

*P. Larišev*

# ALGEBRÄ

ÜLESANNETE  
KOGU

VIII-XI

KLASSILE

P. LARITŠEV

# ALGEBRA

ÜLESANNETE KOGU

11 ase

KESKKOOLI VIII — XI KLASSILE

ARHIIVKOGU

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS  
TALLINN 1960

Originaali tiitel:

П. А. Ларичев. Сборник задач по алгебре. Часть II.  
Для 8—10 классов средней школы.

Утверждён  
Министерством просвещения РСФСР.  
Учпедгиз 1959.

*Tõlkinud A. Kiitam.*

Tõlge kinnitatud Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt.

2



ARHIIVKOGU

## I PEATOKK.

# ÜLESANDEID ÕPITU KORDAMISEKS JA SÜVENDAMISEKS.<sup>1</sup>

### § 1. Algebraaliste avaldiste samasusteisendused.

1. Kui  $n$  on täisarv, siis missuguseid arve väljendavad avaldised:  $2n$ ;  $2n + 1$ ;  $3n$ ;  $3n + 1$ ?

2. 1) Tõestada, et paaris- ja paaritu arvu summa on paaritu arv.

2) Tõestada, et kahe paaritu arvu summa on paarisarv.

3) Tõestada, et kolme järjestikuse naturaalarvu summa jagub 3-ga.

4) Tõestada, et kui  $n$  on täisarv, siis ka  $\frac{n(n+1)}{2}$  on täisarv.

3. Sõnastada ja tõestada samasused:

1)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ;

2)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ;

3)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ;

4)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ;

5)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ;

6)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ ;

7)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ .

4. Kasutades eelmise ülesande valemeid, tõestada järgmised samasused:

1)  $\frac{(m+n)^2}{2} + \frac{(m-n)^2}{2} = m^2 + n^2$ ;

<sup>1</sup> Eeldatakse, et kordamine toimub paralleelselt uue materjali läbiõtmisega.

$$2) \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 - \left(\frac{m-n}{2}\right)^2 = mn;$$

$$3) \left(\frac{a^2-1}{a^2+1}\right)^2 + \left(\frac{2a}{a^2+1}\right)^2 = 1.$$

5. 1) Tõestada, et kahe arvu summa ruudu ja nende arvude neljakordse korrutise vahe võrdub nende arvude vahe ruuduga.

2) Tõestada, et kahe arvu vahe ruudu ja nende arvude neljakordse korrutise summa võrdub nende arvude summa ruuduga.

Lahutada tegureiks:

$$6. (Peast.) 1) ab^4 - 4ax^2;$$

$$2) a^2 + 2ab + b^2 - 9;$$

$$3) 1 - x^2 - 2xy - y^2;$$

$$4) ab + ac + b^2 + 2bc + c^2.$$

$$7. 1) m^4 + m^3 + m + 1;$$

$$2) n^4 + n^3 - n - 1;$$

$$3) a^4 - b^4;$$

$$4) x^6 - y^6.$$

$$8. 1) (x+y)^3 - (x-y)^3;$$

$$2) (x+y)^4 - (x-y)^4.$$

$$9^*. 1) x^2 + 7x + 12;$$

$$2) x^2 - 8x + 15;$$

$$3) a^2 - a - 12;$$

$$4) m^2 + 3m - 10;$$

$$5) 2x^2 + 10x + 12;$$

$$6) 2a^2 - 6a + 4.$$

$$10^*. 1) m^4 + m^2n^2 + n^4;$$

$$2) x^8 + x^4 + 1;$$

$$3) x^3 - 3x + 2;$$

$$4) a^3 + 3a^2 - 4.$$

$$11^*. 1) a^3 + a^2 - 2;$$

$$2) m^3 + 8m^2 + 19m + 12;$$

$$3) n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2;$$

$$4) m^4 + 5m^3 + 15m - 9.$$

$$12^*. 1) a^3 + 6a^2 + 11a + 6;$$

$$2) c^3 + 8c^2 + 17c + 10;$$

$$3) a^4 + a^3 + 6a^2 + 5a + 5;$$

$$4) a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1.$$

13. Lihtsustada ja seejärel leida järgmiste algebraliste avaldiste arvulised väärtused: <sup>1</sup>

$$1) 6a + \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2}\right) : \frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16}, \text{ kui } a = -2,5;$$

$$2) \left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{4} - \frac{1}{4a}\right), \text{ kui } a = -3\frac{3}{4};$$

$$3) \left[\frac{(n+2)}{(n-2)}\right]^3 : \frac{n^3 + 4n^2 + 4n}{3n^2 - 12n + 12} \cdot \frac{n}{3}, \text{ kui } n = -0,5;$$

$$4) \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}\right),$$

$$\text{kui } a = -2,5; b = -0,5.$$

\* «Tärniga» märgitud ülesandeid võib kasutada individuaalseiks ja klassiväliseiks töödeks õpilastega.

<sup>1</sup> Juhul, kui puudub märk  $\approx$  või ei ole osutatud andmete täpsusele, lugeda need täpseiks.

Teostada tehted:

$$14. 1) \left[ \left( 1 - \frac{2}{1-3a} \right) \cdot \left( 1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : [2(1-9a^2)];$$

$$2) \frac{2}{a} - \left( \frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2}{1-a} \right) : \frac{a^3+a^2+2a}{a^2-1};$$

$$3) \frac{3}{2} - \left[ \frac{(0,5n+1)n}{n^3-1} + \frac{1}{2-2n} + \frac{1}{n^2+n+1} \right] \cdot \frac{n^3+n^2+n}{n-1};$$

$$4) \left[ \frac{a+c}{a^3c+a^2-ac-1} + \frac{ac+1}{1-a^2} : (a+c) \right] \cdot \frac{a^3+c^3}{3-3c^2}.$$

$$15. 1) 2n - \left( \frac{2n-3}{n+1} - \frac{n+1}{2-2n} - \frac{n^2+3}{2n^2-2} \right) \cdot \frac{n^3+1}{n^2-n};$$

$$2) \left[ \left( \frac{3}{x-y} + \frac{3x}{x^3-y^3} \cdot \frac{x^2+xy+y^2}{x+y} \right) : \frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2} \right] \cdot \frac{3}{x+y};$$

$$3) \frac{\left( 1 - \frac{a}{b} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^3}{a^3} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a-b}{a+b} \right) \cdot \frac{a+b}{2}}{\left( 1 + \frac{3b-a}{a+b} \right) \cdot (a^2-b^2)};$$

$$4) \frac{a-c}{a^2+ac+c^2} \cdot \frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2} \cdot \left( 1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c} \right) : \frac{c(1+c)-a}{bc}.$$

16. 1) Lihtsustada avaldis

$$\left( \frac{a}{a-2b} + \frac{b}{a+2b} \right) \cdot \frac{a^3+8b^3}{a^3+3a^2b-2ab^2}$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui  $a = 0,5$ ;  $b = -0,25$ .

2) Lihtsustada avaldis

$$\frac{a+2b}{3a-3b} - \frac{3c-a}{2a-2c} + \frac{a^2-bc}{a^2-ac+bc-ab}$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui  $a = \frac{1}{6}$ ;  $b = -1$ .

Anda ülesannete (17–20) igale küsimusele põhjendatud vastus ja tuua näiteid.

17. 1) Kuidas asetsevad arvteljel punktid, mis kujutavad absoluutväärtuselt võrdseid, kuid vastupidiste märkidega arve?

2) Kas arv ja selle pöördväärtus võivad olla vastupidiste märkidega?

3) Kas võib ütelda, et  $(-a)$  kujutab negatiivset arvu?

4) On teada, et arvu  $a$  absoluutväärtus on suurem arvu  $b$  absoluutväärtusest. Kas võib ütelda, et  $a > b$ ?

18. 1) Kas summa  $a+b$  võib olla väiksem vahest  $a-b$ ?

2) Kas võib väita, et  $2a > a$ ?

3) On teada, et  $a \neq 0$  ja  $b \neq 0$ . Kas võib väita, et  $a + b \neq 0$ ?  
 $a \cdot b \neq 0$ ?

19. 1) On antud kaks arvu  $a$  ja  $b$ . Kui kaugel on teineteisest punktid, mis vastavad arvteljel nendele arvudele?

2) On teada, et arvu  $a$  absoluutväärtus on väiksem kui 2. Kus võib arvteljel asuda punkt, mis vastab arvule  $a$ ?

3) Kas võib ütelda, et  $(a - b)^2$  on positiivne arv  $a$  ja  $b$  mistahes väärtuste puhul?

4) Kas on omavahel võrdsed avaldised:  $-m^2$  ja  $(-m)^2$ ;  
 $-m^3$  ja  $(-m)^3$ ?

20. 1) Kas võib  $a$  ja  $b$  mõnede eriväärtuste puhul esineda võrdus:  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ?

2) Kas võib väita, et  $(a - b)^2 = (b - a)^2$ ?  $(a - b)^4 =$   
 $= (b - a)^4$ ?  $(a - b)^3 = (b - a)^3$ ?

3) Missuguste  $a$  ja  $b$  väärtuste puhul on võimalik võrdus  
 $(a - b)^3 = (b - a)^3$ ?

21. 1) Missuguste  $a$  väärtuste puhul ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

$$\frac{1}{a-4}; \frac{2}{a+1}; \frac{b^2}{a^2-4}; \frac{1}{a^2+1}$$

2) Missugusel tingimusel:

$$\frac{3a-6b}{a+b} = 0? \quad \frac{2a-b}{b-a} = 1?$$

## § 2. Ühe tundmatuga esimese astme võrrandid.

Lahendada võrrandid:

22. 1)  $2x(3x-2) - 3\left[1 - (2-x)(2x+3) - \frac{x-3}{2}\right] = 13;$

2)  $3\left\{x - \frac{3x-1}{4} - \left[1 - 2\left(x - \frac{3+x}{5}\right)\right]\right\} = 5x - 2.$

23. 1)  $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{x(x+1)^2} = \frac{5}{2x(x+1)};$

2)  $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0.$

24. 1)  $\frac{3x-3}{2x^2-2} - \frac{2x+2}{3x^2+6x+3} = \frac{5(x-1)}{12x^2-24x+12};$

2)  $\frac{6}{4-x} = \frac{25}{1-3x} - \frac{16}{x-4}.$

Lahendada  $x$  suhtes järgmised täheliste kordajatega võrrandid:

25. 1)  $\frac{x+a}{a-x} + \frac{x-a}{a+x} = \frac{a}{a^2-x^2}$ ;

2)  $\frac{x}{a} - 1 : \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) = 1 : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$ .

26. 1)  $[(n-1)^2 + n] : \left[\frac{(n+1)^3}{3n} - n - 1\right] = x : \left[\frac{(n-1)^2}{4n} + 1\right]$ ;

2)  $\frac{x}{a} (3ab + 1) = \frac{3ab}{1+a} + \frac{(2a+1)x}{a(a+1)^2} + \frac{a^2}{(a+1)^3}$ .

27. 1)  $\frac{am}{a^2-b^2} - \frac{x+m}{a+b} = \frac{b^2x}{a^3-ab^2+a^2b-b^3} - \frac{ax}{a^2+2ab+b^2}$ ;

2)  $\frac{2}{a^2-ac-ax+cx} + \frac{1}{x^2-ax-cx+ac} =$   
 $= \frac{1}{c^2-cx-ac+ax}$ .

28. 1)  $\frac{a^3-1}{a^3+1} = \frac{a(x-1)+a^2-x}{a(x-1)-a^2+x}$ ;

2)  $\frac{kx-lx}{2k+2l} + \frac{kx}{k^2-l^2} - \frac{k-x}{k-l} = \frac{x}{2} + \frac{k+x}{k+l}$ .

Lahendada järgmised võrrandid nendes esinevate tähtede suhtes.

29. 1) Lahendada  $k$ ,  $a$  ja  $b$  suhtes võrrand  $\left|\frac{3a+k}{k} - 5 = \frac{b}{k}\right|$ ;

2) lahendada  $x$ ,  $a$  ja  $c$  suhtes võrrand  $ax + bx = cx$ .

30. 1) Lahendada  $m$  ja  $a$  suhtes võrrand  $m \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1$ ;

2) lahendada  $x$ ,  $a$  ja  $b$  suhtes võrrand  $a - \frac{a+b}{x} =$   
 $= b - \frac{a-b}{x}$ ;

3) lahendada  $y$ ,  $n$  ja  $b$  suhtes võrrand  $\frac{an+by}{n+y} = c$ .

### § 3. Esimese astme võrratused.

Lahendada võrratused (31–32 peast) ja märkida arvteljel saadud lahendid:

31. 1)  $x + 3 > 8$ ;                      2)  $4 + x < 12$ ;

3)  $1 - x < 2$ ;                      4)  $10 < 12 - x$ .

32. 1)  $x - 1 < 0$ ;                      2)  $2x + 3 > 13$ ;

3)  $2x + 8 < 10$ ;                      4)  $3x + 5 > 5$ .

$$33. \quad 1) 13x + 4 > 5x + 20; \quad 2) 3(x + 2) < 2 + 5x;$$

$$3) -3(x + 10) > -20; \quad 4) 16 - 3(2x - 5) < 3 - 16x.$$

34. Leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul on järgmised avaldi-  
sed positiivsed:

$$1) 3x - 15; \quad 2) 12 - 4x;$$

$$3) 2(x + 1) - 3; \quad 4) 5(x - 1) - 2(x - 2);$$

$$5) \frac{x - 5}{2}; \quad 6) \frac{x + 3}{4}.$$

35. Leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul on järgmised avaldi-  
sed negatiivsed:

$$1) x - 4; \quad 2) 2x - 6;$$

$$3) 2(x + 3) - x; \quad 4) 4x - 3(x + 1);$$

$$5) \frac{2x - 1}{3}; \quad 6) \frac{2x + 5}{2}.$$

36. Leida ja näidata arvteljel need  $x$  täisarvulised väärtused,  
mis rahuldavad järgmisi võrratusi:

$$1) 0 < x < 5; \quad 2) 1 < x < 4; \quad 3) 1\frac{1}{2} < x < 5\frac{3}{4}$$

$$4) -6 < x < -1; \quad 5) -2 < x < 2;$$

$$6) -3,5 < x < -0,4.$$

37. 1) On teada, et  $|x| < 1$ . Kus võib arvteljel asuda punkt,  
mis kujutab arvu  $x$ ?

2) On teada, et  $|x| > 1$ . Kus võib arvteljel asuda punkt, mis  
kujutab arvu  $x$ ?

38\*. Lahendada võrratused:

$$1) |x - 1| > 2; \quad 2) |x + 2| < 3;$$

$$3) |x - 5| < 8; \quad 4) |x + 4| < 7.$$

## § 4. Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemid.

Lahendada kahe tundmatuga võrrandisüsteemid:

$$39. \quad 1) \begin{cases} \frac{7x - 3y}{5} = \frac{5x - y}{3} - \frac{x + y}{2} \\ 3(x - 1) = 5(y + 1) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{2}\left(y + \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{5}(x + 2) = 1,1 \\ x - 2y + 4 = \frac{1}{4}\left[2x + 3\left(y - \frac{1}{2}\right)\right] \end{cases}$$

$$40. \quad 1) \quad \begin{cases} \frac{1}{2} - y = \left\{ \frac{1}{3} [x - 5(y - 0,3)] - 1 \right\} + 1,2 \\ 3 \left[ 1 - \frac{2 - 3(x - y)}{5} \right] + 6,94 = 2(3x - 1) \end{cases}$$

$$2) \quad 1 - \frac{x + 5y}{7} = 4x - 3y - 80 = \frac{1}{21} [2 - 2(x - 7) - y]$$

$$41. \quad 1) \quad (x + 2y - 7) : (2y - x + 15) : (2x + y + 19) = 1 : 2 : 3$$

$$2) \quad (3x + y - 3) : (4x - 2y + 1) : (5x - 3y + 8) = 6 : 3 : 5$$

$$42. \quad 1) \quad \begin{cases} b - 5[15 - (3 - a)] = 11 - 8[7(3a - 5) + 3b] \\ 41(3a + 2b) = 4\{5[22 - 3(5 - 2a)] - 13b\} \end{cases}$$

$$43. \quad 1) \quad \begin{cases} \frac{3}{2a + b} + \frac{7}{a - b} = 1,9 \\ \frac{5}{a - b} - \frac{2}{2a + b} = 1,15 \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \frac{11}{2r - 3s} + \frac{18}{3r - 2s} = 13 \\ \frac{27}{3r - 2s} - \frac{2}{2r - 3s} = 1 \end{cases}$$

## § 5. Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid. Suuruste võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus.

44. Järgmisse tabelisse on märgitud õhu temperatuuri mõõtmise tulemused ööpäeva jooksul:

Kellaeg	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatuur C°	+2	0	-3	-5	0	4	6	9	6	3	1	0	-2

1) Joonestada tabeli andmeil ööpäevane õhu temperatuuri muutumise graafik.

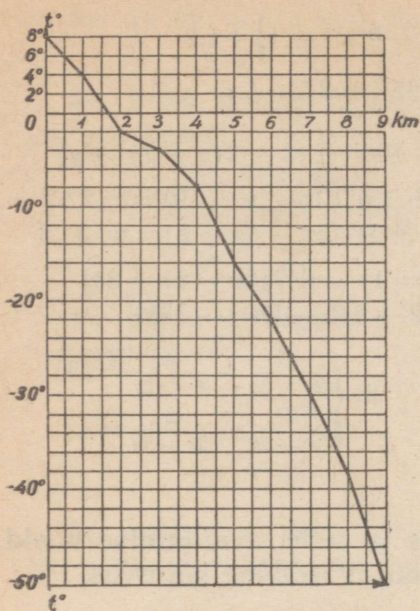
2) Leida graafiku järgi õhu temperatuur: kell 3; kell 9; kell 13; kell 21.

3) Leida graafiku järgi, mis kellaajal oli õhu temperatuur:  $-1^\circ$ ;  $-4^\circ$ ;  $+2^\circ$ ;  $+5^\circ$ .

4) Teha graafiku järgi kindlaks, missugusel ajavahemikul õhu temperatuur tõusis, missugusel langes.

5) Leida graafiku järgi, millal oli ööpäeva jooksul kõige madalam temperatuur, millal kõige kõrgem.

45. Joonisel 1 on antud graafik, mis näitab, kuidas õhu temperatuur sõltub kõrgusest. Horisontaalteljel on antud kõrgus maapinnast kilomeetrites ja vertikaalteljel õhu temperatuur C°.



Joon. 1.

Leida graafiku järgi:

1) Õhu temperatuur 4 km, 6 km, 8 km kõrgusel ja maapinnal.

2) Missugusel kõrgusel õhu temperatuur on  $4^{\circ}$ ?  $-16^{\circ}$ ?  $-48^{\circ}$ ?  $-30^{\circ}$ ?

3) Kasutades graafikut, kirjeldada õhu temperatuuri muutumist sõltuvalt kõrgusest.

46. Kell 8 hommikul väljus linnast  $M$  turist linna  $N$ . Esimese tunniga käis ta 5 km, siis märke minnes käis tunniga ainult 3 km ning seejärel puhkas 30 min. Pärast liikus ta keskmiselt 4 km tunnis ning saabus linna  $N$  kell 12 päeval.

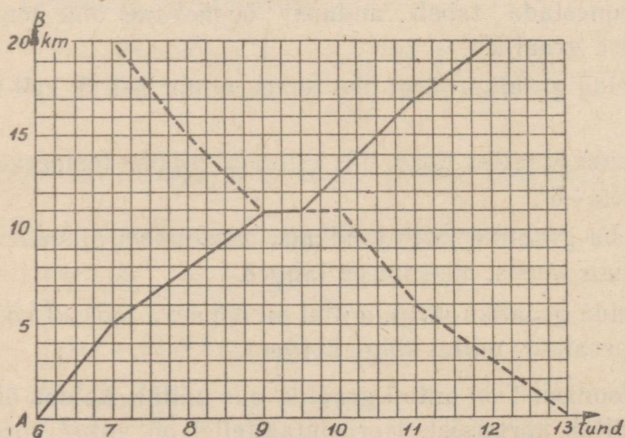
1) Koostada tabel, mis näitab turisti poolt käidud tee ja aja

vahelist sõltuvust, ning joonestada tabeli andmeil vastav graafik.

2) Leida graafiku järgi: a) Kui kaugel oli turist linnast  $M$  kell 9? kell 10.30? kell 11?

b) Kui kaugel linnast  $M$  ja mis kellaajal peatus ta puhkuseks?

c) Kui kaugel oli linn  $N$  linnast  $M$ ?



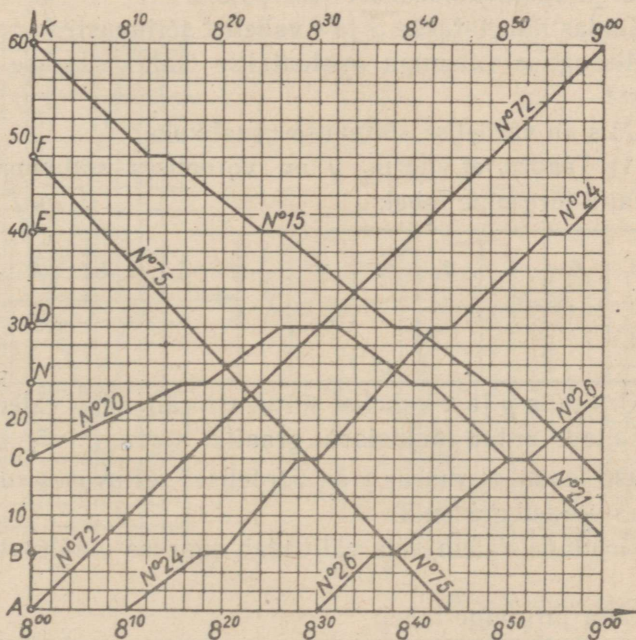
Joon. 2.

d) Mis kellaajal oli turist linnast  $M$  6 km? 10 km? 2 km? 14 km kaugusel?

47. Joonisel 2 on kujutatud kahe turisti liikumise graafik, kes väljusid teineteisele vastu punktides  $A$  ja  $B$ .

Leida graafiku järgi:

- 1) Mis kellaajal väljus kumbki turist?
- 2) Kui kaua viibis kumbki neist teel?
- 3) Kui palju aega kulutas kumbki neist liikumiseks ja kui palju puhkamiseks?
- 4) Millal ja kui kaugel punktist  $A$  nad kohtusid?
- 5) Leida kummagi turisti liikumise keskmine kiirus.
- 6) Koostada graafiku järgi tabel, mis näitab kummagi turisti poolt läbitud tee ja aja vahelist sõltuvust.



Joon. 3.

48. Joonisel 3 on kujutatud linnalähedaste rongide liikumise graafik kahe rööpmelisel raudteel kella 8-st kella 9-ni.

- 1) Kirjeldada graafiku järgi iga rongi liikumist, märkides ära

nende saabumise ja väljumise ajad jaamadest  $A, B, C, N, D, E, F, K$  ning liikumise kiirus nende jaamade vahel.

2) Koostada graafiku järgi rongide sõiduplaan.

49. Keha liigub ühtlaselt kiirusega 4 km tunnis.

1) Koostada valem, mis väljendab keha poolt  $t$  tunniga läbitud tee pikkust  $S$ .

2) Koostada  $S$  väärtuste tabel, kui  $t = 0; 1; 2; 3; 4$ .

3) Tabeli andmeil joonestada graafik, mis näitab keha poolt läbitava tee pikkuse muutumist sõltuvalt liikumise aja muutumisest.

4) Leida graafiku järgi tee pikkus, mille läbis keha 1 tunni 30 minutiga; 3,5 tunniga.

5) Leida graafiku järgi, mis ajaga läbib keha 10 km; 6 km.

6) Tõestada, et saadud graafiku mistahes punkti ordinaadi ja abstsissi suhe on 4.

7) Tõestada, et kui punkt ei kuulu sellele graafikule, siis tema ordinaadi ja vastava abstsissi suhe pole 4.

8) Kuidas nimetatakse  $S$  ja  $t$  vahelist sõltuvust?

9) Missuguse valemiga avaldatakse kahe suuruse võrdelist sõltuvust?

10) Mis on võrdelise sõltuvuse graafikuks?

50. 1) Teades, et suurus  $y$  on võrdelises sõltuvuses suurusest  $x$ , täita järgmine tabel:

$x$	8	6	4	2	1	0	$\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-6	-8
$y$	4											

2) Kirjutada  $y$  ja  $x$  vahelist sõltuvust väljendav valem.

3) Ehitada antud funktsiooni graafik.

51. On teada, et suurus  $y$  on võrdelises sõltuvuses suurusest  $x$ , kusjuures võrdetegur on 2.

1) Kirjutada valem, mis väljendab suuruse  $y$  sõltuvust suurusest  $x$ .

2) Täita järgmine tabel:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	-1	-2	-3	-4
$y$											

3) Ehitada antud funktsiooni graafik.

52. Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = 3x$  ja  $y = -3x$  graafikud.

Mispoolest erinevad nende graafikute asendid koordinaattelgede suhtes (vt. joon. 4)?

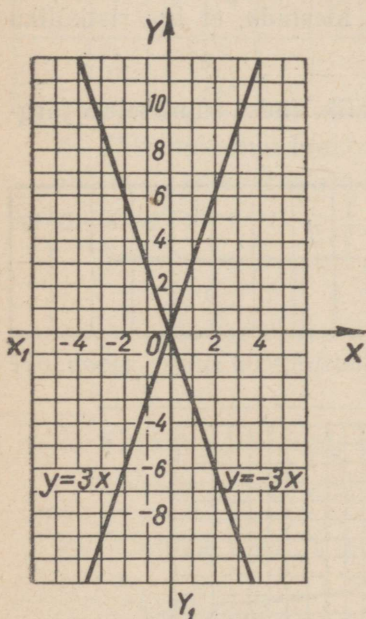
53. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel järgmiste funktsioonide graafikud:

$$y = \frac{1}{3}x; y = -\frac{1}{3}x; y = 3x; y = -3x.$$

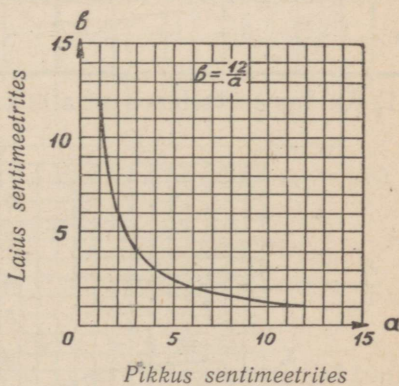
2) Selgitada, kuidas muutub sirge asend koordinaattelgede suhtes sirge tõusu muutumisel.

54. 1) Joonestada sirge, mis läbib koordinaatide alguse ja punkti  $M(3; 6)$ .

2) Kirjutada selle sirge võrrand.



Joon. 4.



Joon. 5.

55. Sirge läbib koordinaatide alguse, kusjuures tema tõus on 4.

1) Kirjutada selle sirge võrrand ja joonestada see sirge.

2) Kas sellel sirgel asetseb punkt  $M(2; 5)$ ?

56. Ristküliku pindala on  $12 \text{ cm}^2$  ja pikkus  $a$  sentimeetrit.

1) Leida ristküliku laius, tähistades selle tähega  $b$ .

2) Arvutada  $b = \frac{12}{a}$  järgmiste  $a$  väärtuste puhul:

Pikkus sentimeetrites	$a$	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Laius sentimeetrites	$b$									

3) Kasutades  $a$  ja  $b$  väärtuste tabelit, tõestada, et antud pindala puhul ristküliku laius on pöördvõrdeline tema pikkusega.

4) Joonestada graafik, mis näitab ristküliku laiuse muutumist sõltuvalt tema pikkuse muutumisest (võrrelda joonisega 5).

5) Leida graafiku järgi  $b$  väärtus, kui  $a = 1,5; 2,4; 9$ .

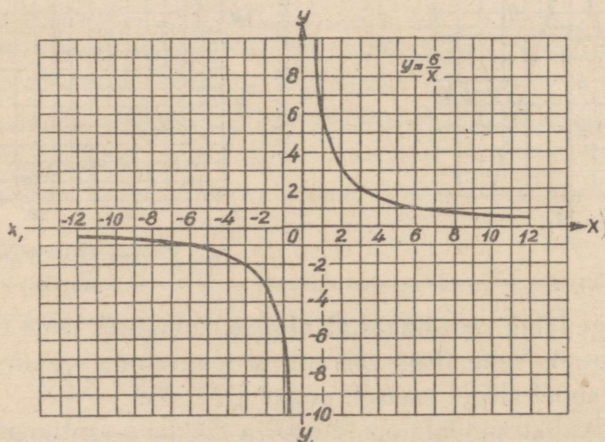
6) Leida graafiku järgi  $a$  väärtus, kui  $b = 10; 5; 8$ .

7) Joonisele, millele on joonestatud  $b = \frac{12}{a}$  graafik, ehitada ristkülikud, mille  $a = 1; 2; 3; 4; 6$ , ja tõestada, et iga ristküliku pindala on  $12 \text{ cm}^2$ .

58. Ehitada funktsiooni  $y = \frac{6}{x}$  graafik, andes suurusele  $x$  järgmised väärtused:

$x$	-12	-10	-8	-6	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	6	8	10	12
$y$																

1) Kuidas asetseb see graafik koordinaattelgede suhtes (joon. 6)?



Joon. 6.

2) Leida graafiku järgi  $y$  väärtused, kui  $x = -3; 3; -1\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}; 1\frac{1}{5}; -1\frac{1}{5}$ .

3) Leida graafiku järgi  $x$  väärtused, kui  $y = 1; -1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$ .

4) Kuidas nimetatakse võrrandiga  $y = \frac{m}{x}$  avaldatud sõltuvust?

5) Mis on pöördvärdelise sõltuvuse graafikuks?

58. On teada, et suurus  $y$  on pöördvärdeline suurusega  $x$ , kusjuures võrdetegur on 16.

1) Kirjutada võrrand, mis väljendab  $y$  sõltuvust suurusest  $x$ .

2) Täita järgmine tabel:

$x$	1	2	4	8	12	16	-1	-2	-4	-8	-12	-16
$y$	16											

3) Ehitada antud funktsiooni graafik.

59. 1) Teades, et suurus  $y$  on pöördvärdeline suurusega  $x$ , täita järgmine tabel:

$x$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8	-12
$y$	4								

2) Kirjutada võrrand, mis väljendab  $y$  sõltuvust suurusest  $x$ .

3) Ehitada antud funktsiooni graafik.

60. Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = \frac{8}{x}$  ja  $y = -\frac{8}{x}$  graafikud.

Kuidas asetseb koordinaattelgede suhtes kummagi antud funktsiooni graafik?

61. (Peast.) Missuguses sõltuvuses (värdelises või pöördvärdelises) on järgmised suurused:

1) Ringjoone pikkus ja ringi diameeter.

2) Tööliste arv ja antud töö täitmise aeg.

3) Ühtlase liikumise aeg ja kiirus jääva teepikkuse puhul.

- 4) Kauba maksumus ja kauba hulk jääva hinna puhul.  
 5) Kauba 1 kg hind ja kauba hulk jääva maksumuse puhul.

62. (Peast.) Valem  $S = \frac{bh}{2}$  avaldab kolmnurga pindala ( $S$ ) sõltuvalt kolmnurga alusest ( $b$ ) ja kõrgusest ( $h$ ). Kuidas muutub  $S$ , kui:

- 1)  $h$  suurendada 5 korda? 2)  $b$  vähendada 3 korda?  
 3)  $h$  suurendada 6 korda ja  $b$  vähendada 2 korda?  
 4) Kuidas muutub kolmnurga pindala sõltuvalt kolmnurga kõrguse muutumisest?

63. (Peast.) Kui ratta diameeter on  $d$  meetrit, siis tema pöorete arvu  $S$ -meetrisel vahemaal arvutatakse valemi  $n = \frac{S}{\pi d}$  järgi, kus  $\pi$  on jääv arv, ligikaudselt 3,14.

Kuidas muutub pöorete arv  $n$ , kui:

- 1)  $S$  suurendada 2 korda? 2)  $d$  suurendada 3 korda?  
 3)  $S$  vähendada 4 korda ja  $d$  suurendada 2 korda?  
 4)  $S$  ja  $d$  suurendada 3 korda?  
 5)  $S$  suurendada 3 korda ja  $d$  vähendada 2 korda?  
 6) Kuidas muutub ratta pöorete arv:  
 a) sõltuvalt diameetri muutumisest?  
 b) sõltuvalt läbitud vahemaa muutumisest?

## § 6. Lineaarfunktsioon.

64. Rong väljus jaamast  $A$  ja, sõitnud hoovõtuks 2 km, hakkas liikuma ühtlaselt, kiirusega 40 km tunnis.

1) Leida, kui kaugel jaamast  $A$  on rong pärast  $t$ -tunnilist ühtlast liikumist.

2) Leida  $S$  väärtused  $t$  järgmiste väärtuste puhul:

$t$ tundi	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$S$ kilomeetrit										

3) Joonestada graafik, mis näitab kauguse  $S$  ja rongi liikumise aja  $t$  vahelist sõltuvust.

Märkus. Horisontaalteljele paigutatakse  $t$  väärtused, vertikaalteljele aga  $S$  väärtused (joon. 7).

4) Mille poolest sarnaneb saadud graafik võrdelisuse graafikuga ja mille poolest ta erineb sellest?

5) Kontrollida arvutamise teel ja graafiku järgi, et  $S$  ning  $t$  väärtused ei ole võrdelises sõltuvuses.

6) Kuidas nimetatakse funktsiooni, mille kuju on

$$S = 40t + 2?$$

7) Tõestada, et punktid, mille koordinaadid rahuldavad võrrandit  $y = mx + n$ , asetsevad sirgjoonel.

65. Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = 2x$  ja  $y = 2x + 3$  graafikud, täites varem järgmise tabeli:

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 2x$									
$y = 2x + 3$									

1) Mille poolest erinevad saadud sirgete asendid koordinaattelgedes suhtes?

2) Tõestada, et sirged  $y = 2x$  ja  $y = 2x + 3$  on teineteisega paralleelsed.

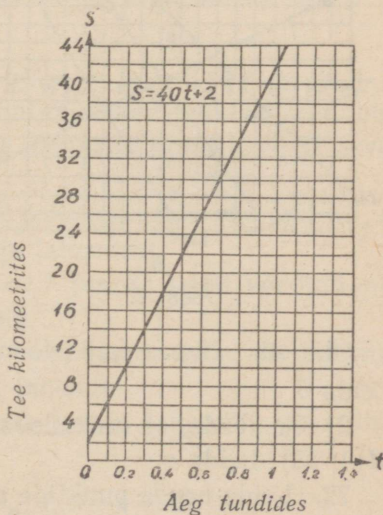
3) Leida lõigu pikkus, mille lõikab  $y$ -teljest sirge  $y = 2x + 3$ .

66. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = 3x + 2$  ja  $y = -3x + 2$  graafikud.

2) Näidata, mille poolest sarnanevad saadud graafikud ja mille poolest nad erinevad.

3) Tõestada, et  $x$  suurenemisel funktsioon  $y = 3x + 2$  ühtlaselt kasvab ja funktsioon  $y = -3x + 2$  ühtlaselt kahaneb.

4) Tõestada, et funktsiooni mistahes juurdekasvu ja argu-



Joon. 7.

mendi  $x$  vastava juurdekasvu suhe on funktsiooni  $y = 3x + 2$  puhul 3 ja funktsiooni  $y = -3x + 2$  puhul  $(-3)$ .

67. 1) Joonestada ühel ja samal joonisel järgmiste funktsioonide graafikud:

$$y = \frac{1}{2}x + 4; \quad y = \frac{1}{2}x - 4;$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 4; \quad y = -\frac{1}{2}x - 4.$$

Leida nende punktide koordinaadid, milles iga graafik lõikub  $y$ -teljega ja  $x$ -teljega.

2) Leida iga sirge tõus.

3) Arvutada  $x$  väärtus, kui  $y$  väärtus on 3 (iga võrrandi jaoks), ja kontrollida tulemust graafiku järgi.

68. Joonestada ühel ja samal joonisel järgmised graafikud:

$$1) y = 2; \quad 2) y = -2;$$

$$3) x = 4; \quad 4) x = -4;$$

$$5) x = 0; \quad 6) y = 0.$$

Kuidas asetseb iga sirge koordinaattelgede suhtes?

69. Joonestada graafikud:

kud:

$$1) x - y = 0;$$

$$2) x + y = 0;$$

$$3) 2x - 5y = 0;$$

$$4) 3x - y = 6;$$

$$5) 3x + 2y = 5.$$

Leida iga sirge: a) lõikepunktid koordinaattelgedega; b) tõus.

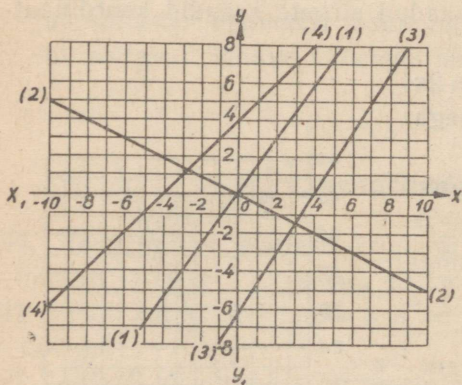
70. Kirjutada joonisel 8 ehitatud iga sirge võrrand kujus  $y = kx + m$ .

71. 1) On teada, et kui

$x = 4$ , siis lineaarfunktsioon  $y = 3x + b$  saab väärtuse 11. Leida  $b$ .

2) On teada, et funktsiooni  $y = ax + 5$  graafik läbib punkti  $M(4; 13)$ . Leida  $a$ .

72. Leida nende punktide abstsissid, milles iga järgmise funktsiooni graafik lõikub  $x$ -teljega.



Joon. 8.

$$1) y = 2x - 6; \quad 2) y = 3x + 3;$$

$$3) y = 2x - 1; \quad 4) y = 2x - 3.$$

73. Leida nende punktide ordinaadid, milles iga järgmise funktsiooni graafik lõikub  $y$ -teljega.

$$1) y = x - 5; \quad 2) y = 2x + 3;$$

$$3) y = -4x + 7; \quad 4) y = -0,5x - 2,5.$$

74. 1) Funktsiooni  $y = 2x + b$  graafik lõikub ordinaatteljega punktis  $(0; 5)$ . Leida  $b$  väärtus ja ehitada funktsiooni graafik.

2) Funktsiooni  $y = kx + b$  graafik läbib punkti  $M(2; -3)$  ja punkti  $N(-5; -4)$ . Leida  $k$  ja  $b$  väärtused ning ehitada funktsiooni graafik.

75. Hääle levimiskiiruse  $v$  katselisel määramisel õhus erinevate temperatuuride puhul saadi järgmine tabel:

$t$ kraadides	-30	-16	-8	-4	0	4	8	12	20	30
$v$ meetrites sekundis	313	323	327	330	332	334	337	339	344	349

1) Joonestada graafik, mis väljendab  $v$  ja  $t$  vahelist sõltuvust.  
 2) Asendada see graafik ligikaudselt sirgjoonega.  
 3) Koostada ligikaudne lineaarfunktsioon, mis väljendaks  $v$  ja  $t$  vahelist sõltuvust, määrata selle tõus ning algordinaat mõõtmise teel joonise ja mõõtkava järgi.

76. 1) On antud kaks funktsiooni:  $y_1 = 3x - 2$  ja  $y_2 = 2x + 3$ . Leida, missuguse  $x$  väärtuse puhul mõlemad funktsioonid omavad üht ja sama arvulist väärtust. Lahendada graafiliselt ja arvutamise teel.

2) Kirjutada võrrandile  $x + y = 3$  juurde teine võrrand nii, et saadud süsteem omaks lõpmatu palju lahendeid.

3) Kirjutada võrrandile  $2x - y = 1$  juurde teine võrrand nii, et saadud süsteem ei omaks lahendeid.

4) Kirjutada võrrandile  $3x - 2y = 12$  juurde teine võrrand nii, et saadud süsteem omaks ainult ühe lahendi.

Uurida võrrandisüsteemid ja anda nende lahendite graafiline tõlgendus:

$$77. 1) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3x + y = 9 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x + y = 5 \\ 2y - 5 = -2x \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x = 4 - y \\ 2y = 8 - 2x \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x - 4 = y \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$$

---

## II PEATÜKK.

### ASTMED JA JUURED.

#### § 7. Positiivse arvu tõstmine ruutu ja ruutjuure leidmine positiivsest arvust.

78. (Peast.) 1) Leida ruudu pindala, mille külg on 6 cm; 15 cm; 200 m.

2) Arvutada:

$$12^2; (-18)^2; 22^2; 42^2;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2; \left(-\frac{1}{2}\right)^2; \left(2\frac{1}{2}\right)^2; \left(-3\frac{1}{4}\right)^2;$$

$$(0,1)^2; (-0,3)^2; (0,5)^2; (-1,2)^2;$$

$$-1,5^2; -(-0,2)^2; \left(-4\frac{1}{2}\right)^2; -(-0,02)^2.$$

79. Kasutades valemeid  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  ja  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ , arvutada:

1)  $31^2$ ;  $51^2$ ;  $81^2$ ;  $42^2$ ;  $72^2$ ; 2)  $19^2$ ;  $29^2$ ;  $39^2$ ;  $89^2$ ;  $98^2$ ; 3)  $47^2 - 23^2$ ;  $84^2 - 46^2$ ;  $\left(5\frac{1}{6}\right)^2 - \left(1\frac{1}{6}\right)^2$ .

80. 1) Tõestada samasus:

$$(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25.$$

2) Kontrollida selle samasuse kehtivust, kui  $a = 4$ .

3) Sõnastada reegel, kuidas peast tõsta ruutu kahekohalisi arve, mis lõpevad 5-ga.

4) Arvutada peast:  $45^2$ ;  $35^2$ ;  $55^2$ ;  $65^2$ ;  $75^2$ ;  $85^2$ ;  $95^2$ ;  $105^2$ .

81. 1) Tõestada samasus:

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = a(a + 1) + \frac{1}{4}.$$

2) Kontrollida selle samasuse kehtivust, kui  $a=2$ ;  $a=3$ ;  $a=4$ .

3) Sõnastada reegel  $(a + \frac{1}{2})$ -kujuliste arvude ruutu tõstmiseks, kus  $a$  on täisarv.

4) Kasutades antud valemit, arvutada peast järgmiste arvude ruudud:

$$\left(6\frac{1}{2}\right)^2; \left(7\frac{1}{2}\right)^2; \left(8\frac{1}{2}\right)^2; \left(10\frac{1}{2}\right)^2; \left(20\frac{1}{2}\right)^2; \left(50\frac{1}{2}\right)^2.$$

82. Leida tabeli<sup>1</sup> järgi arvude ruudud:

- 1)  $56^2$ ;  $78^2$ ;  $159^2$ ;  $574^2$ ;  $893^2$ ;
- 2)  $8,4^2$ ;  $12,3^2$ ;  $49,6^2$ ;  $0,58^2$ ;  $0,0238^2$ ;
- 3)  $15,42^2$ ;  $783,4^2$ ;  $257,8^2$ ;  $894,7^2$ ;  $0,4583^2$ .

83. 1) Täitnud alljärgneva tabeli, ehitada funktsiooni  $y = x^2$  graafik (joon. 9):

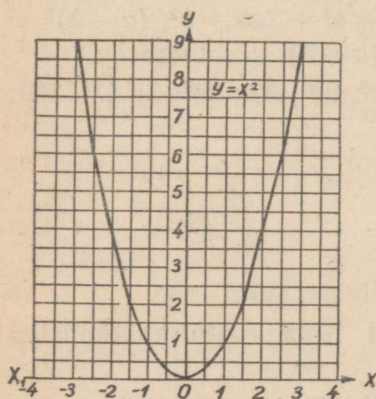
$x$	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$y$															

2) Leida graafiku järgi  $y$  väärtus, kui

$$x = 2,2; x = -1,7; x = 1,8.$$

3) Leida graafiku järgi  $x$  väärtus, kui

$$y = 3; y = 5; y = 7.$$



Joon. 9.

84. (Peast.) 1) Ruudu pindala on  $625 \text{ cm}^2$ . Leida ruudu külje pikkus.

2) Arvutada:

$$\begin{aligned} &\sqrt{36}; \sqrt{49}; \sqrt{81}; \sqrt{64}; \\ &\sqrt{144}; \sqrt{169}; \sqrt{225}; \sqrt{576}; \\ &\sqrt{\frac{1}{9}}; \sqrt{\frac{4}{25}}; \sqrt{\frac{49}{64}}; \sqrt{\frac{9}{121}}; \\ &\sqrt{0,09}; \sqrt{0,25}; \sqrt{0,81}. \end{aligned}$$

<sup>1</sup> V. M. Bradis, Neljakohalised matemaatilised tabelid, Utšpedgiz, 1949. a. ja hilisemate aastate trükid.

85. Leida ruutjuur arvudest:

- |               |              |              |
|---------------|--------------|--------------|
| 1) 841;       | 2) 784;      | 3) 1225;     |
| 4) 1849;      | 5) 7921;     | 6) 5329;     |
| 7) 4624;      | 8) 2401;     | 9) 3136;     |
| 10) 7225;     | 11) 57600;   | 12) 32400;   |
| 13) 14400;    | 14) 28900;   | 15) 54756;   |
| 16) 17424;    | 17) 56169;   | 18) 42849;   |
| 19) 94864;    | 20) 64009;   | 21) 831744;  |
| 22) 687241;   | 23) 259081;  | 24) 879844;  |
| 25) 725904;   | 26) 488601;  | 27) 501264;  |
| 28) 700569;   | 29) 632025;  | 30) 613098;  |
| 31) 22562500; | 32) 5616900; | 33) 3587236; |
| 34) 2105401;  | 35) 3426201; | 36) 2934369. |

86. Leida ruutjuur arvudest:

- 1)  $\frac{64}{81}$ ; 2)  $\frac{121}{324}$ ; 3)  $\frac{256}{729}$ ; 4)  $\frac{361}{1849}$ ; 5)  $2\frac{7}{9}$ ;  
6)  $5\frac{1}{16}$ ; 7)  $552\frac{1}{4}$ ; 8)  $25\frac{161}{256}$ ; 9) 0,9801;
- |               |                 |                 |
|---------------|-----------------|-----------------|
| 10) 0,0625;   | 11) 0,0484;     | 12) 0,8649;     |
| 13) 0,2116;   | 14) 0,3364;     | 15) 0,003969;   |
| 16) 0,002401; | 17) 0,00001225; | 18) 0,00005329; |
| 19) 2,3716;   | 20) 2,7889;     | 21) 15,0544;    |
| 22) 19,0969;  | 23) 83,1744;    | 24) 19,9809.    |

87. a) Leida ruutjuur järgmistest arvudest täpsusega kuni 1; täpsusega kuni 0,1;

- 1) 15; 2) 45; 3) 152; 4) 1000; 5) 2340; 6) 15,82; 7) 48,27;  
8) 95,3; 9) 10,9; 10) 2,24.

b) Leida ruutjuur järgmistest arvudest täpsusega kuni 0,01:

- 1)  $\sqrt{2}$ ; 2)  $\sqrt{3}$ ; 3)  $\sqrt{5}$ ; 4)  $\sqrt{6}$ ; 5)  $\sqrt{8}$ ; 6)  $\sqrt{10}$ ; 7)  $\sqrt{12}$ ;  
8)  $\sqrt{15}$ ; 9)  $\sqrt{6,4}$ ; 10)  $\sqrt{3\frac{1}{2}}$ .

88. Leida tabeli<sup>1</sup> abil ruutjuur järgmistest arvudest:

- 1) 676; 1089; 2025; 5776; 8649; 9604.  
2)  $5\frac{31}{225}$ ; 2,89; 30,25; 47,61; 62,41.

<sup>1</sup> V. M. Bradis, Neljakohalised matemaatilised tabelid, Ütšpedgiz, 1949. a. ja hilisemate aastate trükid.

89. Kasutades ruutjuurte tabelleid, leida ruutjuur järgmistest arvudest

a) täpsusega kuni 0,1; b) täpsusega kuni 0,01; c) täpsusega kuni 0,001:

1) 2; 3; 10; 15; 20; 40; 82; 96; 115; 230; 542;

2) 1,3; 0,4; 0,9; 2,4; 6,8; 0,61; 2,72; 0,247; 0,5276;

3) 893500; 0,002348; 0,000157.

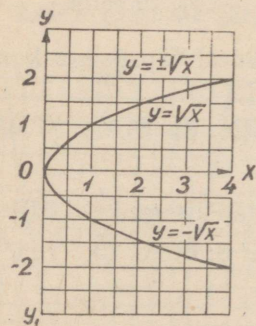
90. 1) Leida ruutjuurte tabeli abil täpsusega kuni 0,1  $y = \pm \sqrt{x}$  väärtused, kui  $x$  on:

$x$	0	0,5	0,8	1	1,5	1,69	2	2,25	2,89	3	4	5	6
$x = \pm \sqrt{x}$													

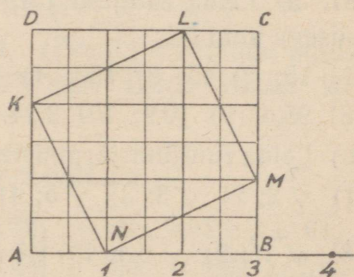
2) Võttes  $x$  ja  $y$  väärtused punktide koordinaatideks koordinaatide ristteljestikus, ehitada need punktid ja ühendada nad sujuva kõveraga nii, nagu see on näidatud joonisel 10.

3) Leida joonestatud graafiku järgi  $y$  väärtused, mis vastavad  $x$  järgmistele väärtustele:

$x = 0,2$ ;  $x = 1,2$ ;  $x = 2,5$ ;  $x = 3,24$ ;  $x = 3,6$ .



Joon. 10.



Joon. 11.

91. Arvteljel on võetud lõik  $AB$ , mis võrdub kolme pikkuseühikuga, ja sellele lõigule on ehitatud ruut  $ABCD$ . Sellesse ruutu on ehitatud ruut  $KLMN$  (joon. 11).

1) Tõestada, et ruudu  $KLMN$  pindala võrdub viie ruutühikuga.

2) Paigutada arvteljele  $AB$  punktist  $A$  lõik, mis võrdub lõiguga  $KL$ .

3) Tõestada, et antud mõõduühiku puhul lõigu  $KL$  pikkust ei ole võimalik väljendada mingi ratsionaalarvuga.

4) Arvutada ligikaudselt lõigu  $KL$  pikkuse väärtused täpsusega kuni 1; 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001 puuduga ja liiaga ning kirjutada võrratuste abil, et see pikkus asetseb vastavate ligikaudsete väärtuste vahel  $2 < \sqrt{5} < 3$  jne.

5) Kuidas nimetatakse arve, mis väljendavad lõigu pikkust, millel ei ole ühismõõtu lõiguga, mis on võetud mõõduühikuks?

6) Kuidas nimetatakse arve, mis väljendavad lõigu pikkust, millel on ühismõõt lõiguga, mis on võetud mõõduühikuks?

92. 1) Lõigu pikkust väljendab arv 2,236067977... cm. Leida selle lõigu pikkuse ligikaudsed väärtused puuduga ja liiaga täpsusega kuni 0,01; 0,001; 0,0001.

2) Irratsionaalarvu, mis väljendab ringjoone pikkuse ja diameetri suhet, tähistatakse tähega  $\pi$ , kusjuures  $\pi = 3,1415926535...$

Kirjutada  $\pi$  ligikaudne väärtus täpsusega kuni 0,0001 puuduga ja liiaga.

3) Arvutada arvu  $\sqrt{0,5}$  viis esimest kümnendkohta pärast koma.

4) Kirjutada lõpmatute perioodiliste kümnendmurdudena järgmised ratsionaalarvud:  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{4}{7}$ ; 1,4; 2; 0;  $\frac{5}{6}$ .

93. Võrrelda järgmiste arvude suurust ning asendada sõna «ja» märgiga  $>$  või  $<$ :

1) 15,4 ja 15,368; 2) 0,13762... ja 0,13567...;

3) 5,368971... ja 5,369; 4) 7,8934597... ja 7,8934600...;

5) 0,001001001... ja 0,001000100001...;

6) 0,5 ja  $-1,555555...$ ; 7) 2,535353... ja 2,535456...;

8) 3,1415926535... ja  $\sqrt{10}$ ; 9)  $\sqrt{29}$  ja  $5\frac{5}{13}$ ; 10) 1,7356 ja  $\sqrt{3}$ .

94. 1) Koostada  $\sqrt{2}$  ja  $\sqrt{5}$  ligikaudsete väärtuste summa tabel, kui arvutused on teostatud täpsusega kuni 0,1, kuni 0,01, kuni 0,001 jne. puuduga ja liiaga; kasutades irratsionaalarvude summa definitsiooni, leida selle lõpmatu kümnendmurru viis kümnendkohta, mis väljendab arvu  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ .

2) Leida lõpmatute kümnendmurdude viis kümnendkohta, mis väljendavad järgmiste tehete tulemusi:

$$3,1415926535 \dots + \frac{1}{3}; \quad 1,212212221 \dots + \sqrt{7};$$

$$4 \cdot 0,1542763 \dots; \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}.$$

95. 1) Kirjeldada arvu mõiste järkjärgulist laiendamist naturaalarvudest kuni reaalarvudeni, juhindudes järgmisest tabelist:

Arvude vald	Naturaalarvud ↓	Positiivsed arvud ↓	Ratsionaalarvud <sup>1</sup> ↓
Arvu mõiste laiendamine	Murdarvud ↓	Negatiivsed arvud ↓	Irratsionaalarvud ↓
Arvu mõiste üldistamine	Positiivsed ratsionaalarvud	Ratsionaalarvud	Reaalarvud

2) Missugused kuuest tehest (liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine, astendamine ja juurimine) on teostatavad kõigi a) positiivsete arvude, b) ratsionaalarvude, c) reaalarvude vallas?

3) Kui  $a$  ja  $b$  on naturaalarvud, siis missuguste arvude vallas on lahendatavad järgmised võrrandid:

$$ax = b; \quad \frac{x}{a} = b; \quad x + a = b; \quad x - a = b; \quad ax^2 = b?$$

4) Kas reaalarvude vallas on alati lahendatav võrrand  $ax^2 = b$ , kui  $a$  ja  $b$  on mistahes ratsionaalarvud?

96. Anda põhjendatud vastused järgmistele küsimustele ning tuua vastavaid näiteid:

- 1) Kas kahe irratsionaalarvu summa võib olla ratsionaalarv?
- 2) Kas kahe irratsionaalarvu korrutis võib olla ratsionaalarv?
- 3) Kas ratsionaalarv võib olla antud irratsionaalarvu pöördväärtuseks?

97. Anda vastused järgmistele küsimustele ning tuua vastavaid näiteid:

1) Kas on õige väide, et iga lõpmatu kümnendmurd väljendab irratsionaalarvu?

<sup>1</sup> Ratsionaalarvude hulka kuulub ka arv 0.

Anda esitatud väitele õige sõnastus.

2) Kas on õiged järgmised väited:

Igale ratsionaalarvule vastab arvteljel üks ja ainult üks punkt. Arvtelje igale punktile vastab kindel ratsionaalarv.

3) Missugused arvud tuleb lisada ratsionaalarvude vallale, et arvtelje igale punktile vastaks kindel arv?

4) Kuidas mõista järgmist väidet: «Kõigi reaalarvude ja kõigi arvtelje punktide vahel saab korraldada üksühese vastavuse?»

98. Lahendada võrrandid:

1)  $x^2 - 36 = 0$ ;

3)  $2x^2 = 50$ ;

5)  $9x^2 = 16$ ;

7)  $\frac{5x^2}{6} = \frac{6}{245}$ ;

9)  $x^2 - 12 = 4$ ;

11)  $2x^2 - 35 = 15$ ;

13)  $5x^2 + 42 = 62$ ;

15)  $9x^2 - 325 = -4x^2$ ;

17)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16}$ ;

18)  $(9 - x)(7 + x) + (7 - x)(9 + x) = 76$ ;

19)  $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3}$ ;

2)  $x^2 - \frac{1}{4} = 0$ ;

4)  $3x^2 - 27 = 0$ ;

6)  $4x^2 - 25 = 0$ ;

8)  $\frac{3x^2}{4} = \frac{4}{75}$ ;

10)  $x^2 - 20 = 16$ ;

12)  $3x^2 + 20 = 95$ ;

14)  $\frac{1}{2}x^2 + 20 = 38$ ;

16)  $13x^2 - 19 = 7x^2 + 5$ ;

20)  $\frac{x-2}{3x+14} = \frac{3(8-x)}{28-x}$ .

Lahendada järgmised ülesanded võrrandi abil:

99. Ringi pindala arvutatakse valemi järgi  $Q = \pi R^2$ , kus  $Q$  on ringi pindala,  $R$  — ringi raadius ja  $\pi$  — jääv arv, mille ligikaudseks väärtuseks täpsusega kuni 0,01 on 3,14. Leida ringi raadius, kui ringi pindala on: 1)  $5 \text{ m}^2$ ; 2)  $12 \text{ cm}^2$ ; 3)  $2,5 \text{ dm}^2$ .

100. Arvutada, täpsusega kuni 1 sekund, keha langemise aeg 300 m kõrguselt, kasutades valemit  $S = \frac{gt^2}{2}$ , kus  $S$  on keha langemise kõrgus meetreis,  $g \approx 9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  — raskuskiirendus ja  $t$  — langemise aeg sekundeis.

101. Horisondi kaugust merel määratakse valemi  $d = 4,1 \sqrt{h}$  järgi, kus  $d$  on horisondi kaugus kilomeetreis,  $h$  — vaatleja silma kõrgus merepinnast meetreis.

Arvutada horisondi kaugus täpsusega kuni 1 km, kui:

- 1)  $h = 15$  m; 2)  $h = 250$  m.

102\*. Pythagorase teoreem väidab: „Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusile ehitatud ruudu pindala võrdub kaatetitele ehitatud ruutude pindalade summaga”; lühemalt sõnastatakse teoreem nii: „Hüpotenuusi ruut võrdub kaatetite ruutude summaga” (joon. 12).

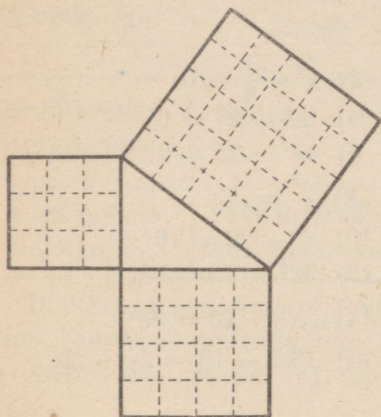
See teoreem võimaldab arvutada täisnurkse kolmnurga kolmanda külje tema kahe antud külje järgi.

Arvutada täisnurkse kolmnurga hüpotenuus, mille kaatetid on:

- 1) 3 cm ja 4 cm;
- 2) 12 cm ja 35 cm;
- 3) 56 cm ja 33 cm;
- 4) 40 cm ja 9 cm.

103\*. Arvutada täisnurkse kolmnurga kaatet, kui hüpotenuus ja teine kaatet on vastavalt:

- 1) 125 cm ja 100 cm;
- 2) 65 cm ja 56 cm;
- 3) 25 cm ja 20 cm;
- 4) 25 cm ja 24 cm.



Joon. 12.

104\*. 1) Ristküliku küljed on 60 cm ja 91 cm. Arvutada tema diagonaal.

2) Ruudu külg on 15 cm. Arvutada tema diagonaal (täpsusega kuni 0,1 cm).

3) Võrdhaarse kolmnurga haar on 17 cm ja alus 16 cm. Arvutada kolmnurga kõrgus.

4) Võrdkülgse kolmnurga külg on 4 cm. Arvutada tema kõrgus (täpsusega kuni 0,1 cm).

## § 8. Astendamine positiivse täisarvulise astendajaga.

105. (Peast.) Teostada tehted:

- 1)  $(-2)^3$ ;  $(-2)^4$ ;  $(-1)^2$ ;  $(-1)^3$ .
- 2)  $(-1)^{2n}$ ;  $(-1)^{2n+1}$ ;  $-(-1)^{2n}$ ;  $-(-1)^{2n+1}$ .

- 3)  $(-5)^3 + (+4)^2 - (-7)^3$ ;  $(-1)^{12} - (-2)^5 - (-3)^4$ .  
 4)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ;  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^4$ ;  $\left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{2}{5}\right)^3$ .  
 5)  $(0,1)^2$ ;  $(-0,2)^2$ ;  $(-0,1)^3$ ;  $(-0,2)^3$ .  
 6)  $(-0,02)^2$ ;  $0,12^2$ ;  $(-0,05)^3$ ;  $(-0,01)^5$ .

106\*. (Peast.) Arvutada:

- 1)  $x^2$ ;  $-x^2$ ;  $(-x)^2$ , kui  $x = 3$ ; kui  $x = -3$ ;  
 2)  $x^3$ ;  $-x^3$ ;  $(-x)^3$ , kui  $x = 4$ ; kui  $x = -4$ ;  
 3)  $2x^5 - 3x^4 + 5x^3 - x^2 + x + 1$ , kui  $x = -1$ ;  
 4)  $3x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 4x - 2$ , kui  $x = -\frac{1}{2}$ .

107. Kirjutada arvud, mis saame, kui järgmistes avaldistes asendada  $x = 10$ :

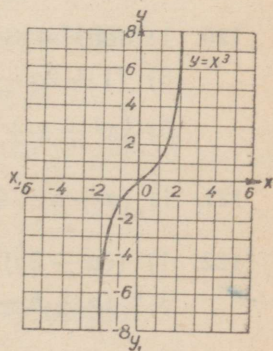
- 1)  $5x^2 + 2x + 1$ ; 2)  $8x^3 + 6x^2 + 3x + 2$ ;  
 3)  $6x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 9x + 5$ ; 4)  $3x^4 + 7x^2 + 1$ .

108. Kirjutada kümne astmete abil järgmised arvud:

- 1) 583; 2) 8 372; 3) 15 496; 4) 100 000;  
 5) 6 000 000; 6) 12 000 000 000.

109. Koostada kümnendsüsteemis: 1) kahekohalise arvu, 2) kolmekohalise arvu, 3) mistahes naturaalarvu üldavaldis.

110. Joonestada graafikud: 1)  $y = x^3$  (joon. 13); 2)  $y = -x^3$ .



Joon. 13.

111. Missuguste  $x$  väärtuste puhul on:

- 1)  $x^2 > x$ ; 2)  $x^2 = x$ ; 3)  $x^2 < x$ ;  
 4)  $x^3 > x$ ; 5)  $x^3 = x$ ; 6)  $x^3 < x$ ;  
 7)  $x^3 > x^2$ ; 8)  $x^3 = x^2$ ; 9)  $x^3 < x^2$ .

112. (Peast.) Arvutada kahel viisil:

- 1)  $(2 \cdot 3)^2$ ; 2)  $(2 \cdot 5)^3$ ; 3)  $(2^3)^2$ ;  
 4)  $(3^2)^3$ ; 5)  $[(-4)^2]^2$ ;  
 6)  $[ -(-2)^3 ]^2$ .

Teostada tehted:

113. (Peast.)

- 1)  $(-3a^2b)^2$ ;  $(-0,5m^3n^2)^3$ ;  $(-0,2x^2y^3z)^4$ ;  $\left(\frac{2}{3}p^5q^4r^3\right)^3$ ;  
 2)  $(x^m)^3$ ;  $(-a^n)^4$ ;  $(a^kb^2)^3$ ;  $\left(\frac{1}{2}m^2n^k\right)^5$ ;

- 3)  $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^n$ ;  $(-3a^3b^2)^{2n}$ ;  $(a^xb^y)^m$ ;
- 4)  $\left(\frac{a^2}{b}\right)^4$ ;  $\left(\frac{m^3}{n^2}\right)^2$ ;  $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^5$ ;  $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^n$ .
114. 1)  $\left(\frac{3ab}{5cd}\right)^4 \cdot \left(\frac{5c}{6a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4b}{3d}\right)^2$ ; 2)  $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{5a^3}{3b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7a^2}{5b}\right)^4 \cdot \left(\frac{b^4}{a^5}\right)^7$ .
115. 1)  $\left[\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{ac^4}{b^2d^3}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{a^2b^2}{cd^3}\right)^4 \cdot \left(\frac{c^2}{b^3d}\right)^3\right]$ ;
- 2)  $\left[\left(\frac{mnp}{a^2b}\right)^4 : \left(\frac{m^2n^2}{a^3b^2}\right)^2\right] \cdot \left[\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right)^6 : \left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2p^5}\right)^3\right]$ .
116. 1)  $(-2a)^6 - (-8a^3)^2 - [-(2a)^2]^3 - [2(-a)^3]^2$ ;
- 2)  $(-2a)^{10} - (-13a^5)^2 - [-(2a)^2]^5 - [2(-a)^5]^2$ .
117. 1)  $\left[\frac{2am(p-q)^n}{bn(p+q)^m}\right]^3$ ; 2)  $\left[\frac{3a^{2m}(x+y)^n}{4bn(x-y)^m}\right]^4$ .
118. 1) (Peast.)  $(a+x)^2$ ; 2) (Peast.)  $(2a-3b)^2$ ;
- 3)  $(2a^n - 3b^m)^2$ ;
- 4)  $\left(\frac{a}{3} + \frac{2b}{3}\right)^2$ ; 5)  $\left(2a^{3x} + \frac{x}{4a^{2x-1}}\right)^2$ ; 6)  $\left(\frac{3a^{m-1}}{8} - \frac{5a^{n+1}}{9}\right)^2$ .
119. 1)  $(x+y+z)^2$ ; 2)  $(2x-3y+1)^2$ ;
- 3)  $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1\right)^2$ ; 4)  $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b - \frac{1}{4}c\right)^2$ .
120. 1)  $(2ax^3 + 3a^2x^2 - 4a^3x)^2$ ; 2)  $(2a^n - 3a^{n-1} + a^{n-2})^2$ ;
- 3)  $(1 + 2a - 3b + 4c)^2$ ; 4)  $(2 - 3x - 4x^2 + 5x^3)^2$ ;
- 5)  $\left(x^2 + x + 1 + \frac{1}{x}\right)^2$ ; 6)  $\left(a^2 - a - 2 + \frac{1}{a}\right)^2$ .
121. 1)  $(a+b)^4$ ; 2)  $(a-b)^4$ ; 3)  $(2-3b)^4$ ; 4)  $\left(2x - \frac{1}{2}y\right)^4$ .
122. 1)  $(5a-3b)^3$ ; 2)  $(2a+3b)^3$ ;
- 3)\*  $(a+b+c)^3$ ; 4)\*  $(1+2x-x^2)^3$ ; 5)\*  $(x-2)^6$ .

123\*. Tõestada samasused:

$$1) (a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 = 4(a^2+b^2+c^2);$$

$$2) (a+b+c)^3 + (b-a-c)^3 + (c-a-b)^3 + (a-b-c)^3 = 24abc.$$

## § 9. Negatiivne astendaja ja astendaja null.

Arvutada:

124. (Peast.) 1)  $2^{-2}$ ;  $3^{-2}$ ;  $2^{-3}$ ;  $8^{-1}$ .

2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ ;  $\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$ ;  $(0,3)^{-3}$ .

3)  $(-8)^{-2}$ ;  $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$ ;  $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3}$ ;  $(-1)^{-6}$ .

4)  $(-156)^0$ ;  $\left(\frac{4}{9}\right)^0$ ;  $(-0,15)^0$ ;  $(1,5)^0$ .

5)  $-5^{-1}$ ;  $-10^{-2}$ ;  $-5^{-3}$ ;  $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$ .

6)  $-0,25^{-1}$ ;  $8 \cdot 4^{-2}$ ;  $25 \cdot 5^{-3}$ ;  $32 \cdot 4^{-4}$ .

125. 1)  $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ; 2)  $4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ ; 3)  $5^{-5} \cdot (0,1)^{-4}$ ;

4)  $\left[5 - 3 \cdot \left(\frac{4}{15}\right)^0\right]^{-2}$ .

126. 1)  $\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-1}$ ; 2)  $\frac{5^2 \cdot 5^{-1} - 8^0}{2^{-2}}$ ;

3)  $\frac{4^{-1} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ ; 4)  $\frac{2^{-3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2}{10^{-1} + \left(-\frac{1}{8}\right)^0}$ .

127. Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1)  $y = x^0$ ; 2)  $y = x^{-1}$ ; 3)  $y = 2x^{-1}$ .

Kasutades negatiivseid astendajaid, esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul.

128. (Peast.) 1)  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{27}$ ;  $\frac{1}{64}$ ;  $\frac{1}{625}$ .

2) 0,01; 0,0001; 0,000001; 0,00000001.

3)  $\frac{5}{128}$ ;  $\frac{3}{125}$ ;  $\frac{8}{243}$ ;  $5\frac{3}{32}$ .

4) 0,00015; 0,0000023; 0,00000124; 2,000003.

5)  $\frac{1}{x^2}$ ;  $\frac{2}{x^5}$ ;  $\frac{a^2}{b^3}$ ;  $\frac{x^3}{y^2}$ .

6)  $\frac{1}{a^3}$ ;  $\frac{1}{a^n}$ ;  $\frac{x^3}{y^5}$ ;  $\frac{a^n}{b^m}$ .

$$129. \quad 1) \frac{2n}{3m^2}; \quad 2) 4x \cdot \frac{1}{y^6}; \quad 3) \frac{2}{(a+b)^2}; \quad 4) \frac{5xy}{2(x-y)^4}.$$

$$130. \quad 1) \frac{a+b}{a-b}; \quad 2) \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}; \quad 3) \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}; \quad 4) \frac{\left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{y^4}\right)^3}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^4}\right)^4}.$$

Esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:

$$131. \quad 1) \frac{ab}{c-2}; \quad 2) \frac{5x^2}{a-3}; \quad 3) \frac{a^2b^{-3}}{cd^{-1}}; \quad 4) \frac{1}{2a^{-3}b^{-1}c^2}.$$

$$132. \quad 1) \frac{5}{(a-b)^{-2}}; \quad 2) \frac{3xy}{7(x-y)^{-3}}; \quad 3) \frac{2^{-1}(x+y)}{5^{-1}a^{-2}(x-y)^{-2}}.$$

$$133. \quad 1) \frac{1}{a^{-n}b^{-m}}; \quad 2) \frac{9}{5^{-1}x^3y^{-kz^{-1}}}; \quad 3) \frac{5a}{3^{-4}(a-b)^{-n}(a+b)^m}.$$

Teisendada järgmised avaldised nii, et neis ei esineks negatiivseid astendajaid:

$$134. \quad 1) \frac{2a^{-3}}{b^{-1}}; \quad 2) \frac{5^{-1}xy^{-2}}{2^{-3}aab^{-4}}; \quad 3) \frac{4a^{-2}b^{-1}}{5x^{-2}y}; \quad 4) \frac{m^{-1}n^2}{a^{-3}b}.$$

$$135. \quad 1) \frac{3(a-b)^{-2}}{4^{-1}(a+b)^{-1}}; \quad 2) \left(\frac{x+y}{x-1}\right)^{-1}; \quad 3) \frac{5a(a-b)^{-4}}{b^{-2}(x-y)^{-2}}.$$

Teostada tehted:

$$136. \quad (Peast.) \quad 1) a^3 \cdot a^{-2}; \quad x^4 \cdot x^{-1}; \quad a^5 : a^{-1}; \quad a^{-3} : a^{-2}.$$

$$2) 5a^{-5} \cdot 4a^4; \quad \frac{3}{2}ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b; \quad \frac{3}{4}m^{-2}n^4 \cdot 8m^3n^{-2}.$$

$$3) 6c^2n^4 : 3c^{-1}d^{-2}; \quad \frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} : \frac{3}{8}p^{-2}q^{-4}.$$

$$4) 5a^n \cdot \frac{1}{3}a^{-n}; \quad 0,8x^{-1} : 0,4x^{n-1}.$$

$$137. \quad 1) (x^{-4} - x^2 + x^{-1}) : x^{-1};$$

$$2) (ax^2 + bx) \cdot x^{-2}; \quad 3) (ax^{-3} - bx^{-1}) : x^{-4};$$

$$4) (a^{-4} + a^{-2}b^{-1} + ab^{-2} - a^0b^{-3}) \cdot a^4b^{-4}.$$

$$138. \quad 1) (2x + 3x^{-1})(3x - 2x^{-1});$$

$$2) (3m - 2n^{-1})(4m^3 + 5n^{-2});$$

$$3) (a^{-2} + a^{-1} + 1)(a^{-2} + a);$$

$$4) (3p^{-2} - 2p^{-1} - p^0)(-4p^2 + p^{-1}).$$

$$139. \quad 1) (x^2 - y^2) : (x^{-1} + y^{-1});$$

$$2) (x^{-3} + x^{-2} - x^0 - x) : (x^{-2} + x^{-1} + x^0);$$

$$3) (6a^2 - 10a - 6 + 4a^{-1}) : (3a + 1 - a^{-1});$$

$$4) (8m - 22 + 31m^{-1} - 20m^{-2}) : (2m - 3 + 4m^{-1}).$$

140. 1)  $(-a^2)^{-3}$ ;  $(-1)^{2n}$ ;  $(-1)^{2n-1}$ ;

2)  $\left(\frac{3x^{-1}}{5a^{-2}}\right)^{-1}$ ;  $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$ ;

3)  $\left[\left(-\frac{m}{n}\right)^{-3}\right]^{-1}$ ;  $\left(-\frac{5a^{n+1}}{3b^n}\right)^{-2}$ .

141. 1)  $(a^{-2} + b^{-1})^2$ ; 2)  $(x^{-2} + a^{-3})(x^{-2} - a^{-3})$ ;

3)  $[m - (1 - m)^{-1}] \cdot \frac{m(m-2) + m^0}{\frac{1}{m^{-2}} - m + 1}$ ;

4)  $\frac{a^{-2}b^{-1} + a^{-1}b^{-2}}{a^{-2} - b^{-2}} + a^3(a^2 - 2ab + b^2)^{-2}$ .

142. Lihtsustada avaldis:

$$\left(1 + \frac{x^{-n} + y^{-n}}{x^{-n} - y^{-n}}\right)^{-2}$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui  $x = 3$ ;  $y = 0,75$ ;  $n = 1$ .

143. Lihtsustada avaldis:

$$\frac{[1,5(a-1)]^{-1}}{[3(a-b)]^{-2}} : \left[1 + a^{-1} - 2b^{-1} + \frac{(1-b^{-1})^2}{a^{-1}-1}\right]$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui  $a = -4$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ .

## § 10. $n$ -nda astme juure leidmise mõiste ( $n$ — naturaalarv).

144. (Peast.) 1) Leida ruudu külg, kui selle pindala võrdub ristküliku pindalaga, mille küljed on 20 m ja 80 m.

2) Leida kuubi serv, kui kuubi ruumala on: 125 cm<sup>3</sup>; 8 m<sup>3</sup>; 64 dm<sup>3</sup>; 216 cm<sup>3</sup>.

145. Arvutada:

1)  $\sqrt[3]{27}$ ;  $\sqrt[3]{-8}$ ;  $\sqrt[5]{32}$ ;  $\sqrt[5]{-32}$ ;

2)  $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$ ;  $\sqrt[3]{0,008}$ ;  $\sqrt[3]{-0,064}$ ;  $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$ .

146. Leida järgmiste juurte väärtused:

$$1) \sqrt{-4}; \sqrt[4]{16}; \sqrt{\frac{9}{25}};$$

$$2) \sqrt[4]{0,0016}; \sqrt{0,25}; \sqrt[6]{64}.$$

147. Nimetada, missuguseil järgnevaist avaldistest ei ole mõtet.

$$1) \sqrt{-9}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt[5]{-32}; \sqrt[4]{-16};$$

$$2) \sqrt[3]{-1}; \sqrt{-1}; \sqrt[3]{0}; \sqrt{0,01};$$

$$3) \sqrt[3]{-0,001}; \sqrt{0,04}; \sqrt{-0,25}; \sqrt[4]{-0,0016}.$$

148. Leida suuruse  $x$  lubatavad väärtused järgmistes avaldistes:

$$1) \sqrt{x-1}; \sqrt{x-5}; \sqrt[4]{2x-6};$$

$$2) \sqrt[6]{1-x}; \sqrt[4]{3-3x}; \sqrt{x-y}.$$

149. 1) Näidata, et summa  $\sqrt{4} + \sqrt{9}$  omab neli erinevat väärtust (vaadeldakse iga juure kahte erinevat väärtust).

2) Näidata, et aritmeetiliste juurte summa  $\sqrt{4} + \sqrt{9}$  omab ühese väärtuse, mis võrdub 5-ga.

150. Leida aritmeetiline juur:

$$1) \sqrt{25}; \sqrt[4]{16}; \sqrt[3]{27}; \sqrt[3]{64};$$

$$2) \sqrt{(-3)^2}; \sqrt[4]{(-3)^4}; \sqrt[4]{(-5)^4}; \sqrt[3]{125};$$

$$3) \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}; \sqrt{(5-\sqrt{2})^2};$$

$$4) \sqrt[3]{(3-\sqrt{2})^3}; \sqrt[4]{(2-\sqrt{5})^4}.$$

Arvutada:

$$151. 1) \sqrt{(5-a)^2}, \text{ kui } a \leq 5;$$

$$2) \sqrt{(5-a)^2}, \text{ kui } a \geq 5;$$

$$3) \sqrt[4]{(x-3)^4}, \text{ kui } x \geq 3;$$

$$4) \sqrt[4]{(x-3)^4}, \text{ kui } x \leq 3.$$

152. 1)  $\sqrt{(x-y)^2}$ , kui  $x < y$ ;

2)  $\sqrt[4]{(a-b)^4}$ , kui  $a > b$ ; kui  $a < b$ ;

3)  $\sqrt[6]{(m-n)^6}$ , kui  $m < n$ ; kui  $m > n$ ;

4)  $\sqrt[5]{(a-b)^5}$ , kui  $a > b$ ; kui  $a < b$ ;

5) Näidata, et  $a$  mistahes väärtuse puhul  $\sqrt{a^2} = |a|$ .

153. 1) On antud kaks meelevaldset arvu  $m$  ja  $n$ , kusjuures  $n > m$ . Leida viga järgmistes teisendustes:

$$m^2 - 2mn + n^2 = n^2 - 2mn + m^2; \quad (m-n)^2 = (n-m)^2;$$

$$\sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2}; \quad m-n = n-m; \quad 2m = 2n; \quad m = n,$$

s. o. kaks meelevaldset arvu on omavahel võrdsed.

2) Arvutades avaldise  $a + \sqrt{1-2a+a^2}$  väärtuse, kui  $a = 5$ , said õpilased erinevad vastused. Ühed neist lahendasid nii:

$$a + \sqrt{1-2a+a^2} = a + \sqrt{(1-a)^2} = a + 1 - a = 1.$$

Teised, asendanud  $a$  väärtusega 5, said:

$$5 + \sqrt{1-10+25} = 5 + 4 = 9.$$

Missugune nendest vastustest on õige, missugune väär ning kus on viga?

154. Tõestada, et

$$1) \quad 2a + \sqrt{(a-3)^2} = \begin{cases} 3a-3, & \text{kui } a > 3; \\ a+3, & \text{kui } a < 3; \end{cases}$$

$$2) \quad m + n + \sqrt{(m-n)^2} = \begin{cases} 2m, & \text{kui } m > n; \\ 2n, & \text{kui } m < n. \end{cases}$$

155. Leida viga sofismi  $2 \cdot 2 = 5$  (?) tõestuses. Võtame võrduse:  $16 - 36 = 25 - 45$ .

Liidame selle võrduse mõlema poolega  $20 \frac{1}{4}$ , saame:

$$16 - 36 + 20 \frac{1}{4} = 25 - 45 + 20 \frac{1}{4}.$$

$$\text{Siit } 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

$$\text{Või } \left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2.$$

Võtnud võrduse mõlemast poolest ruutjuure, saame

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}.$$

Siit  $4 = 5$  või  $2 \cdot 2 = 5$  (!).

156. Asendada järgnevates harjutustes paarituärvulise juurijaga juur negatiivsest arvust sama juurijaga juurega positiivsest arvust (aritmeetiline juur), kasutades valemit:

$$\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}, \text{ kus } a > 0 \text{ ja } n \text{ on naturaalarv.}$$

$$1) \sqrt[3]{-5}; \sqrt[5]{-3}; \sqrt[15]{-8}; \sqrt[3]{-27};$$

$$2) \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}; \sqrt[5]{\sqrt{3} - \sqrt{5}}; \sqrt[3]{4 - \sqrt{26}};$$

$$3) \sqrt[3]{-2a}, \text{ kus } a > 0; \sqrt[3]{1-x}, \text{ kus } x > 1;$$

$$4) \sqrt[5]{a-b}, \text{ kus } a < b; \sqrt[3]{(2-a)^3}, \text{ kui } a > 2.$$

## § 11. Juure leidmine üksliikmeist<sup>1</sup>.

157—159 peast.

157. Leida juur korrutisest:

$$1) \sqrt{4 \cdot 9}; \sqrt{25 \cdot 64}; \sqrt{100 \cdot 4}; \sqrt{81 \cdot 36};$$

$$2) \sqrt{16 \cdot 25 \cdot 9}; \sqrt{49 \cdot 36 \cdot 100}; \sqrt{64 \cdot 81 \cdot 25}; \sqrt{144 \cdot 100 \cdot 4};$$

$$3) \sqrt[3]{8 \cdot 27}; \sqrt[3]{64 \cdot 125}; \sqrt[3]{216 \cdot 512}; \sqrt[3]{27 \cdot 125 \cdot 8};$$

$$4) \sqrt[3]{64 \cdot 27 \cdot 125}; \sqrt[3]{343 \cdot 512 \cdot 8}; \sqrt[4]{16 \cdot 81}; \sqrt[5]{32 \cdot 243}.$$

158. Leida juur murrust:

$$1) \sqrt{\frac{49}{36}}; \sqrt[3]{\frac{8}{125}}; \sqrt[3]{\frac{64}{343}}; \sqrt[4]{\frac{1}{16}};$$

$$2) \sqrt[3]{\frac{1}{16}}; \sqrt{-2\frac{10}{27}}; \sqrt[4]{\frac{16}{18}}.$$

<sup>1</sup> Harjutustes juurtele mõeldakse kõikjal aritmeetilisi juuri, seejuures seal, kus ei ole eri märkusi, on vastused antud tingimusel, et juuritavates avaldistes esinevad tähed tähendavad positiivseid arve ning et vahesid kujus  $a - b$  vaadeldakse tingimusel  $a > b$ . Ühtlasi tuleb harjutustes juurtele õpetada õpilasi määrama ka tähtede teisi lubatavaid väärtusi ning nende vahekordi ja leidma vastavalt uurimise tulemusele lisavastuseid.

159. Leida juur astmest:

1)  $\sqrt{3^4}$ ;  $\sqrt{2^6}$ ;  $\sqrt{5^4}$ ;  $\sqrt{6^8}$ ;

2)  $\sqrt[3]{2^6}$ ;  $\sqrt[3]{5^3}$ ;  $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^6}$ ;  $\sqrt[4]{3^8}$ ;

3)  $\sqrt{x^4}$ ;  $\sqrt[3]{a^9}$ ;  $\sqrt[5]{m^{10}}$ ;  $\sqrt[6]{y^{12}}$ ;

4)  $\sqrt{a^{2n}}$ ;  $\sqrt[3]{x^{6n}}$ ;  $\sqrt{a^{3n}}$ ;  $\sqrt[m]{m^{5k}}$ .

Teostada tehted:

160. 1)  $\sqrt{9a^2}$ ;  $\sqrt[3]{8x^6}$ ;  $\sqrt{\frac{1}{4}x^2y^4}$ ;  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}a^3b^9}$ ;

2)  $\sqrt[4]{a^8b^4c^{12}}$ ;  $\sqrt[3]{-64x^3y^6z^9}$ ;  $\sqrt[5]{-32m^5n^{10}}$ ;

3)  $\sqrt{\frac{4a^2b^4}{25c^2d^6}}$ ;  $\sqrt[3]{-\frac{8a^6b^3c^9}{27x^{12}}}$ ;  $3xy\sqrt[3]{\frac{64a^3b^9}{27x^3y^6}}$ .

161. 1)  $\sqrt[5]{m^{-10}}$ ;  $\sqrt[3]{-a^{-6}}$ ;  $\sqrt{9a^{-4}}$ ;  $\sqrt[4]{16x^{-8}y^{-4}}$ ;

2)  $\sqrt[3]{\frac{8a^{-6}}{27b^{-9}}}$ ;  $\sqrt{\frac{9a^{-2}b^4}{25x^{-6}}}$ ;  $\sqrt[3]{\frac{64a^{-12}b^{15}}{125c^{-6}d^{-3}}}$ ;

3)  $\sqrt[3]{8}$ ;  $\sqrt[2]{a^4}$ ;  $\sqrt[5]{\frac{x^{10}}{y^5}}$ ;  $\sqrt[3]{8a^{-6}b^3}$ .

## § 12. Juurte teisendamine.

a) Teguri toomine juurimismärgi ette.

162. (Peast.) Juurimist teostamata leida, kumb arvudest on suurem:

1)  $2\sqrt{5}$  või  $\sqrt{45}$ ; 2)  $\sqrt{8}$  või  $3\sqrt{2}$ ;

3)  $5\sqrt{7}$  või  $\sqrt{63}$ ; 4)  $7\sqrt{2}$  või  $\sqrt{72}$ ;

5) Tõestada, et  $3\sqrt{2} + 2 - \sqrt{18} = 2$ .

Tuua juurimismärgi ette tegurid:

163. (Peast.) 1)  $\sqrt{98}$ ;  $\sqrt{54}$ ;  $\sqrt{27}$ ;  $\sqrt{280}$ ;

2)  $\sqrt[3]{16}$ ;  $\sqrt[3]{54}$ ;  $\sqrt[3]{250}$ ;  $\sqrt[3]{72}$ ;

$$3) \sqrt[4]{48}; \sqrt[4]{243}; \sqrt[5]{96}; \sqrt[5]{1215};$$

$$4) \sqrt{a^3}; \sqrt{9a}; \sqrt{2a^2}; \sqrt{5a^4}.$$

$$164. \text{ (Peast.) } 1) \sqrt[3]{8m^2}; \sqrt[3]{5n^3}; \sqrt[3]{2x^6}; \sqrt[3]{16y^5};$$

$$2) \sqrt[4]{a^5}; \sqrt[5]{3x^{10}y^7}; \sqrt[7]{m^8n}; \sqrt[5]{32a^8b^3c^{10}};$$

$$3) 2\sqrt{9a^2bc^3}; \frac{2}{3}\sqrt[3]{27x^4y^2z^5};$$

$$4) \frac{3a}{4}\sqrt[4]{16a^5bc^8}; \frac{2c}{3}\sqrt[4]{81c^6d^5}.$$

$$165. 1) \sqrt{\frac{a^2b}{9}}; \sqrt[3]{\frac{x^6y}{a^3b^9}};$$

$$2) m^2\sqrt{\frac{25n^3}{36m^4}}; \frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{27x^6y^5}{125a^9b^3}};$$

$$3) \sqrt[n]{a^{2n}b^{3n}}; x\sqrt[n]{x^{n+1}};$$

$$4) a\sqrt[m]{\frac{a^{n+2}}{b^{m+1}}}; \sqrt[n]{3x^{2n+1}}.$$

166. Missuguste  $m$  ja  $n$  väärtuste puhul on õiged võrdused:

$$1) \sqrt{mn} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{n}; \quad 2) \sqrt{\frac{m}{n}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}};$$

$$3) \sqrt{m^2n} = m\sqrt{n}; \quad 4) \sqrt{m^2n} = -m\sqrt{n}.$$

Tuua arvulisi näiteid iga juhtumi kohta.

167. Tuua juurimismärgi ette tegurid:

$$1) \sqrt{5(1-\sqrt{2})^2}; \quad 2) \sqrt{27(2-\sqrt{5})^2};$$

$$3) \sqrt{\frac{2}{(3-\sqrt{10})^2}}; \quad 4) \sqrt{\frac{5(1-\sqrt{3})^2}{4}}.$$

168. Tuua juurimismärgi ette tegurid järgmistes harjutustes, arvestades tähtede lubatavaid väärtusi:

$$1) \sqrt{(a-1)^3}, \text{ kui } a \geq 1;$$

$$2) \sqrt{a^5(b-3)^2}, \text{ kui } a > 0, b \geq 3;$$

$$3) \sqrt[4]{x^7(a-2)^5}, \text{ kui } x > 0, a \geq 2;$$

$$4) \sqrt{a^3(3-a)^2}, \text{ kui } 0 < a \leq 3.$$

Tuua juurimismärgi ette tegurid järgmistes harjutustes ja määrata seejuures kindlaks juuritavais esinevate tähtede lubatud väärtused:

$$169. \quad 1) \sqrt{(1-a)^3}; \quad 2) \sqrt{(x-3)^3};$$

$$3) \sqrt{8(a-5)^2}; \quad 4) \sqrt{18(a-1)^5}.$$

$$170. \quad 1) \sqrt[3]{8x(x-2)^4}; \quad 2) \sqrt[4]{\frac{5(a-b)^3}{4}};$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{8(x-3)^4}{27}}; \quad 4) \sqrt[4]{\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}.$$

$$171. \quad 1) \sqrt{\frac{3(x^2-2xy+y^2)}{4(x^2+2xy+y^2)}}; \quad 2) \sqrt[3]{\frac{(a-b)^3}{a^4}};$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{a}{b^2} + \frac{1}{b^3}}; \quad 4) \frac{a}{x} \sqrt[3]{\frac{x^3}{a^3} - \frac{x^3}{a^2}};$$

### b) Tegurite viimine juurimismärgi alla.

172. (Peast.) Juurimist teostamata leida, missugune arv on suurem:

$$1) 2\sqrt{3} \text{ või } 3\sqrt{2}; \quad 2) 3\sqrt{5} \text{ või } 4\sqrt{3};$$

$$3) 2\sqrt[3]{3} \text{ või } \sqrt[3]{25}; \quad 4) 2\sqrt[3]{3} \text{ või } 3\sqrt[3]{2}.$$

173. Arvutada  $12\sqrt{3}$  täpsusega kuni 0,1 kahel viisil:

1) leida  $\sqrt{3}$  täpsusega kuni 0,1 ja saadud tulemus korrutada 12-ga;

2) viia tegur 12 juurimismärgi alla ja leida saadud arvust juur täpsusega kuni 0,1.

Kumb tulemustest on õigem ja mispärast?

174. Arvutada ruutjuurte tabeli abil täpsusega kuni 0,1:

$$1) 4\sqrt{2}; \quad 2) 7\sqrt{3}; \quad 3) 3\sqrt{15}; \quad 4) 8\sqrt{5}.$$

175. Arvutada täpsusega kuni 0,01:

$$1) 3\sqrt{2}; \quad 2) 7\sqrt{10}; \quad 3) 5\sqrt{6}; \quad 4) 12\sqrt{7}.$$

Viia tegurid juurimismärgi alla:

176. (Peast.) 1)  $2\sqrt{2}$ ;  $5\sqrt{3}$ ;  $4\sqrt{5}$ ;  $2\sqrt{7}$ .

2)  $2\sqrt[3]{2}$ ;  $3\sqrt[3]{2}$ ;  $2\sqrt[3]{3}$ ;  $5\sqrt[3]{2}$ .

3)  $2\sqrt{a}$ ;  $a\sqrt{5}$ ;  $x\sqrt[3]{10}$ ;  $a\sqrt[5]{7}$ .

4)  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}$ ;  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ;  $\frac{3}{5}\sqrt{a}$ ;  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$ .

177. (Peast.) 1)  $a\sqrt{a}$ ;  $b\sqrt[3]{b^2}$ ;  $a^2\sqrt{x}$ ;  $a^2\sqrt[3]{x}$ .

2)  $2m\sqrt{mn}$ ;  $c^2\sqrt{5bc}$ ;  $x^2\sqrt[3]{2ax}$ ;  $2b\sqrt[3]{b^2c^2}$ .

178. 1)  $ab\sqrt{\frac{b}{a}}$ ; 2)  $2xy\sqrt{\frac{3x}{2y}}$ ; 3)  $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$ ; 4)  $\frac{x}{y^2}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$ .

179. 1)  $(a-b)\sqrt{\frac{2}{a^2-b^2}}$ ; 4)  $\frac{2}{x+y}\sqrt{\frac{3x^2-3y^2}{2}}$ ;

3)  $ab\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ ; 4)  $x\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^2}}$ .

180. 1)  $\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^3-a^4}$ ; 2)  $ab\sqrt{1+\frac{1}{a^2b^2}}$ ;

3)  $\frac{a-b}{a+b}\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-2ab+b^2}}$ ; 4)  $\frac{a-b}{a+b}\sqrt[3]{\frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)^2}}$ .

181. 1)  $ab\sqrt[n]{ab}$ ; 2)  $mn^2\sqrt[k]{m^2n}$ ;

3)  $xy\sqrt[n+1]{xy^2}$ ; 4)  $\frac{a}{b}\sqrt[n+1]{\frac{b^{n+2}}{a^{2n}}}$ .

182. 1) Tõestada järgmine võrdus:

$$(a-1)\sqrt{\frac{3a}{1-a^2}} = -\sqrt{\frac{3a(1-a)}{1+a}}, \text{ kui } 0 < a < 1.$$

2) Kontrollida seda võrdust, kui  $a = \frac{1}{2}$ .

183. Viia tegurid juurimismärgi alla tähtede antud väärtuste puhul:

1)  $(2-a)\sqrt{\frac{2a}{a-2}}$ , kui  $a > 2$ ;

2)  $(x-5)\sqrt{\frac{x}{25-x^2}}$ , kui  $0 < x < 5$ ;

$$3) (a-b) \sqrt{\frac{3b}{b^2-a^2}}, \text{ kui } 0 < a < b;$$

$$4) \frac{2}{x-y} \sqrt{\frac{y^2-x^2}{2}}, \text{ kui } 0 < x < y.$$

c) Juurija ja juuravaldise astendaja taandamine.

184. (Peast.) Arvutada:

$$1) \sqrt[4]{36^2}; 2) \sqrt[6]{49^3}; 3) \sqrt[6]{125^2}; 4) \sqrt[8]{1,44^4}.$$

185. Arvutada täpsusega kuni 0,1:

$$1) \sqrt[4]{25}; 2) \sqrt[6]{27}; 3) \sqrt[8]{16}; 4) \sqrt[10]{32}.$$

186. Taandada juurijad ja juuravaldise astendajad:

$$1) \sqrt[4]{a^2}; \sqrt[8]{x^4}; \sqrt[6]{m^3}; \sqrt[10]{a^5}.$$

$$2); \sqrt[6]{b^4}; \sqrt[12]{n^4}; \sqrt[16]{a^{12}}; \sqrt[20]{x^{15}}.$$

$$3) \sqrt[4]{25x^2y^2}; \sqrt[6]{27m^3n^3};$$

$$\sqrt[6]{9a^4b^6}; \sqrt[8]{16x^{12}y^4}.$$

$$4) \sqrt[4]{\frac{4m^6}{9n^2}}; \sqrt[9]{\frac{8a^6b^{12}}{27c^3d^9}};$$

$$\sqrt[6]{64x^9y^3z^{12}}; \sqrt[10]{32a^{15}b^{20}c^5};$$

$$\sqrt[16]{a^{4n}b^{8n}}; \sqrt[n]{x^{2n}y^{3n}}.$$

187. Kontrollida järgmiste võrduste õigsust, andes tähtedele arvulisi väärtusi:

$$1) \sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4]{|a|^2} = \sqrt{|a|} = \begin{cases} \sqrt{a}, & \text{kui } a > 0; \\ \sqrt{-a}, & \text{kui } a < 0. \end{cases}$$

$$2) \sqrt[2mk]{a^{2m}} = \sqrt[2mk]{|a|^{2m}} = \sqrt[k]{|a|} = \begin{cases} \sqrt[k]{a}, & \text{kui } a > 0; \\ \sqrt[k]{-a}, & \text{kui } a < 0. \end{cases}$$

188. Taandada juurija ja juuravaldise astendaja:

$$1) \sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^2}; 2) \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^2};$$

$$3) \sqrt[8]{(2-\sqrt{5})^2}; 4) \sqrt[6]{(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2}.$$

189. Taandada juuri ja juuravaldisest astendaja, arvestades antud tingimusi:

- 1)  $\sqrt[4]{(x-1)^2}$ , kui  $x < 1$ ;      2)  $\sqrt[6]{(2-x)^2}$ , kui  $x > 2$ ;  
 3)  $\sqrt[4]{(a-2)^2}$ , kui  $a < 2$ ;      4)  $\sqrt[8]{(3-x)^4}$ , kui  $x > 3$ .

**d) Juuravaldisest vabastamine murrust.**

190. 1) Arvutada  $\sqrt[5]{\frac{5}{6}}$  kahel viisil:

a) leida eraldi lugejast ja nimetajast juur täpsusega kuni 0,01 ja esimene tulemus jagada teisega;

b) vabastada juuravaldis murrust ja arvutada  $\frac{1}{6} \sqrt[5]{30}$  täpsusega kuni 0,01.

Missugune neist võtteist on lihtsam ning annab kiiremini tulemuse?

Selgitada, kumb tulemus on täpsem. Kujutada selleks  $\frac{5}{6}$  kümnendmurruna (täpsusega kuni 0,0001) ja leida juur.

2) Teostada samad arvutused järgmistes harjutustes:

$$\sqrt[5]{\frac{2}{3}}; \sqrt[4]{\frac{4}{7}}.$$

Vabastada juuravaldis murrust:

191. (Peast.) 1)  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}; \sqrt[3]{\frac{1}{5}}; \sqrt[3]{\frac{1}{6}};$   
 2)  $\sqrt[3]{\frac{2}{7}}; \sqrt[3]{\frac{3}{5}}; \sqrt[3]{\frac{2}{3}}; \sqrt[3]{\frac{3}{7}};$   
 3)  $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{2\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{3\frac{1}{3}}; \sqrt[3]{2\frac{1}{7}};$   
 4)  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}; \sqrt[4]{\frac{1}{2}}; \sqrt[5]{\frac{1}{2}};$

192. 1)  $\sqrt[3]{\frac{5}{12}}; \sqrt[3]{\frac{1}{4}}; \sqrt[3]{\frac{2}{9}}; \sqrt[4]{\frac{3}{8}};$

2)  $x\sqrt[3]{\frac{x}{y}}; n\sqrt[3]{\frac{m}{n}}; b\sqrt[4]{\frac{a}{b^3}}; y\sqrt[5]{\frac{x^2}{y^3}};$

193. 1)  $6n\sqrt[3]{\frac{m}{2n}}; 2) \frac{4a}{3m}\sqrt[3]{\frac{3m}{2a}}; 3) 15mn\sqrt[4]{\frac{a^3m}{27m^2n^3}}.$

$$194. \quad 1) (a+b) \sqrt{\frac{1}{a+b}}; \quad 2) (m-n) \sqrt[3]{\frac{m+n}{(m-n)^2}};$$

$$3) (x-y)^2 \sqrt[4]{\frac{xy}{(x-y)^2}}; \quad 4) b \sqrt[5]{\frac{a}{b^3} + \frac{c}{b^2}}.$$

$$195. \quad 1) a \sqrt[n]{\frac{2}{a^{n-1}}}; \quad 2) \sqrt[n]{\frac{a^2 b}{(a+b)^{n-2}}};$$

$$3) b^2 c \sqrt[m]{\frac{ab}{cb^{m-1}}}; \quad 4) \frac{y}{x} \sqrt[n]{\frac{xy}{y^2(a-n)^{n-3}}}.$$

Lihtsustada järgmised juuravaldised:

$$196. \quad 1) 3x^2y \sqrt{\frac{12}{xy}}; \quad 2) \frac{5a^2}{7b} \sqrt{\frac{49b^3}{5a}};$$

$$3) \frac{3a^3b}{2c} \sqrt{\frac{4c^3}{9a^3b}}; \quad 4) \frac{2xy^2}{3ab} \sqrt{\frac{9a^3b^4}{8xy^3}}.$$

$$197. \quad 1) 2ab \sqrt[3]{\frac{b^2}{8a}}; \quad 2) \frac{x^2}{y} \sqrt[3]{\frac{3y}{2x^2}};$$

$$3) \sqrt{25m^3 - 50n^2}; \quad 4) \sqrt{4x^6y^2 + 12x^4y^3}.$$

$$198. \quad 1) 2m \sqrt[4]{\frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4}}; \quad 2) \frac{2a^2}{3b} \sqrt[3]{\frac{b^3}{a^4} - \frac{b^5}{a^6}};$$

$$3) \frac{5x}{3y^2} \sqrt[3]{\frac{y^5}{x^4} + \frac{y^4}{x^5}}; \quad 4) \frac{3b}{4a} \sqrt[5]{\frac{32a^6}{3b^5} - \frac{64a^5}{27b^4}}.$$

$$199. \quad 1) \frac{x-y}{y} \sqrt[3]{\frac{x^4y^3 + x^3y^4}{x^2 - 2xy + y^2}}; \quad 2) \frac{a+1}{a} \sqrt[3]{\frac{a^4 - a^3}{a^2 + 2a + 1}};$$

$$3) \frac{a}{a-2b} \sqrt{\frac{a^3b - 4a^2b^2 + 4ab^3}{a}};$$

$$4) \frac{x}{x+1} \sqrt[4]{(1+2x+x^2)(2x+2)(x^4-x^2)}.$$

$$200. \quad 1) \frac{4}{ab} \sqrt[n]{a^{n+1}b^{2n+2}}; \quad 2) \frac{x}{y} \sqrt[n]{\frac{y^{3n+2}}{x^{n-2}}};$$

$$3) \frac{a+b}{a-b} \sqrt[m+n]{\frac{a(a-b)^{2m+2n}}{(a+b)^{m+n}}};$$

$$4) \frac{1}{(ab)^{m+n}} \sqrt[m+n]{a^{2m+n}b^{m+2n} - a^{m+2n}b^{2m+n}}.$$

201. Tõestada, et:

$$1) x + \sqrt{(x-1)^2} = \begin{cases} 2x-1, & \text{kui } x > 1; \\ 1, & \text{kui } x < 1. \end{cases}$$

$$2) (m-n) \sqrt{\frac{m+n}{(m-n)^2}} = \begin{cases} \sqrt{m+n}, & \text{kui } m > n; \\ -\sqrt{m+n}, & \text{kui } m < n. \end{cases}$$

e) Juurte sarnasus.

Tõestada juurte sarnasus:

202. 1) (Peast.)  $\sqrt{2}$  ja  $\sqrt{8}$ ; 2)  $\sqrt{3}$  ja  $\sqrt{75}$ ;

3)  $3\sqrt{12}$  ja  $2\sqrt{48}$ ; 4)  $5\sqrt{63}$  ja  $4\sqrt{28}$ ;

5)  $\sqrt[3]{24}$  ja  $\sqrt[3]{81}$ ; 6)  $\sqrt[3]{54}$  ja  $\sqrt[3]{16}$ ;

7)  $2\sqrt[3]{250}$  ja  $3\sqrt[3]{128}$ ; 8)  $\frac{2}{3}\sqrt[3]{108}$  ja  $\frac{3}{2}\sqrt[3]{32}$ .

203. 1)  $\sqrt{216}$  ja  $\sqrt{\frac{3}{8}}$ ; 2)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  ja  $\sqrt{243}$ ;

3)  $\sqrt{135}$  ja  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ ; 4)  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$  ja  $\sqrt{84}$ .

204. 1)  $\sqrt[3]{1\frac{1}{8}}$  ja  $\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$ ; 2)  $\sqrt[3]{\frac{72}{343}}$  ja  $\sqrt[3]{41\frac{2}{3}}$ ;

3)  $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$  ja  $\sqrt[4]{0,1875}$ ; 4)  $\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$  ja  $\sqrt[4]{\frac{80}{81}}$ .

205. 1)  $2\sqrt{a^3b^3c}$ ;  $3\sqrt{a^3bc^3}$  ja  $4\sqrt{ab^3c^3}$ ;

2)  $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^4}{a^2}}$ ;  $\frac{a^2}{b}\sqrt[3]{\frac{a^7}{b^2}}$  ja  $\frac{b}{a^2}\sqrt[3]{\frac{a^{10}}{b^5}}$ ;

3)  $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ ;  $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2y}}$  ja  $\sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}$ ;

4)  $\sqrt[5]{\frac{a}{b}}$ ;  $\sqrt[5]{ab^4}$  ja  $\sqrt[5]{\frac{b^4}{a^4}}$ .

206. 1)  $\sqrt{\frac{x+y}{(x-y)^2}}$  ja  $\sqrt{\frac{1}{y} - \frac{x^2}{y^3}}$ ;

2)  $\sqrt{\frac{1}{mn-nq}}$  ja  $\sqrt{\frac{n^3}{m-q}}$ ;

$$3) \sqrt[3]{\frac{x^5}{(x^2-1)^2}} \text{ ja } \sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{(x-1)^2}};$$

$$4) \sqrt{\frac{a^4}{b^4} - \frac{a^2}{b^2}} \text{ ja } \sqrt{\frac{ac^2+bc^2}{a-b}}.$$

$$207. 1) \frac{a}{b} \sqrt{\frac{a}{b} - 1} \text{ ja } \frac{a-b}{b} \sqrt{\frac{1}{ab-b^2}};$$

$$2) \sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}}; \sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{c^2n^2}} \text{ ja } \sqrt{225m^3};$$

$$3) \sqrt{\frac{1}{m} - n}; \sqrt{\frac{n^6 - mn^7}{mn^2}} \text{ ja } \sqrt{m^3 - m^4n};$$

$$4) \sqrt{\frac{1}{a^3b^2 - a^2b^3}}; \sqrt{4a^3b^2 - 4a^2b^3} \text{ ja } \sqrt{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3}.$$

$$208. 1) \sqrt[n]{x^{n+1}y^{n+2}} \text{ ja } \sqrt[n]{\frac{x^{2n+1}}{y^{n-2}}}; 2) \sqrt[n]{a^{2n+1}b^2} \text{ ja } \sqrt[n]{\frac{a}{b^{2n-2}}};$$

$$3) \sqrt[n]{x^{3+n}y^{3+n}} \text{ ja } \sqrt[n]{\frac{y^3}{x^{2n-3}}}; 4) \sqrt[k+1]{a^{k+2}b^{k+1}} \text{ ja } \sqrt[k+1]{\frac{b^{2k+2}}{a^k}}.$$

### § 13. Juurte liitmine ja lahutamine.

209. Arvutada täpsusega kuni 0,01:

$$1) 2,32 + \sqrt{2}; 2) 5,41 - \sqrt{3};$$

$$3) \sqrt{3} + \sqrt{5}; 4) \sqrt{7} - \sqrt{6}.$$

210. Lihtsustada ja seejärel arvutada tulemus täpsusega kuni 0,01:

$$1) \frac{1}{3} \sqrt{18} + \frac{1}{2} \sqrt{8} - \frac{1}{5} \sqrt{50};$$

$$2) \sqrt{12} - \sqrt{27} + \frac{1}{2} \sqrt{48};$$

$$3) 5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{7};$$

$$4) 0,1 \sqrt{200} - 2 \sqrt{0,08} + 4 \sqrt{0,5} + 0,4 \sqrt{50}.$$

Teostada tehted ja, kui võimalik, lihtsustada:

$$211. 1) (2\sqrt{18} + 3\sqrt{8}) + (3\sqrt{32} - \sqrt{50});$$

$$2) (2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18}) + (\sqrt{72} - \sqrt{80});$$

$$3) (0,5 \sqrt{24} - 3 \sqrt{40}) - (\sqrt{150} + \sqrt{54} - \sqrt{1000});$$

$$4) \left( \sqrt{32} + \sqrt{0,5} - 2 \sqrt{\frac{1}{3}} \right) - \left( \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{48} \right).$$

212. 1)  $(5 \sqrt{a} - 3 \sqrt{25a}) + (2 \sqrt{36a} + 2 \sqrt{9a});$

$$2) (\sqrt[3]{125x} - \sqrt[3]{8x}) - (\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{64x});$$

$$3) (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{16a}) + (\sqrt[4]{81a} - \sqrt[4]{625a});$$

$$4) (\sqrt[3]{9x} - \sqrt[3]{8y}) - (\sqrt[3]{27y} - \sqrt[3]{16x}).$$

213. Lahendada võrrandid:

$$1) 2 \sqrt{3x} - 4 \sqrt{3x} = 27 - 3 \sqrt{3x};$$

$$2) \frac{3}{2} \sqrt{x} - \frac{2}{3} \sqrt{x} + 7 = 2 \sqrt{x};$$

$$3) \frac{5}{3} \sqrt{15x} - \frac{3}{5} \sqrt{15x} - 11 = \frac{1}{3} \sqrt{15x};$$

$$4) 3 \sqrt{2x} - 5 \sqrt{8x} + 7 \sqrt{18x} = 28.$$

Teostada tehted:

214. 1)  $(5 \sqrt{4x} + 4 \sqrt{x} - 6 \sqrt{9x} - 8 \sqrt{2x}) +$   
 $+ \left( 8 \sqrt{\frac{1}{4}x} + 4 \sqrt{8x} + 1 \right);$

$$2) \left( 3 \sqrt{8x} - \sqrt{18x} - 5 \sqrt{\frac{1}{2}x} \right) + \left( \sqrt{4 \frac{1}{2}x} + \right.$$
  
 $\left. + \sqrt{50x} - \sqrt{32x} + \sqrt{72x} \right).$

215. 1)  $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} - \sqrt{12,5} - 0,5 \sqrt{200} + \sqrt{242} +$   
 $+ 6 \sqrt{1 \frac{1}{8}} - \sqrt{24,5};$

$$2) \frac{1}{2} \sqrt{48} - 2 \sqrt{75} - \sqrt{54} + 5 \sqrt{1 \frac{1}{3}} - \sqrt{5 \frac{1}{3}} +$$
  
 $+ 4,5 \sqrt{2 \frac{2}{3}} + 2 \sqrt{27}.$

216. 1)  $\sqrt[3]{40} + \left( \frac{3}{2} \sqrt[3]{-5} - 2 \sqrt[3]{\frac{1}{5}} \right);$

$$2) \left( 3 \sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{108} \right) - \left( 16 \sqrt[3]{\frac{1}{16}} - 4 \sqrt[3]{\frac{1}{72}} \right).$$

$$217. 1) 4 \sqrt[3]{-3} - \sqrt[3]{\frac{8}{9}} + \sqrt[3]{\frac{3}{8}} - \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \\ - \sqrt[3]{-0,375} + \sqrt[3]{46\frac{7}{8}};$$

$$2) \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{49}} + 0,8 \sqrt[3]{\frac{8}{3}} - \frac{1}{15} \sqrt[3]{96} + 1,5 \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \\ + 3 \sqrt[3]{\frac{1}{6}} - \frac{3}{14} \sqrt[3]{14}.$$

$$218. 1) 6a \sqrt{63ab^3} - 3 \sqrt{112a^3b^3} + 2ab \sqrt{343ab} - \\ - 5b \sqrt{28a^3b};$$

$$2) 3 \sqrt[3]{27a^6b} + 2a^2 \sqrt[3]{125b^4} + 5a \sqrt[3]{a^3b} - \\ - 3a^2 \sqrt[3]{64b} + 2 \sqrt[3]{a^6b}.$$

$$219. 1) 4b \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}} + \frac{2}{a} \sqrt[3]{a^5b} - 3a \sqrt[3]{\frac{b}{a}} - \sqrt[3]{a^2b^4};$$

$$2) \sqrt[4]{\frac{1}{x^2y}} - \sqrt[4]{\frac{x^6}{y^5}} - \sqrt[4]{x^{10}y^7} + \sqrt[4]{\frac{y^3}{x^6}}.$$

$$220. 1) 7b \sqrt[3]{a} + 5 \sqrt{a^2x} - b^2 \sqrt[3]{\frac{27a}{b^3}} - 6 \sqrt[3]{\frac{b^2x}{9}};$$

$$2) \frac{1}{m} \sqrt{8,64m^2z} - \frac{b^2}{c^3} \sqrt[3]{\frac{6c^6z}{b^4}} + 3,1a^2 \sqrt[3]{\frac{6z}{a^4}} + \\ + mx \sqrt[3]{\frac{0,54z}{m^2x^2}} - \frac{a^2}{y} \sqrt[3]{\frac{0,375y^2z}{a^4}}.$$

$$221. 1) \sqrt{(1+x)^2y} + \sqrt{(1-x)^2y} - \sqrt{(x-y)^2} - \\ - \sqrt{4y} + \sqrt{(x+y)^2};$$

$$2) \sqrt{4a^2 - 4b^2} + \sqrt{(a+b)^2} - 5 \sqrt{a^2 - b^2} + \\ + \sqrt{9a^2 - 9b^2} - \sqrt{(a-b)^2}.$$

$$222. 1) \sqrt{2x^2 - 4x + 2} - \sqrt{4y^2 - 8y + 4} + \\ + \sqrt{2x^2 + 4x + 2} + \sqrt{9y^2 - 18y + 9};$$

$$2) \sqrt{a^2x - 2abx + b^2x} - \sqrt{a^2x - 2acx + c^2x} + \\ + \sqrt{b^2x + 2bcx + c^2x}, \text{ kui } a > b > c.$$

$$223. 1) \sqrt{\frac{(x^2 - y^2)(x - y)}{8x^3}} - \sqrt{\frac{2x}{(x^2 - y^2)(x - y)}} - \sqrt{2x^4 + 2x^3y};$$

$$2) \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{x^2}} - \sqrt[3]{\frac{x}{(1-x^2)^2}} - \sqrt[3]{x^6 - x^4} + \sqrt[3]{\frac{(1-x)x^4}{(1+x)^2}}.$$

$$224. 1) 3a \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} - 3x \sqrt{\frac{(a-x)^2}{a^2 - x^2}} - 2a \sqrt{\frac{(a+x)(a-x)}{(a+x)^2}} + \frac{4x}{a+x} \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{4}};$$

$$2) 2y \sqrt{x-y} + x \sqrt{\frac{1}{x-y}} - x \sqrt{\frac{a}{ax-ay}} - \sqrt{x^3 - x^2y} + \sqrt{x^2y \left(\frac{x}{y} - 1\right)} - y^2 \sqrt{\frac{4(x-y)}{y^2}}.$$

Lahendada võrrandid:

$$225. 1) 4 \sqrt{5x+4} - 2 \sqrt{5x+4} = 48;$$

$$2) 5 \frac{1}{2} \sqrt{7x-13} - 3 \frac{1}{3} \sqrt{7x-13} - 1 \frac{1}{6} \sqrt{7x-13} = 6.$$

$$226. 1) \sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3} \sqrt{9x-45} = 4;$$

$$2) \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} = 16 - \sqrt{x+1}.$$

## § 14. Võrdsete juurijatega juurte korrutamine ja jagamine.

227. Arvutada täpsusega kuni 0,1 ristküliku pindala, mille laius ja pikkus väljenduvad arvudega:

$$1) \sqrt{5} \text{ ja } \sqrt{2}; 2) 3\sqrt{7} \text{ ja } 2\sqrt{5}.$$

Teostada korrutamine:

$$228. (Peast.) 1) \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}; \sqrt{10} \cdot \sqrt{20};$$

$$2) 3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{14}; \frac{3}{4} \sqrt{24} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{6};$$

$$3) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4}; 5 \sqrt[3]{48} \cdot 2 \sqrt[3]{4};$$

$$4) \sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}; \sqrt{3m} \cdot \sqrt{3}.$$

229. 1)  $\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}$ ; 2)  $5\sqrt[4]{2a} \cdot 2\sqrt[4]{8a^3}$ ;  
 3)  $3\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{\frac{x}{a}}$ ; 4)  $\frac{3}{4}\sqrt{2\frac{1}{2}a} \cdot \sqrt{\frac{0,4}{a}}$ .
230. 1)  $(\sqrt{12} - 3\sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$ ;  
 2)  $(\sqrt{6} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{8}) \cdot 2\sqrt{6}$ .
231. 1)  $(\frac{1}{2}\sqrt{a} + \frac{3}{4}\sqrt{a^3} - \frac{7}{8}\sqrt{a^5}) \cdot (-16\sqrt{a^9})$ ;  
 2)  $(\sqrt{ab} + 2\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{1}{ab}}) \cdot \sqrt{ab}$ .
232. 1)  $(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{n}{m}} - \frac{ab}{n}\sqrt{mn} + \frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{m}{n}}) \cdot a^2b^2\sqrt{\frac{n}{m}}$ ;  
 2)  $(4x\sqrt[3]{x^2} - 5y\sqrt[3]{xy} + xy\sqrt[3]{y^2}) \cdot 2xy\sqrt[3]{xy}$ .
233. 1)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$ ; 2)  $(5 + \sqrt{6})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ ;  
 3)  $(5 - \sqrt{15})(3 + \sqrt{15})$ ; 4)  $(7\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} - 1)$ .
234. 1)  $(2a + 3\sqrt{x})(3a - 2\sqrt{x})$ ;  
 2)  $(m - \sqrt{\frac{n}{m}})(m + \sqrt{mn})$ .
235. Lahendada võrrandid:  
 1)  $(7 - \sqrt{x})(8 - \sqrt{x}) = x + 11$ ;  
 2)  $(7 + 6\sqrt{x})(48 - 13\sqrt{x}) = 3(81 - 26\sqrt{x})(22 + \sqrt{x})$ .
236. Teostada tehted ja lihtsustada:  
 1)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ ; 2)  $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2} - 1}{6}$ ;  
 3)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{5} - \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 5\sqrt{5}}{15}$ ;  
 4)  $\frac{3\sqrt{6} - 2\sqrt{5} + 1}{8} - \frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2}{6} - \frac{4\sqrt{6} + 5\sqrt{5} - 1}{12}$ .
237. Lahendada võrrandid:  
 1)  $\frac{17 - 3\sqrt{x}}{11} = \frac{23 - 4\sqrt{x}}{15}$ ; 2)  $\frac{29 - 5\sqrt{x}}{9} = \frac{39 - 5\sqrt{x}}{19}$ ;  
 3)  $\frac{3\sqrt{x} - 5}{2} - \frac{2\sqrt{x} - 7}{3} = \sqrt{x} - 1$ ;  
 4)  $\frac{7\sqrt{x} - 13}{3} - \frac{3\sqrt{x} - 8}{4} + \frac{4\sqrt{x} - 11}{5} = 3\sqrt{x} - 7$ .

238. Teostada korrutamine:

- 1)  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ ;
- 2)  $(3 + 2\sqrt{6} - \sqrt{33})(\sqrt{22} + \sqrt{6} + 4)$ ;
- 3)  $(\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})(\sqrt{2} + \sqrt{1,6} + 3\sqrt{0,4})$ ;
- 4)  $\left(\frac{4}{3}\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)(\sqrt{1,2} + \sqrt{2} - 4\sqrt{0,2})$ .

239. Tõestada samasused:

- 1)  $(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}) = 7$ ;
- 2)  $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) = 1$ ;
- 3)  $(\sqrt[3]{m^2} + \sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{n^2})(\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n}) = m - n$ ;
- 4)  $(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) = a + b$ .

Teostada korrutamine:

240. 1)  $(a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3})$ ; 2)  $(\sqrt{a} + \sqrt{x})(\sqrt{a} - \sqrt{x})$ ;  
3)  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ ;  
4)  $(5\sqrt{2} + 4\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$ .

241. 1)  $(\sqrt{a+b} + \sqrt{b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{b})$ ;  
2)  $(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})$ ;  
3)  $(\sqrt{m+1} + \sqrt{m-1})(\sqrt{m+1} - \sqrt{m-1})$ ;  
4)  $(\sqrt{1-x} - \sqrt{x})(\sqrt{1-x} + \sqrt{x})$ .

Tõestada järgmised võrdused:

242. 1)  $(\sqrt{0,6} + \sqrt{0,3} - \sqrt{0,9})(3\sqrt{0,2} + 2\sqrt{0,3} + \sqrt{0,6}) = 1,2$ ;
- 2)  $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right) = -\sqrt{2}$ .

243. 1)  $(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{16})(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4}) = 6$ ;
- 2)  $(12\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2})\left(5\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right) = 84$ .

244. Lahendada võrrandid:

$$\begin{aligned} 1) & (7\sqrt{3x} - 3\sqrt{7})(7\sqrt{3x} + 3\sqrt{7}) = \\ & = 10(2\sqrt{5x} + 3\sqrt{6})(2\sqrt{5x} - 3\sqrt{6}); \\ 2) & (3\sqrt{5x} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5x}) = \\ & = (7\sqrt{x} + 2\sqrt{13})(2\sqrt{13} - 7\sqrt{x}). \end{aligned}$$

245. (Peast.) 1) Ühe ruudu pindala on  $48 \text{ cm}^2$ , teise pindala  $3 \text{ cm}^2$ . Mitu korda on esimese ruudu külg suurem teise ruudu küljest?

2) Mitu korda on  $\sqrt{45}$  suurem kui  $\sqrt{5}$ ?

3) Arvutada järgmised suhted:

$$\sqrt{18} : \sqrt{2}; \quad \sqrt{40} : \sqrt{10}; \quad \sqrt{200} : \sqrt{8}; \quad \sqrt{180} : \sqrt{5}.$$

246. (Peast.) Teostada jagamine:

$$\begin{aligned} 1) & 8\sqrt{2} : 4; \quad 10\sqrt[3]{5} : 2; \quad 12\sqrt{a} : 3; \quad 2\sqrt[4]{x} : 5; \\ 2) & 4\sqrt{2} : 2\sqrt{2}; \quad 15\sqrt[3]{5} : 3\sqrt[3]{5}; \quad \sqrt[5]{n} : 4\sqrt[5]{n}. \end{aligned}$$

247. Arvutada täpsusega kuni 0,1:

$$\begin{aligned} 1) & \sqrt{10} : \sqrt{5}; \quad 2) \sqrt{15} : \sqrt{5}; \\ 3) & \sqrt{140} : \sqrt{20}; \quad 4) \sqrt[3]{\frac{3}{5}} : \sqrt{0,3}. \end{aligned}$$

Teostada jagamine:

$$\begin{aligned} 248. & \text{(Peast.) } 1) \sqrt{60} : \sqrt{5}; \quad \sqrt{45} : \sqrt{15}; \\ & 2) \sqrt{90} : \sqrt{18}; \quad \sqrt{360} : \sqrt{60}; \\ & 3) \sqrt{3a} : \sqrt{a}; \quad \sqrt{5x} : \sqrt{x}; \\ & 4) \sqrt{12m} : \sqrt{3m}; \quad \sqrt{a^2x} : \sqrt{x}; \\ & 5) \sqrt[3]{6a^4} : \sqrt[3]{2a}; \quad \sqrt[3]{x^7} : \sqrt[3]{x^4}; \\ & 6) \sqrt[4]{a^5} : \sqrt[4]{a}; \quad \sqrt[4]{9a^3} : \sqrt[4]{\frac{a}{9}}; \end{aligned}$$

$$7) \sqrt[3]{1\frac{1}{8}} : \sqrt[3]{2\frac{2}{3}}; \quad \sqrt[3]{0,2} : \sqrt[3]{25};$$

$$8) 9\sqrt{\frac{1}{45}} : \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}; \quad 0,75\sqrt[3]{9} : 0,25\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}.$$

249. 1)  $(10\sqrt{48} - 6\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3};$

2)  $(15\sqrt{50} + 5\sqrt{200} - 3\sqrt{450}) : \sqrt{10};$

3)  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{4}{5}}\right) : \frac{8}{15}\sqrt{\frac{1}{8}};$

4)  $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt{\frac{1}{3}}\right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}.$

250. 1)  $(\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}) : \sqrt{xy};$  2)  $(\sqrt{a^5b^3} - \sqrt{a^3b^5}) : \sqrt{a^3b^3};$

3)  $(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}) : \sqrt{x};$  4)  $(\sqrt{mn} + \sqrt{\frac{m}{n}}) : \sqrt{\frac{m}{n}}.$

251. 1)  $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x}) : \sqrt{xy};$

2)  $(\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab) : \sqrt{ab};$

3)  $\left(\frac{3x}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - 0,4\sqrt{\frac{3}{xy}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{xy}{2}}\right) : \frac{4}{15}\sqrt{\frac{3y}{2x}};$

4)  $\left(\frac{a}{2}\sqrt[3]{a^2b} + \frac{b}{3a^2}\sqrt[3]{\frac{15a}{b^2}} - \frac{4a}{5b}\sqrt[3]{\frac{b}{2a^2}}\right) : \frac{2a^3}{15b^2}\sqrt[3]{\frac{5a^2}{2b}}.$

Lahutada tegureiks:

252. 1)  $\sqrt{6} + \sqrt{3};$  2)  $\sqrt{15} - \sqrt{10};$

3)  $\sqrt{21} + \sqrt{14};$  4)  $\sqrt{20} - \sqrt{30}.$

253. 1)  $\sqrt{ab} - \sqrt{ac};$  2)  $\sqrt[3]{a^2y} - \sqrt[3]{b^2y};$

3)  $\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2};$  4)  $\sqrt{a+b} - \sqrt{a^2-b^2}.$

254. 1)  $5 + \sqrt{5};$  2)  $2 - \sqrt{2};$  3)  $a + \sqrt{a};$  4)  $ab - \sqrt{a}.$

255. 1)  $a + b + \sqrt{a+b};$  2)  $a + b - \sqrt{a^2-b^2};$

3)  $\sqrt{a^3-b^3} + \sqrt{a-b};$  4)  $\sqrt{a^3+b^3} + \sqrt{a^2-b^2}.$

256. 1)  $\sqrt{ax} - \sqrt{by} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay}$ ;  
 2)  $\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3} + \sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2}$ ;  
 3)  $x + 4\sqrt{x} + 3$ ; 4)  $a + 5\sqrt{a} + 4$ .

257. Taandada murrud:

$$1) \frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}; \quad 2) \frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}}; \quad 3) \frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}}; \quad 4) \frac{\sqrt[3]{x^2y} - \sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{ax} - \sqrt[3]{ay}}$$

258. Teostada jagamine:

$$1) (\sqrt{4m^2} - \sqrt{9n^2}) : (\sqrt{2m} + \sqrt{3n});$$

$$2) (\sqrt{25a^2} - \sqrt{16b^2}) : (\sqrt{5a} - \sqrt{4b});$$

$$3) (\sqrt{x^2y} - \sqrt{16xy^2} + \sqrt{4y^3}) : (\sqrt{x} - \sqrt{2y});$$

$$4) (\sqrt{8x^2y} - 2y\sqrt{x} - x\sqrt{x}) : (\sqrt{2y} - \sqrt{x}).$$

## § 15. Erinevate juurijatega juurte korrutamine ja jagamine. Murruliste astendajatega astmed.

259. Teostada tehted:

$$1) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}; \quad 2) \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a};$$

$$3) \sqrt[4]{a^3} : \sqrt{a}; \quad 4) \sqrt[5]{m^4} : \sqrt[15]{m^2}.$$

260. (Peast.) Asendada juured avaldistega, millel on murrulised astendajad<sup>1</sup>:

$$1) \sqrt{a}; \quad \sqrt[3]{x^2}; \quad \sqrt[4]{a^3};$$

$$\sqrt[5]{a^4}; \quad \sqrt[n]{a^m}; \quad \sqrt[n]{a};$$

$$2) \sqrt[3]{a^{-2}}; \quad \sqrt{a^{-1}}; \quad \sqrt[4]{a^{-3}};$$

$$3) \sqrt{(a+b)^{-1}}; \quad \sqrt[3]{(x-y)^{-2}}; \quad \sqrt[5]{(m-n)^{-3}}.$$

<sup>1</sup> Võrduses  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  tähistavad  $m$  ja  $n$  naturaalarve ja  $a > 0$ .

261. (Peast.) Asendada murruliste astendajatega avaldised juurtega:

$$1) x^{\frac{1}{3}}; a^{\frac{1}{2}}; m^{\frac{2}{3}}; n^{\frac{3}{4}};$$

$$2) c^{\frac{2}{5}}; a^{\frac{1}{n}}; c^{\frac{n}{2}}; a^{-\frac{1}{2}};$$

$$3) a^{-\frac{2}{3}}; b^{-0,5}; x^{-0,3}; m^{-0,75};$$

$$4) a^{-2,5}; m^{-1,5}; (a+b)^{\frac{1}{2}}; (x+y)^{\frac{1}{3}};$$

$$5) (x-y)^{\frac{2}{3}}; (x^2+y^2)^{\frac{3}{4}}; (a-b)^{-\frac{1}{2}}; (p+q)^{-\frac{m}{n}}.$$

Arvutada:

$$262. (Peast.) 25^{\frac{1}{2}}; 8^{\frac{1}{3}}; 5 \cdot 16^{\frac{1}{4}}; 3 \cdot 8^{\frac{2}{3}}; 2 \cdot 27^{\frac{1}{3}};$$

$$2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{2}}.$$

$$263. 1) 2^{-1} \cdot 64^{\frac{2}{3}}; 2) 3^{-2} \cdot 81^{\frac{1}{4}}; 3) 100^{-\frac{1}{2}};$$

$$4) 81^{-\frac{3}{4}}; 5) 64^{-\frac{2}{3}}; 6) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

$$264. 1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}; 2) \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}; 3) (0,008)^{-\frac{2}{3}};$$

$$4) (-0,001)^{-\frac{4}{3}}; 5) 3^{\frac{4}{3}} \cdot 9^2 \cdot 27^{-\frac{5}{6}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}};$$

$$6) 5^{\frac{4}{5}} \cdot 125 \cdot 25^{-0,4} \cdot 5^{\frac{1}{2}}.$$

Teostada tehted, asendades juured murruliste astendajatega astmetega:

$$265. 1) \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[15]{x^4}; 2) \sqrt[12]{n^{11}} : \sqrt[4]{n^3}; 3) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a};$$

$$4) \sqrt[4]{x} : x^{-\frac{1}{4}}.$$

$$266. 1) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}; 2) m \sqrt[4]{3m} \cdot \sqrt[4]{3m} \cdot m^2 \sqrt[8]{3m^3};$$

$$3) a^2 b \sqrt[6]{16a^5 b} \cdot \frac{1}{2} a \sqrt{2ab} \cdot b \sqrt[3]{4ab^2};$$

$$4) 2m^2 n \sqrt[4]{mn^3} \cdot 5mn^2 \sqrt{mn} \cdot 3mn \sqrt[5]{m^3 n}.$$

$$267. 1) 6ab \sqrt[9]{a^8 b^3} : \frac{2a}{3b} \sqrt[6]{a^2 b^5};$$

$$2) 10a^2 b : 5a \sqrt{b}; \quad 3) a^2 x : \sqrt[3]{ax^2};$$

$$4) \frac{4a^2}{15b} \sqrt[4]{\frac{a^2}{a-b}} : \frac{2a}{5b} \sqrt{\frac{a^2}{a-b}}.$$

$$268. 1) \frac{2}{3} \sqrt[6]{\frac{81x^5}{25y^4}} \cdot \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{3y}{5x}}; \quad 2) 0,2 \sqrt[5]{\frac{ab^3}{cd^4}} \cdot 5 \sqrt[10]{\frac{c^3 d^2}{a^3 b}};$$

$$3) \frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{x}{y}} \cdot \frac{b}{a} \sqrt[5]{\frac{y^2}{x}}; \quad 4) \sqrt[4]{\frac{a^3}{b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2}{b^5}} \cdot \sqrt[10]{\frac{b}{a}}.$$

$$269. 1) (\sqrt[3]{2} - \sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{8}) \cdot \sqrt[2]{2};$$

$$2) (3\sqrt[3]{10} - 2\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{25}) \cdot \sqrt[4]{2};$$

$$3) \left( \sqrt[5]{5} - 3\sqrt[3]{\frac{15}{2}} + 2\sqrt[4]{3} \right) \cdot \sqrt[4]{\frac{24}{5}};$$

$$4) (\sqrt[6]{2} + 2\sqrt[3]{4} - \sqrt[6]{8}) \cdot \sqrt[6]{32}.$$

$$270. 1) (4\sqrt[3]{8} - 6\sqrt[3]{2}) : \sqrt[2]{2};$$

$$2) (10\sqrt[3]{9} + 5\sqrt[3]{3}) : \sqrt[3]{3};$$

$$3) (2\sqrt[3]{12} + 4\sqrt[3]{4} - 6\sqrt[4]{32}) : 2\sqrt[2]{2};$$

$$4) \left( \frac{3}{4} \sqrt[6]{54} - \frac{1}{2} \sqrt[4]{18} + \frac{2}{3} \sqrt[3]{9} \right) : \frac{1}{2} \sqrt[6]{3}.$$

$$271. 1) (8\sqrt[6]{m^5} - 6\sqrt[4]{m^3} - 12\sqrt[3]{m^2}) : 2\sqrt{m};$$

$$2) (a^3 \sqrt[3]{x^2 y^2} + a^4 \sqrt{xy} - a^5 \sqrt[6]{x^4 y^5}) : a^2 \sqrt{xy};$$

$$3) \left( \frac{a}{b^3} \sqrt{ab} - 6a^3 b^2 \sqrt[3]{a^2 b} + \sqrt[8]{a^4 b^3} \right) : \frac{a^2}{b} \sqrt[6]{ab^2};$$

$$4) \left( 2a \sqrt[6]{\frac{a^2}{3b^3}} + \frac{3a}{b} - 5\sqrt[3]{ab} \right) : \frac{3a}{2b} \sqrt{ab}$$

272. 1)  $(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt[3]{3})$ ;  
 2)  $(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})$ ;  
 3)  $(3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[4]{3}) \cdot (5\sqrt{2} - 3\sqrt[3]{3})$ ;  
 4)  $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{16}\right)$ .
273. 1)  $(2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}) \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{3}{2}\sqrt[6]{x^5}\right)$ ;  
 2)  $(a\sqrt{a} + \sqrt{a}) \cdot (\sqrt[3]{a^2} - a\sqrt[4]{a^3})$ ;  
 3)  $(2\sqrt[5]{m^4} + \sqrt[3]{m^2} - 3\sqrt{m}) \cdot (\sqrt[15]{m^4} - \sqrt[3]{m})$ ;  
 4)  $(4\sqrt{xy} + \sqrt[3]{xy^2} + 3\sqrt[4]{xy^3}) \cdot (\sqrt{xy^4} - 2\sqrt{xy})$ .
274. 1)  $(x^2\sqrt{27xy^3} + 2xy\sqrt{2xy}) : (\sqrt{3x^3y} + \sqrt{2xy})$ ;  
 2)  $(y\sqrt{2xy} - xy\sqrt{xy}) : (\sqrt[6]{2xy^3} - \sqrt{xy})$ ;  
 3)  $(x\sqrt[6]{a^5x} + 2a\sqrt[6]{ax^5} - 3ax) : (\sqrt[3]{ax^2} - \sqrt{ax})$ ;  
 4)  $(2a\sqrt[3]{ax^2} - a\sqrt[6]{ax^5} - ax) : (\sqrt[3]{a^2x} - \sqrt{ax})$ .
- 275\*. 1)  $(ax^3\sqrt{x} - a^2x^2\sqrt[3]{a^2}) : (a\sqrt[3]{ax^2} - x\sqrt[4]{a^2x})$ ;  
 2)  $(5b\sqrt[4]{a} - 8\sqrt[4]{a^2b^3} + 4\sqrt[4]{a^3b^2} - b\sqrt[4]{b}) : (2\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b})$ ;  
 3)  $(20\sqrt{a} - \sqrt[3]{a^2} + 45\sqrt[4]{a^3} - 53\sqrt[12]{a^7}) : (4\sqrt[6]{a} - 5\sqrt[4]{a})$ ;  
 4)  $(\sqrt{a} - 9\sqrt[4]{ab} - 6\sqrt[8]{abc^2} - \sqrt{c}) : (\sqrt[4]{a} - 3\sqrt[8]{ab} - \sqrt[4]{c})$ .

## § 16. Juurte astendamise ja juurimine.

Astendada:

276. (Peast.) 1)  $(\sqrt{5})^2$ ;  $(\sqrt[3]{2})^3$ ;  $(\sqrt[5]{3})^5$ ;  $(\sqrt[n]{a})^n$ ;  
 2)  $(3\sqrt[3]{2})^2$ ;  $(5\sqrt[3]{3})^3$ ;  $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{8}\right)^4$ ;  $(a\sqrt[n]{b})^n$ ;

$$3) (\sqrt[3]{3})^4; (\sqrt[3]{2})^6; (\sqrt[5]{7})^{10}; (\sqrt[4]{5})^8;$$

$$4) (\sqrt[3]{2})^3; (\sqrt[3]{5})^3; (\sqrt[3]{7})^4; (\sqrt[5]{3})^7.$$

$$277. (Peast.) 1) (-\sqrt[3]{6})^2; (-\sqrt[3]{4})^3; (-\sqrt[4]{3})^4; (-\sqrt[5]{7})^5;$$

$$2) (\sqrt[3]{m^2})^4; (-\sqrt[3]{m^2})^4; (\sqrt[5]{a^3})^2; (-\sqrt[7]{n^3})^2;$$

$$3) (\sqrt[4]{x^3})^3; (-\sqrt[5]{y^2})^3; (-\sqrt[3]{a^2})^5; (-\sqrt[6]{n^5})^7;$$

$$4) (-2\sqrt[4]{a})^3; (-3\sqrt[4]{a^3})^3;$$

$$\frac{1}{2}(\sqrt[3]{m^2})^2; \left(-\frac{2}{3}\sqrt[5]{x^2}\right)^3.$$

$$278. 1) (\sqrt[3]{a^2b})^2; (-\sqrt[3]{xy^2})^4; \left(-\frac{3}{5}\sqrt[4]{x^3y}\right)^3; (0,1\sqrt[5]{a^4b^2})^2.$$

$$2) \text{Kumb on suurem: } \sqrt[3]{3} \text{ v} \sqrt[2]{2} \text{? } \sqrt[3]{5} \text{ v} \sqrt[3]{11} \text{? } \sqrt[7]{5} \text{ v} \sqrt[3]{2} \text{?}$$

Teostada näidatud tehted, kasutades seal, kus see on otstarbekas, negatiivseid ja murrulisi astendajaid:

$$279. 1) (-0,2\sqrt[4]{m^2n^3})^3; 2) \left(-\frac{1}{2}\sqrt[6]{a^5b^2}\right)^4;$$

$$3) \left(-1\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^2b^2c}\right)^4; 4) (0,5\sqrt[7]{x^3y^4z})^3.$$

$$280. 1) (a\sqrt[3]{ab})^3; 2) (m^2\sqrt[3]{m^2n})^2;$$

$$3) (-x\sqrt[4]{x^3y^2})^5; 4) (-2a\sqrt[5]{a^2b^3})^4.$$

$$281. 1) \left(\frac{y}{x}\sqrt[4]{x^2y}\right)^3; 2) \left(\frac{ab}{c}\sqrt[5]{a^3b^2c^4}\right)^2;$$

$$3) \left(-\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)^3; 4) \left(\frac{x}{y}\sqrt[6]{\frac{x}{y}}\right)^3.$$

$$282. 1) \left(-3m\sqrt[3]{\frac{m^2}{n}}\right)^2; 2) \left(-\frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^5b^3}\right)^2;$$

$$3) \left(3x^2\sqrt[3]{\frac{a}{3x}}\right)^3; 4) \left(-\frac{x}{2y}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}\right)^5.$$

$$283. \quad 1) \left( \frac{a^2}{a+x} \sqrt[3]{\frac{a+x}{a^2}} \right)^4; \quad 2) \left( -\frac{m+n}{m-n} \sqrt[3]{\frac{(m-n)^2}{m+n}} \right)^5.$$

$$3) \left( \frac{x \sqrt[3]{(x-y)^2}}{x-y} \right)^4; \quad 4) \left( \frac{a(a-b)}{\sqrt[5]{a^2(a-b)^4}} \right)^6.$$

$$284. \quad 1) (\sqrt{2} + 1)^2; \quad 2) (1 - \sqrt{3})^2;$$

$$3) (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2; \quad 4) (\sqrt{5} - \sqrt{7})^2.$$

$$285. \quad 1) (a - \sqrt{b})^2; \quad 2) (m + \sqrt{n})^2;$$

$$3) (2\sqrt{a} - \frac{1}{2}\sqrt{b})^2; \quad 4) \left( \frac{1}{4}\sqrt{xy} + 2\sqrt{x} \right)^2.$$

$$286. \quad 1) (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2; \quad 2) \left( \frac{1}{2}\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \right)^2;$$

$$3) (2\sqrt{12} - \sqrt{3})^2; \quad 4) \left( \frac{2}{3}\sqrt{18} + \frac{3}{4}\sqrt{2} \right)^2.$$

$$287. \quad 1) \left( a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)^2; \quad 2) \left( x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}} \right)^2;$$

$$3) \left( m^{-\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{3}} \right)^2; \quad 4) \left( a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} \right)^2.$$

$$288. \quad 1) (\sqrt{2} - \sqrt[3]{4})^2; \quad 2) \left( \sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{9} \right)^2;$$

$$3) (\sqrt[3]{a} + \sqrt{a})^2; \quad 4) (a\sqrt[3]{b} - b\sqrt[3]{a})^2.$$

$$289. \quad 1) (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})^2; \quad 2) (\sqrt{3} - \sqrt{12} + 1)^2;$$

$$3) \left( 2\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{6} - \sqrt{3} \right)^2; \quad 4) (3\sqrt{15} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{10})^2.$$

$$290. \quad 1) \left( \sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}} \right)^2;$$

$$2) \left( \sqrt{7 + \sqrt{13}} + \sqrt{7 - \sqrt{13}} \right)^2;$$

$$3) \left( \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \right)^2;$$

$$4) \left( \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}} \right)^2.$$

$$291. \quad 1) \left( 2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}} \right) \left( 2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}} \right);$$

$$2) \left( a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1} \right) \left( a^{\frac{2}{3}} + 3b^{-1} \right);$$

$$3) \left( 2a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}} \right)^3; \quad 4) \left( \frac{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}} \right)^{-4}.$$

292. Tõestada järgmised samasused, kui  $a > 0$ ,  $b > 0$  ja  $a^2 - b > 0$ :

$$1) \sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}};$$

$$2) \sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} - \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}.$$

M ä r k u s. Tõestamiseks piisab mõlema poole tõstmisest ruutu ja sellele järgnevaist lihtsustustest.

3) Kasutades tuletatud valemeid, lihtsustada avaldised:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}}; \sqrt{5 - \sqrt{21}}; \sqrt{6 + 4\sqrt{2}};$$

$$\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}; \sqrt{(a + b) - 2\sqrt{ab}}.$$

293. Kontrollida võrdused:

$$1) \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16}; \quad 2) \sqrt[4]{256} = \sqrt{\sqrt{256}};$$

$$3) \sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64}; \quad 4) \sqrt[6]{729} = \sqrt[3]{\sqrt{729}}.$$

Leida juur:

$$294. \quad 1) \sqrt[4]{1296}; \quad 2) \sqrt[4]{2401}; \quad 3) \sqrt[6]{15625}; \quad 4) \sqrt[12]{4096}.$$

$$295. \quad 1) (\text{Peast.}) \sqrt{\sqrt{2}}; \quad \sqrt[3]{\sqrt{3}}; \quad \sqrt{\sqrt[3]{5}}; \quad \sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}.$$

$$2) (\text{Peast.}) \sqrt{\sqrt{a}}; \quad \sqrt{\sqrt[3]{x^2}}; \quad \sqrt[3]{\sqrt[4]{m^3}}; \quad \sqrt[4]{\sqrt[5]{y^4}}.$$

$$3) \sqrt{2\sqrt{3}}; \quad \sqrt[3]{2\sqrt{5}}; \quad \sqrt{\sqrt[3]{2}}; \quad \sqrt[4]{5\sqrt{2}}.$$

$$4) \sqrt[3]{m\sqrt{m}}; \quad \sqrt[3]{ab\sqrt{a}}; \quad \sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}; \quad \sqrt[5]{a^4\sqrt{a}}.$$

$$5) \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}b^5}}; \quad \sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4y^8}}.$$

$$296. \quad 1) \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}}; \quad 2) \sqrt{\frac{m}{n} \sqrt{\frac{n}{m}}};$$

$$3) \sqrt[4]{\frac{a^2}{b} \sqrt{\frac{b^2}{a}}}; \quad 4) \sqrt{\frac{a+b}{a-b} \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}}.$$

$$297. \quad 1) \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}; \quad 2) \sqrt[3]{3\sqrt{3\sqrt{3}}};$$

$$3) \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}}}; \quad 4) \sqrt{\frac{1}{5} \sqrt{\frac{1}{5} \sqrt{\frac{1}{5}}}}.$$

$$298. \quad 1) \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}; \quad 2) \sqrt[3]{m \sqrt{m \sqrt{m}}};$$

$$3) \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}}; \quad 4) \sqrt[3]{a^2 \sqrt[4]{a \sqrt{a}}}.$$

$$299. \quad 1) \sqrt{\frac{m}{n} \sqrt{\frac{n}{m} \sqrt{\frac{m}{n}}}}; \quad 2) \sqrt{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b^3}{a}}}};$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b^2}{a} \sqrt{\frac{1}{a^2}}}}; \quad 4) \sqrt[3]{\frac{a}{x} \sqrt{\frac{1}{ax} \sqrt{\frac{a}{x^3}}}}.$$

$$300. \quad 1) \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{10}}; \quad 2) \sqrt[2]{2 \frac{1}{4}}; \quad 3) \sqrt[3]{9^{-2}}; \quad 4) \sqrt[3]{\frac{8}{27}}.$$

$$301.* \quad 1) \sqrt[3]{a^3 b^6 x^{-2}}; \quad 2) \sqrt[4]{\frac{(a+b)^8}{(a-b)^4}};$$

$$3) \sqrt[1,5]{\frac{a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{3}{2}} c^{4,5}}{8x^{\frac{1}{2}}}}; \quad 4) \sqrt[5]{\frac{a^{-\frac{5}{3}} x^{1,25}}{b^{\frac{1}{6}} c^{\frac{5}{16}}}}.$$

## § 17. Murru nimetaja või lugeja vabastamine irratsionaalsusest.

302. Alljärgnevais harjutustes arvutada tehete tulemus (täpsusega kuni 0,01) kahel viisil:

1) antud avaldist teisendamata;

2) vabastades varem murru nimetaja irratsionaalsusest:

$$1) \sqrt{\frac{2}{2}}; \quad 2) \sqrt{\frac{3}{3}}; \quad 3) \sqrt{\frac{6}{3}}; \quad 4) \sqrt{\frac{10}{5}}.$$

Kaotada irratsionaalsus murru nimetajast:

$$303. \text{ (Peast.) } 1) \sqrt{\frac{8}{2}}; \quad \sqrt{\frac{18}{6}}; \quad \sqrt{\frac{5}{10}}; \quad \frac{12}{5\sqrt{3}}.$$

$$2) \sqrt{\frac{a}{a}}; \quad \sqrt{\frac{m}{m}}; \quad \sqrt{\frac{2x^2}{x}}; \quad \frac{5n}{3\sqrt{n}}.$$

$$304. \quad 1) \frac{2}{\sqrt{4}}; \quad 2) \frac{5}{2\sqrt{25}}; \quad 3) \frac{3}{\sqrt{3}}; \quad 4) \frac{7}{5\sqrt{49}};$$

$$5) \frac{a}{\sqrt{a^2}}; \quad 6) \frac{m}{\sqrt{m}}; \quad 7) \frac{x}{\sqrt{x^3}}; \quad 8) \frac{n^2}{\sqrt{n^3}}.$$

$$305. \quad 1) \frac{9}{\sqrt{9}}; \quad 2) \frac{5}{\sqrt{125}}; \quad 3) \frac{1}{\sqrt{27}}; \quad 4) \frac{16}{\sqrt{8}}.$$

$$306. \quad 1) \frac{a}{\sqrt{x^4}}; \quad 2) \frac{a}{b\sqrt{a}}; \quad 3) \frac{a}{\sqrt{x^{n-1}}}; \quad 4) \frac{a}{\sqrt{x}}.$$

$$307. \quad 1) \frac{1}{\sqrt{a+b}}; \quad 2) \frac{1}{\sqrt{a-b}}; \quad 3) \frac{a+b}{2\sqrt{a-b}}; \quad 4) \frac{a-b}{b\sqrt{a+b}}.$$

$$308. \quad 1) \frac{a-b}{\sqrt{a-b}}; \quad 2) \frac{m+n}{\sqrt{(m+n)^2}}; \quad 3) \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}; \quad 4) \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}}.$$

$$309. \quad 1) \frac{2}{2+\sqrt{2}}; \quad 2) \frac{12}{3-\sqrt{3}}; \quad 3) \frac{18}{\sqrt{7}-1}; \quad 4) \frac{8}{\sqrt{5}+1}.$$

$$310. \quad 1) \frac{m}{\sqrt{m+1}}; \quad 2) \frac{n}{1-\sqrt{n}}; \quad 3) \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}; \quad 4) \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}.$$

$$311. \quad 1) \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}; \quad 2) \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}};$$

$$3) \frac{1-m}{\sqrt{1-\sqrt{m}}}; \quad 4) \frac{1-n}{\sqrt{1+\sqrt{n}}}.$$

$$312. \quad 1) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}; \quad 2) \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}; \quad 3) \frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{8}}; \quad 4) \frac{14}{\sqrt{3}-\sqrt{10}}.$$

$$313. \quad 1) \frac{9}{2\sqrt{3}-3}; \quad 2) \frac{6}{3\sqrt{2}+4}; \quad 3) \frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}; \quad 4) \frac{15}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}.$$

$$314. \quad 1) \frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}}; \quad 2) \frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}};$$

$$3) \frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-4\sqrt{2}}; \quad 4) \frac{7\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{10\sqrt{3}+8\sqrt{5}}.$$

$$315. \quad 1) \frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}; \quad 2) \frac{m+n+\sqrt{m^2-n^2}}{m+n-\sqrt{m^2-n^2}};$$

$$3) \frac{\sqrt{x^2-a^2}+\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2-a^2}-\sqrt{x^2+a^2}}; \quad 4) \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}.$$

Kaotada irratsionaalsus murru lugejast:

$$316. \quad (\text{Peast.}) \quad 1) \frac{\sqrt[3]{3}}{3}; \quad \frac{\sqrt[3]{9}}{6}; \quad \frac{\sqrt{mn}}{m}; \quad \frac{\sqrt[5]{n^3}}{n};$$

$$2) \frac{2+\sqrt{3}}{3}; \quad 3) \frac{\sqrt{2}+1}{3}; \quad 4) \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{6}.$$

$$317. \quad 1) \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}; \quad 2) \frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{xy}; \quad 3) \frac{\sqrt{a}+1}{a}; \quad 4) \frac{1-\sqrt{m}}{m},$$

$$318. \quad 1) \frac{\sqrt[3]{(x-y)^2}}{x^2-y^2}; \quad 2) \frac{3+\sqrt{m}}{3-\sqrt{m}}; \quad 3) \frac{a+b\sqrt{x}}{a-b\sqrt{x}}; \quad 4) \frac{a\sqrt{x}-b\sqrt{y}}{a\sqrt{x}+b\sqrt{y}}.$$

Kaotada irratsionaalsus murru nimetajast.

$$319. \quad 1) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}; \quad 2) \frac{1}{5+\sqrt{7}+\sqrt{11}};$$

$$3) \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}; \quad 4) \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}.$$

$$320^*. \quad 1) \frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{15}+\sqrt{14}-\sqrt{21}}; \quad 2) \frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}-2};$$

$$3) \frac{a}{2+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}; \quad 4) \frac{a}{2-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}.$$

$$321^*. \quad 1) \frac{a}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}; \quad 2) \frac{15}{\sqrt{7-2\sqrt{6}}};$$

$$3) \frac{\sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}}; \quad 4) \frac{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}}{\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}.$$

$$322^*. \quad 1) \frac{n}{\sqrt[3]{a+\sqrt{b}}}; \quad 2) \frac{n}{\sqrt[3]{a-\sqrt{b}}}; \quad 3) \frac{6}{\sqrt[3]{7-\sqrt{4}}};$$

$$4) \frac{1}{\sqrt[3]{2-1}}; \quad 5) \frac{2}{\sqrt[3]{4+1}}; \quad 6) \frac{1}{1-\sqrt[3]{5}}; \quad 7) \frac{4}{2-3\sqrt[3]{2}}.$$

$$323^*. 1) \frac{n}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}; \quad 2) \frac{n}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}};$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}; \quad 4) \frac{1}{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25}};$$

$$5) \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}; \quad 6) \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}; \quad 7) \frac{a}{\sqrt[6]{3} - \sqrt[6]{2}}.$$

## § 18. Ülesandeid peatüki «Astmed ja juured» kordamiseks.

Teostada tehted:

$$324. 1) \frac{5}{4 - \sqrt{11}} + \frac{1}{3 + \sqrt{7}} - \frac{6}{\sqrt{7} - 2} - \frac{\sqrt{7} - 5}{3};$$

$$2) \frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5} - 2} - \frac{2}{\sqrt{3} - 2} + \frac{\sqrt{3} - 1}{6};$$

$$3) \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2}};$$

$$4) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1}.$$

$$325. 1) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}; \quad 2) \frac{1}{a + a\sqrt{b}} - \frac{1}{a - a\sqrt{b}};$$

$$3) \frac{a}{\sqrt{ac} + c} + \frac{c}{\sqrt{ac} - a} - \frac{a + c}{\sqrt{ac}};$$

$$4) \frac{1}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{1}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}.$$

$$326. 1) \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}\right) : (a + \sqrt{a^2 - b^2});$$

$$2) \left(\frac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x}\right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1\right);$$

$$3) \left(\sqrt{a} + \frac{ab^2 + c}{\sqrt{ab^2 + c}}\right) : (b\sqrt{a} + b\sqrt{ab^2 + c});$$

$$4) \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}}\right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}.$$

$$327. 1) \left(\frac{m + \sqrt{m^2 - n^2}}{m - \sqrt{m^2 - n^2}} - \frac{m - \sqrt{m^2 - n^2}}{m + \sqrt{m^2 - n^2}}\right) : \frac{4m\sqrt{m^2 - n^2}}{n^2};$$

$$2) \left( \frac{\sqrt{c+d} - \sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d} + \sqrt{c-d}} - \frac{\sqrt{c+d} + \sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d} - \sqrt{c-d}} \right) \cdot \frac{d\sqrt{c^2-d^2}}{4};$$

$$3) (1-a^2) : \left[ \left( \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left( \frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \right] + 1;$$

$$4) \left( \sqrt{a} + \frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) : \left( \frac{a}{\sqrt{ab}+b} + \frac{b}{\sqrt{ab}-a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \right).$$

328. 1)  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left( \frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right);$

$$2) \left( \frac{2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} \cdot \frac{a - \sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : 4\sqrt{ab};$$

$$3) \left[ \left( \frac{1}{a} - \sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{a^2} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \sqrt{a^5} - \frac{3}{a} \sqrt{a^2} \right] : a^3 \sqrt{a};$$

$$4) \left[ \left( \sqrt{n} - \frac{1}{2} \sqrt[4]{n^3} - n \right)^2 + \frac{7}{4} n \sqrt{n} - n^2 \right] : n \sqrt{n}.$$

329. 1)  $\left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}};$

$$2) \left( \frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2} - 1+a} \right) \left( \sqrt{\frac{1}{a^2} - 1} - \frac{1}{a} \right);$$

$$3) \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{xy} - 3y}{x-y};$$

$$4) \frac{a-x}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} - \left( \frac{a + \sqrt{ax^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{ax}} - \sqrt[4]{ax} \right).$$

330. Leida avaldise

$$4x^3 - 8x^2 + 2x + 3$$

arvuline väärtus, kui  $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$ .

331. Leida avaldise

$$5x^2 - 6xy - 2y^2$$

arvuline väärtus, kui  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ja  $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ .

332\*. Tõestada, et murd

$$\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$$

omandab väärtuse  $b$ , kui  $x = \frac{2ab}{b^2+1}$  ja  $b > 1$ , ning väärtuse  $\frac{1}{b}$ , kui  $b < 1$ .

333\*. Tõestada, et murd

$\frac{x+y-1}{x-y+1}$  omandab väärtuse  $(-\sqrt{ab})$ , kui

$$x = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} \quad \text{ja} \quad y = \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1}.$$

334. Tõestada, et kui  $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , siis avaldis  $ax^2 + bx + c$  võrdub nulliga.

335. Lihtsustada avaldis

$$\frac{1-ax}{1+ax} \sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}},$$

kui  $x = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2a-b}{b}}$  ja kus  $0 < a < b < 2a$ .

336. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}, \quad \text{kus} \quad x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

ja seejuures  $a > 0$ ,  $b > 0$  ja  $a > b$ .

337. Tõestada võrdus:

$$\left( \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{a^3}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} + \sqrt{ax} \right) \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x-a} \right)^2 = 1, \quad \text{kui} \quad x > 0, \quad a > 0, \quad x > a.$$

338. Tõestada, et kui  $x = \sqrt{ab}$  ja  $a > b$ , siis

$$\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)} + \sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)} - \sqrt{(a-x)(x-b)}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}.$$

Lihtsustada:

$$339. \left[ (ab)^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \left[ \left( \frac{1}{ab} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right] : \frac{a^{\frac{5}{4}} + (a^4b)^{\frac{1}{4}}}{a-b},$$

kui  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a > b$ .

$$340. 1) \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} - \frac{\sqrt[3]{m^2}-\sqrt[3]{n^2}}{m-n};$$

$$2) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}};$$

$$3) \frac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{1+\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+a^{-\frac{1}{2}}}{a-1}.$$

$$341. \left( \frac{x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}}{x^2-x+1} - \frac{x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}{x^2+x+1} \right) : \left( \frac{x^{\frac{1}{2}}+2x^{-\frac{1}{2}}}{x^3-1} - \frac{x^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{2}}}{x^3+1} \right).$$

$$342. 1) \left[ \frac{(a^{\frac{3}{4}}-b^{\frac{3}{4}})(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}) - \sqrt{ab}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot \frac{2\sqrt{2,5}(a+b)^{-1}}{\sqrt{10}};$$

$$2) \left[ x(1-x)^{-\frac{2}{3}} + \frac{x^2}{(1-x)^{\frac{5}{3}}} \right] : [(1-x)^{\frac{1}{3}} \cdot (1-2x+x^2)^{-1}];$$

$$3) \left\{ 1 - [x(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}]^2 \right\}^{-1} \cdot (1+x^2)^{-1} \cdot [x^0(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - x^2(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}];$$

$$4) \left[ \frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}} - (1-a)^{-1} \right] \cdot \frac{a^0+a(a-2)}{\frac{1}{a^{-2}}-a+1} : \sqrt{\frac{1}{(a+1)^{-2}}}.$$

343. Lihtsustada avaldis  $\left(1 + \frac{x^{-n}+y^{-n}}{x^{-n}-y^{-n}}\right)^{-2}$  ja arvutada selle arvuline väärtus, kui  $x=3$ ;  $y=0,75$ ,  $n=\frac{1}{2}$ .

344. Lihtsustada avaldis  $\frac{a-b}{\frac{3}{a^{\frac{1}{4}}}+\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{b^{\frac{1}{4}}}} - \frac{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^4}+\frac{1}{b^4}}$  ja arvutada selle

arvuline väärtus, kui  $a=\frac{1}{16}$ ,  $b=\frac{1}{81}$ .

345. Teostada tehted:

$$1) \left[ \left( a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} \cdot (a-x) - \frac{a+x}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} + x^{\frac{1}{3}}} \right] \cdot 2(ax)^{-\frac{1}{3}};$$

$$2) \left[ \left( \frac{3}{4} \right)^{0,5} - 7,5 \left( \frac{-4}{\sqrt{4}} \right)^2 - (-2)^{-4} + 81^{0,25} \right];$$

$$3) 0,027^{-\frac{1}{3}} - \left( -\frac{1}{6} \right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 5,5^0.$$

346. 1) Teha kindlaks, kumb on suurem, kas  $\sqrt[3]{0,1}$  või  $\sqrt{0,1}$ ;  
 $\sqrt{3}$  või  $\sqrt[3]{5}$ ;  $\sqrt{6}$  või 2,44921?

2) Tõestada, et avaldis

$$\sqrt{\frac{3}{4} - x} + \sqrt{2x} - \frac{3}{2} \sqrt{1 - 4x}$$

muutub nulliks, kui  $x = \frac{1}{12}$ .

3) Lihtsustada avaldis:

$$a + \sqrt{(a-3)^2}, \text{ kui } a > 3; a < 3.$$

4) Teostada tehted:

$$\left[ \frac{\sqrt{2}}{(1-x^2)^{-1}} + \frac{2^{\frac{3}{2}}}{x^{-2}} \right] : \left( \frac{x^{-2}}{1+x^{-2}} \right)^{-1},$$

kui  $x \neq 1$ .

5) Arvutada:

$$\left[ 4^{-\frac{1}{4}} + \left( \frac{1}{2^{-\frac{3}{2}}} \right)^{-\frac{4}{3}} \right] [4^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}}].$$

### III PEATÜKK.

## RUUTVÖRRANDID JA RUUTVÖRRANDEIKS TAANDUVAD VÖRRANDID.

### § 19. Mittetäielikud ruutvõrrandid.

347. (Peast.) Lahendada mittetäielikud ruutvõrrandid:

1)  $x^2 = 81$ ;  $x^2 = 0,16$ ;  $x^2 = \frac{4}{9}$ ;  $x^2 = 6\frac{1}{4}$ ;

2)  $x^2 - 10 = 39$ ;  $x^2 + 5 = 30$ ;  $2x^2 = 32$ ;  $5x^2 = 20$ .

348. Lahendada ruutjuurte tabeli abil järgmised võrrandid:

1)  $x^2 = 5041$ ;  $x^2 = 9604$ ;  $x^2 = 0,4624$ ;

2)  $\frac{5}{9}x^2 = 3380$ ; 3)  $0,09x^2 - 0,6084 = 0$ .

349. Arvutada järgmiste võrrandite lahendite ligikaudsed väärtused (täpsusega kuni 0,01):

1)  $x^2 - 2 = 0$ ; 2)  $x^2 - 52 = 0$ ;

3)  $2x^2 = 42$ ; 4)  $\frac{x^2}{3} - 0,5 = 0$ .

350. Lahendada järgmised võrrandid ja määrata tähtede lubatavad väärtused:

1)  $a^2x^2 - b^2 = 0$ ; 2)  $a^2x^2 - 1 = 0$ ;

3)  $ax^2 - \frac{1}{a} = 0$ ; 4)  $ax^2 - \frac{b^2}{a} = 0$ .

351. (Peast.) Lahendada võrrandid:

1)  $x^2 - x = 0$ ; 2)  $x^2 + 3x = 0$ ;

3)  $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ ; 4)  $x^2 - 0,4x = 0$ .

352. 1)  $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$ ; 2)  $13x + 7x^2 = 5x^2 + 8x$ ;  
3)  $12x^2 - 5x = 9x^2 + 7x$ ; 4)  $8,5x - 3x^2 = 3,5x + 2x^2$ .

353. 1)  $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$ ;  
 2)  $47 - x(3x + 4) = 2(17 - 2x) - 62$ ;  
 3)  $(x - 7)(x + 3) + (x - 1)(x + 5) = 102$ ;  
 4)  $10(x - 2) + 19 = (5x - 1)(1 + 5x)$ .
354. 1)  $(3x - 8)^2 - (4x - 6)^2 + (5x - 2)(5x + 2) = 96$ ;  
 2)  $(2x - 7)^2 + (3x - 5)^2 - (4x - 9)(4x + 9) = 2(64 - 29x)$ .
355. 1)  $\frac{5x^2 + 9}{6} - \frac{4x^2 - 9}{5} = 3$ ;  
 2)  $\frac{3x^2 - 11}{8} + \frac{74 - 2x^2}{12} = 10$ ;  
 3)  $\frac{8x^2 - 3}{5} + \frac{9x^2 - 5}{4} = 2$ ;  
 4)  $\frac{13x^2 - 4}{12} - \frac{20 - 3x^2}{18} = 3\frac{5}{9}$ .
356. 1)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 2\frac{2}{3}$ ;  
 2)  $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9}$ ;  
 3)  $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}$ ;  
 4)  $\frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}$ .
357. 1)  $(x+a)(x-b) + (x+b)(x-a) = 2a^2 - 2ab$ ;  
 2)  $(a+x)(a+2x) - (a-x)(a-2x) = (a+3x)^2 - a^2 - 9b^2$ ;  
 3)  $(ax+b)^2 - (a-bx)^2 - 4abx + a^2(x^2 - 1) = 0$ .
358. 1)  $\frac{a^3x}{b} = \frac{b}{ax}$ ; 2)  $\frac{ax}{b^2} = \frac{b^2}{a^5x}$ ; 3)  $\frac{a^5}{b^3x} = \frac{bx}{a^5}$ ; 4)  $\frac{m^3}{n^2x} = \frac{n^4x}{m}$ .
359. 1)  $\frac{x}{x+a} + \frac{x}{x-a} = 2\frac{2}{3}$ ; 2)  $\frac{ax+b}{a} = \frac{ab}{a^2-x}$ ;  
 3)  $\frac{ax+b}{x-a} = \frac{x-b}{x+a}$ ; 4)  $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} = \frac{a(3x+2a)}{x^2-a^2}$ .

## § 20. Täielikud ruutvõrrandid<sup>1</sup>.

(Võrrandid 360—362 lahendada kaksliikme täisruudu eraldamise teel.)

360. 1)  $x^2 + 8x - 33 = 0$ ;  
 2)  $x^2 + 12x - 64 = 0$ ;  
 3)  $x^2 - 8x = 20$ ;  
 4)  $x^2 - 4x = 45$ .
361. 1)  $x^2 + 12x = -35$ ;  
 2)  $x^2 + 14x + 24 = 0$ ;  
 3)  $x^2 - 11x + 30 = 0$ ;  
 4)  $x^2 - 11x = 60$ .
362. 1)  $x^2 + x - 30 = 0$ ;  
 2)  $x^2 - x - 12 = 0$ ;  
 3)  $x^2 - x - 20 = 0$ ;  
 4)  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

<sup>1</sup> Paralleelselt ruutvõrrandite lahendamisega on soovitatav lahendada ka vastavaid ülesandeid ruutvõrrandite koostamise kohta (§ 22).

363. 1) Missuguste  $x$  väärtuste puhul kolmliige  $y = x^2 + 7x + 10$ : a) võrdub nulliga? b) omandab väärtuse 4? c) kas antud kolmliige võib omandada väärtuse  $(-5)$ ?

2) Missuguste  $x$  väärtuste puhul on kolmeliikmel  $y = x^2 + 7x + 6$  ja kaksliikmel  $y = x + 1$  võrdsed väärtused ja missugused nimelt?

Lahendada võrrandid:

364. 1)  $x^2 - \frac{5}{3}x - 26 = 0$ ; 2)  $x^2 - 4\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2} = 0$ ;

3)  $x^2 + 2\frac{1}{2}x + 1 = 0$ ; 4)  $x^2 + 3\frac{5}{12}x + 2 = 0$ ;

✓ 5)  $x^2 - 2,4x - 13 = 0$ ; 6)  $x^2 - 5,6x + 6,4 = 0$ .

365. ✓ 1)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$ ; 2)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$ ;

✓ 3)  $4x^2 + x - 3 = 0$ ; 4)  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ .

366. 1)  $10x^2 - 3x - 1 = 0$ ; 2)  $3x^2 + 2x - 8 = 0$ ;

3)  $3x^2 + 11x + 6 = 0$ ; 4)  $4x^2 - 17x - 15 = 0$ .

367. ✓ 1)  $(3x - 1)(x + 2) = 20$ ; 2)  $(x - 4)(4x - 3) + 3 = 0$ ;

3)  $(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$ ;

4)  $(x + 5)^2 + (x - 2)^2 + (x - 7)(x + 7) = 11x + 30$ .

368. ✓ 1)  $\frac{3x - 7}{x + 5} = \frac{x - 3}{x + 2}$ ; ✓ 2)  $\frac{5 + 2x}{4x - 3} = \frac{3x + 3}{7 - x}$ ;

✓ 3)  $\frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{5x - 3}{3x + 5}$ ; 4)  $\frac{5 - x}{2x - 1} = \frac{15 - 4x}{3x + 1}$ .

369. 1)  $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x + 5}{6}$ ; 2)  $\frac{x(x - 7)}{3} - 1 = \frac{11x}{10} - \frac{x - 4}{3}$ ;

3)  $\frac{5(x - 1)}{4} = \frac{x}{6} + \frac{6}{x}$ ; 4)  $\frac{7}{x} - \frac{21 + 65x}{7} + 8x + 11 = 0$ .

✓ 370. 1)  $\frac{(x + 3)^2}{5} + 1 - \frac{(3x - 1)^2}{5} = \frac{x(2x - 3)}{2}$ ;

2)  $\frac{5x - x^2}{3} - \frac{(5x - 11)^2}{4} = 6 - \frac{(7 - x)^2}{2}$ ;

3)  $\frac{(x - 12)^2}{6} - \frac{x}{9} + \frac{x(x - 9)}{18} = \frac{(x - 14)^2}{2} + 5$ ;

4)  $6x + \frac{(3 + 5x)^2}{2} = \frac{8 - 2x}{5} - \frac{(x + 3)(x + 7)}{2}$ .

371. 1)  $3x + \frac{(x - 3)^2}{4} = \frac{(x + 3)^2}{8} + \frac{(x + 1)(x - 1)}{3}$ ;

2)  $\frac{5x - 1}{9} + \frac{3x - 1}{5} = \frac{2}{x} + x - 1$ ;

3)  $x - 7 + \frac{(x - 6)^2}{3} = \frac{(x + 4)^2}{2} - \frac{(x + 2)(x + 6)}{4}$ .

372. Kas järgmised võrrandid on samaväärsed?

1)  $x - 7 = 3 - x$  ja  $(x - 7)x = (3 - x)x$ ;

2)  $(x - 4)(x + 2) = 5(x - 4)$  ja  $x + 2 = 5$ ;

3)  $x + 2 = 3$  ja  $(x + 2)^2 = 3(x + 2)$ ;

4)  $(3 - x)(x - 1) = (x + 2)(x - 1)$  ja  $3 - x = x + 2$ ;

5)  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{3-x}{x-1}$  ja  $x + 1 = 3 - x$ ;

6)  $x^2 + 5x + 8 = 2$  ja  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .

Lahendada võrrandid:

373. 1)  $\frac{6}{5x-1} = 3x + 8$ ; 2)  $5x + 6 = \frac{7}{2x+9}$ ;

3)  $\frac{x(1-x)}{1+x} = 6$ ; 4)  $5 - \frac{45}{4x^2-1} = \frac{3x}{2x-1} - \frac{39}{2x+1}$ .

374. 1)  $4 - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - \frac{x+11}{x^2-1}$ ;

2)  $\frac{14}{x^2-9} + \frac{4-x}{3+x} = \frac{7}{x+3} - \frac{1}{3-x}$ ;

3)  $\frac{7}{x+1} + \frac{x+4}{2x-2} = \frac{3x^2-38}{x^2-1}$ ;

4)  $\frac{x+0,5}{9x+3} = \frac{x+2}{3x-1} - \frac{8x^2+3}{9x^2-1}$ ;

375. 1)  $\frac{13-x}{3+x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{3}{x+3} - \frac{2}{3-x}$ ;

2)  $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$ ;

3)  $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+1}$ ;

4)  $\frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-1} = \frac{1}{x-4} - \frac{2}{x-3}$ .

376. 1)  $1 - \frac{8}{x-4} = \frac{5}{3-x} - \frac{8-x}{x+2}$ ;

2)  $1 - \frac{3-2x}{5-x} = \frac{3}{3-x} - \frac{x+3}{x+1}$ ;

3)  $\frac{x+1}{4x} - \frac{5x-1}{2x-4} = \frac{8-x}{3x^2-6x} - \frac{x-5}{x-2}$ ;

4)  $\frac{20+x}{2x-2} - \frac{9x^2+x+2}{6x^2-6} = \frac{5-3x}{x+1} - \frac{10-4x}{3x+3}$ .

377. 1)  $\frac{30}{x^2-1} - \frac{13}{x^2+x+1} = \frac{7+18x}{x^3-1}$ ;

2)  $\frac{2}{x^2-x+1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x-1}{x^3+1}$ ;

- 3)  $\frac{13}{x^3+1} - \frac{17x+10}{5x^2-5x+5} = -\frac{5}{x+1}$ ;
- 4)  $\frac{x+36}{x^3-1} = \frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2-x+16}{x^2+x+1}$ .
378. 1)  $\frac{1}{4x+8} = \frac{20x+1}{4x^2-16} - \frac{7-5x}{x^2-4x+4}$ ;
- 2)  $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0$ ;
- 3)  $\frac{1}{x^3-x^2+x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{x^2+10x}{x^4-1} - \frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}$ ;
- 4)  $\frac{5}{x^2-4} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-3x+2} - \frac{20}{x^2+3x+2}$ .
379. 1)  $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x+20} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+8}$ ;
- 2)  $\frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-7}$ ;
- 3)  $\frac{1}{x-8} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-11} - \frac{1}{x-10}$ ;
- 4)  $\frac{1}{x-9} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x+18} + \frac{1}{x-10}$ .
380. 1)  $\frac{1}{6x+6} + \frac{1}{3x+6} = \frac{1}{x+3}$ ; 2)  $\frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x+2}$ ;
- 3)  $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4$ ;
- 4)  $\frac{4(3x+1)}{(x-1)(x+3)} = \frac{3x-2}{x-1} - \frac{2x+3}{x+3}$ .
381. 1)  $\sqrt{2}z^2 + 4\sqrt{3}z - 2\sqrt{2} = 0$ ;
- 2)  $z^2 + 2(\sqrt{3}+1)z + 2\sqrt{3} = 0$ ;
- 3)  $\frac{x\sqrt{5}}{2x-\sqrt{5}} = \frac{2x}{x\sqrt{5}-3}$ ; 4)  $\frac{2x}{x\sqrt{3}-5} = \frac{x\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}$ .

382. Arvutada järgmiste võrrandite lahendite ligikaudsed väärtused (täpsusega kuni 0,1):

- 1)  $2x^2 + 15x + 5 = 0$ ; 2)  $3x^2 + 14x + 4 = 0$ ;
- 3)  $5x^2 + 24x + 9 = 0$ ; 4)  $7x^2 - 27x + 12 = 0$ ;
- 5)  $4x^2 + 3x - 2 = 0$ ; 6)  $6x^2 - 10x - 1 = 0$ .

383. Lahendada graafiliselt järgmised võrrandid:

- 1)  $x^2 - x - 2 = 0$  (joon. 14); 2)  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ;
- 3)  $2x^2 - 3x - 4 = 0$ ; 4)  $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{5x-3}{3x+5}$ .

Lahendada täheliste kordajatega ruutvõrrandid <sup>1</sup>:

384. 1)  $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$ ; 2)  $x^2 - 11ax - 60a^2 = 0$ ;

3)  $x^2 - 3ax + 2a^2 - ab - b^2 = 0$ ;

4)  $x^2 - 4ax + 4a^2 = b^2$ .

385. 1)  $x^2 - (2a - b)x + a^2 - ab - 2b^2 = 0$ ;

2)  $x^2 - 5(a - b)x + 6a^2 - 13ab + 6b^2 = 0$ ;

3)  $(a^2 - b^2)x^2 - 4abx = a^2 - b^2$ ;

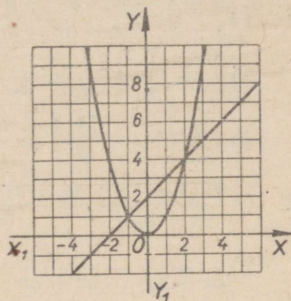
4)  $(ax - b)^2 + (a - bx)^2 + 4abx = 2(a^2 + b^2)x$ .

386. 1)  $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$ ;

2)  $\frac{x-b}{a-b} = \frac{x^2}{a^2}$ ;

3)  $\frac{3x-a}{a} = \frac{4x-a}{2x}$ ;

4)  $\frac{2x-a}{b} = \frac{4x-b}{2x+a}$ .



Joon. 14.

387. 1)  $1 + \frac{4a}{x+a} = \frac{3x}{2x-a}$ ;

2)  $\frac{1}{b+x} = \frac{3b}{2x^2} - \frac{1}{x}$ ;

3)  $\frac{3x+a}{b} = 4 - \frac{9x-3a}{6x-b}$ ; 4)  $\frac{m}{x-m} - \frac{x}{x+m} = \frac{7}{5}$ .

388. 1)  $\frac{2x}{x+b} + \frac{x}{x-b} = \frac{b^2}{4x^2 - 4b^2}$ ;

2)  $\frac{5a^2}{4x^2 - a^2} = \frac{2x}{2x-a} - \frac{x}{2x+a}$ ;

3)  $\frac{x^2 + 4ab}{b^2 - x^2} = \frac{x-a}{x+b} - \frac{x+a}{x-b}$ ; 4)  $\frac{2x}{a-x} - \frac{3x^2}{x^2 - a^2} = \frac{9a}{2a + 2x}$ .

389. 1)  $\frac{2x}{x-b} + \frac{12x^2}{b^2 - x^2} = \frac{b-x}{x+b}$ ;

2)  $\frac{2ax}{2ax-b} = \frac{3b}{2ax+b} - \frac{a^2x^2 + 2b^2}{b^2 - 4a^2x^2}$ ;

<sup>1</sup> Vastused täheliste kordajatega ruutvõrrandite kohta on antud järgmistel tingimustel:

- 1) tundmatu ruudu kordaja ei võrdu nulliga;
- 2) mitte ühegi võrrandist saadava murru nimetaja ei võrdu nulliga;
- 3) ruutvõrrandi diskriminant ei ole negatiivne arv.

Harjutuste lahendamisel tuleb õpetada õpilasi teostama ruutvõrrandi lahendite uurimist võrrandi kordajate ja diskriminandi järgi.

$$3) \frac{x}{x-a} - \frac{2a}{x+a} = \frac{8a^2}{x^2-a^2};$$

$$4) \frac{x}{a} + \frac{1}{ax-bx} + \frac{b}{a^2x-abx} = \frac{2}{a-b}.$$

$$390. 1) \frac{a+b}{2a-ax+2-x} + \frac{1}{a+1} = \frac{b+1}{2x-x^2};$$

$$2) x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}; \quad 3) a^2 - \frac{a^2-b^2}{2x-x^2} = \frac{b^2(x+2)}{x-2};$$

$$4) \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} - \frac{1}{x-c} = 0.$$

$$391. 1) \frac{a-x}{x-b} - \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}; \quad 2) \frac{2a+m}{a+x} - \frac{2a-m}{a-x} = \frac{2a}{m};$$

$$3) \frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{x} = \frac{1}{m+n+x};$$

$$4) \frac{a}{bx} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) = \frac{b(x+2)}{a} - \frac{a(x-2)}{b}.$$

$$392. 1) \frac{2x(x+1)}{6x+3} - \frac{(a+2)(2-a)}{6a} = \frac{1}{4x+2};$$

$$2) \frac{1}{cx+nx} - \frac{1}{ac+an} = \frac{a-x}{2ax^2};$$

$$3) \frac{n-p+1}{nx+px} = \frac{1}{(n+p)^2} + \frac{n-p}{x^2};$$

$$4) \frac{1}{ax-cx^2} - \frac{1}{a-c} = \frac{d(x-1)}{a^2-acx-ac+c^2x}.$$

## § 21. Ruutvõrrandi lahendite omadused ja ruutvõrrandite uurimine.

393. (Peast.) Leida iga järgmise võrrandi lahendite summa ja korrutis:

$$\checkmark 1) x^2 - 6x + 8 = 0; \quad 2) x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$\checkmark 3) 8x^2 + 2x - 3 = 0; \quad \checkmark 4) 3x^2 - 7x + 2 = 0;$$

$$\checkmark 5) x^2 - 6ax + 5a^2 = 0; \quad 6) 2mx^2 + nx - p = 0.$$

Koostada ruutvõrrandid nende lahendite järgi:

$$\checkmark 394. (Peast.) 1) 2 \text{ ja } 3; 2) 6 \text{ ja } -2;$$

$$\checkmark 3) -5 \text{ ja } -3; 4) 1 \text{ ja } -2.$$

✓ 395. (Peast.) 1)  $\frac{1}{2}$  ja  $-\frac{1}{4}$ ; 2) 0,4 ja  $-0,2$ ;

3)  $2\frac{1}{2}$  ja  $1\frac{1}{2}$ ; 4)  $-\frac{3}{5}$  ja  $-\frac{5}{3}$ .

396. (Peast.) 1)  $-1$  ja  $-1$ ; 2) 5 ja 0;

3) 0 ja  $-1$ ; 4) 5 ja  $-5$ .

397. 1)  $\sqrt{3}$  ja  $\sqrt{5}$ ; 2)  $-\sqrt{2}$  ja  $-\sqrt{3}$ ;

3)  $2\sqrt{3}$  ja  $3\sqrt{3}$ ; 4)  $-2$  ja  $\sqrt{5}$ ;

5)  $2 + \sqrt{3}$  ja  $2 - \sqrt{3}$ ; 6)  $1 - \sqrt{2}$  ja  $1 + \sqrt{2}$ ;

✓ 7)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  ja  $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ ;

8)  $\frac{2 + 3\sqrt{2}}{3}$  ja  $\frac{2 - 3\sqrt{2}}{3}$ .

398. 1)  $a$  ja  $b$ ; 2)  $\frac{a}{3}$  ja  $-\frac{a}{2}$ ;

3)  $m + n$  ja  $m - n$ ; 4)  $\frac{a}{b}$  ja  $-\frac{b}{a}$ .

399. ✓ 1)  $\frac{a+b}{a-b}$  ja 1; 2)  $\frac{a}{1-a}$  ja  $\frac{b}{1-a}$ ;

3)  $\frac{a+b}{a-b}$  ja  $-\frac{a-b}{a+b}$ .

400. 1)  $a + \sqrt{b}$  ja  $a - \sqrt{b}$ ; 2)  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  ja  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ;

3)  $3m + 2n\sqrt{5}$  ja  $3m - 2n\sqrt{5}$ ; 4)  $a + b\sqrt{m}$  ja  $a - b\sqrt{m}$ .

401. 1) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid kaks korda suuremad võrrandi  $x^2 - 5x + 6 = 0$  lahendeist.

2) On teada, et  $x_1$  ja  $x_2$  on võrrandi  $x^2 + px + q = 0$  lahendid. Koostada uus võrrand, mille lahendid oleksid  $k$  korda suuremad antud võrrandi lahendeist.

✓ 402. 1) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid võrrandi  $x^2 - 5x + 6 = 0$  lahendeist kahe võrra suuremad.

2) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid võrrandi  $x^2 + px + q = 0$  lahendeist  $\frac{p}{2}$  võrra suuremad.

403. Koostada ruutvõrrand, milles tundmatu esimese astme kordajaks oleks  $(-15)$  ja üks lahendeist oleks kaks korda suurem teisest.

404. 1) On antud ruutvõrrand  $x^2 - 8x + 12 = 0$ . Seda võrrandit lahendamata koostada uus võrrand, mille lahendeiks oleksid antud võrrandi lahendite pöördväärtused.

2) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid võrrandi:  
a)  $x^2 + px + q = 0$ ; b)  $ax^2 + bx + c = 0$  lahendite pöördväärtused.

405. 1) Võrrandit  $x^2 - 2x - 15 = 0$  lahendamata arvutada tema lahendite ruutude summa.  *$x_1 + x_2 = +2$   $x_1 \cdot x_2 = -15$*

2) Võrrandit  $x^2 + px + q = 0$  lahendamata avaldada  $p$  ja  $q$  kaudu tema lahendite ruutude summa.

406\*. Avaldada  $p$  ja  $q$  kaudu:

1) võrrandi  $x^2 + px + q = 0$  lahendite ruutude vahe;

2) võrrandi  $x^2 + px + q = 0$  lahendite kuupide summa ja kuupide vahe.

407. Võrrandi  $x^2 + 3x + m = 0$  lahendeiks on  $x_1$  ja  $x_2$ .

Missuguse  $m$  väärtuse puhul:

1) võrrandi lahendite vahe on 6?

2) võrrandi üks lahend on teisest kaks korda suurem?

408. Võrrandis  $x^2 - 6x + q = 0$  määrata  $q$  väärtus nii, et selle võrrandi lahendid  $x_1$  ja  $x_2$  rahuldaksid võrrandit

$$3x_1 + 2x_2 = 20.$$

409. Võrrandis  $3x^2 - 5x + k = 0$  määrata  $k$  väärtus nii, et selle võrrandi lahendid  $x_1$  ja  $x_2$  rahuldaksid võrrandit

$$6x_1 + x_2 = 0.$$

410. Missuguse  $k$  väärtuse puhul on võrrandil:

1) $x^2 + kx + 15 = 0$	lahend	5?
2) $x^2 + kx - 24 = 0$	„	-3?
3) $kx^2 - 15x - 7 = 0$	„	7?
4) $kx^2 + 12x - 3 = 0$	„	$\frac{1}{5}$ ?
5) $x^2 - 2ax + k = 0$	„	$a - b$ ?
6) $x^2 + kx + a^2 - b^2 = 0$	„	$a + b$ ?

Lahutada tegureiks järgmised kolmeliikmed:

411. 1)  $x^2 - 4x + 3$ ; 2)  $x^2 - 10x + 9$ ;

3)  $x^2 - 2x - 35$ ; 4)  $x^2 - 4x - 60$ .

412. 1)  $x^2 + 7x + 10$ ; 2)  $x^2 + 25x + 114$ ;  
 3)  $a^2 - 17a + 72$ ; 4)  $a^2 - 29a + 198$ .
413. 1)  $m^2 - m - 56$ ; 2)  $m^2 - m - 12$ ;  
 3)  $3x^2 - 7x - 40$ ; 4)  $5x^2 + 17x - 126$ .
414. 1)  $2a^2 - 5a + 2$ ; 2)  $3a^2 - 2a - 1$ ;  
 3)  $5m^2 + m - 4$ ; 4)  $2m^2 - m - 3$ .
415. 1)  $x^2 - ax - 6a^2$ ; 2)  $x^2 + ax - 2a^2$ ;  
 3)  $x^2 - 2ax + (a^2 - b^2)$ ; 4)  $x^2 - 6bx - (4a^2 - 9b^2)$ .
416. 1)  $4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4$ ; 2)  $4x^2 - 20ax + 9a^2$ ;  
 3)  $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab$ ;  
 4)  $(a^2 - b^2)x^2 - 4abx - (a^2 - b^2)$ .

417. Taandada järgmised murrud:

- 1)  $\frac{a^2 + 6a - 91}{a^2 + 8a - 105}$ ; 2)  $\frac{2a^2 + 8a - 90}{3a^2 - 36a + 105}$ ;  
 3)  $\frac{a^2 - 9ab + 14b^2}{a^2 - ab - 2b^2}$ ; 4)  $\frac{2a^2 - ab - 3b^2}{2a^2 - 5ab + 3b^2}$ ;

Alljärgnevid võrrandeid lahendamata otsustada, missuguseil neist on kaks erinevat lahendit, kaks võrdset lahendit või ei ole lahendeid (reaalseid).

418. 1)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ ; 2)  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  
 3)  $x^2 + 7x + 15 = 0$ ; 4)  $x^2 - 2x + 5 = 0$ .
419. 1)  $x^2 - 10x + 25 = 0$ ; 2)  $x^2 + 16x + 48 = 0$ ;  
 3)  $x^2 - 14x + 49 = 0$ ; 4)  $x^2 + x - 1 = 0$ .
420. 1)  $x^2 - 4x - 8 = 0$ ; 2)  $4x^2 + 6x + 9 = 0$ ;  
 3)  $7x^2 - x - 1 = 0$ ; 4)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ .
421. 1)  $12x - 4 = x^2$ ; 2)  $4x^2 + 5 = 10x$ ;  
 3)  $4x^2 + 9x = -2$ ; 4)  $2x^2 + 3x = 2$ .

Järgmisi võrrandeid lahendamata määrata lahendite märgid:

422. 1)  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ; 2)  $x^2 + 4x - 5 = 0$ ;  
 3)  $x^2 + 20x + 19 = 0$ ; 4)  $x^2 + 2x + 1 = 0$ .
423. 1)  $x^2 + 9x - 22 = 0$ ; 2)  $x^2 - 20x - 300 = 0$ ;  
 3)  $2x^2 + 5x = -2$ ; 4)  $3x^2 + 8x = 4$ .
424. 1)  $4x^2 + 5 = 10x$ ; 2)  $8x^2 - 1 = 2x$ ;  
 3)  $2x^2 + 3x = 2$ ; 4)  $4x^2 + 9x + 2 = 0$ .

Missuguste  $a$  väärtuste puhul omavad järgmised võrrandid kaht võrdset lahendit?

425. 1)  $x^2 + ax + 9 = 0$ ;      2)  $x^2 + 12x + a = 0$ ;  
3)  $ax^2 + 4x + 1 = 0$ ;      4)  $9x^2 + 6x + a = 0$ .

426. 1)  $4x^2 + ax + 9 = 0$ ;  
2)  $x^2 + 2(a - 4)x + a^2 + 6a + 3 = 0$ ;  
3)  $(2 + a)x^2 + 6ax + 4a + 1 = 0$ ;  
4)  $(a - 1)x^2 + 2(a + 1)x + a - 2 = 0$ .

427. Näidata, et kui ruutvõrrandi  $ax^2 + bx + c = 0$  diskriminant on null, siis selle võrrandi vasak pool on täisruut.

428. Koostada taandatud ruutvõrrand, millel on: 1) positiivsed lahendid; 2) vastupidiste märkidega lahendid; 3) võrdsed negatiivsed lahendid.

429\*. Ratsionaalsete kordajatega ruutvõrrandi üheks lahendiks on  $1 + \sqrt{2}$ . Leida teine lahend ning koostada vastav võrrand.

## § 22. Ülesandeid ruutvõrrandite koostamise kohta.

430. On vaja tarastada riskülikukujuline aiamaa, mille üks külg on 10 m võrra pikem kui teine. Leida tara pikkus, teades, et maatüki pindala on 1200 m<sup>2</sup>.

431. Risküliku kõrgus moodustab 75% tema alusest. Leida selle risküliku übermõõt, teades, et risküliku pindala on 48 m<sup>2</sup>.

432. Niit on ühe ruudu übermõõdu pikkune. Selle otsast lõigati ära 36 cm. Niiviisi lühendatud niidi pikkus võrdub teise ruudu übermõõduga, mille pindala on  $2\frac{1}{4}$  korda väiksem esimese pindalast. Leida niidi esialgne pikkus.

433. Kui ruudukujulisest plekitahvlist lõigati ära 3 cm laiune riba, siis jäi järele 10 cm<sup>2</sup> plekki. Leida plekitahvli esialgsed mõõdmed.

434. 15 tonni juurvilja transportimiseks telliti ühesuguse kandejõuga veomasinaid. Et garaažis säärase kandejõuga vabu masinaid ei olnud, siis saadeti teisi masinaid ühe võrra rohkem, sest nende kandejõud oli  $\frac{1}{2}$  tonni vähem kui suuremail masinail. Mitu tonni juurvilja laaditi igale masinale?

435. Kolhoos pidi täis külvama teatavaks tähtajaks 200 ha. Et ta külvas iga päev 5 ha võrra rohkem, kui oli plaanis ette nähtud, siis lõpetas kolhoos külvi 2 päeva enne tähtaega. Mitme päevaga lõpetati külv?

436. Metsaraiujate brigaad pidi plaani järgi üles töötama teatud aja jooksul 216 kuupmeetrit küttepuid. Esimesel kolmel päeval täitis brigaad iga päev määratud normi. Siis ületas ta iga päev 8 kuupmeetri võrra plaani, mistõttu juba päev enne tähtaega oli üles töötatud 232 kuupmeetrit. Mitu kuupmeetrit küttepuid pidi brigaad üles töötama iga päev plaani järgi?

437. Klubi saalis oli 320 kohta. Pärast seda, kui kohtade arvu suurendati igas reas 4 võrra ja lisati veel üks rida, on saalis 420 kohta. Mitu rida on nüüd klubi saalis?

438. Kaks sõiduautot väljuvad ühest linnast teise. Esimese sõidukiirus tunnis on 10 km võrra suurem kui teise kiirus ja seepärast jõuab ta kohale 1 tund varem. Leida kummagi auto kiirus, kui on teada, et linnade-vaheline kaugus on 560 km.

439. Kaks lennukit tõusid üheaegselt aerodroomilt lennuks punkti, mis on aerodroomist 1600 km kaugusel. Ühe lennuki kiirus tunnis on 80 km suurem kui teise kiirus ja seepärast saabub ta sihtkohta 1 tund enne teist. Leida kummagi lennuki kiirus.

440. Aurik, sõites mööda jõge päri voolu 48 km ja niisama palju vastuvoolu, kulutas selleks 5 tundi. Leida auriku kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiiruseks võtta 4 km tunnis.

441. Kahe sadama vaheline kaugus mööda jõge on 80 km. Aurik sõidab selle tee edasi-tagasi 8 tunni 20 minutiga. Leida auriku kiirus seisvas vees, võttes jõe voolu kiiruseks 4 km tunnis.

442. Paat sõitis mööda jõge vastuvoolu  $22\frac{1}{2}$  km ja päri voolu  $28\frac{1}{2}$  km ning kulutas selleks 8 tundi. Jõe voolu kiirus on  $2\frac{1}{2}$  km tunnis. Leida paadi liikumise kiirus seisvas vees.

443. Punktist A lasti liikuma mööda jõge palgiparv. 5 tunni 20 minutit hiljem väljus samast punktist samas suunas mootorpaat, mis jõudis parvele järele, kui see oli läbinud 20 km. Mitu kilomeetrit läbis parv tunnis, kui mootorpaat läbis tunnis 12 km võrra rohkem?

444. Kahe sadama vaheline kaugus mööda jõge on 30 km. Mootorpaat läbib selle vahemaa edasi-tagasi 6 tunniga, kulutades sellest ajast 40 minutit peatusteks. Leida mootorpaadi omakiirus (s. o. kiirus seisvas vees), kui jõe voolu kiirus on 3 km tunnis.

445. Kaks kommunistlike noorte brigaadi lõpetasid koos töötades puude istutamise õppe-katseaias 4 päevaga. Mitu päeva oleks kulunud selleks tööks kummalgi brigaadil eraldi, kui üks brigaadidest oleks võinud lõpetada puude istutamise 6 päeva kiiremini kui teine?

446. Veepaak täitub kahe toru kaudu 2 tunni 55 minutiga. Esimene toru võib täita paagi 2 tunni võrra kiiremini kui teine. Mitme tunniga võib kumbki toru üksi täita paagi?

447. Kaks rehepeksumasinat masindavad koristatud nisu 4 päevaga. Kui esimene neist oleks masindanud poole kogu nisust ja siis teine ülejäänud osa, oleks kogu töö lõpetatud 9 päevaga. Mitme päevaga oleks kumbki rehepeksumasin üksi masindanud kogu nisu?

448. Koos töötades võivad kaks töolist lõpetada teatud töö 12 päevaga. Kui esimene sooritaks üksi töötades poole kogu tööst ja teine üksi ülejäänud osa, siis lõpetataks kogu töö 25 päevaga. Mitme päevaga lõpetaks selle töö kumbki tööline üksi töötades?

449. Kaks müürseppa, kellest teine alustas tööd  $1\frac{1}{2}$  päeva hiljem, võivad seina üles laduda 7 päevaga. Mitme päevaga laoks selle seina üles kumbki neist üksi töötades, kui on teada, et teine müürsepp võib selle töö teha 3 päeva kiiremini kui esimene?

450. Kündes kahe erineva võimsusega traktoriga, künti 4 päevaga üles  $\frac{2}{3}$  kolhoosi põllust. Mitu päeva kuluks kogu põllu üleskündmiseks kummagi traktoriga eraldi, kui esimese traktoriga võib kogu põllu üles künda 5 päeva kiiremini kui teisega?

451. Aerodroomilt lendasid välja üheaegselt kaks lennukit, üks suunaga lõunasse, teine suunaga itta. Esimese kiirus oli 192 km tunnis, teise kiirus 256 km tunnis. Kui kaugel olid lennukid teineteisest 3 tunni pärast?

452. Sadamast väljusid üheaegselt kaks aurikut, üks põhja ja teine ida suunas. Kahe tunni pärast oli nendevaheline kaugus 60 km. Leida kummagi auriku kiirus, teades, et ühe kiirus on 6 km võrra tunnis suurem teise omast.

453. Riide hinda alandati nii mitme protsendi võrra, kui mitu rubla maksis riide meeter enne hinna alandamist. Mitme protsendi võrra alandati riide hinda, kui riiet hakati müüma hinnaga 16 rbl. meeter?

454. Pärast kaht järjestikust hinnaalandust ühe ja sama protsendi võrra langes fotoaparaadi hind 300 rublalt 192 rublani. Mitu protsenti alandati fotoaparaadi hinda kummalgi korral?

455. Linna elanike arv suurenes kahe aastaga 20 000 inimeselt 22 050 inimeseni. Leida selle linna elanike iga-aastase juurdekasvu keskmine protsent.

456. Kooperatiiv ostis teatud summa eest kaupa ja müüs selle 100-rublase juurdehindlusega. Saadud raha eest ostis kooperatiiv uut kaupa ja, teinud sellele juurdehindluse niisama palju protsente kui esimeselgi korral, müüs kauba 1210 rubla eest. Mitme rubla eest ostis kooperatiiv kaupa esimesel korral?

457. Jalgpalli esivõistluste sarjas mängiti 55 matši, kusjuures iga meeskond mängis iga ülejäänud meeskonnaga ühe korra. Mitu meeskonda võttis osa võistlustest?

458. Kui iga malevõistlustest osavõtja mängib iga ülejäänud osavõtjaga ühe partii, siis mängitakse üldse 231 partiid. Mitu maletajat võtab osa turniirist?

459. Lõppklassi kõik õpilased vahetasid üksteisega oma fotosid. Mitu õpilast oli klassis, kui kokku vahetati 870 fotot?

460. Läbi punktide, mis asetsevad nii, et ükski kolmest pole ühel ning samal sirgel, on tõmmatud neid punkte kahekaupa ühendavad sirged. Leida, mitu punkti on võetud, kui sirgeid on üldse tõmmatud 45?

461. Kumeras hulknurgas on tõmmatud kõik võimalikud diagonaalid, kokku 14. Mitu külge on sel hulknurgal?

462. Missugusel hulknurgal on diagonaale 12 võrra rohkem kui külgi?

463. Ristkülikukujulise väljaku keskele, mille küljed on 12 m ja 10 m, on vaja rajada ristkülikukujuline lillepeenar pindalaga  $8 \text{ m}^2$  nii, et selle ääred oleksid ühekaugusel väljaku äärtest. Kui kaugel väljaku äärest peab asetsema lillepeenra äär?

464. Ristkülikukujulise kasti kaande, mille pikkus on 30 cm ja laius 20 cm, on vaja lõigata ristkülikukujuline ava pindalaga  $200 \text{ cm}^2$  nii, et selle ääred oleksid kaane äärtest kõikjalt ühekaugusel. Kui kaugel kaane äärtest peavad asetsema ava ääred?

465. Foto, mõõtmega  $12 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$ , on asetatud ühtlase laiusega raami. Leida raami laius, kui selle pindala on võrdne foto pindalaga.

466. Plaani järgi pidi traktorist 2 päevaga üles kündma ristkülikukujulise maatüki, mille pikkus on 400 m ja laius 300 m. Alustanud ringküundi maatüki äärtest, liikus traktorist mööda kündmata osa serva ja lähenes seega järk-järgult maatüki keskkohale. Kui kaugel maatüki äärtest peab traktorist peatama traktori, et oleks küntud pool maatükist?

467. Ristkülikukujuline lillepeenar, mille küljed on 2 m ja 4 m, on piiratud ühelaiuse teega. Leida tee laius, kui selle pindala on 9 korda suurem kui lillepeenra pindala.

468. Ristkülikukujulisest plekitahvlist on valmistatud pealt lah-tine karp niiviisi, et tahvli igast nurgast on välja lõigatud ruut, mille külg 5 cm, ning tekkinud servad kokku murtud. Missuguste mõõtmega oli plekitahvel, kui selle pikkus oli kaks korda suurem laiusest ning kui saadud karbi ruumala on  $1500 \text{ cm}^3$ ?

469. Piiritusega täidetud anumast, mis mahutab 20 l, valati välja osa piiritust ja kallati juurde niisama palju vett. Siis valati välja niisama palju segu ja täideti uuesti anum veega. Pärast seda jäi anumasse 5 l puhast piiritust. Mitu liitrit vedelikku valati anumast välja kummaldi korral?

470. Kahest linnast, mille vahemaa on 900 km, väljusid teineteisele vastu kaks rongi ja kohtusid poolel teel. Leida kummagi rongi kiirus, kui esimene väljus 1 tund hiljem teisest ning sõitis 5 km võrra suurema tunni kiirusega kui teine.

471. Kaks rongi väljuvad linnadest, mille vahemaa on 360 km, ja sõidavad teineteisele vastu. Kui teine rong väljuks jaamast 1,5 tundi varem esimesest, kohtuksid nad poolel teel. Kui nad väljuksid üheaegselt, oleks pärast 5-tunnist sõitu nende vahemaa 90 km. Leida kummagi rongi kiirus.

472. Kaks sõiduauto väljusid üheaegselt linnadest A ja B teineteisele vastu. Tunni aja pärast nad kohtusid ning peatumata jät-

kasid sõitu sama kiirusega. Esimene saabus linna  $B$  27 minutit hiljem kui teine linna  $A$ . Leida kummagi auto kiirus, kui on teada, et linnade vaheline kaugus on 90 km.

✓ 473. Kaks jalgratturit väljuvad üheaegselt teineteisele vastu punktidest  $A$  ja  $B$ , mille vahemaa on 28 km, ja kohtuvad tunni pärast. Peatumata jätkavad nad sõitu sama kiirusega ning esimene saabub punkti  $B$  35 minutit varem kui teine punkti  $A$ . Leida kummagi jalgratturi sõidukiirus.

474. Punktidest  $A$  ja  $B$ , mille vahemaa on 24 km, väljusid ühel ja samal ajal teineteisele vastu kaks sõiduautot. Pärast kohtumist tuli autol, mis väljus punktist  $A$ , sõita punktini  $B$  veel 16 minutit, teisel punktini  $A$  4 minutit. Leida kummagi auto kiirus.

475. Kahelt aerodroomilt väljusid üheaegselt teineteisele vastu helikopter ja õppelennuk. Helikopter lendas kohtumiseni 100 km võrra vähem kui lennuk. Ülejäänud osa teest läbis lennuk 1 tunni 20 minutiga, helikopter 3 tunniga. Leida aerodroomide vaheline kaugus ja lennuki ning helikopteri kiirus.

476. Punktidest  $A$  ja  $B$  väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks turisti. Nende kohtumisel selgus, et esimene oli käinud 4 km vähem kui teine. Jätkates liikumist sama kiirusega saabub esimene punkti  $B$  4 tundi 48 minutit pärast nende kohtumist, teine punkti  $A$  3 tundi 20 minutit pärast kohtumist. Leida  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus.

477. Kaks turisti väljusid teineteisele vastu: üks punktist  $A$ , teine punktist  $B$ . Esimene väljus punktist  $A$  6 tundi hiljem kui teine punktist  $B$ . Nende kohtumisel selgus, et esimene oli käinud 12 km võrra vähem kui teine. Jätkates teekonda sama kiirusega saabus esimene punkti  $B$  peale kohtumist 8 tunni pärast, teine punkti  $A$  9 tunni pärast. Leida  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus ja kummagi turisti liikumise kiirus.

478. Teel peeti rongi kinni 6 minutit. Et mitte hilineda, sõitis ta 20-kilomeetrisel vahemaal 10 km tunnis rohkem kui oli sõiduplaanis ette nähtud. Leida rongi kiirus sel vahemaal sõiduplaani järgi.

✓ 479. Poolel teel jaamast  $A$  jaama  $B$  peeti rongi kinni 10 minutit. Et jõuda jaama  $B$  sõiduplaani järgi, tuli vedurijuhil suurendada rongi esialgset kiirust 6 km võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus, teades, et jaamade kaugus teineteisest on 60 km.

480. Läbinud esimese jaamavahe, mille pikkus oli 24 km, peeti vedurit kinni mõnd aega; seepärast sõitis ta järgmise jaamavahe 4 km võrra suurema tunniikiirusega kui eelmise. Sellest hoolimata, et teine jaamavahe oli 15 km võrra pikem esimesest, läbis vedur selle ainult 20 minutit pikema ajaga kui esimese jaamavahe. Leida veduri esialgne kiirus.

481. Rong-pidi läbima 840 km. Sõitnud poole teed, oli ta sunnitud peatuma 30 min. Et jõuda õigeaks ajaks kohale, tuli rongi kiirust suurendada 2 km võrra tunnis. Kui palju aega kulus rongil kogu tee läbimiseks?

482. Punktidest  $A$  ja  $C$  sõitsid üheaegselt välja punkti  $B$  kaks sidemeest. Esimene saabus punkti  $B$  3 tunni pärast; teine aga, et jõuda punkti  $B$  üheaegselt esimesega, pidi sõitma iga kilomeetri  $\frac{3}{4}$  minuti võrra kiiremini kui esimene, sest  $C$  ja  $B$  vaheline kaugus on 12 km võrra suurem kui  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus. Leida  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus ja kummagi sidemehe kiirus.

483. Kolhoos eraldas maisi uue sordi külvamiseks kaks maatükki. Esimesele maatükile, mille pindala oli 2 hektari võrra väiksem teise pindalast, külvati mais ruutpesiti. Saagi koristamisel saadi kummaltki maatükilt 180 t maisi. Mitu tonni maisi saadi kummagi maatüki ühelt hektarilt, kui esimese maatüki igalt hektarilt saadi maisi 3 tonni rohkem kui teise maatüki igalt hektarilt?

484. Viljasaagi koristamiseks plaanis ettenähtud tähtajaks moodustas kolhoos kaks brigaadi. Esimene brigaad töötas 400 hektari suurusel põllul ning lõpetas vilja koristamise 2 päeva enne tähtaega; teine brigaad töötas 900 hektari suurusel põllul ning lõpetas töö 2 päeva pärast tähtaega. Kui esimene brigaad oleks töötanud niisama palju päevi kui töötas teine brigaad ja teine brigaad niisama palju kui töötas esimene, siis kumbki brigaad oleks koristanud vilja ühepalju. Mitmele päevale oli planeeritud viljakoristamine ja kui palju hektareid koristas kumbki brigaad päevas?

485. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud ristlõigu pikkus on 9,6 m; hüpotenuusi lõikude vahe on 5,6 m. Leida hüpotenuusi pikkus.

486. Kui ringi diameetrit suurendada 3 m võrra, siis ringi pindala kahekordistub. Leida ringi esialgne diameeter täpsusega kuni 0,01 m.

487. Ühest punktist on tõmmatud ringjoonele puutuja ja lõikaja, kusjuures lõikaja väline lõik on 9 cm võrra lühem puutujast. Leida lõikaja ja puutuja pikkus, kui nende summa on 84 cm.

488. Üks kahest täisnurga all rakendatud jõust on 4 kG võrra suurem teisest; nende resultantjõud on 8 kG võrra väiksem kui nende jõudude summa. Leida jõudude suurused.

489. Kahele teineteisest 2 kg võrra erinevale veekogusele anti kummalegi üle võrdne soojushulk 96 kcal, kusjuures osutus, et suurem veekogus soojenes  $4^\circ$  võrra vähem kui väiksem. Leida kummagi veekoguse suurus.

490. Kahele teineteisest 3 kg võrra erinevale veekogusele anti kummalegi üle võrdne soojushulk 60 kcal, kusjuures osutus, et suurem veekogus soojenes  $1^\circ$  võrra vähem kui väiksem. Leida, mitme kraadi võrra soojenes seejuures väiksem veekogus.

491. Üks metallitükk kaalub 880 G, teine 858 G, kusjuures esimese ruumala on  $10 \text{ cm}^3$  võrra väiksem kui teise ruumala. Leida kummagi metalli erikaal, kui esimese erikaal on  $1 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$  võrra suurem kui teise erikaal.

492. Segati 8 G üht vedelikku ja 6 G teist väiksema tihedusega vedelikku ning saadi segu erikaaluga  $0,7 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ . Leida kummagi vedeliku erikaal, kui ühe vedeliku erikaal oli  $0,2 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$  võrra suurem teise erikaalust.

493. Üks metallitükk kaalub 178 G, teine 219 G, kusjuures esimese erikaal on  $1,6 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$  võrra suurem teise erikaalust. Leida kummagi metallitüki ruumala, kui esimese tüki ruumala on  $10 \text{ cm}^3$  võrra väiksem teise ruumalast.

494. Lahusele, mis sisaldas 40 G keedusoola, lisati 200 G vett, mistõttu tema kontsentratsioon vähenes 10% võrra. Kui palju vett sisaldas lahus ja milline oli tema kontsentratsioon?

495. Ristkülikukujulise spordiväljaku pindala on  $720 \text{ m}^2$ . Kui spordiväljaku pikkust suurendada 6 m võrra ja laiust vähendada 4 m võrra, siis saadakse esialgsega pindvõrdne väljak. Leida esialgse spordiväljaku pikkus ja laius.

496. Heli, mis tekkis kivi kukkumisest šahti põhja, jõudis vaatlejani 4 sekundit pärast kivi langemise algust. Leida šahti sügavus,

võttes heli kiiruseks 330 m/sek ja vabalt langeva keha tee pikkuse võrdseks  $S = \frac{gt^2}{2}$ , kus  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

497. Mitme sekundiga saavutab kõrguse 100 m vertikaalselt ülesvisatud keha algkiirusega  $60 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ? (Vaba langemise kiirendus lugeda ligikaudselt võrdseks  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .)

498. Rong sõitis kiirusega 36 km tunnis, seejärel läbis aga 1,5 km pikkuse jaamavahe ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega  $0,1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Kui kaua aega kulus rongil selle jaamavahe läbimiseks?

### Vanaaegseid ülesandeid.

Hindu ülesandeid Bhaskara'st (1114. a.).

499. Ahvikarja kaheksandik, ruutu tõstetud, hüppas padrikus, mängust röömu tundes; kaksteist ülejäänud ahvi istusid lobisedes künkal. Ütle, kui suur oli ahvikari!

500. Koopas istus peidus rida ahve, nimelt ruutu tõstetud vahe karja viiendiku ja 3 ahvi vahel; võis näha ainult üht ahvi, kes oli puu otsa roninud. Mitu ahvi oli karjas?

501. Lootoseõis oli 4 jalga kõrgemal tiigi pinnast. Tuulepuhang surus õie vee alla 16 jala kaugusel kohast, kus ta varem seisis. Kui sügav oli tiik?

502. Otse oja veerel, mille laius on 4 pikkusühikut, kasvas pappel. Torm on ta murdnud 3 pikkusühiku kõrguselt nii, et latv ulatub just risti üle oja teisele kaldale. Kui kõrge oli pappel?

503. Vanaaegsest käsikirjast (1200. a.). Tasandil, 60 küünra kaugusel teineteisest, on kaks torni, kõrgusega 50 küünart ja 40 küünart. Nende vahel, võrdsetel kaugustel tornide tippudest, on kaev. Küsitakse, kui kaugel on kaev tornide alustest.

504. Magniitski aritmeetikast (1703. a.). Ujjas üff inimene ühhe reddeli müri najjale püsti/ärega tassa/ning olli kõrge se müür omma 117 jalga. Reddel isse olli pitk 125 jalga. Nüüd himustame teada sada/kui kaugele wöttis selle-sinnatse reddeli allumine ots end hoida müri jurest.

Järgnevate täheliste andmetega ülesannete lahendite uurimisel leida: 1) missuguste ülesande tingimustes esinevate tähtede väärtuste ja nendevaheliste seoste puhul on ülesandel mõte; 2) missuguseid väärtusi võib omada võrrandi koostamiseks valitud tundmatu, et see rahuldaks ülesande tingimusi; 3) missugune leitud lahenditest rahuldab neid tingimusi ning on sobiv vastuseks ülesande küsimusele.

505. Turist, käinud  $c$  kilomeetrit, leidis, et kui ta oleks selleks teekonnaks kasutanud 6 päeva rohkem aega, siis oleks ta võinud käia iga päev 2 km vähem kui ta käis. Mitu kilomeetrit käis ta päevas?

506.  $a$  tonni kauba transportimiseks kasutati veomasinaid. Et kaks neist olid teisel tööl, tuli igale veomasinale laadida 1 tonn rohkem kaupa kui ette nähtud. Mitut veomasinat kasutati kauba transportimiseks?

507. Osteti  $a$  rubla eest raamatuid. Kui selle raha eest oleks ostetud 4 raamatut vähem, siis oleks iga raamat maksnud üks rubla rohkem. Mitu raamatut osteti?

508. Osteti  $m$  õunapuud eeldusel, et istutada neid igasse ritta ühepalju. Kuid ridu oli 2 võrra rohkem ja seepärast tuli istutada igasse neist 3 õunapuu võrra vähem kui oli ette nähtud. Mitu rida oli?

509. Kaks töolist võivad koos töötades sooritada töö  $t$  tunniga. Esimene võib üksi töötades selle töö ära teha 4 tundi varem teisest. Mitme tunniga võib selle töö sooritada kumbki tööline üksi töötades?

510. Kaks turisti väljuvad üheaegselt külast linna, mis asub  $s$  kilomeetri kaugusel. Esimene turist käib tunnis ühe kilomeetri võrra rohkem kui teine ning saabub linna ühe tunni võrra varem. Leida kummagi turisti kiirus.

511.  $s$  rubla eest osteti teatud hulk kaupa. Kui iga kilogramm oleks maksnud  $m$  rubla rohkem, siis sama summa eest oleks saanud osta  $n$  kilogrammi vähem. Mitu kilogrammi kaupa osteti?

512. Kahe raudteejaama vaheline kaugus on  $d$  kilomeetrit. Kiirrong sõidab selle vahemaa  $t$  tunni võrra lühema ajaga kui reisirong. Leida kummagi rongi kiirus, kui on teada, et kiirrong läbib tunnis  $a$  kilomeetrit rohkem kui reisirong.

513. Sõiduauto läbib  $n$  km pikkuse tee teatud kiirusega. Kui

seda kiirust vähendada  $a$  kilomeetri võrra tunnis, siis selle tee läbimiseks kulub  $b$  tundi rohkem. Leida sõiduauto kiirus.

514. Kahe aerodroomi  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus on  $d$  kilomeetrit. Aerodroomilt  $A$  lendas aerodroomile  $B$  lennuk;  $m$  tunni pärast lendas talle vastu teine lennuk, mille tunnikiirus oli  $b$  kilomeetrit suurem esimese omast. Lennukid kohtusid poolel teel. Leida kummagi lennuki kiirus.

515. Kahele töölisele tehti ülesandeks valmistada kummalgi  $a$  detaili. Esimene tööline valmistas tunnis  $b$  detaili rohkem kui teine ning lõpetas seepärast töö  $c$  tunni võrra varem teisest. Mitu detaili valmistas kumbki tööline tunnis?

516. Traktori esiratas teeb  $s$  meetri pikkusel vahemaal  $k$  pöörtet rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt, kui tagaratta ümbermõõt on  $t$  meetri võrra suurem esiratta ümbermõödust.

517. Kaks töolist koos võivad teatud töö lõpetada  $m$  tunniga; kui nad töötaksid üksi, võiks esimene lõpetada selle töö  $a$  tunni võrra varem teisest. Mitme tunniga võib lõpetada selle töö kumbki tööline?

518. Et üles laduda sein, töötasid kaks müürseppa koos  $a$  päeva ja pärast seda töötas esimene veel  $b$  päeva. Mitu päeva kulub kummalgi neist üksi kogu töö sooritamiseks, kui teine müürsepp võib laduda selle seina  $a$  päeva võrra kiiremini kui esimene?

519. Kahe eri võimsusega traktori koostöötamisel küntakse kolhoosi põld üles  $t$  päevaga. Kui pool põldu üles künda ühe traktoriga ja siis teine pool teisega, lõpetatakse kogu töö  $k$  päevaga. Mitme päevaga võib üles künda kolhoosi põllu kummagi traktoriga eraldi?

520. Kahe sadama vaheline kaugus mööda jõge on  $d$  kilomeetrit. Aurik läbib selle vahemaa edasi-tagasi  $t$  tunniga. Leida auriku kiirus seisvas vees, võttes jõe voolu kiiruseks  $v$  kilomeetrit tunnis.

521. Lennuk lendas sirgjooneliselt  $n$  kilomeetrit pärituult, pöörus kohe tagasi ning sirgjooneliselt saabus lähtekohta, kulutanud lennuks üldse  $t$  tundi. Missugune oli tuule kiirus, kui lennuki oma-kiirus oli  $v$  kilomeetrit tunnis?

522. Täisnurkse kolmnurga kaatetite vahe on  $r$ , tema hüpoteenus  $c$ . Leida kaatetid.

523. Kolhoos varus talveks kariloomade jaoks  $p$  tonni sööta.

Kuid kariloomade arv suurenes  $a$  võrra, ja sel põhjusel tuli antud söödanormi looma kohta vähendada  $b$  tonni võrra. Mitu tonni sööta oli esialgu ette nähtud ühe looma kohta?

524. Piiritusega täidetud anumast, mis mahutab  $a$  liitrit, valati välja teatud osa ja piiritus asendati veega. Siis valati jälle välja niisama palju segu ning uuesti täideti anum veega. Pärast seda jäi anumasse  $b$  liitrit piiritust. Mitu liitrit vedelikku valati välja kummalgi korral?

525. Rong peab läbima  $a$  kilomeetrit teatud ajaga, kuid rongi peeti jaamas kinni liigselt 30 minutit. Et läbida kogu tee määratud ajaga, tuli rongi kiirust suurendada  $b$  kilomeetri võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus.

526. Mootorratast peeti kinni tõkkepuu juures  $t$  minutit ja ta tegi hilinemise tasa  $a$  kilomeetrisel vahemaal, suurendades kiirust  $d$  kilomeetri võrra tunnis. Leida mootorratta kiirus enne peatumist.

527. Poolel teel jaamade  $A$  ja  $B$  vahel peeti rongi kinni  $t$  minutit. Et jõuda jaama  $B$  sõiduplaani järgi, tuli rongi kiirust suurendada  $a$  kilomeetri võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus, kui on teada, et jaamade  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus on  $d$  kilomeetrit.

528. Turist peab saabuma määratud ajaks linnast  $A$  linna  $B$ , millede vaheline kaugus on  $s$  kilomeetrit. Läbinud poole teed, märkas ta, et hilineb 2 tundi, kui jätkab käimist sama kiirusega; kui ta aga puhkab ühe tunni ja hakkab siis käima  $v$  kilomeetrit tunnis rohkem kui enne, saabub ta linna  $B$  määratud ajaks. Mitu kilomeetrit tunnis käis turist esialgu?

529. Kaks jalgratturit väljuvad üheaegselt teineteisele vastu punktidest  $A$  ja  $B$ , millede vaheline kaugus on  $d$  kilomeetrit, ning tunni pärast kohtuvad. Peatumata jätkates teed sama kiirusega saabub esimene punkti  $B$   $t$  tunni võrra varem kui teine punkti  $A$ . Leida kummagi jalgratturi kiirus.

## § 23. Bikvadraatvõrrandid.

Lahendada võrrandid:

$$\begin{array}{ll} 530. & 1) x^4 - 10x^2 + 9 = 0; & 2) x^4 - 13x^2 + 36 = 0; \\ & 3) x^4 - 29x^2 + 100 = 0; & 4) x^4 - 15x^2 + 4 = 0. \end{array}$$

531. 1)  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$ ;      2)  $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$ ;  
 3)  $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$ ;      4)  $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ .
532. 1)  $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ ;      2)  $3x^4 - 28x^2 + 9 = 0$ ;  
 3)  $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$ ;      4)  $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ .
533. 1)  $a^2b^2x^4 = b^4x^2 - a^2b^2 + a^4x^2$ ;  
 2)  $x^4 - 25x^2 = m^2x^2 - 25m^2$ ;  
 3)  $x^4 + 9n^2 = n^2x^2 + 9x^2$ ;  
 4)  $4x^4 + a^2 = x^2 + 4a^2x^2$ .

534. Lahendada abitundmatu võttega võrrandid:

- 1)  $(x^2 + 2x)^2 - 14(x^2 + 2x) - 15 = 0$ ;  
 2)  $(6x^2 - 7x)^2 - 2(6x^2 - 7x) - 3 = 0$ ;  
 3)  $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{x-1}{x}\right) - 4 = 0$ ;  
 4)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4,5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$ .

535. Tõestada, et bikvadraatvõrrandi  $x^4 + px^2 + q = 0$  kõigi lahendite summa on null ja lahendite korrutis võrdub  $q$ .

536. Lahutada tegureiks hulkliikmed:

- 1)  $x^4 - 5x^2 + 4$ ;      2)  $x^4 - 13x^2 + 36$ ;  
 3)  $x^4 - 125x^2 + 484$ ;      4)  $4x^4 - 5x^2 + 1$ .

537. Taandada murrud:

- 1)  $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^4 - 13x^2 + 36}$ ;      2)  $\frac{x^4 - 9x^2 + 20}{x^4 - 10x^2 + 24}$ ;  
 3)  $\frac{x^4 - 17x^2 + 16}{x^4 - 50x^2 + 49}$ ;      4)  $\frac{a^4 - 4a^2 + 3}{a^4 - 12a^2 + 27}$ .

538. Koostada bikvadraatvõrrandid antud lahendite järgi:

- 1)  $\pm 2$ ;  $\pm 3$ ;      2)  $\pm 1$ ;  $\pm 6$ ;  
 3)  $\pm \sqrt{3}$ ;  $\pm \sqrt{2}$ ;      4)  $\pm \frac{2}{3}$ ;  $\pm 4$ .

539. Bikvadraatvõrrandi üks lahend on 3, teine lahend 4. Koostada see võrrand.

## § 24. Irratsionaalsed võrrandid<sup>1</sup>.

540. Lahendamata järgmisi võrrandeid, selgitada, mispärast ükski neist ei saa omada lahendeid:

<sup>1</sup> Vastused irratsionaalsete võrrandite kohta on antud tingimusel, et paarisarvulise juurijaga juure väärtuse all mõeldakse tema aritmeetilist väärtust.

$$1) \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = 0; \quad 2) \sqrt{2x-1} = -5;$$

$$3) \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x-1} = -3; \quad 4) \sqrt{1-x} + \sqrt{2-x} = -1.$$

541. Määrata tundmatu lubatavate väärtuste piirkond järgmiste võrrandite puhul:

$$1) \sqrt{x-4} = 3; \quad 2) \sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5;$$

$$3) \sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = 3; \quad 4) \sqrt{3x-6} + \sqrt{1+x} = 2;$$

542. Lahendamata järgmisi võrrandeid, selgitada, mispärast ükski neist ei saa omada lahendeid:

$$1) \sqrt{x-8} - \sqrt{5-x} = 3; \quad 2) \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} = 5;$$

$$3) \sqrt{x} - \sqrt{-2-x} = 1; \quad 4) \sqrt{5-x} + 7 = 2.$$

543. Lahendada võrrandid:

$$1) \sqrt{x-1} = 2; \quad 2) 3 + \sqrt{x-2} = 4;$$

$$3) \sqrt{x^2-1} = \sqrt{3}; \quad 4) \sqrt{2x-9} = \sqrt{6-x}.$$

$$544. 1) (2x+7)^{\frac{1}{3}} = (3x-3)^{\frac{1}{3}};$$

$$2) (x+2)^{\frac{1}{3}} = 3(x-1)^{\frac{1}{3}};$$

$$3)^* (25 + \sqrt{x-4})^{\frac{1}{5}} = 2; \quad 4)^* (70 + \sqrt{2x-1})^{\frac{1}{4}} = 3.$$

$$545. 1) \sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{2-x}} + \sqrt{2+x} = 0;$$

$$2) \sqrt{x-9} = \frac{36}{\sqrt{x-9}} - \sqrt{x};$$

$$3) 3\sqrt{2x-1} - \sqrt{8x+17} = \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}};$$

$$4) 5\sqrt{2x+3} - \sqrt{18x-5} = \frac{4(x+3)}{\sqrt{2x+3}}.$$

$$546. 1) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-4} = \frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-7}; \quad 2) \frac{2\sqrt{x}-1}{3(\sqrt{x}+2)} = \frac{2\sqrt{x}-3}{3\sqrt{x}-2};$$

$$3) \frac{3\sqrt{x}-4}{4(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}-5}{4\sqrt{x}-9}; \quad 4) \frac{9\sqrt{x}+1}{6(6\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}-1}.$$

$$547. 1) \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3;$$

$$2) \sqrt{x-3} \cdot \sqrt{2x+2} = x+1;$$

$$3) \sqrt{4x-3} = \frac{3x-1}{\sqrt{3x-5}}; \quad 4) \frac{7x-2}{\sqrt{3x-8}} = 3\sqrt{2x+3}.$$

$$548. 1) \frac{15}{\sqrt{10-x}} - \sqrt{3x+5} = \sqrt{10-x};$$

$$2) \sqrt{3-x} + \frac{6}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{9-5x};$$

$$3) \sqrt{3x-1} + \frac{2}{\sqrt{3x-1}} = \sqrt{5x+3};$$

$$4) \sqrt{2x+15} - \frac{10}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1}.$$

$$549. 1) \frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}} = -2;$$

$$2) \frac{1}{1-\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{x^2};$$

$$3) \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}} = \frac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}};$$

$$4) \frac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}} + \sqrt{\frac{x}{3}}} - \frac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}} - \sqrt{\frac{x}{3}}} + 6 = 0.$$

$$550. 1) \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8;$$

$$2) \sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2;$$

$$3) \sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0;$$

$$4) \sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0.$$

$$551. 1) (x+7)^{\frac{1}{2}} = (3x+19)^{\frac{1}{2}} - (x+2)^{\frac{1}{2}};$$

$$2) (5x+4)^{\frac{1}{2}} + (2x-1)^{\frac{1}{2}} = (3x+1)^{\frac{1}{2}};$$

$$3) (3x+1)^{\frac{1}{2}} + (4x-3)^{\frac{1}{2}} = (5x+4)^{\frac{1}{2}};$$

$$4) [5(x-1)]^{\frac{1}{2}} - (2x-3)^{\frac{1}{2}} = (3x-2)^{\frac{1}{2}}.$$

Järgmiste võrrandite lahendamisel kasutada valemeid

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b);$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b).$$

$$552*. 1) (8x+4)^{\frac{1}{3}} - (8x-4)^{\frac{1}{3}} = 2;$$

$$2) (5+x)^{\frac{1}{3}} + (5-x)^{\frac{1}{3}} = 5.$$

$$3) (76 + \sqrt{x})^{\frac{1}{3}} + (76 - \sqrt{x})^{\frac{1}{3}} = 8;$$

$$4) (5 + \sqrt{x})^{\frac{1}{3}} + (5 - \sqrt{x})^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}}.$$

Järgmiste võrrandite lahendamisel kasutada abitundmatu võtet:

$$553. 1) x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{2}{3}} - 3 = 0;$$

$$2) (x - 3)^{\frac{1}{2}} + 6 = 5(x - 3)^{\frac{1}{4}};$$

$$3) x^2 + (x^2 - 9)^{\frac{1}{2}} = 21;$$

Näpunäide:  $(x^2 - 9) + (x^2 - 9)^{\frac{1}{2}} = 21 - 9;$

$$4) 3x^2 + 15x + 2(x^2 + 5x + 1)^{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$554. 1) x^2 - 3x + (x^2 - 3x + 5)^{\frac{1}{2}} = 7;$$

$$2) x^2 - 7x + (x^2 - 7x + 18)^{\frac{1}{2}} = 24;$$

$$3) x^2 + 3x + 4(x^2 + 3x - 6)^{\frac{1}{2}} = 18.$$

Lahendada järgmised tähelised irratsionaalsed võrrandid:

$$555. 1) \sqrt{x - 2} = a, \text{ kui } a > 0;$$

$$2) \sqrt{x - 1} = a - 1, \text{ kui } a > 1;$$

$$3) \frac{a\sqrt{x} + b}{a - b\sqrt{x}} = \frac{a + b}{a - b}, \text{ kui } a \neq b.$$

$$556. 1) \frac{a\sqrt{x} + b}{a\sqrt{x} + b - 2a} = \frac{b\sqrt{x} + a}{b\sqrt{x} - a}, \text{ kui } a \neq 0, a \neq b;$$

$$2) \sqrt{a - x} = \sqrt{a} - \sqrt{x}, \text{ kui } a > 0;$$

$$3) \sqrt{a - x} + \sqrt{x - b} = \sqrt{a - b}, \text{ kui } a > 0, a > b;$$

$$4) x + \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{5a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

IV PEATÜKK.

FUNKTSIOONID JA GRAAFIKUD.  
RUUTKOLMLIIGE <sup>1</sup>.

§ 25. Funktsioon  $y = ax^2$  ja selle graafik.

557. Sõiduauto liigub ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega  $a = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

1) Leida sõiduauto poolt  $t$  sekundiga läbitud tee pikkus, kasutades valemit  $S = \frac{at^2}{2}$ , kus  $S$  tähendab tee pikkust meetrites,  $a$  — kiirendust  $\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  ja  $t$  — aega sekundites. Täita  $S$  väärtuste tabel sõltuvalt järgmistest  $t$  väärtustest:

Aeg $t$ sekundites	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tee pikkus $S$ meetrites	0										

2) Tõestada, et  $S$  mistahes kahe väärtuse suhe võrdub  $t$  vastavate väärtuste suhte ruuduga.

3) Joonestada graafik, mis näitab tee pikkuse  $S$  muutumist sõltuvalt liikumise aja  $t$  muutumisest.

4) Leida graafiku järgi auto poolt 1,5 sek.; 2,5 sek.; 5,5 sek. läbitud tee pikkus.

5) Leida graafiku järgi aeg, mille jooksul auto läbis 5 m; 8 m; 12 m.

<sup>1</sup> Tööd tuleb alustada teema «Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid» kordamisega (I peatükk, § 5).

6) Tuua näiteid suuruste kohta, millede vaheline sõltuvus avalduks funktsiooni  $y = ax^2$  kujul.

558. On antud funktsioon  $y = x^2$ .

1) Arvutada  $y$  väärtused  $x$  järgmiste väärtuste puhul:

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

2) Missuguseid väärtusi võib omada  $x$ ?

3) Missuguseid väärtusi võib omada  $y$ ?

4) Kuidas muutub funktsioon  $y$ , kui argument  $x$  kasvab:

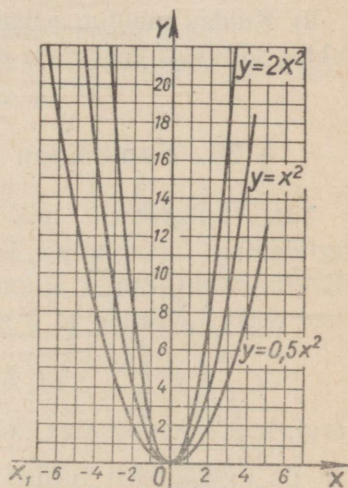
a)  $-\infty$ -st kuni 0-ni? b) 0-st kuni  $+\infty$ -ni?

5) Missuguse  $x$  väärtuse puhul funktsioon  $y$  omandab vähima väärtuse? Kas antud funktsioon võib omandada suurimat väärtust  $x$  mingisuguse väärtuse puhul?

6) Joonestada graafik, mis näitab funktsiooni  $y$  muutumist sõltuvalt argumenti  $x$  muutumisest.

7) Leida graafiku järgi  $y$  väärtus, kui  $x = 0,5; 2,5; 3,5; -1,5; -2,5; -3,5$ . Kontrollida arutamise teel.

8) Kuidas on asetatud parabool  $g = x^2$  koordinaattelgede suhtes?



Joon. 15.

559. On antud funktsioonid:

$$y = x^2; y = 2x^2; y = 0,5x^2.$$

1) Arvutada  $y$  väärtused iga funktsiooni jaoks ning täita tabel:

$x \backslash y$	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$y = x^2$													
$y = 2x^2$													
$y = 0,5x^2$													

2) Joonestada ühes ja samas koordinaatteljestikus ning ühes ja samas mõõtkavas iga funktsiooni graafik (joon. 15).

3) Võrrelda  $y$  väärtust igas antud funktsioonis argumendi  $x$  ühe ja sama väärtuse puhul ning teha kindlaks, kuidas muutub parabooli  $y = ax^2$  kuju kordaja  $a$  muutumisel.

4) Kuidas muutub iga funktsioon argumendi  $x$  muutumisel  $-\infty$ -st kuni 0-ni ja 0-st kuni  $+\infty$ -ni?

5) Missuguse  $x$  väärtuse puhul iga antud funktsioon omab vähimat väärtust (miinimumi) ja millist nimelt?

560. 1) Kasutades eelmise ülesande juhiseid ja küsimusi, uurida järgmiste funktsioonide muutumist:

$$y = -x^2; y = -2x^2; y = -0,5x^2.$$

2) Kuidas muutub parabooli  $y = ax^2$  asend koordinaattelgede suhtes sõltuvalt kordaja  $a$  märgist?

## § 26. Funktsioon $y = ax^2 + b$ ja selle graafik.

561. Helikopterilt, mis seisab paigal 180 m kõrgusel, langeb vertikaalselt maapinnale vimpel. Leida, missugusel kõrgusel  $h$  oli vimpel erinevatel ajamomentidel, alates maapinnale langemise hetkest, teades, et  $h$  arvutatakse valemi

$$h = 180 - \frac{gt^2}{2}$$

järgi, kus  $h$  on otsitav kõrgus meetrites,  $g$  — raskuskiirendus, mis on ligikaudselt võrdne  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ,  $t$  — langemise aeg sekundites.

1) Koostada  $h$  väärtuste tabel  $t$  järgmiste väärtuste puhul:

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$h$							

2) Ehitada  $h$  muutumise graafik sõltuvalt  $t$  muutumisest.

3) Määrata graafiku järgi, millal vimpel kukub maapinnale.

4) Teha kindlaks funktsiooni  $h$  määramispiirkond ning muutmispriirkond.

5) Leida, mitme sekundi pärast, arvates liikumise algusest, on vimpel 120 m kõrgusel maapinnast.

562. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõtkavas funktsioonide:

$$y = x^2; y = x^2 + 2 \text{ ja } y = x^2 - 2$$

graafikud.

2) Võrrelda  $y$  väärtust igas antud funktsioonis argumenti  $x$  ühe ja sama väärtuse puhul ning selgitada, mille poolest erinevad funktsioonide

$$y = x^2 + 2 \text{ ja } y = x^2 - 2$$

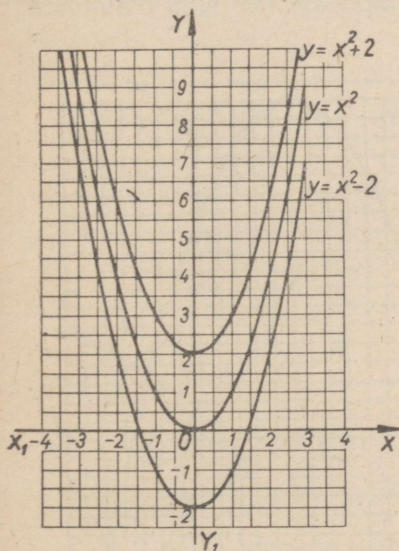
graafikute asendid funktsiooni  $y = x^2$  graafiku asendist koordinaattelgede suhtes (joon. 16).

3) Teha kindlaks, missuguse  $x$  väärtuse puhul iga antud funktsioon omab vähima väärtuse.

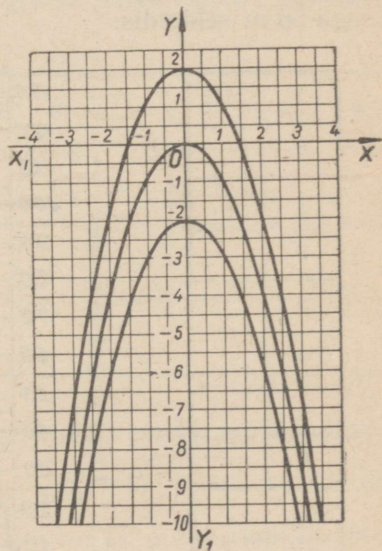
4) Teha kindlaks iga funktsiooni määramispiirkond.

5) Kuidas muutub iga funktsioon, kui argument  $x$  suureneb:

a)  $-\infty$ -st kuni 0-ni; b) 0-st kuni  $+\infty$ -ni.



Joon. 16



Joon. 17

563. 1) On antud funktsioonid:

$$y = -x^2; y = -x^2 + 2 \text{ ja } y = -x^2 - 2.$$

Ehitada ühes ja samas koordinaatteljestikus ning ühes ja samas mõõtkavas antud funktsioonide graafikud (joon. 17) ja uurida nende muutumist, kasutades eelmise ülesande juhiseid ja küsimusi.

564. Parabool  $y = x^2$  on nihutatud paralleelselt endaga 4 ühiku võrra allapoole.

- 1) Kirjutada saadud parabooli võrrand ja joonestada see.
- 2) Leida parabooli ja  $x$ -telje lõikepunkti koordinaadid.

565. 1) Kuidas tuleb nihutada parabooli  $y = x^2$ , et parabooli uueks võrrandiks oleks:

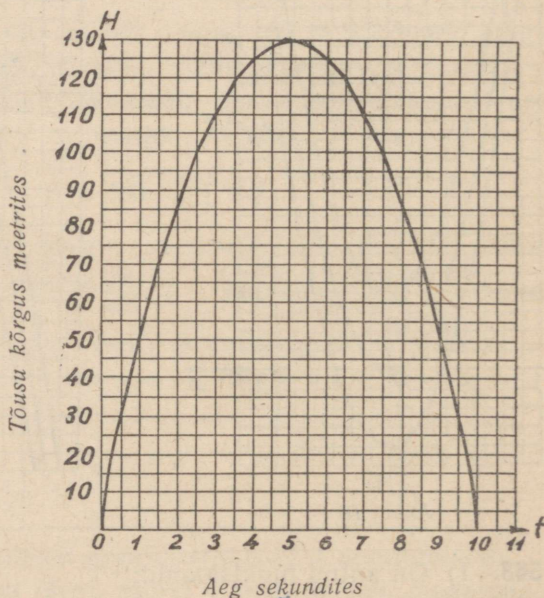
$$y = x^2 + 1; \quad y = x^2 - 1; \quad y = -x^2 + 5; \quad y = -x^2 - 1.$$

2) Joonestada (ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõtkaavas) vabalt funktsiooni graafik iga juhtumi kohta ja määrata need  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon omab vähima väärtuse (miinimumi) või suurima väärtuse (maksimumi).

## § 27. Ruutkolmliige ja selle graafik.

566. 5 m kõrguselt lasti vibust vertikaalselt üles nool algiiruuga-50 m sekundis.

$t$	$H$
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	



Joon. 18.

1) Koostada tabel, mis näitab noole lennu kõrguse muutumist sõltuvalt aja muutumisest noole liikumise algusest kuni langemise-

seni maapinnale, kasutades valemit  $H = 5 + 50t - \frac{gt^2}{2}$ , kus  $H$  on noole lennu kõrgus meetrites,  $t$  — liikumise aeg sekundites,  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  — raskuskiirendus.

2) Joonestada noole lennu kõrguse muutumise graafik, paigutades horisontaalteljele  $t$  väärtused ja vertikaalteljele  $H$  väärtused (joon. 18).

3) Leida graafiku järgi ja arvutamise teel:

a) Mitme sekundi pärast, arvates liikumise algusest, nool kukub maapinnale?

b) Mitme sekundi pärast nool saavutab suurima kõrguse?

c) Mitme meetri kõrgusele tõusis nool?

567. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide

$$y = \frac{1}{2}x^2; \quad y = \frac{1}{2}(x-2)^2 \quad \text{ja} \quad y = \frac{1}{2}(x+2)^2$$

graafikud (joon. 19), koostades järgmise funktsioonide väärtuste tabeli:

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{2}x^2$									
$y = \frac{1}{2}(x-2)^2$									
$y = \frac{1}{2}(x+2)^2$									

2) Leida graafikuil (joon. 19) iga kõvera punkt, mille ordinaat on 8, ning veenduda, et graafiku  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$  punkti vastav abstsiss on 2 võrra suurem ja graafiku  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$  punkti vastav abstsiss on 2 võrra väiksem graafiku  $y = \frac{1}{2}x^2$  punkti vastavast abstsissist. Kontrollida antud kõverate seda omadust graafiliselt ja arvutamise teel mistahes võrdsete ordinaatidega punktide kohta.

3) Selgitada antud funktsioonide graafikute asetuse erinevust koordinaattelgede suhtes.

4) Leida iga parabooli tipu koordinaadid ja selgitada, kuidas

on nihutatud parabooli  $y = \frac{1}{2}x^2$ , mille tulemusena on saadud parabool  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$  ja parabool  $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2$ .

5) Leida graafikute järgi, missuguste  $x$  väärtuste puhul iga funktsioon kahaneb; kasvab; omab vähima väärtuse.

568. On antud funktsioonid:

a)  $y = -\frac{1}{4}x^2$ ; b)  $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2$ ; c)  $y = -\frac{1}{4}(x + 2)^2$ .

Joonestada nende funktsioonide graafikud ja uurida neid, kasutades ülesande 567 näpunäiteid ja küsimusi.

569. On antud funktsioon

$$y = (x - 4)^2.$$

Joonestamata selle funktsiooni graafikut, kirjeldada:

1) kõvera kuju ja asendit koordinaattelgede suhtes;

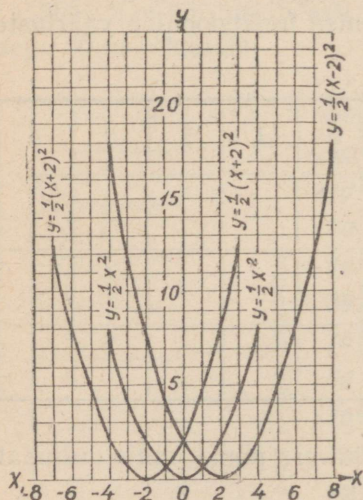
2) kas omab funktsioon suurimat ja vähimat väärtust, missugust nimelt ja missuguse  $x$  väärtuse puhul;

3) missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y$  kahaneb; kasvab; omab väärtuse null;

4) missuguses punktis kõver lõikab  $y$ -telge.

5) Vastata küsimustele 1–4 järgmiste andmete põhjal:

- a)  $y = -(x + 5)^2$ ;  
 b)  $y = 2(x - 1)^2$ ;  
 c)  $y = -3(x - 6)^2$ .



Joon. 19.

570. On antud funktsioon

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

1) Kujutada võrrandi parem pool kaksliikme ruuduna.

2) Tõestada, et  $x$  mistahes väärtuste puhul funktsioon  $y$  ei oma negatiivseid väärtusi.

3) Selgitada, missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y$  kahaneb; kasvab; omab vähima või suurima väärtuse; omab väärtuse null.

4) Joonestada antud funktsiooni graafik vabal käel, leides varem arvutamise teel mõnede punktide (näiteks funktsiooni vähima või suurima väärtuse punkti, graafiku ja koordinaattelgede lõikepunktide) koordinaadid.

571. Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid uurida ruutkolmliikmeid ja ehitada nende graafikud:

1)  $y = x^2 + 2x + 1$ ; 2)  $y = x^2 - x + \frac{1}{4}$ ;

3)  $y = -x^2 + 6x - 9$ ; 4)  $y = -x^2 - 8x - 16$ .

572. 1) Missugusel tingimusel ruutkolmliige  $y = x^2 + px + q$  kujutab kaksliikme täisruutu?

2) Kuidas on asetatud sel juhtumil parabool koordinaattelgede suhtes?

3) Missugusel tingimusel ruutkolmliige omab vähima või suurima väärtuse?

4) Kuidas arvutada parabooli tipu koordinaadid ruutkolmliikme kordajate järgi?

573. On antud ruutkolmliige:  $y = 2x^2 - 4x + 2$ .

1) Lahutada võrrandi parem pool tegureiks ja selgitada, misuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y$  omandab vähima väärtuse; kahaneb; kasvab.

2) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = 2x^2$  ja  $y = 2x^2 - 4x + 2$  graafikud.

3) Selgitada graafikute järgi saadud kõverate sarnasus ja erinevus.

4) Leida paraboolide tippude koordinaadid ja võrrelda kõverate asetust koordinaattelgede suhtes.

574. Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid ja küsimusi uurida ruutkolmliikmeid:

1)  $y = -3x^2 - 6x - 3$ ; 2)  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$ .

575. 1) Missugusel tingimusel ruutkolmliige  $y = ax^2 + bx + c$  kujutab kaksliikme täisruutu?

2) Kuidas arvutatakse sel juhul parabooli tipu koordinaate kolmliikme kordajate järgi?

576. On antud parabool:  $y = x^2$ .

Kirjutada paraboolide võrrandid, mis saadakse, kui antud parabooli nihutada:

- 1) 5 ühiku võrra ülespoole;
- 2) 4 ühiku võrra allapoole;
- 3) 3 ühiku võrra paremale;
- 4) 6 ühiku võrra vasemale;
- 5) 7 ühiku võrra vasemale ja parabooli harude suund on muudetud vastupidiseks;

6) ehitada iga juhtumi jaoks (vabal käel) graafik.

577.  $x$  ja  $y$  vahelist sõltuvust väljendab võrrand  $y = x^2 + px + q$ .

Leida kordajate  $p$  ja  $q$  väärtused, kui on teada, et:

- 1) funktsioon muutub nulliks ainult siis, kui  $x = -2$ ;
- 2) funktsioon omandab vähima väärtuse 3, kui  $x = 0$ ;
- 3) funktsiooni graafik puutub  $x$ -telge punktis  $(-6; 0)$ ;
- 4) koostatud võrrandite järgi joonestada ühel joonisel iga funktsiooni graafik.

578. 1) Ehitada ühel joonisel funktsioonide

$$y = (x - 2)^2 \text{ ja } y = (x - 2)^2 - 9$$

graafikud, täitnud varem järgmise tabeli:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = (x - 2)^2$										
$y = (x - 2)^2 - 9$										

2) Võrrelda funktsioonide  $y = (x - 2)^2$  ja  $y = (x - 2)^2 - 9$  graafikute asendeid koordinaattelgede suhtes (joon. 20).

3) Leida graafiku järgi  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon  $y = (x - 2)^2 - 9$  muutub nulliks, ning kontrollida tulemust vastava võrrandi lahendamise teel.

4) Selgitada, missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y = (x - 2)^2 - 9$  kahaneb; omandab vähima väärtuse; kasvab.

5) Kontrollida graafiku järgi ja arvutamise teel, et funktsioon  $y = (x - 2)^2 - 9$  omandab:

- a) positiivsed väärtused, kui  $x < -1$  ja kui  $x > 5$ ;
- b)  $y < 0$ , kui  $-1 < x < 5$ .

6) Leida parabooli  $x = (x - 2)^2 - 9$  tipu koordinaadid.

579. 1) Anda ruutkolmliikmele  $y = x^2 - 6x + 4$  kuju  $y = (x - 3)^2 - 5$ .

2) Arvutada  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon muutub nulliks.

3) Võrrandi  $y = (x - 3)^2 - 5$

järgi leida parabooli tipu koordinaadid.

4) Leida  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon a)  $y > 0$ ; b)  $y < 0$ ; c) kahaneb; d) kasvab; e) omandab vähima väärtuse.

5) Joonestada saadud tulemuste põhjal skemaatiliselt (vabal käel) funktsiooni  $y = (x - 3)^2 - 5$  graafik.

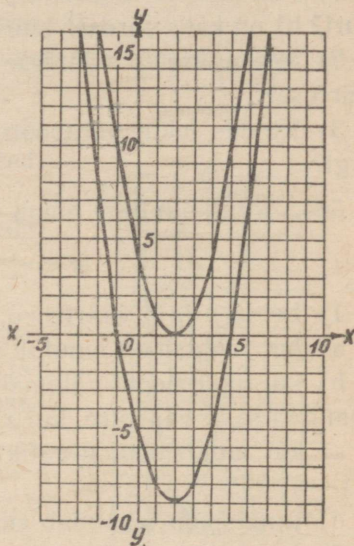
580. 1) Ruutkolmliikmes  $y = x^2 + 4x + 5$  eraldada täisruut.

2) Leida funktsiooni vähim väärtus ja parabooli tipu koordinaadid.

3) Tõestada, et funktsioon  $y = (x + 2)^2 + 1$  ei oma juuri (reaalseid).

4) Selgitada avaldise  $(x + 2)^2 + 1$  uurimise teel, et  $x$  mistahes väärtuste puhul funktsioon  $y > 0$ .

5) Ehitada funktsiooni graafik, arvanud järgmiste punktide koordinaadid:



Joon. 20.

$x$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$											

581. Kasutades eelmise ülesande juhiseid, uurida ruutkolmliiget  $y = -x^2 + 6x - 12$ .

582. 1) Kirjutada paraboolide võrrandid, mis saadakse antud parabooli järgmiste nihutamiste teel: a) parabool  $y = x^2$  on nihutatud 4 ühiku võrra paremale ja 3 ühiku võrra allapoole; b) parabool  $y = -x^2$  on nihutatud 5 ühiku võrra vasakule ja 2 ühiku võrra ülespoole; c) parabool  $y = x^2$  on nihutatud 6 ühiku võrra vasakule ja 5 ühiku võrra allapoole.

2) Iga juhtumi kohta:

a) ehitada funktsiooni graafik;

b) leida need  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon  $y$  muutub nulliks;

c) leida need  $x$  väärtused, mille puhul funktsioonil on suurim väärtus (maksimum) või vähim väärtus (miinimum).

583. Ruutkolmliige omab kuju

$$y = x^2 + px + q.$$

1) Missugusel tingimusel kolmeliikmel: a) on kaks erinevat juurt? b) on kaks võrdset juurt? c) ei ole juuri (reaalseid)?

2) Missuguse  $x$  väärtuse puhul kolmliige omandab vähima väärtuse?

3) Kuidas leida parabooli tipu koordinaadid kordajate  $p$  ja  $q$  järgi?

584. Ruutkolmliige omab kuju

$$y = \pm x^2 + px + q.$$

1) Leida  $p$  ja  $q$  väärtused:

a) kui funktsioon muutub nulliks, kui  $x_1 = 2$  ja  $x_2 = -3$ ;

b) kui funktsiooni vähimaks väärtuseks on  $(-2)$  ja funktsioon omandab selle väärtuse, kui  $x = 5$ ;

c) kui funktsiooni graafik lõikub  $x$ -teljega punktides  $(-4; 0)$  ja  $(-1; 0)$ ;

d) funktsioon omandab suurima väärtuse  $(+6)$ , kui  $x = -4$ .

2) Joonestada ühel ja samal joonisel iga juhtumi jaoks funktsiooni graafik ja leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul: a) funktsioon:  $y > 0$ ; b)  $y = 0$ ; c)  $y < 0$ .

585. 1) Anda ruutkolmliikmele  $y = 2x^2 + 4x - 6$  kuju

$$y = 2(x + 1)^2 - 8.$$

2) Arvutada  $x$  väärtused, mille puhul funktsioon muutub nulliks.

3) Selgitada avaldise  $y = 2(x + 1)^2 - 8$  uurimise teel, et funktsioon:

a) omandab vähima väärtuse  $(-8)$ , kui  $x = -1$ ;

b) kui  $x < -3$  ja kui  $x > 1$ , siis funktsioon  $y > 0$ ;

c) kui  $-3 < x < 1$ , siis funktsioon  $y < 0$ .

4) Saadud tulemuste põhjal joonestada graafik, mis näitab funktsiooni  $y$  muutumist sõltuvalt  $x$  muutumisest, leides  $x$  ja  $y$  eriväärtused tabeli järgi:

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 2x^2 + 4x - 6$									
$y = 2x^2$									

5) Joonestada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõtkavas funktsiooni  $y = 2x^2$  graafik (joon. 21).

6) Võrrelda saadud graafikuid, nende võrrandeid ning asendeid koordinaattelgede suhtes.

7) Leida parabooli  $y = 2x^2 + 4x - 6$  tipu koordinaadid ja avaldada need kolmliikme kordajate kaudu.

586. 1) Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid, uurida ruutkolmliiget  $y = -2x^2 - 4x + 6$ .

2) Selgitada, et antud kolmliige:

a) muutub nulliks, kui  $x_1 = -3$  ja  $x_2 = 1$ ; b) omandab vähima väärtuse  $y = 8$ , kui  $x = -1$ ;

c)  $y < 0$ , kui  $x < -3$  ja  $x > 1$ ;

d)  $y > 0$ , kui  $-3 < x < 1$ .

3) Ehitada kolmliikme graafik.

587. 1) Tõestada, et ruutkolmliige  $y = 2x^2 - 4x + 6$  ei oma juuri (reaalseid).

2) Anda antud kolmliikmele kuju  $y = 2(x - 1)^2 + 4$  ja tõestada, et  $x$  mistahes (reaalsete) väärtuste puhul funktsioon  $y > 0$ .

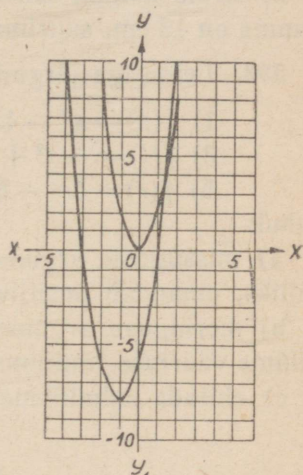
3) Tõestada, et kui  $x = 1$ , siis kolmliige omandab vähima väärtuse, ja leida see väärtus.

4) Selgitada, et  $x$  kasvamisel  $-\infty$  kuni 1 funktsioon kahaneb  $+\infty$  kuni 4 ja  $x$  kasvamisel  $+1$  kuni  $+\infty$ -ni funktsioon  $y$  kasvab  $+4$ -st kuni  $+\infty$ -ni. Joonestada skemaatilisel antud funktsiooni graafik.

588. On antud ruutkolmliige:  $y = -2x^2 + 4x - 6$ .

1) Tõestada, et see kolmliige ei oma juuri (reaalseid).

2) Tõestada, et  $x$  mistahes väärtuste puhul funktsioon  $y < 0$ .



Joon. 21.

3) Leida, missuguse  $x$  väärtuse puhul kolmliige omandab suurima väärtuse ja millise nimelt.

4) Leida, kuidas muutub funktsioon  $y$ , kui  $x$  muutub  $-\infty$  kuni  $+\infty$ -ni.

5) Joonestada funktsiooni muutumise graafik.

6) Kontrollida, et parabooli  $y = -2x^2 + 4x - 6$  tipu koordinaadid leitakse valemite järgi:  $x = -\frac{b}{2a}$  ja  $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ , kus  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on kolmliikme  $ax^2 + bx + c$  kordajad.

589. 1) Ristküliku ümbermõõt on 16 cm. Selliseid ristkülikuid võib olla lõpmatult palju. Leida neist see, mille pindala on suurim.

2) Leida kõigist täisnurksetest kolmnurkadest, mille kaatetite summa on 12 cm, suurima pindalaga kolmnurk.

590. Leida iga järgmise ruutkolmliikme

1)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ; 2)  $f(p) = -3p^2 + 4p - 5$ ;

3)  $f(t) = -t^2 + 7t - 12$ ; 4)  $f(n) = -4n^2 + 12n - 9$ ;

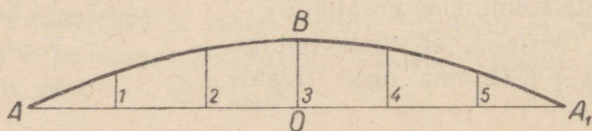
5)  $f(r) = 3r^2 - 5r + 2$

puhul:

a) missuguste argumendi väärtuste puhul kolmliige muutub nulliks, omandab positiivsed või negatiivsed väärtused;

b) missuguse argumendi väärtuse puhul kolmliige omandab vähima väärtuse (miinimumi) või suurima väärtuse (maksimumi);

c) ehitada kolmliikme graafik.



Joon. 22.

591. Lahendada graafiliselt järgmised võrrandid:

1)  $x^2 - 7x + 12 = 0$ ; 2)  $x^2 + x - 6 = 0$ ;

3)  $x^2 + 3x + 2 = 0$ ; 4)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

592. Silla võlvkaarel on parabooli kaare kuju, mille tipp asetseb selle kaare keskel (joon. 22).

Võlvkaarel on 5 tuge, mis on paigutatud üksteisest võrdsetele kaugustele. Leida nende tuge pikkus, kui kõõl, millele toetub see kaar, on  $2d$  ja võlvi kõrgus on  $h$ .

Lahendada ülesanne, kui  $2d = 108$  m ja  $h = 13,5$  m.

593\*. Lahendada võrratused:

1)  $x^2 - 2x - 15 < 0$ ;      2)  $x^2 - 7x + 12 > 0$ ;

3)  $x^2 + 3x - 40 > 0$ ;      4)  $x^2 - 4x + 3 < 0$ .

5) Leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul on ruutkolmeliige:  
a) positiivne; b) negatiivne; c) võrdne nulliga; d) omab vähima väärtuse ja missuguse.

6) Seesama alljärgneva kolmeliikme kohta:

$$3x^2 - x + 4.$$

---

## KAHE TUNDMATUGA TEISE ASTME VÖRRANDISÜSTEEMID.

### § 28. Üks kahe tundmatuga teise astme võrrand.

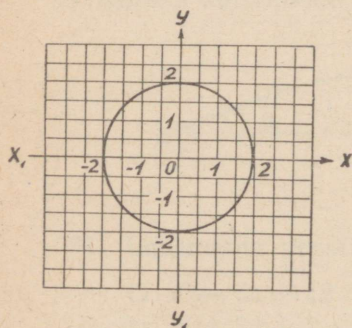
594. On antud võrrand:  $x^2 + y^2 = 4$ .

1) Lahendada võrrand  $y$  suhtes ja, kasutades tabeleid, leida järgmistele  $x$  eriväärtustele vastavad  $y$  väärtused (täpsusega kuni 0,1):

$x$	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y$									

2) Ehitada punktid, mille koordinaatideks on võrrandi  $x^2 + y^2 = 4$  leitud lahendid (täpsusega kuni 0,1).

3) Ühendada saadud punktid sujuva kõveraga ja tõestada, et nende punktide geomeetriline koht, mille koordinaadid rahuldavad võrrandit  $x^2 + y^2 = 4$ , on ringjoon, mille keskpunktiks on koordinaatide algus ja raadiuseks 2 (joon. 23).



Joon. 23.

4) Selgitada graafiku järgi ja kontrollida arvutamise teel, et võrrandi  $x^2 + y^2 = 4$  lahendeiks olevate  $x$  ja  $y$  väärtused ei või olla absoluutväärtuselt suuremad kui 2.

5) Tõestada, et kui ringi raadius on  $r$  ja keskpunkt asetseb koordinaatide alguses, siis ringjoone võrrand on  $x^2 + y^2 = r^2$ .

595. Tõestada, et igauks järgmistest võrranditest on ringjoone võrrand:

1)  $3x^2 + 3y^2 = 27$ ;

2)  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 8$ ;

$$3) \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 9; \quad 4) 0,1x^2 = 10 - 0,1y^2.$$

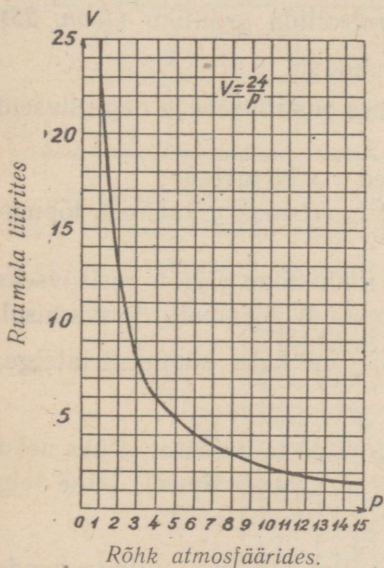
Leida iga ringjoone raadius ja ehitada vastav ringjoon (ühel joonisel).

Näpunäide. Anda igale võrrandile kuju:  $x^2 + y^2 = r^2$ .

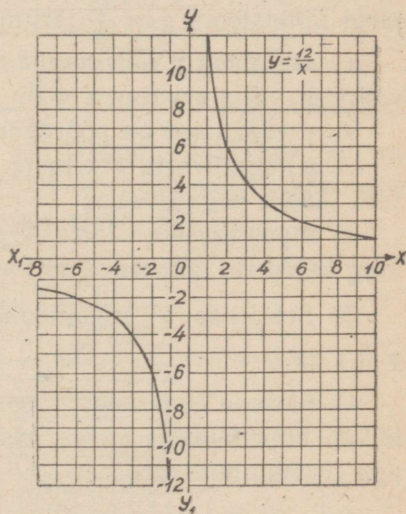
596. 1) Teades, et jääva temperatuuri puhul gaasi ruumala ja vastava rõhu korrutis on jääv suurus, koostada võrrand, mis väljendab gaasi ruumala  $v$  ja vastava rõhu  $p$  vahelist seost gaasi jaoks, mille ruumala 12-atmosfäärilise rõhu puhul on 2 l.

2) Leida võrrandi  $pv = 24$  erilahendid, andes suurusele  $p$  järgmised väärtused:  $p = 1,5; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15$ .

3) Joonestada graafik, mis näitab gaasi ruumala muutumist sõltuvalt vastava rõhu muutumisest (joon. 24).



Joon. 24.



Joon. 25.

4) Leida graafiku järgi ja kontrollida arvutamise teel, millega võrdub  $v$ , kui  $p = 1,6; 2,4; 4,8$ .

5) Mitu lahendit on võrrandil  $vp = 24$ ?

6) Kas võrrandi  $vp = 24$  lahendeiks võivad olla  $v$  või  $p$  väärtused, mis on võrdsed nulliga?

7) Kuidas nimetatakse  $v$  ja  $p$  vahelist sõltuvust, mis on väljendatud võrrandiga  $vp = 24$ ?

8) Kuidas nimetatakse kõverat, mis kujutab graafiliselt seda sõltuvust?

597. On antud võrrand  $xy = 12$ .

1) Lahendada see võrrand  $y$  suhtes ja joonestada funktsiooni  $y = \frac{12}{x}$  graafik, arvutanud  $y$  eriväärtused järgmiste  $x$  väärtuste puhul:

$x$	-12	-10	-8	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6	8	10	12
$y$																

2) Selgitada võrrandi abil ja kontrollida graafiku (joon. 25) järgi funktsiooni  $y = \frac{12}{x}$  järgmisi omadusi:

a) argument  $x$  võib omada mistahes positiivseid ja negatiivseid väärtusi, välja arvatud  $x = 0$ ;

b)  $y$  väärtused on pöördvõrdelised  $x$  väärtustega;

c)  $x$  negatiivsete väärtuste puhul funktsioon  $y$  kahaneb lõpmatuks, jäädes negatiivseks;

d)  $x$  positiivsete väärtuste puhul funktsioon  $y$  jääb positiivseks ning kahaneb, lähenedes nullile argumendi piiramatul kasvamisel.

3) Selgitada, et hüperboolil  $y = \frac{12}{x}$  on kaks sümmeetriatelge:  $y = x$  ja  $y = -x$ .

4) Ehitada hüperbooli sümmeetriateljed ja näidata, et üks neist lõikub hüperbooliga kahes punktis (hüperbooli tipud), teine telg aga ei lõiku hüperbooliga.

598. 1) Järgides ülesandes 597 antud juhiseid, ehitada nende punktide geomeetiline koht, mille koordinaadid on võrrandi  $xy = -12$  lahendeiks.

2) Kuidas muutub hüperbooli asend koordinaattelgede suhtes sõltuvalt võrrandi  $xy = a$  tundmatut mittedisaldava liikme märke?

599. Hüperboolile  $y = \frac{m}{x}$  kuuluva punkti koordinaadid on  $(2; 8)$ . Kirjutada hüperbooli võrrand, leida selle tipu koordinaadid ja joonestada (skemaatiliselt) antud funktsiooni graafik.

600\*. On antud võrrand:

$$x^2 - y^2 = 4.$$

1) Lahendada see võrrand  $y$  suhtes ja tõestada, et:

a)  $x$  ei või omada väärtusi, mille absoluutväärtus on väiksem kui 2;

b)  $x$  igale väärtusele vastab kaks absoluutväärtuselt võrdset, kuid vastupidise märgiga  $y$  väärtust;

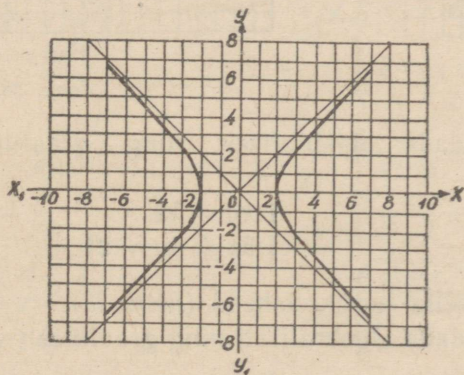
c)  $y$  muutub nulliks, kui  $x = \pm 2$ ;

d) kui  $|x| > 2$  ja  $x$  absoluutväärtust piiramatult suurendada, siis  $y$  absoluutväärtus piiramatult kasvab.

2) Leida võrrandi  $x^2 - y^2 = 4$  erilahendid, andes  $x$ -le järgmised väärtused ja arvutades  $y$  täpsusega kuni 0,1:

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	2	3	4	5	6	7
$y$												

3) Võttes võrrandi  $x^2 - y^2 = 4$  iga lahendi punkti koordinaatideks, ehitada saadud punktid ja ühendada need sujuva kõveraga, arvestades võrrandi uurimise tulemusi (joon. 26).



Joon. 26.

4) Selgitada graafiku järgi ja kontrollida võrrandi abil, et koordinaatteljed on saadud kõvera sümmeetriatelgedeks.

5) Ehitada sirgjooned  $y = x$  ja  $y = -x$  ning selgitada, et kõvera harud piiramatult lähenevad nendele sirgetele (kõvera asümptoodid).

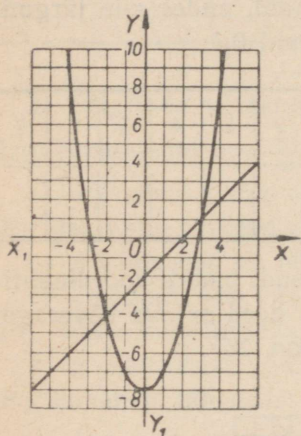
§ 29. Kahe tundmatuga teise astme võrrandid, milledest üks on teise, teine — esimese astme võrrand<sup>1</sup>.

601. 1) Lahendada võrrandisüsteem:

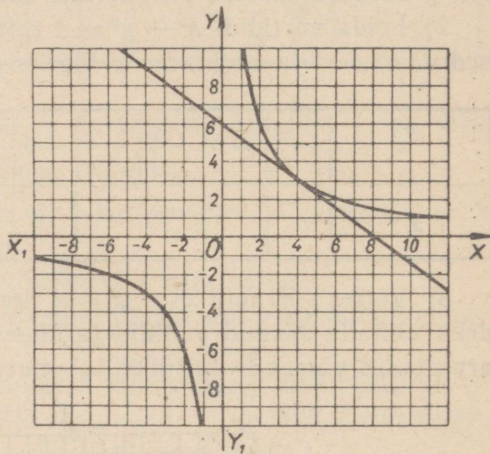
$$\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

2) Ehitada antud süsteemi võrrandite graafikud ja leida nende lõikepunktide koordinaadid (joon. 27).

3) Mitu lahendit on antud süsteemil?



Joon. 27.



Joon. 28.

602. Lahendada algebraliselt ning graafiliselt võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 12 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$$

ja näidata, et sellel on üks lahend (joon. 28).

603. Lahendada algebraliselt ning graafiliselt võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 - y = 4 \\ y + 6 = 1 \end{cases}$$

ja veenduda, et sellel süsteemil pole lahendeid (joon. 29).

<sup>1</sup> Tööd on otstarbekas alustada esimese astme võrrandisüsteemide kordamisest. I peatükk, nr. 39—43, 77.

Lahendada võrrandisüsteemid:

604. 1)  $\begin{cases} x^2 + xy = 2 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 19 \\ x - y = 7 \end{cases}$

605. 1)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 0 \\ y + 2x = 0 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 63 \\ x - y = -3 \end{cases}$

606. 1)  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \\ x + y = 12 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{4}{5} \\ x - y = 4 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} (x-2)(y+1) = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

607. 1)  $\begin{cases} x + y = a \\ xy = -2a^2 \end{cases}$

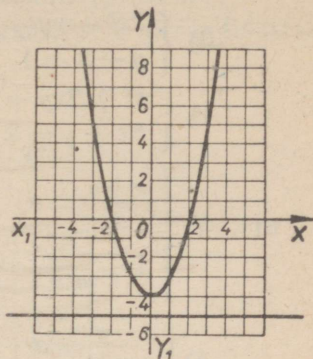
3)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2 \\ x + y = 3a \end{cases}$

608. 1)  $\begin{cases} \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y+1} = 1 \\ \frac{3}{x+3} = \frac{2}{y} \end{cases}$

3)  $\begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+y+y^2} = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$

609. 1)  $\begin{cases} (x-2)(y-3) = 1 \\ \frac{x-2}{y-3} = 1 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} \frac{3x-2}{y+5} + \frac{y}{x} = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$



Joonis 29.

2)  $\begin{cases} x + y = a + 2b \\ xy = ab + b^2 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{13a^2}{36} \\ y - x = \frac{a}{6} \end{cases}$

2)  $\begin{cases} \frac{3}{x+5} + \frac{2}{y-3} = 2 \\ \frac{4}{x-2} = \frac{1}{y-6} \end{cases}$

4)  $\begin{cases} \frac{x^2 + y + 1}{y^2 + x + 1} = \frac{3}{2} \\ x - y = 1 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} \frac{y+3}{(3x-y)(3y-x)} = \frac{1}{2} \\ \frac{x-y}{x+y} = \frac{2}{5} \end{cases}$

4)  $\begin{cases} \frac{2x-5}{x-2} + \frac{2y-3}{y-1} = 2 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$

$$610. \quad 1) \begin{cases} 7x^2 - 3y^2 + 5xy - 2x - 27 = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x^2 - 5xy + y^2 + 10x + 12y = 100 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 6 = 0 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + 2xy + 3y^2 - 48x + 4y - 4 = 0 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

$$611. \quad 1) \begin{cases} \frac{x+y}{y} = a \\ 1 + \frac{xy}{a+1} = a^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{a-b} - \frac{a+b}{y} = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-y}{a+1} = a \\ x - y^2 = 0 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = 2a \\ \frac{x^2 - 2a^2 + y^2}{2} = 1 \end{cases}$$

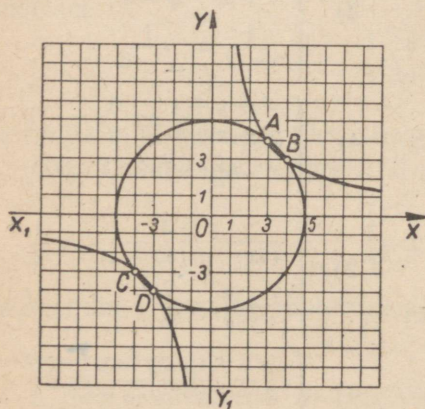
### § 30. Kahe tundmatuga teise astme võrrandisüsteemid.

612. 1) Lahendada algebraliselt võrrandisüsteem

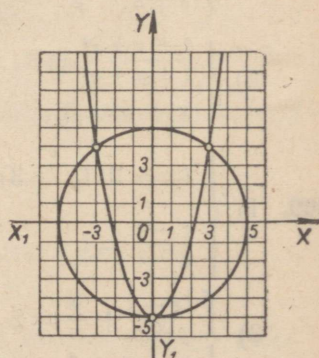
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

2) Ehitada antud süsteemi võrrandite graafikud ja leida nende lõikepunktide koordinaadid (joon. 30).

3) Mitu lahendit on sellel süsteemil?



Joon. 30.



Joon. 31.

613. Lahendada algebraliselt ning graafiliselt võrrandisüsteem

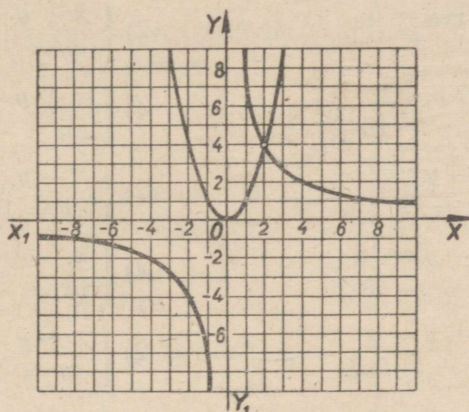
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y = 5 \end{cases}$$

ja näidata, et sellel on kolm erinevat lahendit (joon. 31).

614. Lahendada algebraliselt ning graafiliselt võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 8 \\ y = x^2 \end{cases}$$

ja näidata, et sellel on üks lahend (joon. 32).



Joon. 32.

Lahendada võrrandisüsteemid:

615. 1)  $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x + 2xy + y = 10 \\ x - 2xy + y = -2 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} xy - x + y = 7 \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} xy + x + y = 29 \\ xy - 2(x + y) = 2 \end{cases}$

616. 1)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x^2 - y^2 + x - y = 6 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy \\ 4x - 4y = xy \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 2y^2 = 14 \\ x^2 + xy - y^2 = 5 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 3x - 2y = 10 \\ 5xy - 2x^2 + 7x - 8y = 10 \end{cases}$

617. 1)  $\begin{cases} (x + y)(8 - x) = 10 \\ (x + y)(5 - y) = 20 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y - 5 = 0 \\ (x - 2)(y - 1) = 0 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 3x - y + 22 = 0 \\ (x - 3)(y - 2) = y^2 - 3y + 2 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} (x + y)^2 - 4(x + y) = 45 \\ (x - y)^2 - 2(x - y) = 3 \end{cases}$

$$618. \quad 1) \begin{cases} x^2 + xy = a \\ y^2 + xy = b \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3a}{x-y} = \frac{x}{a} \\ \frac{10a}{x+y} = \frac{y}{a} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-a}{x} + \frac{y-b}{b} = 1 \\ \frac{x-a}{a} + \frac{y-a}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{x+m}{m} - \frac{y+m}{x} = 3 \\ \frac{y+m}{m} - \frac{x+m}{x} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Kasutades teoreemi ruutvõrrandi lahendite summa ja korrutise kohta, lahendada järgmised süsteemid:

$$619. \quad 1) \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -15 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = -5 \\ xy = -36 \end{cases}$$

$$620. \quad 1) \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 18 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 15 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = 16 \\ xy = -48 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x - y = 3 \\ yx = -2 \end{cases}$$

$$621. \quad 1) \begin{cases} x + y = a \\ xy = -2a^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + y = 2a \\ xy = -3a^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = b \\ xy = 2b^2 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = a + 2b \\ xy = ab + b^2 \end{cases}$$

$$622. \quad 1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ xy = 20 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = 3 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{cases}$$

$$623. \quad 1) \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5m^2}{4} \\ xy = \frac{m^2}{2} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{13a^2}{36} \\ xy = \frac{a^2}{6} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{10a^2}{9} \\ xy = \frac{a^2}{3} \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 + 4b^2 \\ xy = 2ab \end{cases}$$

Järgmiste võrrandisüsteemide lahendamisel kasutada abitundmatu võtet:

$$624. \quad 1) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{34}{15} \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{26}{5} \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{9}{20} \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$625. \quad 1) \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2} \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{41}{20} \\ x + y = 41 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{6} \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ xy = 4 \end{cases}$$

Lahendada järgmised võrrandisüsteemid, mille vasakud pooled on homogeenised  $x$  ja  $y$  suhtes:

$$626. \quad 1) \begin{cases} x^2 - 5y^2 = -1 \\ 3xy + 7y^2 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3y^2 - 2xy = 160 \\ y^2 - 3xy - 2x^2 = 8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ x^2 - y^2 = -16 \end{cases}$$

$$627. \quad 1) \begin{cases} x^2 - 2xy - y^2 = 2 \\ xy + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + xy + 4y^2 = 6 \\ 3x^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 29 \\ 7x^2 - 8xy + 7y^2 = 43 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x^2 + 5xy - 4y^2 = 38 \\ 5x^2 - 9xy - 3y^2 = 15 \end{cases}$$

Lahendada järgmised võrrandisüsteemid:

$$628. \quad 1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{xy} = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2} \\ x + y = 25 \end{cases}$$

$$629. \quad 1) \begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 18 \\ xy + x^2 + y^2 = 19 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 18 \\ xy + x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$$

$$630. \quad 1) \begin{cases} x^3 + y^3 = 72 \\ x^2 - xy + y^2 = 12 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^3 - y^3 = 218 \\ x^2 + xy + y^2 = 109 \end{cases}$$

$$631. \quad 1) \begin{cases} x^3 - y^3 = 133 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^3 + y^3 = -217 \\ x + y = -7 \end{cases}$$

$$632. \quad 1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ x^2 + y^2 = 160 \end{cases}$$

$$633^*. \quad 1) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ \frac{x}{y} = \frac{m}{n} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x^2}{y^2} = \frac{a^2}{b^2} \\ a - x = b - y \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{c} \\ \frac{a}{x^2} - \frac{b}{y^2} = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2 \\ \frac{bx + ay}{bx - ay} = \frac{m}{n} \end{cases}$$

$$634^* \quad 1) \begin{cases} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{a}{b} \\ xy = (a^2 - b^2)^2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x \left(1 + \frac{x}{y}\right) = a \\ y \left(1 + \frac{y}{x}\right) = b \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} xy - \frac{x}{y} = a \\ xy - \frac{y}{x} = \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x^3}{y} + xy = a^2 \\ \frac{y^3}{x} + xy = b^2 \end{cases}$$

Lahendada kolme tundmatuga võrrandisüsteemid:

$$635. \quad 1) \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ xz = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 2 \\ y + z = 7 \\ x^2 + z^2 = 41 \end{cases}$$

$$636^* \quad 1) \begin{cases} xy = 2 \\ yz = 6 \\ xz = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = 6 \\ yz = 12 \\ xz = 8 \end{cases}$$

$$637^* \quad 1) \begin{cases} xy = 2 \\ xz = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = 4 \\ yz = 6 \\ x^2 + z^2 = 13 \end{cases}$$

$$638^* \quad 1) \begin{cases} y - x = 3 \\ y - z = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 30 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 6 \\ xy + xz + yz = 29 \end{cases}$$

## § 31. Ülesandeid võrrandisüsteemide koostamise kohta.

639. Ristküliku ümbermõõt on 28 cm. Selle ristküliku kahele lähisküljele ehitatud ruutude pindalade summa on 116 cm<sup>2</sup>. Leida ristküliku küljed.

640. Ristküliku pindala on 120 cm<sup>2</sup> ja tema diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed.

641. Ristkülikukujuline maatükk, mille pindala on 2400 m<sup>2</sup>, on ümbritsetud 200 meetri pikkuse taraga. Leida selle maatüki pikkus ja laius.

642. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 41 cm ja tema pindala 180 cm<sup>2</sup>. Leida kaatetid.

643. 1) Täisnurkse kolmnurga ümbermõõt on 48 cm ja tema pindala 96 cm<sup>2</sup>. Leida kolmnurga küljed.

2) Täisnurkse kolmnurga übermõõt on  $2p$  ja tema pindala  $q$ . Leida kolmnurga küljed.

644. Kolmnurga übermõõt on  $2p$ , pindala on  $S$  ja üks külg  $a$ . Leida kolmnurga teised küljed.

645. 1) Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 20 ja geomeetiline keskmine 12. Leida need arvud.

2) Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 17 ja geomeetiline keskmine 15. Leida need arvud.

646. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed, kui on teada, et tema kaks mittevõrdset kõrgust on  $a$  ja  $b$ .

647. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi ja hüpotenuusile tõmmatud kõrguse summa on  $m$ , kaatetite summa on  $n$ . Leida hüpotenuus.

648. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on  $h$  ja kaatetite summa  $m$ . Leida hüpotenuus.

649. Täisnurkse kolmnurga kaatetite vahe on  $n$  ja tema hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on  $h$ . Leida hüpotenuus.

650. Reisirong läbib kahe linna vahemaa, mis on 480 km, 4 tundi lühema ajaga kui kaubarong. Kui reisirongi kiirust suurendada 8 km võrra ja kaubarongi kiirust 2 km võrra tunnis, siis reisirong läbib selle vahemaa 5 tundi lühema ajaga kui kaubarong. Leida kummagi rongi kiirus.

651. Linnadest  $A$  ja  $B$ , millede vahemaa on 180 km, lähetati teineteisele vastu kaks rongi. Peale nende kohtumist rong, mis väljus linnast  $A$ , saabub linna  $B$  2 tunni pärast, teine aga jõuab linna  $A$  4 tunni 30 minuti pärast. Leida kummagi rongi kiirus.

652. Kahele riskülikukujulisele maatükile on istutatud ridadele 350 viljapuud, kusjuures kummalgi maatükil on ridu 1 võrra rohkem kui viljapuid reas. Mitu viljapuud on istutatud igasse ritta kummalgi maatükil, kui esimesel neist on 130 viljapuud rohkem kui teisel?

653. Kolhoosi kahe võistleva brigaadi viljasaagi arvestus näitas, et esimene brigaad sai oma maatükilt 200 ts nisu ja teine brigaad, mille maatükk oli 2 ha suurem, sai 300 ts, kusjuures teine brigaad sai hektarilt 5 ts rohkem kui esimene. Leida kummagi maatüki suurus ja viljasaak kummagi maatüki 1 hektarilt.

654. Punktide  $A$  ja  $B$  vaheline tee koosneb tõusust ja langusest. Jalgrattur, liikudes langusel 6 km võrra suurema kiirusega kui tõusul, kulutab punktist  $A$  punkti  $B$  jõudmiseks 2 tundi 40 minutit, tagasiteel punktist  $B$  punkti  $A$  aga 20 minutit vähem. Leida jalgratturi kiirus tõusul ja langusel ning tõusu pikkus punktist  $A$  punkti  $B$  suunas, kui kogu tee pikkus on 36 km.

655. Jalgratta võidusõidu-distsants on 6 km. Jalgrattur  $A$  möödus jalgratturist  $B$ , jõudes finišisse 2 min. varem kui jalgrattur  $B$ . Kui  $A$  oleks vähendanud kiirust 0,1 km võrra minutis,  $B$  aga samavõrra suurendanud, oleks  $B$  jõudnud finišisse 2 minutit varem kui  $A$ . Leida kummagi jalgratturi kiirus.

656. Ühelt maatükilt saadi 4,8 t kartuleid, teiselt maatükilt, mis on 0,03 ha võrra väiksem, saadi 2 t, kusjuures selle maatüki igalt ruutmeetrilt saadi 2 kg vähem kui esimese maatüki igalt ruutmeetrilt. Leida, kui suur oli kumbki maatükk ning kui palju kartuleid saadi kummagi maatüki igalt ruutmeetrilt.

657. Puutala kaalub 90 kg, raudtala, mis on 2 m pikem sellest, kaalub 160 kg, kusjuures raudtala üks jooksev meeter on 5 kg raskem puutala jooksvast meetrist. Leida kummagi tala jooksva meetri kaal ja kummagi pikkus.

658. Kahe jõu suunad moodustavad täisnurga, resultantjõud on 89 kG. Kui kumbagi jõudu vähendada 3 kG võrra, siis resultantjõud väheneb 4 kG võrra. Leida jõudude suurused.

659. Kahe jõu suunad moodustavad täisnurga ja resultantjõud on 25 kG. Kui väiksemat jõudu suurendada 8 kG võrra ja suuremat vähendada 4 kG võrra, siis resultantjõud jääb muutumata. Leida jõudude suurused.

660. Kahest vedelikust, mille erikaalud on vastavalt  $1,2 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$  ja  $1,6 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ , on koostatud 60 grammi segu. Mitu grammi võeti kumbagi vedelikku ja kui suur on segu erikaal, kui  $8 \text{ cm}^3$  segu kaalub niisama palju kui palju kaalub seguks võetud väiksema erikaaluga vedelik?

661. Kui kahekohaline arv jagada tema numbrite summaga, siis saadakse jagatiseks 6 ja jäägiks 2. Kui aga sama arv jagada tema numbrite korrutisega, siis saadakse jagatiseks 5 ja jäägiks 2. Leida need arvud.

662. Keha liigub ühtlaselt kiirenevalt (ilma algkiirusega) ja läbinud 360 m, omandab kiiruse 12 m sekundis. Kui kaua ja misuguse kiirendusega liikus keha?

663. Rong väljus jaamast ja, liikudes ühtlaselt kiirenevalt, saavutas 2,1 km pikkusel vahemaal kiiruse 54 km tunnis. Leida rongi kiirendus ja hoovõtu aeg.

664. Algkiirusega keha saab kiirenduse  $25 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Läbinud 570 m, oli keha kiirus 17 m sekundis. Leida, kui suur oli keha algkiirus ja kui kaua ta liikus kiirendusega.

665. Kaks keha liiguvad täisnurga haarasid mööda tipu poole. Teatud momendil keha  $A$  oli 60 m kaugusel nurga tipust ja keha  $B$  80 m kaugusel. 3 sekundi pärast kehade  $A$  ja  $B$  vaheline kaugus oli 70 m ja 2 sekundit hiljem vähenes nendevaheline kaugus veel 20 m võrra. Leida kummagi keha kiirus.

666. 2 km pikkust ringrada mööda liiguvad ühes ja samas suunas kaks uisutajat, kes kohtuvad iga 20 minuti pärast. Leida kummagi uisutaja kiirus tunnis, kui esimene neist läbib ringraja 1 minuti võrra lühema ajaga kui teine.

667. Kaks keha liiguvad ringjoont mööda, mille pikkus on  $c$  meetrit. Esimene keha läbib ringjoone pikkuse  $t$  sekundi võrra kiiremini teisest; kui nad liiguvad ühes suunas, kohtuvad nad iga  $n$  sekundi pärast. Leida kummagi keha joonkiirus.

---

VI PEATÜKK.

ÜLESANDEID VIII—IX KLASSI KURSUSE  
KORDAMISEKS.

668. Poldile, mille diameeter on  $d$ , võib rakendada maksimaalselt koormuse  $Q$ . Diameetri pikkuse leiame sentimeetrites valemist

$$d = 0,45\sqrt{Q} + 0,5.$$

Kasutades ruutjuure tabeleid, arvutada, kui suur peab olema poldi läbimõõt, et see kannataks koormust:

- 1) 150 kg; 2) 200 kg; 3) 250 kg.

Arvutuste tulemused ümardada täpsusega kuni 1 cm.

669. Missugusel tingimusel:

$$1) \sqrt{x^2y} = x\sqrt{y};$$

$$2) \sqrt{(a-2)^3} = (a-2)\sqrt{a-2};$$

$$3) \sqrt[3]{a^3b} = a\sqrt[3]{b};$$

$$4) \sqrt{(x-1)(x-2)} = \sqrt{(x-1)} \cdot \sqrt{x-2}.$$

670. Tõestada samasused:

$$1) \frac{x+2\sqrt{xy^2+y^2}}{\sqrt{x+y}} = \sqrt{x}+y;$$

$$2) \frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$$

671. Arvutada: 1)  $\left[ a^{-\frac{2}{3}} b(a^{\frac{8}{3}} b^{-2})^{-\frac{1}{2}} (a^{-1})^{-\frac{2}{3}} \right]^3$ ,

$$\text{kui } a = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$2) \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{(a^2 - ab)^{\frac{2}{3}}} : \frac{a^{-\frac{2}{3}} \sqrt[3]{a-b}}{a \sqrt{a-b} \sqrt{b}}$$

kui  $a = 1,2$  ja  $b = \frac{3}{5}$ .

672. Tõestada, et kui

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b}{a}},$$

kus  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a > b$ , siis:

$$\frac{2b \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} = a - b.$$

673. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõtkaavas järgmiste funktsioonide graafikud:

$$y = x^2; y = -x^2; y = (x - 1)^2; y = x^2 + 2x;$$

$$y = x^2 + 4x + 3.$$

2) Selgitada mille poolest sarnanevad ja mille poolest erinevad ehitatud graafikud?

3) Missuguste  $x$  väärtuste puhul igaüks nendest funktsioonidest: kahaneb, kasvab, muutub nulliks, omab vähima või suurima väärtuse ja millise nimelt?

674. Lahendada graafiliselt järgmised võrrandisüsteemid:

$$1) \begin{cases} x^2 + y = 2x - 1 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$$

675. Lahendada võrrandid:

$$1) \frac{2}{a+2x} - \frac{2}{a-2x} - \frac{4x^2 - 4a - a^2}{4x^2 - a^2} = 0;$$

$$2) \sqrt{2(2x+5)} + \sqrt{27+8x} = 4;$$

$$3) (x-7)(x-4)(x+3)(x+1) = 96 - (x-1)(x-3)(x+4)(x+7);$$

$$4) \frac{x^3}{a-b} - \frac{4a^2b^2}{ax-bx} = 2(a+b)x, a \neq b.$$

676. 1) Missuguste  $k$  väärtuste puhul võrrandi

$$2x^2 + (k-9)x + k^2 + 3k + 4 = 0$$

lahendid on võrdsed?

2) Määrata  $c$  võrrandis  $x^2 - 12x + c = 0$ , kui üks võrrandi lahendeist on teisest  $2\sqrt{5}$  võrra suurem.

3) Tõestada, et  $a$ ,  $b$  ja  $c$  mistahes reaalsete väärtuste puhul võrrandi

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{c^2}$$

lahendid on reaalsed.

677. Lahendada järgmised võrrandisüsteemid:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 106 \\ xy = 45 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + xy^2 = 104 \\ x + xy = 24 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = -47 \\ xy = 21 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x^2}{3} + xy = 6 \\ \frac{xy}{4} + y^2 = 1\frac{3}{4} \end{cases}$$

**Ülesandeid kontroll- ja iseseisvateks töödeks.**

678. 1) Aurik sõitis mööda jõge pärioolu 90 km ja vastuoolu 36 km, kusjuures ta kulutas sõiduks pärioolu 2 tundi rohkem kui sõiduks vastuoolu. Sõites pärioolu, läbis aurik tunnis 6 km rohkem kui vastuoolu. Mitu kilomeetrit läbis aurik tunnis vastuoolu?

2) Teostada tehted:

$$\left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$$

tingimusel, et  $x > y > 0$ .

3) Lahendamata võrrandit

$$x^2 - 4x + 3 = 0,$$

koostada uus võrrand, mille lahendeiks oleksid antud võrrandi lahendite pöördväärtused.

679. 1) Kiirrong läbib tunnis 10 km rohkem kui postirong. Kui kiirrong läbiks 160 km ja postirong 180 km, siis kuluks selleks kiirrongil 2 tundi vähem aega kui postirongil. Mitu kilomeetrit läbib kiirrong tunnis?

2) Teostada tehted:

$$\frac{\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2 + x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}} - \sqrt{\frac{a^4}{x^4} - 1}$$

tingimusel, et  $|a| > |x| > 0$ .

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$x^2 - 2x - 3 = 0.$$

680. 1) Kinoteatri saalis on 300 istekohta. Kui suurendada igas reas istekohtade arvu 2 võrra ja ridade arvu vähendada 3 võrra, siis istekohtade arv väheneks 11 võrra. Mitu istepinkide rida on kinoteatri saalis?

2) Lahendada võrrand

$$\frac{ab}{x-a} + \frac{ax}{x+b} = -b.$$

3) Kumb on suurem:

$$\frac{1}{4}\sqrt{48} \text{ või } \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}?$$

681. 1) Kaks brigaadi lõpetasid koos töötades veehoidla ehitamise 12 päevaga. Mitu päeva oleks kulunud veehoidla ehitamiseks kummalgi brigaadil eraldi, kui üks neist oleks võinud selle töö teha 10 päeva võrra kiiremini kui teine?

2) Teostada tehted:

$$\left( \frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \sqrt{xy} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y} \right)^2.$$

3) Võrrandis  $x^2 - 3x + q = 0$  leida  $q$  väärtus nii, et võrrandi lahendid  $x_1$  ja  $x_2$  rahuldaksid võrrandit

$$2x_1 + 3x_2 = 7.$$

682. 1) Omnibuss väljus linnast  $A$  linna  $B$ , millede vahemaa on 150 km. Kolm tundi pärast väljumist oli omnibuss sunnitud peatuma 20 minutit, seejärel läbis aga ülejäänud tee 6 km võrra suurema tunniikiirusega ja jõudis seetõttu linna  $B$  hilinemiseta. Leida omnibussi esialgne kiirus.

2) Lahendada võrrand

$$\sqrt{3x+1} - 1 = \sqrt{2x-1}.$$

3) Lahendamata võrrandit  $x^2 - 5x + 3 = 0$ , leida selle võrrandi lahendite ruutude summa.

683. 1) Auto sõitis linnast  $A$  linna  $B$ , millede vahemaa on 280 km, teatud keskmise kiirusega. Autojuht arvestas, et ta oleks võinud sõita selle vahemaa 1 tunni võrra kiiremini, kui ta oleks igas

tunnis sõitnud 5 km võrra rohkem. Kui kaua sõitis auto linnast  $A$  linna  $B$ ?

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6} \\ x + y = 5 \end{cases}$$

3) Taandada murd:

$$\frac{x-y}{x+y-2\sqrt{xy}}$$

684. 1) Mootorrattur sõitis linnast  $A$  linna  $B$ , mis asetseb 60 km kaugusel linnast  $A$ . Tagasi sõitis ta sama kiirusega, kuid sõitnud 1 tunni, oli ta sunnitud peatuma 20 minutit. Pärast peatust jätkas ta sõitu, suurendades kiirust 4 km võrra tunnis. Kui suur oli mootorratturi esialgne kiirus, kui on teada, et tagasisõiduks kulutas ta niisama palju aega kui sõiduks linnast  $A$  linna  $B$ ?

2) Leida funktsiooni

$$6x^3 - 12x^2 + 3x + 4$$

väärtus, kui

$$x = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3}).$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ \sqrt{xy} = 15 \end{cases}$$

4) Võrrandis  $(k-2)x^2 + (k-5)x - 5 = 0$  määrata  $k$  väärtus nii, et võrrandi üks lahend oleks võrdne  $(-2)$ -ga.

685. 1) Sõjaväe kolonn, pikkusega  $d$  km, liigub mööda maanteed kiirusega  $v$  km tunnis. Käskjalg-ratsanik sõitis kolonni lõpust selle alguseni, andis üle käsu ja pöördus kohe tagasi kolonni lõppu. Edasi-tagasi sõiduks kulutas ta  $t$  minutit. Leida käskjala kiirus, kui see oli ühtlane kogu teel.

2) Lahendada võrrand

$$\sqrt{4a+b-5x} + \sqrt{4b+a-5x} - 3\sqrt{a+b-2x} = 0.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} xy = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

4) Missuguste  $k$  väärtuste puhul võrrandi  $9x^2 + kx + 4 = 0$  lahendid on võrdsed?

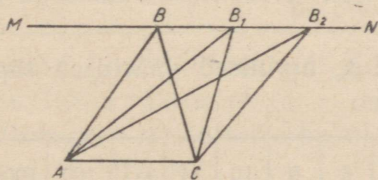
VII PEATÜKK.

PIIRVÄÄRTUSED.

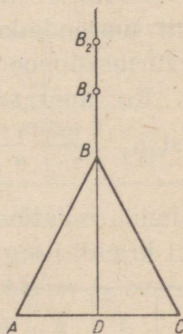
§ 32. Muutuva suuruse piirväärtus.

686. Kolmnurga  $ABC$  tipp  $B$  nihkub mööda sirget  $MN$ , mis on paralleelne alusega  $AC$ , kusjuures kolmnurga alus  $AC$  ei muutu (joon. 33).

1) Missugused järgmistest suurustest on tipu  $B$  niisugusel nihkumisel jäävad ja missugused muutuvad: a) kolmnurga kõrgus, mis on tõmmatud tipust  $B$ ; b) kolmnurga  $ABC$  übermõõt; c) kolmnurga  $ABC$  pindala; d) nurga  $BAC$  suurus; e) nurga  $BCA$  suurus; f) nurga  $ABC$  suurus; h) kolmnurga  $ABC$  sisenurkade summa.



Joon. 33.



Joon. 34.

2) Kui kolmnurga  $ABC$  tipp  $B$  nihkub mööda sirget  $MN$  algasendist paremale, siis missugused nimetatud muutuvatest suurustest kasvavad tõkestamatult; kasvavad, kuid on ülalt tõkestatud; kahanevad, kuid on alt tõkestatud?

687. Võrdhaarse kolmnurga  $ABC$  tipp  $B$  nihkub mööda kolmnurga kõrgust  $BD$  üles, eemaldudes tõkestamatult alusest  $AC$ , mis jääb endiseks.

Vaadelda nurga  $A$  suurust; nurga  $B$  suurust; kolmnurga  $ABC$  kõrgust  $BD$ ; kolmnurga ümbermõõtu; kolmnurga sisenurkade summat; kolmnurga pindala; nurga  $BDC$  suurust ja selgitada, misugused nendest suurustest punkti  $B$  niisugusel nihkumisel kasvavad tõkestamatult; kasvavad, kuid on ülalt tõkestatud; kahanevad, kuid on alt tõkestatud; on jäävad.

688. Korrapärase hulknurga kesknurga  $\alpha$  suurus arvutatakse valemist  $\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$ , kus  $n$  on hulknurga külgede arv.

1) Missuguseid väärtusi võib omada selles valemis  $n$ ?

Leida  $\alpha_n$  arvulised väärtused täpsusega kuni 0,1 kraadi ning täita järgmine tabel:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	...	100	360	3600
$\alpha_n$	120°											

3) Missuguste  $n$  väärtuste puhul on korrapärase  $n$ -nurkse hulknurga kesknurk väiksem kui 1°? väiksem kui 1'? väiksem kui 1''?

4) Näidata, et kui korrapärase hulknurga külgede arvu tõkestamatult suurendada, siis kesknurga suurus on muutuv suurus, mille väärtused moodustavad alt tõkestatud kahaneva arvujärgendi.

689. Korrapärase hulknurga sisenurga  $\beta$  suurus arvutatakse valemist  $\beta_n = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$ , kus  $n$  on korrapärase hulknurga külgede arv.

1) Leida muutuva suuruse  $\beta_n$  arvulised väärtused täpsusega kuni 0,1 kraadi ning täita tabel:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...	100	1000	.....
$\beta_n$	60°												

2) Missuguste  $n$  väärtuste puhul vahe  $180^\circ - \beta_n$  absoluutväärtus on väiksem kui 1°?

3) Näidata, et kui korrapärase hulknurga külgede arvu tõkestamatult suurendada, siis sisenurga suurus on muutuv suurus, mille väärtused moodustavad ülalt tõkestatud kasvava arvujärgendi.

**690.** Korrapärase  $n$ -nurkse hulknurga sisenurkade summa  $S_n$  arvutatakse järgmisest valemist  $S_n = 180^\circ(n - 2)$ , kus  $n$  on 2-st suurem naturaalarv.

1) Leida muutuva suuruse  $S_n$  arvulised väärtused ning täita järgmine tabel:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	...	100	1000	...
$S_n$	180°											

2) Missuguste  $n$  väärtuste puhul suurus  $S_n$  saab suuremaks kui 1 000 000°?

3) Näidata, et kui korrapärase hulknurga külgede arvu tõkestamatult suurendada, siis sisenurkade summa on tõkestatult kasvav suurus.

4) Tuua tõkestamatult kasvavate muutuvate suuruste kohta näiteid.

**691.** On antud muutuv suurus  $x_n = -n + 1$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv.

1) Leida muutuva suuruse  $x_n$  arvulised väärtused ning täita järgmine tabel:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
$x_n$													

2) Ehitada arvteljel punktid, mille abstsissideks on muutuva suuruse  $x_n$  leitud väärtused.

3) Missuguste  $n$  väärtuste puhul muutuv suurus  $x_n$  saab väiksemaks kui  $(-10\,000)$ ?

4) Näidata, et kui arv  $n$  tõkestamatult kasvab, siis muutuv suurus  $x_n$  tõkestamatult kahaneb.

5) Kirjutada matemaatiliste märkide abil, et muutuv suurus  $x_n$  kahaneb tõkestamatult.

**692.** On antud muutuv suurus  $x_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv.

1) Leida muutuva suuruse  $x_n$  arvulised väärtused täpsusega kuni 0,1 ning täita tabel:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	19	20	...
$x_n$	1	$2\frac{1}{2}$												

2) Ehitada arvteljel punktid, mille abstsissid on võrdsed muutuva suuruse  $x_n$  leitud väärtusega.

3) Missuguste  $n$  väärtuste puhul vahe  $x_n - 2$  absoluutväärtus saab väiksemaks kui  $\frac{1}{100}$ ?

4) Näidata, et kui arv  $n$  tõkestamatult suureneb, siis muutuv suurus  $x_n$  on võnkuv tõkestatud suurus.

**693.** On antud muutuv suurus  $x_n = (-1)^n$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv.

1) Leida  $x_n$  arvulised väärtused, andes  $n$ -le väärtusi 1-st kuni 10-ni?

2) Näidata, et  $n$  mistahes väärtuste puhul muutuv suurus  $x_n$  omab vaid väärtusi 1 ja  $-1$ .

**694.** On antud muutuv suurus  $x_n = 1 - \frac{1}{n}$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv.

1) Leida muutuva suuruse  $x_n$  arvulised väärtused täpsusega kuni 0,1, andes  $n$ -le väärtusi 1-st kuni 10-ni.

2) Ehitada arvteljel punktid, mille abstsissid on võrdsed  $x_n$  leitud väärtustega.

3) Missuguste  $n$  väärtuste puhul vahe  $1 - x_n$  absoluutväärtus saab väiksemaks kui 0,01?

4) Näidata, et kui  $n$  tõkestamatult suureneb, siis muutuv suurus  $x_n$  on ülalt tõkestatud kasvav suurus.

**695.** On antud muutuv suurus  $x_n = 3 + \frac{2}{n}$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv.

1) Leida muutuva suuruse  $x_n$  arvulised väärtused täpsusega kuni 0,1, andes  $n$ -le väärtusi 1-st kuni 10-ni.

2) Ehitada arvteljel punktid, mille abstsissid on võrdsed muutuva suuruse  $x_n$  leitud väärtustega.

3) Missuguste  $n$  väärtuste puhul vahe  $x_n - 3$  saab väiksemaks kui 0,001?

4) Näidata, et kui  $n$  tõkestamatult suureneb, siis muutuv suurus  $x_n$  on alt tõkestatud kahanev suurus.

696. 1) Näidata, et muutuv suurus  $x_n = \frac{n+1}{2}$ , kus  $n$  on naturaalarv, kasvab tõkestamatult.

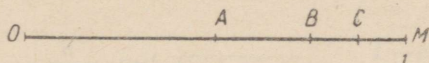
2) Leida, missuguste  $n$  väärtuste puhul muutuv suurus  $x_n$  saab suuremaks kui 100; suuremaks kui 1000; suuremaks kui 100 000.

697. 1) Näidata, et muutuv suurus  $x = -3n^2 + 4$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv, kahaneb tõkestamatult.

2) Leida, missuguste  $n$  väärtuste puhul muutuja  $x_n$  saab väiksemaks kui  $(-8\,423)$ ; väiksemaks kui  $(-58\,796)$ .

698. Ringjoone sisse, mille raadius on  $R$ , joonestatakse korrapäraseid hulknurki nii, et nende külgede arvu piiramatult kahekordistatakse. Leida, kuidas muutuvad niisuguse protsessi juures hulknurkade übermõõdud, apoteemid ja külgede pikkused.

699. Lõik  $OM$ , mille pikkus on 1, poolitatakse punktis  $A$ ; seejärel lõik  $AM$  poolitatakse punktis  $B$ , siis lõik  $BM$  punktis  $C$  jne. (joon. 35).



Joon. 35.

Leida lõikude  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  jne. pikkused ning veenduda, et kirjeldatud protsessi jätkamisel lõikude pikkused kasvavad tõkestatult.

700. On antud muutuv suurus  $x_n = \frac{1}{n}$ , kus  $n$  on naturaalarv.

Näidata, et ükskõik kui väike ka ei oleks võetud arv  $\varepsilon > 0$ , alati võib leida  $n$ -le niisuguse väärtuse, millest alates kõik  $x_n$  väärtused jäävad väiksemaks kui  $\varepsilon$ .

701. Näidata, et muutuv suurus  $x_n = \frac{n}{n+1}$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv, kasvab, kuid jääb seejuures väiksemaks kui 1.

1) Leida, missuguste  $n$  väärtuste puhul vahe  $1 - x_n$  saab väiksemaks kui 0,01; väiksemaks kui 0,001; väiksemaks kui 0,0001.

2) Näidata, et ükskõik kui väike ka ei oleks võetud arv  $\varepsilon > 0$ , alati võib leida  $n$ -le niisuguse väärtuse, mille puhul  $|1 - x_n| < \varepsilon$ .

702. Tõestada, et muutuv suurus  $x_n = \frac{n+1}{n}$ , kus  $n$  on mistahes naturaalarv, kahaneb, kuid jääb suuremaks kui 1.

1) Missuguste  $n$  väärtuste puhul suurus  $x_n$  erineb 1-st vähem kui 0,001?

2) Näidata, et ükskõik kui väike ka ei oleks võetud arv  $\varepsilon > 0$ , ikka võib leida niisuguse  $n$  väärtuse, mille puhul  $|x_n - 1| < \varepsilon$ .

703. Tõestada, et kui korrapärase hulknurga külgede arvu tõkestamatult suurendada, siis sisenurga suuruse piirväärtuseks on nurk, mille suurus on  $180^\circ$ .

704. Tõestada, et kui korrapärase hulknurga külgede arvu tõkestamatult suurendada, siis kesknurga suuruse piirväärtuseks on nurk, mille suurus on  $0^\circ$ .

705. Järgnevates harjutustes  $n$  tähistab naturaalarvu.

Tõestada, et:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2} = 0;$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0;$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n} = 1;$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2}.$$

706. Leida järgmiste muutuvate suuruste piirväärtused ( $n$  on naturaalarv):

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n-2};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2n-1};$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{n}.$$

707. On teada, et

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1}{2} \quad \text{ja} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{1}{2}$$

( $n$  on naturaalarv).

Leida järgmiste suuruste piirväärtused:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n);$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - y_n);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n);$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3x_n + \frac{y_n}{2}\right);$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2x_n - 4y_n}{y_n} + x_n\right);$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2 - y_n + 2}{x_n};$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + x_n^2 + y_n^2}{x_n - y_n}.$$

Leida järgmiste suuruste piirväärtused:

708. 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{x+2}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{x}$ ;

4)  $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{2n+1}{3n-1}$ .

709. 1)  $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{4n+1}{n}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x+1}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+4}{x+4}$ ;

4)  $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{x^2-3x+4}{x-1}$ .

710. 1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2+x-2}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$ ;

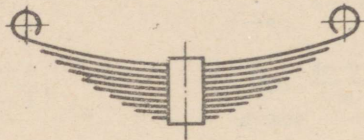
4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4+3x^2}{x^5+x^3+2x^2}$ .

## VIII PEATÜKK.

### PROGRESSIOONID.

#### § 33. Aritmeetiline progressioon.

711. Vaguni lehtvedru koosneb 10-st üksteisele asetatud teraslehest. Vedru ülemise lehe pikkus on 105 cm, iga järgmine leht on aga eelmisest 9 cm võrra lühem. Leida selle vedru valmistamiseks vajatava teraslehe pikkus (joon. 36).



Joon. 36.

712. 1) (Peast!) Leida progressiooni

$$3, 7, 11, \dots$$

kümnes liige.

2) (Peast!) Leida progressiooni

$$8, 6, 4, \dots$$

neljakümnes liige.

3) (Peast!) Leida progressiooni

$$\div m, 4m, 7m, \dots$$

kahekümnes liige.

4)  $a_3 = 12$ ;  $a_6 = 27$ . Leida  $d$ .

5)  $a_4 = 3m$ ;  $a_7 = 2m$ . Leida  $d$ .

713. Leida aritmeetilise progressiooni viimane liige, kui:

1)  $a_1 = 8$ ;  $d = 5$ ;  $n = 15$ ;

2)  $a_1 = 110$ ;  $d = -10$ ;  $n = 11$ ;

3)  $a_1 = 4$ ;  $d = -\frac{1}{4}$ ;  $n = 13$ ;

4)  $a_1 = -1,6$ ;  $d = -0,2$ ;  $n = 23$ .

714. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete summa, kui:

1)  $a_1 = 1$ ;  $d = 3$ ;  $n = 12$ ;

2)  $a_1 = 100$ ;  $d = -2$ ;  $n = 50$ ;

3)  $a_1 = -10$ ;  $d = 5$ ;  $n = 25$ ;

4)  $a_1 = -10$ ;  $d = -2$ ;  $n = 6$ ;

5)  $a_1 = 2$ ;  $d = -\frac{4}{9}$ ;  $n = 10$ ;

6)  $a_1 = 5,2$ ;  $d = 0,4$ ;  $n = 43$ .

715. 1) Leida kõigi naturaalarvude summa: a) alates 1 kuni 100; b) alates 1 kuni  $n$ .

2) Tõestada, et  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 + 9 + 8 + \dots + 2 + 1 = 10^2$ .

716. Leida kõigi paarisarvude summa kuni 100 (kaasa arvatud).

717. Leida kõigi paaritute arvude summa alates 13 kuni 81 (kaasa arvatud).

718. Arvutada kõigi kahekojaliste naturaalarvude summa.

719. 1) Leida  $n$ -es paaritu arv ja  $n$  paaritu arvu summa.

2) Leida  $n$ -es paarisarv ja  $n$  paarisarvu summa.

720. Arvude 7 ja 35 vahele paigutada 6 arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni.

721. Leida 5 arvu, mis võiks paigutada arvude 1 ja 25 vahele nii, et tekiks aritmeetiline progressioon.

722. Arvude rea 2, 14, 26 iga kahe järjestikuse liikme vahele paigutada 5 aritmeetilist keskmist. Koostada otsitav rida.

723. Arvude  $a$  ja  $b$  vahele paigutada  $m$  arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni. Leida selle progressiooni kolm esimest liiget.

724. Leida aritmeetilise progressiooni vahe ja liikmete summa, kui:

1) $a_1 = 5;$	$a_n = 105;$	$n = 26;$
2) $a_1 = -10;$	$a_n = -20;$	$n = 6;$
3) $a_1 = \frac{3}{4};$	$a_n = 3\frac{7}{8};$	$n = 26;$
4) $a_1 = a;$	$a_n = 9a + 8b;$	$n = 9.$

725. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja liikmete summa, kui:

1) $d = 10;$	$n = 45;$	$a_n = 459;$
2) $d = 2;$	$n = 15;$	$a_n = -10;$
3) $d = -\frac{1}{4};$	$n = 13;$	$a_n = 1;$
4) $d = 1 + q;$	$n = 28;$	$a_n = 28 + 27q.$

726. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv ja liikmete summa, kui:

1) $a_1 = 0;$	$d = \frac{1}{2};$	$a_n = 5;$
2) $a_1 = -4,5;$	$d = 5,5;$	$a_n = 100;$
3) $a_1 = -37\frac{1}{2};$	$d = 4;$	$a_n = 46\frac{1}{2};$
4) $a_1 = 14,5;$	$d = 0,7;$	$a_n = 32.$

727. Lahendada järgmised ülesanded, kus kolme antud suuruse järgi tuleb leida kaks tundmatut:

N <sup>o</sup>	$a_1$	$d$	$n$	$a_n$	$S_n$	N <sup>o</sup>	$a_1$	$d$	$n$	$a_n$	$S_n$
1	1,5			54	999	7		3	31		0
2	0,2			5,2	137,7	8		$\frac{1}{3}$	37		$209\frac{2}{3}$
3	-28		9		0	9	-9	$\frac{1}{2}$			-75
4	0,7		30		108	10	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{3}$			$-158\frac{2}{3}$
5			14	140	1050	11		2,5		27	157,5
6			10	-37	-55	12		0,3		50,3	2551,3

728. Võtta järgmise tabeli igas reas kaks suurust tundmatuteks ja leida need kolme ülejäänud suuruse kaudu (kontrollida, kas tabel on õigesti täidetud).

N <sup>o</sup>	$a_1$	$d$	$n$	$a_n$	$S_n$
1	1	$\frac{2}{3}$	100	67	3400
2	0	0,5	11	5	27,5
3	-6	$\frac{3}{4}$	30	$15\frac{3}{4}$	$146\frac{1}{4}$
4	-38	2	15	-10	-360

729. Aritmeetilise progressiooni neljas liige on 10, seitsmes liige 19. Leida progressiooni esimene liige ja vahe.

730. Aritmeetilise progressiooni kõigi liikmete summa on 28, kolmas liige on 8, neljas 5. Leida äärmised liikmed ja liikmete arv.

731. Aritmeetilise progressiooni teise ja neljanda liikme summa on 16, esimese ja viienda liikme korrutis 28. Leida selle progressiooni esimene liige ja vahe.

732. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe, kui:

$$\begin{array}{ll} 1) a_2 + a_5 - a_3 = 10; & 2) S_2 - S_4 + a_2 = 14; \\ a_1 + a_6 = 17; & S_3 + a_3 = 17; \\ 3) 5a_1 + 10a_5 = 0; & \\ & S_4 = 14. \end{array}$$

733. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige, vahe ja liikmete arv, kui:

$$\begin{array}{ll} 1) a_n = 55; & 2) S_3 = 30; \\ a_2 + a_5 = 32,5; & S_5 = 75; \\ S_{15} = 412,5; & S_n = 105. \end{array}$$

734. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe, kui:

$$\begin{array}{lll} 1) a_7 - a_3 = 8; & 2) a_4 : a_6 = -1; & 3) a_7 + a_{15} = 60; \\ a_2 \cdot a_7 = 75; & a_2 \cdot a_8 = -1; & a_4^2 + a_{12}^2 = 1170. \end{array}$$

735.\* 1) Leida aritmeetilise progressiooni  $m + n$  liikme summa, kui  $m$ -es liige on  $n$  ja  $n$ -es liige  $m$ .

2) Leida aritmeetilise progressiooni esimese  $n$  liikme summa, kui  $(m + 1)$ -ne liige on  $2m + 1$ .

736. Leida  $x$  võrrandist:

$$\begin{array}{l} 1) 1 + 4 + 7 + \dots + x = 117; \\ 2) 1 + 7 + 13 + \dots + x = 280; \\ 3) (x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + \dots + (x + 28) = 155. \end{array}$$

737. Kirjutada niisuguse aritmeetilise progressiooni kolm esimest liiget, mille üldliige avaldub valemiga:

$$1) a_n = \frac{3n-1}{6}; \quad 2) a_n = \frac{5n+7}{3}; \quad 3) a_n = \frac{8n-3}{5}.$$

738. Kirjutada niisuguse aritmeetilise progressiooni kolm esimest liiget, mille  $n$  liikme summa avaldub valemiga:

$$1) S_n = 5n^2 + 3n; \quad 2) S_n = 7n^2 - 5n; \quad 3) S_n = 3n^2.$$

739.\* 1) Tõestada, et kui arvud  $\frac{1}{b+c}$ ;  $\frac{1}{c+a}$ ;  $\frac{1}{b+a}$  moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis ka arvud  $a^2$ ;  $b^2$ ;  $c^2$  moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Tõestada, et kui arvud  $a$ ,  $b$ ,  $c$  moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis

$$3(a^2 + b^2 + c^2) = 6(a - b)^2 + (a + b + c)^2.$$

740. Vabalt langev keha läbib esimeses sekundis 4,9 m ja igas järgnevas sekundis 9,8 m rohkem kui eelnevas <sup>1</sup>.

Leida:

1) missuguse vahemaa läbib langev keha 12 sekundiga?

2) mitu sekundit langeb keha 1960 m kõrguselt?

741. Šahti kukkuv kivi jõudis põhja 5 sekundi pärast. Leida šahti sügavus.

742. Mitu sekundit liigub vertikaalselt üles lastud kuul, kui ta esimeses sekundis läbib 300 m, igas järgnevas sekundis aga 9,8 m vähem kui eelnevas?

743. Mitu lööki teeb ööpäeva jooksul kell, kui ta lööb ainult täistunde, alates 1 kuni 12?

744. 1. kuni 12. juulini tõusis õhu temperatuur iga päev  $\frac{1}{2}$  kraadi. Teades, et keskmiseks temperatuuriks selle aja jooksul osutus  $18\frac{3}{4}$  kraadi, leida õhu temperatuur 1. juulil.

745. Eeldatakse, et maa sisemuses tõuseb temperatuur  $1^\circ\text{C}$  iga 30,5 m kohta. Kui temperatuur maapinnal on  $10^\circ\text{C}$ , siis:

1) missugune on temperatuur 1000 m sügavuses?

2) kui sügaval tõuseb temperatuur vee keemispunktini?

746. Hulknurga järjestikuste sisnurkade kraadide arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille esimene liige  $120^\circ$  ja vahe  $5^\circ$ . Leida hulknurga külgede arv.

747. Tõestada, et kui  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on aritmeetilise progressiooni kolm järjestikust liiget, siis nende vahel on olemas seos:

$$a^2 + 8bc = (2b + c)^2.$$

748. Mitme tunniga läbib jalgrattur 54 km, kui esimese tunni läbib ta 15 km ja igas järgmises tunnis 1 km võrra vähem kui eelmises?

749. Amfiteatris on 10 rida, kusjuures iga järgmises reas on 20 kohta rohkem kui eelmises ja viimases reas on 280 kohta. Mitu inimest mahutab amfiteater?

<sup>1</sup> Ohutakistust ei arvestata.

750. Rong, väljudes jaamast, suurendab ühtlaselt oma kiirust ning 10 minuti pärast on tema kiirus 30 km tunnis. Leida, kui palju kasvab rongi kiirus minutis.

751. Kerad on asetatud kolmnurgakujuliselt nii, et esimeses reas on üks kera, teises 2, edasi 3 jne. Mitmesse ritta on asetatud kerad, kui neid kokku on 15?

752. Isa kinkis igale pojale sünnipäeval, alates viiendast eluaastast, nii mitu raamatut, kui mitu aastat sai poeg vanaks. Viie poja vanused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 3. Kui vana oli iga poeg, kui nende raamatukogusse kogunes 325 raamatut?

753. Palgid on laotud virna nii, et alumises kihis on 15 palki, teise kihi palgid on asetatud alumise kihi vahedesse jne. Viimases reas on 1 palk. Leida palkide arv selles virnas.

754. Kaldpinda mööda liikuv kera läbib esimeses sekundis 0,5 m ja igas järgnevas 0,8 m rohkem. Leida kera poolt 10 sekundiga läbitud tee pikkus.

755. Punktist *A* väljus jalgrattur, kes esimese tunniga sõitis 10 km ja igas järgmises tunnis 1 km võrra rohkem. Üheaegselt temaga väljus punktist *B*, mis on 7,5 km kaugusel punktist *A*, talle järele teine jalgrattur, kes esimese tunniga sõitis 12 km ja igas järgmises tunnis 1,5 km võrra rohkem. Leida, mitme tunni pärast teine jalgrattur jõudis esimesele järele.

756. Kahest kohast, mille vahemaa on 153 m, liiguvad kaks keha teineteisele vastu. Esimene keha läbib igas sekundis 10 m, teine keha aga esimeses sekundis 3 m ja igas järgnevas sekundis 5 m võrra rohkem kui eelmises. Mitme sekundi pärast nad kohtuvad?

757. Hulknurga übermöööt on 158 cm, kusjuures külgede pikkused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 3 cm. Hulknurga suurim külge on 44 cm. Mitu külge on hulknurgal?

758. Kas täisnurkse kolmnurga küljed võivad moodustada aritmeetilise progressiooni?

759. Kas kolmnurga küljed ja kolmnurga übermöööt võivad moodustada aritmeetilise progressiooni?

760. Punktist *A* liigub ühes ja samas suunas keha: esimeses minutis 3 m ja igas järgmises minutis 6 m rohkem kui eelmises. 5 minutit hiljem samast punktist *A* väljub vastupidises suunas teine keha, mis liigub esimeses minutis 54 m ja igas järgmises 3 m

rohkem. Mitme minuti pärast (peale teise väljumist) on need kehad võrdsetel kaugusel punktist  $A$ ?

761. Kahest punktist, mille vahemaa on 200 m, väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks keha. Esimene keha läbib 12 m sekundis, teine keha aga esimeses sekundis 20 m ja igas järgmises sekundis 2 m võrra vähem kui eelmises. Mitme sekundi pärast need kehad kohtuvad?

762. Laos oli teatud söetagavara. Esimesel päeval anti laost välja  $a$  tonni sütt ja igal järgmisel päeval  $d$  tonni võrra rohkem kui eelmisel. Niiviisi anti kogu söetagavara välja teatud arvu päevadega. Kui iga päev oleks laost välja antud  $b$  tonni sütt, siis see tagavara oleks välja antud  $c$  päeva võrra varem kui see sündis tegelikult. Mitu tonni sütt oli laos ja mitme päevaga anti see välja? Lahendada ülesanne üldkujul ja arvutada vastus, kui  $a = 33$ ,  $b = 75$ ,  $c = 2$ ,  $d = 6$ .

763\*. Sfäärilised kuulid on laotud püramiidikujulisse kuhja järgmiselt: alumine kiht moodustab ruudu, mille igas küljes on 10 kuuli; sellele kihile on laotud teine ruudukujuline kiht, mille kuulid on laotud alumise kihi vahedesse, ja igas küljes on 9 kuuli jne. kuni ülemise kihini, milles on 1 kuul. Leida, mitu kuuli on niisuguses kuhjas.

### § 34. Geomeetriline progressioon.

764. Näidata, et muutuva suuruse  $a_n$  arvulised väärtused, kus  $n$  on naturaalarv ja omandab väärtusi 1, 2, 3, ..., moodustavad geomeetrilise progressiooni:

$$1) a_n = \frac{3}{5} \cdot 2^n; \quad 2) a_n = \frac{5}{2^n}; \quad 3) a_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Anda arvteljel iga progressiooni esimese viie liikme geomeetriline kujutus.

765. (Peast!) Leida geomeetrilise progressiooni tegur, kui:

$$1) a_1 = 12; \quad a_2 = 9; \quad 2) a_4 = 20; \quad a_5 = 30;$$
$$3) a_8 = -40; \quad a_9 = -80; \quad 4) a_3 = \sqrt{2}; \quad a_4 = 2;$$

$$5) a_n = \sqrt{\frac{3}{2}}; \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

766. Kirjutada geomeetrilise progressiooni 4. ja 5. liige, kui kolmeks esimeseks liikmeks on järgmised arvud:

$$1) \div 6, 18, 54, \dots; \quad 2) \div 2, 1, \frac{1}{2}, \dots;$$

$$3) \div \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots; \quad 4) \div \sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots;$$

5) Arvutada geomeetrilise progressiooni 5. liige, kui esimene liige on 3 ja progressiooni tegur 2.

767. Arvutada geomeetrilise progressiooni 6. liige:

$$1) \div 5, 10, 20, \dots; \quad 2) \div 8, 4, 2, \dots;$$

$$3) \div 1200, 120, 12, \dots; \quad 4) \div 5\frac{5}{8}, -3\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, \dots$$

768. 1) Geomeetrilise progressiooni kaheksas liige on 256, tegur on 4. Leida selle progressiooni esimene liige.

2) Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige, kui:

$$a) a_8 = 384; q = 2; \quad b) a_9 = \frac{4}{9}; q = -\frac{1}{3}.$$

769. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete summa, kui:

$$1) a_1 = 3; \quad q = 2; \quad n = 6;$$

$$2) a_1 = 8; \quad q = \frac{1}{2}; \quad n = 5;$$

$$3) a_1 = \frac{1}{2}; \quad q = -\frac{1}{3}; \quad n = 6;$$

$$4) a_1 = 2,5; \quad q = 1,5; \quad n = 5.$$

770. Leida geomeetrilise progressiooni tegur ja liikmete summa, kui:

$$1) a_1 = 2; \quad n = 7; \quad a_7 = 1458;$$

$$2) a_1 = 1,5; \quad n = 4; \quad a_4 = 96;$$

$$3) a_1 = 74\frac{2}{3}; \quad n = 6; \quad a_6 = 2\frac{1}{3};$$

$$4) a_1 = -1,5; \quad n = 4; \quad a_4 = 96.$$

771. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja liikmete summa, kui:

$$1) q = 4; \quad n = 7; \quad a_7 = 1024;$$

$$2) q = 2\frac{1}{2}; \quad n = 6; \quad a_6 = 3125;$$

$$3) q = \frac{1}{2}; \quad n = 10; \quad a_{10} = 7;$$

$$4) q = \frac{3}{4}; \quad n = 5; \quad a_5 = 1\frac{115}{128}.$$

772. Leida geomeetrilise progressiooni esimene ja viimane liige, kui:

- |              |                    |                       |
|--------------|--------------------|-----------------------|
| 1) $n = 8;$  | $q = 2;$           | $S_8 = 765;$          |
| 2) $n = 5;$  | $q = \frac{1}{2};$ | $S_5 = 3\frac{7}{8};$ |
| 3) $n = 4;$  | $q = \frac{2}{3};$ | $S_4 = 65;$           |
| 4) $n = 12;$ | $q = 2;$           | $S_{12} = 4095.$      |

773. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete arv, kui:

- |               |                      |                       |
|---------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $a_1 = 3;$ | $a_n = 96;$          | $S_n = 189;$          |
| 2) $a_1 = 2;$ | $a_n = \frac{1}{8};$ | $S_n = 3\frac{7}{8};$ |
| 3) $a_1 = 1;$ | $a_n = -512;$        | $S_n = -341;$         |
| 4) $q = 2;$   | $a_n = 96;$          | $S_n = 189.$          |

774. 1) Arvude 9 ja 243 vahele paigutada kaks arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid geomeetrilise progressiooni.

2) Arvude 160 ja 5 vahele paigutada neli geomeetrilist keskmist.

775. Arvude 1 ja 7 vahele paigutada kuus geomeetrilist keskmist.

776. Järgnevais ülesandeis leida kolme antud suuruse järgi ülejäänud kaks:

№	$a_1$	$q$	$n$	$a_n$	$S_n$	№	$a_1$	$q$	$n$	$a_n$	$S_n$
1	1	3	10			5	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{128}$	$\frac{127}{128}$
2		$\frac{1}{2}$	8	2		6	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6561}$	
3	2		7	1458		7		-2	19	262144	
4		3		567	847	8		-3	4	121,5	

777. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, kui:

- |                      |                            |
|----------------------|----------------------------|
| 1) $a_5 - a_1 = 15;$ | 2) $a_2 + a_5 - a_4 = 10;$ |
| $a_4 - a_2 = 6;$     | $a_3 + a_6 - a_5 = 20.$    |

778. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige, tegur ja liikmete arv, kui:

$$1) a_7 - a_5 = 48;$$

$$a_6 + a_5 = 48;$$

$$S_n = 1023;$$

$$2) a_6 - a_4 = 216;$$

$$a_3 - a_1 = 8;$$

$$S_n = 40.$$

779. Leida kuuest liikmest koosnev geomeetriline progressioon, teades, et selle kolme esimese liikme summa on 168 ja kolme viimase liikme summa võrdub 21.

780. Leida neli arvu, mis moodustavad kahaneva geomeetrilise progressiooni, teades, et selle progressiooni äärmiste liikmete summa on 27 ja keskmiste summa 18.

781. Leida kolm arvu, mis moodustavad geomeetrilise kahaneva progressiooni, teades, et nende summa on 26 ja nende arvude ruutude summa 364.

782. Tõestada, et iga geomeetrilise progressiooni algusest ja lõpust võrdseil kaugustel seisvate liikmete korrutis on jääv arv ning võrdub äärmiste liikmete korrutisega.

783. Tuletada geomeetrilise progressiooni  $n$  liikme korrutise valem.

784. Arvutada progressiooni 1, 4, 16, ... kuue esimese liikme korrutis.

785. Leida aritmeetiline ja geomeetriline progressioon, teades, et kummagi esimene liige on 1, nende kolmandad liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni 21. liige võrdub geomeetrilise progressiooni 5. liikmega.

786. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed. Aritmeetilise progressiooni esimene liige on 3 ning selle teine liige on 6 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest; kolmandad liikmed on neil võrdsed. Leida need progressioonid, kui mõlema kõik liikmed on positiivsed.

787. Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 30. Kui esimesest arvust lahutada 5, teisest 4 ja kolmas jätta muutmata, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

788. Kolm positiivset arvu, mille summa on 21, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nendega liita vastavalt 2, 3 ja 9, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

789. Kolme positiivse arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 15. Kui selle progressiooni kummagi kahe esimese liikmega liita 1 ja kolmandaga liita 4, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

790. Kolme arvu summa, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, on 65. Kui väiksemast arvust lahutada 1 ja suuremast 19, siis saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

791. Kolme arvu summa, mis moodustavad kasvava geomeetrilise progressiooni, on 26. Kui nende arvudega liita vastavalt 1, 6 ja 3, siis niiviisi saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

792. Leida neli täisarvu, millest kolm esimest moodustavad aritmeetilise progressiooni ja kolm viimast geomeetrilise progressiooni, teades, et kahe äärmise liikme summa on 37 ja kahe keskmise summa 36.

793. Neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nendest lahutada vastavalt 2, 6, 7 ja 2, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

794. Neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui nendest lahutada vastavalt 2, 1, 7 ja 27, siis saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

795. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed võrduvad 5, nende kolmandad liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni teine liige on 10 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest. Leida need progressioonid.

796. Keegi teatas uudist kahele oma tuttavale; kumbki neist omakorda rääkis selle kahele oma tuttavale jne. Arvestades, et igaks edasiandmiseks kulub pool tundi ja et uudist avaldatakse kogu aeg uutele inimestele, leida, kui pika ajaga saab uudis teatavaks kogu linna elanikkonnale, kui selles linnas elab 2 miljonit inimest. (Vastus anda täpsusega 1 tund.)

797\*. Hõrenduspumba kolvi iga edasi-tagasi käiguga eemaldatakse anumast  $\frac{1}{8}$  selles anumast olevast õhust. Leida, kui suur on

õhurõhk anumast pärast kolvi 20-ndat käiku, kui esialgne rõhk oli 760 mm. (Vastus anda täpsusega 1 mm.)

798\*. On antud progressioon:  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Kas moodustavad progressiooni järgnevad arvud, kui antud progressioon on: a) aritmeetiline? b) geomeetriline?

1)  $a_1, a_3, \dots, a_{2n+1}$

2)  $a_2, a_4, \dots, a_{2n}$ ;

3)  $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}$ ;

4)  $2a_1, 2a_2, \dots, 2a_n$ ;

5)  $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \dots, \sqrt{a_n}$ .

### § 35. Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon.

Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa:

799. 1)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ ;

2)  $16, 4, 1, \dots$ ;

3)  $6\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, \frac{4}{15}, \dots$ ;

4)  $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots$ ;

5)  $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$ ;

6)  $3\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \dots$

800. 1)  $\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}, \dots$ ;

2)  $\sqrt{5}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{25}\sqrt{5}, \dots$ ; 3)  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, \dots$ ;

4)  $1, x, x^2, \dots$ , kui  $|x| < 1$ .

801. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni esimene liige, kui:

1) nelja liikme summa on  $33\frac{3}{4}$  ja progressiooni summa 36;

2) progressiooni summa on 729 ja teine liige 162;

3) progressiooni summa on 14,4 ja tegur  $\frac{3}{8}$ ;

4) progressiooni summa on 10,8 ja tegur  $\frac{2}{9}$ .

802. 1) Leida niisuguse lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni tegur, mille esimene liige on 66 ja summa 110.

2) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni neljas liige, kui tegur on 0,4 ja nende summa  $33\frac{1}{2}$ .

803. 1) Leida lõpmatult kahaneva geometrilise progressiooni summa, kui teine liige on  $1\frac{2}{3}$  ja tegur  $\frac{2}{3}$ .

2) Lõpmatult kahaneva geometrilise progressiooni summa on 12,5 ning selle esimese ja teise liikme summa 12. Leida see progressioon.

804. Kujutada iga järgnev perioodiline kümnendmurd lõpmatult kahaneva geometrilise progressiooni summana ja leida selle summa piirväärtus:

1) 0,444 ...; 2) 0,131313 ...; 3) 0,523523523 ...; 4) 15,666 ...

805. Jaotada iga järgnev segaperioodiline kümnendmurd kaheks osaks nii, et üks osa kujutaks lõpmatult kahaneva geometrilise progressiooni summat, ja arvutada saadud summa piirväärtus:

1) 0,5777 ...; 2) 0,4353535 ...; 3) 0,13888 ...; 4) 2,6444 ...

806\*. Leida rea summa:

$$1) \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots;$$

$$2) \frac{3}{7} + 1 + \frac{9}{49} - \frac{1}{3} + \frac{27}{343} + \frac{1}{9} + \dots;$$

$$3) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Märkus. Iga murd kujutada vahena, näiteks

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \text{ jne.}$$

807. Võrdkülgssesse kolmnurka, mille külg on  $a$ , ehitatakse selle kolmnurga külgedele poolitamise teel teine võrdkülgne kolmnurk, sellesse ehitatakse samal viisil uus kolmnurk jne. lõpmatult. Leida:

1) nende kolmnurkade ümbermõõtude summa piirväärtus;

2) nende pindalade summa piirväärtus.

808. Ruudusse, mille külg on  $a$ , ehitatakse selle ruudu külgedele poolitamise teel uus ruut, saadud ruudusse ehitatakse samal viisil jällegi ruut jne. lõpmatult. Leida nende ruutude ümbermõõtude summa piirväärtus ja pindalade summa piirväärtus.

809. On antud ruut, mille diagonaal on 5 cm. Selle ruudu külge võetakse teise ruudu diagonaaliks, teise ruudu külge — uue ruudu diagonaaliks jne. lõpmatult. Leida kõigi ruutude pindalade summa piirväärtus.

810. On antud võrdkülgne kolmnurk, mille külg on  $a$ ; selle kolmnurga kõrgustest ehitatakse uus korrapärase kolmnurk; teise kolmnurga kõrgustest ehitatakse veel kolmnurk jne. lõpmatult. Leida sel viisil ehitatud kõigi kolmnurkade pindalade ja ümbermõõtude summa piirväärtus.

811. Ringisse, mille raadius on  $R$ , on ehitatud ruut, ruudusse ring, sellesse ringi teine ruut jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide pindalade ja ruutude pindalade summa piirväärtus.

812. On antud korrapärase kolmnurk, mille külg on  $a$ . Kolmnurka on ehitatud ring, ringisse jällegi kolmnurk, kolmnurka ring jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide pindalade ja ringjoonte pikkuste summa piirväärtus.

813.  $45^\circ$ -se nurga haaral on võetud punkt, mis on nurga tipust kaugusel  $a$ . Sellest punktist on ehitatud ristlõik teisele haarale; selle ristlõigu aluspunktist on ehitatud ristlõik esimesele haarale jne. lõpmatult. Leida nende ristlõikude pikkuste summa piirväärtus<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Kordamismaterjal selle peatüki kohta on paigutatud XI peatükki.

## EKSPONENT- JA LOGARITMFUNKTSIOON. LOGARITMID.

### § 36. Eksponent- ja logaritmifunktsiooni põhiomadused.

814. Joonisel 37 on kujutatud funktsiooni  $y = 2^x$  graafik.

1) Leida graafiku järgi funktsiooni  $y$  väärtused  $x$  järgmiste väärtuste puhul:  $-3$ ;  $-2$ ;  $-1$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $0$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$  ning kontrollida tulemused arvutamise teel.

2) Tõestada, et:

a)  $x$  mistahes väärtuse puhul funktsioon  $y > 0$ ;

b) kui  $x = 0$ , siis  $y = 1$ ;

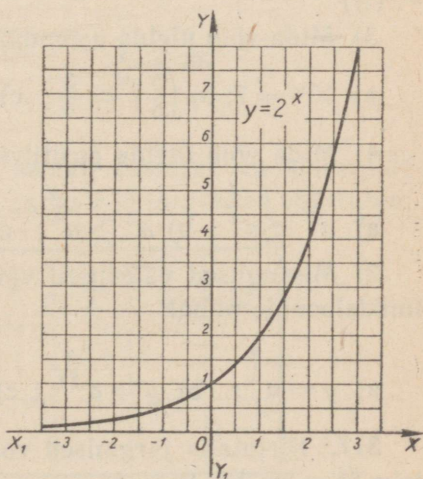
c) kui  $x > 0$ , siis  $y > 1$ ;

d) kui  $x < 0$ , siis  $y < 1$ ;

e)  $x$  muutumisel  $-\infty$  kuni  $+\infty$  funktsioon  $y = 2^x$  kasvab  $0$ -st kuni  $+\infty$ .

815. Kasutades funktsiooni  $y = a^x$  üldisi omadusi,

1) joonestada ühel joonisel funktsioonide a)  $y = 3^x$  ja b)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  graafikud, andes  $x$ -le järgmised väärtused:



Joon. 37.

$x$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 3^x$							
$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$							

- 2) Kirjeldada: a) kummagi funktsiooni ühiseid omadusi;  
b) funktsioonide  $y = 3^x$  ja  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  erinevaid omadusi.  
3) Joonestada graafikud:  $y = 2^{-x}$ ;  $y = 2^{2x}$ ;  $y = 2^{x-1}$ .

816. 1) Missugused järgmistest astmetest

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}; \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{3}}; \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{7}{8}}; \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{5}{6}}; (2,36)^0; (0,12)^{0,2}$$

on ühest suuremad, võrduvad ühega või on ühest vähemad?

2) Mida võib ütelda arvude  $m$  ja  $n$  kohta, kui:

- a)  $\left(\frac{4}{5}\right)^m < \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ; b)  $1,5^m < 1,5^n$ ; c)  $(0,3)^m > (0,3)^n$ ; d)  $\left(\frac{8}{3}\right)^m > \left(\frac{8}{3}\right)^n$ ?

3) Mida võib ütelda astendaja  $m$  kohta, kui:

- a)  $10^m = 7$ ; b)  $\left(\frac{5}{6}\right)^m = \frac{3}{4}$ ; c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^m = \frac{5}{2}$ ; d)  $\left(\frac{7}{4}\right)^m = 0,6$ ?

4) Mida võib ütelda positiivse aluse  $a$  kohta, kui:

- a)  $a^{\frac{3}{5}} < a^{\frac{5}{4}}$ ; b)  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{4}{3}}$ ; c)  $a^{-\frac{5}{6}} > a^{\frac{7}{6}}$ ?

5) Missugused väärtused võivad olla argumendil  $x$  järgmiste funktsioonide puhul:

- a)  $y = a^{\frac{2}{x}}$ ; b)  $y = a^{\sqrt[3]{x}}$ ; c)  $y = a^{\sqrt{x}}$ ; d)  $y = a^{2-x}$ ?

817. Kirjutada järgmised võrdused logaritmi märgi abil, näiteks  $5^2 = 25$ ;  $\log_5 25 = 2$ :

1)  $2^3 = 8$ ; 2)  $6^2 = 36$ ; 3)  $2^4 = 16$ ;

4)  $3^4 = 81$ ; 5)  $4^3 = 64$ ; 6)  $2^5 = 32$ .

7)  $2^{-1} = \frac{1}{2}$ ; 8)  $3^{-2} = \frac{1}{9}$ ; 9)  $4^{\frac{1}{2}} = 2$ ; 10)  $27^{\frac{1}{3}} = 3$ .

818. (Peast!) Logaritmi definitsiooni põhjal kontrollida järgmiste võrduste õigsust:

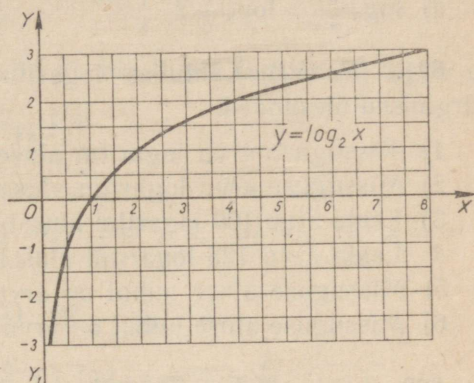
- 1)  $\log_3 9 = 2$ ; 2)  $\log_4 16 = 2$ ; 3)  $\log_5 125 = 3$ ;  
 4)  $\log_7 49 = 2$ ; 5)  $\log_2 \frac{1}{4} = -2$ ; 6)  $\log_2 \frac{1}{8} = -3$ ;  
 7)  $\log_3 \frac{1}{81} = -4$ ; 8)  $\log_5 \frac{1}{125} = -3$ .

819. Joonisel 38 on kujutatud funktsiooni  $y = \log_2 x$  graafik.

1) Leida funktsiooni  $y$  väärtused  $x$  järgmiste väärtuste puhul:

- 8, 4, 2, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $1\frac{1}{2}$ , 5, 6, 7.

2) Selgitada graafiku abil, et: a) igal positiivsel arvul on logaritm ja seejuures ainult üks; b) negatiivsetel arvudel ja nullil ei ole logaritme; c) arvu 1 logaritm on 0; d) arvust 1 suuremate arvude logaritmid on positiivsed ja arvust 1 väiksemate arvude logaritmid on negatiivsed; e) arvu piiramatul kasvamisel 0-st kuni  $+\infty$  selle logaritm kasvab  $-\infty$  kuni  $+\infty$ .



Joon. 38.

820. 1) Joonestada ühel ja samal joonisel funktsioonide  $y = \log_3 x$  ja  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  graafikud, andes  $x$ -le järgmised väärtused:

$x$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
$y = \log_3 x$						
$y = \log_{\frac{1}{3}} x$						

Määrata: a) omadused, mis on ühised mõlemale funktsioonile; b) erinevus funktsioonide  $y = \log_3 x$  ja  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  omadustes.

2) Missuguseid väärtusi võib omada argument  $x$  järgmiste funktsioonide puhul:

- a)  $y = \log_a(-x)$ ; b)  $y = \log_a(1 - x^2)$ ; c)  $y = \log_a(1 - x)$ ;  
 d)  $y = \log_a x^2$ ; e)  $y = \log_a(1 + x^2)$ ; f)  $y = \log_a \sqrt{x}$  ?  
 3) Mis võib ütelda logaritmitavate arvude  $m$  ja  $n$  kohta, kui:  
 a)  $\log_5 m < \log_5 n$ ; b)  $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$ ; c)  $\log_{0,2} m < \log_{0,2} n$  ?  
 4) Mis võib ütelda logaritmitava arvu  $m$  kohta, kui:  
 a)  $\log_2 m = -0,32$ ; b)  $\log_{\frac{1}{3}} m = \frac{4}{5}$ ; c)  $\log_{\frac{1}{2}} m = -5 \frac{3}{4}$  ?  
 5) Mis võib ütelda logaritmi aluse  $a$  kohta, kui:  
 a)  $\log_a 8 = 0,3$ ; b)  $\log_a 3 = -\frac{1}{5}$ ; c)  $\log_a 5 < \log_a 3$ ;  
 d)  $\log_a \frac{3}{4} > \log_a \frac{3}{5}$  ?

821. (Peast!) Lähtudes logaritmi definitsioonist lahendada järgmised ülesanded.

- 1) Missuguse arvu logaritmi alusel 7 on 2?
- 2) Missuguse arvu logaritmi alusel 4 on 3?
- 3) Leida arvu 100 logaritmi alusel 10.
- 4) Leida arvu 125 logaritmi alusel 5.
- 5) Missuguse aluse puhul on arvu 16 logaritmi 4?
- 6) Missuguse aluse puhul on arvu 1000 logaritmi 3?

822. Leida: 1)  $\log_6 36$ ; 2)  $\log_2 \frac{1}{8}$ ; 3)  $\log_{10} 0,01$ ; 4)  $\log_{\frac{1}{2}} 4$ .

823. Leida arv  $x$ , kui: 1)  $\log_2 x = 5$ ; 2)  $\log_{10} x = -1$ ;  
 3)  $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$ ; 3)  $\log_{\sqrt{2}} x = 4$ .

824. Leida alus  $x$ , kui: 1)  $\log_x 216 = 3$ ; 2)  $\log_x \frac{1}{81} = 4$ ;  
 3)  $\log_x \frac{1}{64} = -3$ ; 4)  $\log_x \sqrt{8} = \frac{3}{4}$ .

825. Leida arv  $x$ , kui: 1)  $\log_6 x = 0$ ; 2)  $\log_8 x = 1$ ;  
 3)  $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$ ; 4)  $\log_{0,1} x = -1$ .

826. 1) Missuguse aluse puhul on arvu 10 logaritmi 10?  
 2)  $\log_x 2 = 2$ ; 3)  $\log_x \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ; 4)  $\log_x n = n$ ?

Samasuse  $a^{\log_a n} = n$  põhjal leida:

827. 1)  $2^{\log_2 8}$ ; 2)  $3^{\log_3 9}$ ; 3)  $2^{\log_2 5}$ ; 4)  $3^{\log_3 7}$ .

828. 1)  $36^{\log_6 2}$ ; 2)  $25^{\log_5 3}$ ; 3)  $81^{0,5 \log_3 7}$ ; 4)  $81^{0,5 \log_3 7}$ ;  
5)  $5^{\log_5 10-1}$ ; 6)  $2^{\log_2 5+1}$ .

829. Leida, missuguste täisarvude vahel on järgmised logaritmid:

1)  $\log_2 7$ ; 2)  $\log_{10} 27$ ; 3)  $\log_{10} 0,46$ ; 4)  $\log_2 \frac{1}{5}$ .

Logaritmifunktsiooni omaduste põhjal leida, kumb on suurem:

830. (Peast!) 1)  $\log_2 5$  või  $\log_2 7$ ; 2)  $\log_{\frac{1}{2}} 6$  või  $\log_{\frac{1}{2}} 8$ ;

3)  $\log_7 8$  või  $\log_5 8$ ; 4)  $\log_{\frac{1}{2}} 7$  või  $\log_{\frac{1}{3}} 7$ .

831. 1)  $\log_3 9$  või  $\log_9 8$ ; 2)  $\log_4 1$  või  $\log_5 1$ ; 3)  $\log_5 5$  või  $\log_6 6$ ; 4)  $\log_{0,15} 0,15$  või  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$ .

Leida  $x$ , kui:

832. 1)  $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$ ; 2)  $\log_x \frac{1}{27} = -2$ ; 3)  $\log_{\frac{3}{3\sqrt{3}}} x = -\frac{3}{2}$

833. 1)  $\log_{0,04} 5 = x$ ; 2)  $\log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}} \frac{1}{27} = x$ ;

3)  $\log_x 0,125 = -2$ ; 4)  $\log_{\frac{3}{3\sqrt{3}}} x = -\frac{2}{3}$ .

834. 1)  $\log_{\frac{3}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{16} = x$ ; 2)  $\log_{\frac{3}{4\sqrt{4}}} x = -\frac{3}{4}$ ;

3)  $\log_{\frac{3}{2\sqrt{5}}} x = -6$ ; 4)  $\log_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{64} = x$ ;

5)  $\log_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{8} = x$ ; 6)  $\log_{0,32} \left( \frac{2}{5} \sqrt{2} \right) = x$ .

Arvutada:

835. 1)  $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$ ; 2)  $\log_2 \log_2 16$ ; 3)  $5 \cdot 3^{\log_2 2}$ ;

4)  $3^{1-\log_3 7}$ ; 5)  $5^{\log_5 8+1}$ ; 6)  $2 \cdot 4^{\log_2 10+1}$ .

836. 1)  $(3^{\log_3 5})^2$ ; 2)  $5^2 \log_5 3$ ; 3)  $4^3 \log_4 2$ ; 4)  $3^{2-\log_3 10}$ .

Leida  $x$  võrrandest:

837. 1)  $2 \log_3 x = 3 \log_3 x - 2$ ;

2)  $5 \log_2 x - 3 \log_7 49 = 2 \log_2 x$ ;

3)  $(\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x + 2 = 0$ ;

4)  $(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$ .

## § 37. Logaritmimine ja potentseerimine.

838. Kasutades samasust  $n = a^{\log_a n}$  tõestada järgmiste valemite õigsust:

$$1) \log_a(nm) = \log_a n + \log_a m; \quad 2) \log_a \frac{n}{m} = \log_a n - \log_a m;$$

$$3) \log_a n^k = k \log_a n; \quad 4) \log_a \sqrt[k]{n} = \frac{\log_a n}{k}.$$

839. Teades, et  $\log 2 = 0,3010$ ,  $\log 3 = 0,4771$  ja  $\log 5 = 0,6990$ , leida samal alusel:

$\log 6$ ;  $\log 4$ ;  $\log 12$ ;  $\log 15$ ;  $\log 16$ ;  $\log 20$ ;  $\log 30$ ;  $\log 32$ ;  $\log \frac{3}{5}$ ;  
 $\log \frac{8}{15}$ ;  $\log 1 \frac{2}{3}$ ;  $\log 4 \frac{4}{5}$ ;  $\log 0,6$ ;  $\log 0,12$ ;  $\log 0,08$ .

840. (Peast!) Kuidas muutub antud arvu logaritm, kui sama aluse puhul:

1) arv tõsta ruutu? 2) arv tõsta kuubi?

3) võtta ruutjuur antud arvust?

4) arvu suurendada 2 korda? 5) arvu vähendada 5 korda?

Logaritmida järgmised avaldised <sup>1</sup>:

$$841. \quad 1) x = abc; \quad 2) x = 3cd; \quad 3) x = 2(a - b);$$

$$4) x = 5(a^2 - b^2).$$

$$842. \quad 1) x = \frac{3mn}{5}; \quad 2) x = \frac{4cd}{3a}; \quad 3) x = \frac{5(a+b)}{a(a-b)};$$

$$4) x = \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{4abc}.$$

$$843. \quad 1) x = 5a^2; \quad 2) x = 3c^2d; \quad 3) x = 13c^4d^3kl^2.$$

$$844. \quad 1) x = \frac{2r^2}{3(r^2-1)}; \quad 2) x = \frac{p^3 \tan \alpha}{abc}; \quad 3) x = \frac{10(a^2-b^2)}{3c^3d^4}.$$

$$845. \quad 1) x = a \sqrt{b}; \quad 2) x = m \sqrt[3]{n};$$

$$3) x = 2n \sqrt{ab}; \quad 4) x = 3a \sqrt[3]{3b^2}.$$

$$846. \quad 1) x = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}; \quad 2) x = \sqrt[4]{\frac{a^3}{b}};$$

$$3) x = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};$$

$$4) x = 3a \sqrt[5]{a^3(a+b)^2}.$$

<sup>1</sup> Harjutustes 841–862 tähelised avaldised tähistavad positiivseid arve.

$$847. 1) x = 15p^2 \sqrt[4]{2p^2(p-q)^3}; 2) x = \frac{3mn^2}{4\sqrt[4]{5mn}};$$

$$3) x = \frac{6a\sqrt{2(a-b)c}}{5(a-b)^2}; 4) x = \left(\sqrt[5]{\frac{a}{2b}}\right)^3.$$

$$848. 1) x = \left(\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[3]{3b}}\right)^3; 2) x = \frac{a^2\sqrt{\sin a}}{b^3\sqrt[4]{c}};$$

$$3) x = m^{-2}n^{-3}; 4) x = 5p^{-2}\sqrt{\cos 2a}.$$

$$849. 1) x = 3a^{-1}b^{-2}c; 2) x = \frac{1}{2}m^{-4}\sqrt{2\tan a};$$

$$3) x = a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}; 4) x = \frac{5}{6}s^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{\sin a}{2}}.$$

$$850. 1) x = 5p^{-\frac{3}{4}}q^{-\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{2\cos^2 a}{3}};$$

$$2) x = \frac{m^{-1}\sqrt[3]{5\tan^3 a}}{2a^2b}; 3) x = \frac{n^{-2}\sqrt[3]{2\sin^2 a}}{5m^3n^2}.$$

$$851. 1) x = \sqrt[4]{\frac{1}{a^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{b^2}}; 2) x = \frac{1}{3}\sqrt{a\sqrt{b}};$$

$$3) x = \frac{2}{5}\sqrt[3]{m\sqrt{n}}; 4) x = \frac{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}.$$

$$852. 1) x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}; 2) x = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{a^3b^3\sqrt[4]{c^3}}\right)^3};$$

$$3) x = \sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}; 4) x = \sqrt[5]{\frac{3a^2}{\sqrt[3]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}}}.$$

$$853. 1) x = \sqrt[6]{\frac{5m^3}{\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n^2}\right)^2}}}; 2) x = \sqrt[n]{a^{12}\sqrt{b^3}};$$

$$3) x = \sqrt[2]{\frac{\sqrt{ab}}{a^{-1}}} \cdot \sqrt[3]{a^{-1}b^{-2}};$$

$$4) x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{a^{-1}}}{b^{-2}}} \cdot \sqrt[2]{a^{-1}b^{-3}}.$$

$$854. \quad 1) \quad x = \sqrt[n+1]{a^n \sqrt[m]{b^{-1}}}; \quad 2) \quad \sqrt{a \sqrt{a}};$$

$$3) \quad x = 3^{\sqrt[5]{4}}; \quad 4) \quad 0,5^{\sqrt[3]{0,4}}.$$

$$855. \quad 1) \quad x = 0,8^{\sqrt[4]{0,5}}; \quad 2) \quad x = \log(a^2);$$

$$3) \quad x = \log\left(5^{\sqrt[3]{4}}\right); \quad 4) \quad x = \log\left(\sqrt[3]{3^{\sqrt[3]{3}}}\right).$$

$$856. \quad 1) \quad x = \log\left(1,6^{\sqrt[3]{1,2}}\right); \quad 2) \quad x = \frac{5 \log m}{\log(m^3)};$$

$$3) \quad x = \log \sqrt{\log 3}; \quad 4) \quad x = \log \sqrt{(a+b)^{\log(a+b)}}.$$

Leida  $x$  tema antud logaritmi järgi:

$$857. \quad 1) \quad \log x = \log b + \log c; \quad 2) \quad \log x = \log m - \log n;$$

$$3) \quad \log x = 5 \log a; \quad 4) \quad \log x = 2 \log a + 3 \log b.$$

$$858. \quad 1) \quad \log x = 3 \log m - 4 \log n;$$

$$2) \quad \log x = \frac{1}{2} \log a; \quad 3) \quad \log x = \frac{1}{2} (\log m + \log n);$$

$$4) \quad \log x = 2 \log a + 3 \log b - 5 \log c.$$

$$859. \quad 1) \quad \log x = 3 \log(a+b) - 2 \log(a-b);$$

$$2) \quad \log x = \frac{1}{2} \log(m-n) - \frac{1}{3} \log(m+n);$$

$$3) \quad \log x = \frac{2}{3} \log a + \frac{8}{5} \log b; \quad 4) \quad \log x = \frac{3 \log a}{2} - \frac{4 \log b}{3};$$

$$5) \quad \log x = \frac{2 \log m}{5} - \frac{3 \log n}{4}.$$

$$860. \quad 1) \quad \log x = 2 \log(a+b) - \frac{2}{3} \log(a-b) + \frac{1}{2} \log a;$$

$$2) \quad \log x = \frac{1}{2} \log(a-b) - \frac{2}{5} \log(a+b) - \frac{2}{3} \log a;$$

$$3) \quad \log x = \frac{2}{3} (\log a + \log b); \quad 4) \quad \log x = \frac{3}{4} (\log m - \log n).$$

$$861. \quad 1) \quad \log x = \log(a-b) + \frac{1}{3} (2 \log a + 3 \log b);$$

$$2) \quad \log x = \log(c+d) - \frac{3}{4} (3 \log c - 2 \log d);$$

$$3) \quad \log x = \log a + n \log(a+b) - \frac{1}{n} \log(a-b);$$

$$4) \quad \log x = \log b - \frac{1}{m} \log(b-c) + m \log(b+c).$$

$$862. 1) \log x = 5 \log m + \frac{1}{2} \left[ \log(m+n) + \frac{1}{3} \log(m-n) - \log m - \log n \right];$$

$$2) \log x = \frac{2}{3} \left[ \log k + \frac{4}{3} \log(k+l) - 2 \log(k-l) \right] - \frac{1}{2} \log l;$$

$$3) \log x = -\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{4} \left[ \log b - \frac{2}{3} \log a + \frac{2}{3} \log(a-b) - \frac{1}{2} \log(a+b) \right];$$

$$4) \log x = -\log(a+b) + \frac{2}{5} \left[ 2 \log a + \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{3} (\log a - \log b) - \log a \right].$$

### § 38. Kümendlogaritmid.

863. (Peast!) Leida järgmiste arvude logaritmid: 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,0001; 5) 0,00001.

864. (Peast!) Teades, et  $\log 2 = 0,3010$ , leida järgmiste arvude logaritmid:

1) 20; 2) 200; 3) 2 000; 4) 20 000; 5) 2 000 000;  
6) 0,2; 7) 0,02; 8) 0,002; 9) 0,0002; 10) 0,00002.

865. Väljendada negatiivsete arvudega järgmised logaritmid:

1)  $\overline{1,3235}$ ; 2)  $\overline{2,5638}$ ; 3)  $\overline{1,8436}$ ; 4)  $\overline{2,4957}$ ;  
5)  $\overline{3,6472}$ ; 6)  $\overline{4,9879}$ ; 7)  $\overline{1,8978}$ ; 8)  $\overline{5,4989}$ .

866. Väljendada poolnegatiivsel kujul logaritmid:

1)  $-0,3678$ ; 2)  $-0,5763$ ; 3)  $-0,7459$ ; 4)  $-1,5297$ ;  
5)  $-1,8394$ ; 6)  $-2,5878$ ; 7)  $-3,0251$ ; 8)  $-4,3001$ ;  
9)  $-0,2310$ ; 10)  $-0,0840$ ; 11)  $-2,0900$ ; 12)  $-1,0101$ .

867. Leida arvude logaritmid (tabeli järgi):

1) 5; 2) 7; 3) 13; 4) 78; 5) 125; 6) 240; 7) 509;  
8) 646; 9) 749; 10) 989.

868. 1) 0,7; 2) 0,015; 3) 2,4; 4) 25,6; 5) 0,146; 6) 0,497;  
7) 0,0084; 8) 0,0567; 9) 1,02; 10) 4,09; 11) 0,208;  
12) 0,0000496; 13) 0,0000809.

869. 1) 5 436; 2) 7 132; 3) 1 508; 4) 8 091; 5) 24,16; 6) 342,3;  
7) 2,197; 8) 1,674; 9) 0,5379; 10) 0,9032; 11) 0,04635;  
12) 0,06483; 13) 0,001528; 14) 0,0006384.

870. 1) 24 868; 2) 57 384; 3) 28,157; 4) 152,59; 5) 1,7384;  
6) 0,49276; 7) 893,75; 8) 0,063815; 9) 1,0053; 10) 237 628;  
11) 236,743; 12) 32,15475; 13) 1,067476; 14) 0,547963;  
15) 0,0152396.

871. Leida arvud, mille logaritmid on:

1) 1,7482; 2) 0,4362; 3)  $\overline{1,6415}$ ; 4) 2,6149;  
5) 3,2648; 6)  $\overline{2,8176}$ ; 7)  $\overline{3,9340}$ ; 8)  $\overline{4,7267}$ ;  
9) 0,9236; 10)  $\overline{1,1015}$ ; 11)  $\overline{2,6995}$ ; 12)  $\overline{1,5419}$ .

872. Teostada logaritmidega järgmised tehted:

1)  $\overline{1,5436} + 2,3892$ ; 2)  $\overline{1,1546} + \overline{2,9835}$ ;  
3)  $0,7658 - 1,3456$ ; 4)  $\overline{1,2396} - 0,7459$ ;  
5)  $0,1518 - \overline{1,2836}$ ; 6)  $0,3215 - \overline{2,9217}$ ;  
7)  $\overline{1,1631} - \overline{1,9448}$ ; 8)  $\overline{2,1271} - \overline{3,2348}$ ;  
9)  $0,2911 - 2,3662$ ; 10)  $\overline{1,2117} + 2,5279$ ;  
11)  $1 - \overline{1,2812}$ ; 12)  $2 - \overline{2,1534}$ .

873. 1)  $\overline{1,2432} \cdot 3$ ; 2)  $\overline{1,9272} \cdot 2$ ; 3)  $0,1546 \cdot (-2)$ ;  
4)  $\overline{1,7638} \cdot (-3)$ ; 5)  $\overline{1,2932} \cdot (-0,3)$ ; 6)  $2,5416 \cdot (-1,2)$ ;  
7)  $2,1562 \cdot \frac{2}{3}$ ; 8)  $1,5678 \cdot \frac{3}{4}$ .

874. 1)  $\overline{2,2817} : 2$ ; 2)  $\overline{1,2462} : 2$ ; 3)  $\overline{1,1536} : 3$ ; 4)  $\overline{2,6483} : 3$ ;  
5)  $\overline{1,7235} : 4$ ; 6)  $\overline{2,8478} : 4$ ; 7)  $\overline{1,3243} : (-2)$ ;  
8)  $\overline{1,6274} : (-3)$ ; 9)  $\overline{1,8236} : (-0,2)$ ;  
10)  $\overline{2,6548} : (-0,3)$ .

875. Missuguste  $x$  väärtuste puhul on kehtivad võrratused:

1)  $\log x > 3$ ; 2)  $\log(-x) > 3$ ;  
3)  $\log(x^2) > 3$ ; 4)  $\log^2 x > 3$ ;  
5)  $\log x < 2 \log x$ ; 6)  $\log x > 2 \log x$ ?

876. (Peast!) Mida võib ütelda kahe arvu kohta, mille kümnendlogaritmid

1) karakteristikud on võrdsed? 2) mantissid on võrdsed?

877. On antud  $\log 2$  ja  $\log 3$ . Missuguste arvude logaritme 1-st kuni 100-ni on võimalik arvutada ilma tabeliteta?

878. Leida arvu  $2^{100}$  numbrite arv, kui on teada, et  $\log 2 = 0,3010$ .

879. Missugustel arvudel ei oleks olnud kümnendlogaritme, kui me oleksime teadnud ainult positiivse astendajaga astmeid?

880. Missuguse rea moodustavad geomeetrilise progressiooni järjestikeste liikmete logaritmid?

881. Leida viga järgmistes teisendustes:

On antud samasus:  $\log \frac{1}{3} = \log \frac{1}{3}$ . Korrutanud vasaku poole 2-ga ja jätnud parema poole muutmata, saame:

$$2 \log \frac{1}{3} > \log \frac{1}{3}; \log \left(\frac{1}{3}\right)^2 > \log \frac{1}{3}; \frac{1}{9} > \frac{1}{3}. \text{ Kus on viga?}$$

Arvutada logaritmid tabeli abil:

882. 1)  $24,5 \cdot 1,57$ ; 2)  $0,046 \cdot 2,86$ ; 3)  $4,134 : 0,1548$ ;  
4)  $12,78 : 3,392$ ; 5)  $8,576^3$ ; 6)  $2,036^4$ .

883. 1)  $\sqrt[3]{15,36}$ ; 2)  $\sqrt[3]{2,376}$ ; 3)  $\frac{154,8 \cdot 5,436}{12,72}$ ; 4)  $\frac{54,83 \cdot 1,367}{2,832}$ .

884. 1)  $\frac{103,8 \cdot 20,97}{5,174 \cdot 13,62}$ ; 2)  $\frac{9,738 \cdot 21,09}{48,72 \cdot 0,8478}$ ;  
3)  $3\sqrt[4]{273,5}$ ; 4)  $0,156\sqrt[5]{85,74}$ .

885. 1)  $\frac{92,17^2 \cdot 5,14^3}{2,184^4 \cdot 0,5836^2}$ ; 2)  $\frac{1,894^4 \cdot 23,4^3}{44,15^2 \cdot 0,9647}$ ;  
3)  $\sqrt[3]{5862^2}$ ; 4)  $\sqrt[5]{13,76^3}$ .

886. 1)  $\sqrt[3]{\frac{0,1532^2}{2,74}}$ ; 2)  $\sqrt[4]{\frac{674,2}{2,37^3}}$ ;  
3)  $\frac{8,15^2 \cdot \sqrt[3]{14,36}}{24,38 \cdot \sqrt{8,734}}$ ; 4)  $\frac{12,48^3 \cdot \sqrt[4]{5,76}}{1,842 \cdot \sqrt[3]{673,8}}$ .

$$887. \quad 1) \frac{2,934^3 \cdot \sqrt[5]{123,4^2}}{1,124^2 \cdot \sqrt{0,084}};$$

$$2) \frac{0,897^2 \cdot \sqrt[4]{0,0792}}{2,15^3 \cdot \sqrt[3]{12,76^2}};$$

$$3) \sqrt{\frac{1,56^3 \cdot \sqrt[5]{0,14}}{0,8942}};$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{2,591^4 \cdot \sqrt[3]{0,0836}}{1,147^2}}.$$

$$888. \quad 1) (0,461)^{0,461};$$

$$2) (0,171)^{1,163}.$$

$$3) (0,273)^{1,573};$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^{0,2073}.$$

$$889. \quad 1) \sqrt[3]{-18,34};$$

$$2) \sqrt[5]{-0,249};$$

$$3) (-5,32)^3 \cdot \sqrt[4]{0,0294}; \quad 4) \frac{3,89^{-2} \sqrt[3]{-0,1536}}{0,924^2};$$

$$5) \frac{0,01^{-3} \cdot \sqrt[2]{2,72}}{\sqrt[5]{-2,963}};$$

$$6) \sqrt[3]{\frac{-0,415^{-2}}{\sqrt{5,48}}}.$$

Arvutada järgmised avaldised ositi logaritmime teel:

$$890. \quad 1) \sqrt[3]{0,836} + \sqrt[4]{2,324};$$

$$2) \sqrt[3]{79,836 + \sqrt{156,374}};$$

$$3) \frac{1,592^2}{\sqrt[3]{0,382}} + \frac{\sqrt[4]{0,08964}}{0,5348^3};$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{12,4 + 0,6 \sqrt[3]{0,0548}}{0,3897^2}};$$

$$891. \quad 1) \frac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}}{1 - 0,1845^2};$$

$$2) \frac{\sqrt{236,46^2 - 132,34^2}}{\sqrt[3]{4 + \sqrt[5]{3}}};$$

$$3) \frac{4 - 0,0186^2}{\sqrt{0,1 - \sqrt{10}}};$$

$$4) \sqrt[3]{1 - 4,2013 \sqrt[3]{0,1}}.$$

$$892. \quad 1) \sqrt[10]{10 + \sqrt[10]{10}};$$

$$2) \sqrt[5]{1 - 7,002 \sqrt[3]{0,01}};$$

$$3) 1 - (\sqrt[6]{0,6})^{3,3};$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{25 - \sqrt[7]{136}}{0,00034}}.$$

$$893. \quad 1) \sqrt[3]{\log 0,8};$$

$$2) 144,4 + \sqrt[3]{\log 0,2 - \log \sqrt[3]{0,1}};$$

$$3) (1 + \sqrt[5]{\log 2})^{\frac{3}{0,2}};$$

$$4) (1 + \sqrt[3]{\log 3})^{\frac{2}{0,5}}.$$

894. 1) Leida ringi pindala, kui raadius  $R = 15,62$  cm.

2) Arvutada ringjoone pikkus, kui ringi pindala on  $0,5676$  m<sup>2</sup>.

3) Leida püstprisma ruumala, mille põhjaks on ruut küljepikkusega  $0,567$  m, prisma kõrgus võrdub  $4,098$  m.

4) Arvutada rõnga pindala, mille seesmine diameeter on  $5,21$  m ja välimine diameeter  $7,30$  m.

895. 1) Arvutada kolmnurga pindala, mille küljed on  $897,5$  m;  $786,3$  m;  $645,6$  m.

2) Leida kuubi serv, kui ruumala  $V = 12,4$  cm<sup>3</sup>.

3) Leida kuubi serv, kui ruumala on 5 korda suurem selle kuubi ruumalast, mille külg on  $24,3$  cm.

4) Kasutades ühtlaselt kiireneva liikumise valemit  $S = \frac{gt^2}{2}$ , leida keha poolt 15 sekundiga läbitud tee pikkus  $S$ , kui kiirendus  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

896. 1) Leida kera ruumala valemi  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  järgi, kui  $R = 12,46$  cm.

2) Teades, et silindri ruumala  $V$  arvutatakse valemi  $V = \pi R^2 H$  järgi, kus  $R$  on põhja raadius,  $H$  — silindri kõrgus, arvutada 1000 m pikkuse vasktraadi kaal (erikaal  $8,55 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ ), kui traadi läbimõõt on 2 mm.

3) Viht terastraati, mille läbimõõt on 2,5 mm, kaalub 15,8 kg. Leida selle traadi pikkus, kui terase erikaal on  $7,96 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ .

4) Õõnsa silindri ruumala  $V$  arvutatakse valemi  $V = \pi(R^2 - r^2)H$  järgi, kus  $R$  on silindri põhja välimine raadius,  $r$  — seesmine raadius,  $H$  — silindri kõrgus.

Arvutada seatinast toru kaal, mille pikkus  $4,375$  m, kui selle välimine ja seesmine diameeter on vastavalt  $13,6$  cm ja  $12,5$  cm ning seatina erikaal võrdub  $11,3 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ .

897. Leida logaritmid tabeli abil  $x$ , kui:

1)  $\log_2 x = \bar{1},1459$ ;                      2)  $\log_5 x = \bar{1},1236$ ;

3)  $\log_{100} x = \bar{1},0492$ ;                    4)  $\log_{0,1} x = 2,67$ .

898. Arvutada kümnendlogaritmid tabeli abil:

1)  $\log_4 0,015$ ; 2)  $\log_{\frac{1}{2}} 1000$ ; 3)  $\log_{\frac{1}{2}} 0,001$ ; 4)  $\log_{0,002} 0,02$ .

899\*. 1) Tõestada, et arvu logaritmi «uue aluse» järgi võetud selle arvu «vana aluse» järgi võetud logaritmi ja «vana aluse» järgi võetud «uue aluse» logaritmi jagatisega, s. o.  $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$

2) Tõestada, et mistahes alusel võetud kahe antud arvu logaritmid suhted on võrdsed, s. o.  $\frac{\log_a N}{\log_a M} = \frac{\log_b N}{\log_b M}$ .

3) Tõestada, et  $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ .

4) Tõestada, et  $\log_a a^k N = \frac{\log_a N}{k}$ .

900\*. Kasutades kümnendlogaritmid tabelit ja eelmises ülesandes antud valemeid, arvutada:

1)  $\log_2 15$ ; 2)  $\log_{100} 25$ ;

3)  $\ln 8^4$ ; 4)  $\ln 24$ .

### § 39. Eksponentvõrrandid ja logaritmvõrrandid.

Lahendada eksponentvõrrandid:

901. 1)  $5^x = 625$ ; 2)  $3^x = 243$ ; 3)  $2^{-x} = 16$ ;

4)  $3^{-x} = 81$ ; 5)  $8^x = 32$ ; 6)  $9^x = 27$ .

902. 1)  $25^x = \frac{1}{5}$ ; 2)  $49^x = \frac{1}{7}$ ; 3)  $2^{x+1} = 32$ ;

4)  $3^{2x-1} = 81$ ; 5)  $\sqrt[3]{5^x} = \sqrt[3]{25}$ ; 6)  $\sqrt[4]{7^x} = \sqrt[5]{343}$ .

903. 1)  $\sqrt[4]{a^{x+1}} = \sqrt[3]{a^{x-2}}$ ; 2)  $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^5$ ;

3)  $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$ ; 4)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ .

904. 1)  $2^{x-2} = 1$ ; 2)  $3^{2x-1} = 1$ ;

3)  $a^{(x-2)(x-3)} = 1$ ; 4)  $a^{(x-1)(x+2)} = 1$ .

<sup>1</sup>  $\ln$  — naturaalogaritmi, mille alus  $e \approx 2,7183$ .

905. 1)  $1000 \cdot \sqrt[x]{0,1} = 100^x$ ; 2)  $\sqrt[x]{27^{2x-1}} = \sqrt{9^{2x-1}}$ ;  
 3)  $4 \sqrt[x+1]{x} = 64 \cdot 2 \sqrt[x+1]{x}$ ; 4)  $(0,25)^{2-x} = \frac{256}{2^{x+3}}$ .

906. 1)  $16 \sqrt[(0,25)^{5-\frac{x}{4}}]{} = 2 \sqrt[x+1]{x}$ ;  
 2)  $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$ ; 3)  $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$ ;  
 4)  $2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5$ .

907\*. 1)  $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$ ;

2)  $\sqrt[x-1]{2^{3x-1}} - \sqrt[3x-7]{8^{x-3}} = 0$ .

908. Lahendada logaritmid tabeli abil järgmised eksponentvõrrandid:

1)  $10^x = 300$ ; 2)  $3^x = 12$ ; 3)  $2^x = 10$ ; 4)  $10^{4x} = 5,75$ .

909. Ehitada eksponentfunktsiooni  $y = 2^x$  graafik ja lahendada graafiku abil võrrandid:

1)  $2^x = 3$ ; 2)  $2^x = 5$ ; 3)  $2^x = 0,5$ ; 4)  $2^x = 2,5$ .

Lahendada antud võrrandid ka logaritmid tabelite abil ning võrrelda saadud tulemusi.

Lahendada teguri sulgude ette toomisega järgmised eksponentvõrrandid:

910. 1)  $3^{x+1} + 3^x = 108$ ; 2)  $2^{x+2} - 2^x = 96$ ;  
 3)  $7^x - 7^{x-1} = 6$ ; 4)  $2^x - 2^{x-2} = 3$ .

911. 1)  $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28$ ; 2)  $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$ ;  
 3)  $3^{2z-1} + 3^{2z-2} - 3^{2z-4} = 315$ ;  
 4)  $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$ .

912. 1)  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$ ;  
 2)  $7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345$ ;  
 3)  $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ ;  
 4)  $5 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,5} = 9^x + 4 \cdot 3^{2x-2}$ .

913. 1)  $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$ ;  
 2)  $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7^x + 7^{x-1} + 7^{x-2}$ .

Lahendada eksponentvõrrandid, andes neile kuju

$$a^{2x} + a^x = b.$$

914. 1)  $3^{2x} - 3^x = 702$ ; 2)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$ ;  
3)  $3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$ ; 4)  $2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 3^x - 1323 = 0$ .
915. 1)  $4^x + 2^{x+1} = 80$ ; 2)  $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$ ;  
3)  $3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 = 0$ ; 4)  $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$ .
916. 1)  $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ ; 2)  $3^4 \sqrt{x} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$ .

Lahendada logaritmivõrrandid:

917. 1)  $\log x = 2 - \log 5$ ; 2)  $\log(x+6) - \frac{1}{2} \log(2x-3) = 2 - \log 25$ ;  
3)  $\frac{2 \log x}{\log(5x-4)} = 1$ ; 4)  $\frac{\log x}{1 - \log 2} = 2$ .
918. 1)  $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2$ ;  
2)  $\log\left(\frac{1}{2} + x\right) = \log \frac{1}{2} - \log x$ ;  
3)  $\frac{1}{2} \log^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \log x$ ; 4)  $2 \log x = -\log(6 - x^2)$ .
919. 1)  $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$ ;  
2)  $0,5 \log(2x-1) + \log \sqrt{x-9} = 1$ ;  
3)  $\log \log \log x = 0$ ; 4)  $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$ .

Lahendada võrrandid:

920. 1)  $x^x = x$ ; 2)  $x^{\log x} = 10$ ; 3)  $x^{\log x+2} = 1000$ ;  
4)  $x^{\frac{1 - \log x}{4}} = 10$ ; 5)  $x^{\frac{2 - \log x}{2}} = 100$ .
921. 1)  $\log x^{\log x} = 1$ ; 2)  $100^{\log(x+2)} = 10\,000$ ;  
3)  $0,1x^{\log x-2} = 100$ ; 4)  $(0,1)^{-(x^2-5x+8)} = 100$ .
922. 1)  $\log 9^{-1} + x \log \sqrt[3]{3^{5x-7}} = 0$ ; 2)  $x^{1-0,25 \log x} = 10$ ;  
3)  $\log\left(3^{\sqrt{\frac{x(x-4)}{x-3}}} + 1\right) = 1$ ; 4)  $\log 10^{\log(x^2+21)} - 1 = \log x$ .

923\*. Kasutades ülemineku valemit ühest logaritmidest süsteemist teise, nimelt  $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$ , lahendada võrrandid:

- 1)  $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ ;
- 2)  $2 \log_4 x + 2 \log_x 4 = 5$ ;
- 3)  $2 \log_x 25 - 3 \log_{25} x = 1$ ;
- 4)  $\log_2 (x - 1)^2 - \log_{0,5} (x - 1) = 9$ ;
- 5)  $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$ .

Lahendada võrrandisüsteemid:

- |  |   |
|--|---|
| 924. 1) $\begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases}$                             | 2) $\begin{cases} x - y = 90 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$                            |
| 3) $\begin{cases} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 3 \end{cases}$                      | 4) $\begin{cases} x^y - y^x = 0 \\ x^2 - y^3 = 0 \end{cases}$                               |
| 925. 1) $\begin{cases} 14^x - 63y = 0 \\ 17^x - 87y = 0 \end{cases}$                           | 2) $\begin{cases} x^{x+y} - y^{12} = 0 \\ y^{x+y} - x^3 = 0 \end{cases}$                    |
| 3) $\begin{cases} x^{\sqrt{y}} = y \\ y^{\sqrt{y}} = x^4 \end{cases}$                          | 4) $\begin{cases} 2^{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 512 \\ \log \sqrt{xy} = 1 + \log 2 \end{cases}$ |
| 926. 1) $\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0 \\ \log_y 9 = 1 \end{cases}$                 | 2) $\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 \end{cases}$                                    |
| 3) $\begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} - 2^{\frac{x-y}{4}} = 2 \\ 3^{\log(2y-x)} = 1 \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} \sqrt{x+y} = 23 \\ (x+y)2^{y-x} = 3 \end{cases}$                          |

X PEATÜKK.

ARVUTUSLÜKATI.

§ 40. Arvutamine logaritmilise arvutuslükati abil.

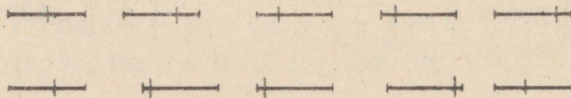
927. Märkida arvutuslükati põhiskaalal niidi<sup>1</sup> abil järgmised arvud:

1) 123; 15,3; 0,186; 1,34; 1,08; 104; 175; 0,0135; 0,00159.

2) 254; 2,76; 3,28; 0,294; 0,362; 3,08; 2,04; 0,206; 0,0304.

3) 465; 0,655; 8,35; 53,5; 0,735; 0,0945; 8,05; 5,05; 0,905; 0,0915; 0,00995.

928. Joonisel 39 on kujutatud 1 cm pikkused lõigud. Määrata silma järgi, mitu kümnendikku sentimeetrit on iga lõigu algusest kuni vertikaalkriipsuni. Kontrollida tulemust mõõtmise teel.



Joon. 39.

929. Joonestada 10 cm pikkune sirglõik ning märkida sellele iga sentimeetri järele punktid 0-st kuni 10-ni. Saadud lõigul märkida silma järgi punktid, mis vastavad järgmistele arvudele: 2,5; 6,5; 0,5; 1,25; 8,75; 0,3; 7,8; 9,3; 5,2; 8,2; 3,7; 4,7; 0,2; 1,4; 5,6; 3,1; 8,1; 4,1; 7,9; 9,9; 1,9; 1,1. Kontrollida tulemust mõõtmise teel.

<sup>1</sup> Märkijal (mida nimetatakse ka sillaks või aknakeseks) olevat kriipsu nimetatakse niidiks. (Toim.)

930. Märkida arvutuslükati põhiskaalal niidi abil järgmised arvud: 2,31; 0,351; 26,1; 3,71; 3,01; 0,201; 4,53; 0,683; 74,6; 5,08; 0,401; 84,9; 0,958; 0,0819; 0,0903; 1,2; 1,02; 2,01; 2,02.

931. Märkida keele vasaku otsa abil põhiskaalal järgmised arvud: 1,36; 2,74; 35,8; 495; 0,531; 0,0153; 83,5; 23,7; 9,03; 0,0353.

932. Ümardada ja märkida keele parema otsa abil põhiskaalal järgmised arvud: 0,5781; 42,36; 0,001991; 89,567; 0,02516; 15,478; 683,75; 9,8363; 10,101.

933. Korrutada arvutuslükati abil järgmised arvud:

1)  $1,2 \cdot 5$ ;  $2,6 \cdot 4$ ;  $14,1 \cdot 6$ ;  $1,84 \cdot 3$ ;  $0,132 \cdot 5$ ;  $15,6 \cdot 4$ .

2)  $5,4 \cdot 6$ ;  $7,3 \cdot 8$ ;  $3,56 \cdot 9$ ;  $6,2 \cdot 8$ ;  $24,8 \cdot 6$ ;  $0,43 \cdot 7$ ;  $0,538 \cdot 8$ .

934. Korrutada arvutuslükati abil järgmised arvud ning täita tabel:

Jrk. nr.	Harjutus	Keele liikumine	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Keele liikumine	Vastus
1	$0,015 \cdot 3,5$	Paremale	0,0525	7	$0,095 \cdot 17,8$		1,689
2	$2,96 \cdot 7,5$	Vasakule	22,2	8	$6,55 \cdot 2,42$		15,85
3	$6,98 \cdot 3,05$		21,3	9	$0,546 \cdot 91,8$		50,1
4	$0,433 \cdot 19,8$		8,57	10	$0,016 \cdot 0,173$		0,00277
5	$1,54 \cdot 3,26$		5,02	11	$536 \cdot 0,154$		82,6
6	$2,18 \cdot 4,65$		10,14	12	$0,202 \cdot 29,8$		6,02

935. Korrutada arvutuslükati abil järgmised arvud:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$25,6 \cdot 4,9$	125,4	7	$0,041 \cdot 0,00561$	0,000230
2	$14,3 \cdot 43,5$	622	8	$54,2 \cdot 0,43$	23,3
3	$1,21 \cdot 3,75$	4,54	9	$0,23 \cdot 0,017$	0,00391
4	$3,54 \cdot 87$	308	10	$0,0175 \cdot 0,41$	0,00718
5	$0,37 \cdot 0,82$	0,303	11	$12,71 \cdot 8,92$	113,4
6	$621 \cdot 5,71$	3550	12	$21,76 \cdot 29,75$	647

936. Leida arvutuslükati abil ringjoone pikkus tema diameetri  $d$  pikkuse järgi, kasutades arvu  $\pi$  tähist põhiskaalal, ja kontrollida vastuseid tabelite abil.

$d$	1,53	25,4	3,48	0,254	16,7	8,36	54,8	0,635	74,5
$C = \pi d$	4,81								

937. Jagada arvutuslükati abil järgmised arvud: 5,6 : 4; 0,66 : 3; 4,8 : 1,2; 0,735 : 0,7; 0,36 : 9; 12,3 : 3; 5,6 : 0,8; 32 : 6,4.

938. Jagada arvutuslükati abil järgmised arvud ning täita järgmine tabel:

Jrk. nr.	Harjutus	Keele liikumine	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Keele liikumine	Vastus
1	72,4 : 2,56	Paremale	28,3	6	77,3 : 0,546		141,6
2	635 : 72	Vasakule	8,82	7	0,439 : 264		0,001662
3	0,541 : 0,0238		22,7	8	0,321 : 0,0125		25,7
4	54,2 : 6,92		7,83	9	0,004 : 0,0637		0,0628
5	0,197 : 143		0,001378	10	0,0921 : 0,176		0,523

939. Jagada arvutuslükati abil järgmised arvud:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	438 : 192	2,28	8	0,321 : 0,546	0,588
2	736 : 881	0,836	9	7,01 : 6,17	1,136
3	64,2 : 135	0,476	10	51,1 : 43,2	1,183
4	741 : 5,48	135	11	1,17 : 8,45	0,1385
5	35,5 : 43,1	0,824	12	6,32 : 1,84	3,43
6	6,81 : 7,95	0,857	13	4,36 : 0,562	7,76
7	546 : 8,43	64,8			

940. Vahepealseid tulemusi lugemata leida arvutuslükati abil järgmiste arvude korrutis:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	0,124 · 1,07 · 73,5	9,75	4	2,94 · 3,66 · 0,65	6,99
2	4,3 · 73,5 · 0,124	39,2	5	6,66 · 5,55 · 0,223	8,25
3	2,65 · 1,32 · 0,75	2,62	6	7,78 · 14,5 · 0,00191	0,215

941. Arvutada männilaua kaal, mille pikkus on 4,75 m, paksus 6,5 cm ja laius 45 cm, teades, et männi erikaal on  $0,56 \frac{G}{cm^3}$ .

942. Kui palju kulub asfaldi hoovi katmiseks 1,2 cm paksuse kihiga, kui hoovi pikkus on 137 m ja laius 48 m. Asfaldi erikaal on  $1,10 \frac{G}{cm^3}$ .

943. Vahepealseid tulemusi lugemata teostada järgmised tehned:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$\frac{0,215 \cdot 17,5}{0,019}$	198	4	$\frac{108 \cdot 0,208}{3080}$	0,00729
2	$\frac{1,05 \cdot 42,4}{157}$	0,284	5	$\frac{5,05 \cdot 0,00836}{194}$	0,000218
3	$\frac{0,0743 \cdot 4,36}{0,00045 \cdot 23,8}$	30,2	6	$\frac{54,2 \cdot 0,42}{0,0154}$	1480

M ä r k u s. Otstarbekam on algul teostada jagamine ja seejärel korrutamine.

944. Lahendada arvutuslükati abil järgmised võrded:

1)  $\frac{0,15}{x} = \frac{3}{8}$ ; 2)  $\frac{0,56}{1,5} = \frac{2,0}{x}$ ; 3)  $\frac{0,0406}{1890} = \frac{0,000542}{x}$ ; 4)  $\frac{x}{4,15} = \frac{14,7}{18,9}$ ;  
 5)  $\frac{27,3}{4,2} = \frac{x}{5,4}$ ; 6)  $\frac{1,15}{0,032} = \frac{x}{0,7}$ ; 7)  $\frac{x}{3,4} = \frac{8,2}{15,2}$ .

945. Leida arvutuslükati abil järgmiste arvude ruudud:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$43,1^2$	1860	7	$0,0308^2$	0,000949
2	$2,96^2$	8,76	8	$57,4^2$	3290
3	$13,5^2$	182	9	$417^2$	174 000
4	$15,35^2$	236	10	$0,0841^2$	0,00707
5	$4,35^2$	18,9	11	$1,09^2$	1,19
6	$0,222^2$	0,0493	12	$0,066^2$	0,00436

946. Leida arvutuslükati abil ruutjuured järgmistest arvudest:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$\sqrt{742}$	27,2	6	$\sqrt{43,5}$	6,60
2	$\sqrt{0,426}$	0,653	7	$\sqrt{0,6327}$	0,795
3	$\sqrt{1742}$	41,7	8	$\sqrt{0,0354}$	0,1884
4	$\sqrt{176,2}$	13,28	9	$\sqrt{0,00141}$	0,0376
5	$\sqrt{4,321}$	2,08	10	$\sqrt{0,00342}$	0,0585

947. Leida arvutuslükati abil järgmiste arvude kuubid:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$0,213^3$	0,00966	7	$0,0184^3$	0,00000624
2	$4,35^3$	82,3	8	$79,4^3$	501 000
3	$0,54^3$	0,157	9	$1,47^3$	3,18
4	$14,32^3$	2950	10	$2,62^3$	18,0
5	$8,95^3$	715	11	$5,88^3$	203
6	$0,494^3$	0,120	12	$9,24^3$	789

948. Leida arvutuslükati abil kuupjuured järgmistest arvudest:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$\sqrt[3]{0,105}$	0,472	6	$\sqrt[3]{19,7}$	2,70
2	$\sqrt[3]{4910}$	17,0	7	$\sqrt[3]{0,000184}$	0,0569
3	$\sqrt[3]{0,0176}$	0,260	8	$\sqrt[3]{0,12}$	0,493
4	$\sqrt[3]{350}$	7,05	9	$\sqrt[3]{0,0000098}$	0,0214
5	$\sqrt[3]{0,262}$	0,640	10	$\sqrt[3]{82}$	4,34

949. Teostada arvutuslükati abil järgmised tehted:

Jrk. nr.	Harjutus	Vastus	Jrk. nr.	Harjutus	Vastus
1	$\frac{4,56 \cdot \sqrt{18,9}}{0,00735 \cdot 8,07}$	334	3	$\frac{1920 \cdot 0,00509 \cdot \sqrt{6,24}}{4,07 \cdot 70}$	0,0857
2	$\frac{6,08 \cdot \sqrt[3]{0,0495}}{15,8 \cdot 0,00834}$	16,9	4	$\frac{50,8 \cdot 0,0375 \cdot \sqrt[3]{4,95}}{1860 \cdot 0,00356 \cdot 4,03}$	0,122

950. Leida arvutuslükati abil ringi pindala, kasutades  $\pi$  tähist põhiskaalal.

Kontrollida tulemusi tabelite abil.

Diameeter	2,4	1,83	0,82	0,486	73,5
Ringi pindala tabelite järgi	4,52				
Ringi pindala lükati järgi	4,524				

951\*. 1) Leida arvutuslükati abil järgmiste arvude logaritmid ning kontrollida tulemusi tabelite abil:

$$\log 5; \log 12; \log 35; \log 236;$$

$$\log 1542; \log 0,184; \log 0,0894.$$

2) Leida arvutuslükati abil arvud, mis vastavad logaritmidelle:

$$0,384; 1,836; 2,543;$$

$$\bar{1},614; \bar{2},975; \bar{3},267.$$

952\*. Leida arvutuslükati abil:

1)  $0,489^{0,285}$ ; 2)  $0,62^{0,91}$ ; 3)  $0,215^{0,505}$ ; 4)  $0,064^{0,0521}$ .

XI PEATÜKK.

ÜLESANDEID X KLASSI KURSUSE KORDAMISEKS.

953. Leida järgmiste muutuvate suuruste piirväärtused:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x}{x+2}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{2x+3};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x+1}.$$

954. Kirjutada geomeetrilise progressiooni 8 esimest liiget, mille kahe esimese liikme korrutis on  $\left(-\frac{1}{8}\right)$  ning esimese ja viienda liikme korrutis  $\frac{1}{64}$ .

955. Viieliikmelise geomeetrilise progressiooni nelja esimese liikme summa on 195 ja nelja viimase liikme summa 130. Leida progressiooni äärmised liikmed.

956. Leida geomeetrilise progressiooni kuue esimese liikme summa, kui selle esimese ja kolmanda liikme korrutis on  $\frac{1}{144}$  ning kolmanda ja neljanda liikme summa 1.

957. Geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 28 ja järgmise kolme liikme summa  $3\frac{1}{2}$ . Leida progressiooni kaheksas liige.

958. Leida aritmeetilise progressiooni üheksa liikme summa, kui selle progressiooni kuues liige on 5 ning ka kolmanda ja kaheksanda liikme summa on 5.

959. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, teades, et nelja esimese liikme summa on 26, nelja viimase liikme summa aga 110 ja kõigi liikmete summa 187.

960\*. 1) Leida rea

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} \dots$$

$n$  liikme summa.

2) Leida rea

$$7 + 77 + 777 + \dots$$

$n$  liikme summa.

961. Tõestada, et kui kolm arvu  $x, y, z$  moodustavad geomeetrilise progressiooni, siis

$$(x + y + z)(x - y + z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

962. Ehitada järgmiste funktsioonide graafikud:

1)  $y = 2 \cdot 3^x$ ; 2)  $y = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ; 3)  $y = 2^{x^2}$ ; 4)  $y = \frac{1}{2} \log x$ ;

5)  $y = \log(2 - x)$ .

963. Mida võib ütelda arvude  $m$  ja  $n$  kohta, kui

1)  $2,5^m < 2,5^n$ ; 2)  $\left(\frac{3}{4}\right)^m < \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ; 3)  $\log_2 m > \log_2 n$ ;

4)  $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$ ; 5)  $\log_n 5,4 < \log_n 5,4$ ; 6)  $\log_m \frac{1}{4} > \log_n \frac{1}{4}$ ?

964. Mida võib ütelda arvu  $m$  kohta, kui

1)  $\log_5 m = -0,2$ ; 2)  $\log_{0,2} m = 1 \frac{1}{4}$ ; 3)  $\log_m 4 = 0,5$ ;

4)  $\log_m 0,5 = 2$ ; 5)  $m^{\frac{3}{4}} < m^{\frac{5}{4}}$ ; 6)  $m^{-\frac{5}{6}} > m^{-\frac{7}{6}}$ ?

965\*. On antud:  $\log_{10} 3 = a$ ;  $\log_{10} 2 = b$ .

Tõestada, et  $\log_5 6 = \frac{a+b}{1-b}$ .

966\*. On antud:  $\log_5 4 = a$ ;  $\log_5 3 = b$ .

Tõestada, et  $\log_{25} 12 = \frac{a+b}{2}$ .

967\*. Leida  $\log_6 16$ , teades, et  $\log_{12} 27 = a$ .

Lahendada võrrandid:

968. 1)  $4 + \frac{2}{3^x - 1} = \frac{5}{3^{x-1}}$ ; 2)  $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$ ;

3)  $x^{3 - \log \frac{x}{3}} = 900$ ; 4)  $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$ .

969. 1)  $\log(152 + x^3) - 3 \log(x + 2) = 0$ ;  
 2)  $\log_7 \log_2 \log_{13} x = 0$ ;      3)  $\log_5 \log_4 \log_3 x = 0$ .

970. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$1) \begin{cases} x^y = y^x \\ x^p = y^q \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648 \\ 3^x \cdot 2^y = 432 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \sqrt[y]{5^{x^2}} = 25^y \sqrt[y]{125^x} \\ \sqrt[x]{64} \cdot \sqrt[y]{8} = \sqrt[y]{2^x} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-1} + 2^{y-1} = 640 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log x + \log y = \log 11 + \log 9 \\ \log(x + y) - \log(x - y) = 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^{\log y} = 100 \\ xy = 1000 \end{cases}$$

971. 1) Kolme arvu summa on 217. Neid arvusid võib vaadelda kui geomeetrilise progressiooni kolme järjestikust liiget või kui aritmeetilise progressiooni 2., 9. ja 44. liiget. Mitu liiget tuleb võtta sellest aritmeetilisest progressioonist, et nende summa oleks 820?

2) Leida geomeetrilise progressiooni viies liige, kui selle progressiooni teine liige on 16 ja kolme esimese liikme summa on 56.

3) Leida

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{x}.$$

972. 1) Kasvava aritmeetilise ja kasvava geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed, nimelt, kumbki neist on võrdne 3-ga. Progressioonide teised liikmed on samuti võrdsed. Geomeetrilise progressiooni kolmas liige suhtub aritmeetilise progressiooni kolmandasse liikmesse nagu 9:5. Leida mõlemad progressioonid.

2) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\frac{15}{64} (3 - \sqrt{3}), \quad \frac{15}{64} (\sqrt{3} - 1), \dots$$

liikmete summa.

3) Ehitada funktsiooni  $y = -2^x$  graafik.

973. 1) Kaks keha liiguvad üheaegselt teineteisele vastu kahest punktist, mille vahemaa on 555 cm. Mitme sekundi pärast need kehad kohtuvad, kui esimene keha läbib esimeses sekundis 30 cm ja igas järgmises 5 cm rohkem kui eelmises; teine keha aga läbib esimeses sekundis 60 cm ja igas järgmises 4 cm vähem kui eelmises?

2) Arvutada arvutuslükati abil:

$$x = \frac{1,05 \cdot 42,4}{157} + 2.$$

3) Lahendada võrrand

$$6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}.$$

974. 1) Temperatuuri meteoroloogilistel vaatlustel ilmnes, et alates 5. augustist kuni 16. augustini näitas termomeeter igal hommikul temperatuuri langust  $\frac{1}{2}$  kraadi võrra ja et keskmine hommikune temperatuur selle aja kestel oli  $17\frac{1}{4}$  kraadi. Mitu kraadi näitas termomeeter 5. augustil?

2) Arvutada arvutuslükati abil silindri ruumala, mille põhja diameeter on 5 cm ja kõrgus 8,3 cm.

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{x}{2}.$$

975. 1) Kolm positiivset arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni, mille esimese ja kolmanda liikme korrutis on 36. Leida niisuguse aritmeetilise progressiooni liikmete arv, mille esimene liige võrdub antud geomeetrilise progressiooni teise liikmega, vahe on 4 ja kõigi liikmete summa 510.

2) Arvutada arvutuslükati abil

$$x = \sqrt{\frac{48,8 \cdot 0,00506}{12,6 \cdot 0,0304}}.$$

3) Ehitada funktsiooni  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$  graafik.

976. 1) Neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni; kui kolmanda arvuga liita 4 ja neljandaga 16, siis saadud neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = 5,387 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{533,6}}{0,08157}} - 9,318^2.$$

3) Lahendada võrrand

$$5^{\log x} - 3^{\log x-1} = 3^{\log x+1} - 5^{\log x-1}.$$

977. 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 221. Selle progressiooni kolmas liige on esimesest liikmest 136 võrra suurem. Leida antud progressiooni kuue liikme summa.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 6, nelja esimese liikme summa aga  $5\frac{5}{8}$ . Leida selle progressiooni esimene liige.

3) Leida

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}.$$

---

## XII PEATÜKK.

### FUNKTSIOONID JA NENDE UURIMINE. TULETIS.

#### § 41. Funktsioonide elementaarne uurimine.

978. 1) On antud:  $f(x) = 3x + 1$ .

Leida:  $f(2)$ ;  $f(-3)$ ;  $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ ;  $f(0)$ .

2) On antud:  $f(x) = 2x + 3$ .

Leida:  $f(x^2)$ ;  $[f(x)]^2$ ;  $f(x) - 1$ .

979. On teada, et suurus  $y$  on võrdeline suurusega  $x$ . Koostada  $y$  ja  $x$  vahelist sõltuvust väljendav valem, teades, et kui  $x$  on 2,5, siis  $y$  on 7,5.

980. Keha liigub ühtlaselt kiirusega 3 m sekundis.

Avaldada keha poolt läbitud tee pikkuse  $s$  ja liikumise aja  $t$  vaheline sõltuvus.

1) Ehitada graafik, mis näitab tee pikkuse muutumist sõltuvalt liikumise aja  $t$  muutumisest ning tõestada, et tegur 3 on antud funktsiooni graafiku ja abstsissitelje positiivse suuna vahelise nurga tangens.

3) Leida selle nurga suurus mõõtmise teel ja tabeli järgi.

981. Näidata, et funktsiooni  $y = kx$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = x$  graafikust, kui viimase kõiki ordinaate suurendada  $k$  korda, kui  $k > 1$ , või vähendada  $\frac{1}{k}$  korda, kui  $0 < k < 1$ .

982. Näidata, et funktsiooni  $y = -x$  graafik on sümmeetriline funktsiooni  $y = x$  graafikuga  $x$ -telje suhtes.

983. On antud funktsioon  $y = kx$ .

1) Missuguseid väärtusi võib omandada argument  $x$ ?

2) Missuguseid väärtusi võib omada funktsioon  $y$ ?

3) Tõestada, et kui  $k > 0$ , siis: a) funktsioon  $y$  kasvab;

b) funktsioon  $y > 0$ , kui  $x > 0$ , ja funktsioon  $y < 0$ , kui  $x < 0$ .

4) Tõestada, et kui  $k < 0$ , siis: a) funktsioon  $y$  kahaneb;

b) funktsioon  $y < 0$ , kui  $x > 0$ , ja funktsioon  $y > 0$ , kui  $x < 0$ .

Illustreerida funktsiooni neid omadusi graafiku abil.

984. 1) Koostada sirge võrrand, mis läbib koordinaatide alguse ja moodustab  $x$ -teljega nurga:  $45^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $135^\circ$ .

2) On teada, et sirge  $y=kx$  läbib punkti  $M(6; 3)$ . Kirjutada selle sirge võrrand.

985. Tööpink maksab 8000 rbl., tema aastane amortisatsioon on aga 400 rbl. Avaldada tööpingi hinna ( $y$ ) ja kasutamise aja ( $x$ ) vaheline sõltuvus ning ehitada saadud funktsiooni graafik.

986. On antud funktsioon  $y = 2x + 1$ .

1) Tõestada, et  $y$  suurus ei muutu võrdeliselt  $x$  suurusega.

2) Näidata, et funktsiooni  $y = 2x + 1$  graafiku saame funktsiooni  $y = 2x$  graafikust, kui  $y = 2x$  graafiku kanname paralleelselt iseendaga ühe ühiku võrra ülespoole.

3) Tõestada, et funktsiooni juurdekasvu ( $\Delta y$ ) ja temale vastava argumenti juurdekasvu ( $\Delta x$ ) suhe on jääv suurus antud funktsiooni puhul.

4) Tõestada, et argumenti kasvamisel funktsioon  $y = 2x + 1$  tõkestamatult kasvab.

5) Leida, missuguste argumenti  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y = 2x + 1$  on: positiivne; negatiivne; võrdne nulliga.

987. On teada, et sirge  $y = kx + b$  läbib punkti  $A(-1; -4)$  ja punkti  $B(0; 5)$ . Kirjutada selle sirge võrrand.

988. Vedru pikkus  $l = 13$  cm. Kui vedrule riputada koormus  $q$  kilogrammi, siis vedru pikkus muutub järgmiselt:

$q$ kilogrammides	0	5	10	15	20	25
$l$ sentimeetrites	13	14,2	15,4	16,6	17,8	19

1) Ehitada vedru pikkuse muutumise graafik sõltuvalt koormuse muutumisest 0-st kuni 25 kilogrammini.

2) Koostada valem, mis väljendab vedru pikkuse ( $l$ ) ja koormuse ( $q$ ) vahelist sõltuvust.

989. Elektriveduri katsetamisel saadi amprites mõõdetud voolutugevuse ( $I$ ) ja kilogrammides mõõdetud tõmbejõu ( $F$ ) vahelise sõltuvuse kohta järgmine tabel:

$I$	65	86	106	116	137	150
$F$	160	360	560	660	850	980

- 1) Joonestada graafik, mis väljendab  $F$  sõltuvust  $I$ -st.
- 2) Asendada see graafik ligikaudse sirgega.
- 3) Koostada ligikaudne lineaarfunktsioon, mis väljendab  $F$  sõltuvust  $I$ -st.

990. Katse tulemusena leiti, et ploki nõõrile rakendatud jõu  $F$  ja tõstetava koormuse  $P$  vahel on järgmine sõltuvus:

$P$ kilogrammides	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$F$ kilogrammides	2,6	4	5,25	6,5	7,8	9,1	10,4	11,6	13	14,1

- 1) Ehitada graafik, mis väljendab  $F$  sõltuvust  $P$ -st.
- 2) Asendada see graafik ligikaudse sirgega.
- 3) Koostada ligikaudne lineaarfunktsioon, mis väljendab  $F$  sõltuvust  $P$ -st.

991. Häälle levimise kiiruse  $v$   $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$  katselisel määramisel õhus, erinevate temperatuuride  $t^\circ$  puhul, saadi järgmine tabel:

$t$ kraadides	-30	-17	-5	0	8	12	20	30
$v$ meetrit sekundis	313	321	329	332	337	339	344	346

- 1) Ehitada graafik, mis väljendab  $v$  sõltuvust  $t$ -st.
- 2) Asendada see graafik ligikaudse sirgega.

3) Koostada ligikaudne lineaarfunktsioon, mis väljendab  $v$  sõltuvust  $t$ -st.

992. On antud võrrandid (1 — 5)

1)  $3x - y = 0$ ; 2)  $x + 2y = 0$ ; 3)  $5x + 2y = 10$ ;

4)  $3x - 5y + 15 = 0$ ; 5)  $4x = \frac{5y - 3x}{3}$ .

a) Esitada iga võrrand kujus  $y = f(x)$ .

b) Ehitada iga saadud funktsiooni graafik.

c) Uurida, missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y$  on positiivne; negatiivne; võrdne nulliga.

d) Leida nende punktide koordinaadid, milledes iga funktsiooni graafik lõikub koordinaattelgedega.

e) Missugused antud funktsioonidest kasvavad ja missugused kahanevad?

993. 1) Tõestada, et funktsioon  $y = kx + b$  on kasvav, kui  $k > 0$ , ja kahanev, kui  $k < 0$ .

Tuua näiteid, andes suurustele  $k$  ja  $b$  arvulisi väärtusi ning joonestades välja vastavad graafikud.

2) Tõestada, et funktsiooni  $y = kx + b$  juurdekasvu  $\Delta y$  ja argumendi juurdekasvu  $\Delta x$  suhe on jääv suurus, mis võrdub võrdeteguriga  $k$ .

3) Tõestada, et võrdetegur  $k$  võrdub funktsiooni  $y = kx + b$  graafiku ja  $x$ -telje positiivse suuna vahelise nurga tangensiga.

994. 1) Ehitada järgmise funktsiooni graafik<sup>1</sup>.

$$y = \begin{cases} x, & \text{kui } x \geq 0. \\ -x, & \text{kui } x \leq 0, \end{cases}$$

2) Ehitada järgmise funktsiooni graafik:

$$y = \begin{cases} 1 - x, & \text{kui } x \geq 0. \\ 1 + x, & \text{kui } x \leq 0. \end{cases}$$

995. On antud funktsioon  $y = 2x - 4$ .

1) Ehitada selle funktsiooni graafik.

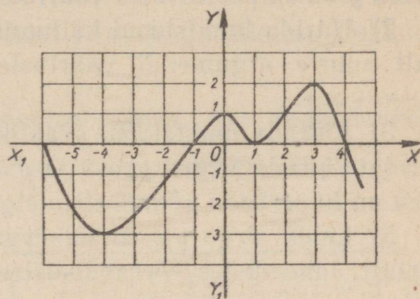
2) Koostada antud funktsiooni pöördfunktsiooni võrrand kujus  $y = f(x)$ .

<sup>1</sup> Vastustes on nii selle ülesande kui ka analoogiliste ülesannete kohta esitatud graafikud, et õpilased saaksid kontrollida nende poolt ehitatud graafikute õigsust.

Märkus. Et koostada funktsiooni  $y = 2x - 4$  pöörd-funktsiooni võrrandit, võib antud võrrandis  $y$  asendada  $x$ -ga ning  $x$  asendada  $y$ -ga ja lahendada saadud võrrand  $y$  suhtes.

3) Ehitada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõt-kavas antud funktsiooni ning pöördfunktsiooni graafikud.

4) Kontrollida, et saadud graafikud on sümmeetrilised esimese ja kolmanda veerandi nurgapoolitaja suhtes.



Joon. 40.

996. On antud funktsioon  $y = x + 2$ .

1) Ehitada graafik, mis on sümmeetriline antud funktsiooni graafikuga sirge  $y = x$  suhtes.

2) Kirjutada saadud uue sirge võrrand ning veenduda,

et see sirge on antud funktsiooni pöördfunktsiooni graafikuks.

3) Teha sama funktsiooni  $y = x - 1$  kohta.

997. Joonisel 40 on kujutatud funktsiooni  $y = f(x)$  graafik.

1) Leida graafiku järgi funktsiooni kasvamise ning kahane-mise piirkonnad.

2) Missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y = f(x)$  on posi-tiivne; negatiivne; võrdub nulliga?

3) Leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsiooni  $y = f(x)$  väärtus on suurim (vähim) ja milline nimelt.

998. 1) Ristküliku pindala on  $24 \text{ cm}^2$ . Ristküliku alus on  $a$ . Leida ristküliku kõrgus  $h$ .

2) Arvutada  $h$  täpsusega kuni  $0,1 \text{ cm}$ , andes  $a$ -le järgmised väärtused:

$a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20	22	24
$h$	24																	

3) Kuidas nimetatakse  $a$  ja  $h$  vahelist sõltuvust, mida väljen-dab võrrand  $h = \frac{24}{a}$ ?

4) Ehitada vastav graafik.

5) Tuua pöördvõrdelise sõltuvuse kohta mõned näited.

999. On antud funktsioon  $y = \frac{6}{x}$ .

1) Uurida, missuguste argumenti  $x$  väärtuste puhul funktsioon  $y$  omab positiivseid väärtusi; negatiivseid väärtusi.

2) Uurida funktsiooni käitumist absoluutväärtuste poolest küllalt suurte argumenti väärtuste puhul (kui  $x \rightarrow +\infty$  ja kui  $x \rightarrow -\infty$ ).

3) Ehitada funktsiooni graafik.

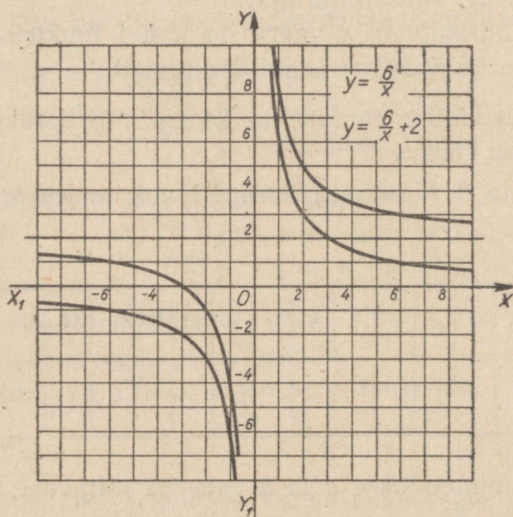
4) Ehitada sirged  $y = x$  ja  $y = -x$  ning näidata, et need sirged on hüperbooli sümmeetriatelgedeks.

5) Leida sirge  $y = x$  lõikepunktid hüperbooliga (hüperbooli tipud), lahendades võrrandisüsteemi:

$$\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y = x. \end{cases}$$

1000. 1) Uurida funktsiooni  $y = -\frac{6}{x}$ , kasutades eelmise ülesande küsimusi.

2) Kuidas muutub hüperbooli asetus koordinaattelgede suhtes olenevalt võrdeteguri  $k$  märgist võrrandis  $y = \frac{k}{x}$ ?



Joon. 41.

1001. Hüperbool  $y = \frac{k}{x}$  läbib punkti  $M(3; 5)$ . Kirjutada selle hüperbooli võrrand, leida tema tippude koordinaadid ja joonestada antud funktsiooni graafik.

1002\*. 1) Tõestada, et funktsiooni  $y = \frac{6}{x} + 2$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = \frac{6}{x}$  graafikust viimase paralleelse ülekande teel kahe ühiku võrra ülespoole.

2) Ehitada ühel ja samal joonisel (joon. 41) funktsioonide  $y = \frac{6}{x}$  ja  $y = \frac{6}{x} + 2$  graafikud, arvutades kõigepealt järgmiste punktide koordinaadid:

$x$	-6	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	6
$y = \frac{6}{x}$										
$y = \frac{6}{x} + 2$										

1003\*. On antud funktsioon  $y = \frac{4x+9}{x}$ .

1) Esitada antud võrrand kujus  $y = \frac{k}{x} + b$ .

2) Leida hüperbooli tipu koordinaadid ja joonestada (skemaatiliselt) antud hüperbool.

3) Kasutades antud näpunäiteid, ehitada funktsiooni  $y = \frac{4-2x}{x}$  graafik.

1004. 1) Uurida funktsiooni  $y = \frac{1}{x-1}$  ja ehitada selle graafik.

2) Näidata, et funktsiooni  $y = \frac{1}{x-1}$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = \frac{1}{x}$  graafikust viimase paralleelse ülekande teel ühe ühiku võrra paremale.

1005. Kirjutada valemid, mis väljendavad järgmisi sõltuvusi:

1) ruudu pindala  $Q$  sõltuvust tema külje pikkusest  $a$ ;

2) ringi pindala  $S$  sõltuvust ringi raadiusest  $R$ ;

3) raskusjõu  $g$  mõjul vabal langemisel keha poolt läbitud tee pikkuse  $S$  sõltuvust ajast  $t$ ;

4) kirjutada üldvalem, mis väljendab funktsiooni  $y$  muutumist võrdeliselt argumendi  $x$  ruuduga;

5) tuua niisuguste suuruste kohta näiteid, mille vahelist sõltuvust väljendab valem  $y = ax^2$ .

**1006.** On antud funktsioon  $y = x^2$ .

1) Tõestada, et argumendi mistahes väärtuse puhul funktsioon  $y$  ei saa olla negatiivne ( $y \geq 0$ ).

2) Tõestada, et vahemikus  $(-\infty; 0)$  funktsioon kahaneb ja vahemikus  $(0; +\infty)$  kasvab.

3) Tõestada, et kui  $x = 0$ , siis funktsioon omab vähimat väärtust (miinimumi), mis võrdub 0-ga.

4) Joonestada funktsiooni graafik, täpsustades graafiku kuju mõningate tema punktide leidmise teel.

5) Tõestada, et funktsioon  $y = x^2$  on paarisfunktsioon ja et  $y = x^2$  graafikul on sümmeetriatelg, mis ühtib ordinaatteljega.

**1007.** 1) Uurida funktsiooni  $y = -x^2$  eelmise ülesande küsimuste põhjal, tehes nendes vajalikud muudatused.

2) Näidata, et funktsiooni  $y = -x^2$  graafikuks on parabool, mis on sümmeetriline parabooliga  $y = x^2$   $x$ -telje suhtes.

**1008.** Näidata, et funktsiooni  $y = ax^2$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = x^2$  graafikust, kui suurendada viimase ordinaate  $a$  korda, kui  $a > 1$ , või vähendada  $\frac{1}{a}$  korda, kui  $0 < a < 1$ .

**1009.** Näidata, et funktsiooni  $y = ax^2 + c$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = ax^2$  graafikust viimase paralleelse ülekande teel  $c$  ühiku võrra ülespoole, kui  $c > 0$ , või  $c$  ühiku võrra allapoole, kui  $c < 0$ .

**1010.** Näidata, et funktsiooni  $y = (x - m)^2$  graafiku võime saada funktsiooni  $y = x^2$  graafikust viimase kõigi punktide paralleelse ülekande teel  $m$  ühiku võrra paremale, kui  $m > 0$ , või  $m$  ühiku võrra vasakule, kui  $m < 0$ .

**1011.** Parabooli  $y = x^2$  on nihutatud 3 ühiku võrra paremale, paralleelselt  $x$ -teljega, ning 2 ühiku võrra allapoole, paralleelselt  $y$ -teljega. Kirjutada parabooli uus võrrand.

1012. Selgitada, kuidas on nihutatud parabooli  $y = x^2$ , et paraboolidele on saadud järgmised võrrandid:

- 1)  $y = (x + 4)^2 + 3$ ;      2)  $y = (x - 2)^2 - 5$ ;  
 3)  $y = (x - 3)^2 + 2$ ;      4)  $y = (x + 6)^2 - 3$ .

1013. On antud funktsioon  $y = x^2 - 4x - 5$ .

1) Esitada ruutkolmliige kujus  $y = (x + m)^2 + c$  ja näidata, et funktsiooni graafikuks on parabool.

2) Leida selle parabooli tipu koordinaadid.

3) Leida parabooli löikepunktid  $x$ -teljega.

4) Ehitada veel mõned punktid, mis täpsustaksid parabooli kuju.

5) Ehitada funktsioon  $y = x^2 - 4x - 5$  graafik ja kasutades seda:

a) leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul funktsiooni väärtused on positiivsed; negatiivsed; võrdsed nulliga;

b) määrata funktsiooni kasvamise ning kahanemise piirkonnad;

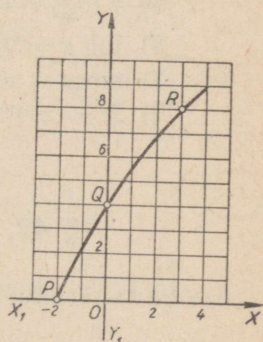
c) leida, missuguse  $x$  väärtuse puhul funktsiooni väärtus on vähim, ja nimelt milline.

1014. On antud funktsioon  $y = 2x^2 + 4x - 6$ . Ehitada selle funktsiooni graafik ja uurida seda, kasutades eelmise ülesande küsimusi.

1015. Ehitada funktsiooni

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{kui } x \leq 0 \\ x, & \text{kui } x \geq 0 \end{cases}$$

graafik.



Joon. 42.

1016\*. Joonisel 42 kujutatud kõver on määratud vahemikus  $(-2; 4)$ .

Koostada parabooli võrrand  $y = ax^2 + bx + c$ , mille kolm punkti  $P(-2; 0)$ ,  $Q(0; 4)$  ja  $R(3; 8)$  ühtiksid antud kõvera kolme punktiga.

1017. 1) Uurida astmefunktsiooni  $y = x^n$ , kui  $n = 1$ ;  $n = 2$ ;  $n = 3$ ;  $n = 4$  ja  $n = 5$ .

Ehitada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mõõtkavas iga funktsiooni graafik.

2) Uurida astmefunktsiooni  $y = x^n$ , kui  $n = -1$ ;  $n = -2$ ;  $n = -3$ ;  $n = \frac{1}{2}$ ;  $n = \frac{1}{3}$ . Ehitada iga funktsiooni graafik.

Uurida järgmisi funktsioone ja ehitada nende graafikud:

1018. 1)  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ;  
2)  $y = x^4 - 4x^2 + 5$ .

1019. 1)  $y = 2^x - 4$ ; 2)  $y = 2^{x-1}$ ;

3)  $y = 2^{\frac{1}{2}x^2}$ ; 4)  $y = 2^{|x|}$ .

1020. 1)  $y = \log_2(-x)$ ; 2)  $y = \log_2(x+1)$ ;

3)  $y = \log_2 x^2$ ; 4)  $y = a^{\log a^x}$ .

1021. Lahendada graafiliselt järgmised võrrandid:

1)  $2^x = 4x$ ; 2)  $2^{-x} = x$ ;

3)  $7 \log_2 x - 6x + 10 = 0$ ; 4)  $4^x = \frac{12}{x}$ ;

5)  $\log x = 0,1x$ ; 6)  $\cos x - x = 0$ ;

7)  $\sin x - x = 0$ ; 8)  $\sin x = 4 - x$ ;

9)  $2^x = x + 2$ ; 10)  $2x^3 = 6x^2 - 1$ .

## § 42. Funktsiooni piirväärtus.

Arvutada järgmiste funktsioonide piirväärtused:

1022. (Peast!) 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 2)$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 + 1)$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 - 2)$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^4 - 3x^3 + 5x - 1)$ .

1023. (Peast!) 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+1}{x-1}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+2}{x^2-5}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+1}{x+1}$ .

1024. 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x+1}$ ;

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}{x^2 - 8x - 1}.$$

1025. Tõestada järgmised võrdused:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \left( 3x^2 - 2x + \frac{4}{x} \right) = 10; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x + 3} = 3;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - x + 1} = 6;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -3} \left[ 2(x + 1) - \frac{x}{x - 1} \right] = -4 \frac{3}{4}.$$

1026. Leida järgmiste funktsioonide piirväärtused:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{5};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^x;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} \right)^x.$$

1027. Tõestada järgmised võrdused:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 + \frac{1}{x} \right) = 2;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 1}{x} = 5;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{2x} = \frac{1}{2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x} + 1 \right) = 2.$$

1028. Leida funktsioonide piirväärtused:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{x^2} - \frac{2}{x} + 3 \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2 + x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1}{x} + 2 \right);$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{x - 1} - 1 \right);$$

1029. Tõestada järgmised võrdused:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{x^2 + x} = \infty;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x - 1} = \infty;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x + x^2}{x^3 + 3x^2 + x} = \infty;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9} = \infty.$$

1030. Leida funktsioonide piirväärtused:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x^2 - 4};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2a} \frac{4a^2 - x^2}{x - 2a};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}.$$

1031. Tõestada järgmised võrdused:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{4x^2 + 7x - 5} &= \frac{3}{4}; & 2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} &= -1; \\ 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x + 3}{x^4 + 1} &= 0; & 4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{3-3x^2} &= \frac{1}{6}; \end{aligned}$$

1032. Leida funktsioonide piirväärtused:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}; & & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{4x}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}}; & & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}; \end{aligned}$$

1033. Tõestada järgmised võrdused:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a-x} - \sqrt{a-x}}{x} &= \frac{\sqrt{a}}{2a}; \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{x} &= \frac{\sqrt{a}}{a}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x} &= \frac{2}{3}; \\ 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

1034. Leida funktsioonide piirväärtused:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x}; & & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}; & & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}. \end{aligned}$$

1035. Tõestada järgmised võrdused:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} &= 3; & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} &= 1; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x} &= \frac{3}{4}; & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

## § 43. Tuletis.

### a) Tuletise mõiste.

**1036.** 5 sekundi möödumisel asetseb keha 12 km kaugusel lähtekohast, 9 sekundi möödumisel (arvates liikumise algusest) aga 30 m kaugusel. Leida keha liikumise keskmine kiirus nimetatud ajavahemikul.

**1037.** On teada, et vabalt langeva keha poolt läbitud tee pikkust arvutatakse valemi  $S = \frac{gt^2}{2}$  järgi, kus  $S$  on tee pikkus meetrites,  $g$  raskusjõu kiirendus, mis võrdub  $9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ , ja  $t$  aeg sekundites.

1) Leida keha keskmine kiirus ajavahemikul  $t_1 = 2$  kuni  $t_2 = 5$ .

2) Leida keha keskmine kiirus järgmistel ajavahemikel ning täita tühjad kohad tabelis:

Argumendi $t$ lähteväärtus	Argumendi uus väärtus	Argu- mendi juurde- kasv $\Delta t$	Funk- siooni- $S$ lähte- väärtus	Funk- siooni uus väärtus	Funk- siooni juurde- kasv $\Delta S$	$\frac{\Delta S}{\Delta t}$
2	4	2	19,6	78,4	58,8	29,4
2	3,0					
2	2,8					
2	2,6					
2	2,4					
2	2,2					
2	2,1					
...	...					
2	2,01					

3) Leida keha kiirus  $v$  ajamomendil  $t = 2$ , arvutades

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

4) Tõestada, et vabalt langeva keha kiirust  $v$  mistahes ajamomendil  $t$  arvutatakse valemi  $v = gt$  järgi.

1038. Algkiirusega  $v_0$  vabalt langeva keha poolt läbitud tee pikkus  $S$  määratakse valemi  $S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$  järgi.

1) Tuletada valem, mis väljendab keha kiirust mistahes ajamomendil.

2) Arvutada keha kiirus ajamomendil  $t = 5$ , kui algkiirus on 5 m sek.

1039. Punkt liigub nii, et tema poolt  $t$  sekundiga läbitud tee pikkus  $S$  väljendub valemiga  $S = 4t^2 + 3t$ .

1) Leida punkti kiirus mistahes ajamomendil.

2) Arvutada punkti kiirus ajamomendil  $t = 3$ .

1040. Keha soojendamisel muutub tema temperatuur  $T$  sõltuvalt soojendamise ajast  $t$  järgmise seaduse järgi:  $T = 0,4t^2$ , kus  $T$  on temperatuur kraadides Celsiuse skaala järgi ja  $t$  aeg sekundeis.

1) Leida keha temperatuuri muutumise keskmine kiirus ajavahemikul  $t_1 = 4$  kuni  $t_2 = 6$ .

2) Leida keha temperatuuri muutumise kiirus ajamomendil  $t = 4$ .

1041. Voolutugevus  $I$  (amprites) muutub sõltuvalt ajast järgmise seaduse järgi:  $I = 0,2t^2$ , kus  $t$  on sekundite arv.

Leida voolutugevuse muutumise kiirus neljanda sekundi lõpul.

1042. Punkt liigub sirgjooneliselt kiirusega  $v = 2t + 1$ , kus  $v$  on kiirus meeter-sekundaes ja  $t$  aeg sekundeis.

1) Leida keskmine kiirendus ajavahemikul  $t_1 = 3$  kuni  $t_2 = 8$ .

2) Leida kiirendus ajamomendil  $t = 3$ .

3) Tuletada kiirenduse valem mistahes ajamomendi jaoks.

1043. On antud punkti liikumise võrrand:  $S = t^3 + 4$ , kus  $S$  on tee pikkus meetrites ja  $t$  aeg sekundeis.

1) Leida punkti liikumise kiirus mistahes ajamomendil.

2) Leida punkti liikumise kiirendus mistahes ajamomendil.

1044. Katseliselt on tehtud kindlaks, et  $t$  sekundi vältel vees lahustunud aine hulk  $P$  (grammides) on muutuja  $t$  teatud funktsioon, s. o.  $P = f(t)$ .

1) Leida antud aine lahustumise keskmine kiirus ( $v_k$ ) vees ajavahemikul  $t_1$  kuni  $t_2$ .

2) Leida antud aine lahustumise kiirus ( $v$ ) vees mistahes ajamomendil  $t$ .

1045. Mingi keemilise reaktsiooni puhul tekkis  $t$  sekundi jooksul  $Q$  grammi ainet.

1) Kuidas leida antud keemilise reaktsiooni keskmine kiirus ( $v_k$ ) ajavahemikul  $t_1$  kuni  $t_2$ , võttes  $Q = f(t)$ ?

2) Kuidas leida keemilise reaktsiooni kiirust ( $v$ ) mistahes ajamomendil?

1046. Leida järgmiste funktsioonide tuletised:

1)  $y = 3x^2$ ;

2)  $y = 5 - 4x^2$ ;

3)  $y = ax + b$ ;

4)  $z = 5t^2 - 4t^3$ ;

5)  $y = \frac{3x^2}{2}$ ;

6)  $y = \frac{2}{3}x^3 - x$ ;

7)  $y = 3x^2 + 5x - 6$ .

### b) Tuletise geomeetriline vaste.

1047. Ehitada funktsiooni  $y = \frac{1}{2}x^2$  graafik ning märkida saadud kõveral punktid  $M$  ja  $N$ , millede abstsissid on vastavalt 2 ja 4.

1) Tõestada, et nurga tangens, mille lõikaja  $MN$  moodustab  $x$ -telje positiivse suunaga, on 3. Selgitada tõestust joonise abil.

2) Tõestada, et nurga tangens, mille moodustab punktist  $M$  tõmmatud kõvera puutuja  $x$ -telje positiivse suunaga, on 2. Selgitada tõestust joonise abil.

1048. 1) Ehitada funktsiooni  $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$  graafik ning leida nurga tangens, mille moodustab kõvera puutuja, mis on tõmmatud kõverale punktis abstsissiga 2.

2) Tõmmata joonisel „silma järgi” otsitav puutuja, mõõta selle ja  $x$ -telje vaheline nurk, leida tabeli järgi selle nurga tangens ning võrrelda saadud tulemust arvutatud tulemusega.

1049. Ehitada funktsiooni  $y = x^2 - 4x$  graafik ja leida saadud kõvera tõus punktis: 1) abstsissiga 2; 2) abstsissiga 3.

Märkus. Kõvera tõusuks punktis  $M$   $x$ -telje suhtes nimetatakse antud kõverale punktis  $M$  tõmmatud puutuja tõusu.

c) Diferentseerimine valemite järgi.

1050. Kasutades diferentseerimise valemeid, leida järgmiste funktsioonide tuletised:

- 1)  $y = 5$ ; 2)  $y = x^4$ ; 3)  $y = 3x^5$ ; 4)  $y = -2ax^3$ ;  
 5)  $y = 4x^3 + 5x^2 - 3x$ ; 6)  $y = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5$ ;  
 7)  $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 1$ ; 8)  $y = 3x^2(2x - 5)$ .

1051. 1) On antud:  $S = 2t^3 - 4t^2 + t + 1$ . Leida  $\frac{ds}{dt}$ .

2) On antud:  $f(r) = \frac{1}{3}r^3 + \frac{1}{4}r^2 - r - 2$ . Leida  $f'(r)$ .

3) On antud:  $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2$ . Leida  $f'(2)$ .

4) On antud:  $f(t) = t^2(2t - 1)$ . Leida  $f'(1)$ .

1052. Katselisel teel tehti kindlaks, et vedeliku hulka  $Q$  (grammides), mis voolab anumast välja anumast oleva avause kaudu  $t$  sekundi jooksul, määratakse valemi järgi:  $Q = 120t + t^2 - \frac{1}{3}t^3$ .

1) Leida, kui palju vedelikku voolab anumast välja ajamomendil  $t = 10$  sek.

2) Mitme sekundi jooksul tühjeneb anum ning kui palju vedelikku voolab anumast välja selle aja vältel?

1053. Keha pöörleb ümber telje, kusjuures pöördenurga  $\varphi$  ja pöörlemise aja  $t$  vahelist sõltuvust väljendab valem:

$$\varphi = 0,1t^2 + 0,5t - 0,1.$$

Leida keha pöörlemise nurkkiirus ajamomendil  $t = 10$  sek.

1054. Punkti liikumise võrrand on järgmine:

$$S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t + 1,$$

kus  $S$  on tee pikkus meetrites ja  $t$  aeg sekundeis.

Leida punkti liikumise kiirus ja kiirendus ajamomendil  $t = 3$  sek.

1055. 1) Sirgjooneliselt liikuva punkti kiirust määrab valem  $v = 3t + 2t^2$ , kus  $t$  on aeg sekundeis ja  $v$  kiirus sentimeeter-sekundeis. Millist kiirust omab punkt ajamomendil  $t = 4$  sek.?

2) Rong väljus jaamast ja oli sellest  $t$  tunni pärast  $S = t^3 + t^2 + 3t$  kilomeetri kaugusel.

Leida rongi kiirendus: a)  $t$  tunni lõpul ning b) teise tunni lõpul.

1056. Aurik läbib  $t$  sekundi jooksul vahemaa  $S$  meetrit, mille võime arvutada ( $t$  väikeste väärtuste puhul) valemi järgi:

$$65S = \frac{1}{8} t^3 + 3t^2 + t.$$

Leida auriku kiirus  $v$  ja kiirendus  $a$ , kui  $t = 10$  sek.

1057. 1) Keha liigub sirgjooneliselt, kusjuures läbitud tee pikkuse  $S$  (meetrites) ja liikumise aja  $t$  (sekundeis) vahelist sõltuvust väljendab võrrand:

$$S = 200 + 40t - t^2.$$

Leida keha kiirus ajamomendil  $t = 5$  sek. Missugusel ajamomendil  $t$  keha peatub?

2) Rong on  $t$  tunni pärast lähtepunktis  $S = \frac{1}{4} t^4 - 4t^3 + 16t^2$  kilomeetri kaugusel. Leida rongi kiirus ja kiirendus. Missugusel momendil rong peatub ning muudab liikumise suunda?

1058. On teada, et jõud  $F$ , mida mõõdetakse düünides ja mis tekitab  $m$ -grammise massiga materiaalse punkti liikumise, on seotud kiirendusega  $a \frac{cm}{sek^2}$  järgmise valemi abil:

$$F = ma.$$

Materiaalne punkt, mille mass on 50 g, liigub sirgjooneliselt seaduse järgi:  $S = 1 + 3t + 5t^2$ , kus  $S$  on tee pikkus sentimeetrites ja  $t$  liikumise aeg sekundeis. Leida materiaalsele punktile mõjuva jõu suurus.

1059. Ühest ja samast punktist  $A$  alustasid üheaegselt liikumist kaks keha. Esimene liikus võrrandi järgi:

$$S_1 = \frac{1}{3} t^3 + \frac{1}{2} t^2 - 2t,$$

teine aga võrrandi järgi:

$$S_2 = \frac{1}{3} t^3 + 4t - 1,$$

kus  $t$  on liikumise aeg sekundeis,  $S_1$  ja  $S_2$  aga kummagi keha poolt läbitud tee pikkus meetrites. Leida nende kehade kiirendused momendil, mil kiirused on võrdsed.

1060. Järgnevates harjutustes kasutada korrutise tuletise leidmise reeglit:  $(uv)' = u'v + v'u$ .

- 1)  $y = (x^2 - 3x)(1 - 2x)$ ;      2)  $y = (x^2 - 6x + 3)(2x - 1)$ ;  
 3)  $y = (1 + 2x - 4x^2)(3x - 1)$ ;  
 4)  $y = (x^2 + 4x - 3)(3x^2 + 12x + 12)$ .

Leida järgmiste funktsioonide tuletised:

1061. 1)  $y = 1 - \sin x$ ;      2)  $y = x - \cos x$ ;  
 3\*)  $y = \tan x - 2x$ ;      4\*)  $y = x - \cot x$ ;  
 5)  $y = 2(1 - \cos x)$ ;      6)  $y = x^2 \sin x$ ;  
 7)  $y = \sin x \cdot \cos x$ ;      8)  $y = (1 + \cos x) \sin x$ .

1062. 1)  $y = \sin 2x$ ;      2)  $y = \frac{1}{2} \cos 2t$ ;  
 3)  $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ ;      4)  $y = \cos \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \cos x$ ;  
 5)  $y = \sin \frac{x}{2} \sin 2x$ .

- 1063\*. 1)  $y = \sin^2 x$ ;      2)  $y = \cos^2 x$ ;  
 3)  $y = \sin^2 2x$ ;      4)  $y = 5 \cos^2 x - \frac{\cos x + 1}{2}$

1064. 1) Leida sinusoidi  $y = \sin x$  puutuja tõus punktis, mille abstsiss  $x = \frac{\pi}{4}$ .

2) Tõestada, et sinusoidi  $y = \sin x$  puutuja punktis, mille abstsiss  $x = \frac{\pi}{2}$ , on paralleelne  $x$ -teljega.

### e) Funktsiooni kasvamine ja kahanemine.

#### Funktsiooni maksimum ja miinimum.

1065. Näidata, et funktsioon  $y = x^2 + 1$  kasvab vahemikus  $(0; +\infty)$  ja kahaneb vahemikus  $(-\infty; 0)$ . Selgitada joonise abil.

1066. Näidata, et funktsioon  $y = 2x^3$  kasvab mistahes vahemikus.

1067. 1) On antud funktsioon  $y = 3x^2$ . Leida, kas see funktsioon kasvab või kahaneb, kui argumendi väärtus on:

- a)  $x = 1$ ; b)  $x = -1$ .

2) Leida, kas funktsioon  $y = -x^2 + x - 1$  kasvab või kahaneb, kui argumendi väärtus on:

- a)  $x = -2$ ; b)  $x = 0$ ; c)  $x = 2$ .

3) Tõestada, et funktsioon  $y = \sin x + \cos x$  kasvab, kui argument  $x = 0$ , ja kahaneb, kui  $x = \frac{\pi}{3}$ .

1068. Näidata, et funktsioon  $y = \frac{1}{12}x^3 - x + 3$  kasvab vahemikes  $(-\infty; -2)$  ja  $(2; +\infty)$  ning kahaneb vahemikus  $(-2; 2)$ .

1069. Missugustes vahemikes kasvavad ja missugustes kahanevad järgmised funktsioonid:

1)  $y = x^3 - 12x^2 + 48x - 13$ ;      2)  $y = x^3 - x^2 - 8x + 2$ ;  
3)  $y = x^3 - 3x^2 + 5$ ;                      4)  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ .

1070. Missugustes vahemikes kasvavad ja missugustes kahanevad järgmised funktsioonid:

1)  $y = \sin x$ , kui  $x$  muutub 0-st kuni  $2\pi$ -ni.  
2\*)  $y = \sin^2 x$ .

1071. Uurida maksimumi ja miinimumi suhtes järgmisi funktsioone:

1)  $y = 3x^2 - 4x + 6$ ;                      2)  $y = 5 + 3x - x^2$ ;  
3)  $y = x^3 + 5x + 2$ ;                      4)  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 10$ .

1072. Leida alljärgnevate võrranditega antud paraboolide lagipunkti koordinaadid, paraboolide lõikepunktid koordinaattelgedega ja joonestada need paraboolid «silma järgi»:

1)  $y = 3x^2 - 6x + 5$ ;                      2)  $y = 2 + x - x^2$ ;  
3)  $y = x^2 - 2x - 3$ ;                      4)  $y = x^2 + 4x + 5$ .

1073. Uurida maksimumi ja miinimumi suhtes järgmisi funktsioone:

1)  $y = 1 + 2x^2 - \frac{x^4}{4}$ ;                      2)  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ ;  
3)  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ;                      4)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$ .

1074. Jaotada arv 70 kaheks osaks nii, et nende korrutis oleks suurim.

1075. On olemas 480 m traati. Selle traadiga tuleb piirata kolmerealiselt ristkülikukujuline maatükk nii, et maatüki pindala oleks suurim. Leida vastava maatüki pikkus ja laius.

1076. Ruudukujulise plekitahvli külg on 60 cm. Plekitahvli nurkadest tuleb lõigata ära 4 ruutu nii, et järelejäänud osast

saaks kokkumurdmise teel suurima ruumalaga karbi. Leida välja lõigatavate ruutude küljed.

**1077.** On teada, et riskülikukujulise läbilõikega tala kandejõud on võrdeline tala laiuse ja kõrguse ruuduga. Leida niisuguse tala mõõtmed, mille võib välja saagida ümmargusest palgist läbi mõõduga  $d$  sentimeetrit, et tala kandejõud oleks suurim.

**1078.** Uurida alljärgnevate funktsioonide muutumist antud vahemikes, määrata nende kasvamis- ja kahanemispiirkonnad ning maksimum- ja miinimumpunktid:

- 1)  $y = 2x - x^2$  vahemikus  $(-1; 3)$ ;
- 2)  $y = \sin 2x$  vahemikus  $(0; \pi)$ ;
- 3)  $y = \cos 2x + x$  vahemikus  $(0; \pi)$ ;
- 4)  $y = \sin 2x + 2x$  vahemikus  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ .

**1079.** Ehitada alljärgnevate funktsioonide graafikud, leides kõigepealt: kasvamis- ja kahanemispiirkonnad; maksimum- ja miinimumpunktid; kõvera lõikepunktid koordinaattelgedega; mõned vahepealsed punktid, mis täpsustaksid kõvera kuju:

- 1)  $y = \frac{1}{4}x^2$ ;
- 2)  $y = -\frac{3}{4}x^2 + 5$ ;
- 3)  $y = x^2 - 4x$ ;
- 4)  $y = x^2 - 2x + 1$ ;
- 5)  $y = x^2 - x - 2$ ;
- 6)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$ ;
- 7)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{5}{3}$ ;
- 8)  $y = 2x^2 - 5x + 7$ .

**1080.** Ehitada alljärgnevate funktsioonide graafikud, leides kõigepealt: kasvamis- ja kahanemispiirkonnad; maksimum- ja miinimumpunktid; kõvera lõikepunktid koordinaattelgedega; mõned vahepealsed punktid, mis täpsustaksid kõvera kuju:

- 1)  $y = x^3 - 3x$ ;
- 2)  $y = x^2 - x^3$ ;
- 3)  $y = \frac{1}{4}x^4 - 8x$ ;
- 4)  $y = x^4 - 4x^2$ .

**1081.** Kasutades eelmises ülesandes antud juhust, ehitada järgmiste funktsioonide graafikud:

- 1)  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ ;
- 2)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}$ ;
- 3)  $y = \frac{1}{10}(x^4 - 13x^2 + 36)$ ;
- 4)  $y = 2x^2 - x^4 - 1$ .

**1082.** 200 m pikkuse traatvõrguga tuleb piirata riskülikukujuline maatükk, kusjuures ühest küljest kasutatakse tarana maja seinana. Leida sellise maatüki mõõtmed; mille puhul maatüki pindala on suurim.

**1083.** Ruudukujulise põhjaga paagi sisepinna pindala on ilma kaaneta  $108 \text{ dm}^2$ . Millised peavad olema paagi mõõtmed, et paagi ruumala oleks suurim?

**1084.** Riskülikukujulisest plekitahvlist, mille mõõtmed on  $3 \text{ dm} \times 5 \text{ dm}$ , tuleb valmistada karp (ilma kaaneta). Selleks tuleb plekitahvli nurkadest lõigata ära võrdsed ruudud ja murda saadud kujund kokku.

Kui suur peab olema väljalõigatavate ruutude külge, et karbi ruumala oleks suurim?

**1085.** Riskülikukujulisest plekitahvlist, mille mõõtmed on  $a$  ja  $b$ , tuleb valmistada suurima ruumalaga karp, lõigates plekitahvli nurkadest ära 4 võrdset ruutu ja murdes seejärel tekkinud kujundi kokku.

Leida väljalõigatavate ruutude külje suurus.

Vaadelda juhtumit, kui  $a = b$ .

**1086\*.** On tarvis valmistada lahtine plekkpurk, mille ruumala oleks 2 l. Missugused peavad olema selle purgi mõõtmed, et purgi valmistamiseks kuluks kõige vähem plekki?

**1087\*.** On tarvis valmistada pealt lahtine risttahukakujuline anum, mille põhjaks oleks ruut ja mille ruumala oleks 32 l. Millised peavad olema anuma mõõtmed, et selle valmistamiseks kuluks võimalikult vähe materjali?

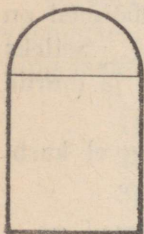
**1088\*.** On tarvis valmistada ilma kaaneta risttahukakujuline kast ruumalaga  $36 \text{ dm}^3$ ; kasti laius ja pikkus peavad suhtuma nagu 1:2. Millised peavad olema kasti mõõtmed, et selle valmistamiseks kuluks võimalikult vähe materjali?

**1089\*.** On tarvis valmistada pealt ja alt kinnine silindrikujuline plekkpaak ruumalaga 60 l. Millised peavad olema paagi mõõtmed, et selle valmistamiseks kuluks võimalikult vähe materjali?

**1090\*.** On tarvis valmistada pealt ja alt kinnine antud ruumalaga silindrikujuline anum. Näidata, et selle anuma valmistamiseks kulub kõige vähem materjali siis, kui anuma kõrgus võrdub põhja diameetriga.

1091\*. On tarvis valmistada pealt lahtine silindrikujuline kruus antud ruumalaga  $v$  nii, et selle valmistamiseks kuluks kõige vähem materjali. Millised peavad olema kruusi mõõtmed?

1092\*. Materiaalne punkt liigub sirgjooneliselt seaduse järgi:  $S = 6t^2 - t^3$ , kus  $S$  on antud meetrites ja  $t$  sekundeis. Missuguse  $t$  väärtuse puhul on liikumise kiirus suurim ja nimelt milline?



Joon. 43.

1093\*. Aknal on ristküliku kuju, poolringiga ülemises osas (joon. 43). Akna übermõõt on 6 m. Millised peavad olema akna mõõtmed, et akent läbiv valguse hulk oleks suurim?

1094. Tunneli ristlõikel on ristküliku kuju, poolringiga ülemises osas. Ristküliku kõrgus on  $h$ , poolringi raadius  $r$  ja ristlõike übermõõt  $2p$ . Kui suur peab olema  $r$  ja  $h$ , et antud  $p$  puhul ristlõike pindala oleks suurim?

M ä r k u s. Sõltumatuks muutujaks võtta  $r$ .

1095\*. Kõigist antud pindalaga ristkülikutest leida niisugune, mille übermõõt oleks vähim.

1096\*. On tarvis valmistada koonusekujuline lehter, mille moodustaja on 20 cm. Kui kõrge peab olema lehter, et selle ruumala oleks suurim?

1097\*. Ruudukujulisest plekitahvlist, mille külg on  $a$ , tuleb valmistada lahtine renn nii, et selle ristlõikel oleks trapetsi kuju, kusjuures  $AB = BC = CD = \frac{1}{3} a$ . Kui suur peab olema külje kaldenurk  $\varphi$ , et renni ruumala oleks suurim?

1098\*. Kolmnurka, mille alus on  $a$  ja kõrgus  $h$ , on ehitatud ristkülik nii, et selle üks külg asetseb kolmnurga alusel ja kaks tippu kolmnurga külgedel. Tõestada, et ristküliku suurim pindala on võrdne  $\frac{ah}{4}$ -ga.

### XIII. PEATÜKK.

## KOMPLEKSARVUD.

### § 44. Imaginaararvu mõiste.

**1099.** Missuguste arvude vallas on alati lahendatav iga alljärgnev võrrand, kui  $a$  ja  $b$  on naturaalarvud:

- 1)  $\frac{x}{a} = b$ ;      2)  $ax = b$ ;      3)  $x + a = b$ ;  
4)  $x - a = b$ ;      5)  $ax^2 = b$ .

Tuua arvulisi näiteid.

**1100.** Kas alati on võimalik lahendada reaalarvude vallas võrrandit  $ax^2 = b$ , kui  $a$  ja  $b$  on mistahes ratsionaalarvud? Tuua arvulisi näiteid.

**1101.** Näidata, et ruutvõrrandil  $x^2 - 8x + 25 = 0$  ei ole lahendeid reaalarvude vallas.

**1102.** Kui võtta kasutusele uus arv, tähistades selle  $i$ -ga, tingimusel, et  $i^2 = -1$ , siis saab leida ruutjuurt ka negatiivsest arvust. Kontrollida järgmiste võrduste õigsust:

1)  $\sqrt{-4} = \pm 2i$ ;      2)  $\sqrt{-\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4} i$ .

**1103.** Ühikvektoriga  $OA$  on teostatud kaks operatsiooni: 1) pikendatud 3 korda ja 2) pööratud nurga  $180^\circ$  võrra. Ehitada arvteljel antud vektor ning uus vektor ja kirjutada uuele vektorile vastav arv.

**1104.** 1) Selgitada, millised operatsioonid on teostatud ühikvektoriga, et on saadud vektorid, mis vastavad arvudele:

$-1$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $-5$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $0,6$ ;  $-1,5$ ;  $2$ .

2) Kujutada antud arvud geomeetriliselt.

3) Nimetada iga antud arvu moodul ja argument.

**1105.** Ühikvektorit  $OA$  on suurendatud 2 korda ning pööratud  $90^\circ$ -se nurga võrra. Ehitada koordinaattasapinnal antud vektor ja uus vektor ning kirjutada uuele vektorile vastav arv.

**1106.** 1) Ehitada koordinaattasapinnal vektorid, mis vastavad arvudele:

$$3i; -i; \frac{1}{2}i; -2i; -0,5i; -i\sqrt{2}.$$

2) Leida iga antud arvu moodul ja argument.

**1107.** 1) Ühikvektorit  $OA$  on suurendatud 3 korda ja pööratud  $30^\circ$ -se nurga võrra. Ehitada koordinaattasapinnal antud vektor  $OA$  ja uus vektor.

2) Leida sellele uuele vektorile vastava imaginaararvu moodul ja argument.

**1108.** Järgnevas tabelis on antud kompleksarvude moodulid ja argumentid. Ehitada koordinaattasapinnal vektorid, mis vastavad nendele arvudele.

Jrk. nr.	Kompleksarvu moodul	Kompleksarvu argument	Jrk. nr.	Kompleksarvu moodul	Kompleksarvu argument
1	2	$180^\circ$	5	2,5	$60^\circ$
2	3	$45^\circ$	6	1,5	$120^\circ$
3	$\frac{1}{2}$	$90^\circ$	7	4	$225^\circ$
4	1	$-90^\circ$	8	0,75	$-30^\circ$

## § 45. Kompleksarvude liitmine ja lahutamine.

**1109.** Kujutada geomeetriliselt järgmised arvud ja teostada liitmine:

1)  $2 + 3$ ;

2)  $-4 + 1$ ;

3)  $-3 + (-4)$ ;

4)  $2 + (-5) + 4$ .

**1110.** Laiendades reaalarve kujutavate vektorite liitmise reeglit imaginaararve kujutavaile vektoreile, ehitada järgmiste arvude summad:

- 1)  $5i + 2i$ ;      2)  $-3i + i$ ;      3)  $-2i + (-3i)$ ;  
 4)  $i + (-5i) + 2i$ ;      5)  $-0,5i + (-2,5i) + (-i)$ .

1111. Ehitada järgmised summad ja näidata, et imaginaar-  
 arvude puhul kehtivad järgmised võrdused:

- 1)  $3i + 2i = 2i + 3i$  (kommutatiivsuse seadus);  
 2)  $(2i + 3i) + 4i = 2i + (3i + 4i)$  (assotsiatiivsuse seadus).

1112. Kasutades vektorite liitmise seadust, näidata, et reaalarvu 2 ja imaginaararvu  $3i$  summa moodustab kompleksarvu  $2 + 3i$ , mida kujutab vektor, mis on liidetavate vektorite summa.

1113. Ehitada vektorid, mis kujutavad järgmisi kompleksarve:

- 1)  $5 + 4i$ ; 2)  $-3 + i$ ; 3)  $4 - 2i$ ; 4)  $-1 - i$ .

1114. Ehitada järgmiste arvude summa:

- 1)  $(2 + 3i) + (1 + 4i)$ ; 2)  $(2 + 5i) + (-3 + i)$ .

Liita järgmised arvud (võimaluse korral peast):

1115. 1)  $(5 + 4i) + (3 - 7i)$ ; 2)  $(2 - 8i) + (5 - i)$ ;  
 3)  $(2 + 5i) + (-2 - 2i)$ ; 4)  $(4 + 3i) + (-4 + 3i)$ .

1116. 1)  $(2 - 4i) + (-2 + 4i)$ ;  
 2)  $(1 + i) + (2 + i) + (3 + i)$ ;  
 3)  $(0,5 - 3,2i) + (1,5 - 0,8i) + (-4 - i)$ ;  
 4)  $2 + (3 + 4i) + 2i + (-6 - 7i)$ .

1117. 1)  $\left(1\frac{3}{4} + \frac{2}{3}i\right) + \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}i\right) + \left(-\frac{3}{4} - 2i\right)$ ;  
 2)  $(0,12 - 1,4i) + (1,08 + 0,4i) + (2,5 - 0,2i)$ ;  
 3)  $(a + bi) + (c + di)$ ; 4)  $(3x - 4yi) + (-x + 2yi)$ .

1118. Arvutada järgmiste arvude vahe:

- 1)  $(5 + 3i) - (2 + i)$ ; 2)  $(-2 + 4i) - (2 + i)$ ;  
 3)  $(1 + i) - (5 + 3i)$ ; 4)  $(2 - 3i) - (2 + 3i)$ .

Teostada tehted:

1119. 1)  $(5 + 4i) - (2 - 3i)$ ;  
 2)  $(2 + i) + (3 - 6i) - (1 - i)$ ;  
 3)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}i\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}i\right)$ ;  
 4)  $(0,8 - 0,2i) + (0,1 - 1,3i) - (1,5 + 0,7i) -$   
 $- (2,3 - 0,6i)$ .

1120. 1)  $(2a - 3bi) + (-a - bi) + (4a + 2bi) - (2a - 5bi)$ ;  
 2)  $(5x - 3yi) + (-2x + 8yi) - [(2x - yi) - (7x - 2yi)]$ ;  
 3)  $(2c - 8di) - [(5c - 2di) + (c - di) - (-4c + 3di)]$ ;  
 4)  $(m - ni) + (3m - 2ni) - [(-m - ni) - (5m + 10ni)]$ .

## § 46. Kompleksarvude korrutamise, jagamise ja astendamise.

1121. 1) Näidata joonisel, et kui arvu 2 korrutada 3-ga, siis sellele vastab arvu 2 kujutava vektori pikendamine 3 korda, kusjuures vektori suund jääb samaks.

2) Näidata joonisel, et kui arvu 2 korrutada  $(-3)$ -ga, siis sellele vastab arvu 2 kujutava vektori pikendamine 3 korda koos vektori pööramisega  $180^\circ$  võrra.

1122. 1) Laiendades reaalarvude korrutamise reeglit imaginaararvudele, näidata, et kui arvu 2 korrutada  $3i$ -ga, siis sellele vastab arvu 2 kujutava vektori pikendamine 3 korda koos vektori pööramisega  $90^\circ$  võrra.

2) Selgitada joonise abil järgmiste arvude korrutamist:

$$\begin{array}{lll} (-2) \cdot 5i; & 4 \cdot (-2i); & (-1) \cdot (-3,5i); & i \cdot i; \\ 2i \cdot 4i; & (-6i) \cdot (-0,5i); & 4i \cdot (-i). \end{array}$$

1123. Esitada koordinaattasapinnal järgmiste arvude korrutised:

$$\begin{array}{ll} 1) (2 + i) \cdot 3; & 2) (2 + i) \cdot (-3); \\ 3) (-4 - i) \cdot 2i; & 4) (-1 + i) \cdot (-3i). \end{array}$$

1124. On antud kaks imaginaararvu:

$$\alpha = 2 + i \text{ ja } \beta = 3 + 4i.$$

1) Ehitada koordinaattasapinnal vektorid, mis kujutavad neid arve.

2) Ehitada korrutist  $\alpha\beta$  kujutav vektor vektori  $\alpha$  pikendamise teel  $\left| \frac{\beta}{\alpha} \right|$  korda ja selle vektori pööramise teel  $\beta$  argumentiga võrdse nurga võrra.

3) Arvutada kompleksarvude korrutamise reegli järgi korrutis  $\alpha\beta$  ja näidata, et arvu  $\alpha\beta$  kujutava vektori pikkus võrdub vektorite  $\alpha$  ja  $\beta$  pikkuste korrutisega ning argument võrdub tegurite argumentide summaga.

Teostada korrutamine (võimaluse korral peast):

1125. 1)  $2i \cdot 3i$ ; 2)  $4i \cdot 2i\sqrt{2}$ ; 3)  $5i \cdot (-4i)$ ;  
4)  $2,5i \cdot 4i$ ; 5)  $-ai \cdot 5i$ ; 6)  $mi \cdot ni$ .

1126. 1)  $(3 + 5i) \cdot 2$ ; 2)  $(1 - i)(-4)$ ; 3)  $(-2 - 3i) \cdot 5$ ;  
4)  $(-3 + 4i) \cdot 2i$ ; 5)  $(-8 - 7i)(-3i)$ .

1127. 1)  $(2 - 3i)(4 - i)$ ; 2)  $(1 - 2i)(5 - i)$ ;  
3)  $(0,5 + 0,2i)(2 + 3i)$ ; 4)  $(\sqrt{2} - i)(\sqrt{3} + i\sqrt{2})$ ;  
5)  $(5 + i)(5 - i)$ ; 6)  $(1 - i)(1 - i)$ .

1128. 1)  $(3 + 2i)(3 - 2i)$ ; 2)  $(5 + i\sqrt{3})(5 - i\sqrt{3})$ ;  
3)  $(c + di)(c - di)$ ; 4)  $(m - ni)(m + ni)$ ;  
5)  $(\sqrt{k} + i\sqrt{n})(\sqrt{k} - i\sqrt{n})$ .

Esitada kahe kaaskompleksarvu korrutisena:

1129. 1)  $a^2 + b^2$ ; 2)  $a^2 + 4b^2$ ; 3)  $4m^2 + 9n^2$ ;  
4)  $a^2 + 4$ ; 5)  $c^2 + 1$ ; 6)  $16 + 25$ .

1130. 1)  $a + b$ ; 2)  $a + 2$ ; 3)  $a + 1$ ;  
4)  $4 + 3$ ; 5)  $5 + 9$ ; 6)  $2 + 3$ .

Teostada algebralisel kujul antud kompleksarvude jagamine:

1131. 1)  $4i:2$ ; 2)  $8i:4$ ; 3)  $6i:2i$ ; 4)  $10i:5i$ .

1132. 1)  $2i:(-3i)$ ; 2)  $7i:(-0,5i)$ ; 3)  $\frac{2+i}{i}$ ; 4)  $\frac{1+i}{i}$ .

1133. 1)  $\frac{3}{5i}$ ; 2)  $\frac{4}{3i}$ ; 3)  $\frac{5}{1+2i}$ ; 4)  $\frac{4}{1-2i}$ .

1134. 1)  $\frac{2}{1-i}$ ; 2)  $\frac{5i}{2-3i}$ ; 3)  $\frac{1+i}{1-i}$ ; 4)  $\frac{1-i}{1+i}$ .

1135. 1)  $\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$ ; 2)  $\frac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{3}}$ ; 3)  $\frac{5+2i}{1-2i}$ ; 4)  $\frac{7-3i}{1+3i}$ .

1136. 1)  $\frac{\sqrt{6}-i}{\sqrt{6}-2i}$ ; 2)  $\frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{-1+i\sqrt{3}}$ ; 3)  $\frac{-2\sqrt{3}+1}{1+2i\sqrt{3}}$ ; 4)  $\frac{m}{i\sqrt{m}}$ .

1137. 1)  $\frac{a}{a+bi}$ ; 2)  $\frac{\sqrt{a}}{a+2i\sqrt{a}}$ ; 3)  $\frac{a+i\sqrt{n}}{a-i\sqrt{n}}$ ; 4)  $\frac{a-bi}{b+ai}$ .

Teostada tehned:

1138. (Peast!) 1)  $i^6$ ; 2)  $i^{15}$ ; 3)  $i^{36}$ ; 4)  $(-i)^3$ .

1139. (Peast!) 1)  $(-i)^{10}$ ; 2)  $(-i)^{21}$ ; 3)  $-i^3$ ; 4)  $-i^{19}$ .

1140. 1)  $(1+i)^2$ ; 2)  $(1-i)^2$ ; 3)  $(3+2i)^2$ ; 4)  $(5-2i)^2$ .

1141. 1)  $(1+2ai)^2$ ; 2)  $(2+bi)^2$ ; 3)  $(a+5bi)^2$ ; 4)  $(c-2di)^2$

1142. 1)  $(1+i)^3$ ; 2)  $(1-i)^3$ ; 3)  $(2+i\sqrt{3})^3$ ; 4)  $(3-i\sqrt{3})^3$ .

1143. 1)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ; 3)  $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3$ ;  
4)  $(1+i)^4$ ; 5)  $(1-i)^4$ .

1144. 1) Kirjutada kaks niisugust kompleksarvu, et: a) nende summa oleks reaalarv; b) nende korrutis oleks reaalarv; c) nende summa ja korrutis oleks reaalarv.

2) Leida tarvilik ja piisav tingimus selleks, et kahe kompleksarvu  $a+bi$  ja  $c+di$  korrutis oleks: a) reaalarv; b) puhtimaginaalarv.

## § 47. Harjutusi kõikidele tehetele kompleksarvudega.

1145. Tõestada samasused:

1)  $(1+i)^2 + (1-i)^2 = 0$ ;

2)  $(1+i)^3 - (1-i)^3 = 0$ ;

3)  $(a-1-i)(a+1+i) = a^2 - 2i$ ;

4)  $\frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i} = -i$ .

1146. Teostada tehned:

1)  $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ ; 2)  $\frac{a+bi}{c+di} - \frac{a+bi}{c-di}$ ;

3)  $\frac{\sqrt{1+m} + i\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m} - i\sqrt{1-m}} - \frac{\sqrt{1-m} + i\sqrt{1+m}}{\sqrt{1-m} - i\sqrt{1+m}}$ ;

4)  $\left(\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\right)^4 + \left(\frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)^4$ ; 5)  $\frac{(a+i)^3 - (a-i)^3}{(a+i)^2 - (a-i)^2}$ .

1147. Kompleksarvude võrduse tingimuse põhjal leida  $x$  ja  $y$ :

1)  $2 + 5ix - 3iy = 14i + 3x - 5y$ ;

2)  $\frac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \frac{10}{x} + y$ ;

$$3) \frac{i}{x} + \frac{i}{y} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{5i}{y};$$

$$4) aix + biy - a = i - a^2x - b^2y.$$

1148. Tõestada, et kui

$$m = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ ja } n = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \text{ siis}$$

$$1) m^3 = 1; \quad 2) n^3 = 1; \quad 3) m^2 = n; \quad 4) n^2 = m.$$

1149. Lahendada järgmised ruutvõrrandid ja kontrollida iga võrrandi lahendite summa ja korrutise omadust:

$$1) x^2 - 4x + 5 = 0;$$

$$2) x^2 + 4x + 6 = 0;$$

$$3) 9x^2 - 18x + 13 = 0;$$

$$4) 4x^2 + 3x + 1 = 0.$$

1150. Koostada ruutvõrrand tema lahendite järgi.

$$1) x_1 = \frac{-1 + 4i\sqrt{5}}{3}; \quad x_2 = \frac{-1 - 4i\sqrt{5}}{3};$$

$$2) x_1 = 3 - \frac{1}{2}i; \quad x_2 = 3 + \frac{1}{2}i;$$

$$3) x_1 = 2 - i; \quad x_2 = 3 - 2i;$$

$$4) x_1 = \frac{2-i}{1+i}; \quad x_2 = 1 + i.$$

1151. Lahendada võrrandid:

$$1) x^3 + 1 = 0;$$

$$2) x^3 - 1 = 0;$$

$$3) x^3 + 27 = 0;$$

$$4) x^3 - 27 = 0;$$

$$5) 8x^3 + 1 = 0;$$

$$6) 27x^3 - 125 = 0;$$

$$7) x^4 - 16 = 0;$$

$$8) x^4 - 81 = 0;$$

$$9) (3x - 8)^2 + 5(3x - 8) - 150 = 0;$$

$$10) (5x + 4)^2 - 5(5x + 4) - 36 = 0;$$

$$11) x^6 - 9x^3 + 8 = 0; \quad 12) y^6 - 2y^3 + 1 = 0.$$

1152. 1) Näidata, et kui  $x_1, x_2$  ja  $x_3$  on võrrandi  $x^3 - 1 = 0$  lahendid, siis on õiged järgmised võrdused:

$$a) x_1 + x_2 + x_3 = 0;$$

$$b) x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1.$$

2) On antud kompleksarv  $z = x + iy$ . Leida punktide hulk tasapinnal, kui

$$a) |z| = 1; \quad b) |z| < 1; \quad c) |z| > 1;$$

$$d) 1 < |z| < 2.$$

XIV PEATÜKK.

VÖRRATUSED JA VÖRRANDITE UURIMINE.

§ 48. Ühe tundmatuga esimese astme võrratused.

1153. Liita võrratused:

- 1)  $18 > 15$ ;  $1 > -3$ ;      2)  $4 < 6$ ;  $-5 < -2$ ;  
 3)  $5a + 1 > 2a - 7$ ;      4)  $5a + b < 2a + 1$ ;  
 $a - 4 > 3 - a$ ;       $3b - 2a < 15 - 4a$ .

1154. Järgnevais harjutustes lahutada teine võrratus esimesest:

- 1)  $10 > 4$ ;  $8 < 12$ ;      2)  $-3 > -5$ ;  $2 < 4$ ;  
 3)  $5 < 10$ ;  $-1 > -3$ ;      4)  $5x > 10$ ;  $3x < 15$ .

1155. Korrutada liikmeti võrratused:

- 1)  $4 > 3$ ;  $5 > 2$ ;      2)  $4 > -5$ ;  $3 > 2$ ;  
 3)  $2 > -4$ ;  $-4 > -6$ ;      4)  $-5 < 3$ ;  $-6 < 2$ .

Lahendada võrratused:

1156. 1)  $5 - \frac{x}{3} < 3\frac{1}{2} - \frac{4x+1}{8}$ ;      2)  $3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x-3}{6}$ ;  
 3)  $5(x-1) - x(7-x) < x^2$ ;      4)  $(x+1)^2 < (x-1)^2$ .

1157. 1)  $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$ ;

2)  $\frac{5x-1}{4} - \frac{3x-13}{10} > \frac{5x+1}{3}$ ;

- 3)  $|x-3| > 5$ ;      4)  $|x+2| < 8$ .

Lahendada võrratusesüsteemid:

1158. 1)  $\begin{cases} 5(x+1) + 6(x+2) > 9(x+3) \\ 7x - 3(2x+3) > 2(x-18) \end{cases}$

- 2)  $\begin{cases} (x-3)(x-4) < (x+1)(x+2) \\ x(x+1) + x(x+2) > (2x-1)(x+3) \end{cases}$

$$1159. \quad 1) \begin{cases} 2 - \frac{5+x}{7} < 1 - \frac{9-x}{14} \\ 12 - \frac{1}{3} \left( 47 - \frac{60}{x} \right) > 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4 \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) < 2(4-x) \end{cases}$$

$$1160. \quad 1) \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - 8 \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6} > \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5} \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3) \end{cases}$$

1161. Leida järgmiste võrratustesüsteemide täisarvulised lahendid:

$$1) \begin{cases} 3x - 10 > 0 \\ 5\frac{1}{3}x - 51 < 6x \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 1 - \frac{3x-88}{7} > 5x \\ 4x + 5 - \frac{1}{6} \left( 25x + 29\frac{1}{2} \right) < 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + 2 < \frac{2x-8}{6} - \frac{18-4x}{3} \\ 9 - \left( \frac{x-2}{4} + \frac{2}{3} \right) > x \end{cases}$$

Lahendada võrratused:

$$1162. \quad 1) (x-2)(x-4) > 0; \quad 2) \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-4) > 0;$$

$$3) (x-3)(x-7) < 5(x-3);$$

$$4) (3x-1)(4-x)(2x-3)^2 < 0.$$

$$1163. \quad 1) \frac{4-2x}{1+3x} > 0; \quad 2) \frac{2a+7}{2-6a} > 0;$$

$$3) \frac{5-2a}{8+5a} > 0; \quad 4) \frac{5x-8}{2x+4} < 3.$$

1164. Kolmnurga üks külg on 3 cm ja kahe teise külje vahe on 1 cm. Leida selle kolmnurga küljed, kui need väljenduvad täisarvudega.

**1165.** Kahekohalise arvu kümneliste number on üheliste numbrist 2 võrra väiksem. Leida see arv, teades, et ta on suurem kui 21 ja väiksem kui 38.

**1166.** Murru lugeja on nimetajast 1 võrra väiksem; kui selle murru lugeja ja nimetajaga liita 1, siis murru väärtus on suurem kui  $\frac{1}{2}$ ; kui aga lugejast ja nimetajast lahutada 1, siis murru väärtus on väiksem kui  $\frac{6}{7}$ . Leida need murrud.

**1167.** Kui antud kahekohalise arvuga liita pool temast, siis saame arvu, suurema kui 128, kuid väiksema kui 130. Leida see arv.

**1168.** Kui turist oleks sõitnud päevas 20 km rohkem sellest, mis ta tegelikult sõitis, siis oleks ta 8 päevaga sõitnud 900 km enam; kui ta aga oleks iga päev sõitnud 12 km vähem, siis ei oleks ta kümnegi päevaga jõudnud ära sõita 900 km. Mitu kilomeetrit sõitis turist päevas?

**1169.** Aurik sõitis  $a$  kilomeetrit mööda jõge päri voolu ja pöördus siis tagasi. Auriku kiirus on  $v$  km tunnis, jõe voolu kiirus  $v_1$  km tunnis ( $v > v_1$ ). Tõestada, et aurikul edasi-tagasi sõiduks kuluv aeg on alati suurem ajast, mis kuluks sama vahemaa läbimiseks seisvas vees.

**1170.** Tõestada, et kahe erineva positiivse arvu aritmeetiline keskmine on suurem kui nende geomeetiline keskmine.

**1171.** Tõestada, et positiivne lihtmurd suureneb, kui tema lugeja ja nimetajaga liita mingi üks ja sama positiivne arv, liigmurd aga — väheneb.

**1172.** Tõestada, et iga kolmnurga pool übermõõtu on suurem kui selle kolmnurga mistahes külge.

**1173.** Tõestada, et kui  $a$ ,  $b$ ,  $c$  on kolmnurga kolme külje pikkused, siis on kehtiv võrratus

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc).$$

Sõnastada kolmnurga külgede omadus selle võrratuse alusel.

**1174.** Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas, mis ei ole võrdhaarne, on hüpotenuusile tõmmatud kõrgus väiksem kui pool hüpotenuusi.

1175. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas hüpotenuusile tõmmatud kahekordse kõrguse ruut on väiksem kui hüpotenuusi ruudu ja kaatetite kahekordse korrutise summa.

Tõestada võrratused:

1176. 1)  $k + \frac{1}{k} \geq 2, k > 0$ ; 2)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2, a > 0, b > 0$ .

3)  $\frac{2a}{1+a^2} \leq 1$ ; 4)  $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4, a > 0; b > 0$ .

1177. 1)  $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$  ( $a, b$  ja  $c$  on positiivsed arvud);

2)  $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2, a > 0, b > 0$ ;

3)  $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geq 0$ , kui  $x > 0, y > 0$ .

### § 49. Ühe tundmatuga esimese astme võrrandite uurimine.

1178. Leida, missuguste  $t$  väärtuste puhul on järgmistel võrranditel positiivsed lahendid:

1)  $4x = 3t - 15$ ; 2)  $2x - 1 = 4 + 5t$ ; 3)  $3(2 - x) = 4(t - 2x)$ ;

4)  $\frac{t}{4} = \frac{3}{x}$ ; 5)  $\frac{7}{1+x} = \frac{t}{x}$ ; 6)  $4 - t = \frac{2}{x-1}$ .

1179. Leida, missuguste  $k$  väärtuste puhul on järgmistel võrranditel negatiivsed lahendid:

1)  $\frac{5}{2x-k} = \frac{3}{4-kx}$ ; 2)  $\frac{1}{x+1} = 1 - k$ ; 3)  $k - 2 = \frac{3x+1}{x+1}$ ;

4)  $\frac{k(x+2) - 3(k-1)}{x+1} = 1$ ; 5)  $\frac{4x-1}{x-1} = k + 3$ ;

6)  $\frac{5}{3x-k} = \frac{3}{kx-4}$ ; 7)  $\frac{4x+3k}{3} = \frac{5x-2k}{4}$ .

1180. Uruida, missuguste parameetrite (võrrandis esinevate tähtede) väärtuste puhul on alljärgnevatil võrrandeil: a) positiivne lahend; b) negatiivne lahend; c) nulline lahend; d) lõpmatu arv lahendeid; e) üldse ei ole lahendeid:

1)  $ax - a = 3x - 5$ ; 2)  $2mx + 3 = 2m - x$ ;

3)  $ab + bx - b = 3ax$ ; 4)  $\frac{a}{3a+x} = \frac{2}{b+x}$ ;

5)  $mx = (a+x)n$ ; 6)  $nx - bmn + m(a-x) = 0$ .

1181. Leida, missuguste parameetri  $a$  väärtuste puhul võrrandil  $3(x + 1) = 4 + ax$  on lahend suurem kui  $-1$ .

Lahendada ülesanded ja uurida saadud lahendi valemit. Lahendi uurimisel teha kindlaks:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja milliste nendevaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missuguseid väärtusi võib omada tundmatu, et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugused lahendid rahuldavad neid tingimusi.

1182. Ühes laos on  $a$  tonni sütt, teises  $b$  tonni. Iga päev saabub kumbagi lattu  $d$  tonni sütt. Mitme päeva pärast on esimeses laos sütt  $n$  korda rohkem kui teises?

1183. Basseini on juhitud kaks toru; esimese toru kaudu täitub basseini  $a$  tunniga, teise kaudu täis basseini tühjeneb  $b$  tunniga. Mitme tunniga täitub tühi basseini mõlema toru koostöötamisel?

1184. Üks tööline valmistab  $a$  detaili päevas, teine  $b$  detaili. Mitme päeva pärast peale seda, kui esimene oli valmistanud  $p$  ja teine  $q$  detaili, kummagi tööliste poolt valmistatud detailide arvud on võrdsed?

1185. Ühes linnas on  $a$  elanikku, teises  $b$  elanikku. Esimese linna elanike arv kasvab iga aastaga  $m$  inimese võrra, teise arv kasvab  $n$  inimese võrra. Mitme aasta pärast on mõlemas linnas elanikke ühepalju?

1186.  $m$  liitrit merevett sisaldab  $n$  grammi soola. Mitu liitrit tuleb lisada puhast vett, et  $m$  liitrit lahust sisaldaks  $q$  grammi soola?

1187. Kaks autot väljuvad üheaegselt linnadest  $A$  ja  $B$  ning sõidavad ühes ja samas suunas. Esimese auto kiirus on  $a$  kilomeetrit tunnis, teise kiirus  $b$  kilomeetrit. Mitme tunni pärast esimene auto jõuab teisele järele, kui linnade  $A$  ja  $B$  vahemaa on  $d$  kilomeetrit?

§ 50. Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemide uurimine.

1188. Järgnevaid võrrandisüsteeme lahendamata leida, kas antud süsteemil on: a) üks lahend, b) lõpmatu arv lahendeid või c) ei ole lahendeid.

$$1) \begin{cases} 2x + y = 11 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 10x - 6y = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 10y = 16 \\ 6x + 20y = 32 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 6x - 9y = 4 \\ 4x - 6y = 9 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x + 10y = 12 \\ 6x + 15y = 18 \end{cases}$$

Uurida alljärgneva te võrrandisüsteemide lahendeid ja tõlgendada graafiliselt saadud tulemusi, leides punkti, kus lõikuvad kaks sirget, mida määravad süsteemi võrrandid:

$$1189. \quad 1) \begin{cases} x + y = 2 \\ 4x - y = 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 1 \\ y - 2x = 1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$1190. \quad 1) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 4 - y = 5x \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

1191. Leida, missuguste  $m$  väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x + 7y = m \\ 2x + 5y = 20 \end{cases}$$

lahendid positiivsed, s. o.  $x > 0$  ja  $y > 0$ .

1192. Leida, missuguste  $k$  väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x - 6y = 1 \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$$

lahendid negatiivsed, s. o.  $x < 0$  ja  $y < 0$ .

1193. Leida, missuguste  $m$  ja  $n$  väärtuste puhul on järgmistel võrrandisüsteemidel lõpmatu arv lahendeid:

$$1) \begin{cases} mx + ny = 8 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} mx + (n-1)y = 2 \\ 3x + 10y = -1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ mx + y = n \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 6x + y = 10 \\ (n+1)x + \frac{1}{n}y = n^2 + m \end{cases}$$

1194. Leida, missuguste  $a$  väärtuste puhul ei ole lahendeid järgmistel võrrandisüsteemidel:

$$1) \begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + ay = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 8y = 10 \\ x - ay = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} ax - 5y = 9 \\ 2x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 2ay = 1 \\ (3a - 1)x - ay = 1 \end{cases}$$

1195. On antud kahe tundmatuga  $x$  ja  $y$  kahe võrrandi süsteem:

$$\begin{cases} (3 + m)x + 4y = 5 - 3m \\ 2x + (5 + m)y = 8 \end{cases}$$

Leida, missuguste  $m$  väärtuste puhul sel süsteemil: a) on lõpmatu arv lahendeid; b) ei ole lahendeid.

Lahendada järgmised ülesanded ja uurida nende lahendeid.

1196. Maja kütmiseks varuti sütt, millest iga päev tarvita-takse ühepalju kilogramme.  $m$  päeva möödumisel oli sellest taga-varast järel  $a$  kilogrammi,  $n$  päeva möödumisel aga oli järel  $b$  kilogrammi. Kui suur oli söetagavara ja mitu kilogrammi tarvi-tati iga päev?

1197. Vee temperatuur tõusis soojendamisel  $h$  minuti jooksul  $t$  kraadini,  $h_1$  minuti pärast  $t_1$  kraadini. Leida vee temperatuur enne soojendamist ja mitu kraadi tõusis see igas minutis, kui soojenemine toimus ühtlaselt.

1198. Kaks autot väljuvad punktist  $A$  ning sõidavad ühtlase kiirusega mööda maanteed ühes ning samas suunas. Teatud momendil oli esimene auto  $m$  kilomeetrit, teine  $n$  kilomeetrit kau-gel punktist  $A$ . Mitme tunni pärast peale seda ja kui kaugel punk-tist  $A$  teine auto jõuab esimesele järele, kui esimese kiirus on  $a$  kilomeetrit tunnis, teise kiirus  $b$  kilomeetrit tunnis?

1199.  $k$  rubla eest osteti  $m$  kilogrammi kaht sorti jahu. Esi-mese sordi jahu kilogramm maksis  $a$  rubla, teise kilogramm  $b$  rubla. Mitu kilogrammi jahu osteti kumbagi sorti?

1200. Üks tarbija ostis  $a$  meetrit sitsi ja  $b$  meetrit satääni, makstes kogu riide eest  $d$  rubla; teine tarbija ostis sama hinnaga  $m$  meetrit sitsi ja  $n$  meetrit satääni ning maksis samuti  $d$  rubla. Kui palju maksis meeter satääni ja kui palju meeter sitsi?

1201. Kui segada  $a$  liitrit esimest sorti piiritust ja  $b$  liitrit teist sorti, saame piirituse, mille kangus on  $k$  kraadi; kui aga segada  $b$  liitrit esimest sorti piiritust ja  $a$  liitrit teist sorti, saame piirituse, mis on kange  $t$  kraadi. Leida kummagi sordi piirituse kangus.

## § 51. Teise astme võrratused.

Lahendada võrratused:

1202. 1)  $x^2 - 14x + 45 > 0$ ;      2)  $x^2 + 2x > 6x - 15$ ;

3)  $x^2 - 11x + 30 > 0$ ;      4)  $x^2 - 4x + 3 > 0$ .

1203. 1)  $3x^2 - 5x - 2 > 0$ ;      2)  $5x^2 - 7x + 2 < 0$ ;

3)  $3x^2 - 7x - 6 < 0$ ;      4)  $3x^2 - 2x + 5 > 0$ .

1204. 1)  $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$ ;      2)  $\frac{(x-3)(x-5)}{x-2} > 0$ ;

3)  $\frac{x-1}{x^2+4x+2} < 0$ ;      4)  $\frac{x^2-6x+18}{x-4} > 0$ .

1205. 1)  $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8} > 0$ ;      2)  $\frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6} < 0$ ;

3)  $2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}$ ;      4)  $3 - \frac{2x-17}{x-5} > \frac{x-5}{x+2}$ .

1206. Missuguste  $x$  väärtuste puhul ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

1)  $\log(x^2 - 6x + 9)$ ;      2)  $\log(x^2 - 5x + 6)$ ;

3)  $\log(3x^2 - 4x + 5)$ ;      4)  $\log(5x^2 - 8x - 4)$ .

Missuguste  $m$  väärtuste puhul  $x$  mistahes väärtused rahuldavad järgmisi võrratusi:

1207. 1)  $x^2 + 2x + m > 0$ ;      2)  $x^2 - 5x - m > 0$ ;

3)  $x^2 + 6x + (5m - 1)(m - 1) > 0$ ;

4)  $x^2 + 2x + m > 10$ .

1208. 1)  $mx^2 + 12x - 5 < 0$ ;

2)  $(m + 3)x^2 - 5x - 4 < 0$ ;

3)  $x^2 + (m + 2)x + 8m + 1 > 0$ ;

4)  $x^2 + 2(m + 1)x + 9m - 5 > 0$ .

1209. Missuguste  $m$  väärtuste puhul järgmised ruutkolmliikmed kujutavad endast täisruutu:

- 1)  $(4m-3)x^2 - 3(m+1)x + 2(m+1)$ ;
- 2)  $(6m-5)x^2 - 5(m-1)x + 2m - 6$ ;
- 3)  $(m-1)x^2 + 2mx + 3m - 2$ ;
- 4)  $3(m+6)x^2 - 3(m+3)x + 2m - 3$ .

1210. Leida kolmliikme  $ax^2 + bx + c$  kordajad, teades, et kolmliige muutub nulliks, kui  $x = 6$ , ja ta omab väikseima väärtuse  $(-8)$ , kui  $x = 4$ .

1211. On teada, et kolmliige  $ax^2 + bx + c$  omab suurima väärtuse 25, kui  $x = \frac{1}{2}$ , ja väärtuse 24, kui  $x = 0$ . Leida selle kolmliikme kordajad.

1212. Parabooli  $y = ax^2 + bx + c$  tipu koordinaatideks on:  $x = 6$  ja  $y = -12$ . Teades, et parabooli harud on suunatud ülespoole  $x$ -teljest ja et üks harudest lõikub  $x$ -teljega punktis  $(8; 0)$ , leida kordajad  $a$ ,  $b$  ja  $c$ .

1213. Parabool  $y = ax^2 + bx + c$  lõikub  $y$ -teljega punktis, mille ordinaat on 15. Teades, et parabooli harud on suunatud ülespoole  $x$ -teljest ja et parabooli tipu koordinaatideks on  $(-2; 7)$ , leida kordajad  $a$ ,  $b$  ja  $c$ .

## § 52. Ruutvõrrandite uurimine.

1214. Leida, missuguste  $m$  väärtuste puhul järgmiste võrrandite lahendid on reaalsed ning erinevad, reaalsed ning võrdsed, imaginaarsed ning erinevad:

- 1)  $(5m+1)x^2 + (7m+3)x + 3m = 0$ ;
- 2)  $mx^2 - (1-2m)x + m = 0$ ;
- 3)  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$ ;
- 4)  $x^2 + 2(m-4)x + m^2 + 6m = 0$ ;
- 5)  $(3+m)x^2 - 3(6-m)x + 5 - 18m = 0$ ;
- 6)  $(m-2)x^2 - (3m+6)x + 6m = 0$ ;
- 7)  $x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 + 5 = 0$ .

Lahendada ülesanded ja uurida:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja nendevaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missugune peab olema lahend (positiivne, negatiivne, nulline), et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugune võrrandi lahend rahuldab neid tingimusi.

1215.  $S$ -kilomeetrise vahemaa läbimiseks kulutab kolmetonnine veoauto  $a$  liitrit bensiini rohkem kui poolteisetonnine. Mitu liitrit bensiini kulutab kumbki veoauto selle vahemaa läbimiseks, kui poolteisetonnine auto sõidab ühe liitri bensiiniga  $b$  meetrit rohkem kui kolmetonnine?

1216. Ühe tonni kauba vedu punktist  $M$  punkti  $N$  raudteel maksab  $b$  kopikat rohkem kui veeteel. Mitu tonni kaupa võib transportida punktist  $M$  punkti  $N$  raudteel  $S$  rubla eest, kui veeteel võib sama summa eest transportida  $k$  tonni rohkem kui raudteel?

1217. Ujudes jões  $S$  meetrit päri voolu, kulutab ujuja  $t$  minutit vähem kui ujudes sama vahemaa seisvas vees. Missugune on ujuja kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on  $v$  meetrit tunnis?

1218. Kaks lennukit väljuvad üheaegselt punktist  $A$  punkti  $B$ , millele vahemaa on  $S$  kilomeetrit. Et esimese lennuki tunnikiirus on  $m$  kilomeetri võrra väiksem, siis saabub ta punkti  $B$   $n$  tundi hiljem. Leida esimese lennuki kiirus ja kui palju aega kulub tal lennuks punktist  $A$  punkti  $B$ .

1219. Punktidest  $A$  ja  $B$  väljusid punkti  $C$  kaks jalgratturit. Esimene saabus punkti  $C$   $a$  tunni pärast, teine aga, et jõuda punkti  $C$  üheaegselt esimesega, pidi sõitma iga kilomeetri  $c$  tunni võrra kiiremini kui esimene, sest  $B$  ja  $C$  vahemaa on  $b$  kilomeetrit pikem kui  $A$  ja  $C$  vahemaa. Leida  $A$  ja  $C$  vahemaa.

1220. Kahest punktist  $A$  ja  $B$  väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. Kohtumisel osutus, et esimene rong oli sõitnud  $a$  kilomeetrit rohkem kui teine. Jätkates sõitu sama kiirusega saabus esimene rong punkti  $B$   $m$  tundi ja teine rong punkti  $A$   $n$  tundi pärast nende kohtumist. Mitu kilomeetrit sõitis kumbki rong kohtumiseni?

1221. Traktor künnab  $n$  tunniga  $p$  hektarit rohkem kui hobune. Mitu hektarit künnab hobune  $n$  tunnis ja mitu hektarit sama ajaga traktor, kui 1 ha künnab traktor  $t$  tunni võrra kiiremini hobusest?

1222. Kaks elevaatorit võtavad vastu vilja. Esimene elevaator suudab tunnis vastu võtta  $k$  tonni rohkem kui teine. Leida, mitu tonni vilja võtab vastu kumbki elevaator tunnis, kui  $m$  tonni vastuvõtmiseks kulub esimesel aega  $t$  tundi vähem kui teisel.

1223. Kolhoos sai ühelt maatükilt  $a$  tsentnerit nisu. Teiselt maatükilt, mis oli  $m$  hektari võrra väiksem, sai kolhoos niisama palju nisu, kuna saak sellelt maatükilt oli kõrgem. Mitu tsentnerit nisu kogus kolhoos kummagi maatüki ühelt hektarilt, kui teise maatüki igalt hektarilt sai ta  $b$  tsentnerit rohkem kui esimese maatüki igalt hektarilt?

1224. Kaks tööliste brigaadi pidid tegema teatud töö. Esimene brigaad alustas tööd üksi ja töötas  $n$  päeva, seejärel teine brigaad lõpetas ülejäänud osa tööst  $m$  päevaga. Mitme päevaga oleks võinud teha kogu töö kumbki brigaad üksi töötades, kui teisel brigaadil oleks kulunud selleks  $t$  päeva rohkem kui esimesel?

1225. Laevatee süvendamiseks rakendati tööle kolm ekskavaatorit. Kui seda tööd hakkaks tegema esimene üksi, siis lõpetaks ta töö  $a$  päeva hiljem kui kõik kolm ekskavaatorit koos. Kui aga seda tööd hakkaks tegema ainult teine üksi, siis lõpetaks ta töö  $b$  päeva hiljem kui kõik koos. Kolmandal üksi kulub aga  $c$  korda rohkem aega kui kõigil kolmel kokku. Kui palju aega kulub igal ekskavaatoril kogu töö tegemiseks üksi?

1226. Kahe linna vahemaa on  $a$  kilomeetrit. Nendest linnadest teineteisele vastu väljunud autod kohtuksid poolel teel, kui esimene väljuks  $t$  tundi varem kui teine. Kui nad väljuksid aga teineteisele vastu üheaegselt, siis kohtuksid nad  $2t$  tunni pärast. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki auto tunnis?

1227. Kaks brigaadi teenisid ühepalju raha. Esimeses brigaadis oli  $a$  töolist vähem kui teises, mistõttu teise brigaadi iga tööline sai  $b$  rubla vähem kui esimese brigaadi tööline. Kumbki brigaad teenis  $c$  rubla rohkem kui oli töölisi mõlemas brigaadis kokku. Mitu töolist oli kummaski brigaadis?

XV PEATÜKK.

ÜLESANDEID KORDAMISEKS.

1228. 1) Töökoda valmistab  $S$  rubla eest teatud hulga detaile. Kui ühe detaili omahinda alandada  $p$  kopika võrra, siis sama summa eest valmistaks töökoda  $n$  detaili rohkem kui varem. Mitu detaili valmistab töökoda?

2) Leida  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2x}{2x^2 + x}$ .

3) Missuguste  $x$  ja  $y$  reaalsete väärtuste puhul kehtib järgmine võrdus:

$$\frac{x-2}{1-i} + \frac{y-3}{1+i} = 1 - 3i?$$

4) Uurida funktsiooni  $y = 2 + 4x - 3x^3$  ja ehitada selle graafik.

1229. 1) Kera sisse, mille raadius on  $R$ , tuleh joonestada suurima ruumalaga silinder. Leida selle silindri ruumala.

2) Tõestada võrratus:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} > 6$$

( $a$ ,  $b$  ja  $c$  on mittevõrdsed positiivsed arvud).

3) Leida  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 - 5x + 6}$ .

4) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2y - x = 5 \\ xy = 12 \end{cases}$$

1230. 1) Tee punktist  $A$  punkti  $B$ , mille pikkus on 11,5 km, tõuseb algul mäkke, siis on tasane ja lõpuks läheb allamäge. Turist, minnes punktist  $A$  punkti  $B$ , läbis kogu tee 2 tunni 54

minutiga ja tagasitee 3 tunni 6 minutiga. Mäkke minnes käis ta 3 km tunnis, tasast teed mööda 4 km tunnis ja allamäge 5 km tunnis. Kui pikk on tee tasane osa?

2) Tõestada, et kolm erinevat arvu ei saa üheaegselt moodustada aritmeetilist ning geomeetrilist progressiooni.

3) Arvutada tabelite abita:

$$x = 100^{1 - \log_2 5}$$

4) Leida kõvera  $y = 2x^2 - 3x + 4$  puutuja tõus, mis on tõmmatud kõverale punktis abstsissiga  $\left(-\frac{1}{2}\right)$ . Selgitada tulemust joonisel.

1231. 1) Koonuse sisse, mille kõrgus on 15 cm ja põhja raadius 6 cm, on tarvis joonestada suurima täispindalaga silinder. Leida silindri kõrgus ja põhja raadius.

2) Tõestada, et võrrandi  $(x - a)(x - b) - c^2 = 0$  lahendid on reaalarvud  $a$ ,  $b$  ja  $c$  mistahes reaalseste väärtuste puhul.

3) Lahendada võrratus:  $\frac{x+1}{x^2+4} > 0$ .

4) Uurida funktsiooni  $y = x^3 - x^2 - x - 1$  ja ehitada selle graafik.

1232. 1) Kera sisse, mille raadius on  $R$ , on tarvis joonestada suurima ruumalaga koonus. Leida koonuse põhja raadius ja kõrgus.

2) Lahendada võrratus:

$$\frac{x^2 - 5x - 6}{2x - 1} > 0.$$

3) Tõestada, et

$$\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^3 + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 2.$$

4) Uurida funktsiooni  $y = 2x^3 - 5x^2 - 4x$  ja ehitada selle graafik.

1233. 1)  $A$  võib lõpetada teatud töö  $a$  päeva võrra pikema ajaga kui  $B$  ja  $b$  päeva võrra pikema ajaga kui  $C$ .  $A$  ja  $B$  koos võivad aga lõpetada selle töö sama ajaga kui  $C$  üksi. Leida, misuguse ajaga võib lõpetada kogu töö igaüks neist üksi?

2) Arvutada

$$\left[ 9^{-\frac{1}{4}} + (3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}} \right] \cdot \left[ 9^{-\frac{1}{4}} - (3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}} \right].$$

3) Lahendada võrratusesüsteem

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} > \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6} \\ \frac{2x+7}{3} < \frac{3x+5}{7} + 8 + \frac{10-3x}{5} \end{cases}$$

4) Uurida funktsiooni  $y = 1 + 12x - x^3$  ja ehitada selle graafik.

1234. 1) Linnad  $A$  ja  $B$  on teineteisest  $l$  kilomeetri kaugusel. Linnas  $A$  maksab tonn sütt  $a$  rubla, linnas  $B$  on ta aga  $p$  protsenti kallim. Söetoni vedu maksab  $q$  kopikat kilomeeter. Misesuguses  $A$  ja  $B$  vahelises punktis on ühtviisi kasulik osta sütt nii linnast  $A$  kui linnast  $B$ ?

2) Leida

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x + 6}$$

3) Lahendada võrrand

$$\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x+a-b} = \sqrt{b},$$

kui  $a > 0$ ,  $b > 0$  ja  $a \neq b$ .

4) Aritmeetilise progressiooni neljas liige on 9, üheksas liige ( $-6$ ). Mitu selle progressiooni liiget tuleb võtta, et nende summa oleks 54?

1235. 1) Koonusesse, mille põhja raadius on  $R$  ja kõrgus  $H$ , on tarvis joonestada suurima ruumalaga silinder. Leida silindri põhja raadius ja kõrgus.

2) Tõestada võrratus:

$$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) > 16abc,$$

kui  $a > 1$ ,  $b > 1$  ja  $c > 1$ .

3) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 221. Selle progressiooni kolmas liige on 136 võrra suurem esimesest liikmest. Leida antud progressiooni kuue liikme summa.

4) Lahendada võrrand:

$$\log \sqrt{5x-4} + \log \sqrt{x+1} = 2 + \log 0,18.$$

1236. 1) Et  $n$  päevaga valmistada  $m$  detaili, tuleks nende valmistamiseks rakendada kas  $a$  kõrge kvalifikatsiooniga töolist või  $b$  keskmise kvalifikatsiooniga töolist.  $p$  päevaga tuli aga valmistada  $q$  detaili, kusjuures oli võimalik rakendada ainult  $c$  kõrge kvalifikatsiooniga töolist. Mitu keskmise kvalifikatsiooniga töolist tuleb veel rakendada, et lõpetada töö nõutavaks ajaks?

2) Arvutada:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3}{x + 2} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 5x^3}{x + 3x^3}.$$

3) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} 9 + \frac{4x-11}{7} < \frac{x-3}{5} \\ (2+x)^2 + 8x^2 < (3x-1)^2 - 12 \end{cases}.$$

4) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summa on  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ , teine liige on  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ . Leida selle progressiooni esimene liige.

1237. 1) Seniitkahurist lasti vertikaalselt üles mürsk algkiirusega  $v_0 = 196 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Mürsu kaugust maapinnast arvutatakse valemi järgi:

$$S = 196t - 0,5qt^2.$$

Leida, kui kõrgele tõuseb mürsk (õhu takistust arvestamata).

2) Leida, missuguste  $a$  väärtuste puhul kehtib võrratus

$$\frac{5a-4}{6-a} > 1.$$

3) Tõestada samasus:

$$\frac{b^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}} : \left[ \frac{\sqrt{b} - \frac{a}{(ab)^{-0,5}}}{1-a} - \sqrt{ab} \right] + \frac{a}{b} \left( -3\frac{3}{8} \right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{3b-2a}{3b}.$$

4) Uurida funktsiooni

$$y = -3x^2 + 12x + 1$$

ja ehitada selle graafik.

1238. 1) Saalis on  $n$  tooli, mis asetatud ridadesse nii, et igas reas on neid ühepalju. Kui igasse ritta asetada  $p$  tooli ja ridade arvu vähendada  $m$  võrra, siis üldine kohtade arv saalis jääb samaks. Mitu rida toole on saalis ja mitu tooli igas reas?

2) Leida, missuguste  $x$  väärtuste puhul ruutkolmliige

$$2x^2 - 5x + 2$$

a) on positiivne; b) on negatiivne; c) võrdub nulliga; d) omab suurimat või vähimat väärtust ja nimelt millist.

3) Leida

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}.$$

4) Lahendada võrratus:

$$\frac{2x^2 - 3x - 459}{x^2 + 1} > 1.$$

---

## Vastuseid.

### I peatükk.

Ülesandeid õpitu kordamiseks ning süvendamiseks.

7. 1)  $(m+1)^2(m^2-m+1)$ ; 2)  $(n+1)(n-1)(n^2+n+1)$ .  
8. 1)  $2y(3x^2+y^2)$ ; 2)  $8xy(x^2+y^2)$ . 9. 2)  $(a-4)(a+3)$ ;  
3)  $(m+5)(m-2)$ ; 4)  $2(x+3)(x+2)$ .  
10. 1)  $(m^2+n^2+mn)(m^2+n^2-mn)$ ;  
2)  $(x^4-x^2+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ ; 4)  $(a+2)^2(a-1)$ .  
11. 1)  $(a-1)(a^2+2a+2)$ ; 3)  $n^2(n+1)^2(n^2-2n+2)$ .  
12. 2)  $(c+1)(c+2)(c+5)$ ; 4)  $(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$ .  
13. 1) 0,25; 3) -0,6. 14. 1)  $-\frac{1}{2(3a+1)}$ ; 2)  $\frac{2a}{a^2+a+1}$ ; 4)  $\frac{a^2-ac+c^2}{3(ac+1)}$ .  
15. 2)  $\frac{9}{x-y}$ ; 4)  $\frac{1}{a+c}$ . 16. 1) 1,5; 2)  $\frac{5}{42}$ . 22. 1) 5; 2) 7. 23. 1) 1; 2) 3.  
24. 1) 3; 2) 2. 25. 2)  $\frac{ab}{a+b}$ . 26. 1)  $\frac{3(n+1)}{4}$ ; 2)  $\frac{a}{a+1}$ .  
27. 1)  $\frac{m(a+b)}{a}$ ; 2)  $\frac{2a+c}{3}$ . 28. 1)  $a^2+1$ .  
38. 1)  $x > 3$ ;  $x < -1$ , 3)  $x < 13$ ;  $x > -3$ .  
39. 1) 1; -1. 40. 2) 19; -1. 41. 1) 5; 7. 42. 2; 1.  
43. 1) 8; 4. 71. 1) -1; 2) 2. 74. 1) 5; 2) 1; 1.  
75. 8)  $v \approx 0,6t + 332$ .

### II peatükk.

Astmed ja juured.

98. 17)  $\pm \frac{3}{4}$ ; 18)  $\pm 5$ ; 19)  $\pm 8$ ; 20)  $\pm 7$ .  
141. 4)  $\frac{b(3a^2-3ab+b^2)}{(a-b)^4}$ . 142. 2)  $\frac{1}{4}$ . 143. 6.

<sup>1</sup> Ülesannete ja harjutuste vastustes ei ole näidatud tähtede lubatavaid väärtusi. Õpilased peavad määrama need ise ning täiendama vastust uurimise tulemustega.

148. 1)  $x \geq 1$ .
151. 1)  $5 - a$ ; 2)  $a - 5$ . 168. 1)  $(a - 1) \sqrt{a - 1}$ ;  
 3)  $x(a - 2) \sqrt[4]{x^3(a - 2)}$ .
169. 3)  $2(a - 5) \sqrt{2}$ , kui  $a \geq 5$ .
183. 1)  $-\sqrt{2a(a - 2)}$ ; 3)  $-\sqrt{\frac{3a(b - a)}{b + a}}$ . 195. 3)  $b \sqrt[3]{ab^2c^{m-1}}$ .
196. 1)  $6x \sqrt{3xy}$ ; 3)  $\sqrt{abc}$ .
197. 2)  $\frac{x}{2y} \sqrt[3]{12xy}$ ; 4)  $2x^2y \sqrt{x^2 + 3y}$ .
198. 2)  $\frac{2}{3} \sqrt[3]{a^2 - b^2}$ ; 4)  $\frac{1}{2} \sqrt[5]{9(9a - 2b)}$ .
199. 1)  $x \sqrt[3]{x^2 - y^2}$ ; 3)  $a \sqrt{b}$ .
200. 1)  $4b \sqrt[n]{ab^2}$ ; 2)  $y^2 \sqrt[n]{x^2y^2}$ .
211. 1)  $19\sqrt{2}$ ; 2)  $15\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$ ; 3)  $4\sqrt{10} - 7\sqrt{6}$ .  
 4)  $4\frac{1}{4}\sqrt{2} + 3\frac{1}{3}\sqrt{3}$ .
212. 1)  $8\sqrt{a}$ ; 2)  $4\sqrt[3]{x}$ ; 3)  $\sqrt[4]{a}$ ; 4)  $7\sqrt{x} - 5\sqrt[3]{y}$ .
213. 1) 243; 2) 36; 3) 15; 4) 2. 214. 1) 1; 2)  $9\sqrt{2x}$ . 215. 1)  $6\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ; 2) 0.
216. 1)  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5} - \frac{2}{5}\sqrt[3]{25}$ ; 2)  $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{4}$ . 217. 1)  $-2\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}$ ; 2)  $1\frac{31}{60}\sqrt{6}$ .
218. 1)  $10ab\sqrt{7cb}$ ; 2)  $2a^2(2 + 5b)\sqrt[3]{b}$ .
219. 1)  $(3 - b)\sqrt[3]{a^2b}$ ; 2)  $\frac{xy - x^3 - x^4y^3 + y^2}{x^2y^2} \sqrt[4]{x^2y^3}$ .
220. 1)  $4b\sqrt[3]{a + (5a - 2b)\sqrt{x}}$ ; 2)  $3,35\sqrt{6z}$ .
221. 1)  $2y$ ; 2)  $2b$ . 222. 1)  $2x\sqrt{2} + y - 1$ ; 2)  $2c\sqrt{x}$ .
223. 1)  $\frac{x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 - 4x^2 - 4x^5 + 4x^3y^2}{4x^2(x^2 - y^2)} \sqrt{2x(x + y)}$ ;  
 2)  $\frac{1 - x + x^2 - x^3 - x^4}{x(1 - x^2)} \sqrt[3]{x(1 - x^2)}$ .
224. 1)  $\frac{a - x}{a + x} \sqrt{a^2 - x^2}$ ; 2) 0. 225. 1) 114,4; 2) 7. 226. 1) 9; 2) 15.
230. 1)  $-39$ ; 2)  $12 - 18\sqrt{2} + 16\sqrt[3]{3}$ .
231. 1)  $14a^4 - 12a^3 - 8a^2$ ; 2)  $ab + 2b - a + 1$ .
232. 1)  $\frac{a^3(bn - b^3m + am)}{m}$ ; 2)  $8x^3y\sqrt[3]{y} - 10xy^2\sqrt[3]{x^2y^2} + 2x^2y^3\sqrt[3]{x}$ .
233. 1)  $3 + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}$ ; 2)  $19\sqrt{2}$ .
234. 1)  $6a^2 + 5a\sqrt{x} - 6x$ ; 2)  $m^2 - n + (m - 1)\sqrt{mn}$ .

235. 1) 9; 2) 9. 236. 1)  $\frac{7+\sqrt{3}}{6}$ ; 2)  $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$ ;
- 3)  $\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$ ; 4)  $\frac{13-3\sqrt{6}-4\sqrt{5}}{24}$ .
237. 1) 4; 2) 16; 3) 25; 4) 16. 238. 1)  $4\sqrt{6}-8\sqrt{3}$ ; 2) 24; 3) 8; 4) 4.
240. 1)  $a^2-3$ ; 2)  $a-x$ ; 3) 2; 4) 2. 241. 1)  $a$ ; 2)  $2b$ ; 3) 1; 4)  $1-2x$ .
244. 1) 9; 2) 10.
249. 1) 30; 2)  $16\sqrt{5}$ ; 4)  $2\frac{1}{4}-\sqrt{9}$ .
250. 1)  $x+y$ ; 2)  $a-b$ ; 3)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ ; 4)  $n+1$ .
251. 1)  $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ ; 2)  $a+b-\sqrt{ab}$ .
252. 1)  $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ ; 2)  $\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ; 3)  $\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ .
253. 1)  $\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})$ ; 3)  $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})$ .
254. 1)  $\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)$ ; 2)  $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$ ; 3)  $\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$ .
255. 1)  $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}+1)$ ; 2)  $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})$ .
256. 1)  $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$ ; 2)  $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)$ ;
- 3)  $(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)$ ; 4)  $(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+1)$ .
257. 1)  $\frac{1}{7}\sqrt{21}$ ; 2)  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5}$ ; 3)  $\frac{\sqrt{ab}}{b}$ ; 4)  $\frac{\sqrt[3]{a^2xy}}{a}$ .
258. 1)  $\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{3n}$ ; 2)  $\sqrt[3]{5a}+\sqrt[3]{4b}$ ; 3)  $\sqrt[3]{xy}-\sqrt[3]{2y^2}$ ; 4)  $x-\sqrt{2xy}$ .
270.  $8-3\sqrt[6]{32}$ ; 2)  $10\sqrt[3]{3}+5\sqrt[6]{3}$ ; 4)  $1\frac{1}{2}\sqrt[6]{18}-\sqrt[12]{648}+1\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$ .
271. 1)  $4\sqrt[3]{m}-3\sqrt[4]{m}-6\sqrt[6]{m}$ ; 2)  $a\sqrt[6]{xy}+a^2-a^3\sqrt[6]{xy^2}$ ;
- 3)  $\frac{1}{ab^2}\sqrt[6]{a^2b}-6ab^3\sqrt{a}+\frac{b}{a^2}\sqrt[24]{a^8b}$ .
272.  $1+\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{72}$ ; 2)  $\sqrt[6]{6}-\sqrt[6]{243}+\sqrt[3]{32}-\sqrt[3]{6}$ .
273. 1)  $x-\frac{x}{2}\sqrt[6]{x}-3x\sqrt[3]{x}+\frac{3x}{2}\sqrt{x}$ ;
- 2)  $a^2\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{a^5}-a^3\sqrt[4]{a}-a\sqrt[12]{a^{11}}$ ;
- 4)  $4\sqrt[12]{x^7y^{10}}+y\sqrt[12]{x^5}+3y\sqrt[12]{x^4y}-8xy-2y\sqrt[6]{x^5y}-6y\sqrt[4]{x^3y}$ .
274. 1)  $x\sqrt{3xy}-x\sqrt[4]{12xy^3}+2xy$ ; 2)  $y\sqrt[3]{2x}+y\sqrt[6]{2x^4}+xy$ ;
- 3)  $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^2x}$ ; 4)  $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^2x}$ .

$$275. 1) -ax \sqrt[3]{ax} - x \sqrt[12]{a^6 x^{11}}; 2) \sqrt[4]{b^3} - 3 \sqrt[4]{ab^2} + 2 \sqrt[4]{a^2 b};$$

$$3) 5 \sqrt[3]{a} - 9 \sqrt[3]{a} - 7 \sqrt[12]{a^5}; 4) \sqrt[4]{a} + 3 \sqrt[8]{ab} + \sqrt[4]{c}.$$

$$286. 1) 38 - 12 \sqrt{10}; 2) 48,5 + 4 \sqrt{6}; 3) 27; 4) 15 \frac{1}{8}.$$

$$288. 1) 2 - 4 \sqrt[6]{2} + 2 \sqrt[3]{2}; 2) 3 - 3 \sqrt[6]{3} + \frac{3}{4} \sqrt[3]{3};$$

$$3) \sqrt[3]{a^2} + 2 \sqrt[6]{a^5} + a; 4) a^2 \sqrt[3]{b^2} - 2ab \sqrt[3]{ab} + b^2 \sqrt[3]{a^2}.$$

$$289. 1) 11 + 6 \sqrt{2} + 4 \sqrt{3} + 2 \sqrt{6}; 2) 4 - 2 \sqrt{3};$$

$$3) 36 \frac{1}{2} + 3 \sqrt{2} - 8 \sqrt{3} - 8 \sqrt{6}; 4) 405 - 100 \sqrt{2} + 60 \sqrt{3} - 150 \sqrt{6}.$$

$$290. 1) 14; 2) 26; 3) 4; 4) 2. 291. 1) 4x - \frac{\sqrt{y}}{y}; 2) \frac{ab^2 \sqrt[3]{a} - 9}{b^2};$$

$$3) 8a - 12a \sqrt[6]{ax} + 6a \sqrt[3]{ax} - a \sqrt{ax}; 4) \frac{a}{b}.$$

$$296. 1) \sqrt[4]{\frac{x}{y}}; 2) \sqrt{\frac{m}{n}}; 3) \sqrt[8]{a^3}; 4) \sqrt[4]{\frac{a+b}{a-b}}.$$

$$297. 1) \sqrt[8]{128}; 2) \sqrt[12]{2187}; 3) \sqrt[8]{\frac{1}{128}}; 4) \sqrt[8]{\frac{1}{5^7}}.$$

$$298. 1) \sqrt[8]{a^7}; 2) \sqrt{m}; 3) \sqrt[24]{x^{23}}; 4) \sqrt[24]{a^{19}}.$$

$$299. 1) \sqrt[8]{\frac{m^3}{n^3}}; 2) \sqrt[6]{\frac{a^4}{b^3}}; 3) 1; 4) \frac{1}{x} \sqrt[4]{ax}.$$

$$304. 1) \sqrt[3]{2}; 2) \frac{1}{2} \sqrt[3]{5}; 3) \sqrt[3]{9}; 4) \frac{1}{5} \sqrt[3]{7}; 5) \sqrt[3]{a}; 8) n \sqrt[4]{n}.$$

$$305. 1) 3 \sqrt{3}; 2) \sqrt[4]{5}; 3) \sqrt[5]{\frac{9}{3}}; 4) 8 \sqrt{2}.$$

$$306. 1) \frac{a \sqrt[7]{x^3}}{x}; 2) \frac{\sqrt[6]{a^5}}{b}; 3) \frac{a \sqrt[n]{x}}{x}; 4) \frac{a \sqrt[n]{x^{n-1}}}{x}.$$

$$307. 3) \frac{(a+b) \sqrt{a-b}}{2(a-b)}; 4) \frac{(a-b) \sqrt{a+b}}{b(a+b)}.$$

$$308. 1) \sqrt[3]{(a-b)^2}; 2) \sqrt[3]{m+n}; 3) \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}; 4) \frac{\sqrt[3]{(a^2-9)^2}}{a-3}.$$

$$309. 1) 2 - \sqrt{2}; 2) 6 + 2 \sqrt{3}; 3) 3 \sqrt{7} + 3; 4) 2 \sqrt{5} - 2.$$

310. 1)  $\frac{m(\sqrt{m}-1)}{m-1}$ ; 2)  $\frac{n(1+\sqrt{n})}{1-n}$ ; 3)  $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ ;  
 4)  $(a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ .
312. 1)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ; 2)  $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ ; 3)  $-2\sqrt{8}-2\sqrt{5}$ ;  
 4)  $-2\sqrt{3}-2\sqrt{10}$ .
313. 1)  $6\sqrt{3}+9$ ; 2)  $9\sqrt{2}-12$ ; 3)  $3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ ;  
 4)  $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}$ .
314. 1)  $\frac{217-9\sqrt{33}}{347}$ ; 2)  $\frac{18+5\sqrt{10}}{2}$ ; 3)  $-\frac{2\sqrt{10}+1}{13}$ .
315. 1)  $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$ ; 2)  $\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}$ ; 3)  $-\frac{x^2+\sqrt{x^4-a^4}}{a^2}$ ;  
 4)  $\frac{x^2+1+\sqrt{x^4-1}}{2}$ .
316. 1)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ;  $\frac{n}{\sqrt{mn}}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{n^2}}$ .  
 2)  $\frac{1}{6-3\sqrt{3}}$ ; 3)  $\frac{1}{3\sqrt{2}-3}$ ; 4)  $\frac{1}{2\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$ .
317. 1)  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ ; 3)  $\frac{a-1}{a\sqrt{a}-a}$ .
318. 1)  $\frac{1}{(x+y)\sqrt{x-y}}$ ; 2)  $\frac{9-m}{9-6\sqrt{m}+m}$ .
319. 1)  $\frac{9\sqrt{3}+5\sqrt{5}+\sqrt{7}-2\sqrt{105}}{59}$ ; 2)  $\frac{29\sqrt{7}-35-10\sqrt{77}+21\sqrt{11}}{259}$ .
320. 1)  $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2}$ ; 2)  $(\sqrt{2}+1)(2\sqrt{6}-5)$ ;  
 3)  $a(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ; 4)  $-a(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ .
321. 1)  $\frac{a\sqrt{110-22\sqrt{3}}}{22}$ ; 2)  $3\sqrt{7+2\sqrt{6}}$ ; 3)  $\frac{\sqrt{30}+\sqrt{5}}{5}$ ;  
 4)  $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{a-b}}{a-b}$ .
322. 1)  $\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a+b}$ ; 3)  $2(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+2\sqrt[3]{2})$ ;  
 4)  $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$ ; 5)  $\frac{2(2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}+1)}{5}$ ; 6)  $-\frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1}{4}$ ;  
 7)  $-\frac{2(9\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+4)}{23}$ .

$$323. 1) \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a+b}; \quad 3) \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}{5};$$

$$5) -(\sqrt{2} + \sqrt{3})(4 + 2\sqrt{9} + 3\sqrt{3}); \quad 6) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3});$$

$$7) a(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{9} + \sqrt{6} + \sqrt{4}).$$

$$324. 1) 4 - 3\sqrt{7} + \sqrt{11}; \quad 2) \frac{59 + 8\sqrt{2} + 13\sqrt{3} + 26\sqrt{5}}{6},$$

$$3) \frac{10 - 3\sqrt{2}}{2}; \quad 4) \frac{13 - \sqrt{5}}{2}.$$

$$325. 1) \frac{a+b}{a-b}; \quad 2) \frac{2\sqrt{b}}{a(b-1)}; \quad 4) \frac{2a}{b^2}.$$

$$326. 1) \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 - b^2}; \quad 2) \sqrt{1-x}; \quad 3) \frac{1}{b}; \quad 4) a(\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}).$$

$$327. 1) 1; \quad 3) \frac{2}{1-a}; \quad 4) \sqrt[4]{b} - \sqrt{a}.$$

$$328. 1) \frac{\sqrt{a}}{a}; \quad 2) \frac{\sqrt{a}}{2a(a-b)}; \quad 3) \frac{a^4 - 2a^3\sqrt{a} + \sqrt{a^2}}{a^4}.$$

$$329. 1) 1; \quad 2) -1; \quad 3) 3; \quad 4) 2\sqrt[4]{ax}.$$

$$330. 1. 331. 141 + 140\sqrt{6}. \quad 335. 1. 336. a - b.$$

$$339. \sqrt[4]{b}. \quad 340. 2) 2\sqrt[3]{ab}.$$

$$341. \frac{x^2 - 1}{x}. \quad 342. 1) 10; \quad 3) \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}.$$

$$343. \frac{1}{4}. \quad 344. \frac{2}{27}. \quad 345. 1) 4; \quad 3) 32. \quad 346. 4) \sqrt{2}; \quad 5) \frac{7}{16}.$$

### III peatük.

Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeiks taanduvad võrrandid.

$$353. 3) \pm 8. \quad 354. 1) \pm 2. \quad 357. 1) \pm a; \quad 2) \pm b; \quad 3) \pm 1. \quad 359. 4) 0; \quad \frac{3a}{2}.$$

$$367. 3) 8; -3; \quad 4) 5; -3 \frac{1}{3}. \quad 368. 1) 1; \frac{1}{2}; \quad 3) 4; -7; \quad 4) 2.$$

$$369. 2) 10; -0,7; \quad 4) 7; -\frac{7}{9}. \quad 370. 1) 2; -\frac{1}{2}; \quad 3) 18; 15,8.$$

$$371. 1) 5; -1 \frac{2}{5}; \quad 3) 0; \quad 60. \quad 373. 2) -1; -4,7; \quad 3) -2; -3.$$

$$374. 2) 4; -5. \quad 375. 2) \frac{2}{3}; -3; \quad 4) 2,5; \quad 5. \quad 376. 2) 2; -9; \quad 4) -2; -8 \frac{1}{2}.$$

377. 1) 9; -4; 2) 2. 378. 2) 3; 3) 4. 379. 2) 10; 5  $\frac{1}{5}$ ; 4) 12; 8  $\frac{1}{4}$ .
380. 3) 5; 4) 7; -1. 381. 2)  $1 - \sqrt{3}$ ;  $-(3 + \sqrt{3})$ ; 3)  $\sqrt{5}$ ; 0.
382. 1)  $\approx -0,4$ ;  $\approx -7,2$ ; 2)  $\approx -0,3$ ;  $\approx -4,4$ .
385. 1)  $a + b$ ;  $a - 2b$ ; 2)  $3a - 2b$ ;  $2a - 3b$ ; 4) 1.
386. 1)  $a$ ;  $\frac{1}{a}$ ; 4)  $\frac{a+b}{2}$ ;  $\frac{b-a}{2}$ . 387. 2)  $b$ ;  $-\frac{3}{4}b$ ; 4)  $\frac{3m}{2}$ ;  $-\frac{2m}{3}$ .
388. 1)  $\frac{b}{2}$ ;  $-\frac{b}{6}$ ; 2)  $a$ ;  $-\frac{5a}{2}$ . 389. 3)  $3a$ ;  $-2a$ ; 4)  $\frac{a+b}{a-b}$ ; 1.
390. 1)  $a+1$ ;  $b+1$ ; 3)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;  $\frac{a-b}{a+b}$ . 391. 1)  $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ ;  $\frac{2ab}{a+b}$ ;  
3)  $-m$ ;  $-n$ . 392. 2)  $a$ ;  $\frac{c+n}{2}$ ; 3)  $n^2 - p^2$ ;  $n+p$ ; 4)  $\frac{a-c}{c-d}$ ; 1.
399. 1)  $(a-b)x^2 - 2ax + a + b = 0$ .
400. 1)  $x^2 - 2ax + a^2 - b = 0$ ;  
3)  $x^2 - 6mx + 9m^2 - 20n^2 = 0$ .
401. 2)  $x^2 + kpx + k^2q = 0$ . 402. 2)  $4y^2 + 4q - p^2 = 0$ .
403.  $x^2 - 15x + 50 = 0$ .
404. 1)  $12y^2 - 8y + 1 = 0$ ; 2) a)  $qy^2 + py + 1 = 0$ . 405. 2)  $p^2 - 2q$ .
406. 1)  $\pm p \sqrt{p^2 - 4q}$ ; 2)  $3pq - p^3$ ;  $\pm(p^2 - q) \sqrt{p^2 - 4q}$ .
407. 1)  $-\frac{27}{4}$ . 408. -16. 409. -2. 410. 2) -5; 4) 15; 5)  $a^2 - b^2$ .
415. 3)  $(x-a-b)(x-a+b)$ .
416. 2)  $(2x-9a)(2x-a)$ ; 3)  $(ax-b)(bx-a)$ .
417. 1)  $\frac{a+13}{a+15}$ ; 3)  $\frac{a-7b}{a+b}$ . 425. 2) 36; 4) 1.
426. 1)  $\pm 12$ ; 2)  $\frac{13}{14}$ . 429.  $x^2 - 2x - 1 = 0$ .
430. 140 m. 431. 28 m. 432. 108 cm.
433. 5 cm  $\times$  5 cm. 434. 2,5 t. 435. 8 päevaga.
436. 24 kuupmeetrit. 437. 21 rida. 438.  $80 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $70 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
439.  $400 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $320 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 440.  $20 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 441.  $20 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 442.  $7 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
446. 5 tunniga; 7 tunniga. 447. 12 päevaga; 6 päevaga.
448. 30 päevaga; 20 päevaga. 449. 14 päevaga; 11 päevaga.
451. 960 km. 452.  $18 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $24 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
453. 20%; 80%. 454. 20%. 455. 5%.
456. 1000 rbl. 457. 11 meeskonda.
458. 22 osavõtjat. 459. 30 õpilast.
460. 10 punkti. 461. 7 külge.
462. Kaheksanurk. 463. 4 m.
464. 5 cm. 465. 3 cm. 466. 50 m.
467. 3 m. 468. 40 cm  $\times$  20 cm.

469. 10 l. 470.  $50 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $45 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
471.  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $24 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 472.  $40 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $50 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
473.  $16 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $12 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 474.  $60 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $120 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
475. 500 km;  $150 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $100 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
476. 44 km. 477. 84 km;  $6 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $4 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
478.  $40 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 479.  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 480.  $32 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 481. 21 tundi.
482. 48 km;  $16 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $20 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
483. 18 t; 15 t. 484. 10 päevale; 50 ha; 75 ha.
485. 20 m. 486.  $\approx 7,24$  m.
487. 48 cm; 36 cm;  $73 \frac{1}{2}$ ;  $10 \frac{1}{2}$ . 488. 12 kG; 16 kG.
489. 8 kg; 6 kg.
490.  $5^\circ$ . 491.  $8,8 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ ;  $7,8 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ . 492.  $0,8 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ ;  $0,6 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ .
493.  $20 \text{ cm}^3$ ;  $30 \text{ cm}^3$ . 494. 160 g; 20%. 495. 30 m; 24 m.
496.  $\approx 72$  m. 497. 2 sek. 498. 100 sek.
499. 48; 16. 500. 50 ahvi.
501. 30 jalga. 502. 8 pikkusühikut.
503.  $22 \frac{1}{2}$  küünart ja  $37 \frac{1}{2}$  küünart. 504. 44 jalga.
505.  $\frac{3 + \sqrt{9 + 3c}}{3}$  km. 506.  $-1 + \sqrt{1 + 3a}$  veomasinat.
507.  $2(1 + \sqrt{1 + a})$  raamatut.
508.  $\frac{3 + \sqrt{9 + 6m}}{2}$  lanki. 509.  $t \mp 2 + \sqrt{t^2 + 4}$  tunniga.
510.  $\frac{\mp 1 + \sqrt{1 + 4s}}{2} \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 511.  $\frac{mn + \sqrt{m^2n^2 + 4mns}}{2m}$  kg.
512.  $\frac{\mp at + \sqrt{a^2t^2 + 4adt}}{2t} \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
513.  $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 4abn}}{2b} \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
514.  $\frac{\mp bm + \sqrt{b^2m^2 + 2bdm}}{2m} \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 515.  $\frac{\pm bc + \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$  detaili.
516.  $\frac{\mp kt + \sqrt{k^2t^2 + 4kts}}{2k}$  m. 517.  $\frac{2m \mp a + \sqrt{4m^2 + a^2}}{2}$  tunniga.

518.  $\frac{b+2c \pm a + \sqrt{a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc}}{2}$  päeva.
519.  $k \pm \sqrt{k^2-2kt}$  päeva.
520.  $\frac{d + \sqrt{d^2+t^2v^2}}{t} \frac{\text{km}}{t}$       521.  $\sqrt{\frac{tv^2-2nv}{t} \frac{\text{km}}{t}}$ .
522.  $\frac{\pm r + \sqrt{2c^2-r^2}}{2}$       523.  $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2+4abp}}{2a}$  tonni.
524.  $a - \sqrt{ab}$  liitrit.      525.  $\frac{-b + \sqrt{b^2+8ab}}{2} \frac{\text{km}}{t}$ .
526.  $\frac{-dt + \sqrt{d^2t^2+240adt}}{2t} \frac{\text{km}}{t}$       527.  $\frac{-at + \sqrt{a^2t^2+120adt}}{2t} \frac{\text{km}}{t}$ .
528.  $\frac{-3v + \sqrt{9v^2+6sv}}{6} \frac{\text{km}}{t}$       529.  $\frac{dt \mp 2d \pm \sqrt{d^2t^2+4d^2}}{2t} \frac{\text{km}}{t}$ .
530. 1)  $\pm 3; \pm 1; 3) \pm 5; \pm 2$ .      531. 2)  $\pm 6; \pm 1; 4) \pm 4; \pm 3$ .
532. 1)  $\pm 1; \pm \frac{1}{2}; 4) \pm \sqrt{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      533. 2)  $\pm 5; \pm m; 3) \pm 3; \pm n$ .
534. 1) 3; -5; -1; -1; 4) 1; 1; 2;  $\frac{1}{2}$ .      536. 1)  $(x+2)(x-2)(x+1)(x-1);$   
4)  $(2x+1)(2x-1)(x+1)(x-1)$ .      537. 2)  $\frac{x^2-5}{x^2-6}; 4) \frac{a^2-1}{a^2-9}$ .
538. 1)  $x^4-13x^2+36=0$ ; 4)  $9x^4-148x^2+64=0$ .
539.  $x^4-25x^2+144=0$ .      543. 4) 5.      544. 3) 53; 4) 61.      545. 2) 25; 4) 3.
546. 1) 100; 3) 16; 4) 1.      547. 2) 7; 3) 7; 4) 11.
548. 2) -3; 3) 1; 4) ei ole lahendeid.
549. 1) 1; 3) 1; 4) 3.      550. 1) 10; 2) 34; 2; 4) 1.
551. 1) 2; 3) 1.
552. 1)  $\pm \frac{1}{2}$ ; 3) 2401.      553. 2) 19; 84; 3)  $\pm \sqrt{2}$ ; 4) 0; -5.
554. 1) 4; -1; 2) 9; -2; 3) 2; -5.
555. 1)  $a^2+2$ ; 2)  $a^2-2a+2$ ; 3) 1.
556. 1) 1; 2) 0; a; 3) a; b; 4)  $\frac{4a}{3}$ .

### V peatükk.

#### Kahe tundmatuga teise astme võrrandisüsteemid.

604. 1) (0,25; 7,75); (-2; 1); 2) (17; 10); (4; -3).
605. 1) (0; 0); (-2,4; 4,8); 2) (6; 9); (-9; -6).
606. 1) (8; 4); (4; 8); 2) (5; 1); (-1; -5); 3) (2; 3); (3; 2); 4) (3; 0);  
(1; -2).

607. 1)  $(2a; -a); (-a; 2a); 3) (2a; a); (a; 2a)$ .
608. 3)  $(4; 2); (16; -10); 4) (3; 2); (2; 1)$ . 609. 1)  $(3; 4); (1; 2); 3) (4; 0);$   
 $\left(-\frac{1}{2}; -4\frac{1}{2}\right)$ . 610. 1)  $(2; 3); (51; -46); 3) (1; 2)$ .
611. 1)  $(a^2 - 1; a + 1); [-(a^2 - 1); -(a + 1)];$   
 4)  $(a - 1; a + 1); (a + 1; a - 1)$ .
615. 2)  $(3; 1); (1; 3); 3) (5; 2); (-2; -5); 4) (5; 4); (4; 5)$ .
616. 1)  $(3; 2); (3; -3); (-4; 2); (-4; -3); 2) (0; 0); (4; 2); (-2; -4);$   
 4)  $(3; 1); \left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ . 617. 2)  $(2; 3); (0; 1); \left(\frac{3}{2}; 1\right);$   
 3)  $(0; 2); (3; 2); (2 + \sqrt{5}; \sqrt{5}); (2 - \sqrt{5}; -\sqrt{5})$ .
618. 1)  $\left(\frac{\pm a}{\sqrt{a+b}}; \frac{\pm b}{\sqrt{a+b}}\right); 4) (4m; m); \left(-m; -\frac{m}{4}\right)$ .
619. 1)  $(4; 1); (1; 4); 2) (7; 1); (1; 7); 3) (5; -3); (-3; 5); 4) (-9; 4);$   
 $(4; -9)$ .
620. 1)  $(9; 2); (-2; -9); 2) (5; 3); (-3; -5); 3) (12; -4); (4; -12);$   
 4)  $(2; -1); (1; -2)$ .
621. 1)  $(2a; -a); (-a; 2a); 2) (3a; -a); (-a; 3a);$   
 3)  $(2b); (-b; -2b); 4) (a+b; b); (b; a+b)$ .
622. 1)  $(\pm 3; \pm 2); (\pm 2; \pm 3); 2) (\pm 5; \pm 4); (\pm 4; \pm 5);$   
 3)  $(\pm 3; \pm 1); (\pm 1; \pm 3); 4) (\pm 5; \pm 3); (\pm 3; \pm 5)$ .
623. 2)  $\left(\pm \frac{a}{3}; \pm \frac{a}{2}\right); \left(\pm \frac{a}{2}; \pm \frac{a}{3}\right); 4) (\pm a; \pm 2b); (\pm 2b; \pm a)$ .
624. 1)  $(\pm 5; \pm 3); (\pm 3; \pm 5); 2) (5; 1); (-5; -1); 3) (\pm 5; \pm 4);$   
 4)  $(\pm 3; \pm 2); (\pm 2; \mp 3)$ . 625. 1)  $(8; 2); (2; 8); 2) (25; 16); (16; 25);$   
 3)  $(9; 4); 4) (1; 4); (4; 1)$ .
626. 1)  $\left(\pm \frac{1}{2}; \mp \frac{1}{2}\right); (\pm 2; \mp 1); 2) (\pm 2; \pm 8); (\pm 8, 5; \mp 5);$   
 $(\pm 1; \pm 2); (\pm 2; \pm 1); 4) (\pm 3; \pm 5); \left(\pm 1\frac{2}{3}; \pm 4\frac{1}{3}\right)$ .
627. 1)  $(\pm 3; \pm 1); (\mp \sqrt{2}; \pm 2\sqrt{2}); 3) (\pm 2; \pm 3); (\pm 3; \pm 2)$ .
628. 1)  $(9; 4); (4; 9); 2) (5; 20); (20; 5)$ .
629. 1)  $(2; 3); (3; 2); (-2 + \sqrt{7}; -2 - \sqrt{7}); (-2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7})$ .
630. 1)  $(4; 2); (2; 4); 2) (7; 5); (-5; -7)$ . 631. 1)  $(5; -2); (2; -5);$   
 2)  $(-6; -1); (-1; -6)$ . 632. 1)  $(2; 1); (1; 2)$ . 633. 2)  $(a; b);$   
 $\left[\frac{a(a-b)}{a+b}; \frac{b(b-a)}{a+b}\right]$ . 2)  $\left[\pm \frac{a(m+n)}{\sqrt{m^2+n^2}}; \pm \frac{b(m-n)}{\sqrt{m^2+n^2}}\right]$ .
634. 1)  $[(a+b)^2; (a-b)^2]$ .
635. 1)  $(2; -1; 3); (-3; 4; -2); 2) (5; 3; 4); (4; 2; 5)$ .
636. 1)  $(\pm 1; \pm 2; \pm 3); 2) (\pm 2; \pm 3; \pm 4)$ .

637. 1)  $(\pm 1; \pm 2; \pm 3)$ ;  $(\pm 2; \pm 1; \pm \frac{3}{2})$ ; 2)  $(\pm 2; \pm 2; \pm 3)$ .
638. 2)  $(1; 4; 5)$ ;  $(-1; 6; 7)$ .
639. 10 cm; 4 cm. 640. 15 cm; 8 cm.
641. 60 m; 40 m. 642. 40 cm; 9 cm.
643. 1) 12 cm; 16 cm; 20 cm; 2)  $\frac{p^2 - q}{p}$ ;  $\frac{p^2 + q \pm \sqrt{(p^2 - q)^2 - 4p^2q}}{2p}$ .
644.  $p - \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{S^2}{p(p-a)}}$ . 645. 1) 36; 4; 2) 9; 25.
646.  $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2 - b^2}}$ ;  $\frac{2a^2}{\sqrt{4a^2 - b^2}}$ . 647.  $m - \sqrt{m^2 - n^2}$ .
648.  $-h + \sqrt{m^2 + h^2}$ . 649.  $h + \sqrt{n^2 + h^2}$ . 650.  $40 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
651.  $36 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $24 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ . 652. 15 puud; 10 puud.
653. 10 ha, 20 ts; 12 ha, 25 ts; 8 ha, 25 ts; 10 ha, 30 ts.
654.  $12 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $18 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ; 24 km.
655.  $36 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
656.  $800 \text{ m}^2$ ; 6 kg;  $500 \text{ m}^2$ ; 5 kg;  $900 \text{ m}^2$ ;  $5 \frac{1}{3} \text{ kg}$ ;  $600 \text{ m}^2$ ;  $3 \frac{1}{3} \text{ kg}$ .
657. 15 kg; 6 m; 20 kg; 8 m. 658. 80 kG; 39 kG.
659. 7 kG; 24 kG. 660. 12 G; 48 G;  $1,5 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$ . 661. 32.
662. 1 minut;  $0,2 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . 663.  $\approx 0,054 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ; 4 min. 40 sek.
664.  $2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ; 1 minut. 665.  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ;  $8 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ .
666.  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ;  $24 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ .
667.  $\frac{c(t + \sqrt{t^2 + 4nt})}{2nt} \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ;  $\frac{c(-t + \sqrt{t^2 + 4nt})}{2nt} \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ .

## VI peatükk.

Olesandeid VIII—IX klassi kursuse kordamiseks.

671. 1)  $\frac{b^6}{a^4}$ ; 1; 2)  $a^2 + ab + b^2$ ; 2,52.
675. 1)  $\frac{4+a}{2}$ ; 2)  $-2\frac{1}{4}$ ; 3)  $\pm 2$ ;  $\pm 3$ ; 4)  $\pm a\sqrt{2}$ . 676. 1) 1; -7; 2) 31.

677. 1)  $(\pm 9; \pm 5); (\pm 5; \pm 9); 2) (4; 5); \left(72; -\frac{2}{3}\right);$   
 3)  $(\pm 7; \pm 3); (\pm 3; \pm 7); 4) (\pm 3; \pm 1); \left(\pm 12; \mp \frac{7}{2}\right).$
678. 1)  $12 \frac{\text{km}}{\text{t}}; 9 \frac{\text{km}}{\text{t}}; 2) \frac{4\sqrt{x-y}}{x-y}; 3) 3x^2 - 4x + 1 = 0.$
679. 1)  $40 \frac{\text{km}}{\text{t}}; 2) \frac{a^2}{x^2}; 3) 3; -1.$
680. 1) 20 rida; 2) 0;  $a - b$ ; 3)  $\frac{1}{4} \sqrt{48}.$
681. 1) 30 päeva; 20 päeva; 2) 1; 3) 2.
682. 1)  $30 \frac{\text{km}}{\text{t}}; 2) 5; 1; 3) 19.$
683. 1) 8 tundi; 2) (3; 2); (2; 3); 3)  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}.$
684. 1)  $20 \frac{\text{km}}{\text{t}}; 2) 1; 3) (9; 25); (25; 9).$
685. 1)  $\frac{60d + \sqrt{3600d^2 + t^2v^2}}{t} \frac{\text{km}}{\text{t}};$   
 2)  $a; b; 3) (6; 2); (-2; -6).$

## VII peatükk.

### Piirväärtused.

691. 3)  $n > 10001.$  692. 3)  $n > 100.$  695. 3)  $n > 100.$  695. 3)  $n > 2000.$
697. 2)  $n > 53; n > 140.$  701. 1)  $n > 99; n > 999; n > 9999.$  706. 1) 3; 2) 1;  
 3) 1; 4) 4.
707. 5)  $2 \frac{1}{4}; 6) -\frac{2}{3}; 8) 34 \frac{1}{6}.$  708. 2)  $\frac{1}{2}; 4) 1 \frac{1}{2}.$  709. 2) 0; 4) 2.
710. 1) 4; 2)  $-1; 3) \frac{1}{3}; 4) 1 \frac{1}{2}.$

## VIII peatükk.

### Progressioonid.

711. 645 cm. 723.  $a; \frac{am+b}{m+1}; \frac{a(m-1)+2b}{m+1}.$  724. 1) 1430; 4)  $45a+36b.$
729. 1; 3. 730. 14;  $-7; 8.$  732. 1) 1; 3; 3) 8;  $-3.$  733. 1) 10; 2,5; 19.
734. 1) 3; 2 või  $-17; 2; 3) 0; 3$  või  $-12; 4.2.$  735. 1)  $\frac{(m+n-1)(m+n)}{2}.$
736. 1) 25; 3) 1. 737. 1)  $\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{4}{3}; 3); 1 \frac{13}{5}; \frac{21}{5}.$  738. 1) 8; 18; 28.

743. 156. 744.  $16^\circ$ . 745. 1)  $41^\circ$ ; 2) 2745 m. 746. 9. 748. 4 tunniga. 749. 1900 inimest. 751. 5. 752. 5; 8; 11; 14; 17. 753. 120 palki, 754. 41 m. 755. 3 tunni pärast. 756. 6 sekundi pärast. 757. 4 külge. 758. Ja. 759. Ei. 760. 5 min. või 10 min. 761. 8 sekundi pärast. 762. 600 t.; 10 päevaga või 225 t.; 5 päevaga. 763. 385 kuuli. 767. 1) 160; 4)  $-\frac{20}{27}$ .

768. 1)  $\frac{1}{64}$ ; 2,a) 3; 2,b) 2916. 769. 1) 189; 4)  $32\frac{3}{32}$ . 770. 1) 3; 2186 või  $-3$ ; 1094.

771. 1)  $\frac{1}{4}$ ;  $1365\frac{1}{4}$ ; 3) 3584; 7161. 772. 1) 3; 384; 3) 27; 8. 773. 2) 5; 4) 6.

774. 1) 27; 81; 2) 80; 40; 20; 10. 775.  $\sqrt[7]{7}$ ;  $\sqrt[7]{49}$ ;  $\sqrt[7]{343}$ ;  $\sqrt[7]{2401}$ ;  $\sqrt[7]{16807}$ ;  
 $\sqrt[7]{117649}$ .

777. 1) 1; 2; või  $-16$ ;  $\frac{1}{2}$ ; 2) 1; 2. 778. 1) 1; 2; 10; 2) 1; 3; 4. 779. 96; 48; 24; 12; 6; 3.

780. 24; 12; 6; 3. 781. 2; 6; 18. 785. 4;  $\pm 3$ . 786. 3; 15; 27...; 3; 9; 27...

787. 1) 8; 10; 12; 2) 17; 10; 3. 788. 3; 7; 11. 789. 2; 5; 8. 790. 5; 15; 45. 791. 2; 6; 18. 792. 12; 16; 20; 25. 793. 5; 12; 19; 26. 794. 7; 14; 28; 56. 795. 5; 25; 45; 5; 15; 45.

796.  $\approx 10$  tunniga. 797.  $\approx 53$  mm. 799. 1) 2; 2)  $21\frac{1}{3}$ ; 3)  $8\frac{1}{3}$ ; 4)  $2\frac{2}{3}$ ; 5) 3;

6)  $4,5\sqrt{2}$ . 800. 1)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ; 2)  $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ; 3)  $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$ ; 4)  $\frac{1}{1+x}$ .

801. 1) 18 või 54; 2) 243 või 486; 3) 9; 4) 8,4. 802. 1) 0,4; 2) 1,28.

803. 1) 7,5; 2) 10; 2; 0,4 ... või 15;  $-3$ ; 0,6... . 806. 1)  $\frac{13}{24}$ ; 2)  $1\frac{1}{2}$ ; 3) 1.

807. 1)  $6a$ ; 2)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ . 808.  $4a(2+\sqrt{2})$ ;  $2a^2$ . 809. 25 cm<sup>2</sup>.

810.  $a^2\sqrt{3}$ ;  $6a(2+\sqrt{3})$ . 811.  $2\pi R^2$ ;  $4R^2$ . 812.  $\frac{\pi a^2}{9}$ ;  $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$ .

813.  $a(1+\sqrt{2})$ .

## IX peatükk.

### Eksponent- ja logaritmifunktsioon. Logaritmid.

826. 1)  $\sqrt{10}$ ; 4)  $\sqrt[n]{n}$ . 828. 1) 4; 3) 7; 5) 2. 833. 1)  $-\frac{1}{2}$ ; 3)  $2\sqrt{2}$ .

834. 2)  $\frac{1}{4}$ ; 4)  $-6$ ; 6)  $\frac{1}{2}$ . 835. 1) 22; 6) 24. 836. 3) 8. 837. 1) 9; 3) 9; 3.

851. 4)  $\frac{31}{72} \log a$ . 852. 1)  $\frac{5}{8} (\log a - \log b)$ ; 3)  $\frac{1}{3} (\log a - \log b)$ .

853. 1)  $\frac{1}{18} (3 \log 5 + 7 \log m + 4 \log n)$ . 854. 1)  $\frac{n \log a}{n+1} - \frac{\log b}{m(n+1)}$ ;

3)  $\sqrt[5]{4} \log 3$ .

855. 1)  $\sqrt[4]{0,5} \log 0,8$ . 856. 1)  $\log x = \frac{1}{3} \log 1,2 + \log \log 1,6$ . 860. 3)  $\sqrt[6]{(ab)^2}$ ;

4)  $\sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^3}$ . 861. 3)  $\frac{a(a+b)^n}{n\sqrt{a-b}}$ . 882. 1) 38,47; 3) 26,71; 5) 630,8.

884. 1) 30,89; 2) 4,972; 3) 12,20; 4) 0,3799. 885. 1) 148900; 2) 87,7; 4) 4,821.

886. 1) 0,2046; 3) 2,242; 4) 186,5. 887. 2) 0,007868; 3) 1,301; 4) 1,718.

888. 1) 0,6998; 3) 0,1298. 889. 1) -2,637; 3) -62,34; 5) -487 900.

890. 2) 4,52; 3) 7,072; 4) 2,422. 891. 1) 0,5445; 3) -1,406; 4) -0,9831.

892. 1) 1,275; 2) -0,8734. 893. 1) -0,4593.

894. 1) 766,5 cm<sup>3</sup>; 2) 2,671 m; 3)  $\approx 1,32$  m<sup>3</sup>.

895. 1) 247 200 m<sup>2</sup>; 3) 41,6 cm. 896. 2)  $\approx 26,9$  kg; 3)  $\approx 405$  m; 4)  $\approx 112$  kg.

897. 1) 0,5533; 2) 0,2440; 3) 0,01254; 4) 0,002138.

898. 1) -3,030; 2) -9,967; 3) 9,967; 4) 0,6294.

904. 3) 2; 3.

905. 1)  $\frac{1}{2}$ ; 1; 3) 35; 4) 3. 906. 1) 24; 4) 1,5. 907. 1) 4; 2)  $\frac{5}{3}$ . 910. 2) 5; 3) 1.

911. 1) 1; 2) 1; 4) 9. 912. 2) 1; 4) ei ole lahendeid. 913. 1)  $\approx -1,701$ ;

2)  $\approx 0,3258$ . 914. 1) 3; 4) 3. 915. 2) 1; 4) -2. 916. 1) 2; 1; 2) 0;  $\frac{1}{4}$ .

917. 1) 20; 3) 4. 918. 1) 3; 3) 10; 0,0001. 919. 2) 13; 3) 10<sup>10</sup>; 4) 64. 920. 1) 1; 2) 10; 0,1; 3) 10; 0,001; 4) 100. 921. 1) 10; 0,1; 3) 1000; 0,1; 4) 2; 3.

923. 1) 9; 4) 9. 924. 1) (2; 1); 3) (10 000; 10). 925. 1) ( $\approx 1,663$ ;  $\approx 1,276$ ); 4) (16; 25); (25; 16). 926. 1) (3; 9); 2) (10; 4); (4; 10); 3) (17; 9); 4) ( $\approx 2,272$ ;  $\approx 1,825$ ).

## XI peatükk.

### Ülesanded IX klassi kursuse kordamiseks.

953. 1)  $\frac{1}{2}$ ; 2)  $\frac{1}{7}$ ; 3) 6; 4) 2. 954.  $a_1 = \pm \frac{1}{2}$ ;  $q = -\frac{1}{2}$ .

957.  $\frac{1}{8}$ . 959. 2; 5; 8...

960. 1)  $n + 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ ; 2)  $\frac{7}{81}(10^{n+1} - 10 - 9n)$ . 967.  $\frac{4(3-a)}{3+a}$ .

968. 2) 1; 4; 4) 100; 1000. 969. 1) 4; 3) 81. 970. 2) (3; 4); 4) (10; 8);

6) (10; 100); (100; 10). 971. 1) 20; 2) 128; 2; 3) 3. 972. 1) 3, 9, 15; 3, 9, 27.

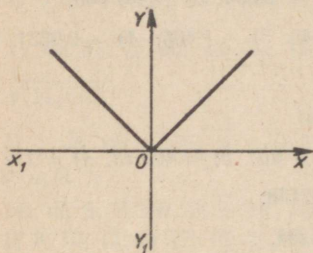
975. 1) 15; 2) 0,803. 976. 1) 4; 8; 12; 16; 2) 31,31; 3) 100. 977. 1) 6188; 2) 3; 3) -3.

XII peatükk.

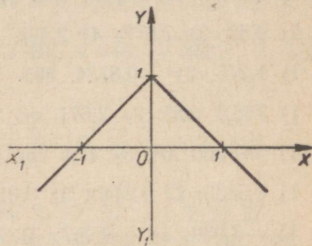
Funktsioonid ja nende uurimine. Tuletis.

979.  $y = 3x$ . 984. 1)  $y = x$ ;  $y = \sqrt{3x}$ ;  $y = -x$ ;  $y = \frac{1}{2}x$ .

985.  $y = 8000 - 400x$ . 987.  $y = 9x + 5$ . 988.  $l = 0,24q + 13$ .



Joon. 44.



Joon. 45.

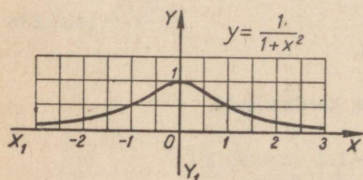
989.  $F \approx 10I - 500$ .

990. 3)  $F \approx \frac{1}{8}P + 1,5$ .

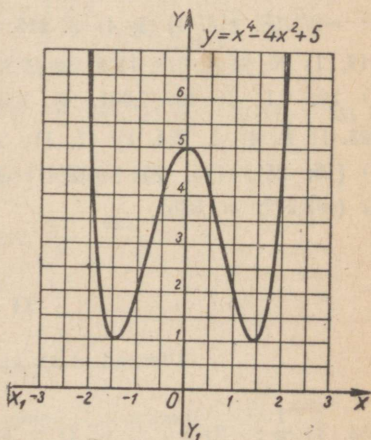
991. 3)  $v \approx \frac{5}{8}t + 332$ .

994. 1) Joon. 44; 2) Joon. 45.

1001.  $y = \frac{15}{x}$ .



Joon. 46.

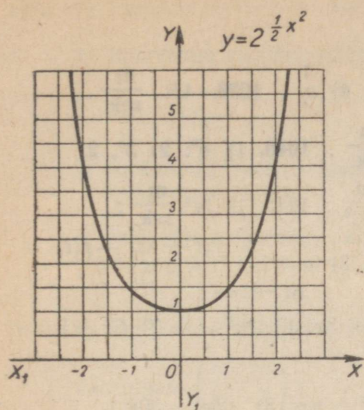


Joon. 47.

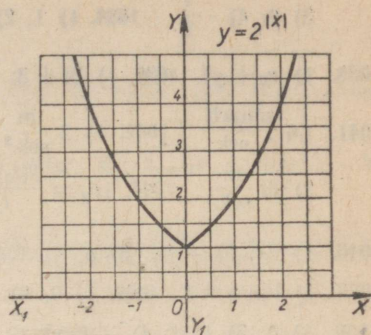
1016.  $y = \frac{2}{15}(-x^2 + 13x + 30)$ . 1018. 1) Joon. 46; 2) Joon. 47.

1019. 3) Joon. 48; 4) Joon. 49. 1020. 3) Joon. 50; 4) Joon. 51. Punkt (0; 0) ei ole graafiku punkt.

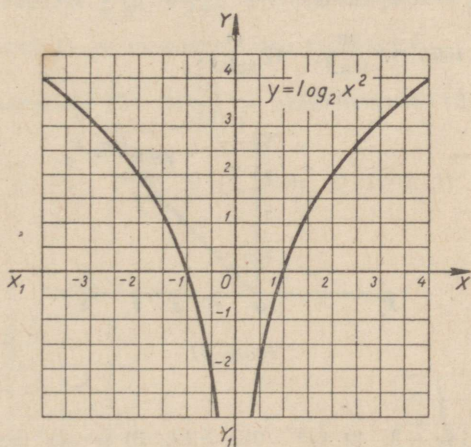
1021. 1) 4;  $\approx 0,3$ ; 3)  $\frac{1}{2}$ ; 4; 4) 1,5; 5)  $\approx 1,3$ ; 10; 6)  $0,7 < x < 0,8$ ; 7) 0;



Joan. 48.



Joan. 49.



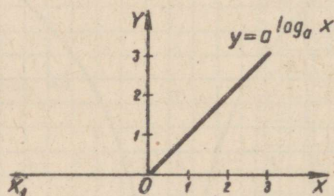
Joan. 50.

8)  $\approx 4,9$ ; 9) 2;  $-1,7 < x < -1,6$ ; 10)  $-1 < x_1 < 0$ ;  $0 < x_2 < 1$ ;  
 $2 < x_3 < 3$ .

1026. 2) 0; 5) 0.

1028. 1) 3; 3) 3; 4) 1. 1030. 1)  $\infty$ ; 2) 2; 3)  $-4a$ ; 4)  $-1$ .

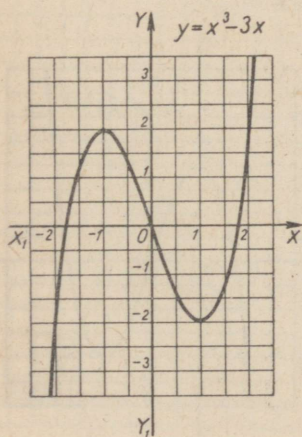
1032. 1) 4; 2)  $\frac{1}{4}$  ;  
 3) 2; 4)  $\frac{1}{2}$  . 1034. 1) 1; 2) 1; 3) 2; 4)  $\frac{1}{2}$  . 1036. 4,5  $\frac{m}{sek}$  .  
 1038. 1)  $v_0 + gt$ . 1039. 1)  $8t + 3$ ; 2)  $27 \frac{m}{sek}$  . 1040. 1)  $4^\circ$ ; 2)  $3^\circ$ , 2.  
 1041. 1,6  $\frac{amprit}{sek}$  . 1042. 1)  $2 \frac{m}{sek^2}$ ; 2)  $2 \frac{m}{sek^2}$  . 1043. 1)  $3t^2 \frac{m}{sek}$  ;  
 2)  $6t \frac{m}{sek^2}$  . 1044. 1)  $v_k = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$  ; 2)  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$  .  
 1046. 1)  $6x$ ; 2)  $-8x$ ; 3)  $a$ ; 4)  $10t - 12t^2$ ; 5)  $3x$ ; 6)  $2x^2 - 1$ ; 7)  $6x + 5$ .  
 1048. 1)  $\tan \alpha = 1$ . 1049. 1) 0; 2) 2.  
 1050. 1) 0; 3)  $15x^4$ ; 4)  $-6ax^2$ ; 6)  $4x^3 - 6x^2 + 6x$ ; 8)  $18x^2 - 30x$ .  
 1051. 2)  $r^2 + \frac{1}{2}r - 1$ ; 3) 24. 1053. 2,5. 1054. 1)  $7 \frac{m}{sek}$  ; 5)  $\frac{m}{sek^2}$  .  
 1055. 1)  $19 \frac{m}{sek^2}$  ; 2)  $(6t + 4) \frac{km}{h^2}$  ; 16)  $\frac{km}{h^2}$  . 1056.  $v \approx 1,5 \frac{m}{sek}$  ;  $a = 0,2 \frac{m}{sek^2}$  .  
 1057. 1)  $30 \frac{m}{sek}$  ; 20 sek. 2)  $(t^3 - 12t^2 + 32t) \frac{km}{h}$  ;  $(3t^2 - 24t + 32) \frac{km}{h^2}$  .  
 1058. 500 düüni. 1059. 13  $\frac{m}{sek^2}$  ; 12  $\frac{m}{sek^2}$  .



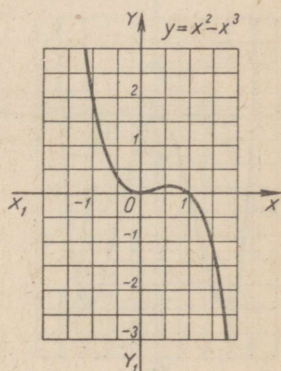
Joon. 51.

1060. 1)  $-6x^2 + 14x - 3$ ; 2)  $6x^2 - 26x + 12$ ; 3)  $-36x^2 + 4x + 5$ ;  
 4)  $6(x + 2)(2x^2 + 8x + 1)$ .  
 1061. 1)  $-\cos x$ ; 2)  $1 + \sin x$ ; 3)  $\frac{1}{\cos^2 x} - 2$ ; 4)  $1 - \frac{1}{\sin^2 x}$  ;  
 5)  $2 \sin x$ ; 6)  $x(2 \sin x + x \cos x)$ ; 7)  $\cos 2x$ ; 8)  $\cos 2x + \cos x$ .  
 1062. 1)  $2 \cos 2x$ ; 2)  $-\sin 2t$ ;  
 3)  $\cos \frac{\pi}{4} \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$  ; 4)  $\cos \frac{3}{4} x \sin \frac{1}{4} x$  ;  
 5)  $\frac{1}{2} \sin \frac{5}{2} x$ .  
 1063. 1)  $\sin 2x$ ; 2)  $-\sin 2x$ ; 3)  $2 \sin 4x$ ; 4)  $-\sin x \left( 10 \cos x - \frac{1}{2} \right)$ .

1069. 1) Funktsioon kasvab mistahes vahemikus;  
 2) funktsioon kasvab vahemikus  $(-\infty; -\frac{4}{3})$ , kahaneb vahemikus  $(-\frac{4}{3}; 2)$ ;  
 3) funktsioon kasvab vahemikkudes  $(-\infty; 0)$  ja  $(2; +\infty)$ , kahaneb vahemikus  $(0, 2)$ ;  
 4) funktsioon kasvab, kui  $x < 1$  ning  $x > 2$ , ja kahaneb, kui  $1 < x < 2$ .
1070. 1) Funktsioon kasvab vahemikkude  $(0; \frac{\pi}{2})$  ning  $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$  ja kahaneb vahemikus  $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$ ;  
 2) funktsioon kasvab vahemikkudes  $(0; \frac{\pi}{2})$  ning  $(\pi; \frac{3\pi}{2})$  ja kahaneb vahemikkudes  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$  ning  $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ .
1071. 1) Miinimumpunkt  $(\frac{2}{3}; 4\frac{2}{3})$ ; 2) maksimumpunkt  $(\frac{3}{2}; 7\frac{1}{4})$ ;  
 3) funktsioonil ei ole maksimumi ega miinimumi;  
 4) maksimumpunkt  $(1; 12\frac{1}{3})$  ja miinimumpunkt  $(5; 1\frac{2}{3})$ .
1072. 1)  $(1; 2)$ ; 2)  $(\frac{1}{2}; 2\frac{1}{4})$ ; 3)  $(1; -4)$ ; 4)  $(-2; 1)$ .



Joon. 52.



Joon. 53.

1073. 1) Maksimumpunktid (2; 5) ning (−2; 5) ja miinimumpunkt (0; 1);  
 2) maksimumpunkt  $(-1; 7\frac{1}{6})$  ja miinimumpunkt  $(2; 2\frac{2}{3})$ ; 3) ei ole maksimumi ega miinimumi; 4) maksimumpunkt (−2; 10) ja miinimumpunkt (1; −17).

1074. 35 ja 35. 1075. 40 m ja 40 m. 1076. 10 cm.

1077. Laius  $d \frac{\sqrt{3}}{3}$  cm, kõrgus  $\frac{d\sqrt{6}}{3}$  cm.

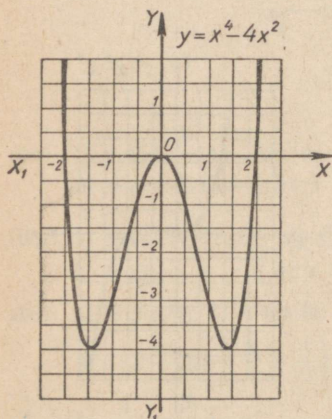
1078. Vahemikus (−1; 1) funktsioon kasvab −3-st kuni 1-ni, vahemikus (1; 3) kahaneb 1-st kuni −3-ni, maksimumpunkt (1; 1);

2) vahemikus  $(0; \frac{\pi}{4})$  funktsioon kasvab 0-st kuni 1-ni, vahemikus  $(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4})$  kahaneb 1-st kuni −1-ni, vahemikus  $(\frac{3\pi}{4}; \pi)$  kasvab −1-st kuni 0-ni, maksimumpunkt  $(\frac{\pi}{4}; 1)$  miinimumpunkt  $(\frac{3\pi}{4}; -1)$ ;

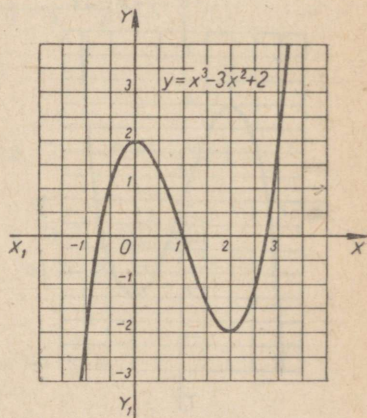
3) maksimumpunkt  $(\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2})$ , miinimumpunkt  $(\frac{5\pi}{12}; \frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2})$ ; funktsioon antud vahemikus monotoonselt kasvab.

1080. 1) Funktsioon kasvab vahemikkudes  $(1, +\infty)$  ning  $(-\infty, -1)$  ja kahaneb vahemikus  $(-1; 1)$ ; maksimumpunkt (−1; 2), miinimumpunkt (1; −2) — (joon. 52).

2) funktsioon kasvab, kui  $0 < x < \frac{2}{3}$ , ja kahaneb vahemikes  $(-\infty; 0)$



Joon. 54.



Joon. 55.

ja  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ; maksimumpunkt  $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{27}\right)$ , miinimumpunkt  $(0; 0)$  — (joon. 53).

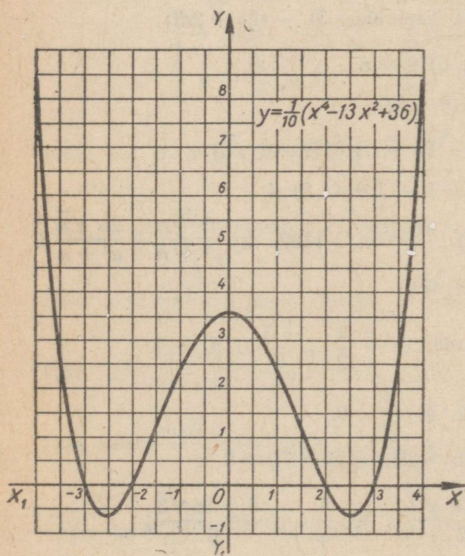
3) funktsioon kasvab vahemikus  $(2; +\infty)$  ja kahaneb vahemikus  $(-\infty; 2)$ , miinimumpunkt  $(2; -12)$ ;

4) funktsioon kasvab vahemikes  $(-\sqrt{2}; 0)$  ning  $(\sqrt{2}; +\infty)$  ja kahaneb vahemikes  $(-\infty; -\sqrt{2})$  ning  $(0; \sqrt{2})$ , maksimumpunkt  $(0; 0)$ , miinimumpunktid  $(-\sqrt{2}; -4)$  ja  $(\sqrt{2}; -4)$  — (joon. 54).

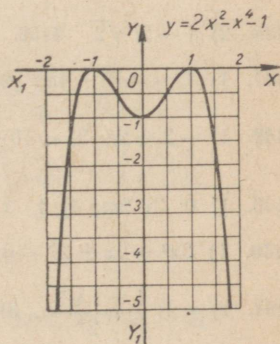
1081. 1) Funktsioon kasvab vahemikes  $(-\infty; 0)$  ning  $(2; +\infty)$  ja kahaneb vahemikus  $(0; 2)$ , maksimumpunkt  $(0; 2)$ , miinimumpunkt  $(2; -2)$  — (joon. 55).

2) funktsioon kasvab vahemikus  $(-\infty; 0)$  ning  $(2; +\infty)$  ja kahaneb vahemikus  $(0; 2)$ , maksimumpunkt  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ , miinimumpunkt  $(2; -1)$ ;

3) funktsioon kasvab vahemikes  $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{26}; 0\right)$  ning  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{26}; +\infty\right)$  ja kahaneb vahemikes  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\sqrt{26}\right)$  ning  $\left(0; \frac{1}{2}\sqrt{26}\right)$ , maksimum-



Joon. 56.



Joon. 57.

punkt (0; 3,6), miinimumpunktid  $\left(-\frac{1}{2} \sqrt{26}; -\frac{5}{8}\right)$  ning  $\left(\frac{1}{2} \sqrt{26}; -\frac{5}{8}\right)$  — (joon. 56).

4) funktsioon kasvab vahemikes  $(-\infty; -1)$  ja  $(0; 1)$ , kahaneb vahemikes  $(-1; 0)$  ja  $(1; +\infty)$ , maksimumpunktid  $(-1; 0)$  ja  $(1; 0)$ , miinimum punktis  $(0; -1)$  (joon. 57).

1082. 100 m; 50 m. 1083. 6 dm; 3 dm. 1084. 6 cm.

1085.  $\frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$ ;  $\frac{a}{b}$ , kui  $a=b$ . 1086.  $h=r=\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ .

1087. 4 dm; 2 dm. 1088. 3 dm; 6 dm; 2 dm. 1089.  $r=\sqrt[3]{\frac{30}{\pi}}$ ;  $h=2\sqrt[3]{\frac{30}{\pi}}$ .

1091.  $h=r$ . 1092.  $t=2$ ;  $v=12\frac{\text{m}}{\text{sek}}$ .

1093.  $\frac{12}{4+\pi} \approx 1,68$  m;  $\frac{6}{4+\pi} \approx 0,84$  m.

1094.  $h=r=\frac{2p}{4+\pi}$ . 1095. Ruut. 1096.  $\frac{20}{3}\sqrt{3}$  cm. 1097.  $\varphi=120^\circ$ .

### XIII peatükk.

#### Kompleksarvud.

1119. 1)  $3+7i$ ; 3)  $\frac{13}{20}-\frac{7}{4}i$ . 1120. 1)  $3a+3bi$ ; 3)  $-(8c+2di)$ .

1127. 2)  $3-11i$ ; 6)  $-2i$ . 1128. 2) 28; 6)  $k+n$ .

1129. 1)  $(a+bi)(a-bi)$ ; 6)  $(4+5i)(4-5i)$ .

1130. 2)  $(\sqrt{a}+i\sqrt{2})(\sqrt{a}-i\sqrt{2})$ ; 4)  $(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3})$ .

1132. 4)  $1-i$ . 1133. 3)  $1-2i$ . 1134. 1)  $-1+i$ ; 3)  $i$ .

1135. 2)  $1-2i\sqrt{2}$ . 1136. 2)  $\sqrt{2}$ ; 4)  $-i\sqrt{m}$ . 1137. 3)  $\frac{a^2-n}{a^2+n} + \frac{2a\sqrt{n}}{a^2+n}i$ .

1141. 1)  $(1-4a^2)+4ai$ ; 2)  $(4-b^2)+4bi$ .

1142. 1)  $-2+2i$ ; 3)  $-10+9i\sqrt{3}$ . 1143. 1)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ; 4)  $-4$ .

1146. 1) 0; 3)  $2m$ ; 4) 1. 1147. 1) 4; 2) 4; 4)  $\frac{1}{a}$ ; 0.

1150. 1)  $3x^2+2x+27=0$ ; 3)  $x^2-(5-3i)x+(4-7i)=0$ .

1151. 1)  $-1$ ;  $\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$ ; 3)  $-3$ ;  $\frac{3\pm 3i\sqrt{3}}{2}$ ; 6)  $\frac{5}{3}$ ;  $\frac{-5\pm 5i\sqrt{3}}{6}$ ;

7)  $\pm 2$ ;  $\pm 2i$ ; 8)  $\pm 3$ ;  $\pm 3i$ ; 9) 6;  $-\frac{7}{3}$ ; 11) 1; 2;  $\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$ ;  $-1\pm i\sqrt{3}$ .

Võrratused ja võrrandite uurimine.

1156. 2)  $x < 2\frac{1}{4}$ . 1158. 1)  $5 < x < 27$ . 1159. 2)  $x > 9$ .
1160. 2)  $x > 0$ . 1161. 1) 4; 5; 6; ...; 3) 3; 4; 5. 1163. 1)  $-\frac{1}{3} < x < 2$ ;  
 2)  $-2\frac{1}{3} < a < \frac{1}{3}$ . 1165. 24; 35. 1166.  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{6}{7}$ ;
1167. 86. 1168.  $92,5 < x < 102$ . 1178. 1)  $t > 5$ ; 2)  $t > -1$ ; 4)  $t > 0$ ;  
 6)  $t < 4$ ;  $t > 6$ . 1179. 2)  $k < 0$ ;  $k > 1$ ; 3)  $k > 5$ ;  $k < 3$ ;  
 4)  $1 < k < 2$ , välja arvatud  $k = 1,5$ ; 5)  $-2 < k < 1$ .
1180. 1)  $x = \frac{a-5}{a-3}$ , kui  $a-3 \neq 0$ ;  $x > 0$ , kui  $a > 5$  või  $a < 3$ ;  
 $x < 0$ , kui  $3 < a < 5$ ;  $x = 0$ , kui  $a = 5$ ; lahendeid ei ole, kui  $a = 3$ ;  
 2)  $x = \frac{2m-3}{2m+1}$ , kui  $2m+1 \neq 0$ ;  $x > 0$ , kui  $m > \frac{3}{2}$  või  
 $m < -\frac{1}{2}$ ;  $x < 0$ , kui  $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ ;  
 $x = 0$  kui  $m = \frac{3}{2}$ ; lahendit ei ole, kui  $m = -\frac{1}{2}$ ;  
 3)  $x = \frac{b(a-1)}{3a-b}$ , kui  $3a-b \neq 0$ ;  $x > 0$ , kui
- $$\begin{cases} b > 0, \\ a > \frac{b}{3} > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b > 0, \\ a < \frac{b}{3} < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b < 0, \\ \frac{b}{3} < a < 1. \end{cases}$$
1181.  $a < 3$ ;  $a > 4$ . 1182.  $x = \frac{a-2b}{d}$  päeva pärast;  $x > 0$ , kui  $\begin{cases} a > 2b, \\ d > 0. \end{cases}$
1183.  $x = \frac{ab}{b-a}$  tunniga;  $x > 0$ , kui  $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ b > a. \end{cases}$
1184.  $x = \frac{q-p}{a-b}$  päeva pärast;  $x > 0$ , kui 1)  $\begin{cases} q > p, \\ a > b; \end{cases}$  2)  $\begin{cases} q < p, \\ a < b. \end{cases}$
1185.  $x = \frac{a-b}{n-m}$  aasta pärast;  $x > 0$ , kui 1)  $\begin{cases} a > b, \\ n > m; \end{cases}$  2)  $\begin{cases} a < b, \\ n < m. \end{cases}$
1186.  $x = \frac{m(n-p)}{q}$  liitrit;  $x > 0$ , kui  $\begin{cases} m > 0, \\ q > 0, \\ n > q. \end{cases}$
1187.  $x = \frac{d}{a-b}$  tunni pärast, kui  $\begin{cases} d > 0, \\ a > b. \end{cases}$  1191.  $28 < m < 30$ .
1192.  $10 < k < 12$ . 1193. 1) 10; 6. 1194. 1)  $\frac{3}{2}$ .

1196.  $\frac{an - bm}{n - m}$  kg, kui  $\begin{cases} a > b, \\ n > m; \end{cases}$   $\frac{a - b}{n - m}$  kg, kui  $\begin{cases} a > b, \\ n > m. \end{cases}$
1197.  $\frac{th_1 - ht_1}{h_1 - h}$  kraadi;  $\frac{t_1 - t}{h_1 - h}$  kraadi. 1198.  $\frac{n - m}{a - b}$  tunni pärast;  $\frac{an - bm}{a - b}$  km.
1199.  $\frac{k - bm}{a - b}$  kg;  $\frac{am - k}{a - b}$  kg. 1200.  $\frac{d(a - m)}{an - bm}$  rbl.;  $\frac{d(n - b)}{an - bm}$  rbl.
1201.  $\frac{ak - bt}{a - b}$  kraadi;  $\frac{at - bk}{a - b}$  kraadi.
1202. 2) Mistahes reaalarv; 4)  $x > 3$ ;  $x < 1$ .
1203. 1)  $x > 2$ ;  $x < -\frac{1}{3}$ ; 4) mistahes reaalarv
1204. 1)  $1 < x < 2$ ;  $x > 3$ .
1205. 1)  $x < -3$ ;  $x > 1$ ; 3)  $1 < x < 1,5$ ;  $x > 2$ .
1207. 1)  $m > 1$ ; 4)  $m > 11$ .
1208. 1)  $m < -7,2$ ; 3)  $0 < m < 28$ .
1209. 1)  $\frac{33}{23}$ ; 3) 2;  $\frac{1}{2}$ . 1210. 2; -16; 24. 1211. -4; 4; 24.
1212. 3; -36; 96. 1213. 2; 8; 15.
1215.  $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 4000abs}}{2b}$  liitrit;  $\frac{-ab + \sqrt{a^2b^2 + 4000abs}}{2b}$  liitrit.
1217.  $\frac{-tv + \sqrt{t^2v^2 + 240stv}}{120t}$   $\frac{m}{\text{min.}}$ .
1219.  $\frac{-bc + \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$  km. 1221.  $\frac{\mp pt + \sqrt{p^2t^2 + 4npt}}{2t}$  ha.
1222.  $\frac{\pm kt + \sqrt{k^2t^2 + 4kmt}}{2t}$  tonni. 1223.  $\frac{\mp bm + \sqrt{b^2m^2 + 4abm}}{2m}$  ts.
1224.  $\frac{n + m \mp t + \sqrt{(n + m - t)^2 + 4nt}}{2}$  päevaga. 1226.  $\frac{a\sqrt{5} - 1}{4t}$   $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  
 $\frac{a(3 - \sqrt{5})}{4t}$   $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

## XV peatükk.

### Ülesandeid kordamiseks.

1228. 1)  $\frac{pn + \sqrt{p^2n^2 + 400nps}}{2p}$  detaili; 2) 2; 3) 0; 7;  
 4) funktsioon kasvab vahemikus  $\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ , annab maksimumi, kui  
 $x = \frac{2}{3}$ , ja miinimumi, kui  $x = -\frac{2}{3}$ .

1229. 1)  $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ ; 3) 10; 4) (3; 4); (-8; -1.5).

1230. 1) 4 km; 3) 16; 4) -5. 1231. 1) 2,5 cm; 5 cm; 3)  $x > -1$ ;

4) funktsioon kasvab vahemikus  $(-\infty; -\frac{1}{3})$  ja  $(1; +\infty)$ , funktsioon kahaneb vahemikus  $(-\frac{1}{3}; 1)$ , annab maksimumi, kui  $x = -\frac{1}{3}$ , ja miinimumi, kui  $x = 1$ .

1232. 1)  $\frac{2}{3}R\sqrt{2}$ ;  $\frac{4}{3}R$ ; 2)  $x > 3$ ;  $\frac{1}{2} < x < 2$ ;

4) funktsioon kasvab vahemikus  $(-\infty; -\frac{1}{3})$  ja  $(2; +\infty)$ , funktsioon kahaneb vahemikus  $(-\frac{1}{3}; 2)$ , annab maksimumi, kui  $x = -\frac{1}{3}$ , ning miinimumi, kui  $x = 2$ .

1233. 1)  $b + \sqrt{b^2 - ab}$  päeva; A; 2)  $\frac{26}{81}$ ; 3)  $2 < x < 10$ .

1234. 1)  $(\frac{l}{2} + \frac{ap}{200q})$  km A-st; 2) 2; 3) b; 4) 9; 4.

1235. 1)  $\frac{2}{3}R$ ;  $\frac{1}{3}H$ ; 3) 6188; 4) 8. 1236. 1)  $\frac{abnq - bcnp}{a\pi p}$  töölist;

2)  $\frac{1}{6}$ ; 3)  $x < -21\frac{8}{13}$ ; 4)  $\sqrt{6}$  või  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

1237. 1) 1960 m; 2)  $1\frac{2}{3} < a < 6$ . 1238. 1)  $\frac{mp + \sqrt{m^2p^2 + 4mnp}}{2p}$  rida; 3) 4.

---

## SISUKORD.

### I peatükk. Ülesandeid õpitu kordamiseks ja süvendamiseks.

§ 1.	Algebraaliste avaldiste samasusteisendused . . . . .	3
§ 2.	Ühe tundmatuga esimese astme võrrandid . . . . .	6
§ 3.	Esimese astme võrratused . . . . .	7
§ 4.	Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemid . . . . .	8
§ 5.	Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid. Suuruste võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus . . . . .	9
§ 6.	Lineaarfunktsioon . . . . .	16

### II peatükk. Astmed ja juured.

§ 7.	Positiivse arvu tõstmise ruutu ja ruutjuure leidmine positiivsest arvust . . . . .	21
§ 8.	Astendamine positiivse täisarvulise astendajaga . . . . .	28
§ 9.	Negatiivne astendaja ja astendaja null . . . . .	31
§ 10.	$n$ -da astme juure leidmise mõiste ( $n$ — naturaalarv) . . . . .	33
§ 11.	Juure leidmine üksliikmeist . . . . .	36
§ 12.	Juurte teisendamine . . . . .	37
§ 13.	Juurte liitmine ja lahutamine . . . . .	45
§ 14.	Võrdsete juurijatega juurte korrutamine ja jagamine . . . . .	48
§ 15.	Erinevate juurijatega juurte korrutamine ja jagamine. Murruliste astendajatega astmed . . . . .	53
§ 16.	Juurte astendamine ja juurimine . . . . .	56
§ 17.	Muru nimetaja või lugeja vabastamine irratsionaalsusest . . . . .	60
§ 18.	Ülesandeid peatüki «Astmed ja juured» kordamiseks . . . . .	63

### III peatükk. Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeks taanduvad võrrandid.

§ 19.	Mittetäielikud ruutvõrrandid . . . . .	68
§ 20.	Täielikud ruutvõrrandid . . . . .	69
§ 21.	Ruutvõrrandi lahendite omadused ja ruutvõrrandite uurimine . . . . .	74
§ 22.	Ülesandeid ruutvõrrandite koostamise kohta . . . . .	78
§ 23.	Bikvadraatvõrrandid . . . . .	89
§ 24.	Irratsionaalsed võrrandid . . . . .	90

### IV. peatükk. Funktsioonid ja graafikud. Ruutkolmliige.

§ 25.	Funktsioon $y = ax^2$ ja selle graafik . . . . .	94
§ 26.	Funktsioon $y = ax^2 + b$ ja selle graafik . . . . .	96
§ 27.	Ruutkolmliige ja selle graafik . . . . .	98

### V peatükk. Kahe tundmatuga teise astme võrrandisüsteemid.

§ 28.	Üks kahe tundmatuga teise astme võrrand . . . . .	108
§ 29.	Kahe tundmatuga teise astme võrrandid, milledest üks on teise, teine — esimese astme võrrand . . . . .	112

§ 30. Kahe tundmatuga teise astme võrrandisüsteemid . . . . .	114
§ 31. Ülesandeid võrrandisüsteemide koostamise kohta . . . . .	118
<b>VI peatükk. Ülesandeid VIII—IX klassi kursuse kordamiseks . . . . .</b>	<b>122</b>
<b>VII peatükk. Piirväärtused.</b>	
§ 32. Muutuva suuruse piirväärtus . . . . .	127
<b>VIII peatükk. Progressioonid.</b>	
§ 33. Aritmeetiline progressioon . . . . .	134
§ 34. Geomeetriline progressioon . . . . .	141
§ 35. Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon . . . . .	146
<b>IX peatükk. Eksponent- ja logaritmfunktsioon. Logaritmid.</b>	
§ 36. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni põhiomadused . . . . .	149
§ 37. Logaritmimine ja potentseerimine . . . . .	154
§ 38. Kümneendlogaritmid . . . . .	157
§ 39. Eksponentvõrrandid ja logaritmivõrrandid . . . . .	162
<b>X peatükk. Arvutuslükati.</b>	
§ 40. Arvutamine logaritmilise arvutuslükati abil . . . . .	166
<b>XI peatükk. Ülesandeid X klassi kursuse kordamiseks . . . . .</b>	<b>172</b>
<b>XII peatükk. Funktsioonid ja nende uurimine. Tuletis.</b>	
§ 41. Funktsioonide elementaarne uurimine . . . . .	177
§ 42. Funktsiooni piirväärtus . . . . .	186
§ 43. Tuletis . . . . .	189
<b>XIII peatükk. Kompleksarvud.</b>	
§ 44. Imaginaararvu mõiste . . . . .	199
§ 45. Kompleksarvude liitmine ja lahutamine . . . . .	200
§ 46. Kompleksarvude korrutamine, jagamine ja astendamine . . . . .	202
§ 47. Harjutusi kõikidele tehetele kompleksarvudega . . . . .	204
<b>XIV peatükk. Võrratused ja võrrandite uurimine.</b>	
§ 48. Ühe tundmatuga esimese astme võrratused . . . . .	206
§ 49. Ühe tundmatuga esimese astme võrrandite uurimine . . . . .	209
§ 50. Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemide uurimine . . . . .	211
§ 51. Teise astme võrratused . . . . .	213
§ 52. Ruutvõrrandite uurimine . . . . .	214
<b>XV peatükk. Ülesandeid kordamiseks . . . . .</b>	<b>217</b>
Vastused . . . . .	222

Павел Афанасьевич Ларичев  
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ  
для 8—11 классов средней школы

На эстонском языке

Эстонское Государственное Издательство  
Таллин, Пярнуское шоссе, 10

\*

Toimetaja K. Kallaste

Tehniline toimetaja E. Lumet

Korrektorid L. Rosin ja O. Sepp

Ladumisele antud 24. IX 1959. Trükkimisele  
antud 19. XI 1959. Paber 60×92,  $\frac{1}{16}$ . Trüki-  
poognaid 15,5. Arvutuspoognaid 12,32. Trüki-  
arv 9000. Tellimise nr. 3324. Hans Heide-  
manni nim. trükikoda, Tartu, Ülikooli 17/19.

Hind rbl. 2.35

6—6

Rbl. 2.35

A  
A-2284

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00357527 3