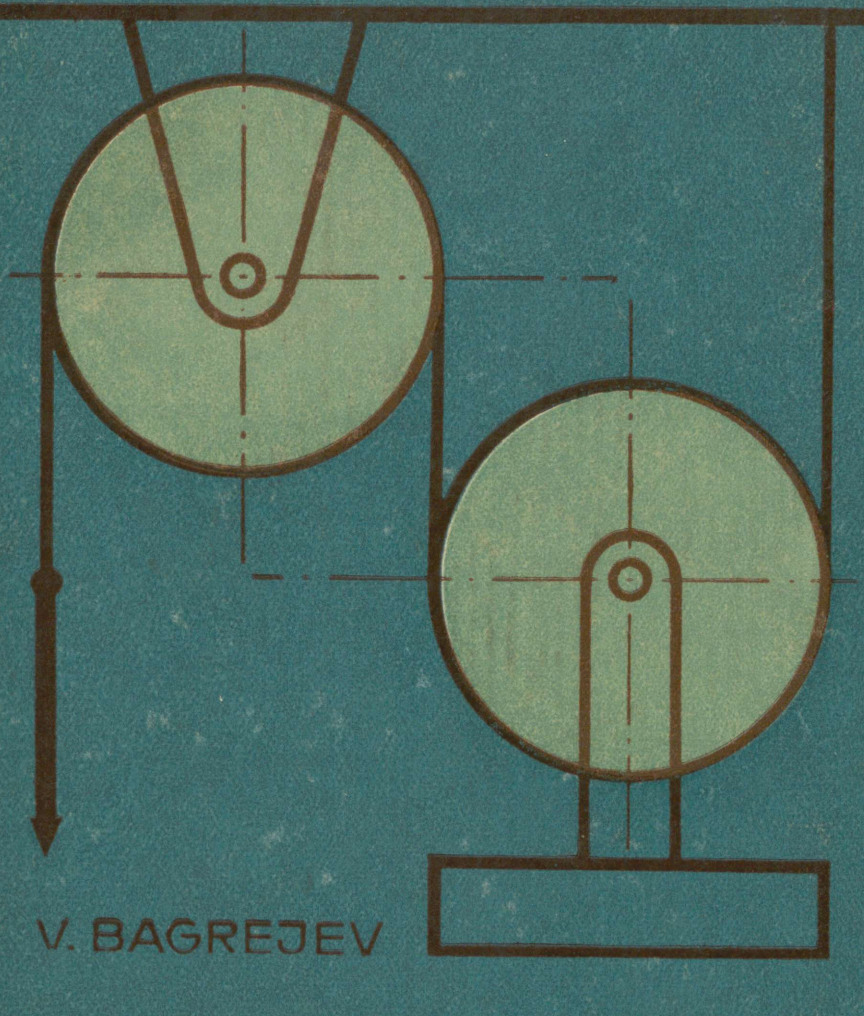


V. BAGREJEV

TEOREETILISE MEHAANIKA ÜLESANNETE KOGU

V. BAGREJEV

TEOREETILISE MEHAANIKA ÜLESANNETE KOGU

KIRJASTUS «VALGUS» • TALLINN 1971

Kaane kujundanud *E. Tali*

Originaali tiitel:

В. В. Багреев, А. И. Винокуров, В. А. Киселев, Б. Б. Панич, Г. М. Ицкович
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Часть первая

Теоретическая механика

Издание второе, переработанное

Под редакцией Г. М. Ицковича

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для техникумов

Издательство «Судостроение», Ленинград 1968

УДК 531.01

Сборник задач по теоретической механике

В. В. Багреев
1971

Сборник предназначен в качестве учебного пособия для немашиностроительных техникумов.

Пособие содержит 382 задач по теоретической механике, предназначенных для аудиторных занятий, домашних заданий, а также для контрольных и расчетно-графических работ. Задачи для контрольных и расчетно-графических работ снабжены многовариантными таблицами данных.

Все задачи имеют ответы. В сборник включено значительное число подробно изложенных примеров решения плановых задач.

Иллюстраций 251, таблиц 4.

Ülesannete kogu on mõeldud kasutamiseks õppevahendina mittemasinaehituse tehnikumides.

Kogu sisaldab 382 teoreetilise mehaanika ülesannet. Ülesanded on ette nähtud klassis ja kodus lahendamiseks ning kontroll- ja arvutusgraafilisteks töödeks. Kontroll- ja arvutus-graafiliste tööde ülesanded on mitmevariandilised ning nende andmed on koondatud tabelitesse.

Kõigile ülesannetele on antud vastused. Kogus on antud rohkesti tüüpiliste ülesannete lahendusi.

Vene keelest tõlkinud *I. Raiend*

2—4—2
12—71

EESSÕNA

Raamatu hõlpsamaks kasutamiseks on selle lõpus olevates lisades antud oluline abimaterjal, mis on vajalik ülesannete lahendamisel.

Kõrvuti klassis lahendatavate ja koduste ülesannetega on veel ülesandeid kontrolltöödeks ja kodusteks arvutusgraafilisteks töödeks. Viimased on mitmevariandilised ning nende andmed on koondatud tabelitesse, see võimaldab anda igale õpilasele individuaalse ülesande.

Enamik ülesandeid on koostatud spetsiaalselt selle kogu jaoks B. B. Panitši osavõtul.

Ülesannete tingimused, vastused ja lahendused on põhiliselt antud rahvusvahelises mõõtühikute süsteemis (SI). Selle süsteemi praktilisel rakendamisel on arvesse võetud täiendavad metoodilised juhised ja uue mõõtühikute süsteemi ГОСТ-i projekt.

ÜLDISED JUHISED

1. Teksti lühendamise eesmärgil on paljudes ülesannetes antud ja otsitud suuruste nimetused asendatud tähtedega. Sama kehtib ka vastuste kohta. Ülesannete kogu alguses on toodud põhilised tähised; täiendavad tähised on antud vastavates peatükkides.

2. Joonistel on antud kõik mõõtmed. Mõõtühikuid ei ole näidatud, kui mõõtmed on millimeetrites.

3. Ülesannete vastustes on arvestatud hariliku 25 cm pikkuse arvutuslükati täpsust ja vastused on antud kolmekohalise täpsusega.

4. Konstruktsiooni (varda) omamassi (omakaalu) arvestada ainult sel juhul, kui seda eraldi nõutakse.

PÕHILISED TÄHISED

P, Q — koormus, välisjõud
F_i — inertsjõud
G — raskusjõud (omakaal)
R_A, R_B, R_C — reaktsioonid punktides A, B, C jne.
N — normaalreaktsioon, normaaljõud
S, N — sisejõud varrastes
q — ühtlaselt jaotatud koorma intensiivsus
M — jõupaari moment, jõu moment
X_i, Y_i, Z_i — punkti i reaktsioonid, mis mõjuvad piki x-, y- ja z-telgi
f — hõõrdetegur
H — hõõrdejõud
μ_l, μ_v, μ_p — mastaabitegurid
x_i, y_i, z_i — punkti koordinaadid
F — ristlõike pindala
s — teepikkus
s^* — kaugus
t — aeg
t_0, t_1, t_2 — antud ajahetked
v — joonkiirus
a — joonkiirendus
ϱ — kõverusraadius
φ — pöördenurk rad
ω — nurkkiirus rad/s
ε — nurkkiirendus rad/s^2
n — pöörlemiskiirus p/min
m — punkti ja keha mass

I PEATÜKK

STAATIKA

1. Staatika aksioomid ja sidemete reaktsioonid

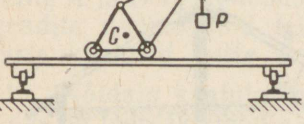
1. Millistel alljärgnevatel juhtudel kehale mõjuvad jõud tasakaalustuvad?

1) ülesvisatud kivi;
2) maapinnal asuv kivi;
3) sirgjoonelisel teel ühtlaselt liikuv vedur;
4) kõverjoonelisel teel ühtlaselt liikuv vedur;
5) oma orbiidil liikuv Maa tehiskaaslane.

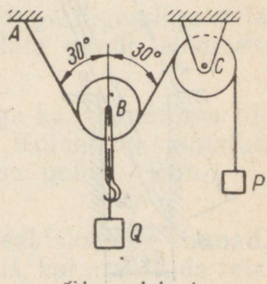
2. Määrata, kui on võimalik, staatika aksioomide alusel liikumisele vastumõjuv jõud:

1) laual asuval 600 g massiga raamatul;
2) laeval massiga 3000 t, mis liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt tõmbejõu 20 kN mõjul;
3) lennukil, mis tõusu ajal arendab tõmbejõudu 50 kN;
4) ühtlaselt langeval langevarjuril.

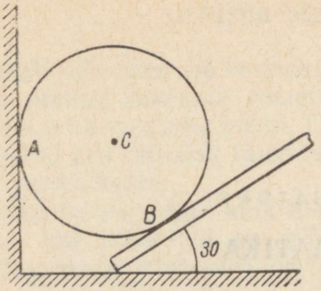
3. Joonisel antud konstruktsioonil järkjärguliselt eraldada sõlmed. Iga kord välja joonestada eraldatud osa ja näidata jõud, mis mõjuvad eraldatud sõlmele. Näidata, millised jõud sisejõududest muutuvad välisjõududeks. Punkt C on kraana raskuskese ilma koormata P.



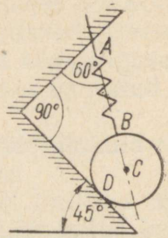
Ülesandele 3



Ülesandele 4



Ülesandele 5

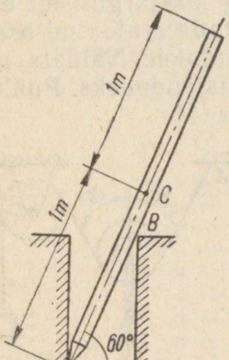


Ülesandele 6

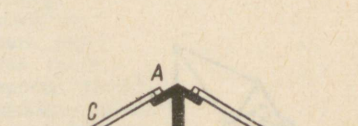
4. Vaadelda eraldi joonisel antud plokkide tasakaalu. Näidata, missugused kehad on plokkidele sidemeteks. Kuidas on suunatud nende sidemete reaktsioonid? Määrata reaktsioonide suurused, kasutades staatika aksioome, kui $Q=66$ N, $P=38$ N. Missuguse aksioomi alusel saab määrata tugedele mõjuvad jõud punktides A ja C ning arvutada nende suurused?

Vastus. Tõmbejõud trossis 38 N. Punkti C reaktsioon on 73,5 N ja moodustab horisontaaliga nurga 75°. Tugedele mõjuvad jõud on suuruselt reaktsioonidega võrdsed, kuid vastassuunalised.

5. Sile silinder toetub seinale ja lauale. Eemaldada sidemed ning joonestada välja silinder temale rakendatud sidemete reaktsioonidega.



Ülesandele 7

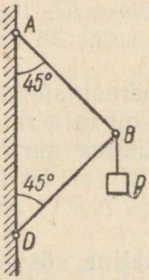


Ülesandele 8

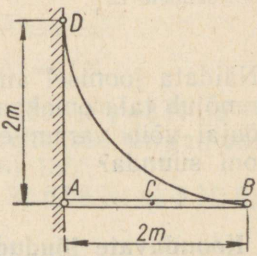
6. Sileda silindri liikumist kaldpinnal takistab vedru *AB*. Millised kehad on silindrile sidemeteks? Eraldi joonisel näidata silinder koos temale rakendatud reaktsioonidega.

7. Posti püstitamisel tekib joonisel näidatud asend. Missugused kehad on postile sidemeteks? Kas on võimalik määrata sidemereaktsiooni suunda punktis *A*, kui posti raskuskese asub punktis *C*? Teha eraldi joonis postist koos temale mõjuvate sidemete reaktsioonidega.

8. Kasvuhoone aken on kinnitatud punktis *A* hingede abil, aga punktis *B* toetub vabalt seinale. Joonestada aken koos temale mõjuvate sidemete reaktsioonidega. Eraldi välja joonestada jõud, mis mõjuvad kasvuhoone seinale raamilt. Kas moodustavad jõud, mis mõjuvad punktis *A* raamile ja seinale, tasakaalustatud jõudude süsteemi?



Ülesandele 9



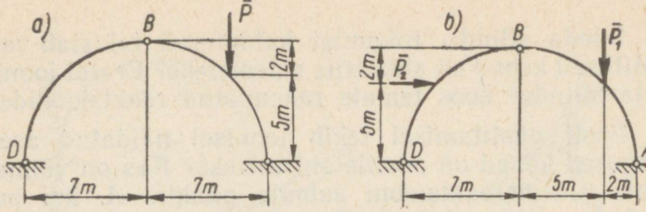
Ülesandele 10

9. Vaadelda liigendi *B* tasakaalu. Näidata sõlme sidemete reaktsioonid, jättes arvestamata varraste *AB* ja *BD* kaalud.

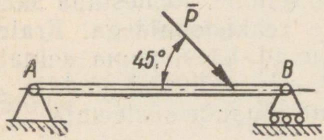
10. Tala *AB* on kinnitatud seina külge liigendiga *A* ja kaaluta kõvera varda *BD* abil. Näidata nende sidemete reaktsioonide suunad.

11. Joonisel antud kolme liigendiga kaarel näidata liigendite *A* ja *D* reaktsioonide suunad. Kuidas on suunatud liigendite reaktsioonid teise koormuse puhul (joon. *b*). Kaarte kaalusid mitte arvestada.

12. Näidata kaaluta tala *AB* toereaktsioonide suunad. Kuidas on toereaktsioonid suunatud siis, kui arvestada tala omakaalu? Mõlema juhuse jaoks teha eraldi joonised.



Ülesandele 11



Ülesandele 12

Ülesandele 13

13. Näidata joonisel antud tala toereaktsioonide suunad, kui mõjub tala omakaal. Punkt C on tala raskuskese. Mille põhjal võib varem otsustada liikuva šarniirse toe reaktsiooni suunda?

2. Koonduvate jõudude tasapinnaline süsteem

14. Leida graafiliselt kahe jõu resultant P, kui antud jõud moodustavad x-teljega nurki $\alpha_1=30°$ ja $\alpha_2=-30°$. Jõudude suurused: $P_1=3$ N, $P_2=4$ N.

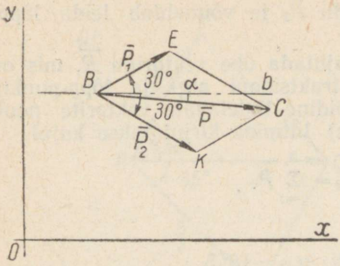
Lahendus. Valida joonisel koordinaatteljed. Läbi vabalt valitud punkti B tõmmata sirge b, mis on paralleelne x-teljega. Kandes peale nurgad α_1 ja α_2, saame jõudude $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_2}$ mõjusirged. Valime jõudude mastaabi, näiteks $\mu_p=0{,}1$ N/mm ja kanname peale alates punktist B valitud mastaabis sirglõigud BE ja BK, mis kujutavad jõudude suurusi.

$$BE=\frac{P_1}{\mu_p}=3:0{,}1=30 \text{ mm}$$

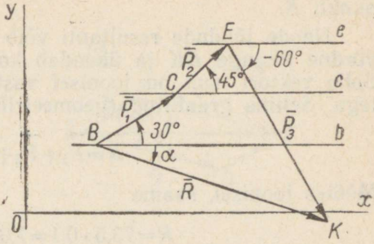
ja

$$BK=\frac{P_2}{\mu_p}=4:0{,}1=4 \text{ mm}.$$

Võttes lõigud BE ja BK külgedeks, ehitame rööpküliku $BECK$. Rööp-



Ülesandele 14



Ülesandele 16

küliku diagonaal BC kujutab otsitud resultantjõudu $\overline{P}$. Mõõtes joonisel nurga α, leiame jõu $\overline{P}$ suuna:

$$\alpha = -5°.$$

Mõõtes lõigu BC pikkuse, leiame jõu $\overline{P}$ suuruse:

$$P = BC\mu_p = 61 \cdot 0,1 = 6,1 \text{ N}.$$

15. Leida graafiliselt kahe jõu ($P_1 = 3$ N ja $P_2 = 4$ N) resultandi suurus, kui jõudude vahelised nurgad on: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 90°; 5) 120°; 6) 135°.

Vastus. 1) 6,77 N; 2) 6,48 N; 3) 6,08 N; 4) 5 N; 5) 3,60 N; 6) 2,83 N.

16. Leida graafiliselt ühte punkti rakendatud jõudude resultant, kui jõudude suurused: $P_1 = 3$ N; $P_2 = 2$ N; $P_3 = 6$ N. Jõud moodustavad x-teljega nurki: $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = 45°$ ja $\alpha_3 = -60°$.

L a h e n d u s. Valida joonisel koordinaatteljed. Vabalt valitud punktist B alustame konstrueerimist. Läbi punkti B tõmbame sirge b, mis on paralleelne x-teljega ja konstrueerime nurga $\alpha_1 = 30°$, kandes seda vastupäeva. Valime jõudude konstrueerimiseks mastaabi, näiteks $\mu_p = 0,1$ N/mm. Saadud joonele kanname jõu $\overline{P_1}$ pikkuse

$$BC = P_1 : \mu_p = 3 : 0,1 = 30 \text{ mm}.$$

Graafilisel liitmisel järgmine jõud $\overline{P_2}$ paigutatakse jõu $\overline{P_1}$ lõppu punkti C. Selleks et määrata jõu $\overline{P_2}$ suund, tõmbame punktist C sirgjoone c, mis on paralleelne x-teljega. Konstrueerides punktis C nurga $\alpha_2 = 45°$, kanname peale jõu $\overline{P_2}$.

$$CE = P_2 : \mu_p = 2 : 0,1 = 20 \text{ mm}.$$

Analoogiliselt konstrueeritakse punktis E, arvestades, et $\alpha_3 = -60°$. Kuna nurk on negatiivne, siis kantakse ta päripäeva. Sirglõik $EK =$

$=P_3 : \mu_p = 6 : 0,1 = 60$ mm kujutab jõudu $\overline{P_3}$ ja võimaldab leida lõpp-punkti K.

Nende jõudude resultanti võib kujutada ühe vektoriga $\overline{R}$, mis on võrdne lõiguga BK ja ühendab konstruktsiooni alg- ja lõpp-punkti. Selle vektori nool on joonisel vastupidine liidetavate vektorite nooltega. Selline graafiline (geomeetriline) liitmine kirjutatakse kujul

$$\overline{R} = \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 = \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_i .$$

Mõõtes joonisel, saame

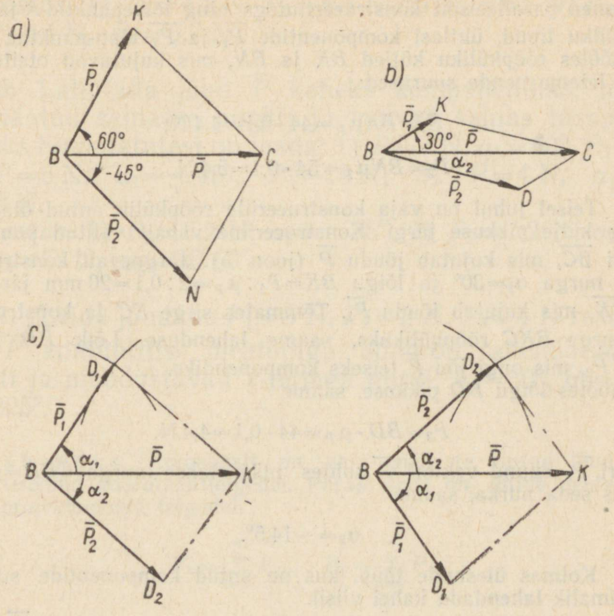
$$R = 73,5 \cdot 0,1 = 7,35 \text{ N}; \quad \alpha = -18°,5.$$

Kui antud jõudude resultant on null, siis joonisel konstruktsiooni lõpp-punkt langeb kokku algpunktiga — jõudude hulknurk on kinnine. Erijuhul, kui kolme jõu resultant on null, siis graafiliselt tuleb välja kinnine jõudude kolmnurk.

17. Leida graafiliselt tasapinnaliste koonduvate jõudude $\overline{P_i}$ resultandi $\overline{R}$ vektori suurus ja suund. Jõud $\overline{P_i}$ moodustab x-teljega nurga α_i.

Andmed	Ühik	Variandid					
		1	2	3	4	5	6
P_1	N	3	3	5	2	3	2
P_2	N	2	3	5	2	5	2
P_3	N	—	2	3	2	4	3
P_4	N	—	—	4	—	—	—
α_1	°	0	—45°	30°	30°	60°	45°
α_2	°	60°	30°	150°	150°	90°	225°
α_3	°	—	90°	216°50′	−90°	180°	—30°
α_4	°	—	—	53°10′	—	—	—
R	N	4,4	4,84	0	0	8	3
α	°	24°	15°5′	—	—	104°45′	—30°

18. Jõud, mille suurus $P = 6$ N, lahutada kaheks komponentjõuks $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_1}$, mis asuvad samas tasapinnas, kui on antud:



Ülesandele 18

1) komponentide ja jõu $\overline{P}$ vahelised nurgad $\alpha_1=60°$ ja $\alpha_2=45°$.

2) ühe komponentjõu suurus $P_1=2$ N ja $\alpha_1=30°$;

3) mõlema komponentjõu suurused $P_1=4$ N ja $P_2=5$ N.

Lahendus. Varem oli tõestatud, et resultantjõud määratakse kui rööpküliku diagonaal, mille külgedeks on liidetavad jõud. Antud ülesandes on vaja määrata komponentjõud. Selleks on vaja konstrueerida rööpkülik tema diagonaali ja teiste tuntud elementide järgi. Rööpküliku küljed ongi otsitavad komponentjõud.

1. Esimest tüüpi ülesande puhul (kus peale resultandi on antud komponentide suunad) tuleb konstrueerida rööpkülik diagonaali pikkuse ja külgede suundade järgi. Vabalt valitud punktist B (joon. *a*) kanname jõu $\overline{P}$ vektori vabas suunas valitud mastaabis. Näiteks kui $\mu_P=0{,}1$ N/mm, siis vektori $\overline{P}$ pikkus on

$$BC=P:\mu_P=6:0{,}1=60\,\text{mm}.$$

Teades nurki α_1 ja α_2, võib punktis B näidata rööpküliku külgede suunad. Tõmbame kummalegi poole vektorist $\overline{P}$ kaks sirgjoont, üks neist nurga alla $\alpha_1=60°$ ja teine $\alpha_2=-45°$. Läbi punkti C tõmbame sirgjooned paralleelselt konstrueeritutega ning lõikepunktid K ja N ongi rööpküliku tipud, ühtlasi komponentide $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_2}$ lõpp-punktid.

Mõõtes rööpküliku küljed BK ja BN, mis kujutavad otsitud jõudusid, leiame nende suurused:

$$P_1 = BK\mu_p = 44 \cdot 0{,}1 = 4{,}4 \text{ N};$$

$$P_2 = BN\mu_p = 54 \cdot 0{,}1 = 5{,}4 \text{ N}.$$

2. Teisel juhul on vaja konstrueerida rööpkülik antud diagonaali ja ühe külje pikkuse järgi. Konstrueerime vabalt valitud punktist B vektori $\overline{BC}$, mis kujutab jõudu $\overline{P}$ (joon. *b*). Järgnevalt konstrueerime antud nurga $\alpha_1 = 30°$ ja lõigu $BK = P_1 : \mu_p = 2 : 0{,}1 = 20$ mm järgi vektori $\overline{BK}$, mis kujutab jõudu $\overline{P_1}$. Tõmmates sirge KC ja konstrueerides kolmnurga BKC rööpkülikuks, saame lahenduse. Lõik $\overline{BD}$ kujutab jõudu $\overline{P_2}$, mis ongi jõu $\overline{P}$ teiseks komponendiks.

Mõõtes lõigu BD pikkuse, saame

$$P_2 = BD \cdot \mu_p = 44 \cdot 0{,}1 = 4{,}4 \text{ N}.$$

Vektori $\overline{P_2}$ suund vektori $\overline{P}$ suhtes määratakse nurga $CBD = \alpha_2$ abil. Mõõtes seda nurka, saame

$$\alpha_2 = -14{,}5°.$$

3. Kolmas ülesande tüüp, kus on antud komponentide suurused, on võimalik lahendada kahel viisil.

Varem valitud mastaabi järgi konstrueerime vektori $\overline{P}$ sirglõiguna $\overline{BK}$ (joon. *c*). Puuduvad rööpküliku tipud leiame järgmiselt: valides punktid B ja K tsentriteks, tõmbame raadiustega, mille pikkusteks on vektorid $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_2}$, kaared

$$BD_1 = P_1 : \mu_p = 4 : 0{,}1 = 40 \text{ mm},$$

$$BD_2 = P_2 : \mu_p = 5 : 0{,}1 = 50 \text{ mm}.$$

Vahetades ringjoonte tsentrid, saame teise lahenduse.

Tundmatuteks antud ülesandes olid vektorite $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_2}$ suunad resultantvektori $\overline{P}$ suhtes. Mõõtes joonisel nurgad, saame esimese lahenduse

$$\alpha_1 = 55°, \quad \alpha_2 = -41°$$

ja teise lahenduse

$$\alpha_1 = -55°, \quad \alpha_2 = 41°.$$

19. Lahutada jõud $\overline{P}$ komponentideks $\overline{P_1}$ ja $\overline{P_2}$, mis on rakendatud samasse punkti ja asuvad samas tasapinnas, kui on antud jõu ja komponentide vahelised nurgad α_1 ja α_2 ning jõu P suurus:

1) $P = 6$ N, $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = -30°$; 2) $P = 4$ N, $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = -150°$; 3) $P = 4$ N, $\alpha_1 = -90°$, $\alpha_2 = 45°$.

Vastus. 1) $P_1=4{,}2$ N, $P_2=4{,}4$ N; 2) $P_1=6{,}8$ N, $P_2=4$ N; 3) $P_1=4$ N, $P_2=5{,}7$ N.

20. Lahutada jõud $\overline{P}$ kaheks komponendiks, mis on rakendatud samasse punkti ja asuvad samas tasapinnas, kui üks tundmatutest on teada: 1) $P=7$ N, $\alpha_1=60°$, $P_1=4$ N; 2) $P=6$ N, $\alpha_1=-45°$, $P_1=10$ N; 3) $P=4$ N, $\alpha_1=90°$, $P_1=3$ N.

Vastus. 1) $P_2=6{,}2$ N, $\alpha_2=-35°$; 2) $P_2=7{,}2$ N, $\alpha_2=98°$; 3) $P_2=5$ N, $\alpha_2=36°50'$.

21. Leida jõudude $P_1=3$ N, $P_2=2$ N, $P_3=4$ N resultantjõud $\overline{P}$ analüütilise meetodiga. Jõud on rakendatud ühte punkti ja moodustavad x-teljega nurki: $\alpha_1=30°$, $\alpha_2=-30°$, $\alpha_3=225°$.

L a h e n d u s. Kõigepealt on vaja määrata antud jõudude $\overline{P_i}$ projektsioonid koordinaattelgedel. Pärast seda on lihtne leida resultandi projektsioonid telgedel.

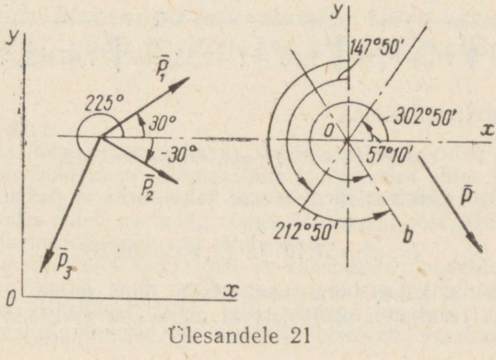
$$P_x=\sum_{i=1}^{n} P_{ix}; \quad P_y=\sum_{i=1}^{n} P_{iy}.$$

Resultandi suuruse leiame valemiga

$$P=\sqrt{P_x^2+P_y^2},$$

suunad aga suunakoosinuste abil

$$\cos(\widehat{x,P})=P_x:P; \quad \cos(\widehat{y,P})=P_y:P.$$



Ülesandele 21

Selles järjekorras toimub ülesande lahendamine. Valime koordinaatteljed ja kanname joonisele antud jõud $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$ ja $\overline{P_3}$ mastaapi mitte arvestades.

Jõu projektsiooniks teljel nimetatakse jõu suuruse ja jõu ning telje positiivse suuna vahelise nurga koosinuse korrutist. Võttes arvesse eelnevat ja nurkade märkide reeglit, saame:

$$P_{1x}=P_1 \cos 30° = 3 \cdot 0{,}867 = 2{,}60 \text{ N},$$

$$P_{2x}=P_2 \cos (-30°) = 2 \cdot 0{,}867 = 1{,}73 \text{ N},$$

$$P_{3x}=P_3 \cos 225° = -P_3 \cos 45° = -4 \cdot 0{,}707 = -2{,}83 \text{ N}.$$

Siit nähtub, et nurga koosinus määrab projektsiooni märgi.

Projektsioone võib arvutada ka teise meetodiga — eelnevalt määrata projektsiooni märk ja seejärel tema absoluutne suurus. Projektsioon loetakse positiivseks, kui telje positiivse suuna ja jõu vaheline nurk on väiksem kui 90° (jõud ja telg on suunatud samale poole). Vastasel juhul on projektsioon negatiivne. Selleks, et saada projektsiooni suurust, on vaja jõu suurust korrutada jõu ja projektsiooni vahelise nurga koosinusega. Käesoleval juhul tuleb seega alati võtta terava nurga koosinus.

Kasutades nimetatud projektsiooni reeglit, saame:

$$P_{1y}=P_1 \cos 60° = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}50 \text{ N},$$

$$P_{2y}=-P_2 \cos 60° = -2 \cdot 0{,}5 = -1{,}00 \text{ N},$$

$$P_{3y}=-P_3 \cos 45° = -4 \cdot 0{,}707 = -2{,}83 \text{ N}.$$

Resultantjõu projektsioonid

$$P_x = \sum_{i=1}^{3} P_{ix} = 2{,}60 + 1{,}73 - 2{,}83 = 1{,}50 \text{ N}$$

ja

$$P_y = \sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 1{,}50 - 1{,}00 - 2{,}83 = -2{,}33 \text{ N}$$

ning suurus

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{1{,}50^2 + (-2{,}33)^2} = \sqrt{7{,}67} = 2{,}77 \text{ N}.$$

Määrame resultandi suuna

$$\cos (\widehat{x, P}) = P_x : P = 1{,}50 : 2{,}77 = 0{,}542.$$

Selle koosinuse väärtuse järgi saame kaks nurka

$$(\widehat{x, \overline{P}}) = 57°10' \text{ ja } (\widehat{x, \overline{P}}) = 302°50'.$$

Selleks, et leitud kahest suurusest saada õige nurga väärtus, tuleb arvesse võtta resultandi projektsiooni märk ehk arvutada teise suuna koosinus:

$$\cos(\widehat{y, \overline{P}}) = P_y : P = -2{,}33 : 2{,}77 = -0{,}841$$

ning vastavad nurgad

$$(\widehat{y, \overline{P}}) = 147°50' \text{ ja } (\widehat{y, \overline{P}}) = 212°15'.$$

Nimetatud nurgad on näidatud joonisel. Nagu näha, rahuldab mõlemaid juhuseid nurk xOb. See tähendab, et jõud $\overline{P}$ on suunatud paralleelselt b-ga.

22. Määrata resultantjõu $\overline{P}$ suurus ja suund nelja variandi järgi. Nurk α on jõu ja x-telje vaheline nurk kraadides, jõud P — njuutonites.

Variant	Antud								Vastused	
	P_{1x}	P_{2x}	P_{3x}	P_{4x}	P_{1y}	P_{2y}	P_{3y}	P_{4y}	P	α
1	2	−4	3	−5	4	6	−1	3	12,65	−71°30′
2	1	3	−6	2	−7	8	−1	0	0	—
3	5	1	−2	−1	1	3	2	2	8,55	69°30′
4	−3	3	1	2	−8	4	4	3	4,25	45°

23. Määrata tõmbejõud niitides, mis hoiavad rõnga kaaluga $P = 5$ N tasakaalus.

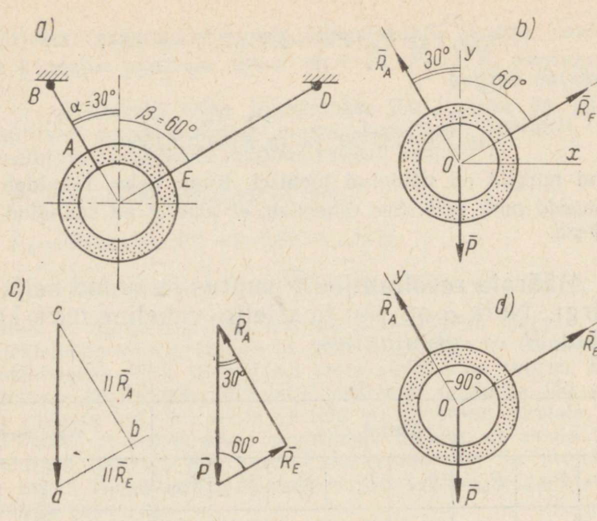
Tasakaalu-ülesannete lahendamisel tuleb kasutada kindlat järjekorda, mida käsitletakse antud ülesande lahendamisel.

Lahendus.

1. Valida sõlm (varras, keha), mille tasakaalu tuleb vaadelda ja teha selle konstruktsiooni skemaatiline joonis. See sõlm tuleb valida selliselt, et tuntud ja tundmatud suurused oleks temaga seotud. Käesolevas ülesandes tuleb vaadelda rõnga tasakaalu, sest temaga on seotud P, α, β ja niitides mõjuvad tõmbejõud.

2. Vabastada keha sidemetest ja rakendada vaadeldavale kehale kõik temale mõjuvad jõud, sealhulgas ka sidemete reaktsioonid.

Seda osa ülesandest tuleb eriti hoolega vaadelda. Et teoorias antud tasakaalutingimused ja nendest tuletatud tasakaaluvõrrandid



Ülesandele 23

kehtivad ainult vaba keha kohta, siis tuleb keha vabastada sidemetest. Sidemeteks nimetatakse teisi kehi, mis takistavad vaadeldava keha vaba liikumist. Nende mõju asendatakse sidemete reaktsioonidega, s. o. jõududega, mille suurus ja suund avaldavad sama mõju nagu side. Need jõud rakendatakse sidemete mõju kohtadesse.

Antud juhul on sidemeteks niidid *AB* ja *ED* (joon. *a*). Nad takistavad liikumist ainult piki niite ja sellepärast reaktsioonid on suunatud samuti piki niite (joon. b). Tähistame need $\overline{R_A}$ ja $\overline{R_E}$.

3. Analüüsime saadud jõudude süsteemi. Rõngas on tasakaalus koonduvate jõudude tasapinnalise süsteemi mõjul (jõudude mõjusirged lõikuvad rõnga tsentris). Antud süsteemi jaoks on kaks tasakaalu tingimust. Tundmatuid suurusi on samuti kaks (R_A ja R_E). See tähendab, et ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Kasutades kas geomeetrilist või analüütilist tasakaalu tingimust, leiame tundmatud suurused. Seda on võimalik teha kolmel viisil.

a) g r a a f i l i n e m e e t o d. Kuna rõngas on tasakaalus, siis temale rakendatud jõudude summa peab võrduma nulliga, s. t. et kolm jõudu $\overline{P}$, $\overline{R_A}$, $\overline{R_E}$ peavad moodustama jõudude kolmnurga. Konstrueerides valitud mastaabis kinnist jõudude hulknurka (kolmnurka), saamegi ülesande graafilise lahenduse.

Valime jõudude mastaabi, näiteks

$$\mu_P = 0{,}2\ \text{N/mm}.$$

Konstrueerimist alustame tuntud jõust. Suvalisest punktist *c* (joon. *c*) tõmbame joone paralleelselt antud vektoriga $\overline{P}$ (vaata joon. *b*). Punktist *a* alates kanname joonele vektori $\overline{P}$ pikkuse

$$ca=5:0{,}2=25\ \text{mm}.$$

Punktist *a* tõmbame joone paralleelselt vektori $\overline{R_E}$ mõjusirgega ja punktist *c* joone paralleelselt vektori $\overline{R_A}$ mõjusirgega ehk vastupidi. Nende joonte lõikepunkt *b* moodustab kolmnurga kolmanda tipu. Komponentvektorite nooled paneme nii, et nad oleksid antud vektori $\overline{P}$ suunaga üksteise järel. Mõõtes saadud kolmnurga küljed, leiame sidemete reaktsioonide suurused

$$R_E=12{,}5\cdot 0{,}2=2{,}50\ \text{N},$$

$$R_A=21{,}8\cdot 0{,}2=4{,}36\ \text{N};$$

b) g r a f o a n a l ü ü t i l i n e   m e e t o d. See meetod erineb graafilisest selle poolest, et jõudude hulknurga (kolmnurga) võib konstrueerida mitte mastaabis. Tundmatute suuruste leidmine toimub analüütiliselt. Joonisel *c* saadud kolmnurk on täisnurkne. Antud kolmnurgast leiame, et

$$R_A=P\cos 30^\circ=5\cdot 0{,}867=4{,}34\ \text{N}$$

ja

$$R_E=P\sin 30^\circ=5\cdot 0{,}500=2{,}50\ \text{N}.$$

Vastuste väike erinevus, võrreldes graafilise lahendusviisiga on seletatav sellega, et grafoanalüütiline meetod on suurema täpsusega. Mittetäisnurksete kolmnurkade lahendamiseks kasutada siinus- ehk koosinuslauset;

c) a n a l ü ü t i l i n e   m e e t o d seisneb selles, et tuleb kasutada koordinaattelgede suhtes tasakaaluvõrrandeid. Antud ülesande jaoks on kaks tasakaaluvõrrandit (joon. *b*):

$$\sum_{i=1}^{3} P_{ix}=0;\quad -R_A\cos 60^\circ+R_E\cos 30^\circ=0,$$

$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy}=0;\quad R_A\cos 30^\circ+R_E\cos 60^\circ-P=0;$$

R_A ja R_E määramiseks lahendame saadud võrrandite süsteemi. Esimesest võrrandist leiame

$$R_A=R_E\frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ}=R_E\tan 60^\circ.$$

Asetades teise võrrandisse, saame

$$R_E\left(\frac{\cos^2 30^\circ}{\cos 60^\circ}+\cos 60^\circ\right)-P=0.$$

Siit

$$R_E = \frac{P}{\frac{\cos^2 30°}{\cos 60°} + \cos 60°} = \frac{5}{1{,}5+0{,}5} = 2{,}5 \text{ N}$$

ja

$$R_A = 2{,}5 \cdot 1{,}73 = 4{,}34 \text{ N}.$$

Kasutades telgede ratsionaalset valikut, võib antud ülesannet lihtsustada nii, et igasse võrrandisse jääb ainult üks tundmatu. Seda on võimalik saavutada, kui jõud mõjub risti teljega, siis tema projektsioon teljel on null. Võttes teljed risti tundmatute jõudude mõjusirgetega, saame mõlemas võrrandis ühe tundmatu (joon. *d*). Koordinaatide teljed võivad sealjuures olla omavahel ka mitte risti.

$$\sum_{i=1}^{3} P_{ix} = 0; \quad R_E - P \cos 60° = 0,$$

siit

$$R_E = P \cos 60° = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}5 \text{ N}.$$

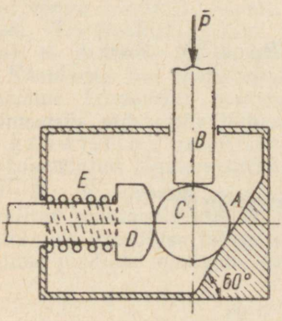
$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 0; \quad R_A - P \cos 30° = 0$$

ja siit

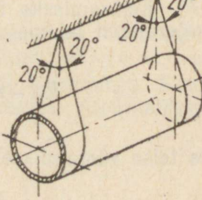
$$R_A = 5 \cdot 0{,}867 = 4{,}34 \text{ N}.$$

24. Joonisel on näidatud mõõteriista osa. Kuul C on tasakaalus ning asetseb kaldpinna A, vertikaalvarda B ja horisontaalvarda D vahel. Varras B surub kuuli vertikaaljõuga $P = 10$ N ja horisontaalvarras D surutakse vastu kuuli vedru E poolt. Määrata vedrus tekkiv jõud ja surve kaldpinnale, jättes arvestamata hõõrdumist ja mõõteriista osade kaalu.

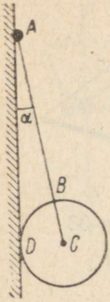
Vastus. 17,3 N; 20 N.



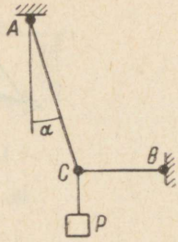
Ülesandele 24



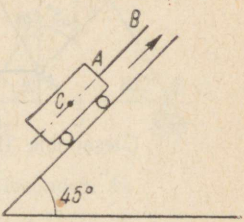
Ülesandele 26



Ülesandele 27



Ülesandele 29



Ülesandele 30

25. Määrata sidemete reaktsioonid, mis hoiavad tasakaalus absoluutselt siledat silindrit massiga 1 kg (joonis ülesandele 6).

Vastus. $R_A = 8{,}02$ N; $R_D = 2{,}93$ N.

26. Toru, kaaluga 1 kN hoitakse horisontaalses asendis kahe nööri abil. Määrata tõmme nöörides lugedes neid ühesugusteks.

Vastus. 0,266 kN.

27. Sile silinder, läbimõõduga 100 mm ja kaaluga 20 N, on riputatud 200 mm pikkuse niidi AB abil nii, nagu näidatud joonisel. Määrata niidi ja seina vaheline nurk α, tõmme niidis ning silindri surve seinale.

Vastus. $\alpha = 11°30'$; tõmme niidis 20,4 N ja surve seinale 4 N.

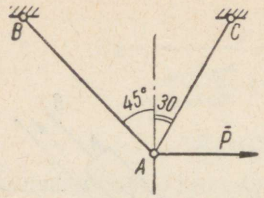
28. Tänavavalgusti kaaluga $P = 20$ N on riputatud keset trossi. Leida tõmme trossis, kui selle ripe on 0,2 m ja pikkus 30 m. Kui suur on siis tõmbejõud, kui ripe on 0,1 m? Kas on võimalik trossi paigaldada horisontaalselt?

Vastus. Tõmme trossis 0,75 kN ja 1,5 kN; ei.

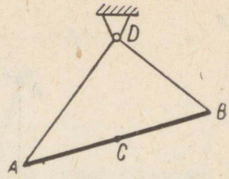
29. Koormus P kaaluga 50 N hoitakse ülal nööride AC ja CB abil. Missuguse nurga α all vertikaali suhtes tuleb kinnitada nöör AC, kui on teada, et nöör puruneb 80 N mõjul ja nöör CB on horisontaalne?

Vastus. $\alpha \leqslant 51°$.

30. Määrata kaevanduse vagoneti ühtlasel liikumisel üles vagoneti surve rööbasele ja tõmme veotrossis AB.



Ülesandele 31



Ülesandele 33

Vagoneti kaal koos koormaga on 20 kN ja rakendatud punkti *C*.

Vastus. Survejõud rööbastele ja tõmme trossis on võrdsed 14,1 kN.

31. Kaaluta vardad *AB* ja *AC* on omavahel ühendatud punktis *A* ning lae külge kinnitatud liigendite abil. Määrata jõud varrastes, kui liigendile *A* on rakendatud horisontaalne jõud $P=100$ N.

Vastus. $R_B=89{,}6$ N; $R_C=-73{,}2$ N [1].

32. Määrata kronsteini varrastes tekkivad sisejõud, kui kronstein on koormatud raskusega $P=100$ N. Varraste kaalu mitte arvestada (vt. joonist ülesandele 9).

Vastus. $R_D=-70{,}7$ N; $R_A=70{,}7$ N.

33. Homogeenne varras *AB* pikkusega 1 m on riputatud niitide *AD* ja *DB* abil, mille pikkused on 0,8 ja 0,6 m. Määrata varda kaldenurk horisontaali suhtes ja sisejõud niitides, kui varda kaal on 10 N.

Vastus. 16°15′; $R_A=8$ N ja $R_B=6$ N.

34. Määrata posti surve pinnasele punktides *A* ja *B,* kui posti kaal on 1 kN. Posti läbimõõtu mitte arvestada (vt. joonist ülesandele 7).

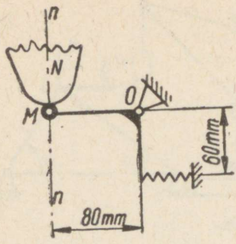
Vastus. $R_A=0{,}875$ kB; $R_B=0{,}625$ kN.

35. Määrata kasvuhoone akna *AB* sidemete reaktsioonid, kui akna kaal on 20 N (vt. joonist ülesandele 8).

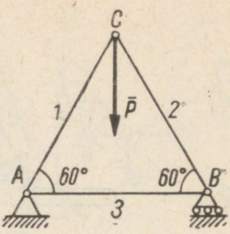
Vastus. $R_A=13{,}2$ N; $R_B=8{,}66$ N.

---

[1] Siin ja ka mujal märk «miinus» tähendab, et varras on surutud.



Ülesandele 39



Ülesandele 41

36. Määrata tala *AB* toereaktsioonid, kui tema kaal on 100 N. Varda *BD* kaalu mitte arvestada (vt. joonist ülesandele 10).
Vastus $R_A = R_B = 70{,}7$ N.

37. Määrata kaaluta kolme šarniiriga kaare toereaktsioonid punktides *A* ja *D*, kui $P = 250$ MN (vt. joonist *a* ülesandele 11).
Vastus. $R_A = 217$ MN; $R_D = 50{,}7$ MN.

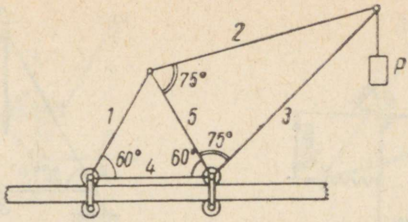
38. Määrata homogeense tala toereaktsioonid, kui tala kaal on 200 N (vt. joonist ülesandele 13).
Vastus. $R_A = R_B = 141$ N.

39. Nukkmehhanismi nurkkang surutakse rulliga *M* vastu nukki *N*. Vaadeldavas asendis kangi vedru on surutud jõuga 8 N. Määrata survejõud nukile ja toereaktsioon punktis *O*. Nuki ja rulli ühine normaal *nn* on puutepunktis vertikaalne.
Vastus. $R_N = 6$ N; $R_O = 10$ N.

40. Eelmise ülesande andmetel määrata jõud vedrus, kui rulli surve nukile on 15 N.
Vastus. 20 N.

41. Määrata sisejõud varrastes, jättes arvestamata nende kaalud, kui $P = 200$ kN.
Vastus. $S_1 = S_2 = -115$ kN; $S_3 = 57{,}7$ kN.

42. Määrata sisejõud kraana sõrestiku varrastes, jättes arvestamata nende omakaalu, kui $P = 3$ kN.
Vastus. $S_1 = 4{,}75$ kN; $S_2 = 4{,}25$ kN; $S_3 = -5{,}80$ kN; $S_4 = -2{,}38$ kN; $S_5 = -3{,}46$ kN.



Ülesandele 42

43. Määrata sisejõud kaaluta sõrestiku varrastes, kui $P=2$ MN.

Vastus.

Varda nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Jõud MN	–2,70	8,50	6,30	6,30	–6,00	–6,00	–6,00	–2,45	2,00	0	0

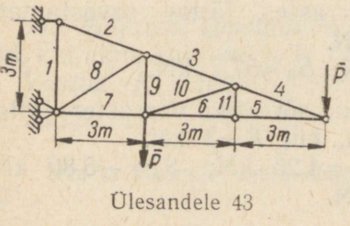
44. Kui suur koormus Q tuleb riputada kaaluta liigendmehhanismi punkti C, et joonisel näidatud asendis mehhanism oleks tasakaalus? $P=10$ N.

Vastus. 5,18 N.

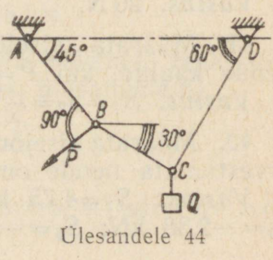
45. Joonisel *a* ja *b* näidatud konstruktsioonides määrata sidemete reaktsioonid, joonisel *c* näidatud konstruktsioonis leida nööri tasakaaluasendis raskused G_1 ja G_2. Ülesanne lahendada tabeli andmetega järgmises järjekorras:

1) valida punkt, mille tasakaalu tuleb vaadelda;

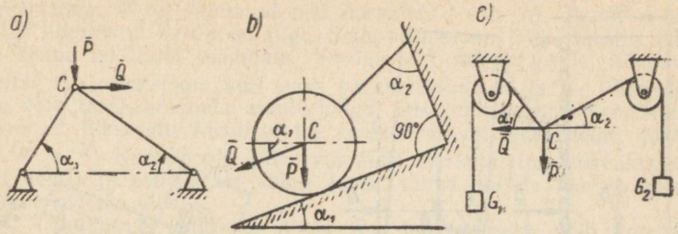
2) eemaldada sidemed, asendades nende mõju reaktsioonidega. Punkt, kuhu on rakendatud kõik jõud, näidata eraldi joonisel;



Ülesandele 43



Ülesandele 44



Ülesandele 45

3) ülesanne lahendada graafilise meetodiga;
4) ülesanne lahendada analüütilise meetodiga.

Variant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P N	12	10	15	10	5	5	4	6	10	12
Q N	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
α_1°	30	40	25	35	45	80	50	70	20	25
α_2°	60	60	45	30	60	45	45	60	30	30

46. Määrata suurim pinnase surve Q tugiseinale $ABCD$, mille juures veel sein ei kaldu. Seina kaal $P=100$ kN. Hõõrdejõudu pinnase ja seina vahel mitte arvestada.

Lahendus.

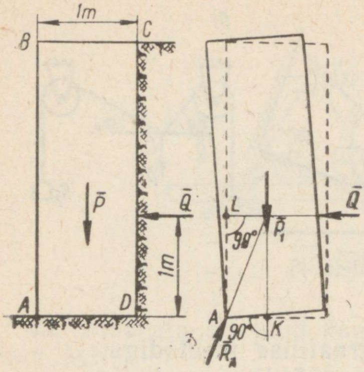
1. Vaatleme seina $ABCD$ tasakaalu.

2. Seina pöördumine võib toimuda ümber serva A. Piirasendis hakkab serv D eemalduma pinnasest ja toetumine pinnasele toimub ainult mööda serva A. Antud juhul mõjub seinale kolm jõudu: $\overline{P}$, $\overline{Q}$ ja pinnase reaktsioon $\overline{R_A}$. Tasakaalu tingimuse põhjal peavad nende jõudude mõjusirged lõikuma ühes punktis.

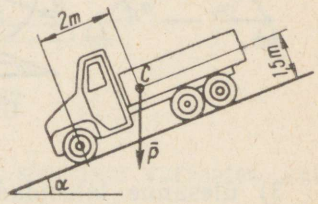
3. Ülesandes esineb kaks tundmatut Q ja R_A ning on võimalik koostada kaks tasakaaluvõrrandit (koonduvate jõudude taaspinnaline süsteem) — ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Piirolukorras kujutab endast sein $ABCD$ kangi tugipunktiga A. Kangi tasakaalutingimus:

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(\overline{P_i})=0,$$



Ülesandele 46



Ülesandele 47

s. o. kõikide jõudude momentide algebraline summa tugipunkti suhtes on null.

Tuletame meelde, et jõu momendiks punkti suhtes nimetatakse jõu suuruse ja õla pikkuse korrutist, võetud pluss- või miinusmärgiga. Õlaks nimetatakse momendipunkti kaugust jõu mõjusirgest. Kokkuleppe kohaselt loeme momenti positiivseks, kui see pöörab keha momendipunkti suhtes päripäeva. Kangi tasakaaluvõrrandid võib kirjutada kujul

$$-Q \cdot AL + P \cdot AK = 0$$

ehk

$$-Q \cdot 1{,}0 + 100 \cdot 0{,}5 = 0,$$

siit

$$Q = 50 : 1{,}0 = 50 \text{ kN}.$$

47. Kui suure kaldenurga α juures tekib auto ümberpaiskumise oht, kui auto esirattad on plokeeritud ja libisemist ei toimu?

Vastus. $\alpha \leqslant 53°$.

3. Paralleeljõudude tasapinnaline süsteem. Jõupaar

48. Määrata kangi ABK puhul surve detailile C ja toereaktsioon punktis A, kui jõud $P = 40$ kN.

Lahendus.

1. Vaatleme varda ABK tasakaalu, kui temale on rakendatud jõud $\overline{P}$ ja toereaktsioonid (joon. *a*).

2. Punkt B kujutab liikuvat tuge, sest puutuvad kokku kaks absoluutselt siledat keha. Tugi takistab keha liikumist piki normaali. Selle

toe reaktsioon $\overline{N}$ on suunatud piki normaali (joon. *b*). Punkt A aga kujutab liikumatut šarniirset tuge. Selle reaktsioon läbib šarniiri, kuid tema suund on algul teadmata. Vardale AK mõjub peale liikumatu šarniirse toe reaktsiooni veel kaks paralleeljõudu $\overline{P}$ ja $\overline{N}$. Viimaseid jõude võib tasakaalustada ainult jõuga, mis on nendega paralleelne. Sellepärast liikumatu šarniirse toe reaktsioon on paralleelne jõududega $\overline{P}$ ja $\overline{N}$. Kuhu poole (üles või alla) on suunatud toereaktsioon, ei ole teada ja sellepärast võime tema suuna valida meelevaldselt, suuname näiteks üles.

3. Tundmatute suuruste N ja R_A määramiseks võib koostada tasapinnalise paralleeljõudude süsteemi kaks tasakaaluvõrrandit. Seega ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Valides koordinaatteljestiku, kirjutame tasakaalutingimused:

a) kõikide jõudude momentide algebraline summa meelevaldse punkti suhtes on null

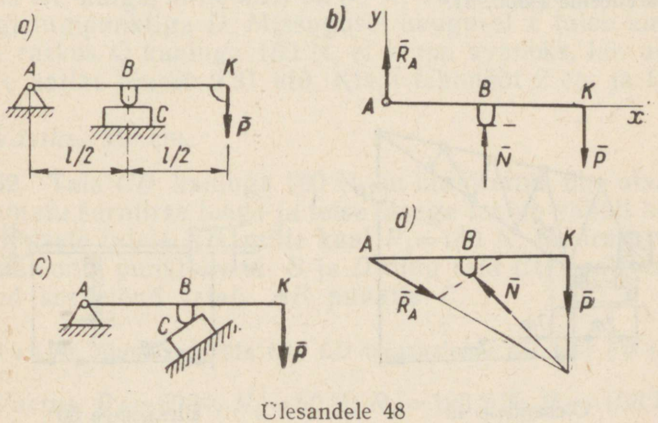
$$\sum_{i=1}^{n} M_0(\overline{P}_i)=0;$$

b) kõikide jõudude projektsioonide algebraline summa nendega paralleelsel teljel on null

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy}=0.$$

Otstarbekohasem on alustada lahendamist momentide võrrandist. Valides momendi punktiks punkt A, mis ühtlasi asub tundmata jõu mõjusirgel, saame ühe tundmatuga võrrandi

$$\sum_{i=1}^{3} M_A(P_i)=0; \quad -N\cdot AB+P\cdot AK=0,$$



Ülesandele 48

kust

$$N=\frac{P\cdot AK}{AB}=\frac{40l}{0{,}5l}=80\text{N}.$$

Koostame teise võrrandi

$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy}=0;\quad R_A+N-P=0,$$

siit

$$R_A=P-N=40-80=-40\text{ N}.$$

Miinusmärk näitab, et reaktsioon R_A on suunatud alla, mitte aga üles, nagu alguses eeldasime.

Antud lahenduse puuduseks on see, et üks tundmatu suurus leitakse teise tundmatu suuruse järgi. Kui tehakse viga N määramisel, siis see kandub ka R_A väärtusele. Kasutades täiendavat tasakaaluvõrrandit, võime teineteisest sõltumatult määrata teise tundmatu suuruse. Näiteks teiseks tasakaaluvõrrandiks võib kasutada momentide võrrandit

$$\sum_{i=1}^{3} M_B(\overline{P_i})=0$$

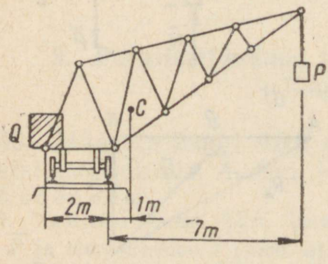
(seejuures punktid A ja B ei tohi asetseda ühel joonel, mis on jõududega paralleelne).

$$R_A\cdot AB+P\cdot BK=0,$$

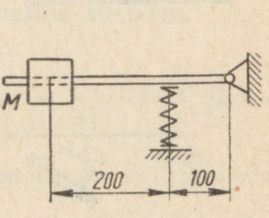
kust

$$R_A=-\frac{40\cdot 0{,}5l}{0{,}5l}=-40\text{ N}.$$

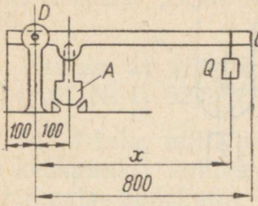
Saadud jõudude süsteemi kuju ei olene ainult antud välisjõududest, vaid ka süsteemi sidemetest. Näiteks, kui ülesandes (joon. c) detailil C ei ole tugipind horisontaalne, siis saadud jõudude süsteem ei ole paralleelne (joon. d).



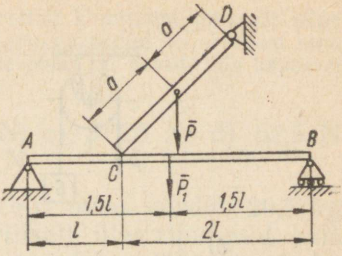
Ülesandele 49



Ülesandele 50



Ülesandele 51



Ülesandele 52

49. Määrata raudteekraana maksimaalse nooleulatuse juures suurim tõstejõud, kui vastukaalu raskus on 60 kN. Konstruktsiooni kaal 50 kN on rakendatud raskuskeskmesse *C*.

Vastus. 10 kN.

50. Joonisel on näidatud seismograaf (seadeldis, mis registreerib maapinna võnkumisi). Seismograaf koosneb massiivsest raskusest *M*, mis on kinnitatud kerge varda külge ja hoitakse horisontaalses asendis vedru ja liikumatu šarniirse toe abil. Määrata survejõud vedrus, kui süsteem on tasakaalus. Raskuse kaal $M = 4$ N. Varda kaalu mitte arvestada.

Vastus. 12 N.

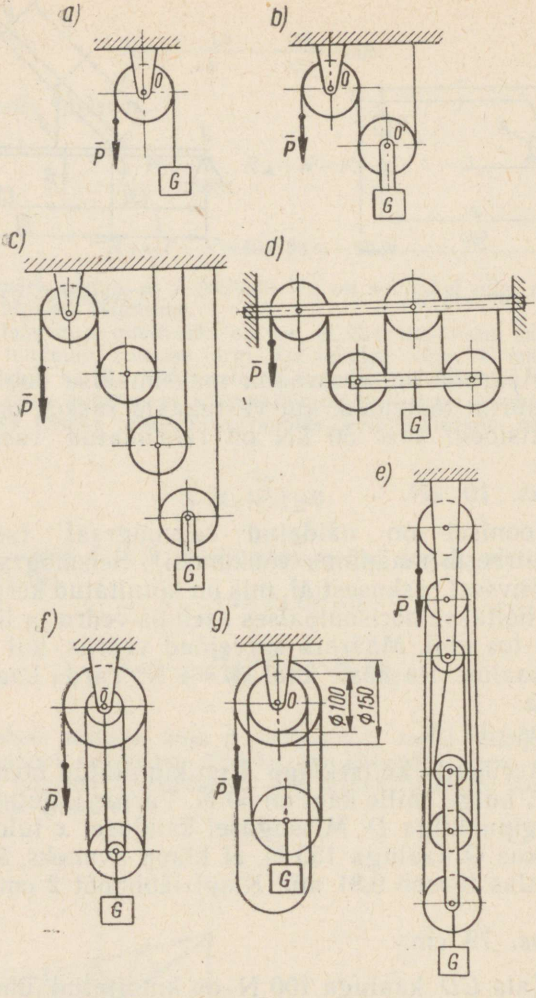
51. Aurukatla kaitseklapp *A* on kinnitatud homogeense varda *BC* külge, mille kaal on 50 N. Varras kujutab endast kangi tugipunktiga *D*. Missugusel kaugusel *x* tuleb kinnitada raskus *Q* kaaluga 150 N, et klapp avaneks, kui auru surve katlas tõuseb 9,81 atü. Klapi läbimõõt 2 cm ja kaal 1 N.

Vastus. 79 cm.

52. Tala *CD* kaaluga 100 N on kinnitatud ühe otsaga liikumatu šarniirse toega ja teise otsaga toetub vabalt horisontaalsele talale *AB*, mille kaal $P_1 = 180$ N. Määrata toereaktsioonid punktides *A*, *B* ja *D* ning tala *CD* poolt avaldatud survejõud talale *AB* punktis *C*.

Juhis. Algul vaadelda tala *CD* tasakaalu ja siis tala *AB* tasakaalu.

Vastus. $R_D = 50$ N; $N_C = 50$ N; $R_A = 123{,}3$ N; $R_B = 106{,}7$ N.



Ülesandele 53

53. Joonisel on antud raskuste tõstmiseks mitmesugused plokkide süsteemid. Määrata iga süsteemi jaoks eraldi jõud P, mis on vajalik koormuse $G=250$ N tõstmiseks. Hõõrdumist ja trossi kaalu mitte arvestada.

Märkus. 1. Joonisel f on plokirattad kinnitatud liikuvalt telgedele O ja O_1. 2. Diferentsiaalploki (joon. g) rattad teljel O on omavahel kinnitatud jäigalt. Nende rataste pöias on pesad, mis haaravad ketti.

Vastus. a) 250 N; b) 125 N; c) 31,25 N; d) 62,5 N; e) 41,67 N; f) 62,5 N; g) 41,67 N.

54. I-tala, mille jooksva meetri mass võrdub 20,5 kg, on keskpunkti suhtes sümmeetriliselt üles riputatud kahe vertikaalse nööri abil. Tala pikkus on 1,6 m. Määrata tõmbejõud nöörides.

Vastus. 161 N.

55. Homogeenne tala kaaluga 75 N on koormatud välisjõuga $P=225$ N. Määrata toereaktsioonid.

Vastus. $R_A=112{,}5$ N; $R_B=187{,}5$ N.

56. Määrata konsooliga tala toereaktsioonid, kui $P=10$ kN, $q=2$ kN/m ja tala omakaal on 1 kN.

Vastus. $R_A=14{,}53$ kN (suunaga üles), $R_B=1{,}93$ kN (suunaga alla).

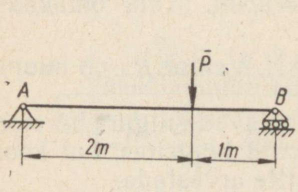
57. Talale AB mõjub jõupaar momendiga $M=-4{,}23$ Nm. Määrata tala toereaktsioonid, mitte arvestades tala omakaalu.

Lahendus.

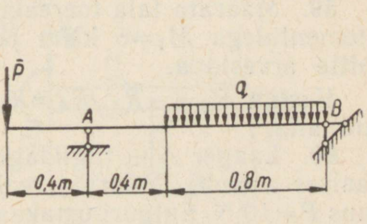
1. Vaatleme tala AB tasakaalu.

2. Punktis B on liikumata šarniirtugi, mille reaktsiooni suurus ja suund on teadmata (joon. *a*). Punktis A on liikuv šarniirtugi ja tema reaktsioon mõjub risti toetustasapinnaga (joon. *b*).

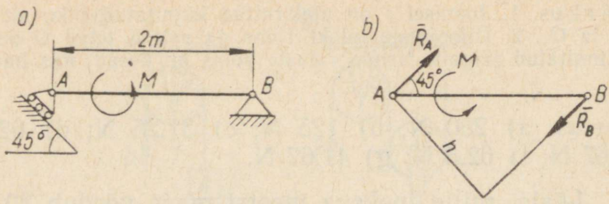
Kuna talale mõjub jõupaar momendiga M, siis seda võib tasakaalustada ainult jõupaariga. See tähendab, et toereaktsioonid $\bar{R}_A$ ja $\bar{R}_B$ peavad moodustama jõupaari. Sellega on toereaktsiooni R_B suund määratud.



Ülesandele 55



Ülesandele 56



Ülesandele 57

3. Ülesanne on staatiliselt määratud, sest ühe tundmatu suuruse $R_A = R_B$ leidmiseks piisab ühest tasakaaluvõrrandist

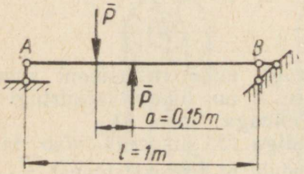
$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0.$$

4. Määrame reaktsiooni suuruse

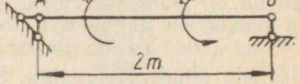
$$-M + R_A h = 0; \quad 4{,}23 = R_A 2 \cos 45°; \quad R_A = R_B = 3 \text{ kN}.$$

58. Määrata tala toereaktsioonid, kui sellele mõjub jõupaar, mille jõud $P = 20$ kN. Tala omakaalu mitte arvestada.

Vastus. $\overline{R_A} = -R_B$; $R_A = R_B = 3$ kN. Vektor $\overline{R_A}$ on suunatud üles.



Ülesandele 58



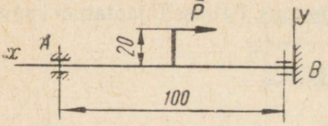
Ülesandele 59

59. Määrata tala toereaktsioonid, kui ta on koormatud momentidega $M_1 = 6$ kNm ja $M_2 =$ kNm. Tala omakaalu mitte arvestada.

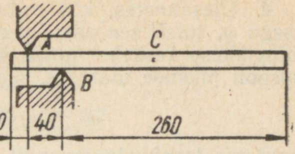
Vastus. $\overline{R_B} = -\overline{R_A}$; $R_A = R_B = 1$ kN. Vektor R_A on suunatud alla.

60. Laager A ja tugilaager B hoiavad sulguri horisontaalses asendis. Määrata reaktsioonid laagrites, kui koormus $P = 10$ N. Sulguri omakaalu mitte arvestada.

Vastus. $X_B = 10$ N, $Y_B = 2$ N, $Y_A = -2$ N.



Ülesandele 60



Ülesandele 61

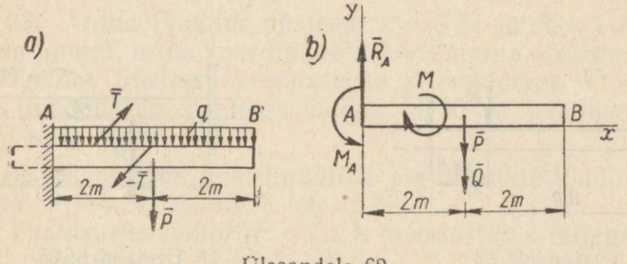
61. Homogeenne varras kaaluga 2 N toetub kahele toele. Määrata reaktsioonid tugedes. Asendada reaktsioone moodustav jõudude süsteem jõupaariga ja jõuga.

Vastus. $R_A = 5$ N (suunaga alla); $R_B = 7$ N (suunaga üles) ehk jõupaar momendiga 0,2 Nm ja jõud 2 N suunaga üles.

62. Joonisel *a* on antud ühe otsaga seina sisse müüritud tala — konsool (sidemeks — jäik kinnitus). Väljaulatuva osa *AB* kaal $P = 2$ kN. Konsoolile on rakendatud jõupaar $(\overline{T}, -\overline{T})$ momendiga $M = 10$ kNm ja ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega $q = 0{,}4$ kN/m. Määrata toereaktsioonid.

L a h e n d u s.

1. Vaatleme tala *AB* tasakaalu (joon. *a*).
2. Konsooli ots on jäigalt kinnitatud seina sisse. See side ei võimalda mingisugust konsooli liikumist. Selle tõttu reaktsiooni $\overline{R}_A$ suurus ja suund ei ole eelnevalt teada. Kuna kõik teised jõud, mis mõjuvad konsoolile, on paralleelsed, siis reaktsioon $\overline{R}_A$ on nendega paralleelne (jõud $\overline{T}$ ja $-\overline{T}$, mis moodustavad jõupaari, võib pöörata nii, et nad oleksid paralleelsed teiste jõududega). Kuna jäik kinnitus takistab konsooli pöörlemist ümber punkti *A*, siis tuleb rakendada reaktiivne jõupaar (toemoment), mis joonisel on näidatud kaarnoolega. Selle jõupaari moment on tähistatud M_A (joon. *b*).
3. Tundmatuid suurusi on kaks R_A ja M_A, samuti saab koostada kaks paralleeljõudude tasapinnalise süsteemi tasakaalu võrrandit. Seega on ülesanne staatiliselt määratud.



Ülesandele 62

4. Ülesannetes, kus esineb ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega q, tuleb see asendada resultantjõuga, mis rakendada koorma mõjupikkuse keskele. Antud juhul on koormus ühtlaselt jaotatud kogu konsooli pikkuse ulatuses, seega

$$Q=ql=0{,}4\cdot4=1{,}6\ \text{kN}.$$

Kasutame tasakaaluvõrrandit

$$\Sigma M_A(\overline{P}_i)=0;\quad +M+P2+Q2-M_A=0;$$

siit

$$M_A=10+2\cdot2+1{,}6\cdot2=17{,}2\ \text{kNm}$$

ja

$$\Sigma P_{iy}=0;\quad R_A-P-Q=0,$$

kust

$$R_A=2+1{,}6=3{,}6\ \text{kN}.$$

Arvutuse õigsuse kontrolliks vaatleme, kas on täidetud tasakaalutingimus

$$\Sigma M_B(\overline{P}_i)=0;\quad -(P+Q)2-M_A+R_A\cdot4+M=-7{,}2-17{,}2+$$
$$+14{,}4+10=0.$$

Jõudude paarid momentidega M ja M_A jõudude projektsioonide võrrandisse ei lähe sisse, sest jõupaari jõudude algebraline summa iga telje suhtes on null.

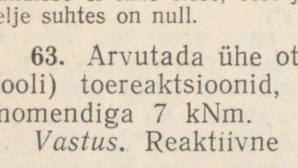
63. Arvutada ühe otsaga jäigalt kinnitatud tala (konsooli) toereaktsioonid, kui talle on rakendatud jõupaar momendiga 7 kNm.

Vastus. Reaktiivne jõupaar momendiga 7 kNm.

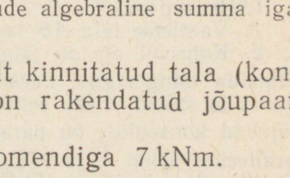
64. Määrata konsooli toereaktsioonid, kui ta on koormatud jõuga $P=12$ kN ja väljaulatuva osa kaal 4 kN.

Vastus. $R_A=16$ kN; $M_A=6{,}24$ kNm.

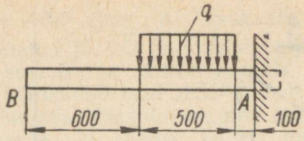
65. Joonisel on näidatud homogeenne varras, mis on kinnitatud ühe otsaga jäigalt seina sisse. Määrata varda



Ülesandele 64



Ülesandele 65



Ülesandele 66

mõju seinale, kui $P=5$ kN, $M=3$ kNm ja väljaulatuva osa kaal 2 kN.

Vastus. $R_A=3$ kN; $M_A=2{,}3$ kNm.

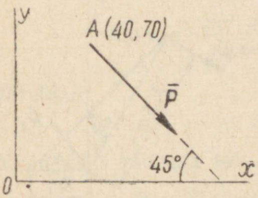
66. Määrata kinnitusreaktsioonid, kui varda AB kaal on 6 kN ja ühtlaselt jaotatud koorma intensiivsus $q=12$ kN/m.

Vastus. $R_A=12$ kN; $M_A=-5{,}7$ kNm.

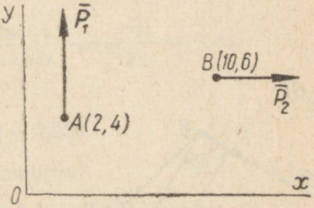
4. Meelevaldsete jõudude tasapinnaline süsteem

67. Antud jõud $P=12$ kN üle viia paralleelselt algasendiga koordinaatide alguspunkti O.

Vastus. Koordinaatide alguspunkti on vaja rakendada antud jõuga paralleelne jõud 12 kN ja jõupaar momendiga $M=+0{,}935$ kNm.



Ülesandele 67



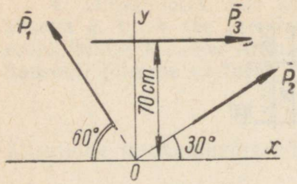
Ülesandele 68

68. Antud jõudude süsteem $P_1=5$ N ja $P_2=4$ N taandada punkti, mille koordinaadid $x=8$ mm; $y=2$ mm.

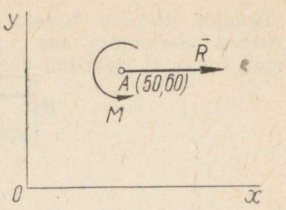
Vastus. Süsteem asendatakse peavektoriga $R^*=6{,}4$ N, mis moodustab x-teljega nurga $51°20'$ ja peamomendiga $M=+46$ Nmm.

69. Taandada koordinaatide alguspunkti jõudude süsteem $P_1=4$ N, $P_2=3$ N, $P_3=5$ N.

Vastus. Peavektor $R^*=7{,}1$ N moodustab x-teljega nurga 45°. Peamoment $M=3{,}5$ Nm.



Ülesandele 69

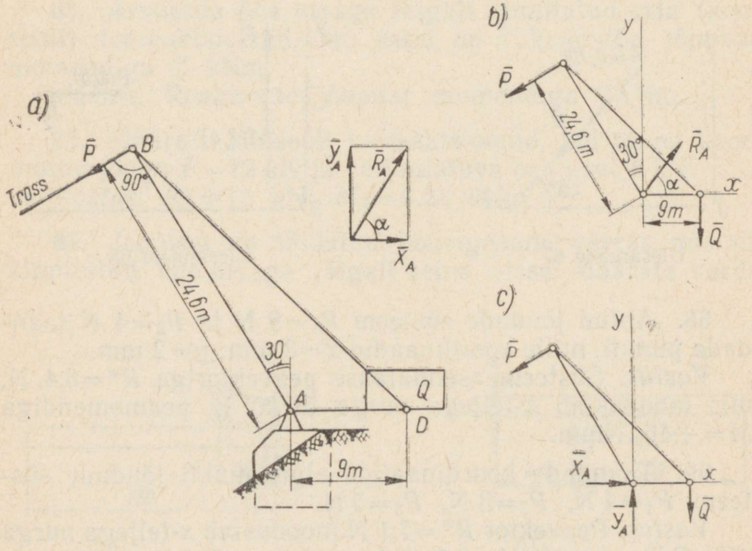


Ülesandele 70

70. Missugune jõudude süsteem tuleb rakendada koordinaatide algusesse, kui selle süsteemi peavektor $R^* = 5$ N ja peamoment $M = -0{,}3$ Nm on rakendatud punkti A (50 mm, 60 mm)?

Vastus. Resultant on 5 N ja paralleelne antud peavektoriga.

71. Õõtsuv tugi ABD (joon. a) hoiab pingul kaabelkraana trossi. Määrata vastukaalu D raskus Q ja toe A reaktsiooni R_A suurus ning suund, kui tõmbejõud trossis on $P = 160$ kN.



Ülesandele 71

L a h e n d u s.

1. Vaatleme toe ABD (joon. a) tasakaalu. Toele on rakendatud antud jõud $\overline{P}$, tundmatud jõud $\overline{Q}$ ja reaktsioonijõud $\overline{R}_A$.

2. Vaadeldava süsteemi sidemeks punktis A on liikumatu šarniirne tugi. Šarniir võimaldab osal ABD vabalt pöörduda, kuid takistab translatoorset liikumist tasapinnas, mis on risti liigendi teljega. Reaktsiooni R_A suurus ja suund ($\angle\alpha$) on eelnevalt teadmata (joon. b).

3. Kolme suuruse Q, R ja α määramiseks kasutame meelevaldsete jõudude tasapinnalise süsteemi kolme tasakaalutingimust, seega ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Koostame momentide võrrandi punkti A suhtes. Sellesse võrrandisse ei lähe suurus $\overline{R}_A$.

$$\Sigma M_A(P_i)=0; \quad +Q\cdot 9-P\cdot 24{,}6=0.$$

Siit

$$Q=\frac{24{,}6P}{9}=\frac{24{,}6\cdot 160}{9}=437\ \text{kN}.$$

Edasi

$$\Sigma P_{ix}=0; \quad -P\cos 30^\circ+R_A\cos\alpha=0$$

ja

$$\Sigma P_{iy}=0; \quad -P\cos 60^\circ+R_A\sin\alpha-Q=0.$$

Siit

$$R_A\sin\alpha=Q+P\cos 60^\circ,$$

$$R_A\cos\alpha=P\cos 30^\circ.$$

Jagades võrrandid omavahel, saame

$$\tan\alpha=\frac{Q+P\cos 60^\circ}{P\cos 30^\circ}=\frac{437+160\cdot 0{,}5}{106\cdot 0{,}867}=\frac{571}{138{,}5}=3{,}74.$$

Järelikult

$$\alpha=75^\circ; \quad \cos\alpha=0{,}259.$$

Nüüd võib määrata toe A reaktsiooni suuruse

$$R_A=P\cos 30^\circ:\cos\alpha=160\cdot 0{,}867:0{,}259=535\ \text{kN}.$$

Need trigonomeetrilised teisendused langevad ära, kui reaktsioon $\overline{R}_A$ asendada kahe tundmatu komponendiga $\overline{X}_A$ ja $\overline{Y}_A$ (joon. c).

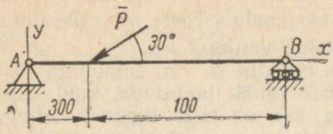
$$R_A=\sqrt{X_A^2+Y_A^2}; \quad \tan\alpha=\frac{Y_A}{X_A}.$$

Järelikult

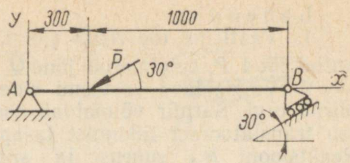
$$\Sigma M(\overline{P}_i)=0; \quad +9Q-24{,}6P=0; \quad Q=437\ \text{kN};$$

$$\Sigma P_{ix}=0; \quad -P\cos 30^\circ+X_A=0; \quad X_A=138{,}5\ \text{kN};$$

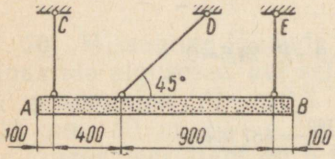
$$\Sigma P_{iy}=0; \quad -P\cos 60^\circ+Y_A-Q=0; \quad Y_A=517\ \text{kN}.$$



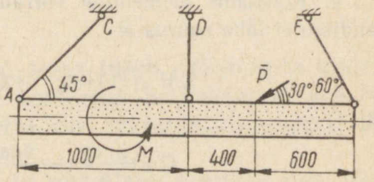
Ülesandele 72



Ülesandele 73



Ülesandele 74



Ülesandele 75

Leitud komponentide järgi leiame reaktsiooni suuruse ja suuna.

$$R_A=\sqrt{138{,}5^2+517^2}=535\ \text{kN};\quad \tan\alpha=517:138{,}5=3{,}74;\quad \alpha=75°.$$

72. Määrata lihttala toereaktsioonid, tala omakaalu mitte arvestades. $P=10$ kN.

Vastus. $X_A=8{,}67$ kN; $Y_A=3{,}85$ kN; $R_B=1{,}15$ kN.

73. Määrata lihttala toereaktsioonid, tala omakaalu mitte arvestades. $P=10$ kN.

Vastus. $X_A=9{,}31$ kN; $Y_A=3{,}85$ kN; $R_B=1{,}33$ kN.

74. Homogeenne tala *AB* kaaluga 100 N hoitakse tasakaalus kolme kaaluta varda abil. Määrata sisejõud varrastes.

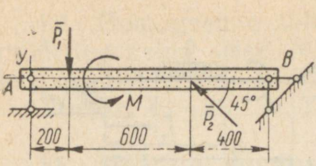
Vastus. $N_C=50$ N; $N_E=50$ N; $N_D=0$.

75. Jättes arvestamata konstruktsiooni kaalu, määrata sisejõud varrastes, mis hoiavad tasakaalus tala *AB*, kui $M=-2$ kNm ja $P=10$ kN.

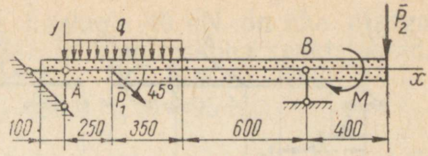
Vastus. $N_C=29{,}0$ kN; $N_D=-35{,}7$ kN; $N_E=23{,}6$ kN.

76. Määrata tala *AB* toereaktsioonid, kui selle kaal on 400 N ning $P_1=1000$ N, $P_2=1200$ N ja $M=-600$ Nm.

Vastus. $X_B=850$ N; $Y_B=-700$ N; $R_A=1250$ N.



Ülesandele 76



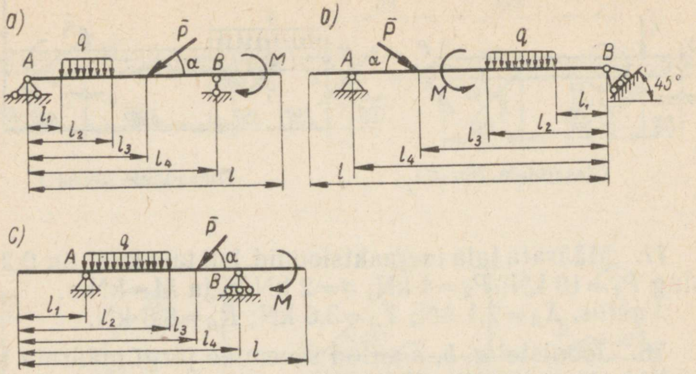
Ülesandele 77

77. Määrata tala toereaktsioonid, kui tala kaal on 0,2 kN ning $P_1=10$ kN; $P_2=4$ kN; $q=2$ kN/m ja $M=$kNm.
Vastus. $X_A=7{,}1$ kN; $Y_A=3{,}6$ kN; $R_B=8{,}8$ kN.

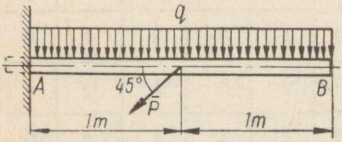
78. Joonistel *a*, *b*, *c* antud skeemide järgi määrata konsooltala toereaktsioonid. Arvesse võtta ka tala omakaal *G*.

Variant	G kN	q kN/m	P kN	M kNm	α°	l_1 m	l_2 m	l_3 m	l_4 m	l m
1	8	2	10	8	20	1	3	1	4	6
2	10	2	10	10	25	2	5	2	4	8
3	9	4	10	12	40	3	4	3	8	10
4	8	4	10	12	35	3	7	4	6	10
5	7	2	10	10	50	2	6	5	6	8
6	10	2	10	8	20	1	3	6	7	8
7	10	6	10	6	15	1	4	6	4	6
8	8	6	10	8	40	1	2	5	5	6
9	9	2	10	8	10	2	4	4	4	6
10	10	2	10	10	55	2	5	2	7	9

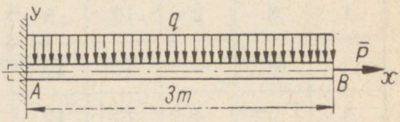
79. Tala *AB* on müüritud ühe otsaga seina sisse. Talle mõjub jõud $P=2$ kN ja ühtlaselt jaotatud koormus $q=1$ kN/m. Jättes arvestamata tala kaalu, määrata kinnituskoha reaktsioonid.
Vastus. $X_A=1{,}41$ kN; $Y_A=3{,}41$ kN; $M_A=3{,}41$ kNm.



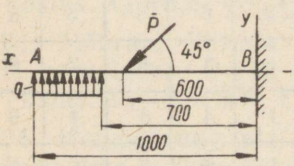
Ülesandele 78



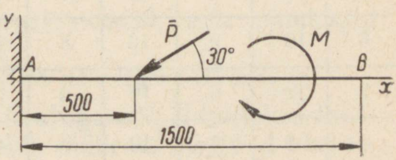
Ülesandele 79



Ülesandele 80



Ülesandele 81



Ülesandele 82

80. Tala *AB* omakaaluga 1,5 kN on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q=2$ kN/m ja jõuga $P=3$ kN. Määrata toereaktsioonid.

Vastus. $X_A=3$ kN; $Y_A=6$ kN; $M_A=9$ kNm.

81. Määrata kinnituskoha reaktsioonid; $P=10$ kN, $q=6$ kN/m. Tala *AB* omakaalu mitte arvestada.

Vastus. $X_B=-7{,}07$ kN; $Y_B=5{,}27$ kN; $M_B=-2{,}72$ kNm.

82. Homogeenne tala kaaluga 40 kN on ühe otsaga müüritud seina sisse. Määrata kinnituskoha reaktsioonid, kui $P=100$ N, $M=40$ Nm.

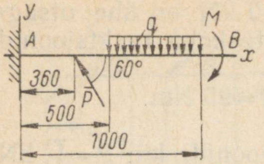
Vastus. $X_A=86{,}7$ N; $Y_A=90{,}0$ N; $M=95$ Nm.

83. Määrata kinnituskoha reaktsioonid, kui $P=1$ kN, $q=2$ kN/m. Tala omakaalu mitte arvestada.

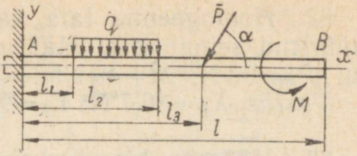
Vastus. $X_A=0{,}5$ kN; $Y_A=0{,}13$ kN; $M_A=1{,}29$ kNm.

84. Määrata tala toereaktsioonid, kui tala omakaal on G ja koormatud välisjõududega nii, nagu näidatud joonisel. Andmed võtta tabelist.

Variant	G kN	q kN/m	M kNm	P kN	$\alpha°$	l_1 m	l_2 m	l_3 m	l m
1	5	2	4	6	20	1	3	1	6
2	6	2	4	6	40	2	3	2	6
3	7	2	4	6	65	3	5	3	8
4	8	2	4	6	25	4	5	4	10
5	9	2	3	6	50	4	5	5	10
6	10	2	3	6	15	3	5	6	10
7	10	3	3	8	35	2	5	7	10
8	9	3	3	8	70	1	3	8	12
9	8	3	3	8	20	3	4	8	12
10	7	3	3	8	40	4	5	7	10
11	6	3	5	8	55	3	5	6	10
12	5	3	5	8	75	2	5	5	10
13	5	3	5	6	50	1	4	4	6
14	6	4	5	6	40	2	3	3	5
15	7	4	5	6	35	1	2	2	5
16	8	4	6	6	25	2	3	1	5
17	9	4	6	8	20	2	5	2	6
18	10	4	6	8	80	1	4	3	5
19	10	4	6	8	10	3	5	4	6
20	9	3	6	8	50	1	2	5	8
21	8	3	6	8	15	2	3	6	9
22	7	3	6	8	25	3	5	7	8
23	6	3	5	6	20	1	5	8	10
24	5	3	5	6	40	2	3	8	9
25	5	3	5	6	35	1	2	7	8
26	6	2	5	6	55	2	5	6	10
27	7	2	3	8	20	2	5	5	6
28	8	2	3	8	50	2	5	4	6
29	9	2	3	8	80	1	2	3	4
30	9	3	4	6	40	1	2	3	4



Ülesandele 83



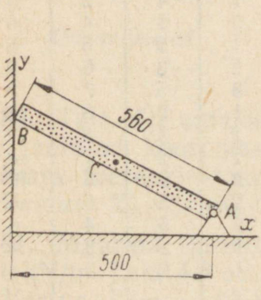
Ülesandele 84

85. Pruss AB kaaluga 10 N toetub ühe otsaga liikumatule šarniirtoele ja teise otsaga vertikaalsele seinale. Määrata survejõud seinale ja šarniirile.
Vastus. $X_A=10$ N; $Y_A=-10$ N; $X_B=-10$ N.

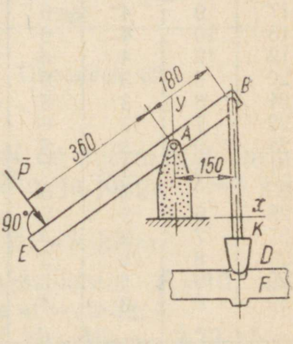
86. Joonisel on näidatud sulguri konstruktsioon. Kangi BE pööramisel koonusekujuline kork D sulgeb ava torus F. Lähtudes süsteemi tasakaalust, määrata joonisel antud asendi korral jõud P ja surve šarniiris A. Tõmmitsa BK ja ja korgi D kaal on 10 N. Kangi BE kaalu mitte arvestada.
Vastus. $P=4{,}2$ N; $X_A=2{,}3$ N; $Y_A=-13{,}5$ N.

87. Uks kaaluga 200 kN on kinnitatud laagri A ja tugilaagri B abil. Määrata reaktsioonid laagrites.
Vastus. $X_A=-89$ kN; $X_B=89$ kN; $Y_B=200$ kN.

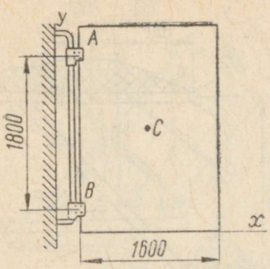
88. Joonisel on näidatud elektrimootori paigaldus õõtsuval plaadil. Elektrimootori kaal koos plaadiga on 2 kN ja rakendatud teljel punktis C. Enne mootori käivitamist on pingused rihma harudes $S_0=300$ N. Rihmaratta läbimõõt on 100 mm. Määrata reaktsioonid liigendis A ja vedrus B.
Vastus. $X_A=410$ N; $Y_A=1$ kN; $Y_B=590$ N.



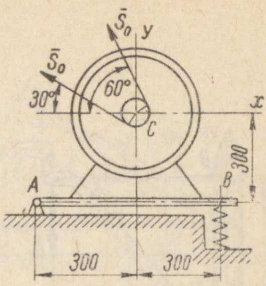
Ülesandele 85



Ülesandele 86



Ülesandele 87



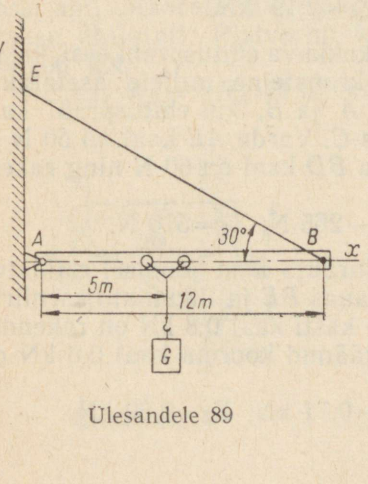
Ülesandele 88

89. Mõned tornkraanad on konstrueeritud horisontaalse noolega, millel liigub vanker koos tõstetava koormaga. Määrata tõmme T trossis BE ja reaktsioon liigendis A joonisel antud vankri asendis. Noole AB kaal on 0,6 kN ja vankri kaal koos koormaga 3,1 kN.

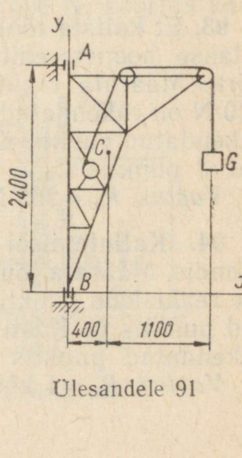
Vastus. $X_A=2{,}75$ kN; $Y_A=2{,}11$ kN; $T=3{,}18$ kN.

90. Homogeenne redel AB pikkusega 4 m toetub otsaga B vastu siledat vertikaalset seina ja moodustab sellega nurga 30°. Redel toetub terava otsaga maapinnale nii, et libisemine on välditud. Leida redeli surve seinale ja maapinnale, kui redeli kaal on 200 N ja tema keskel seisab inimene kaaluga 700 N.

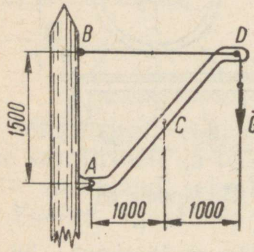
Vastus. $R_A=936$ N; $R_B=259$ N.



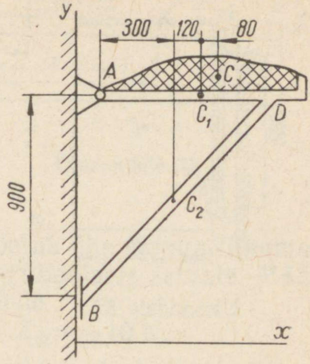
Ülesandele 89



Ülesandele 91



Ülesandele 92



Ülesandele 93

91. Joonisel näidatud konstruktsiooniga kraanat kasutatakse väikeste raskuste tõstmisel. Määrata reaktsioonid *A* ja *B*, kui kraana omakaal on 700 N ja tema raskuskese asub punktis *C*. Tõstetava raskuse kaal $G = 2{,}4$ kN.

Vastus. $X_A = -1{,}62$ kN; $X_B = 1{,}62$ kN; $Y_B = 3{,}10$ kN.

92. Joonisel on näidatud elektrifitseeritud raudtee elektrijuhtme riputuse konstruktsioon. Määrata tõmme N_B trossis *BD* ja reaktsioon liigendis *A*, kui kronsteini kaal 170 N on rakendatud punkti *C*. Elektrijuhtme kaal $G = 1{,}20$ kN.

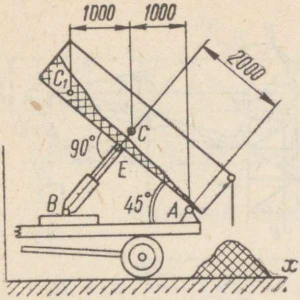
Vastus. $N_B = 1{,}71$ kN; $R_A = 2{,}19$ kN.

93. Et kaitsta töölisi allakukkuva ehitusprahi eest, kasutatakse hoonete ehitamisel kronsteine, millele asetatakse võrk. Määrata reaktsioonid *A* ja *B*, kui ehitusprahi kaal 400 N on rakendatud punktis *C*. Varda *AE* kaal on 50 N ja rakendatud punktis C_1, varda *BD* kaal on 60 N ning rakendatud punktis C_2.

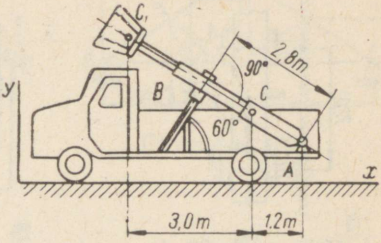
Vastus. $R_B = 265$ N; $X_A = -265$ N; $Y_A = 510$ N.

94. Kallutamisel on kallurauto kast joonisel näidatud asendis. Määrata jõud tungrauas *BE* ja liikumatu šarniirse toe reaktsioon punktis *A*, kui kasti kaal 0,8 kN on rakendatud punktis *C*. Kasti põhja jäänud koorma kaal 0,6 kN on rakendatud punktis C_1.

Vastus. $R_B = 1$ kN; $X_A = -0{,}71$ kN; $Y_A = 0{,}69$ kN.



Ülesandele 94



Ülesandele 95

95. Sõidu ajal on teleskoop-tõstuk joonisel näidatud asendis. Teleskoobi kaal 1,5 kN on rakendatud punkti C, korvi kaal 0,2 kN aga rakendatud punkti C_1. Punktis B toetub teleskoop vabalt toele, punktis A on aga kinnitatud liigendiga. Määrata toereaktsioonid.

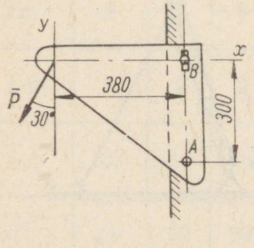
Vastus. $R_B = 0{,}94$ kN; $X_A = -0{,}47$ kN; $Y_A = 0{,}88$ kN.

96. Kolmnurksele plaadile mõjub jõud $P = 40$ N. Leida poltide A ja B reaktsioonid. Polt B ei takista plaadi vertikaalset liikumist. Plaadi kaalu mitte arvestada.

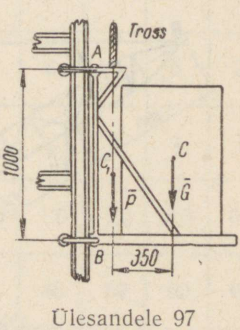
Vastus. $X_A = -43{,}8$ N; $Y_A = 34{,}6$ N; $R_B = 63{,}8$ N.

97. Joonisel on näidatud ehitustel kasutatava vertikaaltõstuki konstruktsioon. Rullid A ja B takistavad tõsteplatvormi eemaldumist juhtroopast. Platvorm tõstetakse üles trossi abil. Määrata survejõud rullides, kui platvormi tõstetakse ühtlaselt. Platvormi kaal $P = 500$ N; koorma kaal $Q = 3{,}00$ kN.

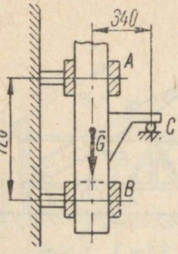
Vastus. $R_B = -R_A = 1{,}05$ kN.



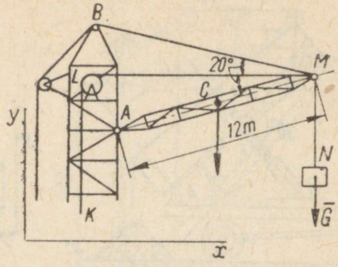
Ülesandele 96



Ülesandele 97



Ülesandele 98



Ülesandele 99

98. Vertikaalne mast kaaluga $G=100$ N on asetatud pesadesse A ja B ning hoitakse tasakaalus toega C. Jättes arvestamata hõõrdejõu pesades, määrata toereaktsioonid.

Vastus. $R_C=100$ N; $R_A=-R_B=47{,}2$ N.

99. Joonisel on näidatud tornkraana konstruktsioon. Nool AM on kinnitatud punktis A liigendiga ja hoitakse tasakaalus trossi BM abil. Raskuse tõstmine toimub trossi $KLMN$ abil. Määrata reaktsioon liigendis A ja tõmme N_B trossis BM, kui raskust $G=20$ kN tõstetakse ühtlaselt. Noole kaal $P=5$ kN on rakendatud noole keskele.

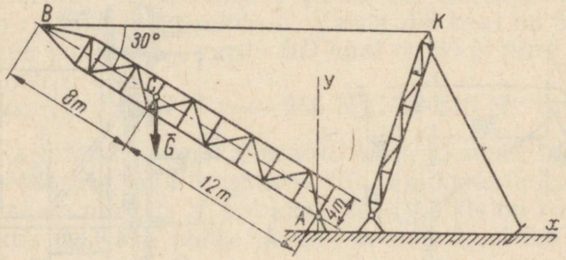
Vastus. $X_A=40{,}8$ kN; $Y_A=17{,}4$ kN; $N_B=22{,}1$ kN.

100. Joonisel on näidatud tornkraana monteerimine ehitusplatsil. Määrata tornkraana poolt tekitatud survejõud liigendis A ja tõmme N_B trossis BK, kui antud momendil on tross horisontaalne. Torni kaal $G=25$ kN.

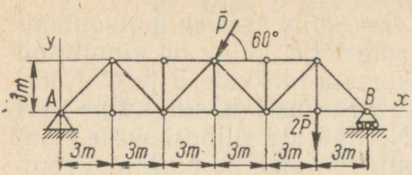
Vastus. $N_B=20{,}1$ kN; $X_A=20{,}1$ kN; $Y_A=-25$ kN.

101. Määrata sõrestiku toereaktsioon, kui $P=20$ kN.

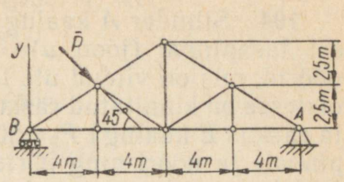
Vastus. $X_A=10{,}0$ kN; $Y_A=15{,}3$ kN; $R_B=42{,}0$ kN.



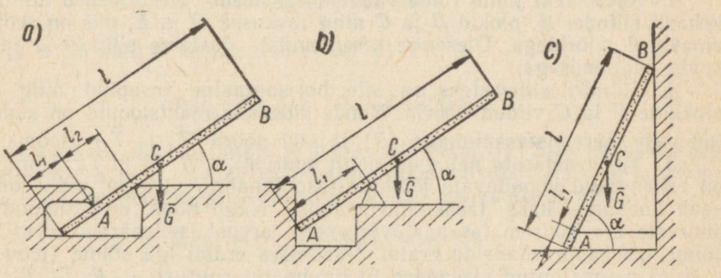
Ülesandele 100



Ülesandele 101



Ülesandele 102



Ülesandele 103

102. Määrata katusesõrestiku toereaktsioonid. Sümmeetrilise konstruktsiooni omakaal on 0,5 kN. Tuule surve resultant $P=2$ kN.

Vastus. $X_A=-1{,}4$ kN; $Y_B=0{,}825$ kN; $R_B=1{,}09$ kN.

103. Määrata homogeense varda AB toereaktsioonid, kui varras toetub siledatele pindadele (joon. *a*, *b*, *c*). Varda kaal $G=500$ N; tema paksust mitte arvestada.

Variant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l m	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4
l_1 m	1	2	2	2,5	2,5	2	2	1	1	0,5
l_2 m	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0
α°	30	30	30	45	45	45	60	60	60	30

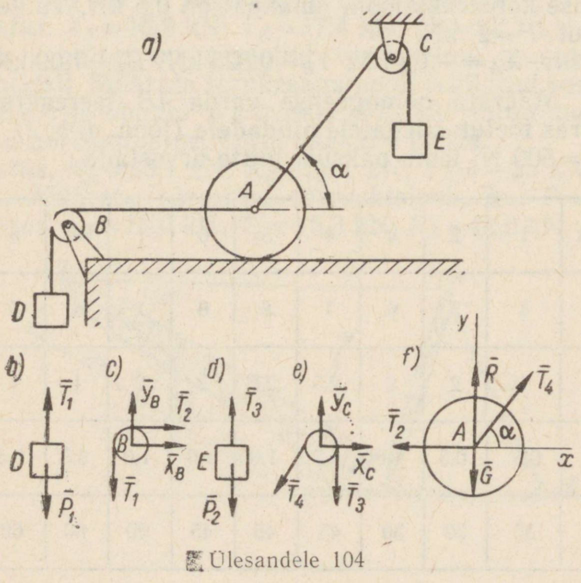
104. Silinder A kaaluga $G=100$ N asetseb horisontaalsel tasapinnal (joon. a). Tema telje külge on kinnitatud nöörid, mis on viidud üle liikumata plokkide B ja C. Nööri otstesse on kinnitatud raskused: raskus D kaaluga $P_1=10$ N ja raskus E kaaluga $P_2=20$ N. Määrata silindri surve tasapinnale ja nööri ning horisontaali vaheline nurk α. Veeretakistust mitte arvestada.

L a h e n d u s.

1. Käesoleval juhul tuleb vaadelda süsteemi, mis koosneb mitmest kehast: silinder A, plokid B ja C ning raskused D ja E, mis on seotud omavahel nööridega. Ülesande lahendamist alustame silindri A tasakaalu vaatlemisega.

2. Silindri sidemeteks on sile horisontaalne tasapind ning üle plokkide B ja C viidud nöörid. Nende sidemete reaktsioonid on suunatud risti veeremistasapinnaga ($\overline{R}$) ja piki nööre ($\overline{T}_2$ ja $\overline{T}_4$) (joonis f).

3. Tuleb määrata neli tundmatut suurust: α, R, T_2 ja T_4. Silindrile on rakendatud koonduvate jõudude tasapinnaline süsteem, mille kohta saab koostada kaks tasakaaluvõrrandit. Nagu näha, on tundmatute suuruste arv suurem tasakaaluvõrrandite arvust, sellepärast tuleb iga sõlme tasakaalu vaadelda eraldi. Vaadeldes eraldi iga sõlme (joon. b, c, d, e) saame antud ülesandes 10 tundmatut suurust: α, R, T_1, T_2, T_3, T_4, X_B, X_C, Y_B, Y_C; nende tundmatute suuruste määramiseks võib koostada 10 tasakaaluvõrrandit (kaks — raskuste jaoks, kuus — plokkide jaoks, kaks — silindri jaoks). Ülesanne on staatiliselt määratud. Ploki telgede reaktsioone (X_B, Y_B, X_C, Y_C) ei määra.



Ülesandele 104

4. Lähtudes sõlme D tasakaalust (joon. b), saame

$$T_1 = P_1 = 10 \text{ N}.$$

Kuna plokk B on tasakaalus (joon. c), siis

$$\Sigma M_B(\overline{P}_i) = 0; \quad T_2 = T_1 = 10 \text{ N}.$$

Vaadeldes sõlme E (joon. d), saame

$$T_3 = P_2 = 20 \text{ N}.$$

Plokk C on samuti tasakaalus (joon. e)

$$\Sigma M_C(\overline{P}_i) = 0; \quad T_4 = T_3 = 20 \text{ N}.$$

Nüüd saab vaadelda silindri A tasakaalu (joon. f). Siin on veel kaks tundmatut: α ja R. Nende tundmatute määramiseks kasutame koonduvate jõudude tasapinnalise süsteemi kahte tasakaaluvõrrandit

$$\Sigma P_{ix} = 0; \quad -T_2 + T_4 \cos\alpha = 0,$$

kust

$$\cos\alpha = T_2 : T_4 = 10 : 20 = 0{,}5; \quad \alpha = 60°;$$
$$P_{iy} = 0; \quad R - G + T_4 \sin\alpha = 0,$$

kust

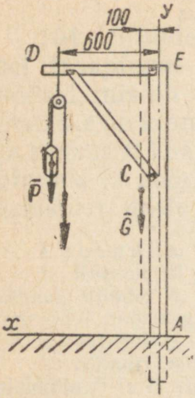
$$R = G - T_4 \sin\alpha = 100 - 20 \cdot 0{,}867 = 82{,}7 \text{ N}.$$

105. Raskuste tõstmisel kasutatakse rõhtpuuga posti DEA, mis on jäigalt müüritud betoonalusesse. Selle kaal on 0,5 kN. Tööline tõstab ühtlaselt raskust $P = 0{,}4$ kN liikumatu ploki abil. Määrata reaktsioonid kinnituskohal A.
Vastus. $R_A = 1{,}30$ kN; $M_A = -530$ Nm.

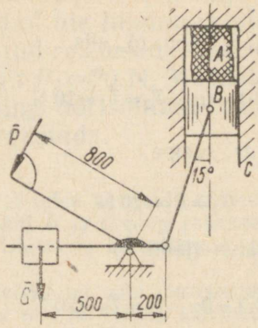
106. Materjalide pressimiseks kasutatakse joonisel näidatud mehhanismi. Jättes arvestamata mehhanismi osade kaalud, määrata kolvi surve materjalile A ja juhtpinnale C. Vastukaal $G = 50$ N; töölise poolt kangile rakendatud jõud $P = 200$ N.
Vastus. $N_A = 2050$ N; $N_C = 550$ N.

107. Rihmülekande pingutusseade koosneb nurkkangist ABC, rullist O ja vastukaalust $G = 150$ N. Määrata pingus S_0 rihma harus ülekande paigalseisul.
Vastus. $S_0 = 124$ N.

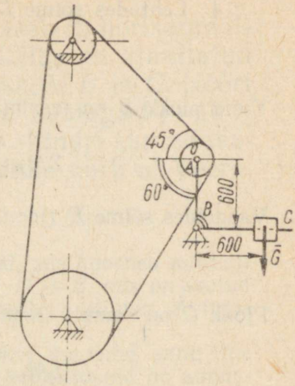
108. Tala CD kaaluga $G = 100$ N on liigendiga kinnitatud punktis D ja toetub punktis B vabalt konsoolile AB.



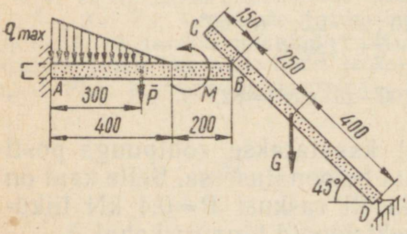
Ülesandele 105



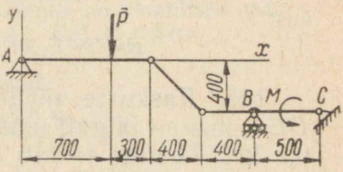
Ülesandele 106



Ülesandele 107



Ülesandele 108



Ülesandele 109

Konsool AB kaaluga $P=80$ N on jäigalt kinnitatud seina. Osa konsoolist on koormatud lineaarse seaduse järgi jaotatud koormusega ($q_{max}=2000$ N/m) ja jõupaariga, mille moment $M=50$ Nm. Jättes arvestamata tala paksuse, määrata reaktsioonid kinnituskohal.

Vastus. $X_A=30{,}7$ N; $Y_A=510{,}7$ N; $M_A=45{,}7$ Nm.

109. Määrata liigenditega tala toereaktsioonid punktides A, B ja C, kui $P=100$ N, $M=30$ Nm. Tala kaalu mitte arvestada.

Vastus. $X_A=70$ N; $Y_A=30$ N; $R_B=186$ N; $X_C=70$ N; $Y_C=-116$ N.

110. Raskus E kaaluga $G=200\,\mathrm{N}$ tõmmatakse mööda juhtpinda joonisel a noolega näidatud suunas. Hõõrdetegur juhtpinna ja raskuse vahel $f=0{,}05$. Määrata jõud S tõmmitsas AB ja nurga β_{max} suurus, mille puhul on raskust võimalik veel nihutada.

Seletus.

Seni vaatlesime ülesandeid, kus kehade pealispinnad olid absoluutselt siledad, selle tõttu sidemete reaktsioonid olid suunatud risti pindadega. Mittesiledate pindade puhul sidemete reaktsioonid ei mõju risti pindadega, vaid tekib veel reaktsiooni komponent, mis mõjub puutetasapinnas. Seda jõudu nimetatakse hõõrdejõuks libisemisel ja ta mõjub alati liikumisega vastassuunas.

Hõõrdejõu suurus oleneb normaalreaktsiooni ($N=G+\sin\beta\cdot S$) suurusest ja selle muutudes ta väärtus muutub. $H=fN$, kus f on hõõrdetegur paigalseisul ja N — normaalreaktsiooni suurus.

Mõjuva jõu S järgneval suurenemisel teatud hetkel tasakaal lakkab. Seda hetke nimetatakse piirtasakaalutingimuseks. Kuna hõõrdetegur on harilikult antud, siis hõõrdejõud piirtasakaalus on tuntud suurus ja ülesande lahendusmeetod jääb samaks.

Lahendus.

1. Vaatleme raskuse E tuginemist.
2. Sidemeks raskusele on kokkupuutepind koos hõõrdumisega. Raskusele on rakendatud järgmised jõud: $\overline{G}$ — kaal; $\overline{S}$ — tõmme niidis; $\overline{N}$ — normaalreaktsioon; $\overline{H}$ — hõõrdejõud (joon. b).
3. Hõõrdejõud arvutatakse valemiga

$$H=fN.$$

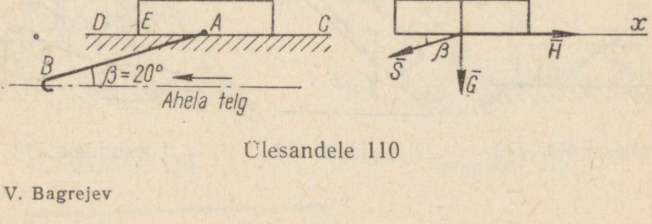
Käesoleval juhul tekib koonduvate jõudude tasapinnaline süsteem, millel on kaks tundmatut suurust N ja S. Saab koostada kaks tasakaaluvõrrandit ning järelikult on ülesanne staatiliselt määratud.

$$\Sigma P_{ix}=0; \quad H-S\cos\beta=0;$$

$$\Sigma P_{iy}=0; \quad N-G-S\sin\beta=0.$$

Kasutades hõõrdejõu valemit, võime kirjutada

$$fN=S\cos\beta; \quad N=G+S\sin\beta,$$



Ülesandele 110

kust

$$fG+fS \sin\beta = S\cos\beta.$$

Siit

$$S=\frac{fG}{\cos\beta-f\sin\beta}=\frac{0{,}05\cdot 200}{0{,}940-0{,}5\cdot 0{,}342}=10{,}8\ \mathrm{N}.$$

Vastuse ülesande teisele küsimusele leiame järgmisel kaalutlusel: kui liikumapanev jõud S läheneb lõpmatusele, siis raskuse liikumist ei toimu.

See juhtub siis, kui

$$\cos\beta_{max}-f\sin\beta_{max}=0$$

ehk

$$f\cot\beta_{max}=0{,}05;\quad \beta_{max}=87^\circ.$$

Kui $\beta<87^\circ$, siis raskus nihkub, kui $\beta>87^\circ$ — olenemata jõu $\overline{S}$ suurusest liikumist ei teki. Sellist olukorda nimetatakse isepidurduseks. Sel juhul välisjõudude resultant $(\overline{S}+\overline{G})$ asetseb hõõrdekoonuse sees.

111. Pruss kaaluga 20 N asetseb horisontaalsel pinnal. Hõõrdetegur kokkupuutuvate pindade vahel on 0,2. Määrata minimaalne jõud P, mis on vaja prussi liikumapanemiseks.

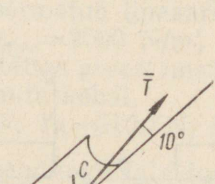
Vastus. 4,14 N.

112. Materjalide transportimiseks betoonisegistisse kasutatakse betoonitehastes skreeperit. Määrata tõmme $\overline{T}$ vedavas trossis skreeperi ühtlasel liikumisel üles. Skreeperi ja koorma kaal $G+P=2{,}50$ kN. Hõõrdetegur skreeperi ja kaldpinna vahel on 0,3.

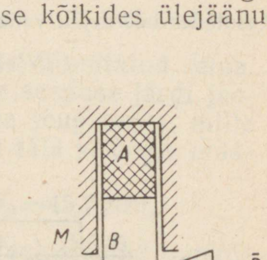
Vastus. 2,22 kN.

113. Joonisel on näidatud kiilpress. Materjali A kokkusurumisel detaili B ja juhtpinna M vaheline hõõrdetegur $f=0{,}2$. Jättes arvestamata hõõrdumise kõikides ülejäänud

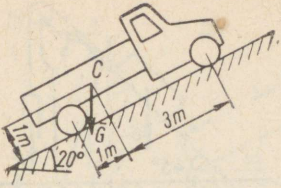
Ülesandele 111



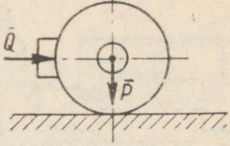
Ülesandele 112



Ülesandele 113



Ülesandele 114



Ülesandele 115

puutepindades, määrata survejõud pressimisel, kui antud hetkel $P=1{,}0$ kN.

Vastus. 2,55 kN.

114. Määrata hõõrdetegur tee pinna ja auto vedavate tagumiste rattakummide vahel tingimusel, et auto võiks veel üles sõita 20°-sest tõusust.

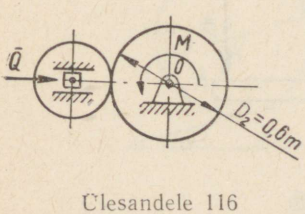
Vastus. $\geqslant 0{,}44$.

115. Kaubavaguni kandejõud on 600 kN, sealjuures koormus P igale rattale 100 kN. Kui suure jõuga tuleb suruda piduri klotsi vastu ratast, et see lakkaks pöörlemast? Hõõrdetegur ratta ja rööpa vahel $f=0{,}10$, klotsi ja ratta vahel $f_1=0{,}14$.

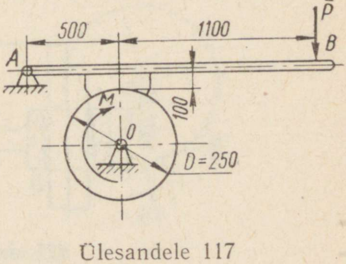
Vastus. 71,5 kN.

116. Pöörleva liikumise ülekandmiseks võllile O kasutatakse silindriliste rullidega hõõrdülekannet. Suurema rulli pöördemoment $M=60$ Nm. Rullidevaheline hõõrdetegur $f=0{,}25$. Määrata jõud Q (vaata joonist) tingimusel, et see oleks 30% suurem minimaalsest jõust, mille juures on veel võimalik üle kanda antud pöördemomenti?

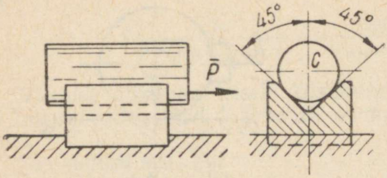
Vastus. 1,04 kN.



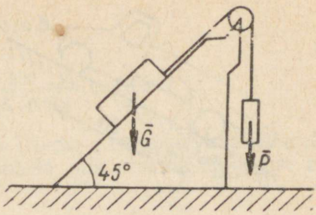
Ülesandele 116



Ülesandele 117



Ülesandele 118



Ülesandele 119

117. Joonisel on näidatud klotspidur AB. Kui suure jõu P juures lakkab võll O pöörlemast, kui temale mõjub pöördemoment $M=5$ Nm? Hõõrdetegur ratta ja piduriklotsi vahel on 0,3.

Vastus. $\geqslant 22$ N.

118. Määrata, kui suure jõu P juures on võimalik veel silindri, mille kaal $G=120$ N, libisemine kolmnurkses rennis, kui $f=0{,}2$.

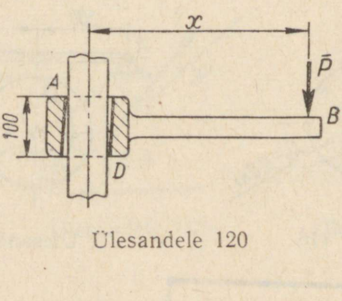
Vastus $\geqslant 34$ N.

119. Pruss, mille kaal on 100 N, hoitakse kaldpinnal liikumatult raskuse P abil. Hõõrdetegur prussi ja kaldpinna vahel $f=0{,}3$. Määrata, kui suure jõu puhul säilib tasakaal. Hõõrdumist plokis mitte arvestada.

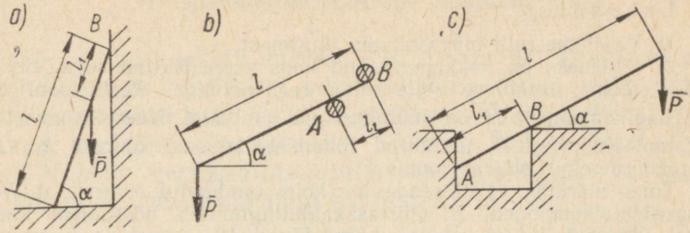
Vastus. $49{,}5 \leqslant P \leqslant 91{,}9$ N.

120. Horisontaalne varras AB hoitakse hõõrdejõu mõjul tasakaalus. Selline olukord on võimalik kauguse x teatud suuruse juures (x — kaugus varda teljest jõu rakenduspunktini). Varda kaalu mitte arvestades, määrata kaugus x, kui hõõrdetegur varda ja posti vahel $f=0{,}15$.

Vastus. $\geqslant 333$ mm.



Ülesandele 120

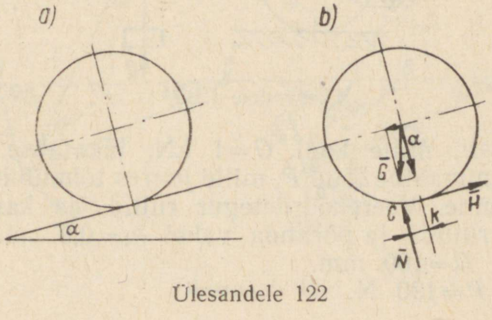


Ülesandele 121

121. Määrata toereaktsioonid punktides A ja B ning α, lähtudes tasakaalu piirolukorrast (joon. a ja b). Varda kaal $G=100$ N, pikkus $l=2$ m. Hõõrdetegur varda ja tugede kokkupuute kohtades $f=0{,}4$. Joonisel c näidatud varda kokkupuutepind punktis B lugeda siledaks. Andmed ülesande jaoks võtta tabelist.

Variant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P N	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1 m	0,5	0,4	0,8	0,8	0,7	0,7	0,8	0,8	0,4	0,5

122. Määrata puitkatte suurim kaldenurk, mille juures sellel asuv 800 mm läbimõõduga homogeenne puitrull ei hakka veel raskusjõu mõjul veerema (joon. a). Veerehõõrdetegur $k=0{,}08$ cm.



Ülesandele 122

Lahendus.

1. Vaatleme rulli piirtasakaalu tingimust.

2. Sidemeks on kokkupuutepind koos veerehõõrdumisega. Eemaldades sideme, asendame selle mõju reaktsiooniga. Reaktsiooni tangentsiaalkomponent $\overline{H}$ on suunatud piki puitkatet. Veereliikumisel on normaalkomponent $\overline{N}$ nihutatud liikumise suunas suuruse k, s. o. veerehõõrdeteguri võrra (joonis *b*).

Tuleb märkida, et ülesandes on kolm tundmatut suurust: α, N ja tangentsiaalkomponent H. Piirtasakaalutingimuses hõõrdejõud veeremisel üldjuhul ei ole võrdne hõõrdejõuga libisemisel ja seda võib määrata kasutades tasakaalutingimusi.

3. Tekib meelevaldsete jõudude tasapinnaline süsteem kolme tundmatuga. Nende leidmiseks saab koostada kolm tasakaaluvõrrandit. Seega ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Selleks, et tundmatud jõud $\overline{N}$ ja $\overline{H}$ leida, tuleb võtta momendi punktiks tundmatute jõudude mõjusirgete lõikepunkt C. Momentide arvutamiseks lahutame jõu G kaheks komponendiks.

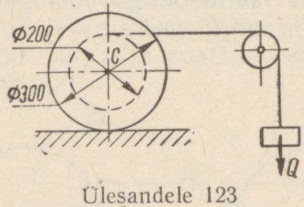
$$\sum_{i=1}^{3} M_C(P_i)=0; \quad -G\sin\alpha\frac{D}{2}+G\cos\alpha\, k=0.$$

Et $G\neq0$, siis $\frac{D}{2}\sin\alpha=k\cos\alpha$

ja $\tan\alpha=\frac{2k}{D}=\frac{2\cdot0{,}08}{80}=0{,}002; \quad \alpha=7'$.

123. Trumlile A keritud niit on viidud üle ploki ja niidi otsa on riputatud raskus Q. Määrata, kui suure Q mõjumisel hakkab trummel veerema. Trumli kaal $G=60$ N, veerehõõrdetegur $k=0{,}05$ cm, hõõrdetegur libisemisel $f=0{,}25$. Hõõrdumist plokis mitte arvestada.

Vastus. 0,12 N.



Ülesandele 123

124. Kasti, mille kaal $G=1$ kN, lükatakse rullidel. Määrata minimaalne jõud P, mille juures toimub kasti ühtlane liikumine. Veerehõõrdetegur rullide ja kasti vahel $k=0{,}5$ cm, rullide ja põranda vahel $k_1=0{,}8$ cm. Rullide läbimõõdud $D=100$ mm.

Vastus. $P=130$ N.

5. Ruumiline jõudude süsteem

125. Kolm kaaluta varrast AB, AD ja AC (joon. *a*) on liigendite abil kinnitatud vertikaalseina külge ning omavahel ühendatud punktis A liigendiga. Vardad AB ja AC asuvad horisontaaltasapinnas. Sõlmele mõjuv jõud $P=100$ N asub vertikaaltasapinnas ja moodustab vardaga AC nurga 60°. Määrata jõud varrastes.

Lahendus.

1. Vaatleme sõlme A, millele mõjub antud jõud P ja tundmatud sisejõud varrastes, tasakaalu.

2. Sõlme sidemeteks on kaaluta sirged vardad, mille mõlemas otsas on liigendid. Nende sidemete reaktsioonid $\bar{S}_B$, $\bar{S}_D$ ja $\bar{S}_C$ on suunatud piki vardaid (joon. *b*).

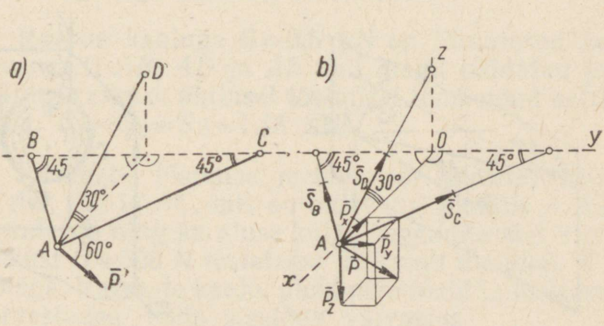
3. Tekib koonduvate jõudude ruumiline süsteem, mille kohta võib koostada kolm tasakaaluvõrrandit. Kuna tundmatuid suurusi on ka kolm: S_B, S_C ja S_D, siis ülesanne on staatiliselt määratud.

4. Ülesande lahendamiseks koostame kolm tasakaaluvõrrandit. Projekteerime jõud kolmele koordinaatteljele ja arvutame projektsioonide summa. Et projekteerida jõudu koordinaatteljele, peab teadma jõu ja telje vahelist nurka. Ruumilistes ülesannetes on tihti antud jõu ja tasapinna vaheline nurk. Näiteks meie ülesandes on antud jõu $\bar{P}$ ja horisontaaltasapinna vaheline nurk. Sellisel juhul on otstarbekohane lahutada jõud teljesuunalisteks komponentideks:

$$P_x=P\cos 60^\circ \cos 45^\circ=100\cdot 0{,}500\cdot 0{,}707=35{,}4\ \mathrm{N};$$
$$P_y=P\cos 60^\circ \cos 45^\circ=35{,}4\ \mathrm{N};$$
$$P_z=P\cos 30^\circ=100\cdot 0{,}867=86{,}7\ \mathrm{N}.$$

Nüüd rakendame tasakaaluvõrrandeid

$$\Sigma P_{ix}=0;\quad -P_x-S_B\cos 45^\circ-S_D\cos 30^\circ-S_C\cos 45^\circ=0;$$
$$\Sigma P_{iy}=0;\quad P_y-S_B\cos 45^\circ+S_C\cos 45^\circ=0;$$
$$\Sigma P_{iz}=0;\quad -P_z+S_D\cos 60^\circ=0.$$



Ülesandele 125

Leiame tundmatud suurused.

Viimasest võrrandist saame

$$S_D = P_z : \cos 60° = 86{,}7 : 0{,}500 = 173 \text{ N}.$$

Kahe ülejäänud tundmatu määramiseks tuleb lahendada võrrandite süsteem

$$-35{,}4 - S_B \cos 45° - S_C \cos 45° - 173 \cdot 0{,}867 = 0,$$
$$35{,}4 - S_B \cos 45° + S_C \cos 45° = 0,$$

kust

$$-S_B \cos 45° - S_C \cos 45° - 185{,}4 = 0,$$
$$-S_B \cos 45° + S_C \cos 45° + 35{,}4 = 0.$$

Siit

$$-2S_B \cos 45° = 150 \text{ N}$$

ja

$$S_B = -75 : 0{,}707 = -106{,}0 \text{ N},$$
$$S_C = S_B - 35{,}4 : \cos 45° = -106 - 35{,}4 : 0{,}707 = -106 - 50{,}0 = -156{,}0 \text{ N}.$$

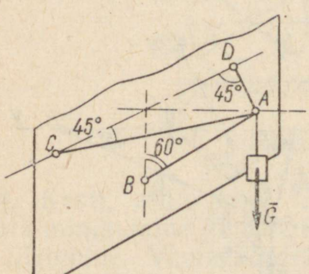
Sobivamal telgede valikul langeb kahe võrrandi kooslahendamine ära.

126. Vardad *AB*, *AC* ja *AD* on liigendite abil seina külge kinnitatud ning omavahel ühendatud ühise liigendiga punktis *A*. Punkti *A* on riputatud raskus $G = 200$ N. Leida sisejõud varrastes, nende kaalusid mitte arvestades.

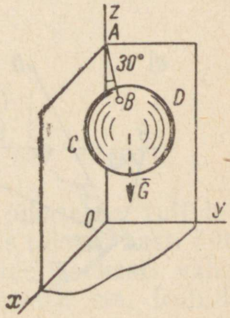
Vastus. $S_B = -400$ N; $S_C = S_D = 245$ N.

127. Kera, mille kaal $G = 50$ N, on üles riputatud niidiga kahe omavahel risti oleva seina vahele nii, et niit moodustab vertikaaliga nurga 30°. Kera ja seinte vahelist hõõrdumist mitte arvestades, määrata jõud niidis ja seinte reaktsioonid.

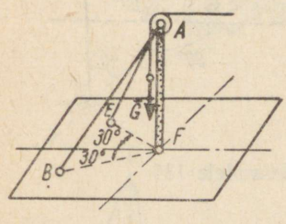
Vastus. $R_A = 57{,}6$ N; $N_C = 20{,}5$ N.



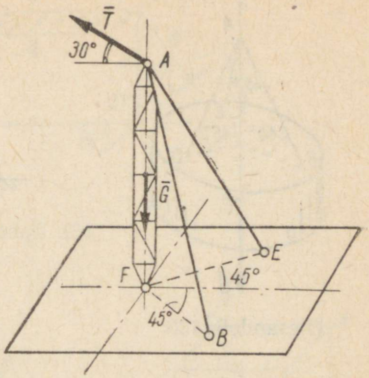
Ülesandele 126



Ülesandele 127



Ülesandele 128



Ülesandele 129

128. Üle ploki A on asetatud köis, mille abil tõstetakse raskust $G=1$ kN. Lugedes raskuse liikumist ühtlaseks ning mitte arvestades ploki hõõrdumist ja mõõtmeid, määrata sisejõud postis AF ning tõmmitsates AE ja AB, kui $AE=AB=2BF=2EF$. Posti ja tõmmitsate kaalu mitte arvestada.

Vastus. $S_B=S_E=1{,}15$ kN; $S_F=-3{,}00$ kN.

129. Tornkraana püstitõstmiseks kasutatakse tema noolt. Joonisel on näidatud nool AF vertikaalses asendis. Kraana torni tõstmisel on trossis jõud $T=80$ kN. Määrata tõmbejõud trossides AE ja AB ning noole surve pinnasele, kui selle kaal $G=10$ kN ja $AF=FB=FE$.

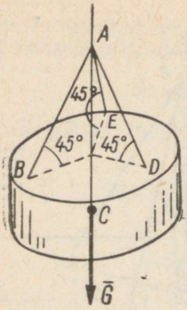
Vastus. $S_E=S_B=69{,}3$ kN; $R_F=68$ kN.

130. Raskus kaaluga $G=2{,}5$ kN on kinnitatud kolme ühepikkuse keti AB, AD ja AE abil, nagu näidatud joonisel. Määrata raskuse ühtlasel tõstmisel tõmbejõud kettides.

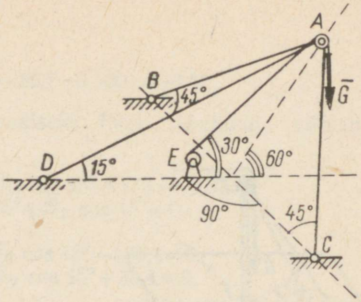
Vastus. $S_B=S_E=S_D=1{,}18$ kN.

131. Raskuste tõstmise mehhanism koosneb kolmest vardast AB, AD ja AC, mis on omavahel punktis A liigendiga ühendatud ning ka aluse külge liigendite abil kinnitatud. Raskust $G=500$ N tõstetakse ühtlaselt üle ploki A asetatud köiega. Varraste kaalu, ploki mõõtmeid ja hõõrdumist mitte arvestades, leida sisejõud varrastes.

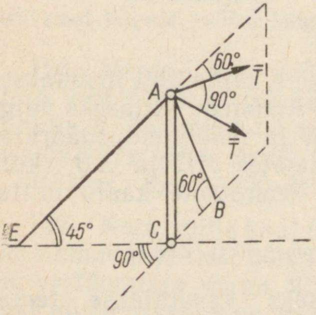
Vastus. $S_D=0$; $S_B=S_C=-613$ N.



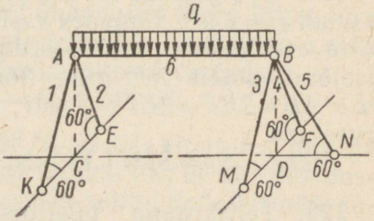
Ülesandele 130



Ülesandele 131



Ülesandele 132



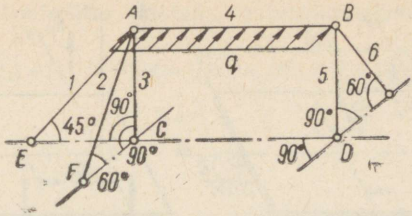
Ülesandele 133

132. Posti AC abil hoitakse kaheharuline kaabel horisontaalses asendis. Tõmbejõud kaabli harudes $T=500$ N. Määrata sisejõud tõmmitsates AE, AB ja postis AC. Posti kaalu mitte arvestada ja kaabli kinnitus postiga lugeda šarniirseks.

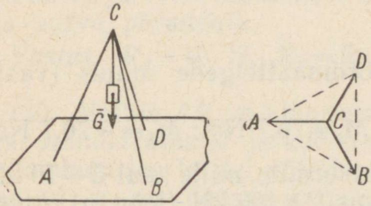
Vastus. $S_C=-1000$ N; $S_B=365$ N; $S_E=967$ N.

133. Ruumiline varrassüsteem koosneb kuuest kaaluta vardast *1, 2, 3, 4, 5* ja *6*. Horisontaalvarras *6*, mille pikkus on 4 m, on koormatud ühtlaselt jaotatud vertikaalse koormusega, mille intensiivsus $q=2$ kN/m. Vertikaalsed tasapinnad KAE ja MBF on risti vardaga AB. Tasapind $ABCD$ on vertikaalne. Määrata sisejõud varrastes *1, 2, 3, 4, 5*.

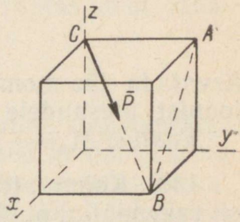
Vastus. $S_5=0$; $S_1=S_2=S_3=S_4=-2{,}31$ kN.



Ülesandele 134



Ülesandele 135



Ülesandele 136

134. Varrassüsteem koosneb kuuest vardast *1*, *2*, *3*, *4*, *5* ja *6*, mis on kinnitatud liigenditega. Horsiontaalsele vardale, mille pikkus on 4 m, on rakendatud horisontaalne ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega $q=20$ kN/m. Varraste kaalu mitte arvestades, määrata sisejõud varrastes *1*, *2*, *3*, *4*, *5* ja *6*.

Vastus. $S_1=0$; $S_2=-S_6=80$ kN; $S_3=-S_5=69{,}5$ kN.

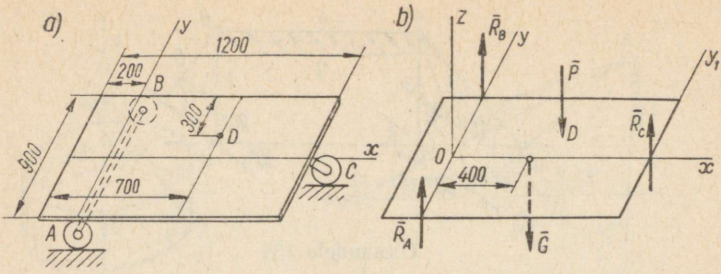
135. Kolmjalg *ABCD* on asetatud absoluutselt siledale horisontaalsele pinnale. Jalgade pikkused on võrdsed ja punktid *ABD* moodustavad võrdkülgse kolmnurga. Määrata jalgade surve alusele, kui sõlm *C* on kinnitatud jäigalt ja sinna on riputatud raskus $G=300$ N.

Vastus. $R_A=R_B=R_D=100$ N.

136. Mööda kuubi diagonaali *CB* mõjub jõud $P=100$ N. Diagonaali pikkus on 0,5 m. Arvutada jõu momendid koordinaattelgede suhtes.

Vastus. $M_x=-M_y=-28{,}9$ Nm; $M_z=0$.

137. Mööda kuubi külje diagonaali punktist *A* punkti *B* poole mõjub jõud $P=100$ N. Kuubi külje pikkus on 1 m.



Ülesandele 138

Arvutada jõu momendid koordinaattelgede suhtes (vaata joonist ülesandele 136).

Vastus. $M_x = -70,7$ Nm; $M_y = 70,7$ Nm; $M_z = -70,7$ Nm.

138. Kolmerattalisele platvormile, mille kaal $G = 10$ kN, on rakendatud punkti D raskus $P = 100$ kN (joon. *a*). Leida rataste surve.

L a h e n d u s.

1. Vaatleme platvormi tasakaalu. Sellele on rakendatud antud jõud $\bar{P}$, $\bar{G}$ ja rataste reaktsioonid.
2. Tugedeks on platvormi ja ratta kokkupuutekohad. Nende reaktsioonid $\bar{R}_A$, $\bar{R}_B$ ja $\bar{R}_C$ on suunalt vertikaalsed (joon. *b*).
3. Kõik platvormile mõjuvad jõud on vertikaalsed. Tekib ruumiline paralleeljõudude süsteem, mille kohta saab koostada kolm tasakaaluvõrrandit. Kuna tundmatuid on samuti kolm R_A, R_B ja R_C, siis ülesanne on staatiliselt määratud.

4. $\Sigma M_y(\bar{P}_i) = 0; \quad -R_C \cdot 1000 + P \cdot 500 + G \cdot 400 = 0,$

kust

$$R_C = \frac{100 \cdot 5 + 10 \cdot 4}{10} = 54 \text{ kN}.$$

$$\Sigma M_x(\bar{P}_i) = 0; \quad -R_B \cdot 450 + R_A \cdot 450 + P \cdot 150 = 0,$$

$$\Sigma P_{iz} = 0; \quad R_A + R_B + R_C - P - G = 0.$$

Siit

$$R_B\,3 - R_A\,3 - 100 = 0,$$
$$R_B + R_A - 56 = 0.$$

Lahendades saadud süsteemi, leiame et

$$R_A = 11,3 \text{ kN}; \quad R_B = 44,7 \text{ kN}.$$

Arvutuse õigsuse kontrolliks kasutame tasakaalutingimust.

$$\sum_{i=1}^{5} M_{y1}(\overline{P}_i)=0; \quad -P500-G600+(R_A+R_B)1000=0,$$

$$0=0.$$

Arvutus on õige.

139. Ümmargune laud seisab kolmel jalal A, B ja E, mis plaanis moodustavad võrdkülgse kolmnurga. Laua kaal $G=50$ N mõjub selle keskpunktis. Raskus $P=20$ N asub laua äärel, jalast A läbimineva diameetri vastas otsal. Määrata surve põrandale.

Vastus. $R_A=10$ N; $R_B=R_E=30$ N.

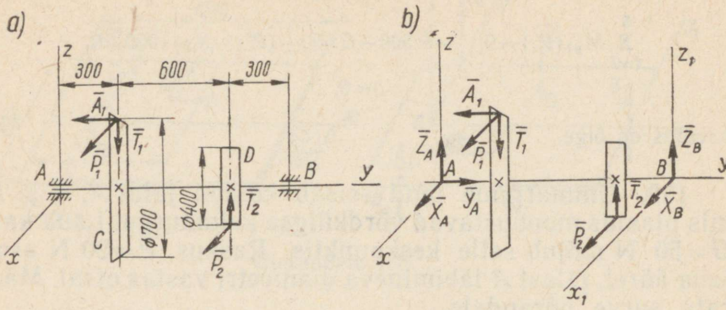
140. Võllile AB on kinnitatud silindriline sirghammastega silinderratas D ja koonusratas. Need hammasrattad on hambumises teistel võllidel asuvate hammasratastega. Joonisel *a* on hammasrataste hambumisjõud lahutatud komponentideks. Koonusratta hambumisjõud koosneb kolmest komponendist: ringjõud $\overline{P_1}$ (mõjub keskmise jaotusringi puutuja suunas); telgjõud $\overline{A}_1$ (suunatud paralleelselt võlli teljega) ja radiaaljõud $\overline{T}_1$ (suunatud raadiust mööda ringi keskpunkti poole). Silinderratta hambumisjõud koosneb kahest komponendist: ringjõud $\overline{P}_2$ ja radiaaljõud $\overline{T}_2$. Määrata ringjõud P_2 ja tugede reaktsioonid tasakaalu tingimuste alusel, kui $P_1=1000$ N; $A_1=300$ N; $T_1=100$ N; $T_2=0{,}4\ P_2$. Detailide omakaalu mitte arvestada.

L a h e n d u s.

1. Vaatleme võlli tasakaalu koos temale kinnitatud hammasratastega.

2. Tugedeks on radiaallaager B ja radiaaltugilaager A. Laager B takistab võlli liikumist temaga ristiolevas tasapinnas (see tasapind on paralleelne xz-koordinaattasapinnaga ja läbib punkti B). Reaktsioon $\overline{R}_B$ võib omada ükskõik millist suunda antud tasapinnas, s. t. et tema suurus ja suund on teadmata. Ülesande lahendamiseks on otstarbekohane lahutada antud reaktsioon kaheks komponendiks $\overline{X}_B$ ja $\overline{Z}_B$ (joon. *b*), mille suurused on teadmata. Teades komponentide suurusi, saame reaktsiooni suuruse arvutada valemiga

$$R_B=\sqrt{X_B^2+Z_B^2}\,.$$



Ülesandele 140

Radiaaltugilaager takistab võlli otsa igasugust pikisuunalist liikumist. Selle tõttu reaktsiooni $\overline{R}_A$ suurus ja suund ruumis on teadmata. Selline reaktsioon tuleb lahutada kolmeks komponendiks $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ ja $\overline{Z}_A$. Reaktsiooni suurus määratakse valemiga

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}.$$

3. Seitsme tundmatu suuruse X_A, Y_A, Z_A, X_B, Z_B, P_2 ja T_2 määramiseks on võimalik koostada jõudude ruumilise süsteemi kuus tasakaaluvõrrandit. Ülesandes antud $T_2 = 0{,}4\ P_2$ on aga seitsmes võrrand. Seega on ülesanne staatiliselt määratud.

4. Kui tasakaalus olevad kehad omavad pöörlemistelge, siis on otstarbekohane ülesannete lahendamisel kõigepealt koostada momentide võrrand pöörlemistelje suhtes. Kuna jõud, mis on paralleelsed koordinaatteljega või lõikuvad sellega, momenti selle telje suhtes ei anna, siis

$$\Sigma M_y(\overline{P}_i) = 0; \quad -P_1 350 + P_2 200 = 0,$$

kust

$$P_2 = P_1\ 350 : 200 = 100 \cdot 35 : 20 = 175\ \text{N}.$$

Edasi leiame

$$T_2 = 0{,}4\ P_2 = 0{,}4 \cdot 175 = 70\ \text{N}.$$

Koostame momentide võrrandi x-telje suhtes. Jõud $\overline{Y_A}$ ja $\overline{Z_A}$ momenti selle telje suhtes ei anna, sest nad lõikuvad teljega. Jõud $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$, $\overline{X}_A$ ja $\overline{X}_B$ on paralleelsed teljega.
Seega

$$\Sigma M_x(\overline{P}_i) = 0; \quad -A_1\ 350 + T_1\ 300 - T_2\ 900 - Z_B\ 1200 = 0;$$

$$Z_B = \frac{30\ T_1 - 90\ T_2 - 35\ A_1}{120} = \frac{3000 - 6300 - 10500}{120} = -115\ \text{N}.$$

Võttes arvesse, et jõud $\overline{A}_1$ lõikub z-teljega, leiame

$$\Sigma M_z(\overline{P}_i) = 0; \quad +P_1\,300 + P_2\,900 + X_B\,1200 = 0;$$

$$X_B = -\frac{P_1 + 3P_2}{4} = -\frac{1000+525}{4} = -\frac{1525}{4} = -381{,}25 \text{ N}.$$

Kasutamata kolm projektsioonide võrrandit võimaldavad leida ülejäänud tundmatud. Tuletame meelde, et kui jõud on teljega paralleelne, siis tema projektsioon teljel on jõu loomulik suurus. Jõud, mis mõjub risti teljega, projektsiooni ei anna.

$$\Sigma P_{iy} = 0; \quad Y_A - A_1 = 0; \quad Y_A = A_1 = 300 \text{ N};$$
$$\Sigma P_{ix} = 0; \quad X_A + X_B + P_1 + P_2 = 0;$$
$$X_A = -X_B - P_1 - P_2 = 381{,}25 - 1000 - 175 = -793{,}75 \text{ N};$$
$$\Sigma P_{iz} = 0; \quad Z_A - T_1 + T_2 + Z_B = 0;$$
$$Z_A = T_1 - T_2 - Z_B = 100 - 70 + 115 = 145 \text{ N}.$$

Tugede A ja B reaktisoonid:

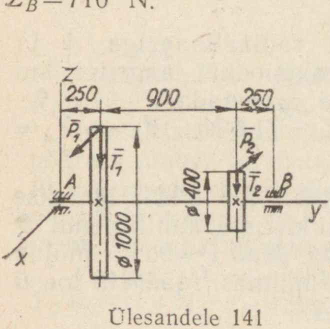
$$R_A = \sqrt{(-793{,}75)^2 + 300^2 + 145^2} \approx 860 \text{ N};$$

$$R_B = \sqrt{(-381{,}25)^2 + (-115)^3} \approx 398.$$

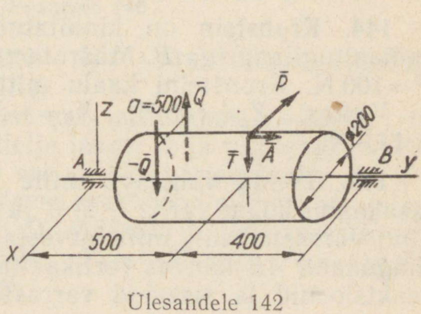
Momentide võrrandeid on otstarbekohasem kasutada, kui projektsioonide võrrandeid, sest esimesed võimaldavad määrata tundmatuid suurusi teineteisest sõltumatult. Sellepärast kahe viimase tasakaaluvõrrandi asemel oleks otstarbekohasem kasutada momentide võrrandeid telgede x_1 ja z_1 suhtes. Neid võrrandeid võib samuti kasutada vastuste õigsuse kontrolliks.

141. Määrata hammasülekande võlli laagrite A ja B toereaktsioonid. Ringjõud $P_1 = 800$ N ja P_2 on paralleelsed x-teljega, radiaaljõud $T_1 = 300$ N ja $T_2 = 0{,}4\ P_2$ aga paralleelsed z-teljega.

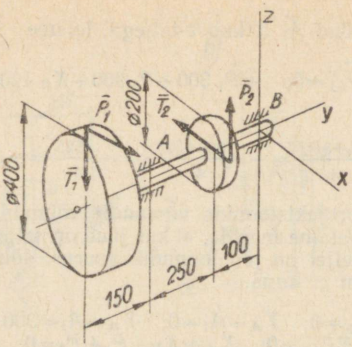
Vastus. $X_A = -300$ N; $Z_A = 390$ N; $X_B = 1500$ N; $Y_B = 0$; $Z_B = 710$ N.



Ülesandele 141



Ülesandele 142



Ülesandele 143

142. Määrata tiguülekande teo võlli laagrite A ja B reaktsioonid ning samuti hambumisjõu komponendid P, T ja A. Võll pöörleb ühtlaselt jõupaari ($\overline{Q}$, $-\overline{Q}$) mõjul, mis asub vertikaaltasapinnas ja on paralleelne xz-tasapinnaga. $Q=100$ N. Hambumisjõu rakenduspunkt asub xz-tasapinnas ja tema komponendid on paralleelsed koordinaattelgedega. $T=0{,}36\ P$, $A=0{,}2\ P$.

Vastus. $X_A=222$ N; $Y_A=-100$ N; $Z_A=69$ N; $X_B=278$ N; $Z_B=111$ N.

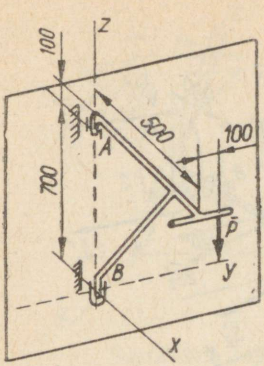
143. Lähtudes tasakaalutingimustest määrata sirghammastega hammasülekande konsoolvõlli laagrite A ja B reaktsioonid ning ringjõud P_2. Jõud $P_1=1{,}0$ kN, $T_1=360$ N ja $T_2=0{,}36\ P_2$ on paralleelsed koordinaattelgedega. Nende jõudude rakenduspunktid on suurel rattal vertikaaldiameetril ja väiksel aga horisontaaldiameetril.

Vastus. $X_A=-1222$ N; $Z_A=-5{,}7$ N; $X_B=942$ N; $Z_B=$ $=-1583$ N; $P_2=2000$ N.

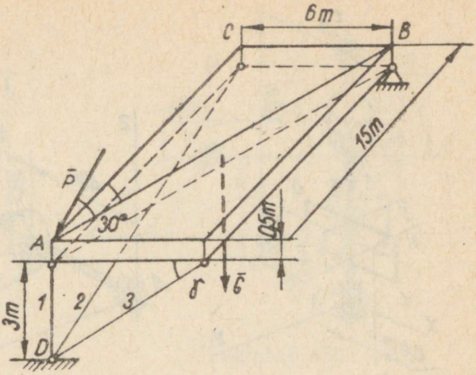
144. Kronstein on kinnitatud radiaallaagriga A ja radiaaltugilaagriga B. Määrata reaktsioonid laagrites, kui $P=100$ N. Kronsteini kaalu mitte arvestada.

Vastus. $Z_B=100$ N; $X_B=-X_A=71{,}5$ N; $Y_B=-Y_A=$ $=14{,}3$ N.

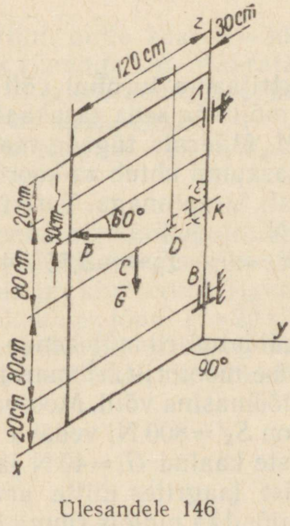
145. Tsehhi vahelagi, mille kaal $G=12$ kN, hoitakse tasakaalus kolme varda *1*, *2*, *3* ja liikumatu kuulliigendi B abil. Varraste kaalu mitte arvestada. Jõud $P=90$ kN mõjub diagonaali AB läbivas vertikaaltasapinnas. Määrata toe B reaktsioonid ja sisejõud varrastes.



Ülesandele 144



Ülesandele 145

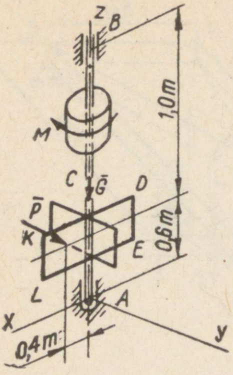


Ülesandele 146

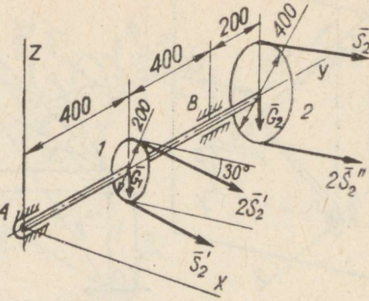
Vastus. $S_1 = -38{,}9$ kN; $S_2 = -74$ kN; $S_3 = -32{,}4$ kN; $R_B = 10{,}9$ kN suunaga alla.

146. Ristkülikukujulist ust, mille kaal $G = 300$ N, võib pöörata ümber vertikaaltelje laagri A ja tugilaagri B abil. Antud tasakaaluasendis seisab uks horisontaalse jõu $P = 20$ N ja vedru K abil. Vedru reaktsioon mõjub risti uksega ja on rakendatud punkti D. Määrata tugede reaktsioonid.

Vastus. $X_A = -120{,}5$ N; $Y_A = -20{,}5$ N; $X_B = 110{,}6$ N; $Y_B = -31{,}4$ N; $Z_B = 300$ N.



Ülesandele 147



Ülesandele 148

147. Hüdroelektrijaama turbiini võll pöörleb ühtlaselt veesurve $P=6$ kN mõjul ja seda tasakaalustab generaatori pidurdusmoment M. Määrata tugede reaktsioonid asendis, kui labida $KDEL$ tasapind ühtub xz-koordinaattasapinnaga ja jõud P mõjub risti tasapinnaga. Turbiini kaal koos generaatoriga $G=25$ kN.

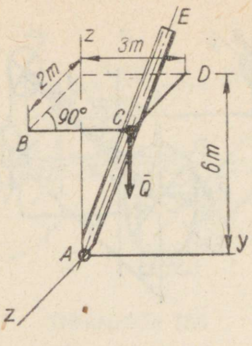
Vastus. $X_A=X_B=0$; $Y_A=-3{,}75$ kN; $Y_B=-2{,}25$ kN; $Z_A=25$ kN.

148. Joonisel näidatud rihmülekande skeemis saab rihmaratas *1* pöörlemise mootorilt, rihmaratas *2* paneb rihma abil pöörlema aga töömasina võlli. Mootorilt tuleva veetava rihmaharu pingus on $S_2'=800$ N; vedava haru pingus $S_1'=2\,S_2'$. Rihmarataste kaalud $G_1=40$ N ja $G_2=100$ N. Võlli kaalu ja hõõrdumist laagrites mitte arvestades määrata laagrite reaktsioonijõud ja pingus rihma harus S_2''.

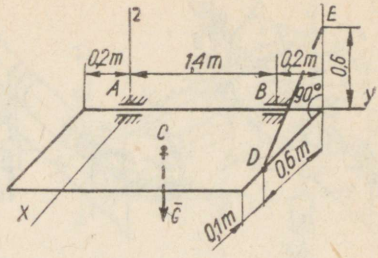
Vastus. $S_2''=400$ N; $X_A=-742$ N; $Z_A=595$ N; $X_B=-2540$ N; $Z_B=745$ N.

149. Pruss AE kaaluga 200 N, mille otsas A on kuulliigend, hoitakse tasakaalus kahe risti asetseva nööriga BC ja CD. Nöörid on kinnitatud prussi keskele ja asuvad horisontaaltasapinnas. Määrata liigendi reaktsioon ja tõmbejõud nöörides.

Vastus. $X_A=S_D=66{,}7$ N; $Y_A=S_B=100$ N; $Z_A=200$ N.



Ülesandele 149



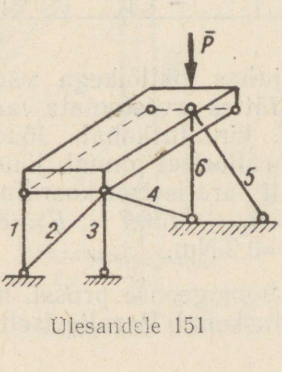
Ülesandele 150

150. Vaguni riiul, mille kaal $G=300$ N, hoitakse horisontaalses asendis rihmaga DE. Määrata tõmbejõud rihmas ning hingede A ja B reaktsioonid, kui riiuli raskuskese asub tema geomeetrilises keskpunktis.

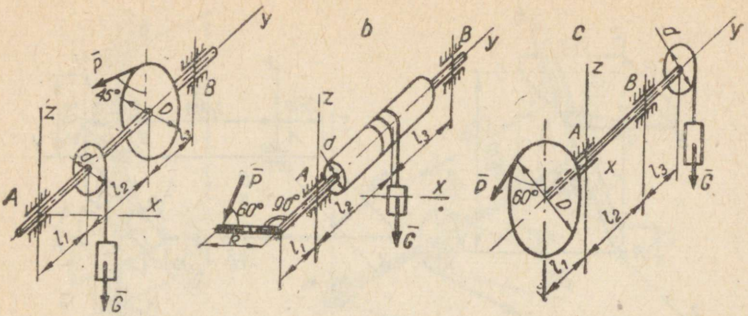
Vastus. $R_D=248$ N; $X_A=-25$ N; $Z_A=175$ N; $X_B=200$ N; $Z_B=-50$ N.

151. Homogeenne ristkülikukujuline plaat, mille kaal $G=6$ kN, hoitakse horisontaalses asendis kuue vardaga *1, 2, 3, 4, 5* ja *6*, mis on kinnitatud liigenditega. Plaadi servale mõjub vertikaalne jõud $P=20$ kN. Varraste kaalu mitte arvestades, määrata sisejõud varrastes.

Vastus. $S_1=S_3=-1{,}5$ kN; $S_6=23$ kN; $S_2=S_4=S_5=0$.



Ülesandele 151



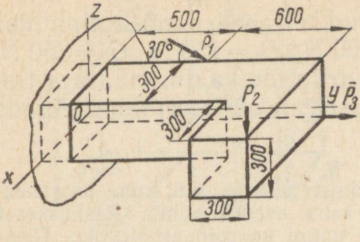
Üiesandele 152

152. Joonisel on näidatud kolm pööra konstruktsiooni, millega tõstetakse raskust $G=40$ N. Määrata jõud P ja laagrite A ning B reaktsioonid tasakaalu korral. Hõõrdumist laagrites ja pööra omakaalu mitte arvestada. Jõud P mõjub vertikaaltasapinnas risti võlli teljega.

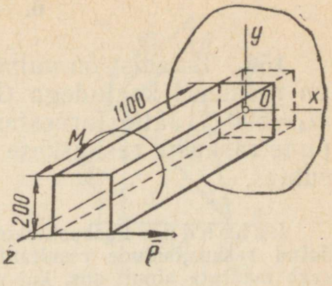
Andmed cm	Variandid									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_1	10	20	30	40	50	40	30	20	20	10
l_2	30	40	50	60	70	80	90	90	80	70
l_3	50	40	30	20	10	10	20	30	40	40
D	50	70	60	50	70	60	80	80	60	80
d	30	40	40	20	30	20	50	40	30	20

153. Ruudukujulise ristlõikega varras on kinnitatud ühe otsaga seina. Jättes arvestamata varda omakaalu, määrata reaktsioonid kinnituskohal. Jõud $P_1=100$ N asub zy-tasapinnaga paralleelsel pinnal, jõud $P_2=30$ N ja $P_3=50$ N on vastavalt paralleelsed koordinaattelgedega z ja y.
Vastus. $R_x=0$; $R_y=-136{,}7$ N; $R_z=80$ N; $M_x=63{,}5$ Nm; $M_y=-6$ Nm; $M_z=0{,}2$ Nm.

154. Määrata homogeense prussi, mille kaal on 20 N, reaktsioonid kinnituskohal. Paralleelselt kinnituskoha tasa-



Ülesandele 153



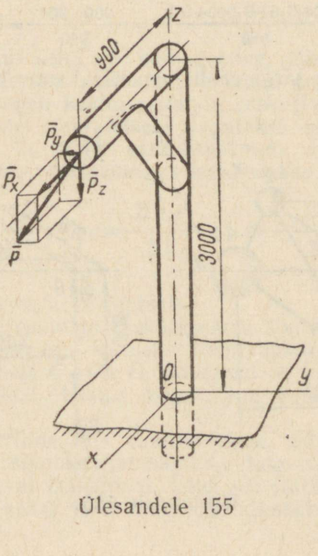
Ülesandele 154

pinnaga mõjub prussile välismoment $M=-5$ Nm ja paralleelselt x-teljega jõud $P=100$ N. Prussi ristlõige on ruudukujuline.

Vastus. $R_x=-100$ N; $R_y=20$ N; $R_z=0$; $M_x=11$ Nm; $M_y=110$ Nm; $M_z=15$ Nm.

155. Rõhtpuuga postile mõjub jõud P, mida võib lahutada kolmeks komponendiks $P_x=80$ N, $P_y=10$ N ja $P_z=50$ N. Posti kaalu mitte arvestades, määrata jõu P mõjul tekkivad kinnitusreaktsioonid punktis O.

Vastus. $R_x=-80$ N; $R_y=-10$ N; $R_z=50$ N; $M_x=30$ Nm; $M_y=-285$ Nm; $M_z=-9$ Nm.



Ülesandele 155

6. Raskuskese

156. Traadist on valmistatud tetraeeder, mille tippudes on raskused kaaludega $G_1=100$ N, $G_2=150$ N, $G_3=250$ N, $G_4=500$ N. Jättes arvestamata traatide kaalu, määrata tippude raskuste raskuskese joonisel antud koordinaattelgede suhtes.

Lahendus. Raskuskeskmeks nimetatakse punkti, kuhu on rakendatud raskusjõudude resultant iga keha asendi puhul. Raskuskeset saab määrata ainult siis, kui valime mingi koordinaatteljestiku. Ülesande lahendamist alustamegi koordinaatteljestiku valimisega. Raskuskeskmete koordinaadid arvutatakse valemitega

$$x_C=\frac{\Sigma G_i x_i}{\Sigma G_i}; \quad y_C=\frac{\Sigma G_i y_i}{\Sigma G_i}; \quad z_C=\frac{\Sigma G_i z_i}{\Sigma G_i},$$

kus G_i on süsteemi üksikute osade raskused;

x_i, y_i, z_i — süsteemi üksikute raskusjõudude rakenduspunktide koordinaadid.

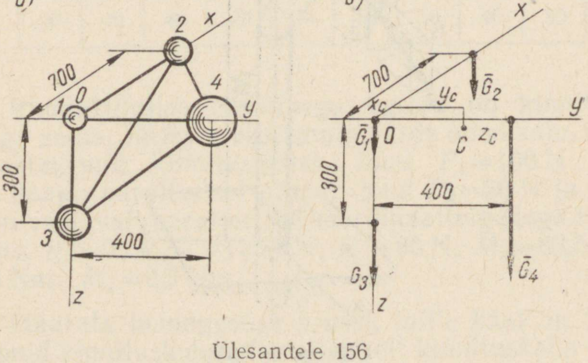
Antud juhul

$$x_C=\frac{G_1 0+G_2 700+G_3 0+G_4 0}{G_1+G_2+G_3+G_4}=\frac{150\cdot 700}{100+150+200+500}=\frac{105000}{950}=110{,}5\text{ mm};$$

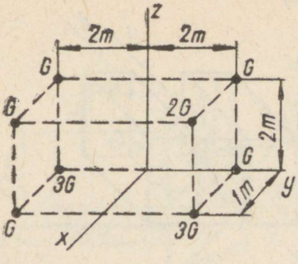
$$y_C=\frac{G_1 0+G_2 0+G_3 0+G_4 400}{950}=\frac{500\cdot 400}{950}=210{,}5\text{ mm};$$

$$z_C=\frac{G_1 0+G_2 0+G_3 300+G_4 0}{950}=\frac{200\cdot 300}{950}=63{,}2\text{ mm}.$$

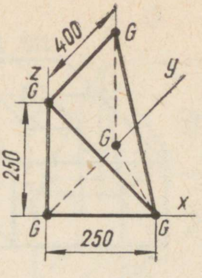
Leitud koordinaatide järgi saab joonisele kanda raskuskeskme, punkti C asukoha (joon. *b*).



Ülesandele 156



Ülesandele 157



Ülesandele 158

157. Kaheksa raskust on asetatud nii, et nende raskuskeskmed moodustavad risttahuka tippe. Määrata selle süsteemi raskuste raskuskese.

Vastus. $x_C = \frac{7}{13}$ m; $y_C = \frac{2}{13}$ m; $z_C = \frac{10}{13}$ m.

158. Viis ühesugust raskust G on paigutatud nii, et nende raskuskeskmed asetsevad püramiidi tippudes. Määrata selle süsteemi raskuste raskuskese.

Vastus. $x_C = 50$ mm; $y_C = 160$ mm; $z_C = 100$ mm.

159. Määrata homogeense keha raskuskeskme asukoht (joon. *a*).

Lahendus. Kui keha on homogeenne, siis iga keha osakese kaal on võrdeline selle osa mahuga. Sel juhul on kombeks öelda, et keha raskuskese C langeb kokku ruumala raskuskeskmega. Keeruliste kujundite raskuskeskme määramiseks jagatakse see mõtteliselt üksikuteks ruumaladeks V_i, mille raskuskeskmete asukohad on teada. Ruumala raskuskeskmete määramiseks kasutatakse valemeid:

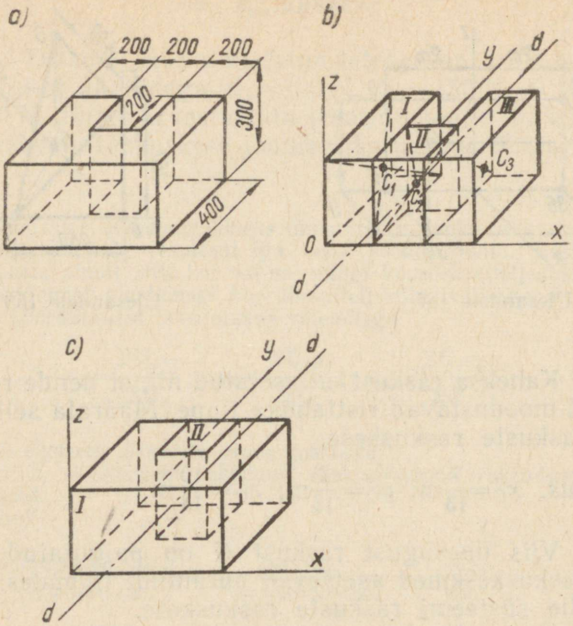
$$x_C = \frac{\Sigma V_i x_i}{\Sigma V_i}; \quad y_C = \frac{\Sigma V_i y_i}{\Sigma V_i}; \quad z_C = \frac{\Sigma V_i z_i}{\Sigma V_i},$$

kus V_i on vaadeldava osakese ruumala;

x_i, y_i, z_i — selle ruumala raskuskeskme koordinaadid. Joonisel *b* antud kujundi võib jagada kolmeks rööptahukaks *I*, *II*, *III*. Nende mahud ja raskuskeskmete C_1, C_2, C_3 asukohad on kergesti määratavad. Valides koordinaatteljed, leiame kogu keha ruumala raskuskeskme asukoha.

Kui keha on sümmeetriline, siis raskuskeskme määramine lihtsustub. Nimelt, kui kehal on sümmeetriatasapind, -telg või -keskpunkt, siis raskuskese asub vastaval tasapinnal, teljel või tsentris.

Käesoleval juhul on kehal kaks sümmeetriatasapinda. Esimene tasa-



Ülesandele 159

pind on 150 mm kaugusel ja paralleelne *xy*-koordinaattasapinnaga ning teine 300 mm kaugusel ja paralleelne *yz*-koordinaattasapinnaga. Kuna raskuskese peab asuma mõlemal tasapinnal, siis ta asub nende tasapindade lõikejoonel *dd* ja kaks raskuskeskme koordinaati ongi teada:

$$x_C = 300 \text{ mm};$$

Jääb leida raskuskeskme koordinaadi asukoht joonel *dd*, s. t. koordinaat y_C

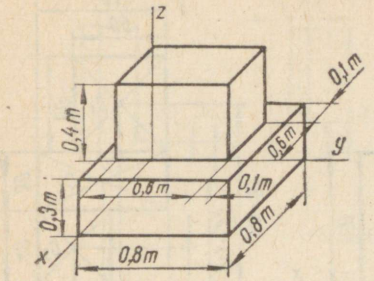
$$z_C = 150 \text{ mm}.$$

$$y_C = \frac{\Sigma V_i y_i}{\Sigma V_i} = \frac{200 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200 + 200 \cdot 200 \cdot 300 \cdot 100 + 200 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200}{200 \cdot 400 \cdot 300 + 200 \cdot 200 \cdot 300 + 200 \cdot 400 \cdot 300} =$$

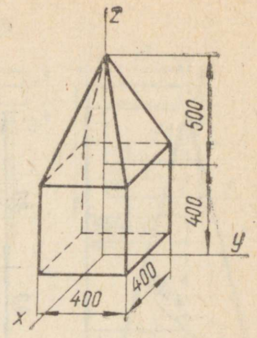
$$= 180 \text{ mm}.$$

Seda ülesannet võib lahendada ka lihtsamalt (joon. *c*). Selleks on vaja keha mõtteliselt täiendada rööptahukaks ja juurdelisatud maht lugeda negatiivseks,
siis

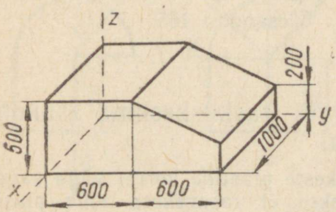
$$y_C = \frac{600 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200 - 200 \cdot 200 \cdot 300 \cdot 300}{600 \cdot 400 \cdot 300 - 200 \cdot 200 \cdot 300} = 180 \text{ mm}.$$



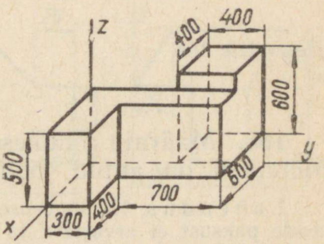
Ülesandele 160



Ülesandele 161



Ülesandele 162



Ülesandele 163

160. Määrata homogeense betoonist alusmüüri raskuskeskme asukoht, kui ta koosneb kahest rööptahukast.

Vastus. $z_C = 0{,}3$ m.

161. Määrata homogeense keha raskuskeskme asukoht, kui tal on kaks sümmeetriatasapinda.

Vastus. $z_C = 296$ mm.

162. Määrata homogeense keha raskuskeskme asukoht, kui tal on üks sümmeetriatasapind.

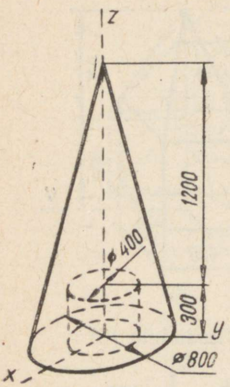
Vastus. $y_C = 530$ mm; $z_C = 224$ mm.

163. Määrata homogeense keha raskuskeskme asukoht.

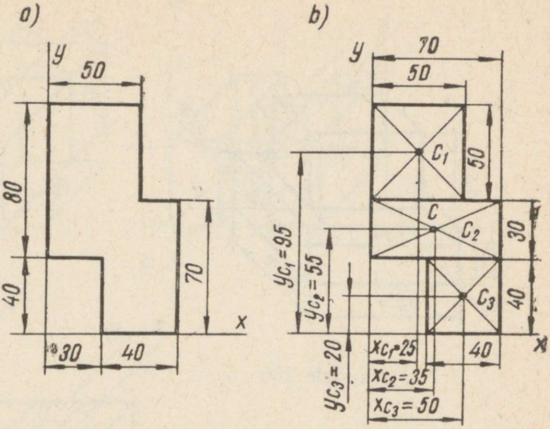
Vastus. $x_C = 58$ mm; $y_C = 530$ mm; $z_C = 268$ mm.

164. Koonusest on välja lõigatud silinder nii, et neil on ühine telg ja põhja pind. Leida allesjäänud osa raskuskeskme asukoht.

Vastus. $z_C = 415$ mm.



Ülesandele 164



Ülesandele 165

165. Määrata õhukese plaadi raskuskeskme asukoht. Mõõtmed on antud joonisel *a*.

L a h e n d u s. Homogeensete õhukeste plaatide korral väga sageli nende paksust ei arvestata ja oletatakse, et raskuskese asub plaadi pinnal. Sel juhul osakese maht on võrdeline pindalaga ja raskuskeskmete arvutusvalemiteks on

$$x_C=\frac{\Sigma F_i x_i}{\Sigma F_i}; \quad y_C=\frac{\Sigma F_i y_i}{\Sigma F_i}; \quad z_C=\frac{\Sigma F_i z_i}{\Sigma F_i},$$

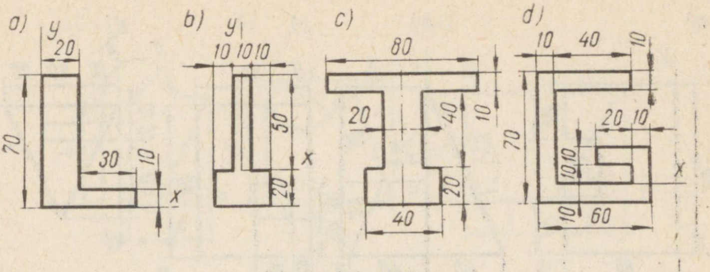
kus F_i on vaadeldava osa pindala;

x_i, y_i, z_i — selle pindala raskuskeskme koordinaadid. Kui koordinaatide tasapind xy viia kokku kujundi tasapinnaga, siis on vaja määrata ainult kaks koordinaati x_C ja y_C. Keerulise kujuga plaatide (tasapinnaliste kujundite) raskuskeskme määramiseks jagatakse pind mõtteliselt üksikuteks pindaladeks F_i, mille raskuskeskme asukoht on teada.

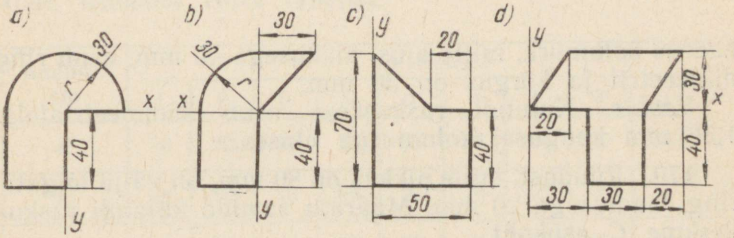
Joonisel *b* on kujund jagatud kolmeks ristkülikuks, mille pindalad ja raskuskeskmete C_1, C_2, C_3 asukohad on kergesti määratavad. Leiame kogu kujundi raskuskeskme asukoha.

$$y_C=\frac{\Sigma F_i y_i}{\Sigma F_i}=\frac{50\cdot 50\cdot 95+70\cdot 30\cdot 55+40\cdot 40\cdot 20}{50\cdot 50+70\cdot 30+40\cdot 40}=62 \text{ mm},$$

$$x_C=\frac{\Sigma F_i x_i}{\Sigma F_i}=\frac{50\cdot 50\cdot 25+70\cdot 30\cdot 35+40\cdot 40\cdot 50}{50\cdot 50+70\cdot 30+40\cdot 40}=29{,}2 \text{ mm}.$$



Ülesandele 166



Ülesandele 167

166. Määrata tasapinnaliste kujundite raskuskeskmete koordinaadid.

Vastus. a) $x_C = 14{,}4$ mm; $y_C = 29{,}7$ mm; b) $x_C = 0$; $y_C = 5{,}9$ mm; c) $y_C = 38{,}3$ mm; d) $x_C = 18$ mm; $y_C = 21$ mm.

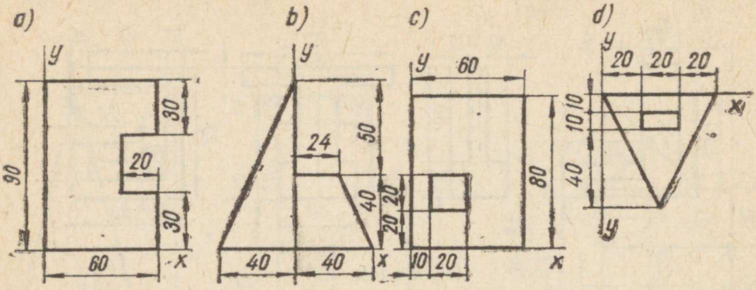
167. Määrata tasapinnaliste kujundite raskuskeskmete koordinaadid.

Vastus. a) $x_C = -6{,}9$ mm; $y_C = 2{,}3$ mm; b) $x_C = 9{,}6$ mm; $y_C = 2{,}5$ mm; c) $x_C = 22{,}2$ mm; $y_C = 25{,}5$ mm; d) $x_C = 42$ mm; $y_C = 1$ mm.

168. Määrata tasapinnaliste kujundite raskuskeskmete koordinaadid.

Vastus. a) $x_C = 27{,}5$ mm; $y_C = 45$ mm; b) $x_C = -1{,}0$ mm; $y_C = 25{,}2$ mm; c) $x_C = 30{,}9$ mm; $y_C = 40{,}9$ mm; d) $x_C = 30$ mm; $y_C = 20{,}6$ mm.

169. Määrata ringi raskuskeskme koordinaadid, kui selle raadius on 40 mm ja temast on välja lõigatud võrd-



Ülesandele 168

haarne kolmnurk, mille alus, pikkusega 40 mm, asub ringi diameetril ja kõrgus on 30 mm.

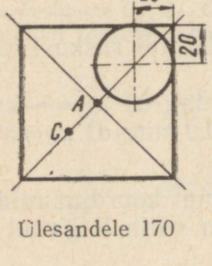
Vastus. Kujundi raskuskese asub sümmeetriateljel 1,36 mm kaugusel kolmnurga alusest.

170. Ruudust, mille pikkus on 80 mm, on välja lõigatud ring raadiusega 20 mm. Määrata saadud kujundi raskuskeskme *C* asukoht.

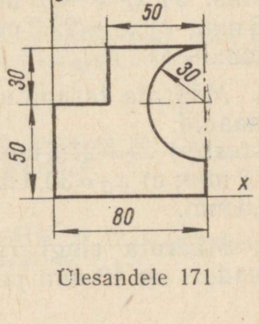
Vastus. $AC = 6{,}93$ cm.

171. Määrata homogeense tasapinnalise kujundi raskuskeskme asukoht.

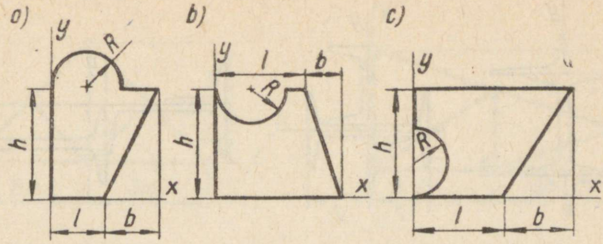
Vastus. $x_C = 36{,}1$ mm; $y_C = 31$ mm.



Ülesandele 170



Ülesandele 171



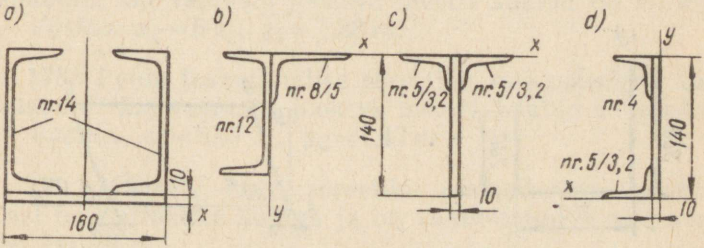
Ülesandele 172

172. Määrata tasapinnalise kujundi raskuskeskme asukoht. Andmed võtta tabelist.

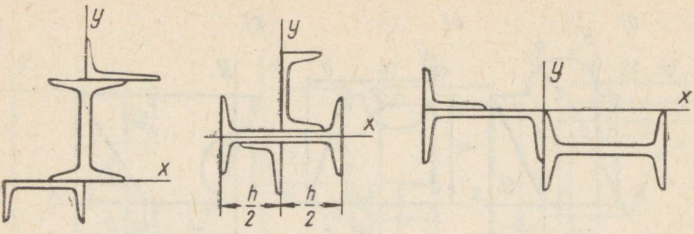
Andmed cm	Variandid									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	10	20	15	25	30	28	24	22	18	16
h	50	60	40	80	80	70	90	60	50	40
l	60	50	50	60	60	80	70	80	80	60
b	20	10	10	20	20	30	40	30	30	40

173. Leida profiilteraste ristlõigete raskuskeskmete koordinaadid. Arvutuseks vajaminevad andmed võtta profiilteraste tabelitest, mis on antud lisas. Nurkteraste profiilideks võtta kõige paksemad.

Vastus. a) $y_C = 54{,}6$ mm; b) $x_C = -0{,}2$ mm; $y_C = 42{,}5$ mm; c) $y_C = 50{,}5$ mm; d) $x_C = 7{,}8$ mm; $y_C = 69{,}2$ mm.



Ülesandele 173



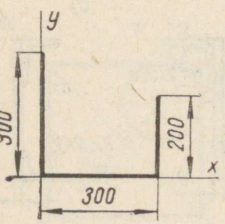
Ülesandele 174

174. Leida profiilteraste ristlõigete raskuskeskmete koordinaadid. Arvutuseks vajaminevad andmed võtta profiilteraste tabelitest, mis on antud lisas. Nurkteraste profiilideks võtta kõige paksemad.

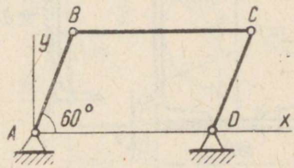
Profiili tüüp	Variandid									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I-teras nr.	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
Karpteras nr.	5	6,5	8	10	12	14	16	18	20	22
Nurkteras nr.	2,8	4	5	7	3,2/2	8	4/2,5	9	10	7/4,5

175. Määrata homogeensetest joontest kujundi raskuskese.

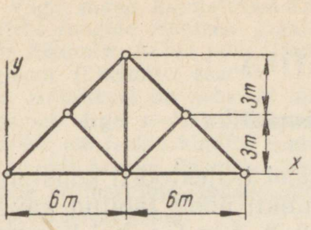
Vastus. $x_C = 131$ mm; $y_C = 81$ mm.



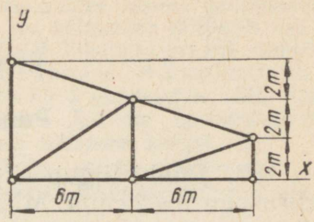
Ülesandele 175



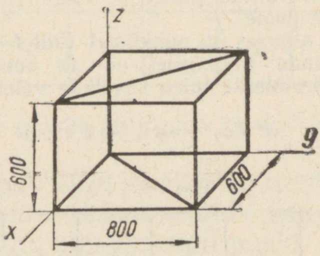
Ülesandele 176



Ülesandele 177



Ülesandele 178



Ülesandele 179

176. Šarniirnelilülik $ABCD$ on joonisel näidatud asendis. Lülid AB, BC ja CD on homogeensed vardad. $AB = CD = 280$ mm, $BC = 400$ mm. Määrata lülide raskuskeskme asukoht.

Vastus. $x_C = 332$ mm; $y_C = 176$ mm.

177. Leida tasapinnalise sõrestiku raskuskeskme koordinaadid, kui varraste jooksva meetri kaalud on võrdsed.

Vastus. $x_C = 6$ m; $y_C = 1{,}88$ m.

178. Leida tasapinnalise sõrestiku raskuskeskme koordinaadid, kui varraste jooksva meetri kaalud on võrdsed.

Vastus. $x_C = 5{,}47$ m; $y_C = 1{,}47$ m.

179. Määrata kasti sõrestiku raskuskeskme asukoht. Kast on risttahuka kujuga ja on valmistatud homogeensetest lattidest.

Vastus. $x_C = 300$ mm; $y_C = 400$ mm; $z_C = 300$ mm.

KINEMAATIKA

7. Punkti kinemaatika

180. Punkt liigub sirgjoonelisel trajektooril konstantse kiirusega $v=2$ cm/s. Määrata punkti poolt läbitud kaugus s^* ja teepikkus s ajahetkedel 1, 2, 3, 4 ja 5 s, kui liikumise alguses asus punkt koordinaatide algusest kaugusel $s_0^*=$ $=3$ cm ja liikumine toimub selle punkti suunas.

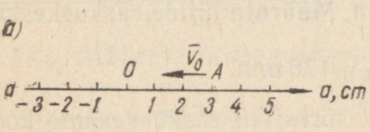
Lahendus. Liikugu punkt mööda sirget aa (joon. a) ja kauguste lugemiseks on valitud punkt O. Positiivne suund on valitud punktist O paremale poole.

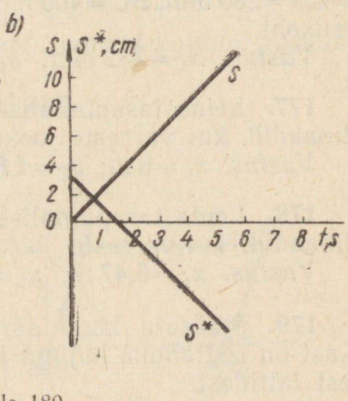
Kuna liikumise alguses on punktis A (kui $t=0$ ja $s_0=3$ cm) kiirus $v=2$ cm/s ja ülesande tingimusel on ta suunatud vasakule, siis punkti asukoha määramiseks tuleb kasutada valemit

$$s^*=s_0^*+v_0t=3-2\ t\ \text{cm}$$

ja saadud kaugused

t s	0	1	2	3	4	5
s^* cm	3	1	−1	−3	−5	−7





Ülesandele 180

Väga sageli kujutatakse kauguste muutumise seadus graafikuna (näiteks rongide liikumise graafik), sest see võimaldab piltlikult vaadelda liikumist. Antud juhul (joon. *b*) kujutab liikumise graafik endast sirgjoont (liikumise seadus — sirgjoone võrrand st-koordinaadistikus). Graafikust on näha, et ajahetkel $t=1{,}5$ s on kaugus null. On teada, et sirge $s=f(t)$ tõusunurga tangens võetuna abstsissteljest graafiku mastaabis kujutab endast ühtlase liikumise kiirust.

Punkti teiseks liikumise karakteristikuks on tee pikkus s, s. o. lõikude aritmeetiline summa, mida läbis punkt liikumise algusest alates. Käesoleval juhul

$$s=|+v_0t|=2\ t \text{ cm}$$

t s	0	1	2	3	4	5
s cm	0	2	4	6	8	10

Teepikkuse muutumise graafik on toodud joonisel *b*.

181. Punkt liigub sirgjoonelisel trajektooril konstantse kiirusega $v=3{,}5$ cm/s. Konstrueerida kauguste ja teepikkuste graafikud, kui algmomendil punkt asus: 1) koordinaatide alguses; 2) punktis A ($s_0^*=2$ cm); 3) punktis B ($s_0^*=-3$ cm).

182. Kaks punkti liiguvad teineteisele vastu samal sirgjoonel kiirustega $v_1=2$ cm/s ja $v_2=3$ cm/s. Liikumise alguses olid nad punktides A ja B, mis asuvad koordinaatide algusest kaugustel $s_0{}^*{}_1=-7$ cm ja $s_0{}^*{}_2=8$ cm. Määrata analüütiliselt ja graafiliselt nende kohtumisaeg ning -koht.
Vastus. $s^*=-1$ cm; $t=3$ s.

183. Määrata liikumise aeg, kui punkt liikus sirgjoonelisel trajektooril ühtlase kiirusega $v=4$ m/s punktini $s^*=$ $=56$ m. Vaatluse algmomendiks oli punkt läbinud $s_0^*=24$ m.
Vastus. $t=8$ s.

184. Kui suure konstantse kiirusega peab liikuma punkt, et üle minna asukohast $s_0^*=-2$ m asukohta $s_1^*=-16$ m 7 sekundi jooksul.
Vastus. $v=-2$ m/s.

185. Kus asus algmomendil punkt, kui ta liikus konstantse kiirusega $v=5$ km/h sirgjoonelisel trajektooril ja kolme tunni pärast jõudis punkti A, mis asub koordinaatide algusest 35 km kaugusel?

Vastus. $s_0^* = 20$ km.

186. Punkti liikumine tasapinnal on antud kahe võrrandiga

$$x = 2 + 4t,$$
$$y = -3 + 8t$$

(x ja y — sentimeetrites, t — sekundites), mis määravad punkti koordinaatide ajalist muutumist. Määrata liikuva punkti trajektoor.

L a h e n d u s. Elimineerides võrranditest aja, saame liikumise trajektoori. Esimesest võrrandist

$$t = \frac{x-2}{4};$$

teisest võrrandist

$$t = \frac{y+3}{8}.$$

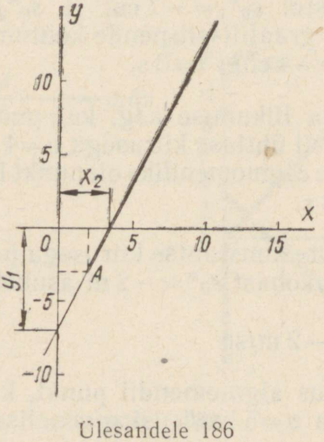
Võrdsustades parempoolsed osad, saame liikumise trajektoori võrrandi

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{8}$$

ehk

$$2x - y = 7.$$

Liikumise trajektooriks on sirgjoon. Valides koordinaatteljed, võib



Ülesandele 186

joonestada selle sirge. Võttes $x=0$, leiame sirgjoone lõikepunkti y-teljega:

$$y_1=-7;$$

võttes $y=0$, leiame sirgjoone lõikepunkti x-teljega:

$$x_2=3{,}5.$$

Tõmmates läbi kahe punkti sirgjoone, saamegi liikumise trajektoori joone, kuid see ei ole veel trajektoor, sest punkt ei liigu kogu sirge ulatuses, vaid ainult ühel teatud osal. Trajektoori võib määrata antud liikumise võrrandite järgi.

Liikumise algusest $t=0$. Lähtudes sellest määrame trajektoori alguse koordinaadid:

$$x_A=2+4\cdot 0=2 \text{ cm},$$
$$y_A=-3+8\cdot 0=-3 \text{ cm}.$$

Punkti liikumisel aeg suureneb, järelikult koordinaadid x ja y kasvavad. Punkt liigub üles ja paremale. Aja piiramatul kasvamisel kasvavad ka piiramatult koordinaadid: punkt läheb lõpmatusse.

Järelikult liikumise trajektoor algab punktist A ja läheb lõpmatusse (joonisel näidatud jämeda joonega).

Selle sirgjoonelise liikumise trajektoori analüütiline kuju on

$$2x-y=7,$$

kui

$$x\geqslant 2 \text{ (või } y\geqslant -3).$$

187. Antud liikumise seaduse järgi määrata punkti liikumise trajektoor (x ja y — sentimeetrites, t — sekundites):

$$x=25\,t^2-3\,t;$$
$$y=50\,t^2-6\,t.$$

Vastus. $y=2x$; $x\geqslant -0{,}09$ $(y\geqslant -0{,}18)$.

188. Antud liikumise seaduse järgi määrata ja näidata joonisel punkti liikumise trajektoor (x, y — sentimeetrites, t — sekundites):

1) $x=3\,t,\ \ y=2-2\,t;$
2) $x=12-10\,t,\ \ y=6+2t;$
3) $x=5,\ \ y=2+3\,t;$
4) $x=-4-3\,t,\ \ y=2-3\,t.$

Vastus. 1) $2x+3y=6,\ x\geqslant 0\,(y\leqslant 2)$;
2) $x+5y=42,\ x\leqslant 12\,(y\geqslant 6)$;
3) $x=5,\ y\geqslant 2$;
4) $x-y=-6,\ x\leqslant -4\,(y\leqslant 2)$.

189. Ristkoordinaadistikus antud liikumise võrrandite järgi konstrueerida punkti liikumise trajektoor. (Kaugused sentimeetrites, aeg — sekundites):

1) $x=2t,\ y=3t+2,\ 0\leqslant t\leqslant 20$;
2) $x=3t-1,\ y=3t+1,\ 0\leqslant t\leqslant 20$;
3) $x=2t^2-6t+1,\ y=t,\ 0\leqslant t\leqslant 10$;
4) $x=t^2+3t-6,\ y=2t^2+t,\ 0\leqslant t\leqslant 10$.

190. Määrata punkti M poolt läbitud kaugus ja teepikkus ajahetkel $t=5$ s, kui punkt liigub ühtlase kiirusega $v=80$ cm/s ringjoonel, mis antud võrrandiga $x^2+y^2=2500$ (x, y — sentimeetrites). Liikumine toimub päripäeva. Punkti algasukoht on M_0 ($x_{M_0}=-50,\ y_{M_0}=0$).

Kauguste arvestamist alustada punktist $A(x_A=50,\ y_A=$ $=0)$.

L a h e n d u s. Käesolev ülesanne erineb eelmistest selle poolest, et punkti liikumise trajektooriks on kõverjoon (ringjoon).

Punkti liikumist sellel trajektooril (konstantse kiirusega) kirjeldatakse sama võrrandiga.

$$s^*=s_0^*+v_0t.$$

Kuna punkti kaugust tuleb arvestada alates punktist A, aga punkti liikumine algab punktist M_0, siis

$$s_0^*=-\overset{\smile}{AM_0}=-\pi R=-3{,}14\cdot 50=-157\ \text{cm}$$

ja liikumise võrrand

$s^*=-157+80\ t$ (s — sentimeetrites, t — sekundites).

5 s jooksul läbib punkt teepikkuse

$$s=80\cdot 5=400\ \text{cm}$$

ja jõuab punkti M, mis on punktist A kaugusel

$$s^*=-157+400=243\ \text{cm}.$$

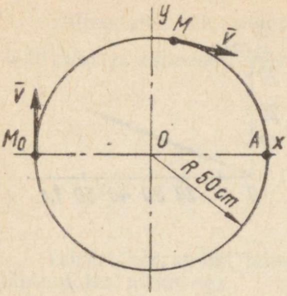
Kõverjoonelisel liikumisel punkti kiirusvektori suurus ei muutu, muutub kiirusvektori suund.

191. Määrata punkti kiirus ja kiirendus ajahetkel $t=$ $=0{,}2$ s antud liikumise võrrandite järgi:

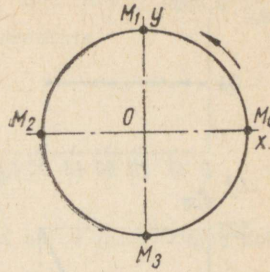
$$x=50t^2-6t,$$
$$y=25t^2-3t$$

(x, y — meetrites, t — sekundites).

Vastus. 15,7 m/s; 112 m/s^2.



Ülesandele 190



Ülesandele 195

192. Punkti liikumine ristkoordinaadistikus on antud võrranditega

$$x = 3 \sin \frac{\pi t}{3};$$

$$y = 3 \cos \frac{\pi t}{3}$$

(x, y — meetrites, t — sekundites).

Määrata ja näidata joonisel liikumise trajektoor. Leida punkti kiirus ja kiirendus ajahetkel $t = 2$ s.

Vastus. $x^2 + y^2 = 9$; 3,14 m/s; 3,29 m/s^2.

193. Lugedes lennuki ТУ-104 kiiruse konstantseks, määrata selle suurus, kui lend Moskvast Leningradi kestab 55 minutit ja linnade vahekaugus on 650 km.

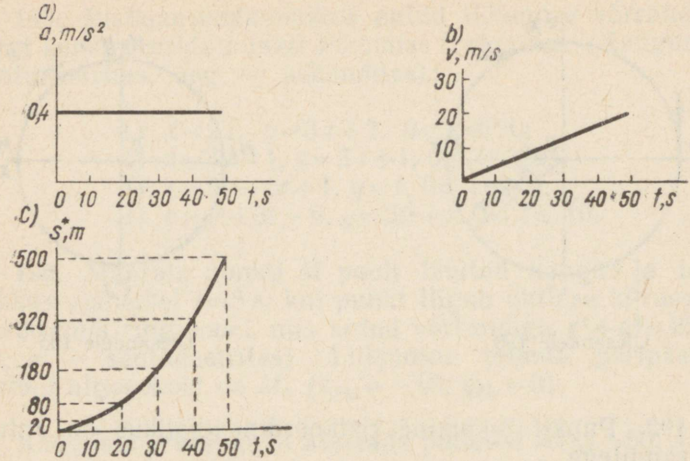
Vastus. 709 km/h.

194. On teada, et elektrivedur läbis kõverjoonelise teeosa pikkusega 650 m keskmise kiirusega 72 km/h. Kui palju kulus aega kõverjoonelise teeosa läbimiseks?

Vastus. 32,5 s.

195. Punkt liigub 300 cm pikkusel ringjoonel konstantse kiirusega ja teeb ühe tiiru 50 s jooksul. Määrata punkti kiiruse suurus ja suund (nurk x-teljega) joonisel näidatud asukohtades M_0, M_1, M_2 ja M_3.

Vastus. $v = 6$ cm/s; $\alpha_0 = 90°$; $\alpha_1 = 180°$; $\alpha_2 = 270°$; $\alpha_3 = 0$.



Ülesandele 196

196. Auto sõidab sirgjoonelisel teel. Kui liikumise algusest vaadeldava hetkeni möödus 50 s, saavutas auto kiiruse 72 km/h. Lugedes liikumist ühtlaselt kiirenevaks, määrata kiirendus ja 50 s jooksul läbitud teepikkus ning konstrueerida kiirenduse, kiiruse ja teepikkuse graafikud.

L a h e n d u s. Kuna auto liikumine on sirgjooneline ja ühtlaselt muutuv, siis liikumine määratakse valemitega

$$v = v_0 + at$$

ja

$$s^* = s^*_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

kus v_0 on kiirus liikumise alguses;
a — kiirendus (iseloomustab kiiruse mooduli muutumist);
t — aeg;
s^*_0 — liikumise algpunkti ja vaatluse algpunkti vaheline kaugus.

Kuna ülesandes esineb ühtlaselt kiirenev liikumine, siis järelikult kiirendus on positiivne. Liikumise algul auto seisis, s. t. $v_0 = 0$. Kui hakata kaugusi lugema liikumise algusest, siis $s^*_0 = 0$ ja ülesande lahendamiseks saame võrrandid

$$v = at$$

ja

$$s^* = \frac{at^2}{2}.$$

Väljendame ülesandes antud kiiruse m/s ($v=72$ km/h$=\frac{72}{3,6}=$ $=20$ m/s) ja esimesest võrrandist leiame kiirenduse

$$a=\frac{v}{t},$$

$$a=\frac{20}{50}=0,4\ \text{m/s}^2.$$

Teisest võrrandist leiame kauguse, mis antud juhul langeb kokku läbitud tee pikkusega

$$s^*=s=\frac{0,4\cdot 50^2}{2}=500\ \text{m}.$$

Nüüd joonestame graafikud. Kuna kiirendus $a=0,4$ m/s^2 on konstantne, siis ta graafik on aja teljega paralleelne sirgjoon (joon. *a*). Kiiruste muutumise graafik kujutab kaldsirget, mis läbib koordinaatide alguse (joon. *b*), sest liikumise alguses ($t_0=0$) auto seisis paigal ($v_0=0$). Selle joone teise punkti leiame võrrandist $v=at$, näiteks kui

$$v_1=20\ \text{m/s, siis}\ t_1=50\ \text{s}.$$

Tõmmates läbi leitud kahe punkti sirgjoone, saamegi kiiruse muutumise graafiku. Kauguste graafiku saame konstrueerida samuti punktide järgi, ette andes ajahetked *t* ja kasutades valemit

$$s^*=\frac{0,4t^2}{2}=0,2t^2,$$

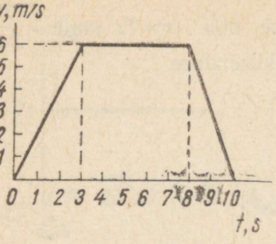
saame kaugused:

t s	0	10	20	30	40	50
s^* m	0	20	80	180	320	500

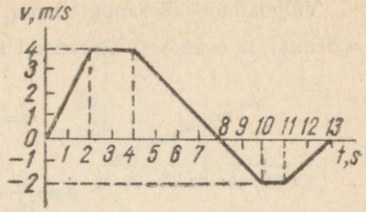
Saadud koordinaatide järgi kanname punktid joonisele (joon. *c*). Punkte sujuvalt ühendades saamegi kauguse ajalise muutumise graafiku. Saadud kõver on parabool.

197. Punkti liikumisel tema kiirus muutub graafikul antud seaduse järgi (vaata joonist). Konstrueerida punkti teepikkuse ja kiirenduse graafikud. Kui pika tee läbis punkt 10 s jooksul? Kui suur oli punkti kiirus teise sekundi lõpul?

Vastus. 45 m; 2 m/s^2.



Ülesandele 197



Ülesandele 198

198. Antud kiiruse graafiku järgi konstrueerida punkti kauguse ja teepikkuse graafikud 13 s jooksul. Kui pika tee läbis punkt selle aja jooksul? Kui kaugel algpunktist asus punkt kaheksandal ja kolmeteistkümnendal sekundil?
Vastus. 26 m; 20 m; 14 m.

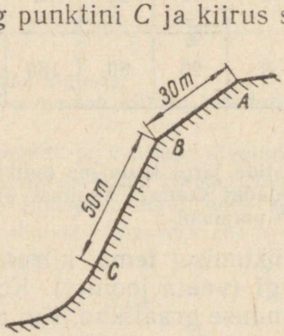
199. Määrata torni kõrgus, kui on teada, et tema tipust allalastud raske kivi jõuab maapinnale 3 s pärast:

$$a = g = 9{,}81 \text{ m/s}^2.$$

Vastus. 44,1 m.

200. Kaasaegsete kiirlennukite pidurdustee pikkus on 1500 m. Lennuki ratta puutehetkel teepinnaga on kiiruse horisontaalkomponent 500 km/h. Määrata lennuki jooksuaeg ja kiirendus, lugedes viimase konstantseks.
Vastus. $t_1 = 21{,}6$ s; $a = -6{,}43$ m/s^2.

201. Suusataja alustab mäest laskumist paigalseisust punktist *A*. Lugedes liikumise ühtlaselt kiirenevaks, määrata laskumise aeg punktini *C* ja kiirus selles punktis. Kii-



Ülesandele 201

rendus lõigul AB $a_1=2$ m/s^2, lõigul BC $a_2=6$ m/s^2. Konstrueerida kiirenduse, kiiruse ja teepikkuse graafikud.

Vastus. $t_{AC}=8{,}14$ s; $v_C=26{,}8$ m/s.

202. Punkti sirgjooneline liikumine on antud võrrandiga $s=t+12\cos\frac{\pi t}{6}$ (s — sentimeetrites, t — sekundites). Määrata punkti kiiruse ja kiirenduse muutumise seadus. Arvutada kiirus ja kiirendus ajahetkedel: $t=0$, $t_1=5$ s, $t_2=10$ s, $t_3=15$ s. Missugustel ajahetkedel (esimese 15 s jooksul) on kiirus null?

Vastus. $v_0=3{,}14$ cm/s; $v_{t=5}=0$; $v_{t=10}=-2{,}29$ cm/s; $v_{t=15}=-3{,}14$ cm/s; $a_0=-3{,}286$ cm/s^2; $a_{t=5}=2{,}85$ cm/s^2; $a_{t=10}=-1{,}643$ cm/s^2; $a_{t=15}=0$.

Kiirus on null järgmistel ajahetkedel: 1 s, 5 s, 13 s.

203. Lennates rõhttasapinnas joonestab lennuk ringjoonekujulise trajektoori. Kirjeldada tema liikumist punktide A ja B vahel, kui need punktid on sama diameetri otspunktid ning $a_\tau=3$ m/s^2 ja $v_A=288$ km/h.

Lahendus. Kõverjoonelisel liikumisel kiirusvektori $\bar{v}$ suurus ja suund muutuvad. Kiiruse suuruse muutust iseloomustab kiirenduse puute- ehk tangentsiaalkomponent $\bar{a}_\tau$ (sirgjoonelisel liikumisel on see kiirendus $\bar{a}$). Kiiruse suuna muutumist iseloomustab kiirenduse normaalkomponent

$$a_n=\frac{v^2}{\rho},$$

kus ϱ on trajektoori kõverusraadius vaadeldavas punktis;
v — kiirus samas punktis.

Kiirendusvektori suurus kõverjoonelisel liikumisel määratakse valemiga

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}\,.$$

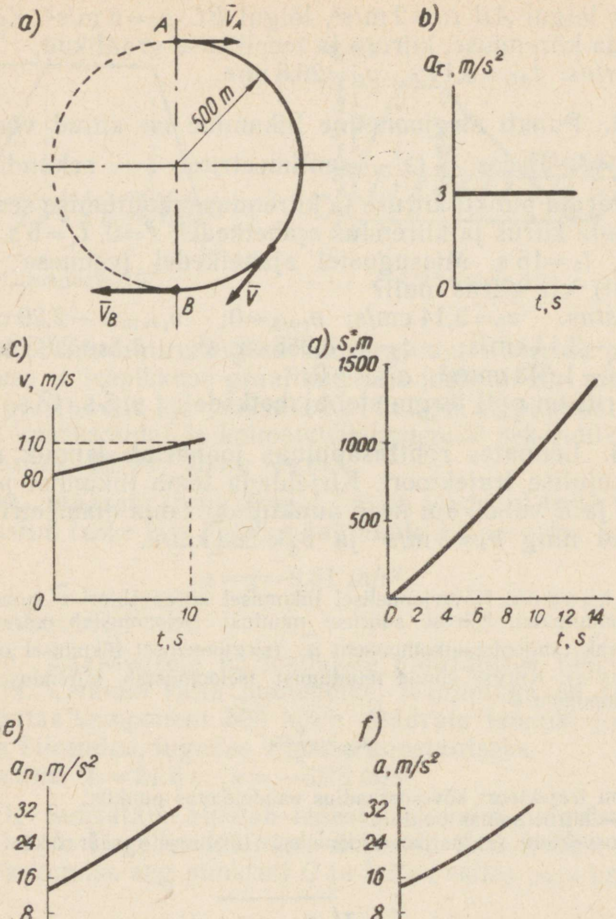
Leiame lennuki kiiruse ja kiirenduse punktis B. Samuti konstrueerime teeosale AB kiirenduse, kiiruse ja teepikkuse graafikud (joon. a).

Kõverjoonelisel liikumisel kiirused ja teepikkused määratakse valemitega, mis on analoogilised sirgjoonelise ühtlaselt muutuva liikumise valemitega

$$v=v_0+a_\tau t$$

ja

$$s^*=s_0^*+v_0t+\frac{a_\tau t^2}{2}\,.$$



Ülesandele 203

Kauguste arvutamist alustame punktist A, sellepärast

$$s_0^* = 0,$$

$$v_0 = v_A = 288\ \text{km/h} = 80\ \text{m/s}.$$

Asendades saame

$$v=80+3\ t;$$

$$s^*=80t+\frac{3t^2}{2}.$$

Punktide A ja B vaheline kaugus

$$s^*=\overset{\smile}{AB}=\pi R=3{,}14\cdot 500=1570\ \text{m}.$$

Lennuki liikumise aeg punktist A punkti B määrame võrrandist

$$1570=80\ t+1{,}5\ t^2$$

ehk

$$t^2+53{,}3\ t-1045=0,$$

kust

$$t=26{,}7\pm\sqrt{712+1045}=-26{,}7+41{,}9.$$

Ülesande lahendusele vastab positiivne juur, sellepärast

$$t=15{,}2\ s.$$

Lennuki kiirus punktis B

$$v_B=80+3\ t=80+3\cdot 15{,}2=125{,}6\ \text{m/s}.$$

Kiirenduse normaalkomponent

$$a_{nB}=\frac{v_B^2}{\varrho}=\frac{v_B^2}{R}=\frac{125{,}6^2}{500}\approx\frac{15800}{500}=31{,}6\ \text{m/s}^2.$$

Antud juhul trajektoori kõverusraadius ϱ on kõikides punktides võrdne ringjoone raadiusega R. Kiirendus punktis B

$$a_B=\sqrt{a_{\tau B}^2+a_{nB}^2}=\sqrt{3^2+31{,}6^2}=$$

$$=\sqrt{1009}=31{,}8\ \text{m/s}^2.$$

Nüüd konstrueerime, olenevalt ajast, liikumise karakteristikute graafikud. Puutekiirendus a_τ on konstantne (joon. *b*). Kiirus muutub lineaarselt (joon. *c*), alates $v_0=80$ m/s, valemi järgi

$$v=80+3\ t.$$

Kaugused punktist A muutuvad parabooli järgi

$$s^*=80t+\frac{3t^2}{2}.$$

Saadud punktide järgi joonestame graafiku (joon. *d*).

t s	0	2	4	6	8	10	12	14	15,2
t^2	0	4	16	36	64	100	144	196	231
$80\,t$	0	160	320	480	640	800	960	1120	1216
$1{,}5\,t^2$	0	6	24	54	96	150	216	294	347
s^* m	0	166	344	534	736	950	1176	1414	1563

Normaalkiirenduse muutumise graafik (joon. *e*)

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

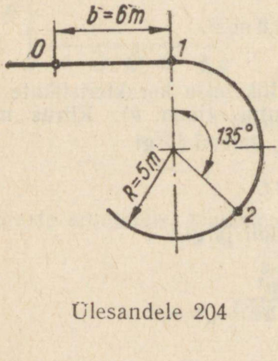
Ka see graafik tuleb konstrueerida punktide järgi (konstrueerida iseseisvalt).

Kogukiirenduse muutumise graafik (joon. *f*) on samuti konstrueeritud punktide järgi, kasutades valemit

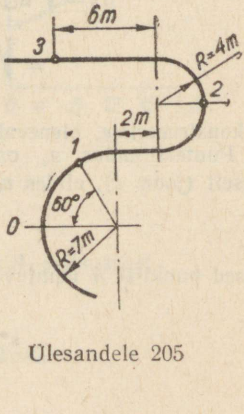
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

204. Punkt liigub joonisel näidatud trajektooril võrrandi järgi $s = 2 + 0{,}1\,t^4$ (s — meetrites, t — sekundites). Vaatlemist alustada punktist 0. Määrata punkti kiirus ja kiirendus asukohas *2*.

Vastus. 17,9 m/s; 65,9 m/s^2.



Ülesandele 204



Ülesandele 205

205. Punkt liigub joonisel näidatud trajektooril võrrandi järgi $s=0{,}5\,t^3$ (s — meetrites, t — sekundites). Nõutakse: 1) joonestada mõõtvahekorras punkti trajektoor; 2) määrata aeg, mida vajab punkt jõudmiseks asendisse *1, 2, 3*. Määrata ja joonestada mõõtvahekorras kiiruse, normaal-, puute- ja kogukiirenduse graafikud kolme antud asendi jaoks.

206. Tramm liigub kurvil, mille raadius on 5 m, konstantse kiirusega; 1) 6 km/h; 2) 15 km/h; 3) 20 km/h; 4) 36 km/h. Määrata kiirendus.

Vastus. 1) 0,0555 m/s^2; 2) 0,347 m/s^2; 3) 0,617 m/s^2; 4) 2,00 m/s^2.

207. Auto sõidab kumeral kaarsillal, mille kumerusraadius on 195 m, konstantse kiirendusega $a_\tau=2$ m/s^2. Mingil hetkel oli auto kiirus $v_0=10$ m/s. Määrata auto kogukiirendus kolmandal ja kümnendal sekundil pärast nimetatud momenti.

Vastus. $a_3=2{,}39$ m/s^2; $a_{10}=5{,}02$ m/s^2.

208. Punkt liigub kõverjoonelisel trajektooril puutekiirendusega $a_\tau=3$ m/s^2. Kogukiirendused: 1) 3,16 m/s^2; 2) 3,61 m/s^2; 3) 4,25 m/s^2; 4) 5 m/s^2 ning kiirused samadel ajahetkedel on: 1) 10 m/s; 2) 15 m/s; 3) 20 m/s; 4) 25 m/s. Määrata trajektoori kõverusraadiused vaadeldavates punktides.

Vastus. 1) 100 m; 2) 112,5 m; 3) 133,3 m; 4) 156,25 m.

209. Antud algkiiruse $v_0=3$ m/s ja liikumisaja $t=20$ s järgi määrata punkti poolt läbitud kaugus, kiirus ja kiirendus, vaadeldava teeosa lõpul. Liikumine on ühtlaselt kiirenev ($a_\tau=0{,}5$ m/s^2). Trajektoori kõverusraadius teepikkuse lõpul on 100 m.

Vastus. $s^*=160$ m; $v=13$ m/s; $a=1{,}76$ m/s^2.

210. Rong sõidab kurvil kiirusega 72 km/h. Järsul pidurdamisel on kiirendus $a_\tau=-0{,}33$ m/s^2. Kui pikk on pidurdustee? Missuguse seaduse järgi muutub ajaliselt rongi punkti normaalkiirendus, kui kurvi kõverusraadius on konstantne $\varrho=600$ m?

Vastus. $s=600$ m; $a_n=(0{,}815\ldots0{,}0134)\,t^2$ m/s^2; $0\leqslant t\leqslant 60$ s.

211. Punkt liigub kõverjoonelisel trajektooril konstantse puutekiirendusega. Kui liikumise algusest on läbitud 200 m, on kogukiirendus 6 m/s^2. Kui suur on puutekiirendus, kui kõverusraadius vaadeldavas punktis on 80 m?

Vastus. 4,00 m/s^2.

212. Auto sõidab ühtlaselt aeglustuvalt ringjoone kaarel, mille $r = 100$ m. Kui suur oli auto algkiirus, kui 40-ndal sekundil oli tema kiirus 18 km/h ja kogukiirendus 0,7 m/s^2?

Vastus. 31,1 m/s.

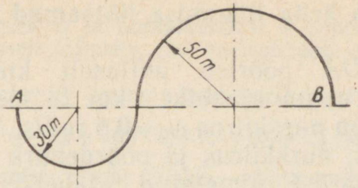
213. Punkt liigub ühtlaselt kiirenevalt ($a = 1$ m/s^2) mööda ringjoont, mille raadius on 2 m. Kui palju aega kulub kogu ringjoone läbimiseks, kui liikumine algas paigalseisust? Joonestada teepikkuse, kiiruse ja kiirenduse muutumise graafikud.

Vastus. 5,01 s.

214. Punkti liikumine toimub ühtlaselt kiirenevalt mööda kõverat *AB*, mis koosneb kahest poolringist. Punktis *A* on algkiirus $v_0 = 20$ cm/s, $a_\tau = 10$ m/s^2. Konstrueerida olenevalt ajast kauguste, kiiruste ja kiirenduste muutumise graafikud teeosale *AB*.

215. Tabeli andmetel määrata punkti kiirus ja kiirendus kümnendal ja viieteistkümnendal sekundil pärast liikumise algust. Konstrueerida kauguste, kiiruste ja kiirenduste muutumise graafikud 15 s jooksul. Liikumine toimub ringjoonel raadiusega *R*.

Variant	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_0 cm/s	10	20	30	40	50	60	40	30	20
s_0^* cm	500	300	100	100	300	500	500	300	100
R cm	80	90	100	110	120	130	140	150	160
a_τ cm/s^2	3	4	5	6	7	8	9	10	9



Ülesandele 214

Variant	10	11	12	13	14	15	16	17	18
v_0 cm/s	10	10	20	30	40	50	50	40	30
s_0^* cm	100	300	500	500	300	100	200	400	600
R cm	170	180	190	200	200	190	180	170	160
a_τ cm/s²	8	7	6	5	4	3	2	2	3

Variant	19	20	21	22	23	24	25	26	27
v_0 cm/s	20	10	10	20	30	40	50	50	40
s_0^* cm	600	400	200	200	400	600	600	400	200
R cm	150	140	130	120	110	100	90	80	70
a_τ cm/s²	4	5	6	7	8	9	10	10	9

Variant	28	29	30	31	32	33	34	35
v° cm/s	30	20	10	10	20	30	40	50
s_0^* cm	200	400	600	150	250	350	450	550
R cm	60	50	210	220	230	240	250	360
a_τ cm/s²	8	7	6	5	4	4	5	6

216. Vänt *OA* pöörleb ühtlaselt kiirenevalt ($\varepsilon = 0{,}02\ \mathrm{rad/s^2}$). Teatud ajahetkel, kui ta moodustab x-teljega nurga 45°, on nurkkiirus $\omega_0 = 0{,}6\ \mathrm{rad/s}$. Määrata vända liikumise seadus, nurkkiirus ja pöördenurk kolmekümnendal sekundil pärast nimetatud ajahetke. Pöördenurka lugeda x-teljest joonisel näidatud suunas.

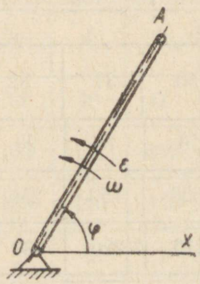
Lahendus. Jäiga keha pöörlemise tundmaõppimisel tuleb pöörleva keha pöörlemist iseloomustavad suurused — pöördenurk φ, nurkkiirus ω ja nurkkiirendus ε eraldada keha üksikute punktide liikumist iseloomustavatest karakteristikutest — kaugusest s^*, teepikkusest s, kiirusest v ja kiirendusest a. Antud ülesandes vaadeldakse kogu keha liikumist. Kuna liikumine on ühtlaselt kiirenev, siis tuleb kasutada valemeid

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

kus ω on nurkkiirus (muutuv suurus);
ω_0 — algnurkkiirus;
φ — keha pöördenurk;
φ_0 — algpöördenurk;
ε — nurkkiirendus (konstantne);
t — aeg.
Ühtlasel pöörlemisel määratakse pöördenurk valemiga

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$



Ülesandele 216

Kui nurkkiiruse ω ja nurkkiirenduse ε suunad ühtivad, siis on pöörlemine ühtlaselt kiirenev, kui vastupidised, siis ühtlaselt aeglustuv.

Esimesest valemist leiame vända nurkkiiruse 30 s möödumisel

$$\omega = 0{,}6 + 0{,}02 \cdot 30 = 0{,}6 + 0{,}6 = 1{,}2 \text{ rad/s}.$$

Teisest valemist leiame vända pöördenurga sama aja vältel. Vända algasend 45° tuleb eelnevalt üle viia radiaanidesse.

$$\varphi_0 = 45° \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785 \text{ rad}$$

ja

$$\varphi = 0{,}785 + 0{,}6 \cdot 30 + 0{,}01 \cdot 900 = 27{,}8 \text{ rad}.$$

217. Hüdroelektrijaama turbiini käivitamine kestab 5 min. Leida turbiini rootori pöörlemise seadus ja pöörete arv käivitamise kestel, kui nurkkiirendus $\varepsilon = 0{,}2$ rad/s^2.

Vastus. $\varphi = 0{,}1\, t$ rad; $u = 1432$ pööret.

218. Määrata maakera pöörlemise nurkkiirus ümber oma telje rad/s ja p/min ning kirjutada välja pöörlemise seadus.

Vastus. $\omega = 0{,}0000727$ rad/s; $n = 0{,}000695$ p/min; $\varphi = \varphi + 0{,}0000727\, t$ rad.

219. Elektrimootori rootori pöörlemiskiirus on 900 p/min. Võttes algpöördenurgaks $\frac{\pi}{2}$, leida rootori täielik pöördenurk ja pöördenurga juurdekasv 0,03 s jooksul.

Vastus. $\varphi = 1{,}4\, \pi$; $\Delta\varphi = 0{,}09\, \pi$.

220. Väljalülitamise hetkel on mootori hooratta nurkkiirus 210 p/min. Mitu pööret teeb ta kuni täieliku seismajäämiseni, kui nurkaeglustus on 0,628 rad/s^2. Kui suur on pidurdusaeg t_p?

Vastus. $u = 61{,}25$ pööret; $t_p = 35$ s.

221. Hooratas hakkab paigalseisust pöörlema ühtlaselt kiirenevalt ja 10 s pärast on ta nurkkiirus 30 rad/s. Mitu pööret tegi hooratas 10 s jooksul?

Vastus. 23,9 pööret.

222. Betoonisegisti trumli koormamisel selle nurkkiirus ühe minuti jooksul langeb 20-lt 15-le p/min. Arvutada betoonisegisti trumli nurkkiirendus (lugedes seda konstantseks) ja pöörete arv sellel ajavahemikul.

Vastus. $\varepsilon = -0{,}00873$ rad/s^2; $u = 17{,}5$ pööret.

223. Väikese ebatäpsusega tasakaalustatud hooratta pöörlemine erineb ühtlasest ja toimub seaduse järgi.

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + 0{,}03\pi \cos \omega_0 t.$$

Leida hooratta pöial asuva punkti liikumise seadus, kui hooratta läbimõõt on 0,6 m. Konstrueerida selle punkti liikumise graafik ajahetkedel $t=0;\ \frac{\pi}{4\omega_0};\ \ldots;\ \frac{2\pi}{\omega_0}$ s. Võrrelda saadud punkti liikumise graafikut ühtlase pöörlemise graafikuga.

224. Tsentrifugaalregulaator pöörleb seaduse järgi

$$\varphi = \pi(1 + 2t),$$

kus φ on radiaanides; t — sekundites.
Konstrueerida nurkkiiruse ja nurkkiirenduse graafikud 5 sekundi jooksul pärast pöörlemise algust.

225. Mootori käivitamisel määratakse rootori pöörlemine võrrandiga

$$\varphi = 0{,}6\,t^3,$$

kus φ on radiaanides; t — sekundites.
Konstrueerida rootori pöördenurga muutumise graafik 10 sekundi jooksul pärast mootori käivitamist ja selle alusel joonestada nurkkiiruse ja nurkkiirenduse graafikud.

226. Ülesande 216 andmetel määrata kepsul asuva punkti A ja kõigi ülejäänud punktide kiirused, kui kepsu pikkus $OA = 20$ cm.

L a h e n d u s. Keha pöörlemisel tema punktide kiirused antud ajahetkel määratakse valemiga

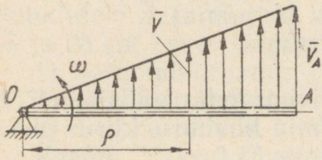
$$v = \omega\varrho,$$

kus ϱ on pöörlemistelje ja vaadeldava punkti vaheline kaugus.
Punktide kiirused muutuvad lineaarselt olenevalt punkti kaugusest pöörlemisteljest. Äärmise punkti A kaugus

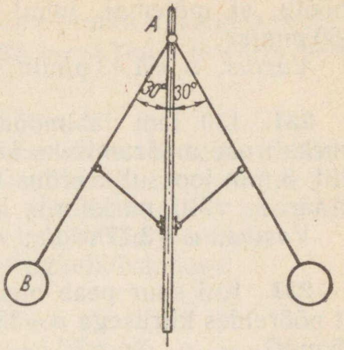
$$\varrho = OA = 20 \text{ cm}.$$

Vända nurkkiirus $\omega = 1{,}2$ rad/s.
Punkti A kiirus

$$v_A = 1{,}2 \cdot 20 = 24 \text{ cm/s}.$$



Ülesandele 226



Ülesandele 228

Punkti O kiirus on null ($\varrho=0$). Kandes kiirusvektori $\overline{v_A}$ suuruse (valitud mastaabis) punktis A risti vändaga ja ühendades sirgjoonega vektori $\overline{v_A}$ lõpp-punkti punktiga O (vt. joonist), saamegi vändal asuvate punktide kiiruste graafiku (epüüri) vända pikkuse ulatuses.

227. Ventilaatori tiiviku otspunkti kaugus pöörlemisteljest on 0,8 m ja pöörlemiskiirus 60 p/min. Määrata tiiviku otspunkti kiirus v ja konstrueerida kiiruste muutumise graafik tiiviku pikkuse ulatuses.

Vastus. $v=5{,}03$ m/s.

228. Tsentrifugaalregulaatori varda pikkus $AB=$ $=210$ mm. Jõumasina töötamisel regulaator pöörleb kiirusega 80 p/min ja varras AB moodustab vertikaaliga nurga 30°. Määrata kera B tsentri kiirus.

Vastus. $v=0{,}88$ m/s.

229. Malmplaati on vaja puurida auk läbimõõduga 60 mm ja sügavusega 200 mm. Puuri lõikekiirus $v=$ $=20$ m/min ja ettenihe 0,75 mm/p. Kui suure kiirusega n p/min peab pöörlema puur, et saavutada nimetatud lõikekiirust? Leida puurimise aeg.

Vastus. $n=106$ p/min; $t=2{,}5$ min.

230. Treipingil treitakse rihmaratast läbimõõduga $D=2000$ mm, mille rummu siseläbimõõt $d=175$ mm. Kui suure pöörlemiskiirusega n_1 tuleb treida rihmaratta tööpinda ja kui suure pöörlemiskiirusega n_2 rummu siseläbimõõtu, et mõlemal juhul lõikekiirus oleks konstantne 150 mm/s?

Vastus. $n_1=1{,}43$ p/min; $n_2=16{,}38$ p/min.

231. 130 mm läbimõõduga ühtlaselt pöörleva võlli nurkkiiruse määramiseks kinnitati tema ühe punkti külge niit. 3 min jooksul keerdus võllile niit pikkusega 44,107 m. Määrata võlli nurkkiirus (rad/s ja p/min).

Vastus. $\omega=3{,}77$ rad/s; $n=36$ p/min.

232. Kui suur peab olema lihvimisketta välisläbimõõt, et pööreldes kiirusega $n=3350$ p/min lihvimise kiirus oleks 35 m/s?

Vastus. $D=0{,}2$ m.

233. Tõstemasina trumli läbimõõt on 5,6 m ja köie liikumise kiirus 16 m/s. Mitu pööret minutis (n) teeb trummel? Mitu pööret (u) teeb trummel tõstmise ajal, kui vertikaalšahti sügavus on 575 m?

Vastus. $n=54{,}6$ p/min; $u=32{,}7$ pööret.

234. Ülesande 216 andmetel leida kepsul asuva punkti A ja kõigi ülejäänud punktide kiirendused, kui kepsu pikkus $OA=20$ cm.

L a h e n d u s. Keha pöörlemisel tema punktid liiguvad ringjoonelistel trajektooridel, sellepärast kiirendust määratakse komponentide abil:

puutekiirendus $a_\tau=\varepsilon\varrho$;

$$a_n=\omega^2\varrho.$$

Kogukiirenduse vektori suurus määratakse valemiga

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}.$$

Kiirendused a_τ, a_n ja a sõltuvad lineaarselt punkti kaugusest pöörlemisteljest. Kiirendus pöörlemisteljel on null ja kõige suurem punktis A.

$$a_{\tau A}=\varepsilon OA=0{,}02\cdot 20=0{,}4 \text{ cm/s}^2,$$

$$a_{nA}=\omega^2 OA=1{,}2^2\cdot 20=28{,}8 \text{ cm/s}^2,$$

$$a_A=\sqrt{a^2_{\tau A}+a^2_{nA}}=\sqrt{0{,}4^2+28{,}8^2}\approx 28{,}8 \text{ cm/s}^2.$$

235. Määrata hooratta äärmise punkti kiirendus, kui ta pöörleb konstantse nurkkiirusega $\omega=3$ rad/s ja ratta läbimõõt on 1 m.
Vastus. $a=a_n=4{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.

236. Jäik keha pöörleb ümber liikumatu telje nurkkiirusega $\omega=5$ rad/s ja nurkkiirendusega $\varepsilon=-20\ \mathrm{rad/s^2}$. Punktidele A ja B, mis asuvad pöörlemisteljest vastavalt 15 ja 25 cm kaugusel, arvutada ja näidata joonisel:
1) normaalkiirendus (tsentrifugaalkiirendus);
2) puutekiirendus;
3) kogukiirendus.
Vastus. $a_{nA}=3{,}75\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{nB}=6{,}25\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{\tau A}=-3\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{\tau B}=-5{,}0\ \mathrm{m/s^2}$; $a_A=4{,}8\ \mathrm{m/s^2}$; $a_B=8{,}0\ \mathrm{m/s^2}$.

237. Leida maakera pinnal asuva punkti kiirus ja kiirendus ööpäevasel liikumisel, kui punkt asub laiusel $\varphi=60°$. Maakera raadiuseks võtta 6000 km.
Vastus. $v=218$ m/s; $a=0{,}016\ \mathrm{m/s^2}$.

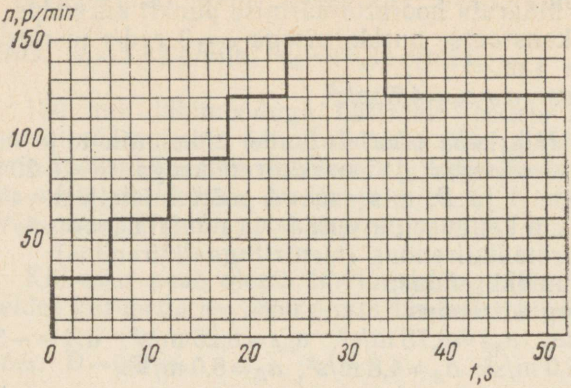
238. Vaadeldaval hetkel on hooratta nurkkiirus $\omega=1$ rad/s ja nurkkiirendus $\varepsilon=-2\ \mathrm{rad/s^2}$. Arvutada ja näidata joonisel pöörlemisteljest 0,5 m kaugusel asuva punkti kiirus ja kiirendus.
Vastus. $v=0{,}5$ m/s; $a=1{,}12\ \mathrm{m/s^2}$.

239. 5 sekundi jooksul liigub lift ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega 2 $\mathrm{m/s^2}$ ja edasi ühtlaselt. Kui suur on tõstemasina trumli nurkkiirus ω_1 ja äärmise punkti kiirendus a_1 kolmandal sekundil pärast liikumise algust? Kui suur on sama punkti kiirendus a_2 lifti ühtlasel liikumisel? Trumli läbimõõt on 4 m.
Vastus. $\omega_1=3$ rad/s; $a_1=18{,}1\ \mathrm{m/s^2}$; $a_2=50\ \mathrm{m/s^2}$.

240. Horisontaalteljel asuva ratta pöiale on keritud niit, mille otsas ripub raskus P. Teatud ajahetkel hakkab raskus langema konstantse kiirendusega a_0 ja paneb ratta pöörlema. Leida ratta pöiapunkti kogukiirendus funktsioonina raskuse poolt läbitud kõrgusest h. Ratta raadius on r. Liikumine algab paigalseisust.

Vastus. $a=\frac{a_0}{r}\sqrt{r^2+4h^2}$.

241. Eelmise ülesande andmetel määrata ratta nurkkiirendus ja pöiapunkti kiirus ning kogukiirendus teisel



Ülesandele 243

sekundil pärast liikumise algust, kui on teada, et esimese 10 sekundi jooksul langeb raskus 30 m. Ratta raadius on 1 m.

Vastus. $\varepsilon = 0{,}6\ \mathrm{rad/s^2}$; $v = 1{,}2\ \mathrm{m/s}$; $a = 1{,}56\ \mathrm{m/s^2}$.

242. Hooratas läbimõõduga $D = 2$ m hakkab paigalseisust pöörlema ühtlaselt kiirenevalt. Mingil ajahetkel on hooratta pöiapunkti kiirendus 6 $\mathrm{m/s^2}$ ja moodustab raadiusega nurga 60°. Määrata punkti kiirus ja kiirendus esimesel sekundil, kui punkt asub pöörlemisteljest $^1/_3$ m kaugusel.

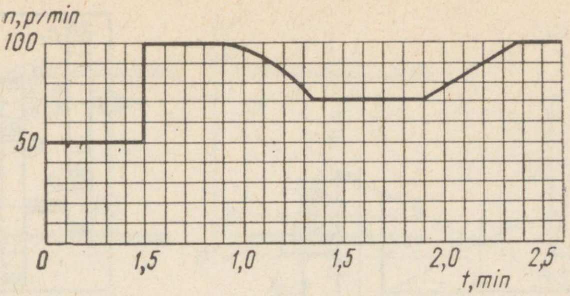
Vastus. $v = 1{,}73\ \mathrm{m/s}$; $a = 9{,}2\ \mathrm{m/s^2}$.

243. 200 mm läbimõõduga detail kinnitatakse töötlemiseks tööpingi padrunisse. Spindli nurkkiirust saab muuta kiirustekasti abil vastavalt töörežiimile. Nurkkiiruse graafik on antud joonisel. Määrata detaili pöial asuva punkti kiirus ja kiirendus ajahetkedel $t_1 = 10$ s ning $t_2 = 20$ s ja 40 sekundi jooksul spindli poolt tehtud pöörete arv.

Vastus. $v_1 = 0{,}63\ \mathrm{m/s}$; $a_1 = 3{,}93\ \mathrm{m/s^2}$; $v_2 = 1{,}26\ \mathrm{m/s}$; $a_2 = 15{,}7\ \mathrm{m/s^2}$; $u = 67$ pööret.

244. Mootori võlli nurkkiirus sõltub koormusest ja muutub graafikul antud seaduse järgi (vaata joonist). Määrata rihmaratta pöiapunkti kiirus ja kiirendus ajahetkedel $t_1 = 1{,}2$ min ja $t_2 = 2$ min. Võllil asuva rihmaratta läbimõõt on 400 mm.

Vastus. $v_1 = 1{,}78\ \mathrm{m/s}$; $a_{n1} = 15{,}7\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{\tau 1} = -0{,}0024\ \mathrm{m/s^2}$; $v_2 = 1{,}57\ \mathrm{m/s}$; $a_{n2} = 12{,}3\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{\tau 2} = 0{,}0021\ \mathrm{m/s^2}$.



Ülesandele 244

245. Pöörlemise ülekandmine võllilt A võllile B toimub rihmülekande abil. Vedava võlli pöörlemiskiirus $n_1=300$ p/min ja veetava võlli pöörlemiskiirus $n_2=100$ p/min. Määrata veetava rihmaratta läbimõõt D_2, kui vedava rihmaratta läbimõõt $D_1=200$ mm. Rihma libisemist mitte arvestada.

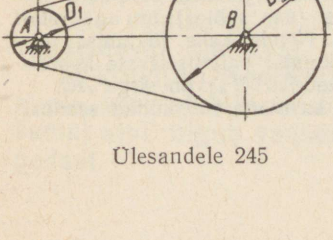
Vastus. $D_2=600$ mm.

246. Määrata väiksema hammasratta nurkkiirus, kui selle läbimõõt $D_1=120$ mm ja selle paneb pöörlema hammasratas läbimõõduga $D_2=600$ mm, mis pöörleb nurkkiirusega $\omega_2=4$ rad/s. Vaadelda kahte juhtu: a) sisehambumist; b) välishambumist.

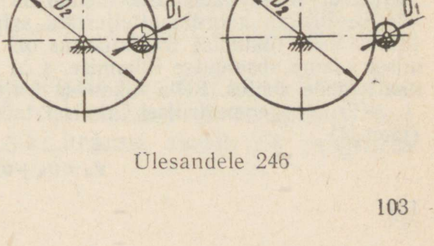
Vastus. a) $\omega_1=20$ rad/s; b) $\omega_1=-20$ rad/s.

247. Pöörlevat liikumist kantakse üle koonusrataste kaudu. Antud pöörlemiskiiruse $n_2=360$ p/min abil määrata pöörlemisteljest kaugeima kokkupuutepunkti kiirus ja kiirendus ning väiksema hammasratta pöörlemiskiirus n_1.

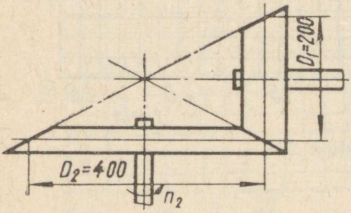
Vastus. $v_1=v_2=7{,}54$ m/s; $a_1=568$ m/s^2; $a_2=284$ m/s^2; $n_1=720$ p/min.



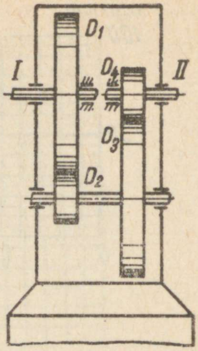
Ülesandele 245



Ülesandele 246



Ülesandele 247



Ülesandele 248

248. Joonisel antud multiplikaatori vedava võlli pöörlemiskiirus $n_{I}=30$ p/min. Määrata veetava võlli pöörlemiskiirus n_{II}, kui on antud rataste läbimõõdud: $D_1=450$ mm; $D_2=50$ mm; $D_3=300$ mm; $D_4=60$ mm.

Vastus. $n_{II}=750$ p/min.

9. Punkti liitliikumine

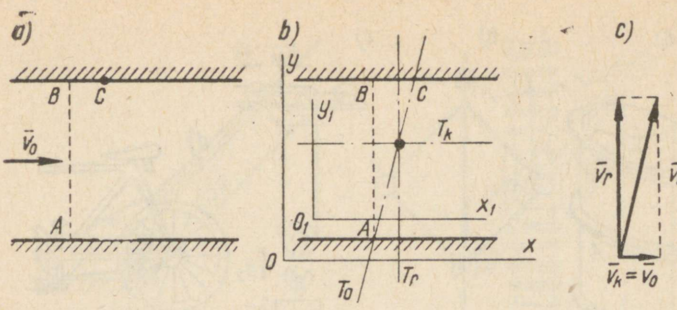
249. Jõest ülesõidul, punktist A teisel kaldal asuvasse punkti B (joon. *a*), hoidis paadimees rooli AB suunas. Mootorpaadi kiirus vee suhtes on 8 km/h. Voolu kiirus $v_0=2$ km/h. Leida paadi kiirus kallaste suhtes ja triivi BC pikkus, kui ülesõit kestis 3 min.

Lahendus. Paadi liikumist kallaste suhtes võib vaadelda kahe liikumisena: jõe veevoolu liikumisena koos paadiga (see liikumine tekiks siis, kui mootor on välja lülitatud) ja paadi liikumisena vee suhtes.

Rakendame kaks koordinaatide süsteemi (joon. *b*). Jõe kallastega seotud liikumatu xy-teljestik ja vooluga seotud liikuv x_1y_1-teljestik, mis liigub kiirusega $v_0=2$ km/h. Paadi liikumist koos liikuva teljestikuga kallaste suhtes nimetatakse kaasaliikumiseks. Selle liikumise trajektoor (T_k) vaadeldaval hetkel on näidatud joonisel *b*. Paadi liikumine liikuva koordinaatteljestiku suhtes (vee suhtes) on aga relatiivne. Selle liikumise trajektooriks on T_r. Nende kahe liikumise liitmisel saame absoluutse liikumise, s. o. liikumise paigalseisvate koordinaattelgede suhtes. Selle liikumise trajektooriks (T_a) on sirge AC.

Kiiruste geomeetrilisel liitmisel tuleb kasutada rööpküliku seadust (joon. *c*)

$$\bar{v}_a=\bar{v}_\kappa+\bar{v}_r.$$



Ülesandele 249

Arvestades, et $v_k = v_0 = 2$ km/h ja $v_r = 8$ km/h, saame

$$v_a = \sqrt{v_k^2 + v_r^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68} = 8{,}25 \text{ km/h}.$$

Paadi triivi tuleb määrata kaasaliikumise kiiruse abil

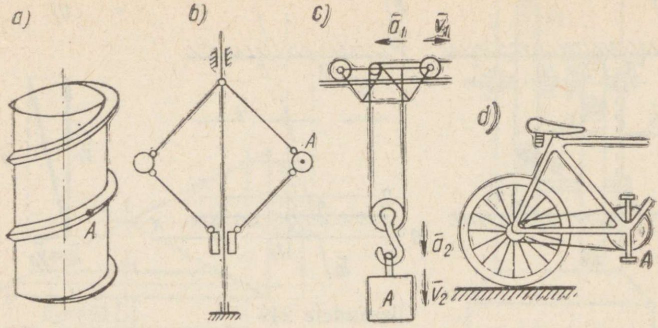
$$BC = v_k t = \frac{2 \cdot 10^3}{60} 3 = 100 \text{ m}.$$

250. Allpool antud punkti liitliikumine lahutada komponentideks (relatiivseks ja kaasaliikumiseks); joonestada paigalseisev ja liikuv koordinaatteljestik ja iga liikumise trajektoor:

1) laeva liikumine jõel;
2) inimese liikumine sõitva rongi vagunis;
3) vihmapiisa libisemine sõitva auto külgklaasil;
4) lendava lennuki propelleri punktide liikumine;
5) rongi liikumine maapinnal.

251. Lahutada punkti *A* liikumine komponentideks. Joonestada liikuv ja paigalseisev koordinaatteljestik ning näidata relatiivse, absoluutse ja kaasaliikumise kiirused vaadeldaval ajahetkel.

a) kruvi; b) tsentrifugaalregulaator, kui selle liikumine ei ole veel stabiliseerunud; c) raskuse *A* tõstmisel, kui samal ajal liigub vanker piki kraana noolt; d) jalgratta pedaal.



Ülesandele 251

252. Eskalaatori lint liigub kiirusega 1 m/s. Samal ajal liigub inimene piki eskalaatorit selle astmete suhtes kiirusega 1 m/s. Määrata inimese kiirus seinte suhtes.

Vastus. 2 m/s või 0.

253. Inimese liikumisel piki paati kiirusega 1 m/s, liigub paat samal ajal vastupidises suunas vee suhtes kiirusega 0,33 m/s. Määrata inimese kiirus vee suhtes.

Vastus. 0,67 m/s.

254. Reisija, sõites rongiga, mille kiirus on 72 km/h, nägi aknast vastusõitvat 500 m pikkust rongi 12,5 s vältel. Määrata vastusõitva rongi kiirus.

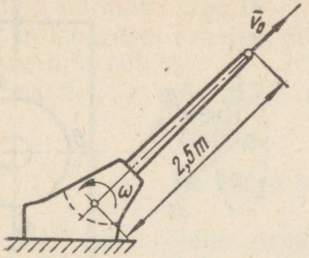
Vastus. 72 km/h.

255. Kahurist tulistamisel lendas mürsk kiirusega $v_0 = 600$ m/s, samal ajal pöördus kahuri toru vertikaaltasapinnas nurkkiirusega $\omega = 2$ rad/s. Määrata mürsu kiirus sel hetkel maa suhtes.

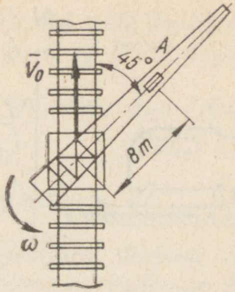
Vastus. 600,2 m/s.

256. Tornkraana liigub rööbasteel kiirusega $v_0 = 1$ m/s, samal ajal pöördub tema nool nurkkiirusega $\omega = 0{,}2$ rad/s. Määrata kraana vankri *A* liikumine Maa suhtes joonisel näidatud asendis.

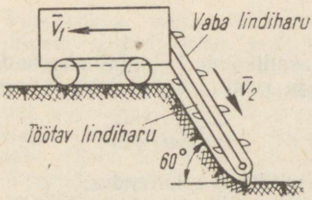
Vastus. 2,42 m/s.



Ülesandele 255



Ülesandele 256



Ülesandele 257

257. Mitmekopaline ekskavaator liigub kiirusega $v_1 = 1080$ m/h. Lindi liikumise kiirus $v_2 = 1$ m/s. Määrata töötava haru ja veetava haru punktide kiirused (v_t ja v_v) maapinna suhtes.

Vastus. $v_t = 1{,}18$ m/s; $v_v = 0{,}89$ m/s.

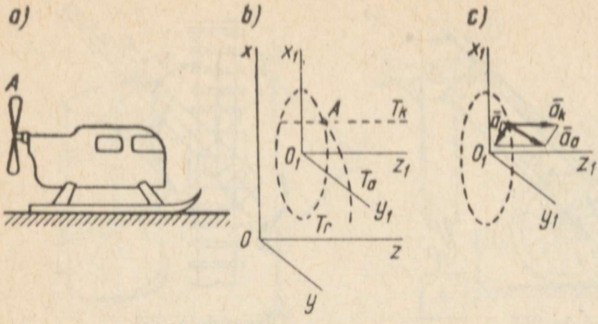
258. Liikumise algul sõidab aerosaan kiirendusega $a_0 = 2$ m/s^2. 2 m läbimõõduga propeller pöörleb samal ajal konstantse kiirusega $n = 1500$ p/min. Määrata propelleri laba lõpp-punkti A kiirendus.

L a h e n d u s. Liikuva koordinaatteljestiku seome aerosaaniga (joon. *b*), aga paigalseisva — maapinnaga. Punkti A kaasaliikumiseks on aerosaani pikisuunaline liikumine kiirendusega a_0 ja relatiivseks konstantse nurkkiirusega pöörlemine ümber z_1-telje.

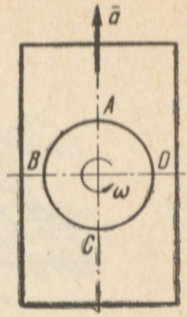
$$n = 1500 \text{ p/min}$$

ehk

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 1500}{30} = 50\pi \text{ rad/s}.$$



Ülesandele 258



Ülesandele 260

Pikisuunalisel kaasaliikumisel punkti absoluutne kiirendus määratakse kaasaliikumise ja relatiivse liikumise kiirenduste geomeetrilise summana

$$\bar{a}_a = \bar{a}_\kappa + \bar{a}_r,$$

kus a_k on punkti kaasaliikumise kiirendus;
a_r — punkti relatiivse liikumise kiirendus.
Kaasaliikumise kiirendus on teada:

$$a_k = a_0 = 2 \text{ m/s}.$$

Relatiivseks liikumiseks on konstantse nurkkiirusega pöörlemine, sellepärast punkti relatiivse liikumise kiirenduseks on ainult normaalkiirendus

$$a_r = a_{rn} = \omega^2 R = (50\pi)^2 1 \approx 25\,000 \text{ m/s}^2,$$

mis on suunatud piki kaasaliikumise trajektoori raadiust (joon. *c*). Kogukiirenduse komponentide vaheline nurk on 90° ning sellepärast

$$a_a = \sqrt{a_\kappa^2 + a_r^2} = \sqrt{25000^2 + 2^2} \approx 25000 \text{ m/s}^2,$$

s. t. et praktiliselt absoluutne kiirendus ühtib relatiivse kiirendusega.

259. Tornkraana vanker liigub antud hetkel piki horisontaalset noolt kiirusega $v_1 = 1$ m/s ja aeglustusega $a_1 = 0{,}5$ m/s². Samal ajal lastakse alla raskust *A* kiirusega $v_2 = 2$ m/s ja kiirendusega 0,5 m/s². Määrata raskuse kiirus ja kiirendus kraana liikumatu noole suhtes.

Vastus. $v = 2{,}24$ m/s; $a = 0{,}707$ m/s².

260. Auto sõidab kiirendusega $a = 1$ m/s². Tema peale monteeritud mõõteriist pöörleb vertikaaltelje ümber konstantse nurkkiirusega $\omega=2$ rad/s. Määrata pöörlemisteljest 0,2 m kaugusel asuvate punktide A, B, C ja D kiirendused maapinna suhtes.

Vastus. $a_A=0{,}2$ m/s²; $a_B=a_D=1{,}28$ m/s²; $a_C=1{,}8$ m/s².

10. Jäiga keha liitliikumine

261. Auto sõidab sirgjoonelisel teelõigul ühtlase kiirusega 72 km/h. Määrata auto rattal asuvate punktide A, B, C, D ja M absoluutsed kiirused, kui ratta raadius on 0,6 m (joon. a).

Lahendus. Vaadeldava ratta liikumine on tasaparalleelne. Ratta tsenter on jäigalt seotud auto kerega ja liigub kiirusega 72 km/h ehk 20 m/s. Kõigi ülejäänud ratta punktide kiirused on erinevad ja nende suurusi ning suundi leiame järgmiselt.

Viime sisse liikuva koordinaatteljestiku ja seome selle translatoorselt liikuva auto kerega (ratta tsentriga). Nüüd võib ratta liikumist vaadelda liitliikumisena (joon. b). Kaasaliikumiseks on translatoorne liikumine, kus kõik punktid omavad sama kiirust $v_к=v$ ja relatiivseks — pöörlemine, kus punktide kiirused määratakse valemiga

$$v_r=\omega_r\varrho,$$

kus ω_r on relatiivse liikumise nurkkiirus;

ϱ — liikuva koordinaatelgede alguse O_1 ja vaadeldava punkti vaheline kaugus.

Liites geomeetriliselt kaasaliikumise ja relatiivse liikumise kiiruse

$$\bar{v}_a=\bar{v}_к+\bar{v}_r,$$

leiame iga ratta punkti absoluutse kiiruse maapinna suhtes.

Relatiivse liikumise nurkkiirus ei ole veel teada, tema määramiseks vaatleme ratta ja maapinna puutepunkti C. Kuna ratas puudutab liikumatut teed ja libisemist ei arvestata, siis punkti C absoluutne kiirus on null $v_C=0$.

Jooniselt b on näha, et

$$v_C=v_к-v_r=v-v_r,$$

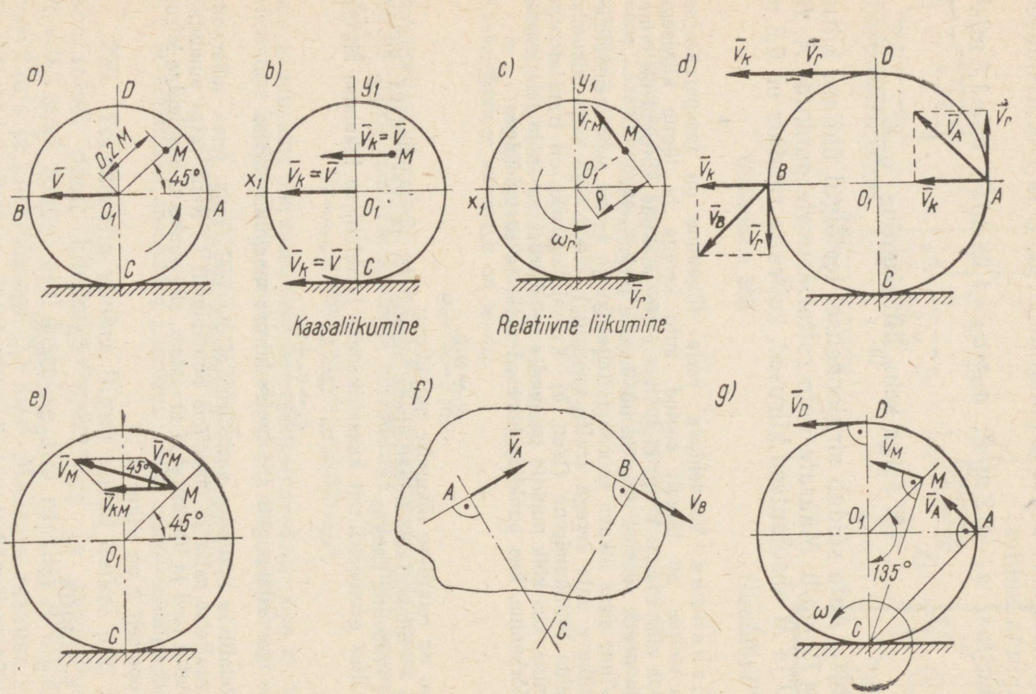
kuna $v_C=0$, siis

$$v=v_r=\omega_r R.$$

Nüüd saab määrata relatiivse pöörlemise nurkkiiruse

$$\omega_r=\frac{v}{R}=\frac{20}{0{,}3}=66{,}7 \text{ rad/s}$$

ja ratta iga punkti kiiruse. Näiteks (joon. c) punktide A ja B kiirused



Ülesandele 261

$$v_A = v_B = \sqrt{v_к^2 + v_r^2} = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2} = 20 \cdot 1{,}41 = 28{,}2 \text{ m/s}.$$

Punkti D kiirus (joon. *d*)

$$v_D = v_k + v_r = 2v = 40 \text{ m/s}.$$

Suvalise punkti M (joon. *e*), mis asub punktist O_1 kaugusel

$\varrho_M = O_1M = 0{,}2$ m, kiirus määratakse

$$\bar{v}_M = \bar{v}_{kM} + \bar{v}_{rM},$$

$$v_{kM} = v_k = v = 20 \text{ m/s},$$

$$v_{rM} = \omega_r \overline{O_1M} = \frac{v}{R} \varrho_M = \frac{20}{0{,}3} = 13{,}33 \text{ m/s},$$

$$v_M = \sqrt{v_{kM}^2 + v_{rM}^2 + 2 v_{kM} v_{rM} \cos 45^\circ} =$$

$$= \sqrt{20^2 + 13{,}33^2 + 2 \cdot 20 \cdot 13{,}33 \cdot 0{,}707} = 30{,}9 \text{ m/s}.$$

Teisest küljest võib tasaparalleelset liikumist vaadelda igal ajahetkel kui absoluutset pöörlemist hetkelise pöörlemistsentri ümber. Liikuva keha lõikepinnal nimetatakse seda punkti kiiruste hetkeliseks tsentriks, s. o. punkt, mille absoluutne kiirus antud hetkel on null. Seda punkti võib leida, kas vaadeldes keha liikumist (meie ülesandes punkt C) või määrata kahe tuntud kiirusvektori ristsirgete lõikepunktina (joon. *f*).

Pärast kiiruste hetkelise tsentri C määramist võib keha iga punkti kiiruse leida valemiga (joon. *g*)

$$v = \omega\varrho,$$

kus ω on kiiruste hetkelise tsentri ümber pöörlemise nurkkiirus ja on võrdne relatiivse pöörlemise nurkkiirusega ω_r;

ϱ — kiiruste hetkelise tsentri ja vaadeldava punkti vaheline kaugus.

Näiteks punkti D jaoks

$$\varrho_D = 2R = 0{,}6 \text{ m}.$$

Punkti A jaoks

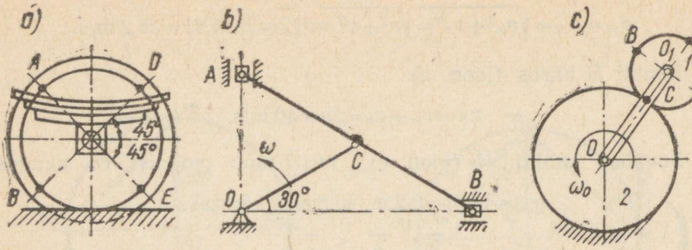
$$\varrho_A = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} = 0{,}3 \cdot 1{,}41 = 0{,}423 \text{ m}.$$

Punkti M jaoks leiame kolmnurgast MO_1C

$$\varrho_M = CM = \sqrt{O_1M^2 + O_1C^2 - 2O_1M \cdot O_1C \cos 135^\circ}$$

ehk

$$\varrho_M = \sqrt{0{,}04 + 0{,}09 + 0{,}12 \cdot 0{,}707} = \sqrt{0{,}215} = 0{,}464 \text{ m}.$$



Ülesandele 262

Absoluutsete kiirusvektorite suurused:

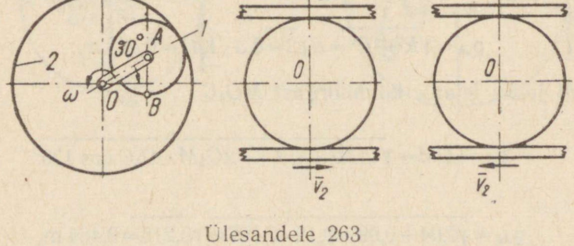
$$v_D = \omega\varrho_D = 66{,}7 \cdot 0{,}6 = 40 \text{ m/s};$$
$$v_A = \omega\varrho_A = 66{,}7 \cdot 0{,}423 = 28{,}2 \text{ m/s};$$
$$v_M = \omega\varrho_M = 66{,}7 \cdot 0{,}464 = 30{,}9 \text{ m/s}.$$

Kiiruste vektor mõjub risti lõiguga ϱ, mis on kiiruste hetkelise tsentri ja vaadeldava punkti vaheline kaugus ning on suunatud ratta pöörlemise suunas.

262. Vaadelda iga antud tasaparalleelliikumist kahe liikumisena, s. o. pikisuunalise ja pöörleva liikumisena. Näidata, kuidas määrata pikisuunalise liikumise kiirust järgmistel juhtudel:
a) raudteevaguni rattal; b) ellipsograafi joonlaual *AB*; c) liikuva hammasratta *1* veeremisel paigalseisva ratta *2* ümber.

263. Määrata kiiruste hetkeline tsenter järgmistel juhtudel:

a) rööpal veerevale rattale ilma libisemiseta (vt. joonist *a* ülesandele 262);



Ülesandele 263

b) hammasrattale *1*, mis veereb hammasratta *2* välispinnal (vt. joonist *c* ülesandele 262);

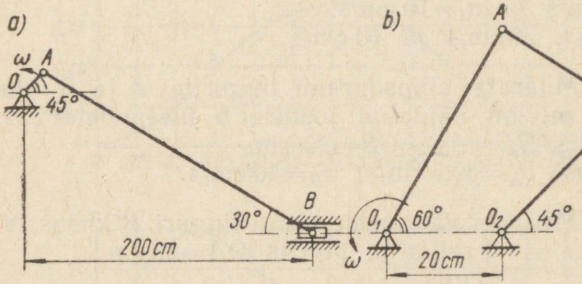
c) hammasrattale *1*, mis on hammasrattaga *2* sisehambumises (joon. *a*);

d) hammasrattale, mis on asetatud kahe liikuva hammaslati vahele, kui latid liiguvad samas suunas ja vastupidises suunas (joon. *b*) erinevate kiirustega.

264. Antud mehhanismi lülide liikumine jagada translatoorseks ja pöörlevaks liikumiseks:

a) detsentreeritud väntmehhanismi kepsu AB liikumine;

b) šarniirnelilüliku kepsu AB liikumine.



Üleasndele 264

265. Rong sõidab kiirusega 60 km/h. Vaguni ratta läbimõõt on 0,8 m. Määrata ratta pöiapunktide A, B, E ja D kiirused, kui ratas veereb libisemata (vt. joonist *a* ülesandele 262).

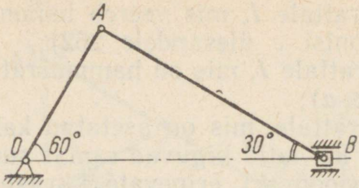
Vastus. $v_A = v_0 = 30{,}8$ m/s; $v_B = v_E = 12{,}8$ m/s.

266. Määrata satelliithammasratta punktide A, B, C ja D kiirused (vt. joonist *c* ülesandele 262) tema veeremisel päikeseratta ümber. Satelliitratta raadius on 20 cm, raami OO_1 pikkus 60 cm ja nurkkiirus $\omega_0 = 2$ rad/s.

Vastus. $v_A = 240$ cm/s; $v_B = v_D = 170$ cm/s; $v_C = 0$.

267. Määrata väiksema hammasratta vertikaaldiameetril asuva punkti B kiirus (vt. joonist *a* ülesandele 263). Hammasratas *1* veereb libisemata hammasrattal *2*, mille raadius on 70 cm. Raami OA pikkus on 40 cm ja antud hetkel nurkkiirus $\omega = 3$ rad/s.

Vastus. 2,08 m/s.



Ülesandele 270

268. Määrata kahe hammaslati vahel asuva hammasratta keskpunkti kiirus (vt. joonist *b* ülesandele 263), kui $v_1 = 30$ cm/s ja $v_2 = 10$ cm/s.

Vastus. 20 cm/s ja 10 cm/s.

269. Määrata ellipsograafi liugurite *A* ja *B* kiirused asendis, mis on näidatud joonisel *b* ülesandele 262, kui $\omega = 2$ rad/s, $OC = AC = CB = 20$ cm.

Vastus. $v_A = 69{,}5$ cm/s; $v_B = 40$ cm/s.

270. Määrata väntmehhanismi liuguri *B* kiirus. Vända nurkkiirus $\omega = 1$ rad/s ja pikkus $OA = 20$ cm.

Vastus. 23,1 cm/s.

271. Konstrueerida joonisel *a* näidatud väntmehhanismi liuguri *B* paigutuste, kiiruste ja kiirenduste graafikud, kui vända raadius $r = 90$ mm ja pöörlemiskiirus $n = 1500$ p/min ning kepsu pikkus $l = 320$ mm. Kui suur on liuguri paigutus, kiirus ja kiirendus, kui vänt asub nurga all $\alpha_1 = 36°$ (joon. *b*)?

L a h e n d u s.
Liuguri paigutus

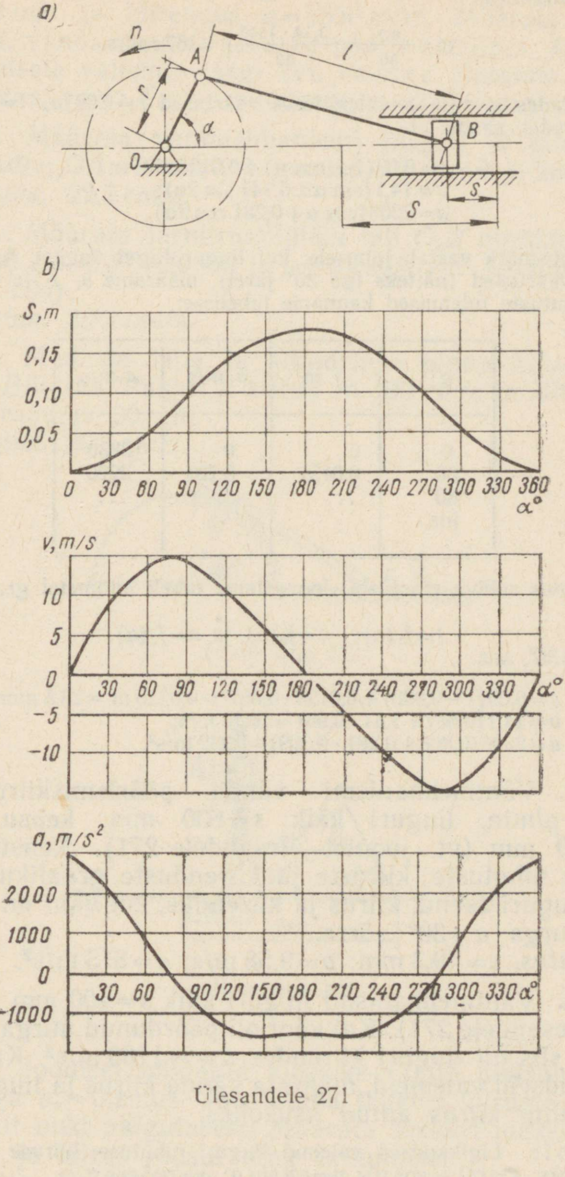
$$s = r(1 - \cos\alpha) \pm \frac{r^2}{2l} \sin^2\alpha;$$

liuguri kiirus

$$v = r\omega\left(\sin\alpha + \frac{r}{l} \sin 2\alpha\right);$$

liuguri kiirendus

$$a = r\omega^2\left(\cos\alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha\right);$$



Ülesandele 271

vända nurkkiirus

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 1500}{30} = 157 \text{ rad/s}.$$

Asetades s, v ja a valemitesse väärtused $r = 0{,}09$ m, $l = 0{,}32$ m ja $\omega = 157$ rad/s, saame et

$$s = 0{,}09(1 - \cos\alpha) + 0{,}0126 \sin^2\alpha;$$
$$v = 14{,}1(\sin\alpha \pm 0{,}141 \sin 2\alpha);$$
$$a = 2208(\cos\alpha + 0{,}281 \cos 2\alpha).$$

Miinusmärk vastab juhusele, kui liugur liigub tagasi. Andes nurgale α väärtused (näiteks iga 30° järel), määrame s, r ja a väärtused. Arvutuste tulemused kanname tabelisse:

$\alpha°$	s m	v m/s	a m/s
0	0	0	2830
30	0,0151	8,76	2220
60	...	...	...
jne.			

Valides sobiva mastaabi, joonestame tabeli andmetel graafikud:

$$s = f_1(\alpha); \quad v = f_2(\alpha) \text{ ja } a = f_3(\alpha).$$

Kui $\alpha_1 = 36°$, siis

$$s = 0{,}09(1 - 0{,}808) + 0{,}0126 \cdot 0{,}587^2 = 0{,}0235 \text{ m} = 23{,}5 \text{ mm};$$
$$v = 14{,}1(0{,}587 + 1{,}41 \cdot 0{,}95) = 10{,}16 \text{ m/s};$$
$$a = 2208(0{,}808 + 0{,}281 \cdot 0{,}309) = 1932 \text{ m/s}^2.$$

272. Väntmehhanismi vända pöörlemiskiirus $n = 500$ p/min, liuguri käik $s = 600$ mm; kepsu pikkus $l = 1200$ mm (vt. joonist ülesandele 271). Konstrueerida liuguri nihutuste, kiiruste ja kiirenduste graafikud. Määrata liuguri asend, kiirus ja kiirendus, kui vänt on pöördunud nurga $\alpha = 30°$ võrra.

Vastus. $s = 49{,}3$ mm; $v = 9{,}58$ m/s; $a = 815$ m/s^2.

273. Väntmehhanismi liuguri käik $s = 400$ mm (vt. joonist ülesandele 271). Kui vänt oli pöördunud nurga $\alpha = 160°$ võrra, siis oli liuguri kiirendus $a = -1180$ m/s^2. Kasutades ligikaudseid valemeid, määrata vända kiirus ja liuguri asukoht ning kiirus antud asukohas.

J u h i s. Ligikaudsed valemid liuguri nihutuse, kiiruse ja kiirenduse jaoks: $s = r(1 - \cos\alpha)$; $v = r\omega \sin\alpha$; $a = r\omega^2 \cos\alpha$.

Vastus. $n = 240$ p/min; $s = 387$ mm; $v = 43$ m/s.

274. Kui vänt asub nurga $\alpha=45°$ all, siis liuguri kiirus $v=8{,}98$ m/s ja kiirendus $a=2530$ m/s^2. Määrata liuguri nihutus, vända raadius ja selle pöörlemiskiirus. Arvutada ligikaudsete valemite järgi (vt. eelmise ülesande juhist).

Vastus. $s=11{,}7$ mm; $r=40$ mm; $n=270$ p/min.

275. Määrata väntmehhanismi liuguri B kiirus, kui $\omega=1$ rad/s; $OA=20$ cm (vt. joonist a ülesandele 264).

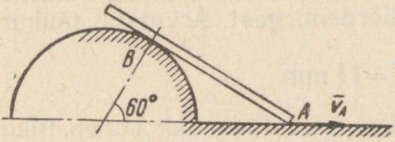
Vastus. 22,3 cm/s.

276. Määrata šarniirnelilüliku lüli O_2B nurkkiirus, kui $O_1A=40$ cm, $O_2B=30$ cm ja $\omega=2$ rad/s (vt. joonist b ülesandele 264).

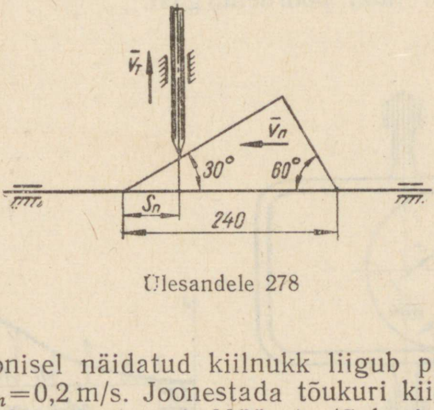
Vastus. 2,73 rad/s.

277. Määrata laua ja silindrilise pinna kokkupuutepunkti B kiirus. Punkti A kiirus on 100 cm/s ja silindrilise pinna raadius 30 cm.

Vastus. 86,5 cm/s.



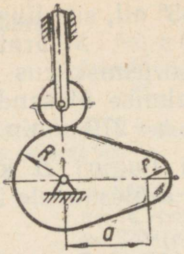
Ülesandele 277



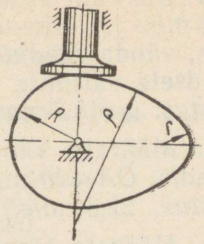
Ülesandele 278

278. Joonisel näidatud kiilnukk liigub pikisuunaliselt kiirusega $v_n=0{,}2$ m/s. Joonestada tõukuri kiiruste graafik olenevalt nuki paigutusest. Määrata tõukuri maksimaalne tõus H ja kiirus tõusul ning laskumisel.

Vastus. $H=104$ mm; $v_{tõus}=0{,}1154$ m/s; $v_{lask}=0{,}346$ m/s.



Ülesandele 279

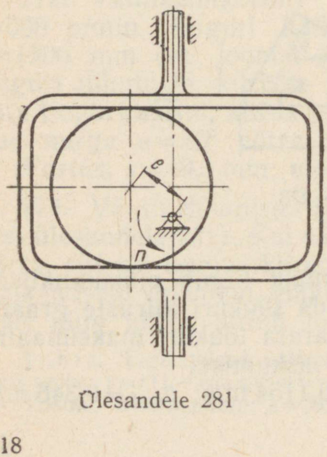


Ülesandele 280

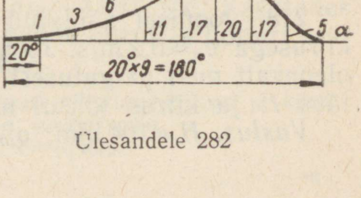
279. Ketasnuki profiil koosneb kahest ringi kaarest ($R=15$ mm ja $r=4$ mm), mis on omavahel ühendatud puutesirgega. Kaarte tsentritevaheline kaugus $a=22$ m. Nukk mõjub tõukuri rullile, mille läbimõõt $D=15$ mm. Joonestada nukk ja konstrueerida tõukuri nihutuste graafik olenevalt nuki pöördenurgast. Arvutada tõukuri maksimaalne tõus H.

Vastus. $H=11$ mm.

280. Joonisel näidatud nukk paneb liikuma tasapinnalise taldrikuga tõukuri. Nuki profiil on koostatud kolmest kaarest raadiustega: $R=25$ mm; $\varrho=53$ mm ja $r=12$ mm. Joonestada nukk ja konstrueerida tõukuri nihutuste graafik olenevalt nuki pöördenurgast.



Ülesandele 281



Ülesandele 282

281. Ringprofiiliga ekstsentrik läbimõõduga 50 mm ja ekstsentrilisusega $e=18$ mm on paigutatud tõukuri raami nii, nagu näidatud joonisel. Ekstsentriku pöörlemiskiirus $n=720$ p/min. Konstrueerida tõukuri nihutuste, kiiruste ja kiirenduste graafikud olenevalt ekstsentriku pöördenurgast. Leida tõukuri maksimaalne nihutus, kiirus ja kiirendus.

Vastus. $H=36$ mm; $v_{max}=1{,}36$ m/s; $a_{max}=102$ m/s^2.

282. Joonisel on antud rulltõukuri nihutuste graafik olenevalt nuki pöördenurgast. Joonestada nuki profiil algraadiusega $R=30$ mm. Rulli läbimõõt $D=12$ mm.

283. Konstrueerida kardeoidnuki (südamekujuline) profiil, kui tõukuri tõus on 16 mm ja algordinaat 20 mm. Kui suur on tõukuri kiirus, kui nuki pöörlemiskiirus $n=1200$ p/min.

Vastus. $v=0{,}64$ m/s.

DÜNAAMIKA

11. Masspunkti dünaamika

Dünaamika seadused

284. Vaba masspunkt massiga 6 g liigub sirgjooneliselt kiirendusega 50 cm/s^2. Määrata punktile mõjuv jõud.

Lahendus. Ülesande tekstis on antud punkti liikumine. On vaja määrata jõud, mis kutsub esile seda liikumist (dünaamika esimene ülesanne).

Punkti sirgjoonelisel liikumisel on kiirendus suunatud piki trajektoori. Dünaamika põhiseaduse järgi

$$\overline{P}=m\overline{a}.$$

Kasutades rahvusvahelist süsteemi (SI), saame et

$$P=0{,}006\cdot 0{,}5=0{,}003\text{ N}.$$

Selle jõu suurus CGS süsteemis on $0{,}003:10^{-5}=300$ dyn. Tõepoolest,

$$P=ma=6\cdot 50=300\text{ gcm/s}^2=300\text{ dyn}.$$

0,003 N vastab $0{,}003:9{,}81=0{,}00031$ kG,

$$P=(0{,}006:9{,}81)0{,}5=0{,}00031\text{ kG}.$$

Jõud on samasuunaline kiirenduse vektoriga.

285. Kui suur on punkti raskusjõud, kui tema mass on 30 g?

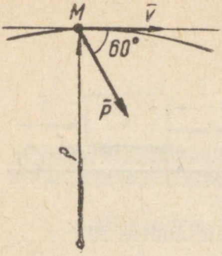
Vastus. 0,295 N.

286. Masspunkt massiga 50 g liigub maapinna lähedal piki vertikaali sirgjooneliselt kiirendusega 6 m/s^2. Määrata punktile mõjuv inertsjõud.

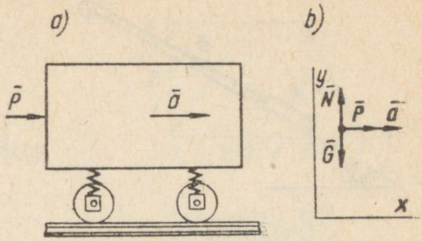
Vastus. 0,3 N.

287. Vaba masspunkt M liigub jõu $\overline{P}$ mõjul. Vaadeldaval hetkel on tema kiirus $v=200$ m/s, trajektoori kõverusraadius $\varrho=2800$ m, punkti mass 3 kg. Määrata jõu $\overline{P}$ suurus.

Vastus. 16,5 N.



Ülesandele 287



Ülesandele 288

288. Vagonett kaaluga $G=250$ kG liigub horisontaalsel sirgjoonelisel teel horisontaalselt mõjuva jõu $\overline{P}$ mõjul kiirendusega 0,2 m/s^2 (joon. *a*). Vaadeldes vagonetti kui masspunkti, määrata jõu $\overline{P}$ suurus.

Lahendus. Dünaamika ülesandeid, nii nagu staatika ülesandeidki, on sobiv lahendada kindlas järjekorras:

1. Valida keha, mille liikumist on vaja vaadelda antud ülesande lahendamiseks.

Selle kehaga tuleb siduda kõik tuntud ja tundmatud suurused. Meie ülesandes on selleks kehaks vagonett, mida vaatleme kui masspunkti.

2. Eemaldada toed. Näidata vaadeldav keha eraldi joonisel, rakendades temale kõik aktiivsed jõud ja tugede reaktsioonid.

Tugedeks on rööpad, millele toetuvad vagoneti rattad. Toereaktsioon $\overline{N}$ (joon. *b*) on suunatud risti rataste ja rööbaste kokkupuutepunkte läbiva tasapinnaga. $\overline{P}$ ja $\overline{G}$ on aktiivsed jõud ning rakendatud samasse punkti.

3. Selle ülesande lahendamiseks valida sobiv lahendusmeetod (teoreem).

Vaatleme masspunkti, mille kiirendus on teada, liikumist. On vaja leida jõud, mis kutsub esile antud liikumise (masspunkti dünaamika esimene ülesanne). Ülesannet on lihtne lahendada dünaamika põhivõrrandi abil:

$$m\overline{a}=\Sigma\overline{P}_i,$$

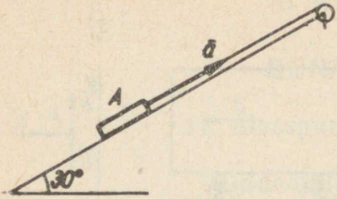
kus P_i on üks jõududest, mis on rakendatud masspunktile.

4. Kirjutada liikumise võrrand ja leida sellest tundmatud suurused.

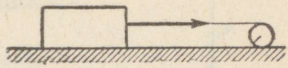
Kuna punktile mõjuvad jõud asuvad samas tasapinnas, kuid ei mõju ühel mõjusirgel, siis dünaamika põhivõrrand tuleb kirjutada jõudude projektsioonidena koordinaattelgedele:

$$ma_x=\Sigma P_{ix},$$

$$ma_y=\Sigma P_{iy}.$$



Ülesandele 289



Ülesandele 291

Meie ülesandes teine võrrand muutub tasakaaluvõrrandiks:

$$m \cdot 0 = N - G.$$

Siit $N = G$.

Jõu suuruse leiame esimesest võrrandist $ma = P$. Kasutades tehnilist mõõtühikute süsteemi (MKGS), saame et

$$P = ma = \frac{G}{g} a = \frac{250}{9{,}81} 0{,}2 = 5{,}1 \text{ kG}.$$

Aga rahvusvahelises süsteemis (SI)

$$P = ma = 250 \cdot 0{,}2 = 50 \text{ N}.$$

289. Määrata skreeperi A veotrossis tekkiv jõud, kui skreeperi kaal on 100 kG ja ta liigub konstantse kiirendusega 0,4 m/s^2. Hõõrdetegur kokkupuutuvate pindade vahel on 0,2.

Vastus. 71,4 kG = 700 N.

290. Mäest laskumisel oli kallaku lõpul kelgu kiirus 5 m/s. Edasi liikus kelk horisontaalsel pinnal sirgjooneliselt ja peatus, olles läbinud 50 m. Kui suur on kelgu jalase ja lume vaheline hõõrdetegur?

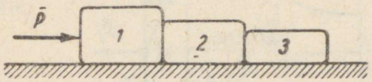
Vastus. 0,0255.

291. Määrata kasti kiirendus, kui seda tõmmatakse trossi abil jõuga 260 N. Kasti mass on 40 kg, hõõrdetegur 0,25. Määrata kasti nihutuse suurus 3 s jooksul, kui ta algkiirus on 2 m/s.

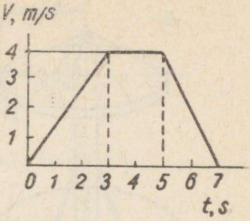
Vastus. 0,405 m/s^2; 24,2 m.

292. Kui suure kiirenduse saab masspunkt jõu mõjul, mille suurus on 0,2 tema kaalu?

Vastus. 1,96 m/s^2.



Ülesandele 294



Ülesandele 296

293. Maapinna lähedal asuvale vabale masspunktile massiga 2,6 kg, mõjub kaks jõudu: horisontaalne jõud — 3 kG ja üles suunatud vertikaalne jõud — 6,6 kG. Jättes arvestamata õhu takistuse, määrata punkti kiirenduse suurus ja suund.

Vastus. $a = 19{,}6\ \mathrm{m/s^2}$, suunaga üles ja nurk horisontaali suhtes 53°7′.

294. Siledal horisontaalsel pinnal asub kolm kasti tihedalt üksteise vastas. Kastide massid on: $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 4$ kg ja $m_3 = 3$ kg. Esimesele kastile mõjub horisontaalne jõud 36 N. Kui suure kiirendusega hakkavad kastid liikuma ja kui suur jõud mõjub kolmandale kastile?

Vastus. $3\ \mathrm{m/s^2}$; 9 N.

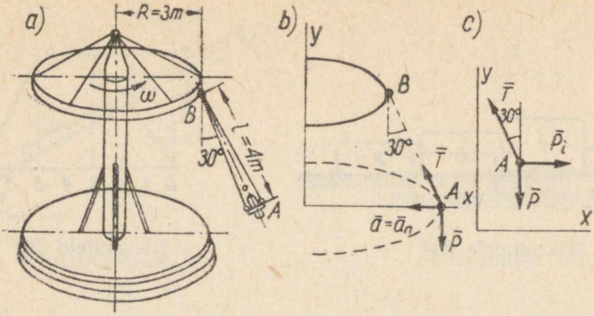
295. Kui suure kiirenduse saab seisev paat, kui temas liigub inimene vöörist ahtri suunas kiirendusega $0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. Paadi mass 150 kg, inimese mass 60 kg. Vee takistust mitte arvestada.

Vastus. $0{,}2\ \mathrm{m/s^2}$ paadi ahtrist vööri suunas.

296. Lifti kabiinis kaalutakse vedrukaaluga raskust, mille mass on 6 kg. Lifti kiiruse muutumise graafik on antud joonisel. Missugused on vedrukaalu näidud ajavahemikes: 0...3 s, 3...5 s ja 5...7 s.

Vastus. 66,8 N; 58,6 N; 46,8 N.

297. Määrata, kui suure konstantse nurkkiiruse ω juures karusselli istmed moodustavad vertikaaliga nurga 30° (joon. *a*). Samuti määrata jõud liigendis *B*. Inimese mass koos istmega on 80 kg.



Ülesandele 297

Lahendus.

1. Vaatleme istme liikumist koos inimesega masspunktina A (joon. b).

2. Vabastame vaadeldava punkti sidemetest. Sidemeks on riputi AB, mille reaktsioon $\overline{T}$ on suunatud punkti B. Punktile A mõjub aktiivse jõuna raskus $\overline{P}$. Punkti A ühtlane liikumine ringjoonel raadiusega $r=(R+l\sin 30°)$ toimub nimetatud kahe jõu mõjul.

Kuna punkt A liigub ühtlaselt kõverjooneliselt, siis kiirendus omab ainult normaalkomponenti

$$a=a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=\omega^2(R+l\sin 30°).$$

3. Selle ülesande lahendamiseks tuleb dünaamika põhivõrrand kirjutada projektsioonidena x- ja y-telgedele (vt. lk. 121) ning leida neist mõlemad tundmatud suurused (T ja ω).

Koostame need võrrandid kinetostaatika meetodil. Sel juhul tuleb vaadeldavale masspunktile, mis omab kiirendust, mõtteliselt lisada inertsjõud

$$P_i=ma,$$

mis on suunatud kiirendusele vastassuunas. Inertsjõudu P_{in}, mida määratakse normaalkiirenduse kaudu, nimetatakse **tsentrifugaaljõuks**.

Meie ülesandes (joon. c) tuleb rakendada jõud

$$P_i=P_{in}=m\omega^2 r.$$

Saadud jõudude süsteem on tasakaalus ja ülesande lahendamiseks kasutame tasakaaluvõrrandeid.

4. Saadud tasapinnalise süsteemi kolme koonduva jõu kohta saab koostada kaks tasakaaluvõrrandit, kuhu kuuluvad kaks tundmatut suurust ω ja T.

$$\Sigma P_{ix}=0; \quad P_i-T\sin 30°=0;$$
$$\Sigma P_{iy}=0; \quad T\cos 30°-P=0.$$

Jagades esimest võrrandit teisega, leiame et

$$\tan 30^\circ = \frac{P_i}{P} = \frac{m\omega^2 n}{mg} = \frac{\omega^2 (R + l \sin 30^\circ)}{g}$$

ehk

$$\omega^2 = \frac{g \tan 30^\circ}{R + l \sin 30^\circ} = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}578}{3 + 4 \cdot 0{,}5} = 1{,}13 \text{ rad/s}^2,$$

kust

$$\omega = 1{,}065 \text{ rad/s}; \quad (n \approx 10 \text{ p/min}).$$

Šarniirile B mõjuva jõu leiame teisest võrrandist

$$T = \frac{P}{\cos 30^\circ} = 80 : 0{,}867 = 92{,}3 \text{ kG} = 906 \text{ N}.$$

298. Määrata auto aeglustus pidurdamisel, kui auto sõidab sirgjoonelisel horisontaalsel teel ja pidurdusjõud on 0,3 auto kaalu.

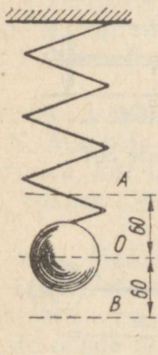
Vastus. 2,94 m/s².

299. Määrata vertikaaltõstuki trossis tekkiv jõud, kui tõstuki mass on 400 kg ja tõstuk liigub kiirendusega 1 m/s². 1) alla; 2) üles. Hõõrdumist mitte arvestada.

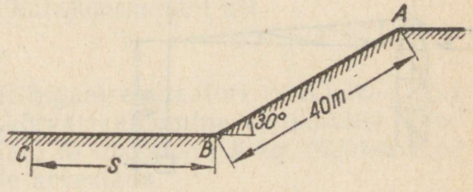
Vastus. 1) 3530 N; 2) 4330 N.

300. Kui suure kiirenduse juures skreeperi veotross AB puruneb (vt. joonist ülesandele 289), kui on teada, et tross katkeb jõu 3 kN mõjul. Skreeperi mass on 400 kg. Hõõrdumist mitte arvestada.

Vastus. 2,60 m/s².



Ülesandele 301



Ülesandele 302

301. Määrata vertikaalsel vedrul võnkuva 10 kg massi kiirendus punktides *A* ja *B*, mis kujutavad maksimaalset kõrvalekaldumist tasakaaluasendist *O* (staatiline hälve). Vedru deformeerimiseks ühe pikkusühiku võrra vajaminev jõud on 1960 N/m (seda jõudu nimetatakse vedru jäikusteguriks).

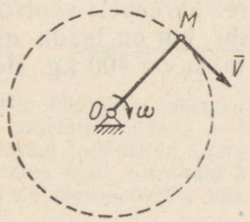
Vastus. $a_A = a_B = 11{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

302. Kui suure vahemaa *s* läbis suusataja, kui ta alustas laskumist mäest punktis *A*? Hõõrdetegur teelõigul *AB* on 0,05, lõigul *BC*, kus suusataja pidurdab, on hõõrdetegur 0,3.

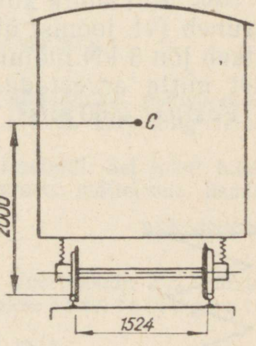
Vastus. 60 m.

303. Määrata tõmbejõud nööris *OM*, mis hoiab masspunkti *M* kaaluga 5 N horisontaalsel siledal tasapinnal ringjoonelisel trajektooril raadiusega 100 cm. Punkti kiirus $v = 5\ \mathrm{m/s}$.

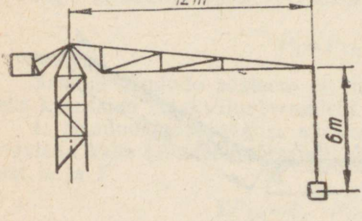
Vastus. 12,8 N.



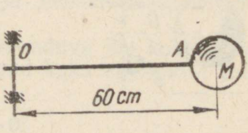
Ülesandele 303



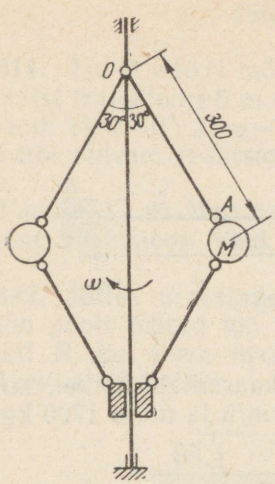
Ülesandele 304



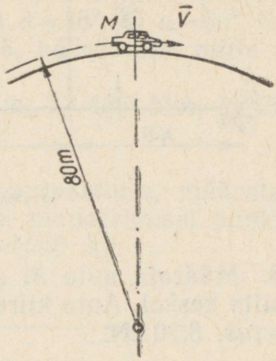
Ülesandele 305



Ülesandele 306



Ülesandele 307



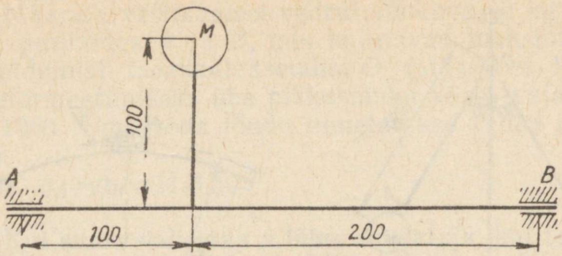
Ülesandele 308

304. Määrata vaguni püsivuse tegur, kui ta liigub kurvi, mille raadius on 600 m, kiirusega 90 km/h, eeldusel, et rööpad on ühel kõrgusel.
Vastus. 3,59.

305. Tornkraana pöörleb ühtlaselt ($n=2$ p/min) koos tõstetud raskusega 3 kN. Määrata tõmbejõud T trossis ja selle vertikaalist kõrvalekaldumise nurk α. Väikeste nurkade korral võib võtta $\sin\alpha\approx\alpha$, $\cos\alpha\approx1$.
Vastus. $T=3$ kN; $\alpha=3°10'$.

306. Varda OA külge on kinnitatud raskus M kaaluga 25 N. Määrata nurkkiiruse piirväärtus, mille juures varras puruneb, kui ta talub tõmbekoormust 1 kN.
Vastus. 244 p/min.

307. Määrata tsentrifugaalregulaatori nurkkiirus, kui on teada, et varda OA kõrvalekaldumine vertikaalist moodustab nurga $\alpha=30°$. Kera M mass on 0,6 kg. Mehhanismi teiste osade masse mitte arvestada.
Vastus. $\omega=6{,}15$ rad/s (ehk $n=58{,}7$ p/min).



Ülesandele 309

308. Määrata auto M surve kaarsillale hetkel, kui ta asub silla keskel. Auto kiirus 72 km/h ja mass 1700 kg.

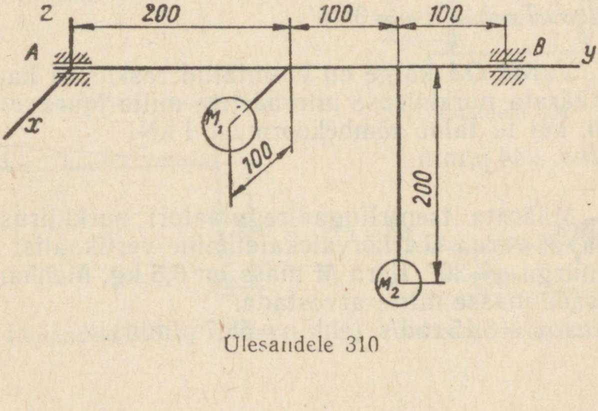
Vastus. 8,20 kN.

309. Määrata suurimad reaktsioonid tugedes A ja B, mis tekivad raskuse M ühtlasel pöörlemisel. Raskuse mass on 2 kg ja pöörlemiskiirus $n=200$ p/min. Teiste osade masse mitte arvestada.

Vastus. $R_A=71{,}5$ N; $R_B=35{,}7$ N.

310. Määrata pöörlevate masside dünaamilised jõud tugedele A ja B joonisel näidatud asendis, kui $M_1=0{,}5$ kg ning $M_2=0{,}2$ kg. Raskus M_1 on xy-tasapinnas, raskus M_2 on zy-tasapinnas. Süsteemi nurkkiirus on konstantne, $\omega=40$ rad/s. Teiste osade masse mitte arvestada.

Vastus. $X_A=-40{,}1$ N; $Z_A=16{,}0$ N; $X_B=-40{,}1$ N; $Z_B=$ $=48{,}3$ N.



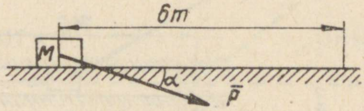
Ülesandele 310

311. Jõu $P=10$ N mõjul keha M nihutatakse piki sirgjoonelist trajektoori 6 m edasi. Määrata jõu P poolt tehtud töö, kui: 1) $\alpha=0°$; 2) $\alpha=20°$; 3) $\alpha=45°$; 4) $\alpha=60°$. Samuti määrata sideme reaktsiooni töö, hõõrdumist mitte arvestada.

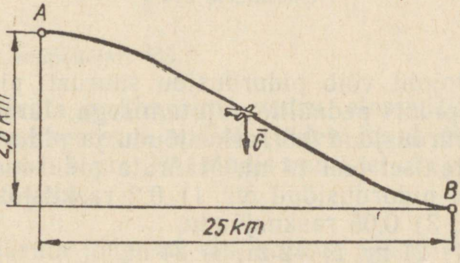
Vastus. 1) 60 Nm; 2) 52 Nm; 3) 42,5 Nm; 4) 30 Nm. Sideme reaktsioon tööd ei tee.

312. Jättes arvestamata õhu takistuse, määrata raskusjõu poolt tehtud töö lennuki planeerimisel punktist A punkti B, kui tema mass $M=1200$ kg.

Vastus. 30,0 MNm.



Ülesandele 311



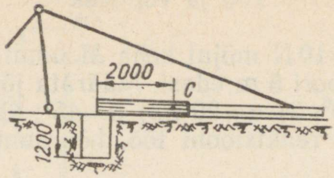
Ülesandele 312

313. Määrata raskusjõu poolt tehtud töö posti püstitamisel, kui posti kaal on 8 kN ja posti raskuskese asub punktis C. Posti jämedust mitte arvestada.

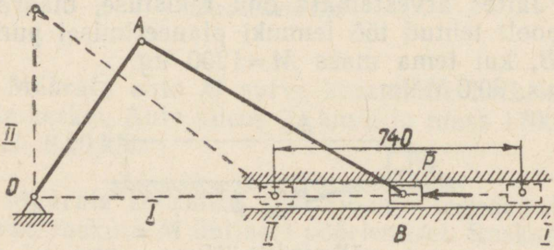
Vastus. 6,40 kNm.

314. Määrata konstantse jõu $P=600$ N ja väntmehhanismi lülide raskusjõu töö üleminekul esimesest asendist teise asendisse (kriipsjoon). Vända OA kaal on 30 N ja pikkus 550 mm; kepsu AB kaal 50 N.

Vastus. 422 Nm.



Ülesandele 313



Ülesandele 314

315. Autojuht võib pidurdusjõu suurust pidurdamisel reguleerida piduri pedaalile vajutamisega. Järsul pidurdamisel on pidurdusjõud 0,3 raskusjõudu ja pidurdustee pikkus horisontaalsel teel 14 m. Määrata pidurdustee pikkus juhtudel, kui pidurdusjõud on: 1) 0,2 raskusjõudu; 2) 0,1 raskusjõudu; 3) 0,05 raskusjõudu.

Vastus. 1) 21 m; 2) 42 m; 3) 84 m.

316. Määrata takistusjõudude töö skreeperi nihutamisel mööda kaldpinda 12 m võrra. Skreeperi mass on 400 kg ja hõõrdetegur libisemisel 0,15 (vt. joonist ülesandele 289).

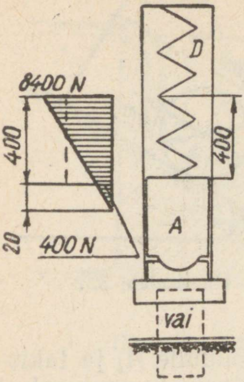
Vastus. −29,7 kNm.

317. Kiirekäigulise diiselrammvasara löögiosa *A* energia akumuleerimiseks kasutatakse vedru *D*. Löögiosa käik on 400 mm ja vedru jäikustegur 200 N/cm. Määrata vedru elastsusjõudude töö, kui vedru eelpingestus on 20 mm.

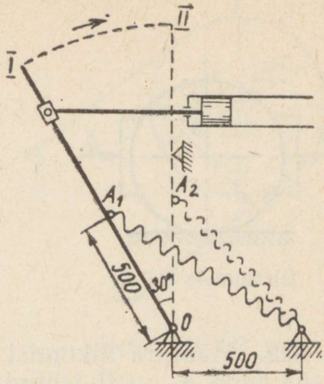
L a h e n d u s. Enne löögiosa liikumist on vedru sisejõud

$$200 \cdot 2 = 400 \text{ N}.$$

Tõusul surub löögiosa veelgi rohkem vedru kokku. Vedru elastsusjõudude muutumise graafik on antud joonisel. Viirutatud pindala kujutab vedrus olevat energiat. Selle energia suurus



Ülesandele 317



Ülesandele 318

$$\frac{400+8400}{2}0,4=1760 \text{ Nm}$$

ongi vedru elastsusjõudude töö.

318. Määrata mehhanismi vedru elastsusjõudude töö üleminekul esimesest asendist (pidev joon) teise. Vedru jäikustegur on 5 N/cm. II asendis vedru ei ole pingestatud.

Vastus. 6,4 Nm.

319. Määrata jõupaari töö, kui see pöörab vintsi trumlit 360°. Jõupaari moment $M=-150$ Nm.

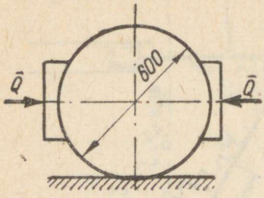
Vastus. 943 Nm.

320. Piduri klotse surutakse jõuga $Q=100$ N. Määrata pidurdusjõudude töö ratta ühe pöörde jooksul, kui klotsi ja ratta vaheline hõõrdetegur on 0,1.

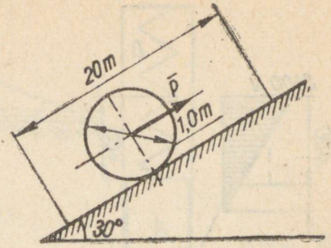
Vastus. 37,7 Nm.

321. Horisontaalsel rööpal libisemata veerevale terasrattale on rakendatud vertikaalne koormus $Q=20$ kN. Veerehõõrdetegur on 0,003 cm ja ratta läbimõõt 600 mm. Määrata veerehõõrdejõudude poolt tehtud töö 100 m pikkusel teel.

Vastus. -200 Nm.



Ülesandele 320



Ülesandele 322

322. Määrata liikumist tekitavate jõudude A_l ja takistusjõudude A_t poolt tehtud töö rulli libisemata veeremisel mööda kaldpinda 20 m kaugusele. Rulli kaal on 100 N, jõud $P=80$ N ja veerehõõrdetegur 0,01 cm.

Vastus. $A_l=1600$ Nm; $A_t=-1000{,}35$ Nm.

323. Määrata jõu $P=10$ N poolt arendatav võimsus, kui ta paneb keha liikuma kiirusega $v=6$ m/s ja nurk α on: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 90°. (Vt. joonist ülesandele 311.)

Vastus. 1) 52 W; 2) 42,5 W; 3) 30 W; 4) 0.

324. Konstantse kiiruse, 60 km/h, hoidmiseks reguleeritakse diiselveduri tõmbejõudu erinevatel teelõikudel astmeliselt 2 kN kaupa 10 kuni 20 kN. Määrata diiselveduri kasulik võimsus igal teelõigul.

Vastus. Võimsus muutub astmeliselt 3,33 kNm/s = = 3,33 kW = 340 kGm/s = 4,43 hj kaupa, alates 227 kuni 453 hj.

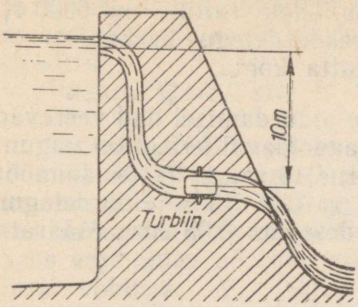
325. Kuidas oleneb raskusjõu poolt arendatav võimsus keha (kaaluga P) vabal langemisel mööda vertikaali kõrgusest h. Liikumine algab paigalseisust. Õhu takistust mitte arvestada.

Vastus. $P\sqrt{2gh}$.

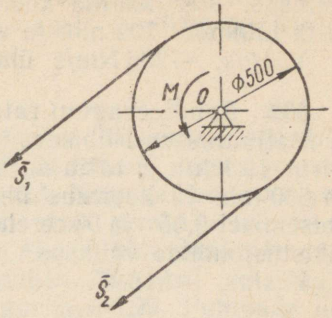
326. Kiirekäiguline rammvasar teeb 140 lööki minutis. Löögiosa mass on 200 kg ja tõste kõrgus 400 mm. Määrata löögi keskmine võimsus.

Vastus. 1,83 kW.

327. Hüdroelektrijaama töötamisel täisvõimsusega voolab läbi turbiinide 200 m³ vett 1 sekundis. Sisselaskeava



Ülesandele 327



Ülesandele 333

asub turbiinist 10 m kõrgusel. Arvutada turbiini läbiva veejoa võimsus. Vee takistust mitte arvestada.

Vastus. 37300 hj = 27300 kW.

328. Määrata skreeperi ühtlaseks tõmbamiseks kiirusega 1 m/s vajaminev võimsus (vt. joonist ülesandele 289), kui skreeperi kaal on 2000 N. Hõõrdetegur skreeperi ja kaldpinna vahel on 0,1.

Vastus. 1,173 kW.

329. Mootori käivitamisel vedava võlli pöördemoment muutub seaduse järgi $M = 98{,}1\,(5-t)$, kus M on Nm; t — sekundites. Käivitamine kestab 3 sekundit. Pöörlemiskiirus muutub järgmiselt: 1) 1. sekundi lõpul pärast käivitamise algust — 25 p/min; 2) 2. sekundi lõpul pärast käivitamise algust — 44,4 p/min; 3) 3. sekundi lõpul pärast käivitamise algust — 58,3 p/min. Määrata ülekantav võimsus nimetatud ajahetkedel.

Vastus. 1) 1,40 hj; 2) 1,86 hj; 3) 1,63 hj.

330. Vaadeldaval hetkel on elektrimootori pöördemoment 20 Nm ja pöörlemiskiirus $n = 970$ p/min. Hõõrdejõudude moment laagrites — 0,4 Nm. Määrata elektrimootori kasulik võimsus.

Vastus. 2,0 kW.

331. Antud hetkel on auto kiirus 72 km/h ja ta liigub väljalülitatud mootoriga horisontaalsel teel. Jättes arvestamata rataste libisemise, arvutada veeretakistusjõudude võimsus. Vertikaalne koormus ühele rattale on 6000 N, ratta läbimõõt 700 mm ja veerehõõrdetegur 0,06 cm.

Vastus. -206 Nm/s ühe ratta kohta.

332. Raudteevaguni rataste pidurdamisel nad veerevad ja sealjuures veel libisevad. Vaadeldaval hetkel on vaguni kiirus 18 km/h ja ratta nurkkiirus 10 rad/s. Ratta läbimõõt on 600 mm ja koormus ühele rattale 6 kN. Hõõrdetegur libisemisel 0,05 ja veerehõõrdetegur 0,03 cm. Määrata takistusjõudude võimsus.

Vastus. -618 W.

333. Võllile O mõjub pöördemoment $M=20$ Nm. Võlli pöörlemiskiirus $n=60$ p/min. Pingused rihma harudes $S_1=200$ N ja $S_2=100$ N. Määrata hõõrdejõudude võimsus laagrites ja ülekande kasutegur η. Rihma libisemist mitte arvestada.

Vastus. $-31{,}4$ W; $\eta=0{,}835$.

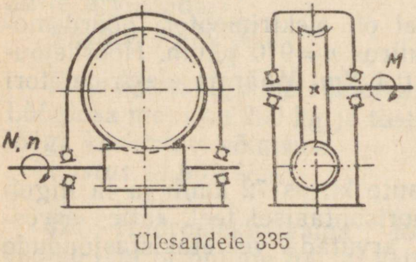
334. Vintsi abil tõsteti ühtlaselt lasti, mille mass on 102 kg 10 m kõrgusele 1 minuti jooksul. Vintsi mootori võimsus on 2,5 hj. Määrata vintsi kasutegur.

Vastus. 0,887.

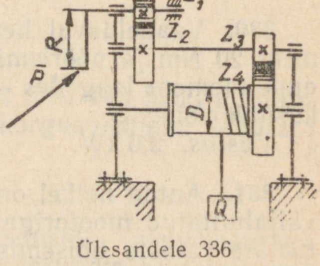
335. Tigureduktor käitatakse elektrimootoriga, mille võimsus $N=4{,}5$ kW, pöörlemiskiirus $n=2900$ p/min. Määrata tiguratta pöördemoment, kui hambumise kasutegur $\eta_1=0{,}73$ ja laagripaari kasutegur $\eta_2=0{,}98$. Reduktori ülekandearv $i=28$. Leida reduktori üldkasutegur.

Vastus. $M=270$ Nm; $\eta=0{,}7$.

336. Määrata vintsi tõstejõud, kui tema käepidemele on rakendatud jõud $P=150$ N. Käepideme pikkus $R=300$ mm, rataste hammaste arvud: $z_1=12$; $z_2=42$; $z_3=14$



Ülesandele 335



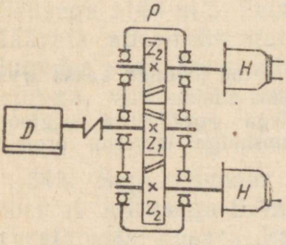
Ülesandele 336

ja $z_4=56$. Trumli läbimõõt $D=200$ mm. Kasutegurid: hammasrataspaaril $\eta_1=0{,}95$, laagripaaril $\eta_2=0{,}98$ ja trumlil $\eta_3=0{,}93$.

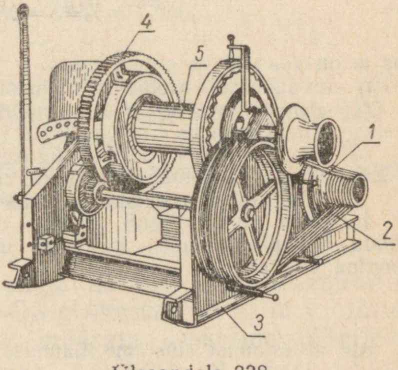
Vastus. $Q \approx 5{,}0$ kN.

337. Kaks hüdraulilist pumpa H käitatakse reduktori P vahendusel mootori D poolt. Reduktori hammasrataste hammaste arvud: $z_1=20$ ja $z_2=23$. Normaalkoormuse juures on pumba pöörlemiskiirus $n=1400$ p/min ja käivitamiseks vajaminev pöördemoment $M=60$ Nm. Määrata mootori võimsus N_m, kui hammasrataspaari kasutegur $\eta_1=0{,}96$ ja laagripaari kasutegur $\eta_2=0{,}99$. Pumpade ülekoormus võib olla 20 % nominaalkoormusest. Leida mootori võlli pöörlemiskiirus n_m.

Vastus. $N_m=22{,}4$ kW, $n_m=1600$ p/min.



Ülesandele 337



Ülesandele 338

338. Koostada elektrivintsi kinemaatiline skeem, määrata elektrimootori *1* vajalik võimsus ja nurkkiirus. Maksimaalne tõmme trossis on 12,5 kN; kerimiskiirus 0,75 m/s; trumli *5* läbimõõt on 250 mm; trossi läbimõõt 13 mm; kiilrihmülekande rihmarataste *2* läbimõõdud on 90 ja 360 mm; lahtise ülekande rataste hammaste arvud on 17 ja 112. Arvutamisel võtta rihmülekande kasuteguriks 0,95, hammasülekande kasuteguriks 0,94 ja laagripaari kasuteguriks 0,98.

Vastus. 11,2 kW; 144 p/min.

339. Elektriveduri liikumise suuna muutmiseks on vaja muuta voolu suunda mootori mähistes. Aeglustamise hetkel on vedav jõud suunatud liikumisele vastassuunas. Elektriveduri kaal on 1,20 MN, veojõud 6,00 kN, kiirus aeglustamise alguses on 7,2 km/h. Määrata elektriveduri kiirus 50 s möödumisel pärast aeglustamise algust.

Lahendus.

1. Vaatleme elektriveduri liikumist. Kuna tema liikumine on translatoorne, siis võib kasutada masspunkti liikumise võrrandeid.

2. Eemaldame sidemed ja rakendame punktile jõud: $\overline{G}$ — raskus, $\overline{P}$ — veojõud ja $\overline{N}$ — sideme reaktsioon.

3. Ülesandes on nõutud määrata liikumine antud jõudude ja liikumisaja järgi. Dünaamika teise ülesande lahendamiseks antud suuruste abil on otstarbekohane kasutada liikumishulga seadust (jõuimpulsi teoreemi):

$$m\overline{v}_1 - m\overline{v}_0 = \overline{S} = \Sigma\overline{P}_i(t_1 - t_0),$$

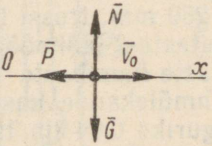
kus m on vaadeldava punkti mass;
t_1 — vaadeldava liikumise lõppmoment;
t_0 — vaadeldava liikumise algmoment;
v_1 — punkti kiirus vaatluse lõpul;
v_0 — punkti kiirus vaatluse alguses;
ΣP_i — kõigi vaadeldavale punktile rakendatud jõudude, kaasa arvatud sideme reaktsioon, geomeetriline summa.

4. Antud juhul liigub punkt x-teljega paralleelset sirgjoont mööda. Sellepärast tuleb kasutada liikumishulga teoreemi projektsioonina x-teljele:

$$mv_{1x} - mv_{0x} = \Sigma P_{ix}(t_1 - t_0).$$

Aja arvestamist alustame liikumise algusest, siis $t_0 = 0$ ja

$$mv_1 - mv_0 = -Pt_1,$$



Ülesandele 339

kust

$$v_1 = \frac{mv_0 - Pt_1}{m} = \frac{\frac{G}{g}v_0 - Pt_1}{\frac{G}{g}}.$$

Asetades valemisse arvulised väärtused, leiame et

$$v_1 = \frac{\frac{1{,}20 \cdot 10^6}{9{,}81} 2 - 6{,}0 \cdot 10^3 \cdot 50}{\frac{1{,}20 \cdot 10^6}{9{,}81}} = -0{,}449 \text{ m/s}.$$

Miinusmärk näitab, et punkti liikumine toimub x-telje negatiivses suunas, s. t. et elektriveduri liikumine selle ajahetke jooksul muutus vastupidiseks.

340. Määrata, kui pika aja jooksul auto peatub, kui ta liikumise kiirus on 60 km/h ja pidurdamisel tekkiv konstantne pidurdusjõud on 0,1 auto kaalu.
Vastus. 17 s.

341. Mürsk massiga 15 kg lendab kahuritorust välja kiirusega 1100 m/s. Tema liikumine toru sees kestab 0,05 s. Määrata püssirohu gaaside keskmine survejõud mürsule (lugedes seda konstantseks). Mürsu kaalu, võrreldes survejõuga, võib mitte arvestada.
Vastus. 330 kN.

342. Sepistusvasar kaaluga 20 kN lööb kuumutatud toorikut kiirusega 6 m/s. Löögi kestus on 0,02 s. Jättes arvestamata vasara kaalu, määrata keskmine löögijõud (lugedes seda konstantseks). Oletame, et vasar pärast lööki ei põrku.
Vastus. 612 kN.

343. Kuul massiga 2 g lööb läbi 3 cm paksuse laua. Kuuli kiirus enne lauda on 600 m/s ja pärast laua läbimist 200 m/s. Võib arvestada, et laua läbimisel kuuli kiirus muutub lineaarselt. Määrata keskmine jõu suurus (lugedes seda konstantseks).
Vastus. 1090 kG = 10,7 kN.

344. Konveieri liikumisel läbivad detailid A teelõigu CD (joon. a). Nende sattumisel punkti C vabaneb vedru B ja paneb detailid liikuma. Detailide kaal on 6 N; vedru jäikustegur $C=200$ N/m. Vedru pikkus vabas olekus on 20 cm, surutud olekus 15 cm. Laua ja detaili pindade vaheline hõõrdetegur on 0,1. Jättes vedru massi arvestamata, määrata detaili kiirus kohas D.

L a h e n d u s.

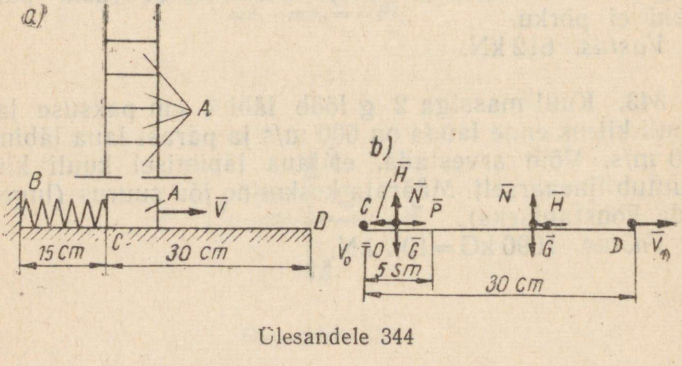
1. Vaatleme detaili A liikumist. Kuna see liigub translatoorselt, siis võime kasutada masspunkti liikumise võrrandit.

2. Joonisel b on näidatud detail pärast sidemetest vabastamist. Siin tuleb vaadelda kahte juhtu. Kuna esimeses asendis vedru on veel kokku surutud, siis tema mõju detailile on jõud $\overline{P}$. Side lauaga on asendatud reaktsioonidega $\overline{N}$ ja $\overline{H}$. Teises asendis vedru ei avalda detailile mõju ja sellepärast mõjuvad ainult jõud (reaktsioonid) $\overline{N}$ ja $\overline{H}$.

3. Antud ülesandes on vaja leida punkti kiirus, kui on teada jõud ja läbitud kaugus. Need suurused on omavahel seotud kineetilise energia muutumise teoreemis.

$$\frac{mv_1^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=\Sigma A_i,$$

kus m on vaadeldava punkti mass;
v_1 — punkti kiirus vaatluse lõpul;
v_0 — punkti kiirus vaatluse alguses;
A_i — punktile rakendatud jõu töö tema liikumisel algasendist lõppasendisse.



Ülesandele 344

4. Algasendiks valime asendi C (joon. b), lõppasendiks — D. Algasendis detail ei liigu ja sellepärast $v_0=0$

$$\text{ning } \frac{mv_1^2}{2}=\Sigma A_i.$$

Arvutame punktile mõjuvate jõudude töö. Jõud $\overline{N}$ ja $\overline{G}$ tööd ei tee, sest nad mõjuvad risti detaili liikumise suunaga. Hõõrdejõud H on konstantne ja suunatud liikumisele vastassuunas. Tema poolt tehtud töö

$$-H\cdot CD=-Nf\cdot CD=-Gf\cdot CD=-6\cdot 0{,}1\cdot 0{,}3=-0{,}18\text{ Nm}.$$

($N=G$ — sest liikumist y-telje suunas ei teki.)

Vedru elastsusjõud P teeb positiivset tööd. Kuna lõppasendis vedru ei ole deformeeritud, siis tema töö määratakse valemiga

$$\frac{cx_{max}^2}{2}=\frac{200\cdot 0{,}05^2}{2}=0{,}25\text{ Nm},$$

kus $x_{max}=5$ cm$=0{,}05$ m on kokkusurutud vedru pikenemine kuni vedru vaba olekuni;
c — vedru jäikustegur.

Asetades väärtused kineetilise energia valemisse, leiame

$$\frac{Gv_1^2}{2g}=\frac{cx_{max}^2}{2}-Gf\cdot CD$$

ehk

$$\frac{6v_1^2}{2\cdot 9{,}81}=0{,}25-0{,}18$$

ja

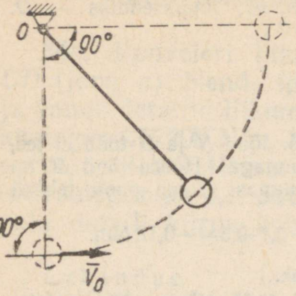
$$v_1=\sqrt{\frac{0{,}07}{0{,}306}}=0{,}477\text{ m/s}.$$

345. Allalaskumisel sorteerimise mäest saavutab vagun kaaluga 260 kN kiiruse 0,6 m/s. Vaguni pidurdamiseks asetatakse rööbastele pidurduskingad nii, et rattad kiiluvad kinni. Kuni peatumiseni vagun liikus edasi 14 m. Määrata hõõrdejõu suurus pidurdamisel, lugedes seda konstantseks.

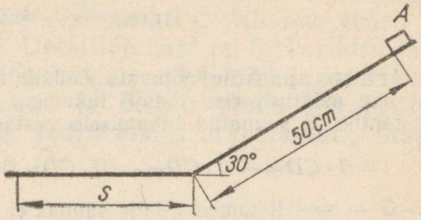
Vastus. 340 kN.

346. Raske kuul, mille mõõtmeid mitte arvestada, on riputatud painduva, mitte veniva, 60 cm pikkuse niidiga. Kui suur kiirus v_0 tuleb anda kuulile, et niit tõuseks horisontaalse asendini.

Vastus. 343 cm/s.



Ülesandele 346



Ülesandele 347

347. Pruss, mida võib vaadelda masspunktina, lastakse libisema ilma algkiiruseta asendist A. Prussi ja tasapinna vaheline hõõrdetegur on 0,2. Määrata kaugus s, mille läbib pruss horisontaalsel pinnal kuni peatumiseni.

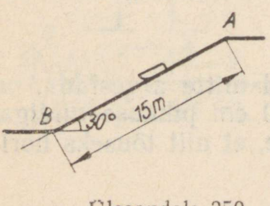
Vastus. 81,6 cm.

348. Vintpüssiraua pikkus on 500 mm. Kuul massiga 2 g lendab rauast välja kiirusega 800 m/s. Leida püssirohu gaaside keskmine surve kuulile.

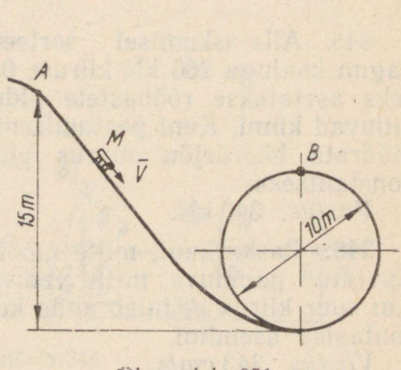
Vastus. 1280 N.

349. Rong massiga 2000 t liigub sirgjoonelisel teel kiirusega 54 km/h. Pidurdustee pikkus on 600 m. Määrata pidurdusaeg t_p ja pidurdusjõud T_p, lugedes seda konstantseks.

Vastus. $t_p = 80$ s; $T_p = 368$ N.



Ülesandele 350



Ülesandele 351

350. Kelk laskub mäest jääga kaetud teed mööda, mille pikkus on 15 m. Määrata kelgu kiirus laskumise lõpul punktis B ja laskumise aeg, kui hõõrdetegur on 0,1.

Vastus. $v=11$ m/s; $t=2{,}72$ s.

351. Vanker M, mille mass on 80 kg, lastakse alla ilma algkiiruseta punktist A. Määrata vankri surve rööbastele sõlme ülemises punktis B. Hõõrdumist mitte arvestada. Vankrit vaadelda masspunktina.

Vastus. 786 N.

12. Masspunktide süsteemi dünaamika

Kinetostaatika meetod

352. Homogeenne kolmnurkne plaat massiga 2 kg (joon. *a*) pöörleb ümber vertikaaltelje konstantse nurkkiirusega $\omega=100$ rad/s. Määrata sisejõud lõikes AB.

L a h e n d u s.

1. On vaja määrata sisejõud lõikes AB. Selleks vaatleme poole plaadi, näiteks parempoolse osa, liikumist.

2. Sidemeks plaadi paremale poolele on plaadi vasak pool. Viimane takistab vaadeldava parema poole igasugust translatoorset ja pöörlevat liikumist. Tema mõju tuleb asendada jõuga, mida lahutame kaheks ristiasetsevaks komponendiks $\overline{N}$ ja $\overline{Q}$ ning jõupaariga, mille moment on M (joon. *b*). Aktiivseks jõuks on poole plaadi kaal $\frac{\overline{G}}{2}$. Plaat pöörleb. Poole plaadi iga punkt ja sealjuures ka tema raskuskese C liigub ühtlaselt ringjoonelisel trajektooril. Kõikide punktide kiirendused on suunatud risti pöörlemisteljega AB.

3. Selleks, et määrata liikuvale süsteemile mõjuvad jõud, tuleb kasutada kinetostaatika meetodit.

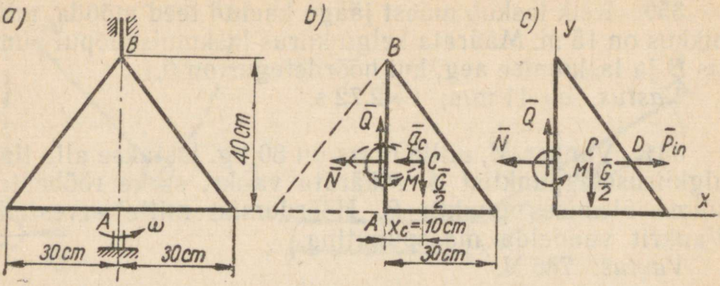
4. Vaadeldava plaadi pool koosneb lõpmatust hulgast masspunktidest. Nendest iga punkt omab kiirendust. Kõikide punktide inertsjõudude resultant P_i määratakse valemiga

$$P_i=ma_C,$$

kus m on vaadeldava süsteemi punktide mass;
a_C — vaadeldava süsteemi raskuskeskme kiirendus.

Vektor $\overline{P_i}$ on suunatud raskuskeskme kiirendusele vastassuunas. Mõningates ülesannetes selle vektori rakenduspunkt ei oma tähtsust. Sellistes ülesannetes vaatleme vektorit $\overline{P_i}$ kui tinglikult rakendatud vabalt valitud punkti D (joon. *c*), mis asub vektori $\overline{a_C}$ mõjusirgel.

Meie ülesandes on süsteemi mass 1 kg (poole plaadi mass).



Ülesandele 352

Raskuskeskme kiirendus

$$a_C = \omega^2 x_C = 100^2 \cdot 0{,}1 = 1000\ \text{m/s}^2;$$

inertsjõudude peavektor

$$P_i = ma_C = 1 \cdot 1000 = 1000\ \text{N} = 1{,}0\ \text{kN}.$$

Projekteerides kõik jõud, mis on rakendatud vaadeldavale süsteemile, x-teljele (joon. c), leiame sisejõu suuruse

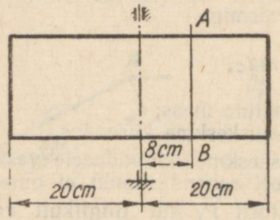
$$\Sigma P_{ix} = 0; \quad P_i - N = 0,$$

kust

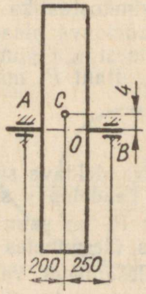
$$N = P_i = 1{,}0\ \text{kN}.$$

353. Homogeenne plaat, mille mass on 10 kg, pöörleb ühtlaselt ümber vertikaaltelje kiirusega 400 p/min. Määrata sisejõud lõikes AB.

Vastus. 733 N.



Ülesandele 353



Ülesandele 354

354. Hooratas, mille mass on 1200 kg, pöörleb kiirusega 850 p/min ümber horisontaaltelje. Hooratta ebatäpse valmistamise tagajärjel asub tema raskuskese C pöörlemisteljest 4 mm kaugusel. Määrata dünaamiliste jõudude mõjul tekkivad reaktsioonid laagrites A ja B.

Vastus. $R_A = 21$ kN; $R_B = 16{,}8$ kN.

Liikumishulga muutumise teoreem

355. Auto hakkas liikuma paigalseisust ja 4 sekundi pärast oli ta kiirus 9 km/h. Määrata veojõud, lugedes seda konstantseks. Auto mass on 1100 kg ja kõik neli ratast veavad.

L a h e n d u s. Vaatleme auto liikumist. Autole on toeks maapind. Eemaldame toe ja asendame selle mõju reaktsioonidega $\overline{N}_1$, $\overline{N}_2$, $\overline{T}_1$, $\overline{T}_2$. Hõõrdejõudude resultant $H = T_1 + T_2$. See jõud määrab auto horisontaalse liikumise. Ülesandes tuleb leida selle jõu suurus. Kiiruse, aja ja mõjuvate jõudude vaheline seos on antud liikumishulga teoreemiga. Kasutame seda seadust sirgjoonelise liikumise puhul.

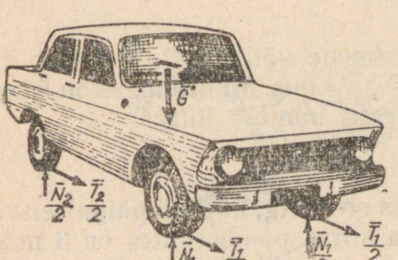
$$m(v_2 - v_1) = Ht,$$

kus m on auto mass;

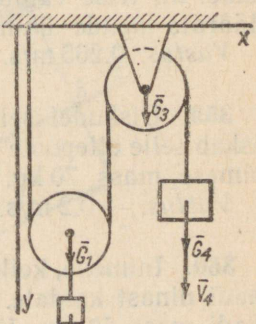
v_1 ja v_2 — auto kiirus vaadeldaval alg- ja lõppmomendil t.

Siit

$$H = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} = \frac{1100\,(2{,}5 - 0)}{4} = 688 \text{ N}.$$



Ülesandele 355



Ülesandele 356

356. Arvutada järgmiste masspunktide liikumishulk:

1) saan, massiga 98 kg, mille kiirus antud ajahetkel on 3 m/s;

2) ratas, mille tasapind on risti pöörlemisteljega ning raskuskese asub teljest 0,5 cm kaugusel; ratta kaal on 100 N, nurkkiirus — 150 rad/s.

3) joonisel antud mehhanism, mille üks raskustest liigub kiirusega $v_4=4$ m/s; plokkide läbimõõdud on ühesugused, kaalud $G_1=10$ N, $G_2=10$ N, $G_3=20$ N, $G_4=20$ N; nööri omakaalu mitte arvestada;

4) neljarattaline sõiduk, mille kaal on 180 N, liigub kiirusega 7,2 km/h; iga ratta kaal on 5 N;

5) kasti kaaluga 6 kN transporditakse kahel silindrilisel rullil; iga rulli kaal on 100 N ja kasti kiirus 0,2 m/s; rulli libisemist maapinna ja kasti suhtes mitte arvestada;

6) ratas, mille mass on 50 kg, pöörleb kiirusega 100 p/min ümber telje, mis läbib raskuskeset.

Vastus. 1) 294 kgm/s; 2) 7,65 Ns; 3) 4,09 Ns; 4) 40,8 Ns; 5) 124,6 Ns; 6) 0.

357. Auto liikus kiirusega 54 km/h. Järsul pidurdamisel tema rattad plokeerusid. Hõõrdetegur rataste ja teekatte vahel on 0,4. Määrata pidurdamise aeg.

Vastus. 3,83 s.

358. Raudteel seisis vagun massiga 72 t. Tema juurde lasti sorteerimise mäelt vagun massiga 26 t. Kokkupõrke hetkel oli teise vaguni kiirus 1 m/s ja vagunid haakusid. Määrata nende ühine kiirus.

Vastus. 0,265 m/s.

359. Uiskudel seisev inimene võtab seljast mantli ja viskab selle ettepoole kiirusega 3 m/s. Mantli mass on 5 kg, inimese mass 70 kg. Määrata inimese kiirus.

Vastus. $-0,2$ m/s.

360. Inimene, kelle mass on 85 kg, hüppab paigalseisva paadi ninast kaldale. Tema kiirus paadi suhtes on 3 m/s, paadi mass 50 kg. Jättes arvestamata takistusjõud, määrata paadi kiirus maapinna suhtes.

Vastus. $-1,89$ m/s.

361. 600 m pikkusel tõusul liikuva aerosaani kiirus väheneb 60 kuni 30 km/h. Aerosaani mass on 1200 kg. Propelleri pöörlemisega saadav veojõud on konstantne. Hõõrdetegur on 0,1. Arvutada veojõud.

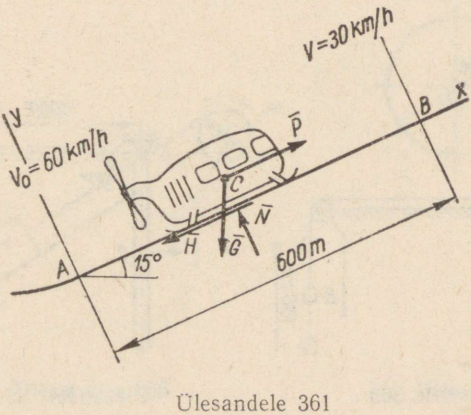
Lahendus.

1. Selleks, et määrata jõu $\overline{P}$ suurust, tuleb vaadelda aerosaani liikumist.
2. Sidemeks on maapind. Eemaldame sideme ja asendame tema mõju normaalreaktsiooniga $\overline{N}$ ja hõõrdejõuga $\overline{H}$.
3. On vaja määrata üks jõududest, mis on rakendatud vaadeldavale süsteemile. Selle jõu määrame kiiruse muutumise ja läbitud teepikkuse abil. Need suurused on omavahel seotud süsteemi kineetilise energia muutumise teoreemiga.

$$E - E_0 = \Sigma A_i,$$

kus E on süsteemi kineetiline energia vaadeldava teepikkuse lõpul;
E_0 — süsteemi kineetiline energia vaadeldava teepikkuse alguses;
A_i — süsteemile rakendatud kõigi välis- ja sisejõudude tööde algebraline summa, liikumisel algasendist lõppasendisse.

Vaadeldava süsteemi kineetiline energia koosneb korpuse translatoorse liikumise kineetilisest energiast ja mootori liikuvate osade kineetilisest energiast. Kuna mootor töötab kindla režiimiga, siis tema kineetiline energia ei muutu. Siit järgneb, et kineetilise energia vähenemine toimub aerosaani korpuse translatoorse liikumise arvel. Sellepärast me ei arvesta propelleri ja teiste liikuvate osade kineetilist energiat.



Ülesandele 361

Aerosaani korpusele mõjub neli jõudu. Normaalkomponent $\overline{N}$ tööd ei tee, sest ta mõjub risti liikumisega, teised jõud aga teevad tööd. Jõud $\overline{G}$ ja $\overline{H}$ on liikumisele takistavateks jõududeks ja nende töö on negatiivne

$$\frac{Gv^2}{2g}-\frac{Gv_0^2}{2g}=P\cdot AB-G\cdot AB\sin 15°-H\cdot AB.$$

Kuna risti AB suunaga mingit liikumist ei ole, siis reaktsiooni $\overline{N}$ leiame tasakaaluvõrrandist

$$\Sigma P_{iy}=0;\quad N=G\cos 15°=1200\cdot 9{,}81\cdot 0{,}965=11\,400\text{ N}.$$

Viime kõik suurused ühte süsteemi

$$v=30\text{ km/h}=(30:3{,}6)\text{ m/s}=8{,}35\text{ m/s};$$
$$v_0=60\text{ km/h}=(60:3{,}6)\text{ m/s}=16{,}7\text{ m/s}.$$

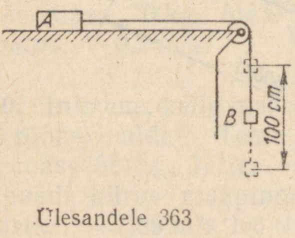
Nüüd asetame kineetilise energia teoreemi arvulised väärtused

$$\frac{1200(8{,}35^2-16{,}7^2)}{2}=600\,P-1200\cdot 9{,}81\cdot 600\cdot 0{,}259-$$
$$-0{,}1\cdot 11400\cdot 600,$$

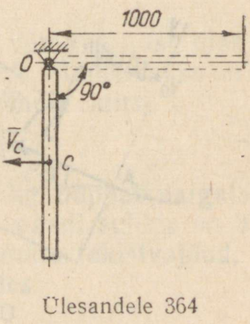
kust $P=4{,}4$ kN.

362. Auto, mille mass on 800 kg, hakkas paigalseisust liikuma ja 150 m läbimisel oli ta kiirus 54 km/h. Jättes arvestamata liikumise takistusi, määrata veojõud, lugedes seda konstantseks. Auto nelja ratta mass moodustab kogumassist 120 kg. Rattad lugeda homogeenseteks ketasteks. Liikumine toimub horisontaalsel pinnal.

Vastus. 648 N.



Ülesandele 363



Ülesandele 364

363. Kaks raskust on omavahel ühendatud üle ploki asetatud nööri abil. Raskuse A mass on 5 kg, raskuse B mass 2 kg. Pealispindade vaheline hõõrdetegur libisemisel on 0,3. Süsteemi liikumine algab paigalseisust. Määrata raskuse B kiirus, kui ta on langenud 100 cm. Nööri ja ploki masse mitte arvestada.

Vastus. 1,186 m/s.

364. Homogeenne varras lastakse horisontaalsest asendist ilma algkiiruseta lahti. Määrata raskuskeskme C kiirus hetkel, kui varras läbib vertikaaltasandi.

Vastus. 2,71 m/s.

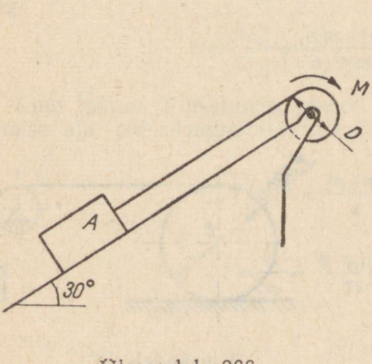
365. Hooratas pidurdatakse kahe piduriklotsi surumisega jõuga $Q = 20$ N. Klotside ja hooratta pindade vaheline hõõrdetegur on 0,1. Mitu pööret, kuni seismajäämiseni, teeb hooratas, kui ta pöörleb nurkkiirusega $\omega_0 = 10$ rad/s. Hooratas lugeda homogeenseks kettaks kaaluga 500 N ja läbimõõduga 600 mm.

Vastus. 15,2 pööret.

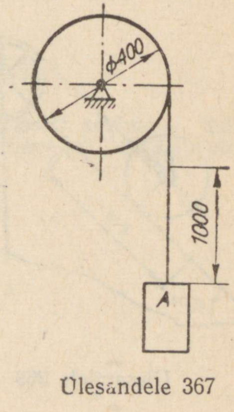
366. Raskust A, mille mass on 400 kg, lohistatakse ühtlaselt vintsi abil. Vintsi trumli läbimõõt $D = 600$ mm. Pealispindade vaheline hõõrdetegur on 0,25. Määrata pöördemomendi M suurus.

Vastus. 845 Nm.

367. Raskust A, mille mass on 200 kg, hoitakse ülal vintsi trumlile keritud nööri abil. Trumli mass on 60 kg. Kuna pidurdusseade ei olnud korras, hakkas raskus alla



Ülesandele 366



Ülesandele 367

vajuma. Määrata raskuse kiirus pärast seda, kui ta langes ühe meetri võrra. Nööri massi ja takistusjõude mitte arvestada. Trummel lugeda homogeenseks kettaks.

Vastus. 4,1 m/s.

368. Süsteemi (vt. joonist ülesandele 356) hoitakse üla! välisjõudude abil, mis ei ole joonisel näidatud. Teatud hetkel võib süsteem vabalt liikuda. Määrata raskuse *A* kiirus, kui ta langeb 1 m võrra. Plokke vaadelda homogeensete ketastena ja nööri massi mitte arvestada. $G_1 = 10$ N, $G_2 = 10$ N, $G_3 = 20$ N, $G_4 = 20$ N.

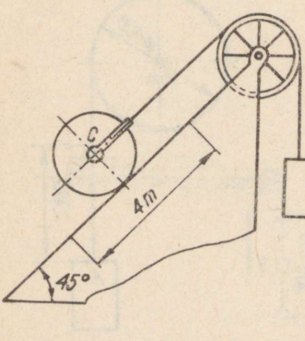
Vastus. 2,37 m/s.

369. Kui suure kiiruse saab rulli raskuskese *C*, kui ta läbib kaldpinnal 4 m? Rulli liikumine algab paigalseisust, rull massiga 100 kg lugeda homogeenseks silindriks. Plokk, mille mass on 20 kg, lugeda homogeenseks rõngaks. Raskuse mass on 170,7 kg. Nööri massi ja takistusjõude mitte arvestada.

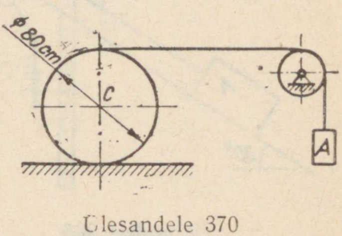
Vastus. 4,8 m/s.

370. Homogeenne silinder *C* pannakse paigalseisust veerema raskuse *A* poolt, mille mass on 10 kg. Raskus on kinnitatud kaaluta nööri abil üle kaaluta ploki. Silindri mass on 500 kg. Veerehõõrdetegur — 0,1 cm. Määrata raskuse *A* kiirus, kui ta langeb 1 m. Kui suur peab olema raskuse *A* mass, et liikumine oleks ühtlane? Libisemist mitte arvestada.

Vastus. 0,978 m/s; 0,625 kg.



Ülesandele 369



Ülesandele 370

371. Auto, mille kaal on 40 kN, liigub kiirusega 54 km/h, sealjuures auto mootor arendab võimsust 75 kW. Ülekande kasutegur on 72%. Lugedes liikumisele mõjuvad takistusjõud püsivateks, määrata, kui pika tee läbib auto pärast mootori väljalülitamist ja mitme sekundi pärast auto peatub.

L a h e n d u s. Auto liikumisel kiirusega 54 km/h = 15 m/s on liikumist tekitavate jõudude võimsus (mootori võimsus $N_m = 75$ kW) võrdne kõikide liikumist takistavate jõudude võimsustega. Tähistades takistusjõud P ning lugedes need konstantseteks ja võttes arvesse ülekande kasuteguri $\eta = 0{,}72$, võib neid leida avaldisest

$$N_m = \frac{Pv}{\eta},$$

kust

$$P = \frac{\eta N_m}{v} = \frac{0{,}72 \cdot 75 \cdot 10^3}{15} = 3600 \text{ N} = 3{,}6 \text{ kN}.$$

Auto pidurdamisel on tema algkiirus $v_0 = v = 15$ m/s, lõppkiirus $v_1 = 0$. Selle perioodi liikumise võrrand

$$\sum \frac{m_i v_{i0}^2}{2} = A_t,$$

kust $A_t = Ps$ — takistusjõudude töö teepikkusel s kuni auto peatumiseni.

Kui auto kaal $G = 40$ kN, siis tema mass

$$m = \frac{G}{g} = \frac{40 \cdot 10^3}{9{,}81} = 4080 \text{ kg}$$

ja

$$\frac{mv_0^2}{2} = Ps$$

ning

$$s = \frac{mv_0^2}{2P} = \frac{4080 \cdot 15^2}{2 \cdot 3600} = 127{,}5 \text{ m}.$$

Auto liikumine peatumisperioodil on ühtlaselt aeglustuv. Seismajäämise aja, pidurdamise algusest kuni peatumiseni, leiame valemist

$$s = \frac{v_1 + v_0}{2} t,$$

s. t.

$$t = \frac{2s}{v_0} = \frac{2 \cdot 127{,}5}{15} = 17 \text{ s}.$$

Pöörleva jäiga keha dünaamika põhivõrrand

372. Käivitamisel elektrimootori rootor pöörleb konstantse momendi $M = 10$ Nm mõjul (joon. *a*). Laagrites tekib hõõrdemoment 0,5 Nm. Rootorit, mille kaal on 100 N, vaadelda homogeense silindrina. Mitu pööret teeb rootor pärast käivitamist 4 sekundi jooksul ja leida tema nurkkiirus neljandal sekundil.

Lahendus.

1. Vaatleme elektrimootori rootori pöörlemist.
2. Rootori sidemeks on võll, mis tugineb laagritele. Eemaldades laagrid, saame vaba keha ning vaatleme selle liikumist (joon. *b*). Sidemete mõju asendame reaktsiooniga,[1] mis koosneb kahest komponendist $\overline{X_0}$ ja $\overline{Y_0}$ ning hõõrdejõu paariga, mille moment on tähistatud M_c. Rootorile mõjub aktiivse koormusena jõupaar momendiga M.
3. Vaadeldav keha pöörleb liikumatu telje ümber ja sellepärast on otstarbekohane kasutada pöörleva jäiga keha dünaamika põhivõrrandit.

$$I\varepsilon = M_p,$$

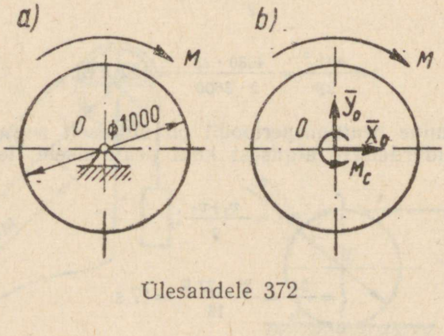
kus I on pöörleva keha inertsmoment pöörlemistelje suhtes;
ε — nurkkiirendus;
M_p — kõigi süsteemile mõjuvate välisjõudude moment pöörlemistelje suhtes.

Kuna rootorit võib lugeda homogeenseks silindriks, siis

$$I = \frac{Pr^2}{2g} = \frac{100 \cdot 0{,}5^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}275 \text{ kg m}^2.$$

Välisjõudude moment pöörlemistelje suhtes

$$M_p = M - M_c = 10 - 0{,}5 = 9{,}5 \text{ Nm}.$$



Ülesandele 372

[1] Siin $\overline{X_0}$ ja $\overline{Y_0}$ on rootori võlli mõlema laagri reaktsioonijõu komponentide resultandid.

Määrame nurkkiirenduse

$$\varepsilon=\frac{M-M_c}{I}=\frac{9,5}{1,275}=7,45\ \mathrm{rad/s^2}.$$

Siit selgub, et nurkkiirendus on konstantne, see tähendab, et rootori pöörlemine on ühtlaselt kiirenev. Nagu kinemaatikast on teada, määratakse sel juhul kõik liikumist iseloomustavad karakteristikud valemitest

$$\omega=\omega_0+\varepsilon t,$$

$$\varphi=\varphi_0+\omega_0 t+\varepsilon\frac{t^2}{2}.$$

Käesoleval juhul pöörlemine algas paigalseisust, s. t. et $\omega_0=0$. Rootori pöördenurga arvutame alates rootori paigalseisust, järelikult $\varphi_0=0$. Rootori pöördenurk 4 s pärast on

$$\varphi=\varepsilon\frac{t^2}{2}=\frac{7,45\cdot 4^2}{2}=59,6\ \mathrm{rad}$$

ehk

$$u=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{59,6}{6,28}=9,5\ \text{pööret}.$$

Sellel ajahetkel on nurkkiirus

$$\omega=\varepsilon t=7,45\cdot 4=29,8\ \mathrm{rad/s}$$

ehk pöörlemiskiirus

$$n=\frac{30\omega}{\pi}=\frac{30\cdot 29,8}{3,14}=284\ \mathrm{p/min}.$$

373. Masina pöörlevate osade inertsmoment on $53\cdot 10^4$ kgm^2 ja nende pöörlemiskiirus 100 p/min. Määrata pidurdusmomendi suurus masina pidurdamiseks 5 min jooksul, kui masina takistusmoment pöörlemisele on 8600 Nm.

Vastus. 9900 Nm.

374. Määrata masina käivitusaeg, kui ta käivitatakse elektrimootoriga, mille võimsus on 12,5 kW ja pöörlemiskiirus 300 p/min. Kõigi masina pöörlevate osade inertsmoment on 11,8 kgm^2 ja takistusmoment 11,8 kgm^2/s^2 (118 Nm).

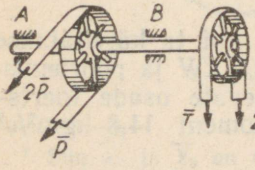
Vastus. 1,22 s.

375. Määrata aeg, mille jooksul hooratta pöörlemiskiirus kasvab 200-lt kuni 300 p/min, kui talle rakendada konstantne pöördemoment 5 Nm. Hooratta kaal on 980 N, raadius 0,5 m. Hooratta mass lugeda ühtlaselt jaotatuks mööda ratta pöida.
Vastus. 52,4 s.

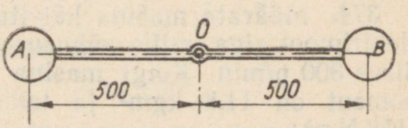
376. Teljel pöörlevalt homogeenselt täissilindriliselt trumlilt keritakse maha niit. Niiti tõmmatakse konstantse jõuga $P = 0{,}981$ N. Trumli mass on 5 kg. Kui palju aega kulub 200 m pikkuse niidi mahakerimiseks? Niidi massi ja liikumise takistusi mitte arvestada.
Vastus. 32 s.

377. Pöörleva liikumise ülekandmiseks kasutatakse transmissioonivõlli. Enne tööpingi sisselülitamist pöörleb võll ühtlaselt kiirusega 180 p/min. Pärast tööpingi sisselülitamist olid rihma harudes pingused: $P = 1000$ N ja $T = 2000$ N. Suurema rihmaratta kaal on 250 N ja läbimõõt 500 mm. Väiksema rihmaratta kaal 150 N ja läbimõõt 300 mm. Võib arvestada, et rihmarataste mass on ühtlaselt jaotatud mööda ratta pöida. Jättes arvestamata hõõrdejõud ja rihma massi, määrata aeg, mille jooksul nurkkiirus langeb kuni 120 p/min.
Vastus. 0,244 s.

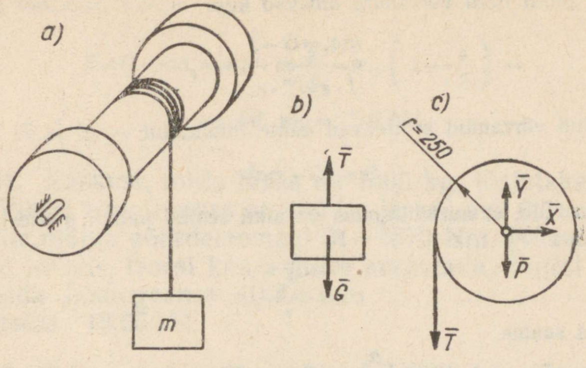
378. Üks regulaatori osadest koosneb vardast massiga 3 kg, mille otstesse on kinnitatud kerad A ja B, kumbki massiga 2 kg. See süsteem pöörleb horisontaalses tasapinnas vertikaaltelje O ümber. 30 sekundi jooksul süsteemi pöörlemiskiirus muutus 150 . . . 240 p/min. Määrata süsteemile mõjuva pöördemomendi suurus. Kerad vaadelda masspunktidena ja varda pikkuseks võtta 1000 mm.
Vastus. 0,392 Nm.



Ülesandele 377



Ülesandele 378



Ülesandele 380

379. Hooratas pöörles alguses kiirusega 1200 p/min, seejärel pidurdati seiskumiseni hõõrdejõuga N, mis mõjus mööda puutujat ratta pöial. Hooratta läbimõõt on 1 m. Pidurdamise aeg 40 s. Määrata hooratta inertsmoment.
Vastus. 31,8 kgm^2.

380. Vintsi pidurdusseadme mittekorrasoleku tagajärjel hakkas raskus massiga 600 kg alla vajuma, pöörates vintsi trumlit (joon. *a*). Trumli inertsraadius $\varrho=0{,}5$ m ja mass 120 kg. Määrata raskuse kiirendus ja tõmbejõud trossis. Trossi kaalu ja takistusjõude mitte arvestada.

Lahendus.

1. Selleks, et määrata trossis tekkiv jõud, tuleb tross mõtteliselt läbi lõigata. Rakendame lõikepinnale jõu ja vaatleme raskuse tasakaalu (joon. *b*). Ülesandes on nõutud leida kaks suurust: tõmbejõud trossis ja raskuse kiirendus. Seepärast tuleb vaadelda veel trumli pöörlemist (joon. *c*). Raskuse liikumine on sirgjooneline, trummel aga pöörleb ümber liikumatu telje. Iga liikumise jaoks saab koostada ühe võrrandi — kokku kaks võrrandit. Tundmatuid on samuti kaks.

2. Raskuse sidemeks on tross. Trumli sidemeteks on laagrid reaktsioonidega $\overline{X}$ ja $\overline{Y}$ ning tross reaktsiooniga $\overline{T}$.

3. Raskus liigub sirgjooneliselt ja selle liikumise võrrand on

$$m\overline{a_\tau}=\Sigma\overline{P}_i.$$

Trumli liikumist saab määrata keha pöörlemise põhivõrrandiga

$$I\varepsilon=M_p.$$

Meie juhul need võrrandid omavad kuju

$$ma_\tau = G - T$$

ja

$$I \cdot \varepsilon = T \cdot r.$$

Saadud võrrandid sisaldavad kahte tundmatut — a_τ ja T. Leiame need:

$$I\varepsilon = (G - ma)r.$$

Mitte unustada, et nurkkiirendus on alati seotud punkti puutekiirendusega ratta pöial

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{r},$$

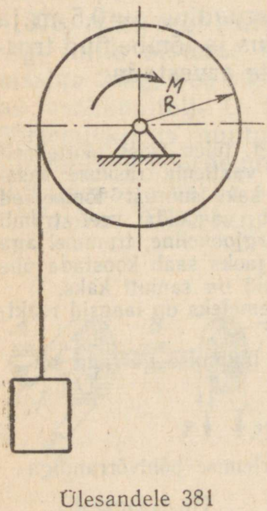
asendades saame

$$I\frac{a_\tau}{r} = (G - ma_\tau)r$$

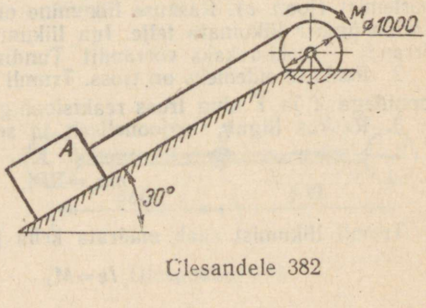
ehk

$$a_\tau = \frac{G}{m + \frac{I}{r^2}} = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} = \frac{g}{1 + \frac{m_t \rho^2}{m \cdot r^2}} =$$

$$= \frac{9{,}81}{1 + \frac{120}{600}\left(\frac{0{,}5}{0{,}25}\right)^2} = \frac{9{,}81}{1{,}8} = 5{,}45\ \text{m/s}^2.$$



Ülesandele 381



Ülesandele 382

Leiame tõmbejõu trossis

$$T = G - ma_\tau = mg - m\frac{g}{1{,}8} = mg\left(1 - \frac{1}{1{,}8}\right) =$$

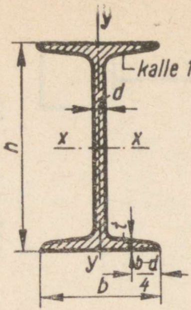
$$= 0{,}445\ mg = 2710\ \mathrm{N}.$$

381. Raskust, mille mass on 1000 kg, tõstetakse vintsi abil. Vintsi trumli mass on 400 kg ja raadius 0,5 m. Vintsi trumlile mõjub pöördemoment $M = 6870$ Nm. Määrata tõmbejõud trossis, trossi kaalu mitte arvestada. Vintsi trumlit vaadelda homogeense silindrina.

Vastus. 13,05 kN.

382. Raskust A, mille mass on 2000 kg, tõmmatakse mööda kaldpinda vintsi abil. Hõõrdetegur libisevate pindade vahel on 0,15. Vintsi trumli mass on 600 kg, inertsraadius 0,5 m ja pöördemoment $M = 7350$ Nm. Määrata tõmme trossis, trossi kaalu mitte arvestada.

Vastus. 14,18 kN.

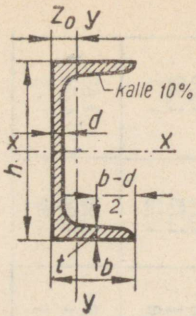


Tabel 1

I-teras

(ГОСТ 8239—56 järgi)

Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed				Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised iseloomustajad					
							$x-x$			$y-y$		
		h	b	d	t		I_x	W_x	S_x	I_y	W_y	i_y
	kG	mm				cm²	cm⁴	cm³	cm³	cm⁴	cm³	cm
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1 290	143	81,4	82,6	18,4	1,88
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1 840	184	104	115	23,1	2,07
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2 550	232	131	157	28,6	2,27
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3 460	289	163	198	34,5	2,37
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5 010	371	210	260	41,5	2,54
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7 080	472	268	337	49,9	2,69
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9 840	597	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13 380	743	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	71,4	18 930	947	540	666	85,9	3,05
70	138	700	210	13,0	20,8	176	134 600	3840	2230	2730	260	3,94



Tabel 2

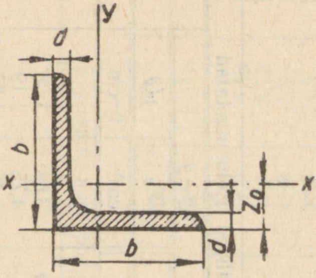
Karpteras

(ГОСТ 8240—56 järgi)

Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed				Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised iseloomustajad					
							$x-x$		$y-y$			
		h	b	d	t		I_x	W_x	I_y	W_y	i_y	Z_0
	kG	mm				cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3	cm	cm
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	86,0	17,0	2,04	1,94
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	113	20,5	2,20	2,07
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	208	31,6	2,60	2,42
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	410	51,8	2,97	2,59

Tabel 3

Võrdkülgne nurkteras
(ГОСТ 8509—57 järgi)

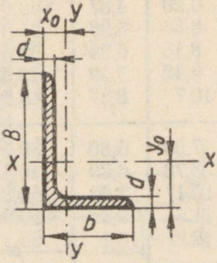


Profiili nr.	Mõõtmed		Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised iseloomustajad x—x		Z_0
	b	d			I_x	i_x	
1	mm		cm²	kG	cm⁴	cm	cm
1	2	3	4	5	6	7	8
3,2	32	3	1,86	1,46	1,77	0,97	0,89
		4	2,43	1,91	2,26	0,96	0,94
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	1,09
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	1,13
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	1,21
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	1,26
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	1,30
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	1,42
5,6	50	3,5	3,86	3,03	11,6	1,73	1,50
		4	4,38	3,44	13,1	1,73	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	1,78

1	2	3	4	5	6	7	8
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	1,88
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	1,90
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	1,94
		7	9,42	7,39	43,0	2,14	1,99
		8	10,7	8,37	48,2	2,13	2,02
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	2,10
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	2,18
8	80	5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	2,17
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	2,27
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	2,43
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	2,51
		9	15,6	12,2	118	2,75	2,55
10	100	8	15,6	12,2	147	3,07	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	3,06

Erikülgne nurkteras

(ГОСТ 8510—57 järgi)



Profiili nr.	Mõõtmed B	b	d	Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised iseloomustajad I_x	I_y	y_0	x_0
	mm			cm²	kG	cm⁴	cm⁴	cm	cm
4/2,5	40	25	3	1,89	1,48	3,06	0,93	1,32	0,59
			4	2,47	1,94	3,93	1,18	1,37	0,63
5/3,2	50	32	3	2,42	1,90	6,17	1,99	1,60	0,72
			4	3,17	2,49	7,98	2,56	1,65	0,76
6,3/4,0	63	40	4	4,04	3,17	16,3	5,16	2,03	0,91
			5	4,98	3,91	19,9	6,26	2,08	0,95
			6	5,90	4,63	23,3	7,28	2,12	0,99
			8	7,68	6,03	29,6	9,15	2,20	1,07
8/5	80	50	5	6,36	4,99	41,6	12,7	2,6	1,13
			6	7,55	5,92	49,0	14,8	2,65	1,17
9/5,6	90	56	6	8,54	6,70	70,6	21,2	2,95	1,28
			8	11,18	8,77	90,9	26,1	3,04	1,36
10/6,3	100	63	6	9,59	7,53	98,3	30,6	3,23	1,42
			7	11,1	8,70	113	35,0	3,28	1,46
			8	12,6	9,87	127	39,2	3,32	1,50
			10	15,5	12,1	154	47,1	3,40	1,58
12,5/8	125	80	10	19,7	15,5	312	100	4,14	1,92
16/10	160	100	14	34,7	27,3	897	272	5,40	2,43

SISUKORD

Eessõna		3
Üldised juhised		4
Põhilised tähised		4
Esimene peatükk. **Staatika**		5
1.	Staatika aksioomid ja sidemete reaktsioonid	5
2.	Koonduvate jõudude tasapinnaline süsteem	8
3.	Paralleeljõudude tasapinnaline süsteem. Jõupaar	24
4.	Meelevaldsete jõudude tasapinnaline süsteem	33
5.	Ruumiline jõudude süsteem	55
6.	Raskuskese	70
Teine peatükk. **Kinemaatika**		80
7.	Punkti kinemaatika	80
8.	Jäiga keha liikumise lihtsamad juhud	96
9.	Punkti liitliikumine	104
10.	Jäiga keha liitliikumine	109
Kolmas peatükk. **Dünaamika**		120
11.	Masspunkti dünaamika	120
	Dünaamika seadused	120
	Töö ja võimsus	129
	Liikumishulga muutumise teoreem	136
	Kineetilise energia muutumise teoreem	138
12.	Masspunktide süsteemi dünaamika	141
	Kinetostaatika meetod	141
	Liikumishulga muutumise teoreem	143
	Kineetilise energia muutumise teoreem	145
	Pöörleva jäiga keha dünaamika põhivõrrand	150
Lisa		156

Владимир Владимирович Багреев. СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. На эстонском языке. Перевел с русского И. Райенд. Оформление обложка Э. Тали. Издательство «Валгус». Таллин, Пярнуское шоссе, 10.
Toimetaja J. Veerits. Kunstiline toimetaja R. Tungla. Tehniline toimetaja L. Krikmann. Korrektor J. Nurme. Laduda antud 15. V 1970. Trükkida antud 15. VII 1971. Kohila Paberivabriku trükipaber nr. 2, 54×84/16. Trükipoognaid 10,25. Tingtrükipoognaid 8,61. Arvestuspoognaid 7,65. Trükiarv 4000. Tellimuse nr. 3022. Hans Heidemanni nim. Trükikoda. Tartu, Ülikooli 17/19. I.

Hind 33 kop.

38 kop.