

Ülesannete täielised
selgitused ja lahendused

G. RÄGO

Matemaatika tööraamatu

Algebra

I klassi kursusele

Koostanud H. ja J. K.

H. KIHO KIRJASTUS, TARTUS.

Ülesannete täielised
selgitused ja lahendused

G. RÄGO

Matemaatika tööraamatu

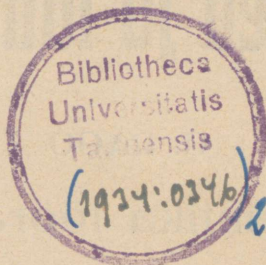
Algebra

I klassi kursusele

Koostanud H. ja J. K.

33267

H. KIHU KIRJASTUS, TARTUS.



2-56748

A-14009

59

O.-Ü. „Ilutrükk“ Tartus, 1934.

Peatükk 1.

Algebraalse sümbolika alged.

Harjutis I.

1. $\alpha + \beta = 180$ 2. $\alpha + \beta + \gamma = 180$ 3. $1^\circ \delta = i - 27$
 $2^\circ \delta = e - 23$ $3^\circ i = e + 4$. 4. $h + K = m$ ehk $m = h - k$
 5. $N + T = B$.

6. $v = u + t \left| \frac{n}{v} \right| \frac{t}{v} - 1$. 7. Tabel on valmistatud n -kandilise püramiidi kohta. Kui siia n asemele panna 3, 4 ja 5, siis saame kolme, nelja ja viiekandilise püramiidi elemendid. Valemid on vastavalt

t	s	T	S	H
n	n	$n+1$	$2n$	$n+1$
3	3	3+1	6	3+1

$$s = t \quad T = t + 1 \quad S = 2s.$$

$$H = s + 1 \quad S = 2H - 2.$$

8. Tabel kujuneks 3 ja n kandilise prisma jaoks:

t	s	T	S	H
3	3	6	9	5
n	n	$2n$	$3n$	$2n-1$

$$s = t \quad T = 2t \quad S = 3s.$$

$$\frac{H+1}{2} = s, \quad \frac{H+1}{2} = \frac{S}{3}.$$

9. Seda ülesannet tuleb igal üksikul juhul eriti lahendada, arvesse võttes eeltoodut, ülesannet 8 ja 7.

10. $\ddot{u}_3 = k + k + k$; $\ddot{u}_4 = k + k + k + k$; $\ddot{u}_5 = k + k + k + k + k$ ehk vastavalt $\ddot{u}_3 = 3k$ $\ddot{u}_4 = 4k$ ja $\ddot{u}_5 = 5k$.
Analoogiliselt $\ddot{u}_n = n \cdot k$.

11. Servi on kolmekandilisel püramiidil 6. Üksteise kõrvale tuleks asetada 6 serva, mille igaühe pikkus k .

Järjekult saaksime lõigu pikkusega $6k$.

12. Servi on kokku 12. On tarvis lõiku, mille pikkus $12a$.

13. $1^\circ \ddot{u}_6 = 6r$ ehk $\ddot{u}_6 = 3d$ 2° . Ruudu külg on $d = 2r$.
Übermõõt seega $\ddot{u}_4 = 4 \cdot 2r = 8r$ $\ddot{u}_4 = 4d$. $3^\circ C = \pi d$ ehk $C = d \cdot 3,14$.

14. $m = \frac{a+b}{2}$. **15.** $\frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} = l$. Näiteks saime esmakordsel mõõtmisel 100 sammu, teistkordsel 101 ja kolmandal 102 siis keskmine on $\frac{100 + 101 + 102}{3} = \frac{103}{3} = 101$.

16. $1^\circ \frac{a=c \quad b=c}{a=b}$ $2^\circ \frac{a=b}{a+c=b+c}$ $3^\circ \frac{a=b}{a-c=b-c}$
 $4^\circ \frac{a=b}{a \cdot c = b \cdot c}$ $5^\circ \frac{a=b}{\frac{a}{c} = \frac{b}{c}}$ Geomeetriliselt on need nõnda-

nimet. geomeetria aksioomid ja sellekohane pikem selgitus on igas geomeetria algõpetuses.

17. $\frac{a=b}{c=d}$ **18.** $\frac{a>c \quad b>d}{a-c=b-d}$ **19.** $\frac{a=b \quad c=d}{a \cdot c = b \cdot d}$
 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

20. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ **21.** $1^\circ 0 \cdot a = 0$ $2^\circ a \cdot 0 = 0$.

22. $c < b + a$.

Harjutis II.

1. $l + w = v$. Kontrollides näiteks esimest

$$\begin{array}{r} 3750 \\ - 1522 \\ \hline 2228 \end{array}$$

siis valemisse väärtused asemele pannes saame $1522 + 2228 =$ peab võrduma 3750.

Samuti toimida järgnevat arvudega.

2. $a + b = b + a$, sest summa jääb muutmatuks, kas hakkame kokkuarvamist toimima ülalt või alt (paremalt või vasakult püstreas).

Kontrollimisel $5 + 7 + 10 + 13 + 25 + 37$ peab võrduma ümbermõõduga s. o. $37 + 25 + 13 + 10 + 7 + 5$.

3. Eelmise analoogia põhjal $a \cdot b = b \cdot a$. Arvudes $578 \cdot 92 = 92 \cdot 578$.

4. $b \cdot q + r = a$. Jagamisel saame $387 : 23 = 16 +$ (jääk) 19. Nüüd peab $23 \cdot 16 + 19 = 387$, mis tegelikult ka nii on.

5. $a \cdot 101 = a \cdot 100 + a$. 6. $a \cdot 99 = a \cdot 100 - a$.

7. $a \cdot 25 = \frac{a \cdot 100}{4}$. 8. $a \cdot 15 = a \cdot 10 + \frac{a \cdot 10}{2}$.

9. $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$. Näiteks $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7}$

$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.

10. $1^0 \frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}$ $20^{1/2} : 4 = \frac{20 + 1/2}{4} = \frac{20}{4} + \frac{1}{24} =$
 $= 5 + 1/8 = 5^{1/8}$. $2^0 \frac{a-b}{n} = \frac{a}{n} - \frac{b}{n}$.

11. $1 - \frac{d}{q} = \frac{q}{q} - \frac{d}{q} = \frac{q-d}{q}$. 12. $\frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n} = \frac{ab}{mn}$

$\frac{a}{m} : \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n}{m \cdot b}$.

13. $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{n+m}{m \cdot n}$; $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{n-m}{m \cdot n}$.

14. $n + \frac{p}{q} = \frac{n \cdot q}{q} + \frac{p}{q} = \frac{nq+p}{q}$.

15. $\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{an+bm}{nm}$; $\frac{a}{m} - \frac{b}{n} = \frac{an-bm}{mn}$.

16. $nh + h$. 17. $3l + \frac{l}{3} = p$. Kahekordselt katab
vits nõud $2\left(3l + \frac{l}{3}\right) = 2p$. 18. $n \cdot 15 + 25 = t$. Tabel

n	3	4	5	6	7	8	9	10
t	70	85	100	115	130	145	160	175

19. $a = 3 + 2 \cdot k$. Tabel

kraadid k	0^0	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0
puud a	3	5	7	9	11	13

20. $4n + 5 = p$. Tabel

n	1	2	3	4	5	6
p	9	13	17	21	25	29

Harjutis III.

1. Tema järel seisab $n + 1$, ees $n - 1$.
2. Järel $h + 2$, $h + 4$, ees $h - 2$, $h - 4$.
3. $k + 2$, $k + 4$, $k + 6$; $k - 2$, $k - 4$, $k - 6$.
4. Nagu näha on iga paarisarv võrdne järjekorraarv korrutades 2-ga, siis n paarisarv on $2n$.
5. Siin on iga arv tema kahekordne miinus 1, seega n -es arv on $2n - 1$.
6. Paremat kätt n -es maja on $2n$ ja vasakul poolel $2m - 1$.
7. Raha oli ühel päeval $3 \cdot a$, teisel $5b + 3c$, kolmandal $10f + 3g$, neljandal $25i + 10j + k$.
8. $m = 10b + 1a$. Muutes järjekorra saame $m = 10a + b$.
9. $n = 100c + 10b + a$. 10. a kr. = $100a$ senti; $100a + b$.
11. $72a$; $0,72b$; $72a + 0,72b$.
12. $372 a$; $3,72 b$; $372 a + 3,72 b$.
13. $1800 x$, $\frac{1800}{20} y$, $\frac{1800}{20 \cdot 12} z$. $1800 x + \frac{1800}{20} y$, $\frac{1800}{20} y + \frac{1800}{20 \cdot 12} z$; $1800 x + \frac{1800}{20} y + \frac{1800}{20 \cdot 12} z$, sest nähtavasti 1 £ = 1800 senti ja x £ - x korda rohkem. \$ (šilling) on aga 20 korda naelast vähem, järjel. $\frac{1800}{20}$ ja penni šillingust ($\frac{1800}{20}$), 12 korda vähem, seega $\frac{1800}{20 \cdot 12}$.

$$14. a + \frac{b}{10} \quad 15. 10a + \frac{b}{10} \quad 16. a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$$

Harjutis IV.

1. $v + 5$, $v + 7,5$, $v + 10$, $v + a$.
2. $n - 1$, $n - 2$, $n - 3$, $n - 7$, $n - m$.
3. $s - 1$, $s - 2$, $s - 3\frac{1}{2}$, $s - 10$, $s - a$ Tallinnast; Valgast aga $t + 1$, $t + 2$, $t + 3\frac{1}{2}$, $t + 10$, $t + a$.
4. $v + u$ pärivett, vastuvett $v - u$.
5. $1^0 p + v + q$ $2^0 p + v$ $3^0 v + q$ $4^0 v$.
6. $a = 2p$ $b = 3p$ $c = 4p$ $d = 6p$.
7. 1 nael = h ; $2n = 2h$; $3h$; $\frac{h}{2}$; $\frac{3}{4}h$; $0,8h$; $2,4h$ ja nh .
8. $s = vt$.
9. 6 t. on nädalateenistus, kuuteenistus 26 t., tunni-
tasu $\frac{t}{8}$.
10. $\frac{p}{30}$; $12p$; $\frac{p}{4,30}$;
11. Lehti on $\frac{n}{2}$, iga lehe paksus p : $\frac{n}{2} = \frac{2p}{n}$. Antud tabelit täites mõõtmisel saadud andmetega leiame lehtede arvu jagades lehekülgede arvu 2-ga ja paberi paksuse jagades kogupaksuse p lehtede arvule.
12. a liitris on piiritust $a \cdot k$.
13. Intressi saame kui kapitali hulga korrutame protsendi teguriga $\left(\frac{p}{100}\right)$. Nii et $i = k \cdot \frac{p}{100}$.
Vastused tabelis toodud andmetele vastavalt 30,12; 123,5; 1363.
14. Ratta ümbermõõt on πd , millise maa liigub ta edasi ühe tiiruga. N tiiruga liigub ta edasi N korda enam, järjel. $\pi \cdot d \cdot N$.

15. 1. sekundis voolava vee-joa läbilõike pindala on $l \cdot s$ ja paksus k , järjekult $l \cdot s \cdot k$ on ruumala. Ühe minuti jooksul 60 korda enam — $60 l \cdot s \cdot k$; tunnis $60 \cdot 60 \cdot l \cdot s \cdot k$. Ööpäevas $24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot l \cdot s \cdot k$.

Ülesandes toodud näites $h = 12 \cdot 4 \cdot 3,5 = 160 \text{ m}^3$ sekundis, minutis $60 \cdot 160$ jne.

16. $k \cdot n + p = K$. 17. $t = \frac{s}{v}$.

18. Tosin = 12 ühikut, 1 gross maksab siis $\frac{s}{n}$, 1 tosin maksab $\frac{s}{12 \cdot n}$; üksik niidirull $h = \frac{s}{12 \cdot 12 \cdot n}$.

19. Saame kui jagame täisringi 360° külgede arvule n . Järjekult $\frac{360}{n}$ ehk vastavalt $\frac{360}{3} = 120^\circ$; $\frac{360}{4} = 90^\circ$; $\frac{360}{5} = 72^\circ$.

20. Kirjutame liht kolmlause
 n õpilase pealt jõuab edasi m õpilast

$$100 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad p \quad "$$

$$p = \frac{100 \cdot m}{n}.$$

Tabelis antud näiteile vastused vastavalt 80,9; 83,3; 71,8; 78,1; 82,1; 80.

21. a -meetri kohta tuleb viga α m.

$$1 \text{ meetri} \quad " \quad " \quad " \quad \frac{\alpha}{a}.$$

Teise küsimuse vastuseks jälle kolmlause.

$$a \text{ pealt on viga } \alpha$$

$$100 \quad " \quad " \quad " \quad p$$

$$p = \frac{100 \cdot \alpha}{a}.$$

Vastused tabelile vastavalt 0,91; 1,23; 0,64; 0,41; 0,83 ja 2,5. Kõige täpsem on muidugi mõõtmine, kus vea protsent kõige vähem, seega 0,41, halveim 2,5.

22. Vastuse saame, talitades samuti kui eespool.

See on $\frac{\beta}{b}$ ehk $p = \frac{100 \beta}{b}$.

23. Vastus jällegi eelneva arutluse põhjal $p = \frac{b \cdot 100}{a}$.
 Raha jääb üle, kui b krooni ära kulutatakse $a - b$ ja vastus on $p = \frac{(a - b) 100}{a}$.

Vastused tabelile vastavalt p -d. 21,66; 35,71; 27,21; ja q -d. 78,34; 64,29; 72,79.

24. Kokku on õpilasi koolis $a + b$. Eelneva põhjal poiste protsent $\frac{100 \cdot a}{a + b}$, tütarlaste protsent $\frac{100b}{a + b}$.

25. Segu saadi $a + b$ gr. Lahuse $\%$ oleneb arstimi hulgast, seega $p = \frac{100 \cdot a}{a + b}$.

26. Müügihind = omahind + tulu; seega $hn + k$. n kg maksab $hn + k$; ühe kg müügihind seega $\frac{hn + k}{n}$.

27. Puuduolev summa on $p - q$, mida tuleb jagada N osanikule, seega $s = \frac{p - q}{N}$.

28. Kasti sisu kaalub $a - b$. $1^0 \frac{a - b}{m}$ $2^0 \frac{(a - b) 1000}{m}$.

29. Vastus $\frac{s - p}{a + b}$.

30. Mitu tolli oli riulite rida pikk — $r \cdot l$.
 Palju võtavad raamatud ruumi — $m \cdot p$.
 Ruumi jääb üle $r \cdot l - m \cdot p$.
 Mitu raamatut veel mahub = $\frac{r \cdot l - m \cdot p}{q}$.

31. Vastavalt $\frac{s}{v}$; $\frac{s}{v + u}$ $\frac{s}{v - u}$

32. Tunnis käivad A_1 ja A_2 kokku $v_1 + v_2$ km. Nemad kohtuvad $\frac{s}{v_1 + v_2}$ tunni pärast. Läbikäidud tee saame, kui korrutame tunni liikumiskiirust käimise ajaga, siis käis esimene $\frac{s \cdot v_1}{v_1 + v_2}$ (kohtumispunkti kaugus paigast A_1), teine $\frac{s \cdot v_2}{v_1 + v_2}$ (kohtumispunkti kaugus paigast A_2).

33. p liitrit piima kaalub ap kg

q " vett " bq "

$p + q$ liitrit segu kaalub $ap + bq$ kg

1 " " " $\frac{ap + bq}{p + q}$

34. Eelmise analoogia põhjal saame: segu naela omahind $h = \frac{h_1 \cdot a_1 + h_2 \cdot a_2}{a_1 + a_2}$.

Tabeli täiendus kujuneks vastavalt $1^{\circ} 1,20$, $2^{\circ} 1,24$, $3^{\circ} 1,22$, $4^{\circ} 1,06$.

Harjutis V.

1. Ühe tunni kiirus $v = \frac{s}{t}$ ehk arvudes $\frac{12,7}{0,26} = 4,9 \text{ km}$.

2. Erikaal on arv, mis näitab mitu korda on aine raskem ehk kergem veest. Vee erikaal on 1. Siis $e = \frac{p}{q}$ ehk arvudes $e = \frac{378}{492} = 0,75$.

3. Kivi kaotab vees oma kaalust $p - q$ kg. Iga keha kaotab vees oma raskusest niipalju, kui palju kaalub tema poolt väljatõrjutud vesi. Järjekult kivi mahule vastav veehulk kaalub $p - q$ kg. $e = \frac{p}{p - q} = \frac{2,7}{2,7 - 1,6} = 2,45$.

4. Kalarasv kaalub $k - p$. Erikaal $e = \frac{k - p}{v}$ ehk arvudes $e = \frac{328 - 66}{375} = \sim 0,7$.

5. Iga kül $Q = a \cdot h$, kolme küljeline järjel. 3 korda rohkem. $Q_3 = 3ah$, $Q_4 = 4ah$, $Q_5 = 5ah$, $Q_6 = 6ah$, $Q_7 = 7ah$.

6. Teame, et ringi sisse joonist. korrapärase kuuenurgelise kül Q võrdub raadiusega, sellepärast eelneva põhjal $Q = 6 \cdot rh$.

7. Terve ristküliku pindala on $p \cdot q$. Tekkivad kolmnurgad on kumbki pool sellest, järjel: $P = \frac{p \cdot q}{2}$.

8. Teatavasti on kuubil 6 külge. Ühe külje pind on a^2 , seega $S = 6a^2$.

9. Ruudu pindala $= k^2$. Pool sellest $P = \frac{k^2}{2}$.

10. Ringi pindala $= \pi r^2$. $S = \frac{\pi r^2}{4}$. Ringi pindala tuleb võtta vastavalt ruut tollides ja ruut küünardes.

11. Põhja pind $P = a^2$. Külje pind $Q = a \cdot h$. 4 kandil. prismal on 2 põhja P ja 4 külge Q , siis $S = 2P + 4Q$ ehk $S = 2a^2 + 4ah$ ehk meetrites $S = 2 \cdot (0,58)^2 + 4 \cdot 0,58 \cdot 2,45 = 6,057$. $P = 0,58 \cdot 0,58 = 0,2364$. $Q = 2,45 \cdot 0,58 = 1,421$.

12. 1° $Q = C \cdot k$, 2° $Q = \frac{C \cdot l}{2}$. Põhja ümbermõõt $= 2\pi r$. 3° $Q = 2\pi r \cdot k$ ja $\frac{2\pi r \cdot l}{2} = \pi r l$

13. 1° $S = P + Q$, 2° $T = P + Q$. 3° Eelmisest ülesandest saame külgepinna $Q = \pi r l$. Põhipind $P = \pi r^2$, seega $S = \pi r^2 + \pi r l$. $T = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$.

14. Õpilase enese teha!

15. Ühe meetri värvimiseks kulub $n = \frac{v}{p \cdot q}$. Nael on ümarguselt 0,4 kg seega $k = \frac{v \cdot 0,4}{p \cdot q}$ ehk arvudes $k = \frac{22 \cdot 0,4}{10,8} = 0,81$ kg ehk naeltes $\frac{22}{10,8} = \frac{11}{40}$ naela.

16. Põranda pind $= a \cdot b$ järjel. $\frac{a \cdot b}{c}$.

17. Vakamaa on 400 s², ühe s² kündmiseks kulub $\frac{n}{400}$ minutit ja vastus $t = \frac{n}{400} \cdot p \cdot q$ ehk arvudes $t = \frac{35 \cdot 180 \cdot 160}{400} = 2520$ minutit.

18. $1 m^2 = 10.000 cm^2$ siis $n = \frac{a \cdot b \cdot 10.000}{c \cdot c}$ arvuliselt $n = \frac{9,3 \cdot 5,6 \cdot 10.000}{15 \cdot 15} = 2315$.

19. Siin katuse kahepoole pind kokku $mn + mn = 2mn$
 meetrit $1m^2 = 10.000\text{ cm}^2$. Pind $\text{cm}^2 = 2mn \cdot 10.000$.
 $a = \frac{2 \cdot 10000 \cdot mn}{p \cdot q}$; arvuliselt $\frac{2 \cdot 26,5 \cdot 7,2 \cdot 10\,000}{30 \cdot 15} = 8480$.

20. $S = m \cdot h$, $m = \frac{a+b}{2}$, siis $S = \frac{(a+b)h}{2}$.

21. Suurem pindala $= a \cdot b$, vähem $c \cdot d$. $S = a \cdot b + c \cdot d$.

22. $a \cdot b - c \cdot d$.

23. Eeskoja suurus on nähtavasti $c \cdot \frac{c}{2}$. Seega eluruu-
 mide pindala $S = a \cdot b - \frac{c \cdot c}{2}$ ehk arvuliselt: $S = 14 \cdot 9 -$
 $-\frac{5 \cdot 5}{2} = 113,5$.

24. Pinnad on vastavalt $1^0 aa - bb$, $2^0 aa - \pi rr$,
 $3^0 mm - \frac{\pi r^2}{4}$, $4^0 \frac{\pi r_1^2}{2} - \frac{\pi r_2^2}{2}$, $5^0 a^2 - \frac{a \cdot a}{2 \cdot 2}$, $6^0 a \cdot b - \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2}$.

Valemitesse asendades arvud saame:

$1^0 23,4 \cdot 23,4 - 5,7 \cdot 5,7 = 505,42$.

$2^0 13,7 \cdot 13,7 - \pi \cdot 4,9 \cdot 4,9 = 112,3$.

$3^0 30,8 \cdot 30,8 - \frac{\pi \cdot 21,5 \cdot 21,5}{4} = 590,4$.

$4^0 \frac{\pi \cdot 12,9 \cdot 12,9}{2} - \frac{\pi \cdot 8,7 \cdot 8,7}{2} = 145,2$.

$5^0 40,9 \cdot 40,9 - \frac{40,9 \cdot 40,9}{2 \cdot 2} = 1254,6$.

$6^0 34,7 \cdot 19,8 - \frac{19,8}{2} \cdot \frac{34,7}{2} = 515,3$.

25. $V = \frac{P \cdot h}{3}$, $V_4 = \frac{k^2 \cdot h}{3}$. Arvudes $V = \frac{11,7 \cdot 11,7 \cdot 19,3}{3}$

26. $V = \frac{P \cdot h}{3}$, $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$. Kui koonus pikuti läbilõi-

gata, siis näeme, et kõrgus h , raadius r ja moodustaja l
 moodustavad kolmnurga. Püthagorase lause põhjal võime
 kirjutada $h^2 + r^2 + l^2$, siit määrame $h^2 = l^2 - r^2$, siit $h =$

$= \sqrt{l^2 - r^2}$. Valemissse asetades saame $V = \frac{\pi r^2 \sqrt{l^2 - r^2}}{3}$.

Viimane arvestamine ruutjuurtega kuulub õieti II. keskkooli klassi kavva, mille tõttu selle nõudmine ülesandes on vahest üleliigne.

27. $a \cdot b \cdot c - f \cdot g \cdot h$. Näiteks tuleb ise katsetada.

28. $a \cdot a \cdot b - c \cdot c \cdot c$.

29. Ahju ruumala ühes õhulõõriga on $a \cdot b \cdot c$ kuup jalga ehk $a \cdot b \cdot c$ 12^3 kuup tolli. Õhu lõõr on $a \cdot b \cdot c$ $12^3 \cdot 0,4$. Ahju ruumala õhulõõrita on abc $12^3 - 0,4abc$ 12^3 . Kive kuulub $\frac{abc \cdot 12^3 - 0,4 \cdot abc \cdot 12^3}{m \cdot n \cdot p}$.

Harjutis VI.

1. 1^0 $3a$, 2^0 $4b$, 3^0 $\frac{2a}{3}$, 4^0 $2a + b$, 5^0 $\frac{3a}{4} - 5b$.

2. 1^0 $2a$, 2^0 $5b$, 3^0 $\frac{c}{2}$, 4^0 $\frac{3d}{4}$, 5^0 $0,76e$.

3. 1^0 $x + y$, 2^0 $u - v$, 3^0 $2x + 3y$, 4^0 $4u - 7v$, 5^0 $\frac{a}{2} + \frac{b}{3}$, 6^0 $a - \frac{4a}{10}$.

4. 1^0 Kahe a summa. 2^0 Kolme b summa. 3^0 a viiekordselt. 4^0 b seitsmekordselt. 5^0 a pool. 6^0 Üks kaks-kolmandikku b -st. 7^0 Üks koma üheksa $a \cdot d$. 8^0 Kuus koma neli $b \cdot d$. 9^0 a ja kahekordse b summa. 10^0 a kolmekordse ja b summa. 11^0 Kahekordse a ja viiekordse b summa. 12^0 a ja b kahe kolmandiku vahe. 13^0 Null koma kaheksa a ja ühe koma kahe b summa. 14^0 Kolmekordse a ja üks koma üheksa b vahe, 15^0 Null koma neli a ja kahe koma kuue b summa.

5. Trepiastmelaiuse l saame kui lahutame 24-jast kahekordse astme kõrguse, kusjuures kõrgus on suurem kui 5,5 ja vähem kui 7.

astme kõrgus k	5,5	5,8	6,1	6,4	jne.
astme laius l	13	12,4	11,8	11,2	

6. 1^o Majateeniija lepingus kahe aasta peale on tema 1 kuu palgaks määratud 5 kr., ja veel nii palju kroone peale, mitmendat kuud ta on teenistuses, kusjuures palga summa ei tohi tõusta üle 20 krooni.

$$2^0 \frac{\text{kuude arv } n}{\text{palk } p} \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & \dots & 15 & 16 & \dots & 24 \\ \hline 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & \dots & 20 & 20 & \dots & 20 \end{array}$$

7. 1^o Keskkooliõpetaja saab kuus palka 120 kr. ja veel peale niipalju krooni, kui teeb välja tema lastearvu kaheksakordne, kusjuures 1 kuu palga ülemmääraks on 155 kr.

$$2^0 \frac{\text{laste arv } l}{\text{palk } p} \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 120 & 128 & 136 & 144 & 152 & 155 \end{array}$$

$$8. \quad 1^0 y \cdot x \quad 2^0 \frac{y}{x} \quad 3^0 y \cdot 2x \quad 4^0 \frac{y}{5x} \quad 5^0 \frac{3y}{10x}$$

$$9. \quad 1^0 8xy \quad 2^0 \frac{3x}{5y} \quad 3^0 4xy + 7z \quad 4^0 \frac{x}{y} - 2z$$

$$5^0 x \cdot y - \frac{x}{y}$$

10. 1^o a ja b korrutis. 2^o a ja b kahekordse ja c summa. 3^o a ja c kolmekordse ja b viiekordse summa. 4^o a kahekordse ja bc seitsmekordse summa. 5^o a ja b korrutise null tervet kuus kümnendikku. 6^o a ja b korrutise ühe koma seitsme ja c kahe koma üheksa summa. 7^o a ja b korrutise poole ja b ja c korrutise kolm neljandikku. 8^o a ja c korrutise ja b ja c viie kaheksandiku vahe. 9^o a ja b jagatise ja c ja d jagatise summa. 10^o a ja b jagatise kolmekordse ja c ja d jagatise kahekordse vahe. 11^o a ja b jagatise neljakordse ja c viiekordse summa. 12^o a ja b ja c jagatise poole vahe. 13^o a ja b null koma seitsme ja b ja c jagatise ühe koma kahe vahe. 14^o a ja c jagatise kolmekordse ning b neljakordse ja d jagatise vahe. 15^o Viiekordse ac korrutise jagatise d -le ja poole b vahe.

$$11. \quad 1^0 x^2 \cdot 5 \quad 2^0 y^3 \cdot 8 \quad 3^0 x^2 + 2y^2 \quad 4^0 5y^2 - 3x^2 \\ 5^0 x^3 - 2y^3 \quad 6^0 2x \cdot y^2 \quad 7^0 \frac{x^3}{3y} \quad 8^0 x^2y + y^2x$$

12. 1^o a teine aste. 2^o kolmekordne a teine aste. 3^o a teise astme ja kahekordse b teise astme summa. 4^o b teise astme ja a teise astme vahe. 5^o a teise astme viiekordse ja b teise astme neljakordse summa. 6^o a teise astme ja b teise astme null koma kuue vahe. 7^o a teise astme poole ja b teise astme veerandi summa. 8^o a teise astme ja a ja b korrutise kolmekordse summa. 9^o a teise astme kahe kolmandiku ja a ja b korrutise viie kuuendiku vahe. 10^o a ja b korrutise ühe koma seitsme ja b teise astme kahe koma kolme vahe. 11^o a kolmanda astme kahekordne. 12^o a kolmanda astme viiekordse ja b kolmanda astme neljakordse summa. 13^o a kolmanda astme ja b kolmanda astme kahekordse vahe. 14^o a kolmanda astme poole ja b kolmanda astme kahe kolmandiku summa. 15^o a kolmanda astme kolmekordse ja a teise astme ja b korrutise neljakordse vahe.

13. 1^o Rea nõutava liikme saame kui liidame liikme numbrile (= mitmes liige reas) arvu 2. 2^o Rea nõutava liikme saame, kui lahutame liikme numbril neljakordsest 3. 3^o Rea nõutava liikme saame, kui lahutame 50-nest liikme numbril seitsmekordse. 4^o . . . saame, kui jagame 1. liikme numbril arvule. 5^o . . . saame, kui lahutame liikme numbril arvust 1 ja jagame selle liikme arvule. 6^o . . . saame, kui võtame liikme numbril teise astme. 7^o . . . saame, kui lahutame 15-est liikme numbril teise astme kolmandiku. 8^o . . . saame, kui liikme numbril ruudu kolmekordsest lahutame liikme koha kahekordse ja liidame 7. 9^o . . . saame, kui võtame liikme numbril kolmanda astme. 10^o . . . saame, kui lahutame liikme numbril kolmanda astme kahekordsest liikme numbril teise astme ja liidame 1.

Näiteks esimesed liikmed 1^o 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 . . .
 2^o 1, 5, 9, 13, 17 . . . 3^o 43, 36, 29, 22 . . . 4^o 1, $\frac{1}{2}$,
 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. . . 5^o 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$. . . 6^o 1, 4, 9, 16, 25 . . .
 7^o $14\frac{2}{3}$, $13\frac{2}{3}$, 12 . . . 8^o 8, 15, 28, 47 . . . 9^o 1, 8, 27,

64, 125 . . . 10^0 2, 13, 46 . . . Kõik need arvude read saame, kui eeltoodud valemitesse asetame n asemele arvud 1, 2, 3, 4, 5 jne. ja arvutame iga kord saaduse.

14. Aurumasina hooratta ümbermõõt on πd . Korrutis näitab kui pika tee teeb hooratta serval leiduv mõni punkt N sekundi jooksul.

15. $\frac{s}{m}$ tähendab liikumise kiirust minutis.

16. Siin näitab 127 seda maad, mis enne sõbra juure sisseastumist ära käidud, ehk kui kaugel elab sõber koolist; 3,5 jälle liikumiskiirust sekundis.

$\overbrace{\hspace{10em}}^{127}$
 $\overbrace{\hspace{10em}}^{\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \end{array}}$
 kus $n = 1, 2, 3$ jne.

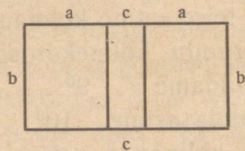
17. 100 tähendab liikmemaksu ja 3 tasu iga sõidu eest.

18. Toodud avaldis tähendab neljakordse mõõtmise keskmist.

19. Toodud avaldis näitab, mis hinda sai kaupmees oma kauba iga naela eest.

20. Jagatis näitab millist jõudu tuleb rakendada 1 kg raskuse vedamiseks.

21. Summa kujutab avatud raamatu moodustatud pindala.



22. Avaldis tähendab mitu kg värvi kuulus 1 m² värvimiseks.

23. Avaldis tähendab palju kulus grammides 1 m² laua poleerimiseks polituri.

24. Sümbol näitab, mitu kivi oli katselaual.

21. Koos täidavad tunnis $p + q$. Paagi täidavad $\frac{m}{p + b}$ tunniga.

22. Koos kirjutavad tunnis $m + n$. Kirjutatakse ümber $\frac{l}{m + n}$ tunniga.

23. 1000 täistopitud kesta tubak kaalub $q - p$ gr. 1 kesta peale läheb $\frac{q - p}{1000}$. $1 \text{ kg} = 1000 \text{ gr}$ siis $N = 1000n : \frac{q - p}{1000}$.

24. 1° Samas suunas kaugenevad 1 tunnis. $u - v$. Vastus $a = \frac{t}{u - v}$.

2° Vastassuunas kaugenevad $u + v$, järjel. $a = \frac{t}{u + v}$.

25. Maalrid töötasid kokku $p + q$ päeva. Ühe päeva tasu on $\frac{t}{p + q}$. Esimene saab siis $\frac{t}{p + q} \cdot p$ ja teine $\frac{t}{p + q} \cdot q$ krooni.

26. Kapitali oli kokku $k + l$. Ühele kroonile kapitalile langeb tulu $\frac{t}{k + l}$. Esimene saab $\frac{tk}{k + l}$ teine $\frac{tl}{k + l}$.

27. Esimene töötas $n_1 \cdot 7$ päeva, teine $n_2 \cdot 7$ päeva. Kokku töötati $6 \cdot n_1 \cdot 7 + 8 \cdot n_2 \cdot 7$. Ühe töötunni tasu on siis $\frac{h}{7 \cdot 6n_1 + 7 \cdot 8n_2}$. Esimene saab $\frac{h \cdot n_1}{7 \cdot 6n_1 + 7 \cdot 8n_2}$, teine $\frac{h \cdot n_2}{7 \cdot 6n_1 + 7 \cdot 8n_2}$.

28. Kogu segu maksab $ah + bk + cl$. Kilosid oli $a + b + c$. Segu kilo maksab $\frac{ah + bk + cl}{a + b + c}$ ja korrutades seda 2,4-ga saame naela hinna $\frac{ah + bk + cl}{a + b + c} : 2,4$.

29. Segu maksab omal $a \cdot p + b \cdot q$. Pärast kõrvetamist jääb $a + b - c$ kilo. Segu kilohind seega $\frac{ap + bq}{a + b - c}$. Kohvi on kõrvetamisel vähenenud $\frac{c \cdot 100}{a + b}$ protsenti.

30. Rulle oli kokku $b \cdot 12 + c$. Üks rull maksab $\frac{m}{12b + c}$.

31. Selle maa jooksis ta $60 \cdot a + b$ sekundiga. Ühe sekundiga jooksis ta $\frac{60a + b}{m}$ mtr., mis on ka liikumise kiiruseks.

32. Kui meie istuksime tribüünil selles kohas, kus on 100 mtr jooksu lõpp ja maa peal vastav valge ristjoon, siis vaatame kellalt, kui pikk osa rongist liigub üle selle kriipsu 1 sekundis. Leiame et see on v meetrit sekundis. Kogu rongi pikkus on nähtavasti $n \cdot d$. Selle möödaliikumiseks 100 mtr lõppjoonest kulub $\frac{n \cdot d}{v}$ sek. Säärane aeg kulub liikumiseks üle ühe joone. Tribüüni laius on aga l meetrit. Selle maa läbikäimiseks kulub aga $\frac{l}{v}$ sek. Et kogu aega teada, siis tuleb nähtavasti liita $\frac{n \cdot d}{v} + \frac{l}{v}$. Arvutades saame $\frac{200 \cdot 1,8}{2,6} + \frac{20}{2,6} = \frac{200 \cdot 1,8 + 20}{2,6} = \frac{360 + 20}{2,6} = \frac{380}{2,6} = 146,16$ sek. = 2 min. 26,16 sek.

33. Eelmise ülesandega analoogiliselt $1^0 \frac{l}{v} + \frac{l}{v} = \frac{2l}{v}$
 2^0 . Teine rong liigub kiiremini sekundis $v_2 - v_1$ m. See suurus tuleb võtta eelm. ülesande v asemele. Saame valemi $\frac{2l}{v_2 - v_1}$. 3^0 . Ühes sekundis tekib rongidele vahe $v_2 + v_1$ mtr. Analoogiliselt nad mööduvad üksteisest $\frac{2l}{v_2 + v_1}$ sek. pärast ehk arvudes $1^0 \frac{2 \cdot 122}{12} = 20,33$ sek. $2^0 \frac{2 \cdot 122}{12 - 10} = 122$ sek. $3^0 \frac{2 \cdot 122}{10 + 12} = \frac{244}{22} = 11,09$ sek.

34. Riidet oli $m + \frac{n}{3}$ jardi (1 jard = 3 jalga) ja maksab šillingutes $20a + b$. Üks jard maksab vähem $\frac{20a + b}{m + \frac{n}{3}}$ šill.

35. (1 ruutsüld = 7.7 ruutjalga) siis krunti oli $7.7 \cdot m \cdot n$ ruutjalga, mis maksab h krooni. Üks ruutjalg maksab siis $\frac{h \cdot 100}{7.7 \cdot m \cdot n}$ senti.

36. Iga aken on $a \cdot b \text{ dm}^2$, kolm akent vastavalt $3ab$. See valgus langeb kogu pörandale — $n \cdot m$ meetrile, ehk $n \cdot m \cdot 10 \cdot 10$ d-meetrile. Seega ühele dm langeb $\frac{3ab}{10 \cdot 10 \cdot m \cdot n} dm$.

37. Peegli pind = $\pi \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2}$ ($d=2r$; $r=\frac{d}{2}$). Ühe cm hõbetamine maksab $\frac{1}{5}$ senti, seega kogu peegli hõbetamine $\pi \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{5}$ senti.

38. Et silindritaoline silotorn mahuks sellele maatükile, ei tohiks ta olla läbimõõdus üle b meetri. Olgu diameetrik b , siis $r=\frac{b}{2}$. Torni põhja pindala (πr^2) oleks siis $\pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2}$ meetrit. Teame et silindri ruumala = põhi · kõrgus. Ruumala on käesoleval juhul Mm^3 , seega saame kõrguse $\frac{M}{\pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2}}$.

39. Koonuse ruumala = põhipinna ja kõrguse korru-tise kolmandikuga. Põhja pindala on $\pi \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2}$. Seega ruumala $\pi \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{h}{3} dm^3$. Erikaal on $1 dm^3$ aine raskus kg-des, seega käesoleval juhul $\frac{k}{\pi \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{h}{3}}$.

40. Ühe päevaga teeb esimene $\frac{1}{p_1}$ -dikku tööst, teine $\frac{1}{p_2}$ -dikku. Päevas teevad seega kokku $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}$. Terve töö, mille tähistame 1-ga teevad nad 1: $\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)$ päevaga, ar-vuliselt $1 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 1 : \frac{4+3}{12} = \frac{1 \cdot 12}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ päevaga.

41. Eelmise ülesandega sarnaselt 1 minutiga $\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$
ja siis $t = 1 : \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)$.

42. Jällegi sarnane eelmistele. 1 tunniga kokku $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$ ja kohtuvad $1 : \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$ tunni pärast.

43. $t = \frac{12p}{60} + \frac{1}{2}$. Vastus on tundides.

44. Alg kulu a jääb muutmatuks, seega $k = a + n \cdot b$.

45. t sekundiga kaotab $t \cdot \omega$ ühikut, seega liigub kiirusega $v = \frac{V}{3600} - t\omega$ (1 tund = 3600 sek.).

46. $v = t \cdot \omega$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ sek. lõpul on kiirus } \omega \\ 2 \text{ " " " " } \omega + \omega = 2\omega \\ 3 \text{ " " " " } 2\omega + \omega = 3\omega \\ t \text{ " " " " } t\omega \end{array} \right\}$

47. Murd tähendab meie kooli iga klassi keskmist punktide arvu.

48. Kõvera joonega piiratud pindala S saame tema sees olevate täisruutude T liitmisel poolikute ruutude K poole summaga. Nimelt osa poolikuid ruute on suuremad poolest, teised vähemad poolest, nii et keskmine on pool ruutu ehk teistviisi $K = \frac{k_1 + k_2 + k_3 \dots}{2}$.

49. Jalgratta edasinihkumise määramiseks ühe pedaali pöörde puhul tuleb tagumise ratta ümbermõõt (πd) korrutada selle ratta hammaste ja pedaalidega ühendatud ratta hammaste jagatisega $\left(\frac{H}{h}\right)$, sest $\frac{22}{7} = \pi$.

50. V suuruse arvutamiseks tuleb sügavusele (s) liita 10,3, see summa jagada 10,3 ja saadus korrutada veemulli ruumalaga (v).

51. Ringi kaart (MPN) saab määrata lahutades kaare keskpunkti ja otsapunkti ühendava sirge kaheksakordsest

kaare otsapunkte ühendava sirge pikkuse ja jagades vahet kolmele.

Tuleb katseliselt leida igal üksikul juhul $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ ja $\frac{1}{21}$ ringi pikkust.

52. Võlvi raadiuse r saame akna poole laiuse teise astme ja võlvi kõrguse teise astme summat jagades võlvi kõrguse kahekordsele. Näiteks: $r = \frac{23^2 + 35^2}{2 \cdot 35} = 25,09$.

53. Vaadi ruumala määramiseks tuleb liita vaadi kesk-lõike teise astme kahekordne ja vaadi otsa läbimõõdu teine aste ja summa jagada 12-le ja jagatis korrutada vaadi kõrgusega ja π -ga.

Heidelbergi lossi keldris asuva vaadi maht on $V = \pi \frac{2 \cdot 6,4^2 + 5^2}{12} \cdot 8,5 = \pi \frac{2 \cdot 40,96 + 25}{12} \cdot 8,5 = \frac{81,92 + 25}{12} \cdot 3,14 \cdot 8,5 = 8,91 \cdot 3,14 \cdot 8,5 = 237,8 \text{ m}^3$. Ühe liitrilise pudeli maht on teatavasti 1 dm^3 , $0,75 \text{ l} = 0,75 \text{ dm}^3$. Et teha ruumala dm-tekst tuleb seda korrutada 10.10.10. Järel. 237830 dm^3 ehk liitrit. Pudelite arvu saame $\frac{237805}{0,75} = 317072$. Selle väärtus on $317072 \cdot 2,5 = 792680 \text{ kr}$.

54. Teine paar on suurem nagu näha $\frac{a=b \quad a>c>d}{a-c < b-d}$.

55. 1^o Esimene paar on suurem $\frac{a=b \quad c>d}{a+b > b+d}$.

2^o Korrutamisel esimene paar on suurem $a \cdot c > b \cdot d$. 3^o Jagamisel teine paar on suurem $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$. Need on geomeetria põhiaksioomid, millest pikemalt võib lugeda geomeetria alg-õpetustest.

Harjutis VIII.

Et liita ühesuguseid suurusi, tuleb liita nende tegurid. Näiteks 3^o $2 \text{ £} + 3 \text{ £} = (2 + 3) \text{ £} = 5 \text{ £}$.

1. 1^o 3 \$ 2^o 3 £. 3^o 5 \$. 4^o $(2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \text{ £}$. Ühenimelistena $\frac{10+3}{4} \text{ £} = \frac{13}{4} \text{ £} = 3\frac{1}{4} \text{ £}$. 5^o $0,7 \$ + 2,8 \$ = (0,7 +$

+ 2,8) \$ = 3,5 \$. 6° Kui suurusel mingit tegurit ees pole, siis tuleb tema teguriks lugeda üks, järjest.: £ = 1 £, seega (3 + 1) £ + (5 + 2) \$ = 4 £ + 7 \$. 7° (1 + 3 + 6) £ + (10 + 1) \$. 8° (3 - 1,7) \$ = 1,3 \$. 9° (5 - 2,4 - 0,9) \$ = (5 - 3,3) \$ = 1,7 \$. 10° (10 - 3,5) £ + (24 - 11 - 9,4) \$ = 6,5 £ + 3,6 \$.

2. 22 \$ - 10 \$ + 35,7 \$ - 10 \$ + 76,2 \$ - 10 \$ = (plussidega ühtekokku ja miinustega teisekokku) = (22 + 35,7 + 76,2 - 10 - 10 - 10) \$ = (133,9 - 30) \$ = 103,9 \$. Oletades, et dollari kurss on 4 krooni, saame 103,9 · 4 = 415,6 krooni.

3. 3 £ + 4,5 £ + 0,4 £ + 5,6 £ - 0,6 £ = (3 + 4,5 + 0,4 + 5,6 - 0,6) £ = 12,9 £. Oletades et £ kurss on 18, saame kroonides 12,9 · 18 = 232,2.

4. 1° $a + 2a = 3a$; 2° $3b + 4b = 7b$; 3° $1,8c + 4,5c = 6,3c$; 4° $\frac{3}{8}d + 1\frac{1}{2}d = \left(\frac{3}{8} + \frac{12}{8}\right)d = \frac{15}{8}d = 1\frac{7}{8}d$; 5° $2\frac{5}{6}e + \frac{2}{3}e = \left(\frac{17}{6} + \frac{4}{6}\right)e = \frac{21}{6}e = 3\frac{1}{2}e$; 6° $3m + m + 5m = 9m$; 7° $n + 0,7n + 2,9n = (1 + 0,7 + 2,9)n = 4,6n$; 8° $\frac{3}{4}p + \frac{5}{8}p + 2\frac{7}{16}p = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{39}{16}\right)p = \frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 39}{16}p = \frac{12 + 10 + 39}{16}p = \frac{61}{16}p = 3\frac{13}{16}p$; 9° $2q + 1\frac{1}{2}q + \frac{3}{4}q = \left(2 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)q = \frac{8 + 6 + 3}{4}q = \frac{17}{4}q = 4\frac{1}{4}q$; 10° $r + 2r + 5\frac{2}{3}r = \left(1 + 2 + 5\frac{2}{3}\right)r = 8\frac{2}{3}r$.

5. 1° $3f - 1\frac{7}{8}f = \left(3 - \frac{15}{8}\right)f = \frac{24 - 15}{8}f = \frac{9}{8}f = 1\frac{1}{8}f$; 2° $5\frac{3}{4}g - 2\frac{2}{3}g = \left(\frac{23}{4} - \frac{8}{3}\right)g = \frac{23 \cdot 3 - 8 \cdot 4}{12}g = \frac{37}{12}g = 3\frac{1}{12}g$; 3° $7h - \frac{3}{5}h = 6\frac{2}{5}h$; 4° $i - 0,76i = (1 - 0,76)i = 0,24i$; 5° $4j - 2,58j = (4 - 2,58)j = 1,42j$; 6° $3,52k - 1,87k = (3,52 - 1,87)k = 1,65k$.

6. Siin tuleb jällegi ühenimelised grupeerida ühtekokku. $1^{\circ} 2x - x + 5x + 7y - 3y = (2 - 1 + 5)x + (7 - 3)y = 6x + 4y$; $2^{\circ} (1 + 9 - 4)x + (11 - 6)y = 6x + 5y$; $3^{\circ} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right)x + (1 - 1)z = \left(\frac{6 - 4 + 5}{12}\right)x = \frac{7}{12}x$. (Viimased kaks z koonduvad kuna $1 - 1 = 0$ ja $0 \cdot z = 0$); $4^{\circ} (1,5 + 5,1)x + (1 + 7,3 - 4,6)z = 6,6x + 3,7z$; $5^{\circ} (1 + 2 - 3)x + (5 - 4 - 1)z = 0$, kuna mõlemad tegurid koonduvad nulliks.

7. $1^{\circ} (3 + 5 - 2)kr = 6kr$. $2^{\circ} (17 - 11,9 - 3,3)kr = 1,8kr$. $3^{\circ} (10 - 7,6)Sm + (23 - 11,4)kr = 2,4Sm + 11,6kr$. $4^{\circ} (17 + 13,5 - 10,5)fr. + (5 - 1,8 - 3,2)Rmk = 20fr. + 8Rmk$. $5^{\circ} 3\$ + (57 - 49)fr + (9,2 - 5,6 - 2,6)Rmk = 3\$ + 8fr + 1Rmk$.

8. $1^{\circ} (5 - 1,9 + 2,1)ab - 3,5 = 5,2ab - 3,5$. $2^{\circ} (7 + 7 + 7 - 11)cd = 10cd$. $3^{\circ} (3 + 5 - 8 + 1)ik + 2 = ik + 2$. $4^{\circ} (4 + 7 - 6 - 4)a^2 - 16 = a^2 - 16$. $5^{\circ} (12 - 8,3 - 2,7)e^3 + 1 = e^3 + 1$. $6^{\circ} (1 + 5 - 4,7 + 2,3)pq^2 = 3,6pq^2$. $7^{\circ} (1 + 2,8 - 0,3)x^2 + 3,5xy = 3,5x^2 + 3,5xy = (\text{edasi } 3,5x(x - y))$. $8^{\circ} (2 + 1,3 + 4,7 - 6)xy - (6,4 - 1,9 - 3,6)x^2 = 2xy - 0,9x^2$. $9^{\circ} (4 + 11 - 7 - 7)z^3 - 8 = z^3 - 8$. $10^{\circ} (1 + 7 - 5)x^2 + (12 - 8)z^3 + 1 = 3x^2 + 4z^3 + 1$. $11^{\circ} (1 + 3 - 1,2)\frac{pq}{r} = 2,8\frac{pq}{r}$. $12^{\circ} (3 + 7,8 - 5,9)\frac{x^2}{z} = 4,9\frac{x^2}{z}$.

Peatükk II.

Esimese astme võrrand.

Harjatis IX.

Et alljärgnevas ülesannetes määrata tundmatut x , y ehk z 'i, seks peame võrrandit nii ümber muutma, et tundmatu (x , y ehk z) jääks alati ühele poolele (vasakule) ilma mingi tegurita. Seks võime võrrandi kummagit poolt jagada tundmatu eel seisva teguriga, kuna võrrandi väärtus ei muutu, kui tema kummagit poolt korrutada või jagada ühe ja sama teguriga.

Näiteks 1^o ülesanne $2x = 6$; jagades 2-ga kummagit poolt saame $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$; vasakul pool kaks lugejas ja nimetajas koondub, seega $x = 3$.

Kasulik on pärastiseks meeles pidada järgnevat reeglit, et hoiduda tüütavast korrutamisest, nimelt: võrrandis $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ saame igal ajal üle viia vastaspoolele tegureid ja nimelt nimetajast lugejasse $\frac{a}{1} = \frac{cb}{d}$ ehk $a = \frac{cb}{d}$, ehk lugejast nimetajasse $\frac{1}{b} = \frac{c}{da}$. Samuti võib toimida ka teise poolega $\frac{ad}{b} = \frac{c}{1}$ ehk $\frac{ad}{b} = c$ ning $\frac{a}{bc} = \frac{1}{d}$. Seda lauset põhistatakse hiljem õpetuses proportsioonidest.

1. $1^0 2x = 6 \quad x = \frac{6}{2} = 3. \quad 2^0 3x = 12 \quad x = \frac{12}{3} = 4.$
 $3^0 4x = 4 \quad x = \frac{4}{4} = 1. \quad 4^0 5x = 25 \quad x = \frac{25}{5} = 5. \quad 5^0 7x = 0$
 $x = \frac{0}{7} = 0. \quad 6^0 9x = 81; \quad x = \frac{81}{9} = 9. \quad 7^0 10x = 120; \quad x = \frac{120}{10} = 12.$
 $8^0 12x = 4; \quad x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}. \quad 9^0 15x = 6 \quad x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}. \quad 10^0 3x = 1$
 $x = \frac{1}{3}. \quad 11^0 8x = 0; \quad x = \frac{0}{8} = 0. \quad 12^0 7x = 7; \quad x = \frac{7}{7} = 1.$
 $13^0 6x = 3; \quad x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \quad 14^0 9x = 12; \quad x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}.$
 $15^0 16x = 28; \quad x = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4}.$

2. $1^0 \frac{1}{2}y = 7; \quad y = \frac{7 \cdot 2}{1} = 14. \quad 2^0 \frac{1}{3}y = 3; \quad y = 3 \cdot 3 = 9.$
 $3^0 \frac{1}{4}y = 0; \quad y = 0 \cdot 4 = 0. \quad 4^0 \frac{1}{5}y = 11; \quad y = 11 \cdot 5 = 55.$
 $5^0 y = 1 \cdot 8 = 8. \quad 6^0 y = 12 \cdot 12 = 144. \quad 7^0 y = 5 \cdot 2 = 10.$
 $8^0 y = 7 \cdot 6 = 42. \quad 9^0 y = 0,3 \cdot 20 = 6.$

3. $1^0 \frac{2}{3}z = 4; \quad z = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6. \quad 2^0 z = \frac{6 \cdot 5}{3} = 10.$
 $3^0 z = \frac{12 \cdot 4}{3} = 16. \quad 4^0 z = \frac{33 \cdot 8}{11} = 24. \quad 5^0 2 \frac{2}{3}z = 16; \quad \frac{8}{3}z = 16;$
 $z = \frac{16 \cdot 3}{8} = 6. \quad 6^0 \frac{31}{6}z = 620; \quad z = \frac{620 \cdot 6}{31} = 120. \quad 7^0 \frac{21}{2}z = 84;$
 $z = \frac{84 \cdot 2}{21} = 8. \quad 8^0 \frac{22}{3}z = 66; \quad z = \frac{66 \cdot 3}{22} = 9. \quad 9^0 0,3z = 3;$
 $z = \frac{3}{0,3} = 10. \quad 10^0 z = \frac{4,2}{0,7} = 6. \quad 11^0 z = \frac{0,18}{0,9} = 0,2. \quad 12^0 z =$
 $= \frac{29,4}{4,2} = 7.$

4. $1^0 u = \frac{11}{6} = 1,83. \quad 2^0 u = \frac{2}{7} = 0,29. \quad 3^0 u = \frac{5}{12} = 0,42.$
 $4^0 u = \frac{1}{3} = 0,33. \quad 5^0 u = \frac{26}{15} = 1,73. \quad 6^0 u = \frac{3,8}{1,3} = 2,93. \quad 7^0 u =$
 $= \frac{10,3}{2,7} = 3,77. \quad 8^0 u = \frac{14,5}{0,8} = 18,12. \quad 9^0 u = \frac{30,8}{4,7} = 6,34. \quad 10^0 u =$
 $= \frac{27,6}{9,2} = 3.$

5. 1^o Tuukri teenistus kahe päeva kestel oli kokku 160 krooni. Teisel päeval maksti talle 3 korda enam kui esimesel päeval. Palju ta sai esimesel päeval?

$$x + 3x = 160; 4x = 160; x = \frac{160}{4} = 40 \text{ kr.}$$

2^o Mingi arvu ja tema poole summa on 15. Milline on see arv?

$$x + \frac{1}{2}x = 15; \frac{3}{2}x = 15; x = \frac{15 \cdot 2}{3} = 10.$$

3^o Kaks kolmandikku kapitalist ning terve kapitali summa on 2500. Kui suur on kapital?

$$\frac{2}{3}x + x = 2500; \left(\frac{2}{3} + 1\right)x = 2500; \frac{5}{3}x = 2500; x = \frac{2500 \cdot 3}{5} = 1500.$$

4^o Rändur kõndis teisel päeval veerandi sellest, mis esimesel päeval ja kokku 35 km. Kui palju kõndis rändur esimesel päeval?

$$x + 0,25x = 35; 1,25x = 35; x = \frac{35}{1,25} = 28.$$

6. 1^o Mul on teatav summa kroone. Selle kahekordse ja kolmekordse liitmisel saame 210 krooni. Kui suur oli minu kapital?

$$2x + 3x = 210; 5x = 210; x = \frac{210}{5} = 42.$$

2^o Perenaine ostis 7 kilo kohvi, hiljem veel 8 kilo seda sorti ja maksis kokku 1050 senti. Kallis on kohvi kilo?

$$7x + 8x = 1050; 15x = 1050; x = \frac{1050}{15} = 70.$$

3^o Maatükk ja selle $\frac{5}{3}$ -dikku on 24 hektarit. Kui suur on maatükk?

$$x + \frac{5}{3}x = 24; \frac{8}{3}x = 24; x = \frac{24 \cdot 3}{8} = 9.$$

4^o Kirjutaja töötas esimesel kuul 2 päeva, teisel 9 päeva kirjatöö kallal, töötades iga päev võrdse aja ja kokku kulus tal 121 tundi. Mitu tundi töötas ta päevas?

$$2x + 9x = 121; 11x = 121; x = \frac{121}{11} = 11.$$

7. $2x + x = 45$; $3x = 45$; $x = \frac{45}{3} = 15$.

8. $2x + 3x + 2x + 3x = 30$; $10x = 30$; $x = \frac{30}{10} = 3$.

Tuleb silmaspidada, et riskülikul on 4 külge. Oletame, et kaks pikkusega $2x$, siis teine paar on kumbki $3x$. See kõik on 30 cm. $x = 3$. Et saada külje pikkust ($2x$ ehk $3x$) tuleb vastavalt x 'i (3) korrutada 2 ehk 3-ga siis I külge $= 3 \cdot 2 = 6$. II külge $3 \cdot 3 = 9$.

Kontrollides saamegi $6 + 9 + 6 + 9 = 30$. Joonis on siin üleliigne.

9. $2x + 1x = 5622$. Leiame x näol ühe osa $3x = 5622$
 $x = \frac{5622}{3} = 1874$. Leidja saab 1874, omanik $1874 \cdot 2 = 3748$
 krooni.

10. x -iks nimetame siin ühe sammu kõnnitee puhastamise tasu, siis $11x + 17x = 1,40$, $28x = 1,40$, $x = \frac{1,40}{28} = 0,05$ kr. ehk 5 senti. Esimene saab siis $11 \cdot 5 = 55$, teine $17 \cdot 5 = 85$ s.

11. Ühe osa suuruse tähendame x -ga, siis $2x + 1x = 300$
 $3x = 300$ $x = 100$. Ingliseina tuleb võtta $2 \cdot 100 = 200$ ja seatina 100 gr. Teisel juhul on võrrand $2x + x = 750$, $3x = 750$,
 $x = \frac{750}{3} = 250$ gr. Ingliseina $2 \cdot 250 = 500$ gr. Seatina 250 gr.

3. juhul $2x + x = 1$ $3x = 1$ $x = \frac{1}{3}$ (kg). Ingliseina tuleb võtta $2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ kg., seatina $\frac{1}{3}$ kg.

12. x -ga tähendame 1 osa suuruse kg-des, siis $7x + 3x = 1$ $10x = 1$ $x = \frac{1}{10}$. Rooste hulk on $7 \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$ kg ja hapniku hulk $3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ kg.

13. x -ga tähendame kulude hulka ühe perekonnaliikmele, siis $3x + 4x = 126$ $7x = 126$ $x = \frac{126}{7} = 18$. Esimese perek. kulu oli $3 \cdot 18 = 54$, teise $4 \cdot 18 = 72$ kr.

14. 1^o $11x = 66$ $x = \frac{66}{11} = 6$. Kontrollimiseks tuleb asetada võrrandisse x asemele tema leitud väärtus 6, siis kujuneb võrrand $5 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 6 = 66$, mis ka tegelikult võrdub 66. Seega on lahendus õige. 2^o $25x = 300$ $x = \frac{300}{25} = 12$. 3^o Oleme harjunud nägema, et tundmatud on alati vasakul pool. Sellepärast võime ka siin võrrandi mõlemad pooled vahetada, kuna ta väärtus sellepärast ei muutu, seega $x + 5x + x = 42$ $7x = 42$ $x = 6$. 4^o $4x + 7x + x = 144$, $12x = 144$, $x = \frac{144}{12} = 12$. 5^o $32x = 128$ $x = \frac{128}{32} = 4$. 6^o $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{12}{6}\right)x = 34$ $\frac{3+2+12}{6}x = 34$ $\frac{17}{6}x = 34$ $x = \frac{34 \cdot 6}{17} = 12$. 7^o $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)x = 25$ $\frac{3+2}{4}x = 25$ $\frac{5}{4}x = 25$ $x = \frac{25 \cdot 4}{5} = 20$. 8^o $3,5x = 7$ $x = \frac{7}{3,5} = 2$. 9^o $4,50x = 18$, $x = \frac{18}{4,50} = 4$. 10^o $(0,24 + 1,56 + 0,2)x = 200$ $2x = 200$ $x = \frac{200}{2} = 100$.

15. Õpilaste arv on x . $x + x + \frac{x}{2} = 100$ $\frac{5}{2}x = 100$ $x = \frac{100 \cdot 2}{5} = 40$.

16. Iga osa tähistame x -ga. Siis $1x + 2x + 3x = 12$. $6x = 12$ $x = 2$. Esimene sai 2, teine $2 \cdot 2 = 4$ ja kolmas $3 \cdot 2 = 6$ krooni.

17. x -ga tähistame ühe osa, siis $2x + 3x + 4x = 450$ $9x = 450$ $x = \frac{450}{9} = 50$. I külj = $2 \cdot 50 = 100$, II külj $3 \cdot 50 = 150$ ja III külj $4 \cdot 50 = 200$ mm. Joonistamist vaa-dake geometriast.

18. x -ga tähistame jälle kulude ühiku. Võrrand kujuneks $3x + 6x + 2x + x = 180$ $12x = 180$ $x = \frac{180}{12} = 15$. 1^o on $3 \cdot 15 = 45$ kr. 2^o $6 \cdot 15 = 90$ kr. 3^o $2 \cdot 15 = 30$ kr. ja 4^o 15 kr.

19. $1^0 (10 - 4,5)x = 1,8$ $5,5x = 1,8$ $x = \frac{1,8}{5,5} = 0,33$.
 $2^0 (5 - 4,8)x = 12$ $0,2x = 12$ $x = \frac{12}{0,2} = 60$. $3^0 35 = (16,6 -$
 $- 11,6)x$ $35 = 5x$ $5x = 35$ $x = \frac{35}{5} = 7$. $4^0 (26 - 14)x = 0$
 $x = 0$. $5^0 (17 - 17)x = 0$ $x = 0$.

20. Ühe vara osa tähistame x -ga. Selles ülesandes ei ole meile mitte teada vara osade summa vaid vahe, seega $5x - 2x = 2700$ $3x = 2700$ $x = 900$. Mehel oli siis $5 \cdot 900 = 4500$ kr., naisel $2 \cdot 900 = 1800$ kr.

21. Hüpete arv jänese kätte saamiseks tähistame x -ga. Iga hüppega jõuab koer järgi $9 - 7 = 2$ jalga, siis $2 \cdot x = 150$ $x = 75$.

22. Päevade arvu järele jõudmiseks tähistame x -ga. Ühe päevaga jõuab poeg järele $9 - 6$ pk. 100 penikoorma järele jõudmiseks läheb aega $(9 - 6)x = 100$, siit $x = 33,33$.

Harjutis X.

1. Järgnevate ülesannete lahendamiseks tuleb jälle nii toimida, et x jääks vasakule poole üksinda. Et kaotada tema juure liidetud arvu ($1^0 - 2$) tuleb mõlemast võrrandi poolest sama suur arv lahutada, näiteks $1^0 x + 2 = 17$ siis $x + 2 - 2 = 17 - 2$. $+2$ ja -2 annavad 0, seega jääb $x = 17 - 2 = 15$. Ehk lihtsamalt, igat $+$ märgiga liiget on võimalik üle viia võrrandi teisele poolele vastasmärgiga $-$, samuti miinusega arvu teisele poole viies saame plussi, siis $1^0 x = 17 - 2 = 15$. $2^0 x = 11 - 5 = 6$. $3^0 x = 14 - 8 = 6$. $4^0 x = 19 - 19 = 0$. $5^0 x = 21 - 1 = 20$. $6^0 x = 5,7 - 2,5 = 3,2$. $7^0 x = 4,4 - 4,3 = 0,3$. $8^0 x = 3,8 - 1,9 = 1,9$. $9^0 x = 3,2 - 2,3 = 0,9$. $10^0 x = 4 - 0,4 = 3,6$.

2. $1^0 z = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. $2^0 z = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{6-3}{4} = \frac{3}{4}$.
 $3^0 z = \frac{7}{2} - \frac{13}{8} = \frac{28-13}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$. $4^0 z = \frac{8}{3} - \frac{3}{2} = \frac{16-9}{6} = \frac{7}{6}$.

$$5^{\circ} z = \frac{43}{8} - \frac{53}{16} = \frac{86 - 53}{16} = \frac{33}{16} = 2\frac{1}{16}. \quad 6^{\circ} \text{ (kui arvul märki}$$

ees pole, siis ta märk on +) $z = 4\frac{1}{2} - 1 = 3\frac{1}{2}$.

$$7^{\circ} z = \frac{23}{4} - \frac{7}{2} = \frac{23 - 14}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}. \quad 8^{\circ} z = 2,6 - 1,7 = 0,9.$$

$$9^{\circ} z = 20,3 - 10,9 = 9,4. \quad 10^{\circ} z = 0,5 - 0,5 = 0.$$

3. $1^{\circ} u = 5 + 2 = 7$. $2^{\circ} u = 12 + 7 = 19$. $3^{\circ} u = 19 +$
 $+ 81 = 100$. $4^{\circ} u = 2,3 + 1,2 = 3,5$. $5^{\circ} u = 3,7 + 0,9 = 4,6$.

6° Siin lahendame harilikult, saame $-u = 4 - 12 = -8$.

Reegel on, et võrrandi väärtus ei muutu, kui meie võrrandi kummagil pool ühtlaselt märke muudame, ehk kui tuua

(-8) teisele poole, vastasmärgiga ja ($-u$) viia teisele poole

vastasmärgiga, saame $8 = u$, ehk $u = 8$. $7^{\circ} -u = 13 -$

$$-13 = 0 \quad (-0 = +0) \text{ seega ka } u = 0. \quad 8^{\circ} -u = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}; \quad u = \frac{1}{6}. \quad 9^{\circ} -u = \frac{1}{4} - \frac{5}{8} = \frac{2-5}{8} = -\frac{3}{8}$$

$$u = \frac{3}{8}. \quad 10^{\circ} -u = \frac{3}{16} - \frac{11}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}, \quad u = \frac{1}{2}.$$

4. Oletame et üks sai x -häält, seega teine $12 + x$, kokku said $x + (12 + x) = 74$, siit $2x = 74 - 12 = 62$, $x = 31$. Üks sai 31, teine $31 + 12 = 43$ häält.

5. Siin on võrrand $x + (20 + x) = 100$, $2x = 100 -$
 $-20 = 80$, $x = 40$; noorem sai 40, vanem $40 + 20 = 60$ kr.

$$6. \quad 1^{\circ} 3x = 4 - 1 = 3, \quad x = \frac{3}{3} = 1, \quad 2^{\circ} 7x = 30 + 5 = 35,$$

$$x = 5, \quad 3^{\circ} 11x = 48 - 4 = 44, \quad x = 4, \quad 4^{\circ} 4x = 19 + 17 = 36,$$

$$x = 9, \quad 5^{\circ} 5x = 3 + 2 = 5, \quad x = 1, \quad 6^{\circ} 6x = 19 - 19 = 0,$$

$$x = 0, \quad 7^{\circ} 22 + 2 = 8x, \quad 24 = 8x, \quad \frac{24}{8} = x, \quad x = 3, \quad 8^{\circ} 81 + 19 =$$

$$= 10x, \quad 10x = 100, \quad x = 10, \quad 9^{\circ} 19 - 5 = 7x, \quad 7x = 14, \quad x = 2,$$

$$10^{\circ} 80 - 12 = 17x, \quad 17x = 68, \quad x = 4.$$

7. Üleviidud õpilasi oli x . Pärast neid jäi Ib klassi $42 - x$ ja sai Ia klassi $28 + x$, nii et mõlemis oli ühepalju, seega $42 - x = 28 + x$. Reegel on, et tund-

matud kõik vasakule, tuntud paremale poole, seega $-x-x=$
 $=28-42$. (Üle läheb arv ikka vastasmärgiga.) Edasi
 $-2x=-14$, $-x=-\frac{14}{2}=-7$, seega $x=7$.

8. 850 kroonist kuulub niikuinii pearaamatupidaja-
 jale 50 kr. Jagamisele läheb $850-50$ kr. Tähistame jaga-
 mistühiku ära x -ga, siis saame võrrandi $4x+3x+x=$
 $=850-50$, siit $8x=800$, $x=100$. Juhataja sai $4 \cdot 100=400$,
 abi $3 \cdot 100=300$ ja pearaamatupidaja 100 kr ja veel 50 kr $=$
 $=150$ kr.

9. Ühe osa tähistades x -ga, sai esimene õunu $6x$ ja
 teine $5x$, kui esimene sõi 5 õuna, jäi tal $6x-5$, kui teine
 sõi 2, jäi tal $5x-2$, siis peab $6x-5=5x-2$. Siit
 leiame 1 osa x . $6x-5x=-2+5$, $x=3$.
 Esimesel oli seega $3 \cdot 6=18$ õuna, teisel $3 \cdot 5=15$ õuna,
 kokku seega $18+15=33$ õuna.

10. Valitud arv olgu x . Siis $x \cdot 10+12=x \cdot 13-9$,
 $10x-13x=-9-12$, $-3x=-21$, $-x=-7$, $x=7$.

11. Valitud arv olgu x , siis $10x+2x+5=15x+5$,
 siit $10x+2x-15x=5-5$, ehk $-3x=0$, $x=0$. Sää-
 rane arv on üksnes 0!

12. Õpilase vanadus oli x , $2x=20+8$, $x=14$.

13. Võrrandid võivad olla kahesugused, nimelt:
 $x \cdot 60+99=969$, $x=\frac{870}{60}=14,5$ ja $x \cdot 60+100=969$, $x=$
 $=\frac{869}{60} \approx 14,5$.

14. 1° $3x=x+7$, $3x-x=7$, $2x=7$, $x=3,5$.
 2° $4x+3x=14$, $7x=14$, $x=2$. 3° $9x+2x=11$, $11x=11$,
 $x=1$. 4° $14x-5x=9-3$, $9x=6$, $x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$. 5° $7x-$
 $-4x=-6+9$, $3x=3$, $x=1$. 6° $-x+3x=20-3$,
 $2x=17$, $x=8,5$. 7° $4x-x=18+3$, $3x=21$, $x=7$.
 8° $4x-3x=9-7$, $x=2$. 9° $13x+10x=46$, $23x=46$,

$x = 2$. $10^0 - x + 2x = 26 - 15$, $x = 11$. $11^0 5x + x = 15 + 3$, $6x = 18$, $x = 3$. $12^0 2x + 7x = 25 - 7$, $9x = 18$, $x = 2$.

15. $1^0 5x - 3x + x = 8 + 7$, $3x = 15$, $x = 5$. $2^0 7y - y - 3y = 26 - 8$, $3y = 18$, $y = 6$. $3^0 9z - 3z + z = 84 - 14$, $7z = 70$, $z = 10$. $4^0 4v - v + 3v = 50 + 30 - 1 - 7$, $6v = 72$, $v = 12$. $5^0 s + 11s - 9s = 36 - 11 + 14$, $3s = 39$, $s = \frac{39}{3} = 13$. $6^0 -5t - 8t + 6t = -30 - 5$, $-7t = -35$, $-t = -5$, $t = 5$. $7^0 3u + 2u - 5u + u = 5 + 3 - 5 + 3$, $u = 6$. $8^0 6p + 6p - 9p = -9 - 30 + 42$, $3p = 3$, $p = 1$. $9^0 140q - 35q - 44q = 88 - 72 + 125 - 80$, $61q = 61$, $q = 1$. $10^0 7r + 2r - r - 5r = 7 - 5 + 14 - 7$, $3r = 9$, $r = 3$.

Harjutis XI.

1. 1^0 Lahendamiseks tuleb anda x -ile väärtusi 1, 2, 3... kuni 10-neni, niikaua kuni $5 \cdot x$ võrdub 15. Näiteks $5 \cdot 1$ on ainult 5, $5 \cdot 2 = 10$, $5 \cdot 3 = 15$. Viimane rahuldab võrrandit, seega $x = 3$. Järgnevais ülesannetes ei hakka meie proovima vaid anname kohe Teile x -väärtuse. $2^0 x = 8$, $3^0 x = 9$, $4^0 x = 7$, $5^0 x = 4$, $6^0 x = 6$.

2. Ühe osa kaalu tähistame x -ga; siis $7x + x = 1,20$, $8x = 1,20$, $x = \frac{1,20}{8} = 0,15$. Hõbedat oli $7 \cdot 0,15 = 1,05$ ja vaske 0,15 kg.

8. Ühe lehe väljajagamise tasu on x . $700x + 500x = 1,80$, $1200x = 1,80$, $x = \frac{1,80}{1200}$. Esimene sai $\frac{700 \cdot 1,80}{1200} = 1,05$ kr. Teine $\frac{500 \cdot 1,80}{1200} = 0,75$ kr.

4. x -ga tähistame üksuse, siit $57x + 67x = 123500$
 $124x = 123500$, $x + \frac{123500}{124} = 995,97$; siit saame meeste arvu $\frac{57 \cdot 123500}{124} = 56770$; naiste arvu $\frac{67 \cdot 123500}{124} = 66730$.

5. Jagamises ühikuks võtame x . $3456x + 2174x + 1829x = 1500$; $x = \frac{1500}{7459}$. I valla summa $\frac{1500 \cdot 3456}{7459} = 69,5$;
 II valla summa $\frac{1500 \cdot 2174}{7459} = 43,72$; III valla summa $\frac{1829 \cdot 1500}{7459} = 36,78$.

6. Olgu x tühe hektari kuivatuskulu. $860x + 620x + 490x = 27000$ $1970x = 27000$, $x = \frac{27000}{1970}$. I valla kuivatuskulu on $\frac{27000 \cdot 860}{1970} = 117,87$; II valla kuivatuskulu on $\frac{27000 \cdot 620}{1970} = 84,97$; III valla kuivatuskulu on $\frac{27000 \cdot 490}{1970} = 67,15$.

7. x tähistame 1 kg veokulu. $625x + 175x = 16,80$
 $800x = 16,80$ $x = \frac{16,80}{800}$. Riisi veokulu $\frac{16,80 \cdot 625}{800} = 13,9$;
 kohvi veokulu $\frac{16,80 \cdot 175}{800} = 3,67$.

8. x tähistame 1 kg kättetoimetamiskulud. Siis
 $175x + 128x + 94x = 49,50$ $397x = 49,50$ $x = \frac{49,50}{397}$.
 I sordi kättetoimetamiskulu $\frac{49,50 \cdot 175}{397} = 21,82$; II sordi kättetoimetamiskulu $\frac{49,50 \cdot 128}{397} = 15,96$; III sordi kättetoimetamiskulu $\frac{49,50 \cdot 94}{397} = 11,72$.

9. x -tähistame igale osale langeva vara. $2300x + 3500x + 4800x = 12560$, $10600x = 12560$, $x = \frac{12560}{10600} = 1,18$. I osanikule langes $\frac{12560 \cdot 2300}{10600} = 2714$; II osanikule langes $\frac{12560 \cdot 3500}{10600} = 4165$; III osanikule langes $\frac{12560 \cdot 4800}{10600} = 5712$.

10. x tähendab kui kallilt iga kroon varast oli kindlustatud. $4300x + 2500x + 2100x = 7500$, $8900x = 7500$,

$$x = \frac{7500}{8900} - \frac{75}{89} = 0,84. \quad \text{I merimees sai } \frac{75 \cdot 4300}{89} = 3612;$$

$$\text{II merimees sai } \frac{75 \cdot 2500}{89} = 2100; \quad \text{III merimees sai } \frac{75 \cdot 2100}{89} = 1764.$$

11. Nähtavasti keskkooli lõpetamiseks kulub 5-da klassi õpilasel 1 aasta, teistel vastavalt 2, 3, 4 ja 5 a. Ühe klassi lõpetamiseks kulub x krooni. Võrrand oleks siis $1x + 2x + 3x + 4x + 5x = 10000$ $15x = 10000$, $x = \frac{10000}{15} = 666,6$, 5 klassi õpilasele kulub siis $\frac{10000}{15} = 666,7$; 4 klassi õpilasele kulub siis $\frac{10000 \cdot 2}{15} = 1333,32$; 3 klassi õpilasele kulub siis $\frac{10000 \cdot 3}{15} = 1999,98$; 2 klassi õpilasele kulub siis $\frac{10000 \cdot 4}{15} = 2666,64$; 1 klassi õpilasele kulub siis $\frac{10000 \cdot 5}{15} = 3333,32$.

12. Õpilasi oli ekskursioonil x , siis võrrand $4 + 3x = 80 - 10$, $3x = 66$, $x = 22$.

13. Enne pressi ülesseadmist oli valmis juba 15.10. .1200 turbapätsi. Masina ja tööliste ühise töötamiseaja tähistame x -ga, siis on võrrand $15 \cdot x \cdot 1200 + x \cdot 22000 = 1000000 - 15 \cdot 10 \cdot 1200$; $(15 \cdot 1200 + 22000) x = 1000000 - 15 \cdot 10 \cdot 1200$; $x = \frac{1000000 - 15 \cdot 10 \cdot 1200}{15 \cdot 1200 + 22000} = 20,5$ päeva.

14. Kahe teise seltsi kanda jääb $220 - 100$. Tähistame x -ga nende iga liikme kanda tuleva summa, siis $54x + 66x = 220 - 100$, $120x = 120$, $x = 1$. I seltsi kanda tuleb 54, teise 66 kr.

15. Nähtavasti 200 krooni sees on kapital ja aasta $\% \%$. Oletame, et kapital on x , siis $x + \frac{x \cdot 6,5}{100} = 200$ $\frac{106,5}{100} x = 200$ $x = \frac{200 \cdot 100}{106,5} = \frac{20000}{106,5} = 187,7$.

16. Panka pandava summa tähistame x -ga. Siit saame $x + \frac{x \cdot 8}{100} = 100$, $\frac{108}{100}x = 100$, $x = \frac{100 \cdot 100}{108} = 92,59$. Miks kirjutame $\frac{x \cdot 8}{100}$? Sellepärast, et „protsent“ tähendab saja eest, seega 8 krooni saame 100 kr. eest, ühe krooni eest $\frac{8}{100}$ kr. ja x kr. eest $\frac{x \cdot 8}{100}$.

17. Selleks kasutame jällegi valemite ja nimelt tähistame müügi hinna x -ga, siis tulu protsent eelneva seletuse põhjal on sallide jaoks näiteks $\frac{x \cdot 16}{100}$ jne. Valem oleks sallide jaoks $12,60 + \frac{x \cdot 16}{100} = x$. Kui aga kauba omahinna tähistame üldkujul a , ja $\% p$ -ga $a + \frac{x \cdot p}{100} = x$. Sellesse valemisse vajalikke arve asemele pannes saame müügihinnad. Arvutamiseks anname valemile teise kuju, nimelt saame $x - \frac{x \cdot p}{100} = a$, $\frac{100x - px}{100} = a$, $x(100 - p) = 100a$, $x = \frac{100a}{100 - p}$. Müügihinnad on vastavalt: sallid 15 kr., kaabud 15 kr., sukahoidjad 1 kr., kraesidemed 7 k., vihmakuued 60 kr.

18. Analoogiliselt eeltoodud valemile üldkujul, on siin aluseks valem $x + \frac{b \cdot p}{100} = b$, kus b tähendab müügihinda ja x ostuhinda. Anname valemile x määramiseks sobivama kuju $x = b - \frac{bp}{100}$; $x = b \left(1 - \frac{p}{100}\right)$; $x = b \left(\frac{100 - p}{100}\right)$. Leiame väärtused: rukkid 8,86 kr., nisud 15,45 kr., kaerad 10,80 kr., odrad 10,16 kr. Viljaliigi ostuhinnaks olgu x , siis on valem rukkistele $x + \frac{x \cdot 12}{100} = 3,70$. Üldkujul aga, kui müügihind on b ja protsent p , siis $x + \frac{x \cdot p}{100} = b$. Anname sobivama kuju $x \left(1 + \frac{p}{100}\right) = b$ $x = \frac{b}{1 + \frac{p}{100}}$. Sellesse vastavaid väärtusi asendades saame sentneri ostuhinna: rukkid 10 kr., nisud 15,86 kr., kaerad 10,91 kr., odrad 11,76 kr.

Peatükk III.

Arvutamise põhiseadused.

Harjutis XII.

1. Ülesande lgp. autor eeldab muidugi, et õpilased teavad, et tulumaks on suurem kui kinnisvaramaks, mis problemaatiline. Seda tähistatakse $t > k$. Oletades, et kõigil ärimeestel on ühesuurune tulumaks ja kinnisvaramaks, siis $t + t + t \dots > k + k + k \dots$

2. Tuleks nõuda muidugi kallimat tüüri enne, siis kallim oleks p ja r odavam. Nõude järjekord seega p, q ja lõppeks r . $p > q > r$.

3. Üks teeb välja, kas liita $a + b$ või $b + a$; $a + b = b + a$; $a + b + c = c + b + a$.

4. Pääst liita tuleb see enim, mille märgime klambritesse. $1^{\circ} 7 + (9 + 41)$. $2^{\circ} 0 + (3 + 89)$. $3^{\circ} (584 + 6) + 3$. $4^{\circ} (1 + 769) + 8$. $5^{\circ} 9 + (98 + 2)$. $6^{\circ} (246 + 4) + 8$. $7^{\circ} (9 + 941) + 8$. $8^{\circ} (576 + 3 + 1)$. $9^{\circ} (9 + 111) + 0$.

5. Tulusam on muidugi järjekord $t + k + v$ kui $t > k > v$.

6. Ega selle arvestamisega võlg ei vähene sest $u + (p - r) = (u + p) - r$. Klambrites täh. tehted tuleb enim teha!

7. $1^{\circ} a + (b + c) = (a + b) + c.$ $2^{\circ} a + (b - c) = (a + b) - c.$

8. Pinnad on $N = c \cdot d$, $K = e \cdot f$ ja $M = a \cdot b$. $M + k = a \cdot b + e \cdot f$; $N + k = c \cdot d + e \cdot f$. Kogu pind $P = (a \cdot b + e \cdot f) + cd = ab + (cd + ef)$.

9. $1^{\circ} (79 + 1) + 13.$ $2^{\circ} (367 + 33) - 2.$ $3^{\circ} (24 + 546) - 1.$ $4^{\circ} (40 + 763) - 1.$ $5^{\circ} (20 + 680) + 4.$ $6^{\circ} (50 + 270).$ $7^{\circ} (344 + 16) + 7.$ $8^{\circ} 873 + 26 + 1 + 2.$ $9^{\circ} (1 + 3) + (0,22 + 0,78).$ $10^{\circ} 15,9 + 0,1 + 0,6.$ $11^{\circ} 17,5 + 46,5 - 0,1.$ $12^{\circ} 7 + \frac{2}{3}.$ $13^{\circ} (\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) + 4\frac{1}{4}.$ $14^{\circ} (2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}.$ $14^{\circ} (9 + 2) + \frac{5}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8}.$

10. $1^{\circ} 789 + 100 - 1.$ $2^{\circ} 98 + 2 + 345.$ $3^{\circ} 196 + 4 + 1241.$ $4^{\circ} 497 + 3 + 1725.$ $5^{\circ} 932 + 68 + 2.$ $6^{\circ} 895 + 5 + 3152.$ $7^{\circ} 793 + 7 + 4250.$ $8^{\circ} 298 + 2 + 8362.$ $9^{\circ} 1000 + 1000 - 2 - 3.$

11. Kui klambrite ees on + märk, siis kirjutame kogu avaldise nagu ta on, klambreid tähelepanemata jättes.

$1^{\circ} 2a + 3.$ $2^{\circ} 3a + 1.$ $3^{\circ} 4a + 2.$ $4^{\circ} 30a.$ $5^{\circ} 31a + 1.$ $6^{\circ} 19x + 90.$ $7^{\circ} 12x + 17.$ $8^{\circ} 8x + 18.$ $9^{\circ} 14x + 14.$ $10^{\circ} 8x + 4.$

12. $1^{\circ} x + (x + 1) + [(x + 1) + 1] = 3x + 3.$ $2^{\circ} x + (x + 2) + [(x + 2) + 2] = 3x + 6.$ $3^{\circ} x + (x + 2) + [(x + 2) + 2] = 3x + 6.$

13. $1^{\circ} 8a - 7.$ $2^{\circ} 3$ (kuna a ja $-a$ koonduvad). $3^{\circ} 11a - 7a = 4a.$ $4^{\circ} 5x + 7x + 1 = 12x + 1.$ $5^{\circ} 9x + 5.$ $6^{\circ} 19x - 17x + 4 = 2x + 4.$

14. $n - b - 2c$ ehk $n - (b + 2c)$ sest $n - b - 2c = n - (b + 2c).$

15. $k - (s - m)$ ehk $k - s + m$ sest $k - s + m = k - (s - m).$

16. $1^{\circ} a - (b + c) = a - b - c.$ $2^{\circ} a - (b - c) = a - b + c.$

17. $180^\circ - (a + \beta) = 180^\circ - a - \beta$ (\triangle -ga kolme nurga summa $= 180^\circ$).

18. $c = 2p - a - b$ ehk $c = 2p - (a + b)$.

19. $ab - dc - ef$ ehk $ab - (dc + ef)$.

20. $1^\circ 8964 - 700 - 52$. $2^\circ 586 - 200 - 1$. $3^\circ 347 - 200 + 1$. $4^\circ 5347 - 200 + 36$. $5^\circ 4959 - 800 + 7$. $6^\circ 2345 - 200 + 4$.

21. Siin tuleb reeglit meeles pidada, et kui sulu ees on — (miinus) märk, siis klambri avamisel klambri sees olevad arvud saavad vastupidised märgid (+ asemel — ja — asemel +).

$1^\circ 3y - y - 2 = 2y - 2$. $2^\circ 5y - 11 - 2y = 3y - 11$.

$3^\circ 14y - 4y - 5y = 5y$. $4^\circ 17 + 12y - 10y + 7 = 2y + 24$. $5^\circ 9y + 7 - 3 - 9y = 4$. (sest $+ 9y$ ja $- 9y$ koonduvad ära). $6^\circ 15x - 15z - 10x = 5x - 15z$. $7^\circ 8 - 2x - 3z$. $8^\circ 10z + z - x - z = 9x$. $9^\circ 11x + 1 - 10x - z = x - z + 1$. $10^\circ 1 + 23x + 19z - 21x - 16z = 2x + 3z + 1$.

22. $1^\circ 5p - 2p + 1 = 3p + 1$. $2^\circ p - 4 + 3p = 4p - 4$.

$3^\circ 3p + 2 - 3p + 3 = 5$. $4^\circ 1 + 7p - 6p + 5 = p + 6$. $5^\circ 11q - 10q + q = 2q$. $6^\circ 7q + 1 - 6q + 1 = q + 2$. $7^\circ 2p + 3q - p + 2q = p + 5q$. $8^\circ 1 + 5p + 2q - 1 + 4q = 5p + 6q$.

23. $1^\circ 1,5 + 1,7u - 1,3 = 1,7u + 0,2$. $2^\circ 3,8v - 2,9v + 0,6 = 0,9v + 0,6$. $3^\circ s + 5,5 + 4,7s + 3,4 = 5,7s + 8,9$. $4^\circ 3t + 1 - 0,9t - 0,4 = 2,1t + 0,6$. $5^\circ 1,9r + 5,2 - 1,1r + 2,4 = 0,8r + 7,6$. $6^\circ f + 2\frac{1}{2}f - 1\frac{1}{3}f = 3\frac{1}{2}f - 1\frac{1}{3}$. $7^\circ g + \frac{1}{2} - \frac{5}{8}g + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}g + 1$. $8^\circ \frac{3}{4}h - 1 - 3\frac{1}{2}h + 1 = 4\frac{1}{4}h$. $9^\circ \frac{1}{8}i + 2 + 1\frac{3}{8}i - \frac{7}{8} = \frac{3}{16}i + 1\frac{1}{8} = 2\frac{5}{16}i + 1\frac{1}{8}$. $10^\circ 1 + k - \frac{2}{3}k + 1 = 2 + \frac{1}{3}k$.

24. $n \cdot m$ on võrdne $m \cdot n$ ehk $m \cdot n = m \cdot n$.

25. $a \cdot b = b \cdot a$; $a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b = c \cdot b \cdot a = b \cdot a \cdot c = b \cdot c \cdot a = a \cdot c \cdot b$.

26. Ristküliku pind jääb samaseks, kas korrutame alust kõrgusega, või kõrgust alusega.

27. Näidata saab sel teel, et korrutame need arvud ära ja saadused peavad võrduma.

28. See on sama mis 25 teine osa.

29. Kuuptäide jääb ikka samaks, kas korrutame enne laiust pikkusega ja siis kõrgusega, või vastupidi.

30. 1° 2.5.378, 2° 4.5.359, 3° 5.6.123, 4° 18.5.19, 5° 8.5.256, 6° 14.5.83.

31. $hi + eh = h(i + e)$.

32. $r \cdot k + p \cdot k = (r + p)k$.

33. $c(a + b) = ca + cb$.

34. 1° 18(10 + 5), 2° 34(10 + 2), 3° 29(10 + 3), 4° 125(80 + 4), 5° 375(40 + 1), 6° 72(100 + 5).

35. 1° 7(19 + 6), 2° 8(3,4 + 2,6), 3° 9(31,9 + 8,1), 4° 0,6(7,3 + 0,7), 5° 8,5(1,7 + 2,3), 6° 0,5(0,92 + 0,62).

36. $(t + \frac{p}{q}) \cdot u = tu + \frac{p}{q} \cdot u$, 1° 5.2 + 5. $\frac{1}{2}$; 2° 12.3 + 12. $\frac{3}{4}$; 3° 10.1 + 10. $\frac{5}{6}$; 4° 7.8 + 7. $\frac{3}{8}$; 5° 15.3 + 15. $\frac{1}{5}$; 6° 9.4 + 9. $\frac{3}{16}$.

37. Munapaari müügihind = $m + 2$. Võib kirjutada kas $p(m + 2)$ ehk $pm + 2p$.

38. Müügihind on $m + 5$. s sidrunit müüakse $s(m + 5)$ ehk $sm + 5m$.

39. Esimese tunni lõpuks on nende vahe $(m - j)$ km. n -da tunni lõpuks $n(m - j)$ km ehk $nm - nj$. Muidugi mõlemad on võrdsed, seega $n(m - j) = nm - nj$.

40. $a(p - q) = a \cdot p - a \cdot q$.

41. Et arvu korrutada teise — mitmekohasega, siis tuleb I arv korrutada lähema ümara arvuga (terved, 10, 100)

ja sellest lahutada ümara arvu ja II arvu vahe korrutis I arvuga.

$$1^{\circ} 9(400 - 2), \quad 2^{\circ} 7(90 - 1), \quad 3^{\circ} 4(1000 - 1), \quad 4^{\circ} 6(450 - 1), \quad 5^{\circ} 12(10 - \frac{1}{16}), \quad 6^{\circ} 9(15 - \frac{1}{3}).$$

$$42. \quad 1^{\circ} 7(19 - 8), \quad 2^{\circ} 8(15,4 - 5,4), \quad 3^{\circ} 9,2(21,7 - 1,7), \quad 4^{\circ} 0,5(8,75 - 4,75), \quad 5^{\circ} 0,9(0,83 - 0,56), \quad 6^{\circ} 2,5(5,64 - 3,64),$$

$$43. \quad 1^{\circ} (x + 3)4 = 4x + 12, \quad 2^{\circ} (2z - 1)3 = 6z - 3, \quad 3^{\circ} (3x + 4z)2 = 6x + 8z, \quad 4^{\circ} (2x + 3z)7 = 2.7x + 3.7z = 14x + 21z, \quad 5^{\circ} (x - 5z)9 = 9x - 45z, \quad 6^{\circ} (3 - 2x)5 = 15 - 10x, \quad 7^{\circ} (1 + \frac{1}{2}x)6 = 6 + \frac{6}{2}x = 6 + 3x, \quad 8^{\circ} (\frac{2}{3} + \frac{3}{4}z)12 = \frac{2.12}{3} + \frac{12.3}{4}z = 8 + 9z, \quad 9^{\circ} (2x - 5z)0,2 = 0,2.2x - 0,2.5z = 0,4x - 1z = 0,4x - z, \quad 10^{\circ} (z - 1,6x)0,5 = 0,5z - 1,6.0,5x = 0,5z - 0,8x.$$

$$44. \quad 1^{\circ} 13 + 2a - 2.5 = 13 + 2a - 10 = 3 + 2a, \quad 2^{\circ} 3a + 12 - 2a + 1 = a + 13, \quad 3^{\circ} 5a - 4a + 4.3 = a + 12. \text{ Siin tuleb silmaspidada et } - \text{ arv korrutades } - \text{ arvuga annab } +, \text{ järjel.: } -4. -3 = +12, \quad 4^{\circ} 12a - 6 - 3a + 15 = 9a + 9, \quad 5^{\circ} 7a + 24a + 6 - 6a + 2 = 25a + 8, \quad 6^{\circ} 6x + 15 + 4x - 12 - x = 9x + 3 \text{ (+ ja - annavad -), } \quad 7^{\circ} 8x + 12z + 12x + 42z = 20x + 54z, \quad 8^{\circ} 9x + 18 - 5x + 5z - 18 = 4x + 5z, \quad 9^{\circ} 12p + 18q + 6 - 4p - 8q + 8 = 8p + 10q + 14, \quad 10^{\circ} 3p + 9q + 12 + 12p - 3q - 9 = 15p + 6q + 3.$$

45. Sulgude ette saab võtta ainult seda tegurit, mis kummagis arvus ühine ja igat arvu võib vaadelda ikka kui selle korrutist ühega, sest $2 = 1.2 = 2$. $1^{\circ} 2(a + 1)$, $2^{\circ} 2a + 2.3 = 2(a + 3)$, $3^{\circ} 3(2a - 3)$, $4^{\circ} 5(3 + a)$, $5^{\circ} 7(3 - 4a)$, $6^{\circ} 3(a - 2x)$, $7^{\circ} 4(2a + 3x)$, $8^{\circ} 7(3x - 2a)$, $9^{\circ} 9(2x + 5a)$, 10° kui on kaks ühist tegurit, siis võib mõlemaid klambrite ette võtta, järjel.: $7a(9 + 1)$, $11^{\circ} 0,5(a - 3)$, sest $0,5.3 = 1,5$, $12^{\circ} 0,9(3a - 4x)$, $13^{\circ} a(1,3 + 1,7)$, $14^{\circ} 0,7(x + 7a)$, $15^{\circ} 0,6x(2 + 3)$.

46. $1^0 2ab + 3a$, $2^0 5a - ab$, $3^0 ax + 2bx$, $4^0 5ax - 3bx$, $5^0 7ab + a \cdot a = 7ab + a^2$, $6^0 3a^2 - a$, $7^0 4x^2 - 9ax$, $8^0 19ax + 15x^2$, $9^0 6ab - 9a$, $10^0 2a^2 - 10ab$, $11^0 10ax + 15bx$, $12^0 2 \cdot \frac{1}{2}ax - 6 \cdot \frac{1}{2}bx = ax - 3bx$.

47. $1^0 a(b + 2)$, $2^0 a(2b + 7x)$, $3^0 b(3a + 1)$, $4^0 4a(a - 2b)$, $5^0 5x(a - 2x)$, $6^0 7x(x - 2a)$, $7^0 5a(3a - 7x)$, $8^0 4a(3x - 4b)$.

48. 1^0 Oletades, et $n = 1$, saame $4(1 + 1) = 4 \cdot 2 = 8$, mis on 1. liige. Järgnevad liikmed on vastavalt 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44. 2^0 Siin on rida 1,5, 6, 10,5, 15, 19,5, 24, 28,5, 33, 37,5 ja 42. 3^0 Skeemiks on parem $2n^2 + n$, siit saame 3, 10, 21, 36, 55, 78, 105, 136, 170, 210. 4^0 Skeemiks $n + \frac{1}{2}$ siit $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$. 5^0 Skeemiks $0,1n^3 - 0,3n$, siit $-0,2$, $0,2$, $1,8$, $5,2$, 11 , $19,8$. 6^0 Skeemiks $36n - n^3$, siit 35. 7^0 skeemiks $3n^3 - 7n$. 8^0 Et seda avaldist lihtsustada, tuleb korrutada $(n - 2)n$ ja $(n - 2)3$ ja saadus liita, siit saame $n^2 - 2n + 3n - 6 = n^2 + n - 6$, siit väärtused on -4 , 0 , $+6 \dots$ 9^0 Analoogiliselt eelmisega $3n^2 - 3n + 4n - 4 = 3n^2 + n - 4$. 10^0 $3n^2 - 4n + 21n - 28 = 3n^2 + 17n - 28$.

49. Tõestamiseks seame antud ülesanded üles üldkujul. Kui tähistada mõeldud arvu x -ga, siis saame valemid.

Näide 1. $[(x + 1)3 - 2]3 + x + 2 = N$, lahendades selle saame $[3x + 3 - 2]3 + x + 2 = N$. Nagu väha on siin mitmekordsed klambriid. Klambriid hakatakse avama kõige lihtsamatest () ümargustest klambritest, siis tulevad nurgelised [] klambriid. $9x + 9 - 6 + x + 2 = N$, $10x + 5 = N$. Järjelikult otsitav arv 10 kordselt ja sellele liites 5 ongi resultaat. Olgu ta näiteks 3, siis $10 \cdot 3 + 5 = N$ ehk $35 = N$. Otsitav on 3, ehk arvudes $10x = N - 5$, $x = \frac{N - 5}{10}$, mis näitabki mõeldud arvu leidmise teed, sest alati 5-ga lõppevast arvust N , 5 kustutades väheneb saadus iseenesest 10 kordselt.

Näide 2. $(x \cdot 9 + 9) 11 + x + 2 - 200 = N$. $99x + 99 + x + 2 - 200 = N$. $100x - 99 = N$. $100x = N + 99$.
 $x = \frac{N + 99}{100}$.

Näide 3. $\{(x + 4) 5 - 21\} 5 + 2\} 4 = N$. Algame arvamist ümargustest klambritest $\{[5 + 20 - 21] 5 + 2\} 4 = N$; siis avame nurgelised $\{25x + 100 - 105 + 2\} 4 = N$ ja lõppeks suured klambrid $100x + 400 - 420 + 8 = N$;
 $100x = N + 12$; $x = \frac{N + 12}{100}$.

Näide 4. Tähistame paarisarvu $2a$ -ga, siis:
 $\frac{x \cdot 2 + 2 \cdot a}{2} \cdot 4 - 2 \cdot 2a = N$. Lugejast saame 2 klambrite ette
 $\frac{2(x + a)}{2} \cdot 4 - 2 \cdot 2a = N$. 2 lugejas ja nimetajas koondub,
 saame $(x + a) 4 - 4a = N$, $4x + 4a - 4a = N$, $4x = N$;
 $x = \frac{N}{4}$.

Näide 5. $[(x + 2) 3 - 4] 3 + x = N$; $[3x + 6 - 4] 3 + x = N$;
 $9x + 18 - 12 + x = N$; $10x + 6 = N$; $10x = N - 6$;
 $x = \frac{N - 6}{10}$.

Näide 6. $\frac{x \cdot 3}{2} \cdot 6 = N$; $3x \cdot 3 = N$; $x = \frac{N}{9}$.

Näide 7. $\left(\frac{x \cdot 6 + 12}{3} - 2\right) : 2 - x = N$; $\frac{6x + 12 - 6}{3 \cdot 2} - x = N$;
 $\frac{12 - 6}{6} = N$; $\frac{6}{6} = N$; $N = 1$.

Näide 8. $[(x \cdot 5 + 6) 4 + 9] 5 = N$; $[20x + 24 + 9] 5 = N$
 $100x + 120 + 45 = N$; $100x = N - 165$; $x = \frac{N - 165}{100}$.

Kuna antud näited üldkujul lahenevad, siis peab ka igal üksikul juhul vastus õige olema.

50. Näide 9. Olgu neljakohaline arv $1000a + 100b + 10c + d$ (kus $1000a$ tähendab tuhandeid, $100b$ sadasid, $10c$ kümneid ja d ühtesid. Kustutades arvu viimase koha,

väheneb saadus üheliste võrra ja 10 korda, seega I arv on $(1000a + 100b + 10c + d - d) : 10$. Selle arvu viimase koha (algarvu kümnelised) kustutamisel väheneb saadus $10c$ võrra ja jälle 10 korda; seega II arv on $(1000a + 100b + 10c + d - d - 10c) : 10 \cdot 10$; III arv on eelmiste analoogia põhjal $(1000a + 100b + 10c + d - d - 10c - 100b) : 10 \cdot 10 \cdot 10$. Tehes vajalikud tehted ja koondamised, avaldame saadud kolme arvu summa: $(1000a + 100b + 10c) : 10 + (1000a + 100b) : 100 + 1000a : 1000 = 100a + 10b + c + 10a + b + a = 111a + 11b + c$; $s = (111a + 11b + c)9 = 999a + 99b + 9c$, $t = a + b + c + d$; $s + t = 999a + 99b + 9c + a + b + c + d = 1000a + 100b + 10c + d$ — saime algarvu, mis oligi vaja tõestada.

Näide 10. Kui kahekohalised arvud märgime: sünnipäeva $10x + y$, sünnikuu $10a + b$, sünniaasta kaks viimas arvu $10c + d$, saame võrrandi:

$$\{(10x + y)20 + 222\}5 + (10a + b)\}100 + 10c + d + 111 = N;$$

$$\{1000x + 100y + 1110 + 10a + b\}100 + 10c + d + 111 = N;$$

$$100000x + 10000y + 1000a + 100b + 10c + d + 111000 + 111 = N;$$

$$N - 111111 = 100000x + 10000y + 1000a + 100b + 10c + d.$$

Selle võrrandi parem pool kujutab 6-kohalist arvu, mille 2 viimast kohta annavad sünniaasta kaks viimast arvu, järgmised kaks — sünnikuu numbrid, järgmised kaks — sünnipäeva kuupäeva.

Harjutis XIII.

1. Kahju tähendame x -ga, siit: $x = h + r - h = r$. Tähendab sõnades — ärimees pidi ära andma ülikonna h kelmile, ja ärimehel valeraha eest r kr. Tagasi sai ta kelmilt ülikonna väärtuse vahetatud rahast. Seega kahju oli valeraha väärtus

2. Kokku oli kruvisid

$$12p + q + 144m + 3 + 144 + 2 \cdot 12 = 144m + 12p + q + 171.$$

3. $2a \cdot 12 \cdot 12 + 9b \cdot 12 + c + 3a \cdot 12 \cdot 12 + 5b \cdot 12 + 2c + 10 \cdot b \cdot 12 + 9c = 12 \cdot 12 \cdot 2a + 12 \cdot 12 \cdot 3a + 12 \cdot 9 \cdot b + 5 \cdot 12 \cdot b + 10 \cdot 12b + c + 2c + 9c = 12 \cdot 12a(2 + 3) + 12 \cdot b(9 + 5 + 10) + c(1 + 2 + 9) = 12 \cdot 12 \cdot 5 \cdot a + 12 \cdot 24b + 12c = 12(12 \cdot 5a + 24b + c)$.

4. $u + 19v + 5v + 7w + 11w + 6w = u + v(19 + 5) + w(7 + 11 + 6) = u + 24v + 24w$.

5. $p + p + l + l = 2p + 2l = 2(p + l)$.

6. 1 tunnis nad sõidavad $u + u + 5$ km., jääb vaheks $s_1 = 120 - (u + u + 5)$, 2 tunni järgi on vahe $s_2 = 120 - 2(u + u + 5)$, 4 tunni järgi $s_4 = 120 - 4(u + u + 5) = 120 - 4(2u + 5)$.

7. Ühe tunni lõpul on nende kaugus $(m - n)$ km., t tunni lõpul $t(m - n)$ ja t tunni alul, s. o. 1 tund varem $(t - 1)(m - n)$.

8. Valem on $150 - (n - 1)20$. n võib kasvada senini kuni $n \cdot 20 = 150$ s. o. $n = \frac{150}{20} = 7,5$, seega 7,5 aasta pärast on ratta väärtus 0.

9. Et leida võimlemisruumi kütmiseks vajalikku puude hulka, tuleb 13° lahutada välistemperatuur t ja saadusele liita 7.

Lihtsustamisel $h = 20 - t$. Küttepuude hulga saame kui lahutame 20-est välistemperatuuri.

10. $m = h + \frac{h \cdot p}{100}$. Üheliikmeline valem $m = h(1 + \frac{p}{100})$. Tabelis on m väärtused vastavalt 1,38; 17,53; 1,04; 9,58.

11. Riide meetri müügihind on $h - \frac{h \cdot p}{100}$, kogu riide müügihind $r(h - \frac{h \cdot p}{100})$. I val. lihtsustatult $h(1 - \frac{p}{100})$. II valem $rh(1 + \frac{p}{100})$.

12. Kaheliikmeliselt $f \cdot 18 + \frac{g \cdot 18}{20}$, üheliikmeliselt
 $18 \left(f + \frac{g}{20} \right)$ ehk teiste tähtedega $\frac{h \cdot 18}{20} + \frac{i \cdot 18}{240} = 18 \left(\frac{h}{20} + \frac{i}{240} \right)$.

13. $1^{\circ} a \cdot 216 + \frac{3 \cdot 216}{7} = 216 \left(a + \frac{3}{7} \right)$. $2^{\circ} b \cdot 216 + \frac{c \cdot 216}{7} = 216 \left(b + \frac{c}{7} \right)$. $3^{\circ} \frac{d \cdot 216}{7} + \frac{e \cdot 216}{84} = 216 \left(\frac{d}{7} + \frac{e}{84} \right)$.
 $4^{\circ} f \cdot 216 + \frac{1 \cdot 216}{3} = 216 \left(f + \frac{1}{3} \right)$.

14. $k \left(a + \frac{b}{20} \right)$ krooni.

15. $100 k + s$ senti on tolli hind. Toru pikkus tollides on $12 j + t$. Valem on $(100 k + s) (12 j + t)$.

16. Rulle oli $(12g + t)$ tosinat, tosina hind d -es ($s \cdot 12 + p$) Arve suurus $= (12g + t) (12 s + p)$.

17. Pindala on $p \cdot l$. Kummagi riba pindala on $r \cdot p$, seega $2rp$ tuleb juure. Paarismängu plats $= pl + 2rp$ ehk $p(l + 2r)$.

18. Parketitava põranda suurus $= a \cdot b - 2c \cdot d$. Töö maksab meetrid $\times 1$ m. tasu $(a \cdot b - 2cd) k$.

19. Toa seina pikkus on $2p + 2l$ meetr. Seinte pindala seega alus korda kõrgus $(2p + 2l) k$ ja värvi läheb $(2p + 2l) k \cdot v$.

20. $1^{\circ} a \cdot c - (a - d)(c - b)$. $2^{\circ} a \cdot 2c + b \cdot 2c + b \cdot c = c(2a + 2b + b)$. $3^{\circ} c \cdot a + 2c \cdot b = c(a + 2b)$. $4^{\circ} a \cdot 2b + 2b \cdot c = 2b(a + c)$. $5^{\circ} a \cdot 3c - 2bc = c(3a - 2b)$. $6^{\circ} a \cdot 3b - 2b^2 = b(3a - 2b)$. $7^{\circ} 2c \cdot a + \frac{c \cdot (a + 2b)}{2} = c \left(2a + \frac{a + 2b}{2} \right)$.

$8^{\circ} a \cdot b + 2 \frac{c \cdot b}{2} = a \cdot b + c \cdot b = b(a + c)$. $9^{\circ} a^2 + 4 \frac{ab}{2} = a^2 + 2ab = a(a + 2b)$. $10^{\circ} a^2 - 4 \frac{a \cdot b}{2} = a^2 - 2ab = a(a - 2b)$.

$- 2a \frac{a - b}{2} = a^2 - a(a - b) = a^2 - a^2 + ab = a \cdot b$. $11^{\circ} a^2 +$

$$+ 2ab + 2\frac{a \cdot b}{2} = a^2 + 2ab + ab = a^2 + 3ab = a(a + 3b).$$

$$12^\circ a^2 - 2bc - 3c^2.$$

21. $\pi R^2 - 3\pi r^2$ on neli ringidevahelist osa. See tuleb korrutada $15 \cdot (\pi R^2 - 3\pi r^2)$, ehk lihtsustatult $15\pi(R^2 - 3r^2)$.

22. Silindril on 2 põhja ja külge. Põhja pind on πr^2 ja küljel $2\pi r \cdot h$, seega $2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r + h)$.

23. $1^\circ a^2 + 4ah$ ehk $a(a + 4h)$; $2^\circ 2a^2 + 4ah$ ehk $2a(a + 2h)$.

$$\mathbf{24.} \quad abp - cpc = p(ab - c^2).$$

25. Toru väline ruumala $= \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot l$, sisemine $\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot l$. Toru seinaruumala $= \pi l\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \pi l\left(\frac{b}{2}\right)^2 =$
 $= \pi l\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2\right].$

26. Jämedate ruumala $= \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 P$, kitsamate $\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 p$, sisaldavad kokku vett $P\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 + p\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$ ehk $\pi\left[P\left(\frac{D}{2}\right)^2 + p\left(\frac{d}{2}\right)^2\right].$

27. Tasu a tunni eest $= a \cdot m + am\left(1 - \frac{a}{A}\right)$ ehk $am\left[1 + \left(1 - \frac{a}{A}\right)\right] = am\left[1 + 1 - \frac{a}{A}\right] = am\left(2 - \frac{a}{A}\right).$

28. Iga kõite kogupaksus on millimeetrites $10a + 2b$. Toodud ülesanne on n. nim. trikk ülesanne, umbes säärane, et 5 varblast olid katusel, kütt lasi 2 maha, palju jäi järgi? Vastus pole mitte 3, vaid arvatakse et 0, sest pauk hirmutas teised minema.

Ka käesolevas ülesandes tuleb järgi mõelda kuidas asetsevad raamatud riivil. Seks võtame neli mingit raamatut. I kõite asetame vasakule, II selle parempoolsele küljele jne. Kui vaadata aga I kõidet, siis tema esimene lehekülg jääb sissepoole, s. o. kohe vastu II kõite kaant.

Siit hakkab raamatuuss liikuma paremale ja I köitest pruugib tal süüa ainult üks kaas, siis II ja III tervelt ja n raamatu väliskaanest läbipugedes leiab ta juba viimase lehekülje eest, tähendab edasi ei pruugi tal minnagi. See seletus valemina on $b + (n - 2)(10a + 2b) + b$. Kahe köite korral on tegur $n - 2 = 2 - 2 = 0$, seega kaob vahepealne tegur ja saab $2b$, s. o. kahe kaane paksuse.

29. K tähendab kasu N taldriku müügist.

30. Kastruli valmistamiseks vajaliku vase hulga kg-des saame, korrutades kastruli läbimõõtu neljakordse kõrguse ja 1 summaga ja jagades saaduse 570-le.

31. Tõmpkoonuse külpinna määramiseks tuleb põhja ja kaane keskmist korrutada moodustaja ja π -ga.

32. Üle 2 ratta pandava rihma pikkuse saame, kui liidame rataste raadiuste summa $\frac{13}{4}$ -dikule kahekordse rataste keskohtade vahe. Joonis on üleliigne.

33. Puutüve ruumala saame, korrutades tüve otsade raadiuste ruutude keskmist tüve pikkuse ja π -ga, ehk korrutades raadiuste keskmise ruutu tüve pikkuse ja π -ga.

Harjutis XIV.

1. Neid ülesandeid tuleb lahendada sel teel, et otsime esiteks kogu sulu täieliku väärtuse $1^0 = (x + 2)$ ja siis alles määrame x .

$$1^0 \quad 7(x+2) = 21, \quad x+2 = \frac{21}{7}, \quad x = \frac{21}{7} - 2 = 3 - 2 = 1;$$

$$2^0 \quad x + 3 = \frac{35}{5} = 7, \quad x = 7 - 3 = 4; \quad 3^0 \quad x - 2 = \frac{40}{8} = 5,$$

$$x = 5 + 2 = 7; \quad 4^0 \quad 11 - x = \frac{3}{3} = 1, \quad -x = 1 - 11 = -10$$

$$x = 10; \quad 5^0 \quad x + 1 = \frac{6}{0,3} = 20, \quad x = 20 - 1 = 19; \quad 6^0 \quad x - 19 =$$

$$= \frac{30}{1,5} = 20, \quad x = 20 + 19 = 39; \quad 7^0 \quad 3 - x = \frac{2,3}{2} = 3,$$

$$-x=3-3=0, x=0; 8^{\circ} 5+x=\frac{14.8}{7}=16, x=16-5=11.$$

Nende lahendamise juures tuli meeles pidada reeglit, mida tõime juba eespool, et tegur lugejast läheb vastaspoole nimetajasse ja nimetajast lugejasse.

$$2. 1^{\circ} \frac{x+3}{4}=5, x+3=5.4=20, x=20-3=17;$$

$$2^{\circ} x-2=4.7=28, x=28+2=30; 3^{\circ} 11-x=1.9=9,$$

$$-x=9-11=-2, x=2; 4^{\circ} x-2=\frac{1.3}{6.4}=\frac{1}{8}, x=\frac{1}{8}+$$

$$+2=2\frac{1}{8}; 5^{\circ} x-1=\frac{7.5}{15.2}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}, x=1\frac{1}{6}+1=2\frac{1}{6};$$

$$6^{\circ} x-\frac{1}{2}=\frac{21.8}{16.7}=\frac{3}{2}, x=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1.$$

$$\text{Segamurd tuli siin teha liigmurruks, } 1\frac{5}{16}=\frac{21}{16}.$$

3. Seks tuleb kõik sulud avada.

$$1^{\circ} 2(x-4)+13(x+5)=147, 2x-8+13x+65=147.$$

$$\text{Siis } x \text{ vasakule ja tuntud paremale } 15x=147-57=90,$$

$$x=\frac{90}{15}=6. 2^{\circ} 6x+28x-7=27, 34x=34, x=\frac{34}{34}=1;$$

$$3^{\circ} 5x+4+12x-4=340, 17x=340, x=\frac{340}{17}=20;$$

$$4^{\circ} 5x+5+12x+42=132, 17x=85, x=\frac{85}{17}=5;$$

$$5^{\circ} 12x+8-5x-35=85, 7x=85+27=112, x=\frac{112}{7}=16;$$

$$6^{\circ} 6z+28=20z-28. \text{ Siin tuleb } z\text{-id tuua vasakule poole, muidugi vastasmärgiga. } 6z-20z=-28-28, -14z=-56,$$

$$-z=-\frac{56}{14}=-4, z=4; 7^{\circ} z+1=6z-9, z-6z=-9-1,$$

$$-5z=-10, z=2; 8^{\circ} 5z-10+4z+14=6z+10,$$

$$9z-6z=10-4, 3z=6, z=2; 9^{\circ} z-6++12+4z=6z-15+2z-6,$$

$$5z-8z=-15-6-6, -3z=-27, z=9; 10^{\circ} 3z-9+72-9z-20=5z+10+12-4z,$$

$$-6z-z=22-43, -7z=-21, z=3; 11^{\circ} 6z-66+33-6z=10-5z+6-2z, 7z=49, z=7;$$

$$12^{\circ} 8z-160+10z+70=12z+18-48, 6z=60, z=10.$$

4. Oletame, et I osa arv on x , siis teine on $38 - x$.
Valemi saame $x + 5 = 38 - x - 5$, $2x = 28$, $x = 14$; teine
on $38 - 14 = 24$.

5. Arvu tähistame x -ga, siis $(x + 5)3 = 48$; siit
 $3x + 15 = 48$, $3x = 33$, $x = 11$.

6. Otsitav on x . $(x - 11) \cdot \frac{3}{5} = 6$, $x - 11 = \frac{6 \cdot 5}{3} = 10$,
 $x = 10 + 11 = 21$.

7. Joonistame hulknurga ja ühendame kõik tipud
keskpunktigä. Siis saame nii mitu kolmnurka, mitu tippu
on hulknurgal. Kolmnurga sisenurkade summa on $180^\circ = \pi$.
 n kolmnurga sisenurkade summa on $n\pi$. Et saada hulk-
nurgelise sisenurkade summa, pruugib kolmnurkade sise-
nurkade summast maha arvata igast ühest nende tsentri
nurk (nurk tsentri juures) millede summa on alati 360° ehk
 2π . Siit võime kirjutada valemi $n\pi - 2\pi = 10\pi$. Kogu
võrrandit võime jagada π -ga, siis saame valemi $n - 2 = 10$,
 $n = 10 + 2 = 12$. Järjelikult 12 nurgelise hulknurga sise-
nurkade summa on 10π .

8. Kui I arvu tähistame x -ga, siis on järgnevad $(x + 1)$
ja $(x + 2)$. Valem on $x + (x + 1) + (x + 2) = 87$, $3x =$
 $= 87 - 3 = 84$, $x = 28$. Arvud seega 28, 29 ja 30.

9. Esimene olgu x , siis on teised $x + 2$ ja $x + 4$.
Valem oleks $x + x + 2 + x + 4 = 45$, $3x = 45 - 6 = 39$,
 $x = 13$. Arvud seega 13, 15 ja 17.

10. Valitud on x . $(x + 3)2 = (x + 2)3$, $2x + 6 =$
 $= 3x + 6$, $-x = 0$, $x = 0$.

11. Otsitava tähistame x -ga. Ülesandes oleks pida-
nud $x - 12$ clema, oli aga $x + 12$. Teame, et $x + 12$ on
3 korda suurem kui $x - 12$. Et neid võrrandiks ühendada,
selleks peab $x - 12$ ka 3 korda suurendama, et ta võrduks
 $x + 12$ -ga. Võrrand oleks siis $(x - 12)3 = x + 12$, siit
saame: $3x - 36 = x + 12$, $2x = 48$, $x = 24$.

12. Esimene külg olgu x . Teine on siis $2x$ ja kolmas $x + 10$. Võrrand seega $x + 2x + (x + 10) = 100$,
 $4x = 100 - 10 = 90$, $x = \frac{90}{4} = 22,5$.

13. Vähem külg olgu x -tolli, siis suurem on $x + 7$ tolli (1 süld = 7 jalga = 84 t.) Siit $2x + 2(x + 7) = 84$
 $2x + 2x + 14 = 84$, $4x = 70$, $x = 17,5$.

14. Oletame, et I osteti x paari, siis teiselt $28 - x$ s. o. ülejäänud. Esimese munad maksid kokku $12x$, teise $15(28 - x)$. Võrrand on $12x + 15(28 - x) = 390$;
 $12x + 15 \cdot 28 - 15x = 1000$, $-3x = 390 - 15 \cdot 28 = -30$,
 $x = 10$. Ühelt osteti 10, teiselt $28 - 10 = 18$ paari.

15. Jõukaid oli x , kehvi siis $32 - x$. Valem $50 \cdot x + 20(32 - x) = 1000$ $50x + 640 - 20x = 1000$ $30x = 360$
 $x = 12$. Jõukaid seega 12, kehvi $32 - 12 = 20$.

16. Oletame, et see on x -dal km Valgast, siis Tallinnast $290 - x$. Valga suhkru vedu maksab $3,5x$, Tallinna oma $3,5(290 - x)$, seega oleks Valgast tulnud suhkru hind x -dal k-meetril $4500 + 3,5x$ ja see peab võrduma Tallinnast tulnud suhkru hinnaga $4800 + 3,5(290 - x)$. Valem on $4500 + 3,5x = 4800 + 3,5(290 - x)$; $4500 + 3,5x = 4800 + 3,5 \cdot 290 - 3,5x$; $7x = 4800 + 1015 - 4500 = 1315$; $x = \frac{1315}{7} = 187,85$.

17. Oletame, et mängu panid kumbki x marka. Pärast esimest mängu on M-il $x + x = 2x$ marka, N-il 0 marka. Teiseks vooriks pani M mängu saadud summa -15 , seega $2x - 15$. Seda tegi ka N. Mängus oli $(2x - 15) + (2x - 15) = 2(2x - 15)$, mille kõik võitis N. Kuna N-il oli alul x marka siis $2(2x - 15) = x$, siit $4x - 30 = x$; $3x = 30$; $x = 10$. Järelikult mängu alul oli kummagil 5 marka. Esimese mängu lõpuks oli M-il $2 \cdot 10 = 20$; mängu pani ta teise mängu alul $20 - 15 = 5$ marka.

18. Et igal loomal on ainult üks pea, siis loomi oli ka 24. Kodujäneseid olgu x , siis kanu jäi $24 - x$. x -il kodujänesel on jalgu (oletades muidugi et nad on kõik neljajalgseid) $4x$ ja kanadel $2(24 - x)$, mis summas 60. Võrrand on $4x + 2(24 - x) = 60$; $4x + 48 - 2x = 60$ $2x = 12$ $x = 6$. Kui jäneseid oli 6, siis kanu $24 - 6 = 18$.

Harjutis XV.

1. Rohi maksku x , siis pudel maksab $x - 100$. Valem $x + (x - 100) = 110$ $2x = 210$ $x = 105$. Rohi maksis 105, pudel 5 senti.

2. Sinna sõiduks kulugu x , siis tagasi sõiduks $x - 20$. Kogu sõit kestab $60 + 45 = 105$ min. Võrrand on $x + 15 + (x - 20) = 105$. $2x = 105 + 5 = 110$ $x = 55$.

3. Teame, et kera übermõõt on $2\pi r$. Tähistame üldkujul maakera übermõõdu $2\pi r$, siis nõõrist moodustatud ringi raadius olgu veidi, ütleme x m võrra pikem, seega nõõrringi pikkuse valem $2\pi(r + x)$. Nõõrringi pikkuse saame ka kui liidame $2\pi r + 15$. Valem seega $2\pi r + 15 = 2\pi(r + x)$ ehk $2\pi(r + x) = 2\pi r + 15$. $r + x = \frac{2\pi r + 15}{2\pi}$
 $x = \frac{2\pi r + 15}{2\pi} - r = \frac{2\pi r + 15 - 2\pi \cdot r}{2\pi} = \frac{15}{2\pi} = \frac{15}{2 \cdot 3,14} = \frac{15}{6,28} = \sim 2,4$ m. Kuna vahet jääb 2,4 m, siis võib isegi maailma kõige pikem inimene alt läbi jalutada ja kõrgushüp-gaja saab ainult teibaga seda kõrgust ületada. Nagu näha koondub maakera raadius. Teiste sõnadega jääb ühesu-rune vahe jalutamiseks, kas nõõr tõmmata ümber käsipalli või maakera!

4. Naisi hukkus x , siis mehi $x + 15000$. Valem $x + x + 15000 = 55000$ $2x = 40000$ $x = 20000$; naisi seega 20000, mehi aga $20000 + 15000 = 35000$.

5. Analoogiliselt valem $x + x + 194000 = 1566000$

$2x = 1566000 - 194000 = 1372000$ $x = 686000$, troojalasi 686000, kreekklasi 880000.

6. See oli x aasta eest. Siis oli isa $50 - x$ aastane, poeg $24 - x$ a. Et need võrduks, tuleb poja vanadus 3-ga korrutada, siis $50 - x = (24 - x)3$, siit $50 - x = 72 - 3x$
 $2x = 22$ $x = 11$.

7. x päeva pärast on esimesed $71 + x$, teisel $43 + x$ senti. Et summad võrduksid, tuleb II summat korrutada 2-ga. $71 + x = (43 + x)2$ $71 + x = 86 + 2x$ $-x = 15$ ehk $x = -15$. Vastus on negatiivne, tähendab niisugust aega ei tule enam tulevikus, vaid see võis olla 15 päeva enne korjamise algust, eeldades muidugi et ka ennem nad said isalt kumbki 1 sendi päevas.

8. Analoogiliselt $(900 + x)2 = 1500 + x$ $1800 + 2x = 1500 + x$ $x = 1500 - 1800 = -300$. Siin tähendab -300 et kummagi aleviosa elanike arv oli vähenenud 300 võrra.

9. 12 lasu järgi oli tabatuid x , tabamatuid laske $12 - x$, siit $10s - (12 - x)50 = -420$ $10x - 600 + 50x = -420$
 $60x = -420 + 600 = 180$ $x = \frac{180}{60} = 3$. Tabatuid laske oli 3, tabamatuid $12 - 3 = 9$.

10. Piletid sinna maksid x senti, sinna ja tagasi $x + 15$. Valem $33x + 12(x + 15) = 1305$ $33x + 12x + 180 = 1305$
 $45x = 1305 - 180 = 1125$ $x = \frac{1125}{45} = 25$.

11. Tööd tegi ta x päeva, laiskles $40 - x$ päeva. Töö eest pidi saama $x \cdot 4$, laisklemise eest kaotama $6(40 - x)$ ja need peavad võrduma, siit $4x = 6(40 - x)$ $4x = 240 - 6x$ $10x = 240$ $x = 24$. Töeline tegi tööd 24 päeva ja laiskles $40 - 24 = 16$ päeva.

12. 10-sendilisi toogu x , siis 5-lisi $2 \cdot x$ ja 2 sendilisi $2x + 30$. Võrrand: $10x + 5 \cdot 2x + 2(2x + 30) = 300$, $10x +$

+ $10x + 4x + 60 = 300$, $24x = 240$, $x = 10$. Kümnelisi seega 10, viielisi $2 \cdot 10 = 20$ ja 2-lisi $20 + 30 = 50$.

13. Arvud oleks x , $x + 1$ ja $x + 2$, siit valem $3(x + 2) = 3(x + x + 1)$; $3x + 6 = 2(2x + 1)$, $3x + 6 = 4x + 2$, $x = 4$. Teised muidugi 5 ja 6.

14. H saab x , siis J $2x - 40$ ja K $3(2x - 40) - 150$. Valem on $x + 2x + 40 + 3(2x + 40) - 150 = 370$. $x + 2x + 40 + 6x + 120 - 150 = 370$. $9x = 360$, $x = 40$. H saab 40, J siis $2 \cdot 40 + 40 = 120$ ja K $3 \cdot 120 - 150 = 210$ kr.

15. Oletame, et ränduril oli esimesesse kauplusesse sisse astudes x krooni, siis sai ta sealt juure x krooni, andis aga ära 10 kr. Järjekult teisse poodi sisse astudes oli tal raha $x + x - 10$. Siin sai ta niipalju juure ja andis 10 kr. ära. Kolmandasse poodi sisseastudes oli tal $(x + x - 10) + (x + x - 10) - 10$. Kolmandas poes sai ta sama summa juure ja andis 10 kr. ära, mis peab kõik võrduma algsummaga, järjel. on võrrand $[(2x - 10) + (2x - 10) - 10] + [(2x - 10) + (2x - 10) - 10] - 10 = x$. Klambriid avanevad ilma märke muutmata, seega kokkuvõttes $4 \cdot 2x - 7 \cdot 10 = x$; siit $7x = 70$, $x = 10$.

16. Teisel korral jäi tal raha $(2x - 4)2 - 4 = 4x - 12$. Kolmandal korral $(4x - 12)2 - 4 = 8x - 28$ millega oli raha otsas. Saame võrrandi $8x - 28 = 0$, $x = \frac{28}{8} = 3\frac{1}{2}$.

17. Oletame et Väljal on Pöllule võlga x kr. Pärast õiendamist on Väljal $35 - x$ kr. ja Pöllul $45 + x$ kr. Kuna $\frac{3}{5}$ Põllu rahast on siis juba võrdne Välja kogu rahaga, siis $\frac{3}{5}(45 + x) = 35 - x$, siit $27 + \frac{3}{5}x = 35 - x$, $1\frac{3}{5}x = 35 - 27 = 8$, $x = \frac{8 \cdot 5}{8} = 5$. Võlg oli 5 kr. Väljal Pöllule.

18. Koos oli x volinikku. $\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + 1 = x$, $x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = 1$, $\frac{12 - 8 - 3}{12}x = 1$, $\frac{1}{12}x = 1$, $x = 12$.

19. Esimene sai x häält teine $x - 354$. Võrrand seega $x + (x - 354) + 18 = 1236$, $2x = 1572$, $x = 786$. Esimene sai 786 häält, teine $786 - 354 = 432$ häält.

20. Soojavee kraanist tuleb minutis vett x pange, külmavee kraanist siis $1\frac{1}{2}x$. Võrrand on $(x + 1\frac{1}{2}x)5 = 15$. $2\frac{1}{2}x = 3$, $x = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$. Järjel. külmavee kraanist voolab $1\frac{4}{5}$ pange.

21. Käesoleval juhul pole päris selge mida ülesande autor tahab. Võib arvata, et kirjutada

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 12 = 36 \\ 2 \cdot 12 = 24 \\ \hline 3 \cdot 12 + 2 \cdot 12 = 60 \\ 3 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \text{või} \\ \text{midagi} \\ \text{muud.} \end{array}$$

22. $27x - 63 = 33x - 77$, $77 - 63 = 33x - 27x$, $14 = 6x$. Õige vastus on siin $x = \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$. Kui mingit tehet avaldatakse kummagil pool võrdlusmärki samal kujul, näiteks $3x - 7 = 3x - 7$, siis ei ole see enam võrrand vaid seda hüütakse samasuseks ja samasuse kohta ei maksa enam need reeglid mis võrrandi kohta. Sellepärast tuleb võrrandi koostamisel alati hoiduda samasusest.

Samasust tunneme ära sellest, et ta väärtus on alati võrdne nulliga ja selletõttu tuleb alati hoiduda jagamisest võrrandis teguriga, mis on võrdne nulliga. Näiteks võtame a -ks arvu, mis on $1\frac{1}{2}$ korda suurem kui arv b . Seega $a = \frac{3}{2}b$. Korrutades 4-ga saame $4a = 6b$, see on sama, mis $14a - 10a = 21b - 15b$. Liikmeid ümber paigutades saame $15b - 10a = 21b - 14a$. Vasakul pool klambri ette võttes 5 ja paremal 7, saame $5(3b - 2a) = 7(3b - 2a)$. Jagades kummagit poolt $3b - 2a$ -le, saame $5 = 7$.

Peatükk IV.

Graafilisi kujutisi.

Harjutis XVI.

Siinkohal peame kohuseks tähendada, et ülesannete graafilist lahendust ja üldse jooniseid puudub meil võimalus anda tehnilisel põhjusil ja ülesannete lahendamine meie poolt piirdub ainult ülesannete lahendamisega arvulises osas kuni joonistamiseni.

1. Joonis näeb siin välja 9 tulpa mitmekesistes kõrgustes:

2. Joonistamiseks võib võtta 1 tund = 1 cm, siis septembri kuu tulba kõrgus on 1,2 cm, oktoobri 4,4 cm. jne.

3. Siin võib võtta 1 % = 5 mm, siis näiteks võõrkeelte tulba kõrgus = $\frac{32}{12} \cdot 0,5$ cm. Sektordiagrammi saame, kui jaotame ringjoone 100 võrdseks osaks ja vastavalt 32, 28 osa järgi tõmbame raadiuse. Ringi raadius olgu vähemalt 5 cm.

4—12 on niivõrd lihtsad, et nende lahendamine ei tohiks kellegilt mingit raskust pakkuda.

13. Vastused saame, kui mõõdame kogu tulba pikkuse mm-tes ja arvates selle 100-ks, arvestame iga jaotuse pikkuse mõõtude, üksikud osad. Olgu tulba pikkus 10 cm, seega 100 mm ja üksikud sambad 50 mm, 25 mm jne., siis on protsent samuti vastavalt 50 %, 25 % jne.

Täpsus oleneb muidugi mõõtlaua täpsusest ja kui saame mõõta 0,1 mm täpsusega, mis peaks olema täiesti võimalik, siis täpsus on ka 0,1 protsenti. See käib muidugi 10 cm diagrammi kohta, vähema kohta on vastavalt täpsus palju vähem.

14. Saame määrata kui kogu ringi loeme $360^\circ = 100\%$. Siis liht kolmlausest määrame üksikud suurused. Peensuse $\%$ oleneb siin samuti mõõduriista täpsusest ja diagrammi suurusest.

15. Vead leiame eelneva põhjal, samuti väärtused.

Harjutis XVII.

1. Seda võib kujutada murdjoonena ehk tulpadena, kusjuures 1 silm = 1 cm.

2. Kui tippude hulk n 3 4 5 6 7 jne. Seda võib
siis diagonaalide arv d — 2 5 9 12

jälle kujutada tulpdiagrammina.

3—27. Neid ülesandeid on soodsam lahendada sel teel, et joonistame millimeetri paberile koordinaat teljestiku, s. o. kaks 90° all vastastikku lõikuvat sirget, milledest ühele märgime x (harilikult ristjoonele), kuna teisel (püstjoonele) y .

Nüüd valmistame kõrval ühe tabeli, kuhu anname x -le väärtusi 0 kuni vajaliku arvuni ja kõrvale tähendame milliseid väärtusi omandab selle juures y . Vastastikkuse olemise arvestamiseks võime toimida katseliselt, võime kirjutada ka valemi, näiteks ülesande nr. 4 jaoks $y = 20x$, kus $y =$ tasu, $x =$ pakkide arv.

Tabeli kirjutame kui

x	1	2	3
y	20	40	60

siis on

Kuna mitmed järgnevatest ülesannetest aga pole säärsed, mis lasevad end pidevalt kasvava graafikuna kujutada, siis on ka valemi andmine neile tülikas ja otstarbetu. Sellepärast tuleb otsida väärtused katseliselt. Oleme tabeli koos-

tanud, siis otsime graafikul punkte, mille x ja y on tabelil näidatud. Märgime need punktid ära ja ühendame nad jämedama joonega. Saame mingi murdjoone, mis väljendabki ülesandes otsitavat mõtet. Arvame, et säärase joonistamisega saab igaüks hakkama.

3. Tabel on $\frac{x \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11}{y \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 45 \ 50 \ 55}$ jne.

4. Tabel $\frac{x = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10}{y = 20 \ 40 \ 60 \ 80 \ 100 \ 120 \ 240 \ 160 \ 180 \ 200}$

5.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x -jagajad	1	1	1	2; 2; 1	1	2; 3; 1	1	2; 2; 2; 1	3; 3; 1
suurim y	1	1	1	2	1	3	1	4	3
vahe v	0	0	0	1	0	2	0	3	2
summa s	1	1	1	5	1	6	1	7	7

x	10	11	12	13	14	15	16	17
x -jagajad	5; 2; 1	1	3; 2; 2; 1	1	7; 2; 1	5; 3; 1	2; 2; 2; 2; 1	1
suurim y	5	1	6	1	7	5	8	1
vahe v	4	0	5	0	6	4	7	0
summa s	8	1	8	1	10	9	9	1

x	18	19	20
x -jagajad	3; 3; 2; 1	1	5; 2; 2; 1
suurim y	9	1	10
vahe v	8	0	9
summa s	9	1	10

6. Tabel $\frac{x \text{ gr}}{y}$ $\frac{1-20}{10}$ $\frac{21-40}{15}$ $\frac{41-60}{20}$ $\frac{61-80}{25}$ $\frac{81-100}{30}$.

7. $\frac{x \text{ kg}}{y}$ $\frac{\frac{1}{4}-1}{50}$ $\frac{1-5}{100}$ $\frac{5-10}{200}$ $\frac{10-12}{300}$.

8. $\frac{x \text{ päeva}}{y}$ $\frac{1-8}{0}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{10}{20}$ $\frac{11}{30}$ $\frac{12}{40}$ $\frac{13}{50}$ $\frac{14}{60}$.

9.

x	2	3	4	5	6	7	8
Väiksemad kui x	1	2; 1	3; 2; 1	3; 2; 1	5; 3; 2; 1	5; 3; 2; 1	7; 5; 3; 2; 1
hulk h	1	2	3	3	4	4	5
suurim s	1	2	3	3	5	5	7

x	9	10	11	12
Väiksemad kui x	7; 5; 3; 2; 1	7; 5; 3; 2; 1	7; 5; 3; 2; 1	11; 7; 5; 3; 2; 1
hulk h	5	5	5	6
suurim s	7	7	7	11

x	13	14	15
Väiksemad kui x	11; 7; 5; 3; 2; 1	13; 11; 7; 5; 3; 2; 1	13; 11; 7; 5; 3; 2; 1
hulk h	6	7	7
suurim s	11	13	13

x	16	17	18
Väiksemad kui x	13; 11; 7; 5; 3; 2; 1	13; 11; 7; 5; 3; 2; 1	17; 13; 11; 7; 5; 3; 2; 1
hulk h	7	7	8
suurim s	13	13	17

x	19	20
Väiksemad kui x	17; 13; 11; 7; 5; 3; 2; 1	17; 13; 11; 7; 5; 3; 2; 1
hulk h	8	8
suurim s	17	17

H kõik ei muutu, kui anname tabelis ka murrulisi väärtusi x -le.

10. Lihtne lahendada igalühel.

11. Graafikuks saame andmed otsekohe tabelist. Lapse kaal vastavalt 4,73; 7,35; 9,9.

12. Tuleb enesel teha.

13. Kuni 13 aastani on poisid keskmiselt tüdrukutest pikemad, edasi aga tütarlapsed.

14. Otsitavad suurused leiame graafikult.

15. Otsitavad leiame graafikult.

16. Lihtne joonistada esitatud andmete alusel.

17. Lihtne enesel joonistada.

18. Leiame, et kõige soodsam on müüa 40 s. eest tükk, sest ühe pealt saab sel juhusel kasu $40 - 25 = 15$ s., 225 pealt $15 \cdot 225 = 3575$ senti, mis on suurim kasu.

19. Leiame, et suurim külg on sissejoonist. ruudul, mille külg on x , valemi põhjal $x = \frac{a \cdot h}{a + h} = \frac{150}{25} = 6$.

20. Suurim pindala on kolmnurgal 60° tipunurga juures.

21. Punkt c tuleks valida nii, et nurk $\angle ACD = \angle BCE$. (Füüsikas vaata kiire langemisnurka ja peegeldusnurka).

22. On lihtne graafiliselt lahendada.

23. 1^0 Antud valemisse anname x -le väärtusi 0 kuni 20 ja märgime tabelisse vastavad y väärtused, saame järgnevad suurused $\frac{x}{y}$ $\frac{0}{10}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{5\frac{1}{2}}$ $\frac{3}{4\frac{3}{5}}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{3\frac{4}{7}}$ $\frac{6}{3\frac{1}{4}}$ $\frac{7}{3}$ \dots Kui üksikuid

punkte graafikul joonega ühendada, ei saa meie mitte enam sirgjoone, vaid mingi kõvera.

2^o Tabel on
$$\frac{u \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5}{v \ 3 \ 1,5 \ 0,6 \ 0,3 \ 0,2 \ 0,1}$$

3^o Tabel on
$$\frac{x \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots}{z \ 0 \ 1\frac{2}{3} \ 1,1 \ 0,8 \ 0,6 \ \dots}$$

4^o
$$\frac{t \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6}{s \ 0 \ 5 \ 8 \ 9 \ 8 \ 5 \ 0}$$

5^o
$$\frac{p \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10}{q \ 25 \ 16 \ 9 \ 4 \ 1 \ 0 \ 1 \ 4 \ 9 \ 16 \ 25}$$

6^o
$$\frac{z \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8}{x \ 2,5 \ 2 \ 1,2 \ 0,7 \ 0,5 \ 0,4 \ 0,3 \ 0,2 \ 0,2}$$

Viimased väärtused on võetud kaunis ümaralt. Täpsema, muidugi ka suurema joonise jaoks tuleks arvutada väärtused 0,01 täpsusega.

24. Tabel kujuneks umbkaudselt

$$\frac{n \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6}{k \ 11,6 \ 21,8 \ 17,4 \ 20 \ 24 \ 18,5}$$

Jooniselt mõõtmiseks tuleb võtta võimalikult täpne, metallist kolmnurk, ehk n. n. vinkel, sinna terava pliiaitsiga või tindiga märkida meie jooniselt sõidukulu skaala, jagada võimalikult 10-nesse ossa iga kriipsuvahe ja siis toimida mõõtmist.

25. Veinisordi liitri hind on, kui vanadus on 1 aastane — 1 kr.; 2 a. — 1,4 kr.; 3 ja 4 a. — 2 kr.; 5 ja 6 a. — 2,8 kr.; 7—9 a. — 3,6 kr.; 10—14 a. — 5 kr. ja 15—20 a. — 7 kr. Joonis on nähtavasti kujundatud 0,1 kr. täpsusega.

26. Jooniselt näeme, et arenemisaja pikkus pidevalt langeb temperatuuri tõustes ja pikem arenemisaeg on (9,8)^oC juures — nimelt 240 t. ja kõige lühem 30^oC juures — 14 tundi.

Tabel.
$$\frac{\text{Temperatuur} \ 9,8 \ 10 \ 12 \ 18 \ 24 \ 30}{\text{Arenemisaeg} \ 240 \ 172 \ 90 \ 36 \ 22 \ 14}$$

27. Lehtpuu aastane juurekasv tõuseb ja on joonise järele kõige suurem 8—10 meetri kõrgusel puul. Siit peale algab juurekasvus pidev vähenemine, langedes 29 meetrilisel puul 4 cm peale. Koostame tabeli üksikvaatluste andmete põhjal joonisest.

Kõrgus.	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	18	21	23	26	29
Kõrguse juurekasv	27	30	32	33	34	35	36	36	35	35	34	32	30	26	20	17	10	4

Juhuslikke mõõtmisvigasid leiame, ku võrdleme tabelis toodud andmeid vastavatega joonisel ja leiame need vastavalt 0; +0,6; +0,6; -0,3; +0,6; -0,3; 0; 0; -0,3; +0,3; +0,2; -0,4; -1,0; 0; -0,8; +0,2; -0,6; 0.

Kuna joonis on väike, siis ka andmed on umbkaudsed.

Peatükk V.

Positiivsed ja negatiivsed arvud.

Harjutis XVIII.

1—10. Lihtsad graafilised ülesanded.

Harjutis XIX.

Lahendused sünnivad analüütiliselt, algebraliselt.

1. $4,5 - 7,3 = -2,8$. 2. $-7 + 4,5 = -2,5$. 3. $-15 + 10 = -5$. 4. $15 + 19 = 34$. $15 - 19 = -4$. 5. $+18 + 25 = 43$. $18 - 25 = -7$. 6. $2,5 + 0,8 = 3,3$. $2,5 - 0,8 = 1,7$. 7. $5\frac{1}{2} + 2 = 7\frac{1}{2}$. $5\frac{1}{2} - 2 = 3\frac{1}{2}$. 8. $0,78 + 0,65 = 1,43$. $0,78 - 0,65 = 0,13$. 9. $125 - 100 = 25$ (üles). 10. $1500 - 1960 = -460$ (kahju). 11. $52 + 39 = 91$. $39 - 75 = -36$. $-75 + (-12) = -75 - 12 = -87$. 12. $-13 + 22 = 9$, $-13 + 22 - 8 = 1$.

13. $5400 + 9600 = 15000$ $5400 + 9600 - 11800 = 3200$ $5400 + 9600 = 11800 - 5400 = -2200$.

14. Vastavalt $+5500, -500, -5000, 0$.

Rikkuse järelle „Kask ja Kuusk“, „Või ja Muna“, „Mänd ja Pojad“ „Rahvakasu“.

15. $1^0 1 + 3 = 4$. $2^0 5 + 4 = 9$. $3^0 7 - 3 = 4$.
 $4^0 11 - 7 = 4$. $5^0 -4 + 9 = 5$. $6^0 -10 + 5 = -5$.
 $7^0 -3 - 5 = -8$. $8^0 -7 - 3 = -10$. $9^0 1,9 + 3,5 = 5,4$.
 $10^0 -2,7 - 4,3 = -7$. $11^0 -4,8 + 7,1 = 2,3$. $12^0 5,6 - 10,2 = -4,6$.

16. $1^{\circ} 345 + 1567 = 1912.$ $2^{\circ} 793 - 436 = 357.$
 $3^{\circ} - 194 + 651 = 457$ $4^{\circ} - 2357 - 1439 = -3796.$
 $5^{\circ} - 5643 - 2358 = 8001.$ $6^{\circ} 14,73 + 19,27 = 34,00.$
 $7^{\circ} 5,63 - 9,57 = -3,94.$ $8^{\circ} - 15,24 + 23,81 = 8,57.$
 $9^{\circ} - 7,65 - 3,55 = -11,20.$ $10^{\circ} - 45,36 - 14,64 = -60,00.$

17. Tabel kujuneb järgmiseks:

Arvud Arvudega	(+ 5)	(- 9)	(- 13)	(+ 29)	(- 37)
(- 2)	(+ 3)	(- 11)	(- 15)	(+ 27)	(- 39)
(- 8)	(- 3)	(- 17)	(- 21)	(+ 21)	(- 45)
(+ 12)	(+ 17)	(+ 3)	(- 1)	(+ 41)	(- 25)
(- 17)	(- 12)	(- 26)	(- 30)	(+ 12)	(- 54)
(+ 25)	(+ 30)	(+ 16)	(+ 12)	(+ 54)	(- 12)

ja teine

Arvud Arvudega	(- 3,9)	(- 7,7)	(+ 11,3)	(- 15,9)	(+ 21,6)
(+ 2,4)	- 1,5	- 5,3	+ 13,7	- 13,5	+ 24
(- 9,8)	- 13,7	- 17,5	+ 1,5	- 25,7	+ 11,8
(+ 13,5)	+ 9,6	+ 5,8	+ 24,8	- 2,4	+ 35,1
(- 21,3)	- 25,2	- 29	- 10	- 37,2	+ 0,3
(- 28,4)	- 32,3	- 36,1	- 17,1	- 44,3	- 6,8

a	(+ 3)	(- 5)	(- 7 $\frac{1}{2}$)	(+ 8)	(- 9)	(- 12 $\frac{1}{4}$)	(+ 15)
b	(- 7)	(+ 4)	(+ 2 $\frac{1}{4}$)	(+ 10)	(- 11)	(- 5 $\frac{1}{2}$)	(- 9)
c	(+ 4)	(+ 9)	(- 5 $\frac{3}{4}$)	(- 7)	(- 13)	(+ 7 $\frac{3}{8}$)	(- 17)
$b + c$	- 3	+ 13	- 3 $\frac{1}{2}$	+ 3	- 24	+ 2 $\frac{1}{8}$	- 26
$a + (b + c)$	0	+ 8	- 11	+ 11	- 33	- 10 $\frac{1}{2}$	- 11
$a + b + c$	0	+ 8	- 11	+ 11	- 33	- 10 $\frac{1}{2}$	- 11

19. $(+ 15) - (- 9) = (+ 24)$.

20. $8,8 - (- 10,4) = 8,8 + 10,4 = 19,2$.

21. $(- 39) - (- 112) = - 39 + 112 = 73$.

22. $- 395 - (- 208) = - 395 + 208 = - 187$.

23. $- 17 - (+ 25) = - 17 - 25 = - 42$; $- 9 - (- (-17)) = - 9 + 17 = 8$; $13 - (+ 25) = 13 - 25 = - 12$.

24. $- 25 - (- 31) = - 25 + 31 = + 6$; $- 25 - (- (-8)) = - 25 + 8 = - 17$; $- 31 - (+ 4) = - 31 - 4 = - 35$; $- 8 - (+ 7) = - 8 - 7 = - 15$; $- 8 - 0 = - 8$; $+ 4 - (+ 7) = + 4 - 7 = - 3$.

25. $1^0 (+ 2) - (- 1) = 2 + 1 = 3$, $10 - (- 7) = 10 + 7 = 17$, $11 - (- 11) = 11 + 11 = 22$, $12 - (- 16) = 12 + 16 = 28$, $8 - (- 29) = 8 + 29 = 37$, $14 - (- 29) = 14 + 29 = 43$, $24 - (- 23) = 24 + 23 = 47$, $0 - (- 29) = 29$, $1 - (- 27) = 1 + 27 = 28$, $0 - (- 26) = 26$; $2^0 0 - (- 1) = 1$, $0 - (- 7) = 7$, $0 - (- 11) = 11$, $0 - (- 16) = 16$, $0 - (- 29) = 29$, siis 29, 23, 29, 27 ja 26.

26. $1^0 5 - 2 = 3$; $2^0 12 - 4 = 8$; $3^0 10 + 3 = 13$; $4^0 3 + 8 = 11$; $5^0 - 5 - 2 = - 7$; $6^0 - 3 - 6 = - 9$; $7^0 - 4 + 9 = 5$; $8^0 - 15 + 8 = - 7$; $9^0 7,3 - 3,7 = 3,6$; $10^0 - 2,8 + 4,5 = 1,7$; $11^0 - 3,7 + 5,1 = 1,4$; $12^0 4,6 - 8,1 = - 3,5$.

27. $1^0 5497 - 988 = 4509$; $2^0 3129 + 1893 = 5022$; $3^0 - 792 - 1256 = - 2048$; $4^0 - 2538 + 876 = - 1662$; $5^0 - 8576 - 4398 = - 12974$; $6^0 - 21,00 + 14,78 = - 6,22$; $7^0 17,58 - 13,92 = 3,66$; $8^0 9,23 + 19,77 = 29,00$; $9^0 - 34,7 - 12,35 = - 47,05$; $10^0 - 56,92 - 9,75 = - 66,67$.

a	$(+2)$	$(-3\frac{3}{4})$	$(-4,5)$	$(+7)$	$(+8\frac{1}{2})$	(-11)
b	(-3)	$(-4\frac{1}{2})$	$(+7,3)$	$(+13)$	$(-1\frac{1}{3})$	$(+17)$
c	(-4)	$(+7\frac{1}{4})$	$(-11,8)$	(-19)	$(+9\frac{5}{8})$	(-23)
$b - c$	$+1$	$-11\frac{3}{4}$	$+19,1$	$+32$	$-11\frac{1}{8}$	$+40$
$a + (b - c)$	$+3$	$-15\frac{1}{2}$	$+14,6$	$+39$	$2\frac{2}{3}$	$+29$
$a + b - c$	$+3$	$-15\frac{1}{2}$	$+14,6$	$+39$	$-2\frac{2}{3}$	$+29$
$a - (b - c)$	$+1$	$+8$	$-23,6$	-25	$+19\frac{2}{3}$	-51
$a - b + c$	$+1$	$+8$	$-23,6$	-25	$+19\frac{2}{3}$	-51
$b + c$	-7	$+2\frac{3}{4}$	$-4,5$	-6	$+8\frac{1}{2}$	-6
$a - (b + c)$	$+9$	$-6\frac{1}{2}$	0	$+13$	0	-5
$a - b - c$	$+9$	$-6\frac{1}{2}$	0	$+13$	0	-5

29. $1^0 x + 5 = 8, x = 8 - 5 = 3; 2^0 y + 2 = 10, y = 8;$
 $3^0 z - 7 = -13, z = -6; 4^0 u + 9 = -6, u = -15;$
 $5^0 v - 17 = 1, v = 18; 6^0 v + 8 = -3, v = -11.$

Harjutis XX.

1. Tuleb mõõtpuu asetada antud kriipsudele ja lugeda lihtsalt vastav mõõt arv. Alt ülespoole mõõtes saame positiivse, ülalt allapoole negatiivse arvu.

2. Samane kui eelmine.

3. Samane kui eelmine.

4. Požarskaja on $0,3 + 1,1 = 1,4$ km, ja asetseb Etna ja Vesuvi vahel astmikus.

5. Ta valitses $14 - (-30) - 1 = 43$ a. Üks tuleb lahutada sellepärast, et aastat 0 pole olemas.

6-17. On lihtsad ülesanded.

18. $1^0 x + 3 = 1, x = 1 - 3 = -2; 2^0 x = 21 -$
 $-9 = 12; 3^0 x = 3 - 4 = -1; 4^0 x = 5 - 5 = 0; 5^0 x =$

$$= 13 - 7 = 6; \quad 6^0 x = -5; \quad 7^0 x = -1 + 4 = 3; \quad 8^0 x = -4 + 12 = 8; \quad 9^0 x = -33 + 15 = -18; \quad 10^0 x = 11.$$

19. $1^0 4x, 2^0 3x, 3^0 -4y, 4^0 1 - 9y, 5^0 0, 6^0 -3z,$
 $7^0 -12u, 8^0 -2u, 9^0 -6v, 10^0 5 - 5v, 11^0 14w - 14,$
 $12^0 -7 + 3w, 13^0 0,3p, 14^0 5,7p, 15^0 1,8q, 16^0 -15,$
 $17^0 -3 - 3m, 18^0 5p - 4q, 19^0 r + s - 1, 20^0 2t - 3u.$

Harjutis XXI.

1.

Kell 1 näitab	1 t. + 2 min.	Kell (-1) näitab	(-1) t. + 2 min.
" 2 "	2 t. + 2.2 m.	" (-2) "	(-2) t. + 2.2 min.
" 3 "	3 t. + 3.2 m.	" (-3) "	(-3) t. + 3.2 min.
" n "	n t. + n.2 m.	" (-m) "	(-m) t. + m.2 min.

2.

1 päev enne 1. VI oli kaal	72 000 - (-500) = 72,5 kg
2 " " " " " "	72 000 - 2(-500) = 73,0 "
3 " " " " " "	72 000 - 3(-500) = 73,5 "
n " " " " " "	72 000 - n(-500) = 74,0 "
1 päev pärast 1. VI oli kaal	72 000 + (-500) = 71,5 kg
2 " " " " " "	72 000 + 2(-500) = 71,0 "
3 " " " " " "	72 000 + 3(-500) = 70,5 "
n " " " " " "	72 000 + n(-500) = 70,0 "

3.

Barom. näitamise muutused $-m \cdot (-8) = +8m \dots 24 \quad 16 \quad 8 \quad 0 \quad -8 \quad -16 \quad -24$

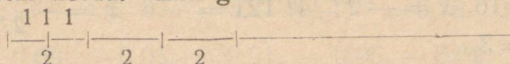
Kõrguse muutused $-m \dots -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3$

4 Tabel käesoleval juhul pikkuskasvude määramiseks, kui koormatus muutub ülesandes täh. viisil, on vastavalt:

Koormatuse muutus $-n \dots -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \dots +n$

Pikkuskasvude muutus $-n \cdot 5 = -5n \quad -15 \quad -10 \quad -5 \quad 0 \quad +5 \quad +10 \quad +15 \dots +5n$

5. Sõnaliselt kõlaks korruptamine: tuleb võtta kaht ühikut kolm korda. Ehk graafiliselt:



6—11. Kahjuks pole meil võimalik esitada graafilisi näiteid.

12. 1^0 Tuleb meeles pidada ikka reeglit, et $- \cdot + = -$, $- \cdot - = +$ ja $+ \cdot + = +$, sellepärast $(+5) \cdot (-2,6) = -13$; 2^0 29,4 3^0 $-13,5$ 4^0 $+9,12$ 5^0 $-7,5$ 6^0 141,36 7^0 150,51 8^0 0 9^0 0 10^0 $-70,8$.

13. Maksavad jagamise kohta samad reeglid märkide suhtes, kui korrutamisel jne., sellepärast 1^0 3 2^0 2 3^0 -4 4^0 -9 5^0 -3 6^0 -4 7^0 -3 8^0 $+9$ 9^0 $+6$ 10^0 $+5$.

14. 1^0 $2x = -6$; $x = \frac{-6}{2} = -3$; 2^0 $x = \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5}$; 3^0 $x = \frac{-14,7}{-7} = 2,1$; 4^0 $x = \frac{9}{-3} = -3$; 5^0 $x = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$; 6^0 $-x = 11$ $x = \frac{11}{-1} = -11$; 7^0 $x = \frac{-3 \cdot 2}{1} = -6$; 8^0 $x = \frac{4 \cdot (-3)}{2} = -6$; 9^0 $x = \frac{-3,6}{-0,6} = 6$; 10^0 $x = \frac{-20}{-2,5} = 8$.

15. 1^0 $2x + 9 = 7$ $2x = 7 - 9 = -2$ $x = \frac{-2}{2} = -1$; 2^0 $3x = -14 + 8 = -6$ $x = \frac{-6}{3} = -2$; 3^0 $-x = 1 - 5 = -4$ $x = 4$; 4^0 $-4x = -7 - 9 = -16$ $x = \frac{-16}{-4} = 4$; 5^0 $-5x = -16 + 1 = -15$ $x = \frac{-15}{-5} = 3$; 6^0 $7x = -49$ $x = \frac{-49}{7} = -7$; 7^0 $\frac{1}{2}x = -10 - 5 = -15$ $x = -15 \cdot 2 = -30$; 8^0 $\frac{2}{3}x = 7 + 1 = 8$ $x = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$; 9^0 $0,9x = -4,6 + 1,9 = -2,7$ $x = \frac{-2,7}{0,9} = -3$; 10^0 $-1,6x = 1,7 - 8,1 = -6,4$ $x = \frac{-6,4}{-1,6} = 4$.

16. 1^0 $-x = -10$ $x = 10$; 2^0 $-4x = -8$ $x = 2$; 3^0 $-8x = 16$ $x = -2$; 4^0 $12x = -6$ $x = -\frac{1}{2}$; 5^0 $6x = 18$ $x = 3$.

17. $1^0 (+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$; $2^0 (-4) \cdot (-4) = +16$; 3^0 Et astmele tõsta murdu, tuleb astmele tõsta lugeja ja nimetaja eraldi $(+\frac{2}{3})^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$; $4^0 \frac{9}{16}$; $5^0 (-\frac{25}{6})^2 = \frac{625}{36}$; $6^0 3,61$; $7^0 70,56$; $8^0 0,81$; $9^0 42,25$; $10^0 0,04$; $11^0 (+2)^3 = (+2)(+2)(+2) = 8$; $12^0 (-3)(-3)(-3) = -(+9)(-3) = -27$; $13^0 -343$; $14^0 -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}$; $15^0 (\frac{7}{4})^3 = \frac{343}{64}$; $16^0 (-\frac{17}{6})^3 = -\frac{17^3}{6^3} = -\frac{4913}{216}$; $17^0 -0,512$; $18^0 1,331$.

Harjutis XXII.

1. $+50 + 18 = 68$; $+50 - 24 = +26$.

2. $+32 + 45 = +77$; $+32 - 45 = -13$.

3. $1934 - 715 = 1219$.

4. $1934 - (-751) = 2685$.

5. $1934 - (-3949) = 5883$.

6. $1934 - (-2293) = 4227$.

7. $-15 + 60 = 45$. 8. $395 - (-2398) = 2793$.

9. Ained vastavalt $0 - (-112) = 112$; $114 - (-112) = 226$; $-39 - (-112) = 73$; $-75 - (-112) = 37$; $-167 - (-112) = -55$.

10. $-1792 + (-751) = -2543$; $-1792 + 862 = -930$; $-1792 + 1914 = 122$.

11. Keskmise saame, kui liidame üksikud liikmed ja jagame summa liikmete arvule

$$\frac{-6,4 + (-6,0) + (-5,5) + (-3,4) + (-0,9) + 1,2 + 0,5 + (-0,1)}{8} = \frac{-20,6}{8} = \sim -2,6. \quad \text{Max} = +1,2. \quad \text{Min} = -6,4.$$

12. $\frac{6,87 + 6,75 + 6,77 + 6,73 + 6,76}{5} = 6,78$. Hälved vastavalt $+0,09$, $-0,03$, $-0,01$, $-0,05$, $-0,02$.

13. $\frac{3,74 + 3,78 + 3,69 + 3,75 + 3,72}{5} = 3,74$. Hälved vastavalt $0, + 0,04, - 0,05, + 0,01, - 0,02 = - 0,002$.

14. $\frac{8^0 4' + 8^0 2' + 8^0 7' + 8^0 5' + 8^0 2'}{5} = 8^0 4'$. Vead vastavalt $0, - 2', + 3', + 1', - 2' = 0$.

15. $\frac{0,834 + 0,829 + 0,831 + 0,837 + 0,830}{5} = 0,832$. Hälved $0,002, - 0,003, - 0,001, + 0,005, + 0,002 = + 0,005$. Kõikumispiirkond $\min - \max = 0,008$.

16. $\frac{749,4 + 753,5 + 759,2 + 758,7 + 755,9}{5} = 755,3$. Hälved $- 5,9, - 1,8, + 3,9, + 3,4, + 0,6 = + 0,1$. Olgu keskmine 755 , siis hälved on $- 5,6 - 1,5 + 4,2 + 3,7 + 0,9 -$ kokku $+ 1,7$. Hälvete keskmine on $\frac{1,7}{5} = \sim 0,3$, seega on õige keskmine $755 + 0,3 = 755,3$.

17. $\frac{125 + 119 + 128 + 118 + 121 + 127}{6} = 123$.

Teine määramise viis eelmise ülesande eeskujul.

18.

m	-7	$+5$	$-9,1$	$+3,4$	$+10,0$	$-13,7$	$+20,5$	$-6\frac{1}{4}$
n	$+4$	-3	$+5,6$	$+7,1$	$-2,8$	$+15,9$	$+11,8$	$-19\frac{1}{2}$
$m+n$	-3	$+2$	$-3,5$	$+10,5$	$+7,2$	$+2,2$	$+32,3$	$-25\frac{3}{4}$
$m-n$	-11	$+8$	$+14,7$	$-3,7$	$+12,8$	$-29,6$	$+8,7$	$+13\frac{1}{4}$
mn	-28	-15	$-50,96$	$+24,14$	$-28,0$	$-217,83$	$+241,90$	$+121\frac{7}{8}$
$m:n$	$-1\frac{3}{4}$	$-1\frac{2}{3}$	$-1,6$	$+0,5$	$-3,6$	$-0,9$	$+1,7$	$+0,3$
$(m+n)^2$	$+9$	$+4$	$+12,25$	$+110,25$	$+51,84$	$+4,84$	$+1043,29$	$+663\frac{1}{6}$
$(m-n)^2$	$+120$	$+64$	$+216,09$	$+13,69$	$+163,84$	$+856,16$	$+75,69$	$+175\frac{9}{8}$

19. n muutmisel -10 kuni $+10$ -ni on avaldiste väärtus vastavalt: $1^0 - 8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, -0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12$. $2^0 - 43, -39, -35, -31, -27,$

$-23, -19, -15, -11, -7, -3, +1, +5, +9, +13,$
 $+17, +21, +25, +29, +33, +37. 3^0 +120, +113,$
 $+106, +99, +92, +85, +78, +71, +64, +57,$
 $+50, +43, +36, +29, +22, +15, +8, +1, -6,$
 $-13, -20. 4^0 -\frac{1}{10}, -\frac{1}{9}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{7}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{4},$
 $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, 0, +1, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{3}, +\frac{1}{4}, +\frac{1}{5}, +\frac{1}{6},$
 $+\frac{1}{7}, +\frac{1}{9}, +\frac{1}{10}. 5^0 +\frac{11}{10}, +\frac{10}{9}, +\frac{9}{8}, +\frac{8}{7}, +\frac{7}{6}, +\frac{6}{5},$
 $+\frac{5}{4}, +\frac{4}{3}, +\frac{3}{2}, +2, 0, 0, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{6},$
 $-\frac{6}{7}, -\frac{7}{8}, -\frac{8}{9}, -\frac{9}{10}. 6^0 +100, +81, +64, +49,$
 $+36, +25, +16, +9, +4, +1, +1, +4, +9, +16,$
 $+25, +36, +49, +64, +81, +100. \text{ Sellepärast et}$
 $(-10). (-10) = +100 \text{ jne.}$

7^0 Esimese liikme saame $15 - \frac{1}{3}(-10)^2 = 15 -$
 $-\frac{1}{3}(+100) = 15 - \frac{100}{3} = -18\frac{1}{3}$. Järgmised: $-12, -6\frac{1}{3},$
 $-1\frac{1}{3}, +3, +6\frac{2}{3}, +9\frac{2}{3}, +12, +13\frac{2}{3}, +14\frac{2}{3}, +15,$
 $+15\frac{1}{3}, +16\frac{1}{3}, +18, +20\frac{1}{3}, +23\frac{1}{3}, +27, +31\frac{1}{3},$
 $+36\frac{1}{3}, +42, +48\frac{1}{3}$.

8^0 Esimese liikme saame $3 [(-10). (-10)] - 2. (-10)$
 $+7 = 300 + 20 + 7 = +327$. Järgmised: $+268, +215,$
 $+168, +127, +92, +61, +40, +23, +12, +7, +8,$
 $+15, +28, +37, +72, +103, +140, +183, +232,$
 $+287. 9^0 (-10). (-10). (-10) = -1000$. Järgnevad on
 $-729, -512, -343, -216, -125, -64, -27, -8,$
 $-1, 0, +1, +8, +27, +64, +125, +216, +343,$
 $+512, +729, +1000. 10^0$ Esimese liikme saame
 $2(-10)(-10)(-10) - (-10)(-10) + 1 = -2000 - 100 +$
 $+1 = -2099, -1539, -1087, -734, -467, -275,$

$-143, -62, -19, -2, +1, +2, +13, +44, +113,$
 $+226, +397, +638, +961, +1378, +1901.$

20. 1^o Saame rea vastavalt $+19, 0, -17, -8, -5,$
 $-3\frac{1}{2}, -2\frac{3}{5}, -2, -1\frac{5}{6}, -1\frac{3}{7}, -1\frac{1}{8}, -\frac{8}{9}, -\frac{7}{10}, -\frac{6}{11}$
 $-\frac{5}{12}, -\frac{4}{13}, -\frac{3}{14}, -\frac{2}{15}, -\frac{1}{16}, 0.$ 2^o 1,5; 0,6; 0,3; 0,2;
0,1. 3^o $-1\frac{2}{3}; -1,1; -0,8; -0,6 -2\frac{3}{11}$ jne. 4^o $-7,$
 $-16, -27, -40, -55, -72.$ 5^o $+36, +49, +64,$
 $+81, +100, +121, +144, +169, +196, +225.$
6^o $+1\frac{1}{3}, +\frac{1}{2}, +\frac{2}{11}, +\frac{1}{18}, 0, -\frac{1}{38}, -\frac{2}{51}, -\frac{3}{66}.$

21. Kujutada võib näiteks: mütühind 10 senti = 1 cm,
siis 15 s = 1,5 cm, 20 s = 2 cm jne. 100 eksemplari = 1 mm,
siis 3000 eks. = 30 mm, 1960 eks. = 19,6 mm jne. Eksemplari omahind 10 senti = 1 cm.

Peatükk VI.

Võrdeline olenevus. Pöördvõrdeline olenevus.

Harjutis XXIII.

1. Tabel kujuneb:

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5

Valemid on $v = h \cdot 0,5$, ehk $v = h \cdot 0,7$, $v = h \cdot 0,2$. $v = h \cdot 1$,
 $v = h \cdot 3$.

2.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8
t	0	35	70	105	140	175	220	245	280

Valemid on: $t = h \cdot 35$, $t = h \cdot 50$, $t = h \cdot 75$ ja $t = h \cdot 100$.

3.

k	0	100	200	300	400	1000
i	0	8	16	24	32	80

Valemid on: $i = \frac{k \cdot 8}{100}$, $i = \frac{k \cdot 10}{100}$, $i = \frac{k \cdot 11}{100 \cdot 2}$, $i = \frac{k \cdot 12}{100}$.

4. $p = 3\frac{1}{3}l$.

5. Leiame katseliselt ise, kuna $S = 0,5 \cdot h$. Kõrguse vähenedes muutub pind vähemaks.

6. Saame suhte $\frac{a}{h} =$ mis jääb muutmatuks, ehkki kolmnurk suureneb. Näiteks olgu $a = 10$ ja $h = 2$, siis $\frac{a}{h} = 5$; kui $a = 50$ ja $h = 10$, siis $\frac{50}{10} = 5$.

7. Saame valemi, kui tähistame diagonaali d -ga ja külje a -ga. $d = a\sqrt{2}$, ($\sqrt{2} = 1,4$.)

8. Valem on $k = \frac{r}{e}$.

9. Valem $s = t \cdot x$, kus x tähendab liikumise kiirust m/sek.; näiteks hobuse kohta $s = 1,2t$ jne.

10. 1^o Vahed saame lihtsalt kolmlausetest: 1,2 minutiga on tigu liikunud 1,4 m; 1 sek. on tigu liikunud x m; siit, $x = \frac{1,4}{1,2 \cdot 60} = \frac{14}{720}$ sek.

Analoogiliselt toimides teiste vaatluste vahedega, leiame kiirused vastavalt:

$$\frac{14}{720}, \frac{17}{840}, \frac{1}{40}, \frac{1}{60}, \frac{7}{320}, \frac{2}{105}, \frac{1}{60}, \frac{19}{960}$$

Keskmissi saame arvestada, kui võtame antud lihtmurrud kümnendmurdudes (saame nüüd juba ümarguselt), liidame nad ja jagame suurma liikmete arvule:

$$\frac{0,019 + 0,020 + 0,025 + 0,017 + 0,022 + 0,019 + 0,017 + 0,020}{8} = 0,021$$

4^o Valem $s = 0,21 \cdot t$.

11. Analoogiliselt eelmisega leiame kiirused ja sealt ka kiiruste keskmise, kusjuures lihtsuse mõttes võtame keskmise alul minutites:

$$\frac{9,25 + 9,1 + 9,5 + 8,9 + 13,05 + 7,57 + 9,12}{7} = 9,5.$$

Keskmine kiirus sekundis $\frac{9,5}{60} = 0,158^{\circ}$. Pöörde nurga valem $a = 0,158t$.

12. 1^o $k = 0,72l$; 2^o $k = 18,20n$; 3^o $k = 3,72d$; 4^o $s = 90m$; 5^o $s = 15f$.

13. 1^o $g = 1000k$; 2^o $n = 2,5k$; 3^o 1 sentner = 100 kg, 1 puud = 40 naela, $p = \frac{40s}{100 \cdot 2,5}$.

14. 1^o $t = 12j$; 2^o $v = 16a$; 3^o $t = 28a$; 4^o $k = \frac{3 \cdot a}{4}$
 5^o $t = 21k$; 6^o $m = \frac{a}{0,72}$; 7^o $m = 18k$; 8^o $m = \frac{3 \cdot 72}{2} s$;
 9^o $s = \frac{2 \cdot 72}{3} m$; 10^o $a = 0,72m$; 11^o $k = \frac{m}{18}$.

1. Olgu teatav kraadi arv n , siis on valem $n^0 C = (0,8 n)^0 R$ ja $n^0 R = (1,25 n)^0 C$.

16. Tabelit pole võimalik esitada. ($0,9^0$ vastab 1 saandik süsteemi kraad.)

17. Paranduse valem tundides on, kus n tähendab päeva arvu $-\frac{6n}{60}$ ehk $-\frac{n}{10}$ tundi.

18—23. Lihtne lahendada graafiliselt, kust leiate ka vastused.

24. $P = \frac{p}{1500}$ on valem.

25. Valem $K = k \cdot 1000$.

26. 1^o Vähendus on siin 640000 korda, seega Mount Everesti kõrgus $= \frac{8800}{6400000}$ m s. o. umbes 1,4 mm Lohk Vaikses ookeanis $= \frac{10400}{6400000}$ m = 1,6 mm. Maakera koort tuleks kujutada $\frac{1}{64}$ m ja õhukihti $\frac{10}{64}$ m. 2^o k meetri kõrgune mägi oleks $\frac{k}{6400 \cdot 1000}$ ja lohk $\frac{s}{6400 \cdot 1000}$ m. 3^o Mount Everest $\frac{8800}{1000000} = \frac{88}{100}$ cm ehk 8,8 mm, sügavaim koht 1,04 cm, õhukiht 1 m, koor 10 cm.

27. 1 £ = 20 šillingit, 1 £ asemel saab seega $s \cdot \frac{1}{20}$ £. 100 £ asemel saab $s \cdot \frac{100}{20}$ £, seega $p = 5 \cdot s^0/0$. Mida suurem on s seda suurema protsendi p saab ta võlast tasa.

28. Tuleb arvestada valemiga $v = \frac{100 \cdot 12 u}{7,5}$; u suurenedes suureneb ka v .

29. Esialgu ümbermõõt oli $m \cdot a$. Külge pärast paisumist oli $(a + \alpha)$ seega ümbermõõt $m(a + \alpha)$. Külje kasv on siis $\frac{\alpha}{a + \alpha}$ ja ümbermõõdu kasv $\frac{m \cdot \alpha}{m(a + \alpha)}$.

30. Üks külg paisus $\frac{a \cdot 2}{100}$, ümbermõõt $\frac{a \cdot 2 \cdot 4}{100}$ võrra. Ümbermõõdu kasv moodustab $\frac{8 a \cdot 100}{100 \cdot 4 a} = 2$ protsenti ümbermõõdu lähteväärtust.

31. Üks külg paisus $\frac{a \cdot 0,5}{100}$, n külge $\frac{n \cdot a \cdot 0,5}{100}$ võrra, mis ongi ümbermõõdu kasv; $\frac{n \cdot a \cdot 0,5 \cdot 100}{100 \cdot n \cdot a} = 0,5 \%$.

32. Olgu jahtunud ringi raadius r_1 . Jahtumisel r vähenes $\frac{r \cdot 1}{100}$ võrra, seega $r_1 = r - \frac{r}{100} = \frac{99}{100} r$. Ringi ümbermõõt on esialgu $2 \pi r$, jahtunult $\frac{2 \pi r \cdot 99 \cdot r}{100}$, vähenemine seega $2 \pi r - 2 \pi r \cdot \frac{99}{100} = 2 \pi r \left(1 - \frac{99}{100}\right) = \frac{2 \pi r}{100} = \frac{2 \pi r \cdot 100}{100 \cdot 2 \pi r} = 1 \%$.

33. Maakera ümbermõõt on $2 \pi r$. Raadius väheneb $\frac{rp}{100}$, seega uus raadius on $r - \frac{rp}{100}$. Ümbermõõõt jahtunult $2 \pi \left(r - \frac{rp}{100}\right)$. Ümbermõõdu kahanemine seega $2 \pi r - 2 \pi \left(r - \frac{rp}{100}\right)$. See on ümbermõõdu lähteväärtusest $2 \pi r$ protsentides $\frac{2 \pi r - 2 \pi \left(r - \frac{rp}{100}\right) \cdot 100}{2 \pi r} = p \%$.

34. Kui x kasvab h võrra, siis y saab kasvu k . Järjekult $m(x + h) = y + k$, siit $k = m(x + h) - y$. Oletame, et x suureneb a protsendi võrra ja selle järeltusel y suureneb $l \%$ võrra, siis on valem $m\left(x + \frac{xa}{100}\right) = y + \frac{yl}{100}$; määrame l -i muutumise $\frac{yl}{100} = m\left(x + \frac{xa}{100}\right) - y$

$$l = \frac{\left[m\left(x + \frac{xa}{100}\right) - y\right] 100}{y}$$

Ehk arvuliselt, olgu meil lihtne võrrand $8 = 2 \cdot 4$ ja suurenegu 2 kahe võrra, siis 1. valemi järgi $k = 2(4 + 2) - 8 =$

= 4 ja protsentuaalselt 2. valem järgi suurenegu 50%, siis

$$l = \frac{[2(4 + \frac{4 \cdot 50}{100}) - 8] 100}{8} = 50, \text{ seega protsentuaalne suurene-}$$

mine on samane.

Harjutis XXIV.

1. Saaks vastavalt $\frac{3,50}{0,50} = 7$; edasi 4,8; 4,4; 3,5; 2,8; 2,3; 1,75; 1,4; valem $a \cdot h = 3,50$ $a = \frac{3,50}{h}$.

2. Vastused leiame jooniselt. Valem $a \cdot r = 30$ $a = \frac{30}{r}$.

3. Valem on $h \cdot t = 18$ $h = \frac{18}{t}$.

4. Valem on $a \cdot h = 1$ $a = \frac{1}{h}$.

5. Valem on $100 = \frac{1000 \cdot p \cdot t}{100}$ $t = \frac{100 \cdot 100}{1000 \cdot p}$ $t = \frac{10}{p}$.

Tabelis on t väärtused vastavalt 10; $6\frac{2}{3}$; 5; $4\frac{1}{6}$; $3\frac{1}{3}$; $2\frac{7}{9}$; $2\frac{2}{9}$; 2; $1\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{4}$; 1.

6. Valem on siin $p = \frac{10000}{k}$ Vastused on 10; $6\frac{2}{3}$; 4; $3\frac{1}{3}$; $2\frac{6}{7}$; $2\frac{1}{2}$; 2; $1\frac{1}{4}$; 1.

7. Valem on $n = \frac{p \cdot 10}{h}$.

8. Valem on $s = n \cdot l$, kust $n = \frac{s}{l}$ ja $l = \frac{s}{n}$.

9. Valem on $\frac{v}{s} = r$. Et valem muutmatuks jääks siis, kui $\frac{v}{2s}$, peab $\frac{r}{2}$ olema $\frac{v}{2s} = \frac{r}{2}$, see on viga väheneb proportsionaalselt suuruse s suurenemisega.

Vastupidi $\frac{2v}{s} = 2r$. See on mõõtmisvea suurenedes suureneb ka relatiivne viga r .

10. Valem on käesoleval juhul $l \cdot v = 1$. See on $l = \frac{1}{v}$ ja $v = \frac{1}{l}$. Korrutised $l_1 v_1, l_2 v_2 \dots$ on võrdsed, sest 1 sek. läbivoolav veehulk peab jääma samaks, muidu tekiks vee „mäed“ või „orud“. Kuna jões on sama vee hulk kogu aeg, siis ka jõe laiuse l vähenedes suureneb kiirus v ja vastupidi.

11. Kiirus on $\frac{s}{t}$ km; $\frac{S \cdot 1000}{t}$ m; $\frac{S \cdot 100000}{t}$ cm; $\frac{s}{t \cdot 60}$; $\frac{S}{t \cdot 60 \cdot 60}$; $\frac{S \cdot 1000}{t \cdot 60}$; $\frac{S \cdot 100000}{t \cdot 60 \cdot 60}$.

12. Tünni hind šillingutes on $\frac{s}{v}$, naela hind šillingutes $\frac{S}{v \cdot 124}$ ja naelahind kroonides $\frac{s \cdot 18}{v \cdot 124 \cdot 20}$.

13. Valem on $h = \frac{1 \cdot 18 \cdot 40}{t \cdot 2500}$.

14. Võib lahendada graafiliselt.

15. $e = \frac{k}{r}$. Erikaal väheneb vastavalt 2, 3, 5... n korda.

16. Valem on $\frac{p}{k} = a$. Sõidukiiruse k suurenedes väheneb vastavalt sõiduaeg a piirides $\frac{p}{20}$ kuni $\frac{p}{80}$. Sõiduaeg ja kiirus on pöördvõrdelised, sõiduaeg ja maa pikkus võrdelised suurused.

17. Valem on $d = \frac{s \cdot p}{100}$ ehk $s = \frac{d \cdot 100}{p}$. s ja p on pöördvõrdelised ja s ja d võrdelised suurused.

18. Valem on $t = i \cdot p$. p ja i on pöördvõrdelised suurused.

19. 1^o Kuna inimeste arv ja tööpäevade hulk on pöördvõrdelised suurused, siis $4 \cdot 20 = 10 \cdot x$, $x = 8$ ja 16. 2^o Tuleb vaadata et vastus ei viiks absurdumini. Siin ei olene rahuldav õpetamine mitte õpetajate hulgast, vaid õpilase vastuvõtte võimest ja üle 24 tunni ei suuda ükski õpilane päevas töötada. Vastuseid vastavalt 6, 12, 24 võib ainult hanejalgades tarvitada.

Peatükk VII.

Lineaarne olenevus.

Harjutis XXV.

1. $\frac{s}{n} = \frac{2,50 + 0,30}{1} = \frac{2,50 + 2 \cdot 0,30}{2} = \frac{3 \cdot 40}{3}$ jne. Tabelit pole meil võimalik anda.

2. Valem on $3,5 - n \cdot 0,8$.

3. 4 minutit on $\frac{1}{15}$ tundi, seega valem tundides:

$t = T + \frac{n}{15}$. Valem Tartu jaoks: $t = T + \frac{27}{15}$. $\frac{27}{15}$ on umbes 2, seega Tartu aeg on umbes 2 tundi Greenwichi ajast ees.

4. $s = 100 + n \cdot 10$.

5. Meil pole võimalik tabelit tuua.

6. $s = 5 + n \cdot 0,4$.

7. Pole meil võimalik tuua.

8. ad. 5.

9. On lihtne ülesanne.

10. Valem on $n^{\circ}F = \frac{5(n-32)^{\circ}}{9}C$, kus n — tähendab kraadide arvu.

11. $n^{\circ}F = \frac{4(n-32)^{\circ}}{9}R$.

12. ad. 5.

13. Kui tabelist vaadelda iga üksiku vaatluse puhul u ja v muutumist, siis näeme näiteks 1. juhul u suurenedes 1,8 kuni 2,7-ni vähenes v 4,3 kuni 4,1. Näeme, et u suurenemisele 0,9 võrra, väheneb v 0,2 võrra, siit kolmlause abil u suurenemisele vastab v vähenemine 0,22. Vaadeldes järgnevaid vahesid, leiame vastavalt u 1 võrra suurenemisele v -d 0,22; 0,27; 0,43; 0,25; 0,43; 0,39. Keskmise leiame $\frac{0,22 + 0,27 + 0,43 + 0,25 + 0,43 + 0,39}{6} = 0,33$. Valem oleks siis umbes $u + 3v = 15$.

14. p 1 võrra suurenedes on q -d vastavalt iga vaatluse vahele 0,35; 0,17; 0,31; 0,28; 0,29; 0,22; 0,32. Leiame keskmise vähenemise q -l kui p suureneb 1,0 võrra $\frac{0,35 + 0,17 + 0,31 + 0,28 + 0,29 + 0,22 + 0,32}{7} = 0,28$. Siit saame valemi umbes $19p + 7q = -13,3$ Kontrollida saame valemit, kui asetame valemisse mõne punkti koordinaadid — p — asemele vastav p väärtus ja q asemele vastav q väärtus, siis peab võrrand muutuma samasuseks.

15. Oletame, et keskmine juurekasv iga päev oleks 14 (esmaspäeva ja teisip. vahe), siis vead, või hälved oleks vastavalt 0, +2, +1, -1, 0, +3 ja keskmine hälve $\frac{2 + 1 - 1 + 3}{4} = \frac{5}{4} = +1,25$. Seega on keskmine juurekasv iga päev $14 + 1,25 = 15,25$ hektoliitrit. Peaks siis olema esmaspäeval 3282 ja 3298. Labkumine tekkin sellest, et pühapäeva veetarvitus on palju väiksem.

16. 1^o Keskmine 4 päeva juurekasv oleks: $\frac{21 + 25 + 26 + 26 + 25 + 27}{6} = 25$ min. Ühe päeva juurekasv seega $\frac{25}{4} = 6,25$ min. Päevase juurekasvu valem seega n -damaks päevaks: $10t + 33 \text{ min.} + n \cdot 6,25 \text{ min.}$ 2^o Ei ole. 3^o 15. IV oli siis 14 t. 12 min. Viga seega 12 min. ehk protsentides 14%.

17. Lahustuvuse juurekasv 10^0 pääle on 7, 12, 14, 18, 21, 25, 28, 31. Järjelikult 15^0 lahustuvus on $20 + \frac{12 \cdot 5}{10} = 26$. 23^0 lahustuvus, $32 + 3 \cdot 1,4 = 36,2$ jne. mida leiame jooniselt.

18. Lahendus tabelil.

19—25. ad 5.

26. Jällegi trikk ülesanne. Iga ööpäevaga liigub ta üles $5 - 3 = 2$ jalga. 5 päeva jooksul on ta üles liikunud mitte 10 jalga vaid $5 - 4 \cdot 3 = 13$ jalga, sest kui tigu on puu ladvas, siis ei nihku ta enam tagasi.

27. Vastused I tigu $x \cdot 7 - (x - 1) 5 = 21$. $7x - 5x + 5 = 21$ $x = 8$. II tigu $x \cdot 6 - (x - 1) 4 = 21$ $6x - 4x + 4 = 21$. $x = 8\frac{1}{2}$ p. Kohtamiste arvu leiame graafikult.

28 ja 29 selgub jooniselt.

30. Kui kujutada x ja y lineaarse olenevuse valemina $y = m \cdot x$, siis leiame vastuse ülesandest XXIII,34.

Harjutis XXVI.

1. Olgu aeg t ja otsitav aeg x . Siis on valem $x = 30 - t \cdot 4$.

2. $t = 10 + \frac{s}{35}$ kusjuures $s > 15$.

3. Valem on $r = 1 + \frac{s}{10}$. Tuuker asub $r = 1 + \frac{10}{10} = 2$ kg rõhu all iga ruutsentimeetrile ja 50 m sügavusel rõhu all 6 kg igale ruutsentim.

4. Olgu peigmehe vanadus x ja pruudil y , siis on valem $10 + x = 2y$.

5. Meil pole võimalik tuua.

6. ad. 5.

7. Arvestame keskmise voolu tunnitarvituse

$$\frac{0,8 + 1,0 + 0,9 + 0,7 + 0,8 + 0,7 + 0,7 + 0,8}{8} = 0,8.$$

Valem oleks seega kui tarvitatud vooluhulk on m ja kellaeg t :

$$m = 782 + 0,8(t - 6).$$

8. Keskmise soolhappe sisalduse juurekasv erikaalule 0,02 on, kui välja jätta erikaal 1,02:

$$\frac{4,1 + 4,0 + 4,0 + 3,9 + 3,8 + 3,9 + 3,8 + 3,9 + 3,7}{9} = 3,9.$$

Valem on seega, kui tähistada erikaal E ja soolhappe $\% = R$ ja n — juurekasv sajandikkudes $(100 + n) E = [2,1 + 1,95(n \cdot 100 - 1)] P$.

9. Keskmise lahustumise tõus iga 10^0 peale on

$$\frac{3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}{10} = \frac{29}{10} = 2,9.$$

$$l = 28 + 0,29t.$$

10. 37^0 rõhk on $0,04 + 0,004 \cdot 7 = 0,068$.

$$44^0 \quad " \quad " \quad 0,08 + 0,004 \cdot 4 = 0,096.$$

$$52^0 \quad " \quad " \quad 0,12 + 0,008 \cdot 2 = 0,136.$$

$$65^0 \quad " \quad " \quad 0,20 + 0,012 \cdot 5 = 0,26.$$

$$78^0 \quad " \quad " \quad 0,32 + 0,016 \cdot 8 = 0,448.$$

$$86^0 \quad " \quad " \quad 0,48 + 0,023 \cdot 6 = 0,618.$$

$$95^0 \quad " \quad " \quad 0,71 + 0,032 \cdot 5 = 0,87.$$

11. Jämedusele 17 vastab kaal $0,21 + \frac{0,04}{2} = 0,23$ ja kandejõud $\frac{54}{2} + 200 = 227$.

Jämedusele 24 vastab kaal 0,44 kandejõud 454.

" 43 " " 1,35 " 1482.

" 68 " " 3,26 " 2808.

" 82 " " 4,70 " 3500.

" 135 " " 12,55 " 8455.

" 142 " " 13,94 " 9850.

12. Tuleb iseseisvalt teha.

13. 10-da päeva hommikuks on ronitud 4.10 kütü-nart, libisetud 2.9 k. Puu kõrgus seega $4.10 - 2.9 = 22$ kütü-nart.

14. Valem, kui otsitav päev on x :
 $75 - x \cdot 1,5 = 20 + x \cdot 0,5$. $2x = 55$. $x = 27,5$.

Harjutis XXVII.

1. Valem on $k = 3 + 4s$, k ja s olenevus selgub graafilikult.

2. Valem on $H = 25 + 3N$.

3. Valem on $S = 30 + K \cdot 40$, millest saab kergesti vastavad suurused arvutada.

4. $\frac{V}{A} \frac{2300}{1} \frac{2100}{2} \frac{1900}{3}$ j. n. e.

5. Järgnevates ülesannetes anname n -ile väärtused 1—10-neni. 1^0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 2^0 —3, —1, +1, +3, +5, +7, +9, +11, +13, +15. 3^0 15, 12, 9, 6, 3, 0, —3, —6, —9, —12. 4^0 —7, —3, +1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29. 5^0 —2, —7, —12, —17, —22, —27, —32, —37, —42, —47. 6^0 —3, —2 $\frac{1}{2}$, —2, —1 $\frac{1}{2}$, —1, — $\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, 1, 1 $\frac{1}{2}$. 7^0 0, — $\frac{3}{4}$, —1 $\frac{1}{2}$, —2 $\frac{1}{4}$, —3, —3 $\frac{3}{4}$, —4 $\frac{1}{2}$, —5 $\frac{1}{4}$, —6, —6 $\frac{3}{4}$. 8^0 6; 5,6; 5,2; 4,8; 4,4; 4; 3,6; 3,2; 2,8. 9^0 —10; —8,8; —7,6; —6,4; —5,2; —4; —2,8; 1,6; 0,4. 10^0 5; 2,6; 0,2; —2,2; —4,6; —7; —9,4; —11,8; —14,2; —16,6.

6. 1^0 $7 + 2(n-1)$. 2^0 $3 + 3(n-1)$. 3^0 $8 + 7(n-1)$.
 4^0 $100 - 4(n-1)$. 5^0 $-1,5 + 0,4(n-1)$ 6^0 $-5,3 - 1,1(n-1)$.
 7^0 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}(n-1)$. 8^0 $1 + \frac{2}{3}(n-1)$.

7. Siin kasutame n -dama liikine leidmiseks valemit $a_n = a_1 + d(n-1)$, kus a_1 on esimene liige ja d -vahe.

N	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_n	Erilliige
1^0	2	7	12	17	22	$2 + 5(n-1)$	102
2^0	13	4	—5	—14	—23	$13 - 9(n-1)$	—63
3^0	5	—3	—11	—19	—27	$5 - 8(n-1)$	—91
4^0	—12,5	—9,0	—5,5	—2	+1,5	$12,5 + 3,5(n-1)$	+40
5^0	1	—2,7	—6,4	—10,1	—13,8	$1 - 3,7(n-1)$	—32,3

8. Seks on olemas valem $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, kus a_1 täh. esimest liiget, a_n — viimast ja n liikmete arvu. 1^o 20. liige on $7 + 2(20 - 1) = 45$. $\frac{7 + 45}{2} \cdot 20 = 520$. 2^o 12. liige on 36, siit $\frac{3 + 36}{2} \cdot 12 = 234$. 3^o 7. liige on 50. Summa $\frac{8 + 50}{2} \cdot 7 = 203$. 4^o 25. liige on 4. Summa $\frac{100 + 4}{2} \cdot 25 = 1300$. 5^o 15 liige on $-7,1$. Summa $\frac{-1,5 - 7,1}{2} \cdot 15 = -64,5$. 6^o 10. liige on 4,6. Summa $\frac{-5,3 + 4,6}{2} \cdot 10 = -3,5$. 7^o 8. liige on $2\frac{1}{4}$. Summa $\frac{\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}}{2} \cdot 8 = 11$. 8^o 12. liige on $8\frac{1}{3}$. Summa $\frac{1 + 8\frac{1}{3}}{2} \cdot 12 = 56$.

9.

1 ^o	15	-3	10	-12	15
2 ^o	-21	4	15	35	105
3 ^o	-9	3	11	21	66
4 ^o	-8	$\frac{3}{2}$	15	-29	$-277\frac{1}{2}$
5 ^o	23	-5	10	-22	5
6 ^o	-16	3	13	20	26

Tabeli koostamiseks kasutame valemit $a_n = a_1 + d(n-1)$ Tuntud väärtused paneme valemisse asemele ja määrame tundmatu.

10. Valem on $\frac{1+6}{2} \cdot 6 = 21$.

11. Valem on $\frac{1+12}{2} \cdot 24 = 156$.

12. $\frac{20+6}{2} \cdot (20-6) = 182$.

13. $a_{21} = 500 + 60(21-1) = 1700$. $S_{21} = \frac{5+17}{2} \cdot 21 = 231$ kr.

14. 1^o Valem $S_{100} = \frac{1+100}{2} \cdot 100 = 5050$. 2^o $a_{50} = 2 + 2(50 - 1) = 100$. $S_{50} = \frac{2+100}{2} \cdot 50 = 2600$. 3^o $a_{50} = 1 + 2(50 - 1) = 99$. $S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2500$.

15. See on arvude 100 kuni 999 summa $S_{899} = \frac{100+999}{2} \cdot 900 = 494550$ sest $999 = 100 + 1(n - 1)$, siit $n = 900$.

16. 1^o n saame valemist $300 = 102 + 3(n - 1)$
 $3n = 201$ $n = 67$ $S_{67} = \frac{102+300}{2} \cdot 67 = 13467$. 2^o Kuna arve kokku on ses vahemikus $300 - 102 = 198$, neist 67 kolmega jaguvaid, seega mitte jaguvaid $198 - 67 = 131$
 $S_{131} = \frac{102+300}{2} \cdot 131 = 26331$.

17. 1^o n -i saame valemist $kp = p + p(n - 1)$, sest $d = p$ $kp = p + pn - p$ $kp = pn$ $n = k$. $S_{kp-p} = \frac{p+kp}{2} \cdot k = \frac{kp+k^2p}{2} = \frac{kp(1+k)}{2}$; 2^o Analoogiliselt $np = mp + p(n - 1)$, $np = mp + pn - p$, $mp = p$ $m = \frac{p}{p} = 1$. Kuna $m = 1$, siis vastuseks on 1^o lõppvalem.

18. $n = 20 - 6 = 14$. Seega oleks valem $S = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot 20}{2} \cdot 14 = 1092$. Vaatlejaid mahub $\frac{1092}{0,5} = 2184$.

19. Kahel viimasel veerul nõutavad väärtused on vastavalt 1^o 645,6 ja 53,8; 2^o 638,4 ja 53,2; 3^o 648 ja 54; 4^o 630 ja 52,5; 5^o 600 ja 50. Nähtavasti on kõige kasulikum leping, kus aastapalk on suurim, seega 3^o.

20. Es mese sekundi lõpul on kiirus 9,8, teise — 9,8.2, kolmanda — 9,8.3, n -dama sek. lõpul 9,8. t . Keskmine langemise kiirus on esimesel sekundil $\frac{9,8}{2}$. Tähistame lõpuni käidud teed S -ga ja kiirendus 9,8- g , siis on valem

$$S = \frac{g}{2} t^2.$$

21. Selleks peame arvestama iga üksiku kombinatsiooni summa, nimelt $0 + 0$ kuni $0 + 6$ -eni, mis on $S = \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 21$. $1 + 1$ kuni $1 + 6$ -ni on $S = \frac{2+7}{2} \cdot 6 = 27$ j. n. e. Üldvalem on seega $S = \frac{1+6}{2} \cdot 6 + \frac{2+7}{2} \cdot 6 + \frac{4+8}{2} \cdot 5 + \frac{6+9}{2} \cdot 4 + \frac{8+10}{2} \cdot 3 + \frac{10+11}{2} \cdot 2 + 12 = 21 + 27 + 30 + 30 + 27 + 21 + 12 = 168$.

22. Teades, et $d = -2$ ja $n = 20$ ja $a_1 = 80$ leiame viimase liikme $a_{20} = 80 + (-2)(20 - 1) = 80 - 38 = 42$. $S_{20} = \frac{80+42}{2} \cdot 20 = 1220$.

23. Kogu pakutud hind on $S = \frac{1+500}{2} \cdot 500 = 125250$
Keskmine hind on $\frac{125250}{500} = 250,5$ senti.

24. 1^o a) 1 kuni 9-ni on 9 arvu, b) 10 kuni 99 = 90, c) 100 kuni 999 = 900, d) 1000 kuni 9999 = 9000 arvu. 2^o Eelmist arvestades:

ühekohalisi arve 9, numbreid $9 \cdot 1 = 9$.

kahekohalisi „ 90, „ $90 \cdot 2 = 180$.

kolmekohalisi „ 401, „ $401 \cdot 3 = 1203$

Kokku = 1392.

25. Leiame, kuna süüdati hiljem viimane lamp kui esimene, mida leiame reast, kus $d = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ m ja $n = 100$, $a_1 = 0$, $a_{100} = 0 + 1,5(100 - 1) = 148,5$ min. = 2 t. 28,5 m. Viimane lamp süüdati kell 6 : 28,5 min. pärast lõunat ja põleb kuni kella 7-ni, seega 12 — 6 t. 28,5 m + 7 t. = 12 t. 31,5 min. = 751,5 min. Viimase lambi põlemisaeg on seega kõige lühem. Eelviimasel on $1\frac{1}{2}$ min. pikem jne. Leiame esimese lambi põlemisaja $a = 751,5 + 1,5(100 - 1) = 900$. Lambid põlevad kokku tundi $S_{100} = \frac{751,5 + 900}{2} \cdot 100 = 82575$ min. ehk tundides 60 k. vähem, seega 1376 tundi 15 min.

26. Oletame, et esimene isik sai x mõõtu vilja, siis sai 10-nes $a_{10} = x + (-\frac{1}{8})(10 - 1) = x - \frac{9}{8}$. x leiame valemist $10 = \frac{x + (x - \frac{9}{8})}{2} \cdot 10$ ehk $10 = 5x + 5(x - \frac{9}{8})$. $10 = 5x + 5x - \frac{45}{8}$. $10x = 10 + 5\frac{5}{8} = 15\frac{5}{8}$. $x = \frac{125}{8 \cdot 10} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$
 Esimesele tuli anda $1\frac{9}{16}$ mõõtu vilja.

27. Oletame, et meil on säärane redel, mille esimene pulk on maapinnal, kõrgus seega 0, ja 20-nes just redeli otsal, kõrgus seega 2,5 m. Üksikute pulkade kõrguse vahe x , määrame valemist $2,5 = 0 + x(20 - 1)$ $19x = 2,5$ $x = \frac{2,5}{19}$ ehk sentimeetrites $\frac{250}{19} = 13,16$. Kõrgused on vastavalt 0; 13,16; 26,32; jne. Kuni viimaseni 250.

28. Seda valemist võime tõestada graafiliselt jooniselt.

Harjutis XXVIII.

1. y väärtused leiame kui asetame valemisse x -i asemele antud väärtused. Näiteks $y = 0,8(-2,5) - 3,5 = -5,5$. Järgmised on vastavalt $-4,46$; $-3,1$; $-1,66$, $-0,54$. x arvutamiseks anname valemile sobivama kuju, nimelt $0,8x = y + 3,5$ $x = \frac{y + 3,5}{0,8}$. Väärtused on $-0,375$; $0,75$; $2,25$; $4,375$; $10,0$.

2. Analoogiliselt eelmise ülesandega leiame y väärtused: (Esimese juures tuleb tähele panna, et $-0,6 \cdot -3,5 = +2,1$) $7,5$; $6,66$; $4,86$; $3,72$; $2,58$ x väärtused saame valemist $+0,6x = -y + 5,4$ $x = \frac{-y + 5,4}{0,6}$. -3 ; $-8,66$; $+2,66$; 9 , $16,5$.

3. Tuleb ise joonistada. Seks valmistada tabel, kus on x -i ja y -i vastavad väärtused ja siis joonistada punktid.

4. Kui $x = -5,0$, siis y on vastavalt igas ülesandes: -2 ; $-3,5$; $1,5$; $-12,7$; $-4,9$; $11,7$; $-12,8$; $-6,55$;

$5\frac{1}{3}$; $-8,0$. Siinkohal tuleb tähendada, et lahendamisel tuleb anda ikka valemile kuju, kus y oleks üksi vasakul, näiteks $1^{\circ} y = x + 3$ ehk $10^{\circ} y = \frac{4x-20}{5}$, x -i määramisel tuleb toimida samuti ja leiame väärtused $-6,4$ asetades vastavalt $-9,4$; $-10,8$; 19 ; $44,5$; $8,64$; $7,5$; $5,65$; $-2\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{2}$; $12,6$; -3 . Ülejäänud resultaate on võimalik arvestada, kui võtta küllalt täpne graafik, jooniselt.

5. Kuna graafiliselt meil pole võimalik lahendusi esitada, sellepärast anname kontrolliks ainult arvulised lahendused. Esimene arv tähendab alati x -i, teine y -d.
 $1^{\circ} (x=2, y=3)$. $2^{\circ} (3, 1)$. $3^{\circ} (-1, +2)$. $4^{\circ} (2, 0)$.
 $5^{\circ} (-2, -1)$. $6^{\circ} (0, 0)$. $7^{\circ} (-2, -3)$. $8^{\circ} (0, -4)$.
 $9^{\circ} (-5, +2)$. $10^{\circ} (-2, -3)$.

6. Lahendused leiame graafiliselt.

Lähemal ajal ilmuvad meie kirjastusel :

Ülesannete täielised lahendused ja selgitused

1. **G. Rägo.** Matemaatika tööraamatu II, III ja IV jaole.
2. **O. Pärl.** Ruumi algõpetuse I, II ja III jaole.
3. **A. Borkwelli.** Analüütilisele geomeetriaile.
4. **O. Pärl.** Algebra ülesannete kogu I ja II jaole.

