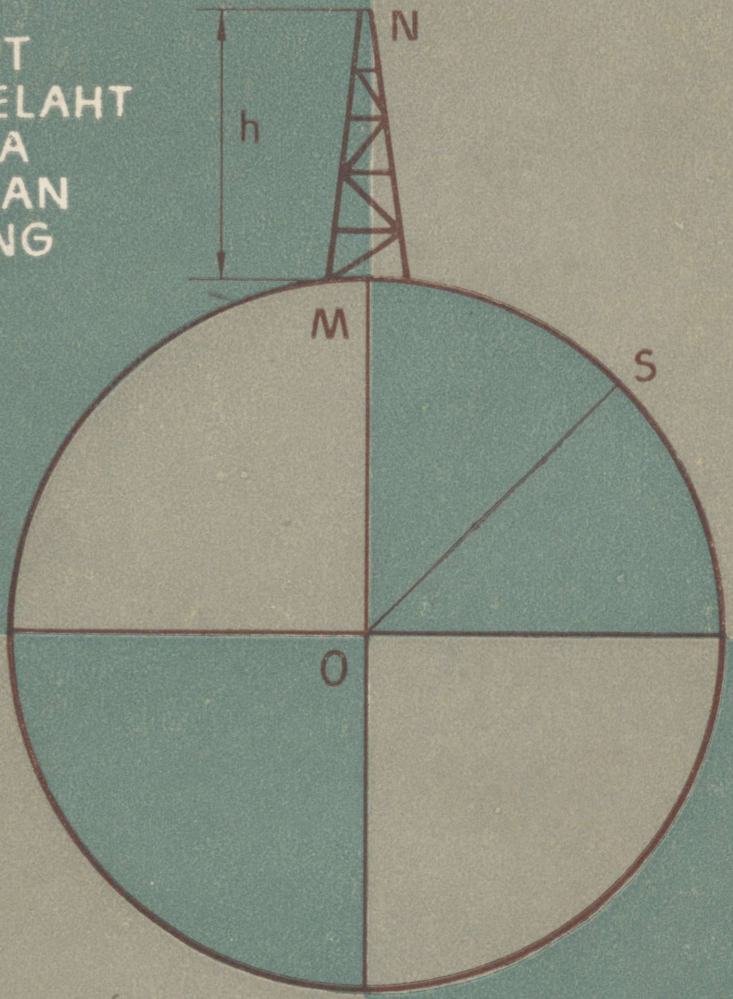
H. ELLART
V. LUIGELAHT
T. REIMA
E. REIMAN
H. SILLING



Elementaar-matemaatika

ÜLESANNETE KOGU

A-26338

H. ELLART • V. LUIGELAHT • T. REIMA
E. REIMAN • H. SILLING

ELEMENTAAR-MATEMAATIKA

ÜLESANNETE KOGU

KIRJASTUS «EESTI RAAMAT»
TALLINN 1964

51
E 52

Kaane kujundanud *E. Tali*

Lubatud
Eesti NSV Ministrite Nõukogu Riikliku Kõrgema ja Kesk-eriharidu se Komitee
poolt kasutada õppevahendina Eesti NSV kesk-eriõppeasutustes

2
Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
62046

EESSÕNA

Vabariigi kesk-eriõppeasutustel puudus käesoleva ajani matemaatika ülesannetekogu. Olemasolevad keskkoolide ülesannetekogud vastavad ainult osaliselt kesk-eriõppeasutuste programmidele, mis raskendab tunduvalt matemaatika õpetamist tehnikumides. Samuti on tülikas kasutada nelja eri raamatut (algebra, planimeetria, trigonomeetria ja stereomeetria).

Käesolevasse ülesannetekogusse on koondatud kõik elementaarmatemaatika distsipliinid. Kogu koostamisel on aluseks võetud kesk-eriõppeasutuste programmide ainejaotus ja püütud arvestada neid iseärasusi, mida tingib ainekäsitlus kesk-eriõppeasutustes. Koostajad lähtusid kolme erineva profiiliga kesk-eriõppeasutuste: 1) meditsiini- ja muusikakoolide, 2) mittemasinaehitus-, 3) tööstus- ja masinaehitustehnikumide õppeprogrammidest. Selle tõttu on püütud anda palju erineva raskustasemega ülesandeid. Seda tingis ka vajadus rohkete erinevate variantide järele päevaste ja õhtuste osakondade ning kaugõppeosakondade eksamisessioonide kontrolltööde ja eksamipiletite koostamiseks. Arvestades kaugõppijate iseõppimisvõimalusi, on teemade käsitlust püütud alustada kõige lihtsamate näidetega. Samuti on võimalikult palju antud samasisulisi varieeritud ülesandeid, mida õpetajal on võimalus klassis lahendatavate ülesannete kõrval kasutada koduste ja kontrolltöö ülesannetena.

Matemaatikakursuse perioodiliseks ja süstemaatiliseks kordamiseks on ülesannetekogu lõppu paigutatud elementaarülesandeid ja -küsimusi, mis on mõeldud õpilaste pidevaks suuliseks küsitlemiseks.

Ülesannetekogus on ka raskemasisulisi harjutusülesandeid aineringide tööks ja õpilaste ettevalmistamiseks olümpiaadideks.

Ettepanekud ja märkused ülesannetekogu kohta palume esitada Eesti NSV Ministrite Nõukogu Riikliku Kõrgema ja Kesk-eri-hariduse Komitee Teaduslik-metoodilisele Kabinetile.

Autorid

I OSA

ALGEBRA

§ 1. KORDAMISÜLESANDEID

1. Leida antud arvude suurim ühistegur ja väikseim ühiskordne:

1) 168 ja 180
2) 144, 360 ja 450
3) 125, 400, 500 ja 750

2. Teisendada kümnendmurrud harilikeks murdudeks:

1) 0,125 2) 0,008 3) 0,72 4) 28,64

3. Teisendada harilikud murrud kümnendmurdudeks:

1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{21}{350}$ 3) $\frac{37}{80}$ 4) $\frac{157}{128}$

4. Teostada tehted:

1) $\dfrac{3\frac{4}{25}+0{,}59}{\left(\frac{3}{4}-0{,}15\right):4}$ 2) $\dfrac{1{,}05+\frac{3}{4}}{\left(7{,}5-3\frac{1}{3}\right)\cdot 0{,}6}$

3) $0{,}4:(3{,}6:0{,}09)+0{,}495\cdot(0{,}3:0{,}15)$

4) $1:\dfrac{0{,}1-0{,}09}{0{,}6-0{,}58}$ 5) $0{,}3:\dfrac{1-0{,}25}{1-0{,}75}$

6) $\dfrac{4\frac{4}{7}:2-\left(1:\frac{1}{25}-2{,}5:\frac{1}{10}\right)\cdot 8\frac{8}{17}}{1\frac{1}{3}:0{,}5+13\frac{1}{3}}+\frac{6}{7}$

7) $\left[\dfrac{\left(2{,}4+1\frac{5}{7}\right)\cdot 4{,}375}{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}}-\dfrac{\left(2{,}75-1\frac{5}{6}\right)\cdot 21}{8\frac{3}{20}-0{,}45}\right]:\frac{67}{200}$

8) $\frac{1}{3} : \frac{2}{3} + 0{,}228 : \left[\left(1{,}5291 - \frac{14{,}53662}{3 - 0{,}095} \cdot 0{,}305\right) : 0{,}12\right]$

5. Leida arv, millest 2,5% on

$$\frac{\left(\frac{1}{2} + 0{,}4 + 0{,}375\right) \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} \cdot 0{,}72}$$

6. Väljendada protsentides suhe

$$\left(4{,}8 - 3 : 1\frac{2}{3}\right) : \left(5{,}1 + 4 : 1\frac{2}{3}\right)$$

7. Leida $\frac{\left(\frac{3}{5} + 0{,}425 - \frac{1}{200}\right) : 0{,}001}{10{,}5 + 5{,}25 + 3\frac{1}{6} + 15\frac{1}{12}}$ % arvust

$$\left(2{,}314 - \frac{1}{4}\right) : 0{,}02 + \left(3\frac{3}{8} + 1{,}425\right) : 6$$

8. Leida arv, millest 10% on niisama palju kui 40% arvust 8,5.

9. Kui arvuga liidame 25% temast endast, saame 62,5. Leida see arv ja kontrollida saadud vastust.

10. Kui arvust lahutame $33\frac{1}{3}$% temast endast, saame 0,66. Leida see arv.

11. Üks arv on teisest 25% võrra väiksem. Mitme protsendi võrra on teine arv esimesest suurem?

12. Üks arv on teisest 50% võrra suurem. Mitme protsendi võrra on teine arv esimesest väiksem?

13. Mitu protsenti on 1) 1 kilogramm 1 tonnist, 2) 1 ruutsentimeeter 1 ruutmeetrist, 3) arv 12 arvust 10, 4) veerand poolest?

14. Vase ja hõbeda sulamis on hõbedat $14\frac{2}{7}$% vase massist. Kui palju hõbedat on 2 kg sulamis?

15. Kui palju puhast piiritust tuleb lisada 735 g 16%-lisele joodi piirituslahusele, et saada 10%-line lahus?

16. Taara kaal on 15% kauba netokaalust. Leida taara kaal, kui kauba brutokaal on 138 kg.

17. Tööline täidab päevanormist 75%. Ta kavatseb päevast tööhulka suurendada 40% võrra. Mitu protsenti täidab ta siis normist?

18. Arvutada:

1) $\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^2$ 3) $(-0{,}3)^2+1{,}1^2$

2) $-3+(-3)^2+(-3)^3$ 4) $-(-4)^2:(-0{,}2)^3$

19. On antud kaks arvu: $-0{,}3$ ja $-0{,}31$. Nimetada mingi arv, mis 1) on väiksem väiksemast antud arvust; 2) on suurem suuremast antud arvust; 3) asetseb suuruselt kahe antud arvu vahel.

20. Leida järgmiste arvude vastandarvud ja pöördarvud:

1) 3 2) a 3) $-x$ 4) $m-n$

21. Sõnastada ja tõestada samasused:

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
4) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
5) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
6) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
7) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

22. Kasutades eelmise ülesande valemeid, arvutada:

1) 65^2 2) $9{,}5^2$ 3) $\left(8\frac{1}{2}\right)^2$ 4) $7{,}5\cdot 8{,}5$ 5) $112\cdot 88$

6) 151^2-149^2 7) $16{,}8^2-13{,}2^2$ 8) $1{,}05^3$ 9) 29^3

10) 39^3+11^3 11) 9^3+8^3

23. Näidata otsese arendamise teel, et

$$\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]=$$
$$=a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ac)$$

24. Näidata otsese arendamise teel, et

$$\frac{1}{3}[(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3]=$$
$$=ab(b-a)+bc(c-b)+ac(a-c)$$

25. Lahutada tegureiks:

1) ab^4-4ax^2
2) $x-x^3$
3) $64m^3+1$
4) u^3+4u^2+4u
5) t^3-t^2-t+1
6) m^2-n^2+2n-1
7) $a^2+2ab+b^2-c^2$
8) $z^2+11z+28$
9) $(2a+2x)^2-2(a+x)$
10) $3mn-2m-12+18n$

26. 1) Kaksliikmes $a+b$ tuua sulgude ette a.

2) Kaksliikmes $2m-n$ tuua sulgude ette $\frac{2}{3}$.

3) Kolmliikmes $9x^2 - 3x + 2$ tuua sulgude ette a) 9; b) $\frac{1}{3}$; c) x.

4) Hulkliikmes $2z^3 - 3z^2 + 4z - 5$ tuua sulgude ette a) 2; b) $\frac{2}{5}$; c) z; d) $2z^3$.

27. 1) Missugune arv tuleb liita avaldisega

$$4x^2 + 12x + 1,$$

et see avaldis muutuks täisruuduks?

2) Esitada avaldis

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4}$$

kaksliikme ruudu kujul.

28. Jagada hulkliikmed:

1) $(2a^3 - 9a^2 + 13a - 6) : (2a - 3)$
2) $(2x^5 - 6x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 1) : (2x^3 - 3x + 1)$
3) $(m^4 - 6m^2 + 1) : (m^2 + 2m - 1)$
4) $(6 - 5b^2 - b^8) : (3 - b^2 + b^4)$

29. Leida avaldiste

$$48u^2 - 12v^2 \quad \text{ja} \quad 36u^2 - 36uv + 9v^2$$

väikseima ühiskordse ja suurima ühisteguri jagatis.

30. Tõestada, et

1) $\left(\frac{m^2+1}{m}\right)^2 - \left(\frac{m^2-1}{m}\right)^2 = 4$

2) $\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^2 - \left(\frac{2x}{x^2-1}\right)^2 = 1$

31. Taandada murrud:

1) $\frac{a-b}{b-a}$
2) $\frac{a+b}{b^2-a^2}$
3) $\frac{m^2-n^2}{(n-m)^2}$
4) $\frac{a^3-b^3}{(b-a)^2}$
5) $\frac{(a-b)(c-d)}{b-a}$
6) $-\frac{(m-n)^2}{n-m}$

32. Missuguse a väärtuse korral

1) $\frac{4a-5}{7} = 0$

2) $\frac{2a+9}{3} = 1$

33. Missuguse x väärtuse korral ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

1) $\frac{1}{x-3}$ 2) $\frac{x+2}{2x+8}$ 3) $\frac{2}{x^2+1}$

34. Keegi taandas murru, nagu näidatud:

$$\frac{a+x}{b+x}=\frac{a}{b}.$$

Missugusel ainsal x väärtusel on tulemus õige, kui $a \neq b$?

35. Kas m ja n on võrdsed, kui

$$\frac{\frac{a}{b}}{c}=m \quad \text{ja} \quad \frac{a}{\frac{b}{c}}=n?$$

Lihtsustada avaldised (ülesanded **36** ja **37**):

36. 1) $\frac{m}{3}(6x-2)-\frac{m}{2}(4x-1)$

2) $\frac{7c}{5}(15u-2)-\frac{3c}{2}(14u+1)$

3) $\frac{a-b}{ab}+\frac{b-2c}{2bc}+\frac{c-2a}{3ac}$

4) $\frac{c-x}{cx}+\frac{x-3y}{3xy}+\frac{4y+5c}{4cy}$

5) $\frac{5}{u+v}\cdot\frac{2u^2-2v^2}{5a}:4u$

6) $\left(\frac{a+2x}{7}:\frac{5a^2-20x^2}{3ax}\right)\cdot 14\frac{a}{x}$

7) $\frac{4+\frac{a}{x}}{\frac{6x}{a}+\frac{3}{2}}$ 8) $\frac{1-\frac{2a}{3x}}{\frac{3x}{5a}-\frac{2}{5}}$

37. 1) $\frac{3}{5x}-\frac{3}{x+y}\cdot\left(\frac{x+y}{5x}-x-y\right)$

2) $\left(a^2q^2-2+\frac{1}{a^2q^2}\right):2\left(aq-\frac{1}{aq}\right)$

3) $\left(3-\frac{9m-1}{m+3m^2}\right)\cdot\left(m+1+\frac{4}{9m-3}\right)$

4) $\left(\frac{5-3a}{4+2a}-1+a\right):(a-a^2+2a^3)$

5) $\left(2-p+\frac{2p^2}{2+p}\right):\frac{4a+ap^2}{p^2x-4x}$

6) $\left(2+\frac{2m^2}{2+m}-m\right):\frac{4n^2+n^2m^2}{m^2x-4x}$

7) $\frac{1}{(a+b)^2}\cdot\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{2}{(a+b)^3}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

8) $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$

38. Näidata, et avaldise

$$\frac{a+b}{ab}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)-\frac{b+c}{bc}\cdot\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)$$

väärtus ei olene arvust b.

39. Arvutada avaldise

$$\left[\frac{1}{ab+b^2}-\frac{a}{a^2b-2ab^2+b^3}+\frac{2a}{(a^2-b^2)(a-b)}\right]\cdot\frac{a^2-b^2}{a+2b}-\frac{2b}{a^2+2b}$$

väärtus, kui $a=-\frac{1}{4}$.

40. Arvutada avaldise

$$\left(\frac{\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}+\frac{1-\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}}\right):\left(\frac{\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}-\frac{1-\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}}\right)$$

väärtus, kui $a=-0{,}2$.

41. Näidata, et võrdust

$$(2x-1)^2-x=(1-x)(1-4x)$$

rahuldab iga x väärtus.

42. Missuguse x väärtuse puhul avaldis

$$\frac{3x-7}{2x+5}$$

1) on null, 2) võrdub ühega, 3) ei oma mõtet?

43. Lahendada võrrandid:

1) $\frac{5-3x}{7}=5+x$

2) $\frac{2+3y}{4}=2(4+y)$

3) $2x-1-\frac{3x-4}{2}=\frac{x+1}{3}-\left(1-\frac{x+2}{2}\right)$

4) $\frac{z-2}{4}-2=\frac{z+2}{8}-\left(1-\frac{1-2z}{2}\right)$

5) $\frac{6}{4-z}-\frac{25}{1-3z}+\frac{16}{z-4}=0$

6) $\frac{2x+19}{5x^2-5}-\frac{17}{x^2-1}=\frac{3}{1-x}$

7) $\frac{m(x-m)}{n}+\frac{n(x-n)}{m}=x$

8) $\frac{a-x}{a-b}-\frac{x-b}{a+b}=\frac{2ab}{a^2-b^2}$

44. Määrata x võrdest:

1) $x:(x+2)=\frac{3}{4}:\frac{2}{3}$

2) $\frac{a-b}{2}:\frac{x(a+b)}{a}=(a^3-ab^2):(a+b)^2$

45. Lahendada võrrandid:

1) $S=\frac{ah}{2}$ tähe h suhtes;

2) $S=\frac{(a+b)h}{2}$ tähe h ja siis tähe a suhtes;

3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$ tähtede x, y ja z suhtes;

4) $R=\frac{r_1 \cdot r_2}{r_1+r_2}$ tähtede r_1 ja r_2 suhtes.

46. Kahe järjestikuse täisarvu ruutude vahe on 49. Leida need arvud.

47. Kui mõeldud arvust lahutame 11, saadud vahe jagame 6-ga ja tulemusega liidame 3, saame 10. Leida mõeldud arv.

48. Üks arv on teisest 108 võrra suurem; kui suurem arv jagatakse väiksemaga, siis saadakse jagatiseks 5 ja jäägiks 4. Leida need arvud.

49. Murru lugeja on nimetajast 3 võrra väiksem; kui lugejat suurendada 3 korda, nimetajat aga suurendada 3 võrra, siis on murru väärtus 2. Leida see murd.

50. Kaks brigaadi koos töötades lõpetavad töö a päevaga. Ühel brigaadil üksi kuluks selle töö tegemiseks b päeva. Mitme päevaga teeks selle töö teine brigaad üksi?

51. Üks tööline lõpetab töö m päevaga, teisel kulub sama töö tegemiseks n päeva. Mitme päevaga lõpetavad selle töö need kaks töölist koos töötades?

52. Lahendada võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} 18x-21y=2 \\ 24x-15y=7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4(x+2)=1-5y \\ 3(y+2)=3-2x \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{p}{2}-\frac{q}{3}=1 \\ \frac{p}{4}+\frac{2q}{3}=8 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{x}{3}+5y=28 \\ x=6y \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{x+2y}{4} - \left(x - \frac{1}{3}y\right) = 1 + y \\ \frac{y+3}{6} + \frac{1-\frac{1}{2}x}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$

6) $\begin{cases} 1\frac{7}{15} - y = \frac{1}{3}\left[x - 6(y - 0{,}3)\right] + 0{,}2 \\ 3\left[1 - \frac{2-3(x-y)}{5}\right] + 9{,}4 = 2(3x - 1) \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2y = \frac{x+4a^2}{2a^2+a} + \frac{1}{a} \\ ay = \frac{x+1}{2} \end{cases}$

8) $\begin{cases} (k+1)x - (k-1)y = k+1 \\ \frac{x}{k} - \frac{y}{2k+2} = \frac{1}{2} \end{cases}$

53. 1) Kirjutada võrrandile $x - 2y = 3$ juurde teine võrrand nii, et saadaval süsteemil oleks ainult üks lahend.

2) Kirjutada võrrandile $2x - y = 1$ juurde teine võrrand nii, et saadaval süsteemil oleks lõpmatu hulk lahendeid.

3) Kirjutada võrrandile $x + y = 5$ juurde teine võrrand nii, et saadaval süsteemil ei oleks lahendeid.

54. Aurik sõidab 40 km pärivoolu ja 20 km vastuvoolu 3 tunni 15 minutiga, 40 km vastuvoolu ja 20 km pärivoolu sõiduks aga kulub tal 3 tundi 30 minutit. Leida auriku kiirus seisvas vees ja jõe voolukiirus.

55. Kaks automaati valmistasid teatava hulga detaile, kusjuures teine automaat alustas tööd 3 tundi hiljem kui esimene. Pärast teise automaadi 6-tunnilist töötamist oli töö lõppenud. Mitu detaili valmistas kumbki automaat, kui on teada, et minutis valmistas teine automaat 5 detaili vähem kui esimene ja teise automaadi poolt valmistatud detailide arv moodustas 25% valmistatud detailide koguarvust?

56. 16 m esimest sorti ja 20 m teist sorti riiet maksavad kokku 62 rubla. Kui esimese sordi riide hinda alandatakse 25% ja teise sordi hinda $33\frac{1}{3}$%, siis tuleb sama ostu eest maksta 18 rubla vähem. Kui palju maksab kummagi riidesordi meeter?

57. Kahe detaili mass on m kg; p protsenti ühe detaili massist moodustab q protsenti teise detaili massist. Leida kummagi detaili mass.

58. Kahe ühtlaselt liikuva keha vaheline kaugus on d meetrit. Liikudes teineteisele vastu, kohtuksid nad m sekundi pärast; kui kiiremini liikuv keha liiguks aeglasemale järele, saaks ta selle kätte n sekundi pärast. Leida kummagi keha kiirus.

§ 2. LIGIKAUDNE ARVUTUS

Ligikaudsed arvud. Absoluutne ja relatiivne viga. Tõkked

59. Mispärast ei ole mõõtmistulemus kunagi täpne arv?

60. Kumb järgmistest andmetest on täpne, kumb ligikaudne? Andke seletus.

a) Linnas on 273 524 elanikku.
b) Klassis on 39 õpilast.

61. Ümardada arvud nõutava järguni:

1) 232 kümnelisteni,
14,7 ühelisteni,
5783 sajalisteni,
9 982 000 sajatuhandelisteni,
5,7329 sajandikeni,
0,8237 tuhandikeni,
19,95 kümnendikeni,
0,32 ühelisteni;

2) 14 329 tuhandelisteni,
287 kümnelisteni,
6450 sajalisteni,
5099 kümnelisteni,
14,69 kümnendikeni,
0,66666 sajandikeni,
0,3203 tuhandikeni,
4,996 sajandikeni.

62. Missugust suurust ei tohi ületada viga, et arvul 24,37 oleks a) 4 õiget numbrit *, b) 3 õiget numbrit, c) 2 õiget numbrit, d) 1 õige number?

63. Missugust suurust ei tohi ületada viga, et arvul 64 324 oleks a) 5 õiget numbrit, b) 3 õiget numbrit, c) 1 õige number?

64. Mitu õiget numbrit on järgmistel ligikaudsetel arvudel:

1) $27{,}3(\pm 0{,}05)$; $1432(\pm 7)$; $0{,}008(\pm 0{,}0005)$; $8932(\pm 30)$; $12780(\pm 6{,}5)$
2) $87(\pm 0{,}5)$; $1{,}23(\pm 0{,}006)$; $0{,}102(\pm 0{,}005)$; $621(\pm 4)$; $0{,}009(\pm 0{,}005)$

65. Tehnikumis on 1431 õpilast, kuid lühidalt öeldakse, et tehnikumis on 1400 õpilast. Kui suur on seejuures absoluutne viga?

66. Auto spidomeeter näitas $85\frac{\text{km}}{\text{h}}$, kuid tegelik liikumiskiirus oli $79\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Kui suur oli spidomeetri näidu absoluutne viga?

67. Kuidas sõltub tegelikust ja ligikaudsest väärtusest absoluutse vea märk?

---

* «Õige number» on tinglik mõiste. Arvu numbreid loetakse õigeteks, kui viga ei ületa viimase järgu poolt ühikut; avanullid õigete numbrite hulka ei kuulu.

68. Kui suur on voolutugevuse mõõtmisel absoluutne viga *, kui ampermeetri skaalal vastab 1 amprile 20 mm ja silm eraldab veel kahte kriipsu, mille vahe on 0,2 mm?

69. Kirjutada järgmiste ligikaudsete arvude alam- ja ülemtõke:

$2{,}37(\pm 0{,}2)$; $49{,}2(\pm 1{,}7)$; $468(\pm 31)$; 14,7; 2,56; 9; 7,0

(viimasel neljal arvul on antud õiged numbrid).

70. Mõõdetud suuruse tõeline väärtus on 4,55 ja 4,59 vahel. Kirjutada mõõtmistulemuse keskmine väärtus koos absoluutse veaga.

71. 1) Suuruse alamtõke on C ja absoluutne viga on a. Väljendada suuruse keskmine väärtus ja ülemtõke.

2) Ligikaudse väärtuse s ülemtõke on p. Väljendada alamtõke, kui s on ülem- ja alamtõkke aritmeetiline keskmine.

72. 1) Ühe ja sama plekitüki paksuse kolmel järjestikusel mõõtmisel kruvikaliibriga sai õpilane tulemusteks vastavalt 1,25 mm, 1,27 mm ja 1,20 mm. Leida keskmine tulemus ja keskmine absoluutne viga.

2) Klotsi pikkuse mõõtmisel nihkkaliibriga saadi järgmised 4 tulemust: 7,12 cm, 7,11 cm, 7,11 cm ja 7,14 cm. Leida keskmine tulemus ja keskmine absoluutne viga.

73. Kolme erineva pikkuse mõõtmisel olid absoluutsed vead vastavalt 1 cm, 10 cm ja 1 m. Kas on võimalik öelda, missugune neist mõõtmistest on kõige täpsem? Põhjendage vastust.

74. Leida järgmiste suuruste relatiivne viga: $17{,}2(\pm 0{,}3)$; $192(\pm 2)$; $0{,}772(\pm 0{,}04)$.

75. Maa raadiuse mõõtmisel pooluse kohalt saadi tulemuseks $6360(\pm 7)$ km, staadioni ringi mõõtmisel $400(\pm 0{,}8)$ m ja poldi läbimõõdu mõõtmisel $17{,}2(\pm 0{,}05)$ mm. Missugune neist mõõtmistest on kõige täpsem?

76. Toa ruumala mõõtmisel saadi tulemuseks 84,2 m^3, kusjuures relatiivne viga oli 6%. Kirjutada mõõtmistulemus õigete numbritega.

77. 1) Kõrgemas matemaatikas sageli esineva arvu $e = 2{,}718281\ldots$ ligikaudse väärtusena kasutatakse $e \approx 2{,}7$. Kui suur on seejuures relatiivne viga?

2) Arv $\pi = 3{,}14159\ldots$, kusjuures arvutustes kasutatakse $\pi \approx 3{,}14$. Kui suur on seejuures relatiivne viga?

78. 1) Ruudu külg on $32(\pm 0{,}4)$ m. Leida pindala relatiivne viga, kasutades tõkete meetodit.

2) Ristküliku küljed on 14,4 cm ja 16,8 cm, kusjuures kummalgi juhul on relatiivne viga 6%. Leida pindala absoluutne viga, kasutades tõkete meetodit.

* Selles ja ka enamikus edaspidistes ülesannetes on absoluutse vea all tegelikult mõeldud absoluutse vea ülemtõket.

Arvutamine andmetekohase täpsusega

Arvutada andmetekohase täpsusega * (ülesanded **79** ja **80**):

79. 1) $2{,}32 + 5{,}13$
$8{,}3 + 1{,}21$
$12{,}5 + 0{,}384$
$0{,}636 + 0{,}20$
$\mathbf{325} - 47{,}8$
$234\text{o}\text{o}\text{o} - 732\text{o}$

2) $321 + 2{,}12$
$0{,}700 + 1{,}16$
$\mathbf{8{,}37} + 12{,}0$
$580\text{o} - 328$
$0{,}08 - 0{,}0176$
$126\text{o}\text{o} - 7{,}8$

3) $4{,}3 \cdot 1{,}2$
$0{,}300 \cdot 42\text{o}$
$\mathbf{1275} \cdot 0{,}4$
$0{,}480 : 6{,}0$
$3{,}14 : \mathbf{3}$
$324 : 0{,}021$

4) $2{,}52 \cdot 1{,}7$
$476\text{o} \cdot 3{,}0$
$3{,}89 \cdot \mathbf{5}$
$82{,}6 : 0{,}6$
$78\text{o}\text{o} : 1{,}22$
$2243 : 0{,}11$

80. 1) $(4{,}32 + 1{,}7) \cdot \mathbf{3}$

$142 \cdot 1{,}15 + 26\text{o}$

$\dfrac{0{,}874 - 0{,}69}{0{,}03}$

2) $\dfrac{2{,}00 + 0{,}083}{1{,}2 \cdot \mathbf{7} - 1{,}1 \cdot \mathbf{3}}$

$\dfrac{12{,}5 - \mathbf{3} \cdot 0{,}708}{34{,}1}$

$\dfrac{(6{,}42 - 0{,}7 \cdot 1{,}05) \cdot 3{,}11}{8{,}0}$

3) $(25{,}72 - 11{,}9 + 123) : \mathbf{5}$

$\dfrac{123\text{o}\text{o}}{2{,}0 + 1{,}232}$

$\dfrac{472 \cdot 1{,}711}{3480}$

4) $\dfrac{4700}{3{,}2} - 22{,}3 \cdot \mathbf{4}$

$0{,}832 + \dfrac{0{,}7 + \mathbf{12}}{1{,}2}$

$\dfrac{6{,}37}{2{,}512 - 2{,}5}$

81. Risttahukakujulise alumiiniumitüki mõõtmete määramisel nihkkaliibriga saadi tulemuseks $6{,}23\ \text{cm} \times 0{,}72\ \text{cm} \times 3{,}13\ \text{cm}$. Tabeli andmeil on alumiiniumi tihedus $2{,}7\ \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$. Leida alumiiniumitüki mass.

82. Katuse katmiseks kulutati 14 tahvlit plekki mõõtmetega $1{,}20\ \text{m} \times 1{,}75\ \text{m}$ ja 11 tahvlit plekki mõõtmetega $1{,}4\ \text{m} \times 0{,}9\ \text{m}$. Valtsimiskohtadele kulus 5% kogu plekist. Leida katuse pindala.

Leida tabeli abil andmetekohase täpsusega (ülesanded **83** ja **84**):

---

* Täpsed arvud on trükitud rasvaselt. Väike null asendab ligikaudse arvu mitte teadaolevat numbrit või on tekkinud ümardamise tulemusel.

83. 1) $2{,}32^2$ 2) $8{,}37^2$ 3) $27{,}00^2$

$5{,}634^2$ $7{,}90^2$ $\mathbf{8{,}82^2}$

$83{,}45^2$ $42{,}70^2$ 921^2

5232^2 1870^2 13920^2

$0{,}092^2$ $0{,}123^2$ $0{,}0047^2$

$\mathbf{0{,}57^2}$ $0{,}079^2$ $0{,}0408^2$

$0{,}1253^2$ $0{,}8327^2$ $0{,}1009^2$

84. 1) $\sqrt{7{,}52}$ 2) $\sqrt{11{,}2}$ 3) $\sqrt{9{,}009}$

$\sqrt{88{,}34}$ $\sqrt{75000}$ $\sqrt{7000}$

$\sqrt{1248}$ $\sqrt{198{,}2}$ $\sqrt{89640}$

$\sqrt{233500}$ $\sqrt{495000}$ $\sqrt{8925000}$

$\sqrt{0{,}2569}$ $\sqrt{0{,}020}$ $\sqrt{0{,}500}$

$\sqrt{0{,}000563}$ $\sqrt{0{,}0001004}$ $\sqrt{0{,}09891}$

$\sqrt{\mathbf{0{,}7}}$ $\sqrt{\mathbf{0{,}008}}$ $\sqrt{\mathbf{0{,}00003}}$

85. Arvutada andmetekohase täpsusega:

1) $(1{,}23 + 0{,}471)^2$ 2) $(4725 - 18{,}39)^2$

$(1250 - 848{,}7)^2$ $\left(2 \cdot 12{,}9 + \frac{9{,}83}{3}\right)^2$

$\sqrt{320 + 18{,}9}$ $\sqrt{\sqrt{\mathbf{0{,}6}} + 0{,}06}$

$\sqrt{5{,}83 - \frac{1}{0{,}8975}}$ $\sqrt{\frac{1}{8{,}73} - \frac{1}{12{,}9}}$

86. Arvutada avaldise

$$\sqrt{\frac{1 - p^2}{1 + p^2}}$$

väärtus andmetekohase täpsusega, kui $p = 0{,}320$.

87. Arvutada avaldise

$$q\sqrt{r^2 - \frac{1}{r}}$$

väärtus andmetekohase täpsusega, kui $q = 1{,}20$ ja $r = 0{,}30$.

Arvutamine etteantud täpsusega. Vea valemite rakendamine

88. Kolmnurga alus ja kõrgus on ligikaudu vastavalt 60 cm ja 50 cm. Kui suure täpsusega tuleb need suurused mõõta, et pindala relatiivne viga ei ületaks 1%?

89. Kuubi serv on ligikaudu 20 cm. Kui täpselt tuleb see suurus mõõta, et ruumala relatiivne viga ei ületaks 8%? Kui suur on seejuures kuubi pindala relatiivne viga?

90. Kui täpselt tuleb mõõta ringi umbes 10-sentimeetrine raadius ja mitme õige numbriga võtta π, et pindala relatiivne viga ei ületaks 5%?

91.* Kui täpselt tuleb mõõta kera umbes 10-sentimeetrine raadius ja mitme õige numbriga võtta π, et ruumala $\left(V = \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ viga ei ületaks 1 cm³?

92. Arvutada järgmised korrutised ja jagatised ning absoluutne ja relatiivne viga:

1) $5{,}2(\pm 0{,}1) \cdot 7{,}5(\pm 0{,}2)$ 3) $0{,}43(\pm 0{,}02) : 1{,}5(\pm 0{,}05)$
2) $124(\pm 3) \cdot 98(\pm 2)$ 4) $54{,}5(\pm 0{,}4) : 0{,}3(\pm 0{,}3)$

93. Ristküliku mõõtmed on $28(\pm 0{,}5)$ m $\times$ $52(\pm 0{,}6)$ m. Leida pindala ning selle absoluutne ja relatiivne viga.

94. Leida ülesande **81** andmete põhjal alumiiniumitüki kaalu absoluutne viga.

95. 1) Ristküliku küljed on mõõdetud relatiivse veaga 2% ja 4%. Leida pindala relatiivne viga.

2) Trapetsi alused on mõõdetud relatiivse veaga 3% ja kõrgus relatiivse veaga 2%. Leida pindala relatiivne viga.

3) Kolmnurga pindala relatiivne viga on 6% ja kõrguse relatiivne viga 2%. Kui suure relatiivse veaga on arvutatav alus?

96. 1) Ruudu külg on $8{,}4(\pm 0{,}2)$ cm. Leida pindala relatiivne viga.

2) Kuubi serv on $20(\pm 0{,}1)$ cm. Leida ruumala relatiivne viga.

97. Leida järgmised ruutjuured ja nende absoluutne ning relatiivne viga (enne leida relatiivne ja seejärel absoluutne viga):

1) $\sqrt{25{,}3(\pm 0{,}05)}$ 2) $\sqrt{1230(\pm 7)}$ 3) $\sqrt{0{,}732(\pm 0{,}0004)}$
4) $\sqrt{0{,}03(\pm 0{,}002)}$

98.* Kera pindala $(S = 4\pi r^2)$ on $1230(\pm 50)$ cm². Kui suure relatiivse veaga on arvutatav raadius?

Ligikaudsed valemid

99.* Tuletada samasusest $(1 + a)(1 - a) = 1 - a^2$ väikeste a väärtuste korral kehtivad valemid

$$\frac{1}{1-a} \approx 1 + a \quad \text{ja} \quad \frac{1}{1+a} \approx 1 - a$$

* Tärniga on märgitud raskemad ülesanded või ülesanded klassiväliseks tööks.

Rakendada neid valemeid järgmiste jagatiste leidmisel:

1 : 1,003	1 : 1,007	1 : 0,992
1 : 1,001	1 : 0,996	1 : 0,988

100.* Näidata, et väikese a puhul kehtivad valemid

$$(1+a)^2 \approx 1+2a$$
$$(1-a)^2 \approx 1-2a$$
$$(1+a)^3 \approx 1+3a$$
$$(1-a)^3 \approx 1-3a$$

Rakendada neid valemeid järgmiste ruutude ja kuupide leidmisel:

$1{,}02^2$	$0{,}989^2$	$1{,}0019^3$
$0{,}997^2$	$1{,}02^3$	$0{,}994^3$

101.* Kasutades eelmises ülesandes toodud võrdusi, saame väikese a korral

$$\sqrt{1+2a} \approx 1+a$$
$$\sqrt{1-2a} \approx 1-a$$
$$\sqrt[3]{1+3a} \approx 1+a$$
$$\sqrt[3]{1-3a} \approx 1-a$$

Rakendada neid valemeid järgmiste ruut- ja kuupjuurte leidmisel:

1)	$\sqrt{1{,}004}$,	$\sqrt{0{,}992}$,	$\sqrt[3]{0{,}991}$
2)	$\sqrt{0{,}988}$,	$\sqrt[3]{1{,}006}$,	$\sqrt[3]{0{,}988}$

Kordamisülesandeid

102. Teostada tehted andmetekohase täpsusega:

1)
$$\begin{array}{r} 23{,}7 \\ 142 \\ 18{,}37 \\ +430 \\ \hline \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 3{,}482 \\ -12{,}60 \\ \hline \end{array}$$

3) $(2{,}381 - 1{,}29)^2$

4) $\sqrt{1250 \cdot 0{,}78}$

5) $\sqrt{\frac{0{,}20}{0{,}033}}$

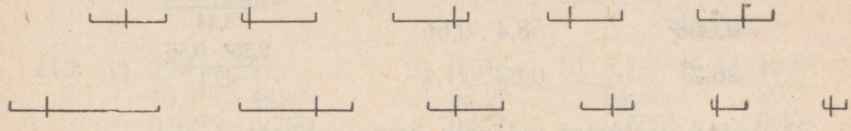
103. Tahetakse valmistada ruutdetsimeetri mudel, mille viga ei ületa 30 mm². Kui täpselt tuleb seejuures mõõta ruudu külg?

104. Kui suur võib olla kuubi serva relatiivne viga, kui ruumala viga ei tohi ületada 6%?

§ 3. ARVUTUSLÜKATI

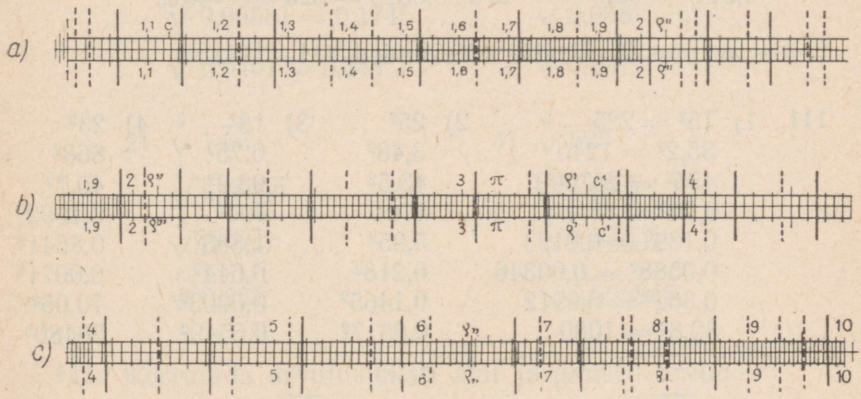
105. Joonestada 10 cm pikkune sirglõik ning märkida sellele jaotused iga sentimeetri järel. Saadud skaalal märkida silma järgi punktid, mis vastavad järgmistele arvudele: 1,5; 4,5; 0,5; 8,25; 3,2; 6,8; 7,3; 5,25; 9,4; 2,3; 8,7; 3,6; 6,4; 0,9; 4,1; 7,8; 0,2; 7,9; 9,8; 5,65; 6,05; 2,85. Kontrollida tulemust mõõtmise teel.

106. Määrata silma järgi, missugune osa kogu lõigust on iga joonisel 1 kujutatud lõigu alguse ja vertikaalkriipsu vahel.



Joon. 1.

107. Joonisel 2 toodud lõigud *a*, *b* ja *c* kujutavad osa arvutuslükati põhiskaalast. Lugeda sealt arvud, mis on märgitud 1) pideva kriipsuga, 2) punktiiriga.



Joon. 2.

108. Märkida arvutuslükati põhiskaalal niidi abil järgmised arvud: 4,5; 6,8; 2,7; 1,4; 4,35; 8,75; 3,82, 2, 34; 3,14 (π); 1,72; 2,58; 3,57 (C_1); 1,57; 4,62; 6,13; 7,48; 9,26; 7,44; 5,88; 2,6; 2,06; 6,5; 6,05; 1,128 (C); 1,028; 9,8; 9,08.

109. 1) Märkida põhiskaalal keele vasakpoolse otsa abil järgmised arvud: 1,28; 2,36; 32,4; 482; 0,532; 0,0187; 0,844; 380; 30,8; 9,03; 0,104; 3040; 13,75; 170,8.

2) Märkida põhiskaalal keele parempoolse otsa abil järgmised arvud (vajaduse korral arve ümardada): 0,678; 20,48; 398260; 405,8; 0,886; 0,0705; 0,001991; 0,02516; 14,587; 20,202; 10,101; 1,008.

110. 1) Määrata vastuste suurusjärgud (vastuseid arvutamata):

$8{,}15^2$	$5{,}71 \cdot 33{,}2$	$\frac{47{,}2 \cdot 0{,}18}{0{,}49}$
129^2	$23{,}8 \cdot 0{,}00865$	$\frac{0{,}081 \cdot 62{,}8}{3{,}44}$
$0{,}068^2$	$58{,}4 : 0{,}66$	$\frac{8{,}25^2 \cdot 0{,}56}{42{,}1}$
$26{,}2^3$	$0{,}83 : 21{,}4$	

2) Antud vastustes määrata koma asukoht:

$5{,}04^2 = 254$	$34 \cdot 0{,}58 = 197$	$\frac{14 \cdot 52{,}7}{27} = 273$
$0{,}81^2 = 656$	$20{,}2 \cdot 308 = 622$	$\frac{78{,}5 \cdot 0{,}039}{6{,}32} = 484$
$65{,}8^2 = 433$	$0{,}244 : 7{,}15 = 341$	$\frac{0{,}0041 \cdot \sqrt{0{,}158}}{10{,}05} = 162$
$0{,}214^3 = 980$	$270 : 0{,}0326 = 828$	

Leida arvutuslükati abil (ülesanded **111—114**):

111.

1)	2)	3)	4)
$15^2 = 225$	25^2	18^2	23^2
$35{,}2^2 = 1240$	$3{,}48^2$	$6{,}75^2$	868^2
$455^2 = 207000$	$43{,}5^2$	$93{,}2^2$	$40{,}7^2$
$9{,}24^2 = 85{,}4$	470^2	405^2	$0{,}1082^2$
$0{,}139^2 = 0{,}0193$	$5{,}95^2$	$1{,}865^2$	$0{,}8641^2$
$0{,}0588^2 = 0{,}00346$	$0{,}218^2$	$0{,}644^2$	$0{,}0071^2$
$0{,}302^2 = 0{,}0912$	$0{,}1465^2$	$0{,}0203^2$	$10{,}05^2$
$32{,}8^2 = 1080$	$0{,}0317^2$	$0{,}6549^2$	26480^2

112.

1)	2)
$\sqrt{3{,}2} = 1{,}79$	$\sqrt{2{,}5}$
$\sqrt{35{,}5} = 5{,}96$	$\sqrt{8{,}9}$
$\sqrt{617} = 24{,}8$	$\sqrt{11}$
$\sqrt{6170} = 78{,}6$	$\sqrt{567}$
$\sqrt{170000} = 412$	$\sqrt{8760}$
$\sqrt{0{,}771} = 0{,}878$	$\sqrt{0{,}293}$
$\sqrt{0{,}037} = 0{,}192$	$\sqrt{0{,}0416}$
$\sqrt{0{,}0078} = 0{,}0883$	$\sqrt{0{,}001}$

3) $\sqrt{76}$
$\sqrt{105}$
$\sqrt{7250}$
$\sqrt{5{,}52}$
$\sqrt{0{,}412}$
$\sqrt{0{,}0412}$
$\sqrt{0{,}00168}$
$\sqrt{0{,}00094}$

4) $\sqrt{9{,}24}$
$\sqrt{92{,}4}$
$\sqrt{6048}$
$\sqrt{12628}$
$\sqrt{0{,}405}$
$\sqrt{1{,}082}$
$\sqrt{0{,}00009}$
$\sqrt{0{,}096785}$

113. 1) $2{,}8^3 = 22$
$16{,}5^3 = 4490$
$0{,}92^3 = 0{,}779$
$0{,}032^3 = 0{,}0000328$

2) $9{,}5^3$
$53{,}2^3$
$0{,}27^3$
$0{,}044^3$

3) $5{,}7^3$
$64{,}8^3$
$0{,}405^3$
$0{,}059^3$

4) $12{,}8^3$
202^3
$0{,}47^3$
$0{,}075^3$

114. 1) $\sqrt[3]{35} = 3{,}27$
$\sqrt[3]{350} = 7{,}05$
$\sqrt[3]{0{,}00531} = 0{,}1745$
$\sqrt[3]{0{,}0407} = 0{,}344$

2) $\sqrt[3]{1{,}56}$
$\sqrt[3]{531000}$
$\sqrt[3]{53100}$
$\sqrt[3]{0{,}262}$

3) $\sqrt[3]{19{,}7}$
$\sqrt[3]{3950}$
$\sqrt[3]{0{,}068}$
$\sqrt[3]{0{,}0072}$

4) $\sqrt[3]{525}$
$\sqrt[3]{14769}$
$\sqrt[3]{0{,}06652}$
$\sqrt[3]{0{,}000845}$

115. Korrutada arvutuslükati abil järgmised arvud:

1) $2 \cdot 3$; $3 \cdot 2{,}5$; $2 \cdot 3{,}46$; $4 \cdot 2{,}41$; $5 \cdot 13{,}2$; $7 \cdot 0{,}128$
2) $3 \cdot 4$; $6 \cdot 5{,}4$; $8 \cdot 2{,}74$; $6 \cdot 3{,}55$; $7 \cdot 25{,}8$; $4 \cdot 0{,}861$

Korrutada arvutuslükati abil (ülesanded **116** ja **117**):

116. 1) $2{,}96 \cdot 7{,}5 = 22{,}2$
$0{,}015 \cdot 3{,}5 = 0{,}0525$
$1{,}54 \cdot 3{,}26 = 5{,}02$
$0{,}546 \cdot 90{,}8 = 49{,}6$
$12{,}7 \cdot 8{,}9 = 113$
$0{,}397 \cdot 0{,}953 = 0{,}378$

2) $140 \cdot 0{,}02$
$0{,}15 \cdot 0{,}046$
$1550 \cdot 0{,}0274$
$32{,}7 \cdot 0{,}0267$
$0{,}0753 \cdot 0{,}00478$
$82300 \cdot 0{,}0341$

3) $0{,}309 \cdot 15{,}8$
$27{,}4 \cdot 5{,}08$
$62{,}7 \cdot 0{,}00845$
$517 \cdot 18{,}3$
$0{,}345 \cdot 0{,}00237$
$67400 \cdot 0{,}0352$

4) $24{,}3 \cdot 0{,}0605$
$0{,}0435 \cdot 0{,}00722$
$17250 \cdot 0{,}00273$
$0{,}0467 \cdot 34582$
$58{,}274 \cdot 0{,}639$
$20{,}8 \cdot 10{,}25$

117. 1) $4{,}3 \cdot 73{,}5 \cdot 0{,}124 = 39{,}2$
$26 \cdot 0{,}071 \cdot 4{,}6 = 8{,}49$
$7{,}78 \cdot 14{,}5 \cdot 0{,}00191 = 0{,}216$
$46 \cdot 67 \cdot 0{,}6 \cdot 17{,}2 = 31800$

2) $0{,}08 \cdot 26{,}8 \cdot 0{,}35$
$7{,}53 \cdot 27{,}4 \cdot 33{,}7$
$48{,}5 \cdot 0{,}0156 \cdot 0{,}0062$
$0{,}009 \cdot 0{,}06 \cdot 84 \cdot 73{,}5$

3) $32{,}4 \cdot 0{,}0543 \cdot 0{,}472$
$6{,}21 \cdot 12{,}75 \cdot 0{,}863$
$485 \cdot 0{,}608 \cdot 70{,}2$
$0{,}08 \cdot 15{,}7 \cdot 0{,}699$

4) $635 \cdot 0{,}0072 \cdot 0{,}137$
$0{,}1035 \cdot 24{,}7 \cdot 72{,}5$
$9{,}36 \cdot 0{,}504 \cdot 0{,}1005$
$18{,}22 \cdot 0{,}0640 \cdot 0{,}5148$

118. 1) Leida 2,8 m pikkuse teraslati mass, kui lati ristlõige on ristkülik mõõtmetega 3,4 cm $\times$ 0,8 cm ja terase tihedus on 7,85 Mg/m^3.

2) Leida klassiruumis sisalduva õhu mass, kui õhu tiheduseks võtta 0,00129 Mg/m^3.

119. Jagada arvutuslükati abil järgmised arvud:

1) $8 : 2$; $52 : 4$; $625 : 5$; $8620 : 20$; $8{,}64 : 4$; $0{,}45 : 3$
2) $12 : 3$; $24 : 4$; $365 : 5$; $2{,}75 : 0{,}5$; $0{,}16 : 8$; $0{,}042 : 7$

120. Jagada arvutuslükati abil:

1) $4{,}5 : 0{,}015 = 300$
$212 : 78{,}5 = 2{,}70$
$66{,}6 : 185 = 0{,}360$
$0{,}159 : 0{,}0729 = 2{,}19$
$0{,}782 : 12{,}9 = 0{,}0606$
$37{,}2 : 0{,}00069 = 53900$

2) $480 : 36$
$8{,}66 : 2{,}24$
$998 : 2{,}69$
$0{,}822 : 50{,}1$
$0{,}0707 : 0{,}247$
$6720 : 0{,}875$

3) $19{,}6 : 3{,}61$
$35{,}7 : 0{,}271$
$6{,}85 : 28{,}4$
$0{,}00274 : 0{,}873$
$41{,}7 : 0{,}00815$
$0{,}283 : 19{,}05$

4) $3{,}72 : 1{,}64$
$9 : 3820$
$0{,}1863 : 0{,}0352$
$6140 : 5{,}26$
$20673 : 642$
$0{,}465 : 1{,}050607$

121. 1) Masina remontimiseks kulus aega 7,5 tundi; töö eest maksti 4 rbl. 35 kop. Arvutada keskmine tunnitasu.

2) 9,4 ha suuruselt põllult koguti 4840 ts suhkrupeeti. Leida suhkrupeedi hektarisaak.

122. Teostada tehted:

1) $\frac{3,6 \cdot 7,2}{8,5} = 3,05$

$\frac{0,031 \cdot 7,16}{0,465} = 0,477$

$\frac{54,2 \cdot 0,42}{0,0154} = 1480$

$\frac{5,05 \cdot 0,00726}{178} = 0,000206$

$\frac{0,068 \cdot 20,4}{5,56 \cdot 0,112} = 2,23$

$\frac{3,03 \cdot 5,24 \cdot 9,8}{7,6 \cdot 4,86} = 4,21$

2) $\frac{1,4 \cdot 2,6}{7,3}$

$\frac{74,6 \cdot 0,043}{0,525}$

$\frac{1,05 \cdot 42,6}{657}$

$\frac{48,5 \cdot 8,02}{0,0112}$

$\frac{99 \cdot 4,705}{712 \cdot 0,0255}$

$\frac{8,47 \cdot 5,13 \cdot 2,52}{9,05 \cdot 4,75}$

3) $\frac{5,4 \cdot 2,9}{3,7}$

$\frac{24,8 \cdot 0,405}{5,44}$

$\frac{0,0108 \cdot 0,217}{6,28}$

$\frac{8,35 \cdot 744}{0,0205}$

$\frac{0,00742 \cdot 5,64}{0,0168 \cdot 82,3}$

$\frac{2,46 \cdot 0,515 \cdot 10,9}{8,56 \cdot 0,226}$

4) $\frac{6,3 \cdot 2,2}{8,5}$

$\frac{2,43 \cdot 0,474}{0,172}$

$\frac{68,2 \cdot 846}{30,5}$

$\frac{0,549 \cdot 12,75}{0,0808}$

$\frac{17,8 \cdot 0,825}{0,0055 \cdot 6,84}$

$\frac{7,35 \cdot 0,124 \cdot 1,07}{14,5 \cdot 7,78 \cdot 0,0191}$

123. 1) Kui palju tõuseb vee tase paagis, mille põhja mõõtmed on 1,25 m $\times$ 0,85 m, kui sinna kallatakse juurde 17 ämbrit (à 12 dm^3) vett?

2) Kui palju vajub vette parv mõõtmetega 1,5 m $\times$ 2,35 m, kui sellele laaditakse 870 kg suurune koorem?

124. Arvutada valemite järgi:

1) $P = \frac{2250M}{\pi rn}$, kui $M = 24$, $n = 45$, $r = 67$

2) $W = \frac{\pi ab}{4c}$, kui $a = 0,35$, $b = 0,172$, $c = 1,8$

125. Lahendada arvutuslükati abil võrded:

1) $\frac{6}{7} = \frac{2,4}{x}$

$\frac{6,5}{x} = \frac{4,28}{3,03}$

$\frac{0,0156}{6,54} = \frac{x}{2,43}$

2) $\frac{14,8}{x} = \frac{3}{5}$

$\frac{0,845}{4,32} = \frac{2,56}{x}$

$\frac{x}{30,8} = \frac{4,88}{0,374}$

3) $\frac{1,88}{0,32} = \frac{x_1}{0,25} = \frac{x_2}{0,64} = \frac{x_3}{1,05}$

$\frac{18,3}{25,6} = \frac{136,5}{y_1} = \frac{0,0208}{y_2} = \frac{4,61}{y_3}$

$\frac{a}{13,2} = \frac{28}{b} = \frac{32,5}{c} = \frac{58}{4,35}$

4) $\frac{x_1}{1,85} = \frac{x_2}{6,45} = \frac{28}{194} = \frac{x_3}{86,2}$

$\frac{92,5}{y_1} = \frac{0,24}{y_2} = \frac{475}{y_3} = \frac{7}{10}$

$\frac{16,8}{a} = \frac{b}{0,78} = \frac{c}{5,69} = 0,48$

126. 1) Jaotada töötasu 11,76 rubla kolme töölise vahel võrdeliselt nende tööajaga, kui esimene töötas 5 tundi, teine 7,5 tundi ja kolmas 12 tundi.

2) Jaotada elektriarve 17,00 rubla kolme tarbija vahel võrdeliselt tarvitatud elektrihulgaga: *A* — 115 kWh, *B* — 65 kWh ja *C* — 245 kWh.

3) Laos on 35,9 tonni kaupa, mida tellis neli tarbijat: *A* — 12,5 tonni, *B* — 16 tonni, *C* — 8,75 tonni ja *D* — 6,8 tonni. Jaotada laos olev kaup tarbijate vahel võrdeliselt nende tellimustega.

127. 1) Leida 28,4% järgmistest arvudest: 155; 380; 647; 1250; 2400.

2) Mitu protsenti moodustavad arvud 2, 6, 18, 54 ja 72 nende arvude summast?

3) Mitu protsenti moodustab 240 rubla a) 4000 rublast, b) 850 rublast, c) 360 rublast, d) 300 rublast, e) 125 rublast?

128. 1) Võttes ühe töölise päevanormiks 180 detaili, leida normi täitmise protsent töölistel, kes valmistasid päevas 216, 200, 187, 173, 152 detaili.

2) Keemiline analüüs näitab, et segu koosneb järgmistest komponentidest: *A* — 234 g, *B* — 140 g, *C* — 76 g, *D* — 45 g. Leida, mitu protsenti moodustab iga komponent segu üldkaalust.

129. Teostada tehted:

1) $(5,05 \cdot 6,75)^2 = 1162$

$2,75^2 \cdot 0,562 = 4,25$

$\frac{0,76}{2,24^2} = 0,1515$

$\sqrt{0,021 \cdot 14,2} = 0,545$

$\frac{\sqrt{18,9} \cdot 4,56}{0,00735 \cdot 8,07} = 334$

$\sqrt[3]{65^2} = 16,2$

2) $\sqrt{\frac{48,8 \cdot 0,00506}{12,6 \cdot 0,0304}}$

$\left(\frac{108 \cdot 0,208}{3,08}\right)^3$

$\frac{3,35 \cdot \sqrt[3]{44,4}}{17,8 \cdot 0,09}$

$5 \cdot \sqrt{55}$

$\pi \cdot \sqrt{\frac{16,8}{0,35}}$

$0,453 \cdot \sqrt[3]{\frac{23,5}{3,42}}$

3) $(5{,}45 \cdot 3{,}32)^2$

$21{,}2 \cdot 2{,}47^2$

$\frac{0{,}55}{0{,}94^2}$

$\sqrt{0{,}0535 \cdot 26{,}4}$

$\frac{0{,}72 \cdot \sqrt{0{,}085}}{1{,}63}$

$\sqrt{0{,}84^3}$

4) $\sqrt{\frac{39{,}7 \cdot 0{,}00408}{14{,}3 \cdot 0{,}0502}}$

$\left(\frac{342 \cdot 0{,}505}{4{,}91}\right)^3$

$\frac{5{,}43 \cdot \sqrt[3]{89{,}5}}{16{,}3 \cdot 0{,}06}$

$0{,}8 \cdot \sqrt{12{,}5}$

$4{,}62 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{0{,}815}}$

$\frac{2{,}31 \cdot 68{,}5^2 \cdot \sqrt{0{,}47}}{53{,}2 \quad 4{,}05^2}$

130. Täita arvutuslükati abil järgmine tabel (D — diameeter, C — ringjoone pikkus, S — ringi pindala):

D	5,70	42,5	0,874	12,8	3,81				
C	17,9	133,5				22,8	0,830		
S	25,5	1420						48,4	535

131. Leida arvutuslükati abil logaritmid:

1) $\lg 4{,}7 = 0{,}672$
$\lg 91{,}2 = 1{,}960$
$\lg 0{,}359 = \bar{1}{,}555$
$\lg 0{,}016 = \bar{2}{,}204$

2) $\lg 6{,}85$
$\lg 387$
$\lg 0{,}091$
$\lg \pi$

3) $\lg 62{,}5$
$\lg 1085$
$\lg 0{,}405$
$\lg 0{,}005$

132. Leida arvutuslükati abil arvud, mis vastavad logaritmidele:

1) $\lg x = 0{,}793$; $x = 6{,}21$
$\lg x = 2{,}618$; $x = 415$
$\lg x = \bar{2}{,}716$; $x = 0{,}052$
$\lg x = 1{,}025$; $x = 10{,}6$

2) $\lg x = \bar{1}{,}474$
$\lg x = 0{,}968$
$\lg x = 1{,}097$
$\lg x = \bar{3}{,}305$

3) $\lg x = 3{,}693$
$\lg x = \bar{2}{,}405$
$\lg x = 0{,}777$
$\lg x = 0{,}065$

Leida arvutuslükati abil (ülesanded **133** ja **134**):

133. 1) $\sqrt[5]{243} = 3$

$\sqrt[10]{34{,}6} = 1{,}43$

$\sqrt[9]{0{,}0643} = 0{,}737$

$3{,}71^{1{,}63} = 8{,}59$

$0{,}644^{0{,}216} = 0{,}910$

$\sqrt[7{,}06]{0{,}427} = 0{,}866$

2) $\sqrt[7]{78125}$

$\sqrt[5]{0{,}698}$

$4{,}15^{2{,}62}$

$0{,}62^{0{,}91}$

$10^{0{,}064}$

$\sqrt[3{,}25]{335}$

3) $\sqrt[8]{6561}$

$\sqrt[7]{0{,}0215}$

$\pi^{2{,}51}$

$0{,}275^{0{,}324}$

$0{,}73^{0{,}091}$

$\sqrt[0{,}84]{0{,}655}$

4) $\sqrt[6]{262144}$

$\sqrt[5]{0{,}241}$

e^{π}

$0{,}157^{0{,}048}$

$0{,}18^{7{,}05}$

$\sqrt[3{,}05]{38{,}2}$

134. 1) $12{,}4 \cdot 5^{0{,}22} \cdot 0{,}8^{0{,}67}$

$$\frac{\sqrt[5]{-10{,}6}}{0{,}871^3}$$

$$\frac{5{,}65 \cdot 0{,}429^{0{,}32}}{0{,}00318^{0{,}48}}$$

$$\frac{6{,}43^{-0{,}32} \cdot 0{,}819^{\frac{1}{3}}}{4{,}27^{-\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[7]{0{,}0246}}$$

2) $0{,}63 \cdot 7^{0{,}85} \cdot 0{,}52^{0{,}44}$

$$\frac{\sqrt[7]{10{,}8}}{(-0{,}864)^5}$$

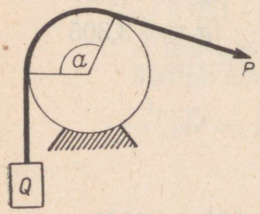
$$\frac{45{,}3 \cdot 0{,}502^{0{,}84}}{0{,}0657^{0{,}052}}$$

$$\frac{1{,}83^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[5]{0{,}0205}}{0{,}695^{0{,}18} \cdot 3{,}67^{-\frac{2}{5}}}$$

135. 1) Jõud P, mis tasakaalustab üle paigalseisva silindri asetatud nööri abil koormise Q, arvutatakse Euleri valemist

$$P = Qe^{-f\alpha}.$$

Arvutada P, kui $Q = 86{,}5$ N, hõõrdetegur $f = 0{,}15$ ja haardenurk $\alpha = \frac{3\pi}{5}$ (joon. 3).



Joon. 3.

2) Leida lubatud lõikekiirus terase treimisel, kui see arvutatakse valemist

$$v = \frac{31{,}6}{t^{0{,}25} \cdot s^{0{,}66}} \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

ning kui lõikesügavus $t = 0{,}5$ mm ja ettenihe $s = 0{,}32 \frac{\text{mm}}{\text{pööre}}$.

136. Asetada märk $<$ või $>$ õigesti järgmiste arvupaaride vahele:

1) 2 ja 3
2) -5 ja 1
3) -1 ja -2
4) $\frac{2}{3}$ ja $\frac{3}{4}$
5) $1\frac{1}{4}$ ja $\frac{7}{5}$
6) $-4\frac{21}{360}$ ja $-4\frac{3}{5}$
7) 2,15 ja $2\frac{1}{9}$
8) 0,79 ja $\frac{3}{8}$
9) 0,(7) ja $\frac{7}{9}$
10) 0,2(3) ja $\frac{19}{90}$
11) $-10\frac{2}{7}$ ja $-10\frac{3}{8}$
12) $\sqrt{8}$ ja $3\sqrt{2}$
13) $-2\sqrt{\frac{1}{4}}$ ja $-\frac{1}{3}\sqrt{4}$
14) $\sqrt{11}-\sqrt{2}$ ja $\sqrt{5}+1$
15) -3 ja -2
16) -7 ja -9
17) $-\frac{1}{2}$ ja $-\frac{1}{3}$
18) $-\frac{5}{7}$ ja $-\frac{9}{14}$
19) $2\frac{1}{7}$ ja $\frac{13}{6}$
20) $9\frac{43}{500}$ ja $9\frac{39}{75}$
21) $-5{,}125$ ja $-5\frac{2}{7}$
22) 2,52 ja $2\frac{17}{30}$
23) 0,(8) ja $\frac{8}{9}$
24) 3,1(9) ja $3\frac{21}{110}$
25) $-0{,}0027$ ja $-0{,}059$
26) $-\sqrt{27}$ ja $-2\sqrt{3}$
27) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ ja $\frac{3}{8}\sqrt{8}$
28) $\sqrt{8}+\sqrt{2}$ ja $10\sqrt{\frac{1}{8}}$

Ühe tundmatuga esimese astme võrratused

137. Lahendada võrratused:

1) $2x>0$
2) $4x<0$
3) $-2x>0$
4) $-4x<0$
5) $2x>1$
6) $2x<4$
7) $3x>6$
8) $4x<12$
9) $-3x>9$
10) $-2x<6$
11) $2x>-8$
12) $-4x<-8$
13) $-x>-10$
14) $-5x<15$
15) $7x-14<0$
16) $6x+24>0$

Lahendada võrratused ja kanda nende lahendid arvteljele (ülesanded **138** ja **139**):

138. 1) $x-2<1$
2) $x+5>0$
3) $-x+10>2$
4) $-x-1<1$
5) $2x-8>0$
6) $3x+6<0$
7) $4x-1<3$
8) $-3x+9>0$
9) $\frac{1}{2}x-4>2$
10) $\frac{2}{3}x+10<0$
11) $\frac{x}{4}-1<3$
12) $\frac{2x}{5}+8>0$

139. 1) $x-4>0$
2) $3x-8>x-2$
3) $8-2x<x-6$
4) $6x-7+2x<10+2x-12$
5) $3+2(x-1)<3x-5$
6) $2x+10<0$
7) $2x+2<x-5$
8) $10+4x>x+30$
9) $8x+40-5x+7<2x-17$
10) $9-(x-4)8-5<2x+10$

140. Missugused x väärtused rahuldavad võrratust $\frac{x}{-2}>1$? Kontrollida seda konkreetsete näidete põhjal. Missugust võrratuse põhiomadust tuleb antud ülesande lahendamisel rakendada?

Lahendada võrratused (ülesanded **141—143**):

141. 1) $\frac{x-2}{4}<0$
2) $\frac{2x+4}{3}>0$
3) $\frac{x-1}{-5}<0$
4) $\frac{3x+12}{-6}>0$
5) $\frac{1-2x}{6}<2$
6) $\frac{2+3x}{-2}>-1$
7) $\frac{6x-0,5}{3}>\frac{1}{3}$
8) $\frac{1+0,1x}{-5}<\frac{1}{5}$
9) $\frac{x-1}{3}>\frac{x+1}{6}$
10) $\frac{2x+1}{2}<\frac{6-x}{3}$
11) $\frac{2-x}{-5}>\frac{x+3}{2}$
12) $\frac{6+2x}{-2}<\frac{2x-1}{-4}$

142. 1) $\frac{1}{x}<0$
2) $\frac{1}{x}<\frac{2}{x}$
3) $\frac{-1}{x}<0$
4) $\frac{1}{-x}>0$
5) $\frac{-2}{x}<0$
6) $\frac{1}{-x}<0$

143. 1) $\frac{2-x}{4}-\frac{x-3}{3}>3$ 6) $x-\frac{1}{2}<\frac{x+1}{4}$

2) $\frac{x-1}{2}+\frac{2x+3}{6}<0$ 7) $10-\frac{x}{2}-\frac{10-x}{8}<0$

3) $\frac{x}{2}-\frac{x-2}{6}>0$ 8) $\frac{x+1}{-5}>1$

4) $\frac{3+x}{-2}+\frac{4-x}{-4}<0$ 9) $\frac{2x+4}{-2}<\frac{x+2}{-2}$

5) $\frac{1}{2}-\frac{x-3}{-4}<\frac{2}{5}-\frac{1}{2}(x-3)$ 10) $\frac{5(x-4)}{3}-\frac{5}{6}<\frac{x}{2}-\frac{3(2-x)}{6}$

144. Missuguste x väärtuste korral on murru $\frac{2x-6}{4}$ väärtus alati suurem murru $\frac{x+2}{2}$ väärtusest?

145. Missuguste x väärtuste korral on avaldise $2-\frac{x}{2}$ väärtus alati väiksem avaldise $10-\frac{x}{4}$ väärtusest?

146. Missuguste x väärtuste korral on

1) $2x>x$ 2) $4x<x$ 3) $-x>x$ 4) $-2x<x$

147. Missuguste x väärtuste korral on järgmistel juurtel reaalarvuline väärtus:

1) $\sqrt{x}$ 4) $\sqrt[8]{5-x}$ 7) $\sqrt{\frac{1}{x}}$

2) $\sqrt{x+4}$ 5) $\sqrt{2x-6}$ 8) $\sqrt[4]{\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}}$

3) $\sqrt[4]{x-10}$ 6) $\sqrt{2-8x}$ 9) $\sqrt{\frac{4}{3x}-\frac{2}{x}}$

148. Missuguste x väärtuste korral on järgmised murrud positiivsed:

1) $\frac{x}{10}$ 4) $\frac{x-2}{2}$ 7) $\frac{6}{x+3}$ 10) $\frac{\frac{1}{2}x+2}{-2}$

2) $\frac{x}{-5}$ 5) $\frac{3-x}{4}$ 8) $\frac{-4}{2x-4}$ 11) $\frac{-5-x}{20}$

3) $\frac{-x}{100}$ 6) $\frac{2-10x}{6}$ 9) $\frac{1}{7-x}$ 12) $\frac{-3-x}{-6}$

149. Missuguste x väärtuste korral on järgmiste murdude lugejad suuremad nimetajatest:

1) $\frac{x-1}{3}$ 2) $\frac{x+6}{5}$ 3) $\frac{2x+7}{-9}$

4) $\frac{3x-11}{-2}$ 7) $\frac{3-4x}{x-2}$ 10) $\frac{9}{-2x-3}$

5) $\frac{2x+4}{x}$ 8) $\frac{3x}{5x-6}$ 11) $\frac{x}{x-1}$

6) $\frac{10x-7}{3x}$ 9) $\frac{-x+8}{4-3x}$ 12) $\frac{x+2}{x+5}$

150. Missuguste x väärtuste korral on murdude

1) $\frac{x-2}{2}$ 2) $\frac{2x-1}{x}$ 3) $\frac{4-x}{2+x}$ 4) $\frac{1-2x}{x-1}$

lugejad nimetajatest vähemalt 4 võrra suuremad?

151. Missuguste x väärtuste korral on juurte

1) $\sqrt{x+2}$ 2) $\sqrt{x-6}$ 3) $\sqrt{2x+8}$ 4) $\sqrt{2-x}$

väärtused suuremad kui 2; suuremad kui 3?

152. Missuguste x väärtuste korral on juurte

1) $\sqrt[3]{x-5}$ 2) $\sqrt[3]{2x+6}$ 3) $\sqrt[4]{x+5}$ 4) $\sqrt{10-x}$

väärtused suuremad kui 2; suuremad kui 4?

153. Missuguste x väärtuste korral on järgmistel logaritmidel mõte:

1) $\log_2 x$ 5) $\lg(2x-4)$ 9) $\log_9(9-9x)$

2) $\lg x$ 6) $\log_4(1-x)$ 10) $\log_7 \frac{x-6}{4}$

3) $\log_6(x+2)$ 7) $\log_2(2-6x)$ 11) $\log_5 \frac{2x-1}{-2}$

4) $\log_5(x-6)$ 8) $\log_3(1-10x)$ 12) $\log_8 \frac{x+1}{-1}$

154. Lahendada võrratused:

1) $4(x-2)-6-2(x-2)+6x < -(2-4x)3-4-2x$

2) $-(1+2x)-4x+10(1-x)-7x > -3x-2(6-x)+10-x$

3) $6x-20-(-x+2)6-15 < 3(x-4)-8+(1-4x)3-10$

4) $-8x-3-3(1-3x)-4 > -4(5-2x)-x-2(6-x)$

5) $-3\left[1-(2-x)(2x+3)-\frac{x-3}{2}\right] > 13-2x(3x-2)$

6) $15x-6-x < -\frac{3x-1}{4}-\left[1-2\left(x-\frac{3+x}{5}\right)\right]$

155. Lahendada võrratused ning analüüsida neid võrratusi rahuldavaid a ja b väärtusi:

1) $ax+b < bx-a$ 3) $x-2 < a(x-1)$

2) $3+2bx < 3b+3(b+1)x$ 4) $\frac{x+2}{3}-\frac{2x-1}{a+1} < \frac{5-2x}{2(a+1)}$

156. Missugused võivad olla x täisarvulised väärtused, kui

1) $0 < x < 4{,}7$
2) $2 < x < 6$
3) $1{,}5 < x < 3{,}9$
4) $50{,}1 < x < 56{,}9$
5) $\frac{1}{2} < x < 1$
6) $-2 < x < 0$
7) $-1{,}5 < x < -0{,}5$
8) $-4{,}7 < x < -1{,}2$
9) $-4 < x < 5$
10) $-6\frac{1}{4} < x < -4{,}75$
11) $-1 < x < 0{,}7$
12) $-1{,}97 < x < 1$

157. Märkida arvteljel järgmised x väärtused:

1) $0 \leq x \leq 5$
2) $1 < x < 3$
3) $2{,}5 < x < 4{,}5$
4) $-2 < x < 3$
5) $-1{,}5 < x < 6$
6) $-6 < x < -1{,}2$
7) $-10{,}9 \leq x < 10$
8) $-0{,}5 < x < 0{,}5$
9) $-\frac{3}{4} < x < -\frac{1}{3}$

158. Kanda järgmiste süsteemide lahendid arvteljele:

1) $\begin{cases} x > 0 \\ x < 4 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x > 2 \\ x < 6 \end{cases}$
3) $\begin{cases} x > -2 \\ x < 0 \end{cases}$
4) $\begin{cases} x > -4 \\ x < -1 \end{cases}$

159. Lahendada võrratusesüsteemid ja kanda nende lahendid arvteljele:

1) $\begin{cases} x - 2 > 1 \\ x + 1 < 6 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 2x + 4 > 4 \\ x - 4 < 9 \end{cases}$
3) $\begin{cases} x + 7 > 1 \\ 2x - 6 < 2 \end{cases}$
4) $\begin{cases} 2x + 4 > x + 6 \\ 3x - 7 < x + 19 \end{cases}$
5) $\begin{cases} 5x - 1 > 2x - 9 - x \\ 6x + 11 < 6x + 10 - x \end{cases}$
6) $\begin{cases} -x + 4 < 2x - 10 \\ -3x + 17 < -7x + 58 \end{cases}$

160. Kanda järgmiste võrratusesüsteemide lahendid arvteljele:

1) $\begin{cases} x > 0 \\ x > 4 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x > 5 \\ x > 10 \end{cases}$
3) $\begin{cases} x < 0 \\ x < 2 \end{cases}$
4) $\begin{cases} x < 4 \\ x < 2 \end{cases}$
5) $\begin{cases} x > -6 \\ x > -1 \end{cases}$
6) $\begin{cases} x > -10 \\ x > 2 \end{cases}$
7) $\begin{cases} x < -3 \\ x < -5 \end{cases}$
8) $\begin{cases} x < 1 \\ x < -7 \end{cases}$

161. Lahendada võrratusesüsteemid ja kanda nende lahendid arvteljele:

1) $\begin{cases} -5x+4<-4x+3 \\ 3x+3>2x+10 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x+5>2x+5 \\ 6x-5>5x+5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 10x+2{,}5<5x-10 \\ 2x-3{,}5>5x+10 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+2>4x-4 \\ x+3<-x-4 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 7x+17>4x+8 \\ 2x+30>2-2x \end{cases}$

6) $\begin{cases} 10x+100>7x+97 \\ 20x+72>10x+12 \end{cases}$

162. Mida võib öelda järgmiste võrratusesüsteemide lahendite kohta:

1) $\begin{cases} x<1 \\ x>2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x<0 \\ x>1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<-3 \\ x>-2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x>1 \\ x<1 \end{cases}$

Lahendada võrratusesüsteemid (ülesanded **163** ja **164**):

163. 1) $\begin{cases} 16x+20>6x+60 \\ -x+25<-6x+30 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 14x+45>11x+75 \\ 21x+20<19x+80 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 20+18x<15x-4 \\ 20+28x<22x-16 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 15+16x>6x+5 \\ -19-29x>9x-21 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 4x-15<7x+45 \\ x-10>5x+30 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 17x-451>7x+549 \\ 3x-11<2x+89 \end{cases}$

164. 1) $\begin{cases} 7x-2>18-3x \\ 5-x<2x-10 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-6<2x-10 \\ 4x-2+x>3x-4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{5}{3}<\frac{2x}{3}-\frac{3}{4} \\ 2+4x<7x-3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x-15>5-2x \\ 4x-3<4-3x \end{cases}$

5) $\begin{cases} 4-3x>x-12 \\ x-2>4-2x \end{cases}$

6) $\begin{cases} x-4<8 \\ 4x+2>8-2x \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{1-2x}{3}+\frac{2+3x}{6}>\frac{2-3x}{4}-\frac{5}{2} \\ \frac{3x-1}{2}-\frac{2x-5}{3}>\frac{2x-1}{4}-\frac{3-x}{5} \end{cases}$

8) $\begin{cases} ax-6<5-3ax \\ 5+x(1-2a)<x-3 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \frac{x-2}{4}-5>2x-\frac{7x-2}{3} \\ x+\frac{7x-5}{2}>5x-\frac{3-2x}{2} \end{cases}$

165. Missuguse a ja b märgi korral on

1) $\frac{a}{b} > 0$ 2) $\frac{a}{b} < 0$

166. Lahendada võrratused:

1) $\frac{x-4}{x-9} > 0$
2) $\frac{x-1}{x+6} < 0$
3) $\frac{x-2}{x+2} > 0$
4) $\frac{x+7}{x-1} < 0$
5) $\frac{x}{x-4} > 0$
6) $\frac{x}{x-0{,}5} < 0$
7) $\frac{2+x}{x} < 0$
8) $\frac{x-8}{x} > 0$

167. Missuguse a, b ja c märgi korral on

1) $a \cdot b > 0$ 2) $a \cdot b < 0$ 3) $a \cdot b \cdot c > 0$ 4) $a \cdot b \cdot c < 0$

168. Lahendada võrratused:

1) $x(x+5) > 0$
2) $(x-10)(x+5) < 0$
3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) < 0$
4) $(x-4)(x+3) < 0$
5) $x^2+2x+1 < 0$
6) $x^2+4x+4 > 0$
7) $x^2-6x < 0$
8) $x^2 > x$
9) $x^2 < x$
10) $x^3 > x^2$
11) $x^3 < x^2$
12) $(x+2)(x^2-4x-5) > 0$
13) $\frac{x^2}{x-4} > 0$
14) $(x-5)^2 > 37-(x-10)^2$
15) $80x+\frac{3}{4}x^2+\frac{21x-27782}{12} > > 1859\frac{1}{3}-3x^2$
16) $2(x-4)+(x-5)(x-3) < (x-3)^2-(x-5)^2$
17) $(4-3x)(2x-5) > (2-x)(3x+4)-28-10x$
18) $-x(x+6)(x+1) < (3-x)(x+2)(x-1)$
19) $\frac{2x^2}{x+1} < 0$
20) $\frac{x+1}{x^2-2x} < 0$
21) $\frac{x^2-3x}{x} > 0$
22) $x^3-4x^2-12x > 0$
23) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) > 0$

169. Leida järgmiste süsteemide lahendid (kasutades arvtelge):

1) $\begin{cases} x > 4 \\ x > 7 \\ x < 10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 2 \\ x < 6 \\ x > 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > 3 \\ x < 8 \\ x > 5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x < 1 \\ x < 4 \\ x < -2 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x > 0 \\ x > -2 \\ x > 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x < 3 \\ x < 5 \\ x > 0 \\ x > 1 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x < -4 \\ x < -6 \\ x > -20 \\ x > -10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x < 1 \\ x > -7 \\ x < -1 \\ x > -5 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x > 10 \\ x < -7 \\ x > -15 \\ x > -5 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x > -2 \\ x < -2 \\ x < -3 \\ x > 3 \end{cases}$

170. Lahendada võrratused:

1) $\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)(x+4)} > 0$

2) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12} > 0$

3) $\frac{x^2+3x-28}{x^2+x-12} < 0$

4) $\frac{x^2+2x-8}{x^2+x-2} < 0$

5) $\frac{x^2+x-12}{x^2+2x-3} > 0$

171. Missuguste parameetri p väärtuste korral on järgmistel ruutvõrranditel reaallahendid:

1) $x^2 - 6(p-1)x + p - 2 = 0$
2) $(p-1)x^2 + 2(p+1)x + (p-2) = 0$
3) $x^2 - 2(p-3)x + p^2 - 1 = 0$
4) $(p+2)x^2 + 2(p+1)x - (p-1) = 0$

Lahendada võrratused (ülesanded **172** ja **173**):

172. 1) $\frac{-x+2}{2x+3} < 1$

2) $\frac{-x+1}{x+1} + 3 > 0$

3) $\frac{2-x}{2x-1} < -\frac{x+2}{3x+1}$

4) $\frac{2}{x-1} < \frac{5}{2x-1}$

5) $\frac{-3}{2-x} > \frac{4}{3x+1}$

6) $\frac{x^2-3x+1}{-x^2+1} < -1$

173. 1) $3 - \sqrt{2x+1} < \sqrt{x-8}$
2) $\sqrt{x+1} - 1 < -\sqrt{2x+1}$
3) $\sqrt{5x-27} < \sqrt{7x-13} - \sqrt{3x-19}$
4) $\sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5}$

174. Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkonnad:

1) $y = \sqrt{x^2 - 8x - 20}$
2) $y = \lg(x^2 - 6x + 8)$
3) $y = \sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}$
4) $y = \sqrt{\frac{1}{4+x}}$
5) $y = \lg(3 - \sqrt{x+1})$
6) $y = \sqrt{x-1} - \frac{5}{\sqrt{4-x}}$

175. Teame, et $\left(\frac{1}{4}\right)^2 > \left(\frac{1}{4}\right)^4$. Logaritmides saame $\lg\left(\frac{1}{4}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{4}\right)^4$ ehk astme logaritmimise teoreemi põhjal $2 \lg\frac{1}{4} > 4 \lg\frac{1}{4}$. Jagades võrratuse mõlemad pooled $\lg\frac{1}{4}$-ga, saame $2 > 4$. Kus on viga?

176. Tõestada, et

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}.$$

177. Kuidas kirjutada lühemalt matemaatilise sümboli abil

$$\begin{cases} x > 0 \\ -x > 0 \end{cases}$$

178. Lahendada võrratused:

1) $|x - 2| > 3$
2) $|x - 4| < 8$
3) $|x + 1| < 2$
4) $|x + 2| < 7$

§ 5. LIHTSAMAD FUNKTSIOONID JA NENDE GRAAFIKUD

179. Selgitada sõltuvuse iseloom järgmistes üldtuntud füüsikavalemites. Määrata kindlaks sõltumatu muutuja (argument) ja sõltuv muutuja (funktsioon):

1) $s = v \cdot t$, kui $v = 5$ km/h
2) $v = \frac{s}{t}$, kui $s = 2$ km
3) $m = d \cdot V$, kui $d = 1{,}2$ Mg/m³
4) $d = \frac{m}{V}$, kui $V = 26$ cm³
5) $A = F \cdot s$, kui $s = 10{,}0$ m
6) $A = Q \cdot U$, kui $U = 200$ V
7) $U = I \cdot R$, kui $R = 42\ \Omega$
8) $s = \frac{at^2}{2}$, kui $t = 5$ s
9) $p = \frac{m}{s}$, kui a) $P = 20$ kg b) $S = 10$ dm²

10) $m = p \cdot S$, kui a) $p = 0{,}5$ kg/cm² b) $S = 1$ m²

11) $a = \frac{F}{m}$, kui a) $F = 5$ N b) $m = 2$ kg

12) $c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$, kui a) $Q = 1$ kcal b) $m = 0{,}2$ kg c) $(t_2 - t_1) = 5°$

180. Missugune sõltuvus kehtib järgmiste muutuvate suuruste vahel:

1) tööliste arv müüritööliste brigaadis ja laotud müüri maht, kui tööliste tööjõudlus on ühesugune;

2) auto kiirus ja antud teelõigu läbimiseks vajalik aeg;

3) suhkru ühe kilogrammi hind ja 24 rubla eest ostetava suhkru hulk;

4) ristküliku pindala ja kõrgus, kui alus on 12 cm;

5) ristküliku alus ja kõrgus, kui pindala on 62 dm²;

6) kolmnurga alus ja kõrgus, kui pindala on 108 cm²;

7) ringjoone pikkus ja raadius;

8) rombi ümbermõõt ja külg;

9) rööpküliku pindala ja kõrgus jääva aluse puhul;

10) kolhoosi kogu maisisaak ja saak ühelt hektarilt, kui maisi külvipind on 42 ha;

11) suhkrupeedi kogusaak ja külvipind, kui saak ühelt hektarilt on 380 ts;

12) treipingi lõikekiirus ja toodetavate detailide hulk 7-tunnilise vahetuse jooksul.

181. Leida koordinaattasandil järgmised punktid:

$A(-3;\ 2)$ $C(-5;\ 0)$ $E(-3\frac{1}{3};\ -2{,}2)$

$B(6{,}5;\ -4)$ $D(0;\ 2{,}5)$ $F(-11;\ 0)$

182. Joonestada sirge, mis lõikab telgi punktides $(-1;\ 0)$ ja $(0;\ 2)$. Leida sellel sirgel punktid, mille ordinaadid on -1; 4; 6.

183. Joonestada sirge, mis läbib punkte $A(-2;\ -1)$ ja $B(3;\ 4)$. Selgitada, kas punktid $M(0;\ -1)$, $N(3;\ 5)$ ja $Q(6;\ 5)$ asetsevad sellel sirgel.

184. Joonestada sirglõik AB, kui tema otspunktide koordinaadid on $A(-5;\ 4)$ ja $B(6;\ -3)$. Leida selle lõigu projektsiooni pikkus x-teljel ja y-teljel.

185. Sirglõigu ühe otspunkti koordinaadid on $(1;\ 2)$ ja teise otspunkti abstsiss on 6. Joonestada see lõik, kui tema projektsiooni pikkus y-teljel on 5 ühikut.

186. Joonisel 4 esitatud graafik on koostatud kahe pioneerirühma vahelise maastikumängu käigu kohta.

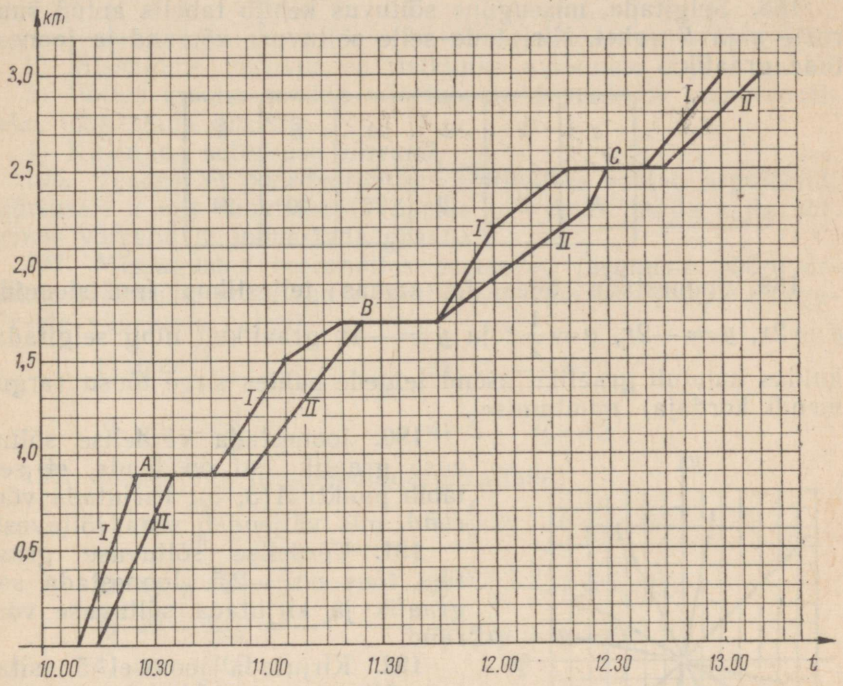
Vastata graafiku alusel järgmistele küsimustele:

1) Kui pikk distants oli valitud maastikumänguks?

2) Kui mäng algas kell 10, siis mitu minutit pärast mängu algust väljus mängu algpunktist esimene rühm? teine rühm?

3) Missuguse kiirusega (m/min) liikus kumbki rühm esimesel teelõigul?

4) Missugustes punktides muutus esimese rühma kiirus? teise rühma kiirus?



Joon. 4.

5) Kui kaua täitis kumbki rühm esitatud ülesandeid esimese teelõigu lõpul? teise teelõigu lõpul? kolmanda teelõigu lõpul?

6) Kumb rühm jõudis varem mängu lõpp-punkti? Missugune oli esimese rühma aeg? teise rühma aeg?

187. Kolhoosi brigaadidevaheline postimees väljus postkontorist kell 8 ja sõitis autos 15 minutiga 8 km kaugusel asuvasse kolhoosikontorisse. Posti jagamiseks peatus postimees kontoris pool tundi. Edasi liikus ta jalgsi ja jõudis 10 minutiga 1 km kaugusel asuvasse esimesse brigaadi. Seal peatus ta 10 minutit. Saanud brigaadist jalgratta, jõudis postimees 20 minutiga teise brigaadi, mis oli 5 km kaugusel. Teises brigaadis peatus postimees 15 minutit. Edasi läks postimees jalgsi 4 km kaugusel olevasse kolmandasse brigaadi, käies selle maa 50 minutiga. Peatunud seal 20 minutit, jõudis postimees 15 minutiga tagasi 2 km kaugusel olevasse kolhoosikontorisse.

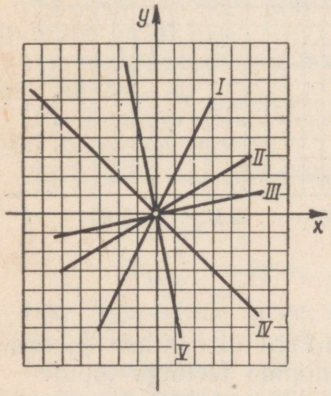
1) Koostada tabel, mis näitab postimehe poolt käidud tee ja aja seost ning joonestada selle tabeli alusel vastav graafik.

2) Leida graafiku järgi, kui pika tee käis postimees ja kui palju kulus tal selleks aega.

188. Selgitada, missugune sõltuvus kehtib tabelis antud suuruste a ja F vahel. Kirjutada selle sõltuvuse võrrand ja joonestada graafik:

a	2	3	4	5	6
F	8	12	16	20	24

189. Joonestada ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = 2x$, $y = -2x$, $y = \frac{1}{2}x$ ja $y = -4x$ graafikud ning selgitada, kuidas muutub graafiku asend telgede suhtes sirge tõusu (argumendi kordaja) muutumisel.



Joon. 5

190. Joonestada võrdelise sõltuvuse graafik, kui on teada, et see läbib punkti $A(3; 5)$. Kirjutada võrrand, mis väljendab seda sõltuvust.

191. Võrdelise sõltuvuse graafiku tõus on $-2{,}5$. Joonestada see graafik ja kirjutada sõltuvuse võrrand.

192. Kirjutada joonisel 5 esitatud sõltuvuste graafikutele vastavad võrrandid.

193. Võrdelise sõltuvuse graafikut väljendava sirge tõus on $1\frac{1}{3}$. Joonestada see sirge ja kirjutada tema võrrand.

194. Joonestada funktsioonide graafikud:

1) $2y - 3x = 0$

2) $\frac{1}{5}x = 0{,}6y$

3) $\frac{4x - u}{8} = 0$

4) $0{,}6y + 1{,}2 + 0{,}24x = 1\frac{1}{5}$

195. Ristküliku alus on a, kõrgus b ja pindala 32 cm^2.

1) Arvutada tabelis antud a väärtustele vastavad b väärtused ja kanda need tabelisse;

a	0,5	1	2	4	6	8	16	32	64
b									

2) Missugune sõltuvus on ristküliku mõõtmete a ja b vahel?
3) Võttes tabelis saadud väärtuspaarid punktide koordinaatideks, joonestada graafik.
4) Kirjutada sõltuvuse võrrand.

196. Teades, et pöördvõrdelises sõltuvuses vastab argumendi väärtusele $x = 2$ funktsiooni väärtus $y = 3$, kirjutada selle sõltuvuse võrrand ja joonestada graafik.

197. Missugustes veerandites asetsevad järgmiste pöördvõrdeliste sõltuvuste graafikud x positiivsete väärtuste puhul? x negatiivsete väärtuste puhul?

1) $y = \frac{12}{x}$
2) $y = -\frac{5}{x}$
3) $xy - 4 = 0$
4) $5 - xy = 2$

198. Joonestada funktsioonide graafikud:

1) $y = \frac{16}{x}$
2) $xy + 18 = 0$
3) $20 - 2xy = -4$
4) $xy = 400$
5) $\frac{5}{6}xy - 6\frac{2}{3} = 0$
6) $\frac{5xy + 5}{6} + 5 = 2{,}5$
7) $2xy + 4 = 0$

199. Selgitada, missugune sõltuvus kehtib tabelis toodud muutujate t ja s vahel ning kirjutada selle sõltuvuse võrrand:

t	-2	-1	0	1	2	3	4
s	-2	1	4	7	10	13	16

200. Joonestada ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = 2x + 3$, $y = 3x - 5$, $y = -1{,}5x + 4$ ja $y = -4x - 6$ graafikud.

1) Kuidas oleneb graafiku paigutus argumendi kordaja (sirge tõusu) märgist ja suurusest?
2) Mida näitab vabaliige (algordinaat)?

201. Joonisel 6 on toodud neli lineaarse sõltuvuse graafikut. Kirjutada nende sõltuvuste võrrandid.

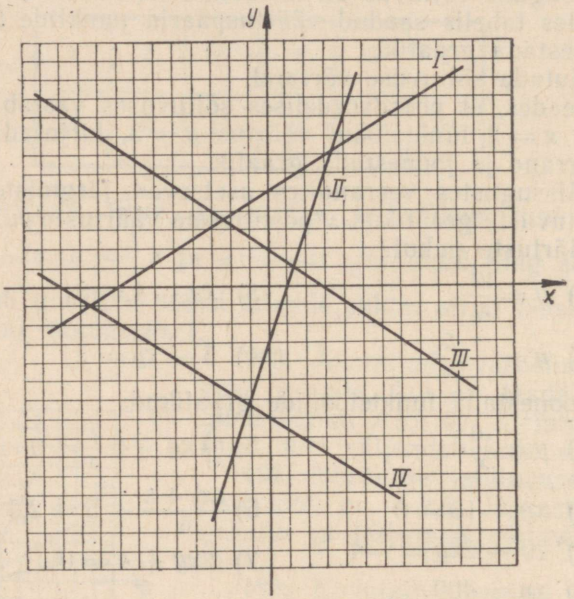
202. Joonestada funktsioonide graafikud:

1) $2y - 16 = 4x$

2) $8x - 1\frac{1}{2} + 3y = 0$

3) $\frac{2y+7x}{5} + 2 = 0{,}4 + 2x$

4) $\frac{4x}{5y} + \frac{2+3y}{y} = 4$



Joon. 6.

203. Leida graafiliselt funktsioonide nullkohad:

1) $y = 3x$ 3) $xy + 16 = 0$

2) $y = -4x + 8$ 4) $y = \frac{2}{5}x - 2$

204. Leida algebralise lahendamise teel funktsioonide graafikute lõikepunkti koordinaadid:

1) $y = -3x + 2$ ja $y = x - 6$

2) $y = -x + 2$ ja $y = -\frac{1}{3}x + 2$

Kontrollida graafiliselt lahendite õigsust.

205. Lahendada graafiliselt võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - y = 6 \\ \frac{6x}{2} - 3y + 2 = 20 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = -2y \\ x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 1\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y = 0{,}6 \\ 0{,}8x + 0{,}6 + 0{,}4y = 0 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2y - x - 1 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$

206. Grupp turiste väljus laagrist kell 12 päeval ja võttis suuna lähimale mäetipule. Turistid liikusid keskmiselt 3 km tunnis. Samal päeval kell 14 väljus laagrist ja järgnes neile grupist mahajäänud turist keskmise kiirusega 4,5 km tunnis.

Leida graafiliselt, mis kella ajal ja kui kaugel laagrist jõudis hiljem väljunud turist grupile järele.

207. Tallinnast suundub Tapale linnalähedane rong keskmise kiirusega 35 km tunnis. Pool tundi hiljem suundub Tapa jaamast rong Tallinna poole keskmise kiirusega 50 km tunnis.

Joonestada nende liikumiste graafikud ja määrata graafikuilt, kui kaugel Tallinnast rongid kohtuvad, kui Tallinna ja Tapa vaheline kaugus on 70 km. Kui kaua oli kohtumise momendiks teel olnud rong, mis väljus Tallinnast?

Joonestada graafikud (ülesanded **208** ja **209**):

208. 1) $y = -\frac{8}{x} + 3$

2) $y = -\frac{18}{x+4}$

3) $y = \frac{12x - 2}{3x}$

4) $y = x - \frac{2}{x}$

209. 1) $2y + 5x = 3x + 1$

2) $3y - 2 = 18x$

3) $5x + 8y - 4xy - 1 = 0$

4) $y = \frac{2}{3x} + 2x + 1$

§ 6. ASTMED JA JUURED

Tehted astmetega

a) Astme mõiste ja märk

210. Kirjutada astme kujul:

1) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

3) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

4) $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$

211. Arvutada:

1) 2^4; 3^3; 5^3; 2^7; 3^5

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\frac{2}{3^2}$; $\frac{2^3}{5}$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{3^2}{4} - \frac{3}{4^2}$

4) $\frac{2^3}{3} - \frac{2}{3^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^4$

Teostada tehted (ülesanded **212** ja **213**):

212. 1) $(-2)^2$; $(-2)^3$; $(-1)^4$; $(-1)^5$

2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(-\frac{4}{5}\right)^3$; $(-0{,}2)^3$; $(-0{,}1)^4$

3) $(-0{,}25)^3$; $(-0{,}125)^2$; $(-0{,}375)^2$; $(-1{,}25)^3$

4) $-(-3)^2$; -3^2; $-(-5)^3$; -1^4

5) $(-1)^{2n}$; $(-1)^{2n+2}$; $(-1)^{2n+1}$; $(-1)^{2n-1}$; -1^{4n}

6) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $\frac{7}{8} - \left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $-1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$

213. 1) $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6$

2) $1 - (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 - 1^5 - 1^6$

3) $(-4)^2 - (-3)^3 - (-2)^4 + (-1)^5$

4) $(-1)^5 \cdot (-2)^4 \cdot (-3)^3$

5) $(-10)^2 \cdot (-10)^3 \cdot (-10)^4$

214. Arvutada:

1) a^2; $-a^2$; $(-a)^2$, kui $a = 4$; $a = -4$

2) a^5; $-a^5$; $(-a)^5$, kui $a = 2$; $a = -2$

3) $2x^4 + 3x^3 - x^2 - 2x + 1$, kui $x = -1$

4) $64x^5 - 8x^4 + 4x^3 - 2x^2 - x + 1$, kui $x = -\frac{1}{2}$

5) $x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5$, kui $x = 10$

215. Kasutades kümne astet, kirjutada lühemalt:

1) 1000; 70 000; 100 000; 3 000 000;

2) 120; 47 000; 563 000; 839 000 000;

3) arv, mis algab numbriga 9, kui sellele järgneb 18 nulli;

4) arv, mis algab numbritega 749, kui nendele järgneb 32 nulli.

216. 1) Kui voolutugevus on 1 A, siis läbib juhi ristlõiget sekundis 6 288 000 000 000 000 000 elektroni.

Kirjutada see arv lühemalt.

2) Kirjutada lühemalt Maa mass, mis on

5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg.

Väljendada see grammides ja megagrammides.

b) Astmete korrutamine ja jagamine

217. Arvutada:

1) $4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$; $25^2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^2$; $-2^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4$; $(-9)^5 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)^5$

2) $12^4 : 6^4$; $(-1{,}5)^3 : 3^3$; $(-1{,}8)^5 : (0{,}9)^5$

$$\left[4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^3\right] : \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

Teostada tehted (ülesanded **218** ja **219**):

218. 1) $2^5 \cdot 2^7$

$3^6x^3 \cdot 3^9x^4$

$4n^{12} \cdot 15n^8$

$z \cdot z^4 \cdot z^5$

$2z^3 \cdot 5z^5 \cdot 6z^7$

2) $x^{n+1} \cdot x^{n+2}$

$z^{2n-3} \cdot z^{2n-1}$

$3a^{x-1} \cdot 2a^{x+1}$

$\frac{1}{2}y^{5m+2n-1} \cdot 24y^{2m-n+2}$

$2a^n \cdot 0{,}6a^{n+2}b \cdot 5a^{n-1}b^4$

3) $(a+1)\cdot(a+1)^3$

$8(x-y)^7 \cdot \frac{1}{2}(x-y)^3$

$5(1-a)^3 \cdot \frac{1}{10}(a-1)^2$

$9(a-b)^4 \cdot (b-a)^4$

$0{,}2(z+2)^7 \cdot 5(-z-2)^2$

4) $-0{,}2z^{2n+m-1} \cdot (-0{,}3)z^{m-3n}$

$(-1)^{2n}a^xb^{y+1} \cdot (-1)^{2n+1}a^{x+2}b^{y-1}$

$(-1)^{2n+3}(x-y)^2 \cdot [-(y-x)^6]$

$\frac{1}{(x-2)^3} \cdot \frac{1}{2(2-x)^3} \cdot \frac{4}{(2-x)^2}$

$\frac{2a^5}{3(a+b)^4} \cdot \frac{6a^{n+2}}{5(-a-b)^2} \cdot \frac{10a^{2n-3}}{(b+a)^5}$

219. 1) $q^7 : q^4$

$8a^5 : 4a^4$

$\frac{1}{2}x^7 : 2x$

$0{,}6x^{12} : \frac{1}{2}x^{10}$

$16a^3b^5 : 10ab^4$

2) $\frac{a^4b^2}{a^3b}$

$\frac{18m^3n^5}{9m^5n^3}$

$\frac{2^8a^2b^5}{2^6a^7b}$

$\frac{4a^{2n}b^{3n}}{5a^nb^n}$

3) $(a+b)^5 : (a+b)^3$

$2(1-x)^7 : \frac{1}{2}(1-x)^2$

$\frac{1}{4}(x-y)^7 : \frac{1}{2}(y-x)^2$

$0{,}4(1-a)^4 : 0{,}12(a-1)^3$

$2{,}8(-a-3)^5 : 0{,}7(a+3)^2$

4) $\frac{x^{n+3m+5}}{x^{n+m+2}}$

$\frac{24a^{m-n} \cdot b^{m+n}}{16a^{n-m} \cdot b^{n-2m}}$

$\frac{0{,}02x^7y^{m+1}z}{0{,}8x^6y^{m-1}z^5}$

$\frac{(-1)^{2n+1}12m^4(n+2p)^{10} \cdot q^2}{-18m(n+2p)^{20} \cdot q}$

c) Üksliikmete ja hulkliikmete astendamine

220. Teostada tehted:

1) $(3ab)^2$; $(5xy)^3$; $(-2ab)^4$; $(-3xz)^5$

2) $(2a^3b)^2$; $(-8a^3b^4c)^2$; $(-0{,}2x^4yz^5)^3$; $\frac{3}{2}m^2n^7k)^5$

3) $(xy^3)^n$; $(-a^mb^{2n})^4$; $(-y^3z^2)^{2n+1}$; $(-m^3n^2k^4)^{2n+2}$

4) $[5(-x)^3]^2$; $[2(-a)^3]^3$; $[0{,}1(-a)^2b^3]^3$; $[-(-z^2)^3]^5$

221. Arvutada, lahutades alused tegureiks:

1) $2^7 : 4^6$; $12^3 : 6^4$; $18^5 : 9^4$; $24^4 : 12^5$

2) $9^5 : 3^8$; $45^4 : 15^5$; $192^4 : 96^3$; $42^4 : 14^6$

Teostada tehted (ülesanded **222—228**):

222. 1) $(-3a^2)^3 + (-2a^3)^2 - [(-a)^2]^3 - [-(-2a^2)]^3$

2) $(-2a^5)^2 - (-2a^2)^5 + [-2(-a)^2]^5 - [2(-a)^5]^2$

223. 1) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^3$; $\left(\frac{2a}{b^3}\right)^2$; $\left(\frac{3x^2}{2z^3}\right)^4$

2) $\left(\frac{3m^2n^3}{5p^4q}\right)^4$; $\left(\frac{2a^3b}{3x^4y^5}\right)^5$; $\left(\frac{7a^4b^3}{9z^{10}}\right)^n$

224. 1) $\left(\frac{2ab}{3cd}\right)^3 \cdot \left(\frac{9cd}{4ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{c}{b}\right)^4$

2) $\left(\frac{2^3a^2}{3^2b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3b^2}{2a^3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3^3a^3}{2^2b}\right)^3 \cdot \left(\frac{2b}{3a}\right)^4$

225. 1) $\left(\frac{a^2b^3}{2cd^4}\right)^4 : \left(\frac{a^3b}{4c^2d^3}\right)^3$ 2) $\left(\frac{2m^4n^3}{5a^2b^4}\right)^3 : \left(\frac{2m^2n}{ab^2}\right)^5$

3) $\left[\left(\frac{3m^2n^3p}{4ab^2c^3}\right)^3 : \left(\frac{5m^2n^5r^2}{6a^4bc^2}\right)^2\right] \cdot \left[\left(\frac{10a^2bc}{9m^2n^2p}\right)^2 : \left(\frac{ab^2c^2}{2m^2nr^3}\right)^3\right]$

4) $\left\{\left[\frac{7(a-1)^2}{3(x+1)^3}\right]^4 \cdot \left[\frac{6(a-1)^3}{14(x+1)^2}\right]^2\right\} : \left\{\left[\frac{2(a-1)^4}{15(x+1)^5}\right]^2 \cdot \left[\frac{5(a-1)^2}{(x+1)^2}\right]^3\right\}$

226. 1) $(3x+4y)^2$ 2) $(2a-3a^2)^2$ 3) $(5xy-y^3)^2$

4) $(2a^3+\frac{1}{2}a^4)^2$ 5) $\left(x^2-\frac{1}{4x}\right)^2$ 6) $\left(\frac{5z^n}{3}-\frac{9z^{n-2}}{10}\right)^2$

227. 1) $(a^2+b+2c)^2$ 2) $(x^2-x+1)^2$ 3) $(x+y)^4$

4) $(1-2a)^4$

228. 1) $(2x+3y)^3$ 2) $\left(\frac{1}{2}a^2-2a\right)^3$ 3) $\left(a^2-\frac{1}{a^2}\right)^3$

4) $(z^{n+1}+z^{n+1})^3$

229. Kasutades summa ja vahe ruudu või ruutude vahe valemeid, arvutada peast:

1) 41^2; 81^2; 52^2; 62^2; 43^2

2) 49^2; 79^2; 38^2; 98^2; 47^2

3) $19 \cdot 21$; $29 \cdot 31$; $39 \cdot 41$; $48 \cdot 52$; $57 \cdot 63$

4) $23^2 - 22^2$; $37^2 - 26^2$; $64^2 - 62^2$; $55^2 - 52^2$

230. 1) Missuguse aluse puhul on paarisarvulise astendajaga aste alusest suurem? alusest väiksem? alusega võrdne?

2) Missuguse aluse puhul on paarituarvulise astendajaga aste alusest suurem? alusest väiksem? alusega võrdne?

231. 1) Tõestada samasused:

a) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$

b) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax-by)^2+(ay+bx)^2$

2) Kontrollida nende samasuste kehtivust:

a) kui $a=3;\ b=2;\ x=1;\ y=1$

b) kui $a=1;\ b=3;\ x=2;\ y=1$

232.* Tõestada samasus:

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)=(ax+by+cz)^2+$$
$$+(ay-bx)^2+(bz-cy)^2+(cx-az)^2$$

Juure mõiste

233. Leida juured:

1) $\sqrt{49};\ \sqrt[3]{8};\ \sqrt[3]{27};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt[4]{16};\ \sqrt[3]{-64};\ \sqrt[5]{1}$

2) $\sqrt{64};\ \sqrt[3]{-27};\ \sqrt[4]{81};\ \sqrt[5]{32};\ \sqrt[4]{625};\ \sqrt[6]{64};\ \sqrt[7]{-1}$

234. 1) Ristküliku küljed on 8 m ja 18 m. Kui suur on ristkülikuga võrdpindse ruudu külg?

2) Leida kuubi serv, kui kuubi ruumala on 27 cm^3; 8 m^3; 125 dm^3.

3) Risttahuka servad on 12 dm, 6 dm ja 3 dm. Leida risttahukaga võrdruumse kuubi serv.

235. Kontrollida juurte õigsust:

1) $\sqrt{42849}=207;\ \sqrt[3]{1331}=11;\ \sqrt[4]{4096}=8;\ \sqrt[5]{1024}=4$

2) $\sqrt{21609}=147;\ \sqrt[3]{357911}=71;\ \sqrt[4]{892521}=31;$
$\sqrt[6]{4096}=4$

236. Missuguste täisarvude vahel on oma väärtuselt:

1) $\sqrt{30};\ \sqrt{75};\ \sqrt[3]{-10};\ \sqrt[3]{80};\ \sqrt[3]{-25};\ \sqrt[4]{400}$

2) $\sqrt{92};\ \sqrt{150};\ \sqrt[3]{40};\ \sqrt[3]{-100};\ \sqrt[4]{70};\ \sqrt[5]{-20}$

Lahendada võrrandid (ülesanded **237** ja **238**):

237. 1) $\sqrt{x}=3$ 2) $\sqrt[3]{x}=4$ 3) $\sqrt[4]{x}=2$ 4) $\sqrt[5]{x}=3$

238. 1) $\sqrt{x-1}=5$ 2) $\sqrt{2-x}=4$ 3) $\sqrt[3]{2x+7}=3$
4) $\sqrt[7]{x+1}=1$

239. Missugustel järgmistest avaldistest ei ole mõtet:
1) $\sqrt{-4}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[5]{-32}$; $\sqrt[6]{-1}$; $\sqrt[7]{0}$
2) $\sqrt{a-1}$, kui $a>1$ 3) $\sqrt{a+2}$, kui $a<-2$
4) $\sqrt[4]{x^2+1}$, kui $x<-1$ 5) $\sqrt[4]{1-x^3}$, kui $x>1$

240. Missuguste x väärtuste puhul on mõte järgmistel avaldistel:
1) $\sqrt{-x}$ 2) $\sqrt[3]{-x}$ 3) $\sqrt{x+2}$ 4) $\sqrt[4]{3x-5}$
5) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-1}$ 6) $\sqrt[6]{2-x}+\sqrt[6]{x+2}$

241. Arvestades ruutjuure kahte märki, leida järgmiste avaldiste kõik võimalikud väärtused:
1) $3\cdot\sqrt{4}$ 2) $\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}$ 3) $\frac{\sqrt{36}}{3}$ 4) $7+\sqrt{49}$
5) $\sqrt{25}+\sqrt{16}$

Leida aritmeetiline juur (ülesanded **242—244**):

242. 1) $\sqrt{12}$; $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[4]{81}$; $\sqrt[6]{64}$
2) $\sqrt{(-2)^2}$; $\sqrt[4]{(-2)^4}$; $\sqrt{32}$; $\sqrt[6]{(-3)^6}$
3) $\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$; $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$; $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2}$
4) $\sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3}$; $\sqrt[4]{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{4}{5}\right)^2}$; $\sqrt[6]{\left(\frac{\sqrt{24}}{5}-\frac{\sqrt{23}}{4}\right)^2}$

243. 1) $\sqrt{(a-2)^2}$, kui $a>2$; kui $a<2$
2) $\sqrt{(1-x)^2}$, kui $x>1$; kui $x<1$
3) $\sqrt{(a-b)^2}$, kui $a>b$; kui $a<b$
4) $\sqrt{(2x-y)^2}$, kui $2x>y$; kui $2x<y$

244.* 1) $\sqrt[4]{(m-2n)^2}$, kui $\frac{1}{2}m>n$; kui $\frac{1}{2}m<n$
2) $\sqrt[6]{(x^2-x)^2}$, kui $x>1$; kui $x<0$; kui $0<x<1$
3) $\sqrt[3]{(a-b)^3}$, kui $a>b$; kui $a<b$

245. Arvutati kahel erineval viisil avaldise $x+\sqrt{1-2x+x^2}$ väärtus, kui $x=10$, ja saadi erinevad tulemused:

1) $x+\sqrt{1-2x+x^2}=x+\sqrt{(1-x)^2}=x+1-x=1$

2) $10+\sqrt{1-20+100}=10+\sqrt{81}=10+9=19$

Kumb vastus ei ole õige ja kus on viga?

246.* Keegi tööstur «tõestas», et tema sissetulek võrdub töölise töötasuga. Arutlus oli järgmine.

Olgu töösturi sissetulek ja töölise töötasu mingis ajavahemikus vastavalt a ja b. Tähistame nende summa $2c$, s. t.

$$a+b=2c.$$

Siit saame kaks võrdust:

$$a-2c=-b,\quad a=-b+2c.$$

Korrutame saadud võrdused liikmeti:

$$a^2-2ac=b^2-2bc.$$

Liidame võrduse mõlemale poolele c^2:

$$a^2-2ac+c^2=b^2-2bc+c^2.$$

Järelikult

$$(a-c)^2=(b-c)^2,$$

millest

$$a-c=b-c$$

ehk

$$a=b.$$

Seega võrdub töösturi sissetulek töölise töötasuga! Kus oli viga eelmises arutluses?

Üksliikmete juurimine. Juure põhiomadus

a) Korrutiste ja murdude juurimine

Juurida (ülesanded **247**—**258**):

247. 1) $\sqrt{19\cdot 16}$; $\sqrt{4\cdot 25}$; $\sqrt{36\cdot 64}$; $\sqrt{16\cdot 25\cdot 100}$

2) $\sqrt{4\cdot 9}$; $\sqrt{16\cdot 49}$; $\sqrt{121\cdot 81}$; $\sqrt{64\cdot 81\cdot 400}$

248. 1) $\sqrt[3]{8\cdot 27}$ 2) $\sqrt[3]{64\cdot 1000}$ 3) $\sqrt[3]{27\cdot 125}$

4) $\sqrt[3]{216\cdot 8000}$ 5) $\sqrt[3]{64\cdot 125\cdot 8}$

249. 1) $\sqrt[3]{8\cdot 27\cdot 216}$ 2) $\sqrt[3]{(-64)\cdot(-27)\cdot(-125)}$

3) $\sqrt[4]{16\cdot 625}$ 4) $\sqrt[5]{32\cdot(-243)}$

250. 1) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ 2) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ 3) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ 4) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

251. 1) $\sqrt{1\frac{24}{25}}$ 2) $\sqrt[3]{-15\frac{5}{8}}$ 3) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$ 4) $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}}$

252. 1) $\sqrt{64\cdot\frac{4}{9}}$ 2) $\sqrt{25\cdot\frac{9}{49}}$ 3) $\sqrt[3]{27\cdot\frac{1}{8}}$ 4) $\sqrt[4]{81\cdot\frac{1}{6}}$

253. 1) $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{9x^2}$; $\sqrt{\frac{1}{4}a^2b^2}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{x^6}$

2) $\sqrt{25a^2b^4}$; $\sqrt{\frac{1}{9}x^4z^4}$; $\sqrt{9a^2b^4c^6}$; $\sqrt{\frac{1}{4}x^{10}y^{12}z^4}$

254. 1) $\sqrt[3]{8a^6}$; $\sqrt[3]{-27x^{12}}$; $\sqrt[4]{16a^4b^8}$; $\sqrt[5]{32x^{10}y^5z^{15}}$

2) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}a^3b^6}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{125}x^3y^9}$; $\sqrt[4]{81a^8b^{20}}$; $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}m^{25}n^{15}}$

255. 1) $\sqrt{\frac{81a^2}{4b^2}}$ 2) $\sqrt{\frac{400x^4}{49y^{10}}}$ 3) $\sqrt[3]{-\frac{125a^6b^{12}}{8x^9y^3}}$ 4) $\sqrt[4]{\frac{10^8x^{24}y^8}{3^{16}a^4b^{12}}}$

256. 1) $\sqrt{\frac{25a^4}{9b^2}}$ 2) $\sqrt[3]{\frac{64x^9y^3}{125a^6b^{12}}}$ 3) $\sqrt[4]{\frac{3^8a^{16}b^4}{2^{12}x^{16}y^8}}$ 4) $\sqrt[5]{\frac{243m^{15}n^{20}}{y^{30}z^5}}$

257. 1) $\sqrt{9(a-b)^2}$ 2) $\sqrt{4x^2-4xy+y^2}$

3) $\sqrt{4a^4+24ab+\frac{36b^2}{a^2}}$ 4) $\sqrt{\frac{x^2}{36}-\frac{xy}{4}+\frac{9y^2}{16}}$

258. 1) $\sqrt{\frac{4(a+b)^4}{(a-b)^2}}$ 2) $\sqrt{0{,}25x^2-0{,}9xy+0{,}81y^2}$

3) $\sqrt{4x^2+12+\frac{9}{x^2}}$ 4) $\sqrt{\frac{1}{4}z^4-z^3+z^2}$

259. Lahutada juuritav sobivalt tegureiks ja juurida:

1) $\sqrt{36864}$ 2) $\sqrt{6760000}$ 3) $\sqrt{104976}$ 4) $\sqrt[3]{3375}$

5) $\sqrt[4]{50625}$

b) Juure põhiomadus

260. Taandada juurijat ja juuritava astendajat ning arvutada:

1) $\sqrt[4]{81^2}$; $\sqrt[4]{121^2}$; $\sqrt[6]{2{,}25^3}$; $\sqrt[6]{125^2}$; $\sqrt[8]{16^4}$

2) $\sqrt[4]{64^2}$; $\sqrt[4]{1{,}44^2}$; $\sqrt[6]{0{,}36^3}$; $\sqrt[12]{27^4}$; $\sqrt[15]{64^5}$

261. Arvutada, kasutades juure põhiomadust ja ruutjuurte tabelit:

1) $\sqrt[4]{30^2}$; $\sqrt[4]{52{,}3^2}$; $\sqrt[6]{732^3}$; $\sqrt[8]{8432^4}$; $\sqrt[8]{324{,}5^4}$

2) $\sqrt[4]{75^2}$; $\sqrt[4]{78{,}3^2}$; $\sqrt[6]{582^3}$; $\sqrt[10]{4951^5}$; $\sqrt[12]{673{,}2^6}$

Taandada juurijat ja juuritava astendajat (ülesanded **262** ja **263**):

262. 1) $\sqrt[4]{a^2}$; $\sqrt[6]{x^2}$; $\sqrt[12]{z^8}$; $\sqrt[20]{c^{18}}$; $\sqrt[18]{a^{12}}$

2) $\sqrt[4]{9a^2}$; $\sqrt[4]{36a^2b^2}$; $\sqrt[6]{8x^3y^3}$; $\sqrt[12]{27a^6b^3c^9}$

3) $\sqrt[4]{25x^2}$; $\sqrt[4]{49x^2y^4}$; $\sqrt[8]{4a^6b^4}$; $\sqrt[12]{81x^8y^4z^8}$

4) $\sqrt[6]{\frac{4x^2}{9y^2}}$; $\sqrt[8]{\frac{16a^{12}b^{16}}{81m^4n^8}}$; $\sqrt[12]{8a^{6n}b^{9n}}$; $\sqrt[m]{x^{3m}y^{2m}}$

263. 1) $\sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2}$ 2) $\sqrt[4]{(2-\sqrt{5})^2}$ 3) $\sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2}$

4) $\sqrt[6]{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$ 5) $\sqrt[8]{(3-\sqrt{10})^4}$ 6) $\sqrt[15]{(\sqrt{15}-4)^5}$

Laiendada juured võrdsete juurijatega juurteks:

264. 1) $\sqrt[4]{a}$ ja $\sqrt{a}$; $\sqrt{2}$ ja $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{4a}$ ja $\sqrt{3b}$

2) $\sqrt[6]{x^5}$ ja $\sqrt[3]{x^2}$; $\sqrt{5}$ ja $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[3]{2a^2}$ ja $\sqrt[4]{3b}$

3) $\sqrt{\frac{2a}{b}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{3b}{a^2}}$ 4) $\sqrt{\frac{x}{y}}$, $\sqrt[4]{\frac{x^2}{y^3}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}$

5) $\sqrt[2n]{x+y}$, $\sqrt[n]{(x-y)^2}$ ja $\sqrt[6]{x-1}$

Irratsionaalarvu mõiste

265. Kirjutada lõpmatu perioodilise kümnendmurruna ratsionaalarvud:

$$\frac{1}{5};\quad \frac{4}{9};\quad \frac{3}{7};\quad 1{,}8;\quad 1;\quad 3$$

266. Kirjutada kahe täisarvu suhtena ratsionaalarvud:

1) 2; 0; $-17\frac{3}{4}$; 23,3; 1,0237

2) 0,333 ...; 2,555 ...; 0,4949 ...; 3,421421 ...

267. Mispärast on alati perioodiline lõpmatu kümnendmurd, mis tekib hariliku murru lugeja jagamisel nimetajaga?

268. 1) Kas igale ratsionaalarvule vastab arvteljel punkt?
2) Kas igale punktile arvteljel vastab ratsionaalarv? Põhjendada vastust.

269. Mingi lõigu pikkus antud mastaabis väljendub irratsionaalarvuga. Kas selle lõigu 1) pool pikkust, 2) kolmandik pikkust või 3) n-ndik pikkust samas mastaabis võib väljenduda ratsionaalarvuga?

270. 1) Ringi ümbermõõdu ja läbimõõdu suhe on irratsionaalarv, mida tähistatakse tähega π, kusjuures $\pi = 3{,}14159265358\ldots$ Kirjutada π ligikaudne väärtus täpsusega 0,00001 puuduga ja liiaga.
2) Kõrgemas matemaatikas sageli kasutatav arv e on irratsionaalarv, kusjuures $e = 2{,}718281\ldots$ Kirjutada e ligikaudne väärtus täpsusega 0,0001 puuduga ja liiaga.

271. Missugused järgmistest arvudest on ratsionaalarvud ja missugused irratsionaalarvud:
1) 7,253 2) 0,4444... 3) 5,73424242... 4) 2,3030030003... 5) 5,0000... 6) 6,7212412441244412444 41...

272. Kasutades ruutjuure algoritmi, leida järgmiste avaldiste väärtused täpsusega kuni 0,0001:

1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{12{,}5}$ 3) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{10}-\sqrt{2}$

273. Kasutades ruutjuurte tabelit, leida järgmiste võrrandite lahendid täpsusega kuni 0,01:

1) $x^2 - 6 = 0$ 3) $x^4 - 9 = 0$
2) $x^2 - 8 = 0$ 4) $x^6 - 125 = 0$

274. Vastake järgmistele küsimustele ja põhjendage vastused:
1) Kas ratsionaal- ja irratsionaalarvu summa või vahe saab olla ratsionaalarv?
2) Kas kahe irratsionaalarvu summa või vahe saab olla ratsionaalarv?
3) Kas kahe irratsionaalarvu korrutis või jagatis saab olla ratsionaalarv?

275. 1) Missugune irratsionaalarv tuleb liita irratsionaalarvuga 0,1010010001..., et summa oleks 1?
2) Missugune irratsionaalarv tuleb lahutada irratsionaalarvust 0,5353353335..., et vahe oleks $\frac{1}{3}$?

276. Kasutades ruutjuuri, näidata, et kahe irratsionaalarvu summa, vahe, korrutis ja jagatis võib olla ratsionaalarv [näiteks $(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$].

277.* a ja b on naturaalarvud, kusjuures $\sqrt{a \cdot b}$ on ratsionaalarv. Tõestada, et $\sqrt{\frac{a}{b}}$ on samuti ratsionaalarv.

Juuravaldiste teisendamine

a) Teguri toomine juurimismärgi ette

278. Näidata, et järgmised algebralised summad on ratsionaalarvud:

1) $\sqrt{8}-2\sqrt{2}+3$ 2) $\sqrt{12}-2\sqrt{3}-5$

Tuua tegur juurimismärgi ette (ülesanded **279—285**):

279. 1) $\sqrt{20}$; $\sqrt{32}$; $\sqrt{18}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{45}$

2) $\sqrt{44}$; $\sqrt{63}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{72}$

3) $\sqrt{98}$; $\sqrt{125}$; $\sqrt{242}$; $\sqrt{128}$; $\sqrt{280}$

4) $\sqrt{54}$; $\sqrt{180}$; $\sqrt{162}$; $\sqrt{800}$; $\sqrt{1125}$

5) $\sqrt[3]{16}$; $\sqrt[3]{54}$; $\sqrt[3]{40}$; $\sqrt[3]{81}$; $\sqrt[3]{250}$

6) $\sqrt[3]{56}$; $\sqrt[3]{375}$; $\sqrt[4]{32}$; $\sqrt[4]{243}$; $\sqrt[5]{64}$

7) $\sqrt[3]{108}$; $\sqrt[4]{48}$; $\sqrt[4]{1250}$; $\sqrt[5]{96}$; $\sqrt[5]{1215}$

280. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{4m}$; $\frac{2}{3}\sqrt{27n}$; $\sqrt{a^3}$; $a\sqrt{3a^4}$

2) $4\sqrt{8a^3}$; $\frac{3}{5}\sqrt{75m^3n^2}$; $\frac{x}{y}\sqrt{2x^4y^5}$; $\frac{a}{b^2}\sqrt{54a^5b^7}$

3) $6\sqrt{\frac{1}{4}a^3b^2c}$; $\frac{3}{a}\sqrt{\frac{1}{9}a^5b^6}$; $\frac{2m}{n}\sqrt{\frac{9}{4}m^7n^8}$;

$\frac{5x}{4y^2}\sqrt{\frac{16}{25}x^3y^{10}z^5}$

4) $5\sqrt[3]{a^6b^2}$; $4\sqrt[3]{m^8n^{10}}$; $\frac{1}{2}\sqrt[3]{16x^7y^6}$; $2\sqrt[3]{32a^4b^8c^5}$

5) $\frac{2}{3}\sqrt[4]{81a^5}$; $\frac{2}{x}\sqrt[4]{16x^5y^4z}$; $\frac{3m}{2n}\sqrt[5]{32m^{10}n^9}$

6) $\frac{3}{2}\sqrt[4]{\frac{81}{16}a^7b^2}$; $\frac{m^3}{n^2}\sqrt[5]{m^{12}n^5k^{16}}$; $\frac{x}{y^3}\sqrt[6]{x^6y^{18}z}$

281. 1) $\sqrt{\frac{3a^3}{4b^2}}$; $\sqrt{\frac{50x^5}{9y^4}}$ 2) $\frac{3n^2}{5}\sqrt{\frac{125m^3}{36n^4}}$; $\frac{y}{x^2}\sqrt[3]{\frac{16x^7}{27y^6}}$

3) $\frac{x}{a}\sqrt[3]{\frac{8a^6b^4}{125x^9y^3}}$; $\sqrt[4]{\frac{x^8y^9}{a^4b^{12}}}$ 4) $\frac{2b}{3x}\sqrt[3]{\frac{81x^3y^4z^5}{8a^3b^3}}$; $\frac{m^3}{n}\sqrt[5]{\frac{5n^{12}}{32m^{15}}}$

282. $\sqrt[n]{a^{2n}b}$; $a\sqrt[n]{a^{n+1}}$ 2) $\frac{x}{y}\sqrt[n]{\frac{y^{2n+1}}{x^n}}$; $\sqrt[n+1]{a^{n+3}}$

TRU Raamatukogu

283. 1) $\sqrt{(a-b)^3}$ 3) $\sqrt{(a-b)^3(a+b)^5}$

2) $\sqrt{(a^2-2ab+b^2)c}$ 4) $\sqrt{4(a^2+2ab+b^2)c^5}$

284. 1) $\sqrt{\frac{5(x^2+2xy+y^2)}{9(x^2-2xy+y^2)}}$ 3) $\sqrt[3]{\frac{(a-b)^6(a-b)^2}{a^6b^3}}$

2) $\sqrt{\frac{a}{b^2}-\frac{1}{b}}$ 4) $x\sqrt[3]{\frac{a^3}{x^4}-\frac{a^5}{x^6}}$

285. 1) $\sqrt{3(2-\sqrt{2})^2}$ 3) $\sqrt{5(1-\sqrt{3})^2}$

2) $\sqrt{\frac{2(1-\sqrt{2})^2}{9}}$ 4) $\sqrt{\frac{3}{4(2-\sqrt{5})^2}}$

286.* Arvestades täheliste suuruste lubatavaid väärtusi, tuua tegur juurimismärgi ette:

1) $\sqrt{(a-2)^3}$ 3) $\sqrt{27(x-4)^2}$

2) $\sqrt{2(1-x)^2}$ 4) $\sqrt[4]{32(2-a)^5}$

b) Teguri viimine juurimismärgi alla

287. Teha juurimata kindlaks, kumb arv on suurem:

1) $5\sqrt{6}$ või $6\sqrt{5}$ 4) $3\sqrt{7}$ või $5\sqrt{3}$

2) $7\sqrt{2}$ või $2\sqrt{23}$ 5) $11\sqrt{13}$ või $\sqrt{1523}$

3) $3\sqrt[3]{2}$ või $2\sqrt[3]{6}$ 6) $2\sqrt[4]{3}$ või $\sqrt[4]{50}$

288. Arvutada $10\sqrt{5}$ kahel viisil:

1) Leida $\sqrt{5}$ täpsusega kuni 0,1 ja saadud tulemust korrutada 10-ga.

2) Viia 10 juurimismärgi alla ja leida juur täpsusega kuni 0,1. Kumb tulemustest on täpsem ja mispärast?

289. Arvutada ruutjuurte tabeli abil täpsusega kuni 0,1:

1) $3\sqrt{3}$ 2) $9\sqrt{2}$ 3) $4\sqrt{7}$ 4) $7\sqrt{5}$

290. Arvutada täpsusega kuni 0,01:

1) $2\sqrt{3}$ 2) $5\sqrt{10}$ 3) $7\sqrt{11}$ 4) $4\sqrt{30}$

Viia tegur juurimismärgi alla (ülesanded **291—297**):

291. 1) $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$; $3\sqrt{5}$; $5\sqrt{6}$; $3\sqrt{7}$

2) $7\sqrt{5}$; $11\sqrt{2}$; $6\sqrt{10}$; $20\sqrt{3}$; $25\sqrt{6}$

3) $2\sqrt[3]{3}$; $3\sqrt[3]{2}$; $3\sqrt[4]{2}$; $5\sqrt[4]{3}$; $2\sqrt[5]{2}$

292. 1) $x\sqrt{x}$; $a^2\sqrt{a}$; $b\sqrt[3]{b}$; $a^3\sqrt[3]{a^2}$

2) $2a\sqrt{a}$; $3x^2\sqrt[3]{x}$; $4a^2b\sqrt[4]{b}$; $2n\sqrt[5]{n^4}$

3) $3ab^2\sqrt{2ab}$; $2x^2y^2\sqrt[3]{x^2y^2}$; $m^3n^2\sqrt[4]{m^2n^3}$

293. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $2\sqrt{\frac{1}{2}}$; $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$; $2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

2) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$; $3\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$; $3\sqrt[4]{\frac{2}{27}}$

294. 1) $a\sqrt{\frac{3}{a}}$; $xy\sqrt{\frac{x}{y}}$; $-\frac{a}{b}\sqrt[3]{-\frac{b^2}{a}}$; $\frac{x^2}{y^3}\sqrt[4]{\frac{y^8}{x^2}}$

2) $x^2\sqrt{\frac{5}{x}}$; $a^2b\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}}$; $\frac{x}{y^2}\sqrt[4]{\frac{y^5}{x^2}}$; $-\frac{m^3}{n^7}\sqrt[5]{-\frac{n^{12}}{m^{13}}}$

295. 1) $a\sqrt{\frac{a-1}{a}}$ 2) $(x+y)\sqrt{\frac{1}{x^2-y^2}}$ 3) $\frac{a}{b}\sqrt{b^3+\frac{b^2}{a^2}}$

4) $\frac{2}{a-b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{8}}$ 5) $-n\sqrt[3]{1-\frac{1}{n^3}}$ 6) $a^2\sqrt[4]{1-\frac{2}{a^8}}$

296. 1) $(x+y)\sqrt{\frac{x}{x^2+2xy+y^2}}$ 2) $\frac{x+y}{x-y}\sqrt{\frac{x^2-xy}{x^2+2xy+y^2}}$

3) $(a-b)\sqrt[4]{\frac{3}{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}}$ 4) $\frac{a-b}{a+b}\sqrt[3]{\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}}$

297. 1) $a\sqrt[n]{a}$ 2) $x^2\sqrt[n]{x^3}$ 3) $z\sqrt[n+1]{z^{n-1}}$ 4) $a^n\sqrt{a^{n+3}}$

298.* Arvestades tähelise suuruse arvulist väärtust, viia tegur juurimismärgi alla:

1) $(1-x)\sqrt{\frac{3x}{x-1}}$, kui $x>1$

2) $(a-2)\sqrt{\frac{a}{4-a^2}}$, kui $0<a<2$

c) Juuritava vabastamine murrust

299. Kasutades ruutjuurte tabeleid, arvutada $\sqrt{\frac{2}{3}}$ kahel viisil:

1) Leida lugejast ja nimetajast juur ning esimene tulemus jagada teisega;

2) Kaotada juuritavast murd ja seejärel arvutada.

Kumb neist võtteist on lihtsam?

Vabastada juuritav murrust (ülesanded **300—303**):

300. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\sqrt{\frac{1}{5}}$; $\sqrt{\frac{1}{6}}$; $\sqrt{\frac{1}{10}}$

2) $\sqrt{\frac{2}{5}}$; $\sqrt{\frac{5}{6}}$; $\sqrt{\frac{3}{7}}$; $\sqrt{\frac{5}{9}}$; $\sqrt{\frac{3}{11}}$

3) $\sqrt{1\frac{1}{2}}$; $\sqrt{2\frac{1}{3}}$; $\sqrt{3\frac{1}{2}}$; $\sqrt{2\frac{1}{5}}$; $\sqrt{3\frac{1}{6}}$

4) $6\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$; $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$; $8\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$; $\frac{6}{5}\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$

5) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$; $\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$; $\sqrt[4]{\frac{5}{27}}$; $\sqrt[4]{\frac{6}{125}}$; $\sqrt[5]{\frac{7}{8}}$

6) $4\sqrt{3\frac{1}{2}}$; $12\sqrt[3]{4\frac{1}{3}}$; $1\frac{1}{3}\sqrt[3]{2\frac{1}{2}}$; $6\sqrt[3]{2\frac{7}{9}}$;

$3\frac{3}{4}\sqrt[3]{1\frac{1}{25}}$

301. 1) $\sqrt{\frac{b}{a}}$; $\frac{x^2}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}$; $a\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$; $\frac{m^3}{n^2}\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$

2) $2a\sqrt{\frac{b}{2a}}$; $6y\sqrt{\frac{2x}{3y}}$; $\frac{12m}{5n}\sqrt[3]{\frac{m^2}{n}}$; $a^2b^2\sqrt[4]{\frac{2}{ab}}$

3) $\sqrt{\frac{1}{x^3}}$; $2\sqrt{\frac{a}{4b^3}}$; $a^3\sqrt[3]{\frac{1}{a^7}}$; $\frac{m^6}{n}\sqrt[5]{\frac{n^2}{m^{12}}}$

302. 1) $(a-b)\sqrt{\frac{1}{a-b}}$ 3) $(x+y)^2\sqrt[3]{\frac{x}{(x+y)}}$

2) $(a-b)^3\sqrt[4]{\frac{a+b}{(a-b)^7}}$ 4) $4(m+n)\sqrt[5]{\frac{3}{16(m+n)^8}}$

303. 1) $\sqrt[n]{\frac{1}{a^{n-1}}}$ 2) $x\sqrt[n]{\frac{a}{x^{n-2}}}$ 3) $c\sqrt[m]{\frac{3}{c}}$ 4) $\sqrt[n+1]{\frac{2}{a^{n-3}}}$

Lihtsustada (ülesanded **304—307**):

304. 1) $\frac{3a}{2}\sqrt{\frac{4b}{9a}}$ 3) $\frac{3xy^2}{2}\sqrt{\frac{4}{xy}}$

2) $\frac{5ab^2}{2}\sqrt[3]{\frac{8}{ab}}$ 4) $\frac{5m}{3n^2}\sqrt[3]{\frac{81n^7}{125m^2}}$

305. 1) $\frac{6p^2}{5q}\sqrt{\frac{75q^3}{8p^7}}$ 3) $\frac{3a^2b^3}{4m^3n^3}\sqrt[4]{\frac{16m^5n^{16}}{81a^8b^{12}}}$

2) $2xy\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$ 4) $3ab\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}-\frac{b}{a^2}}$

306. 1) $\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a^3}{b^4}-\frac{a^4}{b^5}}$ 3) $x\sqrt[4]{\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^4}}$

2) $\frac{a+b}{a}\sqrt{\frac{a^2-a^3}{a^2+2ab+b^2}}$ 4) $\frac{n-2}{n}\sqrt[3]{\frac{n^4+2n^3}{n^2-4n+4}}$

307. 1) $\frac{a^2}{b}\sqrt[n]{\frac{b^{n+2}}{a^{2n-2}}}$ 2) $\frac{y^2}{x^3}\sqrt[n]{\frac{x^{3n+1}}{y^{2n-1}}}$

d) Juurte sarnasus

Tõestada juurte sarnasus (ülesanded **308—315**):

308. 1) $3\sqrt{2}$ ja $\sqrt{8}$; $\sqrt{18}$ ja $\sqrt{50}$; $3\sqrt{12}$ ja $2\sqrt{27}$

2) $\frac{1}{2}\sqrt{72}$ ja $\frac{2}{5}\sqrt{50}$; $\frac{3}{4}\sqrt{48}$ ja $\frac{2}{5}\sqrt{75}$; $2\sqrt{20}$ ja $3\sqrt{80}$

3) $\frac{3}{4}\sqrt{80}$ ja $\frac{2}{5}\sqrt{125}$; $\frac{1}{2}\sqrt{24}$ ja $\frac{2}{9}\sqrt{54}$; $\frac{5}{6}\sqrt{63}$ ja $\frac{2}{15}\sqrt{700}$

309. 1) $3\sqrt[3]{24}$ ja $2\sqrt[3]{81}$ 3) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{54}$ ja $\frac{3}{8}\sqrt[3]{16}$

2) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{54}$ ja $\sqrt[3]{250}$ 4) $5\sqrt[4]{32}$ ja $2\sqrt[4]{162}$

310. 1) $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 3) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ja $\sqrt{24}$

2) $6\sqrt{\frac{3}{4}}$ ja $2\sqrt{108}$ 4) $3\sqrt{\frac{1}{3}}$ ja $2\sqrt{\frac{1}{27}}$

311. 1) $\sqrt{\frac{3}{8}}$ ja $\sqrt{\frac{8}{27}}$ 3) $\frac{6}{7}\sqrt{\frac{2}{3}}$ ja $\frac{4}{5}\sqrt{1\frac{1}{2}}$

2) $\frac{5}{6}\sqrt{0{,}4}$ ja $10\sqrt{\frac{5}{2}}$ 4) $\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$ ja $\sqrt[3]{1{,}125}$

312. 1) $\sqrt[3]{\frac{6}{25}-\frac{1}{4}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{1}{27}-\frac{1}{32}}$

2) $2\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$ ja $\frac{3}{10}\sqrt[4]{1250}$

3) $15\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$ ja $\frac{3}{5}\sqrt[4]{\frac{80}{81}}$ 4) $6\sqrt[5]{\frac{1}{16}}$ ja $\sqrt[5]{486}$

313. 1) $2\sqrt{ab^2c^3}$, $3\sqrt{4a^3b^2c}$ ja $4\sqrt{a^5b^4c^3}$

2) $\frac{a}{b}\sqrt{a^3b}$, $b\sqrt{\frac{b}{a^3}}$ ja $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{25a^3}{b}}$

3) $n\sqrt{\frac{m}{n}}$, $m\sqrt{\frac{n}{m^3}}$ ja $m^2n\sqrt{\frac{1}{mn^3}}$

4) $x\sqrt[3]{4x^5y^5}$, $\frac{6}{xy}\sqrt[3]{\frac{x^2y^2}{54}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{4}{xy}}$

5) $2\sqrt[4]{\frac{2a}{b^5}}$, $6a\sqrt[4]{\frac{b}{8a^3}}$ ja $\frac{b}{2}\sqrt[4]{\frac{32a^5}{b^7}}$

6) $\sqrt[5]{\frac{x}{y^3}}$, $\sqrt[5]{xy^2}$ ja $\sqrt[5]{\frac{x^5}{y^8}}$

314. 1) $\sqrt{\frac{a}{a+1}}$ ja $\sqrt{a^4+a^3}$ 2) $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ ja $\sqrt{x^4-x^2y^2}$

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{a^2-2ab+b^2}}$ ja $\sqrt[3]{a^5-a^4b}$

4) $\frac{y}{x}\sqrt[3]{8x^5-16x^3y^2}$, $x\sqrt[3]{\frac{1}{x}-\frac{2y^2}{x^3}}$ ja $\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{2}{x^3y}-\frac{1}{xy^3}}$

315. 1) $\sqrt[n]{ax^{n+1}}$ ja $\sqrt[n]{ax^{2n+1}}$

2) $\sqrt[n]{\frac{y^3}{x^{n-2}}}$ ja $\sqrt[n]{x^2y^{n+3}}$

3) $\sqrt[n]{a^{2n+1}b^{2n+2}}$ ja $\sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^{2n-2}}}$

4) $\sqrt[k]{x^{2k+3}y^{3+k}}$ ja $\sqrt[n]{\frac{x^3}{y^{k-3}}}$

Juurte liitmine ja lahutamine

316. Kasutades ruutjuurte tabeleid, arvutada andmetekohase täpsusega:

1) $2{,}37 + \sqrt{26{,}00} + \sqrt{37{,}00} - 3{,}7$

2) $12{,}32 + \sqrt{132{,}4} + \sqrt{18{,}70} - 13{,}3$.

317. Koondada:

1) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$

2) $5\sqrt{3} + 7\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + \sqrt{5}$

3) $4\sqrt[3]{6} - 2\sqrt{6} + 7\sqrt[3]{6} - \sqrt{6}$

4) $8\sqrt{5} - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt{6} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt[3]{3} - 2\sqrt{6}$

318. Lihtsustada:

1) $\sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$ 2) $2\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - \sqrt{75}$

3) $5\sqrt{7} + 5\sqrt{28} - 2\sqrt{63}$

319. Arvutada täpsete arvudega avaldise

$$1{,}2\sqrt{2} + 1{,}5\sqrt{8} - 0{,}4\sqrt{18} + 0{,}5\sqrt{50}$$

väärtus kahel viisil:

1) leida tabelist ruutjuured ja teostada tehted;
2) lihtsustada avaldis ja seejärel arvutada tabeli järgi.

320. Lihtsustada ja seejärel arvutada ruutjuurte tabeli abil:

1) $\frac{1}{2}\sqrt{12} + 3\sqrt{48} - \frac{1}{5}\sqrt{300}$

2) $\frac{1}{4}\sqrt{128} - 2\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{72} + \frac{3}{5}\sqrt{50}$

3) $3\sqrt{18} + \frac{1}{2}\sqrt{200} - \sqrt{45} + 2\sqrt{20} + 2\sqrt{49}$

4) $4\sqrt{\frac{2}{3}} + 4\sqrt{24} - 6\sqrt{\frac{2}{27}} + \sqrt{2\frac{2}{3}}$

5) $\frac{1}{4}\sqrt{80} - \frac{3}{14}\sqrt{98} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 12\sqrt{\frac{1}{8}}$

Lihtsustada (ülesanded **321—331**):

321. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 1\frac{1}{3}\sqrt{18} + \sqrt{72} - \frac{3}{4}\sqrt{80}$

2) $\left(5\sqrt{125} - 1\frac{1}{7}\sqrt{245}\right) - \left(2\sqrt{5} + 3\frac{1}{2}\sqrt{180}\right)$

3) $4\sqrt{8}+3\sqrt{\frac{1}{3}}-10\sqrt{0,2}-\frac{1}{2}\sqrt{12}-\frac{1}{3}\sqrt{288}$

4) $6\sqrt{0,5}-2\sqrt{0,125}+4\sqrt{0,08}-2\sqrt{0,25}$

5) $2\sqrt[3]{24}-3\sqrt[3]{16}-4\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{375}$

6) $5\sqrt[3]{135}-2\frac{1}{4}\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{320}-2\sqrt[3]{5}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{64}$

7) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{16}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)-\left(\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)$

8) $1\frac{1}{6}\sqrt{99}+8\sqrt[3]{\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}\sqrt[3]{54}-1\frac{1}{2}\sqrt{44}$

322. 1) $(3\sqrt{x}+\sqrt{9x})-(\sqrt{25x}+\sqrt{36x})$

2) $2\sqrt{4a^3}+\frac{4}{a}\sqrt{a^5}-3a^2\sqrt{\frac{1}{a}}-5a^3\sqrt{\frac{1}{a^3}}$

3) $6\sqrt{27a^3b^2}-2b\sqrt{75a^3}+\frac{2a}{b}\sqrt[3]{3ab^4}$

4) $\frac{3}{x^2y}\sqrt{3x^8y^4z}-\frac{4}{xy^2}\sqrt{12x^6y^6z}-x^4y^2\sqrt{\frac{3z}{x^4y^2}}$

323. 1) $(\sqrt[3]{125a^2}-\sqrt[3]{64a^2})-(\sqrt[3]{27a^2}-\sqrt[3]{8a^2})$

2) $(2\sqrt[4]{x^3}+6\sqrt[4]{16x^3})-(2\sqrt[4]{81x^3}+\sqrt[4]{625x^3})$

3) $4m\sqrt[3]{8m^4}+6\sqrt[3]{\frac{m^7}{27}}-3m^2\sqrt[3]{\frac{1}{m^5}}$

4) $6n\sqrt[3]{2n^4}-4n^3\sqrt[3]{\frac{2}{n^5}}+\frac{3n^2}{2}\sqrt[3]{\frac{16}{n^2}}-\frac{2}{n}\sqrt[3]{54n^7}$

324. 1) $6\sqrt{\frac{1}{8}}-4\sqrt{4,5}+\frac{2}{7}\sqrt{24,5}-0,5\sqrt{300}+8\sqrt{12,5}-$
$-3\sqrt{8\frac{1}{3}}$

2) $8\sqrt{1\frac{1}{8}}-3\sqrt{75}-0,5\sqrt{200}+4\sqrt{1\frac{1}{3}}-0,5\sqrt{600}-$
$-\sqrt{4\frac{1}{6}}$

325. 1) $\left(\sqrt[3]{2000}+4\sqrt[3]{\frac{1}{32}}\right)-\left(2\sqrt[3]{-2}-6\sqrt[3]{-\frac{1}{4}}\right)$

2) $12\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}+4\sqrt[3]{7\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{-375}+6\sqrt{\frac{1}{9}}-5\sqrt{0{,}325}$

326. 1) $15\sqrt{\frac{1}{6}}+\frac{7}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{49}}-8\sqrt{\frac{3}{8}}-\frac{4}{3}\sqrt[3]{-14}+\frac{3}{4}\sqrt{96}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

2) $0{,}5\sqrt{1{,}5}-4\sqrt[3]{0{,}25}-\sqrt{40{,}5}-0{,}2\sqrt[3]{250}+\sqrt{5\frac{1}{3}}+$
$+\sqrt{2{+}5}$

327. 1) $6\sqrt{27a^3b^2}-\frac{3}{5}b\sqrt{75a^3}+\frac{2a}{b}\sqrt{3ab^4}$

2) $\frac{2b}{a^2}\sqrt[3]{a^8b^2}-4ab\sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^2b^5}-2b^2\sqrt[3]{-\frac{a^2}{b}}-$
$-\frac{3}{4}ab^2\sqrt[3]{\frac{8}{ab}}$

328. 1) $\sqrt[3]{xy}+6xy\sqrt[3]{\frac{1}{x^2y^2}}+4x^2y^2\sqrt[3]{-\frac{1}{x^5y^5}}+\frac{1}{2}y\sqrt[3]{\frac{x}{y^2}}-$
$-\frac{3}{2x}\sqrt[3]{-x^4y}$

2) $6\sqrt[4]{\frac{mn^3}{27}}+2mn\sqrt[4]{\frac{0{,}1875}{m^3n}}+\frac{1}{2n}\sqrt[4]{48mn^7}-$
$-\frac{m}{5}\sqrt[4]{\frac{0{,}0048m^3}{n^3}}$

329. 1) $\sqrt{(a-1)^2x}+\sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(a+1)^2x}-$
$-\sqrt{9x}-\sqrt{(a-1)^2}$

2) $\sqrt{a^3-a^2b}-\sqrt{(a+b)(a^2-b^2)}-\sqrt{ab^2-b^3}$

330. 1) $\sqrt{1-\frac{n}{2}}-3\sqrt{4-2n}-\sqrt{16-8n}+8\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{n}{8}}$

2) $2y\sqrt{x-y}+x\sqrt{\frac{1}{x-y}}-x\sqrt{\frac{a}{ax-ay}}-\sqrt{x^3-x^2y}+$
$+\sqrt{x^2y\left(\frac{x}{y}-1\right)}-y^2\sqrt{\frac{4(x-y)}{y^2}}$

331. 1) $2m\sqrt{\frac{m-n}{m+n}} - n\sqrt{\frac{(m-n)^2}{m^2-n^2}} - 2m\sqrt{\frac{(m+n)(m-n)}{(m+n)^2}} + \frac{8n}{m+n}\sqrt{\frac{m^2-n^2}{4}}$

2) $\sqrt[3]{a^6-a^4} - \sqrt[3]{\frac{2-a^2}{a^2}} + \sqrt[3]{\frac{(2-a)a^4}{(2+a)^2}} - \sqrt[3]{\frac{a}{(1-a^2)^2}}$

3) $\sqrt[4]{\frac{a-b}{x^2y}} - \frac{a-b}{x}\sqrt[4]{\frac{x^6}{y(a-b)^3}} - \frac{1}{x^2y}\sqrt[4]{x^{10}y^7(a-b)^5}$

332. Lahendada võrrandid:

1) $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - x\sqrt{\frac{1}{x}} = 4$

2) $3\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+2} = 10$

3) $\sqrt{x+2} + \sqrt{4x+8} = 12$

4) $\sqrt[3]{8x-24} = 25 - \sqrt[3]{27x-81}$

Juurte korrutamine ja jagamine

a) Võrdsete juurijatega juurte korrutamine

333. Leida ristküliku pindala täpsusega 0,01, kui külgede pikkused on:

1) $\sqrt{6}$ ja $\sqrt{7}$ 2) $3\sqrt{3}$ ja $2\sqrt{10}$

Korrutada (ülesanded **334**—**337**):

334. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$; $\sqrt{6}\cdot\sqrt{8}$; $\sqrt{8}\cdot\sqrt{12}$; $\sqrt{20}\cdot\sqrt{30}$

2) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$; $\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}$; $\sqrt{8}\cdot\sqrt{63}$; $\sqrt{45}\cdot\sqrt{20}$

3) $3\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{18}$; $\frac{2}{3}\sqrt{15}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{27}$; $0{,}2\sqrt{10}\cdot 0{,}4\sqrt{50}$

4) $2\sqrt{2}\cdot\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{8}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot 6\sqrt{\frac{3}{2}}$; $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{12}}\cdot\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}$.

335. 1) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{16}$ 2) $3\sqrt[3]{48}\cdot 2\sqrt[3]{4}$

3) $8\sqrt[3]{18}\cdot\frac{3}{4}\sqrt[3]{-9}$ 4) $2\sqrt[3]{20}\cdot\frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\cdot\frac{2}{3}\sqrt[3]{5\frac{2}{5}}$

5) $\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{6}\cdot\sqrt[4]{27}$ 6) $\frac{2}{5}\sqrt[4]{\frac{1}{2}}\cdot\frac{3}{2}\sqrt[4]{\frac{3}{4}}\cdot\frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{1}{6}}$

336. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a^3}$ 2) $\sqrt{2a}\cdot\sqrt{\frac{a}{8}}$ 3) $\sqrt{3x^3}\cdot\sqrt{6x^5}$

4) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{5x}{y^2}}\cdot\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4y^2}{5x^3}}$ 5) $2\sqrt{\frac{bx^3}{3a}}\cdot\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3a^3}{2x}}$

337. 1) $\sqrt[3]{x^2y}\cdot\sqrt[3]{xy^2}$ 2) $a\sqrt[3]{\frac{x^2}{a}}\cdot x\sqrt[3]{\frac{x^2}{a^5}}$

3) $\frac{15z^2}{3x^2}\sqrt[4]{\frac{xz^7}{32}}\cdot\frac{6x^2}{3z^2}\sqrt[4]{\frac{4}{xz^3}}$

4) $\frac{2a^2}{b}\sqrt[5]{\frac{64a^3}{3b^6}}\cdot\frac{b^5}{6a^3}\sqrt[5]{\frac{729b}{2a^8}}$

Teostada tehted (ülesanded **338—341**):

338. 1) $(3\sqrt{8}-2\sqrt{18})\cdot\sqrt{2}$

2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}+6\sqrt{12}-\frac{2}{5}\sqrt{75}\right)\cdot 2\sqrt{3}$

3) $\left(4\sqrt{\frac{3}{2}}-2\sqrt{\frac{3}{8}}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{12}}\right)\cdot\frac{3}{4}\sqrt{6}$

4) $\left(4\sqrt{2}-\frac{3}{4}\sqrt{12}-\frac{3}{4}\sqrt{8}\right)\cdot\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{8}}$

5) $\frac{3}{4}\cdot\sqrt{\frac{5}{6}}\cdot\sqrt{\frac{21}{8}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{10}{7}}\cdot\sqrt{\frac{14}{3}}\cdot\sqrt{\frac{21}{16}}$

6) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{24}-\frac{1}{2}\sqrt{96}+\sqrt{54}\right)+\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}$

339. 1) $\left(6\sqrt[3]{\frac{3}{2}}-\frac{9}{2}\sqrt[3]{16}-9\sqrt[3]{12}\right)\cdot\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}$

2) $\left(\frac{5}{2}\sqrt[3]{72}-\frac{4}{3}\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{1125}\right)\cdot 6\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$

340. 1) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+\frac{5}{6}\sqrt{x^5}\right)\cdot 6\sqrt{x}$

2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{ab}-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{ab}}+\frac{1}{4}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{5}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)\cdot 60\sqrt{\frac{a}{b}}$

3) $(2ab\sqrt[3]{b^2}+6b\sqrt[3]{ab}-2a\sqrt[3]{a^2})\cdot 2ab\sqrt[3]{ab}$

4) $\left(\frac{m^2}{n^2}\sqrt[3]{\frac{n}{m}}-m^2\sqrt[3]{m^2n}-\frac{m^3}{n^3}\sqrt[3]{\frac{n^4}{m^4}}\right)\cdot\frac{n^2}{m^2}\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$

341. 1) $(5+4\sqrt{3})\cdot(3-\sqrt{3})$ 2) $(2-\sqrt{2})\cdot(6+3\sqrt{2})$

3) $(\sqrt{6}+2\sqrt{5})\cdot(2\sqrt{6}-\sqrt{5})$

4) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{10}-2\sqrt{7}\right)(3\sqrt{7}-2\sqrt{10})$

342. Lahendada võrrandid:

1) $(3+\sqrt{x})(2+\sqrt{x})=x+11$

2) $(5+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})=4-x$

Teostada tehted (ülesanded **343—347**):

343. 1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{15})$

2) $(\sqrt{15}-\sqrt{3}+\sqrt{5})\cdot(\sqrt{10}+\sqrt{6})$

3) $(7-\sqrt{24}+\sqrt{60})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

4) $(3+\sqrt{6}+\sqrt{15})\cdot(2+\sqrt{6}-\sqrt{10})$

344. 1) $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

2) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{2})(3\sqrt{5}+2\sqrt{2})$

3) $(2\sqrt{6}-4\sqrt{5})(2\sqrt{6}+4\sqrt{5})$

4) $(18-\sqrt{17}\cdot\sqrt{19})(18+\sqrt{17}\cdot\sqrt{19})$

345. 1) $(2a\sqrt{b}-3b\sqrt{a})(2a\sqrt{b}+3b\sqrt{a})$

2) $(3x^2\sqrt{x}+2y^3\sqrt{y})(3x^2\sqrt{x}-2y^3\sqrt{y})$

3) $(\sqrt{a+b}+\sqrt{a})(\sqrt{a+b}-\sqrt{a})$

4) $(\sqrt{x}+\sqrt{x-y})(\sqrt{x}-\sqrt{x-y})$

5) $(3\sqrt{m+n}-2\sqrt{m-n})(3\sqrt{m+n}+2\sqrt{m-n})$

346. 1) $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$

2) $(1-\sqrt[3]{5})(1+\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{25})$

3) $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

4) $(1+\sqrt[3]{n})(1-\sqrt[3]{n}+\sqrt[3]{n^2})$

347. 1) $\frac{2-3\sqrt{2}}{3}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}$ 2) $\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{5}-5\sqrt{3}}{2}$

3) $\frac{2-3\sqrt{2}+\sqrt{7}}{3}-\frac{1-5\sqrt{2}+2\sqrt{7}}{6}$

4) $\frac{4\sqrt{5}+3\sqrt{6}-2\sqrt{10}}{4}-\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{6}+2\sqrt{10}}{3}$

348. Lahendada võrrandid:

1) $\frac{8-3\sqrt{x}}{2}=\frac{2\sqrt{x}-1}{3}$ 2) $\frac{2\sqrt{x}+2}{2}-\frac{\sqrt{x}+3}{3}=2\sqrt{x}-4$

b) Võrdsete juurijatega juurte jagamine

349. Jagada:

1) $12\sqrt{3} : 4$; $2\frac{1}{2}\sqrt{2} : 5$; $\frac{3}{7}\sqrt[3]{a} : 6$; $2\frac{1}{3}\sqrt[4]{x^3} : 1\frac{1}{6}$.

2) $6\sqrt{5} : 2\sqrt{5}$; $4\sqrt[3]{2} : \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$; $a\sqrt[5]{x} : \frac{a}{b}\sqrt[5]{x}$

350. 1) Ühe ruudu pindala on 72 cm² ja teise ruudu pindala 8 cm². Mitu korda on esimese ruudu külg suurem teise ruudu küljest?

2) Pendli võnkeperioodi väljendab valem $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, kus l on pendli pikkus ja g raskuskiirendus. Mitu korda on ühe pendli võnkeperiood teise omast suurem, kui pendlite pikkused on vastavalt 24 cm ja 6 cm?

3) Mitu korda on $4\sqrt{52}$ suurem kui $\frac{1}{2}\sqrt{13}$?

351. Arvutada $\sqrt{7986} : \sqrt{1331}$ ruutjuurte tabeli abil kahel viisil:

1) leida ruutjuured ja saadud tulemused jagada;

2) jagada juuritavad ja seejärel juurida.

Kumma tulemuse absoluutne viga on tõenäoliselt väiksem?

Jagada (ülesanded **352—354**):

352. 1) $\sqrt{24} : \sqrt{6}$; $\sqrt{54} : \sqrt{6}$; $\sqrt{68} : \sqrt{17}$; $\sqrt{117} : \sqrt{13}$

2) $6\sqrt{\frac{1}{2}} : 3\sqrt{2}$; $5\sqrt{\frac{3}{5}} : \frac{1}{2}\sqrt{15}$; $\frac{3}{4}\sqrt{2\frac{2}{11}} : \frac{5}{6}\sqrt{\frac{6}{11}}$;

$2\frac{1}{3}\sqrt{1\frac{1}{35}} : 2\sqrt{1\frac{2}{5}}$

3) $2\sqrt{\frac{2}{3}} : \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$; $\frac{3}{10}\sqrt{\frac{5}{12}} : \frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{5}}$;

$1\frac{1}{3}\sqrt{1\frac{5}{7}} : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{21}}$; $\frac{5}{7}\sqrt{1\frac{2}{3}} : 2\sqrt{10\frac{5}{12}}$

4) $\frac{3}{5}\sqrt{56} : 3\sqrt{8}$; $3\sqrt{\frac{2}{5}} : \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{7}}$; $2\sqrt{91} : \frac{2}{3}\sqrt{39}$;

$6\frac{1}{2}\sqrt{1\frac{2}{13}} : \frac{1}{2}\sqrt{15}$

353. 1) $\sqrt{5a} : \sqrt{a}$; $\sqrt{2x^3} : \sqrt{x}$; $\sqrt[3]{2a^4} : \sqrt[3]{\frac{1}{4}a}$;

$\sqrt[3]{a^2b} : \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$

2) $x^2\sqrt{\frac{y}{x^3}} : y^2\sqrt{\frac{x}{y^3}}$; $\frac{2}{a}\sqrt[3]{\frac{a^2}{2}} : a\sqrt[3]{\frac{4}{a^5}}$; $\sqrt[4]{27a^3} : \sqrt[4]{\frac{a^2}{3}}$

3) $\sqrt[4]{8a} : \sqrt[4]{\frac{2}{a}}$; $\sqrt[4]{125x^3} : \sqrt[4]{\frac{x}{5}}$; $\sqrt[6]{4n^7} : \sqrt[6]{\frac{1}{4}n^3}$

354. 1) $\frac{3}{2}\sqrt{96} : 3\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ 2) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{2\frac{2}{3}} : \frac{1}{2}\sqrt[3]{1\frac{1}{8}}$

3) $1\frac{2}{3}\sqrt[4]{6\frac{3}{4}} : 2\frac{1}{2}\sqrt[4]{5\frac{1}{3}}$ 4) $0{,}24\sqrt[5]{\frac{4}{27}} : 0{,}08\sqrt[5]{1{,}125}$

Teostada tehted (ülesanded **355**—**357**):

355. 1) $(\sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{20}) : \sqrt{5}$

2) $(3\sqrt{200} - 4\sqrt{128} + 5\sqrt{32}) : \sqrt{2}$

3) $(6\sqrt{96} + 3\sqrt{54} - 9\sqrt{24}) : 3\sqrt{3}$

4) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{\frac{1}{3}}\right) : 2\sqrt{\frac{1}{2}}$

5) $\left(9\sqrt{\frac{1}{27}} - \frac{2}{5}\sqrt{6} + 3\sqrt{3}\right) : \frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{3}}$

6) $\left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right) : 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

7) $\left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{90} + 3\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{\frac{5}{6}}\right) : 2\sqrt[3]{1\frac{2}{3}}$

356. 1) $(\sqrt{a^3b} - \sqrt{ab^3}) : \sqrt{ab}$ 3) $\left(\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}} - \sqrt{x^3y}\right) : \frac{y}{x}\sqrt{\frac{x}{y}}$

2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2m} + 2\sqrt{\frac{m}{2}}\right) : \sqrt{m}$ 4) $\left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a^2}} - a\sqrt[3]{b^4}\right) : \frac{1}{b}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

357. 1) $\left(\frac{1}{5}\sqrt{\frac{xy}{3}} + \frac{5x}{3}\sqrt{\frac{x}{y}} - 0{,}6\sqrt{\frac{5}{xy}}\right) : \frac{3}{5}\sqrt{\frac{5y}{3x}}$

2) $(2m\sqrt{n^3} - 3\sqrt{n^3m^3} - 2n\sqrt{nm^2}) : \frac{2}{3}\sqrt{nm^3}$

3) $\left(\frac{3a}{16b}\sqrt[5]{\frac{a^3}{b^4}}-\frac{a}{b}\sqrt[5]{a^4}+\frac{3a}{8}\sqrt[5]{\frac{a^2}{b}}\right):\frac{3a}{5b}\sqrt[5]{\frac{a^6}{b}}$

Lahutada tegureiks (ülesanded **358—360**):

358. 1) $\sqrt{6}-\sqrt{3}$ 2) $\sqrt{10}+\sqrt{6}$ 3) $\sqrt{21}-\sqrt{15}$
4) $\sqrt{28}+\sqrt{35}$ 5) $\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{2}$ 6) $\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{15}$

359. 1) $\sqrt{ab}+\sqrt{a}$ 2) $\sqrt[3]{xy^2}-\sqrt[3]{y^2z}$
3) $\sqrt[3]{3ab}+\sqrt[3]{2ab}$ 4) $\sqrt[3]{m^2n}+\sqrt[3]{mn^2}$
5) $\sqrt{x-y}+\sqrt{x^2-y^2}$ 6) $\sqrt{a^2-b^2}+\sqrt{a+b}$

360. 1) $2+\sqrt{2}$ 2) $3-\sqrt{3}$ 3) $a-\sqrt{a}$
4) $xy+\sqrt{y}$ 5) $m+n+\sqrt{m+n}$
6) $x-y-\sqrt{x^2-y^2}$

361. Taandada murrud:

1) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{21}-\sqrt{35}}$ 2) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{14}+\sqrt{2}}$ 3) $\frac{\sqrt{42}-\sqrt{14}}{\sqrt{66}-\sqrt{22}}$

4) $\frac{x-\sqrt{xy}}{y-\sqrt{xy}}$ 5) $\frac{ab-\sqrt{a}}{b\sqrt{ab}-\sqrt{b}}$ 6) $\frac{\sqrt[3]{a^2b}+\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{ax}+\sqrt[3]{bx}}$

362. Jagada:

1) $(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}):(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})$
2) $(\sqrt[3]{9x^2}-\sqrt[3]{4x^2}):(\sqrt[3]{3x}-\sqrt[3]{2x})$
3) $(\sqrt[3]{49a^2}-\sqrt[3]{36a^2}):(\sqrt[3]{7a}+\sqrt[3]{6b})$

c) Erinevate juurijatega juurte korrutamine ja jagamine

Teostada tehted (ülesanded **363—370**):

363. 1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[6]{2}$; $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[6]{4}$; $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}$
2) $\sqrt[4]{8}:\sqrt{2}$; $\sqrt{5}:\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[3]{10}:\sqrt[4]{5}$

364. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[3]{xy}\cdot\sqrt[4]{xy}$; $\sqrt[3]{z^2}\cdot\sqrt[5]{\frac{1}{z}}$

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$; $\sqrt[4]{9a} : \sqrt{\frac{a}{3}}$; $\sqrt[4]{\frac{2a^3}{b^3}} : \sqrt[6]{\frac{2a}{b}}$

365. 1) $(\sqrt{3} - \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{27}) \cdot \sqrt{3}$

2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{25} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{4} - \frac{3}{2}\sqrt{10}\right) \cdot 4\sqrt[4]{2}$

366. 1) $(6\sqrt[3]{15} - 9\sqrt[6]{60} - 3\sqrt[9]{75}) : 3\sqrt[3]{3}$

2) $\left(\frac{3}{2}\sqrt[6]{54} + \frac{1}{3}\sqrt[4]{18} - \frac{5}{6}\sqrt[3]{9}\right) : \frac{1}{6}\sqrt[6]{3}$

367. 1) $(3\sqrt[5]{a^4} + 2\sqrt[20]{a^{13}}) \cdot 4\sqrt[10]{a^7}$

2) $(2\sqrt[4]{a^3} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2} - \frac{1}{2}\sqrt{a}) \cdot 4\sqrt{a}$

368. 1) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{a^5} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{a^2}\right) : \frac{1}{4}\sqrt{a}$

2) $(3\sqrt[9]{x^5y^4} + 2x^3y\sqrt[4]{x^3y^2} - \frac{x^3}{y^2}\sqrt{xy}) : \frac{6x}{y}\sqrt[12]{xy^2}$

369. 1) $\left(x\sqrt[3]{y} + 3y\sqrt[6]{\frac{1}{y}}\right) \cdot (x\sqrt[6]{y} + \sqrt[3]{y^2})$

2) $\left(a\sqrt[6]{b} - b\sqrt[3]{a^2} - \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{a} - \frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$

370. 1) $(\sqrt[5]{4a^2} - \sqrt[3]{9b^2}) : (\sqrt[5]{2a} - \sqrt[3]{3b})$

2) $(4\sqrt[3]{x^2} - 3y) : (2\sqrt[3]{x} + \sqrt{3y})$

Juurte astendamine

Astendada (ülesanded **371**—**382**):

371. 1) $(\sqrt{3})^2$; $(\sqrt[3]{5})^3$; $(\sqrt[4]{5})^4$; $(\sqrt[n]{a})^n$

2) $(2\sqrt{3})^2$; $(3\sqrt[3]{2})^3$; $\left(\frac{1}{2}\sqrt[5]{8}\right)^5$; $(a\sqrt[n]{b})^n$

3) $(\sqrt{2})^4$; $(\sqrt[3]{3})^6$; $(\sqrt[4]{6})^8$; $(\sqrt[5]{4})^{10}$

4) $(\sqrt{3})^6$; $(\sqrt[3]{2})^{12}$; $(\sqrt[5]{5})^{15}$; $(\sqrt[6]{3})^{24}$

5) $(\sqrt{7})^3$; $(\sqrt{10})^3$; $(\sqrt[3]{5})^4$; $(\sqrt[5]{2})^7$

372. 1) $(-\sqrt{5})^2$; $(-2\sqrt{3})^3$; $(-\sqrt[4]{2})^6$; $(-\sqrt[5]{5})^7$

2) $(\sqrt{a})^3$; $(\sqrt[3]{x^2})^4$; $(-\sqrt[4]{m^3})^2$; $(-\sqrt[5]{a^2})^3$

373. 1) $(-2\sqrt{3})^3$ 3) $\left(-3\sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)^3$

2) $(3\sqrt[3]{5})^4$ 4) $\left(-\frac{3}{4}\sqrt[5]{\frac{2}{9}}\right)^6$

374. 1) $(m\sqrt{n})^3$ 3) $\left(\frac{2x}{3y}\sqrt[4]{\frac{3y^2}{4x^3}}\right)^3$

2) $\left(-\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^3$ 4) $\left(-\frac{m}{n}\sqrt[5]{\frac{n^2}{m}}\right)^4$

375. 1) $(-0{,}3\sqrt[3]{xy})^3$ 3) $\left(-\frac{1}{3}\sqrt[4]{9a^2b^2}\right)^2$

2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{4a^2b}{z^2}}\right)^2$ 4) $\left(\frac{4x^2}{3z^2}\sqrt[5]{\frac{9y^3z^4}{4x^2}}\right)^3$

376. 1) $(-0{,}2\sqrt[3]{a^2b^2c})^3$ 3) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt[4]{25x^2y^2}\right)^2$

2) $\left(\frac{3a}{2n}\sqrt[3]{\frac{mn^2}{9a^2}}\right)^2$ 4) $\left(\frac{x}{a}\sqrt[2n]{\frac{a^m}{x^2}}\right)^n$

377. 1) $\left(\frac{4}{1-x}\sqrt{\frac{1-x}{2}}\right)^2$ 3) $\left(\frac{a-b}{a+b}\sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{a-b}}\right)^3$

2) $\left(-\frac{x-1}{y+1}\sqrt[4]{\frac{y+1}{1-x}}\right)^6$ 4) $\left(\sqrt[3]{\frac{(a+b)^4}{a+b}}\right)^6$

378. 1) $(1+\sqrt{3})^2$ 3) $(3\sqrt{5}+\frac{1}{6}\sqrt{2})^2$

2) $(\sqrt{2}-1)^2$ 4) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)^2$

379. 1) $(a+\sqrt{b})^2$ 3) $(4\sqrt{x}-\frac{1}{4}\sqrt{y})^2$

2) $(\sqrt{m}-\sqrt{n})^2$ 4) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{2a}-\frac{2}{3}\sqrt{3a}\right)^2$

380. 1) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}-\sqrt{2}\right)^2$ 3) $(4\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt[3]{9})^2$

2) $(a\sqrt[3]{a}-\sqrt{a})^2$ 4) $\left(\sqrt{\frac{x+1}{2}}-\sqrt{\frac{x-1}{2}}\right)^2$

381. 1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$ 2) $(2\sqrt{6}-3\sqrt{2}+1)^2$

382. 1) $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$

2) $\left(\sqrt{11+6\sqrt{2}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}\right)^2$

3) $\left(\sqrt{6-\sqrt{11}}-\sqrt{6+\sqrt{11}}\right)^2$

4) $\left(\sqrt{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}+\sqrt{3\sqrt{2}+\sqrt{14}}\right)^2$

383. Bhaskara ülesanne (XII saj.). Tõestada, et

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

384. Bertrand'i ülesanne (XIX saj.). Tõestada, et

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=4$$

385. Eukleides tõestas, et korrapärase kõõlviisnurga küljele ehitatud ruudu pindala võrdub samasse ringi kujundatud korrapärase kõõlkuusnurga ja korrapärase kõõlkümmenurga küljele ehitatud ruutude pindalade summaga. Tõestada nimetatud teoreem algebraliselt, kui

$$a_5=\frac{R\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2};\quad a_6=R;\quad a_{10}=\frac{R(\sqrt{5}-1)}{2}$$

386. Lahendada võrrandid:

1) $(2\sqrt{x}-1)^2=4x-7$

2) $(6\sqrt{x}-2)^2+(8\sqrt{x}-3)^2=(10\sqrt{x}-3)^2$

Juurte juurimine

387. Kontrollida võrdusi:

1) $\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt[4]{81}$ 3) $\sqrt{\sqrt{625}}=\sqrt[4]{625}$

2) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}=\sqrt[6]{64}$ 4) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}=\sqrt[8]{256}$

Juurida (ülesanded **388**—**390**):

388. 1) $\sqrt{\sqrt{3}};\quad \sqrt[3]{\sqrt{5}};\quad \sqrt[4]{\sqrt{2}};\quad \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{6}}}$

2) $\sqrt{\sqrt[3]{4}};\quad \sqrt[4]{\sqrt[3]{9}};\quad \sqrt[3]{\sqrt[4]{125}};\quad \sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{16}}}$

389. 1) $\sqrt{\sqrt{a}}$; $\sqrt[3]{\sqrt{x^3}}$; $\sqrt[4]{\sqrt[3]{m^2}}$; $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

2) $\sqrt[3]{\sqrt{a^2}}$; $\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4}}$; $\sqrt[6]{\sqrt{n^9}}$; $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[5]{m^6}}}$

390. 1) $\sqrt[4]{6561}$ 2) $\sqrt[4]{14641}$ 3) $\sqrt[6]{4096}$ 4) $\sqrt[10]{59049}$

391. Leida ruutjuurte tabeli abil andmetekohase täpsusega:

1) $\sqrt[4]{29{,}3}$ 2) $\sqrt[4]{0{,}0831}$ 3) $\sqrt[8]{475600}$ 4) $\sqrt[8]{0{,}300}$

Juurida (ülesanded **392**—**397**):

392. 1) $\sqrt{\sqrt[3]{a^2b^2}}$ 2) $\sqrt[3]{\sqrt{x^3y^3}}$ 3) $\sqrt[5]{\sqrt{m^{10}n^5}}$

4) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4x^4y^2}}$ 5) $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[3]{81a^4b^8}}}$ 6) $\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{32m^{10}n^{15}}}}$

393. 1) $\sqrt{3\sqrt{2}}$ 2) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$ 3) $\sqrt{5\sqrt[3]{2}}$ 4) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{3}}$

394. 1) $\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}$ 2) $\sqrt{xy\sqrt[3]{y^2}}$ 3) $\sqrt[4]{m^3\sqrt[3]{m^2}}$ 4) $\sqrt[3]{ab\sqrt[3]{ab}}$

395. 1) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{x}{y}}}$ 3) $\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt[3]{ab}}$

2) $\sqrt[4]{\frac{a^2}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}}$ 4) $\sqrt{\frac{m-n}{m+n}\sqrt[3]{\frac{m+n}{m-n}}}$

396. 1) $\sqrt[3]{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ 3) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}}$

2) $\sqrt{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$ 4) $\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{9}}}}$

397. 1) $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$ 2) $\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$

3) $\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt[3]{\frac{n^3}{m^2}\sqrt[3]{\frac{1}{m^3}}}}$ 4) $\frac{2}{5}\sqrt[5]{\frac{a^2}{2b}\sqrt{\frac{b}{2a}\sqrt{\frac{b^2}{4a}}}}$

Murru nimetaja vabastamine irratsionaalsusest

398. Arvutada murru väärtus ruutjuurte tabeli abil

1) antud avaldist teisendamata;

2) vabastades nimetaja enne tabeli kasutamist irratsionaalsusest:

1) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ 3) $\frac{9}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{12}{\sqrt{6}}$

Vabastada murru nimetaja irratsionaalsusest (ülesanded **399—418**):

399. 1) $\frac{2}{\sqrt{2}}$; $\frac{3}{\sqrt{3}}$; $\frac{14}{\sqrt{7}}$; $\frac{3}{\sqrt{6}}$

2) $\frac{20}{\sqrt{10}}$; $\frac{5}{10\sqrt{5}}$; $\frac{6}{5\sqrt{15}}$; $\frac{6}{\sqrt{12}}$

400. 1) $\frac{x}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{a^2}{\sqrt{a}}$ 3) $\frac{2}{\sqrt{2n}}$ 4) $\frac{3m^2}{\sqrt{3m}}$

401. 1) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$ 2) $\frac{2x}{\sqrt[3]{x}}$ 3) $\frac{n}{\sqrt[4]{n^3}}$ 4) $\frac{2m^3}{\sqrt[5]{m^2}}$

402. 1) $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}$ 2) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$ 3) $\frac{10}{\sqrt[3]{2}}$ 4) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

403. 1) $\frac{10}{\sqrt[4]{25}}$ 2) $\frac{4}{\sqrt[4]{27}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[5]{8}}$ 4) $\frac{6}{\sqrt[6]{243}}$

404. 1) $\frac{x}{\sqrt{a^3}}$ 2) $\frac{x}{\sqrt[3]{x^4}}$ 3) $\frac{n^2}{\sqrt[4]{m^5}}$ 4) $\frac{a^3}{\sqrt[5]{a^{12}}}$

405. 1) $\frac{6}{\sqrt{8}}$ 2) $\frac{3}{2\sqrt[3]{81}}$ 3) $\frac{4}{\sqrt[4]{32}}$ 4) $\frac{10}{3\sqrt[4]{1000}}$

406. 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}$ 2) $\frac{4xy}{\sqrt[3]{2xy}}$ 3) $\frac{mn}{\sqrt[4]{m^3n}}$ 4) $\frac{8}{\sqrt[5]{8ab^3}}$

407. 1) $\frac{a}{\sqrt[n]{x}}$ 2) $\frac{x}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[n]{z^3}}$ 4) $\frac{1}{\sqrt[n]{x^{n+2}}}$

408. 1) $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$ 2) $\frac{a-b}{\sqrt{a-b}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{(x-y)^2}}$ 4) $\frac{x+y}{\sqrt[3]{x+y}}$

409. 1) $\frac{a+b}{\sqrt[6]{(a+b)^2}}$ 2) $\frac{2x-1}{\sqrt[4]{4x^2-4x+1}}$ 3) $\frac{m+n}{\sqrt{m^2-n^2}}$ 4) $\frac{x-5}{\sqrt{x^2-25}}$

410. 1) $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ 2) $\frac{6}{3+\sqrt{3}}$ 3) $\frac{2}{\sqrt{3}+2}$ 4) $\frac{12}{1-\sqrt{5}}$

411. 1) $\frac{1}{\sqrt{a}-1}$ 2) $\frac{1}{a+\sqrt{b}}$ 3) $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$ 4) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

412. 1) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 2) $\frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$ 3) $\frac{10}{\sqrt{3}-\sqrt{13}}$ 4) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

413. 1) $\frac{34}{3\sqrt{2}+1}$ 2) $\frac{9}{2\sqrt{3}-3}$ 3) $\frac{42}{5\sqrt{2}+8}$ 4) $\frac{20\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-5}$

414. 1) $\frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ 2) $\frac{12}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ 3) $\frac{1}{4\sqrt{5}+3\sqrt{3}}$ 4) $\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{5}}$

415. 1) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 2) $\frac{1-2\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}$ 3) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ 4) $\frac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$

416. 1) $\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ 2) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{6}-\sqrt{7}}$

417.* 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ 2) $\frac{1}{2-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}$

418. 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$ 3) $\frac{a}{\sqrt[3]{m^2}+\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{n^2}}$

2) $\frac{4}{\sqrt[3]{5}-1}$ 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}$

Kordamisülesandeid

419. 1) Tõestada samasus

$$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2 = a(a+1)+\frac{1}{4}$$

2) Arvutada antud valemi järgi peast

$$\left(7\frac{1}{2}\right)^2,\quad \left(9\frac{1}{2}\right)^2,\quad \left(20\frac{1}{2}\right)^2 \text{ ja } \left(50\frac{1}{2}\right)^2$$

420. Kasutades summa või vahe ruudu valemit, leida ruutjuur kaksliikmest:

1) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 2) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 3) $\sqrt{35-10\sqrt{10}}$

421. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{z^2 - z\sqrt{8} + 2} - \sqrt{z^2 + z\sqrt{8} + 2}$$

Teostada tehted (ülesanded **422—424**):

422. $y^2 \sqrt{\frac{x^4}{y^4} - \frac{x^2}{y^2}} + \frac{(x-y)^3}{z} \sqrt{\frac{xz^2 + yz^2}{x-y}} - \sqrt{(x^4 - y^4)(x^2 + y^2)}$

423. 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ 2) $\frac{a}{a - a\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b}}{a + a\sqrt{b}}$

3) $\frac{1}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{1}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$

424. 1) $\frac{7}{3 - \sqrt{2}} - \frac{4}{3 - \sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

2) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$ 3) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

4) $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{7} - 1}$

5) $\frac{(\sqrt{12} + \sqrt{75})(\sqrt{45} - \sqrt{20})\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{180}}$

6) $\left(\frac{15}{\sqrt{6} + 1} + \frac{4}{\sqrt{6} - 2} - \frac{12}{3 - \sqrt{6}}\right)(\sqrt{6} + 11)$

425. Tõestada võrdus

$$\sqrt{2a^2 + 2\sqrt{a^4 - 9}} = \sqrt{a^2 + 3} + \sqrt{a^2 - 3}$$

Missuguste a väärtuste puhul on see võrdus kehtiv?

Teostada tehted (ülesanded **426—433**):

426. 1) $\left(1 - \frac{2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) : (2 - \sqrt{x^2 + y^2})$

2) $\left(\frac{a}{\sqrt{a - b}} + \sqrt{a + b}\right) : \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} + 1\right)$

427. 1) $\frac{n + \sqrt{n^2 - 3n}}{n - \sqrt{n^2 - 3n}} - \frac{n - \sqrt{n^2 - 3n}}{n + \sqrt{n^2 - 3n}}$

2) $\frac{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}}$

428. 1) $\left(\frac{\sqrt{a + b} + \sqrt{a - b}}{\sqrt{a + b} - \sqrt{a - b}} - \frac{\sqrt{a + b} - \sqrt{a - b}}{\sqrt{a + b} + \sqrt{a - b}}\right) : \frac{4\sqrt{a - b}}{b^2}$

2) $\left(\frac{\sqrt{z} + 1}{\sqrt{z} - 1} - \frac{\sqrt{z} - 1}{\sqrt{z} + 1} + 4\sqrt{z}\right)\left(\sqrt{z} - \frac{1}{\sqrt{z}}\right)$

429. 1) $2a+\sqrt{a^2-1}\left(1+\frac{a^2}{a^2-1}\right)-\frac{1+\frac{a}{\sqrt{a^2-1}}}{a+\sqrt{a^2-1}}$

2) $\left(1+\sqrt{1-x^2}+\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\right):\left(\frac{1}{1-x^2}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

430. $\left(\frac{2-x\sqrt{x}}{2x-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)\cdot\left(\frac{2+x\sqrt{x}}{2x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right):\frac{4+x^2}{4x-1}$

431. $\left(\frac{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\cdot\left(\sqrt[4]{\frac{a}{b}}+1\right)$

432.* $\frac{\sqrt{n-2\sqrt{n}+1}}{\sqrt{n}-2\sqrt[4]{n}+1}:\frac{\sqrt[4]{n}+1}{\sqrt[4]{n}-1}+1$

433*. $\left(\frac{a^2\sqrt[4]{x}+x\sqrt{a}}{a\sqrt[4]{x}+\sqrt{ax}}-\sqrt{a^2+x+2a\sqrt{x}}\right)^4$

434. Arvutada $\frac{x+y-1}{x-y+1}$, kui

$x=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1}$ ja $y=\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1}$

435.* Lihtsustada

$$\sqrt[3]{\sqrt[6]{3}-\sqrt[3]{9}}\cdot\sqrt[9]{18(9+5\sqrt{3})}$$

436.* Tõestada, et kui $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=0$, siis

$$(a+b+c)^3=27abc$$

§ 7. RUUTVÕRRANDID

Mittetäielikud ruutvõrrandid

Lahendada võrrandid (ülesanded **437—448**):

437.

1) $x^2=25$
2) $x^2=121$
3) $7x^2-112=0$
4) $3x^2-192=0$
5) $2x^2-12{,}5=0$
6) $x^2-40=0$ (täpsusega 0,1)
7) $5x^2-96=0$ (täpsusega 0,01)
8) $3x^2-5=0$ (täpsusega 0,001)
9) $9x^2-1=0$
10) $36x^2=25$
11) $6y^2-37=11y^2-162$
12) $x^2-17=130-2x^2$

438. 1) $\frac{x^2}{5} = 20$

2) $\frac{2x^2}{3} = 24$

3) $\frac{3x^2}{5} = \frac{20}{3}$

4) $5 : x = x : 45$

5) $(5 - x) : 4 = 4 : (5 + x)$

6) $3 : (7 + x) = (7 - x) : 8$

439. 1) $(q - 2)(q + 3) = q + 3$

2) $(x - 3)(x + 2) = 19 - x$

3) $\left(x + \frac{1}{9}\right)\left(x - \frac{1}{9}\right) = 0$

4) $x(x + 7) = 7(x + 28)$

5) $(2x + 3)(2x - 4) = 2(26 - x)$

6) $2x(x + 3) - x = 5(x + 1) - 3$

7) $(2 - 5x)(3 - 5x) - 5x(10x - 5) = 0$

8) $(4x + 3)^2 = (3x + 4)^2$

9) $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 1076$

10) $(3x + 1)^2 + (3x - 1)^2 = 34$

440. 1) $x^2 - 8x = 0$

2) $x^2 + 14x = 0$

3) $3x^2 = 15x$

4) $4x^2 = 10x$

5) $(x + 9)^2 + 12 = 93$

6) $5x^2 - 3x = 2x^2 + 12x$

7) $(6 - x)(2x - 5) + 30 = 0$

8) $(2x - 5)^2 + (x + 4)^2 = 41$

9) $(x + 5)(x - 2) + (x - 3)(x + 2) + 16 = 0$

10) $(3x + 5)^2 - (2x - 3)^2 + 4(x - 1)(3x - 1) = 20$

441. 1) $12 + x = \frac{1300}{x - 12}$

2) $\frac{x + 3}{3x} = \frac{x}{4x - 12}$

3) $\frac{x^2}{x + 2} = 1 - \frac{x - 2}{x + 2}$

4) $\frac{x}{x + 3} + \frac{x}{x - 3} = 3\frac{1}{8}$

442. 1) $\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{5}{2}$

2) $\frac{z - 10}{z + 6} = \frac{3z + 20}{4z - 12}$

3) $\frac{5 + 3x}{5 + 2x} = \frac{7 + x}{7 - x}$

4) $\frac{x + 2}{1 + 2x} = \frac{3x + 4}{3 + 4x}$

443. 1) $\frac{5 - 3u}{7u} = \frac{9u + 2}{4u + 2}$

2) $\frac{8z + 46}{2z - 7} = \frac{4z + 14}{4z - 23}$

3) $\frac{10v + 2{,}8}{3v + 0{,}7} = \frac{5v - 6{,}4}{9v - 1{,}6}$

4) $\frac{x + 1{,}8}{x + 0{,}2} + \frac{x - 1{,}8}{x - 0{,}2} = 1{,}8$

444. 1) $\frac{x + 2}{x + 1} + \frac{2 - x}{1 - x} + \frac{4}{x - 1} = 0$

2) $\frac{x^2 + (x + 3)^2}{9} = 1$

3) $\frac{0{,}2(60 - x^2)}{4 - x} = 3$

4) $\frac{x + 4}{x - 3} - \frac{x - 4}{x + 3} + \frac{4x^2}{9 - x^2} = 0$

445. 1) $\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{40}{x^2-4}$

2) $\frac{3}{x}-\frac{1}{x}=\frac{5+(x-5)}{8}$

3) $\frac{1}{2}(1-2x)=\frac{x-8{,}66}{0{,}5}$

4) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+3}=\frac{4}{x}$

446. 1) $\frac{ax}{b}=\frac{c}{x}$

2) $\frac{ax}{b}=\frac{m}{nx}$

3) $\frac{mx^2}{n}=c^2$

4) $4x^2-a^2=0$

5) $ax^2-9ab^2=0$

6) $a^2x^2-b^2x=0$

447. 1) $b(y^2-y)=0$

2) $(a+x)(a-x)=b$

3) $(a^3-b^3)x^2-(a-b)x=0$

4) $(x+a)(x-a)=b(2a+b)$

5) $(m^2-n^2)x^2-m+n=0$

6) $(x-a)(x-b)+x(a+b)+(x+a)(x-b)=0$

448. 1) $\frac{nx}{a-1}=\frac{a-1}{nx}$

2) $\frac{y+a}{b}=\frac{y}{y+b}$

3) $a:(b+x)=(b-x):c$

4) $\frac{x-2a}{x+2a}-\frac{b-x}{b+x}=0$

5) $\frac{x^2+(x+a)^2}{a^2}=1$

6) $\frac{x+b}{x-a}-\frac{x-b}{x+a}+\frac{4x^2}{a^2-x^2}=0$

7) $\frac{2x}{x-b}+\frac{12x^2}{b^2-x^2}=\frac{b-x}{x+b}$

8) $\frac{2x+a}{x^2+ax+a^2}+\frac{1}{x-a}=\frac{4a^2}{3(x^3-a^3)}$

Täielikud ruutvõrrandid

449. Lahendada täisruuduks teisendamise võttega:

1) $x^2 + 2x - 35 = 0$
2) $x^2 - 8x - 20 = 0$
3) $z^2 - 10z - 11 = 0$
4) $y^2 - 18y = -65$
5) $z^2 - 12z = -20$
6) $x^2 + 16x = -48$
7) $u^2 + 9u - 36 = 0$
8) $y^2 - 7y + 10 = 0$
9) $y^2 + 9y + 8 = 0$
10) $x^2 + x = 2$
11) $x^2 + x = 6$
12) $x^2 + 7x = 30$

450. Lahendada võrrandid:

1) $x^2 - 10x + 16 = 0$
2) $y^2 + 12y = 64$
3) $y^2 + 2y - 3 = 0$
4) $x^2 + 18x = -72$
5) $-y^2 + 18 = -3y$
6) $-x^2 = 24 - 14x$
7) $24x + 108 = x^2$
8) $6x = x^2 - 27$
9) $3z^2 - 5z = 2$
10) $3x^2 + 2x = 1$
11) $6 + z^2 + 5z = 0$
12) $5x^2 = 28 - 4x$
13) $2x + x^2 = 15$
14) $3z + z^2 - 2 = 0$
15) $3y^2 - 7y = -2$
16) $-9x^2 + 18x + 16 = 0$

451. Lahendada võrrandid, andes vastuse täpsusega 0,1:

1) $u^2 + 14u + 41 = 0$
2) $x^2 - 32x = 304$
3) $-x^2 + 24x = 4$
4) $x^2 - 9x + 19 = 0$
5) $5 + x^2 + 5x = 0$
6) $2x^2 - 6x - 3 = 0$
7) $7x^2 - 4x - 2 = 0$
8) $3x^2 - 11x = -2$
9) $9x^2 - 30x - 7 = 0$
10) $32x^2 = 25x - 4$

Lahendada võrrandid (ülesanded **452**—**470**):

452. 1) $x^2 + 6x + 4 = 59$

2) $z^2 - 8z + 10 = 19$

3) $7z^2 - 21z + 13 = 293$

4) $3x^2 + 2x - 9 = 76$
5) $5u^2 - 4u + 3 = 159$
6) $2x^2 - 9x - 4 = 31$

7) $x^2 - \frac{17}{12}x = -\frac{1}{2}$

8) $x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}$

9) $x^2 - x = 8\frac{3}{4}$

453. 1) $-x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{8}{9}$

2) $x^2 - 1 = -\frac{21}{10}x$

3) $10 - x^2 = \frac{3}{2}x$

4) $y^2 + 0{,}4y - 0{,}05 = 0$
5) $z^2 - z + 0{,}21 = 0$
6) $x^2 = 0{,}2x + 0{,}03$

7) $y^2 = 1{,}6y - 0{,}6$

8) $0{,}6y - 0{,}27 = y^2$

9) $0{,}2z + 0{,}08 = z^2$

454. 1) $v(v-5)=300$
2) $-120=z(z+29)$
3) $x(x+8)+17=2$
4) $x(x+16)-42=5x$
5) $(2x+4)(x-13)=0$
6) $(15-x)(5x+14)=0$
7) $(p+8)(p-10)=19$

455. 1) $(2p-15)(p+1)=-36$
2) $2t^2=\frac{1}{5}(36t+70)$
3) $(s+8)^2=(3s-4)^2$
4) $(4x+5)^2+4(x+1)^2=13$
5) $(3x-5)(2x-5)=(x+3)(x-1)$
6) $(3y-7)(y+2)-(y-3)(y+5)=0$
7) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)+\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)=$
$=\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)$

456. 1) $\frac{z}{5}-\frac{4z-13}{10}=\frac{2}{z}$
2) $16-\frac{2x^2}{3}=\frac{4x}{5}+7\frac{3}{5}$
3) $\frac{2(y^2-2)}{3}-\frac{4y}{15}=\frac{19y^2-55}{30}$
4) $\frac{x^2}{3}+\frac{4x}{5}-19=15\frac{1}{5}$
5) $\frac{x}{4}\left(\frac{x+40}{6}\right)=4x+320$
6) $\frac{x(x-6)}{3}-1=\frac{2x^2+1}{18}$
7) $x\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{5}\right)+1=\frac{x(x+1)}{5}+\frac{1}{4}$
8) $\frac{\frac{x}{8}-1}{\frac{x}{4}+\frac{5}{3}}=\frac{\frac{x}{3}-1}{x}$

457. 1) $\frac{0,4}{x}+x+2,2=0$
2) $\frac{162}{z}-0,1z=2\frac{2}{5}$
3) $x=0,2+\frac{0,48}{x}$
4) $2,5x=\frac{9,9}{x+0,4}$
5) $\frac{x}{7-x}+\frac{7-x}{x}=2,9$
6) $\frac{3}{x^2-1}-0,25=\frac{1}{2-2x}$

458. 1) $x-1=\frac{12}{x}$

2) $x+\frac{16}{x}=10$

3) $\frac{x+5}{2}-\frac{15}{x}=2$

4) $z+\frac{5}{z-7}=1$

5) $\frac{18}{z-6}-\frac{4}{z}=1$

6) $\frac{2}{x}-\frac{x-7}{6}=1$

7) $1-\frac{9}{x}=\frac{10}{x^2}$

8) $\frac{1}{x}+\frac{x-2}{3}=\frac{3}{2}$

9) $\frac{z}{2}-\frac{z+13}{3z}+\frac{3}{2}=0$

10) $2\frac{5}{7}-\frac{x-1}{7}+\frac{3}{x}=0$

11) $\frac{46}{x}-\frac{9x-2}{3x}=\frac{x}{6}$

12) $\frac{x(2x-3)}{2}+\frac{(3x-1)^2}{5}=\frac{(x+3)^2}{5}+1$

459. 1) $\frac{3}{x-1}=\frac{4}{5}x$

2) $x=\frac{75}{x+10}$

3) $\frac{x-34}{2x-37}=\frac{1}{3}x$

4) $\frac{x-1}{3}+\frac{1}{x}=1$

5) $\frac{x-1}{2}+\frac{1}{x}=1$

6) $4x-\frac{36-x}{x}=46$

7) $4x-\frac{14-x}{x+1}=14$

8) $6x+\frac{35-3x}{x}=44$

9) $3x-\frac{169-3x}{x}=29$

10) $\frac{6}{x}+\frac{x}{6}=\frac{5(x-1)}{4}$

11) $16-\frac{5-x}{2}-\frac{9+3x}{x}=3x$

12) $8x+11+\frac{7}{x}=\frac{21+65x}{7}$

13) $\frac{16}{x}-\frac{100-9x}{4x^2}=3$

14) $\frac{8}{x}-\frac{16-x}{5x}=\frac{x}{10}$

460. 1) $\frac{8x}{x+2}-6=\frac{20}{3x}$

2) $\frac{40}{x-5}+\frac{27}{x}=13$

3) $\frac{x}{7}+\frac{21}{x+5}=3\frac{2}{3}$

4) $x-\frac{x^2-3x-3}{2x-9}=2$

5) $2(y-2)=\frac{18}{12-y}$

6) $\frac{(y+1)(y+2)}{2y-1}=2y-10$

461. 1) $\frac{z-15}{2z+9}=\frac{z+5}{z-24}$

2) $\frac{u}{u+60}=\frac{7}{3u-5}$

3) $\frac{3}{x-5}+\frac{8}{x-2}=5$

4) $\frac{x+11}{x}+\frac{9+4x}{x^2}=7$

5) $\frac{x+3}{x-2}+\frac{3x+15}{x+2}=8$

6) $\frac{2x}{x^2-15}=\frac{5}{3x-10}$

7) $\frac{35}{x-2}-2-\frac{35}{x}=0$

8) $\frac{2x-15}{x-3}=\frac{x-11}{5}$

462. 1) $\frac{x}{x-10}-5=\frac{2}{14-x}$

2) $\frac{6}{z}=\frac{2}{z-1}-\frac{1}{2-z}$

3) $\frac{7}{x}=\frac{15}{x+2}+\frac{5}{x-8}=0$

4) $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{5}{2}$

5) $\frac{x+5}{x+1}-\frac{x+1}{x+5}-\frac{3}{2}=0$

6) $\frac{3y-2}{2y+3}+\frac{2y-3}{3y-2}=\frac{195}{154}$

7) $\frac{x-4}{x+4}-\frac{x+4}{x-4}+\frac{304}{345}=0$

8) $\frac{2x-1}{x+1}+\frac{3x-1}{x+2}-\frac{x-7}{x-1}=4$

9) $\frac{3x-6}{5-x}+\frac{11-2x}{10-4x}=3\frac{1}{2}$

10) $\frac{5}{3-x}+\frac{8}{x-4}=\frac{8-x}{x+2}+1$

463. 1) $\frac{2(x+7)}{x+1}-\frac{x+11}{x^2-1}=4-\frac{x-1}{x+1}$

2) $\frac{2x}{x+3}-\frac{x}{3-x}=\frac{9}{4(x^2-9)}$

3) $\frac{231}{u+1}+\frac{3u^2}{u^2-1}=\frac{201}{u-1}$

4) $\frac{x+2}{3x-1}-\frac{8x^2+3}{9x^2-1}=\frac{x+0{,}5}{9x+3}$

5) $\frac{x-2}{x+1}+\frac{6}{1-x^2}+\frac{2}{x-1}=0$

6) $\frac{3x}{2x-1}-\frac{39}{2x+1}-\frac{45}{1-4x^2}-5=0$

7) $\frac{7}{x+3}-\frac{1}{3-x}=\frac{14}{x^2-9}+\frac{4-x}{3+x}$

8) $\frac{1}{x-2}-\frac{6-x}{3(x^2-4)}=\frac{1}{2-x}-1$

464. 1) $\frac{2x-3}{x-1}-\frac{3x-8}{x-2}+\frac{x+3}{x-3}=0$

2) $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}+\frac{x+16}{x-16}=3$

3) $\frac{1}{2x-3}+\frac{1}{3x-2}=\frac{1}{3x-4}+\frac{1}{2x-1}$

4) $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}=\frac{x-2}{x+1}+\frac{x-1}{x}$

5) $\frac{2(3x-4)}{2x+1}+\frac{9(x-1)}{3x+1}=\frac{2(3x-2)}{2x+3}+\frac{3(x-2)}{x-1}$

6) $\frac{x}{x-10}-\frac{8}{x-6}=\frac{4}{x^2-16x+60}$

7) $\frac{30}{x^2-1}-\frac{13}{x^2+x+1}=\frac{7+18x}{x^3-1}$

8) $\frac{2}{x+1}+\frac{x^2+1}{x^2-x+1}=\frac{x^2-1}{x^2-x+1}-\frac{2x(x-5)}{x^3+1}$

9) $\frac{1}{x^3-x^2+x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{x^2+10x}{x^4-1}-\frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}$

10) $\frac{1}{x^2-x-6}+\frac{2}{x^2+x-6}=\frac{4}{x^2-9}-\frac{2}{x^2-4}$

11) $\frac{4(x+1)^2}{2x^2+x-6}=\frac{2x^2+x-6}{x^2-x+1}+\frac{7}{2x^2+x-6}$

12) $\frac{12}{x^2+11x+30}-\frac{1}{x^2-11x+30}=\frac{20}{x^2+x-30}-\frac{15}{x^2-x-30}$

13) $\frac{20}{x^2+3x+2}-\frac{2}{x^2-3x+2}=\frac{8}{x^2-1}-\frac{5}{x^2-4}$

14) $\frac{x^2+10x}{x^4-1}+\frac{4}{x+1}=\frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}+\frac{1}{x^3-x^2+x-1}$

465. 1) $x^2-8ax+12a^2=0$
2) $x^2+10ax-24a^2=0$
3) $x^2-3ax=10a^2$
4) $x^2+4ax=-a^2$
5) $x^2-4ax=12a^2$
6) $x^2-2ax+a^2-b^2=0$
7) $x^2-2bx=a^2+2ab$
8) $x^2+6bx=a^2-6ab$

466. 1) $a^2x^2-16ab^2x+15b^4=0$
2) $mnx^2-(m-n)x=1$
3) $mx^2-(m+1)x+1=0$
4) $x^2-2(a+b)x+4ab=0$
5) $abx^2-(a^2+b^2)x=-ab$
6) $(a-b)x^2+2b=(a+b)x$
7) $2bx^2+a(x-1)=2bx$
8) $(a-b)x^2-(a+b)x+2b=0$
9) $b^2x^2+b^4=a^4+2b^3x$
10) $2mnx^2-2m^2x-2n^2x=-2mn$
11) $y^2+2ny=8mn+4my$
12) $15a^3+5bx^2-25abx=3a^2x$

467. 1) $x+\frac{1}{x}=m+\frac{1}{m}$

2) $x-\frac{1}{x}=\frac{m}{n}-\frac{n}{m}$

3) $(ax-b)(bx-a)=0$
4) $ax(bx-a)-c(a-bx)=0$
5) $(x+a)^2=5ax-(x-a)^2$
6) $ax(a-x)-ab^2=b(b^2-x^2)$
7) $(x-a)^2+(x-b)^2=(a-b)^2$
8) $bc(x-a)^2-bc=(b^2-c^2)(x-a)$
9) $x(a+b-x)=c(a+b-c)$
10) $(3a^2+b^2)(x^2-x+1)=(3b^2+a^2)(x^2+x+1)$

468. 1) $y + \frac{b}{y} - b - 1 = 0$

2) $\frac{b}{x-a} + \frac{a}{x-b} = 2$

3) $\frac{ax-2}{bx-1} = \frac{bx+1}{ax}$

4) $\frac{x}{a+1} + \frac{1-a}{2a-x} = 0$

5) $\frac{3x+a}{b} = 4 - \frac{9x-3a}{6x-b}$

6) $\frac{a+x-2n}{2a-n} - \frac{a-2n}{x} = 1$

7) $-a = x - \frac{(a+x)(x-a)}{c}$

8) $a = x + \frac{3a-x-2}{a+x}$

9) $\frac{a}{x-a} - \frac{x}{x+a} = \frac{7}{5}$

10) $\frac{a+6b}{x+3b} + \frac{a-6b}{3b-x} = \frac{6b}{a}$

11) $x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$

12) $(a+b)x^2 + (a-b)x = \frac{ab}{a+b}$

469. 1) $cx = \frac{ac}{a+b} = (a+b)x^2 + ax$

2) $x^2 - \frac{cx}{a+b} - \frac{2c^2}{(a+b)^2} = 0$

3) $x = \frac{3}{(a-b)^2 x} - \frac{2}{a-b}$

4) $x^2 - \frac{4a}{a+b}x + \frac{4a^2-1}{(a+b)^2} = 0$

5) $\frac{x^2+1}{n^2x-2n} - \frac{1}{2-nx} = \frac{x}{n}$

6) $\frac{a-2b}{8x^2-2b^2} = \frac{1}{2x+b} - \frac{1}{2a}$

7) $\frac{2x}{x+b} - \frac{x}{b-x} = \frac{b^2}{4(x^2-b^2)}$

8) $\frac{x}{x+a} + \frac{2x}{x-a} = \frac{5a^2}{4(x^2-a^2)}$

470. 1) $1-\frac{2b}{x-a}=\frac{a^2-b^2}{a^2+x^2-2ax}$

2) $1-\frac{2a}{x-a}=\frac{b^2-a^2}{a^2+x^2-2ax}$

3) $\frac{2a}{x^2-1}=\frac{b}{a-bx}\left(\frac{a}{x-1}-b\right)$

4) $\frac{x^2}{ab-2b^2}=\frac{a-b}{ac^2-2bc^2}+\frac{x}{bc}$

5) $\frac{a}{nx-x}-\frac{a-1}{x^2-2nx^2+n^2x^2}=1$

6) $\frac{1}{ax-bx^2}-\frac{1}{a-b}=\frac{x-1}{a^2-abx-ab+b^2x}$

7) $\frac{1}{2a+ax}-\frac{1}{2x-x^2}=\frac{2(a+3)}{x^3-4x}$

8) $\frac{a-x^2}{(a-x)^2}-\frac{1}{a}=\frac{a-1}{a^3-ax(2a-x)}$

9) $\frac{1}{2n+nx}-\frac{1}{2x-x^2}=\frac{2(n+3)}{x^3-4x}$

10) $\frac{\left(\frac{a-x}{x}\right)^2-\left(\frac{a}{a+b}\right)^2}{x^2+a^2-2ax}=\frac{5}{9x^2}$

Taandatud ruutvõrrandi lahendite omadused

471. Koostada ruutvõrrandid antud lahendite järgi:

1) 2 ja 5 2) 3 ja -1 3) -2 ja 6 4) -8 ja -1

5) 0 ja 2 6) -1 ja 0 7) -4 ja 4 8) 3 ja -3

9) $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{5}$ 10) $\frac{1}{2}$ ja $-\frac{1}{7}$ 11) $-\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{6}$ 12) $-\frac{4}{3}$ ja $-\frac{3}{4}$

13) 0,2 ja 0,3 14) 0,5 ja 0,1 15) $-1,2$ ja 0,4

16) $-2,1$ ja $-1,2$ 17) $\sqrt{3}$ ja $\sqrt{5}$ 18) $-\sqrt{2}$ ja $\sqrt{3}$

19) $-2\sqrt{3}$ ja $3\sqrt{2}$ 20) $-3\sqrt{5}$ ja $2\sqrt{6}$

21) $2+\sqrt{3}$ ja $2-\sqrt{3}$ 22) $1+\sqrt{5}$ ja $1-\sqrt{5}$

23) $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$ ja $\frac{2-\sqrt{2}}{3}$ 24) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ja $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

25) a ja b 26) c ja $-a$ 27) $-2a$ ja $3b$ 28) $5a$ ja $-b$

29) $a+b$ ja $a-b$ 30) $\frac{a}{3}$ ja $\frac{b}{2}$ 31) $a-2b$ ja $a+2b$

32) $\frac{b+c}{2}$ ja $\frac{b-c}{2}$ 33) $a+2b$ ja 1 34) $\frac{b}{1-a}$ ja $\frac{a}{1-a}$

35) $\frac{a-b}{a+b}$ ja $-\frac{a-b}{a+b}$

36) $\sqrt{a}+b$ ja $\sqrt{a}-b$ 37) $a+2\sqrt{b}$ ja $a-2\sqrt{b}$

38) $a+3\sqrt{5}$ ja $a-3\sqrt{5}$ 39) $a+\sqrt{3}$ ja $b-\sqrt{5}$

40) $\frac{2a-b\sqrt{3}}{2}$ ja $\frac{2a+b\sqrt{3}}{2}$

472. Võrrandi $x^2+4x+q=0$ lahenditeks on x_1 ja x_2. Missuguste q väärtuste korral on

1) võrrandi lahendite summa mittetäielik ruut 12;
2) võrrandi lahendite ruutude summa 16;
3) võrrandi lahendite kuupide summa 28?

473. Olgu a ja b võrrandi $x^2+3x-5=0$ lahendid. Leidmata lahendite a ja b väärtusi, arvutada järgmised avaldised:

1) $a+b+ab$
2) a^2+b^2+2ab
3) a^2+b^2
4) a^3+b^3
5) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$
6) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$

474. Lahendamata järgmisi võrrandeid, selgitada

a) missugustel võrranditel on võrdsed lahendid;
b) missugustel võrranditel on mõlemad lahendid kas positiivsed või negatiivsed:

1) $x^2-6x+9=0$
2) $x^2-8x-9=0$
3) $y^2-18y+65=0$
4) $z^2-12z+20=0$
5) $x^2+4x+4=0$
6) $u^2+9u-36=0$

475. Missuguse kordaja b korral on võrrandi $9x^2-bx+16=0$ lahendid võrdsed?

476. Koostada võrrand, mille lahendid on võrrandi $x^2+px+q=0$ lahenditest p võrra suuremad.

477. Missuguste c väärtuste korral on võrrandi $3x^2-5x+c=0$ lahendid reaalsed?

478. Koostada võrrand, mille lahendid on võrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahenditest kaks korda suuremad.

479. Määrata võrrandis $x^2 - 10x + q = 0$ vabaliikme q väärtus nii, et selle võrrandi lahendid x_1 ja x_2 rahuldaksid võrdust

$$2x_1 - 3x_2 = 10$$

Ruutvõrrandi abil lahendatavaid ülesandeid

480. Kahe teineteisele järgneva täisarvu korrutis on 110. Leida need arvud.

481. Kahe arvu korrutis on 27. Üks arv on teisest 6 võrra suurem. Leida need arvud.

482. Kui teatavat arvu suurendatakse 7 võrra ja vähendatakse 1 võrra, siis saadakse arvud, mille korrutis on 20. Leida see arv.

483. Leida kolm niisugust järjestikust paarisarvu, et kahe väiksema arvu ruutude summa oleks võrdne kolmanda arvu ruuduga.

484. Tahtes lihtsustada avaldist $(x - 4)(x + 3)$, jättis õpilane sulud kirjutamata ja sai avaldise $x - 4x + 3$. Kas on olemas niisuguseid x väärtusi, mille puhul need avaldised on võrdsed?

485. Leida kahekohaline arv, mille üheliste arv on kahe võrra suurem kümneliste arvust ja mille korrutis oma ristsummaga on 144.

486. Kahekohalise arvu kümneliste arv on ühe võrra suurem üheliste arvust. Selle arvu korrutis oma numbrite summaga on 160. Leida see arv.

487. Leida positiivne täisarv järgmiste andmete põhjal: kui antud arvu juurde paremale poole kirjutame numbri 5, siis saame arvu, mis jagub jäägita otsitavast 3 võrra suurema arvuga, ja jagatisena saame arvu, mis on jagajast 16 võrra väiksem.

488. Kui ruudu ühte külge suurendatakse 2 cm võrra ja teist vähendatakse 1 cm võrra, siis saadakse ristkülik, mille pindala on 28 cm^2. Leida ruudu külg.

489. Ristküliku ümbermõõt on 14 cm. Leida ristküliku pikkus ja laius, kui ta pindala on 10 cm^2.

490. Ristküliku pindala on 15 m^2. Tema pikkus on laiusest 2 m võrra suurem. Leida ristküliku pikkus ja laius.

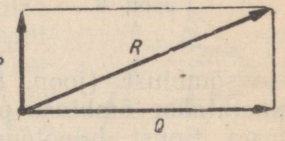
491. Kolmnurga kõrgus on 4 m võrra lühem alusest. Kolmnurga pindala on 30 m^2. Leida kolmnurga alus ja kõrgus.

492. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on teisest 4 cm võrra lühem. Leida kaatetid, kui kolmnurga pindala on 6 cm^2.

493. Trapetsi üks alus on teisest 6 cm võrra lühem. Kõrgus võrdub pikema alusega. Leida trapetsi kõrgus, kui trapetsi pindala on 108 cm².

494. Pärast kohtumist liikus üks laev lõunasse, teine läände. Kahe tunni pärast oli laevadevaheline kaugus 60 km. Leida kummagi laeva kiirus, kui ühe laeva kiirus oli 6 km/h võrra suurem teise laeva kiirusest.

495. Kaks ühte ja samasse punkti rakendatud jõudu mõjuvad täisnurga all (joon. 7). Nende suhe on 2 : 5 ja resultantjõud on 37,7 N. Leida need jõud.



Joon. 7.

496. Täisnurga tipust alustavad üheaegselt täisnurga haarasid mööda liikumist kaks keha: üks liigub kiirusega 24 m/min, teine kiirusega 10 m/min. Mitme minuti pärast on nende kehade vaheline kaugus 806 meetrit?

497.* Eskaader liigub kiirusega 30 km/h ligikaudu kagusse, kusjuures tema kurss moodustab meridiaaniga väiksema nurga kui 45°. Mingisugusel ajamomendil suundub lipulaeva juurest kaater idasse kiirusega 42 km/h, pöördub seejärel lõunasse ja, liikudes sama kiirusega, kohtub lipulaevaga 36 minutit pärast lahkumist. Mitu minutit liikus kaater idasse?

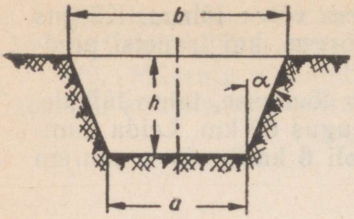
498. Täht **E** on koostatud ühe ja sama laiusega ribadest. Leida ribade laius, kui tähe kõrgus on 2,5 cm, laius 1,5 cm ja pindala 2,75 cm².

499. Täht **H** on koostatud ühe ja sama laiusega ribadest. Leida ribade laius, kui tähe kõrgus on 10 mm, laius 7 mm ja pindala 46 mm².

500. Ristkülikukujulise plekilehe servade pikkused on $a = 600$ mm ja $b = 400$ mm. Sellest plekilehest tuleb välja lõigata ristkülikukujuline tükk, mille pindala $S = 1000$ cm², kusjuures väljalõike äär peab olema pleki servast igal pool võrdsel kaugusel. Arvutada see kaugus täpsusega kuni 1 mm.

501. Hulknurgal, millel on n külge, on $\frac{1}{2}n(n-3)$ diagonaali. Mitu külge on hulknurgal, millel on 35 diagonaali?

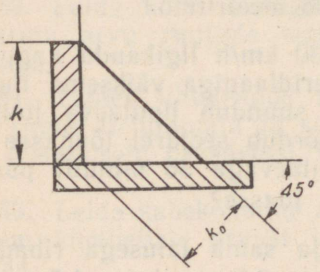
502. Rauast risttahuka mass on 3,9 kg ($d = 7{,}8$ Mg/m³). Ta kõrgus on 25 cm ja pikkus on laiusest 1 cm võrra suurem. Leida risttahuka mõõtmed.



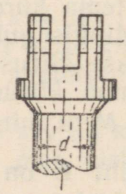
Joon. 8.

503. Kanali ristlõige on võrdhaarse trapetsi kujuline (joon. 8), kusjuures trapetsi lühem alus $a = 2$ *m*. Kanali nõlvad moodustavad vertikaaljoonega nurga $\alpha = 30°$. Arvutada kanali sügavus h, kui vee nõutava läbivoolukiiruse tagamiseks peab ristlõike pindala F olema 4,5 m².

504. Masinaehituses kasutatakse laialdaselt normaalse kujuga elektrikeevisõmblust (joon. 9). Normaalse õmbluse kaateti pikkust nimetatakse õmbluse paksuseks ja märgitakse tähega k. Täisnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud ristlõiku, mille pikkus on k_0, nimetatakse õmbluse arvutuslikuks paksuseks. Õmbluse arvutuslikuks pindalaks nimetatakse tema arvutusliku paksuse ja õmbluse pikkuse korrutist.



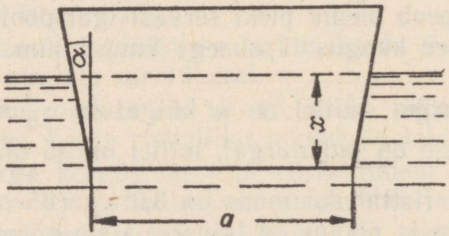
Joon. 9.



Joon. 10.

Kui paks tuleb teha normaalse kujuga õmblus ääriku keevitamiseks torule, mille $d = 60$ mm (joon. 10), kui õmbluse arvutuslik pindala $F = 5{,}2$ cm²? Ülesande lahendamisel võtta $\cos 45° \approx 0{,}7$.

505. Pontooni ristlõige on võrdhaarne trapets (joon. 11). Pontooni mass koos koormaga $Q = 3{,}8$ Mg, pikkus $l = 6$ m, põhja

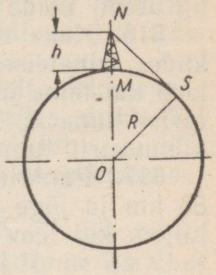


Joon. 11.

laius $a = 1{,}5$ m, külje kaldenurk vertikaali suhtes $\alpha = 8°$. Vee tihedus $d = 1 \frac{Mg}{m^3}$.

Leida pontooni süvis x, teades, et pontooni ristlõige on kogu pontooni pikkuse ulatuses jääv.

506. Määrata televisioonimasti kõrgus, mis on vajalik televisiooniprogrammi häireteta ülekandmiseks Moskvast Volgogradi. Näidata selle projekti võimatust. Ülesande lahendamisel tuleb silmas pidada, et ultralühilained, mida kasutatakse televisiooniprogrammi edasiandmiseks, ei paindu Maa kumeruse järgi, mistõttu häireteta vastuvõtt on võimalik ainult otsese nähtavuse tsoonis, s. t. vaatleja Volgogradis peab nägema Moskvas asuva televisioonimasti tippu. Masti tipu kaugus Volgogradist on ligikaudu sama mis Moskva ja Volgogradi vaheline kaugus $l = 880$ km. Maakera raadius $R = 6368$ km (joon. 12).



Joon. 12.

507. Arvutada puurtorni valmistamiseks vajalike terastorude seina paksus, kui terastoru välisläbimõõt on 140 mm ja tugevuse tagamiseks peab seina ristlõike pindala F olema 25 cm^2.

508. Õõnsa kuubi seina paksus on 1 cm ja kuubi mass on 207,2 g. Leida kuubi välisserva pikkus, kui kuup on tehtud ainest, mille tihedus on 0,7 Mg/m^3.

509. 240 m pikkusel teelõigul teeb veoki esiratas 20 pööret rohkem kui tagaratas, mille ümbermõõt on 1 m võrra suurem esiratta ümbermõõdust. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

510. Sõiduki tagaratta ümbermõõt on 2 korda suurem esiratta ümbermõõdust. Kui esiratta ümbermõõtu suurendataks 5 dm võrra ja tagaratta ümbermõõtu vähendataks 5 dm võrra, siis teeks esiratas 150 m pikkusel teelõigul 15 pööret rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

511. Kahe linna vaheline kaugus on 600 km. Üks rong läbib selle vahemaa 2 tunni võrra kiiremini kui teine, sest ta kiirus on 10 km/h võrra suurem kui teise rongi kiirus. Leida, kui kaua aega kulub kummalgi rongil ühest linnast teise sõitmiseks.

512. Kaks lennukit stardivad üheaegselt, et lennata punkti, mis on aerodroomist 1600 km kaugusel. Ühe lennuki kiirus on 40 km/h võrra suurem kui teise kiirus ja seepärast jõuab ta sihtkohta 2 tundi enne teist. Leida kummagi lennuki kiirus.

513. Kahe linna vaheline kaugus on 96 km. Autobuss läbib selle vahemaa 40 min võrra kiiremini kui veoauto, sest ta keskmine kiirus on 12 km/h võrra suurem kui veoauto kiirus. Leida kummagi sõiduki keskmine kiirus.

514. Kahe raudteejaama vaheline kaugus on 150 km. Reisi-

rong läbib selle vahemaa 30 min võrra kiiremini kui kaubarong. Leida kummagi rongi kiirus, kui on teada, et reisirongi kiirus on 10 km/h võrra suurem kaubarongi kiirusest.

515. Linnadest *A* ja *B*, mille vaheline kaugus on 500 km, väljuvad üheaegselt teineteisele vastu reisirong ja kaubarong. Reisirong jõuab linna *B* 2 tundi 30 minutit varem kui kaubarong linna *A*, sest ta kiirus on 10 km/h võrra suurem kaubarongi kiirusest. Leida kummagi rongi kiirus.

516. Kaks turisti väljuvad üheaegselt linnadest *A* ja *B*, liikudes teineteisele vastu. Esimene neist sõidab tunnis 2 km rohkem kui teine ja jõuab seetõttu linna *B* üks tund varem kui teine turist linna *A*. Linnade *A* ja *B* vaheline kaugus on 24 km. Mitu kilomeetrit tunnis sõidab kumbki turist?

517. Punktide *A* ja *B* vaheline kaugus on raudteed mööda 66 km ja jõge mööda 80,5 km. Punktist *A* väljub rong 4 tundi hiljem kui laev ja jõuab punkti *B* 15 minutit enne laeva. Arvutada nii rongi kui ka laeva keskmine kiirus, kui rongi kiirus on 30 km/h võrra suurem laeva kiirusest.

518. Üks õmblustöökoda pidi teatava aja jooksul valmistama 810 ülikonda, teine töökoda sama aja jooksul 900 ülikonda. Esimene töökoda täitis tellimuse 3 päeva, teine töökoda aga 6 päeva enne tähtaega. Mitu ülikonda päevas õmmeldi kummaski töökojas, kui teises töökojas õmmeldi päevas 4 ülikonda rohkem kui esimeses?

519. Kaks kolhoosnikut peavad niitma heinamaa, mille suurus on 720 m^2. Kui üks kolhoosnikest alustaks niitmist üks tund hiljem kui teine, siis niidaks kumbki neist poole heinamaast. Kui nad aga alustaksid niitmist üheaegselt, siis jääks kolme tunni pärast veel niita 90 m^2. Kui kiiresti jõuaks kumbki kolhoosnik üksi niita kogu heinamaa?

520. Ühe detaili tootmiseks kulutab üks tööline 7 minutit vähem aega kui teine. Mitu detaili toodab kumbki tööline 4 tunni jooksul, kui esimene toodab selle aja jooksul 28 detaili rohkem kui teine?

521. Kaevurite brigaadil oli plaan kaevandada kindlaksmääratud ajavahemikus 8000 vagonetti põlevkivi. Töö lõpetati 8 päeva enne tähtaega, kusjuures iga päev ületati kaevandamise plaani 50 vagoneti võrra. Leida, mitmeks päevaks oli antud plaan ja mitme protsendi võrra ületati päevaplaani.

522. Maakuivendajate brigaad pidi plaani järgi teatava aja jooksul välja kaevama 216 m^3 pinnast. Esimesel kolmel päeval täitis brigaad plaani, järgmistel päevadel aga ületas seda, kaevates iga päev välja 8 m^3 rohkem pinnast, kui oli ette nähtud. Seetõttu oli brigaad üks päev enne tähtaega välja kaevanud 232 m^3 pinnast. Mitu kuupmeetrit pinnast pidi brigaad ühe päeva jooksul välja kaevama?

523. Krohvijate ja maalrite brigaadid remontisid maja. Kroh-

vijaid oli ühe võrra rohkem kui maalreid. Kumbki brigaad sai töötasuks 150 rbl. Kui iga maaler oleks saanud nii palju kui iga krohvija ja iga krohvija nii palju kui iga maaler, siis oleks krohvijate brigaad saanud 67 rbl. 50 kop. rohkem kui maalrite brigaad. Kui palju oli maalreid, kui palju krohvijaid?

524. Kaks matkajat väljusid üheaegselt kohtadest, mille vaheline kaugus oli 14 km, ja liikusid teineteisele vastu. Pärast kohtumist käis üks matkaja ülejäänud tee 2 tunni 40 minutiga ja teine matkaja 1 tunni 30 minutiga. Mitu kilomeetrit käis kumbki matkaja tunnis?

525. Kahelt aerodroomilt lendasid üheaegselt teineteisele vastu dirižaabel ja lennuk. Enne kohtumist lendas dirižaabel 100 km vähem kui lennuk. Ülejäänud osa teest läbis lennuk 1 tunni 2 minutiga, dirižaabel 3 tunniga. Leida aerodroomidevaheline kaugus ning lennuki ja dirižaabli kiirus.

526. Kaks matkajat liikusid teineteisele vastu — üks punktist A, teine punktist B. Esimene matkaja väljus punktist A 6 tundi hiljem kui teine matkaja punktist B ja nende kohtumisel selgus, et esimene oli käinud 12 kilomeetrit vähem kui teine. Jätkates pärast kohtumist teekonda sama kiirusega, jõudis esimene matkaja punkti B 8 tunniga ja teine punkti A 9 tunniga. Leida punktide A ja B vaheline kaugus ning kummagi matkaja kiirus.

527. Jalgrattur pidi sõitma 30 km. Väljudes 3 minutit hiljem, kui oli ette nähtud, sõitis ta 1 km/h võrra kiiremini ja jõudis seetõttu õigeks ajaks kohale. Leida jalgratturi sõidukiirus.

528. Rong pidi sõiduplaanis ettenähtud ajal jõudma 250 km kaugusel olevasse sihtkohta. Kuid pärast kolmetunnilist sõitu peeti rongi 20 minutit kinni, ja et sõiduplaanist kinni pidada, suurendas vedurijuht rongi kiirust 2 km/h võrra. Arvutada rongi esialgne kiirus.

529. Jalgrattur sõitis linnast A linna B ($AB = 60$ km). Tagasiteel linnast B linna A peatus jalgrattur kummi purunemise tõttu 20 minutit. Pärast kummi parandamist suurendas ta kiirust 4 km/h võrra ja jõudis linnast B linna A sama ajaga, mis tal kulus sõiduks linnast A linna B. Leida jalgratturi esialgne sõidukiirus.

530. Tartu liinibuss peatus mootori korrastamiseks 16 minutit. Et jõuda õigeks ajaks Tartusse, läbis ta 80-kilomeetrise vahemaa 10 km/h võrra kiiremini, kui oli ette nähtud. Kui suur oli autobussi kiirus sõiduplaani järgi?

531. Rong pidi kindlaksmääratud ajal jõudma 840 km kaugusel olevasse sihtkohta. Kuid poolel teel peatus rong 30 minutit semafori juures, ja et jõuda õigeks ajaks kohale, suurendas vedurijuht rongi kiirust 2 km/h võrra. Kui kaua oli rong teel?

532. Mootorrattur sõidab ühe kilomeetri 4 minuti võrra kiiremini kui jalgrattur. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki neist

5 tunni jooksul, kui mootorrattur sõidab selles ajavahemikus 100 kilomeetrit rohkem kui jalgrattur?

533. Jaamast A suundus kell 5 hommikul postirong jaama B, mis asub jaamast A 1080 km kaugusel. Kell 8 hommikul suundus jaamast B kiirrong jaama A, sõites tunnis 15 km rohkem kui postirong. Mis kell rongid kohtusid, kui kohtumine toimus poolel teel?

534. Asulate A ja B vaheline kaugus on 78 km. Asulast A sõitis jalgrattur asulasse B. Tund aega hiljem sõitis tälle asulast B vastu teine jalgrattur, kes liikus 4 km/h võrra kiiremini kui esimene. Jalgratturid kohtusid 36 km kaugusel asulast B. Kui kaua ja missuguse kiirusega sõitis kumbki jalgrattur enne kohtumist?

535.* Kaks mootorratturit sõitsid üheaegselt ühes ja samas suunas, esimene linnast A, teine linnast B. Teatava aja möödumisel läbis esimene mootorrattur linna B ja seejärel 1 tunni 36 minuti pärast jõudis järele teisele mootorratturile, kusjuures selgus, et kohtumispunkt on linnast B 180 km kaugusel. Leida kaugus AB, kui teine mootorrattur võinuks sõita vahemaa linnast A kuni kohtumispunktini 2 tunni 30 minutiga.

536. Mootorpaat liikus pärivoolu 28 km ja pöördus sealt peatumata lähtekohta tagasi. Sõiduks kulus tal 7 tundi. Leida mootorpaadi kiirus seisvas vees, kui jõe voolukiirus oli 3 km/h.

537. Kahe linna vaheline kaugus mööda jõge on 80 km. Aurik läbib selle vahemaa edasi-tagasi 8 tunni 20 minutiga. Leida auriku kiirus seisvas vees, kui jõe voolukiirus on 4 km/h.

538. Kahe jõesadama vaheline kaugus on 160 km. Aurik läbib selle vahemaa edasi-tagasi 32 tunni 50 minutiga, peatudes enne tagasipöördumist $2\frac{5}{6}$ tundi. Leida auriku kiirus seisvas vees, kui jõe voolukiirus on 4 km/h.

539. Mootorpaat, mille kiirus seisvas vees on 20 km/h, sõidab peatumata ühest jõesadamast teise ja tagasi 6 tunni 15 minutiga. Sadamatevaheline kaugus on 60 km. Kui suur on jõe voolukiirus?

540. Kaater väljus linnast A üheaegselt parvega, mis ujus pärivett. Sõitnud samas suunas $13\frac{1}{3}$ km, pöördus kaater tagasi ning kohtus parvega 4 km kaugusel linnast A. Leida kaatri keskmine sõidukiirus, kui jõe voolukiirus oli 4 km/h.

541. Laev sõidab Kiievist Dnepropetrovskisse kahe päevaga ja tagasi kolme päevaga. Leida, mitme päevaga ujub parv Kiievist Dnepropetrovskisse.

542. Käekella hinda vähendati nii mitme protsendi võrra, kui mitu rubla kell maksis enne hinna alandamist. Kui suur oli kella esialgne hind, kui tema uus hind on 24 rbl.?

543. Kahel järjestikusel hinna alandamisel ühe ja sama protsendi võrra langes fotoaparaadi hind 30 rublalt 19,2 rublani. Mitme protsendi võrra alandati fotoaparaadi hinda kummalgi korral?

544. NSV Liidu 1962. aasta naiste maletšempionaadil mängiti 190 partiid, kusjuures iga osavõtja mängis iga ülejäänud osavõtjaga ühe partii. Mitu osavõtjat oli tšempionaadil?

545. Hoki meistrivõistlustel mängiti 105 mängu, kusjuures iga meeskond mängis iga ülejäänud meeskonnaga ühe mängu. Mitu meeskonda võttis võistlustest osa?

546. NSV Liidu jalgpalli *B* grupi liiduvabariikide tsoonis mängiti 1962. aastal 272 mängu, kusjuures iga meeskond kohtus iga ülejäänud meeskonnaga kaks korda. Mitu meeskonda võttis võistlustest osa?

547. Male maailmameistri tiitlipretendentide turniiril 1962. aastal mängiti 112 partiid, kusjuures iga osavõtja mängis iga ülejäänud osavõtjaga neli partiid. Mitu osavõtjat oli tiitlipretendentide turniiril?

548. Peapumba abil saaks õlitsisterni täita 12 tunni võrra kiiremini kui varupumba abil. Pumpamisel mõlema pumbaga korraga täituks tühi tsistern 8 tunniga. Mitu tundi kuluks õlitsisterni täitmiseks kummagi pumbaga eraldi pumbates?

549. Kahe kraani kaudu koos täituks tühi vann 6 minutiga. Ühe kraani kaudu üksi täituks vann 5 minuti võrra kiiremini kui teise kraani kaudu üksi. Mitme minutiga täituks vann kummagi kraani kaudu üksi?

550. Kinosaalil on kaks ust. Mõlema ukse kaudu korraga tühjeneb saal kinokülastajaist pärast seanssi $3\frac{3}{4}$ minutiga. Kui kinokülastajail lastakse väljuda ainult peauksest, siis tühjeneb saal 4 minuti võrra kiiremini kui väljumisel ainult tagavarauksest. Mitu minutit kulub külastajail saalist väljumiseks kummagi ukse kaudu eraldi?

551. Kaks erineva jõudlusega valtsimispinki koos võivad 3 tunniga valtsida teatava koguse terast. Esimene valtsimispink üksi jõuab nimetatud terasehulga ära valtsida 2,5 tunni võrra kiiremini kui teine valtsimispink üksi töötades. Mitu tundi kulub kummalgi valtsimispingil üksi töötades terase valtsimiseks?

552. Esimese toru kaudu täitub bassein 3 tunni võrra kiiremini kui teise toru kaudu. Et täita bassein, avati korraga mõlemad torud, kuid 10 tunni möödumisel suleti esimene toru ja pärast seda täitus bassein teise toru kaudu 5 tunni 45 minutiga. Mitme tunniga täidaks kumbki toru üksi basseini?

553. Sadama faarvaatri süvendamisel töötas kaks erineva võimsusega süvendajat. Pärast neljapäevalist koos töötamist viidi ära üks süvendaja ja töö lõpetamiseks kulus teisel süvendajal veel 2 päeva. Mitme päevaga oleks kumbki süvendaja üksi või-

nud faarvaatri süvendada, kui on teada, et teine süvendaja oleks töö lõpetanud 3 päeva varem kui esimene?

554. Kaks brigaadi asfalteerisid kumbki 10 km teed, vaatamata sellele, et esimene brigaad töötas ühe päeva rohkem kui teine brigaad. Mitu kilomeetrit teed asfalteeriks kumbki brigaad päevas, kui nad koos töötades asfalteeriksid päevas 4,5 km teed?

555. Üks kahest tehasest võib täita tellimuse 4 päeva võrra kiiremini kui teine tehas. Mitu päeva kulub kummalgi tehasel tellimuse täitmiseks, kui nad koos töötades võiksid täita 5 korda suurema tellimuse 24 päevaga?

556.* Viie Baudeaux' tüüpi telegraafiaparaadi ja ühe uuemat tüüpi võimsama aparaadiga on 8 tunni jooksul võimalik välja saata 6840 telegrammi. Kui palju aega kulub sama koguse telegrammide edasiandmiseks ühe Baudeaux' tüüpi aparaadi ja ühe uuemat tüüpi aparaadiga eraldi, kui on teada, et võimsama aparaadiga töötamisel kulub selleks $2\frac{1}{9}$ tundi vähem aega kui nelja Baudeaux' tüüpi aparaadiga töötamisel? Leida, mitu telegrammi on võimalik välja saata ühe tunni jooksul kummagi aparaadiga eraldi.

557. Kaks traktorit, millest teine alustab tööd $1\frac{1}{2}$ päeva hiljem, künnavad põllu üles 7 päevaga. Mitme päevaga künnaks kumbki traktor üksi põllu, kui on teada, et teine traktor suudaks töö lõpetada 3 päeva varem kui esimene?

558. Kaks kraanat võivad laeva lossida 4 tunniga. Kui esimene kraana lossiks poole laadungist ja seejärel teine ülejäänud osa, siis lõpetataks lossimine 9 tunniga. Mitme tunniga lossiks kumbki kraana üksi laeva?

559. Koos töötades võivad kaks erineva võimsusega ekskavaatorit lõpetada magistraalkraavi kaevamise 12 päevaga. Kui üks ekskavaator üksi töötades teeks poole kogu tööst ja teine üksi töötades ülejäänud osa, siis lõpetataks kogu töö 25 päevaga. Mitme päevaga lõpetaks selle töö kumbki ekskavaator üksi kaevates?

560.* Kaks brigaadi koos töötades võivad maantee remontida 18 päevaga. Kui esimene brigaad üksi töötades remondiks $\frac{2}{3}$ kogu teest ja seejärel teine brigaad ülejäänud osa, siis kuluks kogu tee remontimiseks 40 päeva. Leida, mitme päevaga kumbki brigaad üksi töötades remondiks maantee.

561. Piiritusega täidetud nõust valati välja osa piiritust ja nõu täideti veega. Seejärel valati nõust välja niisama palju segu kui enne piiritust. Pärast seda jäi nõusse 49 dm^3 puhast piiritust. Nõu maht on 64 dm^3. Kui palju piiritust valati nõust välja esimene kord ja kui palju teine kord?

562. 20 dm^3 suurune nõu on täidetud piiritusega. Sellest nõust valatakse teatav hulk piiritust teise, niisama suurde nõusse, mis pärast seda täidetakse veega. Saadud segust valatakse esimene nõu täis ja seejärel võetakse esimesest nõust $6\frac{2}{3}$ dm^3 segu ning valatakse tagasi teise nõusse. Pärast seda on mõlemas nõus ühepalju piiritust. Kui palju valatakse esimesel korral piiritust esimesest nõust teise?

563. Nõust, mis on täidetud 92°-lise piiritusega, valatakse ära 1 dm^3 piiritust ja lisatakse juurde 1 dm^3 vett. Seejärel valatakse ära 1 dm^3 segu ja lisatakse jälle niisama palju vett. Pärast seda on piirituse kangus nõus 23°. Leida nõu maht.

564. 8 dm^3 suurune nõu on täidetud õhuga, mis sisaldab 16% hapnikku. Sellest nõust pumbatakse välja osa õhku ja lastakse sisse niisama suur kogus lämmastikku. Seejärel pumbatakse välja niisama palju segu kui esimene kord õhku ja lastakse sisse jälle samas koguses lämmastikku. Pärast seda on segus 9% hapnikku. Mitu kuupdetsimeetrit gaasi pumbatakse kummalgi korral nõust välja?

565. Kaks lahust, millest esimene sisaldas 800 g ja teine 600 g puhast väävelhapet, valati kokku ja saadi 10 kg uut väävelhappe lahust. Arvutada kummagi lähtelahuse kaal, kui väävelhappe sisaldus esimeses lahuses oli 10% võrra suurem kui teises lahuses.

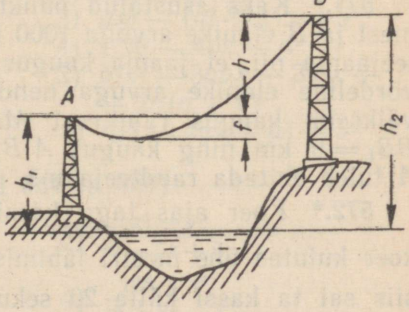
566.* Üks vasesulam sisaldas 40% võrra vähem vaske kui teine. Nende kokkusulatamisel saadi uus sulam, mis sisaldas 36% vaske. Leida, mitu protsenti vaske sisaldas kumbki lähtesulam, kui on teada, et esimeses sulamis oli 6 kg vaske ja teises 12 kg vaske.

567. Elektriliini viimisel üle jõe (joon. 13) on juhtme kinnituspunkti kõrgus vasakpoolsel mastil $h_1 = 15$ m. Visangu pikkus (mastidevaheline kaugus) $l = 200$ m, juhtme lõtve suurus vasakpoolse kinnituspunkti A suhtes $f = 5$ m ja juhtme tõmbejõu horisontaalkomponent määratakse tugevustingimusest $H = 1000$ kG. Juhtme jooksva meetri kaal $q = 2$ kG/m. Määrata juhtme kinnituspunkti kõrgus parempoolsel mastil.

Juhis: Ülesande lahendamisel kasutada praktikas tarvitatavat valemit

$$f = \frac{ql^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2ql^2} - \frac{h}{2},$$

kus h on kinnituspunktide kõrguste vahe.

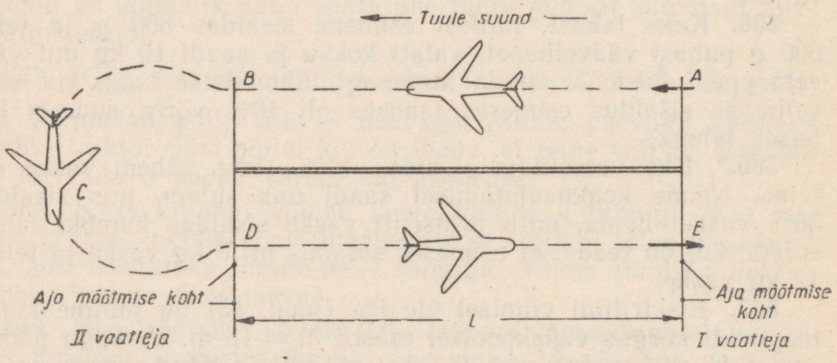


Joon. 13.

568.* Vooluringis, millele on rakendatud 10-voldine pinge, on voolutugevus 1 A võrra suurem kui teises vooluringis, millele rakendatud pinge on 6 V. Kui kummagi vooluringi takistust vähendatakse 0,5 Ω võrra, siis on voolutugevuste vahe $\frac{2}{3}$ amprit. Leida voolutugevus kummaski vooluringis.

569.* Kuu keskmine kaugus Maast $l = 3{,}84 \cdot 10^5$ km. Kuu mass on 81,5 korda väiksem Maa massist. Kui kaugel Maa keskpunktist on Maa külgetõmbejõud võrdne Kuu külgetõmbejõuga?

570. Lennuki kiirusemõõtja kontrollimiseks kasutatakse sageli niinimetatud silmusemeetodit (joon. 14). Lennuk lendab kindlaksmääratud kursil *ABCDE* ühtlase kiirusega. Esimene vaatleja mõõdab lennuaja t_1, mis kulub suure silmuse *ABCDE* läbimiseks. Teine vaatleja mõõdab täpselt samuti aja t_2, mis lennukil kulub väikese silmuse *BCD* läbimiseks. Leida lennuki kiirus õhu suhtes (omakiirus), kui silmuse sirge osa pikkus $L = 10$ km, tuule kiirus on 10 m/s ja $t = t_1 - t_2 = 95{,}6$ s.



Joon. 14.

571.* Kaks asustatud punkti — *A* elanike arvuga 1500 inimest ja *B* elanike arvuga 1000 inimest — soovivad ehitada raudteejaama nii, et jaama kaugus punktidest *A* ja *B* oleks pöördvõrdeline elanike arvuga nendes punktides. Punktide *A* ja *B* väikseim kaugus raudteest *MN* on vastavalt $AA_1 = 8$ km ja $BB_1 = 9$ km ning kaugus $A_1B_1 = 18$ km. Kui kaugele punktist *A* tuleb ehitada raudteejaam?

572.* Koer ajas taga kassi, kes oli koerast 20 m ees. Et koer kulutas ühe meetri läbimiseks $\frac{1}{20}$ sekundit vähem kui kass, siis sai ta kassi kätte 20 sekundi pärast. Mitu meetrit jooksis koer?

573.* Ajamomendil, mil manöövrivedurist möödub kaubarongi viimane vagun, alustab liikumist samas suunas ka manöövrivedur, liikudes esimese minuti jooksul kiirendusega 0,2 m/s². Millal jõuab vedur järele kaubarongi viimasele vagunile, kui kaubarong liigub ühtlase kiirusega 18 km/h?

574.* Liftiga kaheksakorruselise maja viimasele korrusele (kõrgus 33 m) sõitmiseks kulub kahe 6-sekundilise peatuse korral niisama palju aega kui kõrghoones ühe 7-sekundilise peatuse korral kahekümnendale korrusele (kõrgus 81 m) sõitmiseks. Leida kõrghoones oleva lifti tõusukiirus, kui see on tavalise lifti tõusukiirusest 1,5 m/s võrra suurem.

575.* Õpilase käekell käib ette, kuid näitab mingisugusel ajamomendil 3 minutit vähem kui õige aeg. Kui kell näitaks sellel ajamomendil veel 1 minuti võrra vähem, kuid käiks ööpäevas 1 minuti võrra rohkem ette, kui ta tegelikult käib, siis näitaks ta õiget aega ühe ööpäeva võrra varem, kui ta tegelikult näitab. Mitu minutit ööpäevas käib see kell ette?

§ 8. RUUTKOLMLIIKME UURIMINE JA RUUTFUNKTSIOONI GRAAFIK

Lahutada tegureiks ruutkolmliikmed (ülesanded **576—583**):

576. 1) $x^2 - 3x - 10$; 2) $x^2 + 7x + 10$; 3) $x^2 - 4x - 60$; 4) $x^2 + 3x - 18$

577. 1) $m^2 - 8m - 20$; 2) $n^2 + 10n + 21$; 3) $a^2 - 14a + 40$; 4) $t^2 - 20t + 36$

578. 1) $z^2 + 15z - 54$; 2) $x^2 - 5x - 104$; 3) $x^2 - 22x + 96$; 4) $x^2 - 30x + 225$

579. 1) $5x^2 - 6x + 1$; 2) $3m^2 - 33m + 90$; 3) $3a^2 - 13a - 10$; 4) $6x^2 + 4x - 5$

580. 1) $15m^2 - 7m - 2$; 2) $8x^2 - 23x + 14$; 3) $10y^2 + 11y - 6$; 4) $8x^2 - 10x - 9$

581. 1) $2a^2 - 11a - 6$; 2) $a^2 - 2{,}1a + 9{,}46$; 3) $3m^2 + 106m - 72$; 4) $2x^2 + 20x + 18$

582. 1) $3x^2 - 7ax + 2a^2$; 2) $x^2 + 4ax + 3a^2$; 3) $ax^2 - (a^2 + 1)x + 1$; 4) $12z^2 - 4az - a^2$

583. 1) $5x^2 - (a - 5b)x - ab$; 2) $(a + b)^2x^2 - (a + b)^2x + ab$; 3) $b^2x^2 - 3abx - 3b^2x + 2a(a + b)$; 4) $4x^2 - 4ax + a^2 + b^2$

Taandada murrud (ülesanded **584** ja **585**):

584. 1) $\frac{a^2 - 9}{a^2 - 10a + 30}$; 2) $\frac{m^2 + 10m + 25}{m^2 + 3m - 10}$; 3) $\frac{z^3 - 8}{z^2 - 5z + 6}$; 4) $\frac{125 + x^3}{x^2 + 2x - 15}$

585. 1) $\frac{y^2-5y+6}{7y^2-22y+3}$ 3) $\frac{2z^2+8z-90}{3z^2-36z+105}$

2) $\frac{5x^2+2x-7}{7x^2+9x-16}$ 4) $\frac{3a^2+4a-4}{2a^2+5a+2}$

586. Missuguse argumendi väärtuse puhul funktsioon

1) $y=x^2-1$ võrdub 8-ga;
2) $y=x^2-8x$ „ 15-ga?

587. Missuguse x väärtuse puhul kolmliige $x^2+10x+32$ võrdub 7-ga?

588. Missuguste argumendi väärtuste puhul funktsioonid $y=x^2-14$ ja $y=3x^2+6x-34$ võrdsustuvad?

589. Missuguste x väärtuste puhul kolmliige $6x^2-19x-20$ võrdsustub nulliga?

590. Joonestada ühes ja samas teljestikus järgmiste funktsioonide graafikud (ruutparaboolid):

1) $y=3x^2$ 3) $y=0{,}4x^2$
2) $y=-2x^2$ 4) $y=-5x^2$

Kuidas oleneb parabooli haarade suund ruutliikme kordaja märgist?

Kuidas muutub parabooli kuju ruutliikme kordaja absoluutväärtuse muutumisel?

591. Allpool on esitatud neli funktsionaalset sõltuvust tabeli kujul. Kirjutada neid sõltuvusi väljendavad funktsioonid (valemid) ja joonestada vastavad graafikud:

x	0	−2	13	15
y	0	28	1183	1575

z	3	6	−2
u	−6	−24	$-2\frac{2}{3}$

t	0	−2	3
s	0	20	45

x	4	−2	−10
y	−6,4	−1,6	−40

592. Ringi pindala ja raadiuse vahel kehtib sõltuvus $S=\pi r^2$. Joonestada selle sõltuvuse graafik.

Juhis: Võtta funktsiooni teljel ühiku pikkuseks π.

593. Teades, et kaarsilla kaar on ruutparabooli kujuline, kirjutada selle kaare võrrand, kui silla pikkus on 40 m ja sillakaare suurim kõrgus sillast on 10 m. Joonestada see sillakaar mõõtkavas 1 : 200.

594. Joonestada paraboolid ja vastata iga parabooli kohta eraldi allpool esitatud küsimustele:

1) $y = x^2 + 4$ 3) $y = -2x^2 + 3$ 5) $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

2) $y = x^2 - 3$ 4) $y = 5x^2 - 10$ 6) $y = -0{,}3x^2 + 4$

Missugune graafiline tähendus on vabaliikmel?

Võrreldes ülesandes **590** joonestatud paraboolidega, otsustada, kas ruutliikme kordaja märgi ja absoluutväärtuse tähendus on jäänud samaks.

Missugusele argumendi väärtusele vastab funktsiooni suurim väärtus? väikseim väärtus?

Missuguse argumendi väärtuse puhul võrdub funktsioon nulliga?

Missuguses argumendi muutumisvahemikus funktsioon kasvab? kahaneb?

595. Võttes abstsisstelje ajateljeks ja ordinaattelje käidud tee teljeks, joonestada sõltuvuse $s = 4 + 0{,}2t^2$ (m/s) graafik.

Kasutades graafikut, leida, kui pika tee on keha käinud 6 sekundi pärast; 10 sekundi pärast. Millal on keha poolt käidud tee pikkus 16,8 m?

596. Joonestada funktsioonide graafikud:

1) $y = (x - 2)^2$ 3) $y = 2(x - 4)^2$

2) $y = -(x + 3)^2$ 4) $y = -\frac{3}{2}(x - 1)^2$

597. Joonestada funktsioonide graafikud ja vastata iga graafiku kohta eraldi allpool esitatud küsimustele:

1) $y = (x + 2)^2 - 2$ 4) $y = -2(x + 3)^2 + 4$

2) $y = -(x - 1)^2 + 3$ 5) $y = 0{,}4(x - 6)^2 - 1$

3) $y = 2(x + 3)^2 - 4$ 6) $y = -\frac{2}{3}\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{5}$

Missugune graafiline tähendus on funktsioonis $y = a(x + b)^2 + c$ sulgudes oleval liikmel b ja vabaliikmel c?

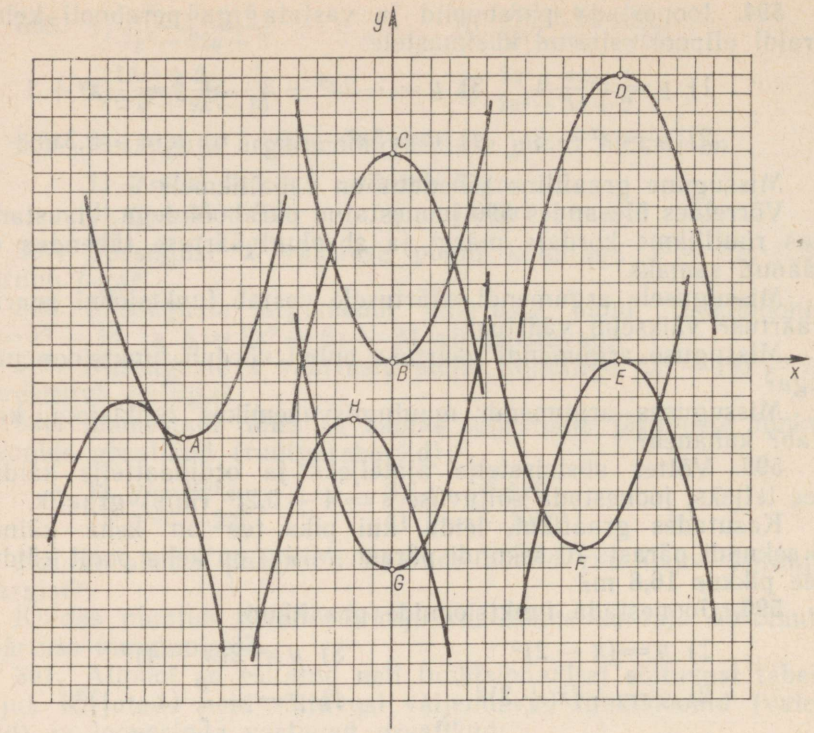
Missugusele argumendi väärtusele vastab funktsiooni suurim väärtus? väikseim väärtus?

Missuguse argumendi väärtuse puhul võrdub funktsioon nulliga?

Missuguses argumendi muutumisvahemikus funktsioon kasvab? kahaneb?

Antud funktsioonide paremad pooled kujutavad ruutkolmliikmeid. Et selles veenduda, avage sulud.

598. Joonisel 15 on kujutatud rida ruutfunktsioonide graafikuid. Teades, et ruutliikme kordaja võrdub kõigis neis funktsioonides ühega, kirjutada nende ruutsõltuvuste võrrandid ja teisendada need ruutkolmliikme kujule.



Joon. 15.

599. Joonestamata graafikuid, leida täisruudu eraldamise teel paraboolide lagipunktide koordinaadid:

1) $y = x^2 - 6x + 4$
2) $y = x^2 + 7x - 1$
3) $y = x^2 - 11x + 15$
4) $y = -x^2 - 5x + 1$
5) $y = -x^2 + 10x - 8$
6) $y = 3x^2 - 12x - 15$
7) $y = 2x^2 + 17x - 13$
8) $y = -5x^2 - 23x + 17$

600. Joonestada ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = 2x^2$, $y = -2x^2 + 3$ ja $y = 2x^2 + 4x + 2$ graafikud ning selgitada, mis on saadud graafikuil ühist ja mille poolest nad üksteisest erinevad.

601. Joonestada funktsioonide graafikud, eraldades enne seda täisruudu:

1) $y = x^2 + 6x + 7$
2) $y = x^2 - 7x + 5\frac{1}{4}$
3) $y = x^2 - 8x + 12$
4) $y = x^2 - 2x - 3$
5) $y = -x^2 - 4x + 6$
6) $y = 2x^2 + 8x + 4$
7) $y = -3x^2 + 18x - 5$
8) $y = -0{,}3x^2 + 18x - 5$

Tabeli koostamisel anda argumendile väärtusi lagipunkti abstsissi ümbruses.

602. Joonestada funktsioonide graafikud:

1) $8x^2 - 4y + 12x - 4 = 0$
2) $3y + 6x^2 = 3x$
3) $7 + 2y = 4x^2$
4) $5y + 10x^2 - 15x + 25 = 0$

603. Vastata järgmiste funktsioonide suhtes allpool esitatud küsimustele:

1) $16 - 2y = 2x^2 - 12x$
2) $3y + 18 - 3x = 6x^2$
3) $10x^2 + 14x + 2y + 24 = 0$
4) $3y - 5x^2 + 6x = 0$

Missuguses argumendi muutumisvahemikus funktsioon kasvab? kahaneb?

Missugusele argumendi väärtusele vastab funktsiooni suurim väärtus? väikseim väärtus?

Missuguse argumendi väärtuse puhul võrdub funktsioon nulliga?

604. Missuguseks kujuneb parabooli $y = 3x^2$ võrrand, kui parabooli nihutada

1) 4 ühiku võrra ülespoole;
2) 3 ühiku võrra allapoole;
3) 2 ühiku võrra paremale;
4) 7 ühiku võrra vasakule ja samal ajal muuta haarade suund vastupidiseks;
5) 3 ühiku võrra paremale ja samal ajal 5 ühiku võrra allapoole;
6) punktis 5 saadud asendist 2 ühiku võrra paremale ja 9 ühiku võrra ülespoole?

605. Kuidas näeb välja parabooli $y = x^2 - 4x + 9$ võrrand, kui parabooli nihutada

1) 5 ühiku võrra allapoole ja 2 ühiku võrra vasakule;
2) 3 ühiku võrra ülespoole ja muuta haarade suund vastupidiseks;
3) punktis 1 saadud asendist 4 ühiku võrra vasakule ja 2 ühiku võrra allapoole?

606. Kuidas on parabooli $y = 4x^2$ koordinaatide tasandil nihutatud, kui tema võrrand on omandanud järgmise kuju:

1) $y = 4x^2 - 2$
2) $y = -4x^2 + 5$
3) $y = 4(x - 3)^2$
4) $y = 4(x + 5)^2 - 2$
5) $y = 4x^2 + 24x - 12$
6) $y = -4x^2 + 32x - 8$

607. Kuidas on nihutatud parabooli $6x^2 - 3y - 36x + 66 = 0$, kui tema võrrand on omandanud järgmise kuju:

1) $y = 2x^2 + 16x + 31$
2) $2y + 4x^2 - 8x - 6 = 0$
3) $y = x^2 + 15x + 26$
4) $2x^2 - y - 8x + 8 = 0$

Leida graafiliselt funktsioonide nullkohad (ülesanded **608** ja **609**):

608. 1) $y = x^2 - 4$
2) $y = 2x^2 - 6x$
3) $y = x^2 - 6x - 16$
4) $y = 2x^2 + 5x - 12$

609. 1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$
2) $y = x^2 - 2x - 8$
3) $y = x^2 - 3x - 4$
4) $y = x^2 + 2x - 3$
5) $y = 2x^2 + 5x$
6) $y = 2x^2 + 5x - 3$

Otsustada funktsioonides esinevate kordajate järgi, kas graafik lõikab x-telge, puutub x-telge või ei oma x-teljega ühiseid punkte (ülesanded **610** ja **611**):

610. 1) $y = x^2 + 6x + 9$
2) $y = x^2 - 4x + 2$
3) $y = x^2 + 15x + 26$
4) $y = x^2 + 6x - 1$

611. 1) $y = 3x^2 - 2x - 10$
2) $y = 4x^2 - 16x + 16$
3) $y = 5x^2 - 6x + 12$
4) $y = 4x^2 + 8x - 45$

612. Leida parameetri k väärtus, kui ruutfunktsiooni

1) $y = x^2 - kx - 24$ üks nullkoht on 8
2) $y = x^2 + 12x + k$ „ „ „ −5
3) $y = kx^2 - 15x - 7$ „ „ „ −7
4) $y = x^2 + kx + 25$ nullkohad on võrdsed
5) $y = 9x^2 + 6x + k$ „ „ „

§ 9. KÕRGEMA ASTME VÕRRANDID JA VÕRRANDITE UURIMINE

613. Lahendada võrrandid:

1) $x^2 - 1 = 0$
2) $x^3 - 8 = 0$
3) $x^4 - 81 = 0$
4) $x^2 + 1 = 0$
5) $x^3 + 64 = 0$
6) $x^4 + 16 = 0$
7) $x^5 + 32 = 0$
8) $3y^4 - 1875 = 0$
9) $0{,}6y^3 + 0{,}0162 = 0$
10) $243y^5 + 3125 = 0$
11) $0{,}08z^3 + 270 = 0$
12) $9z^4 - 25 = 0$
13) $5z^6 - 1{,}08 = 0$
14) $0{,}05z^4 - 2{,}8 = 0$

614. Missuguste a väärtuste korral on järgmistel võrranditel reaalsed lahendid:

1) $x^2 - a = 0$
2) $x^2 + a = 0$
3) $x^3 - a = 0$
4) $x^3 + a = 0$
5) $x^{2n} - a = 0$
6) $x^{2n} + a = 0$
7) $x^{2n+1} - a = 0$
8) $x^{2n-1} + a = 0$

615. Missuguste a ja b väärtuste korral on reaalarvude hulgas lahenduv võrrand $ax^4 + b = 0$?

616. Lahendada võrrandid:

1) $x^2 - a^2b^4 = 0$
2) $ax^3 - a^4b^6 = 0$
3) $c^2x^4 - a^6b^4 = 0$
4) $ax^5 + a^6b^7 = 0$
5) $8m^2x^3 + m^5n^6 = 0$
6) $0{,}25n^2x^4 - 9m^6 = 0$
7) $0{,}125z^3 + a^5 = 0$
8) $0{,}2a^3z^5 - 48{,}6b^3 = 0$

617. Uurida võrrandi

$$x + a = m(x + b)$$

lahenduvust juhtudel, kui

1) $m \neq 1$ 2) $m = 1$, $a \neq b$ 3) $m = 1$, $a = b$

618. Lahendada võrrand

$$ax + b = cx + d.$$

Missuguste a, b, c ja d väärtuste korral sellel võrrandil 1) lahendid puuduvad? 2) on lõpmatu hulk lahendeid (samasus)?

619. Kas on samaväärsed järgmised võrrandid?

1) $x = 3$ ja $x^2 = 9$
2) $(x - 2)^2 = 16$ ja $x - 2 = 4$
3) $x - 3 = 5$ ja $(x - 3)(x + 3) = 5(x + 3)$
4) $x^2 - 1 = x$ ja $x^2 - x - 1 = 0$
5) $3x - 2 = x$ ja $3x - 2 + \frac{1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1}$
6) $x^2 - 1 = 0$ ja $(x + 1)(x - 1) = 0$
7) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} = 0$ ja $x^2 - 5x + 6 = 0$
8) $\frac{x^2 - 9x + 20}{x - 5} = 0$ ja $x^2 - 9x + 20 = 0$

620. Uurida ja lahendada võrrandid:

1) $\frac{3}{x-2} = 0$
2) $\frac{x-1}{(x-1)^2} = 0$
3) $\frac{x-2}{3x-5} = 0$
4) $\frac{(x+3)(x-8)}{(x-3)(x+3)} = 0$
5) $\frac{(x-5)^2}{x-5} = 0$
6) $\frac{x^2-1}{(x-1)^2} = 0$
7) $(x + 1)\sqrt{x} = 0$
8) $(x - 2)(x - 3)(x + 4) = 0$

621. Missugune arv tuleb liita murru $\frac{a}{b}$ lugejaga ja nimetajaga, et murru väärtus saaks võrdseks arvuga n? Vaadelda juhtumeid:

1) $n \neq 1, \quad a \neq b$ 2) $n = 1, \quad a \neq b$ 3) $n = 1, \quad a = b$

622. Isa on a aastat ja poeg b aastat vana. Mitme aasta pärast on isa ja poja vanuste suhe k? Missugused võivad selles ülesandes olla k arvulised väärtused? Vaadelda juhtumeid:

1) $\frac{a}{b} > k$ 2) $\frac{a}{b} < k$ 3) $\frac{a}{b} = k$

623. Lahendada võrrandid:

1) $x^4 - 9x^2 = 0$
2) $x^4 + 5x^3 = 0$
3) $x^3 - 15x = 0$
4) $12x^3 - x = 0$
5) $y^4 + 6y^2 = 0$
6) $8y^3 - y^2 = 0$
7) $a^2y^4 - b^6y^2 = 0$
8) $m^3x^3 + n^2x^2 = 0$

Lahendada biruutvõrrandid (ülesanded **624—626**):

624. 1) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$
2) $y^4 - 13y^2 + 36 = 0$
3) $z^4 - 34z^2 + 225 = 0$
4) $u^4 - 5u^2 + 4 = 0$
5) $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$
6) $3y^4 - 28y^2 + 9 = 0$
7) $5z^4 - 6z^2 = -1$
8) $3u^4 - 7u^2 = -2$

625. 1) $x^2(x^2 - 90) + 729 = 0$
2) $(x^2 + 2)(x^2 + 3) = 42$
3) $(x^2 + 8)^2 + (x^2 + 1)^2 = 13^2$
4) $(4x^2 - 3)^2 + (8x^2 - 1)^2 = 50$
5) $2x^4 - 11{,}2x^2 + 12\frac{4}{5} = 0$
6) $2x^4 - 4{,}8x^2 = 26$
7) $1 + x^2\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{25}{x^2}$
8) $\frac{1 + 2x^2}{4x^2} - \frac{x^2 + 1}{16} = \frac{1}{x^2}$

626. 1) $x^4 - x^2(a^2 + b^2) + a^2b^2 = 0$
2) $a^2b^2x^4 - (a^4 + b^4)x^2 + a^2b^2 = 0$
3) $x^4 - 3ax^2 - 5bx^2 + 15ab = 0$
4) $mnx^4 - m^2x^2 + n^2x^2 + mn = 0$
5) $\frac{x^2}{a^2} - 1 = 9\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2}\right)$
6) $1 + a^2\left(\frac{1}{36} - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{x^2}{36}$

7) $\frac{x^2}{n^2} - 1 = a^2\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

8) $x^2 + n^2 = m^2\left(1 + \frac{n^2}{x^2}\right)$

627. 1) Millega võrdub biruutvõrrandi $x^4 + px^2 + q = 0$ lahendite summa? korrutis?

2) Millega võrdub biruutvõrrandi $x^4 + px^2 + q = 0$ lahendite ruutude summa?

3) Tõestada, et kui mingi biruutvõrrandi lahendiks on a, siis on sama võrrandi lahendiks ka $-a$.

628. Koostada biruutvõrrandid antud lahendite järgi:

1) ± 4 ja ± 3

2) ± 9 ja ± 1

3) ± 2 ja $\pm \frac{1}{2}$

4) 0, 0 ja $\pm \frac{5}{3}$

5) $\pm\sqrt{2}$ ja $\pm\sqrt{3}$

6) 0, 0 ja $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

7) ± 1 ja $\pm a$

8) $\pm m$ ja $\pm\sqrt{n}$

629. Lahutada tegureiks hulkliikmed:

1) $x^4 - 10x^2 + 9$
2) $x^4 - 26x^2 + 25$
3) $2a^4 - 80a^2 + 288$
4) $4a^4 - 5a^2 + 1$

630. Taandada murrud:

1) $\frac{x^4 - 10x^2 + 24}{2x^2 - 8}$

2) $\frac{a^4 - 17a^2 + 16}{a^2 - 1}$

3) $\frac{x^4 - 4x^2 + 3}{x^4 - 12x^2 + 27}$

4) $\frac{2a^4 - 26a^2 + 72}{2a^2 - 2a - 12}$

631. 1) Biruutvõrrandi üks lahend on 4, teine lahend 5. Koostada see võrrand.

2) Koostada biruutvõrrand, mille lahendite ruutude summa on 50 ja lahendite korrutis 144.

632. Lahendada abitundmatu võttega võrrandid:

1) $(9x)^2 - 2(9x) = -1$
2) $16x^2 - 4x = 6$
3) $\frac{25}{x^2} - \frac{5}{x} = 12$
4) $\frac{x-4}{x+5} + \frac{x+5}{x-4} = 2\frac{1}{6}$
5) $(3x - 2)^2 + \frac{3x-2}{3} = 84$

6) $(x^2+5x)^2+x(x+5)=42$

7) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+4x+\frac{4}{x}=12$

8) $(x^2-4x)^2+9(x^2-4x)+18=0$

Lahendada tegureiks lahutamise võttega võrrandid (ülesanded **633** ja **634**):

633. 1) $(x^2+4x)(x-7)=0$

2) $(2x-5)(x^2-4)=0$

3) $\left(x^2+\frac{x}{2}\right)(7x-1)=0$

4) $(x-7)(2x+5)=(3x-1)(x-7)$

5) $\left(x-\frac{x}{3}\right)(5x^2-1)=4\left(x-\frac{x}{3}\right)$

6) $(4-x)(5x+6)=(4-x)x^2$

7) $\left(2-\frac{1}{x}\right)(2x^2-3)=4x^2-1$

8) $(7-x)x=\left(1-\frac{x}{7}\right)(3x+8)$

634. 1) $x^3-3x^2-4x=0$

2) $y^3+y^2-2y=0$

3) $z^3-3z^2-z+3=0$

4) $u^3+u^2-4u-4=0$

5) $x^3+3x^2-2x=6$

6) $x^3+2x^2-18=9x$

7) $x^4-2x^3=9x^2-18x$

8) $x^4-3x^2=x^3-3x$

635. Koostada võrrandid, mille lahendeiks on:

1) 1, 2 ja -3

2) 1, -1 ja -3

3) 0, $-\frac{2}{5}$ ja $\frac{1}{3}$

4) 1, $\sqrt{5}$ ja $-\sqrt{5}$

5) -1, 2, 3 ja 4

6) 1, 2, -4 ja -6

7) m, $-m$, n ja $-n$

8) a, b, $-c$ ja d

636. 1) Teades, et võrrandi üks lahend on 2, määrata m ja leida ülejäänud kaks lahendit:

$$6x^3-7x^2-16x+m=0$$

2) Teades, et võrrandi üks lahend on 3, määrata a ja leida ülejäänud lahendid:

$$9x^3-ax^2-32x-12=0$$

637. 1) Kontrollida kõigi lahendatud võrrandite puhul järgmist teoreemi: kui täisarvuliste kordajatega võrrandi pealiikme kordaja on 1, siis on selle võrrandi iga ratsionaalne lahend vabaliikme jagajaks.

2) Leida proovimise teel antud võrrandi vabaliikme jagajate

hulgast üks lahend x_1 ning jagades võrrandit vahega $x - x_1$ alandada võrrandi astet. Võtet korrates leida nii võrrandi kõik lahendid:

1) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21 = 0$
2) $x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0$
3) $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18 = 0$
4) $x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15 = 0$
5) $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$
6) $x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36 = 0$
7) $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$
8) $x^5 - x^3 + 2x^2 - 6x + 4 = 0$

638. 1) Teades, et 2 ja 3 on antud võrrandi lahendid, määrata m ja n ning leida kolmas lahend:

$$2x^3 + mx^2 - 13x + n = 0$$

2) Teades, et 1 ja -3 on antud võrrandi lahendid, määrata a ja b ning leida kolmas lahend:

$$2x^3 + 3x^2 + ax + b = 0$$

639. Lahendada graafiliselt võrrandid:

1) $x^3 + 2x + 1 = 0$
2) $x^3 + 3x - 4 = 0$
3) $x^3 - 3x + 1 = 0$
4) $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

Lahendada võrrandid (ülesanded **640** ja **641**):

640. 1) $x^4 + 26x^2 + 25 = 0$
2) $x^4 - 16 = x^2 - 4$
3) $x^3 + 3x^2 - 10x = 0$
4) $x^3 - 5x^2 = x - 5$
5) $x^3 - 3x^2 = -2$
6) $x^3 + 4 = 3x^2$
7) $x^3 - 5x^2 = 2x - 10$
8) $x^3 + 8 = x^2 - 2x + 4$

641.* 1) $x^4 + x^3 = 4 - 2x$
2) $2x^4 + x^3 = x + 2$
3) $\dfrac{\left(x + \frac{1}{3}\right)(5x - 8)}{2} = \dfrac{3x + 1}{10}$
4) $\dfrac{x + 11}{x - 5} = \dfrac{x + 11}{7x - 1}$
5) $(1 + x^2)^2 = 4x(1 - x^2)$
6) $y^3 - 5y^2 - 32y - 36 = 0$
7) $4\left(2x - \frac{a}{3}\right) = \left(2 - \frac{a}{3x}\right)(5x - 11)$
8) $(x - p)(4x - 5p) = x^2 - p^2$

642.* Koostada võrrandid, mille lahendeiks on antud võrrandite lahendite vastandarvud:

1) $x^3 - 7x + 6 = 0$
2) $x^{17} - 1 = 0$
3) $x^6 - x^4 - 2x^2 - x + 3 = 0$

643.* 1) Koostada võrrand, mille lahendid on võrrandi $x^3 - 5x - 4 = 0$ lahendeist ühe võrra suuremad.

2) Koostada võrrand, mille lahendid on võrrandi $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ lahendite pöördarvud.

644.* Lahendada võrrand:

$$(x - 3)(x - 4)(x - 7)(x - 8) = 60$$

§ 10. JUURVÕRRANDID

645. Missuguseid järgmistest võrranditest nimetatakse juurvõrranditeks ja miks:

1) $\sqrt{2} + x = 5$
2) $\sqrt{x} + 2 = 5$
3) $\sqrt[3]{x^2} - 5 = 0{,}5x$
4) $x^2 - \sqrt{5} = 0{,}5x$
5) $\sqrt{2 + x} = \sqrt{5}$
6) $\sqrt{x - 5} = 1$

646. Lahendatakse juurvõrrand. Kõik teisendused ja arvutused tehakse õigesti. Kas tuleb tingimata kontrollida võrrandi lahendite õigsust? Põhjendada vastust.

647. On antud juurvõrrandid ja nende lahendamisel saadud lahendid. Missugused neist lahenditest on võõrlahendid?

1) $x + \sqrt{x + 1} = 11$; $x_1 = 15$ ja $x_2 = 8$
2) $\sqrt{3 + x} = 3 - x$; $x_1 = 1$ ja $x_2 = 6$
3) $x - \sqrt{x + 7} + 1 = 0$; $x_1 = 2$ ja $x_2 = -3$
4) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{2x + 3} = 1$; $x_1 = 3$ ja $x_2 = -1$
5) $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{x - 3} = 2\sqrt{x}$; $x_1 = 4$ ja $x_2 = -\frac{4}{7}$
6) $\sqrt{5x} - \frac{4}{\sqrt{3x + 1}} = \sqrt{3x + 1}$; $x_1 = -\frac{5}{6}$ ja $x_2 = 5$

648. Lahendada võrrandid (ülesanded **648—666**):

1) $\sqrt{x} = 6$
2) $\sqrt{y} = -5$
3) $\sqrt[4]{z} = 1$
4) $\sqrt[3]{x} = -2$
5) $\sqrt{-x} = 3$
6) $\sqrt[3]{-z} = 4$
7) $\sqrt{x} - 3 = 0$
8) $\sqrt[4]{x} - 2 = 0$
9) $\sqrt{3x} = 3$
10) $\sqrt{2z} = -4$
11) $\sqrt[5]{-8x} = -2$
12) $\sqrt[4]{-3z} = 3$

649. 1) $2\sqrt{x}=8$ 5) $3\sqrt{3x}=18$ 9) $3+\sqrt{2x}=5$

2) $-3\sqrt{z}=4$ 6) $5\sqrt{2y}=8$ 10) $\sqrt{\frac{1}{2}x}+2=6$

3) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x}=-2$ 7) $3\sqrt[3]{\frac{x}{2}}=-1$ 11) $\sqrt[3]{x}+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

4) $-\frac{1}{3}\sqrt[5]{u}=1$ 8) $0{,}8\sqrt[3]{3x}=4$ 12) $\sqrt[5]{u}-2=-1\frac{1}{2}$

650. 1) $\sqrt{x+3}=2$ 5) $2\sqrt{x+1}+1=0$

2) $\sqrt{z-5}=8$ 6) $3\sqrt{z-2}-5=0$

3) $\sqrt[3]{y+3}=4$ 7) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x-3}-0{,}2=0$

4) $\sqrt[4]{x+4}=2$ 8) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x+1}+0{,}6=0$

651. 1) $\frac{2}{\sqrt{x}}=5$ 5) $\frac{10}{\sqrt[3]{y}}=5$ 9) $\frac{2}{5\sqrt{3x}}-2=0$

2) $\frac{4}{\sqrt{z}}=1$ 6) $\frac{3}{\sqrt[4]{a}}=1$ 10) $\frac{3}{4\sqrt{\frac{1}{3}x}}=1$

3) $\frac{5}{\sqrt{3x}}=4$ 7) $\frac{2}{\sqrt{-2z}}=4$ 11) $\frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}=9$

4) $\frac{3}{\sqrt{0{,}5x}}=2$ 8) $\frac{4}{\sqrt[3]{3u}}=1{,}2$ 12) $\frac{27}{\sqrt[4]{x^3}}=1$

652. 1) $\sqrt{2x}+\sqrt{8x}=3$ 5) $\sqrt{\frac{3}{5}x}=\sqrt{15x}-2$

2) $\sqrt{27x}-2=\sqrt{3x}$ 6) $\sqrt{\frac{x}{3}}+\sqrt{\frac{4x}{27}}=10$

3) $\sqrt[3]{8x}+\sqrt[3]{27x}=5$ 7) $\sqrt[3]{\frac{2x}{4}}+\sqrt[3]{4x}-\sqrt[3]{\frac{27x}{16}}=6$

4) $\sqrt[4]{32x}+8=4\sqrt[4]{2x}$ 8) $\sqrt[4]{\frac{2}{y^3}}+\frac{2}{y}\sqrt[4]{2y}-3\sqrt[4]{\frac{1}{8y^3}}=3$

653. 1) $\sqrt{9+7\sqrt{x-2}}=4$ 5) $2\sqrt{x-1}=\sqrt{3x+13}$

2) $\sqrt{7+\sqrt{x+31}}=4$ 6) $5\sqrt{x-3}=3\sqrt{2x+1}$

3) $\sqrt{11-\sqrt[3]{x+1}}=3$ 7) $2\sqrt{2x-1}=3\sqrt{x+2}$

4) $\sqrt[3]{19+5\sqrt{7x+18}}=4$ 8) $\sqrt[3]{x+2}=3\sqrt[3]{x-1}$

654. 1) $\sqrt[3]{2x+7}=\sqrt[3]{3(x-1)}$

2) $\sqrt[5]{4x-3}=\sqrt[5]{7x-6}$

3) $2\sqrt[4]{x-4}=\sqrt[4]{13x-25}$

4) $\sqrt[10]{3(x-5)}-\sqrt[10]{10(x+2)}=0$

5) $\sqrt{(x+3)(2x-1)}=x\sqrt{2}+\sqrt{2}$

6) $\sqrt{x+9}=\sqrt{x}+1$

7) $\sqrt{8x+9}=1+2\sqrt{2x}$

8) $\sqrt{6x-5}+\sqrt{24x+1}=\sqrt{2(27x-9)}$

655. 1) $1+\sqrt{x^2+x-11}=x$

2) $\sqrt{x^2-7x+10}=5-x$

3) $3x-\sqrt{9x^2-7x-1}=2$

4) $\sqrt{16x^2-3x+2}+4x=1$

5) $(4+\sqrt{x})(5+\sqrt{x})=x+38$

6) $(2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+4)=2x+13$

7) $\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{x+11}=x+7$

8) $\sqrt{(x-5)(x+7)}=x-3$

656. 1) $\dfrac{2\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}+3}=\dfrac{4\sqrt{x}+5}{6\sqrt{x}+12}$

2) $\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

3) $\dfrac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{9\sqrt{x}+8}{3\sqrt{x}+5}$

4) $\dfrac{\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}-2)}=\dfrac{2(\sqrt{x}-1)}{4\sqrt{x}+1}$

5) $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+21}$

6) $\dfrac{\sqrt{9x}-4}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{15+\sqrt{9x}}{\sqrt{x}+40}$

7) $\dfrac{\sqrt{x}-40}{15-\sqrt{x}}=\dfrac{8+\sqrt{x}}{7-\sqrt{x}}$

8) $\dfrac{3\sqrt{x}-5}{7-4\sqrt{x}}=\dfrac{6\sqrt{x}-11}{15-8\sqrt{x}}$

9) $\dfrac{\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}}+\dfrac{6-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=5{,}2$

10) $\dfrac{3\sqrt{x}+36}{5\sqrt{x}-9}=\dfrac{7\sqrt{x}-12}{4\sqrt{x}+3}$

657. 1) $\sqrt{x+2}=x$

2) $y=\sqrt{5y-6}$

3) $\sqrt{10z-24}=z$

4) $x=\sqrt{x}+2$

5) $\sqrt{x+16}=x-4$

6) $6\sqrt{1+3x}-19=x$

7) $x+\sqrt{x+6}=14$

8) $\sqrt{2x+1}-x=\dfrac{1}{2}$

9) $\sqrt{x+2}+2=x-2$

10) $\sqrt{x-5}+x=4$

658. 1) $\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+3}=0$

2) $\sqrt{x+7}\cdot\sqrt{x-5}=0$

3) $\sqrt{q-2}\cdot\sqrt{q+3}=\sqrt{q+10}$

4) $\sqrt{3x-5}\cdot\sqrt{2x-5}=\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{x-1}$

5) $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2x+6}=\sqrt{x+3}$

6) $\sqrt{3y-7}\cdot\sqrt{y+2}=\sqrt{y-3}\cdot\sqrt{y+5}$

659. 1) $\sqrt{\frac{x-7}{x-19}}=\sqrt{x-19}$ 4) $\frac{x+2}{\sqrt{x+6}}=\sqrt{2}$

2) $\sqrt{\frac{x}{2-x}}=\sqrt{2-x}$ 5) $\sqrt{x-1}=\frac{x+3}{\sqrt{2x+6}}$

3) $\sqrt{\frac{7}{2x+9}}=\sqrt{5x+6}$ 6) $\frac{7x-2}{\sqrt{3x-8}}=3\sqrt{2x+3}$

660. 1) $\sqrt{3x-2}-\frac{2}{\sqrt{3x-2}}=\sqrt{x-1}$

2) $\sqrt{3-x}=\sqrt{9-5x}-\frac{6}{\sqrt{3-x}}$

3) $\sqrt{2+x}+\sqrt{x}=\frac{4}{\sqrt{2+x}}$

4) $\sqrt{x}+\sqrt{x-9}=\frac{36}{\sqrt{x-9}}$

5) $\frac{21}{\sqrt{2x+1}}-2\sqrt{x}=\sqrt{2x+1}$

6) $\frac{88\sqrt{2}}{\sqrt{48+x}}=\sqrt{2x}+\sqrt{2(x+48)}$

7) $\frac{1}{\sqrt{x+3}}+\frac{2}{\sqrt{x^2-9}}-\frac{1}{\sqrt{x-3}}=0$

8) $\frac{2}{\sqrt{x+1}}-\frac{\sqrt{10x+2}}{\sqrt{x^2-1}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}}=0$

661. 1) $\sqrt{4+x\sqrt{x^2+40}}=2+x$

2) $\sqrt{4x-5+\sqrt{2x-9}}=4$

3) $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}}=x+1$

4) $x=-2+\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}}$

5) $\sqrt{x+11+\sqrt{\left(\frac{x}{5}\right)^2+5x+50}}=9$

6) $\sqrt{23+\sqrt{2x+\sqrt{5x^2-21x-68}}}=5$

662. 1) $\sqrt{x+3}+\sqrt{2x+2}=4$

2) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{8x-7}=1$

3) $2\sqrt{x+18}-15=-\sqrt{4x-3}$

4) $\sqrt{x+11}-1=\sqrt{x+4}$

5) $\sqrt{x+7}-\sqrt{x-5}-2=0$

6) $\sqrt{2x+4}=3+\sqrt{7-x}$

7) $\sqrt{x+3}=8-\sqrt{x-13}$

8) $\sqrt{3x-2}+\sqrt{11-x}=5$

663. 1) $\sqrt{2x+6}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$

2) $\sqrt{18x+5}+2\sqrt{3x}=\sqrt{2}$

3) $\sqrt{4x+13}-\sqrt{15-2x}=\sqrt{2(3x-7)}$

4) $\sqrt{10x-34}+2\sqrt{x+4}=\sqrt{2(3x+35)}$

5) $\sqrt{27-x}=\sqrt{x+2}+\sqrt{3x+3}$

6) $\sqrt{x-2}-\sqrt{6x-11}+\sqrt{x+3}=0$

7) $\sqrt{7x+1}-\sqrt{3x-18}=\sqrt{2x+7}$

8) $\sqrt{3x+1}+\sqrt{4x-3}=\sqrt{5x+4}$

664. 1) $\sqrt{2+x}-\sqrt{x-9}=\sqrt{x-18}-\sqrt{x-25}$

2) $\sqrt{x-7}-\sqrt{x-10}=\sqrt{x+5}-\sqrt{x-2}$

3) $\sqrt{x+11}-\sqrt{x-1}=\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}$

4) $\sqrt{x+16}-\sqrt{x+7}=\sqrt{x-5}-\sqrt{x-8}$

5) $\sqrt{x+14}-\sqrt{x+7}=\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}$

6) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+9}=\sqrt{x+42}-\sqrt{x-7}$

665.* 1) $\frac{2}{x}+2=\sqrt{4+\frac{1}{x}\sqrt{64+\frac{144}{x^2}}}$

2) $1-\frac{1}{x}\sqrt{1-\frac{1}{x}\sqrt{4-\frac{7}{x^2}}}$

3) $\frac{5}{x+\sqrt{5+x^2}}-\frac{5}{x-\sqrt{5+x^2}}=6$

4) $\frac{4}{x+\sqrt{4-x^2}}+\frac{4}{x-\sqrt{4-x^2}}=\frac{12}{7}$

5) $\frac{x-1}{1+\sqrt{x}}=4-\frac{1-\sqrt{x}}{2}$

6) $\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}$

7) $\frac{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{x-1}}=2$

8) $\frac{\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{2x+1}}=\frac{2}{5}$

9) $\sqrt[3]{8x+4}-\sqrt[3]{8x-4}=2$

10) $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{x+3}=0$

11) $\frac{1}{\sqrt{3x+10}}+\frac{6}{\sqrt{(x+2)(3x+10)}}=\frac{1}{\sqrt{x+2}}$

12) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}+\frac{1}{\sqrt{3x-2}}=\frac{4}{\sqrt{3x^2+4x-4}}$

666.* 1) $\sqrt{a^2-x^2}-\frac{4a-1}{4\sqrt{a^2-x^2}}=0$

2) $2a-\sqrt{x^2-8a}=1$

3) $3x=5a-2\sqrt{x^2+10ab+5b^2}$

4) $x+\sqrt{2ax+x^2}=a$

5) $a^2=nx+n\sqrt{x^2+a^2}$

6) $\sqrt{x}+\sqrt{a-x}=\sqrt{a}$

7) $\sqrt{x-m}+\sqrt{x-n}=\sqrt{n-m}$

8) $\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b}=\sqrt{a+b}$

9) $\sqrt{a^2-x}+\sqrt{b^2+x}=a+b$

10) $\sqrt{\frac{a^2}{x^2}+n^2}-\sqrt{\frac{a^2}{x^2}-n^2}=n$

11) $\sqrt{ax+2ab}+\sqrt{ax+b^2}=2a+b$

12) $\sqrt{x^2+3a^2}-\sqrt{x^2-3a^2}=2x\sqrt{a}$

13) $\sqrt{a+x}+\sqrt{2a+x}=\frac{a}{\sqrt{a+x}}$

14) $\sqrt{a+\sqrt{x}}-\sqrt{a-\sqrt{x}}=\sqrt{a}$

15) $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\frac{a}{x}$

16) $a-x+\sqrt{a^2-x\sqrt{x^2+a^2}}=0$

17) $\frac{1}{a}-\frac{1}{x}=\sqrt[4]{\frac{1}{a^2}-\sqrt{\frac{4}{a^2x^2}-\frac{7}{x^4}}}$

18) $\sqrt{1-a}\cdot\sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}=\sqrt{1+a}\cdot\sqrt[4]{\frac{1-x}{1+x}}$

667. Missugused reaalarvud võivad olla järgmiste juurvõrrandite lahenditeks?

1) $\sqrt{2x-15}=7$
2) $\sqrt{11-x}+2=9$
3) $\sqrt{2x+11}=5x+8$
4) $x+\sqrt{x+1}=11$
5) $\sqrt{x}+\sqrt{x-7}=7$
6) $\sqrt{x-5}+\sqrt{x}=5$
7) $\sqrt{x-7}-\sqrt{x-12}=1$
8) $\sqrt{11-x}+\sqrt{x-3}=4$
9) $\sqrt{x+5}-\sqrt{5-x}=0$
10) $\sqrt{5x-14}-\sqrt{10-x}=2$
11) $\sqrt{5-x}+7=\sqrt{x+60}$
12) $\sqrt{5-x}+3\sqrt{x}=5$

668. Võrrandeid lahendamata selgitada, miks järgmistel võrranditel puuduvad lahendid:

1) $\sqrt{x+1}+1=0$
2) $\sqrt{x^2+5}+7=0$
3) $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+5}=0$
4) $\sqrt{x-5}-\sqrt{4-x}=3$
5) $\sqrt{3x-7}-\sqrt{2-x}=1$
6) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3}+\sqrt{x+7}=\sqrt{x+5}$
7) $\sqrt{x^2+11}+\sqrt{x^2-4}=2$
8) $\sqrt{x^2-1}+\sqrt{5x+7}=3$
9) $\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}=5$
10) $\sqrt{x-1}-\sqrt{x^2+2x+5}=1$

§ 11. TEISE ASTME VÕRRANDISÜSTEEMID

Võrrandisüsteemide lahendamine

Lahendada võrrandisüsteemid (ülesanded **669** ja **670**):

669. 1) $\begin{cases} x^2=y \\ y=x+6 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x^2=4y \\ x+12=2y \end{cases}$
3) $\begin{cases} 3x-y^2=2y \\ 25-3x=3y+1 \end{cases}$
4) $\begin{cases} y^2-14x=22 \\ 2y-5=7x \end{cases}$
5) $\begin{cases} (x-y)(y-1)=2 \\ x+y=5 \end{cases}$
6) $\begin{cases} (x-2)(y+1)=1 \\ x-y=3 \end{cases}$
7) $\begin{cases} x^2+3y^2-4x-5y-8=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$
8) $\begin{cases} 3x^2+2y^2+x-4y=4 \\ 2x-y=2 \end{cases}$

670. 1) $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 \\ x + y = 8 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} u + v = -5 \\ uv = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 = 100 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} v + t = 5 \\ vt = -36 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 9 \\ xy = 20 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} m + n + mn = 11 \\ mn = 6 \end{cases}$

4) $\begin{cases} p + q = 33 \\ pq = 272 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} r + s + 6rs = 8 \\ 2rs = 2 \end{cases}$

671. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Leida korrutis xy ja vahe $x - y$, leidmata eraldi x ja y väärtusi.

672. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 21 \end{cases}$$

Leida $x^2 + y^2$, $x - y$ ja $x^2 - y^2$, leidmata eraldi x ja y väärtusi.

673. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ xy = 48 \end{cases}$$

Leida summa $x + y$ ja vahe $x - y$, leidmata eraldi x ja y väärtusi.

Lahendada võrrandisüsteemid (ülesanded **674—678**):

674. 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ x + y = 11 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ x + y = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 137 \\ x + y = 15 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 53 \\ x - y = 5 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 49 \\ x - y = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 153 \\ x - y = 9 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x^2 - 9y^2 = -11 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

675. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ xy=6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{4}{5} \\ u-v=4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{p}{q}+\frac{q}{p}=\frac{13}{6} \\ p+q=5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{m}{n}+\frac{n}{m}=\frac{10}{3} \\ 4m-7n=5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5 \\ \frac{1}{xy}=6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{1}{u^2}+\frac{1}{v^2}=\frac{1}{2} \\ u^2+v^2=8 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{3}{p+2}+\frac{2}{q-1}=2 \\ \frac{1}{p-2}=\frac{2}{q-5} \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{4}{m-1}+\frac{5}{n+1}=3 \\ \frac{3}{m+4}=\frac{2}{n} \end{cases}$

676. 1) $\begin{cases} x+2xy+y=27 \\ x-2xy+y=-13 \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy-x+y=1 \\ xy+x-y=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} yz+y+z=29 \\ yz-2(y+z)=2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2y^2+2z^2=5yz \\ 4y-4z=yz \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+xy=12 \\ xy-y^2=2 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2xy-y^2=15 \\ x^2+xy=36 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+xz+z=27 \\ \frac{x}{z}+\frac{z}{x}=2{,}5 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{z}=\frac{1}{3} \\ \frac{1}{x^2}-\frac{1}{z^2}=\frac{1}{4} \end{cases}$

677. 1) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=8 \\ \sqrt{xy}=15 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ xy=4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \\ x:12=3:y \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y+\sqrt{xy}=21 \\ xy=36 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2{,}5 \\ x+y=10 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \sqrt{\frac{u}{v}}+\sqrt{\frac{v}{u}}=\frac{41}{20} \\ u+v=41 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+y-2\sqrt{xy}=4 \\ x+y=10 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \sqrt{p}-\sqrt{q}=2\sqrt{pq} \\ p+q=20 \end{cases}$

678. 1) $\begin{cases} x+y=a \\ xy=-2a^2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=4a \\ xy=4a^2-b^2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=5a^2 \\ x+y=3a \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2-y^2=4ab \\ x+y=2b \end{cases}$

5) $\begin{cases} xy=m \\ \frac{x}{y}=n \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{x-y}{a+1}=a \\ x-y^2=0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1 \\ \frac{m}{x}+\frac{n}{y}=4 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{x+a}{a}-\frac{y+a}{y}=1 \\ \frac{y+a}{a}-\frac{x+a}{x}=0{,}5 \end{cases}$

679. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2+y^2=58 \\ xy=21 \end{cases}$$

ja selle üks lahend: $x=7$, $y=3$. Leida antud lahendi järgi selle võrrandisüsteemi kõik lahendid.

680. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} 12x^2+13xy+5y^2=58 \\ 7x^2-15xy+14y^2=33 \end{cases}$$

ja selle üks lahend: $x=1$, $y=2$. Leida antud lahendi järgi sellele süsteemile veel üks lahend.

Lahendada võrrandisüsteemid (ülesanded **681—684**):

681. 1) $\begin{cases} x+y^2=7 \\ xy^2=12 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y=23 \\ x^2y=-50 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=15 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=6 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+y^2=50 \\ xy=-7 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=-15 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x^2-y^2=7 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2+y^2=26 \\ x^2-y^2=24 \end{cases}$

682. 1) $\begin{cases} x^2-2y^2=-1 \\ 3xy+7y^2=1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-2xy-y^2=2 \\ xy+y^2=4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} u^2-3uv+v^2=-1 \\ 3u^2-uv+3v^2=13 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5u^2-6uv+5v^2=29 \\ 7u^2-8uv+7u^2=43 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^3+y^3=35 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^3-y^3=-215 \\ x^2+xy+y^2=43 \end{cases}$

7) $\begin{cases} u^3-v^3=218 \\ u-v=2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} u^3+v^3=-135 \\ u+v=-7 \end{cases}$

683. 1) $\begin{cases} \frac{5x-y}{3}+\frac{3y-x}{5}=5\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}xy=9 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{x+2}{x}-\frac{y+1}{y}=\frac{1}{6} \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+6xy+9y^2=50(x+y) \\ \frac{x+3y}{x+y}=2{,}5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} (4x-8)(y-3)=4 \\ \frac{x-2}{2y-6}=0{,}5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ \frac{8x-3y}{x-1}=9 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2-y^2=24 \\ \frac{x-2y}{y+1}=1\frac{1}{2} \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2-y^2+15xy-15=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 5x^2+xy-y^2-5y=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$

684. 1) $\begin{cases} x^2-xy=a \\ y^2-xy=-2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+xy=a \\ y^2+xy=b \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{13a^2}{36} \\ xy=\frac{a^2}{6} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2+4b^2 \\ xy=2ab \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y=a \\ xy=c \end{cases}$

6) $\begin{cases} x-y=m \\ xy=n \end{cases}$

7) $\begin{cases} x-\frac{1}{y}=a \\ y-\frac{1}{x}=a \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{c} \\ \frac{a^2}{x^2}-\frac{b^2}{y^2}=0 \end{cases}$

Leida kõige lihtsam võte järgmiste võrrandisüsteemide lahendamiseks (ülesanded **685—687**):

685. 1) $\begin{cases} x^2-y^2=24 \\ x+y=12 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3xy-2x-2y=2 \\ x+y=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y+6xy=8 \\ xy=2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} xy+x+y=29 \\ x^2y+xy^2=180 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{3} \end{cases}$

6) $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=24 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2+y^2=89 \\ x^2-y^2=39 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2+y^2=106 \\ xy=45 \end{cases}$

686. 1) $\begin{cases} 5\frac{x}{y}+3\frac{y}{x}=8 \\ xy=4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=45 \\ \frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{10}{3} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{25}{12} \\ x^2-y^2=7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y^2=52 \\ xy^2=147 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18 \\ xy+x^2+y^2=19 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2x^2-5xy+3x-2y=10 \\ 5xy-2x^2+7x-8y=10 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x^2+5xy-18y^2=0 \\ xy+y^2=12 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 9x^2-xy+2y^2+4x=28 \\ 6x^2-11xy+3y^2=0 \end{cases}$

687.* 1) $\begin{cases} x^2+y^2=2(xy+2) \\ x+y=6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+xy+y=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{5}{2}xy \\ x-y=\frac{1}{4}xy \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+xy-y^2=13 \\ x+y=4 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=84 \\ x+\sqrt{xy}+y=14 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{1}{4}\sqrt[3]{x^2+y^2}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{17}=0 \\ \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=6 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+y=72 \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^3+y^3=7 \\ xy(x+y)=-2 \end{cases}$

688.* Lahendada kolme tundmatuga võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=-2 \\ xz=24 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y=3 \\ z+y=2 \\ x^2+z^2=13 \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy=12 \\ xz=8 \\ yz=6 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x(y+z)=5 \\ y(x+z)=8 \\ z(x+y)=9 \end{cases}$

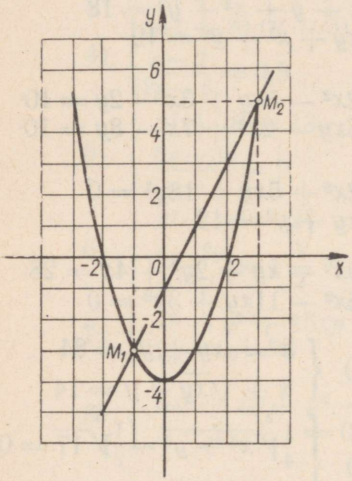
5) $\begin{cases} x\sqrt{y}=2 \\ x\sqrt{z}=3 \\ y\sqrt{z}=12 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x^2+z^2=34 \\ y^2+z^2=29 \end{cases}$

7) $\begin{cases} xy = 3 \\ xz = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x + y = z \\ y + z = 5 \\ xy + xz + yz = 11 \end{cases}$

9) $x^3 + y^3 + z^3 = x^2 + y^2 + z^2 = x + y + z = 1$

Võrrandisüsteemide graafiline lahendamine



Joon. 16.

689. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 - y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

1) Joonestada ühes ja samas koordinaatteljestikus selle süsteemi võrrandite graafikud (joon. 16). Missugune joon on esimese võrrandi graafikuks? teise võrrandi graafikuks?

2) Kirjutada välja joonte lõikepunktide koordinaadid. Veenduda, et nii saadud x ja y väärtuste paarid rahuldavad mõlemat võrrandit.

3) Millest nähtub, et antud süsteemil on kaks lahendit?

4) Kontrollida saadud lahendeid, lahendades võrrandisüsteemi algebraliselt.

690. Lahendada graafiliselt ja algebraliselt võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 2 \\ y = x^2 + 2x - 1 \end{cases}$$

ja näidata, et sellel on kolm erinevat lahendit (joon. 17).

691. On antud võrrandisüsteem

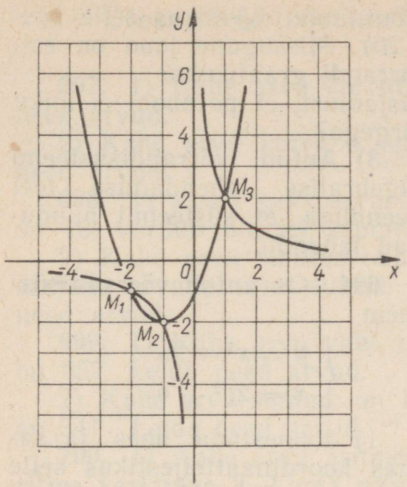
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = 3 \end{cases}$$

1) Joonestada ühes ja samas koordinaatteljestikus selle süsteemi võrrandite graafikud (joon. 18).

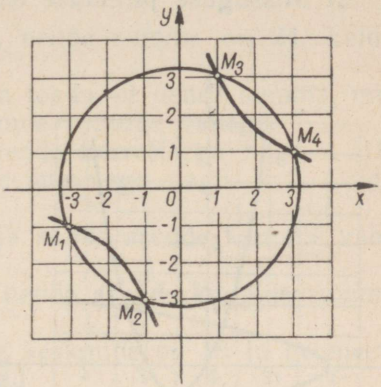
2) Mitu erinevat lahendit on sellel süsteemil?

3) Kuidas väljendub graafiliselt võrrandisüsteemi lahendite arv?

692. Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem



Joon. 17.



Joon. 18.

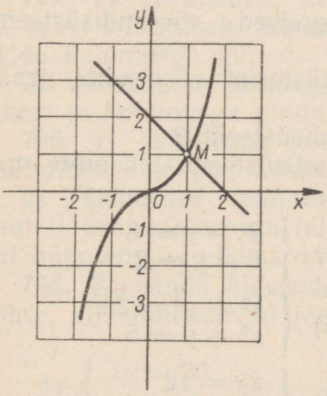
$$\begin{cases} y = x^3 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

ja näidata, et sellel on üks lahend (joon. 19).

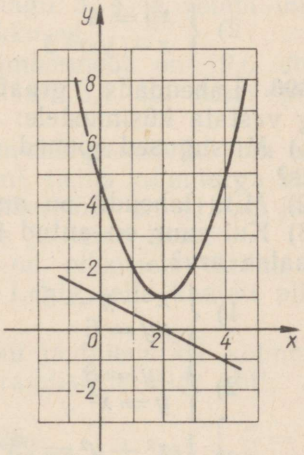
Missuguse raskusega põrkame kokku selle süsteemi algebralisel lahendamisel?

693. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 - y - 4x + 5 = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$



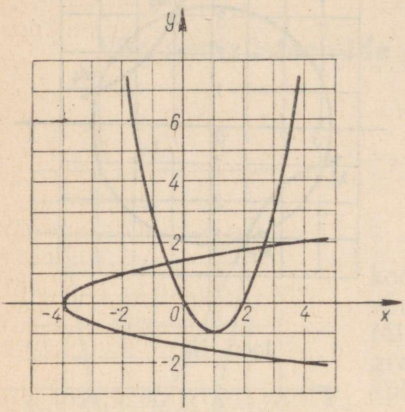
Joon. 19.



Joon. 20.

1) Joonestada ühes ja samas koordinaatteljestikus selle süsteemi võrrandite graafikud (joon. 20). Missugune joon on esimese võrrandi graafikuks? teise võrrandi graafikuks?

2) Missuguse järelduse teeme asjaolust, et parabool ei lõiku sirgega?



Joon. 21.

3) Antud võrrandisüsteemi algebralise lahendamise teel veenduda, et süsteemil puuduvad lahendid.

694. On antud võrrandisüsteem

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x = 2y^2 - 4 \end{cases}$$

1) Joonestada ühes ja samas koordinaatteljestikus selle süsteemi võrrandite graafikud (joon. 21), koostades kummagi võrrandi kohta x ja y väärtuste tabeli.

2) Lugeda graafikult süsteemi ligikaudsed lahendid.

3) Missuguse raskusega põrkame kokku antud süsteemi algebralisel lahendamisel?

695. Lahendada algebraliselt ja graafiliselt võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} xy = 6 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - y - 3x + 5 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y = 2x - 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

696. Lahendada graafiliselt järgmised võrrandisüsteemid ning vastata küsimustele:

1) Missugused jooned on antud süsteemi võrrandite graafikuiks?

2) Mitu lahendit on antud võrrandisüsteemil?

3) Kui suur on antud tüüpi võrrandisüsteemi lahendite maksimaalne arv?

1) $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy = 8 \\ y = x^2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y = 5 \end{cases}$

6) $\begin{cases} xy = 12 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

Ülesandeid võrrandisüsteemide koostamiseks

697. 1) Kahe arvu korrutis on 144, nende vahe on 7. Leida need arvud.

2) Kahe arvu korrutis on 135, nende summa on 24. Leida need arvud.

698. 1) Leida kaks arvu, kui on teada, et nende summa, mis on 10, võrdub ühtlasi samade arvude ruutude vahega.

2) Kahe arvu summa suhtub nende korrutisega nagu 4 : 15, samade arvude vahe suhtub nende summaga nagu 1 : 2. Leida need arvud.

699. 1) Kahe arvu vahe on 3 ja nende arvude kuupide vahe on 657. Leida need arvud.

2) Kahe arvu summa on 11 ja nende arvude kuupide summa on 341. Leida need arvud.

700. 1) Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 10 ja geomeetriline keskmine 8. Leida need arvud.

2) Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 29 ja geomeetriline keskmine 21. Leida need arvud.

701. 1) Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 14 cm ja hüpotenuus 10 cm. Leida kaatetite pikkused.

2) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 13 cm ja pindala 30 cm^2. Leida kaatetite pikkused.

702. 1) Ristkülikukujulise lillepeenra ümbermõõt on 10 m ja pindala 4,56 m^2. Leida lillepeenra laius.

2) Ristkülikukujulise plekitahvli ümbermõõt on 34 dm ja diagonaal 13 dm. Leida plekitahvli mõõtmed.

703. 1) Leida rombi diagonaalide pikkused, teades, et nende summa on 6,8 cm ja rombi külje pikkus on 2,6 cm.

2) Rombi diagonaalid suhtuvad nagu 3 : 4 ja rombi ümbermõõt on 6 m. Leida diagonaalide pikkused.

704. 1) Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 19,6 dm ja ta haar on alusele tõmmatud kõrgusest 3,6 dm võrra pikem. Leida kolmnurga küljed.

2) Võrdhaarse kolmnurga alus on kõrgusest 5,8 cm võrra pikem ja kolmnurga pindala on 4,2 cm^2. Leida kolmnurga küljed.

705. 1) Täisnurkse kolmnurga ümbermõõt on 41 cm ja üks kaatetitest 10,5 cm. Leida hüpotenuus ja teine kaatet.

2) Täisnurkse kolmnurga kaatet on pikkuselt võrdne teise kaateti projektsiooniga hüpotenuusil. Leida selle kaateti pikkus, kui hüpotenuusi pikkus on 1 m.

706. Koostada ülesandeid ristküliku ja täisnurkse kolmnurga kohta, mis lahenduvad järgmiste võrrandisüsteemide abil:

1) $\begin{cases} xy = 30 \\ x^2 + y^2 = 61 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 28 \\ 2(x + y) = 22 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ xy = 48 \end{cases}$

707. 1) Kui kahekohaline arv jagatakse tema numbrite summaga, siis saadakse jagatiseks 3 ja jäägiks 4. Kui aga sama arv jagatakse tema numbrite korrutisega, siis saadakse jagatiseks 2 ja jäägiks 5. Leida see arv.

2) Leida kahekohaline arv, mille jagatis oma ristsummaga on 6 ja mille jagamisel tema numbrite korrutisega saadakse jagatiseks 2 ja jäägiks 14.

708. Kaks töölist võivad koos töötades lõpetada töö 6 tunniga. Sama töö tegemiseks üksi kulub ühel töölisel 5 tundi rohkem aega kui teisel. Mitme tunniga jõuaks kumbki tööline selle töö teha üksi töötades?

709. Kaks töölist pidid koos tegema mingi töö. Pärast kuuepäevalist koostööd viidi üks tööline üle teise tsehhi, mistõttu teine pidi üksi töö lõpetamiseks veel 3 päeva töötama. Mitme päevaga oleks lõpetanud töö kumbki tööline üksi töötades, kui esimesel töölisel oleks selleks kulunud 6 päeva vähem aega kui teisel?

710. Kui põllu kündmisel oli üks traktor juba 6 tundi töötanud, tuli appi teine traktor. Pärast neljatunnilist koostööd oli põld üles küntud. Mitme tunniga oleks kündnud selle põllu kumbki traktor eraldi, kui esimesel traktoril oleks selleks kulunud 3 tundi rohkem aega kui teisel.

711. Raudtala mass on 90 kg, sellest 3 m võrra pikema puittala mass 80 kg. Leida kummagi tala jooksva meetri mass ja kummagi tala pikkus, kui raudtala jooksva meetri mass on 8 kg võrra suurem puittala jooksva meetri massist.

712. Jalgratturil kulub 60 km sõitmiseks 4 tundi rohkem aega kui autol. Kui jalgratturi kiirus suureneks 5 km/h võrra ja auto kiirus 10 km/h võrra, siis kuluks jalgratturil sama tee sõitmiseks ainult 2,5 tundi rohkem aega kui autol. Leida jalgratturi ja auto kiirus.

713. Kahe raudteejaama vaheline kaugus on 144 km. Reisirong läbib selle vahemaa ühe tunni võrra kiiremini kui kaubarong. Leida kummagi rongi keskmine kiirus, kui kaubarongi kiirus moodustab 75% reisirongi kiirusest.

714. Masinaehitustehases töötati välja uut tüüpi masinadetail, mille mass on endisest 60 kg võrra väiksem. Selle tulemusel saab nüüd 840 kg metallist valmistada 2 detaili rohkem kui enne 900 kg metallist. Kui suur on uut tüüpi detaili mass?

715. Tsehhil tuli tellimuse täitmiseks 15 päevaga valmistada teatav arv detaile. Kui tsehhis oleks olnud 5 töölist rohkem, kuid iga tööline oleks päevas teinud ühe detaili vähem, siis oleks selle tellimuse täitmiseks kulunud 16 päeva; kui aga tsehhis oleks olnud 8 töölist vähem, kuid iga tööline oleks päevas teinud ühe detaili rohkem, siis oleks tellimuse täitmiseks kulunud

20 päeva. Mitu töölist oli tsehhis ja mitu detaili pidi iga tööline päevas valmistama?

716. Seitsmetunnilise tööpäeva jooksul valmistas üks tööline 14 detaili rohkem kui teine. Pärast masinate täiustamist vähenes ühe detaili valmistamiseks kuluv aeg kummalgi töölisel 1 minuti võrra. Selle tulemusel valmistab esimene tööline kuuetunnilise tööpäeva jooksul 18 detaili rohkem kui teine. Mitu minutit kulub nüüd kummalgi töölisel ühe detaili valmistamiseks?

717. Keha liikus ühtlase kiirendusega (ilma algkiiruseta), ja kui ta oli liikunud 320 m, oli tema kiirus 16 m/s. Kui kaua ja kui suure kiirendusega liikus keha?

718. Rong väljus jaamast ja, liikudes ühtlase kiirendusega, saavutas 1,2 km pikkusel teel kiiruse 36 km/h. Leida rongi kiirendus ja hoovõtuaeg.

719.* Mingi töö tegemisest võtsid osa kaks töölist. Algul töötas esimene tööline $\frac{1}{3}$ sellest ajast, mis oleks kulunud teisel töölisel üksi selle töö tegemiseks, siis töötas teine $\frac{1}{3}$ sellest ajast, mis oleks kulunud esimesel üksi selle töö tegemiseks. Niiviisi oli $\frac{13}{18}$ kogu tööst tehtud. Kui palju aega oleks kummalgi töölisel üksi kulunud selle töö tegemiseks, kui on teada, et koos töötades oleks neil selleks kulunud 3 tundi 36 minutit?

720.* Punktidest A ja B, mille vaheline kaugus on 60 km, väljusid üheaegselt kaks autot, sõites mõlemad ühes ja samas suunas AB. Kui punktist A väljunud auto kiirust oleks suurendatud 10 km/h võrra ja punktist B väljunud auto kiirust 8 km/h võrra, siis oleks esimene auto teisele järele jõudnud täpselt samas kohas kus ennegi, ainult ühe tunni võrra varem. Leida kummagi auto kiirus.

721.* Täisnurkses kolmnurgas on hüpotenuusi pikkus c ja kaatetite summa s. Leida kaatetid.

722.* Ringjoonel, mille pikkus on c meetrit, liiguvad ühtlaselt ühes ja samas suunas kaks keha, millest üks teeb tiiru n sekundi võrra kiiremini kui teine. Leida kummagi keha joonkiirus, kui kehad kohtuvad iga t sekundi järel.

723.* Kaks erineva võimsusega traktorit jõuavad koos töötades kolhoosi põllu üles künda t päevaga. Kui poole põllust künnaks üles üks traktor ja teise poole seejärel teine, siis kuluks põllu üleskündmiseks k päeva. Mitme päevaga jõuaks selle põllu kumbki traktor üksinda üles künda?

724. Lahendada võrrandid:

1) $24x^4 - 54 = 0$
2) $15x^4 + 405x = 0$
3) $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$
4) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0$
5) $x^4 - a^2x^2 + b^4 = 0$
6) $\left(\frac{3}{x} + 5\right)(9x - 1) = 4(3 + 5x)$
7) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$
8) $x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 120 = 0$

725. 1) Leida võrrandis

$$x^3 - 2x^2 - x + k = 0$$

k nii, et võrrandi üks lahend oleks -1.

2) Leida võrrandis

$$x^4 - x^3 + mx^2 + nx - 6 = 0$$

m ja n nii, et $x_1 + x_2 = 3$ ja $x_1x_2 = 2$.

726. Lahendada võrrandid ja kontrollida lahendeid:

1) $\frac{x^4 + 4}{x^2 - 1} - 5 = \frac{5}{x^2 - 1}$

2) $\frac{x}{3x^2 - 3} - \frac{1}{x^3 + x} + \frac{2x^2}{3x - 3x^5} = 0$

3) $\frac{x^3}{a - b} - \frac{4a^2b^2}{ax - bx} = 2(a + b)x; \quad a \neq b$

727. Koostada võrrand, mille lahendid on võrrandi

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

lahendeist kaks korda suuremad.

728. Taandada murd:

$$\frac{a^4 - 6a^2 + 5}{a^3 - a^2 - 5a + 5}$$

729. Lahendada võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - y = 23 \\ x^2y = 50 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 233 \\ x - y = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ xy = 28 \end{cases}$

5) $\begin{cases} xy + x = 55 \\ xy + y = 60 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 105 \\ x - y = 7 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{13}{x-y} \\ xy = \frac{6}{x-y} \end{cases}$

8) $\begin{cases} x - y = 15 \\ \frac{xy}{2} = y^3 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2 - y + \sqrt{x^2 - y} = 20 \\ x^4 - y^2 = 544 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{1}{5}(x - y) \\ xy = 36 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x - y = d \\ x^2 - y^2 = c \end{cases}$

12) $\begin{cases} x + y = k \\ x^3 + y^3 = s \end{cases}$

730. Lahendada graafiliselt võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x^2 - y = 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + 2y - 1 = 0 \\ xy = 3 \end{cases}$

731.* Kolmnurga külgede mõõtarvudeks on kolm üksteisele järgnevat naturaalarvu. Kolmnurga pindala on 84. Leida kolmnurga küljed.

732.* Ringi sisse, mille raadius $R = 6$ cm, on tõmmatud kontsentriline ringjoon, nii et tekkinud rõnga pindala on kahe ringi pindalade geomeetriline keskmine. Leida teise ringi raadius.

§ 12. PROGRESSIOONID

Aritmeetiline progressioon

733. Määrata, missugune järgmistest arvujadadest moodustab aritmeetilise progressiooni:

1) 2; 5; 7; 10; 12 ...
2) 1; 9; 17; 25; 32 ...
3) 4; —1; —6; —11; —16 ...
4) —7; —4; 0; 3; 7 ...
5) 3; 9; 27; 34 ...
6) 0,9; 1,6; 2,3; 3 ...
7) 0,7; 0,77; 0,777; 0,7777 ...
8) 3; 181; 359; 537 ...

734. Kirjutada antud arvujada üldliikme valemi põhjal arvujada viis esimest liiget, võttes $n = 1; 2 \ldots$, ja määrata, kas saadud arvujada moodustab aritmeetilise progressiooni:

1) $a_n = 2n$

2) $a_n = 3n + 2$

3) $a_n = \frac{n}{n+1}$

4) $a_n = \frac{2n-4}{3}$

5) $a_n = 2^n - 3$

6) $a_n = n^2 + 4$

735. Leida aritmeetilise progressiooni vahe:

1) $a_1 = 2$ $a_8 = 37$

2) $a_1 = 15$ $a_9 = -17$

3) $a_5 = 6$ $a_{12} = 42$

4) $a_2 = \frac{41}{14}$ $a_5 = \frac{71}{14}$

5) $a_4 = 3200$ $a_9 = 530$

6) $a_5 = -141$ $a_8 = -312$

7) $a_3 = -0{,}8$ $a_9 = 2{,}8$

8) $a_2 = 3{,}7$ $a_7 = -2{,}3$

736. Leida aritmeetilise progressiooni viimane liige:

1) $a_1 = 4$ $d = 7$ $n = 12$

2) $a_1 = -6$ $d = 3$ $n = 17$

3) $a_1 = 26$ $d = -4$ $n = 9$

4) $a_1 = 3$ $d = -16$ $n = 11$

5) $a_1 = -2{,}8$ $d = \frac{2}{3}$ $n = 5$

6) $a_1 = 3\frac{1}{5}$ $d = 0{,}8$ $n = 18$

7) $a_1 = -724$ $d = 1{,}3$ $n = 397$

8) $a_1 = 643$ $d = -2\frac{1}{2}$ $n = 84$

737. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete summa:

1) $a_1 = 1$ $d = 5$ $n = 12$

2) $a_1 = -8$ $d = 3$ $n = 21$

3) $a_1 = 2{,}5$ $d = 0{,}7$ $n = 19$

4) $a_1 = -43$ $d = 17$ $n = 10$

5) $a_1 = -27{,}4$ $d = 3{,}8$ $n = 16$

6) $a_1 = 17$ $d = -5$ $n = 13$

7) $a_1 = 18\frac{2}{3}$ $d = -1\frac{4}{7}$ $n = 21$

8) $a_1 = -42$ $d = 3\frac{3}{5}$ $n = 22$

738. Järgmiste aritmeetiliste progressioonide puhul leida puuduvad suurused:

1) $a_1 = 2$ $d = 8$ $a_n = 50$ $n = ?$ $s = ?$

2) $a_1 = -41$ $d = 5$ $a_n = 34$ $n = ?$ $s = ?$

3) $a_1 = 9$ $n = 13$ $s = 373$ $d = ?$ $a_n = ?$

4)	$a_1 = 5$	$n = 8$	$s = -128$	$d = ?$	$a_n = ?$
5)	$a_n = -84$	$d = -6$	$n = 16$	$s = ?$	$a_1 = ?$
6)	$a_n = 316$	$d = 14$	$n = 38$	$s = ?$	$a_1 = ?$
7)	$s = 543$	$d = 31$	$n = 7$	$a_1 = ?$	$a_n = ?$
8)	$s = 213{,}2$	$d = 12{,}6$	$n = 9$	$a_1 = ?$	$a_n = ?$
9)	$a_1 = -12{,}4$	$a_n = 31$	$s = 139{,}5$	$n = ?$	$d = ?$
10)	$a_n = -16{,}6$	$d = -1\frac{2}{3}$	$s = -30{,}4$	$n = ?$	$a_1 = ?$

739. Leida kõigi naturaalarvude summa:
a) alates 1-st kuni 50-ni; b) alates 1-st kuni n-ini.

740. Leida kõigi paarisarvude summa vahemikus 1 kuni 200 (kaasa arvatud).

741. Leida kõigi paaritute arvude summa vahemikus 9 kuni 135 (kaasa arvatud).

742. Leida kõigi viiega jaguvate arvude summa vahemikus 1 kuni 100 (kaasa arvatud).

743. Asetada arvude 3 ja 81 vahele 12 arvu nii, et moodustuks aritmeetiline progressioon.

744. Aritmeetilise progressiooni kolmas liige on 2, kaheksas liige 17. Leida progressiooni vahe ja esimene liige.

745. Leida üheksaliikmelise aritmeetilise progressiooni summa, kui vahe on $2\frac{7}{8}$ ja viies liige $\frac{1}{2}$.

746. Lahendada võrrandid:
1) $1 + 7 + 13 + \ldots + x = 280$
2) $3 + 7 + 11 + \ldots + x = 171$

747. Leida esimese kahekümne niisuguse paaritu arvu summa, mis viiega jagades annavad jäägi 1.

Järgmiste aritmeetiliste progressioonide puhul arvutada antud suuruste põhjal nõutavad suurused (ülesanded **748** ja **749**):

748.	1)	$a_5 = 14$	$a_{12} = 49$	$s_{10} = ?$
	2)	$s_{11} = 369$	$a_5 = 41$	$s_6 = ?$
	3)	$s_4 = -5\frac{11}{15}$	$s_{10} = \frac{11}{3}$	$d = ?$
	4)	$s_7 = -8{,}4$	$d = 2{,}6$	$s_9 = ?$
749.	1)	$a_8 = 13$	$d = -17$	$s_{22} = ?$
	2)	$s_6 = 75$	$d = -1{,}64$	$a_{13} = ?$
	3)	$a_5 = -8$	$a_9 = -108$	$a_{17} = ?$
	4)	$s_8 = -92$	$s_3 = -43{,}5$	$a_5 = ?$

Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe (ülesanded **750** ja **751**):

750. 1) $a_2 + a_5 = 14$
$a_3 + a_7 = 8$

2) $a_4 + a_8 - a_5 = 15$
$a_1 + a_6 = 2$

3) $s_3 + s_5 = 119$
$a_4 + a_7 - a_2 = 25$

4) $a_7 - s_5 = 50$
$a_9 + a_1 + s_{13} + 10 = 0$

751. 1) $a_2 + a_4 = 14$
$a_2 \cdot a_4 = 13$
2) $a_2 + a_5 = 18$
$a_2^2 + a_5^2 = 234$
3) $a_3^3 - a_6^3 = 54$
$a_3 - a_6 = 6$
4) $a_4^2 + a_7^2 = 52$
$a_4 \cdot a_7 + 24 = 0$

752. Aritmeetilise progressiooni esimese kolme liikme summa on 16, esimese ja teise liikme korrutis aga $12\frac{4}{9}$. Kirjutada selle progressiooni kolm esimest liiget.

753. Asetada arvude 7 ja 31 vahele 5 arvu nii, et nad koos antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni.

754. Mitu lööki lööb kell ööpäeva jooksul, kui ta lööb ainult täistunnid alates 1-st kuni 12-ni? Kui ta lööb ka pooltunnid ühe löögiga? Kui ta lööb ka veerandtunnid — esimesel veerandil üks löök, teisel kaks lööki ja kolmandal kolm lööki?

755. Keha langeb tühjuses ühtlaselt kiirenevalt, esimeses sekundis 9,8 m ja igas järgmises sekundis 9,8 m võrra rohkem. Mitu meetrit langeb keha kaheksanda sekundi jooksul? Mitme sekundiga jõuab selliselt langev keha 1332,8 m kõrguselt maapinnale?

756. Mitme sekundiga jõuab 4410 m kõrguselt vabalt langev keha maapinnale?

757. Kui suure algkiirusega visati keha vertikaalselt üles, kui ta 6 sekundi pärast tagasi maapinnale jõudis?

758. Kosmoselaev lendab pärast starti esimeses sekundis 42 m, igas järgmises sekundis aga 280 m võrra rohkem. Leida kosmoselaeva lõppkiirus, kui on teada, et ta saavutab selle 26. sekundi lõpuks.

759. Kinos «Sputnik» on esimeses reas 8 kohta, igas järgmises reas aga kahe koha võrra rohkem. Teades, et viimases reas on 36 kohta, leida, mitu kinohuvilist võib rahuldada «Sputnik» ühe neljaseansilise õhtuga.

760. Kumera hulknurga kõige väiksem nurk on 120°, iga järgmine nurk aga 5° võrra suurem. Mitu nurka on sellel hulknurgal?

761. Teades, et Maa sisemuses tõuseb temperatuur iga 30,5 m kohta 1° C võrra, leida, kui sügav on puurauk, mille põhjas temperatuur on 38° C, kui maapinna temperatuur samas paigas on 17° C.

762. Leida, kui sügavale maakooresse tuleks tungida, et saavutada vee keemispunkt.

763. Eliitlehm «Rekord» andis esimesel aastal 2800 liitrit piima, kümne aasta kokkuvõttes aga 39 700 liitrit. Leida piimatoodangu iga-aastane juurdekasv.

764. Täisnurkse kolmnurga külgede pikkused moodustavad aritmeetilise progressiooni. Teades, et väikseim külg on 2,5 cm, leida selle kolmnurga pindala.

765. Jalgrattur sõitis tõusul, mille pikkus oli 0,49 km. Esimesed 10 m sõitis jalgrattur ühe sekundiga. Igas järgmises sekundis aga vähenes tema kiirus 0,1 m/s võrra. Leida, mitme sekundiga ületas jalgrattur tõusu.

766. Punktide A ja B vaheline kaugus on 270 m. Neist punktidest ühel ja samal ajal lähtudes liiguvad teineteisele vastu kaks keha. Esimene keha liigub igas sekundis 8 m, teine aga esimeses sekundis 30 m ja igas järgmises sekundis 2 m võrra vähem kui eelmises. Mitme sekundi pärast need kehad kohtuvad?

767. Rong väljub jaamast, liikudes esimeses sekundis 0,4 m, igas järgmises sekundis aga 1,2 m võrra rohkem kui eelmises. Leida, kui pika tee sõidab rong esimese minuti jooksul.

768. Palgid on asetatud virna nii, et esimese kihi palkide vahedesse on asetatud teise kihi palgid jne. Leida, mitu palki on virnas, kui alumises kihis on 18 palki, ülemises aga 1.

769. Maanteel liiguvad ühes ja samas suunas hobusõiduk ja auto. Hobusõiduk on autost 84 m võrra ees ja liigub ühtlaselt kiirusega 3 m/s. Auto liigub esimeses sekundis 8 m ja igas järgmises sekundis 0,1 m võrra vähem kui eelmises. Mitme sekundi pärast möödub auto hobusõidukist?

770. Tööline teenindab 18 automaatselt töötavat kudumismasinat, millest igaühe jõudlus on 24 meetrit tunnis. Tööline käivitab esimese masina kell 9, iga järgmise aga 5 minutit pärast eelmist. Kui palju riiet toodab tööline 4 tunniga?

Geomeetriline progressioon

771. Määrata, missugune järgmistest arvujadadest moodustab geomeetrilise progressiooni:

1) 2; 6; 18; 54 ...
2) —5; —15; 45; 135 ...
3) $\frac{1}{2}$; 2; —8; 16 ...
4) —8; 4; —2; 1 ...
5) 3,8; —7,6; 15,2; —30,4 ...
6) 24; 8; 4; 1 ...
7) 36; —12; 4; $-1\frac{1}{3}$ ...
8) 0,2; 0,32; 0,512 ...

772. Leida geomeetrilise progressiooni tegur:

1) $a_1 = 12$ $a_2 = 4$
2) $a_3 = -15$ $a_4 = 30$
3) $a_5 = \sqrt{3}$ $a_6 = 3$
4) $a_n = 1{,}6$ $a_{n+1} = 7{,}2$

773. Kirjutada järgmiste geomeetriliste progressioonide kolmele liikmele lisaks veel kolm liiget:

1) $-3;\ 6;\ -12$ 3) $0{,}16;\ 3{,}2;\ 64$

2) $\frac{3}{4};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{12}$ 4) $15;\ -6;\ 2{,}4$

774. Leida geomeetrilise progressiooni $5;\ 15;\ 45\ \ldots$ seitsmes liige.

775. Arvutada geomeetrilise progressiooni $68;\ 34;\ 17\ \ldots$ esimese viie liikme summa.

776. Leida progressiooni $-2;\ 1;\ -\frac{1}{2}\ \ldots$ kümne liikme summa.

777. Leida progressiooni $3\frac{1}{8};\ 1\frac{1}{4};\ \frac{1}{2}\ \ldots$ viie liikme summa.

778. Paigutada arvude 12 ja 6144 vahele kaks arvu nii, et nad koos antud arvudega moodustaksid geomeetrilise progressiooni.

779. Geomeetrilise progressiooni äärmised liikmed on 463 ja $-100{,}008$. Leida selle progressiooni kaks vahepealset liiget.

780. Paigutada arvude 3 ja 12288 vahele viis niisugust arvu, et tekiks geomeetriline progressioon.

781. Geomeetrilise progressiooni esimene liige on 6, teine aga 12. Leida selle progressiooni esimese viie liikme summa ja kümnes liige.

782. Leida geomeetrilise progressiooni viimane liige ja liikmete summa:

1) $a_1 = 2$ $q = 4$ $n = 5$

2) $a_1 = 6$ $q = 3$ $n = 8$

3) $a_1 = \frac{2}{3}$ $q = -1\frac{1}{6}$ $n = 4$

4) $a_1 = 2{,}5$ $q = 1{,}5$ $n = 5$

783. Leida geomeetrilise progressiooni esimene ja viimane liige:

1) $q = 2$ $n = 7$ $s = 635$

2) $q = \frac{2}{3}$ $n = 4$ $s = 65$

3) $q = 2$ $n = 6$ $s = 189$

4) $q = -\frac{1}{2}$ $n = 8$ $s = \frac{85}{16}$

784. Leida geomeetrilise progressiooni tegur ja viimane liige:

1) $a_1 = -1$ $n = 5$ $s = -121$

2) $a_1 = 2{,}25$ $n = 3$ $s = 8\frac{19}{100}$

3) $a_1 = 12$ $n = 4$ $s = 480$
4) $a_1 = 3$ $n = 6$ $s = -63$

785. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete arv ja liikmete summa:

1) $a_1 = 6$ $q = 4$ $a_n = 384$
2) $a_1 = 3584$ $q = \frac{1}{2}$ $a_n = 7$
3) $a_1 = 36$ $q = \frac{1}{3}$ $a_n = \frac{4}{81}$
4) $a_1 = 3{,}2$ $q = \frac{1}{4}$ $a_n = \frac{1}{20}$

786. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur:

1) $n = 4$ $a_4 = 96$ $s = 122{,}5$
2) $n = 6$ $a_6 = \frac{5}{8}$ $s = 74\frac{3}{8}$
3) $n = 6$ $a_6 = 974$ $s = 1456$
4) $n = 3$ $a_3 = 135$ $s = 195$

787. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur:

1) $a_1 + a_2 + a_3 = 31$, $a_1 + a_3 = 26$
2) $a_1 + a_2 + a_3 = 14$, $a_4 + a_5 + a_6 = 112$
3) $a_1 + a_3 = 52$, $a_2^2 = 100$
4) $a_2 + a_4 = 60$, $a_4^2 - a_2^2 - 2880 = 0$

788. Leida progressiooni $\frac{81}{8}; \frac{27}{4}; \frac{9}{2} \ldots$ üheksa liikme korrutis.

789. Asetada arvude 2 ja 1458 vahele viis arvu nii, et moodustuks geomeetriline progressioon.

790. Asetada arvude 7 ja 189 vahele kaks arvu nii, et moodustuks geomeetriline progressioon.

791. Geomeetrilise progressiooni teise ja viienda liikme summa on 42, nende liikmete korrutis aga —288. Leida selle progressiooni kuues liige ja esimese kolme liikme summa.

792. Leida sellise kahaneva geomeetrilise progressiooni kaheksas liige, mille esimese kolme liikme summa on 39, nende liikmete korrutis aga 729.

793. Geomeetrilise progressiooni teise ja neljanda liikme summa on 30, nende liikmete kuupide summa aga 14040. Leida selle progressiooni esimese viie liikme summa.

794. Kolm arvu, mille summa on 52, moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui keskmisele arvule liidame 8, saame aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

795. Aritmeetilise progressiooni 1., 4. ja 25. liikmeks on arvud, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni kolm esimest liiget. Leida need arvud, kui nende summa on 114.

796. Kolm arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni ning on aritmeetilise progressiooni 1., 4. ja 19. liikmeks. Leida need arvud, kui nende summa on 93.

797. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesteks liikmeteks on 1, nende teised liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni seitsmes liige on geomeetrilise progressiooni kolmandaks liikmeks. Leida need progressioonid.

798. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed. Aritmeetilise progressiooni teine liige on geomeetrilise progressiooni teisest liikmest kahe võrra väiksem, aritmeetilise progressiooni kuues liige võrdub aga geomeetrilise progressiooni kolmanda liikmega. Leida need progressioonid, kui geomeetrilise progressiooni esimene liige on 5.

799. Kolme arvu summa on 42 ja need arvud moodustavad kasvava geomeetrilise progressiooni. Kui esimesest arvust lahutame 2, teise arvu jätame muutmata ja kolmandast arvust lahutame 4, saame aritmeetilise progressiooni kolm esimest liiget. Leida antud geomeetrilise progressiooni seitsme esimese liikme summa.

800. Kasvava aritmeetilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 27. Kui esimesest liikmest lahutame 4, keskmise liikme jätame muutmata ja kolmanda liikmega liidame 16, saame kolm arvu, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida selle geomeetrilise progressiooni viies liige.

801. Aritmeetilise progressiooni teine liige on 14 ja kolmas liige 16. Koostada geomeetriline progressioon nii, et geomeetrilise progressiooni tegur oleks võrdne aritmeetilise progressiooni vahega ja et aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summad oleksid võrdsed.

802. Geomeetrilise progressiooni teine liige on aritmeetilise progressiooni esimeseks liikmeks ja geomeetrilise progressiooni kolmas liige on aritmeetilise progressiooni neljandaks liikmeks. Arvestades, et mõlemad progressioonid on kasvavad ning et aritmeetilise progressiooni teine liige on 20 ja on 5 korda suurem geomeetrilise progressiooni esimesest liikmest, leida need progressioonid.

803. Katsemajandis tehti kindlaks, et iga rukkitera annab aastas ligikaudu 21 elujõulist järglast. Leida, mitu tera võib saada ühest rukkiterast viiendal aastal? Viie aasta kohta kokku?

804. Teades, et kärbes muneb korraga umbes 200 muna ja et igast munast kooruv kärbes on võimeline omakorda munema 10 päeva pärast, leida, mitu järglast on viiel emakärbsel ühe kuu, s. o. 30 päeva pärast, kui iga kärbes muneb ühe korra.

805. Tsehhis on 45 töölist. On moodustatud kolm brigaadi nii, et tööliste arvud brigaadides moodustavad aritmeetilise

progressiooni. Kui teisest brigaadist viiakse kolm töölist muule tööle, siis moodustavad tööliste arvud brigaadides geomeetrilise progressiooni. Leida tööliste arv igas brigaadis.

Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon

806. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa:

1) $4;\ 2;\ 1\ \ldots$
2) $3;\ 1;\ \frac{1}{3}\ \ldots$
3) $6;\ 4;\ 2\frac{2}{3}\ \ldots$
4) $3;\ 2\frac{1}{2};\ 2\frac{1}{12}\ \ldots$
5) $2\frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{10}\ \ldots$
6) $3{,}6;\ 1{,}44;\ 0{,}576\ \ldots$
7) $\frac{2}{3};\ \frac{1}{2};\ \frac{3}{8}\ \ldots$
8) $1\frac{1}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{3}{8}\ \ldots$

807. Leida lõpmatu progressiooni summa:

1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots$
2) $28+7+1\frac{3}{4}+\frac{7}{16}+\ldots$
3) $-3+1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\ldots$
4) $2-\frac{4}{5}+\frac{8}{25}-\frac{16}{125}+\ldots$
5) $\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}+\ldots$
6) $5\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{1}{10}}+\ldots$
7) $2\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{4}{3}+\frac{4}{9}\sqrt{6}+\ldots$
8) $\sqrt{5}+\sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{\sqrt{5}}{2}+\ldots$

808. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, kui

a) progressiooni kolme liikme summa on $4\frac{2}{9}$ ja progressiooni summa on 6;

b) progressiooni nelja liikme summa on $7\frac{31}{32}$ ja progressiooni summa on 8;

c) progressiooni neljas liige on $\frac{27}{25}$ ja progressiooni summa on 12,5;

d) progressiooni teine liige on 3 ja progressiooni summa on 16.

809. Leida lõpmatult kahaneva progressiooni tegur, kui teine liige on 8 ja progressiooni summa on $42\frac{2}{3}$.

810. Leida lõpmatult kahaneva progressiooni liikmete summa, kui viies liige on $\frac{2}{9}$ ja tegur on $\frac{1}{3}$.

811. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summa on 12,5, progressiooni esimese ja teise liikme summa aga 12. Leida esimene liige ja tegur.

812. Võtame sirglõigu $AB = a$ ja poolitame selle punktis C, saadud lõigu AC poolitame punktis D, uue lõigu AD poolitame punktis E jne. Saame rea lõike AB, AC, AD, AE jne. Leida kõigi sel viisil saadud lõikude pikkuste summa. Lahendada ülesanne, kui

1) $AB = 1{,}5$ m 2) $AB = 3$ km

Missuguse osa antud lõigu pikkusest moodustab saadud summa?

813. Ruudu külg on 8 cm. Ruudu külgede keskpunktide ühendamise teel on saadud uus ruut, selle külgede keskpunktide ühendamise teel jälle uus ruut jne. Arvutada sel viisil saadud ruutude pindalade summa ja ümbermõõtude summa.

814. Võrdkülgsesse kolmnurka, mille külg on a, joonestatakse selle kolmnurga külgede poolitamise teel uus kolmnurk, saadud kolmnurga külgede poolitamise teel jälle uus kolmnurk jne. Leida sel viisil saadud kolmnurkade pindalade summa.

815. Ringi raadius on r. Joonestame raadiuse poolituspunkti keskpunktiks võttes uue ringi, mille raadius on pool eelmise ringi raadiusest, saadud ringi sisse samal viisil jälle uue ringi jne. Saame lõpmatu hulga ringe. Leida, missuguse osa moodustab iga järgmine ring eelmisest ringist? Arvutada saadud ringide pindalade summa ja ringjoonte pikkuste summa.

Kordamisülesandeid

816. Järgmiste aritmeetiliste progressioonide puhul leida puuduvad suurused:

1)	$a_1 = 5$	$d = 3$	$a_8 = ?$	$s_6 = ?$
2)	$a_5 = 12$	$a_6 = 16$	$a_1 = ?$	$s_{10} = ?$
3)	$a_2 = -2$	$s_5 = -2\frac{1}{2}$	$a_1 = ?$	$d = ?$
4)	$a_3 = 14$	$d = -6$	$a_7 = ?$	$s_7 = ?$

817. Aritmeetilise progressiooni teise ja kuuenda liikme summa on 8, nende liikmete korrutis aga —20. Leida progressiooni esimene liige ja esimese kaheksa liikme summa.

818. Leida aritmeetilise progressiooni esimese kahekümne liikme summa, kui kuuenda, üheksanda, kaheteistkümnenda ja viieteistkümnenda liikme summa on 20.

819. Auto suundus linnast A linna B, sõites kiirusega 60 km/h. Kolm tundi hiljem väljus linnast A samas suunas teine auto, mis jõudis esimesele autole 360. kilomeetril järele. Leida teise auto kiirus ja aeg, mis kulus esimesel autol 360 km sõitmiseks.

820. Aritmeetilisel progressioonil on 8 liiget. Paaritutel kohtadel olevate liikmete summa on 66, paariskohtadel olevate liikmete summa aga 68. Leida progressiooni esimene liige ja progressiooni vahe.

821. Järgmiste geomeetriliste progressioonide puhul leida puuduvad suurused:

1)	$a_1 = -2$	$a_6 = 496$	$q = ?$	$s_5 = ?$
2)	$a_2 = 12$	$a_4 = 192$	$a_1 = ?$	$q = ?$
3)	$q = 3$	$s_4 = 33\frac{1}{3}$	$a_1 = ?$	$a_5 = ?$
4)	$a_2 = 3$	$s_4 = 93\frac{3}{5}$	$a_1 = ?$	$s_6 = ?$

822. Geomeetrilise progressiooni esimene liige on 768 ja viimane liige on neljandast liikmest 4 korda väiksem. Leida progressiooni liikmete summa, kui progressioonil on 6 liiget.

823. 50 dm^3 suurune nõu on täidetud 80°-lise piiritusega. Leida, kui palju jääb nõusse puhast piiritust, kui sealt 20 korda võetakse ära 1 dm^3 vedelikku ja see asendatakse iga kord 1 dm^3 puhta veega.

824. Risttahuka mõõtmed moodustavad geomeetrilise progressiooni. Risttahuka ruumala on 512 cm^3 ja diagonaal on $2\sqrt{273}$. Leida risttahuka mõõtmed.

825. Aritmeetilisel ja geomeetrilisel progressioonil on kummalgi 4 liiget. Kui geomeetrilise progressiooni igast liikmest lahutame aritmeetilise progressiooni vastavad liikmed (esimesest esimese, teisest teise jne.), siis saame arvud 1, 5, 19 ja 53. Leida progressioonid.

826. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa:

1) $10 + 3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{9} + \ldots$

2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$

3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\ldots$

4) $\sqrt{0{,}2}+\sqrt{\frac{1}{125}}+\frac{1}{25}\sqrt{\frac{1}{5}}+\ldots$

827. Rombi diagonaalid on 24 cm ja 10 cm. Rombi pooldiagonaalide poolituspunkte ühendades saame uue rombi, selle pooldiagonaalide poolituspunkte ühendades veel ühe rombi jne. Leida nende rombide pindalade summa.

§ 13. ASTME MÕISTE ÜLDISTAMINE

Astendaja 0. Negatiivne astendaja

Arvutada (ülesanded 828—833):

828. 1) 5^0; 2^{-2}; 3^{-1}; 4^{-3}; 1^{-7}

2) $\left(\frac{4}{7}\right)^0$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$; $\left(\frac{4}{7}\right)^{-2}$; $0{,}2^{-3}$

3) $(-3)^{-2}$; $(-2)^{-1}$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}$; -1^{-4}

4) -7^0; -6^{-2}; $-1{,}2^{-2}$; $(-1)^{-5}$

829. 1) $2^{-2}+4^{-1}-2^{-3}-8^{-1}$

2) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}-(-3)^{-1}+\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}-2{,}7^0$

830. 1) $9\cdot 3^{-2}$; $4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; $64\cdot 2^{-5}$

2) $1{,}2^{-1}\cdot 6^{-2}$; $0{,}3^{-2}\cdot 10^{-3}$; $0{,}2^{-3}\cdot 5^{-2}$; $0{,}7^{-1}\cdot\left(1\frac{3}{7}\right)^{-2}$

831. 1) $27\cdot 3^{-4}-0{,}2\cdot 0{,}3^{-1}+0{,}04\cdot 0{,}1^{-3}$

2) $125\cdot 5^{-4}+0{,}8\cdot 0{,}2^{-3}-5^{-1}\cdot 3{,}2^0$

832. 1) $(2\cdot 8^{-1}+\frac{1}{4}\cdot 5^0)^{-3}$

2) $[28\cdot 7^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot 14^{-1}]^{-1}$

3) $\dfrac{2^3\cdot 2^{-5}-4^{-2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^0}{1-3\cdot 2^{-3}}$

4) $\dfrac{6^{-1}+\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{9}{4}\right)^{-1}-6\cdot 3^{-3}}\cdot(10^0-2^{-1})^{-2}$

833. 1) $(20\cdot 0{,}1^{-4}-10\cdot 0{,}2^{-3})\cdot[4\cdot 5^{-3}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\cdot 5^{-3}\cdot 6^0]$

2) $\left\{\left[2-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}+2\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^0\right\}^{-3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$

834. Kasutades negatiivset astendajat, esitada murrud täisavaldise kujul:

1) $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{64}$ 2) 0,1; 0,001; 0,00001; 0,00000001

3) $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{625}$; $\frac{2}{243}$; $\frac{5}{128}$

4) 0,003; 0,0006; 0,000027; 0,00000328

835. 1) Vesiniku molekuli diameeter on 0,00000023 mm. Kirjutada see arv negatiivse astendaja abil lühemalt.

2) Gravitatsioonikonstant on 0,0000000667 $\frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{s}^2}$. Kirjutada see arv negatiivse astendaja abil lühemalt.

Kirjutada täisavaldise kujul (ülesanded **836—841**):

836. 1) $\frac{1}{a^2}$; $\frac{1}{x^3}$; $\frac{3}{x}$; $\frac{a}{b^3}$ 2) $\frac{2}{z^4}$; $\frac{a^2}{b^2}$; $\frac{1}{x^n}$; $\frac{b^n}{a^m}$

837. 1) $5a^2 \cdot \frac{1}{b^3}$; $\frac{2x}{3y^7}$; $\frac{4}{(a-b)^3}$; $\frac{3ab}{2(a+b)^4}$

2) $3x \cdot \frac{1}{y^4}$; $\frac{6a}{5b^6}$; $\frac{3z}{4(x+y)^4}$; $\frac{1}{3(a+b)^2(a-b)^3}$

838. 1) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 2) $\frac{x+y}{x-y}$ 3) $\frac{\frac{1}{a^3}-\frac{1}{b^3}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}$ 4) $\frac{2}{\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^3}\right)^n}$

839. 1) $\frac{a}{b^{-2}}$ 2) $\frac{2x^3}{a^{-2}}$ 3) $\frac{1}{x^2y^{-3}}$ 4) $\frac{2a}{3x^{-2}y^{-3}z^2}$

840. 1) $\frac{2}{(p+q)^{-3}}$ 2) $\frac{5ab}{3(a-b)^{-1}}$ 3) $\frac{3^{-1}(x-y)^2}{4^{-2}y^{-3}(x+y)^{-3}}$

841. 1) $\frac{3}{p^{-n}q^{-m}}$ 2) $\frac{5}{3^{-2}a^{-m}b^{4n}c^{-3n}}$ 3) $\frac{4x^2}{5^{-1}(x-y)^{2n}(x+y)^{-3m}}$

Vabastada avaldised negatiivsetest astendajatest (ülesanded **842—844**):

842. 1) $\frac{3x^{-2}}{y}$ 2) $\frac{5a^{-2}}{b^{-3}}$ 3) $\frac{2p^{-2}q^{-1}}{3x^2y^{-5}}$ 4) $\frac{4^{-1}a^{-3}b^{-4}}{5^{-2}x^{-1}y^{-3}}$

843. 1) $\frac{1}{ab^{-2}c^{-3}}$ 2) $\frac{7^{-1}p^{-2}}{3q^3}$ 3) $\frac{3x^{-2}y^{-5}}{2^{-3}a^{-1}b^{-6}}$ 4) $\frac{a^{-n}b^{-3}}{x^{-2n}y^{-m}}$

844. 1) $\frac{2(a+b)}{3^{-1}(a-b)^{-1}}$ 2) $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-1}$ 3) $\frac{3x^2(x+y)^{-5}}{2^{-1}(x-y)^{-3}}$

Teostada tehted (ülesanded **845—853**):

845. 1) $3^{-2} \cdot 3^5$; $x^5 \cdot x^{-3}$; $a^3 : a^{-2}$; $m^{-4} : m^{-2}$

2) $2^{-1} \cdot 2^{-3}$; $x^3 \cdot x^{-3}$; $a^{-4} : a^4$; $m^5 : m^{-5}$

846. 1) $2a^{-2} \cdot 3a^4$; $4a^2b^{-1} \cdot 2a^{-5}b^3$; $\frac{2}{3}x^{-4}y^{-2} \cdot \frac{9}{4}xy^2$

2) $2x^{-1} \cdot 3x^{-2} \cdot 4x^3$; $3a^{-2} \cdot 3^3a^{-3} \cdot 3^5a^{-4}$; $a^{-n} \cdot a^{2n} \cdot a^{-m}$

847. 1) $12a^4b : 3a^{-1}b^{-2}$

2) $2^{-2}p^{-3}q^2 : 2^{-3}pq^{-3}$

3) $0{,}24x^{-1}y^{-3} : 0{,}6x^{-2}y^{-3}$

4) $\frac{1}{3}a^{n-1}b^{-2m} : 2a^{1-n}b^{-3m}$

848. 1) $2(a-1)^{-3} \cdot 3(1-a)^4$

2) $3(x-y)^{-1}(x+y)^{-3} : \frac{1}{2}(x-y)^{-1}(x+y)^{-4}$

849. 1) $(a^{-3} - a^{-2} + a^{-1}) \cdot a^4$
2) $(3x^{-4} + 2x^2 - 1) \cdot 4x^{-2}$
3) $(n^{-1} + n^{-2} - n^{-3}) : n^{-4}$
4) $(0{,}36z^5 - 0{,}4z^{-3} - 0{,}12z) : 0{,}4z^{-3}$

850. 1) $(3a^2x^{-3} - 2a^{-1}x) \cdot (3a^{-1}x^4 + 5a^3x^{-2})$
2) $(2a^{-2}b^{-1} + a^{-3}b^{-2}) \cdot (ab^2 - 3a^4b^{-1})$

851. 1) $(a^2 - b^2) : (a^{-1} - b^{-1})$
2) $(6z^2 + 4z^{-2} + 11) : (2z + z^{-1})$
3) $(x - x^{-1}y^2) : (1 + x^{-1}y)$

852. 1) $(-a^2)^{-2}$ 2) $\left(\frac{x^{-3}}{y^{-2}}\right)^{-2}$ 3) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-3}$ 4) $[(-3^{-2})^{-1}]^{-2}$

853. 1) $(a^{-2} - a^{-1})^2$ 2) $(x^{-2} - y^{-1}) \cdot (x^{-2} + y^{-1})$
3) $\left[(q^{-1} - p^{-1}) \cdot \left(\frac{x^0}{p} + \frac{y^0}{q}\right)\right] : \left[(pq^{-1} + qp^{-1}) \cdot \left(\frac{x^0}{p} - \frac{y^0}{q}\right)\right]$
4) $(a^2 + b^2)(a+b)^{-2} + (ab)^{-1}(a^0 + b^0)(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$

Murruline astendaja

Kirjutada juured murruliste astendajatega astmetena (ülesanded **854—856**):

854. 1) $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[4]{z^3}$; $\sqrt[5]{x^4}$
2) $\sqrt{a^3}$; $\sqrt[3]{2^4}$; $\sqrt[n]{z^3}$; $\sqrt[n]{a}$

855. 1) $\sqrt{a^{-1}}$; $\sqrt[3]{5^{-2}}$; $\sqrt[4]{z^{-5}}$; $\sqrt[n]{a^{m+1}}$
2) $\sqrt{a-b}$; $\sqrt[3]{(a+b)^2}$; $\sqrt[5]{(x-y)^{-4}}$; $\sqrt[6]{(a+1)^{-5}}$

856. 1) $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}$ 3) $\sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
2) $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a^m} + \sqrt[n]{b^m}}$ 4) $\frac{\sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}}}{\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}}}$

Kirjutada murruliste astendajatega astmed juurtena (ülesanded **857—860**):

857. 1) $2^{\frac{1}{2}}$; $5^{\frac{2}{3}}$; $a^{\frac{1}{3}}$; $x^{\frac{4}{5}}$
2) $3^{\frac{2}{5}}$; $z^{\frac{n}{2}}$; $x^{\frac{1}{n}}$; $a^{\frac{m-1}{n}}$
3) $5^{-\frac{2}{3}}$; $a^{-\frac{1}{2}}$; $z^{-\frac{n}{2}}$; $x^{-\frac{1}{n}}$

858. 1) $5^{0{,}25}$; $a^{0{,}4}$; $b^{-0{,}75}$; $x^{-0{,}3}$
2) $7^{2{,}5}$; $a^{1{,}25}$; $z^{-2{,}2}$; $y^{-3{,}5}$

859. 1) $(a+b)^{\frac{1}{2}}$ 2) $(1-x^2)^{\frac{2}{3}}$ 3) $(m^2+n^2)^{0,8}$

4) $(x^2+y^2)^{-0,2}$ 5) $(a+b)^{-\frac{1}{n}}$

860. 1) $\left(3^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 3) $\left(a^{\frac{1}{n}}+b^{-\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}}$

2) $\left(x^{\frac{m}{n}}+y^{\frac{n}{m}}\right)^{\frac{2}{3}}$ 4) $\left(p^{\frac{2}{n+1}}-q^{\frac{2}{n-1}}\right)^{-0,4}$

Arvutada (ülesanded **861**—**865**):

861. 1) $9^{\frac{1}{2}}$; $8^{\frac{1}{3}}$; $16^{\frac{1}{4}}$; $27^{\frac{2}{3}}$

2) $8^{\frac{2}{3}}$; $81^{\frac{3}{4}}$; $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$; $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$

862. 1) $4^{-\frac{1}{2}}$; $27^{-\frac{1}{3}}$; $64^{-\frac{2}{3}}$; $1^{-\frac{5}{7}}$

2) $(-125)^{-\frac{1}{3}}$; $-16^{-\frac{3}{4}}$; $\left(\frac{25}{36}\right)^{-\frac{1}{2}}$; $\left(-\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$

863. 1) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$; $\left(1\frac{7}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$; $0{,}01^{\frac{1}{2}}$; $0{,}027^{-\frac{2}{3}}$

2) $0{,}64^{-0,5}$; $(-0{,}125)^{-\frac{1}{3}}$; $0{,}0001^{-0,75}$; $0{,}25^{-1,5}$

864. 1) $5^{-2}\cdot 0{,}01^{-\frac{1}{2}}$ 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\cdot 81^{-\frac{1}{4}}$ 3) $0{,}2^{-2}\cdot 0{,}04^{-0,5}$

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot 9^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

865. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-8^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{1}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$

2) $9^{-0,5}-8^{-1\frac{1}{3}}-0{,}25^{-1,5}+1{,}5^{-1}$

Teostada tehted (ülesanded **866** ja **867**):

866. 1) $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$; $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{4}}$; $x^{\frac{1}{3}}:x^{\frac{1}{6}}$; $z^{\frac{7}{6}}:z^{\frac{1}{3}}$

2) $a^{4\frac{7}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}$; $x^{-\frac{1}{6}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}$; $y^{\frac{1}{2}}:y^{-\frac{1}{2}}$; $z^{-\frac{3}{4}}:z^{\frac{1}{4}}$

3) $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{3}{4}}\cdot a^{-\frac{5}{4}}$ 4) $x^{\frac{1}{3}}\cdot y^{-\frac{1}{3}}\cdot x^{-4\frac{1}{2}}\cdot y^{4\frac{1}{2}}$

867. 1) $(x^2y^{-4})^{\frac{3}{4}}$ 3) $\left(\frac{4a^{-4}}{9b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$

2) $\left(25a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 4) $\left(\frac{27x^{-6}y^{3}z^{0}}{64a^{6}b^{-9}}\right)^{-\frac{1}{3}}$

Teostada tehted, asendades juured astmetega (ülesanded **868** ja **869**):

868. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}$; $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}$; $\sqrt{z}\cdot\sqrt[3]{z}\cdot\sqrt[4]{z}$

2) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}$; $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[6]{3}$; $\sqrt[3]{2a^2}\cdot\sqrt[5]{4a^4}$

3) $\sqrt[4]{a}:\sqrt[8]{a}$ 4) $\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[12]{2}}$ 5) $\dfrac{\sqrt[3]{5z^2}\cdot\sqrt[4]{25z}}{\sqrt[12]{125z^5}}$

869. 1) $\sqrt{5\sqrt{5}}$ 2) $(\sqrt{a\sqrt{a}})^2$ 3) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$

4) $\sqrt[3]{a\sqrt{b}}:\sqrt{a\sqrt[3]{b}}$ 5) $(\sqrt[3]{2a^2b})^2:\sqrt{2\sqrt[3]{2ab}}$

870. Teostada tehted:

1) $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2$ 2) $\left(a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}\right)^2$

3) $\left(3a^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}\right)\cdot\left(3a^{\frac{1}{2}}-b^{-\frac{1}{2}}\right)$

4) $\left(5x^2y^{-\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{4}}y\right)\cdot\left(5x^2y^{-\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{4}}y\right)$

Arvutada (ülesanded **871** ja **872**):

871. 1) $\sqrt[\frac{1}{2}]{3}$ 2) $\sqrt[\frac{3}{2}]{8}$ 3) $\sqrt[\frac{5}{2}]{32}$

4) $\sqrt[-\frac{1}{3}]{2}$ 5) $\sqrt[-\frac{2}{3}]{\frac{1}{4}}$ 6) $\sqrt[-\frac{4}{3}]{\frac{1}{16}}$

872. 1) $8^{\frac{2}{3}}-\left(-3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}-(-3)^{-1}-(-\sqrt{3})^{-2}+0{,}25^{-1}$

2) $\dfrac{1}{0{,}027^{-\frac{1}{3}}}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+16^{0{,}75}-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}+7{,}5^0$

3) $\dfrac{3^{-2}\cdot 81^{\frac{1}{2}}-\sqrt[-\frac{3}{2}]{\frac{1}{8}}\cdot 7^0}{3\cdot 2^{-1}+8^{\frac{1}{3}}}$

4) $\left[3\cdot 3^{-\frac{1}{2}}-\left(\sqrt[-2]{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\cdot\left[\sqrt[-4]{\frac{1}{9}}+\left(\sqrt[\frac{2}{3}]{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$

Lihtsustada (ülesanded **873** ja **874**):

873. 1) $\left[a^0+\dfrac{(a+x)^{-\frac{1}{2}}}{(a-x)^{-\frac{1}{2}}}\right]\cdot\left[b^0-\left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$

2) $\dfrac{\left(\frac{1}{4}a^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{a}{x}\right)^{-\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{3}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{2}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^3}$

3) $\dfrac{1\frac{1}{3}\,x^{1-0,5n}}{-a^0} : \dfrac{\sqrt[-3]{8^{-1}a^{1,5n-1}}}{1,5}$

4) $\left[\dfrac{\left(x^{\frac{1}{3}}-y^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}}{(x-y)^{-1}} - \dfrac{\left(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}}{(x+y)^{-1}}\right] \cdot \dfrac{2}{(xy)^{\frac{1}{3}}}$

5) $\left[(xy)^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} \cdot \left[\left(\dfrac{1}{xy}\right)^{-\frac{1}{2}} - \dfrac{xy}{x+\sqrt{xy}}\right] : \dfrac{x^{\frac{5}{4}}+(x^4y)^{\frac{1}{4}}}{x-y}$

6) $\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right) : \sqrt[\frac{2}{3}]{b^{-1}\cdot\sqrt[-2]{a}\cdot\sqrt[3]{b}} + \sqrt[\frac{1}{2}]{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{3}{8}}}$.

874.* 1) $\left[\dfrac{a^{-1}-a}{\left(a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}+a^0\right)\left(a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}-a^0\right)} + \dfrac{1}{a^{-\frac{1}{3}}}\right]^{-3}$

2) $\left(x^{-\frac{1}{2}}-x^{\frac{2}{3}}\right)^{-3} \cdot \sqrt[\frac{2}{3}]{x^{-1}-2x^{\frac{1}{6}}+x^{\frac{4}{3}}}$

§ 14. EKSPONENTFUNKTSIOONID JA -VÕRRANDID. LOGARITMID. LOGARITMVÕRRANDID

Eksponentfunktsioonid

875. a) Joonestada eksponentfunktsiooni $y = a^x$ graafikud järgmiste parameetri a väärtuste korral:

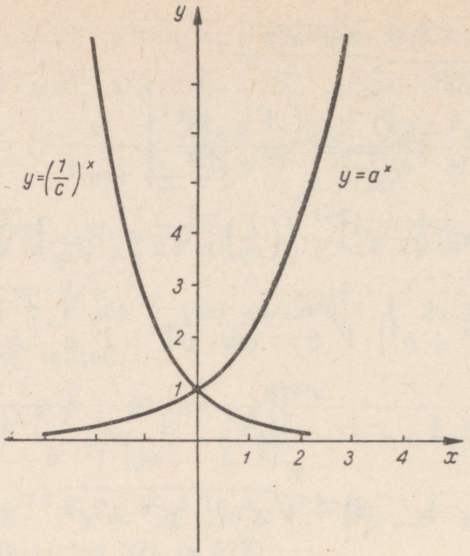
1) $y = 3^x$ 2) $y = 2^x$ 3) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Missugune ühine omadus on kõigil neil funktsioonidel? Missuguste parameetri a väärtuste korral alati argumendi x kasvamisel ka funktsiooni y väärtused kasvavad? Missuguste parameetri a väärtuste korral alati argumendi x kasvamisel funktsiooni y väärtused kahanevad?

Saadud graafikute abil määrata, missuguste x väärtuste korral

1) $1 = 3^x$; $9 = 3^x$; $\frac{1}{3} = 3^x$; $3 = 3^x$; $-3 = 3^x$
2) $2 = 2^x$; $1 = 2^x$; $4 = 2^x$; $8 = 2^x$; $-8 = 2^x$
3) $1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $0 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
4) $2 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $8 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $0 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

b) Joonisel 22 on antud eksponentfunktsiooni $y = a^x$ graafik.



Joon. 22.

Leides jooniselt argumendi x väärtustele (1; 2; —1 jne.) vastavad funktsiooni y väärtused, määrata parameetri a väärtus. Iseloomustada antud funktsiooni omadusi, tema kasvamist, kahanemist, lõikepunkte telgedega. Analoogiliselt iseloomustada graafikut $y=\left(\frac{1}{c}\right)^x$; argumendi sobivate väärtuste kaudu leida vastavad funktsiooni väärtused ja määrata parameetri c väärtus.

876. a) Joonestada funktsioonide

$$y=2^{-x},\quad y=4^{-x},\quad y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}\text{ ja }\quad y=\left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$$

graafikud.

b) Joonestada funktsioonide

$$y=-2^x,\quad y=-2^{-x},\quad y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x\text{ ja }\quad y=-\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$$

graafikud.

Eksponentvõrrandid

Lahendada eksponentvõrrandid (ülesanded **877—880**):

877. 1) $2^x=16$
2) $3^x=81$
3) $5^x=125$
4) $6^x-36=0$
5) $7^x=7$
6) $10^x=1$
7) $2^x=\frac{1}{8}$
8) $3^x=\frac{1}{27}$

9) $4^x = \frac{1}{64}$

10) $8^x - \frac{1}{512} = 0$

11) $10^x = 0{,}001$

12) $8^x = 0{,}125$

13) $2^{x-2} = 8$

14) $3^{2x+1} = 27$

15) $5^{\frac{x}{2}} - 25 = 0$

16) $6^{\frac{1}{2}x-1} = 6$

17) $4^{\frac{10x-2}{4}} - 16 = 0$

18) $10^{\frac{x+6}{x}} = 100$

878. 1) $3^{x+1} = \frac{1}{81}$

2) $2^{2x-2} - \frac{1}{64} = 0$

3) $10^{10-x} = \frac{1}{1000}$

4) $5^{4-x} = 0{,}04$

5) $6^{\frac{2-2x}{x}} = 1$

6) $4^x = 32$

7) $9^x - 27 = 0$

8) $8^{2x} = 32$

9) $4^{2+2x} - 8^2 = 0$

10) $9^{1-x} = \frac{1}{81}$

11) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$

12) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-x} = 27$

13) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1-x}{x}} - 32 = 0$

14) $\left(\frac{1}{16}\right)^{x-\frac{1}{2}} = \frac{1}{64}$

15) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-x-5}{x}} = \frac{1}{8}$

879. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{8}{27}$

2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x} - \frac{16}{9} = 0$

3) $\left(\frac{5}{4}\right)^{0{,}8x} = \frac{64}{125}$

4) $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

5) $3^x \cdot 3^2 = 27$

6) $2^x \cdot 2^{x+1} = 8$

7) $4^x \cdot 2^x = 64$

8) $27^x \cdot 3^x = 81$

880. 1) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\lg 4}{\lg 8}$

2) $4^{3x^2+2x} = 2^{6-x}$

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2-x} = \frac{256}{2-x}$

4) $2^{x^2-6x-\frac{5^2}{2}} = 16 \cdot \sqrt{2}$

5) $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0{,}25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$

6) $\sqrt[x]{16} = \sqrt{4^x}$

7) $\sqrt[2x+1]{x^5} = \sqrt[2x-1]{x^3}$

8) $10^{x^2-4x-42} = 1000$

9) $7^{x^2-5x+9} = 343$

10) $3^{(x^2+x-12)(4+x)} = 1$

881. Missugustel järgmistest eksponentvõrranditest puuduvad lahendid? Miks?

1) $2^x = -4$

2) $2^{-x} = -4$

3) $2^{-x} - 4 = 0$

4) $2^{-x} = 4^{-1}$

5) $3^x + 9 = 0$

6) $3^x = -27$

7) $3^x = 27^{-1}$

8) $5^{-x} = -25$

9) $5^x = -25$

10) $5^x = -\frac{1}{5}$

11) $5^x = -5$

12) $-6^x = -36$

882. Kas eespool rakendatud võtete abil on võimalik lahendada järgmisi eksponentvõrrandeid? Miks?

1) $3^x = 6$
2) $6^x = 24$
3) $4^{x-4} = 8$
4) $10^x = 200$
5) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 10$
6) $5^x = \frac{1}{10}$
7) $3^{2x} = 6$
8) $4^{-x} = 12$

Lahendada eksponentvõrrandid (ülesanded **883**—**887**):

883. 1) $x^x = 2^x$
2) $5^x = x^x$
3) $x^{2x} = 9^x$
4) $4^{3x} = x^{6x}$
5) $100^x = \left(\frac{1}{x}\right)^{-2x}$
6) $(3+x)^x = 9^x$
7) $(x-3)^{2x} = (4x^2)^x$
8) $x(10-x)^{x-1} = x^x$

884. 1) $(x-8)^{2x} = (4x^2)^x$
2) $\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{2}\right)^{-x}$
3) $(36x^2)^{\frac{1}{2}x} = (x+25)^x$
4) $\left(\frac{1}{x^2}\right)^x = (2x-12)^{-2x}$
5) $\left(1+\frac{2}{x}\right)^{-4} = \frac{1}{81}$
6) $\left(1-\frac{1}{x}\right)^6 - \frac{1}{64} = 0$

885. 1) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$
2) $3^{x^2-17x+63,5} = 27 \cdot \sqrt{3}$
3) $1000^x \cdot 0,1 = 100^x$
4) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \sqrt[x]{\left(\frac{4}{3}\right)^4} = \frac{9}{16}$
5) $\left(\frac{9}{4}\right)^x \left(\frac{8}{27}\right)^{x-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$
6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2-x} = \frac{256}{2^{2-x}}$
7) $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}} = 16 \cdot \sqrt{2}$
8) $2,5^{x+0,4} = 0,4^{x-2,5}$
9) $0,25^{2-\sqrt{5x+1}} = 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}}$
10) $\left(\frac{1}{a}\right)^x - \sqrt[7]{a^3} = 0$
11) $2^{x^2} = 0,25 \cdot 2^{2(4x+11)}$
12) $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{0,25}{2}\right)^{-x}$
13) $3^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} (3^{\sqrt{x}+3})^{\frac{1}{x-\sqrt{x}}} = 9$
14) $\sqrt[x-1]{8^{x+1}} \cdot \sqrt[x+1]{4^{x-1}} \cdot \sqrt[x^2-1]{2^{4x-5}} = 1$

15) $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^x} = \sqrt[3]{1{,}5^{11}}$

16) $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0{,}25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$

17) $0{,}125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{0{,}25}{2}\right)^{-x}$

18) $\sqrt[3x+3]{8^{25+11x}} \cdot \sqrt[5x+5]{4^{10{,}5-41x}} = \sqrt[x+1]{2^{28-5x}}$

19) $\sqrt[x^2-1]{a^3} \cdot \sqrt[2x-2]{a} \cdot \sqrt[4]{a^{-1}} = 1$

886. 1) $3^x + 2 \cdot 3^x = 27$

2) $2^{2x} + 4 \cdot 2^{2x} = 10$

3) $10 \cdot 5^{2-2x} - 6 \cdot 5^{2-2x} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$

4) $3^x + 3^{x+1} = 12$

5) $3^{2x} - 3^{2x+1} = -18$

6) $3^{x+2} - 3^x = 72$

7) $2 \cdot 3^{x+2} - 5 \cdot 3^{x-3} = 1443$

8) $2^{x-1} + 2^{x-2} = 3$

9) $2^{x-1} + 2^x = 12$

10) $2 \cdot 4^x + 4^{x-2} = 33$

887. 1) $5^{2x+2} - 2 \cdot 5^{2x-2} = 623$

2) $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$

3) $5^{x-1} + 5^{x-2} + 5^{x-3} = 155$

4) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1$

5) $2^{-2x-1} - 3 \cdot 2^{-2x+1} + 4 \cdot 2^{-2x-2} = -72$

6) $3^{x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{4-x}{2}} = 105$

7) $3^x \cdot 2^{x-1} - 3^{x-1} \cdot 2^x = 49$

8) $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}$

9) $2^{x^2+1} + 2 \cdot 2^{x^2+2} - 2^{x^2+3} = 32$

10) $3^{x^2-1} + 2 \cdot 3^{x^2+1} = 1728$

11) $2^{-x^2-1} + 2^{-x^2-2} + 2^{-x^2+1} = \frac{11}{64}$

888. Lahendada ruutvõrranditeks taanduvad eksponentvõrrandid:

1) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

2) $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$

3) $8 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$

4) $4^{2x} - 20 \cdot 2^{2x} + 2^6 = 0$

5) $9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 = 0$

6) $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$

7) $4^x + 2^{x+1} = 80$

8) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 0$

9) $2^x - 3 \cdot 2^{\frac{x-3}{2}} = 26$

10) $3 \cdot \sqrt[x]{81} - 10 \cdot \sqrt[x]{9} + 3 = 0$

11) $2^{2x^2} - 18 \cdot 2^{x^2} + 32 = 0$

12) $3^{2x^2} - (3 + \sqrt[4]{3}) \cdot 3^{x^2} + 3 \cdot \sqrt[4]{3} = 0$

13) $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-4} - 9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} + 2 = 0$

14) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x-10} - 244 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-5} + 243 = 0$

889. Tõestada, et $\left[\left(\sqrt[5]{27}\right)^{2,5-\frac{10}{3}}\right]^{2,5+\frac{10}{3}} = 3^{1,75}$.

Logaritmi definitsioon

890. Kuidas saab logaritmi definitsiooni põhjal kirjutada järgmisi avaldisi?

1) $\log_3 9 = 2$
2) $\log_2 8 = 3$
3) $\log_5 25 = 2$
4) $\log_3 27 = 3$
5) $\log_4 64 = 3$
6) $\lg 1000 = 3$
7) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$
8) $\log_3 \frac{1}{3} = -1$
9) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

891. Kirjutada järgmised avaldised logaritmi sümboli abil:

1) $10^2 = 100$
2) $5^3 = 125$
3) $3^4 = 81$
4) $10^0 = 1$
5) $6^2 = 36$
6) $3^4 = 81$
7) $5^0 = 1$
8) $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$
9) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

892. Leida arvude logaritmid:

1) $\log_2 4$
2) $\lg 1000$
3) $\log_3 3$
4) $\log_4 \frac{1}{64}$
5) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
6) $\log_3 27$
7) $\log_2 \frac{1}{2}$
8) $\lg \frac{1}{100}$
9) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}$
10) $\log_5 \frac{1}{25}$
11) $\log_2 16$
12) $\log_5 125$
13) $\log_3 \frac{1}{27}$
14) $\log_{\frac{1}{2}} 2$
15) $\log_{\frac{1}{6}} 36$

893. Leida arv, kui

1) $\log_2 x = 1$
2) $\log_3 x = 2$
3) $\log_{\frac{1}{4}\frac{1}{6}} x = -2$
4) $\log_{100} x = \frac{1}{2}$
5) $\log_{\frac{1}{6}\frac{1}{4}} x = \frac{1}{3}$
6) $\log_5 x = -2$
7) $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$
8) $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$
9) $\log_{16} x = -\frac{1}{2}$
10) $\log_{0,5} x = -1$
11) $\log_8 x = \frac{2}{3}$
12) $\log_6 x = -1$
13) $\log_{\frac{1}{8}} x = \frac{2}{3}$
14) $\log_{\frac{1}{4}} x = -\frac{1}{2}$
15) $\log_{16} x = -\frac{3}{4}$

894. Missugustel alustel on järgmiste arvude logaritmid?

1) $\log_x 27 = 3$
2) $\log_x 81 = 2$
3) $\log_x 81 = 4$
4) $\log_x 57 = 1$
5) $\log_x 10^6 = 6$
6) $\log_x 64 = 2$
7) $\log_x 64 = 6$
8) $\log_x 64 = 3$
9) $\log_x 64 = 1$
10) $\log_x 64 = 4$
11) $\log_x \frac{1}{125} = 3$
12) $\log_x \frac{1}{81} = -4$
13) $\log_x 8 = 0$
14) $\log_x (0{,}001 \cdot 10^{-4}) = 7$
15) $\log_{\frac{1}{x}} 27 = 3$

895. Leida otsitav x, kus see on võimalik:

1) $\log_2 x = 6$
2) $\log_x 4 = 2$
3) $\log_2 16 = x$
4) $\log_3 x = 2$
5) $\log_x 27 = 3$
6) $\log_3 9 = x$
7) $\log_6 x = 3$
8) $\log_x 32 = 5$
9) $\log_5 125 = x$
10) $\log_x 1000 = 3$
11) $\lg x = 7$
12) $\log_4 64 = x$
13) $\log_4 x = \frac{2}{7}$
14) $\log_x 5 = 2$
15) $\lg 50 = x$
16) $\log_5 x = 0{,}3$
17) $\log_x 10 = 4$
18) $\log_3 6 = x$

896. Täita tabelid, kus võimalik:

1) $\log_2 a = b$

a	4		32		1	$\frac{1}{8}$	2	0,25	64		24
b		3		1						$\frac{1}{4}$	

2) $\log_3 a = b$

a	6		27		81		9	$\frac{1}{9}$	1		30
b		2		1		$\frac{1}{2}$				3	

3) $\log_5 a = b$

a	5		125	$\frac{1}{25}$	1		25	0,2	625		50
b		2				4				3	

4) $\lg a = b$

a	10		1		1000	500	0,1		$\frac{1}{100}$		10^7
b		2		10				0		1	

897. Leida:

1) $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{49}$ 2) $\log_{49} \sqrt[3]{\frac{1}{7}}$ 3) $\log_{\frac{1}{4}\frac{1}{6}} \sqrt[5]{64}$

Logaritmide põhiomadused

898. Millega võrduvad järgmiste avaldiste logaritmid?

1) $x = 5ab$
2) $x = \frac{3ab}{5c}$
3) $x = a^2 \cdot b^2$
4) $x = \frac{7a^2b}{c^3d}$
5) $x = 4(c - d)$
6) $x = 2(c + d)^2$
7) $x = \frac{2a}{a^2 - b^2}$
8) $x = \frac{1}{(a-b)^2}$
9) $x = \sqrt{ab}$
10) $x = a\sqrt{b}$
11) $x = \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
12) $x = \sqrt[3]{a^2b}$
13) $x = b\sqrt[3]{a^2\sqrt{c}}$
14) $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b^2}}$
15) $x = \frac{\sqrt[4]{a^3b^2}}{a\sqrt[3]{a^2b}}$

899. Logaritmida:

1) $c = 2\pi r$
2) $V = abc$
3) $F = ma$
4) $Q = cm(t_2 - t_1)$
5) $I = \frac{U}{R}$
6) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

900. Leida järgmistest avaldistest S. Missugused tuntud valemid need on?

1) $\log S = \log a + \log h$
2) $\log S = \log a + \log h - \log 2$
3) $\log S = \log \frac{1}{2} + \log a + \log h$
4) $\log S = \log(a + b) + \log h - \log 2$
5) $\log S = \log \frac{1}{2} + \log(a + b) + \log h$

6) $\log S = \log v + \log t$
7) $\log S = \log A - \log F$
8) $\log S = 2 \log a$
9) $\log S = \log \pi + 2 \log r$
10) $\log S = \log a + 2 \log t - \log 2$

901. Leida x, kui

1) $\log x = \log 5 + \log c$
2) $\log x = \log 2 + 2 \log a$
3) $\log x = \log (a + b) - \log (a - b)$
4) $\log x = \frac{1}{3} \log a + \frac{1}{3} \log b$
5) $\log x = \frac{1}{2} \log a + 2 \log b$
6) $\log x = \frac{1}{2} \log c - \frac{1}{3} \log a$
7) $\log x = \log a + 2 \log c - \log 10$
8) $\log x = 2 \log a + 3 \log b - 4 \log c - \log 4$
9) $\log x = 2 \log 5 + \log 6 - \log 4 - 3 \log 7$
10) $\log x = \log a + \log (a - b)$
11) $\log x = \frac{1}{3} (2 \log c + \log a)$

902. Logaritmida:

1) $x = \sqrt[m]{a \sqrt[n]{b^5}}$
2) $x = \frac{10ab \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt{ab}}$
3) $x = \sqrt[3]{\frac{a^5 \sqrt{ab}}{b^2 \sqrt[3]{a^2 b}}}$
4) $x = \sqrt[3]{a^2} \frac{\sqrt{c \sqrt{d}}}{a^3}$
5) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{a \sqrt{c \sqrt{b}}}}$
6) $x = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{20 \sqrt{4 \sqrt{5}}}}{\sqrt[3]{20 \sqrt{5}}}}$
7) $x = \frac{a}{\sqrt{ab}} \sqrt[4]{\frac{1}{a^3 b}}$
8) $x = ab^5 \sqrt[3]{\frac{a^2}{\sqrt{b}}}$
9) $x = \frac{\sqrt{ab}}{ab^2} \sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}}$
10) $x = \sqrt[3]{\frac{a}{y} \sqrt{\frac{y^2}{a} \sqrt[4]{\frac{1}{a^2}}}}$
11) $x = \sqrt{\frac{ab^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[3]{ba^2} \cdot a^{\frac{1}{2}} b}}$
12) $x = \frac{\sqrt[3]{50 \sqrt{10 \sqrt[3]{5}}}}{\sqrt{50 \sqrt[3]{5 \sqrt{10}}}}$

903. Potentseerida:

1) $\log x = \frac{1}{n}(\log c + \frac{3}{m}\log a)$

2) $\log x = \frac{2}{n}\log b + \frac{1}{m}\log a$

3) $\log x = \frac{1}{7}[3\log a + \frac{3}{2}\log b - (\log c + 2\log e)]$

4) $\log x = \frac{1}{2}(0{,}5\log a + 3\log b + \frac{3}{5}\log c - 3\log d)$

5) $\log x = 4\log a + \frac{1}{2}[\log(a+b) + \frac{1}{3}\log(a-b) - \log a - \log b]$

6) $\log x = -\frac{1}{3}\log a + \frac{1}{6}[\log a - \frac{2}{3}\log a + \frac{2}{3}\log(a-b) - \frac{1}{2}\log(a-b)]$

7) $\log x = -2\log(a-b) + \frac{2}{7}[2\log c + \frac{1}{2}\log b - \frac{1}{2}(\log a - \log b) - \log c]$

8) $\log x = \log c - \frac{1}{2}(\log a - \log b) + \frac{1}{4}(-3\log a - \log b)$

9) $\log x = \frac{1}{3}[\log a - \log b + \frac{1}{2}(2\log b - \log a + \frac{1}{2}\log a)]$

10) $\log x = \frac{1}{3}[5\log c + \frac{1}{2}(\log a + \log b) - 2\log b - \frac{1}{3}(\log a + 2\log c)]$

11) $\log x = \frac{1}{3}(\log 40 + \frac{1}{2}\log 5 + \frac{1}{3}\log 8) - \frac{1}{2}(\log 40 + \frac{1}{3}\log 5 + \frac{1}{2}\log 8)$

12) $\log x = \frac{1}{2}[\log 60 + \frac{1}{3}\log 4 + \frac{1}{2}\log 5 - (\frac{1}{3}\log 60 + \frac{1}{2}\log 5)]$

904. Teades, et $\lg 2 = 0{,}3010$ ja $\lg 3 = 0{,}4771$, leida:

1) $\lg 6$ 4) $\lg 9$ 7) $\lg 18$

2) $\lg \frac{3}{2}$ 5) $\lg 12$ 8) $\lg 24$

3) $\lg 4$ 6) $\lg 16$ 9) $\lg 0{,}6$

905. On antud $\log 3 = a$ ja $\log 5 = b$. Leida:

1) $\log 15$ 3) $\log 75$ 5) $\log 8\frac{1}{3}$

2) $\log 45$ 4) $\log 1\frac{2}{3}$ 6) $\log 1\frac{4}{5}$

906. Millega võrdub $\log_a \frac{1}{A}$, kui $\log_a A = 2$?

907. On antud $\lg 2 = 0{,}3010$. Leida:
1) $\lg 50$ 2) $\lg 25$ 3) $\lg 200$ 4) $\lg 400$

908. $\log_a A - \log_a B = 6$. Leida:
1) $\log_a 2A - \log_a 2B$ 3) $\log_a (aA) - \log_a B$
2) $\log_a A^3 - \log_a B^3$ 4) $\log_a A^2 - \log_a (aB)^2$

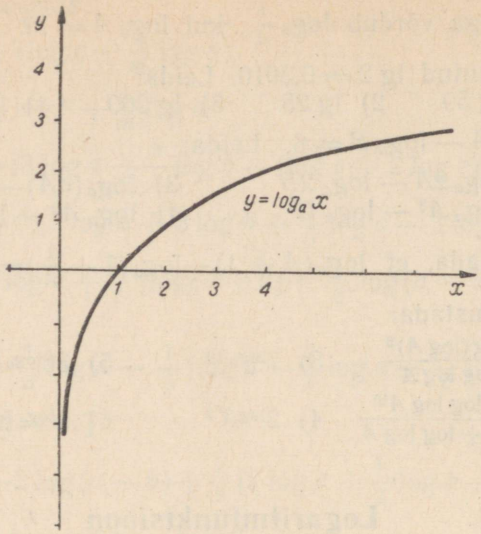
909. Tõestada, et $\log_a (A+1) - \log_a (1+\frac{1}{A}) = \log_a A$.

910. Lihtsustada:
1) $\frac{\log (\log A)^5}{\log \log A}$ 3) $7^{\log_7 10}$ 5) $36^{\log_6 2}$
2) $\frac{\log \log A^{10}}{1+\log \log A}$ 4) $2^{\log_2 \sqrt{2}}$ 6) $2^{\log_2 5+1}$

Logaritmfunktsioon

911. a) Koostada sobivalt valitud argumendi ja funktsiooni väärtuste tabel ning joonestada logaritmfunktsiooni $y = \log_a x$ graafikud järgmiste a väärtuste korral:
1) $y = \log_4 x$ 2) $y = \lg x$ 3) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 4) $y = \log_{\frac{1}{4\,0}} x$

Missugused ühised omadused on kõigil neil funktsioonidel?
Millest järeldub jooniselt, et negatiivsetel arvudel ei ole logaritme?
Missugused on märgilt kõigi ühest väiksemate arvude logaritmid ($0 < x < 1$) ühest suurema aluse ($a > 1$) korral? Ühest väiksema aluse ($0 < a < 1$) korral?
Missugused on märgilt kõigi ühest suuremate arvude logaritmid ($x > 1$) ühest suurema aluse ($a > 1$) korral? Ühest väiksema aluse ($0 < a < 1$) korral?
Missuguste funktsioonide (logaritmide) väärtused kasvavad argumendi kasvamisel?
Missuguste funktsioonide (logaritmide) väärtused kahanevad argumendi kasvamisel?
b) Joonisel 23 on antud logaritmfunktsiooni $y = \log_a x$ graafik. Leides jooniselt argumendi x sobivalt valitud väärtustele (näiteks 2; 4; $\frac{1}{2}$ jne.) vastavad funktsiooni y väärtused, määrata parameetri a väärtus. Lugeda graafikult, 1) missuguste arvude logaritmid on negatiivsed; 2) missuguste arvude logaritmid on positiivsed. Olles leidnud parameetri a väärtuse, joonestada graafik $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ ja iseloomustada tema omadusi.



Joon. 23.

912. Joonestada funktsioonide

$$y = \log_2 x, \quad y = -\log_2 x \quad \text{ja} \quad y = \log_2 \frac{1}{x}$$

graafikud. Võrrelda saadud tulemusi.

Kümnendlogaritmid

913. Leida kümnendlogaritmide väärtused:

1) $\lg 10$
2) $\lg 1000$
3) $\lg 10000000$
4) $\lg 10^{12}$
5) $\lg \frac{1}{10}$
6) $\lg \frac{1}{100}$
7) $\lg 0{,}001$
8) $\lg 0{,}000001$
9) $\lg \sqrt{10}$
10) $\lg \sqrt[4]{1000}$
11) $\lg \sqrt{\frac{1}{1000}}$
12) $\lg \sqrt[5]{10^3}$

914. 1) Missuguses vahemikus asetsevad arvude 1 kuni 10 logaritmid?

2) Missuguses vahemikus asetsevad arvude 10 kuni 100 logaritmid?

3) Missuguses vahemikus asetsevad arvude 100 kuni 1000 logaritmid?

4) Missuguses vahemikus asetsevad arvude 1000000 kuni 10000000 logaritmid?

915. Leida arvude logaritmid:

1) 4	11) 1006	21) 8,7	31) 207
2) 6	12) 5000	22) 17,1	32) 1,087
3) 9	13) 9795	23) 50,6	33) 90,5
4) 15	14) 10101	24) 200,0	34) 9,98
5) 46	15) 76036	25) 59,07	35) 29,91
6) 85	16) 890645	26) 3212	36) 502,69
7) 99	17) 457	27) 1,098	37) 206,9
8) 101	18) 39	28) 100,5	38) 10,08
9) 357	19) 4756	29) 19,32	39) 2,005
10) 980	20) 7	30) 3,033	40) 21,09

916. 1) Missuguses vahemikus on arvude 1 kuni 0,1 logaritmid täisnegatiivsel kujul? Kui suur on nende täisosa poolnegatiivsel kujul?

2) Missuguses vahemikus on arvude 0,1 kuni 0,01 logaritmid täisnegatiivsel kujul? Kui suur on nende täisosa poolnegatiivsel kujul?

3) Missuguses vahemikus on arvude 0,01 kuni 0,001 logaritmid täisnegatiivsel kujul? Kui suur on nende täisosa poolnegatiivsel kujul?

4) Missuguses vahemikus on arvude $\frac{1}{1000000}$ kuni $\frac{1}{10000000}$ logaritmid täisnegatiivsel kujul? Kui suur on nende täisosa poolnegatiivsel kujul?

917. Kirjutada antud täisnegatiivsed logaritmid poolnegatiivsel kujul:

1) $\lg A = -0{,}5671$	6) $\lg F = -5$
2) $\lg B = -2{,}0628$	7) $\lg G = -7{,}2918$
3) $\lg C = -1{,}5271$	8) $\lg K = -0{,}1001$
4) $\lg D = -0{,}0061$	9) $\lg L = -2{,}9999$
5) $\lg E = -3{,}0102$	10) $\lg M = -3{,}5$

918. Kirjutada antud poolnegatiivsed logaritmid täisnegatiivsel kujul:

1) $\lg A = \overline{2}{,}6417$	7) $\lg G = \overline{4}{,}1089$
2) $\lg B = \overline{1}{,}2069$	8) $\lg K = \overline{5}{,}7267$
3) $\lg C = \overline{6}{,}7128$	9) $\lg L = \overline{1}{,}0991$
4) $\lg D = \overline{3}{,}6009$	10) $\lg M = \overline{4}{,}1009$
5) $\lg E = \overline{1}{,}0008$	11) $\lg N = \overline{10}{,}101$
6) $\lg F = \overline{2}$	12) $\lg O = \overline{16}{,}1727$

919. Määrata arvude logaritmid poolnegatiivsel kujul:

1) 0,5
2) 0,9
3) 0,02
4) 0,07
5) 0,09
6) 0,002
7) 0,006
8) 0,008
9) 0,0003
10) 0,0005
11) 0,0007
12) 0,0009
13) 0,00001
14) 0,00004
15) 0,00008
16) 0,000002
17) 0,000005
18) 0,000008
19) 0,0000002
20) 0,00000009
21) 0,25
22) 0,036
23) 0,0091
24) 0,00021
25) 0,000072
26) 0,7231
27) 0,02547
28) 0,09627
29) 0,005248
30) 0,00006498

920. Kirjutada summad poolnegatiivsel kujul:

1) $-1+0{,}5721$
2) $-3+0{,}7061$
3) $-2+0{,}0749$
4) $-3+1{,}6208$
5) $-4+2{,}7856$
6) $-2+(-0{,}2671)$
7) $-1+(-0{,}9606)$
8) $-7+(-2{,}6079)$
9) $2+(-4{,}2035)$
10) $2+(-2{,}6708)$
11) $\overline{2},6054+(-1)$
12) $\overline{3},0706+(-2)$
13) $1{,}2035+(-3)$
14) $4{,}6089+(\overline{6})$
15) $\overline{5},6529+3$

921. Asetada arvupaaride vahele õigesti märk $=$, $<$ või $>$:

1) $-4{,}6761$ ja $\overline{5},4750$
2) $-2{,}3035$ ja $\overline{3},7929$
3) $-1{,}5650$ ja $\overline{2},5458$
4) $-6{,}2419$ ja $\overline{7},7581$
5) $-0{,}8118$ ja $\overline{1},1880$
6) $-0{,}1919$ ja $\overline{1},8080$

922. Teostada tehted:

1) $\overline{2},4657+3{,}4088$
2) $5{,}672+\overline{6},5472$
3) $\overline{1},0765+\overline{3},2568$
4) $\overline{4},6657+\overline{2},8675$
5) $\overline{2},2460+\overline{2},7621$
6) $\overline{2},2951+3{,}4567$
7) $\overline{5},5372+8{,}5679$
8) $\overline{10},5672-\overline{6},2567$
9) $\overline{7},6325-\overline{4},4623$
10) $\overline{5},2645-\overline{3},6578$
11) $\overline{2},9568-1{,}4736$
12) $\overline{4},3587-2{,}7583$
13) $5{,}687-6{,}3682$
14) $0{,}3199-3{,}4150$

923. Lahutada:

1) $\overline{7},0026-3{,}6483$
2) $\overline{2},3621-\overline{2},7667$
3) $0{,}0156-6{,}7549$
4) $0{,}2-\overline{6},4432$
5) $2-\overline{3},6745$
6) $6{,}7089-\overline{3},8784$
7) $\overline{2},2386-\overline{5},6573$
8) $9{,}5375-\overline{9},5625$
9) $\overline{4}-2{,}4385$
10) $0-\overline{2},2649$

924. Teostada tehted:

1) $\overline{2},2756 \cdot 2$
2) $\overline{1},8790 \cdot 3$
3) $\overline{2},0091 \cdot 4$
4) $\overline{6},7698 \cdot 4$
5) $\overline{3},5262 \cdot 3$
6) $\overline{2},8979 \cdot 10$
7) $\overline{1},6758 \cdot 20$
8) $\overline{3},7564 \cdot 100$
9) $\overline{2},5937 \cdot 35$
10) $\overline{1},11 \cdot 11$
11) $\overline{2},3215 \cdot (-2)$
12) $\overline{1},7458 \cdot (-3)$
13) $\overline{3},6249 : 3$
14) $\overline{6},4826 : 2$
15) $\overline{2},6108 : 2$
16) $\overline{1},5672 : 2$
17) $\overline{1},4369 : 3$
18) $\overline{7} : 6$
19) $-3 : 4$
20) $0 : 2$
21) $\overline{1},2632 : (-1)$
22) $\overline{5},1917 : (-2)$
23) $\overline{3},3436 : 10$
24) $\overline{2},4537 : 16$

925. Korrutada:

1) $\overline{2},2136 \cdot \frac{1}{2}$
2) $\overline{3},1638 \cdot \frac{1}{4}$
3) $\overline{5},2538 \cdot \frac{1}{7}$
4) $\overline{1},5368 \cdot \frac{2}{3}$
5) $\overline{3},4236 \cdot \frac{3}{4}$
6) $\overline{5},0717 \cdot \frac{3}{7}$
7) $\overline{2},8462 \cdot 0{,}75$
8) $\overline{6},0045 \cdot \frac{5}{7}$
9) $\overline{3},6037 \cdot 0{,}8$
10) $\overline{5},2648 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

926. Leida arvude logaritmid:

1) 32,5
2) 107,8
3) 9,8
4) 1,916
5) 0,002546
6) 200,7
7) 0,8009
8) 3008,9
9) 3,0107
10) 101,5
11) 0,99
12) 0,108
13) 908,1
14) 7,253
15) 10,07
16) 101,58
17) 2
18) 0,002007
19) 80,03
20) 1,5
21) 50
22) 0,15
23) 1,11
24) 0,2
25) 0,00102
26) 0,902
27) 7948
28) 200,52
29) 98,07
30) 500,59

927. Leida arvud, kui nende logaritmid on

1) 1
2) 2
3) -1
4) -4
5) 5
6) 3
7) 6
8) 0
9) -2
10) -5

11) 1,60
12) 2,45
13) 2,72
14) 0,56
15) $\overline{1},48$
16) $\overline{2},08$
17) 3,21
18) 0,10
19) 4,25
20) 1,18
21) 1,866
22) 2,547
23) 0,706
24) 3,428
25) $\overline{1},2658$
26) $\overline{2},0026$
27) 0,0017
28) $\overline{3},0506$
29) 1,001
30) $\overline{5},9068$

928. Leida arvud, kui

1) $\lg A = \overline{2},2364$
2) $\lg B = 4,1905$
3) $\lg C = \overline{5},1258$
4) $\lg E = \overline{1},2867$
5) $\lg F = 3,3856$
6) $\lg G = 0,2563$
7) $\lg H = 5,5555$
8) $\lg I = \overline{5},5555$
9) $\lg K = 7,2645$
10) $\lg L = 2,3626$

Logaritmide põhiomaduste rakendusi

Arvutada logaritmide abil (ülesanded **929** ja **930**):

929. 1) $2,417 \cdot 12,67$
2) $4,708 : 10,18$
3) $7,241^3$
4) $\sqrt{6714}$
5) $8,178 \cdot 25,17$
6) $9,419 : 5,68$
7) $3,17^5$
8) $\sqrt[3]{0,04219}$

930. 1) $\dfrac{61,17 \cdot 4,2018}{38,29}$

2) $\dfrac{121,4 \cdot 49,2^2}{67,18 \cdot 19,29}$

3) $\dfrac{12,7^2 \cdot 4,64}{7,24^3 \cdot 0,419}$

4) $6,7^2 \cdot \sqrt{7,208}$

5) $10,2 \cdot \sqrt[3]{41,5^2}$

6) $\sqrt[3]{\dfrac{72,4^2}{5,6 \cdot 7,2}}$

7) $\dfrac{2,65 \cdot \sqrt[4]{35,1^3 \cdot 1,9}}{6,91^2 \cdot \sqrt[3]{912}}$

8) $\dfrac{901,6 \cdot 49,5}{1003,3}$

9) $\dfrac{5,4^3 \cdot 12,91}{28,7 \cdot 17,6^2}$

10) $\dfrac{4,9^2 \cdot \sqrt{69,2}}{500,6 \cdot 0,98^3}$

11) $1,45^3 \cdot \sqrt[3]{4,92}$

12) $20,5^2 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{70,9}{2,7^2}}$

13) $\dfrac{1}{6,2^2} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{250,1^3 \cdot 7,4}{50,9^2}}$

14) $\dfrac{90,5 \cdot \sqrt[3]{2,07^2 \cdot \dfrac{1}{65,9}}}{0,78^3 \cdot \sqrt{200}}$

Arvutada x väärtused (ülesanded **931** ja **932**):

931. 1) $x = 48{,}352 \cdot \sqrt[3]{387 \cdot \sqrt{0{,}752}}$

2) $x = \sqrt[4]{\dfrac{21{,}6^2 \cdot \sqrt[3]{0{,}198}}{2{,}17^3}}$

3) $x = \sqrt[3]{\dfrac{84{,}1}{3{,}6^2}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{4{,}9^3}{0{,}17^2}}$

4) $x = \dfrac{47{,}3684 \cdot \sqrt[3]{0{,}784}}{23 \cdot \sqrt[4]{1{,}8732}}$

5) $x = \sqrt[5]{\dfrac{67{,}8^3}{9{,}2^2}} \cdot \dfrac{67{,}8}{\sqrt[4]{709{,}5^3}}$

6) $x = \sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{0{,}018^2} \cdot 2{,}8^3}{40{,}5^2 \cdot \sqrt{9{,}8}}}$

7) $x = \sqrt[7]{\dfrac{38{,}76^3 \cdot \sqrt{0{,}020043^3}}{17000 \cdot 0{,}001008^2}}$

8) $x = \dfrac{17{,}3 \cdot \sqrt[3]{387 \cdot \sqrt[3]{25000}}}{\sqrt[5]{0{,}78 \cdot 148}}$

932. 1) $x = \sqrt[5]{\dfrac{44{,}1 \cdot \sqrt[4]{3{,}786^3}}{5476 \cdot \sqrt[3]{0{,}0001005}}}$

2) $x = 91{,}8^2 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{4{,}89}{0{,}0017}} \cdot \dfrac{5{,}21^2}{\sqrt{709{,}5}}$

3) $x = \sqrt[4]{\dfrac{6{,}723^{3{,}2} \cdot \sqrt[3]{42{,}5^{2{,}7}}}{\left(\dfrac{1}{0{,}56}\right)^3 \cdot \sqrt{\dfrac{3{,}705}{140{,}2}}}}$

4) $x = \sqrt{100^{0{,}9} \cdot \dfrac{2{,}031^3 \cdot \sqrt[5]{0{,}05212^3}}{0{,}5908^3}}$

5) $x = \dfrac{1}{4{,}9^3} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{901{,}5^2}{\sqrt{0{,}000105}}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{5 \cdot 26{,}4}{30{,}9^2}}$

6) $x = \dfrac{70{,}25^2 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1{,}025^2}{4{,}705}}}{\sqrt[5]{\dfrac{3025{,}9^{0{,}6} \cdot \sqrt[3]{0{,}026}}{0{,}3021^{0{,}15} \cdot \sqrt{3{,}706}}}}$

933. Arvutada ositi logaritmides:

1) $x = \dfrac{56{,}31 + \sqrt[3]{725{,}6}}{0{,}6443}$

2) $x = \sqrt{15{,}813 + 73\sqrt[3]{140{,}7}}$

3) $x = \sqrt{\frac{4{,}231^3 \cdot \sqrt[4]{0{,}05894^5}}{0{,}8868^4} + 2000^{0{,}4}}$

4) $x = \sqrt{3000^{0{,}6} + \frac{5{,}023^4 \cdot \sqrt[3]{0{,}04812^4}}{0{,}2845^3}}$

5) $x = \sqrt{\frac{2{,}935^3 \cdot \sqrt[5]{0{,}08549^2}}{0{,}7789^3} + 1000^{0{,}8}}$

Lihtsustada logaritmimise teel (ülesanded **934** ja **935**):

934. 1) $x = \sqrt[4]{a^3\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}$

2) $x = \sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} \cdot \sqrt[4]{a^{\frac{3}{2}}}$

3) $x = \frac{\sqrt[15]{a^{11}\sqrt[3]{a^5}}}{\sqrt[5]{a^4\sqrt[3]{a^2}}}$

4) $x = \frac{\sqrt[6]{a^5\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}} \cdot \sqrt[4]{a^3\sqrt[3]{a^2}}}{a^2\sqrt[4]{a^3\sqrt[3]{a}}}$

5) $x = \sqrt[12]{c^5\sqrt[6]{c^5\sqrt[3]{c^2\sqrt{c}}}}$

6) $x = \sqrt[15]{c^{13}\sqrt[10]{c^9\sqrt{c}}}$

7) $x = \frac{c^4\sqrt[6]{c\sqrt[3]{c\sqrt{c}}}}{\sqrt[3]{c\sqrt[12]{c^5}}}$

8) $x = \frac{c\sqrt[4]{c\sqrt[3]{c^2}}}{\sqrt[3]{c^4\sqrt[4]{c}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{c^5\sqrt{c}}}{c}$

Näiteks 4): $\lg x = \frac{1}{6}(5\lg a + \frac{2}{3}\lg a + \frac{1}{6}\lg a) +$

$+ \frac{1}{4}(3\lg a + \frac{2}{3}\lg a) - 2\lg a - \frac{1}{4}(3\lg a + \frac{1}{3}\lg a) =$

$= \frac{1}{6}\cdot 5\frac{5}{6}\lg a + \frac{1}{4}\cdot 3\frac{2}{3}\lg a - 2\lg a - \frac{1}{4}\cdot 3\frac{1}{3}\lg a =$

$= 1\frac{1}{18}\lg a - 2\lg a = -\frac{17}{18}\lg a = \lg a^{-\frac{17}{18}};\quad x = a^{-\frac{17}{18}} = \frac{1}{\sqrt[18]{a^{17}}}$

935. 1) $x = 2\sqrt[5]{8\cdot\sqrt[3]{2\cdot 32}}$

2) $x = \sqrt[6]{\frac{1}{8}\cdot\sqrt[5]{32\cdot 64\cdot 2^3}}$

3) $x = \frac{4\cdot\sqrt[12]{\frac{1}{16}\cdot\sqrt[6]{2^5\cdot 4^2}}}{\sqrt[3]{32\cdot 2^3}}$

4) $x = \sqrt{32\cdot\sqrt[3]{32\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot 8^2}}$

5) $x = \sqrt[5]{4^3\cdot\sqrt{128}}\cdot\sqrt[10]{64\cdot 2}$

6) $x = \frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[12]{2^7\cdot 32\cdot\sqrt{64\cdot 2}}}{4\cdot\sqrt[4]{4^3\cdot 32^{\frac{1}{2}}\cdot 2^3}}$

Näiteks 6): $\lg x = \frac{1}{2}\lg 2 + \frac{1}{12}(7\lg 2 + \lg 32 + \frac{1}{2}\lg 64 +$

$+ \frac{1}{2}\lg 2) - \lg 4 - \frac{1}{4}(3\lg 4 + \frac{1}{2}\lg 32 + 3\lg 2) =$

$= \frac{1}{2}\lg 2 + \frac{1}{12}(7\lg 2 + 5\lg 2 + 3\lg 2 + \frac{1}{2}\lg 2) - 2\lg 2 -$

$- \frac{1}{4}(6\lg 2 + \frac{5}{2}\lg 2 + 3\lg 2) = -\frac{37}{12}\lg 2;$

$x = 2^{-\frac{37}{12}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{4}\frac{7}{2}}} = \frac{1}{8\cdot\sqrt[12]{2}}$

936. On antud $\lg 3{,}456 = 0{,}5386$. Näidata, et $\lg 34{,}56$, $\lg 3456$, $\lg 0{,}3456$ ja $\lg 0{,}003456$ erinevad sellest ainult täisosa poolest.

937. On antud $\lg 0{,}4567 = \bar{1}{,}6597$. Leida $\lg 45{,}67$, $\lg 0{,}00004567$, $\lg 4567$ ja $\lg 4{,}567$.

938. Arvutada tabeleid kasutamata:

1) $\lg 7 - \lg 0{,}7$
2) $\lg 26 - \lg 0{,}0026$
3) $\lg 67{,}21 - \lg 6721$
4) $\lg 0{,}02117 - \lg 21{,}17$

939. On antud $\lg 5 = 0{,}6990$. Leida $\lg 25$, $\lg 125$, $\lg \sqrt[3]{5}$, $\lg \sqrt[3]{5^2}$, $\lg \frac{1}{2}$, $\lg \frac{1}{4}$ ja $\lg \frac{1}{8}$.

940. Arvutada tabeleid kasutamata, kumb on suurem, kas $\lg 99^4 - \lg 9{,}9^4$ või $\lg 19 - \lg 0{,}00019$.

941. Arvutada tabeleid kasutamata:

1) $\lg \frac{1}{81} + \lg 81$
2) $\frac{1}{2} \lg \sqrt{6081} - \lg \sqrt[4]{60{,}81}$

Logaritmvõrrandid

Lahendada võrrandid (ülesanded **942**—**947**):

942. 1) $\log_2 x = \log_2 6$
2) $\log 2x = \log 50$
3) $\log_4 (x - 4) = \log_4 8$
4) $\lg x = \lg (2x - 1)$
5) $\log_5 (2x + 7) = \log_5 (4x - 7)$
6) $\log_3 x = 2 \log_3 4$
7) $2 \log_6 x = 3 \log_6 4$
8) $2 \lg (x - 1) = \lg 9$
9) $\frac{1}{2} \log_6 x = \log_6 2$
10) $\frac{1}{2} \lg x = \frac{1}{3} \lg 8$
11) $2 \log_4 (x + 1) = \log_4 (2x + 10)$
12) $2 \lg (x - 2) = \lg 36$

943. 1) $\lg x = \lg 6 + \lg 2$
2) $\log_3 2x = \log_3 7 + \log_3 4$
3) $\lg x = 3 \lg 5 + 2 \lg 2 - 3$
4) $\log \left(x - \frac{8}{9}\right) = 2 \log \frac{1}{6}$
5) $\log 3x = 3 \log 2 + \log 3$
6) $\frac{\lg 2x}{\lg (4x - 15)} = 2$

7) $\frac{\lg(\sqrt{x+1}+1)}{\sqrt[3]{\lg x-40}}=3$

8) $\frac{\lg(35-x^3)}{\lg(5-x)}=3$

944. 1) $\log_{x-1} 9=2$

2) $\log_{100} x=-1{,}5$

3) $\log_{100} x=\overline{1}{,}5$

4) $\log_{\frac{1}{4\,6}} x=\overline{1}{,}75$

5) $\log_{\frac{1}{4\,6}} x=\overline{1}{,}25$

6) $\log_x \frac{1}{2}=\overline{1}{,}5$

7) $\log_{\frac{1}{x}} 4=2$

8) $\log_x(x^2-2x+8)=2$

9) $\log_{x-1}(x^2-5x+10)=2$

10) $\log_x 3-\log_x 2=\frac{1}{2}$

945. 1) $\log_2 x^2-\log_2 x=4$

2) $\log_x \frac{1}{x}+\log_x(4x^2)=2$

3) $\lg(x^3-8)-\lg(x^2+2x+4)=1$

4) $\log(x+1)+\log(x-1)=\log 3$

5) $\log x=9\log 2-3\log 4$

6) $\log(5-x)+2\log\sqrt{3-x}=0$

7) $\lg\sqrt[3]{2^{x-1}}+\lg 1{,}25=1$

8) $\lg\left(5-\frac{x}{3}\right)+\lg 3=1$

9) $\lg\sqrt{75+5\sqrt[3]{x-1}}=1$

946. 1) $\log(64^{-1}\cdot\sqrt[24]{2^{x^2-25}})=0$

2) $\log(152+x^3)-3\log(x+2)=0$

3) $\lg(3x-11)+\lg(x-27)=3$

4) $\lg[3+2\lg(1+x)]=0$

5) $\log(5-x)+2\log\sqrt{3-x}=0$

6) $\log\left(2x-\frac{9}{4}\right)-\log x=\log(x-3)$

7) $\lg x+\lg x^2+\lg x^3=6$

8) $\log(4{,}5-x)=\log 4{,}5-\log x$

9) $\lg[3+2\lg(1+x)]=0$

10) $1-\lg 5=\frac{1}{3}\left(\lg\frac{1}{2}+\lg x+\frac{1}{3}\lg 5\right)$

11) $\log_3 x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\log_3 3$

12) $\log\sqrt{x-3}-\frac{1}{2}[\log(x-1)^2-\log(x+2)]=0$

13) $\log_9 x + \log_9 x^2 = \frac{\log_9 x}{\log_9 x^2}$

14) $\frac{\lg x}{1 - \lg 2} = 3$

15) $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$

16) $\frac{\lg(3 - 2x) - \lg 3}{\lg(1 - x)} = \frac{1}{2}$

17) $\log_2 \log_2 \log_2 x = 1$

18) $\frac{1}{2} \log_4 \log_2 \log_2 x = 1$

19) $\log_2 2 \log_4 \log_2 x = 0$

947. 1) $\log_2^2 x + 4 \log_2 x - 5 = 0$

2) $6 \log_{64}^2 x - 5 \log_{64} x + \log_{64} 64 = 0$

3) $\log_3^2 x + 2 \log_3 x = 0$

4) $\lg^2 x - 1 = 0$

5) $\log_6^2 x - 3 \log_6 x + \log_6 36 = 0$

6) $2 \log_5^2 x - 3 \log_5 x + 1 = 0$

7) $2 \log_4^2 x + \log_4 x = 0$

8) $\log_2^2 x - 4 = 0$

948. Lahendada logaritmvõrrandid erinevatel alustel:

1) $\log_2 x = \log_4 x$

2) $\log_4 x = \log_{16} 5$

3) $\log_3(16x) = \log_{27} 4$

4) $\log_2(2x) = \log_8 6 - \log_4 2$

5) $\frac{1}{2} \lg(6x) = \log_{100} 2 + \lg 3$

6) $\log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} 16 + \log_8 4$

7) $\log_{a^2} x + \log_{x^2} a = 1$

8) $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2$

9) $\log_a x - \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}$

10) $\log_a \sqrt{1 + x} + 3 \log_{a^2}(1 - x) = \log_{a^4}(1 - x^2)^2 + 2$

11) $2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{2 \log_x \sqrt{x - 1}}$

949. Lahendada võrrandid:

1) $\sqrt{x^{\lg x}} = x^2$

2) $\sqrt[3]{x^{\lg x - 1}} = 100$

3) $x^{\lg x + 1} = 0{,}001^{-\frac{2}{3}}$

4) $(\sqrt{x})^{\log_5 x - 1} = 5$

5) $\log_2 \log_x \log_x x^2 = 0$

6) $3\sqrt{\lg x} + 2 \lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 2$

7) $\lg(x^3 + 27) - 0{,}5 \lg(x^2 + 6x + 9) = 3 \lg \sqrt[3]{7}$

8) $1 - \frac{1}{2} \lg(2x - 1) = \frac{1}{2} \lg(x - 9)$

9) $\log 5 + \frac{1}{2}\log(x+5) = \log 3 + \log(x+1)$

10) $\lg 2 + \lg(4^{x-2}+9) = 1 + \lg(2^{x-2}+1)$

11) $5^{\lg x} - 3^{\lg x-1} = 3^{\lg x+1} - 5^{\lg x-1}$

12) $1 + \log_x \frac{4-x}{10} = (\log_x \log_x 10^4 - 1)\cdot \log_x 10$

13) $x(\lg 10 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$

14) $\log_x \sqrt{5} + \log_x(5x) - 2{,}25 = (\log_x \sqrt{5})^2$

15) $\log_x 5\sqrt{5} - \frac{5}{4} = (\log_x \sqrt{5})^2$

16) $\sqrt{\log\left(91 + 3\sqrt{\frac{x}{2}}\right)} = \log 10^{\sqrt{2}}$

17) $\lg 2 + \lg(4^{x-2}+9) = 1 + \lg(2^{x-2}+1)$

18) $\log_4\{2\log_3[1 + \log_2(1 + 3\log_2 x)]\} = \frac{1}{2}$

19) $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \cdot \ldots \cdot 5^{2x} = 0{,}04^{-28}$

950. Tõestada samasus

$$-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = 3.$$

Liitprotsendid

951. Teades, et NSV Liidu hoiukassades makstakse jooksval arvel olevatelt hoiustelt 2% intressi, leida, kui suureks kasvab hoius

1) 250 rbl. 1 aasta jooksul;
2) 600 rbl. 5 aasta jooksul;
3) 10 rbl. 25 aasta jooksul;
4) 1250 rbl. 8 aasta jooksul.

952. Kui suureks kasvab 15 aasta jooksul 5200 rubla suurune tähtajaline hoius, mis suureneb igal aastal 3%.

953. Missuguse tähtajaga tuleb teha hoius, mis kasvab 3% aastas, et

1) 300 rubla kasvaks 400 rublaks?
2) 2400 „ „ 2500 „
3) 580 „ „ 600 „
4) 600 „ „ 1200 „

954. Hoiukassa maksab jooksval arvel olevalt hoiuselt 2%, tähtajaliselt hoiuselt aga 3% intressi. Leida, kui palju kaotab hoiustaja jooksval arvel oleva 150 rubla suuruse hoiusega 5 aasta jooksul tähtajalise hoiusega võrreldes.

955. Kolhoos tegi 3%-list maaparanduslaenu 20 000 rubla suuruses summas. Mitu aastat kulub selle laenu tasumiseks, kui kolhoos igal aastal maksab ära 2000 rbl.?

956. Sovhoos sai 7500 rubla laenu. Leida, kui suure protsendiga oli laen saadud, kui sovhoos peab laenu kustutamiseks 10 aasta pärast maksma 11 130 rubla.

957. Isa kingib pojale kümnendal sünnipäeval teatava rahasumma ja annab selle hoiukassasse tähtajalisele hoiule (3%) sellise eeldusega, et poeg saaks kahekümnendal sünnipäeval osta motorolleri, mille hind on 380 rubla. Kui suure summa peab isa hoiukassasse panema?

958. Mitme aastaga kasvab hoius, mis kannab 5%-list liitintressi, kahekordseks? kolmekordseks?

959. Teades, et NSV Liidus oli 1962. aasta lõpul ligikaudu 223 miljonit elanikku ja et elanike arvu juurdekasv moodustab 1,4% (liitprotsentides), leida, mitu miljonit inimest on NSV Liidus 1975. aastal.

960. Kolhoosis katseks eraldatud metsaplatsil oli 1960. aasta hinnangu järgi 4850 m^3 puitu. Kui suureks kasvab metsaplatsilt saadav puidu hulk 1970. aastaks, kui puidu hulga iga-aastane keskmine juurdekasv on 1,3%? Missugust tulu annab see metsaplats kolhoosile keskmiselt igal aastal 10 aasta lõikes, kui puidu m^3 hind on 12 rbl.?

961. Bratski linnas oli 1962. aastal 93 000 elanikku. Linna elanike arvu keskmine aastane juurdekasv on 10,3%. Mitme aastaga selle linna elanikkond kahekordistub (võrreldes 1962. aastaga)?

962. NSV Liidu linnades elas 1928. aastal 27,6 miljonit inimest, 1959. aasta rahvaloenduse andmeil aga 99,8 miljonit inimest. Leida linnaelanike arvu iga-aastane juurdekasv liitprotsentides.

963. Kui suur summa koguneb iga aasta alguses makstavatest 60-rublastest sissemaksudest 20 aasta vältel, kui hoius kasvab 4,5% liitprotsentides?

§ 15. ÜHENDID. NEWTONI BINOOMIVALEM

Ühendid

964. Arvutada:

1) A_7^3 3) A_8^5 5) $\frac{A_6^3}{A_5^3}$ 7) P_3

2) A_{10}^4 4) A_5^5 6) $\frac{A_8^4}{A_7^4}$ 8) P_4

9) P_7 12) $\frac{P_{10}}{P_8}$ 15) $\frac{P_m}{P_{m-2}}$ 18) $\frac{k \cdot P_{k-1}}{k!}$

10) 10! 13) $\frac{A_7^4 - A_6^3}{P_3}$ 16) $\frac{P_7 - P_5}{41 \cdot P_5}$ 19) $A_m^k (m-k)!$

11) $\frac{P_4}{P_3}$ 14) $\frac{A_{10}^4 + A_{11}^5}{A_4^2}$ 17) $\frac{P_6 + 5!}{7 \cdot P_5}$

965. Kui palju erinevaid kahekohalisi arve saab moodustada numbritest 3; 6; 7; 9? Kui palju erinevaid kolmekohalisi arve saab moodustada samadest numbritest?

966. Kui palju erinevaid viiekohalisi arve saab moodustada numbritest 1; 2; 3; 4; 5? Kui palju erinevaid kolmekohalisi arve saab moodustada samadest numbritest?

967. Mitu erinevat kolmetähelist ühendit saab moodustada tähtedest

1) l; e; a 2) e; m; k; a; i; h

968. Autobussis on 20 istekohta. Mitmel erineval viisil võivad autobussis istuda 5 reisijat? 3 reisijat? 20 reisijat?

969. Mitmel erineval viisil on võimalik 6 töötajale nädalaks (6 päeva) valvegraafikut koostada?

970. Mitmel erineval viisil võib võrkpallitreener võistkonna 6 mängijat võistluse algul väljakule paigutada?

971. Mitu erinevat võimalust on 10 külalise lauda paigutamiseks?

972. Mitu elementi tuleks võtta, et variatsioonide arv nendest kahekaupa oleks 272?

973. Mitu elementi tuleks võtta, et variatsioonide arv nendest kolmekaupa oleks 2 korda suurem kui kahekaupa?

974. Mitu elementi tuleks võtta, et variatsioonide arv nendest kahekaupa oleks 15 võrra suurem kui ühekaupa?

975. Arvutada:

1) C_5^3
2) C_7^4
3) C_{10}^2
4) C_6^6
5) $\frac{C_9^4}{C_{10}^5}$
6) $\frac{C_7^3}{C_6^3}$
7) $C_5^3 \cdot 3!$

976. Kontrollida, kas

1) $C_{11}^8 = \frac{A_{11}^3}{P_3}$
2) $C_{15}^8 = \frac{A_{15}^7}{P_7}$

977. Mitu erinevat võimalust on valida grupilennuks 16 kandidaadist kolm kosmonauti?

978. On vaja valida 7 kandidaadist 4. Mitmel erineval viisil saab seda teha?

979. Mitu erinevat kolmnurka saab moodustada 1) 4 punktist; 2) 10 punktist; 3) n punktist? (Punktid paiknevad nii, et 3 punkti ei asetse ühel sirgel.)

980. Mitu erinevat sõpruskohtumist saab korraldada noorsoofestivalil 30 eri rahvusest delegatsiooni vahel 1) korraga 2 delegatsiooni osavõtul; 2) korraga 3 delegatsiooni osavõtul?

981. Maleturniiril oli 10 osavõtjat, kusjuures iga osavõtja mängis iga ülejäänud osavõtjaga 4 partiid. Mitu partiid mängiti?

982. Kumb on suurem ja mitu korda, kas A_n^3 või C_n^3?

983. Kumb on suurem ja mitu korda, kas P_{m+2} või P_{m+1}?

984. Lahendada võrrandid:

1) $C^5_{x+1} = \frac{3A_x^3}{8}$

2) $C_x^3 : C^5_{x+2} = \frac{5}{6} : 5{,}5$

3) $\frac{A_x^6 + A_x^5}{A_x^4} = 25$

4) $\frac{A_x^5}{A_x^4 - 1} = 27$

5) $\frac{A_x^4 \cdot P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42$

6) $\frac{P_{x+2}}{A_x^n P_{x-n}} = 132$

7) $C_x^2 + \frac{1}{2}A_x^2 = 15$

8) $A_x^2 = 42$

9) $A_x^3 = 56x$

10) $5C_x^3 = C^4_{x+2}$

985. Mitmel erineval viisil saab 5 hobust paigutada 8 latrisse? 5 latrisse?

986. Mitu erinevat värvitooni saab 6 erineva värvi segamisel kolmekaupa?

987. Kohtumisõhtul tervitasid 12 külalist omavahel üksteist. Mitu tervitust toimus?

988. Mitu erinevat võimalust on tehnikumi 5 lõpetaja suunamiseks tööle 12 ettevõttesse, igasse ettevõttesse üks lõpetaja?

989. Tasapinnal on antud 6 sirget nii, et nad ei ole omavahel paralleelsed ega lõiku kolmekaupa ühes ja samas punktis. Määrata kahekaupa lõikuvate sirgete lõikepunktide arv.

990. Raudteejaamas on 10 tagavarateed. Mitmel erineval viisil võib 4 erinevat rongi neil asetseda?

991. Tasapinnal paikneb 12 punkti nii, et ükski punktikolmik ei asetse ühel sirgel. Mitu erinevat sirget läbi kahe punkti saab joonestada?

992. Maadlusvõistlustel kohtusid 7 võistlejat omavahel turniirisüsteemis. Mitu kohtumist toimus?

993. Kui palju erinevaid diagonaale saab tõmmata 1) 10-nurgale; 2) 16-nurgale?

994. Mitmel erineval viisil saab paigutada 5 töölist 7 erinevale tööle?

995. Matemaatika aineringis asetas õpetaja lauale 50 tikku, noa, pliiatsi ja sulepea. Esimesele õpilasele, Peetrile, andis ta ühe tiku, teisele õpilasele, Jaanile, 2 tikku ja kolmandale õpila-

sele, Jürile, 3 tikku. Pärast õpetaja lahkumist klassist võis iga õpilane valida ühe kolmest esemest, kusjuures ta pidi laualt täiendavalt võtma noa puhul nii palju tikke, kui palju õpetaja talle andis, pliiatsi puhul 5 korda rohkem ja sulepea korral 10 korda rohkem. Õpetaja tagasitulekul oli laual 16 tikku. Õpetaja vaatas korraks oma märkmikku ja teatas, et noa võttis Jüri, pliiatsi Peeter ja sulepea Jaan. Millest õpetaja seda teadis? Missuguste ühenditega on see mäng seotud? Vastuse leidmise kergendamiseks avaldame järgmise tabeli õpetaja märkmikust:

Nuga	Pliiats	Sulepea	Jääk
I — 1	II — 10	III — 30	50 — 41 — 6 = 3
I — 1	III — 15	II — 20	50 — 36 — 6 = 8
II — 2	I — 5	III — 30	50 — 37 — 6 = 7
II — 2	III — 15	I — 10	50 — 27 — 6 = 17
III — 3	I — 5	II — 20	50 — 28 — 6 = 16
III — 3	II — 10	I — 10	50 — 23 — 6 = 21

Proovige seda mängu mängida 4 eseme korral. Mitmerealine tabel tuleks siis koostada?

996. Antud hulk koosneb 7 elemendist. Leida, kui palju erinevaid alamhulki saab nendest elementidest moodustada ühe-, kahe-, kolme-, nelja-, viie-, kuue- ja seitsmekaupa.

997. Numbritest 2; 3; 6; 7; 8 moodustatakse erinevad viiekohalised arvud. Kui palju on neist arvudest selliseid, millel kaks esimest kohta on 67? Kui palju on neid, mis ei lõpe arvuga 2; ei lõpe arvuga 78?

998. Kümnest erinevast tähest a, b, ... moodustatakse neljatähelised ühendid. Kui palju on neist ühenditest niisuguseid, mis ei sisalda 1) tähte a; 2) tähti a ja b?

999. Kui palju erinevaid kuuekohalisi arve saab kirjutada, kasutades numbreid

1) 3; 3; 3; 7; 5; 9 2) 4; 4; 2; 2; 8; 9

1000. Mitu erinevat murdu saab moodustada arvudest 5; 6; 8; 11; 17; 20 nii, et lugejas ja nimetajas oleks ainult üks arv?

1001. Mitu väärtuselt erinevat kolmest tegurist koosnevat korrutist saab moodustada arvudest 4; 7; 12; 19?

1002. 10 tehnikumi lõpetajat vahetasid omavahel fotosid. Mitu fotot vahetati?

1003. Mitmel erineval viisil saab 11 esemest valida 3 eset?

1004. 20 õppejõust oli vaja valida ainekomisjoni esimees, aseesimees ja sekretär. Mitu erinevat valimisvõimalust oli?

1005. Rahvamaleva staabi 27 liikmest oli vaja valida 5-liikmeline brigaad. Mitu erinevat võimalust oli valikuks?

1006. Leida $(a+b)^4$. Kontrollida saadud valemi õigsust:
1) võttes $b=1$ ja $a=1$, leida 2^4
2) võttes $b=1$ ja $a=2$, leida 3^4

1007. Leida $(a-b)^4$. Kontrollida saadud valemi õigsust:
1) võttes $a=3$ ja $b=1$, leida 2^4
2) võttes $a=4$ ja $b=1$, leida 3^4

1008. Kirjutada järgmiste binoomide arendid:
1) $(a+b)^7$ 2) $(a-b)^5$ 3) $(x+a)^9$ 4) $(a-x)^8$

1009. Leida binoomi $(a+b)^6$ arendi 3. liige.

1010. Leida binoomi $(a-b)^5$ arendi 4. liige.

1011. Leida binoomi $(x+y)^7$ arendi 6. liige.

1012. Mitmes liige on binoomi $(x+y)^{10}$ arendis $120x^7y^3$?

1013. Mitmes liige on binoomi $(x-y)^{12}$ arendis $-495x^8y^4$?

1014. Kumma binoomi, kas $(a-b)^6$ või $(b-a)^6$ arendis esineb liige $15b^2a^4$? Mitmes liige ta on?

1015. Kumma binoomi, kas $(a-b)^7$ või $(b-a)^7$ arendis esineb liige $-35a^4b^3$? Mitmes liige ta on?

1016. Leida $(a+1)^5$. Saadud valemi kontrollimiseks arvutada 2^5, võttes $a=1$.

1017. Leida $(a-1)^6$. Saadud valemi kontrollimiseks arvutada 1^6 ja 2^6, võttes vastavalt $a=2$ ja $a=3$.

1018. Leida $(2a-b)^4$.

1019. Leida $(2a+3a^2)^4$.

1020. Leida $\left(\frac{1}{2}a-2b\right)^5$.

1021. Leida $\left(2x-\frac{y}{4}\right)^6$.

1022. Arendada:
1) $(a+\sqrt{a})^5$ 4) $(4-\sqrt{2})^5$
2) $(\sqrt{a}-a)^6$ 5) $\left(\frac{1}{2}+\sqrt{8}\right)^4$
3) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})^8$ 6) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+3\right)^6$

1023. Teostada tehted:
1) $(a+\sqrt{a})^6+(\sqrt{a}-a)^6$
2) $(1-a)^5-(1+a)^5$
3) $(4+6x)^4-(3x+2)^4$
4) $(2-y)^7+(y-2)^7$

1024. Arvutada binoomi $(a+b)^8$ arendi kordajate summa.

1025. Arvutada binoomi $(a-b)^8$ arendi kordajate summa.

1026. Arvutada binoomi $(a-b)^9$ arendi kordajate summa.

1027. Leida paarituarvuliste liikmete kordajate summa binoomi $(a-b)^9$ arendis.

1028. Leida paarituarvuliste liikmete kordajate summa binoomi $(a+b)^6$ arendis.

1029. Leida paarisarvuliste liikmete kordajate summa binoomide $(a-b)^7$ ja $(a+b)^7$ arendites.

1030. Leida binoomi $(2a-b)^6$ arendi 5. liige.

1031. Leida binoomi $(x^3-y^3)^{10}$ arendi 6. liige.

1032. Leida binoomi $(b-2c)^5$ arendi 4. liige.

1033. Leida binoomi $(a+b)^{12}$ arendi see liige, mis sisaldab b^5.

1034. Leida binoomi $(a-x)^{15}$ arendi see liige, mis sisaldab a^6.

1035. Mitmendas binoomi $(2x-3a)^{28}$ arendi liikmes on x aste a astmest 5 võrra suurem?

1036. Mitmendas binoomi $(5x+2y)^{10}$ arendi liikmes on x aste y astmest 4 korda väiksem?

1037. Mitmendas binoomi $\left(\frac{a}{2}+3b\right)^{20}$ arendi liikmes on a aste b astmest 2 korda suurem?

1038. Leida binoomi $(x^2-a)^{16}$ arendi see liige, mille kordaja on võrdne 5. liikme kordajaga.

1039. Leida binoomi $(a+x)^{20}$ arendi see liige, mille kordaja on võrdne 18. liikme kordajaga.

1040. Leida binoomi $(y+a)^{12}$ arendi suurima kordajaga liige.

1041. Leida binoomi $(x+b)^{10}$ arendi suurima kordajaga liige.

1042. Leida binoomi $(a^3-x^3)^{10}$ arendi 6. liige.

1043. Leida binoomi $(2x-y^2)^6$ arendi 5. liige.

1044. Leida binoomi $(2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})^9$ arendi 6. liige.

1045. Leida binoomi $\left(a^2-\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^8$ arendi 6. liige.

1046. Mitmendas binoomi $(x-y)^8$ arendi liikmes on x ja y astmed võrdsed?

1047. Mitmendas binoomi $(a-b)^{10}$ arendi liikmes on a aste b astmest nelja võrra suurem?

1048. Mitmendas binoomi $(a+a^2)^{12}$ arendi liikmes esineb a^{16}?

1049. Mitmendas binoomi $(\sqrt{a}+a)^{11}$ arendi liikmes esineb a^9?

1050. Mitmendas binoomi $(4\sqrt{a}+3\sqrt[3]{a^2})^{12}$ arendi liikmes esineb a^7?

1051. Mitmendas binoomi $(4\sqrt{a}+3\sqrt[3]{a^2})^8$ arendi liikmes esineb a^5?

1052. Mitmendas binoomi $\left(\frac{3}{4}\sqrt{a^2}+\frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$ arendi liikmes esineb a^7?

1053. Leida binoomi $\left(ax^2+\frac{a^2}{x^2}\right)^{10}$ arendi liige, mis ei sisalda x.

1054. Binoomi $\left(\frac{1}{a}+a^2\right)^n$ arendi 1., 2. ja 3. liikme kordajate summa on 46. Leida liige, mis ei sisalda a.

1055. Binoomi $\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$ arendi 1., 2. ja 3. liikme kordajate summa on 29. Leida liige, milles esineb $a^{-\frac{1}{2}}$.

1056. Binoomi $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^m$ arendi 5. ja 15. liikme kordajad on võrdsed. Leida liige, milles esineb x^{10}.

1057. Binoomi $\left(a+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^k$ arendi 7. ja 17. liikme kordajad on võrdsed. Leida liige, milles esineb a.

1058. Leida x, kui binoomi $(x+x^{\lg x})^5$ arendi 3. liige on 1 000 000.

1059. Leida x, kui binoomi $\left(x+\frac{1}{x}\right)^x$ arendi algusest kolmanda ja lõpust kolmanda liikme korrutis on 14 400.

1060. Leida binoomi $\left(\frac{1}{4}a-\frac{3}{5}b\right)^m$ aste, kui selle binoomi arendi kõigi astmete summa on 36.

1061. Leida binoomi $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}}+\sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$ arendi liikme ab kordaja.

1062. On antud arend $a^8-8a^7b+28a^6b^2-56a^5b^3+70a^4b^4-56a^3b^5+28a^2b^6-8ab^7+b^8$. Vältides arvutusi, otsustada, missuguste a ja b väärtuste korral on selle arendi väärtus suurem: kas siis, kui $a=3$ ja $b=1$, või kui $a=6$ ja $b=5$.

1063. On antud arend $x^{10}-10x^9y+45x^8y^2-120x^7y^3+210x^6y^4-252x^5y^5+210x^4y^6-120x^3y^7+45x^2y^8-10xy^9+y^{10}$. Otsustada, missuguste x ja y väärtuste korral on selle arendi väärtus suurem: kas siis, kui $x=17$ ja $y=10$, või kui $x=19$ ja $y=15$.

1064. Arvutada $a^6-6a^5b+15a^4b^2-20a^3b^3+15a^2b^4-6ab^5+b^6$, kui $a=137{,}9$ ja $b=134{,}9$.

1065. Arvutada $b^7-7ab^6+21a^2b^5-35a^4b^3-21a^5b^2+7a^6b-a^7$, kui $a=\frac{1}{2}$ ja $b=\frac{3}{4}$.

1066. Arvutada $b^8 - 8b^7a + 28b^6a^2 - 56b^5a^3 + 70b^4a^4 - 56b^3a^5 + 28b^2a^6 - 8ba^7 + a^8$, kui $b = \sqrt{8}$ ja $a = \sqrt{2}$.

1067. Otsustada, kumb on suurem, kas $1 - 4a + 6a^2 - 4a^3 + a^4$, kui $a = 3$, või $b^6 - 6b^5 + 15b^4 - 20b^3 + 15a^2 - 6b + 1$, kui $b = 2$.

§ 16. KOMPLEKSARVUD

1068. Leida ruutjuured:

1) $\sqrt{-16}$
2) $\sqrt{-2025}$
3) $\sqrt{-4a^2}$
4) $\sqrt{-36}$
5) $\sqrt{-50}$
6) $\sqrt{-625}$

1069. Lahendada ruutvõrrandid ja selgitada, missuguste arvude hulka kuuluvad lahendid:

1) $x^2 - 15x + 36 = 0$
2) $3x^2 + 8x - 1 = 0$
3) $x^2 - 4x + 8 = 0$
4) $2x^2 - 10x + 17 = 0$
5) $9x^2 - 12x + 7 = 0$
6) $x^2 - 4x + 1 = 0$
7) $2x^2 - 2x + 5 = 0$
8) $x^2 - 14x + 40 = 0$

1070. Koostada antud lahendite põhjal ruutvõrrandid:

1) $x_1 = 2i$, $x_2 = -2i$
2) $x_1 = 3(1 + i)$, $x_2 = 3(1 - i)$
3) $x_1 = -5 + i\sqrt{7}$, $x_2 = -5 - i\sqrt{7}$
4) $x_1 = \frac{4 + i\sqrt{10}}{3}$, $x_2 = \frac{4 - i\sqrt{10}}{3}$

Teostada tehted (ülesanded **1071—1078**):

1071. 1) $3[2 + 3i + 3(5 - 2i)] - 2(5 + 2i)$
2) $[3 - (2 - 3i) + 3(4 + 2i)] : 2$
3) $(5 + 2i) + (2 - 5i)$
4) $(2 + 4i) - [1 - (2 - 4i) + 3i - 2]$

1072. 1) $45i - 3 - (7 - i) - [16 + 3i + (11 - 2i)]$
2) $3a - 2bi + (a - bi) + [(3a - 5bi) - (2a - 8bi)]$
3) $(0{,}12 - 1{,}4i) + (1{,}08 + 0{,}4i) + (2{,}5 - 0{,}2i)$
4) $(5x - 3yi) + (-2x + 8yi) - [(2x - yi) - (7x - 2yi)]$

1073. 1) $(7 - 2i)(7 + 2i)$
2) $(5 + i\sqrt{3})(5 - i\sqrt{3})$
3) $(\sqrt{3} + i\sqrt{2})(\sqrt{3} - i\sqrt{2})$
4) $(-1 + i)(-3i)$

1074. 1) $(12 + 3i)(3 - 4i)$
2) $2i(7 + 10i)(2 - 4i)$
3) $(6 - 7i)(5 + i)(3 - 5i)$
4) $(2i\sqrt{3} + 5i\sqrt{2})(5i\sqrt{2} - 2i\sqrt{3})$

1075. 1) $(\sqrt{-1})^8$ 3) $(3i)^2$ 5) $(4i)^4$
2) $(\sqrt{-1})^{25}$ 4) $(2i)^3$ 6) $(2i)^6$

1076. 1) i^5 3) i^{98} 5) i^{4n+1}
2) i^{43} 4) i^{1532} 6) i^{4n-2}

1077. 1) $(1+i)^2$ 5) $(3-i\sqrt{2})^2$
2) $(12+3i)^2$ 6) $(\sqrt{4{,}5}+i\sqrt{2})^2$
3) $(-3+2i)^2$ 7) $\left(\frac{2-i\sqrt{3}}{2}\right)^2$
4) $(-9-4i)^2$ 8) $(a+bi)^2+(a-bi)^2$

1078. 1) $(2+5i)^3$ 3) $(-3-4i)^3$
2) $(-1+10i)^3$ 4) $(4-6i)^3$

Lahutada kaksliikmed kompleksseiks tegureiks (ülesanded **1079** ja **1080**):

1079. 1) $4a^2+9$ 3) $17+25a^2$
2) $16+3b^2$ 4) a^2+b^2

1080. 1) $3a^2+4$ 3) $25+a$
2) m^2+25n^2 4) $a+b$

Arvutada jagatised (ülesanded **1081** ja **1082**):

1081. 1) $\frac{3-4i}{4+3i}$ 3) $\frac{5+2i}{1-2i}$
2) $\frac{2+3i}{2+i}$ 4) $\frac{3+5i}{2-3i}$

1082. 1) $\frac{\sqrt{3}-2i}{1-i\sqrt{2}}$ 3) $\frac{2a-i\sqrt{b}}{a+i\sqrt{b}}$
2) $\frac{a-bi}{a+bi}$ 4) $\frac{1-2i\sqrt{12}}{2-3i\sqrt{12}}$

Arvutada ruutjuured (ülesanded **1083** ja **1084**):

1083. 1) $\sqrt{9+40i}$ 3) $\sqrt{63-16i}$
2) $\sqrt{-5-12i}$ 4) $\sqrt{5+5i\sqrt{3}}$

1084. 1) $\sqrt{7+6i\sqrt{2}}$ 3) $\sqrt{-13+84i}$
2) $\sqrt{18-6i}$ 4) $\sqrt{3+4i}$

1085. Teostada tehted:

1) $62-3i+(5-i)^2-(7-i\sqrt{23})\cdot(7+i\sqrt{23})$
2) $[(\sqrt{13}+i\sqrt{5})\cdot(\sqrt{13}-i\sqrt{5})]^2$
3) $(4-i\sqrt{3})^2+(4+i\sqrt{3})^2$
4) $5+\sqrt{12+16i}\cdot(4+2i)$

1086. Lihtsustada:

1) $\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}$

2) $\frac{2+3i}{2-3i} + \frac{2-3i}{2+3i}$

3) $(2+i)^3 - (2-i)^3$

4) $\sqrt{(1-2i)^3(2i+11)}$

Kujutada kompleksarvud koordinaattasapinnal ning arvutada iga arvu moodul (ülesanded **1087** ja **1088**):

1087. 1) $5i$ 2) $-4i$ 3) $2+3i$ 4) $-5+2i$ 5) $-2-5i$ 6) $4-3i$

1088. 1) $2+2i$ 2) $1-i$ 3) $-1+i$ 4) $-4-4i$ 5) $2{,}6+3{,}7i$ 6) $0{,}9+11i$

Kujutada kompleksarvud vektoritena ja teostada nende vektoritega nõutavad tehted (ülesanded **1089** ja **1090**):

1089. 1) $z_1 = 2+5i$, $z_2 = 3+2i$. Leida $z_1 + z_2$

2) $z_1 = 2-6i$, $z_2 = 2+6i$. Leida $z_1 + z_2$

3) $z_1 = 5-4i$, $z_2 = 7+8i$. Leida $z_1 - z_2$

4) $z_1 = 3-5i$, $z_2 = -5+i$. Leida $z_1 - z_2$

1090. 1) $z_1 = 12+5i$, $z_2 = -7+3i$, $z_3 = 6-8i$. Leida $z_1 + (z_2 - z_3)$

2) $z_1 = -14-6i$, $z_2 = 8-2i$, $z_3 = 15+i$. Leida $z_1 - z_2 + z_3$

3) $z_1 = 12+12i$, $z_2 = -5-9i$, $z_3 = -2-4i$, $z_4 = -15-3i$, $z_5 = 16+13i$. Leida $z_1 + z_2 - (z_3 - z_4) + z_5$

Leida kompleksarvude moodul ja argument (ülesanded **1091** ja **1092**):

1091. 1) $1+i\sqrt{3}$ 3) $3-4i$
2) $6+2i\sqrt{3}$ 4) $5+7i$

1092. 1) $-3-3i$ 3) $13-19i$
2) $5+12i$ 4) $-15+2i$

Esitada kompleksarvud trigonomeetrilisel kujul (ülesanded **1093—1095**):

1093. 1) i 3) $3+2i$ 5) $3-4i$
2) $\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}$ 4) $3+4i$ 6) $8+5i$

1094. 1) $2+3i$ 3) $-2-7i$ 5) $4+6i$
2) $-12+5i$ 4) $4-3i$ 6) $-24+5i$

1095. 1) $5-8i$ 3) $-2-10i$ 5) $15-21i$
2) $-3+7i$ 4) $8+2i$ 6) $-12+20i$

1096. Teisendada trigonomeetrilisel kujul antud kompleksarvud algebralisele kujule:

1) $12(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$
2) $4(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ)$
3) $8(\cos 585^\circ + i \sin 585^\circ)$
4) $5(\cos 110^\circ + i \sin 110^\circ)$

Teostada tehted (ülesanded **1097—1104**):

1097. 1) $2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) \cdot 5(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$
2) $3(\cos 110^\circ + i \sin 110^\circ) \cdot 8(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)$
3) $\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \cdot \sqrt{6}(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$
4) $10(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \cdot 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

1098. 1) $7\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot 4\left(\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\right)$

2) $\sqrt{3}(\cos 42^\circ + i \sin 42^\circ) \cdot \sqrt{12}(\cos 68^\circ + i \sin 68^\circ)$
3) $a(\cos\varphi + i \sin\varphi) \cdot b(\cos\gamma + i \sin\gamma)$
4) $\sqrt{5}(\cos \operatorname{arccot} 1 + i \sin \arctan 1) \cdot$
$\cdot \sqrt{20}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

1099. 1) $8(\cos 60° + i \sin 60°) : 2(\cos 30° + i \sin 30°)$

2) $\sqrt{10}(\cos 60° + i \sin 60°) : \sqrt{3}(\cos 15° + i \sin 15°)$

3) $16(\cos 72° + i \sin 72°) : 3(\cos 12° + i \sin 12°)$

4) $28(\cos 123° + i \sin 123°) : 4(\cos 33° + i \sin 33°)$

1100. 1) $\sqrt{50}(\cos 50° + i \sin 50°) : \sqrt{2}(\cos 30° + i \sin 30°)$

2) $42\left(\cos\frac{\pi}{8} + i \sin\frac{\pi}{8}\right) : 4\left(\cos\frac{\pi}{10} + i \sin\frac{\pi}{10}\right)$

3) $15(\cos \operatorname{arccot}\sqrt{3} + i \sin \arctan\sqrt{3}) :$
$: 8\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$

4) $134(\cos 252° + i \sin 252°) : 5(\cos 206° + i \sin 206°)$

1101. 1) $[2(\cos 20° + i \sin 20°)]^3$

2) $[\sqrt{3}(\cos 30° + i \sin 30°)]^4$

3) $(\cos 27° + i \sin 27°)^7$

4) $(\cos 84° + i \sin 84°)^{16}$

1102. 1) $\left(\cos\frac{\pi}{5} + i \sin\frac{\pi}{5}\right)^8$

2) $\left[a\left(\cos\frac{\pi}{18} + i \sin\frac{\pi}{18}\right)\right]^{10}$

3) $[\sqrt{2}(\cos 2°15' + i \sin 2°15')]^8$

4) $\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i \sin\frac{5\pi}{12}\right)^6$

1103. 1) $\sqrt{16(\cos 120° + i \sin 120°)}$

2) $\sqrt[3]{27(\cos 90° + i \sin 90°)}$

3) $\sqrt[5]{32(\cos 100° + i \sin 100°)}$

4) $\sqrt[n]{5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)}$

1104. 1) $[27(\cos 60° + i \sin 60°)]^{\frac{2}{3}}$

2) $\left[49\left(\cos\frac{\pi}{9} + i \sin\frac{\pi}{9}\right)\right]^{\frac{3}{2}}$

3) $(\cos 76° + i \sin 76°)^{\frac{7}{4}}$

4) $\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i \sin\frac{2\pi}{5}\right)^{\frac{5}{2}}$

Iga kompleksarvu $a + bi$ saab esitada nii trigonomeetrilisel kujul kui ka eksponentkujul, kusjuures üleminekuvalemid on

$$a + bi = r(\cos\varphi + i \sin\varphi) = re^{\varphi i},$$

kus $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ on kompleksarvu moodul ja φ on kompleksarvu argument: $\tan\varphi = \frac{b}{a}$.

Kasutades antud valemeid, teisendada kompleksarvud eksponentkujule (ülesanded **1105—1108**):

1105. 1) $\cos\pi + i\sin\pi$
2) $3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
3) $10\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
4) $26\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
5) $2(\cos 20° + i\sin 20°)$
6) $4(\cos 22°30' + i\sin 22°30')$
7) $17(\cos 12° + i\sin 12°)$
8) $36(\cos 5° + i\sin 5°)$

1106. 1) i
2) $4i$
3) $2 + 2i$
4) $7 - 7i$
5) $1 + \sqrt{3}i$
6) $2 - \sqrt{3}i$
7) 12
8) 91

1107. 1) $12 + 5i$
2) $-20 + 15i$
3) $14 - 18i$
4) $-6 - 5i$

1108. 1) $15 - 23i$
2) $6 + 19i$
3) $-22 + 31i$
4) $-13 + 18i$

Teostada tehted (ülesanded **1109** ja **1110**):

1109. 1) $(6 - 4i)^5$
2) $(-3 + 8i)^6$
3) $(5 + 9i)^4$
4) $(-12 - 8i)^4$

1110. 1) $\sqrt[5]{16 + 12i}$
2) $\sqrt[3]{-4 + 10i}$
3) $\sqrt[7]{6 - 16i}$
4) $\sqrt[12]{14 - 19i}$

§ 17. VEKTORID

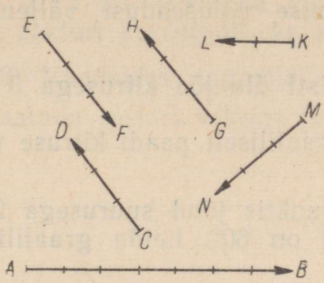
Vektorite geomeetriline kujutamine

1111. 1) Kehale mõjub liikumise suunas 3 N suurune jõud. Kujutada graafiliselt selle jõu vektor.

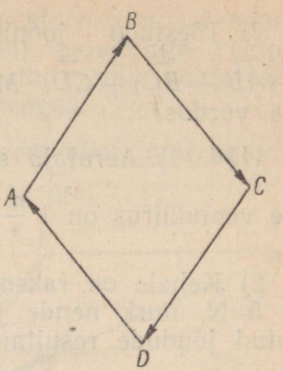
2) Kehale mõjub liikumise suunaga 45-kraadise nurga all 5 N suurune jõud. Kujutada graafiliselt selle jõu vektor.

1112. 1) Leida joonisel 24 esitatud vektorite hulgast a) kollineaarsed (paralleelsed), b) võrdsed, c) vastandsuunalised vektorid.

2) Leida joonisel 24 esitatud vektorite hulgast vektorid, mille moodulid (pikkused) on võrdsed.



Joon. 24.



Joon. 25.

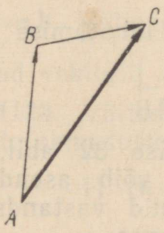
1113. 1) Kas leidub nelja vektori hulgas, mis kujutavad rombi külgi, võrdseid vektoreid (joon. 25)?

2) Missugusel tingimusel on ruudu vastaskülgi kujutavad vektorid võrdsed? Konstrueerida selline ruut.

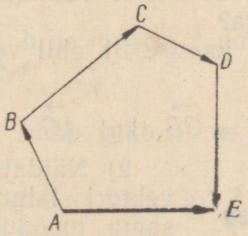
1114. 1) Ainepunkt nihkub punktist A punkti B ja seejärel punktist B punkti C (joon. 26). Missuguse ühe nihkega võib asendada need kaks teineteisele järgnevat nihet?

2) Leida vektorite $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ ja $\vec{DE}$ summa (joon. 27).

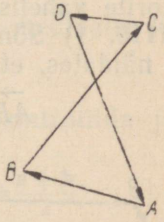
3) Millega võrdub $\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}+\vec{DA}$ (joon. 28)?



Joon. 26.

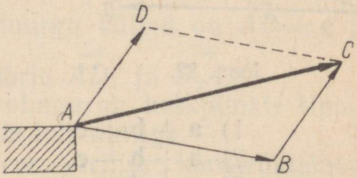


Joon. 27.



Joon. 28.

1115. 1) Kehale mõjuvad jõud $\vec{AB}$ ja $\vec{AD}$ (joon. 29), mille resultant on $\vec{AC}$. Sõnastada siit kahe vektori liitmise eeskiri rööpküliku ja kolmnurga abil. Kas vektorite summa oleneb liidetavate järjekorrast?

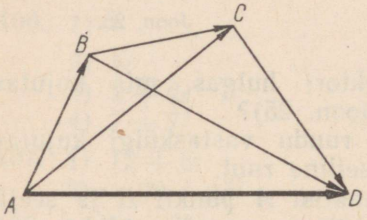


Joon. 29.

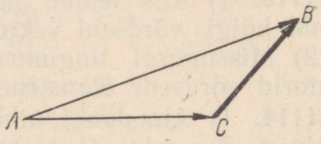
2) Tõestada joonise 30 abil, et $\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}$. Missugust liitmise põhiseadust väljendab see võrdus?

1116. 1) Aerutaja sõuab paati risti üle jõe kiirusega 3 $\frac{m}{s}$, jõe voolukiirus on 1 $\frac{m}{s}$. Kujutada graafiliselt paadi kiiruse vektor.

2) Kehale on rakendatud ühes punktis jõud suurusega 2 N ja 5 N, nurk nende jõudude vahel on 60°. Leida graafiliselt antud jõudude resultant.



Joon. 30.



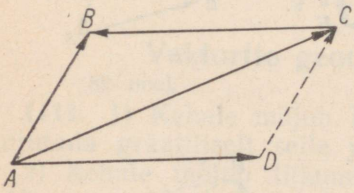
Joon. 31.

1117. 1) Missuguseid tingimusi peavad rahuldama kolm vektorit, et nendest saaks moodustada kolmnurga?

2) Missuguseid tingimusi peavad rahuldama kaks ühise alguspunktiga vektorit, et nende summavektor poolitaks antud vektorite vahelise nurga?

1118. 1) Sõnastada joonise 31 abil vektorite lahutamise reegel, näidates, et

$$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB},\ \text{kui}\ \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$$



Joon. 32.

2) Näidata joonise 32 abil, et vektori lahutamise võib asendada sama mooduliga, kuid vastandsuunalise vektori liitmisega:

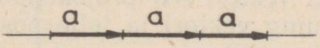
$$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+(-\overrightarrow{AD})$$

1119. Võttes vabalt kolm vektorit **a**, **b** ja **c**, konstrueerida järgmised vektorid:

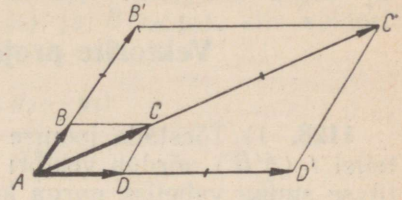
1) $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}$
2) $\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c}$
3) $\mathbf{a}+(\mathbf{b}-\mathbf{c})$
4) $\mathbf{a}-(\mathbf{c}-\mathbf{b})$
5) $\mathbf{a}-\mathbf{b}+\mathbf{c}$
6) $\mathbf{a}-(\mathbf{b}-\mathbf{c})$
7) $\mathbf{a}-\mathbf{b}-\mathbf{c}$
8) $\mathbf{a}-(\mathbf{b}+\mathbf{c})$

1120. 1) Näidata, et kolme võrdse vektori liitmisel saame samasuunalise, kuid kolm korda suurema mooduliga vektori, s. t. et $\mathbf{a}+\mathbf{a}+\mathbf{a}=3\mathbf{a}$ (joon. 33). Sõnastada selle põhjal eeskiri vektori korrutamiseks skalaariga (arvuga).

2) Vaadeldes jagamist 5-ga kui korrutamist murruga $\frac{1}{5}$, sõnastada eeskiri vektori jagamiseks skalaariga.



Joon. 33.



Joon. 34.

1121. Tõestada joonise 34 abil, et $3(\vec{AB}+\vec{AD})=3\vec{AB}+3\vec{AD}$. Missugust korrutamise põhiseadust väljendab see võrdus?

1122. 1) Rööpkülik $ABCD$ on ehitatud vektoritele $\mathbf{a}=\vec{AB}$ ja $\mathbf{b}=\vec{AD}$. Avaldada $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ kaudu vektorid $\vec{MA}$, $\vec{MB}$, $\vec{MC}$ ja $\vec{MD}$, kui M on rööpküliku diagonaalide lõikepunkt.

2) Kolmnurga ABC küljed on vektorid: $\vec{AB}=\mathbf{c}$, $\vec{BC}=\mathbf{a}$ ja $\vec{CA}=\mathbf{b}$. Väljendada $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ ja $\mathbf{c}$ abil kolmnurga mediaane kujutavad vektorid $\vec{AM}$, $\vec{BN}$ ja $\vec{CK}$.

1123. Võttes vabalt kaks vektorit $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$, kontrollida järgmiste samasuste õigsust:

1) $(\mathbf{a}+\mathbf{b})+(\mathbf{a}-\mathbf{b})=2\mathbf{a}$ 3) $\frac{\mathbf{a}}{2}+\frac{\mathbf{b}}{2}=\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2}$

2) $(\mathbf{a}+\mathbf{b})-\mathbf{a}=\mathbf{b}$ 4) $\left(\mathbf{a}+\frac{\mathbf{b}}{2}\right)-\left(\mathbf{b}+\frac{\mathbf{a}}{2}\right)=\frac{\mathbf{a}-\mathbf{b}}{2}$

1124. Kolmnurga ABC külg BC on jaotatud punktidega D_1 ja D_2 kolmeks võrdseks osaks. Kolmnurga küljed on $\vec{AB}=\mathbf{c}$ ja $\vec{BC}=\mathbf{a}$. Avaldada nende kaudu vektorid $\vec{AD_1}$ ja $\vec{D_2A}$.

1125. Tõestada, et korrapärase kolmnurga keskpunkti tippudega ühendavate vektorite summa võrdub nulliga.

1126. Lahutada antud vektor geomeetrilise konstruktsiooni teel kaheks liidetavaks, kui on antud

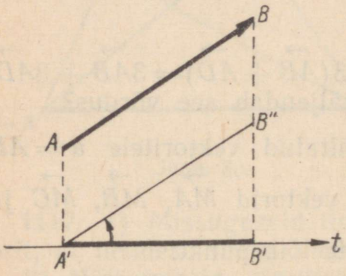
1) ühe liidetava suurus ja suund;

2) mõlema liidetava suund;
3) ühe liidetava suurus ja teise suund.

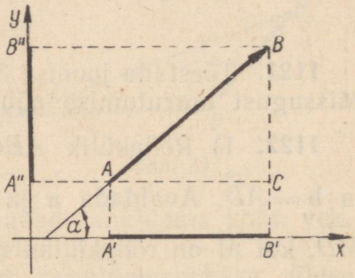
1127.* Võrdhaarse trapetsi $ABCD$ pikem alus $\overrightarrow{AD} = \mathbf{a}$, haar $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$ ja nurk nende vahel on $\frac{\pi}{3}$. Väljendada **a** ja **b** abil trapetsi kõik ülejäänud küljed ja diagonaalid.

Vektorite projektsioonid telgedel

1128. 1) Tõestada joonise 35 abil, et vektori $\overrightarrow{AB}$ projektsioon teljel t ($A'B'$) võrdub vektori mooduli ning vektori ja telje positiivse suuna vahelise nurga koosinuse korrutisega.



Joon. 35.



Joon. 36.

2) Millal on vektori projektsioon teljel negatiivne? võrdne nulliga? Teha joonis.

1129. 1) Vektori $\overrightarrow{AB}$ moodul $|\overrightarrow{AB}| = 5{,}8$ cm ning nurk telje ja vektori vahel on 120°. Leida vektori projektsioon teljel.

2) Vektori projektsioon teljel on 16 cm, nurk vektori ja telje vahel 30°. Leida vektori moodul.

1130. 1) Kolme vektori projektsioonid teljel t on 6, 2 ja —5. Leida nende vektorite summa projektsioon.

2) Nelja vektori projektsioonid teljel t on 5, —3, —8 ja 6. Kas need neli vektorit võivad moodustada kinnise murdjoone?

1131. Tõestada joonise 36 abil:

$$1)\ A'B' = |\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$$

$$2)\ A''B'' = |\overrightarrow{AB}| \sin \alpha$$

1132. 1) Vektori moodul on 8,4 cm ning nurk vektori ja x-telje vahel on 60°. Leida vektori projektsioonid mõlemal teljel.

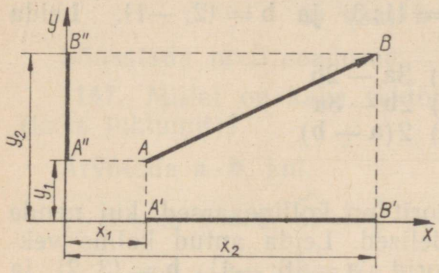
2) Vektori moodul on 24 cm ning nurk vektori ja x-telje vahel on 135°. Leida vektori projektsioonid mõlemal teljel.

1133. Vektori moodul on 6,4 cm. Leida vektori projektsioonid abstsiss- ja ordinaatteljel, kui vektori ja abstsisstelje vaheline nurk on

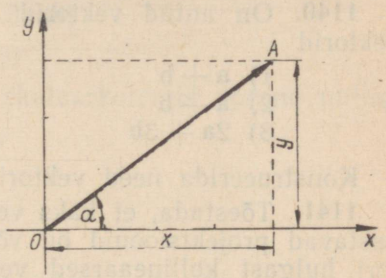
1) 28° 2) 146° 3) 223° 4) 305°

1134. Näidata joonise 37 abil, et kui vektori $\overrightarrow{AB}$ algus- ja lõpp-punkti koordinaadid on $A(x_1; y_1)$ ja $B(x_2; y_2)$, siis vektori projektsioonid telgedel on $x_2 - x_1$ ja $y_2 - y_1$, s. t.

$$\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$



Joon. 37.



Joon. 38.

1135. Leida vektori $\overrightarrow{AB}$ projektsioonid telgedel, kui tema otspunktide koordinaadid on

1) $A(2; 1)$ ja $B(4; 5)$
2) $A(3; 2)$ ja $B(-1; 6)$
3) $A(-1; 2)$ ja $B(-2; -3)$
4) $A(-3; 2)$ ja $B(1; 0)$
5) $A(5; -3)$ ja $B(0; 0)$
6) $A(0; 0)$ ja $B(3; 2)$

Konstrueerida need vektorid.

1136. 1) Punkti A kohavektoriks ehk raadiusvektoriks nimetatakse vektorit, mis suundub koordinaatide algusest punkti A (joon. 38). Tõestada, et kohavektori pikkus $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{x^2 + y^2}$, kus x ja y on punkti A koordinaadid.

2) Tõestada, et mistahes vektori moodul võrdub ruutjuurega tema projektsioonide ruutude summast, s. t.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

1137. Leida vektori $\overrightarrow{AB}$ moodul, kui tema otspunktide koordinaadid on

1) $A(0; 0)$ ja $B(3; 4)$
2) $A(0; 0)$ ja $B(8; -6)$
3) $A(0; 0)$ ja $B(-12; -5)$
4) $A(14; 12)$ ja $B(8; 4)$
5) $A(-2; 4)$ ja $B(2; 1)$
6) $A(0; 4)$ ja $B(3; 0)$

1138. 1) On antud vektorid $\overrightarrow{AB} = \{-4; 3\}$ ja $\overrightarrow{BC} = \{2; 1\}$. Leida vektori $\overrightarrow{AC}$ projektsioonid.

2) Näidata joonisel, et vektori $\overrightarrow{AB} = \{-1; 2\}$ korrutamisel kolmega suurenevad tema projektsioonid kolm korda, s. t.

$$3\overrightarrow{AB} = \{3 \cdot (-1); 3 \cdot 2\}$$

1139. Konstrueerida vektorid $\mathbf{a} = \{-2; 1\}$ ja $\mathbf{b} = \{1; 0{,}5\}$. Leida vektor $3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ 1) konstrueerimise teel, 2) arvutades otsitava vektori projektsioonid.

1140. On antud vektorid $\mathbf{a} = \{1; 3\}$ ja $\mathbf{b} = \{2; -1\}$. Leida vektorid

1) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$
2) $\mathbf{a} - \mathbf{b}$
3) $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$
4) $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$
5) $2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}$
6) $2(\mathbf{a} - \mathbf{b})$

Konstrueerida need vektorid.

1141. Tõestada, et kaks vektorit on kollineaarsed, kui nende vastavad projektsioonid on võrdelised. Leida antud kolme vektori hulgast kollineaarsed vektorid: $\mathbf{a} = \{6; -4\}$, $\mathbf{b} = \{3; 2\}$ ja $\mathbf{c} = \{-9; 6\}$.

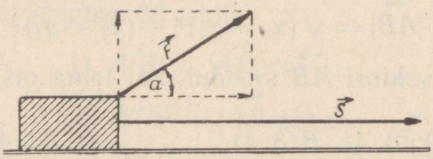
1142.* Tõestada, et punktide $A(3; -1)$ ja $B(1; 3)$ raadiusvektorid on ruudu külgedeks, ja leida selle ruudu pindala.

1143.* Kas punktid $A(-4; 3)$, $B(2; 0)$ ja $C(6; -2)$ asetsevad ühel sirgel?

1144.* Lahutada vektor $\mathbf{a} = \{6; 1\}$ vektorite $\mathbf{b} = \{6; -4\}$ ja $\mathbf{c} = \{1; 1\}$ sihiliste liidetavate summaks.

Kahe vektori skalaarkorrutis

1145. 1) Füüsikast on teada, et töö arvutamiseks seotud liikumisel korrutatakse liikumise suunas mõjuv jõud käidud tee pikkusega. Tõestada selle definitsiooni põhjal, et $A = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cos \alpha$ (joon. 39).



Joon. 39.

2) Nimetades kahe vektori moodulite ja nende vektorite vahelise nurga koosinuse korrutist kahe vektori skalaarkorrutiseks, s. t.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab \cos \widehat{\mathbf{ab}},$$

näidata, et kahe vektori skalaarkorrutis on ühe vektori pikkuse korrutis teise vektori projektsiooniga esimese vektori suunal.

1146. Näidata, et kahe vektori skalaarkorrutise puhul kehtivad järgmised arvutusseadused:

1) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$
2) $\mathbf{a}(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{ab} + \mathbf{ac}$
3) $(3\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = 3(\mathbf{ab})$

Sõnastada need seadused.

1147. Millal on kahe vektori skalaarkorrutis võrdne nulliga (kaks juhtumit)?

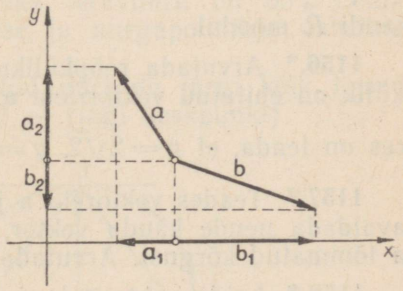
Arvutada $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, kui

1) $a = 8$, $b = 6$, $\widehat{\mathbf{ab}} = \frac{\pi}{3}$
2) $a = 5$, $b = 4$, $\widehat{\mathbf{ab}} = \frac{2\pi}{3}$
3) $\mathbf{a} = \{4; 0\}$, $\mathbf{b} = \{3; 3\}$
4) $\mathbf{a} = \{0; 6\}$, $\mathbf{b} = \{5; 0\}$
5) $a = 2$, $b = 3$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 4$
6) $a = 4$, $b = 12$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 10$

1148. 1) Vaadeldes vektorite projektsioone koordinaattelgedel kui liidetavaid, mille summaks on antud vektor, tõestada, et kahe vektori skalaarkorrutis võrdub nende vektorite samanimeliste projektsioonide korrutiste summaga, s. t. kui $\mathbf{a} = \{a_1; a_2\}$ ja $\mathbf{b} = \{b_1; b_2\}$, siis $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ (joon. 40).

2) Tõestada, et vektori $\mathbf{a} = \{a_1; a_2\}$ pikkus avaldub skalaarkorrutise kaudu kujul

$$a = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$



Joon. 40.

1149. On antud kaks vektorit: $\mathbf{a} = \{6; -1\}$ ja $\mathbf{b} = \{3; 4\}$.

Arvutada:

1) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$
2) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$
3) $\sqrt{\mathbf{b}^2}$
4) $\mathbf{a}^2 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$
5) $\mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} + 3\mathbf{b})$
6) $\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2$
7) $\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2$
8) $\mathbf{a}^2 + 2\mathbf{ab} + \mathbf{b}^2$
9) $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2 + (\mathbf{a} - \mathbf{b})^2$

1150. On antud kolm vektorit: $\mathbf{a} = \{k; l\}$, $\mathbf{b} = \{l; m\}$ ja $\mathbf{c} = \{m; k\}$. Arvutada:

1) $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) - \mathbf{ab} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{c}$
2) $(2\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) + 4\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{c}^2$

1151. 1) Miks ei saa rääkida kolme vektori skalaarkorrutisest?

2) Tõestada, et algebras tuletatud valem

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

ei kehti vektorite korral.

1152. Leida nurk vektorite **a** ja **b** vahel, kui

1) $\mathbf{a} = \{2; 1\}$, $\mathbf{b} = \{1; 3\}$
2) $\mathbf{a} = \{1; 2\}$, $\mathbf{b} = \{1; -3\}$
3) $\mathbf{a} = \{3; 2\}$, $\mathbf{b} = \{-2; 1\}$
4) $\mathbf{a} = \{-1; 2\}$, $\mathbf{b} = \{-3; -3\}$

1153. 1) Näidata, et vektorid $\overrightarrow{AB}$ ja $\overrightarrow{CD}$ on risti, kui nende otspunktide koordinaadid on $A(6; -3)$, $B(-3; 0)$, $C(1; 3)$ ja $D(2; 6)$.

2) Tõestada, et kolmnurk tippudega $A(1; 2)$, $B(5; -2)$ ja $C(-2; 1)$ on täisnurkne.

1154. Leida vektori $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ pikkus, kui $m = 1$, $n = 1$ ja $\widehat{\mathbf{mn}} = \frac{\pi}{2}$.

1155.* Ühte punkti on rakendatud kaks jõudu: $|\overrightarrow{P}| = 7$ ja $|\overrightarrow{Q}| = 4$. Nurk nende vektorite vahel on 120°. Leida jõudude resultandi $\overrightarrow{R}$ moodul.

1156.* Arvutada rööpküliku diagonaalide pikkused, kui rööpkülik on ehitatud vektoritele $\mathbf{a} = 5\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$ ja $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, kusjuures on teada, et $p = 2\sqrt{2}$, $q = 3$ ja $\widehat{\mathbf{pq}} = \frac{\pi}{4}$.

1157.* Teades vektoreid **a** ja **b**, millele on ehitatud rööpkülik, avaldada nende kaudu vektor, mis väljendab rööpküliku küljele **a** tõmmatud kõrgust. Arvutada, kui $\mathbf{a} = \{8; 0\}$ ja $\mathbf{b} = \{2; -3\}$.

1158.* Leida vektoritele $\{-4; 1\}$ ja $\{2; 2\}$ ehitatud rööpküliku pindala.

II OSA

GEOMEETRIA

§ 18. KORDAMISÜLESANDEID

1159. Mitu erinevat sirget saab joonestada 1) läbi ühe punkti; 2) läbi kahe punkti; 3) läbi kolme punkti?

1160. Võtta 5 punkti nii, et ükski punktikolmik ei asetse ühel sirgel, ja ühendada need punktid paarikaupa sirgetega. Mitu sirget saab?

1161. Lõik pikkusega a on jaotatud kolmeks võrdseks osaks. Leida esimese ja kolmanda osa keskpunktide vaheline kaugus.

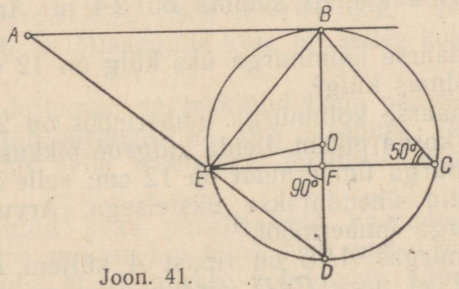
1162. Konstrueerida lõik $2a + 0{,}5b - \frac{2}{3}c$, kus a, b ja c on antud lõigud.

1163. Lõik AB on jaotatud punktiga C suhtes 1 : 3 ja punktiga D suhtes 5 : 7; punktide C ja D vaheline kaugus on 2 cm. Leida AB pikkus.

1164. Kahe lõigu summa on 50 cm ja vahe 20 cm. Leida nende lõikude pikkused.

1165. Täisnurkse kolmnurga üks teravnurk on 50°. Leida täisnurga tipust tõmmatud kõrguse ja nurgapoolitaja vaheline nurk.

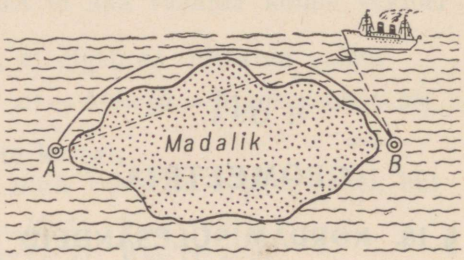
1166. Määrata joonisel 41 antud nurkade järgi kõik teised sellel joonisel esinevad nurgad (O — ringi keskpunkt).



Joon. 41.

1167. Et vältida laeva sõitmist madalikule, antakse tüürimehele juhis sõita nii, et suunad, milles on laevalt näha tähised A ja B, ei moodustaks teineteisega suuremat nurka kui 120° (joon. 42).

Tõlgendada seda juhist geomeetriliselt.



Joon. 42.

1168. Mitu kodarat on rattal, kui kodaratevaheline nurk on 1) 7°30′; 2) 18°; 3) 24°?

1169. Nurk koos oma kahe kõrvunurgaga on 240°. Leida selle nurga suurus.

1170. Kui suur on kumbki kahest kõrvunurgast, kui $\frac{1}{3}$ esimesest nurgast on võrdne 0,2 osaga teisest?

1171. Leida nurk:

1) kahe kõrvunurga poolitajate vahel;

2) kahe tippnurga poolitajate vahel.

1172. Kui suured on nurgad võrdkülgse kolmnurga nurgapoolitajate vahel?

1173. Kui suured on nurgad võrdhaarse täisnurkse kolmnurga nurgapoolitajate vahel?

1174. Jaotada täisnurk sirkli ja joonlaua abil kolmeks võrdseks osaks.

1175. Täisnurkse kolmnurga üks teravnurk on 30°; hüpotenuusi ja väiksema kaateti summa on 2,4 m. Arvutada hüpotenuus.

1176. Võrdhaarse kolmnurga üks külg on 12 cm, teine 5 cm. Kui pikk on kolmas külg?

1177. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 20 m. Üks külg on teisest kaks korda pikem. Leida külgede pikkused.

1178. Kolmnurga ümbermõõt on 12 cm; selle kolmnurga külgede keskpunktid ühendatakse üksteisega. Arvutada seejuures tekkiva kolmnurga ümbermõõt.

1179. Kolmnurgas ABC on tipust A küljeni BC joonestatud sirglõik AD nii, et nurk CAD võrdub nurgaga ACD. Kolmnur-

kade ABC ja ABD ümbermõõdud on 37 m ja 24 m. Arvutada AC pikkus.

1180. Ringjoon jaotatakse vahekorras 7 : 11 : 6 ning jaotuspunktid ühendatakse üksteisega. Arvutada seejuures tekkiva kolmnurga nurgad.

1181. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga ümberringjoone raadius võrdub hüpotenuusile tõmmatud mediaaniga.

1182. Tõestada, et võrdhaarse kolmnurga tipu juures asetseva välisnurga poolitaja on alusega paralleelne.

1183. Konstrueerida kolmnurk kahe külje AB ja AC ning nendevahelise nurga A järgi ($AB = 48$ mm, $AC = 56$ mm, $\angle A = 65°$).

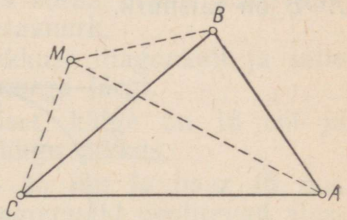
1184. Konstrueerida kolmnurk külje AC ning selle lähisnurkade A ja C järgi ($AC = 50$ mm, $\angle A = 35°$, $\angle C = 100°$).

1185. Konstrueerida kolmnurk külgede AB, BC ja AC järgi ($AB = 70$ mm, $BC = 50$ mm, $AC = 60$ mm).

1186. Konstrueerida täisnurkne kolmnurk kaateti AC ja hüpotenuusi AB järgi ($AC = 45$ mm, $AB = 52$ mm).

1187. Konstrueerida täisnurkne kolmnurk hüpotenuusi AB ja teravnurga A järgi ($AB = 48$ mm, $\angle A = 65°$).

1188. Punkt A kujutab raudteejaama ning punktid B ja C kaht asulat raudtee lähedal (joon. 43). Raudtee läheb piki nurga BAC poolitajat. Leida konstrueerimise teel teine raudteejaam M, teades, et see on kummastki asulast võrdsel kaugusel.



Joon. 43.

1189. Võrdhaarse kolmnurga alusnurk on 70°43′. Arvutada tipunurk.

1190. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 78°30′. Arvutada alusnurk.

1191. Kolmnurga üks nurk võrdub kahe ülejäänud nurga vahega. Leida selle kolmnurga suurim nurk.

1192. Kolmnurga ABC nurk $A = 44°16′40″$. Nurgad B ja C suhtuvad nagu 9 : 5. Missugune külg on selles kolmnurgas kõige pikem?

1193. Nurkadest, mis on tekkinud kahe paralleelse sirge lõikumisel kolmanda sirgega, on üks sisenurk 124°. Kui suure nurga moodustab selle sisenurga poolitaja teise paralleelsirgega?

1194. On antud kaks paralleelsete haaradega nurka; üks neist on 70° võrra suurem kui teine. Kui suured on need nurgad?

1195. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga hüpotenuusile tõm-

matud kõrgus jaotab täisnurga osadeks, mis on võrdsed selle kolmnurga teravnurkadega.

1196. Näidata, et alati on võimalik asetada kuus ühesuurust münti niisama suure mündi ümber nii, et igaüks puudutab keskset münti ja veel kaht teist münti.

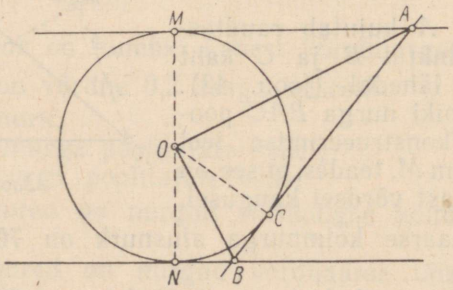
1197. Ringjoone diameeter jaotab kõõlu 3 cm ja 6 cm pikkusteks osadeks. Kõõlu kaugus ringjoone keskpunktist on 1,5 cm. Leida nurk diameetri ja kõõlu vahel.

1198. Kõõl jaotab ringjoone diameetri 2 cm ja 6 cm pikkusteks osadeks. Diameetri ja kõõlu vaheline nurk on 30°. Arvutada kõõlu kaugus ringjoone keskpunktist.

1199. Täisnurgasse on joonestatud ringjoon; puutepunkte ühendava kõõlu pikkus on a. Leida selle kõõlu kaugus ringjoone keskpunktist.

1200. Arvutada ringjoone kahe puutuja vaheline nurk, kui selle nurga tipu väikseim kaugus ringjoonest võrdub ringjoone raadiusega.

1201. Ringjoonele, mille keskpunkt on O, on joonestatud kaks paralleelset puutujat ja kolmas puutuja, mis lõikab neid kaht puutujat punktides A ja B (joon. 44). Tõestada, et nurk AOB on täisnurk.



Joon. 44.

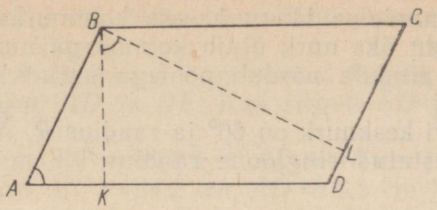
1202. Konstrueerida kolmnurk aluse a, kõrguse h ja tipunurga α järgi ($a = 40$ mm, $h = 35$ mm, $\alpha = 60°$).

1203. Rööpküliku kaks külge suhtuvad nagu 2 : 5 ja tema ümbermõõt on 70 cm. Arvutada küljed.

1204. Diagonaal jaotab rööpküliku kaheks kolmnurgaks, millest kummagi ümbermõõt on 6,21 m; rööpküliku ümbermõõt on 7,12 m. Arvutada diagonaali pikkus.

1205. Arvutada rööpküliku nurgad, kui üks nurk on teisest 20° võrra suurem.

1206. Tõestada, et rööpküliku nürinurga tipust tõmmatud kõrguste vaheline nurk võrdub rööpküliku ühe nurgaga (joon. 45).



Joon. 45.

1207. Rööpküliku teravnurga tipust tõmmatud kõrguste vaheline nurk on 130°. Leida rööpküliku nurgad.

1208. Näidata, et rööpküliku sisenurkade poolitajad moodustavad uue rööpküliku. Uurida seda rööpkülikut (ristkülik, romb, ruut?).

1209. Rombi ümbermõõt on 0,8 dm ja kõrgus 0,1 dm. Leida rombi nurgad.

1210. Rombi diagonaali ja külje vaheline nurk on 22°30′. Leida rombi nurgad.

1211. Ristküliku diagonaal on kaks korda pikem ühest küljest. Arvutada diagonaalidevaheline teravnurk.

1212. Konstrueerida romb 5 cm pikkuse diagonaali ja selle diagonaali vastas oleva 120-kraadise nurga järgi.

1213. Trapetsi kaks mitteparalleelset külge on 15 cm ja 13 cm, ümbermõõt 48 cm. Leida kesklõigu pikkus.

1214. Võrdhaarse trapetsi alus on 20 dm ja haar 16 dm. Leida trapetsi ümbermõõt, kui tema diagonaalid poolitavad alusnurki.

1215. 255 mm pikkune raudvarb on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ning otsad jaotuspunktidest ülespoole painutatud, nii et tekkinud nurgad on 120°. Leida raudvarva otste vaheline kaugus.

1216. Tõestada, et kui võrdhaarse trapetsi diagonaalid on risti, siis trapetsi kõrgus võrdub kesklõiguga.

1217. Ringi ümber on joonestatud trapets, mille ümbermõõt on 12 m. Arvutada selle trapetsi kesklõik.

1218. Rombi külg on 8 cm, teravnurk 30°. Arvutada siseringjoone raadius.

1219. Mitu külge on kumeral hulknurgal, kui tema sisenurkade summa on välisnurkade summast 180° võrra suurem?

1220. Võrdhaarse täisnurkse kolmnurga sisse on joonestatud ristkülik nii, et selle kaks tippu asetsevad hüpotenuusil, teised kaks aga kaatetitel. Arvutada ristküliku küljed, teades, et nad suhtuvad nagu 5 : 2 ja kolmnurga hüpotenuus on 45 cm (kaks võimalust).

1221. Võrdhaarsesse täisnurksesse kolmnurka on joonestatud ruut nii, et ruudu üks nurk ühtib kolmnurga nurgaga. Tõestada, et selle ruudu pindala võrdub poolega antud kolmnurga pindalast.

1222. Sektori kesknurk on 60° ja raadius R. Avaldada sellesse sektorisse joonestatud ringjoone raadius.

§ 19. VÕRDELISED LÕIGUD. SARNASUS

Võrdelised lõigud. Kolmnurga nurgapoolitaja

a) Lõikude suhe. Võrdelised lõigud

1223. Kui suur on järgmiste lõikude suurim ühismõõt?

1) 2,5 m; 1,7 cm; $\frac{1}{3}$ dm

2) 3,7 dm; $\frac{1}{4}$ m; $\frac{2}{3}$ m

1224. 1) Pikkusühik mahub mõõdetavasse lõiku 4 korda puuduga; 0,1 pikkusühikut mahub jääki 5 korda puuduga; viimasesse jääki mahub 0,01 pikkusühikut 8 korda puuduga. Kirjutada mõõdetava lõigu pikkus puuduga ning liiaga täpsusega 0,01 võetud ühikut.

2) 0,1 pikkusühikut mahub mõõdetavasse lõiku 6 korda puuduga; 0,01 pikkusühikut mahub jääki 3 korda puuduga; viimasesse jääki mahub 0,001 pikkusühikut 7 korda liiaga. Kirjutada mõõdetava lõigu pikkus puuduga ning liiaga täpsusega 0,001 võetud ühikut.

1225. 1) Võtta vabalt mingi lõik ja jaotada see kaheks osaks, mille suhe on 0,6.

2) Võtta vabalt mingi lõik ja pikendada seda $1\frac{1}{3}$ korda.

1226. 1) Punkt M jaotab lõigu AB nii, et $AM : MB = 1,5 : 3$. Leida $AM : AB$ ja $MB : AB$.

2) Punkt K jaotab lõigu AB nii, et $AK : KB = m : n$. Avaldada $AK : AB$ ja $KB : AB$.

1227. 1) Lõik on jaotatud suhtes 7 : 9, kusjuures väiksem osa on 24,5 cm. Leida kogu lõigu pikkus.

2) Võrdhaarse kolmnurga aluse ja haara suhe on 0,4 ning ümbermõõt on 36 cm. Leida kolmnurga küljed.

1228. Nurga haarad on lõigatud kahe paralleelse sirgega. Ühel haaral tekkinud lõigud tipust alates on

1) 5 cm ja 7 cm. Teise haara esimene lõik on 7,5 cm. Leida teise haara teine lõik.

2) 3,7 dm ja 11,1 dm. Teise haara lõikude summa on 18,4 dm. Leida teise haara lõigud.

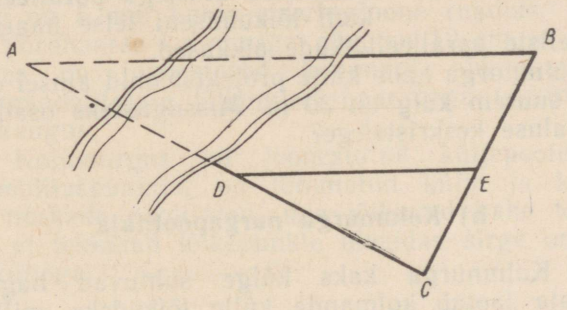
1229. Nurga A ühel haaral on võetud lõigud AB ja BC ning teisel haaral lõigud AD ja DE. Kas sirged BD ja CE on paralleelsed, kui

1) $AB = 24$ cm, $BC = 19{,}8$ cm, $AD = 16$ cm ja $DE = 13{,}2$ cm;

2) $AB = 18$ cm, $BC = 24{,}2$ cm, $AD = 6{,}5$ cm ja $DE = 8{,}1$ cm?

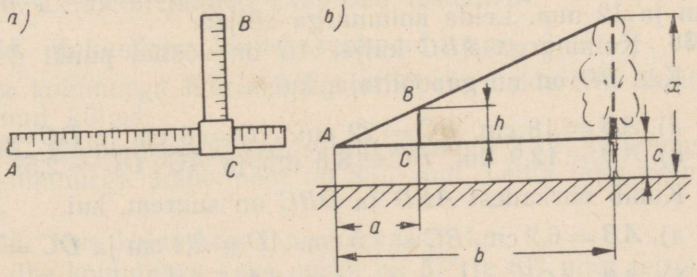
1230. Trapetsi alused on 8 dm ja 12 dm ning haarad 10 dm ja 8 dm. Haarasid pikendatakse kuni lõikumiseni. Kui palju tuleb neid selleks pikendada?

1231. 1) Leida punktide A ja B vaheline kaugus (joon. 46), mille otsene mõõtmine on raskendatud, kui $CE = 8$ m, $BE = 48$ m, $DE = 9$ m ja $DE \parallel AB$.

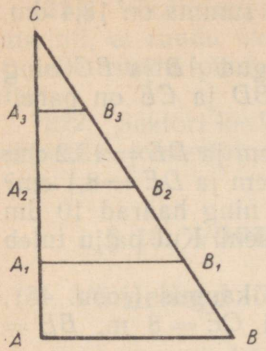


Joon. 46.

2) Joonisel 47, a on kujutatud kõrgusemõõtja, mida sageli kasutavad metsnikud. Joonisel 47, b on skemaatiliselt näidatud mõõteriista kasutamine. Mõõtmisel asetatakse punkt A silma juurde ja nihutatakse vertikaalmõõtjoonlauda seni, kuni punktid A ja B ning mõõdetava eseme tipp asetsevad ühel sirgel. Leida valem x arvutamiseks a, b, c ja h kaudu. Arvutada puu kõrgus, kui $a = 8$ cm, $b = 18$ m, $c = 1{,}7$ m, $h = 10$ cm.



Joon. 47.



Joon. 48.

1232. 1) Leida metallkonstruktsiooni (joon. 48) horisontaalvarraste pikkused; kui A_1, A_2 ja A_3 jaotavad AC neljaks võrdseks osaks ning $AB = 8$ m.

2) Võrdhaarse kolmnurga kõrgus on 15 cm. Alus on jaotatud viieks võrdseks osaks ja jaotuspunktidest on tõmmatud alusega ristuvad sirged kuni lõikumiseni haaradega. Leida aluse ja haarade vaheliste lõikude pikkused.

1233. Trapetsi alused on 24 cm ja 60 cm. Üks haar on jaotatud kuueks võrdseks osaks ja jaotuspunktidest on tõmmatud alustega paralleelsed sirged kuni lõikumiseni teise haaraga. Leida haaradevaheliste paralleellõikude pikkused.

1234. Kolmnurga kahe külje projektsioonid alusel on 10 m ja 18 m ning suurem külg on 30 m. Missugusteks osadeks jaotab selle külje aluse keskristsirge?

b) Kolmnurga nurgapoolitaja

1235. 1) Kolmnurga kaks külge suhtuvad nagu 2 : 3 ja nurgapoolitaja jaotab kolmanda külje lõikudeks, millest pikem on 12 cm. Leida kolmas külg.

2) Kolmnurga pikim külg on 9 dm ja nurgapoolitaja jaotab teise külje lõikudeks pikkustega 2,4 dm ja 3,6 dm. Leida kolmas külg.

1236. 1) Kolmnurga küljed on 12 cm, 18 cm ja 20 cm. Kui suurteks lõikudeks jaotab nurgapoolitaja pikima külje?

2) Kolmnurga kaks külge on 48 dm ja 16 dm. Nurgapoolitaja jaotab kolmanda külje lõikudeks, mille vahe on 18 dm. Leida kolmanda külje lõigud.

1237. Kolmnurga ümbermõõt on 9 cm ja kahe külje vahelise nurga poolitaja jaotab kolmanda külje lõikudeks pikkustega 18 mm ja 12 mm. Leida kolmnurga küljed.

1238. Kolmnurga ABC küljel AC on võetud punkt D.

1) Kas BD on nurgapoolitaja, kui

a) $AB = 18$ cm, $BC = 22$ cm, $AD = 8$ cm ja $DC = 10$ cm;
b) $AB = 12{,}9$ dm, $BC = 8{,}6$ dm ja $AC : DC = 2{,}5$?

2) Kumb nurkadest ABD ja DBC on suurem, kui

a) $AB = 6{,}2$ cm, $BC = 7{,}5$ cm, $AD = 3{,}1$ cm ja $DC = 3{,}6$ cm;

b) $AB : AC = 1\frac{1}{3} : 2$ ja $AD : DC = 2\frac{1}{2} : 3$?

1239. Kolmnurka on joonestatud romb, mille nurk ühtib kolmnurga nurgaga.

1) Kolmnurga selle nurga lähisküljed suhtuvad nagu 4 : 7 ja kolmas külg on 55 cm. Kui suurteks lõikudeks jaotab rombi tipp kolmnurga kolmanda külje?

2) Kolmnurga selle nurga lähisküljed on 8 cm ja 12 cm ning rombi tipp jaotab kolmanda külje lõikudeks, millest üks võrdub ühe antud küljega. Leida kolmnurga ümbermõõt.

1240. 1) Võrdhaarse kolmnurga aluse ja haara suhe on $\frac{4}{5}$ ning siseringjoone raadius on 6 cm. Leida tipunurgast tõmmatud kõrgus.

2) Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm ja haar 25 cm. Siseringjoone keskpunkt jaotab kolmnurga kõrguse lõikudeks, mille vahe on 5 cm. Leida siseringjoone raadius.

1241. Võrdhaarse kolmnurga alus on 12 cm ja haar 24 cm. Kolmnurgas on joonestatud kummagi alusnurga poolitaja. Leida nurgapoolitajate lõikumisel haaradega tekkinud punktide vaheline kaugus.

1242.* Kolmnurgas on joonestatud küljepoolitaja. Küljel saadud poolituspunktist on tõmmatud külje ja küljepoolitaja vaheliste nurkade poolitajad, mis lõikuvad kahe teise küljega. Tõestada, et tekkinud lõikepunkte ühendav sirge on paralleelne esimese küljega.

Kolmnurkade ja hulknurkade sarnasus

a) Kolmnurkade sarnasuse mõiste ja tunnused

1243. 1) Maatüki plaan on kolmnurgakujuline, külgedega 4,0 cm, 5,0 cm ja 7,0 cm. Maatüki kõige väiksem külg on 44 m. Leida ülejäänud küljed.

2) Geograafilisel kaardil on kolme punkti vahelised kaugused 6,4 cm, 5,8 cm ja 2,1 cm. Suurim kaugus maastikul on 160 km. Leida ülejäänud kaugused maastikul.

1244. Kolmnurga küljed suhtuvad nagu $\frac{2}{3} : 1 : \frac{3}{2}$; temaga sarnase kolmnurga suurim külg on 27 cm. Leida teise kolmnurga ülejäänud küljed.

1245. Kolmnurga küljed suhtuvad nagu 2 : 3 : 4; temaga sarnase kolmnurga ümbermõõt on 83,7 mm. Leida teise kolmnurga küljed.

1246. Kas kolmnurgad on sarnased, kui

1) ühe kolmnurga kaks nurka on 57° ja 61° ning teisel kolmnurgal 62° ja 61°;

2) ühe kolmnurga kaks nurka on 53° ja 72° ning teisel kolmnurgal 72° ja 35°;

3) ühe täisnurkse kolmnurga teravnurk on 26° ja teise täisnurkse kolmnurga teravnurk on 64°;

4) ühe võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 34° ja teise võrdhaarse kolmnurga alusnurk on 73°?

1247. 1) Kolmnurkades ABC ja DEF on antud $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle F$, $AB = 24$ cm, $BC = 18$ cm, $AC = 12$ cm ja $DF = 12$ cm. Leida DE ja EF.

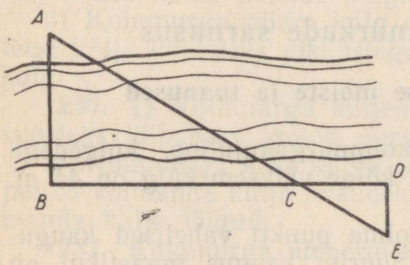
2) Kolmnurkades KLM ja NOP on antud $\angle K = \angle O$, $\angle L = \angle P$, $LM = 35$ cm, $NP = 25$ cm, $KL - OP = 8$ cm. Leida KL.

1248. 1) Rööpküliku $ABCD$ küljel BC on võetud punkt E ning tõmmatud sirge DE, mis lõikub külje AB pikendusega punktis F. Missugused tekkinud kolmnurkadest on sarnased? Mispärast?

2) Ringjoonel on vabalt võetud 4 punkti, mis on omavahel ühendatud sirgetega. Missugused tekkinud kolmnurkadest on sarnased? Mispärast?

1249. Tasandikul kasvava puu varju pikkus on 19,2 m; samal ajal on vertikaalselt maasse pistetud 0,80 m pikkuse teiba varju pikkus 1,2 m. Leida puu kõrgus.

1250. Raudtee ülesõidukoha tõkkepuu lühem õlg on 1,5 m ja pikem õlg 5,0 m. Kui palju tuleb lühema õla otspunkti allapoole nihutada, et pikema õla otspunkt tõuseks 2,5 m võrra?



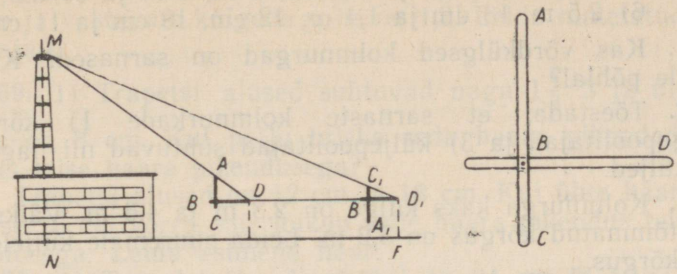
Joon. 49.

1251. Joonisel 49 on näidatud, kuidas jõge ületamata mõõta jõe laiust. Punktid A ja B on valitud vahetult jõe kaldal teineteise vastas, kusjuures $\angle B = \angle D = 90°$. Arvutada jõe laius, kui $BC = 27{,}5$ m, $CD = 4{,}5$ m ja $DE = 4{,}0$ m.

1252. Vaatleja näeb enda ette 2,1 m kaugusele tasasele maapinnale asetatud peeglist torni tipu peegeldust. Leida torni kõrgus, kui vaatleja asub tornist 42 m kaugusel ning silmade kõrgus maapinnast on 1,65 m.

1253. Joonisel 50 on näidatud lihtne riist, mille abil saab mõõta objekti kõrgust, kui juurdepääs objektile on raskendatud. $AB = BD$ ja $BC = \frac{1}{2} BD$. Tõestada, et objekti kõrgus $MN = DD_1 + D_1F$.

1254. Kolmnurgas ABC on tõmmatud küljega AC paralleelne lõik DE.



Joon. 50.

1) Leida BE ja DE, kui $AB = 18$ m, $BC = 30$ m, $AC = 24$ m ja $BD = 15$ m.

2) Leida AD ja CE, kui $AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $AC = 2$ dm ja $DE = 15$ cm.

1255. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 40 cm ja kaatetid on 24 cm ning 32 cm. Paralleelselt lühema kaatetiga on kolmnurgas tõmmatud kaks sirget. Hüpotenuusil teravnurkade tippude juures eraldunud lõigud on kumbki 10 cm. Leida kolmnurga keskel moodustunud trapetsi küljed.

1256. 1) Ühe kolmnurga kaks külge on 24 m ja 16 m ning teise kolmnurga kaks külge on 12 m ja 18 m. Kas kolmnurgad on sarnased, kui nimetatud külgede vahelised nurgad on võrdsed?

2) Ühe kolmnurga nurk ühtib teise kolmnurga nurgaga. Kas kolmnurgad on sarnased, kui selle nurga lähisküljed on esimesel kolmnurgal 12 cm ja 18 cm ning teisel 16 cm ja 27 cm?

1257. 1) Kolmnurkades ABC ja DEF on $\angle A = \angle E$ ja $\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EF} = 1{,}5$. Leida DF, kui $BC = 2{,}7$ dm.

2) Kolmnurkades KLM ja NOP on $\angle K = \angle P$ ning $KL = 1{,}25\,OP$ ja $NP = 0{,}8\,KM$. Leida LM ja NO, kui nende vahe on 1,2 m.

1258. Kahe võrdhaarse kolmnurga tipunurgad on võrdsed. Ühe kolmnurga alus ja haar on vastavalt 5 cm ja 9 cm. Teise kolmnurga aluse ja haara summa on 21 cm. Leida teise kolmnurga alus ja haar.

1259. Kaks sirget lõikuvad punktis O. Ühel sirgetest on võetud vastassuunaliselt lõigud $OA = 2{,}4$ m ja $OB = 1{,}8$ m ning teisel sirgel samuti vastassuunaliselt lõigud $OC = 1{,}5$ m ja $OD = 2$ m. Leida suhe $AC : BD$.

1260. Kas kolmnurgad on sarnased, kui nende küljed on

1) 8 cm, 6 cm ja 10 cm; 12 cm, 9 cm ja 15 cm;
2) 12 dm, 3 m ja 24 dm; 8 cm, 20 cm ja 16 cm;
3) 1,6 m, 1,2 m ja 2 m; 0,9 m, 1,5 m ja 1,2 m;
4) 14 cm, 18 cm ja 16 cm; 24 m, 20 m ja 28 m;

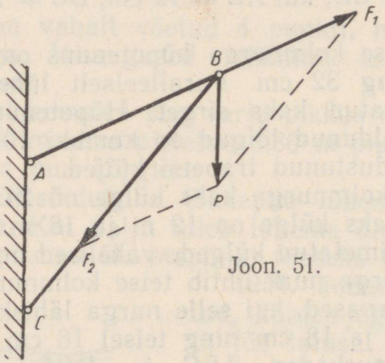
5) 24 dm, 16 dm ja 32 dm; 2 m, 4 m ja 30 dm;
6) 2,5 m, 13 dm ja 1,4 m; 12 cm, 18 cm ja 11 cm?

1261. Kas võrdkülgsed kolmnurgad on sarnased? Kui on, siis mille põhjal?

1262. Tõestada, et sarnaste kolmnurkade 1) kõrgused, 2) nurgapoolitajad ja 3) küljepoolitajad suhtuvad nii nagu vastavad küljed.

1263. Kolmnurga kaks külge on 2,3 m ja 4,6 m. Väiksemale küljele tõmmatud kõrgus on 3,2 m. Leida suuremale küljele tõmmatud kõrgus.

1264. Kronsteinil ABC ripub koormis $P = 24$ kG (joon. 51). Leida F_1 (tõmme vardas AB) ja F_2 (surve vardas BC), kui $AB = 10$ dm, $BC = 14$ dm ja $AC = 8{,}0$ dm.



Joon. 51.

1265. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 25 cm ja kaatet 20 cm. Antud kaatetil võetakse punkt, mis asetseb 15 cm kaugusel täisnurga tipust, ja sellest punktist tõmmatakse ristlõik hüpotenuusile. Kui suurteks lõikudeks jaguneb seejuures hüpotenuus?

1266. Kolmnurgas ABC on tõmmatud lõik AD nii, et $\angle ADC = \angle BAC$. Leida DC, kui $AC = 12$ cm ja $BC = 16$ cm.

1267.* Tõestada, et iga kolmnurga kahe külje korrutis võrdub kolmandale küljele tõmmatud kõrguse ja ümberringjoone diameetri korrutisega.

b) Mitmesuguseid ülesandeid

1268. 1) Kahe sarnase kolmnurga ümbermõõdud on 63 cm ja 36 cm ning vastavate küljepoolitajate vahe on 6 cm. Leida nimetatud küljepoolitajad.

2) Kahe sarnase kolmnurga nurgapoolitajate summa on 4,6 dm ja vastavate külgede suhe on 1,3. Leida nimetatud nurgapoolitajad.

1269. 1) Trapetsi alused suhtuvad nagu $1\frac{2}{3} : 3$ ja ühe haara pikkus on 8 cm. Kui palju tuleks seda haara pikendada, et ta lõikuks teise haara pikendusega?

2) Trapetsi alused on 12 cm ja 18 cm. Kui ühte haara pikendatakse 16 cm võrra, siis lõikub selle haara pikendus teise haara pikendusega. Leida esimene haar.

1270. 1) Trapetsi üks diagonaal on 24 cm ja teine jaguneb diagonaalide lõikepunktis osadeks pikkustega 6,5 cm ja 19,5 cm. Kui pikkadeks osadeks jaguneb esimene diagonaal?

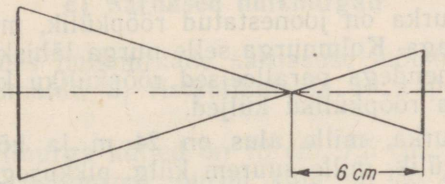
2) Trapetsi alused on 4,2 dm ja 6,3 dm ning diagonaalid on 4,5 dm ja 5 dm. Kui pikkadeks osadeks jagunevad diagonaalid nende lõikepunktis?

1271. 1) Trapetsi alused on 2,7 dm ja 1,2 dm. Leida diagonaal, mis jaotab trapetsi kaheks sarnaseks kolmnurgaks.

2) Trapetsi ühe haara ja väiksema aluse vaheline nurk on võrdne teise haara ja diagonaali vahelise nurgaga. Esimene haar, väiksem alus ja nimetatud diagonaal on vastavalt 5 cm, 7,5 cm ja 10 cm. Leida suurem alus ja teine haar.

1272. Trapetsi kesklõik on 12,5 cm ja diagonaal jaguneb lõikumisel teise diagonaaliga osadeks, mis suhtuvad nagu 2 : 3. Leida alused.

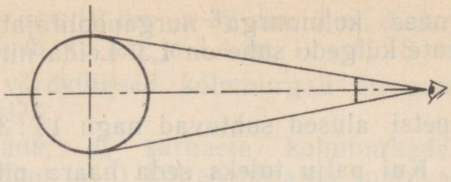
1273. Fotoaparaadiga, mille objektiivi kaugus filmist on 6,0 cm, pildistati 1,8 m pikkust inimest ja saadi filmil 1,5 cm kõrgune kujutis (joon. 52). Kui kaugel seisis inimene objektiivist?



Joon. 52.

1274. 1) Metallraha, mille läbimõõt on 2,5 cm, hoitakse 60 cm kaugusel silmast ja see katab vaateväljal õhupalli, mille läbimõõt on 12,5 m (joon. 53). Kui kaugel asetseb õhupall vaatlejast?

2) Leida Kuu varju pikkus, kui Kuu kaugus Päikesest on $1{,}5 \cdot 10^8$ km ja Päikese diameeter on 404 korda suurem Kuu diameetrist.



Joon. 53.

1275. 1) Trapetsi alused on 12 dm ja 16 dm ning kõrgus 7 dm. Kui kaugel suuremast alusest lõikuvad haarade pikendused?

2) Trapetsi aluste suhe on 0,6 ja haarade pikendused lõikuvad 1,8 m kaugusel väiksemast alusest. Leida trapetsi kõrgus.

1276. Trapetsi alused on 18 cm ja 12 cm ning kõrgus 2 dm. Leida trapetsi diagonaalide lõikepunkti kaugused alustest.

1277. 1) Rööpküliku küljed on 3,2 dm ja 4,0 dm ning suurem kõrgus võrdub väiksema küljega. Leida väiksem kõrgus.

2) Rööpküliku küljed on 30 cm ja 24 cm ning suuremate ja väiksemate külgede vaheliste kauguste summa on 45 cm. Leida nimetatud kaugused.

1278. Rööpküliku kõrgused on 12 cm ja 8 cm ning ümbermõõt 60 cm. Leida rööpküliku küljed.

1279. 1) Täisnurkse kolmnurga kaatetid on a ja b. Kolmnurka on joonestatud ruut, mille nurk ühtib kolmnurga nurgaga. Avaldada ruudu külg.

2) Kolmnurga kaks külge on 12 cm ja 18 cm. Kolmnurka on joonestatud romb, mille nurk ühtib kolmnurga antud külgede vahelise nurgaga. Leida rombi külg.

1280. Kolmnurka on joonestatud rööpkülik, mille nurk ühtib kolmnurga nurgaga. Kolmnurga selle nurga lähisküljed on 15 cm ja 20 cm ning nendega paralleelsed rööpküliku küljed suhtuvad nagu 3 : 2. Leida rööpküliku küljed.

1281. Kolmnurka, mille alus on 24 m ja kõrgus 8 m, on joonestatud ristkülik, mille suurem külg, pikkusega 9 m, asetseb kolmnurga alusel. Leida ristküliku väiksem külg.

1282. 1) Kaks ringjoont puudutavad teineteist väliselt. Läbi puutepunkti on tõmmatud lõikaja; tekkinud kõõlud on 12 cm ja 18 cm. Leida ringjoonte raadiused, kui keskpunktide-vaheline kaugus on 30 cm.

2) Kahe ringjoone raadiused on 9 m ja 6 m. Ühine sisemine puutuja jagab keskpunktide-vahelise kauguse lõikudeks, mille vahe on 4 m. Leida keskpunktide-vaheline kaugus.

1283. 1) Kaks ringjoont puudutavad teineteist väliselt. Ühine väline puutuja lõikab keskpunktide ühendussirget punktis,

mis asetseb keskpunktidest vastavalt 7,5 cm ja 15 cm kaugusel. Leida ringjoonte raadiused.

2) Kahe teineteist väliselt puudutava ringjoone raadiused on 4 cm ja 6 cm. Leida ühise välise puutuja ja keskpunktide ühendussirge lõikepunkti kaugused ringjoonte keskpunktidest.

1284.* Ringi raadius on R. Kõõlu ühe otspunkti ja teisest otspunktist joonestatud puutuja vaheline kaugus on a. Avaldada kõõl.

1285. Võrdhaarsesse kolmnurka, mille alus on 6 dm ja haar 9 dm, on joonestatud ringjoon. Leida haaradel asetsevate puutepunktide vaheline kaugus.

1286.* Trapetsi alused on 4,6 cm ja 8,2 cm. Kummassegi diagonaalidest ja alustest moodustunud kolmnurka on joonestatud ringjoon. Suurema ringjoone raadius on 2,1 cm. Leida väiksema ringjoone raadius.

1287. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi keskristsirge lõikab ühte kaatetit 4 dm kaugusel hüpotenuusist ja teise kaateti pikendust 9 dm kaugusel hüpotenuusist. Leida hüpotenuus.

1288. Võrdhaarsesse kolmnurka, mille alus on 12 cm ja kõrgus 18 cm, on joonestatud ristkülik, mille diagonaalid on paralleelsed kolmnurga haaradega. Leida ristküliku küljed.

1289.* Kolmnurka, mille alus on 4,5 dm, on joonestatud kaks ruutu nii, et ühe ruudu külg asetseb kolmnurga alusel ja teise ruudu külg alusel asetseva esimese ruudu külje vastasküljel. Leida väiksema ruudu külg, kui suurema ruudu külg on 3 dm.

1290.* Võrdhaarse kolmnurga kõrgus on h ja haar on b. Leida ümberringjoone raadius.

c) Sarnased hulknurgad

1291. Lähtudes hulknurkade sarnasuse mõistest (tunnusest), sõnastada 1) rombide, 2) ristkülikute ja 3) trapetsite sarnasuse tunnused.

1292. 1) Nelinurga küljed on 10 cm, 7,5 cm, 4,5 cm ja 4 cm; sellega sarnase nelinurga suurim külg on 30 dm. Leida teise nelinurga ülejäänud küljed.

2) Viisnurga küljed suhtuvad nagu $2 : 0{,}5 : 0{,}9 : 1{,}2 : 1{,}5$; sellega sarnase viisnurga väikseim külg on 1,5 m. Leida teise viisnurga ülejäänud küljed.

1293. Ehituskrunt on nelinurkne, ümbermõõduga 400 m. Plaanil kujutab seda krunti nelinurk, mille küljed on 2,8 cm, 3,6 cm, 3,2 cm ja 0,40 cm. Leida ehituskrundi külgede pikkused.

1294. 1) Kahe sarnase hulknurga väikseimate külgede pikkused on 7 m ja 11 m ning ümbermõõtude summa 108 m. Leida ümbermõõdud.

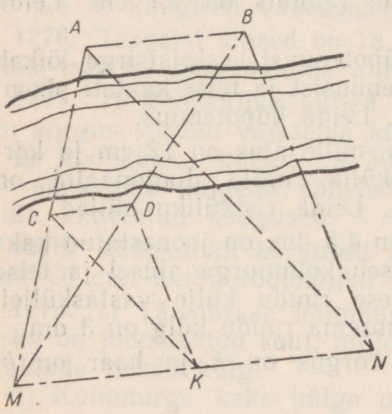
2) Kahe sarnase hulknurga suurimate külgede pikkused on 40 mm ja 16 mm ning ümbermõõtude vahe 63 mm. Leida ümbermõõdud.

1295. 1) Kahel sarnasel (mittevõrdsel) ristkülikul on ühine külg pikkusega 7,5 cm. Ühe ristküliku ümbermõõt on 18 cm. Leida teise ristküliku ümbermõõt.

2) Kahel sarnasel (mittevõrdsel) rööpkülikul on ühine külg pikkusega 6 dm. Ühe rööpküliku ümbermõõt on 16 dm. Leida teise rööpküliku ümbermõõt.

1296. Trapetsi alused on 1,8 dm ja 3,2 dm. Leida alustega paralleelse lõigu pikkus, kui see jaotab antud trapetsi kaheks sarnaseks trapetsiks.

1297. Rööpküliku ümbermõõt on 48 cm. Kumbki diagonaal on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ja saadud jaotuspunktid on omavahel ühendatud. Leida tekkinud nelinurga ümbermõõt.



Joon. 54.

1298.* Jõe vastaskaldal asetsevate punktide A ja B vahelist kaugust on võimalik mõõta jõge ületamata, tuginedes hulknurkade sarnasusele. Vastav skeem on toodud joonisel 54. Missuguste hulknurkade sarnasuse põhjal saab leida otsitava kauguse? Mispärast on need hulknurgad sarnased ($KC \parallel NA$ ja $KD \parallel NB$)? Missugused lõigud tuleb kauguse AB arvutamiseks otseselt mõõta?

Kordamisülesandeid

1299. Kolmnurga kaks külge on 8 dm ja 16 dm. Nendele külgedele tõmmatud kõrguste summa on 18 dm. Leida kõrgused.

1300. Võrdhaarse kolmnurga haarale tõmmatud kõrgus jaotab selle haara lõikudeks, mille pikkused on 4 cm ja 14 cm. Leida alus.

1301. Võrdhaarse kolmnurga siseringjoone raadius moodustab $\frac{3}{8}$ kolmnurga kõrgusest. Leida kolmnurga haarade vahel oleva ja alusega paralleelse puutujalõigu pikkus, kui haar on 10 cm.

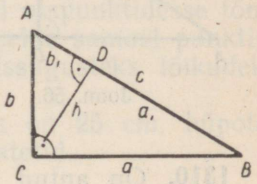
1302. Ringi raadius on 6 cm. Ringi sisse on joonestatud kolmnurk, mille kaks külge on 4 cm ja 9 cm. Leida kolmandale küljele tõmmatud kõrgus.

1303. Võrdhaarse kolmnurga kõrgus ja haar on vastavalt 16 cm ja 20 cm. Leida ümberringjoone raadius.

1304.* Rööpküliku küljed on a ja b $(a \geqslant 2b)$. Sirge jaotab rööpküliku kaheks sarnaseks rööpkülikuks. Leida nende rööpkülikute küljed.

§ 20. MEETRILISED SEOSED TÄISNURKSES KOLMNURGAS

1305. On antud täisnurkne kolmnurk ABC täisnurgaga C; $AC = b$, $CB = a$ ja $AB = c$ (joon. 55). Täisnurga tipust C hüpotenuusile tõmmatud kõrgus h jaotab hüpotenuusi kaheks lõiguks: $AD = b_1$ ja $DB = a_1$.



Joon. 55.

1) Kolmnurgad CAD ja CDB on sarnased. Põhjendada seda. Märkida ära nende kolmnurkade vastavalt võrdsed nurgad ja leida vastavad küljed.

Märkida suhete $\frac{CD}{\quad} = \frac{DA}{\quad} = \frac{CA}{\quad}$ nimetajatesse kolmnurga CDB vastavad küljed, asendada tähised CD, DA jne. ülalpool antud ühetäheliste sümbolitega ja näidata, et $h^2 = a_1 \cdot b_1$.

Missugune antud kolmest suhtest ei ole selle tõestamiseks vajalik?

2) Analoogiliselt tõestada kolmnurkade CDB ja CAB sarnasusest, et $a^2 = c \cdot a_1$; selleks märkida suhete $\frac{CB}{\quad} = \frac{DB}{\quad} = \frac{CD}{\quad}$ nimetajatesse kolmnurga CAB vastavad küljed.

3) Samuti tõestada kolmnurkade CAD ja CAB sarnasusest, et $b^2 = c \cdot b_1$; selleks märkida suhete $\frac{CA}{\quad} = \frac{AD}{\quad} = \frac{CD}{\quad}$ nimetajatesse kolmnurga CAB vastavad küljed.

1306. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud kõrgus h jaotab hüpotenuusi lõikudeks (a_1 ja b_1)

1) 2 cm ja 8 cm 2) 3 cm ja 12 cm 3) 5 cm ja 4 cm 4) 7 cm ja 5 cm

Arvutada kõrgus.

1307. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus c ja kaateti a projektsioon hüpotenuusil a_1 on:

1) $c = 12$, $a_1 = 3$ 2) $c = 9$, $a_1 = 4$ 3) $c = 8$, $a_1 = 3$ 4) $c = 7$, $a_1 = 2$

Leida kaatet a.

1308. On antud $\angle ACB = \angle CDA = 90°$ (joon. 56).

1) $AD = 8$ $AB = 18$ $AC = ?$
2) $AB = 24$ $AD = 18$ $CB = ?$

3) $AD = 2\frac{1}{4}$ $DB = 1{,}75$ $AC = ?$

4) $AD = 8DB$ $CB = 9$ $DB = ?$

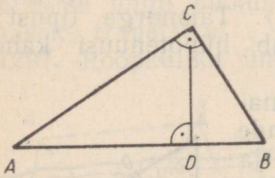
1309. On antud $\angle ACB = \angle CEB = 90°$ (joon. 57).

1) $AE = 2$ $EB = 8$ $CE = ?$

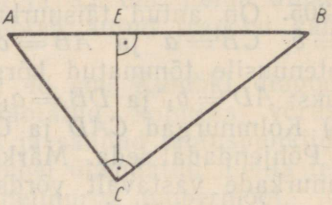
2) $AB = 13$ $EB = 9$ $CE = ?$

3) $CE = \sqrt{8}$ $AE = 2$ $EB = ?$

4) $AE = 4EB$ $CE = 6$ $AE = ?$

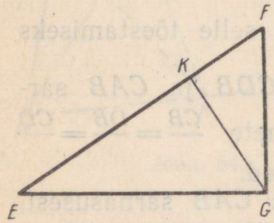


Joon. 56.



Joon. 57.

1310. On antud $\angle EGF = \angle GKF$ ja $\angle KEG + \angle GFE = 90°$ (joon. 58).



Joon. 58.

1) $EK = 5\frac{1}{3}$ $KF = 3$ $EG = ?$

2) $KF = \frac{35}{18}$ $EF = \frac{7}{2}$ $EG = ?$

3) $EF = 16\frac{1}{3}$ $FG = 7$ $KF = ?$

4) $3KF = KE$ $FG = 6$ $KF = ?$

1311. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 5 dm ja tema projektsioon hüpotenuusil on $1\frac{12}{13}$ dm. Leida teine kaatet.

1312. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 35 cm ja tema projektsioon hüpotenuusil on $13\frac{42}{91}$ cm. Leida teine kaatet.

1313. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrguse $h = \frac{240\sqrt{3}}{13}$ kaugus hüpotenuusi ühest otspunktist on $\frac{300}{13}$. Leida sama otspunkti kaugus täisnurga tipust.

1314. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi ühe otspunkti kaugus hüpotenuusile tõmmatud kõrguse otspunktidest on 24 ja $19\frac{1}{5}$. Leida hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

1315. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgus jaotab hüpotenuusi lõikudeks pikkusega 4 cm ja 9 cm. Leida kõrgus ja kaatetid. Irratsionaalsed vastused arvutada kümnendiku täpsusega.

1316. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgus, mille pikkus on 9 cm, jaotab hüpotenuusi lõikudeks, millest ühe pikkus on 4,5 cm. Leida teise lõigu pikkus ja kaatetid. Irratsionaalsed vastused arvutada sajandiku täpsusega.

1317. Täisnurkse kolmnurga kaatetid suhtuvad nagu 3 : 4, hüpotenuus on 1000 cm. Leida kaatetite projektsioonid hüpotenuusil.

1318. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 1,22 m ja kaatetid suhtuvad nagu 5 : 6. Leida lõigud, milleks jaotab hüpotenuusi täisnurga tipust tõmmatud kõrgus.

1319. Ringjoone ühest punktist diameetri otspunktidesse tõmmatud kõõlude pikkused on 6 cm ja 8 cm. Leida samast punktist diameetrile tõmmatud ristlõigu pikkus. Missugusteks lõikudeks jaotab see ristlõik diameetri?

1320. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 25 cm, hüpotenuusile tõmmatud kõrgus 12 cm. Leida kaatetid.

Pütagorase teoreem

1321. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on

1) 3 ja 4
2) 2 ja 1,5
3) 2 ja $2\frac{2}{3}$
4) 4 ja 8
5) 32 ja 60
6) 21 ja 28
7) 8 ja 12
8) 6 ja 8
9) 7 ja 9
10) 5,71 ja 13,4
11) 3,2 ja 5,5
12) 1 ja $1\frac{1}{3}$

Leida hüpotenuus.

1322. Määrata, missugused järgmistest kolmnurkadest on täisnurksed, kui nende küljed on

1) 12, 16 ja 20
2) 15, 18 ja 11
3) 2, 3 ja 3,6
4) 4,5, 6,7 ja 10,8
5) 5, 6 ja $\sqrt{61}$
6) 4, 8 ja $4\sqrt{5}$

1323. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus ja kaatet on

1) 25 ja 15
2) 30 ja 18
3) 8,5 ja 3,6
4) 35 ja 21
5) $1\frac{2}{3}$ ja 1
6) $21\frac{1}{4}$ ja 21
7) 2 ja 1,2
8) 11 ja 7
9) 2,5 ja 2
10) 109 ja 60
11) 4 ja 2
12) 6 ja 4

Leida teine kaatet.

1324. Ruudu külg on a cm. Avaldada ja arvutada ruudu diagonaal, kui

1) $a = 4$ cm
2) $a = \sqrt{2}$ cm
3) $a = \sqrt{8}$ cm

1325. Võrdhaarse kolmnurga alus on 120 cm ja haarad 109 cm. Leida kõrgus.

1326. Võrdhaarse kolmnurga alus on 60 cm ja haarad 50 cm. Leida alusele tõmmatud kõrgus.

1327. Võrdhaarse kolmnurga kõrgus on 26,8 ja haarad 33,5. Leida alus.

1328. Võrdhaarse kolmnurga haarad on 100 cm ja alusele tõmmatud kõrgus 60 cm. Leida alus.

1329. Ristküliku küljed on 6,9 cm ja 9,2 cm. Leida diagonaal.

1330. Ristküliku diagonaal on 15,5 cm ja üks külg 12,4 cm. Leida teine külg.

1331. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 12, teise kaateti ja hüpotenuusi summa 72. Leida teine kaatet.

1332. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 306 cm ja alusele tõmmatud kõrgus 51 cm. Leida alus ja haarad.

1333. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 90 cm ja kaatetid suhtuvad nagu 3 : 4. Leida kaatetid.

1334. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 45 ja teine kaatet suhtub hüpotenuusi nagu 4 :5. Leida teine kaatet ja hüpotenuus.

1335. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 125 ja kaatetite vahe on 25. Leida kaatetid.

1336. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 39 cm ja hüpotenuus on teisest kaatetist 13 cm võrra pikem. Leida hüpotenuus ja teine kaatet.

1337. 1) Aerodroomilt suundusid üheaegselt põhja ja läände lennukid, mille kiirus oli vastavalt 850 km/h ja 360 km/h. Leida lennukitevaheline kaugus tunni aja pärast.

2) Aerodroomilt suundusid üheaegselt lõunasse ja itta lennukid, mille kiirus oli vastavalt 750 km/h ja 400 km/h. Mitme tunni pärast oli lennukitevaheline kaugus 6800 km? (Lähendada sfääriline kolmnurk tasapinnaliseks.)

1338. Väljaspool ringi asetsevast punktist tõmmatud puutelõigu pikkus on 24 cm ja sama punkti kaugus ringjoone keskpunktist on 26 cm. Leida ringjoone diameeter.

1339. Ringi on joonestatud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 60 cm ja 109 cm. Leida ringi raadius.

1340. Ringi raadius on 1 m. Ringi joonestatud täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 1,2 m. Leida teine kaatet.

1341. Kas kolmnurgad on terav-, täis- või nürinurksed, kui nende küljed on

1) 33, 44 ja 55
2) 16, 17 ja 25
3) 13, 14 ja 17
4) 0,5, 0,7 ja 1
5) 1, $1\frac{1}{3}$ ja $1\frac{2}{3}$
6) 2, 2,5 ja 3

1342. Kas kolmnurgad on terav-, täis- või nürinurksed, kui nende küljed suhtuvad nagu

1) 5 : 12 : 13 2) 3 : 5 : 6 3) 8 : 9 : 12

1343. Kolmnurga kaks külge on 4 cm ja 7 cm. Määrata, missuguses pikkuse vahemikus peab olema kolmas külg, et ta vastas oleks a) nürinurk, b) teravnurk.

1344. Rombi diagonaalid on 15 cm ja 20 cm. Leida rombi külg.

1345. Rombi külg on 22,5 cm ja üks diagonaal 27 cm. Leida teine diagonaal.

1346. Võrdkülgse kolmnurga külg on a cm. Avaldada ja arvutada kõrgus, kui $a = 6$ cm.

1347. Võrdkülgse kolmnurga kõrgus on h cm. Avaldada ja arvutada külg, kui $h = 10$ cm.

1348. Redeli alumise otsa kaugus seinast on 2,25 m ja ülemise otsa kaugus maapinnast 3 m. Arvutada redeli pikkus.

1349. 6 m pikkuse redeli alumine ots asetseb seinast 3,6 m kaugusel. Kui kõrgel asetseb ülemine ots maapinnast?

1350. Täisnurkse trapetsi diagonaalid on 20 cm ja 15 cm ning väiksem haar on 12 cm. Leida suurem haar.

1351. Võrdhaarse kolmnurga alus on 3 dm ja siseringjoone raadius on 10 cm. Leida haarad.

1352. Võrdhaarse kolmnurga haarad on 12,5 cm ja alus 15 cm. Leida ümberringjoone raadius.

1353. Võrdhaarse kolmnurga alus on 11,4 ja ümberringjoone raadius 5,9. Leida kolmnurga kõrgus ja haar.

1354. Kaks ringjoont puudutavad teineteist väliselt. Leida nende ringjoonte ühise puutelõigu pikkus, kui ringjoonte raadiused on vastavalt 13,5 cm ja 6 cm.

1355. Kaks ringjoont puudutavad teineteist väliselt, kusjuures ühe ringjoone raadius on teise omast 25 cm võrra pikem. Leida ringjoonte raadiused, kui nende ühise puutelõigu pikkus on 60 cm.

1356. Kahe lõikuva ringjoone lõikepunktist tõmmatud raadiused moodustavad 90-kraadise nurga. Leida ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus ja ringjoonte ühise kõõlu pikkus, kui raadiused on 27,5 cm ja 66 cm.

1357. Ringjoone diameetri punktist, mis asetseb 2,4 dm kaugusel ühest otspunktist, on tõmmatud ringjooneni ristlõik pikkusega $4\sqrt{6}$ dm. Leida ristlõigu otspunktide kaugused diameetri otspunktidest ja ringjoone raadius. Irratsionaalsed vastused arvutada sajandiku täpsusega.

1358. On antud lõik AB. Saab moodustada lõpmatu arvu liikuva tipuga C täisnurkseid kolmnurki ABC nii, et liikumatu lõik AB jääb hüpotenuusiks. Missuguse kolmnurga korral asetseb täisnurga tipp C hüpotenuusist AB kõige kaugemal? Määrata

tema kaugus hüpotenuusist hüpotenuusi AB pikkuse a kaudu. Missuguses suhtes jaotab see kõrgus hüpotenuusi lõikudeks?

1359. Ringi raadiusega 13 cm on joonestatud täisnurkne kolmnurk ümbermõõduga 62,4 cm. Leida kolmnurga küljed.

1360. Kahe lõikuva ringi raadiused on 30 cm ja 40 cm. Määrata nende ringide keskpunktide vaheline kaugus, kui ringide ühise kõõlu pikkus on 48 cm.

1361. Leida täisnurkse kolmnurga kaatetid ja täisnurga tipust tõmmatud kõrgus, kui hüpotenuus on c ja täisnurga tipust tõmmatud kõrgus jaotab hüpotenuusi suhtes 9 : 16.

1362. Kolmnurga küljed on 13 cm, 14 cm ja 15 cm. Kui suurteks lõikudeks jaotab 14 cm pikkuse külje temale tõmmatud kõrgus?

1363. Kolmnurga küljed on 7 cm, 15 cm ja 20 cm. Leida, kui pikad on 15 cm ja 20 cm pikkuste külgede projektsioonid 7 cm pikkusel küljel.

1364. On antud nelinurk, mille kaks vastasnurka on täisnurgad ja täisnurkade lähisküljed on vastavalt 9 cm ja 12 cm ning 6 cm ja $3\sqrt{21}$ cm. Kas on võimalik selle nelinurga ümber joonestada puuteringjoont?

1365. Kahe kontsentrilise ringjoone raadiuste vahe on 8 cm; suurema ringjoone kõõl, mis ühtlasi on väiksemale ringjoonele puutujaks, on 24 cm pikkune. Leida ringjoonte raadiused.

1366. Kolmnurga alus on 20 cm ja alusele tõmmatud mediaan 5 cm; ülejäänud kahe külje summa on 22 cm. Leida kolmnurga küljed.

1367. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist ringjoonele tõmmatud puutujad moodustavad täisnurga. Leida selle punkti kaugus ringjoone keskpunktist, kui ringjoone raadius on 6 dm.

1368. Võrdhaarse trapetsi alused on $\sqrt{8}$ cm ja $\sqrt{50}$ cm ning diagonaalid on risti. Leida diagonaalid.

1369. Ringi kahe ristuva kõõlu lõikepunkt jaotab kõõlud 10 cm ja 24 cm pikkusteks osadeks. Leida kõõlude otspunktide vahelised kaugused.

1370. Ringjoone keskpunktist ühele poole on joonestatud võrdhaarne puutetrapets alustega 6 cm ja 8 cm ning kõrgusega 7 cm. Leida ringjoone raadius.

1371. Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm ja siseringjoone raadius on 10 cm. Leida haarad.

1372. Ruutu külje pikkusega 7 cm on joonestatud ruut külje pikkusega 5 cm. Missugusteks osadeks jaotavad sissejoonestatud ruudu tipud antud ruudu külje?

1373. Ruutu külje pikkusega 10 dm on joonestatud ruut, mille tipud jaotavad antud ruudu külje osadeks, mis suhtuvad nagu 3 : 4. Leida sissejoonestatud ruudu küljed.

1374. Täisnurkse kolmnurga teravnurga poolitaja jaotab vas-

taskaateti 4 cm ja 5 cm pikkusteks osadeks (alates täisnurgast). Leida hüpotenuus.

1375. Täisnurkse kolmnurga täisnurga poolitaja jaotab hüpotenuusi 20 cm ja 15 cm pikkusteks osadeks. Leida kaatetid.

1376. Täisnurkse kolmnurga teravnurga poolitaja jaotab vastaskaateti 8,4 cm ja 30 cm pikkusteks lõikudeks. Nurgapoolitaja ja vastaskaateti lõikepunktist on tõmmatud hüpotenuusiga paralleelne lõik lõikumiseni teise kaatetiga. Leida selle lõigu pikkus.

1377. Kolmnurga kaks külge on 14 cm ja 6 cm. Kolmandale küljele tõmmatud mediaani ja kõrguse lõikepunktide vaheline kaugus on 4 cm. Leida kolmas külg.

1378. Rombi diagonaalid on 6 cm ja 8 cm. Leida siseringjoone raadius.

1379. Võrdhaarse kolmnurga haarale tõmmatud kõrgus jaotab haara 2 cm ja 7 cm pikkusteks lõikudeks (pikem lõik tipu juures). Arvutada kolmnurga alus.

1380. Ringi kahe ristuva kõõlu lõikepunkt jaotab kõõlud 7 cm ja 17 cm pikkusteks osadeks. Leida ringi raadius.

1381. Täisnurkse kolmnurga täisnurga poolitaja jaotab hüpotenuusi osadeks, mis suhtuvad nagu 2 : 5. Kuidas suhtuvad osad, milleks jaotab täisnurga tipust tõmmatud kõrgus hüpotenuusi?

1382. Täisnurkse kolmnurga teravnurkade poolitajad jaotavad vastaskaatetid osadeks, mis suhtuvad vastavalt nagu 5 : 4 ja 5 : 3 (täisnurga tipust arvates). Leida kolmnurga küljed, kui kolmnurga ümbermõõt on 72 dm.

1383. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 3 cm ja 6 cm. Leida täisnurga poolitaja.

1384. Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 84 cm ja kõrgus jaotab hüpotenuusi suhtes 9 : 16. Leida täisnurga poolitaja.

1385. Kahe ringi raadiused on 27 cm ja 13 cm ning ringide keskpunktide vaheline kaugus on 50 cm. Määrata ühise puutelõigu pikkus.

1386. Leida rombi küljed, kui rombi nürinurkade ja ühe teravnurga tippe läbiv ringjoon jaotab suurema diagonaali 5 dm ja 1,4 dm pikkusteks osadeks.

1387. Täisnurkse kolmnurga siseringjoone puutepunkt jaotab hüpotenuusi 2 cm ja 6 cm pikkusteks lõikudeks. Leida kolmnurga kaatetid.

1388. Tõestada, et $AC^2 - BC^2 = AD^2 - BD^2$, kus punkt D on kolmnurga ABC tipust C tõmmatud kõrgusel vabalt valitud punkt.

1389. Tõestada, et $CB^2 - CD^2 = AD \cdot DB$, kus punkt D on võrdkülgse kolmnurga ABC alusel AB vabalt valitud punkt.

1390. Tõestada, et $BA^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2}$, kus AD on kolmnurga ABC mediaan.

§ 21. MEETRILISED SEOSED RINGIS

1391. Seespool ringjoont asetsevat punkti M läbivad kõõlud AB ja CD. Punkt M jaotab kõõlu AB lõikudeks pikkustega 5 cm ja 16 cm ning eraldab kõõlust CD lõigu $CM = 8$ cm. Leida kõõlu CD teine osa.

1392. Kaks kõõlu lõikuvad punktis A, mis asetseb seespool ringjoont. Punkt A jaotab ühe kõõlu lõikudeks, mille pikkused on 4 cm ja 21 cm, ning eraldab teisest kõõlust lõigu pikkusega 12 cm. Leida teise kõõlu pikkus.

1393. Seespool ringjoont asetsevas punktis lõikuvad kaks kõõlu, mille pikkused on 2 dm ja 22 cm. Lõikepunkt jaotab ühe kõõlu lõikudeks pikkustega 12 cm ja 8 cm. Leida teise kõõlu lõigud.

1394. Kõõl lõikub ringjoone diameetriga ning jaotab selle 3 cm ja 32 cm pikkusteks lõikudeks. Leida, missugusteks lõikudeks jaotub kõõl, kui tema pikkus on 20 cm.

1395. Kahest seespool ringjoont lõikuvast kõõlust jaotub üks 2,8 dm ja 1,4 dm pikkusteks lõikudeks, teine aga lõikudeks, mis suhtuvad nagu $\frac{1}{2} : 4$. Kui pikad on teise kõõlu lõigud?

1396. Seespool ringjoont asetsevas punktis lõikuvad kaks kõõlu. Üks neist jaotub lõikepunktis lõikudeks pikkustega 6 cm ja 4,5 cm, teise kõõlu lõigud aga suhtuvad nagu 3 : 10. Leida teise kõõlu pikkus.

1397. Kõõl ristub ringjoone diameetriga 6 cm kaugusel keskpunktist. Leida kõõlu pikkus, kui ringjoone raadius on 10 cm.

1398. Poolringjoone otspunkte ühendab diameeter AB. Diameetril olevast punktist C on joonestatud ristlõik kuni lõikumiseni ringjoonega punktis D. Arvutada:

1) CD, kui $AC = 3$ ja $CB = 12$
2) AC, kui $CD = 14$ ja $CB = 7$
3) CB, kui $CD = 22$ ja $AC = 13$
4) AB, kui $CD = 18$ ja $AC : CD = 4 : 9$

1399. Kaarsilla kaare kõrgeim punkt on sillast 4,2 m kõrgusel. Sillakaare raadius on 22 m. Leida silla pikkus.

1400. Spordihoone kumera katuse ristlõige kujutab ringjoone kaart. Arvutada selle kaarja katuse raadius, kui spordihoone laius on 19 m, katuse räästa kõrgus põrandast 9 m ja katuse harja kõrgus põrandast 14 m.

1401. Ringisse on joonestatud korrapärane kolmnurk. Leida selle kolmnurga ümbermõõt, kui tema külg on 6 cm kaugusel ringi keskpunktist.

1402. Ringisse on joonestatud võrdhaarne kolmnurk, mille

alus on 4 cm kaugusel ringi keskpunktist. Arvutada kolmnurga külg, kui ringi raadius on 5 cm (0,1 cm täpsusega).

1403. Seespool ringjoont lõikuvad kaks kõõlu, millest ühe pikkus on 75 cm, teise lõigud aga suhtuvad nagu $2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2}$. Leida esimese kõõlu lõigud.

1404. Seespool ringjoont lõikuvad kaks kõõlu. Üks nendest jaotub lõikepunktis 8 cm ja 18 cm pikkusteks lõikudeks, teine aga poolitub. Leida teise kõõlu pikkus.

1405. Seespool ringjoont lõikuvad kaks kõõlu. Ühe kõõlu lõigud on 12 dm ja 2 m, teise kõõlu lõikude vahe aga on 1 dm. Leida teise kõõlu lõigud.

1406. Seespool ringjoont lõikuvad kaks kõõlu, millest ühe pikkus on 20 cm, teise lõikude vahe aga on 5 cm. Leida teise kõõlu pikkus.

1407. Ringjoone punktist on diameetrile tõmmatud ristlõik, mis jaotab diameetri kaheks osaks, mille vahe on 10 cm. Leida ringi raadius, kui ristlõigu pikkus on 12 cm.

1408. Ringjoone diameetriga ristuv kõõl jaotab diameetri kaheks lõiguks, millest ühe pikkus on 7 cm, teine aga võrdub ristuva kõõluga. Leida ringi raadius.

1409.* Ringi raadius on 14 dm. Raadiuse poolituspunkti läbib kõõl, mille pikkus on 24,5 dm. Leida, missugusteks lõikudeks jaotab see punkt kõõlu.

1410.* Ringisse on joonestatud kaks mittelõikuvat kõõlu AB ja CD ning kolmas kõõl MN, mis lõikab esimesi punktides P ja Q. Arvutada kõõlu MN pikkus, kui $PQ = 12$ cm, kõõl AB jaotub punktis P lõikudeks $AP = 9$ cm ja $PB = 6$ cm ning kõõlu CD lõigud on $CQ = 10$ cm ja $QD = 9$ cm.

1411. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud kaks lõikajat pikkustega 36 cm ja 30 cm. Teise lõikaja välise osa pikkus on 19,2 cm. Leida esimese lõikaja väline osa.

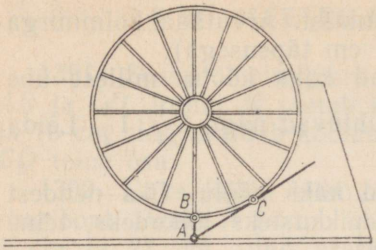
1412. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud lõikaja ja puutuja. Leida puutuja pikkus, kui lõikaja pikkus on 16 dm, lõikaja sisemise osa pikkus aga 7 dm.

1413. Leida puutuja pikkus, kui samast punktist on ringjoonele joonestatud 36 cm pikkune lõikaja nii, et ringjoon poolitab selle lõikaja.

1414. ABC ja ADE on ühe ja sama ringjoone lõikajad. Arvutada:

1) DE, kui $AD = 12$ cm, $AC = 42$ cm ja $CB = 36$ cm
2) AE, kui $CB = 32$ cm, $CB - ED = 30$ cm ja $AB = 12$ cm

1415. Punktist A, mis asetseb väljaspool ringjoont, on ringjoonele joonestatud puutuja ja pikim lõikaja. Leida puutuja pikkus, kui lõikaja pikkus on 5,4 dm ja ringjoone raadius on 24 cm.



Joon. 59.

1416. Ringjoone puutuja pikkus on 17 cm. Samast punktist joonestatud pikim lõikaja poolitub punktis, kus ta lõikub ringjoonega. Leida ringjoone raadius.

1417. Lõikaja on oma välisest osast 2,25 korda suurem. Mitu korda on ta suurem samast punktist joonestatud puutujast?

1418. Gaasigeneraatori suure hooratta läbimõõdu leidmiseks mõõdeti hooratta madalaimal asetseva punkti kaugus põrandast AB ja asetati punkti A latt, mis puutub hooratast punktis C (joon. 59). Kui suur on hooratta läbimõõt, kui $AB = 0{,}4$ m ja $AC = 1{,}4$ m?

1419. Kas paistab selge ilmaga Tallinna televisioonimasti tipust Soome pealinn Helsingi, mis on Tallinnast 80 km kaugusel? Televisioonimasti kõrgus merepinnast on 212 m, maakera raadius 6370 km.

1420. Elbruse tipp Kaukasuse mäeahelikus on 5620 m üle merepinna. Arvutada, kui kaugele võimaldab maakera kumerus näha sellelt mäetipult.

1421. Lõikaja sisemine osa on välisest osast 3 korda suurem. Leida lõikaja pikkus, kui samast punktist ringjoonele joonestatud puutuja pikkus on 26 cm.

1422. Lõikaja on oma välisest osast 3,8 cm võrra pikem. Leida lõikaja pikkus, kui samast punktist ringjoonele joonestatud puutuja pikkus on 16 cm.

1423. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud lõikaja ja puutuja. Leida lõikaja pikkus, kui lõikaja sisemine osa on välisest osast 6 cm võrra pikem ja puutujast 6 cm võrra lühem.

1424. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud puutuja ja lõikaja. Leida lõikaja pikkus, kui lõikaja väline osa on sisemisest osast 70 cm võrra ja puutujast 20 cm võrra lühem.

1425. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud lõikaja ja puutuja. Leida puutuja pikkus, kui lõikaja pikkus on 72 cm ja puutuja on 16 cm võrra pikem lõikaja välisest osast.

1426. Leida väljaspool ringjoont asetsevast punktist ringjoonele joonestatud lõikaja ja puutuja pikkus, kui nende summa on 3 dm ja lõikaja sisemine osa on puutujast 2 cm võrra lühem.

1427. Leida võrdhaarse kolmnurga sisse ja ümber joonestatud ringjoone raadius, kui kolmnurga alus on 4,8 dm ja haar 30 cm.

1428. Ringisse on joonestatud diameeter ja sellega lõikuv kõõl. Kõõl jaotub lõikepunktis lõikudeks, mille pikkused on 16 cm ja 36 cm. Diameeter jaotub lõikudeks, mis suhtuvad nagu 1 : 9. Leida ringi raadius.

1429. Kahest lõikuvast kõõlust ühe lõigud on 5 cm ja 4,8 dm, teise lõikude vahe aga on 8 cm. Leida teise kõõlu lõigud.

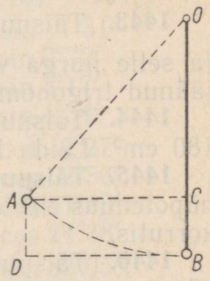
1430. Diameeter poolitab temaga lõikuva kõõlu. Leida ringi raadius, kui kõõlu pikkus on 28 cm ja kõõlu kaugus keskpunktist 22,5 cm.

1431. Punkt, mis jaotab kõõlu 6 cm ja 3 cm pikkusteks lõikudeks, on ringjoone keskpunktist 3,5 cm kaugusel. Leida ringjoone raadius.

1432. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud puutuja ja lõikaja. Puutuja pikkus on 10 cm, lõikaja sisemise osa pikkus 15 cm. Leida kogu lõikaja pikkus.

1433. Kaht kõõlu, mille pikkused on vastavalt 13 cm ja 1 cm, on pikendatud kuni lõikumiseni väljaspool ringjoont. Esimest kõõlu on pikendatud 2 cm võrra. Leida, kui palju on pikendatud teist kõõlu.

1434. Pendli pikkus OB on 1 m (joon. 60). Leida, kui kõrgele (AD) on pendel tõusnud tasakaaluasendiga võrreldes, kui pendli uue asendi kaugus AC sirgest OB on 30 cm.



Joon. 60.

1435. Lõikaja väline osa on 3 cm võrra lühem puutujast ja 5 cm võrra lühem lõikaja sisemisest osast. Leida lõikaja ligikaudne pikkus.

1436. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud kaks lõikajat. Ühe lõikaja sisemine osa on 47 cm ja väline osa 9 cm, teise lõikaja sisemine osa aga on 72 cm võrra pikem välisest osast. Leida teise lõikaja pikkus.

1437. Väljaspool ringjoont asetsevast punktist on ringjoonele joonestatud suurim lõikaja ja puutuja. Arvutada ligikaudu puutuja pikkus, kui lõikaja väline osa moodustab $^5/_8$ sisemisest osast, ringi raadius aga on 2,4 cm.

§ 22. TÄISNURKSE KOLMNURGA TRIGONOMEETRIA

Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid

1438. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 3 cm ja hüpotenuus 5 cm. Arvutada kolmnurga teravnurkade trigonomeetrilised funktsioonid.

1439. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 5 cm ja 12 cm. Arvutada kolmnurga teravnurkade trigonomeetrilised funktsioonid.

1440. Täisnurkse kolmnurga ühe teravnurga siinus on 0,6 ja selle nurga vastaskaatet 12 cm. Arvutada hüpotenuus.

1441. Täisnurkse kolmnurga ühe teravnurga tangens on 2,5. Arvutada kolmnurga kaatetid, kui

1) antud nurga lähiskaatet on 18 cm;
2) antud nurga vastaskaatet on 35 cm.

1442. Täisnurkse kolmnurga ühe teravnurga kootangens on 0,75 ja selle nurga vastaskaatet 8 cm. Leida antud teravnurga ülejäänud trigonomeetriliste funktsioonide arvulised väärtused.

1443. Täisnurkse kolmnurga ühe teravnurga koosinus on $\frac{9}{41}$ ja selle nurga vastaskaatet 40 cm. Leida antud teravnurga ülejäänud trigonomeetriliste funktsioonide arvulised väärtused.

1444. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 30 cm ja pindala 180 cm^2. Leida kolmnurga teravnurkade koosinuste korrutis.

1445. Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 16 cm ja hüpotenuus 10 cm. Arvutada kolmnurga teravnurkade siinuste korrutis.

1446. Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 35 cm ja hüpotenuus 25 cm. Arvutada kolmnurga teravnurkade siinuste summa.

1447. Arvutada täisnurkse kolmnurga teravnurkade koosinuste summa, kui hüpotenuus on 20 cm ja kolmnurga ümbermõõt 45 cm.

1448. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on kolm korda pikem teisest kaatetist. Leida selle kolmnurga teravnurkade siinuste summa ja siinuste vahe suhe.

1449. Konstrueerida teravnurgad ja mõõta nende suurused veaga mitte üle 1°, kui

1) $\sin\alpha = \frac{2}{5}$
2) $\sin\alpha = \frac{4}{7}$
3) $\sin\alpha = \frac{3}{4}$
4) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$
5) $\cos\alpha = \frac{2}{3}$
6) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$
7) $\tan\alpha = \frac{1}{2}$
8) $\tan\alpha = 2$
9) $\tan\alpha = 1{,}75$
10) $\cot\alpha = \frac{2}{3}$
11) $\cot\alpha = 1{,}5$
12) $\cot\alpha = 3$

1450. Kumb teravnurkadest on suurem ja mispärast, kui on teada, et

1) $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ ja $\sin\beta = \frac{3}{4}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{5}$ ja $\sin\beta = \frac{1}{4}$

3) $\cos\alpha = \frac{5}{7}$ ja $\cos\beta = \frac{1}{2}$

4) $\cos\alpha = \frac{2}{5}$ ja $\cos\beta = 0{,}75$

5) $\tan\alpha = 0{,}4$ ja $\tan\beta = 0{,}41$

6) $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ ja $\tan\beta = \frac{3}{5}$

7) $\cot\alpha = 1\frac{2}{7}$ ja $\cot\beta = 1\frac{3}{8}$

8) $\cot\alpha = \frac{4}{7}$ ja $\cot\beta = \frac{4}{9}$

Kasutades tabeleid, leida järgmiste nurkade trigonomeetriliste funktsioonide arvulised väärtused (ülesanded **1451—1454**):

1451. 1) sin 12° 2) sin 27° 3) sin 34°24′ 4) sin 68°12′ 5) sin 22°31′ 6) sin 78°50′ 7) sin 17°52′ 8) sin 54°18′ 9) sin 1°51′ 10) sin 0°32′ 11) sin 3°17′ 12) sin 4°34′

1452. 1) cos 56° 2) cos 37° 3) cos 88° 4) cos 20°24′ 5) cos 74°42′ 6) cos 18°48′ 7) cos 56°10′ 8) cos 11°41′ 9) cos 2°27′ 10) cos 2°56′ 11) cos 41°43′ 12) cos 24°38′

1453. 1) tan 38° 2) tan 67° 3) tan 82° 4) tan 24°18′ 5) tan 57°38′ 6) tan 74°54′ 7) tan 64°41′ 8) tan 41°20′ 9) tan 83°05′ 10) tan 2°52′ 11) tan 7°26′ 12) tan 78°33′

1454. 1) cot 20° 2) cot 5° 3) cot 45° 4) cot 25°48′ 5) cot 37°30′ 6) cot 69°24′ 7) cot 78°22′ 8) cot 0°39′ 9) cot 27°42′ 10) cot 2°25′ 11) cot 53°38′ 12) cot 87°43′

Kasutades tabeleid, leida trigonomeetriliste funktsioonide antud väärtuse järgi teravnurk (ülesanded **1455—1458**):

1455. 1) $\sin\alpha = 0{,}3584$ 2) $\sin\beta = 0{,}7771$ 3) $\sin\gamma = 0{,}4955$ 4) $\sin\varphi = 0{,}9421$ 5) $\sin x = 0{,}7850$ 6) $\sin y = 0{,}0599$ 7) $\sin z = 0{,}2518$ 8) $\sin u = 0{,}8056$ 9) $\sin v = 0{,}3194$ 10) $\sin\varphi = 0{,}8$ 11) $\sin\omega = \frac{3}{4}$ 12) $\sin\psi = \frac{2}{5}$

1456. 1) $\cos \alpha = 0{,}9272$
2) $\cos \beta = 0{,}6018$
3) $\cos \gamma = 0{,}6972$
4) $\cos \varphi = 0{,}3156$
5) $\cos x = 0{,}5690$
6) $\cos y = 0{,}8503$
7) $\cos z = 0{,}7296$
8) $\cos u = 0{,}3311$
9) $\cos v = 0{,}4824$
10) $\cos \varphi = 0{,}6$
11) $\cos \omega = \frac{1}{4}$
12) $\cos \psi = \frac{2}{3}$

1457. 1) $\tan \alpha = 0{,}2679$
2) $\tan \beta = 2{,}475$
3) $\tan \gamma = 1{,}4071$
4) $\tan \varphi = 0{,}5008$
5) $\tan x = 0{,}7111$
6) $\tan y = 3{,}957$
7) $\tan z = 6{,}163$
8) $\tan u = 20$
9) $\tan v = 10$
10) $\tan \varphi = 2\frac{3}{4}$
11) $\tan \omega = \frac{1}{5}$
12) $\tan \psi = \frac{3}{7}$

1458. 1) $\cot \alpha = 0{,}3249$
2) $\cot \beta = 2{,}904$
3) $\cot \gamma = 1{,}3865$
4) $\cot \varphi = 0{,}3000$
5) $\cot x = 7{,}161$
6) $\cot y = 0{,}7893$
7) $\cot z = 0{,}9941$
8) $\cot u = 1{,}886$
9) $\cot v = 17$
10) $\cot \varphi = 5\frac{1}{3}$
11) $\cot \omega = \frac{4}{9}$
12) $\cot \psi = 1\frac{1}{4}$

Leida arvutuslükati abil trigonomeetriliste funktsioonide arvulised väärtused (ülesanded **1459—1462**):

1459. 1) $\sin 11°$
2) $\sin 24°$
3) $\sin 78°$
4) $\sin 6°30'$
5) $\sin 32°20'$
6) $\sin 65°30'$
7) $\sin 9°36'$
8) $\sin 21°30'$
9) $\sin 2°31'$
10) $\sin 3°32'$
11) $\sin 82°30'$
12) $\sin 56°45'$

1460. 1) $\cos 15°$
2) $\cos 82°$
3) $\cos 34°$
4) $\cos 26°30'$
5) $\cos 55°20'$
6) $\cos 72°50'$
7) $\cos 20°15'$
8) $\cos 70°10'$
9) $\cos 87°32'$
10) $\cos 89°21'$
11) $\cos 88°43'$
12) $\cos 86°18'$

1461. 1) $\tan 18°$
2) $\tan 34°$
3) $\tan 7°35'$
4) $\tan 11°45'$
5) $\tan 35°10'$
6) $\tan 22°45'$
7) $\tan 1°37'$
8) $\tan 5°06'$
9) $\tan 50°$
10) $\tan 65°15'$
11) $\tan 72°12'$
12) $\tan 48°30'$

1462. 1) $\cot 52°$
2) $\cot 73°$
3) $\cot 88°$
4) $\cot 63°17'$
5) $\cot 58°10'$
6) $\cot 87°15'$
7) $\cot 88°52'$
8) $\cot 27°15'$
9) $\cot 8°33'$
10) $\cot 17°55'$
11) $\cot 42°40'$
12) $\cot 25°14'$

Leida arvutuslükati abil trigonomeetrilise funktsiooni antud väärtuse järgi teravnurk (ülesanded **1463—1467**):

1463. 1) $\sin \alpha = 0{,}5$
2) $\sin \alpha = 0{,}766$
3) $\sin \alpha = 0{,}225$
4) $\sin \alpha = 0{,}142$
5) $\sin \alpha = 0{,}315$
6) $\sin \alpha = 0{,}242$
7) $\sin \alpha = 0{,}712$
8) $\sin \alpha = 0{,}0221$
9) $\sin \alpha = 0{,}473$
10) $\sin \alpha = 0{,}847$
11) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$
12) $\sin \alpha = \frac{5}{6}$

1464. 1) $\cos \alpha = 0{,}819$
2) $\cos \alpha = 0{,}219$
3) $\cos \alpha = 0{,}284$
4) $\cos \alpha = 0{,}676$
5) $\cos \alpha = 0{,}295$
6) $\cos \alpha = 0{,}985$
7) $\cos \alpha = 0{,}995$
8) $\cos \alpha = 0{,}158$
9) $\cos \alpha = 0{,}0552$
10) $\cos \alpha = 0{,}0334$
11) $\cos \alpha = \frac{2}{7}$
12) $\cos \alpha = \frac{1}{15}$

1465. 1) $\tan \alpha = 0{,}1584$
2) $\tan \alpha = 0{,}966$
3) $\tan \alpha = 0{,}1361$
4) $\tan \alpha = 0{,}391$
5) $\tan \alpha = 0{,}941$
6) $\tan \alpha = 0{,}0221$
7) $\tan \alpha = 0{,}0364$
8) $\tan \alpha = 0{,}562$
9) $\tan \alpha = 0{,}0724$
10) $\tan \alpha = 0{,}486$
11) $\tan \alpha = 0{,}588$
12) $\tan \alpha = 0{,}316$

1466. 1) $\cot \alpha = 0{,}781$
2) $\cot \alpha = 0{,}1405$
3) $\cot \alpha = 0{,}916$
4) $\cot \alpha = 0{,}506$
5) $\cot \alpha = 0{,}1629$
6) $\cot \alpha = 0{,}125$
7) $\cot \alpha = 0{,}0809$
8) $\cot \alpha = 0{,}0327$
9) $\cot \alpha = 0{,}486$
10) $\cot \alpha = 0{,}833$
11) $\cot \alpha = 0{,}562$
12) $\cot \alpha = 0{,}0536$

1467. 1) $\tan \alpha = 2{,}02$
2) $\tan \alpha = 1{,}56$
3) $\tan \alpha = 16{,}35$
4) $\tan \alpha = 57{,}3$
5) $\tan \alpha = 3{,}73$
6) $\tan \alpha = 1{,}76$
7) $\cot \alpha = 2{,}52$
8) $\cot \alpha = 1{,}095$
9) $\cot \alpha = 3{,}27$
10) $\cot \alpha = 29{,}9$
11) $\cot \alpha = 71{,}6$
12) $\cot \alpha = 18{,}7$

Teostada tehted arvutuslükati abil (ülesanded **1468—1475**):

1468. 1) $3{,}98 \cdot \sin 21°40'$
2) $8{,}2 \cdot \sin 14°10'$
3) $1{,}46 \cdot \sin 56°30'$
4) $3{,}05 \cdot \sin 26°40'$
5) $12 \cdot \sin 1°47'$
6) $43 \cdot \sin 3°43'$

1469. 1) $2{,}8 \cdot \cos 47°30'$
2) $4{,}15 \cdot \cos 67°20'$
3) $37{,}2 \cdot \cos 85°28'$
4) $15{,}25 \cdot \cos 79°50'$
5) $1{,}88 \cdot \cos 68°25'$
6) $3{,}14 \cdot \cos 18°05'$

1470. 1) $1{,}11 \cdot \tan 28°$
2) $4{,}25 \cdot \tan 19°20'$
3) $0{,}14 \cdot \tan 33°45'$
4) $5{,}43 \cdot \tan 2°37'$
5) $0{,}021 \cdot \tan 58°40'$
6) $2{,}92 \cdot \tan 73°15'$

1471. 1) $3{,}4 \cdot \cot 58°40'$
2) $0{,}4 \cdot \cot 73°30'$
3) $2{,}52 \cdot \cot 68°15'$
4) $12 \cdot \cot 22°45'$
5) $5{,}65 \cdot \cot 35°12'$
6) $4{,}45 \cdot \cot 81°15'$

1472. 1) $\frac{10}{\sin 15°15'}$
2) $\frac{51{,}4}{\sin 45°30'}$
3) $\frac{4{,}5}{\sin 71°}$
4) $\frac{1{,}25}{\sin 18°15'}$
5) $\frac{2{,}45}{\sin 27°25'}$
6) $\frac{1{,}05}{\sin 2°43'}$

1473. 1) $\frac{5}{\cos 43°}$
2) $\frac{3{,}7}{\cos 65°30'}$
3) $\frac{12{,}1}{\cos 19°32'}$
4) $\frac{22}{\cos 88°10'}$
5) $\frac{0{,}8}{\cos 57°10'}$
6) $\frac{0{,}42}{\cos 10°40'}$

1474. 1) $\frac{2{,}4}{\tan 19°}$
2) $\frac{62}{\tan 42°12'}$
3) $\frac{0{,}9}{\tan 31°05'}$
4) $\frac{15{,}6}{\tan 3°13'}$
5) $\frac{0{,}5}{\tan 65°45'}$
6) $\frac{1}{\tan 73°30'}$

1475. 1) $\frac{13{,}9}{\cot 48°}$
2) $\frac{2{,}15}{\cot 67°35'}$
3) $\frac{0{,}75}{\cot 89°05'}$
4) $\frac{33}{\cot 75°10'}$
5) $\frac{1{,}4}{\cot 27°12'}$
6) $\frac{0{,}6}{\cot 12°12'}$

Täisnurksete kolmnurkade lahendamine

1476. Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 8,2 cm ja selle kaateti vastasnurk 42°10′. Arvutada hüpotenuus.

1477. Arvutada täisnurkse kolmnurga kaatet, kui hüpotenuus on 15,6 dm ja kaateti vastasnurk 27°25′.

1478. Täisnurkse kolmnurga kaatet ja hüpotenuus on vastavalt 15 cm ja 25 cm. Arvutada teravnurgad.

1479. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 12 cm ja kaateti lähisnurk 32°12′. Arvutada teine kaatet.

1480. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 4,3 cm ja üks teravnurk 17°43′. Arvutada kaatetid.

1481. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 18 dm ja 24 dm. Arvutada teravnurgad.

1482. Võrdhaarse kolmnurga kõrgus on 10 cm ja alusnurk 29°50′. Arvutada alus.

1483. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 73°12′ ja alus 14 cm. Arvutada haar.

1484. On antud täisnurkse kolmnurga teravnurk $B = 57°30′$ ja kaateti b ning hüpotenuusi c summa $b + c = 45$ cm. Leida selle kaateti ja hüpotenuusi pikkus.

1485. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi c ja kaateti a vahe $c - a = 5$ cm ning teravnurk $A = 18°24′$. Arvutada hüpotenuus.

1486. Täisnurkse kolmnurga kaatetite pikkuste vahe $b - a = 10$ dm ja üks teravnurkadest on 33°15′. Arvutada kaatetid.

1487. Täisnurkse kolmnurga ümberringjoone raadius on 6 cm ja teravnurkade vahe 14°28′. Arvutada kaatetid.

1488. Täisnurkse kolmnurga siseringjoone raadius on 10 cm ja teravnurk $A = 40°$. Arvutada kolmnurga küljed.

1489. Rombi külg on 22 cm ja teravnurk 67°30′. Arvutada diagonaalid.

1490. Rombi pikem diagonaal on 20 cm ja rombi teravnurk 35°19′. Arvutada rombi külg ja lühem diagonaal.

1491. Rombi diagonaalid on 47,2 cm ja 70,4 cm. Arvutada rombi nurgad ja külg.

1492. Rööpküliku küljed on 8,2 cm ja 12,6 cm ning teravnurk 52°10′. Arvutada rööpküliku mõlemad kõrgused.

1493. Rööpküliku väiksem külg on 24,7 m ja väiksem kõrgus 8,4 m. Arvutada rööpküliku nurgad.

1494. Ristküliku küljed on 27 cm ja 14,8 cm. Leida diagonaalidevaheline teravnurk.

1495. Ristküliku lühem külg on 32 cm ja moodustab diagonaaliga nurga 28°40′. Arvutada pikem külg ja diagonaal.

1496. Ristküliku küljed on 27,6 dm ja 30,8 dm. Arvutada nurgad diagonaali ja ristküliku külgede vahel.

1497. Võrdhaarse trapetsi alused on 36 cm ja 6 cm ning kõrgus 12 cm. Arvutada trapetsi teravnurk.

1498. Võrdhaarse trapetsi teravnurk on 39°. Trapetsi väiksem alus on 10 cm ja kõrgus 3 cm. Arvutada suurem alus.

1499. Arvutada korrapärase kõõlkümmenurga külje pikkus ja apoteem, kui ringi raadius $R = 16,8$ cm.

1500. Arvutada korrapärase viisteistnurga raadius, kui selle hulknurga külg $a = 9,2$ cm.

1501. Ringisse raadiusega $R = 71,6$ cm on joonestatud kõõl, mis eraldab ringjoonest kaare, mille suurus on 47°16′. Leida kõõlu pikkus ja kõõlu kaugus ringi keskpunktist.

1502. Kõõlu pikkus on $\frac{3}{4}$ ringjoone diameetrist. Leida selle kõõlu poolt eraldatud väiksema kaare suurus kraadides ja minutites.

1503. Kahe ringjoone raadiused on 6,5 cm ja 4 cm ning vastavate ringide keskpunktide vaheline kaugus on 15 cm. Arvutada nende ringjoonte ühise välise puutuja ja keskjoone vaheline nurk.

1504. Kaks kõõlu, mille pikkused on 4 cm ja 12 cm, väljuvad ringjoone ühest ja samast punktist. Arvutada nende kõõlude vaheline nurk (kaks juhtumit), kui ringjoone raadius on 10 cm.

1505. Ringjoonele ühest ja samast punktist tõmmatud puutujate vaheline nurk on 54°. Arvutada puutuja pikkus, kui ringjoone raadius on 40 cm.

1506. Flanšile märgitud ringjoonel tuleb tähistada 12 poldi keskpunktide asukohad nii, et naaberpoltide keskpunktide vahelised kaugused mööda kõõlusid oleksid 40 mm. Kui suur on ringjoone diameeter?

1507. Majatrepi astme laius on 25 cm. Kui suur peab olema trepiastme kõrgus, et trepi tõusunurk oleks 36°?

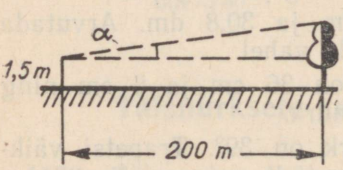
1508. Trepi iga marss sisaldab 12 astet. Iga astme laius on 27 cm ja kõrgus 18 cm. Leida trepi tõusunurk.

1509. Vertikaalselt maasse torgatud 1,30 m pikkuse teiba varju pikkus on 72 cm. Arvutada Päikese kõrgus (s. t. päikesekiire ja horisondi vaheline teravnurk).

1510. Vabrikukorstna varju pikkus on 62 m, Päikese kõrgus aga 38°50′. Arvutada korstna kõrgus.

1511. 20 m kõrgune mets on vaatluspunktist näha 14′-se nurga all. Kui kaugel on mets vaatluspunktist?

1512. Arvutada Leningradi uue televisioonimasti kõrgus, kui masti tipp paistab 400 m kaugusel seisvale vaatlejale 38°13′-se nurga all.



Joon. 61.

1513. Arvutada puu kõrgus, kui puu kaugus vaatlejast on 200 m, vaatenurk $\alpha = 3°$ ja eklimeeter asetseb maapinnast 1,5 m kõrgusel (joon. 61).

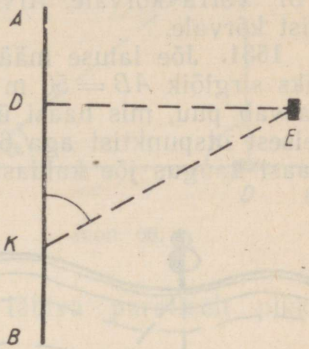
1514. Määrata telefoniposti kaugus, kui 4,5 m kõrgune post paistab vaatluspunktist 34′-se nurga all.

1515. Arvutada laeva kaugus tuletornist, kui tuletorni tipu kõrgus merepinnast on 84 m ja vaatenurk laevalt mõõdetuna 5°25′.

1516. Jõekaldal seisab 4,2 m kõrgune post. Vastaskalda lähimas punktis 1,2 m kõrgusele asetatud nurgamõõtjast paistab posti tipp 26°-se nurga all. Arvutada jõe laius.

1517. Künka kõrguse määramiseks asetatakse eklimeeter künka jalamil planšetile 1,5 m kõrgusel maapinnast. Nurk künka tipu ja horisontaaltasapinna vahel on 27°. Arvutada künka kõrgus, kui künka tipp on vaatlejast 55 m kaugusel.

1518. Maakoha plaanistamisel tuleb määrata heinaküüni kaugus maanteest. Suund DE moodustab maantee AB suunaga nurga 90° ja suund KE nurga 66°40′. Kaugus DK on plaanil 4 cm. Arvutada küüni kaugus maastikul ja plaanil, kui plaani mõõtkava on 1 : 1000 (joon. 62).



Joon. 62.

1519. Tuletornist möödumisel mõõdab tüürimees nurga α, mille all paistab laevalt tuletorn. Arvutada laeva ja tuletorni vahelise lõigu pikkus kaardil, kui tuletorni kõrgus $H = 75$ m, $\alpha = 2°52'$ ja kaardi mõõtkava on 1 : 100 000.

1520. Liikudes vastumäge punktist A punkti B, tõusis matkaja 10 m võrra. Arvutada mäenõlva keskmine tõusunurk, kui teelõigu AB pikkus on 50 m.

1521. Mägiraudtee tõuseb tee pikkuse iga 60 meetri kohta 2 m võrra. Leida raudtee keskmine tõusunurk.

1522. Nivelleerimisel tehti kindlaks, et ühtlaselt tõusev mäenõlv tõuseb 105 m kohta 9 m. Leida mäenõlva keskmine tõusunurk.

1523. Sirgjoonelisel raudteelõigul asetsevad kaks punkti A ja B, mille vaheline kaugus on 470 m. Punkt B asetseb punktist A 8 m võrra kõrgemal. Leida raudtee keskmine tõusunurk.

1524. Maantee tõus määratakse sageli protsentides maanteelõigu pikkusest. Arvutada maantee tõusunurk α, kui maantee tõus on 2%; 2,5%; 4%.

1525. Kaks jõudu, $P = 65{,}1$ N ja $Q = 51{,}3$ N, mõjuvad ühele ja samale kehale täisnurga all. Arvutada resultantjõud R ning nurk resultantjõu ja suurema komponendi vahel.

1526. Resultantjõud on 58,4 N ja moodustab ühe komponendiga nurga 46°02′. Arvutada komponentide suurused, kui nendevaheline nurk on 90°.

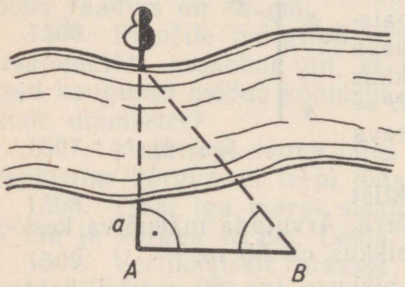
1527. Resultantjõud $R = 22{,}5$ N ja üks komponentidest $P = 18{,}0$ N. Arvutada teine komponent Q ning nurk komponendi Q ja resultantjõu R vahel, kui komponentidevaheline nurk on 90°.

1528. Lendurvaatleja teatas, et mürsk langes 50 m võrra märgist paremale poole. Arvutada, kui suure nurga võrra tuleb teha sihtimisel parandus, kui patarei on märgist 10 km kaugusel.

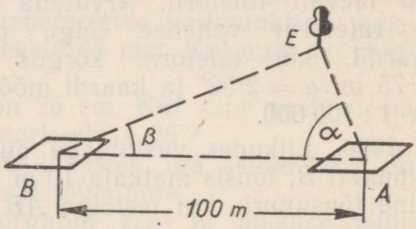
1529. Rajatava maantee tähistamisel kaldusid töölised tähistatavast suunast 100 m pikkusel teelõigul 1°26′ võrra kõrvale. Leida kõrvalekalle meetrites.

1530. Kahurist tulistati 4000 m kaugusel olevat märki. Laskетulemuste kontrollimisel selgus, et mürsk oli langenud märgist 0°57′ võrra kõrvale. Arvutada, mitu meetrit langes mürsk märgist kõrvale.

1531. Jõe laiuse määramiseks valitakse jõe ühel kaldal baasiks sirglõik $AB = 50$ m (joon. 63). Teisel kaldal otse vee ääres kasvab puu, mis baasi ühest otspunktist on näha täisnurga all, teisest otspunktist aga 67°-se nurga all. Arvutada jõe laius, kui baasi kaugus jõe kaldast $a = 10$ m.



Joon. 63.



Joon. 64.

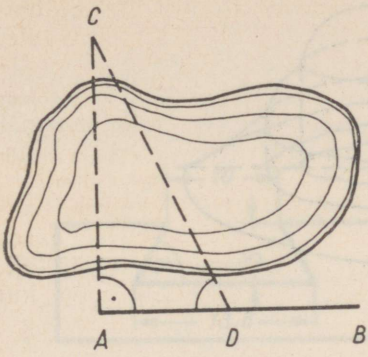
1532. Üksiku puu kandmiseks planšetile mõõdetakse maanteel sirge teelõik $AB = 100$ m. Punktides A ja B kantakse planšetile suunad AE ja BE ning mõõdetakse nurgad α ja β (joon. 64). Kui kaugel maanteest asetseb puu, kui $\alpha = 67°$ ja $\beta = 23°$?

1533. Maamõõtja, kellel on tarvis määrata oma asukoha A kaugus teisel pool järve asetsevast punktist C, märgib ekkeri abil maapinnale sirge AB, mis on risti suunaga AC, ja mõõdab sellel baasi AD pikkuse (joon. 65). Arvutada kaugus AC, kui baas $AD = 250$ m ja nurk $ADC = 72°$.

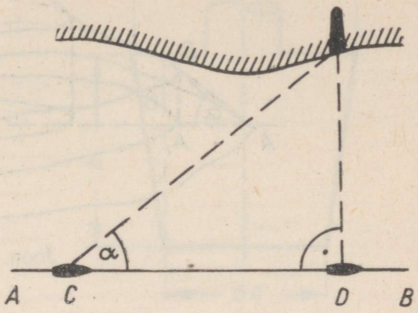
1534. Laev sõidab kursil AB (joon. 66). Punktis C määrab tüürimees nurga α, mille teineteisega moodustavad laeva kurss ning laeva ja rannal olevat majakat ühendav kujutletav joon. Kui laev on 1850 m edasi sõitnud, siis on majakas laeva traaversis (traaversiks nimetatakse laeva kursiga ristuvat suunda). Määrata laeva kaugus majakast, kui $\alpha = 37°20′$.

1535. Laev sõidab piki randa mööda sirget AD punktist A punkti B. Leida laeva kaugus BC rannal olevast punktist C, kui nurk $CAB = \alpha = 27°40′$, nurk $CBD = \alpha + 90°$ ja $AB = 2$ km.

1536. Leida geograafilisele laiusele φ vastava paralleeli pikkus, lugedes Maa kerakujuliseks ja võttes tema diameetri pikku-



Joon. 65.



Joon. 66.

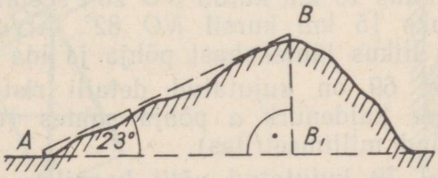
seks 12 740 km. Arvutada Tallinna läbiva paralleeli pikkus ($\varphi \approx 59°30'$).

1537. Maakera raadius on ligikaudu 6370 km. Kui palju kulub lennukil TU-104 aega, et lennata ümber maakera polaarjoone kohal? Lennuki kiiruseks võtta umbes 900 km/h, lennu kõrguseks 10 km ja polaarjoone laiuskraadiks 66°30′.

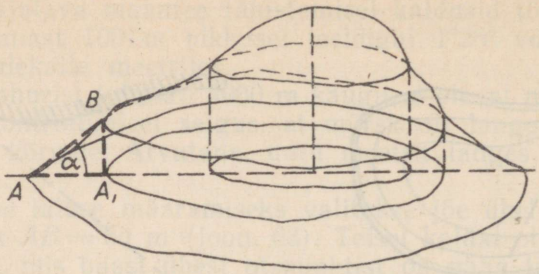
1538. Lennuk lendab kiirusega 320 km/h põhja- ja kirdesuuna vahelises suunas, mis moodustab põhjasuunaga nurga 15°. Mitu kilomeetrit lähtepunktist põhja pool on lennuk kolme tunni pärast?

1539. Punktist A väljub ristleja kiirusega 36 km/h, võttes kursi idasse. Teatava aja pärast antakse ristleja komandörile käsk muuta kurssi 90° võrra ja võtta kurss põhja. Samal ajal, kui ristleja muudab kurssi, väljub punktist A kiirkaater ülesandega jõuda lühima ajaga ristleja juurde. Missuguse nurga all lääne—ida joone suhtes peab kaater liikuma, kui ta kiirus on 54 km/h.

1540. Mägise maakoha kaardistamisel kantakse kaardile mitte maastikulõigu AB pikkus, vaid selle lõigu horisontaalprojektsioon AB_1 (joon. 67). Arvutada mäetipu kaugus topograafi asukohast kaardil, mille mõõtkava on 1 : 50 000, kui maastikul mõõdetuna asetseb mäetipp 1 km kaugusel ja mäenõlva keskmine kaldenurk horisontaaltasapinna suhtes on 25°.



Joon. 67.



Joon. 68.

1541. Joonisel 68 on näitlikult kujutatud horisontaalide kandmine kaardile. Arvutada mäenõlva keskmine kaldenurk järgmiste andmete järgi:

	1	2	3	4	5
Horisontaalidevaheline kaugus	18 mm	0,2 cm	0,1 cm	1 cm	1 cm
Nõlva pikkus	100 m	75 m	160 m	350 m	350 m
Kaardi mõõtkava	1 : 5000	1 : 10 000	1 : 25 000	1 : 50 000	1 : 100 000

1542. Kui suur on horisontaalide vahe plaanil, mille mõõtkava on 1 : 1000, kui mäenõlva keskmine kaldenurk on 12° ja kõrguste vahe 5 m.

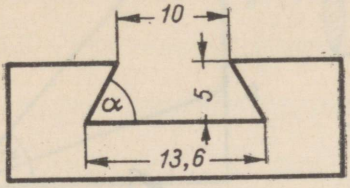
1543. Punktid A, B ja C asetsevad nii, et kaardil kujutavad nendevahelisi kaugusi lõigud $AB = 0{,}85$ dm, $AC = 1{,}20$ dm ja $BC = 1{,}20$ dm. Punkt B asetseb punktist A täpselt põhja suunas. Leida nurk lõikude AB ja AC vahel.

1544. Laev väljub Murmanski sadamast kell 8 hommikul ja võtab kursi täpselt põhja. Kell 10.30 muudab laev kurssi, pöördudes 22° võrra ida suunas, ja kell 12.00 muudab ta uuesti kurssi, pöördudes veel kord 12° võrra ida suunas. Laeva kiirus on 20 km/h. Mitu kilomeetrit põhja pool Murmanskit asetseb laev kell 16.00?

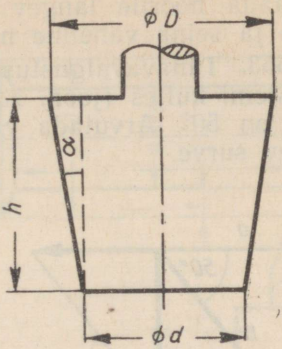
1545. Laev liikus 10 km kursil NO 23°, seejärel 20 km kursil NO 37° ja lõpuks 15 km kursil NO 82°. Arvutada kaugused, mille võrra laev liikus lähtekohast põhja ja ida poole.

1546. Joonisel 69 on kujutatud detaili ristlõige. Arvutada väljalõike külgede kaldenurk α põhja suhtes (detaili mõõtmed on joonisel toodud millimeetrites).

1547. Joonisel 70 kujutatud võlli koonilise osa moodustaja tõus on 12%, s. t. kõrguse iga 100 mm kohta suureneb raadius



Joon. 69.



Joon. 70.

12 mm võrra. Leida moodustaja tõusunurk α ja läbimõõt D, kui $h = 105$ mm ja $d = 80$ mm.

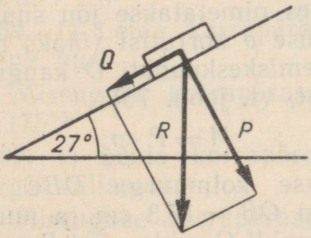
1548. Lennuk lendab kiirusega 540 km/h põhja suunas. Samal ajal puhub idatuul kiirusega 6 m/s. Missuguse nurga all meridiaani suhtes peab lendur hoidma lennuki telge, et lend kulgeks ettenähtud kursil?

1549. Jõe voolukiirus on 1,54 km/h, ujuja kiirus seisvas vees 30 m/min. Mitu minutit kulub lühimat teed kaudu ujudes jõe ületamiseks, kui jõe laius on 155 m?

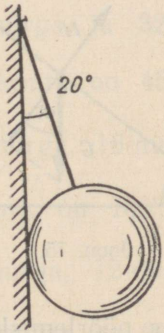
1550. Tramm liigub kiirusega 600 m/min. Vihmapiisad langevad vertikaalselt kiirusega 12 m/s. Arvutada, kui suure nurga all horisondi suhtes näeb trammis istuja piiskade langemist.

1551. Keha, mille mass on 120 kg, asetseb kaldpinnal, mis moodustab horisontaaltasapinnaga nurga 27° (joon. 71). Arvutada, kui suur on rõhumine kaldpinnale.

1552. Raudkera, mille mass on 3 kg, ripub nööri otsas seinal.



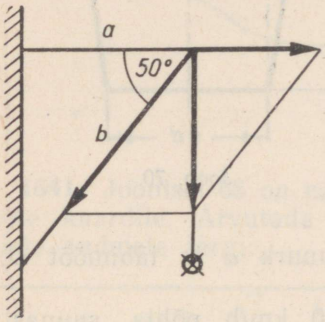
Joon. 71.



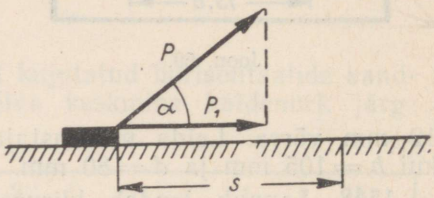
Joon. 72.

Arvutada nöörile langev tõmme ja seinale langev surve, kui nööri ja seina vaheline nurk on 20° (joon. 72).

1553. Tänavavalgustuslamp, mille mass on 18 kg, ripub kronsteini küljes (joon. 73). Kronsteini varraste *a* ja *b* vaheline nurk on 50°. Arvutada vardale *a* langev tõmme ja vardale *b* langev surve.



Joon. 73.



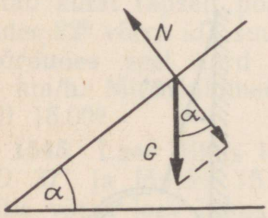
Joon. 74.

1554.* Füüsikast on teada, et töö on võrdne jõu liikumissuunalise komponendi P_1 ja selle rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse s korrutisega:

$$A = P_1 \cdot s.$$

Leida töö, kui jõud P, mis on rakendatud koormise viimiseks 7,8 m kaugusele, on 42,7 N ning nurk α jõu mõjumissuuna ja veosuuna vahel on 20°30′ (joon. 74).

1555.* Teades, et hõõrdejõud on võrdne normaalreaktsiooni ja hõõrdeteguri korrutisega ($F = N \cdot f$, kus $f = 0{,}30$), määrata jõud, mis on vajalik, et panna keha massiga 35 kg liikuma kaldpinda mööda üles, kui kaldpinna kaldenurk on $\alpha = 37°15'$ (joon. 75).

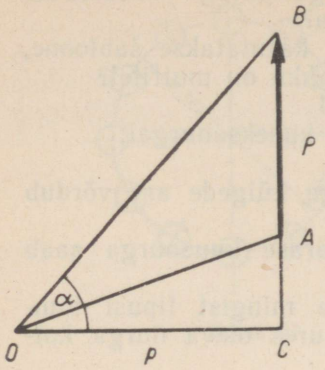


Joon. 75.

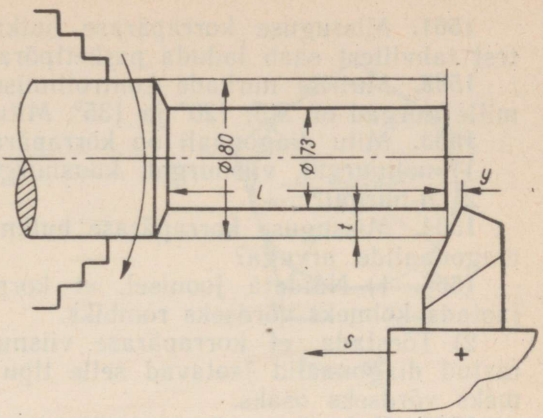
1556.* On teada, et jõu momendiks punkti suhtes nimetatakse jõu suuruse P ja õla pikkuse p korrutist (õlaks nimetatakse pöörlemiskeskpunkti O kaugust jõu mõju sirgest, vt. joon. 76):

$$M = P \cdot p.$$

Täisnurkse kolmnurga OBC tipu B kaugus pöörlemiskeskpunktist O on $OB = 17{,}3$ cm ja nurk $\alpha = 58°40'$. Arvutada jõu P moment punkti O suhtes, kui $P = 42{,}3$ N.



Joon. 76.



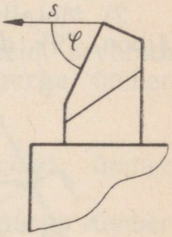
Joon. 77.

1557.* Leida masinaaeg joonisel 77 toodud detaili treimiseks. Masinaaeg määratakse antud detaili puhul valemiga

$$T_M = \frac{y+l}{n \cdot s} \text{ (min)},$$

kus y on lõiketera eeljooks (mm), l töödeldava pinna pikkus ($l = 180$ mm), n detaili pöörete arv ($n = 610$ p/min) ja s lõiketera ettenihe ($s = 0{,}8$ mm/p).

Joonisel toodud mõõde t on lõikesügavus. Kasutatava lõiketera peanurk plaanis on $\varphi = 75°$ (joon. 78). Mõõtmed on joonisel 77 antud millimeetrites.



Joon. 78.

§ 23. KORRAPÄRASED HULKNURGAD

1558. 1) Leida korrapärase 5-nurga, 8-nurga ja 32-nurga kesknurk.

2) Missuguse korrapärase hulknurga kesknurk on 45°; 30°; 18°; 4°30′?

1559. 1) Leida korrapärase 6-nurga, 10-nurga, 16-nurga ja 24-nurga nurk.

2) Missuguse korrapärase hulknurga nurk on 100°; 135°; 160°; 175°?

1560. 1) Leida korrapärase 3-nurga, 8-nurga, 12-nurga ja 18-nurga välisnurk.

2) Missuguse korrapärase hulknurga välisnurk on 90°; 36°; 9°; 2°15′?

1561. Missuguse korrapärase hulknurga kujuga ühesuurustest tahvlitest saab laduda parkettpõranda?

1562. Mutrite nurkade kontrollimiseks kasutatakse šabloone, mille nurgad on 90°, 120° ja 135°. Mitu tahku on mutritel?

1563. Mitu diagonaali on korrapärasel

1) nelinurgal, viisnurgal, kuusnurgal, kaheksanurgal;

2) n-nurgal?

1564. Missuguse korrapärase hulknurga külgede arv võrdub diagonaalide arvuga?

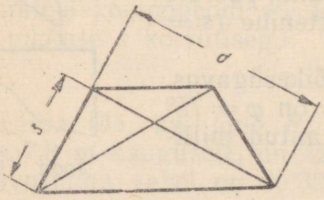
1565. 1) Näidata joonisel, et korrapärase kuusnurga saab jaotada kolmeks võrdseks rombiks.

2) Tõestada, et korrapärase viisnurga mingist tipust tõmmatud diagonaalid jaotavad selle tipu juures oleva nurga kolmeks võrdseks osaks.

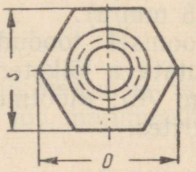
1566. Kahe korrapärase hulknurga külgede arvude suhe on $\frac{3}{4}$ ja nurkade suuruste suhe $\frac{14}{15}$. Leida kummagi hulknurga külgede arv.

1567. 1) Leida korrapärase kuusnurga diagonaalide pikkused, kui kuusnurga külg on 6 cm.

2) Metallsõrestikul on korrapärase kuusnurga osa kuju (joon. 79). $d = 1{,}20$ m. Leida s.



Joon. 79.



Joon. 80.

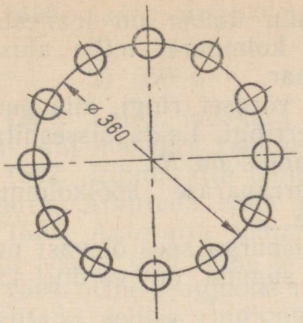
1568. Gaasikraani ots on kolmetahuline. Kui suur on tahu maksimaalne laius, kui kraan on valmistatud 2-sentimeetrise läbimõõduga ümmargusest vaskvardast.

1569. 1) GOST 5909 järgi on kuuekandilise mutri mõõtmed $S = 17$ mm ja $D = 19{,}6$ mm (joon. 80). Kontrollida arvutamise teel mõõtmete S ja D vastavust. GOST-i järgi ei tohi viga ületada 0,5 mm.

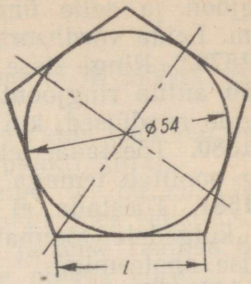
2) 5,0-sentimeetrise läbimõõduga ümar varras freesitakse kaheksakandiliseks. Leida tahu maksimaalne laius.

1570. Arvutada joonise 81 andmete järgi naaberavade keskpunktide vaheline kaugus (masinaehituse joonistel on mõõtmed alati antud millimeetrites).

1571. Detaili tuleb lõigata korrapärase viisnurga kujuline ava. Selleks puuritakse algul ringikujuline ava, mis seejärel



Joon. 81.



Joon. 82.

töödeldakse kammlõikamise teel viiekandiliseks. Arvutada trigonomeetria abil ava külg l (joon. 82).

1572. 1) Väljendada trigonomeetriliselt korrapärase n-nurga külg, kui n-nurga

a) siseringjoone raadius on r;
b) ümberringjoone raadius on R.

2) Kasutades eelmises ülesandes saadud valemeid, arvutada korrapärase kõõlviisteistnurga ja puutujaviisteistnurga ümbermõõt, kui ringjoone raadius on 50 cm.

1573. Leida sama ringjoone puhul

1) korrapärase kõõlnelinurga ja puutujanelinurga ümbermõõtude suhe;

2) korrapärase kõõlkolmnurga ja puutujakolmnurga ümbermõõtude suhe.

1574. Korrapärase nelinurga külg on 2 cm võrra väiksem diagonaalist. Leida siseringjoone ja ümberringjoone raadius.

1575. 1) Korrapärase kõõlkolmnurga külg on $6\sqrt{3}$ cm. Leida sama ringjoone puutujanelinurga külg.

2) Korrapärase puutujakolmnurga külg on sama ringjoone korrapärase kõõlnelinurga küljest 6 cm võrra suurem. Leida ringjoone raadius.

1576. 1) Korrapärase kolmnurga küljele on ehitatud korrapärane nelinurk. Leida selle nelinurga ümberringjoone raadius, kui korrapärase kolmnurga külg on $2\sqrt{2}$ cm.

2) Ristküliku küljed on 10 cm ja 8 cm. Ristküliku poolele diagonaalile on ehitatud korrapärane nelinurk, mille diagonaal on korrapärase kolmnurga küljeks. Leida selle kolmnurga ümberringjoone raadius.

1577. Missugune on kolmnurk, mille külgedeks on ühe ja sama ringjoone korrapärase kõõlkolmnurga külg, korrapärase kõõlnelinurga külg ja korrapärase kõõlkuusnurga külg?

1578. Ruudu külg on 4 cm. Ruudu ümber on joonestatud ringjoon ja selle ümber võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 8 cm. Leida võrdhaarse kolmnurga haar.

1579.* Ringi sisse on ehitatud 12 võrdset ringi, mis puudutavad antud ringjoont ja kahte naaberringi. Leida sisseehitatud ringide raadiused, kui antud ringi raadius on R.

1580. Tõestada, et ringjoone korrapärase kõõlkolmnurga külg poolitab temaga ristuva raadiuse.

1581. Tõestada, et korrapärase kuusnurga sees olevast punktist külgedele tõmmatud ristlõikude summa on võrdne kuuekordse apoteemiga.

1582. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga kaatetite summa võrdub ümber- ja siseringjoone diameetrite summaga.

Kordamisülesandeid

1583. Mitu külge on korrapärasel hulknurgal, kui selle külgede arvu suurendamisel 4 võrra hulknurga nurk suureneb 1° võrra?

1584. Tõestada, et korrapärase kõõlkolmnurga apoteem on 2 korda väiksem raadiusest ja 3 korda väiksem kõrgusest.

1585. Korrapärasel hulknurgal on 20 diagonaali. Arvutada ülesandes **1563** saadud valemi abil hulknurga külgede arv.

1586. Leida ülesandes **1572** saadud valemite abil ühe ja sama külgede arvuga (n) korrapärase kõõlhulknurga ja korrapärase puutujahulknurga ümbermõõtude suhe.

1587. Kahe lõikuva ringjoone ühine kõõl a on ühel ringjoonel korrapärase kõõlkuusnurga küljeks, teisel ringjoonel aga korrapärase kõõlnelinurga küljeks. Avaldada ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus (2 juhtumit).

§ 24. RINGI ÜMBERMÕÕT JA KAARE PIKKUS. NURGA KRAAD- JA RADIAANMÕÕT

Ringi ümbermõõt ja kaare pikkus

1588. Leida ringjoone pikkus, kui

1) raadius $r = 3{,}62$ m
2) raadius $r = 2{,}6$ cm
3) raadius $r = 11{,}43$ dm
4) diameeter $d = 8{,}2$ m
5) diameeter $d = 16{,}4$ cm

1589. Leida ringjoone raadius, kui ringjoone pikkus on

1) 36,8 cm
2) 166,48 dm
3) 6845 cm
4) 0,0618 cm

1590. Leida ringjoone diameeter, kui ringjoone pikkus on

1) 3,84 cm
2) 556 m
3) 1653 m
4) 0,0131 cm

1591. Leida maakera ligikaudne ümbermõõt mööda ekvaatorit, kui maakera raadius on 6370 km.

1592. Rihmaratta läbimõõt on 1,4 m ja ratas teeb 160 pööret minutis. Arvutada ratta äärjoonel oleva punkti kiirus.

1593. Autoratta läbimõõt koos kummiga on 56 cm. Leida, mitu pööret teeb ratas kiiruse 80 km/h puhul ühes sekundis.

1594. Ühe ringjoone raadius on 6 cm ja teise raadius 8 cm. Arvutada sellise ringjoone raadius, mille pikkus võrdub antud ringjoonte pikkuste summaga.

1595. Metallrõnga väline ümbermõõt on 36,14 cm, sisemine aga 23,6 cm. Leida metallrõnga paksus.

1596. Metalltoru väline ümbermõõt on 18,2 cm. Toru seina paksus on 6 mm. Leida toru sisemine läbimõõt.

1597. Ringjoone raadius on R. Mitu korda suureneb ringjoone pikkus, kui raadiust suurendada 2; 5; 10; a korda?

1598. Hammasratta diameeter on 6,6 dm; ratta kahe hamba keskkohtade vahe mööda kaart on 34,5 mm. Mitu hammast on hammasrattal?

1599. Ringjoone pikkus on 68,2 cm. Arvutada kaare pikkus, mis vastab kesknurgale

1) 40°
2) 176°
3) 253°20′
4) 118°38′
5) 336°15′
6) 57°18′

1600. Arvutada antud raadiuse r ja kesknurga α järgi kaare pikkus:

1) $r = 18{,}1$ dm $\quad \alpha = 213°46′$
2) $r = 36{,}4$ cm $\quad \alpha = 136°18′$
3) $r = 0{,}81$ dm $\quad \alpha = 67°05′$
4) $r = 1{,}68$ m $\quad \alpha = 39°12′$

1601. Arvutada antud kaare pikkuse a ja vastava kesknurga α järgi ringjoone raadius:

1) $a = 66{,}4$ cm $\quad \alpha = 81°$
2) $a = 18{,}1$ dm $\quad \alpha = 148°36′$
3) $a = 216$ cm $\quad \alpha = 315°17′$
4) $a = 14{,}4$ m $\quad \alpha = 282°40′$

1602. Ringjoon, mille raadius on 12,6 cm, on painutatud kaareks raadiusega 38 cm. Leida sellele kaarele vastav kesknurk.

1603. Kaare raadius on 6,8 cm ja kaar vastab kesknurgale 193°. Leida sellise ringjoone raadius, mille pikkus võrdub antud kaare pikkusega.

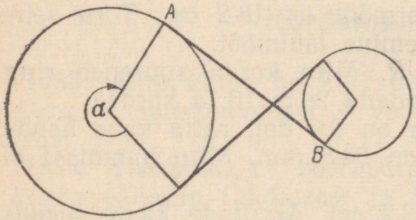
1604. Kahe kontsentrilise ringjoone vaheline kaugus on 18 cm. Sisemisel ringjoonel on võetud kaar pikkusega 42 cm. Leida samale kesknurgale vastava kaare pikkus välisel ringjoonel, kui sisemise ringjoone raadius on 16 cm.

1605. Ringjoone raadius on 32,6 cm. Arvutada kaare pikkus, kui sellele kaarele toetub 56 cm pikkune kõõl.

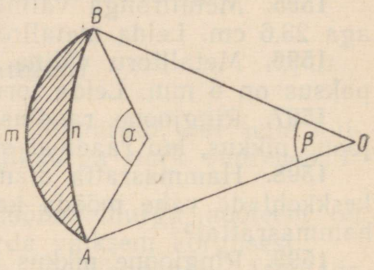
1606. Kõõlu pikkus on 16,8 m. Leida ringjoone pikkus, kui kõõl toetub kesknurgale 112°.

1607. Kõõlu pikkus on 22,4 cm. Leida vastava kaare pikkus, kui ringjoone raadius on 31,2 cm.

1608. Leida selline kesknurk, millele vastav kaar võrdub kahekordse raadiusega; kolmekordse raadiusega.



Joon. 83.



Joon. 84.

1609. Leida veorihma pikkus, kui rihmaseibide diameetrid on vastavalt 48 cm ja 18 cm, rihm hõlmab seibi 244°-se nurga all ja kahe seibi vahelise rihmaosa AB pikkus on 1,4 m (joon. 83).

1610. Kuusirbitaoline kujund $AmBn$ (joon. 84) on tekkinud kahe ringjoone lõikumisel, mille raadiused on vastavalt 5,1 cm ja 3,4 cm. Arvutada kujundi $AmBn$ ümbermõõt, kui välisele kaarele vastav kesknurk on 108° ja sisemisele kaarele vastav kesknurk 59°.

1611. Oletame, et maakera on kerakujuline ja ümber maakera on tihedalt tõmmatud köis. Kui köit pikendataks näiteks 20 m võrra, siis tekiks maakera ja köie vahele mingisugune vahe. Kas saaksid inimesed igas maakera punktis üheaegselt sellest vahest läbi roomata? Kas oleneb see vahe kera raadiusest?

Nurga kraad- ja radiaanmõõt

1612. Mitu radiaani on ühes ringjoones? poolringjoones? täisnurgas?

1613. Avaldada nurgad radiaanides:

1) 128°
2) 87°30′
3) 264°48′
4) 557°59′
5) 1296°
6) 415°13′
7) 12°15′
8) 45°
9) 66°37′
10) 865°42′
11) 772°41′
12) 555°55′

1614. Avaldada radiaanides antud nurgad kraadides ja minutites:

1) 0,16
2) 1,271
3) 5,67
4) 12,451
5) 39,478
6) 4,271
7) 0,081
8) 2,57
9) 3,14
10) 4,081
11) 7,217
12) 1,007

1615. Avaldada nurgad kraadides:

1) 6π
2) $\frac{1}{4}\pi$
3) $\frac{3}{5}\pi$
4) $2\frac{2}{3}\pi$
5) $1\frac{1}{10}\pi$
6) $3\frac{2}{7}\pi$
7) $5\frac{1}{8}\pi$
8) $6\frac{1}{7}\pi$
9) $12{,}4\pi$
10) $4{,}6\pi$
11) $7\frac{2}{5}\pi$
12) $9\frac{2}{9}\pi$

1616. Avaldada nurgad radiaanmõõdus π abil:

1) 60°
2) 270°
3) 140°
4) 75°
5) 150°
6) 225°

1617. Avaldada kraadides nurk, mille moodustab kella tunniosuti

1) 2 tunniga
2) 3,5 tunniga
3) 6 tunniga
4) 13,5 tunniga
5) 15,5 tunniga
6) 22 tunniga

1618. Avaldada radiaanides nurk, mille moodustab kella minutiosuti

1) 45 minutiga
2) 2 tunni 30 minutiga
3) 4 tunni 15 minutiga
4) 6 tunni 40 minutiga
5) 15 tunni 24 minutiga
6) 23 tunni 17 minutiga

1619. Kolmnurga kaks nurka on 36° ja 70°. Avaldada selle kolmnurga nurgad radiaanides.

1620. Avaldada korrapärase kuusnurga, kaheksanurga ja kümmenurga sisenurk ja välisnurk radiaanides.

1621. Pöörleva ratta nurkkiirus on 48 radiaani sekundis. Leida pöörete arv minutis.

1622. Võll teeb 162 pööret minutis. Leida selle võlli pöörlemise nurkkiirus.

1623. Ringjoone raadius on 18,4 cm. Arvutada sellise kaare pikkus, mis toetub kesknurgale 0,92 radiaani.

1624. Ringjoone raadius on 28,2 cm, kaare pikkus 46 cm. Leida vastav kesknurk radiaanides.

1625. Raudtee kurvi kõverusraadius on 456 m. Leida, kui pikk on kurv, kui vastav kesknurk on 1,31 radiaani.

1626. Rihmaratta nurkkiirus on 12,4 radiaani sekundis. Leida rihmaratta pinnal oleva punkti poolt ühes sekundis käidava tee pikkus, kui rihmaratta diameeter on 420 mm.

1627. Hammasrattal on 90 hammast. Väljendada hammasratta pöördenurk radiaanides, kui ta pöördub

1) 25 hamba võrra
2) 30 „ „
3) 40 „ „
4) 200 „ „

1628. Hammasratta kahe hamba vaheline nurk on 6°. Hammasratta raadius on 12 cm. Leida hammasratta hamba poolt käidava tee pikkus, kui hammasratas pöördub 42 hamba võrra; 152 hamba võrra.

1629. Ringisektori ümbermõõt võrdub poolringjoone pikkusega. Leida kesknurk radiaanides ja kraadides, kui ringjoone raadius on 10 cm.

1630. Vedur liigub raudtee kõveral osal kiirusega 24,14 km/h ja muudab $^1/_4$ minuti jooksul oma liikumissuunda 24° võrra. Oletades, et raudtee kurv on ringjoone kaar, leida selle ringjoone raadius.

1631. Rong liigub raudtee kurvil, mille raadius on 2 km, kiirusega 50 km/h. Leida, missuguse nurga võrra muutub rongi liikumissuund 45 sekundi jooksul.

§ 25. HULKNURKADE PINDALAD

Ruut

1632. 1) Mitu ruudukujulist plastmassist plaati kulub vannitoa seina 8 m^2 suuruse pinna katmiseks, kui plaadi külg on 10 cm?

2) Mitu ruudukujulist keraamilist plaati kulub põranda katmiseks, kui põranda mõõtmed on 3 m $\times$ 3 m ja plaadi külg on 12 cm?

1633. 1) Ruudu diagonaal on 14 dm. Arvutada ruudu pindala.

2) Ringi raadius on 15 cm. Leida ringi sisse joonestatud ruudu pindala.

1634. 1) Avaldada ruudu pindala tema diagonaali d kaudu.

2) Avaldada ruudu pindala tema ümberringjoone raadiuse R kaudu.

1635. 1) Ümmargusest raudvardast tuleb freesida võimalikult suure ruudukujulise ristlõikega varras. Leida varda ristlõike pindala, kui antud ümarraua läbimõõt on 26 mm.

2) Kas ümarrauast, mille läbimõõt on 16 mm, saab freesida ruudukujulise ristlõikega nupu, mille ristlõike pindala on 1,2 cm^2?

1636. 1) Ruudukujulise vaskplaadi pindala on 450 mm^2. Leida plaadi diagonaali pikkus.

2) Leida 4 ha suuruse ruudukujulise põllu ümbermõõt.

1637. Kolm ruudukujulise ristlõikega puittoru, mille sisemised küljed on 1 dm, 2 dm ja 2 dm, tuleb asendada ühe toruga nii, et läbilaskevõime jääks samaks. Kui pikk peab olema uue toru sisemine külg?

1638. 1) Kahe ruudu pindalade vahe on 1 m^2 ja pindalade suhe on 2. Leida nende ruutude küljed.

2) Kahe ruudu pindalade vahe on 6 m^2 ja diagonaalide suhe on 2. Leida nende ruutude küljed.

1639. Kuidas muutub ruudu pindala, kui tema külge 1) suurendada 2 korda; 2) suurendada 50% võrra; 3) vähendada 3 korda; 4) vähendada 60% võrra?

1640. Täisnurksesse kolmnurka on joonestatud ruut nii, et tema kaks tippu asetsevad kolmnurga hüpotenuusil ja kaks ülejäänud tippu kaatetitel. Leida ruudu pindala, kui hüpotenuusi äärmised lõigud on m ja n.

1641. 1) Ruudu sisse, mille külg on 1 dm, on joonestatud teine ruut, mille tipud asetsevad antud ruudu külgede keskpunktides. Leida sisemise ruudu pindala.

2) Ruudu küljed on jaotatud suhtes 3 : 4 ning jaotuspunktid on järjestikku üksteisega ühendatud. Tõestada, et nii saadud nelinurk on ruut, ja leida selle ruudu pindala, kui välimise ruudu külg on 14 cm.

1642. Ruudu küljed on jaotatud suhtes $m : n$ ning jaotuspunktid on järjestikku üksteisega ühendatud. Leida tekkinud nelinurga pindala, kui ruudu külg on a.

1643.* Ruudu sisse on joonestatud teine ruut, mille tipud asetsevad esimese ruudu külgedel ja küljed moodustavad antud ruudu külgedega 30°-sed nurgad. Kui suure osa moodustab sissejoonestatud ruudu pindala antud ruudu pindalast?

Ristkülik

1644. 1) Kooli ristkülikukujulise katseaia mõõtmed on 115 m $\times$ 64 m. Leida katseaia pindala aarides.

2) Toa laius on 3,6 m. Leida toa pindala, kui tema laius moodustab 90% pikkusest.

1645. 1) Ristküliku üks külg on 12 cm ja diagonaal 37 cm. Leida pindala.

2) Ristküliku diagonaal on 40 cm ning nurk diagonaali ja aluse vahel on 30°. Leida pindala.

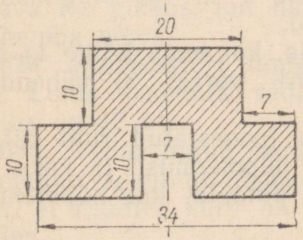
1646. 1) Klassiruumi pindala on 52,7 m² ja laius 6,2 m. Arvutada klassiruumi pikkus.

2) Ristkülikukujulise põllu pikkus ja laius suhtuvad nagu 5 : 3 ja põllu ümbermõõt on 1088 m. Leida põllu pindala.

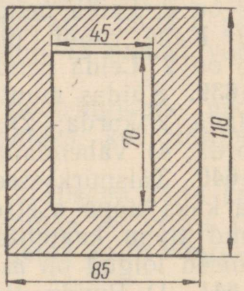
1647. Leida kahe auto jaoks ehitatava garaaži pindala, kui kummagi auto mõõtmed on 4,5 m × 1,8 m ja kahe auto vahele, samuti auto ja seina vahele peab jääma 1 m laiune käik.

1648. 1) Leida joonisel 85 kujutatud plekitüki pindala (mõõtmed on antud sentimeetrites).

2) Leida joonisel 86 kujutatud raami pindala (mõõtmed on antud millimeetrites).

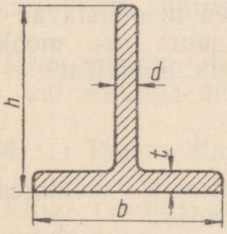


Joon. 85.

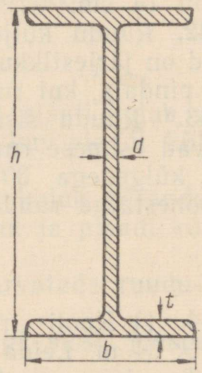


Joon. 86.

1649. 1) Leida joonisel 87 kujutatud T-tala ristlõike pindala, kui $h = 50$ mm, $b = 50$ mm, $d = 6$ mm ja $t = 6$ mm. Enne koostada antud tähtedest valem pindala S leidmiseks ning valemi järgi arvutada pindala (nurkade ümardatust mitte arvestada).



Joon. 87.



Joon. 88.

2) Leida samal viisil joonisel 88 kujutatud I-tala ristlõike pindala, kui $h = 220$ mm, $b = 110$ mm, $d = 7{,}5$ mm ja $t = 12{,}3$ mm.

1650. Kui palju aega kulub malmplaadi töötlemiseks höövelpingil, kui plaadi mõõtmed on 150 mm $\times$ 300 mm, lõiketera kaksikkäikude arv minutis on 20 ja ettenihe 0,25 mm kaksikkäigu kohta (kaksikkäik koosneb lõiketera töökäigust ja tagasikäigust)?

1651. 1) Ristküliku pindala on 126 m^2 ja ümbermõõt 46 m. Leida küljed.

2) Ristküliku pindala on 240 cm^2 ja diagonaal 26 cm. Leida küljed.

1652. 1) Ristküliku pindala on 156 m^2 ja pikkus ületab laiuse ühe meetri võrra. Leida ristküliku mõõtmed.

2) Ristküliku pindala on 120 dm^2. Kui ristküliku üht külge suurendatakse 8 dm võrra ja teist külge vähendatakse 4 dm võrra, siis saadakse uus ristkülik, mis on eelmisega võrdpindne. Leida antud ristküliku küljed.

1653. 1) Vineeritahvli pindala on 96 dm^2 ja tema pikkus on 1,5 korda laiusest suurem. Leida vineeritahvli mõõtmed.

2) Malmist ristkülikukujulise pliidiplaadi pindala on 3840 cm^2 ning küljed suhtuvad nagu 5 : 3. Leida plaadi mõõtmed.

1654. 1) Ristküliku pindala on 3,6 m^2 ja ümbermõõt 98 dm. Leida ristküliku ümberringjoone pikkus.

2) Ristküliku pindala on 420 cm^2, kusjuures ristküliku üks külg on 23 cm võrra teisest pikem. Leida ristküliku ümberringjoone pikkus.

1655. 1) Ringisse, mille ümbermõõt on 50π cm, on joonestatud ristkülik, mille üks külg on 2 korda teisest pikem. Leida selle ristküliku pindala.

2) Ringisse, mille ümbermõõt on 10π m, on joonestatud ristkülik, mille kõrgus moodustab 75% alusest. Leida selle ristküliku pindala.

1656. 1) Ristküliku alus on 18 cm ning nurk aluse ja diagonaali vahel 27°. Arvutada pindala.

2) Ristküliku diagonaal on 12 m ning nurk diagonaali ja aluse vahel 32°. Arvutada pindala.

1657. 1) Ristküliku diagonaal on 40 cm ja diagonaalidevaheline teravnurk 42°. Leida pindala.

2) Ristküliku lühem külg on 26 dm ja diagonaalidevaheline teravnurk 70°. Leida pindala.

1658. 1) Ristkülikukujulise muruväljaku mõõtmed on 8 m $\times$ $\times$ 12 m. Väljaku pindala tehakse kaks korda suuremaks, suurendades võrdselt nii pikkust kui ka laiust. Kui palju tuleb pikendada kumbagi külge?

2) Ristkülikukujulise aiamaa pindala on 0,15 ha. Kui aiamaa

oleks 15 m võrra lühem, siis oleks tema laius $\frac{1}{3}$ pikkusest. Leida aiamaa pikkus ja laius.

1659. 1) Ristkülikukujulisel papitükil, mille pikkus ületab laiuse 6 cm võrra, lõigatakse nurkadest ära ruudud küljega 3 cm. Ülejäänud osa sobivalt kokku murdes saadakse karp ruumalaga 120 cm³. Kui suured on papitüki mõõtmed?

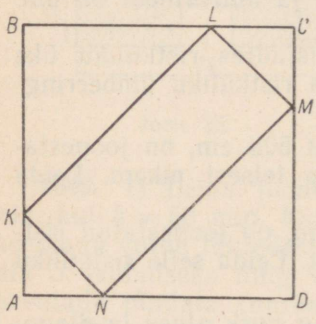
2) Ristkülikukujulise vaskplekitüki pikkus on 1,5 korda laiusest suurem. Pleki paksus on 2 mm ja tema mass on 264 g. Arvutada plekitüki mõõtmed, teades, et vase tihedus on 8,8 Mg/m³.

1660. Ristküliku küljed on a cm ja b cm; külge a pikendatakse m cm võrra ja külge b vastavalt n cm võrra. Kui palju suureneb ristküliku pindala?

1661. Ristküliku küljed on 6 cm ja 2 cm. Leida selle ristküliku nurgapoolitajate poolt moodustatava nelinurga pindala.

1662. Ristküliku $ABCD$ nurga A poolitaja lõikab külge BC punktis E ja külje CD pikendust punktis F; $AE = m$ ja $EF = n$. Leida ristküliku pindala.

1663.* Ristküliku pindala ja selle ristküliku diagonaalile konstrueeritud ruudu pindala suhtuvad nagu $\sqrt{3} : 4$. Kui suur on nurk ristküliku diagonaalide vahel?



Joon. 89.

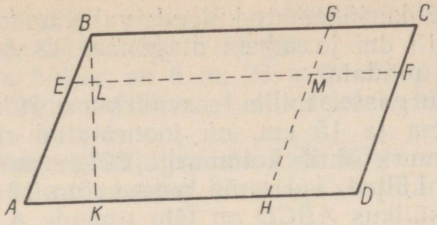
1664.* Ristküliku külgede pikkuste vahe on a. Kumb on suurem ja kui palju: kas selle ristküliku pindala või sama ümbermõõduga ruudu pindala?

1665.* Ruudu $ABCD$ külg on 4 cm (joon. 89). Külgedel on võetud lõigud $AK = AN = CL = CM = q$. Tõestada, et nelinurk $KLMN$ on ristkülik ja selle ristküliku pindala on $8q - 2q^2$. Missuguse q väärtuse puhul on selle ristküliku pindala kõige suurem?

Rööpkülik

1666. Rööpkülikus $ABCD$ on $EF \parallel AD$, $GH \parallel AB$ ja $BK \perp AD$ (joon. 90). Arvutada suure rööpküliku ja kõigi lõikejoontega eraldatud väiksemate rööpkülikute pindalad, kui $AH = 3{,}2$ cm, $HD = 1{,}2$ cm, $BL = 0{,}6$ cm ja $LK = 1{,}6$ cm.

1667. 1) Rööpküliku küljed on 15 cm ja 12 cm ning pikemale küljele tõmmatud kõrgus 6 cm. Arvutada lühemale küljele tõmmatud kõrgus.



Joon. 90.

2) Rööpküliku kõrgused on 7,2 cm ja 5,4 cm ning lühem külg 5,7 cm. Arvutada pikem külg.

1668. 1) Rööpküliku pindala on 72 cm² ning kõrgused 6 cm ja 9 cm. Leida ümbermõõt.

2) Rööpküliku kõrgused on 4 m ja 2 m ning ümbermõõt 18 m. Leida pindala.

1669. 1) Rööpküliku diagonaalid on 50 cm ja 22 cm ning üks külg 30 cm. Leida pindala.

2) Rööpküliku küljed on 35 cm ja 42 cm ning üks diagonaal 35 cm. Leida pindala.

1670. Tõestada, et diagonaalid jaotavad rööpküliku neljaks võrdpindseks kolmnurgaks.

1671. 1) Rööpküliku küljed on 20 cm ja 12 cm ning teravnurk 60°. Leida pindala.

2) Rööpküliku küljed on 12 cm ja $16\sqrt{2}$ cm ning teravnurk 45°. Leida pindala.

1672. 1) Rööpküliku küljed on 4 cm ja 6 cm ning teravnurk 45°. Leida pindala ja mõlemad diagonaalid.

2) Rööpküliku pindala on 132 cm², üks külg 9 cm ja teravnurk 60°. Leida teine külg.

1673. 1) Arvutada rööpküliku pindala, kui tema küljed on 18,2 cm ja 6,9 cm ning teravnurk 42°30′.

2) Arvutada rööpküliku pindala, kui tema küljed on 5,65 m ja 3,48 m ning nürinurk 128°.

1674. 1) Rööpküliku alus on 8,2 dm, diagonaal 14 dm ning nurk selle diagonaali ja aluse vahel 24°20′. Leida pindala.

2) Rööpküliku pikem külg on 46,5 cm ja niisama pikk on ka selle rööpküliku lühem diagonaal. Rööpküliku teravnurk on 63°. Leida pindala.

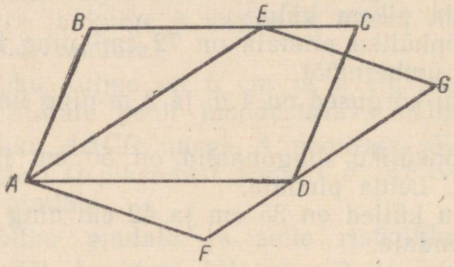
1675. 1) Rööpküliku pindala on 36 cm². Diagonaalide lõikepunkti kaugused rööpküliku külgedest on 2 cm ja 3 cm. Leida rööpküliku ümbermõõt.

2) Rööpküliku lühem külg on 37 cm ja diagonaalide lõikepunktist pikemale küljele tõmmatud ristsirge jaotab selle külje 26 cm ja 14 cm pikkusteks lõikudeks. Leida rööpküliku pindala.

1676. Rööpküliku lühemate külgede vaheline kaugus on 12 dm, pikem külg on 15 dm ja lühem diagonaal 13 dm. Kui suur on selle rööpküliku pindala?

1677. Kolmnurgasse, mille teravnurk on 30° ja selle nurga lähisküljed 10 cm ja 15 cm, on joonestatud rööpkülik nii, et rööpküliku teravnurk ühtib kolmnurga 30°-se nurgaga. Arvutada selle rööpküliku küljed, kui tema pindala on 12 cm².

1678.* Rööpkülikus $ABCD$ on läbi tippude A ja D tõmmatud $AE \parallel FG$ (joon. 91). Punktidest A ja E on omakorda tõmmatud $AF \parallel EG$. Tõestada, et rööpkülikud $ABCD$ ja $AEGF$ on võrdpindsed.



Joon. 91.

1679.* 1) Avaldada rööpküliku pindala tema kõrguste h_1 ja h_2 ning ümbermõõdu $2p$ kaudu.

2) Avaldada rööpküliku pindala tema kõrguste h_1 ja h_2 ning teravnurga α kaudu.

1680.* Rööpküliku küljed suhtuvad nagu 5 : 8 ja nendevaheline teravnurk on 60°. Rööpküliku pindala on $80\sqrt{3}$ cm². Leida rööpküliku ümbermõõt ja diagonaalid.

1681.* Rööpkülikus on antud teravnurk α ja diagonaalide lõikepunkti kaugused m ja n rööpküliku lähiskülgedest. Leida rööpküliku pindala.

Kolmnurk

1682. 1) Kolmnurga alus on 5 dm ja kõrgus 4 m. Arvutada pindala.

2) Kolmnurga alus on $6\sqrt{5}$ cm ja kõrgus $\sqrt{45}$ cm. Arvutada pindala.

1683. 1) Kolmnurga pindala on 11,7 m² ja üks külg 5,2 m. Leida sellele küljele tõmmatud kõrgus.

2) Kolmnurga pindala on 420 mm² ja kõrgus 21 mm. Leida alus.

1684. 1) Kolmnurga pindala on 180 cm^2 ning kõige pikem külg 45 cm. Leida kõige lühem kõrgus.

2) Kolmnurga küljed on 6 m, 25 m ja 29 m. Esimesele küljele tõmmatud kõrgus on 20 m. Leida teistele külgedele tõmmatud kõrgused.

1685. 1) Kolmnurgakujulise aia kahe külje summa on 200 m ja nendele külgedele tõmmatud kõrgused on 60 m ja 90 m. Leida aia pindala.

2) Paviljoni katus koosneb neljast võrdhaarsest kolmnurgast, mille alused on 2,4 m ja kõrgused 1,8 m. Mitu katuseplaati kulub selle katuse katmiseks, kui ühe plaadi pindala on 9 dm^2 ja juurdearvutus on 5% katuse pindalast?

1686. 1) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 65 cm ja üks kaatet 63 cm. Leida pindala.

2) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on ühest kaatetist 1 cm võrra ja teisest kaatetist 8 cm võrra pikem. Leida pindala.

1687. 1) Täisnurkse kolmnurga külgede pikkused väljenduvad üksteisele järgnevate paarisarvudega. Leida pindala.

2) Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 12 dm ja hüpotenuusile tõmmatud kõrgus 9,6 dm. Leida pindala.

1688. 1) Arvutada täisnurkse kolmnurga pindala, kui tema kõrgus jaotab hüpotenuusi lõikudeks pikkusega 32 cm ja 18 cm.

2) Täisnurkse kolmnurga teravnurga poolitaja jaotab selle nurga vastaskaateti 4 cm ja 5 cm pikkusteks lõikudeks. Leida kolmnurga pindala.

1689. 1) Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 34 cm ja pindala 120 cm^2. Leida kolmnurga ümberringjoone raadius.

2) Täisnurkse kolmnurga pindala on 24 cm^2 ja üks kaatet on teisest 2 cm võrra pikem. Leida kolmnurga ümberringjoone raadius.

1690. 1) Täisnurkse kolmnurga pindala on 294 dm^2 ja üks kaatet 21 dm. Arvutada hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

2) Täisnurkse kolmnurga pindala on 30 dm^2 ja hüpotenuus 13 dm. Arvutada kaatetid.

1691. 1) Avaldada võrdkülgse kolmnurga pindala tema külje a kaudu. Arvutada pindala, kui $a = 12$ cm.

2) Avaldada võrdkülgse kolmnurga pindala tema kõrguse h kaudu. Arvutada pindala, kui $h = 5\sqrt{3}$ dm.

1692. 1) Avaldada korrapärase kolmnurga pindala tema ümberringjoone raadiuse R kaudu. Arvutada pindala, kui $R = 10$ cm.

2) Avaldada korrapärase kolmnurga pindala tema siseringjoone raadiuse r kaudu. Arvutada pindala, kui $r = 4$ cm.

1693. 1) Võrdkülgse kolmnurga ümber ja sisse on joonestatud ringjoon. Arvutada kolmnurga pindala, kui ümberringjoone raadius on siseringjoone raadiusest 15 cm võrra pikem.

2) Võrdkülgse kolmnurga pindala on $27\sqrt{3}$ cm². Leida selle kolmnurga sise- ja ümberringjoone pikkus.

1694. 1) Võrdhaarse kolmnurga alus on 40 cm ja kõrgus 48 cm. Arvutada haarale tõmmatud kõrgus.

2) Võrdhaarse kolmnurga haar on 20 cm ja alusnurk 30°. Arvutada pindala.

1695. 1) Leida võrdhaarse kolmnurga alus, kui pindala on 12 cm² ja haar 5 cm.

2) Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 32 cm ning alus ja haar suhtuvad nagu 6 : 5. Leida pindala.

1696. 1) Avaldada võrdhaarse täisnurkse kolmnurga pindala tema hüpotenuusi c kaudu. Arvutada pindala, kui $c = 4\sqrt{2}$ cm.

2) Kui pikk tuleb võtta võrdhaarse täisnurkse kolmnurga kaatet, et kolmnurga pindala oleks 1 m²?

1697. 1) Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm ja kõrgus 20 cm. Leida selle kolmnurga sise- ja ümberringjoone raadius.

2) Võrdhaarse kolmnurga alus on 20 cm ja haar 26 cm. Leida selle kolmnurga sise- ja ümberringjoone raadius.

1698. 1) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 25 cm ja üks kaatet on 5 cm võrra teisest pikem. Leida selle kolmnurga sise- ja ümberringjoone raadius.

2) Leida täisnurkse kolmnurga pindala, kui üks kaatet on 1,6 m ja siseringjoone raadius 0,6 m.

1699. 1) Leida kolmnurga pindala, kui kaks külge on 12 dm ja 16 dm ning nurk nende külgede vahel 30°.

2) Leida kolmnurga pindala, kui kaks külge on 4,2 cm ja 3,6 cm ning nurk nende külgede vahel 60°.

1700. 1) Kolmnurga alus on 30 cm, üks alusnurk 45° ja selle nurga lähiskülg 25 cm. Arvutada pindala.

2) Kolmnurga kaks külge on 13 dm ja 10 dm ning nurk nende külgede vahel 120°. Arvutada pindala.

1701. 1) Kolmnurga kaks külge on 4,80 m ja 6,15 m ning nurk nende külgede vahel 72°. Arvutada pindala.

2) Kolmnurga kaks külge on 735 mm ja 846 mm ning nurk nende külgede vahel 36°40′. Arvutada pindala.

1702. 1) Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 52° ja haar 12 cm. Arvutada pindala.

2) Võrdhaarse kolmnurga haar on 8 cm ja alusnurk 58°. Arvutada pindala.

1703. 1) Võrdhaarse kolmnurga alus on 1 dm ja alusnurk 42°. Arvutada pindala.

2) Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on 65° ja alus 7 m. Arvutada pindala.

1704. 1) Avaldada võrdhaarse kolmnurga pindala, kui haar on b ja alusnurk 30°.

2) Avaldada täisnurkse kolmnurga pindala, kui hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on h ja üks teravnurk 30°.

1705. Avaldada kolmnurga pindala, kui alus on a ning aluse lähisnurgad 30° ja 45°.

1706. Kolmnurga üks külg on 15 cm, teine külg on 1 cm võrra lühem kolmandast ja teise külje projektsioon kolmandal küljel on 5 cm. Leida pindala.

1707. Võrdhaarse kolmnurga alus on 12 cm ja alusele tõmmatud kõrgus võrdub lõiguga, mis ühendab aluse keskpunkti haara keskpunktiga. Leida pindala.

1708. 1) Tõestada, et mediaan jaotab kolmnurga kaheks võrdpindseks kolmnurgaks.

2) Tõestada, et kolm mediaani jaotavad kolmnurga kuueks võrdpindseks osaks.

1709.* Võrdhaarse kolmnurga alus on 2 cm ja haaradele tõmmatud mediaanid ristuvad teineteisega. Leida pindala.

1710.* Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 40 cm ja hüpotenuus 32 cm. Kaateteid eraldi arvutamata leida pindala.

1711.* Leida võrdkülgse kolmnurga külg, nii et see kolmnurk oleks võrdpindne kolmnurgaga, mille kaks külge on a ja b ning nurk nende külgede vahel 30°.

1712.* Võrdhaarse täisnurkse kolmnurga külgedele on konstrueeritud ruudud. Leida nende ruutude keskpunktide ühendamisel tekkiva kolmnurga pindala, kui täisnurkse kolmnurga kaatet on b.

1713.* Punktist, mis asetseb ringjoonest a cm kaugusel, on tõmmatud ringjoonele puutuja pikkusega $2a$. Leida selle ringjoone sisse joonestatud korrapärase kolmnurga pindala.

Heroni valem

1714. Leida kolmnurga pindala, kui küljed on

1) 39 cm, 42 cm ja 45 cm;
2) 3,25 m, 3,5 m ja 3,75 m;
3) 16 dm, 9 dm ja 23 dm;
4) 12 cm, 10 cm ja 8 cm.

1715. 1) Kolmnurga küljed on 21 cm, 17 cm ja 10 cm. Leida sise- ja ümberringjoone raadius.

2) Kolmnurga küljed on 4 dm, 13 dm ja 15 dm. Leida sise- ja ümberringjoone raadius.

1716. 1) Kolmnurga küljed on 25 dm, 29 dm ja 36 dm. Arvutada kõige väiksem kõrgus.

2) Kolmnurga küljed on 25 cm, 39 cm ja 56 cm. Arvutada kõige suurem kõrgus.

1717. 1) Kolmnurga kaks külge on 17 cm ja 28 cm ning pindala 210 cm^2. Leida kolmas külg.

2) Kolmnurga kaks külge on 7 dm ja 11 dm ning pindala $\sqrt{1440}$ dm^2. Leida kolmas külg.

1718. 1) Kolmnurga kaks külge on 17 cm ja 21 cm ning kolmandale küljele tõmmatud mediaan 5 cm. Leida pindala.

2) Rööpküliku üks külg on 6 cm ning diagonaalid 50 cm ja 58 cm. Leida pindala.

1719. Kahe teineteisega lõikuva ringjoone raadiused on 17 cm ja 39 cm ning keskpunktide vaheline kaugus 44 cm. Arvutada ühise kõõlu pikkus.

1720. Kolmnurga küljed väljenduvad üksteisele järgnevate naturaalarvudega ja pindala on 84 cm^2. Arvutada ümbermõõt.

1721. Kolmnurga küljed suhtuvad nagu 3 : 25 : 26 ja pindala on 144 cm^2. Arvutada ümbermõõt.

1722. Kolmnurga kaks külge on 24 cm ja 32 cm ning nende külgede vahelise nurga poolitaja jaotab vastaskülje lõikudeks, mille pikkuste vahe on 4 cm. Arvutada pindala.

1723. Kolmnurgas ABC on antud kolm külge: $AB = 26$ cm, $BC = 30$ cm ja $AC = 28$ cm. Arvutada see osa kolmnurga pindalast, mis jääb tipust B tõmmatud kõrguse ja nurgapoolitaja vahele.

1724.* Kolmnurga üks külg on 10 cm ning kahele ülejäänud küljele tõmmatud mediaanid 9 cm ja 12 cm. Leida pindala.

1725.* Kolmnurga küljed ja pindala väljenduvad nelja üksteisele järgneva naturaalarvuga. Leida kolmnurga küljed ja määrata kolmnurga liik.

1726.* Kolmnurga tipud on ühendatud siseringjoone keskpunktiga. Need sirglõigud jaotavad kolmnurga pindala kolmeks osaks: 12 cm^2, 39 cm^2 ja 45 cm^2. Leida kolmnurga küljed.

1727.* Kolmnurga ümbermõõt $2p = 24$, siseringjoone raadius $r = 2$ ja ümberringjoone raadius $R = 5$. Leida küljed.

1728.* Kolmnurga kolm kõrgust on 12 dm, 15 dm ja 20 dm. Leida pindala.

1729.* Kolmnurga kolm mediaani on 9 cm, 12 cm ja 15 cm. Leida pindala.

Romb

1730. 1) Rombi külg on 16 cm ja kõrgus 9 cm. Arvutada pindala.

2) Rombi pindala on 6,3 dm^2 ja kõrgus 1,8 dm. Arvutada külg.

1731. 1) Rombi diagonaalid on 1,8 m ja 2,4 m. Arvutada pindala.

2) Rombi pindala on 4920 mm^2 ja üks diagonaal 164 mm. Arvutada teine diagonaal.

1732. 1) Rombi diagonaalid on 16 cm ja 12 cm. Leida kõrgus.

2) Rombi pindala on 24 cm^2 ja külg 5 cm. Kui pikad on diagonaalid?

1733. 1) Leida rombi diagonaalid, kui nende summa on 34 cm ja rombi pindala 120 cm^2.

2) Rombi pindala on 96 cm^2 ja diagonaalide vahe 4 cm. Kui pikk on rombi külg?

1734. 1) Rombi ümbermõõt on 40 m ja üks diagonaalidest on 4 m võrra teisest pikem. Leida pindala.

2) Rombi ümbermõõt on 80 m ja diagonaalid suhtuvad nagu 3 : 4. Leida pindala.

1735. 1) Saeviili ristlõige on romb külje pikkusega 1 cm. Arvutada viili ristlõike pindala, kui teravnurk külgede vahel on 30°.

2) Kooli lõpumärk kujutab enesest rombi, mille külg on 2,2 cm ja teravnurk 60°. Arvutada märgi pindala.

1736. 1) Arvutada rombi pindala, kui tema külg on 4,8 cm ja teravnurk 48°.

2) Arvutada rombi pindala, kui tema külg on 7,6 cm ja nürinurk 134°.

1737. 1) Rombi pikem diagonaal on 6,12 cm ja teravnurk 73°. Leida pindala.

2) Rombi lühem diagonaal on 20,4 mm ja nürinurk 135°. Leida pindala.

1738. 1) Rombi pindala on 2 dm^2 ja teravnurk 30°. Leida ümbermõõt.

2) Rombi pindala on $200\sqrt{3}$ cm^2 ja teravnurk 60°. Leida ümbermõõt.

1739. 1) Leida rombi pindala, kui tema teravnurk on 30° ja siseringjoone pikkus 628 dm.

2) Ringi ümber, mille raadius on 5 dm, on joonestatud romb teravnurgaga 36°40′. Leida rombi pindala.

1740. Rombi pindala on kaks korda väiksem sama ümbermõõduga ruudu pindalast. Kui suured on rombi nurgad?

1741.* Rombi ümbermõõt on $2p$ cm ja diagonaalide summa m cm. Leida pindala.

1742.* Rombis, mille diagonaalid on 150 cm ja 200 cm, on tõmmatud nürinurga tipust kaks kõrgust, mille aluspunktid on teineteisega ühendatud. Leida sel viisil saadud kolmnurga pindala.

1743.* Rombi nürinurga tipust on tõmmatud ristlõigud külgedele. Kummagi ristlõigu pikkus on a, nende aluspunktide vaheline kaugus b. Leida rombi pindala.

1744. 1) Arvutada trapetsi pindala, kui kesklõik on 5,2 cm ja kõrgus 3,5 cm.

2) Arvutada trapetsi pindala, kui alused on 8,4 cm ja 6,2 cm ning kõrgus 4,6 cm.

1745. 1) Arvutada trapetsi pindala, kui alused on 36 m ja 24 m ning kõrgus moodustab 45% kesklõigust.

2) Arvutada trapetsi pindala, kui üks alus on 24 m, teine alus on sellest 25% võrra suurem ja kõrgus on teisest alusest 25% võrra väiksem.

1746. 1) Kraavi sügavus on 0,8 m, laius põhjast 0,2 m ja pealt 1,2 m. Mitu kuupmeetrit mulda on kraavi kaevamisel välja võetud, kui kraavi pikkus on 0,42 km?

2) Kraavi ristlõige on võrdhaarne trapets, mille alused on 1 m ja 2,6 m ning kõrgus 1,2 m. Kraav on poole sügavuseni täidetud veega, mis voolab kiirusega 0,3 m/s. Kui palju vett voolab ööpäeva vältel läbi selle kraavi?

1747. Joonestada jõesängi ristlõige ja arvutada selle pindala järgmise tabeli andmeil:

Kaugus kaldast meetrites	1	2	3	4	5	6	7	8
Sügavus meetrites	0,4	1,2	2,5	3,1	2,9	2,1	0,6	0

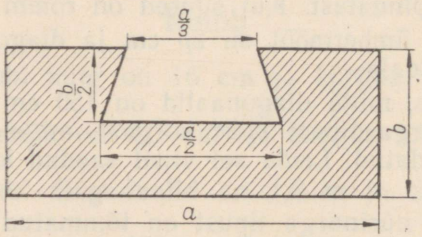
1748. 1) Trapetsi alused on 80 cm ja 48 cm ning pindala 1024 cm^2. Leida kõrgus.

2) Trapetsi pindala $S = 35$ cm^2, alus $a = 8$ cm ja kõrgus $h = 7$ cm. Kui pikk on alus b?

1749. 1) Trapetsi kõrgus on 12 cm ja pindala 6 dm^2. Arvutada kesklõigu pikkus.

2) Trapetsi pindala on 60 dm^2, alused suhtuvad nagu 1 : 3 ja kõrgus on 1 m. Arvutada alused.

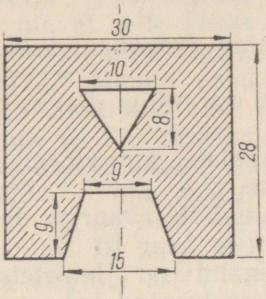
1750. Koostada valem joonisel 92 kujutatud pindala arvutamiseks ning arvutada selle valemi järgi pindala, kui $a = 120$ mm ja $b = 48$ mm.



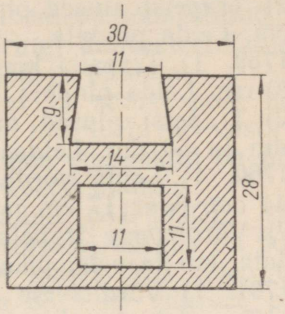
Joon. 92.

1751. 1) Arvutada joonisel 93 kujutatud detaili ristlõike pindala (mõõtmed on antud millimeetrites).

2) Arvutada samuti joonisel 94 kujutatud pindala.



Joon. 93.



Joon. 94.

1752. 1) Trapetsikujulise põllu pindala on 10 hektarit; trapetsi kõrgus on 250 m ja üks alus 480 m. Leida teine alus.

2) Trapetsikujulise põllu pindala on 30 aari; trapetsi alused on 48 m ja 75 m. Kui pikk kraav läbib risti selle põllu (trapetsi ühest alusest teiseni)?

1753. 1) Arvutada täisnurkse trapetsi pindala, kui alused on 3 dm ja 1 dm ning trapetsi üks nurk 45°.

2) Täisnurkse trapetsi lühem alus on 10 cm ning haarad 15 cm ja 25 cm. Arvutada pindala.

3) Täisnurkse trapetsi aluste summa on 16 m ja haarade summa 9 m. Arvutada pindala, kui on teada, et trapetsi üks nurk on 30°.

1754. 1) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 13 cm ja 27 cm ning haar 25 cm.

2) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 7 cm ja 13 cm ning ümbermõõt 30 cm.

1755. 1) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 10 cm ja 26 cm ning diagonaalid on haaradega risti.

2) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui kõrgus on 15 cm ja diagonaalid on teineteisega risti.

1756. 1) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 35 cm ja 47 cm ning alusnurk 45°.

2) Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui haar on 1 dm, pikem alus 26 cm ja alusnurk 60°.

1757. 1) Võrdhaarse trapetsi haar on 12 cm ja moodustab suurema alusega nurga 42°. Arvutada pindala, kui väiksem alus on 20 cm.

2) Võrdhaarse trapetsi diagonaal on 15 cm ning diagonaali ja suurema aluse vaheline nurk 25°. Leida pindala.

1758. 1) Trapetsi alused on 17,5 dm ja 12 dm ning haarad 15 dm ja 12,5 dm. Leida pindala.

2) Trapetsi alused on 19 cm ja 5 cm ning haarad 13 cm ja 15 cm. Leida pindala.

1759. 1) Trapetsi kõrgus on 12 cm ning diagonaalid 15 cm ja 20 cm. Leida pindala.

2) Trapetsi alused on 45 dm ja 20 dm ning diagonaalid 33 dm ja 56 dm. Leida pindala.

1760. 1) Leida võrdhaarse trapetsi pindala, kui pikem alus on 44 cm, haar 17 cm ja diagonaal 39 cm.

2) Võrdhaarse trapetsi diagonaal poolitab teravnurga. Leida pindala, kui trapetsi pikem alus on 22 cm ja haar 10 cm.

1761. 1) Võrdhaarse trapetsi diagonaalid on teineteisega risti. Trapetsi alused on a ja b. Leida haar ja pindala.

2) Võrdhaarse trapetsi diagonaal on haaraga risti. Leida pindala, kui alused on a ja b.

1762. 1) Trapetsi kesklõik võrdub kõrgusega ja aluste pikkuste vahe on 2 cm. Leida alused, kui pindala on 36 cm^2.

2) Võrdhaarse trapetsi pikem alus on 32 cm ja nürinurk 150°. Leida pindala, kui haar on 16 cm.

1763. 1) Ringi ümber, mille raadius on 2 cm, on joonestatud võrdhaarne trapets, mille pindala on 20 cm^2. Leida trapetsi küljed.

2) Ringi ümbermõõt on 20π cm. Selle ringi ümber on joonestatud võrdhaarne trapets, mille ümbermõõt on 1 m. Leida trapetsi pindala.

1764. Trapetsi $ABCD$ pikem alus $AD = 10$ cm, haar $CD = 6$ cm, diagonaal AC on risti haaraga CD ja diagonaal BD jaotab nurga D pooleks. Leida pindala.

1765. Trapetsi $ABCD$ pindala on poolitatud sirglõiguga EF, mis on paralleelne haaraga AB (punkt F asetseb alusel AD). Arvutada sirglõik AF, kui $AD = 28$ cm ja $BC = 12$ cm.

1766. Missuguse kujundi pindala valemi saame trapetsi pindala valemist, kui selles ühe aluse pikkuseks võtame 0? Kui selles alused loeme võrdseks?

1767. Avaldada täisnurkse trapetsi pindala, kui trapetsi üks nurk on 60° ning on teada 1) mõlemad alused; 2) üks alus ja kõrgus; 3) üks alus ja kaldu olev haar.

1768. On antud trapetsi alused a ja b ning kõrgus h. Leida selle kolmnurga pindala, mis tekib, kui haarasid pikendatakse lõikumiseni.

1769. Kolmnurga küljed on 75 cm, 65 cm ja 70 cm. Pikimale küljele tõmmatud kõrgus on jaotatud tipust alates suhtes 2 : 3 ning läbi jaotuspunkti on tõmmatud pikima küljega paralleelne sirge. Leida sel viisil tekkinud trapetsi pindala.

1770. Ringi ümber joonestatud võrdhaarse trapetsi haar on a ja alusnurk 30°. Avaldada trapetsi pindala.

1771. Trapetsi pikem alus on a, lühem alus b, pikema aluse lähisnurgad 30° ja 45°. Leida pindala.

1772.* Poolringisse raadiusega $r = 1$ cm on joonestatud trapets nii, et selle üheks aluseks on poolringi diameeter. Trapetsi ümbermõõt on 5 cm. Leida trapetsi küljed ja pindala.

1773.* Ringis raadiusega R on ühel ja samal pool keskpunkti tõmmatud kaks paralleelset kõõlu, mis toetuvad vastavalt 60°-sele ja 120°-sele kaarele. Nende kõõlude otspunktid on ühendatud abikõõludega. Avaldada saadud trapetsi pindala.

1774.* Põld $ABCD$ on trapetsikujuline ($AB \parallel DC$); $AB = 110$ m, $BC = 75$ m, $CD = 180$ m ja trapetsi kõrgus on 60 m. Arvutada 1) külg AD; 2) kui kaugele küljest AB tuleb tõmmata sirglõik $MN \parallel AB$, et see eraldaks 3825 m² suuruse pindala; 3) lõigu MN pikkus.

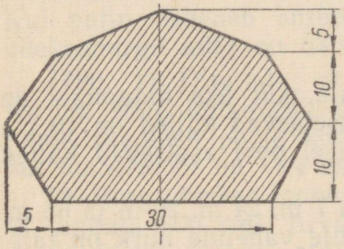
1775.* Trapetsi paralleelsed küljed on a ja b. Leida, kui pikk on lõik, mis poolitab trapetsi pindala ja on paralleelne alustega.

1776.* Kaks ringjoont raadiustega R ja r puudutavad teineteist väliselt. Leida niisuguse trapetsi pindala, mille külgedeks on nende ringjoonte ühised välised puutujad ja kummaski ringis puutepunkte ühendavad kõõlud.

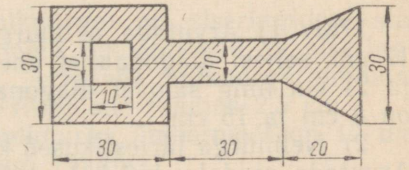
Hulknurk

1777. 1) Leida joonisel 95 esitatud kujundi pindala (mõõtmed on antud millimeetrites).

2) Leida samuti joonisel 96 esitatud kujundi pindala.

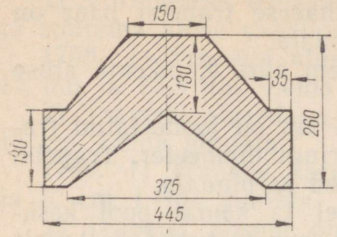


Joon. 95.

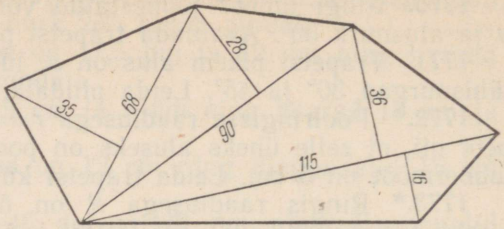


Joon. 96.

1778. Teraslehest valmistatakse saag, lõigates lehe ühte äärde 500 mm ulatuses kolmnurksed hambad, mille kõrgus on 4 mm. Kui palju väheneb seejuures teraslehe mass, kui 1 cm² lehtterase mass on 0,75 g?



Joon. 97.

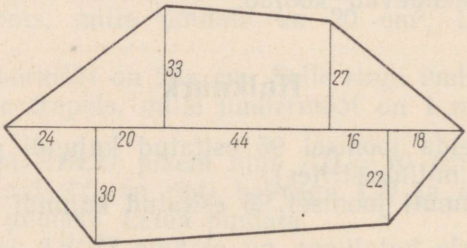


Joon. 98.

1779. Raudkilp tuleb kahelt poolt katta emailvärviga. Kui palju värvi on selleks tarvis, kui 6,5 cm^2 katmiseks kulub 1,5 grammi värvi (kilbi kuju ja mõõtmed millimeetrites on antud joonisel 97)?

1780. 1) Joonisel 98 on kujutatud maatüki plaan mõõtkavas 1 : 1000 (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites). Kui suur on selle maatüki pindala aarides?

2) Kui suur on põllu pindala hektarites, kui põllu plaan on kujutatud joonisel 99 mõõtkavas 1 : 10 000 (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites)?



Joon. 99.

1781. 1) Arvutada nelinurga pindala, kui üks diagonaal on 17 cm, sellest diagonaalist ühel pool asetsevad küljed on 10 cm ja 21 cm ning samast diagonaalist teisel pool asetsevad küljed on 8 cm ja 15 cm.

2) Nelinurga järjestikused küljed on 7 m, 24 m, 29 m ja 36 m. Arvutada pindala, kui kahe esimese külje vaheline nurk on täisnurk.

1782. 1) Tõestada, et mistahes nelinurga pindala võrdub tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poole korrutisega. Arvutada nelinurga pindala, kui diagonaalid on 6 cm ja 8 cm ning nurk nende vahel 60°.

2) Nelinurga diagonaalid on 12,5 cm ja 15,8 cm ning nurk nende vahel 34°40′. Leida pindala.

1783. 1) Korrapärase kuusnurga külg on 8,4 cm. Leida pindala.

2) Korrapärase kuusnurga kahe vastaskülje vaheline kaugus on 1 dm. Leida pindala.

1784. 1) Ringi sisse on joonestatud korrapärane kolmnurk, mille ümbermõõt on $60\sqrt{3}$ cm. Arvutada sama ringi sisse joonestatud korrapärase kuusnurga pindala.

2) Korrapärase kuusnurga väiksem diagonaal on $4\sqrt{3}$ cm. Arvutada pindala.

1785. 1) Avaldada korrapärase kuusnurga pindala tema ümberringjoone raadiuse R kaudu.

2) Avaldada korrapärase kuusnurga pindala tema siseringjoone raadiuse r kaudu.

1786. 1) Avaldada antud raadiuse R kaudu korrapärase kõõlkaheksanurga pindala.

2) Avaldada antud raadiuse R kaudu korrapärase kõõlkaksteistnurga pindala.

1787. 1) Raudbetoonist samba ristlõikel on korrapärase kaheksanurga kuju. Arvutada ristlõike pindala, kui samba kahe vastastahu vaheline kaugus on 240 mm.

2) Ümarrauast läbimõõduga 25 mm on freesitud varras, mille ristlõige on võimalikult suur korrapärane kaheksanurk. Arvutada selle ristlõike pindala.

1788. 1) Arvutada ringi ümber joonestatud korrapärase kümmenurga pindala, kui ringi raadius on 15 cm.

2) Arvutada ringi sisse joonestatud korrapärase kaksteistnurga pindala, kui ringi raadius on 28,6 cm.

1789. 1) Leida ringi ümber ja sisse joonestatud korrapärase seitsenurga pindalade vahe, kui ringi raadius on 34,8 cm.

2) Korrapärasest üheksanurgast tehakse uus korrapärane üheksanurk, ühendades antud üheksanurga külgede keskpunktid. Kui palju väheneb antud üheksanurga pindala, kui saadava üheksanurga külg on 63,5 cm?

1790. 1) Tõestada, et kui hulknurgal on siseringjoon, siis võrdub selle hulknurga pindala tema ümbermõõdu ja siseringjoone raadiuse poole korrutisega. Arvutada hulknurga pindala, kui ümbermõõt on 18,4 cm ja siseringjoone raadius 2,5 cm.

2) Ringi ümber joonestatud hulknurga ümbermõõt on 12 dm ja pindala 300 cm^2. Arvutada ringi raadius.

3) Ringi ümber, mille raadius on 16 cm, on joonestatud hulknurk, mille pindala on 20 dm^2. Arvutada selle hulknurga ümbermõõt.

1791. Mitu korrapärase kuusnurga kujulist parketiplaati vähemalt kulub põranda katmiseks, kui põranda mõõtmed on 4 m $\times$ 5 m ja parketiplaadi külg on 12 cm (katmisel võib ka plaate tükeldada)?

1792. Ruudu pindala on 15 cm²; selle ruudu küljele kui alusele on konstrueeritud korrapärane kuusnurk. Leida kuusnurga apoteem.

1793. Võrdkülgse kolmnurga külgedele on konstrueeritud ruudud, mille vabad tipud on järjestikku üksteisega ühendatud. Leida saadud kuusnurga pindala, kui kolmnurga külg on a.

1794. Ringjoon, mille raadius on r, on jaotatud kuueks võrdseks osaks ja jaotuspunktid on ühendatud omavahel üle ühe. Avaldada sel teel saadud kuuetipulise tähe pindala.

1795.* Ringi ümber joonestatud korrapärase kolmnurga pindala on 9 dm² võrra suurem sama ringi sisse joonestatud korrapärase kolmnurga pindalast. Leida ringi raadius.

1796.* Ringjoonel raadiusega r on võetud järgemööda kaared $AB = 30°$, $BC = 60°$, $CD = 90°$ ja $DE = 120°$ ning on moodustatud viisnurk $ABCDE$. Avaldada selle viisnurga pindala.

1797.* Avaldada ringi sisse joonestatud ruudu pindala sama ringi sisse joonestatud korrapärase kaheksanurga pindala Q kaudu.

1798.* Ringjooned raadiustega r ja $3r$ puudutavad teineteist väliselt. Arvutada nende ringjoontega ja ühiste väliste puutujatega piiratud kujundi pindala.

Sarnaste kujundite pindalade suhe

1799. 1) Kolmnurkade alused on võrdsed. Kuidas suhtuvad nende pindalad?

2) Kolmnurkade kõrgused on võrdsed. Kuidas suhtuvad nende pindalad?

1800. 1) Kuidas muutub kolmnurga pindala, kui tema iga külge a) suurendada 2 korda; b) suurendada 50% võrra; c) vähendada 3 korda; d) vähendada 50% võrra?

2) Mitu korda tuleb suurendada hulknurga külgi, et tema pindala suureneks a) 4 korda; b) 10 korda; c) 50 korda; d) 0,25 korda, kui suurendamisel hulknurga nurkade suurus ei muutu?

1801. 1) Maatüki pindala on 0,65 ha. Kui suur on selle maatüki pindala plaanil, mille mõõtkava on 1 : 1000?

2) Joonisel on detaili pindala 3,7 cm². Leida detaili tegelik pindala, kui joonisel on kõiki mõõtmeid vähendatud 5 korda.

1802. 1) Kahe sarnase kolmnurga pindalade summa on 260 cm² ja nende kolmnurkade sarnasustegur on $\frac{1}{3}$. Leida kummagi kolmnurga pindala.

2) Kahe sarnase hulknurga pindalade vahe on 60 cm² ja nende hulknurkade sarnasustegur on 1,5. Leida kummagi hulknurga pindala.

1803. 1) Kahe sarnase hulknurga pindalad on 180 cm² ja 80 cm². Leida suurema hulknurga ümbermõõt, kui väiksema hulknurga ümbermõõt on 48 cm.

2) Kahe sarnase kolmnurga pindalad on 120 m² ja 30 m². Leida suurema kolmnurga kõrgus, kui väiksema kolmnurga kõrgus on 5 m.

1804. 1) Kolmnurgas on tõmmatud alusest 4 cm kaugusele alusega paralleelne sirge, mis jaotab kolmnurga pindala suhtes 1 : 3 (tipust arvates). Leida kõrgus.

2) Kui kaugele kolmnurga alusest tuleb tõmmata alusega paralleelne sirge, et kolmnurga pindala jaotuks tipust alates suhtes 9 : 16, kui kolmnurga kõrgus on 1 dm?

3) Kui suure osa kolmnurga pindalast lõikab ära tema kesklõik?

1805. 1) Trapetsi alused suhtuvad nagu 3 : 2. Kui suure osa trapetsi pindalast moodustab selle trapetsi täienduskolmnurga pindala?

2) Kuidas suhtuvad trapetsi alused, kui trapets on võrdpindne oma täienduskolmnurgaga?

1806. 1) Poldipea ristlõige on korrapärane kuusnurk, mille külg $a = 20$ mm ja pindala $S = 10{,}4$ cm² (kontrollida!). Leida niisuguse korrapärase kuusnurga kujulise poldipea ristlõike pindala, mille külg $a_1 = 40$ mm.

2) Kaks ühepikkust teraslatti on mõlemad ruudukujulise ristlõikega. Mitu korda on esimene teraslatt teisest raskem, kui ristlõike külgede pikkused on vastavalt 40 mm ja 8 mm?

1807. Kolmnurgasse ABC on joonestatud rööpkülik $ADEF$ nii, et tipp E asetseb küljel BC ja nurk A on ühine. Kuidas suhtuvad nende pindalad, kui $AD : DB = 3 : 1$?

1808. Punktist, mis jaotab kolmnurga külje suhtes $m : n$, on tõmmatud kahe ülejäänud küljega paralleelsed sirged. Kuidas suhtuvad kolmnurga pindala kolm tekkinud osa?

1809.* Nelinurga pindala on 2 cm². Selle nelinurga iga külge pikendatakse üle tipu ühes suunas (liikudes mööda ümbermõõtu) tema poole pikkuse võrra. Leida pikendatud külgede otspunktide ühendamisel tekkiva nelinurga pindala.

Kordamisülesandeid

1810. 1) Leida ruudu ümbermõõt, kui tema pindala võrdub niisuguse ristküliku pindalaga, mille küljed on 11,2 dm ja 17,5 dm.

2) Kui ristküliku lühemaid külgi suurendatakse 14 m võrra ja pikemaid külgi 8 m võrra, siis tekib ruut, mille pindala on

328 m² võrra suurem ristküliku pindalast. Leida ristküliku pindala.

1811. 1) Rombi kõrgus on 24 cm ja diagonaal 3 dm. Leida pindala.

2) Rombi diagonaalid on 2,4 dm ja 1,8 dm. Leida kõrgus.

1812. 1) Rööpküliku kõrgused suhtuvad nagu 3 : 4, ümbermõõt on 56 cm ja teravnurk 30°. Leida pindala.

2) Leida niisuguse suurima rööpküliku pindala, mille diagonaalid on 12 cm ja 16 cm. Missugune on see rööpkülik?

1813. 1) Täisnurkse kolmnurga kaatetid suhtuvad nagu 3 : 4 ja hüpotenuusile tõmmatud kõrgus jaotab kolmnurga kaheks osaks, mille pindalade vahe on 84 cm². Leida terve kolmnurga pindala.

2) Leida võrdhaarse kolmnurga pindala, kui tema alusele tõmmatud kõrgus on 6 dm ja haarale tõmmatud kõrgus 7,2 dm.

1814. 1) Võrdkülgse kolmnurga külg on $22\sqrt{3}$ cm. Leida siseringjoone pikkus ja kolmnurgaga võrdpindse ruudu külg.

2) Ringi sisse joonestatud täisnurkse kolmnurga pindala on 72 cm² ja üks kaatet 16 cm. Leida ringi ümbermõõt.

1815. 1) Kolmnurga küljed on 6, 8 ja 10. Leida pikimale küljele tõmmatud mediaan.

2) Leida kolmnurga sise- ja ümberringjoone raadius, kui kolmnurga küljed on 18 cm, 24 cm ja 30 cm.

1816. 1) Võrdhaarse trapetsi alused on 51 cm ja 69 cm ning haar 41 cm. Leida pindala.

2) Võrdhaarse trapetsi ümbermõõt on 42 cm ja väiksem alus 3 cm. Leida pindala, kui diagonaal poolitab nürinurga.

1817. Ringi raadius on 6 cm. Väljaspool ringjoont on võetud punkt A, mille väikseim kaugus ringjoonest on 4 cm. Punktist A on tõmmatud ringjoonele puutujad AB ja AC. Leida kolmnurga ABC pindala.

1818. Trapetsi alused on 56 cm ja 20 cm, üks haaradest 18 cm ja selle haara lähisnurk 30°. Arvutada selle kolmnurga pindala, mis tekib trapetsi haarade pikendamisel teineteisega lõikumiseni, kui kolmnurga aluseks on trapetsi lühem alus.

1819. Korrapärase kuusnurga pindala on $150\sqrt{3}$ cm². Leida diagonaalid.

1820. Leida trapetsi pindala, kui alused on a ja $2a$ ning ühe aluse juures asetsevad alusnurgad on 60° ja 30°.

1821. Ristküliku diagonaalide vaheline nurk on 75°24′ ja pindala 562 m². Arvutada küljed.

1822. Võrdhaarse kolmnurga pindala on 260 cm² ja tipunurk 56°18′. Leida küljed.

1823. Trapets on jaotatud diagonaaliga kaheks kolmnurgaks. Kuidas suhtuvad nende kolmnurkade pindalad?

1824. Võrdhaarse kolmnurga haar on 13 cm ja alus 24 cm. Leida sise- ja ümberringjoone raadius.

1825.* Kui suured on täisnurkse kolmnurga teravnurgad, kui kolmnurga pindala on $\frac{1}{8}$ hüpotenuusile ehitatud ruudu pindalast?

1826.* Tõestada, et iga nelinurga külgede keskpunktide järjestikusel ühendamisel tekib rööpkülik, mille pindala on pool antud nelinurga pindalast.

§ 26. RINGI JA SELLE OSADE PINDALAD

Ringi pindala

1827. Arvutada ringi pindala, kui raadius on

1) 6 cm
2) 5,81 cm
3) 16,4 cm
4) 0,23 m
5) 96,3 m
6) 33,4 m

1828. Arvutada ringi pindala, kui diameeter on

1) 32,6 dm
2) 1,68 cm
3) 68,4 m
4) 7,6 cm
5) 16,9 dm
6) 0,2 m

1829. Arvutada raadius, kui ringi pindala on

1) 166 cm^2
2) 67,8 dm^2
3) 864,5 cm^2
4) 55,2 m^2
5) 265,4 cm^2
6) 0,84 cm^2

1830. Arvutada ringi pindala, kui ringjoone pikkus on

1) 36 cm
2) 268 cm
3) 14,62 cm
4) 0,0515 m
5) 882,41 cm
6) 1624 m
7) 0,776 dm
8) 15,2 cm

1831. Arvutada ringjoone pikkus, kui ringi pindala on

1) 156,25 cm^2
2) 441 m^2
3) 368,2 cm^2
4) 15,3 m^2
5) 0,0144 cm^2
6) 1,87 m^2
7) 0,661 cm^2
8) 2643 m^2

1832. Ruudu serv on 12,4 cm. Leida võrdpindse ringi raadius.

1833. Ringi pindala on 166,2 cm^2. Leida võrdpindse ruudu külg.

1834. Rõnga sisemine läbimõõt on 6,2 cm ja väline läbimõõt 10,4 cm. Leida rõnga pindala.

1835. Vaskseibi väline ümbermõõt on 36,2 cm ja seibirõnga laius 0,8 cm. Leida seibi ava pindala.

1836. Lugedes kanepköie ristlõike ringiks, arvutada köie maksimaalne kandejõud, kui köie läbimõõt on 3,2 cm ja üheruutmillimeetrise ristlõikega kanepniit võib kanda massi 1,6 kg.

1837. Tornkraana tõstekonks on tõstesüsteemiga ühendatud kahe terastrossi abil (üks ülalt alla ja teine alt üles). Leida trossi pinge (raskus ühe mm^2 kohta), kui tornkraana tõstab 8-tonnist raskust ja trossi läbimõõt on 3,8 cm.

1838. Kaks veetoru sisemiste läbimõõtudega 2,8 cm ja 4,1 cm liituvad üheks toruks. Leida, missugune peaks olema selle toru läbimõõt, et ta läbilaskevõime võrduks kahe toru läbilaskevõimega.

1839. Gaasitoru, mille sisemine läbimõõt on 48 cm, on vaja asendada kolme ühesuguse toruga nii, et nende läbilaskevõime võrduks ühe toru omaga. Leida nende torude väline ümbermõõt, kui on teada, et nende seina paksus on 1,1 cm.

1840. Ringi raadius on 12 cm. Leida 1 mm täpsusega sellise kontsentrilise ringjoone raadius, mis jaotab ringi pindala kaheks võrdseks osaks.

1841. Sõiduauto «Moskvitš-407» kolvi läbimõõt on 76 mm. Leida kolvile mõjuva surve suurus, kui rõhk on 36 at.

1842. Ringikujulisele naelapeale, mille läbimõõt on 0,3 cm, mõjub jõud 8 kg. Leida, missuguse jõuga mõjub naela ringikujuline teravik alusele, kui teraviku läbimõõt on 0,2 mm.

1843. 5 cm laiusest plekiribast stantsiti seibe, mille väline läbimõõt oli 4,6 cm ja sisemine läbimõõt 3,2 cm. Leida, mitu protsenti materjali jäi kasutamata.

Tsehhimeistri ettepanekul hakati seibide seest eralduvatest plekiketastest valmistama seibe sisemise läbimõõduga 2 cm. Leida, mitu protsenti andis see ettepanek materjali kokkuhoidu.

1844. Kahest kontsentrilisest ringjoonest välise pikkus on 38,6 cm. Välise ringjoone sisse on joonestatud kõõl, mis on sisemise ringjoone puutujaks. Leida kahe ringjoone vahele jääva rõnga pindala, kui kõõlu pikkus on 7,8 cm.

Sektori ja segmendi pindala

1845. Leida sektori pindala, kui ringi raadius on 16,2 cm ja kesknurk on

1) $\alpha = 60°$
2) $\alpha = 81°$
3) $\alpha = 116°12'$
4) $\alpha = 41°25'$
5) $\alpha = 276°18'$
6) $\alpha = 317°19'$

1846. Sektori pindala on 23,8 cm^2. Leida kogu ringi pindala, kui sektori kesknurk on $76°30'$.

1847. Ringi pindala on 86,41 cm². Leida sellise sektori kesknurk, mille pindala on 19,2 cm².

1848. Sektori pindala on 26,8 cm². Leida ringi raadius, kui sektori kesknurk on 92°14′.

1849. Sektori kaare pikkus on 16,9 cm ja kogu ringi pindala 82,4 cm². Leida sektori pindala.

1850. Leida sektori kaare pikkus, kui sektori pindala on 164,2 cm² ja kesknurk 52°42′.

1851. Ringi raadius on 3,1 cm. Arvutada sellise sektori pindala, mille kaare pikkus on 0,92 cm.

1852. Ringikujulisest plekitükist tuleb välja lõigata maksimaalsete mõõtmetega ruut. Leida igast servast mahalõigatava segmendi pindala, kui ringi raadius on 6,8 cm.

1853. Ringi sektorisse joonestatud suurima kõõlu pikkus on 13,1 cm ja sektori kesknurk on 64,2°. Leida sektori pindala.

1854. Sektori kesknurk on 81° ja raadius 1,6 m. Leida võrdpindse sektori kaare pikkus, kui selle raadius on 26,4 dm.

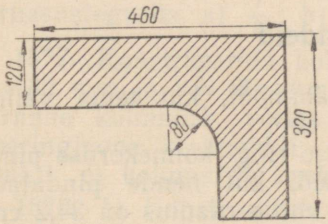
1855. Ringi raadius on 18,4 cm. Arvutada sellise segmendi pindala, mida eraldav kõõl on keskpunktist 9,1 cm kaugusel.

1856. Kõõl, mille pikkus on 2,6 dm, jaotab ringi kaheks segmendiks. Leida kummagi segmendi pindala, kui ringi diameeter on 32,1 cm.

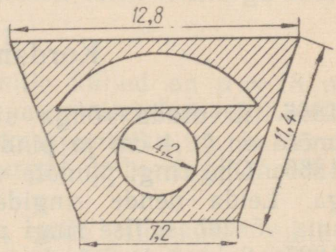
1857. Segmendi alus (kõõl) on 0,86 dm ja kõrgus 2,4 cm. Leida segmendi ligikaudne pindala.

1858. Ringi raadius on 13,4 cm ja segmendi alus 15 cm. Arvutada segmendi pindala ja vastava kesknurga suurus.

1859. Arvutada joonisel 100 kujutatud detaili pindala (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites).



Joon. 100.



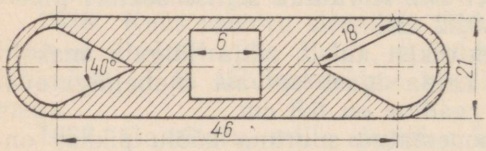
Joon. 101.

1860. Segmendi pindala on 76,2 cm² ja alus 42,1 cm. Leida segmendisse joonestatud ringi ligikaudne pindala.

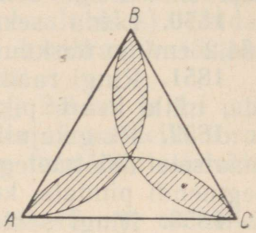
1861. Arvutada joonisel 101 kujutatud mõõteriista kaane pindala antud mõõtmete (sentimeetrites) põhjal, kui väljalõigatud segmendi alus on 8,4 cm ja kõrgus 1,8 cm.

1862. Arvutada joonisel 102 kujutatud detaili pindala, kui mõõtmed on antud millimeetrites.

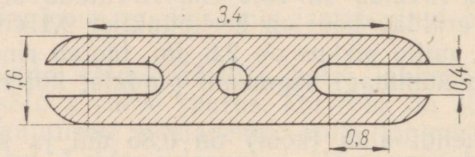
1863. Võrdkülgses kolmnurgas on iga kahe tipu vahele joonestatud kaared, mis läbivad kolmnurga keskpunkti (joon. 103). Arvutada saadud roseti pindala, kui kolmnurga külg on 10 cm.



Joon. 102.



Joon. 103.



Joon. 104.

1864. Leida joonisel 104 kujutatud tihendi pindala (mõõtmed on joonisel antud sentimeetrites).

Kordamisülesandeid

1865. Arvutada rõnga sisemine läbimõõt, kui tema väline läbimõõt on 12,4 cm ja pindala 118,2 cm².

1866. Ühe ringi pindala võrdub teise ringi kolmekordse pindalaga. Leida nende ringide raadiused, kui nende pindalade summa võrdub sellise ringi pindalaga, mille raadius on 34,2 cm.

1867. Sektori kesknurk on 42°50′ ja pindala 261 mm². Leida sektori kaare pikkus.

1868. Ringikujulisest plekitükist, mille pindala on 66,8 cm², stantsitakse välja maksimaalse suurusega korrapärane kaheksanurk. Mitu ruutsentimeetrit plekki jääb üle?

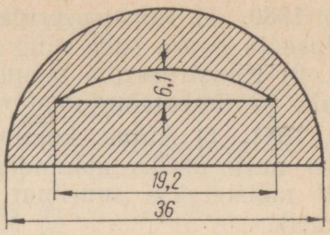
1869. Leida sellise ringi raadius, mis on võrdpindne sektoriga, mille kaare pikkus on 6,6 cm ja kesknurk 81,5°.

1870. Segmendi alus on 8 dm ja kõrgus 12 cm. Leida segmendi pindala.

1871. Segmendi kaar on 126°20′ ja alus 26 cm. Leida segmendi pindala.

1872. Leida joonisel 105 esitatud kujundi pindala, kasutades antud mõõtmeid (millimeetrites).

1873. Ruudu pindala on a^2. Leida, mitu protsenti moodustab ruudu sisse joonestatud ringi pindala ruudu ümber joonestatud ringi pindalast.



Joon. 105.

§ 27. KONSTRUEERIMISÜLESANDEID

Sarnasusteisendused

1874. 1) Jaotada antud lõik suhtes 1 : 2 : 3 : 4.

2) Lõigu AB pikendusel leida punkt C nii, et $AC : BC = 3 : 2$.

1875. 1) Läbi antud punkti, mis asetseb nurga sees või väljaspool nurka, tõmmata sirge nii, et see eraldaks nurga haaradel lõigud, mis suhtuvad nagu 1 : 3.

2) Läbi punkti, mis asetseb nurga sees, tõmmata sirge nii, et antud punkt jaotaks sirge osa nurga haarade vahel suhtes 1 : 2.

1876. 1) Konstrueerida antud kolmnurgaga sarnane kolmnurk, võttes sarnasuskeskpunktiks kolmnurga ühe tipu ja sarnasusteguriks a) 2; b) 0,5; c) —1,5.

2) Konstrueerida antud viisnurgaga sarnane viisnurk, võttes sarnasuskeskpunktiks vabalt mingi punkti selle viisnurga sees ja sarnasusteguriks a) $\frac{1}{3}$; b) 3; c) —1.

1877. Konstrueerida kolmnurk, mille küljed on $a = 18$ mm, $b = 32$ mm ja $c = 20$ mm, ning sarnasusteisenduse abil sellega sarnane kolmnurk, võttes sarnasuskeskpunktiks a) kolmnurga siseringjoone keskpunkti; b) kolmnurga ümberringjoone keskpunkti; c) kolmnurga raskuskeskme.

1878. 1) Konstrueerida kolmnurk, mille kaks külge suhtuvad nagu 2 : 3, nurk nende külgede vahel on 56° ja kolmas külg on 15 mm.

2) Konstrueerida kolmnurk, mille küljed suhtuvad nagu 2 : 3 : 4 ja kõige lühem kõrgus on 22 mm.

1879. 1) Konstrueerida kolmnurk, kui on antud aluse ja kõrguse suhe, aluse üks lähisnurk ning selle nurga vastaskülje pikkus.

2) Konstrueerida romb, kui on antud tema külg ja diagonaalide suhe.

1880. 1) Konstrueerida võrdhaarne kolmnurk, kui on antud aluse ja haara suhe ning siseringjoone raadius.

2) Konstrueerida täisnurkne kolmnurk, kui on antud kaatetite suhe ja ümberringjoone raadius.

1881. 1) Antud kolmnurka joonestada romb nii, et rombi üks nurk ühtiks kolmnurga nurgaga (sissejoonestatud kujundi all mõistetakse suurimat kujundit, mis rahuldab antud tingimusi).

2) Antud kolmnurka joonestada rööpkülik nii, et rööpküliku üks nurk ühtiks kolmnurga nurgaga ja rööpküliku küljed suhtuksid nagu 5 : 2.

1882. 1) Antud kolmnurka joonestada ruut nii, et ruudu kaks tippu asetseksid kolmnurga alusel ja kaks ülejäänud tippu kolmnurga haaradel.

2) Antud kolmnurka joonestada samadel tingimustel ristkülik, mille külgede suhe on $m : n$ (m ja n on antud lõigud).

1883. 1) Antud segmenti joonestada ruut nii, et ruudu üks külg asetseks segmenti piiraval kõõlul.

2) Antud sektorisse joonestada ristkülik külgede suhtega 1 : 2 nii, et ristküliku kaks tippu asetseksid sektori kaarel ja kaks ülejäänud tippu sektorit piiravatel raadiustel (kaks võimalust).

1884. 1) Konstrueerida rööpkülik, kui on antud külg a, diagonaalide suhe $d_1 : d_2 = k$ ja diagonaalidevaheline nurk α.

2) Konstrueerida võrdhaarne trapets, kui on antud aluste suhe $a : b = k$, diagonaal d ja alusnurk α.

1885. 1) Antud lühima diagonaali järgi konstrueerida viisnurk, mis on sarnane antud viisnurgaga.

2) Antud pikima diagonaali järgi konstrueerida kuusnurk, mis on sarnane antud kuusnurgaga.

Meetrilised seosed kolmnurgas ja ringis

1886. 1) Konstrueerida lõik, mis on kahe vabalt valitud lõigu geomeetriline keskmine.

2) Kahe lõigu summa on 5 cm ja nende lõikude geomeetriline keskmine on 2 cm. Konstrueerida need lõigud.

3) Kahe lõigu vahe on a ja nende lõikude geomeetriline keskmine on k. Konstrueerida need lõigud.

1887. 1) Võttes ühikuks 1 cm, leida graafiliselt lõik, mille pikkus on

a) $\sqrt{2^2 + 5^2}$ b) $\sqrt{6^2 - 4^2}$ c) $\sqrt{8{,}5^2 - 3{,}2^2}$

2) Konstrueerida lõigud $\sqrt{a^2 + b^2}$ ja $\sqrt{a^2 - b^2}$, kui a ja b on antud lõigud ($a > b$).

1888. Võtta vabalt lõigud a, b ja c ning konstrueerida järgmised lõigud:

1) $x = \frac{ab}{c}$ 2) $y = \frac{ac}{b}$ 3) $z = \frac{a^2}{b}$ 4) $u = \frac{b^2}{c}$

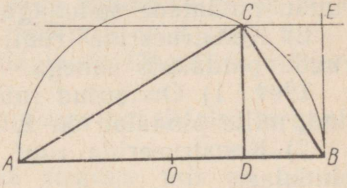
1889. Võtta vabalt lõigud a, b ja c ning konstrueerida järgmiste võrrandite lahendid:

1) $ax - bc = a^2$
2) $x^2 = 2a^2$
3) $x^2 = a^2 + bc$
4) $a(x - b) = bc$
5) $x^2 = a^2 + b^2 + c^2$
6) $x^2 = a^2 + 2c^2$

1890. Konstrueerida geomeetriliselt järgmistele arvudele vastavad lõigud:

1) $2{,}5^2$ 3) $\sqrt{5}$
2) $1{,}5^3$ 4) $\sqrt{21}$

1891. Tõestada, et kui $AB = p$ ja $CD = q$, siis on lõigud AD ja DB ruutvõrrandi $x^2 - px + q^2 = 0$ lahendeiks (joon. 106).



Joon. 106.

1892. Konstrueerida järgmiste ruutvõrrandite lahendeile vastavad lõigud:

1) $x^2 - 7x + 9 = 0$
2) $x^2 - 6{,}5x + 4 = 0$
3) $x^2 + 2x - 4 = 0$
4) $x^2 - 3x - 2 = 0$
5) $x^2 - 2ax + b^2 = 0$
6) $x^2 - 2bx - c^2 = 0$

1893. 1) Jaotada sirglõik kaheks osaks nii, et suurem osa on terve lõigu ja väiksema osa geomeetriline keskmine (jaotamine kuldlõikes).

2) Konstrueerida ristkülik, mille külgedeks on 1 dm pikkuse lõigu kuldlõikelisel jaotamisel saadud osad, ja leida selle ristküliku pindala.

1894. Tõestada, et kuldlõikelise jaotamise korral on väiksem osa suurema osa ja osade vahe geomeetriline keskmine (s. t. jaotab suurema osa omakorda kuldlõikes).

1895. Joonestada antud ringi sisse korrapärane kümmenurk, näidates enne, et kümmenurga külg on kuldlõikeliselt jaotatud raadiuse suurem osa.

1896. On antud lõik R. Konstrueerida ilma ringjoone abita lõigud $a_3 = R\sqrt{3}$ ja $a_4 = R\sqrt{2}$.

1897. Konstrueerida korrapärane kaheksanurk, mille külg võrdub antud lõiguga.

1898. Ringjoone diameetri ja sellega ristuva kõõlu lõikude võrdlemise teel tõestada, et kahe mittevõrdse arvu aritmeetiline keskmine on suurem nende geomeetrilisest keskmisest.

1899. Kolmnurgas ABC on nurk B nürinurk. Leida küljel AC punkt D nii, et $AB^2 = AD \cdot DC$.

1900. Leida antud sirglõigul AB niisugune punkt C, et $AC^2 - CB^2 = MN^2$, kus MN on teise antud lõigu pikkus.

1901.* Leida väljaspool antud ringjoont punkt, millest ringjoonele tõmmatud puutuja on kaks korda lühem kui samast punktist tõmmatud suurim lõikaja.

1902.* Konstrueerida lõik $x = \frac{ab^2c}{de^2}$.

Pindalad

1903. 1) Konstrueerida ruut, mille pindala võrdub kahe antud ruudu pindalade summaga.

2) Konstrueerida ruut, mille pindala võrdub kahe antud ruudu pindalade vahega.

1904. 1) On antud ruut. Konstrueerida lihtsaimal viisil ruudud, mille pindalad on 2, 3, 4, 5 jne. korda suuremad.

2) Konstrueerida ruut, mille pindala on pool antud ruudu pindalast.

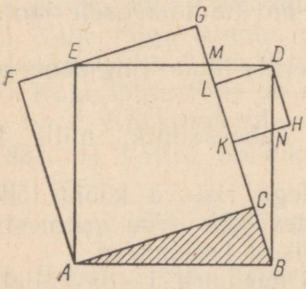
1905. 1) Jaotada antud kolmnurk ühte tippu läbivate sirgete abil kolmeks võrdpindseks osaks.

2) Konstrueerida antud kolmnurgaga võrdpindne kolmnurk, mille üks külg võrdub antud lõiguga.

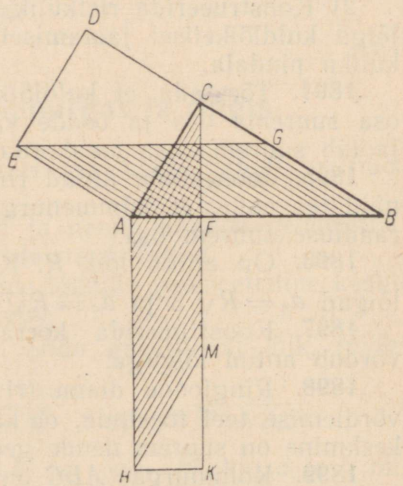
1906. Kasutades teoreemi, mille järgi kujundid, mida saab koostada võrdsetest osadest, on võrdpindsed, tõestada joonise 107 abil Pütagorase teoreem (võrrelda ruudu $ABDE$ pindala ruutude $AFGC$ ja $KLDH$ pindalade summaga).

1907. 1) Teisendada antud kolmnurk temaga võrdpindseks rööpkülikuks.

2) Teisendada antud rööpkülik temaga võrdpindseks ristkülikuks.



Joon. 107.



Joon. 108.

1908. 1) Teisendada antud ristkülik temaga võrdpindseks ruuduks.

2) Teisendada antud ruut temaga võrdpindseks ristkülikuks, mille alus on antud.

1909. 1) Teisendada antud kolmnurk temaga võrdpindseks ruuduks.

2) Teisendada antud hulknurk temaga võrdpindseks ruuduks.

1910. Tõestada joonise 108 abil Eukleidese teoreem, teisendades ruudu *AEDC* temaga võrdpindseks rööpkülikuks *AEGB* ja ristküliku *AFKH* temaga võrdpindseks rööpkülikuks *ACMH* ning seejärel näidates, et rööpkülikud *AEGB* ja *ACMH* on võrdsed.

1911. 1) Ruudu külg on 4 cm. Leida geomeetrilise konstruktsiooni abil, kui palju tuleb pikendada selle ruudu külge, et ruut saaks võrdpindseks ristkülikuga, mille mõõtmed on 4 cm $\times$ 6 cm.

2) Konstrueerida ristkülik, mille pindala on 13 cm^2 ja ümbermõõt 16 cm.

1912. 1) Jaotada antud kolmnurk alusega paralleelse sirgega kaheks võrdpindseks osaks.

2) Poolitada antud trapetsi pindala sirgega, mis on paralleelne trapetsi alustega.

1913. 1) Joonestada ring, mille pindala on antud ringi pindalast kaks korda suurem.

2) Jaotada antud ring kontsentriliste ringjoontega kaheks, kolmeks jne. võrdpindseks osaks.

1914.* Leida kolmnurga sees niisugune punkt, mille ühendamisel kolmnurga tippudega jaguneb kolmnurga pindala kolmeks võrdseks osaks.

1915.* Teisendada antud ristkülik temaga võrdpindseks ristkülikuks, mille alus on antud.

1916.* Jaotada rööpkülik kolmeks võrdpindseks osaks sirgetega, mis on paralleelsed rööpküliku ühe diagonaaliga.

Segaülesandeid

1917. Konstrueerida joonlaua ja sirkli abil nurgad 18°, 30°, 72° ja 75°.

1918. Konstrueerida kolmnurk, kui on antud kaks külge ja suurema külje vastasnurk.

1919. Leida kolmnurga sees niisugune punkt, millest kõik kolm külge on näha ühe ja sama nurga all.

1920. 1) Joonestada antud ringi sisse kolmnurk, mille kaks nurka on antud.

2) Joonestada antud ringi ümber kolmnurk, mille kaks nurka on antud.

1921. 1) Konstrueerida kolmnurk, kui on antud üks külg, selle lähisnurk ja kahe ülejäänud külje summa.

2) Konstrueerida kolmnurk, kui on antud kaks külge ja kolmandale küljele tõmmatud mediaan.

1922. Konstrueerida rööpkülik diagonaalide ja kõrguse järgi.

1923. Konstrueerida trapets aluste ja haarade järgi.

1924. Konstrueerida romb, kui on antud külg a ja siseringjoone raadius r.

1925. Konstrueerida nelinurk, kui on antud kolm külge a, b ja c ning neljanda külje lähisnurgad α ja β.

1926. Konstrueerida antud ruudust korrapärane kaheksanurk, lõigates ära ruudu nurgad.

1927. Leida tee, mida mööda piljardikuul jõuab nelinurksel piljardilaual kahe põrkega punktist A punkti B.

1928. On antud sirge s ning punktid A ja B, mis asetsevad teine teisel pool sirget. Leida sirgel s niisugune punkt M, et sirge s oleks nurga AMB poolitaja.

1929. Leida geomeetrilised kohad

1) antud sirget antud punktis puudutavate ringjoonte keskpunktidele;

2) ühe ja sama ringjoone võrdsete kõõlude keskpunktidele;

3) punktidele, millest antud sirglõik on näha antud nurga all;

4) punktidele, mille ja kahe antud punkti vaheliste kauguste ruutude summa on jääv suurus;

5) punktidele, mille ja kahe antud punkti vaheliste kauguste ruutude vahe on jääv suurus.

1930. Joonestada võrdkülgsesse kolmnurka kolm ringjoont nii, et nad puudutavad üksteist ja iga ringjoon puudutab veel kolmnurga kahte külge.

1931. Joonestada antud raadiusega ringjoon, mis puudutab kahte antud ringjoont.

1932. Joonestada ringjoon, mis läbib antud punkti ja puudutab kahte antud sirget.

1933.* Joonestada ringjoon, mis puudutab antud sirget antud punktis ja antud ringjoont.

1934.* Joonestada ringjoon, mis läbib antud punkti ja puudutab antud ringjoont antud punktis.

1935.* Joonestada ringjoon, mis läbib kaht antud punkti ja puudutab antud sirget.

1936.* Joonestada ringjoon, mis puudutab kaht antud ringjoont ja antud sirget.

III OSA

TRIGONOMEETRIA

§ 28. TRIGONOMEETRILISED PÕHISEOSED

Tabeleid kasutades kontrollida võrduste kehtivust (ülesanded **1937—1939**):

1937. 1) $\frac{\sin 25^\circ}{\cos 25^\circ} = \tan 25^\circ$ 5) $\frac{\cos 61^\circ}{\sin 61^\circ} = \cot 61^\circ$

2) $\frac{\sin 72^\circ}{\cos 72^\circ} = \tan 72^\circ$ 6) $\frac{\cos 39^\circ}{\sin 39^\circ} = \cot 39^\circ$

3) $\sin 11^\circ = \tan 11^\circ \cdot \cos 11^\circ$ 7) $\cos 50^\circ = \cot 50^\circ \cdot \sin 50^\circ$

4) $\frac{\sin 47^\circ 18'}{\cos 47^\circ 18'} = \tan 47^\circ 18'$ 8) $\frac{\cos 80^\circ 49'}{\sin 80^\circ 49'} = \cot 80^\circ 49'$

1938. 1) $\tan 19^\circ \cdot \cot 19^\circ = 1$ 4) $\cot 37^\circ \cdot \tan 37^\circ = 1$

2) $\cot 70^\circ 29' \cdot \tan 70^\circ 29' = 1$ 5) $\tan 51^\circ \cdot \cot 51^\circ = 1$

3) $\tan 40^\circ 29' = \frac{1}{\cot 40^\circ 29'}$ 6) $\cot 65^\circ 29' = \frac{1}{\tan 65^\circ 29'}$

1939. 1) $\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ = 1$

2) $\cos^2 46^\circ + \sin^2 46^\circ = 1$

3) $\sin^2 20^\circ 50' + \cos^2 20^\circ 50' = 1$

4) $\sin^2 39^\circ = 1 - \cos^2 39^\circ$

5) $1 - \sin^2 30^\circ = \cos^2 30^\circ$

6) $\sqrt{1 - \sin^2 10^\circ} = \cos 10^\circ$

7) $\sin 17^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 17^\circ}$

Tabeleid kasutamata leida avaldiste väärtused (ülesanded **1940—1942**):

1940. 1) $\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ$

2) $2 \sin^2 59^\circ + 2 \cos^2 59^\circ$

3) $\frac{1}{2} \sin^2 39^\circ 45' + \frac{1}{2} \cos^2 39^\circ 45'$

4) $\frac{\cos^2 70{,}5^\circ + \sin^2 70{,}5^\circ}{2}$

5) $-5\sin^2 5^\circ - 5\cos^2 5^\circ$

6) $-\frac{3}{4}\cos^2 17^\circ - \frac{3}{4}\sin^2 17^\circ$

7) $4\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha$

8) $-10\cos^2\beta - 10\sin^2\beta$

9) $\frac{\cos^2 73^\circ + \sin^2 73^\circ}{3}$

10) $-\frac{1}{3}\cos^2 40^\circ - \frac{1}{3}\sin^2 40^\circ$

11) $\frac{-\sin^2 48^\circ 15' - \cos^2 48^\circ 15'}{-\frac{1}{2}}$

12) $\frac{2}{\frac{1}{2}\sin^2\beta + \frac{1}{2}\cos^2\beta}$

13) $-\frac{5}{4}\sin^2\beta - 2\cos^2\beta - \frac{3}{4}\sin^2\beta$

14) $-1 - \frac{1}{5}\sin^2\alpha - \frac{1}{5}\cos^2\alpha$

1941. 1) $\frac{\sin 46^\circ}{\sqrt{1-\cos^2 46^\circ}}$

2) $\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos 70^\circ}{\sqrt{1-\sin^2 70^\circ}}$

3) $\frac{3\sin 20^\circ}{\sqrt{1-\cos^2 20^\circ}}$

4) $5\tan 57^\circ\cdot\frac{7}{5}\cot 57^\circ$

5) $\sqrt{\frac{1}{4}\sin^2 16^\circ + \frac{1}{4}\cos^2 16^\circ}$

6) $\sqrt{2\tan 50^\circ\cdot 8\cot 50^\circ}$

7) $\sqrt{\frac{3\tan 38^\circ\cdot 27\cos 38^\circ}{\sin 38^\circ}}$

8) $\sqrt{\frac{3}{4}\cdot\frac{\sin 65^\circ}{\cos 65^\circ}\cdot 3\cot 65^\circ}$

9) $\sqrt{16 + 9\tan 81^\circ\cdot\cot 81^\circ}$

10) $\sqrt{25 - 9\sin^2 16^\circ - 9\cos^2 16^\circ}$

1942. 1) $\frac{5}{\tan^2 40^\circ} - \frac{5}{\sin^2 40^\circ}$

2) $\left(1 - \frac{1}{\sin^2 10^\circ}\right)\left(1 - \frac{1}{\cos^2 10^\circ}\right)$

3) $(1 - \cos^2 70^\circ)(1 + \cot^2 70^\circ)$

4) $\frac{6 + 10\sin 15^\circ}{4 + 5\cos 15^\circ} + \frac{8 - 10\cos 15^\circ}{3 - 5\sin 15^\circ}$

5) $(\sin 80° + \cos 80°)^2 + (\sin 80° - \cos 80°)^2$

6) $\dfrac{\tan 56° - \sin 56°}{\tan 56°} + \cos 56°$

7) $\cos 50° \cdot \sin 50° + \dfrac{\cos^3 50° + \sin^3 50°}{\sin 50° + \cos 50°}$

1943. Lihtsustada:

1) $\dfrac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cot \alpha}$

2) $1 - \sin \alpha \cdot \cot \alpha \cdot \cos \alpha$

3) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

4) $\dfrac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$

5) $\dfrac{-\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$

6) $\dfrac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$

7) $\dfrac{-1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$

8) $\sin^2 62° + \sin^2 28°$

9) $\cos^2 10° + \cos^2 80°$

10) $\dfrac{1 - \cos^2 \alpha}{\tan^2 \alpha} \cdot \dfrac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \cot^2 \alpha$

11) $(1 + \sin \alpha) \tan^2 \alpha (1 - \sin \alpha)$

12) $\dfrac{\sin^2 20° + \sin^2 70° + \tan^2 70°}{1 : \cos 70°}$

13) $\dfrac{1}{\cot 72°} \cdot \dfrac{1}{\cot 18°} - \cos^2 10°$

14) $\dfrac{(1 + \cot^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}$

15) $\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 \alpha} - 1}$

16) $\dfrac{\cos^2 65°}{1 + \sin 65°} + \dfrac{\cos^2 65°}{1 - \sin 65°}$

Tõestada samasused (ülesanded **1944** ja **1945**):

1944. 1) $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

2) $1 + \cot^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

3) $\dfrac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha$

4) $\dfrac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin^2 \alpha$

5) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

6) $\frac{\sin\alpha}{1:\sin\alpha}+\frac{\cos\alpha}{1:\cos\alpha}=1$

7) $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha\cdot\cot^2\alpha}=\tan\alpha$

8) $\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$

9) $\frac{1+\cot^2\alpha}{1-\cot^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$

1945. 1) $\frac{1}{\tan\alpha+\cot\alpha}=\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

2) $\frac{\cot\alpha-\cos\alpha}{\cot\alpha}=1-\sin\alpha$

3) $\frac{1}{\sin^2\alpha}-\frac{1}{\tan^2\alpha}=1$

4) $\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}-1\right)\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}-1\right)=1$

5) $\tan^2\alpha-\sin^2\alpha=\tan^2\alpha\cdot\sin^2\alpha$

6) $\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

7) $\frac{\sec\alpha-1}{\tan\alpha}=\frac{\tan\alpha}{\sec\alpha+1}$

8) $\frac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha-\cos^3\alpha}=\tan\alpha$

9) $\cot^2\alpha-\cos^2\alpha=\cot^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

1946. Lihtsustada:

1) $\frac{\cos 35^\circ\cdot\sin 35^\circ}{\cos 55^\circ\cdot\sin 55^\circ}$

2) $\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$

3) $\tan^3\alpha+\tan^2\alpha-3\tan\alpha-3$

4) $\frac{\cot\alpha}{(1+\cot^2\alpha)^2}+\frac{\tan\alpha}{(1+\tan^2\alpha)^2}$

5) $\frac{\sin\alpha\cdot\cot\alpha}{\cos^2\alpha}$

6) $2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

7) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2$

8) $\frac{\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\cdot\frac{\cot^2\alpha-1}{\cot\alpha}$

9) $4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

10) $\frac{4\tan\alpha-4\tan^3\alpha}{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}$

11) $4\sin\alpha\cdot\cos^3\alpha-4\cos\alpha\cdot\sin^3\alpha$

12) $\cos^4\alpha-6\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha+\sin^4\alpha$

13) $\tan\alpha+\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$

14) $1 - 4\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$

15) $1 + \cos\alpha \cdot \cot\alpha \cdot \frac{1}{\sin\alpha}$

16) $2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha) - 3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) + 1$

Tõestada samasused (ülesanded **1947—1950**):

1947. 1) $\frac{4 - 5\cos\alpha}{3 - 5\sin\alpha} + \frac{3 + 5\sin\alpha}{4 + 5\cos\alpha} = 0$

2) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

3) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

4) $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{1 - \sin^2\alpha}$

5) $\frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha = \sin\alpha \cdot \tan\alpha$

6) $(1 + \cot^2\alpha)\sin^2\alpha = 1$

7) $(1 - \sin^2\alpha)(1 + \cot^2\alpha) = \cot^2\alpha$

8) $\frac{\sin\alpha}{1 + \cot\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1 + \tan\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha + \cos\alpha}$

9) $\frac{\tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha} \cdot \frac{1 + \cot^2\alpha}{\cot^2\alpha} = \tan^2\alpha$

10) $\frac{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \cos\alpha}{1 - \sin\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = \cot\alpha$

11) $\frac{1 - \sin^2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} = \frac{1}{\tan^2\alpha}$

12) $\sin\alpha(1 + \tan\alpha) + \cos\alpha(1 + \cot\alpha) = \frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\cos\alpha}$

13) $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{1 + \cot\alpha}{1 - \cot\alpha}$

14) $\frac{1 - \sin\alpha}{1 - \cos\alpha} : \frac{1 + \sec\alpha}{1 + \operatorname{cosec}\alpha} = \cot^3\alpha$

15) $\frac{\sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha}{\sec\alpha - \operatorname{cosec}\alpha} = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$

16) $(\sin\alpha + \tan\alpha)(\cos\alpha + \cot\alpha) =$
$= (1 + \sin\alpha)(1 + \cos\alpha)$

1948. 1) $\frac{\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \cdot \frac{\cot^2\alpha - 1}{\cot\alpha} = 1$

2) $1 - \frac{\sin^2\alpha}{1 + \cot\alpha} - \frac{\cos^2\alpha}{1 + \tan\alpha} = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

3) $\left(\frac{1 - \tan\alpha}{1 - \cot\alpha}\right)^2 = \frac{1 + \tan^2\alpha}{1 + \cot^2\alpha}$

4) $\frac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{1 + \sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \cos\alpha - \sin\alpha$

5) $1 + \frac{\cot^2\alpha}{1 - \operatorname{cosec}\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha}$

6) $\frac{\sin\alpha + \cot\alpha}{\sin\alpha \cdot \cot\alpha} = \tan\alpha + \frac{1}{\sin\alpha}$

7) $\frac{\tan\alpha - \cot\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}$

8) $\frac{\sin^2\alpha}{\sec^2\alpha - 1} + \frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{cosec}^2\alpha - 1} = 1$

9) $\tan\alpha + \cot\alpha = \frac{1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}$

10) $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha} = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

11) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 2$

12) $\sec^2\alpha + \operatorname{cosec}^2\alpha = \sec^2\alpha \cdot \operatorname{cosec}^2\alpha$

13) $\frac{\sin\alpha \cdot \cot\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$

14) $\sec^2\alpha(\operatorname{cosec}^2\alpha - 1) = \operatorname{cosec}^2\alpha$

15) $\frac{1}{\sin\alpha} - \cot\alpha = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

16) $\left(\tan\alpha + \frac{1}{\cos\alpha}\right)^2 = \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$

1949. 1) $\left(\frac{1 - \tan\alpha}{1 - \cot\alpha}\right)^2 = \tan^2\alpha$

2) $\frac{1 + \sin\alpha}{1 + \cos\alpha} \cdot \frac{1 + \sec\alpha}{1 + \operatorname{cosec}\alpha} = \tan\alpha$

3) $\frac{\tan^2\alpha - \cot^2\alpha}{\tan^2\alpha - 1} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

4) $1 + \sin\alpha + \cos\alpha + \tan\alpha = (1 + \cos\alpha)(1 + \tan\alpha)$

5) $3\cos^2\alpha + \tan\alpha(3\tan\alpha \cdot \cos^2\alpha + 2\cot\alpha) = 5$

6) $\cot\alpha(6\cos\alpha \cdot \sin\alpha - 2\tan\alpha) + 6\sin^2\alpha = 4$

7) $\sqrt{(\sin\alpha \cdot \cot\alpha - \cos^2\alpha)(\tan\alpha \cdot \sin\alpha + 1 + \cos\alpha)} =$
$= \sin\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

8) $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}}\right)^2 = 4\tan^2\alpha$

9) $\sqrt{(\sin\alpha + \cot\alpha \cdot \cos\alpha)(\cos^2\alpha + \tan\alpha \cdot \cos\alpha - 1)} =$
$= \cos\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

10) $(\cot\alpha - \tan\alpha \cdot \cos^2\alpha)\tan\alpha - \cos^2\alpha = 0$

11) $\sqrt{\frac{-\tan\alpha \cdot \cot\alpha - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\cos^4\alpha - 1 + \sin^2\alpha}} = \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}$ (α on positiivne teravnurk)

12) $\sin^3\alpha(1 + \cot\alpha) + \cos^3\alpha(1 + \tan\alpha) =$
$= \sin\alpha + \cos\alpha$

13) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - \cos\alpha(1 + 2\cos\alpha)\tan\alpha =$
$= 1 - \sin\alpha$

14) $(\sin\alpha - \operatorname{cosec}\alpha)(\cos\alpha - \sec\alpha) = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

15) $\frac{2\cos^2\alpha - 1}{1 - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha} - \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{4\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

16) $\tan^3\alpha \cdot \operatorname{cosec}^2\alpha - \operatorname{cosec}\alpha \cdot \sec\alpha + \cot^3\alpha \cdot \sec^2\alpha =$
$= \tan^3\alpha + \cot^3\alpha$

17) $\frac{\operatorname{cosec}^2\alpha - \cot^2\alpha}{\operatorname{cosec}^2\alpha + \cot^2\alpha + \cot^4\alpha} = \sin^4\alpha$

18) $\left(\frac{\sin\alpha + \tan\alpha}{\operatorname{cosec}\alpha + \cot\alpha}\right)^2 = \frac{\sin^2\alpha + \tan^2\alpha}{\operatorname{cosec}^2\alpha + \cot^2\alpha}$

19) $\sec^2\alpha + \operatorname{cosec}^2\alpha = (\tan\alpha + \cot\alpha)^2$

20) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

21) $(\sin\alpha + \cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}$

22) $\frac{\cos\alpha + \cot\alpha}{\cos\alpha - \cot\alpha} = \frac{\sin\alpha + 1}{\sin\alpha - 1}$

23) $\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\cot\alpha + \cot\beta} = \tan\alpha \cdot \tan\beta$

24) $\sin^2\alpha \cdot \cos^2\beta - \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$

25) $\left[\frac{1 + \cot\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} \cdot \frac{1}{(1 + \tan\alpha) \cdot \sqrt{\cot^2\alpha + 1}} + \frac{\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}\right] \cdot$
$\cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \cos^2\alpha$

26) $\sqrt{1 + \frac{2}{\tan\alpha + \cot\alpha}} = \sin\alpha + \cos\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

27) $(1 + \tan\alpha)^2 + (1 - \tan\alpha)^2 = \frac{2}{\cos^2\alpha}$

28) $(\tan^2\alpha - \sin^2\alpha)\cot^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

29) $\frac{1}{1 - \cos\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha + 1} \cdot \frac{1}{1 + \cos\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha - 1} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

30) $\cos\alpha + \frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\tan\alpha} = 1$

1950. 1) $\frac{\tan\alpha + \cot\alpha - 2}{\tan\alpha + \cot\alpha + 2} = \left(\frac{\tan\alpha - 1}{\tan\alpha + 1}\right)^2$

2) $\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\cot\alpha + \cot\beta} = \tan\alpha \cdot \tan\beta$

3) $\frac{\cos\alpha + \cot\alpha}{\cot\alpha} - 1 = \tan\alpha \cdot \cos\alpha$

4) $\frac{1 + \tan^4\alpha}{\tan^2\alpha + \cot^2\alpha} = \tan^2\alpha$

5) $\frac{1}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = \frac{1 + \cot^2\alpha}{1 - \cot^2\alpha}$

6) $\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} + \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 1$

7) $\tan^4\alpha - \sec^4\alpha + 2\sec^2\alpha \cdot \tan^2\alpha + 1 = 2\tan^4\alpha$

8) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha - \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha - \sin^6\alpha - \cos^6\alpha = 0$

9) $\sin^4\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = 1$

10) $\left(1 + \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}\right)\left(1 + \frac{1 + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}\right) = \frac{4}{\sin^2\alpha}$

11) $(1 - \sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 2(1 - \sin\alpha)(1 + \cos\alpha)$

12) $\frac{1}{1 + \sin\alpha} + \frac{1}{1 - \sin\alpha} = \frac{2}{\cos^2\alpha}$

13) $\frac{\operatorname{cosec}\alpha - \sin\alpha}{\sec\alpha - \cos\alpha} = \cot^3\alpha$

14) $\frac{\sin^2\alpha - \tan^2\alpha}{\cos^2\alpha - \cot^2\alpha} = \tan^6\alpha$

15) $\frac{\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \cdot \frac{\cot^2\alpha - 1}{\cot\alpha} = 1$

16) $\frac{\tan\beta + \cot\alpha}{\cot\beta + \tan\alpha} = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$

17) $\frac{\sin\alpha + \tan\alpha}{\cot\alpha + \operatorname{cosec}\alpha} = \sin\alpha \cdot \tan\alpha$

18) $1 - \frac{\sin^2\alpha}{1+\cot\alpha} - \frac{\cos^2\alpha}{1+\tan\alpha} = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

19) $\frac{(1-\sin\alpha-\cos\alpha)(1-\sin\alpha+\cos\alpha)}{\sin\alpha(\sin\alpha-1)} = 2$

20) $\frac{\sin\alpha}{1+\cot^2\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1+\tan^2\alpha} =$
$= (\sin\alpha + \cos\alpha)(1 - \sin\alpha \cdot \cos\alpha)$

21) $\sqrt{2\tan\alpha + \sec^2\alpha} = 1 + \tan\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

22) $\sec^2\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} - \frac{\cos^2\alpha}{1+\cot^2\alpha} - \tan^2\alpha = 1$

23) $\frac{\sin\alpha}{1+\cot\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1+\tan\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha+\cos\alpha}$

24) $1 + \sin\alpha + \cos\alpha + \tan\alpha = (1+\cos\alpha)(1+\tan\alpha)$

25) $\frac{1 + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = \frac{\tan\alpha + 1}{\tan\alpha - 1}$

26) $\cot^2\alpha \cdot \frac{\sec\alpha - 1}{1+\sin\alpha} + \sec^2\alpha \cdot \frac{\sin\alpha - 1}{1+\sec\alpha} = 0$

27) $(1 + \sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 2(1+\sin\alpha)(1+\cos\alpha)$

28) $\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta = 1$

29) $\frac{1}{\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha} - 1} = \tan\alpha$

30) $\frac{\cot\alpha\cdot\cos\alpha}{\cot\alpha+\cos\alpha} = \frac{\cot\alpha - \cos\alpha}{\cot\alpha\cdot\cos\alpha}$

31) $\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} =$
$= 2\tan\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

32) $\frac{\sec\alpha - \cos\alpha}{\operatorname{cosec}\alpha - \sin\alpha} = \tan^3\alpha$

33) $(\tan\alpha + \sec\alpha)^2 = \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$

34) $\frac{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \cos\alpha}{1 + \sin^2\alpha - \sin\alpha - \cos^2\alpha} = \cot\alpha$

35) $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=$
$=2\operatorname{cosec}\alpha$ (α on positiivne teravnurk)

36) $2(\sin^6\alpha+\cos^6\alpha)-3(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha)=-1$

37) $\frac{1}{3}(\cos^6\alpha+\sin^6\alpha)-\frac{1}{4}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)^2=\frac{1}{12}$

38) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=1$

39) $(\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1)^3+27\sin^6\alpha\cdot\cos^6\alpha=0$

40) $\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=1-\cos^4\alpha$

41) $\sin^8\alpha+\cos^8\alpha+4\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=$
$=1+2\sin^4\alpha\cdot\cos^4\alpha$

42) $\frac{\tan^3\alpha}{1+\tan^2\alpha}+\frac{\cot^3\alpha}{1+\cot^2\alpha}=\frac{1-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

43) $\frac{\sin^6\alpha-\cos^6\alpha}{2\sin^2\alpha-1}-\sin^4\alpha=\cos^2\alpha$

44) $\frac{1+\tan^4\alpha}{\tan^2\alpha+\cot^2\alpha}=\tan^2\alpha$

45) $\frac{1-\sin^4\alpha\cdot\cos^4\alpha}{\cos^4\alpha}=2\tan^2\alpha$

46) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=1-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

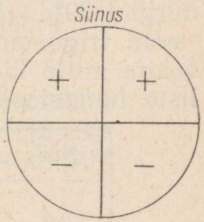
§ 29. MISTAHES NURGA TRIGONOMEETRILISED FUNKTSIOONID

Trigonomeetriliste funktsioonide märgid

1951. Määrata nurkade trigonomeetriliste funktsioonide märgid:

1) 140° 2) 250° 3) 310° 4) 400°

1952. Valmistada analoogiliselt joonisega 109 joonised nurga koosinuse, tangensi ja kootangensi märkide määramiseks erinevais veerandeis.



Joon. 109.

1953. Mis märgiga on

1) sin 193°
2) tan 292°
3) cos 170°
4) cot 217°
5) tan 102°
6) sin 175°
7) cot 440°
8) cos 500°

1954. Mis märgiga on

1) $\tan\frac{2}{3}\pi$
2) $\cot\frac{5}{4}\pi$
3) sin 1,8
4) $\cos\frac{7\pi}{8}$
5) sin 1
6) tan 3
7) cos 3,5
8) cot 5,22

1955. Kas võivad $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ ja $\cot x$ väärtused olla negatiivsed, kui x on kolmnurga nurk?

1956. Määrata korrutise märk:
1) $\sin 115° \cdot \cos 190°$
2) $\tan 160° \cdot \cot 280°$
3) $\cos 295° \cdot \sin 195°$
4) $\sin 215° \cdot \cos 215° \cdot \tan 215°$
5) $\sin(-40°) \cdot \cos(-40°) \cdot \tan(-40°)$

1957. Missugustes veerandites on ühesugused märgid 1) siinusel ja koosinusel; 2) tangensil ja kootangensil; 3) siinusel ja tangensil; 4) koosinusel ja kootangensil?

1958. Mis märgiga on korrutis $\sin x \cdot \tan x$, kui 1) x on II veerandi nurk; 2) x on III veerandi nurk; 3) x on IV veerandi nurk?

1959. Missuguses veerandis on 1) $\cos x \cdot \cot x$ positiivne; 2) $\frac{\tan x}{\sin x}$ positiivne; 3) $\sin x \cdot \cos x$ negatiivne; 4) $\frac{\cos x}{\cot x}$ negatiivne?

1960. Missugused võivad olla 1) nurga siinuse ja koosinuse, 2) nurga tangensi ja kootangensi arvulised väärtused?

1961. Konstrueerida nurk α, kui

1) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ 2) $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ 3) $\tan \alpha = 1{,}5$ 4) $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$

1962. Konstrueerida nurk z, kui

1) $\sin z = 0{,}8$
2) $\cos z = -0{,}25$
3) $\tan z = -0{,}85$
4) $\cot z = 2{,}5$

1963. Ringis, mille raadius on 5 cm, konstrueerida malli abil nurgad 50°, 115°, 160°, 225° ja 300° ning nendele nurkadele vastavad trigonomeetrilised lõigud. Mõõta trigonomeetrilised lõigud veaga mitte üle 1 mm ja arvutada nurkade kõigi trigonomeetriliste funktsioonide väärtused. Tulemused kanda tabelisse:

Nurk α	50°	115°	160°	225°	300°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\tan \alpha$					
$\cot \alpha$					

1964. Mitmendas veerandis lõpeb nurk, kui
1) nurga siinus on positiivne, aga koosinus negatiivne;
2) nurga tangens on negatiivne, aga koosinus positiivne;
3) nurga siinus ja koosinus on negatiivsed;
4) nurga tangens ja kootangens on negatiivsed?

Trigonomeetriliste funktsioonide muutumine

1965. Kirjeldada kõigi trigonomeetriliste funktsioonide muutumist teises veerandis.

1966. Kirjeldada nurga tangensi ja kootangensi muutumist neljandas veerandis.

1967. Jälgides $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ ja $\cot x$ muutumist nurga x suurenemisel 0°-st kuni 360°-ni, täita järgmine tabel:

x	0°	I veerand	90°	II veerand	180°	III veerand	270°	IV veerand	360°
$\sin x$	0	kasvab							
$\cos x$	1	kahaneb							
$\tan x$	0	kasvab							
$\cot x$	$+\infty$	kahaneb							

1968. Mida võib öelda trigonomeetriliste funktsioonide muutumise kohta, kui nurk suureneb üle 360° või omandab negatiivseid väärtusi?

1969. Missuguste argumendi x väärtuste puhul vahemikus 0 kuni 2π funktsioon $\sin x$ 1) kasvab; 2) kahaneb; 3) on positiivne; 4) on negatiivne; 5) võrdub nulliga?

1970. Missuguste argumendi x väärtuste puhul vahemikus 0 kuni 2π funktsioon $\cos x$ 1) kasvab; 2) kahaneb; 3) on positiivne; 4) on negatiivne; 5) võrdub nulliga?

1971. Mitmendas veerandis $\sin x$ ja $\cos x$ 1) mõlemad kahanevad; 2) mõlemad kasvavad?

1972. Missuguste argumendi x väärtuste puhul vahemikus 0 kuni 2π funktsioon $\tan x$ 1) kasvab; 2) kahaneb; 3) on positiivne; 4) on negatiivne; 5) võrdub nulliga; 6) ei eksisteeri?

1973. Määrata vahe märk:

1) $\sin 65° - \sin 75°$
2) $\cos 25° - \cos 26°$
3) $\tan 40° - \tan 60°$
4) $\cot 90° - \cot 100°$
5) $\sin 200° - \sin 250°$
6) $\cos 300° - \cos 340°$

1974. Arvutada:

1) $3 \sin 90° + 2 \cos 0° - 3 \sin 270°$
2) $2 \cos 270° - \frac{1}{2} \tan 180° + \sin 90°$
3) $\cot^2 90° - \frac{3}{4} \sin 270° - \frac{1}{4} \cos 180°$
4) $2 \tan 0° + 8 \cos^2 270° - 6 \sin^2 90°$
5) $2 \sin \pi + 3 \cos \pi + 4 \tan \pi$
6) $\cos \frac{\pi}{2} - 2 \cos \pi + 2 \sin \frac{3\pi}{2} + \tan \pi$

7) $\dfrac{\sin^2 \frac{3\pi}{2}}{\cos^2 \pi} + \tan^2 \frac{\pi}{4} - \cos 2\pi + \tan^2 \pi$

8) $\dfrac{2\cos^2 0 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2} + \cos \pi - \sin^2 2\pi}{\sin^2 \frac{3}{2}\pi}$

1975. Lihtsustada:

1) $a \sin 90° + b \cos 180°$
2) $a \cos 90° - b \sin 270°$

3) $\dfrac{x^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} - y^2 \cos^2 0}{x \cos \pi - y \sin \frac{3\pi}{2} + xy \tan \pi}$

4) $\dfrac{\left(a \sin \frac{\pi}{2}\right)^3 - a^2b^2 \tan 0 + ab^2 \cot \frac{\pi}{2} + (b \cos \pi)^3}{(a \cos \pi)^2 + ab \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos \pi + \left(b \sin \frac{3\pi}{2}\right)^2}$.

1976. Leida avaldise

$$\sin \alpha + \cos \alpha$$

väärtus nurga α järgmiste väärtuste korral:

1) 0° 2) 90° 3) 180° 4) 270°

1977. Teades nurkade $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$ ja $\frac{\pi}{3}$ trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi, leida trigonomeetriliste funktsioonide väärtused järgmiste argumentide puhul:

1) $\frac{2}{3}\pi(120°)$; $1\frac{1}{3}\pi(240°)$; $1\frac{2}{3}\pi(300°)$

2) $\frac{3}{4}\pi(135°)$; $1\frac{1}{4}\pi(225°)$; $1\frac{3}{4}\pi(315°)$

3) $\frac{5}{6}\pi(150°)$; $1\frac{1}{6}\pi(210°)$; $1\frac{5}{6}\pi(330°)$

Juhis. Kasutada ringi sümmeetriat.

1978. Arvutada:

1) $3 \sin 60° - 2 \cos 30° + 3 \tan 30° - 4 \cot 90°$
2) $3 - \sin^2 90° + 2 \cos^2 60° - 3 \tan^2 45°$
3) $4 \sin 300° \cdot \cos 300° \cdot \tan 300°$
4) $2 \sin 135° \cdot \cos 135° \cdot \tan 135° \cdot \cot 135°$
5) $\left(2 \sin \frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(3 \cot \frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(2 \cos \frac{\pi}{6}\right)^4 - \left(2 \cot \frac{\pi}{4}\right)^2$
6) $3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - \left(2 \tan \frac{\pi}{4}\right)^3 - 4 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \cot^3 \frac{\pi}{2}$

7) $\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\cos\frac{5\pi}{6}\cdot\tan\frac{5\pi}{6}$

8) $\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{2\pi}{3}+\cos\pi+\cos\frac{4\pi}{3}$

1979. Lihtsustada:

1) $a^2\sin 90^\circ+2ab\tan 45^\circ-b^2\sin 270^\circ$

2) $4a\sin^2 45^\circ-3(a\tan 45^\circ)^2+(2a\cos 45^\circ)^2$

3) $4a^2\sin^4\frac{\pi}{4}-6ab\tan^2\frac{\pi}{6}+\left(b\cot\frac{\pi}{4}\right)^2$

4) $\dfrac{\left(a\sin\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(b\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}{2a^2\sin\frac{\pi}{6}+2ab\cos\pi+\left(b\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}$

1980. Missuguste trigonomeetriliste funktsioonide liitmisel tekivad järgmised summad:

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+(-\sqrt{3})+1$

2) $\frac{\sqrt{3}}{3}+(-1)+0+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

3) $1+(-\sqrt{3})+\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}+\left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)+\frac{1}{2}$

1981. Leida avaldise

$$2\sin\alpha+\cos 2\alpha-3\sin 3\alpha-4\cos 6\alpha$$

arvuline väärtus nurga α järgmiste väärtuste korral:

1) 0° 2) 30° 3) 45° 4) 60°

1982. Leida avaldise

$$\sin(\alpha+45^\circ)+2\sin(\alpha-45^\circ)+4\cos 2\alpha+2\cos(\alpha+135^\circ)$$

arvuline väärtus nurga α järgmiste väärtuste korral:

1) 45° 2) 135°

1983. Leida avaldise

$$\frac{2\sin\alpha\cdot\cos\beta}{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}$$

arvuline väärtus, kui $\alpha=60^\circ$ ja $\beta=30^\circ$.

1984. Kasutades valemeid

$\sin(-x)=-\sin x$,
$\cos(-x)=\cos x$,
$\tan(-x)=-\tan x$,
$\cot(-x)=-\cot x$,

leida nurkade trigonomeetriliste funktsioonide väärtused:

1) $\sin(-60^\circ)$; $\cos(-60^\circ)$; $\tan(-45^\circ)$
2) $\cos(-30^\circ)$; $\sin(-45^\circ)$; $\cot(-30^\circ)$

3) $\cos 300°$; $\cot 300°$; $\cos 330°$
4) $\tan(-28°)$; $\cos(-14°)$; $\sin(-25°)$

1985. Lihtsustada:

1) $a \sin(-30°) - 2a \tan(-45°) + b \cos(-60°) - b \cot(-90°)$

2) $\dfrac{\sin^3(-30°) - 2\cot(-30°) - 1}{2 - \tan\frac{\pi}{4} + 4\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

3) $\left[2a \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]^3 - 4\left[a \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]^3 + 6 \tan 0$

4) $5 \tan 0 + 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 3 \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4 \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

1986. Leida avaldise

$$\sin \alpha + \tan 2\alpha + \cos 3\alpha$$

arvuline väärtus nurga α järgmiste väärtuste korral:

1) $-30°$ 2) $-60°$ 3) $-90°$

1987.* Näidata ühikringjoonel, missuguste kaarte kohta kehtib iga järgmine võrratus:

1) $\sin \alpha \geqslant \frac{1}{2}$ 2) $\cos \alpha \leqslant \frac{3}{2}$ 3) $\tan \alpha \leqslant 1$

1988.* Leida nurga α kõik väärtused, mille puhul

1) $\sin \alpha = 0$ 2) $\sin \alpha = 1$ 3) $\cos \alpha = 0$ 4) $\cot \alpha = 0$

1989.* Missuguste argumendi x väärtuste puhul on järgmiste funktsioonide väärtus null:

1) $\cos 2x$ 2) $\sin 3x$ 3) $\tan \frac{x}{2}$ 4) $\cot(\pi + x)$

Trigonomeetriliste funktsioonide graafikud

1990. Vastata funktsioonide $y = \sin x$, $y = \cos x$ ja $y = \tan x$ graafikute abil ülesannete **1969**, **1970** ja **1972** kõigile küsimustele.

1991. Näidata graafiku abil, et $\sin \alpha = \sin(\alpha + k \cdot 2\pi)$, kus $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Kui suur on seega siinuse periood?

1992. Leida graafiku järgi funktsioonide $y = \cos x$, $y = \tan x$ ja $y = \cot x$ perioodid.

1993. Näidata, et kehtib võrdus

$\sin \pi = \sin(\pi + k\pi)$, kus $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Miks ei või selle põhjal öelda, et siinuse periood on π?

1994. Näidata, et kehtib võrdus

$$\cos 135° = \cos(135° + 90°)$$

Miks ei või selle põhjal öelda, et koosinuse periood on 90°?

1995. Joonestada funktsioonide

1) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 3) $y = -\sin x$ 5) $y = \sin\frac{x}{2}$

2) $y = 2\sin x$ 4) $y = \sin 2x$ 6) $y = 1 + \sin x$

graafikud. Leida, mille poolest iga saadud graafik erineb funktsiooni $y = \sin x$ graafikust.

1996. Joonestada vastavate funktsioonide graafikud ja näidata, et kehtivad järgmised valemid:

1) $\sin(90° + x) = \cos x$
2) $\cos(90° + x) = -\sin x$
3) $\cos(180° + x) = -\cos x$
4) $\tan(90° + x) = -\cot x$

1997. Leida järgmiste trigonomeetriliste funktsioonide perioodid:

1) $y = \cos\frac{x}{2}$ 3) $y = \cos 2x$ 5) $y = \cos 4x$

2) $y = \cos x$ 4) $y = \cos 3x$ 6) $y = \cos ax$

1998.* Määrata järgmiste valemitega antud harmooniliste võnkumiste algfaas, amplituud ja periood:

1) $s = 2\sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$ 3) $s = \frac{1}{2}\sin\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)$

2) $s = 3\sin 2t$ 4) $s = \sin\left(\frac{t}{2} + 1\right)$

1999.* Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ 3) $y = 2{,}5\sin\left(1{,}5x + \frac{\pi}{4}\right)$

2) $y = 2\cos(3x + 2)$ 4) $y = 4\sin \pi x$

2000.* Vahelduvvoolu tugevust I mingil ajamomendil t arvutatakse valemi $I = A\sin \omega t$ järgi, kus A on suurim voolutugevus amprites, t aeg sekundites ja ω võnkesagedus.

Joonestada voolutugevuse graafik, kui $A = 200$ amprit ja $\omega = 100\pi$. Leida graafiku järgi voolutugevus ajamomendil $t = 0{,}035$ sekundit.

Juhis. Võtta ajamomendid iga 0,005 sekundi järel.

2001.* Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y = \sin^2 x$ 2) $y = |\cos x|$.

2002.* Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkonnad:

1) $y = \sqrt{\sin x}$ 3) $y = \sqrt{1 - \cos x}$ 5) $y = \frac{\tan x}{\tan 2x}$

2) $y = \sqrt{\sin 2x}$ 4) $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ 6) $y = \frac{x}{\sin x}$

2003. Tõestada trigonomeetriliste funktsioonide graafikute sümmeetria põhjal järgmised valemid:

1) $\sin(-x) = -\sin x$ 3) $\tan(-x) = -\tan x$
2) $\cos(-x) = \cos x$ 4) $\cot(-x) = -\cot x$

Missugused nimetatud funktsioonidest on paarisfunktsioonid ja missugused paaritud funktsioonid?

2004. Määrata, missugused antud funktsioonidest on paarisfunktsioonid, missugused paaritud funktsioonid ja missugused pole ei paaris- ega paaritud funktsioonid:

1) $y = \sin^2 x$ 4) $y = x + \sin x$
2) $y = \tan^3 x$ 5) $y = \sin x + \cos x$
3) $y = \sin x + 1$ 6) $y = \frac{\cos x}{x^2}$

Nurga leidmine tema trigonomeetrilise funktsiooni antud väärtuse järgi

2005. Leida graafiku abil vahemikus 0° kuni 360° kõik nurgad, mille 1) siinus on $\frac{1}{2}$; 2) koosinus on 0; 3) tangens on 1; 4) siinus on -1; 5) koosinus on $-\frac{1}{2}$; 6) kootangens on 0.

2006. Leida graafiku abil mingi nurk, mis on suurem kui 500° ja mille koosinus on 0,5.

2007. Leida graafiku abil mingi negatiivne nurk, mille tangens on 1.

2008. Leida vahemikus 0° kuni 1000° kõik nurgad, mille 1) siinus on $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) tangens on $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 3) koosinus on $-\frac{1}{2}$.

2009. Konstrueerida nurk x ja määrata selle suurus, kui

1) $\cos x = \frac{1}{2}$ ja $0° < x < 90°$

2) $\sin x = -\frac{1}{2}$ ja $270° < x < 360°$

3) $\tan x = -1$ ja $90° < x < 180°$
4) $\cot x = 1$ ja $180° < x < 270°$

2010. Leida ühikringi abil nurga x suurus, kui

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ja $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

2) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ja $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

3) $\tan x = \sqrt{3}$ ja $0 < x < \frac{\pi}{2}$

4) $\cot x = -\sqrt{3}$ ja $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

2011. Konstrueerida nurk x ja anda üldavaldis kõigi nurkade jaoks, kui

1) $\sin x = \frac{1}{2}$

2) $\cos x = -\frac{1}{2}$

3) $\tan x = 1$

4) $\cot x = 0$

5) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

6) $\cos x = 1$

7) $\cot x = -1$

8) $\tan x = -\sqrt{3}$

2012. Konstrueerida nurk x ja anda üldavaldis kõigi nurkade jaoks, kasutades teravnurga määramiseks trigonomeetriliste funktsioonide tabeleid, kui

1) $\sin x = -0{,}75$

2) $\cos x = 0{,}8$

3) $\tan x = -0{,}4$

4) $\cot x = 2$

5) $\sin x = 0{,}95$

6) $\cos x = -0{,}23$

2013. Leida arvutuslükati abil argumendi x ligikaudsed väärtused ja anda üldavaldis kõigi nurkade jaoks, kui

1) $\sin x = 0{,}766$

2) $\cos x = -0{,}788$

3) $\tan x = 0{,}364$

4) $\cot x = -0{,}477$

5) $\sin x = -0{,}284$

6) $\cos x = 0{,}891$

2014. Lahendada trigonomeetrilised võrrandid:

1) $\sin x = -1$

2) $\cos x = 0$

3) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4) $\cot x = -\sqrt{3}$

5) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6) $\sin x = 0$

7) $\cot x = 1$

8) $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

2015. Lahendada arvutuslükati abil trigonomeetrilised võrrandid:

1) $\sin x = -0{,}342$

2) $\cos x = 0{,}225$

3) $\tan x = 2{,}3$

4) $\cot x = -2{,}05$

5) $\sin x = 0{,}284$

6) $\cos x = -0{,}165$

2016. Joonestada ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = \sin x$ ja $y = \cos x$ graafikud. Kas nendel graafikutel leidub ühiseid punkte? Määrata kõik nurgad, mille puhul $\sin x = \cos x$.

2017.* Lahendada graafiliselt võrrandid:

1) $\tan x = \cot x$
2) $\sin x = -x$
3) $x - \sin x = 0$
4) $\cos x = x$

§ 30. TAANDAMISVALEMID

2018. Leida taandamisvalemite järgi:

1) $\sin 120°$
2) $\tan 150°$
3) $\cos 210°$
4) $\sin 240°$
5) $\cot 330°$
6) $\sin 300°$
7) $\tan 315°$
8) $\cos(-135°)$
9) $\tan(-225°)$

2019. Taandada järgmised trigonomeetrilised funktsioonid positiivsete teravnurkade samadeks funktsioonideks:

1) $\sin 230°$
2) $\cos 335°$
3) $\tan 162°30'$
4) $\cot 200°$
5) $\sin(-152°)$
6) $\tan(-153°)$
7) $\sin 501°$
8) $\tan 705°$
9) $\sin 2012°$

2020. Taandada järgmised trigonomeetrilised funktsioonid positiivsete teravnurkade kaasfunktsioonideks:

1) $\cos 352°$
2) $\cot 424°$
3) $\sin 512°$
4) $\cos 5{,}6$
5) $\tan 5{,}4$
6) $\cot(-0{,}8)$
7) $\sin 2$
8) $\cos(-3)$
9) $\tan 8$

2021. Taandada järgmised trigonomeetrilised funktsioonid funktsioonideks, mille argumendid on positiivsed ja väiksemad kui $45°\left(\frac{\pi}{4}\right)$:

1) $\sin 56°$
2) $\cos 203°$
3) $\tan 159°$
4) $\tan(-700°)$
5) $\sin(-70°)$
6) $\cot(-2814°)$
7) $\tan\frac{3\pi}{5}$
8) $\cos(-2{,}8\pi)$
9) $\sin(-7{,}4\pi)$

2022. Leida tabelist järgmiste nurkade kõigi trigonomeetriliste funktsioonide väärtused:

1) $250°$
2) $295°15'$
3) $1930°$
4) $-500°$
5) $118°30'$
6) $182°40'$
7) $-322°$
8) $663°$

2023. Leida arvutuslükati abil järgmiste nurkade siinused:

1) $108°$; $-115°$; $204{,}6°$; $178°20'$
2) $192°$; $-346°$; $215{,}8°$; $287°40'$

2024. Leida arvutuslükati abil järgmiste nurkade koosinused:

1) $99°$; $-152°$; $273{,}7°$; $100°50'$
2) $212°$; $-312°$; $200{,}4°$; $308°10'$

2025. Leida arvutuslükati abil järgmiste nurkade tangensid:

1) 152°; —114°; 160,1°; 182°15′
2) 196°; —293°; 272,3°; 262°40′

2026. Leida arvutuslükati abil järgmiste nurkade kootangensid:

1) 94°; —288°; 202,4°; 173°45′
2) 281°; —35°; 182,5°; 342°10′

2027. Leida arvuline väärtus:

1) $\sin 210° + \cos 300°$
2) $\tan 135° + \cot 315°$
3) $\sin^2 123° + \cos^2 237°$
4) $\tan 40° \cdot \tan 45° \cdot \tan 50°$
5) $\sin 810° + \cos 1350°$
6) $\sin(-2730°) + \cos(-2280°)$
7) $\tan 5\pi - \cot 2{,}75\pi$
8) $\cos^2 18{,}25\pi + \sin 7\pi$

2028. Lihtsustada:

1) $\sin(180° - \alpha) + \cos(180° - \alpha)$
2) $\cos(180° + \alpha) - \sin(180° + \alpha)$
3) $a^2 + b^2 + 2ab\cos(180° - \gamma)$
4) $\cot(270° + \beta) + \cot(270° - \beta)$
5) $\tan(360° - \alpha) + \tan(180° + \alpha)$
6) $\tan(45° + \gamma) - \cot(45° - \gamma)$
7) $\sin(\pi - 1) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$
8) $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin^2(2\pi - \alpha)$

2029. Rööpküliku teravnurga tangens on $\frac{2}{3}$. Leida nürinurga tangens.

2030. Kolmnurga kahe nurga summa koosinus on —0,2. Leida kolmanda nurga koosinus.

2031. Täisnurkse kolmnurga ühe teravnurga juures oleva välisnurga tangens on k. Leida selle kolmnurga teravnurkade tangensid.

2032. Nurga koosinus on $-\frac{3}{5}$. Leida selle nurga kõrvunurga siinus.

2033. Antud kaarele vastava kesknurga siinus on a. Leida sama ringjoone ülejäänud kaarele vastava kesknurga koosinus.

2034. Leida tabeli abil avaldise

$$\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha$$

arvuline väärtus nurga α järgmiste väärtuste korral:

1) 35° 2) 69° 3) —100° 4) 120°

2035. 1) Leida $\sin\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\sin\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\sin\alpha}{2}$, $\sin^2\alpha$ ja $\sin\alpha^2$, kui a) $\alpha=\frac{\pi}{4}$, b) $\alpha=1{,}2$.

2) leida $\tan\alpha$, $\tan 3\alpha$, $\tan\frac{\alpha}{3}$, $\frac{\tan\alpha}{3}$, $\tan^3\alpha$ ja $\tan\alpha^3$, kui a) $\alpha=\frac{\pi}{3}$, b) $\alpha=0{,}5$.

2036. Leida nurk α, kui

1) $\sin\alpha=-0{,}515$ ja $180°<\alpha<270°$
2) $\sin\alpha=0{,}669$ ja $90°<\alpha<180°$
3) $\tan\alpha=-1{,}376$ ja $90°<\alpha<180°$
4) $\cos\alpha=0{,}407$ ja $270°<\alpha<360°$
5) $\tan\alpha=0{,}577$ ja $180°<\alpha<270°$
6) $\cot\alpha=-2{,}747$ ja $90°<\alpha<180°$
7) $\sin\alpha=-0{,}454$ ja $\frac{3}{2}\pi<\alpha<2\pi$
8) $\tan\alpha=-0{,}240$ ja $\frac{1}{2}\pi<\alpha<\pi$

2037. Leida vahemikus 0° kuni 360° kõik nurgad α, mille puhul

1) $\sin\alpha=\sin 25°$
2) $\cos\alpha=\cos 40°$
3) $\tan\alpha=\tan 15°$
4) $\cot\alpha=\cot 82°$

2038. Nurgad α, β ja γ on ühe kolmnurga nurgad. Tõestada, et

1) $\sin\frac{\alpha+\beta}{2}=\cos\frac{\gamma}{2}$
2) $\cos(\alpha+\beta)=-\cos\gamma$
3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\gamma$
4) $\tan\frac{\alpha+\beta}{2}=\cot\frac{\gamma}{2}$

2039. Tõestada, et kui α ja β on kõrvunurgad, siis

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}+x\right)=\cos\left(\frac{\beta}{2}-x\right)$$

2040. Leida arvuline väärtus:

1) $4\sin 150°\cdot\cos 300°\cdot\tan 240°$
2) $10\cot 135°\cdot\sin 210°\cdot\cos 225°$
3) $2\sin^2 225°-\cot 330°\cdot\tan 405°$
4) $\frac{\cos 120°}{\cos 300°}-\tan 210°\cdot\sin 315°$
5) $\frac{\tan(-150°)\cdot\cos 210°\cdot\cos(-60°)}{\cot 240°\cdot\sin 330°}$
6) $\frac{2\sin 660°-\sin 630°}{3\cot 1020°+2\cos(-660°)}$

7) $8 \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{4\pi}{3} \cdot \cot \frac{7\pi}{6}$

8) $2 \sin^2 \frac{17\pi}{4} + \tan^2 \frac{33\pi}{4} \cdot \cot \frac{3\pi}{4}$

Lihtsustada (ülesanded **2041** ja **2042**):

2041. 1) $\sin(90° + \alpha) + \cos(180° - \alpha) + \tan(270° + \alpha) + \cot(360° - \alpha)$

2) $\tan(180° - \alpha) - \cot(90° + \alpha) + \cos(270° - \alpha) - \sin(360° - \alpha)$

3) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi - \alpha) + \tan(\pi - \alpha) - \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

4) $\sin(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \tan(2\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

5) $[\sin(180° + \alpha) + \cos(90° + \alpha)]^2 + [\cos(360° - \alpha) - \sin(270° - \alpha)]^2$

6) $[\tan(90° - \alpha) - \cot(90° + \alpha)]^2 - [\cot(180° + \alpha) + \cot(270° + \alpha)]^2$

7) $\frac{\sin(180° - \alpha) \cdot \sin(270° - \alpha) \cdot \tan(90° - \alpha)}{\sin(90° + \alpha) \cdot \tan(270° + \alpha) \cdot \tan(360° + \alpha)}$

8) $\frac{\sin(2\pi - \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(2\pi + \alpha) \cdot \tan(\pi + \alpha)}$

2042. 1) $3 \tan 200° - 2 \sin(-80°) + \cot 290° + \cos(-10°)$

2) $\sin 160° \cdot \cos 110° + \sin 250° \cdot \cos 340° + \tan 110° \cdot \tan 340°$

3) $\sin(\alpha - 90°) + \cos(\alpha - 180°) - \tan(\alpha - 270°) + \cot(360° - \alpha)$

4) $\frac{\cot(\alpha - 90°)[\sin(\alpha - 270°) - \sin(180° + \alpha)]}{\tan(180° + \alpha)[\cos(\alpha + 360°) + \sin(\alpha - 360°)]}$

5) $\frac{\sin(-\alpha) \cdot \tan(-\alpha)}{\cos(-\alpha) \cdot \cot(-\alpha)}$

6) $\frac{\sin(\alpha - \beta) - \sin(\beta - \alpha)}{\sin[180° + (\alpha - \beta)] \cdot \tan(\alpha - \beta) \cdot \cot(\beta - \alpha)}$

7) $\frac{\cot 32° \cdot \cot 58° \cdot \cos 290°}{\cos^2 180° \cdot \tan 195° \cdot \tan 105° \cdot \sin 200°}$

8) $\frac{\sin 380° \cdot \tan(-110°) \cdot \tan 200° \cdot \sin 104°}{\sin 340° \cdot \sin^2 270° \cdot \cos 14°}$

Tõestada samasused (ülesanded **2043** ja **2044**):

2043. 1) $\tan \alpha + \cot(270° + \alpha) - \tan(\alpha - 180°) = \cot(90° + \alpha)$

2) $\sin(450° + \alpha) + \sin(270° - \alpha) - \cos(\alpha - 180°) = \cos \alpha$

3) $\sin 810° \cdot \cos 900° + \tan 585° \cdot \cot 1845° + \cos 315° \cdot \sin 405° = \frac{1}{2}$

4) $2(\cos 765° \cdot \sin 155° + \cos 335° \cdot \sin 135°)^2 = 1 + 2 \sin 25° \cdot \cos 25°$

5) $\frac{\sin(180^\circ-\alpha)}{\tan(180^\circ+\alpha)}\cdot\frac{\cot(90^\circ-\alpha)}{\tan(90^\circ+\alpha)}\cdot\frac{\cos(360^\circ-\alpha)}{\sin(-\alpha)}=\sin\alpha$

6) $\frac{\tan(90^\circ+\alpha)\cdot\cot(180^\circ-\alpha)+\cos 0^\circ}{\sin(180^\circ-\alpha)\cdot\cos(270^\circ+\alpha)\cdot\cot^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}$

7) $\frac{\cot\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\left[\sin\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)-\sin(\pi-\alpha)\right]}{\tan(\pi+\alpha)\left[\cos(\alpha+2\pi)+\sin(\alpha-2\pi)\right]}=-1$

8) $\frac{\sin(\pi+\alpha)}{\sin\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)}-\frac{\tan\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)}{\cot(\pi-\alpha)}+\tan(\pi-\alpha)+1=0$

9) $\frac{\left[\sin(\pi-\alpha)+\sin\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)\right]^2-1}{\tan\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)-\cos(\alpha-\pi)\cdot\sin(2\pi-\alpha)}=2\tan^2\alpha$

10) $\frac{\sin^2(\alpha-\pi)-\cos^3\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)\cdot\sin(\pi+\alpha)}{\tan^2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos^2\left(\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)\cdot\sin^2\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{1}{\tan^2\alpha}$

2044. 1) $\sin(45^\circ+\alpha)=\cos(45^\circ-\alpha)$
2) $\sin(45^\circ-\alpha)=\cos(45^\circ+\alpha)$
3) $\sin(\alpha-30^\circ)+\sin(\alpha+150^\circ)=0$
4) $\cos(\alpha+100^\circ)=-\sin(170^\circ-\alpha)$
5) $\cot(2\alpha-40^\circ)=\cot(2\alpha+140^\circ)$
6) $\tan[2(60^\circ-\alpha)]+\tan(240^\circ+2\alpha)=0$
7) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}-22{,}5^\circ\right)+\cos\left(202{,}5^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)=0$
8) $\sin^2(30^\circ+\alpha)+\sin^2(240^\circ-\alpha)=1$

2045. Tõestada, et rööpküliku pindala võrdub tema kahe lähiskülje ja nendevahelise nurga siinuse korrutisega (vaadelda ka nürinurga juhtumit).

2046.* Tõestada, et kui n on paaritu arv, siis

$$\sin\left(\frac{1}{n}\cdot 360^\circ\right)+\sin\left(\frac{2}{n}\cdot 360^\circ\right)+\sin\left(\frac{3}{n}\cdot 360^\circ\right)+\ldots+$$
$$+\sin\left(\frac{n-1}{n}\cdot 360^\circ\right)=0$$

Kas see seos on kehtiv ka n paarisarvuliste väärtuste korral?

2047.* Tõestada, et kui n on paarisarv, siis

$$\cos\left(\frac{1}{n}\cdot 180^\circ\right)+\cos\left(\frac{2}{n}\cdot 180^\circ\right)+\cos\left(\frac{3}{n}\cdot 180^\circ\right)+\ldots+$$
$$+\cos\left(\frac{n-1}{n}\cdot 180^\circ\right)=0$$

Kas see seos on kehtiv ka n paarituarvuliste väärtuste korral?

Kordamisülesandeid

2048. Leida $y = \sin x$ ja $y = \tan x$ graafikute järgi, mille poolest erinevad teineteisest nende funktsioonide määramispiirkonnad.

2049. Kas võib öelda, et funktsioon $y = \tan x$ on kasvav järgmistes vahemikes:

1) $90° < x < 180°$ 2) $0° < x < 180°$

2050. Kas võib murdude

1) $\frac{\sin x}{1 - \sin x}$ 2) $\frac{\tan x}{\cot x}$

väärtus olla negatiivne?

2051. Missugustes vahemikes asetseb järgmiste avaldiste väärtus, kui x muutub $-\infty$-st kuni $+\infty$-ni:

1) $\sin(\sin x)$ 3) $\tan(\sin x)$
2) $\cos(\sin x)$ 4) $\tan(\cot x)$

2052. Kumb on suurem, kui $0° < \alpha < 90°$:

1) 5 või $5 \sin \alpha$ 3) $\sin \alpha$ või $\tan \alpha$
2) $\sin \alpha$ või $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 4) $\sin \alpha$ või $\sin \alpha \cdot \tan \alpha$

2053. Missugustes vahemikes võivad asetseda (ühe täispöörde piirides) argumendi x väärtused, kui

1) $\sin x - 0{,}5 \geqslant 0$ 3) $1 - \tan x \geqslant 0$
2) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \geqslant 0$ 4) $\cot x - \sqrt{3} \leqslant 0$

2054. Leida järgmiste avaldiste määramispiirkonnad vahemikus 0 kuni 2π:

1) $\sqrt{\sin x}$ 3) $\sqrt{1 - \tan x}$
2) $\sqrt{1 - \cos x}$ 4) $\sqrt{\frac{\tan x}{\cos x}}$

2055. Kas muutub järgmiste funktsioonide märk, kui α ja β kohad vahetada:

1) $\sin(\alpha - \beta)$ 3) $\tan(\alpha - \beta)$
2) $\cos(\alpha - \beta)$ 4) $\cot(\alpha - \beta)$

2056. Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud ja vastata küsimustele:

a) Missugune on funktsiooni määramispiirkond?
b) Kui suur on funktsiooni periood?
c) Kas funktsioon on paaris või paaritu?
d) Missugused on y maksimaalsed ja minimaalsed väärtused?

1) $y = 2 \sin 2x$ 4) $y = 0{,}5 \cos 3x$

2) $y = -\cos \frac{x}{2}$ 5) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

3) $y = \sin(x + \pi)$ 6) $y = x + \sin x$

2057. Leida avaldiste väärtused:

1) $\dfrac{\sin 150^\circ \cdot \cot 60^\circ \cdot \cos 330^\circ}{\tan 210^\circ \cdot \tan 120^\circ \cdot \sin(-30^\circ)}$

2) $\dfrac{\sin 510^\circ \cdot \cos 325^\circ \cdot \cos 270^\circ}{\tan 235^\circ \cdot \tan 212^\circ \cdot \tan 508^\circ \cdot \cos 55^\circ}$

2058. Lihtsustada:

1) $\dfrac{\tan(270^\circ - \alpha) \cdot \cot(90^\circ + \alpha) \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{\sin^2 270^\circ \cdot \cos(360^\circ - \alpha)}$

2) $\dfrac{\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi + \alpha) \cdot \cos^2 \pi}{\cot(\pi - \alpha) \cdot \sin(2\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin \frac{3\pi}{2}}$

2059. Tõestada samasused:

1) $\dfrac{\sin^2 88^\circ}{\sin 2^\circ} - \sin 178^\circ \cdot \tan^2 268^\circ = 0$

2) $\sin(1{,}5\pi + x) \cdot \cot(0{,}5\pi - x) + \sin(\pi - x) + \cot(1{,}5\pi - x) = \tan x$

§ 31. NURKADE SUMMA JA VAHE TRIGONOMEETRILISED FUNKTSIOONID

2060. Teades nurkade 30°, 45° ja 60° trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi, arvutada:

1) $\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$
2) $\cos 75^\circ$
3) $\tan 75^\circ$
4) $\cot 75^\circ$
5) $\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ)$
6) $\cos 105^\circ$
7) $\tan 105^\circ$
8) $\cot 105^\circ$
9) $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$
10) $\cos 15^\circ$
11) $\tan 15^\circ$
12) $\cot 15^\circ$

Lihtsustada (ülesanded **2061** ja **2062**):

2061. 1) $\sin 2^\circ \cdot \cos 5^\circ + \cos 2^\circ \cdot \sin 5^\circ$
2) $-\sin 6^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 6^\circ \cdot \sin 4^\circ$
3) $\cos 17^\circ \cdot \sin 3^\circ + \sin 17^\circ \cdot \cos 3^\circ$
4) $-\cos 35^\circ \cdot \sin 15^\circ - \sin 35^\circ \cdot \cos 15^\circ$
5) $\sin 21^\circ \cdot \cos 9^\circ - \cos 21^\circ \cdot \sin 9^\circ$
6) $\sin 29^\circ \cdot \cos 11^\circ - \cos 29^\circ \cdot \sin 11^\circ$
7) $\cos 18^\circ \cdot \sin 12^\circ - \sin 18^\circ \cdot \cos 12^\circ$
8) $\cos 50^\circ \cdot \sin 30^\circ - \sin 50^\circ \cdot \cos 30^\circ$

2062. 1) $\cos 6° \cdot \cos 5° - \sin 6° \cdot \sin 5°$
2) $\cos 16° \cdot \cos 14° - \sin 16° \cdot \sin 14°$
3) $\sin 3° \cdot \sin 7° - \cos 3° \cdot \cos 7°$
4) $\sin 9° \cdot \sin 1° - \cos 1° \cdot \cos 9°$
5) $\cos 60° \cdot \cos 15° + \sin 60° \cdot \sin 15°$
6) $-\cos 2° \cdot \cos 13° - \sin 2° \cdot \sin 13°$
7) $\sin 49° \cdot \sin 1° + \cos 1° \cdot \cos 49°$
8) $-\sin 16° \cdot \sin 4° - \cos 16° \cdot \cos 4°$

2063. Tõestada samasused:

1) $\sin 20° \cdot \cos 40° + \cos 20° \cdot \sin 40° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $2 \sin 17° \cdot \cos 28° + 2 \cos 17° \cdot \sin 28° = \sqrt{2}$

3) $-\sin 54° \cdot \cos 24° + \cos 54° \cdot \sin 24° = -\frac{1}{2}$

4) $\cos 11° \cdot \cos 49° - \sin 11° \cdot \sin 49° = \frac{1}{2}$

5) $\sin 13° \cdot \sin 58° - \cos 58° \cdot \cos 13° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6) $\sqrt{3} \cos 21° \cdot \cos 9° - \sqrt{3} \sin 21° \cdot \sin 9° = \frac{1}{2}$

Lihtsustada (ülesanded **2064—2067**):

2064. 1) $\dfrac{\sin 10° \cdot \cos 5° + \cos 10° \cdot \sin 5°}{\cos 19° \cdot \cos 4° + \sin 19° \cdot \sin 4°}$

2) $\dfrac{\cos 13° \cdot \sin 4° + \sin 13° \cdot \cos 4°}{\cos 3° \cdot \cos 20° + \sin 20° \cdot \sin 3°}$

3) $\dfrac{\cos 11° \cdot \cos 9° - \sin 11° \cdot \sin 9°}{\cos 32° \cdot \cos 12° + \sin 32° \cdot \sin 12°}$

4) $\dfrac{\cos 30° \cdot \cos 3° + \sin 30° \cdot \sin 3°}{\cos 4° \cdot \cos 23° - \sin 4° \cdot \sin 23°}$

5) $\dfrac{2 \sin 6° \cdot \cos 11° + 2 \cos 6° \cdot \sin 11°}{3 \sin 45° \cdot \cos 28° - 3 \cos 45° \cdot \sin 28°}$

6) $\dfrac{4 \sin 11° \cdot \cos 19° + 4 \cos 11° \cdot \sin 19°}{\sqrt{3} \cos 81° \cdot \cos 21° + \sqrt{3} \sin 81° \cdot \sin 21°}$

7) $\dfrac{-2 \sin 11° \cdot \cos 34° - 2 \cos 11° \cdot \sin 34°}{\cos 69° \cdot \cos 24° + \sin 69° \cdot \sin 24°}$

8) $\dfrac{6 \sin 37° \cdot \sin 23° - 6 \cos 23° \cdot \cos 37°}{-\sin 78° \cdot \cos 12° - \cos 78° \cdot \sin 12°}$

2065. 1) $\dfrac{\sin 27°}{\sin 9°} - \dfrac{\cos 27°}{\cos 9°}$

2) $\dfrac{\sin 15°}{3 \sin 5°} - \dfrac{\cos 15°}{3 \cos 5°}$

3) $\dfrac{\cos 48°}{\sin 16°} + \dfrac{\sin 48°}{\cos 16°}$

4) $\dfrac{\cos 60°18'}{4 \sin 20°6'} + \dfrac{\sin 60°18'}{4 \cos 20°6'}$

2066. 1) $\dfrac{\tan 5^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 5^\circ \cdot \tan 15^\circ}$

2) $\dfrac{\tan 7^\circ + \tan 21^\circ}{1 - \tan 7^\circ \cdot \tan 21^\circ}$

3) $\dfrac{\tan 6^\circ + \tan 15^\circ}{\tan 6^\circ \cdot \tan 15^\circ - 1}$

4) $\dfrac{-\tan 7^\circ - \tan 8^\circ}{2 \tan 7^\circ \cdot \tan 8^\circ - 2}$

5) $\dfrac{\tan 10^\circ - \tan 5^\circ}{1 + \tan 10^\circ \cdot \tan 5^\circ}$

6) $\dfrac{\tan 20^\circ - \tan 10^\circ}{5 + 5 \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ}$

7) $\dfrac{1 - \tan 35^\circ \cdot \tan 25^\circ}{\tan 25^\circ + \tan 35^\circ}$

8) $\dfrac{1 + \tan 18^\circ \cdot \tan 12^\circ}{\tan 18^\circ - \tan 12^\circ}$

2067. 1) $\dfrac{(\tan 3^\circ + \tan 5^\circ)(1 + \tan 10^\circ \cdot \tan 2^\circ)}{(1 - \tan 3^\circ \cdot \tan 5^\circ)(\tan 10^\circ - \tan 2^\circ)}$

2) $\dfrac{(\tan 49^\circ + \tan 6^\circ)(1 + \tan 61^\circ \cdot \tan 6^\circ)}{(1 - \tan 49^\circ \cdot \tan 6^\circ)(\tan 61^\circ - \tan 6^\circ)}$

3) $\dfrac{(\tan 16^\circ + \tan 15^\circ)(\tan 61^\circ - \tan 2^\circ)}{(1 - \tan 16^\circ \cdot \tan 15^\circ)(1 + \tan 61^\circ \cdot \tan 2^\circ)}$

4) $\dfrac{(5 + 5 \tan 60^\circ \cdot \tan 43^\circ)(2 - 2 \tan 50^\circ \cdot \tan 23^\circ)}{(\tan 60^\circ - \tan 43^\circ)(\tan 50^\circ + \tan 23^\circ)}$

Tõestada samasused (ülesanded **2068** ja **2069**):

2068. 1) $\dfrac{1}{2}\cos\alpha + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha = \sin(30^\circ + \alpha)$

2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\beta + \sin\beta) = \sin(45^\circ + \beta)$

3) $\dfrac{1}{2}\sin\alpha - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha = \sin(\alpha - 60^\circ)$

4) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\cos\alpha = \sin(\alpha - 30^\circ)$

5) $\dfrac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} = \tan(45^\circ + \alpha)$

6) $\dfrac{\sqrt{3} - \tan\alpha}{1 + \sqrt{3}\tan\alpha} = \tan(60^\circ - \alpha)$

2069. 1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) = \cos(\alpha + 45^\circ)$

2) $\dfrac{1}{2}(\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha) = \cos(\alpha - 30^\circ)$

3) $\dfrac{1}{2}(\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha) = \cos(60^\circ - \alpha)$

4) $\sqrt{2}\cos\dfrac{\alpha}{2} + \sqrt{2}\sin\dfrac{\alpha}{2} = 2\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2}\right)$

5) $\dfrac{1 + \sqrt{3}\tan\alpha}{\sqrt{3} - \tan\alpha} = \cot(30^\circ - \alpha)$

6) $\dfrac{\sqrt{3} + 3\tan\alpha}{3 - \sqrt{3}\tan\alpha} = \cot(60^\circ + \alpha)$

2070. Lihtsustada:

1) $\dfrac{\cos(\alpha+\beta)-\cos\alpha\cdot\cos\beta}{\sin\alpha\cdot\sin\beta-\cos(\alpha-\beta)}$

2) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)-\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\beta-\alpha)-\sin(\alpha+\beta)}$

3) $\dfrac{2\cos\alpha\cdot\sin\beta-\sin(\alpha-\beta)}{2\cos\alpha\cdot\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}$

4) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}$

2071. Tõestada samasused:

1) $\cos(45^\circ+\alpha)=\sin(45^\circ-\alpha)$

2) $\sin(45^\circ+\alpha)=\cos(45^\circ-\alpha)$

3) $\tan(45^\circ+\alpha)=\cot(45^\circ-\alpha)$

4) $\cot(45^\circ+\alpha)=\tan(45^\circ-\alpha)$

5) $\cos(60^\circ+\alpha)+\sin(30^\circ+\alpha)=\cos\alpha$

6) $\dfrac{\sin(45^\circ+\alpha)+\cos(45^\circ+\alpha)}{\sin(45^\circ+\alpha)-\cos(45^\circ+\alpha)}=\cot\alpha$

7) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}=\tan\alpha+\tan\beta$

8) $\tan\alpha-\tan\beta=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$

9) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}=\cot\alpha+\cot\beta$

10) $\cot\alpha-\cot\beta=-\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$

11) $\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]=\sin\alpha\cdot\cos\beta$

12) $\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]=\cos\alpha\cdot\cos\beta$

13) $-\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]=\sin\alpha\cdot\sin\beta$

14) $\dfrac{\sin(30^\circ+\alpha)-\cos(60^\circ+\alpha)}{\sin(30^\circ+\alpha)+\cos(60^\circ+\alpha)}=\sqrt{3}\tan\alpha$

15) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

16) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}$

17) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

18) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cdot\cos\beta}{2\sin\alpha\cdot\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)}=\tan(\beta-\alpha)$

19) $\dfrac{2\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\cdot\sin\beta}=\tan(\alpha+\beta)$

20) $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\beta-\alpha)=1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta$

21) $\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$

22) $-\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\cos^2\beta$

23) $\cos(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$

24) $\cos\alpha\cdot\tan(\alpha-45°)=\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\tan\alpha+1}$

25) $\frac{\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha-\beta}{2}}=\frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\sin\alpha-\sin\beta}$

26) $\frac{\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)}=-\cot\alpha$

27) $\frac{\cos\beta\cdot\cos\alpha-\cos(\beta+\alpha)}{\cos(\beta-\alpha)-\sin\beta\cdot\sin\alpha}=\tan\alpha\cdot\tan\beta$

28) $\frac{\sin\beta\cdot\sin\alpha+\cos(\beta+\alpha)}{\cos(\beta+\alpha)-\cos\alpha\cdot\cos\beta}=-\cot\alpha\cdot\cot\beta$

29) $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}$

30) $\cos^2\alpha+\cos^2(60°-\alpha)+\cos^2(60°+\alpha)=\frac{3}{2}$

31) $\frac{\sin(45°+\alpha)+\cos(45°+\alpha)}{\sin(45°+\alpha)-\cos(45°+\alpha)}=\cot\alpha$

32) $\frac{\sin(2\pi-\alpha)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)\cdot\tan(\pi+\alpha)}=\cot\alpha$

33) $\cot(\beta+\alpha)\cdot(\tan\alpha+\tan\beta)+\tan\alpha\cdot\tan\beta=1$

34) $\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos\alpha-\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin\alpha=\sin\beta$

35) $\sin(\alpha-2\pi)\cdot\cos(2\pi-\beta)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot$

$\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)=\sin(\alpha-\beta)$

2072. Lihtsustada:

1) $\cos(45°+\alpha)+\cos(45°-\alpha)$

2) $\sin(45°+\alpha)-\cos(45°-\alpha)$

3) $\frac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}$

4) $\tan(45°+\alpha)\cdot\tan(45°-\alpha)$

5) $\frac{\cot\alpha+\cot\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}$

6) $\sin[90°-(\alpha+\beta)]$

7) $\cos\left(90°-\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)$

8) $\frac{\sin(\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cdot\cos\beta}{2\sin\alpha\cdot\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)}$

9) $\sin(450°+\alpha)+\sin(270°-\alpha)-\cos(\alpha-180°)$

10) $\tan\alpha+\tan(-\beta)-\tan(180°-\beta)$

11) $\sin(90° + \alpha) \cdot \cos(180° - \alpha) + \cos(90° + \alpha) \cdot \sin(180° - \alpha)$

12) $\cos(180° + \alpha) \cdot \cos(270° - \beta) - \sin(180° + \alpha) \cdot \sin(270° - \beta)$

13) $\dfrac{\sin(180° + \alpha) \cdot \cos(270° - \alpha) \cdot \tan(450° + \alpha)}{\sin(630° + \alpha) \cdot \cos 360° \cdot \tan(270° - \alpha)}$

14) $\dfrac{\cot\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \left[\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) - \sin(\pi + \alpha)\right]}{\tan(\pi + \alpha) \cdot [\cos(\alpha + 2\pi) + \sin(\alpha - 2\pi)]}$

15) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

16) $\dfrac{\sin(60° + \alpha)}{4 \sin\left(15° + \frac{\alpha}{4}\right) \cdot \sin\left(75° - \frac{\alpha}{4}\right)}$

17) $\dfrac{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}$

18) $\cos\alpha + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$

19) $4 \sin\alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$

20) $\cos^2\alpha + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$

21) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$

22) $\tan\alpha \cdot \tan(60° + \alpha) \cdot \tan(60° - \alpha)$

23) $\cos\alpha \cdot \sin(\beta - \gamma) + \cos\beta \cdot \sin(\gamma - \alpha) + \cos\gamma \cdot \sin(\alpha - \beta)$

24) $\tan\alpha + \tan(60° + \alpha) + \tan(120° + \alpha)$

25) $\cot\alpha + \cot\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cot\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$

26) $\sin^3\alpha \cdot (1 + \cot\alpha) + \cos^3\alpha \cdot (1 + \tan\alpha)$

§ 32. KAHEKORDSE NURGA JA POOLNURGA TRIGONOMEETRILISED FUNKTSIOONID

2073. Asendada valemis

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$\alpha = \beta$ ja kirjutada tulemus.

2074. Lihtsustada:

1) $2 \sin 10° \cdot \cos 10°$
2) $2 \sin 15° \cdot \cos 15°$
3) $2 \sin 35° \cdot \cos 35°$
4) $4 \sin 20° \cdot \cos 20°$
5) $6 \sin 17° \cdot \cos 17°$
6) $\sin 5° \cdot \sin 85°$

7) $\cos 40° \cdot \sin 40°$

8) $-\frac{1}{2}\cos 3° \cdot \sin 3°$

9) $-9 \sin 18° \cdot \sin 72°$

10) $4 \sin 12° \cdot \cos 12° \cdot \cos 24°$

11) $4 \sin 16° \cdot \cos 16° \cdot \cos 32°$

12) $\sin 25° \cdot \cos 25° \cdot \cos 50°$

13) $\cos 29° \cdot \cos 58° \cdot \sin 29°$

14) $12 \sin 32° \cdot \sin 58° \cdot \cos 64°$

15) $8 \sin 10° \cdot \sin 80° \cdot \cos 20°$

2075. Asendada valemis

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$\alpha = \beta$ ja kirjutada tulemus.

Lihtsustada (ülesanded **2076—2078**):

2076. 1) $\cos^2 10° - \sin^2 10°$

2) $\cos^2 25°17' - \sin^2 25°17'$

3) $2\cos^2 21° - 2\sin^2 21°$

4) $\sin^2 15° - \cos^2 15°$

5) $\frac{1}{2}\sin^2 35°40' - \frac{1}{2}\cos^2 35°40'$

6) $-4\cos^2 40° + 4\sin^2 40°$

2077. 1) $4\sin^2 32° \cdot \cos^2 32°$

2) $2(\cos^2 19° - \sin^2 19°) \cdot \sin 38°$

3) $\cos^2 18° - 2\sin^2 9° \cdot \cos^2 9°$

4) $\frac{1}{2}\cos^2 28° - \sin^2 14° \cdot \cos^2 14°$

5) $2\sin^2 11° \cdot \cos^2 11°$

6) $-4(\sin^2 16° - \cos^2 16°) \cdot \sin 32°$

7) $4\cos^2 22° \cdot \sin^2 22° - \cos^2 44°$

8) $\frac{1}{3}\cos^2 21° \cdot \sin^2 21° - \frac{1}{12}\cos^2 42°$

2078. 1) $2\cos^3 10° \cdot \sin 10° - 2\sin^3 10° \cdot \cos 10°$

2) $8 \sin 10° \cdot \cos 10° \cdot \cos 20° \cdot \cos 40°$

3) $(\cos^2 5° - \sin^2 5°) \cdot 2 \sin 5° \cdot \cos 5°$

4) $1 - \sin^2 26° - 4\sin^2 13° \cdot \cos^2 13°$

5) $\cos^2 17° - 2\cos 17° \cdot \sin 17° - \sin^2 17°$

6) $\sin 8° \cdot \cos 8° \cdot \cos 16° \cdot \cos 32° \cdot \cos 64°$

7) $\sin^2 20° + 2 \sin 20° \cdot \cos 20° - \cos^2 20°$

8) $2\sin^2 23° \cdot \cos^2 23° \cdot (\sin^2 46° - 1)$

2079. Asendada valemis

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$\beta = \alpha$ ja kirjutada tulemus.

Lihtsustada (ülesanded **2080** ja **2081**):

2080. 1) $\frac{2\tan 10^\circ}{1-\tan^2 10^\circ}$ 5) $\frac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}$ 9) $\frac{-2\tan 30^\circ}{\tan^2 30^\circ - 1}$

2) $\frac{4\tan 25^\circ}{1-\tan^2 25^\circ}$ 6) $\frac{\tan 35^\circ 12'}{1-\tan^2 35^\circ 12'}$ 10) $\frac{-5\tan 17^\circ 40'}{1-\tan^2 17^\circ 40'}$

3) $\frac{1-\tan^2 12^\circ}{2\tan 12^\circ}$ 7) $\frac{1-\tan^2 18^\circ}{2\tan 18^\circ}$ 11) $\frac{\tan^2 29^\circ - 1}{2\tan 29^\circ}$

4) $\frac{1-\tan^2 18^\circ 20'}{4\tan 18^\circ 20'}$ 8) $\frac{1-\tan^2 35^\circ 16'}{6\tan 35^\circ 16'}$ 12) $\frac{2-2\tan^2 19^\circ}{5\tan 19^\circ}$

2081.

1) $\frac{10\tan 38^\circ}{(1-\tan 38^\circ)(1+\tan 38^\circ)}$ 4) $\frac{-8\cot 57^\circ}{1-\tan^2 33^\circ}$

2) $\frac{2}{(1-\tan^2 21^\circ)\cot 21^\circ}$ 5) $\frac{\cot 77^\circ}{(1-\tan 13^\circ)(1+\tan 13^\circ)}$

3) $\frac{\tan 5^\circ}{(\tan 5^\circ + 1)(\tan 5^\circ - 1)}$ 6) $\frac{(1-\tan 37^\circ)(1+\tan 37^\circ)\cot 37^\circ}{12}$

2082. Leida kahekordsete nurkade trigonomeetriliste funktsioonide väärtused:

1) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ ja $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ ja $\cos\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

3) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin\alpha = -0{,}8660$ ja $\cos\alpha = -0{,}5$

4) Leida $\cos 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ ja $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

5) Leida $\cos 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{2}{5}$ ja $\cos\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$

6) Leida $\cos 2\alpha$, kui $\sin\alpha = 0{,}5$ ja $\cos\alpha = 0{,}866$

7) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$

8) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\cos\alpha = 0{,}8$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$

9) Leida $\cos 2\alpha$, kui $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

10) Leida $\cos 2\alpha$, kui $\cos\alpha = 1$

11) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\tan\alpha = \frac{1}{2}$

12) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

13) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\tan\alpha = -1$

14) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\cot\alpha = \frac{2}{3}$

15) Leida $\cot 2\alpha$, kui $\tan\alpha = \frac{3}{4}$

16) Leida $\cot 2\alpha$, kui $\tan \alpha = -0{,}5$

17) Leida $\cot 2\alpha$, kui $\cot \alpha = \frac{1}{6}$

18) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\tan \alpha = \frac{1}{3}$

19) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\cot \alpha = 2$

20) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

21) Leida $\tan 2\alpha$, kui $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

22) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$

23) Leida $\sin 2\alpha$, kui $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$

24) Leida $\tan(2\alpha + \beta)$, kui $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ja $\tan \beta = \frac{1}{3}$.

2083. 1) Missuguse nurga α korral $\sin 2\alpha = \sin \alpha$?
2) Missuguse nurga α korral $\cos 2\alpha = \cos \alpha$?

2084. On antud $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tõestada, et $\tan 2\alpha = \frac{3}{4}$.

2085. Kumb on suurem, kas $\sin 2\alpha$ või $\sin \alpha$, kui
1) $0° < \alpha < 45°$
2) $90° < \alpha < 135°$
3) $135° < \alpha < 180°$

2086. Kumb on suurem, kas $\cos 2\alpha$ või $\cos \alpha$, kui
1) $0° < \alpha < 45°$
2) $45° < \alpha < 90°$
3) $135° < \alpha < 180°$

2087. Kumb on suurem, kas $\tan 2\alpha$ või $\tan \alpha$, kui
1) $0° < \alpha < 45°$
2) $45° < \alpha < 90°$
3) $90° < \alpha < 135°$
4) $135° < \alpha < 180°$

2088. Kumb on suurem, kas $\cot 2\alpha$ või $\cot \alpha$, kui
1) $0° < \alpha < 45°$
2) $45° < \alpha < 90°$
3) $90° < \alpha < 135°$
4) $135° < \alpha < 180°$

2089. Tõestada samasused:
1) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$
2) $\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$
3) $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$
4) $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$
5) $\frac{\sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \tan \alpha$

6) $2\sin(90^\circ - \alpha)\cdot\sin\alpha = \sin 2\alpha$

7) $2\cos\left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} = \sin\alpha$

8) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = \cos 2\alpha$

2090. Lihtsustada:

1) $2\tan\alpha\cdot\cos^2\alpha$

2) $2\cot\alpha\cdot\sin^2\alpha$

3) $\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin 2\alpha}$

4) $\frac{1-\cos 2\alpha}{2\sin\alpha}$

5) $\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

6) $\cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha$

7) $\frac{2\sin^2 2\alpha - 2\cos^2 2\alpha}{\cos 2\alpha\cdot\sin 2\alpha}$

8) $\frac{\tan 2\alpha - \tan\alpha}{\tan 2\alpha + \cot\alpha}$

9) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$

10) $\frac{1-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}$

11) $\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

12) $\frac{1-\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$

2091. Tõestada samasused:

1) $\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \cos 2\alpha$

2) $\frac{2\cot\alpha}{1+\cot^2\alpha} = \sin 2\alpha$

3) $\cot\alpha + \tan\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$

4) $\cos^2\alpha(1-\tan^2\alpha) = \cos 2\alpha$

5) $\cot\alpha - \tan\alpha = 2\cot 2\alpha$

6) $\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \sin 2\alpha$

7) $\frac{1}{1-\tan\alpha} - \frac{1}{1+\tan\alpha} = \tan 2\alpha$

8) $-\sin 2\alpha + \cot\alpha = \cos 2\alpha\cdot\cot\alpha$

9) $\sin 2\alpha - \tan\alpha = \cos 2\alpha\cdot\tan\alpha$

10) $\sin\alpha(1+\cos 2\alpha) = \sin 2\alpha\cdot\cos\alpha$

11) $2\sin(45^\circ + \alpha)\cdot\sin(45^\circ - \alpha) = \cos 2\alpha$

12) $\frac{\tan\alpha\cdot\tan 2\alpha}{\tan 2\alpha - \tan\alpha} = \sin 2\alpha$

13) $4\cos^2\alpha - 1 = 1 + 2\cos 2\alpha$

14) $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$

15) $\frac{\tan\alpha}{\tan 2\alpha - \tan\alpha} = \cos 2\alpha$

16) $\left(\frac{1-\cot\alpha}{1+\cot\alpha}\right)^2 = \frac{1-\sin 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$

17) $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{1-\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$

18) $1 - \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha - \cos^4\alpha = \sin^2\alpha$

19) $\frac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}+\frac{\cot\alpha}{1+\cot^2\alpha}=\sin 2\alpha$

20) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-2\sin^2\alpha=\sin 2\alpha+\cos 2\alpha$

21) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=2\sin 2\alpha$

22) $\sqrt{1-\sin 2\alpha}=\sin\alpha-\cos\alpha$

Lihtsustada (ülesanded **2092** ja **2093**):

2092. 1) $\sqrt{\frac{1+\cos 10^\circ}{2}}$

2) $\sqrt{\frac{\cos 17^\circ+1}{2}}$

3) $\sqrt{\frac{1-\cos 36^\circ}{1+\cos 36^\circ}}$

4) $\sqrt{\frac{4-4\cos 20^\circ}{1+\cos 20^\circ}}$

5) $\sqrt{\frac{1-\cos 25^\circ}{2}}$

6) $\sqrt{\frac{\cos 15^\circ-1}{-2}}$

7) $\sqrt{\frac{1+\cos 40^\circ}{1-\cos 40^\circ}}$

8) $\sqrt{\frac{1+\cos 38^\circ}{2-2\cos 38^\circ}}$

2093. 1) $\sqrt{\frac{\sin^2 25^\circ+\cos 25^\circ+\cos^2 25^\circ}{2}}$

2) $\sqrt{\frac{\cos^2 19^\circ+\cos 38^\circ+\sin^2 19^\circ}{\cos 38^\circ-\sin^2 59^\circ-\cos^2 59^\circ}}$

3) $\sqrt{\frac{\cos^2 36^\circ 30'+\cos 15^\circ 30'+\cos^2 36^\circ 30'}{2}}$

4) $\sqrt{\frac{\cos 62^\circ-\sin^2 8^\circ-\cos^2 8^\circ}{-\cos^2 80^\circ-\sin^2 80^\circ-\cos 62^\circ}}$

2094. Tõestada, et

$\sin 15^\circ=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ja $\cos 15^\circ=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

2095. Lihtsustada:

1) $\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos 4\alpha)}$

2) $\sqrt{\frac{1}{2}(1+\cos 8\alpha)}$

3) $\frac{1}{2}\sqrt{2\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)}$

4) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\cos\alpha}$

Tõestada samasused (ülesanded **2096**—**2098**):

2096. 1) $\frac{2\cot\alpha}{1+\cot^2\alpha}=\sin 2\alpha$

2) $1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

3) $1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

4) $\frac{\cot\frac{\alpha}{2}-\tan\frac{\alpha}{2}}{\tan\frac{\alpha}{2}+\cot\frac{\alpha}{2}}=\cos\alpha$

5) $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

6) $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

7) $\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=\frac{1-\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$

8) $\tan^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

9) $\sin\alpha = \dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$

10) $\cos\alpha = \dfrac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$

11) $\tan(45^\circ+\alpha)-\tan(45^\circ-\alpha)=2\tan 2\alpha$

12) $\tan(30^\circ+\alpha)\cdot\tan(30^\circ-\alpha)=\dfrac{2\cos 2\alpha-1}{2\cos 2\alpha+1}$

13) $\dfrac{\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha}{(1+\cos 2\alpha)(1+\cos\alpha)}=\tan\dfrac{\alpha}{2}$

14) $\dfrac{\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}=\tan(45^\circ-\alpha)$

15) $4\cos^2\alpha-1=1+2\cos 2\alpha$

16) $1+\tan^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\cos\alpha}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

17) $1-\cot^2\dfrac{\alpha}{2}=-\dfrac{\cos\alpha}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}$

18) $\tan(45^\circ+\alpha)-\cot(45^\circ+\alpha)=2\tan 2\alpha$

2097. 1) $\dfrac{1-\tan^2(45^\circ-\alpha)}{1+\tan^2(45^\circ-\alpha)}=\sin 2\alpha$

2) $\dfrac{1-\sin\alpha}{2}=\sin^2\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)$

3) $1+\sin\alpha=2\cos^2\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)$

4) $1+\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$

5) $1-\cos\alpha=2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

6) $\dfrac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\tan(45^\circ+\alpha)$

7) $\dfrac{1}{1+\tan\alpha\cdot\tan\frac{\alpha}{2}}=\cos\alpha$

8) $1+\tan\alpha\cdot\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{\cos\alpha}$

9) $\dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\sin\alpha$

10) $\dfrac{\sin\frac{2}{3}\alpha+\sin\frac{4}{3}\alpha}{\cos\frac{2}{3}\alpha+\cos\frac{4}{3}\alpha}=\tan\alpha$

11) $2\sin\alpha+\sin 2\alpha=4\sin\alpha\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}$

12) $\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\tan 2\alpha+\dfrac{1}{\cos 2\alpha}$

13) $\dfrac{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}{2\sin\alpha+\sin 2\alpha}=\tan^2\frac{\alpha}{2}$

14) $\dfrac{\cos^3\alpha+\sin^3\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\dfrac{2-\sin 2\alpha}{2}$

15) $\cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\left(1+\tan\frac{\alpha}{2}\right)^2=1+\sin\alpha$

16) $\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\left(\cot\frac{\alpha}{2}-1\right)^2=1-\sin\alpha$

2098. 1) $2\sin(45^\circ+\alpha)\cdot\sin(45^\circ-\alpha)=\cos 2\alpha$

2) $2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\left(\cos\frac{\alpha}{4}-\sin\frac{\alpha}{4}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{4}+\sin\frac{\alpha}{4}\right)=\sin\alpha$

3) $\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=$
$=\sin 2\alpha$

4) $\cos^2(\alpha+\beta)+\cos^2(\alpha-\beta)-\cos 2\alpha\cdot\cos 2\beta=1$

5) $\dfrac{\sin(2\pi-\alpha)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)\cdot\tan(\pi+\alpha)}=1$

6) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=1-0{,}5\sin^2 2\alpha$

7) $1-4\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=\cos^2 2\alpha$

8) $\sec\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cdot\sec\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=2\sec 2\alpha$

9) $\cos^2(\alpha+\beta)+\cos^2(\alpha-\beta)-1=\cos 2\alpha\cdot\cos 2\beta$

10) $\dfrac{\sin 2\alpha\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot(\operatorname{cosec}^2\alpha-\sec^2\alpha)}{2\cos^2\alpha-1}=2\operatorname{cosec}\alpha$

2099. Lihtsustada:

1) $3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha$

2) $\dfrac{\cos^2 2\alpha-4\cos^2\alpha+3}{\cos^2 2\alpha+4\cos^2\alpha-1}$

3) $\tan 3\alpha-\tan 2\alpha-\tan\alpha$

4) $4\sin^3\alpha\cdot\cos 3\alpha+4\cos^3\alpha\cdot\sin 3\alpha$

5) $1+\cos 2\alpha+2\sin^2\alpha$

6) $\dfrac{1+\cos\alpha+\cos 3\alpha+\cos 2\alpha}{4\cos\frac{\alpha}{2}}$

7) $(\tan\alpha+\cot\alpha)\cdot 2\tan\frac{\alpha}{2}\left(1-\tan^2\frac{\alpha}{2}\right)$

8) $\dfrac{\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}\cdot\tan\left(\frac{3\pi}{4}+\alpha\right)+$

$$+\frac{2\cos\left(\alpha+\frac{7\pi}{4}\right)\cdot\sin\left(\alpha-\frac{5\pi}{4}\right)}{1+\sin 2\alpha}$$

§ 33. TRIGONOMEETRILISTE FUNKTSIOONIDE KORRUTISE TEISENDAMINE SUMMAKS JA SUMMA TEISENDAMINE KORRUTISEKS. TRIGONOMEETRILISTE AVALDISTE ARVUTAMINE

Trigonomeetriliste funktsioonide korrutise teisendamine summaks

2100. Arvutada järgmiste avaldiste väärtused kahel viisil: a) korrutades vahetult tabelist saadud väärtused; b) teisendades korrutised summaks ja liites tabelist saadud väärtused.

1) $\sin 42^\circ\cdot\sin 18^\circ$
2) $\cos 21^\circ\cdot\cos 33^\circ$
3) $\sin 33^\circ\cdot\cos 47^\circ$
4) $\cos\frac{\pi}{5}\cdot\cos\frac{\pi}{10}$

2101. Arvutada tabeleid kasutamata:

1) $\sin 45^\circ\cdot\sin 15^\circ$
2) $\cos 75^\circ\cdot\sin 105^\circ$
3) $\cos 75^\circ\cdot\cos 15^\circ$
4) $\sin\frac{\pi}{24}\cdot\sin\frac{5\pi}{24}$

Teisendada korrutised summaks (ülesanded **2102—2104**):

2102. 1) $\sin 28^\circ\cdot\cos 10^\circ$
2) $2\cos 14^\circ\cdot\cos 52^\circ$
3) $\sin 37^\circ\cdot\sin 17^\circ$
4) $\frac{2}{3}\sin 12^\circ\cdot\cos 28^\circ$
5) $\cos\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{4}$
6) $\sin 0{,}75\cdot\sin 0{,}25$

2103. 1) $\sin 2\alpha\cdot\sin 4\alpha$
2) $4\sin(45^\circ+\alpha)\cdot\cos(45^\circ-\alpha)$
3) $2\sin(x+y)\cdot\sin(x-y)$
4) $\cos\left(\frac{2}{3}x+1\right)\cdot\cos\left(\frac{1}{3}x-2\right)$
5) $\cos^2\beta$
6) $\cos^2(x-\alpha)$

2104. 1) $\sin 10^\circ\cdot\cos 8^\circ\cdot\cos 6^\circ$
2) $2\cos 16^\circ\cdot\sin 24^\circ\cdot\sin 50^\circ$
3) $\sin 2\alpha\cdot\sin 4\alpha\cdot\sin 6\alpha$

4) $2 \cos 1 \cdot \cos 2 \cdot \cos 3$
5) $8 \sin \beta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin 4\beta \cdot \cos 8\beta$

2105. Tõestada samasus:

$$\sin \alpha - 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 15°\right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + 15°\right) = \frac{1}{2}$$

Trigonomeetriliste funktsioonide summa teisendamine korrutiseks

Teisendada korrutiseks (ülesanded **2106—2113**):

2106. 1) $\sin 40° + \sin 20°$
2) $\sin 50° - \sin 40°$
3) $\cos 37° + \cos 23°$
4) $\cos 47° - \cos 73°$
5) $\sin 14° + \sin 76°$
6) $\cos 23° - \cos 47°$

2107. 1) $\sin 17° - \sin 20°$
2) $\cos 47°37' + \cos 15°41'$
3) $\sin 83°52' + \sin 32°11'$
4) $\cos 53°39' - \cos 27°23'$
5) $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{7\pi}{10}$
6) $\sin \frac{\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{20}$

2108. 1) $\tan 47° + \tan 13°$
2) $\tan 60° - \tan 20°$
3) $\cot 12°37' - \cot 57°37'$
4) $\cot 1 - \cot 2$

2109. 1) $\sin 51° + \cos 63°$
2) $\cos 19° - \sin 41°$
3) $\sin 47°13' - \cos 22°41'$
4) $\cos \frac{3\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{5}$
5) $\tan 40° - \cot 70°$
6) $\cot 23° + \tan 15°$

2110. 1) $\sin \beta - \sin \alpha$
2) $\sin \alpha + \cos \alpha$
3) $\cos \beta + \sin \alpha$
4) $\sin \alpha - \cos \alpha$
5) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$
6) $\cos^2 20° - \cos^2 40°$
7) $\sin^2 37° - \cos^2 23°$
8) $\sin^2 \alpha - \cos^2 \beta$
9) $\tan^2 42° - \tan^2 18°$
10) $\cot^2 \alpha - \cot^2 \beta$

2111. 1) $\sin 2\alpha - \sin 4\alpha$
2) $\cos 6\alpha + \cos 4\alpha$
3) $\sin \alpha + \sin 3\alpha$
4) $\cot 3\alpha - \cot 6\alpha$
5) $\cos(67° + \alpha) + \cos(53° - \alpha)$
6) $\sin \frac{\alpha + \beta}{2} - \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

2112. 1) $\sin 19° - \sin 25° + \sin 31°$
2) $\sin 80° - \sin 20° + 2 \cos 50° \cdot \sin 20°$
3) $\sin 47° + \sin 61° - \sin 11° - \sin 25°$
4) $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 5\alpha$
5) $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 4\alpha + \sin 5\alpha$

2113. 1) $\frac{\sin 35° - \sin 25°}{\sin 35° + \sin 25°}$
2) $\frac{\cos 56° + \cos 34°}{\cos 56° - \cos 34°}$
3) $\frac{\cos \alpha - \cos \beta}{\sin \alpha + \sin \beta}$
4) $\frac{\sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}$
5) $\frac{\sin(45° + \alpha) + \sin(45° - \alpha)}{\sin(45° + \alpha) - \sin(45° - \alpha)}$

6) $\frac{\sin 76^\circ - \cos 26^\circ}{\cos 4^\circ - \sin 74^\circ} - \cos 10^\circ$

7) $\frac{\cos 75^\circ + \sin 35^\circ}{\sin 76^\circ - \cos 36^\circ} + \frac{1}{\sin 11^\circ}$

Teisendada korrutiseks, kasutades tähtsamate nurkade trigonomeetrilisi funktsioone või argumendi poolitamise valemeid (ülesanded **2114—2116**):

2114. 1) $1 + \cos 20^\circ$
2) $1 - \cos \alpha$
3) $\sin 40^\circ - 1$
4) $1 + \sin \alpha$
5) $1 - \tan 25^\circ$
6) $\cot 15^\circ + 1$

2115. 1) $2 \cos \alpha - 2$
2) $\frac{1}{2} + \sin 20^\circ$
3) $1 - 2 \sin 50^\circ$
4) $\sqrt{2} + 2 \cos \alpha$
5) $\sqrt{3} + 2 \sin \alpha$
6) $2 \cos \alpha - \sqrt{3}$
7) $2\sqrt{3} - 2 \tan 10^\circ$
8) $1 - \sqrt{3} \cot \alpha$

2116. 1) $1 - 4 \sin^2 24^\circ$
2) $3 - 4 \sin^2 \alpha$
3) $3 - \tan^2 \alpha$
4) $1 - 3 \cot^2 36^\circ$

Teisendada korrutiseks (ülesanded **2117—2119**):

2117. 1) $\sin \alpha - \tan \alpha$
2) $\cos \alpha + \cot \alpha$

2118. 1) $1 + \sin 70^\circ + \cos 70^\circ$
2) $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$
3) $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha$
4) $1 + \sin 35^\circ + \cos 35^\circ + \tan 35^\circ$
5) $1 - \cos \alpha + \sin \alpha - \tan \alpha$
6) $\tan \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} - \cot \alpha - \frac{1}{\cos \alpha}$

2119. 1) $\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}$, kui $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
2) $\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}$, kui $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

2120. Kontrollida võrduste kehtivust:
1) $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \sin 70^\circ = 0$
2) $\sin 55^\circ + \sin 5^\circ - \cos 25^\circ = 0$
3) $\cos 72^\circ - \sin 78^\circ + \cos 48^\circ = 0$
4) $\frac{\cos 48^\circ + \cos 76^\circ - \cos 34^\circ}{\cos 76^\circ + \cos 62^\circ - \cos 48^\circ} = 2 \sin 76^\circ$
5) $\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ = \frac{8 \cos 20^\circ}{3}$

Tõestada samasused (ülesanded **2121—2124**):

2121. 1) $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \cot \frac{\beta - \alpha}{2}$
2) $\frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha - \sin \beta} = \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$

3) $\dfrac{\sin\alpha+\sin 3\alpha+\sin 5\alpha+\sin 7\alpha}{\cos\alpha-\cos 3\alpha+\cos 5\alpha-\cos 7\alpha}=\cot\alpha$

4) $\dfrac{\sin\alpha-\sin 2\alpha-\sin 4\alpha+\sin 5\alpha}{\cos\alpha-\cos 2\alpha-\cos 4\alpha+\cos 5\alpha}=\tan 3\alpha$

2122. 1) $\dfrac{\sin^2 2\alpha-4\sin^2\alpha}{\sin^2 2\alpha-4+4\sin^2\alpha}=\tan^4\alpha$

2) $\dfrac{\sin\alpha+\sin\beta}{\tan\dfrac{\alpha+\beta}{2}+\cot\dfrac{\alpha-\beta}{2}}=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)}{2\cos\beta}$

2123. 1) $\sqrt{1+\sin\alpha}+\sqrt{1-\sin\alpha}=2\cos\frac{\alpha}{2}$, kui $0°<\alpha<90°$

2) $\sqrt{1+\sin 2\alpha}-\sqrt{1-\sin 2\alpha}=2\sin\alpha$, kui $0°<\alpha<45°$

2124. 1) $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

2) $\sin^2(\alpha+\beta)-\cos^2\alpha-\cos^2\beta=$
$=2\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos(\alpha+\beta)$

2125.* Teisendada korrutiseks, kasutades abinurka:

1) $3\sin 20°+4\cos 20°$ 3) $7\sin\alpha+5$
2) $4\sin\alpha-3\cos\alpha$ 4) $a+b$

2126.* Eeldades, et $\alpha+\beta+\gamma=180°$, tõestada järgmiste võrduste kehtivus:

1) $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=4\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2}$

2) $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=1+4\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma}{2}$

2127.* Leida resultantvõnkumise amplituud ja algfaas, kui komponentvõnkumiste võrrandid on

$$s_1=2\sin\frac{t}{2}\quad\text{ja}\quad s_2=2\sin\left(\frac{t}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$$

Trigonomeetriliste avaldiste arvutamine

2128. Arvutada tabelite abil:

1) $\sin^2 37°$ 4) $\sqrt{\sin 67°25'}$
2) $\cos^2 21°15'$ 5) $\sqrt{\cos 48°40'}$
3) $\tan^2 56°45'$ 6) $\sqrt{\cot 13°32'}$

2129. Arvutada tabelite abil teravnurk x, kui

1) $\sin^2 x=0{,}4832$ 3) $\tan^2 x=15{,}32$
2) $\cos^2 x=0{,}144$ 4) $\cot^2 x=0{,}0308$

2130. Leida tabelist:

1) $\lg \sin 37°$
$\lg \cos 65°24'$
$\lg \tan 43°36'$
$\lg \cot 3°48'$

2) $\lg \sin 41°51'$
$\lg \cos 10°14'$
$\lg \tan 74°24'$
$\lg \cot 89°29'$

3) $\lg \sin 56°33'$
$\lg \cos 13°03'$
$\lg \tan 25°45$
$\lg \cot 17°37'$

4) $\lg \sin 137°$
$\lg \cos 325°32'$
$\lg \tan 219°17'$
$\lg \cot 415°35'$

2131. Leida teravnurk x, kui

1) $\lg \sin x = \overline{1},7951$
$\lg \cos x = \overline{1},5684$
$\lg \tan x = 0,7803$
$\lg \cot x = \overline{1},5632$

2) $\lg \sin x = \overline{1},9777$
$\lg \cos x = \overline{1},8815$
$\lg \tan x = \overline{2},8130$
$\lg \cot x = 2,3333$

3) $\lg \sin x = \overline{1},54$
$\lg \cos x = \overline{2},1$
$\lg \tan x = 2$
$\lg \cot x = -1$

4) $\lg \sin x = -0,4375$
$\lg \cos x = -0,6842$
$\lg \tan x = -1,4322$
$\lg \cot x = -0,7$

Arvutada logaritmide tabeli abil (ülesanded **2132—2135**):

2132. 1) $\sin^2 56°$

2) $\tan^3 49°50'$

3) $\sqrt[3]{\cos 76°32'}$

4) $\sqrt[4]{-\cot^3 142°}$

2133. 1) $\dfrac{127,9 \cdot \sin 28°}{\sin 65°}$

2) $\dfrac{0,5673 \cdot \cos 15°26'}{\tan 49°50'}$

3) $\dfrac{\sin^2 17°16' \cdot \cos 56°40'}{0,0051 \cdot \sqrt{\tan 35°12'}}$

4) $\sqrt{\sin 143°15' \sqrt{\tan 230°10'}}$

2134. 1) $\dfrac{\sin 52°13' + \sin 37°47'}{\cos 15°10' - \cos 55°20'}$

2) $\dfrac{\tan 31°15' + \tan 76°15'}{\tan 31°15' - \tan 13°45'}$

2135. 1) $2,37\sqrt[3]{0,03}(1 - \sin 29°14')$

2) $\dfrac{a}{\sin \alpha}\sqrt{\cot^2 \alpha - 1}$, kui $a = 12,56$ ja $\alpha = 26°26'$

3) $\dfrac{0,98^5\sqrt[3]{\sin 32° - \cos 76°}}{1 + \cos 20°}$

4) $\dfrac{\sqrt[5]{0,1}}{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}$, kui $\alpha = 65°45'$ ja $\beta = 15°15'$

Arvutada lükati abil (ülesanded **2136—2138**):

2136. 1) $\sin^2 59°30'$

2) $\cos^3 54°20'$

3) $\sqrt{\tan 74°}$

4) $\sqrt[3]{\cot 88°47'}$

2137. 1) $\dfrac{34{,}4 \cdot \sin 25°30'}{\sin 29°40'}$ 6) $\dfrac{8560}{2{,}35^2 \cdot \tan 74°}$

2) $\dfrac{7{,}35 \cdot \cos 68°20'}{\sin 47°30'}$ 7) $\dfrac{0{,}835}{\sin 56° \cdot \cos 41°}$

3) $\dfrac{735 \cdot \sin 25°10'}{1{,}78}$ 8) $\dfrac{432}{\sin 53° + \sin 27°}$

4) $\dfrac{0{,}834 \cdot 16{,}2}{\cos 39°}$ 9) $\dfrac{\sqrt{2{,}34} \cdot \cot 72°30'}{0{,}980}$

5) $\dfrac{\tan 42°}{1{,}25 \cdot 0{,}93}$ 10) $\dfrac{\sqrt[3]{65} \cdot 0{,}790}{1 + \tan 142°}$

2138. 1) $\left(\dfrac{12{,}5}{\cos 66°}\right)^2$ 3) $\sqrt{23{,}5 + 2{,}35 \cos 82°}$

2) $(\sqrt[3]{10} \cdot \tan 40°40')^3$ 4) $\sqrt{0{,}735 - 0{,}735 \sin 46°}$

§ 34. TRIGONOMEETRILISED PÖÖRDFUNKTSIOONID. TRIGONOMEETRILISED VÕRRANDID

Trigonomeetrilised pöördfunktsioonid

2139. Leida järgmiste funktsioonide pöördfunktsioonid:

1) $y = 0{,}5x$ 4) $y = 8x^3$

2) $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 5) $y = 3^x$

3) $y = x^2$ 6) $y = \log_2 x$

2140. Väljendada arc-sümboli abil x, kui

1) $\sin x = \frac{3}{5}$ 4) $\tan x = -7$

2) $\sin x = -\frac{3}{4}$ 5) $\tan x = \frac{a}{b}$

3) $\cos x = 0{,}4$ 6) $\cot x = \frac{a^2 + b^2}{2}$

2141. Väljendada kraadides:

1) $\arcsin \frac{1}{2}$ 6) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

2) $\arcsin 1$ 7) $\arctan 0$

3) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ 8) $\operatorname{arccot} 1$

4) $\arccos 1$ 9) $\arctan(-\sqrt{3})$

5) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 10) $\operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{2}}{2}$

11) $\operatorname{Arccos}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 12) $\operatorname{Arctan}(-1)$

2142. Tabeleid kasutades väljendada kraadides:

1) $\arcsin 0{,}8345$
2) $\arccos(-0{,}8372)$
3) $\operatorname{Arccos}(-0{,}8843)$
4) $\operatorname{Arctan} 2{,}36$

2143. 1) Kuidas muutub funktsioon $y = \arcsin x$, kui x suureneb -1-st kuni $+1$-ni? Missugustel argumendi väärtustel on see funktsioon a) positiivne; b) negatiivne; c) võrdne nulliga? Kuidas saab joonestada nimetatud funktsiooni graafiku, arvestades, et on tegemist $y = \sin x$ pöördfunktsiooniga?

2) Vastata analoogilistele küsimustele funktsiooni $y = \arccos x$ suhtes.

2144. 1) Leida funktsiooni $y = \frac{1}{2}\sin x$ pöördfunktsioon. Missuguses vahemikus on saadud funktsiooni argumendi lubatavad väärtused?

2) Leida funktsiooni $y = 2\cos x$ pöördfunktsioon. Missuguses vahemikus on saadud funktsiooni argumendi lubatavad väärtused?

Arvutada (ülesanded **2145**—**2149**):

2145. 1) $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$
2) $\sin(\arctan 1)$
3) $\cos\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
4) $\tan(\arccos 1)$
5) $\cos\left[\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$
6) $\cot\left[2\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$
7) $\sin\left[2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$
8) $\tan\left[\frac{1}{2}\arcsin(-1)\right]$

2146. 1) $\sin(\arcsin 0 + \arccos 0)$
2) $\cos\left(\arcsin\frac{1}{2} + \arccos\frac{1}{2}\right)$
3) $\tan\left(\arctan\sqrt{3} - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
4) $\cos(\arccos 0° - \operatorname{arccot} 1)$

2147. 1) $\sin(\arcsin 0{,}7)$
2) $\cos[\arccos(-0{,}2)]$
3) $\sin\left(\arccos\frac{3}{5}\right)$
4) $\cos(\arcsin 0{,}8)$
5) $\tan\left(\arctan\frac{m}{n}\right)$
6) $\cot(\arctan 2)$
7) $\tan\left(\arcsin\frac{15}{17}\right)$
8) $\cot\left(\arccos\frac{12}{13}\right)$

2148. 1) $\tan\left(\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{3}\right)$

2) $\tan\left(\operatorname{arccot}4-\arctan\frac{1}{5}\right)$

3) $\sin(\arcsin 0{,}6+\arcsin 0{,}8)$

4) $\cos\left(\arcsin\frac{3}{5}-\arccos\frac{5}{13}\right)$

5) $\cos\left(\arctan\sqrt{2}+\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2149. 1) $\tan\left(2\arctan\frac{1}{4}\right)$ 3) $\sin\left(2\arccos\frac{12}{37}\right)$

2) $\cos(2\arcsin 0{,}4)$ 4) $\sin\left[2\arctan\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$

2150. Kontrollida võrduste kehtivust:

1) $\arcsin\frac{8}{17}=\arccos\frac{15}{17}$

2) $\arctan 9+\arctan\frac{5}{4}=\frac{3}{4}\pi$

3) $\arcsin\frac{7}{25}+\frac{1}{2}\arccos\frac{7}{25}=\arccos\frac{3}{5}$

2151. Tõestada samasused:

1) $\tan\left(\operatorname{arccot}\frac{1}{x}\right)=x$, kui $x\neq 0$

2) $2\arccos m=\arccos(2m^2-1)$, kui $0\leqslant m\leqslant 1$

3) $\frac{1}{2}\arccos a=\arccos\sqrt{\frac{1+a}{2}}$

4) $\cos(2\arctan x)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$

2152. Leida x ja y, kui

$\arcsin\frac{480}{481}=\arccos x=\arctan y$

Trigonomeetrilised võrrandid

Lahendada võrrandid (ülesanded **2153—2158**):

2153. 1) $2\sin x-1=0$ 5) $5\sin x-4=0$

2) $\sqrt{2}\cos x-1=0$ 6) $3\cos x-2=0$

3) $2\tan x-2=0$ 7) $0{,}3\tan x-0{,}123=0$

4) $\sqrt{3}\cot x-1=0$ 8) $5\cot x-12{,}65=0$

2154. 1) $\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$
2) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$
3) $\tan x + \sqrt{3} = 0$
4) $\sqrt{3}\cot x + 1 = 0$
5) $2\sin x + 1{,}454 = 0$
6) $7\cos x + 2 = 0$
7) $\sin(x - 20°) = -0{,}5$
8) $\tan(x + 1) = -1$

2155. 1) $\sin x = 0$
2) $\cos x = 1$
3) $\cos x = 0$
4) $\sin x = 1$
5) $\tan x = 0$
6) $\cot x = 0$
7) $\sin x = -1$
8) $\cos x = -1$

2156. 1) $\sin 2x = \frac{1}{2}$
2) $\tan 5x = -\sqrt{3}$
3) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
4) $\sin \frac{x}{3} = 0{,}4321$

2157. 1) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$
2) $\sin^2 x = \frac{3}{4}$
3) $\cot^2 x = 1$
4) $4\cos^2(180° - x) - 1 = 0$

2158. 1) $\sin^2 x - \sin x = 0$
2) $2\cos^2 x = -\cos x$
3) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$
4) $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$
5) $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$
6) $3\cos^2 x - 10\cos x + 3 = 0$
7) $\tan^2 2x = \tan 2x$
8) $\cot^2 x - 2\cot x - 1 = 0$

2159. Lahendada võrrandid, teisendades funktsioonid samanimelisteks:
1) $2\sin^2 x = \cos^2 x + 2$
2) $3\sin x = 2\cos^2 x$
3) $\sin^2 x = \frac{3}{2}\cos x$
4) $\tan x + 3\cot x = 4$
5) $8\sin^2 2x - 2\cos 2x = 5$
6) $\tan x = \cos x$
7) $\cot x = \frac{2}{\cos x}$
8) $2\sin x \cdot \tan x = 3$
9) $\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cot x = \frac{5}{4}$
10) $\cos x - 1 + 2\sin x \cdot \tan x = 0$
11) $\tan x + 2\cos x - 2\tan x \cdot \cos x = 1$
12) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1}{\tan x} - 2 = 0$

13) $\sqrt{2}\sin^2(x+10°)+\cos(x+10°)=0$

14) $\sin^4\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\cos^4\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

2160. Lahendada järgmised siinuse ja koosinuse suhtes homogeensed võrrandid või nendeks taanduvad võrrandid:

1) $\sin x=\cos x$

2) $\sin x=-\sqrt{3}\cos x$

3) $5\sin 3x-2\cos 3x=0$

4) $\sin(2x+30°)+\cos(2x+30°)=0$

5) $3\cos^2 x=\sin^2 x$

6) $2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x+\cos^2 x=0$

7) $5\sin^2 x-3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

8) $4\cos^2 x-2\sin x\cdot\cos x=1$

9*) $\cos^3 x\cdot\sin x+\cos^2 x\cdot\sin^2 x-3\cos x\cdot\sin^3 x-$
$-3\sin^4 x=0$

Lahendada võrrandid, rakendades liitmisvalemeid või järeldusi nendest (ülesanded **2161—2166**):

2161. 1) $2\sin(90°+x)-3\cos(180°+x)=5$

2) $\cos\left(\frac{3}{2}\pi-x\right)+\sin(2\pi-x)=\sqrt{3}$

3) $2\sin^2(180°+x)+3\sin(270°+x)=0$

4) $\sin(x-2\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=2$

5) $2\cot(x-90°)+3\tan(x+270°)+5=0$

6) $\cos^2(\pi-x)+\cos^2\left(x-\frac{3}{2}\pi\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-$
$-2\sin(\pi-x)\cdot\tan(x-\pi)=0$

2162. 1) $\cos(x+60°)-\sin(x-60°)=0$

2) $\cos(\alpha+x)\cdot\cos(\alpha-x)+0{,}25=\cos^2\alpha$

3) $\sin 3x\cdot\cos x-\cos 3x\cdot\sin x=0$

4) $\cos 2x\cdot\sin 5x=\sin 2x\cdot\cos 5x$

5) $\sin 2x\cdot\sin x=\cos 2x\cdot\cos x+0{,}5$

6) $\cos 5x=-\sin 2x\cdot\sin 3x$

2163. 1) $\sin 2x=\sin x$

2) $\cos 2x=\cos^2 x$

3) $\sin x\cdot\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4}$

4) $\cos^2 x-\sin^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

5) $\sin^2 2x-\cos^2 2x=0{,}5$

6) $\sin 3x\cdot\cos 3x=-0{,}25$

7) $\sin\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{4}=0{,}5$

8) $\sin^2\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

9) $\tan 2x=\tan x$

10) $\tan 2x+3\tan x=0$

2164. 1) $1+\cos x=\cos^2\frac{x}{2}$ 3) $\tan^2\frac{x}{2}=1-\cos x$

2) $1-\cos x=\sin\frac{x}{2}$ 4) $\cot^2\frac{x}{2}=1+\cos x$

2165. 1) $\sin 3x+\sin x=0$

2) $\cos 4x+\cos 2x=0$

3) $\sin 5x=\sin x$

4) $\cos 3x=\cos x$

5) $\cos 4x=\cos x$

6) $\sin 3x=\cos x$

7) $\tan 5x=\tan 3x$

8) $\tan(45^\circ-x)=\tan 2x$

9) $\sin 5x+\sin x=2\cos x$

10) $\cos 7x+\cos x=\cos 4x$

11) $\sin(a+x)+\sin x=\cos\frac{a}{2}$

12) $\sin x+\cos 2x+\sin 3x+\cos 4x=0$

2166. 1) $\cos x\cdot\cos 3x=\cos 2x\cdot\cos 4x$

2) $\sin 5x\cdot\sin 7x=\sin 4x\cdot\sin 8x$

3) $\sin 2x\cdot\cos x=\cos x\cdot\sin 4x$

4) $\cos 2x\cdot\cos 3x=\sin 6x\cdot\sin x$

Lahendada võrrandid (ülesanded **2167—2173**):

2167. 1) $\cos 4x\cdot\cos 3x\cdot\cos 2x\cdot\cos x=0$

2) $\cos 3x\cdot\sin 2x\cdot\tan x=0$

3) $1-\cos x+\sin x-\sin x\cdot\cos x=0$

4) $\sin x+\cos x=1+\sin 2x$

2168. 1) $\sin^2 x-\cos^2 x=\cos x$

2) $\cos^2 x-2\sin x=-\frac{1}{4}$

3) $\cos^2(45^\circ+x)-\cos^2(45^\circ-x)=0$

4) $\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2=\sin x$

5) $\cos x-\sin x=1$

6) $\sin x-\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

7) $4\sin x+3\cos x=5$

2169. 1) $a\sin x-b\cos x=0$

2) $3\sin^2 2x-0{,}5\sin 4x-4\cos^2 2x=0$

2170. 1) $\sin 6x\cdot\cos x+\cos 6x\cdot\sin x=\sin x$

2) $\cos x\cdot\cos 4x+\sin x\cdot\sin 4x=-\sin x$

2171. 1) $\sin^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{1}{16}$

2) $\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = 2\cos 2x$

3) $\cos^4 x - \sin^4 x = \sin 2x$

4) $\sin^2 2x - 4\cos^2 x + 1 = 0$

2172. 1) $\sin 2x - \sin x = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

2) $\cos 3x = \cos x - \sin x$

3) $\sin 3x = \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

4) $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{3}$

5) $\tan x + \tan 2x = \sin 3x \cdot \cos x$

6) $1 - \cos 2x + \sin x = 2\cos^2 \frac{x}{2}$

7) $\sqrt{3}\sin(x - 45°) + \sin(x + 45°) = 2$

8) $\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = 0$

9) $\frac{1 - \tan \frac{x}{2}}{1 - \cot \frac{x}{2}} = \sin \frac{x}{2}$

10) $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$

11) $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 1 + \sin 2x$

12) $\frac{1 + \cos 2(a + x)}{2} + \frac{1 + \cos 2(a - x)}{2} = m$

13) $\frac{1}{2}(\sin^4 x + \cos^4 x) = \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

14) $\sin^3 x \cdot \cos x + \cos^3 x \cdot \sin x = \frac{1}{4}$

2173.* 1) $\sin^4 x = \sin 2x - \cos^4 x$

2) $1 + \sin x + \cos x = 2\cos\left(\frac{x}{2} - 45°\right)$

3) $\sec x + 1 = \sin(\pi - x) - \cos x \cdot \tan \frac{\pi + x}{2}$

4) $\cos^4 x - 8\cos^2 x + 2\sin 2x \cdot \cos x - 8\sin x + 8 = 0$

2174.* Lahendada võrrandisüsteemid; leida kõige väiksemad positiivsed erilahendid:

1) $\begin{cases} x + y = 90° \\ \sin x + \cos y = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 30° \\ \sin x - \cos y = \frac{1}{2} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2^{\sin x + \cos y} = 1 \\ 16^{\sin^2 x + \cos^2 y} = 4 \end{cases}$

2175. Lahendada võrrandid:

1) $\arcsin(x+1) = 30°$
2) $\arctan(2x-3) = 45°$
3) $\arccos(x^2 - 3x + 3) = 0$
4) $\arctan(x+2) - \arctan(x+1) = 45°$
5) $\arccos(x-1) = 2\arccos x$
6) $2\arctan\frac{1}{2} - \arctan x = 45°$
7) $\arcsin 2x + \arcsin 2\sqrt{3}x = 90°$
8) $\arcsin x = 2\arcsin\frac{x}{\sqrt{2}}$
9) $x = \arcsin(\cos x)$
10) $2\arcsin x = \arccos 2x$

§ 35. KALDNURKSETE KOLMNURKADE LAHENDAMINE

Siinuslause

2176. Lahendada kolmnurk, kui on antud üks külg ja kaks nurka:

1)	$a = 18$	$\alpha = 42°$	$\beta = 62°$
2)	$c = 20$	$\beta = 124°$	$\gamma = 31°$
3)	$c = 17{,}4$	$\beta = 44°30'$	$\gamma = 64°$
4)	$b = 12$	$\alpha = 114°$	$\gamma = 35°52'$
5)	$a = 48{,}8$	$\beta = 106°$	$\gamma = 25°40'$
6)	$b = 0{,}307$	$\alpha = 32°40'$	$\beta = 70°20'$
7)	$a = 951$	$\beta = 126°43'$	$\gamma = 13°41'$
8)	$b = 13{,}02$	$\alpha = 11°49'$	$\beta = 133°42'$
9)	$c = 15{,}94$	$\alpha = 51°38'$	$\beta = 18°19'$
10)	$a = 97{,}52$	$\alpha = 102°48'$	$\beta = 21°06'$

2177. Lahendada kolmnurk, kui on antud kaks külge ja ühe külje vastasnurk:

1)	$a = 62$	$b = 48$	$\alpha = 50°$
2)	$b = 65$	$c = 87$	$\gamma = 75°45'$
3)	$b = 0{,}24$	$c = 0{,}12$	$\beta = 44°$
4)	$a = 17{,}8$	$b = 18{,}3$	$\beta = 132°$
5)	$a = 10$	$b = 6{,}6$	$\beta = 41°18'$
6)	$a = 67{,}31$	$c = 111$	$\alpha = 37°20'$
7)	$b = 223{,}5$	$c = 327{,}9$	$\gamma = 116°20'$

8)	$b = 0{,}34$	$c = 0{,}46$	$\beta = 42°$
9)	$b = 2{,}4$	$c = 1{,}5$	$\gamma = 28°30'$
10)	$a = 23{,}62$	$c = 45{,}63$	$\alpha = 36°43'$

2178. Rööpküliku diagonaal on 45 cm ja moodustab rööpküliku külgedega nurgad 24° ja 57°. Arvutada küljed.

2179. Rööpküliku pikem diagonaal ja külg on vastavalt 27,3 dm ja 18,3 dm ning rööpküliku üks nurk 106°55′. Arvutada nurgad antud diagonaali ja rööpküliku külgede vahel.

2180. Võrdhaarse trapetsi 32 cm pikkune diagonaal jaotab trapetsi teravnurga kaheks osaks, moodustades suurema aluse ja haaraga vastavalt nurgad 28° ja 42°. Arvutada trapetsi küljed.

2181. Rööpküliku üks nurk on 82° ja lühem külg 15 cm. Selle külje juures oleva teravnurga poolitaja lõikab vastaskülje pikendust punktis, mis asetseb antud külje teise lähisnurga tipust 16 cm kaugusel. Arvutada rööpküliku pikem külg.

2182. Kolmnurga üks külg on 22 cm ning selle külje lähisnurgad 67° ja 22°30′. Arvutada kolmanda nurga poolitaja pikkus.

Koosinuslause

2183. Lahendada kolmnurk, kui on antud kaks külge ja nurk nende külgede vahel:

1)	$a = 93$	$b = 65$	$\gamma = 42°$
2)	$a = 22$	$c = 26$	$\beta = 78°$
3)	$b = 0{,}80$	$c = 0{,}60$	$\alpha = 50°$
4)	$b = 4{,}42$	$c = 5{,}72$	$\alpha = 65°20'$
5)	$a = 50{,}8$	$c = 32{,}3$	$\beta = 23°30'$
6)	$a = 36{,}52$	$c = 42{,}95$	$\beta = 8°44'$
7)	$b = 0{,}015$	$c = 0{,}025$	$\alpha = 19°11'$
8)	$b = 0{,}224$	$c = 0{,}718$	$\alpha = 124°$
9)	$a = 8{,}04$	$b = 3{,}36$	$\gamma = 110°50'$
10)	$a = 0{,}355$	$c = 0{,}555$	$\beta = 133°30'$

2184. Lahendada kolmnurk, kui on antud kolm külge:

1)	$a = 28$	$b = 35$	$c = 42$
2)	$a = 40$	$b = 19$	$c = 41$
3)	$a = 18$	$b = 16$	$c = 12$
4)	$a = 3{,}9$	$b = 4{,}1$	$c = 2{,}8$
5)	$a = 1{,}5$	$b = 2{,}5$	$c = 1{,}8$
6)	$a = 0{,}18$	$b = 0{,}23$	$c = 0{,}09$
7)	$a = 0{,}099$	$b = 0{,}101$	$c = 0{,}158$
8)	$a = 172{,}5$	$b = 1135$	$c = 1205$
9)	$a = 24{,}57$	$b = 24{,}74$	$c = 10{,}05$
10)	$a = 125{,}3$	$b = 176{,}2$	$c = 91{,}2$

2185. Rööpküliku küljed on 23 cm ja 11 cm ning nurk nende vahel 119°36′. Arvutada diagonaalid.

2186. Rööpküliku diagonaalid on 17 cm ja 19 cm ning nurk nende vahel 67°17′. Arvutada küljed.

2187. Ühest ja samast punktist on ringjoonele tõmmatud kaks puutujat, mille summa on 24,0 cm. Nurk nende puutujate vahel on 67°15′. Arvutada puutepunktide-vaheline kaugus.

2188. Arvutada rööpküliku nurgad, kui diagonaalid on 96 cm ja 48 cm ning üks külgedest 40 cm.

2189. Kolm ringi raadiustega 8 cm, 12 cm ja 15 cm puudutavad üksteist väliselt. Leida nende ringide keskjoonte vahelised nurgad.

Segaülesandeid

2190. Kahe lõikuva ringjoone ühine kõõl on nende ringjoonte keskpunktidest näha vastavalt nurkade 108° ja 96° all. Arvutada ringjoonte raadiused, kui ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus on 52 cm.

2191. Ühest ja samast punktist on ringjoonele tõmmatud kaks lõikajat, mis moodustavad teineteisega nurga 44°. Arvutada nende lõikajate pikkused, kui suurema lõikaja sisemise osa pikkus on 42 cm, lõikajatevahelise suurema kaare pikkus 140° ja sellele kaarele toetuva kõõlu pikkus 48 cm.

2192. Kolmnurgas ABC on antud külg $b = 16$ dm, nurk $\alpha = 122°$ ja selle nurga poolitaja $l = 10$ dm. Arvutada ülejäänud küljed.

2193. Resultantjõud 400 N on jaotatud kaheks komponendiks, millest üks on 275 N ja teine 325 N. Arvutada resultantjõu ja komponentide vahelised nurgad.

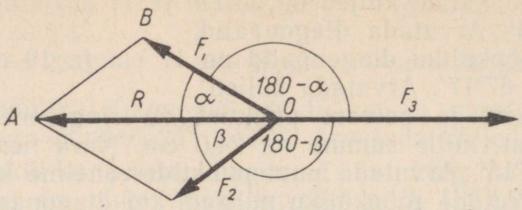
2194. Kaks jõudu mõjuvad ühele ja samale kehale, moodustades teineteisega nurga 75°. Resultantjõud jagab selle nurga suhtes 2 : 3. Leida resultantjõu suurus, kui väiksem jõud on 2,6 N.

2195. Ainepunktile mõjuvad jõud $P = 10{,}4$ N ja $Q = 10{,}5$ N, mis moodustavad teineteisega nurga 157°23′. Arvutada resultantjõud R ja nurgad, mis resultantjõud moodustab komponentidega.

2196. Lahutada resultantjõud $R = 300$ N kaheks komponendiks nii, et nurgad nende komponentide ja resultantjõu vahel oleksid 47°14′ ja 18°53′.

2197. On antud ühele ja samale kehale mõjuvad jõud $P = 12{,}5$ N ja $Q = 8$ N. Arvutada nurk nende jõudude vahel, kui resultantjõud on jõudude P ja Q geomeetriline keskmine.

2198. Ainepunktile mõjuvad jõud $F_1 = 33$ N ja $F_2 = 39$ N. Arvutada nurgad, mis jõud F_1 ja F_2 moodustavad tasakaalustava jõuga $F_3 = 60$ N (joon. 110).



Joon. 110.

Juhis. Tasakaalustav jõud F_3 võrdub jõudude F_1 ja F_2 resultantjõuga R ning on suunalt sellele vastupidine. Seega on kolmnurgas AOB antud kolm külge. Sellest kolmnurgast arvutame nurgad α ja β ning seejärel leitud nurkade kõrvunurgad $180° - \alpha$ ja $180° - \beta$.

2199. Jõud $F_1 = 25$ N, $F_2 = 36$ N ja $F_3 = 29$ N, mis mõjuvad ühes ja samas tasapinnas ühele ja samale ainepunktile, on tasakaalus. Arvutada jõudude F_1, F_2 ja F_3 vahelised nurgad.

2200. Ühest ja samast punktist alustavad sirgjooneliselt ja ühtlase kiirusega liikumist kaks keha. Üks nendest liigub kiirusega 2 m/s ja teine kiirusega 3 m/s. Kui kaugel on kehad teineteisest 10 sekundi pärast, kui liikumise suundade vaheline nurk on 34°?

2201. Aerodroomilt stardivad üheaegselt kaks lennukit. Üks nendest lendab kiirusega 192 km/h kirde suunas, teine kiirusega 256 km/h suunas, mis moodustab põhjasuunaga nurga 23° (lääne poole). Kui kaugel on lennukid teineteisest 2 tunni pärast.

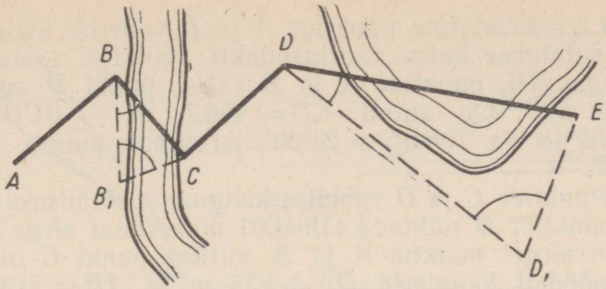
2202. Mast, mille kõrgus on 12 m, asetseb koonusekujulise mäe tipus. Mäenõlva punktist, mis on masti jalast 50 m kaugusel, paistab masti tipp mäenõlva suhtes 9°12′-se nurga all. Arvutada mäenõlva keskmine kaldenurk.

2203. Mäenõlva keskmine tõusunurk on 12°30′. Kui Päikese kõrgus on 37°40′, heidab mäetipule püstitatud vertikaalne mast mäenõlvale 31,2 m pikkuse varju. Arvutada masti kõrgus.

2204. Laev sõidab piki randa sirgjoonelisel kursil AE punktist A punkti B, mille kaugus punktist A on 3 km. Määrata sirge AE kaugus rannal olevast punktist C, kui nurk $CAB = 24°15′$ ja $CBE = 36°30′$.

2205. Laev liigub ühtlase kiirusega sirgjoonelisel kursil. Kell 12.00 paistab laevalt majakas kursi suhtes 18°-se nurga all, kell 14.00 aga 35°-se nurga all. Mis kell on majakas laeva traaversis (traaversiks nimetatakse laeva kursiga ristuvat suunda)?

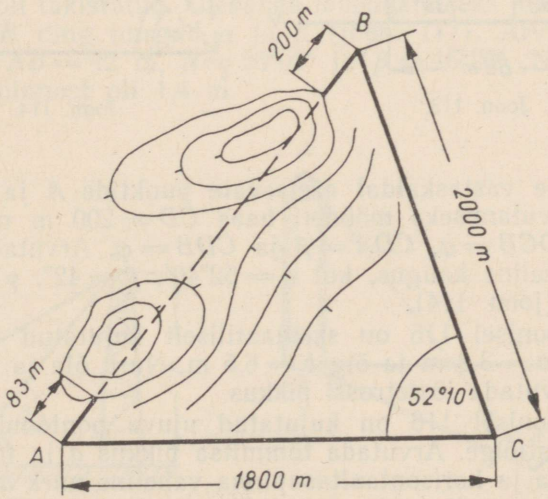
2206. Et leida punkti A kaugus ligipääsmatust punktist B, mõõdeti sirglõik $AC = 40{,}4$ m ning nurgad $BAC = 57°38′$ ja $ACB = 63°14′$. Arvutada kaugus AB.



Joon. 111.

2207. Teodoliidikäigu $ABCDE$ lõike BC ja DE ei olnud võimalik vahetult mõõta, sest punktide B ja C vahel oli jõgi ning punktide D ja E vahel osa järvest (joon. 111). Nende lõikude mõõtmiseks tähistati maastikul abipunktid B_1 ja D_1 ning mõõdeti pikkused $BB_1 = 64$ m ja $DD_1 = 185$ m ning nurgad $CBB_1 = 37°30'$, $BB_1C = 69°15'$, $EDD_1 = 28°10'$ ja $DD_1E = 73°$. Arvutada lõigud BC ja DE.

2208. Uue raudtee projekteerimisel tuli arvutada rajatava tunneli pikkus. Selleks mõõdeti tunneli suudmete läheduses võetud punktide A ja B kaugused punktist C (millest olid näha mõlemad võetud punktid), punktide A ja B kaugused tunneli suudmetest ja nurk ACB. Mõõtmistulemused on toodud joonisel 112. Arvutada tunneli pikkus.

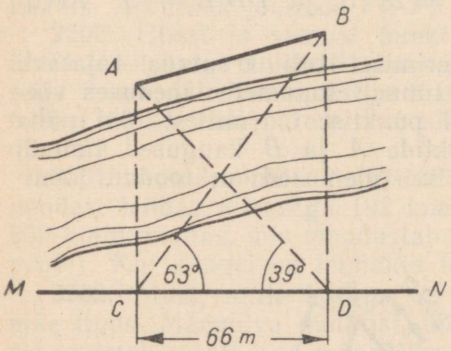


Joon. 112.

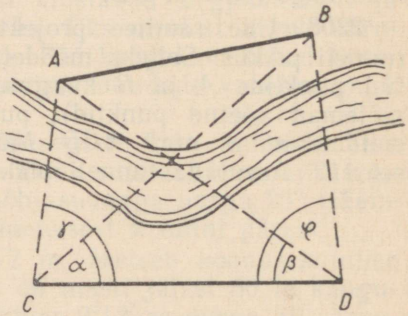
2209. Ligipääsmatute punktide A ja B vahelise kauguse leidmiseks kasutatakse kahte vaatluspunkti. Punkt C asetseb kujutletaval sirgel AB, punktide A ja B vahel, punkt D aga väljaspool sirget AB. On antud $CD = 460{,}7$ m, $\angle BCD = 95°16'$, $\angle ADC = 52°48'$ ja $\angle BDC = 24°39'$. Arvutada punkti A kaugus punktist B.

2210. Punktide C ja D vahelise kauguse mõõtmiseks (punkt C ei olnud punktist D nähtav) tähistati maapinnal sirge DN ning valiti sellel sirgel punktid A ja B, millest punkt C oli nähtav. Seejärel mõõdeti kaugused $DA = 836$ m ja $AB = 513$ m ning nurgad $DAC = 54°16'$ ja $DBC = 38°43'$. Arvutada CD.

2211. Ligipääsmatute punktide A ja B vahelise kauguse mõõtmiseks tähistati maapinnal sirge MN. Nurgamõõtja abil kanti sellele sirgele punktid C ja D, mis moodustasid punktidest A ja B sirgele MN tõmmatud ristjoonte alused. Seejärel mõõdeti nurgad BCD ja ADC ning kaugus CD. Mõõtmistulemused on toodud joonisel 113. Arvutada AB pikkus.



Joon. 113.

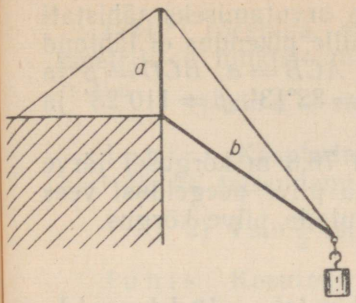


Joon. 114.

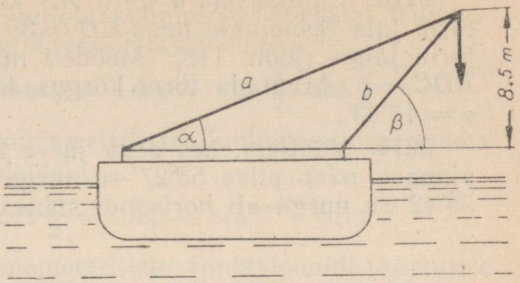
2212. Jõe vastaskaldal asetsevate punktide A ja B vahelise kauguse arvutamiseks mõõdeti baas $CD = 200$ m ning nurgad $ACD = \gamma$, $DCB = \alpha$, $CDA = \beta$ ja $CDB = \varphi$. Arvutada punktide A ja B vaheline kaugus, kui $\alpha = 52°40'$, $\beta = 42°$, $\gamma = 86°40'$ ja $\varphi = 81°15'$ (joon. 114).

2213. Joonisel 115 on skemaatiliselt kujutatud tõstekraana, mille mast $a = 3{,}8$ m ja õlg $b = 6{,}5$ m. Nurk õla ja masti vahel on 125°. Arvutada tõstetrossi pikkus.

2214. Joonisel 116 on kujutatud ujuva pontoonkraana skemaatiline ristlõige. Arvutada tõmmitsa pikkus a ja toe pikkus b, kui tõmmitsa ja horisontaaltasapinna vaheline nurk $\alpha = 32°$ ning toe ja horisontaaltasapinna vaheline nurk $\beta = 68°30'$. Kraana noole kõrgus pontooni tasapinnast on 8,5 m.



Joon. 115.

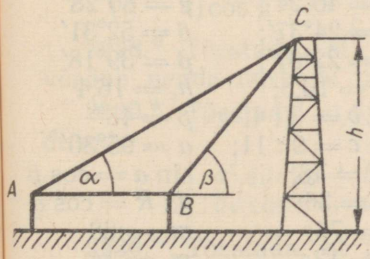


Joon. 116.

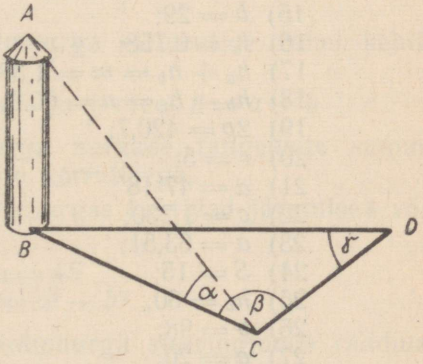
2215. Mererannal olevatest punktidest A ja B, mille vaheline kaugus oli 2,9 km, vaadeldi sirgjooneliselt, paralleelselt rannaga ja ühtlase kiirusega sõitvat laeva. Mingisugusel ajamomendil moodustas laeva asukoht vaadelduna punktist A suunaga AB nurga $\alpha = 102°05'$ ja vaadelduna punktist B suunaga BA nurga $\beta = 51°12'$. Kümne minuti pärast olid nurgad vastavalt $\alpha_1 = 84°16'$ ja $\beta_1 = 74°34'$. Arvutada laeva kiirus.

2216. Punktist D, mis asetses ühel ja samal sirgel punktidega A ja B (A ja B vahel), lennutati üles tuulelohe. Kui kõrgele tõusis tuulelohe, kui punktis A oli vaatenurk horisondi suhtes 40°40′ ja punktis B vastavalt 22°20′? Punktide A ja B vaheline kaugus oli 90 m ning nurgamõõtja kõrgus maapinnast 1,5 m.

2217. Oli tarvis mõõta torni kõrgus, kusjuures juurdepääs torni jalale oli takistatud. Ülesande lahendamiseks mõõdeti maastikul lõik AB ning nurgad α ja β (joon. 117). Arvutada torni kõrgus, kui $AB = 42$ m, $\alpha = 26°05'$ ja $\beta = 46°20'$. Nurgamõõtja kõrgus maapinnast oli 1,4 m.



Joon. 117.



Joon. 118.

2218. Ligipääsmatu torni AB kõrguse arvutamiseks tähistati torni jala tasapinnal baas $CD = 35$ m, mille pikendus ei läbinud torni jalga (joon. 118). Mõõdeti nurgad $ACB = \alpha$, $BCD = \beta$ ja $BDC = \gamma$. Arvutada torni kõrgus, kui $\alpha = 32°13'$, $\beta = 110°28'$ ja $\gamma = 47°43'$.

2219. Vaatleja, kes asub järve kaldal 76,8 m kõrgusel järve pinnast, näeb pilve 53°27′-se nurga all ja pilve peegeldust vees 55°42′-se nurga all horisondi suhtes. Arvutada pilve kõrgus.

Kaldnurksete kolmnurkade lahendamise erijuhtumeid

Tähistusi: a, b ja c — kolmnurga küljed; α, β ja γ — nende külgede vastasnurgad; S — kolmnurga pindala; $2p$ — ümbermõõt; R — ümberringjoone raadius; r — siseringjoone raadius; h_a, l_a ja m_a — küljele a vastav kõrgus, nurgapoolitaja ja mediaan.

2220.* Lahendada kolmnurgad:

1)	$R = 9{,}8$;	$\alpha = 52°$;	$\beta = 70°$
2)	$a = 12$;	$c = 20$;	$R = 16$
3)	$a = 80$;	$\beta = 97°$;	$R = 50$
4)	$b = 15$;	$\alpha = 53°08'$;	$S = 120$
5)	$a = 42{,}50$;	$\beta = 124°38'$;	$S = 2423$
6)	$a = 6$;	$b = 8$;	$S = 12$
7)	$a + b = 21$;	$\alpha = 51°$;	$\beta = 41°54'$
8)	$a - b = 0{,}85$;	$\alpha = 112°$;	$\beta = 36°$
9)	$a + b = 36{,}5$;	$c = 18{,}2$;	$\gamma = 52°30'$
10)	$a - b = 5{,}7$;	$c = 21{,}3$;	$\gamma = 38°30'$
11)	$a + b = 70$;	$\gamma = 34°24'$;	$S = 339$
12)	$b - c = 0{,}848$;	$\gamma = 31°54'$;	$R = 4{,}25$
13)	$\alpha = 97°46'$;	$r = 3{,}54$;	$S = 97{,}48$
14)	$h_a = 5{,}37$;	$\beta = 115°10'$;	$\gamma = 5°08'$
15)	$b = 29$;	$l_c = 31$;	$\alpha = 68°43'$
16)	$l_a = 0{,}758$;	$\beta = 98{,}31$;	$\gamma = 4°25'$
17)	$h_a + h_b = m = 1{,}381$;	$\alpha = 102°32'$;	$\beta = 58°17'$
18)	$h_b - h_c = n = 60{,}8$;	$\beta = 46°24'$;	$\gamma = 80°28'$
19)	$2p = 420{,}7$;	$\alpha = 24°37'$;	$\beta = 52°31'$
20)	$r = 5$;	$\alpha = 22°37'$;	$\beta = 39°18'$
21)	$\alpha = 47°18'$;	$h_b = 10{,}3$;	$h_c = 16{,}4$
22)	$c = 1{,}230$;	$a : b = 3 : 4$;	$\beta = 48°$
23)	$a = 63{,}51$;	$b : c = 9 : 11$;	$\alpha = 95°30'$
24)	$S = 15$;	$ab = 48$;	$\sin\alpha = \cos\beta$
25)	$h_b = 60$;	$h_c = 36$;	$a : R = \cos\alpha$
26)	$b = 98$;	$c = 76$;	$m_c = 68$
27)	$a = 20$;	$b = 12$;	$m_c = 14$
28)	$h_a = 8$;	$h_b = 12$;	$h_c = 18$

2221.* Tõestada, et kaldnurkse kolmnurga nurkade trigonomeetrilised funktsioonid rahuldavad järgmisi seoseid:

1) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2}$

Juhis. Kasutada trigonomeetriliste funktsioonide summa korrutiseks teisendamise valemeid.

2) $4\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2} = \sin\alpha + \sin\beta - \sin\gamma$

Juhis. Kasutada trigonomeetriliste funktsioonide korrutise summaks teisendamise valemeid.

3) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1 + 4\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma}{2}$

4) $4\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma}{2} - 1 = \cos\alpha + \cos\beta - \cos\gamma$

5) $\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma = \tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma$

2222.* Tõestada, kui α, β ja γ on kolmnurga nurgad, siis

$$\sin^2\alpha = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - 2\sin\beta\cdot\sin\gamma\cdot\cos\alpha$$

2223.* Tõestada, et kui kolmnurga nurkade kootangensid moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis ka selle kolmnurga külgede ruudud moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2224.* Tõestada, et kui kolmnurga küljed a, b ja c moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis ka $\cot\frac{\alpha}{2}$, $\cot\frac{\beta}{2}$ ja $\cot\frac{\gamma}{2}$ moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2225.* Tõestada, et igas kolmnurgas kehtib võrdus

$$b\cos\beta + c\cos\gamma = a\cos(\beta - \gamma)$$

2226.* Tõestada, et kui kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis kehtib kolmnurgas võrdus

$$\cos\frac{\alpha - \gamma}{2} = 2\sin\frac{\beta}{2}$$

2227.* Tõestada, et iga kolmnurga elementide vahel kehtib võrdus

$$(a+b)\cos\gamma + (b+c)\cos\alpha + (a+c)\cos\beta = a + b + c$$

2228.* Tõestada, et kolmnurga nurkade tangensite summa võrdub nende nurkade tangensite korrutisega.

2229.* Tõestada, et igas kolmnurgas kehtivad järgmised võrdused:

1) $a^2\sin 2\beta + b^2\sin 2\alpha = 4S$
2) $bc\cos\alpha - ac\cos\beta = a^2 - b^2$

2230.* Tõestada, et ühegi kolmnurga siseringjoone raadiuse ja ümberringjoone raadiuse suhe ei ole suurem kui $\frac{1}{2}$.

IV OSA

STEREOMEETRIA

§ 36. TASAPINNA RIST- JA KALDSIRGED. NURK SIRGE JA TASAPINNA VAHEL. PARALLEELSED SIRGED JA TASAPINNAD

Tasapinna rist- ja kaldsirged

2231. Tänavavalgustuslamp asetseb 5,4 m kõrguse posti otsas. 1) Määrata 1,8 m pikkuse mehe varju pikkus, kui mees seisab postist 4 m kaugusel.

2) Kui kaugel seisab 2 m pikkune mees samast valgustuspostist, kui tema varju pikkus on 1,5 m?

3) Kui kõrgel asetseb lamp, kui valgustuspostist 5 m kaugusel seisva 1,6 m pikkuse inimese varju pikkus on 1 m?

4) Kui pikk on inimene, kes 8 m kõrgusest valgustuspostist 8 m kaugusel seistes heidab 2 m pikkuse varju?

2232. Tehasekorstna varju pikkus on 36 m. Leida korstna kõrgus, kui 2 m pikkuse vertikaalse lati varju pikkus on samal ajal 1,5 m.

2233. 6,8 m pikkuse puu varju pikkus on 4,8 m. Teise puu varju pikkus on samal ajal 3,2 m. Arvutada teise puu pikkus.

2234. Maapinnal lebava palgi üks ots tõstetakse 3 m kõrgusele. Määrata palgi pikkus, kui tema projektsiooni pikkus maapinnal on 4 m.

2235. Tasapinnast 4 m kõrgusel asetsevast punktist tasapinnani tõmmatud kaldlõigu projektsiooni pikkus on 6 m. Leida kaldlõigu pikkus.

2236. Kuubi diagonaali projektsioon kuubi tahul on 10 cm. Leida diagonaal.

2237. Leida risttahuka diagonaal ja selle kõik projektsioonid tahkudel, kui risttahuka servad on 3 dm, 4 dm ja 5 dm.

2238. Kas uksest, mille mõõtmed on 2,5 m $\times$ 1,25 m, saab sisse tuua ristkülikukujulise raami, kui selle pikkus on 5 m ja laius 2,65 m?

2239. Missugune on risttahukakujulise toa kõige suurem joonpikkus, kui toa mõõtmed on 5,8 m × 4,2 m × 3 m?

2240. Arvutada redeli pikkus, kui redeli üks ots asetseb 4,8 m kõrgusel maapinnast ja teine ots 2,8 m kaugusel seinast.

2241. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist on tasapinnani tõmmatud kaldlõigud pikkustega 16 cm ja 20 cm. Leida teise kaldlõigu projektsioon tasapinnal, kui esimese kaldlõigu projektsioon on 6 cm.

2242. 50 cm kõrgusel väljaspool tasapinda asetsevast punktist on tasapinnani tõmmatud rist- ja kaldlõik. Määrata kaldlõigu pikkus, kui ta moodustab ristlõiguga nurga 39°42′.

2243. Kolmnurk, mille küljed on 12 cm, 16 cm ja 18 cm, asetseb pikima küljega tasapinnal ja tema kolmanda tipu kaugus tasapinnast on 6 cm. Leida kahe ülejäänud külje projektsioonid tasapinnal.

2244. Võrdkülgne kolmnurk, mille külg on a cm, asetseb ühe küljega tasapinnal. Kui kõrgel peab kolmnurga tipp asetsema tasapinnast, et kahe ülejäänud külje projektsioonid tasapinnal oleksid 2 korda väiksemad kui külg?

2245. Sirglõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 5,6 cm ja 8,4 cm. Leida sirglõigu pikkus, kui tema projektsiooni pikkus tasapinnal on 20 cm.

2246. 36 cm pikkuse sirglõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 16 cm ja 24 cm. Leida sirglõigu projektsioon tasapinnal.

2247. Kolmnurga ABC tipp A asetseb tasapinnast 1,2 dm kõrgusel, tipp B 2,4 dm kõrgusel ja tipp C 3,6 dm kõrgusel. Leida kolmnurga küljed, kui külje AB projektsioon tasapinnal on 6,8 dm, AC projektsioon 8 dm ja BC projektsioon 7,6 dm.

2248. Kolmnurga ABC tipp A asetseb tasapinnast 5,2 cm kõrgusel, tipp B 6,8 cm kõrgusel ja tipp C 7,8 cm kõrgusel. Leida kolmnurga külgede projektsioonid tasapinnal, kui $AB = 10$ cm, $AC = 12{,}4$ cm ja $BC = 16{,}2$ cm.

2249. Kui suure nurga peab sirglõik moodustama oma projektsiooniga tasapinnal, et ta oleks projektsioonist 1) kaks korda pikem; 2) neli korda pikem?

2250. Tasapinna punktidest A ja B on tõmmatud kaldlõigud, mis ristuvad väljaspool tasapinda asetsevas punktis C. Määrata kaldlõikude AC ja BC pikkused ning punkti C kaugus tasapinnast, kui $AB = 8$ cm ning AC ja BC projektsioonid antud tasapinnal on vastavalt 3 cm ja 5 cm.

2251. Tasapinda lõikava 160 cm pikkuse sirglõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 20 cm ja 60 cm. Leida sirglõigu projektsioon tasapinnal.

2252. 20 cm pikkune sirglõik lõikub tasapinnaga; lõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 6 cm ja 4 cm. Missuguse nurga moodustab antud sirglõik tasapinnaga?

2253. Tasapinnaga lõikuva 7,9 dm pikkuse sirglõigu projektsioonid tasapinnal on 2,4 dm ja 3,5 dm. Leida sirglõigu otspunktide kaugused tasapinnast.

2254. Võrdhaarse täisnurkse kolmnurga üks kaatet asetseb tasapinnal, teine kaatet moodustab oma projektsiooniga nurga 60°. Missuguse nurga moodustab hüpotenuus oma projektsiooniga?

2255. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist on tasapinnale tõmmatud kaldlõik ja ristlõik, mille pikkused on vastavalt 24 cm ja 16 cm. Leida ristlõigu projektsiooni pikkus kaldlõigul.

2256. Kaldlõigu pikkus on 28 cm ja tema projektsioon tasapinnal on 18 cm. Leida selle projektsiooni projektsioon antud kaldlõigul.

2257. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist K on tasapinnale tõmmatud ristlõik $KO = 8{,}9$ cm ning kaldlõigud KA ja KB, mis moodustavad teineteisega nurga 60° ja mille projektsioonid tasapinnal on $OA = 11{,}1$ cm ja $OB = 10{,}3$ cm. Leida punktide A ja B vaheline kaugus.

2258. On antud ruut küljega a cm. Kui kaugel ruudu tasapinnast asetseb punkt, mille kaugus ruudu igast tipust on $2a$ cm?

2259. On antud võrdkülgne kolmnurk küljega 6 cm. Kui kaugel kolmnurga tasapinnast asetseb punkt, mille kaugus kolmnurga igast tipust on 4 cm?

2260. Tasapinnal α asetsevad kaks paralleelset sirget, mille vaheline kaugus on 6 cm. Väljaspool tasapinda võetud punkti kaugus nendest sirgetest on vastavalt 25 cm ja 29 cm. Leida punkti kaugus tasapinnast α.

Nurk sirge ja tasapinna vahel

2261. Kaldlõigu pikkus on 20 cm ning tema üks otspunkt asetseb tasapinnal ja teise otspunkti kaugus tasapinnast on 8 cm. Leida, missuguse nurga moodustab kaldlõik tasapinnaga.

2262. Kaldlõigu pikkus on 6,4 cm ja tema projektsiooni pikkus tasapinnal on 3,9 cm. Missuguse nurga moodustab kaldlõik tasapinnaga?

2263. Kaldlõigu otspunktide kaugused tasapinnast on 12 cm ja 8 cm ning kaldlõigu pikkus 22 cm. Missuguse nurga moodustab kaldlõik tasapinnaga?

2264. Missuguse nurga moodustab kaldlõik tasapinnaga, kui tema pikkus on $2a$ ja tema projektsiooni pikkus tasapinnal on a?

2265. Missuguse nurga moodustab kaldlõik tasapinnaga, kui 1) kaldlõik ja tema projektsioon on võrdsed; 2) kaldlõigu projektsioon on 0?

2266. Kaldlõik AB, mille pikkus on $2a$, moodustab antud tasapinnaga nurga 50° ning kaldlõik CD, mille pikkus on $1{,}5a$,

moodustab sama tasapinnaga nurga 30°. Kumma kaldlõigu projektsioon sellel tasapinnal on suurem?

2267. Missuguse nurga moodustab kuubi diagonaal a) põhitahuga; b) kõigi tahkudega?

2268. Risttahuka põhjaservad on 6 cm ja 10 cm ning küljeserv 12 cm. Missuguse nurga moodustab risttahuka diagonaal a) põhitahuga; b) külgtahkudega?

2269. Risttahuka üks põhjaserv on teisest kaks korda väiksem ja küljeservast kolm korda väiksem. Missuguse nurga moodustab selle risttahuka diagonaal põhitahuga?

2270. Ruudu tipust on tõmmatud ruudu tasapinnaga ristuv lõik, mis on ruudu küljest kaks korda pikem. Ristlõigu ülemine tipp on ühendatud ruudu ülejäänud tippudega. Missuguse nurga moodustavad tekkinud sirglõigud ruudu tasapinnaga?

2271. Missugusesse punkti langevad kõikide selliste punktide projektsioonid, millest võrdkülgse kolmnurga tippudesse tõmmatud kaldlõigud moodustavad kolmnurga tasapinnaga võrdsed nurgad? Vastata samale küsimusele mistahes kolmnurga korral.

2272. Punkti kaugus tasapinnast on 10 cm. Leida, kui pikad on sellest punktist tasapinnale tõmmatud kaldlõigud, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 30°, 45° ja 60°.

2273. Võrdkülgse kolmnurga üks külg asetseb tasapinnal ja kaks ülejäänud külge moodustavad tasapinnaga nurga 30°. Missuguse nurga moodustab väljaspool tasapinda asetsevast kolmnurga tipust tõmmatud kõrgus antud tasapinnaga?

2274. Võrdhaarse kolmnurga alus a asetseb tasapinnal ja tipust alusele tõmmatud kõrgus h moodustab tasapinnaga nurga 60°. Missuguse nurga moodustavad antud tasapinnaga kolmnurga haarad, kui kolmnurga kõrgus h on alusest a kaks korda suurem?

2275. Ruudu üks külg asetseb tasapinnal ning tema diagonaal moodustab tasapinnaga nurga 30°. Missuguse nurga moodustavad antud tasapinnaga ruudu ülejäänud küljed? Missugune on suurim nurk, mille antud ruudu diagonaal võib tasapinnaga moodustada?

2276. Risttahuka diagonaal, mille pikkus on d, moodustab tahkudega nurgad 30°, 45° ja 60°. Missugused nurgad moodustab diagonaal ühest tipust lähtuvate servadega?

2277. Kuubi tipust tõmmatakse vastastahu keskpunkti sirglõik.

1) Missuguse nurga moodustab see lõik vastastahuga?

2) Missuguse nurga moodustab see lõik samast tipust lähtuvate servadega?

3) Missuguse diagonaaliga ta lõikub ja missugused lõikenurgad ta moodustab diagonaaliga?

2278. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus asetseb tasapinnal

ja täisnurga tipu kaugus tasapinnast on 6 cm. Missugused nurgad moodustavad kaatetid tasapinnaga, kui nende pikkused on 12 cm ja 15 cm?

Paralleelsed sirged ja tasapinnad

2279. Ruudu üks külg asetseb tasapinnal ning selle külje kaks lähiskülge moodustavad tasapinnaga nurga 60°. Leida neljanda külje kaugus tasapinnast.

2280. Kas sirglõik AB on tasapinnaga paralleelne, kui selle sirglõigu otspunktidest tasapinnale tõmmatud kaldlõigud $AC = 4a$ ja $BD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$ moodustavad tasapinnaga vastavalt nurgad 30° ja 60°?

2281. Mida võib järeldada väljaspool tasapinda asetseva sirglõigu AB kohta, kui ta võrdub oma projektsiooniga tasapinnal?

2282. Võrdhaarse trapetsi pikem alus asetseb tasapinnal ja kesklõigu kaugus tasapinnast on a. Kui kaugel tasapinnast asetseb teine alus?

2283. Ruudu üks külg asetseb tasapinnal ja selle külje lähisküljed moodustavad tasapinnaga nurga 65°30′. Arvutada ruudu neljanda külje kaugus tasapinnast, kui ruudu külg on 100 cm.

2284. Rombi üks külg asetseb tasapinnal ja lühem diagonaal moodustab tasapinnaga nurga 30°. Arvutada tasapinnaga paralleelse külje kaugus tasapinnast, kui rombi külg on 10 cm ja pikem diagonaal 16 cm.

2285. Kahe paralleelse tasapinna vahel asetsev sirglõik, mille pikkus on 20 cm, moodustab ühe tasapinnaga nurga 50°. Leida tasapindadevaheline kaugus.

2286. Kahe paralleelse tasapinna vahel asetseva sirglõigu pikkus on 12,1 cm ja tema projektsioon tasapindadel on 9,8 cm. Arvutada tasapindadevaheline kaugus.

2287. Nelinurkse kaldprisma küljeservad on 18 cm ja moodustavad põhjadega nurgad 60°. Leida prisma põhjade vaheline kaugus.

2288. Trapetsi pikem alus asetseb tasapinnal ja lühem alus on tasapinnast 30 cm kaugusel. Kui kaugel on tasapinnast trapetsi diagonaalide lõikepunkt, kui trapetsi alused suhtuvad nagu 6 : 4?

2289. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipp asetseb tasapinnal ning hüpotenuus on 2 cm kaugusel tasapinnast ja sellega paralleelne. Leida hüpotenuusi projektsioon antud tasapinnal, kui kaatetite projektsioonid sellel tasapinnal on $\sqrt{7}$ dm ja 1 dm.

2290. Trapetsi pikem alus asetseb tasapinnal, tema diagonaalide lõikepunkt jaotab diagonaalid osadeks, mis suhtuvad

nagu 9 : 11, ja lõikepunkti kaugus tasapinnast on 15 dm. Arvutada lühema aluse kaugus tasapinnast.

2291. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipu kaugus tasapinnast on 6 cm ning kahe ülejäänud tipu kaugus 7 cm. Leida täisnurkse kolmnurga hüpotenuus, kui kaatetite projektsioonid antud tasapinnal on 3 cm ja 5 cm.

2292. Väljaspool tasapinda asetseb tasapinnaga paralleelne lõik EF. Punktist E tõmmatakse tasapinnale ristlõik EG ja punktist F kaldlõik FK, mis on risti lõiguga EF. Leida lõigu GK pikkus, kui $EF = 3a$, $EG = 3a$ ja $FK = 4a$.

2293. Korrapärase püramiidi kõrgus on $2a$ cm ja tema põhjaks on ruut küljega a cm. Läbi püramiidi põhjaserva pannakse tasapind, mis läbib püramiidi kõrguse keskpunkti. Leida seejuures tekkiva lõike ümbermõõt.

2294. Korrapärase püramiidi kõrgus on 24 cm ja tema põhjaks on ruut küljega 16 cm. Seda püramiidi lõigatakse tasapinnaga, mis läbib püramiidi keskpunkti ja on paralleelne püramiidi põhjaga. Leida seejuures tekkiva lõike ümbermõõt.

2295. Kahe paralleelse tasapinna vahel asetsevate lõikude pikkused on 7,2 cm ja 10 cm ning nende projektsioonide summa ühel tasapinnal on 9 cm. Leida tasapindade kaugus teineteisest.

§ 37. KAHE- JA MITMETAHULISED NURGAD. RISTUVAD TASAPINNAD

Kahetahulised nurgad

2296. 1) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud punkt, mis on 6 cm kaugusel nurga servast. Leida selle punkti kaugus teisest tahust, kui kahetahulise nurga suurus on 45°.

2) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud punkt, mis on 2 cm kaugusel teisest tahust. Leida selle punkti kaugus servast, kui kahetahulise nurga suurus on 60°.

2297. 1) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud punkt, mis on 25 cm kaugusel nurga servast. Kui kaugel on see punkt teisest tahust, kui kahetahulise nurga suurus on 43°30′?

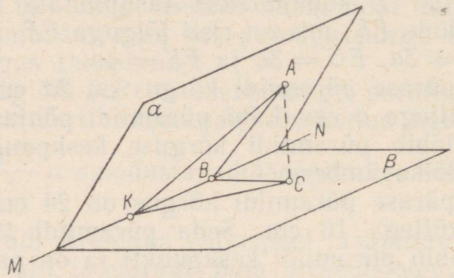
2) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud punkt, mille kaugus teisest tahust on 16 cm. Kui kaugel on see punkt kahetahulise nurga servast, kui kahetahulise nurga suurus on 62°?

2298. 1) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud kaks punkti, mille kaugused teisest tahust on 3,6 cm ja 9 cm. Esimese punkti kaugus kahetahulise nurga servast on 15 cm. Leida teise punkti kaugus kahetahulise nurga servast.

2) Kahetahulise nurga ühel tahul on võetud kaks punkti, mille kaugused kahetahulise nurga servast on 20 cm ja 12 cm.

Teades, et esimese punkti kaugus teisest tahust on 15 cm, arvutada teise punkti kaugus sellest tahust.

2299. Tasapinnal α asetsev punkt A on projekteeritud tasapinnale β ja nende tasapindade lõikejoonele MN. Tekkinud punktid on vastavalt C ja B (joon. 119). Punkt K on võetud vabalt sirgel MN. Tõestada, et nurk ABC on suurem nurgast AKC.



Joon. 119.

2300. 1) Määrata kahetahulise nurga suurus, kui ühel tahul võetud punkt on servast kaks korda kaugemal kui teisest tahust.

2) Määrata kahetahulise nurga suurus, kui ühel tahul võetud punkti kaugused servast ja teisest tahust on vastavalt 2 cm ja 1,82 cm.

2301. Kahetahulise nurga sees võetud punkti M kaugus nurga kummastki tahust on a. Leida punkti M kaugus servast, kui kahetahulise nurga suurus on 1) 90°; 2) 60°; 3) 120°; 4) 136°.

2302. 1) Kahetahulise täisnurga sees on võetud punkt, mis asetseb nurga tahkudest 6 dm ja 8 dm kaugusel. Leida selle punkti kaugus kahetahulise nurga servast.

2) Lõigu $AB = 27$ cm otspunktid toetuvad kahetahulise täisnurga tahkudele. Punktidest A ja B on kahetahulise nurga servale tõmmatud ristsirged AC ja BD. Leida lõik CD, kui $AC = 2$ cm ja $BD = 14$ cm.

2303. 1) 25 cm pikkuse lõigu otspunktid A ja B toetuvad kahetahulise nurga tahkudele ning nende kaugused kahetahulise nurga servast on $AC = 5$ cm ja $BD = 8$ cm. Leida lõik CD, kui kahetahuline nurk on 60°.

2) Lahendada eelmine ülesanne järgmiste andmetega: $AB = 16$ cm, $AC = 7$ cm, $BD = 11$ cm ja kahetahuline nurk on 120°.

2304. Kahetahulise täisnurga serval võetud punktist on tõmmatud kummalegi tahule sirge, mis moodustab servaga nurga 45°. Leida nurk nende sirgete vahel.

2305. Lõigu otspunktid asetsevad kahetahulise nurga tahkudel ning nende kaugused nurga servast on 2 dm ja $\sqrt{2}$ dm.

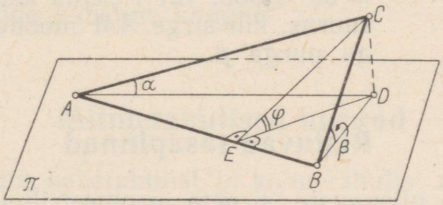
Lõigu kaugus kahetahulise nurga servast on 1 dm. Leida kahetahulise nurga suurus.

2306. 1) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus asetseb tasapinnal P ja kolmnurga tasapind moodustab tasapinnaga P nurga $\alpha = 60°$. Arvutada täisnurga tipu kaugus tasapinnast P, kui kolmnurga kaatetid on 15 cm ja 20 cm.

2) Läbi täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi on pandud tasapind, mis moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga 30°. Täisnurga tipu kaugus sellest tasapinnast on 12 dm. Arvutada hüpotenuus, kui üks kaateteist on 40 dm.

2307. 1) Täisnurkse kolmnurga ABC kaatet $AC = 12$ cm asetseb tasapinnal α ja kolmnurga tasapind moodustab tasapinnaga α nurga 60°. Leida tipu B kaugus tasapinnast α, kui kolmnurga hüpotenuus AB ja kaatet BC suhtuvad nagu 3 : 5.

2) Täisnurkse kolmnurga ABC hüpotenuus AB asetseb tasapinnal π ning kaatetid moodustavad tasapinnaga π nurgad $\alpha = 30°$ ja $\beta = 45°$ (joon. 120). Leida tasapindade ABC ja π vaheline nurk φ.



Joon. 120.

2308. 1) Läbi võrdhaarse kolmnurga aluse on pandud tasapind, mis moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga 45°. Kolmnurga tipu kaugus sellest tasapinnast on $5\sqrt{2}$ cm. Arvutada kolmnurga ümbermõõt, kui ta alus on 48 cm.

2) Kaks ühise alusega võrdhaarset kolmnurka moodustavad kahetahulise nurga 60°. Ühine alus on 32 cm; ühe kolmnurga haarad on 34 cm ja teise kolmnurga haarad on teineteisega risti. Leida kolmnurkade tippude kaugus teineteisest.

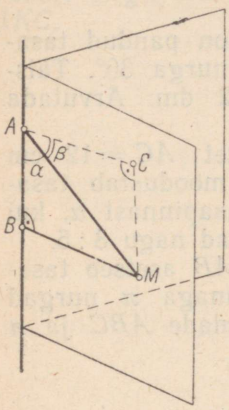
2309. Trapetsi alused on 5 cm ja 10 cm; läbi trapetsi ühe haara on pandud tasapind, mille kaugus teise haara keskpunktist on 6 cm. Leida selle tasapinna kaugus trapetsi teise haara otspunktidest.

2310. 1) Tõestada, et kolmnurga projektsiooni pindala võrdub kolmnurga pindala ja kaldenurga koosinuse korrutisega. Laiendada seda teoreemi mistahes kujundi pindalale.

2) Ruudukujulise põhjaga kioskile on vaja ehitada katus kaldenurgaga 15°. Arvutada katuse pindala (ilma räästata), kui

kioski põhja mõõtmed on 2 m × 2 m. Kas see pindala oleneb katuse kujust?

2311. 1) Korstna ristlõige on 60 cm × 80 cm ja katuse kaldenurk 35°. Arvutada korstna jaoks katusesse jäetud avause pindala.



Joon. 121.

2) Leida rööpküliku projektsiooni pindala tasapinnal, mis moodustab rööpküliku tasapinnaga nurga 23°, kui rööpküliku küljed on 3 cm ja 4 cm ning teravnurk 58°.

2312.* Romb $ABCD$, mille kõrgus on h ja teravnurk 60°, asetseb küljega AD tasapinnal P. Rombi projektsioon sellel tasapinnal on nelinurk, mille üks nurk on 135°. Leida selle nelinurga pindala ja külje BC kaugus tasapinnast P.

2313.* Kahetahulise nurga serval on võetud lõik AB. Ühel tahul on antud punkt M nii, et $\angle BAM = \alpha$ ja $\angle ABM = 90°$ (joon. 121). Leida kahetahulise nurga suurus, kui sirge AM moodustab teise tahuga nurga β.

Ristuvad tasapinnad

2314. Leida niisuguste sirgete geomeetriline koht, mis on risti antud tasapinnaga ja lõikuvad sellel tasapinnal antud sirgega.

2315. Mitu antud tasapinnaga ristuvat tasapinda on võimalik panna läbi antud sirge, kui 1) antud sirge on tasapinna kaldsirge; 2) antud sirge on tasapinna ristsirge; 3) antud sirge on tasapinnaga paralleelne?

2316. Tõestada, et kui üks sirge on tasapinnaga paralleelne, teine aga sama tasapinnaga risti, siis need sirged on teineteisega risti.

2317. Punkti A kaugused kahest ristuvast tasapinnast on 2 cm ja 4,8 cm. Leida punkti A kaugus nende tasapindade lõikejoonest.

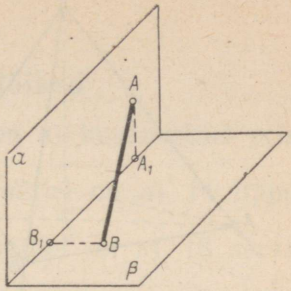
2318. A ja B on punktid kahetahulise täisnurga serval, AC ja BD erinevatelt tahkudelt nurga servale tõmmatud ristlõigud. Leida kaugus CD, kui $AB = 6$ cm, $AC = 3$ cm ja $BD = 2$ cm.

2319. Lõigu otspunktid asetsevad kahetahulise täisnurga tahkudel ning nende kaugused nurga servast on 2 dm ja 21 cm. Leida lõigu kaugus nurga servast.

2320. Punktid A, B ja C asetsevad maapinnal nii, et punkt B on punktist C 12 km põhja pool ja punkt A punktist C 24 km ida pool. Stratostaat on punktidest A ja B näha 45°-se nurga all,

seejuures punktist B täpselt ida suunas. Kui kõrgel on stratostaat?

2321. Kahetahulise täisnurga ühel tahul on võetud punkt A, mille kaugus servast on 91 cm; teisel tahul on servast 60 cm kaugusel tõmmatud servaga paralleelne sirge. Leida punkti A kaugus sellest sirgest.



Joon. 122.

2322. Lõigu AB otspunktid asetsevad kahel ristuval tasapinnal. Punktidest A ja B on tasapindade lõikesirgele tõmmatud ristlõigud $AA_1 = a$ ja $BB_1 = b$, mille aluspunktide kaugus teineteisest $A_1B_1 = c$. Leida lõigu AB pikkus ja tema projektsioonide pikkused antud tasapindadel (joon. 122).

2323.* Lõigu otspunktid asetsevad kahel ristuval tasapinnal, millega lõik moodustab nurgad α ja β; lõigu pikkus on a. Leida lõigu otspunktidest tasapindade lõikesirgele tõmmatud ristlõikude aluspunktide vaheline kaugus.

Mitmetahulised nurgad

2324. 1) Mitu kahetahulist ja kolmetahulist nurka on kuubil? Kui suur on kuubi kolmetahulise nurga tasanurkade summa?

2) Mitu tahku, serva ja tippu on kehal, mis tekib neljatahulise nurga lõikamisel kõiki nurga servi läbiva tasapinnaga?

2325. 1) Mitu tahku võib olla kumeral mitmetahulisel nurgal, kui tema iga tasanurk on a) 90°; b) 60°; c) 45°; d) 30°?

2) Missugustest korrapärastest hulknurkadest on võimalik moodustada kumeraid mitmetahulisi nurki?

2326. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on erinevad, kusjuures nende suurim ühistegur on 36°. Leida need nurgad.

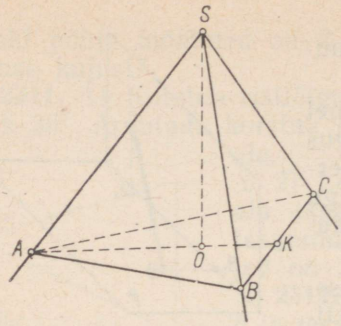
2327. Tõestada, et igas kolmetahulises nurgas asetsevad võrdsete tasanurkade vastas võrdsed kahetahulised nurgad.

2328. 1) Kolmetahulise nurga tasanurgad on 45°, 45° ja 60°. Leida kahetahulise nurga suurus 45-kraadiste tasanurkade vahel.

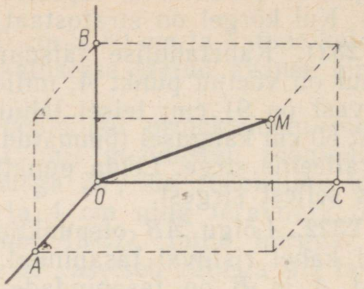
2) Kolmetahulise nurga kaks tasanurka on kumbki 30° ja vastavate tahkude vaheline nurk on 90°. Kui suur on kolmas tasanurk?

2329. Kolmetahulise nurga iga tasanurk on 60°. Nurga ühele servale on paigutatud tipust algav lõik, mille pikkus on 6 cm. Leida selle lõigu otspunkti kaugus vastastahust.

2330. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on võrdsed. Läbi punktide A, B ja C lõikab nurka tasapind (joon. 123). Tõestada, et kui $SA = SB = SC$, siis



Joon. 123.



Joon. 124.

1) lõige on võrdkülgne kolmnurk;
2) ristlõik SO langeb kolmnurga keskpunkti.

2331. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on täisnurgad. Nurga tipust väljub lõik OM, mille projektsioonid servadel on $OA = 8$ cm, $OB = 9$ cm ja $OC = 12$ cm (joon. 124). Leida selle lõigu pikkus.

2332. Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on täisnurgad. Leida nurga sees asetseva punkti kaugus kolmetahulise nurga tipust, kui

1) selle punkti kaugused nurga tahkudest on 2 cm, 5 cm ja 14 cm;

2) punkti kaugus ühest tahust on 2 dm, kaugused kahest ülejäänud tahust suhtuvad nagu 1 : 2 ning nende summa võrdub otsitava lõiguga.

2333. Kolmetahulise nurga servad on üksteisega risti. Leida nurga sees asetseva punkti kaugus kolmetahulise nurga tipust, kui selle punkti kaugused kolmetahulise nurga servadest on 2 dm, 31 cm ja 33 cm.

2334. Kolmetahulise nurga kaks tasanurka on kumbki 60° ja kolmas on täisnurk. Leida täisnurga tasapinna ja tema vastas asetseva serva vaheline nurk.

2335.* Kolmetahulise nurga tasanurgad on 90°, 90° ja 60°. Nurga sees on võetud punkt, mille kaugused nurga tahkudest on vastavalt 1 dm, 13 cm ja 12 cm. Leida selle punkti kaugus kolmetahulise nurga tipust.

2336.* Kolmetahulise nurga kõik tasanurgad on täisnurgad. Nurga servadele on paigutatud tipust O algavad lõigud $OA = a$, $OB = b$ ja $OC = c$ ning läbi nende lõikude otspunktide on pandud tasapind. Leida seejuures saadud lõike pindala.

§ 38. PRISMA

Prisma omadused ja lõiked

2337. 1) Mitu tahku, serva ja tippu on a) kuusnurksel prismal; b) n-nurksel prismal?

2) Mitu tahku ja serva on prismal, millel on a) 14 tippu; b) $2v$ tippu?

3) Mitu tahku ja tippu on prismal, millel on a) 18 serva; b) $3t$ serva?

4) Mitu tasanurka, kahetahulist nurka ja kolmetahulist nurka on kuusnurksel prismal?

2338. Arvutada risttahuka diagonaalid, kui tema servad on

1) 2 cm, 3 cm ja 6 cm

2) 32 dm, 36 dm ja 48 dm

3) $6a$, $6a$ ja $7a$

2339. Kuubi tahu pindala on 27 cm². Leida kuubi diagonaal.

2340. 1) Risttahuka diagonaal on 20 cm ja põhjaservad suhtuvad nagu 3 : 4. Leida põhjaservad, kui diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk on 60°.

2) Korrapärase nelinurkse prisma põhjaserv on 13,2 dm ning diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk 37°20′. Leida prisma diagonaal ja kõrgus.

2341. Leida risttahuka diagonaal, kui see on risttahuka mõõtmetest suurem vastavalt

1) 1 dm, 13 cm ja 29 cm võrra

2) 1 dm, 26 cm ja 4 dm võrra

2342. 1) Püströöptahuka põhjaks on romb külje pikkusega 6 dm ja teravnurgaga 60°. Leida rööptahuka diagonaalid, kui küljeserv on 8 dm.

2) Püströöptahuka lühem diagonaal on 15 cm ning põhjaservad 11 cm ja 7 cm. Leida pikem diagonaal, kui rööptahuka kõrgus on 9 cm.

2343. Korrapärase kolmnurkse prisma kõik servad on a. Leida ühe põhja keskpunkti ja teise põhja tippu ühendava lõigu ning põhja tasapinna vaheline nurk.

2344. Risttahuka diagonaal moodustab samast tipust väljuvate servadega nurgad α, β ja γ. Tõestada, et

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

2345. Kuubi serv on a. Leida kuubi tipu kaugus diagonaalist.

2346. Kaldprisma 12,4 dm pikkune küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 63°30′. Leida prisma kõrgus.

2347. Mitu diagonaallõiget on a) viisnurksel prismal; b) n-nurksel prismal?

2348. 1) Lõigata korrapärast kolmnurkset prismat tasapinnaga nii, et lõige oleks a) võrdhaarne kolmnurk; b) trapets; c) ristkülik.

2) Lõigata korrapärast nelinurkset prismat tasapinnaga nii, et lõige oleks a) võrdhaarne kolmnurk; b) võrdhaarne trapets; c) mittevõrdhaarne trapets; d) ristkülik; e) romb; f) rööpkülik.

2349. 1) Risttahuka põhjaservad on 8 dm ja 15 dm ning küljeserv 11 dm. Leida diagonaallõike pindala.

2) Risttahuka üks põhjaserv on teisest põhjaservast $1\frac{1}{3}$ korda suurem. Risttahuka kõrgus on 16 cm. Leida põhjaservad, kui diagonaallõike pindala on 240 cm².

2350. Risttahuka põhjaservad on 10 dm ja 16 dm ning kõrgus 24 cm. Läbi külgtahu diagonaali ja selle diagonaaliga ristuva põhjaserva on pandud tasapind. Leida seejuures tekkinud lõike pindala.

2351. Väljendada kuubi serv tema diagonaallõike pindala S kaudu.

2352. Püströöptahuka kõrgus on 12 cm, põhjaservad 10 cm ja 15 cm ning üks põhja diagonaalidest 17 cm. Leida diagonaallõigete pindalad.

2353. 1) Korrapärane kolmnurkne prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib alumise põhja serva ja ülemise põhja tippu. Avaldada ja arvutada tekkinud lõike pindala, kui põhjaserv $a = 7{,}8$ dm ning lõike ja põhja tasapinna vaheline nurk $\alpha = 55°$.

2) Korrapärane nelinurkne prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib alumise põhja diagonaali ja ülemise põhja tippu. Avaldada ja arvutada tekkinud lõike pindala, kui prisma kõrgus $h = 1{,}73$ m ning lõike ja põhja tasapinna vaheline nurk $\alpha = 72°20'$.

2354. Püströöptahuka põhjaservad on 4 cm ja 7 cm ning diagonaallõigete pindalad 84 cm² ja 108 cm². Leida rööptahuka diagonaalid.

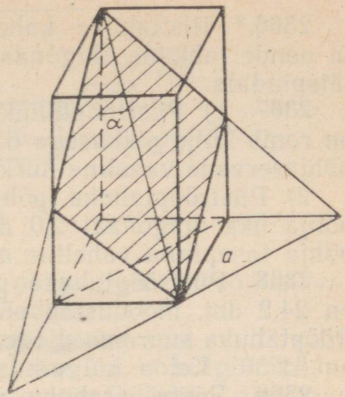
2355. Kolmnurkse püstprisma põhjaservad on 25 cm, 39 cm ja 40 cm ning küljeserv 15 cm. Prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib ühte küljeserva ja prisma põhja suuruselt keskmist kõrgust. Leida tekkinud lõike pindala.

2356. Kolmnurkse prisma kolmetahulise nurga kahetahulised nurgad on täisnurgad. Kolmetahulise nurga servad on 2 dm, 15 cm ja 12 cm, kusjuures prisma küljeserv on väiksem põhjaservadest. Prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib kolmetahulise nurga tippu ja selle tipu vastas asetsevat teise põhja serva. Leida tekkinud lõike pindala ning lõike ja põhja tasapinna vaheline nurk.

2357.* Korrapärase kuusnurkse prisma väiksem diagonaal moodustab põhja tasapinnaga nurga 45°. Prisma on lõigatud tasapinnaga, mis on risti nimetatud diagonaaliga ja poolitab selle. Leida lõike ümbermõõt ja pindala, kui prisma põhjaserv on 4 dm.

2358. Lõigata korrapärast nelinurkset prismat tasapinnaga, mis läbib prisma diagonaali ja on paralleelne põhja diagonaaliga (joon. 125). Avaldada lõike pindala, kui põhjaserv on a ja prisma diagonaali ning küljeserva vaheline nurk on α.

2359.* Lõigata kuupi tasapinnaga nii, et lõikeks oleks korrapärane kuusnurk.



Joon. 125.

Prisma pindala

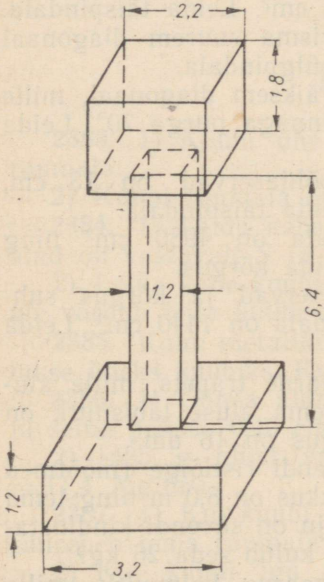
2360. 1) Leida kuubi pindala, kui tema serv on a) 32 cm; b) 4,1 dm; c) 1,8 m.

2) Leida kuubi serv, kui tema pindala on a) 54 dm²; b) 384 cm²; c) 42 m².

2361. Arvutada risttahuka täispindala, kui tema servad on
1) 7 m, 5 m ja 8 m
2) 1,5 dm, 3,4 dm ja 4 dm

2362. Risttahuka täispindala on 108 cm² ja mõõtmed suhtuvad nagu 3 : 6 : 22. Leida risttahuka mõõtmed.

2363. 1) Risttahuka külgpindala on 156 m² ning põhjaservad 6 m ja 7 m. Leida diagonaal.



Joon. 126.

2) Risttahuka põhjaservad on 7 dm ja 24 dm ning diagonaallõike pindala 2 m². Leida külgpindala.

3) Kuubi diagonaallõike pindala on $36\sqrt{2}$ cm². Leida kuubi pindala.

2364. 1) Risttahuka põhjaservad on 9 cm ja 12 cm ning diagonaal moodustab põhja tasapinnaga nurga 45°. Leida täispindala.

2) Risttahuka diagonaal, mille pikkus on 12,4 cm, moodustab põhja tasapinnaga nurga 38°40′ ning suurema külgtahuga nurga 29°30′. Leida külgpindala.

2365. Viljakuivati ventilatsioonikanali mõõtmed on antud detsimeetrites joonisel 126. Kui palju plekki on vaja selle kanali valmistamiseks, kui neetekohtadele kulub 8% kogu vajatavast plekist?

2366.* Risttahuka kahe tahu pindalad suhtuvad nagu 2 : 5 ja nende tahkude diagonaalid on vastavalt 1 dm ja 17 cm. Leida täispindala.

2367. 1) Püströöptahuka küljeserv on 4 dm ja tema põhjaks on romb külje pikkusega 6 dm. Leida täispindala, kui rööptahuka põhjaservade vaheline nurk on 30°.

2) Püströöptahuka põhjaservad on 2,3 dm ja 1,2 dm ning põhja üks diagonaal 2,0 dm. Rööptahuka lühema diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk on 52°. Leida külgpindala.

2368. Püströöptahuka põhja suurem diagonaal, mille pikkus on 24,2 dm, moodustab põhjaservadega nurgad 25°30′ ja 31°20′. Rööptahuka suurema diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk on 41°30′. Leida külgpindala.

2369. Püströöptahuka põhjaservad on 3 dm ja 8 dm ning nendevaheline nurk 60°. Rööptahuka külgpindala on 220 dm². Arvutada täispindala ja väiksema diagonaallõike pindala.

2370. Püströöptahuka põhjaks on romb. Diagonaallõigete pindalad on 3 dm² ja 875 cm². Leida külgpindala.

2371. 1) Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal on 22 cm ja põhja pindala 144 cm². Leida täispindala.

2) Korrapärase nelinurkse prisma põhja diagonaal on 3,2 dm ja külgtahu diagonaal 2,8 dm. Leida külgpindala.

2372. 1) Korrapärase kolmnurkse prisma kõik servad on *a*. Avaldada täispindala.

2) Korrapärase kolmnurkse prisma põhjaserv on küljeservast 2 korda väiksem ja külgpindala on 216 cm². Leida täispindala.

2373. 1) Korrapärase kuusnurkse prisma suurem diagonaal on 15 dm ning küljeserv 9 dm. Leida külgpindala.

2) Korrapärase kuusnurkse prisma väiksem diagonaal, mille pikkus on 1 m, moodustab põhja tasapinnaga nurga 70°. Leida külgpindala.

2374. 1) Kolmnurkse püstprisma põhjaservad on 13 cm, 14 cm ja 15 cm ning kõrgus 10 cm. Leida täispindala.

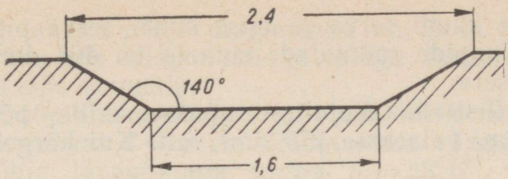
2) Kolmnurkse püstprisma täispindala on 4980 cm² ning põhjaservad 40 cm, 13 cm ja 37 cm. Leida kõrgus.

2375. Kolmnurkse püstprisma põhjaservad ja kõrgus suhtuvad nagu 17 : 10 : 9 : 8. Prisma täispindala on 1440 cm². Leida kõrgus.

2376. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne trapets, mille alused on 8 dm ja 12 dm, kusjuures suurema aluse lähisnurk on 60°. Leida külgpindala, kui prisma kõrgus on 16 dm.

2377. Joonisel 127 on kujutatud süvendi ristlõige (mõõtmed on joonisel antud meetrites). Süvendi pikkus on 8,0 m ning tema otsmised seinad on vertikaalsed. Kui palju on süvendi kindlustamiseks vaja betoonisegu, kui 1 m² kohta kulub seda 26 kg?

2378. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haar on 17,6 dm ja tipunurk 52°30′. Võrdsete külgtahkude diago-



Joon. 127.

naalid, mis väljuvad ühest ja samast põhja tipust, moodustavad teineteisega nurga 34°40′. Leida külgpindala.

2379. 1) Nelinurkse kaldprisma ristlõige on ruut, mille pindala on 36 dm². Prisma küljeserv on 20 dm. Leida külgpindala.

2) Nelinurkse kaldprisma ristlõige on romb, mille diagonaalid on 18 cm ja 24 cm. Prisma külgpindala on 780 cm². Leida küljeserv.

2380. Kaldprisma põhjaks on võrdkülgne kolmnurk külje pikkusega a. Prisma küljeserv on b ning üks küljeserv moodustab kahe põhjaservaga nurgad 45°. Avaldada külgpindala.

2381. Kolmnurkse prisma küljeservade vahelised kaugused on 10 cm, 10 cm ja 12 cm. Küljeserv on 15 cm ning küljeserva projektsioon põhja tasapinnal 9 cm. Leida täispindala.

2382. Prisma põhjaks on korrapärane kuusnurk külje pikkusega 8 cm. Küljeserv on 8,5 cm ja ülemise põhja ühe tipu projektsioon langeb alumise põhja keskpunkti. Leida külgpindala.

Prisma ruumala

2383. 1) Kuubi ühe tahu pindala on 25 dm². Leida kuubi ruumala.

2) Kuubi ruumala on 64 cm³. Leida kuubi pindala.

2384. 1) Leida kahe kuubi ruumalade suhe, kui nende pindalad on vastavalt S ja Q.

2) Leida kahe kuubi ruumalade suhe, kui ühe kuubi täispindala võrdub teise kuubi ühe tahu pindalaga.

2385. Kolm metallkuupi servadega 3 dm, 4 dm ja 5 dm valatakse üheks kuubiks. Kui suur on selle kuubi serv?

2386. 1) Õõnsa alumiiniumist kuubi väline serv on 12,6 cm ja seina paksus 0,40 cm. Leida kuubi mass ($d = 2{,}7$ Mg/m³).

2) 1425 g pliist valatakse kuup. Leida kuubi serv ($d = 11{,}4$ Mg/m³).

2387. 1) Kui kuubi iga serva suurendatakse 3 cm võrra, siis suureneb tema ruumala 117 cm³ võrra. Leida kuubi serv.

2) Kui kuubi iga serva suurendatakse 0,5 m võrra, siis suureneb tema ruumala 2,7 korda. Leida kuubi serv.

2388. Ühe kuubi serva ja teise kuubi serva pikkuste summa on 12 dm. Kuupide ruumalade summa on 468 dm^3. Leida kummagi kuubi serv.

2389. 1) Risttahukakujulisse nõusse, mille põhjaservad on 6 dm ja 9 dm, valatakse 270 dm^3 vett. Kui kõrgele tõuseb veepind?

2) Risttahukakujulise nõu põhjaks on ruut ning kõrgus võrdub poole põhjaservaga. Leida põhjaserv, kui nõu maht on 42 dm^3.

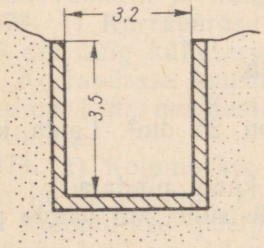
2390. 1) Risttahuka diagonaal $d = 17{,}9$ cm moodustab põhja tasapinnaga nurga $\alpha = 21°30'$. Põhja diagonaali ja põhjaserva vaheline nurk $\beta = 54°20'$. Avaldada ja arvutada risttahuka ruumala.

2) Risttahuka kõrgus $h = 20{,}4$ dm ja diagonaal moodustab põhitahuga nurga $\alpha = 31°20'$. Ühe külgtahu diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk $\beta = 52°10'$. Avaldada ja arvutada risttahuka ruumala.

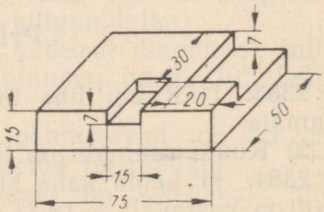
2391. 1) Telliskivi mõõtmed on 25 cm $\times$ 12 cm $\times$ 6,5 cm ja tihedus 1,8 Mg/m^3. Leida telliskivi mass.

2) Ristkülikukujulise vaskplaadi mõõtmed on 21,5 cm $\times$ 45 cm ja mass 17,2 kg. Leida plaadi paksus ($d = 8{,}9$ Mg/m^3).

3) Süvendisse, mille ristlõige on näidatud joonisel 128, on paigutatud 80 Mg silo ($d = 0{,}70$ Mg/m^3). Leida süvendi pikkus (mõõtmed on joonisel antud meetrites).



Joon. 128.



Joon. 129.

2392. Leida joonisel 129 kujutatud terasdetaili mass ($d = 7{,}8$ Mg/m^3). Mõõtmed on joonisel antud millimeetrites.

2393. 1) Risttahuka tahkude pindalad on 6 m^2, 8 m^2 ja 12 m^2. Leida ruumala.

2) Risttahuka tahkude diagonaalid on 5 cm, 6 cm ja 7 cm. Leida ruumala.

2394. 1) Püströöptahuka küljeserv on 8 cm, põhjaservad 6 cm ja 12 cm ning põhjaservade-vaheline nurk 150°. Leida ruumala.

2) Püströöptahuka põhja diagonaalid on 12 m ja 14 m ning rööptahuka väiksema diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk on 60°. Leida ruumala.

2395. Püströöptahuka põhjaks on romb, mille nurk $\alpha = 86°32'$ ja väiksem diagonaal $d = 5$ cm. Rööptahuka väiksem diagonaal moodustab põhja tasapinnaga nurga $\beta = 28°17'$. Avaldada ja arvutada ruumala.

2396. Püströöptahuka põhjaks on romb, mille diagonaalid suhtuvad nagu 5 : 16. Rööptahuka diagonaalid on 26 cm ja 4 dm. Leida ruumala.

2397. Püströöptahuka põhjaservad on 25 cm ja 39 cm ning diagonaallõigete pindalad 204 cm² ja 306 cm². Leida ruumala.

2398. Rööptahuka põhja diagonaalid, mille pikkused on 23,6 dm ja 32,4 dm, moodustavad teineteisega nurga 28°30′. Rööptahuka 8,32 dm pikkune küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 57°30′. Leida ruumala.

2399. Rööptahuka põhjaks on ruut külje pikkusega 2 m. Üks küljeserv moodustab kummagi samast tipust väljuva põhjaservaga nurga 60°. Küljeserva pikkus on 4 m. Leida ruumala.

2400. Korrapärase nelinurkse prisma põhjaserv on 8 dm ja külgtahu diagonaal 10 cm. Leida ruumala.

2401. Korrapärase nelinurkse prisma 16 cm pikkune diagonaal moodustab põhja tasapinnaga nurga 30°. Leida ruumala.

2402. 1) Leida korrapärase kolmnurkse prisma ruumala, kui tema küljeserv on 9 cm ja külgtahu diagonaal 15 cm.

2) Leida korrapärase kolmnurkse prisma põhjaserv, kui tema küljeserv on 4 dm ja ruumala $64\sqrt{3}$ dm³.

2403. 1) Leida korrapärase kuusnurga kujulise keraamilise plaadi mass, kui plaadi paksus on 13 mm ja vastaskülgede vaheline kaugus 145 mm ($d = 1{,}9$ Mg/m³).

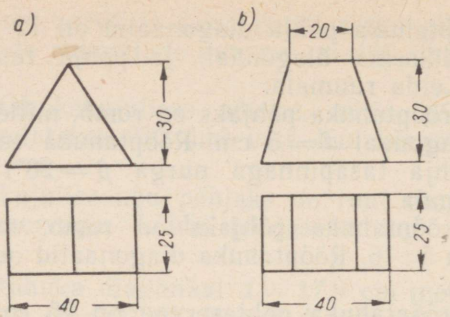
2) Leida korrapärase kaheksanurga kujulise puitplaadi paksus, kui kaheksanurga külg on 6,2 cm ja plaadi mass 250 g ($d = 0{,}80$ Mg/m³).

2404. Läbi korrapärase nelinurkse prisma alumise põhja diagonaali ja ülemise põhja tipu pandud tasapind lõikab kahte lähiskülgtahku mööda sirgeid, mis moodustavad teineteisega nurga $\alpha = 59°$. Prisma põhjaserv $a = 7{,}0$ dm. Avaldada ja arvutada prisma ruumala.

2405. Korrapärase kuusnurkse prisma diagonaalid on 19 cm ja 21 cm. Leida ruumala.

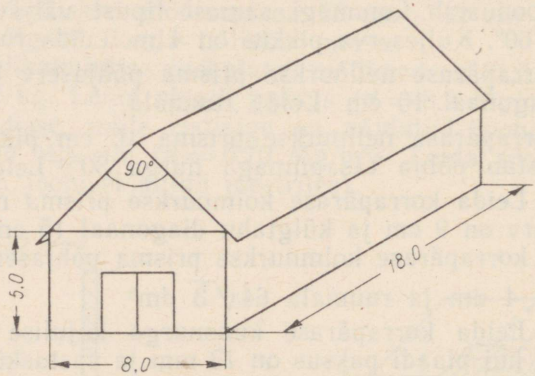
2406.* Avaldada korrapärase kümmenurkse prisma ruumala, kui tema külgtahk on ruut pindalaga S.

2407. Joonisel 130 *a* ja *b* on kujutatud prisma põhi- ja külgvaade. Leida kummagi prisma ruumala (mõõtmed on joonisel antud sentimeetrites).



Joon. 130.

2408. Arvutada joonisel 131 kujutatud laohoone mahutavus, kui seinad moodustavad koguruumalast 10% (mõõtmed on joonisel antud meetrites).



Joon. 131.

2409. 1) Kolmnurkse püstprisma põhjaservad on 39 cm, 17 cm ja 28 cm ning kõrgus 9 cm. Leida ruumala.

2) Kolmnurkse püstprisma ruumala on 540 dm^3 ning põhjaservad 29 dm, 25 dm ja 6 dm. Leida küljeserv.

2410. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haar $b = 55{,}6$ cm ja tipunurk $\alpha = 48°34'$. Prisma kõrgus $h = 35$ cm. Avaldada ja arvutada ruumala.

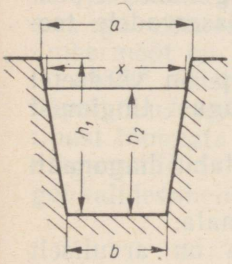
2411. Püstprisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk, mille teravnurk $\alpha = 42°30'$. Kolmnurga hüpotenuusile toetuva külgtahu diagonaal moodustab küljeservaga nurga $\beta = 27°40'$. Prisma kõrgus $h = 10$ m. Avaldada ja arvutada ruumala.

2412. 1) Masin kaevab niisutuskraavi, mille sügavus on 0,35 m, põhja laius 0,4 m ja laius ülalt 1,75 m. Tööjõudlus on

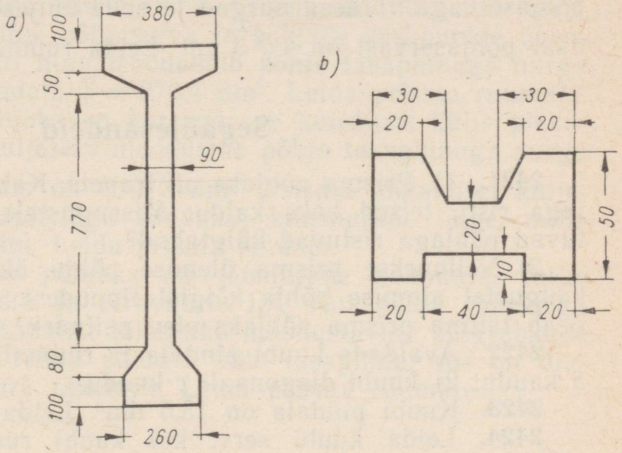
360 m³/h. Leida 7-tunnise vahetuse kestel kaevatavate kraavide üldpikkus.

2) Võrdhaarse trapetsi kujulise ristlõikega kraavi (joon. 132) põhja laius $b = 1{,}60$ m, laius ülalt $a = 2{,}10$ m ja sügavus $h_1 = 2{,}30$ m. Veetaseme kõrgus $h_2 = 1{,}80$ m ja vesi voolab kiirusega $v = 0{,}3$ m/s. Mitu kuupmeetrit vett voolab tunnis läbi kraavi ristlõike?

2413. Joonisel 133 *a* ja *b* on kujutatud kahe terastala ristlõiked (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites). Leida kummagi tala jooksva meetri mass ($d = 7{,}8$ Mg/m³).



Joon. 132.



Joon. 133.

2414. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne trapets, mille kõrgus $h = 8{,}7$ cm ja diagonaalid on teineteisega risti. Prisma diagonaali ja põhja tasapinna vaheline nurk $\alpha = 49°18'$. Avaldada ja arvutada ruumala.

2415.* Kolmnurkse püstprisma kõrgus on h; ühe küljeserva juures olev kahetahuline nurk on 30° ja teise küljeserva juures olev kahetahuline nurk on täisnurk. Prisma on lõigatud tasapinnaga, mis poolitab täisnurga, kusjuures tekkinud lõike pindala on Q. Avaldada ruumala.

2416. 1) Prisma põhjaks on võrdkülgne kolmnurk külje pikkusega a. Prisma küljeserv, mille pikkus on l, moodustab põhja tasapinnaga nurga 60°. Avaldada ruumala.

2) Prisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haar on 25 cm ja alusnurk 70°. Prisma 35 cm pikkune küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 65°. Leida ruumala.

2417. Tõestada, et prisma ruumala võrdub ristlõike pindala ja küljeserva korrutisega.

2418. 1) Kaldprisma ristlõige on ristkülik, mille üks külg on 9 dm ja diagonaal 15 dm. Prisma küljeserv on 10 dm. Leida ruumala.

2) Kolmnurkse kaldprisma ruumala on 3060 m^3 ning küljeservade kaugused üksteisest 17 m, 25 m ja 26 m. Leida küljeserv.

2419. Prisma iga serv on a ja tema põhjaks on korrapärane kuusnurk. Küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 60°. Avaldada ruumala.

2420. Prisma põhjaks on võrdkülgne kolmnurk külje pikkusega 1 dm. Prisma 15 cm pikkune küljeserv moodustab kahe põhjaservaga võrdsed nurgad ja selle küljeserva kaugus kolmandast põhjaservast on $4\sqrt{3}$ cm. Leida ruumala.

Segaülesandeid

2421. 1) Prisma põhjaks on trapets. Kaks külgtahku on põhjaga risti, teised kaks kaldu. Missugustele põhjaservadele toetuvad põhjaga ristuvad külgtahud?

2) Nelinurkse prisma ülemise põhja üks tipp on võrdsetel kaugustel alumise põhja kõigist tippudest. Missugust tingimust peab täitma prisma põhjaks olev nelinurk?

2422. Avaldada kuubi pindala ja ruumala 1) tahu diagonaali b kaudu; 2) kuubi diagonaali c kaudu.

2423. Kuubi pindala on 13,5 dm^2. Leida ruumala.

2424. Leida kuubi serv, kui kuubi ruumala on arvuliselt võrdne kuubi pindalaga.

2425. Risttahuka ruumala on 1344 m^3 ja servad suhtuvad nagu 3 : 7 : 8. Leida täispindala.

2426. Ehituspaneeli mass on 1340 kg ja mõõtmed 340 cm × × 145 cm × 16 cm. Leida paneeli materjali tihedus.

2427. Korrapärase nelinurkse prisma põhja pindala on 16 cm^2 ja täispindala 128 cm^2. Leida ruumala.

2428. 1) Püströöptahuka ruumala on 384 dm^3 ning tema põhjaks on romb diagonaalidega 12 dm ja 16 dm. Leida külgpindala.

2) Püströöptahuka külgpindala on 1230 cm^2 ja tema põhjaks on rööpkülik diagonaaliga 27,0 cm, mis moodustab põhjaservadega nurgad 65° ja 46°. Leida ruumala.

2429. Rööptahuka põhjaks on romb. Diagonaallõiked on risti põhja tasapinnaga, nende pindalad on 100 cm^2 ja 105 cm^2 ning diagonaallõigete lõikejoone pikkus on 10 cm. Leida ruumala ja külgpindala.

2430. Korrapärase nelinurkse prisma põhjaserv on a ning prisma diagonaali ja külgtahu vaheline nurk on α. Avaldada külgpindala ja ruumala.

2431. Kolmnurkse püstprisma küljeserv on b ning tema põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on a ja tipunurk α. Avaldada külgpindala ja ruumala.

2432. Kolmnurkse püstprisma kõrgus on 5 m ja ruumala 24 m^3 ning põhjaservad suhtuvad nagu 17 : 17 : 16. Leida külgpindala.

2433.* Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal on 9 cm ja täispindala 144 cm^2. Leida ruumala.

2434. Kolmnurkse prisma küljeservade vahelised kaugused on 13 dm, 14 dm ja 15 dm. Prisma kõrgus on 2 dm ja see moodustab küljeservaga nurga 60°. Leida külgpindala ja ruumala.

2435.* Korrapärane kuusnurkne prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib ühte põhjaserva ja põhjade keskpunkte ühendava lõigu keskpunkti ning moodustab põhja tasapinnaga nurga $\alpha = 45°15'$. Lõike pindala $S = 270{,}4$ dm^2. Leida prisma ruumala.

2436. Prisma põhjaks on korrapärane kuusnurk külje pikkusega 2 dm, prisma küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 60° ja prisma ruumala on $60\sqrt{3}$ dm^3. Prisma lõikamisel küljeservaga ristuva tasapinnaga saadakse kuusnurkne lõige, mille ümbermõõt on 10,5 dm. Leida prisma pindala.

2437.* Püstprisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuus on 20 dm ja teravnurk 15°. Kui põhja täisnurga tipust tõmmata kahetahulist täisnurka moodustavate külgtahkude diagonaalid ja need tahud pöörata ühte tasapinda, siis on diagonaalidevaheline nurk täisnurk. Leida prisma ruumala.

§ 39. PÜRAMIID

Püramiidi omadused ja lõiked

2438. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi apoteem, kui tema kõrgus on 15 cm ja põhjaserv 16 cm.

2439. Korrapärase nelinurkse püramiidi küljeserv on 9 dm ja põhjaserv 8 dm. Kui kõrge on püramiid?

2440. Korrapärase kuusnurkse püramiidi kõrgus on 1,5 m ja põhjaserv 1,2 m. Arvutada küljeserv.

2441. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja ümbermõõt on $30\sqrt{3}$ cm ja küljeserv 26 cm. Arvutada püramiidi kõrgus.

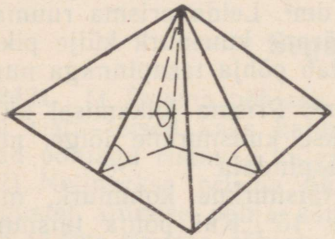
2442. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 3 cm ja 7 cm ning üks diagonaal 6 cm; püramiidi kõrgus on 4 cm ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada püramiidi küljeservad.

2443. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille küljed on 9 cm, 21 cm ja 24 cm; püramiidi kõik küljeservad on 74 cm. Arvutada püramiidi kõrgus.

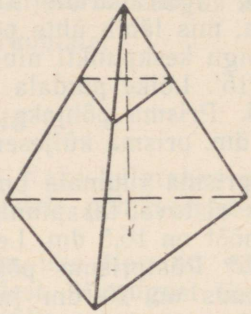
2444. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 12 cm ja haar 10 cm. Kõik külgtahkude ja põhitahu vahelised kahetahulised nurgad on 45°. Arvutada püramiidi kõrgus (joon. 134).

2445. Püramiidi iga külgtahk moodustab põhjaga kahetahulise nurga 45°. Arvutada püramiidi kõrgus, kui püramiidi põhjaks on kolmnurk külgedega 2 cm, 21 cm ja 29 cm.

2446. Korrapärase viisnurkse püramiidi põhjaserv on 10 cm ning külgtahu ja põhja vaheline nurk 50°. Arvutada püramiidi apoteem.



Joon. 134.



Joon. 135.

2447. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on 25 cm ja kõrgus 20 cm. Kui suur on küljeserva kaldenurk ja külgtahu kaldenurk põhja suhtes?

2448. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on 14 cm ja küljeserv 10 cm. Arvutada diagonaallõike pindala.

2449. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on 27,3 cm ja diagonaallõige 320,7 cm². Arvutada kahetahuline nurk põhja juures.

2450. Püramiidi kõrgus on 16 m ja põhja pindala 512 m². Kui kaugel põhitahust asetseb põhjaga paralleelne lõige, mille pindala on 50 m² (joon. 135)?

2451. Arvutada kahe püramiidi põhjaga paralleelse lõike pindalad, kui üks lõige on teisest 34 cm² võrra suurem ja nende lõigete kaugused püramiidi tipust suhtuvad nagu 8 : 9.

2452. Kahe püramiidi põhjaga paralleelse lõike pindalad suhtuvad nagu 4 : 9 ja need lõiked jaotavad püramiidi kõrguse kolmeks võrdseks osaks, millest kahe osa pikkused (püramiidi põhjast lugedes) on 2 cm ja 6 cm. Arvutada püramiidi kõrgus.

2453.* Püramiidi põhjaks on ristkülik, mille pikem külg on a. Püramiidi kaks külgtahku on põhitahuga risti, kaks ülejäänud külgtahku aga moodustavad põhjaga vastavalt nurgad 30° ja 45°. Avaldada püramiidi kõige pikem küljeserv.

2454.* Püramiidi põhjaks on võrdkülgne kolmnurk. Üks külgtahk on põhitahuga risti, teised kaks aga moodustavad põhjaga nurga α. Leida küljeservade kaldenurgad põhja suhtes.

2455.* Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus h moodustab küljeservaga nurga α. Avaldada ühte põhjaserva läbiva ja vastasoleva küljeservaga ristuva lõike pindala.

Püramiidi pindala

2456. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi külgpindala, kui tema kõrgus on 4 cm ja apoteem 8 cm.

2457. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi täispindala, kui tema kõrgus on 20 cm ja põhjaserv 42 cm.

2458. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi täispindala, kui tema põhja ümbermõõt on $120\sqrt{3}$ cm ja põhja juures olev kahetahuline nurk on 30°.

2459. Paviljoni katus kujutab enesest korrapärast kaheksanurkset püramiidi, mille põhjaserv on 4,6 m ja küljeserv 7 m. Mitu lehte katuseplekki on tarvis selle katuse katmiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 1,2 lehte?

2460. Korrapärase kuusnurkse püramiidi küljeserv on 16 dm ja püramiidi põhja juures olev kahetahuline nurk on 45°. Arvutada täispindala.

2461. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala, kui põhja diagonaaliga võrdse küljeserva pikkus on 10 dm.

2462. Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus on h ja kahetahuline nurk püramiidi põhja juures on α. Arvutada külgpindala, kui $h = 16$ dm ja $\alpha = 63°16'$.

2463. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on 7,2 cm ja diagonaallõike tipunurk 72°30′. Arvutada täispindala.

2464. Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhjaserv on 8 cm ja küljeserv moodustab põhjaga nurga 50°. Arvutada külgpindala.

2465. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi täispindala, kui tema kõrgus $h = 3{,}1$ m ja apoteem moodustab põhjaga nurga $\beta = 71°34'$.

2466. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi põhjaserv ja apoteem, kui küljeserv on 10 cm ja külgpindala 144 cm².

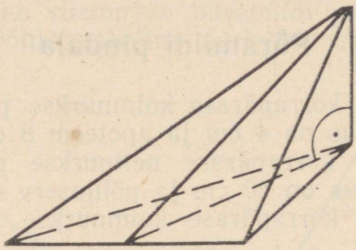
2467. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv, kui tema küljeserv on 5 cm ja täispindala 16 cm².

2468. Püramiidi $SABC$ põhjaks on täisnurkne kolmnurk hüpotenuusiga $AB = 25$ cm ja kaatetiga $CB = 20$ cm; küljeserv $SC = 9$ cm on põhjaga risti. Arvutada täispindala.

2469. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 40 cm ja haarad 25 cm. Püramiidi kõrgus on 8 cm ja ta

väljub põhja haarade vahelise nurga tipust. Arvutada täispindala.

2470. Püramiidi põhjaks on kolmnurk külgedega 13 cm, 14 cm ja 15 cm. Küljeserv, mis asetseb suuruselt keskmise põhjaserva vastas, on 16 cm ja on põhitahuga risti (joon. 136). Arvutada täispindala.



Joon. 136.

2471. Püramiidi kõrgus väljub põhjaks oleva ruudu tipust. Arvutada selle püramiidi täispindala, kui tema põhjaserv on 5 dm ja kõrgus 12 dm.

2472. Püramiidi põhjaks on romb diagonaalidega 12 cm ja 16 cm. Püramiidi kõrgus on 6,4 cm ja ta väljub rombi diagonaalide lõikepunktist. Arvutada täispindala.

2473. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 20 cm ja 36 cm ning pindala 360 cm^2. Püramiidi kõrgus on 12 cm ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada külgpindala.

2474. Püramiidi põhjaks on rööpkülik, mille küljed on 5 m ja 4 m ning üks diagonaal 3 m. Püramiidi kõrgus on 2 m ja ta väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Arvutada täispindala.

2475.* Püramiidi põhjaks on trapets, mille üks alustest on 13 cm ning haarad 25 cm ja 4 dm. Kahetahulised nurgad püramiidi põhja juures on võrdsed. Püramiidi kõrgus $h = 5$ cm. Arvutada täispindala.

Juhis. Kasutada ringi ümber joonestatud nelinurga külgede omadust.

2476. Korrapärase kolmnurkse püramiidi küljeserv on 3,5 korda põhjaservast pikem. Püramiidi täispindala on $52\sqrt{3}$ cm^2. Arvutada külgpindala.

2477. Püramiidi põhjaks on korrapärane kolmnurk küljega a. Püramiidi küljeserv moodustab põhja tasapinnaga nurga 60°. Avaldada külgpindala.

2478. Nelinurkse püramiidi iga serv on a. Avaldada täispindala.

2479. Kolmnurkse püramiidi iga serv on a. Avaldada täispindala.

2480.* Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on a ja külgtahu tipunurk α. Avaldada täispindala.

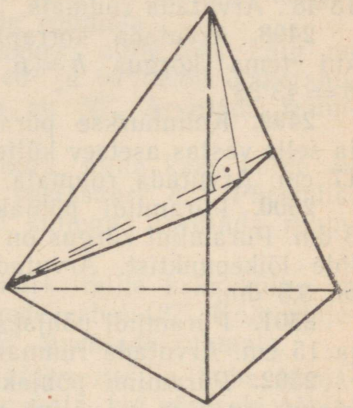
2481.* Korrapärase kuusnurkse püramiidi kõrgus on H ja põhja pindala $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Avaldada täispindala.

2482.* Avaldada korrapärase kuusnurkse püramiidi täispindala, kui püramiidi apoteem on k ja põhja apoteem r.

2483.* Püramiidi põhjaks on ruut. Üks püramiidi küljeservadest on põhjaga risti, kaks küljeserva aga moodustavad kumbki põhjaga nurga 30°. Lisaks sellele on teada, et kahe väiksema külgtahu vaheline nurk on 120° ja püramiidi kõrgus on H. Avaldada külgpindala.

2484.* Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks tema külgtahku on põhitahuga risti ning teised kaks külgtahku moodustavad põhitahuga nurgad α ja β. Püramiidi kõrgus on h. Avaldada külgpindala.

2485.* Korrapärase kolmnurkse püramiidi lõige, mis läbib põhitahu tippu ja vastasoleva külgtahu kesklõiku, on selle külgtahuga risti (joon. 137). Leida püramiidi külgpindala ja põhja pindala suhe.



Joon. 137.

Püramiidi ruumala

2486. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 3 dm ja küljeserv 5 dm. Arvutada ruumala.

2487. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 15 m ja põhja diagonaal 6 m. Arvutada ruumala.

2488. Korrapärase kuusnurkse püramiidi küljeserv on 14 dm ja põhjaserv 2 dm. Arvutada ruumala.

2489. Korrapärase kuusnurkse püramiidi apoteem on 12 cm ja küljeserv 13 cm. Arvutada ruumala.

2490. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui tema põhjaserv on 6 dm ja diagonaallõike pindala $12\sqrt{2}$ dm².

2491. Arvutada korrapärase nelinurkse graniidist püramiidi mass, kui tema põhjaserv on 28 m ja kõrgus 3,5 m ($d = 2{,}6$ Mg/m³).

2492. Korrapärase kolmnurkse püramiidi iga serv on 10 cm. Arvutada ruumala.

2493. Korrapärase kuusnurkse püramiidi kõrgus on 3 dm ja külgtahk moodustab põhitahuga nurga 30°. Arvutada ruumala.

2494. Korrapärase kolmnurkse püramiidi küljeserv on a ning nurk küljeserva ja põhja vahel on α. Arvutada ruumala, kui $a = 46$ cm ja $\alpha = 36°46'$.

2495. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhitahu kõrgus on h ja kahetahuline nurk põhja juures on α. Arvutada ruumala, kui $\alpha = 60°28'$ ja $h = 15$ cm.

2496. Arvutada korrapärase kaksteistnurkse püramiidi ruumala, kui tema kõrgus $h = 3{,}2$ m ja tasanurk tipu juures on 16°05'.

2497. Korrapärase kaksteistnurkse püramiidi ühe külgtahu pindala on 120 cm² ja kõik tasanurgad püramiidi tipu juures on 18°48'. Arvutada ruumala.

2498. Arvutada korrapärase viisnurkse püramiidi ruumala, kui tema kõrgus $h = 6$ m moodustab küljeservaga nurga $\beta = 43°38'$.

2499. Kolmnurkse püramiidi üks põhjaservadest on 16 cm ja selle vastas asetsev küljeserv 18 cm. Kõik ülejäänud servad on 17 cm. Arvutada ruumala.

2500. Püramiidi põhjaks on ristkülik, mille üks külg on 3 dm. Püramiidi kõrgus on 6 dm ja ta väljub põhitahu diagonaalide lõikepunktist. Arvutada ruumala, kui püramiidi küljeserv on 6,5 dm.

2501. Püramiidi põhjaks on romb, mille diagonaalid on 12 cm ja 15 cm. Arvutada ruumala, kui püramiidi kõrgus on 21 cm.

2502. Püramiidi põhjaks on romb küljega 5 dm. Püramiidi kõrgus on 1 m ja väljub põhja diagonaalide lõikepunktist. Ühe diagonaallõike pindala on 48 dm². Arvutada ruumala.

2503. Püramiidi põhjaks on romb. Kaks külgtahku on põhjaga risti ning küljeservad on vastavalt 12 cm, 13 cm ja 15 cm. Arvutada ruumala.

2504. Püramiidi kõik küljeservad on 65 cm. Püramiidi põhjaks on trapets, mille mitteparalleelsed küljed on 6,2 dm ja 8 dm ning paralleelsed küljed 4,1 dm. Arvutada ruumala.

2505. Püramiidi põhjaks on trapets, mille alused on 60 cm ja 20 cm ning haarad 13 cm ja 37 cm. Püramiidi kõrgus väljub lühema aluse mingisugusest punktist ja püramiidi tipp asetseb pikemast alusest 13 cm kaugusel. Arvutada ruumala.

2506. Püramiidi põhjaks on kolmnurk külgedega 4 cm, 13 cm ja 15 cm. Küljeserv, mis väljub põhitahu kõige väiksema nurga tipust, on põhjaga risti. Üks külgtahkudest moodustab põhjaga nurga 45°. Arvutada ruumala.

2507. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 8 cm ja 15 cm ning nurk nende külgede vahel 60°. Püramiidi kõik külgtahud moodustavad põhjaga nurga 45°. Arvutada ruumala.

2508. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 7 dm ja 8 dm ning nurk nende külgede vahel 120°. Kõik kahetahulised nurgad põhja juures on 60°. Arvutada ruumala.

2509. Püramiidi põhjaks on täisnurkne kolmnurk hüpotenuusiga c ja teravnurgaga α. Arvutada ruumala, kui püramiidi kõrgus on võrdne põhitahu kõrgusega, mis on tõmmatud hüpotenuusile $c = 12{,}5$ dm, ja $\alpha = 38°20'$.

2510. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille ümbermõõt on 80 cm ja haar 25 cm. Püramiidi iga külgtahk moodustab põhjaga kahetahulise nurga, mille suurus on 45°. Arvutada ruumala.

2511. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille üks külg on 12 cm ning selle külje lähisnurgad 48° ja 54°. Püramiidi kõrgus võrdub pikima põhjaservaga. Arvutada ruumala.

2512. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille üks külg on 6,5 cm ning selle külje lähisnurgad 40° ja 62°. Kõik kahetahulised nurgad püramiidi põhja juures on 50°. Arvutada ruumala.

2513. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 26 cm ja 15 cm ning suurema külje vastasnurk 82°. Püramiidi kõrgus on võrdne põhitahu kolmanda küljega. Arvutada ruumala.

2514. Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 14,5 m ja 8,7 m ning nurk nende külgede vahel 127°. Kõik küljeservad moodustavad põhjaga nurga 35°. Arvutada ruumala.

2515. Kolmnurkse püramiidi iga küljeserva ja kahe põhjaserva pikkus on 25,25 dm. Arvutada ruumala, kui võrdsete põhjaservade vaheline nurk on $\alpha = 39°20'$.

2516. Korrapärase n-nurkse püramiidi küljeserv b moodustab põhja tasapinnaga nurga β. Leida ruumala, kui $n = 8$, $b = 3{,}8$ ja $\beta = 78°39'$.

2517.* Korrapärase nelinurkse püramiidi küljeserv on b ja külgtahu tipunurk α. Avaldada ruumala.

2518.* Kolmnurkse püramiidi kaks külgtahku, mis moodustavad teineteisega nurga α, on võrdhaarsed täisnurksed kolmnurgad hüpotenuusi pikkusega b. Avaldada ja arvutada ruumala, kui $b = 10{,}25$ ja $\alpha = 47°32'$.

Segaülesandeid

2519. Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõrgus on 12 cm ja põhjaserv 9 cm. Arvutada ruumala ja täispindala.

2520. Arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui tema külgpindala on 80 cm² ja põhja pindala 64 cm².

2521. Korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala on 14,76 dm^2 ja täispindala 18 dm^2. Arvutada ruumala.

2522. Arvutada korrapärase oktaeedri pindala ja ruumala, kui tema serv on 5 dm.

2523. Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhjaserv on 2,4 dm ja küljeserv 7,6 dm. Arvutada ruumala ja täispindala.

2524. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi ruumala, kui tema külgpindala on $135\sqrt{3}$ cm^2 ja täispindala $216\sqrt{3}$ cm^2.

2525. Korrapärase kolmnurkse püramiidi külgpindala on kaks korda suurem põhja pindalast. Arvutada ruumala, kui püramiidi põhjaserv on 36 cm.

2526. Püramiidi põhjaks on ristkülik külgedega 22 cm ja 16 cm. Arvutada ruumala ja täispindala, kui püramiidi iga küljeserva pikkus on 25 cm.

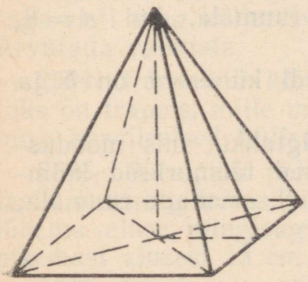
2527. Püramiidi lõigatakse põhjast 4 dm kaugusel tasapinnaga, mis on paralleelne püramiidi põhjaga. Arvutada püramiidi ruumala, kui lõike pindala on 2 m^2 ja püramiidi põhja pindala 4,5 m^2.

2528.* Korrapärase nelinurkse püramiidi täispindala on 4,16 m^2 ning külgtahu ja põhja vaheline kahetahuline nurk $\alpha = 71°34'$. Arvutada ruumala.

2529. Korrapärase kuusnurkse püramiidi kõrgus on 12 cm ja põhjaserv 6 cm. Arvutada ruumala ja täispindala.

2530. Korrapärase üheksanurkse püramiidi põhjaserv on 3,4 dm ja tasanurk tipu juures 15°. Arvutada ruumala ja täispindala.

2531.* Läbi korrapärase tetraeedri on pandud tasapind, mis jaotab tetraeedri ruumala suhtes 3 : 5. Missugusteks osadeks jaotub kahetahuline nurk?



Joon. 138.

2532.* Avaldada korrapärase kolmnurkse püramiidi ruumala, kui tema küljeserv on a ning telglõige ja põhi on võrdpindsed.

2533.* Avaldada korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala, kui tema põhjaserv on a, ning diagonaallõige ja põhi on võrdpindsed (joon. 138).

2534.* Avaldada korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui tema küljeserv on a ning diagonaallõige ja põhi on võrdpindsed.

2535. Avaldada korrapärase tetraeedri pindala, kui tema apoteem on m.

2536. Avaldada korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala ja täispindala, kui tema põhjaserv on a ja küljeserv moodustab põhjaga nurga 45°.

2537.* Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kõik küljed on a. Püramiidi kaks külgtahku on põhjaga risti ning kolmas külgtahk moodustab põhjaga nurga 60°. Avaldada ruumala.

2538. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on a ning kahetahuline nurk külgtahu ja põhitahu vahel on α. Avaldada täispindala ja ruumala.

2539. Korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala on V ning kahetahuline nurk külgtahu ja põhitahu vahel on α. Avaldada täispindala.

2540.* Korrapärase üheksanurkse püramiidi kõrgus on h ning külgpindala on n korda suurem põhja pindalast. Avaldada ruumala.

2541. Avaldada ja arvutada korrapärase nelinurkse püramiidi täispindala ja ruumala, kui tema küljeserv $l = 5$ m ja tasanurk tipu juures $\alpha = 13°45'$.

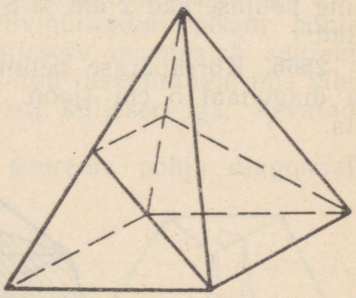
2542. Püramiidi põhjaks on romb külje pikkusega $a = 3{,}1$ cm ja teravnurgaga $\alpha = 64°10'$. Püramiidi üks küljeservadest on põhjaga risti ja võrdub poolega põhja suuremast diagonaalist. Avaldada ja arvutada ruumala.

2543.* Püramiidi $SABCD$ põhjaks on rööpkülik $ABCD$. Küljeservad SB ja SD on risti põhjaservadega BC ja DC ning moodustavad põhitahuga nurga φ. Avaldada püramiidi ruumala, kui rööpküliku teravnurk on α ja pindala P.

2544.* Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on põhjaga risti, kaks tahku aga moodustavad põhjaga nurgad α ja β. Püramiidi kõrgus on h. Avaldada külgpindala ja ruumala.

2545.* Kuidas suhtuvad osad, milleks jaotub korrapärane kolmnurkne püramiid, kui teda lõigata tasapinnaga, mis on paralleelne külgtahuga ja läbib kõrguse keskpunkti?

2546.* Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus h moodustab külgtahuga nurga α. Läbi püramiidi põhjaserva on pandud tasapind, mis on risti vastastahuga ja lõikab seda. Avaldada selle tasapinna poolt äralõigatud püramiidiosa ruumala.



Joon. 139.

2547.* Läbi korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserva ja vastastahu kesklõigu on pandud tasapind (joon. 139). Kuidas suhtuvad osad, milleks see tasapind jaotab püramiidi?

§ 40. TÜVIPÜRAMIID

Tüvipüramiidi omadused ja lõiked

2548. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi küljeserv on 9 cm ning põhjaservad 10 cm ja 2 cm. Arvutada kõrgus.

2549. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 4 dm ja 1 dm ning kõrgus 1 dm. Arvutada küljeserv.

2550. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 16 cm ja 34 cm ning küljeserv ja apoteem suhtuvad nagu 5 : 4. Arvutada kõrgus.

2551. Leida korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi diagonaalid, kui tema kõrgus on 2 cm ning põhjaservad 3 cm ja 5 cm.

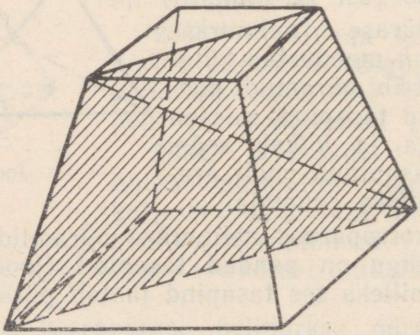
2552. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi diagonaal on 26 cm ning põhjade pindalad 98 cm² ja 450 cm². Arvutada küljeserva ja suurema põhja vaheline nurk.

2553. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 2 cm ja 6 cm ning külgtahk moodustab suurema põhjaga nurga 60°. Arvutada kõrgus.

2554. Tüvipüramiidi suuremaks põhjaks on võrdkülgne kolmnurk pindalaga $16\sqrt{3}$ cm². Tüvipüramiidi üks külgtahk on põhitahuga risti ja selle külgtahu vastas olev küljeserv moodustab suurema põhjaga nurga 30°. Arvutada kõrgus, kui tüvipüramiidi väiksema põhja ümbermõõt on 12 cm.

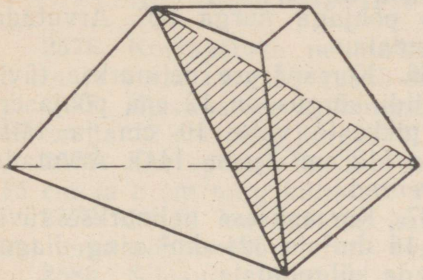
2555. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 4 dm ning põhjaservad 2 dm ja 8 dm. Arvutada diagonaallõigete pindalad.

2556. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 4 cm ja diagonaal 5 cm (joon. 140). Arvutada diagonaallõike pindala.

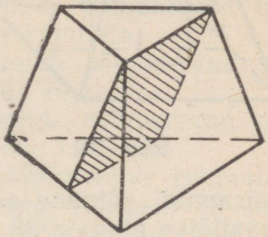


Joon. 140.

2557. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 8 m ja 5 m ning kõrgus 3 m. Püramiidi on lõigatud tasapinnaga, mis läbib alumist põhjaserva ja selle serva vastas olevat ülemise põhja tippu (joon. 141). Arvutada lõike pindala ning lõiketasapinna ja alumise põhitahu vaheline kahetahuline nurk.



Joon. 141.



Joon. 142.

2558. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 2 dm ja 5 dm ning kõrgus 1 dm. Püramiidi on lõigatud tasapinnaga, mis on paralleelne ühe küljeservaga ja läbib selle küljeserva vastas olevat väiksemat põhjaserva (joon. 142). Arvutada lõike pindala.

2559. Tüvipüramiidi põhjadeks on rombid külje pikkustega 12 dm ja 15 dm; tüvipüramiidi suurim küljeserv on 51 cm. Püramiidi kõrgus ühendab põhjade diagonaalide lõikepunkte. Arvutada diagonaallõigete pindalad, kui nad suhtuvad nagu 3 : 4.

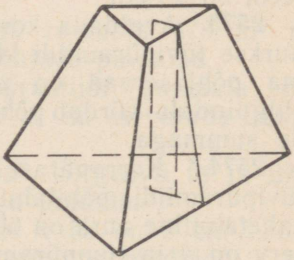
2560.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi pikem põhjaserv on 16 cm ja 1 dm pikkune küljeserv moodustab suurema põhjaga nurga 45°. Püramiidi on lõigatud tasapinnaga, mis läbib suurema põhja keskpunkti ja on risti küljeservaga. Arvutada lõike pindala.

J u h i s. Lõikav tasapind läbib suurema põhja diagonaali.

Tüvipüramiidi pindala

2561. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 8 m ja 2 m ning kõrgus 4 m. Arvutada täispindala.

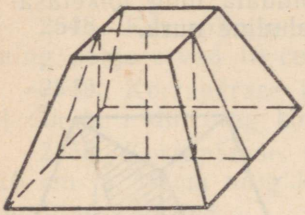
2562. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 6 dm ja 12 dm ning kõrgus 1 dm (joon. 143). Arvutada külgpindala.



Joon. 143.

2563. Korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 12 dm ja 8 dm ning kõrgus 2 dm. Arvutada täispindala.

2564. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjade ümbermõõdud on 16 cm ja 32 cm ning küljeserv moodustab alumise põhjaga nurga 60°. Arvutada täispindala.



Joon. 144.

2565. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi alumine põhjaserv on 4 dm ja kõrgus 1 dm ning küljeserv moodustab põhjaga nurga 60°. Arvutada külgpindala.

2566. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on 12 cm, põhjaservade pikkuste vahe 10 cm ja täispindala 512 cm² (joon. 144). Arvutada põhjaservad.

2567. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjade pindalad on 16 dm² ja 324 dm² ning diagonaallõike pindala 88 dm². Arvutada külgpindala.

2568. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi külgpindala on 110 dm² ning põhjaservad ja kõrgus suhtuvad nagu 7 : 4 : 2. Arvutada täispindala.

2569. Tüvipüramiidi põhjadeks on rombid külgede pikkusega 15 cm ja 25 cm. Püramiidi üks küljeserv on põhjadega risti ja ta pikkus on 18 cm. Arvutada täispindala, kui põhja diagonaalid suhtuvad nagu 3 : 4.

2570. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 9 cm ja 21 cm ning kahe mitte ühe külgtahu juures asetseva paralleelse põhjaserva vaheline kaugus on 17 cm. Arvutada külgpindala.

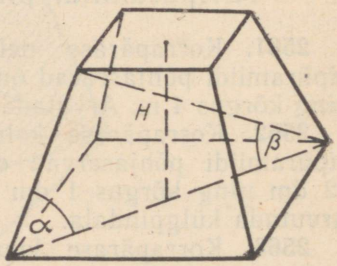
2571. Tüvipüramiidi suuremaks põhjaks on romb diagonaalidega 6 dm ja 8 dm ning 7 cm pikkune küljeserv on põhjadega risti. Arvutada täispindala, kui põhjade pindalad suhtuvad nagu 1 : 4.

2572.* Korrapärase tüvipüramiidi $ABCDA_1B_1C_1D_1$ diagonaallõike pindala on 192 cm² ja lõike A_1BCD_1 pindala 320 cm². Leida täispindala, kui tüvipüramiidi apoteem on 15 cm.

2573. Avaldada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus, kui tema põhjaservad on a ja b ning külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga.

2574.* Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhitahu juures olev kahetahuline nurk on 60°, selle põhja serv on a ja tüvipüramiidi täispindala on S. Avaldada teise põhja serv.

2575.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kõrgus on H ning



Joon. 145.

küljeserva ja suurema põhitahu ning püramiidi diagonaali ja suurema põhitahu vahelised nurgad on α ja β (joon. 145). Avaldada külgpindala.

Tüvipüramiidi ruumala

2576. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 8 cm ja 4 cm ning kõrgus 6 cm. Arvutada ruumala.

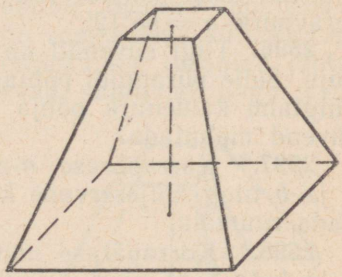
2577. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 16 cm ja 12 cm ning kõrgus 9 cm. Arvutada ruumala.

2578. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 15 cm ja 8 cm ning küljeserv 7 cm. Arvutada ruumala.

2579. Leida korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi ruumala, kui tema põhjaservad on 10 dm ja 5 dm ning küljeserv 13 dm.

2580. Siloaugu sügavus on 2,4 m; augu põhjaks on ristkülik mõõtmetega 2,7 m $\times$ 13,8 m ja augu mõõtmed ülalt on 4,5 m $\times$ $\times$ 23 m. Arvutada augu kaevamiseks vajalik mullatööde maht kuupmeetrites.

2581. Mitu kuupdetsimeetrit vett mahutab auk, millel on korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kuju, kui augu sügavus on 3 m ning tema põhja ümbermõõt on 32 dm ja ümbermõõt ülalt 4,8 m?



Joon. 146.

2582. Malmist postamendil kõrgusega 1,5 m on korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kuju (joon. 146). Selle tüvipüramiidi põhjaservad on 3 m ja 2 m. Leida postamendi mass ($d = 7{,}2$ Mg/m^3).

2583. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kujulise graniitposti mass on 55 Mg ($d = 2{,}5$ Mg/m^3). Arvutada posti kõrgus, kui tüvipüramiidi põhjaservad on 28 dm ja 20 dm.

2584. Tüvipüramiidi kõrgus on 15 m, ruumala 475 m^3 ja põhjade pindalade suhe 4 : 9. Arvutada põhjade pindalad.

2585. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala on 430 m^3, kõrgus 10 m ja üks põhjaserv 8 m. Arvutada teine põhjaserv.

2586. Tüvipüramiidi ruumala on 76 m^3, kõrgus 6 m ja ühe põhja pindala 18 m^2. Arvutada teise põhja pindala.

2587. Tüvipüramiidi põhjade pindalade vahe on 6 cm^2, kõrgus 9 cm ja ruumala 42 cm^3. Arvutada põhjade pindalad.

2588. Tüvipüramiidi ruumala on 1720 m^3 ja kõrgus 20 m. Vastavad põhjaservad suhtuvad nagu 5 : 8. Arvutada põhjade pindalad.

2589. Arvutada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala, kui tema apoteem on 130 cm ja kõrgus 126 cm ning põhjaservad suhtuvad nagu 7 : 3.

2590. Kolmnurkse tüvipüramiidi kõrgus on 10 m, ühe põhja servad 27 m, 29 m ja 52 m ning teise põhja ümbermõõt 72 m. Arvutada ruumala.

2591. Arvutada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala, kui tema diagonaal on 9 dm ning põhjaservad 7 dm ja 5 dm.

2592. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 4 dm ja 3 dm ning diagonaallõike pindala $21\sqrt{2}$ dm². Arvutada ruumala.

2593. Arvutada tüvipüramiidi ruumala, kui tema kõrgus on 6 dm, väiksema põhja pindala 20 dm² ja põhjade ümbermõõtude suhe 2 : 3.

2594. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi küljeserv on 4 m ning küljeserva ja suurema põhja vaheline nurk 60°. Arvutada ruumala, kui väiksema põhja ümber joonestatud ringjoone raadius on 1 m.

2595. Arvutada korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala, kui tema põhjaservad on 25,7 cm ja 15,2 cm ning külgtahu teravnurk $\alpha = 65°12'$.

2596. Tiigi süvendil on korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kuju. Selle püramiidi põhjaservad on $a = 14$ m ja $b = 10$ m ning külgtahu kaldenurk põhja suhtes $\alpha = 142°$. Kui palju vett võib süvend mahutada?

2597.* Korrapärase n-nurkse tüvipüramiidi põhjaservad on a ja b ning küljeservade kaldenurk põhitahu suhtes on α. Avaldada ruumala.

2598.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad on a ja b $(a > b)$ ning küljeserva ja põhjaserva vaheline teravnurk on α. Avaldada ruumala.

Segaülesandeid

2599. Korrapärase kolmnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 2,5 dm ja 1 dm ning külgpindala 20 dm². Arvutada ruumala.

2600. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi apoteem on 2,5 dm ja alumine põhjaserv on 4 dm võrra pikem ülemisest põhjaservast. Arvutada selle püramiidi ruumala, kui tema täispindala on 56 dm².

2601. Korrapärase kuusnurkse tüvipüramiidi põhjaservad on 5 dm ja 3 dm ning külgpindala $24\sqrt{5}$ dm². Arvutada ruumala.

2602. Püramiidi kõrgus on 16 dm ja põhja pindala 64 dm². Seda püramiidi on lõigatud põhjaga paralleelse tasapinnaga nii,

et saadud lõike pindala on 36 dm^2. Arvutada tekkinud tüvipüramiidi ruumala.

2603. Arvutada tüvipüramiidi ruumala, kui tema põhjade pindalad on 98 cm^2 ja 32 cm^2 ning vastava täispüramiidi kõrgus on 14 cm.

2604. Tüvipüramiidi põhjade pindalad on 245 m^2 ja 80 m^2 ning vastava täispüramiidi kõrgus on 35 m. Arvutada tüvipüramiidi ruumala.

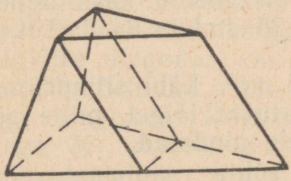
2605. Tüvipüramiidi ruumala on 475 m^3 ning põhjade pindalad 20 m^2 ja 45 m^2. Arvutada tüvipüramiidi ja täispüramiidi kõrgus.

2606.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi $ABCDA_1B_1C_1D_1$ diagonaalid lõikuvad punktis O. Arvutada püramiidi $OABB_1A_1$ ruumala, kui $AB = 4$ cm, $A_1B_1 = 16$ cm ja $AA_1 = 11$ cm.

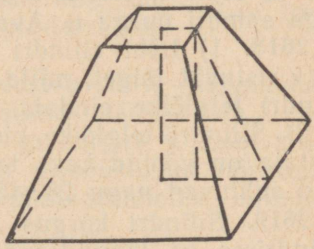
Juhis. Antud tüvipüramiid koosneb kuuest püramiidist ühise tipuga punktis O.

2607.* Läbi nelinurkse tüvipüramiidi diagonaalide lõikepunkti on pandud põhjadega paralleelne tasapind. Tüvipüramiidi põhjaservad on 6 m ja 3 m ning kõrgus 9 m. Arvutada lõike diagonaal ja tüvipüramiidi kummagi osa ruumala.

2608.* Läbi kolmnurkse tüvipüramiidi ülemise põhjaserva on pandud tasapind, mis on paralleelne vastasoleva küljeservaga (joon. 147). Kuidas suhtuvad osad, milleks see tasapind jaotab tüvipüramiidi, kui vastavad põhjaservad suhtuvad nagu 1 : 2?



Joon. 147.



Joon. 148.

2609.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjaservad suhtuvad nagu 2 : 3. Läbi tüvipüramiidi diagonaalide lõikepunkti on pandud põhjadega paralleelne tasapind. Kuidas suhtuvad osad, milleks see tasapind jaotab tüvipüramiidi?

2610.* Tüvipüramiidi põhjade pindalad on Q ja q ning ruumala V. Avaldada täispüramiidi ruumala.

2611.* Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi alumise ja ülemise põhja servad on vastavalt a ja b $(a > b)$ ning kahetahuline nurk alumise põhitahu ja külgtahu vahel on α (joon. 148). Avaldada täispindala ja ruumala.

§ 41. SILINDER

Silindri omadused ja lõiked

2612. Silindri telglõige on ruut, mille pindala on 64 cm^2. Leida silindri põhja pindala.

2613. Silindri külgpinnalaotus on ruut küljega a. Avaldada selle silindri põhja pindala ja telglõike pindala.

2614. Silindri kõrgus on 12 cm ja põhja raadius 10 cm. Silinder on lõigatud tasapinnaga, mis on risti põhja raadiusega ja läbib selle keskpunkti. Leida lõike pindala.

2615. Silindri põhja raadius on 29 cm ja moodustaja 4 dm. Kui kaugel teljest asetseb teljega paralleelne ruudukujuline lõige?

2616. 1) Silinder on lõigatud teljega paralleelse tasapinnaga, mis eraldab põhja ringjoonest 60°-se kaare. Leida lõike pindala, kui lõike diagonaal on 15 dm ja silindri põhja raadius 9 dm.

2) Silinder on lõigatud teljega paralleelse tasapinnaga, mis eraldab põhja ringjoonest 51°-se kaare. Silindri kõrgus on 1,76 dm ja lõike kaugus teljest 0,63 dm. Leida lõike pindala.

2617. Silinder on lõigatud teljega paralleelse tasapinnaga, mis eraldab põhja ringjoonest kaare $\alpha = 73°12'$. Põhja raadius $r = 10{,}05$ dm. Lõik, mis ühendab ülemise põhja keskpunkti kaarele α toetuva kõõlu keskpunktiga, moodustab põhja tasapinnaga samuti nurga α. Avaldada ja arvutada lõike pindala.

2618. 1) Läbi silindri moodustaja on võetud kaks teineteisega ristuvat lõiget, mille pindalad on 35 dm^2 ja 84 dm^2. Leida silindri telglõike pindala.

2) Silindri telglõike pindala on 212 cm^2. Läbi silindri moodustaja on võetud kaks teineteisega ristuvat lõiget, mille pindalad suhtuvad nagu 28 : 45. Leida lõigete pindalad.

2619. Silindri kõrgus $h = 2$ m ja põhja raadius $r = 7$ m. Silindrisse on kujundatud ruut, mille tipud asetsevad põhjade ringjoontel ja mis on kaldu silindri teljega. Leida ruudu külg. Kas see ülesanne on lahenduv h ja r mistahes väärtuste puhul? Missugust võrratust peavad rahuldama h ja r, et ülesanne oleks lahenduv?

Silindri pindala

2620. 1) Silindri telg on 15 cm ja telglõike diagonaal 17 cm. Leida silindri pindala.

2) Silindri põhja ümbermõõt on 25,12 dm^2 ja telglõike diagonaal 5 cm. Leida silindri pindala.

2621. Silindri telglõige on ruut külje pikkusega a. Avaldada

külg- ja täispindala. Mitu protsenti moodustab põhjade pindala külgpindalast?

2622. 1) Silindri telglõige on ristkülik diagonaaliga 3,7 m ja telglõike diagonaalide vaheline nurk, mis asetseb silindrilise pinna vastas, on 57°. Leida silindri külgpindala.

2) Silindri külgpinnalaotus on ristkülik, mille diagonaal d moodustab alusega nurga α. Avaldada silindri külgpindala.

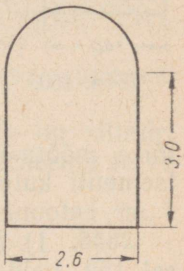
2623. Silindri telglõike diagonaal on 5,2 korda suurem põhja raadiusest. Leida silindri täispindala, kui külgpindala on 120 cm².

2624. Kui palju plekki kulub 25-sentimeetrise läbimõõduga toru jooksva meetri valmistamiseks, kui neetekohtadele kulub 8% kogu vajatavast plekist?

2625. 1) Silindrilise katla diameeter on 1,2 m ja pikkus 4,4 m. Leida rõhumine kogu katla pinnale, kui rõhk katlas on 8 baari.

2) Silindrilise katla diameeter on 1,40 m ja pikkus 3,30 m. Leida rõhumine kogu katla pinnale, kui rõhk katlas on 10,0 baari.

2626. Koridori ristlõike mõõtmed on antud meetrites joonisel 149. Koridori pikkus on 8,2 m ning tal on kaks akent, kumbki mõõtmetega 1,6 m × 1,1 m. Kui palju on vaja segu koridori seinte ja lae krohvimiseks, kui 1 m² kohta kulub seda 22 kg?



Joon. 149.

2627. Silindri külgpinnalaotuse üks külg on teisest 1 dm võrra pikem. Leida täispindala, kui külgpindala on 20 dm².

2628. Silindri külgpindala moodustab 50% täispindalast. Telglõike diagonaal on d. Avaldada silindri täispindala.

2629. Silindri põhja raadius on r ja kõrgus h. Läbi silindri telje on pandud kaks tasapinda, mis moodustavad teineteisega nurga 36°. Avaldada väiksema tasapindadevahelise silindriosa täispindala.

Silindri ruumala

2630. Kui suure ruumala võtab enda alla küttesegu sõiduauto «Moskvitš» mootori silindris kolvi alumise surnud seisu puhul, kui kolvi käik on 75 mm ja silindri diameeter 67,5 mm?

2631. Silindri kõrgus $h = 2{,}34$ dm ning külgpinnalaotuse diagonaali ja moodustaja vaheline nurk $\alpha = 55°30'$. Avaldada ja arvutada silindri ruumala.

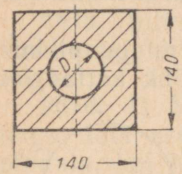
2632. 1) Inseneride Tšumaki ja Šedovi konstrueeritud kaevukaevamismasin kaevab ööpäeva jooksul 30 m sügavuse kaevu, mille läbimõõt on 1,2 m. Leida masina jõudlus kuupmeetrites tunnis.

2) Pumba silindri diameeter on 132 mm ja kolvi käik 204 mm. Kui palju vett pumbatakse minutis, kui kolvi liikumise sagedus on 30 täisvõnget minutis?

3) Betoonipumba toru diameeter on 282 mm ning pump imeb tunnis 40 m^3 betooni. Kui suure kiirusega liigub betoon torus?

2633. 1) Vasktraadi läbimõõt on 0,25 mm. Kui palju kaalub 500 jooksvat meetrit sellist traati ($d = 8{,}9$ Mg/m^3)? 1 kg massi kaalub 9,8 N.

2) Malmtoru seina paksus on 2,0 cm ja sisemine läbimõõt 8,0 cm. Leida toru jooksva meetri mass ($d = 7{,}2$ Mg/m^3).



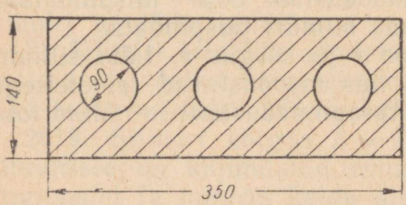
Joon. 150.

2634. 1) Ümmarguse raudvarda mass on 4,29 kg. Leida varda läbimõõt, kui tema pikkus on 1,75 m ($d = 7{,}8$ Mg/m^3).

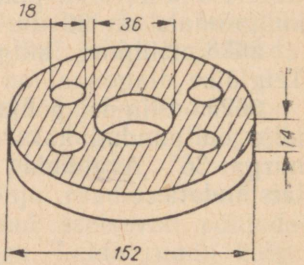
2) Maa-aluste sideliinide paigaldamiseks kasutatakse betoonplokke, mille ristlõige on kujutatud joonisel 150 (mõõtmed on joonisel antud sentimeetrites). Leida ava diameeter D, kui ploki jooksva meetri mass on 2,52 Mg ($d = 1{,}9$ Mg/m^3).

2635. 200 m pikkuse maa-aluse telefoniliini paigaldamiseks kasutati betoonplokke, mille ristlõike mõõtmed on sentimeetrites antud joonisel 151. Kui palju tsementi kulus liini jaoks vajalike plokkide valmistamiseks, kui 1 m^3 betooni valmistamiseks on vaja 320 kg tsementi?

2636. 1) Malmketta mõõtmed on antud millimeetrites joonisel 152. Leida ketta mass ($d = 7{,}2$ Mg/m^3).



Joon. 151.

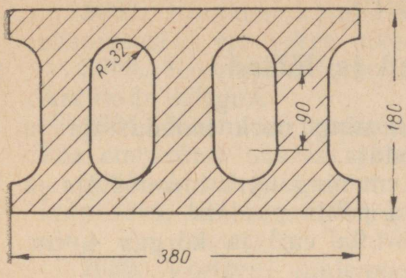


Joon. 152.

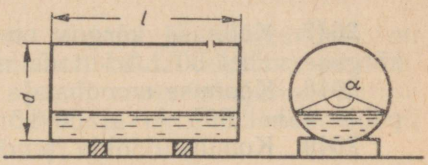
2) Betoonploki ristlõike mõõtmed on antud millimeetrites joonisel 153. Kui suur on sellise ploki jooksva meetri mass ($d = 1{,}6$ Mg/m^3)?

2637. Kahes virnas on võrdne arv palke. Ühe virna palgid on kaks korda pikemad teise virna palkidest, kuid teise virna palgid on kaks korda jämedamad esimese virna palkidest. Kummas virnas on mahuliselt rohkem palke?

2638. 1) Horisontaalse silindrikujulise paagi pikkus on 4,8 m



Joon. 153.



Joon. 154.

ja läbimõõt 1,4 m. Vee vaba pind asetseb $^3/_4$ paagi kõrgusel. Mitu kuupmeetrit vett on paagis ja kui suur on vee vaba pind?

2) Horisontaalne silindrikujuline paak, mille pikkus $l = 3{,}2$ m ja läbimõõt $d = 1{,}8$ m, on osaliselt täidetud veega (joon. 154). Mitu kuupmeetrit vett on paagis, kui nurk $\alpha = 140°$?

2639. Silindri kõrguse suurendamisel a m võrra suureneb silindri ruumala b m³ võrra. Leida põhja raadius.

2640.* Korrapärase tetraeedri kaks kiivset serva on silindri põhjade diameetriteks. Avaldada silindri ruumala tetraeedri serva a kaudu.

Segaülesandeid

2641. Leida silindri ruumala, kui tema täispindala on 60 dm² ja külgpindala 42 dm².

2642. Leida silindri põhja raadius, kui tema ruumala on arvuliselt võrdne külgpindalaga.

2643. 1) Ristkülik, mille küljed on a ja b $(a > b)$, pöörleb ümber suurema külje. Avaldada seejuures tekkiva pöördkeha täispindala ja ruumala.

2) Ristkülik, mille 12 cm pikkune diagonaal moodustab küljega nurga 30°, pöörleb ümber väiksema külje. Leida tekkiva pöördkeha täispindala ja ruumala.

2644. 1) Silindri telglõike diagonaal $d = 8{,}6$ m moodustab põhja tasapinnaga nurga $\alpha = 58°50'$. Avaldada ja arvutada silindri ruumala ja külgpindala.

2) Silindri telglõike diagonaal $d = 15$ cm ja diagonaalidevaheline nurk α, mis asetseb põhja diameetri vastas, on $62°12'$. Avaldada ja arvutada silindri ruumala ja külgpindala.

2645. Silindri telglõike diagonaalide vaheline nurk α, mis asetseb moodustaja vastas, on $129°24'$ ja silindri ruumala $V = 4{,}748$ m³. Leida silindri kõrgus ja põhja raadius.

2646. Silindri külgpindala on S ja külgpinnalaotuse diagonaalide vaheline nurk, mis asetseb moodustaja vastas, on α. Avaldada silindri ruumala.

§ 42. KOONUS

Koonuse omadused ja lõiked

2647. Koonuse kõrgus on 5 cm ning nurk moodustaja ja kõrguse vahel 60°. Arvutada moodustaja.

2648. Koonuse moodustaja on 4 cm ning nurk moodustaja ja põhja vahel 30°. Arvutada kõrgus ja põhja pindala.

2649. Koonuse põhja pindala on 9π cm^2 ja kõrgus 4 cm. Arvutada moodustaja.

2650. Koonuse põhja raadius on 4 cm ja kõrgus 6 cm. Kõrguse keskpunkti läbib põhjaga paralleelne lõige. Leida selle lõike pindala.

2651. Koonuse telglõike pindala on 48 cm^2 ja põhja pindala 36π cm^2. Arvutada moodustaja.

2652. Koonuse telglõige ja põhi on võrdpindsed. Arvutada põhja pindala, kui koonuse kõrgus on 9 cm.

2653. Koonuse telglõige on võrdkülgne kolmnurk. Koonus on lõigatud tasapinnaga, mis läbib koonuse tippu ja eraldab põhja ringjoonest 60°-se kaare. Arvutada lõike pindala, kui koonuse põhja raadius on 2 cm.

2654. Koonus, mille kõrgus võrdub põhja raadiusega $R = 4$ cm, on lõigatud tasapinnaga, mis läbib koonuse tippu ja eraldab põhja ringjoonest 90°-se kaare. Leida lõike pindala.

2655. Läbi koonuse tipu on pandud tasapind, mis moodustab põhjaga nurga 45° ja eraldab põhja ringjoonest 60°-se kaare. Leida lõike pindala, kui põhja raadius on 3 cm.

2656. Koonuse telglõige on kolmnurk, mille kõrgus on 4 cm ja alusnurk 30°. Läbi kahe teineteisega ristuva moodustaja on pandud tasapind. Arvutada tekkinud lõike pindala.

2657. Plekist sektorist, mille raadius on 18 cm ja kesknurk 140°, valmistatakse lehter. Leida selle lehtri ülemise ava läbimõõt.

2658. Tahetakse valmistada koonuse külgpinna mudel, mille kõrgus on 9 cm ja põhja läbimõõt 11,2 cm. Kui suur peab olema selleks võetava sektori raadius ja kesknurk?

Koonuse pindala

2659. Koonuse kõrgus on 6 cm ja moodustaja 10 cm. Arvutada külgpindala.

2660. Koonuse põhja pindala on 16π cm^2 ja kõrgus 3 cm. Arvutada täispindala.

2661. Koonuse külgpindala on 32π cm^2 ja moodustaja 8 cm. Arvutada põhja pindala.

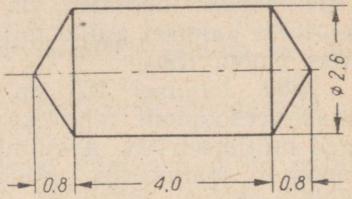
2662. Koonuse külgpindala on 24π cm^2 ja moodustaja on raadiusest 2 cm võrra pikem. Arvutada kõrgus.

2663. Koonuse külgpindala on 65π cm^2 ja täispindala 90π cm^2. Arvutada kõrgus.

2664. Koonuse moodustaja on 17 cm ja külgpindala on 72π cm^2 võrra suurem põhja pindalast. Leida telglõike pindala.

2665. Mitu katusekivi kulub torni koonusekujulise katuse katmiseks, kui katuse kõrgus on 3,8 m ja torni läbimõõt 8,4 m ning ühe ruutmeetri katmiseks kulub 15 kivi?

2666. Veetorni tuulemootori Д-5 paagile tehti soojusisolatsioon. Paagi mõõtmed (meetrites) on toodud joonisel 155, millel on kujutatud paagi telglõige. Arvutada soojusisolatsiooni pindala.



Joon. 155.

2667. Koonuse telglõige on täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuusi pikkus on $2\sqrt{2}$ cm. Arvutada külgpindala.

2668. Koonuse telglõike tipunurk on 72° ja kõrgus $h = 8$ cm. Arvutada täispindala.

2669. Koonuse kõrguse ja moodustaja vaheline nurk on 41° ning põhja ümbermõõt $4{,}2\pi$ cm. Arvutada külgpindala.

2670. Koonuse põhja pindala on 9π cm^2 ning moodustaja ja raadiuse vaheline nurk 52°. Arvutada külgpindala.

2671. Kolmnurk, mille külgede pikkused on 12 cm, 17 cm ja 25 cm, pöörleb ümber väikseima külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala.

2672. Rööpkülik, mille külgede pikkused on 17 cm ja 28 cm ning diagonaalide summa 64 cm, pöörleb ümber suurema külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala.

2673. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatetite pikkused on 3 m ja 4 m, pöörleb ümber hüpotenuusi. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala.

2674. Romb, mille pindala on 12 cm^2, pöörleb ümber ühe külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala.

Koonuse ruumala

2675. Koonuse telglõike tipunurk on 58° ja raadius 4,2 cm. Arvutada ruumala.

2676. Koonuse telglõike alusnurk on 68° ja külgpindala 24π cm^2. Arvutada ruumala.

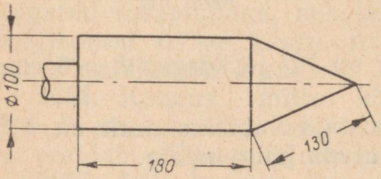
2677. Kui palju kaalub koonusekujuline liivahunnik, mille

kõrgus on 15 dm ja ümbermõõt 9,5 m, kui 1 m^3 liiva mass on 1,8 Mg?

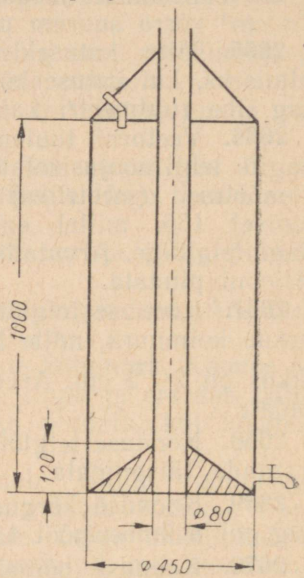
2678. Arvutada petrooleuminõu mahutavus kuupdetsimeetrites, kui nõu põhja läbimõõt on 24 cm, silindrilise osa kõrgus 28 cm ja koonilise osa kõrgus 15 cm. Kui palju on 100 sellise nõu värvimiseks tarvis värnitsat, kui 1 m^2 värvimiseks kulub 100 g värnitsat?

2679. Arvutada terasest lihvimispea mass ($d = 7{,}8$ Mg/m^3). Lihvimispea mõõtmed on tema telglõike joonisel antud millimeetrites (joon. 156).

2680. Joonisel 157 on antud gaasi-veesoojendi telglõike mõõtmed millimeetrites. Arvutada veesoojendi mahutavus (kuupdetsimeetrites).



Joon. 156.



Joon. 157.

2681. Rauast koonus ujub elavhõbedas nii, et koonuse tipp asetseb elavhõbedas ja koonuse telg on vertikaalne. Leida elavhõbedas oleva koonuseosa kõrguse ja kogu koonuse kõrguse suhe. Raua tihedus on 7,8 Mg/m^3 ja elavhõbeda tihedus 13,6 Mg/m^3.

2682. Koonuse telglõige on võrdkülgne kolmnurk ümbermõõduga 42 cm. Arvutada ruumala.

2683. Koonuse telglõike pindala on 48 cm^2 ja põhja pindala 36π cm^2. Arvutada ruumala.

2684. Koonuse põhja pindala on 100π cm^2 ja moodustaja on kõrgusest 2 cm võrra pikem. Arvutada ruumala.

2685. Koonuse põhja raadius on 2 dm ja külgpinna laotusnurk 90°. Arvutada ruumala.

2686. Võrdhaarne trapets, mille alused on 15 dm ja 5 dm ning kõrgus 12 dm, pöörleb ümber suurema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala.

2687. Võrdhaarne täisnurkne kolmnurk, mille pindala on 50 cm^2, pöörleb ümber hüpotenuusi. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala.

2688. Kolmnurk, mille üks külg on 18 cm ning selle külje lähisnurgad 34° ja 67°, pöörleb ümber suurima külje. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala.

Segaülesandeid

2689. Koonuse täispindala on 200π m² ja kõrgus 15 m. Arvutada ruumala.

2690. Koonuse kõrgus on 6 cm ja külgpindala 24π cm². Arvutada ruumala.

2691. Koonuse ruumala on 12π cm³ ja põhja pindala 9π cm². Arvutada täispindala.

2692. Koonuse ruumala on 716 cm³ ning nurk moodustaja ja põhja vahel 63°26′. Arvutada külgpindala.

2693. Vedelikuga täidetud koonilisest anumast, mille põhja raadius on 12 cm ja kõrgus 18 cm, valatakse vedelik ümber silindrilisse anumasse, mis seejuures samuti täitub. Arvutada silindrilise anuma pindala, kui vedeliku kõrgus silindrilises anumas on 13,5 cm.

2694. Kolmnurk, mille kaks külge on 20 cm ja 15 cm ning suurema külje vastasnurk 72°, pöörleb ümber suuruselt keskmise külje. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.

2695. Kolmnurk, mille kaks külge on 8 cm ja 12 cm ning nurk nende külgede vahel 126°, pöörleb ümber väiksema külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2696. Kolmnurk, mille küljed on 13 cm, 37 cm ja 40 cm, pöörleb ümber suurima külje. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.

2697. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 5 cm ja 12 cm, pöörleb ümber telje, mis on paralleelne suurema kaatetiga ja asetseb sellest 3 cm kaugusel. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2698. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 15 cm ja 20 cm, pöörleb ümber hüpotenuusi ristsirge, mis on tõmmatud läbi suurema teravnurga tipu ja asetseb kolmnurga tasapinnas. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2699. Võrdhaarne trapets, mille alused on 10 cm ja 4 cm ning haar 5 cm, pöörleb ümber suurema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja täispindala.

2700. Võrdhaarne trapets, mille alused on 15 dm ja 5 dm ning kõrgus 12 dm, pöörleb ümber väiksema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.

2701. Trapets, mille alused on 4 cm ja 4 dm ning haarad 25 cm ja 29 cm, pöörleb ümber väiksema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.

2702.* Koonuse moodustaja ja kõrguse pikkuste vahe on d ning nendevaheline nurk on α. Avaldada ruumala.

2703.* Võrdkülgne kolmnurk, mille külje pikkus on a, pöörleb ümber telje, mis asetseb kolmnurga tasapinnas, läbib kolmnurga ühte tippu ning moodustab kolmnurga küljega nurga α. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala, kui telg ei lõika kolmnurka.

2704.* Kolmnurgas on antud alus a ning aluse lähisnurgad α ja $(90° + \alpha)$. See kolmnurk pöörleb ümber omä kõrguse. Avaldada tekkiva pöördkeha ruumala.

2705.* Koonuse telglõige on kolmnurk, mille tipunurk on α. Selle kolmnurga ümberringjoone raadius on R. Avaldada koonuse ruumala.

2706.* Kahel koonusel on ühine kõrgus h ja kontsentrilised põhjad. Nende koonuste moodustajate ja telje vaheliste nurkade vahe on β ning sisemise koonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on α. Leida koonuste külgpindade vahele jääva ruumiosa ruumala.

§ 43. TÜVIKOONUS

Tüvikoonuse omadused ja lõiked

2707. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 7 cm ja 2 cm ning kõrgus 12 cm. Arvutada moodustaja.

2708. Tüvikoonuse moodustaja on 17 cm ja kõrgus 15 cm ning põhjade raadiused suhtuvad nagu 5 : 3. Arvutada põhjade raadiused.

2709. Tüvikoonuse moodustaja on 13 cm ning põhjade raadiused 3 cm ja 8 cm. Arvutada telglõike pindala.

2710. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 12 cm ja 28 cm ning moodustaja ja kõrgus suhtuvad nagu 17 : 15. Arvutada telglõike pindala.

2711. Tüvikoonuse moodustaja on 10 cm, kõrgus 8 cm ja ülemise põhja raadius 4 cm. Arvutada tüvikoonuse kesklõike pindala.

2712. Tüvikoonuse kesklõike pindala on 81π cm^2 ja ühe põhja raadius on kaks korda suurem teise põhja raadiusest. Arvutada telglõike pindala, kui moodustaja kaldenurk põhja suhtes on 45°.

2713. Tüvikoonuse moodustaja on 17 cm, telglõike pindala 420 cm^2 ja kesklõike pindala 196π cm^2. Arvutada tüvikoonuse põhjade pindalad.

2714.* Tüvikoonuse telg jaotab telglõike diagonaali $6\frac{7}{8}$ cm ja $13\frac{1}{8}$ cm pikkusteks lõikudeks. Arvutada kesklõike pindala ja tüvikoonuse kõrgus, kui moodustaja on 13 cm.

Tüvikoonuse pindala

2715. Tüvikoonuse kõrgus on 4 dm ning põhjade raadiused 4 dm ja 7 dm. Arvutada külgpindala.

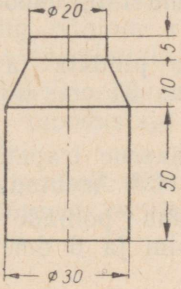
2716. Tüvikoonuse moodustaja ja kõrgus suhtuvad nagu 41 : 40 ning põhjade raadiused on 12 cm ja 3 dm. Arvutada külgpindala.

2717. Arvutada tüvikoonuse külgpindala, kui tema põhjade raadiused on 11 cm ja 21 cm ning telglõike diagonaal 4 dm.

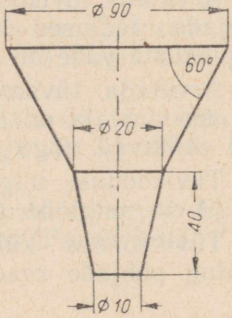
2718. Tüvikoonuse moodustaja on 5 dm ja kõrgus 4 dm ning külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga. Arvutada põhjade raadiused.

2719. Arvutada tüvikoonuse kõrgus, kui tema täispindala on 572π m^2 ning põhjade raadiused 6 m ja 14 m.

2720. Kui palju plekki on tarvis joonisel 158 kujutatud piimanõu valmistamiseks (mõõtmed on joonisel antud sentimeetrites)? Ühenduste valtsimiseks kulub 8% materjalist.



Joon. 158.



Joon. 159.

2721. Kui palju plekki on tarvis joonisel 159 kujutatud lehtri valmistamiseks (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites)? Ühenduste valtsimiseks kulub 5% materjalist.

2722. Mitu ruutmeetrit vaskplekki on tarvis, et valmistada ruupor, mille otste läbimõõdud on 43 cm ja 36 mm ning moodustaja 1,42 m?

2723. Tüvikoonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on 60° ning ühe põhja raadius on kaks korda pikem kui teise põhja raadius, mille pikkus on 15 m. Arvutada täispindala.

2724. Arvutada tüvikoonuse külgpindala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline nurk on 60° ning põhjade pindalad $S_1 = 81\pi$ m^2 ja $S_2 = 49\pi$ m^2.

2725. Tüvikoonuse telglõike pindala on 100 cm^2 ja teravnurk 30°. Arvutada külgpindala.

2726. Tüvikoonuse kesklõike raadius on 5 cm, kõrgus 6 cm ning nurk moodustaja ja põhja vahel 54°. Arvutada külgpindala.

2727. Tüvikoonuse külgpindala on 75,36 cm^2 ning põhjade pindalad 12,56 cm^2 ja 50,24 cm^2. Arvutada nurk moodustaja ja põhja vahel.

2728. Täisnurkne trapets, mille suurem alus on 4 m ning haarad 16 dm ja 34 dm, pöörleb ümber lühema haara. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala.

Tüvikoonuse ruumala

2729. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 20 cm ja 8 cm ning nurk moodustaja ja põhja vahel 45°. Arvutada ruumala.

2730. Tüvikoonuse ruumala on 444π dm^2 ning põhjade raadiused 8 dm ja 6 dm. Arvutada kõrgus.

2731. Arvutada tüvikoonuse telglõike pindala ja ruumala, kui tema põhjade raadiused on 5 dm ja 3 dm ning moodustaja ja kõrguse pikkuste vahe on 1 dm.

2732. Arvutada tüvikoonuse telglõike pindala ja ruumala, kui tema moodustaja on 37 cm ja kõrgus 35 cm ning põhjade raadiused suhtuvad nagu 5 : 2.

2733. Tüvikoonuse telglõige on võrdhaarne trapets alustega 18 cm ja 14 cm; telglõike pindala on 240 cm^2. Arvutada ruumala.

2734. Tüvikoonuse külgpindala võrdub põhjade pindalade vahega ning põhjade raadiused on 11 dm ja 6 dm. Arvutada ruumala.

2735. Arvutada tüvikoonuse ruumala ja telglõike pindala, kui tema põhjade raadiused on 6 cm ja 10 cm ning telglõike diagonaalid on teineteisega risti.

2736. Tüvikoonuse kõrgus on 12 cm, ruumala 2800π cm^3 ja kesklõike pindala 225π cm^2. Arvutada põhjade raadiused.

2737. Mitu kuupdetsimeetrit mahutab tüvikoonusekujuline ämber, mille sügavus on 30 cm, põhja laius 18 cm ja laius pealt 28 cm?

2738. Palgi otste läbimõõdud on 42 cm ja 25 cm ning pikkus 16 m. Arvutada palgi ruumala.

2739. Võrdhaarne trapets, mille paralleelsed küljed on 20 cm ja 14 cm ning teravnurk 60°, pöörleb ümber keskmise kõrguse. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala.

2740. Täisnurkne trapets, mille alused on 6 dm ja 2 dm ning kõrgus 3 dm, pöörleb ümber lühema haara. Arvutada seejuures tekkiva pöördkeha ruumala.

2741. Tüvikoonuse põhjade läbimõõdud on 52 cm ja 70 cm ning moodustaja 41 cm. Arvutada ruumala ja külgpindala.

2742. Tüvikoonuse külgpindala on 247π cm^2 ning põhjade pindalad 144π cm^2 ja 49π cm^2. Arvutada ruumala ja telglõike pindala.

2743. Tüvikoonuse moodustaja on 17 cm, telglõike pindala 420 cm^2 ja kesklõike pindala 196π cm^2. Arvutada külgpindala ja ruumala.

2744. Tüvikoonuse ruumala on 181π m^3 ning põhjade raadiused 2 m ja 5,5 m. Arvutada külgpindala.

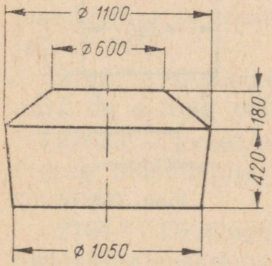
2745. Tüvikoonuse külgpindala on 80π dm^2 ja moodustaja 5 dm. Arvutada telglõike pindala ja tüvikoonuse ruumala, kui põhjade raadiused suhtuvad nagu 5 : 3.

2746. Tüvikoonuse moodustaja on 37 dm ja kõrgus 35 dm ning põhjade raadiused suhtuvad nagu 5 : 2. Arvutada telglõike pindala ja tüvikoonuse ruumala.

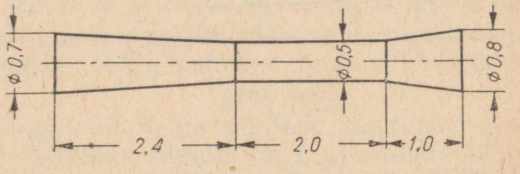
2747. Tüvikoonuse telglõike pindala on 144 cm^2 ja kõrgus 16 cm ning põhjade raadiused suhtuvad nagu 4 : 5. Arvutada ruumala ja täispindala.

2748. Tüvikoonuse ruumala on 1448π m^3 ning põhjade raadiused ja moodustaja suhtuvad nagu 2 : 5,5 : 12,5. Arvutada külgpindala.

2749. Joonisel 160 on kujutatud betoonisegisti trumli telglõige (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites). Arvutada trumli maht.



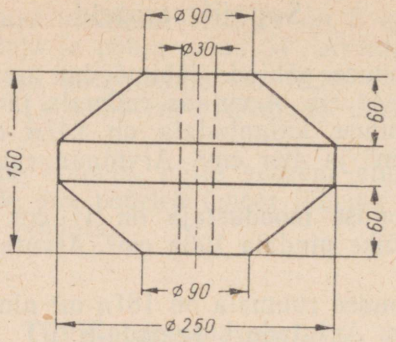
Joon. 160.



Joon. 161.

2750. Arvutada ühetorulise hüdroelevaatori maht, kui elevaatori telglõike mõõtmed on antud joonisel 161 meetrites.

2751. Joonisel 162 on kujutatud abrasiivist lihvimiskäia telglõige. Arvutada käia mass, kui tema mõõtmed on joonisel antud millimeetrites ($d = 2{,}5$ Mg/m^3).

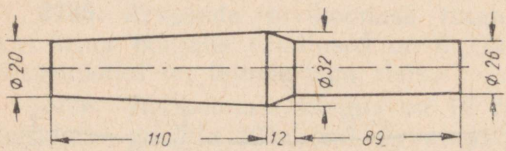


Joon. 162.

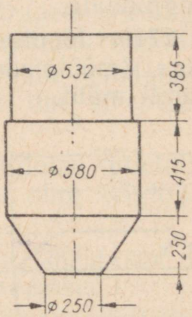
2752. Betooni plastilisuse määramiseks kasutatakse nn. Abramsi koonust. Viimane kujutab enesest plekist tüvikoonust, mille kõrgus on 30 cm ning põhjade läbimõõdud 10 cm ja 20 cm. Arvutada 1) Abramsi koonuse maht; 2) koonuse valmistamiseks kulutatava pleki pindala (käepideme valmistamiseks lisatakse pleki hulgale juurde 5%).

2753. Joonisel 163 on antud terasest kaliibri mõõtmed millimeetrites. Arvutada kaliibri mass ($d = 7{,}8$ Mg/m³).

2754. Arvutada betoonitehases kasutatava dosaatori maht, kui dosaatori mõõtmed on antud millimeetrites joonisel 164.



Joon. 163.

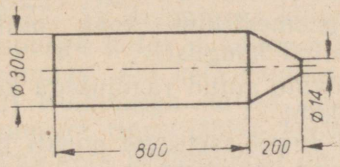


Joon. 164.

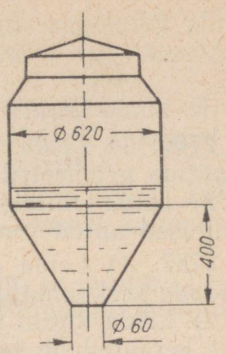
2755. Arvutada auruseparaatori maht, kui separaatori mõõtmed on antud millimeetrites joonisel 165.

2756. Absorberisse, mille mõõtmed on antud millimeetrites joonisel 166, valatakse 0,06 m³ vett. Arvutada vee nivoo kõrgus absorberis.

2757.* Koonusekujuline nõu on asetatud tipuga allapoole nii, et koonuse telg on vertikaalne. Koonuse kõrgus on 15 cm ja põhja läbimõõt 18 cm. Nõu on täidetud vee ja elavhõbedaga,



Joon. 165.



Joon. 166.

mida on võetud kaaluliselt võrdsetes kogustes. Arvutada veekihi ja elavhõbedakihi paksus. Elavhõbeda tihedus on 13,6 Mg/m³.

2758. Täisnurkne trapets, mille alused on 6 dm ja 2 dm ning kõrgus 3 dm, pöörleb ümber lühema haara. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.

2759.* Koonuse kõrgus on jaotatud kolmeks võrdseks osaks ja läbi jaotuspunktide on pandud põhjaga paralleelsed tasapinnad. Leida keskmise osa ruumala, kui kogu koonuse ruumala on 27π dm³.

2760.* Tüvikoonuse põhjade raadiused on R ja r. Põhjadega paralleelne tasapind jaotab selle tüvikoonuse kaheks võrdseks osaks. Avaldada lõike pindala.

2761.* Tüvikoonuse põhjade raadiused on R ja r ning nurk moodustaja ja alumise põhja vahel on α. Avaldada külgpindala ja ruumala.

2762.* Tüvikoonuse moodustaja ja alumise põhja vaheline nurk on α ning põhjade pindalad Q ja q. Avaldada külgpindala.

2763.* Tüvikoonuse põhjade pindalade suhe on 4, moodustaja l ning moodustaja ja alumise põhja vaheline nurk φ. Avaldada ruumala.

2764.* Tüvikoonuse kõrgus on tema põhjade raadiuste geomeetriline keskmine ning raadiuste summa on L. Avaldada külgpindala, kui nurk tüvikoonuse moodustaja ja alumise põhja vahel on α.

2765.* Tüvikoonuse telglõike teravnurk on α ja telglõike diagonaalid on teineteisega risti. Avaldada täispindala ja ruumala, kui tüvikoonuse moodustaja on l.

§ 44. KERA

Kera omadused

2766. 1) Leida antud punktist antud kaugusel asetsevate punktide geomeetriline koht.

2) Leida niisuguste punktide geomeetriline koht, millede kaugused antud punktist ei ületa antud kaugust.

2767. 1) Leida antud punkti läbivate antud raadiusega kerapindade keskpunktide geomeetriline koht.

2) Leida antud kolme mitte ühel sirgel asetsevat punkti läbivate kerapindade keskpunktide geomeetriline koht.

2768. 1) Gloobuse diameeter on 30 cm. Kui pikk on sellel gloobusel meridiaani kaar ekvaatorist pooluseni?

2) Kerakujulise lambikupli ümbermõõt on 60 cm. Leida kupli läbimõõt.

2769. 1) Kera, mille raadius on 5 dm, on lõigatud tasapinnaga 14 cm kaugusel keskpunktist. Leida lõike ümbermõõt.

2) Kera, mille raadius on 17 cm, on lõigatud tasapinnaga 15 cm kaugusel keskpunktist. Leida lõike pindala.

2770. 1) Kera on lõigatud tasapinnaga, mis poolitab selle tasapinnaga ristuva raadiuse. Avaldada lõike pindala kera suurringi pindala S kaudu.

2) Kui kaugel kera keskpunktist peab asetsema lõike tasapind, et lõike pindala oleks pool suurringi pindalast?

2771. 1) Kera pinnal on antud kolm punkti, mille vahelised sirgjoonelised kaugused on 6 cm, 8 cm ja 10 cm. Leida neid punkte läbiva tasapinna kaugus kera keskpunktist, kui kera raadius on 13 cm.

2) Kui kaugel kera keskpunktist on lõige, mille tasapind läbib kolme ristuva raadiuse otspunkte? Kui suur on selle lõike pindala?

2772. Kera raadius on 84 cm. Punkt asetseb kera puutujal 13 cm kaugusel puutepunktist. Leida selle punkti kõige väiksem ja kõige suurem kaugus kera pinnast.

2773. Nurk kera kahe raadiuse vahel on 60°. Nende raadiuste otspunktide vaheline kaugus mööda suurringi kaart on 10 cm. Leida kera raadius.

2774. Kera puutujal on võetud punkt, mille kaugus puutepunktist on a cm. Selle punkti väikseim kaugus kera pinnast on h cm. Avaldada kera raadius.

2775. 1) Kera raadius on 15 cm ja segmendi kõrgus 5 cm. Arvutada segmendi põhja pindala.

2) Kera raadius on 41 cm ja segmendi põhja raadius 9 cm. Arvutada segmendi kõrgus.

2776. 1) Segmendi kõrgeima punkti kaugus segmendi põhja ringjoonest on 15 cm ja segmendi kõrgus on 9 cm. Arvutada kera raadius.

2) Kera raadius on R. Kera pinnal on antud punkt A ja ringjoon, mille kõik punktid asetsevad punktist A kaugusel a (mööda sirgjoont). Avaldada selle ringjoone raadius.

2777. 1) Kolmnurga küljed on 42 cm, 34 cm ja 20 cm. Leida kolmnurga külgi puudutava kera keskpunkti kaugus kolmnurga tasapinnast, kui kera raadius on 25 cm.

2) Kolmnurga küljed on 1,6 dm, 5,2 dm ja 6 dm. Leida kolmnurga tippe läbiva kera raadius, kui kolmnurga tasapinna kaugus kera keskpunktist on 7,8 dm.

2778. 1) Leida maakera paralleelringi ümbermõõt, kui selle geograafiline laius on 60°. Maakera raadius on ligikaudu 6370 km.

2) Tallinn asetseb põhjalaiusel 59°26′. Kui pika tee läbib ta tunnis maakera pöörlemisel ümber oma telje?

2779. 1) Moskva asetseb põhjalaiusel 55°45′, Harkov aga põhjalaiusel 50°0′ (samal meridiaanil). Kui palju on Harkov lõuna pool?

2) Arvutada maakera polaarjoone pikkus, kui see asetseb laiusel 66°33′.

3) Arvutada maakera pöörijoone pikkus, kui see asetseb laiusel 23°27′.

2780. Kera on lõigatud kahe teineteisega ristuva tasapinnaga. Tekkinud lõigete pindalad on 185π cm^2 ja 320π cm^2. Leida kera raadius, kui lõigete ühise kõõlu pikkus on 16 cm.

2781. 1) Kahe kera raadiused on 41 cm ja 5 dm. Leida antud kerade lõikejoone pikkus, kui nende keskpunktide vaheline kaugus on 21 cm.

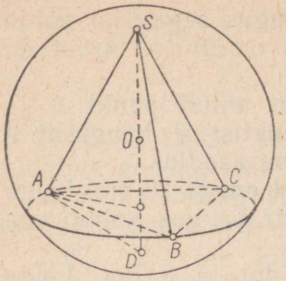
2) Kahe kera raadiused on 25 cm ja 3 dm. Leida antud kerade keskpunktide vaheline kaugus, kui nende lõikejoone pikkus on 48π cm (kaks võimalust).

2782. 1) Kera, mille raadius on 1 dm, puudutab rombi kõiki külgi. Rombi diagonaalid on 15 cm ja 2 dm. Leida kera keskpunkti kaugus rombi tasapinnast.

2) Kera, mille raadius on 15 cm, puudutab võrdhaarse trapetsi kõiki külgi. Trapetsi alused on 16 cm ja 36 cm. Leida kera keskpunkti kaugus trapetsi tasapinnast.

2783. Kera on lõigatud tasapinnaga, mis asetseb kera keskpunktist 60 cm kaugusel. Leida kera raadius, kui tekkinud lõike pindala on $\frac{8}{17}$ kera suurringi pindalast.

2784. Kaks tasapinda puudutavad 1-sentimeetrise raadiusega kera nii, et puutepunktide-vaheline kaugus sirgjoont mööda on $\sqrt{3}$ cm. Leida nende tasapindade lõikejoone kaugus kera pinnast.



Joon. 167.

2785.* Keha on piiratud kahe kontsentrilise kerapinnaga, mille raadiused on R ja r. Tasapinnaline lõige läbib mõlemat pinda. Avaldada lõikes tekkinud rõnga pindala.

2786.* Kera pinnal olevast punktist S on tõmmatud kolm võrdset kõõlu, mis moodustavad üksteisega nurga α (joon. 167). Avaldada nende kõõlude pikkus, kui kera raadius on R.

2787.* Tõestada, et kera tasapinnalisel joonisel ekvaatorit kujutava ellipsi fookuste vaheline kaugus võrdub kera pooluseid kujutavate punktide vahelise kaugusega.

Kera ja tema osade pindala

2788. 1) Kera diameeter on 150 mm. Arvutada kera pindala.

2) Kera suurringi pindala on 78,5 cm^2. Arvutada kera pindala.

3) Kera suurringi ümbermõõt on 47,1 cm. Arvutada kera pindala.

2789. Kera raadius on 6 cm. Arvutada kera pindala, võttes π väärtuseks 3,1416. Missugune absoluutne ja relatiivne viga tekib, kui võtta $\pi \approx 3{,}14$?

2790. 1) Avaldada poolkera täispindala, kui raadius on R.

2) Poolkera täispindala on 150,8 cm^2. Leida raadius.

2791. 1) Kera pindala on 169π cm^2. Leida raadius.

2) Kera pindala on 78,5 dm^2. Leida raadius.

2792. Kahe kera diameetrid on 10 dm ja 2 dm. Mitu korda kulub esimese kera värvimiseks rohkem värvi kui teise kera värvimiseks?

2793. 1) Mitu ruutmeetrit riiet on tarvis 10-meetrise läbimõõduga õhupalli valmistamiseks, kui õmblustele kuluva riide pindala võrdub 5 protsendiga palli pindalast?

2) Mitu ruutsentimeetrit nahka on tarvis 20-sentimeetrise läbimõõduga palli valmistamiseks, kui õmblustele kulub 8% kogu võetavast nahast?

2794. 1) Tõestada, et võrdkülgse telglõikega koonuse täispindala võrdub tema kõrgusele kui läbimõõdule ehitatud kera pindalaga.

2) Tõestada, et keha, mis tekib ruudu pöörlemisel ümber külje, on pindalalt võrdne keraga, mille raadiuseks on selle ruudu külg.

2795. Kera on ühel ja samal pool keskpunkti lõigatud kahe

paralleelse tasapinnaga. Lõigete pindalad on 49π dm^2 ja 4π m^2 ning lõigetevaheline kaugus 9 dm. Leida kera pindala.

2796. Kera kihi põhjade raadiused on 3,9 dm ja 1,6 dm ning kera raadius 6,5 dm. Leida kihi kõrgus juhul, kui kera keskpunkt on kihi põhjade vahel, ja juhul, kui ta ei ole nende vahel.

2797. 1) Kera kihi põhjade raadiused on 12 cm ja 35 cm ning kera raadius 37 cm. Leida vöö pindala, kui kera keskpunkt ei ole kihi sees.

2) Kera kihi põhjade raadiused on 1,6 dm ja 3,3 dm ning kõrgus 0,7 dm. Leida vöö pindala.

2798. 1) Arvutada kera segmendi pindala, kui kera raadius on 26 cm ja segmendi kõrgus 16 cm.

2) Arvutada kera segmendi pindala, kui segmendi põhja raadius on 4,8 dm ja segmendi kõrgus 3,6 dm.

2799. 1) Kera raadius on 25 cm. Kui suurteks osadeks jaotab kera pinna lõige, mille pindala on 49π cm^2?

2) Kera pind on tasapinnalise lõikega jaotatud kaheks osaks, mille pindalad on 20 cm^2 ja 80 cm^2. Leida lõike pindala.

2800. 1) Kera raadius on 15 cm. Arvutada kera pinnast 10 cm kaugusel asetsevast punktist nähtava kerapinnaosa pindala.

2) Kera raadius on 25 cm. Kui suurt osa kera pinnast valgustab punktikujuline valgusallikas, mis asetseb 45 cm kaugusel kera keskpunktist?

2801. Kui kolmeks võrdseks osaks jaotatud poolringjoon pöörleb ümber diameetri, siis pöördpind, mille moodustab keskmine kaar, on võrdpindne kahe äärmise kaare poolt moodustatud pöördpindade summaga. Tõestada see.

2802. Kera pindala on 100π cm^2. Läbi kera raadiuse keskpunkti on pandud raadiusega ristuv tasapind. Leida tekkinud väiksema segmendi täispindala.

2803. Kera pindala on 900π cm^2. Leida sellise segmendi täispindala, mille kõrgus on 0,2 osa kera raadiusest.

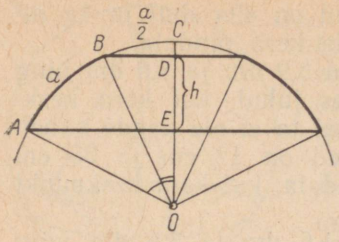
2804. 1) Mitu protsenti kogu maakera pinnast on kaetud veega, kui maismaad on 149 miljonit ruutkilomeetrit? Maa raadius on 6370 km.

2) Kooli gloobuse ümbermõõt on 157 cm. Mitu ruutsentimeetrit on sellel gloobusel Euroopa pindala, kui see moodustab ligikaudu 2% kogu maakera pindalast?

2805. Mitu protsenti kogu maakera pinnast oli nähtav esimesele kosmonaudile Juri Gagarinile, kui ta lendas 300 km kõrgusel? Võrrelda seda Euroopa pindalaga (2%).

2806. Arvutada maakera troopikavöötme, parasvöötmete ja polaarvöötmete pindalad, kui parasvööde asetseb geograafiliste laiuste 23°27′ ja 66°33′ vahel.

2807. Ringi sektor pöörleb ühe teda piirava raadiuse ümber. Leida tekkiva kerasegmendi pindala, kui pöörleva sektori raadius on R ja kesknurk 1) 60°; 2) 120°; 3) α.



Joon. 168.

2808.* Leida kera segmendi telglõike kaare suurus kraadides, kui segmendi põhja pindala moodustab $\frac{3}{4}$ tema sfäärilise osa pindalast.

2809.* Kera kihi kõrgus on h. Kihi telglõikes kõõludele toetuvad kesknurgad on α ja 3α (joon. 168). Avaldada vöö pindala.

2810.* Avaldada kera sektori sisse kujundatud kera pindala, kui sektori raadius on R ja kesknurk 1) 120°; 2) 90°; 3) 60°; 4) α.

Kera ja tema osade ruumala

2811. 1) Kuu raadius on 1740 km. Arvutada Kuu ruumala.

2) Marsi raadius on 0,53 Maa raadiusest. Kui suure osa Maa ruumalast moodustab Marsi ruumala?

3) Päikese raadius on 109 korda suurem Maa raadiusest. Mitu korda on Päikese ruumala suurem Maa ruumalast?

2812. 1) Leida 12-millimeetrise raadiusega teraskuuli mass ($d = 7900$ kg/m³).

2) Mitu tinakuuli, mille raadius on 5 mm, saab valada 1 kg tinast ($d = 11400$ kg/m³)?

2813. 1) Õõnsa vaskkera sisemine raadius on 5 cm ja seina paksus 1 cm. Arvutada kera mass ($d = 8900$ kg/m³).

2) Õõnsa alumiiniumkera sisemine diameeter on 20 cm ja väline diameeter 30 cm. Arvutada kera mass ($d = 2700$ kg/m³).

2814. 1) Avaldada kera ruumala tema pindala S kaudu. Arvutada, kui $S = 12{,}56$ cm².

2) Avaldada kera pindala tema ruumala V kaudu. Arvutada, kui $V = 18{,}2$ dm³.

2815. Kera pindala ruutsentimeetrites ja ruumala kuupsentimeetrites väljenduvad ühe ja sama arvuga. Leida kera raadius.

2816. 1) Mitu korda suureneb kera pindala ja ruumala, kui tema raadius pikeneb 2, 3, 4 korda?

2) Mitu korda suureneb kera ruumala, kui tema pindala suureneb 4, 5, 8 korda?

3) Mitu korda suureneb kera pindala, kui tema ruumala suureneb 8, 10, 16 korda?

2817. Mitu korda on n ühesuguse kera kogupindala suurem kui sellise kera pindala, mille ruumala võrdub eelmise n kera ruumalade summaga?

2818. 1) Veoki kandejõud võimaldab veokile laadida

250 metallkera, mille diameeter on 48 mm. Mitu samast metallist 60-millimeetrise diameetriga kera võib laadida samale veokile?

2) On vaja treida kera, mille ruumala on 60-millimeetrise diameetriga kera ruumalast kaks korda väiksem. Kui suur peab olema selle kera diameeter?

2819. 1) Kui suur on poolkerakujulise katla diameeter, kui katla ruumala on 100 dm^3?

2) Kerakujulisest kolvist, mille sisemine diameeter on 20 cm, pumbati osa õhku välja, mille tulemusel kolvis oleva õhu mass vähenes 4,5 g võrra. Leida, mitu protsenti õhku jäi veel kolbi (õhu tihedus on 1,29 kg/m^3).

2820. 1) Õõnes vaskkera, mille väline raadius on 3 dm, ujub poolest saadik vees. Arvutada selle kera seina paksus, kui vase tihedus on 8900 kg/m^3.

2) Õõnes raudkera, mille väline raadius on 0,154 m, ujub poolest saadik vees. Arvutada selle kera seina paksus, kui raua tihedus on 7700 kg/m^3.

2821. 1) Kera lõikeringi pindala $Q = 56\pi$ cm^2. Leida kera keskpunkti kaugus lõikeringist, kui kera ruumala $V = 972\pi$ cm^3.

2) Kera ruumala on $166\frac{2}{3}\pi$ cm^3. Leida sellise lõike pindala, mis on risti kera raadiusega ja poolitab selle.

2822. Nelja kera raadiused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 2 cm. Leida nende kerade pindalad, kui ühe kera ruumala võrdub kolme ülejäänud kera ruumalade summaga.

2823. 1) Kera, mille raadius on 13,5 cm, lõigatakse tasapinnaga nii, et tekkiva segmendi kõrgus on 0,4 osa kera raadiusest. Leida segmendi ruumala.

2) Kera diameetriga ristuv tasapind jaotab diameetri 7,2 cm ja 12,8 cm pikkusteks osadeks. Leida vastavate segmentide ruumalad.

2824. 1) Segmendi põhja pindala on 25π ja sfäärilise osa pindala 90π. Leida segmendi ruumala.

2) Kera, mille pindala on 576π cm^2, lõigatakse raadiusega ristuva tasapinnaga, mis läbib raadiuse keskpunkti. Leida seejuures tekkivate segmentide ruumalad.

2825. 1) Vees ujuv puitkera ulatub $\frac{1}{3}$ raadiuse kõrguseni üle veepinna. Arvutada puidu tihedus.

2) Kerakujuline kolb, mille ruumala on 3 dm^3, on $\frac{3}{5}$ kõrguseni täidetud veega. Kui palju vett on kolvis?

2826. Kaks võrdset kera on asetatud nii, et ühe kera keskpunkt asetseb teise kera pinnal. Kuidas suhtub kerade ühise osa ruumala terve kera ruumalasse?

2827. 1) Kaksikkumera läätse sfääriliste pindade raadiused on 3 cm ja 4 cm. Nende keskpunktide vaheline kaugus on 5 cm. Arvutada läätse ruumala.

2) On tarvis valmistada kerapinna segmendi kujuline tiigel, mille sügavus on 12 cm, maht 5 dm^3 ja seina paksus 5 mm. Leida selle tiigli mass, kui ta valmistatakse ainest, mille tihedus on 5800 kg/m^3.

2828. 1) Kera segmendi telglõike kaar on 120°. Leida segmendi pindala ja ruumala, kui kera raadius on 18 cm.

2) Kera segmendi telglõike kaar on 84°. Leida segmendi pindala ja ruumala, kui kera raadius on 2,68 dm.

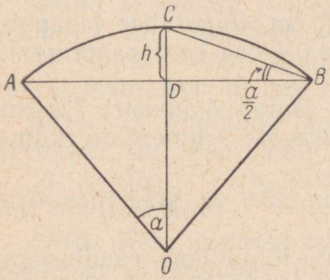
2829. Kerasse, mille raadius on 2 dm, on piki diameetrit puuritud silindriline auk. Arvutada kera ülejäänud osa ruumala, kui silindrilise augu raadius on 1 dm.

2830. 1) Kera sektorile vastava segmendi pindala on 72π cm^2 ja kera raadius 12 cm. Leida sektori ruumala ning eraldi segmendi ja koonuse ruumala.

2) Kera sektori äärjoone raadius on 12 dm ja kera raadius 15 dm. Leida sektori ruumala ning eraldi segmendi ja koonuse ruumala.

2831. 1) Kera sektori raadius on R ja telglõike nurk 60°. Avaldada sektori ruumala.

2) Kera sektori raadius on 6,35 cm ja telglõike nurk 108°. Arvutada sektori ruumala.



Joon. 169.

2832. 1) Ringi sektor, mille nurk on 60° ja raadius R, pöörleb ühe teda piirava raadiuse ümber. Avaldada tekkiva pöördkeha ruumala.

2) Ringi sektor, mille nurk on 37°30′ ja raadius 18,3 cm, pöörleb ühe teda piirava raadiuse ümber. Arvutada tekkiva pöördkeha ruumala.

2833. Kera sektori telglõike nurk on 2α ja sektorile vastava segmendi kõrgus h (joon. 169). Avaldada sektori ruumala.

2834. 1) Kui kaugel keskpunktist tuleb kera lõigata tasapinnaga, et tekkiva väiksema segmendi ruumala ja vastava sektori ruumala suhtuksid nagu 5 : 8? Kera raadius on R.

2) Tõestada, et kui kera sektori telglõike pindala on $\frac{1}{3}$ kera suurringi pindalast, siis on sektori ruumala $\frac{1}{4}$ kera ruumalast.

2835. 1) Kera kihi põhjade raadiused on 3 dm ja 4 dm ning

kera raadius 5 dm. Arvutada kihi ruumala, kui kera keskpunkt ei asetse kihi sees.

2) Kera kihi põhjade raadiused on 15 cm ja 24 cm ning kera raadius 25 cm. Arvutada kihi ruumala, kui kera keskpunkt asetseb kihi sees.

2836. Kera kihi põhjade raadiused on 5 cm ja 12 cm ning kera raadius 13 cm. Arvutada kihi ruumala. Missugused andmed on veel vajalikud, et ülesandel oleks ainult üks vastus?

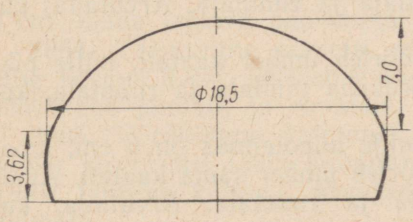
2837. 1) Kera kihi põhjade raadiused on 20 cm ja 7 cm ning kihi kõrgus 9 cm. Leida kihi ruumala.

2) Kera on lõigatud kahe tasapinnaga, mis asetsevad keskpunktist 16 cm ja 25 cm kaugusel. Kera raadius on 65 cm. Leida antud tingimustele vastava väiksema kihi ruumala.

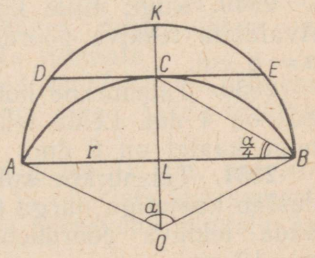
2838. Kera on lõigatud kahe paralleelse tasapinnaga, mille vaheline kaugus on 39 dm. Üks tasapind asetseb ühel ja teine teisel pool kera keskpunkti. Lõigete pindalad on 49π dm^2 ja 400π dm^2. Leida kera ruumala ja pindala ning iga tekkinud keraosa ruumala ja pindala.

2839.* Tilgakujuline reservuaar, mille ruumala on 2000 m^3, koosneb 7 m kõrgusest kera segmendist ja 3,62 m kõrgusest kera kihist; segmendi põhja diameeter on 18,5 m (kõik mõõtmed on sisemised). Leida reservuaari põhja diameeter (joon. 170).

2840.* Tasapind jaotab kera kaheks osaks, mille ruumalad on 252π cm^3 ja 720π cm^3. Kui suurteks osadeks jaotab see tasapind kera pinna?



Joon. 170.



Joon. 171.

2841.* 1) Poolkerakujuline kauss on täidetud veega. Kui suur osa veest voolab üle ääre, kui kaussi kallutatakse a) 30° võrra; b) 45° võrra?

2) Kui suure nurga võrra tuleb poolkerakujulist kaussi kallutada, et välja voolaks 60% kaussi täitvast veest?

2842.* On antud kera segment, mille põhja raadius on r ja telglõike kaar α (joon. 171). Segmendi põhjale on kujundatud poolkera. Segmendi puutujatasapind, mis on paralleelne alusega, eraldab poolkerast uue segmendi. Leida selle segmendi põhja ümbermõõt.

2843.* Kera segmendi telglõike kaar on a. Segmendi sisse kujundatud kera ruumala on V. Kui palju on segmendi ruumala suurem tema sisse kujundatud kera ruumalast?

§ 45. PÖÖRDKEHAD. SEGAÜLESANDEID

Pöördkehad

2844. Ruut, mille külg on 4 cm, pöörleb ümber vastaskülgede keskpunkte ühendava sirge. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2845. Ristkülik, mille küljed on 6 cm ja 12 cm, pöörleb ümber lühemate külgede keskpunkte ühendava sirge. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2846. Ristkülik, mille küljed on 10 cm ja 6 cm, pöörleb ümber pikema külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2847. Ruut, mille külg on a cm, pöörleb ümber külje. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 12$ cm.

2848. Võrdhaarne kolmnurk pöörleb ümber oma alusele tõmmatud kõrguse. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui kolmnurga alus on 40 cm ja haar moodustab pöörlemisteljega nurga $49°28'$.

2849. Ruut, mille külg on a cm, pöörleb ümber diagonaali. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 8$ cm.

2850. Täisnurkne kolmnurk pöörleb ümber kaateti, mille pikkus on 4 dm. Leida tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui teine kaatet on 6 dm.

2851. Täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuus on a cm, moodustab kaatetiga nurga $60°$ ja pöörleb ümber sama kaateti. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 10$ cm.

2852. Täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 6 cm ja 9 cm, pöörleb ümber hüpotenuusi. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2853. Võrdhaarne täisnurkne kolmnurk, mille kaatet on a cm, pöörleb ümber hüpotenuusi. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 20$ cm.

2854. Täisnurkne kolmnurk pöörleb ümber hüpotenuusi. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui hüpotenuus, mille pikkus on 8 cm, moodustab kaatetitega nurgad $30°$ ja $60°$.

2855. Romb, mille külg on 16 cm ja teravnurk $40°$, pöörleb ümber pikema diagonaali. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2856. Täisnurkne trapets, mille alused on 18 cm ja 10 cm, pöörleb ümber suurema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui trapetsi haar moodustab alusega nurga 30°.

2857. Võrdhaarne trapets, mille alused on 36 cm ja 20 cm, pöörleb ümber suurema aluse. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui trapetsi haarad moodustavad alusega nurga 37°19′.

2858. Rööpkülik, mille küljed on 16 cm ja 24 cm, pöörleb ümber pikema külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala, kui rööpküliku teravnurk on 57°18′.

2859. Võrdhaarne täisnurkne kolmnurk pöörleb algul ümber kaateti ja seejärel ümber hüpotenuusi. Kuidas suhtuvad tekkivate pöördkehade pindalad ja ruumalad?

2860. Ruut pöörleb algul ümber vastaskülgede keskpunkte ühendava sirge, seejärel ümber diagonaali ja lõpuks ümber külje. Kuidas suhtuvad tekkivate pöördkehade pindalad ja ruumalad?

2861. Romb, mille diagonaalid on a cm ja $2a$ cm, pöörleb algul ümber lühema diagonaali ja seejärel ümber pikema diagonaali. Kuidas suhtuvad tekkivate pöördkehade pindalad ja ruumalad?

2862. Võrdkülgne kolmnurk pöörleb algul ümber kõrguse ja seejärel ümber külje. Kuidas suhtuvad tekkivate pöördkehade pindalad ja ruumalad? Mitu protsenti moodustab esimesel juhul tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala teisel juhul tekkiva pöördkeha pindalast ja ruumalast?

2863. Täisnurkne trapets, mille alused on 6 cm ja 10 cm, pöörleb ümber täisnurga juures oleva haara, mille pikkus on 8 cm. Leida tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2864. Täisnurkne trapets, mille alused on 7 cm ja 10 cm ning kõrgus 5 cm, pöörleb ümber väiksema aluse. Leida tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2865. Võrdkülgne kolmnurk, mille külg on 12 cm, pöörleb ümber sirge, mis läbib kolmnurga tippu ja on risti ühe samast tipust lähtuva küljega. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2866. Võrdhaarne trapets, mille alused on 15 cm ja 19 cm ning teravnurk 48°29′, pöörleb ümber sirge, mis läbib trapetsi teravnurga tippu ja on risti alustega. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2867. Ruut, mille külg on a cm, pöörleb ümber sirge, mis läbib ruudu tippu ja on risti samast tipust lähtuva diagonaaliga. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 4$ cm.

2868. Romb, mille teravnurk on 60° ja lühem diagonaal a cm, pöörleb ümber teravnurga tippu läbiva sirge, mis on risti samast tipust lähtuva diagonaaliga. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $a = 16$ cm.

2869. Lahendada eelmine ülesanne, kui pöörlemistelg läbib teravnurga tippu ja on risti samast tipust lähtuva küljega. Võrrelda tulemusi.

2870. Rööpkülik, mille küljed on 16 cm ja 24 cm ning teravnurk 73°25′, pöörleb ümber pikema külje. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2871. Täisnurkne trapets, mille alused on 4 cm ja 10 cm ning teravnurk 60°, pöörleb ümber pikema haara. Arvutada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala.

2872. Täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuus on c, pöörleb ümber sirge, mis läbib täisnurga vastastippu ning moodustab sellest tipust lähtuva kaatetiga nurga 75° ja hüpotenuusiga nurga 45°. Avaldada tekkiva pöördkeha pindala ja ruumala. Arvutada, kui $c = 10$ cm.

Segaülesandeid

2873. Kuupi servaga a on kujundatud kera. Avaldada selle kera raadius. Arvutada, kui $a = 8$ cm.

2874. Koonusesse, mille telglõikeks on korrapärane kolmnurk küljega a, on kujundatud kera. Avaldada selle kera raadius. Arvutada, kui $a = 80$ cm.

2875. Kerasse raadiusega r on kujundatud kuup. Avaldada selle kuubi külg. Arvutada, kui $r = 60$ cm.

2876. Kerasse raadiusega r on kujundatud koonus, mille kõrgus on võrdne põhja läbimõõduga. Avaldada selle koonuse kõrgus ja põhja raadius. Arvutada, kui $r = 18$ cm.

2877. Kuupi servaga a on kujundatud koonus, mille põhi asetseb kuubi ühel tahul ja tipp vastastahul. Kuidas suhtuvad nende pindalad ja ruumalad?

2878. Kuupi servaga a on kujundatud kera ja kerasse omakorda kuup. Kuidas suhtuvad nende kuupide servad?

2879. Kerasse raadiusega r on kujundatud kuup ja kuupi omakorda kera. Kuidas suhtuvad nende kerade raadiused?

2880. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera, mis puudutavad üksteist. Nende peale asetatakse neljas niisama suur kera. Avaldada selle kera kõrgeima punkti kaugus antud tasapinnast, kui kerade raadiused on r.

2881. Kaks koonusesse kujundatud kera, mille raadiused on r_1 ja r_2, asetsevad teineteise peal ja puudutavad koonust. Avaldada koonuse põhja raadius ja kõrgus. Arvutada, kui $r_1 = 10$ cm ja $r_2 = 6$ cm.

2882. Korrapärasesse neljatahulisse püramiidi, mille diagonaallõikeks on võrdhaarne kolmnurk alusega 12 cm ja tipunurgaga 50°, on kujundatud kera. Arvutada selle kera raadius.

2883. Risttahukakujuline konteiner, mille mõõtmed on 2,1 m × × 2 m × 1,2 m, täidetakse risttahukakujuliste pakkidega, mille mõõtmed on 1,2 dm × 3 dm × 2 dm. Mitu niisugust pakki mahub konteinerisse?

2884. Pealt lahtisesse õõnsasse poolkerasse raadiusega 1 m, risttahukasse põhjaga 2 m × 1 m ja kõrgusega 1 m ning korrapärasesse neljatahulisse tüvipüramiidi alumise põhjaservaga 2 m, ülemise põhjaservaga 0,25 m ja kõrgusega 1 m valatakse 1 m^3 vett. Missuguses kehas tõuseb vee nivoo kõige kõrgemale?

2885. Risttahukast mõõtmetega 2 dm × 3 dm × 4 dm on vaja välja saagida maksimaalse ruumalaga püstpüramiid. Missugune risttahuka tahk tuleb valida püramiidi põhjaks? Arvutada vastav ruumala.

2886. Korrapärasesse kolmetahulisse püramiidi põhjaservaga a ja kõrgusega $2a$ on kujundatud kera. Avaldada selle kera raadius. Arvutada, kui $a = 8$ cm.

2887. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjaserv on a ja tema diagonaallõikeks on täisnurkne kolmnurk. Avaldada selle püramiidi külgpindala. Arvutada, kui $a = 19$ cm.

2888. Pealt lahtisesse, põhjaga ülespoole suunatud koonusesse on asetatud kera, mis puudutab koonust. Koonuse moodustajate vaheline suurim nurk on 60°. Arvutada kera lähima punkti kaugus koonuse tipust, kui kera raadius on 3 cm.

2889. Pealt lahtisesse, põhjaga ülespoole suunatud korrapärasesse neljatahulisse püramiidi on asetatud kera, mis puudutab püramiidi külgtahke. Püramiidi küljeservade vaheline suurim nurk on 120°. Arvutada kera lähima punkti kaugus püramiidi tipust, kui kera raadius on 10 cm.

2890. Korrapärasesse neljatahulisse püramiidi on asetatud kuup, mille põhi ühtib püramiidi põhjaga ja ülemised tipud asetsevad püramiidi küljeservadel. Avaldada püramiidi kõrgus, kui tema küljeservade vaheline suurim nurk on 90° ja kuubi serv on a cm.

2891. Korrapärasesse neljatahulisse püramiidi on asetatud kuup, mille põhi ühtib püramiidi põhjaga ja ülemised tipud asetsevad püramiidi külgtahkude apoteemidel. Määrata püramiidi küljeservade vaheline suurim nurk, kui püramiidi põhjaserv on 24 cm ja kuubi serv 8 cm.

2892. Koonusesse, mille moodustaja on 100 cm ja põhja raadius 60 cm, on asetatud kerad nii, et esimene kera puudutab koonuse põhja ja külgpinda, järgmine eelmist kera ja külgpinda jne. Missugusele piirväärtusele läheneb kerade ruumalade summa, kui nende arv piiramatult suureneb?

2893. Korrapärasesse kolmetahulisse püramiidi, mille põhjaserv on 18 cm ja kõrgus 26 cm, on asetatud kerad nii, et esimene kera puudutab püramiidi põhja ja külgtahke, järgmine eelmist

kera ja külgtahke jne. Missugusele piirväärtusele läheneb kerade ruumalade summa, kui nende arv piiramatult suureneb?

2894. Tüvikoonusesse, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on 30°, on asetatud kera nii, et ta puudutab tüvikoonuse külgpinda ja põhjasid. Avaldada tüvikoonuse põhjade raadiused kera raadiuse r kaudu. Arvutada, kui 1) $r = 6$; 2) $r = \sqrt{3}$.

2895. Kolmetahulise nurga tasanurgad on 30°, 30° ja 45°. Arvutada servade juures olevate kahetahuliste nurkade suurused.

2896. Kolmetahulise nurga tasanurgad on 30°, 60° ja 45°. Arvutada servade juures olevate kahetahuliste nurkade summa.

2897. Punkti kaugus 90°-se kahetahulise nurga ühest tahust on 5 cm ja teisest tahust 9 cm. Leida selle punkti kaugus kahetahulise nurga servast.

2898. Punkti kaugus 60°-se kahetahulise nurga servast on 17 cm ja ühest tahust 11 cm. Leida selle punkti kaugus kahetahulise nurga teisest tahust.

2899. On antud kolmnurk ABC. Tasapind α läbib külge BC ja moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga 45°. Leida tipu A kaugus tasapinnast α, kui $AB = 18$ cm, $AC = 12$ cm ja $BC = 10$ cm.

2900. Kahetahulise nurga erinevatel tahkudel on võetud punktid A ja B. AC ja BD on tahkudele tõmmatud ristlõigud. Leida kaugus CD, kui $AB = 12$ cm, $AC = 6$ cm ja $BD = 4$ cm.

2901. Võrdhaarse täisnurkse kolmnurga üks kaatet asetseb tasapinnal ja teine kaatet moodustab sellega nurga 45°. Missuguse nurga moodustab tasapinnaga hüpotenuus?

2902. Kahe paralleelse tasapinna vahel asetsevate lõikude projektsioonid tasapindadel on 1 dm ja 7 dm. Leida mõlemad lõigud, kui nende summa on 12 dm. Kui kaugel asetsevad tasapinnad teineteisest?

2903. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist A on tasapinnale α tõmmatud ristlõik ja kaldlõik, mille pikkuste vahe on 25 cm ja keskpunktide vaheline kaugus 32,5 cm. Leida kaldlõigu pikkus.

2904. Väljaspool tasapinda asetsevast punktist P on tasapinnale α tõmmatud ristlõik $PO = 1$ dm ning võrdsed kaldlõigud PA ja PB, mis mõlemad moodustavad ristlõiguga nurga 60° ning omavahel täisnurga. Leida kaldlõikude aluspunktide vaheline kaugus AB.

2905. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 6 dm ja hüpotenuus 10 dm. Hüpotenuusi keskpunktist on tõmmatud 2 dm pikkune lõik, mis ristub kolmnurga tasapinnaga. Leida kaatetite kaugus ristlõigu tipust.

2906. Tasapinnal α asetsevatest punktidest A ja B on tõmmatud ristlõigud $AC = 9$ cm ja $BD = 12$ cm. Punkte C ja D läbiv

sirge lõikab tasapinda punktis E. Leida kaugus EC, kui $AB = 6$ cm.

2907. Punkt, mille kaugus 120°-se kahetahulise nurga servast on 20 cm, asetseb võrdsel kaugusel selle kahetahulise nurga mõlemast tahust. Leida punkti kaugus tahkudest.

2908. Punktide A ja B kaugused antud tasapinnast on vastavalt 12 cm ja 28 cm. Sirglõigul AB on võetud punkt C nii, et $AC : CB = 3 : 5$. Leida punkti C kaugus tasapinnast.

2909. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 42 cm ja 56 cm. Kui kaugel kolmnurga tasapinnast asetseb punkt, mille kaugus kolmnurga igast tipust on 125 cm?

2910. Võrdhaarse kolmnurga haarad on $2\sqrt{5}$ cm ja alus 4 cm. Kui kaugel kolmnurga tasapinnast asetseb punkt, mille kaugus kolmnurga igast tipust on 6,5 cm?

2911. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 14 cm ja 48 cm; täisnurga tipust on tõmmatud 6 dm pikkune lõik, mis ristub kolmnurga tasapinnaga. Leida ristlõigu väljaspool tasapinda asetseva otspunkti kaugus kolmnurga hüpotenuusi keskpunktist.

2912. Väljaspool tasapinda α asetsevast punktist P on tasapinnale tõmmatud kaldlõigud $PB = 20$ cm ja $PA = 34$ cm. Leida punkti P kaugus tasapinnast, kui nende kaldlõikude projektsioonid tasapinnal suhtuvad nagu $2 : 5$.

2913. Kolmetahulise nurga tasanurgad on 60°, 45° ja 45°. Leida 45°-ste tasanurkade vahel asetseva kahetahulise nurga suurus.

2914. Punkti kaugus täisnurkse kolmnurga igast tipust on 26 cm ja täisnurga tasapinnast 24 cm. Leida kolmnurga küljed, kui üks kaatet moodustab teisest $\frac{3}{4}$.

2915. Võrdhaarse kolmnurga alus ja kõrgus on 8 cm. Antud punkt asetseb 12 cm kaugusel kolmnurga tasapinnast ja võrdsetel kaugustel kolmnurga tippudest. Leida selle punkti kaugus tippudest.

2916. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja pindala on S ja kõrgus h. Avaldada püramiidi ümber kujundatud kera raadius. Arvutada, kui $S = 5{,}2$ cm^2 ja $h = 10$ cm.

2917. Korrapärase kolmnurkse püramiidi kõik tahud on võrdsed ja püramiidi täispindala on S. Avaldada püramiidi ümber kujundatud kera raadius. Arvutada, kui $S = 173{,}2$ cm^2.

§ 46. ELEMENTAARÜLESANDEID JA KÜSIMUSI KORDAMISEKS

1. Arvutada peast:

1) $1{,}5 - 7{,}25$ $2) -5{,}1 + 2{,}2$ $3) -6{,}9 + 8{,}1$ $4) 10 \cdot (-0{,}5)$
$0 - 2{,}7$ $-1{,}9 - 5{,}7$ $2 - (-5)$ $-6 \cdot 0{,}25$

$0 : 5{,}5$ $0 : (-1{,}5)$ $-4 - (-1)$ $6 \cdot \frac{5}{12}$

$-1{,}5 : 2{,}5$ $-1 : \left(-\frac{1}{2}\right)$ $5{,}4 : (-0{,}9)$ $\frac{4}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$

2. Leida x:

1) $\frac{6}{x} = \frac{3}{2}$ 2) $2 - 2x = 6$ 3) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3} = \frac{2}{x}$

3. Teostada tehted:

1) $a^2 \cdot a^3$ 2) $2a^3 \cdot 3a^4$ 3) $(2a^3)^4$ 4) $9\left(-\frac{2}{3}a^2\right)^3$

4. Lihtsustada:

1) $\frac{6^4}{3^4}$ 2) $\frac{12^6}{6^5}$ 3) $\frac{24^4 \cdot 10^3}{5^3 \cdot 2^7 \cdot 12^3}$ 4) $\frac{32^3 \cdot 7^3}{14^3 \cdot 4^3}$

5. Vabaneda negatiivsest astendajast:

1) 2^{-1} 2) 3^{-2} 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ 5) a^{-4} 6) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5}$

6. Lahendada võrrandid:

1) $2x^2 = 18$ 3) $-x^2 + 5x = 0$

2) $-\frac{1}{2}x^2 + 8 = 0$ 4) $2x^2 + x - 1 = 0$

7. Koostada ruutvõrrand, mille lahendid on

1) 0 ja 2 2) 1 ja -1 3) 2 ja 3 4) a ja b

8. Lahutada tegureiks:

1) $2x^2 + 9x - 5$
2) $x^2 - 3ax + 2a^2$
3) $3x^2 + 2x - 1 = 0$
4) $2x^2 - 3ax + a^2 = 0$

9. Kumb on suurem, kas

1) $2\sqrt{3}$ või $3\sqrt{1{,}5}$

2) $-2\sqrt{2}$ või $-\frac{1}{3}\sqrt{8}$

3) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ või $\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}$

10. Teostada tehted:

1) $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ 2) $\sqrt{6}+\sqrt{\frac{2}{3}}$ 3) $\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ 4) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$

11. Korrutada ja jagada:

1) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}$ 3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{5}$

2) $\sqrt{7}:2\sqrt{14}$ 4) $\sqrt[3]{12}:\sqrt[4]{6}$

12. Astendada:

1) $(\sqrt[3]{4})^2$ 2) $(\sqrt[5]{3^2})^3$ 3) $(\sqrt[4]{a})^4$ 4) $\left(\sqrt[n]{a^{\frac{n}{2}}}\right)^2$

13. Kirjutada juured astme kujul:

1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt[3]{a}$ 3) $\sqrt[3]{5^2}$ 4) $\sqrt[4]{a^3}$ 5) $\sqrt[n]{a^m}$

14. Kirjutada astmed juure kujul:

1) $3^{\frac{1}{2}}$ 2) $6^{\frac{-2}{3}}$ 3) $a^{\frac{2}{5}}$ 4) $a^{\frac{a}{2}}$ 5) $3^{\frac{4}{3}}$ 6) $5^{2\frac{3}{5}}$

15. Teostada tehted:

1) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

2) $(\sqrt{24}-1)(1+\sqrt{24})$

3) $(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2$

4) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$

16. Lahendada võrrandid:

1) $2\sqrt{x}=3$

2) $\frac{1}{\sqrt{x}}=2$

3) $x\sqrt{2}+x\sqrt{8}=6\sqrt{2}$

4) $\sqrt{3x}+\sqrt{27x}=8$

17. Arvutada:
$1+2+3+4+\ldots+99$

18. Missuguste x väärtuste korral on ruutjuurel $\sqrt{\frac{1}{x}-2}$ reaalsed väärtused?

19. Tuua näiteid arvudest, mis kuuluvad 1) täisarvude valda; 2) ratsionaalarvude valda; 3) irratsionaalarvude valda; 4) reaalarvude valda; 5) kompleksarvude valda.

20. Lahendada võrratused:

1) $\frac{2}{x}<1$ 2) $-\frac{x}{2}-\frac{x-2}{6}>0$

21. Arvutada summa $1+2+4+8+\ldots+256$. Mitmes liige on 256?

22. Teisendada harilikuks murruks:

1) 0,(7) 2) 2,3(5) 3) 4,023(15)

23. Arvutada:

1) $\log_6 \frac{1}{36}$ 2) $\log_4 \sqrt{2}$ 3) $\log_3 \frac{1}{81}$ 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{8}}$

24. Lahendada võrrandid:

1) $2\log_2 x = 3\log_2 4$ 2) $\log_x 3 - \log_x 2 = \frac{1}{2}$

25. Arvutada:

1) P_5 2) A_7^3 3) C_9^4 5) 4!

26. Mitu erinevat värvitooni on võimalik saada 7 värvi segamisel kahekaupa; kolmekaupa?

27. Mitu erinevat kahekohalist arvu saab moodustada numbritest 1—8? Mitu erinevat kolmekohalist arvu saab moodustada samadest numbritest?

28. Mitmel erineval viisil on võimalik 6 võrkpallurit mängu algul väljakule paigutada?

29. Arendada:

1) $(2-x)^5$ 2) $(\frac{1}{2}x+2x^2)^4$

30. Joonestada põik- ja kaasnurgad paralleelide juures.

31. Joonestada vastavalt paralleelsete haaradega nurgad.

32. Joonestada vastavalt ristuvate haaradega nurgad.

33. Kus asetseb kolmnurga ümber- ja siseringjoone keskpunkt?

34. Missuguse kolmnurga kõik nurgapoolitajad, mediaanid ja kõrgused ühtivad?

35. Missugune omadus on võrdkülgse kolmnurga kõrguste lõikepunktil?

36. Loetleda rööpküliku diagonaalide, külgede ja nurkade omadused. Kuidas avalduvad rööpküliku diagonaalid külgede kaudu?

37. Missugused täiendavad omadused rööpkülikuga võrreldes on ristkülikul, rombil ja ruudul?

38. Millega võrdub ristküliku ja ruudu pindala?

39. Millega võrdub rööpküliku ja rombi pindala?

40. Kuidas avaldub rombi pindala diagonaalide kaudu?

41. Millega võrdub kolmnurga pindala?

42. Kuidas avaldub kolmnurga pindala külgede kaudu?

43. Millega võrdub trapetsi pindala?

44. Millega võrdub ringi ümbermõõt? Ringi pindala?

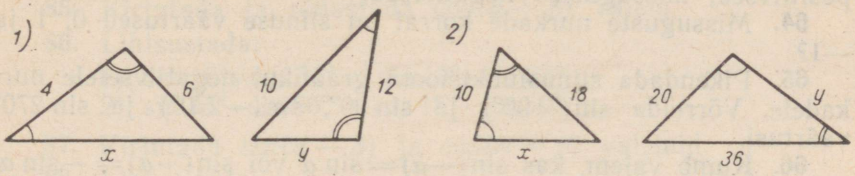
45. Sõnastada lemma kolmnurkade sarnasuse kohta.

46. Loetleda kolmnurkade sarnasuse tunnused.

47. Mille poolest erinevad täisnurksete kolmnurkade sarnasuse tunnused eelmises küsimuses nimetatud tunnustest?

48. Missugune omadus on sarnaste kolmnurkade (hulknurkade) pindaladel?

49. Antud kolmnurkade võrdsed nurgad on joonisel 172 märgitud vastavate kaartega. Leida otsitavad küljed.



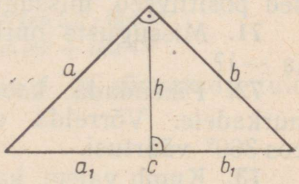
Joon. 172.

50. Sõnastada Pütagorase teoreem.

51. Missugune omadus on täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusel?

52. Missugune omadus on täisnurkse kolmnurga kaatetil, kaateti projektsioonil ja hüpotenuusil?

53. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust on hüpotenuusile tõmmatud kõrgus (joon. 173). Leida antud andmete järgi otsitavad:



Joon. 173.

1) $a_1 = 3 \quad b_1 = 12 \quad h = ?$
2) $a_1 = 2 \quad c = 32 \quad a = ?$
3) $b_1 = 5 \quad c = 45 \quad b = ?$
4) $a_1 = 4 \quad b_1 = 32 \quad a = ? \quad b = ?$
5) $a = 6{,}3 \quad b = 8{,}4 \quad c = ?$

54. Leida ruudu diagonaal, kui tema külg on 4 cm.

55. Avaldada võrdkülgse kolmnurga kõrgus x külje a kaudu.

56. Kuidas defineeritakse täisnurkses kolmnurgas teravnurga siinus, koosinus, tangens ja kootangens?

57. Missugused on trigonomeetriliste funktsioonide põhiseosed?

58. Tõestada:

1) $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{|\cos \alpha|}$

2) $\sqrt{4 \tan \alpha \cdot 9 \cot \alpha} = 6$

3) $\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\tan^2 \alpha}} = |\sin \alpha|$

59. Põhjendada, miks täisnurkses kolmnurgas $\sin \alpha = \cos(90° - \alpha)$. Tuua näiteid.

60. Kuidas defineeritakse mistahes nurga siinus, koosinus, tangens ja kootangens?

61. Skitseerida siinusfunktsiooni graafik argumendi väärtustel 0°—360°.

62. Missugustes veerandites siinusfunktsioon kasvab, missugustes kahaneb?

63. Missugustes veerandites on nurkade siinuse väärtused positiivsed, missugustes negatiivsed?

64. Missuguste nurkade korral on siinuse väärtused 0, 1 ja —1?

65. Pikendada siinusfunktsiooni graafikut negatiivsetele nurkadele. Võrrelda $\sin(-90°)$ ja $\sin 90°$, $\sin(-270°)$ ja $\sin 270°$ väärtusi.

66. Kumb valem, kas $\sin(-\alpha) = \sin\alpha$ või $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, kehtib negatiivsete nurkade puhul?

67. Mida tähendab ja kui suur on siinusfunktsiooni periood? Taandada $\sin 490°$, $\sin 900°$ ja $\sin 2000°$.

68. Skitseerida kooşinusfunktsiooni graafik argumendi väärtustel 0°—360°.

69. Missugustes veerandites koosinusfunktsioon kasvab, missugustes kahaneb?

70. Missugustes veerandites on nurkade koosinuse väärtused positiivsed, missugustes negatiivsed?

71. Missuguste nurkade korral on koosinuse väärtused 0, 1 ja —1?

72. Pikendada koosinusfunktsiooni graafikut negatiivsetele nurkadele. Võrrelda $\cos(-180°)$ ja $\cos 180°$, $\cos(-360°)$ ja $\cos 360°$ väärtusi.

73. Kumb valem, kas $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ või $\cos(-\alpha) = -\cos\alpha$, kehtib negatiivsete nurkade puhul?

74. Kui suur on koosinusfunktsiooni periood? Taandada $\cos 450°$, $\cos 600°$ ja $\cos 1500°$.

75. Skitseerida tangens- ja kootangensfunktsiooni graafik. Kuidas muutuvad nurkade tangensi ja kootangensi väärtused esimeses veerandis; teises veerandis? Missugused on nende märgid?

76. Kui suur on tangens- ja kootangensfunktsiooni periood? Taandada $\tan 800°$, $\cot 1100°$, $\tan 330°$ ja $\cot 250°$.

77. Kuidas leida nurkade 90°—180° trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi (taandamisvalemid)?

78. Taandada $\sin 160°$, $\sin 98°$, $\cos 120°$, $\cos 94°$, $\tan 165°$ ja $\cot 105°$. Võrrelda saadud väärtuste märke vastavate graafikutega.

79. Kuidas leida nurkade 180°—270° trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi (taandamisvalemid)?

80. Taandada $\sin 200°$, $\sin 260°$, $\cos 190°$ ja $\cos 230°$.

81. Kuidas leida nurkade 270°—360° trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi (taandamisvalemid)?

82. Taandada $\sin 290°$, $\sin 350°$, $\cos 300°$ ja $\cos 330°$.

83. Kirjutada ja sõnastada $\sin(\alpha + \beta)$ valem.

84. Lihtsustada:

1) $\sin 19° \cdot \cos 25° + \cos 19° \cdot \sin 25°$
2) $\cos 34° \cdot \sin 16° + \cos 16° \cdot \sin 34°$

85. Kirjutada ja sõnastada $\cos(\alpha + \beta)$ valem.

86. Lihtsustada:

1) $\cos 10° \cdot \cos 35° - \sin 10° \cdot \sin 35°$
2) $\sin 15° \cdot \sin 50° - \cos 15° \cdot \cos 50°$

87. Kirjutada $\sin(\alpha - \beta)$ ja $\cos(\alpha - \beta)$ valemid.

88. Lihtsustada:

1) $\sin 32° \cdot \cos 5° - \sin 5° \cdot \cos 32°$
2) $\cos 6° \cdot \cos 50° + \sin 6° \cdot \sin 50°$

89. Kirjutada $\tan(\alpha + \beta)$, $\tan(\alpha - \beta)$, $\cot(\alpha + \beta)$ ja $\cot(\alpha - \beta)$ valemid.

90. Lihtsustada:

1) $\dfrac{\tan 10° + \tan 19°}{1 - \tan 10° \cdot \tan 19°}$
2) $\dfrac{\tan 46° - \tan 16°}{1 + \tan 46° \cdot \tan 16°}$
3) $\dfrac{1 + \tan 15° \cdot \tan 25°}{\tan 25° - \tan 15°}$
4) $\dfrac{1 - \tan 33° \cdot \tan 47°}{\tan 33° + \tan 47°}$

91. Asendada $\sin(\alpha + \beta)$ valemis $\alpha = \beta$ ja sõnastada tulemus.

92. Lihtsustada:

1) $2 \sin 18° \cdot \cos 18°$
2) $4 \sin 6° \cdot \cos 6°$
3) $\sin 10° \cdot \cos 10°$

93. Asendada $\cos(\alpha + \beta)$ valemis $\alpha = \beta$ ja sõnastada tulemus.

94. Lihtsustada:

1) $\cos^2 20° - \sin^2 20°$
2) $2 \cos^2 35° - 2 \sin^2 35°$
3) $\sin^2 40° - \cos^2 40°$

95. Asendada $\tan(\alpha + \beta)$ ja $\cot(\alpha + \beta)$ valemites $\alpha = \beta$ ja sõnastada tulemused.

96. Lihtsustada:

1) $\dfrac{2 \tan 20°}{1 - \tan^2 20°}$
2) $\dfrac{1 - \tan^2 40°}{4 \tan 40°}$

97. Kolmnurgas on antud α, β ja a. Anda kolmnurga põhimõtteline lahenduskäik.

98. Kolmnurgas on antud a, b ja α, kusjuures $a > b$. Anda kolmnurga põhimõtteline lahenduskäik.

99. Kolmnurgas on antud a, b ja α, kusjuures $a < b$. Anda kolmnurga põhimõtteline lahenduskäik.

100. Kolmnurgas on antud a, b ja γ. Anda kolmnurga põhimõtteline lahenduskäik.

101. Kolmnurgas on antud a, b ja c. Anda kolmnurga põhimõtteline lahenduskäik.

102. Kolmnurgas on antud $a = 5{,}7$, $\alpha = 36°20'$ ja $\beta = 42°10'$. Leida arvutuslükati abil ülejäänud elemendid.

103. Kolmnurgas on antud $a = 7{,}8$, $b = 10{,}6$ ja $\beta = 25°40'$. Leida arvutuslükati abil ülejäänud elemendid.

104. Lahendada võrrandid:

1) $\sin x = 0$
2) $\sin 2x = 0$
3) $\sin x = \frac{1}{2}$
4) $2 \sin 2x = 1$
5) $\sin x = -1$
6) $\cos x = 0$
7) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
8) $\cos 2x = \frac{1}{2}$
9) $\cos x = 1$
10) $\cos 2x = -1$
11) $\tan x = 0$
12) $\tan x = \sqrt{2}$
13) $\tan x = -1$
14) $\cot x = 1$
15) $\cot 2x = \sqrt{3}$
16) $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$
17) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
18) $\sin x \cdot \cos 3x + \cos x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}$

§ 47. MATEMAATIKA AINERINGIDE JA OLÜMPIAADIDE HARJUTUSÜLESANDEID

1. Tõestada:
$a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc =$
$= (b+c)(c+a)(a+b)$

2. Tõestada:
$(ab+ca+bc)^2 + (a^2-bc)^2 + (b^2-ca)^2 +$
$+ (c^2-ab)^2 = (a^2+b^2+c^2)^2$

3. Tõestada:
$2(2x-a)^3 - 27a^2x = (x-2a)(4x+a)^2$

4. Lihtsustada:
$(2a^2+3ab-b^2)^2 - 4(a^2-b^2)(a^2+3ab+2b^2)$

5. Lihtsustada:
$a(b+c-a)^2 + b(c+a-b)^2 + c(a+b-c)^2 +$
$+ (b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

6. Tõestada:

$$(b-c)^3+(c-a)^3+(a-b)^3-$$
$$-3(b-c)(c-a)(a-b)=0$$

7. Tõestada, et kui $a+b+c=0$, siis

$$a^2(b+c)^2+b^2(c+a)^2+c^2(a+b)^2+$$
$$+(a^2+b^2+c^2)(ab+bc+ca)=0$$

8. Näidata, et

$$x^{44}+x^{33}+x^{22}+x^{11}+1$$

jagub $x^4+x^3+x^2+x+1$-ga.

9. On antud $a+b+c=0$ ja $a^2+b^2+c^2=1$. Leida

$$a^4+b^4+c^4$$

10. Lihtsustada:

$$\frac{\dfrac{1-x}{1-x+x^2}+\dfrac{1+x}{1+x+x^2}}{\dfrac{1+x}{1+x+x^2}-\dfrac{1-x}{1-x+x^2}}$$

11. Lihtsustada:

$$\frac{x^4-(x-1)^2}{(x^2+1)^2-x^2}+\frac{x^2-(x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2-1}+\frac{x^2(x-1)^2-1}{x^4-(x+1)^2}$$

12. Lihtsustada:

$$\frac{\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^2}{\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)}$$

13. Arvutada:

$$\left(\frac{y-z}{x}+\frac{z-x}{y}+\frac{x-y}{z}\right)\left(\frac{x}{y-z}+\frac{y}{z-x}+\frac{z}{x-y}\right),$$

kui $x+y+z=0$

14. Tõestada:

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=4$$

15. Tõestada:

$$\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}=\sqrt{2}(1+\sqrt{5})$$

16. Tõestada:

$$\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}=\sqrt{2}$$

17. Lihtsustada:

$$\sqrt{a^2+6a+9}+\sqrt{a^2-6a+9}$$

18. Tõestada:

$$\lg\left(1+\frac{1}{n}\right)<\frac{1}{n}$$

19. a, b ja c on kolmnurga küljed. Tõestada, et

$$a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ca)$$

20. Tõestada:

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}<2$$

21. Tõestada:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$$

22. Tõestada:

$$\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}>\sqrt{n}$$

23. Tõestada, et kui $n>2$, siis

$$2^n\cdot n!<n^n$$

24. Kumb on suurem, kas

1) $\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ või 6 2) 200! või 100^{200}

25. Tõestada, et kui a, b ja c on positiivsed, siis

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)>9$$

26. Lahendada võrrand:

$$(a^2+a-2)x^2+(2a^2+a+3)x+a^2-1=0$$

27. Lahendada võrrand:

$$x^8-15x^4-16=0$$

28. Lahendada võrrand:

$$(x^2 - 16)(x - 3)^2 + 9x^2 = 0$$

29. Lahendada võrrand:

$$\frac{5}{x-1} + \frac{4}{x+2} + \frac{21}{x-3} = \frac{5}{x+1} + \frac{4}{x-2} + \frac{21}{x+3}$$

30. Lahendada võrrand:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 6\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

31. Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

32. Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \\ xy^2 - x^2y = 324 \end{cases}$$

33. Lahendada võrratus:

$$(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)(x - 5) \geqslant 0$$

34. Lahendada võrratus:

$$\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} + \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3} > 2x - \frac{1}{4x - 8}$$

35. Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{x - 1}{x}$$

36. On antud $\lg 676 = 2{,}82995$ ja $\lg 104 = 2{,}01703$. Tabeleid kasutamata leida $\lg 2$ ja $\lg 5$.

37. Tõestada, et kui x, a ja b on positiivsed, kusjuures $x \neq 1$, $a \neq 1$ ja $ab \neq 1$, siis

$$\frac{\log_a x}{\log_{ab} x} = 1 + \log_a b$$

38. Tõestada, et kui a ja b on täisnurkse kolmnurga kaatetite pikkused ning c on hüpotenuusi pikkus, kusjuures $c - b \neq 1$ ja $c + b \neq 1$, siis

$$\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$$

39. Avaldada $\log_{54} 168$, kui $\log_7 12 = a$ ja $\log_{12} 24 = b$.

40. Lahendada võrrand:

$$\sqrt{\log_x 5\sqrt{5} + \log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{\sqrt{5}} x} = -\sqrt{6}$$

41. Lahendada võrrand:

$$\sqrt{\log_a \sqrt[4]{ax} + \log_x \sqrt[4]{ax}} + \sqrt{\log_a \sqrt[4]{\frac{x}{a}} + \log_x \sqrt[4]{\frac{a}{x}}} = a,$$

kui $0 < a \neq 1$.

42. Lahendada võrrand:

$$\log_a \sqrt{1+x} + 3 \log_a 2(1-x) = \log_a 4(1-x^2)^2 + 2,$$

kui $0 < a \neq 1$.

43. Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^y = \dfrac{1}{\sqrt{1000}} \\ \dfrac{\lg x}{y} = -6 \end{cases}$$

44. Leida funktsiooni

$$y = \lg[x(x-3)(x+5)]$$

määramispiirkond.

45. Tõestada, et kui S_n, S_{2n} ja S_{3n} on aritmeetilise progressiooni n, $2n$ ja $3n$ esimese liikme summad, siis

$$S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$$

46. Tõestada, et kui S_n, S_{2n} ja S_{3n} on geomeetrilise progressiooni n, $2n$ ja $3n$ esimese liikme summad, siis

$$S_n(S_{3n} - S_{2n}) = (S_{2n} - S_n)^2$$

47. Tõestada, et kui a_1, a_2, a_3, ..., a_n moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}$$

48. Tõestada, et kui $\log_a x$, $\log_b x$ ja $\log_c x$ moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis

$$c^2 = (ac)^{\log_a b}$$

49. Tõestada, et kui S_m, S_n ja S_{m+n} on aritmeetilise progressiooni m, n ja $m+n$ esimese liikme summad, siis

$$\frac{S_m - S_n}{S_{m+n}} = \frac{m-n}{m+n}$$

50. Tõestada, et kui a_1, a_2, a_3, ..., a_n moodustavad aritmeetilise progressiooni, kus kõik liikmed on positiivsed, siis

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}}$$

51. Tasapinnal on antud n punkti, millest m punkti asetsevad ühel sirgel, ülejäänud punktid aga paiknevad nii, et kolm nendest ei asetse ühel sirgel. Leida kõigi selliste kolmnurkade arv, mida on võimalik moodustada kolmest antud punktist.

52. Tasapinnal on antud kolm punkti. Läbi ühe punkti on tõmmatud m sirget, läbi teise punkti n sirget ja läbi kolmanda punkti p sirget, kusjuures nende sirgete hulgas ei leidu kolme sirget, mis lõikuvad ühes punktis, samuti mitte kahte sirget, mis on teineteisega paralleelsed. Leida kõigi selliste kolmnurkade arv, mida moodustavad kolm sirget.

53. On antud m eset ühest sordist ja n eset teisest sordist. Leida kõigi selliste gruppide arv, mida on võimalik moodustada, võttes r eset ühest sordist ja s eset teisest sordist.

54. Tasapinnal on antud n punkti, millest m punkti asetsevad ühel sirgel, ülejäänud punktid aga paiknevad nii, et kolm nendest ei asetse ühel sirgel. Leida kõigi selliste sirgete arv, mida on võimalik tõmmata läbi kahe punkti.

55. On antud kuus kera: 3 musta, 1 punane, 1 valge ja 1 sinine. Mitmel erineval viisil on võimalik võtta nende kuue kera hulgast neli kera?

56. Kui palju on kuuekohalisi arve, mille kolm numbrit on paaris ja kolm paaritud?

57. Raudteevaguni kupees on kaks teineteise vastas asetsevat pinki, kumbki viie kohaga. Kümnest reisijast neli soovivad istuda näoga veduri poole, kolm aga seljaga veduri poole. Mitmel erineval viisil on võimalik reisijaid paigutada?

58. Kastis on 70 kera, millest 20 on punased, 20 rohelised ja 20 kollased, kuna ülejäänud kerad on mustad ja valged. Kastist võetakse pimesi kerasid. Mitu kera tuleb korraga võtta, et neist vähemalt 10 oleksid ühte värvi?

59. Tasapinnaline geomeetriline kujund koosneb 9 punktist ja 9 sirglõigust; iga punkti läbib 3 lõiku ja igal lõigul asetseb 3 punkti. Määrata see kujund.

60. Kumeras kolmteistnurgas on tõmmatud kõik diagonaalid, mis jaotavad ta hulknurkadeks. Mitu külge on neist suurima külgede arvuga hulknurgal?

61. Lähtudes võrdusest

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \ldots + C_n^n x^n,$$

arvutada summa:

1) $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \ldots + nC_n^n$

2) $C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \ldots + (n+1)C_n^n$

3) $\frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \ldots + \frac{C_n^n}{n+1}$

4) $\frac{C_n^0}{2} + \frac{C_n^1}{3} + \frac{C_n^2}{4} + \ldots + \frac{C_n^n}{n+2}$

62. Mitu liiget on
1) $(a+b+c)^n$ arendis;
2) $(a+b+c+d)^n$ arendis?

63. Leida $(a+b+c)^{10}$ arendi suurim kordaja.

64. Mitmest ratsionaalsest liikmest koosneb $(\sqrt{2}+\sqrt[4]{3})^{100}$ arend?

65. Määrata $(1+2x+3x^2)^{10}$ arendi liikme x^4 kordaja.

66. Leida võrrandi $xy = x+y$ täisarvulised lahendid.

67. Leida võrrandi $2xy+3y^2 = 24$ täisarvulised lahendid.

68. Leida võrrandi $3^x - 2^y = 1$ täisarvulised lahendid.

69. Tõestada, et $27195^8 - 10887^8 + 10152^8$ jagub 26440-ga.

70. Tõestada, et mistahes täisarvulise a väärtuse korral $a^3 - a$ jagub 3-ga, $a^5 - a$ jagub 5-ga ja $a^7 - a$ jagub 7-ga.

71. Tõestada, et kui p ja q on kolmest suuremad arvud, siis $p^2 - q^2$ jagub 24-ga.

72. Kumb on suurem, kas 999^{997} või 997^{999}?

73. Leida $(a-b-c)^7$ arendi liikme a^4c^3 kordaja.

74. Leida summa $3+33+333+\ldots+\underbrace{333\ldots3}_{n \text{ numbrit}}$

75. Leida kolmnurga nurgad, kui kaks nurka suhtuvad nagu 3 : 1 ja kolmanda nurga poolitaja jaotab kolmnurga pindala suhtes 5 : 2.

76. Leida võrdhaarse kolmnurga nurgad, kui tema kõrguste lõikepunkt asetseb siseringjoonel.

77. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on a ja b. Avaldada täisnurga poolitaja pikkus.

78. Avaldada kolmnurga pindala kolmnurga nurkade ja ühe mediaani kaudu.

79. Kolmel võrdhaarsel kolmnurgal on ühine alus AB, alustele tõmmatud kõrgused on aga vastavalt $\frac{1}{2}AB$, AB ja $\frac{3}{2}AB$. Arvutada nende kolmnurkade tipunurkade summa.

80. Teravnurga φ ühel haaral on võetud kaks punkti, mille kaugused teisest haarast on vastavalt a ja b. Avaldada neid kahte punkti läbiva ja nurga teist haara või selle pikendust puudutava ringjoone raadius.

81. Avaldada kolmnurga nurk α antud külgede b ja c kaudu, kui nurga α tipust A tõmmatud mediaan on külgede b ja c geomeetriline keskmine.

82. Punkt D asetseb kolmnurga ABC küljel AB, punkt E küljel AC ja punkt F küljel BC, kusjuures $AD : DB = BF : FC = CE : EA = m : n$. Teades, et kolmnurga ABC pindala on S, avaldada selle kolmnurga pindala, mille moodustavad sirged AF, BE ja CD.

83. Kolmnurga suuruselt keskmise nurga poolitaja on võrdne kolmnurga väikseima küljega ja teised nurgapoolitajad jaotavad ta suhtes 1 : 2. Leida kolmnurga küljed, kui tema ümbermõõt on 21.

84. Kolmnurgas ABC on AD nurgapoolitaja, K ümberringjoone keskpunkt ja O siseringjoone keskpunkt. Avaldada kolmnurga külgede a, b ja c kaudu vahe $\frac{AO}{OD} - \frac{OD}{DK}$.

85. Kolmnurga ümbermõõt on 20, kõrguste summa $\frac{131\sqrt{3}}{14}$ ja ümberringjoone raadius $\frac{7\sqrt{3}}{3}$. Leida kolmnurga küljed.

86. On antud täisnurkne kolmnurk ABC täisnurgaga C. Tipust A tõmmatakse raadiusega AC kaar, mis lõikab hüpotenuusi punktis E, ning tipust B tõmmatakse raadiusega BC kaar, mis lõikab hüpotenuusi punktis D. Kujundisse CDE kujundatakse võrdkülgne kolmnurk CMN nii, et punkt M asetseb kaarel CD ja punkt N kaarel CE. Avaldada kolmnurga CMN pindala, kui kolmnurga ABC pindala on Q ja kaar MD võrdub poolega kaarest CM.

87. Punktid P ja Q jaotavad kolmnurga ABC küljed BC ja CA vastavalt suhtes $\frac{BP}{PC} = a$ ja $\frac{CQ}{QA} = b$. Punkt O on sirglõikude AP ja BQ lõikepunkt. Kuidas suhtuvad nelinurga $OPCQ$ ja antud kolmnurga pindalad?

88. Punkt P on rööpküliku $ABCD$ külje AB keskpunkt, punkt Q külje BC keskpunkt, punkt R külje CD keskpunkt ja punkt S külje DA keskpunkt. Sirglõigud AQ, CS, BR ja DP moodustavad lõikudes uue rööpküliku. Kuidas suhtuvad selle ja antud rööpküliku pindalad?

89. Avaldada rombi $ABCD$ pindala, kui kolmnurkade ABD ja ACD ümberringjoonte raadiused on vastavalt r_1 ja r_2.

90. Avaldada trapetsi pindala tema külgede a, b, c ja d kaudu, kui b ja d on paralleelsed küljed ja $b > d$.

91. Korrapärase viisnurga külg ja selle külje otspunktidest lähtuvad diagonaalid moodustavad kolmnurga. Kuidas suhtuvad viisnurga ja selle kolmnurga pindalad?

92. Avaldada trapetsi diagonaalid tema külgede a, b, c ja d kaudu, kui b ja d on paralleelsed küljed ja $b > d$.

93. Tõestada, et kolmnurga külgede ruutude summa ja kolmnurga mediaanide ruutude summa suhtuvad nagu 4 : 3.

94. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga kaatetite summa võrdub kolmnurga ümber- ja siseringjoone diameetrite summaga.

95. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga pindala võrdub nende lõikude korrutisega, milleks hüpotenuusi jaotab kolmnurga siseringjoone puutepunkt.

96. Tõestada, et kolmnurga aluste ja kõrguste lõikepunktide ühendamisel saame kolmnurga, millele antud kõrgused on nurgapoolitajaiks.

97. Tõestada, et kui kolmnurgas on kaks mediaani või kaks kõrgust võrdsed, siis on kolmnurk võrdhaarne.

98. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga täisnurga poolitaja poolitab täisnurga tipust tõmmatud mediaani ja kõrguse vahelise nurga.

99. Tõestada, et kui kolmnurgas kehtib külgede a, b ja c vahel seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$.

100. Tõestada, et kolmnurga kahe kõrguse aluspunkte ühendav sirge on risti kolmnurga kolmandat tippu ja kolmnurga ümberringjoone keskpunkti läbiva sirgega.

101. Tõestada, et täisnurkse kolmnurga teravnurga mediaan on suurem kui selle nurga poolitaja.

102. Tõestada, et igas kolmnurgas

$$2\sqrt{(p-b)(p-c)} \leqslant a$$

103. Tõestada, et kui kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on d, siis $b^2 - 4d^2 = 12r^2$, kus b on kolmnurga suuruselt keskmine külg ja r kolmnurga siseringjoone raadius.

104. Tõestada, et igas kolmnurgas

$$S \leqslant \frac{p^2}{3\sqrt{3}},$$

kus S on kolmnurga pindala ja p pool ümbermõõtu.

105. Tõestada, et kolmnurga mediaanide lõikepunkt M, ümberringjoone keskpunkt O ja kõrguste lõikepunkt H asetsevad ühel sirgel (Euleri sirge), kusjuures

$$OM : MH = 1 : 2$$

106. Tõestada, et antud kolmnurga nurgapoolitajate aluspunktide ühendamisel tekkiv kolmnurk on täisnurkne siis ja ainult siis, kui antud kolmnurga üks nurk on 120°.

107. Konstrueerida ringjoon, mis läbib antud punkti ja puudutab kahte antud ringjoont.

108. Konstrueerida romb tema ümbermõõdu ja diagonaalide vahe järgi.

109. Konstrueerida kolmnurk kahele küljele tõmmatud kõrguste ja kolmanda külje mediaani järgi.

110. Konstrueerida kolmnurk, kui on antud a, α ja $b^2 - c^2$.

111. Konstrueerida täisnurkne kolmnurk kaatetite summa ja hüpotenuusile tõmmatud kõrguse järgi.

112. Tabeleid kasutamata arvutada

$$\tan 20° \cdot \tan 40° \cdot \tan 60° \cdot \tan 80°$$

113. Tabeleid kasutamata arvutada

$$\tan 9° - \tan 27° - \tan 63° + \tan 81°$$

114. On antud $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$. Avaldada $\alpha + \beta$.

115. On antud $\cos \alpha + \cos \beta = a$ ja $\sin \alpha + \sin \beta = b$. Avaldada $\cos(\alpha + \beta)$ ja $\sin(\alpha + \beta)$.

116. Tabeleid kasutamata arvutada

$$(\tan 7°30' + \tan 37°30' + \tan 67°30')(\tan 22°30' + \tan 52°30' + \tan 82°30')$$

117. On antud $\cos x = \frac{4}{3}$. Tabeleid kasutamata leida $32 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{5x}{2}$.

118. Avaldada $\tan x$ võrrandist $2 \cos x \cdot \cos(\alpha - x) = \cos \alpha$.

119. Tõestada, et täisnurkses kolmnurgas kehtib seos

$$b + a = c\sqrt{2} \cos \frac{\beta - \alpha}{2}$$

120. Tõestada, et kui kolmnurgas kehtib seos

$$\frac{(b-a)^2}{b^2} = \frac{2 \cdot [1 - \cos(\beta - \alpha)]}{1 - \cos 2\beta},$$

siis on kolmnurk täisnurkne.

121. Tõestada, et täisnurkses kolmnurgas kehtib seos

$$\frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = \frac{(b^2 - a^2)c^2}{a^2 b^2}$$

122. Kolmnurgas kehtib seos $\frac{\cos \gamma + 2 \cos \alpha}{\cos \gamma + 2 \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$.
Kas see kolmnurk on võrdhaarne või täisnurkne?

123. Tõestada, et igas kolmnurgas kehtib seos

$$\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\beta}{2} + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\gamma}{2} = \frac{b}{p}$$

124. Tõestada järgmine kolmnurga pindala valem:

$$S = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4} \tan \alpha$$

125. Tõestada järgmine kolmnurga pindala valem:

$$S = \frac{1}{4}(c^2 \sin 2\beta + b^2 \sin 2\gamma)$$

126. Tõestada, et kolmnurk on võrdhaarne tingimusel

$$a = 2b \sin \frac{\alpha}{2}$$

127. Tõestada, et kolmnurk on võrdhaarne tingimusel

$$a \tan \alpha + b \tan \beta = (a + b) \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$$

128. Tõestada, et kui $3R = 4r$ (R on kolmnurga ümberringjoone raadius ja r siseringjoone raadius), siis

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \frac{7}{4}$$

129. Tõestada, et kui $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{bc}}$, siis

$$a^2 = 2bc$$

130. Tõestada, et kui $(b + c + a)(b + c - a) = 3bc$, siis

$$\alpha = 60°$$

131. Tõestada, et kui $\beta = 45°$, siis

$$(1 + \cot \alpha)(1 + \cot \gamma) = 2$$

132. Tõestada, et kolmnurga nurkade vahel kehtib seos

$$2 \frac{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma} = \cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma$$

133. Lahendada võrrand:

$$(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$$

134. Lahendada võrrand:

$$\sin^{10} x + \cos^{10} x = \frac{29}{16} \cos^4 2x$$

135. Lahendada võrrand:

$$1 + \cos 2x + \cos 4x = \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x$$

136. Lahendada võrratus:

$$\sin^4 x - 6 \sin^2 x + 4 > 0$$

137. Lahendada võrratus:

$$\sin^2 2x > \sin^2 x + \frac{1}{4}$$

138. Tõestada, et kui $0 < x < \frac{\pi}{2}$, siis

1) $\sin x \cdot \cos x < \frac{1}{2}$ 2) $\sin x + \cos x < \sqrt{2}$

139. Tõestada, et kolmnurga nurkade vahel kehtivad võrratused

1) $8 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \leqslant 1$

2) $\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2}\leqslant\frac{3}{8}\sqrt{3}$

3) $\sin^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\beta}{2}+\sin^2\frac{\gamma}{2}\geqslant\frac{3}{4}$

140. Tõestada, et kui $\alpha+\beta+\gamma=\frac{\pi}{2}$, siis

$$\tan^2\alpha+\tan^2\beta+\tan^2\gamma\geqslant 1$$

141. Tõestada, et kui $0<x<\frac{\pi}{2}$, siis

$$\tan x>x+\frac{x^3}{3}$$

142. Lahendada võrrand:

$$\arctan(x+1)+\arctan(x-1)=\arctan 2$$

143. Lahendada võrrand:

$$\log_a(\sin x+\cos x)=2,$$

kus $0<a\neq 1$ ja $a^2\leqslant\sqrt{2}$

144. Lahendada võrrand:

$$\arcsin(\lg x)=0$$

145. Leida $\sin x$ võrrandist

$$\log_{\sin x}2\cdot\log_{\sin^2 x}3=1$$

146. Leida funktsiooni $y=\frac{\sin x}{1-\cos x}$ määramispiirkond.

147. Leida, missuguses vahemikus funktsioon

$$y=\sin x+\cos^2 x$$

kasvab ja kahaneb.

148. Leida $\tan 2x$ võrrandist

$$1+\sin x+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$$

VASTUSEID

1. 1) 12 ja 2520; 3) 25 ja 6000. **2.** 1) $\frac{1}{8}$; 4) $28\frac{16}{25}$. **3.** 1) 0,625; 4) 1,2265625. **4.** 1) 25; 2) 0,72; 3) 1; 4) 2; 5) 0,1; 6) 1; 7) 100; 8) 10. **5.** 42,5. **6.** 40%. **7.** 31,2. **8.** 34. **9.** 50. **10.** 0,99. **11.** $33\frac{1}{3}$%. **12.** $33\frac{1}{3}$%. **13.** 1) 0,1%; 4) 50%. **14.** 0,25 kg. **15.** 441 g. **16.** 18 kg. **17.** 105%. **18.** 1) $\frac{25}{144}$; 4) 2000. **20.** 1) vastandarv -3, pöördarv $\frac{1}{3}$; 4) vastandarv $n-m$, pöördarv $\frac{1}{m-n}$. **22.** 1) 4225; 4) 63,75; 7) 108. **25.** 1) $a(b^2+2x)(b^2-2x)$; 4) $u(u+2)^2$; 9) $2(a+x)(2a+2x-1)$. **26.** 1) $a\left(1+\frac{b}{a}\right)$. **27.** 1) 8. **28.** 1) a^2-3a+2. **29.** $48u^2-12v^2$. **31.** 1) -1; 4) $\frac{a^2+ab+b^2}{a-b}$; 6) $m-n$. **32.** 1) $1\frac{1}{4}$; 2) -3. **33.** 1) 3. **34.** 0. **35.** Ei. **36.** 1) $-\frac{m}{6}$; 4) $\frac{12y+7c}{12cy}$; 8) $\frac{5a}{3x}$. **37.** 1) $\frac{3}{x}$; 2) $\frac{a^2q^2-1}{aq}$; 3) $\frac{9m^2-1}{3m}$; 4) $\frac{1}{2a^2+4a}$; 5) $\frac{x(p-2)}{a}$; 6) $\frac{x(m-2)}{n^2}$; 7) $\frac{1}{a^2b^2}$; 8) $\frac{1}{abc}$. **39.** 4. **40.** $\frac{1}{49}$. **42.** 1) $\frac{7}{3}$; 2) 12; 3) $-\frac{5}{2}$. **43.** 1) -3; 4) 2; 6) 3; 8) $\frac{a^2-b^2}{2a}$, kui $a\neq 0$ ja $a\neq\pm b$. **44.** 1) -18; 2) $\frac{1}{2}$. **45.** 1) $h=\frac{2S}{a}$; 4) $r_1=\frac{Rr_2}{r_2-R}$; $r_2=\frac{Rr_1}{r_1-R}$. **46.** 24 ja 25. **47.** 53. **48.** 134 ja 26. **49.** $\frac{12}{15}$. **50.** $\frac{ab}{b-a}$. **51.** $\frac{mn}{m+n}$. **52.** 1) $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$; 4) $(24;4)$; 6) $\left(3;\frac{1}{3}\right)$; 8) $(k;k+1)$. **54.** 18 km/h ja 2 km/h. **55.** 5400 ja 1800. **56.** 2 rbl. ja 1,5 rbl. **57.** $\frac{qm}{p+q}$; $\frac{pm}{p+q}$. **58.** $\frac{d(m+n)}{2mn}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ja $\frac{d(n-m)}{2mn}\frac{\text{m}}{\text{s}}$. **62.** 0,005; 0,05; 0,5; 5. **65.** 31. **66.** $-6\frac{\text{km}}{\text{h}}$. **71.** 1) $C+a$, $C+2a$. **72.** 1) 1,24($\pm$0,04) mm. **74.** 2%; 1%; 5,2%. **77.** 1) 0,7%. **78.** 1) 3%. **79.** 1) 7,45; 9,5; 12,9; 0,84; 277,2; 227_{000}. 3) 5,2; 13_0; 5_{00}; 0,80; 1,05; 15_{000}. **80.** 1) 18; 42_0; 6. **81.** 38 g. **83.** 1) 5,38; 31,75; 6964; 2737_{0000}; 0,0085; 0,3249; 0,01570. **84.** 1) 2,74; 9,399; 35,32; 483,2; 0,5069; 0,0237; 0,8367. **86.** 0,902. **88.** 0,5 mm. **92.** 1) 39 ($\pm$2); 5%. **94.** $\pm$2 G. **95.** 1) 6%. **96.** 1) 5%.

103. 0,15 mm. **111.** 2) 625; 12,1; 1890; 221000; 35,4; 0,0475; 0,0215; 0,001005. **112.** 2) 1,58; 2,98; 3,32; 23,8; 93,6; 0,541; 0,204; 0,0316. **113.** 2) 857; 151000; 0,0197; 0,0000852. **114.** 2) 1,16; 81,0; 37,6; 0,634. **116.** 2) 2,8; 0,0069; 42,4; 0,873; 0,000360; 2810. **117.** 2) 0,750; 6950; 0,00469; 3,33. **118.** 1) 5,98 kg. **120.** 2) 13,33; 3,87; 371; 0,0164; 0,286; 7680. **121.** 1) 58 kop. **122.** 2) 0,499; 6,11; 0,0680; 34700; 25,7; 2,55. **123.** 1) 19,2 cm. **124.** 1) 5,7. **125.** 1) $x = 2{,}80$; $x = 4{,}60$; $x = 0{,}00580$; 3) $x_1 = 1{,}469$, $x_2 = 3{,}76$, $x_3 = 6{,}17$; $y_1 = 191$, $y_2 = 0{,}0291$, $y_3 = 6{,}45$; $a = 176$, $b = 2{,}10$, $c = 2{,}44$. **126.** 1) 2,40 rbl., 3,60 rbl. ja 5,76 rbl.; 2) A — 4,60 rbl., B — 2,60 rbl., C — 9,80 rbl. **127.** 1) 44; 108; 184; 355; 682; 2) 1,32%; 3,95%; 11,83%; 35,5%; 47,4%. **128.** 1) 120%; 111%; 104%; 96%; 84,4%. **129.** 2) 0,803; 387; 7,42; 37,1; 21,8; 0,861; 3) 327; 129,3; 0,622; 1,189; 0,77. **131.** 2) 0,836; 2,588; $\overline{2}$,959; 0,497. **132.** 2) $x = 0{,}298$; $x = 9{,}29$; $x = 12{,}5$; $x = 0{,}00202$. **133.** 2) 5; 0,931; 41,6; 0,646; 1,159; 5,97. **134.** 1) 15,2; —2,43; 68,1; 2,09. **135.** 1) 65,2 N. **137.** 4) $x > 0$; 8) $x < 3$; 12) $x > 2$; 16) $x > -4$. **138.** 4) $x > 2$; 8) $x < 3$; 12) $x > -20$. **139.** 5) $x > 6$; 10) $x > 2{,}6$. **141.** 4) $x < -4$; 8) $x > -20$; 12) $x > -6{,}5$. **142.** 3) $x > 0$; 6) $x > 0$. **143.** 5) $x < \frac{43}{15}$; 10) $x < 9\frac{3}{4}$. **147.** 9) $x < 0$. **148.** 12) $x > -3$. **149.** 4) $x > 3$; 8) $x < 3$; 12) lahendid puuduvad. **150.** 4) $x < -\frac{2}{5}$. **152.** 3) $x > 11$; $x > 251$. **154.** 6) $x < \frac{81}{263}$. **155.** 2) $x > \frac{3(1-b)}{b+3}$, kui $b + 3 > 0$; $x < \frac{3(1-b)}{b+3}$, kui $b + 3 < 0$; kui $b = -3$, siis lahendid puuduvad. **159.** 5) $-2 < x < -1$. **163.** 6) lahendid puuduvad. **164.** 1) $x > 5$; 3) $x > \frac{29}{2}$. **166.** 8) $x > 8$; $x < 0$. **168.** 8) $x > 1$; $x < 0$; 14) $x < 4$; $x > 11$. **170.** 2) $2 < x < 3$; $x < 1$; $x > 4$; 4) $-4 < x < -2$; $x \neq -3$; $1 < x < 2$. **172.** 3) $x < -\frac{1}{3}$; $0 < x \frac{1}{2}$; $x > 8$; 6) $x < -1$; $\frac{2}{3} < x < 1$. **173.** 1) $8 < x < 12$; $x > 24$; 4) $\frac{5}{2} < x < 3$. **214.** 3) 1. **218.** 3) $(a+1)^4$; $4(x-y)^{10}$; $\frac{1}{2}(1-a)^5$; $9(a-b)^4$; $(z+2)^9$. **219.** 3) $(a+b)^2$; $4(1-x)^5$; $\frac{1}{2}(x-y)^5$; $3\frac{1}{3}(a-1)$; $-4(a+b)^3$; 4) x^{2m+3}; $\frac{3}{2}a^{2m}b^{3m}$; $\frac{xy^2}{40z^4}$; $\frac{2m^3q}{3(n+2p)^{10}}$. **222.** 1) $-32a^6$. **224.** 1) $\frac{3ac^3}{2b^3d}$. **225.** 1) $\frac{4b^9c^2}{ad^7}$. **226.** 4) $4a^6 + 2a^7 + \frac{1}{4}a^8$. **227.** 2) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$. **238.** 2) $x = -14$. **240.** 3) $x \geqslant -2$; 6) $-2 \leqslant x \leqslant 2$. **242.** 3) $3 - \sqrt{7}$; $\sqrt{2} - 1$; $4 - \sqrt{5}$. **253.** 1) a; $3x$; $\frac{1}{2}ab$; a^2; x^3. **255.** 3) $-\frac{5a^2b^4}{2x^3y}$. **258.** 4) $\frac{1}{2}z^2 - z$. **262.** 3) $\sqrt{5x}$; $\sqrt{7xy^2}$; $\sqrt[4]{2a^3b^2}$; $\sqrt[3]{3x^2yz^2}$. **264.** 4) $\sqrt[12]{\frac{x^6}{y^6}}$, $\sqrt[12]{\frac{x^6}{y^9}}$, $\sqrt[12]{\frac{b^4}{a^8}}$. **267.** Jäägid, mis tekivad lugeja jagamisel nimetajaga, korduvad perioodiliselt. **273.** 3) 1,73. **275.** 1) 0,8989989998... **281.** 3) $\frac{2ab}{5x^2y}\sqrt[3]{b}$; $\frac{x^2y^2}{ab^3}\sqrt[4]{y}$. **286.** 2) $(1-x)\sqrt{2}$, kui $x < 1$; $(x-1)\sqrt{2}$, kui $x > 1$. **295.** 5) $\sqrt[3]{1-n^3}$. **297.** 3) $\sqrt[n+1]{z^{2n}}$.

302. 3) $(x+y)\sqrt[3]{x(x+y)^2}$. 303. 3) $\sqrt[m]{3c^{m-1}}$. 304. 4) $\sqrt[3]{3mn}$. 306. 3) $\sqrt[4]{x-2}$.

313. 3) $\sqrt{mn}$, $\frac{1}{m}\sqrt{mn}$ ja $\frac{m}{n}\sqrt{mn}$. 315. 2) $\frac{1}{x}\sqrt[n]{x^2y^3}$ ja $y\sqrt[n]{x^2y^3}$. 320. 1) $12\sqrt{3}$.

321. 1) $10\sqrt{2}-8\sqrt{5}$. 322. 2) 0. 325. 1) $10\sqrt[3]{2}$. 328. 1) $5\sqrt[3]{xy}$. 330. 2) 0.

332. 2) $x=2$. 337. 2) $\frac{x^2}{a}\sqrt[3]{x}$. 338. 5) $\frac{7}{16}\sqrt{35}$. 340. 2) $\frac{30ab+15a+12b-20}{b}$.

343. 2) $5\sqrt{6}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$. 344. 2) 37. 345. 4) y. 346. 1) 5. 348. 1) 4.

355. 4) $\frac{1}{4}\sqrt{6}$. 356. 2) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$. 358. 6) $\sqrt{3}(2-\sqrt{5})$. 361. 1) $\frac{1}{7}\sqrt{14}$.

362. 3) $\sqrt[3]{7a}-\sqrt[3]{6b}$. 365. 1) $3(1-\sqrt{3}+\sqrt[4]{3})$. 367. 1) $12a\sqrt{a}+8a\sqrt[20]{a^7}$.

373. 3) $-9\sqrt[4]{3}$. 376. 3) $\frac{5}{4}xy$. 382. 1) 10. 386. 2) $\frac{1}{9}$. 392. 5) $\sqrt[6]{3ab^2}$.

395. 3) $\frac{1}{b}\sqrt[3]{a^2b^2}$. 397. 3) 1. 401. 4) $2m^2\sqrt[5]{m^3}$. 403. 4) $2\sqrt[6]{3}$. 406. 2) $2\sqrt[3]{4x^2y^2}$.

407. 3) $\frac{\sqrt[n]{z^{n-3}}}{z}$. 409. 3) $\frac{\sqrt{m^2-n^2}}{m-n}$. 410. 2) $3-\sqrt{3}$. 413. 4) $15+5\sqrt{5}$.

414. 4) $\frac{15\sqrt{6}+6\sqrt{10}}{55}$. 416. 1) $\frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$.

417. 1) $\frac{(a+\sqrt{ab}-\sqrt{ac})(a+b-c-2\sqrt{ab})}{(a+b-c)^2-4ab}$. 422. $x(1-2y)\sqrt{x^2-y^2}$.

424. 2) $4\sqrt{2}$; 5) 3. 427. 1) $\frac{4}{3}\sqrt{n^2-3n}$. 428. 2) $4z$. 429. 2) $\sqrt{1-x^2}$.

430. $\frac{1-x}{x}$. 433. a^2x. 434. $-\sqrt{ab}$. 435. $-\sqrt[3]{6}$. 437. 1) ±5; 6) $\pm6{,}3$; 9) $\pm\frac{1}{3}$.

438. 1) ±10; 4) ±15. 439. 1) ±3; 8) ±1. 440. 1) 0 ja 8; 5) 0 ja -18; 10) 0 ja $-\frac{26}{17}$. 441. 1) ±34. 442. 1) ±3. 443. 4) $\pm1{,}8$. 444. 2) 0 ja -3.

445. 4) $\pm\frac{3}{5}\sqrt{5}$. 446. 1) $\pm\sqrt{\frac{bc}{a}}$; 3) $\pm c\sqrt{\frac{n}{m}}$. 447. 1) 0 ja 1; 3) 0 ja $\frac{1}{a^2+ab+b^2}$; 6) 0 ja $\frac{b-a}{2}$. 448. 1) $\pm\frac{a-1}{n}$; 3) $\pm\sqrt{b^2-ac}$; 7) $\pm\frac{b}{3}$.

449. 1) 5 ja -7; 4) 13 ja 5; 10) 1 ja -2. 450. 1) 8 ja 2; 5) 6 ja -3; 13) 3 ja -5. 451. 1) $-4{,}2$ ja $-9{,}8$; 6) 3,4 ja $-0{,}4$. 452. 1) 5 ja -11; 7) $\frac{3}{4}$ ja $\frac{2}{3}$.

453. 1) $\frac{2}{3}$ ja $-\frac{4}{3}$; 4) 0,1 ja $-0{,}5$. 454. 1) 20 ja -15; 7) 11 ja -9. 455. 2) 5 ja $-\frac{7}{5}$; 7) $\frac{2}{3}$ ja $\frac{3}{10}$. 456. 1) 4 ja $2\frac{1}{2}$; 5) 120 ja -64; 8) 30 ja $\frac{4}{3}$. 457. 1) -2 ja $-0{,}2$; 5) 5 ja 2. 458. 1) 4 ja -3; 5) $10\pm2\sqrt{31}$; 9) 2 ja $-\frac{4}{3}$. 459. 4) 1 ja 3; 8) 7 ja $\frac{5}{6}$; 12) 7 ja $-\frac{7}{9}$. 460. 1) 10 ja $-\frac{2}{3}$; 5) 11 ja 3. 461. 1) -63 ja 5; 5) 4 ja $-\frac{1}{2}$; 7) 7 ja $-5\frac{3}{4}$. 462. 1) 15 ja 12; 5) 3 ja $-3\frac{2}{3}$; 7) 19 ja

$-\frac{16}{19}$. **463.** 1) 4 ja 5; 3) 8 ja -18; 7) 4 ja -5. **464.** 1) $\frac{1}{14}(21 \pm \sqrt{105})$; 3) 1; 5) 5 ja $-\frac{13}{32}$; 7) 9 ja -4; 9) 4; 11) 1 ja $-\frac{39}{16}$; 13) 3 ja $\frac{7}{5}$. **465.** 1) $6a$ ja $2a$. **466.** 1) $\frac{15b^2}{a}$ ja $\frac{b^2}{a}$; 5) $\frac{a}{b}$ ja $\frac{b}{a}$; 9) b^2+a^2 ja b^2-a^2. **467.** 1) m ja $\frac{1}{m}$; 3) $\frac{b}{a}$ ja $\frac{a}{b}$; 7) a ja b; 10) $\frac{a+b}{a-b}$ ja $\frac{a-b}{a+b}$. **468.** 1) b ja 1; 3) $\frac{1}{a \pm b}$; 5) $\frac{b-a}{3}$ ja $\frac{2b}{3}$; 7) $a+c$ ja $-a$; 9) $\frac{3}{2}a$ ja $-\frac{2}{3}a$; 11) $\frac{a+b}{a-b}$ ja $\frac{a-b}{a+b}$. **469.** 1) $\frac{c}{a+b}$ ja $-\frac{a}{a+b}$; 3) $\frac{3}{b-a}$ ja $\frac{1}{a-b}$; 5) $\frac{n+1}{n-1}$ ja -1; 7) $\frac{b}{2}$ ja $-\frac{b}{6}$. **470.** 1) $2a+b$ ja b; 3) $\frac{2a+b}{b}$ ja $\frac{a-b}{b}$; 5) $\frac{a-1}{n-1}$ ja $\frac{1}{n-1}$; 7) $a+2$ ja $-2a$; 10) $\frac{a}{b-a}$ ja $\frac{b}{a-b}$. **480.** 10 ja 11 või -10 ja -11. **484.** 3 ja -5. **485.** 24. **488.** 5 cm. **491.** 10 m ja 6 m. **494.** 18 km/h ja 24 km/h. **497.** 15 min. **498.** 0,5 cm. **502.** $4 \times 5 \times 25$ (cm^3). **503.** ~1,56 m. **504.** ~4 mm. **505.** ~0,405 m. **506.** ~61 km. **508.** 8 cm. **509.** 3 m ja 4 m. **511.** 10 ja 12 tundi. **515.** 40 km/h ja 50 km/h. **517.** 44 km/h ja 14 km/h. **518.** 20 ja 24. **520.** 48 ja 20. **521.** 40; 25%. **523.** 5 ja 4. **524.** 3 km ja 4 km. **527.** 25 km/h. **532.** 150 km; 50 km. **533.** 17.00. **535.** 20 km. **536.** 9 km/h. **541.** 12 päeva. **542.** 60 rbl. või 40 rbl. **544.** 20. **548.** 12 ja 24 tundi. **551.** 5 ja $7\frac{1}{2}$ tundi. **554.** 2 km ja 2,5 km. **556.** 76 tundi ja 16 tundi 53 minutit. **557.** 14 ja 11 päevaga. **558.** 12 ja 6 tunniga. **560.** 45 ja 30 päevaga või 24 ja 72 päevaga. **561.** 8 dm^3 ja 7 dm^3. **562.** 10 dm^3. **563.** 2 dm^3. **564.** 2 dm^3. **566.** 20% ja 60%. **567.** 26,7 m. **568.** 5 A ja 4 A. **569.** $4{,}32 \cdot 10^5$ km. **570.** 209,7 m/s. **571.** 10 km. **572.** 100 m. **573.** 50 s pärast. **574.** 3 m/s. **575.** 1 min. **588.** 2 ja -5. **589.** 4 ja $-\frac{5}{6}$. **593.** $y=-0{,}025x^2$. **599.** 1) $(3; -5)$; 4) $\left(-\frac{5}{2}; 1\frac{25}{4}\right)$; 6) $(2; -27)$. **608.** 3) -2 ja 8; 4) $1\frac{1}{2}$ ja -4. **612.** 2) 35; 3) -2. **613.** 1) ± 1; 4) lahendid puuduvad; 8) ± 5; 12) $\pm\frac{1}{3}\sqrt{15}$. **614.** 1) $a \geqslant 0$; 4) igasuguse a korral. **615.** 1) kui a ja b on erinevate märkidega; 2) kui $b=0$ ja $a \neq 0$. **616.** 1) $\pm ab^2$; 4) $-ab\sqrt[5]{b^2}$; 8) $\frac{3}{a}\sqrt[5]{a^2b^3}$. **617.** 1) $x=\frac{mb-a}{1-m}$; 2) lahend puudub; 3) lõpmatu hulk lahendeid. **618.** 1) $a=c$, $b \neq d$; 2) $a=c$, $b=d$. **619.** 1) ei; 4) jah; 8) ei. **620.** 1) lahend puudub; 4) 8; 8) 2, 3 ja -4. **621.** 1) $x=\frac{bn-a}{1-n}$; 2) lahend puudub; 3) mistahes arv. **622.** $k>1$, $x=\frac{a-kb}{k-1}$; 1) $x>0$; 2) $x<0$; 3) $x=0$. **623.** 1) 0, 0 ja ± 3; 4) 0 ja $\pm\frac{1}{6}\sqrt{3}$; 8) 0, 0 ja $-\frac{n^2}{m^3}$. **624.** 1) ± 2 ja ± 4; 5) $\pm\sqrt{6}$ ja $\pm\sqrt{5}$; 8) $\pm\sqrt{2}$ ja $\pm\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

625. 1) ± 9; 4) ± 1; 8) ± 2 ja $\pm\sqrt{3}$. **626.** 1) $\pm a$ ja $\pm b$; 4) $\pm\sqrt{\frac{m}{n}}$ ja $\pm\sqrt{\frac{n}{m}}$; 8) $\pm m$. **627.** 1) summa 0, korrutis q; 2) $-2p$. **628.** 1) $x^4 - 25x + 144 = 0$; 4) $9x^4 - 25x^2 = 0$; 8) $x^4 - (m^2 + n)x^2 + m^2n = 0$.

629. 1) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$; 4) $(2a+1)(2a-1)(a+1)(a-1)$.

630. 1) $\frac{x^2-6}{2}$; 4) $a^2 + a - 6$. **631.** 1) $x^4 - 41x + 400 = 0$. **632.** 1) $\frac{1}{9}$; 4) 22 ja -23; 8) 1 ja 3. **633.** 1) 0, -4 ja 7; 4) 7 ja 6; 8) 7 ja 2. **634.** 1) 0, -1 ja 4; 4) -1, 2 ja -2; 8) 0, 1 ja $\pm\sqrt{3}$. **635.** 1) $x^3 - 9x^2 + 2x + 6 = 0$; 4) $x^3 + x^2 - 5x - 5 = 0$; 8) $(x-a)(x-b)(x+c)(x-d) = 0$.

636. 1) $m = 12$, $x_2 = \frac{2}{3}$, $x_3 = -\frac{3}{2}$. **637-2.** 1) 1, -3 ja -7; 4) 1, -1, 3 ja -5; 8) 1, 1 ja -2. **638.** 1) $m = -5$, $n = 30$, $x_3 = -\frac{5}{2}$. **639.** 1) $\sim 0{,}45$; 4) $\sim 0{,}5$, $\sim 0{,}7$ ja $\sim -2{,}9$. **640.** 1) ± 1 ja ± 5; 4) 5, 1 ja -1; 8) -1.

641. 1) 1 ja -2; 4) $-\frac{2}{3}$ ja -11; 8) p ja $2p$. **642.** 1) $x^3 - 7x - 6 = 0$.

643. 1) $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$. **644.** 2 ja 9. **648.** 1) 36; 5) -9; 9) 3. **649.** 1) 16; 5) 12; 9) 2. **650.** 1) 1; 5) lahendid puuduvad. **651.** 1) $\frac{4}{25}$; 5) 8; 9) $\frac{1}{75}$.

652. 1) $\frac{1}{2}$; 7) 128. **653.** 1) 3; 5) 17. **654.** 1) 10; 5) 5. **655.** 1) 4; 5) 4; 7) 5.

656. 1) lahendid puuduvad; 5) 9. **657.** 1) 2; 5) 9; 7) 10. **658.** 1) 2 ja -3; 3) 4. **659.** 1) 23; 4) 2. **660.** 3) $\frac{2}{3}$; 4) 25. **661.** 1) 0 ja 3; 4) 0 ja $2\frac{1}{2}$.

662. 4) 5; 8) 2. **663.** 1) 3; 5) 2; 7) 9. **664.** 1) 34. **665.** 1) 2; 2) 2; 3) ± 2; 5) 81; 6) 0 ja $\frac{25}{16}$; 7) 2 ja $2\frac{1}{2}$; 9) $\pm\frac{1}{2}$; 10) -2; 11) 62; 12) 2 ja 34.

666. 1) $\pm\frac{2a-1}{2}$; 2) $\pm(2a+1)$; 3) $a - 2b$; 4) $\frac{a}{4}$; 5) $\frac{a^2-n^2}{2n}$; 6) 0 ja a; 13) $-\frac{2a}{3}$; 14) $\frac{3a^2}{4}$; 15) $\pm a$; 16) 0 ja $\frac{3a}{4}$; 17) $2a$; 18) a. **667.** 1) $x > 7\frac{1}{2}$; 7) $x > 12$. **669.** 1) (3; 9) ja $(-2; 4)$; 4) (1; 6) ja $\left(-\frac{9}{7}; -2\right)$; 8) (1; 0) ja $\left(\frac{12}{11}; \frac{2}{11}\right)$. **670.** 1) (5; 3) ja (3; 5); 4) (16; 17) ja (17; 16); 8) (1; 1).

671. $xy = 15$, $x - y = \pm 2$. **672.** $x^2 + y^2 = 58$, $x - y = \pm 4$, $x^2 - y^2 = \pm 40$.

673. $x + y = \pm 14$, $x - y = \pm 2$. **674.** 1) (7; 4) ja (4; 7); 4) (12; 3) ja $(-3; -12)$; 8) (5; 2). **675.** 1) (2; 3) ja (3; 2); 4) (1; 3) ja $\left(-\frac{5}{17}; -\frac{15}{17}\right)$; 8) (2; 4) ja $\left(-7\frac{2}{3}; -2\frac{4}{9}\right)$. **676.** 1) (5; 2) ja (2; 5); 4) (0; 0), (4; 2) ja $(-2; -4)$; 8) $\left(\frac{24}{13}; \frac{24}{5}\right)$. **677.** 1) (9; 25) ja (25; 9); 4) (12; 3) ja (3; 12).

678. 1) $(2a; -a)$ ja $(-a; 2a)$; 4) $(a+b; a-b)$; 8) $(2a; a)$ ja $\left(-a; -\frac{a}{2}\right)$.

679. $(\pm 7; \pm 3)$ ja $(\pm 3; \pm 7)$. **680.** $(-1; -2)$. **681.** 1) (3; ± 2) ja (4; $\pm\sqrt{3}$);

4) $(\pm 2;\ \pm 3)$ ja $(\pm 3;\ \pm 2)$; 8) $(\pm 5;\ \pm 1)$ ja $(\pm 5;\ \mp 1)$. **682.** 1) $(\pm 2;\ \mp 1)$ ja $\left(\pm\frac{1}{2};\ \mp\frac{1}{2}\right)$; 4) $(\pm 2;\ \pm 3)$ ja $(\pm 3;\ \pm 2)$; 8) $(-5;\ -2)$ ja $(-2;\ -5)$. **683.** 1) (2; 9) ja $\left(\frac{18}{11};\ 11\right)$; 4) (3; 4) ja (1; 2); 8) (1; 1) ja $\left(-\frac{11}{21};\ \frac{5}{21}\right)$. **684.** 1) $\left(\frac{\pm a}{\sqrt{a-2}};\ \frac{\pm 2}{\sqrt{a-2}}\right)$; 4) $(\pm a;\ \pm 2b)$ ja $(\pm 2b;\ \pm a)$; 8) $\left(\frac{c(a+b)}{b};\ \frac{c(a+b)}{a}\right)$ ja $\left(\frac{c(b-a)}{b};\ \frac{c(b-a)}{a}\right)$. **685.** 1) (7; 5); 4) (5; 4), (4; 5) ja $(10 \pm \sqrt{91};\ 10 \mp \sqrt{91})$. **686.** 1) $(\pm 2;\ \pm 2)$ ja $\left(\pm\frac{2\sqrt{15}}{5};\ \pm\frac{2\sqrt{15}}{3}\right)$; 4) $(3;\ \pm 7)$ ja $(49;\ \pm\sqrt{3})$; 8) (1; 3) ja $\left(-\frac{7}{6};\ -\frac{7}{2}\right)$. **687.** 1) (4; 2) ja (2; 4); 4) (3; 1) ja (1; 3); 8) $(-1;\ 2)$ ja $(2;\ -1)$. **688.** 1) (8; −5; 3) ja (−3; 5; −8); 4) $(\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3)$; 8) (1; 2; 3) ja (19; −7; 12). **695.** 1) (6; 1) ja $(-2;\ -3)$; 4) (0; −1) ja (3; −4). **696.** 1) (2; 3) ja (3; 2); 4) (3; 1) ja $(-2;\ -4)$. **697.** 1) 16 ja 9. **698.** 1) $5\frac{1}{2}$ ja $4\frac{1}{2}$. **699.** 1) 10; 7 ja −7; −10. **700.** 2) 49 ja 9. **701.** 1) 6 cm ja 8 cm. **702.** 1) 1,2 m. **703.** 1) 2 cm ja 4,8 cm. **704.** 1) 5 dm, 5 dm ja 9,6 dm. **705.** 17,0 cm ja 13,5 cm. **707.** 1) 25. **708.** 10 ja 15 tunniga. **709.** 12 ja 18 päevaga. **710.** 12 ja 15 tunniga. **711.** 18 kg, 5 m ja 10 kg, 8 m. **712.** 10 km/h ja 30 km/h. **713.** 48 km/h ja 36 km/h. **714.** 120 kg. **715.** 20 töölist, 4 detaili. **716.** 4 min ja 5 min. **717.** 40 s, 0,4 m/s². **718.** ~0,054 m/s², 4 min 40 s. **719.** 9 ja 6 tundi. **720.** 50 km/h ja 40 km/h. **721.** $\frac{s \pm \sqrt{2c^2 - s^2}}{2}$ ja $\frac{s \mp \sqrt{2c^2 - s^2}}{2}$. **722.** Suurem kiirus $\frac{c(\sqrt{n^2+4nt}+n)}{2nt}$, väiksem kiirus $\frac{c(\sqrt{n^2+4nt}-n)}{2nt}$. **723.** $(k+\sqrt{k^2-2kt})$ ja $(k-\sqrt{k^2-2kt})$ päevaga; ülesanne on lahenduv, kui $\frac{k}{2} > t$. **724.** 1) $\pm\frac{1}{2}\sqrt{6}$; 4) ± 2 ja $\pm\frac{1}{3}$; 8) 2, 3, 4 ja 5. **725.** 1) 2. **726.** 1) ± 2; 3) $\pm a\sqrt{2}$. **727.** $x^3+4x^2-4x-16=0$. **728.** $a+1$. **729.** 1) (1; 2) ja $(-1;\ -4)$; 4) $(\pm 7;\ \pm 4)$ ja $(\pm 4;\ \pm 7)$; 8) (0; 15), (3; 18) ja (−2,5; −12,5); 12) $\left(\frac{k \pm \sqrt{\frac{4s-k^3}{3k}}}{2};\ \frac{k \mp \sqrt{\frac{4s-k^3}{3k}}}{2}\right)$. **731.** 13, 14 ja 15. **732.** $\frac{R(\sqrt{5}-1)}{2} \approx 3{,}7$ cm. **735.** 2) −4; 4) $\frac{5}{7}$; 6) −57; 8) −1,2. **736.** 2) 42; 4) −157; 6) 16,8; 8) 435,5. **737.** 2) 462; 4) 335; 6) −169; 8) −52,4. **738.** 2) 16 ja −56; 4) −6 ja −37; 6) 2166 ja −202; 8) −26,6 ja −74,2; 10) 19 ja $13\frac{2}{5}$. **739.** $\frac{n+n^2}{2}$. **740.** 10100. **741.** 4608. **742.** 1050. **743.** $d=6$. **744.** 3 ja −4. **745.** 4,5. **746.** 2) 35. **747.** 2120. **748.** 1) 165; 2) 318; 3) $\frac{3}{5}$; 4) 12,6. **749.** 2) 13,52; 4) −4. **750.** 2) −9 ja 4; 4) −15 ja 2,5. **751.** 2) −1 ja 4;

4) -14 ja $3\frac{1}{2}$. **752.** $2\frac{1}{3}$; $5\frac{1}{3}$; $8\frac{1}{3}$. **753.** $d = 4$. **754.** 156; 180; 324 lööki. **755.** 78,4 m; 16 s. **756.** 36 s. **757.** 29,4 m/s. **758.** 7042 m/s. **759.** 1320. **760.** 9. **761.** 640,5 m. **762.** 2745 m. **763.** 260 l. **764.** $4\frac{1}{6}$ cm². **765.** 83 s. **766.** 9 s. **767.** 2,148 km. **768.** 171 palki. **769.** 21 s. **770.** 1422 m. **779.** $-277{,}8$ ja 166,68. **781.** 186 ja 3072. **782.** 2) 13122 ja 19680; 4) $12\frac{21}{32}$ ja $32\frac{31}{32}$. **783.** 1) 5 ja 320; 3) 3 ja 96. **784.** 2) 1,2 ja $3\frac{6}{25}$; 4) -96 ja -63. **785.** 1) 4 ja 510; 4) 7 ja $53\frac{79}{81}$. **786.** 1) 1,5 ja 4; 2) 4 ja 3. **787.** 1) 1 ja 5; 3) 2 ja 5 või 2 ja -5. **788.** 512. **790.** 21 ja 63. **791.** -96 ja 9. **792.** $\frac{1}{27}$. **793.** 93. **794.** 4, 12 ja 36. **795.** 2, 14 ja 98. **796.** 3, 15 ja 75. **797.** $\div 1$; 5; 9; 13 ... ja $\div 1$; 5; 25 ... **798.** $\div 5$; 13; 21 ... ja $\div 5$; 15; 45 ... või $\div 5$; 8; 11 ... ja $\div 5$; 10; 20 ... **799.** 570. **800.** 243. **801.** $\div 6$; 12; 24 ... **802.** $\div 4$; 12; 36 ... **803.** 194481 ja 204205 tera. **804.** 201005. **805.** 6, 15 ja 24. **806.** 2) 4,5; 4) 18; 6) 6; 8) 3. **807.** 1) $\frac{2}{3}$; 3) $-2\frac{1}{4}$; 5) $\frac{3}{2}\sqrt{6}$; 7) $\frac{2\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}$. **808.** *b*) 6 ja $\frac{1}{4}$; *d*) 4 ja $\frac{3}{4}$ või 12 ja $\frac{1}{4}$. **810.** 27. **811.** 10 ja $\frac{1}{5}$ või 15 ja -5. **812.** $\frac{2}{3}$ lõigust. **813.** 128 ja $\frac{16}{2-\sqrt{2}}$. **814.** $\frac{2a^2}{3}\sqrt{3}$. **815.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **816.** 2) -4 ja 140; 4) -10 ja -56. **817.** -5 ja 44. **818.** 100. **819.** 80 km/h ja 6 tundi. **820.** 5 ja 3. **821.** 2) 3 ja 4; 4) $\frac{3}{5}$ ja 364. **822.** 1023,75. **823.** 26,7 liitrit. **824.** 2, 8 ja 32. **825.** $\div 9$; 15; 21 ... ja $\div 10$; 20; 40 ... **826.** 2) 1; 4) $\frac{1}{4}\sqrt{5}$. **827.** 160 cm². **829.** 2) 2. **831.** 1) $39\frac{2}{3}$. **832.** 1) 8; 3) $\frac{3}{10}$. **833.** 1) 1590. **834.** 3) $3 \cdot 2^{-3}$; $4 \cdot 5^{-4}$; $2 \cdot 3^{-5}$; $5 \cdot 2^{-6}$. **835.** 1) $2{,}3 \cdot 10^{-7}$ mm. **836.** 2) $2z^{-4}$; a^2b^{-2}; x^{-n}; $a^{-m}b^n$. **838.** 3) $(a^{-3} - b^{-3})(x^{-2} + y^{-3})^{-1}$. **840.** 3) $16 \cdot 3^{-1}y^3(x-y)^2(x+y)^3$. **843.** 3) $\frac{24ab^6}{x^2y^5}$. **846.** 2) 24; 3^9a^{-9}; a^{n-m}. **849.** 3) $n^3 + n^2 - n$. **853.** 3) $-\frac{p+q}{p^2+q^2}$. **856.** 3) $\left(3^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$. **857.** 2) $\sqrt[5]{9}$; $\sqrt{z^n}$; $\sqrt[n]{x}$; $\sqrt[n]{a^{m-1}}$. **859.** 3) $\sqrt[5]{(m^2+n^2)^4}$; 5) $\frac{1}{\sqrt[n]{a+b}}$. **860.** 3) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a} + \frac{1}{\sqrt[n]{b}}}$. **863.** 1) $\frac{2}{3}$; $\frac{27}{64}$; 0,1; $11\frac{1}{9}$. **867.** 3) $\frac{3}{2}a^2b$. **868.** 4) 1. **869.** 2) *a*. **871.** 3) 4; 5) 8. **872.** 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 1. **873.** 1) $\frac{2x}{a+x}$; 4) 4; 5) $\sqrt[4]{y}$; 6) *ab*. **874.** 1) *a*; 2) 1. **878.** 11) -3; 13) $-\frac{3}{2}$; 15) -2. **879.** 3) $-3\frac{3}{4}$. **880.** 1) 2; 4) 7 ja -1; 6) ± 2. **883.** 7) 9

ja 1. **884.** 6) 2. **885.** 3) 1; 6) 10; 9) 7; 11) 10 ja —2; 12) 6; 14) 0 ja $-1\frac{1}{5}$; 16) 10. **886.** 1) 2; 3) 2; 5) 1; 9) 3. **887.** 3) 4; 6) 5; 11) ± 2. **888.** 4) 1 ja 2; 5) ± 2; 13) $\pm\frac{1}{2}$ ja ± 1; 14) 5, —1, 0 ja 4. **908.** 4) 10. **910.** 2) 1. **915.** 3) 0,9542; 6) 1,9294; 8) 2,0043; 12) 3,6990; 35) 1,4758; 39) 0,3021. **917.** 5) $\overline{4},9898$; 10) $\overline{4},5$. **918.** 6) —2; 12) —15,8273. **919.** 10) $\overline{4},6990$; 20) $\overline{8},9542$; 30) $\overline{5},8127$. **920.** 5) $\overline{2},7856$; 10) $\overline{1},3292$; 15) $\overline{2},6529$. **922.** 7) 4,1051; 14) $\overline{4},9049$. **923.** 5) 4,3255; 10) 1,7351. **924.** 12) 0,7626; 24) $\overline{1},9033$. **925.** 5) $\overline{2},0677$; 10) 3,1568. **926.** 10) 2,0065; 20) 0,1761; 30) 2,7042. **928.** 5) 2430; 10) 230,4. **929.** 8) 0,3481. **931.** 1) 335,9; 8) 408,1. **932.** 1) 0,8598; 4) 17,84. **933.** 1) 101,4; 3) 4,969; 4) 24,61; 5) 16,46. **942.** 5) 7; 11) 3. **944.** 7) $\frac{1}{2}$; 9) 3. **945.** 2) 4; 9) 126. **946.** 1) ± 13; 11) $\sqrt[6]{\frac{1}{243}}$; 12) 7; 15) 8 ja 4. **948.** 6) 4; 7) a; 10) $1-a^2$; 11) 4 ja 2. **949.** 9) 4; 12) 2; 14) $\sqrt[5]{5}$ ja 5; 16) 8; 18) 2. **951.** 2) 661 rbl.; 4) 1463 rbl. **953.** 2) 1,4 aastat; 4) 24 aastat. **954.** 8,2 rbl. **955.** $\sim$12 aastat. **956.** 5,5%. **957.** 204 rbl. **958.** 14 aastaga; 22 aastaga. **959.** 267 milj. **960.** 5570 m^3. **963.** 1967,5 rbl. **966.** 120; 60. **970.** 720. **978.** 35. **979.** 4; 120; C_n^3. **981.** 180. **985.** 6720; 120. **989.** 15. **990.** 5040. **993.** 35; 104. **996.** 127. **997.** 6; 96; 114. **999.** 120; 180. **1011.** $21x^2y^5$. **1024.** 256. **1028.** 32. **1029.** —64; 64. **1039.** $1140a^{17}x^3$. **1048.** 5. **1052.** 11. **1055.** 5. **1064.** 729. **1065.** $\frac{1}{128}$. **1066.** 16. **1071.** 1) $41-13i$; 3) $7-3i$. **1072.** 2) $5a$; 4) $8x-4yi$. **1073.** 1) 53; 3) 5. **1074.** 1) $48-39i$; 3) $214+28i$. **1075.** 1) 1; 3) —3; 5) 4. **1076.** 2) $-i$; 4) 1; 6) —1. **1077.** 1) $2i$; 3) $7-6i$; 6) $3,5+3i$; 8) $2(a^2-b^2)$. **1078.** 2) $299-970i$; 4) $-368-504i$. **1079.** 1) $(2a+3i)(2a-3i)$; 3) $(\sqrt{17}+5ai)(\sqrt{17}-5ai)$. **1080.** 2) $(m+5ni)(m-5ni)$; 4) $(\sqrt{a}+i\sqrt{b})(\sqrt{a}-i\sqrt{b})$. **1081.** 1) $-i$; 3) $\frac{1+12i}{5}$. **1082.** 1) $\frac{3+2\sqrt{2}+i(\sqrt{6}-2)}{3}$; 3) $\frac{2a^2-b-3ai\sqrt{b}}{a^2+b}$. **1083.** 1) $\pm 5\pm 4i$; 3) $\pm 8\mp i$. **1084.** 1) $\pm 3\pm i\sqrt{2}$; 3) $\pm 6\pm 7i$. **1085.** 1) $14-13i$; 3) 32. **1086.** 1) $2i$; 3) $22i$; 4) —5. **1087.** 1) 5; 3) $\sqrt{13}$; 5) $\sqrt{29}$. **1088.** 1) $2\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{20,45}$. **1091.** 1) 2 ja 60°; 3) 5 ja 306°50′. **1092.** 1) $3\sqrt{2}$ ja 225°; 3) $\sqrt{530}$ ja 55°37′. **1093.** 1) $\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ$; 3) $\sqrt{13}(\cos 33^\circ 42' + i\sin 33^\circ 42')$; 5) $5(\cos 126^\circ 52' + i\sin 126^\circ 52')$. **1094.** 3) $\sqrt{53}(\cos 264^\circ 04' + i\sin 264^\circ 04')$. **1095.** 3) $2\sqrt{26}(\cos 258^\circ 42' + i\sin 258^\circ 42')$. **1096.** 2) $2\sqrt{3}-2i$; 4) $5\sqrt{3}+5i$. **1097.** 3) $2\sqrt{3}(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ) = \sqrt{3}+3i$. **1098.** 3) $ab[\cos(\varphi+\psi)+i\sin(\varphi+\psi)]$. **1099.** 3) $5\frac{1}{3}(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ) = 2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}i\sqrt{3}$. **1100.** 3) $1\frac{7}{8}(\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)$.

1101. 3) $\cos 189° + i \sin 189° = -\cos 9° - i \sin 9°$.
1102. 3) $16(\cos 18° + i \sin 18°)$. **1103.** 3) $2(\cos 20° + i \sin 20°)$.
1104. 3) $-\sin 43° + i \cos 43°$. **1105.** 2) $3e^{\frac{\pi i}{2}}$; 4) $26e^{\frac{2\pi i}{3}}$; 6) $4e^{\frac{\pi i}{8}}$; 8) $36e^{\frac{\pi i}{36}}$.
1106. 2) $4e^{\frac{\pi i}{2}}$; 4) $7\sqrt{2}e^{\frac{7\pi i}{4}}$; 6) $\sqrt{7}e^{\frac{11\pi i}{6}}$; 8) $91e^{0 \cdot i}$. **1107.** 2) $25e^{2,698i}$;
4) $\sqrt{61}e^{3,835i}$. **1108.** 2) $\sqrt{397}e^{1,269i}$; 4) $\sqrt{493}e^{2,196i}$.
1109. 1) $1764\sqrt{42}(\cos 191°30' + i \sin 191°30') = 1764\sqrt{42}e^{3,342i}$.
1110. 2) $\sqrt[6]{116}(\cos 37°16' + i \sin 37°16')$. **1112.** 1) kollineaarsed $\vec{CD}$, $\vec{EF}$ ja $\vec{GH}$, võrdsed $\vec{CD} = \vec{GH}$, vastandsuunalised $\vec{CD}$ ja $\vec{EF}$, $\vec{GH}$ ja $\vec{EF}$ ning $\vec{AB}$ ja $\vec{LK}$.
1113. 1) ei. **1117.** 1) vektorite summa peab olema null. **1122.** 1) $\vec{MA} = -\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2}$,
$\vec{MB} = \frac{\mathbf{a}-\mathbf{b}}{2}$, $\vec{MC} = \frac{\mathbf{b}+\mathbf{a}}{2}$, $\vec{MD} = \frac{\mathbf{b}-\mathbf{a}}{2}$. **1124.** $\vec{AD_1} = \mathbf{c} + \frac{\mathbf{a}}{3}$, $\vec{D_2A} = -(\mathbf{c} + \frac{2}{3}\mathbf{a})$.
1127. $\vec{DC} = -\frac{b}{a}\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\vec{CB} = \frac{b-a}{a}\mathbf{a}$, $\vec{AC} = \frac{a-b}{a}\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\vec{BD} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$.
1129. 1) —2,9 cm. **1130.** 1) 3. **1132.** 1) 4,2 cm ja $4,2\sqrt{3}$ cm. **1133.** 1) 5,65 cm ja 3,00 cm; 4) 3,67 cm ja —5,24 cm. **1135.** 1) $\vec{AB} = \{2; 4\}$; 4) $\vec{AB} = \{4; -2\}$.
1137. 1) 5; 4) 10. **1138.** 1) $\vec{AC} = \{-2; 4\}$. **1140.** 1) {3; 2}; 4) {—1; 11}.
1141. **a** ja **c**. **1142.** 10. **1143.** Jah. **1144.** {3; —2} ja {3; 3}. **1147.** 1) 24; 4) 0; 6) 30. **1149.** 1) 14; 4) 51; 8) 90. **1150.** 1) $k^2 - l^2 + kl - lm$. **1151.** Kolme vektori skalaarkorrutist pole olemas, sest kahe vektori skalaarkorrutis on skalaar, mille korrutamisel kolmanda vektoriga saadakse vektor. **1152.** 1) 45°; 4) 116°30′. **1154.** 5. **1155.** $|\vec{R}| = \sqrt{37}$. **1156.** $|\mathbf{a}+\mathbf{b}| = 15$, $|\mathbf{a}-\mathbf{b}| = \sqrt{593}$.
1157. $\mathbf{h} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{a^2} - \mathbf{b} = \{0; 3\}$. **1158.** 10. **1160.** 10. **1161.** $\frac{2}{3}a$. **1163.** 12 cm.
1164. 35 cm ja 15 cm. **1165.** 5°. **1168.** 1) 48; 3) 15. **1169.** 120°. **1170.** 67°30′ ja 112°30′. **1172.** 120°. **1173.** 112°30′, 112°30′ ja 135°. **1175.** 1,6 m. **1176.** 12 cm.
1177. 4 m, 8 m ja 8 m. **1178.** 6 cm. **1180.** 52°30′, 82°30′ ja 45°. **1189.** 38°34′.
1190. 50°45′. **1191.** 90°. **1192.** AC. **1193.** 62°. **1194.** 125° ja 55°.
1197. 45°. **1198.** 1 cm. **1199.** $\frac{a}{2}$. **1200.** 60°. **1203.** 10 cm ja 25 cm.
1204. 2,65 m. **1205.** 80° ja 100°. **1207.** 130° ja 50°. **1208.** Ristkülik. **1209.** 150° ja 30°. **1210.** 135° ja 45°. **1211.** 60°. **1213.** 10 cm. **1214.** 68 dm.
1215. 170 mm. **1217.** 3 m. **1218.** 2 cm. **1219.** 5. **1220.** 25 cm ja 10 cm või 18,75 cm ja 7,5 cm. **1222.** $\frac{1}{3}R$. **1223.** 1) $\frac{1}{30}$ cm. **1224.** 1) 4,58 ja 4,59.
1227. 2) 6 cm, 15 cm ja 15 cm. **1228.** 1) 10,5 cm. **1230.** 20 dm ja 16 dm võrra. **1231.** 1) 63 m; 2) $x = \frac{bh}{a} + c$. **1232.** 1) 6 m, 4 m ja 2 m; 2) 6 cm, 12 cm, 12 cm ja 6 cm. **1234.** $6\frac{2}{3}$ m ja $23\frac{1}{3}$ m või $23\frac{1}{3}$ m ja $6\frac{2}{3}$ m (kaks juhtumit). **1235.** 1) 20 cm. **1236.** 1) 8 cm ja 12 cm. **1237.** 36 mm, 24 mm ja 30 mm. **1238.** 1) a) ei; b) jah. **1239.** 1) 20 cm ja 35 cm. **1240.** 2) 7,5 cm.
1241. 8 cm. **1243.** 1) 55 m ja 77 m. **1244.** 12 cm ja 18 cm. **1245.** 18,6 mm, 27,9 mm ja 37,2 mm. **1247.** 2) 28 cm. **1249.** 13 m. **1254.** 1) 25 m ja 20 m.

1255. 20 cm, 16 cm, 6 cm ja 18 cm. **1257.** 1) 1,8 dm. **1258.** 7,5 cm ja 13,5 cm. **1260.** 3) jah. **1263.** 1,6 m. **1265.** 4 cm ja 21 cm. **1268.** 1) 8 cm ja 14 cm. **1269.** 1) 10 cm võrra. **1270.** 1) 8 cm ja 16 cm. **1271.** 1) 1,8 dm. **1273.** 7,2 m. **1274.** 2) $3{,}7 \cdot 10^5$ km. **1275.** 1) 28 dm. **1276.** 8 cm ja 12 cm. **1277.** 2) 20 cm ja 25 cm. **1279.** 1) $\frac{ab}{a+b}$. **1280.** 10 cm ja $6\frac{2}{3}$ cm. **1282.** 1) 18 cm ja 12 cm. **1283.** 1) 2,5 cm ja 5 cm. **1284.** $\sqrt{2aR}$. **1287.** 12 dm. **1288.** 4 cm ja 12 cm. **1289.** 2 dm. **1290.** $\frac{b^2}{2h}$. **1292.** 1) 22,5 dm, 13,5 dm ja 12 dm. **1294.** 1) 66 m ja 42 m. **1295.** 2) 48 dm. **1296.** 2,4 dm. **1299.** 12 dm ja 6 dm. **1300.** 12 cm. **1302.** 3 cm. **1303.** 12,5 cm. **1304.** b ja $\frac{a+\sqrt{a^2-4b^2}}{2}$; b ja $\frac{a+\sqrt{a^2-4b^2}}{2}$. **1308.** 4) 3. **1309.** 4) 12. **1310.** 4) 3. **1311.** 12 dm. **1313.** 60. **1316.** 18 cm, $\frac{9\sqrt{5}}{2}$ cm ja $9\sqrt{5}$ cm. **1330.** 35 cm. **1335.** 65 ja 52. **1337.** 2) 8 tunni pärast. **1350.** $\sqrt{193}$ cm. **1352.** 7,8 cm. **1354.** 18 cm. **1357.** 4 dm, $4\sqrt{7}$ dm ja $4\sqrt{42}$ dm. **1359.** 26 cm, 20,8 cm ja 15,6 cm. **1362.** 5 cm ja 9 cm. **1365.** 13 cm ja 5 cm. **1372.** 3 cm ja 4 cm. **1375.** 21 cm ja 28 cm. **1377.** 20 cm. **1379.** 6 cm. **1391.** 10 cm. **1392.** 19 cm. **1393.** 16 cm ja 6 cm. **1394.** 12 cm ja 8 cm. **1395.** 0,7 dm ja 5,6 dm. **1396.** 39 cm. **1397.** 16 cm. **1398.** 1) 6; 2) 28; 3) 37; 4) 39. **1399.** ∼26 m. **1400.** ∼11,5 m. **1401.** $36\sqrt{3}$ cm. **1402.** 9,5 cm. **1403.** 45 cm ja 30 cm. **1404.** 12 cm. **1405.** 15 dm ja 16 dm. **1406.** 19 cm. **1407.** 13 cm. **1408.** 10,5 cm. **1409.** 10,5 dm ja 14 dm. **1410.** 21 cm. **1411.** 16 cm. **1412.** 12 cm. **1413.** $18\sqrt{2}$. **1414.** 1) 9 cm; 2) 24 cm. **1415.** 18 cm. **1416.** $4{,}25\sqrt{2}$. **1417.** 1,5 korda. **1418.** 4,5 m. **1420.** 270 km. **1421.** 52 cm. **1422.** 18 cm. **1423.** 54 cm. **1424.** 90 cm. **1425.** 24 cm. **1426.** 18 cm ja 12 cm. **1427.** 8 cm ja 25 cm. **1428.** 40 cm. **1429.** 12 cm ja 20 cm. **1430.** 26,5 cm. **1431.** 5,5 cm. **1432.** 20 cm. **1433.** 5 cm. **1434.** 20 cm. **1435.** 12 cm. **1436.** 84 cm. **1437.** 4,4 cm. **1444.** 0,4. **1447.** 1,25. **1451.** 1) 0,2079; 4) 0,9285; 7) 0,3068; 10) 0,0093. **1452.** 1) 0,5592; 4) 0,9373; 7) 0,5568; 10) 0,9987. **1453.** 1) 0,7813; 4) 0,4515; 7) 2,114; 10) 0,0501. **1454.** 1) 2,747; 4) 2,069; 7) 0,2059; 10) 23,69. **1455.** 1) 21°; 4) 70°24′; 7) 14°35′; 10) 53°08′. **1456.** 1) 22°; 4) 71°36′; 7) 43°15′; 10) 53°08′. **1457.** 1) 15°; 4) 26°36′; 7) 80°47′; 10) 70°01′. **1458.** 1) 72°; 4) 73°18′; 7) 45°15′; 10) 10°37′. **1459.** 1) 0,1908; 4) 0,1132; 7) 0,1668; 10) 0,0616. **1460.** 1) 0,966; 4) 0,895; 7) 0,938; 10) 0,01135. **1461.** 1) 0,325; 4) 0,208; 7) 0,0282; 10) 2,17. **1462.** 1) 0,782; 4) 0,503; 7) 0,0198; 10) 3,1. **1463.** 1) 30°; 4) 8°10′; 7) 45°25′; 10) 57°55′. **1464.** 1) 35°; 4) 47°30′; 7) 5°; 10) 1°55′. **1465.** 1) 9°; 4) 21°20′; 7) 2°02′; 10) 25°05′. **1466.** 1) 52°; 4) 64°10′; 7) 85°22′; 10) 50°12′. **1467.** 1) 63°40′; 4) 89°; 7) 21°40′; 10) 1°55′. **1468.** 1) 1,47; 5) 0,374. **1469.** 1) 1,89; 3) 2,94. **1470.** 1) 0,59; 5) 0,0346. **1471.** 1) 2,11; 4) 28,6. **1472.** 1) 38,05; 6) 22,2. **1473.** 1) 6,84; 4) 688. **1474.** 1) 6,97; 4) 278; 5) 0,225. **1475.** 1) 15,46; 3) 469; 5) 0,72. **1476.** 12,2 cm. **1482.** 34,9 cm. **1487.** 7,35 cm ja 9,5 cm. **1488.** 31,5 cm, 37,5 cm ja 49 cm. **1491.** 67°40′, 112°20′ ja 42,4 cm. **1496.** 41°52′ ja 48°08′. **1497.** 38°40′. **1499.** 10,4 cm ja 16 cm. **1501.** 57,4 cm ja 65,6 cm. **1503.** 9°40′. **1504.** 25°20′ ja 131°36′. **1506.** 154 mm. **1509.** 61°. **1513.** 12 m. **1517.** 26,5 m. **1519.** 1,5 cm. **1520.** ∼12°. **1525.** 83 N ja 38°15′. **1528.** 0°17′. **1531.** 108 m. **1533.** 770 m. **1535.** 930 m. **1536.** 20250 km. **1538.** 927 km. **1540.** 1,8 cm. **1543.** 69°15′. **1544.** 146 km. **1548.** 2°17′. **1549.** 10 min. **1551.** 107 N. **1552.** 3,2 N ja 1,1 N. **1553.** 15,1 N ja 23,4 N. **1554.** 290 J. **1556.** 381 N·m. **1557.** 1,6 min. **1558.** 2) 8-nurga; 12-nurga;

20-nurga; 80-nurga. **1563.** 2) $\frac{(n-3)n}{2}$. **1566.** 9 ja 12. **1567.** 1) 12 cm ja $6\sqrt{3}$ cm. **1568.** ≈1,7 cm. **1569.** 2) ≈1,9 cm. **1571.** ≈39 mm. **1572.** 1-a) $2r\sin\frac{180°}{n}$. **1573.** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **1574.** ≈2,4 cm ja ≈3,4 cm. **1575.** 1) 12 cm. **1576.** 1) 2 cm. **1578.** 12 cm. **1579.** $R(3\sqrt{6}+4\sqrt{3}-5\sqrt{2}-7)$. **1583.** 36. **1586.** $\cos\frac{180°}{n}$. **1587.** $\frac{a}{2}(\sqrt{3}\pm\sqrt{2})$. **1588.** 1) 22,73 m. **1589.** 2) 26,50 dm. **1590.** 4) 0,0042 cm. **1591.** 40004 km. **1592.** 10 m/s. **1593.** 12,7. **1595.** 2,1 cm. **1596.** 4,6 cm. **1598.** 60. **1599.** 1) 7,6 cm; 3) 47,9 cm; 5) 63,6 cm. **1600.** 2) 86,4 cm; 4) 1,15 m. **1601.** 1) 47 cm; 4) 2,9 m. **1602.** 119,3°. **1603.** 3,65 cm. **1604.** 90 cm. **1605.** 107,7 cm. **1606.** 63,8 m. **1607.** 23,1 cm. **1608.** 114°40′; 172°. **1609.** 4,2 m. **1610.** 11,66 cm. **1613.** 2) 1,7387; 10) 15,1093. **1614.** 4) 726°35′; 12) 57°42′. **1615.** 4) 480°; 10) 820°. **1616.** 2) $\frac{3}{2}\pi$; 6) $\frac{5}{4}\pi$. **1617.** 2) 105°; 4) 405°. **1618.** 2) 15,7; 6) 146,3. **1619.** 0,628, 1,222 ja 1,292. **1621.** 468. **1622.** 17 s^{-1}. **1623.** 16,9 cm. **1624.** 1,63 rad. **1625.** 1105 m. **1626.** 2604 mm. **1627.** 2) $\frac{2\pi}{3}$; 3) $\frac{8\pi}{9}$. **1628.** 52,8 cm; 190,5 cm. **1629.** 1,142 rad. **1630.** 240,1 m. **1631.** $\frac{5}{6}$ rad. **1632.** 1) 800 tk. **1633.** 1) 98 dm^2. **1634.** 1) $\frac{d^2}{2}$. **1635.** 1) 338 mm^2. **1636.** 1) 30 mm. **1637.** 3 dm. **1638.** 1) $\sqrt{2}$ m ja 1 m. **1639.** 1) suureneb 4 korda; 4) väheneb 6,25 korda. **1640.** *mn*. **1641.** 1) 0,5 dm^2. **1642.** $\frac{a^2(m^2+n^2)}{(m+n)^2}$. **1643.** $2(2-\sqrt{3})\approx 0{,}54$. **1644.** 1) 73,6 a. **1645.** 1) 210 cm^2. **1646.** 1) 8,5 m. **1647.** ≈42,9 m^2. **1648.** 1) 470 cm^2. **1649.** 1) 564 mm^2. **1650.** 30 min. **1651.** 1) 14 m × 9 m. **1652.** 1) 12 m × 13 m. **1653.** 1) 8 dm × 12 dm. **1654.** 1) 41π dm. **1655.** 1) 10 dm^2. **1656.** 1) $18^2\tan 27°\approx 165$ cm^2. **1657.** 1) $800\sin 42°\approx 535$ cm^2. **1658.** 1) 4 m. **1659.** 1) 10 cm × 16 cm. **1660.** $(an+bm+mn)$ cm^2. **1661.** 8 cm^2. **1662.** $\frac{m(m+n)}{2}$. **1663.** 60°. **1664.** Ruudu pindala on suurem $\frac{a^2}{4}$ võrra. **1665.** Pindala on kõige suurem, kui $q=1$. **1666.** $S_{ABCD}=9{,}68$ cm^2. **1667.** 1) 7,5 cm. **1668.** 1) 40 cm. **1669.** 1) 528 cm^2. **1671.** $120\sqrt{3}\approx 208$ cm^2. **1672.** 17 cm^2, 9 cm ja 4,8 cm. **1673.** 1) 85 cm^2. **1674.** 1) 47,3 dm^2. **1675.** 1) 3 dm. **1676.** 168 dm^2. **1677.** 3 cm ja 8 cm või 12 cm ja 2 cm. **1679.** 1) $\frac{ph_1h_2}{h_1+h_2}$. **1680.** 52 cm, 14 cm ja $2\sqrt{129}\approx 23$ cm. **1681.** $\frac{4mn}{\sin\alpha}$. **1682.** 1) 1 m^2. **1683.** 1) 4,5 m. **1684.** 1) 8 cm. **1685.** 1) 36 a. **1687.** 1) 24 ruutühikut. **1688.** 1) 600 cm^2. **1689.** 1) 13 cm. **1690.** 1) 16,8 dm. **1691.** 1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; 62,4 cm^2. **1692.** 1) $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$; 130 cm^2. **1693.** 1170 cm^2. **1694.** 1) 18,5 cm. **1695.** 1) 6 cm või 8 cm. **1696.** 1) $\frac{c^2}{4}$; 8 cm^2. **1697.** 1) $r=7\frac{1}{2}$ cm, $R=15\frac{5}{8}$ cm. **1698.** 1) $r=5$ cm, $R=12{,}5$ cm. **1699.** 1) 48 dm^2. **1700.** 1) 265 cm^2.

1701. 1) 14,0 m². **1702.** 1) 56,7 cm². **1703.** 1) 22,5 cm². **1704.** 1) $\frac{b^2\sqrt{3}}{4}$.

1705. $\frac{a^2(\sqrt{3}-1)}{4} \approx 0{,}183a^2$. **1706.** 84 cm². **1707.** $12\sqrt{3}$ cm². **1709.** 3 cm².

1710. $\frac{40^2-32^2}{4} = 122$ cm². **1711.** $\sqrt{\frac{ab\sqrt{3}}{3}}$. **1712.** b^2. **1713.** $\frac{27a^2\sqrt{3}}{16}$.

1714. 1) 756 cm²; 4) $15\sqrt{7} \approx 39{,}75$ cm². **1715.** 1) 3,5 cm ja 10,6 cm. **1716.** 1) 2 m. **1717.** 1) 25 cm või 39 cm. **1718.** 1) 84 cm². **1719.** 30 cm. **1720.** 42 cm. **1721.** 108 cm. **1722.** $84\sqrt{15} \approx 325$ cm². **1723.** 36 cm². **1724.** 72 cm². **1725.** 3, 4, 5; täisnurkne kolmnurk. **1726.** 8 cm, 26 cm ja 30 cm. **1727.** 6, 8 ja 10. **1728.** 150 dm². **1729.** 72 cm². **1730.** 1) 144 cm². **1731.** 1) 2,16 m². **1732.** 1) 9,6 cm. **1733.** 1) 24 cm ja 10 cm. **1734.** 1) 96 m². **1735.** 1) 0,5 cm². **1736.** 1) 17,1 cm². **1737.** 1) 13,9 cm². **1738.** 1) 8 dm. **1739.** 1) 800 dm². **1740.** 30° ja 150°. **1741.** $\frac{m^2-p^2}{4}$ cm². **1742.** 6912 cm. **1743.** $\frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$.

1744. 1) 18,2 cm². **1745.** 1) 405 m². **1746.** 1) 235 m³. **1747.** 12,8 m². **1748.** 1) 16 cm. **1749.** 1) 50 cm. **1750.** $\frac{19ab}{24} = 4560$ mm². **1751.** 1) 692 mm². **1752.** 1) 320 m. **1753.** 1) 4 dm². **1754.** 1) 480 cm². **1755.** 1) 246 cm². **1757.** 1) 232 cm². **1758.** 1) 177 dm². **1759.** 1) 150 cm². **1760.** 1) 540 cm². **1761.** 1) haar $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$, pindala $\frac{(a+b)^2}{4}$. **1762.** 1) 5 cm ja 7 cm. **1763.** 1) 8 cm, 2 cm, 5 cm ja 5 cm. **1764.** 38,4 cm². **1765.** 10 cm. **1767.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2-b^2)$. **1768.** Väiksema kolmnurga $S = \frac{b^2h}{2(a-b)}$. **1769.** 1764 cm². **1770.** $\frac{a^2}{2}$. **1771.** $\frac{(a^2-b^2)(\sqrt{3}-1)}{4}$.

1772. 1 cm, 1 cm, 1 cm ja 2 cm; $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. **1773.** $\frac{R^2}{2}$. **1774.** 1) 65 m; 2) 30 m; 3) 145 m. **1775.** $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. **1776.** $\frac{8R^2r\sqrt{Rr}}{(R+r)^2}$. **1777.** 1) 775 mm². **1778.** 7,5 g. **1779.** 312 g. **1780.** 1) 54,4 a. **1781.** 1) 144 cm². **1782.** 1) $24\sqrt{3}$ cm². **1783.** 1) 183 cm². **1784.** 1) 173 cm². **1785.** 1) $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **1786.** 1) $2R^2\sqrt{2}$. **1787.** 1) 480 cm². **1788.** 1) 730 cm². **1789.** 1) 770 cm². **1790.** 1) 23 cm². **1791.** 540 tk. **1792.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ cm. **1793.** $a^2(\sqrt{3}+3)$. **1794.** $r^2\sqrt{3}$.

1795. $\frac{2}{3}\sqrt{3\sqrt{3}}$ cm. **1796.** $\frac{3r^2}{4}(\sqrt{3}+1)$. **1797.** $\frac{Q\sqrt{2}}{2}$.

1798. $r^2\left(8\sqrt{3}+\frac{19\pi}{3}\right) \approx 33{,}8r^2$. **1799.** 1) nagu kõrgused. **1800.** 1-a) suureneb 4 korda, b) suureneb $2\frac{1}{4}$ korda, c) väheneb 9 korda, d) väheneb 4 korda. **1801.** 1) 65 cm². **1802.** 1) 26 cm² ja 234 cm². **1803.** 1) 72 cm. **1804.** 1) 8 cm.

1805. 1) $\frac{4}{5}$. **1806.** 1) 41,6 cm². **1807.** 8 : 3. **1808.** $m^2 : n^2 : 2mn$. **1809.** 5 cm². **1810.** 1) 56 dm. **1811.** 1) 6 dm². **1812.** 1) 96 cm². **1813.** 1) 3 dm². **1814.** 1) 22π cm ja $11\sqrt{3\sqrt{3}} \approx 25{,}1$ cm. **1815.** 1) 5. **1816.** 1) 24 dm². **1817.** 30,72 cm². **1818.** 50 cm². **1819.** 20 cm ja $10\sqrt{3}$ cm. **1820.** $\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$. **1821.** 20,8 m ja 27,0 m. **1822.** Alus 23,6 cm, haar 25,0 cm. **1823.** Nii, nagu trapetsi alused. **1824.** 2,4 cm ja 16,9 cm. **1825.** 15° ja 75°. **1827.** 3) 844,6 cm². **1828.** 3) 3678,3 m². **1829.** 3) 16,6 cm. **1830.** 3) 16,9 cm²; 7) 4,5 cm². **1831.** 3) 67,9 cm; 7) 2,89 cm. **1832.** 7 cm. **1833.** 12,9 cm. **1834.** 54,7 cm². **1835.** 77,2 cm². **1836.** 1280 kg. **1837.** 7 kg. **1838.** ~4,8 cm. **1839.** 94,1 cm. **1840.** 8,5 cm. **1841.** 1630 kG. **1842.** ~1800 kg. **1843.** 65,8%; 21,3%. **1844.** 47,4 cm². **1845.** 3) 267 cm²; 6) 729 cm². **1846.** 112 cm². **1847.** 80°. **1848.** 5,8 cm. **1849.** 43,3 cm². **1850.** 17,4 cm. **1851.** 1,42 cm². **1852.** 13,3 cm². **1853.** 84,5 cm². **1854.** 13,7 dm. **1855.** ~240 cm². **1856.** 119,8 cm² ja 686,6 cm². **1857.** 14,7 cm². **1858.** 22,7 cm² ja 68°. **1859.** 65500 mm². **1862.** 10,2 cm². **1863.** 18 cm². **1867.** 19,8 mm. **1869.** 2,2 cm. **1871.** 147,2 cm². **1940.** 11) 2; 12) 4; 14) $-\frac{6}{5}$. **1941.** 9) 5; 10) 4. **1942.** 4) 0; 7) 1. **1953.** 1) —; 4) +; 8) —. **1954.** 1) —; 4) —; 8) —. **1955.** Negatiivsed võivad olla $\cos x$, $\tan x$ ja $\cot x$. **1956.** 1) —; 4) +; 5) +. **1957.** 1) I ja III veerandis; 4) I ja II veerandis. **1958.** 1) —. **1959.** 1) I ja II veerandis; 4) III ja IV veerandis. **1960.** 1) $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$. **1964.** 1) II veerandis; 4) II või IV veerandis. **1969.** 1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ja $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$; 4) $\pi < x < 2\pi$. **1970.** 1) $\pi < x < 2\pi$; 4) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$. **1971.** 1) II veerandis. **1972.** 1) kõigi väärtuste puhul, välja arvatud $x = \frac{\pi}{2}$ ja $x = \frac{3\pi}{2}$, kus funktsioon $\tan x$ ei ole määratud; 4) $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ja $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. **1973.** 1) —; 4) +. **1974.** 1) 8; 4) —6; 8) 1. **1975.** 1) $a - b$; 4) $a - b$. **1976.** 1) 1; 4) —1. **1978.** 1) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; 4) —1; 8) $-1\frac{1}{2}$. **1979.** 1) $(a+b)^2$; 4) $\frac{a+b}{a-b}$. **1980.** 1) $\sin 45° + \sin 60° + \sin 210° + \sin 225° + \tan 150° + \tan 45°$ (on ka teisi võimalusi). **1981.** 1) —3; 4) $\sqrt{3} - 3{,}5$. **1982.** 1) —1. **1983.** $\sqrt{3}$. **1984.** 1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{2}$; —1; 4) —0,5317; 0,9703; —0,4226. **1985.** 1) $\frac{3a+b}{2}$; 2) $\frac{-9+16\sqrt{3}}{16}$; 3) $a^3(1+12\sqrt{3})$; 4) 2. **1986.** 1) $-\frac{1}{2} - \sqrt{3}$. **1987.** 1) $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$. **1988.** 1) $k \cdot 180°$, kus $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. **1989.** 1) $45° + k \cdot 180°$ ja $135° + k \cdot 180°$; 4) $\frac{\pi}{2} + k\pi$. **1995.** 1) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ graafik on $y = \sin x$ graafikuga võrreldes x-telge mööda $\frac{\pi}{4}$ võrra vasakule nihkunud; 4) $y = \sin 2x$ periood on kaks korda väik-

sem $y = \sin x$ perioodist. **1997.** 1) 4π; 4) $\frac{\pi}{3}$; 6) $\frac{\pi}{a}$. **1998.** 1) algfaas $\frac{\pi}{3}$, amplituud 2, periood 2π; 4) algfaas 1, amplituud 1, periood 4π. **2000.** —200 A. **2002.** 1) $2k\pi < x < (2k+1)\pi$; 4) $x \neq \frac{k\pi}{2}$ ja $x \neq \frac{3k\pi}{2}$; 6) $x \neq k\pi$. **2004.** Paarisfunktsioonid 1. ja 6., paaritud funktsioonid 2. ja 4. **2005.** 1) 30° ja 150°; 4) 270°; 6) 90° ja 270°. **2006.** 660°. **2007.** —135°. **2008.** 1) 60°, 120°, 420°, 480°, 780°, 840°. **2009.** 1) 60°; 4) 225°. **2010.** 1) $\frac{2\pi}{3}$; 4) $\frac{11\pi}{6}$. **2011.** 1) $x_1 = 30° + k \cdot 360°$ ja $x_2 = 150° + k \cdot 360°$; 4) $x = 90° + k \cdot 180°$; 8) $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$. **2012.** 1) $x_1 = 228°36' + k \cdot 360°$ ja $x_2 = 311°24' + k \cdot 360°$; 4) $x = 26°34' + k \cdot 180°$. **2013.** 1) $x_1 = 50° + k \cdot 360°$ ja $x_2 = 130° + k \cdot 360°$; 4) $x = 115°30' + k \cdot 180°$. **2014.** 1) $x = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi$; 4) $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$; 5) $x_1 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi$ ja $x_2 = \frac{5\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; 8) $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. **2015.** 1) $x_1 = 200° + k \cdot 360°$ ja $x_2 = 340° + k \cdot 360°$; 4) $x = 150° + k \cdot 180°$. **2016.** $x_1 = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi$ ja $x_2 = \frac{5\pi}{4} + k \cdot 2\pi$. **2017.** 1) $x_1 = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ja $x_2 = \frac{3\pi}{4} + k\pi$; 4) $x \approx 0{,}74$. **2018.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 8) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **2019.** 1) $-\sin 50°$; 4) $\cot 20°$; 8) $-\tan 15°$. **2020.** 1) $\sin 82°$; 4) $\sin 0{,}1\pi$; 8) $-\sin 1{,}42 \ldots$ **2021.** 1) $\cos 34°$; 4) $\tan 20°$; 8) $-\cos 0{,}2\pi$. **2022.** 1) $\sin 250° = -0{,}9379$; $\cos 250° = -0{,}3420$; $\tan 250° = 2{,}747$; $\cot 250° = 0{,}3640$; 4) $\sin(-500°) = -0{,}6428$; $\cos(-500°) = -0{,}7660$; $\tan(-500°) = 0{,}8391$; $\cot(-500°) = 1{,}1918$; 8) $\sin 663° = -0{,}8387$; $\cos 663° = 0{,}5446$; $\tan 663° = -1{,}5399$; $\cot 663° = -0{,}6494$. **2023.** 1) 0,951; —0,906; —0,416; 0,0291. **2024.** 1) 0,156; —0,883; 0,0645; —0,188. **2025.** 1) —0,445; —2,25; —0,362; 0,0393. **2026.** 1) —0,0699; 0,325; 2,43; —9,13. **2027.** 1) 0; 4) 1; 8) $\frac{1}{2}$. **2028.** 1) $\sin\alpha - \cos\alpha$; 4) 0; 8) 1. **2029.** $-\frac{2}{3}$. **2030.** 0,2. **2031.** $-k$ ja $-\frac{1}{k}$. **2032.** $\frac{4}{5}$. **2033.** $\pm\sqrt{1-a^2}$. **2034.** 1) 0,902; 4) 0. **2035.** 1-a) 0,7071; 1; 0,3827; 0,3532; 0,4999; 0,5784. **2036.** 1) 211°; 4) 294°; 8) 166°30'. **2037.** 1) 25° ja 155°; 4) 82° ja 262°. **2040.** 1) $\sqrt{3}$; 4) $\frac{\sqrt{6}-6}{6}$; 8) 0. **2041.** 1) $-2\cot\alpha$; 4) $2\tan\alpha$; 8) 1. **2042.** 1) $2\tan 20° + 3\cos 10°$; 4) —1; 8) —1. **2049.** 1) jah; 2) ei. **2050.** 1) jah; 2) ei. **2051.** 1) $|\sin(\sin x)| \leqslant \sin 1$; 4) $-\infty < \tan(\cot x) < +\infty$. **2052.** 1) $5 > 5\sin\alpha$; 4) vahemikus $0° < \alpha < 45°$ on $\sin\alpha < \sin\alpha \cdot \tan\alpha$. **2053.** 1) $\frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \frac{5\pi}{6}$; 4) $\frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \pi$ ja $\frac{7\pi}{6} \leqslant x < 2\pi$. **2054.** 1) $0 \leqslant x \leqslant \pi$; 4) $0 \leqslant x < \frac{\pi}{2}$ ja $\frac{\pi}{2} < x \leqslant \pi$. **2055.** 1) jah; 4) jah. **2057.** 1) 0,5. **2058.** 1) —1. **2061.** 4) $-\sin 50°$; 8) $-\sin 20°$. **2062.** 4) $-\cos 10°$; 8) $-\cos 12°$. **2064.** 2) $\tan 17°$; 4) 1; 6) $\frac{4}{3}$; 8) 3. **2065.** 4) $\frac{1}{2}\tan 40°12'$. **2066.** 4) $\tan 15°$; 8) $\cot 6°$. **2067.** 1) 1; 3) 1; 4) 10.

2070. 4) $\cot\alpha \cdot \cot\beta$. **2072.** 10) $\tan\alpha$; 13) $-\sin\alpha$; 14) -1; 26) $\sin\alpha + \cos\alpha$. **2074.** 12) $\frac{1}{4}\sin 100°$; 15) $2\sin 40°$. **2076.** 6) $-4\cos 80°$. **2077.** 4) $\frac{1}{2}\cos 56°$; 8) $-\frac{1}{6}\cos 84°$. **2078.** 4) $\cos 52°$; 8) $-\cos 92°$. **2080.** 4) $\frac{1}{2}\cot 36°40'$; 12) $\frac{4}{5}\cot 38°$. **2081.** 5) $\tan 26°$; 6) $\frac{1}{6}\cot 74°$. **2082.** 24) $1\frac{11}{36}$. **2100.** 3) 0,3714.

2102. 1) $\frac{1}{2}(\sin 38° + \sin 18°)$. **2103.** 3) $\cos 2y - \cos 2x$. **1204.** 1) $\frac{1}{4}(\sin 24° + \sin 12° + \sin 8° - \sin 4°)$. **2106.** 2) $\sqrt{2}\sin 5°$. **2108.** 2) $\frac{2\sin 40°}{\cos 20°}$. **2110.** 5) $\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)$. **2111.** 6) $2\cos\alpha\cdot\sin\beta$. **2112.** 2) $4\cos 50°\cdot\sin 25°\cdot\cos 5°$; 5) $4\sin 3\alpha\cdot\cos\frac{3}{2}\alpha\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$. **2113.** 1) $\sqrt{3}\tan 5°$; 3) $\tan\frac{\beta-\alpha}{2}$. **2114.** 2) $2\sin^2\frac{\alpha}{2}$. **2115.** 4) $4\cos\frac{45°+\alpha}{2}\cdot\cos\frac{45°-\alpha}{2}$. **2116.** 1) $4\sin 54°\cdot\sin 6°$.

2118. 2) $\sqrt{8}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\left(45°+\frac{\alpha}{2}\right)$; 6) $\frac{\sin(\alpha-45°)}{\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)}$.

2119. 2) $2\sin\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)$. **2125.** 1) $5\sin 73°8'$; 4) $\frac{a\sqrt{2}\sin(45°+\gamma)}{\cos\gamma}$, kus $\tan\gamma=\frac{b}{a}$. **2127.** $2\sqrt{3}$ ja $\frac{\pi}{6}$. **2128.** 2) 0,8686. **2129.** 2) 67°40′. **2130.** 2) $\overline{1}$,8224; $\overline{1}$,9931; 0,5522; $\overline{3}$,9551. **2131.** 2) 71°48′; 40°26′; 3°43′; 0°16′. **2132.** 2) 1,663. **2133.** 1) 66,24; 4) 0,8094. **2134.** 2) 12,96. **2135.** 2) $\frac{a}{\sin^2\alpha}\sqrt{\cos 2\alpha} = 49{,}25$. **2136.** 4) 0,28. **2137.** 1) 0,30; 6) 445. **2138.** 2) 6,3. **2139.** 2) $y=3x+2$; 5) $y=\log_3 x$. **2141.** 3) 45°; 9) −60°. **2142.** 1) 56°34′; 3) $\pm 152°10' + k\cdot 360°$.

2144. 1) $y=\arcsin 2x$, $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$. **2145.** 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) 0; 6) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **2146.** 1) 1; 3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **2147.** 2) −0,2; 6) $\frac{1}{2}$. **2148.** 2) $\frac{1}{21}$; 3) 1. **2149.** 3) $\frac{840}{1369}$. **2152.** $\frac{31}{481}$ ja $15\frac{15}{31}$. **2153.** 1) $30°+k\cdot 360°$, $150°+k\cdot 360°$; 5) $53°8'+k\cdot 360°$, $126°52'+k\cdot 360°$. **2154.** 2) $\pm 30°+k\cdot 360°$; 8) $k\pi-\frac{\pi}{4}-1$. **2155.** 1) $k\cdot 180°$; 6) $90°+k\cdot 180°$; 8) $180°+k\cdot 360°$. **2156.** 1) $15°+k\cdot 180°$, $75°+k\cdot 180°$. **2157.** 1) $\pm 60°+k\cdot 180°$; 3) $45°+k\cdot 90°$. **2158.** 1) $k\cdot 180°$, $90°+k\cdot 360°$; 5) $\pm 60°+k\cdot 360°$; 7) $k\cdot 90°$, $22°30'+k\cdot 90°$. **2159.** 2) $30°+k\cdot 360°$, $150°+k\cdot 360°$; 5) $\pm 30°+k\cdot 180°$, $69°20'+k\cdot 180°$; 7) $24°27'+k\cdot 360°$, $155°33'+k\cdot 360°$; 13) $125°+k\cdot 360°$, $215°+k\cdot 360°$. **2160.** 2) $120°+k\cdot 180°$; 3) $7°16'+k\cdot 60°$; 6) $135°+k\cdot 180°$, $\operatorname{Arctan}\left(-\frac{1}{2}\right)$; 9) $k\pi$, $k\pi-\frac{\pi}{4}$, $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$.

2161. 1) $k\cdot 360°$; 4) $\frac{3}{2}\pi+2k\pi$; 6) $2k\pi$. **2162.** 1) $45°+k\cdot 180°$; 4) $k\cdot 60°$. **2163.** 1) $k\cdot 180°$, $\pm 60°+k\cdot 360°$; 6) $35°+k\cdot 60°$, $55°+k\cdot 60°$; 9) $k\pi$.

2164. 2) $k \cdot 360°$, $\pm 60° + k \cdot 720°$; 3) $k \cdot 360°$, $90° + k \cdot 180°$. **2165.** 1) $k \cdot 90°$; 6) $45° + k \cdot 180°$, $22°30' + k \cdot 90°$; 9) $90° + k \cdot 180°$, $22°30' + k \cdot 90°$; 12) $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $(2k+1) \cdot \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{10}$. **2166.** 2) $k \cdot 60°$, $k \cdot 180°$; 3) $k \cdot 180°$, $\frac{(2k+1) \cdot 180°}{8}$. **2167.** 3) $270° + k \cdot 360°$, $k \cdot 360°$; 4) $2k\pi$, $(4k-1) \cdot \frac{\pi}{4}$, $(4k+1) \cdot \frac{\pi}{2}$. **2168.** 3) $k \cdot 90°$; 5) $180° + k \cdot 360°$, $90° + k \cdot 360°$; 7) $\operatorname{Arcsin} \frac{4}{5}$. **2169.** 1) $\operatorname{Arctan} \frac{b}{a}$. **2170.** 1) $k \cdot 60°$, $22°30' + k \cdot 45°$. **2171.** 2) $-\frac{\pi}{4} + k\pi$, $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; 4) $\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$. **2172.** 1) $k \cdot 360°$; $(6k \pm 1) \cdot 40°$; 3) $(2k+1)\pi - \frac{\pi}{6}$, $\frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{30}$; 6) $2k\pi$, $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $\frac{\pi}{4} + k\pi$; 10) $\pm \frac{\pi}{4} + k\pi$; 12) $\pm \frac{1}{2} \arccos \frac{m+1}{2a} + k\pi$; 13) $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + k \cdot 180°$, $-\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + (2k+1) \cdot 90°$; 14) $15° + k \cdot 180°$, $75° + k \cdot 180°$. **2173.** 2) $-90° + k \cdot 360°$, $90° + k \cdot 720°$; 3) $\frac{\pi}{4} + k\pi$, $\pi + 2k\pi$; 4) $90° + k \cdot 360°$. **2174.** 1) (30°; 60°); 3) (0°; 60°); (30°; 0°); 4) (30°; 120°). **2175.** 1) $-\frac{1}{2}$; 3) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$; 4) $x_1 = -1$, $x_2 = -2$; 5) $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{4}$; 10) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **2176.** 1) $b = 23{,}8$; $c = 26{,}1$; $\gamma = 76°$; 3) $a = 18{,}4$; $b = 13{,}6$; $\alpha = 71°31'$; 5) $b = 62{,}5$; $c = 27{,}8$; $\alpha = 48°40'$; 7) $b = 1196$; $c = 353$; $\alpha = 39°36'$. **2177.** 1) $c = 80{,}78$; $\beta = 36°22'$; $\gamma = 93°38'$; 5) $c = 7{,}51$; $\alpha = 90°$; $\gamma = 48°42'$; 7) $a = 160{,}5$; $\alpha = 26°01'$; $\beta = 37°39'$; 9) $a = 1{,}14$ või $3{,}08$; $\alpha = 21°16'$ või $101°44'$; $\beta = 130°14'$ või $49°46'$. **2178.** 18,5 cm ja 38,3 cm. **2181.** 15,8 cm. **2183.** 1) $c = 62$; $\alpha = 93°47'$; $\beta = 44°13'$; 3) $a = 0{,}62$; $\beta = 82°04'$; $\gamma = 47°56'$; 8) $a = 0{,}864$; $\beta = 12°25'$; $\gamma = 43°35'$. **2184.** 1) $\alpha = 41°$; $\beta = 56°$; $\gamma = 83°$; 3) $\alpha = 78°30'$; $\beta = 60°40'$; $\gamma = 40°50'$; 7) $\alpha = 37°22'$; $\beta = 38°16'$; $\gamma = 104°22'$; 10) $\alpha = 42°36'$; $\beta = 107°54'$; $\gamma = 29°30'$. **2185.** 20 cm ja 30 cm. **2189.** 32°05′, 52°50′ ja 95°05′. **2190.** 39,5 cm ja 43 cm. **2192.** 40 dm ja 29 dm. **2193.** 53°50′ ja 43°. **2196.** 241 N ja 106 N. **2198.** 143°08′ ja 149°30′. **2200.** 17,5 m. **2202.** 39°. **2205.** 15.44. **2206.** 42 m. **2208.** 1,4 km. **2209.** 765,4 m. **2211.** 101 m. **2213.** 9,12 m. **2215.** 20 km/h. **2218.** 44 m. **2219.** 1850 m.

2220.

	a	b	c	α	β	γ
1.	15,4	18,4	16,6			58°
2.		27,91 9,168		22°02′	119°17′ 16°39′	38°41′ 141°19′
3.		49,8	99,25	53°08′		29°52′
4.	16,3		20		47°29′	79°23′
5.		166,3	138,6	12°08′		43°14′
6.			4 13,5	47° 13°	103° 17°	30° 150°
7.	11,3	9,7	14,5			87°06′
8.	2,32	1,47	1,33			32°
9.	23,0	13,5		91°15′	36°16′	
10.	34,1	28,4		85°20′	56°10′	
11.	30	40	22,8	48°02′	97°34′	

	a	b	c	α	β	γ
12.	4,492	8,46	7,614	84°30′	63°36′	
13.	24,45	21,46	9,168		21°49′	60°25′
14.	57,25	60,01	5,933	59°42′		
15.	155,2		163,4		10°02′	101°15′
16.	7,406	7,204	0,585	77°04′		
17.	2,247	1,958	0,7554			19°11′
18.	232	210	286	53°08′		
19.	80,22	152,7	187,6			102°52′
20.	17	28	39			118°05′
21.	16,44	22,31	14,02		93°54′	38°48′
22.	0,6927	0,9236		33°53′		98°07′
23.		38,47	47		37°04′	47°26′
24.	9,99	4,80	6,931	115°39′	25°40′	38°41′
25.	71,84	134,2	80,49	26°34′	30°04′	123°22′
26.	50,32			30°24′	99°45′	49°51′
27.			17,43	83°25′	36°25′	60°
28.	33,88	22,59	15,06	127°10′	32°05′	20°45′

2231. 4) 1,8 m. **2232.** 48 m. **2241.** $6\sqrt{5}$ cm. **2244.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ cm. **2248.** 9,87 cm, 16,37 cm ja 12,12 cm. **2250.** $2\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{10}$ cm ja $\sqrt{15}$ cm. **2251.** $80\sqrt{3}$ cm. **2256.** $11\frac{4}{7}$ cm. **2258.** $\frac{a}{2}\sqrt{114}$ cm. **2260.** 20 cm. **2269.** 58°18′. **2273.** 35°15′. **2278.** 30° ja 23°35′. **2283.** 91 cm. **2285.** 15,32 cm. **2288.** 18 cm. **2289.** 4 dm. **2291.** 6 cm. **2292.** $4a$. **2295.** 6,96 cm. **2296.** 1) $3\sqrt{2}$ cm. **2297.** 1) 17,2 cm. **2298.** 1) 37,5 cm. **2300.** 1) 30°. **2301.** 1) $a\sqrt{2}$; 4) $\frac{a}{\sin 68°}$. **2302.** 1) 10 dm. **2303.** 1) 24 cm. **2304.** 60°. **2305.** 105° või 15°. **2306.** 1) $6\sqrt{3}$ cm. **2307.** 1) $4{,}5\sqrt{3}$ cm. **2308.** 1) 1 m. **2309.** 4 cm ja 8 cm. **2311.** 1) 5860 cm². **2312.** $\frac{2}{3}h^2$ ja $\frac{1}{3}h\sqrt{6}$. **2313.** $\sin x = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$. **2315.** 1) üks; 2) lõpmatu hulk. **2317.** 5,2 cm. **2318.** 7 cm. **2319.** 14,48 cm. **2320.** 15 km. **2321.** 109 cm. **2322.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$, $\sqrt{a^2+c^2}$ ja $\sqrt{a^2+b^2}$. **2323.** $a\sqrt{\cos^2\alpha - \sin^2\beta}$. **2325.** 1-a) 3; b) $3-5$; c) $3-7$; d) $3-11$. **2326.** 72°, 108° ja 144°. **2328.** 1) 90°. **2329.** $2\sqrt{6}$ cm. **2331.** 17 cm. **2332.** 1) 15 cm. **2333.** 35 cm. **2334.** 45°. **2335.** 26 cm. **2336.** $S = \frac{1}{2}\sqrt{a^2c^2+a^2b^2+b^2c^2}$. **2338.** 1) 7 cm; 3) $11a$. **2340.** 1) 6 cm ja 8 cm. **2341.** 1) 37 cm. **2342.** 1) 10 dm ja ≈13,1 cm; 2) ≈16,6 cm. **2343.** 60°. **2345.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **2349.** 1) 187 dm²; 2) 12 cm ja 9 cm. **2351.** $\frac{1}{2}\sqrt{2S\sqrt{2}}$. **2352.** 204 cm² ja 224 cm². **2353.** 1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4\cos\alpha} \approx 46$ dm². **2354.** 5 cm ja $\sqrt{193}$ cm. **2356.** $150\sqrt{2}$ cm² ja 45°. **2357.** $24\sqrt{6}$ dm². **2363.** 1) 11 m; 2) 496 dm². **2364.** 1) 846 cm². **2366.** 516 cm². **2367.** 1) 132 dm². **2369.** ≈262 dm² ja 70 dm². **2370.** 18,5 dm². **2371.** 1) 960 cm².

2372. 1) $\frac{(6+\sqrt{3})a^2}{2}$. **2373.** 1) 324 dm². **2374.** 1) 588 cm². **2375.** 16 cm.

2376. 348 dm². **2378.** ≈980 dm². **2379.** 1) 480 dm². **2380.** $ab(\sqrt{2}+1)$.

2381. 6 dm². **2384.** 1) $\sqrt{S^3}:\sqrt{Q^3}$; 2) $1:6\sqrt{6}$. **2385.** 6 cm. **2386.** 2) 5 cm. **2387.** 1) 2 cm. **2388.** 5 dm ja 7 dm. **2389.** 1) 5 dm.

2390. 1) $\frac{1}{4}d^3 \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \cos\beta \approx 540$ cm³. **2391.** 2) 2 cm; 3) ≈10 m.

2392. ≈0,38 kg. **2393.** 1) 24 m³. **2394.** 1) 288 cm³; 2) $1008\sqrt{3}$ m³.

2395. $\frac{d^3}{2}\tan\beta \cdot \cot\frac{\alpha}{2} = 35{,}73$ cm³. **2396.** 3840 cm³. **2397.** 5040 cm³.

2399. $16\sqrt{2}$ m³. **2400.** 384 dm³. **2401.** 768 cm³. **2402.** 1) $324\sqrt{3}$ cm³.

2403. 1) ≈0,45 kg. **2404.** $\frac{a^3\sqrt{2\cos\alpha}}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \approx 350$ cm³. **2405.** $1320\sqrt{3}$ cm³.

2406. $\frac{5}{S}\sqrt{S(5+2\sqrt{5})}$. **2407.** a) 15 dm³; b) 18 dm³. **2408.** ≈900 m³.

2409. 2) 9 dm. **2410.** $\frac{b^2h\sin\alpha}{2} = 40570$ cm³. **2411.** $\frac{1}{4}h^3 \sin 2\alpha \cdot \tan^2\beta =$ $= 68{,}45$ m³. **2412.** 1) ≈6,7 km; 2) ≈3500 m³. **2413.** b) ≈23,4 kg.

2414. $\sqrt{2}h^3\tan\alpha \approx 1474$ cm³. **2415.** $\frac{Q^2(3+2\sqrt{3})}{3h}$. **2416.** 1) $\frac{3a^2l}{8}$.

2418. 1) 1080 dm³; 2) 15 m. **2419.** $\frac{9a^2}{4}$. **2420.** $600\sqrt{3}$ cm³. **2421.** 2) vastasnurkade summa peab olema 180°. **2422.** 2) $S = 2c^2$, $V = \frac{1}{9}c^3\sqrt{3}$.

2423. 3,375 dm². **2426.** $1{,}7\frac{Mg}{m^3}$. **2428.** 1) 160 dm²; 2) ≈6,7 dm³. **2429.** 525 cm³ ja 290 cm². **2431.** $S = \frac{2ab\sin^2\left(45^\circ+\frac{\alpha}{4}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$, $V = \frac{1}{4}a^2b\cot\frac{\alpha}{2}$. **2432.** 50 m².

2433. 108 cm³ või 112 cm³. **2434.** 168 dm² ja 366 dm³.

2435. $S\sin\alpha\sqrt{\frac{2S\cos\alpha\sqrt{3}}{3}} = 2794$ dm³. **2436.** $82\sqrt{3}$ dm². **2437.** 0,5 m³.

2438. 17 cm. **2441.** 24 cm. **2442.** 5 cm ja 6 cm. **2444.** 3 cm. **2447.** 48°31′ ja 58°. **2449.** 48°17′. **2450.** 11 m. **2452.** 20 cm. **2453.** $\frac{a}{3}\sqrt{15}$.

2454. $\arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\tan\alpha\right)$ ja $\arctan\left(\frac{1}{2}\tan\alpha\right)$. **2455.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}h^2\sin\alpha\cdot\tan\alpha$.

2458. 4480 cm². **2460.** 920 dm². **2462.** 750 dm². **2466.** 16 cm ja 6 cm või 12 cm ja 8 cm. **2468.** 495 cm². **2472.** 256 cm². **2475.** 1625 cm². **2476.** $48\sqrt{3}$ cm².

2477. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **2480.** $\frac{a^2\sqrt{2}\sin\left(45^\circ+\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$. **2481.** $\frac{3a}{2}(\sqrt{4H^2+3a^2}+a\sqrt{3})$.

2482. $2rk\sqrt{3}+2r^2\sqrt{3}=2r(k+r)\sqrt{3}$. **2483.** $6H^2$.

2484. $\dfrac{2h^2}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}\cdot\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos\left(45^\circ-\dfrac{\beta}{2}\right)$. **2485.** $\sqrt{6}:1$.

2488. 48 dm³. **2490.** 48 dm³. **2491.** 23,8 Mg. **2494.** 16300 cm³. **2497.** 6320 cm³. **2499.** 576 cm³. **2500.** 24 dm³. **2504.** ≈47,7 dm³. **2505.** 800 cm³. **2506.** 96 cm³.

2509. 156 dm³. **2513.** 1360 cm³. **2516.** 1,535 m³. **2517.** $\dfrac{4}{3}b^3\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{\cos\alpha}$.

2518. $\dfrac{b^3}{6}\sin\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{\cos\alpha}$. **2520.** 64 cm³. **2522.** $50\sqrt{3}$ dm² ja $\dfrac{250\sqrt{6}}{3}$ dm³.

2525. $1944\sqrt{3}$ cm³. **2527.** 1,8 m³. **2528.** 0,5 m³. **2530.** 286 dm³ ja 269 dm².

2531. 45°17′ ja 25°15′. **2532.** $\dfrac{3}{32}a^3$. **2533.** $3a^2$. **2534.** $\dfrac{4}{75}a^2\sqrt{5}$. **2535.** $\dfrac{4m^2\sqrt{3}}{3}$.

2536. $V=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$, $S=a^2(\sqrt{3}+1)$. **2537.** $\dfrac{1}{8}a^3\sqrt{3}$. **2539.** $2\cot\dfrac{\alpha}{2}\sqrt[3]{4{,}5V^2\tan\alpha}$.

2540. $\dfrac{3h^3\tan 20^\circ}{n^2-1}$. **2541.** $4\sqrt{2}l^2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cdot\cos\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)\approx 13{,}3$ m² ja

$\dfrac{4}{3}l^3\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{\cos\alpha}\approx 2{,}348$ m³. **2542.** $\dfrac{2a^3\sin\alpha\cdot\cos\dfrac{\alpha}{2}}{3}\approx 13{,}73$ cm³.

2543. $\dfrac{1}{6}P\sqrt{P\tan\alpha}\cdot\tan\varphi$.

2544. $S=\dfrac{2h^2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos\left(45^\circ-\dfrac{\beta}{2}\right)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$, $V=\dfrac{h^3\cot\alpha\cdot\cot\beta}{3}$.

2545. 125 : 91. **2546.** $\dfrac{4h^2\sin^2\alpha\cdot\cos 2\alpha}{3}$. **2547.** 3 : 5.

2549. 2 dm. **2552.** 60°. **2554.** 2 cm. **2557.** 24 m² ja 30°. **2558.** 4 dm². **2559.** 97,2 dm² ja 72,9 dm². **2560.** $64\sqrt{2}$ cm². **2562.** 54 dm². **2566.** 12 cm ja 2 cm. **2567.** 396 dm². **2569.** 2352 cm². **2571.** 54 dm². **2572.** 1634 cm².

2573. $\dfrac{ab}{a+b}$. **2574.** $\sqrt{3a^2-\dfrac{4S}{\sqrt{3}}}$. **2575.** $\dfrac{2H^2}{\tan\beta}\sqrt{2+\cot^2\alpha}$. **2576.** 204 cm³.

2579. $1050\sqrt{3}\approx 1820$ cm³. **2582.** 68,4 Mg. **2584.** 20 m² ja 45 m². **2587.** 2 cm² ja 8 cm². **2589.** 212 dm³. **2592.** 74 dm³. **2593.** 190 dm³. **2594.** 19,5 m³.

2597. $\dfrac{n(a^3-b^3)\cot\dfrac{180^\circ}{n}}{24\sin\dfrac{180^\circ}{n}}$. **2598.** $\dfrac{a^3-b^3}{6\cos\alpha}\sqrt{-\cos 2\alpha}$; ülesanne on lahendatav,

kui $-\cos 2\alpha>0$, s. t. $90^\circ<2\alpha<180^\circ$. **2599.** 12,6 dm³.

2602. $233\dfrac{1}{3}$ dm³. **2603.** 372 cm³. **2606.** $74\dfrac{2}{3}$ cm³. **2607.** $4\sqrt{2}$ m, 37 m³ ja

152 m³. **2608.** 3 : 4. **2609.** 728 : 1647. **2610.** $\dfrac{VQ\sqrt{Q}}{Q\sqrt{Q}-q\sqrt{q}}$.

2611. $\dfrac{a^3-b^3}{24}\tan\alpha$ ja $\dfrac{\sqrt{3}}{2\cos\alpha}\left(a^2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-b^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$. **2612.** 16π cm².

2613. $\frac{a^2}{4\pi}$ ja $\frac{a^2}{\pi}$. **2614.** $120\sqrt{3}$ cm². **2615.** 21 cm. **2616.** 1) 108 dm². **2617.** $r^2 \sin\alpha \cdot \tan\alpha = 320{,}3$ dm³. **2618.** 1) 35 dm²; 2) 112 cm² ja 180 cm². **2619.** 10; $h < 2r$. **2620.** 1) 152π cm². **2621.** πa^2 ja $\frac{3}{2}\pi a^2$; 50%.

2622. 2) $\frac{d^2 \sin^2\alpha}{2}$. **2623.** 145 cm². **2624.** ≈0,85 m². **2625.** 1) $\approx 1{,}5 \cdot 10^7$ N; 2) $1{,}76 \cdot 10^7$ N. **2626.** ≈1750 kg. **2627.** 23,9 dm². **2628.** $\frac{4}{5}\pi d^2$.

2629. $\frac{2}{5}\pi r(r+h) + 4rh$. **2630.** 269 cm³. **2631.** $\frac{h^2 \tan^2\alpha}{4\pi} = 21{,}6$ dm³.

2632. 1) $1{,}41\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$; 3) $\approx 0{,}18\frac{\text{m}}{\text{s}}$. **2633.** 1) 2,14 N. **2634.** 1) ≈2 cm; 2) 90 cm. **2635.** ≈192 Mg. **2636.** 1) ≈1,67 kg. **2638.** 1) ≈5,9 m³ ja 5,75 m². **2639.** $\sqrt{\frac{b}{\pi a}}$ m. **2640.** $\frac{\pi}{8}a^3\sqrt{2}$. **2641.** 63π dm³. **2642.** 2.

2643. 2) $72\pi(1+\sqrt{3})$ cm² ja 648π cm³. **2644.** 1) $\frac{\pi d^3}{4}\cos^2\alpha \cdot \sin\alpha = 114{,}6$ m³ ja $\frac{\pi d^2}{2}\sin 2\alpha = 102{,}9$ m²; 2) $\frac{d^3 \sin^2\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{4} = 605{,}6$ cm³ ja $\frac{\pi d^2 \sin\alpha}{2} = 312{,}6$ cm². **2645.** 3,002 m ja 0,7096 m. **2646.** $\frac{S}{4\pi}\sqrt{\frac{S}{\tan\frac{\alpha}{2}}}$. **2647.** 10 cm.

2650. 4π cm². **2651.** 10 cm. **2652.** 25,8 cm². **2653.** $\sqrt{15}$ cm². **2656.** 32 cm². **2657.** 7 cm. **2660.** 36π cm². **2663.** 12 cm. **2664.** 120 cm². **2666.** 45 m². **2668.** 290 cm². **2670.** 46 cm². **2671.** 630π cm². **2672.** 1350π cm². **2674.** 48π cm². **2676.** 70 cm³. **2679.** 13,48 kg. **2681.** 0,823. **2683.** 96π cm³. **2685.** 32,4 dm³. **2686.** 1200π dm³. **2688.** 170 cm³. **2689.** 320π m³. **2694.** 4 dm³ ja 15,7 dm². **2699.** 96π cm³ ja 72π cm². **2702.** $\frac{1}{3}\pi d^3 \cot\alpha \cdot \cot^3\frac{\alpha}{2}$. **2703.** $2\pi a^2\sqrt{3}\sin(30^\circ+\alpha)$. **2704.** $\frac{\pi a^3 \tan 2\alpha}{6\cos 2\alpha}$.

2705. $\frac{1}{3}\pi R^3 \sin^3\alpha \cdot \cot\frac{\alpha}{2}$. **2706.** $\frac{1}{3}\pi h^3 \frac{\sin(2\alpha-\beta)\cdot\sin\beta}{\sin^2\alpha \cdot \sin^2(\alpha-\beta)}$. **2708.** 12 cm ja 20 cm. **2710.** 600 cm². **2711.** 49π cm². **2713.** 324π cm² ja 100π cm². **2714.** 16π cm² ja 12 cm. **2716.** 3444π cm². **2718.** 3 dm ja 6 dm. **2720.** 72 dm². **2723.** 2675π m². **2725.** 100π cm². **2727.** 60°. **2730.** 9 dm. **2732.** 980 cm² ja 7280π cm³. **2734.** 892π dm³. **2736.** 10 cm ja 20 cm. **2740.** 52π dm³. **2742.** 1108π cm³ ja 228 cm². **2744.** $93{,}75\pi$ m². **2745.** 48 dm² ja 196π dm³. **2748.** 750π m². **2749.** 0,487 m³. **2753.** 1 kg. **2756.** 451 mm. **2757.** 8,86 cm ja 6,18 cm. **2759.** 7π dm³. **2760.** $\frac{\pi}{2}\sqrt[3]{2(R^3+r^3)^2}$. **2761.** $S = \frac{\pi(R^2-r^2)}{\cos\alpha}$, $V = \frac{\pi}{3}(R^3-r^3)\tan\alpha$. **2762.** $\frac{Q-q}{\cos\alpha}$. **2763.** $\frac{7}{6}\pi l^3 \sin 2\varphi \cdot \cos\varphi$.

2764. $\frac{\pi L^2}{\sqrt{1+3\sin^2\alpha}}$. **2765.** $S = 2\pi l^2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{12}\right)$, $V = \frac{\pi l^3}{12}\sin\alpha(2-\cos 2\alpha)$. **2768.** 1) 23,56 cm. **2769.** 1) 302 cm. **2770.** 1) $\frac{3}{4}S$.

2771. 1) 12 cm. **2772.** 1 cm ja 169 cm. **2773.** 9,55 cm. **2774.** $\frac{a^2-h^2}{2h}$.

2775. 1) 125π cm^2. **2776.** 1) 12,5 cm. **2777.** 1) 24 cm; 2) 8,45 dm. **2778.** 1) 6370π km. **2779.** 1) 640 km. **2780.** 21 cm. **2781.** 1) 8π dm. **2782.** 1) 8 cm. **2783.** 34 cm. **2784.** 1 cm. **2785.** $\pi(R^2-r^2)$.

2786. $\frac{4R}{3}\sqrt{\sin\left(60°+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(60°-\frac{\alpha}{2}\right)}$. **2788.** 1) 706,5 cm^2. **2789.** 452,39 cm^2; 0,23 cm^2 ja 0,051%. **2790.** 1) $3\pi R^2$. **2791.** 1) $6\frac{1}{2}$ cm. **2792.** 25 korda.

2793. 1) 330 m^2. **2795.** 25π m^2. **2796.** 11,5 dm ja 1,1 dm. **2797.** 1) 1708π cm^2. **2798.** 1) 832π cm^2. **2799.** 1) $\frac{\pi}{2}$ dm^2 ja $\frac{49\pi}{2}$ dm^2. **2800.** 1) 180π cm^2. **2802.** $43{,}75\pi$ cm^2. **2803.** 171π cm^2. **2804.** 1) ≈71%. **2805.** ≈2,3%. **2806.** Troopikavööde 202,6 milj. km^2; parasvöötmed 264,2 milj. km^2; polaarvöötmed 43,2 milj. km^2. **2807.** 1) πR^2; 3) $4\pi R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}$. **2808.** 120°. **2809.** $\frac{\pi h^2}{\sin\alpha\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}$.

2810. 1) $12\pi R^2(7-4\sqrt{3})$; 4) $\frac{\pi R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^4\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)}$. **2811.** 1) 22 milj. km^3.

2812. 1) 57,2 g. **2813.** 1) 3,35 kg. **2814.** 1) $V=\frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$; 4,19 cm^3. **2815.** 3 cm. **2816.** 1) pindala 4, 9, 16 korda; ruumala 8, 27, 64 korda. **2817.** $\sqrt[3]{n}$ korda. **2818.** 1) 128. **2819.** 1) ≈3,64 dm. **2820.** 1) ≈6 mm. **2821.** 1) $3\sqrt{3}$ cm. **2822.** 144π cm^2, 256π cm^2, 400π cm^2 ja 576π cm^2. **2823.** 1) 1070 cm^3. **2824.** 1) $\frac{70\pi\sqrt{65}}{3}$. **2825.** 1) 926 kg/m^3. **2826.** 5 : 16.

2827. 1) 19,3 cm^3. **2828.** 1) 324π cm^2 ja 1215π cm^3. **2829.** $4\pi\sqrt{3}\approx 21{,}8$ dm^3. **2830.** 1) 288π cm^3, 99π cm^3 ja 189π cm^3. **2831.** 1) $\frac{1}{3}\pi R^2(2-\sqrt{3})$. **2832.** 1) $\frac{1}{3}\pi R^3$. **2833.** $\frac{\pi h^3}{6\sin^2\frac{\alpha}{2}}$. **2834.** 1) $\frac{1}{2}R$. **2835.** 1) $12\frac{2}{3}\pi\approx 40$ dm^3.

2836. 2,04 dm^3 või 6,10 dm^3. **2837.** 1) $2142\pi\approx 6370$ cm^3. **2838.** Pindalad 2500π dm^2, 50π dm^2, 1950π dm^2 ja 500π dm^2; ruumalad $20833\frac{1}{3}\pi$ dm^3, $24\frac{2}{3}\pi$ dm^3, 18642π dm^3 ja $2166\frac{2}{3}\pi$ dm^3. **2839.** ≈16,02 m. **2840.** 108π cm^2 ja 216π cm^2. **2841.** 1-a) $\frac{11}{16}$; b) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$. **2842.** $\frac{2\pi r\sqrt{\cos\frac{\alpha}{2}}}{\cos\frac{\alpha}{4}}$. **2843.** $3V\cot^2\frac{\alpha}{4}$ võrra.

2849. $\pi a^2\sqrt{2}=284{,}2$ cm^2 ja $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}=189{,}4$ cm^3. **2856.** $\frac{\pi(192+216\sqrt{3})}{3}$ cm^2

ja $\frac{2432\pi}{9}$ cm³. **2859.** $(\sqrt{2}+1):\sqrt{2}$ ja $2:\sqrt{2}$. **2863.** $64\sqrt{5}\pi$ cm² ja $\frac{1568\pi}{3}$ cm³. **2866.** 1971,1 cm² ja 2305 cm³. **2875.** $\frac{2r\sqrt{3}}{3}=69{,}28$ cm. **2879.** $\sqrt{6}:1$. **2883.** 70. **2885.** 8 dm³. **2888.** 3 cm. **2890.** $\frac{a(\sqrt{2}+2)}{2}$. **2892.** $\frac{4\pi}{3}\cdot 24^3\cdot\frac{125}{117}$. **2894.** 1) $r(2+\sqrt{3})$; 2) $r(2-\sqrt{3})$. **2899.** 8 cm. **2900.** 14 cm. **2903.** 72 cm. **2904.** $2\sqrt{2}$ dm. **2905.** $\sqrt{13}$ dm ja $2\sqrt{5}$ dm. **2908.** 18 cm. **2909.** 120 cm. **2910.** 6 cm. **2911.** 65 cm. **2912.** 16 cm. **2913.** 90°. **2914.** 20 cm, 12 cm ja 16 cm. **2915.** 16 cm.

MATEMAATIKA AINERINGIDE JA OLÜMPIAADIDE HARJUTUSÜLESANNETE VASTUSEID

10. $\frac{1}{x^3}$. **11.** 1. **12.** $\frac{1}{xy}$. **13.** 9. **26.** $\frac{1-a}{a+2}$ ja $\frac{a+1}{1-a}$, $a \neq 1$, $a \neq -2$. **27.** ± 2, $\pm 2i$ ja $\frac{\pm 1 \pm i}{\sqrt{2}}$. **28.** $-1 \pm \sqrt{7}$ ja $4 \pm 2i\sqrt{2}$. **29.** $\pm\sqrt{2}$ ja $\pm\sqrt{3}$. **30.** $\frac{\pm 3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ja $\pm i$. **31.** $\left(\frac{1-i}{2}; \frac{1+i}{2}\right)$ ja $\left(\frac{1+i}{2}; \frac{1-i}{2}\right)$. **32.** (9; 12), (−12; −9), $\left(\frac{3+i\sqrt{423}}{2}; \frac{-3+i\sqrt{423}}{2}\right)$ ja $\left(\frac{3-i\sqrt{423}}{2}; \frac{-3-i\sqrt{423}}{2}\right)$. **33.** $-\infty < x < -3$; $-1 < x < 2$; $4 < x < \infty$. **34.** $1 < x < \frac{5}{3}$; $2 < x < \frac{7}{3}$; $3 < x < \infty$. **35.** 1 ja $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **36.** 0,3010275 ja 0,6989725. **39.** $\frac{1+ab}{a(8-5b)}$. **40.** $\frac{1}{5}$. **41.** $x_1 = a^{a^2}$; $x_2 = a^{a^{-2}}$, $0 < a \neq 1$. **42.** Kui $|a| < \sqrt{2}$, siis $x = 1 - a^2$. **43.** $\left(\frac{1}{1000}; \frac{1}{2}\right)$ ja $\left(1000; -\frac{1}{2}\right)$. **44.** $-5 < x < 0$. **52.** $\frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}(n+p) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}(m+p) + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2}(m+n) + mnp$. **53.** $\frac{m!}{r!(m-r)!}\frac{n!}{s!(n-s)!}(s+r)!$ **54.** $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} + 1$. **55.** 72. **56.** 64800. **57.** 43200. **61.** 1) $n \cdot 2^{n-1}$; 2) $(n+2)2^{n-1}$; 3) $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$; 4) $\frac{1+n \cdot 2^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$. **62.** 1) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$; 2) $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}$. **63.** 4200. **66.** (2; 2) ja (0; 0). **67.** (3; 2), (−3; 4), (−7; 6), (−17; 12), (−3; −2), (3; −4), (7; −6) ja (17; −12). **73.** −35. **74.** $\frac{1}{3}\left(\frac{10^{n+1}-10}{9} - n\right)$. **76.** Tipunurk $\arctan\frac{\sqrt{2}}{2}$. **77.** $\frac{ba\sqrt{2}}{b+a}$. **78.** $\frac{2m_c^2 \sin(\alpha+\beta)}{2(\sin^2\alpha + \sin^2\beta) - \sin^2(\alpha+\beta)}$. **79.** 90°. **81.** $\cos\alpha = \frac{4cb - c^2 - b^2}{2bc}$. **82.** $\frac{(m-n)^2}{m^2+mn+n^2}$. **83.** 6, 7 ja 8. **84.** $\frac{b+c}{a} + \frac{a}{b+c}$. **85.** 5, 7 ja 8.

86. $2\sqrt{2Q\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}$. **87.** $\frac{b(1+2a+ab)}{(1+a)(1+b)(1+a+ab)}$. **88.** 1 : 5. **89.** $2r_1r_2$.

90. $\frac{b+d}{4(b-d)}\sqrt{(a+b+c-d)(a-b+c+d)(a+b-c-d)(-a+b+c-d)}$.

91. $1:\sqrt{5}$. **92.** $\sqrt{\frac{b(a^2-d^2)+d(b^2-c^2)}{b-d}}$ ja $\sqrt{\frac{d(b^2-a^2)+b(c^2-d^2)}{b-d}}$.

112. 3. **113.** 4. **118.** $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\pm\frac{\pi}{4}\right)$. **133.** $k\pi$. **134.** $k\pi\pm\frac{\pi}{8}$. **136.** $2k\pi <$

$< x < 2k\pi + \arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **137.** $2k\pi+\frac{\pi}{10} < x < 2k\pi+\frac{3\pi}{10}$, $2k\pi+\frac{7\pi}{10} <$

$< x < 2k\pi+\frac{9\pi}{10}$, $2k\pi+\frac{11\pi}{10} < x < 2k\pi+\frac{13\pi}{10}$ ja $2k\pi+\frac{17\pi}{10} <$

$< x < 2k\pi+\frac{19\pi}{10}$. **142.** 1. **143.** $\frac{\pi}{4}+2k\pi\pm\arccos\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. **144.** 1.

145. $2^{-\sqrt{1/2\log_2 3}}$. **146.** $2k\pi \leqslant x \leqslant 2(k+1)\pi$. **147.** Kasvab $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{-\pi}{6}$

kahaneb $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$.

SISUKORD

Eessõna 3

I osa. **Algebra**

§ 1. Kordamisülesandeid. *V. Luigelaht* 5

§ 2. Ligikaudne arvutus. *T. Reima* 13
Ligikaudsed arvud. Absoluutne ja relatiivne viga. Tõkked . . . 13
Arvutamine andmetekohase täpsusega 15
Arvutamine etteantud täpsusega. Vea valemite rakendamine . . 16
Ligikaudsed valemid 17
Kordamisülesandeid 18

§ 3. Arvutuslükati. *V. Luigelaht* 19

§ 4. Võrratused. *H. Silling* 27
Ühe tundmatuga esimese astme võrratused 27
Võrratusesüsteemid 31

§ 5. Lihtsamad funktsioonid ja nende graafikud. *H. Ellart* 35

§ 6. Astmed ja juured. *T. Reima* 41
Tehted astmetega 41
Juure mõiste 45
Üksliikmete juurimine. Juure põhiomadus 47
Irratsionaalarvu mõiste 49
Juuravaldiste teisendamine 51
Juurte liitmine ja lahutamine 57
Juurte korrutamine ja jagamine 60
Juurte astendamine 66
Juurte juurimine 68
Murru nimetaja vabastamine irratsionaalsusest 70
Kordamisülesandeid 71

§ 7. Ruutvõrrandid. *E. Reiman* 73
Mittetäielikud ruutvõrrandid 73
Täielikud ruutvõrrandid 76
Taandatud ruutvõrrandi lahendite omadused 82
Ruutvõrrandi abil lahendatavaid ülesandeid 84

§ 8. Ruutkolmliikme uurimine ja ruutfunktsiooni graafik. *H. Ellart* . . 95

§ 9. Kõrgema astme võrrandid ja võrrandite uurimine. *V. Luigelaht* 100

§ 10. Juurvõrrandid. *E. Reiman* 106

§ 11. Teise astme võrrandisüsteemid. *V. Luigelaht* 112
Võrrandisüsteemide lahendamine 112
Võrrandisüsteemide graafiline lahendamine 118
Ülesandeid võrrandisüsteemide koostamiseks 121
Kordamisülesandeid 124

§ 12. Progressioonid. *H. Ellart* 125
Aritmeetiline progressioon 125
Geomeetriline progressioon 129
Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon 133
Kordamisülesandeid 134

§ 13. Astme mõiste üldistamine. *T. Reima* 136
Astendaja 0. Negatiivne astendaja 136
Murruline astendaja 138

§ 14. Eksponentfunktsioonid ja -võrrandid. Logaritmid. Logaritmvõrrandid. *H. Silling* 141
Eksponentfunktsioonid 141
Eksponentvõrrandid 142
Logaritmi definitsioon 146
Logaritmide põhiomadused 148
Logaritmfunktsioon 151
Kümnendlogaritmid 152
Logaritmide põhiomaduste rakendusi 156
Logaritmvõrrandid 160
Liitprotsendid. *H. Ellart* 163

§ 15. Ühendid. Newtoni binoomivalem. *H. Silling* 164
Ühendid 164
Newtoni binoomivalem 168

§ 16. Kompleksarvud. *H. Ellart* 171

§ 17. Vektorid. *V. Luigelaht* 176
Vektorite geomeetriline kujutamine 176
Vektorite projektsioonid telgedel 180
Kahe vektori skalaarkorrutis 182

II osa. **Geomeetria**

§ 18. Kordamisülesandeid. *V. Luigelaht* 185

§ 19. Võrdelised lõigud. Sarnasus. *T. Reima* 190
Võrdelised lõigud. Kolmnurga nurgapoolitaja 190
Kolmnurkade ja hulknurkade sarnasus 193
Kordamisülesandeid 200

§ 20. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. *H. Silling* 201
Pütagorase teoreem 203

§ 21. Meetrilised seosed ringis. *H. Ellart* 208
Kordamisülesandeid 211

§ 22. Täisnurkse kolmnurga trigonomeetria. *E. Reiman* 212
Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid 212
Täisnurksete kolmnurkade lahendamine 216

§ 23. Korrapärased hulknurgad. *T. Reima* 225
Kordamisülesandeid 228

§ 24. Ringi ümbermõõt ja kaare pikkus. Nurga kraad- ja radiaanmõõt. *H. Ellart* 228
Ringi ümbermõõt ja kaare pikkus 228
Nurga kraad- ja radiaanmõõt 230

§ 25. Hulknurkade pindalad. *V. Luigelaht* 232
Ruut 232
Ristkülik 233
Rööpkülik 236
Kolmnurk 238
Heroni valem 241
Romb 242
Trapets 244
Hulknurk 247
Sarnaste kujundite pindalade suhe 250
Kordamisülesandeid 251

§ 26. Ringi ja selle osade pindalad. *H. Ellart* 253
Ringi pindala 253
Sektori ja segmendi pindala 254
Kordamisülesandeid 256

§ 27. Konstrueerimisülesandeid. *V. Luigelaht* 257
Sarnasusteisendused 257
Meetrilised seosed kolmnurgas ja ringis 258
Pindalad 260
Segaülesandeid 261

III osa. **Trigonomeetria**

§ 28. Trigonomeetrilised põhiseosed. *H. Silling* 263

§ 29. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. *V. Luigelaht* . . . 271
Trigonomeetriliste funktsioonide märgid 271
Trigonomeetriliste funktsioonide muutumine 273
Trigonomeetriliste funktsioonide graafikud 276
Nurga leidmine tema trigonomeetrilise funktsiooni antud väärtuse järgi 278

§ 30. Taandamisvalemid. *V. Luigelaht* 280
Kordamisülesandeid 285

§ 31. Nurkade summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. *H. Silling* 286

§ 32. Kahekordse nurga ja poolnurga trigonomeetrilised funktsioonid. *H. Silling* 291

§ 33. Trigonomeetriliste funktsioonide korrutise teisendamine summaks ja summa teisendamine korrutiseks. Trigonomeetriliste avaldiste arvutamine. *T. Reima* 299
Trigonomeetriliste funktsioonide korrutise teisendamine summaks 299
Trigonomeetriliste funktsioonide summa teisendamine korrutiseks 300
Trigonomeetriliste avaldiste arvutamine 302

§ 34. Trigonomeetrilised pöördfunktsioonid. Trigonomeetrilised võrrandid. *T. Reima* 304
Trigonomeetrilised pöördfunktsioonid 304
Trigonomeetrilised võrrandid 306

§ 35. Kaldnurksete kolmnurkade lahendamine. *E. Reiman* 311
Siinuslause 311
Koosinuslause 312
Segaülesandeid 313
Kaldnurksete kolmnurkade lahendamise erijuhtumeid 318

§ 36. Tasapinna rist- ja kaldsirged. Nurk sirge ja tasapinna vahel. Paralleelsed sirged ja tasapinnad. *H. Silling* 320
Tasapinna rist- ja kaldsirged 320
Nurk sirge ja tasapinna vahel 322
Paralleelsed sirged ja tasapinnad 324

§ 37. Kahe- ja mitmetahulised nurgad. Ristuvad tasapinnad. *V. Luigelaht* 325
Kahetahulised nurgad 325
Ristuvad tasapinnad 328
Mitmetahulised nurgad 329

§ 38. Prisma. *T. Reima* 331
Prisma omadused ja lõiked 331
Prisma pindala 333
Prisma ruumala 335
Segaülesandeid 340

§ 39. Püramiid. *E. Reiman* 341
Püramiidi omadused ja lõiked 341
Püramiidi pindala 343
Püramiidi ruumala 345
Segaülesandeid 347

§ 40. Tüvipüramiid. *E. Reiman* 350
Tüvipüramiidi omadused ja lõiked 350
Tüvipüramiidi pindala 351
Tüvipüramiidi ruumala 353
Segaülesandeid 354

§ 41. Silinder. *T. Reima* 356
Silindri omadused ja lõiked 356
Silindri pindala 356
Silindri ruumala 357
Segaülesandeid 359

§ 42. Koonus. *E. Reiman* 360
Koonuse omadused ja lõiked 360
Koonuse pindala 360
Koonuse ruumala 361
Segaülesandeid 363

§ 43. Tüvikoonus. *E. Reiman* 364
Tüvikoonuse omadused ja lõiked 364
Tüvikoonuse pindala 365
Tüvikoonuse ruumala 366
Segaülesandeid 367

§ 44. Kera. *V. Luigelaht* 370
Kera omadused 370
Kera ja tema osade pindala 372
Kera ja tema osade ruumala 374

§ 45. Pöördkehad. Segaülesandeid. *H. Silling* 378
Pöördkehad 378
Segaülesandeid 380

§ 46. Elementaarülesandeid ja küsimusi kordamiseks. *H. Silling* 384

§ 47. Matemaatika aineringide ja olümpiaadide harjutusülesandeid. *H. Silling* 390

Vastuseid 402

Matemaatika aineringide ja olümpiaadide harjutusülesannete vastuseid . 424

Элларт Харри Петрович, Луйгелахт Виктор Васильевич, Рейма Тээяр Хансович, Рейман Эндель Йоханнесович, Силлинг Хельдор Фридрихович

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

На эстонском языке
Оформление Э. Тали

Издательство «Ээсти Раамат»
Таллин, Пярнуское шоссе, 10

*

Toimetaja R. Toming
Kunstiline toimetaja L. Kruusmaa
Tehniline toimetaja I. Vahtre
Korrektorid A. Nurmoja ja E. Tuulik

Ladumisele antud 31. III 1964. Trükkimisele antud 14. VIII 1964. Paber 60 × 90, 1/16. Trükipoognaid 27. Arvestuspoognaid 25,13. Trükiarv 10 000. MB-04771. Tellimise nr. 2836. Hans Heidemanni nim. trükikoda, Tartu, Ülikooli 17/19. II

Hind 95 kop.

2—2

95 kop.

A-26338

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00480780 8