Stadtteile in bezug auf ihre Berufsgliederung recht heterogen. Einheitlicher in dieser Beziehung ist nur die Bevölkerung der Neustadt und des Stadtkerns. Die Neustadt ist hauptsächlich ein Wohngebiet der Beamten und der Intelligenz, der Stadtkern aber dasjenige der Handelsbevölkerung.

Die Bevölkerung verteilt sich hinsichtlich ihrer finanziellen Verhältnisse so, dass die Wohlhabenderen vorwiegend in der Neustadt, am Marktplatz und an wichtigeren Geschäftsstrassen wohnen — dort, wo sich das Wohngebiet der estnischen Beamten und Intelligenz, wie auch dasjenige der estnischen und russischen Handelsbevölkerung befindet, während der ärmste Teil hauptsächlich die Randgebiete der Stadt, insbesondere diejenigen der Russenstadt, „Butõrkas“ und „Sachalins“ bewohnt. Im allgemeinen gehören der Nationalität nach zur bemittelteren Klasse vorwiegend Esten, zur ärmeren aber Russen. Besonders deutlich tritt diese Tatsache zutage in der Neustadt einerseits und der Russenstadt andererseits.

IV. Physiologie.

Das zwischen der physiognomischen Stadtgrenze und den weiter von ihr liegenden Dörfern befindliche Gebiet ist ganz unbesiedelt. An der Peripherie des Stadtweichbildes liegen die typischen russischen Strassendörfer Maškova (russ. Maschkowo), Uue-Butõrki (Nowyje-Butyrki), Kokotowskaja- und Koschatschja-Sloboda und Suure-Patskovka (Boljschaja-Patschkowka). Wollten wir die Wirtschaftsgrenze von Petseri dort ziehen, wo die direkte wirtschaftliche Interessensphäre der Dorfbewohner der Stadt gegenüber aufhört, so liegen sämtliche erwähnten Dörfer ausserhalb der physiologischen Grenze von Petseri.

Am stärksten pulsiert das Leben der Stadt im Stadtkern. Eine genauere Übersicht der Intensität des Strassenlebens bieten die Resultate der im Sommer 1929 von mir angestellten Verkehrsbeobachtungen. Hauptverkehrsstrassen sind die aus ehemaligen Chausseen entstandenen Anfangsteile der Strassen Riia, Pihkva

und Tartu tän. nebst der Nordhälfte des Marktplatzes. Schwächer ist der Verkehr schon in der Võru tän. und der zur Bahnstation führenden Aia tän., besonders in letzterer. Zum Vergleich sei folgende Gesamtverkehrstabelle angeführt.

Am 30. VI. 1929 verkehrten Personen	7—8 Uhr	13½—14½ Uhr	17—18 Uhr	Während 3er Stunden zusammen
Riia tän. Nr. 1	277	482	327	1086
Pihkva tän. Nr. 1	353	423	278	1054
Tartu tän. Nr. 1	278	484	289	1051
Võru tän. Nr. 1	238	216	136	590
Aia tän. Nr. 4	87	228	152	467

Je weiter vom Stadtkern zur Peripherie, desto schwächer wird der Verkehr. Dieses zeigt folgende Vergleichstabelle:

Am 30. VI. 1929 verkehrten Personen	7—8 Uhr	13½—14½ Uhr	17—18 Uhr	Während 3er Stunden zusammen
Pihkva tän Nr. 35	172	332	243	747
Riia tän. Nr. 42	129	186	173	488
Tartu tän. Nr. 28	141	181	152	474
Tartu tän. Nr. 42	74	75	113	262
Vaksali tän. Nr. 3	52	101	90	243
Butõrka tän. Nr. 5	52	93	93	238
Võru tän. Nr. 48	56	86	67	209

Schwach ist der Verkehr auch in der am Rande des Stadtkerns gelegenen Russenstadt und im Südteil des Marktplatzes.

Am 30. VI. 1929 verkehrten Personen	7—8 Uhr	13½—14½ Uhr	17—18 Uhr	Während 3er Stunden zusammen
Südende des Marktplatzes (orthod. Kirche)	146	137	162	445
Kiriku põikt. Nr. 3	104	99	73	276
Alamäe tän. Nr. 3	59	74	69	202

In betreff des Verkehrs ausserhalb der physiologischen Stadtgrenze liegen nur über den die Stadt mit der Bahnstation verbindenden Weg Angaben vor.

Am 30. VI. 1929 verkehrten Personen	7—8 Uhr	$13^1/_2$—$14^1/_2$ Uhr	17—18 Uhr	Während 3er Stunden zusammen
Patschkowka-Brücke	63	170	126	359

Beim Vergleich des Verkehrs auf der Patschkowka-Brücke mit demjenigen in der Aia tän. fällt eine den Verkehr beider Stellen kennzeichnende Tatsache auf: die Abhängigkeit der grösseren Intensität des Verkehrs von der Fahrzeit der Züge ($13^1/_2$—$14^1/_2$ Uhr). Die Intensität des Verkehrs wächst bis zum Mittag und nimmt gegen Abend ab auf der Patschkowka-Brücke und in der Aia tän., annähernd sogar in ein und demselben Rhythmus: ungefähr 1 : 3 : 2. Die auf der Patschkowka-Brücke im Verhältnis zur Aia tän. etwas grössere tägliche Amplitude der Verkehrsintensität ist dadurch zu erklären, dass an der ersteren Stelle, wo der Verkehr im allgemeinen nur zwischen der Stadt und der Bahnstation stattfindet, der Einfluss der Fahrzeit der Züge auf seine Intensität stärker ist. Hier ist auch frühmorgens bei Ankunft der Züge der Verkehr ein lebhafterer. — Auch an anderen Stellen sind in betreff der Verkehrsintensität durchaus tageszeitliche Momente massgebend: im allgemeinen steigt die Lebhaftigkeit des Verkehrs bis zur Mittagszeit und flaut dann allmählich ab. Interessant ist die Tatsache, dass das Verkehrsmaximum im Laufe des Tages, der Sonnenbewegung von Osten nach Westen folgend, sich verschiebt, indem es sich längs der Stadtachse (Riia — Pihkva tän.) von der Pihkva tän. in westlicher Richtung zur Riia tän. verlegt. Das Maximum des Morgenverkehrs kann am Anfang der Pihkva tän. (353 Personen pro Stunde) festgestellt werden. Zur Mittagszeit flutet dann der grösste Verkehr, zum Teil durch die Fahrzeit der Züge bedingt, aus der Pihkva tän. in die Tartu und Riia tän. hinüber (Tartu tän. Nr. 1 und Riia tän. Nr. 1 pro Stunde 484 resp. 482 Personen). Zur selben Zeit verstärkt sich der Verkehr in der Aia tän., verglichen mit dem Morgenverkehr, ums Dreifache. Gegen Abend sinkt die Verkehrsintensität fast überall und ihr Maximum verschiebt sich zum Anfang der Riia tän. (327 Personen pro Stunde). Hingegen ist am Ende der Tartu

tän. und dem Südende des Marktplatzes der Abendverkehr lebhafter als der Verkehr zur Mittagszeit, weil um die Abendzeit an ersterer Stelle der grössere Verkehr von einem temporären Anwachsen der Verkehrsbewegung zum Kasernenviertel und an letzterer Stelle von einer Verkehrszunahme infolge des Abendgottesdienstes im Kloster abhängt. Im allgemeinen wiegt in Petseri ein radial gerichteter Verkehr vor: vom Marktplatz radia zur Pihkva, Tartu (Aia), Võru, Riia tän. — mehr oder weniger übereinstimmend mit der Lage des Geschäftsviertels.

Sehr schwach ist der Nachtverkehr. Von den die Art des Verkehrs bestimmenden Momenten sind der abendliche Spaziergängerverkehr in der Aia tän. zu verzeichnen und der sich während der orthodoxen kirchlichen Prozessionen in den Strassen stauende Fussgängerverkehr (Abb. 12). Aussergewöhnlich rege ist der Verkehr an Jahrmarkttagen. Grössere Markttage, sog. Jahrmärkte gibt es zweimal monatlich (jeden 1-ten und 15-ten), ausserdem am 21. März, 4. April, 6. Mai, 7. Juli, 28. August und 14. Oktober. Besonders rege ist der Verkehr an diesen Tagen in den aus ehemaligen Chausseen entstandenen Strassen und auf dem Marktplatz (Abb. 13).

Ein Anschwellen der Verkehrsintensität ist auch während der Osterfeiertage zu bemerken. Besonders in der Osternacht strömt viel Volk zum Gottesdienst ins Kloster. Ein intensiver Spaziergängerverkehr findet auch am Nachmittag des ersten Osterfeiertages in der Richtung des Klosters, des Kamenka- und Patschkowka-Tals statt.

Wir haben die Physiologie der Stadt vom Standpunkt der Verkehrszirkulation betrachtet; diskutieren wir nun die sie bestimmenden wirtschaftsgeographischen Faktoren!

Die Stadt Petseri ist das Wirtschaftszentrum des gleichnamigen Kreises. Jedoch erstreckt sich das wirtschaftliche Einzugsgebiet der Stadt, indem es auch den Ostrand von Võrumaa (Werroscher Kreis) umfasst, über die Kreisgrenze hinaus. Im Norden beginnt die Grenze des wirtschaftlichen Einzugsgebiets von Petseri an der Mündung des Võhandu- (Wo-) Flusses, verläuft dem rechten Flussufer entlang auf einer Strecke von ca 4 km bis zum Flussknie, dann in südwestlicher Richtung bis zur Bahnlinie Tartu (Dorpat) — Petseri und schwenkt dann nach Süden zur Bahnlinie Valga (Walk) — Petseri ab. Westlich von der Station Lepasaare verläuft sie in südlicher Richtung in einer Entfernung

von ca 5 km von Vastseliina weiter in den Westteil der Gemeinde Misso und erreicht schliesslich die lettische Grenze. Weiter fällt die Grenze des wirtschaftlichen Einzugsgebiets mit der Staatsgrenze zusammen und endet auf dem Peipsijärv (Peipussee) (Fig. 3). Die eben erörterte Linie bildet die Grenze des wirtschaftlichen Einzugsgebiets von Petseri für den Sommer, im

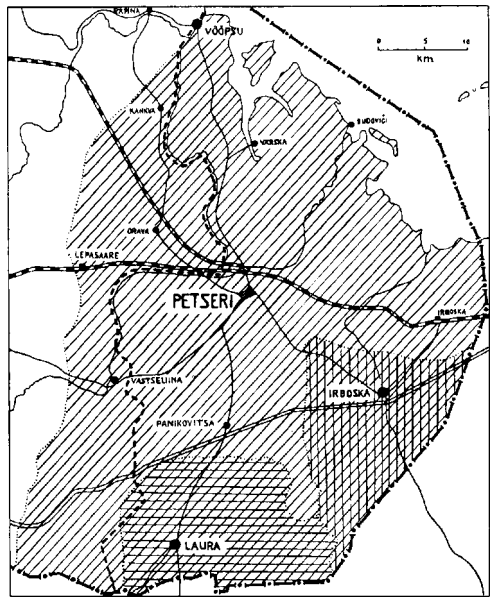


Fig. 3. Karte des wirtschaftlichen Einzugsgebiets von Petseri.
Schraffiert das Einzugsgebiet der Stadt. Doppelt schraffiert die sekundären Einzugsgebiete von Irboska resp. Laura.

Winter gehört in wirtschaftlicher Beziehung zu Petseri auch der Flecken Võõpsu, der im Sommer auf dem Wasserwege des Peipsijärv (Peipussee) nach Tartu (Dorpat) gravitiert. Innerhalb des wirtschaftlichen Einzugsgebiets von Petseri befinden sich in seinem Südosten resp. Süden sekundäre Einzugsgebiete mit Gravitationszentren in den Hakelwerken Irboska resp. Laura. — Im Nordosten berührt das Einzugsgebiet von Petseri dasjenige von Tartu (Dorpat) und im Westen das von Võru (Werro). Das wirtschaftliche Einzugsgebiet der Stadt im weitesten Sinne jedoch erstreckt sich noch viel weiter als das oben besprochene. So finden sich z. B. auf den Jahrmärkten von Petseri nicht nur aus Võrumaa (Werroscher Kreis) und Valgamaa (Walkscher Kreis)

Teilnehmer ein, sondern sogar aus dem südlichen Teil von Tartumaa (Dorpatscher Kreis) und Viljandimaa (Fellinscher Kreis), wie auch aus dem östlichen Teil von Pärnumaa (Pernauscher Kreis). Die Jahrmärkte von Petseri sind sehr besucht. Der Haupthandelsartikel ist Flachs. Von grosser Bedeutung für das Geschäftsleben sind die Flachs-Einkaufstellen und für das Wirtschaftsleben der Stadt die Flachsspeicher. Letztere befinden sich vorwiegend an der Stadtachse (Riia — Pihkva tän.). Die wirtschaftliche Bedeutung der Jahrmärkte besteht in einem lebhafteren Exporthandel, besonders in der Ausfuhr von Flachs und Gurken des Wirtschaftsgebiets der Stadt nach Tartu (Dorpat) und Tallinn (Reval). Bezüglich der Ausfuhr nach Russland wäre höchstens der Export von Peipusstinten zu erwähnen.

Da infolge des Mangels an gutem Ackerland die Umgebung von Petseri in landwirtschaftlicher Beziehung arm ist, so ist man gezwungen in die Stadt und den Kreis Brotgetreide einzuführen.

Im Gegensatz zu den Jahrmärkten ist der gewöhnliche Markt wenig besucht. 3 mal wöchentlich wird auf dem kleinen dreieckigen Platz an der Võru tän. Markt abgehalten. Gehandelt wird dann auch am Rande des kurzen, die Võru und die Tartu tän. verbindenden Weges und auf dem sich im Stadtkern befindenden Marktplatz. — Die Einnahmen der Stadtkaufleute steigen an Markttagen nur wenig, wohl aber an Jahrmarkttagen, da dann auch der Bedarf an Waren bei der Bevölkerung des Kreises in hohem Masse gedeckt wird.

An Handlungen sind am meisten Manufaktur- und Mischwarengeschäfte vertreten. Die grösseren Geschäfte befinden sich in estnischen Händen. Die Läden liegen vorwiegend am Marktplatz und an der Stadtachse (Riia und Pihkva tän.). Hier vollzieht sich das Hinausströmen von Kulturprodukten aus der Stadt aufs Land in grösstem Umfang. In Zukunft dürfte sich aber, infolge der Ausdehnung der Stadt in der Richtung der Bahnstation, das Geschäftsviertel allmählich näher zur Hauptstrasse der Neustadt — der Aia tän. — verlegen. Anfänge eines sich in dieser Richtung ausdehnenden Geschäftszentrums lassen sich zur Zeit schon in Form einer grösseren Verbreitung von Läden am Anfang der Tartu tän. feststellen.

Grössere industrielle Etablissements fehlen in Petseri ganz, es gibt nur Kleinbetriebe, deren Arbeiterzahl selten mehr als 3 beträgt.

Nachdem wir die Wechselbeziehungen zwischen der Stadt und ihrem wirtschaftlichen Einzugsgebiet besprochen, wollen wir die das starke Anwachsen der Siedlung bedingenden wirtschaftlichen Grundlagen erörtern.

Vor Beginn der Selbständigkeit Estlands gehörte Petseri ins wirtschaftliche Einzugsgebiet von Pskow (Pleskau). Auch für Pskow bildete der Flachshandel einen wichtigen wirtschaftlichen Faktor. Pskow (Pleskau) war ein Ankaufszentrum für Flachs, den man dann ausführte. Auf Grund des estnisch-russischen Friedensvertrages von Tartu (Dorpat) 1920 kam die früher zum russischen Gouvernement Pskow (Pleskau) gehörende Stadt Petseri (Petschory) an Estland. Da die estnisch-russische Staatsgrenze zugleich eine ungemein scharfe Wirtschaftsgrenze darstellt, so hörte mit Beginn der Zugehörigkeit zu Estland für Petseri jegliches Gravitieren nach Pskow (Pleskau) auf. Nun begann Petseri ein selbständiges Wirtschaftszentrum zu werden. Die weitere Entwicklung der Stadt hing jetzt hauptsächlich von ihrem ca 70000 Einwohner (61000 im Kreise Petseri + ca 9000 im östlichen Teil von Võrumaa) zählenden wirtschaftlichen Einzugsgebiet ab. Die Stadt konsumierte die Naturprodukte ihres wirtschaftlichen Einzugsgebiets und lieferte letzterem ihre Kulturprodukte. Aus Petseri wurde ein Ankaufsort vorwiegend von Flachs, Eiern und Gemüse (Gurken, Zwiebeln u. s. w.), die von hier hauptsächlich nach Tallinn (Reval) und Tartu (Dorpat) exportiert wurden. Da während der Selbständigkeit Estlands der zuvor niedrige Kulturstand der Bevölkerung des wirtschaftlichen Einzugsgebiets von Petseri ein bedeutend höheres Niveau zu gewinnen begann, so nahm auf dem Lande der Verbrauch an städtischen Kulturprodukten fortwährend zu. Infolge der dadurch anhaltenden Erstarkung des Absatzgebiets von Petseri entwickelte sich der Handel der Stadt und zog von auswärts immer mehr Menschen an.

Durch die Entfernung der Stadt (3.5 km) von der wichtigsten Fernverkehrslinie — der Bahn — vergrössern sich die Transportkosten. So wirkt die Distanz auf die wirtschaftliche Entwicklung der Stadt in gewissem Grade hemmend.

Die im Jahre 1931 eröffnete Bahnlinie Petseri—Tartu (Dorpat) verbessert, als neuer Transitweg, die Verkehrslage der Stadt in grossem Masse. Durch sie wird die Entfernung zwischen dem wirtschaftlichen Einzugsgebiet von Petseri und den grösse-

ren estnischen Städten (Tallinn, Tartu) bedeutend verkürzt, und hierdurch, infolge der Verminderung der Transportkosten, zwischen ihnen und der Südostecke Estlands ein regerer Austausch von Natur- und Kulturprodukten ermöglicht. Ausserdem sind durch die Bahnlinie Petseri—Tartu (Dorpat) besonders für die erstgenannte Stadt die Naturprodukte des nördlichen Teiles von Võrumaa (Werroscher Kreis) leichter erhältlich. Hier findet zurzeit ein Kampf um die wirtschaftlichen Einzugsgebiete statt. Die Vergrösserung des Einzugsgebiets von Petseri im nördlichen Teil von Võrumaa (Werroscher Kreis) würde hauptsächlich auf Kosten des südlichen Teils desjenigen von Tartu (Dorpat) stattfinden. Da durch die erwähnte Bahnlinie Petseri nun volkreicheren Ortschaften Estlands näher gerückt ist als Võru (Werro), so wird der Kampf beider Städte um die wirtschaftlichen Einzugsgebiete zugunsten der ersteren entschieden.

V. Genesis.

Von dem Hakelwerk Petschory (Petseri) entstand am Anfang des XVI. Jahrhunderts zuerst der neben dem orthodoxen Kloster gelegene Marktplatz. Die offene und die geschlossene Ansiedlung — das Kloster — lagen nebeneinander. Die offene Siedlung entstand vermutlich ursprünglich als Niederlassung zahlreicher Klosterpilger. Die Tatsache, dass für die Entstehung des Hakelwerks das Kloster massgebend war, spiegelt sich gewissermassen auch im Stadtwappen von Petseri wieder. Auf letzterem sieht man den sich am Abhang einer Anhöhe befindenden Eingang der Klosterhöhlen. Die auf dem Wappen abgebildeten Laubbäume sollen an den Urwald erinnern, der im Mittelalter das Kloster umgab. Desgleichen ist auch der Name der Stadt von den sich in der Südostböschung des Kamenka-Tals befindenden Klosterhöhlen abgeleitet („Peschtschery" = russisch „Höhlen"). — Der Grundriss der Niederlassung wurde durch die Lage des Marktplatzes und des Klosters, wie auch diejenige des das Kloster durchziehenden Kamenka-Kerbtals bestimmt.

Das Kloster war zugleich Festung. Entscheidend für seinen Grundriss waren strategische Rücksichten. Den Grundriss der offenen Siedlung bedingten dagegen Verkehrs-, Wirtschafts- und sonstige Rücksichten. Unter dem Einfluss des anfänglichen

Vorherrschens strategischer Rücksichten und späterer Verkehrs- und Wirtschaftsverhältnisse hat sich die Physiognomie der Ansiedlung entwickelt.

Da die die Geschichte von Petseri betreffenden Archivmaterialien während des Weltkrieges verloren gegangen sind, so ist von der Entwicklung der Stadt während der russischen Herrschaft sehr wenig bekannt. Aus dem sog. Solowezki-Manuskript der Klosterchronik, das aus dem Anfang des XVII. Jahrhunderts stammt, ist zu ersehen, dass die das Kloster besuchenden Pilger in der Nähe desselben im sog. „Klosterhof" logierten. Letzterer soll sich an der Stelle, wo jetzt am Südende des Marktplatzes eine grössere orthodoxe Kirche steht, oder etwas nordöstlicher befunden haben. Im Jahre 1541 wurde in den „Klosterhof" aus dem Kloster eine Holzkirche übergeführt. Die Überführung der Kirche beweist, dass um die Mitte des XVI. Jahrhunderts im Hakelwerk Petseri das Bedürfnis nach einer solchen bestand, und dass folglich schon damals sich hier eine bedeutendere Anzahl ständiger Einwohner befand. Im Jahre 1630 soll in Petseri eine Epidemie gewütet haben, der 1700 Menschen zum Opfer gefallen seien. Laut Angaben der Klosterchronik plünderten im Jahre 1634 die Litauer den Flecken Petseri und brannten die „Handelsreihen" nieder. Letztere Tatsache deutet darauf hin, dass schon zu Beginn des XVII. Jahrhunderts Petseri im westlichen Teil des Pskowschen (Pleskauschen) Gebiets ein Handelszentrum darstellte. — 1655 verbrannten aus dem nördlichen Peipsi- (Peipus-) Gebiet herangerückte Schweden den Flecken Petseri. Im allgemeinen ist während des XVI. und XVII. Jahrhunderts das Schicksal des Hakelwerks resp. Fleckens Petseri mit dem des Klosters eng verbunden gewesen. Eine grössere Bedeutung gewinnt der Flecken im XVIII. Jahrhundert. Während der Regierung der russischen Zarin Katharina II. war Petseri Kreisstadt des Gouvernements Pskow (Pleskau), desgleichen zur Zeit der Zaren Paul I. und Alexander I. Petseri wurde von neuem Flecken während der Regierung des Zaren Nikolai I.; als solcher galt Petseri bis zum Ende der russischen Herrschaft. Wieder Stadt wurde es im Jahre 1918.

Angaben über die Einwohnerzahl der Stadt zu Beginn des XIX. Jahrhunderts sind nicht vorhanden. Es ist nur bekannt, dass infolge der zur Zeit der Napoleonischen Kriege im Lande wütenden Pest die Bevölkerungszahl von Petseri erschreckend

abgenommen hatte. In der Nähe der Stadt sollen zu jener Zeit ganze Dörfer fast ausgestorben sein. Im Zusammenhang damit sei z. B. der Name des ca 7 km von der Stadt entfernten Dorfes Võmorski („wymiratj" = russisch „aussterben") entstanden.

Hemmend aufs Wachstum der Stadt wirkten zuletzt die ums Jahr 1880 Petseri heimsuchenden grösseren Brände: es brannten fast die ganze Butõrka tän. und etwa 10 Häuser der Võru tän. nieder. Doch seit dem Ende des XIX. Jahrhunderts ist Petseri andauernd gewachsen.

Im Jahre 1890 reichte die physiognomische Grenze der Stadt in der Pihkva tän. annähernd bis zur Ecke der 1931 durchbrochenen Uus tän., verlief weiter, die Smolenski tän. überschreitend, die Jaani tän. entlang bis ins Kamenka-Tal und fiel am Nordwesthang desselben mit der heutigen morphographischen Grenze zusammen (Fig. 4). In der Butõrka tän. war zu jener Zeit nach dem oben erwähnten grossen Schadenfeuer erst der mittlere Teil der Strasse neu aufgebaut worden. In der Riia tän. reichte die physiognomische Grenze bis zur Ecke der Kloostri tän., in der Võru tän. — bis zur Ostecke des hier befindlichen kleinen dreieckigen Platzes und in der Tartu tän. bis zur Ecke der heutigen Tiigi tän. Laut Aussagen älterer Stadtbewohner sind an jener Stelle noch vor 40—60 Jahren im Winter in der Nähe der Stadthäuser oft Wölfe gesehen worden.

Im Zeitraum von 1890—1900 wurde der durch die genannten Feuerschäden vernichtete, in der Nähe des kleinen Platzes an der Võru tän. liegende Teil dieser Strasse und das Südwestende der Butõrka tän. wieder aufgebaut. Auch an den wichtigen Verkehrsadern, den Landstrassen, begannen aus dem kompakter gebauten Siedlungskörper längere oder kürzere Häuserreihen hinauszuragen. So sehen wir im Jahre 1900 die physiognomische Grenze von Petseri an der linken Strassenseite der Pihkva tän. in der Nähe des Hauses Nr. 43 (Planigramm I), während sie nahe der rechten Strassenseite die Smolenski tän. Nr. 30 erreicht. Im Südwesten gehörten zum Weichbild der Stadt die Strassen Kloostri, Butõrka und Kurtpõik tän. In der Riia tän. endete die morphographische Grenze in der Nähe der Häuser Nr. 43a und 44, in der Võru tän. bei Nr. 17 resp. 32 und im Gebiet der Tartu tän. — an der Ecke der Kivi und der Tartu tän. Wie aus Fig. 4 ersichtlich, entwickelte sich die Stadt während des besprochenen Zeitraums wenig, da man sich auf das Bebauen der

Brandstätten beschränkte. Schwach war die Ausbreitungstendenz von Petseri auch in den Jahren 1900—1924. Im Jahre 1924 endet die Physiognomie der Stadt auf der linken Seite der Pihkva tän. beim Hause Nr. 51 ; auf der rechten Strassenseite war zu dieser Zeit der Raum zwischen Nr. 14 und 30 schon bebaut. Am Ende der Riia tän. entstanden nur einzelne neue Häuser. Bedeutender war die Bautätigkeit auf der linken Strassenseite der Võru tän.,

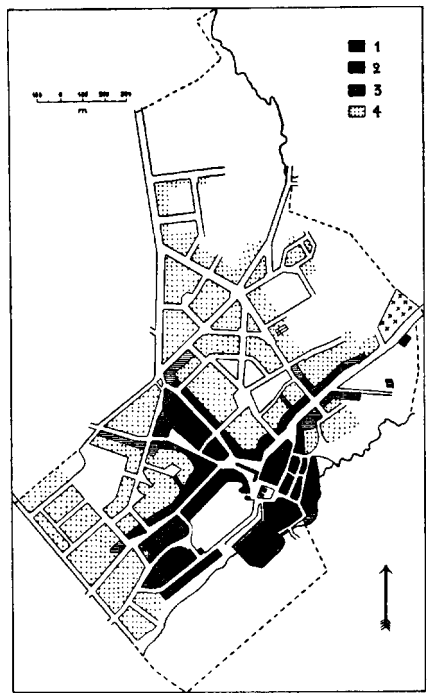


Fig. 4. Karte der physiognomischen Entwicklung von Petseri 1890—1931.
1:39000.
1 — Die Stadt im J. 1890, 2 — Zuwachs von 1890 bis 1900, 3 — Zuwachs von 1900 bis 1924, 4 — Zuwachs von 1924 bis 1931.

wo im Jahre 1918 eine ganze Reihe von Häusern erstand (Nr. 19—35). Während der ersten Jahre der Selbständigkeit Estlands wurde auf der rechten Seite der Vaksali tän. auch ihr zwischen der Tartu und der Kastani tän. befindlicher Abschnitt bebaut.

Eine neue Phase der physiognomischen Entwicklung von Petseri beginnt zur estnischen Zeit. Die neuen wirtschaftsgeographischen Verhältnisse (s. Abschnitt „Physiologie“) und die

Tatsache, dass im Jahre 1924 ein liberalerer, vorwiegend aus Esten bestehender Stadtrat, der im Nord- und Westteil der Stadt in grösstem Umfang Bauplätze zu vergeben begann, das Amt übernahm, waren von ausschlaggebender Bedeutung für die Entstehung der heutigen physiognomischen Grenze von Petseri. — Bezüglich der Administrativgrenze der Stadt ist zu bemerken, dass sie sich während der Selbständigkeit Estlands nicht verändert hat; sie entspricht im allgemeinen derjenigen der russischen Zeit. Da während des estnischen Freiheitskrieges die die Grenzen von Petseri betreffenden Pläne verloren gingen, so konnten die Grenzen in der unter estnische Herrschaft gekommenen Stadt nicht genau gezogen werden, und deshalb versuchte man ihren Verlauf nur einigermassen, so wie er zur russischen Zeit gewesen war, wieder herzustellen. Doch ist es wahrscheinlich, dass infolge des schnellen Wachstums der Stadt diese Grenze schon in nächster Zeit zu eng sein wird. Innerhalb der heutigen Administrativgrenze von Petseri ist die Ausbreitungsmöglichkeit der Stadt im Nordosten, infolge des unruhigen Reliefs des Talhanges der Patschkowka, sehr erschwert. Es käme dafür allenfalls nur das Gelände jenseits des Kamenka-Tals in Betracht, wofür auch die ebene Oberfläche dieser Stelle spricht. In dieser Richtung ist schon durch den Bau einer Brücke in der Nähe des Klosters über das Kamenka-Tal vorgearbeitet worden. Hier, in dem südlich vom Kloster liegenden ebenen Gebiet, müsste desgleichen die Administrativgrenze von Petseri in Zukunft erweitert werden, sowie auch in der Richtung der Bahnstation nordöstlich vom Patschkowka-Tal, wohin sich zur Zeit die Ausbreitungstendenz der Stadt in grossem Masse richtet.

Literaturverzeichnis.

Bobeck, H., Innsbruck. Forschungen zur deutschen Landes- u. Volkskunde Bd. 25, H. 3. Stuttgart 1928.

Granö, J. G., Eesti maastikulised üksused. Tartu 1922. [Deutsches Referat: „Die landschaftlichen Einheiten Estlands".]

Kant, E., Tartu. Äratrükk koguteosest „Tartu". Tartu 1926. [Le référé français: „Tartu. Étude d'un environnement et organisme urbain."]

„Setumaa". Tartu 1928.

Tuominen, J. K. V., Das Geschäftszentrum der Stadt Turku. Publicationes Instituti Geographici Universitatis Aboensis Nr. 5. Helsinki 1930.

Photo Neumann.

Abb. 1. Patschkowka-Tal an der Stadtgrenze.

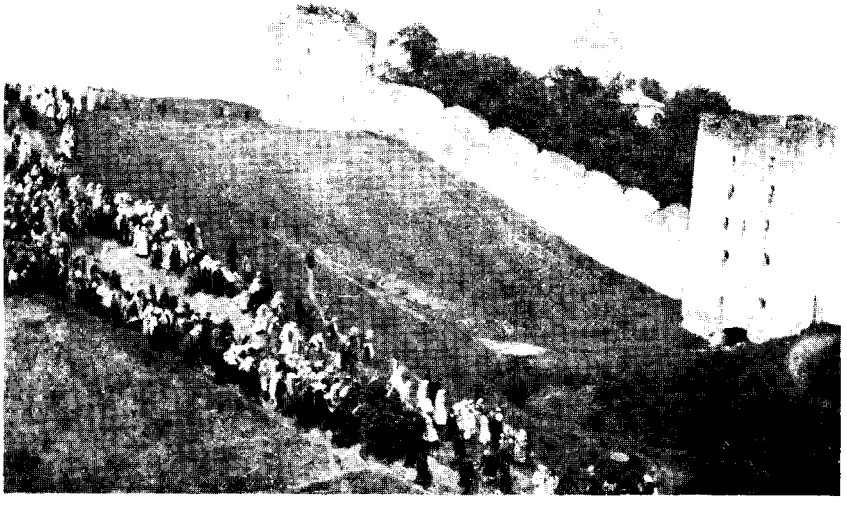


Abb. 2. Kamenka-Tal südöstlich von Petseri.
Im Vordergrund eine kirchliche Prozession. Im Hintergrund der Südwestteil der Klostermauer.

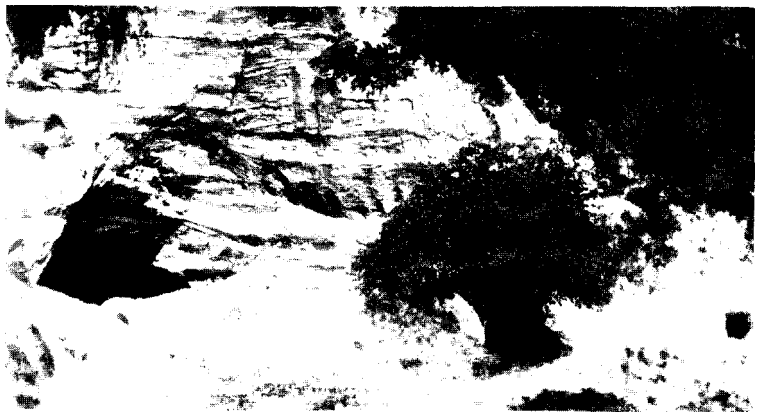


Photo Neumann.

Abb. 3. Höhlen im Devonsandstein am Südostrande von Petseri.

Photo Haidak

Abb. 4. Der Marktplatz.

Rechts die „Grosse Handelsreihe". Im Hintergrund der Turm der elektrischen Station.

Photo Mattal.

Abb. 5. Das Westende des Marktplatzes.

Im Vordergrund der Anfang der Riia tän., im Hintergrund das Stadtversetzungsgebiet. Auf der rechten Strassenseite eine Anzahl mit der schmalen Seite zur Strasse gebauter Häuser.

Photo Neumann.

Abb. 6. Blick auf die Gärten des Stadtversetzungsgebiets.

Im Hintergrund die orthodoxen Kirchen des Klosters und des Stadtkerns.

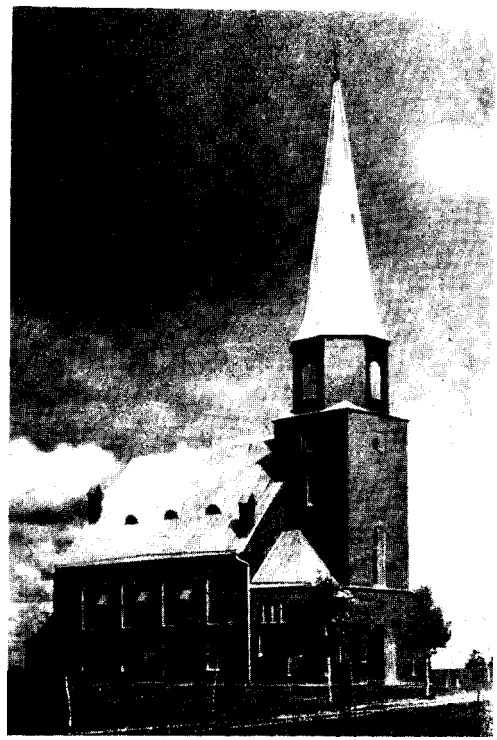


Abb. 7. Die lutherische Kirche.

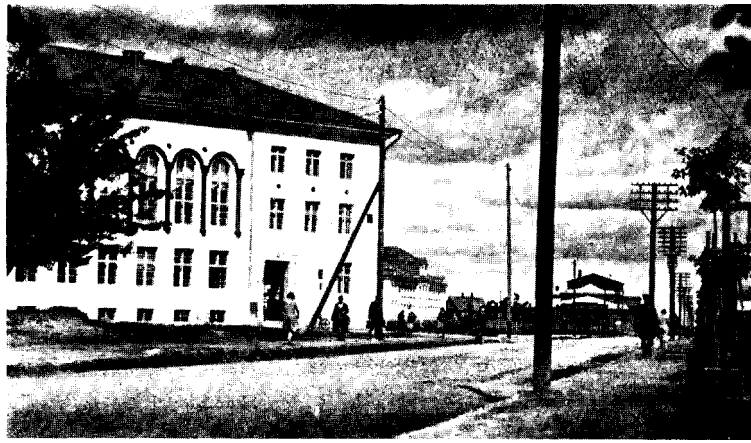


Photo Neumann.

Abb. 8. Die Neustadt.
Links das Gebäude der Eesti-Bank. In der Mitte das Gymnasium.

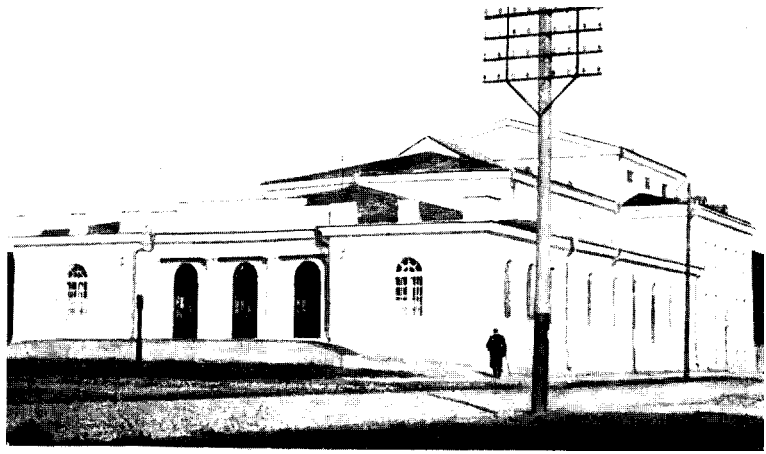


Photo Neumann.

Abb. 9. Das Gebäude des Schutzkorps.

Photo Haidak.

Abb. 10. Die Neustadt.
Im Vordergrund modernere Privatgebäude. Im Hintergrund die lutherische Kirche.

Photo Neumann.

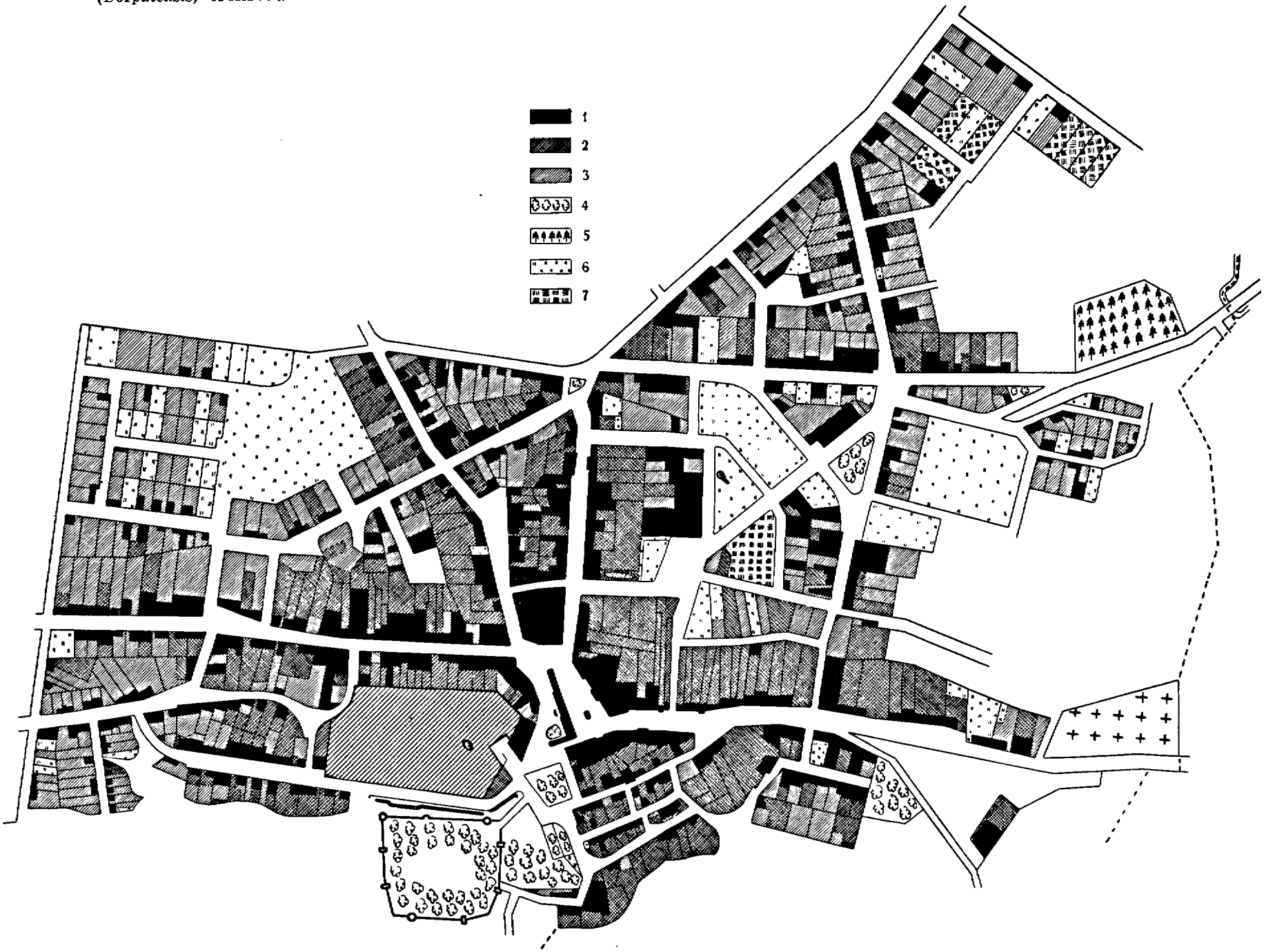
Abb. 11. Der Klosterhof.
In der Mitte die Hauptkirche des Klosters.

Abb. 12. Kirchliche Strassenprozession.

Photo I. Manninen.

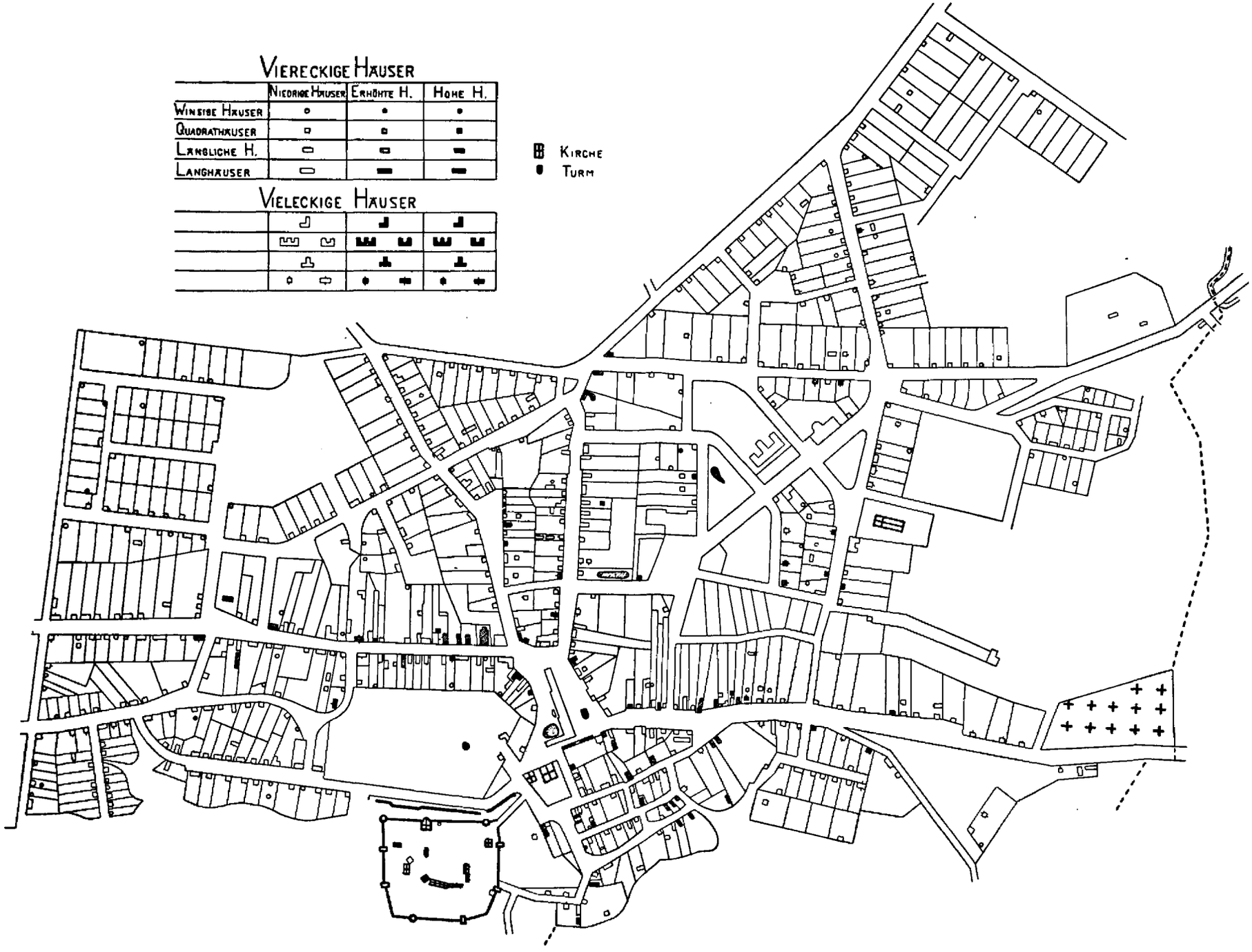
Abb. 13. Verkehr in der Pihkvatän. an Jahrmarkttagen.

Übersichtsplan der Strassen, Grundstücke und Gebäude von Petseri (im J. 1931). 1 : 10400.
1 — Alleen.



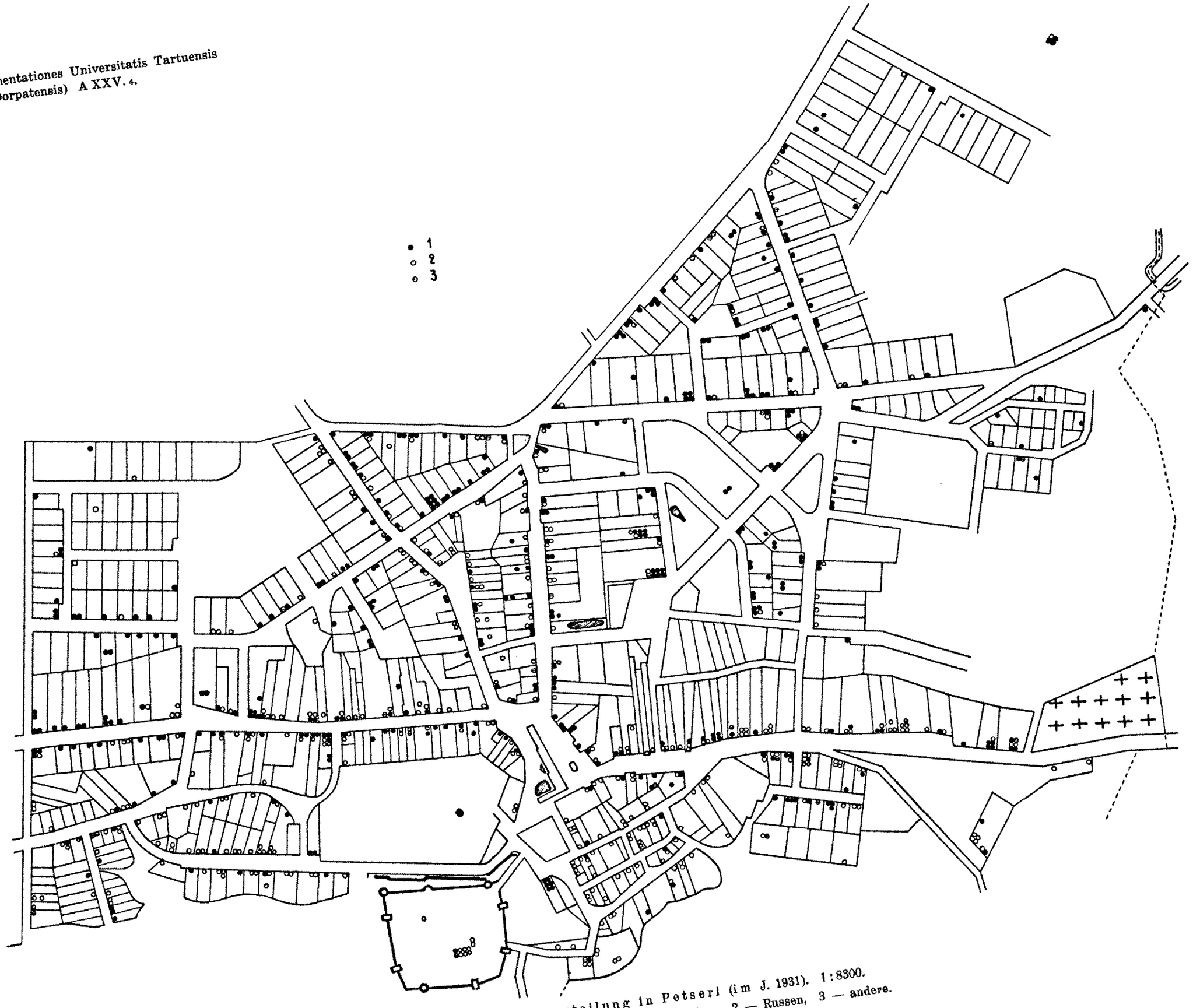
Bodennutzung in Petseri (im J. 1931). 1:10400.

1 — Höfe, 2 — Obstgärten, 3 — Gemüsegärten, 4 — Laubbäume, 5 — Nadelbäume, 6 — Wiesen, 7 — Felder.



Haustypen in Petseri (im J. 1931). 1:10400.

Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis
(Dorpatensis) A XXV. 4.



Bevölkerungsverteilung in Petseri (im J. 1931). 1:8300.
Jeder Kreis entspricht 5 Personen. 1 — Esten, 2 — Russen, 3 — andere.

VEGETATIONSUNTERSUCHUNGEN AN NATURWIESEN UND SEEN IM OTEPÄÄSCHEN MORÄNENGEBIETE ESTLANDS

VON

A. MILJAN

I

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort 5
Einleitung 8
1. Allgemeine geographische und orographische Übersicht Estlands und insbesondere des Untersuchungsgebietes 10
2. Die hydrographischen Bedingungen der Moränenlandschaft von Otepää 13
3. Klima 14
4. Über die Untersuchungsmethode 18
5. Übersicht über die Pflanzengesellschaften 24
Das *Bidentetum tripartiti* 26
Bidentetum tripartiti polygonosum hydropiperis 28
„ „ ranunculosum scelerati 29
Das *Heleocharetum palustris* 29
Assoziationsverband *Potamion* 29
Das *Potametum perfoliati* 30
Potametum perfoliati potametosum lucentis 32
„ „ potamosum natantis 32
„ „ „ praelongi 34
Das *Potametum mucronati* 36
Das *Myriophylleto verticillati-Nupharetum* 36
Myriophylleto verticillati-Nupharetum nupharosum lutei 37
„ „ „ nymphaeosum albae . . . 37
Das *Stratiotetum aloidis* 40
Stratiotetum aloidis hydrocharosum morsus ranae 40
„ „ lemnosum 40
Phragmition communis-Verband 42
Das *Schoenoplecteto-Phragmitetum* 43
Die *Schoenoplecteto-Phragmitetum*-Faziesbildung 48
Schoenoplecteto-Phragmitetum phragmitosum 49
„ „ schoenoplectosum 51
„ „ sagittariosum sagittifoliae 51
„ „ typhosum 54
„ „ glyceriosum aquaticae 55
„ „ phalaridosum 55
„ „ graphephorosum 57
„ „ acorosum 57
Magnocaricion strictae 61
Das *Caricetum strictae* 63

Seite

Caricetum strictae phragmitosum 63
„ „ glyceriosum aquaticae 66
„ „ phalaridosum arundinaceae 66
„ „ caricosum gracilis 66
„ „ agrostidosum albae 67
„ „ caricosum 67
Das *Caricetum rostratae* 67
Caricetum rostratae caricetosum vesicariae 73
„ „ „ gracilis 75
„ „ „ distichae 78
„ „ equisetosum heleocharis 78
„ „ caricosum Goodenoughii 82
„ „ eriophorosum angustifolii 82
„ „ menyanthidosum trifoliatae 83
„ „ caricosum limosae 84
Das *Caricetum lasiocarpae* 84
Caricetum lasiocarpae menyanthidosum trifoliatae 87
„ „ caricosum limosae 88
„ „ „ strictae 88
Entwicklungsschema des *Caricetum lasiocarpae* 88
Das *Caricetum limosae* 89
Caricetum limosae trichophorosum alpini 93
„ „ scheuchzeriosum palustris 95
„ „ caricosum chordorrhizae 96
Ein schematisches pflanzenphysiognomisches Profil vom Sumpfsee bei Keebijärw 97
Caricion Goodenoughii 96
Das *Caricetum Goodenoughii* 96
Caricetum Goodenoughii equisetosum palustris 102
„ „ caricosum paniceae 105
„ „ „ flavae 107
Ein schematisches pflanzenphysiognomisches Profil vom Flachmoor im Moränengebiet Otepää 114
Das *Caricetum caespitosae* 109
Caricetum caespitosae crepidosum palustris 115
„ „ cirsiosum oleracei 115
„ „ scirposum silvatici 115
„ „ polygonosum bistortae 117
„ „ trifoliosum pratensis 118
Entwicklungsschema des *Caricetum caespitosae* 119
Deschampsietosum caespitosae 118
Nardion strictae 123
Das *Nardetum strictae balticum* 123
Nardetum strictae festucosum ovinae 130
„ „ alectorolophosum minoris 131
Frühjahrsaspekt von *Nardetum strictae* 131
6. Literaturverzeichnis 132

Vorwort.

Unvergesslich sind mir die ersten Studienjahre an der Universität Tartu, wo ich von meinen verehrten Lehrern, den Professoren Dr. bot. F. Bucholtz, Dr. K. Regel und Dr. K. Teräsvuori, die ersten Anregungen zur Arbeit erhielt. Als ich während meiner Studienzeit das Amt eines Assistenten am Kabinett für Pflanzenbau und an der Versuchsstation für Pflanzenbiologie bekleidete, empfahlen mir mein verehrter Chef, der Professor für Pflanzenbau Dr. agr. N. Rootsi, und der damalige Dekan Professor A. Nõmmik die Arbeit und Spezialisierung auf dem Gebiete des Futtergrasbaues, und im Jahre 1923 begann ich am genannten Kabinett die Arbeit auf dem Gebiete des angewandten Futterbaus, indem ich mir für meine Magisterarbeit das Thema „Die Luzerne und ihr Bau in Estland" wählte.

Das Interesse für mein Arbeitsgebiet wuchs mit der Lektüre der entsprechenden Spezialliteratur und auf gemeinsamen Exkursionen mit dem stud. bot. E. Lepik, dem gegenwärtigen Dozenten für angewandten Pflanzenbau, die auch viel zu meiner Bekanntschaft mit der Flora beitrugen. Beim Sammeln von Material für die Diplomarbeit tauchte mir der Gedanke auf, die einheimischen Wiesen einem eingehenderen Studium zu unterziehen, — ein Gebiet, das bisher noch nicht genauer bearbeitet worden ist und das doch andrerseits soviel Eigentümlichkeiten und Besonderheiten aufweist, mit denen bei der Wiesenkultur unbedingt gerechnet werden muss.

1926 unternahm ich orientierende Exkursionen nach Otepää, um die Wiesen der dortigen Moränenlandschaft kennenzulernen, die, wie bereits erwähnt, viele Eigenheiten aufweisen.

Als Stipendiat der Universität wurde ich in die Schweiz abkommandiert, um meine Kenntnisse in dem angewandten Pflanzenbau an der Eidgenössischen Technischen Hochschule bei Professor Dr. A. Volkart zu ergänzen. Neben den Vorlesungen über Pflanzenbau an der genannten Hochschule und den prakti-

schen Übungen an der Versuchsanstalt Oerlikon machte ich mich auf Exkursionen unter der Anleitung Professor Dr. A. Volkarts und zum Teil Professor Dr. Wiegners mit den Wiesentypen und ihrer Erdkrume bekannt. Professor Dr. A. Volkart, der mich häufig auf seine Forschungsreisen mitnahm, bot mir dadurch die Möglichkeit, mich sowohl mit der Tiefebene des Kantons Zürich als auch mit den Wiesen und Weiden in der Fürstenalp bekanntzumachen und einen Überblick über die Entstehung und die Veränderungen der sich auf diesen ausbreitenden Pflanzengesellschaften zu erhalten. Von Prof. Dr. A. Volkart erhielt ich die Untersuchungsarbeit „Die Feststellung des botanischen Bestandes auf Weiden" zugewiesen, die indessen infolge meiner vorzeitigen Abreise aus Zürich unbeendet blieb. Es war mir nicht möglich, das gesamte erforderliche Material zu sammeln, und dies verhinderte auch die spätere Verarbeitung des gesammelten Materials. In Zürich bot sich mir Gelegenheit, zwei Semester hindurch die Spezialvorlesungen des verehrten Professors Dr. E. Rübel über „Geobotanische Untersuchungsmethoden" und „Die Pflanzengesellschaften" zu hören. Zu all dem stand mir die reichhaltige Rübelsche Bibliothek des Geobotanischen Forschungsinstituts zur Benutzung offen. Dr. Walo Koch benutzte seine freien Sonntage dazu, mich auf die Wiesen zu führen und mit den Pflanzengesellschaften und ihren ökologischen und edaphischen Entwicklungsbedingen bekanntzumachen. Ausserdem hat Dr. Walo Koch mir bei der Verarbeitung des Materials überaus dankenswerte Anleitung gegeben, sowie die Potamogeton-Arten kontrolliert und die Unterarten festgestellt. An dieser Stelle sei insbesondere den Lehrkräften der Eidgenössischen Technischen Hochschule, den Herren Professoren Dr. A. Volkart und Dr. E. Rübel, und dem Herrn Konservator des Instituts für spezielle Botanik an der Eidg. Techn. Hochschule Dr. Walo Koch, die mir stets wohlwollendes, liebenswürdiges Entgegenkommen gezeigt haben, für ihre grosse Mühe und sachverständige Anleitung der wärmste Dank zum Ausdruck gebracht. Die Feststellung des Säuregehalts des Bodens ist in den Laboratorien der Züricher Versuchsanstalt Oerlikon und der Agrikulturchemischen Versuchsstation der Universität Tartu in Raadi erfolgt. Vielen Dank sage ich auch dem Direktor der Agrikulturchemischen Versuchsstation Herrn Professor A. Nõmmik und dem Vizechef der Versuchsanstalt Oerlikon Herrn E. Schmitz für ihre liebens-

würdige sachverständige Anleitung. Die meisten Moosarten sind von dem Frl. Mag. bot. S. Krastin bestimmt und von Herrn Privatdozent Dr. Paul Thomsen kontrolliert worden, denen ich hierbei für ihre Mühe meinen besten Dank ausspreche. Vielen Dank schulde ich ferner auch der Tartuer Universitätsverwaltung und der landwirtschaftlichen Fakultät, insbesondere ihrem Dekan Prof. Dr. P. Kõpp und Professor Dr. A. Mathiesen, die mich materiell durch in- und ausländische Stipendien unterstützt haben, wodurch mir die Möglichkeit geboten wurde, in der Heimat Forschungen anzustellen und mich im Auslande zu vervollkommnen. Dank sage ich endlich auch den Landwirten meiner Heimat, die mir bei meinen Forschungsreisen verschiedentlich behilflich gewesen sind, deren Namen hier aufzuzählen mir der Raummangel indessen verbietet.

Einleitung.

Auf dem Gebiete der Pflanzensoziologie wird schon seit längerer Zeit gearbeitet. Nach Rübel (1930 p. 16) stellte Linné die ersten Standortsbeobachtungen an, die dann von Schouw, Heer und Flahault fortgesetzt wurden, während die physiologische Pflanzensoziologie durch Wildenow, Humboldt und Grisebach bearbeitet wurde. In den fünfziger und sechziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts wurde die zielbewusste Vereinigung der standörtlichen und der physiognomischen Pflanzensoziologie in den Arbeiten von Sendtner (1854), Lorenz (1858), Kerner (1853) und Grisebach weiterentwickelt. Braun-Blanquet (1928 p. 263) nennt Kerner den eigentlichen Begründer der Lehre von der Gesellschaftsentwicklung. Warming (1895) stellte als erster die allgemeinen Merkmale des Vegetationswechsels auf. Nach Braun-Blanquet kommen den nordamerikanischen Forschern Cowles (1899) und Clements grosse Verdienste um die dynamisch-genetische Vegetationsforschung zu. Clements arbeitete die Methoden der dynamischen Vegetationsforschung aus und legte den Grund für die dynamisch-genetische Klassifizierung der Pflanzengesellschaften. In der Gegenwart hat sich die Pflanzensoziologie merklich entwickelt, leider jedoch in verschiedener Richtung, da eine Nomenklatur, die für die Untersuchungsmethoden sowohl als auch für die Klassifizierung der Verbände einheitlich gewesen wäre, sich nicht hat finden lassen wollen, obgleich gerade die letztere im Interesse der Erzielung einheitlicher Übersichten dringend erforderlich wäre. Gegenwärtig bestehen vier leitende pflanzensoziologische Schulen, die sich in dem oben dargelegten Sinne voneinander unterscheiden: 1) Zürich-Montpellier, 2) Skandinavien-Finnland, 3) England-Amerika und 4) die russische phytosoziologische Schule.

Floristisch ist Estland, das zu den früheren Ostseeprovinzen Russlands gehörte, von älteren Autoren eingehend untersucht worden. Die Arbeiten sind zum Teil veraltet und bedürfen einer Neubearbeitung. Die bedeutendsten Autoren auf diesem Gebiete sind: Fischer (1778, 1791), Grindel (1803), Friebe (1805), Luce (1823, 1829), Fleischer und Lindemann (1839), Wiedemann und Weber (1852), Fleischer und Bunge (1853), Schmidt (1864), Winkler (1877), Klinge (1882, 1883, 1885), Kupffer (1896), Skottsberg und Westergren (1900, 1901), Matson (1901), Dahlstedt (1901), Hilden (1921).

Ausser den obenerwähnten älteren Autoren haben sich mit der chorologischen Vegetationsuntersuchung beschäftigt Schmidt (1854, 1855), Glehn (1860), Sass (1860), Russow (1862, 1887), Gruner (1862, 1864), Pansch (1881), Lehmann (1895).

Auf dem Gebiete der genetischen Vegetationskunde sind die Arbeiten von Klinge (1890), Oettingen (1906) und Thomson (1927) zu nennen.

In letzter Zeit, nach der russischen Herrschaft, beginnen die Vegetationsuntersuchungen auf begrenzteren Gebieten und die Gruppierung der Pflanzendecke in Formationen; hier nenne ich die wichtigsten Beschreibungen: Thomson (1922, 1924 a, 1924 b), Granö (1922), Spohr (1925, 1926 a, 1926 b, 1928), Lepik (1925), Vilberg (1925, 1927, 1927 a, 1929 a, 1929 b), Gröntved (1927, 1931), Vester (1927), Blumberg (1927, 1930), Lippmaa (1928, 1929, 1932), Eklund (1929), Markus (1929), Eichwald (1930).

Die einzige pflanzensoziologische Vegetationsuntersuchung finden wir bei Regel (1921), wo einzelne Pflanzenassoziationen der Wiesen von Sangaste geschildert sind und dabei die Triebwägungsmethode angewandt wird.

Von Bekker (1919) ist eine kurze Übersicht über die Pflanzenassoziationen von Pühajärve erschienen, von Bekker und Audova (1923) ist eine geophysische und botanische Untersuchung des Sees Pühajärv vorhanden.

1. Allgemeine geographische und orographische Übersicht Estlands und insbesondere des Untersuchungsgebietes.

a. Lage, Grösse und territoriale Verteilung des Landes. Die Republik Estland liegt als Halbinsel zwischen der Ostsee, dem Finnischen und dem Rigaschen Meerbusen. Ausserdem gehört zur Republik auch noch der westlich vom Festlande belegene Inselarchipel.

Die mittlere geographische Breite liegt auf 58° 35′; die Breite zwischen den beiden äussersten Punkten beträgt 2° 15′. Der Mittelmeridian liegt auf 25° 3′ östlich von Greenwich und die grösste Entfernung des westlichsten Punktes vom östlichsten beträgt in Graden 6° 35′.

Das Areal der Republik umfasst 47 548,7 km², davon Inseln 4544,998 km² = 1%, Seen — 2326,38 km² = 0,5% (Rumma, 1924 p. 558).

b. Bodenbeschaffenheit und geologische Verteilung. Estland gehört zur osteuropäischen Tiefebene, die sich von der Ostsee bis zum Uralgebirge erstreckt.

Nach den Berechnungen von Granö (1925 p. 6) ist nahezu ein Sechstel des Landes 0—20 m hoch, etwas über ein Drittel 20—25 m und zwei Drittel 50—100 m hoch, und nur ein Zehntel des Landes erhebt sich über 100 m. Die höchste Erhebung des Landes erreicht 317 m, die durchschnittliche absolute Höhe beträgt ca 50 m.

In geologischer Hinsicht müssen die in Estland in paläozoischer Zeit entstandenen Silur- und Devonschichten unterschieden werden (Grewingk 1882, Schmidt F. 1884, 1885). Der im frühen Silur entstandene Kalkstein tritt in Nordestland und auf den Inseln stellenweise offen zutage, während in Südestland der später entstandene devonische Sandstein tiefer liegt und nur selten offen hervortritt.

Als Grenze dieser beiden Urgesteinsschichten zieht Bekker (1921 p. 8) die Linie Audru—Tori—Nava—Kassinurme—Kodavere. Ausserdem ruht ein geringer Teil im Südosten des Landes im Kreise Petseri auf devonischem Dolomit und Kalk. Das Grundgestein deckt eine Moränenschicht, die in Nordestland stellenweise dünner, in Südestland wesentlich dicker ist.

c. Bodenbeschaffenheit der Moränenlandschaft von Otepää und ihr Einfluss auf den Pflanzenwuchs. In der unregelmässig hügeligen Moränenlandschaft von Otepää, dem wichtigsten Gebiet meiner Untersuchungen, erhebt sich die Erdoberfläche in zwei Richtungen: nordöstlich streichend in der Linie Pangodi—Pühajärv—Kanepi und vom Pühajärv in südwestlicher Richtung in der Richtung auf Puka, Valga. Die hügelige Moränenlandschaft von Otepää, die schönste Akkumulationslandschaft der Eiszeit in Livland, bildet zwischen Tartu, Valga und Võru ein Dreieck. Die höchsten Punkte sind der Munamägi mit 244, der Harimägi mit 215 und der Meegastemägi mit 209 m. Die Hügel haben schroffe Hänge; solche von 25—40° sind durchaus gewöhnlich, während schroffere sich selten finden.

Die in der späten Eiszeit und später entstandenen Hügel der Moränenlandschaft von Otepää bestehen zum grössten Teil aus unsortierten Bestandteilen, doch findet sich auch sortiertes Material wie lehmiger Sand, sandiger Lehm, Lehm, stellenweise Kies und Sand. In der Regel finden sich im Bestande der Moränen auch Kalksteine und durch die Glazialzeit abgerundete Gesteine; letztere sind in der Grundmoräne kantig. Keine seltene Erscheinung bilden auch die grossen erratischen Granit- und Gneisblöcke skandinavischer Provenienz, die sich zerstreut auf Äckern sowohl als auch Wiesen finden.

d. Die Niederungen und Moore der Moränenlandschaft von Otepää. In den Urstromtälern, die zwischen den in der Diluvialperiode entstandenen Moränenhügeln sich hinziehen, und in den Kesseln und Niederungen auf sumpfigen Ebenen entwickeln sich Flach- und stellenweise Übergangsmoore, die sich ihrer Tiefe und der Zersetzungsstufe nach voneinander unterscheiden. Den Boden der Moore bildete vielfach während der Alluvialperiode am Grunde abgesetzter blauer Lehm, wie man ihn auf dem Grunde von Gräben häufig finden kann. Nicht selten findet sich auch Ton, Lehm, sandiger Lehm, lehmiger Sand, Sand und stellenweise auch Wassersand.

Der dichte undurchlässige mineralische Untergrund der Moore lässt nicht nur nicht das Wasser durch, sondern behindert auch den Abfluss des Schnee- und Regenwassers, wodurch das Grundwasser zumeist bis an die Oberfläche und sogar auch noch höher reicht und die Vermoorung des mineralischen Uferbodens fördert. Oft lässt sich beobachten, dass das Hochwasser sich durch Überflutung der Ufer in der Richtung des Gefälles einen Abfluss schafft, im Laufe der Zeit sich ein Talbett auswaschend, wenn es nicht durch Gräben abgeleitet wird. Im allgemeinen haben die Moore und Wiesen unter stehendem Wasser zu leiden.

Im Untersuchungsgebiet sind die Flachmoore verhältnismässig einheitlich und stark zersetzt, während die Übergangs- und Tiefmoore eine mittlere bis schwache Zersetzung aufweisen. In einem und demselben Moor lassen sich alle Zersetzungsstadien beobachten; so ist der nach dem Ufer hin belegene ältere und mehr mit Mineralboden versetzte Teil des Moors stärker zersetzt, während in der Mitte des Moors als seinem jüngeren Teil die Zersetzung weniger weit fortgeschritten ist. Der letztere Fall lässt sich namentlich an aus zugewachsenen Seen entstandenen Mooren beobachten; als Beispiele seien hier die zugewachsenen Moorseen: Mülke-, Keebi-, Antsu-, Annimatsi-, Koiula-, Pilkuse-, Mäda- und Väikejärv genannt neben einer ganzen Reihe anderer Moore, wo sich sämtliche Stadien der Zersetzung finden lassen.

Nach den Untersuchungen von Prof. Rinne (1927 p. 51) befinden sich 74% sämtlicher untersuchten Moore Estlands in einem günstigen Zersetzungsstadium und sind für landwirtschaftliche Pflanzenkultur tauglich. Von der Zersetzung des Moors hängt der chemische Bestand und die Versorgung der Pflanzen mit Nährstoffen ab. Entsprechend der Höhe des Grundwassers und den Stadien der Zersetzung haben sich in den Mooren Pflanzenassoziationen gürtelförmig ausgebildet, wie sich das nahezu in jedem Moor beobachten lässt (vgl. Figur 6). Die chemische Zusammensetzung der Moore ist zwar in den Mooren Nord- und Südestlands verschieden, wie die Untersuchungen von Johansen (1906 p. 78), Vegesack (1911 p. 3—8), Rinne (1926 p. 163) es beweisen, sie übt aber auf den Pflanzenwuchs keinen so grossen Einfluss aus wie die physischen Bedingungen, wie ich auf Kulturmooren habe beobachten können.

2. Die hydrographischen Bedingungen der Moränenlandschaft von Otepää.

Flüsse, Bäche, Quellen. Das Plateau von Otepää stellt eine Wasserscheide dar, von der in südwestlicher Richtung von grösseren Flüssen der Emajõgi, in nordwestlicher Richtung der Elva-Fluss und in nordöstlicher Richtung die Flussarme des Võhandu ihren Anfang nehmen; die letzteren sind am Orte unter verschiedenen Namen bekannt. An den Ufern der Flüsse und Bäche dehnen sich mässig überschwemmte Auwiesen aus.

Eine gewisse Wassermenge liefern den Flüssen und Bächen zahlreiche, in etwa $^1/_3$—$^1/_4$ der Höhe der Hügel entspringende Quellen, wie sich dieses an den Erhebungen Muna-, Hobuse-, Mülke-, Meegaste-, Trepi-, Papimägi beobachten lässt. Ein Teil der Quellen ist wasserreich und bildet Bächlein, die allmählich zu Flüssen anschwellen, während die kleineren Quellen bloss im Frühjahr und nach einem Regen Wasser geben und im Hochsommer austrocknen. Die Umgebung der Quellen ist reich an Sickerkalk; so konnte ich in der Tiefe von 25 cm eine Menge von 87% CaO konstatieren (den Kalkgehalt bestimmte ich nach Schübeler; die Bodenproben wurden den Hängen des Trepi- und Tammemägi entnommen). In der Umgebung der Quellen sind *Carex caespitosa*-Assoziationen verbreitet, die in Uferwiesen übergehen.

Seen. Die Seen der Otepääschen Moränenlandschaft stellen Bildungen der späten Eiszeit dar (Bekker 1921 p. 48); sie liegen in Gruben zwischen Hügeln und haben steile Ufer, die sich an den Hängen empor fortsetzen. Seen mit flachen Ufern und Hängen finden sich nicht; so beschnitten sind bloss vereinzelte Seeufer, wie an dem See Nüplijärv beim Välgi-Gesinde und am Pühajärv zwischen dem Sulaoja-Bach, dem Gesinde Vana-Kolga und der Insel Sõsarde, wo der Boden flach ist und das Rohr bei einer Wassertiefe von 0,5—2 m bis zur Insel wächst. Die Seeufer sind sandig oder schlammig. Sandige, kiesige Ufer finden sich vornehmlich an Seen mit hohen Ufern, während Schlammufer dort beobachtet werden können, wo das Wasser flach ist und die Hänge in grösserer Entfernung vom Ufer ansteigen. Diese Erscheinung lässt sich nicht bloss im Bereich meiner Untersuchungen nachweisen, sondern auch anderorts.

Die Seen von Otepää gehören zu den eutrophen Seen (Thienemann 1921 p. 1). Das Wasser dieser Seen ist grünlich bis gelb, wenig durchsichtig, reich an Nährstoffen, was aus dem reichlichen Vorkommen von Plankton geschlossen werden kann.

Sumpfseen, an denen das Untersuchungsgebiet reich ist, sind nichts weiter als Relikte der eutrophen Seen. Das Wasser in ihnen ist flach, bläulichgrün, durchsichtig, arm an Nährstoffen, Plankton ist sehr wenig vorhanden. Den Boden der Sumpfseen bedeckt typischer Seeschlamm, der stellenweise bis zu 10 m Tiefe und tiefer hinabreicht. Das von den Äckern in die Sumpfseen fliessende Regenwasser, das zwar Nährstoffe mit sich führt, wird durch das Moos, welches die den See umgebenden Sumpfgürtel bedeckt, gleichsam filtriert, so dass es arm an Nährstoffen in den See gelangt, diesen nicht düngt und ihm ein oligotrophes Ansehen verleiht.

Das Zuwachsen der Sumpfseen erfolgt sowohl durch Über- als auch durch Durchwachsung (v. Oettingen 1906 p. 30, Leo von zur Mühlen p. 22), wozu hauptsächlich die Schösslinge aussendenden Helophyten beitragen, indem jene ins offene Wasser vorgeschoben werden. An den Ufern der Sumpfseen fördern das Zuwachsen *Comarum palustre*, *Menyanthes trifoliata*, *Aspidium Thelypteris* u. a., das Durchwachsen *Nyphar luteum*, *Nymphaea alba*, *Stratiotes aloides*, *Utricularia vulgaris* und *Chara* div. sp.

Bei Spätfrösten im Frühjahr leidet, wie oben erwähnt, der Pflanzenwuchs der Wiesen beim Sinken der Temperatur, während die Seepflanzen, vom Wasser geschützt, vom Frost verschont bleiben und sich daher von Temperaturschwankungen unabhängiger entwickeln können, wodurch sich die Ähnlichkeit der Pflanzendecke der Wasserwiesen in arktischem und subarktischem Klima erklärt.

3. Klima.

a. Temperatur. Estland liegt zwischen der kontinentalen und der Seeklimazone; daher sind die Herbste wärmer und die Frühjahre kühler, was sich besonders deutlich in der Nähe des Meeres und im Binnenlande bemerkbar macht.

Die Durchschnittstemperatur (Kurrik 1925 p. 65) beträgt in

Tallinn im April 2,2°, im Oktober 5,9°
Tartu „ „ 3,5°, „ „ 4,9°

Nach der Einteilung von Köppen gehört Estland zum subarktischen Klimagürtel, wo die Durchschnittstemperatur der vier wärmeren Monate Mai, Juni, Juli, August über 10° C beträgt. Die durchschnittliche Sommertemperatur beträgt in ganz Estland ziemlich gleichmässig 17° C. In meinem Untersuchungsgebiet, in Otepää, das von Tartu nach Süden in der Luftlinie 32 km entfernt ist, gestaltete sich die Temperatur nach Sresnewsky (1913 p. 62) im Laufe von 25 Jahren auf Grund der durchschnittlichen Beobachtungsdaten folgendermassen:

Tabelle 1.

Temperaturschwankungen im Durchschnitt von 25 Jahren.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Jahr
Sangaste	—6.9	—8.1	—4.9	2.8	10.2	15.1	16.6	14.8	9.2	4.0	—1.1	—4.9	3.9
Pühajärv	7.3	—9.0	—5.0	2.8	10.6	14.8	17.0	15.1	9.4	4.4	—1.2	—5.8	3.8
Hellenurme	—6.6	—7.7	—4.9	3.0	10.2	14.4	16.7	14.7	9.6	4.3	—0.8	—5.0	4.0
Tartu	—6.6	—7.7	—4.9	2.4	9.5	14.4	16.3	14.2	9.2	4.2	—0.8	—4.8	3.8
Durchschnitt	—6.9	—8.1	—4.9	2.8	10.1	14.7	16.6	14.7	9.4	4.2	—1.0	—5.1	3.9

Wie aus den Daten dieser Tabelle zu ersehen, sinkt die Temperatur im Januar und Februar am tiefsten und erreicht im Juli ihren Höhepunkt. Ich habe in der zweiten Hälfte des Mai und sogar noch Anfang Juni bei Nordwinden späte Nachtfröste beobachtet, bei denen die Spitzen der Pflanzen erfroren, wie beispielsweise *Anthoxanthum odoratum*, das sich bei uns ziemlich früh in der *Nardus stricta*-Assoziation entwickelt und am häufigsten unter Spätfrösten leidet, namentlich auf von Moor umgebenen Trockenwiesen, auf denen der erfrorene obere Teil der Halme ein strohiges Aussehen annimmt, das inmitten des Grüns der übrigen Pflanzen in die Augen fällt.

Prof. Rinne (1927) stellte in Tooma, das im Gebiet des Endla-Moores liegt, in den Jahren 1923—25 während der gesamten Wachstumsperiode der Pflanzen auf dem Moor um 4—4,7° C höhere Temperaturschwankungen fest als auf dem mineralischen Boden. Da die Moore schlechte Wärmeleiter sind und im Frühling unter Hochwasser leiden, geht ihr Auftauen nur langsam vor sich. So fand ich im Jahre 1927 noch am 23. Juni im

Liivaku-Mädajärve-Moor in ein Meter Tiefe eine gefrorene Schicht, wie ich das auch schon früher Mitte Juni beim Torfstechen hatte beobachten können.

Die Abkühlung des Moorbodens geht im allgemeinen schneller vor sich als die Abkühlung des Bodens der Trockenwiesen, wie sich das nach Sonnenuntergang beobachten lässt, wo die infolge der Strahlung mit Feuchtigkeit gesättigte Luft Tau und Nebel erzeugt. Die Abkühlung wird in den Mooren durch die stärkere Feuchtigkeit und die dünne Pflanzendecke gefördert, die auf Moorwiesen aus Halmpflanzen und Moosen besteht, deren Blätter den Boden weniger beschatten, während sich auf Trockenwiesen neben den Halmpflanzen zahlreiche breitblättrige Pflanzen befinden, deren Blätterdach die Strahlung behindert, wodurch sich ein geringerer Feuchtigkeitsgehalt ergibt.

b. Nebel. In den Küstenpartien ist Nebel im Frühjahr häufig, während sich im Binnenlande Nebel häufiger im Herbst, namentlich im Oktober bildet, weniger im Mai und Juni. Kurrik (1925 p. 72) errechnet für Tartu, das für das ganze Binnenland charakteristisch ist, für das Jahr 31 neblige Tage.

c. Bewölkung. Die grösste Anzahl bewölkter Tage entfällt in Estland auf den November, die geringste auf den April. Die durchschnittliche Bewölkung beläuft sich nach der in 10 geteilten Skala berechnet für die Mitte des Landes auf 5—5,5. Für Tartu wird die Anzahl der bewölkten Tage nach den vorliegenden Durchschnittsdaten auf 177 im Jahre geschätzt.

d. Niederschläge. Nach der Einteilung von Supan (1898 p. 178—181) gehört Estland zu den Gebieten mit mässigen, periodischen und auf die Jahreszeiten gleichmässig verteilten Niederschlägen. Die mittlere Niederschlagsmenge für das Jahr beträgt im Durchschnitt von 30 Jahren 535 mm (Kurrik 1925 p. 68).

Im allgemeinen ist die Niederschlagsmenge in Estland und im Untersuchungsgebiete im Mai geringer als im Juni, doch reicht die Feuchtigkeitsreserve des Winters so weit, dass der Graspflanzenwuchs nicht darunter leidet; der Juni dagegen bringt genügend Niederschläge und Wärme, so dass der Pflanzenwuchs stark gefördert wird. Nicht selten kommt es vor, dass Ende Mai und Anfang Juni die Niederschläge in Gestalt schwerer Regengüsse niedergehen, die von den Wurzelstöcken der jungen Halmpflanzen noch nicht genügend fest fixierte Teilchen des

frisch kultivierten Bodens der Acker mit sich reissen und an tieferen Stellen auf Wiesen ablagern, wodurch eine Vermischung des Humus mit mineralischer Erde vor sich geht und bessere Wachstumsbedingungen geschaffen werden.

Mein Untersuchungsgebiet ist relativ reich an Niederschlägen, wie aus der beigefügten Tabelle zu ersehen.

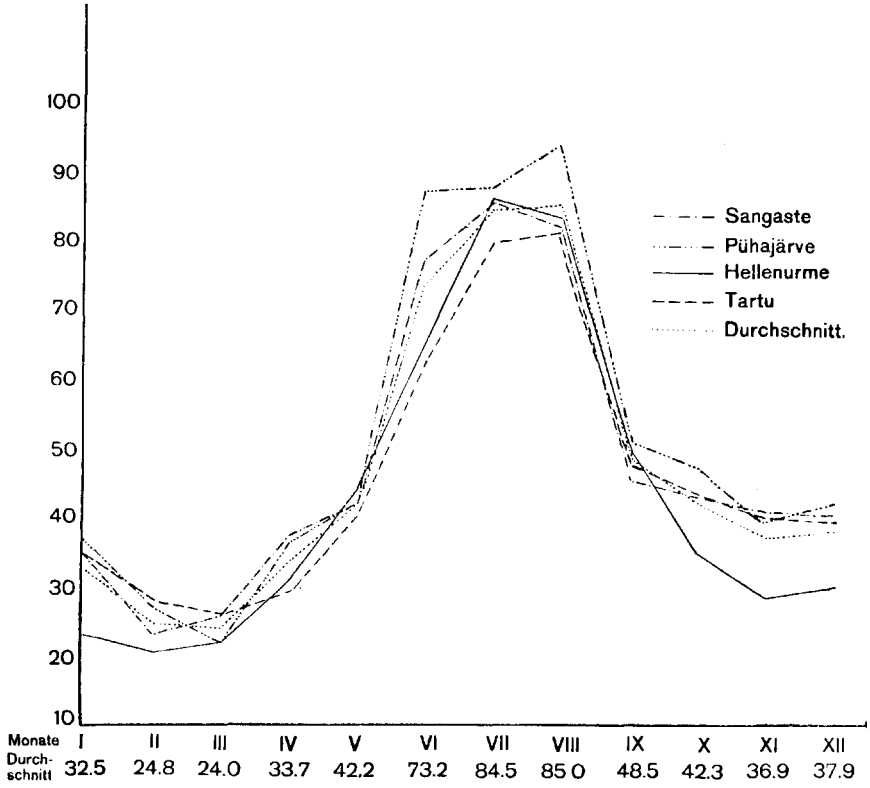


Tabelle 2 und Diagramm 1.

Menge der Niederschläge im Durchschnitt von 25 Jahren.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Jahr
Sangaste	34.8	23.3	25.9	37.5	42.1	76.9	85.4	81.8	45.5	42.8	40.2	40.5	576.7
Pühajärv	36.9	27.1	22.0	36.4	42.1	86.9	87.2	93.8	51.2	47.3	39.1	41.8	611.8
Hellenurme	23.2	20.5	22.0	31.0	44.0	66.7	85.6	83.2	49.2	34.7	28.3	29.8	518.2
Tartu	34.9	28.1	26.0	29.8	40.6	62.4	79.6	81.2	48.1	43.3	40.0	39.3	553.3
Durchschnitt	32.5	24.8	24.0	33.7	42.2	73.2	84.5	85.0	48.5	42 3	36.9	37.9	565.0

Nach den Daten dieser Tabelle sind Sangaste und Pühajärv reicher an Niederschlägen, Hellenurme und Tartu ärmer. An der Spitze steht Pühajärv mit 611,8 mm, es folgen Sangaste mit 576,7, Tartu mit 553,3 und Hellenurme mit 518,2 mm. Von den Niederschlägen entfielen in Pühajärv auf die Sommermonate 408,5 mm., auf die Wintermonate hingegen bloss 203,3 mm, in Tartu auf den Sommer 395,2, auf den Winter 198,1 mm. Die grössere Menge der Niederschläge für Pühajärv und Sangaste erklärt sich zum Teil durch deren Höhenlage, welche die Wirkung der Niederschläge mit sich führenden Westwinde begünstigt.

e. Schneedecke. Die Schneedecke hält sich in der hügeligen Moränenlandschaft von Otepää länger als auf ebenem Boden. In Otepää schneite es im Jahre 1923 (nach den meteorologischen Angaben der Universität Tartu pp. 218—223) zwischen dem 20. November und dem 29. April, mithin lag der Boden 161 Tage unter Schnee, während diese Periode für die Umgegend von Tartu bloss 144 Tage betrug und die Schneedecke hier bereits am 23. April abschmolz. Selbstverständlich hat die Moränenhügel-Landschaft keinen Einfluss auf den Schneefall, vielmehr schmilzt der in den Tälern und Gruben zusammengewehte tiefe Schnee langsamer ab, so dass man hier nicht selten noch Mitte Juni Schnee antreffen kann. Die kleinen an den Nordhängen sich findenden Schneetriften üben zwar keinerlei Einfluss auf das Klima der Umgebung aus, wohl aber auf die Entwicklung der Pflanzenwelt. Ein lang andauernder Winter behindert die Zersetzung der organischen Stoffe, wohingegen ein relativ genügend langer, an Niederschlägen reicher Sommer die unentwässerten Moore feucht erhält und damit günstige Vorbedingungen für die Vermoorung schafft.

4. Über die Untersuchungsmethode.

Die Pflanzendecke hat sich im Laufe der Zeit verschiedenen Umwandlungen unterwerfen müssen, welche von verschiedenen Faktoren bewirkt worden sind.

In der vorliegenden Arbeit habe ich mich bemüht, die Umwandlungen und die Weiterentwickelung der Vegetation in den

Seen und Niederungsmooren des Otepääschen Moränengebiets nach Möglichkeit zu erläutern und zu systematisieren.

Assoziation. Bei der Zusammenstellung der vorliegenden Arbeit sind die von der pflanzensoziologischen Schule von Zürich-Montpellier aufgestellten Methoden (Braun-Blanquet 1928) zur Anwendung gelangt. Als Basis ist meiner Arbeit der Begriff der Pflanzenassoziation zugrunde gelegt, wie er von Flahault und Schröter auf dem III. Internationalen Botanikerkongress in Brüssel im Jahre 1910 in folgendem Wortlaut aufgestellt worden ist: „Eine Assoziation ist eine Pflanzengesellschaft von bestimmter floristischer Zusammensetzung, einheitlichen Standortsbedingungen und einheitlicher Physiognomie" (vergleiche Rübel 1930 p. 17).

Jede Assoziation hat ihre Charakterarten, die sich in anderen Assoziationen nicht finden und die daher die floristische Individualität der Assoziation ausweisen und deren ökologische Merkmale darstellen. Mit Hilfe dieser Charakterarten ist es möglich, die Entwicklungsstufe der Assoziationen festzustellen und diese zu höheren floristischen Assoziationsverbänden und Assoziationsordnungen zusammenzufassen.

Zur Bezeichnung der Assoziationen habe ich mich der internationalen Ausdrucksweise bedient, welche dem Stamm des die Assoziation darstellenden Gattungsnamens das Suffix *-etum* anhängt, während die Artnamen im Genitiv stehen. Z. B. *Carex caespitosa* — *Caricetum caespitosae.*

Unter Subassoziation verstehe ich eine Pflanzengesellschaft, in welcher eine bestimmte Differentialart (Walo Koch 1926 p. 16, Braun-Blanquet 1928 p. 21) hervorsticht, die in anderen Assoziationsausbildungen fehlt resp. nur schwach entwickelt ist; in Ausnahmefällen treten hier auch eigene Charakterarten auf. Zur Bezeichnung der Subassoziation gebrauche ich nach Walo Koch das Suffix *-et-osum*, das dem Gattungsnamen der Differentialart angehängt wird. Z. B. *Caricetum rostratae caricetosum gracilis* (Subassoziation der Schlanken Segge der Assoziation *Carex rostrata*).

Die Fazies stellt die verschiedenartige Entwicklungsweise der Assoziation dar und unterscheidet sich von der Assoziation durch die zahlenmässige Menge gewisser Begleitarten. Zur Bezeichnung der Fazies gebrauche ich nach Walo Koch das

Adjektivsuffix *-osum*, das quantitativ die vertretene Art umfasst. Z. B. *Caricetum caespitosae crepidosum palustris.*

Assoziationsfragment. Jede Pflanzengesellschaft muss ihre charakteristische Kombination von Arten aufweisen, zwischen denen eine normale Verknüpfung statthaben muss. Ist in einem Vegetationsfleck aus irgendwelchen Gründen die Entwicklung gehemmt worden, sei es durch physikalische oder chemische Eigenschaften des Bodens oder anderweitig, und ergibt sich infolgedessen kein abgerundetes Bild einer Assoziation, so nennt man derartige unvollkommen entwickelte Gesellschaften Assoziationsfragmente.

Assoziationsverband. Floristisch einander nahe stehende Pflanzenassoziationen habe ich nach Walo Koch (1926 p. 17) und Braun-Blanquet (1928 p. 312) auf Grund der in ihnen vertretenen Charakterarten zu Verbänden vereinigt. Die Charakterarten der Verbände stellen die Pflanzen dar, die in zahlreichen Assoziationen vertreten sind und hierdurch deren floristische Verwandtschaft zeigen. Zur Bezeichnung des Assoziationsverbandes gebrauche ich das bei den oben aufgeführten Autoren gebräuchliche Suffix *-ion*, welches dem Stamm des Gattungsnamens angehängt wird. Z. B. *Carex Goodenoughii — Caricion Goodenoughii.*

Ordnung. Die Pflanzenverbände ergeben gemeinsam ihrerseits einen umfassenderen Begriff, die sogenannte Gesellschaftsordnung. Auch diese hat ihre eigenen Charakterarten, welche die gemeinsamen ökologischen Züge der zur Ordnung vereinigten Verbände charakterisieren. Zur Bezeichnung der Ordnung verwende ich das zusammengesetzte Suffix *-etalia*, das der Wurzel des Namens der wichtigsten Assoziation der Ordnung angehängt wird. Z. B. *Caricetalia Goodenoughii.*

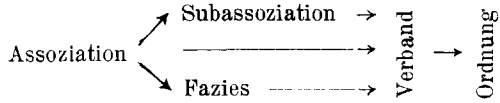
Klasse. Die Ordnungen können eine höhere soziologische Einheit, die Klasse, bilden, in der sich ebenfalls zahlreiche Charakterarten finden und durch scharf hervortretende edaphische Merkmale abweichende Differenzen hervorgerufen werden.

Ausführung der Gesamtschätzung.

Die Mengenverhältnisse (Abundanz und Dominanz) der Arten habe ich nach der Gesamtschätzungs-Methode der sechsstufigen Skala von Braun-Blanquet (1928 p. 30) bestimmt,

Tabelle 3. Übersichtliche Tabelle zur Bildung der pflanzensoziologischen Einheiten.

Assoziation — Suffix *-etum.*
Subassoziation — das zusammengesetzte Suffix *-etosum.*
Fazies — adjektivisches Suffix *-osum.*
Verband — Suffix *-ion.*
Ordnung — das zusammengesetzte Suffix *-etalia.*



Zwei oder mehr Ordnungen bilden zusammen eine Klasse.

wo die Zeichen und Zahlen in einer Zahl ausgedrückt sind und folgendes bedeuten:

+ — spärlich oder sehr spärlich vorhanden, Deckungswert gering,
1 — reichlich, aber mit geringem Deckungswert,
2 — sehr zahlreich oder mindestens $^1/_{20}$ der Aufnahmefläche deckend,
3 — Individuenzahl beliebig, $^1/_4$—$^1/_2$ der Aufnahmefläche deckend,
4 — Individuenzahl beliebig, $^1/_2$—$^3/_4$ der Aufnahmefläche deckend,
5 — mehr als $^3/_4$ der Aufnahmefläche deckend.

Die Schätzung der Soziabilität habe ich nach der Fünferskala von Braun-Blanquet (1928 p. 32) bestimmt, wo die Zahlen folgenden Inhalt zeigen:

1 — einzeln wachsend,
2 — gruppen- oder horstweise wachsend,
3 — truppweise wachsend,
4 — in kleinen Kolonien wachsend oder ausgedehnte Flecken oder Teppiche bildend,
5 — in grossen Herden.

Die Probefläche, ihre Gestalt und Umfang. Die Probeflächen habe ich nicht zufällig gewählt, vielmehr nach ihrer floristischen Ähnlichkeit. Braun-Blanquet (1928 p. 23) betont die ausschlaggebende Wichtigkeit der Probefläche, jede Fläche sei daher gesondert zu beobachten. Wer sich mit offenen Augen in der Natur umgesehen hat, weiss, dass einzelne Arten sich an gewissen Stellen in grösserer oder gar überwiegender Anzahl finden, während sie an anderen Stellen in gemischte Bestände übergehen oder gar völlig verschwinden. Durch rich-

tige Wahl der Probeflächen war es möglich die Ursachen dieser Abweichungen zu verfolgen.

Die Probeflächen umfriedete ich in einer quadratischen Grösse von $10 \times 10 = 100$ m² mit einem Seil aus Seegras; in einzelnen Fällen mussten auch kleinere Probeflächen gewählt werden. Bei der Abgrenzung von Wasserwiesen-Assoziationen, wo die Ziehung eines Seils mit Schwierigkeiten verbunden war, vermerkte ich die Grenzpunkte durch Stöcke, die ich an den Ecken des Quadrats aufstellte. In diesem Falle konnte der genaue Umfang nicht stets eingehalten werden und es galt sich mit einer annähernd richtig bemessenen Probefläche zu begnügen.

Für die Erforschung der Pflanzenverbände sind Probeflächen sehr verschiedener Grösse im Gebrauch, so finden wir bei Raunkiaer (1909) 0,01—10 m², du Rietz (1921) 1 m², Osvald (1923), Wilberg (1927), Teräsvuori (1926, 1927) 1—4 m², bei Alechin (1926) und seinen Schülern Awerkiew, Schadowskij, Smirnow, Uranow 100 m², Markus (1929) 100 m², während Palmgren (1915—1917) und Ilvessalo (1922) bei der Erforschung von Gehölzwiesen und Waldtypen noch grössere Probeflächen benutzten.

Die Anzahl der Probeflächen habe ich nicht überall gleichmässig eingehalten. Sie schwankte bei der Beschreibung der Assoziationen zwischen 12 und 17, während ich mich bei der Erforschung der Subassoziationen und Fazies auf eine geringere Anzahl von Probeflächen beschränken musste. Nach Beschreibung der Pflanzendecke der Probefläche schritt ich an die Prüfung des Bodens, dem zuerst mit der Sonde Orientierungsproben an 3—4 verschiedenen Stellen der Probefläche entnommen wurden, worauf an die Entnahme von Bodenproben geschritten wurde.

Solche Bodenproben sind der Probefläche an zwei Stellen möglichst vertikal entnommen worden in einer Tiefe von 5—25 cm. so dass die Probe vornehmlich dem Boden im Verbreitungsgebiet der Wurzeln entstammt. Die an zwei Stellen entnommenen Bodenproben wurden vermischt und der Mischung eine Durchschnittsprobe in einer Menge von ca 500 gr. zur Feststellung von pH entnommen. Die Probe wurde in sauberes Pergamentpapier verpackt und mit der Nummer der Probefläche und dem Datum versehen. Die makroskopische Bestimmung des

Bodens wurde an Ort und Stelle nach Prof. Nõmmik (1925 p. 32) durchgeführt:

Lehmboden — über 50% Lehm,
Sandlehmboden — 50 bis 20% Lehm,
Lehmsandboden — 20 bis 5% Lehm,
Sandboden — unter 5% Lehm.

Gleichfalls makroskopisch erfolgte die Bestimmung des Torfs, wobei die vereinfachte 5-stufige Skala von Post (1924 p. 291) zugrunde gelegt wurde.

H_1 — Vollständig bis beinahe vollständig unhumifizierter und dyfreier Torf; beim Quetschen in der Hand geht nur klares oder fast klares, farbloses oder nur schwach gelbbraunes Wasser zwischen den Fingern ab.

H_2 — Sehr wenig bis schwach humifizierter oder sehr schwach bis etwas dyhaltiger Torf; beim Quetschen geht deutlich trübes oder stark trübes Wasser, aber noch keine Torfsubstanz zwischen den Fingern ab; der Rückstand gar nicht oder nur etwas breiartig.

H_3 — Ziemlich humifizierter oder ziemlich dyhaltiger Torf; die Pflanzenstruktur noch deutlich bis undeutlich, aber etwas verschleiert; beim Quetschen geht etwas Torfsubstanz zwischen den Fingern ab, hauptsächlich aber handelt es sich hier um trübes braunes Wasser; der Rückstand ist stark breiartig, aber mit deutlicher hervortretender Pflanzenstruktur, als in dem ungequetschten Torfe.

H_4 — Stark bis sehr stark humifizierter oder stark bis sehr stark dyhaltiger Torf, dessen Pflanzenstruktur noch ziemlich erkennbar ist; beim Quetschen geht etwa die Hälfte bis $^2/_3$ zwischen den Fingern ab; der Rückstand besteht hauptsächlich aus mehr resistenten Bestandteilen, wie aus Wurzelfasern, Holzresten u. dgl.

H_5 — Fast vollständig bis vollständig humifizierter oder fast bis ganz dyartiger Torf, beinahe oder ganz ohne erkennbare Pflanzenstruktur; beim Quetschen dringt die ganze Torfmasse zwischen den Fingern heraus.

Die Bodenproben wurden am selben oder am nächsten Tage nach der Entnahme auf Papier ausgebreitet und in kühlem Luftzuge 3—4 Tage getrocknet, so dass keine Gärung der Proben eintreten konnte. Die lufttrockene Erde wurde durch ein 2 mm-Sieb gelassen und zur Bestimmung von pH auf elektrometrischem

5. Übersicht über die Pflanzengesellschaften.

Tabelle Nr. 4.

Ordnung	Verband	Assoziation	Subassoziation und Fazies
		Bidentetum tripartiti	*Bidentetum tripartiti polygonosum hydropiperis*
			„ „ *ranunculosum scelerati*
		(*Sparganietum ramosum*)	
		Heleocharetum palustris	
		Potametum perfoliati	*Potametum perfoliati potametosum lucentis*
			„ „ *potamosum natantis*
			„ „ *potamosum praelongi*
Potametalia	*Potamion eurosibiricum*	*Potametum mucronati*	
		Myriophylleto verticillati Nupharetum	*Myriophylleto-verticillati Nupharetum nupharosum luteum*
			„ „ „ *nymphaeosum albae*
		Stratiotetum aloidis	*Stratiotetum aloidis hydrocharosum morsus ranae*
			„ „ *lemnosum*
		Schoenoplecteto-Phragmitetum	*Schoenoplecteto-Phragmitetum phragmitosum*
			„ „ *schoenoplectosum*
			„ „ *sagittariosum sagittifoliae*
	Phragmition communis		„ „ *typhosum*
			„ „ *glyceriosum aquaticae*
			„ „ *phalaridosum*
			„ „ *graphephorosum*
			„ „ *acorosum*
Phragmitetalia		*Caricetum strictae*	*Caricetum strictae phragmitosum*
			„ „ *glyceriosum aquaticae*
			„ „ *phalaridosum arundinaceae*
			„ „ *caricosum gracilis*
	Magnocaricion		„ „ *agrostidosum albae*

		Caricetum rostratae	*Caricetum rostratae caricetosum vesicariae*
			„ „ „ *gracilis*
			„ „ „ *distichae*
			„ „ *equisetosum heleocharis*
			„ „ *menyanthidosum trifoliatae*
			„ „ *caricosum limosae*
			„ „ *eriophorosum angustifolii*
			„ „ *caricosum Goodenoughii*
		Caricetum limosae	*Caricetum limosae trichophorosum alpini*
			„ „ *scheuchzeriosum palustris*
			„ „ *caricosum chordorrhizae*
	Nanocaricion	*Caricetum lasiocarpae*	*Caricetum lasiocarpae menyanthidosum trifoliatae*
			„ „ *caricosum limosae*
			„ „ „ *strictae*
Caricetalia		*Caricetum Goodenoughii*	*Caricetum Goodenoughii equisetosum palustris*
			„ „ *caricosum paniceae*
			„ „ „ *flavae*
	Caricion		„ „ *deschampsietosum caespitosae*
	Goodenoughii	*Caricetum caespitosae*	*Caricetum caespitosae creposum palustris*
			„ „ *cirsiosum oleracei*
			„ „ *scirposum silvatici*
			„ „ *polygonosum bistortae*
			„ „ *trifoliosum pratensis*
			„ „ *filipendulosum ulmariae*
		Nardetum strictae balticum	*Nardetum strictae festucosum ovinae*
Nardietalia	*Nardion strictae*		„ „ *alectrolophosum minoris*
			„ „ *(antennariosum dioicae)*
		(Deschampsietum flexuosae)	

Wege von der Mineralerde 20, vom Torf 10 gr abgewogen. Die gewogene Erde wurde in einen 250—400 ccm fassenden Erlenmeyerschen Glaskolben übergeführt und 80 ccm Wasser hinzugegossen, die Probe dann kräftig durchgeschüttelt, mit Papier bedeckt und stehen gelassen, das Durchschütteln nach je einer Stunde mehrfach wiederholt und dann die Mischung bis zum nächsten Morgen stehen gelassen. Nach Verlauf von 12 Stunden wurde die Bodenaufschlemmung nochmals kräftig durchgeschüttelt, 20 ccm der Mischung in ein Reagenzgläschen gegossen und 40 mgr Chinhydron hinzugesetzt. Die mit Chinhydron versetzte Bodenaufschlemmung wurde dann vorsichtig mehrere Sekunden lang durchgeschüttelt und hierauf nach 15 Min. Pause zur Bestimmung von pH geschritten, die durch gewöhnliche potentiometrische Messung, wie sie in den Versuchsstationen in Oerlikon und Raadi in Gebrauch ist, erfolgte. Jede Probe wurde parallel bestimmt und aus den erhaltenen Daten der Durchschnitt gezogen. Bei der Bestimmung von pH schwankte die Temperatur des Laboratoriums in den Grenzen der Zimmertemperatur.

Das *Bidentetum tripartiti.*

Bidentetum tripartiti ist an schlammigen Ufern von Teichen, Mühlenteichen, Seen und Flüssen und in trocken gelegten Torfgruben verbreitet. Zu seiner Entwicklung bedarf es lockeren Schlammes, der im Frühjahr überschwemmt wird und sich den Sommer hindurch feucht und frisch erhält. Das Wasser führt Nährstoffe mit sich und auf der Oberfläche des Bodens lagert sich eine Schlammschicht ab, die das Wachstum der Moose verhindert, wodurch der Bestand der Assoziation gesichert ist. Bleibt dagegen die Überschwemmung aus und wird kein Schlamm auf die Oberfläche aufgetragen, so senkt und verschliesst sich das Substrat, es wird anaerob und beginnt sich mit einer Moosdecke zu überziehen, so dass die Assoziation vernichtet wird.

Die Assoziation ist auf mittel-säuerlichen oder schwach säuerlichen bis neutralen Böden verbreitet, pH schwankt zwischen 6,47 und 7,15 (siehe Tabelle 5).

Aus der beigefügten Tabelle ist ersichtlich, dass die Existenz der *Bidens tripartitus*-Assoziation edaphisch und ökologisch bedingt ist. Als Charakterarten der genannten Assoziation treten die Terophyten *Bidens tripartitus*, *Bidens cernuus*, *Polygonum*

Tabelle 5.

Bidentetum tripartiti.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ökologische Charakteristik:										
Grösse d. Assoziationsaufnahme in m²	100	100	38	60	100	80	60	100	100	30
Exposition	fast flach									
Boden der Wurzelschicht	Lockerer Schlamm									
pH der Wurzelschicht	6.7	6.82	7.0	7.02	6.8	6.68	7.15	7.04	6.83	7.15
Floristische Zusammensetzung.										
Charakterarten:										
Bidens tripartitus L.	2.5	3.5	2.3	**3.4**	1.2	3.4	2.3	1.2	3.4	1.2
Bidens cernuus L.	—	—	—	+2	—	+1	+1	+2	—	—
Polygonum hydropiper L.	2.2	1.2	—	—	+1	—	1.2	1.2	2.3	—
Ranunculus sceleratus L. f. *typicus* Lindm.	2.2	—	—	–	—	+1	—	+2	+1	—
Begleiter:										
Rumex maritimus L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	+1
Agrostis alba L. v. *prorepens Aschers.*	—	2.3	—	—	2.3	2.2	2.2	+1	1.2	—
Alopecurus geniculatus L.	1.1	—	—	2.2	—	—	—	+1	—	1.2
Polygonum lapathifolium L.	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—
Polygonum amphibium L. v. *terrestre* Leys.	+1	—	—	1.2	—	—	—	—	—	+1
Polygonum persicaria L.	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—
Alisma plantago L. v. *terrestre*	1.2	+1	—	—	—	+2	—	+1	—	—
Heleocharis palustris (L.) R. Br.	+1	—	—	—	—	+1	—	+1	—	1.1
Ranunculus repens L.	—	1.2	—	—	1.2	—	—	—	—	—
Nasturtium palustre (Leys.) DC.	1.2	—	—	—	—	+1	—	+1	+1	+1
Lycopus europaeus L.	—	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—
Mentha aquatica L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Veronica beccabunga L.	—	—	—	—	+1	—	+1	—	+1	—
Zufällige:										
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—
Caltha palustris L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Scirpus silvaticus L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Rumex aquaticus L.	—	—	+1	—	+1	—	+1	—	—	—
Triglochin palustris L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Equisetum palustre L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Juncus bufonius L.	—	1.1	—	—	1.1	+1	—	—	—	—
Catabrosa aquatica (L.) P. B.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	1.1	—	—	—	—	—	—	1.2	—
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Carex gracilis Curt.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Butomus umbellatus L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Glyceria fluitans (L.) R. Br.	1.2	+1	—	2.2	2.2	—	—	—	—	1.1
Potentilla anserina L.	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—	—
Epilobium palustre L.	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—
Alnus glutinosa (L.) Gaertn.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Stachys palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Phalaris arundinacea L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 5.

1. Auf dem Boden des trockengelegten Sees Veskijärv bei der Ansiedelung Keeri. Gemeinde Meeri. 2. IX 28.
2. An der Quelle auf der Weide der landwirtschaftlichen Schule zu Vahi. Gemeinde Raadi. 14. IX 28.
3. Am Rande des Torfmoores des Gesindes Härjamäe. Gemeinde Pilkuse. 20. IX 28.
4. In der Umgebung einer Flachsweichgrube (Torfgrube) des Gesindes Karu. Gemeinde Luke. 30. VIII 28.
5. Am Strande des Sees Juusajärv. Gemeinde Vana-Otepää. 20. IX 28.
6. Am Strande des Sees Väikejärv in Elva bei der Mündung eines gezogenen Grabens. Flecken Elva. 26. VIII 28.
7. Am Strande des Sees Raadijärv bei der Mündung eines gezogenen Grabens. Gemeinde Raadi. 28. VIII 28.
8. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi unterhalb Tartu in den Grenzen der Stadt. 29. VIII 28.
9. Auf dem linken Ufer des Flusses Elvajõgi bei dem Gesinde Taburi. Gemeinde Meeri. 4. VIII 28.
10. Auf dem Ufer des Teiches Virulomp im Flecken Otepää. 24. VII 29.

hydropiper, *Ranunculus sceleratus* auf. *Bidens cernuus* ist in feuchteren Mitteln im Anfangsstadium der Assoziation vertreten.

Die Begleiter setzen sich, wo das Wasser auch im Sommer übersickert und das Substrat feucht erhält, zum grössten Teil aus Terophyten und den zu diesen sich gesellenden Helo-Hydrophyten *Agrostis alba* var. *prorepens* und *Glyceria aquatica* zusammen. Assoziationen, denen sich *Deschampsia caespitosa* (Aufn. 2,5), *Triglochin palustris*, *Rumex maritimus* und *Equisetum palustre* von abbauendem Charakter zugesellen, gehen in *Deschampsietosum caespitosae* und *Caricetum Goodenoughii* über.

Bidentetum tripartiti polygonosum hydropiperis wächst fleckenweise auf unbedeckten Teich-, See-, Flussufern und in Pfützen. Von grosser Bedeutung ist ein kräftiges feuchtes Mittel der Fazies. Eine kurze Sommerdürre vernichtet den Wuchs nicht. Vielfach ist der mit kümmerlichem Pflanzenwuchs bedeckte humusreiche Boden der Fazies bei trockenem Wetter gesprungen und zusammengezogen, und die aderartigen Sprünge stehen bis zum nächsten Regen offen, wo sie sich in der Feuchtigkeit wieder schliessen und eine gleichmässige ebene Krümel-Struktur ergeben. Der Boden ist mittelmässig und wenig sauer bis neutral, pH schwankt zwischen 5,73—7,12.

Zur Fazies gehören giftige, von den Tieren verschmähte Pflanzen, wie *Polygonum hydropiper*, *Sium latifolium*, *Ranunculus repens*, *Cardamine amara*, *Ranunculus flammula*, *Ranunculus sceleratus* f. *typicus*, *Thalictrum flavum*, *Alisma plantago* var. *terrestre*, *Caltha palustris*, *Oenanthe aquatica*, *Lysimachia vulgaris*. Praktisch genommen könnte man hier mit vollem Rechte von einer Giftpflanzen-Fazies reden.

Bidentetum tripartiti ranunculosum sceleratiist auf Auwiesen verbreitet. In Otepää am Ufer des Väike-Emajõgi ist sie nicht verbreitet, wohl aber unterhalb Tartu auf den Auwiesen des Emajõgi, wo die Abwässer aus der Stadt und dem Gute Jaama auf die Wiesen abströmen. Bei Austrocknung des Mittels kann die Fazies dem Deschampsietosum unterliegen, während sie sich bei zunehmender Feuchtigkeit zu Caricetum entwickelt.

Das *Heleocharetum palustris*.

Die *Heleocharis palustris*-Assoziation ist auf Auwiesen und an den Ufern von Flüssen und Seen auf mit Mineralerde gemischten Böden und Schlickschlamm verbreitet. Kleinere Mulden, in denen das Wasser sich den Sommer über an der Oberfläche hält, sind für das Auftreten der Reinbestände von *Heleocharis palustris* sehr geeignet, trocknet aber das Wasser im Sommer aus, so dass der Schlickschlamm auf dem Trockenen bleibt, so gesellen sich Übersiedler von den Auwiesen hinzu. Beide Fälle lassen sich unterhalb Tartu auf der Auwiese des Emajõgi beobachten. Die Assoziation ist auf neutralen Böden verbreitet.

Beim Ansammeln von Schlickschlamm gesellen sich giftige Helohydrophyten hinzu, wie *Sium latifolium*, *Butomus umbellatus*, *Polygonum amphibium* var. *terrestre*, *Alisma plantago* var. *terrestre*, *Caltha palustris*. Die von Schennikow (1919 p. 29) beschriebene *Heleocharis palustris*-Assoziation ist ökologisch sowohl als auch floristisch den auf den Auwiesen des Emajõgi verbreiteten Assoziationen sehr ähnlich.

Assoziationsverband *Potamion*.

Die Assoziationen des Verbandes Potamion sind die in Seen und Flüssen wohnenden azidiphilen, neutrophilen und basiphilen Wasserpflanzen-Gesellschaften. Zu diesem Verbande gehören

Potametum perfoliati, Potametum mucronati, Myriophylleto-verticillati Nupharetum, Stratiotetum aloidis und *Characetum.* Die letztgenannte ist von mir nicht untersucht worden.

Das *Potametum perfoliati.*

Die *Potamogeton perfoliatus*-Assoziation ist in dem Wasser von Seen und Flüssen verbreitet, das an Nährstoffen reich ist. Sie gehört zu den ersten höheren Hydrophyten-Assoziationen, die mit genügend festen und lang-verzweigten Rhizomen auf lehmig-kiesigem, sandigem, stellenweise steinigem Substrat sitzen, dessen dünne Dy-Schicht (Naumann 1930 p. 60) mit einer dünnen Schicht von Seekreide und dünnem Schlamm bedeckt ist. Die in der Nähe der Oberfläche sich verbreitenden Wurzelschösslinge des durchwachsenen Laichkrauts sind oben (auf den Seen Pikk- und Karijärv) mit *Fontinalis antipyretica* oder mit Blättern der am Ufer wachsenden Bäume bedeckt, welch letztere bei der Zersetzung eine reiche Düngung ergeben und dem *Potamogeton perfoliatus* damit als Hauptvertretung eine genügend lange Dauer verleihen. Die Wassertiefe schwankt, oft verbreitet sich die Assoziation in der Nähe des Ufers, wenngleich sie nicht selten auch in tiefes Wasser dringt; die Wassertiefe in den untersuchten Flächen schwankte während der Untersuchung zwischen 75 und 207 cm. Die auf den Wurzeln liegende obere dünne Schicht des Seebodens gibt dem Mittel einen neutralen bis alkalischen Charakter; pH schwankt zwischen 6,93 und 7,43, ist mithin als neutral und basiphil anzusprechen. Nach den Untersuchungen von Iversen (1929 p. 298) ist *Potamogeton perfoliatus* in Dänemark in wechselnd sauer-alkalischen Gewässern verbreitet und *Potamogeton lucens* in dauernd alkalischen Gewässern. (Tabelle 6.)

In dieser Assoziation ist die Pflanzendecke dürftig. Oft findet man in den Anfangsstadien der Assoziation bloss *Potamogeton perfoliatus.* Aber auch die weiter entwickelten Bestände sind nicht reich an Arten. *Potamogeton lucens* v. *vulgaris, Potamogeton pectinatus, Potamogeton mucronatus* gesellen sich hinzu, wenn auf dem Seeboden eine Schlammschicht entstanden ist. *Hippuris vulgaris* tritt in den Assoziationen auf, wo Quellwasser das Seewasser den Sommer hindurch mehr oder weniger einheitlich kühl erhält, wie das beispielweise für den Pikk- und Kari-

Tabelle 6.

Potametum perfoliati.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8
Ökologische Charakteristik:								
Grösse der Assoziationsaufnahme in m²	100	100	100	100	100	80	100	60
Exposition	NW	NW	NW	NW	NO		NW	
Wassertiefe in cm	207	185	120	160	80	104	178	75
Boden der Wurzelschicht	Dünne Seekreide. Lehmiger Kies.				Dünner Schlamm Lehm. Kies.		Dünne Seekreide. Kies.	
pH der Wurzelschicht	7.24	7.43	—	—	6.93	—	7.10	—
Floristische Zusammensetzung.								
Charakterarten:								
Potamogeton perfoliatus L.	2.3	2.3	1.1	2.3	2.3	3.4	1.2	3.4
Begleiter und zufällige:								
Potamogeton lucens L. var. *vulgaris* Cham.	+1	+1	1.2	—	—	—	—	—
Potamogeton mucronatus Schrad.	—	—	+1	—	—	—	—	—
Hippuris vulgaris L.	2.2	—	1.1	—	—	—	1.1	—
Potamogeton natans L.	—	+2	—	—	+1	+1	+1	—
Potamogeton angustifolium Berecht et Prest (*P. gramineus* × *lucens*)	—	—	—	1.2	—	—	—	—
Potamogeton lucens L. var. *diversifolius* M. et K.	—	—	—	—	+1	—	1.2	—
Fontinalis antipyretica	1.3	1.3	+1	—	—	—	—	—
Potamogeton pectinatus L. var. *vulgaris* Cham.	—	—	1.1	+1	1.2	—	—	1.2
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.	—	—	+1	—	+2	—	+1	—
Ceratophyllum demersum L.	—	—	—	+1	—	—	+1	—
Polygonum amphibium L.	—	—	—	1.1	+1	—	—	—
Elodea canadensis Michaux.	—	—	—	2.2	+1	—	—	+1
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla.	—	—	—	—	—	—	—	+1
Alisma plantago L.	—	—	—	—	—	—	—	+1

Bemerkungen zur Tabelle 6.

1. Im See Pikkjärv beim Walde auf der nach der Ansiedelung Pikkjärv liegenden Seite. Das Ufer erodiert. Gemeinde Valgjärve. 22. IX 28.
2. Im See Pikkjärv in der Richtung nach der Mitte des Waldes zu. Auf dem Ufer Mischwald. Das Ufer erodiert. Gemeinde Valgjärve. 22. IX 29.
3. Im See Karijärv am Strande Võllarand bei dem Gesinde Sildi. Das Ufer erodiert. Gemeinde Aru. 12. VIII 28.
4. Im See Karijärv bei der Mündung des Baches Karijärveoja. Rechts von der Mündung ein undichtes Schilfgebüsch. Gemeinde Aru. 12. VIII 28.
5. Im See Pühajärv bei der Mündung des Baches Poslovitsa. Auf dem Ufer Felder. Das Ufer erodiert. Gemeinde Vana-Otepää. 30. VI 28.

6. Auf der Schwemmwiese Sakssoo am Flusse Väike-Emajõgi. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
7. Im See Pikkjärv beim Walde unweit des Gesindes Tõoste. Auf dem Ufer Mischwald. Das Ufer erodiert. 22. IX 28.
8. Im Flusse unterhalb der Mühle zu Ellistvere. Das Ufer erodiert. 19. VII 29.

järv gilt. *Nuphar luteum, Ceratophyllum demersum* finden sich hier als *Nupharetum*-Vorposten.

Potametum perfoliati potametosum lucentis. Die *Potamogeton perfoliatus*-Assoziation bildet Subassoziationen, von denen *Potametum perfoliati potametosum lucentis* eine weitere Verbreitung findet. Diese Subassoziation ist nicht so fest mit einem Substrat verbunden, wie *Potametum perfoliati*; sie ist auf lehmigem Kies, meistens auf dem mit einer dickeren Dygyttja-Schlammschicht bedeckten Seeboden verbreitet und dringt bis zu 280 cm tief ins Wasser ein, wie ich dieses an Bachmündungen habe beobachten können, wo frisches luftreiches Wasser zuströmt und das Wasser auch im Sommer, zur Zeit der „Wasserblüte", wie die reiche Entwicklung der Algen im Volksmunde genannt wird, sich klar erhält und damit die Belichtung der tieferen Wasserschichten ermöglicht wird. Das Mittel ist nach den vorgenommenen Proben völlig neutral, pH schwankt zwischen 7,10 und 7,20.

In der Subassoziation ist *Potamogeton lucens* var. *vulgaris* vertreten, während auf schroffen Uferhängen *Potamogeton lucens* var. *diversifolius* vorzuherrschen scheint. Die vorstehende Subassoziation kann sich nach dem See hin in sehr verschiedenen Richtungen entwickeln: beim Wachsen von Seeschlamm geht sie in die *Potamogeton praelongus*-Fazies über, während sie in der Richtung nach dem Ufer *Nupharetum* und *Schoenoplecteto-Phragmitetum* unterliegt.

Potametum perfoliati potamosum natantis ist hinsichtlich des Standortes indifferent: einmal findet es sich auf mit dünnem Seeschlamm bedecktem lehmigem Kies, dann wieder auf Kies, Gyttja, Dy; auch in verwachsenen Moorseen ist sein Vorkommen nicht selten.

An erster Stelle finden wir in dieser Fazies *Potamogeton natans*, dem sich Hydrophyten zugesellen, zum grössten Teil Relikte der Wassergesellschaften. Einzelne Autoren (Oswald 1923 p. 243) haben diese Fazies als Assoziation behandelt. A. De Candolle (Petrowa 1912 p. 168) nennt *Potamogeton natans*

Tabelle 7.

Potametum perfoliati potametosum lucentis.

Nr. der Gesellschaftsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ökologische Charakteristik:										
Grösse der Aufnahme in m^2 . .	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	NO	SW	SW	NO	NW	NW	SO	fast		flach
Wassertiefe in cm	85	—	190	175	115	280	210	100	130	112
Boden der Wurzelschicht . . .	Lehmiger Kies	Schlamm Lehmiger Kies	Schlamm Lehmiger Kies	Schlamm Lehmiger Kies	Schlamm	Schlamm Lehmiger Kies	Lehmiger Kies	Schlamm Lehmiger Kies	Schlamm	Dünne Seekreide Lehmiger Kies
pH der Wurzelschicht	7.20	7.14	7.18	—	—	—	7.10	—	—	—
Floristische Zusammensetzung:										
Potamogeton lucens L. var. *vulgaris* Cham.	2.3	1.2	+1	1.2	2.3	2.3	+1	1.2	3.4	1.2
Potamogeton lucens L. var. *diversifolius* M. et K.	—	—	2.3	+1	—	+2	2.3	+1	—	—
Potamogeton lucens L. var. *diversifolius* M. K. f. *cornutus* (Presl.)	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—
Potamogeton natans L.	1.2	+1	1.2	+1	—	+1	+1	+2	—	+1
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Potamogeton mucronatus Schrad.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Potamogeton perfoliatus L. . . .	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Hippuris vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.	—	—	+1	—	+1	—	+1	—	+1	—
Ceratophyllum demersum L. . .	—	—	—	—	3.4	—	+1	1.2	+1	—
Phragmites communis Trin. . .	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	+1
Equisetum heleocharis Ehrh. . .	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 7.

1. Im See Pikkjärv — bei der Ansiedelung Pikkjärv und beim Walde. Am Ufer Mischwald. Das Ufer erodiert. Gemeinde Valgjärve. 22. IX 28.
2. Im See Pühajärv beim Walde Murrumets. Gemeinde Pühajärve. 20. IX 28.
3. Im See Kaarnajärv beim Strande Kirmirand. Am Ufer Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
4. Im See Suurjärv beim Strande Võnnumäerand. Am Ufer Mischwald. Das Ufer erodiert. Gemeinde Pilkuse. 21. IX 28.
5. Im See Karijärv bei Ikhaariku-nurk. Das Ufer erodiert. Gemeinde Aru. 12. VIII 28.
6. Im See Kaarnajärv südlich von der Mündung des Baches Veskioja beim Felde Veskinurm. Das Ufer erodiert. Gemeinde Pilkuse. 21. IX 28.

7. Im See Pikkjärv bei der Halbinsel Ala-Tõoste. Am Ufer Eichen- und Nussbaum-Wald. Das Ufer erodiert. Gemeinde Valgjärve. 22. IX 28.
8. Im See Vasula unter den Kiefern. Am Ufer Wiese und Mischwald. An der Uferlinie eine Verwachsung und Durchwachsung bemerkbar. Gemeinde Raadi. 14. IX 28.
9. Im See Keerijärv bei der Mündung des Baches Ulila. Auf beiden Seiten des Einflusses eine Überwachsung bemerkbar. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
10. Im See Nüplijärv bei den Feldern des Gutes Nüplimõis. Gemeinde Vana-Otepää. 19. VIII 28.

wegen seiner weiten Verbreitung einen Kosmopoliten. Die Fischzüchter schätzen diese Fazies hoch, denn das schwimmende Laichkraut erweist sich als gute Befestigungsstelle für den Fischlaich und in ihm leben zahlreiche Wesen, welche den Fischen gute und reichliche Nahrung geben.

Um ein übersichtlicheres Bild der Entwicklung von *Potametum perfoliati* zu gewinnen, sei die Aufmerksamkeit des Lesers auf die unten folgende schematische Zeichnung gelenkt (Figur 1).

Potametum perfoliati potamosum praelongi. Die *Potamogeton praelongus*-Varianten sind in eutrophen Seen verbreitet, wo nur die lose Schlammschicht gehörig dick ist. Im See Vasulajärv habe ich über 5 Meter lange Rhizomenschösslinge beobachten können, die sich in der losen Dy-Gyttja ausbreiten und am genannten See als Ufergürtel weite Flächen bedecken. In niedrigeren zuwachsenden Seen, wie dem Neitsi- und dem Alevijärv, wächst *Potamogeton* auch mitten im See, wo das Wasser genügend tief ist und sich im Sommer nicht übermässig erwärmt. Die Wassertiefe schwankt bei den untersuchten Beständen zwischen 76 und 210 cm, und ist überhaupt grossen Schwankungen unterworfen. Das Mittel ist neutral, pH schwankt, wie aus der unten folgenden Tabelle zu ersehen, zwischen 7,0 und 7,18.

Gräbner (1908 p. 432) und Iwersen (1929 p. 299) erwähnen das Vorkommen von *Potamogeton praelongus* in alkalischem Wasser (Tabelle 8).

Ausser *Potamogeton praelongus* hat diese Fazies keine Charakterarten. Als Begleiter treten im Schlamm wachsende Potamogeton-Arten auf, wie *Potamogeton alpinus*, *Potamogeton natans*, *Potamogeton lucens* var. *diversifolius*, *Potamogeton mucronatus* und Nupharetum-Fragmente.

Bei der Zunahme des wandernden Schlammes und des Durchwachsens durch den Grund drängt *Potamogeton praelongus* in

der Uferrichtung dem *Equisetum heleocharis* nach, während er beim Überwachsen dem *Stratiotetum aloidis* weicht. An tieferen Stellen des Sees stösst die genannte Fazies auf Characetum.

Tabelle 8.

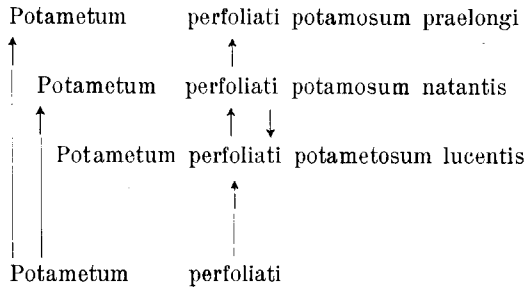
Potametum perfoliati potamosum praelongi.

Nr. der Faziesaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ökologische Charakteristik:									
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100	50	50	100	100	100	100
Exposition	flach			NO	flach		SW	flach	
Wassertiefe in cm.	210	185	76	178	150	175	100	112	94
Boden der Wurzelschicht	Lose tiefe Gyttja								
pH der Wurzelschicht	7.09	—	7.18	—	7.03	7.12	7.00	7.01	—
Floristische Zusammensetzung:									
Potamogeton praelongus Wulf.	2.3	1.3	1.3	+1	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3
Potamogeton alpinus Balb.	—	—	—	2.3	—	—	—	—	—
Potamogeton natans L.	—	—	—	1.3	+1	+1	—	+1	1.3
Potamogeton lucens L. var. *diversifolius* M. et K.	—	—	—	—	—	—	+1	+2	—
Potamogeton mucronatus Schrad.	—	+1	—	—	—	—	—	—	1.2
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.	—	—	—	+1	—	+2	—	—	—
Nymphaea candida Presl.	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—
Ceratophyllum demersum L.	—	—	—	—	—	1.2	+1	—	—
Chara sp.	—	+1	2.2	—	—	—	—	—	2.3
Stratiotes aloides L.	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla f. *submersus*	—	—	—	—	—	—	+1	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 8.

1. In der Mitte des Sees Neitsijärv. Eine Überwachsung findet um den ganzen See statt. Gemeinde Pühajärve. 20. IX 28.
2. Mitten im See Alevijärv in der Richtung nach der Bauernburg Otepää zu. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
3. Im See Alevijärv beim Ausfluss des Baches Tiisioja. Überwachsung bemerkbar. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
4. Im See Juusajärv bei der Mündung des Baches. Überwachsung bemerkbar. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
5. In der Mitte des Sees Kukemäejärv; der Boden des Sees rundherum mit Chara bedeckt. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.
6. Im See Neeruti-Väikejärv beim Gute Neeruti. Überwachsung findet statt. 4. IX 28.
7. Im See Vasula beim Hause des Waldwächters (ca 1 Hektar bewachsen). Überwachsung findet statt. Gemeinde Raadi. 14. IX 28.

8. Im See Nahijärv auf der Südwestseite. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28
9. Im See Keldujärv auf der Nordostseite. Überwachsung findet statt. Gemeinde Päidla. 5. IX 28.



Figur 1. Entwickelung des Potametum perfoliati.

Balachonzew (1909 p. 7) erwähnt die Verbreitung von *Potamogeton praelongus* auch in der Schlüsselburger Bucht, wo er in grösserem oder geringerem Umfange vertreten ist.

Das *Potametum mucronati.*

Diese Assoziation ist in zuwachsenden Seen und in grösseren eingesunkenen Gräben verbreitet. Die Gyttja-Schicht wächst, das Wasser wird flacher und wärmer, die *Potamogeton praelongus*-Assoziation verschwindet. Lebensfähig ist hier noch die Assoziation des *Potamogeton mucronatus*, die gemeinsam mit *Chara* sp. den Seeboden bedeckt. Diesen Zustand finden wir zum Beispiel in dem Alevijärv. In solchen Seen ist das Seewasser den Sommer hindurch nahezu grün von grünen Algen; zum Herbst mit Eintritt kühlerer Witterung sinken sie zu Boden und bedecken den Seeboden. Das zu Boden gesunkene Plankton-Gyttja (Walter 1927 p. 284) riecht nach Schwefelwasserstoff. Diese Assoziation muss noch weiterhin untersucht werden.

Das *Myriophylleto-verticillati Nupharetum.*

Mir ist kein Untersuchungsgebiet an Seen bekannt, wo *Nupharetum* nicht verbreitet wäre. Die beliebtesten Standorte sind kleinere Moorseen, Mühlenseen, Seeschären, wo der Wellengang nicht allzu stark ist. Im Pühajärv, Suurjärv, Keerijärv ist die erwähnte Assoziation stellenweise durch einen Gürtel

Schoenoplectus lacustris gegen den Wellengang geschützt. *Nupharetum* kommt auch im offenen Seewasser an ungeschützten Stellen fort, doch ist dieser Fall selten und die Assoziation ist hier nicht genügend kräftig.

Im allgemeinen ist *Nupharetum* an einem Boden von Gewässern verbreitet, der mit einer dicken Schlammschicht bedeckt ist, welche stellenweise aus Plankton, zersetzten Teilen der Nixenblume und anorganischen Stoffen entstanden ist. Der Schlamm des Wurzelmittels ist nach den einzelnen angestellten Proben neutral bis schwach basiphil, pH schwankt zwischen 7,00 und 7,23. (Tabelle 9.)

Koch (1926 p. 44) nennt die in Frage kommende Assoziation *Myriophylleto verticillati-Nupharetum,* und ich folge dieser Benennung im Interesse der Vereinheitlichung, wenngleich auf der untersuchten Fläche *Myriophyllum verticillatum* nicht so reichlich vertreten ist; in Nordestland ist diese Assoziation recht verbreitet. Ihre Bestände sind arm an Arten, es finden sich hier bloss neutro-basiphile Vertreter. Als Charakterarten treten *Nuphar luteum, Nymphaea candida, Myriophyllum verticillatum* auf. Als Begleiter sind Potamion-Relikte bekannt, wie *Potamogeton lucens* var. *vulgaris* u. a., die von der früheren Assoziation bei ihrem Zurückweichen nach dem Gewässer hin übrig geblieben sind. Ausser den genannten finden sich vom Ufer hervorstossende Vertreter von *Scirpeto-Phragmitetum* und die zufällig beigesellten *Potamogeton praelongus, Hydrocharis morsus ranae, Lemna trisulca, Lemna minor.*

1. Myriophylleto verticillati-Nupharetum nupharosum lutei ist in reiner Form in dystrophen Moorseen verbreitet, wo nur *Nuphar luteum* vorkommt. Hier lassen sich zwei typische Vorkommen beobachten: in seichterem Wasser reichen die einzelnen Blätter bis an die Oberfläche, während in tiefem durchsichtigem klarem Wasser eine submerse Fazies fortkommt. Beide typischen Fazies finden sich im Väikejärv (Aufnahme 12, 13).

2. Myriophylleto verticillati-Nupharetum nymphaeosum albae ist in geringerem Grade vertreten, als die Fazies der gelben Nixenblume. Oft kann man die weisse Wasserrose von gelben Nixenblumen umringt finden; vermutlich besteht hier zwischen den zwei Arten die gleiche Konkurrenz, wie zwischen *Scirpus lacustris* und *Phragmites communis,* indem die eine Art beim Vordringen der anderen längere Zeit harten

Tabelle 9.

Myriophylleto verticillati-Nupharetum.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ökologische Charakteristik:																
Grösse der Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	100	100	50	100	100	100	100	100	50	60
Exposition		fast		flach			SW	NO	SW	fl.	SW		fl	ach		
Wassertiefe in cm	86	142	170	162	132	120	150	195	180	193	—	205	295	150	60	20
Boden der Wurzelschicht	Lose			tief			Gyttja			Schlamm				Torf		
pH der Wurzelschicht	7.15	—	—	7.20	7.00	—	—	7.10	—	7.23	—	—	—	—	—	—
Floristische Zusammensetzung. Charakterarten:																
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.	+2	1.3	1.4	1.2	2.4	+2	+2	1.2	—	+2	—	+1	2.4	3.5	—	—
Nymphaea candida Presl.	2.4	—	+1	2.4	+1	2.4	2.4	+3	2.4	2.5	3.5	2.5	1.2	+2	2.4	1.2
Myriophyllum verticillatum L.	+2	—	—	—	+1	+1	—	2.2	+1	—	—	—	—	—	—	—
Begleiter und Zufällige:																
Potamogeton natans L.	+1	+2	—	+1	1.2	1.2	1.2	+2	+1	+1	+1	+1	+1	+1	—	—
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla	—	+1	—	—	—	+1	—	—	+1	—	+1	+1	—	—	—	—
Phragmites communis Trin.	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ceratophyllum demersum L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—
Potamogeton lucens L. var. *vulgaris* Cham	—	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	+2	—	+1	—	+1	—	+2	+1	+1	—	—	—	—
Hippuris vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Potamogeton praelongus Wulf.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hydrocharis morsus ranae L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—
Sagittaria sagittifolia L.	—	—	—	+1	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lemna trisulca L.	—	—	—	3.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lemna minor L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Sparganium simplex Huds.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—
Carex rostrata With.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Utricularia minor L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1

Bemerkungen zur Tabelle 9.

1. Im See Pühajärv am Strande Sihva. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pühajärve. 30. VI 28.
2. Im See Kaarnajärv bei der Mündung des Baches Otepää-oja. Stellenweise Überwachsung. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
3. Im See Suurjärv bei der Mündung des Baches Veskioja nach Võnnumäe zu. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 21. IX 28.
4. Im See Neitsijärv nahe bei der Mündung eines Baches, nach dem See Pühajärv zu. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.
5. Im See Keerijärv beim Ausfluss des Flusses Elvajõgi. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
6. Im See Karijärv bei der Dorfweide. Gemeinde Aru. 30. VIII 28.
7. Im See Nahijärv am Ufer beim Waldwege. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
8. Im See Neeruti-Väikejärv am Strande bei der Ansiedelung Neeruti. Überwachsung findet statt. Gemeinde Päidla. 4. IX 28.
9. Im See Juusajärv an der Mündung des ausfliessenden Baches. Steile Ufer. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 20. IX 28.
10. Im See Kondijärv in den Grenzen des Gesindes Härmamärdi. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 10. VII 28.
11. Im See Karujärv am Strande Tsereski. Gemeinde Nõo. 30. VIII 28.
12. Im See Väikejärv an der Mündung des Baches nach Koplimäe zu. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 4. IX 28.
13. Im See Väikejärv im oberen Teile bei dem Gesinde Puuraku. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 17. VIII 28.
14. Im See Antsujärv auf der Seite des Gesindes Antsu. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 30. VII 28.
15. Mitten im Schwingmoor Mülkesoo in den überwachsenden Tümpeln in den Grenzen des Gesindes Meoski. Gemeinde Pilkuse. 27. VII 28.
16. Auf dem Schwingmoor des Sees Kukejärv auf der Seite des Gesindes Ahvena. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.

Widerstand leistet. In den Seen Nordestlands (Kalijärv, Urbukse, Nikerjärv, Linajärv) ist nur die weisse Wasserrose-Fazies verbreitet. Ob für die Verbreitung der weissen Wasserrose-Fazies reichlich Kalk erforderlich ist, bedarf der Klärung.

Die Fazies der weissen Wasserrose stellt in eutrophen und dystrophen Gewässern eine Entwicklungsstufe des Endstadiums von *Myriophylleto verticillati-Nupharetum* dar, wie die Aufnahmen (Nr. 15 und 16) von den Lachen des Mülkemoors und der Decke des Kukejärv mit den in die Assoziation vordringenden Helophyten *Carex rostrata*, *Menyanthes trifoliata* beweisen. Osvald (1923 p. 243) beschreibt die Fazies der weissen Wasserrose in Komosse als Assoziation. Am Ikharik-Ufer des Karijärv ist in einer Länge von einigen hundert Metern in schmalem Streifen *Cerato-*

phyllum demersum vertreten. Ob das Auftreten dieser Art an gewissen Stellen als Fazies anzusprechen ist, erfordert ebenfalls eine nähere Untersuchung.

Das *Stratiotetum aloidis.*

Die Assoziation der aloeblättrigen Krebsschere wächst auf See- und Fluss-Schären, in alten Flussbetten, wo sich schattige Stellen finden, die vor Wellenschlag geschützt sind. Auf Moorseen ist diese Assoziation im Untersuchungsbereich am SW-Ufer des Sees gut entwickelt, wo die Bewachsung im Gange ist (Pühajärv, Kukejärv, Neitsijärv, Väikejärv). An den Standorten der aloeblättrigen Krebsschere bedeckt den Seeboden tiefer, loser Schlamm und der Seeboden ist nahezu flach. Die Tiefe des Wassers schwankt an den untersuchten Stellen im Durchschnitt zwischen 40 und 180 cm. Das Medium ist schwach sauer bis neutral, pH schwankt zwischen 6,48 und 6,88. (Tabelle 10.)

Die in Frage kommende Assoziation ist eine der eigenartigsten. Im Vorfrühling hält sie sich gemeinsam mit ihren Begleitern auf dem Seeboden, um dann mit dem Eintreten des Sommers nach oben in die Nähe der Oberfläche des Wassers emporzusteigen, wo sie die Spitzen der Blätter und die weissen Blüten an die Oberfläche herausstreckt.

Die langen weissen schnurartigen Wurzeln dringen in den losen Schlamm und fassen nur schwach Boden, so dass die Wellen sie bei Wind weitertragen können. Walo Koch hat diese Assoziation auf einer wissenschaftlichen Exkursion in Litauen beobachtet, wo die Begleiter die gleichen waren, wie auf unseren Seen. Rübel (1920 p. 294) schreibt, dass im nordeuropäischen Flachland und in Schweden, sowie in einzelnen Teilen Englands der sich stark vegetativ vermehrende *Stratiotes aloides* eigene subaquatische „Aloewiesen" bildet.

1. Stratiotetum aloidis hydrocharosum morsus ranae stellt in Wasserschären in der Entwicklung des Endstadiums der Assoziation die vorletzte Fazies dar. Wo die Wassertiefe zunimmt, die Schlammschicht dichter wird, bleibt bloss die Fazies des gemeinen Froschbisses übrig. Die Fazies vertreten *Hydrocharis morsus ranae, Lemna minor, Lemna trisulca.*

2. Stratiotetum aloidis lemnosum tritt in Flachsweichen, Teichen, Wasserpfützen und im allgemeinen in Abwässern

Tabelle 10.

Stratiotetum aloidis.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ökologische Charakteristik:												
Grösse der Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	60	100	100
Exposition				f	l	a	c	h				
Wassertiefe in cm	107	84	75	64	120		168	180	40	135	159	160
Boden der Wurzelschicht		f l i e s s e n d e r S c h l a m m										
pH der Wurzelschicht	6.88	—	—	6.72	—	—	—	—	6.70	—	6.48	6.82
Floristische Charakteristik. Charakterarten:												
Stratiotes aloides L.	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	2.5	2.4	1.3
Hydrocharis morsus ranae L.	—	2.3	+1	+1	1.2	+1	+1	+1	+1	—	1.1	2.2
Begleiter und Zufällige:												
Calliergon giganteum (Schimp.) Kindb.	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	2.2	—
Lemna trisulca L.	—	+1	—	—	—	—	—	1.2	—	—	+1	+1
Lemna minor L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	+1
Potamogeton natans L.	1.2	—	+1	—	+1	+1	+1	+1	1.2	—	—	—
Nymphaea candida Presl.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	+1	—	+1	+1	—	+2	—	+1	—	+2	+1	—
Typha latifolia L.	+1	—	—	+1	+1	—	—	—	—	+1	—	—
Alisma plantago L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Sagittaria sagittifolia L.	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Calla palustris L.	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—

Bemerkungen zur Tabelle 10.

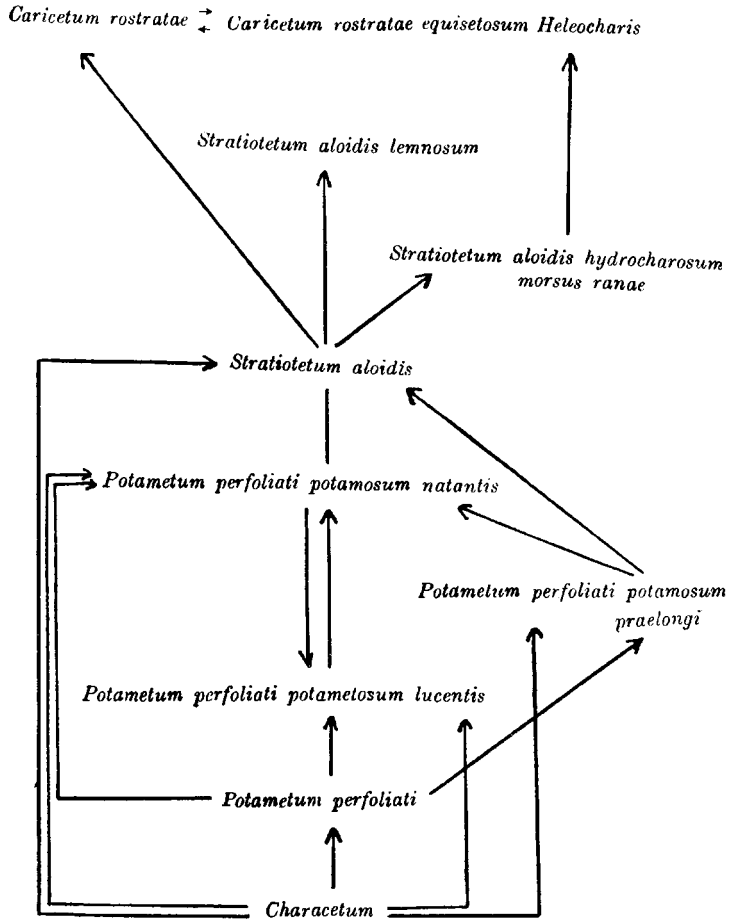
1. In der nach Kukemäe hin sich ziehenden Bucht des Sees Neitsijärv. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.
2. Im See Neitsijärv beim Scheidewege der nach Pühajärve und Palupera führenden Landstrassen. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.
3. Im See Kukemäejärv in der oberen Bucht. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pühajärve. 5. IX 28.
4. In der nach Vana-Otepää hin sich ziehenden Bucht des Sees Lüüsjärv. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 4. IX 28.
5. Im See Koiulajärv, ein zu- und abflussloser Moorsee. Längs dem ganzen Ufer findet Überwachsung statt. Der See ist vom Staatswalde begrenzt. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
6. In der Bucht des Sees Arulajärv bei der Mündung des Baches. Überwachsung findet statt. Gemeinde Palupera. 2. VII 28.
7. Im alten Flussbett des Väike-Emajõgi bei der Brücke Korva. Gemeinde Sangaste. 5. VII 28.
8. In der nach Elva hin sich ziehenden Bucht des Sees Ulilajärv. Überwachsung findet statt. Gemeinde Ulila. 9. IX 28.
9. Im See Alevijärv am Schwingmoor beim Gesinde Kellamehe. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
10. Im See Juusajärv in der Bucht bei der Mündung eines Baches. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 20. IX 29.
11. Im See Keebiumbjärv, Überwachsung findet statt. Der See ist von einem Übergangsmoor begrenzt. Gemeinde Valgjärve. 26. VI 28.
12. Im See Kondimädajärv. Überwachsung findet statt. Der See ist von einem Niedermoor begrenzt. Gemeinde Pilkuse. 28. VI 28.

auf. Lemna hält sich in dieser Fazies kurze Zeit sogar, wenn nur die Feuchtigkeitsreserven des Bodens reich sind, lebensfähig und setzt die Entwicklung bei der Ansammlung von Wasser weiter fort. Hier finden sich die Fazies der gekreuzten Wasserlinse und der kleinen Wasserlinse, die erstere mehr in klaren Abwässern, die letztere in trüben.

Der oben geschilderte *Potamion eurosibiricum*-Verband bildet in den Otepääschen Seen folgende gewöhnliche Entwicklungsstufen, wie aus dem Sukzessionsschema (Figur 2) zu ersehen ist.

Phragmition communis-Verband.

Eine der auf Wasserwiesen am meisten verbreiteten Assoziationen ist der *Phragmition*-Verband. Er ist an Fluss- und Seeufern sowie an den Küsten Europas, Asiens und Amerikas verbreitet und in der Literatur allgemein als ein das Zuwachsen von Gewässern fördernder Pflanzenverband bekannt.



Figur 2. Sukzessionsschema des *Potamion eurosibiricum* im See Pühajärv.

Den *Phragmition*-Verband bildet *Scirpeto-Phragmitetum* zusammen mit den hierher gehörenden Gesellschaften. Koch (1925 p. 47) rechnet auch *Magnocaricion elatae* hierher, was dann alles gemeinsam einen höheren *Phragmition*-Verband *(Phragmitetalia)* bildet.

Als Charakterarten von *Phragmition communis* treten bei uns *Phragmites communis, Glyceria aquatica, Phalaris arundinacea, Veronica anagallis* auf.

Das *Schoenoplecteto-Phragmitetum.*

Schoenoplecteto-Phragmitetum stellt eine in ganz Estland, mithin auch im Untersuchungsgebiet, verbreitete Assoziation dar.

Am liebsten sucht sie sich ihren Standort an Ufern von Seen über einem mit einer dünnen Schlammschicht überdeckten Mineralboden, wo die Wassertiefe zwischen 0 und 2 m schwankt, ausnahmsweise auch grösser ist. Ist das Ufer flach, so stösst die Assoziation weiter ins Wasser vor, während sie an Steilufern diesen näher und tiefer ins Wasser hinabreicht.

Das alleinige Vorkommen von *Phragmites communis* und *Schoenoplectus lacustris* ist als das Anfangsstadium von *Schoenoplecteto-Phragmitetum* anzusprechen. Das Schilfrohr, dieser bekannte Helogeophyt, dringt mit seinen unterirdischen Schösslingen nach dem See sowohl als auch nach dem Ufer hin vor, indem es sich auf lehmigem Grand, lehmigem Kies und anderen mineralischen Substraten verbreitet. Die Mikroorganismen, Algen, *Fontinalis antipyretica*, sowie die verwesten Blätter des Rohrs und die von den Wellen angeschwemmten Pflanzenüberreste bilden die ersten organischen Stoffe auf diesen mageren, steinigen Mineralböden. Der Wellengang ist nicht imstande überall die im Schilfrohr steckengebliebenen organischen Teile fortzuspülen, die dann im Moos sich zersetzend eine Schlammschicht bilden. Hierauf, nachdem sich Schlamm gebildet hat, gesellen sich dem Rohr *Schoenoplectus lacustris*, *Ranunculus lingua*, später auch *Typha angustifolia*, *Typha latifolia* zu, die sich mit einem festen Wurzelgewebe im Schlamm und in dem Mineralboden befestigen. In solchen Fällen haben wir es schon mit einer völlig ausgebildeten Gesellschaft zu tun. Nicht selten kommt es auch vor, dass *Schoenoplectus lacustris* im *Scirpeto-Phragmitetum* in einzelnen Flecken und Streifen vorkommt. In ersterem Falle habe ich auf dem Boden des Gewässers zumeist Unebenheiten und Gruben gefunden, in denen sich im Laufe der Zeit Schlamm angesammelt hatte, so dass für *Schoenoplectus lacustris* annehmbare Wachstumsbedingungen geschaffen waren, wo er dann auch lange die Vorherrschaft behielt. In Streifen kommt *Schoenoplectus lacustris* an Gewässern mit schroffen Uferhängen vor, wo die Schlammschicht dicker ist und das Wasser im Frühjahr länger tief bleibt. Nach den Beobachtungen von Oettingen (1905 p. 35) spielt sich zwischen der den Standort beherrschenden und der in diesen vordringenden Art ein interessanter Konkurrenzkampf ab. Hat sich am Ufer eine Seebinse-Schilfrohr-Assoziation gebildet, so ist in den Schären *Schoenoplectus* in der Majorität, während in der Nähe des Ufers nur *Phragmites* fortkommt. Warming (1918

p. 379) hat die gleiche Erscheinung auch für deutsche Seen beobachtet, nämlich dass der erste Siedler am Standort lange das Übergewicht behält und den Nachzüglern starken Widerstand entgegensetzt. Bekker (1923 p. 19) äussert die Ansicht, dass das Wurzelgewebe des Schilfrohrs tiefer im Boden verfestigt ist und die Blätter und Stengel überaus zweckmässig gebaut sind, so dass sie sich leicht vor Wind und Wellen beugen und hierdurch das Schilfrohr widerstandsfähiger ist als die Seebinse.

Diese leicht zu unterscheidende Pionier-Pflanzenassoziation ist in unseren Seen im allgemeinen arm an Arten. Vielfach besteht sie bloss aus Charakterarten oder es gesellen sich *Nupharetum-* oder *Potametum*-Relikte hinzu. Gut ausgebildete Bestände dieser Assoziationen sind in den Seen Estlands weit verbreitet.

Schoenoplecteto-Phragmitetum ist eine basi-neutrophile Assoziation und ist auf neutralen Böden verbreitet. Nach den untersuchten Bodenproben schwankt pH zwischen 6,70 und 7,22. Die Konzentration der Wasserstoff-Ionen der Mineralerde-Proben ist ein wenig unter neutral, während bei der Entstehung von Schlamm pH sich als neutral und darüber erweist. Ob das Steigen von pH durch den Kalkgehalt oder zerfallene Teilchen von Schneckengehäusen bedingt ist, die sich in den Bodenproben reichlich finden, bedarf noch der Aufklärung. (Tabelle 11.)

Als Charakterarten der Assoziation sind *Schoenoplectus lacustris*, *Ranunculus lingua*, *Rumex hydrolapathum*, *Acorus calamus*, *Graphephorum festucaceum*, *Typha latifolia*, *Typha angustifolia*, *Butomus umbellatus* vertreten. Begleiter sind *Sagittaria sagittifolia*, *Equisetum heleocharis* (bei Entstehung von losem Schlamm), die *Potamion-* und *Nupharetum*-Relikte — *Potamogeton perfoliatus*, *Potamogeton lucens*, *Potamogeton natans*, *Polygonum amphibium* v. *natans*, *Utricularia vulgaris*, *Nuphar luteum*, *Nymphaea alba*. Am Ufer gesellen sich *Carex*-Arten hinzu, wie *Carex stricta*, vornehmlich auf Mineralböden, *Carex gracilis* auf feuchten Wiesen und solchen Stellen, wo sich eine dickere Humusschicht findet, während *Carex rostrata* in dieser Hinsicht indifferent ist und sich auf Kies, Sand, Auwiesen und humusreichen Böden findet. Die Hinzugesellung von Seggenarten ist ein Anzeichen für den Untergang von *Scirpeto-Phragmitetum* und die Entwicklung des Anfangsstadiums von *Magno-Caricetum*.

Tabelle 11.

Schoenoplecteto-Phragmitetum.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ökologische Charakteristik:																	
Grösse d. Assoziationsaufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	flach	NO	SO	SW	NW	SO	NW	NW	NW	SO	NW	flach	NO	NW	SW	SO	SW
Wassertiefe in cm	40	120	105	92	60	84	75	130	120	110	150	80	131	37	87	103	100
Boden der Wurzelschicht	Flussschlamm	Schlamm lehm. Kies	lehmiger Grand	Schlamm lehm. Grand	lehmiger Grand	Schlamm lehm. Kies	lehmiger Kies	lehmiger Kies	Schlamm lehm. Kies	Schlamm	Schlamm lehm. Grand	Schlamm lehm. Kies	Schlamm lehm. Kies	Schlamm lehm. Kies	Schlamm lehm. Grand	Schlamm lehm. Kies	Schlamm
pH der Wurzelschicht	7.2	6.91	6.70	7.22	7.17	6.86	6.92	6.89	7.0	—	6.97	7.01	—	6.86	7.08	7.03	—
Floristische Zusammensetzung. Charakterarten:																	
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla	3.3	3 3	3.3	4.4	2.2	3.3	2.2	3.3	2.2	1.1	3.3	+1	2.2	+1	3.4	2.2	3.3
Ranunculus lingua L.	1.2	—	+1	+1	—	—	—	—	+1	—	—	1.2	—	—	1.1	—	1.2
Rumex hydrolapathum Huds.	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Acorus calamus L.	+1	—	—	1.2	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Graphephorum festucaceum A. Gray	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.4	—	—	—
Typha latifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	2.3
Typha angustifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.3	—	—	—	1.2	—
Butomus umbellatus L.	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Verbands-Charakterarten:																	
Phragmites communis Trin.	+1	+1	+1	1.2	3.4	1.2	2.4	+1	3.4	3.4	+1	2.3	1.2	—	1.2	2.3	—
Glyceria aquatica (L.) Wahlenb.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—
Phalaris arundinacea L.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Veronica anagallis aquatica L.	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Begleiter und Zufällige:																	
Sagittaria sagittifolia L.	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	+1	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	1.1	—	—
Potamogeton natans L.	+1	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Polygonum amphibium L. v. *natans*.	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Potamogeton perfoliatus L.	—	—	—	—	1.2	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Potamogeton lucens L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	2.3	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	+2	+1	+1	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	+2	—	—	—	—	+1
Nymphaea candida Presl.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 2	—	1.3	—	—	—	—
Lemna trisulca L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex gracilis Curtis.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Carex stricta Good.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fontinalis antipyretica	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Heleocharis palustris (L.) R. Br.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Mentha aquatica L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—
Carex rostrata Stokes	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	1.2	+1

Bemerkungen zur Tabelle 11.

1. Im Flusse Väike-Emajõgi bei Sakssoo in den Grenzen des Gesindes Raudsepa. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
2. Im See Suurjärv beim Strande Võnnumäe. Von der Südwestseite beschützt durch den Mischwald Võnnumäemets. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
3. Im See Suurjärv beim Strande Pajosaare. Von der Westseite (von Südwest bis Nordwest) beschützt von einem Mischwalde. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
4. Im See Kaarnajärv beim Strande Kirnu. Den See umgeben Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 7. VII 27.
5. Im See Kaarnajärv beim Strande Köstri unweit der Volksschule zu Vana-Otepää. Am Ufer Erlengebüsch und Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 7. VII 27.
6. Im See Pühajärv beim Strande Murrumets unweit eines Eichenhains. Am Ufer Wiesen. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
7. Im See Pühajärv beim Strande Vana-Kolga. Am Ufer Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 16. VII 27.
8. Im See Nüplijärv beim Strande Välgi. Am Ufer Felder und Wiese. Gemeinde Vana-Otepää. 9. VII 27.
9. Im See Jaanusejärv beim Strande Hundisoo. Am Ufer Wiesen. Gemeinde Vana-Otepää. 30. IX 27.
10. Im See Jaanusejärv beim Strande Jaanuse. Am Ufer ein Wiesenstreifen und zum See abschüssige Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 30. IX 27.
11. Im See Juusajärv beim Strande Juusa. Am Ufer Felder und Gemüseland. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
12. Im See Keerijärv beim Keevendi-Strande. Am Ufer ein Wiesenstreifen und (leichte, sandige) Felder. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
13. Im See Keerijärv beim Strande Keeri. Am Ufer Wiesen und Felder. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
14. Im See Karijärv beim Strande Külaaseme. Am Ufer Wiesen. Gemeinde Meeri. 4. VIII 28.
15. Im See Kaarnajärv beim Strande Köstri. Am Ufer Wiesen. Gemeinde Vana-Otepää. 7. VII 27.
16. Im See Pühajärv beim Strande Kolga unweit des Baches Sulaoja. Am Ufer ein Wiesenstreifen und Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 16. VII 27.
17. Im See Pühajärv unweit des Baches Sulaoja. Gemeinde Vana-Otepää. 16. VII 27.

Die *Schoenoplecteto-Phragmitetum*-Faziesbildung.

Die erste Beschreibung von den Faziesbildungen der Seebinsen-Schilfrohr-Assoziation findet sich bei Koch (1925 p. 49), der sie mit meisterhaftem Geschick gruppiert. Das vorliegende Untersuchungsgebiet ist reich an *Schoenoplecteto-Phragmitetum*-Fazies, die sich nahezu in jedem Fluss und See finden.

Die *Schoenoplecteto-Phragmitetum*-Faziesbildungen sind vor allem durch die Bodenverhältnisse bedingt, durch die Konzentration der Wasserstoff-Ionen, die Nährverhältnisse des Wassers, und zum Teil durch die Wassertiefe und Wassertemperatur.

1. Schoenoplecteto-Phragmitetum phragmitosum. Die Schilfrohr-Fazies ist, wie oben bemerkt, am Ufer und in der Uferlandschaft verbreitet, wo die Wellen das Ufer erodieren. Substrat ist im Emajõgi stellenweise Lehm, in den Seen lehmiger Grand, lehmiger Kies, selten Sand und überaus selten Schlamm-Torf. Tritt Torf als Substrat des Schilfrohrs auf, so haben wir es hier mit einem Assoziationsrelikt zu tun, oder mit einem Initialstadium des *Caricetum*, nicht aber mit der Schilfrohr-Fazies.

Beim Entstehen einer Schlammschicht steigt die Konzentration der Wasserstoff-Ionen des Mittels, doch genügen vereinzelte Bestimmungen nicht um Schlüsse zu ziehen, vielmehr ist hier eine eingehende Klärung erforderlich. In einzelnen Fällen ist der Boden der Wurzelschicht schwach säuerlich (pH 6,56) und steigt bis neutral (pH 7,01). Der Wasserstand schwankte bei der Untersuchung zwischen 76 und 170 cm; die Differenz ist durch das Profil des Sees bedingt. Die Schilfrohr-Fazies stellt auf Mineralböden das Anfangsstadium von *Schoenoplecteto-Phragmitetum* dar. In der Fazies dominiert *Phragmites communis*, der sich an Steilufern vielfach weit verbreitet findet (siehe Tabelle Nr. 12), oder es gesellen sich *Potamogeton natans*, der ebenfalls weit verbreitet ist, und andere *Potamion*-Relikte hinzu. Wird der Seekalk mit organischen Stoffen versetzt, so beginnt eine Schlammschicht zu entstehen und es gesellen sich die Charakterarten der Assoziation — *Ranunculus lingua*, *Rumex hydrolapathum*, *Typha latifolia* — hinzu, und wir haben es dann mit einer an Arten armen Assoziation von dichterem Wachstum zu tun, wie dieses aus den in der Tabelle 12 gegebenen Aufnahmen Nr. 7, 8 und 9 hervorgeht. Eklund (1929 p. 50) erwähnt, dass die Schilfrohr-Assoziation in Vormsö reichlich in Sümpfen, an See- und Bachufern, am Meer bis in die sublitorale Zone verbreitet sei. Ebenso schildert Grossheim (1929 p. 46) das Vorkommen des *Phragmitetum* mit *Tamaricetum* in der Karabaskaja- und der Milskaja-Steppe, wo sie überall in Mooren und an Seeufern wachsen, nicht selten in reinen Beständen.

Tabelle 12.

Schoenoplecteto-Phragmitetum phragmitosum.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ökologische Charakteristik:										
Grösse d. Faziesaufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	NO		SW	NO	NW	SO	NW	SO	NW	N
Wassertiefe in cm	102	180	78	150	170	85	76	93	96	105
Boden der Wurzelschicht	lehm. Grand Steine	lehm. Grand	lehm. Grand	lehm. Grand	lehm. Grand	lehm. Kies	lehm. Kies	lehm. Kies	Schlamm lehm. Grand	Schlamm lehm. Kies
pH der Wurzelschicht	6.89	6.56	7.0	6.81	6.90	6.86	6.7	7.01	—	6.62
Floristische Zusammensetzung:										
Phragmites communis Trin.	1.2	2.3	2.3	2.4	1.2	3.5	2.3	2.3	4.5	+2
Ranunculus lingua L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	1.2	—
Fontinalis antipyretica	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Rumex hydrolapathum Huds.	—	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—
Typha latifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	+1
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	+1
Potamogeton perfoliatus L.	—	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Potamogeton lucens L.	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—
Potamogeton natans L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1
Epilobium hirsutum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—

Bemerkungen zur Tabelle 12.

1. Im See Kaarnajärv beim Strande Veskimäe. Steiler Strand. Auf dem Ufer Erlengebüsch und Felder. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
2. Im See Pühajärv beim Strande Kolga in der Richtung zwischen der Insel Sõsardesaar und dem Gesinde Kolga. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
3. Im See Pühajärv beim Park gegenüber der ersten Insel Sõsardesaar. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
4. Im See Nüplijärv beim Strande Munamäe unweit der Landstrasse. Gemeinde Vana-Otepää. 9. VII 27.
5. Im See Kaarnajärv beim Strande Papimäe. Ufer steil. Am Ufer Felder. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
6. Im See Karijärv unweit des Flusses Emajõgi. Gemeinde Meeri. 4. VII 28.
7. Im See Pühajärv beim Schloss-Strande. Am Ufer Park. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
8. Im See Keerijärv beim Strande Keevendi. Am Ufer Felder. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
9. Im See Suurjärv beim Strande Pajusaare. Flacher Strand. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
10. Im See Pikkjärv beim Strande Alatõoste. Am Ufer Felder. Gemeinde Valgjärve. 22. VIII 28.

2. Schoenoplecteto-Phragmitetum schoenoplectosum. Die Seebinse-Fazies stellt das Anfangsstadium des *Schoenoplecteto-Phragmitetum* dar. Sie entsteht in Seen, in grösserer Entfernung vom Ufer, in tieferem Wasser, auf schlammigem Grunde und bildet einen Seebinsengürtel. Vielfach bildet die Seebinse indessen auch das Endstadium des *Schoenoplecteto-Phragmitetum*, nämlich bei zuwachsenden Seen, wie sich dieses an den Seen Neitsijärv, Lüüsjärv und Alevijärv beobachten lässt. In der Mitte des Neitsijärv hat sich der Boden stellenweise an die Oberfläche gehoben und es ist ein Schwimm-Moor entstanden, die Seebinse verschwindet und macht Riedgras Platz. Als Beispiel sei das Mülke-Moor genannt, wo sich ein solcher Fall en miniature beobachten lässt, während sich die gleiche Erscheinung an den Schwimm-Mooren des Neitsijärv und Kukejärv in grösserem Umfange abspielt. Der Neitsijärv ist reich an Seebinsen-Fazies; hier hat nach Bekker (1918/19 p. 21) *Phragmites communis* das Übergewicht und *Schoenoplectus lacustris* ist selten. Es lässt sich indessen keinesfalls annehmen, dass im Laufe von 10 Jahren ein Wechsel der Fazies hat vor sich gehen können, vermutlich haben wir es hier mit einem Druckfehler zu tun. (Tabelle 13.)

3. Schoenoplecteto-Phragmitetum sagittariosum sagittifoliae. Die pfeilblättrige Pfeilkraut-Fazies ist in eutrophen Gewässern verbreitet. Als Standort dienen Stellen mit dickem Schlammgrund, wie zugewachsene Seen, alte Flussbetten und Uferniederungen. Im untersuchten Gebiet findet sich die Fazies in den Seen Neitsijärv, Alevijärv, Lüüsjärv, Jaanusejärv und Kurnakesejärv, in geringerer Menge auch in anderen Seen, wo das entsprechende Substrat vorhanden und der Wasserstand niedrig ist. Namentlich im Alevijärv ist die Fazies stark verbreitet und nimmt hier über einen ha Fläche ein.

An den Standorten der pfeilblättrigen Pfeilkraut-Fazies ist die obere Schlammschicht mit halb verwesten Teilen von Wasserpflanzen bedeckt, während sie tiefer völlig verwest ist, das Aussehen grauer Dygyttja (Naumann 1930 p. 62) annimmt und schwach nach Schwefelwasserstoff riecht. Die Fazies ist auf neutralem Substrat verbreitet; nach den bestimmten Proben schwankt pH zwischen 6,97 und 7,15.

Die Fazies *Sagittaria sagittifolia* ist arm an Arten. Als Begleiter finden sich vereinzelte *Potamion-* und *Nupharetum*-Re-

Tabelle 13.

Schoenoplecteto-Phragmitetum schoenoplectosum.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ökologische Charakteristik:													
Grösse d. Faziesaufnahme m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	NW	flach	NW	SO	NW	SW	flach			NO	flach		N
Wassertiefe in cm	100	42	180	280	125	—	115	—	103	97	125	120	136
Boden der Wurzelschicht	Schlamm	Schlamm	Schlamm lehm. Kies	—	dünn. Schlamm Grandsteine	Schlamm Steine	Schlamm	schlammiger Torf	schl. Torf	Schlamm Seekreide	Schlamm	Schlamm	schl. Torf
pH der Wurzelschicht	6.84	7.0	6.89	—	7.12	6.91	6.78	—	7.0	6.81	7.0	6.90	6.95
Floristische Zusammensetzung:													
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla	4.4	4.4	+1	+1	4.4	4.4	3.3	4.4	4.4	4.4	3.3	2.2	3.3
Ranunculus lingua L.	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Acorus calamus L.	—	—	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Typha latifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2
Polygonum amphibium L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Potamogeton natans L.	+1	1.2	+1	+1	—	—	—	—	+1	+1	+1	—	+1
Potamogeton lucens L.	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Nymphaea candida Persl.	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	+2	—
Myriophyllum spicatum L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	1.2	+1	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—	+1	+1	—	1.1
Heleocharis palustris (L.) R. Br.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—
Carex pseudocyperus L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Sagittaria sagittifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	+1	—	—
Lemna trisulca L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2
Carex rostrata Stokes	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1

Bemerkungen zur Tabelle 13.

1. Im See Pühajärv unweit der Mündung des Baches Nüplioja. Gemeinde Vana-Otepää. 16. VII 27.
2. Im See Alevijärv bei der Mündung des Baches Juusaoja. Gemeinde Vana-Otepää. 19. IX 28.
3. Im See Juusajärv unweit der Mündung des Baches. Gemeinde Vana-Otepää. 19. IX 28.
4. Im See Kaarnajärv beim Strande Veskirand. Den See begrenzen hier Felder. 30. VI 28.
5. Im See Kaarnajärv vom Badestrande nach Westen zu. Den See begrenzen hier Felder. Gemeinde Vana-Otepää. 30. VI 28.
6. Im See Suurjärv am Strande unweit der Landstrasse nach Otepää. Den See begrenzen Felder. Gemeinde Pilkuse. 30. VI 28.
7. Im See Väikejärv beim Strande Trepimäerand. Am Ufer Wiesen und gemischter Laubwald (Eiche, Espe, Nussbaum). 30. VI 28.
8. Mitten im See Neitsijärv auf einer aus dem See emporgestiegenen Insel, bestehend aus *Schoenoplectus lacustris* (Seebinse). Gemeinde Pühajärve. 18. IX 28.
9. In der Mitte des Sees Neitsijärv auf einer aus dem See emporgestiegenen Insel mit schwingender Oberfläche. Gemeinde Pühajärve. 18. IX 28.
10. Im See Lüüsjärv unweit der Mündung des Baches Kaarnajärveoja. Gemeinde Vana-Otepää. 30. VI 28.

Tabelle 14.

Schoenoplecteto-Phragmitetum sagittariosum sagittifoliae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ökologische Charakteristik:											
Grösse d. Faziesaufnahme m²	100	100	100	50	30	60	40	30	100	50	45
Exposition					f	l	a	c	h		
Wassertiefe in cm	23	30	35	64	52	60	43	30	80	30	35
Boden der Wurzelschicht . . .	Loser Schlamm — Seekreide — Dygyttja										
pH der Wurzelschicht	7.01	7.12	7.0	7.07	7.10	6.97	7.15	7.03	—	—	7.14
Floristische Zusammensetzung:											
Sagittaria sagittifolia L.	3.4	3.4	2.3	4.4	3.4	2.3	2.3	3.3	2.3	3.4	1.2
Potamogeton natans L.	—	+.1	+.1	+.1	—	+.1	+.1	1.2	—	+.1	—
Potamogeton mucronatus Schrader	2.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm. .	—	—	—	+.1	+.2	+.2	—	+.2	—	+.1	—
Stratiotes aloides L.	—	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Alisma plantago L.	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	+.2
Oenanthe aquatica (L.) Lam. . .	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	—
Myriophyllum spicatum L. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Potamogeton lucens L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—

11. Im See Jaanusejärv beim Ufer nach dem See Kurnakesejärv zu. Gemeinde Vana-Otepää. 18. IX 28.
12. Im See Keerijärv am Strande Keeri. Am Ufer Weideland. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
13. Im See Vasula bei den Kiefern. Am Ufer Wiesen und Mischwald. 14. IX 28.

Bemerkungen zur Tabelle 14.

1. Mitten im See Alevijärv. Überwachsung findet statt. Der See umgeben von einem Niedermoor. Gemeinde Vana-Otepää. 19. IX 28.
2. Im See Alevijärv in der Richtung des Glöcknerhauses. Überwachsung findet statt. Den See begrenzt ein Niedermoor. Gemeinde Vana-Otepää. 19. IX 28.
3. Im See Kukejärv unweit der Landstrasse. Überwachsung findet statt. Der ganze Seeboden bedeckt mit *Chara* div. sp. Den See begrenzen Felder, Wiesen und Moorwiesen. 18. IX 28.
4. Im See Neitsijärv unweit der Ziegelei. Überwachsung findet statt. Den See begrenzt ein Niedermoor. Gemeinde Pühajärve. 18. IX 28.
5. Im See Neitsijärv nach Norden von der Ziegelei. Am Ufer ein Wiesenstreifen und Felder. Gemeinde Pühajärve. 18. IX 28.
6. Im See Lüüsjärv unweit der Ansiedelung Vana-Otepää. Die Ufer überwachsen. Gemeinde Vana-Otepää. 18. IX 28.
7. In der nach dem See Jaanusejärv hin sich ziehenden Bucht des Sees Kurnakesejärv. Die Ufer sind überwachsen. Gemeinde Vana-Otepää. 18. IX 28.
8. Im See Jaanusejärv beim Ufer an der Weide. Überwachsung und Durchwachsung finden statt. Gemeinde Vana-Otepää. 18. IX 28.
9. Im See Keerijärv, am Strande beim Gesinde Ilbu. Überwachsung findet statt. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
10. Im See Ulilajärv am Strande von Ulila. Überwachsung findet statt. Gemeinde Ulila. 26. VIII 28.
11. Im See Keerijärv bei dem Gesinde Ilbu. Überwachsung findet statt. Längs dem Ufer nasse Auwiesen. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.

likte, die in der Tabelle 14 aufgezählt sind. Beim Zuwachsen des Sees weicht die Fazies der Assoziation *Bidens tripartitus* und später *Caricetum.*

4. Schoenoplecteto-Phragmitetum typhosum. Die Rohrkolben-Fazies ist im Untersuchungsgebiet nicht selten; sie findet sich an Ufern, auf Schwimm-Mooren zuwachsender Seen und auf zuwachsenden Torfgruben. Diese Fazies ist nur auf kräftigem humusreichem Schlamm oder verdichtetem und zersetztem Torf verbreitet, wo seichtes, warmes, luftreiches Wasser die Zersetzung organischer Stoffe ermöglicht. Ein günstiger, an Nährstoffen reicher Standort ermöglicht dem Rohrkolben ein schnelles kräftiges Wachstum, das für sein Bestehen verhängnisvoll wird. Die kräftigen, weit verzweigten Wurzeln entwickeln sich in wenigen

Jahren so erfolgreich, dass sie den umhertreibenden flüchtigen Schlamm verdichten, so dass sich hier nun Moose, Seggen und andere Helophyten als Gesellschafter einfinden, wodurch die Wachstumsbedingungen sich für den Rohrkolben ungünstig gestalten und die Fazies im Laufe weniger Jahrzehnte zugrunde geht. Das an den Seeufern entstandene Schwimm-Moor wird zur Seggenwiese. In Torfgruben wird der Untergang der Rohrkolben-Fazies durch die Abnahme der Wasserreserven begünstigt, die das reich entwickelte Blattwerk für die Transpiration verbraucht. Die Rohrkolben-Fazies geht infolge von Entwässerung zu Grunde, wie ich dieses am entwässerten Ufer des Sees Karujärv und in ausgetrockneten Torfgruben habe beobachten können. Die Wassertiefe schwankte bei der Messung in den Rohrkolben-Fazies zwischen 40 und 150 cm. Im Wurzelmittel erwies sich der Boden mässig azidiphil bis neutral, pH schwankt zwischen 6,57 und 7,29. (Tabelle 15.)

5. Schoenoplecteto-Phragmitetum glyceriosum aquaticae. Die Fazies des Wasser-Süssgrases ist auf lehmigen, sandig-lehmigen, kiesig-lehmigen Fluss- und Seeufern und auf Auwiesen verbreitet. Sie bevorzugt Standorte, denen vom Wasser Nährstoffe zugetragen werden und deren Grasnarbe den Sommer über unter Wasser bleibt. Hat die Fazies zur Genüge Nährstoffe und Feuchtigkeit, so kann sie sich im Konkurrenzkampf mit anderen Arten lange halten. Das Wasser ist bei diesen Fazies seicht; wie aus den Daten der Tabelle zu ersehen, schwankt seine Tiefe bloss zwischen 5 und 40 cm. Das Mittel ist neutral, pH schwankte bei der untersuchten Fazies zwischen 6,85 und 7,26. (Tabelle 16.)

6. Schoenoplecteto-Phragmitetum phalaridosum. Die rohrartige Glanzgras-Fazies ist an See- und Flussufern sehr gemein (Miljan 1928 p. 295). Auch auf Auwiesen, wo das Hochwasser im Frühjahr früh einsetzt und reichlich Schlamm auf der Grasnarbe zurücklässt, gehört diese Fazies zu den häufigsten, wenn auch nicht auf sehr grossen Flächen. Das rohrartige Glanzgras wächst auf schwereren und mittleren Bodenarten; auch hier ist der Mineralboden mit Schlamm bedeckt. Bei den Messungen schwankte der Wasserstand zwischen 4 und 14 cm von der Bodenfläche. Das Mittel ist nahezu neutral bis neutral. Wie aus den Daten der Tabelle zu ersehen, schwankt pH zwischen 6,69 und 7,08. Hält sich im Frühjahr das Hochwasser längere Zeit auf der Wiese,

Tabelle 15.

Schoenoplecteto-Phragmitetum typhosum.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8
Ökologische Charakteristik:								
Grösse der Faziesaufnahme m²	50	100	100	50	60	100	100	100
Expositon				f l a c h				
Wassertiefe in cm	52	150	170	40	20	25	—	150
Boden der Wurzelschicht	umhertreibender Schlamm				Torf	Schl.	Torf	
pH der Wurzelschicht	6.77	6.64	6.65	6.80	6.63	7.29	6.85	6.57
Floristische Zusammensetzung:								
Typha latifolia L.	3.5	1.2	3.3	1.1	3.4	3.3	—	—
Typha angustifolia L.	—	—	—	—	—	—	2.3	1.2
Acorus calamus L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	+.1	+.1	4.4	—	—	—	—
Nymphaea candida Presl.	—	+.2	—	--	—	—	—	—
Nuphar pumilum (Timm.) DC.	—	1.2	—	—	—	—	—	—
Potamogeton natans L.	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—
Carex stricta Good.	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Agrostis alba L. v. *prorepens*	—	—	—	—	—	—	—	2.2
Comarum palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Stellaria palustris Ehrh.	—	—	—	—	—	+.1	—	+.1
Lemna trisulca L.	—	—	—	—	—	—	—	1.1
Cardamine amara L.	—	—	—	—	+.1	—	—	+.1
Bidens cernuus L.	—	—	—	—	+.1	+.1	—	+.1
Caltha palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Drepanocladus fluitans Warnst.	—	—	—	—	—	—	—	2.2
Lemna minor L.	—	—	—	—	2.2	—	2.2	—
Carex rostrata Stokes.	+.1	—	—	—	+.1	—	2.3	—
Epilobium hirsutum L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Hydrocharis morsus ranae L.	—	—	—	—	—	1.2	2.2	—
Lythrum salicaria L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Ceratophyllum demersum L.	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Stratiotes aloides L.	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Rumex hydrolapathum Huds.	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Galium palustre L.	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Alisma plantago L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Sparganium erectum L.	+.1	—	—	—	—	—	—	--
Fontinalis antipyretica	2.2	—	—	—	—	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 15.

1. Im See Pühajärv bei der Holzbrücke. Gemeinde Pühajärve. 22. VIII 28.
2. Im See Nahijärv am südlichen Ufer. Überwachsung findet statt. Der See ist vom Walde umgrenzt. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
3. Im See Pikkjärv beim Strande Mäetõoste. Überwachsung findet statt. Gemeinde Valgjärve. 22. VIII 28.
4. Im See Vasula beim Walde. Beinahe längs dem ganzen Seeufer findet Überwachsung statt. Der See ist von einem Walde und von einer Wiese umgrenzt. Gemeinde Raadi. 14. IX 28.

5. In den Torfgruben bei der Ansiedelung Luke, welche von *Betula humilis* umgeben sind. Gemeinde Luke. 16. IX 28.
6. Im See Alevijärv am Strande Kellameherand. Überwachsung findet statt. Gemeinde Vana-Otepää. 19. IX 28.
7. Auf dem Schwingmoor am See Neitsijärv nach Kukemäe zu. Gemeinde Pühajärve. 18. IX 28.
8. In den Torfgruben nordwestlich von der Haltestelle Aiamaa. 16. IX 28.

so nimmt die Entwicklung von *Glyceria aquatica* oder *Carex gracilis* einen starken Aufschwung und verdrängt *Phalaris arundinacea*. Die rohrartige Glanzgras-Fazies bildet das Übergangsglied zu *Caricetum rostratae*, wie die hinzugesellten *Lysimachia thyrsiflora*, *Carex disticha*, *Caltha palustris*, *Myosotis palustris* beweisen (Tabelle 17).

7. Schoenoplecteto-Phragmitetum graphephorosum. Die nördliche Schwingelschilf-Fazies ist an See- und Flussufern verbreitet. In Südestland ist sie schwächer vertreten (Eichwald 1930 p. 25), in Nordestland ist sie an See- und Flussufern durchaus gemein (Schneider 1908 p. 43). In Otepää habe ich diese Fazies nicht verbreitet gefunden, wohl aber findet sie sich an den Seen Raadijärv und Karijärv, sowie am linken Ufer des Emajõgi in einem alten Flussbett. Am Raadijärv befindet sich die Fazies im Initialstadium, während sie in dem Flussbett des Emajõgi im Endstadium auftritt. Die nördliche Schwingelschilf-Fazies bevorzugt kalkreiche Absetzungen und ständige Feuchtigkeit.

8. Schoenoplecteto-Phragmitetum acorosum. Standort der gemeinen Kalmus-Fazies sind zumeist Seen mit Mineralböden, Flussufer und aufgestaute Mühlenteiche. Am Väike-Emajõgi beim Durchfluss durch das Moor Sakssoo wächst die Kalmus-Fazies an niedrigeren Ufern der Flusswindungen, wo von den höheren Uferpartien abgeschwemmte mineralische Bestandteile, zum grössten Teil Sand, steckengeblieben sind. An Mühlenteichen hat die Kalmus-Fazies sich auf Auwiesen angesiedelt. Das Wasser ist bei den untersuchten Kalmus-Fazies seicht, es schwankt zwischen 10 und 50 cm, der Boden ist neutral, pH 6,87—7,08. (Tabelle 18.)

Auf sandigem Substrat ist die Fazies arm an Arten, stellenweise ist nur *Acorus calamus* vertreten, wohingegen beim Anwachsen der Schlammschicht die Menge der Arten zunimmt, wenngleich nur in beschränkten Grenzen. Im Anfangsstadium

Tabelle 16.

Schoenoplecteto-Phragmitetum glyceriosum aquaticae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ökologische Charakteristik:											
Grösse d. Faziesaufnahme m^2	40	30	100	100	100	100	100	100	50	40	50
Exposition	S	SW	flach						SO	N	SW
Wassertiefe in cm .	40	30	42	17	10	19	10	8	7	5	25
Boden der Wurzelschicht	lehm. Kies		Schlamm						Schlamm Kies		See-kr.
pH der Wurzelschicht	7.06	7.16	7.01	7.21	—	—	7.10	6.85	7.11	7.03	7.26
Floristische Zusammensetzung:											
Glyceria aquatica (L.) Wahlenb. . . .	3.4	4.5	4.5	3.4	4.5	3.4	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5
Acorus calamus L. .	+.1	—	1.2	—	—	—	—	—	+.2	—	—
Veronica Anagallis aquatica	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Butomus umbellatus L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	—
Sium latifolium L. . .	—	—	—	+.1	1.1	1.1	+.1	—	+.2	—	—
Lemna minor L. . .	—	3.3	—	2.2	2.2	2.2	+.1	—	2.2	—	—
Polygonum Hydropiper L.	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Rumex aquaticus L. .	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Polygonum amphibium L. v. terrestre Leyss.	—	—	+.1	1.1	+.1	1.1	—	—	—	—	—
Elodea canadensis Michaux	—	+.1	—	—	—	—	—	+.2	1.2	2.2	—
Heleocharis palustris (L.) R. Br.	—	—	+.1	—	—	—	—	2.2	—	2.2	—
Lemna trisulca L. . .	—	—	—	2.2	2.2	1.1	—	—	—	—	—
Galium palustre L. .	—	—	—	1.2	—	1.2	+.1	—	—	—	—
Agrostis alba L. v. *prorepens* Aschers.	—	—	—	1.2	—	—	2.2	—	—	—	—
Oenanthe aquatica (L.) Lam.	—	—	—	+.1	+.1	+.1	1.1	—	+.1	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1	+.1	+.1	+.1
Alisma Plantago L. .	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—
Hydrocharis morsus ranae L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Caltha palustris L. . .	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Carex gracilis Curt. .	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Carex stricta Good. .	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Bidens cernuus L. . .	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	+.1	—
Carex rostrata With.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	+.1	—
Menyanthes trifoliata L.	—		—	—	—	—	—	—		+.1	+.1
Sagittaria sagittifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Bidens tripartitus L. .	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 16.

1. In einer Bucht des Flusses Väike-Emajõgi bei dem Gesinde Raudsepa. Gemeinde Pühajärve. 20. IX 28.
2. Im See Raadijärv in der Nähe des Ufers, wo sich das Gärtnerhaus befindet. Ufer steil. Am Ufer Park. Gemeinde Raadi. 17. VIII 28.
3. Auf dem linken Ufer des Flusses Pedja in der Nähe des Gutsparkes von Jõgeva. 10. III 28.
4. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi beim Gute Annemõis. 17. VIII. 28.
5. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi beim Gute Jaamamõis. 17. VIII 28.
6. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi bei der Stadtweide von Tartu. 17. VIII 28.
7. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi bei Ihaste in den Grenzen des Gutes Raadimõis. 17. VIII 28.
8. Am Strande Keevendi des Sees Keerijärv. Gemeinde Meeri. 26. VIII 28.
9. Auf dem rechten Ufer des Flusses Emajõgi bei der Fähre (Prahm) in Kavastu. 5. VIII 28.
10. Bei der Mündung des von Süden in den See Elva-Väikejärv einmündenden Grabens. 26. VIII 28.
11. Bei der Mündung des von Westen in den See Viisjaagujärv einmündenden Bächleins. 26. VIII 28.

der Fazies sind Hydrophyten ihre Begleiter, während sich im Endstadium auch schon Helophyten hinzugesellen. Die Fazies befindet sich im *Schoenoplecteto-Phragmitetum* im Endstadium und geht in *Caricetum rostratae* über. Skworzow (1927 p. 268) erwähnt, dass *Acorus calamus* im Frühjahr auf dem Trockenen und im Sommer im Wasser gedeihen kann, was seine Verbreitung fördert.

Bemerkungen zur Tabelle 17.

1. Auf der Schwemmwiese von Sakssoo am linken Ufer des Flusses Väike-Emajõgi bei dem Gesinde Raudsepa. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
2. Auf der Schwemmwiese von Tõlliste zwischen den Flüssen Väike-Emajõgi und Porijõgi. Gemeinde Tõlliste. 4. VII 28.
3. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi bei der Stadtweide unterhalb Tartu. Gemeinde Raadi. 14. VIII 28.
4. Auf der Schwemmwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi beim Gute Jaama (in der Blütezeit). Gemeinde Raadi. 14. VIII 28.
5. Auf der Schwemmwiese des Flusses Emajõgi an der Stadtweide. Gemeinde Raadi. 16. VIII 28.
6. Auf der Schwemmwiese Ihaste am linken Ufer des Flusses Emajõgi. Gemeinde Raadi. 16. VIII 28.
7. Auf der Schwemmwiese des Flusses Emajõgi bei dem Dock der Fabrik Tegur. Gemeinde Raadi. 16. VIII 29.

Tabelle 17.

Schoenoplecteto-Phragmitetum phalaridosum.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7
Ökologische Charakteristik:							
Grösse d. Faziesaufnahme m^2	100	100	100	100	100	100	100
Exposition		f	l	a	c	h	
Wassertiefe in cm	—	6	6	6	4	14	—
Boden der Wurzelschicht		Schwemmschlamm					
pH der Wurzelschicht	7.0	—	7.08	—	6.81	6.78	6.69
Floristische Zusammensetzung:							
Phalaris arundinacea L.	3.4	4.4	4.5	4.5	4.5	3.4	4.5
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	1.1	2.2	—	—	—	—	+1
Rumex aquaticus L.	+1	+1	—	—	—	—	+1
Carex gracilis Curt.	+1	1.2	—	—	—	1.1	+1
Calamagrostis lanceolata Roth.	+1	—	—	—	—	—	+1
Solanum Dulcamara L.	+1	—	—	—	—	—	—
Cardamine pratensis L.	+1	+1	—	—	—	—	—
Cardamine amara L.	—	—	—	—	1.1	—	+1
Poa palustris L.	—	1.1	—	—	—	—	—
Galium palustre L.	—	2.2	2.2	1.1	1.1	1.1	—
Caltha palustris L.	—	1.2	+1	—	—	1.2	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	+1	+1	—	—	+1	+1
Lysimachia thyrsiflora L.	—	+1	—	—	—	—	—
Thalictrum flavum L.	—	+1	—	—	—	—	—
Mentha aquatica L.	—	1.1	—	—	—	—	—
Equisetum Heleocharis Ehrh.	—	—	+1	—	—	—	—
Lemna minor L.	—	—	1.1	3.3	2.2	—	—
Stellaria palustris Ehrh.	—	—	+1	—	—	—	+1
Agrostis alba L. v. *prorepens* Aschers.	—	—	1.1	—	+1	—	2.2
Veronica Beccabunga L.	—	—	+1	—	—	1.2	—
Glyceria aquatica (L.) Wahlenb.	—	—	—	—	+1	+1	1.2
Ranunculus repens L.	—	—	—	—	+1	—	1.1
Polygonum Hydropiper L.	—	—	—	—	+1	—	—
Lemna polyrrhiza L.	—	—	—	—	+1	—	—
Carex disticha Huds.	—	—	—	—	—	2.2	—
Lathyrus paluster L.	—	—	—	—	—	—	+1
Glyceria fluitans (L.) R. Br.	—	—	—	—	—	—	+1

Bemerkungen zur Tabelle 18.

1. Im Flusse Väike-Emajõgi, beim Moor Sakssoo in den Grenzen des Gesindes Raudsepa. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.
2. Im See Pikkjärv, bei der Halbinsel Alatõoste und der Ansiedelung Pikkjärve. Am Ufer Mischwald. Gemeinde Valgjärve. 22. VIII 28.
3. Im See Pikkjärv, am Nordoststrande bei der Ansiedelung Pikkjärve. Am Ufer Mischwald. Gemeinde Valgjärve. 22. VIII 28.
4. Im See Juusajärv, am Strande bei dem Gesinde Juusa. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.
5. Im See Kaarnajärv bei der Mündung des Baches Porijõgi. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.

6. Auf dem Schwingmoor des Sees Suurjärv unweit der Heuscheune des Ansiedlers Haller. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
7. In der Bucht Mülke-laht des Sees Pühajärv. Gemeinde Vana-Otepää. 21. IX 28.

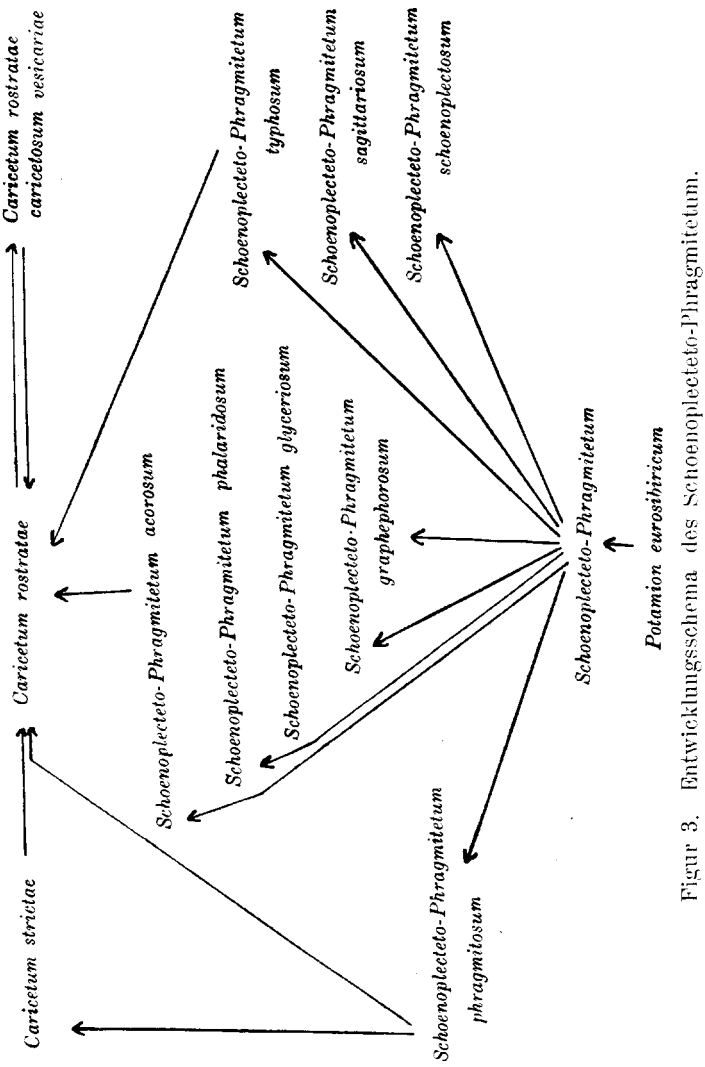
Tabelle 18.

Schoenoplecteto-Phragmitetum acorosum.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7
Ökologische Charakteristik:							
Grösse d. Faziesaufnahme m²	40	100	100	100	100	50	100
Exposition	SO	NW	NW	NO	N	NW	NW
Wassertiefe in cm	10	40	28	20	50	—	42
Boden der Wurzelschicht	sand. Flussschl.	lehmiger Kies				Torf	Schlamm lehm. Kies
pH der Wurzelschicht		6.98	7.08	7.03	—		6.87
Floristische Zusammensetzung:							
Acorus calamus L.	3.3	3.5	3.4	2.3	3.3	3.3	3.5
Rumex hydrolapathum Huds.	—	—	—	—	—	—	+1
Phalaris arundinacea L.	+1	—	—	—	—	—	—
Fontinalis antipyretica	—	2.5	+1	—	—	—	—
Carex rostrata Stokes.	—	+1	1.1	+1	1.1	—	—
Nymphaea candida Persl.	—	—	—	+1	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	1.1	+1	—	1.1
Hottonia palustris L.	—	+1	—	—	—	—	—
Potamogeton natans L.	+1	—	—	—	—	—	—
Nuphar luteum Sibth. u. Sm.	+1	—	—	—	—	+1	—
Calla palustris L.	—	—	—	—	—	+1	—
Cicuta virosa L.	—	—	—	—	—	+1	—
Epilobium palustre L.	—	—	—	—	—	+1	—
Carex vesicaria L.	—	—	—	—	—	—	+1
Carex gracilis Curt.	+1	—	—	—	—	—	+1
Lysimachia thyrsiflora L.	—	—	—	—	—	—	+1

Magnocaricion strictae.

Die zum *Magnocaricion*-Pflanzenverband gehörenden Assoziationen sind an See-, Fluss- und Moorufern verbreitet. Auf Übergangssümpfen finden sich bloss einzelne hierher gehörende Fazies. Zu *Magnocaricion* gehören die im Untersuchungsgebiet vertretenen *Caricetum strictae, Caricetum paludosae, Caricetum rostratae, Caricetum lasiocarpae,* von denen die erste auf Mineralböden und auf an abgesetzten organischen Stoffen reichen Böden verbreitet ist. Die Subassoziationen der Flaschensegge-Assoziation — *Carex gracilis, Carex disticha, Carex vesicaria,*



Figur 3. Entwicklungsschema des Schoenoplecteto-Phragmitetum.

Agrostis alba — sind auf an organischen Stoffen reichen Böden vertreten.

Der *Magnocaricion*-Pflanzenverband stellt eine Zwischen-Entwicklungsstufe zwischen *Phragmition* und *Nanocaricetum* dar mit allen hierher gehörenden Subassoziationen und Fazies.

Nach Walo Koch (1926 p. 55) sind die *Magnocaricion*-Assoziationen in der ganzen eurosibirischen Region, auch im mediterranen und sarmatischen Gebiet verbreitet.

Das *Caricetum strictae*.

Caricetum strictae fasst häufig die in der Moränenlandschaft liegenden Seen ein; seltener findet es sich an Flussufern, wo Mineralboden nahe ist und offenes Wasser bis zur Assoziation reicht. Die an See- und Flussufern wachsenden Assoziationen werden im Frühjahr und Herbst vom Hochwasser überschwemmt, während sie im Sommer trocken liegen. In Quellengebieten, in Mulden, wo das Wasser kalt ist und auch im Sommer einen mehr oder weniger einheitlichen Stand einnimmt, wächst *Carex stricta* auf hohen Bülten und überragt den Wasserspiegel (Aufnahme 1, 2, 4). Die Assoziationen der steifen Segge finden sich an Moorufern zugewachsener Seen, wo Vertorfung stattgefunden hat, und zeigen hier eine Entwicklungstendenz nach *Caricetum rostratae* hin (Aufnahme 6, 7, 8); sie sind als Endstadium der Assoziation anzusprechen.

Nach den einzelnen Bestimmungen erwies sich der Boden als schwach sauer, pH schwankt nur wenig, 6,23—6,37. (Tabelle 19.)

Die Anzahl der Charakterarten der Assoziation ist gering. Vertreten ist nur *Carex stricta*. Nach den Begleitern der Assoziationen lässt sich beurteilen, mit welcher Entwicklungsstufe der Assoziation man es zu tun hat. So treten in jüngeren Assoziationen als Begleiter *Sparganium minimum*, *Utricularia vulgaris*, *Alisma plantago*, *Utricularia minor*, *Potamogeton alpinus*, *Chara sp.* auf, während ältere im Endstadium der Entwicklung von zahlreichen Seggen, wie *Carex diandra*, *Carex chordorrhiza*, *Carex lasiocarpa*, *Carex limosa*, *Carex dioica*, *Carex Goodenoughii*, *Carex panicea*, begleitet sind. *Ranunculus lingua*, *Schoenoplectus lacustris*, *Phalaris arundinacea* weisen auf die nahe Verwandtschaft von *Caricetum strictae* mit *Scirpeto-Phragmitetum* hin. Das Eindringen von *Carex rostrata* und *Lysimachia thyrsiflora* bildet ein Anzeichen für die Entwicklung in der Richtung von *Caricetum rostratae*.

Bei der Entwicklung der *Carex stricta*-Assoziation können sich folgende Fazies bilden, die in Gürteln in der Richtung des Ufers streben:

1. Caricetum strictae phragmitosum ist die häufigste Fazies an Seeufern (Keldujärv, Ulilajärv), wo Schilfrohr dominiert. Es bildet das Endstadium der Schilfrohr-Fazies und die Initialphase der Steifsegge-Fazies. In Nordestland ist diese Fazies reich verbreitet.

Tabelle 19.

Caricetum strictae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ökologische Charakteristik:											
Grösse der Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	40	50	50	60	100
Exposition				f	a	s	t	f	l	a	c	h			
Boden der Wurzelschicht											
pH der Wurzelschicht	—	6.37	6.23	6.25	—	—	—	—	—	—	—
Floristische Zusammensetzung.											
Charakterarten:											
Carex stricta Good.	3.4	3.3	3.4	3.4	3.4	3.3	3.3	3.3	3.3	3.4	3.3
Begleiter und Zufällige:											
Carex paradoxa Willd.	—	1.1	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—
Cicuta virosa L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Ranunculus lingua L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Schoenoplectus lacustris (L.) Palla	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Glyceria aquatica (L.) Wahlb.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1
Phalaris arundinacea L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1
Lysimachia thyrsiflora L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1	—	+.1
Potamogeton natans L.	—	+.1	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Polygonum amphibium L. var. *terrestre* Leyss.	1.2	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1	+.1	1.2
Carex rostrata With.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Iris pseudacorus L.	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Calla palustris L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Sparganium minimum Fr.	—	+.1	1.1	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Utricularia vulgaris L.	—	+.1	—	+.1	—	2.3	—	—	—	—	—

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Alisma plantago L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Utricularia minor L.	—	—	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Potamogeton alpinus Balb.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Lemna trisulca L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Chara div. sp.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Galium palustre L.	—	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	+.1
Stellaria palustris Ehrh.	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1
Cardamine amara L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Lythrum salicaria L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—
Veronica scutellata L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Carex diandra Schrank.	—	—	—	—	—	2.2	+.1	—	—	—	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	—	—	—	+.1	2.3	—	+.1	—	—
Carex chordorrhiza Ehrh.	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—
Carex lasiocarpa Ehrh.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Carex limosa L.	—	—	—	—	—	+.1	+.1	1.1	—	—	—
Carex Oederi L.	—	—	—	—	—	+.1	2.2	—	—	—	—
Phragmites communis Trin.	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—
Pedicularis palustris L.	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—
Comarum palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	2.3	—	—	+.1
Caltha palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	+.2
Eriophorum angustifolium Roth.	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—
Andromeda polifolia L.	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—
Carex dioica L.	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—
Oxycoccus palustris Pers.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Carex Goodenoughii Gay	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Carex panicea L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Peucedanum palustre Moench.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1	—
Rhytidiadelphus squarrosus (L.) Warnst.	—	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—
Salix div. sp.	—	—	—	—	—	—	+.1	1.2	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 19.

1. In der Talmulde Arula, links von der zur Eisenbahnstation Puka führenden Landstrasse, beim Gesinde Uibulaane. In der Mulde ist Wasser, das den Sommer über nicht austrocknet; nach dem Regen steigt das Wasser, bei trockenem Wetter geht es zurück. Bei der Messung 75 cm Wassertiefe. 1. VII 28.
2. In der Mulde Kolmristi, an der Stelle, wo die Grenzen der Güter Salula, Pikjärve und Neeruti zusammentreffen. Die Mulde ist von Mischwald umgeben. In der Mulde wird Flachs geweicht. 4. IX 28.
3. In der Mulde Kolmristi. Die Wassertiefe zwischen den Humpeln schwankt zwischen 50 und 100 cm. Die Assoziation umfasst 1 ha. Die Mulde ist von Mischwald umgeben. In der Mulde wird Flachs geweicht. 4. IX 28.
4. Im See Mädajärv im Forstbezirk Tamme. Wassertiefe 50 cm. Die Assoziation ist über ein Areal von ca 3000 m² verbreitet. 4. IX 28.
5. Auf der Auwiese Ihaste am linken Ufer des Flusses Emajõgi, an der Grenze des Gutes Jaamamõis. 16. VIII 28.
6. Auf dem Moor am Ufer des Sees Koiulajärv. Das Moor ist vermoost und wenig zersetzt. Endstadium der Assoziation. Das Moor ist von Mischwald begrenzt. 29. VI 28.
7. Auf der Auwiese zwischen den Seen Keerijärv und Ulilajärv. 26. VIII 28.
8. Auf der Auwiese am See Annimatsijärv. Hügelige Felder begrenzen die Wiese. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
9. Auf der Uferwiese des Sees Vasulajärv. 3 Meter vom See ist die Humusschicht kaum 7 cm dick, darunter Sand und lehmiger Sand. 14. IX 28.
10. Auf der Wiese am Ufer des Flusses Pedja beim Park von Jõgeva. 8. VII 30.
11. Auf der Auwiese am See Keerijärv von der Mündung des in den See Keerijärv mündenden Baches nach dem Dorfe Keeriküla zu. 12. VII 29.

2. Caricetum strictae glyceriosum aquaticae. Die Verbreitung dieser Fazies habe ich an den sandig-lehmigen Ufern des Flusses Pedjajõgi festgestellt. Der Wasserstand wechselt stark zwischen Überschwemmung und bloss mässiger Nässe. Die Fazies ist Zwischenglied zum Riedgras.

3. Caricetum strictae phalaridosum arundinaceae ist eine bloss in Flecken auf beschränktem Territorium vorkommende Fazies. *Phalaris arundinacea* dominiert. In Otepää habe ich das Vorkommen der Fazies nicht beobachtet, wohl aber an den Ufern der Seen Ulilajärv und Keerijärv, einzelne Flecken auch am linken Ufer des Flusses Pedjajõgi oberhalb Jõgeva.

4. Caricetum strictae caricosum gracilis ist See- und Flussufern eigen, wo nur geringe Überschwemmungen vor sich gehen. Ich habe das Vorkommen der Fazies auf der linken Auwiese des Flusses Emajõgi unterhalb Tartu und auf der Auwiese des Sees Ulilajärv beobachten können.

5. Caricetum strictae agrostidosum albae ist an See- und Flussufern vertreten, wo der Mineralboden mit einer dünnen Schlammschicht bedeckt ist und seichtes Wasser den Boden bedeckt. Die Fazies ist arm an Arten und verbreitet sich nicht über grössere, weitere Flächen.

6. Caricetum strictae caricosum hat keinen bestimmt ausgeprägten floristischen Charakter, wie die übrigen Fazies; hier sind vielmehr zahlreiche Seggenarten vertreten. Standort sind die Ufer von ab- und zuflusslosen Seen, wo der Mooswuchs stark entwickelt ist und Torfbildung vor sich geht. Die erwähnte Fazies stellt das Endstadium der Assoziation dar und die Übergangsstufe zu der Riedgraswiese. Man könnte diese Entwicklungsstadien als Assoziationsrelikte ansehen.

Um eine bessere Übersicht zu bieten, füge ich ein Sukzessionsschema der Assoziation bei. Figur 4.

Caricetum strictae ist früher von zahlreichen Forschern untersucht worden, wie aus den Beschreibungen von *Caricetum elatae* von Walo Koch (1926 p. 63) und Rübel (1930 p. 283) hervorgeht. Als Pioniere haben hier Kerner, Schröter, Früh, Polend, Clements zu gelten, während Koch eine vollständige systematische Beschreibung gibt.

Das *Caricetum rostratae.*

Diese Assoziation verlangt für ihr Fortkommen nasse Standorte. Sie entwickelt sich auf Nieder- und Übergangsmooren, auch an Ufern von Bächen, Flüssen und Seen mit torfigem Boden und in zuwachsenden Gräben mit stehendem Wasser. In den untersuchten Seen dringt die Flaschensegge-Assoziation bis 80 cm tief ins Wasser vor, während sie beim Sinken des Wasserspiegels schnell zugrunde geht (die Seen Nõojärv, Karujärv) und bei der Entwässerung von Flachmooren in wenigen Jahren spurlos verschwindet, wie ich dieses auf entwässerten Mooren habe beobachten können. Die Flaschensegge-Assoziation ist in Süd- ebenso wie in Nordestland weit verbreitet; besonders grosse Flächen bedeckt sie in weiterer Entfernung von den Flussbetten, wohin das überströmende Hochwasser nicht reicht.

Früh und Schäfer (1904 p. 268—269) erwähnen das Vorkommen der Assoziation in den Seen der Schweiz. Lin-

kola (1921 p. 229) weist nach, dass die Flaschen-Blasensegge-Assoziation meistens als schmale Bestände, nur in fruchtbaren Gewässern als breitgürtelförmige Bestände vorhanden ist. Nach den Untersuchungen von Walo Koch (1926 p. 64) kommt sie auch in Altläufen grösserer Flüsse des Tieflandes und in kleineren Grundwasserseen vor. Die von Cajander (1913 p. 101) beschriebenen *Carex rostrata*-Moore gehören, wie aus dem Verzeichnis der vertretenen Pflanzenwelt zu schliessen, zur *Carex rostrata*-Assoziation, die den auf Übergangsmooren vertretenen Assoziationen nahesteht. Nach Walter (1927 p. 320) kommt die *Carex rostrata*-Assoziation in Deutschland auch auf Übergangsmooren vor.

Der Verbreitungsbereich der Wurzeln der Assoziation ist reich an organischen Stoffen. Der entstandene Torf ist in einzelnen Fällen stark zersetzt (H_4), wie dieses die in der Tabelle 20 gegebenen Aufnahmen der emporgestiegenen Schwimm-Moore auf den Seen Nõoveskijärv, Pühajärv, Neitsijärv (siehe die Aufnahmen 10, 14, 15) zeigen. Der mittelmässig zersetzte (H_3) *Hypneto-Caricetum*-Torf ist den auf Flachmooren verbreiteten Assoziationen eigen, während der schwach zersetzte (H_2) sich auf Flachmooren mit tiefem Grunde oder in den Anfangsstadien von Übergangsmooren findet, die in ihrer Entwicklungsstufe noch jünger sind.

Wie aus der unten gebrachten Tabelle 20 ersichtlich, ist *Caricetum rostratae* auf Torf verschiedener Säurestufen verbreitet; die Wasserstoff-Ionenkonzentration des Wurzelmittels schwankt dementsprechend, pH 5,96—7,02. Mithin sind die Flaschensegge-Assoziationen des Untersuchungsgebiets auf mässig sauren bis neutralen Böden verbreitet. Auf Ufern mit Schlammgrund oder in Seen entstandene Assoziationen sind neutrophil, während die auf Flachmooren verbreiteten älteren Assoziationen schwach azidiphil sind. Nach Kotilainen (1928 p. 37, 43, 68) ist *Carex rostrata* in Finnland sehr oft auf dem allersauersten Torf verbreitet, wo pH zwischen 3,1 und 5,2 schwankt. Aus der Zusammensetzung der Pflanzendecke geht hervor, dass die Bestimmungen nach Bodenproben von Übergangsmooren gemacht sind, die ihrem Charakter nach saurer sind als Flachmoore. (Beiläufig sei bemerkt, dass die Flach- sowohl als auch die Übergangsmoore Finnlands kalkärmer und saurer sind als in Estland.)

Als Verbands-Charakterarten sind die Moose *Acrocladium cuspidatum*, *Drepanocladus intermedius*, *Aulacomnium palustre*, *Paludella squarrosa* und *Calliergon giganteum* vertreten. Charakterarten der Assoziation sind *Carex rostrata*, *Lysimachia thyrsiflora*, *Carex pseudocyperus*, die beiden letzteren in jüngeren Assoziationen, wo die Vermoosung beginnt und der Boden wenig säuerlich ist. Begleiter der Assoziation sind Helophyten, die als Flach- und Übergangsmoor-Assoziationen bekannt sind. *Poa palustris*, *Epipactis palustris*, *Eriophorum angustifolium*, *Galium uliginosum*, *Carex panicea*, *Carex dioica*, *Pedicularis palustris*, *Agrostis canina*, *Triglochin palustris*, *Carex canescens*, *Carex Oederi* wachsen mehr an trockeneren Stellen, während *Carex diandra*, *Menyanthes trifoliata*, *Comarum palustre*, *Caltha palustris*, *Galium palustre*, *Calamagrostis neglecta*, *Calamagrostis lanceolata*, *Myosotis palustris*, *Calla palustris*, *Equisetum heleocharis* an nassen Stellen vorkommen oder ganz ins Wasser vordringen.

Caricetum rostratae ist zusammen mit seinen Gesellschaften und Fazies Zwischenglied zwischen dem nach dem Ufer zu sich entwickelnden *Nanocaricetum* und den nach dem Hochmoor tendierenden Assoziationen. Bei Entwicklung nach dem Mineralboden hin geht es in die *Carex vesicaria*- und die *Agrostis alba*-Subassoziation über, bei reichem Absatz von Schlickschlamm an Flussufern in die *Carex gracilis*-Subassoziation. Auf Übergangsmooren, wo ein reicher Wuchs von Sphagnum statthat, haben wir es bloss mit Varianten der Assoziation zu tun, wie sie Oswald (1923 p. 217) und Warén (1926 p. 37) als *Carex rostrato-Sphagnum apiculatum*-Assoziation beschreiben.

Gesellschafts- und Faziesbildungen sind überaus häufig und kommen beim Übergang von unserer Assoziation zu einer anderen bei zahlreichem Auftreten einer einzelnen Begleitpflanze vor.

Bemerkungen zur Tabelle 20.

1. Auf der Wiese zwischen den Feldern des Gutes Tammemõis. Wasser auf der Erdoberfläche. Die von Feldern begrenzte Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Valgjärve. 26. VI 28.
2. Auf der Niederungsmoorwiese Jürimäe des Gesindes Kondi. Wasser an der Oberfläche. Der Moorboden ist ziemlich zersetzt. Die von Wald und Feld begrenzte Wiese wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 28. VI 28.
3. Auf der Moorwiese Sakssoo des Gesindes Liivaku. Wasser an der Oberfläche. Der Moorboden ist ziemlich zersetzt. Die Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Valgjärve. 28. VI 28.

Tabelle 20.

Caricetum rostratae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ökologische Charakteristik:																	
Grösse d. Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	50	100
Exposition				f		l			a			c			h		
Boden der Wurzelschicht				H y p n e t o - C a r i c e t u m													
Zersetzung	H_2	H_3	H_3	H_3	H_3	H_2	H_2	H_2	H_3	H_4	H_3	H_2	H_2	H_4	H_4	H_4	H_3
pH der Wurzelschicht	6.51	6.15	6.34	6.57	6.68	6.43	6.40	—	6.50	7.02	—	6.21	5.96	—	6.85	—	6.29
Floristische Zusammensetzung.																	
Charakterarten:																	
Carex rostrata With.	3.4	3.3	3.3	3.3	3.4	3.3	2.3	4.4	4.4	3.3	2.3	3.3	3.3	4.5	3.4	1.1	3.3
Lysimachia thyrsiflora L.	+.1	+.1	—	—	+.1	—	—	+.1	—	+.1	+.1	+.1	—	+.1	+.1	+.1	—
Carex pseudocyperus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	+.1	+.1	—	—	—	—
Verbands-Charakterarten:																	
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	3.3	—	—	3.4	—	—	—	3.3	3.3	2.2	4.4	—	—	—	—	—	3.3
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	—	3.3	4.4	2.3	—	4.4	4.5	2.2	—	—	—	3.3	4.5	—	—	4.4	—
Aulacomnium palustre (L.) Shwaegr.	—	2.2	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Paludella squarrosa (L.) Brid.	—	—	—	—	3.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.3
Begleiter und Zufällige:																	
Calliergon giganteum (Schimp.) Kindb.	2.2	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Carex vesicaria L.	+.1	—	—	—	+.1	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	3.4	—
Carex diandra Schrank.	2.2	+.1	—	2.2	2.2	-	2.2	+.1	+.1	2.2	+.1	1.1	+.1	+.1	+.1	—	+.1
Carex panicea L.	—	1.1	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1
Carex limosa L.	—	—	+.1	+.1	—	1.1	1.1	—	—	1.1	—	—	1.2	—	—	—	—

Carex dioica L.	—	—	—	+.1	—	+.1	2.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex gracilis Curt.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Carex flava L.	—	+.1	2.2	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	1.1	
Carex canescens L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	
Carex Goodenoughii Gay	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	+.1	1.1	—	+.1	—	
Equisetum heleocharis Ehrh.	2.2	1.1	—	—	—	—	+.1	—	2.2	—	1.1	—	—	1.1	—	2.2	1.1	
Equisetum palustre L.	—	+.1	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	
Eriophorum vaginatum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	
Menyanthes trifoliata L.	2.2	1.2	+.1	1.2	—	+.1	2.3	—	—	1.2	2.3	2.3	2.3	—	2.2	—	1.2	
Comarum palustre L.	—	+.1	1.1	+.1	—	—	+.1	+.1	1.2	2.2	—	2.2	1.2	—	+.1	+.1	+.1	
Caltha palustris L.	—	1.2	1.1	+.1	+.1	—	—	+.1	1.2	1.2	+.1	—	1.2	1.2	—	+.1	1.2	
Pedicularis palustris L.	—	+.1	—	+.1	+.1	—	+.1	—	—	1.2	+.1	—	+.1	—	—	—	+.1	
Galium uliginosum L.	—	—	1.1	1.1	—	—	—	+.1	—	+.1	—	—	+.1	—	—	+.1	—	
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	—	—	—	1.1	—	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	
Calamagrostis lanceolata Roth.	1.1	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	
Epipactis palustris (L.) Gr.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	
Eriophorum angustifolium Roth.	1.1	+.1	+.1	1.1	2.2	+.1	+.1	+.1	—	+.1	—	—	1.1	—	—	—	+.1	
Carex elongata L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	
Cardamine pratensis L.	—	—	1.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Oxycoccus palustris Pers.	—	—	—	2.2	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Triglochin palustris L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	
Poa palustris L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Epilobium palustre L.	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	
Galium palustre L.	—	—	—	—	1.1	—	1.1	—	—	+.1	—	—	+.1	—	+.1	1.1	—	
Agrostis canina L.	—	—	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	
Parnassia palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	
Iris Pseudacorus L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Typha latifolia L.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1	—	—	+.1	—	—	
Calla palustris L.	—	—	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Salix repens L. var. *rosmarinifolia* (L.) W. et Gr.	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	
Betula pubescens Ehrh.	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1	
Salix cinerea L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Rumex aquaticus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	+.1	—	—	
Carex chordorrhiza Ehrh.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	
Scutellaria galericulata L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	
Nasturtium officinale R. Br.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.1	—	—	—	—	—	
Rhytidiadelphus squarrosus (L.) Warnst.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.3	

4. Auf der Moorwiese Porisoo des Gesindes Kaarnamäe. Wasser auf der Erdoberfläche. Beim Auftreten sinkt der Boden ein. Der Moorboden ist ziemlich zersetzt. Die von Feldern begrenzte Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
5. Auf der am Bache liegenden Wiese des Gesindes Puuraku. Wasser auf der Erdoberfläche. Der Boden ist ziemlich zersetzt und mit Anschlämmungen gemischt. Die von Feldern begrenzte Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 30. VI 28.
6. Auf der Schwingmoorwiese am See Mähäjärv. Wasser an der Oberfläche. Der Moorboden wenig zersetzt. Die auf der einen Seite von Wald und auf der anderen Seite von Feld begrenzte Schwingmoorwiese wird gemäht, aber nicht geweidet. Gemeinde Palupera. 1. VII 28.
7. Auf der Schwingmoorwiese des Sees Väikejärv. Wasser auf der Erdoberfläche. Der Moorboden ist wenig zersetzt. Die von Mischwald, vom See und von Feld begrenzte Schwingmoorwiese wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 30. VI 28.
8. Auf der Schwingmoorwiese des Gesindes Kuusiku, Der Moorboden oben 30 cm zersetzt, weitere 50 cm unzersetzt, dann folgt bläulicher Lehm. 80 cm Wasser an der Oberfläche. Auf der von Feldern begrenzten Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Ummuli. 4. VIII 28.
9. Auf der nassen Auwiese Sangaste oberhalb der Brücke Korva in der Nähe des alten Flussbettes. Wasser auf der Erdoberfläche. Der Boden ziemlich zersetzt. Auf der Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Sangaste. 5. VII 28.
10. Auf der Schwingmoorwiese am See Nõo-Veskijärv. Der Boden ist gut zersetzt. Emporgestiegener Seeboden. Wasser an der Oberfläche. Die teilweise von Feldern begrenzte Moorwiese wird bei Hochwasser überflutet. Die Wiese wird gemäht. Gemeinde Luke. 16. IX 28.
11. Auf der Moorwiese Nõosoo in der Richtung von Nõo nach Luke. Wasser an der Oberfläche. Der Boden ist ziemlich zersetzt und sinkt unter den Füssen ein. Die Moorwiese ist von Feldern begrenzt, auf ihr wird gemäht und geweidet. Gemeinde Luke. 16. IX 29.
12. Auf der zu dem Gesinde Juusa gehörigen Schwingmoorwiese am See Juusajärv. Wasser an der Oberfläche. Der Boden gänzlich unzersetzt. Auf der von Moorweiden begrenzten Moorwiese wird geweidet und selten gemäht. Gemeinde Vana-Otepää. 21. X 28.
13. Auf der Moorwiese Mülkesoo des Gesindes Meoski. Wasser auf der Oberfläche. Der Boden wenig zersetzt. Die Moorwiese wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
14. Auf der zu dem Gesinde Saare gehörigen Wiese am rechten Ufer des Flusses Emajõgi. Wasser an der Oberfläche. Im Frühjahr wird die Wiese überflutet und angeschlämmt. Kein Moos. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
15. Auf der Schwingmoorwiese am See Neitsijärv. Grundwasser recht nahe der Erdoberfläche. Der Boden ist sehr zersetzt. Kein Moos. Die aus dem emporgestiegenen Seeboden gebildete Moorwiese ist teilweise von Feldern begrenzt und wird gemäht. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.

16. Im Erlengehölz auf dem der Universität Tartu gehörigen Gute Raadi in der Richtung nach Joora. Wasser auf der Erdoberfläche. Der Boden ziemlich zersetzt und eben entwässert. Das Moor ist von Feldern begrenzt. Gemeinde Raadi. 10. VII 29.

17. Auf der zwischen den Feldern des Gesindes Kondi befindlichen Moorwiese. Der Boden ist ziemlich zersetzt. Das Grundwasser ziemlich nahe der Erdoberfläche. Zerstreut wachsen einzelne Birken und Weiden. Auf der vor Zeiten durch offene Gräben entwässerten Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 28. VII 28.

1. Caricetum rostratae caricetosum vesicariae. Die edaphischen Forderungen der Blasenseggen-Gesellschaft unterscheiden sich von denen der Flaschenseggen-Assoziation und den hierher gehörenden Gesellschaften und Fazies. Die Blasenseggen-Gesellschaft ist auf mineralischen Böden oder mit Mineralerde versetzten Moorböden verbreitet, wie Ackermulden, an Flachmoorufern, wo das Wasser sich nahezu den ganzen Sommer hindurch auf undurchlässigem sandigem Lehm oder Ton hält. Den Mineralsockel deckt eine dünne abgesetzte Schlammschicht, die von den Äckern und höheren Stellen durch die schwache Strömung in die Mulde oder Niederung getragen worden ist. Das Mittel ist schwach sauer bis neutral, pH schwankt zwischen 6,40 und 7,00 (Tabelle 21).

Die Gesellschaft ist arm an Arten. Nach dem Ufer zu ist die Blasensegge stark im Übergewicht, nimmt aber mit zunehmender Wassertiefe ab zugunsten von *Equisetum heleocharis*, während die tieferen Stellen noch völlig offenes Wasser aufweisen. *Phalaris arundinacea* ist über die Blasensegge hinausgewachsen und hat sich nur in der Nähe von *Salix cinerea*-Büschen zwischen Feldsteinen erhalten, wo das Betreten durch Vieh die Wurzeln nicht beschädigt. *Carex pseudocyperus* wächst in dichten Gruppen an offenen Stellen, es bleibt wegen der scharfen Ränder seiner Blätter vom Vieh unberührt. In der Nähe der Ufer der Niederung in seichterem Wasser wachsen *Calamagrostis neglecta*, *Caltha palustris*, *Agrostis alba*, *Alisma plantago*, *Lysimachia vulgaris*, *Myosotis palustris*. In der Nähe des Ufers, wo das Oberwasser zurückgegangen ist und bloss die Wurzelmitte nass erhalten bleibt, wachsen *Filipendula ulmaria* und *Juncus conglomeratus* als Vertreter der Differentialarten der Assoziation. Zufällig treten auf: *Heleocharis palustris* und *Juncus effusus*. In der Gesellschaft fehlt die Moosdecke, sie ist nur an

Tabelle 21.

Caricetum rostratae caricetosum vesicariae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5
Ökologische Charakteristik:					
Grösse der Aufnahme in m² . . .	50	100	50	50	100
Exposition	M	u	d	e	
Boden der Wurzelschicht	Lehmiger Sand mit dünnem Schlick	Torfboden	Lehmiger Sand mit dünnem Schlick		
pH der Wurzelschicht	7.00	6.40	6.51	6.60	—
Floristische Zusammensetzung:					
Carex vesicaria L.	3.4	3.3	3.3	3.4	4.4
Phalaris arundinacea L.	1.1	—	—	—	—
Glyceria fluitans (L.) R. Br.	+.1	—	+.1	—	+.1
Juncus conglomeratus L.	+.1	—	—	—	—
Heleocharis palustris (L.) R. Br. . .	+.1	+.1	—	—	—
Juncus effusus L.	—	+.1	+.1	—	—
Galium palustre L.	—	—	+.1	+.1	+.1
Comarum palustre L.	+.1	1.1	+.1	—	+.1
Filipendula ulmaria (L.) Maxim. .	+.1	—	—	—	—
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	—	+.1	+.1	—	—
Carex pseudocyperus L.	—	+.1	—	—	—
Alisma plantago (L.)	—	+.1	—	—	—
Lysimachia vulgaris L.	—	+.1	—	1.1	+.1
Caltha palustris L.	—	—	+.1	—	—
Myosotis palustris (L.) Hill. . . .	—	—	+.1	+.1	—
Agrostis alba L.	—	—	+.1	—	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	+.1	—	—
Carex rostrata With.	—	—	—	+.1	+.1
Calliergon giganteum (Schimp.) Kindb.	—	—	+.1	—	—
Salix cinerea L.	+.1	—	—	+.1	—

Bemerkungen zur Tabelle 21.

1. In der Mulde zwischen den Feldern des Gesindes Männiku. Wasserstand 25 cm hoch über dem Boden. Das Heu wird frühzeitig abgemäht. Gemeinde Pilkuse. 11. VII 27.
2. In der Mulde Aukasoo des Gesindes Tootsijagu. Vor 18 Jahren Feld, dann aber durch das Verschlammen und Versumpfen des Grabens versumpft. Wasser 10—17 cm über dem Boden. Auf der Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 11. VII 27.
3. In der Mulde Keldrimäe des Gesindes Tootsijagu. Vor 18 Jahren hat man wegen Versumpfung des Grabens die Mulde brachliegen lassen. Wasserstand 5—27 cm über dem Boden. Auf der Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 15. VII 27.
4. In der Mulde Kruusaaugu des Gesindes Härmamärdi. Wasser über dem Boden 7—25 cm. Schlammschicht auf dem Mineralboden. Die Mulde wird

abgemäht und trocknet mitten im Sommer aus. Gemeinde Pilkuse. 13. VII 27.

5. In der Mulde im Erlengehölz Joora auf dem Gute Raadi. Wasserstand 10 cm über dem Boden. Im Jahre 1928 durch offene Gräben entwässert und im darauf folgenden Jahre besät. Gemeinde Raadi. 23. VI 28.

wenigen Stellen zu finden. Die Zugesellung von *Carex rostrata* und *Calliergon giganteum* beweist, dass die Gesellschaft sich in der Richtung der *Carex rostrata*-Assoziation entwickelt.

Die Blasenseggen-Gesellschaft steht den *Scirpeto-Phragmitetum*-Fazies ebenso nahe, wie die Schlanke-Segge-Gesellschaft. Die genannte Gesellschaft stellt die Zwischenstufe in der Entwicklung der Flachmoor-Pflanzengesellschaften dar. Linkola (1927 p. 229) erwähnt das Vorkommen von *Carex vesicaria* in Finnland an den Ufern der Flüsse und Bäche an der Wassergrenze als kleinere oder grössere Bestände. Nach Smelow (1927 p. 11) ist *Carex vesicaria* in Russland an den Mittelläufen der Flüsse verbreitet.

2. Caricetum rostratae caricetosum gracilis. Die Subassoziation *Carex gracilis* ist auf Auwiesen verbreitet, die vom Hochwasser regelmässig im Frühjahr oder Sommer überschwemmt werden, wobei mehr oder weniger Schlick oder eine Schlammschicht zurückbleiben. Das Mittel des Wurzelbodens besteht aus geschichtetem, an mineralischen Stoffen reichem Schwemmschlamm. Die Schwankungen des Wasserstandes sind bedeutend. Im Frühjahr bei Überschwemmung der Auwiesen steigt das Wasser auf den Wiesen am Flusse Väike-Emajõgi bei Sakssoo und Sangaste bis zu einem Meter, unterhalb Tartu auf den Wiesen am Flusse Emajõgi sogar noch höher. Im Hochsommer bei Dürre sinkt das Wasser bis zur Bodenoberfläche, wobei die Wurzelmitte feucht bleibt. Der Schlickschlamm hat sich in den Flusstälern an tieferen Stellen auf Lehm oder sandigem Lehm der Moräne oder auch auf Blaulehm abgesetzt, auch Duff findet sich stellenweise auf dem Moore Sakssoo (oberhalb der Mühle Raudsepa erreicht die Duffschicht eine Dicke von 80 cm unter einer ebenso dicken Torfdecke). Der Schlickschlamm der Wurzelmitte ist neutral, pH schwankt bei den untersuchten Gesellschaften zwischen 6,73 und 7,15.

Das Rhizomgeophyt *Carex gracilis* ist infolge des kräftigen Bodens in den beschriebenen Gesellschaften hinsichtlich des

Tabelle 22.

Caricetum rostratae-caricetosum gracilis.

Nr. der Aufnahme.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ökologische Charakteristik:									
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition			f	l	a	c	h		
Boden der Wurzelschicht	S c h w e m m s c h l a m m								
pH der Wurzelschicht	7.15	6.73	6.80	7.09	6.95	6.84	6.90	—	6.8.
Floristische Zusammensetzung:									
Carex gracilis Curt.	4.5	4.5	3.4	3.3	3.4	3.4	3.4	4.5	4.5
Lysimachia thyrsiflora L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1
Carex rostrata With.	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1
Scutellaria galericulata L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Phalaris arundinacea L.	—	+.1	+.1	—	+.1	—	+.1	—	—
Glyceria aquatica (L.) Wahlb.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Acorus calamus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Caltha palustris L.	1.2	+.1	1.1	+.1	1.2	—	+.1	1.3	2.2
Galium palustre L.	+.1	—	—	+.1	—	1.1	3.3	—	+.1
Lythrum salicaria L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Rumex aquaticus L.	—	+.1	—	—	—	+.1	—	—	+.1
Ranunculus repens L.	—	—	—	—	+.1	1.2	—	—	—
Agrostis alba L.	1.2	+.1	—	1.1	—	1.2	1.2	—	—
Solanum Dulcamara L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	+.1	+.1	+.1	+.1	—	—	—	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	+.1	+.1	—	+.1	—	+.1	—	—	—
Poa trivialis L.	—	+.1	+.1	—	+.1	—	—	—	—
Poa palustris L.	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Thalictrum flavum L.	—	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	+.1	—	+.1	—	—	2.2	—	—	+1
Carex diandra Schrank.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	+.1	+.1	—	2.2	+.1	1.1
Equisetum palustre L.	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Cardamine amara L.	+.1	+.1	—	+.1	1.1	+.1	—	—	—
Festuca rubra L.	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Geum rivale L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Poa pratensis L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Stellaria palustris Ehrh.	+.1	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Pedicularis palustris L.	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Veronica Beccabunga L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Alopecurus pratensis L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Mentha aquatica L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Drepanophyllum latifolium (L.) Hoffm.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Carex stricta Good.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	+.1	+.1	+.1	—	—	1.2	—	—	—
Lathyrus palustris L.	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—
Alisma plantago L.	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Lemna minor L.	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—
Ranunculus flammula L.	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1	—
Oenanthe aquatica (L.) Lam.	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	—	—	—	—	—	1.2	1.2
Comarum palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+..
Phragmites communis Trin.	—	—	—	—	—	—	—	—	+5

Bemerkungen zur Tabelle 22.

1. Auf der zu dem Gesinde Puuraku gehörigen überfluteten Wiese am Bache. Der Boden ist nass und teilweise mit Schwemmschlamm bedeckt. Auf der Wiese ist kein Moos. Die Wiese wird ein- bis zweimal gemäht und im Herbst wird auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 30. VI 28.
2. Auf der zu dem Gesinde Raudsepa gehörigen überfluteten Auwiese auf dem Moore Sakssoo am rechten Ufer des Flusses Väike-Emajõgi. Der Boden ist nass und teilweise mit Schwemmschlamm bedeckt. Auf der Wiese ist kein Moos. Die Wiese wird ein- bis zweimal gemäht und im Herbst wird auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.
3. Auf der zu dem Gesinde Turu gehörigen Auwiese auf dem Moore Sakssoo am linken Ufer des Flusses Väike-Emajõgi. Der Boden ist nass. Beim Hochwasser wird die Wiese überflutet und angeschlämmt. Auf der Wiese ist kein Moos. Die Wiese wird ein- bis zweimal gemäht und im Herbst wird auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.
4. Auf der zu dem Gesinde Juhani gehörigen Wiese Leostiku. Im Frühjahr beim Hochwasser wird die Wiese überflutet und angeschlämmt. Nasser Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 13. VII 27.
5. Auf der Auwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi beim Gute Jaama. Wasser an der Oberfläche. Beim Hochwasser wird die Wiese überflutet und angeschlämmt. Die Wiese wird ein bis zweimal gemäht und im Herbst auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 5. VI 28.
6. Auf der Auwiese Ihaste am linken Ufer des Flusses Emajõgi, unterhalb Tartu. Feuchte Anschlämmung auf dem Rasen. Kein Moos. Die Wiese wird ein- bis zweimal gemäht und nachher auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 5. VI 28.
7. Auf der Auwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi bei der Sägemühle unterhalb Tartu. Wasser an der Oberfläche. Auf dem Rasen Schlamm. Die Wiese wird zweimal gemäht. 14. VII 28.
8. Auf der Auwiese Elistvere oberhalb der Mühlenstauung. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Elistvere. 16. VII 28. Diese Beschreibung habe ich als Expert der Kommission, die bei der Dorpater Landschaftsverwaltung zur Abschätzung des durch das Hochwasser verursachten Schadens gebildet wurde, zusammengestellt.
9. Auf der zu dem Gesinde Saare gehörigen Auwiese am rechten Ufer des Flusses Väike-Emajõgi unterhalb des Sees Pühajärv. Die Wiese wird gemäht. Gemeinde Pühajärve. 2. VII 27.

Wuchses derart üppig und dicht, dass es als Alleinherrscher auftritt und nicht allsommerlich blüht, sondern steril wächst. Letzterer Fall ist den infolge starker Überschwemmungen reich mit Schlickschlamm bedeckten Wiesen eigen. In solchen Gesellschaften findet sich in der niedrigsten Feldschicht *Cardamine amara* in sterilem Zustande. In Gesellschaften, wo das Wasser den Sommer über auf dem Schlickschlamm steht, ist der Wuchs der schlanken Segge

dünner und es gesellen sich die Charakterarten der Flaschenseggen-Assoziation *Lysimachia thyrsiflora* und die Begleiter der Gesellschaft *Scutellaria galericulata, Caltha palustris, Galium palustre, Lythrum salicaria, Agrostis alba, Myosotis palustris, Calamagrostis neglecta, Carex diandra, Equisetum heleocharis, Stellaria palustris, Menyanthes trifoliata, Comarum palustre, Festuca rubra* hinzu. Zufällig treten auf *Deschampsia caespitosa, Poa trivialis, Poa pratensis, Geum rivale, Pedicularis palustris, Carex stricta.* Die Gesellschaft steht den *Schoenoplecteto-Phragmitetum*-Fazies nahe, wie die hinzugesellten *Phalaris arundinacea, Glyceria aquatica, Acorus calamus, Rumex aquaticus, Veronica Beccabunga, Oenanthe aquatica, Phragmites communis* beweisen. *Filipendula ulmaria, Thalictrum flavum* sind als Differentialarten anzusprechen, die die behandelte Gesellschaft von *Caricetum rostratae* unterscheiden.

Jelenewski erwähnt hinsichtlich Russlands (1927 p. 22), dass die Unterläufe der Flüsse durch die Vorherrschaft der Schlanke-Segge-Gesellschaften charakterisiert werden. Die von Igoschina (1930 p. 128) an den Ufern des Sees Pilve aufgenommenen *Cariceta* gehören in die Schlanke-Segge-Subassoziation, wie aus der beigefügten Tabelle ersichtlich.

3. Caricetum rostratae caricetosum distichae. Die Subassoziation der zweizeiligen Segge ist auf Auwiesen und auf Wiesen bei den Mündungen einzelner Bächlein verbreitet, wo das überfliessende Wasser anorganische Substanzen, so wie Sand u. a., hinterlässt. Zwischen den anorganischen Teilchen finden sich organische Substanzen, welche den Pflanzen genügend üppigen Wuchs verleihen. Bei einzelnen Aufnahmen (2,3) ist das Wasser an der Oberfläche, während die anderen trocken stehen. Die Schwemmerde ist schwach sauer bis neutral. Die genannte Subassoziation ist das Endstadium der *Carex rostrata*-Assoziation beim Übergang zur *Carex Goodenoughii*-Assoziation, nämlich beim Fortfall der Überschwemmung.

4. Caricetum rostratae equisetosum heleocharis. Die Schlamm-Schachtelhalm-Fazies tritt in Seen mit Schlammgrund auf, in an Nährstoffen reichen Schlammooren, -teichen, -torfgruben und in Mulden zwischen Äckern. Oberflächenwasser ist für die Schlamm-Schachtelhalm-Fazies unbedingt erforderlich, ohne Wasser ist ihr Vorkommen ausgeschlossen. In schnell dahinströmenden Gewässern ist die Fazies seltener zu fin-

Tabelle 23

Caricetum rostratae caricetosum distichae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4
Ökologische Charakteristik:				
Grösse der Aufnahme in m².	100	40	100	100
Exposition	NW	Mulde	f l a c h	
Boden der Wurzelschicht	Geschwemmter Sand mit organischen Substanzen			
pH der Wurzelschicht	6.70	6.46	6.68	—
Floristische Zusammensetzung:				
Carex disticha Huds.	3.4	4.4	4.4	4.5
Carex vesicaria L.	+.1	+.1	+.1	—
Carex Goodenoughii Gay.	—	+.1	—	+.1
Carex gracilis Curt.	+.1	+.1	—	—
Carex hirta L.	—	—	—	+.1
Triglochin palustris L.	+.1	—	—	—
Calamagrostis lanceolata Roth.	—	2.2	+.1	—
Ranunculus flammula L.	+.1	1.1	—	—
Ranunculus repens L.	—	—	—	+.1
Potentilla anserina L.	—	1.1	—	1.2
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	+.1	—	+.1
Myosotis palustris (L.) Hill.	+.1	—	+.1	2.2
Caltha palustris L.	+.1	—	+.1	2.3
Agrostis alba L.	+.1	—	+.1	+.1
Alopecurus geniculatus L.	—	—	—	1.1
Galium palustre L.	+.1	—	+.1	+.1
Lathyrus pratensis L.	—	—	—	+.1
Geum rivale L.	—	—	—	1.2
Comarum palustre L.	+.1	—	—	—
Eriophorum angustifolium Roth.	+.1	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	+.1	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 23.

1. Auf der Moorwiese Mädajärvesoo des Gesindes Härmamärdi an der Mündung des Baches Tõoste. Im Frühjahr wird die Wiese vom Wasser überflutet, das Sand und organische Stoffe auf die Wiese trägt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. 24. VI 28.
2. Auf der nach Joora hin gelegenen Niedermoorwiese des Universitätsgutes Raadi. Auf der Wiese Erlengebüsch. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 13. VIII 28.
3. Auf der zu der Stadt Tartu gehörigen Auwiese am linken Ufer des Flusses Emajõgi beim Dock der Fabrik Tegur. Die Auwiese wird im Frühjahr und im Herbst vom Hochwasser überschwemmt. Sie wird ein- bis zweimal im Jahre gemäht. 5. VII 29.

   Anmerkung: Die Beschreibung wurde bei einer Exkursion mit den Studenten der landwirtschaftlichen Fakultät zusammengestellt.
4. Auf der Wiese des Gesindes Kõnni. Im Frühjahr wird die Wiese von dem von höherliegenden Feldern abfliessenden Wasser überflutet, das Sand und organische Stoffe auf die Wiese trägt. Gemeinde Kodijärve. 28. VI 29.

Tabelle 24.

Caricetum rostratae equisetosum heleocharis.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ökologische Charakteristik:										
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	flach					SW	SW	SW	SO	
Boden der Wurzelschicht	Hypneto-Caricetum					Grebdetritusgytya				
Zersetzung	H_2	H_2	H_3	H_2	H_5	H_5	H_5	H_5	H_5	H_4
pH der Wurzelschicht	6.75	6.62	6.55	6.45	6.82	7.00	6.93	7.21	7.14	
Floristische Zusammensetzung.:										
Equisetum heleocharis Ehrh.	4.4	3.3	4.4	2.2	3.3	4.4	4.4	3.3	4.5	3.3
Carex rostrata With.	+.1	—	—	1.1	—	—	+.1	+.1	1.2	+.1
Lysimachia thyrsiflora L.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Carex vesicaria L.	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	1.1
Carex gracilis Curt.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	+.1
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	3.3	4.4	—	4.4	—	—	—	—	—	—
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Calliergon giganteum (Schimp.) Kindb.	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pedicularis palustris L.	+.1	+.1	+.1	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Menyanthes trifoliata L.	+.2	1.2	1.1	1.2	1.1	2.3	—	+.1	—	+.1
Comarum palustre L.	+.1	+.1	—	1.1	+.1	—	—	—	—	+.1
Caltha palustris L.	+.1	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	1.1
Carex canescens L.	+.1	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex diandra Schrank.	—	1.1	—	2.2	—	—	—	—	—	1.1
Carex flava L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Galium palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Galium uliginosum L.	—	+.1	+.1	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Eriophorum angustifolium Roth.	—	+.1	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—
Agrostis canina L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	—	+.1	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Cardamine pratensis L.	—	+.1	+.1	—	+.1	—	—	—	—	1.1
Rumex aquaticus L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1
Epilobium palustre L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	1.1
Stellaria holostea L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	-	1.1
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	—	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—
Peucedanum palustre (L.) Mönch.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Agrostis alba L. var. *prorepens* Asch.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Alisma plantago L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—
Potamogeton natans L.	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—
Ranunculus lingua L.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Equisetum palustre L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex Goodenoughii Gay	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex panicea L.	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Carex stricta Good.	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.	—	—	—	—	—	+.1	+.1	+.1	+.1	—
Phragmites communis Trin.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 24.

1. Auf der zwischen den Feldern des Gesindes Mäesoka sich befindenden unzersetzten Moorwiese. 60 cm tief blauer Lehm, 90 cm tief sandiger Lehm. Auf der Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. VI 27.
2. Auf der zu dem Gesinde Kolda gehörigen unzersetzten Moorwiese Leostiku. Zwischen den Bulten mit steilen Abhängen steht das Wasser auf der Oberfläche. Auf der Moorwiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. VI 27.
3. Auf der zu der Versuchsstation des Otepääschen landwirtschaftlichen Vereins gehörigen Wiese, welche in der Mulde bei der alten Feste Otepää gelegen ist. Wasser auf der Oberfläche. Schlammiger Boden. Die Wiese wird gemäht. 5. VII 27.

   Anmerkung. Im Jahre 1929 wurde die Wiese entwässert.
4. Auf der zu dem Gesinde Tsirgu gehörigen, wenig zersetzten Moorwiese Harinusco. Wasser steht auf der Oberfläche. Die Moorwiese ist von Feldern umgrenzt. Auf der Wiese wird gemäht und geweidet. Gemeinde Valgjärve. 8. VII 27.
5. Auf der zu dem Gesinde Tammemäe gehörigen Moorwiese Porisoo. Wasser und Schlamm auf der Oberfläche. Ein Bach überflutet die Moorwiese, welche von Feldern mit steilen Abhängen begrenzt ist. Die Moorwiese wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 24. VI 27.
6. Im See Suurjärv bei der Halbinsel Pajosaar. Schlammiger Boden; Wasser 1,2 Meter tief. Felder mit steilen Abhängen begrenzen den See. Näher zum Ufer wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 5. VII 27.
7. Im See Nüplijärv beim Gute Nüplimõis. Schlammiger Boden; Wasser 80 cm tief. Im See wird nur längs dem Ufer gemäht, im tieferen Wasser wird nicht gemäht. Gemeinde Vana-Otepää. 9. VII 27.
8. Im See Pühajärv bei dem zwischen dem Park und dem Walde Murrumets gelegenen Strande. Schlammiger Boden; Wasser 1 Meter tief. Im See wird längs dem Ufer gemäht. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
9. Im See Tõojärv beim Strande nördlich vom Badehäuschen der Ansiedelung Pikkjärve. Schlammiger Boden; Wasser 50—125 cm tief. Im See wird längs dem Ufer gemäht. Gemeinde Valgjärve. 8. VII 27.
10. Auf der zu dem Gemeindehause gehörigen Wiese in der Mulde bei der alten Feste (Bauernburg) Otepää gegenüber der Kirche. Schlammiger Boden, Wasser 56 cm tief. Die Wiese wird gemäht. Gemeinde Vana-Otepää. 5. VII 27.

    Anmerkung. Im Jahre 1929 wurde die Wiese durch den vom Otepääschen landwirtschaftlichen Verein gezogenen Magistralgraben entwässert.

den und auch das nur auf geschützten Stellen, wo die Strömung nicht ankommt. Beliebteste Standorte sind offene, sonnige, helle Stellen, wo sie sich viel kräftiger entwickelt, als an schattigen von Wald umgrenzten Plätzen. Die in offenem Wasser wachsende Schlamm-Schachtelhalm-Fazies sind als Entwicklungsstadium jün-

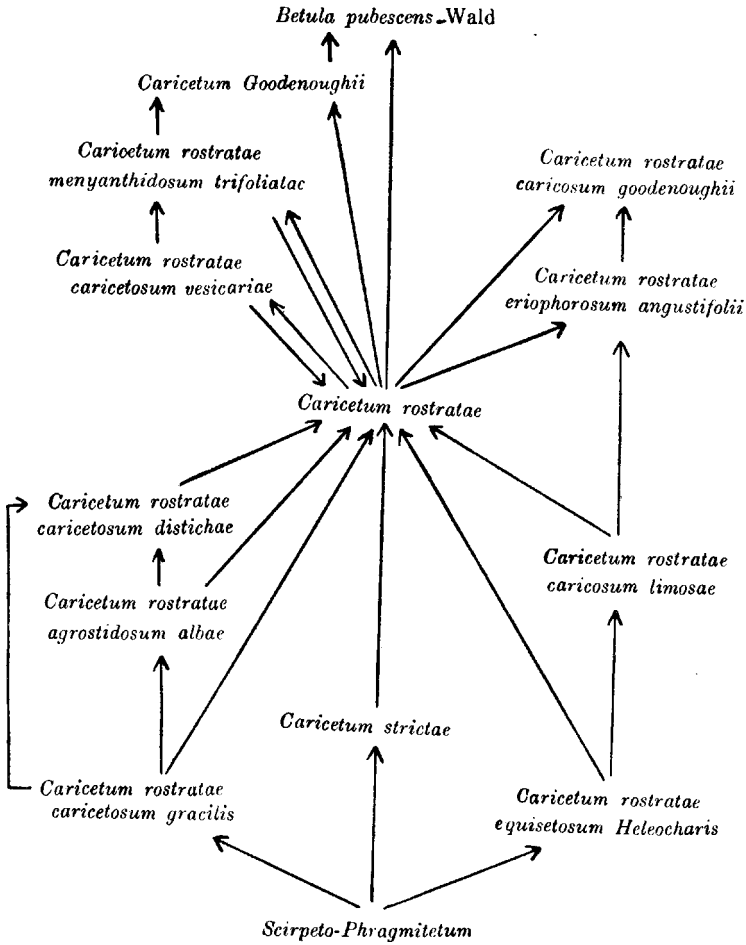
ger, die Wurzeln verbreiten sich in dem aus den Seepflanzen entstandenen Schlamm (Aufnahmen 5, 6, 7, 8, 9, 10), während in Mooren, wo der Mooswuchs schnell vor sich geht und Torfbildung stattgefunden hat, das Mittel weniger zersetzt ist. Spohr (1924 p. 46) erwähnt die Verbreitung von *Equisetum* auf Lehm oder lehmigem Grand oder Kies, und gibt als Durchschnittstiefe des Wassers 0—15 cm an, im Maximum 30 cm. Im Bereich der Wurzeln des Schlamm-Schachtelhalmes ist das Mittel schwach sauer bis neutral. Schwach saure Mittel sind älteren Fazies auf wenig zersetzten Mooren eigen, während die in Seen verbreiteten Fazies auf nahezu oder völlig neutralen Böden siedein. pH schwankt bei den untersuchten Schlamm-Schachtelhalm-Fazies zwischen 6,54 und 7,14, wie dies durch die beigefügte Tabelle 24 erläutert wird.

Die Schlamm-Schachtelhalm-Fazies dringt vom Ufer nach den Gewässern zu vor, diese allmählich überziehend. Derartige Fälle lassen sich auf Seen mit Schlammgrund beobachten (Aufnahme 6, 7, 8, 9), wo *Potamogeton natans*, *Nuphar luteum*, *Phragmites communis* in der Fazies bloss als Assoziationsfragmente vorkommen. Beginnt unter dem Schlamm-Schachtelhalm das Wassermoos *Calliergon giganteum* aufzutreten, so gesellen sich häufig die Seggen *Carex vesicaria*, *Carex gracilis* (Aufnahme 9, 10) hinzu, es verdichtet sich die Grasnarbe durch Zuwachs von Moos und die erwähnte Fazies beginnt eine *Carex rostrata*-Assoziation darzustellen, wie dieses die Aufnahmen 1, 2, 3, 4 zeigen. In älteren Fazies sind die gleichen Pflanzen vertreten, die in den Aufnahmen von *Caricetum rostratae* aufgezählt sind.

5. Caricetum rostratae caricosum Goodenoughii. Die gewöhnliche Seggen-Fazies ist eine der häufigsten Fazies an den Rändern der Flaschenseggen-Assoziation nach dem Ufer zu.

6. Caricetum rostratae eriophorosum angustifolii. Die Binsen-Wollgras-Fazies ist auf zwischen Ackern gelegenen Flachmooren verbreitet, wo das Wasser der Grasnarbe nahe ist oder kurze Zeit bis an die Oberfläche reicht und der Boden sich im Hochsommer feucht erhält. Der Torf ist zum grössten Teil mittelmässig zersetzt. Das Auftreten der Fazies ist nicht in jedem Jahre gleichmässig reich, wohl aber wiederholt es sich nach Jahren; besonders prächtig ist sie in warmen Frühjahren entwickelt, wo die Moorwiesen wie mit einem weissen Teppich bedeckt erscheinen.

In dieser Fazies sind die gleichen Arten vertreten, wie in der Flaschenseggen-Assoziation, doch sind sie der Zahl nach geringer und treten in anderen Kombinationen auf. Aus den aufgenommenen Fazies geht hervor, dass wir es hier mit dem



Figur 4. Entwicklungsschema des Caricetum rostratae auf dem Niederungsmoor Sakssoo am Flusse Väike-Emajõgi.

Endstadium von *Caricetum rostratae* und dem Anfangsstadium von *Caricetum Goodenoughii* zu tun haben, was aus den vereinzelten Vorkommen kümmerlicher *Carex rostrata* und dem Eindringen von *Carex Goodenoughii* zu ersehen ist. Die Moosdecke ist, wenngleich vorhanden, nicht so dicht.

7. Caricetum rostratae menyanthidosum tri-

foliatae hat keinen bestimmten Standort: bald steht es von der Assoziation nach dem Ufer zu, bald nach dem Moor zu. So ist die Beimischung von mineralischen Bestandteilen zum Torf nicht von grosser Bedeutung, vielmehr ist die Nähe des Grundwassers erforderlich.

8. Caricetum rostratae caricosum limosae ist auf den Flachmooren von Otepää weniger verbreitet; es findet sich in der Umgebung von Moorseen, wo das Flachmoor den Charakter eines Übergangsmoors annimmt. Es tritt in der Regel moorwärts von der Flaschenseggen-Assoziation auf. *Carex limosa* ist anscheinend kein Konkurrent für *Carex rostrata*, setzt aber bei zahlreichem Auftreten dem Eindringen in die Assoziation genügend kräftigen Widerstand entgegen.

Um eine bessere Übersicht über die Entwicklung des *Caricetum rostratae* zu ermöglichen, ist ein Entwicklungsschema (Figur 4) beigefügt.

Das *Caricetum lasiocarpae.*

Caricetum lasiocarpae stellt eine über Mittel- bis Nordeuropa verbreitete Pflanzenassoziation dar. Bei uns tritt es auf Niedermooren sowohl Süd- als auch Nordestlands auf. In reiner Form typisch ausgebildete Assoziationen treten auf Niedermooren und Moorseen als Verwachsungsschicht auf, während Mosaikvorkommen sich auch in den von dem verwachsenden See entfernter gelegenen unverweslichen Schichten von *Hypneto-Caricetum*-Moor finden. Auf dem untersuchten Gebiet stellt Riedgras eine die Seen überwachsende Assoziation dar, die in der Richtung des Sees den ersten die Verwachsung fördernden Pflanzen nachdrängt: *Menyanthes trifoliata, Aspidium Thelypteris, Comarum palustre.* Das weisen auch die ersten Erforscher unserer Seen Heinrich von Oettingen (1905 p. 24) und Leo von zur Mühlen (p. 23) nach. Die unverweste Schicht *Hypneto-Caricetum* ist luftreich und leicht und liegt in der Regel auf dem Wasser, sinkt aber beim Betreten einen Meter und tiefer unter Wasser. Häufig ist die Schicht bloss dünn, jedoch derartig stark mit Seggenwurzeln durchwachsen, dass ein Durchbruch nur selten zu befürchten ist. Mit Verdickung der Schicht im Gefolge des Bewachsens mit Moos und der Verwesung der Seggenrückstände nimmt die Sinkbarkeit ab und mit dem Auftreten von Sphagnumarten wird ein Übergangsstadium zum Übergangsmoor er-

Tabelle 25.

Caricetum lasiocarpae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ökologische Charakteristik:												
Grösse der Assoziationsaufnahme in m²	100	50	100	100	50	100	100	100	100	100	100	100
Exposition			f		l		a		c		h	
Boden der Wurzelschicht						Hypneto - Caricetum						
Zersetzung	H_1	H_1	H_1	H_2	H_1	H_1	H_1	H_1	H_2	H_2	H_1	H_2
pH der Wurzelschicht	5.25	5.93	5.85	5.27	—	6.05	6.23	5.85	5.59	4.71	6.53	6.37
Floristische Zusammensetzung.												
Charakterarten:												
Carex lasiocarpa Ehrh.	3.3	3.2	3.3	3.2	3.3	2.2	3.2	3.3	4.3	3.3	2.2	3.3
Eriophorum gracile Koch	—	—	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Begleiter:												
Drepanocladus vernicosus Warnst. et Sp.	4.5	4.5	3.4	—	4.4	4.4	3.3	3.4	3.4	3.3	4.4	3.4
Carex diandra Schrank	—	+.1	+.1	—	2.2	+.1	—	+.1	—	—	—	—
Peucedanum palustre Moench	+.1	1.2	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Carex chordorrhiza Ehrh.	+.1	—	—	+.1	1.1	—	—	—	—	—	—	—
Carex limosa L.	+.1	—	2.2	—	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1
Sphagnum medium Limpr. et *Sphagnum* div. sp.	—	—	—	3.4	—	—	—	—	2.3	3.3	—	2.2
Menyanthes trifoliata L.	2.3	+.1	2.3	+.1	2.2	3.4	2.3	3.4	2.3	2.3	2.3	2.3
Utricularia minor L.	1.2	—	—	—	+.1	1.2	1.2	—	1.2	—	2.2	2.3
Comarum palustre L.	+.1	2.3	+.1	+.1	—	1.2	+.1	2.3	—	+.1	—	—
Drosera rotundifolia L.	1.2	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Galium uliginosum L.	—	—	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—
Trichophorum alpinum (L.) Pers.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Andromeda polifolia L.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Cicuta virosa L.	—	+.1	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—
Lysimachia thyrsiflora L.	—	+.1	—	—	+.1	1.1	—	—	—	—	—	+.1
Scutellaria galericulata L.	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—
Scheuchzeria palustris L.	1.1	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	2.2
Zufällige:												
Salix Lapponum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Betula humilis Schrank	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Lycopus europaeus L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Calla palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	1.1	+.1	—	—	—	—	—	—
Carex elongata L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Oxycoccus palustris Pers.	2.3	—	—	1.2	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Carex rostrata With.	+.1	—	+.1	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—
Carex flava L.	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Typha latifolia L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Betula pubescens Ehrh.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Salix cinerea L.	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Polystichum Thelypteris Roth.	+.1	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—
Galium palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Sphagnum recurvum (P. B.) Russ. et Warnst.	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 25.

1. Auf dem Schwingmoor am See Koiulajärv. Überwachsung findet statt. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
2. Auf dem nördlich am See Nahijärv gelegenen Schwingmoor auf 2 Meter breitem Streifen. Überwachsung findet statt. Das Schwingmoor ist von Nadelwald (Tannen und Kiefern) begrenzt. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
3. Auf dem Schwingmoor am See Keebijärv. Überwachsung findet statt. Gemeinde Valgjärve. 24. VI 29.
4. Auf einem zugewachsenen See im Walde Vidriku nordöstlich vom See Nahijärv. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
5. Auf dem Moor Mülkesoo in der Nähe von Tümpeln. An den Rändern der Tümpel findet Überwachsung statt. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
6. Auf dem Schwingmoor am See Pühajärv nach dem Gemeindehause hin. Überwachsung findet statt. Im See wächst *Equisetum heleocharis*. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
7. Auf dem Schwingmoor am See Kukejärv bei dem Gesinde Ahvena. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 29.
8. Auf dem in der Richtung nach dem See Ulilajärv zu gelegenen Schwingmoor am See Keerijärv. Gemeinde Meeri. 19. VI. 29.
   Anmerkung: Die Beschreibung wurde gemeinsam mit dem Assistenten E. Neumann zusammengestellt.
9. Auf dem zu dem Gesinde Treiali gehörigen Moor Suursoo unweit von Tümpeln. Das Moor ist von hügeligen Feldern begrenzt. Gemeinde Valgjärve. 10. VII 28.
10. Auf dem im Staatswalde in den Grenzen der Ansiedelung Neeruti gelegenen Torfmoor. Auf dem Moor ist das auf der Oberfläche im Moos befindliche Wasser mit einer eigenartigen Schleimschicht bedeckt, wodurch der Zersetzungsprozess des Sphagnums scheinbar gefördert wird. Gemeinde Neeruti. 11. VII 28.
11. Auf dem im Walde am See Keldujärv gelegenen Schwingmoor. Gemeinde Päidla. 11. VII 28.
12. Auf dem im Walde am See Tikutajajärv gelegenen Schwingmoor. Gemeinde Päidla. 11. VII 28.

reicht. Nach Sukaczew (1926 p. 83) geht das Moor in solchen Fällen von der Grundwassernahrung auf atmosphärische Nahrung über, es beginnt die Hochmoorbildung (Tabelle 25).

Caricetum lasiocarpae stellt eine an Arten arme Assoziation dar, in der sich im wesentlichen bloss Helophyten finden. Sie ist physiognomisch von anderen Pflanzenassoziationen schon aus der Entfernung leicht zu unterscheiden, da sie sich durch eine dunkelgrüne Farbe auszeichnet. Als Charakterarten sind *Eriophorum gracile*, *Carex lasiocarpa* vertreten, als Begleiter *Drepanocladus vernicosus*, *Utricularia minor*, *Scheuchzeria palustris*, *Menyanthes*

trifoliata, Comarum palustre, Drosera rotundifolia, Lysimachia thyrsiflora, Galium uliginosum, Cicuta virosa und andere Pflanzen von geringerer Bedeutung. Die Hinzugesellung der *Lysimachia thyrsiflora* lässt sich bei denjenigen *Carex lasiocarpa*-Assoziationen beobachten, welche den Übergang zu *Caricetum rostratae* bilden. *Utricularia minor* und *Scheuchzeria palustris* finden sich als Begleiter in Assoziationen, in welchen das eindringende *Sphagnum recurvum* der *Carex limosa*-Assoziation den Weg bereitet. *Cicuta virosa* ist stets in den jüngeren Teilen der Schicht zu finden, wo das Seewasser sie bei Wellenschlag überflutet.

Das Wurzelmittel des unverweslichen Hypneto-Caricetum der zur Untersuchung stehenden *Carex lasiocarpa*-Assoziation ist sauer bis stark säuerlich; pH schwankt zwischen 4,71 und 6,37.

Die erste Beschreibung dieser Assoziation findet sich bei Stebler (1897) in einer Aufnahme der Fadenseggenwiese am Züricher See, während Koch (1926 p. 83) eine vollständige, übersichtliche Beschreibung von *Caricetum lasiocarpae* veröffentlicht.

Die erste Beschreibung der sich in Finnland findenden *Carex filiformis-Sphagnum papillosum*-Assoziation gibt Cajander (1913 p. 112). In Finnland finden sich zahlreiche *Carex filiformis*-Moore, namentlich im Norden des Landes. Die Assoziation *Carex filiformis-Sphagnum Dusenii* dürfte nach Warén (1926 p. 48 und 78) nicht allgemein sein, und die Assoziation *Carex filiformis-Sphagnum subsecundum* (Warén 1926 p. 78), die sonst nicht allgemein ist, bildete auf den genannten Mooren vielerorts grosse Flecke. In Schweden ist die Assoziation *Carex filiformis-Sphagnum papillosum* aus den Beschreibungen von Ostwald (1923 p. 202), Du Rietz, Mannfeldt (1925 p. 9) bekannt.

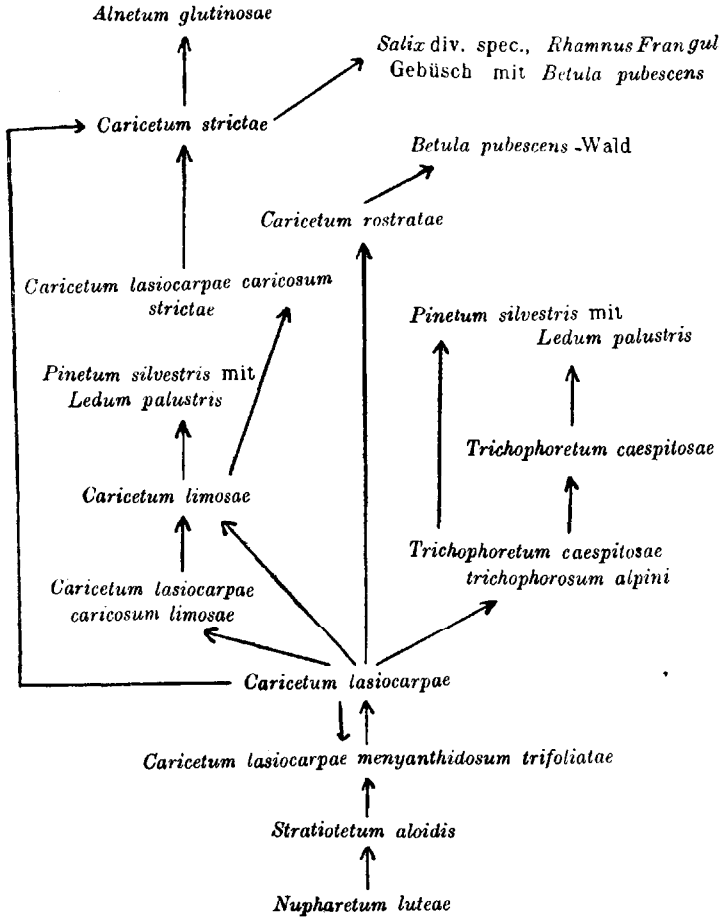
Die oben erwähnten Assoziationen *Carex lasiocarpae-Sphagnum Dusenii, -subsecundum, -apiculatum* und *-papillosum* weichen von der von mir untersuchten, auf Niedermooren verbreiteten *Carex lasiocarpae*-Assoziation floristisch sowohl als auch ökologisch stark ab und stehen der auf Übergangs- und Hochmooren sich findenden Assoziation *Caricetum limosae* und deren Faziesbildungen näher.

Bei der Entwicklung der *Carex lasiocarpa*-Assoziation lassen sich folgende Fazies beobachten:

1. Caricetum lasiocarpae menyanthidosum trifoliatae stellt das Anfangsstadium der in den See vordrängenden *Carex lasiocarpa*-Assoziation dar, die den See im Kreise

umfasst, während sich in der Richtung zum Ufer hin der dreiblättrige Fieberklee als Anfangsstadium der Assoziation findet (Keebijärv, Väikejärv, Kondijärv).

2. Caricetum lasiocarpae caricosum limosae



Figur 5. Entwicklungsschema des *Caricetum lasiocarpae*.

Die oben verzeichneten Entwicklungsstufen sind, mit Ausnahme von Trichophoretum caespitosae, auf einem Übergangsmoor beim Sumpfsee Koiulajärv vorhanden.

entwickelt sich dort, wo die Schicht sich verdichtet, *Sphagnum*-Arten eindringen und das Wasser an die Oberfläche steigt; sie bilden das Anfangsstadium der *Carex limosa*-Assoziation.

3. Caricetum lasiocarpae caricosum strictae

ist am Ufer verbreitet und stellt Relikte von *Caricetum strictae* und *Caricetum lasiocarpae* dar. *Carex stricta* tritt in der genannten Fazies als Zwergpflanze auf. Die Fazies findet sich am See Koiulajärv und an zugewachsenen Seeufern.

Bei dieser Faziesbildung kann man an vielen Stellen einen Übergang zur Fragmentbildung bemerken.

Das *Caricetum limosae*.

Caricetum limosae ist in nördlichen Regionen typisch entwickelt. Die Standorte sind Übergangs- und Hochmoore, wo diese Assoziation indessen keine allzu weiten Flächen einnimmt. Übergangsmoore, auf denen *Sphagnum* div. sp. herrschend auftritt und das Wasser an der Oberfläche steht, bilden den Lieblingsstandort dieser Assoziation; auch auf Hochmooren im Kreise Pärnu und in Nordestland ist sie zwischen den Bülten verbreitet, wo das Wasser zum grössten Teil oder ständig an der Oberfläche steht. Im untersuchten Gebiet fehlen Hochmoore und die Aufnahmen sind bloss auf Übergangsmooren gemacht, so dass die Angaben sowohl in ökologischer als auch in floristischer Hinsicht lückenhaft sind und der Ergänzung bedürfen.

Der Standort von *Caricetum limosae* ist arm an Nährstoffen. Der *Hypneto-Sphagneto-Caricetum*-Torf, der der Assoziation als Substrat, als Ausbreitungsort der Wurzeln dient, ist unzerfallen (H_1) oder doch nur in sehr geringem Grade zerfallen (H_2). Der Säuregrad der Wurzelschicht ist für die Entwicklung von *Caricetum limosae* nicht massgebend. Die Schwankungen in der Bodensäure der auf Übergangsmooren verbreiteten Assoziationen sind sehr bedeutend, und falls man auch noch die geringere Säure aufweisenden Hochmoor-Schlammseggen-Assoziationen in Anschlag bringt, so erweitern sich die Grenzen für die Schwankungen des Säuregehalts noch bedeutend. In den untersuchten Assoziationen ist das Mittel stark sauer (pH 5,35) bis schwach sauer (pH 6,58) (siehe Tabelle 26).

Wie bereits erwähnt, ist das Substrat arm an Nährstoffen und ist nicht imstande eine dichte, aus zahlreichen Arten bestehende Pflanzendecke zu ernähren. In älteren Assoziationen mit Hochmoor-Charakter tritt als Charakterart der Assoziation *Rhynchospora alba* auf, während sich in jüngeren Assoziationen *Scorpidium scorpioides* findet. Als Verbands-Charakterarten sind *Aulacomnium palustre*, *Acrocladium cuspidatum* und *Drepa-*

Tabelle 26.

Caricetum limosae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ökologische Charakteristik:														
Grösse der Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition		f			l			a			c		h	
Boden der Wurzelschicht	Hypneto-Sphagneto-Caricetum													
Zersetzung	H_2	H_2	H_1	H_1	H_2	H_2	H_1	H_2	H_2	H_2	H_1	H_1	H_2	H_1
pH der Wurzelschicht	5.59	5.25	6.04	—	6.56	6.58	—	6.51	5.87	6.32	5.40	5.90	—	6.31
Floristische Zusammensetzung.														
Charakterarten:														
Carex limosa L.	3.3	2.3	3.3	2.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	2.2	3.3	3.3	3.3
Rhynchospora alba Wahl	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Scorpidium scorpioides (L.) Limpr.	—	+.1	3.3	—	2.2	+.1	—	—	+.1	—	—	—	2.2	—
Verbands-Charakterarten:														
Aulacomnium palustre (L.) Schwaegr.	—	2.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	—	—	—	—	—	—	2.2	2.2	—	—	—	—	—
Drepanocladus intermedius (Lind.) Warnst.	1.1	4.4	2.3	—	4.4	—	1.1	1.1	1.2	3.4	—	3.3	—	2.2
Begleiter:														
Sphagnum recurvum (P. B.) Russ. et Warnst.	2.2	2.2	2.3	2.3	—	—	—	—	—	—	4.5	—	4.4	—
Sphagnum medium Limpr.	2.2	—	—	3.4	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—
Drosera rotundifolia L.	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	+.1	—	—

Drosera anglica Huds.	2.2	+.1	—	—	—	1.1	1.2	—	—	—	—	+.1	—	—
Eriophorum vaginatum L.	2.3	+.1	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	+.1	—	—	+.1	—	+.1	+.1	+.1	1.1	—	+.1	+.1	—
Menyanthes trifoliata L.	2.3	2.3	1.2	—	3.4	2.3	2.3	2.3	3.3	1.2	+.1	2.3	2.3	1.2
Utricularia minor L.	+.1	2.2	+.1	—	1.2	2.2	—	—	—	—	—	2.2	—	1.1
Utricularia intermedia Hayne	1.1	—	2.2	—	—	—	—	+.1	1.2	—	—	—	—	—
Carex rostrata With.	—	—	—	—	—	+.1	—	1.1	1.1	2.2	+.1	—	+.1	+.1
Carex lasiocarpa Ehrh.	—	—	+.1	2.2	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1
Carex diandra Schrank	—	+.1	+.1	+.1	+.1	—	—	1.2	1.2	2.2	—	2.2	1.1	—
Andromeda polifolia L.	2.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Comarum palustre L.	1.2	—	—	1.2	1.1	—	1.2	+.1	—	+.1	—	+.1	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	+.1	—	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—	2.2	+.1	+.2
Oxycoccus palustris Pers.	1.2	—	—	1.2	—	—	2.2	—	—	—	2.2	1.1	—	—
Oxycoccus microcarpus Turcr.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Carex Oederi Ehrh.	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	+.1	—	—	1.1	+.1	—
Carex chordorrhiza Ehrh.	—	—	2.2	—	—	—	1.1	—	+.1	+.1	—	—	—	—
Carex dioica L.	—	—	—	1.2	—	—	—	1.1	—	1.2	—	—	—	—
Zufällige:														
Carex panicea L.	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—
Carex Goodenoughii Gay. var. *juncella*	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—
Heleocharis pauciflora (Lightf.) Link	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Agrostis canina L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Calamagrostis lanceolata Roth	+.1	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Salix cinerea L.	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Phragmites communis Trin.	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cardamine pratensis L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Peucedanum palustre (L.) Moench	—	—	—	+.1	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—
Salix repens L. var. *rosmarinifolia* (L.) W. et Gr.	—	—	—	+.1	+.1	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—
Melampyrum pratense L.	—	—	—	+.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Galium uliginosum L.	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Pedicularis palustris L.	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Parnassia palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+.1	—	—	—	—
Rhytidiadelphus squarrosus (L.) Warnst.	—	2.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cinclidium stygium Sw.	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	—	2.2	—	—
Drepanocladus vernicosus Warnst.	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Drepanocladus revolvens Warnst.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.2

Bemerkungen zur Tabelle 26.

1. Auf dem zu dem Gesinde Treiali gehörigen, an der Stelle eines zugewachsenen Sees entstandenen Moore Suursoo, 10 Meter von Tümpeln. Vor 20 Jahren ist ein Graben gezogen worden, wodurch dem Zerfall des Moores nachgeholfen wurde. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird nicht gemäht. Gemeinde Valgjärve. 10. VII 28.
2. Auf dem Schwingmoor des Sees Mädajärv, 13 Meter vom Seeufer. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht. Gemeinde Valgjärve. 10. VII 28.
3. Auf dem Schwingmoor des Moorsees Tikutajajärv. Näher zum Seeufer haben sich unter dem *Caricetum* noch einzelne *Phragmites communis*-Pflanzen erhalten, *Scirpus lacustris* fehlt. Die Moorwiese wird gemäht, aber es wird auf ihr nicht geweidet. Gemeinde Valgjärve. 11. VII 28.
4. In dem der Regierung gehörigen Walde Vidriku auf dem Übergangsmoor, welches an der Stelle eines zugewachsenen Sees entstanden ist, südöstlich vom See Nahijärv. Das Moor ist von Mischwald begrenzt. Am Rande wachsen einzelne Zwergpflanzen von *Carex stricta*, sowie einzelne zerstreute *Betula pubescens* und *Pinus silvestris*. Wasser an der Oberfläche. Das Moor wird nicht gemäht und auf ihm auch nicht geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
5. Auf der zu dem Gesinde Jenni gehörigen Schwingmoorwiese des Moorsees Vanajärv unweit des nach dem Gesinde Kruusa führenden Weges. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Neeruti. 27. VII 28.
6. Auf der Moorwiese Mülkesoo des Gesindes Meoski, ca 20 Meter von Tümpeln in der Richtung nach Mülkemäe. Das Wasser 7 cm hoch auf der Oberfläche. In trockenen Sommern wird die Moorwiese gemäht, in regnerischen steht das Wasser hoch und die Wiese bleibt ungemäht. Gemeinde Pilkuse. 27. VI 28.
7. Auf der zu dem Gesinde Annimatsi gehörigen, am See Annimatsijärv nach der Landstrasse zu gelegenen Schwingmoorwiese. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 28.
8. Auf der zu dem Küsterat zu Otepää gehörigen Schwingmoorwiese am See Lüüsjärv. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht. Gemeinde Vana-Otepää. 28. VI 29.
9. Auf der zu dem Gesinde Tseema gehörigen, am Sumpfsee Tseemajärv nach der Landstrasse zu gelegenen Schwingmoorwiese. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 28. VI 29.
10. Auf der zu dem Gesinde Tseema gehörigen Schwingmoorwiese am Sumpfsee Pütaljärv. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 28. VI 29.
11. Auf dem Schwingmoor am Waldsumpfsee Nahijärv im Walde Vidriku. Wasser an der Oberfläche. Das Schwingmoor wird nicht gemäht und auch nicht auf ihm geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
12. Auf der Schwingmoorwiese am See Koiulajärv. Wasser an der Oberfäche.

Die Moorwiese wird nicht gemäht und auf ihr auch nicht geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.

13. Auf der Nordseite der Schwingmoorwiese am See Väikejärv. Das Wasser ca 4 cm hoch auf der Oberfläche. Die Moorwiese wird selten gemäht. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.

14. Auf der zu dem Gesinde Härmamärdi gehörigen Schwingmoorwiese am Sumpfsee Kondijärv. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 1. VII 28.

nocladus intermedius bekannt. Die Begleiter *Drosera rotundifolia* und *Drosera longifolia* wachsen mehr auf dem *Sphagnum*, während *Utricularia minor*, *Utricularia intermedia* in schlammigem Wasser wachsen, wo ihr Bestehen in dieser Assoziation durch die vereinzelt vorkommenden höheren Pflanzen *Carex rostrata*, *Carex lasiocarpa*, *Carex diandra* nicht behindert wird. Die Hinzugesellung von *Andromeda polifolia*, *Oxycoccus palustris*, *Oxycoccus microcarpus*, *Eriophorum vaginatum* weist auf die Entwicklung der Assoziation in der Hochmoor-Richtung hin. Höhere Bäume finden sich hier nicht, bloss vereinzelte Weidenbüsche, wie *Salix cinerea*, *Salix repens* var. *rosmarinifolia*, *Salix aurita*.

Oswald (1923 p. 204—207) beschreibt die im Komosse-Hochmoor vorkommenden Assoziationen *Carex limosa-Sphagnum cuspidatum*, *-Sphagnum inundatum*, *-Sphagnum obtusum*, *-Sphagnum recurvum*, die in den Tabellen namentlich aufgezählt, floristisch grosse Ähnlichkeiten aufweisen und sich bloss mehr hinsichtlich der *Sphagna* unterscheiden, so dass wohl Anlass vorläge sie eher als Fazies, denn als Gesellschaften anzusprechen.

Die von Sukaczew (1905 p. 227) in bezug auf einen den See Oserowka umschliessenden Pflanzengürtel und von Cajander (1913 p. 103) in bezug auf *Carex limosa*-Weissmoore beschriebenen Assoziationen gleichen dem Pflanzenverzeichnis nach stark den bei uns vertretenen *Carex limosa*-Assoziationen.

Caricetum limosae stellt eine Zwischenassoziation zwischen den Flachmooren und den Übergangsmooren zu Hochmooren dar. Sie bildet folgende Fazies:

1. Caricetum limosae trichophorosum alpini stellt das Anfangsstadium der Entwicklung der *Carex limosa*-Assoziation nach dem Untergang der *Carex lasiocarpa*-Assoziation dar. Der Hypneto-Sphagneto-Caricetum-Torf ist unzerfallen (H_1), pH 5.94 nach einmaliger Bestimmung.

Tabelle 27.

Caricetum limosae scheuchzeriosum palustris.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5
Ökologische Charakteristik:					
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100	50	50
Exposition	f	l	a	c	h
Boden der Wurzelschicht	Sphagneto-Hypneto-Caricetum				
Zersetzung	HH_1	H_1	H_1	H_1	H_1
pH der Wurzelschicht	4.43	5.01	4.59	4.82	5.37
Floristische Zusammensetzung:					
Scheuchzeria palustris L.	3.3	2.3	2.2	2.2	3.3
Drosera rotundifolia L.	2.3	2.3	2.2	2.2	2.2
Oxycoccus palustris Pers.	2.2	2.3	3.4	1.2	2.3
Oxycoccus microcarpus Turcz.	+.1	1.1	—	—	—
Carex lasiocarpa Ehrh.	—	+.1	+.1	+.1	+.1
Carex canescens L.	+.1	—	—	—	—
Carex limosa L.	+.1	—	1.1	—	+.1
Carex rostrata With.	+.1	+.1	—	1.1	—
Carex dioica L.	—	1.1	1.1	—	—
Carex chordorrhiza Ehrh.	—	+.1	1.1	—	+.1
Menyanthes trifoliata L.	+.1	1.2	2.3	1.2	1.2
Comarum palustre L.	+.1	+.1	2.3	1.2	+.1
Equisetum heleocharis Ehrh.	1.1	—	—	—	—
Eriophorum latifolium Hoppe	—	+.1	—	—	—
Trichophorum alpinum (L.) Pers.	—	—	+.1	+.1	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	—	—	+.1	—
Peucedanum palustre (L.) Moench	—	—	—	—	+.1
Andromeda polifolia L.	—	—	—	—	+.1
Pinus silvestris L.	+.1	—	—	—	—
Carex pulicaris L.	1.1	—	—	—	—
Sphagnum recurvum (P. B.) Russ. et Warnst.	4.5	1.1	3.3	3.4	—
Sphagnum medium Limpr.	—	2.2	2.2	—	2.2
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	—	—	—	3.3
Salix cinerea L.	+.1	—	—	—	—
Salix depressa L.	+.1	—	—	—	—
Salix Lapponum L.	+.1	—	—	+.1	+.1
Salix repens L.	—	—	+.1	—	—
Betula pubescens Ehrh.	+.1	—	—	—	—
Betula humilis Schrank	—	+.1	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 27.

1. Auf dem Schwingmoor am zugewachsenen See Nahijärv. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.
2. Auf dem Schwingmoor am See Koiulajärv. Gemeinde Pilkuse. 29. VI 28.
3. Auf dem Schwingmoor am See Koiulajärv. 29. V 28.
4. Auf dem Schwingmoor am See Keebijärv. 24. VI 29.
5. Auf dem Schwingmoor am See Tikutajajärv. 10. VIII 28.

Nach dem Verzeichnis der Tabelle weichen die Aufnahmen nicht wesentlich von der *Carex limosa*-Assoziation ab, ausge-

nommen die von der *Carex lasiocarpa*-Assoziation erhaltenen Relikte von *Drepanocladus* sp.

2. Caricetum limosae scheuchzeriosum palustris stellt das Schlussstadium der *Carex limosa*-Assoziation auf Übergangsmooren dar, wenn die Assoziation sich in der *Pinetum*-Richtung entwickelt. Das Substrat ist völlig unzerfallen (H_1), mit den mittleren Angaben verglichen saurer als in Caricetum limosae, pH schwankt zwischen 4,43 und 5,37 (siehe Tabelle 27).

Wie aus der beigefügten Tabelle ersichtlich, weicht die Fazies floristisch nicht wesentlich von *Caricetum limosae* ab, nur steht hier die Charakterart *Scheuchzeria palustris* zahlenmässig an erster Stelle. *Betula humilis*, *Betula pubescens*, *Salix Lapponum*, *Salix depressa*, *Salix cinerea*, *Salix repens* reichen nicht höher als die durchschnittliche mittlere Feldschicht (Rübel 1922 p. 193). Diese Fazies ist von Cajander (1913 p. 115), Me-

Tabelle 28.

Caricetum limosae caricosum chordorrhizae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3
Ökologische Charakteristik:			
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100
Exposition	f l	a c	h
Boden der Wurzelschicht	Hypneto-Sphagneto-Caricetum		
Zersetzung	H_3	H_2	H_2
pH der Wurzelschicht	—	5.92	5.81
Floristische Zusammensetzung:			
Carex chordorrhiza Ehrh.	2.2	1.1	2.2
Carex rostrata With.	+.1	+.1	—
Carex diandra Schrank	+.1	—	—
Pedicularis palustris L.	+.1	—	—
Menyanthes trifoliata L.	1.2	+.1	+.1
Comarum palustre L.	1.2	—	—
Galium uliginosum L.	+.1	—	—
Peucedanum palustre L. Moench	+.1	—	—
Typha latifolia L.	+.1	—	—
Sphagnum recurvum (P. B.) Russ. et Warnst.	—	3.3	3.4
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	+.1	—	—
Sphagnum medium Limpr.	—	+.1	—
Carex Goodenoughii Gay.	+.1	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 28.

1. Auf dem Schwingmoor des Sees Neitsijärv, ca 10 Meter vom Seeufer. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.

2. Auf dem Schwingmoor des Sees Keebijärv unweit vom Seeufer. Gemeinde Valgjärve. 3. IX 29.
3. Auf dem Schwingmoor am Waldsumpfsee Nahijärv. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 29.

lin (1917 p. 101) und Oswald unter verschiedenen Benennungen behandelt worden.

3. Caricetum limosae caricosum chordorrhizae tritt im Endstadium der *Carex limosa*-Assoziation auf, wo der Wasserspiegel sich senkt, das Mittel austrocknet und die Zersetzung beginnt. Der Hypneto-Sphagneto-Caricetum-Torf ist wenig bis mittelmässig zersetzt. Die Säure des Torfs im Wurzelmittel beträgt nach zwei Bestimmungen 5,92 und 5,81 (siehe Tabelle 28).

Die vorstehende Fazies entwickelt sich in der Richtung auf *Caricetum Goodenoughii* und *Betuletum*. *Caricetum lasiocarpae* und *Caricetum limosae* bedingen zusammen mit der Faziesbildung der Umgebung versumpfender Seen eine eigenartige Entwicklung der Pflanzendecke, wie die beigefügte Figur 6 es deutlich wiedergibt.

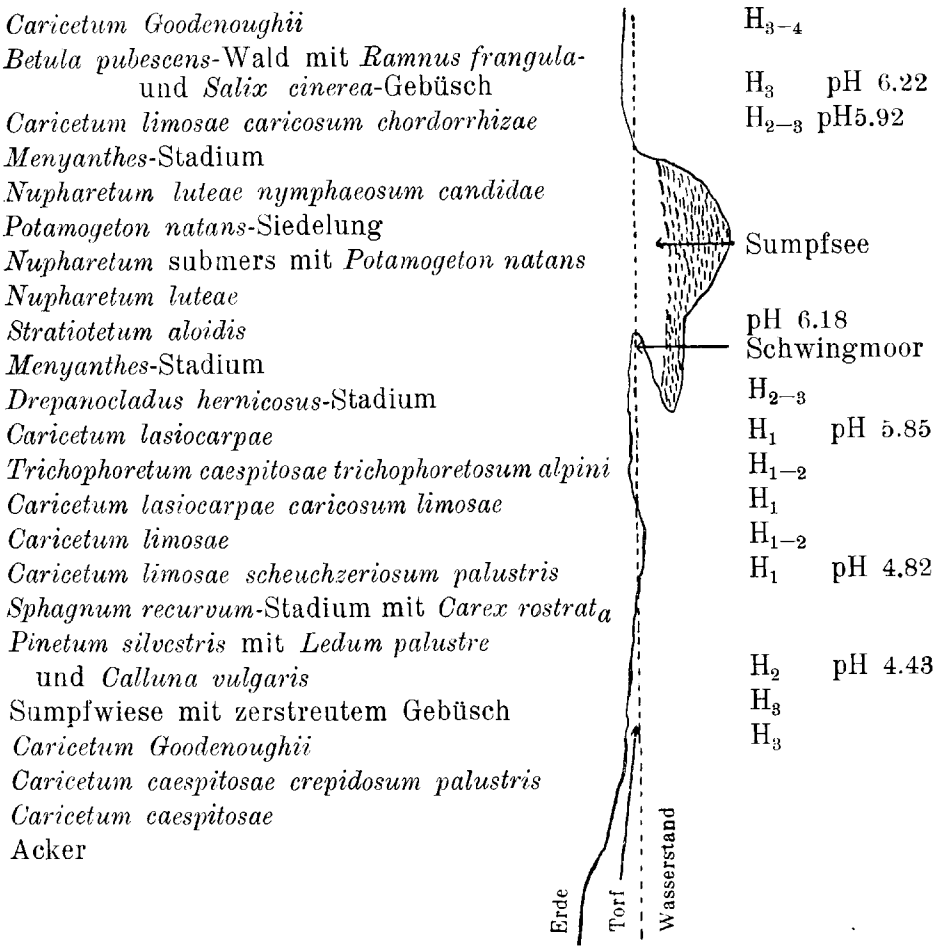
Caricion Goodenoughii.

Der Assoziationsverband *Caricion Goodenoughii* ist nach Koch (1928 p. 137) durch die ganze mitteleuropäische Domäne der eurosibirisch-boreoamerikanischen Region in allen Höhenlagen verbreitet. Bei uns gehören diesem Verbande die Assoziationen von *Carex Goodenoughii*, *Carex caespitosa*, *Carex Davalliana* und *Sesleria coerulea* an. Von diesen ist die erste Assoziation von azidiphiler, die zweite von basiphil-neutrophiler und die beiden letzten von basiphiler Tendenz.

Als Charakterarten des *Caricion Goodenoughii* treten die Moose *Acrocladium cuspidatum*, *Drepanocladus intermedius*, *Paludella squarrosa*, *Aulacomnium palustre*, *Drepanocladus exannulatus* auf.

Das *Caricetum Goodenoughii.*

Von den Assoziationen dieses Verbandes ist *Caricetum Goodenoughii* mit seinen Subassoziationen und Fazies am meisten im Moränengebiet von Otepää verbreitet. Standort der Assoziation sind Niederungsmoore und versumpfte, mehr oder weniger feuchte bis nasse Ufer mit humusreichen, mässig sauren Böden. Die Entstehung der Assoziation wird häufig durch wiederholt



Figur 6. Ein schematisches, die Verteilung der Pflanzenassoziationen zeigendes Profil vom Sumpfsee bei Keebijärv im Moränengebiet von Otepää.

aufeinander folgende trockene Sommer und ungenügende Moorkultur hervorgerufen, wobei die Feuchtigkeit heischende *Carex rostrata*-Assoziation zugrunde geht. Den ersteren Fall haben die ortsangesessenen Einwohner beobachtet, während ich selbst die Entstehung von gewöhnlichem Ried auf ungenügend getrockneten Niederungsmooren habe feststellen können, wo die zerfallene Torfschicht nicht sehr dick und der mineralische Untergrund nicht tief gelegen ist.

Der Feuchtigkeitsgehalt des Substrats der *Carex Goodenoughii*-Assoziation ist mittelmässig. Sie verlangt im Laufe des

Tabelle 29.

Caricetum Goodenoughii.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ökologische Charakteristik:													
Grösse d. Assoziationsaufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition			f		l		a		c		h		
Boden der Wurzelschicht	G	e	s	u	n	k	e	n	e	r	T	o	r
Zersetzung	H_4	H_4	H_4	H_4	H_3	H_5	H_4	H_5	H_3	H_4	f	b	o
pH der Wurzelschicht	6.16	5.94	6.17	6.00	6.18	6.20	6.10	6.34	6.39	—	H_3 6.06	H_4 6.01	d e n H_3 6.13
Floristische Zusammensetzung.													
Charakterarten:													
Carex Goodenoughii Gay et var. *juncella* Fr.	4.4	4.5	3.3	3.3	4.4	4.4	4.4	3.3	4.4	3.3	5.5	3.4	3.4
Juncus filiformis L.	+1	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Verbands-Charakterarten:													
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	3.3	4.4	—	2.2	3.3	—	—	—	—	—	—	4.4	—
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	—	—	—	—	+1	—	3.3	4.5	—	—	—	—	4.5
Paludella squarrosa L.	2.2	—	3.3	—	1.1	—	—	—	—	4.5	—	—	—
Drepanocladus exannulatus (Gümb.) Warnst.	—	—	—	—	—	4.4	—	—	—	—	—	—	—
Aulacomnium palustre (L.) Schwaegr.	—	—	—	3.3	—	+1	2.2	1.1	5.5	—	4.4	—	—
Begleiter und Zufällige:													
Carex canescens L.	—	1.1	—	+1	—	—	+1	—	—	+ 1	—	—	—
Carex panicea L.	1.1	1.1	+ 1	—	+1	+1	1.1	+1	2.2	2.2	—	1.1	—
Carex flava L.	+1	+1	—	—	—	2.2	+1	—	+ 1	+ 1	—	+1	—
Carex dioica L.	—	—	—	—	—	2.2	+ 1	2.2	+ 1	+ 1	—	—	—
Equisetum palustre L.	1.1	+1	—	+1	1.1	1.1	+1	1.1	+1	+1	—	+1	—
Caltha palustris L.	+1	+ 1	1.1	+1	1.2	1.2	+1	1.2	+1	+1	—	—	1.2
Potentilla erecta (L.) Hampe	+1	—	—	—	—	1.1	—	1.1	—	+1	—	+1	—
Geum rivale L.	+ 1	—	—	+1	—	1.1	—	1.1	—	—	—	+1	—
Pedicularis palustris L.	+1	+ 1	+1	+1	—	+1	+1	—	+1	+1	—	—	—
Comarum palustre L.	+1	1.2	1.2	+1	1.2	1.2	2.2	—	+1	2.2	—	—	+1

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Myosotis palustris (L.) Hill.	+1	+1	+1	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—
Agrostis canina L.	+1	+1	1.1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Galium uliginosum L.	+1	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	1.1
Calamagrostis neglecta (Ehrh.) P. B.	1.1	+1	+1	+1	1.1	—	—	—	+1	—	—	+1	—
Calamagrostis lanceolata Roth	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1
Festuca rubra L.	+1	+1	1.1	+1	2.2	+1	—	—	—	—	—	+1	—
Parnassia palustris L.	+1	1.1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Trifolium spadiceum L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Ranunculus acris L.	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	+1	—
Cerastium caespitosum Gil.	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Lychnis flos cuculi L.	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—
Linum catharticum L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Trifolium repens L.	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—
Menyanthes trifoliata L.	—	+1	—	+1	—	—	—	—	1.2	—	—	—	1.2
Cardamine pratensis L.	—	—	—	—	1.1	+1	—	—	—	—	—	—	—
Galium palustre L.	—	—	—	—	2.2	+1	—	—	+1	—	—	+1	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	—	—	—	2.2	+1	—	+1	+1	+1	+1	—	—
Pinguicula vulgaris L.	—	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	+1	+1	+1	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—
Carex diandra Schrank	1.1	+1	—	—	+1	—	—	—	1.1	—	—	—	2.2
Carex vesicaria L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	+1	—	—	—	+1	+1	+1	—	—	—	—	—
Phleum pratense L.	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex limosa L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex rostrata With.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1
Carex caespitosa L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Eriophorum latifolium Hoppe	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	+1
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1	+1	—	1.1
Poa pratensis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Briza media L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Alectorolophus minor (Ehrh.) Rchb.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Trifolium pratense L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—
Salix cinerea L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Salix depressa L. et div. sp.	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Bemerkungen zur Tabelle 29.

1. Auf der Niedermoorwiese Karjasoo des Gesindes Tootsijagu. Vor 23 Jahren ist das Moor durch Stakendränage entwässert worden, nach der Entwässerung ist es 3 Jahre unter Acker gewesen, später als Wiese benutzt worden. Mit der Zeit hat sich die Dränage verschüttet und verstopft. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 8. VII 27.
2. Auf der Moorwiese Suursoo des Gesindes Kolga. Das Moor ist vor Jahren durch offene Gräben entwässert worden; jetzt sind die Gräben eingesunken. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 8. VII 27.
3. Auf der Niedermoorwiese des Gesindes Välgi am Ufer des Sees Nüplijärv unweit der Heuscheune. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 9. VII 27.
4. Auf der zur Landstrasse hin gelegenen, versumpften Uferwiese am See Kukemäejärv. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 9. VII 27.
5. Auf der zu dem Kruge Sopaku gehörigen Niedermoorwiese. Das Moor ist durch offene Gräben entwässert worden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 16. VII 27.
6. Auf der zu dem Gesinde Kuusiku gehörigen und in diesem Jahre (1928) entwässerten Niedermoorwiese. Gemeinde Ummuli. 4. VII 28.
7. Auf der dem Waldwächter des Forstbezirkes Kõrtsi gehörenden Niedermoorwiese. Die Moorwiese ist von Erlengebüsch umgrenzt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Palupera. 6. VII 28.
8. Auf der Moorwiese Immusoo. Die Moorwiese wurde noch vor dem Kriege durch einen von der Landschaftsverwaltung gezogenen Magistralgraben entwässert, wodurch das Moor stark eingesunken ist. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vastse-Otepää. 26. VI 28.
9. Auf der Niedermoorwiese des Gesindes Kruusa. Wasser an der Oberfläche. Die Wiese wird von Nordwesten von Mischwald, auf den anderen Seiten von Feld begrenzt. Das Feld ist von der Wiese durch einen offenen Graben getrennt. Die Moorwiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Päidla. 27. VI 28.
10. Auf der versumpften Uferwiese am See Võhmajärv bei der Brücke von Pikasilla unweit des Flusses Väike-Emajõgi. Unter einer 20 cm dicken Torfschicht podsolierter Boden. Gemeinde Jõgeveste. 2. VII 28.
11. Auf der versumpften Uferwiese am See Jaanusejärv in der Richtung vom Gesinde Jaanuse zum See Kurnakesejärv. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 25. VI 28.
12. Auf der Niedermoorwiese des Universitätsgutes Raadi beim Gesinde Vahi. Die Moorwiese ist vorzeiten durch offene Gräben entwässert worden. Gegenwärtig sind die Gräben eingesunken. Vor ca 30 Jahren unter Acker und Kulturwiesen gewesen. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 20. VI 27.
13. Auf der Niedermoorwiese der Ansiedelung Vana-Neeruti unweit der Landstrasse. Wasser an der Oberfläche. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Neeruti. 26. VI 28.

Sommers ständige Feuchtigkeit, manchmal im Hochsommer bei Dürre geht der obere Teil der Pflanzendecke wohl ein wenig zurück, doch behindert das seine Entwicklung nicht. Die Wurzelschösslinge der gemeinen Segge durchflechten gemeinsam mit der reichen Wurzelbildung die Decke, wodurch die Gesellschaft am Standort einen überwiegenden Einfluss gewinnt und die Ansiedlung anderer Konkurrenten erschwert wird. Die Decke ist stets mit einer reichen, dichten Moosdecke überwachsen, was ebenfalls den Zutritt anderer Arten behindert, das Bodenmittel sauer erhält und die Verdampfung der Feuchtigkeit verhindert (Tabelle 29).

Wie aus der Tabelle zu ersehen, sind die Assoziationen der untersuchten Segge auf der ebenen Fläche der Niederungsmoore verbreitet, Bülten finden sich nur vereinzelt als Rückstände von der Ausholzung früherer Weidenwiesen. Die Moorfläche ist stark gesunken, der Boden wiegt 155,17—272,51 gr pro 1000 cm^3, was Rinne (1927 p. 22) für unsere Verhältnisse für sehr hoch hält. Die Huminazität schwankt zwischen H_4 und H_5; mithin ist es ein zufriedenstellender, gut zerfallener Torf. Die Bodensäure der Wurzelmitte schwankt zwischen 5,94 und 6,39, durchschnittlich beträgt pH 6,14. *Caricetum Goodenoughii* stellt eine azidiphile Assoziation dar.

Als Charakterarten der Gesellschaft sind *Juncus filiformis* und *Carex Goodenoughii* vertreten. *Carex Goodenoughii* var. *juncella* findet sich reichlicher an feuchteren Stellen, wo das Grundwasser bis an die Oberfläche reicht und das Moor weniger gesunken ist.

Als Begleiter treten die Seggen *Carex canescens, Carex panicea, Carex flava, Carex dioica* ohne besonders merkliche Abweichungen auf, während *Equisetum palustre* sich mehr nach dem Ufer hin findet, wo die Torfschicht dünner ist. *Potentilla erecta, Linum catharticum, Cardamine pratensis, Trifolium repens* sind auf trockeneren Stellen verbreitet, während *Comarum palustre, Myosotis palustris, Calamagrostis neglecta, Menyanthes trifoliata, Galium palustre, Eriophorum angustifolium* feuchtere Partien bevorzugen.

Die zufällig in der Gesellschaft wachsenden Weidenbüsche werden alljährlich während der Heumahd und durch Ausholzung vernichtet. Andernfalls wäre die Entstehung von Weidenwiesen unausbleiblich.

Nach Brockmann-Jerosch (1907 p. 349) findet sich *Carex Goodenoughii* auf sandigem Humus, oder das Substrat mag auch mehr oder weniger vertorft sein, — immer treffen wir beinahe die gleiche Artengesellschaft an: so in erster Linie *Carex Goodenoughii*, die oft als einzige Pflanze auf grosse Strecken diese Flachmoore bedeckt und kaum von wenigen Exemplaren anderer Arten durchsetzt ist. Du Rietz (1925 p. 38) schreibt über Schweden: „diese Assoziation steht zwar dicht an der Grenze gegen die Grasmoore, denen ja die meisten *Carex Goodenoughii*-Assoziationen angehören, die Artenzusammensetzung und Physiognomie sind aber so wiesenartig, dass ich sie als eine klare und deutliche Wiese aufnehmen muss". Augenscheinlich hat Du Rietz hier die *Carex Goodenoughii*-Assoziation zusammen mit ihren Fazies beobachtet, wo sich tatsächlich der Eindruck einer Wiese ergibt.

Faziesbildung des *Caricetum Goodenoughii*.

Die auf einer grossen Bodenfläche weit verbreitete Gesellschaft *Carex Goodenoughii* bildet naturgemäss viele Fazies. Zumeist findet sich in der Fazies eine Charakter- oder Begleiterart infolge massenhaften Vorkommens an erster Stelle und verleiht ihr den besonderen Charakter. Die Entstehung der Fazies bedingen in der Regel ökologische und edaphische Ursachen, n manchen Fällen lässt sich die Ursache indessen nicht nachweisen.

1. Caricetum Goodenoughii equisetosum palustris. Bei der Entwicklung des gemeinen Rieds nach dem Mineralboden hin besteht der häufigste Fall darin, dass, wenn die Ufer feucht sind oder die Seeufer durch Hochwasser überschwemmt werden und die Moorbildung beginnt, an erster Stelle die Entwicklung von *Equisetum palustre* einsetzt. Der Boden ist an solchen Ansiedlungsstellen veränderlich: lehmiger Sand, sandiger Lehm, überhaupt an organischen Bestandteilen ärmer als auf Flachmooren, wo sich *Caricetum Goodenoughii* findet. (Tabelle 30.)

Bemerkungen zur Tabelle 30.

1. Auf der Wiese Sildniit des Gesindes Tootsijagu. Vor 27 Jahren ist der Wald ausgerodet worden. Das Grundwasser befindet sich 45 cm unter der Erdoberfläche. Die Wiese ist von Nordosten von Mischwald, auf den übrigen Seiten von Hügeln begrenzt und beschützt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 21. VI 27.

Tabelle 30.

Caricetosum Goodenoughii equisetosum palustris.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6
Ökologische Charakteristik:						
Grösse der Aufnahme in m^2	100	100	100	100	100	100
Exposition	fast flach	SO	NW	NW	NW	SO
Boden der Wurzelschicht	Podsol mit Rohhumus	Moorboden				Lehmiger Sand mit Torf
pH der Wurzelschicht	6.45	6.57	6.43	6.93	—	6.27
Floristische Zusammensetzung:						
Carex Goodenoughii Gay	+1	1.2	1.1	—	+1	+1
Climacium dendroides (L.) Web. et Mohr.	3.4	—	—	2.2	—	—
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	3.3	—	—	—	—
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	—	—	3.4	—	—	3.3
Aulacomnium palustre (L.) Schwaegr.	—	2.2	—	1.2	3.3	—
Equisetum palustre L.	2.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.4
Carex panicea L.	1.1	1.1	1.1	2.2	2.2	+1
Carex flava L.	+1	+1	1.1	1.1	+1	+1
Carex hirta L.	—	—	1.1	—	—	—
Caltha palustris L.	+1	+1	+1	—	—	1.2
Potentilla erecta (L.) Hampe	1.1	+1	1.1	+1	2.2	1.1
Geum rivale L.	+1	1.1	+1	—	1.2	1.2
Pedicularis palustris L.	+1	+1	+1	—	+1	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Galium uliginosum L.	+1	—	—	+1	—	+1
Cerastium caespitosum Gil.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Rumex acetosa L.	—	+1	—	—	+1	+1
Ranunculus acris L.	+1	+1	+1	1.1	+1	+1
Plantago lanceolata L.	—	+1	+1	1.1	+1	—
Luzula multiflora Ehrh.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Lychnis flos cuculi L.	+1	+1	—	+1	—	+1
Lathyrus pratensis L.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Trifolium repens L.	+1	—	+1	+1	—	+1
Trifolium pratense L.	1.1	+1	+1	—	+1	+1
Trifolium spadiceum L.	+1	—	+1	+1	+1	—
Vicia cracca L.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Festuca rubra L.	+1	+1	1.1	+1	1.1	+1
Alectorolophus minor (Ehrh.) Rchb.	+1	—	1.1	—	—	—
Alchemilla pastoralis Bus.	+1	+1	+1	—	+1	+1
Polygala amarella Cr.	+1	—	—	+1	+1	—
Achillea millefolium L.	+1	—	+1	+1	—	+1
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	1.1	1.1	+1	1.1	—	—
Mentha arvensis L.	+1	—	—	—	+1	—
Briza media L.	—	+1	+1	1.1	1.1	+1
Cirsium heterophyllum (L.) Hill.	—	+1	—	—	—	—
Cynosurus cristatus L.	—	+1	—	+1	+1	+1
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	+1	—	—	—	+1

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6
Poa trivialis L.	—	+1	+1	+1	+1	—
Anthoxanthum odoratum L.	—	+1	1.1	1.1	1.1	+1
Triglochin palustris L.	—	+1	+1	—	—	—
Linum catharticum L.	—		1.1	+1	+1	—
Scirpus silvaticus L.	—	—	+1	—	—	—
Cirsium palustre (L.) Scop.	—	—	+1	+1	+1	—
Brunella vulgaris L.	—	—	+1	+1	1.1	1.1
Carex leporina L.	—	—	+1	—	—	—
Plantago media L.	—	—	+1	—	—	—
Orchis incarnatus L.	—	—	+1	—	—	—
Juncus bufonius L.	—	—	+1	—	—	—
Avena pratensis L.	—	—	+1	—	—	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	—	+1	—	—	+1
Agrostis alba L.	—	—	+1	—	—	+1
Eriophorum latifolium Hoppe.	—	—	—	+1	+1	+1
Scirpus silvaticus L.	—	—	—	+1	+1	—
Succisa pratensis Mnch.	—	—	—	+1	—	—
Phragmites communis Trin.	—	—	—	—	1.1	—
Galium boreale L.	—	—	—	—	+1	—
Juncus effusus L.	—	—	—	—	+1	—
Carex dioica L.	—	—	—	—	+1	+1
Polygonum bistorta L.	—	—	—	—	+1	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	—	—	—	+1
Poa pratensis L.	—	—	—	—	—	+1
Chrysanthemum leucanthemum L.	—	—	—	—	—	+1
Carex caespitosa L.	—	—	—	—	—	+1
Senecio paludosus L.	—	—	—	—	—	+1
Festuca arundinacea Schreb.	—	—	—	—	—	+1
Comarum palustre L.	—	—	—	—	—	+1

2. Am nördlichen Rande der Niedermoorwiese des Gesindes Kolda. Die Wiese ist von SO und NO von Mischwald und von jungem Kiefernwald begrenzt; auf den übrigen Seiten ist die Moorwiese von Hügeln mit einer Neigung von 30° und mehr umgeben. Aus den Abhängen der Hügel quillt Wasser hervor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. VI 27.
3. Auf der Wiese des Gesindes Luiga am Ufer des Flusses Väike-Emajõgi im Urtal. Neigung ca 25° nach SW. Am Ufer an höheren Stellen Mischwald und Felder. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
4. Auf der Wiese des Gesindes Luiga am Ufer des Flusses Väike-Emajõgi im Urtal in der Nähe einer Quelle. Neigung ca 43° nach N. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
5. Auf einer Wiese am Ufer des Flusses Väike-Emajõgi im Urtal oberhalb der Mühle Märdiveski in der Nähe einer Quelle. Neigung ca 36° nach SO. Wasser an der Oberfläche. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
6. Auf der zu dem Gesinde Jaanuse gehörigen Wiese am Südwestufer des Sees Jaanusejärv unterhalb der Quellen. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 16. VII 27.

Die Fazies des Sumpf-Schachtelhalmes findet sich sowohl an Nord- als auch an Südufern. Die Aufschwemmung von Erde vom höheren Ufer bleibt nicht ohne Einfluss, ebenso auch die Anschwemmung von Kalk durch das Grundwasser, was namentlich in der Nähe von Quellen vorkommt, — hier verändert sich der Bestand des Bodens und die Konzentration der H-ionen. Hierdurch ist auch die Beigesellung von neutrophilen Arten wie *Carex caespitosa, Poa pratensis* und *Festuca arundinacea* bedingt.

Als Begleiter der Sumpf-Schachtelhalm-Fazies treten Repräsentanten der Mineralboden- und Uferflora auf: *Anthoxanthum odoratum, Avena pratensis, Cynosurus cristatus, Trifolium pratense, Trifolium repens, Trifolium spadiceum, Lathyrus pratensis, Vicia cracca,* und von Moorpflanzen die wichtigsten bereits aus der *Carex Goodenoughii*-Assoziation bekannten.

Die Verbreitung von Caricetum fuscae equisetosum palustris wird nach der Beobachtung von Koch (1927 p. 143) begünstigt, wenn es bei schlechtem Wetter von mineralischen Bachläufen überflutet wird.

2. Caricetum Goodenoughii caricosum paniceae. Die Hirsenseggen-Fazies verbreitet sich unter dem Einfluss der Kultur bei der Austrocknung von Flachmooren und Vermischung mit Mineralboden. Letzteres kann infolge von Niederschlägen, Wind oder Moorkultur eintreten. Diese Fazies bildet das Anfangsstadium für die in der Richtung des Niedermoors sich entwickelnde Assoziation der gemeinen Segge. Der Torf ist stark zerfallen, das Grundwasser reicht im Frühjahr bis an die Oberfläche, sinkt zwar im Sommer, erhält aber die Mittelschicht feucht.

Der floristische Bestand ist bunt, ohne bestimmten Charakter, und setzt sich aus Relikten der Ufer- und Moorgesellschaften zusammen. Als Relikte der Ufer-Assoziationen sind *Filipendula ulmaria, Ranunculus acer, Lychnis flos cuculi, Agrostis alba, Deschampsia caespitosa, Poa trivialis* vertreten, während sich von Moorgesellschafts-Relikten *Agrostis canina, Parnassia palustris, Equisetum heleocharis, Eriophorum latifolium, Comarum palustre, Pedicularis palustris, Caltha palustris, Menyanthes trifoliata, Carex limosa* finden. Die Helophyten sind in dieser Fazies kümmerlicher als in Moorassoziationen.

Tabelle 31.

Caricetum Goodenoughii caricosum paniceae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5
Ökologische Charakteristik:					
Grösse der Aufnahme in m^2	100	100	100	100	100
Exposition	f	l	a	c	h
Boden der Wurzelschicht	Gesunkener Torfboden				
Zersetzung	H_4	H_4	H_4	H_4	H_3
pH der Wurzelschicht	6.45	—	6.38	6.6	—
Floristische Zusammensetzung:					
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	4.4	—	4.4	4.5	—
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	3.4	—	—	1.1
Paludella squarrosa L.	—	2.2	—	—	4.4
Carex Goodenoughii Gay	1.2	1.2	1.2	+1	+1
Carex diandra Schrank	1.1	+1	—	—	+1
Carex panicea L.	3.3	3.3	2.2	3.4	2.2
Carex flava L.	2.2	1.1	—	1.1	1.1
Carex dioica L.	1.1	2.2	+1	—	—
Equisetum palustre L.	1.1	1.1	+1	—	+1
Festuca rubra L.	—	—	1.1	1.2	+1
Calamagrostis lanceolata Roth	+1	+1	—	—	—
Agrostis canina L.	+1	+1	+1	+1	—
Eriophorum angustifolium Roth	2.2	—	1.1	—	—
Comarum palustre L.	2.3	1.2	+1	1.2	—
Pedicularis palustris L.	1.1	—	+1	—	2.2
Lychnis flos cuculi L.	+1	—	+1	1.1	—
Caltha palustris L.	+1	—	1.2	—	+1
Galium uliginosum L.	+1	+1	+1	2.2	+1
Nasturtium officinale R. Br.	+1	—	—	—	—
Parnassia palustris L.	—	+1	—	—	—
Rumex acetosa L.	—	+1	—	2.2	—
Carex lasiocarpa Ehrh.	—	+1	—	—	—
Carex canescens L.	—	—	1.2	—	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	—	1.2	+1	—
Viola palustris L.	—	+1	—	—	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	+1	—	+1
Carex stellulata Good.	—	—	1.1	—	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	—	2.2	+1	—
Epipactis palustris (L.) Cr.	—	—	+1	—	—
Agrostis alba L.	—	—	+1	2.2	—
Ranunculus acris L.	—	—	+1	2.2	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	—	+1	1.1	—
Juncus filiformis L.	—	—	+1	—	—
Potentilla erecta (L.) Hampe	—	—	+1	1.1	—
Geum rivale L.	—	—	—	2.3	—
Polygala amarella Cr.	—	—	—	+1	—
Poa trivialis L.	—	—	—	+1	—
Menyanthes trifoliata L.	—	—	—	—	2.2
Eriophorum latifolium Hoppe	—	—	—	—	+
Carex limosa L.	—	—	—	—	+

Bemerkungen zur Tabelle 31.

1. Auf der zu dem Gesinde Alakääre gehörigen, früher durch offene Gräben ungenügend entwässerten Niedermoorwiese bei Kõrgemäe. Die Wiese ist von hügeligen Feldern umgrenzt. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 28.
2. Auf dem zu dem Gesinde Alakääre gehörigen Teile der früher durch offene Gräben ungenügend entwässerten Niedermoorwiese Ottisoo. Wasser an der Oberfläche. Die Moorwiese ist von Feldern begrenzt. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 28.
3. Auf dem dem Ansiedler Art gehörenden Niedermoor. Auf dem Moor wachsen vereinzelte Birken. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 28.
4. Auf einem dem Grundbesitzer Maasik gehörenden, durch Dränage entwässerten Niedermoor. Gemeinde Raadi. 7. VII 28.
5. Auf dem zu dem Gesinde Mäetõoste gehörigen Teile des Niedermoors Sakssoo. Das Moor ist von hügeligen Feldern begrenzt. Gemeinde Valgjärve. 23. VI 27.

3. Caricetum Goodenoughii caricosum flavae.

Die gelbe Segge ist als Fazies der gemeinen Segge-Assoziation zu betrachten. Diese Fazies verbreitet sich nicht auf grossen Flächen. Sie bevorzugt ungenügend entwässerte fruchtbare Niedermoorwiesen, Uferwiesen, die ziemlich bis stark (H_3—H_4) humifiziert sind. Der Boden der Wurzelschicht ist schwach sauer, pH 6,3—6,5. (Tabelle 32.)

Bemerkungen zur Tabelle 32.

1. Auf der zwischen den Feldern des Gesindes Puuraku gelegenen entwässerten Niedermoorwiese. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 30. VI 28.
2. Auf der Wiese am linken Ufer des Baches Pullisaare. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Palupera. 6. VII 28.
3. Auf der Niedermoorwiese des Gesindes Kööri. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 28.
4. Auf der Niedermoorwiese Mülkesoo des Gesindes Mülke. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VI 28.
5. Auf der zu dem Gesinde Annimatsi gehörigen Wiese, ca 20 Meter von der Landstrasse. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 28.
6. Auf der Niedermoorwiese Sakssoo des Gesindes Liivaku. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 23. VI 27.
7. Auf der zu der Versuchsstation des Otepääschen Landwirtschaftlichen Vereins gehörigen Wiese unter dem Linnamägi in Otepää. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 5. VII 27.
8. Auf der Niedermoorwiese Sakssoo des Gesindes Tõoste. Wasser an der Oberfläche. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 28. VII 28.

Tabelle 32.

Caricetum Goodenoughii caricosum flavae.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8
Ökologische Charakteristik:								
Grösse der Aufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	flach	NO	f	l	a	c	h	
Boden der Wurzelschicht	Hypneto - Caricetum							
Zersetzung	H_3	H_4	H_3	H_3	H_3	H_3	H_3	H_3
pH der Wurzelschicht	6.4	—	6.5	—	—	6.3	—	—
Floristische Zusammensetzung:								
Carex Goodenoughii Gay	—	—	4.1	+1	+1	—	1.2	—
Carex flava L.	3.3	3.4	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	3.3
Carex panicea L.	+1	—	+1	2.2	+1	+1	+1	+1
Carex diandra Schrank	—	+1	—	—	—	—	—	—
Carex rostrata With.	2.2	2.2	—	—	—	—	—	+1
Carex dioica L.	2.2	—	+1	—	1.1	—	—	—
Carex limosa L.	+1	—	—	—	—	+1	—	1.1
Pedicularis palustris L.	+1	+1	—	+2	—	—	+1	—
Menyanthes trifoliata L.	2.3	2.3	—	—	+1	2.3	1.1	2.3
Equisetum palustre L.	1.1	+1	—	1.2	+1	+1	—	—
Galium uliginosum L.	+1	2.2	—	—	+1	+1	1.1	+1
Eriophorum latifolium Hoppe	—	1.1	—	—	—	+1	+1	—
Phragmites communis Trin.	—	+1	—	—	—	—	—	—
Caltha palustris L.	—	1.2	—	+1	—	—	+1	—
Potentilla erecta (L.) Hampe	—	+1	2.2	—	1.2	—	+1	—
Equisetum heleocharis Ehrh.	—	—	—	+1	—	+1	—	—
Festuca rubra L.	—	+1	—	—	—	+1	+1	—
Agrostis canina L.	—	+1	—	—	—	+1	1.1	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	+1	+1	+1	+1	—	—	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	—	2.3	1.2	2.3	—	+1	+1
Carex stellulata Good.	—	—	2.2	—	—	—	—	—
Carex caespitosa L.	—	—	—	+1	—	—	—	—
Lychnis flos cuculi L.	—	—	—	+1	—	—	—	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	—	—	+1	—	—	—	—
Geum rivale L.	—	—	—	—	1.2	—	—	—
Valeriana officinalis L.	—	—	—	—	+1	—	+1	—
Polygala amarella Cr.	—	—	—	—	+1	—	—	—
Viola palustris L.	—	—	—	—	+1	—	—	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	—	—	—	+1	—	—	—
Polygonum bistorta L.	—	—	—	—	+1	—	+1	—
Comarum palustre L.	—	—	—	—	+1	—	+1	—
Pinguicula vulgaris L.	—	—	—	—	—	1.1	—	—
Carex lasiocarpa Ehrh.	—	—	—	—	—	—	1.1	+1
Orchis sp.	—	—	—	—	—	—	+1	—
Parnassia palustris L.	—	—	—	—	—	—	1.1	—
Stellaria palustris Ehrh.	—	—	—	—	—	—	+1	—
Peucedanum palustre Moench	—	—	—	—	—	—	—	+1
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	4.5	—	—	—	—	—	3.4	—
Paludella squarrosa L.	2.2	—	3.3	—	—	3.4	—	5.5
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	—	3.3	3.4	4.4	3.4	—	2.3	—

Das *Caricetum caespitosae.*

Caricetum caespitosae stellt in Europa eine in nördlichen Breiten sich findende Assoziation dar, die bei uns in Nord- sowohl als auch in Südestland auf Böden mit Silur- sowohl als auch Devonuntergrund verbreitet ist. Die Assoziation umfasst ziemlich bedeutende Flächen an Ufern und in der Umgebung von Quellen und fällt dem Beschauer schon aus der Ferne durch ihr hellgrünes Blattwerk in die Augen. Die Assoziation siedelt auf Lehm-, Sandlehm- und Lehmsand-Moränenboden, niemals aber auf Sand. Die obere Bodenschicht ist häufig mit einem aus Pflanzenrückständen entstandenen organischen Stoff bedeckt; der Humus berührt oder deckt in dünner Schicht den Mineralboden. Das Grundwasser liegt unter der Moräne, die Mitte des Bodens ist stets frisch bis feucht und schwach säuerlich bis neutral. Das Hochwasser reicht nicht bis zur Assoziation, die indessen im Frühling und Sommer vom Oberflächenwasser durchsickert wird, das Sickerkalk von höheren Stellen mit sich führt und hierdurch den Kalkgehalt des von der Assoziation besiedelten Bodens hebt, gleichzeitig aber auch organische Stoffe an die niedrigeren Stellen führt.

Die *Carex caespitosa*-Assoziation weicht floristisch und ökologisch völlig von den übrigen *Caricetum*-Assoziationen ab, ausgenommen *Caricetum Davallianae,* das dieser Assoziation floristisch und ökologisch nahe steht und das Übergangsglied zu den übrigen Seggen-Assoziationen darstellt.

Caricetum caespitosae stellt eine neutrophile Assoziation dar, in welcher die neutrophilen und basiphilen Arten überwiegen. Der pH-Gehalt des untersuchten Bodens schwankt zwischen 6,8 und 7,39 und beträgt im Durchschnitt 7,12. Nach Schly-

Bemerkungen zur Tabelle 33.

1. Auf der Uferwiese am See Nüplijärv, ca 10 Meter vom Wege, am rechten Ufer eines Bächleins. Die Wiese ist übersät mit Rasenseggen-Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 29. VI 28.
2. Auf der Wiese Alasuuretee des Gesindes Tootsijagu, ca 20 Meter vom Wege. Auf der Wiese recht viel Bülten. Auf der Moorseite beginnt die Moosbildung. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 28. VI 28.
3. Am Rande der zu dem Gesinde Kondi gehörigen Wiese Jürimäe. Im Frühjahr wird die Wiese durch das von den höherliegenden Feldern abfliessende

Tabelle 33.

Caricetum caespitosae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ökologische Charakteristik:																
Grösse der Assoziationsaufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	SW	SO	NW	NW	NO	SW	NW	NO	S	S	SW	NO	—	NO	NO	—
Boden der Wurzelschicht	Sandiger Lehm			L e h m				Sandiger Lehm					Sandiger Lehm			
pH der Wurzelschicht	7.11	7.20	7.09	6.92	—	7.39	7.00	7.37	7.40	7.28	—	7.00	—	—	—	6.80
Floristische Zusammensetzung.																
Charakterarten:																
Carex caespitosa L.	4.4	4.4	3.3	3.3	4.4	3.3	3.3	3.3	3.4	4.4	4.5	3.4	4.5	4.4	4.4	4.4
Verbands-Charakterarten:																
Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.	—	2.2	—	—	—	3.3	—	—	—	—	—	—	—	3.3	—	—
Drepanocladus intermedius (Lindb.) Warnst.	—	—	—	3.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4.4
Begleiter:																
Crepis paludosa (L.) Mnch.	2.2	—	1.1	1.1	1.2	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1.2	—	1.2	—	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	1.1	+1	1.2	2.2	1.1	1.1	—	+1	2.2	2.3	+1	—	1.2	1.1	1.1
Vicia cracca L.	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	+1	+1	1.1	1.2	+1	—	+1	—	+1	+1
Lathyrus pratensis L.	+1	1.1	—	1.1	—	+1	+1	+1	1.1	2.2	1.2	1.2	+1	1.2	+1	1.1
Trifolium pratense L.	2.2	1.1	—	+1	+1	+1	+1	+1	1.1	2.2	—	+1	—	1.2	1.1	2.2
Trifolium repens L.	—	+1	—	—	—	+1	—	+1	+1	—	—	1.1	+1	—	+1	—
Trifolium spadiceum L.	—	—	—	—	+1	+1	1.1	—	—	—	—	—	1.2	—	—	—
Geum rivale L.	1.1	1.2	2.2	1.2	2.2	+1	—	1.1	+1	2.2	—	—	1.2	1.2	2.2	1.1
Trollius europaeus L.	+1	—	—	+2	1.2	—	1.2	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Alectorolophus minor (Ehrh.) Rchb.	1.1	—	—	—	2.2	+1	+1	—	1.1	—	—	—	—	—	+1	—
Equisetum palustre L.	2.2	1.1	2.2	+1	—	—	—	—	—	+1	1.1	+1	2.2	1.1	2.2	—
Lychnis flos cuculi L.	+1	1.1	+1	1.1	1.1	+1	1.1	+1	+1	2.2	1.2	1.1	2.2	—	1.1	+1
Potentilla erecta L.	1.1	1.1	2.2	1.1	+1	+1	1.1	+1	—	2.2	—	—	—	1.2	+1	1.1
Ranunculus repens L.	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Ranunculus acris L.	—	—	+1	+1	—	+1	+1	+1	+1	+1	1.2	1.2	+1	2.2	—	+1
Briza media L.	1.1	+1	+1	+1	—	1.1	+1	+1	1.1	+1	—	—	—	+1	—	+1
Avena pratensis L.	1.1	—	—	—	1.1	+1	—	—	1.1	1.1	—	—	+1	1.2	—	+1
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	+1	—	+1	1.2	+1	+1	+1	+1	+1	1.2	—	+1	—	—	2.2
Poa trivialis L.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	+1	+1	—	2.2	+1	+1	—
Festuca rubra L.	—	+1	+1	—	+1	1.1	+1	+1	+1	+1	+1	—	2.2	1.1	+1	+1

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Rumex acetosa L.	+1	1.1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	—	1.1	1.1	1.1	—	+1	—
Galium boreale L.	+1	—	+1	—	—	+1	+1	+1	—	2.2	—	—	—	—	—	+1
Polygala vulgaris L.	+1	+1	1.1	+1	—	+1	+1	+1	—	+1	—	—	—	—	+1	1.1
Myosotis palustris (L.) Hill.	—	1.1	1.1	+1	—	+1	+1	+1	+1	—	1.2	+1	1.2	+1	—	+1
Carex panicea L.	—	+1	+1	—	+1	—	—	—	+1	+1	—	—	1.1	2.2	1.1	—
Carex Goodenoughii Gay.	—	—	—	—	+1	—	+1	+1	—	+1	—	+1	1.2	1.2	+1	1.1
Carex flava L.	—	—	—	+1	+1	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1
Carex ornithopoda Villd.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Galium uliginosum L.	—	1.1	—	+1	+1	—	+1	+1	+1	+1	+1	—	2.2	—	+1	+1
Caltha palustris L.	—	1.2	1.2	+1	—	—	+1	+1	+1	—	1.2	+1	+1	—	+1	—
Eriophorum angustifolium Roth	—	+1	1.1	+1	—	+1	—	—	—	+1	—	—	+1	2.2	+1	—
Valeriana officinalis L.	—	—	+1	—	—	+1	+1	—	+1	—	1.1	+1	—	—	—	1.1
Pedicularis palustris L.	—	—	—	1.1	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	+1	—
Alchemilla pastoralis Bus.	—	—	—	1.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Chrysanthemum leucanthemum L.	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Luzula multiflora Ehrh.	—	—	—	—	+1	+1	+1	—	+1	—	—	—	—	+1	+1	—
Campanula patula L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Alchemilla pubescens (Lam.) Bus.	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1
Viola palustris L.	—	—	+1	—	+1	+1	+1	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—
Geranium pratense L.	—	—	—	—	—	+1	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Agrostis alba L.	—	—	—	—	—	+1	+1	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Veronica chamaedrys L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Cerastium caespitosum Gill.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—
Poa pratensis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1
Alopecurus pratensis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Linum catharticum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Brunella vulgaris L.	—	—	—	—	—	+1	1.1	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—
Cardamine pratensis L.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—	—
Anthoxanthum odoratum L.	—	—	—	+1	+1	—	+1	—	+1	+1	—	+1	—	—	—	—
Phleum pratense L.	—	—	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—
Angelica silvestris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1
Climacium dendroides (L.) Web. et Mohr	—	—	—	—	—	2.3	—	3.3	—	—	—	—	—	—	—	—
Sesleria coerulea (L.) Ard.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	2.2
Primula farinosa L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—
Geranium palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1
Carex Davalliana Sm.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1
Cirsium palustre L. Scop.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1
Salix div. sp.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1

Wasser überschwemmt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweide Gemeinde Pilkuse. 28. VI 28

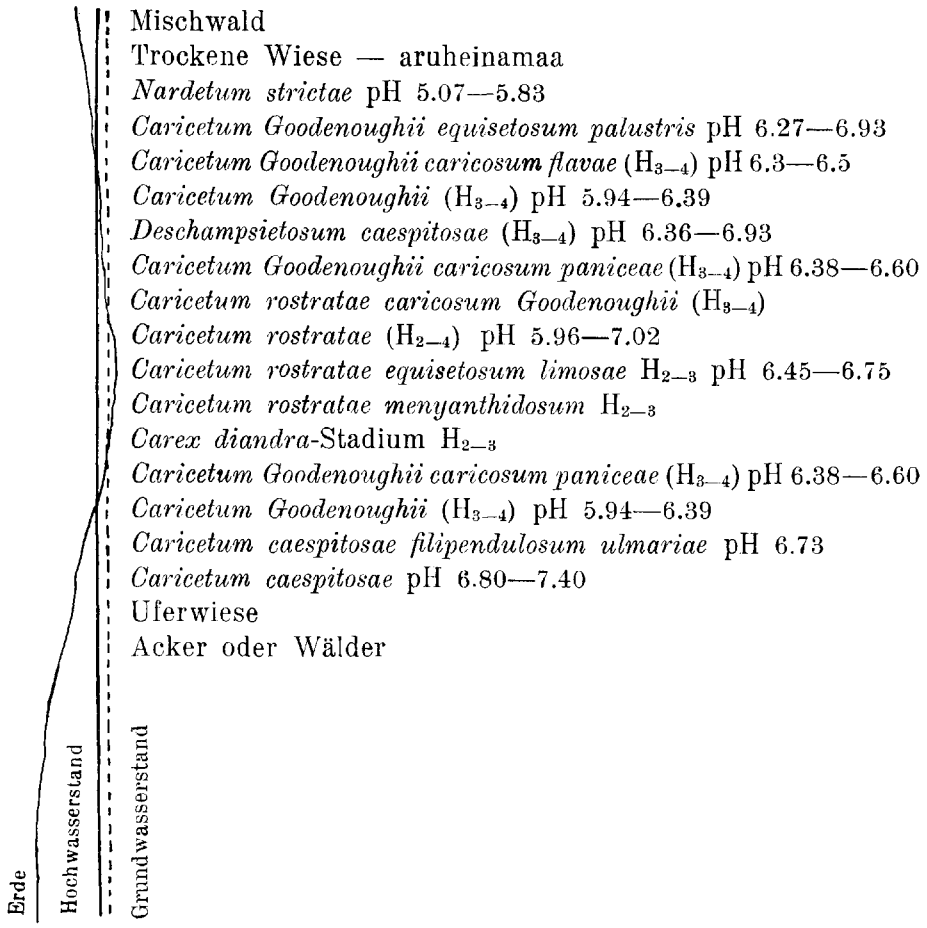
4. Am Rande der zu dem Gesinde Harinu gehörigen Moorwiese Suursoo. Auf der Wiese einzelne Bülten. Die Südseite begrenzt von Erlengebüsch. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 25. VI 28.
5. Auf einer Wiese am Ufer des Flusses Väike-Emajõgi. Auf der Wiese einzelne Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Sangaste. 4. VII 28.
6. Am Rande der Wiese Saarestiku des Gesindes Juhani unterhalb der Quelle. Auf der Wiese einzelne Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 13. VII 27.
7. Auf der zu dem Gesinde Kõtsi gehörigen Moorwiese Suursoo. Bülten mittelhoch. Moosbildung spärlich. Im Frühjahr wird die Wiese durch das aus dem benachbarten Walde fliessende Wasser überschwemmt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 13. VII 27.
8. Am Rande der zu dem Gesinde Alakääre gehörigen Wiese Karjasoo *in* der Nähe einer Quelle. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 14. VI 27.
9. Auf der Wiese des Gesindes Puuraku am Ufer einer Quelle und des Baches Porijõgi. Hohe Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 11. VII 27.
10. Auf einer Wiese in der Nähe von Quellen bei Mülkemäe. Auf der Wiese sehr viel Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 26. VII 29.
11. Auf der Wiese des Gesindes Annimatsi am Ufer des Sees Annimatsijärv. Mittelgrosse Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
12. Auf einer Wiese am Ufer des Sees Neitsijärv bei der Ansiedelung Pühajärve. Viel Bülten. Der Boden der Wurzelschicht besteht aus Schwemmerde. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
13. Auf der Wiese der Ansiedelung Kodijärve. Viel Bülten. Im Frühjahr wird die Wiese durch das von den höherliegenden Feldern abfliessende Wasser überschwemmt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Kodijärve. 28. VI 29.
14. Auf einer Wiese am rechten Ufer des Flusses Elistvere oberhalb der Mühlenstauung Elistvere beim Dorfe. Auf der Wiese viel Moos und Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Die Beschreibung wurde während einer Expertise zur Feststellung des durch das Hochwasser der Mühle Elistvere zugefügten Schadens zusammengestellt. 16. VI 28.
15. Auf einer Wiese am See Saadjärv. Moosbildung bemerkbar. Wenig Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Die Beschreibung wurde während einer Exkursion mit den Studenten der landwirtschaftlichen Fakultät zusammengestellt. 17. VI 28.
16. Auf der zu der Ansiedelung Joora gehörigen Wiese rechts von dem nach Joora führenden Wege an der Narvschen Landstrasse. Auf der Wiese Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Raadi. 21. VII 29.

gina (1927 p. 39) beträgt der pH-Gehalt des Bodens für *Caricetum caespitosae* 7,2.

Als Charakterart ist *Carex caespitosa* vertreten, wobei sie in der Assoziation stark vorherrscht, so dass sie alle Unebenheiten der Wiese ausgleicht und diese völlig eben erscheint. Die Moosdecke fehlt in den meisten Rasenseggen-Assoziationen oder findet sich nur vereinzelt, wo die Bildung einer Humusschicht eingesetzt hat. Hier siedeln sich zwischen den Bülten der Rasensegge an feuchteren Stellen die Moose *Acrocladium cuspidatum* und *Drepanocladus intermedius* an, die wir schon oben als *Caricion*-Verbands-Charakterarten kennengelernt haben. Die Begleiter der Assoziation wachsen zumeist an den Seiten der Bülten, selten auf und zwischen diesen. Als Begleiter finden sich die Schmetterlingsblütler *Lathyrus pratensis*, *Vicia cracca*, *Trifolium spadiceum*, *Trifolium pratense*, die Halmpflanzen *Anthoxanthum odoratum*, *Deschampsia caespitosa*, *Agrostis alba*, *Festuca rubra*, *Dactylis glomerata*, *Phleum pratense*, *Poa pratensis*, *Poa palustris*, *Poa trivialis*, *Alopecurus pratensis*, *Avena pratensis*, *Briza media*, und ausserdem: *Crepis paludosa*, *Trollius europaeus*, *Ranunculus acris*, *Rumex acetosa*, *Galium boreale*, *Equisetum palustre*, *Carex panicea*, *Carex flava*, *Caltha palustris*, *Eriophorum angustifolium*, *Pedicularis palustris*, *Carex ornithopoda*, *Galium uliginosum*, *Valeriana officinalis*, *Luzula multiflora* etc.

Mit dem Anwachsen der Humusschicht verschwindet die Rasensegge, wie man das in der Natur bei den Übergängen von Uferwiesen zu Niederungsmooren beobachten kann. Mit dem Ansteigen des Humus rückt der Mineralgrund tiefer, die Moosschicht wird dichter, die Mittelschicht wird feuchter, luftärmer und saurer, was für das Fortbestehen der Assoziation verhängnisvoll wird und *Caricetum Goodenoughii* den Weg bereitet. Die Humusbildung begünstigt der Zerfall der Bülten, der eine Auffüllung der Zwischenräume mit sich bringt. Der Boden wird eben und gleichzeitig feuchter. Ein anschauliches Bild gibt die Beobachtung der Relikte der Assoziation *Carex caespitosa* beim Übergang von Uferwiesen zu Niederungsmooren, wo sich einzelne Flecke der Assoziation von Torf umgeben finden. Nach den Beobachtungen von Bronsow (1927 p. 81) ist das Leben der *Carex caespitosa*-Assoziation auf den Uferwiesen im Bereich des Sees von Mologa nur kurz. Sie weicht namentlich *Filipendula ulmaria* und *Valeriana officinalis*, die ihre Wurzeln in die zerfallenden Bülten senken und gemischten

Grasbeständen den Weg bereiten. Schennikow (p. 8, 1919 p. 96) und Smelow (1927 p. 9) rechnen die *Carex caespitosa*-Bestände zu den Uferwiesen, wo sich an der Waldgrenze *Alnus glutinosa* und nach Meschtscherjakow (1927 p. 36) Birken



Figur 7. Ein schematisches pflanzenphysiognomisches Profil vom Flachmoor im Moränengebiet Otepää.

finden. Sambuk (1927 p. 81) erwähnt das Vorkommen von Rasensegge auf Bülten, in Gebüschen und im Walde. Schennikow (1919 p. 109) weist darauf hin, dass die Uferwiesen zahlreiche Phasen aufweisen, die sich in den einzelnen Jahren nicht gleichmässig entwickeln, auch verändere sich der Bestand

in Abhängigkeit von der eventuellen Beweidung, was bei der Untersuchung der Wiesen zu Missverständnissen führen könne.

Auf dem untersuchten Gebiet habe ich folgende Faziesbildungen gefunden:

1. Caricetum caespitosae crepidosum palustris ist auf Mineralböden mit dünner und verwester Humusdecke verbreitet. Die breiten Blätter des Sumpf-Hundetabaks beschatten den Boden, wodurch die Krume locker wird und die vom Acker auf die Wiesen übertragenen Kraftstoffe festhält, was der Fazies gleichzeitig gute Wachstumsbedingungen schafft (siehe Tabelle 33 Aufnahme 6, 7, 8).

Bei der Entstehung von Humus gewinnen in der Fazies *Cirsium heterophyllum* und *Cirsium oleraceum* die Oberhand, wobei die Verbreitung des ersteren nur bei tieferem Grundwasser möglich ist. Reich an derartigen Aspekten und Übergangstypen erweisen sich von Wald eingefasste Uferwiesen.

2. Caricetum caespitosae cirsiosum oleracei ist an Ufern verbreitet, wo sich lockerer Rohhumus in dicker Schicht abgesetzt hat und das Grundwasser tiefer liegt. Das Vorkommen dieser Fazies ist durch kräftige phosphorreiche Böden bedingt. Moos fehlt. Beispiel: Tabelle 33 Aufnahme 9.

3. Caricetum caespitosae scirposum silvatici. Im Bereich der Rasensegge findet sich häufig die Buschrohr-Fazies. Diese Ansiedlung ist durch vom Wasser angehäuften Sand oder feine Mineralstoffe bedingt, welche die Grasdecke in dicker Schicht bedecken und die wachsenden Pflanzen unter sich begraben. Auch Feuchtigkeit ist bei der Entstehung dieser Fazies von wesentlicher Bedeutung. (Tabelle 34.)

Bemerkungen zur Tabelle 34.

1. Auf der Wiese des Pastorates Otepää bei der Badestube. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Vana-Otepää. 5. VII 27.
2. Auf der dem Ansiedler Roth gehörenden Wiese in der Ansiedlung Pilkuse. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
3. Auf einer Wiese der Ansiedlung Pilkuse unterhalb einer Quelle. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.

Tabelle 34.

Caricetum caespitosae scirposum silvatici.

Nr. der Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ökologische Charakteristik:									
Grösse der Aufnahme in m²	50	50	50	25	25	50	100	100	50
Exposition	SW	NW	NW	NW	NO	SW	SW	NO	SW
Boden der Wurzelschicht	Schwemmsand					Sandiger Rohhumus			
pH der Wurzelschicht	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Floristische Zusammensetzung:									
Scirpus silvaticus L.	3.4	3.3	3.3	3.3	3.3	—	—	—	+1
Lychnis flos cuculi L.	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	+1	+1	1.1	—	+1	—	+1	—	—
Ranunculus acris L.	+1	—	+1	—	—	+1	+1	1.1	—
Geum rivale L.	+1	+1	+1	—	—	1.2	—	1.1	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	+1	+1	+1	+1	—	—	—	—	—
Geranium pratense L.	+1	—	+1	—	—	1.1	+1	—	—
Agrostis alba L.	+1	+1	—	+1	+1	—	—	—	—
Festuca rubra L.	1.1	—	+1	+1	—	+1	+1	1.1	1.1
Dactylis glomerata L.	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	+1
Phleum pratense L.	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Equisetum palustre L.	+1	—	—	—	—	+1	+1	1.1	—
Trifolium pratense L.	+1	—	2.2	—	—	+1	—	1.1	—
Trifolium repens L.	+1	—	1.1	—	—	—	—	—	—
Vicia cracca L.	+1	—	+1	—	—	1.1	+1	—	—
Lathyrus pratensis L.	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Rumex acetosa L.	+1	—	+1	—	—	—	+1	—	—
Anthriscus silvestris (L.) Hoffm.	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Brunella vulgaris L.	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—
Achillea millefolium L.	+1	—	+1	—	—	+1	+1	+1	—
Veronica chamaedrys L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1
Crepis paludosa (L.) Mnch.	+1	—	—	—	—	2.3	3.4	2.3	+1
Ranunculus polyanthemus L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Poa pratensis L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1
Rumex obtusifolius L.	+1	+1	—	—	—	—	—	—	1.2
Carex hirta L.	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—
Caltha palustris L.	—	+1	—	1.1	—	—	—	—	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	+1	+1	+1	—	—	+1	—	+1
Poa palustris L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Carex caespitosa L.	—	+1	+1	—	+1	+1	—	—	+1
Pedicularis palustris L.	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—
Trollius europaeus L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Angelica silvestris L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Alopecurus pratensis L.	—	—	+1	1.1	—	—	—	—	—
Lythrum salicaria L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Glyceria fluitans (L.) R. Br.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Cirsium oleraceum (L.) Scop.	—	—	—	—	—	—	1.2	1.2	2.4
Cirsium heterophyllum (L.) Hill.	—	—	—	—	—	—	+1	2.2	—
Festuca arundinacea Schreb.	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1
Ranunculus cassubicus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2

4. Auf der Wiese beim Gute Pühajärve zwischen dem Schlosse und dem See Neitsijärv. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 16. VII 27.
5. Auf der zu dem Gesinde Tootsijagu gehörigen Wiese Alasuuretee bei der Brücke. Ebener Boden mit einzelnen Bülten. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 25. VI 27.
6. Auf der zu dem Gesinde Harinu gehörigen Wiese. Die Wiese ist von der Südseite von einem Erlengebüsch begrenzt. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 25. VI 27.
7. Auf der Wiese Puustusmäe im Walde Tõikamäe. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht. Gemeinde Pilkuse. 21. VI 27.
8. Auf der zu dem Gesinde Luiga gehörigen Wiese am Flusse Väike-Emajõgi. Ebener Boden. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.
9. Auf der Wiese der landwirtschaftlichen Schule zu Jäneda bei dem Holzschauer. Auf der Wiese einzelne Bülten. Die Wiese wird gemäht. Gemeinde Ambla. 19. VI 30.

Die in der Tabelle beschriebenen Aufnahmen 1, 2, 3 werden von feinen mineralischen Stoffen und Schlickschlamm überschwemmt, die die Decke mit einer feinen Schicht überziehen, während es sich in den Aufnahmen 4, 5 um Bestände handelt, die durch Regen von der Landstrasse mit Sand überschwemmt werden. Die Pflanzendecke wird dort mit einer angeschwemmten Schicht überdeckt, und ist infolgedessen an Arten arm. Die floristische Zusammensetzung ist die gleiche, wie sie in den beschriebenen Aufnahmen auftritt,— bloss mit dem Unterschiede vielleicht, dass die Halmpflanzen, wie *Festuca rubra*, *Festuca arundinacea*, *Dactylis glomerata*, *Alopecurus pratensis*, zahlreicher sind und üppigeren Wuchs aufweisen.

4. Caricetum caespitosae polygonosum bistortae. Ein typisches Vorkommen dieser Fazies konnte ich im Urstromtal des Emajõgi unterhalb Tartu bei Annemõis am linken Ufer des Emajõgi beobachten. Die Pflanzendecke ist eben, der Boden lehmig-sandig, mit einer dünnen Erdschicht bedeckt. Die Mitte ist unter Rasensegge frischer, mit einer kümmerlichen Moosschicht bedeckt. An den Ufern des Väike-Emajõgi in der Gemeinde Pühajärve ist die Wiesenknoterich-Fazies nicht auf einem so grossen Gebiet und in reiner Form verbreitet. In der Fazies finden sich zahlreiche Halmpflanzen, wie *Deschampsia caespitosa*, *Avena pratensis*, *Festuca rubra*, *Agrostis alba*, *Poa pratensis*, *Poa trivialis*, auch Schmetterlingsblütler, wie *Lathyrus pratensis*, *Vicia cracca* und *Trifolium pratense*, sind

vertreten, wenngleich in geringerer Anzahl. Der Graswuchs ist nicht so üppig.

5. Caricetum caespitosae trifoliosum pratensis. Die rote Klee-Fazies ist auf Uferwiesen und trockenen Wiesen so weit verbreitet, dass sie den Charakter von Begrasung annimmt. Die Fazies entwickelt sich von Jahr zu Jahr nicht gleichmässig, weist vielmehr in manchen Jahren ein kräftigeres Wachstum auf, was im wesentlichen auf günstige Witterungsbedingungen im Herbst und Frühjahr zurückzuführen ist. Die an Strassenrändern sich findenden Fazies des roten Klees entwickeln sich gleichmässiger. Wasser und Wind tragen Rückstände und Staub von der Strasse auf die Raine, den Klee bedüngend und ihm ein kräftiges, gegen wechselnde Witterungsverhältnisse mehr oder weniger immunes Wachstum verleihend.

Die Figur 8 möge das über Caricetum caespitosae Gesagte veranschaulichen.

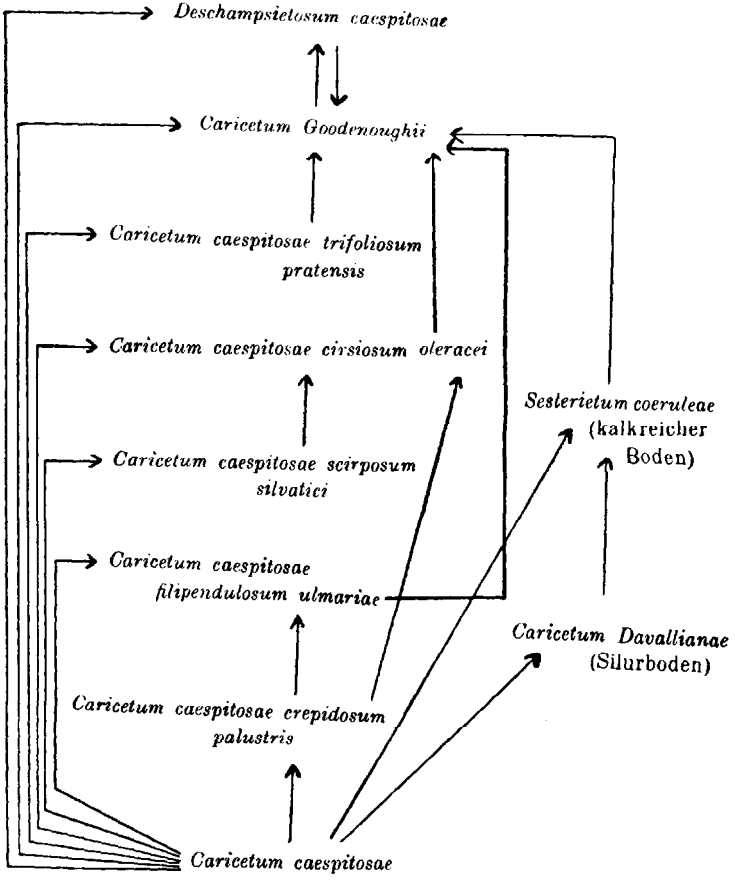
Caricetum caespitosae hat noch andere Entwicklungsphasen, besonders auf den kalkreicheren Böden Nordestlands, doch die obenerwähnten sind in Südestland gewöhnlicher und verbreiteter.

6. Deschampsietosum caespitosae.

Die *Deschampsia caespitosa*-Gesellschaft ist im untersuchten Gebiet weniger verbreitet, als die Seggen-Assoziation. Man findet sie auf mittelmässig bis stark zersetztem Flachmoor. Mit verhältnismässig dicker Humusschicht bedeckte Flachmoore, die sich den ganzen Sommer frisch bis feucht erhalten, bilden ihren beliebtesten Standort. Häufig kann man die *Deschampsia caespitosa*-Gesellschaft auch auf höheren Stellen feuchter Auwiesen finden, die im Frühjahr vom Hochwasser nur für kürzere Zeit wenig überschwemmt werden; auch auf vernachlässigten Kulturwiesen entwickelt sich die genannte Assoziation erfolgreich, wie ich das in den Siedlungen Sangaste und Pilkuse beobachtet habe. Die einseitige Kultur von Moorwiesen kann die Verbreitug der *Deschampsia caespitosa*-Gesellschaft stark unterstützen, wie dieses bei den auf der staatlichen Versuchsstation Aruküla im Jahre 1921 angestellten Versuchen die Grasnarbe zu erneuern sehr anschaulich zutage trat. Die sich in den gewöhnlichen Seggen-Assoziationen findenden *Deschampsia caespitosa*-Pflanzen begannen nach dem Eggen und der Düngung des Mooses mit Kali-Phosphor auf den unbesäten Probeflächen stark

zu wachsen und traten nahezu als Alleinherrscher auf. Auf den Wiesen Nordestlands ist die genannte Gesellschaft stärker verbreitet als in Südestland (Tabelle 35).

Als Charakterart der Gesellschaft tritt *Deschampsia caespitosa* auf. Überall, wo nur der Same hinfällt und die Feuchtig-



Figur 8. Entwicklungsschema des *Caricetum caespitosae* auf einer Uferwiese bei dem Niedermoor Porisoo (mit Ausnahme von Sesterietum coeruleae und Caricetum Davallianae, die hier nicht vorhanden sind, wohl aber in Nordestland).

keitsbedingungen einigermassen günstig sind, beginnt die Rasenschmiele zu wachsen. Im Anfangsstadium bilden sich in etwa ein Meter Entfernung voneinander einzelne Horsten, die sich in der entwickelteren Gesellschaft eng aneinanderschieben und eine unebene Grasnarbe bilden. Deschampsietosum caespitosae ist eine hemikryptophyte Gesellschaft.

Tabelle 35.

Deschampsietosum caespitosae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ökologische Charakteristik:														
Grösse der Assoziationsaufnahme in m^2 . .	100	100	100	100	100	100	100	100	100	70	100	100	100	100
Exposition	f	l	a	c	h	SW	SW	f	l a	c	h	SW	flach	NO
Zersetzung	H_3	H_4	H_4	H_3	H_3	H_3	H_4	H_4	H_3	H_4	H_3	H_4	H_4	H_4
Boden der Wurzelschicht	Gesunkener Torf und sandige, humusreiche Erde													
pH der Wurzelschicht	6.59	6.60	6.36	6.58	6.93	6.46	—	—	6.65	6.73	6.44	6.70	—	6.56
Floristische Zusammensetzung:														
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	3.4	3.4	3.3	3.3	3.3	3.4	4.5	4.5	3.4	2.3	3.4	3.3	3.4	3.4
Ranunculus acris L.	1.1	1.1	+1	+1	+1	1.1	+1	1.1	—	—	—	1.1	—	—
Ranunculus repens L.	+1	—	—	+1	—	—	—	1.2	1.1	—	1.1	—	—	—
Potentilla anserina L.	+1	—	+1	—	—	—	—	—	1.2	—	1.1	—	—	—
Geum rivale L.	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	+1	—	+1	2.2	2.2
Rumex acetosa L.	+1	1.1	—	1.1	+1	—	—	+1	+1	—	—	1.1	+1	1.1
Brunella vulgaris L.	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—	+1	2.2	—	—	+1
Cerastium caespitosum Gill.	+1	+1	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	+1	1.1	—	1.1
Poa trivialis L.	+1	+1	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—
Poa palustris L.	1.1	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—
Agrostis alba L.	+1	—	+1	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—
Festuca rubra L.	1.1	+1	+1	+1	+1	+1	—	—	—	+1	—	+1	+1	—
Avena pratensis L.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Carex hirta L.	+1	—	+1	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—
Lychnis flos cuculi L.	+1	1.1	+1	+1	—	+1	—	+1	—	—	—	—	+1	—
Myosotis palustris (L.) Hill.	+1	+1	—	+1	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	+1	—
Equisetum palustre L.	+1	—	—	+1	—	+1	+1	+1	+1	+1	—	2.2	—	—
Mentha arvensis L.	+1	—	+1	+1	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—
Carex panicea L.	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	—

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Vicia cracca L.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	1.1	—	1.1	—	2.2	—
Cirsium palustre (L.) Scop.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Alchemilla pastoralis Bus.	+1	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	1.2	—	2.2
Alectorolophus minor (Ehrh.) Rchb.	—	+1	+1	—	1.1	—	—	—	—	—	—	1.1	1.1	+1
Caltha palustris L.	—	+1	+1	+1	+1	+1	1.2	—	—	—	—	—	—	—
Trifolium repens L.	—	+1	+1	—	1.1	—	—	—	+1	—	+1	+1	—	1.1
Trifolium pratense L.	—	+1	—	—	+1	—	—	+1	—	—	1.1	2.2	—	1.1
Trifolium spadiceum L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lathyrus pratensis L.	—	+1	—	—	+1	—	—	—	2.2	—	—	+1	+1	1.1
Galium uliginosum L.	—	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Briza media L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	2.2	+1	—
Luzula multiflora Ehrh.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Poa pratensis L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Achillea millefolium L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1
Phleum pratense L.	—	—	+1	—	—	+1	—	—	1.1	—	—	—	—	+1
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	—	+1	—	+1	+1	—	+1	2.2	1.1	—	—	1.1	+1
Carex caespitosa L.	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Anthriscus silvestris (L.) Hoffm.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.2
Crepis paludosa (L.) Mnch.	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1
Carex Goodenoughii Gay.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—
Valeriana officinalis L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lysimachia vulgaris L.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex flava L.	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	+1	—
Polygonum bistorta L.	—	—	—	—	—	—	—	—	2.2	+1	—	—	—	—
Alopecurus pratensis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Stellaria palustris Ehrh.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Parnassia palustris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Carex leporina L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Succisa pratensis Mnch.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Sagina nodosa (L.) Fenzl.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Galium boreale L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1	1.1
Plantago lanceolata L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—
Moospolster														

Bemerkungen zur Tabelle 35.

1. Auf dem zum Gesinde Raudsepa gehörigen und am Garten des Gesindes gelegenen Niedermoor. Auf dem Moor ist die Torfschicht ca 2 Meter dick und das Grundwasser 50 cm tief. Das Moor ist früher unter Kultur gewesen. Gemeinde Pühajärve. 27. VI 27.
2. Auf der entwässerten Wiese Sauna des Pastorates Otepää unweit der Versuchsstation des landwirtschaftlichen Vereins. Die Wiese ist von Feldern begrenzt. Gemeinde Vana-Otepää. 5. VII 27.
3. Auf dem zur Ansiedelung Pilkuse gehörigen Niedermoor Kraavsoo. Unter der 1 Meter dicken zersetzten Torfschicht ist blauer Lehm. Am Moorrande sind Felder. Gemeinde Pilkuse. 7. VII 27.
4. Auf der am Ufer des Sees Nüplijärv gelegenen Wiese des Gesindes Välgi zwischen der Heuscheune und dem Acker. Gemeinde Vana-Otepää. 9. VII 27.
5. Auf der Wiese Madisons, zwischen dem See Alevijärv und der Landstrasse von der Brücke ca 60 Meter nach dem See zu. 6. VII 27.
6. Auf dem Moor Tõikamäe des Gesindes Kõtsi. Das Moor wird im Frühjahr von dem aus dem höher liegenden Walde fliessenden Schneewasser überflutet. Gemeinde Pilkuse. 13. VII 27.
7. Auf der Wiese des Gesindes Annimatsi. Kein Moos. Im Frühjahr wird die Wiese von dem von höher liegenden Feldern abfliessenden Wasser überflutet. Im Sommer hält sich die Wiese feucht. Die Wiese ist von Feldern begrenzt. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
8. Auf dem entwässerten Niedermoor des Gesindes Ahvena. Die Assoziation ist über 1 ha verbreitet. Gemeinde Pühajärve. 26. VI 29.
9. Auf der Auwiese Ihaste am linken Ufer des Flusses Emajõgi unterhalb Tartu. 16. VII 28.
10. Auf dem Torfmoor Nõo, von der Haltestelle Aiamaa nach Nõo zu, westlich von der Eisenbahn. Gemeinde Tähtvere. 2. IX 28.
11. Auf dem entwässerten Niedermoor unweit der Brücke Korva. Gemeinde Sangaste. 5. VII 28.
12. Auf der zum Flecken Sangaste gehörigen und am Flusse Väike-Emajõgi gelegenen Auwiese, wo ein Übergang vom Moor zum Mineralboden stattfindet. Gemeinde Sangaste. 5. VII 28.
13. Auf der Wiese des Gesindes Rulli. Die Wiese ist vom Felde begrenzt. Gemeinde Helme. 3. VII 28.
14. Auf der Wiese des Gesindes Andrese, zwischen dem Birkengehölz und dem Felde. Gemeinde Luke. 30. VIII 28.

Zwischen den Horsten auf feuchteren Stellen wachsen: *Ranunculus repens, Potentilla anserina, Mentha arvensis, Geum rivale, Brunella vulgaris, Myosotis palustris, Equisetum palustre,* die Schmetterlingsblütler *Trifolium pratense, Trifolium repens, Trifolium spadiceum, Vicia cracca, Lathyrus pratensis.* Doch die obengenannten Schmetterlingsblütler haben nicht so üppigen Wuchs, wie die zu der *Carex caespitosa-* und der *Nardus stricta-*Assoziation gehörigen.

Nardion strictae.

Unter dem Assoziationsverband Nardion strictae vereinige ich die Assoziationen Nardetum strictae und Deschampsietum flexuosae. Die letztere ist im Untersuchungsgebiet nicht vertreten, wohl aber kommt sie im Kreise Petseri und in Nordestland an Kieferwaldrainen und -schlägen vor, wo wir sie in schönen Fällen mit Dr. Lepik gefunden haben.

Die obenerwähnten Assoziationen sind auf stark bis mässig sauren, sandig-humosen und Podsolböden verbreitet. Dieser Verband umfasst azidiphile Assoziationen.

Das *Nardetum strictae balticum.*

Diese und die nächstverwandten Assoziationen sind in den mitteleuropäischen Gebirgen und in den Podsolgebieten Nordeuropas am meisten verbreitet[1]). Die Standorte sind mehr oder weniger podsolierte und humusreiche Sumpfgebiete. Das ist eine in Hinsicht der Standorte stark abweichende Assoziation.

In der Otepääschen Moränenlandschaft ist Nardetum strictae auf trockenen Wiesen und auf feuchteren Buschwiesen verbreitet, wo die Podsolierung vor sich geht oder schon beendet ist. Recht häufig lässt sich die Verbreitung der Assoziation auf zwischen Äckern gelegenen Wiesen beobachten, wo sie in schmalem Bande die Flachmoore gürtelförmig umfasst (Harinu Suursoo, Sakssoo). Hier ist der Boden podsoliert, anspruchsvollere Pflanzen gedeihen nicht und das Borstengras hat weniger mit Kommensalen zu konkurrieren. Das gleiche bemerkt Furrer (1923 p. 199) aus der Schweiz.

Bei der Beobachtung des Bodenprofils an den Standorten von Nardetum strictae stellt sich heraus, dass die Horizonte hier überaus typisch herausgebildet sind, wie aus der beigefügten Abbildung 1 zu ersehen ist.

Der obere A_1-Horizont besteht aus Humus, ist von verschiedener Dicke und auf der Abbildung von dunklerem Aussehen. Unter diesem ist der Alluvial-Horizont A_2 gelegen, wo die Podsolierung im Gange ist. Er ist von hellerer Farbe.

Die zerbröckelten Kolloidteilchen werden aus dem Horizont A_2 herausgeschwemmt (Ramann 1911 p. 534, Glinka

1) In Südamerika ist die Borstengras-Assoziation nach den Beobachtungen von Bünzli ebenso verbreitet, wie auf der Schweizer Fürstenalp und an anderen entsprechenden Standorten (nach einem mir zugesandten Briefe).

1908 p. 414, Nõmmik 1925 p. 46) und auf den Illuvial-Horizont B getragen. Der A_2-Horizont ist, wie die obenerwähnten Pedologen erwähnen, arm an Kationen, denn alles wird durch die Humussäuren beweglich gemacht und mit den Niederschlägen auf den B-Horizont getragen, wo es haften bleibt und diesem Horizont häufig eine braune Farbe verleiht. Ist die Podsolschicht dünn, so werden die Pflanzenwurzeln von der Illuvialschicht noch reichlich gespeist, wie sich aus dem dichteren und kräftigeren Wachstum der Assoziation schliessen lässt.

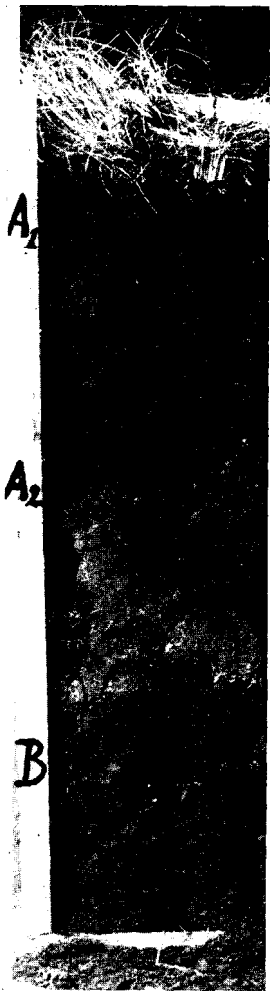


Abb. 1.

Der Grundwasserstand der Gesellschaft ist schwankend. Im Frühjahr, zur Zeit der Schneeschmelze, steigt das Hochwasser, um dann im Hochsommer während der Dürre wieder zu sinken. Dieser Wechsel im Stande des Grundwassers durchfeuchtet den Boden und trägt damit zu dessen schnellerer Podsolierung bei. Die hier im A_2-Horizont entstandenen Eisen- und Aluminium-Hydroxyde werden ausgeschwemmt und koagulieren in der Illuvialschicht wieder aufs neue zu Eisenhydroxyden. Von A_2-Horizonten, aus welchen Kalk, Lehm, Eisen ausgespült sind, seien als Beispiele die Aufnahmen der Trockenwiese des Gesindes Tülsu (Aufnahme Nr. 6), der Wiese des Gesindes Tsirgu (Aufnahme Nr. 2), der Trockenwiese Vokkiveski (Aufnahme Nr. 11), der Trockenwiese des Gesindes Sokka (Aufnahme Nr. 5) erwähnt, während am Munamägi (Aufnahme Nr. 12) und auf der Trockenwiese Jürimäe (Aufnahme Nr. 3) die Podsolierung im Gange ist. Der Illuvialhorizont ist auch kalkreicher als der A_2-Horizont. Die Untersuchungen von Jenny (1926 p. 326) haben die Zusammensetzung der *Nardus strictae*-Böden im Schweizer Nationalpark allseitig klargestellt.

Die *Nardus strictae*-Assoziation ist von zahlreichen Forschern untersucht worden, wobei sich für alle Länder sehr einheitliche Resultate ergeben haben.

Nach Kerner (1863 p. 140) stellt die Borstengras-Formation in den Donauländern den gewöhnlichsten Bestand auf mageren und trockenen Böden dar. Nach den Untersuchungen von Stebler-Schröter haben die *Nardus*-Wiesen eine grosse Verbreitung auf Weiden und Magermatten der Alpen und des Jura in einer Höhenzone von 900-2100 m, seltener bis 2500 m auf allen geologischen Unterlagen, am verbreitetsten allerdings auf dem Urgebirge. Düggeli (1903 p. 158) hat die Möglichkeit gehabt das Vorkommen auf trockenem Torfmoor zu beobachten. Lüdi (1921 p. 90) erwähnt die Verbreitung von Nardetum auf kalkarmem unterem Dogger mit etwas Rohhumus. Nach Grisch (1907 p. 58) hält sich der *Nardus*-Bestand in der Schweiz an den kalkarmen Bündnerschiefer, fehlt aber auch an Orten mit kalkiger Unterlage nicht ganz. Nach Cajanders (1909 p. 4) Untersuchungen verbreitet sich Nardetum strictae besonders im östlichen Finnland und in Russisch-Karelien auf alten Wiesenböden. In Russland überwiegen nach der Beschreibung von Smelow (1927 p. 12) die Pflanzenassoziationen mit *Nardus stricta* auf den Podsolböden der Wolga-Kostroma- und Wolga-Scheksna-Täler. Nach den Beobachtungen von Getmanow (1925 p. 41) ist Nardetum strictae auf Podsolböden an Waldrändern auf vermooster Grasnarbe verbreitet. Rübel (1912 p. 163) teilt Nardetum nach dem Standort in Xeronardetum und Hygronardetum.

Nardetum strictae siedelt auf sauren bis stark sauren Böden. Es kann mit vollem Rechte als eine auf Podsolböden verbreitete azidiphile Assoziation bezeichnet werden; pH schwankt zwischen 5,83 und 5,07, beträgt im Durchschnitt 5,29. Nach den Bestimmungen von Schlygin (1927 p. 38) für die *Nardus stricta*-Assoziation in Russland beträgt pH 5,3. In der untersuchten *Nardus stricta*-Assoziation ist pH nur geringen Schwankungen unterworfen, was überhaupt für auf sauren Böden verbreitete Assoziationen Geltung zu haben scheint, wie dieses auch die Untersuchungen von Włodek und Strzemieński (1924 p. 811) in der polnischen Tatra bestätigen.

Beachtung verdienen die Abweichungen in der Säure des

Tabelle 36.

Nardetum strictae.

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ökologische Charakteristik:																	
Grösse der Assoziationsaufnahme in m²	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Exposition	NW	SO	NO	SO	SO	SO	SW	SW	SO	SO	NO	NW	flach		NW	flach	
Boden der Wurzelschicht	Podsolböden, mit Rohhumusschicht auf der Oberfläche																
pH der Wurzelschicht	5.22	5.07	5.83	5.27	5.44	5.18	5.13	5.58	5.21	5.20	5.27	5.13	—	—	—	—	—
Floristische Zusammensetzung.																	
Charakterarten:																	
Nardus stricta L.	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	4.4	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.4	3.3	4.4
Begleiter:																	
Botrychium lunaria (L.) Sw.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—
Sieglingia decumbens (L.) Bernh.	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1
Rhytidiadelphus squarrosus (L.) Warnst.	4.5	4.4	3.3	4.5	3.4	5.5	4.5	5.5	4.4	3.4	4.5	3.2	5.5	5.5	4.5	4.4	4.5
Climacium dendroides (L.) Web. et Mohr.	—	+1	1.2	—	—	—	+1	—	—	—	—	2.2	—	—	—	2.2	—
Hylocomium proliferum (L.) Lindb.	—	—	2.2	1.2	3.4	—	—	—	—	2.2	—	—	—	—	—	—	—
Dicranum scoparium (L.) Hedw.	—	—	—	1.1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—
Polytrichum commune L.	—	+1	—	—	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	+1
Dicranum undulatum Ehrh.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.2
Festuca ovina L.	2.2	2.2	2.2	2.2	1.1	2.2	+1	2.2	1.1	—	1.1	—	2.2	2.2	2.2	2.2	1.1
Anthoxanthum odoratum L.	1.1	1.1	2.2	+1	1.1	1.1	2.2	+1	1.1	2.2	1.1	1.1	2.2	1.1	1.1	—	—
Potentilla erecta (L.) Hampe	1.1	1.1	—	2.2	1.1	—	+1	2.2	1.1	1.1	1.1	1.1	2.2	2.2	2.2	2.2	2.2
Plantago lanceolata L.	1.1	+1	+1	1.1	+1	+1	—	—	—	+1	+1	+1	—	—	—	—	—
Hypericum perforatum L.	+1	+1	1.1	1.1	+1	+1	+1	—	+1	—	+1	+1	—	—	—	—	—
Trollius europaeus L.	1.1	—	—	—	—	—	—	—	1.2	—	+1	+1	—	—	—	—	+1
Rumex acetosa L.	—	+1	+1	+1	—	+1	+1	—	+1	+1	+1	—	+1	+1	+1	—	+1
Achillea millefolium L.	—	1.1	—	—	+1	+1	+1	+1	+1	1.1	+1	+1	—	+1	—	1.1	1.1
Deschampsia caespitosa (L.) P. B.	—	—	—	—	+1	+1	+1	—	—	+1	—	+1	1.2	—	+1	+1	+1
Antennaria dioica (L.) Gaertn.	—	1.1	—	2.3	1.1	+1	+1	+1	+1	—	—	—	—	+1	+1	2.3	+1
Brunella vulgaris L.	—	—	+1	+1	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	1.1	—	—
Trifolium pratense L.	+1	1.1	1.1	1.1	+1	+1	—	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	—	1.1	+1

Nr. der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Trifolium repens L.	—	+1	+1	—	+1	+1	—	—	+1	1.1	—	+1	+1	—	+1	+1	—
Vicia cracca L.	+1	2.2	—	—	—	+1	—	—	+1	—	+1	+1	+1	+1	—	+1	2.2
Lathyrus pratensis L.	+1	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	+1
Viola canina (L. exp.) Rchb.	—	+1	+1	+1	+1	1.1	+1	1.1	—	—	+1	+1	2.2	1.1	1.1	+1	+1
Trifolium spadiceum L.	+1	—	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Alectorolophus minor (Ehrh.) Rchb.	—	+1	1.1	+1	—	2.2	+1	—	+1	+1	+1	+1	+1	—	+1	2.2	—
Briza media L.	—	1.1	—	—	—	+1	—	—	1.1	—	+1	—	—	+1	+1	—	+1
Chrysanthemum leucanthemum L.	—	+1	—	1.1	—	+1	—	—	+1	+1	—	+1	—	—	+1	2.2	1.1
Anemone nemorosa L.	1.2	+1	1.2	+1	+1	1.2	—	1.2	1.1	—	—	—	—	—	—	1.1	—
Luzula multiflora (Retz.)	+1	2.2	2.2	1.1	+1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	+1	+1	1.1	2.2	1.1	2.2
Alchemilla pastoralis Bus.	+1	2.3	+1	+1	+1	+1	—	+1	1.1	1.1	+1	+1	+1	1.1	1.1	1.2	—
Scorzonera humilis L.	—	2.3	2.3	—	—	—	—	—	1.2	—	—	+1	—	2.2	—	—	—
Carex panicea L.	+1	+1	+1	—	—	+1	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	+1	+1
Hieracium pilosella L.	+1	—	+1	—	+1	+1	1.1	1.2	+1	+1	—	+1	—	1.1	+1	+1	—
Ranunculus acris L.	+1	+1	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	—	—	1.1	—	+1	+1
Polygala vulgaris L.	—	+1	—	+1	—	+1	—	+1	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—
Leontodon hispidus L.	—	+1	1.1	+1	—	+1	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—
Campanula patula L.	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—
Veronica chamaedrys L.	—	+1	+1	—	+1	+1	+1	—	+1	—	+1	+1	—	—	—	—	—
Geum rivale L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	1.1	—	+1
Hieracium pratense L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	+1	—
Carex pallescens L.	—	+1	1.1	+1	—	1.1	—	+1	—	+1	+1	+1	—	1.1	+1	+1	1.1
Fragaria vesca L.	—	+1	—	—	+1	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Knautia arvensis (L.) Coult.	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Lychnis flos cuculi L.	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Galium mollugo L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—
Melampyrum pratense L.	—	—	—	1.1	+1	+1	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	+1	—
Linum catharticum L.	—	—	—	1.1	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Succisa pratensis Mnch.	—	—	—	—	—	+1	—	+1	—	+1	—	+1	—	—	+1	—	—
Galium boreale L.	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	+1	—	—	+1	+1	+1	+1	—
Filipendula ulmaria (L.) Maxim.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Vaccinium myrtillus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	—
Vaccinium vitis idaea L.	1.1	+1	—	—	—	—	—	2.2	+1	—	—	1.1	—	—	—	—	—
Calluna vulgaris (L.) Salisb.	—	1.1	—	—	+1	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—	—
Tragopogon pratensis L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Viscaria vulgaris (L.) Roehl.	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Cerastium caespitosum Gil.	—	2.2	—	—	+1	+1	+1	—	+1	+1	—	—	—	—	1.1	—	—
Agrostis vulgaris With.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Galium uliginosum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	+1	+1	—	+1	+1	1.1

Nr der Assoziationsaufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Salix div. sp.	—	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	+1	—	—	—	+1
Betula verrucosa Ehrh.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Zufällige:																	
Convallaria majalis L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Rubus saxatilis L.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cirsium palustre (L.) Scop.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cirsium heterophyllum (L.) Hill.	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hieracium div. sp.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cardamine pratensis L.	—	+1	+1	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Saxifraga granulata L.	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carex flava L.	—	—	+1	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—
Trifolium montanum L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Rumex acetosella L.	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Picris hieracioides L.	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lycopodium clavatum L.	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Betula pubescens Ehrh.	—	—	—	—	+1	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1
Potentilla argentea L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Veronica teucrium L.	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Equisetum arvense L.	—	—	—	—	—	+1	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Luzula campestris (L.) Lam. et DC.	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hieracium auricula Lam. et DC.	—	—	—	—	—	+1	—	+1	+1	—	—	—	—	1.1	1.1	—	—
Picea excelsa (Lam.) Link.	—	—	—	—	—	—	+1	+1	+1	—	—	—	—	—	—	+1	—
Aspidium phegopteris Baumg.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Festuca rubra L.	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	+1	+1	—	—	—	—	—
Veronica officinalis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	+1	—	—	—	—	—
Carex Goodenoughii Gay.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Cynosurus cristatus L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.1	—	—	—	—	—	—	—
Carum carvi L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Phleum pratense L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Alectorolophus major (Ehrh.) Rchb.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—	—
Populus tremula L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—	—
Avena pratensis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	1.1	—	—
Alnus incana (L.) Mnch.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Pinus silvestris L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—	—
Juniperus communis L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Plantago media L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	—	—	—
Equisetum palustre L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	+1	—
Equisetum silvaticum L.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—

Bemerkungen zur Tabelle 36.

1. Auf der Trockenwiese des Gesindes Tõikamäe am Rande des Staatswaldes Tõikamäe. Die Trockenwiese ist etwa 1 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 21. VI 27.
2. Auf der Trockenwiese des Gesindes Tsirgu nahe dem Hause. Die Trockenwiese ist etwa 1,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 8. VIII 28.
3. Auf der Trockenwiese Jürimäe am Rande des Staatswaldes Jürimäe. Die Trockenwiese ist etwa 1 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 10. VII 28.
4. Auf der Trockenwiese des Gesindes Mäesoka. Die Wiese ist etwa 0,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. V 27.
5. Auf der Trockenwiese des Gesindes Alasoka. Die Wiese ist etwa 1 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. V 27.
6. Auf der Trockenwiese des Gesindes Tülsu. Die Wiese ist etwa 1,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 27. V 27.
7. Auf der Trockenwiese des Gesindes Kolda. Die Wiese ist etwa 1 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Am Rande wächst junger Kiefernwald. Gemeinde Pilkuse. 27. V 27.
8. Auf der Trockenwiese des Gesindes Kolda, am Moore. Die Wiese ist etwa 0,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Gemeinde Pilkuse. 27. V 27.
9. Auf der Trockenwiese des Gesindes Laanemäe. Die Wiese ist etwa 0,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Valgjärve. 8. VII 27.
10. Auf der Trockenwiese des Gesindes Meoski am Rande des Niedermoores. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 1. VII 27.
11. Auf der Trockenwiese des Gesindes Vokiveski. Die Wiese ist etwa 1 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pühajärve. 1. VII 27.
12. Auf der Trockenwiese des Gesindes Raudsepa. Die Wiese ist etwa 0,75 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Pilkuse. 14. VII 27.
13. Auf der Uferwiese bei Pikasilla in der Nähe des Sees Võhnajärv. Die Wiese ist kaum 0,5 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Jõgeveste. 2. VII 28.
14. Auf der Trockenwiese des Gesindes Kiisa. Gemeinde Leebiku. 2. VII 28.
15. Auf der Trockenwiese des Gesindes Rulli. Die Wiese ist etwa 0,8 Meter höher gelegen als das Niedermoor. Die Wiese wird gemäht und auf ihr geweidet. Gemeinde Helme. 3. VII 28.
16. Auf der Trockenwiese des Gesindes Kuusiku. Gemeinde Hummuli. 4. VII 28.
17. Auf der Trockenwiese am Waldrande südlich vom Wege, welcher von der Bahnstation Surju zum Surjuschen Försterhause führt. 30. VII 28.

Bodens für die oberen Alluvial- und die unteren Eluvial-Horizonte, die aus dem beigefügten Diagramm ersichtlich sind.

Wie die Untersuchungen bestätigen, ist die obere A_1A_2-Bodenschicht, wo das Keimen der Samen und zum Teil auch die Aufsaugung der Nährstoffe vor sich geht, saurer als die untere B-Schicht. Die Ursache für die geringere Säure des letzteren Horizonts ist zum Teil in der Einschwemmung verschiedener Stoffe zu suchen.

Nardetum strictae stellt eine Assoziation von einheitlicher floristischer Zusammensetzung dar. Die Charakterart ist *Nardus stricta*. Als Begleiter der Assoziation treten in der mittleren Krautschicht vereinzelte *Deschampsia caespitosa*, *Sieglingia decumbens*, *Scorzonera humilis*, *Tragopogon pratensis* auf, während in der niedrigsten *Filipendula ulmaria*, *Festuca ovina*, *Anthoxanthum odoratum*, *Potentilla erecta*, *Plantago lanceolata*, *Botrychium lunaria*, *Hypericum perforatum*, *Rumex acetosa*, *Achillea millefolium*, *Antennaria dioica*, *Trifolium pratense*, *Trifolium repens*, *Viola canina*, *Alectorolophus minor*, *Anemone nemorosa*, *Luzula multiflora*, *Alchemilla pastoralis* et *vulgaris*, *Hieracium pilosella*, *Ranunculus acris*, *Carex palescens* wachsen, — die übrigen Begleiter aber nur selten vertreten sind oder zufällig auftreten. Die Moosdecke ist in der Borstengras-Assoziation dicht; hier sind die für magere Podsolböden charakteristischen Laubmoose *Rhytiadelphus squarrosus*, *Climacium dendroides*, *Hylocomium proliferum*, *Dicranum scoparium*, *Polytrichum commune*, *Dicranum undulatum*, *Thuidium Philiberti*, *Pleurozium Schreberi* vertreten. *Aulacomnium palustre* findet sich an einzelnen Stellen, wo das Mittel feuchter ist und in Moor übergeht.

Als Fazies unterliegen der Beobachtung:

1. Nardetum strictae festucosum ovinae, die gewöhnlichste Fazies in der Borstengras-Assoziation, wo das Substrat sandig wird und das Mittel sich trocken erhält. Die erwähnte Fazies hat kein festes ökologisches Gepräge: bisweilen findet sie sich auf humusreichem, bisweilen auf humusarmem Sande, auch auf Kalkstein ist ihr Vorkommen möglich, wie die Untersuchungen von Vilberg (1929 p. 47 und Tabelle IV) in Nordestland auf dem Schuttlod von Ost-Harju beweisen. Im allgemeinen kommt die Fazies *Festuca ovina* auf hinsichtlich der Nährstoffe überaus mageren Substraten fort, wenn ihr Fortkommen im übrigen nicht durch Feuchtigkeit behindert ist.

Floristisch hat die Borstengras-Fazies dank ihrer weiten ris Verbreitung kein bestimmtes Gepräge. Diese Fazies ist von vielen Soziologen als Assoziation behandelt worden.

2. Nardetum strictae alectorolophosum minoris entwickelt sich auf trockenen, lockeren sanderdigen Wiesen. Es tritt in Lappen auf, ohne grössere Flächen einzunehmen. Floristisch hat es kein bestimmtes Gepräge; wo der Boden sich mit Lehm mischt und feuchter wird, da wird der Wuchs seltener und die Pflanzendecke gewinnt das Aussehen einer Grasdecke.

Frühjahrsaspekt von *Nardetum strictae.* Auf versandeten frischeren Trockenwiesen mit dünner Humusschicht bildet *Anemone nemorosa* den häufigsten Frühlingsaspekt. Es scheint, dass diese Standorte vor einiger Zeit ausgerodet sind. Ende April und Anfang Mai, wenn der Graswuchs auf den Wiesen noch nicht kräftig ist, brechen aus den Überresten der *Festuca ovina* die grünen Blätter der *Anemone nemorosa* hervor, und mit dem Anbrechen wärmerer Witterung erfolgt bald die Blüte, die nur kurze Zeit währt.

Literaturverzeichnis.

Alechin, W. W., Fitosoziologija (utschenije o rastiteljnych soobschtschestwach) i jejo poslednije uspechi u nas i na sapade. Moskwa 1925.

— Predwariteljnyj ottschet o rabotach Nishegorodskoj geobotanitscheskoj ekspedizii. 1926.

— Glawnejschije resuljtaty geobotanitscheskich issledowanij jugowostoka Nishegorodskoj gubernii w 1925 godu. 1926.

— Luga i metody ich issledowanija. Bulletin de la Soc. des Naturalistes de Moscou livr. 1—2. 1927.

Auer, Väinö, Piirteitä Keski-Pohjanmaan soistumistavoista. (Referat: Über Versumpfungsprozesse in Mittel-Österbotten.) Comm. Inst. Quaest. Forest. Finlandiae 3. Helsinki 1920.

— Tutkimuksia Lapin tulvamailta. (Referat: Untersuchungen in den Überschwemmungsgebieten Lapplands.) Comm. Inst. Quaest. Forest. Finlandiae 4. Helsinki 1921.

— Suotutkimuksia Kuusamon ja Kuolajärven vaara-alueilta. (Referat: Moorforschungen in den Vaaragebieten von Kuusamo und Kuolajärvi.) Comm. Inst. Quaest. Forest. Finlandiae 6. Helsinki 1923.

Balachonzewa, E. N., Botanitschesko-biologitscheskija issledowanija Ladoshskago osera. Phytobiologie des Ladoga-Sees von E. N. Balachonzew. S.-Peterburg 1909.

Baranow, W. J., Materialy po issledowaniju lugow Kasanskoj gub. Wyp. 4.

Baumann, Eugen, Die Vegetation des Unterseet (Bodensee). Eine floristisch-kritische und biologische Studie. Archiv f. Hydrobiologie etc., Supplementband 1. Stuttgart 1911.

Becherer, Alfred, Beiträge zur Pflanzengeographie der Nordschweiz. Mit besonderer Berücksichtigung der oberrheinischen Floreneinstrahlungen. Colmar 1925.

Bekker, H., Otepää künkline moräänmaastik.

— Lühike ülevaade Eesti geoloogiast. „Eesti". Tartu 1925.

— Pühajärve ümbruse taimeühingud I. Tartu 1919.

Bekker, H., ja Audova, A., Andmed Pühajärve geofüüsilisest ja botaanilisest uurimisest. 1923.

Braun-Blanquet, J., Pflanzensoziologie. Berlin 1928.

Braun-Blanquet, Josias, Eine pflanzengeographische Exkursion durchs Unterengadin und in den schweizerischen Nationalpark. Beitr. zur geobot. Landesaufnahme 4. Zürich 1918.

— Essai sur les notions d'„élément" et de „territoire" phytogéographiques. Arch. sc. phys. et nat. 5me pér., vol. 1. Genève 1919.

— Prinzipien einer Systematik der Pflanzengesellschaften auf floristischer Grundlage. Jahrb. St. Gall. Naturw. Ges. 57, II. Teil (1920 und 1921). St. Gallen 1921.

Braun-Blanquet, Josias, Über die Genesis der Alpenflora. Verh. Naturf.-Ges. Basel 35, I. Teil. (Festband Christ.) Basel 1923.
— Zur Wertung der Gesellschaftstreue in der Pflanzensoziologie. Vierteljahrsschr. Naturf.-Ges. Zürich 1925.
Braun, Josias, et Furrer, Ernest, Sur l'étude des associations. Bull. Soc. Languedocienne de Géographie 36. 1913.
Braun-Blanquet, J., unter Mitwirkung von Jenny, H., Vegetationsentwicklung u. Bodenbildung in der alpinen Stufe der Zentralalpen. 1926. Denkschr. d. Schweiz. Naturf.-Gesellsch. Band 63, Abh. 2.
Braun-Blanquet, J., et Pavillard, J., Vocabulaire de sociologie végétale. Montpellier 1922.
Brockmann-Jerosch, H., Die Flora des Puschlav (Bezirk Bernina Kanton Graubünden) und ihre Pflanzengesellschaften. Leipzig 1907.
— Die fossilen Pflanzenreste des glazialen Delta bei Kaltbrunn (bei Oznach Kanton St. Gallen) und deren Bedeutung für die Auffassung des Wesens der Eiszeit. Jahrb. St. Gall. Naturw. Ges. 1908 und 1909. St. Gallen 1910.
— Baumgrenze und Klimacharakter. Beitr. zur geobot. Landesaufn. 6. Zürich 1919.
Brockmann-Jerosch, H., und Rübel, E., Die Einteilung der Pflanzengesellschaften nach ökologisch-physiognomischen Gesichtspunkten. Leipzig 1912.
Brotherus, V. E., Die Laubmoose Fennoskandias. Societas pro Fauna et Flora Fennica. Flora Fennica 1. Helsingfors 1923.
Cajander, A. K., Über Waldtypen. Acta Forest. Fenn. 1. Helsingfors 1909.
— Studien über die Moore Finnlands. Acta Forest. Fenn. 2. Helsingfors 1913.
— Zur Frage der gegenseitigen Beziehungen zwischen Klima, Boden und Vegetation. Acta Forest. Fenn. 21. Helsingfors 1921.
Chitrow, W. N., K woprossu o klassifikazii jestestwennych lugow. 1913.
Diels, Ludwig, Pflanzengeographie. 2. Aufl. Sammlung Göschen Nr. 389. Berlin und Leipzig 1918.
Dmitrijew, A. M., Luga Cholmogorskogo rajona.
Dokturowskij, W. S., Bolota i torfjaniki, raswitije i strojenije ich. Moskwa 1922.
Düggeli, Max, Pflanzengeographische und wirtschaftliche Monographie des Sihltales bei Einsiedeln. Vierteljahrsschr. Naturf.-Ges. Zürich 48. 1903.
Du Rietz, G. Einar, Zur methodologischen Grundlage der modernen Pflanzensoziologie. Upsala 1921.
— Über das Wachsen der Anzahl der konstanten Arten und der totalen Artenzahl mit steigendem Areal in natürlichen Pflanzenassoziationen. Botaniska Notiser 1922. Lund 1922.
— Der Kern der Art- und Assoziationsprobleme. Botaniska Notiser 1923. Lund 1923 (a).
— Einige Beobachtungen und Betrachtungen über Pflanzengesellschaften in Niederösterreich und den kleinen Karpathen. Sonderabdruck aus der Österreichischen botanischen Zeitschrift Jahrg. 1923, Nr. 1—5.
— Zur Klärung einiger historisch-pflanzensoziologischer Streitfragen. Botaniska Notiser 1922. Lund 1924.

Du Rietz, G. Einar, Gotländische Vegetationsstudien. Svenska Växtsociologiska Sällsk. Handl. 2. Uppsala 1925.

— Vegetationsforschung auf soziationsanalytischer Grundlage. Sonderabdruck aus „Handbuch der biol. Arbeitsmeth." Berlin u. Wien 1930.

Du Rietz, Fries, Oswald und Tengwall, Gesetze der Konstitution natürlicher Pflanzengesellschaften. Medd. från Abisko Naturv. Station 3. Uppsala und Stockholm 1920.

Du Rietz, Fries und Tengwall, Vorschlag zur Nomenklatur der soziologischen Pflanzengeographie. Svensk Bot. Tidskr. 12. 1918.

Du Rietz und Gams, Zur Bewertung der Bestandestreue bei der Behandlung der Pflanzengesellschaften. Vierteljahrsschr. Naturf.-Ges. Zürich 69. Zürich 1924.

Du Rietz und Naunfeldt, J. A., Ryggmosse und Stigsbo Rödmosse, die letzten lebenden Hochmoore der Gegend von Upsala. Svenska Växtsociologiska Sällskapets Handlingar 3. Uppsala 1925.

Eichwald, K., Valgamaa taimkate. Äratrükk „Valgamaast". 1930.

Eklund, O., Notizen über die Flora des nördlichen und westlichen Dagö (Hiiumaa) in Estland. Memor. Societatis pro Fauna et Flora Fennica 4. Helsingfors 1928.

— Beiträge zur Flora der Insel Vormsö in Estland. Helsingfors 1929.

Eesti taimede nimestik — Index plantarum estonicarum.

Flahault, Ch., und Schröter, C., Phytogeographische Nomenklatur, Berichte und Vorschläge. IIIe Congrès international de botanique, Bruxelles 1910. Zürich 1910.

Fries, C. E., Botanische Untersuchungen im nördlichen Schweden. Upsala u. Stockholm 1913.

Furrer, Ernst, Vegetationsstudien im Bormiesischen. Vierteljahrsschrift Naturf.-Ges. Zürich 59. 1914.

— Begriff und System der Pflanzensukzession. Vierteljahrsschrift Naturf.-Ges. Zürich 67. 1922.

— Kleine Pflanzengeographie der Schweiz. Zürich 1923.

Gams, H., Prinzipienfragen der Vegetationsforschung. Ein Beitrag zur Begriffsklärung und Methodik der Biocoenologie. Vierteljahrsschr. Naturf.-Ges. Zürich 63. 1918.

Getmanow, J. J., K woprossu ob ewoljuzii lugow i bolot. Nautschnomeliorazionnyj Institut. 1925.

Glehn, P., Flora der Umgebung Dorpats. Arch. f. d. Naturk. Liv-, Ehst- u. Kurlands Ser. 2, B. 2. Dorpat 1860.

Glinka, K. D., Potschwowedenije. S.-Peterburg 1908.

Granö, J. G., Eesti maastikulised üksused. Äratrükk „Loodusest". Tartu 1922.

— Maastikuteaduse ülesanded ja maastiku vormide süsteem. „Loodus" 4, 5. Tartu 1924.

— Orienteeriv ülevaade. Eesti Loodus. Äratrükk koguteosest „Eesti" 1925.

Grigorjew, M. P., O rabotach ekspedizii Wladimirskago gub. semstwa po isutscheniju lugow. 1913.

Grisch, A., Beiträge zur Kenntnis der pflanzengeographischen Verhältnisse der Bergünerstöcke. Beihefte z. Bot. Zentralblatt 22, 2. 1907.

Gruner, L., Versuch einer Flora Allentackens und des im Süden angrenzenden Teiles von Nord-Livland. Dorpat 1864.

Hausen, H., Materialien zur Kenntnis der pleistozänen Bildungen in den russischen Ostseeländern. Fennica 34. Helsingfors 1913.

Hegi, G., Illustrierte Flora von Mitteleuropa. München 1906—1928.

Igoschin, K., Rastiteljnostj sewernoj tschasti Werchne-Kamskogo okruga Uraloblasti. Trudy Biologitschesk. Nautschno-Issledow. Inst. i Biolog. Stanzii pri Permskom Gossud. Uniwersitete 1930.

Ilvessalo, J., Vegetationsstatistische Untersuchungen über die Waldtypen. Acta Forestalia Fennica 20. Helsinki 1922.

Iversen, J., Studien über die pH-Verhältnisse dänischer Gewässer und ihren Einfluss auf die Hydrophyten-Vegetation. Botanisk Tidsskrift udgivet af Dansk botanisk Forening 40. Bind, 4. Hefte. København 1929.

Jelenewskij, R. A., Pojmy krupnych rek po dannym ekspedizii po isutscheniju pojm. 1927. Trudy Soweschtschanija geob.-lugowodow 17—22 marta 1927 pri Goss. Lug. Inst.

Kaz, N. J., Pokos i pastjba kak faktory, regulirujuschtschije shisnj syrych lugow. Trudy Jachromskogo bolotnogo opytnogo polja, wypusk 5. 1926.

Käis, Joh., Munamägi ja tema ümbrus. Loodus 1922.

— Võru järved. Loodus 1923.

Kerner, A., Das Pflanzenleben der Donauländer. Innsbruck 1863.

Klinger, J., Eine Flussfahrt auf dem Woo. Sonderabdruck a. d. Sitzungsber. d. Dorp. Naturf.-Ges. 7. Jahrg., Heft 1. 1885.

Koch, Walo, Die höhere Vegetation der subalpinen Seen und Moorgebiete des Val Piora. Separat-Abdruck aus der Zeitschrift für Hydrobiologie 4. Jahrgang, Heft 3 und 4. 1928.

— Die Vegetationseinheiten der Linthebene. Separatabdr. aus d. 61. Band, II. Teil (1925) d. Jahrb. der St. Gallischen Naturwiss. Ges. St. Gallen 1926.

Kolessow. A. A., Pojemnyje luga. Charjkow 1899.

Köppen, W., Klassifikation der Klimate nach Temperatur, Niederschlägen u. Jahreslauf. Dr. A. Petermanns Mitteilungen 1918.

Kotilainen, Mauno J., Untersuchungen über die Beziehungen zwischen der Pflanzendecke der Moore und der Beschaffenheit, besonders der Reaktion des Torfbodens. Wissenschaftl. Veröffentl. d. Finnischen Moorkulturvereins Nr. 7. Helsinki 1928.

Krylow, P., Sadatschi i metody fito-geografitscheskich issledowanij i otnoschenije ich k fito-soziologii i fito-ekologii. Tomsk 1922.

Kupffer, K. R., Kurze Vegetationsskizze des ostbaltischen Gebietes. Korrespondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga 1912.

— Über eine schematische Darstellung von Vegetationsformationen. Korresp. d. Naturf.-Ver. zu Riga 56. 1913.

— Grundzüge der Pflanzengeographie des Ostbaltischen Gebietes. Riga 1925.

Kurrik, V., Eesti kliima valdkonnad. Loodus 3. Tartu 1924.

— Eesti kliima. Eesti loodus. Äratrükk koguteosest „Eesti". Tartu 1925.

Kusnezov, N. J., O bolotach Narymskogo kraja Tomskoj gub. Bolotowedenije.

Lehmann, Ed., Arch. f. d. Naturk. Liv-, Ehst- und Kurlands Ser. 2, Bd. 2.

— Flora von Polnisch-Livland mit besonderer Berücksichtigung der Floren-

gebiete Nordwestrusslands, des Ostbalticums, der Gouvernements Pskow u. St. Petersburg. 1895. Nachtrag I 1896.

Lepik, E., Raadi pargi puukond ja alataimkond. 1925.

Libbert, W., Soziologische Untersuchungen am Molinietum der neumärkischen Staubeckenlandschaft. Sonderabdruck aus d. Verh. des Bot. Vereins d. Prov. Brandenburg 70. 1928.

Linkola, K., Studien über d. Einfluss der Kultur auf die Flora in den Gegenden nördlich vom Ladogasee. Allg. Teil I u. Spez. Teil II. Helsingfors 1916, 1921.

— Zur Kenntnis der Waldtypen Eestis. Sonderabdruck aus d. Acta Forestalia Fennica 34. Helsinki 1929.

— Über die Haldhainwälder in Eesti. Sonderabdruck aus d. Acta Forest. Fennica 36. Helsinki 1930.

Lippmaa, T., Kesk- ja Põhja-Setumaa taimeühingud. Äratrükk „Setumaast". Tartu 1928.

— Pflanzenökologische Untersuchungen aus Norwegisch- u. Finnisch-Lappland. Acta Instituti et Horti Botanici Univers. Tartuensis 1929.

— Beiträge zur Kenntnis der Flora und Vegetation Südwest-Estlands. 1932.

Lippmaa, T., ja Lippmaa, H., Pärnumaa taimestikust ja taimkonnast. Äratrükk „Pärnumaast". Tartu 1929.

Lüdi, W., Die Pflanzengesellschaften des Lauterbrunnentales und ihre Sukzession. Beiträge zur geobot. Landesaufn. 9. Zürich 1921.

— Die Alpenpflanzenkolonien des Napfgebietes und die Geschichte ihrer Entstehung. Separatabdr. aus d. Mitteil. d. Naturf.-Ges. in Bern, aus dem Jahr 1927, Bern 1928.

Lundquist, G., Utvecklingshistoriska insjöstudier i Syd-Sverige. Årsbok 18. 1927.

Määr, A., Andmed Kuremaa järvejääst vabanemisest ja kinnikülmamisest 1861—1904 ja nende võrdlus vastavate Emajõe andmetega. Loodusevaatleja 1930.

Majewskij, P., Flora srednej Rossii. Moskwa 1917.

Markus, E., Die Grenzverschiebung des Waldes und des Moores in Alatskivi. Acta et Comment. Univers. Tartuensis (Dorpatensis) A XIV 3. 1929.

— Naturkomplexe. Aus d. Sitzungsber. d. Naturf.-Ges. bei d. Univ. Tartu. Tartu 1926.

Melin, E., De norrländska myrmarkernas vegetation. Särtryck ur Norrländskt Handbibliothek VII. Uppsala 1917.

Meschtscherjakow, D. P., Tipy bolot, kak otrashenije ossobennostej geomorfologitscheskich rajonow. Trudy Soweschtschanija geobotanikow-lugowodow 17—22 marta 1927.

Messikommer, Edwin, Verlandungserscheinungen und Pflanzensukzessionen im Gebiete des Pfäffikersees. Festschrift Hans Schinz. Zürich 1928.

Miljan, A., Paelrohi. Phalaris arundinacea. Agronoomia 1928, nr. 7.

Multamäki, S. E., Tilastoa Pohjois-Suomen metsä- ja suotyypestä. Acta Forestalia Fennica 21. Arb. d. Forstw. Ges. in Finnland 1921.

Naliwkin, E., pod red. prof. W. N. Sukatschewa. Otscherk rastiteljnosti Nowgorodskoj seljsko-chos. bolotnoj opytnoj stanzii.

Naumann, E., Einführung in die Bodenkunde der Seen. Die Binnengewässer von Prof. Dr. August Thienemann. Band IX. Stuttgart 1930.

Nowiński, M., Zespoły roślinne Puszczy Sandomierskiej. Kosmos. Les associations végétales de la Grande forêt de Sandomierz. 1927.
Nõmmik, A., Kodumaa mullastikust. Über den Boden Eestis (Estlands). Tartu Ülikooli Mullateaduse ja Agrikultuurkeemia Kabineti toimetused nr. 2. 1925.
— Mulla-reaktsioon, selle põhjused ja määramise meetodid. Agronoomia 1928
Oettingen, Heinrich v., Vorläufiger Bericht über die botanischen Ergebnisse der Seenforschung im Sommer 1905. Mater. z. Erforschung d. Seen Livl. 1906.
Oswald, H., Die Vegetation des Hochmoores Komosse. Svenska Växtsociologiska Sällskapets Handlingar 1. Uppsala 1923.
Pahnsch, Gerhard, Beitrag zur Flora Ehstlands. Archiv f. d. Naturk. Liv-, Ehst- und Kurlands 9. Band, Heft 3. Dorpat 1881.
Petrowa, J. P., Bolota doliny Jachromy. Botanitscheskoje issledowanije bolot doliny Jachromy w Dmitrowskom ujesde, Moskowskoj gub. w 1909 i 1911 g. Moskwa 1912.
Post, L. v., Das genetische System der organogenen Bildungen Schwedens. Comité internat. de Pédologie nr. 22. Helsingfors 1924.
Ramann, E., Bodenkunde. 3. Aufl. Berlin 1911.
Raunkiär, C., Measuring-apparatus for statistical investigations of plant formations. Botanisk Tidsskrift 33. København 1912.
— Formationsundersøgelse og Formationsstatistik. Botanisk Tidsskrift 30. København 1909.
Regel, K., Statistische u. physiognomische Studien an Wiesen. Ein Beitrag zur Methodik der Wiesenuntersuchung. Acta et Comm. Univ. Dorpatensis A I 4. Dorpat 1921.
— Über litauische Wiesen. Veröffentl. d. Geobot. Inst. Rübel in Zürich Heft 3. Zürich 1925.
Rinne, Leo, Eesti madalsoode kõlblikkusest põllumajanduslikuks taimekasvatuseks. Über die Tauglichkeit der Niederungsmoore Estlands für den landwirtschaftlichen Pflanzenbau. Tartu 1927.
— Über die Tiefe der Eisbildung und das Auftauen des Eises im Niederungsmoor. Acta et Comm. Univ. Tartuensis (Dorpatensis) A XX5. Tartu 1931.
Roth, A., Die Vegetation des Walenseegebietes. Beiträge zur geobot. Landesaufnahme 7. Zürich 1919.
Rübel, Eduard, Pflanzengeographische Monographie des Berninagebietes. Englers Botan. Jahrbücher 47. Leipzig 1912.
— Über die Entwicklung der Gesellschafts-Morphologie. Cambridge Univers. Press 1920.
— Anfänge und Ziele der Geobotanik. Vierteljahrsschrift d. Nat.-Gesellsch. in Zürich. Zürich 1917.
— Die Entwicklung der Pflanzensoziologie. Mitteilungen aus d. Geobot. Inst. Rübel in Zürich. Zürich 1920.
— Geobotanische Untersuchungsmethoden. Berlin 1922.
— Betrachtungen über einige pflanzensoziologische Auffassungsdifferenzen. Zürich 1925.
— Einige skandinavische Vegetationsprobleme. Sonderabdruck aus: Ergebnisse d. Internat. pflanzengeogr. Exkursion durch Schweden und

Norwegen 1925. Veröffentlichungen d. Geobotan. Inst. Rübel in Zürich Heft 4. Bern 1927.

Rübel, Eduard, Pflanzengesellschaften der Erde. Zürich 1930.

Rumma, J., Eestimaa järvede ja saarte pindala. Loodus 1924.

Russow, E., Flora der Umgebung Revals. Arch. f. d. Naturk. Liv-, Ehst- und Kurlands Ser. 2, Bd. 4. Dorpat 1862.

Russow, Edmund, Flora der Umgebung Revals. Archiv f. d. Naturk. Liv-, Ehst- u. Kurlands Serie 2, Bd. 3. Dorpat 1862.

Sambuk, F. W., Resuljtaty issledowanija lugow po Nishnej Petschore. 1927.

Schennikow, A. P., Luga Simbirskoj gub. Wyp. I. Isd. Simb. Gub. Seml. Otdela 1919.

— Luga Simbirskoj gub. Wyp. II. 1920.

— Alljuwialjnyje luga w dolinach r. r. Sewernoj Dwiny i Suchony w predelach Wologodskoj gubernii. Materialy po organisazii i kuljture kormowoj ploschtschadi 1913.

— Luga w nisowjach r. Meni.

Scherrer, Max, Vegetationsstudien im Limmattal. Veröffentl. d. Geobot. Inst. Rübel in Zürich Heft 2. Zürich 1925.

Schlygina, E. W., Ottschet o rabotach chimitscheskoj laboratorii. Trudy Soweschtschanija geobot.-lugowodow 17—22 marta 1927 pri Gossud. Lug. Inst. 1927.

Schmidt, F., Flora der Insel Moon. Archiv f. d. Naturk. Liv-, Ehst- u. Kurlands Ser. 2, Bd. 1. Dorpat 1854.

— Flora des silurischen Bodens von Ehstland, Nord-Livland u. Oesel. (Mag.-Diss.) Dorpat 1855.

— Einige Mitteilungen über die gegenwärtige Kenntnis der glazialen und postglazialen Bildungen im silurischen Gebiet von Estland, Ösel und Ingermanland. Zeitschrift der Deutschen geol. Gesellsch. 36. 1884.

Schneider, Guido, Der Obersee bei Reval. 1908.

Skworzow, B. W., O wodnoj rastiteljnosti sarastajuschtschich wodojemow doliny reki Sungari w sewernoj Mantschshurii 1927. Isw. Glawn. Bot. Sada S. S. S. R. tom 26, wyp. 3. 1927.

Smelow, S. P., Ottschet o rabotach ekspedizii po isutscheniju materikowych lugow. Isd. Gossud. Lugow. Inst. 1927.

Sass, A., Die Phanerogamenflora Oesels und der benachbarten Eilande. Arch. f. d. Naturk. Liv-, Ehst- und Kurlands Ser. 2, Bd. 2. Dorpat 1860.

Spohr, Edm., Geobotaanikast, eriti taimesotsioloogiast ja Eesti geobotaanilisest uurimisest. Loodus. Tartu 1923.

— Tartumaa taimkate. „Tartumaa". Tartu 1925.

— Eesti taimkatte lühike ülevaade. Koguteos „Eesti". Tartu 1926.

— Võrumaa taimkattest ja tema uurimistest. „Võrumaa". Tartu 1926.

— Setumaa taimkatte iseloomust. „Setumaa". 1928.

Sresnewsky, B., Bericht über die Ergebnisse d. Beobachtungen für das Liv-Est-Kurländische Regenstationsnetz. 25jährige Mittelwerte der Niederschlagsmenge, Anzahl der Niederschlagstage u. Temperatur für den Zeitraum 1886—1910. — 1913.

Stebler, F. G., und Schröter, G., Beiträge zur Kenntnis der Matten u. Weiden der Schweiz. Landw. Jahrbuch der Schweiz. Bern 1887.

Sukatschew, W. N., Materialy k isutscheniju bolot i torfjanikow osernoj oblasti. 1905.
— Bolota, ich obrasowanije, raswitije i swojstwa. 3. dopoln. isd. 1926.
Supan, Alex., Die jährlichen Niederschlagsmengen auf den Meeren. Dr. A. Petermanns Mitteilungen 1898.
Teräsvuori, A., Über die Bodenazidität mit besonderer Berücksichtigung des Elektrolytgehaltes der Bodenaufschlämmungen. Helsinki 1930.
Teräsvuori, K., Muistiinpanoja Pohjois-Savon „luonnonniityistä". (Deutsches Referat.) 1920.
— Wiesenuntersuchungen I. 1926.
— Wiesenuntersuchungen II. 1927.
Thienemann, A., Seetypen. Die Naturwissenschaften 1921.
Thomson, P. W., Taimegeograafilised vaatlused hilisjääaegse meretransgressiooni alal Lõuna-Harjumaal. Loodus 1922.
— Zur Frage der regionalen Verbreitung und Entstehung der Gehölzwiesen und Alvartriften in Nord-Estland. Sonderabdr. aus den Sitzungsberichten der Naturf.-Gesellsch. bei d. Univ. Dorpat Band 30, Heft 3—4. Dorpat 1924.
— Die regionale Entwicklungsgeschichte der Wälder Estlands. Dorpat 1929.
Vilberg, G., Eesti taimestik. Tartu 1925.
— Loost ja loo taimkonnast Ida-Harjumaal. Loodusuur. Seltsi Aruanded 34. Tartu 1927.
— Eesti taimeühiskonnad. I. Formatsioonid. Tartu 1929.
— Kastre-Peravalla looduskaitse reservaadi taimkattest. Tartu Ülikooli Metsaosak. toim. 15. Tartu 1929.
— Erneuerung der Loodvegetation durch Keimlinge in Ost-Harrien (Estland). Acta et Comm. Univers. Tartuensis (Dorpatensis) A XVIII 1. 1929.
Walter, Heinrich, Einführung in die allgemeine Pflanzengeographie Deutschlands. Verlag von Gustav Fischer. Jena 1927.
Waren, H., Untersuchungen über sphagnumreiche Pflanzengesellschaften der Moore Finnlands. Acta Societ. pro fauna et flora Fennica 55. 1926.
Warming, Eug., und Graebner, P., Eug. Warming's Lehrbuch der ökologischen Pflanzengeographie. 3. Aufl. Berlin 1918.
Weber, C. A., Aufbau und Vegetation der Moore Norddeutschlands. Botanische Jahrbücher 15, Beiblatt 90. 1907.
Wiegner, G., Boden u. Bodenbildung in kolloid-chemischer Betrachtung. 3. Aufl. 1924.
Wiljams, W. K., Obschtscheje semledelije. Moskwa 1922.
Włodek, J, und Strzemieński, K., Untersuchungen über die Beziehungen zwischen den Pflanzenassoziationen und der Wasserstoffionenkonzentration in den Böden des Chocholówkatales. Bull. Acad. Polon. Sc. et Lettres série B. 1924.
Wolikof, A., Der Einfluss einer Schneedecke auf Boden, Klima und Wetter. Geogr. Abhandl. d. Prof. A. Penck 3, 3. 1889.
Zur Mühlen, Leo v., Der Soiz-See, seine Entstehung und heutige Ausbildung. Materialien zur Erforschung der Seen Livlands.

ON THE COLOUR OF MARS

BY

R. LIVLÄNDER

TARTU 1933

Printed by C. Mattiesen Incorp., Tartu 1933.

Preface.

Among the colours of the planets the colour of Mars offers a special interest, as Mars, in many respects, displays a similarity to the Earth. Thus we may notice on Mars lasting forms of surface, which change their colour and partly their shape in connection with the Martian seasons; the rotation of Mars, its position with regard to the Earth, its distance from the Sun, its phase angle, all these may produce a change in colour.

Long series of photometric measurements of Mars were made by G. Müller, with a visual photometer from 1877 to 1889 [1]), and by E. S. King photographically and photovisually from 1901 to 1923 [2]). King had direct measurements of the colour of Mars (i. e. ordinary and photovisual photographs on the same night) on 15 satisfactory nights. In order to increase the number of direct measurements of colour and in order to investigate the brightness of Mars in red radiation too, a series of photographs of Mars was taken by the writer at Tartu from 1926 to 1931. The present paper contains the conclusions drawn from the observations of E. S. King, P. Guthnick, and E. Öpik, and from those made at Tartu.

I should like to express my thanks to Mr. P. Simberg for his assistance in the determination of the plate-constants at Tartu and for drawing the figures for this paper.

1) Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam vol. 8, p. 324.

2) Annals of Harvard College Observatory vol. 59, p. 255; vol. 81, p. 208; and vol. 85, p. 63.

Arrangement of Observations and Reductions.

At Tartu the observations were begun in autumn, 1926. As the weather during the opposition was unsatisfactory for photometric observations, the first photographs could not be taken earlier than December 2, 1926. Also, during the opposition of 1930/31, throughout January there was not a single satisfactory night. In order to obtain satisfactory results only quite clear nights were selected. Practice showed that nights which seemed uncertain gave unsatisfactory results.

The Instruments. In 1926/27 and 1928 the photographs were taken with the 160 mm Astro-Petzval camera, focal length 79 cm. In 1930/31 the photographs were obtained with the Steinheil triple-Apochromat camera of 60 mm aperture and 60 cm focal length, which was mounted on the Zeiss refractor. In 1926/27 the photographs were taken in photographic and in red radiation. In photographic radiation, in the ordinary manner without a filter on Agfa Extra-Rapid plates; in red radiation, through a red filter on Agfa Panchromatic plates. As comparison star α *Aurigae* was used. In 1928 the photographs were taken in blue, yellow, and red radiations; for the first two kinds of radiation orthochromatic Hauff Flavin plates, and for the blue and red radiations Agfa Panchromatic plates were used. α *Tauri* was used as comparison star. In 1930/31 the photographs were taken in blue, yellow, and red radiations on Hauff Analo-Flavin and Lumière panchromatic Chroma VR plates. The comparison star was α *Tauri.*

In 1928 and 1930/31 a blue, a yellow, and a red filter (in 1926 only the red one) were used. The filters were examined with an ordinary and an ultraviolet spectroscope. They proved to be good.

The regions of transmission of the filters were

blue: from 0.370 μ to 0.490 μ, with the maximum between 0.430—0.450 μ;

yellow: from 0.505 μ up to the red end of the visible spectrum; not transparent for ultraviolet radiation;

red: between 0.639 and 0.765 μ, with the maximum at about 0.67 μ; not transparent for ultraviolet radiation.

In 1930 the spectrum of the Sun was photographed by Mr. A. Kipper at Tartu on Hauff-Flavin plates. Combining the data of these photographs with the known qualities of ordinary and panchromatic plates for different kinds of radiation we find the effective wave-lengths of the system filter + plate

blue: $= 0.43 - 0.44\ \mu$
yellow: $= 0.57\ \mu$
red: $= 0.67\ \mu$.

The atmospheric absorption. In 1926/27, besides α *Aurigae*, α *Canis minoris* was often photographed to determine the atmospheric absorption. From determinations during 6 nights we have

coefficient of absorption for the blue radiation
(λ eff. $= 0.43 - 0.44\ \mu$)
$c = 0.34\,\text{mg} \pm 0.02\,\text{mg}$ (probable error).

This value is in good agreement with the results given in Tartu Publications vol. XXVI, No. 3, p. 16. The coefficient of absorption is relatively small, but taking into account that the nights for the photographs of Mars were selected, this seems quite natural.

From „Handbuch der Astrophysik" vol. II, p. 199 we get for the coefficients of atmospheric absorption at Potsdam

blue radiation $c = 0.387$ mg
(λ eff. $= 0.43 - 0.44\ \mu$)
yellow radiation $c = 0.21$ mg
(λ eff. $= 0.57\ \mu$)
red radiation $c = 0.15$ mg
(λ eff. $= 0.67\ \mu$).

Although the Tartu Observatory — 80 m above sea-level — is not so high as the Potsdam Observatory — 100 m above sea-level — the atmospheric absorption in blue radiation is somewhat less at Tartu than at Potsdam. The absorption in yellow and in red radiation at Tartu is unknown. Since the last coefficients are not large and we are only interested in the differential absorption between Mars and the comparison star, we adopt for Tartu, for the yellow and red radiations, the Potsdam values. For

the blue radiation at Tartu the directly determined coefficient

$$c = 0.34 \text{ mg}$$

was used. It may be remarked that the adopted value for the yellow radiation agrees with the results given in Tartu Publications vol. XXVI, No. 3, p. 12.

Since the observations of Mars were arranged so as to reduce, as far as possible, the influence of the differential atmospheric absorption, the mean coefficients were used throughout the whole period of observation.

Methods of observation and reduction. All the photographs taken are out of focus. In 1926/27 the photographs were taken before the focus, at a fixed distance, which was for photographic radiation 13 mm and for red radiation 5 mm. In order to have a more or less equal intensity of Mars and the comparison star, a variation of exposures of Mars in connection with its decreasing brightness was necessary. In 1926/27 generally two images of Mars and of the comparison star were obtained. Since a diaphragm, used for other purposes, covered the central part of the objective, the out-of-focus images had the form of rings. The homogeneity of the red images, which with the Petzval camera have no uniform distribution of intensity, was guaranteed in this manner by a fixed focus. On the other hand, this way of changing exposures requires a knowledge of photographic laws. In the present paper the Schwarzschild law

$$it^p = \text{const.}$$

(where i denotes the light intensity, t—the duration of exposure) was adopted and p was specially determined for photographic and for red radiation.

In order to be able to neglect p in 1928 and in 1930/31, the photographs in all kinds of radiation were taken behind the focus at different focal distances, with equal exposures for Mars and the comparison star. The focal distance for Mars was calculated in advance for each night in accordance with the brightness given in the American Ephemeris, to obtain, as far as possible, equal intensities for Mars and the comparison star. The objectives of the cameras used were not diaphragmed and the diameters of the images on the plates were measured with a Repsold apparatus. The precision of a measure of this kind is of about 0.001 mm. The intensities of the images were quite uniform for the Petzval camera for the blue and yellow radiations,

for the Steinheil camera for the yellow and red radiations. The red images of the Petzval camera and the blue ones of the Steinheil camera were divided into three concentric zones and the intensity of each zone was measured separately. Then the integrated intensity was calculated. The differences of intensities between the zones of the Steinheil camera were small — of about 0.1 mg or smaller; the differences for the zones of the red images of the Petzval camera (3 nights only) were larger, being at most 0.5 mg. We may, therefore, say that such a process of intregration of intensities cannot produce any appreciable error. The yellow images of the Steinheil camera were of uniform intensity, but each image-disc was closely surrounded by a ring. We have, therefore, two kinds of diameters for the yellow Steinheil images — without the rings and with the rings. The first (without the rings) was finally adopted.

In 1926/27 the photographic and red images were taken separately, on ordinary and panchromatic plates respectively. In 1928 and 1930/31, on each plate there were taken images of two kinds of radiation: blue and yellow on orthochromatic, blue and red on panchromatic plates. The background effect of the plates was carefully kept apart for each kind of radiation. For this purpose one half of each filter was covered with dark paper. By photographing on one half of the plate through a given filter, the other half of the plate was preserved for the other kind of radiation.

The intensity of each image on the plate was measured at 3 points with a Hartmann microphotometer, keeping the negative and the wedge of the microphotometer slightly out of focus. The intensity of the background of the plate near the image was also measured. The mean background, separately for each plate and each kind of radiation, was calculated and the difference: intensity of the image of Mars (or comparison star) minus intensity of the mean background was found. Denoting this difference by Δ, we have for each plate

$$\delta = \Delta\,(\text{Mars}) - \Delta\,(\text{comparison star}).$$

Transforming the δ or Δ with specially determined plate-constants into stellar magnitudes and adding the corrections for ab-

sorption and for the differences in the diameters of the images (in 1926/27, in addition to these, the corrections for the differences in exposure), we have in stellar magnitudes the differences

$$\text{Mars} - \text{comparison star}.$$

The best results would be obtained if $\delta = 0$. In this case the Purkinje effect is eliminated, and no knowledge of plate-constants is required. In practice, influenced by the errors of focussing, of the ephemerides of Mars etc., we can but try to make δ as small as possible.

Determination of plate-constants. In order to convert the δ into stellar magnitudes, the density-function — the relation between Δ or δ and the corresponding stellar magnitude — had to be determined. For this purpose a photographic wedge was placed immediately in front of the plate. Photographs of the wedge were obtained with light from a white ceiling diffusely and equally illuminated by 2 electric lamps, the light passing through holes of different diameters. The diameters of the holes were carefully measured and so the difference of illumination furnished by the holes

$$m_{i+1} - m_i$$

was determined in stellar magnitudes. The corresponding points of the photographs of the wedge were measured with the microphotometer. Then the density function was calculated in two ways:

(1) Let us suppose that this function is a hyperbola[1])

$$m_{i+1} - m_i = b\,(\Delta_{i+1} - \Delta_i) + c\left(\frac{1}{\Delta_{i+1}} - \frac{1}{\Delta_i}\right),$$

where b and c are constants for a given kind of plates and radiation. Then the measurements of the wedge give us a number of linear equations with two unknowns b and c. The equations can be solved by using the method of least squares.

(2) Denoting the density function, given in Tartu Publications vol. XXV, No. 7, p. 11, by $f(\Delta)$, we may try to represent the density functions used in the present paper by

$$k \cdot f(\Delta).$$

For the same kind of plates and radiation k is a constant.

1) Compare Tartu Publications vol. XXV, No. 3, p. 26.

We have for the plates used in the present paper:

Agfa Extra-Rapid, photographic radiation

$k = 0.66 \pm 0.00_9$ (probable error)
$b = -0.873 \pm 0.07_3$
$c = +0.047 \pm 0.06_0$.

Agfa Panchromatic, red radiation

$k = 0.47 \pm 0.02_0$ (probable error)
$b = -0.390 \pm 0.04_1$
$c = +0.155 \pm 0.01_7$.

Agfa Panchromatic, blue radiation

$k = 0.68 \pm 0.07$ (probable error).

Hauff Analo-Flavin, blue radiation

$k = 0.82 \pm 0.01_5$ (probable error)
$b = -0.935 \pm 0.02_0$
$c = +0.204 \pm 0.02_0$.

Hauff Analo-Flavin, yellow radiation

$k = 0.60 \pm 0.01_3$ (probable error)
$b = -0.693 \pm 0.02_1$
$c = +0.131 \pm 0.01_9$.

Lumière Panchromatic, blue radiation

$k = 0.50$ (found from two photographs: (1) of the Polar Sequence and (2) of some bright stars).

Lumière Panchromatic, red radiation

$k = 1.10 \pm 0.06_5$ (probable error)
$b = -1.066 \pm 0.18_5$
$c = +0.152 \pm 0.02_9$.

Practice showed that for the blue and yellow radiations it was quite sufficient to use the k in plate reductions, since the δ are generally not large. For the red radiation, however, and relatively low densities there was a systematic difference between the hyperbola formula and the formula $k \cdot f(\Delta)$. The deduction of the Schwarzschild exponent p showed that the best value for the red radiation is given by the mean between the two formulae mentioned.

The value of the Schwarzschild exponent p was deduced for 1926/27 in 3 different ways:

(1) With the aid of special photographs. α *Bootis* was photographed at different focal distances, the duration of exposure being changed so as to obtain more or less equal

densities of all the images on the plate. The diameters of the images were measured with a Repsold apparatus. Taking into account the small differences between the densities of the images, p can be calculated from the known diameters and the exposure-times.

(2) When two or more photographs of a star are obtained on a plate at a constant focal distance with different exposures. Knowing the value of the density function of the plate, p can be calculated from the formula

$$p = 0.4 \frac{f(\Delta_2) - f(\Delta_1)}{lg\ t_1 - lg\ t_2}.$$

(3) By using the photographs of Mars taken at different epochs. Taking into account the changes of the brightness of Mars caused by the changes of distances between Mars, the Sun, and the Earth, as well as the changes depending on the phase-angle, we can calculate p from the corresponding changes in the time of exposure.

For the photographic radiation and Agfa Extra Rapid plates it was found

(1) $p = 0.92 \pm 0.02$ (probable error)
(2) $p = 0.96 \pm 0.02$
(3) $p = 0.95 \pm 0.04$.

The mean for the photographic radiation is

$$p = 0.95 \pm 0.009.$$

For the red radiation and Agfa Panchromatic plates we have

(1) $p = 1.10 \pm 0.03$ (probable error).

(2) The values obtained with this method were too uncertain. They clearly showed, however, that the best density function for the red photographs is the mean between the hyperbola and the empiric function $k \cdot f(\Delta)$.

(3) $p = 0.98 \pm 0.01$.

The weighted mean

$$p = 1.00 \pm 0.03$$

was adopted for the red radiation.

Tables of Results at Tartu.

The following tables give the results for Tartu; z denotes the zenith distance and Δ the density of the image in microphotometer readings.

Photographic Radiation 1926/27.

Table 1.

Neg. No.	Date	Local sidereal time	Object	Exposure in sec.	sec z	Diameter in mm. I	Diameter in mm. II	Δ I	Δ II
308	Dec. 2-nd 1926	3h 7m	Mars	4, 12	1.44	2.447	2.453	0.82	2.42
„	„ „ „	3 21	α *Aurigae*	25, 60	1.07	2.461	2.496	2.25	3.30
„	„ „ „	3 32	β *Gemin.*	150	1.62	2.458		2.75	
309	Dec. 20-th 1926	3 43	α *Can. min.*	30	2.82	2.326		1.84	
„	„ „ „	3 58	α *Aurigae*	23, 30	1.05	2.256	2.250	2.12	2.36
„	„ „ „	4 9	Mars	5, 10	1.53	2.282	2.273	0.73	1.32
310	„ „ „	4 20	Mars	5, 10	1.55	2.278	2.264	0.81	1.39
„	„ „ „	4 35	α *Aurigae*	20, 30	1.03	2.252	2.262	1.93	2.40
314	Dec. 29-th 1926	5 43	Mars	7, 12	1.84	2.402	2.402	0.61	1.12
„	„ „ „	5 54	α *Can. min.*	30	1.81	2.418		2.73	
„	„ „ „	6 7	α *Aurigae*	20, 30	1.04	2.396	2.413	2.04	2.61
321	Jan. 8-th 1927	4 11	α *Can. min.*	20, 30	2.46	2.428	2.446	1.49	2.03
„	„ „ „	4 22	α *Aurigae*	20, 30	1.04	2.442	2.444	1.83	2.37
„	„ „ „	4 30	Mars	20, 30	1.48	2.438	2.448	1.39	1.90
328	Feb. 24-th 1927	6 58	Mars	50, 70	1.52	2.386	2.397	1.67	2.07
„	„ „ „	7 6	α *Aurigae*	20, 30	1.08	2.386	2.401	2.07	2.59
„	„ „ „	7 15	α *Can. min.*	20, 30	1.67	2.402	2.412	1.12	2.62
335	Feb. 25-th 1927	5 15	Mars	50, 70	1.28	2.374	2.382	1.65	2.07
„	„ „ „	5 24	α *Aurigae*	20, 30	1.03	2.396	2.402	2.19	2.72
„	„ „ „	5 34	α *Can. min.*	20, 30	1.89	2.386	2.387	2.00	2.49

Denoting by m_M the stellar magnitude of Mars and by m_c the magnitude of α *Aurigae*, we have

$$m_M - m_c = f(\Delta_M) - f(\Delta_c) + 2.5\, p\, (\lg t_M - \lg t_c),$$

where the corrections for diameter, absorption etc. are taken into account.

Table 2.

Neg. No.	$f(\Delta_M) - f(\Delta_C)$	2.5 p. $(\lg t_M - \lg t_C)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_C$	m_M [1]	$5 \lg \frac{r\varrho}{r_0(r_0-1)}$	m^0_M
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
308 I	+ 1.24	− 1.88	+ 0.02	− 0.12	− 0.75	−0.84	+ 0.19	− 0.15	+ 0.04
308 II	+ 0.80	− 1.66	+ 0.04	− 0.12	− 0.93				
309 I	+ 1.23	− 1.57	− 0.03	− 0.16	− 0.53	−0.48	+ 0.55	− 0.62	− 0.07
309 II	+ 0.90	− 1.13	− 0.03	− 0.16	− 0.42				
310 I	+ 0.97	− 1.42	− 0.03	− 0.18	− 0.66	−0.54	+ 0.49	− 0.62	− 0.13
310 II	+ 0.88	− 1.13	0.00	− 0.18	− 0.43				
314 I	+ 1.29	− 1.08	− 0.01	− 0.27	− 0.07	0.00	+ 1.03	− 0.85	+ 0.18
314 II	+ 1.28	− 0.94	+ 0.01	− 0.27	+ 0.07				
321 I	+ 0.37	0.00	0.00	− 0.15	+ 0.22	+0.24	+ 1.27	− 1.10	+ 0.17
321 II	+ 0.41	0.00	0.00	− 0.15	+ 0.26				
328 I	+ 0.37	+ 0.94	0.00	− 0.15	+ 1.16	+1.17	+ 2.20	− 2.10	+ 0.10
328 II	+ 0.46	+ 0.87	0.00	− 0.15	+ 1.18				
335 I	+ 0.49	+ 0.95	+ 0.02	− 0.09	+ 1.37	+1.37	+ 2.40	− 2.12	+ 0.28
335 II	+ 0.57	+ 0.87	+ 0.02	− 0.09	+ 1.37				

$5 \lg \frac{r\varrho}{r_0(r_0-1)}$ denotes the reduction to the mean distance $r_0 = 1.5237$ of Mars from the Sun and to the mean distance $\varrho = r_0 - 1$ of Mars from the Earth at opposition; m^0_M denotes the stellar magnitude of Mars reduced to these mean distances.

Red Radiation 1926/27.

Table 1.

Neg. No.	Date	Local sidereal time	Object	Exposure.	sec z	Diameter in mm. I	Diameter in mm. II	Δ I	Δ II
307	Dec. 2-nd 1926	2h 11m	*α Aurigae*	300s	1.15	0.959			0.16
„	„ „ „	2 30	Mars	50s	1.41	0.959			0.22
311	Dec. 20-th 1926	5 18	*α Aurigae*	400s, 600s	1.02	0.992	0.996	0.25	0.50
„	„ „ „	5 46	*α Can. min.*	20m	1.85	0.994		0.47	
„	„ „ „	6 11	Mars	70s, 100s	2.13	0.990	0.989	0.16	0.34
312	„ „ „	6 21	Mars	100s	2.22		1.013		0.16
„	„ „ „	6 40	*α Aurigae*	400s, 600s	1.06	1.010	1.015	0.15	0.38
313	Dec. 29-th 1926	4 37	*α Can. min.*	20m	2.23	1.013		0.14	
„	„ „ „	5 4	*α Aurigae*	600s	1.02		1.000		0.17
„	„ „ „	5 24	Mars	140s, 200s	1.75	1.012	1.002	0.13	0.26
320	Jan. 8-th 1927	2 44	Mars	5m, 7m	1.35	1.014	1.008	0.28	0.57
„	„ „ „	3 11	*α Aurigae*	10m, 14m	1.08	1.010	1.016	0.21	0.35
„	„ „ „	3 44	*α Can. min.*	25m	2.81	1.028		0.31	
327	Feb. 24-th 1927	5 20	*α Can. min.*	25m	1.95	0.987		1.06	
„	„ „ „	5 54	*α Aurigae*	10m, 14m	1.03	0.982	0.986	0.88	1.25
„	„ „ „	6 28	Mars	12m, 16m	1.43	0.994	0.998	1.02	1.30
336	Feb. 25-th 1927	6 13	*α Can. min.*	25m	1.76	0.997		1.07	
„	„ „ „	6 48	Mars	13m, 16m	1.48	1.001	1.002	0.96	1.36
„	„ „ „	7 20	*α Aurigae*	10m, 14m	1.09	1.006	1.009	0.80	1.26

1) Taking according to E. S. King the photographic magnitude of *α Aurigae* = 1.03.

Table 2.

Neg. No.	Image of Mars minus image of Capella			$2.5\,p\,\lg(t_M - t_C)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_C$		$\frac{r\varrho}{5\lg r_0(r_0-1)}$	$m'_M - m_C$
	k.f(Δ)	hyper-bola	mean.							
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
307	— 0.08	— 0.30	— 0.19	— 1.94	0.00	— 0.04	—2.17		— 0.15	— 2.32
311 I	+ 0.13	+ 0.38	+ 0.26	— 1.89	0.00	— 0.16	—1.79	—1.85	— 0.62	— 2.47
311 II	+ 0.16	+ 0.20	+ 0.18	— 1.94	+ 0.01	— 0.16	—1.91			
312 I	— 0.01	— 0.06	— 0.04	— 1.51	0.00	— 0.17	—1.72	—1.68	— 0.62	— 2.30
312 II	+ 0.27	+ 0.64	+ 0.46	— 1.94	0.00	— 0.17	—1.65			
313 I	+ 0.06	+ 0.29	+ 0.18	— 1.58	— 0.02	— 0.11	—1.53	—1.54	— 0.85	— 2.39
313 II	— 0.13	— 0.36	— 0.24	— 1.19	0.00	— 0.11	—1.54			
320 I	— 0.08	— 0.21	— 0.15	— 0.75	— 0.01	— 0.04	—0.95	—0.98	— 1.10	— 2.08
320 II	— 0.22	— 0.25	— 0.24	— 0.75	+ 0.02	— 0.04	—1.01			
327 I	— 0.10	— 0.08	— 0.09	+ 0.20	— 0.02	— 0.06	+0.03	+0.03	— 2.10	— 2.07
327 II	— 0.03	— 0.03	— 0.03	+ 0.14	— 0.02	— 0.06	+0.03			
336 I	— 0.11	— 0.09	— 0.10	+ 0.28	+ 0.01	— 0.06	+0.13	+0.09	— 2.12	— 2.03
336 II	— 0.05	— 0.05	— 0.05	+ 0.14	+ 0.01	— 0.05	+0.05			

Observations in 1928.

Table 1.

Date	Plate and filter	Local sidereal time	Object	Exposure	sec z	Diameter in mm. I	Diameter in mm. II	Δ I	Δ II
Sep. 11-th 1928	Pan. red	0h 22m	Mars	6m, 3m	2.15	0.442	0.442	1.25	1.87
„ „ „	„ „	0 39	α *Tauri*	6, 3	1.99		0.299	1.07	1.39
„ „ „	Pan. blue	1 9	α *Tauri*	2, 4	1.80	0.726	0.734	0.11	0.73
„ „ „	„ „	1 25	Mars	2, 4	1.71	1.096	1.101	0.29	0.65
„ „ „	Flav. blue	1 46	Mars	2, 4	1.61	1.248	1.245	1.30	2.19
„ „ „	„ „	1 54	α *Tauri*	2m, 250s	1.60	0.758	0.768	1.24	2.18
„ „ „	Flav. yell.	2 12	α *Tauri*	2m, 4m	1.54		1.028	1.86	3.03
„ „ „	„ „	2 27	Mars	2, 4	1.46		1.535	2.18	3.21
Oct. 30-th 1928	Flav. yell.	2 8	Mars	2, 4	1.87	1.974	1.986	1.68	2.74
„ „ „	„ „	2 29	α *Tauri*	2, 4	1.49	0.916	0.941	1.93	2.80
„ „ „	Flav. blue	2 46	α *Tauri*	2, 4	1.45	0.765	0.766	1.14	1.92
„ „ „	„ „	3 5	Mars	122s, 4m	1.57	1.703	1.701	1.20	1.96
„ „ „	Pan. blue	3 31	Mars	2m, 4m	1.48	1.349	1.347	0.86	1.46
„ „ „	„ „	3 48	α *Tauri*	2, 4	1.36	0.466	0.476	1.35	1.93
„ „ „	Pan. red	4 10	α *Tauri*	3, 6	1.35		0.280	1.14	1.92
„ „ „	„ „	4 28	Mars	3, 6	1.33		0.955	0.28	0.68
Nov. 11-th 1928	Pan. red	2 23	α *Tauri*	4	1.51	0.526		0.38	
„ „ „	„ „	2 35	Mars	4	1.72	0.893		0.69	
„ „ „	Pan. blue	2 51	Mars	4	1.64	1.504		1.34	
„ „ „	„ „	3 13	α *Tauri*	245s	1.40	0.484		1.79	
„ „ „	Flav. blue	3 33	α *Tauri*	4m	1.38	0.774		2.34	
„ „ „	„ „	3 45	Mars	4	1.44	1.881		2.92	
„ „ „	Flav. yell.	3 58	Mars	4	1.40	2.332		2.78	
„ „ „	„ „	4 9	α *Tauri*	4	1.35	1.075		2.41	

Denoting by m_A the stellar magnitude of *α Tauri* we have for 1928:

Table 2. Blue radiation, Flavin plates.

Date	Exp.	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$		m_M [1]	$5 \lg \frac{r_\varrho}{r_0(r_0-1)}$	m^0_M
		mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Sep. 11-th 1928	2m	— 0.06	— 1.08	0.00	—1.14	—1.12	+ 1.54	— 1.42	+ 0.12
" " "	4	— 0.05	— 1.05	0.00	—1.10				
Oct. 30-th 1928	2	— 0.04	— 1.74	— 0.04	—1.82	—1.82	+ 0.84	— 0.75	+ 0.09
" " "	4	— 0.04	— 1.73	— 0.04	—1.81				
Nov. 11-th 1928	4	— 0.61	— 1.93	— 0.02	—2.56		+ 0.10	— 0.57	— 0.47

Table 3. Blue radiation, panchromatic plates.

Date	Exp.	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$		m_M [1]	$5 \lg \frac{r_\varrho}{r_0(r_0-1)}$	m^0_M
		mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Sep. 11-th 1928	2m	— 0.37	— 0.89	+ 0.03	—1.23	—1.00	+ 1.66	— 1.42	+ 0.24
" " "	4	+ 0.09	— 0.88	+ 0.03	—0.76				
Oct. 30-th 1928	2	+ 0.43	— 2.31	— 0.04	—1.92	—1.90	+ 0.76	— 0.75	+ 0.01
" " "	4	+ 0.42	— 2.26	— 0.04	—1.88				
Nov. 11-th 1928	4	+ 0.37	— 2.46	— 0.08	—2.17		+ 0.49	— 0.57	— 0.08

Table 4. Yellow radiation, Flavin plates.

Date	Exp.	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$		m_M [1]	$5 \lg \frac{r_\varrho}{r_0(r_0-1)}$	m^0_M
		mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Sep. 11-th 1928	2m	— 0.26	— 0.87	+ 0.01	—1.12	—1.05	— 0.11	— 1.42	— 1.53
" " "	4	— 0.14	— 0.87	+ 0.02	—0.99				
Oct. 30-th 1928	2	+ 0.21	— 1.66	— 0.08	—1.53	—1.59	— 0.65	— 0.75	— 1.40
" " "	4	+ 0.05	— 1.62	— 0.08	—1.65				
Nov. 11-th 1928	4	— 0.31	— 1.68	— 0.01	—2.00		— 1.06	— 0.57	— 1.63

1) Adopting according to E. S. King the photographic magnitude of *α Tauri* = 2.66 and the photovisual magnitude of *α Tauri* = 0.94 (Harvard Annals vol. 85, No. 3, p. 58).

Table 5. Red radiation, panchromatic plates.

Date	Exp.	Image of Mars minus image of α *Tauri* k. f(Δ)	hyper-bola	mean	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$		$\frac{rq}{5 \lg r_0(r_0-1)}$	$m^0_M - m_A$
		mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Sep. 11-th 1928	3m	— 0.10	— 0.09	— 0.10	— 0.84	— 0.03	—0.97	—1.05	—1.42	—2.47
„ „ „	6	— 0.29	— 0.22	— 0.26	— 0.84	— 0.03	—1.13			
Oct. 30-th 1928	3	+ 0.70	+ 0.74	+ 0.72	— 2.66	0.00	— 1.94	— 1.95	—0.75	—2.70
„ „ „	6	+ 0.78	+ 0.63	+ 0.70	— 2.66	0.00	—1.96			
Nov. 11-th 1928	4	— 0.28	— 0.30	— 0.29	— 1.15	+ 0.01	—1.43		—0.57	—2.00[1]

Observations in 1930/31.

Table 1.

Date	Plate and filter	Local sidereal time	Object	Exposure	sec z	Diameter in mm.	Δ
Nov. 11-th 1930	Pan. blue	4h 1m	α *Tauri*	315s	1.35	0.105	1.35
„ „ „	„ „	5 38	Mars	5m	1.62	0.172	2.47
Nov. 18-th 1930	Flav. blue	4 41	α *Tauri*	4	1.35	0.363	2.86
„ „ „	Flav. yell.	4 57	α *Tauri*	4	1.35	0.422	1.97
„ „ „	„ „	5 14	Mars	4	1.80	0.595	2.22
„ „ „	Flav. blue	5 30	Mars	4	1.72	0.500	3.38
Nov. 21-st 1930	Pan. blue	4 30	α *Tauri*	5	1.35	0.248	1.44
„ „ „	Pan. red	4 46	α *Tauri*	10	1.35	0.174	0.47
„ „ „	„ „	5 10	Mars	10	1.85	0.241	0.76
„ „ „	Pan. blue	5 28	Mars	5	1.75	0.357	2.14
Dec. 12-th 1930	Flav. yell.	5 38	α *Tauri*	4	1.39	0.454	2.55 [2]
„ „ „	Flav. blue	5 51	α *Tauri*	4	1.40	0.481	2.21 [2]
„ „ „	„ „	6 16	Mars	4	1.62	0.835	2.66 [2]
„ „ „	Flav. yell.	6 29	Mars	4	1.57	0.793	(2.78)[2]
Dec. 14-th 1930	Pan. blue	5 27	α *Tauri*	5	1.38	0.282	1.18
„ „ „	Pan. red	5 44	α *Tauri*	10	1.39	0.183	0.30
„ „ „	„ „	6 15	Mars	10	1.63	0.301	0.60
„ „ „	Pan. blue	6 37	Mars	5	1.54	0.524	1.72
Dec. 15-th 1930	Flav. blue	5 32	α *Tauri*	4	1.38	0.626	0.94
„ „ „	Flav. yell.	5 44	α *Tauri*	4	1.40	0.500	1.02
„ „ „	„ „	6 6	Mars	4	1.66	0.961	0.54[3]
„ „ „	Flav. blue	6 18	Mars	4	1.62	1.086	0.67[3]
Feb. 3-rd 1931	Flav. blue	5 32	Mars	4	1.47	1.511	2.24
„ „ „	Flav. yell.	5 45	Mars	4	1.43	1.282	1.87
„ „ „	Pan. red	6 0	Mars	10	1.40	0.404	1.07
„ „ „	Pan. blue	6 16	Mars	4	1.35	0.694	2.45
„ „ „	„ „	6 36	α *Tauri*	4	1.49	0.273	1.61
„ „ „	Pan. red	6 51	α *Tauri*	10	1.53	0.156	0.74
„ „ „	Flav. yell.	7 4	α *Tauri*	4	1.58	0.540	1.10
„ „ „	Flav. blue	7 14	α *Tauri*	4	1.61	0.638	1.35
Feb. 4-th 1931	Flav. blue	4 57	α *Tauri*	4	1.35	0.638	1.34
„ „ „	Flav yell.	5 6	α *Tauri*	4	1.36	0.568	1.20

1) The image of Mars seems anomalous.
2) The background of the negative is too dark.
3) The sky near Mars was perhaps slightly hazy.

Date	Plate and filter	Local sidereal time	Object	Exposure	sec z	Diameter in mm	Δ
Feb. 4-th 1931	Pan. red	5h19m	α *Tauri*	10m	1.37	0.175	0.72
„ „ „	Pan. blue	5 30	α *Tauri*	4	1.38	0.275	1.64
„ „ „	„ „	5 49	Mars	4	1.41	0.781	2.38
„ „ „	Pan. red	6 9	Mars	10	1.36	0.478	0.86
„ „ „	Flav. yell.	6 22	Mars	4	1.34	1.481	1.26
„ „ „	Flav. blue	6 34	Mars	4	1.32	1.716	1.75
Feb. 10-th 1931	Flav. blue	4 59	α *Tauri*	4	1.35	0.613	0.79
„ „ „	Flav. yell.	5 9	α *Tauri*	4	1.36	0.520	0.70
„ „ „	„ „	5 26	Mars	4	1.44	1.373	0.80
„ „ „	Flav. blue	5 37	Mars	4	1.41	1.588	1.11
Feb. 13-th 1931	Flav. blue	4 45	Mars	4	1.57	1.637	1.39
„ „ „	Flav. yell.	5 0	Mars	4	1.51	1.395	1.16
„ „ „	Pan. red	5 15	Mars	10	1.46	0.466	0.55
„ „ „	Pan. blue	5 29	Mars	4	1.42	0.784	1.38
„ „ „	„ „	5 58	α *Tauri*	4	1.41	0.278	1.17
„ „ „	Pan. red	6 12	α *Tauri*	10	1.44	0.156	0.54
„ „ „	Flav. yell.	6 25	α *Tauri*	4	1.47	0.562	0.89
„ „ „	Flav. blue	6 35	α *Tauri*	4	1.49	0.664	0.80
Feb. 28-th 1931	Flav. yell.	5 42	α *Tauri*	4	1.39	0.560	1.08
„ „ „	Flav. blue	5 47	α *Tauri*	4	1.40	0.650	0.84
„ „ „	Pan. blue	5 55	α *Tauri*	4	1.41	0.262	1.28
„ „ „	Pan. red	6 12	α *Tauri*	10	1.44	0.172	0.62
„ „ „	Pan. „	6 35	Mars	10	1.26	0.342	0.81
„ „ „	Pan. blue	6 50	Mars	4	1.24	0.602	1.71
„ „ „	Flav. blue	7 0	Mars	4	1.23	1.330	1.04
„ „ „	Flav. yell.	7 11	Mars	4	1.22	1.078	1.13
„ „ „	„ „	7 28	α *Aurigae*	4	1.10	0.782	1.17
Mar. 8-th 1931	Flav. yell.	6 19	Mars	4	1.28	1.069	0.96
„ „ „	Flav. blue	6 31	Mars	4	1.26	1.306	0.87
„ „ „	„ „	6 45	α *Tauri*	4	1.52	0.632	0.80
„ „ „	Flav. yell.	6 55	α *Tauri*	4	1.55	0.526	1.00
„ „ „	„ „	7 6	α *Aurigae*	4	1.07	0.724	1.26
Mar. 9-th 1931	Pan. red	6 15	Mars	10	1.29	0.330	0.68
„ „ „	Pan. blue	6 30	Mars	4	1.27	0.596	1.27
„ „ „	„ „	6 42	α *Tauri*	4	1.51	0.258	1.33
„ „ „	Pan. red	6 55	α *Tauri*	10	1.54	0.177	0.68

We have for 1930/31:

Table 2. Blue radiation, Flavin plates.

Date	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$	m_M	$5 \lg \frac{r_0}{r_0(r_0-1)}$	$m^0{}_M$
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Nov. 18-th 1930	— 0.52	— 0.69	— 0.13	— 1.34	+ 1.32	— 1.54	— 0.22
Dec. 12-th 1930	— 0.46	— 1.34	— 0.08	— 1.88	+ 0.78	— 1.14	— 0.36[1])
Dec. 15-th 1930	+ 0.34	— 1.19	— 0.08	— 0.93	+ 1.73	— 1.09	+ 0.64[2])
Feb. 3-rd 1931	— 0.92	— 1.87	+ 0.05	— 2.74	— 0.08	— 0.71	— 0.79
Feb. 4-th 1931	— 0.42	— 2.15	+ 0.01	— 2.56	+ 0.10	— 0.72	— 0.62
Feb. 10-th 1931	— 0.38	— 2.06	— 0.02	— 2.46	+ 0.20	— 0.78	— 0.58
Feb. 13-th 1931	— 0.64	— 1.96	— 0.03	— 2.63	+ 0.03	— 0.82	— 0.79
Feb. 28-th 1931	— 0.24	— 1.55	+ 0.06	— 1.73	+ 0.93	— 1.06	— 0.13
Mar. 8-th 1931	— 0.08	— 1.58	+ 0.08	— 1.58	+ 1.08	— 1.22	— 0.14

1) The background of the negative is too dark.
2) The sky near Mars was perhaps slightly hazy.

Table 3. Blue radiation, panchromatic plates.

Date	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$	m_M	$5 \lg \frac{r\varrho}{r_0(r_0-1)}$	$m^0{}_M$
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Nov. 11-th 1930	— 0.74	— 1.08	— 0.09	— 1.91	+ 0.75	— 1.64	— 0.89
Nov. 21-st 1930	— 0.46	— 0.80	— 0.14	— 1.40	+ 1.26	— 1.48	— 0.22
Dec. 14-th 1930	— 0.33	— 1.34	— 0.06	— 1.73	+ 0.93	— 1.11	— 0.18
Feb. 3-rd 1931	— 0.57	— 2.02	+ 0.05	— 2.54	+ 0.12	— 0.71	— 0.59
Feb. 4-th 1931	— 0.50	— 2.26	— 0.01	— 2.77	— 0.11	— 0.72	— 0.83
Feb. 13-th 1931	— 0.12	— 2.25	0.00	— 2.37	+ 0.29	— 0.82	— 0.53
Feb. 28-th 1931	— 0.26	— 1.80	+ 0.06	— 2.01	+ 0.65	— 1.06	— 0.41
Mar. 9-th 1931	+ 0.04	— 1.82	+ 0.08	— 1.70	+ 0.96	— 1.24	— 0.28

Table 4. Yellow radiation, Flavin plates.

Date	$f(\Delta_M) - f(\Delta_A)$	Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$	m_M	$5 \lg \frac{r\varrho}{r_0(r_0-1)}$	$m^0{}_M$
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Nov. 18-th 1930	— 0.20	— 0.74	— 0.10	— 1.04	— 0.10	— 1.54	— 1.64
Dec. 12-th 1930	— 0.19	— 1.21	— 0.04	— 1.44	— 0.50	— 1.14	— 1.64[1]
Dec. 15-th 1930	+ 0.48	— 1.42	— 0.06	— 1.00	— 0.06	— 1.09	— 1.15[2]
Feb. 3-rd 1931	— 0.58	— 1.88	+ 0.03	— 2.43	— 1.49	— 0.71	— 2.20
Feb. 4-th 1931	— 0.04	— 2.08	0.00	— 2.12	— 1.18	— 0.72	— 1.90
Feb. 10-th 1931	— 0.10	— 2.11	— 0.02	— 2.23	— 1.29	— 0.78	— 2.07
Feb. 13-th 1931	— 0.22	— 1.98	— 0.01	— 2.21	— 1.27	— 0.82	— 2.09
Feb. 28-th 1931	— 0.04	— 1.42	+ 0.04	— 1.42	— 0.48	— 1.06	— 1.54
„ „ „	+ 0.03	— 0.70	— 0.03	— 0.70	— 0.67	— 1.06	— 1.73[3]
Mar. 8-th 1931	+ 0.04	— 1.54	+ 0.05	— 1.45	— 0.51	— 1.22	— 1.73
„ „ „	+ 0.23	— 0.85	— 0.04	— 0.66	— 0.63	— 1.22	— 1.85[3]

Table 5. Red radiation, panchromatic plates.

Date	Image of Mars minus image of α *Tauri*			Corr. for diam.	Corr. for absorpt.	$m_M - m_A$	$5 \lg \frac{r\varrho}{r_0(r_0-1)}$	$m^0{}_M - m_A$
	k. f. (Δ)	hyperbola	mean					
	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Nov. 21-st 1930	—0.59	—0.45	—0.52	—0.71	—0.07	—1.30	—1.48	—2.78
Dec. 14-th 1930	—0.70	—0.58	—0.64	—1.08	—0.03	—1.75	—1.11	—2.86
Feb. 3-rd 1931	—0.54	—0.41	—0.48	—2.06	—0.02	—2.52	—0.71	—3.23
Feb. 4-th 1931	—0.24	—0.17	—0.20	—2.18	0.00	—2.38	—0.72	—3.10
Feb. 13-th 1931	—0.02	—0.02	—0.02	—2.38	0.00	—2.40	—0.82	—3.22
Feb. 28-th 1931	—0.35	—0.26	—0.30	—1.49	—0.03	—1.76	—1.06	—2.82
Mar. 9-th 1931	0.00	0.00	0.00	—1.35	+0.04	—1.31	—1.24	—2.55

1) Uncertain; the background of the negative is too dark.
2) The sky near Mars was perhaps slightly hazy.
3) Comparison star α *Aurigae*.

Discussion of the Measurements of Colour of Mars.

The measurements of the brightness of Mars for blue and yellow radiations by E. S. King[1]) and for blue, yellow, and red radiations at Tartu, are represented in Figures 1, 2, 3, 4, and 5. We may notice that the change of brightness of Mars in connection with the phase-angle is linear for all kinds of radiation. The formulae, graphically derived from the Tartu measurements, are

blue radiation (λeff. = 0.43—0.44 μ)	$m^0_M = -0.92 + 0.025\ a$
	$m^0_M - m_A = -3.58 + 0.025\ a$
yellow radiation (λeff. = 0.57 μ)	$m^0_M = -2.22 + 0.019\ a$
	$m^0_M - m_A = -3.16 + 0.019\ a$
red radiation (λeff. = 0.67 μ)	$m^0_M - m_A = -3.39 + 0.021\ a$

where m^0_M and m_A are the stellar magnitudes of Mars and α *Tauri*, and a denotes the phase-angle.

The following remarks may be added to the given formulae:

(1) The blue photographs of 1926/27 show Mars less bright than the photographs of 1930/31. A possible explanation of this phenomenon will be given below. They were not taken into account, because they were observed only for larger values of a and would therefore systematically influence the deduction of the coefficient of a.

(2) We suppose that our yellow filter is equal in quality to the yellow filter of E. S. King. This is confirmed by the description of King's filter in Harvard Annals vol. 81, p. 201, although we do not know the precise effective wave-length of the Harvard filter. Our magnitudes of Mars, deduced from the comparisons with either α *Tauri* or α *Aurigae*, accord with each other and with King's photovisual magnitudes.

---

1) Annals of Harvard College Observatory vol. 59, p. 262; vol. 81, pp. 211, 212; vol. 85, pp. 65, 66.

(3) In Tartu there are unfortunately few determinations near the opposition, a fact which diminishes the precision of the formulae given.

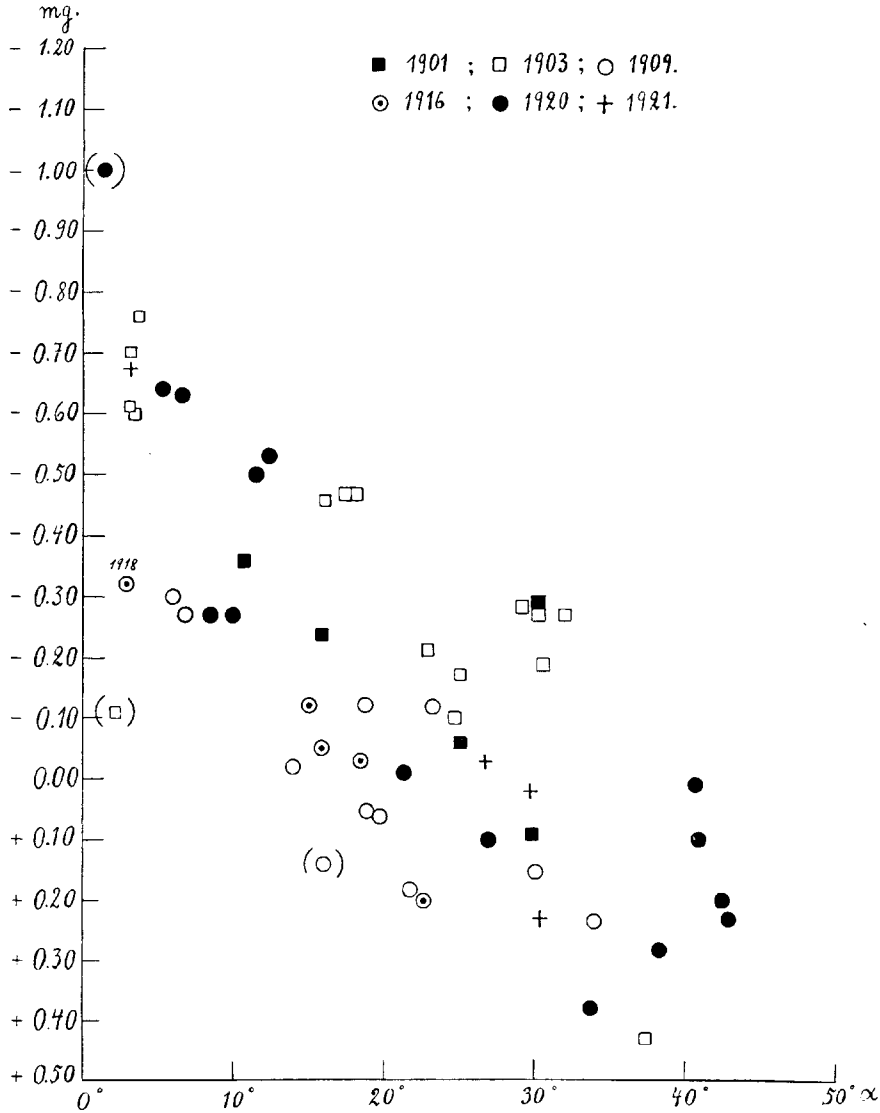


Fig. 1. The observations of E. S. King in photographic radiation.

When examining the photographic determinations of the brightness of Mars in Figure 1 and in Figure 3, we see that the stellar magnitude of Mars is different at different oppositions.

So, *e. g.*, the observations of 1903 and 1930/31 give for Mars in blue radiation a greater brightness than those of 1909. For the yellow radiation in Figures 2 and 4 the variation of the brightness with different oppositions is not obvious enough to be clearly detected.

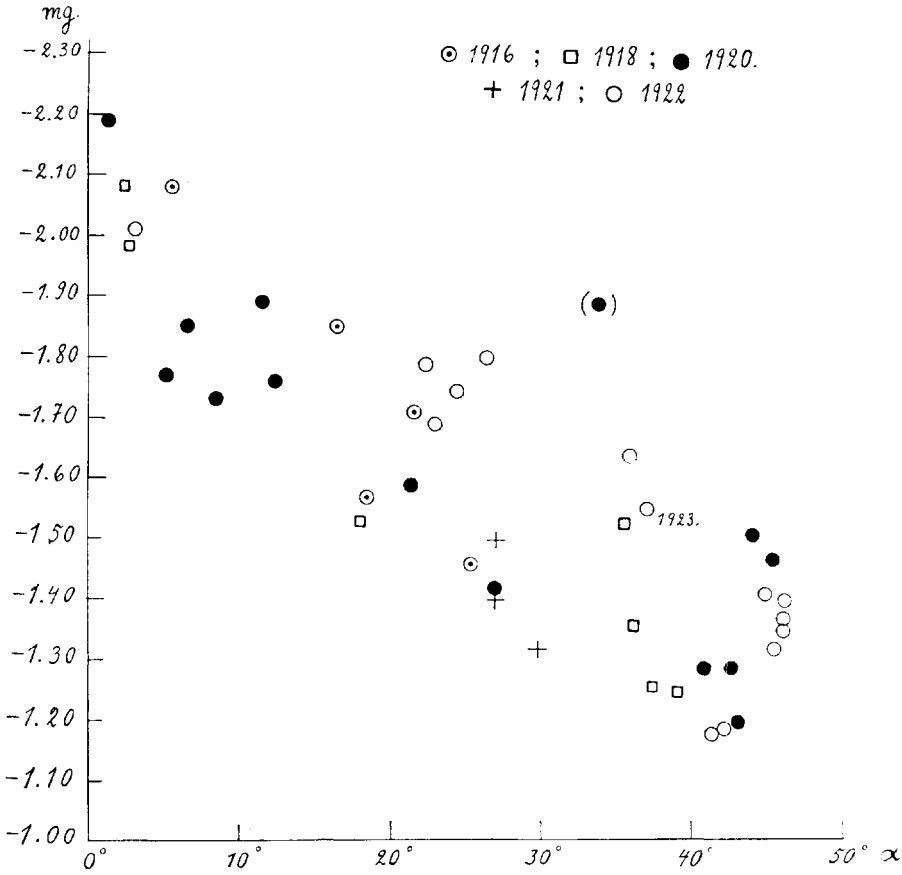


Fig. 2. The photovisual observations of E. S. King.

Defining, for the present case, as the „colour-index" of Mars the difference in stellar magnitudes

$$m^0_M \text{ (blue)} - m^0_M \text{ (yellow)},$$

a diagram is drawn, Figure 6, with phase-angle as abscissae and colour-index as ordinates. All the satisfactory direct colour-determinations (when photographic and photovisual measurements were made on the same night) are used. The number of such determinations is 15 for King and 10 at Tartu.

For the magnitudes of Mars, at Tartu, in blue radiation the weighted mean between the Flavin and Panchromatic plates was taken, giving to the Flavin plates a relative weight of 1.0 and to the Panchromatic plates a weight of 0.5. These weighted colour-indices were in 1928: 1.69, 1.47, 1.29; in 1930/31: 1.42, 1.48,

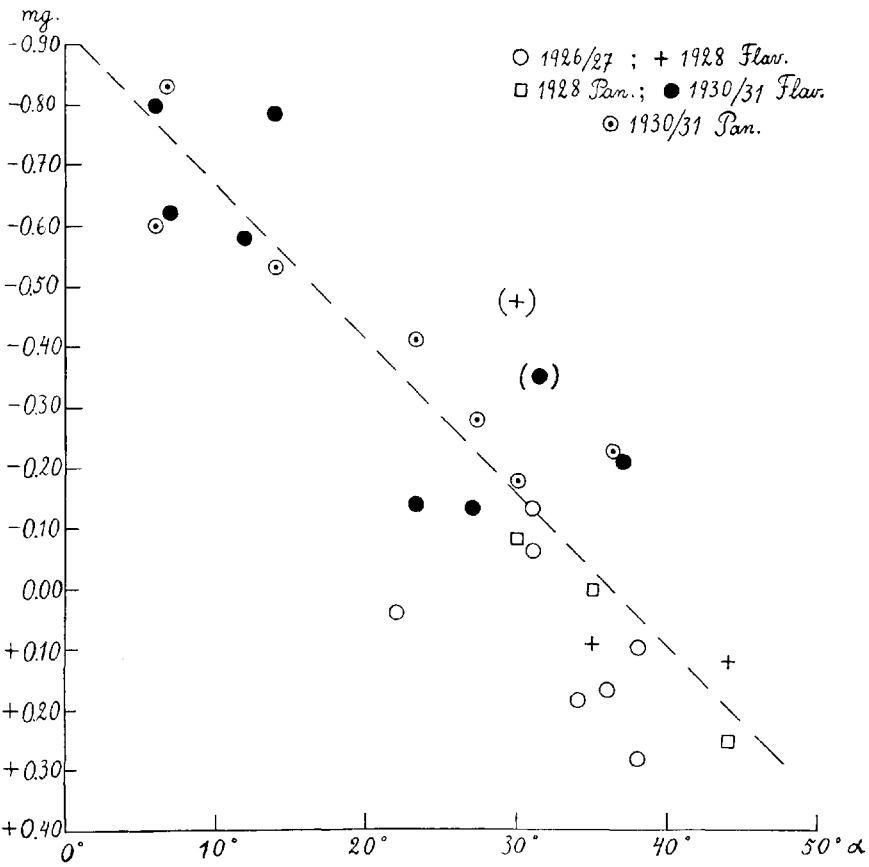


Fig. 3. Observations of Mars in blue radiation.

1.20, 1.48, 1.38, 1.31, 1.59. The values of December 12 and December 15, 1930 (1.28 and 1.78) were not taken into account, the nights being unsatisfactory.

E. S. King has found from numerous observations separately for photographic and yellow radiation[1]) (the photographic and photovisual observations were, to a great extent, made at different epochs)

1) Harvard Annals vol. 85, p. 69. Compare also our Figures 1 and 2.

photographic radiation: $m^0_M = -0.55 + 0.0202\ \alpha$
photovisual radiation: $m^0_M = -2.00 + 0.0152\ \alpha$.

According to these formulae the colour-index of Mars is linearly variable, being larger for larger phase-angles. The value of the colour-index is

$$\text{c. i.} = +1.45 + 0.0050\ \alpha.$$

In Figure 6 this value is drawn as a dotted straight line.

We notice that, on the whole, King's as well as the Tartu values of the colour-index increase with an increasing phase-angle. Thus, the directly measured colour-indices of E. S. King and the observations at Tartu confirm the variability of the colour of Mars with the phase-angle, which follows from King's formulae. It is therefore probable that with an increasing phase-angle Mars becomes redder. This phenomenon offers also an explanation of the results obtained by G. Müller[1]) and by P. Guthnick[2]), who find for visual and photoelectric observations different values of the coefficients of phase-angle — 0.01486 and 0.019 respectively.

From the abovesaid we draw the conclusion that it is not permissible without further discussion to derive a mean colour-index from observations at different phase-angles.

The question may arise, whether the change in the colour-index of Mars is not caused by seasonal changes on the surface of Mars, which might, on Figure 6, cause an illusion as if the colour-index were changing in connection with the phase-angle. In Figure 7, where the uncorrected colour-indices found by E. S. King and the author are plotted together with the declination of the Sun on Mars, we cannot detect any seasonal variation of the colour-index. Thus there remains only the probability of the variation of the colour-index, depending on the phase-angle.

It may be remarked further that by using the same observational material, with the colour-indices corrected for phase-angle, no seasonal variation can be detected. At first this seems contrary to expectation, since the visual observations show distinct changes in the contours and colours on the surface of Mars.

1) Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam vol. 8, p. 327.

2) Astronomische Nachrichten No. 4976, p. 107.

But taking into account that seasonal influences are of opposite sign in the two hemispheres of Mars, a fact which diminishes the integrated changes in colour of the whole visible disc, we conclude that seasonal variations in colour can be detected only with a much greater number or a greater precision of observations.

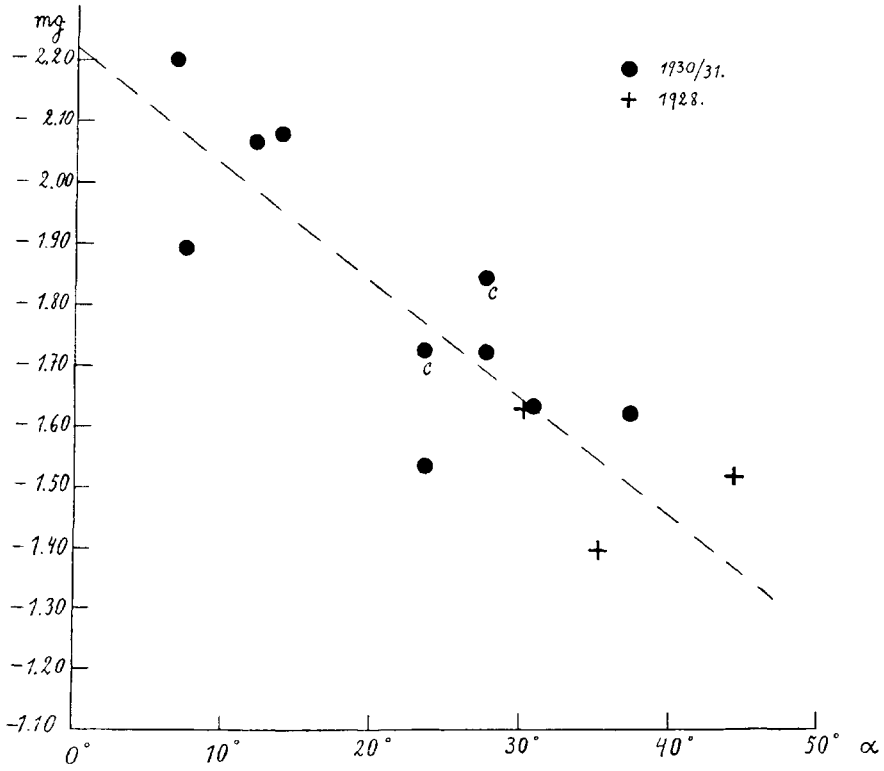


Fig. 4. Observations of Mars in yellow radiation.

Further we see on Figure 6 that all the directly measured colour-indices of E. S. King as well as all the colour-indices determined at Tartu are practically situated to one side of the dotted line. Thus the directly measured colour-indices do not agree with the colour-index deduced from a longer series of non-simultaneous photographic and visual observations. This phenomenon can be explained in two ways:

I. The colour-index of Mars, being variable with the

phase-angle is, besides that, still variable with different oppositions. Denoting

$$c.\,i. = a + b\alpha,$$

a is different at different oppositions, being on the average $+1.45$. The range of this variation of the colour-index is about 0.10—0.15 magnitudes.

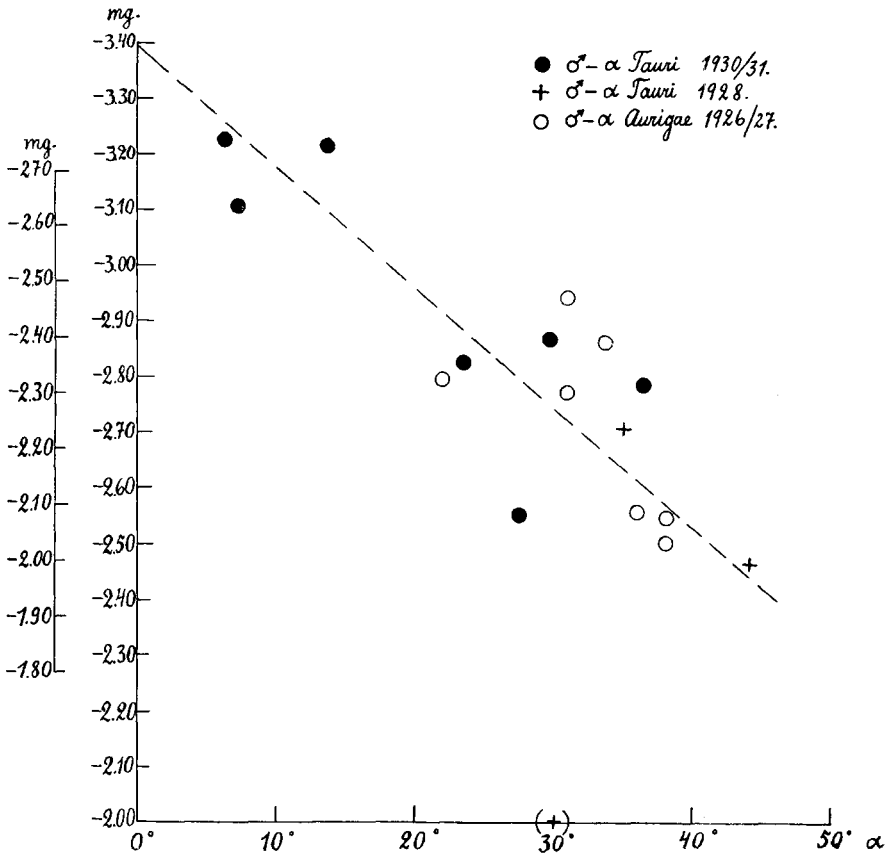


Fig. 5. Observations of Mars in red radiation.

The following table contains the existing photographic observations of Mars. Under "m^0_M" the stellar magnitude of Mars in blue radiation is given at the phase-angle 0^0 for $r_0 = 1.5237$ and $\varrho = r_0 - 1 = 0.5237$. This magnitude of Mars is graphically deduced from Figure 1. For the observations of P. Guthnick and E. Öpik m^0_M is deduced numerically, using for the coefficients of phase-angle 0.019 and 0.020 respectively.

Under "Mean Brightness" or "Low Brightness" an approximate estimate is given for the cases where the number of observations is very small and for larger phase-angles only. The "Mean Brightness" is between —0.50 and —0.59 magnitudes, and the "Low Brightness" —0.49 or smaller. $D_\oplus$ denotes the mean declination of the Earth as seen from Mars during the period of observation. Under "*lg r*" the logarithm of the distance of Mars from the Sun is given; the next column gives *lg r* about $1^1/_2$ months earlier than the beginning of the given observation. "The Season" is given for that hemisphere of Mars which is turned toward the Earth. Under "Relative Number of Zurich" the mean relative number of the Sun's activity for the observational period is given, taken from "Astronomische Mitteilungen, Sternwarte Zürich".

Year	m^0_M	D⊕	*lg r*	*lg r* $1^1/_2$ months earlier	Season on Mars	Relative number of Zurich	Observer
1901	mean brightness	+ 21°	0.220	0.210	spring	2	King
1903	—0.75	+ 22°	0.216—0.197	0.221	summer	18	King
1909	—0.42	— 20°	0.141—0.158	0.141	spring	51	King
1914	—0.53 [1] [5]	+ 9°	0.221	0.215	spring	17	Guthnick
1914	—0.52 [2] [5]	+ 9°	0.221	0.215	spring	17	Öpik
1916	—0.53 [1]	+ 16°	0.220	0.221	spring (summer)	71	Guthnick
1916	low [3] brightness	+ 15°	0.221	0.219	spring	60	King
1918	—0.58 [1]	+ 22°	0.220—0.204	0.222	summer	76	Guthnick
1920	—0.70	+ 19°	0.202—0.171	0.214	summer	28	King
1921	mean or low [4] brightness	— 24°	0.147	0.141	summer	31	King
1926/27	mean [5] brightness	— 20°	0.173—0.203	0.157	summer	83	Livländer
1928	mean [4] brightness	from — 2° to + 4°	0.160—0.182	0.147	winter	67	Livländer
1930/31	—0.92	+ 11°	0.199—0.221	0.183	spring	33	Livländer
1922	low [6] brightness	from + 9° to — 22°	0.156— —0.140— —0.149		autumn; spring and summer	11	King

1) Photoelectric measurements of P. Guthnick. Berlin-Babelsberg, Veröffentlichungen Bd. II, Heft 3, pp. 162, 163.

2) Photographic observations of E. Öpik. Astronomische Nachrichten No. 5162, p. 22.

3) Only 4 measurements at mean phase-angles.

4) Only 3 measurements at large phase-angles.

5) Large phase-angles only.

6) See corresponding remarks in the text.

Assuming that the colour-index of Mars is variable with different oppositions we may extend the table for the year 1922 indirectly with the aid of E. S. King's 1922 photovisual observations. Since King's photovisual magnitude and his colour-index of Mars are chiefly defined by the observations in 1920 and 1922, and since the direct observations of colour in 1920 give a colour-index lower than the mean, the colour-index

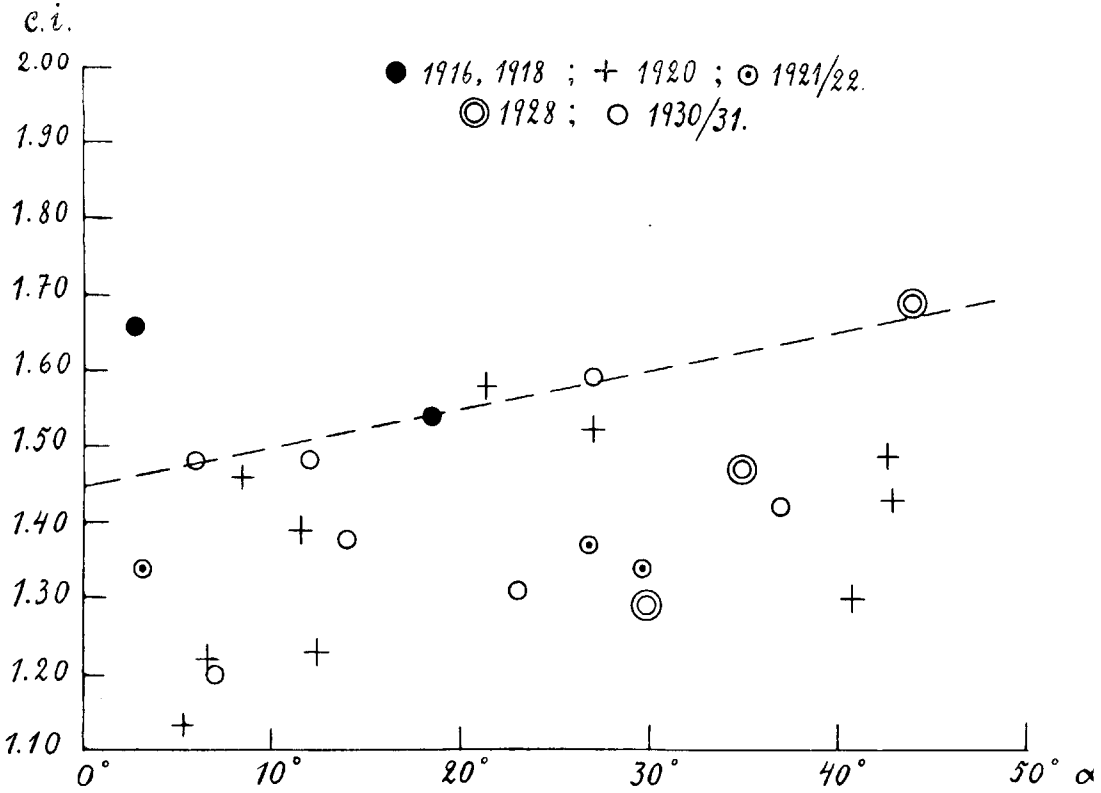


Fig. 6. The directly measured colour-indices of Mars at different phase-angles.

for 1922 must be larger than the mean value. Therefore the brightness of Mars in blue radiation must be „low" or at most „mean".

When inspecting the table, we cannot find any certain correlation between the photographic brightness of Mars and the seasons on Mars or between the photographic brightness and the relative numbers of Zurich. But a tendency can be seen, as if the photographic brightness of Mars depended on the distance of Mars from the Sun. Since the $lg\ r$ move more

or less parallel to $D_\oplus$, the brightness may depend on $D_\oplus$ too. We conclude therefore:

(1) The colour-index of Mars depends probably on the distance of Mars from the Sun, being smaller for large distances and larger for small distances.

(2) The colour-index of Mars may as well depend on the hemisphere of Mars turned toward the Earth being smaller for the northern hemisphere and larger for the southern hemisphere.

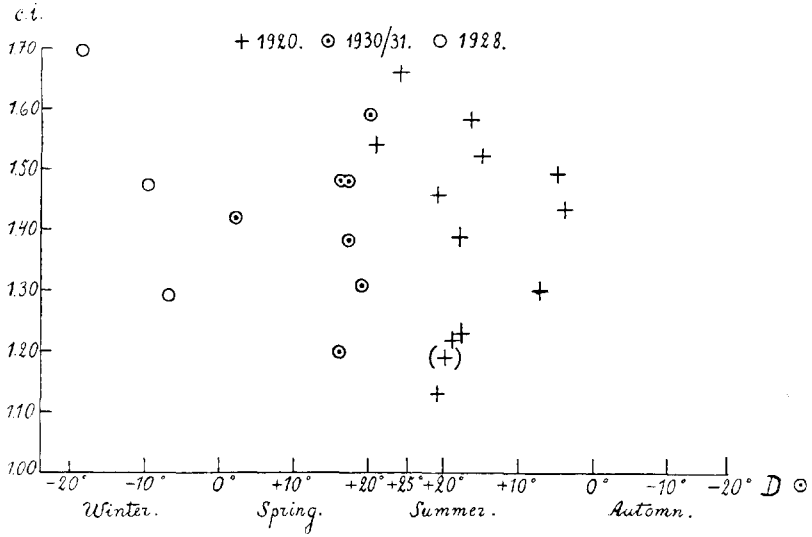


Fig. 7. The measured colour-indices of Mars in connection with the seasons.

P. Guthnick[1]) and E. Öpik[2]) have shown for photoelectric and photographic radiations that the brightness of Mars is variable with its rotation, with an amplitude of about 0.09 mg. The observations of E. S. King and the writer do not show a variation of colour depending on the rotation of Mars.

II. There is, however, another explanation. Supposing that the colour of Mars, reduced to the phase 0°, is practically not variable, we must assume that the whole brightness of Mars is different at different oppositions, equally for each kind of radiation, with an amplitude of 0,10—0,15 magnitudes. In this case the brightness probably depends on the distance

1) Astronomische Nachrichten No. 4976.
2) Astronomische Nachrichten No. 5162.

of Mars from the Sun, being larger for larger distances. But the brightness might also depend on the hemisphere of Mars turned toward the Earth being larger for the northern hemisphere.

In this case we cannot derive the colour-index of Mars from separate photographic and photovisual observations made at different epochs. Then the value of E. S. King

$$+1.45+0.005\,a$$

is too large and must be substituted by

$$+1.30+0.005\,a.$$

Summary.

(1) The determinations of the brightness of Mars in blue, yellow, and red radiations were made at Tartu in 1926/27, 1928, and 1930/31. The corresponding formulae for the concluded variation with phase-angle are given on page 18.

(2) It is highly probable that the colour-index of Mars increases with the phase-angle. The observations at Tartu confirm the variability, which was originally found by E. S. King. The expression for the mean colour-index is

$$+1.45+0.005\,a.$$

This formula also explains the observations of G. Müller and P. Guthnick.

(3) The colour (or perhaps even the whole brightness) of Mars, reduced to the phase 0^0, is certainly variable at different oppositions.

(4) Assuming that the colour-index of Mars is different at different oppositions, a dependence of colour on the distance of Mars from the Sun is probable. The changes of colour may as well arise from the hemisphere of Mars turned toward the Earth. The colour is redder for smaller distances or for the southern hemisphere. The amplitude of the change of the colour-index is about 0.10—0.15 mg.

(5) Supposing that the colour of Mars, reduced to the phase 0^0, is not variable, we must assume that the whole brightness of Mars is variable with different oppositions, with

an amplitude of 0.10—0.15 mg. In this case the colour-index of Mars must be smaller than the value given by E. S. King. The formula for this case is

$$+1.30 + 0.005\,a.$$

It is possible that the changes depend on the distance of Mars from the Sun or from the hemisphere seen.

(6) A variability of the colour of Mars with the seasons on Mars or with its rotation cannot be detected with the present observational material.

ÜBER DIE THEORIE UND DIE ANWENDUNGSMETHODEN DER QUADRATURREIHEN

VON

ARNOLD TUDEBERG

TARTU 1933

K. Mattiesens Buchdruckerei Ant.-Ges., Tartu, 1933.

Im nachstehenden will ich zwei reihenartige Formeln der mechanischen Quadratur behandeln, die durch gewisse Interpolationsanordnungen definiert werden und, unter geeigneten Voraussetzungen über eine sonst beliebige Funktion, den Wert ihres Integrals durch diejenigen Werte der Funktion selber ausdrücken, die zu den im Integrationsintervall äquidistant liegenden Argumentwerten gehören. Obwohl diese Formeln nach ihrer Definition nur endlich viele Glieder haben (von denen das letzte als Restglied der Formel erscheint), werden sie im folgenden kurz Quadratur*reihen* genannt, weil 1) das Integral durch sie in Glieder gewissermassen verschiedener Ordnungen aufgelöst wird (so dass immer der Hinzunahme eines weiteren Gliedes — bis zum oben erwähnten Restglied ausschliesslich — ein Übergang von einem gewissen Interpolationsverfahren zu einem anderen nächsthöherer Ordnung entspricht), und weil 2) zu jedem Abschnitt (das heisst zu jeder Summe der Glieder vom Anfang bis zu irgendeiner Ordnung) ein entsprechendes Restglied hinzutritt.

Die Konvergenz-Divergenz-Frage, die bei einer solchen Quadraturreihe wegen der Höchstanzahl ihrer Glieder nicht auftritt, ist ja überhaupt in der Praxis der Reihen fast belanglos und durch die Frage nach den Werten der Restglieder zu ersetzen. Denn bei rechnerischen Anwendungen der Reihenentwicklungen können nur Abschnitte (Teilsummen) benutzt werden; durch Addition weiterer Glieder wird dann die Genauigkeit gesteigert oder gesenkt, je nachdem die betreffenden Restglieder kleiner oder grösser sind als die vorigen. Aber die Konvergenz oder Divergenz einer Reihe braucht sich durchaus noch nicht in ihrem kurzen Abschnitte abzuspiegeln: mancher Abschnitt einer divergenten Reihenentwicklung kann tatsächlich in der Praxis sogar wertvoller sein als der einer anderen verhältnismässig langsam konvergenten —

wenn die Folge der Restglieder der ersteren Reihe dem Betrage nach zuerst rasch abnimmt und irgendwo später anfängt zu steigen oder zu schwanken, die letztere Reihe dagegen anfangs bedeutend grössere Restglieder hat, deren Folge zwar gegen Null strebt, aber nur allmählich.

Einleitung.

Um diejenigen einfachen Tatsachen aus der Interpolationsrechnung, von denen im folgenden Gebrauch gemacht wird, in zweckmässiger Form beisammen zu haben, will ich sie zuvor in aller Kürze durchmustern.

§ 1. Die Steigungen (Differenzenquotienten oder dividierten Differenzen) einer Funktion $f(x)$ definiert man[1] sukzessiv durch die Gleichungen[2]

$$(1)\quad \begin{cases} f(x_0, x_1) = \dfrac{f(x_0) - f(x_1)}{x_0 - x_1}, \\ f(x_0, x_1, \ldots, x_{\nu-1}, x_\nu) = \dfrac{f(x_0, x_1, \ldots, x_{\nu-1}) - f(x_0, \ldots, x_{\nu-2}, x_\nu)}{x_{\nu-1} - x_\nu} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (\nu = 2, 3, \ldots), \end{cases}$$

wobei $x_0, x_1, \ldots, x_\nu$ lauter voneinander verschiedene Zahlen sind. Durch vollständige Induktion beweist man leicht[3], dass[4]

[1] *Nörlund*, pag. 8; *Nörlund*, [2], 1; *Steffensen*, 14; *Thiele*, 3; *Whittaker*, 20. Alle Zitate beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende dieser Abhandlung.

[2] Die kleinen griechischen Buchstaben von α bis ν einschl. sollen im folgenden stets nichtnegative ganze Zahlen bedeuten, während lediglich reelle Zahlen mit lateinischen Buchstaben bezeichnet werden. Die Bezeichnung $f(x_0, x_1, \ldots, x_\nu)$ der Steigung von $f(x)$ entspricht meiner Ansicht nach am besten dem Zwecke, kurz und deutlich zu sein; dagegen lässt die *Nörlund*sche Bezeichnungsweise $[x_0, x_1, \ldots, x_\nu]$ schon die Steigungen zweier verschiedener Funktionen nicht mehr unterscheidbar schreiben. Was die Schreibweise *Kowalewskis*: $[f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_\nu)]$ betrifft, so ist sie wohl klar, hinsichtlich der Kürze genügt sie aber nicht.

[3] *Steffensen*, 15 oder auch *Nörlund*, 8.

[4] Es ist hier $\prod_{\alpha=\varkappa}^{\varkappa-1} = +1$ zu verstehen, ganz abgesehen davon, was nach dem Produktzeichen steht. Unter $f(x_0, \ldots, x_\alpha)$ verstehe man für $\alpha = 0$ einfach $f(x_0)$.

$$(2) \qquad f(x_0, \ldots, x_\nu) = \sum_{\alpha=0}^{\nu} \frac{f(x_\alpha)}{\prod_{\beta=0}^{\alpha-1} (x_\alpha - x_\beta) \cdot \prod_{\gamma=\alpha+1}^{\nu} x_\alpha - x_\gamma)};$$

andererseits erhält man durch sukzessives Einsetzen[5] der Gleichungen (1)

$$(3) \qquad f(x_0, \ldots, x_\nu) = \frac{f(x_\nu)}{\prod_{\alpha=0}^{\nu-1} (x_\nu - x_\alpha)} - \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} \frac{f(x_0, \ldots, x_\alpha)}{\prod_{\beta=\alpha}^{\nu-1} (x_\nu - x_\beta)}.$$

Aus (2) ersieht man, dass die Steigung νter Ordnung eine symmetrische Funktion ihrer sämtlichen $\nu + 1$ Argumente ist. Mit den Bezeichnungen $\nu - 1 = \lambda$, $x_\nu = t$ und $\prod_{\alpha=0}^{\varkappa} (t - x_\alpha) = P_\varkappa(t)$ schreiben (2) und (3) sich gleichzeitig

$$(4) \qquad f(x_0, x_1, \ldots, x_\lambda, t) = \frac{f(t) - g_\lambda(t)}{P_\lambda(t)},$$

wobei also

$$(5) \qquad g_\lambda(t) = \sum_{\alpha=0}^{\lambda} \frac{f(x_\alpha)}{P'_\lambda(x_\alpha)} \frac{P_\lambda(t)}{t - x_\alpha} = \sum_{\alpha=0}^{\lambda} f(x_0, \ldots, x_\alpha)\ P_{\alpha-1}(t).$$

Die Funktion $g_\lambda(t)$ ist nach (5) ein Polynom höchstens vom Grade λ, und es ist, wie man leicht einsieht,

$$(6) \qquad g_\lambda(x_\alpha) = f(x_\alpha) \text{ für } \alpha = 0, 1, \ldots, \lambda.$$

Daher pflegt man das Polynom $g_\lambda(t)$ ein Interpolationspolynom und die Zahlen $x_0, x_1, \ldots, x_\lambda$ die Koinzidenzstellen zu nennen.

§ 2. Die Steigung mit wiederholtem Argument[6] wird durch

$$(7) \quad f(x_0, x_1, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda) = \lim_{t \to x_\lambda} f(x_0, x_1, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, t)$$

definiert; mithin gilt nach (1)

$$(8) \qquad f(x_0, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda) = \frac{\partial}{\partial x_\lambda} f(x_0, \ldots, x_\lambda).$$

[5] *Nörlund*, 10; *Steffensen*, 22.

[6] *Steffensen*, 21 oder *Whittaker*, 27 & seq. Zum Vrgl. auch *G. Kowalewski*, 17—19.

Ferner folgt wegen (6) aus (4)

$$(9)\quad f(x_0, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda) = \lim_{t \to x_\lambda} \frac{f(t) - g_\lambda(t)}{P_\lambda(t)} = \frac{f'(x_\lambda) - g'_\lambda(x_\lambda)}{P_{\lambda-1}(x_\lambda)},$$

also ist die Steigung mit wiederholtem Argument dann und nur dann vorhanden, wenn die Funktion $f(x)$ an betreffender Stelle differenzierbar ist. Dann kann man schon weiter bezeichnen

$$(10)\quad f(x_0 \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda, x_\lambda) = \lim_{t \to x_\lambda} \frac{f(t) - g_{\lambda+1}(t)}{(t - x_\lambda)\, P_\lambda(t)},$$

worin

$$(11)\quad g_{\lambda+1}(t) = g_\lambda(t) + f(x_0, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda)\; P_\lambda(t)$$

bedeutet; nach (6) und (9) ist daher

$$g_{\lambda+1}(x_\alpha) = f(x_\alpha) \text{ für } \alpha = 0, 1, \ldots, \lambda \text{ und } g'_{\lambda+1}(x_\lambda) = f'(x_\lambda),$$

also existiert der Limes (10) nur, wenn $f(x)$ zweimal differenzierbar ist, und man hat[7]

$$(12)\quad f(x_0, \ldots, x_{\lambda-1}, x_\lambda, x_\lambda, x_\lambda) = \frac{f''(x_\lambda) - g''_{\lambda+1}(x_\lambda)}{2!\; P_{\lambda-1}(x_\lambda)}.$$

So schrittweise fortfahrend findet man allgemein für $x_\lambda = x_{\lambda+1} = \ldots = x_{\lambda+\mu}$

$$(13)\quad f(x_0, \ldots, x_{\lambda+\mu}) = \frac{f^{(\mu)}(x_\lambda) - g^{(\mu)}_{\lambda+\mu-1}(x_\lambda)}{\mu!\; P_{\lambda-1}(x_\lambda)},$$

wobei

$$g_{\lambda+\mu-1}(t) = g_\lambda(t) + \sum_{\alpha=1}^{\mu-1} f(x_0, \ldots, x_{\lambda+\alpha}) \cdot (t - x_\lambda)^{\alpha-1} \cdot P_\lambda(t),$$

und folglich

$$g_{\lambda+\mu-1}(x_\alpha) = f(x_\alpha) \text{ für } \alpha = 0, 1, \ldots, \lambda$$

und

$$g^{(\beta)}_{\lambda+\mu-1}(x_\lambda) = f^{(\beta)}(x_\lambda) \text{ für } \beta = 1, 2, \ldots, \mu - 1.$$

[7] Dabei stützt man sich auf einen bekannten Mittelwersatz der Differentialrechnung. (Dieser Mittelwertsatz findet sich in allen Lehrbüchern der Analysis, z. B. bei *K. Knopp*, H. v. Mangoldt's Einführung in die höhere Mathematik, II. Bd., 6. Aufl., Leipzig 1932: pag. 78, Erweiterter Mittelwertsatz.)

Damit aber (13) überhaupt einen Sinn habe, setzt man natürlich die μmalige Differenzierbarkeit der Funktion $f(x)$ voraus.

Ganz ebenso lässt sich eine solche Steigung definieren, in der mehr als ein Argument wiederholt auftritt. Dass die Steigungen mit wiederholten Argumenten durch dies Verfahren eindeutig bestimmt werden — also unabhängig davon, in welcher Reihenfolge die Argumente dabei hinzukommen —, das erkennt man sofort, indem man sich ihre Ausdrücke als lineare Aggregate der einzelnen Werte der Funktion und ihrer Ableitungen vorstellt.

§ 3. Es ist noch übriggeblieben, den Zusammenhang zu betrachten, der zwischen der Steigung von $f(x)$ und dessen Ableitung derselben Ordnung besteht. Diese Beziehung drückt sich durch den Cauchyschen Satz[8] aus, der in allgemeiner Form folgendermassen lautet:

es sei a die kleinste und b die grösste unter den Zahlen $x_0, x_1, \ldots, x_\nu$ $(\nu > 0)$, von denen beliebig viele einander gleich sein können; $f(x)$ sei im Intervall $a \leqq x \leqq b$ νmal differenzierbar; dann ist

$$f(x_0, \ldots, x_\nu) = \frac{1}{\nu!} f^{(\nu)}(u), \tag{14}$$

wobei $a < u < b$ (oder $a = u = b$, falls $x_0 = x_1 = \ldots = x_\nu$).

Beweis des Satzes. — Der Fall $x_0 = x_1 = \ldots = x_\nu$ ist schon durch (13) erledigt, wenn man dort $\lambda = 0$, $\mu = \nu$ setzt. In jedem sonstigen Falle kann man sich die Argumente x_α auf folgende Weise numeriert denken (oder umnumerieren): $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_\lambda$ sind untereinander verschieden; jedes von den übrigen $x_{\lambda+1}, x_{\lambda+2}, \ldots, x_\nu$ (wenn nicht schon $\lambda = \nu$) ist gleich irgendeinem x_α mit $\alpha \leqq \lambda$, und zwar seien noch der Reihe nach μ_0 Zahlen darunter, die gleich x_0 sind, μ_1 Zahlen gleich x_1 usw., schliesslich μ_λ Zahlen gleich x_λ.

Alsdann betrachte man die Funktion

$$H(x) = f(x) - \sum_{\alpha=0}^{\nu} f(x_0, \ldots, x_\alpha) \cdot \prod_{\beta=0}^{\alpha-1} (x - x_\beta) \text{ im Intervall } a \leqq x \leqq b.$$

[8] *Cauchy*, 418, 419.

Sie verschwindet an $\lambda+1$ Stellen $x_0, \ldots, x_\lambda$. Also verschwindet ihre Ableitung $H'(x)$ wenigstens an λ Zwischenstellen, ausserdem aber auf Grund der Überlegungen des vorigen Paragraphen noch an jeder Stelle x_α, deren $\mu_\alpha \geqq 1$ ist (d. h. die mindestens einmal wiederholt unter den Argumenten von $f(x_0, \ldots, x_\nu)$ auftritt). $H''(x)$ verschwindet daher wenigstens einmal zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von $H'(x)$ und noch an jedem x_α, dessen $\mu_\alpha \geqq 2$ ist. So fortfahrend findet man, weil

$$\lambda + \sum_{\alpha=0}^{\lambda} \mu_\alpha = \nu,$$

dass $H^{(\nu)}(x)$ im Intervall $a < x < b$ mindestens eine Nullstelle hat; diese sei u. Mithin gilt

$$f^{(\nu)}(u) - f(x_0, \ldots, x_\nu) \cdot \nu ! = 0,$$

woraus die Behauptung (14) folgt.

Erstes Kapitel.

Eine Kette von Interpolationsanordnungen und die entsprechende Quadraturreihe.

§ 4. Vorbereitendes.

Es sei $f(x)$ eine beliebige im Intervall $0 \leqq x \leqq l$ eindeutige Funktion[9]. Die Zahlen $x_0, x_1, \ldots, x_\nu$ seien in diesem Intervall äquidistant gewählt und nach der steigenden Grösse numeriert:

$$x_\alpha = \alpha h \qquad (\alpha = 0, 1, \ldots, \nu), \quad h = \frac{l}{\nu}. \tag{15}$$

---

[9] Die Annahme, dass das Intervall mit Null anfängt, bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit, denn im folgenden handelt es sich um Grössen, die nur von Differenzen des Arguments abhängen und bei etwaiger Parallelverschiebung der Achsen in x-Richtung unverändert bleiben (Steigungen, Integrale, Ableitungen).

Zur Abkürzung führe ich folgende Bezeichnungen ein:

$$(16)\quad \begin{cases} f_\lambda(a) = f(x_a,\ x_{a+1},\ \ldots,\ x_{a+\lambda}) = \dfrac{1}{h^\lambda} \sum_{\beta=0}^{\lambda}{}' \dfrac{(-1)^{\lambda-\beta} f(x_{a+\beta})}{\beta!\,(\lambda-\beta)!} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (a+\lambda \leqq \nu), \\ Q_\lambda(a, x) = \prod_{\beta=0}^{\lambda-1} (x - x_{a+\beta}) = \prod_{\beta=0}^{\lambda-1} [x - (a+\beta)h] \end{cases}$$

und beweise in betreff dieser Grössen zunächst ein paar vorbereitende Sätze.

Satz 1. Es sei $0 \leqq a \leqq \nu - \lambda - 1$; dann gilt die Identität (also für jedes x)

$$(17)\quad \begin{aligned} & f_\lambda(a) \cdot Q_\lambda(a+1, x) + f_{\lambda+1}(a) \cdot Q_{\lambda+1}(a, x) = \\ & = f_\lambda(a+1) \cdot Q_\lambda(a+1, x) + f_{\lambda+1}(a) \cdot Q_{\lambda+1}(a+1, x). \end{aligned}$$

Beweis. Gemäss der Voraussetzung sind alle Grössen in (17) durch (16) definierbar, also eindeutig vorhanden. Nach der Definition (1), von der ja ausgegangen wurde, ist

$$f_{\lambda+1}(a) = \frac{f_\lambda(a) - f_\lambda(a+1)}{-(\lambda+1)h}.$$

Daraus folgt durch einfache Umformung

$$f_\lambda(a) = f_\lambda(a+1) - (\lambda+1)h \cdot f_{\lambda+1}(a).$$

Addiert man auf beiden Seiten $(x - a\,h) f_{\lambda+1}(a)$ und multipliziert dann alle Glieder dieser Identität mit $Q_\lambda(a+1, x)$, so ergibt sich (17).

Satz 2.

$$(18)\quad \int_{\gamma h}^{(\gamma+1)h} [Q_{2\mu+1}(\gamma - \mu, x) + Q_{2\mu+1}(\gamma + 1 - \mu, x)]\, dx = 0.$$

Beweis. Indem man auf der linken Seite von (18) die Integrationsvariable $x = (\gamma + t)h$ setzt und ferner $t = \frac{1}{2} + u$, sieht man, dass der Integrand eine ungerade Funktion bezüglich der

Mitte des Integrationsintervalls ist und folglich das Integral verschwindet:

$$\int_{\gamma h}^{(\gamma+1)h} \left\{ \prod_{\beta=0}^{2\mu} [x-(\gamma-\mu+\beta)h] + \prod_{\beta=0}^{2\mu} [x-(\gamma+1-\mu+\beta)h] \right\} dx =$$

$$= h^{2\mu+2} \int_0^1 \left[(t+\mu) \prod_{\beta=1}^{2\mu} (t+\mu-\beta) + (t-\mu-1) \prod_{\beta=0}^{2\mu-1} (t+\mu-\beta-1) \right] dt =$$

$$= h^{2\mu+2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 2u \cdot \prod_{\beta=1}^{\mu} [u^2-(\beta-\tfrac{1}{2})^2]\, du = 0.$$

§ 5. Erzeugende Funktionenfolge für die Interpolationenkette und die Quadraturreihe.

Die Folge der abteilungsweise-polynomialen Funktionen $p_0(x), p_1(x), \ldots, p_\nu(x)$ sei definiert durch die Gleichungen

$$(19)\quad p_{2\mu}(x) = \begin{cases} f_{2\mu}(0)\, Q_{2\mu}(0,x) & \text{für } x < \mu h \\ \dfrac{f_{2\mu}(a-\mu)+f_{2\mu}(a+1-\mu)}{2}\, Q_{2\mu}(a+1-\mu,x) & \\ & \text{in } ah \leqq x < (a+1)h \\ & \text{für } a = \mu, \mu+1, \ldots, \nu-\mu-1 \\ f_{2\mu}(\nu-2\mu)\; Q_{2\mu}(\nu-2\mu+1,x) & \text{für } x \geqq (\nu-\mu)h \end{cases}$$
$$(0 \leqq \mu \leqq \tfrac{\nu}{2})$$

$$(20)\quad p_{2\mu+1}(x) = \begin{cases} f_{2\mu+1}(0)\;\; Q_{2\mu+1}(0,x) & \text{für } x < \mu h \\ f_{2\mu+1}(a-\mu) \dfrac{Q_{2\mu+1}(a-\mu,x)+Q_{2\mu+1}(a+1-\mu,x)}{2} & \\ & \text{in } ah \leqq x < (a+1)h \\ & \text{für } a = \mu, \mu+1, \ldots, \nu-\mu-1 \\ f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1)\, Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,x) & \text{für } x \geqq (\nu-\mu)h. \end{cases}$$
$$(0 \leqq \mu < \tfrac{\nu}{2})$$

Wie man sofort erkennt, ist jede Funktion $p_\varkappa(x)$ stückweise aus Polynomen zusammengesetzt, die alle höchstens den Grad $\varkappa$ haben. Betrachtet man ferner die Summe dieser Funktionen

$$s_\lambda(x) = \sum_{\varkappa=0}^{\lambda} p_\varkappa(x),$$

so zeigt sich, dass sie in jedem Teilintervall entweder ein gewisses Interpolationspolynom vom Grade λ oder das arithmetische Mittel zweier solcher Polynome ist. Nach den Überlegungen des § 1 und dem obigen Satz 1 folgt nämlich für jeden geradzahligen Wert von λ:

$s_\lambda(x)$ ist in $0 \leqq x < \frac{\lambda}{2} h$ resp. $l - \frac{\lambda}{2} h \leqq x \leqq l$ dasjenige Polynom, welches die Koinzidenzstellen $0, h, \ldots, \lambda h$ resp. $(\nu - \lambda)h, (\nu + 1 - \lambda)h, \ldots, l$ hat; in jedem zwischenliegenden Teilintervall $ah \leqq x < (a+1)h$ aber ist $s_\lambda(x)$ das arithmetische Mittel der Interpolationspolynome mit den bezüglichen Koinzidenzstellen $(a - \frac{\lambda}{2})h, (a + 1 - \frac{\lambda}{2})h, \ldots, (a + \frac{\lambda}{2})h$ und $(a + 1 - \frac{\lambda}{2})h, (a + 2 - \frac{\lambda}{2})h, \ldots, (a + 1 + \frac{\lambda}{2})h$.

Z. B. ist $s_0(x)$ in jedem Teilintervall $ah \leqq x < (a+1)h$ (wobei $a = 0, 1, \ldots, \nu - 1$) einfach das arithmetische Mittel der Funktionswerte $f(x)$ an den Endpunkten,

d. h. $$s_0(x) = p_0(x) = \frac{f(ah) + f(ah + h)}{2}.$$

Für einen ungeradzahligen Wert von λ findet man:

$s_\lambda(x)$ ist in $0 \leqq x < \frac{\lambda - 1}{2} h$ resp. $l - \frac{\lambda - 1}{2} h \leqq x \leqq l$ ein Polynom, dessen Koinzidenzstellen $0, h, \ldots, \lambda h$ resp. $l - \lambda h, l + h - \lambda h, \ldots, l$ sind; in jedem $ah \leqq x < (a+1)h$ $\left(\text{wobei } a = \frac{\lambda - 1}{2}, \frac{\lambda + 1}{2}, \ldots, \nu - 1 - \frac{\lambda - 1}{2}\right)$ ist $s_\lambda(x)$ ebenfalls ein entsprechendes Interpolationspolynom und seine Koinzidenzstellen lauten $(a - \frac{\lambda - 1}{2})h, (a + 1 - \frac{\lambda - 1}{2})h, \ldots, (a + \frac{\lambda + 1}{2})h$.

Allgemein gesagt — bei der Gestaltung von $s_\lambda(x)$ (also für das Interpolationspolynom vom Grade λ oder für zwei solche, aus denen dann durch Mittelbildung $s_\lambda(x)$ entsteht) werden, womöglich, in bezug auf den Mittelpunkt des betreffenden Teilintervalls s y m m e t r i s c h liegende Koinzidenzstellen (15) benutzt. Diese Stellen treten aber aus dem Intervall $0 \leqq x \leqq l$ nicht heraus. Also für $\lambda \geqq 2$ bleiben am Anfang und Ende dieses Intervalls

gewisse Teilintervallgruppen übrig, in denen man als $s_\lambda(x)$ einfach solche Interpolationspolynome erhält, deren Koinzidenzstellen vom Anfang resp. Ende des Intervalls beginnend nach innen fortschreiten.

Bezeichnet man mit $K_\varkappa$ das Integral von $p_\varkappa(x)$

$$K_\varkappa = \int_0^l p_\varkappa(x)\,dx, \tag{21}$$

so schreibt sich (mit einem gewissen λ) das Integral

$$\int_0^l f(x)\,dx = \sum_{\varkappa=0}^{\lambda} K_\varkappa + R_\lambda. \tag{22}$$

Das ist formal ein $(\lambda+1)$-gliedriger Reihenabschnitt mit einem Restglied R_λ. Die Untersuchung dieser Reihe, d. h. aller Abschnitte der Gestalt (22), ihrer Glieder und Restglieder, ist eben die Aufgabe dieses Kapitels.

Die zwei ersten Glieder K_0 und K_1 lassen sich nach den bisherigen Überlegungen ohne weiteres hinschreiben:

$$K_0 = \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} \frac{f(\alpha h)+f(\alpha h+h)}{2} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} dx = h\left[\frac{f(0)+f(l)}{2} + \sum_{\alpha=1}^{\nu-1} f(\alpha h)\right]. \tag{23}$$

$$K_1 = 0. \tag{24}$$

Das letztere folgt nämlich aus (20) und Satz 2.

§ 6. Allgemeine Glieder der Quadraturreihe.

Es ist zweckmässig, zunächst folgende Abkürzungen einzuführen:

$$\begin{cases} \sigma_\varkappa(x) = \displaystyle\int_0^x \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} (t-\alpha)\cdot dt, \quad \sigma_{2\mu}(\mu) = \sigma_{2\mu}, \quad \sigma_{2\mu+1}(\mu) = \sigma_{2\mu+1} \\ \tau_\varkappa = \displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2-(\alpha+\tfrac{1}{2})^2]\cdot dx = \int_{\varkappa-1}^{\varkappa} \prod_{\alpha=0}^{2\varkappa-1} (x-\alpha)\cdot dx. \end{cases} \tag{25}$$

Von den Gliedern $K_\varkappa$ mit ungeraden Indizes behauptet nun der folgende

Satz 3:

$$K_{2\mu+1} = \sigma_{2\mu+1} h^{2\mu+2} [f_{2\mu+1}(0) - f_{2\mu+1}(\nu - 2\mu - 1)]. \tag{26}$$

Beweis des Satzes. Man zerlegt das Integral (21) in drei Teile

$$K_{2\mu+1} = \int_0^{\mu h} p_{2\mu+1}(x)\,dx + \int_{\mu h}^{l-\mu h} p_{2\mu+1}(x)\,dx + \int_{l-\mu h}^{l} p_{2\mu+1}(x)\,dx; \tag{27}$$

der zweite Teil

$$\int_h^{l-\mu h} p_{2\mu+1}(x)\,dx = \sum_{\alpha=\mu}^{\nu-\mu-1} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu) \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} \frac{Q_{2\mu+1}(\alpha-\mu,x) + Q_{2\mu+1}(\alpha+1-\mu,x)}{2}\,dx$$

verschwindet nach dem Satze 2. Im ersten Integral rechts in (27) setze man $x = ht$ und im dritten Integral $x = l - ht$. Dann ergibt sich nach einfacher Umformung unter Benutzung der oben erklärten Bezeichnungen die Behauptung (26).

Folgerungen aus dem Satz 3.

1. Wenn $f^{(2\mu+1)}(x)$ eine Konstante ist — also $f(x)$ ein Polynom höchstens vom Grade $2\mu+1$ —, dann folgt aus (26) unter Anwendung des Cauchyschen Satzes (14): $K_{2\mu+1} = 0$.

2. Wenn $\nu = 2\mu + 1$, dann ist für beliebiges $f(x)$ stets $K_\nu = 0$.

Satz 4. Für $\mu > 0$ ist

$$K_{2\mu} = \sigma_{2\mu} h^{2\mu+1} [f_{2\mu}(0) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu)] + \tag{28}$$
$$+ \frac{\tau_\mu}{4\mu} h^{2\mu} [-f_{2\mu-1}(0) - f_{2\mu-1}(1) + f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu) + f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)].$$

Beweis. Für die Integrale $\int_0^{\mu h} p_{2\mu}(x)\,dx$ und $\int_{l-\mu h}^{l} p_{2\mu}(x)\,dx$ ergeben sich sofort, ähnlich wie beim Beweis des vorangehenden

Satzes, die Ausdrücke $\sigma_{2\mu} h^{2\mu+1} f_{2\mu}(0)$ und $\sigma_{2\mu} h^{2\mu+1} f_{2\mu}(\nu - 2\mu)$. Der übrigbleibende Bestandteil

$$\int_{\mu h}^{l-\mu h} p_{2\mu}(x)\, dx =$$

$$= \sum_{\alpha=\mu}^{\nu-\mu-1} \frac{f_{2\mu}(\alpha-\mu) + f_{2\mu}(\alpha-\mu+1)}{2} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} Q_{2\mu}(\alpha-\mu+1, x)\, dx$$

hat in allen Summanden den gemeinsamen Faktor

$$\int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} Q_{2\mu}(\alpha-\mu+1, x)\, dx = h^{2\mu+1} \int_{\mu-1}^{\mu} \prod_{\beta=0}^{2\mu-1} (t-\beta) \cdot dt = \tau_\mu h^{2\mu+1}$$

und ist daher

$$(29) \qquad \int_{\mu h}^{l-\mu h} p_{2\mu}(x)\, dx = \frac{\tau_\mu}{2} h^{2\mu+1} \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} [f_{2\mu}(\alpha) + f_{2\mu}(\alpha+1)].$$

Nach der Definition (1) gilt aber für $\mu > 0$

$$f_{2\mu}(\gamma) = \frac{f_{2\mu-1}(\gamma) - f_{2\mu-1}(\gamma+1)}{-2\mu h}$$

und damit

$$\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} [f_{2\mu}(\alpha) + f_{2\mu}(\alpha+1)] =$$

$$\frac{1}{2\mu h}\left\{ \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} [-f_{2\mu-1}(\alpha) + f_{2\mu-1}(\alpha+1)] + \sum_{\alpha=1}^{\nu-2\mu} [-f_{2\mu-1}(\alpha) + f_{2\mu-1}(\alpha+1)] \right\}$$

$$= \frac{1}{2\mu h} [-f_{2\mu-1}(0) + f_{2\mu-1}(\nu-2\mu) - f_{2\mu-1}(1) + f_{2\mu-1}(\nu-2\mu+1)].$$

Setzt man dies in (29) ein, so erhält man eben den zweiten Term rechts in (28).

Satz 5. Für $\mu > 0$ ist

$$K_{2\mu} = (\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}) h^{2\mu+1}[f_{2\mu}(0) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu)] + \tag{30}$$

$$+ \frac{\tau_\mu}{2\mu} h^{2\mu}[-f_{2\mu-1}(0) + f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)].$$

Beweis. Addiert man zur rechten Seite von (28)

$$\frac{\tau_\mu}{2} h^{2\mu+1}\left[-f_{2\mu}(0) + \frac{f_{2\mu-1}(1) - f_{2\mu-1}(0)}{2\mu h} - \right.$$

$$\left. - f_{2\mu}(\nu - 2\mu) + \frac{f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1) - f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu)}{2\mu h}\right]$$

— einen Ausdruck, der nach (1) verschwindet —, dann geht (28) sofort in (30) über.

§ 7. Vorzeichen der Koeffizienten.

In (26) und (30) treten als Koeffizienten die Grössen $\sigma_{2\mu+1}$, $\sigma_{2\mu}$, τ_μ auf. Die folgenden einfachen Sätze dienen zur Bestimmung der Vorzeichen dieser Grössen.

Satz 6.

$$\sigma_{2\mu}(x) < 0 \quad \text{und} \quad \sigma_{2\mu+1}(x) > 0 \quad \text{in} \quad 0 < x \leq \mu.$$

Beweis. In der Definitionsgleichung von $\sigma_\varkappa(x)$ steht als Integrand das Produkt $\prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1}(t-\alpha) = \psi_\varkappa(t)$; dies ist ein Polynom vom Grade $\varkappa$ mit lauter einfachen Nullstellen $0, 1, \ldots, \varkappa - 1$, wechselt also sein Zeichen an jeder dieser Stellen. Es besteht daher die leicht zu bestätigende Relation

$$(-1)^{\varkappa-\alpha}\psi_\varkappa(t) > 0 \quad \text{in } \alpha - 1 < t < \alpha \text{ für } \alpha = 0, 1, \ldots, \varkappa. \tag{31}$$

Ausserdem lässt sich zeigen, dass

$$|\psi_\varkappa(t)| < |\psi_\varkappa(t-1)| \tag{32}$$

mit jedem nicht-ganzzahligen t aus $0 < t < \frac{\varkappa}{2}$.

Denn es ist

$$\psi_\varkappa(t) = t \prod_{\alpha=1}^{\varkappa-1} (t-\alpha) \text{ und } \psi_\varkappa(t-1) = (t-\varkappa) \prod_{\alpha=1}^{\varkappa-1} (t-\alpha),$$

also, da für jedes nicht-ganzzahlige t beide von Null verschieden sind und $|t-\varkappa| = \varkappa - t > t$, folgt tatsächlich (32).

Dass die Funktion $\sigma_\varkappa(x)$ in $0 < x \leqq \frac{\varkappa}{2}$ ein beständiges, nämlich das oben erwähnte Vorzeichen hat, erkennt man nun folgendermassen. Zerlegt man dies Integral in zwei Teile

$$\sigma_\varkappa(x) = \int_0^{2\gamma} \psi_\varkappa(t)\,dt + \int_{2\gamma}^{x} \psi_\varkappa(t)\,dt, \tag{33}$$

wobei γ so beschaffen ist, dass $0 \leqq x - 2\gamma < 2$, so sieht man aus

$$\int_0^{2\gamma} \psi_\varkappa(t)\,dt = \sum_{\alpha=1}^{\gamma} \int_{2\alpha-2}^{2\alpha} \psi_\varkappa(t)\,dt = \sum_{\alpha=1}^{\gamma} \int_{2\alpha-1}^{2\alpha} [\psi_\varkappa(t) + \psi_\varkappa(t-1)]\,dt$$

nach (32) und (31), dass der erstere Term rechts in (33) das Vorzeichen von $(-1)^{\varkappa-1}$ hat (wenn nur $\gamma \neq 0$). Der letztere Term in (33) verschwindet, falls $x = 2\gamma$; sonst aber hat er ebenfalls das Zeichen von $(-1)^{\varkappa-1}$: denn für $x \leqq 2\gamma + 1$ beachte man bloss auf Grund der Relation (31) das Vorzeichen seines Integranden, für $x > 2\gamma + 1$ aber denke man sich diesen Term so zerlegt:

$$\int_{2\gamma}^{x} \psi_\varkappa(t)\,dt = \int_{2\gamma+1}^{x} [\psi_\varkappa(t) + \psi_\varkappa(t-1)]\,dt + \int_{x-1}^{2\gamma+1} \psi_\varkappa(t)\,dt$$

und dann darauf die Relationen (32) und (31) angewendet.

Satz 7.

$$(-1)^\varkappa \ \tau_\varkappa > 0.$$

Beweis. Der Integrand $\prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2 - (\alpha + \frac{1}{2})^2]$ bewahrt sein Zeichen in $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ und für $x = 0$ ist er

$$(-1)^\varkappa \left[\prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} (\alpha + \tfrac{1}{2}) \right]^2.$$

§ 8. Weitere Umformung der allgemeinen Glieder.

Für das folgende setze ich voraus, dass $f(x)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq l$ stetig ist. Zur Abkürzung bezeichne ich mit $f_\lambda[x]$ diejenige Steigung von $f(x)$, deren Argumente $x, x+h, \ldots, h+\lambda h$ sind,

$$(34) \qquad f_\lambda[x] = f(x, x+h, \ldots, x+\lambda h) = \\ = \frac{1}{h^\lambda} \sum_{\alpha=0}^{\lambda}{}' \frac{(-1)^{\lambda-\alpha} f(x+\alpha h)}{\alpha!\,(\lambda-\alpha)!} \qquad (0 \leqq x \leqq l - \lambda h).$$

Unter der gemachten Voraussetzung und Verwendung der eben eingeführten Bezeichnung könnnen die Ausdrücke der Glieder $K_\varkappa$ auf eine noch einfachere Gestalt gebracht werden. Dabei wird von dem elementaren Satz, dass eine beliebige stetige Funktion $F(x)$ jeden Wert zwischen $F(a)$ und $F(b)$ mindestens einmal im Intervall $a < x < b$ annimmt, in leicht modifizierter Form Gebrauch gemacht. Diese Modifikation lautet:

> es sei $F(x)$ stetig in $a \leqq x \leqq j$, und mögen die Zahlen $, c, b \ldots, i$ irgendwo in diesem Intervall liegen; $A, B, \ldots, J$ seien beliebige nichtnegative Zahlen; dann gibt es ein u derart, dass

$$(35) \qquad AF(a) + BF(b) + \ldots + JF(j) = (A + B + \ldots + J)\, F(u) \\ \text{und } a \leqq u \leqq j.$$

Von der Richtigkeit dieser Variante überzeugt man sich auf Grund des ursprünglichen Satzes folgendermassen. Wenn alle Koeffizienten $A, B, \ldots, J$ verschwinden, ist die Gleichung (35) identisch erfüllt — beide Seiten sind Null für beliebiges u; abgesehen von diesem trivialen Fall ist es klar, das der Quotient $\frac{AF(a)+BF(b)+\ldots+JF(j)}{A+B+\ldots+J}$ nicht kleiner als die kleinste und nicht grösser als die grösste von den Zahlen $F(a), F(b), \ldots, F(j)$ sein kann, also hat er einen Wert, den $F(x)$ mindestens einmal im Intervall $a \leqq x \leqq j$ annimmt.

Satz 8.

$$(36) \qquad K_{2\mu+1} = -(\nu - 2\mu - 1)(2\mu + 2)\, \sigma_{2\mu+1} h^{2\mu+3} f_{2\mu+2}[u], \\ \text{wobei } 0 \leqq u \leqq (\nu - 2\mu - 2)h.$$

Beweis. Man gehe von der Darstellung (26) aus und setze

$$f_{2\mu+1}(0) - f_{2\mu+1}(\nu - 2\mu - 1) = \sum_{\alpha=1}^{\nu-2\mu-1} [f_{2\mu+1}(\alpha - 1) - f_{2\mu+1}(\alpha)].$$

Nach (1) hat man bekanntlich

$$f_{2\mu+1}(\alpha - 1) - f_{2\mu+1}(\alpha) = -(2\mu + 2)\, h\, f_{2\mu+2}(\alpha - 1)$$

und daher

$$(37) \qquad f_{2\mu+1}(0) - f_{2\mu+1}(\nu - 2\mu - 1) = -(2\mu + 2)\, h \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-2}{}' f_{2\mu+2}(\alpha).$$

Betrachtet man ferner die Funktion $f_{2\mu+2}[x]$ im Intervall $0 \leqq x \leqq (\nu - 2\mu - 2)\, h$ hinsichtlich ihrer Stetigkeit und beachtet ihre Werte an den Stellen $0, h, \ldots, (\nu - 2\mu - 2)\, h$, so erhält man folgendes: $f_{2\mu+2}[x]$ ist eine Linearkombination stetiger Funktionen $f(x), f(x + h), \ldots, f(x + 2\mu h + 2h)$, also stetig;

$$\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-2}{}' f_{2\mu+2}(\alpha)$$

ist eine Summe der Werte von $f_{2\mu+2}[x]$ an $\nu - 2\mu - 1$ Stellen im Stetigkeitsintervall. Auf diese Summe kann man hiernach den durch (35) ausgedrückten Satz anwenden und erhält aus (26) und (37) die Behauptung.

Satz 9.

$$(38) \qquad K_{2\mu} = 2\, \sigma_{2\mu} h^{2\mu+1} f_{2\mu}[v] + (\nu - 2\mu)\, \tau_\mu h^{2\mu+1} f_{2\mu}[w],$$

wobei $0 \leqq v \leqq (\nu - 2\mu)\, h$ und $0 \leqq w \leqq (\nu - 2\mu)\, h$.

Beweis. Unter Anwendung von (35) schreibt sich in (28)

$$f_{2\mu}(0) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu) = 2 f_{2\mu}[v], \qquad 0 \leqq v \leqq (\nu - 2\mu)\, h$$

und der zweite Term nach (29)

$$\frac{\tau_\mu}{2} h^{2\mu+1} (\nu - 2\mu) \cdot 2 \cdot f_{2\mu}[w], \qquad 0 \leqq w \leqq (\nu - 2\mu)\, h;$$

dadurch geht aber (28) in (38) über.

Aus den obigen Sätzen kann man auf Grund des Cauchyschen Satzes noch folgendes schliessen.

1. Wenn $f(x)$ in $0 \leqq x \leqq l$ 2μmal differenzierbar ist, dann gibt es in diesem Intervall zwei Zahlen s und t derart, dass

$$K_{2\mu} = \frac{h^{2\mu+1}}{(2\mu)!} [2\sigma_{2\mu} f^{(2\mu)}(s) + (\nu - 2\mu)\, \tau_{\mu} f^{(2\mu)}(t)]. \tag{39}$$

Mit Rücksicht auf die Sätze 6 und 7 gilt insbesondere für $\mu = 2\lambda + 1$

$$K_{4\lambda+2} = \frac{2\sigma_{4\lambda+2} + (\nu - 4\lambda - 2)\, \tau_{2\lambda+1}}{(4\lambda+2)!}\, h^{4\lambda+3} f^{(4\lambda+2)}(u), \tag{40}$$

wobei $0 < u < l$.

2. Unter Voraussetzung, dass $f^{(2\mu+2)}(x)$ überall in $0 \leqq x \leqq l$ existiert, erhält man ebenso

$$K_{2\mu+1} = -\frac{\nu - 2\mu - 1}{(2\mu+1)!}\, \sigma_{2\mu+1} h^{(2\mu+3)} f^{(2\mu+2)}(v) \quad \text{mit } 0 < v < l. \tag{41}$$

§ 9. Restglieder.

Zur Behandlung der Restglieder benötige ich einige neue Abkürzungen, die durch folgende Gleichungen erklärt werden.

$$\begin{cases} f_{\lambda}(a|t) = f(x_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \ldots, x_{\alpha+\lambda}, t) = f(ah, ah+h, \ldots, ah+\lambda h, t) \\ f_{\lambda}(a|t,t) = f(x_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \ldots, x_{\alpha+\lambda}, t, t) = \dfrac{d}{dt} f_{\lambda}(a|t) \\ f_{\lambda}[t|u] = f(t, t+h, t+2h, \ldots, t+\lambda h, u) \end{cases} \tag{42}$$

$$\varrho_{2\mu+1} = \int_0^{\mu} \sigma_{2\mu+1}(x)\, dx \tag{43}$$

Es ist auch noch zweckmässig, die vorherige Definitionsgleichung (1) jetzt in eine andere Form umzuschreiben:

$$f(a_0, a_1, \ldots, a_{\lambda}, t) = \tag{44}$$
$$= f(a_0, a_1, \ldots, a_{\lambda}, a_{\lambda+1}) + (t - a_{\lambda+1})\, f(a_0, a_1, \ldots, a_{\lambda}, a_{\lambda+1}, t),$$

worin zur Vermeidung der Verwechslung mit den Zahlen (15) die Argumente mit $a_0, \ldots, a_{\lambda+1}, t$ bezeichnet sind.

Mit Hinzuziehung der Überlegungen am Anfang dieses Kapitels, nach der Gleichung (4) der Einleitung und auf Grund der Definition (22) von R_λ kann man zunächst folgendes feststellen:

$$(45)\qquad R_{2\mu} = \int_0^{\mu h} f_{2\mu}(0\,|\,x)\, Q_{2\mu+1}(0,x)\,dx +$$

$$+ \sum_{\alpha=\mu}^{\nu-\mu-1} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu,x)\,dx +$$

$$+ \int_{l-\mu h}^{l} f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,x)\,dx \quad \text{für } 0 \leqq \mu \leqq \frac{\nu}{2},$$

$$(46)\qquad R_{2\mu+1} = \int_0^{\mu h} f_{2\mu+1}(0\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(0,x)\,dx +$$

$$+ \sum_{\alpha=\mu}^{\nu-\mu-1} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu,x)\,dx +$$

$$+ \int_{l-\mu h}^{l} f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\nu-2\mu-1,x)\,dx$$

$$\text{für } 0 \leqq \mu < \frac{\nu}{2}.$$

Denn die Übergänge zwischen den einzelnen Stufen der zugrunde gelegten Interpolationsanordnungen (jeder solche Übergang kommt dadurch zustande, dass eine neue abteilungsweise-polynomiale Funktion zur Summe aller vorangehenden addiert wird) sind ja sukzessiv mit Hilfe der Gleichung (44) auszuführen, wodurch man allgemein erhält

$$f(x) = s_\lambda(x) + r_\lambda(x)$$

mit

$$r_{2\mu}(x) = \begin{cases} f_{2\mu}(0\,|\,x)\, Q_{2\mu+1}(0,x) & \text{für } x < \mu h \\ p_{2\mu+1}(x) + r_{2\mu+1}(x) & \text{in } \mu h \leqq x < l-\mu h \\ f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,x) & \text{für } x \geqq l-\mu h, \end{cases}$$

$$r_{2\mu+1}(x) = \begin{cases} f_{2\mu+1}(0\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(0, x) & \text{für } x < \mu h \\ f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu, x) & \text{in } \alpha h \leqq x < (\alpha+1)h \\ & \text{mit } \alpha = \mu, \mu+1, \ldots, \nu-\mu-1 \\ f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\nu-2\mu-1, x) & \text{für } x \geqq l-\mu h. \end{cases}$$

Greift man noch auf die Definition von R_λ zurück, so gelangt man zu (45) und (46).

§ 10. Umformungssätze für Restglieder.

Satz 10.

$f(x)$ sei stetig in $0 \leqq x \leqq l$, und es sei $2\mu < \nu$; dann gibt es zwei Zahlen v und w derart, dass

$$(47) \qquad \sum_{\alpha=\mu}^{\nu-\mu-1} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\, Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu, x)\, dx = \\ = (\nu-2\mu)\,\tau_{\mu+1}\, h^{2\mu+3} f_{2\mu+1}[v\,|\,v+w],$$

wobei $0 \leqq v \leqq (\nu-2\mu-1)h$ und $\mu h < w < (\mu+1)h$.

Beweis. Da $Q_\lambda(a, x)$ ersichtlich die Eigenschaft hat:

$$Q_\lambda(a, x) = Q_\lambda(a+\beta,\ x+\beta h),$$

so nimmt die linke Seite von (47) folgende Form an:

$$(48) \qquad \int_{\mu h}^{(\mu+1)h} \left[\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} f_{2\mu+1}(\alpha\,|\,x+\alpha h)\right] \cdot Q_{2\mu+2}(0, x)\, dx.$$

Wegen der Stetigkeit von $f(x)$ in $\mu h \leqq x \leqq (\nu-\mu)h$ ist die Summe

$$\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} f_{2\mu+1}(\alpha\,|\,x+\alpha h)$$

eine stetige Funktion von x mindestens im offenen Integrationsintervall $\mu h < x < (\mu+1)h$; daselbst hat $Q_{2\mu+2}(0, x)$ ein beständiges Vorzeichen. Man kann auf das Integral (48) den ersten Mittelwertsatz der Integralrechnung anwenden und bringt es dadurch in folgende Gestalt:

$$(49) \qquad \left[\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} f_{2\mu+1}(\alpha\,|\,w+\alpha h)\right] \cdot \int_{\mu h}^{(\mu+1)h} Q_{2\mu+2}(0, x)\, dx$$

$$\text{mit } \mu h < w < (\mu+1)h.$$

Der letzte Faktor in (49) — das Integral — lässt sich durch einfache Rechnung auf $\tau_{\mu+1} h^{2\mu+3}$ reduzieren. Der erste Faktor ist eine Summe gewisser Werte der Funktion $f_{2\mu+1}[t \mid t+w]$; diese Funktion ist stetig in $0 \leqq t \leqq (\nu - 2\mu - 1)h$, denn $\frac{w}{h}$ ist ja eine nicht-ganzzahlige Konstante. Nach (35) gilt also

$$\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1} f_{2\mu+1}(\alpha \mid w + \alpha h) = (\nu - 2\mu) f_{2\mu+1}[v \mid v + w],$$

wobei $0 \leqq v \leqq (\nu - 2\mu - 1)h$. Damit ist der Satz bewiesen.

Satz 11.

Wenn $f''(x)$ in $0 \leqq x \leqq \mu h$ überall existiert, dann gibt es ein u derart, dass

$$(50) \qquad \int_0^{\mu h} f_{2\mu}(0 \mid x)\, Q_{2\mu+1}(0, x)\, dx =$$

$$= \sigma_{2\mu+1} h^{2\mu+2} f_{2\mu}(0 \mid \mu h) - \varrho_{2\mu+1} h^{2\mu+3} f_{2\mu}(0 \mid u, u)$$

und dabei $0 < u < \mu h$; wenn resp. $f''(x)$ in $l - \mu h \leqq x \leqq l$ existiert, dann

$$(51) \qquad \int_{l-\mu h}^{l} f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid x)\, Q_{2\mu+1}(\nu - 2\mu, x)\, dx =$$

$$= -\sigma_{2\mu+1} h^{2\mu+2} f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid l - \mu h) - \varrho_{2\mu+1} h^{2\mu+3} f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid s, s)$$

$$\text{mit } l - \mu h < s < l.$$

Beweis. Durch Produktintegration ergibt sich zunächst

$$(52) \qquad \int_0^{\mu h} f_{2\mu}(0 \mid x)\, Q_{2\mu+1}(0, x)\, dx =$$

$$= f_{2\mu}(0 \mid \mu h) \int_0^{\mu h} Q_{2\mu+1}(0, x)\, dx - \int_0^{\mu h} f_{2\mu}(0 \mid x, x) \left[\int_0^{x} Q_{2\mu+1}(0, t)\, dt \right] dx.$$

Hierin ist nach Satz 6

$$\int_0^x Q_{2\mu+1}(0,t)\,dt = h^{2\mu+2}\,\sigma_{2\mu+1}\left(\frac{x}{h}\right) > 0 \quad \text{für } 0 < x \leqq \mu h$$

und gemäss der gemachten Voraussetzung $f_{2\mu}(0\,|\,x,\,x)$ stetig. Deshalb kann man auf das zweite Integral rechts in (52) den bekannten Mittelwertsatz anwenden und bekommt dadurch

$$f_{2\mu}(0\,|\,\mu h)\int_0^{\mu h} Q_{2\mu+1}(0,x)\,dx - \int_0^{\mu h} f_{2\mu}(0\,|\,x,x)\left[\int_0^x Q_{2\mu+1}(0,\,t)\,dt\right]dx =$$

$$= \sigma_{2\mu+1}\,h^{2\mu+2}\,f_{2\mu}(0\,|\,\mu h) - \varrho_{2\mu+1}\,h^{2\mu+3} f_{2\mu}(0\,|\,u,u) \qquad \text{mit } 0 < u < \mu h.$$

So ist die erste Behauptung bewiesen. Um (51) zu verifizieren, vertausche man die Integrationsgrenzen und führe dann die Produktintegration aus:

$$\int_{l-\mu h}^{l} fQ\,dx = -\int_{l}^{l-\mu h} fQ\,dx =$$

$$= -f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,l-\mu h)\int_{l}^{l-\mu h} Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,\,x)\,dx +$$

$$+ \int_{l}^{l-\mu h} f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,x,\,x)\left[\int_{l}^{x} Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,\,t)\,dt\right]dx.$$

Nun ist $\int_l^x Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,\,t)\,dt = h^{2\mu+2}\,\sigma_{2\mu+1}\left(\frac{l-x}{h}\right) > 0$

für $l-\mu h \leqq x < l$, also

$$-f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,l-\mu h)\int_{l}^{l-\mu h} Q_{2\mu+1}(\nu-2\mu,x)\,dx =$$

$$= -\sigma_{2\mu+1}\,h^{2\mu+2}\,f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,l-\mu h),$$

und wegen der Existenz von $f''(x)$ noch

$$\int_l^{l-\mu h} f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid x, x)\left[\int_l^x Q_{2\mu+1}(\nu - 2\mu, t)\,dt\right]dx =$$

$$= f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid s, s)\int_l^{l-\mu h}\left[\int_l^x Q_{2\mu+1}(\nu - 2\mu, t)\,dt\right]dx$$

mit $l - \mu h < s < l$. Da aber hierin

$$\int_l^{l-\mu h}\left[\int_l^x Q_{2\mu+1}(\nu - 2\mu, t)\,dt\right]dx = h^{2\mu+2}\int_l^{l-\mu h}\sigma_{2\mu+1}\left(\frac{l-x}{h}\right)dx =$$

$$= -h^{2\mu+3}\int_0^{\mu}\sigma_{2\mu+1}(t)\,dt = -\varrho_{2\mu+1}\,h^{2\mu+3},$$

so ist (51) bewiesen.

Satz 12.

$f(x)$ sei differenzierbar im ganzen Intervall $0 \leqq x \leqq l$ und zweimal differenzierbar in $\mu h \leqq x \leqq l - \mu h$ (dabei $2\mu < \nu$); es ist dann ein solches z vorhanden, dass

$$(53)\quad f_{2\mu}(0 \mid \mu h) - f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid l - \mu h) = -(\nu - 2\mu)\,h\,f'_{2\mu}[z \mid z + \mu h]$$

$$\text{mit } 0 < z < l - 2\mu h.$$

Beweis. Der Ausdruck

$$\frac{f_{2\mu}(0 \mid \mu h) - f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid l - \mu h)}{-(\nu - 2\mu)\,h}$$

ist eine Steigung erster Ordnung der Funktion $f_{2\mu}[x \mid x + \mu h]$, die letztere aber besitzt eine Ableitung überall in $0 \leqq x \leqq (\nu - 2\mu)\,h$. Man kann also auf diese Steigung den Cauchyschen Satz anwenden und erhält dadurch (53).

Anmerkungen.

1. Die Grösse $f'_{2\mu}[x \mid x + \mu h]$ wurde beim obigen Beweis als die erste Ableitung von $f_{2\mu}[x \mid x + \mu h]$ aufgefasst. Sie kann aber

in (53) ebensogut einen solchen Ausdruck bedeuten, der sich aus $f'(x)$ nach demselben Gesetz gestaltet wie $f_{2\mu}[x\,|\,x+\mu h]$ aus $f(x)$. Dass wirklich beides gleichzeitig zutrifft, ist aus folgendem leicht einzusehen: $f_{2\mu}[x\,|\,x+\mu h]$ ist ein gewisses lineares Aggregat der Werte $f(x), f(x+h), \ldots, f(x+2\mu h), f'(x+\mu h)$ mit bestimmten konstanten Koeffizienten[10], — seine Ableitung nach x ist ja eben dieselbe Linearkombination der Ableitungen $f'(x)$, $f'(x+h)$, $\ldots$, $f'(x+2\mu h)$, $f''(x+\mu h)$.

2. Unter Anwendung der Gleichung (35) nimmt die Differenz

$$f_{2\mu}(0\,|\,\mu h) - f_{2\mu}(\nu - 2\mu\,|\,l - \mu h)$$

noch eine andere Gestalt an, wenn man sie zuvor als Summe

$$\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu-1}{}' \left[f_{2\mu}(\alpha\,|\,\alpha h+\mu h) - f_{2\mu}(\alpha+1\,|\,\alpha h+h+\mu h)\right]$$

darstellt. Es wird nämlich

$$f_{2\mu}(0\,|\,\mu h) - f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,l-\mu h) = \tag{54}$$
$$= (\nu-2\mu)\left\{f_{2\mu}[s\,|\,s+\mu h] - f_{2\mu}[s+h\,|\,s+h+\mu h]\right\}$$
$$\text{mit } 0 < s < (\nu-2\mu-1)h.$$

§ 11. Herleitung der brauchbareren Restgliederausdrücke.

Es handelt sich also im folgenden um die Anwendung der vorangehenden Sätze auf die rechten Seiten der Gleichungen (45) und (46).

Satz 13.

$f(x)$ sei zweimal differenzierbar in $0 \leqq x \leqq l$; dann gibt es fünf Zahlen a, b, c, d, e derart, dass

[10] Es ist nämlich

$$f_{2\mu}[x|x+\mu h] = \frac{(-1)^{\mu} f'(x+\mu h)}{(\mu!)^2\, h^{2\mu}} + \sum_{\alpha=0}^{\mu-1}(-1)^{\alpha}\frac{f(x+2\mu h-\alpha h) - f(x+\alpha h)}{\alpha!\,(2\mu-\alpha)!\,(\mu-\alpha)\,h^{2\mu+1}},$$

wie aus (9), (5) und (15) durch einfache Rechnung hervorgeht.

(55) $R_{2\mu} = -\varrho_{2\mu+1} h^{2\mu+3} [f_{2\mu}(0 \mid a, a) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid b, b)] -$
$- (\nu - 2\mu) h^{2\mu+3} \{\sigma_{2\mu+1} f''_{2\mu}[c \mid c + \mu h] - \tau_{\mu+1} f_{2\mu+1}[d \mid d + e]\}$
mit $0 < a < \mu h, \quad l - \mu h < b < l,$
$0 < c < l - 2\mu h, \quad 0 \leqq d \leqq l - (2\mu+1) h, \quad \mu h < e < (\mu+1) h,$
wobei die drei letzteren Ungleichungen wegfallen, falls $\nu = 2\mu$.

Beweis. Gleichung (45) und Sätze 10, 11, 12.

Satz 14.

$f(x)$ sei stetig in $0 \leqq x \leqq l$; dann ist

(56) $R_0 = R_1 = \nu \tau_1 h^3 f_1[a \mid a + b]$ mit $0 < a < l$ und $0 < b < h$.

Beweis. Folgerung 2 des Satzes 3, Gleichung (46) im Sonderfall $\mu = 0$ und Satz 10. Oder: dieselbe Folgerung 2 und Gleichung (55) für $\mu = 0$.

Satz 15.

$$R_{2\mu+1} = R_{2\mu}, \quad \text{wenn } 2\mu + 1 = \nu.$$

Beweis. Folgerung 1 des Satzes 3.

Wenn man den Ausdruck (46) von $R_{2\mu+1}$ auf ähnliche Weise umformt, wie es mit (45) vermöge des Satzes 11 gemacht wurde, dann kommt man zu einem hinsichtlich seiner Anwendungsfähigkeit nicht ganz befriedigenden Resultat. Indem man nämlich von der in der Mitte des Ausdruckes (46) stehenden Summe den ersten Summand zum Term $\int_0^{\mu h}$ und den letzten Summand zum letzten Term $\int_{l-\mu h}^{l}$ überträgt, erhält man

(57) $$R_{2\mu+1} = \int_0^{(\mu+1)h} f_{2\mu+1}(0 \mid x)\, Q_{2\mu+2}(0, x)\, dx +$$

$$+\sum_{\alpha=\mu+1}^{\nu-\mu-2}\int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\,Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu,x)\,dx+$$

$$+\int_{l-(\mu+1)h}^{l} f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,x)\,Q_{2\mu+2}(\nu-2\mu-1,x)\,dx,$$

worin nun wohl das erste Integral durch Ausführung der Produktintegration und Anwendung des Mittelwertsatzes in

$$\sigma_{2\mu+2}\,h^{2\mu+3}f_{2\mu+1}(0\,|\,\mu h+h)-h^{2\mu+1}f_{2\mu+1}(0\,|\,u,u)\int_0^{\mu+1}\sigma_{2\mu+2}(x)dx$$

(mit $0<u<\mu h+h$), — und das letzte Integral in

$$\sigma_{2\mu+2}\,h^{2\mu+3}f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,l-\mu h-h)+$$

$$+h^{2\mu+4}f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,v,v)\int_0^{\mu+1}\sigma_{2\mu+2}(x)\,dx$$

(wobei $l-\mu h-h<v<l$)

verwandelt wird. Weiter hätte man aber mit der Differenz

$$f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,v,v)-f_{2\mu+1}(0\,|\,u,u)$$

zu tun, wovon man — unter Voraussetzung $(2\mu+4)$-maliger Differenzierbarkeit von $f(x)$ — nach dem Cauchyschen Satze bloss sagen könnte, dass sie gleich $\dfrac{k}{(2\mu+3)!}f^{(2\mu+4)}(w)$ ist, wobei $0<w<l$ und $l-(4\mu+2)h<k<l$. Für $2\mu+2>\dfrac{\nu}{2}$ könnte man mit diesen Mitteln nicht einmal das Vorzeichen des Faktors k bestimmen.

Diese Schwierigkeit wird vermieden, wenn man bei der Umformung von $R_{2\mu+1}$ einen anderen Weg geht. Das geschieht durch den nächsten Satz. Vergleicht man den dabei herauskommenden Ausdruck mit den obigen Ansätzen, so sieht man, dass dort Steigungen von denselben Ordnungen auftreten und bis auf die höchste mit eben denselben Koeffizienten.

Satz 16.

$f(x)$ sei zweimal differenzierbar in $0 \leqq x \leqq l$ und es sei $2\mu+1<\nu$; dann ist

$$(58)\quad R_{2\mu+1} = h^{2\mu+3}\{2\,\sigma_{2\mu+2}\,f_{2\mu+2}[a] + (\nu-2\mu-2)\,\tau_{\mu+1}\,f_{2\mu+1}[b\,|\,b+k]\} -$$

$$- h^{2\mu+5}\{\varrho_{2\mu+3}[f_{2\mu+2}(0\,|\,c,\ c) + f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2\,|\,d,d)] +$$

$$+ (\nu-2\mu-2)\,\sigma_{2\mu+3}\,f_{2\mu+2}[e\,|\,e+\mu h+h]\},$$

wobei von den Grössen a, b, k, c, d, e die Ungleichungen gelten:
$0 \leqq a \leqq l-(2\mu+2)h$, $h \leqq b \leqq l-(2\mu+2)h$, $\mu h < k < (\mu+1)h$,
$0<c<(\mu+1)h$, $l-(\mu+1)h<d<l$, $0<e<l-(2\mu+2)h$
(wenn etwa $\nu=2\mu+2$, dann fallen von diesen Ungleichungen natürlich die zweite, dritte und sechste weg).

Beweis. Man gehe von der Gleichung (57) aus und setze nach (44)

$$f_{2\mu+1}(0\,|\,x) = f_{2\mu+2}(0) + [x-(2\mu+2)h]\,f_{2\mu+2}(0\,|\,x)$$

und

$$f_{2\mu+1}(\nu-2\mu-1\,|\,x) =$$

$$= f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2) + [x-(\nu-2\mu-2)h]\,f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2\,|\,x).$$

Es schreibt sich dann

$$R_{2\mu+1} = \sigma_{2\mu+2}h^{2\mu+3}[f_{2\mu+2}(0) + f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2)] +$$

$$+ \int_0^{(\mu+1)h} f_{2\mu+2}(0\,|\,x)\,Q_{2\mu+3}(0,x)\,dx +$$

$$+ \sum_{\alpha=\mu+1}^{\nu-\mu-2} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f_{2\mu+1}(\alpha-\mu\,|\,x)\,Q_{2\mu+2}(\alpha-\mu,x)\,dx +$$

$$+ \int_{l-(\mu+1)h}^{l} f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2\,|\,x)\,Q_{2\mu+3}(\nu-2\mu-2,x)\,dx.$$

Auf die Summe $f_{2\mu+2}(0) + f_{2\mu+2}(\nu-2\mu-2)$ kann man nun

die Gleichung (35), auf die Summe $\sum_{\alpha=\mu+1}^{\nu-\mu-2} \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h}$ den Satz 10 und auf die Integrale $\int_{0}^{(\mu+1)h}$ und $\int_{l-(\mu+1)h}^{l}$ die Sätze 11, 12 anwenden; dadurch ergibt sich (58).

Folgerungen.

Unter Anwendung des Cauchyschen Satzes auf die Ausdrücke (56), (55) und (58) können die Restglieder in eine noch kürzere und für manche Zwecke bequemere Form gebracht werden. Dabei setzt man voraus, dass $f(x)$ im ganzen Integrationsintervall sovielmal differenzierbar ist, wieviel die Ordnung seiner im Cauchyschen Satz (für den betreffenden Fall) vorkommenden Ableitung beträgt. Es bestehen also [11] — jede unter ihrer Voraussetzung — die folgenden Relationen:

$$R_1 = \frac{\nu}{2}\,\tau_1\,h^3\,f''(a), \tag{59}$$

$$R_{2\mu} = -h^{2\mu+3}\left\{\left[\frac{2\,\varrho_{2\mu+1}}{(2\mu+2)!} + (\nu-2\mu)\frac{\sigma_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!}\right] f^{(2\mu+2)}(b) - (\nu-2\mu)\frac{\tau_{\mu+1}}{(2\mu+2)!}\,f^{(2\mu+2)}(c)\right\}, \tag{60}$$

$$R_{2\mu+1} = h^{2\mu+3}\left[\frac{2\,\sigma_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!}\,f^{(2\mu+2)}(d) + (\nu-2\mu-2)\frac{\tau_{\mu+1}}{(2\mu+2)!}\,f^{(2\mu+2)}(e)\right] - h^{2\mu+5}\left[\frac{2\,\varrho_{2\mu+3}}{(2\mu+4)!} + (\nu-2\mu-2)\frac{\sigma_{2\mu+3}}{(2\mu+3)!}\right] f^{(2\mu+4)}(g), \tag{61}$$

$\mu < \frac{1}{2}(\nu-1)$

wobei a, b, c, d, e, g zwischen 0 und l liegen.

Im Spezialfall $\mu = 2\lambda$ gilt ausser (60) noch:

$$R_{4\lambda} = -\frac{h^{4\lambda+3}}{(4\lambda+2)!}\left\{2\,\varrho_{4\lambda+1} + (\nu-4\lambda)\left[(4\lambda+2)\,\sigma_{4\lambda+1} - \tau_{2\lambda+1}\right]\right\} f^{(4\lambda+2)}(k) \tag{62}$$

mit $0 < k < l$.

[11] Dabei stützt man sich noch auf einen bekannten Satz von G. Darboux. (Den Satz findet man z. B. bei *K. Knopp*, op. cit. [7], pag. 81.)

§ 12. Koeffizientensätze.

Damit die Definitionsgleichungen, an welche die Sätze dieses Paragraphen anknüpfen, einmal alle beisammen seien, wiederhole ich zunächst die Erklärungen der Koeffizienten $\sigma_\varkappa$, $\tau_\varkappa$, $\varrho_{2\mu+1}$:

$$\sigma_\varkappa(x) = \int_0^x \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} (t-\alpha)\cdot dt, \quad \sigma_{2\mu}(\mu) = \sigma_{2\mu}, \quad \sigma_{2\mu+1}(\mu) = \sigma_{2\mu+1},$$

$$\tau_\varkappa = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2 - (\alpha+\tfrac{1}{2})^2]\cdot dx = \int_{\varkappa-1}^{\varkappa} \prod_{\alpha=0}^{2\varkappa-1} (x-\alpha)\cdot dx,$$

$$\varrho_{2\mu+1} = \int_0^\mu \sigma_{2\mu+1}(x)\, dx,$$

und füge noch folgende Gleichungen hinzu, die die Grössen $\sigma_\varkappa^*$ und $\omega_\varkappa^*$ definieren:

$$\sigma_\varkappa^* = \sigma_\varkappa(1) = \int_0^1 \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} (x-\alpha)\cdot dx,$$

$$\omega_\varkappa^* = \int_0^1 x \prod_{\alpha=1}^{\varkappa} (x^2-\alpha^2)\cdot dx.$$

Wie man übrigens leicht sieht, drücken sich $\tau_\varkappa$ und $\omega_\varkappa^*$ auch folgendermassen aus:

$$\tau_\varkappa = \sigma_{2\varkappa}(\varkappa) - \sigma_{2\varkappa}(\varkappa-1), \qquad \omega_\varkappa^* = \sigma_{2\varkappa+1}(\varkappa+1) - \sigma_{2\varkappa+1}(\varkappa).$$

Ausserdem sei noch nebenbei bemerkt, dass für $\sigma_\varkappa^*$ und $\omega_\varkappa^*$ aus ihren Definitionen die rekurrenten Abschätzungen folgen:

$$(\varkappa-1)\cdot|\sigma_\varkappa^*| < |\sigma_{\varkappa+1}^*| < \varkappa\cdot|\sigma_\varkappa^*|,$$
$$(\varkappa^2+2\varkappa)\cdot|\omega_\varkappa^*| < |\omega_{\varkappa+1}^*| < (\varkappa^2+2\varkappa+1)\cdot|\omega_\varkappa^*|.$$

Satz 17.

$$\mu\,\sigma_{2\mu-1} + \varrho_{2\mu-1} = \tau_\mu - \sigma_{2\mu}.$$

Beweis. Indem man an dem mit $\sigma_{2\mu}(x)$ bezeichneten Integral die Produktintegration ausübt, ergibt sich

$$\sigma_{2\mu}(x) = (x - 2\mu + 1)\,\sigma_{2\mu-1}(x) - \int_0^x \sigma_{2\mu-1}(t)\,dt,$$

also speziell für $x = \mu - 1$:

$$\sigma_{2\mu}(\mu - 1) = -\mu\,\sigma_{2\mu-1} - \varrho_{2\mu-1}.$$

Andererseits ist aber, wie oben gesagt,

$$\tau_\mu = \sigma_{2\mu} - \sigma_{2\mu}(\mu - 1).$$

Eliminiert man aus den beiden letzten Gleichungen die Grösse $\sigma_{2\mu}(\mu - 1)$, so bekommt man die behauptete Relation.

Satz 18.

$$\tau_\varkappa = \frac{2}{2\varkappa + 1}\,\omega_\varkappa^*.$$

Beweis. Durch die Umformung

$$\omega_\varkappa^* = \int_0^1 x \prod_{\alpha=1}^{\varkappa} (x^2 - \alpha^2) \cdot dx =$$

$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x + \tfrac{1}{2}) \prod_{\alpha=1}^{\varkappa} (x + \tfrac{1}{2} + \alpha)(x + \tfrac{1}{2} - \alpha) \cdot dx =$$

$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x + \tfrac{1}{2} + \varkappa) \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2 - (\alpha + \tfrac{1}{2})^2] \cdot dx =$$

$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2 - (\alpha + \tfrac{1}{2})^2] \cdot dx + (\tfrac{1}{2} + \varkappa) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \prod_{\alpha=0}^{\varkappa-1} [x^2 - (\alpha + \tfrac{1}{2})^2] \cdot dx$$

zerlegt sich $\omega_\varkappa^*$ in zwei Integrale, von denen das erste einen ungeraden (bezüglich der Mitte des Integrationsintervalls) Integranden hat und daher verschwindet; der übrigbleibende Term ist aber $(\varkappa + \frac{1}{2})\,\tau_\varkappa$.

Satz 19.

$$(63) \qquad (2\mu+1)\,\sigma_{2\mu} + \sigma^*_{2\mu+1} - \omega^*_\mu = 0.$$

Beweis. Stellt man das mit $\sigma_{2\mu}$ bezeichnete Integral als folgende Summe dar:

$$\sum_{\beta=0}^{\mu-1} \int_{\beta}^{\beta+1} \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (x-\alpha)\cdot dx,$$

wobei in sämtlichen Summanden die Länge des Integrationsintervalls eins ist, so kann man durch geeignete Parallelverschiebungen alle diese Intervalle zur Deckung bringen und erhält damit

$$\sigma_{2\mu} = \int_0^1 \left[\sum_{\beta=0}^{\mu-1} \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (x+\beta-\alpha)\right] dx.$$

Hiernach schreibt sich auch

$$(2\mu+1)\,\sigma_{2\mu} + \sigma^*_{2\mu+1} - \omega^*_\mu =$$

$$= \int_0^1 \left[(2\mu+1)\sum_{\beta=0}^{\mu-1} \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (x+\beta-\alpha) + \prod_{\gamma=0}^{2\mu} (x-\gamma) - x \prod_{\delta=1}^{\mu} (x^2-\delta^2)\right] dx,$$

und der Satz behauptet also, dass dies Integral verschwindet. Der Integrand

$$(2\mu+1)\sum_{\beta=0}^{\mu-1} \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (x+\beta-\alpha) + \prod_{\gamma=0}^{2\mu} (x-\gamma) - x \prod_{\delta=1}^{\mu} (x^2-\delta^2) = P(x)$$

ist ein Polynom, zunächst gesagt, höchstens vom Grade $2\mu+1$. Doch sieht man sofort, dass die höchste Potenz mit dem Koeffizienten Null ausfällt, mithin ist der Grad tatsächlich nicht höher als 2μ.

Die Zahlen $0, 1, 2, \ldots, \mu$ sind Nullstellen des Polynoms.

Ferner berechne man noch die Werte dieses Polynoms an den Stellen $-1, -2, \ldots, -\mu$. Ein solcher (allgemein geschrieben: an einer Stelle $-\eta$, wobei $1 \leqq \eta \leqq \mu$) wäre

$$P(-\eta) = (2\mu+1) \sum_{\beta=0}^{\mu-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (\beta - \alpha - \eta) + \prod_{\gamma=0}^{2\mu} (-\eta-\gamma) ,$$

denn

$$x \prod_{\delta=1}^{\mu} (x^2 - \delta^2) = 0 \quad \text{für } x = -1, -2, \ldots, -\mu .$$

Da ferner

$$\sum_{\beta=0}^{\mu-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (\beta-\alpha-\eta) = \sum_{\beta=0}^{\eta-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (\eta+\alpha-\beta) + \sum_{\beta=\eta}^{\mu-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (\eta+\alpha-\beta) =$$

$$= \sum_{\beta=0}^{\eta-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} [\eta+\alpha-(\eta-1-\beta)] = \sum_{\beta=0}^{\eta-1}{}' \prod_{\alpha=0}^{2\mu-1} (\alpha+1+\beta) =$$

$$= \sum_{\beta=0}^{\eta-1}{}' \frac{(2\mu+\beta)!}{\beta!}$$

und $$\prod_{\gamma=0}^{2\mu} (-\eta-\gamma) = -\prod_{\gamma=0}^{2\mu} (\eta+\gamma) = -\frac{(2\mu+\eta)!}{(\eta-1)!},$$

so ergibt sich

$$P(-\eta) = (2\mu+1) \sum_{\alpha=0}^{\eta-1}{}' \frac{(2\mu+\alpha)!}{\alpha!} - \frac{(2\mu+\eta)!}{(\eta-1)!} .$$

Ich behaupte, dass

$$(64) \qquad (2\mu+1) \sum_{\alpha=0}^{\eta-1}{}' \frac{(2\mu+\alpha)!}{\alpha!} = \frac{(2\mu+\eta)!}{(\eta-1)!}$$

für alle η.

Für $\eta = 1$ ist das ohne weiteres klar. Angenommen, diese Gleichung sei richtig für $\eta = \varkappa$, dann wird für $\eta = \varkappa + 1$ ihre linke Seite

$$(2\mu+1) \sum_{\alpha=0}^{\varkappa}{}' \frac{(2\mu+\alpha)!}{\alpha!} = \frac{(2\mu+\varkappa)!}{(\varkappa-1)!} + (2\mu+1) \cdot \frac{(2\mu+\varkappa)!}{\varkappa!} =$$

$$= \frac{(2\mu+\varkappa)!}{\varkappa!} (\varkappa + 2\mu + 1) = \frac{(2\mu+\varkappa+1)!}{\varkappa!} ,$$

d. h. gleich der rechten Seite mit $\eta = \varkappa + 1$. Folglich gilt die Gleichung (64) für alle η.

Wegen (64) erhält man also:

$$P(-\eta) = 0 \text{ für } \eta = 1, 2, \ldots, \mu.$$

Hierdurch ist man aber zu folgendem gelangt: $P(x)$ ist ein Polynom höchstens vom Grade 2μ und hat sicherlich die $2\mu + 1$ Nullstellen $0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm \mu$. Daher ist $P(x) \equiv 0$, sein Integral Null und der Satz bewiesen.

Satz 20.

$$2\mu\, \sigma_{2\mu-1} + \sigma^*_{2\mu} - \tau_\mu = 0. \tag{65}$$

Beweis. Man verfährt ebenso wie beim Beweise des vorhergehenden Satzes, bringt die linke Seite von (65) auf die Gestalt

$$\int_0^1 \left[2\mu \sum_{\alpha=0}^{\mu-2} \prod_{\beta=0}^{2\mu-2} (x + \alpha - \beta) + \prod_{\gamma=0}^{2\mu-1} (x - \gamma) - x\,(x-\mu) \prod_{\delta=1}^{\mu-1} (x^2 - \delta^2) \right] dx$$

und hat dort als Integranden ein Polynom höchstens vom Grade $2\mu - 1$ (weil der Koeffizient von $x^{2\mu}$ verschwindet); zu seinen leicht ersichtlichen Nullstellen $0, 1, \ldots, \mu$ treten wegen Bestehens der Relation

$$2\mu \sum_{\alpha=0}^{\eta-1} \frac{(2\mu - 1 + \alpha)!}{\alpha!} = \frac{(2\mu - 1 + \eta)!}{(\eta - 1)!}$$

noch $-1, -2, \ldots, -(\mu - 1)$ hinzu, so dass die Gesamtanzahl der gefundenen Nullstellen damit 2μ wird. Ein Polynom vom Grade höchstens $2\mu - 1$ mit mindestens 2μ Nullstellen verschwindet identisch.

Satz 21.

$$\varrho_{2\mu-1} = \frac{1}{2}\, \sigma^*_{2\mu} + \frac{1}{2\mu+1}\, \sigma^*_{2\mu+1}.$$

Beweis. Nach Satz 17 ist

$$\varrho_{2\mu-1} = \tau_\mu - \mu\, \sigma_{2\mu-1} - \sigma_{2\mu}; \tag{66}$$

aus (65) erhält man

$$-\mu\, \sigma_{2\mu-1} = \tfrac{1}{2}\, \sigma^*_{2\mu} - \tfrac{1}{2}\, \tau_\mu$$

und aus (63)

$$-\sigma_{2\mu} = \frac{1}{2\mu+1}\,\sigma^*_{2\mu+1} - \frac{\omega^*_\mu}{2\mu+1},$$

worin nach Satz 18 noch

$$-\frac{\omega^*_\mu}{2\mu+1} = -\tfrac{1}{2}\,\tau_\mu.$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in die Gleichung (66) ergibt sich die Behauptung.

§ 13. Tabellen der Koeffizienten.

Die Zusammenhänge, die in den Sätzen 17 bis 21 ausgedrückt sind, sind schon an sich einigermassen interessant und zum Teil erst für das nächste Kapitel wichtig. Zunächst aber kann mittels dieser Relationen die Berechnung der Koeffizienten erheblich erleichtert werden. Man braucht nämlich nur die Hilfsgrössen $\omega^*_\varkappa$ und $\sigma^*_\varkappa$ als Integrale auszurechnen und nach $\varkappa$ zu tabulieren; $\tau_\varkappa$, $\sigma_\varkappa$ und $\varrho_{2\mu+1}$ lassen sich dann schon aus diesen Tabellen mit geringer Mühe auswerten [12].

Die Tabellen von $\omega^*_\varkappa$ und $\sigma^*_\varkappa$ fangen folgendermassen an:

(67)

$\varkappa$	0	1	2	3	4	5	6	...
$\omega^*_\varkappa$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{11}{12}$	$-7\frac{23}{24}$	$124\frac{17}{20}$	$-3\,082\frac{17}{24}$	$110\,032\frac{277}{840}$	,

(68)

$\varkappa$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma^*_\varkappa$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{19}{30}$	$2\frac{1}{4}$	$-10\frac{23}{84}$	$57\frac{7}{24}$	$-377\frac{23}{90}$	$2\,864\frac{1}{20}$

$\varkappa$	10	11	12	13	...
$\sigma^*_\varkappa$	$-24\,624\frac{65}{132}$	$236\,469\frac{3}{8}$	$-2\,508\,384\frac{2453}{5460}$	$29\,126\,879\frac{733}{840}$	.

[12] Die direkte Berechnung der Grössen $\sigma_{2\mu}$ und $\sigma_{2\mu+1}$ ist bedeutend mühsamer und länger als die von $\sigma^*_{2\mu}$ und $\sigma^*_{2\mu+1}$: hat man das Polynom $\sigma_{2\mu}(x)$ durch Ausführung der Multiplikationen und Integration aus $\prod_{\alpha=0}^{2\mu-1}(x-\alpha)$ gewonnen, so ist ja $\sigma^*_{2\mu}$ einfach die Koeffizientensumme dieses Polynoms; $\sigma_{2\mu}$ dagegen ist die Summe derselben Koeffizienten mit „Gewichten" $\mu^{2\mu+1}$, $\mu^{2\mu}$, ..., μ^2. Ebenso ist es mit $\sigma^*_{2\mu+1}$ und $\sigma_{2\mu+1}$. Für $\varrho_{2\mu+1}$ hätte man abermals zu integrieren und die Integrationsgrenzen 0 und μ einzusetzen — auch diese Mühe fällt nun weg.

Statt direkter Berechnung der Zahlen $\sigma^*_\varkappa$ durch Integration kann man

Aus (67) erhält man also nach Satz 18:

69)

$\varkappa$	0	1	2	3	4	5	6	...
$\tau_\varkappa$	1	$-\frac{1}{6}$	$\frac{11}{30}$	$-2\frac{23}{84}$	$27\frac{67}{90}$	$-560\frac{65}{132}$	$16\,928\frac{277}{5460}$	...

aus (67), (68) und (69) nach den Sätzen 19 und 20:

(70)

$\varkappa$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma_\varkappa$	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{4}{15}$	$1\frac{1}{3}$	$-9\frac{9}{28}$	$50\frac{5}{8}$	$-304\frac{16}{45}$	$2\,406\frac{2}{5}$

10	11	12	...
$-21\,777\frac{61}{132}$	$210\,442\frac{17}{24}$	$-2\,232\,065\frac{89}{455}$	...

und aus (68) vermöge des Satzes 21:

(71)

$2\mu+1$	1	3	5	7	9	11	...
$\varrho_{2\mu+1}$	0	$\frac{2}{15}$	$3\frac{1}{21}$	$129\frac{3}{5}$	$9\,184\frac{32}{33}$	$986\,336\frac{272}{273}$	...

übrigens von gewissen Relationen ausgehen, die zwischen ihnen und den verallgemeinerten Bernoullischen Zahlen bestehen; z. B. findet man bei *Nörlund*, 147 eine Gleichung

$$B_{n+1}^{(n)} = -n \int_0^1 t(t-1)\dots(t-n)\,dt \quad (\text{also } \sigma_\varkappa^* = -\frac{1}{\varkappa-1} B_\varkappa^{(\varkappa-1)})$$

und pag. 461 die Zahlen $B_\varkappa^{(\varkappa-1)}$ tabuliert (Tafel 8). Ausserdem lässt sich zeigen (z. B. *Whittaker*, 144), dass die Grössen $\frac{(-1)^{\varkappa-1}}{\varkappa!}\,\sigma_\varkappa^*$ als Koeffizienten in der Potenzreihenentwicklung der Funktion $\{\log(1-x)\}^{-1}$ auftreten und dass $\sigma_\varkappa^*$ in Form einer $\varkappa$-reihigen Determinante darstellbar ist:

$$\sigma_\varkappa^* = \varkappa! \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{\varkappa-2} & \dots & \frac{1}{2} \\ \varkappa+1 & \varkappa & \varkappa-1 & \varkappa & & \end{vmatrix}.$$

Aber auf diese Einzelheiten braucht hier nicht näher eingegangen zu werden.

Zweites Kapitel.

Die Laplacesche Quadraturreihe.

§ 14. Erzeugende Funktionenfolge.

Die in § 5 definierte Funktionenfolge führte zu einer Interpolationenkette, deren jedes Gelenk sich aus „Polynomstücken" ein und desselben Grades zusammensetzte; jedoch die entsprechende Quadraturreihe bestand aus Gliedern, deren jedes, das mit einem geraden Index $2\mu > 0$ versehen war, die Steigungen von zweierlei Ordnungen enthielt (§ 6). Im folgenden wird es sich um eine andere Kette von Interpolationsanordnungen handeln, bei welcher die Verhältnisse umgekehrt liegen: jede Interpolationsstufe setzt sich aus Polynomen von zweierlei Graden zusammen, in jedem Gliede der entsprechenden Quadraturreihe kommen aber Steigungen nur einer Ordnung vor.

Alle Bezeichnungen des vorigen Kapitels mögen ihre Bedeutung beibehalten; also $f(x)$ sei wieder eine beliebige in $0 \leqq x \leqq l$ eindeutige Funktion, h sei ein νtel der Intervalllänge, $x_\alpha = \alpha h$ $(\alpha = 0, 1, 2, \ldots, \nu)$ u. s. f.

Die Funktionenfolge, von der nun ausgegangen wird, lautet:

$$(72) \qquad q_0(x) = f(\alpha h) + f_1(\alpha)\, Q_1(\alpha, x) \quad \text{in} \quad \alpha h \leqq x < (\alpha+1)h \quad \text{für } \alpha = 0, 1, \ldots, \nu-1,$$

$$(73) \qquad q_{2\mu-1}(x) = \begin{cases} f_{2\mu-1}(0)\; Q_{2\mu-1}(0, x) & \text{in } 0 \leqq x < (\mu-1)h \\ 0 & \text{in } (\mu-1)h \leqq x < (\mu-\tfrac{1}{2})h \\ f_{2\mu}(\alpha-\mu)\; Q_{2\mu}(\alpha-\mu, x) & \text{in } (\alpha-\tfrac{1}{2})h \leqq x < \alpha h \\ f_{2\mu}(\alpha-\mu)\; Q_{2\mu}(\alpha+1-\mu, x) & \text{in } \alpha h \leqq x < (\alpha+\tfrac{1}{2})h \\ & \text{für } \alpha = \mu, \mu+1, \ldots, \nu-\mu \\ 0 & \text{in } (\nu-\mu+\tfrac{1}{2})h \leqq x < (\nu-\mu+1)h \\ f_{2\mu-1}(\nu-2\mu+1)\; Q_{2\mu-1}(\nu-2\mu+2, x) & \text{in } (\nu-\mu+1)h \leqq x \leqq l, \end{cases} \qquad \left(0 < \mu < \tfrac{1}{2}\nu + 1\right)$$

$$(74) \qquad q_{2\mu}(x) = \begin{cases} f_{2\mu}(0)\, Q_{2\mu}(0, x) & \text{in } 0 \leqq x < (\mu-\tfrac{1}{2})h \\ 0 & \text{in } (\mu-\tfrac{1}{2})h \leqq x < \mu h \\ f_{2\mu+1}(\alpha-\mu)\, Q_{2\mu+1}(\alpha-\mu, x) & \text{in } \alpha h \leqq x < (\alpha+\tfrac{1}{2})h \\ f_{2\mu+1}(\alpha-\mu)\, Q_{2\mu+1}(\alpha+1-\mu, x) & \text{in } (\alpha+\tfrac{1}{2})h \leqq x < \alpha+1)h \\ & \text{für } \alpha = \mu, \mu+1, \ldots, \nu-\mu-1 \\ 0 & \text{in } (\nu-\mu)h \leqq x < (\nu-\mu+\tfrac{1}{2})h \\ f_{2\mu}(\nu-2\mu)\, Q_{2\mu}(\nu-2\mu+1, x) & \text{in } (\nu-\mu+\tfrac{1}{2})h \leqq x \leqq l, \end{cases} \qquad \left(0 < \mu < \tfrac{\nu+1}{2}\right)$$

wobei in (73) die mittleren zwei Zeilen wegfallen, wenn $\nu = 2\mu - 1$, resp. in (74) zwei mittlere Zeilen, falls $\nu = 2\mu$.

Die Summe $\sum_{\alpha=0}^{\varkappa} q_\alpha(x)$ ist offenbar, wie man auf Grund des Satzes 1 folgern kann, in $0 \leqq x < \frac{\varkappa}{2} h$ resp. $l - \frac{\varkappa}{2} h \leqq x \leqq l$ ein Interpolationspolynom mit den Koinzidenzstellen $0, h, \ldots, \varkappa h$ resp. $l - \varkappa h, l - \varkappa h + h, \ldots, l$ und hat dort allgemein den Grad $\varkappa$; dagegen besteht sie in $\frac{\varkappa}{2} h \leqq x < l - \frac{\varkappa}{2} h$ aus „Stücken" der Interpolationspolynome $(\varkappa+1)$-ten Grades, und zwar ist sie im Teilintervall $(\frac{\varkappa}{2} + \alpha) h \leqq x < (\frac{\varkappa}{2} + \alpha + 1) h$ (für $\alpha = 0, 1, \ldots, \nu - \varkappa - 1$) identisch mit demjenigen Polynom, welches die Koinzidenzstellen $\alpha h, (\alpha+1) h, \ldots, (\alpha + \varkappa + 1) h$ hat.

Mit der Bezeichnung

$$L_\alpha = \int_0^l q_\alpha(x)\, dx$$

schreibt sich

$$\int_0^l f(x)\, dx = \sum_{\alpha=0}^{\varkappa} L_\alpha + \Re_\varkappa, \tag{75}$$

als ein Reihenabschnitt + Restglied, wobei $\varkappa$ irgendeine nichtnegative ganze Zahl $\leqq \nu$ bedeutet. In den nächsten Paragraphen sollen nun die Glieder L_α $(\alpha = 0, 1, \ldots, \varkappa)$ und die Restglieder $\Re_\varkappa$ für alle möglichen Abschnitte (d. h. für $\varkappa = 0, 1, \ldots, \nu$) studiert werden.

§ 15. Umformung der Glieder L_α.

Das erste Glied

$$L_0 = \int_0^l q_0(x)\, dx = \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} \left\{ h f(\alpha h) + \frac{h^2}{2} f_1(\alpha) \right\} = h \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} \frac{f(\alpha h) + f(\alpha h + h)}{2}$$

stimmt mit K_0 des vorigen Kapitels überein,

$$L_0 = h \left\{ \frac{f(0) + f(l)}{2} + \sum_{\alpha=1}^{\nu-1} f(\alpha h) \right\}, \tag{76}$$

und sein Bildungsgesetz ist identisch mit der bekannten Trapezregel.

Satz 22.

$$L_{2\mu-1} = -\frac{\sigma^{*}_{2\mu}}{2\mu} h^{2\mu} [f_{2\mu-1}(0) - f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)].$$

Beweis. Zunächst findet man in

$$L_{2\mu-1} = \int_{0}^{(\mu-1)h} f_{2\mu-1}(0)\, Q_{2\mu-1}(0, x)\, dx + \tag{77}$$

$$+ \sum_{\beta=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\beta) \left[\int_{(\beta+\mu-\frac{1}{2})h}^{(\beta+\mu)h} Q_{2\mu}(\beta, x)\, dx + \int_{(\beta+\mu)h}^{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h} Q_{2\mu}(\beta+1, x)\, dx \right] +$$

$$+ \int_{l-(\mu-1)h}^{l} f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)\, Q_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 2, x)\, dx$$

für den ersten Term rechts

$$\sigma_{2\mu-1} h^{2\mu} f_{2\mu-1}(0)$$

und für den letzten

$$-\sigma_{2\mu-1} h^{2\mu} f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1).$$

Jeder Summand der in der Mitte stehenden Summe enthält einen aus zwei Integralen bestehenden Faktor

$$\int_{(\beta+\mu-\frac{1}{2})h}^{(\beta+\mu)h} Q_{2\mu}(\beta, x)\, dx + \int_{(\beta+\mu)h}^{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h} Q_{2\mu}(\beta+1, x)\, dx,$$

der sich auf Grund der für beliebige γ und δ geltenden Relation

$$Q_{\lambda}(\gamma, x) = Q_{\lambda}(\gamma - \delta, x - \delta h)$$

zu einem einzigen Integral $\int_{(\mu-1)h}^{\mu h} Q_{2\mu}(0, x)\, dx$ zusammenfassen lässt; dies Integral ist unabhängig von β. Die Summanden enthalten daher einen gemeinsamen Faktor, dessen Wert $\tau_{\mu} h^{2\mu+1}$ ist, und die erwähnte Summe wird

$$\tau_{\mu} h^{2\mu+1} \sum_{\beta=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\beta).$$

Setzt man hierin noch

$$f_{2\mu}(\beta) = \frac{f_{2\mu-1}(\beta) - f_{2\mu-1}(\beta+1)}{-2\mu h},$$

so nimmt (77) folgende Gestalt an:

$$L_{2\mu-1} = \sigma_{2\mu-1} h^{2\mu} [f_{2\mu-1}(0) - f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)] -$$

$$- \frac{\tau_\mu}{2\mu} h^{2\mu} [f_{2\mu-1}(0) - f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)] =$$

$$= (\sigma_{2\mu-1} - \frac{\tau_\mu}{2\mu}) h^{2\mu} [f_{2\mu-1}(0) - f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1)].$$

Nach Satz 20 gilt aber

$$\sigma_{2\mu-1} - \frac{\tau_\mu}{2\mu} = - \frac{\sigma^*_{2\mu}}{2\mu},$$

womit die Behauptung bewiesen ist.

Folgerungen.

1. Wenn ν eine ungerade Zahl ist, $\nu = 2\mu - 1$, so ist $L_\nu = 0$.

2. Wenn $f(x)$ ein Polynom höchstens vom Grade $2\mu - 1$ ist, dann gilt auch für $2\mu - 1 < \nu$: $L_{2\mu-1} = 0$.

Satz 23.

$$L_{2\mu} = - \frac{\sigma^*_{2\mu+1}}{2\mu+1} h^{2\mu+1} [f_{2\mu}(0) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu)].$$

Beweis. Nach den Definitionen von $L_{2\mu}$ und $q_{2\mu}$ ist

$$(78) \qquad L_{2\mu} = \int_0^{(\mu-\frac{1}{2})h} f_{2\mu}(0)\, Q_{2\mu}(0, x)\, dx +$$

$$+ \sum_{\beta=0}^{\nu-2\mu-1} f_{2\mu+1}(\beta) \left\{ \int_{(\beta+\mu)h}^{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h} Q_{2\mu+1}(\beta, x)\, dx + \int_{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h}^{(\beta+\mu+1)h} Q_{2\mu+1}(\beta+1, x)\, dx \right\} +$$

$$+ \int_{l-(\mu-\frac{1}{2})h}^{l} f_{2\mu}(\nu - 2\mu)\, Q_{2\mu}(\nu - 2\mu + 1, x)\, dx.$$

Die äussersten Terme in diesem Ausdruck von $L_{2\mu}$ reduzieren sich auf

$$\left(\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}\right) h^{2\mu+1} f_{2\mu}(0) \quad \text{und} \quad \left(\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}\right) h^{2\mu+1} f_{2\mu}(\nu - 2\mu).$$

Ferner gilt

$$\int_{(\beta+\mu)h}^{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h} Q_{2\mu+1}(\beta, x)\, dx + \int_{(\beta+\mu+\frac{1}{2})h}^{(\beta+\mu+1)h} Q_{2\mu+1}(\beta+1, x)\, dx =$$

$$= \int_{(\mu-\frac{1}{2})h}^{(\mu+\frac{1}{2})h} \prod_{\alpha=0}^{2\mu} (x - \alpha h) \cdot dx = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} x \prod_{\alpha=1}^{\mu} (x^2 - \alpha^2 h^2) \cdot dx = 0,$$

also verschwindet die Summe in der Mitte der rechten Seite von (78), und es ist daher

$$L_{2\mu} = \left(\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}\right) h^{2\mu+1} [f_{2\mu}(0) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu)].$$

Beachtet man noch, dass nach Satz 18

$$\frac{\tau_\mu}{2} = \frac{\omega_\mu^*}{2\mu+1},$$

und mithin nach Satz 19

$$\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2} = -\frac{\sigma_{2\mu+1}^*}{2\mu+1},$$

so ist die Behauptung bewiesen.

§ 16. Restglieder.

Durch den Vergleich der Glieder L_α mit K_α wird man zu der Identität geführt: $\mathfrak{R}_{2\mu} = R_{2\mu}$, und unter Rücksicht auf die Folgerung 1 des Satzes 22 ferner zu: $\mathfrak{R}_{2\mu+1} = R_{2\mu}$, wenn $\nu = 2\mu + 1$, so dass nur noch die Restglieder $\mathfrak{R}_{\nu-\mu-1}$ im Falle $\mu < \frac{\nu+1}{2}$ zu untersuchen bleiben.

Ähnlich wie in § 9 ergibt sich zunächst

$$\mathfrak{R}_{2\mu-1} = \int_0^{(\mu-\frac{1}{2})h} f_{2\mu-1}(0 \mid x)\, Q_{2\mu}(0, x)\, dx +$$

$$+ \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu} \int_{(\alpha+\mu-\frac{1}{2})h}^{(\alpha+\mu+\frac{1}{2})h} f_{2\mu}(\alpha \mid x)\, Q_{2\mu+1}(\alpha, x)\, dx +$$

$$+ \int_{l-(\mu-\frac{1}{2})h}^{l} f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1 \mid x)\, Q_{2\mu}(\nu - 2\mu + 1, x)\, dx.$$

Produktintegration und Anwendung des Mittelwertsatzes, — $f(x)$ wird dabei zweimal-differenzierbar vorausgesetzt, — verwandeln den ersten Term dieses Ausdruckes in

$$(79)\quad \left(\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}\right) h^{2\mu+1} f_{2\mu-1}\left(0 \mid \mu h - \frac{h}{2}\right) - f_{2\mu-1}(0 \mid u, u)\, h^{2\mu+2} \int_0^{\mu-\frac{1}{2}} \sigma_{2\mu}(x)\, dx$$

$$\left(\text{wobei } 0 < u < \mu h - \frac{h}{2}\right)$$

und den letzten Term in

$$(80)\quad \left(\sigma_{2\mu} - \frac{\tau_\mu}{2}\right) h^{2\mu+1} f_{2\mu-1}\left(\nu - 2\mu + 1 \mid l - \mu h + \frac{h}{2}\right) +$$

$$+ f_{2\mu-1}(\nu - 2\mu + 1 \mid v, v)\, h^{2\mu+2} \int_0^{\mu-\frac{1}{2}} \sigma_{2\mu}(x)\, dx$$

$$\left(\text{mit } l - \mu h + \frac{h}{2} < v < l\right),$$

die mittlere Summe formt sich aber folgendermassen um:

$$(81)\quad \int_{(\mu-\frac{1}{2})h}^{(\mu+\frac{1}{2})h} \left[\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\alpha \mid \alpha h + x)\right] Q_{2\mu+1}(0, x)\, dx =$$

$$= \left\{ \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\alpha \mid \alpha h + \mu h + \frac{h}{2}) \right\} \int_{\mu h - \frac{h}{2}}^{\mu h + \frac{h}{2}} Q_{2\mu+1}(0, x)\, dx -$$

$$- \int_{\mu h - \frac{h}{2}}^{\mu h + \frac{h}{2}} \left[\sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\alpha \mid \alpha h + x, \alpha h + x) \int_{\mu h - \frac{h}{2}}^{x} Q_{2\mu+1}(0,\ t)\, dt \right] dx =$$

$$= - \sum_{\alpha=0}^{\nu-2\mu} f_{2\mu}(\alpha \mid \alpha h + w, \alpha h + w) \int_{\mu h - \frac{h}{2}}^{\mu h + \frac{h}{2}} \left[\int_{\mu h - \frac{h}{2}}^{x} Q_{2\mu+1}(0, t)\, dt \right] dx =$$

$$= - (\nu - 2\mu + 1)\, h^{2\mu+3} f_{2\mu}[z \mid z + w, z + w] \int_{\mu - \frac{1}{2}}^{\mu + \frac{1}{2}} [\sigma_{2\mu+1}(x) - \sigma_{2\mu+1}(\mu - \tfrac{1}{2})]\, dx$$

$$\left(\text{dabei } \mu h - \frac{h}{2} < w < \mu h + \frac{h}{2} \text{ und } 0 \leqq z \leqq l - 2\mu h \right).$$

Aus all diesem ersieht man, dass hierdurch ganz entsprechende Terme herauskommen (teils mit gleichen, teils mit komplizierteren und unbequemeren Koeffizienten — allerdings aber mit Steigungen derselben Ordnungen), wie diejenigen, die man erhält, wenn schon anfangs

$$\mathfrak{R}_{2\mu-1} = L_{2\mu} + R_{2\mu} \tag{82}$$

geschrieben wird. Nach den Sätzen 23 und 13 wird nunmehr

$$\mathfrak{R}_{2\mu-1} = - \frac{2\, \sigma^*_{2\mu+1}}{2\mu+1} h^{2\mu+1} f_{2\mu}[a] -$$

$$- \varrho_{2\mu+1} h^{2\mu+3} [f_{2\mu}(0 \mid b, b) + f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid c, c)] -$$

$$- (\nu - 2\mu) h^{2\mu+3} \{\sigma_{2\mu+1} f'_{2\mu}[d \mid d + \mu h] - \tau_{\mu+1} f_{2\mu+1}[e \mid e + g]\}$$

mit

$$0 \leqq a \leqq (\nu - 2\mu) h, \quad 0 < b < \mu h, \quad l - \mu h < c < l,$$

$$0 < d < l - 2\mu h, \quad 0 \leqq e \leqq l - (2\mu + 1) h, \quad \mu h < g < \mu h + h,$$

wovon die drei letzteren Ungleichungen wegfallen, wenn $\nu = 2\mu$.

Unter der Voraussetzung, dass $f(x)$ in $0 \leqq x \leqq l$ $(2\mu+2)$-mal differenzierbar ist, ergibt sich aus dem obigen durch den Cauchyschen Satz

$$\mathfrak{R}_{2\mu-1} = -h^{2\mu+1} \cdot \frac{2\,\sigma^{*}_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!} f^{(2\mu)}(u) - \tag{83}$$

$$-h^{2\mu+3}\left\{\left[\frac{2\,\varrho_{2\mu+1}}{(2\mu+2)!} + (\nu-2\mu)\frac{\sigma_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!}\right] f^{(2\mu+2)}(v) - \right.$$

$$\left. -(\nu-2\mu)\frac{\tau_{\mu+1}}{(2\mu+2)!} f^{(2\mu+2)}(w)\right\},$$

wobei u, v und w zwischen 0 und l liegen.

§ 17. Die Quadraturreihe mit den von Laplace herrührenden Ausdrücken der Glieder L_α.

Die Steigungen mit äquidistanten Argumenten können bekanntlich durch einfachere und für Anwendungen bequemere Grössen ausgedrückt werden, die man Differenzen der Funktion $f(x)$ nennt und für ein konstantes h (= die zugrunde liegende Argumentendifferenz) sukzessiv durch die Gleichungen

$$\Delta^1 f(x) = f(x+h) - f(x),$$

$$\Delta^{\lambda+1} f(x) = \Delta^\lambda f(x+h) - \Delta^\lambda f(x) \quad (\lambda = 1, 2, \ldots)$$

definiert. Durch vollständige Induktion lässt sich leicht beweisen, dass

$$\Delta^\lambda f(x) = \sum_{\alpha=0}^{\lambda} (-1)^{\lambda-\alpha} \binom{\lambda}{\alpha} f(x+\alpha h),$$

also besteht zwischen der Steigung und der Differenz ein und derselben Ordnung die (auch direkt aus ihren Definitionen hervorgehende) Relation

$$f_\lambda\,[x] = \frac{1}{\lambda!\,h^\lambda}\,\Delta^\lambda f(x).$$

Bezeichnet man kurz mit Δ^λ_α die Differenz $\Delta^\lambda f(x)$ für $x = \alpha h$, so schreibt sich nun (75) nach § 15 folgendermassen um:

$$(84)\qquad \int_0^l f(x)\,dx = h\left\{\left[\frac{f(0)+f(l)}{2} + \sum_{\alpha=1}^{\nu-1} f(\alpha h)\right] - \right.$$

$$\left. - \sum_{\alpha=1}^{\varkappa} \frac{\sigma^*_{\varkappa+1}}{(\varkappa+1)!}\left[\Delta_0^\alpha + (-1)^\alpha \Delta_{\nu-\alpha}^\alpha\right]\right\} + \mathfrak{R}_\varkappa,$$

wobei vom Restglied $\mathfrak{R}_\varkappa$ das in § 16 gesagte gilt.

Die Tabelle der in (84) enthaltenen Koeffizienten $\frac{\sigma^*_\lambda}{\lambda!}$ lautet nach (68):

(85)

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{\sigma^*_\lambda}{\lambda!}$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$-\frac{19}{720}$	$\frac{3}{160}$	$-\frac{863}{60\,480}$	$\frac{275}{24\,192}$	$-\frac{33\,953}{3\,628\,800}$	$\frac{8\,183}{1\,036\,800}$	$-\frac{3\,250\,433}{479\,001\,600}$

11	12	13	...
$\frac{4\,671}{788\,480}$	$-\frac{13\,695\,779\,093}{2\,615\,348\,736\,000}$	$\frac{2\,224\,234\,463}{475\,517\,952\,000}$	

§ 18. Historische Bemerkungen.

Die Quadraturreihe (84) ist zum erstenmal[13] von Laplace[14] aufgestellt worden; sie tritt bei ihm aber als eine unendliche Reihe (also ohne Restglied) auf und entbehrt übrigens der Herleitung. Später hat Clausen[15] das Bildungsgesetz der Koeffizienten der

[13] *Runge-Willers*, 97. Whittaker nennt die Reihe (84) allerdings Gregory-Newtonsche Quadraturformel (*Whittaker*, 144) — jedoch man weiss mit Sicherheit, dass sie den beiden Erfindern des Interpolationskalküls und der Anfänge der mechanischen Quadratur unbekannt war. Wem die Ehre der Entdeckung des Interpolationskalküls zugeschrieben werden soll — dem berühmten Isaac Newton oder seinem etwas älteren Zeitgenossen James Gregory —, darüber findet man näheres bei *Whittaker*, 12, Fussnote † und in der dort erwähnten Literatur. In welcher Form die Methoden der mechanischen Quadratur in Arbeiten und Briefen Gregorys vorkommen, davon berichtet z. B. auch *M. Cantor*, Vorl. über Geschichte der Mathematik, III. Bd. 2. Aufl. Leipzig 1901: pag. 687 u. 688.

[14] *Laplace*, 207.

[15] *Clausen*, 288. Der von ihm gefundene Ausdruck

$$(\pm)\int_0^1 \frac{x\,(x-1)\,(x-2)\,\ldots\,(x-\lambda)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot\lambda}\,dx$$

hat einen $(\lambda+1)$-mal kleineren Nenner als richtig wäre. Dass das bloss ein Setzfehler ist, davon überzeugt man sich leicht auch durch Vergleich seiner berechneten Koeffizienten mit diesem Ausdruck.

Reihenglieder erkannt und zwölf von diesen berechnet. Die Herleitung der Reihe findet sich jetzt in vielen Lehrbüchern[16]: man geht von der Euler-Maclaurinschen Summenformel aus und führt dort Differenzen anstatt der Ableitungen ein. Charlier hat bei seiner Behandlung dieser Reihe die Hoffnung ausgesprochen, dass auf demselben Wege auch das allgemeine Restglied der Reihe sich in anwendbarer Form finden lasse[17]. Für fast alle von ihm untersuchten Quadraturformeln sind von Nielsen[18] — allerdings mit Hilfe einer anderen Methode — Restglieder (in ziemlich unbrauchbarer Form[19]) angegeben worden; man hat geglaubt, dass Nielsen auch einen Ausdruck des Restgliedes der Laplaceschen Reihe gefunden habe[20], — ein aufmerksamerer Vergleich der Abhandlung Nielsens mit dem Lehrbuch Charliers zeigt aber, dass dies tatsächlich nicht der Fall ist. Nielsens Methode besteht darin, dass er die betreffende Quadraturformel aus einem Interpolationsverfahren entstehen lässt, wobei das Restglied sich aus dem entsprechenden Fehlerglied der Interpolationsformel herleitet. Obwohl diese Methode auch bei der Laplaceschen Reihe zum Ziel geführt hätte, hat Nielsen diese Reihe nicht behandelt.

Im Enzyklopädieartikel von Runge und Willers wird die Laplacesche Quadraturreihe noch zu jenen Integrationsformeln gezählt, die durch gewisse Relationen der Differenzenrechnung abgeleitet werden, im Gegensatz zu denen, die einfach aus Interpolation herrühren[21].

Drittes Kapitel.

Über die Anwendung der Quadraturformeln.

§ 19. Allgemeines.

Die Aufgabe der mechanischen Quadratur — im Falle der äquidistanten Koinzidenzstellen, von denen die beiden äussersten mit den Integrationsgrenzen zusammenfallen — lässt sich fol-

[16] Z. B. bei *Charlier*, 53 oder *Whittaker*, 143.

[17] *Charlier*, 47.

[18] *Nielsen*, passim.

[19] Man vergl. dazu den Zusatz von Charlier am Ende der eben zitierten Abhandlung Nielsens, pag. 11 u. 12.

[20] *Whittaker*, 144.

[21] *Runge-Willers*, 96, 55 und 100.

gendermassen formulieren. Eine Funktion $f(x)$ ist tabuliert für die im Intervall $\langle 0, l\rangle$ liegenden x-Werte $0, h, 2h, \ldots, \nu h$, wobei $h = \frac{l}{\nu}$; es ist 1) aus dieser Tabelle

(86)

x	0	h	$2h$	$\cdots$	$(\nu-1)h$	l
$f(x)$	$f(0)$	$f(h)$	$f(2h)$		$f(l-h)$	$f(l)$

der Wert des Integrals $\int_0^l f(x)\,dx$ zu berechnen und 2) irgendwie die Genauigkeit des Resultats abzuschätzen.

Für die Lösung des ersten Teils der Aufgabe — für die (allgemein gesagt: angenäherte) Berechnung des Integrals — soll also nur die vorhandene Tabelle benutzt werden: das ist eben die Bedeutung der mechanischen Quadratur.

Für den zweiten Teil der Aufgabe — die Fehlerabschätzung — reicht die Tabelle allein bestimmt nicht aus, denn es kommt dabei auf den Verlauf der Funktion zwischen je zwei aufeinanderfolgenden obigen Argumentwerten an. Da aber ohne den zweiten Teil der erste ganz bedeutungslos wäre (wenn man keine Schranken für den Fehler des aus einer Tabelle berechneten Wertes im Vergleiche zum Integral selber bestimmen kann, darf man ja überhaupt nicht von einem angenäherten Wert des Integrals sprechen), so ist die Frage nach den Anwendbarkeitsbedingungen der Methode der mechanischen Quadratur identisch mit der Frage, wodurch das Restglied einer Quadraturformel abgeschätzt werden kann. Es gibt dafür tatsächlich verschiedene Mittel (Einschliessungssätze [22], Restgliederausdrücke), und im Prinzip können alle Verfahren benutzt werden, die nicht auf die direkte Integration von $f(x)$ hinauslaufen.

Damit es mindestens einen Sinn habe, nach dem Wert des Integrals $\int_0^l f(x)\,dx$ zu fragen, soll natürlich vorausgesetzt werden, dass die Funktion $f(x)$ im ganzen Intervall $\langle 0, l\rangle$ existiert und integrierbar ist. Es liegt aber in der Natur der Sache, dass eine derartige Aufgabe wie die oben formulierte keine einheitlichen „notwendigen und hinreichenden“ Lösbarkeitsbedingungen hat. Schon durch wenige Zahlenangaben über den Gesamtverlauf der Funktion $f(x)$ — z. B. durch die untere

[22] *G. Kowalewski*, 58 und 69 bis 72.

und die obere Schranke ihrer Ableitung in $\langle 0, l \rangle$ — kann das Restglied mancher Quadraturformel abgeschätzt werden; wenn man aber mehr vom Verhalten der Funktion weiss — z. B. die Schranken ihrer Ableitungen verschiedener Ordnungen kennt —, dann lässt sich die Aufgabe etwa auf mehrere Weisen lösen und diejenige Lösung sich auswählen, deren Fehlerglied seinem absoluten Betrage nach am kleinsten ist.

Als einfachstes Beispiel für das oben Gesagte möge noch derjenige Fall kurz behandelt werden, dass man ausser den Tabellenwerten (86) der Funktion $f(x)$ bloss weiss, dass sie der Lipschitzbedingung genügt, — also dass

$$|f(x) - f(x')| < K|x - x'| \tag{87}$$

für beliebige $x \neq x'$ des Intervalls $\langle 0, l \rangle$ —, und den in dieser Ungleichung auftretenden konstanten Faktor K kennt. Die Quadraturaufgabe löst sich mit diesen Daten durch die übliche Trapezformel, denn für den Rest gibt es mit K eine Abschätzung;

$$\left| \int_0^l f(x)\,dx - h\left\{ \frac{f(0) + f(l)}{2} + \sum_{\alpha=1}^{\nu-1} f(\alpha h) \right\} \right| < \tag{88}$$

$$< \frac{1}{4} K \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} \{h^2 K^2 - [f(\alpha h + h) - (f\alpha h)]^2\} =$$

$$= \frac{K l^2}{4\nu} - \frac{1}{4} K \sum_{\alpha=0}^{\nu-1} [f(\alpha h + h) - f(\alpha h)]^2 \leqq \frac{K l^2}{4} \cdot \frac{1}{\nu},$$

worin die zuletzt geschriebene Schranke proportional der ersten Potenz von $\frac{1}{\nu}$ absinkt. Die Relation (88) erhält man folgendermassen. Für $0 < t < 1$ ist auf Grund der Lipschitzbedingung einerseits

$$f(\alpha h) - K t h < f(\alpha h + t h) < (f\alpha h) + K t h$$

und andererseits

$$f(\alpha h + h) - K(1 - t) h < f(\alpha h + t h) < f(\alpha h + h) + K(1 - t) h.$$

Bezeichnet man nun mit t_α denjenigen Wert von t, der durch die Gleichung

$$f(\alpha h) + K t h = f(\alpha h + h) + K(1 - t) h$$

bestimmt ist, d. h.

$$t_\alpha = \frac{Kh + f(\alpha h + h) - f(\alpha h)}{2\,Kh},$$

so schreibt sich

$$\left| \int_{\alpha h}^{(\alpha+1)h} f(x)\,dx - \frac{f(\alpha h) + f(\alpha h + h)}{2} \right| < \frac{h}{2} \cdot t_\alpha \cdot \{Kh - [f(\alpha h + h) - f(\alpha h)]\} =$$

$$= \frac{K^2 h^2 - [f(\alpha h + h) - f(\alpha h)]^2}{4K}$$

und infolgedessen nach Addition über $\alpha = 0, 1, 2, \ldots, \nu - 1$ die Ungleichung (88).

§ 20. Über die Anwendung der Laplaceschen Reihe.

Aus der Tabelle (86) werden die Differenzen der Funktion $f(x)$ durch sukzessive Subtraktion gebildet und in folgendes Schema zusammengefasst:

(89)

0	$f(0)$	Δ_0^1	Δ_0^2	$\cdots$	$\Delta_0^{\nu-2}$	$\Delta_0^{\nu-1}$	Δ_0^ν
h	$f(h)$	Δ_1^1	Δ_1^2	$\cdots$	$\Delta_1^{\nu-2}$	$\Delta_1^{\nu-1}$	
$2h$	$f(2h)$	Δ_2^1	Δ_2^2	$\cdots$	$\Delta_2^{\nu-2}$		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
$(\nu-2)h$	$f(l-2h)$	$\Delta_{\nu-2}^1$	$\Delta_{\nu-2}^2$				
$(\nu-1)h$	$f(l-h)$	$\Delta_{\nu-1}^1$					
l	$f(l)$						

Die in der Gleichung (84) vorkommenden Glieder L_α enthalten ausser den gegebenen Funktionswerten die Differenzen aus der oberen Zeile und dem schrägen unteren Rande des Schemas. Zwölf ihrer Koeffizienten $\frac{\sigma_{\alpha+1}^*}{(\alpha+1)!}$ sind als gewöhnliche Brüche in der Tabelle (85) wiedergegeben. Zur

Übersichtlichkeit des Verlaufes dieser Zahlen mit wachsendem Index und für mancherlei andere Zwecke seien zehn dieser Koeffizienten hier in Dezimalbruchdarstellung hingeschrieben.

α	$\frac{\sigma^*_{\alpha+1}}{(\alpha+1)!}$	α	$\frac{\sigma^*_{\alpha+1}}{(\alpha+1)!}$
1	− 0·08333 33333	6	0·01136 73942
2	0·04166 66667	7	− 0·00935 65366
3	− 0·02638 88889	8	0·00789 25540
4	0·01875 00000	9	− 0·00678 58500
5	− 0·01426 91799	10	0·00592 40564

Die Teilsumme $L_0 + L_1 + \ldots + L_\varkappa$ stellt einen angenäherten Wert des Integrals $\int_0^l f(x)dx$ dar, soweit das Restglied $\mathfrak{R}_\varkappa$ sich abschätzen lässt. Dafür nehme man zunächst an, dass die Funktion $f(x)$ im abgeschlossenen Intervall $0 \leqq x \leqq l$ mindestens λmal differenzierbar ist, mithin die Ableitungen dort beschränkt sind —

$$|f'(x)| < M_1, \quad |f''(x)| < M_2, \quad \ldots, \quad |f_{(\lambda)}(x)| < M_\lambda$$

—, und dass man die Zahlen $M_1, M_2, \ldots, M_\lambda$ kennt, also entweder aus dem analytischen Ausdruck von $f(x)$ berechnen oder sonst irgendwie bestimmen kann. Dann gelten für Restglieder nach § 16 die Abschätzungen:

$$(90)\quad \begin{cases} |\mathfrak{R}_0| < A_0\, l\, h^2\, M_2 \\ |\mathfrak{R}_{2\mu-1}| < A_{2\mu-1} h^{2\mu+1} M_{2\mu} + [A_{2\mu} + (\nu - 2\mu) B_{2\mu}] h^{2\mu+3} M_{2\mu+2} \\ |\mathfrak{R}_{2\mu}| < [A_{2\mu} + (\nu - 2\mu) B_{2\mu}] h^{2\mu+3} M_{2\mu+2} \quad (2\mu \leqq \lambda - 2), \end{cases}$$

wobei die Koeffizienten

$$A_0 = -\frac{\tau_1}{2}, \quad A_{2\mu-1} = \frac{2\,\sigma^*_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!}, \quad A_{2\mu} = \frac{2\,\varrho_{\nu\mu+1}}{(2\mu+2)!},$$

$$B_{2\mu} = \frac{\sigma_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!} + \frac{|\tau_{\mu+1}|}{(2\mu+2)!}$$

aus folgender Tabelle zu entnehmen sind.

(91)

$\varkappa$	$A_\varkappa$	$B_\varkappa$	$\varkappa$	$\varkappa$	$A_\varkappa$	$B_\varkappa$	$\varkappa$
0	0·08333			6	0·00643	0·01073	6
1	08333			7	01579		
2	01111	0·05694	2	8	00506	00679	8
3	03750			9	01185		
4	00847	01427	4	10	00412	00531	10
5	02274						

Übrigens werden in der Praxis kaum Quadraturformeln von höherer Ordnung als 10 benutzt.

Die Fehlerabschätzung durch die Ungleichungen (90) fordert, streng genommen, die Berechnung der Extremwerte von $f''(x)$, $f^{IV}(x)$, ..., $f^{(2\mu+2)}(x)$ in $\langle 0, l \rangle$, da die Zahlen M_2, M_4, ..., $M_{2\mu+2}$ die Schranken der Absolutbeträge dieser Ableitungen sind. Es ist aber sehr umständlich und praktisch meistens unmöglich solche Extremumaufgaben zu lösen (man kann ja wissen, dass all diese Ableitungen existieren, ohne dass man den expliziten Ausdruck der Funktion, geschweige denn den ihrer Ableitungen kennt). Das wäre sogar überflüssig, wenn man weiss, dass die Ableitungen keine starken Schwankungen aufweisen können, so dass ein Extremwert von $f^{(\varkappa)}(x)$ sich relativ wenig unterscheidet vom Werte derselben Ableitung an einer beliebigen Stelle, die höchstens um $\varkappa h$ von der betreffenden Extremumstelle entfernt ist. Denn in dem Fall lassen sich M_1, M_2, ..., M_λ ihrer Grössenordnung nach aus dem Differenzenschema bestimmen[23]. Dafür bedient man sich einer Beziehung zwischen Differenzen und Ableitungen, die aus dem Cauchyschen Satze folgt:

$$\Delta^\varkappa f(x) = h^\varkappa f^{(\varkappa)}(u) \qquad (x < u < x + \varkappa h). \tag{92}$$

Man sieht also, dass in der entsprechender Kolumne des Differenzenschemas eine Kollektive von $\nu + 1 - \varkappa$ solcher Werte $h^\varkappa f^{(\varkappa)}(u_\alpha)$ $(\alpha = 0, 1, \ldots, \nu - \varkappa)$ vorhanden ist. Bezeichnet man mit $\mathcal{O}_\varkappa$ ihren Höchstbetrag, d. h. $|\Delta^\varkappa_\alpha| \leqq \mathcal{O}_\varkappa$, so erhält man anstatt (90)

$$\begin{cases} |\Re_0| \lessapprox A_0 l \mathcal{O}_2, \\ |\Re_{2\mu-1}| \lessapprox h\{A_{2\mu-1}\mathcal{O}_{2\mu} + [A_{2\mu} + (\nu - 2\mu) B_{2\mu}]\, \mathcal{O}_{2\mu+2}\}, \\ |\Re_{2\mu}| \lessapprox h\,[A_{2\mu} + (\nu - 2\mu)\, B_{2\mu}]\, \mathcal{O}_{2\mu+2}, \end{cases} \tag{93}$$

mit Koeffizienten aus derselben obigen Tabelle (91).

[23] Man vergl. hierzu *Runge-König*, 262.

Anmerkungen.

1. Aus (92) ist ersichtlich, warum die Differenzen einer mehrmals-differenzierbaren Funktion desto rascher mit wachsender Ordnung ihrem Betrage nach abnehmen, je kleiner die Argumentendifferenz h gewählt wird; $\Delta_\alpha^\varkappa$ strebt ja mit abnehmendem h im wesentlichen wie $h^\varkappa$ gegen Null.

2. Die Abschätzungen (93) sind besser verwendbar bei einer langen Tabelle (d. h. wenn ν gross im Vergleich zu $\varkappa$ ist), vermöge deren Differenzenschemas der ganze Verlauf der Ableitungen klar genug zutagekommt. Da die Anzahl der im Differenzenschema vorhandenen Werte von $h^\varkappa f^{(\varkappa)}(u_{\varkappa,\alpha})$ bei der Vergrösserung von $\varkappa$ abnimmt, so lässt sich die Grössenordnung von $\mathfrak{R}_{\nu-1}$ und $\mathfrak{R}_\nu$ durch das geschilderte Verfahren überhaupt nicht mehr bestimmen.

3. Vergleicht man den Ausdruck von $\mathfrak{R}_\varkappa$ mit demjenigen von $L_{\varkappa+1}$ und die Tabellen ihrer Koeffizienten miteinander, so merkt man noch folgendes: wenn h so klein ist, dass $h^2 M_{\beta+2} << M_\beta$, und wenn die Ableitungen von $f(x)$ sich relativ wenig in $\langle 0, l \rangle$ verändern, dann ist der Rest $\mathfrak{R}_\varkappa$ eines Abschnittes der Laplaceschen Reihe ungefähr so gross wie das nächste weggelassene Glied $L_{\varkappa+1}$.

§ 21. Weiteres über die Abschätzung der Laplaceschen Restglieder.

Es fragt sich nun: inwieweit ist die am Anfang des vorigen Paragraphen vorausgesetzte Existenz der höheren Ableitungen wirklich notwendig für die durch (93) ausgedrückten Abschätzungen? Zur Beantwortung dieser Frage greife man auf §§ 11 und 16 zurück. Bei dem dort entwickelten Gedankengang war es wesentlich, dass $f(x)$ zweimal-differenzierbar war. Denn es handelte sich in den Restgliedern $\mathfrak{R}_\varkappa$ um die Grössen $f_{2\mu}(o \mid a, a)$, $f_{2\mu}(\nu - 2\mu \mid b, b)$, $-f_{2\mu}[c \mid c + \mu h] + f_{2\mu}[c + h \mid c + \mu h + h]$ und $f_{2\mu+1}[d \mid d + e]$, die unter dieser Voraussetzung sicherlich existieren. Das sind ja gewisse spezielle Werte der Funktionen, deren Ausdrücke sich aus $f(x)$ und $f'(x)$ folgendermassen zusammensetzen:

$$
\left\{
\begin{aligned}
f_{2\mu}(0\,|\,x,x) &= \frac{f'(x)}{\prod_{\alpha=0}^{2\mu}(x-\alpha h)} + \sum_{\alpha=0}^{2\mu} \frac{(-1)^\alpha}{\alpha!\,(2\mu-\alpha)!\,h^{2\mu}} \cdot \frac{f(\alpha h)-f(x)}{(x-\alpha h)^2} \\
f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,y,y) &= \frac{f'(y)}{\prod_{\alpha=0}^{2\mu}(y-l+\alpha h)} + \sum_{\alpha=0}^{2\mu} \frac{(-1)^\alpha}{\alpha!\,(2\mu-\alpha)!\,h^{2\mu}} \cdot \frac{f(l-\alpha h)-f(y)}{(y-l+\alpha h)^2} \\
\Delta^1 f_{2\mu}[z\,|\,z+\mu h] &= \Delta^1\left[\frac{(-1)^\mu f'(z+\mu h)}{(\mu!)^2\,h^{2\mu}} + \sum_{\alpha=0}^{\mu-1}(-1)^\alpha \cdot \frac{f(z+2\mu h-\alpha h)-f(z+\alpha h)}{\alpha!\,(2\mu-\alpha)!\,(\mu-\alpha)\,h^{2\mu+1}}\right] \\
f_{2\mu+1}[u\,|\,u+v] &= \frac{f(u+v)}{\prod_{\alpha=0}^{2\mu+1}(v+\alpha h)} + \sum_{\alpha=0}^{2\mu+1} \frac{(-1)^\alpha f(u+\alpha h)}{\alpha!\,(2\mu+1-\alpha)!\,h^{2\mu+1}} \cdot \frac{1}{v-\alpha h}.
\end{aligned}
\right. \tag{94}
$$

Die Abschätzung der Restglieder läuft also auf die Berechnung der folgenden vier Maxima hinaus:

$$\text{Max}\,|\,f_{2\mu}(0\,|\,x,\,x)\,|\ \text{in}\ 0 \leqq x \leqq \mu h$$

$$\text{Max}\,|\,f_{2\mu}(\nu-2\mu\,|\,y,\,y)\,|\ \text{in}\ l-\mu h \leqq y \leqq l$$

$$\text{Max}\,|\,\Delta^1 f_{2\mu}[z\,|\,z+\mu h]\,|\ \text{in}\ 0 \leqq z \leqq l-2\mu h$$

$$\text{Max}\,|\,f_{2\mu+1}[u\,|\,u+v]\,|\ \text{in}\ \begin{cases} 0 \leqq u \leqq l-(2\mu+1)\,h \\ \mu h \leqq v \leqq \mu h + h. \end{cases}$$

Da die Existenz von $f''(x)$ im abgeschlossenen Intervall $\langle 0, l \rangle$ die Beschränktheit der Funktion $f(x)$ selber und ihrer ersten und zweiten Ableitung nach sich zieht, so existieren auch die erwähnten Maxima. Wenn man die Funktion $f(x)$ explizit kennt, ist es prinzipiell durchaus möglich, diese Maxima zu berechnen und mittels ihrer die Restglieder abzuschätzen. Immerhin ist dies in der Praxis noch umständlicher und fast ebenso oft unausführbar wie die Berechnung der in § 20 angedeuteten Schranken M_α.

Deswegen ist es wichtig zu untersuchen, ob und wann die Grössen (94) sich ihrer Grössenordnung nach aus dem Differen-

zenschema bestimmen lassen. Dazu vergleiche man $f_{2\mu}(0\,|\,x, x)$ mit einer üblichen Steigung von $f(x)$ etwa folgendermassen.

1) Wenn $\frac{x}{h}$ nicht ganzzahlig ist, so gibt es ein γ derart, dass

$$0 \leqq \gamma h < x < \gamma h + h \leqq \mu h.$$

Nach seiner Definition ist $(f x, x, t) = \lim_{\substack{a \to x \\ b \to x}} f(a, b, t)$ für alle Werte von t; daher unterscheidet sich $f(x, x, t)$ von $f(a, b, t)$ schon für $a = \gamma h$, $b = \gamma h + h$ beliebig wenig — welchen Wert aus $0 \leqq t \leqq l$ auch t annehmen mag —, sobald dementsprechend nur h hinreichend klein ist.

Was mit $f_{2\mu}(0\,|\,x, x)$ bezeichnet wurde, lässt sich nun als eine gewöhnliche Steigung 2μ-ter Ordnung der Funktion $f(x, x, t)$ von t auffassen; dagegen ist jedes $f_{2\mu+2}(a)$ (mit $a \leqq \gamma$) eine Steigung 2μ-ter Ordnung der Funktion $f(\gamma h, \gamma h + h, t)$ von t. Falls alle solche Steigungen $f_{2\mu+2}(a)$ von gleicher Grössenordnung sind, hat $f_{2\mu}(0\,|\,x, x)$ dieselbe Grössenordnung, weil ja die Funktionen, deren 2μ-te Steigungen sie sind, bei genügend kleinem h beliebig genau übereinstimmen. Allerdings gilt unter den gemachten Voraussetzungen der Höchstbetrag der Grössen $f_{2\mu+2}(a)$ als eine wahrscheinliche Schranke für $f_{2\mu}(0\,|\,x, x)$, also

$$|f_{2\mu}(0\,|\,x, x)| \lessapprox \frac{\mathcal{O}_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!}\, h^{2\mu+2}.$$

2) Im Falle $x = \gamma h$ gehe man von $f(x, x, x, t)$ und $f(x-h, x, x+h, t)$ aus; es besteht wegen der Existenz der zweiten Ableitung $f''(x)$ die Limesgleichung

$$f(x, x, x, t) = \lim_{\substack{a \to x \\ b \to x}} f(a, x, b, t)$$

für alle $t \neq \gamma h$ des Intervalls $0 \leqq t \leqq l$. Ferner lässt sich wieder die obige Schlussweise verwenden, mit dem Unterschied, dass $f_{2\mu}(0\,|\,x, x)$ und $f_{2\mu+2}(a)$ jetzt die $(2\mu-1)$-ten Steigungen von $f(x, x, x, t)$ und $f(x-h, x, x+h, t)$ in bezug auf die unabhängige Variable t sind.

Mit den drei übrigen Grössen kann man ähnlich verfahren, wobei sich herausstellt, dass

$$|f_{2\mu}(\nu-2\mu \mid y, y)| \lessapprox \frac{\mathcal{O}_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!\ h^{2\mu+2}},$$

$$|\Delta^1 f_{2\mu}[z \mid z+\mu h]| \lessapprox \frac{\mathcal{O}_{2\mu+2}}{(2\mu+1)!\ h^{2\mu+1}},$$

$$|f_{2\mu+1}[u \mid u+\nu]| \lessapprox \frac{\mathcal{O}_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!\ h^{2\mu+2}}.$$

Es folgt also, dass die Abschätzungen (93) schon dann erlaubt sind, wenn man nur weiss, dass $f(x)$ zweimal differenzierbar und h klein genug ist. Ob dies letztere zutrifft, kann man auch aus dem Differenzenschema einigermassen erkennen. Wenn nämlich die ersten und zweiten Differenzen in je drei aufeinanderfolgenden Zeilen des Schemas sich voneinander nur wenig unterscheiden (relativ zu ihren Werten selber), dann kann man mit grosser Gewissheit erwarten, dass $f'(x)$ und $f''(x)$ in einem Intervall der Länge h (oder $2h$) nur geringe Schwankungen aufweisen, und daher $f(x, x, t)$ mit einem $f(\gamma h, \gamma h + h, t)$ gut genug übereinstimmt (anal. die anderen).

§ 22. Quadraturformeln vom Catalanschen Typus.

Wenn die Funktion von solcher Beschaffenheit ist, dass die Schranken ihrer Ableitungen sich leicht bestimmen lassen, so ist es möglich schon von vornherein zu sagen, mit einem wie langen Abschnitt der Quadraturreihe die verlangte Genauigkeit sicherlich (wenn überhaupt) erreichbar ist. In diesem Fall kann man sich die — zwar einfache, aber immerhin lange — Arbeit der Herstellung des Differenzenschemas gänzlich ersparen; dazu braucht man nur die erwähnten Abschnitte ein für allemal durch tabulierte Funktionswerte auszudrücken. Das geschieht mittels der Relation

$$\Delta_x^\lambda = \sum_{\alpha=0}^{\lambda} (-1)^{\lambda-\alpha} \binom{\lambda}{\alpha} f(xh + \alpha h).$$

So gelangt man zu einer Serie von Formeln, deren jede das Integral $\int_0^l f(x)\,dx$ durch ein lineares Aggregat (gewogene

Summe) der in Tabelle (86) enthaltenen Funktionswerte näherungsweise ausdrückt. Die Koeffizienten von $f(ah)$ — die „Gewichte“ — sind in solch einer Formel symmetrisch verteilt: $f(ah)$ hat dasselbe Gewicht wie $f(l-ah)$ $(a=0,\ 1,\ \ldots,\ \nu)$; dabei haben in der λten Formel nur die ersten $\lambda+1$ und die letzten $\lambda+1$ Gewichte von h verschiedene Werte.

Diese Formeln lassen sich einheitlich so schreiben[24] — der Funktionswert $f(ah)$ kurz mit y_a bezeichnet:

$$(95)\qquad \int_0^{\nu h} f(x)\,dx = h\left\{\sum_{\alpha=0}^{\lambda} C_\alpha^{(\lambda)}(y_\alpha+y_{\nu-\alpha})+\sum_{\beta=\lambda+1}^{\nu-\lambda-1} y_\beta\right\}+\Re_\lambda$$

$$(\lambda=0,\ 1,\ \ldots,\ \nu),$$

also mit Restgliedern, von denen die Abschätzungen (90) gelten.

Die Koeffizienten

$$C_\alpha^{(\lambda)} = 1-\sum_{\gamma=\alpha}^{\lambda}\frac{\sigma^*_{\gamma+1}}{(\gamma+1)!}\cdot(-1)^{\gamma-\alpha}\cdot\binom{\gamma}{\alpha} = 1+\frac{(-1)^{\alpha+1}}{\alpha!}\sum_{\gamma=\alpha}^{\lambda}\frac{|\sigma^*_{\gamma+1}|}{(\gamma+1)(\gamma-\alpha)!}$$

bilden eine Tabelle, deren Anfang lautet:

λ	$C_0^{(\lambda)}$	$C_1^{(\lambda)}$	$C_2^{(\lambda)}$	$C_3^{(\lambda)}$	$C_4^{(\lambda)}$	$C_5^{(\lambda)}$	$C_6^{(\lambda)}$
0	$\frac{1}{2}$						
1	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{12}$					
2	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{23}{24}$				
3	$\frac{251}{720}$	$\frac{299}{240}$	$\frac{211}{240}$	$\frac{739}{720}$			
4	$\frac{95}{288}$	$\frac{317}{240}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{793}{720}$	$\frac{157}{160}$		
5	$\frac{19\,087}{60\,480}$	$\frac{84\,199}{60\,480}$	$\frac{18\,869}{30\,240}$	$\frac{37\,621}{30\,240}$	$\frac{55\,031}{60\,480}$	$\frac{61\,343}{60\,480}$	
6	$\frac{5\,257}{17\,280}$	$\frac{22\,081}{15\,120}$	$\frac{54\,851}{120\,960}$	$\frac{103}{70}$	$\frac{89\,437}{120\,960}$	$\frac{16\,367}{15\,120}$	$\frac{23\,917}{24\,192}$

[24] Die Summe $\sum_{\beta=\varkappa}^{\lambda}$ für $\varkappa>\lambda$ ist so zu verstehen: $\sum_{\beta=\varkappa}^{\lambda} = -\sum_{\beta=\lambda+1}^{\varkappa-1}$, und mithin $\sum_{\beta=\varkappa}^{\varkappa-1} = -\sum_{\beta=\varkappa}^{\varkappa-1} = 0$.

Die nullte Formel (95) — d. h. diejenige, die $\lambda = 0$ entspricht, — ist die Trapezregel; die zweite ist unter dem Namen Catalansche Formel [25] bekannt. Da das allgemeine Herleitungsverfahren der Formeln (95) schon bei dieser zweiten in allem wesentlichen benutzt wird, so kann man die in (95) zusammengefassten Formeln alle mit dem Namen Catalans benennen — also: verallgemeinerte Catalansche Formeln.

Im Spezialfall $\lambda = \nu$ stellt die rechte Seite der Gleichung (95) die Newton-Cotesische Formel νter Ordnung und ihr Restglied dar. Eine Cotesische Formel pflegt man bekanntlich durch Integration (von 0 bis νh) aus der Identität

$$f(x) \equiv \sum_{\alpha=0}^{\nu} f_\alpha(0) \cdot Q_\alpha(0, x) + f_\nu(0 \mid x) \cdot Q_{\nu+1}(0, x)$$

abzuleiten. Die dieser Herleitung entsprechende direkte Berechnung der Koeffizienten $\mathfrak{C}_\alpha^{(\nu)}$ für die Cotesische Formel

$$\int_0^{\nu h} f(x)\, dx = h \sum_{\alpha=0}^{\nu} \mathfrak{C}_\alpha^{(\nu)} y_\alpha + \boldsymbol{R}_\nu$$

ist recht mühsam [26]; aber auf Grund des Zusammenhanges der Cotesischen Formeln mit den allgemeinen Catalanschen ergeben sich diese Koeffizienten ohne nennenswerte Rechenoperationen aus der Tabelle von $C_\alpha^{(\lambda)}$:

$$\mathfrak{C}_\alpha^{(\nu)} = C_\alpha^{(\nu)} + C_{\nu-\alpha}^{(\nu)} - 1.$$

Daher sind die Cotesischen Koeffizienten verknüpft mit den Grössen σ_α^* durch die Relation

---

[25] *Runge-Willers*, 108.

[26] Man vergleiche dazu — bei *G. Kowalewski*, 58, 59 — die Vermutung G. Kowalewskis über die Berechnungsmethoden von R. Cotes, der erstmalig diese Koeffizienten aufgestellt hat.

Die Tabelle der Koeffizienten $\mathfrak{C}_\alpha^{(\nu)}$ befindet sich in vielen Lehrbüchern und Abhandlungen, vor allem in: R. Cotes, Über die Newtonsche Differentialmethode (deutsche Übersetzung — *A. Kowalewski*, 12—25), pag. 25.

$$\mathfrak{C}_{\alpha}^{(\nu)} = 1 - \frac{(-1)^{\alpha}}{\alpha!} \sum_{\beta=\alpha}^{\nu} \frac{|\sigma_{\beta+1}^{*}|}{(\beta+1)(\beta-\alpha)!} - \frac{(-1)^{\nu-\alpha}}{(\nu-\alpha)!} \sum_{\beta=\nu-\alpha}^{\nu} \frac{|\sigma_{\beta+1}^{*}|}{(\beta+1)(\beta+\alpha-\nu)!}.$$

Die Restglieder $\boldsymbol{R}_{\nu}$ lassen sich durch die Ungleichungen

$$|\boldsymbol{R}_1| < A_0 h^3 M_2$$
$$|\boldsymbol{R}_{2\mu}| < A_{2\mu} h^{2\mu+3} M_{2\mu+2}$$
$$|\boldsymbol{R}_{2\mu+1}| < (A_{2\mu} + B_{2\mu}) h^{2\mu+3} M_{2\mu+2}$$

abschätzen, wobei die Faktoren M_2, M_4, ... dieselbe Bedeutung haben wie in § 20 und die Koeffizienten A_0, A_2, A_4, ..., B_2, B_4, ... der Tabelle (91) zu entnehmen sind.

§ 23. Formeln vom Simpsonschen Typus. Ihr Genauigkeitsvergleich mit den Catalanschen Formeln.

ν sei durch $\varkappa$ teilbar, $\nu = \gamma\varkappa$. Die ν Teile des Integrationsintervalls mögen in γ Gruppen zusammengefasst werden, je $\varkappa$ aufeinanderfolgende zu einer Gruppe. Wendet man nun auf jede solche Intervallengruppe die $\varkappa$te Cotesische Formel an, so ergibt sich als Summe dieser Resultate eine Formel vom Simpsonschen Typus, und zwar diejenige von der Ordnung $\varkappa$. Derartige Formeln bieten an sich ziemlich wenig Interesse; für die Anwendung auf eine gegebene Tabelle hat man unter diesen Formeln entweder eine sehr beschränkte oder praktisch überhaupt keine Auswahl (wenn z. B. $\nu = 19$). Bei einer bestimmten Ordnung $\varkappa$ (schon von $\varkappa = 3$ an) ist ja die Teilbarkeitsbedingung von ν meistens nicht erfüllt (die Folge der Teilbarkeitswahrscheinlichkeiten — entsprechend der Folge der Ordnungen $\varkappa = 1, 2, 3, \ldots$ — lautet $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$).

Diese Schwierigkeit wird überwunden durch Hinzunahme eines passenden Zusatzgliedes, welches dem Werte des Integrals von $f(x)$ in etwaigen übrigbleibenden Teilintervallen Rechnung trägt. Für eine Formel von der Ordnung $\varkappa$ würde man $\varkappa - 1$ solche Zusatzglieder benötigen.

Die Formel zweiter Ordnung (die übliche Simpsonsche) bedarf nur eines Zusatzgliedes — für den Fall, dass ν ungerade ist. Als ein solches Zusatzglied wird gewöhnlich ein von Mansion herrührender Ausdruck benutzt, den man Fünf-Acht-Regel zu

nennen pflegt[27]. Die Genauigkeitsbetrachtung für die Simpsonsche Formel samt ihrem zusätzlichen Fünf-Acht-Glied führt zu folgender Relation:

$$\int_0^{(2\gamma+1)h} f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(y_0 + y_{2\gamma} + 4\sum_{\alpha=1}^{\gamma} y_{2\alpha-1} + 2\sum_{\alpha=1}^{\gamma-1} y_{2\alpha}\right) +$$

$$+ \frac{h}{12}\left(5\,y_{2\gamma+1} + 8\,y_{2\gamma} - y_{2\gamma-1}\right) - \gamma\cdot\frac{h^5}{90} f^{IV}(t) + \frac{1}{24} h^4 f'''(u)$$

(mit $0 < t < 2\gamma h$ und $2\gamma h - h < u < 2\gamma h + h$).

Eine fast ebenso einfache, aber im allgemeinen erheblich genauere Ergänzung der Simpsonschen Formel für den Fall $\nu = 2\gamma + 1$ erhält man dadurch, dass man irgendwo in der Mitte des Integrationsintervalls ein Stück mit der Länge h als den überzähligen Teil auffasst und dort die Funktion $f(x)$ mittels eines Interpolationspolynoms dritten Grades annähert. Die so ergänzte Formel (wobei als überzähliger Teil das dritte Teilintervall gewählt ist) und ihr Restausdruck ergeben die Identität

$$\int_0^{(2\gamma+1)h} f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left\{y_0 + y_{2\gamma+1} + \frac{1}{8}\left[31\,(y_1 + y_4) + 21\,(y_2 + y_3)\right] +\right.$$

$$\left. + \sum_{\alpha=3}^{\gamma}{}' \left(2\,y_{2\alpha-1} + 4\,y_{2\alpha}\right)\right\} - \gamma\cdot\frac{h^5}{90} f^{IV}(v) + \frac{11}{720} h^5 f^{IV}(w)$$

(mit $0 < v < 2\gamma h + h$ und $h < w < 4h$).

Wenn $f(x)$ etwa ein Polynom dritten Grades ist, dann gibt die zuletzt erwähnte Formel noch einen genauen Wert des Integrals, während die Simpsonsche Formel mit dem Fünf-Acht-Glied schon als ungenau erscheint.

Auf die Zusatzglieder der Formeln höherer Ordnungen braucht hier nicht näher eingegangen zu werden. Was ausserdem noch einige Wichtigkeit hat, ist die Frage, welche Formeln für genauer zu halten sind, die Simpsonschen oder die Catalanschen. Der Einfachheit halber werde vorausgesetzt, dass die betreffende Simpsonsche Formel ohne irgendein Zusatzglied an-

[27] *Runge-Willers*, 106.

wendbar ist. Damit der Vergleich auf einem wohlbestimmten Grunde geschehe, werde zudem der Fall in Betrachtung gezogen, dass die im Simpsonschen Restglied enthaltene Ableitung im Integrationsintervall konstant ist (oder sich ohne beträchtlichen Fehler durch eine Konstante und alle höheren Ableitungen sich durch Null ersetzen lassen).

Für $\varkappa = 2\mu$ (also $\nu = \gamma \cdot 2\mu$) lautet das Simpsonsche Restglied (Argument der Ableitung weggelassen):

$$\boldsymbol{R}_{2\mu} = -\gamma \cdot \frac{2\varrho_{2\mu+1}}{(2\mu+2)!} h^{2\mu+3} f^{(2\mu+2)} = -\gamma \cdot \left[\frac{\sigma^*_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!} + \frac{2\sigma^*_{2\mu+3}}{(2\mu+3)!}\right] h^{2\mu+3} f^{(2\mu+2)}$$

und das Catalansche:

$$\mathfrak{R}_{2\mu} = -\left\{\frac{2\varrho_{2\mu+1}}{(2\mu+2)!} + (\nu - 2\mu)\left[\frac{\sigma_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!} - \frac{\tau_{\mu+1}}{(2\mu+2)!}\right]\right\} h^{2\mu+3} f^{(2\mu+2)} =$$

$$= \left\{-\left[\frac{\sigma^*_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!} + \frac{2\sigma^*_{2\mu+3}}{(2\mu+3)!}\right] + (\gamma - 1) \cdot 2\mu \cdot \frac{\sigma^*_{2\mu+2}}{(2\mu+2)!}\right\} h^{2\mu+3} f^{(2\mu+2)}.$$

Im Falle $\varkappa = 2\mu - 1$ resp.

$$\boldsymbol{R}_{2\mu-1} = -\gamma\left[\frac{2\varrho_{2\mu-1}}{(2\mu)!} + \frac{\sigma_{2\mu-1}}{(2\mu-1)!} - \frac{\tau_{\mu}}{(2\mu)!}\right] h^{2\mu+1} f^{(2\mu)} = -\gamma \cdot \frac{2\sigma^*_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!} h^{2\mu+1} f^{(2\mu)}$$

und

$$\mathfrak{R}_{2\mu-1} = -\frac{2\sigma^*_{2\mu+1}}{(2\mu+1)!} h^{2\mu+1} f^{(2\mu)}.$$

Aus den am Anfang des § 12 hingeschriebenen Ungleichungen folgt:

$$\frac{2\mu-1}{2\mu+3}\left|\sigma^*_{2\mu+2}\right| < \left|\sigma^*_{2\mu+2} + \frac{2}{2\mu+3}\sigma^*_{2\mu+3}\right| < \frac{2\mu+1}{2\mu+3}\left|\sigma^*_{2\mu+2}\right|;$$

also sind die Simpsonschen Formeln von geraden Ordnungen tatsächlich im allgemeinen etwas genauer als die entsprechenden Catalanschen. Bei ungeraden Ordnungen liegen die Verhältnisse aber umgekehrt.

Übrigens sind es interessante und bemerkenswerte Tatsachen, die sich hierdurch klargestellt haben:

1) Catalan hat versucht die Simpsonsche Formel zu verbessern [28] — und ist zu einer Formel gelangt, die für die Anwendung zwar bequemer und geschmeidiger, aber immerhin etwas ungenauer ist als die Simpsonsche;

2) die „pulcherrima et utilissima regula" Newtons [29] ist keine ausgezeichnete Quadraturformel dritter Ordnung — die allgemeine Catalansche Formel gleicher Ordnung hat ausser dem Vorteil der bequemeren Anwendbarkeit noch eine merklich grössere Genauigkeit.

§ 24. Historisches zum Anwendbarkeitsproblem der Quadraturformeln.

Zum Schluss möchte ich bemerken, dass die in dieser Arbeit benutzte Methode die Restglieder (§§ 10, 11) zu behandeln im wesentlichen von Steffensen [30] ausgebaut worden ist, ihre Anfänge aber bis Markoff, Biermann [31] und Nielsen zurückreichen. Ein knapper Überblick über die historische Entwicklung der Anwendbarkeitsbedingungen der mechanischen Quadratur würde die Bedeutung der Methode Steffensens hervorheben und überhaupt für den heutigen Stand der Sache einigen Hintergrund liefern.

Nachdem gegen Ende des 17. Jahrhunderts die allgemeine Idee der Interpolation und der daran geknüpften mechanischen Quadratur gewonnen war, beschäftigte man sich begeistert mit der Zusammensetzung der „schönen und nützlichen Regeln", die das gesuchte Integral „mit um so grösserer Genauigkeit liefern, je mehr Funktionswerte in dieser Operation benutzt werden". Aber es sollte noch lange dauern, bis das Bedürfnis empfunden wurde, diese Genauigkeit wirklich irgendwie abzuschätzen.

Erst rund ein Jahrhundert später machte sich das Bestreben geltend, die Theorie der mechanischen Quadratur durch die Methoden der Fehlerabschätzung zu begründen. Den ersten systematischen und allgemeinen Versuch in dieser Richtung hat Gauss gemacht [32]. Seine Gedanken wurden von Encke weiter ausge-

[28] *Runge-Willers*, 108.

[29] *G. Kowalewski*, 60.

[30] *Steffensen* [2].

[31] *Biermann*, 170—178.

[32] C. E. Gauss, Neue Methode zur näherungsweisen Auffindung von Integralwerten (1814). — in: *A. Kowalewski*, 26—62.

baut[33]. Diese Untersuchungen gingen von der Annahme aus, dass die zu integrierende Funktion sich in eine im abgeschlossenen Integrationsintervall konvergente Potenzreihe entwickeln lässt. Wie nachher mehrfach bemerkt worden ist, entspricht eine derartige Voraussetzung keineswegs dem Wesen der Sache[34]. Nicht nur wird dadurch die Klasse der Funktionen, auf die die Methode des mechanischen Quadrierens mit Gewissheit angewendet werden kann, wesentlich und dabei nicht einmal naturgemäss eingeschränkt, — sondern diese Annahme selber gewährleistet auch noch keine strenge Anwendbarkeit der zur Fehlerabschätzung errichteten Verfahren. Denn die Potenzreihe soll verhältnismässig r a s c h konvergieren, damit man sich im Fehlerausdruck, der in Form einer Reihe erscheint, mit ein paar ersten Gliedern begnügen könne.

Mit Markoff[35] beginnt eine Wendung in der Genauigkeitsbehandlung der Interpolation und Quadratur. Ausgehend von der Cauchyschen Form des Interpolationsrestgliedes, sucht Markoff den Fehler der Quadraturformel durch eine höhere Ableitung auszudrücken. Steffensen hat diese Behandlungsweise vervollständigt und mit restlos befriedigender Einfachheit und Strenge bei der Cotesischen Formelserie durchgeführt. Walther[36] hat dieselbe Methode auf die Untersuchung der Maclaurinschen Quadraturformeln übertragen.

Obwohl über die Voraussetzungen, unter denen die numerischen Quadraturmethoden angewendet werden können, seit den zuletzt erwähnten Untersuchungen allgemein schon einige Klarheit herrscht, gibt es noch später erschienene Lehrbücher, in denen Quadraturformeln als unendliche Reihen auftreten, ohne dass über ihre Restglieder ein Wort verloren wird[37].

---

[33] *Encke*, 103—116.

[34] *Walther*, 148; *Nörlund*, 205.

[35] *Markoff*, 50—60.

[36] *Walther*, 152—188.

[37] Z. B. *Lindow*, 64—75; besonders charakteristisch in dieser Hinsicht ist auch seine „Einleitende Bemerkung", pag. 64.

Verzeichnis der zitierten Literatur.

Biermann O., Vorlesungen über mathematische Näherungsmethoden. Braunschweig 1905.

Cauchy A., Sur les fonctions interpolaires. Oeuvres, Ie série, tome V, pag. 409–424, Paris 1885.

Charlier C. L., Die Mechanik des Himmels. II. Band, Leipzig 1907.

Clausen T., Über mechanische Quadraturen. Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal), Band 6, pag. 287—289, Berlin 1830.

Encke J. F., Über die Cotes'ischen Integrations-Faktoren. Gesammelte mathematische und astronomische Abhandlungen, I. Band, pag. 100—124, Berlin 1888.

Kowalewski A., Newton. Cotes. Gauss. Jacobi. Vier grundlegende Abhandlungen über Interpolation und genäherte Quadratur. Leipzig 1917.

Kowalewski G., Interpolation und genäherte Quadratur. Eine Ergänzung zu den Lehrbüchern der Differential- und Integralrechnung. Leipzig und Berlin 1932.

Laplace M., Mécanique céleste. Oeuvres, tome IV, Paris 1880.

Lindow M., Numerische Infinitesimalrechnung. Berlin und Bonn 1928.

Markoff A. A., Differenzenrechnung. Deutsche Übersetzung von Th. Friesendorf und H. Prümm. Leipzig 1896.

Nielsen H. P., Über die Restglieder einiger Formeln für mechanische Quadratur. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik, Band 4, Nr. 21, Uppsala & Stockholm 1908.

Nörlund N.-E., Vorlesungen über Differenzenrechnung. Berlin 1924.

„ [2], Leçons sur les séries d'interpolation. Paris 1926.

Runge C. und *König* H., Vorlesungen über numerisches Rechnen. Berlin 1924.

Runge C. und *Willers* A., Numerische und graphische Quadratur und Integration gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen. Enzyklopädie der math. Wissenschaften II C_2, pag. 47—179, Leipzig 1915.

Steffensen J. F., Interpolation. Baltimore 1927.

„ [2], On the Remainder Form of Certain Formulas of Mechanical Quadrature. Skandinavisk Aktuarietidskrift 4, pag. 201—209, Uppsala 1921.

Thiele T. N., Interpolationsrechnung. Leipzig 1909.

Walther A., Zur numerischen Integration. Skandinavisk Aktuarietidskrift 8, pag. 148—162, Uppsala 1925.

Whittaker E. T. and *Robinson* G., The Calculus of Observations. 2d edition, London and Glasgow 1929.

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort . . . . . pag. 3
Einleitung (§§ 1, 2, 3) 4

Erstes Kapitel. Eine Kette von Interpolationsanordnungen und die entsprechende Quadraturreihe.

§ 4. Vorbereitendes 8
5. Erzeugende Funktionenfolge für die Interpolationenkette und die Quadraturreihe 10
6. Allgemeine Glieder der Quadraturreihe 12
7. Vorzeichen der Koeffizienten 15
8. Weitere Umformung der allgemeinen Glieder 17
9. Restglieder 19
10. Umformungssätze für Restglieder 21
11. Herleitung der brauchbareren Restgliederausdrücke 25
12. Koeffizientensätze 30
13. Tabellen der Koeffizienten 35

Zweites Kapitel. Die Laplacesche Quadraturreihe.

§ 14. Erzeugende Funktionenfolge 37
15. Umformung der Glieder L_α 38
16. Restglieder 41
17. Die Quadraturreihe mit den von Laplace herrührenden Ausdrücken der Glieder L_α 44
18. Historische Bemerkungen 45

Drittes Kapitel. Über die Anwendung der Quadraturformeln.

§ 19. Allgemeines 46
20. Über die Anwendung der Laplaceschen Reihe 49
21. Weiteres über die Abschätzung der Laplaceschen Restglieder 52
22. Quadraturformeln vom Catalanschen Typus 55
23. Formeln vom Simpsonschen Typus. Ihr Genauigkeitsvergleich mit den Catalanschen Formeln 58
24. Historisches zum Anwendbarkeitsproblem der Quadraturformeln 61

Verzeichnis der zitierten Literatur 63

Eelmiste köidete sisu. — Contenu des volumes précédents.

A I (1921). **1.** A. Paldrock. Ein Beitrag zur Statistik der Geschlechtskrankheiten in Dorpat während der Jahre 1909—1918. — **2.** K. Väisälä. Verallgemeinerung des Begriffes der Dirichletschen Reihen. — **3.** C. Schlossmann. Hapete mõju kolloiidide peale ja selle tähtsus patoloogias. (L'action des acides sur les colloïdes et son rôle dans la pathologie.) — **4.** K. Regel. Statistische und physiognomische Studien an Wiesen. Ein Beitrag zur Methodik der Wiesenuntersuchung. — **5.** H. Reichenbach. Notes sur les microorganismes trouvés dans les pêches planctoniques des environs de Covda (gouv. d'Archangel) en été 1917. — **Misc.** F. Bucholtz. Der gegenwärtige Zustand des Botanischen Gartens zu Dorpat und Richtlinien für die Zukunft.

A II (1921). **1.** H. Bekker. The Kuckers stage of the ordovician rocks of NE Estonia. — **2.** C. Schlossmann. Über die Darmspirochäten beim Menschen. — **3.** J. Letzmann. Die Höhe der Schneedecke im Ostbaltischen Gebiet. — **4.** H. Kaho. Neutraalsoolade mõjust ultramaksimum-temperatuuri peale *Tradescantia zebrina* juures. (Über den Einfluss der Neutralsalze auf die Temperatur des Ultramaximums bei *Tradescantia zebrina*.)

A III (1922). **1.** J. Narbutt. Von den Kurven für die freie und die innere Energie bei Schmelz- und Umwandlungsvorgängen. — **2.** А. Томсонъ (A. Thomson). Значеніе аммонійныхъ солей для питанія высшихъ культурныхъ растеній. (Der Wert der Ammonsalze für die Ernährung der höheren Kulturpflanzen.) — **3.** E. Blessig. Ophthalmologische Bibliographie Russlands 1870—1920. I. Hälfte (S. I—VII und 1—96). — **4.** A. Lüüs. Ein Beitrag zum Studium der Wirkung künstlicher Wildunger Helenenquellensalze auf die Diurese nierenkranker Kinder. — **5.** E. Öpik. A statistical method of counting shooting stars and its application to the Perseid shower of 1920. — **6.** P. N. Kogerman. The chemical composition of the Esthonian M.-Ordovician oil-bearing mineral „Kukersite“. — **7.** M. Wittlich und S. Weshnjakow. Beitrag zur Kenntnis des estländischen Ölschiefers, genannt Kukkersit. — **Misc.** J. Letzmann. Die Trombe von Odenpäh am 10. Mai 1920.

A IV (1922). **1.** E. Blessig. Ophthalmologische Bibliographie Russlands 1870—1920. II. Hälfte (S. 97—188). — **2.** A. Valdes. Glükogeeni hulka vähendavate tegurite mõju üle südame spetsiifilise lihassüsteemi glükogeeni peale. (Über den Einfluss der die Glykogenmenge vermindernden Faktoren auf das Glykogen des spezifischen Muskelsystems des Herzens.) — **3.** E. Öpik. Notes on stellae statistics and stellar evolution. — **4.** H. Kaho. Raskemetallsoolade kihvtisusest taimeplasma kohta. (Über die Schwermetallgiftwirkung in bezug auf das Pflanzenplasma.) — **5.** J. Piiper und M. Härms. Der Kiefernkreuzschnabel der Insel Ösel *Loxia pityopsittacus estiae* subsp. nov. — **6.** L. Poska-Teiss. Zur Frage über die vielkernigen Zellen des einschichtigen Plattenepithels.

A V (1924). **1.** E. Öpik. Photographic observations of the brightness of Neptune. Method and preliminary results. — **2.** A. Lüüs. Ergebnisse der Krüppelkinder-Statistik in Eesti. — **3.** C. Schlossmann. Culture in vitro des protozoaires de l'intestin humain. — **4.** H. Kaho. Über die physiologische Wirkung der Neutralsalze auf das Pflanzenplasma. — **5.** Y. Kauko. Beiträge zur Kenntnis der Torfzersetzung und Vertorfung. — **6.** A. Tammekann. Eesti diktüoneema-kihi uurimine tema tekkimise, vanaduse ja levimise kohta. (Untersuchung des Dictyonema-Schiefers in Estland nach Entstehung, Alter und Verbreitung.) — **7.** Y. Kauko. Zur Bestimmung des Vertorfungsgrades. — **8.** N. Weiderpass. Eesti piparmündi-õli (*Oleum menthe esthicum*). (Das estnische Pfefferminzöl.)

A VI (1924). **1.** H. Bekker. Mõned uued andmed Kukruse lademe stratigraafiast ja faunast. (Stratigraphical and paleontological supplements on the Kukruse stage of the ordovician rocks of Eesti (Estonia).) — **2.** J. Wilip. Experimentelle Studien über die Bestimmung von Isothermen und kritischen Konstanten. — **3.** J. Letzmann. Das Bewegungsfeld im Fuss einer fortschreitenden Wind- oder Wasserhose. — **4.** H. Scupin. Die Grundlagen paläogeographischer Karten. — **5.** E. Öpik. Photometric measures on the moon and the earth-shine. — **6.** Y. Kauko. Über die Vertorfungswärme. — **7.** Y. Kauko. Eigentümlichkeiten der H_2O- und CO_2-Gehalte bei der unvollständigen Verbrennung. — **8.** M. Tilzen und Y. Kauko. Die wirtschaftlichen Möglichkeiten der Anwendung von Spiritus als Brennstoff. — **9.** M. Wittlich. Beitrag zur Untersuchung des Öles aus estländischem Ölschiefer. — **10.** J. Wilip. Emergenzwinkel, Unstetigkeitsflächen, Laufzeit. — **11.** H. Scupin. Zur Petroleumfrage in den baltischen Ländern. — **12.** H. Richter. Zwei Grundgesetze (Funktion- und Strukturprinzip) der lebendigen Masse.

A VII (1925). **1.** J. Vilms. Kõhreglükogeeni püsivusest mõnesuguste glükogeeni vähendavate tegurite puhul. (Über die Stabilität des Knorpelglykogens unter verschiedenen das Glykogen zum Verschwinden bringenden Umständen.) — **2.** E. Blessig. Ophthalmologische Bibliographie Russlands 1870—1920. Nachtrag. — **3.** O. Kuriks. Trachoma Eestis (eriti Tartus) möödunud ajal ja praegu. (Das Trachom in Estland (insbesondere in Dorpat) einst und jetzt.) — **4.** A. Brandt. Sexualität. Eine biologische Studie. — **5.** M. Haltenberger. Gehört das Baltikum zu Ost-, Nord- oder zu Mitteleuropa? — **6.** M. Haltenberger. Recent geographical work in Estonia.

A VIII (1925). **1.** H. Jaakson. Sur certains types de systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues. Sur l'interpolation. — **2.** K. Frisch. Die Temperaturabweichungen in Tartu (Dorpat) und ihre Bedeutung für die Witterungsprognose. — **3.** O. Kuriks. Muutused leeprahaigete silmas Eesti leprosooriumide haigete läbivaatamise põhjal. (Die Lepra des Auges.) — **4.** A. Paldrock. Die Senkungsreaktion und ihr praktischer Wert. — **5.** A. Öpik. Beiträge zur Kenntnis der Kukruse-(C_2-)Stufe in Eesti. I. — **6.** M. Wittlich. Einiges über den Schwefel im estländischen Ölschiefer (Kukersit)

und dessen Verschwelungsprodukten. — **7.** H. Kaho. Orientierende Versuche über die stimulierende Wirkung einiger Salze auf das Wachstum der Getreidepflanzen. I.

A IX (1926). **1.** E. Krahn. Über Minimaleigenschaften der Kugel in drei und mehr Dimensionen. — **2.** A. Mieler. Ein Beitrag zur Frage des Vorrückens des Peipus an der Embachmündung und auf der Peipusinsel Pirisaar in dem Zeitraum von 1682 bis 1900. — **3.** M. Haltenberger. Der wirtschaftsgeographische Charakter der Städte der Republik Eesti. — **4.** J. Rumma. Die Heimatforschung in Eesti. — **5.** M. Haltenberger. Der Stand des Aufnahme- und Kartenwesens in Eesti. — **6.** M. Haltenberger. Landeskunde von Eesti. I. — **7.** A. Tammekann. Die Oberflächengestaltung des nordostestländischen Küstentafellandes. — **8.** K. Frisch. Ein Versuch das Embachhochwasser im Frühling für Tartu (Dorpat) vorherzubestimmen.

A X (1926). **1.** M. Haltenberger. Landeskunde von Eesti. II—III. — **2.** H. Scupin. Alter und Herkunft der ostbaltischen Solquellen und ihre Bedeutung für die Frage nach dem Vorkommen von Steinsalz im baltischen Obersilur. — **3.** Th. Lippmaa. Floristische Notizen aus dem Nord-Altai nebst Beschreibung einer neuen *Cardamine*-Art aus der Sektion *Dentaria*. — **4.** Th. Lippmaa. Pigmenttypen bei Pteridophyta und Anthophyta. I. Allgemeiner Teil. — **5.** E. Pipenberg. Eine städtemorphographische Skizze der estländischen Hafenstadt Pärnu (Pernau). — **6.** E. Spohr. Über das Vorkommen von *Sium erectum* Huds. und *Lemna gibba* L. in Estland und über deren nordöstliche Verbreitungsgrenzen in Europa. — **7.** J. Wilip. On new precision-seismographs.

A XI (1927). **1.** Th. Lippmaa. Pigmenttypen bei Pteridophyta und Anthophyta. II. Spezieller Teil. — **2.** M. Haltenberger. Landeskunde von Eesti. IV—V. — **3.** H. Scupin. Epirogenese und Orogenese im Ostbaltikum. — **4.** K. Schlossmann. Mikroorganismide kui bioloogiliste reaktiivide tähtsusest keemias. (Le rôle des ferments microbiens dans la chimie.) — **5.** J. Sarv. Ahmese geomeetrilised joonised. (Die geometrischen Figuren des Ahmes.) — **6.** K. Jaansoon-Orviku. Beiträge zur Kenntnis der Aseri- und der Tallinna-Stufe in Eesti. I.

A XII (1927). **1.** E. Reinwaldt. Beiträge zur Muriden-Fauna Estlands mit Berücksichtigung der Nachbargebiete. — **2.** A. Öpik. Die Inseln Odensholm und Rogö. Ein Beitrag zur Geologie von NW-Estland. — **3.** A. Öpik. Beiträge zur Kenntnis der Kukruse-(C_2-)Stufe in Eesti. II. — **4.** Th. Lippmaa. Beobachtungen über durch Pilzinfektion verursachte Anthocyaninbildung. — **5.** A. Laur. Die Titration des Ammoniumhydrosulfides mit Ferricyankalium. — **6.** N. King. Über die rhythmischen Niederschläge von PbJ_2, Ag_2CrO_4 und AgCl im kapillaren Raume. — **7.** P. N. Kogerman and J. Kranig. Physical constants of some alkyl carbonates. — **8.** E. Spohr. Über brunsterzeugende Stoffe im Pflanzenreich. Vorläufige Mitteilung.

A XIII (1928). **1.** J. Sarw. Zum Beweis des Vierfarbensatzes. — **2.** H. Scupin. Die stratigraphische Stellung der Devonschichten im Südosten Estlands. — **3.** H. Perlitz. On the parallelism between

the rate of change in electric resistance at fusion and the degree of closeness of packing of mealltic atoms in crystals. — **4.** K. Frisch. Zur Frage der Luftdruckperioden. — **5.** J. Port. Untersuchungen über die Plasmakoagulation von *Paramaecium caudatum*. — **6.** J. Sarw. Direkte Herleitung der Lichtgeschwindigkeitsformeln. — **7.** K. Frisch. Zur Frage des Temperaturansteigens im Winter. — **8.** E. Spohr. Über die Verbreitung einiger bemerkenswerter und schutzbedürftiger Pflanzen im Ostbaltischen Gebiet. — **9.** N. Rägo. Beiträge zur Kenntnis des estländischen Dictyonemaschiefers. — **10.** C. Schlossmann. Études sur le rôle de la barrière hémato-encéphalique dans la genèse et le traitement des maladies infectieuses. — **11.** A. Öpik. Beiträge zur Kenntnis der Kukruse-(C_2-C_3-)Stufe in Eesti. III.

A XIV (1929). **1.** J. Rives. Über die histopathologischen Veränderungen im Zentralnervensystem bei experimenteller Nebennierenin suffizienz. — **2.** W. Wadi. Kopsutuberkuloosi areng ja kliinilised vormid. (Der Entwicklungsgang und die klinischen Formen der Lungentuberkulose.) — **3.** E. Markus. Die Grenzverschiebung des Waldes und des Moores in Alatskivi. — **4.** K. Frisch. Zur Frage über die Beziehung zwischen der Getreideernte und einigen meteorologischen Faktoren in Eesti.

A XV (1929). **1.** A. Nõmmik. The influence of ground limestone on acid soils and on the availability of nitrogen from several mineral nitrogenous fertilizers. — **2.** A. Öpik. Studien über das estnische Unterkambrium (Estonium). I—IV. — **3.** J. Nuut. Über die Anzahl der Lösungen der Vierfarbenaufgabe. — **4.** J. Nuut. Über die Vierfarbenformel. — **5.** J. Nuut. Topologische Grundlagen des Zahlbegriffs. — **6.** Th. Lippmaa. Pflanzenökologische Untersuchungen aus Norwegisch- und Finnisch-Lappland unter besonderer Berücksichtigung der Lichtfrage.

A XVI (1930). **1.** A. Paris. Über die Hydratation der Terpene des Terpentinöls zu Terpinhydrat durch Einwirkung von Mineralsäuren. — **2.** A. Laur. Die Anwendung der Umschlagselektroden bei der potentiometrischen Massanalyse. Die potentiometrische Bestimmung des Kaliums. — **3.** A. Paris. Zur Theorie der Strömungsdoppelbrechung. — **4.** O. Kuriks. Pisarate toimest silma mikrofloorasse. (Über die Wirkung der Tränen auf die Mikroflora des Auges.) — **5.** K. Orviku. Keskdevoni põhikihid Eestis. (Die untersten Schichten des Mitteldevons in Eesti.) — **6.** J. Kopwillem. Über die thermale Zersetzung von estländischem Ölschiefer Kukersit.

A XVII (1930). **1.** A. Öpik. Brachiopoda Protremata der estländischen ordovizischen Kukruse-Stufe. — **2.** P. W. Thomson. Die regionale Entwickelungsgeschichte der Wälder Estlands.

A XVIII (1930). **1.** G. Vilberg. Erneuerung der Loodvegetation durch Keimlinge in Ost-Harrien (Estland). — **2.** A. Parts. Über die Neutralsalzwirkung auf die Geschwindigkeit der Ionenreaktionen. — **3.** Ch. R. Schlossmann. On two strains of yeast-like organisms cultured from diseased human throats. — **4.** H. Richter. Die Relation zwischen Form und Funktion und das teleologische Prinzip in den Naturphänomenen. — **5.** H. Arro. Die Metalloxyde als photo-

chemische Sensibilatoren beim Bleichen von Methylenblaulösung. — **6.** A. Luha. Über Ergebnisse stratigraphischer Untersuchungen im Gebiete der Saaremaa-(Ösel-)Schichten in Eesti (Unterösel und Eurypterusschichten). — **7.** K. Frisch. Zur Frage der Zyklonenvertiefung. — **8.** E. Markus. Naturkomplexe von Alatskivi.

A XIX (1931). **1.** J. Uudelt. Über das Blutbild Trachomkranker. — **2.** A. Öpik. Beiträge zur Kenntnis der Kukruse-(C_2-C_3-)Stufe in Eesti. IV. — **3.** H. Liedemann. Über die Sonnenscheindauer und Bewölkung in Eesti. — **4.** J. Sarw. Geomeetria alused. (Die Grundlagen der Geometrie.)

A XX (1931). **1.** J. Kuusk. Glühaufschliessung der Phosphorite mit Kieselsäure zwecks Gewinnung eines citrallöslichen Düngmittels. — **2.** U. Karell. Zur Behandlung und Prognose der Luxationsbrüche des Hüftgelenks. — **3.** A. Laur. Beiträge zur Kenntnis der Reaktion des Zinks mit Kaliumferrocyanid. I. — **4.** J. Kuusk. Beitrag zur Kalisalzgewinnung beim Zementbrennen mit besonderer Berücksichtigung der estländischen K-Mineralien. — **5.** L. Rinne. Über die Tiefe der Eisbildung und das Auftauen des Eises im Niederungsmoor. — **6.** J. Wilip. A galvanometrically registering vertical seismograph with temperature compensation. — **7.** J. Nuut. Eine arithmetische Analyse des Vierfarbenproblems. — **8.** G. Barkan. Dorpats Bedeutung für die Pharmakologie. — **9.** K. Schlossmann. Vanaduse ja surma mõistetest ajakohaste bioloogiliste andmete alusel. (Über die Begriffe Alter und Tod auf Grund der modernen biologischen Forschung.)

A XXI (1931). **1.** N. Kwaschnin-Ssamarin. Studien über die Herkunft des osteuropäischen Pferdes. — **2.** U. Karell. Beitrag zur Ätiologie der arteriellen Thrombosen. — **3.** E. Krahn. Über Eigenschwingungszahlen freier Platten. — **4.** A. Öpik. Über einige Karbonatgesteine im Glazialgeschiebe NW-Estlands. — **5.** A. Thomson. Wasserkulturversuche mit organischen Stickstoffverbindungen, angestellt zur Ermittelung der Assimilation ihres Stickstoffs von seiten der höheren grünen Pflanze.

A XXII (1932). **1.** U. Karell. An observation on a peculiarity of the cardiac opening reflex in operated cases of cardiospasmus. — **2.** E. Krahn. Die Wahrscheinlichkeit der Richtigkeit des Vierfarbensatzes. — **3.** A. Audova. Der wirkliche Kampf ums Dasein. — **4.** H. Perlitz. Abstandsänderungen nächster Nachbaratome in einigen Elementen und Legierungen bei Umordnung aus der kubischen flächenzentrierten Anordnung in die kubische raumzentrierte oder die hexagonale dichteste Anordnung.

A XXIII (1932). **1.** J. Port. Untersuchungen über die Wirkung der Neutralsalze auf das Keimlingswachstum bezüglich der Abhängigkeit von ihrer Konzentration. — **2.** E. Markus. Chorogenese und Grenzverschiebung. — **3.** A. Öpik. Über die Plectellinen. — **4.** J. Nuut. Einige Bemerkungen über Vierpunktaxiome. — **5.** K. Frisch. Die Veränderungen der klimatischen Elemente nach den meteorologischen Beobachtungen von Tartu 1866—1930.

A XXIV (1933). **1.** M. Gross. In der Butter vorkommende Sprosspilze und deren Einwirkung auf die Butter. — **2.** H. Perlitz. Bemerkungen zu den Regeln über Valenzelektronenkonzentrationen in

binären intermetallischen Legierungen. — **3.** A. Öpik. Über *Scolithus* aus Estland. — **4.** T. Lippmaa. Aperçu général sur la végétation autochtone du Lautaret (Hautes-Alpes). — **5.** E. Markus. Die südöstliche Moorbucht von Lauge. — **6.** A. Sprantsman. Über Herstellung makroskopischer Thalliumkristalle durch Elektrolyse. — **7.** A. Öpik. Über Plectamboniten.

B I (1921). **1.** M. Vasmer. Studien zur albanesischen Wortforschung. I. — **2.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 1. — **3.** M. Vasmer. Osteuropäische Ortsnamen. — **4.** W. Anderson. Der Schwank von Kaiser und Abt bei den Minsker Juden. — **5.** J. Bergman. Quaestiunculae Horatianae.

B II (1922). **1.** J. Bergman. Aurelius Prudentius Clemens, der grösste christliche Dichter des Altertums. I. — **2.** L. Kettunen. Lõunavepsa häälik-ajalugu. I. Konsonandid. (Südwepsische Lautgeschichte. I. Konsonantismus.) — **3.** W. Wiget. Altgermanische Lautuntersuchungen.

B III (1922). **1.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 2. — **2.** M. A. Курчинскій (M. A. Kurtschinsky). Соціальный законъ, случай и свобода. (Das soziale Gesetz, Zufall und Freiheit.) — **3.** A. R. Cederberg. Die Erstlinge der estländischen Zeitungsliteratur. — **4.** L. Kettunen. Lõunavepsa häälik-ajalugu. II. Vokaalid. (Südwepsische Lautgeschichte. II. Vokalismus.) — **5.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. [I.] — **6.** A. M. Tallgren. Zur Archäologie Eestis. I.

B IV (1923). **1.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. II. — **2.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 3. — **3.** W. Anderson. Nordasiatische Flutsagen. — **4.** A. M. Tallgren. L'ethnographie préhistorique de la Russie du nord et des États Baltiques du nord. — **5.** R. Gutmann. Eine unklare Stelle in der Oxforder Handschrift des Rolandsliedes.

B V (1924). **1.** H. Mutschmann. Milton's eyesight and the chronology of his works. — **2.** A. Pridik. Mut-em-wija, die Mutter Amenhotep's (Amenophis') III. — **3.** A. Pridik. Der Mitregent des Königs Ptolemaios II Philadelphos. — **4.** G. Suess. De Graecorum fabulis satyricis. — **5.** A. Berendts und K. Grass. Flavius Josephus: Vom jüdischen Kriege, Buch I—IV, nach der slavischen Übersetzung deutsch herausgegeben und mit dem griechischen Text verglichen. I. Lief. (S. 1—160). — **6.** H. Mutschmann. Studies concerning the origin of „Paradise Lost".

B VI (1925). **1.** A. Saareste. Leksikaalseist vahekordadest eesti murretes. I. Analüüs. (Du sectionnement lexicologique dans les patois estoniens. I. Analyse.) — **2.** A. Bjerre. Zur Psychologie des Mordes.

B VII (1926). **1.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 4. — **2.** W. Anderson. Der Chalifenmünzfund von Kochtel. (Mit Beiträgen von R. Vasmer.) — **3.** J. Mägiste. Rosona (Eesti Ingeri) murde pääjooned. (Die Haupt-

züge der Mundart von Rosona). — **4.** M. A. Курчинскій (M. A. Kurtschinsky). Европейскій хаосъ. Экономическія послѣдствія великой войны. (Das europäische Chaos.)

B VIII (1926). **1.** A. M. Tallgren. Zur Archäologie Eestis. II. — **2.** H. Mutschmann. The secret of John Milton. — **3.** L. Kettunen. Untersuchung über die livische Sprache. I. Phonetische Einführung. Sprachproben.

B IX (1926). **1.** N. Maim. Parlamentarismist Prantsuse restauratsiooniajal (1814—1830). (Du parlementarisme en France pendant la Restauration.) — **2.** S. v. Csekey. Die Quellen des estnischen Verwaltungsrechts. I. Teil (S. 1—102). — **3.** A. Berendts und K. Grass. Flavius Josephus: Vom jüdischen Kriege, Buch I—IV, nach der slavischen Übersetzung deutsch herausgegeben und mit dem griechischen Text verglichen. II. Lief. (S. 161—288). — **4.** G. Suess. De eo quem dicunt inesse Trimalchionis cenae sermone vulgari. — **5.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. III. — **6.** C. Vilhelmson. De ostraco quod Revaliae in museo provinciali servatur.

B X (1927). **1.** H. B. Rahamägi. Eesti Evangeeliumi Luteri usu vaba rahvakirik vabas Eestis. (Die evangelisch-lutherische freie Volkskirche im freien Eesti. Anhang: Das Gesetz betreffend die religiösen Gemeinschaften und ihre Verbände.) — **2.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. IV. — **3.** A. Berendts und K. Grass. Flavius Josephus: Vom jüdischen Kriege, Buch I—IV, nach der slavischen Übersetzung deutsch herausgegeben und mit dem griechischen Text verglichen. III. Lief. (S. 289—416). — **4.** W. Schmied-Kowarzik. Die Objektivation des Geistigen. (Der objektive Geist und seine Formen.) — **5.** W. Anderson. Novelline popolari sammarinesi. I.

B XI (1927). **1.** O. Loorits. Liivi rahva usund. (Der Volksglaube der Liven.) I. — **2.** A. Berendts und K. Grass. Flavius Josephus: Vom jüdischen Kriege, Buch I—IV, nach der slavischen Übersetzung deutsch herausgegeben und mit dem griechischen Text verglichen. IV. Lief. (S. 417—512). — **3.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. V.

B XII (1928). **1.** O. Loorits. Liivi rahva usund. (Der Volksglaube der Liven.) II. — **2.** J. Mägiste. *oi*-, *ei*-deminutiivid läänemeresoome keelis. (Die *oi*-, *ei*-Deminutiva der ostseefinnischen Sprachen).

B XIII (1928). **1.** G. Suess. Petronii imitatio sermonis plebei qua necessitate coniungatur cum grammatica illius aetatis doctrina. — **2.** С. Штейн (S. v. Stein). Пушкин и Гофман. (Puschkin und E. T. A. Hoffmann.) — **3.** A. V. Kõrv. Värsimõõt Veske „Eesti rahvalauludes“. (Le mètre des „Chansons populaires estoniennes“ de Veske.)

B XIV (1929). **1.** Н. Майм (N. Maim). Парламентаризм и суверенное государство. (Der Parlamentarismus und der souveräne Staat.) — **2.** S. v. Csekey. Die Quellen des estnischen Verwaltungsrechts. II. Teil (S. 103—134). — **3.** E. Virányi. Thalès Bernard, littérateur français, et ses relations avec la poésie populaire estonienne et finnoise.

B XV (1929). **1.** A. v. Bulmerincq. Kommentar zum Buche des Propheten Maleachi. 1 (1, 2—11). — **2.** W. E. Peters. Benito Mussolini und Leo Tolstoi. Eine Studie über europäische Menschheitstypen. — **3.** W. E. Peters. Die stimmanalytische Methode. — **4.** W. Freymann. Platons Suchen nach einer Grundlegung aller Philosophie.

B XVI (1929). **1.** O. Loorits. Liivi rahva usund. (Der Volksglaube der Liven.) III. — **2.** W. Süss. Karl Morgenstern (1770—1852). I. Teil (S. 1—160).

B XVII (1930). **1.** A. R. Cederberg. Heinrich Fick. Ein Beitrag zur russischen Geschichte des XVIII. Jahrhunderts. — **2.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. VI. — **3.** W. E. Peters. Wilson, Roosevelt, Taft und Harding. Eine Studie über nordamerikanisch-englische Menschheitstypen nach stimmanalytischer Methode. — **4.** N. Maim. Parlamentarism ja fašism. (Parliamentarism and fascism.)

B XVIII (1930). **1.** J. Vasar. Taani püüded Eestimaa taasvallutamiseks 1411—1422. (Dänemarks Bemühungen Estland zurückzugewinnen 1411—1422.) — **2.** L. Leesment. Über die livländischen Gerichtssachen im Reichskammergericht und im Reichshofrat. — **3.** А. И. Стендер-Петерсен (Ad. Stender-Petersen). О пережиточных следах аориста в славянских языках, преимущественно в русском. (Über rudimentäre Reste des Aorists in den slavischen Sprachen, vorzüglich im Russischen.) — **4.** М. Курчинский (M. Kourtchinsky). Соединенные Штаты Европы. (Les États-Unis de l'Europe.) — **5.** K. Wilhelmson. Zum römischen Fiskalkauf in Ägypten.

B XIX (1930). **1.** A. v. Bulmerincq. Kommentar zum Buche des Propheten Maleachi. 2 (1, 11—2, 9). — **2.** W. Süss. Karl Morgenstern (1770—1852). II. Teil (S. 161—330). — **3.** W. Anderson. Novelline popolari sammarinesi. II.

B XX (1930). **1.** A. Oras. Milton's editors and commentators from Patrick Hume to Henry John Todd (1695—1801). I. — **2.** J. Vasar. Die grosse livländische Güterreduktion. Die Entstehung des Konflikts zwischen Karl XI. und der livländischen Ritter- und Landschaft 1678—1684. Teil I (S. 1—176). — **3.** S. v. Csekey. Die Quellen des estnischen Verwaltungsrechts. III. Teil (S. 135—150).

B XXI (1931). **1.** W. Anderson. Der Schwank vom alten Hildebrand. Teil I (S. 1—176). — **2.** A. Oras. Milton's editors and commentators from Patrick Hume to Henry John Todd (1695—1801). II. — **3.** W. Anderson. Über P. Jensens Methode der vergleichenden Sagenforschung.

B XXII (1931). **1.** E. Tennmann. G. Teichmüllers Philosophie des Christentums. — **2.** J. Vasar. Die grosse livländische Güterreduktion. Die Entstehung des Konflikts zwischen Karl XI. und der livländischen Ritter- und Landschaft 1678—1684. Teil II (S. I—XXVII. 177—400).

B XXIII (1931). **1.** W. Anderson. Der Schwank vom alten Hildebrand. Teil II (S. I—XIV. 177—329). — **2.** A. v. Bulmerincq.

Kommentar zum Buche des Propheten Maleachi. 3 (2, 10—3, 3). — **3.** P. Arumaa. Litauische mundartliche Texte aus der Wilnaer Gegend. — **4.** H. Mutschmann. A glossary of americanisms.

B XXIV (1931). **1.** L. Leesment. Die Verbrechen des Diebstahls und des Raubes nach den Rechten Livlands im Mittelalter. — **2.** N. Maim. Völkerbund und Staat. Teil I (S. 1—176).

B XXV (1931). **1.** Ad. Stender-Petersen. Tragoediae Sacrae. Materialien und Beiträge zur Geschichte der polnisch-lateinischen Jesuitendramatik der Frühzeit. — **2.** W. Anderson. Beiträge zur Topographie der „Promessi Sposi". — **3.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. VII.

B XXVI (1932). **1.** A. v. Bulmerincq. Kommentar zum Buche des Propheten Maleachi. 4 (3, 3—12). — **2.** A. Pridik. Wer war Mutemwija? — **3.** N. Maim. Völkerbund und Staat. Teil II (S. I—III. 177—356).

B XXVII (1932). **1.** K. Schreinert. Johann Bernhard Hermann. Briefe an Albrecht Otto und Jean Paul (aus Jean Pauls Nachlass). I. Teil (S. 1—128). — **2.** A. v. Bulmerincq. Kommentar zum Buche des Propheten Maleachi. 5 (3, 12—24). — **3.** M. J. Eisen. Kevadised pühad. (Frühlingsfeste.) — **4.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. VIII.

B XXVIII (1932). **1.** P. Põld. Üldine kasvatusõpetus. (Allgemeine Erziehungslehre.) Redigeerinud (redigiert von) J. Tork. — **2.** W. Wiget. Eine unbekannte Fassung von Klingers Zwillingen. — **3.** A. Oras. The critical ideas of T. S. Eliot.

B XXIX (1933). **1.** L. Leesment. Saaremaa halduskonna finantsid 1618/19. aastal. (Die Finanzen der Provinz Ösel im Jahre 1618/19.) — **2.** L. Rudrauf. Un tableau disparu de Charles Le Brun. — **3.** P. Ariste. Eesti-rootsi laensõnad eesti keeles. (Die estlandschwedischen Lehnwörter in der estnischen Sprache.) — **4.** W. Süss. Studien zur lateinischen Bibel. I. Augustins Locutiones und das Problem der lateinischen Bibelsprache. — **5.** M. Kurtschinsky. Zur Frage des Kapitalprofits.

B XXX (1933). **1.** A. Pridik. König Ptolemaios I und die Philosophen. — **2.** K. Schreinert. Johann Bernhard Hermann. Briefe an Albrecht Otto und Jean Paul (aus Jean Pauls Nachlass). II. Teil (S. I—XLII + 129—221). — **3.** D. Grimm. Zur Frage über den Begriff der Societas im klassischen römischen Rechte. — **4.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. IX.

C I—III (1929). **I 1.** Ettelugemiste kava 1921. aasta I poolaastal. — **I 2.** Ettelugemiste kava 1921 aasta II poolaastal. — **I 3.** Dante pidu 14. IX. 1921. (Dantefeier 14. IX. 1921.) R. Gutmann. Dante Alighieri. W. Schmied-Kowarzik. Dantes Weltanschauung. — **II 1.** Ettelugemiste kava 1922. aasta I poolaastal. — **II 2.** Ettelugemiste kava 1922. aasta II poolaastal. — **III 1.** Ettelugemiste kava 1923. aasta I poolaastal. — **III 2.** Ettelugemiste kava 1923. aasta II poolaastal.

C IV—VI (1929). **IV 1.** Ettelugemiste kava 1924. aasta I poolaastal. — **IV 2** Ettelugemiste kava 1924. aasta II poolaastal. — **V 1.** Ettelugemiste kava 1925. aasta I poolaastal. — **V 2.** Ettelugemiste kava 1925. aasta II. poolaastal. — **VI 1.** Ettelugemiste kava 1926. aasta I poolaastal. — **VI 2.** Ettelugemiste kava 1926. aasta II poolaastal.

C VII—IX (1929). **VII 1.** Ettelugemiste kava 1927. aasta I poolaastal. — **VII 2.** Ettelugemiste kava 1927. aasta II poolaastal. — **VIII 1.** Ettelugemiste kava 1928. aasta I poolaastal. — **VIII 2.** Ettelugemiste kava 1928. aasta II poolaastal. — **IX 1.** Ettelugemiste kava 1929. aasta I poolaastal. — **IX 2.** Ettelugemiste kava 1929. aasta II poolaastal. — **IX 3.** Eesti Vabariigi Tartu Ülikooli isiklik koosseis 1. detsembril 1929.

C X (1929). Eesti Vabariigi Tartu Ülikool 1919—1929.

C XI—XIII: *ilmuvad hiljemini* (*paraîtront plus tard*).

C XIV (1932). Tartu Ülikooli ajaloo allikaid. I. Academia Gustaviana. a) Ürikuid ja dokumente. (Quellen zur Geschichte der Universität Tartu (Dorpat). I. Academia Gustaviana. a) Urkunden und Dokumente). Koostanud (herausgegeben von) J. Vasar.

C XV (1932). L. Villecourt. L'Université de Tartu 1919—1932.

---

7. aprillil 1932. a. „Toimetuste“ toimkond on otsustanud, et kõigi tööde tiitellehtedel ilmumiskoht peab esinema eesti keeles.

Le 7 avril 1932, le Comité de rédaction a décidé que dorénavant sur les frontispices de tous les ouvrages publiés dans les „Acta et Commentationes“ le lieu d'impression doit être donné en estonien.

TARTU ÜLIKOOLI TOIMETUSED ilmuvad kolmes seerias:

A: Mathematica, physica, medica. (Matemaatika-loodusteaduskonna, arstiteaduskonna, loomaarstiteaduskonna ja põllumajandusteaduskonna tööd.)

B: Humaniora. (Usuteaduskonna, filosoofiateaduskonna ja õigusteaduskonna tööd.)

C: Annales. (Aastaaruanded.)

Ladu: Ülikooli Raamatukogus, Tartus.

LES PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE TARTU (DORPAT) se font en trois séries:

A: Mathematica, physica, medica. (Mathématiques, sciences naturelles, médecine, sciences vétérinaires, agronomie.)

B: Humaniora. (Théologie, philosophie, philologie, histoire, jurisprudence.)

C: Annales.

Dépôt: La Bibliothèque de l'Université de Tartu, Estonie.