



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР

1988

ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра теоретической физики

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР

Ю.Я.Лембра

Методическое руководство

Перевод с эстонского Ю.Я.Лембра
и И.А.Ильиной

ТАРТУ 1988

Утверждено на заседании совета физико-химического
факультета ТГУ 30 ноября 1987 года

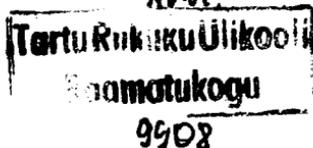
Предисловие

Данное методическое руководство преследует цель оказать помощь студентам русского потока III курса физического отделения ТГУ при изучении раздела об основных свойствах атомных ядер в курсе "физика ядра и элементарных частиц". К сожалению, основной программный учебник [1] имеется в университетской библиотеке лишь в нескольких экземплярах. В связи с этим данное методическое руководство представляет собой дополненный перевод соответствующего раздела из учебного пособия самого составителя, изданного на эстонском языке. Новые методические разработки введены для описания спина и магнитного момента ядер. Большое внимание уделяется оценке порядков физических величин. При чтении данного руководства надо различить знаки \sim и \propto . Первый из них является знаком порядка величины, второй - знаком пропорциональности.

Чтобы подчеркнуть связь данного курса с ранее известным курсом атомной физики, в необходимых случаях даны ссылки на рабочую программу методического руководства [5]. Эти ссылки приведены в сокращенной форме ПИ, после чего римская цифра указывает на номер главы, а арабская - на номер параграфа.

По типографическим соображениям рисунки помещены в конце методического руководства (с. 53-56).

KUSTUTATUD



§ I. Введение. Основные понятия.

Предметом ядерной физики является исследование свойств атомных ядер. Из курса атомной физики известно, что существование ядра было установлено в опытах Резерфорда в 1911 году. В этот период были открыты также некоторые свойства ядра: 1) размер ядра $r_N \sim 10^{-14}$ м. Эта величина в $\sim 10^4$ раз меньше размера атома $r_a \sim 10^{-10}$ м, 2) масса ядра составляет основную часть массы атома, 3) ядро имеет положительный заряд

$$q_N = Ze, \quad (I.1)$$

где e - элементарный заряд ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) и Z - порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева. Величину Z часто называют электрическим зарядом ядра. Так как атом в целом электрически нейтрален, то заряд ядра нейтрализуется зарядом вращающихся вокруг него электронов. Следовательно, Z равен числу электронов в нейтральном атоме и является важнейшей характеристикой ядра в атомной физике (как известно, атомная физика изучает электронную оболочку атома).

Следующей важной характеристикой ядра является его масса. Оказалось, что масса ядра m_N не определяется однозначно зарядом ядра. Найдено, что существуют ядра, у которых одинаковый заряд, но разная масса. Эти ядра называются изотопами. Непосредственное измерение m_N в общем случае трудная экспериментальная задача. Если хотим измерить, напр., массу ядра урана, где $Z = 92$, то надо из атома урана выбить 92 электрона. В итоге получим m_N . Обычно стараются измерить массы атомов m_a . Тогда m_N получается как разность:

$$m_N = m_a - Zm_e, \quad (I.2)$$

где m_e - масса покоя электрона.

Уточнение: обычно измеряются массы не нейтральных атомов, а массы

ионов с малой кратностью ионизации. Следовательно, можно использовать точные электрические измерения. При изучении траектории частиц в электрическом и магнитном полях можно найти только отношение заряда к массе. Предполагается, что кратность ионизации известна из-за знания энергии ионизации. Можно найти массу иона и прибавить массу выбитых электронов, в итоге получим m_{α} . Для масс атомов m_{α} существуют таблицы. Для нахождения массы ядра m_N надо вычесть из представленного в таблице значения m_{α} массу электронной оболочки атома $Z m_e$.

В ядерной физике m_{α} или m_N удобно измерить в атомных единицах массы (а.е.м.). В настоящее время определение а.е.м. связано с тем изотопом углерода C , который имеет массу приблизительно равную 12 массам протона m_p . По определению а.е.м. составляет $\frac{1}{12}$ часть от массы атома этого изотопа. Обозначение: а.е.м. или е. На английском: u или m_u .

$$m_u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

В ядерной физике часто массу измеряют в единицах энергии. Исходят из формулы теории относительности $E = m c^2$, $c = \text{const}$ и $E \propto m$;

$$m_u = 931,48 \text{ МэВ.}$$

Иногда пишут

$$m_u \hat{=} 931,48 \text{ МэВ,}$$

где знак $\hat{=}$ означает "соответствует".

Из анализа таблиц изотопов выяснилось: если все массы ядер выразить в m_u , то приблизительно получаем целое число (различия возникают во втором или третьем знаке после запятой). Следовательно, для получения общего представления о массе ядра можно ограничиться округлением до ближайшего целого числа, которое называется массовым числом (обычно обозначается через A). Таким образом

$$m_N \approx A m_u. \quad (I.3)$$

В таблицах масс атомов применяют термин дефекта массы

$$\delta = \frac{m_a}{m_u} - A \quad (I.4)$$

Дефект массы δ показывает, на сколько отношение m_a/m_u отличается от A :

$$m_a = (A + \delta) m_u \quad (I.5)$$

Ядро, которое имеет порядковый номер Z и массовое число A , обозначается с помощью символа ${}^A_Z(\quad)$, где в конкретных приложениях вместо скобок пишут символ химического элемента. Например ядро того атома, с помощью которого определяют атомную единицу массы, обозначается в виде ${}^{12}_6\text{C}$.

Тот же символ ${}^A_Z(\quad)$ применяется для обозначения нуклида. Нуклид - это род ядра с фиксированным порядковым номером и массовым числом.

Рассмотрим (A, Z) -диаграмму (рис. I), где нуклид ${}^A_Z(\quad)$ изображается точкой (A, Z) . Сейчас известны ядра с $Z = 1 - 109$, $A = 1 - 250$ (рис. I).

Видим, что для лёгких ядер в хорошем приближении имеет место соотношение $Z = A/2$, для тяжёлых ядер $Z < A/2$.

Встаёт важный вопрос о составе ядер. Каковы модели ядер? В основном существуют две модели.

I) Электронно-протонная модель. Она основывается на факте, что некоторые нестабильные или радиоактивные ядра испускают электроны. В связи с этим в начальный период развития ядерной физики была выдвинута гипотеза, что ядро состоит из электронов и протонов. Известно, что масса электрона намного меньше массы протона. Согласно данной модели, при образовании массы ядра основную роль играют протоны. Следовательно, число протонов равно массовому числу A . Число электронов обозначим через x . Найдём x из условия, чтобы получить из эксперимента правильный заряд ядра по (I.I):

$$q_N = A e + x(-e) = Ze, \quad \text{отсюда} \quad x = A - Z.$$

Если существует ядро ${}^A_Z(\quad)$, то согласно электронно-протонной модели оно состоит из A протонов и $A - Z$ электронов, в итоге из $2A - Z$ частиц.

2) Протонно-нейтронная модель. В 1932 г. английским физиком Чадвиком экспериментально была обнаружена электрически нейтральная частица, масса которой приблизительно равнялась массе протона. Такую частицу назвали нейтроном (обозначение n). Приведем сравнение масс протона и нейтрона

$$m_p = 1,0073 \quad m_n = 1,6724 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_p = 1,0087 \quad m_n = 1,67474 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Они приблизительно равны, но всё же масса нейтрона больше массы протона:

$$m_n \approx m_p + \frac{1}{2} m_e. \quad (I.6)$$

В слабых взаимодействиях это различие масс существенно.

Опираясь на открытие Чадвика, в 1932 г. советский учёный Иваненко и немецкий физик Гайзенберг независимо друг от друга предложили протонно-нейтронную модель ядра. Опираясь на экспериментальный факт (I.I), число протонов в ядре должно равняться Z . Число нейтронов обозначим через y . Так как протоны и нейтроны имеют приблизительно одинаковую массу, то они почти одинаковым образом участвуют в создании массы ядра. Следовательно $Z + y = A$, откуда $y = A - Z$.

Согласно протонно-нейтронной модели ядро ${}^A_Z(\quad)$ состоит из Z протонов и $A - Z$ нейтронов, в итоге из A частиц.

Если имеем основной вопрос физики, то ответ на модель можно получить с помощью эксперимента. В итоге доказана справедливость протонно-нейтронной модели ядра.

Протоны и нейтроны, как частицы из которых состоит ядро, называются нуклонами. Ядро ${}^A_Z(\quad)$ состоит из A нуклонов, в сре-

ди которых Z протонов и $A-Z$ нейтронов. Изотопы представляют собой ядра, которые состоят из того же числа протонов. Ядра, в составе которых одинаковое число нейтронов, называют изотонами. Ядра, состоящие из одинакового числа нуклонов, называются изобарами.

Лёгкие ядра получили специальные названия:

протон $p = {}^1_1\text{H}$, дейтрон $d = {}^2_2\text{H}$, тритон $t = {}^3_1\text{H}$,
гелион $h = {}^3_2\text{He}$, α -частица $\alpha = {}^4_2\text{He}$.

В настоящее время известно около 280 стабильных нуклидов и свыше 700 нестабильных (радиоактивных). Некоторые нуклиды в природных условиях отсутствуют, их удалось получить искусственно в лаборатории: ${}_{43}^{98}\text{Tc}$ - технеций, ${}_{61}^{147}\text{Pm}$ - прометий, ${}_{85}^{210}\text{At}$ - астат, ${}_{117}^{293}\text{Fr}$ - франций, ${}_{93}^{237}\text{Np}$ - нептуний, ${}_{94}^{244}\text{Pu}$ - плутоний, ${}_{95}^{243}\text{Am}$ - америций, ${}_{96}^{253}\text{Cf}$ - калифорний, ${}_{97}^{254}\text{Bk}$ - берклий, ${}_{98}^{256}\text{Cf}$ - калифорний, ${}_{99}^{259}\text{Es}$ - эйнштейний, ${}_{100}^{260}\text{Fm}$ - фермий, ${}_{101}^{262}\text{Md}$ - менделевий, ${}_{102}^{265}\text{No}$ - нобелий и ${}_{103}^{267}\text{Lw}$ - лоуресий. Элементы, у которых $Z > 92$ называют трансуранидами, а при $Z \geq 92$ - ураноидами.

§ 2. Энергия связи ядра.

Эксперимент показал, что масса ядра m_N примерно на тысячную долю меньше, чем сумма масс покоя нуклонов, входящих в ядро:

$$m_N(A, Z) < Z m_p + (A - Z) m_n. \quad (2.1)$$

Этот экспериментальный факт получил простое объяснение на основе теории относительности.

Для сравнения отметим, что масса атома водорода меньше суммы масс протона и электрона на долю 10^{-8} . Еще меньше относительные изменения массы при разрыве на части макроскопических тел.

Введём понятие энергии связи ядра. Под энергией связи ядра понимают энергию, которую надо сообщить покоящемуся ядру, чтобы получить покоящиеся и находящиеся друг от друга на бесконечном расстоянии нуклоны. Энергия связи ядра — это минимальная энергия, чтобы разрушить ядро. Можно разрушить ядро, если сообщить энергии больше, чем энергия связи, то в этом случае нуклоны будут двигаться на бесконечном расстоянии. Здесь имеется аналогия с энергией ионизации. Если сообщим атому энергии больше энергии ионизации, то получим электрон с кинетической энергией.

Обозначим энергию связи ядра через $B(A, Z)$. Тогда на основе закона сохранения энергии

$$m_N(A, Z) c^2 + B(A, Z) = Z m_p c^2 + (A - Z) m_n c^2. \quad (2.2)$$

В правой части нет слагаемого, которое описывало бы взаимодействие между нуклонами. Это означает, что нуклоны на бесконечном расстоянии друг от друга.

Из (2.2) получим

$$B(A, Z) = \Delta(A, Z) c^2 \quad (2.3)$$

$$\Delta(A, Z) = Z m_p + (A - Z) m_n - m_N(A, Z), \quad (2.4)$$

где $\Delta(A, Z)$ называют дефектом массы^I.

^I В литературе представлено и другое определение дефекта массы:

$$\delta = \frac{m_0}{m_0} - A \quad (\text{см. § 1})$$

Связанная стабильная система должна иметь положительное значение $B(A, Z)$. По формуле (2.3) получим положительную величину $\Delta(A, Z)$. Из формулы (2.4) следует выполнение выражения (2.1). Таким образом результат (2.1) получил обоснование из теории относительности.

Часто вместо энергии связи ядра вводят удельную энергию связи ядра - энергию связи, рассчитанную на один нуклон:

$$f(A, Z) = \frac{B(A, Z)}{A} \quad (2.5)$$

Опыт показывает, что величина $f(A, Z)$ в основном зависит только от массового числа. Обозначим эту зависимость $f(A)$ (рис. 2). Связь от Z очень слаба. Из § I известно, что Z - число протонов. Следовательно, в структуре ядра электростатические силы имеют второстепенное значение. Структура ядра определяется специфическими силами, в которых участвуют и протоны, и нейтроны. Эти силы называют ядерными.

В случае малых значений A ($A \leq 20$) f изменяется нерегулярно, потом f растёт до $A \approx 50$ и остаётся в промежутке $50 \leq A \leq 150$ постоянной ($\approx 8,5$ МэВ), затем медленно убывает, достигая при $A \approx 240$ значения 7,4 МэВ. (см. рис. 2). Такая зависимость имеет большое прикладное значение.

В качестве первого примера рассмотрим процесс, в результате которого из самых тяжёлых ядер образуется два ядра с массовыми числами порядка 100. Такой процесс принято называть делением ядра. Из рис. 2 видно, что у исходного ядра f меньше, чем у продуктов деления. Так как процесс идёт в сторону увеличения удельной энергии связи f , то при делении выделяется энергия. Это явление широко используют в ядерных реакторах.

В качестве другого примера рассмотрим процесс, где из самых лёгких ядер образуются новые ядра. Это называется синтезом ядер. Продукты синтеза имеют большее массовое число, чем в исходных

ядрах, а также большую удельную энергию связи ϵ . При процессе синтеза выделяется энергия. Для протекания процессов синтеза надо иметь высокие температуры $\sim 10^6$ К. По этой причине процесс синтеза лёгких ядер называется термоядерной реакцией. В настоящее время термоядерная реакция получена в неуправляемой форме в водородной бомбе. Идут исследования для управления этого процесса¹.

Из рис. 2 видим, что энергия связи ядра в первом приближении пропорциональна числу нуклонов в ядре. Это свойство указывает на сходство² ядра и капли жидкости и служит основой для капельной модели ядра (§ 9).

Связь отдельной частицы с ядром характеризуется энергией отделения её от ядра. Рассмотрим процесс



где X , Y - ядра; a - частица.

Энергия отделения частицы a из ядра X . $S_a(X)$ - это энергия, которую надо сообщить покоящемуся ядру X , чтобы получить на бесконечно большом расстоянии друг от друга покоящееся ядро Y и частицу a . В соответствии с законом сохранения энергии находим

$$m_X c^2 + S_a(X) = (m_Y + m_a) c^2, \quad (2.7)$$

где m_X , m_Y - массы покоя ядер, m_a - масса покоя частицы.

Из (2.7) находим

$$S_a(X) = (m_Y + m_a - m_X) c^2 \quad (2.8)$$

В качестве примера вычислим энергию удаления нейтрона из ядра. В выражении (2.6) и (2.7) заметим $a = n$, $X = {}_Z^A(\quad)$ и $Y = {}_Z^{A-1}(\quad)$. Так получим

¹ См. Петросьяни А.М. "Атомная наука и промышленность" 1984.

² Вспомним, что добавка каждой молекулы в каплю жидкости увеличивает энергию связи капли на ту же самую величину.

$$s_n \left[\frac{A}{z} \right] = [m_N(A-1, Z) + m_n - m_N(A, Z)]c^2 \quad (2.9)$$

В полученном выражении заменим массы ядер через энергии связи с помощью (2.3) и (2.4)

$$s_n \left[\frac{A}{z} \right] = B(A, Z) - B(A-1, Z) \quad (2.10)$$

В дальнейшем перейдем с помощью (2.5) от величин B на значение f :

$$s_n \left[\frac{A}{z} \right] = f(A, Z) + (A-1)[f(A, Z) - f(A-1, Z)] \quad (2.11)$$

В формуле (2.11) выступающую разность параметров f можно приближенно преобразовать следующим образом:

$$f(A, Z) - f(A-1, Z) \approx \frac{df}{dA} \Delta A = \frac{df}{dA} \quad (2.12)$$

так как $\Delta A = 1$. Подставив (2.12) в формулу (2.11), окончательно находим:

$$s_n \left[\frac{A}{z} \right] \approx f(A) - (A-1) \frac{df}{dA} \quad (2.13)$$

Рассмотрим выводы из (2.13). В случае ядер среднего веса $df/dA = 0$ (см. рис. 2), энергия удаления нейтрона из ядра равна удельной энергии связи ядра. В случае тяжёлых ядер $df/dA < 0$ энергия удаления нейтрона меньше, чем удельная энергия связи ядра. Для лёгких ядер аналогичного вывода сделать невозможно, так как f - немонотонная функция массового числа.

Для сравнения представим энергию удаления α -частицы ($\alpha = {}^4_2\text{He}$) из ядра. Энергию отделения частицы найдём из (2.8):

$$s_\alpha \left[\frac{A}{z} \right] = [m_N(A-4, Z-2) + m_\alpha - m_N(A, Z)]c^2 \quad (2.14)$$

После преобразования (2.14) получим:

$$s_\alpha \left[\frac{A}{z} \right] \approx 4f(A) + 4(A-4) \frac{df}{dA} - B_\alpha \quad (2.15)$$

где $B_\alpha = B(4, 2)$ - энергия связи α -частицы, то есть рабо-

та, которую надо затратить, чтобы разделить α -частицу на два протона и два нейтрона, находящиеся на бесконечном расстоянии друг от друга. Используя значение массы α -частицы, можно с помощью формул (2.3) и (2.4) найти $B_\alpha = 28,23$ МэВ.

Сравним (2.13) и (2.15) в случае тяжёлых ядер, где $f \approx 7,5$ МэВ и $d/dA < 0$. Отсюда $4f - B_\alpha \approx 2$ МэВ. Энергия удаления α -частицы в случае тяжёлых ядер значительно меньше энергии удаления нейтрона. Оказывается, что при особо тяжёлых ядрах $S_\alpha < 0$. Следовательно, без внешнего взаимодействия ядро самопроизвольно испускает α -частицу. Такой процесс принято называть α -распадом.

Рассуждения из (2.6) можно обобщить на случай, если из ядра выделяется группа частиц, т.е. изучается процесс

$$X \rightarrow Y + a_1 + a_2 + \dots + a_n. \quad (2.16)$$

Энергия отделения группы частиц a_1, a_2, \dots, a_n из ядра X
 $S_{a_1, a_2, \dots, a_n}(X)$ - это энергия, которую надо сообщить покоящемуся ядру X , чтобы получить на бесконечно большом расстоянии ядро Y и частицы a_1, a_2, \dots, a_n . По закону сохранения энергии:

$$m_X c^2 + S_{a_1, a_2, \dots, a_n}(X) = m_Y c^2 + \sum_{j=1}^n m_{a_j} c^2, \quad (2.17)$$

где m_{a_j} - массы покоя соответствующих частиц.

Из (2.17) находим:

$$S_{a_1, a_2, \dots, a_n}(X) = [m_Y - m_X + \sum_{j=1}^n m_{a_j}] c^2. \quad (2.18)$$

Подробнее изучим пример процесса (2.16) в главе "Радиоактивность" при рассмотрении β -распада.

§ 3. Открытие спина ядра.

В атомной физике изучили тонкую структуру атомных спектров (РП III 11). Напомним, что тонкая структура обусловлена спин-орбитальным взаимодействием. Энергия взаимодействия подчиняется закономерности $\Delta E' = K' (\vec{L} \vec{S})$, (3.1) где \vec{L} , \vec{S} - орбитальный и спиновый моменты импульса электронной оболочки, K' - коэффициент пропорциональности (фактор мультиплетного расщепления). В курсе атомной физике мы оценили порядок

$$|K'| \sim \frac{\mu_0 \mu_B^2}{a_0^3}, \quad (3.2)$$

где μ_B - магнетон Бора

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e}. \quad (3.3)$$

Здесь в свою очередь e - элементарный заряд, m_e - масса покоя электрона, a_0 - радиус Бора, μ_0 - магнитная постоянная в СИ.

В 1928 году советские физики Теренин и Добрецов обнаружили, что линии тонкой структуры атомных спектров расщепятся. Такое явление называется сверхтонкой структурой атомных спектров. Для объяснения сверхтонкой структуры атомных спектров предполагали, что ядро имеет момент импульса аналогично электронной оболочке. Момент импульса ядра стали называть спином ядра.

Применим для спина ядра I основные положения квантово-механической теории момента импульса. Введём спиновое квантовое число ядра I , определяющее абсолютную величину момента импульса ядра. Тогда

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}. \quad (3.4)$$

Теперь ядро имеет спин как момент импульса, Аналогично

электронной оболочке предположим, что с этим моментом импульса связан так же магнитный момент. Допустим, что сверхтонкая структура обусловлена взаимодействием магнитных моментов электронной оболочки и ядра. Энергия взаимодействия для сверхтонкой структуры выражается аналогично формуле (3.1)

$$\Delta E = k \left(\vec{I} \vec{J} \right), \quad (3.5)$$

где \vec{J} - полный момент импульса электронной оболочки.

Оценим порядок величины k . Для этого вспомним, как в курсе атомной физики была получена оценка типа (3.2). Здесь надо учесть магнитные моменты, связанные с орбитальным и спиновым моментами импульса. Порядок для обеих этих величин составляет μ_B . По формуле электродинамики надо взять произведение этих моментов и делить на куб расстояния и прибавить множитель μ_0 в СИ. Характерный масштаб расстояний в электронной оболочке составляет a_0 .

Магнитный момент, который связан с \vec{J} , имеет электронную природу и порядок составляет μ_B . Рассмотрим характер магнитного момента, связанный с \vec{I} . Грубо можно положить, что протоны в ядре играют такую же роль, как электроны в электронной оболочке. Возникает естественное обобщение магнетона Бора (РП III 1). Здесь надо массу электрона заметить на массу протона. Полученная величина называется ядерным магнетонам:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}, \quad (3.6)$$

численно $\mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{Дж}}{\text{Т}}$.

В формулу (3.6) входят универсальные постоянные. μ_N является естественной единицей магнитного момента ядерной природы.

При сверхтонкой структуре учтём взаимодействие магнитного момента с порядком \vec{J}_B , который связан с \vec{J} и магнитного момента с порядком μ_N , связанный с \vec{I} . Энергия взаимодейст-

вия пропорциональна произведению $\mu_B \mu_N$, делённое на куб характерного расстояния (это порядок расстояния электрона от ядра - радиус Бора α_0). Так по аналогии с (3.2) получим

$$|K''| \sim \frac{\mu_B \mu_N \mu_B}{\alpha_0^3}. \quad (3.7)$$

Сравним между собой $\Delta E'$ и $\Delta E''$. Оценки для K' и K'' имеем. Сравним скалярные произведения. По атомной физике, для оценки $\vec{I} \vec{S}$ введём $\vec{J} = \vec{I} + \vec{S}$. Помножим это векторное выражение скалярно на само себя. Получим

$$\vec{I} \vec{S} = \frac{1}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)], \quad (3.8)$$

где L , S , J - орбитальное, спиновое и внутреннее квантовые числа электронной оболочки. Аналогично введём \vec{F} - полный момент импульса атома

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}. \quad (3.9)$$

Согласно свойству момента импульса можно ввести квантовое число F , так что

$$|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)}.$$

Квантовое число F специального названия не имеет.

Проведём аналогичные вычисления, описанные выше. Получим

$$\vec{I} \vec{J} = \frac{1}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]. \quad (3.10)$$

Для сравнения величин $\Delta E'$ и $\Delta E''$ надо разделить K' и K'' , а также квадратные скобки из (3.8) и (3.10). Эти скобки содержат квантовые числа и имеют порядок единицы. Следовательно по формулам (3.2), (3.3), (3.5) и (3.6) получим

$$\left| \frac{\Delta E''}{\Delta E'} \right| \sim \left| \frac{K''}{K'} \right| \sim \frac{\mu_N}{\mu_B} = \frac{m_e}{m_p} \sim 10^{-3} \quad (3.11)$$

Мы доказали, что $|\Delta E''| < |\Delta E'|$. Предложенная модель спина ядра может объяснить сверхтонкую структуру атомных спектров.

Для практических целей напомним из атомной физики оценку $\mu_0 \mu_B^2 / \alpha_0^3 \sim \alpha^2 R h c$, где $\alpha = \frac{I}{137}$ - постоянная тонкой структуры, R - постоянная Ридберга, h - постоянная Планка и c - скорость света в вакууме. На основе формулы (3.8) имеем $|\Delta E'| \sim \alpha^2 R h c$, а по формуле (3.11):

$$|\Delta E''| \sim \frac{m_e}{m_p} \alpha^2 R h c. \quad (3.12)$$

До учёта спин-орбитального взаимодействия порядок энергии был $\sim R h c$, это соответствует чисто электростатическому взаимодействию. Порядок энергии при спин-орбитальном взаимодействии (тонкая структура) $\sim \alpha^2 R h c$ и при сверхтонкой структуре $\sim (m_e/m_p) \alpha^2 R h c$.

Для регистрации тонкой структуры надо иметь прибор, обнаруживающий разделение линий спектра при $\Delta \lambda \sim 0,1 \text{ \AA}$. По формуле (3.12) при наблюдении сверхтонкой структуры надо иметь спектральный прибор, позволяющий различать $\Delta \lambda \sim 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ \AA} \sim 10^{-4} \text{ \AA}$.

§ 4. Свойства спина ядра.

Изложим результаты, полученные для спинов ядер, исходя из изучения сверхтонкой структуры атомных спектров. Напомним из атомной физики, что при учете тонкой структуре энергия атома зависит от квантовых чисел L , S , J . В качестве примера изобразим на рис. 3 два уровня. Предполагается, что правила отбора выполняются. В правой части рисунка 3 учитываем энергию сверхтонкого расщепления, вычисленную по формуле (3.10). Причём величина J связана с состоянием электронной оболочки, а I - с состоянием ядра. Вычислим, сколько значений принимает F . Опираемся на схему (3.9) и общее квантовомеханическое правило сложения моментов импульса.

$$F = |I - J|, |I - J| + 1, \dots, |I + J| - 1, |I + J|. \quad (4.1)$$

Вышележащий уровень в правой части рис. 3 расщепляется на столько составляющих сверхтонкой структуры, сколько значений имеет квантовое число F_u , вычисленное по формуле (4.1). Аналогично нижележащий уровень расщепляется на определенное количество составляющих, сколько значений имеет квантовое число F_l .

Сверхтонкую структуру изображают как переходы, в правой части рис. 3. Учитываем правило отбора

$$\Delta F = 0, \pm 1. \quad (4.2)$$

Запрещены $0 - 0$ - переходы, то есть переходы из $F_u = 0$ в $F_l = 0$. Это правило отбора аналогично правила отбора для J , известной из курса атомной физики.

Такова идея изучения сверхтонкой структуры. Если на этой основе проанализированы результаты измерений, то с помощью выражений (4.1) и (4.2) из эксперимента можно найти спиновые квантовые числа ядер.

Резюме: изучение сверхтонкой структуры атомных спектров позволяет найти спиновые квантовые числа ядер.

Фундаментальное значение имеет изучение сверхтонкой структуры атомного спектра водорода, точнее изотопа ^1_1H . Это означает измерение спинового квантового числа протона. Результат опытов заключается в том, что спинное квантовое число протона $s_p = \frac{1}{2}$, то есть протон является фермионом.

Изучим на рис. 4 сверхтонкую структуру основного уровня атома водорода. Электронная конфигурация в основном состоянии $(1s)^1$. Имеем $L = 0$, $S = \frac{1}{2}$, $J = \frac{1}{2}$ (в спектроскопических обозначениях уровень $^2S_{\frac{1}{2}}$). Учитывая взаимодействия магнитного момента электрона и протона, возникает сверхтонкая структура. Сверхтонкая структура имеет столько составляющих, сколько значений имеет квантовое число F . Так как $J = \frac{1}{2}$, $I = s_p = \frac{1}{2}$, то по (41) $F = 1$, т.е. возникают два компонента сверхтонкой структуры.

Рассмотрим непосредственный переход между этими уровнями сверхтонкой структуры. Из § 3 известно, что расстояние между уровнями сверхтонкой структуры $\sim (m_e/m_p) \alpha^2 R h c$, а с другой стороны $h\nu = hc/\lambda$. Так

$$\frac{m_e}{m_p} \alpha^2 R h c \sim \frac{h c}{\lambda}$$

Отсюда

$$\lambda \sim \frac{m_p}{m_e \alpha^2 R} \sim 1 \text{ м}$$

Следовательно переход между уровнями сверхтонкой структуры лежит в радиочастотной области. Здесь приведена грубая оценка, точнее $\lambda = 21 \text{ см}$.

Можно ли наблюдать этот переход? Данный переход совершается при одинаковой электронной конфигурации $(1s)^1$. Правило отбора для чётности не соблюдается. Значит, такой переход не может быть дипольным, но может быть квадрупольным. Квадрупольные переходы маловероятны, и практически их можно наблюдать только тогда, когда плотность вещества мала. Это переход является важным для астрофи-

зики, где встречаются малые плотности вещества. Астрофизические исследования показали, что звёзды состоят в основном из водорода. Радиоизлучение при $\lambda = 21 \text{ см}$ наблюдаемо. Такое радиоизлучение называется космическим радиоизлучением.

Каково спиновое квантовое число нейтрона s_n ? Вопрос сложен, так как нет ядер, которые состоят только из нейтронов. Ответ ищем косвенным путём. Важным явилось изучение атомного спектра тяжелого водорода, где ядром является дейтрон. Согласно протонно-нейтронной модели, дейтрон состоит из одного протона и одного нейтрона. В результате эксперимента при изучении атомного спектра тяжелого нашли, что $I = 1$. Зная $s_p = \frac{1}{2}$, постараемся установить s_n . Так как дейтрон не элементарная частица, то надо учесть орбитальное движение как протона так и нейтрона. Момент импульса дейтрона фактически получается из четырёх слагаемых: от спинowego и орбитального моментов протона (квантовые числа s_p, l_p) и от спинowego и орбитального моментов нейтрона (s_n, l_n). Естественно допустить, что в основном состоянии $l_p = l_n = 0$. Следовательно $I = 1$ получается от $s_p = \frac{1}{2}$ и от искомого s_n . Используем правило сложения моментов импульса:

$$I = s_n \pm \frac{1}{2}$$

Рассмотрим простейшие допущения. Пусть $s_n = \frac{1}{2}$, тогда $I = 0, 1$. Одно из этих значений такое, которое найдено из эксперимента. При $s_n = \frac{3}{2}$ получается аналогичный результат $I = 1, 2$. При $s_n \approx \frac{5}{2}$ уже $I \approx 2$. Остаётся выбрать между $s_n = \frac{1}{2}$ и $s_n = \frac{3}{2}$. Так как протон и нейтрон — основные частицы ядра, то из соображений симметрии, берём $s_n = \frac{1}{2}$. Все дальнейшие эксперименты подтвердили этот результат. Нейтрон является фермионом, как и протон.

Сравним электронно-протонную и протонно-нейтронную модели ядра на примере дейтрона. Так как у дейтрона $Z=1$ и $A=2$, то на основе электронно-протонной модели (§ I) он состоялся бы из двух протонов и одного электрона. Протон и электрон имеют спиновые квантовые числа $s_p = 1/2$ и $s_e = 1/2$ соответственно. При сложении моментов трех частиц с спиновым квантовым числом $1/2$, квантомеханическое правило дает для ядра полуцелое I . Это противоречит экспериментальному факту, что $I=1$.

Аналогично выше изложенному можно изучить спиновые квантовые числа остальных ядер. Чтобы привести результаты в сокращенной форме, введем следующую символику.

Число протонов	Число нейтронов	Название ядра	Сокращение	
			русское	международное
чётное	чётное	чётно-чётное	чч	gg
чётное	нечётное	чётно-нечётное	чн	gn
нечётное	нечётное	нечётно-нечётное	нн	nn
нечётное	чётное	нечётно-чётное	нч	ng

Иногда вместо терминов "четно-нечетное" и "нечетно-четное" ядро используется только один термин "четно-нечетное" ядро с более широким содержанием: он используется для обозначения ядер, у которых одно из чисел протонов или нейтронов четное, другое - нечетное.

Для получения спина ядра \vec{I} надо складывать спиновые и орбитальные моменты импульсов нуклонов. Термин спин является в некотором смысле неудачным, так как сюда входят и орбитальные моменты нуклонов.

Путем использования квантомеханического правила сложения моментов импульса получим вывод: если имеем чч-ядро, то I - целое, если чн-ядро, то I - полуцелое, если нн-ядро, то I - целое, если нч-ядро, то I - полуцелое. Важным является здесь массовое число A . Если имеем чч- и нн-ядра, то A - чётное и I - целое, а если чн- и нч-ядра, то A - нечётное и I - полуцелое. Все ядра с чётным массовым числом являются бозон

нами, все с нечётным массовым числом - фермионами. Эти результаты были подтверждены на эксперименте.

Эксперимент показал, что все чч-ядра имеют $I = 0$; все нн-ядра имеют целое I , но $I \leq 7$; все чн- и нч-ядра имеют полуцелое I и $I \leq 9/2$.

Такое тяжелое ядро как, напр., уран ${}_{92}^{238}\text{U}$, имеет большое количество нуклонов и $I = 0$. Возникает тенденция компенсации моментов импульсов нуклонов в ядре. Если бы такой компенсации не было, то с учетом свойства $S_p = S_n = \frac{1}{2}$ получился порядок величины $I \sim A/2$, где A - число нуклонов в ядре. Следовательно, для тяжелых ядер ($A \sim 240$) должно быть $I \sim 120$. Это противоречит эксперименту, так как максимальное значение $I = 7$.

§ 5. Магнитный момент ядра.

В § 3 мы ввели новую квантовую единицу ядерный магнетон

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} \quad (3.6)$$

Сначала подробнее изучим магнитные моменты отдельных нуклонов, а после этого ядра. Рассмотрим сперва магнитный момент протона. Напомним из атомной физики орбитальный магнитный момент электрона

$$\vec{\mu}_{l_e} = -\mu_B \vec{l}_e,$$

где μ_B - магнетон Бора, \vec{l}_e - орбитальный момент импульса электрона. Обозначим орбитальный магнитный момент для протона через $\vec{\mu}_{l_p}$. Тогда по аналогии с орбитальным магнитным моментом электрона получим

$$\vec{\mu}_{l_p} = \mu_N \vec{l}_p \quad (5.1)$$

Надо лишь иметь в виду, что протон - положительно заряженная частица, и в отличие от электрона эти орбитальные моменты направлены в одну и ту же сторону.

Спиновый магнитный момент электрона

$$\vec{\mu}_{s_e} = -2\mu_B \vec{s}_e,$$

где \vec{s}_e - спиновый момент импульса электрона. Обозначим через $\vec{\mu}_{s_p}$ спиновый магнитный момент протона. Аналогично $\vec{\mu}_{s_e}$ имеем:

$$\vec{\mu}_{s_p} = g_p \mu_N \vec{s}_p, \quad (5.2)$$

где \vec{s}_p - спиновый момент импульса протона, а g_p - безразмерная величина, называемая спиновым гиромагнитным множителем протона. Имея в виду аналогию с вектором $\vec{\mu}_{s_e}$, в начале предполагали, что $g_p \approx 2$, однако опыт не подтвердил этого результата. Для экспериментального изучения спинового магнитного момента протона использовали опыт типа Штерна-Герлаха (ПП Ш5). Применяют не-

однородное магнитное поле. Для измерения спинового магнитного момента протона целесообразно использовать молекулярный водород. Молекулярный водород избрали объектом исследования, потому что в основном состоянии спины электронов направлены противоположно друг другу и орбитальный момент импульса каждого электрона равен нулю. В молекулярном водороде электроны не создают магнитного момента. Следовательно, магнитный момент молекулярного водорода может быть вызван от магнитных моментов протонов или от вращения молекулы как целой. Для уменьшения эффекта вращения молекулы опыт произвели при низкой температуре. После проведения анализа опыта выяснилось, что $g_p = 5,58$, который не явился ожидаемым результатом. Из этого ясно, что электромагнитное взаимодействие у протона в ядре протекает каким-то другим путём, по сравнению с взаимодействием электрона в электронной оболочке.

Рассмотрим магнитный момент нейтрона. Поскольку орбитальный момент имеет классический аналог, то из факта, что нейтрон не имеет электрического заряда, следует $\vec{\mu}_{en} = 0$. В конечном счёте оказалось, что нейтрон всё же имеет спиновый магнитный момент

$$\vec{\mu}_{sn} = g_n \mu_N \vec{s}_n, \quad (5.3)$$

где \vec{s}_n - спиновый момент импульса нейтрона, а g_n - спиновый гиромагнитный множитель нейтрона. Из эксперимента получено, что

$g_n = -3,82$, где знак минус означает, что магнитный момент нейтрона и спин направлены противоположно друг другу. Наличие магнитного момента у нейтрона было обнаружено в эксперименте при взаимодействии нейтронных пучков с ферромагнитными телами.

Если известны результаты (5.1), (5.2) и (5.3), то возникает проблема сложения магнитных моментов нуклонов в целях получения магнитного момента ядра. Проблема напоминает нахождение магнитного момента электронной оболочки атома (РП Ш9). Усложнение связано с тем, что уже для электронов спиновый и орбитальные моменты импульса соз-

дают магнитный момент с различной интенсивностью. Надо учитывать пренессию моментов импульса. В результате появляется эффективный магнитный момент $\vec{\mu}$, который направлен вдоль вектора \vec{J} , что является полным моментом импульса электронной оболочки:

$\vec{\mu} = -g\mu_B \vec{J}$, где g - множитель Ланде. В ядерной физике аналогом \vec{J} служит \vec{I} . Так получим магнитный момент ядра:

$$\vec{\mu} = g\mu_N \vec{I}, \quad (5.4)$$

где g - гиромагнитный множитель ядра. Это аналог множителя Ланде.

В настоящее время природа ядерных сил изучена недостаточно. В связи с тем нет возможности для теоретического нахождения. Эту величину получают из эксперимента. Исходя из формулы (5.4) и берём проекцию магнитного момента на ось z , получим

$$\mu_z = g\mu_N m_I, \quad (5.5)$$

где m_I - проекция вектора \vec{I} .

По свойству момента импульса имеем

$$m_I = -I, -I+1, \dots, I-1, I \quad (5.6)$$

В связи с формулой (5.5), в ядерной физике часто вводят скалярный магнитный момент ядра. Под этим термином подразумевают значение μ_z в том состоянии, где m_I приобретает максимальное значение. Скалярный магнитный момент обозначается $\mu = \mu_z |_{m_I = \max}$.

Подчеркиваем, что $\mu \neq |\vec{\mu}|$. Учитывая формулу (5.6), знаем, что $m_{I, \max} = I$. Получим

$$\mu = g\mu_N I. \quad (5.7)$$

Введённая величина μ может быть или отрицательной, равной нулю, или положительной. Это зависит от знака g . Напомним, из РП Ш 9, что для множителя Ланде $g > 0$, $g = 0$ или $g < 0$.

Рассмотрим также скалярные магнитные моменты отдельных нукло-

нов. Из формулы (5.1) образуем проекцию на ось Z :

$\mu_{pZ} = \mu_N m_{l_p}$, где m_{l_p} - проекция вектора \vec{l}_p и

$$m_{l_p} = -l_p, -l_p + 1, \dots, l_p - 1, l_p.$$

Скалярный магнитный момент протона (обозначение μ_{l_p}) определяем как значение μ_{pZ} в состоянии, где проекция m_{l_p} является максимальной. Так получим

$$\mu_{l_p} = \mu_N l_p. \quad (5.8)$$

Аналогично формуле (5.2) имеем $\mu_{s_{pZ}} = g_p \mu_N m_{s_p}$, где

m_{s_p} - проекция вектора \vec{s}_p и

$$m_{s_p} = -s_p, -s_p + 1, \dots, s_p - 1, s_p.$$

Так как $s_p = \frac{1}{2}$, то $m_{s_p} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$. Скалярный спиновый магнитный момент протона определяется как значение $\mu_{s_{pZ}}$ в состоянии, где m_{s_p} максимальна, (т.е. $m_{s_p} = \frac{1}{2}$). Так получим

$$\mu_{s_p} = \frac{1}{2} \mu_N g_p = 2,79 \mu_N. \quad (5.9)$$

Аналогично получим скалярный магнитный момент нейтрона

$$\mu_{s_n} = \frac{1}{2} \mu_N g_n = -1,91 \mu_N. \quad (5.10)$$

Пусть ядро находится во внешнем магнитном поле. Согласно электродинамике, ядро приобретает энергию $\Delta E = -\vec{\mu} \vec{B}$. Подставляем сюда $\vec{\mu}$ из (5.4), найдем $\Delta E = -g \mu_N (\vec{I} \vec{B})$, где $\vec{I} \vec{B} = |\vec{I}| |\vec{B}| \cos(\vec{I}, \vec{B})$. Величину $|\vec{I}| \cos(\vec{I}, \vec{B})$ можно рассмотреть как проекцию спина ядра на направление внешнего магнитного поля, т.е. $I \cos(\vec{I}, \vec{B}) = m_I$. Согласно свойствам момента импульса m_I приобретает дискретные значения по (5.6). Итак

$$\Delta E = -g \mu_N B m_I, \quad (5.11)$$

где $B = |\vec{B}|$.

Уровень энергии ядра в магнитном поле расщепляется. Число подуровней равно числу возможных значений поправки ΔE . По (5.6)

каждый уровень ядра в магнитном поле расщепляется на $2I + 1$ подуровней, которые по энергетической шкале находятся на равных расстояниях друг от друга. Найдём расстояние δE между соседними подуровнями.

$$\delta E = [\Delta E_{m_I+1} - \Delta E_{m_I}] = | -g\mu_N B | = 191 \mu_N B \quad (5.12)$$

Допустим, что кроме постоянного магнитного поля на ядро действует и электромагнитное поле с частотой ν . Фотон имеет энергию

$h\nu$. Если энергия фотона равна расстоянию между соседними подуровнями δE , то возникают вынужденные переходы (по РП I7).

В данном частном случае это явление называется ядерным магнитным резонансом (ЯМР). Учитывая (5.12), получим условие ЯМР в форме

$$h\nu = 191 \mu_N B \quad (5.13)$$

Подставляя сюда $191 \sim 1$ и $B \sim 0,1$ Тл, найдём $\nu \sim 10^6$ Гц. Таким образом в обычных лабораторных магнитах частота ЯМР находится в радиочастотной области. Поэтому данный метод исследования называется радиоспектроскопическим.

Напомним из РП III7), что вынужденные переходы могут быть двух типов: поглощение и вынужденные испускание. До попадания излучения в вещество предполагаем, что вещество находится в состоянии термодинамического равновесия. Существует распределение ядер по закону Больцмана, т.е. вышележащие уровни имеют меньшую населённость. Если имеется макроскопический кусок вещества, то в нем протекают процессы типа поглощения и испускания. С учётом распределения Больцмана преобладает поглощение, так как число ядер на нижнем уровне больше числа ядер на верхнем. Так вещество поглощает энергию от поля. Это регистрируется чувствительным ваттметром. В экспериментальной технике это получается так, что фиксируют индукцию магнитного поля и начинают изменять частоту радиоизлучения. В том случае, если ваттметр показывает изменение энергии поля, то выполняется условие ЯМР. Тем самым обнаруживаем из эксперимента величину

для (5.13). После этого из (5.13) можно найти $|g|$. Далее используют (5.7) в предположении, что при изучении сверхтонкой структуры известны спиновые квантовые числа I . Зная это, из формулы (5.7) можно найти $|\mu|$. Существуют специальные методы определения знака g . Следовательно, можно найти магнитные моменты μ , для которых составляют таблицы. Выяснилось, что все α -ядра имеют $\mu = 0$, а у остальных ядер $|\mu| < 7\mu_N$. Имеется доказательство в пользу протонно-нейтронной модели и против электронно-протонной модели ядра. Если имеем электронно-протонную модель и число электронов оказалось нечётным, то возникает один некомпенсированный спин электрона, с которым связан магнитный момент порядка μ_B . Так как протон имеет магнитный момент порядка μ_N , то для всего ядра магнитный момент составлял бы порядок μ_B , т.е. $\sim 10^3 \mu_N$, так как $\mu_N/\mu_B = m_e/m_p \sim 10^{-3}$. Эксперимент однако показал, что $|\mu| < 7\mu_N$.

Приведенные выше результаты эксперимента указывают на тенденцию компенсации магнитных моментов нуклонов. В § 4 получили тенденцию компенсации моментов импульса. Её можно получить в двух формах:

а) пусть у всех протонов моменты импульса направлены в одну сторону, и у нейтронов - тоже в одну сторону, но в противоположную относительно протонов ($\underbrace{\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow}_p \quad \underbrace{\downarrow\downarrow \dots \downarrow\downarrow}_n$); б) пусть у протонов существует попарно компенсация. Аналогично и для нейтронов ($\underbrace{\uparrow\downarrow \dots \uparrow\downarrow}_p \quad \underbrace{\downarrow\uparrow \dots \downarrow\uparrow}_n$).

Рассмотрим, как эти варианты отражаются в магнитных моментах. Напомним, что у протона гиромагнитный множитель $g_p > 0$ и у нейтрона: $g_n < 0$. В варианте а) имеем $\underbrace{\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow}_p \quad \underbrace{\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow}_n$, т.е. компенсацию не получим. Компенсацию магнитных моментов можно получить во варианте б) ($\underbrace{\uparrow\downarrow \dots \uparrow\downarrow}_p \quad \underbrace{\downarrow\uparrow \dots \downarrow\uparrow}_n$).

В итоге § 4 и § 5 получим, что в ядрах существует тенденция попарной компенсации моментов импульса как среди протонов, так и среди нейтронов.

§ 6. Электрический квадрупольный момент ядра.

Исходя из взаимодействия между магнитными моментами электронной оболочки и ядра некоторых случаях не удалось объяснить сверхтонкую структуру спектров (E_u , L_u и некоторые другие элементы). На это обстоятельство указывали в 1935 году Шулер и Шмидт. Для исключения противоречий предполагали, что кроме магнитного момента ядро имеет электрический момент, т.е. асимметричное распределение заряда.

Рассмотрим возникающее электрическое поле с точки зрения классической физики. За начало координат выбираем центр тяжести ядра, ось z направим вдоль вектора спина ядра. Вследствие вращения ядра вокруг оси z можно усреднённое по времени распределение заряда считать аксиально-симметричным. (См. рис. 5.)

Координаты точек, расположенные вне ядра, обозначим латинскими буквами (x, y, z), координаты точек, расположенные в ядре, - греческими буквами (ξ, η, ζ).

Предположим, что плотность электрического заряда в ядре $\rho(\xi, \eta, \zeta)$ - непрерывная функция координат (ξ, η, ζ). Найдём потенциал электрического поля, вызванное ядром, в точке P , которая находится далеко от ядра:

$$|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|. \quad (6.1)$$

В элементе объема, окружающего точку Q , находится заряд $\rho(\xi, \eta, \zeta) dV$, который вызывает в точке P потенциал.

$$d\varphi = \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta) dV}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (6.2)$$

Потенциал электрического поля φ , вызванный целым ядром в точке P , можно найти путём интегрирования (6.2) по всему объёму ядра:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta) dV}{R} \quad (6.3)$$

Расстояние между точками P и Q можно выразить по теореме косинусов:

$$R = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha} \quad (6.4)$$

При предположении (6.1) величину $1/R$ можно разложить в ряд по полиномам Лежандра:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^n P_n(\cos \alpha) \quad (6.5)$$

и ограничиваться первыми членами разложения

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} \left[1 + \frac{r'}{r} P_1(\cos \alpha) + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 P_2(\cos \alpha) + \dots \right] \quad (6.6)$$

С учетом в выражении (6.3) и (6.6), находим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \int \rho dV + \frac{1}{r^2} \int \rho r' P_1(\cos \alpha) dV + \frac{1}{r^3} \int \rho r'^2 P_2(\cos \alpha) dV + \dots \right] \quad (6.7)$$

Для упрощения предполагаем, что точка P находится на оси z . Тогда $\cos \alpha = \xi/r$ и, используя известное выражение полиномов Лежандра $P_1(x) = x$ и $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, находим из формулы (6.7)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \int \rho dV + \frac{1}{r^2} \int \rho \xi dV + \frac{1}{2r^3} \int (3\xi^2 - r'^2) dV + \dots \right] \quad (6.8)$$

Первый интеграл в выражении (6.8) - заряд ядра

$$\int \rho dV = Ze \quad (6.9)$$

где Z - число протонов в ядре и e - элементарный заряд.

Величину

$$\int \rho \xi dV = d \quad (6.10)$$

называют электрическим дипольным моментом ядра, величину

$$\int \rho (3\xi^2 - r^2) dV = q \quad (6.11)$$

- электрическим квадрупольным моментом ядра.

Вычислим дипольный и квадрупольный моменты ядра по следующему предположению: 1) плотность заряда постоянна $\rho = Ze/V$, где V - объём ядра, 2) ядро имеет вид эллипсоида вращения с полуосями a и b (пусть последняя измерена по оси z).

По этим предположениям из (6.10) очевидно $d = 0$, но из выражения (6.11) следует

$$q = \frac{Ze}{V} \left[\int (\xi^2 + \zeta^2) dV + \int (\xi^2 + \eta^2) dV - 2 \int (\xi^2 + \eta^2) dV \right]. \quad (6.12)$$

Интегралы в выражении (6.12) известны из теоретической механики. Это моменты инерции тела с единичной плотностью относительно оси, название которого соответствует отсутствующей координате в интеграле. Так имеем

$$q = \frac{Ze}{V} (I_x + I_y - 2I_z), \quad (6.13)$$

где I_x , I_y , I_z - моменты инерции относительно по осей x , y и z соответственно. В рассматриваемом случае эллипсоида вращения $I_x = I_y$ и выражение (6.13) упрощается:

$$q = \frac{2Ze}{V} (I_x - I_z) \quad (6.14)$$

После интегрирования находим

$$I_x = \frac{V}{5} (a^2 + b^2), \quad I_z = \frac{1}{5} V a^2. \quad (6.15)$$

Следовательно

$$q = \frac{2Ze}{5} (b^2 - a^2). \quad (6.16)$$

Из выражения (6.16) видим, что знак величины q зависит от формы ядра. Если ядро растянато по оси вращения, то $q > 0$, если сжато по тому же направлению оси, то $q < 0$. Для шарообразного ядра $q = 0$.

Квадрупольный момент имеет размерность произведения электрического заряда на площадь. Обычно при измерении квадрупольного момента электрический заряд выражают в единицах элементарного заряда. Поэтому единицей квадрупольного момента служит единица площади. Используется специальная единица, названная барном (б).

$$1\text{б} = 10^{-28} \text{ м}^2.$$

Полученные результаты дипольного и квадрупольного моментов рассмотрены по классической физике. Для сравнения представим результаты квантовомеханических вычислений: электрический дипольный момент ядра всегда равен нулю, а квадрупольный момент может отличаться от нуля только тогда, если спиновое квантовое число $I \geq 1$.

В заключение рассмотрим кратко вопрос о том, как квадрупольный момент ядра оказывает влияние на атомные спектры. Вспомним из электродинамики, что электростатическая энергия заряда Q' в поле с потенциалом φ равна $Q'\varphi$. В соответствии с формулами (6.8), (6.9) и (6.11), и результатом $\alpha = 0$, энергия U электрона с зарядом $(-e)$ в электрическом поле ядра выражается следующим образом:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[-\frac{Ze^2}{a} - \frac{q^2 e^2}{2a^3} \dots \right]. \quad (6.17)$$

В атомной физике обычно рассматривают ядро точечным, т.е. учитывают в разложении (6.17) только первый член. Второй член, который связан с квадрупольным моментом, позволяет точнее определять энергию электрона и объяснить сверхтонкую структуру атомных спектров.

§ 7. Радиус ядра.

Для определения радиусов ядер бомбардируемыми их α - частицами и протонами. Если α - частица или протон находится на значительном расстоянии от ядра, то рассеяние на ядрах соответствует формуле Резерфорда, которая выведена в предположении, что взаимодействие между ядром и падающей частицей подчиняется закону Кулона. На малых расстояниях от ядра возникают большие отклонения от формулы Резерфорда. К отталкивающей силе Кулона добавляется ещё сила притяжения. Откуда берутся силы притяжения? Из ранее известных типов сил притяжение можно получить от гравитационного взаимодействия.

Пусть f_c - сила Кулона и f_g - гравитационная сила взаимодействия ядра и падающего протона. По закону Кулона имеем :

$$f_c = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

а по закону всемирного тяготения:

$$f_g = \frac{\gamma m_p m_N}{r^2}$$

где γ - гравитационная постоянная, m_N - масса ядра, m_p - масса протона. Найдём отношение этих сил:

$$\frac{f_g}{f_c} = \frac{4\pi\epsilon_0 \gamma m_N m_p}{Ze^2} \approx \frac{4\pi\epsilon_0 \gamma A m_p^2}{Ze^2} \approx \frac{8\pi\epsilon_0 \gamma m_p^2}{e^2} \sim 10^{-38}$$

Сделали приближения: $m_N \approx A m_u \approx A m_p$, где A - массовое число и m_u - атомная единица массы; из (A, Z) - диаграммы считаем, что $A/Z \approx 2$.

Видим, что гравитационные силы никакого значения не имеют. Указанное выше притяжение связано с силами, свойства которых определяются самим ядром. Такие силы называют ядерными.

В этих опытах при взаимодействии с ядром у протона имеется по-

потенциальная энергия $U(r)$, где r - расстояние протона от центра ядра. Схематически функция $U(r)$ представлена на рис. 6. Если $r > \overline{r_E}$, то выполняется закон Кулона, который характеризуется гиперболой. На расстоянии $r < \overline{r_E}$ оказывают влияние ядерные силы, поэтому величину $\overline{r_E} = R$ называют радиусом ядра.

Из опытов по рассеиванию частиц, а также и других опытов (например, α -распад) найденные радиусы ядра R хорошо подчиняются следующей эмпирической формуле

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad (7.1)$$

где A - массовое число ядра и $r_0 = (1,4 - 1,5) \cdot 10^{-15}$ м. Учитывая такое значение постоянной r_0 , целесообразно взять для измерения радиусов ядер в качестве единицы длины 10^{-15} м, которая в СИ называется фемтометром (фм). Эта единица называется также ферми в честь итальянского физика Ферми.

Если учитывать формулу (7.1), то можно убедиться в том, что плотность ядерного вещества ρ в первом приближении не зависит от числа нуклонов:

$$\rho = \frac{m_N}{V} \approx \frac{3Am_u}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3m_u}{4\pi r_0^3}, \quad (7.2)$$

где m_N - масса ядра и V - объём ядра.

Имеем $\rho \sim 10^{18} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (плотность воды составляет $10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$). Плотность ядра огромна. Такая плотность наблюдается в микроскопическом линейном размере порядка $\sim 10^{-15}$ м. Астрономические наблюдения показали, что в макроскопическом масштабе такая плотность встречается в нейтронных звёздах.

Оценим теоретически порядок радиуса ядра. По приведённой на рис. 6 потенциальной кривой мы можем рассмотреть ядро в виде системы, где нуклоны заперты в потенциальной яме. Согласно квантовой

механики потенциальная яма должна вместить целое число длин волн де Бройля. Обозначив длину волны де Бройля буквой λ , можем грубо записать

$$R \sim \lambda. \quad (7.3)$$

Для λ используем известную из атомной физики формулу

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2Wm}} \quad (7.4)$$

где h - постоянная Планка и p , m , W соответственно импульс, масса и кинетическая энергия нуклона.

Из выражений (7.3) и (7.4) следует

$$R \sim \frac{h}{\sqrt{2Wm}} \quad (7.5)$$

Энергию нуклона в ядре можно приближенно считать равной удельной энергии связи ядра. По § 2 имеем $W \approx 8$ МэВ. Заменяя её значением в формуле (7.5), находим $R \sim 10^{-14}$ м, что действительно соответствует радиусам ядер, вычисленных по формуле (7.1).

Аналогичные соображения можно использовать для выяснения несостоятельности протонно-электронной модели ядра. До открытия нейтрона эта модель считалась вероятной. Основой для принятия этой модели является факт, что некоторые радиоактивные ядра испускают электроны.

При использовании формулы де Бройля для электронов необходимо учитывать релятивистскую связь между энергией E и импульсом p

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

где m_0 - масса покоя частицы. Отсюда следует

$$c^2 p^2 = (E + m_0 c^2)(E - m_0 c^2)$$

Тогда $E - m_0 c^2 = W$ - кинетическая энергия электрона и

$$c^2 p^2 = W(W + 2m_e c^2),$$

При предположении

$$W \gg 2m_e c^2 \quad (7.6)$$

получим

$$cp = W. \quad (7.7)$$

Исходя из формулы (7.7), можно для длины волны де Бройля λ записать

$$\lambda = \frac{hc}{W}. \quad (7.8)$$

Итак, в соответствии с протонно-электронной моделью можем найти для радиусов ядер простую формулу из выражений (7.2) и (7.8)

$$R \sim \frac{hc}{W}. \quad (7.9)$$

Подставив в формулу (7.8) найденный из экспериментов порядок радиусов $R \sim 10^{-14}$ м, находим, что в ядре электрон должен иметь кинетическую энергию ~ 100 МэВ^I. Этот результат не согласуется с тем, что энергия связи для одной частицы в ядре составляет ~ 8 МэВ.

С другой стороны, получили бы для R слишком большие значения, если подставили в формулу (7.9) экспериментально найденные значения ~ 8 МэВ.

Учитывая все соображения, заменили протонно-электронную модель протонно-нейтронной (§ I). То, что некоторые радиоактивные ядра испускают электроны, можно объяснить не учитывая протонно-электронную модель. Для этого случая целесообразно вспомнить из атомной

^I Полученный результат соответствует предположению (7.6), так как $2m_e c^2 \approx 1$ МэВ.

физики, что фотоны не входят в состав электронной оболочки атома. Они возникают при переходах атома с одного уровня энергии на другой за счёт энергии электромагнитного поля возбужденного атома. Аналогично можно предположить, что электроны возникают при β -распаде переходом нейтрона в протон, и рассматривать его как некоторый квантовый переход ядер.

§ 8. Ядерные силы.

Чтобы изучить свойства ядерных сил, надо исследовать взаимодействие нуклонов в парах: протон-протон ($p-p$), протон-нейтрон ($p-n$), нейтрон-нейтрон ($n-n$). Взаимодействия первых двух пар можно исследовать непосредственно. Для этого используется мишень, содержащая водород. Причём криогенная техника (низкие температуры) позволяет получить мишени, состоящие из твёрдого водорода, т.е. имеем совокупность протонов. Для взаимодействия этих двух первых пар мишени надо бомбардировать соответственно протонными и нейтронными пучками. Изучение пары нейтрон-нейтрон ($n-n$) является сложным, поскольку нет ядер, состоящих только из одних нейтронов, т.е. нет чисто нейтронных мишеней. Для изучения взаимодействия пары $n-n$ изучается взаимодействие $d-n$, где d - дейтрон, т.е. надо использовать дейтериевые мишени. Известно, что $d = p+n$, то информацию о взаимодействии $n-n$ можно получить из сравнения взаимодействий $p-n$ и $d-n$. То, что в $d-n$ имеется больше по сравнению с $p-n$, как раз соответствует взаимодействию $n-n$.

Путём этой методики не удалось полностью выяснить сущность ядерных сил. Например, для ядерных сил не знаем основного закона, как закон Кулона для электростатических сил. Приведём основные свойства ядерных сил.

1) Ядерные силы являются короткодействующими ($\sim 10^{-15}$ м). Однако, на этом расстоянии ядерные силы являются очень сильными, о чём свидетельствует масштаб энергии связи (по § 2 - энергия ядерных сил ~ 1 МэВ). В связи с короткодействующим характером ядерных сил, для описания используют формулу потенциальной энергии экспоненциального характера. Часто используется потенциал Юкавы:

$$U(r) = - \frac{U_0 e^{-\beta r}}{r}, \text{ где } \beta - \text{положительная}$$

постоянная. Знак минус перед U_0

указывает на то, что имеем в виду силы притяжения. Экспонента быстро уменьшается при возрастании r . Этим учитывается короткодействующий характер ядерных сил. В качестве радиуса ядерных сил берут величину $1/\beta$, так как на этом расстоянии экспоненциальная функция уменьшится в e раз.

2) Ядерные силы являются одинаковыми в парах: $p-p$, $p-n$, $n-n$. Это свойство называется зарядовой независимостью ядерных сил.

3) Ядерные силы обладают свойством насыщения. Это означает, что данный нуклон в основном взаимодействует только с самыми близкими нуклонами-соседями. Свойство насыщения отражается в том, что энергия связи ядра пропорциональна числу нуклонов A , т.е. $B \propto A$. Если такого насыщения не было, т.е. если каждый нуклон взаимодействовал со всеми остальными нуклонами, то энергия связи ядра была бы пропорциональна числу взаимодействующих пар нуклонов. Из A нуклонов можно составить $A(A-1)/2$ пар, при этом энергия связи $B \propto A(A-1)/2$. При $A \gg 1$ $B \propto A^2$, что противоречит экспериментальному факту: $B \propto A$.

4) Ядерные силы являются в основном центральными силами, т.е. их направление действия совпадает с прямой, соединяющей два нуклона. В некотором случае ядерные силы обладают тензорным характером, т.е. направление силы не совпадает с прямой, соединяющей два нуклона.

5) Ядерные силы зависят от ориентации спинов нуклонов. Из § 4 пример дейтрона, где $I=1$. Протон и нейтрон образуют связанную систему, если их спины направлены в одну и ту же сторону,

В связи с тем, что нет развитой теории ядерных сил, надо использовать различные модели ядер. Ниже мы изучаем две простейшие модели; капельная модель ядра (§ 9) и оболочечная модель ядра (§ 10).

§ 9. Капельная модель ядра.

Учитывая свойства насыщения ядерных сил и постоянства плотности ядерного вещества, увидим, что ядро подобно капле жидкости. Как известно, плотность вещества капли жидкости не зависит от составляющих её числа молекул. Энергия расщепления капли жидкости на молекулы пропорциональна числу молекул. Из такого сравнения получаем капельную модель ядра:

ядро \leftrightarrow капля ; нуклон \leftrightarrow молекула.

Исходя из капельной модели ядра, можно вывести полуэмпирическую формулу для вычисления энергии и массы ядра. Энергию ядра можно представить в виде суммы следующих слагаемых.

1) E_1 - сумма энергий покоя нуклонов, составляющих ядро.

$$E_1 = [Z m_p + (A - Z) m_n] c^2, \quad (9.1)$$

где m_p , m_n - массы покоя протона и нейтрона, c - скорость света в вакууме.

2) E_2 - член показывающий, что энергия связи ядра в первом приближении пропорциональна числу нуклонов, входящих в его состав

$$B \approx a_1 A; \quad (9.2)$$

где a_1 - положительная постоянная. При образовании ядра из нуклонов ядерные силы, как силы притяжения совершают работу, и при этом выделяется определённая энергия. Энергия ядра меньше суммы энергий покоя нуклонов. Поэтому $E_2 < 0$.

Слагаемые E_1 и E_2 являются главными слагаемыми в выражении для энергии ядра

$$E \approx E_1 + E_2. \quad (9.3)$$

Энергия связи ядра B выражается по (2.3) и (2.4) так

$$B = E_1 - E. \quad (9.4)$$

Сравнение формул (9.3) и (9.4) вместе с выражением (9.2) даёт

$$E_2 = - \alpha_2 A \quad (9.5)$$

Так как согласно § 7 E_2 пропорциональна объёму ядра, её называют объёмной энергией.

3) E_3 - поверхностная энергия. На нуклоны, находящиеся на поверхности ядра, ядерные силы влияют только изнутри, поэтому находящиеся на поверхности нуклоны связаны с ядром слабее, чем внутренние нуклоны. Следовательно, поверхностная энергия описывает эффект отталкивания. E_3 нужно считать положительной величиной. В соответствии с каплевой моделью ядра поверхностная энергия пропорциональна площади ядра S :

$$E_3 = \sigma S, \quad (9.6)$$

где постоянную σ называют коэффициентом поверхностного натяжения ядра. С помощью формулы (7.1) площадь ядра S можно представить в виде

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{\frac{2}{3}}$$

Подставив это результат в формулу (9.6), найдём

$$E_3 = \alpha_3 A^{\frac{2}{3}}, \quad (9.7)$$

где $\alpha_3 = 4\pi r_0^2 \sigma$.

4) E_4 - слагаемое, учитывающее эмпирический факт, что стабильность ядра увеличивается, если число нейтронов N приближается к числу протонов Z . Величину E_4 называют энергией симметрии. Нормируем её условием $E_4 = 0$, если $N = Z$. Если $N \neq Z$, то ядро менее стабильно, чем в случае $N = Z$. Поэтому при $N \neq Z$ должно выполняться $E_4 > 0$. Отсюда следует, что E_4 зависит только от чётных степеней разности $N - Z$. В первом приближении выберем $E_4 \sim (N - Z)^2$. Опыт показывает, что влияние члена E_4 уменьшается в случае тяжёлых ядер, поэтому E_4 считают обратно пропорциональным массо-

вому числу A . В итоге можно написать

$$E_4 = \frac{\alpha_4}{A} \left(\frac{A}{2} - Z \right)^2, \quad (9.8)$$

где α_4 - положительная постоянная.

5) E_5 - слагаемое, учитывающее электростатическое отталкивание протонов. Сокращенно называют E_5 электростатической энергией. Так как радиус действия электростатических сил велик, то каждый протон, находящийся в ядре, взаимодействует со другими, имеющимися в ядре, протонами. Поэтому энергия E_5 пропорциональна числу пар протонов $Z(Z-1)/2$, причём при больших значениях Z приблизительно имеем $Z^2/2$. Следовательно,

$E_5 \propto Z^2$. Кроме этого, исходя из закона Кулона E_5 обратно пропорционально радиусу ядра или, учитывая формулу (7.1), обратно пропорциональна $A^{\frac{1}{3}}$. В итоге E_5 выражается так:

$$E_5 = \frac{\alpha_5 Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}, \quad (9.9)$$

где α_5 - положительная постоянная. Детальный расчет показывает, что $\alpha_5 = 3e^2/20\pi\epsilon_0 r_0$, где e - элементарный заряд, r_0 - постоянная, имеющаяся в формуле (7.1).

В грубом приближении можно считать $Z \propto A$, поэтому

$E_5 \propto A^{\frac{5}{3}}$. Сравнение полученного выражения с выражением (9.5) показывает, что при тяжёлых ядрах E_5 растёт быстрее, чем $|E_1|$. Это обстоятельство указывает на нестабильность тяжёлых ядер.

6) E_6 - малый поправочный член, который учитывает различную стабильность чч -, чн -, нч -, nn - ядер при близких массовых числах. Величину E_6 называют энергией спаривания. Опыт показывает, что чч - ядра - самые стабильные, и nn - ядра самые нестабильные. нч - и чн - ядра имеют промежуточную стабильность. В связи с этим, энергию E_6 можно

представить в виде

$$E_c = \lambda (Z, A-Z) g(A) \quad , \quad (9.10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \lambda(4,4) &= -1 \\ \lambda(4,4) &= 1 \\ \lambda(n,4) &= \lambda(4,n) = 0 \end{aligned} \right\} (9.11)$$

Здесь 4 и n обозначают чётный и нечётный аргумент;

$g(A)$ - функция массового числа с положительными значениями, вид которой следует найти из сравнения с экспериментом. Оказалось, что совпадение даёт следующий выбор

$$g(A) = \frac{\alpha_6}{A^{\frac{1}{4}}} \quad , \quad (9.12)$$

где α_6 - положительная постоянная.

Учитывая слагаемые с E_1 по E_6 , энергию ядра $\frac{A}{Z}()$ можно представить в виде

$$E(A, Z) = [Z m_p + (A-Z) m_n] c^2 - \alpha_2 A + \alpha_3 A^{\frac{2}{3}} + \frac{\alpha_4}{A} \left(\frac{A}{2} - Z \right)^2 + \alpha_5 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + \lambda (Z, A-Z) \frac{\alpha_6}{A^{\frac{1}{4}}} \quad (9.13)$$

Сравнение с опытом позволило найти следующие значения постоянных:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 14,04 \text{ МэВ} \quad , \quad \alpha_3 = 15,0 \text{ МэВ} \\ \alpha_4 &= 89 \text{ МэВ} \quad , \quad \alpha_5 = 0,675 \text{ МэВ} \\ \alpha_6 &= 33,5 \text{ МэВ} . \end{aligned}$$

Используя известное соотношение Эйнштейна между массой и энергией, при помощи выражения (9.13) можно представить массу ядра

$$\frac{A}{Z}() \quad \text{в виде:}$$

$$m_N(A, Z) = Z m_p - (A - Z) m_n - b_1 A + b_2 A^{\frac{1}{3}} +$$

$$+ \frac{b_4}{A} \left(\frac{A}{2} - Z \right)^2 + \frac{b_5 Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + \lambda (Z, A - Z) \frac{b_6}{A^{\frac{1}{4}}}, \quad (9.14)$$

где

$$b_1 = 0,01507 \text{ м.э.}, \quad b_2 = 0,014 \text{ м.э.},$$

$$b_4 = 0,083 \text{ м.э.}, \quad b_5 = 0,000627 \text{ м.э.},$$

$$b_6 = 0,036 \text{ м.э.}$$

Формулы (9.13) и (9.14) называют полуэмпирическими формулами Вейцекера для нахождения массы и энергии ядра. Формула Вейцекера даёт достаточное совпадение с экспериментом для ядер, у которых $A > 15$. Для лёгких ядер совпадение отсутствует. Это объясняется тем, что лёгкие ядра имеют малый радиус. Поэтому данный нуклон находится во взаимодействии не только с соседним нуклоном, но и с всеми другими. Теперь не удивительно, что для лёгких ядер не выполняется одно из основных предположений формул (9.13) и (9.14), т.е. постоянства энергии связи ядра на нуклон. Для примера приведем энергию связи на нуклон для дейтрона $d = {}^2_1\text{H}$, тритона $t = {}^3_1\text{H}$ и α -частицы ${}^4_2\text{He}$: $f(2,1) = 1,1 \text{ МэВ}$, $f(3,1) = 2,78 \text{ МэВ}$ и $f(4,2) = 7,06 \text{ МэВ}$. То, что энергия связи дейтрона особенно мала, говорит о том, что в нем нейтрон и протон в течении сравнительно большого промежутка времени находятся на расстоянии друг от друга, превышающем радиус действия ядерных сил. Образно говоря: в дейтроне ядерные силы остаются частично неиспользованными.

§ 10. Оболочечная модель ядра.

На основе обильного эмпирического материала установили, что особую стабильность имеют ядра, в которых или число протонов, или число нейтронов составляет 2, 8, 20, 28, 50, 82 и число нейтронов 126. Эти числа называются магическими. Ядро, состоящее из магического числа протонов или нейтронов, называется магическим ядром. Ядро, в котором как и число протонов так и число нейтронов магические, называют дважды магическим ядром.

Существование магических чисел напоминают из атомной физики факт, что электронные оболочки атомов, имеющие определённое число электронов, являются особо стабильными (например, благородные газы). В атомах благородных газов заполнена электронная оболочка или подоболочка. Исходя из этого, предполагаем, что и ядро имеет оболочечную структуру такую, что ядра с полностью заполненными оболочками, являются особо стабильными.

Вспомним из курса атомной физики, (РП III 7), что оболочечная модель возникла вследствие двух предположений:

- 1) электроны подчиняются принципу Паули (РП II 6),
- 2) электроны имеют определённый орбитальный момент импульса, который характеризуется орбитальным квантовым числом ℓ (РП II 16).

Первое из этих предположений для ядер выполнено, так как нуклоны как частицы с полуцелым спиновым числом подчиняются принципу Паули. Второе условие строго не выполняется. Причина кроется в том, что в соответствии с квантовой механикой частице, движущейся в центральносимметричном поле, можно приписать определённый орбитальный момент импульса. Для электрона атома это условие выполнено, так как он движется в центральносимметричном электрическом поле ядра. В ядре нет такого центра. Поэтому нуклон в ядре рассматривают находящимся в определённом усреднённом поле ядерных сил, возникающее

под действием других нуклонов. Допускается, что такое усреднённое поле является центральносимметричным. В этом приближении каждому нуклону можно приписать определённый момент импульса. Для вывода I магических чисел оказалось нужным кроме описанного ввести по Гепперт-Мейер так называемую спинорбитальное взаимодействие: в усреднённом поле действующая на нуклон сила зависит от ориентации момента импульса \vec{l} и спина \vec{s} . В следствие спинорбитального взаимодействия нуклон получит дополнительную энергию $\Delta E \propto (\vec{l}\vec{s})$. Поэтому уровни энергии с фиксированным орбитальным квантовым числом расщепляются на два подуровня. Расщепление тем сильнее, чем больше орбитальное квантовое число. При больших орбитальных квантовых числах расщепление окажется столь сильным, что подуровни могут войти в состав различных оболочек.

Протоны и нейтроны заполняют оболочки отдельно, потому что усреднённое поле, в котором движется протон, в общем случае не совпадает с усреднённым полем, в котором нейтрон.

На рисунке 7 представлена схема уровней энергии протонов и нейтронов, которая даёт наилучшее совпадение с экспериментом. Орбитальное квантовое число находящегося на уровне нуклона дано в спектроскопических обозначениях 2 , внутреннее квантовое число или квантовое число полного момента импульса j обозначенное нижним индексом. Перед обозначением орбитального квантового числа пишется число, показывающее в которой раз данное значение l встречается. Если, напр., p - уровень встречается впервые, то это обозначается как $1p$, если во второй раз, то $2p$. Такая система обозначений отличается от системы, принятой в атомной спектроскопии. Там, напр., символ $1p$ не используется.

I Так как ядерные силы по происхождению неэлектрические, то магические числа в основном не совпадают с порядковыми номерами благородных газов в таблице Менделеева.

2 Вспомним из атомной физики схему (10 II 16):

l	0	1	2	3	4	5	6
спектроскопическое обозначение	s	p	d	f	g	h	i

Нуклоны заполняют уровни соответственно двум условиям: 1) минимальность энергии, 2) принцип Паули, по которому на данный уровень можно поместить не более $(2j + 1)$ нуклонов. В состав оболочки входят частицы, которые находятся на уровнях, мало отличающиеся друг от друга. На рисунке оболочки отделены друг от друга штриховой линией, порядковые номера оболочек обозначены римскими цифрами. Магические числа (окружены окружностью) по этой модели являются суммой чисел заполнения оболочек. Например, на первой оболочке помещается только один уровень $1d_{5/2}$, на котором могут находиться 2 нуклона, 2 и есть первое магическое число. Во второй оболочке 2 уровня: $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$, на которые можно поместить соответственно 2 и 4 нуклона, в итоге число заполнения второй оболочки есть: $2 + 4 = 6$. Если сложить числа заполнения первой и второй оболочек ($2 + 6 = 8$), то получим второе магическое число и т.д.

Для иллюстрации приведем масштабы энергии в оболочечной модели. Расстояния между уровнями в пределах конкретной оболочки составляют ~ 1 МэВ, расстояния между соседними оболочками равняются ~ 10 МэВ.

Представленная оболочечная модель даёт возможность определить значения спина ядра, если ввести следующее предположение: чётное число нуклонов того же вида располагается на уровне с определённым значением j так, что доля, которую они дают в спин, равна нулю. При помощи такого предположения можно вывести 2 правила.

1. У всех 44 -ядер спин равен нулю, потому что доли спина, вызываемые протонами и нейтронами, равны нулю. Это согласуется экспериментом (§ 4).

2. Спин I $n\pi$ (n -) ядра равен значению j последнего нечётного протона (нейтрона), так как вызываемая нейтронами (протонами) доля спина ядра равна нулю.

Невозможно дать аналогичное правило для определения спина $n\pi$ -ядра, которое показывало бы, каким образом ориентированы относительно друг друга моменты импульса последнего нечётного протона и последнего нечётного нейтрона.

В качестве примера использования правила 2 определим спин ядра

¹³³₅₅Сs. Это ядро состоит из 55 протонов и 78 нейтронов. По выше-изложенной причине участвовать в образовании спина ядра могут только протоны. 50 протонов образуют заполненные I - V оболочки, которые дают долю спина, равной нулю. Остальные 5 протонов находятся на уровне $1f_{7/2}$, где 4 протона дают долю спина равной нулю, а спин ядра равен значению $\frac{1}{2}$ последнего нечётного протона, т.е. $I = \frac{1}{2}$.

Для получения совпадения с опытом нужно правило 2 дополнить еще предположением, запрещающее существование больших спинов $I = \frac{11}{2}$ и $I = \frac{13}{2}$. Это дополнительное предположение требует, чтобы на уровне $1f_{7/2}$ или $1f_{5/2}$ располагалось только чётное число нуклонов. Поэтому доля для спина ядра, вызываемое нуклонами, располагавшимися на этих уровнях, равняется нулю и спины $I = \frac{11}{2}$ и $I = \frac{13}{2}$ не возникают. В качестве примера определим спин ядра ¹⁹⁵₇₈Pt. В этом ядре 78 протонов и 117 нейтронов. Из 117 нейтронов 82 образуют заполненные I - VI оболочки и произведённая ими доля спина ядра равна нулю. Далее в VII оболочку надо поместить остальные 35 нейтронов. По рисунку 6 VII оболочка состоит из следующих уровней: $2f_{7/2}$, $1h_{9/2}$, $2f_{5/2}$, $3p_{3/2}$, $1i_{11/2}$ и $3p_{1/2}$. На этих уровнях максимально могут располагаться 8, 10, 6, 4, 14 и 2 нейтрона соответственно. Исходя из требования минимальной энергии, заполним 28 нейтронами из 35 нейтронов уровни $2f_{7/2}$, $1h_{9/2}$, $2f_{5/2}$ и $3p_{3/2}$. Из остальных 7 нейтронов соответственно с дополнительным предположением можно разместить на уровень $1i_{11/2}$ только 6 нейтронов. Седьмой надо поместить на уровень $3p_{1/2}$, вследствие чего спин ядра ¹⁹⁵₇₈Pt $I = \frac{1}{2}$.

В заключение отметим, что оболочечная модель ядра в принципе противоречит с капальной моделью, так как нуклон оболочечной модели через усреднённое поле связан со всеми остальными нуклонами. Эти противоречия преодолены в обобщённой или коллективной модели ядра.

в которой использованы положительные свойства обоих вышеописанных моделей. В обобщённой модели предполагают, что нуклоны, расположенные вне заполненной оболочки, деформируют оболочечную структуру ядра. Такую деформацию описывают по капельной модели методами гидродинамики. При помощи обобщённой модели достигли хороших результатов в вычислениях возбуждённых энергетических уровней чч-ядер.

§ II. Примеры контрольных вопросов

1. Что такое нуклид? Как он обозначается?
2. Что больше, масса протона или нейтрона? В каких процессах это различие является существенным?
3. Какова связь между порядковым номером и массовым числом для легких стабильных ядер?
4. Нарисуйте в общих чертах график, изображающий зависимость удельной энергии связи ядра от массового числа. Какой вывод получается отсюда при делении тяжелых ядер?
5. Чем объясняется уменьшение удельной энергии связи ядра при переходе к тяжелым ядрам?
6. Что больше, удельная энергия связи дейтрона или α -частицы?
7. Как выражается энергия отделения протона через энергии связи начального и конечного ядер?
8. Выпишите формулу, позволяющую вычислить энергию отделения α -частицы из ядра. Какое толкование допускает случай, когда эта энергия является отрицательной?
9. В чем заключается два различных определения термина "дефект массы"?
10. По какой причине термин "спин ядра" не является удачным?
11. Что такое спиновое квантовое число ядра?
12. Чем обусловлена сверхтонкая структура атомных спектров?
13. Найти спиновое квантовое число ядра ^{59}Co , если уровень электронной оболочки $4F_{9/2}$ имеет 8 составляющих сверхтонкой структуры?
14. Пучок атомов ^7_3Li расщепляется в установке Штерна-Герлаха так что имеется 8 составляющих сверхтонкой структуры. Найти спиновое квантовое число ядра ^7_3Li ?
15. Может ли n_n -ядро иметь полуцелое спиновое квантовое число?

16. Эксперимент показывает, что спиновое квантовое число для всех ${}^{A}_{Z}X$ -ядер равняется нулю, а для остальных ядер составляет лишь несколько единиц. Что вытекает отсюда относительно ориентации моментов импульса нуклонов в ядре?
17. Спиновое квантовое число дейтрона $I = 1$. Используйте этот факт в целях отклонения электронно-протонной модели ядра.
18. Какие из приведенных ниже ядер имеют наибольшие спиновые квантовые числа: а) ${}^{2}_{1}H$ -ядра; б) ${}^{3}_{1}H$ -ядра; в) ${}^{4}_{2}He$ -ядра; г) ${}^{12}_{6}C$ -ядра?
19. Как возникает космическое радиоизлучение на длине волны 21 см ?
20. Допустим, что у одного и того же атома имеются два уровня тонкой структуры с различными значениями внутреннего квантового числа J . Какое квантовое число (J или I) можно определить по числу компонентов M сверхтонкого расщепления этих уровней в том случае, если числа компонентов для обоих уровней: а) одинаковы ($N_1 = N_2$); б) различны ($N_1 \neq N_2$)?
21. С помощью какой подстановки можно получить формулу ядерного магнетона из формулы магнетона Бора?
22. Что больше, магнетон Бора или ядерный магнетон? Что можно сказать относительно экспериментального изучения магнитных моментов ядер по сравнению с магнитными моментами электронных оболочек?
23. Как определяется скалярный магнитный момент ядра? Может ли эта величина быть отрицательной?
24. Рассмотрим частоты ЭПР и ЯМР при одинаковом значении магнитной индукции. Что больше?
25. На основе изучения магнитных моментов ядер приведите экспериментальные данные, показывающие, что электроны не могут войти в состав ядра.
26. Каков характер зависимости радиуса ядра от массового числа?
27. Как можно из теоретических соображений оценить радиус ядра, если известна удельная энергия связи?

28. Как зависела бы энергия связи ядра от массового числа в отсутствии насыщения ядерных сил?
29. В чем заключается различие между тензорными и центральными ядерными силами?
30. Объясните, почему в первом приближении средняя плотность ядерного вещества не зависит от числа нуклонов.
31. Приведите два основных экспериментальных факта, которые служат основной капельной модели ядра?
32. Выпишите согласно полуэмпирической формуле капельной модели ядра слагаемое, учитывающее поверхностную энергию ядра.
33. Выпишите согласно полуэмпирической формуле капельной модели слагаемое, учитывающее энергию электростатического отталкивания протонов.
34. В формуле для энергии ядра согласно капельной модели имеется слагаемое $\sim \left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 / A$. Какое обстоятельство учитывается с помощью этого слагаемого?
35. Можно ли капельную модель использовать для вычисления энергии связи α -частиц?
36. Используя капельную модель, выясните могут ли существовать ядра:
 - а) состоящие только из нейтронов;
 - б) состоящие только из протонов?
37. Допустим качественно, что нуклон притягивается к центру ядра сильнее, когда его спин направлен в ту же сторону, что и орбитальный момент. Каким (положительным или отрицательным) является коэффициент пропорциональности перед скалярным произведением спинового и орбитального моментов в выражении энергии спин-орбитального взаимодействия?
38. Каков характер ядерного спин-орбитального взаимодействия (т.е. как уровень зависит от внутреннего квантового числа при заданном орбитальном квантовом числе)?

39. Символ l_r не используется для описания электронных оболочек, однако используется для описания нуклонных оболочек. В чем заключается причина различия?
40. Сколько протонов могут максимально располагаться на уровне $1r_{\frac{1}{2}}$?
41. В чем заключается аналогия между магическими числами в ядерной физике и порядковыми номерами атомов благородных газов в атомной физике? Почему все-таки эти числа различаются?
42. Какая методика используется в оболочечной модели определения спинового квантового числа n_+ - и n_- -ядер?
43. Определите с помощью оболочечной модели спиновое квантовое число гелиона.

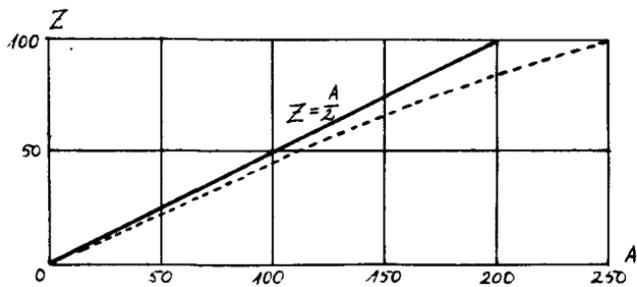


Рис. I

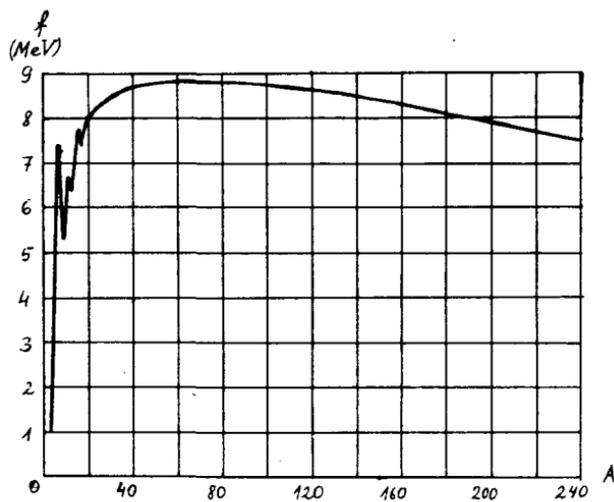


Рис. 2

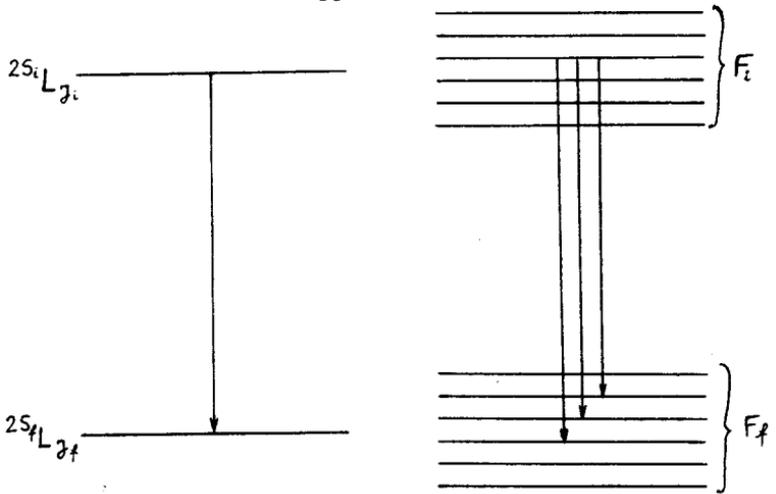


Рис. 3

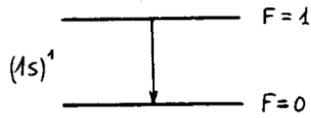


Рис. 4

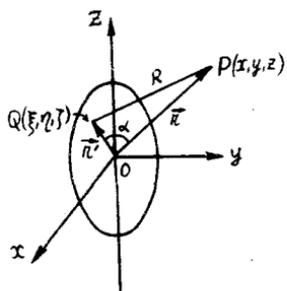


Рис. 5

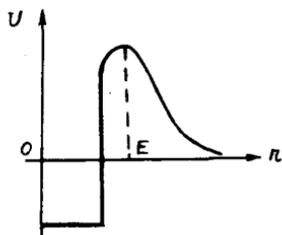


Рис. 6

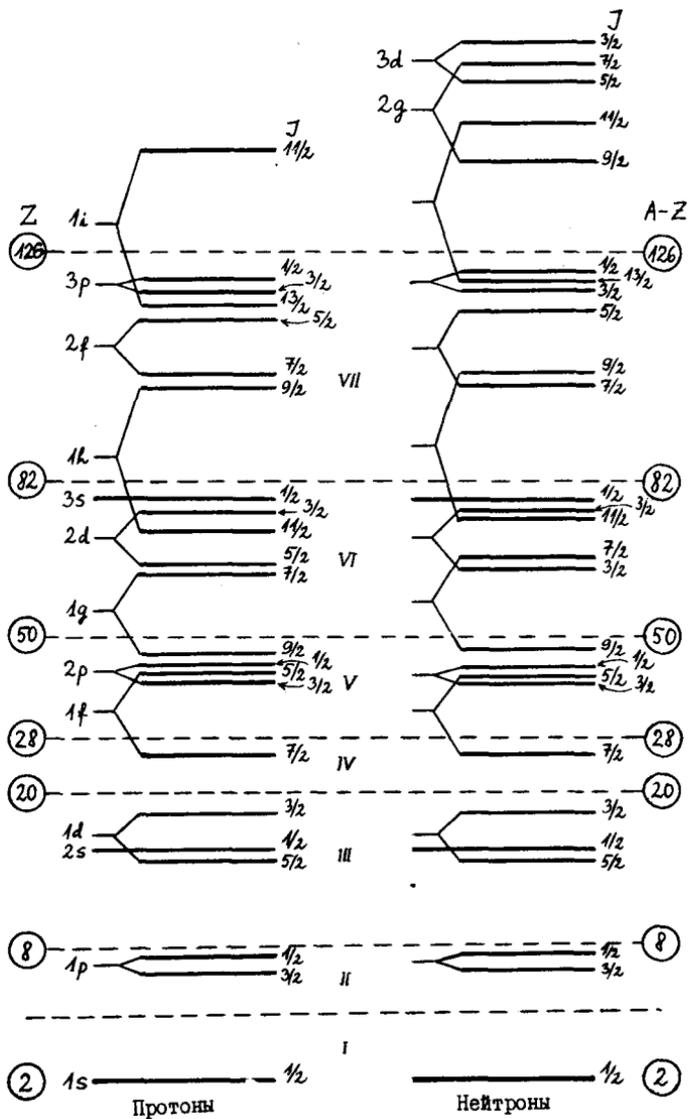


Рис. 7

Литература

1. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. 2-е изд. М. 1980
2. Наумов А.И. Физике атомного ядра и элементарных частиц. М. 1984
3. Широков Ю.М. Сборник задач по атомной и ядерной физике. 7-е изд. М. 1984
4. Петросьяни А.М. Атомная энергия в науке и промышленности. М. 1984
5. Методическое руководство по атомной физике/ Ю.Я.Лембра. Тарту, ТГУ, 1982

Содержание

§ I.	Введение. Основные понятия	3
§ 2.	Энергия связи ядра	8
§ 3.	Открытие спина ядра	13
§ 4.	Свойства спина ядра	17
§ 5.	Магнитный момент ядра	22
§ 6.	Электрический квадрупольный момент ядра	28
§ 7.	Радиус ядра	32
§ 8.	Ядерные силы	37
§ 9.	Капельная модель ядра	39
§ 10.	Оболочечная модель ядра	44
§ 11.	Примеры контрольных вопросов	49
	Рисунки	53
	Литература	57

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР.
Методическое руководство.
Составитель Бри Д е м б р а.
На русском языке.
Тартуский государственный университет,
ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Кинкобли, 18.
Ответственный редактор М. Дийгант.
Подписано к печати 28.12.1987.
Формат 60x84/16.
Бумага писчая.
Машинопись. Ротапринт.
Условно-печатных листов 3,49.
Учетно-издательских листов 3,23. Печатных листов 3,75.
Тираж 300.
Заказ № III8.
Цена 10 коп.
Типография ТГУ, ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Тийги, 78.