

Per. A-1459
- A259

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 259

**СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА**

СБОРНИК СТАТЕЙ

VI

Per. A-1459

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 259

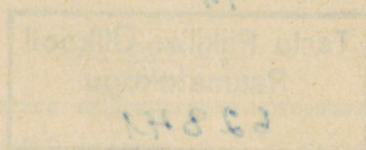
1968

УДК 624

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ

VI



ТАЛЛИН

1968

С о д е р ж а н и е

	Стр.
И.И. А а р е. Исследование работы стенки тонкостенных металлических балок после потери устойчивости от изгиба.	3
И.И. А а р е, С.И. И д н у р м. Исследование работы стенки тонкостенных металлических балок после потери устойчивости от сдвига и изгиба.	15
И.И. А а р е. Исследование работы опорной панели тонкостенной металлической балки в послекритической стадии.	29
И.И. А а р е. Расчет и проектирование тонкостенных металлических балок.	39
И.И. А а р е, Я.Л. Р о х у с а а р. Экспериментальное исследование предварительно напряженных стальных балок	59
И.И. А а р е, Я.Л. Р о х у с а а р. О расчете предварительно напряженных металлических балок.	69

P₁

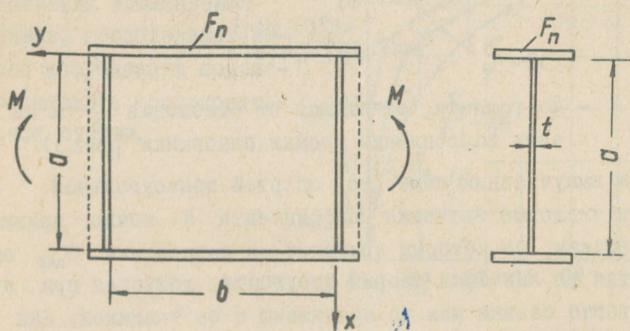
Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
62841

И.И. Ааре

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ СТЕНКИ ТОНКОСТЕННОЙ
 МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ БАЛКИ ПОСЛЕ ПОТЕРИ УСТОЙ-
 ЧИВОСТИ ОТ ИЗГИБА

1. В в е д е н и е

При расчете тонкостенных металлических балок встречаются случаи, когда стенка балки нагружена изгибными напряжениями. Требуемая площадь сечения балки определяется из выражения (фиг. 1)



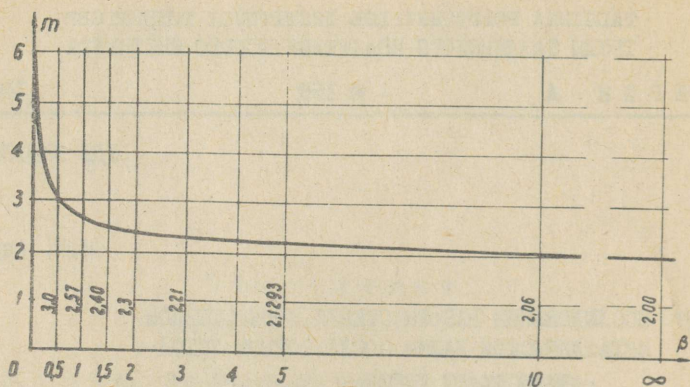
Фиг. 1

$$\sigma = \frac{\max M}{W_{\text{нето}}} \leq R, \quad (1)$$

где R - расчетное сопротивление материала балки.

Подставляя в (1) значения $\beta = \frac{F_n}{\sigma t}$, получаем выражение для определения необходимой площади сечения

$$F = \frac{1+2\beta}{\left(\frac{1}{\beta} + \beta\right)} \frac{M}{\sigma R} = m \frac{M}{\sigma R}. \quad (2)$$



Фиг. 2

На фиг. 2 приведены зависимости коэффициента m от параметра β . Из графика видно, что при $\beta \rightarrow \infty$, $m \rightarrow 2$.

наиболее целесообразно выбирать значение β в пределах от 1,5 до 2,0.

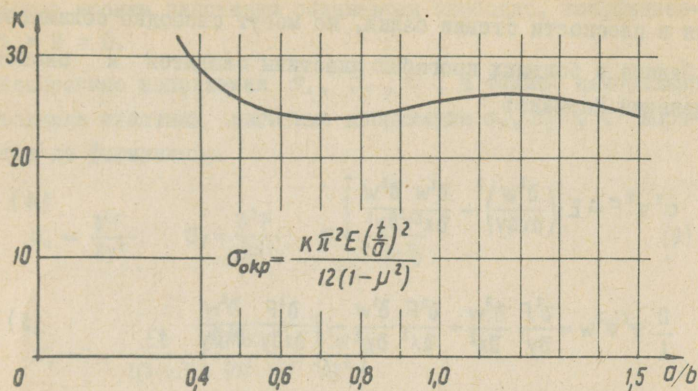
Критические напряжения стенки $\sigma_{\text{кр}}$ определяются из уравнения

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{a}\right)^2, \quad (3)$$

где k — постоянная, зависящая от отношения $\frac{a}{b}$ и из крайних закреплений кромки пластинки (фиг.3).

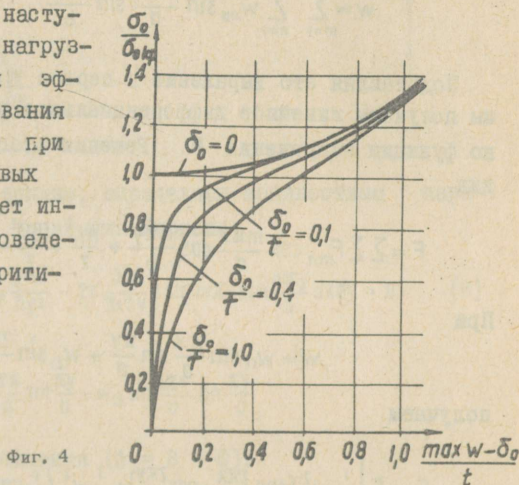
При выпучивании свободно опертой прямоугольной пластинки числовые значения коэффициента k можно принимать по графикам, по которым критические напряжения $\sigma_{\text{кр}}$ определяются по линейной теории упругости, допуская при этом, что прогиб стенки мал по сравнению с ее толщиной. Как известно, стенки балки почти всегда имеют начальное искривление (прогибы), а в связи с этим уже в начальной стадии нагружения стенка изгибается в поперечном направлении.

Графики, приведенные на фиг.4, показывают, как максимальный прогиб панели зависит от начального искривления δ_0 . Из графиков также явствует, что при увеличении нагрузки выше критической, влияние начального прогиба δ_0 на $\frac{\max W}{t}$ незначительно. Из предыдущего видно, что критическая



Фиг. 3

стадия работы стенки тонкостенной балки, нагруженной изгибными напряжениями, наступает уже при малых нагрузках. С точки зрения эффективного использования материала, особенно при применении алюминиевых сплавов, представляет интерес исследовать поведение панели в послекритической стадии.



Фиг. 4

2. Решение задачи

В работе исследуется прямоугольная панель под действием изгибных напряжений, превосходящих критическую. Предполагается, что все четыре стороны пластинки свободно оперты на ребра и поясы, которые в процессе выпучивания не искривля-

ются в плоскости стенки балки, но могут свободно сближаться.

Задача о больших прогибах пластины сводится к системе уравнений Кармана:

$$\nabla^2 \nabla^2 F = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

$$\frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

Выбираем аппроксимирующее выражение для прогиба w в виде

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (6)$$

Подставляя это выражение в первое уравнение Кармана (4), мы получаем линейное дифференциальное уравнение относительно функции напряжения F . Решению этого уравнения придаем вид

$$F = \sum \sum F_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} + \frac{Ax^2}{2} + \frac{By^2}{2} - \sigma_0 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3b} \right). \quad (7)$$

При

$$w = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$$

получаем

$$\begin{aligned} F = E \left[\frac{1}{32} w_{11}^2 \left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right) + \frac{1}{32} w_{21}^2 \left(\frac{1}{4} \cos \frac{4\pi x}{a} + 4 \cos \frac{2\pi y}{a} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{4} w_{11} w_{21} \cos \frac{\pi x}{a} + \frac{9}{100} w_{11} w_{21} \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{a} + \frac{1}{36} w_{11} w_{21} \cos \frac{3\pi x}{a} - \right. \\ \left. - \frac{1}{4.169} w_{11} w_{21} \cos \frac{3\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{a} \right] + \frac{Ax^2}{2} + \frac{By^2}{2} - \sigma_0 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3b} \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Когда кромки пластинки сближаются свободно, коэффициенты $A = B = 0$.

Мембранные напряжения σ_x , σ_y , τ , а также наибольшие по толщине пластины изгибные напряжения σ'_x , σ'_y , τ' выражаются по формулам:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= -\frac{Et}{2(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma'_y &= -\frac{Et}{2(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau' &= -\frac{Et}{2(1+\mu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} (10)$$

Применяя метод Галеркина, определяем неизвестные параметры w_{mn} из второго уравнения Кармана

$$\iint_F \left(\frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w - \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \sin m\pi x \sin \frac{n\pi y}{a} dx dy = 0 \quad (11)$$

При

$$w = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$$

получаем следующие уравнения ($A = B = 0$):

$$-\frac{1}{2} a_{11}^3 - 2,811479 a_{11} a_{21}^2 - \frac{4}{3(1-\mu^2)} a_{11} + \frac{128}{9\pi^2} K_2 a_{21} = 0; \quad (12)$$

$$-4,25 a_{21}^3 - 2,811479 a_{11}^2 a_{21} - \frac{25}{3(1-\mu^2)} a_{21} + \frac{128}{9\pi^2} K_2 a_{11} = 0; \quad (13)$$

где

$$K_2 = \frac{\sigma_0 a^2}{\pi^2 E t^2}; \quad a_{11} = \frac{w_{11}}{t}; \quad a_{21} = \frac{w_{21}}{t}.$$

Решая уравнения (12), (13), получаем зависимость между параметрами прогиба $\sigma_{\text{мп}}$ и нагрузкой после потери устойчивости.

3. Численные результаты

а) К р и т и ч е с к и е н а г р у з к и .

Для случая малых прогибов получим линейные уравнения, откуда критические параметры нагрузки:

$$1) \quad w = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$K_{2\text{кр}} = \pm 2,542; \quad \sigma_{\text{окр}} = \pm 2,542 \pi^2 E \left(\frac{t}{a}\right)^2;$$

$$2) \quad w = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + w_{31} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$K_{2\text{кр}} = \pm 2,485; \quad \sigma_{\text{окр}} = \pm 2,485 \pi^2 E \left(\frac{t}{a}\right)^2;$$

$$3) \quad w = w_{12} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + w_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + w_{32} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a};$$

$$K_{2\text{кр}} = \pm 2,345; \quad \sigma_{\text{окр}} = \pm 2,345 \pi^2 E \left(\frac{t}{a}\right)^2.$$

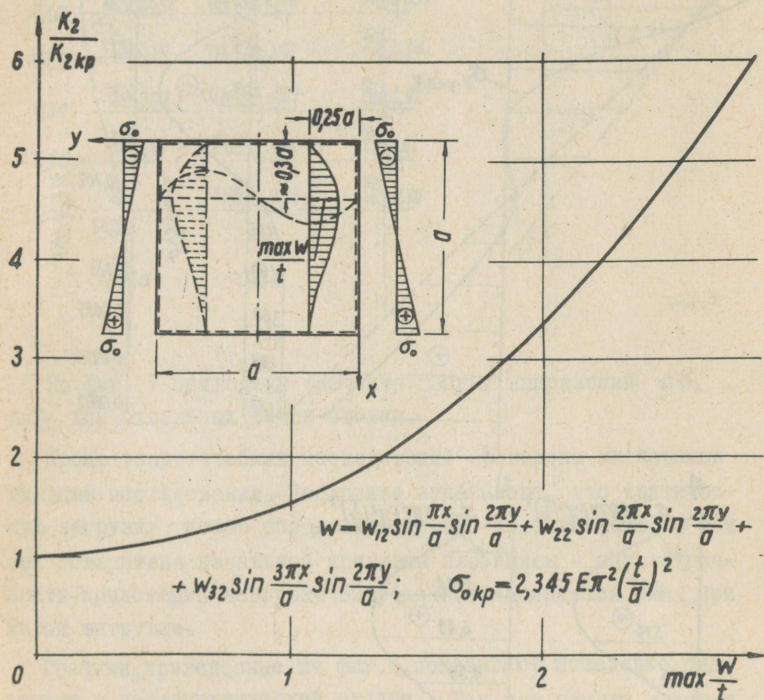
Из предыдущего видно, что в случае квадратной пластинки наименьшему значению $K_{2\text{кр}}$ соответствует выпучивание по двум полуволнам.

б) П о с л е к р и т и ч е с к а я с т а д и я .

При рассмотрении закритических деформаций пластинки прогиб пластинки аппроксимируем в виде

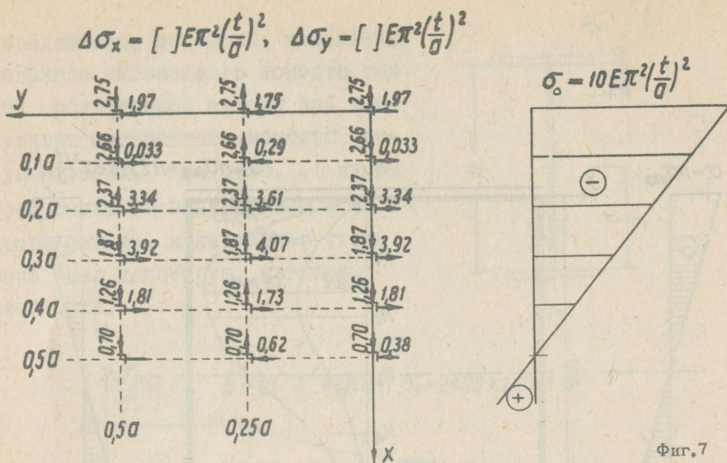
$$w = w_{12} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + w_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + w_{32} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a}. \quad (14)$$

Зависимость максимальных прогибов пластины от параметра нагрузки представлена на фиг. 5.



Фиг. 5

Как видно из графика, после превышения критической нагрузки максимальный прогиб пластинки ($x \approx a/3$, $y = a/4$) в начале сильно растет, а вместе с тем увеличиваются изгибные напряжения. На фиг. 6 даны эпюры цепных и изгибных напряжений в сечениях пластины, где $y = a/4$ при $n = \frac{b_0}{b_{0kp}} = 4,26$. Анализ полученных результатов показывает, что при нагрузке, выше критической, панель выпучивается: часть стенки выключается из работы, и нейтральная ось перемещается ближе к растянутому поясу. Сжатый пояс несколько перегружается, а



Фиг. 7

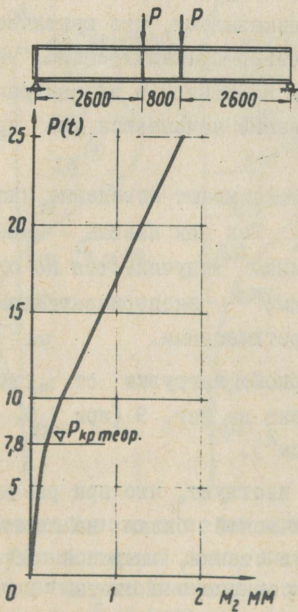
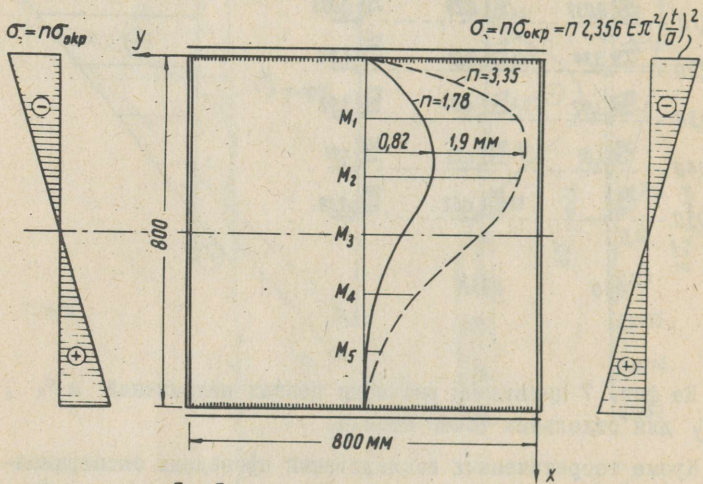
На фиг. 7 приведены значения цепных напряжений $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ для отдельных точек стенки.

Кроме теоретических исследований проведены экспериментальные исследования. Последние показывают, что критическую нагрузку можно определить только приблизительно, так как вследствие начальной кривизны пластинок и эксцентричности приложения нагрузки выпучивание начинается уже при малой нагрузке.

Графики, приведенные на фиг. 8, показывают поведение пластинки в послекритической стадии. Так как панель имеет начальный прогиб $\delta_0 = 0,4t$, пластинка выпучивается по одной полуволне. В общем, полученные экспериментальные результаты хорошо сходятся с теоретическими.

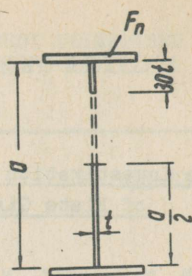
Зависимость предельной изгибной нагрузки от гибкости пластины $\lambda = \frac{a}{t}$ представлена на фиг. 9 (при $\sigma_T = 2400 \text{ кг/см}^2$, $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$).

Из проведенного исследования явствует, что при расчете панели тонкостенной металлической балки на изгиб мы можем предполагать, что часть стенки, шириной 25 - 30 t у сжатого пояса, работает совместно с сжатым поясом (фиг. 10), а другая часть стенки выключена из работы. Также можем предполагать, что внутренние усилия в поясах

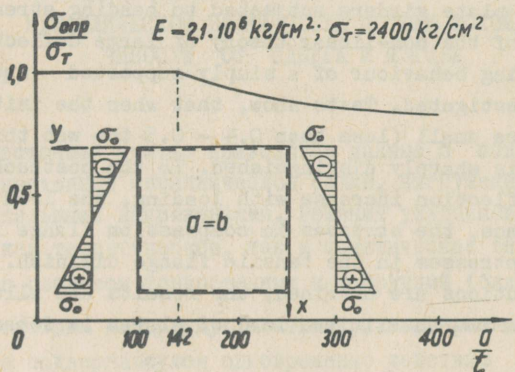


Фиг. 8

определяются согласно изменению внешнего изгибающего момента, так как роль тонкой стенки при восприятии изгибающего момента не существенна. Для того, чтобы пояс былки не выпучивался в плоскости стенки, желательно, чтобы пояс имел некоторую изгибную жесткость.



Фиг. 9



Фиг. 10

Л и т е р а т у р а

1. К.С. Р о с к е у. The Behaviour of Webplates of Plate Girders Subjected to Pure Bending. The Structural Engineer, May, 1957.

J. Aare

An Investigation of the Behaviour of Web Plates
of Plate Girders Subjected to Bending

Summary

This article gives information about the behaviour of web plates of plate girders subjected to bending stresses. On the basis of the non-linear theory of large deflections the postbuckling behaviour of a simply supported square plates is investigated. Tests show, that when the initial deflections are small (less than 0.4 - 0.5 the web thickness) the buckling is sharply distinguished. In the postbuckling region the deflection increase with loading, the load shedding takes place, the stresses in compression flange increase while the stresses in the tensile flange diminish. The numerical solutions are obtained, the results are illustrated by figures. Further the limited load of plates is determined.

УДК 539.384

И.И. Ааре, С.И. Иднурм

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ СТЕНКИ ТОНКОСТЕННОЙ
 МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ БАЛКИ ПОСЛЕ ПОТЕРИ УСТОЙ-
 ЧИВОСТИ ОТ СДВИГА И ИЗГИБА

В настоящей статье приводятся данные о поведении стенки тонкостенной металлической балки, нагруженной изгибными и касательными напряжениями. Решение указанной проблемы имеет как теоретическое, так и практическое значение в связи с расчетом тонкостенных конструкций (балки, рамы и т.д.).

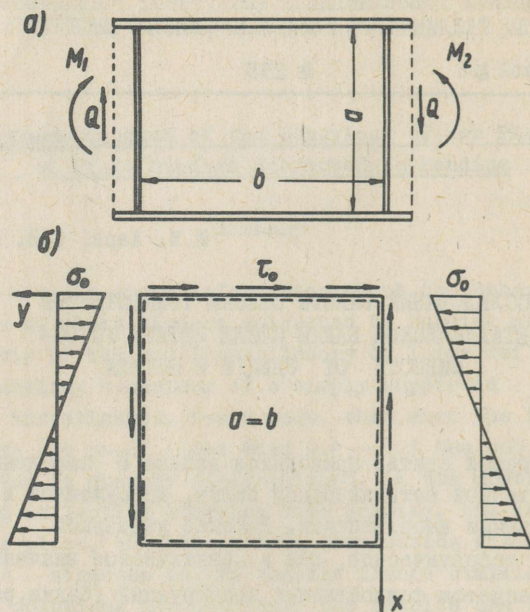
Рассмотрим квадратную пластинку, шарнирно опертую по краям и подвергающуюся одновременно действию сдвигающих усилий $\tau_0 t$, распределенных равномерно по всем кромкам, и изгибных усилий $\sigma_0 t$ (фиг. 1). Допустим, что преобладающими являются сдвигающие усилия. Выясним, как изгибные напряжения влияют на несущую способность панели, нагруженной только касательными усилиями. Для упрощения расчета допустим, что кромки пластинки при выпучивании могут свободно сближаться.

Состояние равновесия пластины определяется решением уравнений Кармана

$$\nabla^2 \nabla^2 F = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right], \quad (1)$$

$$\frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

где F — функция напряжений,
 w — прогиб пластины.



Фиг. 1

Задачу решаем весьма высоким приближением (9 членов в функции прогиба пластины). Подбираем функцию прогиба пластинки в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{w}{t} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a} = \\
 &= a_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + a_{12} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + a_{13} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \\
 &+ a_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + a_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + a_{23} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \\
 &+ a_{31} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + a_{32} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + a_{33} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

При этом функцию напряжений Эри получаем в форме

$$F = t^2 E \sum_m \sum_n \bar{f}_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{a} - q_0 xy - \sigma_0 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{xy^2}{3a} \right) + \frac{Ax^2}{2} + \frac{By^2}{2}, \quad (4)$$

где коэффициенты \bar{f}_{mn} определяются из уравнения (1). Так получим:

$$\bar{f}_{mn} = \frac{\beta^2 C_{mn}}{(m^2 + \beta^2 n^2)^2}, \quad (5)$$

где

$$C_{mn} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_k i^2 k^2 a_{ik}^2 + \frac{1}{4} \sum_i \sum_k \sum_p \sum_q (i p + k q)^2 a_{ik} a_{pq} - \frac{1}{4} \sum_i \sum_k \sum_p \sum_q (i p - k q)^2 a_{ik} a_{pq} \quad (6)$$

$$\left(\begin{array}{l} i - q = m \\ p + k = n \end{array} \text{ или } \begin{array}{l} i + q = m \\ p - k = n \end{array} \right).$$

Применяя метод Галеркина, определяем неизвестные параметры a_{mn} из уравнений

$$\int_0^a \int_0^b \left(\frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{l\pi y}{b} dx dy = 0. \quad (7)$$

Так получим

$$\frac{64 l^2}{\pi^2} K_2 \sum_m^{*}) \frac{mK}{(m^2 - K^2)^2} a_{ml} + 128 \frac{KL}{\pi^2 \beta} K_3 \sum_m \sum_n^{**}) \frac{mn a_{mn}}{(m^2 - k^2)(n^2 - l^2)} -$$

$$- \frac{(K^2 + l^2 \beta^2)^2 a_{kl}}{3(1 - \mu^2) \beta^2} + \sum_m \sum_n a_{mn} \left[(ml - nk)^2 (f_{m-k, n-l} + \right.$$

$$+ f_{k-m, n-l} + f_{m-k, l-n} + f_{k-m, l-n} + f_{m+n, n+l}) - (ml + nk)^2 \cdot$$

$$\left. (f_{m-k, l+n} + f_{k-m, l+n} + f_{m+k, n-l} + f_{m+k, l-n}) \right] = 0, \quad (7)^a$$

где

$$K_2 = \frac{\sigma_0 \bar{u}^2}{\pi^2 E t^2}, \quad \beta = \frac{a}{b},$$

$$K_3 = \frac{\tau_0 a^2}{\pi^2 E t^2}.$$

*) $m \pm k$ — нечётный

**) $m \pm k, n \pm l$ — нечётный.

Таким образом получим систему из 9 алгебраических уравнений третьей степени относительно коэффициентов a_{11}, a_{12}, \dots . Полученная система решена на электронной вычислительной машине "Минск-22". Численные значения напряжений и деформаций для отдельных сечений также получены с помощью электронной вычислительной машины.

В работе рассматриваются следующие комбинации нагрузок:

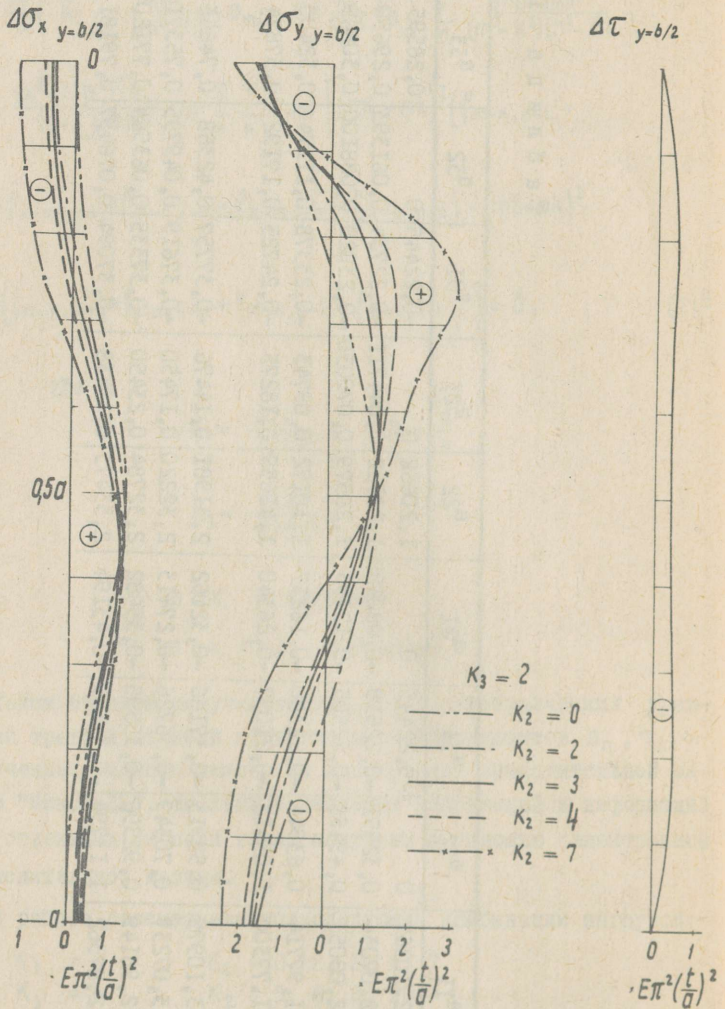
$$\begin{array}{ll} K_3 = 2 & K_2 = 0, 2, 2, 4, 7 \\ K_3 = 4 & K_2 = 5, 6, 8, 10 \end{array}$$

Результаты решения приведены в табл. I.

Напряженное состояние пластинки характеризуется цепными и изгибными напряжениями. Полученные результаты представлены графически. На фиг. 2, 3 даны эпюры прироста цепных на-

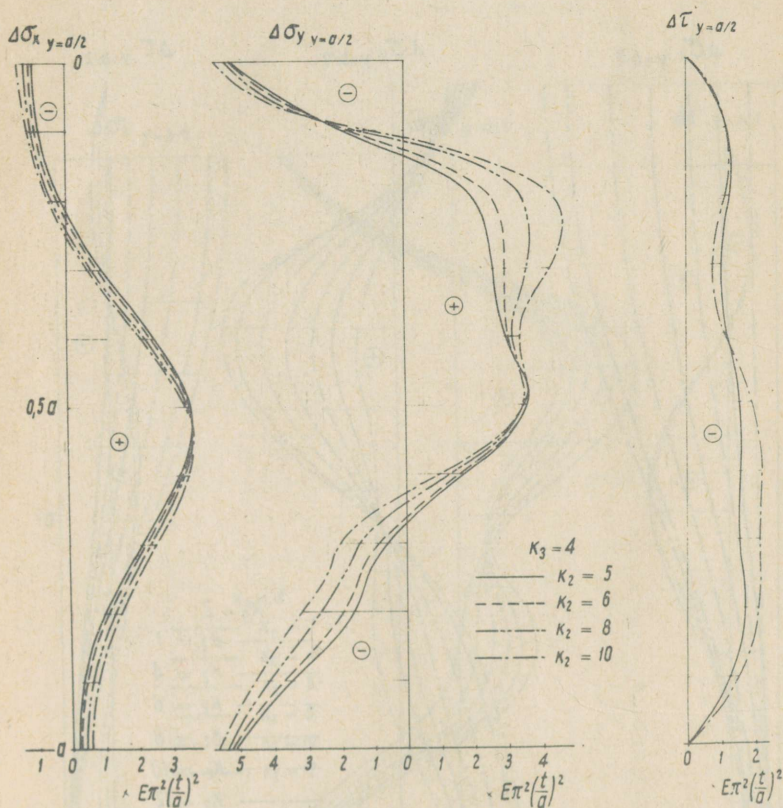
Таблица I

K_3	K_2	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
2	0	2,10267	0	-0,22445	0	1,20662	0	-0,22445	0	0,28595
2	2	2,07036	0,32551	-0,22519	-0,080699	1,23722	0,044711	-0,22734	0,061393	0,29650
2	3	2,03051	0,49498	-0,22505	-0,12195	1,26579	0,070030	-0,23029	0,088100	0,30865
2	4	1,97714	0,63944	-0,22360	-0,16237	1,30172	0,09743	-0,23378	0,11174	0,32400
2	7	1,77300	1,05412	-0,21097	-0,26340	1,41659	0,18275	-0,24723	0,17192	0,37874
4	5	3,10975	0,58913	-0,37166	-0,32052	2,31981	0,14476	-0,37757	0,42388	0,74646
4	6	3,07237	0,70349	-0,36726	-0,27413	2,32220	0,17450	-0,37619	0,049795	0,75371
4	8	2,98149	0,92596	-0,35595	-0,35682	2,32784	0,23450	-0,37335	0,063564	0,77120
4	10	2,87362	1,13794	-0,34159	-0,43194	2,33473	0,29438	-0,37094	0,076497	0,79181



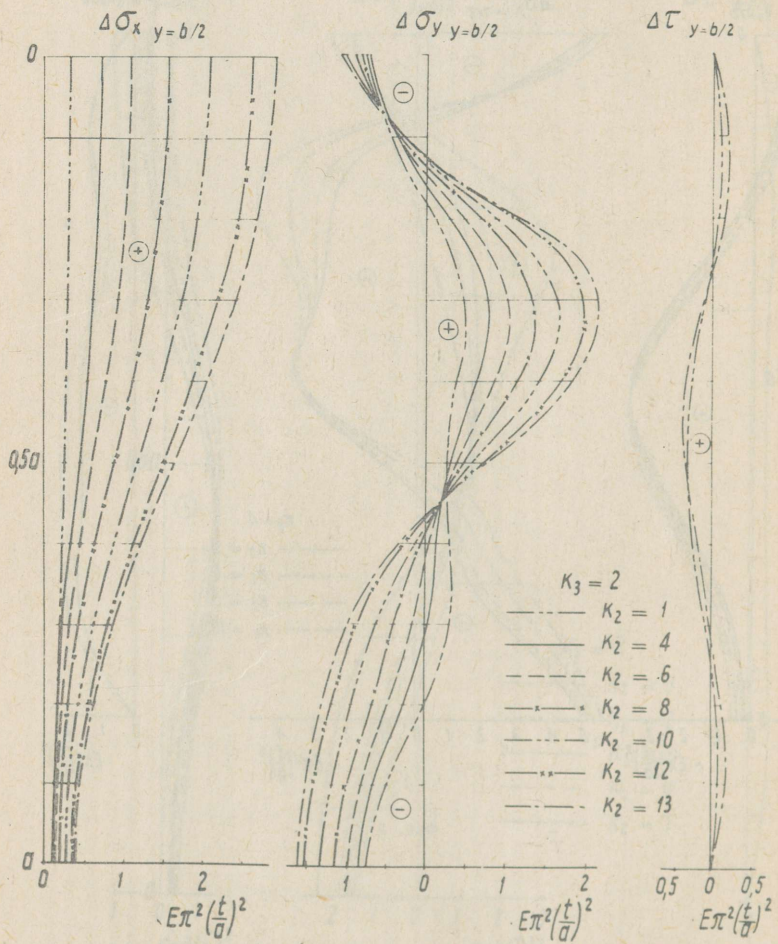
Фиг. 2

пряжений пластины при $y = a/2$ в зависимости от нагрузки.

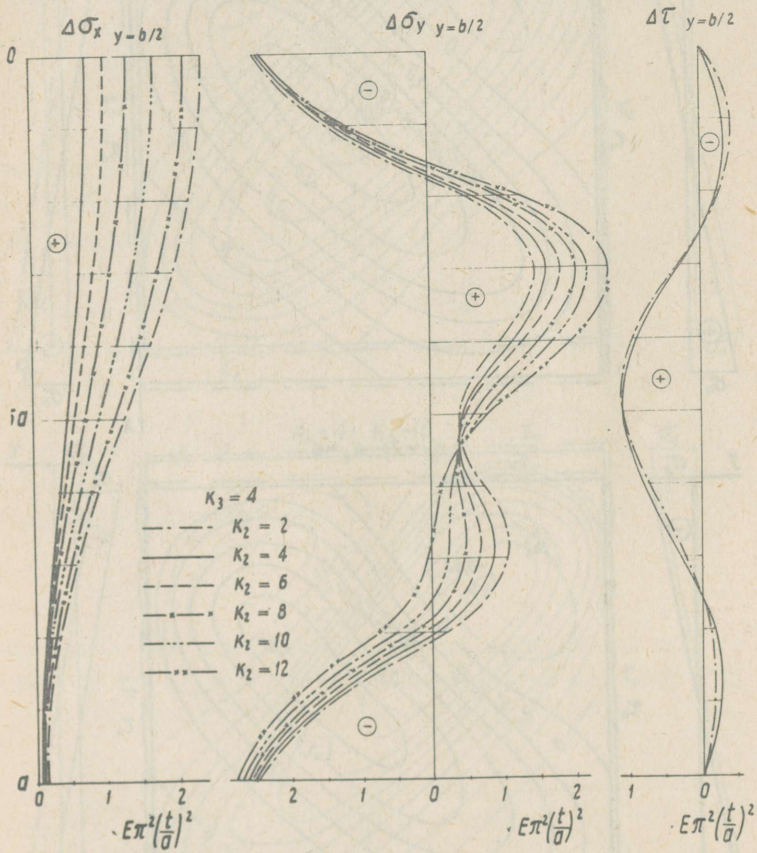


Фиг. 3

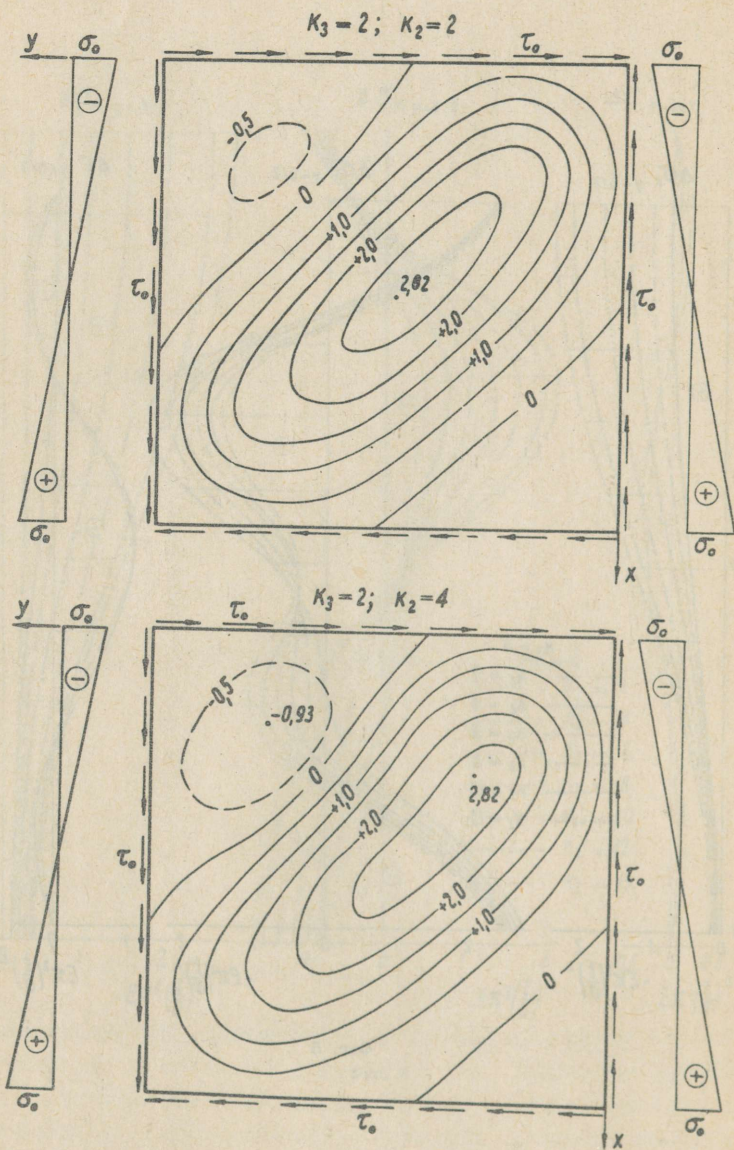
Анализ полученных результатов показывает, что увеличение изгибных напряжений σ_0 существенно не влияет на значения сцепных напряжений в середине панели. Это действительно и в отношении изгибных напряжений, возникающих в результате выпучивания стенки.



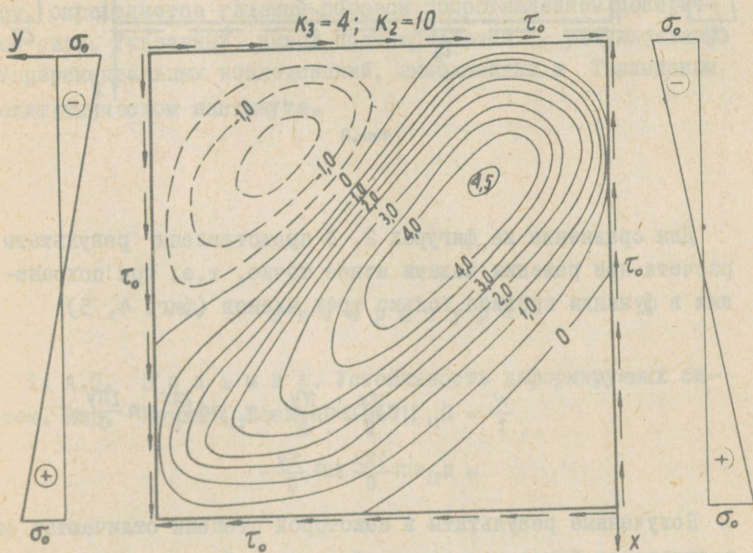
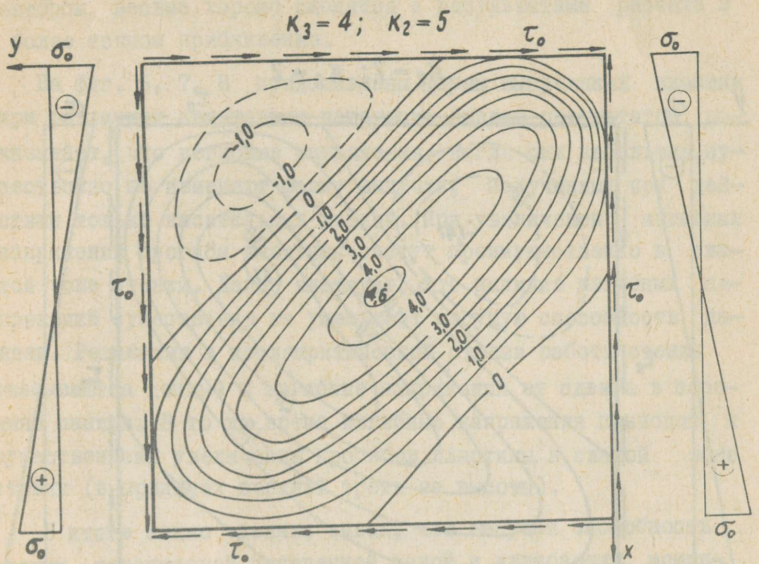
Фиг. 4



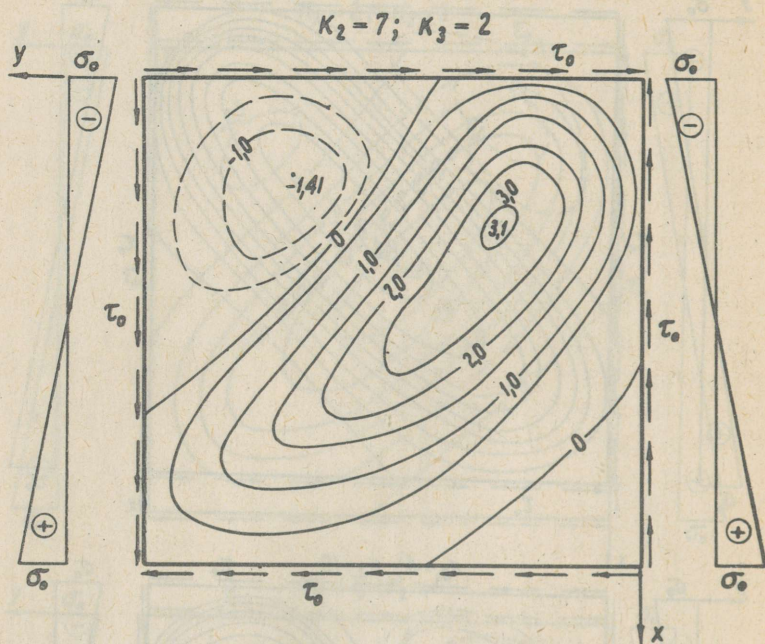
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг.7



Фиг. 8

Для сравнения на фигурах 2, 3 представлены результаты расчета при решении задачи менее точно, т.е. при сохранении в функции прогиба только трех членов (фиг. 4, 5).

$$\frac{w}{t} = a_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + a_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + a_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} .$$

Полученные результаты в некоторой степени отличаются от результатов более точного приближения. Следует подчеркнуть, что результаты экспериментальных исследований, проведенных

автором, весьма хорошо сходятся с результатами расчета в более точном приближении.

На фиг. 6, 7, 8 представлены формы выпученных пластин при различных сочетаниях нагрузок. Анализ результатов показывает, что изгибные напряжения, когда они небольшие, существенно не изменяют форму выпучин, полученных при действии только касательных усилий. При увеличении изгибных напряжений прогибы пластины растут преимущественно в сжатой зоне стенки. Далее явствует, что наличие изгибных напряжений существенно не уменьшает несущую способность панели. Решающими в послекритической стадии работы стенки оказываются цепные и изгибные напряжения от сдвига в середине панели. В то же время изгибные напряжения приводят к существенному увеличению прогибов пластины в сжатой зоне стенки (в пределах верхней трети ее высоты).

В итоге можно сделать вывод, что несущая способность стенки, нагруженной поперечной силой и изгибающим моментом, определяется главным образом сопротивлением поперечной силе. Указанный вывод подтверждается результатами экспериментальных исследований, выполненных в Таллинском политехническом институте.

Л и т е р а т у р а

Г. А. С. В о л ь м и р. Устойчивость деформируемых систем. Изд. "Наука", Москва 1967.

J.Aare, S.Idnurm

An Investigation of the Postbuckling Behaviour
of the Thin Web Panels Subjected to the Action
of Shear and Bending Stresses

Summary

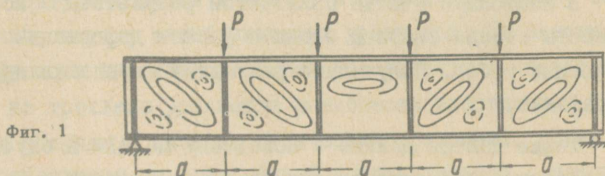
The article deals with postbuckling behaviour of thin rectangular metal plates subjected to bending and shear stresses. Galerkin's method is used for solving the problem. 9 members are used in the function of deflection. It is found that the membrane and flexural stresses in plate are caused mainly by shear, since bending stress increases deflection in compressed zone. Hence, the plate strength is determined mainly by resisting to shear. The results obtained are in accordance with experiments made at the Tallinn Polytechnical Institute.

УДК 539.384

И.И. Ааре

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ОПОРНОЙ ПАНЕЛИ
 ТОНКОСТЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ БАЛКИ
 В ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ

При исследовании выпучивания стѣнки балки встречаются случаи, где у опоры поперечная сила значительна и часть стѣнки между поперечными ребрами жесткости может быть рассмотрена как пластинка, подвергнутая действию только равномерного сдвига (фиг. 1).



Фиг. 1

Уделяем внимание опорной панели как элементу, наиболее нагруженному поперечной силой. Как уже было отмечено, при нагрузках, выше критических, в панелях начинается образование выпучин в виде 2-3 складок. Почти всегда наибольшую глубину и ширину имеют средние волны. Опыт и теоретические исследования показывают, что при потере устойчивости стѣнки балки главные растягивающие напряжения σ_1 в середине поверхности пластины растут почти по линейному закону; они направлены вдоль образующихся волн. Сжимающие напряжения σ_2 в начальной стадии после выпучивания в некоторой мере растут, а потом начинают уменьшаться. При этом части стѣнки у поясов и поперечных ребер остаются плоскими. Также выясняется, что неквадратная пластинка в послекри-

тической стадии менее жестка, чем квадратная пластинка. При этом оказывается, что напряженное состояние пластины (целые и изгибные напряжения) существенным образом зависит от жесткости поясов и ребер на изгиб и на сжатие.

Дальнейшее увеличение нагрузки, выше критической, приводит к еще большему увеличению напряжений в крайних волокнах стенки. Наконец начинается развитие пластических деформаций. Такую нагрузку и считаем предельной.

Потери несущей способности балки вследствие разрушения стенки или выпучивания контура (поясов или ребер) появляются при нагрузках, 1,2 - 1,4 раз превышающих предельную.

Результаты расчета показывают, что в толстых пластинках большие изгибные напряжения возникают уже при небольшом увеличении нагрузки, выше критической; в то же время нагрузка тонких пластинок может быть увеличена в несколько раз по сравнению с критической без появления пластических деформаций.

В настоящей статье приводятся результаты исследования работы стенки сварной балки с учетом деформаций изгиба опорных ребер. Полученные результаты представлены в виде графиков.

Также даются данные о поведении панели в случае, когда поперечные ребра жесткости не деформируются в плоскости стенки, а пояса имеют конечную изгибную жесткость.

Метод расчета

При выводе формул были приняты следующие параметры:

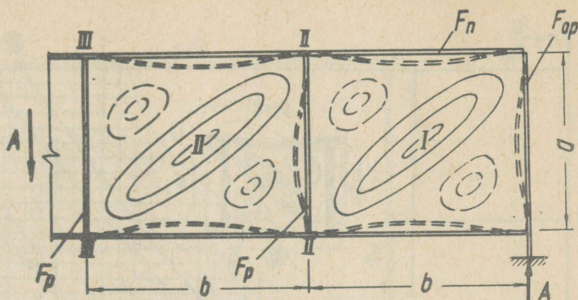
1) жесткость на сжатие пояса $\frac{F_n}{\sigma t} = 1,0$;

2) жесткость на сжатие ребер $\frac{F_p}{\sigma t} = 0,5$;

3) жесткость на сжатие опорных ребер $\frac{F_{op}}{\sigma t} = 1,0$.

Кроме того, было принято допущение, что контур не имеет жесткости на кручение и на изгиб, а сечение Ш не искривляется (фиг. 2).

Фиг. 2



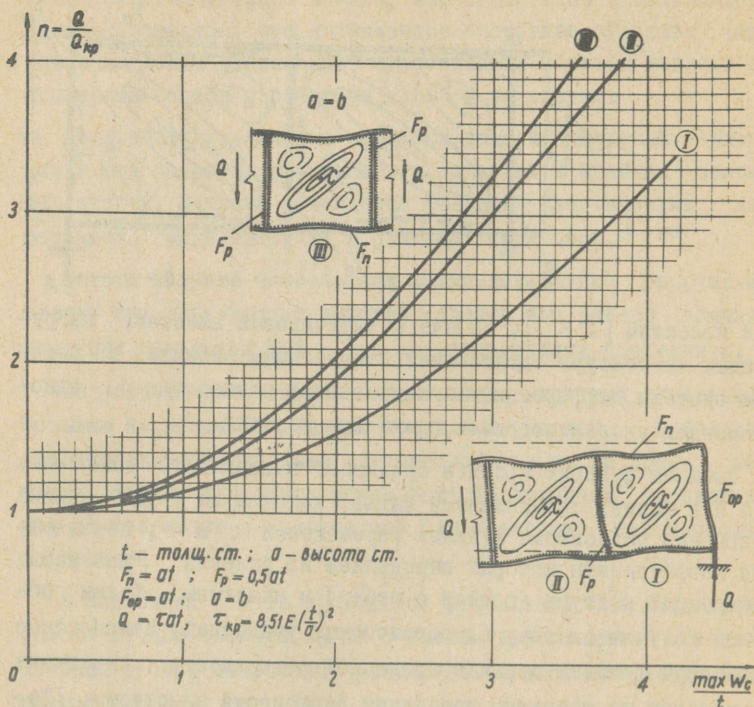
Как известно [1 - 3], задача о выпучивании пластин, нагруженных на контуры сдвигающими нагрузками, сводится к решению системы дифференциальных уравнений равновесия с одновременным удовлетворением граничных условий.

Выбирая функцию прогиба срединной поверхности пластинок I и II в форме, предложенной Навье, находим из двух первых уравнений равновесия функции перемещений u и v , неизвестные коэффициенты которых определяем из условия равенства деформаций контура (поясов и ребер) и пластины. Таким образом получим систему алгебраических уравнений. Неизвестные параметры функции прогиба срединной поверхности пластинки определяем из третьего уравнения равновесия пластинки. Таким образом получим 2 системы кубических уравнений, решение которых производится на электронной вычислительной машине "Минск-22". Численные значения напряжений (цепные, изгибные) для отдельных сечений также определяются с помощью электронной вычислительной машины.

Численные результаты

На фиг. 3 изображены зависимости $\eta = \frac{q}{q_{кр}}$ от относительного прогиба стенки $\max \frac{w_c}{t}$.

На фиг. 3 для сравнения также нанесены кривые прогибов панели III для случая, когда ребра жесткости при выпучивании пластинки не искривляются. Приведенные графики ярко показывают, что влияние изгибной жесткости торцевых ребер весьма значительно.



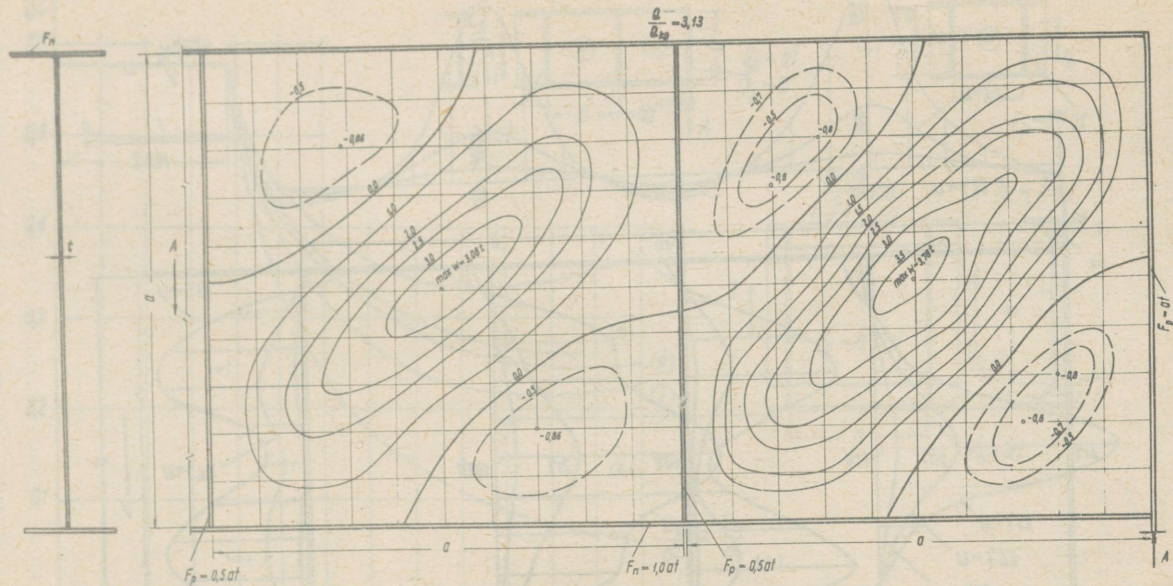
Фиг. 3

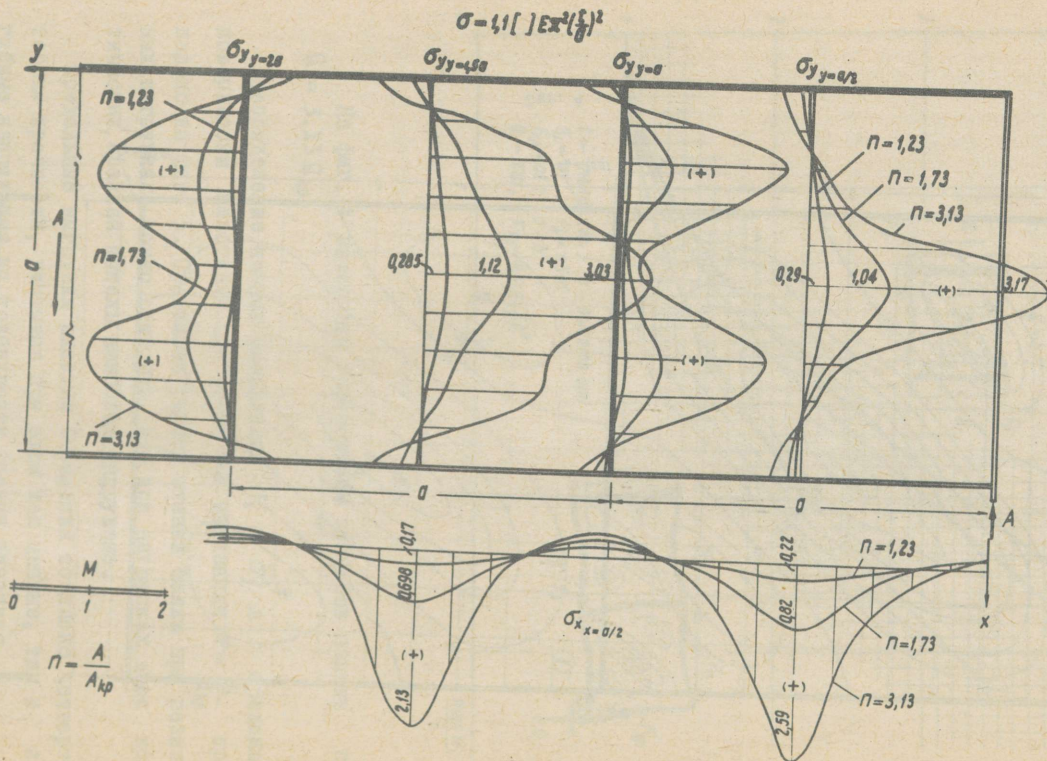
На фиг. 4 вычерчены горизонталы прогибов панели при $Q = 3,13 Q_{кр}$.

Распределение цепных напряжений σ_x и σ_y в срединной поверхности пластинки при различных значениях $n = \frac{Q}{Q_{кр}}$ приведено на фиг. 5. Сравнивая работу стенки балки при различных нагрузках, можно отметить, что при нагрузках, выше критических, крайняя панель наиболее нагружена.

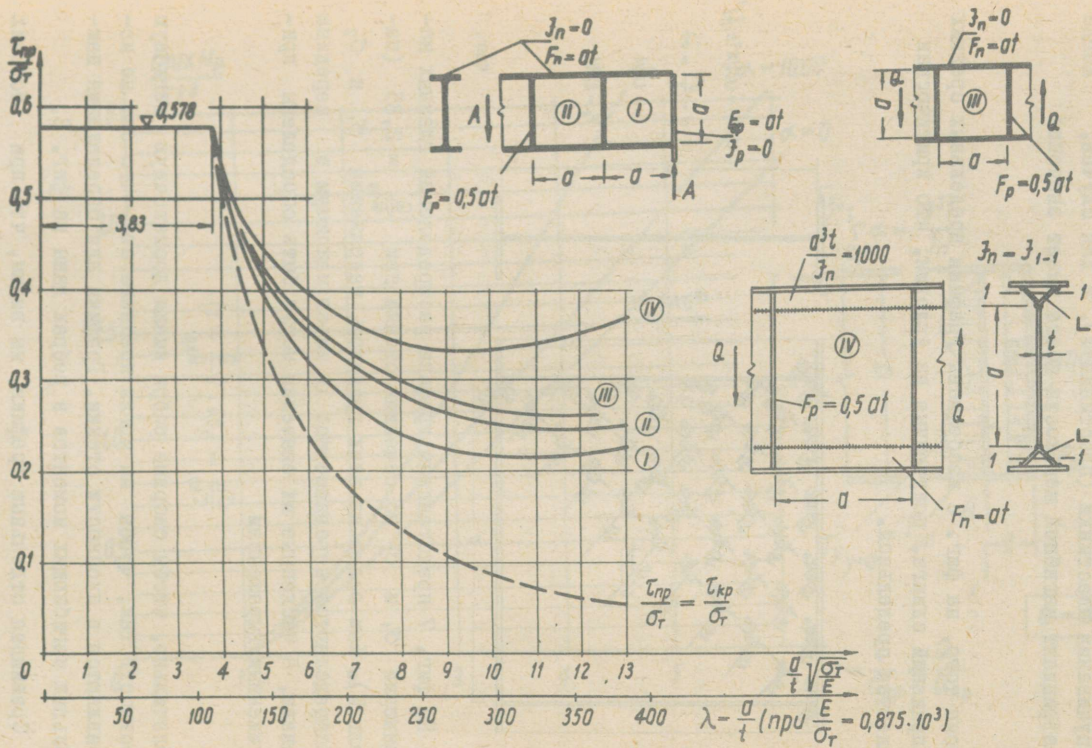
Предельные нагрузки пластин определим согласно четвертой теории прочности, учитывая при этом как цепные, так и изгибные напряжения на поверхности стенки пластины.

На фиг. 6 графически представлены зависимости предельных средних напряжений сдвига от гибкости пластинки $\lambda = \frac{a}{t}$.





Фиг. 5

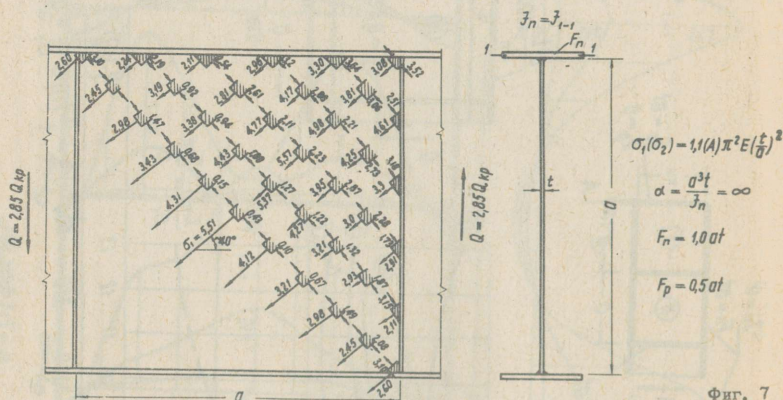


Фиг. 6

На фиг. 6 имеются также графики предельной нагрузки пластинки для случая, когда опорные ребра остаются прямыми при выпучивании пластинки (пластинка Ш), и для случая, когда коэффициент изгибной жесткости пояса имеет значение

$$\frac{a^3 t}{J_n} = 1000.$$

Кроме того, на фиг. 6 изображены графики предельных средних напряжений сдвига, полученные из условия, что критическая является предельной.

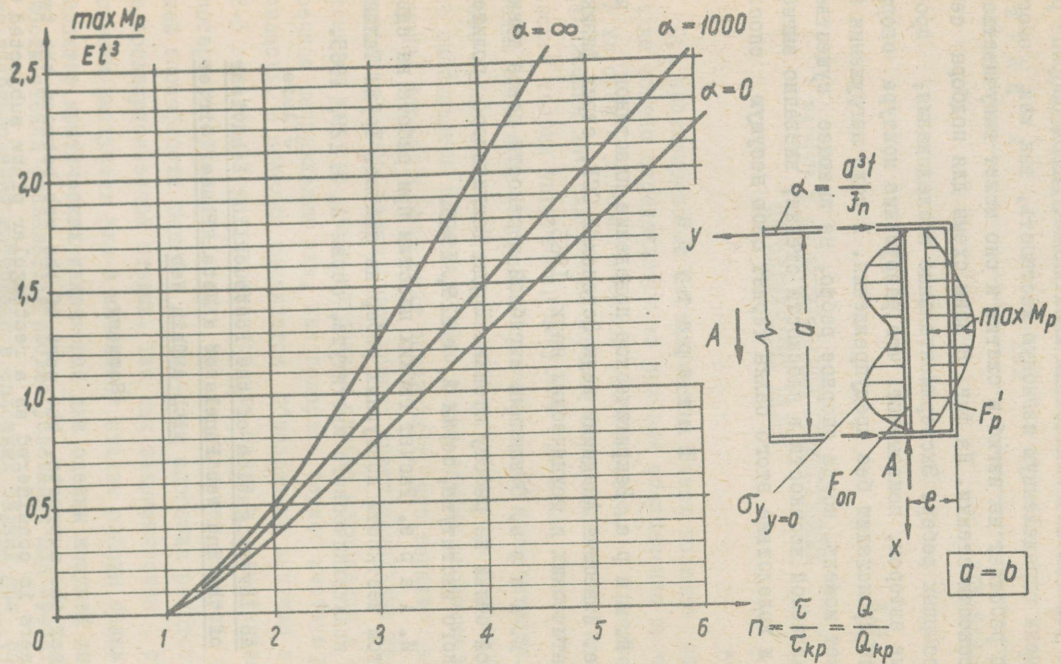


На фиг. 7 представлены графики распределения главных напряжений σ_1 и σ_2 по сечениям стенки при $\frac{Q}{Q_{кр}} = 2,85$ (панель Ш). Как видно из этих графиков, напряжения σ_1 и σ_2 распределяются неравномерно: σ_1 имеет максимум в середине панели, а численные их значения могут быть определены приближенным выражением

$$\frac{\sigma_{1с}}{\tau_{кр}} = 1,24 \left(2 \frac{Q}{Q_{кр}} - 1 \right).$$

Желательно, чтобы опорные ребра имели достаточную изгибную жесткость так, чтобы мы могли предполагать, что они не искривляются в плоскости стенки. Графики для определения наибольших изгибающих моментов в ребрах даны на фиг. 8.

Сравнивая отдельные графики, мы видим, что при больших гибкостях стенки предельная поперечная нагрузка может превышать 4-5 раз критическую нагрузку. Кроме того, выясняется, что изгибная жесткость поясов, а также опорных ребер играет существенную роль.



Фиг. 8

При приведенного исследования явствует, что стенка сварной балки способна работать в послекритической стадии.

По условию экономии стали желательны, чтобы опорные ребра имели определенную изгибную жесткость, так как опорное ребро работает на изгиб и сжатие и оно может выпучиваться и в плоскости стенки. На фиг. 8 даны схемы для подбора сечения опорных ребер. Экспериментальные исследования, проведенные автором, показывают, что разрушение контура опорной панели происходит без предупреждения. В ходе нагружения наступает момент, когда опорное ребро, не имеющее существенной изгибной жесткости в плоскости стенки, внезапно выгибается и вследствие этого балка теряет свою несущую способность.

Л и т е р а т у р а

1. И. А а р е. Закритическое поведение пластинок при сдвиге. Известия Академии наук Эстонской ССР, серия физико-математических и технических наук, 1965.

2. И. А а р е. О влиянии изгибной жесткости пояса тонкостенной балки на работу стенки. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 229, 1965.

3. И. А а р е. Расчет гибких пластин при работе на сдвиг с учетом жесткости контурных ребер на сжатие. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 229, 1965.

J.Aare

An Investigation of the Postbuckling Behaviour
of the End Web Panels of a Metal Plate Girder
with a Thin Web

Summary

Near the supports, the part of the web between the two stiffeners is considered as a rectangular plate subjected to the action of uniform shear. A theoretical investigation of the postbuckling behaviour of the end panels is done and the results are reported herein. It is based on the non-linear theory of large deflections. The rigidity of the flanges stiffeners and end stiffeners is taken into account. The result are illustrated by figures. The static carrying capacity of the plate is determined.

И.И. Ааре

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БАЛОК

При проектировании металлических балок толщина стенки балки обычно определяется из условия обеспечения прочности на срез и условий местной устойчивости. Критические напряжения для отдельных панелей определяются по классической теории упругости, допуская при этом, что стенка балки абсолютно гладка, а прогиб стенки незначителен. Однако соблюдение условия местной устойчивости стенки балки не оказывается рациональным с точки зрения экономии материала. Наряду с этим опыт показывает, что тонкие вертикальные стенки балки почти всегда имеют начальные искривления и уже при малых нагрузках стенка изгибается в поперечном направлении или, как говорят, теряет местную устойчивость. В панелях начинается образование выпучин в виде 2-3 складок. Хотя сплошная стенка балки и выпучивается, потеря устойчивости стенки еще не является потерей несущей способности балки в целом — она способна работать и в послекритической стадии. Так как закритическая стадия стенки наступает уже в начальной стадии работы балки, то понятие критических напряжений для оценки несущей способности стенки оказывается весьма условным. Для эффективного использования материала в сплошных балках при подборе сечения необходим учет работы стенки в послекритической стадии. Расчет показывает, что при учете закритической работы стенки достигается экономия материала до 25-30 %.

До настоящего времени нет исчерпывающих данных о работе тонкостенных металлических балок при больших нагрузках. Хотя опубликован ряд результатов исследований в этой области, но в указанных работах схемы расчета не вполне соответствуют действительным условиям работы тонкостенных балок.

На очередном координационном совещании по металлическим конструкциям в апреле месяце 1967 г. была подчеркнута необходимость ускоренного развития экономных металлических конструкций, в том числе и тонкостенных. В Таллинском политехническом институте уже в течение ряда лет проводится работа в области исследования тонкостенных конструкций с учетом закритического поведения их элементов. Исследованию подвергались как отдельные панели, нагруженные преимущественно сдвигающей нагрузкой, так и целые конструкции. Особое внимание при этом было уделено вопросу учета действительной жесткости элементов контура. На основе результатов исследований разработаны рациональные типы тонкостенных балок, элементы контура (пояса и опорные ребра) которых имеют определенную изгибную жесткость. Увеличение изгибной жесткости контура значительно увеличивает несущую способность как панелей, нагруженных сдвигающими усилиями, так и панелей, нагруженных преимущественно изгибными напряжениями. В настоящее время идет внедрение разработанной методики расчета при проектировании тонкостенной рамы пролетом 55 м. При исследовании выпучивания стенки балки могут встретиться три случая: 1) у опоры поперечная сила значительная и часть стенки между поперечными ребрами жесткости может быть рассмотрена как пластинка, подвергнутая действию равномерного сдвига; 2) в середине пролета поперечная сила незначительна и ее можно пренебречь. Тогда панель нагружена изгибными напряжениями; 3) промежуточные панели нагружены как нормальными, так и касательными напряжениями.

При нагружении средней панели нагрузкой выше критической панель выпучивается - часть стенки выключается из работы и нейтральная ось перемещается ближе к растянутому поясу, который несколько перегружается, в то же время рас-

тянутый пояс разгружается. При дальнейшем нагружении сжатый пояс может выпучиваться в плоскости стенки балки (при $\lambda = \frac{a}{t} \geq 400$). Таким образом, при расчете панели на изгиб мы можем предполагать, что часть стенки шириной (25-30) t у сжатого пояса работает совместно со сжатым поясом [2]. Также можно предполагать, что внутренние усилия в поясах определяются внешним изгибающим моментом.

Исследование показывает, что промежуточные панели, нагруженные нормальными и касательными напряжениями, работают подобно опорной панели. Поэтому для решения вопросов практического проектирования достаточно произвести их расчет аналогично расчету опорной панели. [3].

В настоящей работе приводятся данные о поведении стенки тонкостенной балки под действием касательных напряжений.

Для исследования случая больших прогибов пластинки применяются зависимости нелинейной теории упругости. Задача решается весьма высоким приближением (5 членов в функции прогиба пластинки). Теоретические выводы были проверены опытным путем. Численные результаты были получены с помощью электронной вычислительной машины. В расчете принято допущение, что пластина на контуре свободно оперта. Это допущение значительно упрощает расчеты; в то же время на основе опыта можно подтвердить, что степень защемления кромки пластины существенно не влияет на ее поведение в послекритической стадии. Последнее обстоятельство объясняется тем, что грань пластины практически сохраняет первоначальную плоскую форму при выпучивании стенки балки.

Результаты исследования показывают, что напряженное и деформированное состояние стенки тонкостенной балки в значительной степени зависят от жесткости поясов и ребер на изгиб и на сжатие. Поэтому при расчете стенки балки в послекритической стадии необходимо учитывать жесткость элементов контура, окаймляющих стенку балки.

Подбор сечения стенки тонкостенной балки должен производиться таким образом, чтобы прочность и жесткость стенки балки были обеспечены, т.е.

$$1) \quad \max Q \leq Q_{np} = \tau_{np} at,$$

$$2) \quad \frac{\max W_c}{t} \leq \left(\frac{1}{150} \div \frac{1}{200} \right) \frac{a}{t},$$

где τ_{np} — предельное среднее напряжение сдвига, определяемое согласно четвертой теории прочности, учитывая при этом как цепные, так и изгибные напряжения пластинки;

$\max W_c$ — максимальный прогиб пластинки в ее центре.

При составлении графиков были даны зависимости между следующими параметрами:

$$1) \text{ параметр жесткости пояса на сжатие } \beta_1 = \frac{F_n}{at},$$

$$2) \text{ параметр жесткости ребер на сжатие } \beta_2 = \frac{F_p}{at},$$

$$3) \text{ параметр жесткости пояса на изгиб } \alpha = \frac{a^3 t}{J_n},$$

где J_n — момент инерции пояса.

Численные значения всех параметров, необходимые для расчета стенки балки, были вычислены для различных интенсивностей нагрузки и в различных соотношениях размеров пластинки ($\frac{a}{b} = 1$; $\frac{a}{b} = 1,5$; $\frac{a}{b} = 2$) в предположении, что коэффициент Пуассона равен $\mu = 0,3$.

При подборе сечения вертикальной стенки тонкостенной металлической балки вначале выбираем (так как система статических неопределима) необходимые исходные данные:

$$а) \text{ гибкость стенки } \lambda = \frac{a}{t} \leq 350 : 400,$$

$$б) \text{ гибкость поясов на изгиб } \alpha = \frac{a^3 t}{J_n} = 1000 : 2000,$$

$$в) \text{ гибкость поясов на сжатие } \beta_1 = \frac{F_n}{at} = 1,0 : 1,2,$$

$$г) \text{ гибкость ребер на сжатие } \beta_2 = \frac{F_p}{at} = 0,25 : 0,5,$$

$$д) \text{ соотношение размеров панели } \frac{a}{b} = 1 : 0,8.$$

Далее, пользуясь графиками, определяем предельные сдвигающие напряжения τ_{np}

Толщины стенки определяем из условия сопротивления стенки на срез по формуле

$$t \geq \sqrt{\frac{a}{\tau_{np} \lambda}}$$

и находим необходимую высоту стенки

$$a \geq t \lambda$$

Наконец, используя приведенные графики, проверяем прогиб стенки. Исходя из эстетических соображений желательны, чтобы

$$\frac{\max W_c}{t} \leq \left(\frac{1}{150} + \frac{1}{200} \right) \frac{a}{t}$$

Численные результаты

1. На фиг. 1 изображены зависимости параметра нагрузки $\frac{Q}{Q_{кр}}$ от относительного прогиба $\frac{\max W_c}{t}$ в его центре.

2. Графики на фиг. 2 показывают изменение главных напряжений σ_1, σ_2 в срединной поверхности пластинки в зависимости от изгибной жесткости поясов.

3. Графики на фиг. 3 дают значения предельных напряжений сдвига τ_{np} от гибкости пластин.

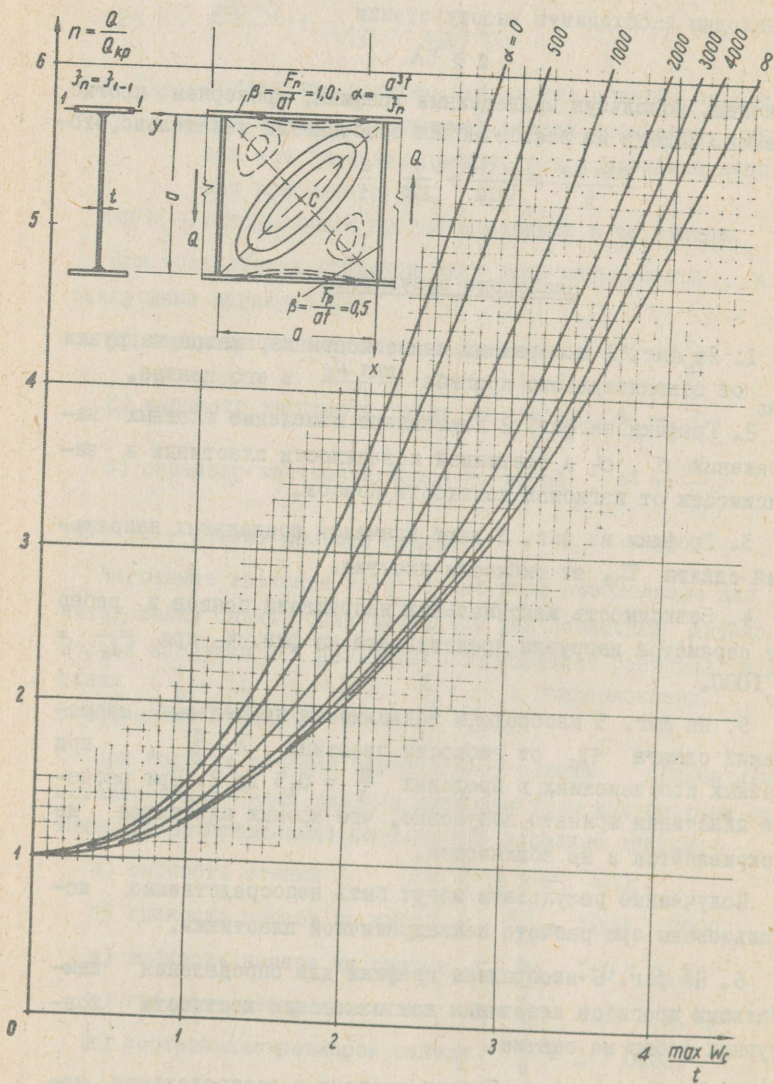
4. Зависимость максимальных напряжений поясов и ребер от параметра нагрузки представлена на фиг. 4 при $\frac{a^3 t}{J_n} = 1000$.

5. На фиг. 5 изображены зависимости предельных напряжений сдвига τ_{np} от гибкости пластины $\lambda = \frac{a}{t}$, при разных соотношениях в пределах $\frac{a}{b} = 0,5$ до 2. При расчете пластинки принято допущение, что кромки пластинки не искривляются и не сближаются.

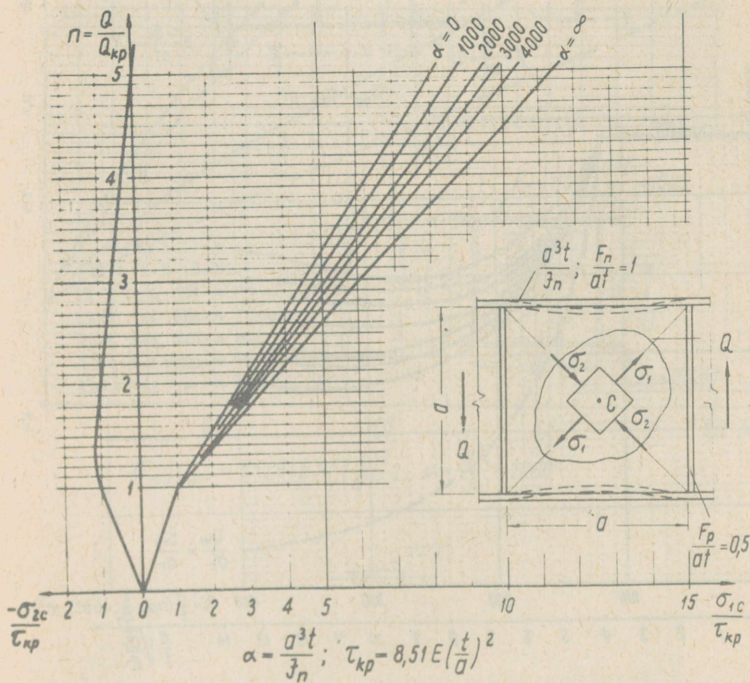
Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при расчете неквадратичной пластинки.

6. На фиг. 6 изображены графики для определения наибольших прогибов пластинки при изменении жесткости контурных ребер на сжатие.

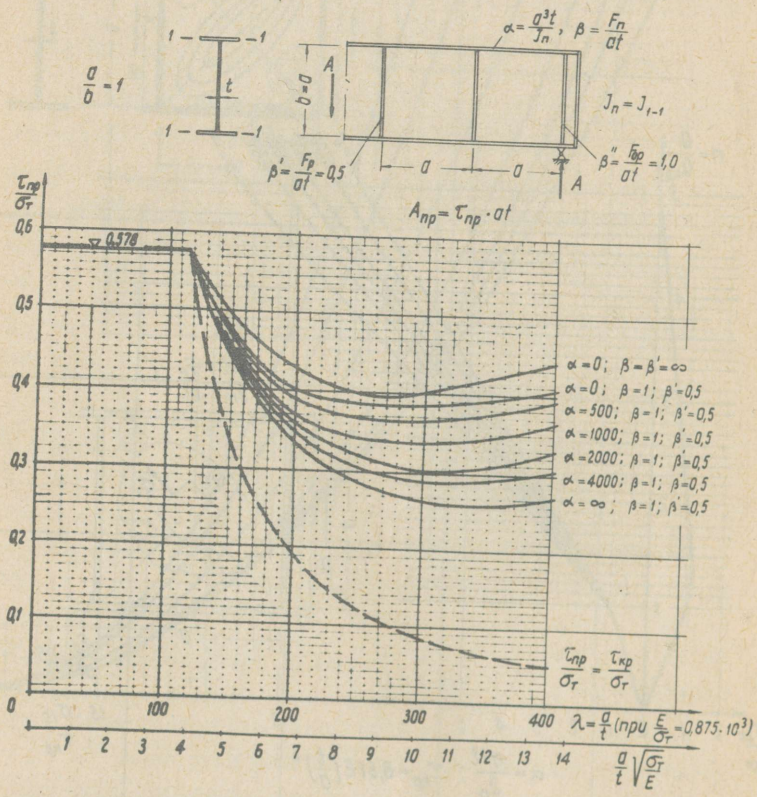
7. Графики на фиг. 7 дают картину о распределении напряжений σ_x в срединной поверхности пластинки при $Q = 4,7 Q_{кр}$. Эти графики показывают, что с увеличением жесткости контурных ребер на сжатие увеличивается равномерность распределения напряжений σ_x в сечениях стенки.



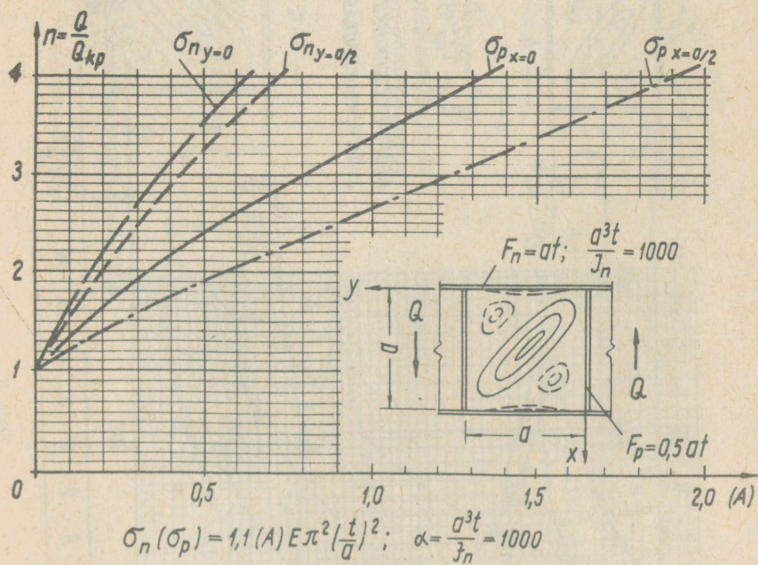
Фиг. 1



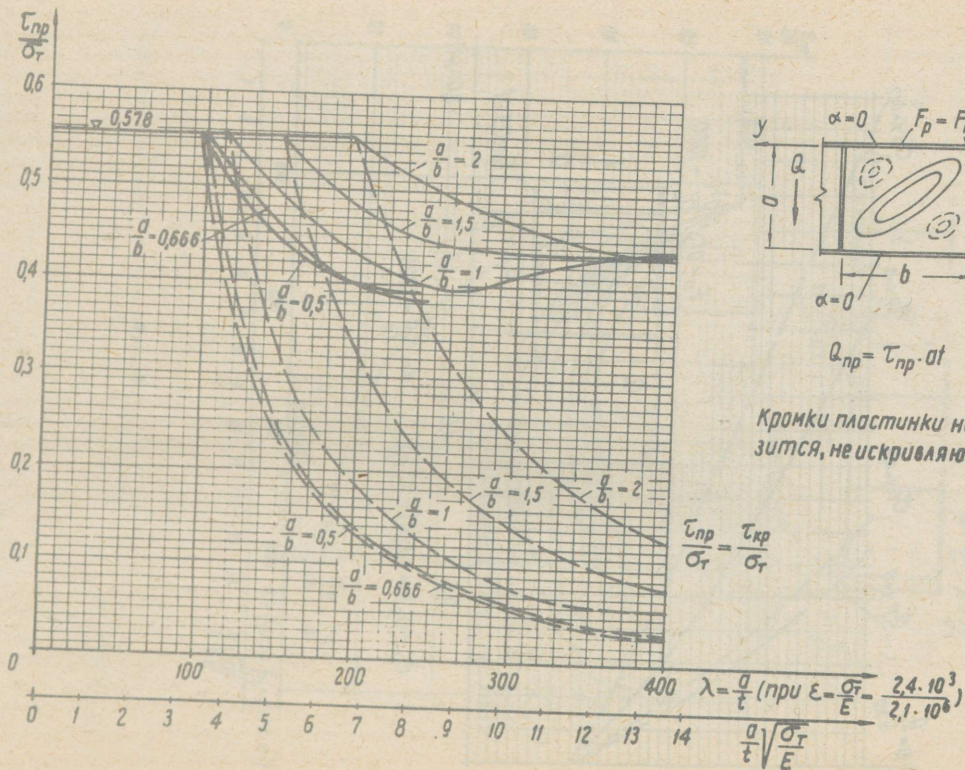
Фиг. 2



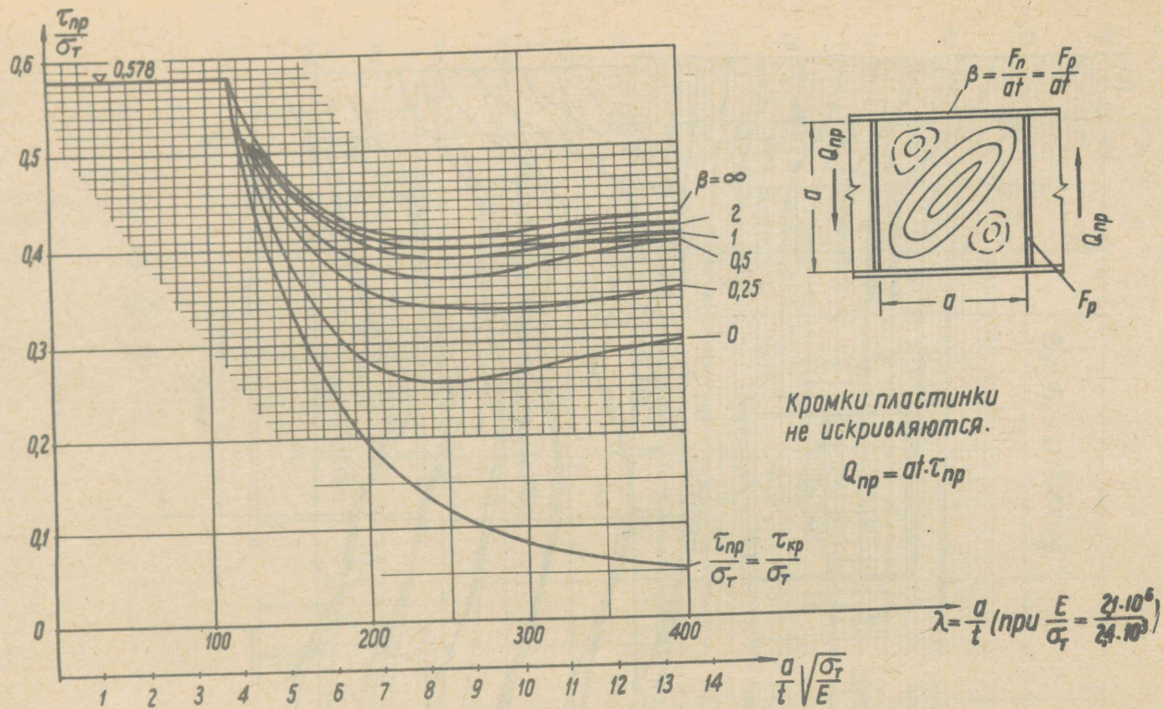
Фиг. 3



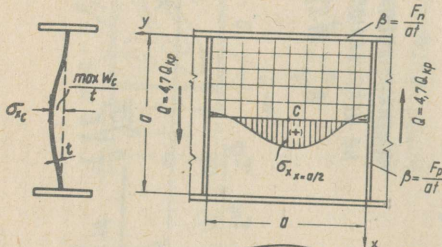
Фиг. 4



Кромки пластинки не сближаются, не искривляются.



Фиг. 6



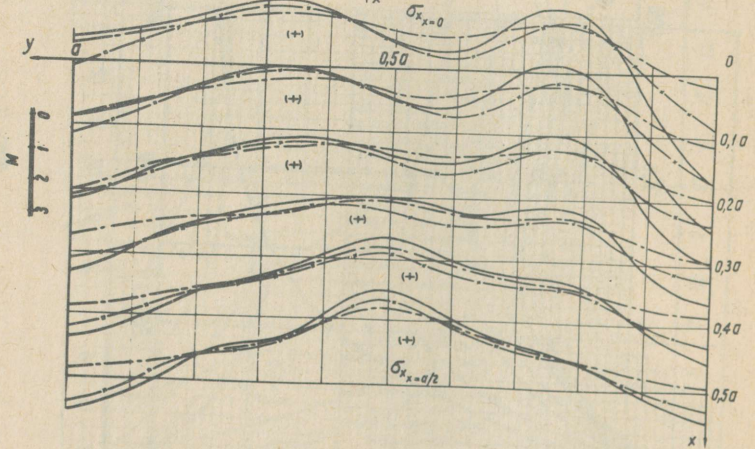
Кромки пластинки не искривляются.

$$\sigma_x = 1,1 (A) E \pi^2 \left(\frac{t}{a}\right)^2$$

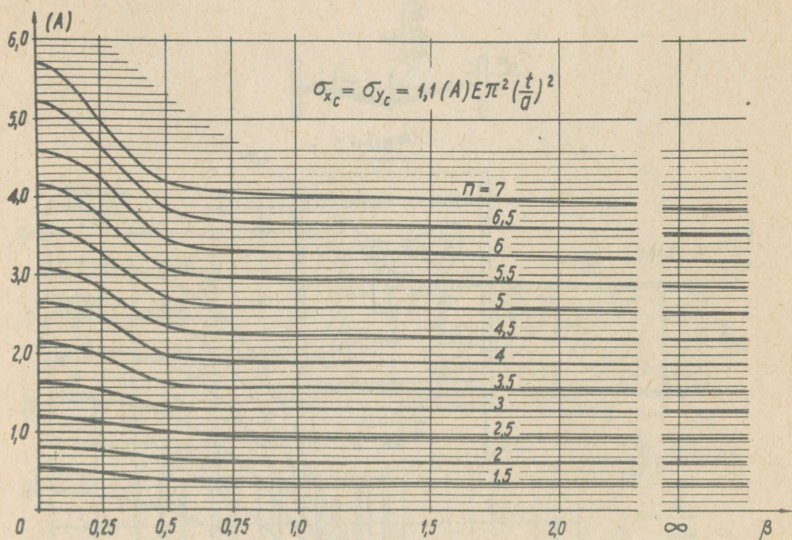
— $\beta = 0,25$

- - - $\beta = 0,5$

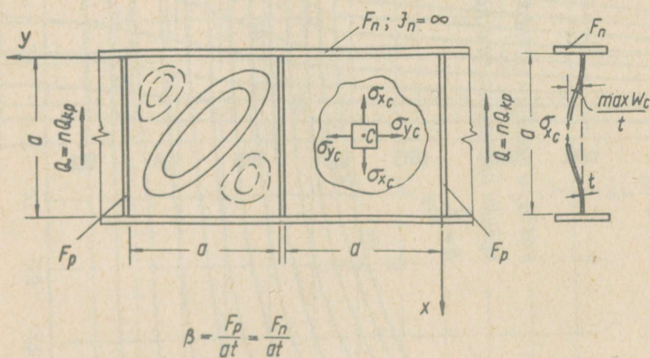
- · - · $\beta = 2,0$



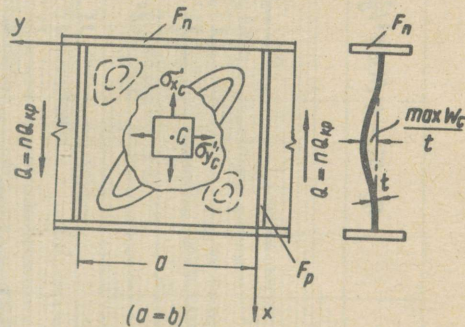
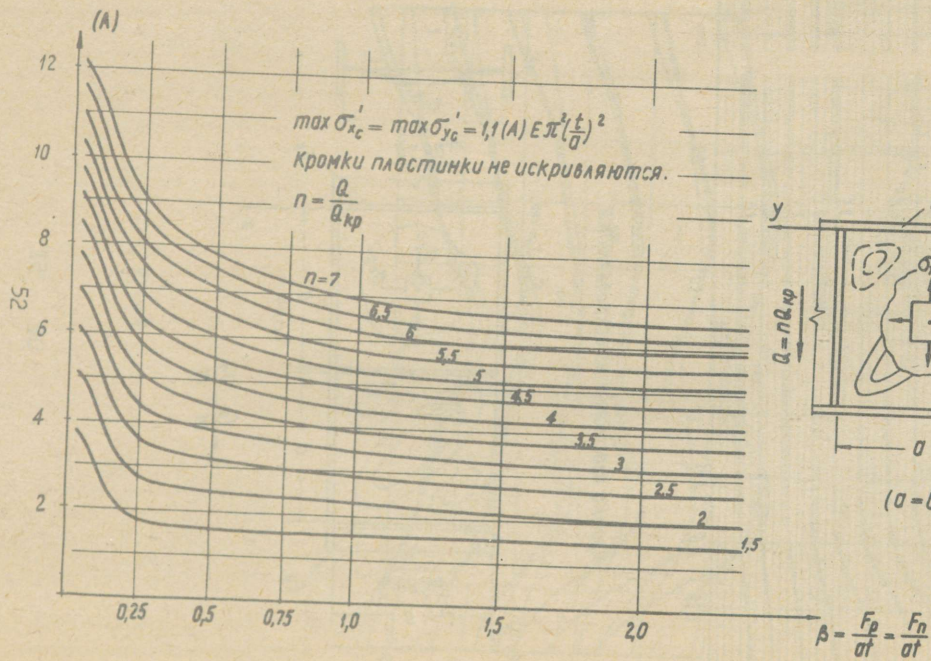
Фиг. 7



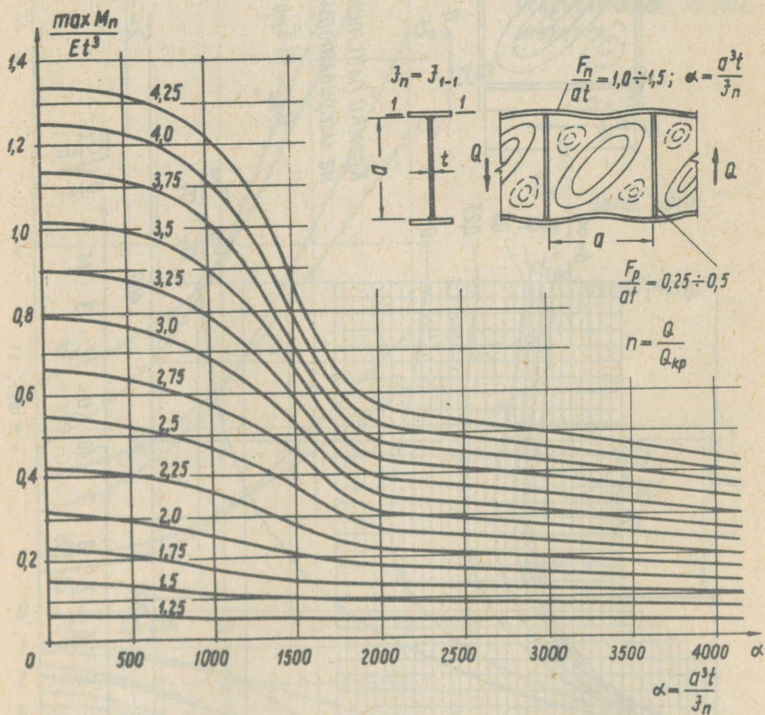
Кромки пластинки не искривляются.



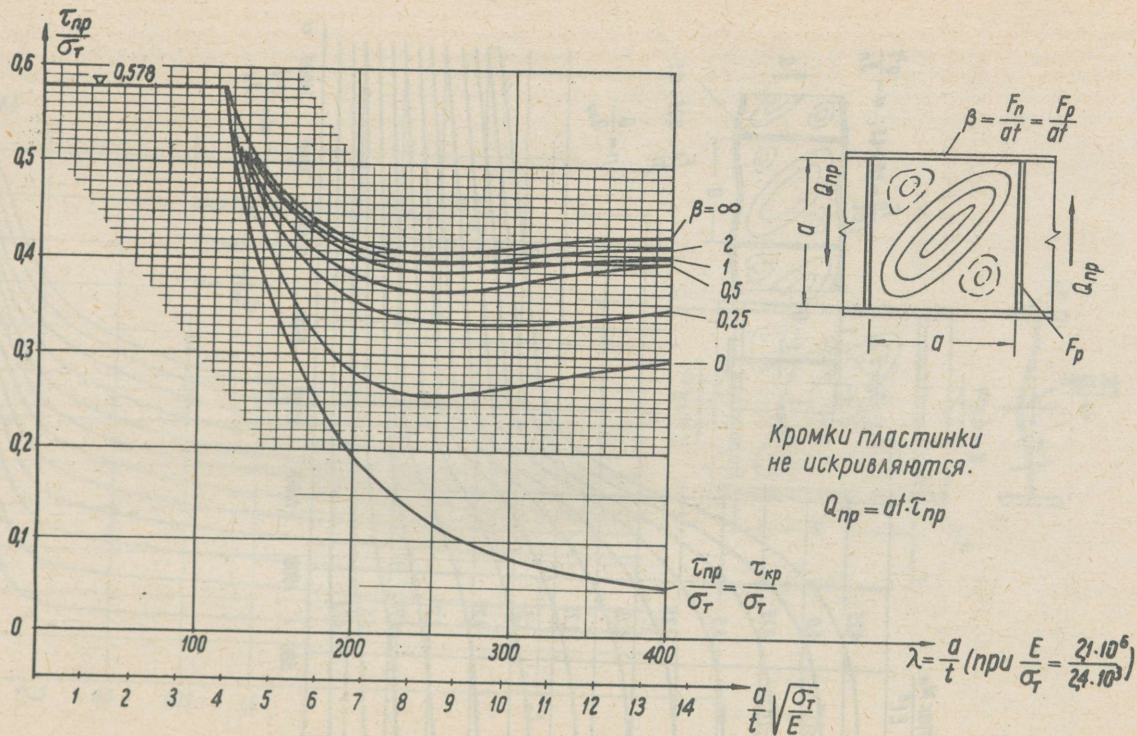
Фиг. 8



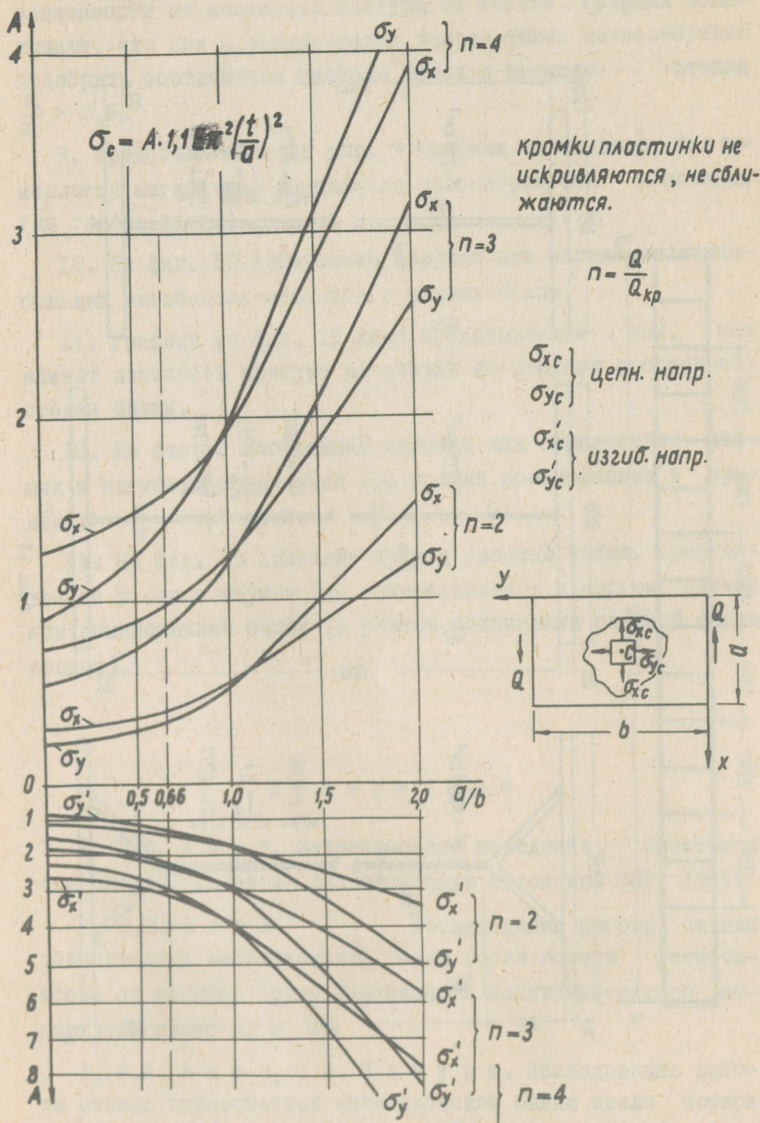
Фиг. 9



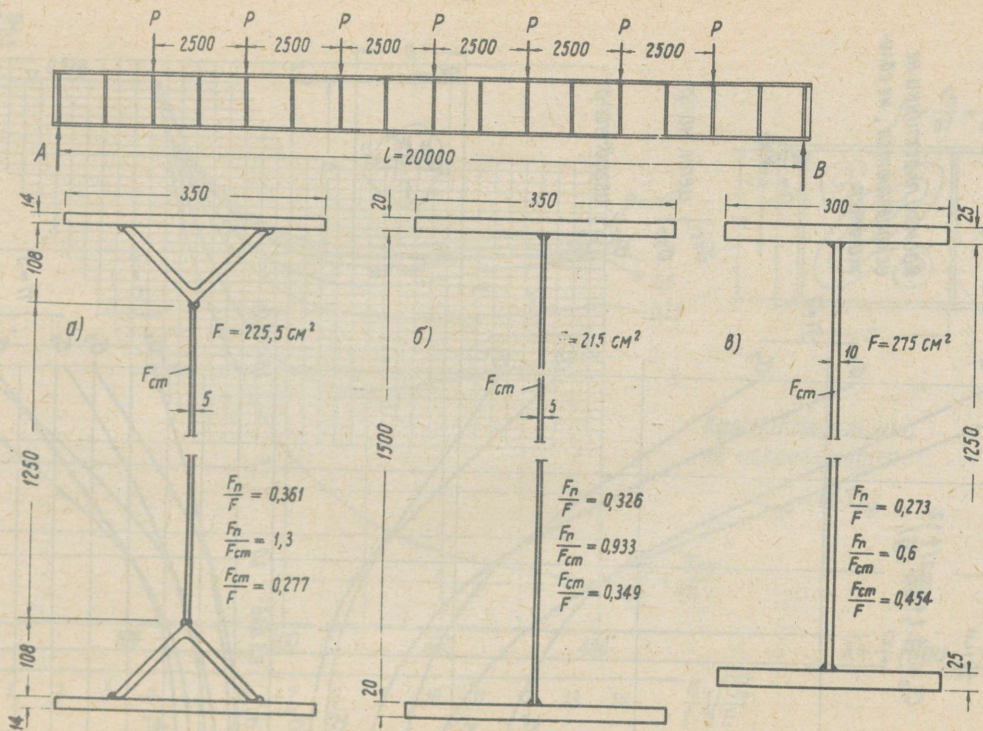
Фиг. 10



Фиг. 11



Фиг. 12



Фиг. 13

8. На фиг. 8 изображены графики для определения цепных напряжений σ_x , σ_y в срединной поверхности пластинки в зависимости от жесткости контура на сжатие. Графики показывают, что при проектировании поясов балки целесообразно подобрать соотношение площади пояса к площади стенки $\frac{F_p}{\sigma t} > 0,5$.

9. Представленные на фиг. 9 графики показывают, как изменяются изгибочные напряжения на поверхности пластинки (на гребне волны).

10. На фиг. 10 изображены графики для определения наибольших изгибающих моментов в поясах балки.

11. Графики на фиг. 11 дают представление о том, как влияет жесткость контура на сжатие на несущую способность стенки балки.

12. На фиг. 12 изображены графики для определения цепных и изгибных напряжений при разных соотношениях в пределах $\frac{d}{b} = 0,5$ до 2.

13. На фиг. 13 приведен пример сварной балки, рассчитанной в одном случае как тонкостенная и в другом случае как обыкновенная балка (с учетом сохранения плоской формы стенки).

Л и т е р а т у р а

1. И.И. А а р е. Закрытческое поведение пластинок при сдвиге. Известия Академии наук Эстонской ССР, 1965.

2. И.И. А а р е. Исследование работы стенки тонкостенной металлической балки после потери устойчивости от изгиба. Труды Таллинского политехнического института, серия А, №

3. И.И. А а р е, С.И. И д н у р м. Исследование работы стенки тонкостенной металлической балки после потери устойчивости от сдвига и изгиба. См. наст. сборник, стр. 15.

Design of the Metal Plate Girders with a Thin Web

Summary

Tests have shown that plate girders can still sustain load with their webs in a post buckled conditions. The object of this paper is to present informations about the behaviour of web-plate under shear. The work described here is a continuation of work done earlier by the author.

By using nonlinear differential equations for plates, the plate displacements u , v and w are determined. The rigidity of the flanges and stiffeners are taken into account. Stress distribution is illustrated by figures.

УДК 693.564.001.24

И.И. Ааре, Я.Л. Рохусаар

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО
НАПРЯЖЕННЫХ СТАЛЬНЫХ БАЛОК

1. В в е д е н и е

Широкоизвестным приемом для создания экономных металлических несущих конструкций является применение искусственного регулирования напряжений. Этим достигается значительное сокращение расхода материала, уменьшение стоимости и в некоторых случаях увеличение жесткости конструкции. Самой распространенной конструкцией такого рода является предварительно напряженная металлическая балка в виде асимметрического двутавра. Затяжка (пучек из высокопрочных проволок или термоупрочненный стержень большого диаметра) находится под нижним поясом и она может быть расположена на всю длину балки или на части длины [1].

В настоящее время уже нет сомнений в надежности и экономичности предварительно напряженных металлических балок. На базе формул сопротивления материалов разработаны удобные методы для расчета балок с учетом оптимальной затраты материалов [2]. Эти формулы расчета, а также инструкции проектирования [3] базируются на гипотезе о сохранении плоских поперечных сечений (гипотеза Бернули) по всей длине балки как в стадии создания предварительного напряжения, так и при внешней нагрузке.

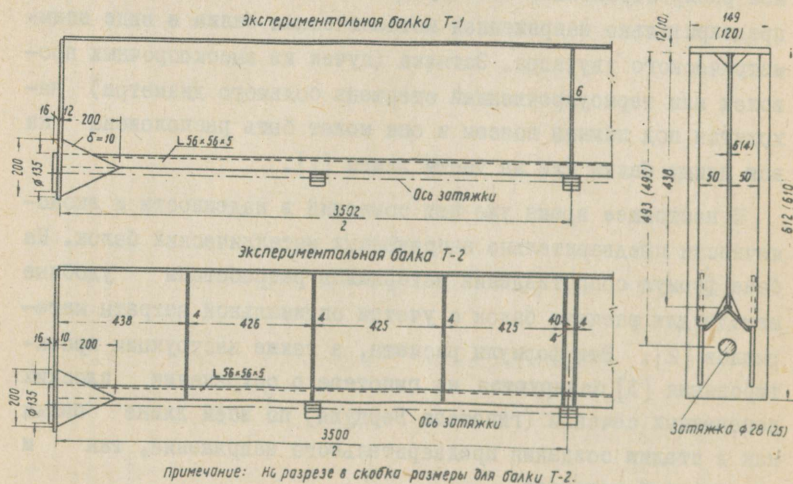
Однако из многих экспериментальных работ известно, что в местах приложения усилия предварительного напряжения эта

гипотеза далеко не соответствует действительности. В некоторых случаях это может привести к довольно большим неточностям при определении действительных напряжений и явиться причиной разрушения конструкции. Следует отметить, что вопрос поведения опорной панели предварительно напряженной балки до сего времени мало изучен: отсутствуют основы для определения усилий сдвига между стенкой и поясами. В то же время эти касательные напряжения могут стать причиной потери устойчивости стенки.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования напряженного состояния и деформаций балок с затяжками на всю длину балки при действии усилия предварительного напряжения и при сосредоточенной нагрузке в середине балки. Особое внимание уделено вопросу о поведении опорной пластины.

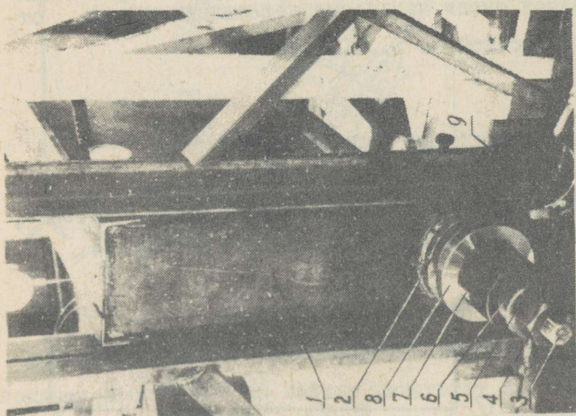
2. Описание испытанных балок

Для эксперимента были изготовлены сварные металлические балки типа Т-1 и Т-2 разного сечения (фиг. 1). Материал

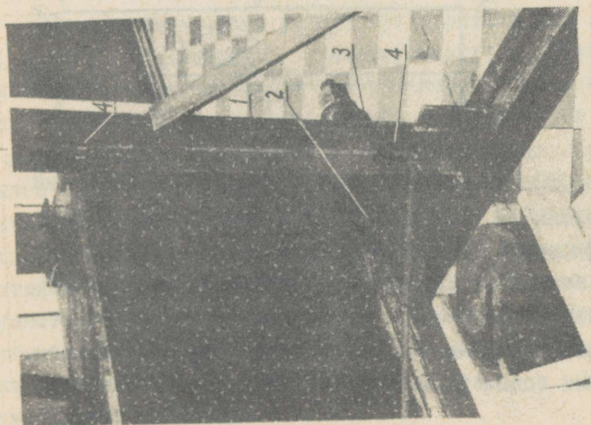


Фиг. 1

балок Вст.-3. Затяжками служили профилированные арматурные стержни из стали 25Г2С, калиброванные до удлинений $\epsilon = 3,5\%$. При расчетной прочности $R_s = 4500 \text{ кг/см}^2$ значение модуля упругости затяжек составляло $E_s = 1,76 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$. Для передачи усилия предварительного напряжения на балку на торцовые ребра были приварены стальные упорные шайбы ($\phi = 135$, $\delta = 16 \text{ мм}$). На одном конце балки на шайбу был оперт подшипник под винтовую установку для предвари-
 тельного напряжения балки (фиг. 2), а на другом конце -



Фиг. 2. 1-торцовое ребро балки, 2-опорная шайба, 3-наконечник затяжки, 4-гайка, 5-шайба, 6-шпилька, 7-натяжная гайка, 8-коробка для подшипника, 9-клюц



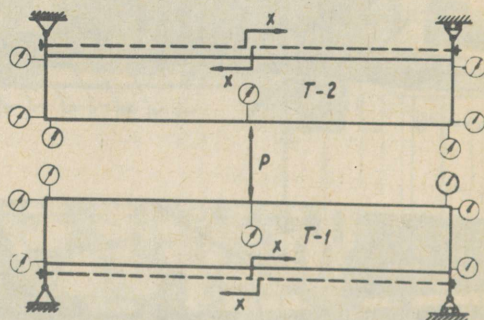
Фиг. 3. 1-стенд испытания, 2-жесткая приладка, 3-винтовая установка для предварительного напряжения, 4-болты, фиксирующие положение балки

глухая анкерная плита в виде толстой металлической шайбы. Опорный узел был усилен жесткими накладками (фиг. 3). Затяжки были в трех местах соединены с нижним поясом кляммерами, допускающими перемещение затяжек только в плоскости балки. Нижний пояс обеих балок имел сечение из уголка $\angle 56 \times 5$. Верхний пояс и торцевые ребра балки были образованы из листовой стали и практически не имели жесткости на изгиб в плоскости стенки балки.

Стенка балки Т-2 была усилена поперечными ребрами, а балка Т-1 имела одну пару ребер только в середине пролета. Стенки обеих балок имели начальные деформации в виде отдельных выпучин высотой до $1 \dots 1,5$ мм.

3. Проведение эксперимента

Испытание балок производилось на специальном стенде, принципиальная схема которой представлена на фиг. 4.



Фиг. 4

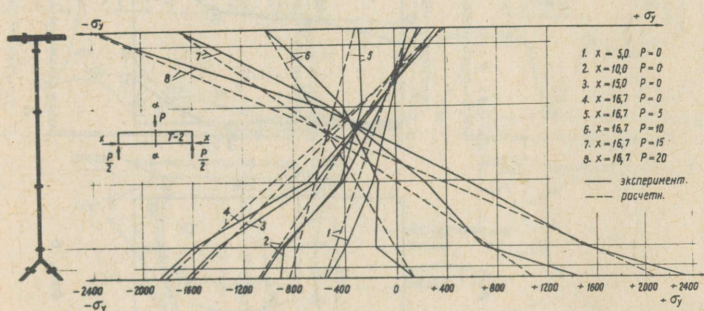
В процессе испытания производилось измерение деформаций и перемещений в разных сечениях моделей при разных нагрузках X и P . Деформации (напряжения) измерялись датчиками сопротивления (база 10 и 20 мм, сопротивление $R = 199 - 204 \Omega$ тензочувствительность 2,1-2,2) при помощи электрического измерителя деформаций ЭИД-3. Перемещения были зафиксированы индикаторами (цена деления $1/100$ мм). Усилия в затяж-

ке были определены при помощи шести попарно соединенных датчиков сопротивления.

Эксперименты с разными нагрузками проводились 3-5 раз.

4. Результаты эксперимента

По результатам эксперимента установлено, что действительное напряженное состояние в середине пролета близко к расчетному по формулам сопротивления материалов (фиг. 5).

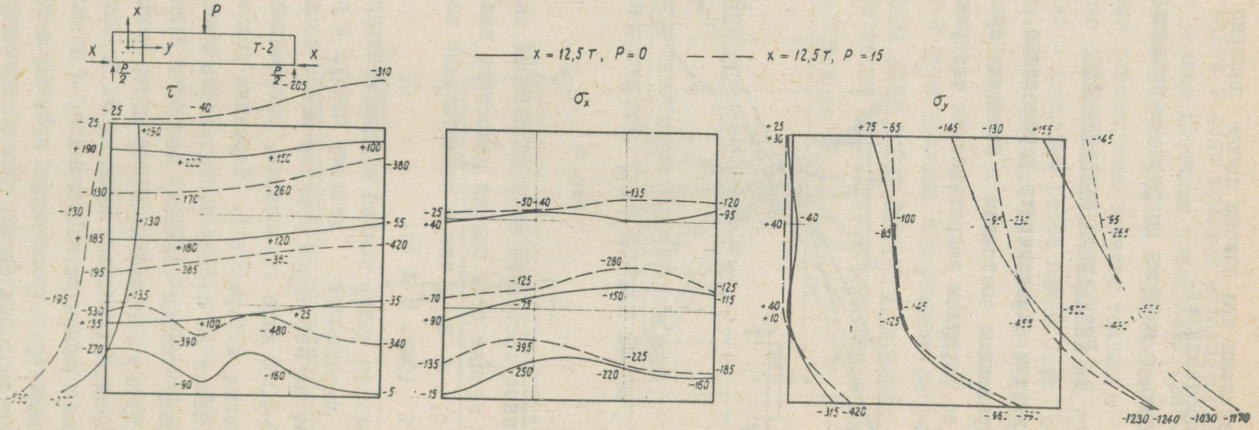


Фиг. 5

Напряженное состояние опорных панелей является наиболее сложным. В стенке этой панели действуют как нормальные напряжения σ_x и σ_y , так и значительные касательные напряжения τ (фиг. 6 и 7).

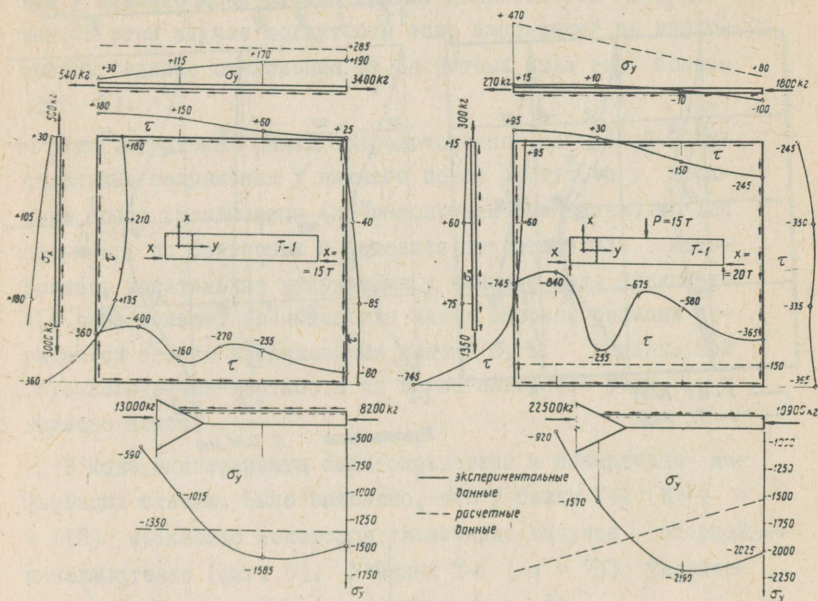
Значительная часть усилия предварительного напряжения (до 90%) передается нижнему поясу; в результате этого нижний пояс на небольшом участке имеет повышенные напряжения (на 20-30 % выше напряжений, полученных по формулам сопротивления материалов). Передача усилия предварительного напряжения на стенку производится касательными напряжениями между сжатым (нижним) поясом и стенкой. Самые большие касательные напряжения имеют место у нижнего края стенки в пределах узловой прикладки. По высоте они быстро уменьшаются и изменяют направление, а по длине постепенно убывают, делая у острого конца прикладки вогнутую кривую и на удалении от торца балки, равной примерно высоте стенки, уменьшаются до нуля.

64

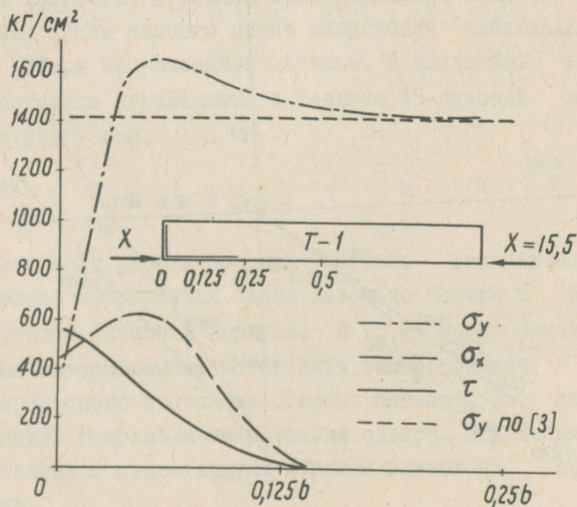


Фиг. 6

Следует отметить, что напряжения смятия σ_x , передаваемые на стенку от опорных элементов, довольно существенные.

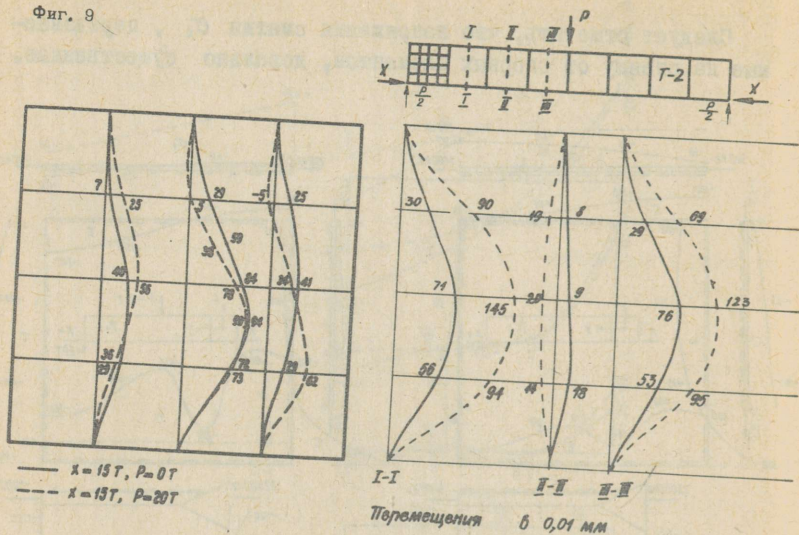


Фиг. 7

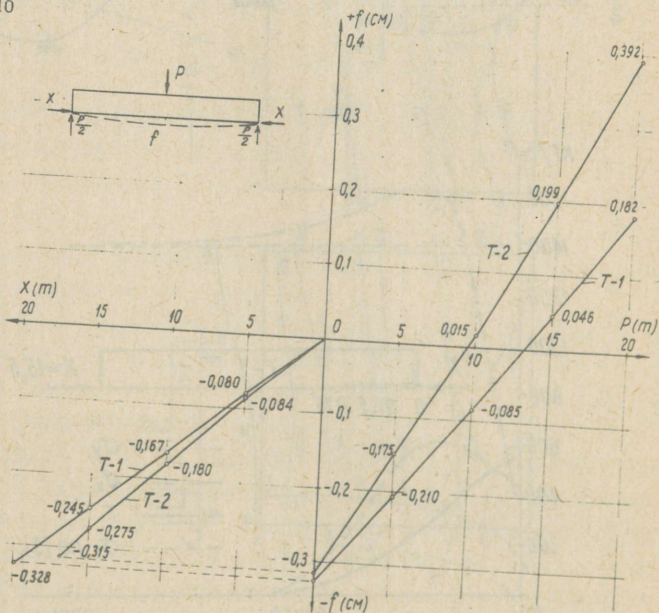


Фиг. 8

Фиг. 9



Фиг. 10



В качестве дополнительного эксперимента были удалены прикладки у одного конца балки Т-1 и измерены напряжения у нижнего края стенки при предварительном напряжении. В этом случае вогнутости эпюр напряжений не наблюдалось, однако отклонения от расчетных были еще больше (фиг. 8).

При загрузке балки сосредоточенной нагрузкой Р касательные напряжения у нижнего пояса растут, а у верхнего пояса уменьшаются (по абсолютным значениям). Так например, по сравнению с решением сопротивления материалов, касательные напряжения у нижнего края стенки до 4,5 раза больше. Значительная часть опорной реакции передается стенке напряжениями смятия σ_x в прианкерной зоне вследствие жесткости на изгиб анкерного узла и нижнего пояса.

В ходе эксперимента были определены и поперечные деформации стенки. Было выявлено, что у балки Т-2 ($K = \frac{\sigma}{\tau} = 110$) произошло некоторое увеличение выпучин опорной панели стенки (фиг. 9). У балки Т-1 ($k = 73$) увеличение выпучин практически не наблюдалось.

Прогибы (фиг. 10) и усилия самонапряжения были близки к расчетным. После первого цикла напряжения наблюдалась некоторая потеря напряжений в затяжке. В дальнейшем напряжения остались неизменными в течение 45-дневной выдержки под нагрузкой.

5. В ы в о д ы

Действительная работа средних участков металлических предварительно напряженных балок довольно близка к расчетным с учетом гипотезы Бернуля. В то же время метод сопротивления материалов не может быть распространен на оценку напряженного состояния опорных панелей. Это относится в первую очередь к напряжениям сдвига. Эти напряжения значительны и существенным образом влияют на прочность балки.

Для определения действительного напряженного состояния приопорных и прианкерных участков необходимо решить задачу по методам теории упругости.

Л и т е р а т у р а

1. Е.И. Б е л е н я. Предварительно напряженные металлические несущие конструкции. М. 1963, стр. 320.

2. А.А. В а с и л ь е в. Оптимальное напряженное состояние металлических предварительно напряженных балок, работающих в упругой стадии. Изв. ВУЗ. Строительство и архитектура №1, 1966.

3. Инструкция по проектированию предварительно напряженных стальных конструкций. М. 1963.

J.Aare, J.Rohusaar

Test of a Prestressed Plate Girder

Summary

A detailed record of the experimental results obtained from the tests on a prestressed welded plate girder are reported here. The behaviour of the flanges and web of this girder are observed and stress distribution are given.

The results of this test clearly indicate that the stresses at the center of girders may accurately be computed by the flexure formula but at the ends of girders the strain distribution is very complicated.

УДК 693.564.001.2

И.И. Ааре, Я.Л. Рохусаар

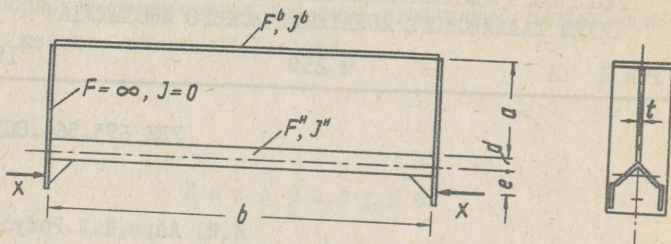
О РАСЧЕТЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БАЛОК

1. В в е д е н и е

Экспериментально доказано, что при предварительном напряжении металлических балок траектории главных напряжений по всей длине балки далеко не параллельны продольной оси балки [1]. Касательные напряжения особенно большие у анкерных узлов и существенно влияют на прочность балки. Следует отметить, что в существующих инструкциях [2] (метод расчета, базирующийся на гипотезе Бернуля) нет формул для определения указанных напряжений.

В настоящей статье предлагается метод на базе прикладной теории упругости для более точного определения напряженного состояния металлических балок от усилий предварительного напряжения, рассматривается возможность более точного определения усилия самонапряжения χ_1 в затяжке и прогибов балки при нагружении ее и приводится инженерный метод для уточнения напряженного состояния в прианкерной зоне.

Предварительно напряженная металлическая балка составляет систему, состоящую из стенки, поясов и торцовых ребер (фиг. 1). Стенку рассматривают как пластину, а влияние поясов и торцовых ребер описывается различными краевыми условиями. При расчете такой системы исходим из условий сходимости деформации ее элементов.



Фиг. 1

2. Напряжения в стадии предварительного напряжения

Напряженное состояние пластины при данных краевых условиях решается в перемещениях [3].

При отсутствии объемных сил основные уравнения равновесия теории упругости в перемещениях принимают вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Решение системы уравнений (1) с учетом краевых условий может быть представлено в виде бесконечных смешанных рядов

$$u = \sum_{1,3,\dots}^m \sin \frac{m\pi y}{b} \left[A_m \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} + B_m \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} + C_m \left(x \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{b}{m\pi} \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} \right) + D_m \left(x \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{b}{m\pi} \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} \right) \right]; \quad (2)$$

$$v = \sum_{1,3,\dots}^m \cos \frac{m\pi y}{b} \left[A_m \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} + B_m \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} + C_m \left(x \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} + \frac{b}{m\pi} \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} \right) + D_m \left(x \operatorname{sh} m \frac{\pi x}{b} + \frac{b}{m\pi} \operatorname{ch} m \frac{\pi x}{b} \right) \right]. \quad (3)$$

Подставляя значения перемещений u и v (2) и (3) в известные выражения напряжений по перемещениям [3], получим

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\mu} \sum_{i,3,\dots}^m \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi x y}{b} \left[A_m \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} + B_m \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} + C_m \left(x \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} - \frac{b(1-\mu)}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} \right) + D_m \left(x \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} - \frac{b(1-\mu)}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} \right) \right] \quad (4)$$

$$\sigma_y = -\frac{E}{1+\mu} \sum_{i,3,\dots}^m \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi x y}{b} \left[A_m \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} + B_m \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} + C_m \left(x \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} + \frac{b(1+3\mu)}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} \right) + D_m \left(x \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} + \frac{b(1+3\mu)}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} \right) \right] \quad (5)$$

$$\tau = \frac{E}{1+\mu} \sum_{i,3,\dots}^m \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi x y}{b} \left[A_m \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} + B_m \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} + C_m \left(x \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} + \frac{b2\mu}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} \right) + D_m \left(x \operatorname{ch} \frac{\pi x x}{b} + \frac{b2\mu}{\pi x (1+\mu)} \operatorname{sh} \frac{\pi x x}{b} \right) \right] \quad (6)$$

Неизвестные коэффициенты интегрирования $A_m \dots O_m$ определяются из граничных условий по контактным условиям между стенкой и поясами при деформации балки.

$$\text{При } x = a \quad \sigma_x \text{ стенка} = \sigma_x \text{ пояс} \quad (7)$$

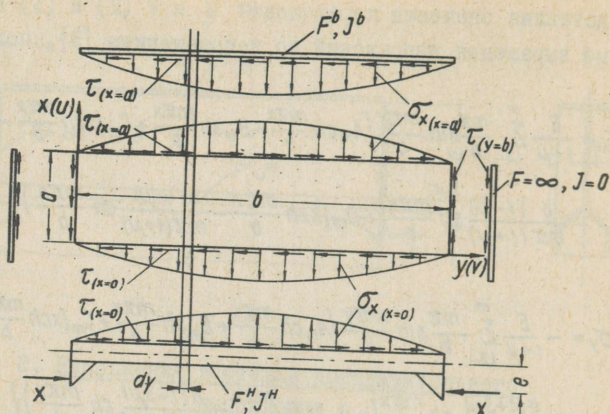
$$\varepsilon \text{ стенка} = \varepsilon \text{ пояс} \quad (8)$$

$$\text{При } x = 0 \quad \varphi \text{ стенка} = \varphi \text{ пояс} \quad (9)$$

$$\varepsilon \text{ стенка} = \varepsilon \text{ пояс} \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что граничные условия на торцах $y = 0$ и $y = b$ удовлетворяются автоматически, если только торцевые ребра имеют бесконечно большую жесткость на сжатие, а жесткость на изгиб равна нулю.

Величины σ_x , ε и φ для стенки выражаем прямо через функции u и v , а для поясов определяем их из условий



Фиг. 2

равновесия элемента длиной dy пояса (фиг. 2). После отбрасывания от маленьких величин второго порядка получаем при $x = 0$

$$\sigma_x = 0 \quad (II)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{t}{EF^b} \int \tau_{x=0} dy \quad (I2)$$

и при $x = 0$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{EJ^H} (-eX + t \int \tau_{x=0} dy + t \iint \sigma_{x=0} dy) \quad (I3)$$

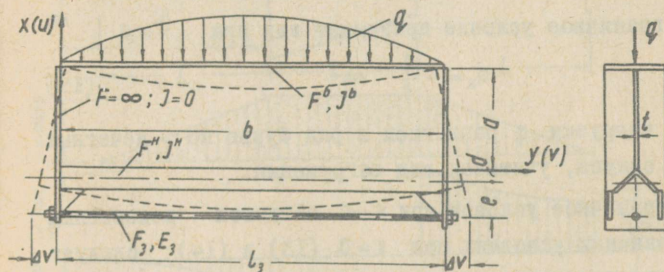
$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{EF^H} (-X - t \int \tau_{x=0} dy) - \frac{d}{EJ^H} (-eX + t \int \tau_{x=0} dy + t \iint \sigma_{x=0} dy) \quad (I4)$$

В полученных контактных уравнениях (II)...(I4) функции деформаций и напряжений заменяем соответствующими выражениями по (2)...(6) и усилие предварительного напряжения разлагаем в ряд Фурье по нечетным аргументам синуса в зависимости от длины затяжки. Производя нужные математические действия, получаем 4 уравнения, состоящие из смешанных рядов. Сравнивая в этих уравнениях коэффициенты при синусах одинаковой кратности, получаем m систем из 4 линейных алгеб-

раических уравнений для вычисления неизвестных постоянных интегрирования $A_m \dots D_m$. Зная эти постоянные, можно в любой точке балки вычислить интересующие нас перемещения по (2) и (3) или напряжения по (4), (5) и (6). Опыт показывает, что для практических расчетов в большинстве случаев достаточно сохранить в рядах 6 членов ($m = 1, 3, \dots, 11$).

3. Нагруженные балки с затяжкой

Рассматривается асимметричная металлическая балка с затяжкой длиной $l_3 \leq b$ при внешней нагрузке. Нагрузка находится на верхнем поясе (фиг. 3).



Фиг.3

Перемещение ΔV вызывает в затяжке усилие самонапряжения X_I , которое в свою очередь уменьшает прогиб балки. Перемещение ΔV состоит из двух компонентов

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2, \quad (15)$$

где ΔV_1 — перемещение точки с координатами $x = 0$,

$$y = \frac{b - l_3}{2},$$

а ΔV_2 вызывается углом поворота упругой линии балки в той же точке и зависит от длины консоли прикрепления затяжки к нижнему поясу и вычисляется

$$\Delta V_2 = (d + e) \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (16)$$

Если затяжка прикреплена к нижнему поясу кляммерами и по всей длине следует упругой линии балки, то она из-за кри-

визны укорачивается на ΔV_3 и это в свою очередь вызывает дополнительное усилие самонапряжения.

$$\Delta V_3 = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy, \quad (17)$$

где $\alpha = \frac{b-l_3}{2}$ и $\beta = \frac{b+l_3}{2}$.

Таким образом полное усилие самонапряжения получаем в виде

$$X_1 = - \frac{(\Delta V - \Delta V_3) E_3 F_3}{l_3} \quad (18)$$

Задача решается теми же функциями перемещения u (2) и v (3).

Первое граничное условие принимает вид при $x = a$

$$\sigma_x = - \frac{q}{t} \quad (19)$$

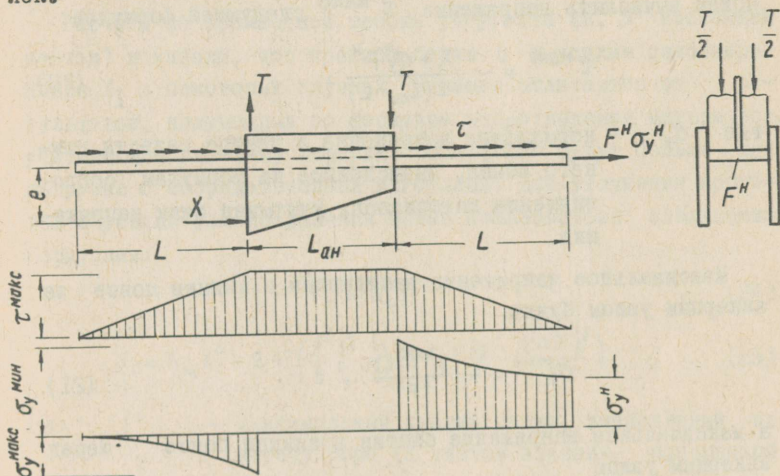
Функцию нагрузки q разлагаем в ряд Фурье по нечетным аргументам синуса, учитывая вид загрузки.

Второе граничное условие при $x = a$ остается неизменным (12). В граничных условиях при $x = 0$ (13) и (14) следует вместо усилия предварительного напряжения X пользоваться полученным нами усилием самонапряжения X_I (18). Поставим в выражение (18) функции перемещения u и v (2) и (3) и разлагаем его в ряд Фурье по нечетным аргументам синуса. Поставив преобразованное значение X_I в контактные уравнения (13) и (14), получаем уравнения, содержащие двойной смешанный ряд.

Сравнивая коэффициенты при синусах одинаковой кратности, получаем опять для вычисления неизвестных постоянных интегрирования $A_m \dots D_m$ m систем алгебраических уравнений. В этих системах правая часть третьего и четвертого уравнения состоит в свою очередь из суммы тех же неизвестных постоянных. Систему можно решить методом постепенного приближения с достаточной точностью. Зная постоянные $A_m \dots D_m$ (не менее, чем 6 слагаемых рядов), легко вычислить в любой точке балки перемещения по (2) и (3), напряжения по (4), (5) и (6) и усилие самонапряжения по (18).

4. Некоторые дополнения к инженерному расчету предварительно напряженных металлических балок

Учитывая экспериментальные данные [1] и результаты расчетов по методу, приведенному в п.2 и 3 настоящей статьи, можно сделать некоторые предложения для уточнения инженерного расчета предварительно напряженных металлических балок.



Фиг. 4

Вырезаем из балки с укороченной затяжкой часть нижнего пояса вместе с жестким анкерным узлом (фиг. 4). Усилие предварительного напряжения X уравнивается следующими напряжениями и усилиями:

- 1) напряжение σ_y^H в разрезе нижнего пояса;
- 2) касательное напряжение τ по линии разреза нижнего пояса от стенки;
- 3) усилия T в анкерных ребрах.

Если учитывать, что нижний пояс в плоскости стенки балки практически жесткости изгиба не имеет, то вычисление усилия T не вызывает трудностей. Усилия T от ребер передаются стенке балки касательными напряжениями.

Считаем, что жесткость на сжатие анкерного узла, тем самым и нижнего пояса на участке $L_{ан}$, намного больше жесткости на сжатие нижнего пояса. Это дает нам право касательные напряжения на участке $L_{ан}$ считать равномерно распределенными. Из экспериментов [1] и расчетов по прикладной теории упругости п.2 настоящей статьи выяснилось, что напряжения на определенном участке L уменьшаются почти равномерно от $\tau_{макс}$ до нуля. Учитывая это, можем вычислить напряжение $\tau_{макс}$ следующей формулой:

$$\tau_{макс} = - \frac{X + \sigma_y^H F^H}{t(L_{ан} + L)}, \quad (20)$$

где σ_y^H — нормальное напряжение в центре тяжести нижнего пояса, вычисленное по формулам сопротивления материалов, учитывая знак напряжения.

Максимальное напряжение растяжения в нижнем поясе за анкерным узлом будет

$$\sigma_y^{макс} = - \frac{\tau_{макс} Lt}{2F^H}, \quad (21)$$

а максимальное напряжение сжатия в нижнем поясе перед анкерным узлом

$$\sigma_y^{мин} = \sigma_y^H + \frac{\tau_{макс} Lt}{2F^H}. \quad (22)$$

На участке L_{σ_y} изменяется в нижнем поясе по закону параболы второй степени, а в пределах анкерного узла $L_{ан}$ оно практически отсутствует.

Величина L зависит от высоты балки, жесткости и формы поперечного сечения нижнего пояса. Численное значение ее определяется следующей формулой:

$$L = bK_L \left(1 - \frac{d}{a}\right). \quad (23)$$

Численные величины коэффициента K_L для некоторых балок, вычисленных методом на базе прикладной теории упругости (п. 2 настоящей статьи), приведены в таблице I.

Т а б л и ц а 1

$\frac{F^H}{\sigma t} \backslash \frac{a}{b}$	0,05	0,1	0,15	0,2
0,05	0,078	0,089	0,099	0,106
0,15	0,088	0,101	0,110	0,118
0,25	0,097	0,107	0,117	0,124
0,35	0,103	0,114	0,124	0,129

Расчеты по прикладной теории упругости (п. 3 настоящей статьи) показали, что прогибы балки u и усилие самонапряжения X_I в некоторых случаях намного отличаются от результатов, полученных по формулам сопротивления материалов, учитывающие гипотезу Бернулли. Отклонения будут больше при нагрузке с сосредоточенной нагрузкой. Для уточнения прогибов и усилий самонапряжения можно пользоваться следующими формулами:

$$u = K_u f^c \quad (24)$$

$$X_I = K_{X_I} X_I^c + 2,47 \left(\frac{f^c}{b} \right)^2 \frac{l_2}{b} E_3 F_3 \left(\frac{l_2}{b} - \frac{\sin \pi \frac{l_2}{b}}{\pi} \right), \quad (25)$$

где f^c — максимальный прогиб балки, вычисленный по методу Мора (с учетом влияния поперечной силы);
 X_I^c — усилие самонапряжения, вычисленное по строительной механике стержневых систем.

Численные значения коэффициентов K_u и K_{X_I} для некоторых балок приведены в табл. 2 (K_u) и 3 (K_{X_I})

Т а б л и ц а 2

$\frac{a}{b}$	$\frac{F^H}{\sigma t} \backslash \frac{a}{b}$	0	0,1	0,2	0,3
0,05	0,1	1,008	1,016	1,039	1,117
	0,2	1,008	1,011	1,018	1,039
	0,3	1,018	1,015	1,005	1,022
0,1	0,1	1,021	1,027	1,054	1,146
	0,2	1,023	1,024	1,031	1,056
	0,3	1,029	1,028	1,030	1,041

Продолжение таблицы 2

$\frac{a}{b}$	$\frac{F^H}{\sigma t} \backslash \frac{e}{\sigma}$	0	0,1	0,2	0,3
0,15	0,1	1,045	1,054	1,097	1,238
	0,2	1,052	1,053	1,056	1,110
	0,3	1,062	1,061	1,067	1,089

Т а б л и ц а 3

$\frac{a}{b}$	$\frac{F^H}{\sigma t} \backslash \frac{e}{\sigma}$	0	0,1	0,2	0,3
0,075	0,1	1,010	1,017	1,061	1,232
	0,2	1,008	1,003	1,009	1,048
	0,3	1,023	1,003	1,002	1,010
0,1	0,1	1,006	1,005	1,051	1,251
	0,2	1,002	1,995	0,998	1,030
	0,3	1,004	0,995	0,998	0,998
0,15	0,1	0,997	0,982	1,038	1,382
	0,2	1,000	0,976	0,964	1,037
	0,3	0,998	0,975	0,957	0,972

З а к л ю ч е н и е

Предварительно напряженная металлическая балка является сложной конструкцией и ее действительное напряженное состояние полностью не может быть определено формулами сопротивления материалов, базирующимися на гипотезе Бернуля. В прианкерной зоне усилие в затяжке вызывает касательные напряжения в нижней части стенки и изменяет напряженное состояние нижнего пояса, что не устанавливается вычислениями по формулам сопротивления материалов. Эти касательные напряжения суммируются с касательными напряжениями, вызванными нагрузкой, что следует учитывать при расчете устойчивости стенки. Перед анкерным узлом вызывает усилие в за-

тяжке перенапряжение нижнего пояса сжимающими напряжениями, а за ним возникают растягивающие напряжения. Увеличение длины анкерного узла, поперечного сечения нижнего пояса или выноса затяжки уменьшают касательные напряжения в стенке и перенапряжение нижнего пояса. Увеличение выноса затяжки и уменьшение длины анкерного узла увеличивают напряжение в анкерных ребрах. Прогибы балок и усилия самонапряжения, вычисленные по созданному нами на базе прикладной теории упругости методу, превышают в большинстве случаев расчетные величины, полученные по формулам, учитывающим гипотезу Бернуля. Отклонения больше у сравнительно высоких балок и у балок с большим выносом затяжки.

Л и т е р а т у р а

1. И.И. Ааре, Я.Л. Рохусаар. Экспериментальное исследование предварительно напряженных металлических балок. Труды ТИИ, Серия А, № 259, 1968.

2. Инструкция по проектированию предварительно напряженных стальных конструкций. М., 1963.

3. И.И. Ааре. Изгиб гибких пластин, шарнирно опертых по ребрам, жесткость которых на сжатие и изгиб имеет конечные значения. Труды ТИИ, серия А, №200, 1963.

J.Aare, J.Rohusaar

Theoretical Investigation of a Prestressed Plate Girder

Summary

This paper presents informations about the behaviour of plate girder under prestressing and loading.

By using differential equations for plates, the web displacements u , v are determined. Stress distribution is illustrated by figures.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

И

СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ

У1

Таллинский политехнический институт

Редактор В. Райдна

Технический редактор Л. Лоопер

Сдано в набор 5/II 1968, Подписано к печати 28/II 1968.
Бумага 60x90/16. Печ.л. 5,0 + приложение (0,25 печ.л.).

Уч.-изд. л. 3,6. Тираж 500. МВ-00392. Зак. № 159

Ротапринт ТПИ, Таллин, Пикк ялг, 14. Цена 24 коп.

TÜ RAAMATUKOGU



10300016029425

Цена 24 коп.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ
ФИЗИКА
СБОРНИК СТАТЕЙ У1
(Рефераты)

УДК 539.384

И.И. А а р е. Исследование работы стенки тонкостенной
металлической балки после потери устой-
чивости от изгиба, стр.3-14.

В статье приводятся результаты исследований работы стенки тонкостенной металлической балки после потери устойчивости от изгиба. Предполагается, что кромки пластинки свободно оперты на ребра и пояса, которые в процессе выпучивания не искривляются (в плоскости стенки балки), но могут свободно сближаться. Для исследования больших прогибов пластинки, применяются зависимости нелинейной теории упругости. Анализ результатов показывает, что часть стенки при нагрузке выше критической выключается из работы: сжатый пояс несколько перегружается, растянутый пояс разгружается. Кроме теоретических исследований проведены экспериментальные исследования. Полученные результаты представлены графически.

Иллюстраций 10. Библиографических названий 1.

УДК 539.384

И.И. А а р е,
С.И. И д н у р м Исследование работы стенки тонкостенной
металлической балки после потери устой-
чивости от сдвига и изгиба, стр.15-28.

В статье приводятся данные о поведении стенки тонкостенной металлической балки, нагруженной изгибными и касатель-

ными напряжениями. Состояние равновесия пластины в послекритической стадии определяется решением уравнений Кармана. Задача решается весьма высоким приближением (9 членов в функции прогиба пластины). Численные значения напряжений и деформаций пластины получены с помощью электронной вычислительной машины. Анализ полученных результатов показывает, что несущая способность стенки нагруженной поперечной силой и изгибающим моментом, определяется главным образом сопротивлением поперечной силе. Полученные результаты представлены графически.

Иллюстраций 8. Библиографических названий 1.

УДК 539.384

И.И. А а р е. Исследование работы опорной панели тонкостенной металлической балки в послекритической стадии, стр. 29-38.

Рассматривается работа стенки тонкостенной балки с учетом деформаций изгиба опорных ребер, а также случай, когда поперечные ребра жесткости не деформируются, а пояса имеют конечную изгибающую жесткость. Состояние равновесия пластины в послекритической стадии определяется основными уравнениями равновесия: подставляя выражения напряжений в уравнения равновесия, получим три дифференциальных уравнения для определения смещений u , v , w . Численные значения напряжений и деформаций получены с помощью ЭВМ "Минск-2". Полученные результаты представлены графически.

Иллюстраций 8. Библиографических названий 3.

УДК 539.384

И.И. А а р е. Расчет и проектирование тонкостенных металлических балок, стр. 39-58.

В статье приводятся данные о поведении стенки тонкостенной балки под действием касательных нагрузок, учитывая при

этом влияние жесткости поясов и ребер. Напряженное состояние стенки балки характеризуется цепными и изгибными напряжениями. Численные значения напряжений получены с помощью ЭВМ "Минск-2". Полученные результаты представлены графически. Из приведенного исследования явствует, что напряженное и деформированное состояние стенки тонкостенной балки в значительной степени зависит от жесткости поясов и ребер на сжатие и изгиб.

Иллюстраций 13. Библиографич. названий 5.

УДК 693.564.001.24

И.И. Ааре,

Я.Л. Рохусар. Экспериментальное исследование
предварительно напряженных стальных
балок, стр. 59-68.

Предварительно напряженные металлические балки являются экономными и вполне надежными несущими конструкциями. На базе формул сопротивления материалов разработаны удобные методы для расчета таких балок с учетом оптимальной затраты материалов. Однако их экспериментальных работ известно, что в местах приложения усилия предварительного напряжения возникают касательные напряжения, которые формулами сопротивления материалов не могут быть вычислены, но являются вполне существенными.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования напряженного состояния и деформаций балок с затяжками на всю длину балки при действии усилия предварительного напряжения и при сосредоточенной нагрузке в середине пролета. Особое внимание уделено вопросу о поведении опорной пластины.

И.И. Ааре,

Я.Л. Рохусар. О расчете предварительно напряженных металлических балок, стр. 69-79.

В настоящей статье предлагается метод на базе прикладной теории упругости для более точного определения напряженного состояния металлических предварительно напряженных балок от усилий в затяжке, рассматривается возможность более точного определения усилия самонапряжения и прогибов балки при нагружении ее и приводится инженерный метод для уточнения напряженного состояния в прианкерной зоне и поправочные коэффициенты для уточнения прогиба и усилия самонапряжения.

Действительную работу балки исследуют в перемещениях, которые аппроксимируются смешанными рядами. Стенку рассматривают как пластину, а влияние поясов и торцевых ребер описывают различными краевыми условиями. При расчете такой системы исходят из условий сходимости деформации ее элементов.