

# Auflösungen

der

# Beispiele und Aufgaben

aus der

Buchstabenrechnung und Algebra,

von

**W. Nerling,**

weil. Collegienrath und Ritter, Oberlehrer an dem Gymnasium zu Dorpat.

---

Vierte, sorgfältig revidirte Auflage.

---

Dorpat, 1878.

Schnakenburg's Druck und Verlag.

ESTICA

A-5720

Von der Censur gestattet. — Dorpat, den 1. December 1878.

ESTICA

A 5720



6120

# A. Die Buchstabenrechnung.

## § 2.

### I. Addiren.

α) Mit absoluten Zahlen.

- 7)  $34a + 20b + 36d = 57.$
- 8)  $33a + 20b + 36d + 41g = 136.$
- 9)  $17/8a + 13/6d + 11/7f = 320/45.$
- 10)  $27/8a + 23/7b + 23/4d + 3g = 52.$
- 11)  $181/15a + 313/21b + 2311/30c + 25/24d + 711/12e = 23413/15.$
- 12)  $25,94x + 32,423y + 19,8z = 924,28.$
- 13)  $12,33309a + 7,413b + 9,6961d + 0,64f = 94,3128066.$
- 14)  $68,099a + 21,04b + 27,4693c = 514,6456.$
- 17)  $217/21(a + b) + 31/110(b + c) + 21/4x.$

β) Mit relativen Zahlen.

- 21)  $-33a - 20b - 36d - 41g = -136.$
- 22)  $-27/8a - 23/7b - 23/4d - 3g = -52.$
- 23)  $-25,94x - 32,423y - 19,8z = -924,28.$
- 27)  $-10a - 10b - 23c = -103.$
- 28)  $9a - 17b + 21d - g = -65.$
- 29)  $19,93f - 0,01g - 9,23h = -3,4566,$
- 30)  $-23/4a + 512/3b + 3c - 39d = 98.$
- 31)  $66x + 22z - 15t = 168.$
- 32)  $363,048a + 222,6855d - 94,571f = 789,11881.$
- 33)  $151/6a + 711/15b + 51/4c - 27/15d - 41/6g - 719/24f = 4231/720.$

- 34)  $-1^{49/60}a - 10^{31/60}b + 13^{1/24}c - 9^{1/2}d + 1^{4/15}e = -5,94064 \dots$   
 35)  $54,259a - 20,56b - 9,4297c = 81,9596.$   
 36)  $3,651a + 4,558b - 14,317d + 1,3e = 19,659.$   
 37)  $-0,55a - 1,07b + 20,09c - 2,439d = 22,9538.$

## § 3.

## III. Subtrahiren.

a) Mit absoluten Zahlen.

- 19)  $3a + 4b + 22d + 2f.$   
 20)  $\frac{3}{4}a + 3\frac{5}{7}b + \frac{1}{3}d.$   
 21)  $6,22x + 5,24y + 38,88z.$   
 22)  $-41a - 5b - 14d - f.$   
 23)  $-a - 2\frac{1}{4}b - 5d - 7\frac{2}{5}g - 3h.$   
 24)  $-4\frac{2}{3}a - 6\frac{19}{24}b - 1\frac{3}{4}d - \frac{1}{10}f.$   
 25)  $a + 5b - 45d - 3f.$

b) Mit relativen Zahlen.

- 33)  $-5a - 4b - 4d + 16f - 3g.$   
 34)  $5a - 10b + d + 10f - h.$   
 35)  $-24p - 4q - 13r - 2s - 3t - 18u.$   
 36)  $-\frac{1}{3}a + 8\frac{1}{4}b - 1\frac{19}{40}d + 6f.$   
 37)  $\frac{7}{8}a - \frac{3}{2}b - \frac{4}{3}d.$   
 38)  $\frac{9}{10}a - 1\frac{5}{12}b + 9\frac{11}{24}c + \frac{1}{10}d + 1\frac{3}{4}e.$   
 39)  $-1\frac{23}{30}b + 9\frac{11}{24}c + 5\frac{4}{9}d + \frac{1}{8}e + \frac{3}{8}f.$   
 40)  $-1,029a + 0,0347b - 12,903d - 7,3f.$   
 41)  $-4,761a - 9,032b - 1,829d + 0,005f.$   
 42)  $5,23d + 0,441f + 0,38g + 3,04h.$   
 43)  $-1,8x - 60,54y + 7,9987z + 2,5t.$   
 44)  $15x + 35y.$   
 45)  $-5\frac{7}{20}a - 3\frac{7}{8}b - 13\frac{1}{5}c + 1\frac{5}{24}d - 5\frac{19}{24}e.$   
 46)  $1\frac{7}{30}b - 2\frac{23}{24}c + 11\frac{61}{144}d + \frac{67}{120}e + 1\frac{5}{24}f.$   
 47)  $0,963a - 8,1743b - 12,5974d + 1,3f = 1,1950218.$   
 48)  $6,85a - 1,769b - 1,38d = 21,171.$   
 49)  $19,93a - 0,73b - 9,23c.$

50)  $1\frac{5}{8}a + \frac{1}{30}b + \frac{4}{7}c.$

51)  $15\frac{1}{6}a + 7\frac{11}{15}b + 5\frac{1}{4}c - 2\frac{7}{15}d - 4\frac{1}{6}g.$

## § 4.

## III. Multipliciren.

β) Mit relativen Zahlen.

23) a)  $-120abcd^2fg.$  b)  $80x^2yz.$

24) a)  $- \frac{2}{5}abcdef.$  b)  $- 0,7357532 adfg.$

25) a)  $18a^2 + 48ab.$  b)  $- 20xz + 55yz.$

26) a)  $20a^2 + 28ab - 12ad.$  b)  $- \frac{3}{8}ab + \frac{9}{16}b^2 - \frac{3}{4}bd.$

c)  $0,0612gl + 0,027hl - 0,045kl.$

27)  $45a^2 + 144ab - 308b^2.$

28)  $162x^2 - 63xy - 495xz + 147yz + 273z^2.$

29)  $- 328fg + 256g^2 - 168hg + 123fh + 27h^2.$

30)  $10a^2 - 37ab + 34ad + 33b^2 - 65bd + 28d^2.$

31)  $135x^2 - 15y^2 + 60yz - 60z^2.$

32)  $45a^2 - 123ab - 121ad + 84b^2 + 164bd + 72d^2.$

33)  $264x^2 - 90xy + 86xz - 300y^2 + 415yz - 143z^2 = 11\frac{17}{48}.$

34)  $126b^2 - 162b - 498bd + 132d^2 + 594d = 516.$

35)  $a^2 - \frac{5}{12}ab - \frac{1}{4}b^2.$

36)  $2a^2 - \frac{2}{3}ab + 20\frac{1}{3}ac - 6\frac{2}{3}b^2 + 25\frac{1}{3}bc + 21c^2.$

37)  $3a^2 + 20\frac{9}{16}ab + 8ad + 3\frac{3}{4}b^2 + 1\frac{1}{2}bd.$

38)  $\frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{4}ab - \frac{3}{16}ad - \frac{12}{25}b^2 + \frac{3}{5}bd.$

39)  $2c^2 - \frac{19}{3}cd + \frac{43}{2}cg + \frac{7}{18}ch + 5d^2 - \frac{143}{4}dg - \frac{5}{6}dh$   
 $+ \frac{21}{4}g^2 - \frac{271}{24}gh - \frac{5}{6}h^2.$

40)  $28,7a^2 - 20,286ab + 68,142ad + 2,1112b^2 - 8,6424bd.$

41)  $- 16,7048x^2 + 28,5264xy + 22,2626xz + 86,688y^2$   
 $- 73,1688yz.$

42)  $12a^2b^2 + 30abcd - 27b^2c^2 + 45bc^2d.$

43)  $\frac{1}{3}a^2b^2 - \frac{16}{27}b^2c^2d^2.$

44)  $\frac{1}{2}a^2b^2 + \frac{3}{28}abcd - \frac{8}{3}ab - \frac{5}{9}c^2d^2 + \frac{409}{126}cd - 2.$

45)  $0,612a^2b^2 + 8,0652ab^2d - 2,0956b^2d^2.$

46)  $0,048x^2y^2 - 0,108x^2z^2.$

47)  $2\frac{22}{25}x^2y^2 - 28\frac{1}{8}y^2z^2 + 78\frac{3}{4}yz^2 - 55\frac{1}{8}z^2.$

- 48)  $0,0018a^2b^2 - 0,005618b^2 + 0,53636bc - 12,8018c^2$ .  
 49)  $24a^2b(x+y) - 40ab^2cd - 21acd(x+y) + 35bc^2d^2$ .  
 50)  $56a^2(x+y)^2 + 61abc(x+y) - 60b^2c^2$ .

### § 5. Zerlegen in Faktoren.

- 1) a)  $3a(b+2c-4h)$ . b)  $2bd(6a-3c+4d)$ .  
 2) a)  $12a(a-5b+2d)$ . b)  $14y(5x-7y-10z)$ .  
 3) a)  $-5g(b+2a-4ch) = 5g(4ch-b-2a)$ .  
 b)  $-78k(19g-5h+2k) = 78k(-19g+5h-2k)$ .  
 4) a)  $(3a+5b)(2d-6f)$ . b)  $(4a-7b)(5d-2x)$ .  
 5) a)  $(2a+3b)(3d-4g)$ . b)  $(3a-4b)(8g-2h)$ .  
 6)  $(11ab-7d)(3df+2g)$ .  
 7)  $(2a+3b-5f)(g+4h)$ .  
 8)  $(2a+5b-3d)(4f-2g)$ .  
 9)  $(15f-8b-g)(2a-7d)$ .  
 10)  $2(3ab-d+5f)(9g-10h)$ .  
 11)  $(3ab+2cd-3fg)(2h+3k)$ .  
 12)  $(11a-12b+22d)(3a-20g)$ .  
 13)  $(\frac{3}{4}a - \frac{4}{5}b)(\frac{3}{5}d - \frac{7}{11}f)$ .  
 14)  $(\frac{1}{3}y - \frac{1}{4}z)(\frac{1}{2}t + \frac{2}{3}x)$ .  
 15) a)  $(2a+3b)(2a-3b)$ . b)  $(4x+5y)(4x-5y)$ .  
 c)  $(\frac{2}{3}ab + \frac{5}{7}cd)(\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}cd)$ .  
 16) a)  $5(a-6b)(a+6b)$ . b)  $3(5ab-6cd)(5ab+6cd)$ .  
 c)  $2(3ax-7by)(3ax+7by)$ .  
 17) a)  $12ab(5c-6d)(5c+6d)$ . b)  $2a(\frac{1}{2}b - \frac{1}{3}c)(\frac{1}{2}b + \frac{1}{3}c)$ .  
 18) a)  $3a(\frac{1}{3}b - \frac{1}{5}c)(\frac{1}{3}b + \frac{1}{5}c)$ . b)  $5x(\frac{1}{2}y - \frac{1}{5}z)(\frac{1}{2}y + \frac{1}{5}z)$ .  
 19) a)  $7ab(\frac{1}{4}c - \frac{1}{6}d)(\frac{1}{4}c + \frac{1}{6}d)$ .  
 b)  $10ab(\frac{1}{5}xy - \frac{1}{7}z)(\frac{1}{5}xy + \frac{1}{7}z)$ .

### § 6.

#### IV. Dividieren.

a) Mit absoluten Zahlen.

23)  $14\frac{1}{2}a + 2\frac{3}{4}b + 0,52c$ .

24)  $3\frac{1}{3}c + 2\frac{1}{2}d + \frac{7df}{3ab}$ .



## § 8. Quotienten addiren.

3)  $\frac{2b + 9a}{a}$ .

4)  $\frac{7ab}{n}$ .

5) 12d.

6) a.

11) a)  $\frac{15ac + 8bd}{10bc}$ . b)  $\frac{3a + 20bd}{5b}$ .

12) a)  $\frac{5af + 2bd}{3bf}$ . b)  $\frac{3afh + 5cdg + 8bgh}{12bgh}$ .

13) a)  $\frac{12ad + 5bc + 20bdh}{20bd}$ . b)  $\frac{8m^2 + 5kln + 6an}{15nl^2}$ .

14)  $\frac{6abg + 3fxy + 20d^2}{4dfg}$ .

15)  $\frac{5abx - 28xy + 10aby}{20xy}$ .

16)  $\frac{77ab - b^2 + 9bz + 30a^2}{45ab}$ .

17)  $\frac{135a^2y - a^2by - 45b}{42a^2xy}$ .

18)  $\frac{125abc - 64a^2 - 35c + 27a^2bc}{30a^2bc}$ .

19)  $\frac{16ax - 31bx + 33ab}{30abx}$ .

20)  $\frac{337\frac{1}{2}by^2z - 216\frac{2}{3}xy^2z - 30bx}{60x^2y^2z}$ .

21)  $\frac{34abx - 12b^2x + 30a^2bxz - 15a^2xz}{30a^2b^2x}$ .

22)  $\frac{8a^2 + 3ax - 3x^2}{a^2 - x^2}$ .

23)  $\frac{18f^2 - 31g^2}{9f^2 - 21fg + 10g^2}$ .

24)  $\frac{8a^2 - 26ab + 13b^2}{2a^2 - 5ab - 3b^2}$ .

7)  $\frac{3^{5/12}a + 2b}{3a}$ .

8)  $\frac{2,24ab + 0,4bc}{5a}$ .

9)  $\frac{11ab - 7^{19/24}c}{8x}$ .

10)  $\frac{8,012xz - 4,666xy}{2,5ab}$ .

$$25) \frac{ac^2 + abd - 2bdy}{c(a^2 - 4y^2)}$$

$$26) \frac{15xyd + 2axy + 3bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$$

$$27) \frac{42a^2 - 14ab + 33ad - 19bd}{20dx(3a - b)}$$

$$28) \frac{15dxy + 20axy - 24bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$$

$$29) \frac{16a^2 - 23ab}{4a^2 - 25b^2}$$

$$30) \frac{15dxy - 18b^2 + 8a^2 - 24ab + 6bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$$

$$31) \frac{-ab}{3(4a^2 - 49b^2)}$$

$$32) \frac{75b + ax}{12(a^2 - 25b^2)}$$

$$33) \frac{5ad + 9a^2 + 8ab - 10b^2}{d(9a^2 - 25b^2)}$$

$$34) \frac{16a^2 - 50b^2 - 3ab}{4a^2 - 25b^2}$$

$$35) \frac{75a^2y + 104aby + 209b^2y - 230abx + 48b^2x}{60xy(2a - 5b)(3a + 8b)}$$

$$36) \frac{-72,9bx - 8,48ay}{12(2a + 5b)(3x - 4y)}$$

$$37) \frac{2,1x(d - b) - 4,4adx - 6abd - 23,1abx}{6bd(11a - 1)(11a + 1)}$$

### § 9. Quotienten subtrahiren.

$$2) \text{ b.}$$

$$3) \frac{a + 5b}{ab}$$

$$4) \frac{13ab + 4bd}{2dc}$$

$$5) \frac{2ab + 3df - 9k}{2x}$$

$$6) \frac{3\frac{7}{12}a - 12b}{3a}$$

$$7) \frac{-1,24ab - 4,46bc}{5a}$$

$$8) \frac{15\frac{1}{24}c - 2ab}{8x}$$

$$9) \frac{84a^2 - 9ad - 8c}{30ab}$$

$$10) \frac{42aly - 35bfy - 8blx}{56bly}$$

11) 
$$\frac{5ag - 10dh + 8c^2d^2}{20bcdg}$$

12) 
$$\frac{4abc - 3ac - 2a}{bc}$$

13) 
$$\frac{8c^2de - 2cd^2 + 4cdef - 3ep}{cde}$$

14) 
$$\frac{6abd - 3cd + 2cb}{bd}$$

18) 
$$\frac{abx - 2aby}{4xy} = \frac{ab(x - 2y)}{4xy}$$

19) 
$$\frac{195b - 55b^2 - 46ab^2 + 12a^2}{60ab^2}$$

20) 
$$\frac{a^2b^2c - 48b^2 - 56a^2c + 28abc}{84a^2b^2c}$$

21) 
$$\frac{acd - a^2 - 2b^2}{bcd}$$

22) 
$$\frac{41a^2by - 123a^2y + 45b}{42a^2xy}$$

23) 
$$\frac{316\frac{2}{3}xy^2z - 402\frac{1}{2}by^2z + 30bx}{60x^2y^2z}$$

24) 
$$\frac{11bx - 8ax - 33ab}{30abx}$$

25) 
$$\frac{35b^2 - 12a^3}{30a^2b^2}$$

26) a) 
$$\frac{a^2 - 2az - z^2}{a^2 - z^2}$$
 b) 
$$\frac{a^2 + z^2}{a^2 - z^2}$$

27) 
$$\frac{9fg - 13f^2 - 13g^2}{6f^2 - 31fg + 18g^2}$$

28) 
$$\frac{10m^2 - 17mn + n^2}{8m^2 - 2n^2}$$

29) 
$$\frac{39ax + 27ay - 26by - 25bx}{54a^2 - 150b^2}$$

15) 
$$\frac{2(c - md)}{d}$$

16) 
$$\frac{5x - 6y}{3xy}$$

17) 
$$\frac{5am + 6bm + 4b}{10nm}$$

30) 
$$\frac{d(7b - a)}{a^2 - b^2}$$

31) 
$$\frac{5ad - 9a^2 - 8ab + 10b^2}{d(9a^2 - 25b^2)}$$

32) 
$$\frac{23ab - 12a^2 - 10b^2}{4a^2 - 25b^2}$$

33) 
$$\frac{75a^2y + 284aby - 241b^2y + 230abx - 48b^2x}{(2a - 5b)(3a + 8b)60xy}$$

34) 
$$\frac{87xy^2 - 53abxy - 3aby^2 - 8abx^2}{70x(3ab - 2x)(4ab - 5y)}$$

$$35) \frac{16a^2b^2 - 60a^4d - 10a^3bd + 32a^2bd + 24a^3b - 10^2/3b^3d + 20a^2b^2d - 30^2/3ab^2d}{4bd(2a - b)(3a + 2b)}$$

$$36) \frac{-2y^2(47,3a + 22b) - 20x^2(3a + 2b)}{3xy(10x + 11y)(10x - 11y)}$$

**§ 10. Quotienten multipliciren.**

- |  |                            |   |
|--|----------------------------|---|
| 2) a) $30abd$ .  | b) $-\frac{80aby}{x}$ .    | 9) $3d$ .   |
| 3) a) $\frac{5df}{3a}$ .   | b) $\frac{3bf}{20dg}$ .    | 10) $\frac{y(10x + 1)}{4x(4x^2 - 1)}$ .           |
| 4) a) $\frac{21bdk}{55}$ .   | b) $-\frac{3xyd}{10b^2}$ . | 11) $\frac{3x^2}{5y(2a + 5b)}$ .                  |
| 5) a) $\frac{4a}{45b}$ .   | b) $\frac{ab}{3}$ .        | 12) $\frac{6x + 21y}{110z}$ .                     |
| 6) $\frac{8b - 12ab - 6 + 9a}{12}$ .   |                            | 13) $\frac{4a^2 - 7ab}{6ab + 10b^2}$ .            |
| 7) $\frac{4x^2 - 25y^2}{x^2 - y^2}$ .  |                            | 14) $\frac{8ag + 12bg + 2ah + 3bh}{6a^2 - 8ab}$ . |
| 8) $\frac{(a + b)^2}{b^2 - c^2}$ .   |                            | 15) $d$ .   |
|  |                            | 16) $\frac{6}{5}$ .                               |
| 17) $\frac{3a^2}{bd} - \frac{39ac}{10d^2} - \frac{18ah}{25bdg} + \frac{21a}{5}$ .  |                            |   |
| 18) $\frac{2bf}{3dg} - \frac{bc}{10ad} + \frac{5bc^2}{8ag^2} - \frac{6cf}{a}$ .    |                            |   |
| 19) $\frac{a^2}{2bx} - \frac{5ac}{9dx} + \frac{25ay}{6} - \frac{ad}{6cx}$ .        |                            |   |
| 20) $15ad + \frac{10bd}{3x} - \frac{27ax}{16b} - \frac{3}{8}$ .                    |                            |   |
| 21) $\frac{a^2}{bd} - \frac{15ax}{8d} - \frac{ax}{2b^2} + \frac{15x^2}{16b}$ .     |                            |   |
| 22) $\frac{2a^2b^2}{7x^2y^2} - \frac{19abdf}{70x^2yz} - \frac{3d^2f^2}{5x^2z^2}$ . |                            |   |
| 23) $\frac{2a^2b^2}{15c^2d^2} - \frac{27b^2g^2}{10d^2f^2}$ .                       |                            |   |
| 24) $\frac{a^2b^2}{4c^2d^2} - \frac{397abxy}{525cdz} + \frac{8x^2y^2}{15z^2}$ .    |                            |   |

$$25) \frac{8a^2}{25b^2} + \frac{11ad}{45bf} - \frac{4a^2}{15bf} - \frac{2d^2}{3f^2} + \frac{8ad}{27f^2}$$

$$26) \frac{2a^2}{5f^2} - \frac{121ab}{420fg} - \frac{22ad}{15fh} - \frac{2b^2}{g^2} + \frac{523bd}{630hg} + \frac{4d^2}{3h^2}$$

$$27) \frac{2a^2}{5x^2} - \frac{9b^2}{250y^2} - \frac{3bc}{10yz} - \frac{5c^2}{8z^2}$$

### § 11. Quotienten dividiren.

$$2) \text{ a) } \frac{3b}{7xy} \quad \text{b) } \frac{b}{4d}$$

$$3) \text{ a) } \frac{3x}{10dyz} \quad \text{b) } \frac{4d}{b}$$

$$4) \text{ a) } \frac{15b^2y}{2dx} \quad \text{b) } \frac{3bz}{2dy}$$

$$5) \text{ a) } \frac{2ah}{3dg} \quad \text{b) } \frac{25az}{36hy}$$

$$6) \text{ a) } \frac{bf}{dg} \quad \text{b) } \frac{by}{0,5at}$$

$$7) \text{ a) } \frac{5dm}{3hk} \quad \text{b) } \frac{0,9384bz}{11,73dy}$$

$$= \frac{bz}{12,5dy} = \frac{0,08bz}{dy}$$

$$8) \frac{3a - 4b}{6ab} = \frac{1}{2b} - \frac{2}{3a}$$

$$9) \frac{2ag}{3bd}$$

$$10) \frac{8a}{7b}$$

$$11) \frac{3d(2a + b)}{4b}$$

$$12) \frac{ad}{3bc} + \frac{fd^2}{6c^2} - ad + \frac{7d}{3c}$$

$$13) \frac{3a}{5b} - \frac{2c}{3d} + 5xy - \frac{d}{5c}$$

$$14) \frac{2a}{3b} - \frac{3b}{4c} + 5d - 1$$

$$15) \frac{4a}{5b} - \frac{2d}{9g} + \frac{3h}{7k} - 8d$$

$$16) \frac{1}{4xy} - \frac{2a}{5xz} + \frac{3ab}{7zt} - 5x$$

$$17) 5d - \frac{9x}{16b}$$

$$18) \frac{a}{2b} - \frac{c}{d}$$

$$19) \frac{x}{2y} - \frac{y}{z}$$

$$20) \frac{2}{3bx} + \frac{4}{5ay}$$

$$21) \frac{2ab}{5xy} - \frac{4df}{5xz}$$

$$22) \frac{6ab}{25cd} + \frac{27bg}{25df}$$

$$23) \frac{5a}{b} - \frac{2b}{3c} + \frac{x}{5y}$$

$$24) \frac{3a}{5b} - \frac{6ad}{7bc} + \frac{2x}{3y}$$

$$25) \frac{3ab}{4fg} - \frac{21}{9m} + \frac{3xy}{5b}$$

$$26) \frac{3ax}{5y} - \frac{2ay}{bx} + \frac{5bz}{6xy}$$

$$27) \frac{3ab}{2c} - \frac{5fm}{g} + 7d$$

$$28) \frac{6a}{25g} - 3b + \frac{3c}{2h}$$

## § 13. Kettenbrüche.

$$2) \text{ a) } \frac{1}{2+\frac{1}{5+\frac{1}{4+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{1+\frac{1}{4+\frac{1}{6}}}}}}}} \quad \text{b) } \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{1+\frac{1}{4+\frac{1}{6}}}}}}}$$

$$3) \text{ a) } \frac{1}{3+\frac{1}{5+\frac{1}{4+\frac{1}{7+\frac{1}{2+\frac{1}{5+\frac{1}{3}}}}}}}} \quad \text{b) } \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{6+\frac{1}{1+\frac{1}{7+\frac{1}{2}}}}}}}}}$$

$$4) \text{ a) } 2, 3, 4, 5, 6; \quad \text{b) } 3, 5, 7, 9, 11.$$

$$5) \text{ a) } 1, 1, 2, 1, 2, 11; \quad \text{b) } 3, 7, 15, 1, 293; \quad \text{c) } 3, 7, 15, 1, 25, 1, 7, 4.$$

$$6) \text{ a) } 3, 7, 3, 1, 5, 1, 2, 2, 2; \quad \text{b) } 17, 1, 2, 1, 3, 1, 3, 3, 1, 17, 1, 1, 2.$$

$$8) \frac{1}{2+\frac{1}{4+\frac{8}{49}}} = \frac{1}{2+\frac{49}{204}} = \frac{204}{457} \quad 9) \frac{329}{1051} \quad 10) \frac{1281}{2963}$$

$$12) \text{ 2) a) } \frac{1}{2}, \frac{5}{11}, \frac{21}{46}, \frac{47}{103}, \frac{162}{355}, \frac{43}{110}. \quad \text{b) } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{18}, \frac{9}{23}$$

$$3) \text{ a) } \frac{1}{3}, \frac{5}{16}, \frac{21}{67}, \frac{152}{485}, \frac{325}{1037}, \frac{1777}{3670}, \frac{3}{8}, \frac{20}{53}, \frac{23}{61}, \frac{181}{480}. \quad \text{b) } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$$

$$4) \text{ a) } \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{13}{30}, \frac{68}{157}, \frac{421}{972}, \frac{3655}{11676}. \quad \text{b) } \frac{1}{3}, \frac{5}{16}, \frac{36}{115}, \frac{329}{1051}$$

$$5) \text{ a) } \frac{1}{11}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{11}{19}, \frac{7}{22}, \frac{106}{333}, \frac{113}{355}, \frac{2031}{9208}, \frac{3044}{9563}, \frac{24239}{76149}. \quad \text{b) } \frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{106}{333}, \frac{113}{355}. \quad \text{c) } \frac{1}{3}$$

$$6) \text{ a) } \frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{22}{69}, \frac{29}{91}, \frac{167}{524}, \frac{196}{615}, \frac{559}{1754}, \frac{1314}{4123}. \quad \text{b) } \frac{1}{17}, \frac{1}{18}, \frac{3}{53}, \frac{4}{71}, \frac{15}{266}, \frac{19}{377}, \frac{72}{1277}, \frac{235}{4168}, \frac{307}{8445}, \frac{5451}{96733}, \frac{5761}{102179}, \frac{11215}{108911}, \frac{28191}{500000}$$

## § 14.

## V. Potenzieren.

- 11) a)  $9a^2b^2$ . b)  $256a^4b^4$ .
- 12) a)  $\frac{1}{49a^2b^2}$ . b)  $-27a^3x^3$ .
- 13) a)  $-\frac{64}{27a^3b^3}$ . b)  $\frac{81}{16a^4b^4}$ .
- 14) a)  $\frac{4a^2x^2}{81b^2y^2}$ . b)  $\frac{25x^2y^2}{9a^2b^2}$ .
- 15) a)  $\frac{64c^3d^3}{27a^3b^3}$ . b)  $\frac{625d^4g^4}{81a^4b^4}$ .
- 16) a)  $-\frac{g^3h^3}{8a^3d^3}$ . b)  $\frac{1296x^4y^4}{625a^4b^4}$ .
- 17)  $\frac{57600c^2d^2}{a^2b^2}$ .
- 18)  $\frac{64c^2d^2}{a^2b^2}$ .
- 19)  $\frac{625b^4y^4}{256a^4x^4}$ .
- 20)  $\frac{c^4}{10000a^4}$ .
- 21)  $-\frac{z^3}{343y^3}$ .
- 22)  $-\frac{a^3}{8c^3}$ .
- 23)  $\frac{4b^2}{y^2}$ .
- 24)  $-\frac{729g^3h^3}{512a^3d^3}$ .
- 25)  $\frac{y^4}{16b^4}$ .
- 27) a)  $9a^2 + 30ab + 25b^2$ . b)  $-\frac{1}{9}x^2 - xy - \frac{9}{16}y^2$ .
- 28) a)  $\frac{25}{4}c^2 + \frac{4}{3}cd + \frac{16}{225}d^2$ . b)  $49a^2 - 112ab + 64b^2$ .
- 29) a)  $\frac{9}{40}x^2 - \frac{8}{21}xy + \frac{16}{81}y^2$ . b)  $0,25x^2 + 1,3bx + 1,69b^2$ .
- 30)  $0,0004a^2 - 0,018ab + 0,2025b^2$ .
- 31)  $4,2849a^2b^2 - 19,044abx + 21,16x^2$ .
- 32)  $12\frac{1}{4}a^2 + 39\frac{2}{3}ab + 32\frac{1}{9}b^2$ .
- 33)  $\frac{9a^2b^2}{16x^2y^2} - \frac{2az}{3dy} + \frac{16x^2z^2}{81b^2d^2}$ .
- 34)  $\frac{4a^2b^2}{9x^2y^2} - \frac{bz}{dy} + \frac{9x^2z^2}{16a^2d^2}$ .
- 35) a)  $27a^3 + 189a^2b + 441ab^2 + 343b^3$ .  
b)  $64x^3 - 144x^2y + 108xy^2 - 27y^3$ .
- 36) a)  $2744a^3 - 1176a^2b + 168ab^2 - 8b^3$ .  
b)  $343x^3 - 1176x^2y + 1344xy^2 - 512y^3$ .
- 37) a)  $\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2y + \frac{3}{8}xy^2 + \frac{1}{8}y^3$ .  
b)  $\frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{6}x^2y + \frac{1}{4}xy^2 - \frac{1}{8}y^3$ .
- 38) a)  $0,027x^3 + 0,6615x^2y + 5,40225xy^2 + 14,706125y^3$ .  
b)  $\frac{27}{125}h^3 - 0,00432hk + 0,0000288hk^2 + 0,000000064k^3$ .

$$39) \frac{8a^3b^3}{125x^3y^3} - \frac{2a^2bz}{dx^2y} + \frac{125ayz^2}{6bd^2x} - \frac{15625y^3z^3}{216b^3d^3}.$$

$$40) -\frac{27d^3}{125g^3} - \frac{189d}{50g^2b} - \frac{441}{20b^2dg} - \frac{343}{8b^3d^3}.$$

$$41) \frac{8c^3d^3}{125a^3} - \frac{72cd^2f}{125a^2} + \frac{216df^2}{125ac} - \frac{216f^3}{125c^3}.$$

$$42) 9a^2 + 16c^2 + 36g^2 + 24ac + 36ag + 48cg.$$

$$43) \frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{16}b^2 + \frac{1}{25}c^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{2}{15}ac - \frac{1}{10}bc.$$

$$44) \frac{1}{4}x^2 + \frac{4}{9}y^2 + \frac{9}{16}z^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}xz - yz.$$

$$45) 2,56a^2 + 18,49c^2 + 0,0004d^2 - 13,76ac - 0,064ad + 0,172dc.$$

$$46) 0,16x^2 + \frac{25}{4}y^2 + 1,44z^2 - 2xy + 0,96xz - 6yz.$$

$$47) \frac{25a^2b^2}{c^2} + \frac{49d^2}{a^2} + \frac{9h^2}{64f^2} - \frac{70bd}{c} - \frac{15abh}{4cf} + \frac{21dh}{4af}.$$

$$49) a) 9a^6. \quad b) -32a^{10}.$$

$$50) a) 256b^{-12} = \frac{256}{b^{12}}.$$

$$b) a^{90}b^{30}c^{60}.$$

$$51) a) a^{60}. \quad b) -a^{15}.$$

$$52) a^{24}.$$

$$53) \frac{a^{-12}}{b^{-12}} = \frac{b^{12}}{a^{12}}.$$

$$54) \frac{d^{rq} f^{nr}}{a^{mr} d^{pr} c^{pr} g^{mr}}.$$

$$55) \frac{a^{16} b^{20}}{c^{12} d^4 f^4}.$$

$$56) \frac{a^{4m} b^{fm}}{c^{2m} d^{10m}}.$$

### § 15. Potenzen zu addieren und subtrahieren.

$$2) -4a^2 - 13b^3 + 4c^4 + 6m^2 = -201.$$

$$3) 2^{2/3}a^2x^4 - 5^{19/24}a^3x^3 + 6^{17/20}a^4x^2 - 4^{23/12}a^5x = 14^{67/105}.$$

$$4) 8^{3/4}b^6c^3 - 4^{1/30}b^5c^4 + 6^{1/40}b^4c^5 + 4^{1/2}b^3c^6.$$

$$5) -5b^n + 3d^{m+1} + 3f^{n-1} = 540.$$

$$6) 8^{7/12}a^{n-2} + 6^{1/2}a^{n-1} + 3^{7/18}a^n = 527^{1/4}.$$

$$7) -3^{47/60}a^3 - 4^{2/9}a^2x - ax^2 + \sqrt[3]{32}x^3 = \sqrt[52]{133/829440}.$$

$$8) -\frac{5}{6}a^3 - \frac{1}{15}a^2b + \frac{1}{48}ab^2 - \frac{3}{5}b^3 = 0,0000294161616\dots$$

$$9) -1,55a^3 + 11,99a^2c - 1,07ac^2 - 2,439c^3 = -1,7071944\dots$$

## § 16. Potenzen zu multipliciren.

- 2) a)  $15a^3b^4$ . b)  $\frac{7c^2}{48a^3}$ .
- 3)  $-1,2a^{-12}b^{-1}$ .
- 4)  $0,276a^{-1}c^4$ .
- 5)  $320a^{5m+1}b^{10}$ .
- 6)  $-9a^{3m+3}b^5$ .
- 7)  $11\frac{7}{8}a^{2n-2m}$ .
- 8)  $6,3a^{4m+7}b^{p-4}$ .
- 9)  $12a^5b - 20a^3b^4 + 24a^3bc^4$ .
- 10)  $0,21a^{-5}b^{12} - 0,45a^{-7}b^{10}$ .
- 11)  $-\frac{2a^7x}{3b^3y} + \frac{a^4x^2}{3y^3} - \frac{55ax^4}{54b^{-3}y^5}$ .
- 12)  $-28x^{-7}y^4 + \frac{14y^3}{z} + 21x^{-4}y^6 - 56x^{-2}y^3z$ .
- 13)  $16\frac{1}{2}a^{-3}b^{-4} - 19\frac{7}{8}a^{-5}c^{-5} - 23\frac{13}{16}a^{-3}b^4c^{-7}$ .
- 14)  $9a^{-2}c^{-3} + 1,512b^3c^{-2} - 7,308a^2b^6$ .
- 15)  $17\frac{1}{2}a^{3n+1}b^{6-p} - 46\frac{7}{8}a^{3n-1}b^{9-p} - 7\frac{3}{11}a^{3n-3}b^{1-p}$ .
- 16)  $5\frac{3}{5}a^{-n}b^p c - 14\frac{14}{29}ab^{5+2p}c^{m+1} + 2\frac{1}{2}a^{n+2}b^{3p+7}c^{2m+1}$ .
- 17)  $(81 - 16x^4)a^{2m+7}$ .
- 18)  $10b^2(x^2 + y^2)^3$ .
- 19)  $-\frac{4}{3}(a + 2b - c)^2$ .
- 20)  $12a^6 - 8a^5 - 9a^4 + 12a^3 - 4a^2$ .
- 21)  $a^5 + 32b^5$ .
- 22)  $120a^{-8}b^4 - 101a^{-7}b^6 + 69a^{-6}b^8 - 18a^{-5}b^{10}$ .
- 23)  $78a^{-8}b^3 - 174a^{-5}b^4 - 295a^{-2}b^5 + 2ab^6 + 28a^4b^7$ .
- 24)  $196a^{10}c^4 - 36a^4b^2c^4 + 12a^2bc^5 - c^6$ .
- 25)  $2a^7 - 23\frac{1}{15}a^5b^2 + 27\frac{4}{45}a^4b^3 - 11\frac{1}{15}a^3b^4 - 622\frac{1}{225}a^2b^5$   
 $+ 103\frac{1}{30}ab^6 - \frac{3}{5}b^7$ .
- 26)  $0,06a^4b^5 + 1,425b^7 + 4,5a^{-2}b^8$ .
- 27)  $\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{3}ab + 23\frac{1}{36}b^2 + 31\frac{1}{48}a^{-1}b^3 + 47\frac{1}{24}a^{-2}b^4 - \frac{1}{3}a^{-3}b^5$   
 $- \frac{8}{9}a^{-4}b^6 - \frac{2}{3}a^{-5}b^7$ .
- 28)  $12a^{4m} - 38a^{3m-3}b^2 + 30a^{2m-6}b^4$ .
- 29)  $\frac{5}{9}a^{3-m}b^{-1} + \frac{5}{16}a^{5-3m}b^{-5} + \frac{15}{32}a^{6-4m}b^{-7}$ .
- 30)  $2a^{2-m}b^{n-2m+4} + 3a^{2m}b^{n-2m+3} + a^{m-1}b^{1-2m}c^p$   
 $- 2ca^p - 2m+3b^{n+3} - 3ca^{p+m+1}b^{n+2} - a^p c^{p+1}$ .

- 31)  $15a^{3n-2m-4}b^{2p+7} + 14a^{6n-m-4}b^{4p+4} - 24/5 a^{9n-4}b^{6p+1}$   
 32)  $2/25 a^{5n}b^{3q+3p} - 212/1225 a^{3n+2}b^{5q-p} + 1^{13/35} a^{2n+3}b^{6q-3p}$   
 33)  $6,04a^{4-n}b^{2p-2q} - 2,892a^{n+3,5}b^{3p-q} - 0,032a^{5n+2,5}b^{5p+q}$

### § 17. Potenzen zu dividieren.

- |   |  |
|---|--|
| 4) a) $2a^7$ . b) $3a^6$ .                              | 8) $\frac{a^8b^3}{x^2}$ .                    |
| 5) $\frac{5a}{6b}$ .                                    | 9) $\frac{3a^{2-n}c^{-1}}{4b^{4p+q}}$ .      |
| 6) $\frac{49a^{-10}}{64b^9} = \frac{49}{64a^{10}b^9}$ . | 10) $\frac{4a^{2p-11}x^{-3-2q}}{7y^{5+q}}$ . |
| 7) $\frac{9x^4}{8b^{12}}$ .                             | 11) $1^{1/26}x^{m-n}y^{m+n}$ .               |
- 12)  $2/3a^2b^{-3} - 1^{3/4}a^4b^{-6} + 5a^6b^{-9}$   
 13)  $4a^2 - 16ax + 3x^2$   
 14)  $x^2 + 3x - 5$   
 15)  $16y^4 + 24y^3x + 36y^2x^2 + 54yx^3 + 81x^4$   
 16)  $4y^2 - 6y + 1$   
 17)  $81b^8 - 2^{7/2}b^6a^2 + 9/4b^4a^4 - 3/8b^2a^6 + 1/16a^8$   
 18)  $8a^6 - 12a^4b^2 + 6a^2b^4 - b^6$   
 19)  $9z^4 - 9b^2z^2 + 4b^4$   
 20)  $2/3x^3 - 3x^2 + 5/4x + 2/3$   
 21)  $15a^{-6}b^2 - 7a^{-3}b^4 + 6a^{-4}b^6$   
 22)  $3a^2b^{-3} - 5a^3b^{-5} + 12a^4b^{-7}$   
 23)  $3/4a^2b^{-3} + 1/2ab^{-5} - 5b^{-7}$   
 24)  $\frac{a^4}{3} - \frac{5a^2}{2} + 3$   
 25)  $\frac{4z^3}{9} - 2z^2 + \frac{9z}{4}$   
 26)  $\frac{4a^3}{3b^2} - \frac{2a^4}{5b^3} + \frac{3a^5}{4b^4} - \frac{a^6}{8b^5}$   
 27)  $\frac{16a^2}{25b^2} + \frac{4a}{5b} + 1$   
 28)  $2/5a^{-13}b^6 + 10^{1/2}a^{-9}b^3 - 1^{5/6}a^{-5}$   
 29)  $4/9z^2x^{-2} - zx^{-1} + 9/16$

$$30) \quad 2^{7/3} x^6 y^{-6} - 9x^2 y^{-2} + 8y^2 x^{-2} - 6^{1/2} y^6 x^{-6}.$$

$$31) \quad 10/7 a^{9m-8n} b^{4m-9n} - 7/4 a^{6m-12n} b^{8m-13n}.$$

$$32) \quad 1 - 6y^{m+2n} + 9y^{2m+4n}.$$

$$33) \quad 2a^{2n} b^5 - 2/3 a^{2n-1} b^4 + 3/4 a^{2n-3} b^{-m}.$$

$$34) \quad \frac{c}{a} + \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} \dots + \frac{b^{n-1}c}{a^n} + \frac{b^nc}{a^n(a-b)}.$$

$$35) \quad \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} \dots + (-1)^{n-1} \frac{cb^{n-1}}{a^n} + \frac{(-1)^n cb^n}{a^n(a+b)}.$$

$$36) \quad x - x^2 + x^3 - x^4 \dots + (-1)^{n-1} x^n + \frac{(-1)^n x^{n+1}}{1+x}.$$

$$37) \quad 1 - b + b^2 - b^3 \dots + (-1)^n b^{n-1} + \frac{(-1)^n b^n}{1+b}.$$

$$38) \quad 1 + 2x + 2x^2 + 2x^3 \dots + 2x^{n-1} + \frac{2x^n}{1-x}.$$

$$39) \quad \frac{b}{a} - \frac{b}{a^2 d} + \frac{b}{a^3 d^2} \dots + \frac{(-1)^{n-1} b}{a^n d^{n-1}} + \frac{(-1)^n b}{a^n d^{n-1} (ad + 1)}.$$

$$40) \quad b - 4c + \frac{16c^2}{b} - \frac{64c^3}{b^2} \dots + (-1)^{n-1} \frac{(4c)^{n-1}}{b^{n-2}} + \frac{(-1)^n (4c)^n}{b^{n-2}(b+4c)}.$$

$$41) \quad 1 + \frac{2y^2}{x^2} + \frac{2y^4}{x^4} + \frac{2y^6}{x^6} \dots + \frac{2y^{2n-2}}{x^{2n-2}} + \frac{2y^{2n}}{x^{2n-2}(x^2 - y^2)}.$$

$$42) \quad \frac{3}{2} + \frac{17b^2}{2a^2} + \frac{34b^4}{a^4} + \frac{136b^6}{a^6} \dots + \frac{17b^2 (2b)^{2n-4}}{2a^{2n-2}} \\ + \frac{17b^2 (2b)^{2n-2}}{a^{2n-2} (2a^2 - 8b^2)}.$$

$$43) \quad x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4.$$

$$44) \quad x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} \dots + a^{n-1}.$$

### § 18. Potenzen zu potenzieren.

$$1) \quad \frac{3^{-12} a^{-24}}{6^{-18} b^{-30}} = \frac{2^{18} 3^6 b^{30}}{a^{24}}.$$

$$2) \quad \frac{2^{-6} a^6}{4^{-2} b^{-6}} = \frac{a^6 b^6}{4}.$$

$$3) \quad \frac{49x^4}{36a^{10}b^2}.$$

$$4) \quad \frac{1}{1728a^{12}b^6x^6}.$$

$$5) \quad \frac{729b^9}{64a^{15}x^3y^6}.$$

$$6) \quad \frac{3^{18} a^{60} d^{12n}}{b^{36}}.$$

7)  $\frac{4^{-9}x^{-6}y^{3n}}{8^{-6}z^9} = \frac{y^{3n}}{x^6z^9}.$

8)  $\frac{2^{12} \cdot 3^6 a^{30-6n} b^{6n-12}}{5^6}.$

9)  $-\frac{32 a^{35} b^5}{243}.$

10)  $-\frac{27 a^3}{8 b^{15} y^9}.$

11)  $\frac{625 a^{32} b^8 x^4}{4096 y^8}.$

12)  $\frac{3^{12} \cdot 2^{12} b^{12} y^{24}}{7^{12} a^{24} x^{36}}.$

13)  $\frac{2^6 a^{12} y^{12}}{3^{12} x^{24} b^6}.$

14)  $9a^6x^2 - 3a^3x^5 + \frac{1}{4}x^8.$

15)  $\frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{2}x^3y + \frac{9}{16}x^2y^2.$

16)  $\frac{9a^6}{25b^6} + \frac{4a^4}{15b^4} + \frac{4a^2}{81b^2}.$

17)  $25 a^{2n} x^4 + 30 a^{2n-1} x^5 + 9 a^{2n-2} x^6.$

18)  $\frac{4}{9} a^{4m-2} b^4 - \frac{10}{9} a^{3m} b^{-1} + \frac{25}{36} a^{2m+2} b^{-6}.$

19)  $\frac{8}{27} x^6 - x^4 y^2 + \frac{9}{8} x^2 y^4 - \frac{27}{64} y^6.$

20)  $512 a^9 + 576 a^6 b^3 + 216 a^3 b^6 + 27 b^9.$

21)  $\frac{1}{8} a^{6n-3} b^{3n} - \frac{1}{2} a^{4n+1} b^{3n-1} + \frac{2}{3} a^{2n+5} b^{3n-2}$   
 $- \frac{8}{27} a^9 b^{3n-3}.$

22)  $\frac{125}{216} a^{3m-12} b^3 + \frac{5}{4} a^{2m-3} b^{m+2} + \frac{9}{10} a^{m+6} b^{2m+1}$   
 $+ \frac{27}{125} a^{15} b^{3m}.$

## § 19.

## VII. Extrahiren.

13) a)  $-\frac{2a}{3} (bc)^{1/3};$  b)  $\pm \frac{5ab}{6c} \sqrt{\frac{5}{6}}.$

14) a)  $-3a^6.$  b)  $\pm 5a^2 \sqrt{-1}.$

15) a)  $a^{5/2} b^{7/3} \sqrt{-1}.$  b)  $a^2 b^3.$

16) a)  $a^2.$  b)  $a^n.$

17) a)  $a^n a^m.$  b)  $\pm \frac{5ab}{8c^2 d} \sqrt{5a}.$

18) a)  $\pm a^2 b^{\frac{3m}{n}}.$  b)  $a^{\frac{2n+6}{n+5}} b^{\frac{4n+12}{n+5}}.$

19) a)  $\pm a^{5/2} \sqrt{-1}.$  b)  $\pm 6 \sqrt{-1}.$

20)  $\frac{3a^2 b}{2xy^3} (3b^2)^{1/3}.$

22)  $\pm \frac{2ab^2}{7x} \sqrt{-\frac{3ab}{5y}}.$

21)  $\pm \frac{2a^2 b}{3x^2 y^2} \left(\frac{b}{x^3 y}\right)^{1/4}.$

23)  $-\frac{3a^2 b^3}{5x^2 y} \sqrt{\frac{2a}{3y^2}}.$

- |  |  |
|--|--|
| <p>24) <math>a \sqrt[3]{\frac{3ab^2}{5}}</math>.</p> <p>25) <math>\pm \frac{8x^3}{27y^3}</math>.</p> <p>26) <math>\pm \frac{1024y^5}{3125z^{10}}</math>.</p> <p>27) <math>\frac{4x^2}{9b^2}</math>.</p> <p>28) <math>-\frac{x^{15}}{1024y^{15}}</math>.</p> <p>29) <math>\pm \frac{216x^6}{y^3}</math>.</p> <p>30) <math>\frac{9a^4}{16b^2}</math>.</p> <p>31) <math>-\frac{32x^{15}}{y^{10}}</math>.</p> <p>32) <math>\pm \frac{z}{2x^4y^2}</math>.</p> <p>33) <math>\frac{x^4}{9}</math>.</p> <p>34) <math>\frac{4z^2}{x^6}</math>.</p> <p>35) <math>\pm 125z^3y^6</math>.</p> <p>36) <math>\frac{9}{x^2y^4}</math>.</p> <p>37) <math>\pm \frac{8}{b^3y^6}</math>.</p> | <p>38) <math>\frac{a^2y^6}{100b^4x^6}</math>.</p> <p>39) <math>\pm \frac{3a^3}{4x^2\sqrt{bx}}</math>.</p> <p>40) <math>\frac{4b^2x^2}{25z^4} \sqrt[3]{x^2}</math>.</p> <p>41) <math>\pm \frac{8a^5b^3}{125x^3y^6} (ab^3)^{1/4}</math>.</p> <p>42) <math>\pm \frac{8a^4b^3}{27x^6y^3} \sqrt{a} \sqrt{-1}</math>.</p> <p>43) <math>\pm (a+b) \sqrt{c}</math>.</p> <p>44) <math>\pm \sqrt[2]{5} c^3 x^{m+2} y^{2p-4}</math>.</p> <p>45) <math>\frac{3b^nu^3x^4}{2h^3(a^2+x^2)^{2n}}</math>.</p> <p>46) <math>a\sqrt{x+y}</math>.</p> <p>48) <math>\sqrt{\frac{3a}{2b}}</math>.</p> <p>49) <math>\sqrt[3]{\frac{a}{10b}}</math>.</p> <p>50) <math>\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}</math>.</p> <p>51) <math>\frac{\sqrt{ac}}{a+b}</math>.</p> <p>52) <math>\sqrt{a^2 - b^2x^2}</math>.</p> |
|--|--|

### § 20. Quadrat- und Cubikwurzel aus Polynomen.

- |   |   |
|---|---|
| <p>2) <math>\pm (3x + 2y)</math>.</p> <p>3) <math>\pm \left(\frac{2a}{3} - \frac{3b}{4ad}\right)</math>.</p> <p>4) <math>\pm \left(\frac{9}{4a} + \frac{6x}{c}\right)</math>.</p> | <p>5) <math>\pm \left(\frac{4a^2x^3}{y^2} - \frac{5ay^3}{x^2}\right)</math>.</p> <p>6) <math>\pm (5a^{-2}x^{-3} - 7ab^4x^3)</math>.</p> <p>7) <math>\pm (2a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{4})</math>.</p> <p>8) <math>\pm (\frac{1}{2}x^3 - 2x - \frac{3}{5})</math>.</p> |
|---|---|

- |  |  |
|--|--|
| 9) $\pm (4x^3 + 2x^2 - 2).$  | 12) $\pm (6a^6 - 5a^4 - 2a^2 + 3).$                                  |
| 10) $\pm (2x + 2ax + 4b^2).$   | 13) $\pm (1 - 3x^2 + 9x^4 - 27x^6).$                                 |
| 11) $\pm (5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 9x).$   | 14) $\pm \left( \frac{2x}{5a} - \frac{b}{c} - \frac{3d}{f} \right).$ |
| 15) $\pm (a^m x^n + 5ca^{m-2} x^{n+1} - 3ax^{-1}).$  |  |
| 16) $\pm \left( \frac{3a^{m-1}c}{2d^{2p}} - a^n b^{2n-1} d^3 - \frac{2^8 b^x}{3} \right).$                             |  |
| 17) $\pm \left( a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} \dots \right).$        |  |
| 18) $\pm \left( 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128} - \frac{7x^5}{256} \dots \right).$ |  |
| 19) $\pm \left( 2a + \frac{9b^2}{4a} - \frac{81b^4}{64a^3} + \frac{729b^6}{512a^5} \dots \right).$                     |  |
| 20) $5x + 1.$  | 31) $a^m - 2ax^n.$   |
| 21) $4 - 5y.$  | 32) $2 - x^{3n-1}.$  |
| 22) $\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}x^3.$   | 33) $z^{2m}x + 2ca^p.$   |
| 23) $2a - 7x.$   | 34) $a + \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^6}{9a^5}$                        |
| 24) $\frac{2a^2b}{3c^3} - \frac{c^2}{4ab^2}.$  | $+ \frac{5x^9}{81a^8} \dots$   |
| 25) $\frac{1}{2}a^{-4}b^{-2} + \frac{2}{3}a^{-1}b^4.$  | 35) $1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} \dots$        |
| 26) $2a + 3b - 4d.$  | 36) $a - \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^6}{9a^5}$                        |
| 27) $3x^3 - 2x^2y + y^3.$  | $- \frac{5x^9}{81a^8} \dots$   |
| 28) $x - 2x^2 + 3x^3.$   |  |
| 29) $2 - 3a + 2a^2.$   |  |
| 30) $3 - x + 3x^2.$  |  |

## § 21. Quadrat- und Cubikwurzel aus dekadischen Zahlen.

- |                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) a) $\pm 36.$ b) $\pm 81.$   | 7) $\pm 8276.$              |
| 2) a) $\pm 86.$ b) $\pm 59.$   | 8) $\pm 5083.$              |
| 3) a) $\pm 817.$ b) $\pm 227.$ | 9) $\pm 40093.$             |
| 4) a) $\pm 413.$ b) $\pm 408.$ | 10) $\pm 203975.$           |
| 5) a) $\pm 763.$ b) $\pm 978.$ | 11) a) $\pm 2,645751 \dots$ |
| 6) $\pm 7563.$                 | b) $\pm 3,316625 \dots$     |

- |  |   |
|--|---|
| 12) a) $\pm 5,91608 \dots$                         | 33) 135.                                  |
| b) $\pm 11,04536 \dots$                            | 34) 223.                                  |
| 13) $\pm 18,27567 \dots$                           | 35) 106.                                  |
| 14) $\pm 38,03.$                                   | 36) 401.                                  |
| 15) $\pm 900,03.$                                  | 37) 420.                                  |
| 16) $\pm 0,02308.$                                 | 38) 698.                                  |
| 17) $\pm 19,3696 \dots$                            | 39) 1854.                                 |
| 18) $\pm 0,0272029 \dots$                          | 40) 4865.                                 |
| 19) $\pm 8,45606 \dots$                            | 41) a) 1,587401 $\dots$                   |
| 20) $\pm 0,29452 \dots$                            | b) 2,758924 $\dots$                       |
| 21) $\pm 0,040863 \dots$                           | 42) 6,10017 $\dots$                       |
| 22) $\pm 0,948683 \dots$                           | 43) 9,020529 $\dots$                      |
| 23) $\pm 0,05447723 \dots$                         | 44) 4,150612 $\dots$                      |
| 24) a) $\pm 1\frac{1}{2}$ . b) $\pm 0,86602 \dots$ | 45) 1,801994 $\dots$                      |
| 25) $\pm 0,745349 \dots$                           | 46) 0,442666 $\dots$                      |
| 26) $\pm 3,418699 \dots$                           | 47) 39,47352 $\dots$                      |
| 27) a) $\pm 1,29099 \dots$                         | 48) 8,308377 $\dots$                      |
| b) $\pm 0,93541 \dots$                             | 49) 0,4420452 $\dots$                     |
| 28) a) $\pm 0,6454972 \dots$                       | 50) 0,4121285 $\dots$                     |
| b) $\pm 0,2425356 \dots$                           | 51) a) $\frac{5}{9}$ . b) 0,87358 $\dots$ |
| 29) 48.  | 52) a) 0,94103 $\dots$                    |
| 30) 53.  | b) 0,70949 $\dots$                        |
| 31) 39.  | 53) 2,48794 $\dots$                       |
| 32) 69.  |   |

## § 22. Wurzeln zu addiren und subtrahiren.

- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| 2) $11 \cdot 3\frac{1}{2} - 16 \cdot 4\frac{1}{3} + 6\frac{1}{5}.$   |                               |
| 3) $7\frac{1}{4} \sqrt{a} - 22\frac{9}{20} \sqrt{ab} + \sqrt[3]{b}.$ |                               |
| 4) $6 \cdot 3\frac{1}{2}.$   | 9) $13 \sqrt{2}.$             |
| 5) $9 \sqrt{6}.$   | 10) $9 \sqrt{5}.$             |
| 6) $8 \sqrt{2}.$   | 11) $48\frac{1}{2} \sqrt{3}.$ |
| 7) $-13 \sqrt{3}.$   | 12) $59,59 \sqrt{2}.$         |
| 8) $15 \sqrt{3}.$  | 13) $14\frac{1}{2} \sqrt{3}.$ |

- |     |                            |     |  |
|-----|----------------------------|-----|--|
| 14) | $23/_{20} \sqrt{5}$ .      | 31) | $(8 + 14a) ax \sqrt{3a}$ .                       |
| 15) | $20^{13/_{14}} \sqrt{3}$ . | 32) | $(ab^3 + a^2b - ab + a^{10} b^{12}) \sqrt{ab}$ . |
| 16) | $28/_{15} \sqrt{15}$ .     | 33) | $xz \sqrt[3]{2xz^2}$ .                           |
| 17) | $-2^{1/2} \cdot 3^{1/2}$ . | 34) | $11ab \sqrt[3]{9a^2b}$ .                         |
| 18) | $3/_{20} \sqrt{5}$ .       | 35) | $16a^2b \sqrt[3]{4a^2b}$ .                       |
| 19) | $14 \sqrt[3]{5}$ .         | 36) | $(56a - 14) b (2ab^2)^{1/3}$ .                   |
| 20) | $8 \cdot 2^{1/3}$ .        | 37) | $28xy^2 \sqrt[3]{5xy}$ .                         |
| 21) | $-29 \cdot 3^{1/3}$ .      | 38) | $\frac{2ax}{3b} \sqrt[3]{a+2b}$ .                |
| 22) | $61 \sqrt[3]{2}$ .         | 39) | $(a^2 - ab + b^2) \sqrt{a-b}$ .                  |
| 23) | $-17 \sqrt[3]{7}$ .        | 40) | $(6x + 10) \sqrt{x+2}$ .                         |
| 24) | $11 \sqrt[3]{4}$ .         | 41) | $(a^2 + 15ab) \sqrt{a}$ .                        |
| 25) | $16 \sqrt[3]{5}$ .         | 42) | $-3xyx^{1/2}$ .                                  |
| 26) | $22ab \sqrt{7ab}$ .        | 43) | $12m^2 \sqrt{2m}$ .                              |
| 27) | $-2mn \sqrt{13n}$ .        | 44) | $4mn \sqrt{m}$ .                                 |
| 28) | $14x^2y \sqrt{2}$ .        | 45) | $12ab \sqrt{7ab} \cdot \sqrt{-1}$ .              |
| 29) | $-8ab \sqrt{2ab}$ .        | 46) | $(6a + 20b) \sqrt{-3a}$ .                        |
| 30) | $13bc \sqrt{7c}$ .         |     |  |

### § 23. Wurzeln zu multipliciren.

- |     |                               |     |  |
|-----|-------------------------------|-----|--|
| 3)  | a) $ab \sqrt[nm]{x^m y^n}$ .  | 16) | $a^2 \sqrt[8]{\frac{b^4}{ac^2}}$ .                     |
|     | b) $12 \cdot 15^{1/2}$ .      | 17) | $-600$ .   |
| 4)  | $4 \sqrt{42}$ .               | 18) | $60 \sqrt[12]{5}$ .                                    |
| 5)  | $140$ .                       | 19) | $2 \sqrt{15} - 2 \sqrt{6}$ .                           |
| 6)  | $-25 \sqrt{21ab}$ .           | 20) | $40 \sqrt{2} + 48 - 48 \sqrt{5}$ .                     |
| 7)  | $-180 \sqrt{3}$ .             | 21) | $24 \sqrt[3]{10} - 33 \sqrt[3]{5} + 168 \sqrt[3]{2}$ . |
| 8)  | $36a^2 \sqrt{ab} \sqrt{-1}$ . | 22) | $1 - \sqrt{5}$ .                                       |
| 13) | $12 \sqrt[9]{432}$ .          | 23) | $591 - 89 \sqrt{13}$ .                                 |
| 14) | $60 \sqrt[9]{54}$ .           | 24) | $76 + 32 \sqrt{5}$ .                                   |
| 15) | $\sqrt[3]{35^3}$ .            |     |  |

- 25)  $1 + \sqrt[6]{6}$ .  
 26)  $7\sqrt[3]{30} + \sqrt{15} + 42 + 3\sqrt{2}$ .  
 27)  $22\sqrt{10} - 158$ .  
 28)  $a - b$ .  
 29)  $ac^2 - bd^2$ .  
 30)  $a - c^2b^{2/3}$ .  
 31)  $4\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{18} + 6\sqrt[6]{3}$ .  
 32)  $5\sqrt{6} + 5\sqrt{5} - 2\sqrt[4]{125} - 2\sqrt[4]{180} + 2\sqrt[6]{54} + \sqrt[6]{2000}$ .  
 33)  $9 - 15\sqrt[6]{3} - 36\sqrt[3]{3}$ .  
 34)  $27 - 51\sqrt[6]{2} - 90\sqrt[3]{2}$ .  
 35)  $24\sqrt[6]{3} + 4\sqrt[3]{36} - 12\sqrt{2} - 4\sqrt[6]{54}$ .  
 36)  $10 + 2\sqrt[6]{108} - 2\sqrt[6]{432}$ .  
 37)  $2\sqrt[6]{32} - 6\sqrt[6]{2} - 10$ .  
 38)  $3\sqrt[6]{3^5} - 15\sqrt[3]{18} - 18 + 30\sqrt[6]{972}$ .  
 39)  $6 - 27^{4/5}\sqrt[6]{10125/16} + 27\sqrt[3]{3/2}$ .  
 40)  $\sqrt[4]{147 + 60\sqrt{6}}$ .  
 41)  $\sqrt[6]{94 + 66\sqrt{3}}$ .  
 42)  $\frac{2x^2}{y^2}\sqrt[6]{\frac{2b^3c^5}{3}}$ .  
 43)  $\frac{x+2}{x-1}\sqrt[6]{\frac{6c}{a}}$ .  
 44)  $(6x - 18)\sqrt[6]{\frac{20a}{27x}}$ .
- 45)  $\frac{1}{2}\left(\frac{3a}{2}\right)^{1/4}$ .  
 46)  $10a^2(15 + 9\sqrt{5})^{1/2}$ .  
 47)  $2(38 + 17\sqrt{7})^{1/2}$ .  
 48)  $2/3\sqrt[3]{17}$ .  
 49)  $\frac{3b}{10a}\sqrt{58 + 31\sqrt{3}}$ .  
 50)  $1/3xy(70 + 9\sqrt{2})^{1/2}$ .  
 51)  $a(2a - b)(3a + b)\sqrt{3a^2 - ab}$ .  
 52)  $\frac{a^2(10ab + 8b^2)^{1/2}}{5a - 4b}$ .  
 53)  $(x^2 - y^2)x^{1/3}$ .  
 54)  $\frac{a - 5m}{2a + 3m}\sqrt{\frac{2a - 3m}{a}}$ .  
 55) 1.  
 56)  $\frac{1}{b}\left(\frac{a^2 + 3ab}{3ab + 5b^2}\right)^{1/2}$ .  
 57)  $(2b^2 - by)^{5/3}\sqrt[3]{b}$ .  
 58)  $x^2\sqrt{z}$ .  
 59)  $\frac{2}{5mn}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{1/6}$ .  
 60)  $\frac{(2a - b)(a^2 - 2b^2)}{(a + b)(2a + b)}$ .  
 61)  $-n\sqrt{15m}\sqrt{-1}$ .  
 62)  $-x\sqrt{10x}$ .  
 63)  $-2\sqrt{-5abc}$ .  
 64)  $\sqrt{nmbc}$ .  
 65)  $\mp 2(a + 3b)\sqrt{c}$ .  
 66)  $\mp \frac{a(a^2 - 2b^2)}{4a^2 + b^2}(a^2 + b^2)^{1/2}$ .

67)  $3a(a - 2b) \left(-\frac{1}{a}\right)^{1/2}$ .

68)  $\frac{x^2}{y} \sqrt{-x}$ .

69)  $\mp \frac{z - 5y}{2z}$ .

70)  $\mp \frac{1}{x}$ .

## § 24. Wurzeln zu dividiren.

5) 10.

6)  $\frac{bc}{2} \sqrt[3]{\frac{b^2c}{d}}$ .

7)  $\left(\frac{f^2g}{x^4}\right)^{1/n}$ .

8)  $\frac{c}{da^{1/12}}$ .

9)  $\frac{a^2b^{3/4}}{c}$ .

10)  $a^{-1/12}$ .

11)  $\frac{1}{a \cdot a^{7/12}}$ .

12)  $a \cdot a^{7/12}$ .

13)  $5 - \sqrt{2}$ .

14)  $11/8 + 1/4 \sqrt{2}$ .

15)  $a^{1/2} + a^{1/4} b^{1/4} + b^{1/2}$ .

16)  $5a^{5/6} b^{1/4} - 8ab^{-1/4}$ .

17)  $3a^{5/4} b^{1/2} - 5a^2 + 6a^{11/4} b^{-1/2}$ .

18)  $2x^{2/3} + 3y^{1/4}$ .

19)  $5a^{2/3} b^{-1/2} - 8a^{7/6} b^{-5/6} + 10a^{5/3} b^{-7/6}$ .

21) a)  $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ . b)  $\frac{\sqrt{5}}{15}$ .

22) a)  $\sqrt{a}$ . b)  $\frac{3a^2 c^{1/2}}{bc}$ .

23) a)  $\frac{5m^3 (c + 3)^{1/2}}{n (c + 3)}$ .

b)  $\frac{3x}{10} (4x^2)^{1/3}$ .

24) a)  $\frac{x^2}{5} (16y)^{1/6}$ .

b)  $\frac{3y^4}{7} \sqrt[4]{8x^3}$ .

25) a)  $\frac{5x \sqrt{cm}}{3my}$ .

b)  $\frac{3y^4}{4} \sqrt{200x}$ .

26)  $2 + \sqrt{3}$ .

27)  $\sqrt{15} + 3/2 \sqrt{6}$ .

28)  $1/10$ .

29)  $3\sqrt{2} - 3$ .

30)  $15 + 3\sqrt{21}$ .

31)  $7/2 (\sqrt{2} + 1)$ .

32)  $9 + 5/2 \sqrt{10}$ .

33)  $2 + 3/2 \sqrt{2}$ .

34)  $\frac{\sqrt{ab} - \sqrt{ac}}{b - c}$ .

35)  $-\frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{30}}{28}$ .

36)  $6\sqrt{3} - 13$ .

37)  $\frac{3\sqrt{5} - 9}{4}$ .

38)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ .

39)  $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}$ .

40)  $\frac{188 - 65\sqrt{2}}{113}$ .

43)  $\frac{12a^2b + 5bc^2 - (3ac + 20ab)\sqrt{bc}}{9a^2 - 25bc}$ .

44)  $\frac{(4a - 9c)\sqrt{ac}}{9c^2 - 4ac}$ .

45)  $\frac{9a^2 + 4ab - 12a\sqrt{ab}}{9a - 4b}$ .

46)  $\frac{\sqrt{341}(5 + \sqrt{3})}{22}$ .

47)  $\frac{7\sqrt{13}(4 - \sqrt{3})}{13}$ .

48)  $\frac{\sqrt{4m^2 - 9n^2}}{2m - 3n}$ .

41)  $\frac{40 + 16\sqrt{3}}{13}$ .

42)  $\frac{57 + 37\sqrt{2}}{14}$ .

49)  $\frac{8\sqrt{145}(7 - 2\sqrt{5})}{29}$ .

50)  $\frac{\sqrt{13}(10 + 5\sqrt{3})}{5}$ .

51)  $\frac{a^2 + \sqrt{a^4 - b^4}}{b^2}$ .

52)  $\frac{m^2 - \sqrt{m^4 - n^4}}{n^2}$ .

53) 
$$\frac{(2 - 4\sqrt[3]{25})(3^2 - 6\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{25})}{(3 + 2\sqrt[3]{5})(3^2 - 6\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5^2})}$$

$$= \frac{138 - 92\sqrt[3]{5} - 28\sqrt[3]{25}}{67}$$

54)  $\frac{8 - 10\sqrt[3]{12} + 25\sqrt[3]{18}}{23}$ .

55)  $\frac{45 + 135\sqrt[4]{5} + 3\sqrt[4]{125} + \sqrt{5}}{101}$ .

56)  $18 \cdot 2^{1/4} - 6 \cdot 3^{1/4} + 72^{1/4} - \frac{108^{1/4}}{3}$ .

57)  $1 + {}^{5/4}\sqrt{2} - {}^{1/2}\sqrt{3} - {}^{3/4}\sqrt{6}$ .

58)  $\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$ .

59)  ${}^{1/12}\sqrt{30} + {}^{1/4}\sqrt{2} + {}^{1/6}\sqrt{3}$ .

60)  $35\sqrt{10} + 77\sqrt{2} + 63\sqrt{3} + 28\sqrt{15}$ .

61)  $(a - b)\sqrt{\frac{a - 5b}{a}} = \frac{a - b}{a}\sqrt{a^2 - 5ab}$ .

62)  $\frac{x-y}{x+y} (x-10y)^{1/3}$ .

63)  $\frac{\sqrt{ab}}{b}$ .

64)  $\frac{n^2}{3bm^2} \sqrt[6]{5^2 \cdot 3^4 c^5 b^4}$ .

67)  $\frac{x^2-9}{6y(x+4)} \sqrt[6]{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2 x^2 zy^3}$ .

68)  $-\frac{\sqrt{-6b}}{3}$ .

69)  $\frac{\sqrt{2abd}}{2d}$ .

70)  $5/2 \sqrt{6b}$ .

65)  $\frac{3a^2}{2} \sqrt[6]{243 \cdot 5^3 a}$ .

66)  $\frac{m^3 \sqrt[4]{4y(5x-4)^3}}{2n^4(5x-4)}$ .

71)  $-\frac{\sqrt{30} \sqrt{-1}}{3}$ .

72)  $\frac{(-ax)^{1/2}}{x}$ .

73)  $\pm \frac{1}{a^2+5b^2}$ .

## § 25. Wurzeln zu potenziren.

4)  $9 \cdot 2^{2/3} = 9 \sqrt[3]{4}$ .

5) 18.

6)  $5 + 2 \cdot 6^{1/2}$ .

7)  $4a + 12 \sqrt{ab} + 9b$ .

8)  $143 - 30 \sqrt{10}$ .

9)  $486 \sqrt{2} + 408 \sqrt{3}$ .

10)  $-\frac{8}{x^{1/2}}$ .

11)  $\frac{81x^{5/3}}{16}$ .

12)  $\frac{9xy^{4/3}}{25z^{1/2}}$ .

13)  $\frac{1}{64 b^2 c^{10}}$ .

14)  $140625 a^{12} b^4$ .

23)  $32a^{-5} - 12a^{-1} b \sqrt[6]{32a} + 9/4 a^3 b^2 \sqrt[8]{4a}$ .

15)  $\frac{64 a^{10}}{x^4}$ .

16)  $4bx^5 \sqrt{\frac{b}{2x}}$ .

17)  $\frac{2160 b^2 m^6}{n^8} \sqrt[3]{\frac{5b^2}{3m^2}}$ .

18)  $\frac{125x^8}{108y^8} \left(\frac{3y}{10x}\right)^{1/2}$ .

19)  $-\frac{64}{27y^{9/5}}$ .

20)  $2^6 a \sqrt[5]{a^4 b}$ .

21)  $3\sqrt{3} - 18\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[6]{432} - 16$ .

22)  $\frac{63}{2} - \frac{55\sqrt{2}}{4}$ .

- 24) a)  $9\sqrt{-3}$ .  
 b)  $-\frac{1}{10\sqrt{-10}}$ .
- 25) a) 36. b)  $-125\sqrt{-5}$ .
- 26) a) 9. b)  $-5(-5)^{1/6}$ .
- 27)  $-\frac{1}{8(-2)^{1/2}}$ .
- 28)  $-5 - 2\sqrt{6}$ .
- 29)  $-3 + 4\sqrt{-10}$ .
- 30)  $-9 - 46\sqrt{-1}$ .
- 31)  $5 - 134\sqrt{-2}$ .
- 32)  $-90\sqrt{10} - 460\sqrt{-10}$ .
- 33)  $2\sqrt{a+b} - 2\sqrt{2b}$ .
- 34)  $2\sqrt{2x+y} + 2\sqrt{2y}$ .
- 35)  $\sqrt{13} + \sqrt{-13} - 2\sqrt{12} + 13\sqrt{-1} - 2\sqrt{-39} - 2\sqrt{39}$ .
- 36)  $2\sqrt{-3} + 2\sqrt{-2}$ .
- 37)  $2a^2 - 2ab$ .
- 38)  $8x^4 + 4x^2y^2$ .

### § 26. Wurzeln zu extrahiren.

- 2)  $\pm \frac{27x^2}{64y}$ .
- 3)  $\pm \frac{27y}{125x^{9/5}}$ .
- 4)  $-\frac{243z^{15/2}}{1024b^{5/2}m^2}$ .
- 5)  $\pm \frac{27z^{3/4}}{125x^{9/8}y^{3/8}}$ .
- 6)  $\frac{64x^2}{y^4}$ .
- 7)  $\sqrt[3]{\sqrt{4096}}$   
 $= \sqrt[3]{\sqrt{64}} = \pm 2$ .
- 8)  $\pm \frac{x^{1/4}}{32b^{1/2}}$ .
- 9)  $-\frac{8b^2c^{4/5}}{m^{3/2}}$ .
- 10)  $\frac{x^6}{4a^3b^4}$ .
- 11)  $9x^4a^{1/3}$ .
- 12)  $\pm \frac{216m^{6/5}}{125b^{12/5}c}$ .
- 13)  $\pm \frac{729z^4}{512x^2y^{3/5}}$ .
- 14)  $\frac{9z^{1/3}}{25x^{3/2}y^{1/2}}$ .
- 15)  $\frac{4z}{mx^3}$ .
- 17)  $\pm (2 + 2\sqrt{2})$ .
- 18)  $\sqrt{17/2} - \sqrt{1/2}$ .
- 19)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ .
- 20)  $\pm (4 + \sqrt{2})$ .
- 21)  $\pm (5 - 3\sqrt{2})$ .
- 22)  $\pm (1 + \frac{1}{2}\sqrt{2})$ .

23)  $\pm (5 + 2\sqrt{3})$ .

24)  $\pm (8 - 5\sqrt{2})$ .

25)  $\pm (6 + \sqrt{3})$ .

26)  $\pm (17 - 4\sqrt{5})$ .

27)  $\pm (9 - 2\sqrt{7})$ .

28)  $\pm (10 + \sqrt{6})$ .

29)  $\sqrt{2a} + \sqrt{3b}$ .

30)  $\pm (3x^2 + x\sqrt{x^2 + y^2})$ .

31)  $\pm (13 + 4\sqrt{-5})$ .

32)  $\pm (8 - 7\sqrt{3}\sqrt{-1})$ .

33)  $\pm (5a + 9a\sqrt{-7})$ .

## § 27.

## VII. Exponiren (Logarithmiren.)

22) 4,1731571.

23) 4,3390139.

24) 4,6288689.

25) 4,7070163.

26) 4,8960023.

27)  $x = 29$ .

28)  $x = 495$ .

29)  $x = 1497$ .

30)  $x = 1744$ .

31)  $x = 22890$ .

32)  $x = 26845$ .

33)  $x = 33598$ .

34) 37647.

35) 42749.

36) 55719.

37)  $x = 65768$ .

38)  $x = 90575$ .

39)  $x = 96746$ .

40)  $x = 55337$ .

41) 5,0117523.

42) 5,0327235.

43) 5,8061955.

44) 6,3770991.

45) 5,5416628.

46) 6,6872900.

47) 6,7708865.

48) 6,8022308.

49) 6,8939951.

50) 6,9202020.

51)  $x = 87734000$ .

52)  $x = 837550000$ .

53)  $x = 5533900$ .

54) 101499000.

55)  $x = 3985783$ .

56) 2,9171903.

57) 0,7309921.

58) 2,7320558.

59) 1,8920055.

60) 4,0049401.

61)  $x = 888,44$ .

62)  $x = 7184,8$ .

63) 63,304.

64) 909,06.

65) 8,7208.

66) 2,2237.

67) 10215,7.

68) 0,7538128 — 2.

69) 0,0239517 — 3.

70) 0,6998031 — 1.

71) 0,9704678 — 3.

72)  $0,9730262 - 2.$

73)  $0,5900501 - 5.$

74)  $x = 0,038727.$

75)  $x = 0,0019726.$

76)  $x = 0,00013336.$

77)  $0,001134.$

78)  $0,011721.$

79)  $0,11942.$

80)  $3,8506015.$

81)  $1,6272419.$

82)  $4,6330380.$

83)  $0,3692252 - 1.$

96)  $- 3,8285439 = 0,1714561 - 4.$

97)  $3,8683346 n.$

98)  $- 3,9871001 = 0,0128999 - 4.$

99)  $3,9294188 n.$

100)  $- 3,9542695 = 0,0457305 - 4.$

101)  $x = \frac{1}{47744,2}.$

102)  $x = - 47744,2.$

103)  $x = \frac{1}{77,78853}.$

104)  $x = - 77,78853.$

105)  $2,7506694 n.$

106)  $- 2,7506694 = 0,2493306 - 3.$

84)  $0,6700375.$

85)  $0,4771314.$

86)  $0,4836985 - 3.$

87)  $1,4899595.$

88)  $x = 505651,1.$

89)  $x = 54017,92.$

90)  $x = 2,973088.$

91)  $113,9565.$

92)  $0,2511153.$

93)  $x = 0,02588843.$

94)  $x = 0,0009705297.$

95)  $1,7508014 n.$

### § 28. Aufgaben mit Logarithmen zu berechnen.

1)  $\log a + \log b + \log c - (\log d + \log f).$

2)  $m \log a + n \log b.$

3)  $m \log a - (n \log b + p \log c).$

4)  $\frac{n}{p} \log a + \frac{n}{n+1} \log b.$

5)  $\frac{1}{n}(m \log 2 + p \log b - q \log c).$

6)  $\log a + \frac{m}{n} \log c - (\log b + \frac{1}{2} \log d).$

- 7)  $\log a + \log b + \log (c + d)$ .  
 8)  $n \log (a + b) + m \log c - [\log (c + d) + \frac{3}{2} \log d]$ .  
 9)  $- m \log (a + b^n)$ .  
 10)  $\frac{1}{m} \log (a^2 - x^2) = \frac{1}{m} [\log (a + x) + \log (a - x)]$ .
- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| 11) 15453,13.    | 41) 0,53821.      |
| 12) 319,01.      | 42) 7,53657.      |
| 13) 15,589.      | 43) 13,70179.     |
| 14) 24,48.       | 44) 3,01638.      |
| 15) 1060742.     | 45) 2,48552.      |
| 16) 0,5068965.   | 46) 0,95932.      |
| 17) 0,00724619.  | 47) 2,227645.     |
| 18) 9,87112.     | 48) 31,71402.     |
| 19) 0,000178582. | 49) 1,443779.     |
| 20) 284712.      | 50) 0,982093.     |
| 21) 1582,43.     | 51) 0,0106295.    |
| 22) 76452,73.    | 52) 1,295695.     |
| 23) 1,206556.    | 53) 0,23081.      |
| 24) 38,4064.     | 54) 2,49334.      |
| 25) 0,2806288.   | 55) 1,90176.      |
| 26) 67,32069.    | 56) 8930,856.     |
| 27) 151,4369.    | 57) 1,29569.      |
| 28) 5,12992.     | 58) 0,596544.     |
| 29) 1,81983.     | 59) 1,06662.      |
| 30) 36,3231.     | 60) 2,00291.      |
| 31) 0,830103.    | 61) 28,94639.     |
| 32) 1,025981.    | 62) 2016,91.      |
| 33) 8,11108.     | 63) 144,597.      |
| 34) 0,896526.    | 64) 0,0000536795. |
| 35) 0,873569.    | 65) 114379,7.     |
| 36) 126,826.     | 66) — 1988,204.   |
| 37) 3,94319.     | 67) 7,95667.      |
| 38) 0,00019621.  | 68) 1,26187.      |
| 39) 0,9366867.   | 69) 1,26485.      |
| 40) 0,982439.    |                   |

70) 0,886506.

72) 0,45976.

71) 1,511912.

73) 1,097931.

### § 29. Verschiedene Aufgaben.

- 1)  $65\frac{5}{24} (x + y) + 511\frac{1}{210} a t + \frac{9}{4} \frac{1}{m} = 235\frac{11}{12}$ .
- 2)  $-47gh - 34kn + 39\frac{a}{b} - 23mp + 8nq = -733$ .
- 3)  $13\frac{1}{8}ab + 1\frac{1}{30}dc + 4\frac{1}{7}fg = 7\frac{11}{360}$ .
- 4)  $-3ab + 225df + 51fgh + 53lmn = 2124$ .
- 5)  $17\frac{1}{40} (a + b) - \frac{9}{14}bd - \frac{9}{32}xy$   
 $- 7abdc$
- 6)  $\frac{-7abdc}{2(2ab + 3dc)(2ab + 3dc)}$ .
- 7)  $47\frac{a}{b} - 2\frac{1}{2} \frac{c}{d} + 4\frac{1}{5} \frac{x}{y} = 1\frac{1}{66}$ .
- 8)  $169\frac{1}{10} (a + b) - \frac{1}{4} \frac{c}{d} + \frac{1}{2} \frac{h}{k} = 169\frac{1}{2}$ .
- 9)  $-1,008 (a - b) - 4,257 \frac{x}{y} + 12,1048 \frac{d}{f} = 2,9953$ .
- 10)  $6\frac{11}{12} (a + b) - 407\frac{1}{24} (f - g) + 5\frac{3}{8} (k + l)$ .
- 11)  $-13,49 ab + 8,78 cd + 4,293 dg$ .
- 12)  $\frac{5h(x-1)}{2d(7a+9b)^2}$ .
- 13)  $(a + 2b)(3a + 5b)$ .
- 14)  $(a - 4b)(5a + 3b)$ .
- 15)  $(a + 5b)(7a - 2b)$ .
- 16)  $(4a - b)(a - 5b)$ .
- 17)  $(3x + 7y)(4x + 5y)$ .
- 18)  $(7x + 3y)(5x + 11y)$ .
- 19)  $(3x - 2y)(5x + 13y)$ .
- 20)  $(x - 3y)(5x + 7y)$ .
- 21)  $(5x - 7y)(11x - 13y)$ .
- 22)  $(7x - 11y)(13x - 17y)$ .
- 23)  $1\frac{1}{40} \sqrt{a} - 2\frac{1}{60} \sqrt{b} + 9\frac{5}{8} \sqrt[3]{c} + 0,1\sqrt[4]{d} + 8\frac{1}{4} \sqrt[5]{3}$   
 $= 25,211243$ .
- 24)  $\frac{15xy}{(n+1)^2}$ .
- 25)  $\frac{3}{10} a^{3m-n} + \frac{1}{8} a^{2m} b^m - \frac{1}{8} a^m b^{2m} - \frac{5}{6} a^{-n} b^{3m}$ .
- 26)  $8a^{-7} + 4b^{-2} + 2d^8 - 4f^m - 12g^n$ .
- 27)  $(10b^2 + 2bc) y^4 - (9b^2 - 7bc) y^5 + (3b^2 - 8bc) y^6$   
 $- (2b^2 + 3bc) y^7$ .

28)  $\frac{3a - 6b}{5a - 9b}$ .

29)  $\frac{5a - 12b}{7a + 5b}$ .

30)  $\frac{(9a - b)c}{(2a + 3b)d}$ .

34)  $a^7 \pm 7a^6b + 21a^5b^2 \pm 35a^4b^3 + 35a^3b^4 \pm 21a^2b^5 + 7ab^6 \pm b^7$ .

35)  $a^{10} \pm 10a^9b + 45a^8b^2 \pm 120a^7b^3 + 210a^6b^4 \pm 252a^5b^5 + 210a^4b^6 \pm 120a^3b^7 + 45a^2b^8 \pm 10ab^9 + b^{10}$ .

36)  $-0,649 \frac{a}{b} + 4,558c - 15,117d + 1,3e = 0,071545$ .

37)  $\frac{9}{5}bx^{-1} - \frac{177}{200} - \frac{1}{5}b^{-1}x + 2b^{-2}x^2 - \frac{29}{24}b^{-3}x^3 + \frac{7}{12}b^{-4}x^4 = 8^{1097/7500}$ .

38)  $8^{1/16}a^{6m-2n+2} + 3a^{5m-n+2}b^{m-n} + \frac{4}{9}a^{4m+2}b^{2m-2n}$ .

39)  $1 \pm 12x + 66x^2 \pm 220x^3 + 495x^4 \pm 792x^5 + 924x^6 \pm 792x^7 + 495x^8 \pm 220x^9 + 66x^{10} \pm 12x^{11} + x^{12}$ .

40)  $625 - 2000x + 2400x^2 - 1280x^3 + 256x^4$ .

41)  $-(6m^4 + 4mn^3)y^2 + (11m^3n - 9m^2n^2)y^4 - (16m^2n^2 - 7mn^3)y^6$ .

42)  $81a^{4m} + 6a^{4m-1}b + \frac{1}{9}a^{4m-2}b^2$ .

43)  $\frac{11a^2b^2 - 9b^4}{4(a^2 + 3b^2)(a^2 - 3b^2)}$ .

44)  $\pm \frac{a^3}{x^6b^4} \sqrt[4]{\frac{3^3y^3}{2^3b^2}}$ .

45)  $\pm \frac{3b}{5x} \sqrt{\frac{3a}{5x}}$ .

46)  $\frac{x^7}{128} + \frac{7x^6y}{32} + \frac{21}{8}x^5y^2 + \frac{35}{2}x^4y^3 + 70x^3y^4 + 168x^2y^5 + 224xy^6 + 128y^7$ .

47)  $81 + \frac{216}{5}x + \frac{216}{25}x^2 + \frac{96}{125}x^3 + \frac{16}{625}x^4$ .

48)  $x^5 - x^4y + \frac{2}{5}x^3y^2 - \frac{2}{25}x^2y^3 + \frac{1}{125}xy^4 - \frac{1}{3125}y^5$ .

49)  $0,6 \log a - 1,32 \log b + 6,9 \log c = -1,2662135$ .

50)  $\frac{2}{3}a^{-1}b - \frac{31}{20}ab^{-1} - \frac{1133}{1200}a^3b^{-3} + \frac{3}{5}a^5b^{-5} - \frac{109}{160}a^7b^{-7} - \frac{3}{8}a^9b^{-9}$ .

31)  $\frac{2a - 5b}{3a - b}$ .

32)  $\frac{2a + 3b}{3a - 8b}$ .

$$51) \frac{8a^{3m}}{729b^{3m}} + \frac{a^{3m-1}c^2}{18b^{3m+1}} + \frac{3a^{3m-2}c^4}{32b^{3m+2}} + \frac{27a^{3m-3}c^6}{512b^{3m+3}}.$$

$$52) 3x - 4x^{1/2}y^{1/2}.$$

$$55) ax - x^2.$$

$$53) 2a^2 - 3ab.$$

$$56) b^4c^4 + 3b^3c^3d^2.$$

$$54) a + 3.$$

$$57) 2x^2 - 3x.$$

$$58) \frac{35b - 6xb^2 + x^3 - 20b^3}{5(x-2b)(x+2b)(x^2+4b^2)}.$$

$$59) 8,01 \log x - 2,53 \log y - 0,32 \log z = 4,8623312.$$

$$60) 243a^5c^5 - 810a^4c^4bd + 1080a^3c^3b^2d^2 - 720a^2c^2b^3d^3 + 240acb^4d^4 - 32b^5d^5.$$

$$61) {}^{16/81}x^{12} - {}^{8/9}x^{11}y + {}^{3/2}x^{10}y^2 - {}^{9/8}x^9y^3 + {}^{81/256}x^8y^4.$$

$$62) -\frac{3a^{12}}{2x^6} \sqrt[5]{\frac{3b^3}{2000}}.$$

$$63) \frac{1}{5}a^{2m+p-1} - \frac{2}{40}a^{2m+p-3} + \frac{287}{480}a^{2m+p-5} - \frac{1}{8}a^{2m+p-7} + \frac{1}{192}a^{2m+p-9} + \frac{1}{16}a^{2m+p-11} = 106\frac{1}{2}.$$

$$64) \frac{5acd}{2b} - \frac{23c^2}{45} + \frac{1021bc^3}{315ad} - \frac{109b^2c^4}{105a^2d^2} + \frac{100b^3c^5}{63a^3d^3} - \frac{8b^4c^6}{9a^4d^4}.$$

$$65) \frac{2x^2}{3y^2} - \frac{3x}{4y} + \frac{5}{2} + \frac{3y}{2x}.$$

$$66) (4a^2b^2 - 4ab^3 + b^4)x^4 - (12a^2b^2 + 2ab^3 - 4b^4)x^5 + (9a^2b^2 + 12ab^3 + 4b^4)x^6.$$

$$67) 9x^3 + 30x\sqrt[6]{x^5y^2} + 25\sqrt[3]{x^2y^2}.$$

$$68) \frac{2x^3 - 5x^2 + 4x}{x^4 - 1}.$$

$$69) \pm \frac{3^{5/4}a^{1/2}b^{1/8}y^{3/4}}{2^{5/2}x^{5/4}}.$$

$$70) 32a^{20} + 20a^{18}b^2 + 5a^{16}b^4 + \frac{5}{8}a^{14}b^6 + \frac{5}{128}a^{12}b^8 + \frac{1}{1024}a^{10}b^{10}.$$

$$71) (a+b)\sqrt[3]{3c}.$$

$$72) \frac{x+1}{a} \sqrt{\frac{x}{a+b}}.$$

$$73) \frac{2b}{27a} - \frac{2}{3} + \frac{203a}{216b} - \frac{71a^2}{54b^2} - \frac{283a^3}{144b^3} + \frac{55a^4}{36b^4} - \frac{a^5}{6b^5}.$$

- 74)  $\frac{y^2z^{-2}}{2} - \frac{3yz^{-1}}{4} - \frac{3}{2} + \frac{zy^{-1}}{3}$ .
- 75)  $(16b^2c^2 - 8bc^3 + c^4) - (16b^2c^2 - 28bc^3 + 6c^4)y + (4b^2c^2 - 12bc^3 + 9c^4)y^2$ .
- 76)  $1 + a + a^2 \dots + a^{n-1} + \text{Rest } \frac{a^n}{1-a}$  wird kleiner wenn  $a$  zwischen den Grenzen  $+1$  und  $-1$  liegt.
- 77)  $1 - 2b + 4b^2 \dots + (-1)^{n-1}(2b)^{n-1} + \text{Rest } (-1)^n \frac{(2b)^n}{1+2b}$  wird kleiner wenn  $b$  zwischen den Grenzen  $+1/2$  und  $-1/2$  liegt.
- 78)  $c + cm + cm^2 \dots + cm^{n-1} + \text{Rest } \frac{cm^n}{1-m}$  wird kleiner, wenn  $m$  zwischen den Grenzen  $+1$  und  $-1$  liegt.
- 79)  $a + \frac{9b^2}{a} + \frac{81b^4}{a^3} + \frac{729b^6}{a^5} \dots + \frac{(3b)^{2n-2}}{a^{2n-3}} + \text{Rest } \frac{(3b)^{2n}}{a^{2n-3}(a^2 - 9b^2)}$  wird kleiner, wenn  $b$  zwischen den Grenzen  $-1/3a$  und  $+1/3a$  liegt.
- 80)  $\frac{4}{9} - \frac{31y^2}{81a^2} + \frac{31y^4}{729a^4} \dots + (-1)^{n-1} \frac{31y^{2n-2}}{9(3a)^{2n-2}} + \text{Rest } (-1)^n \frac{31y^{2n}}{9(3a)^{2n-2}(9a^2 + y^2)}$  wird kleiner, wenn  $y$  zwischen den Grenzen  $-3a$  und  $+3a$  liegt.
- 81)  $z^2 + 22a^2 + \frac{550a^4}{z^2} + \frac{13750a^6}{z^4} \dots + \frac{22a^2(5a)^{2n-4}}{z^{2n-4}} + \text{Rest } \frac{22a^2(5a)^{2n-2}}{z^{2n-4}(z^2 - 25a^2)}$  wird kleiner, wenn  $a$  zwischen den Grenzen  $-1/5z$  und  $+1/5z$  liegt.
- 82)  $2a - 3b$ .
- 83)  $b^3 - 8m^3$ .
- 84)  $(a^2 - b^2)x^5 - (a^2 + 5ab)x^4 + (a^2 + 3ab + 2b^2)x^3 - (4a^2 + 5b^2)x^2 + (4a^2 + 2ab)x - (a^2 - 4b^2)$ .
- 85)  $(m^2 - n^2)y^{10} - (2m^2 + 2n^2)y^8 + (3m^2 - 3n^2)y^6 - (3m^2 - 2mn + 3n^2)y^4 + (2m^2 - 2n^2)y^2 - (m^2 - 2mn + n^2)$ .
- 86)  $(64a^6 - 16a^3b^3 + b^6)y^8 - (48a^6 - 38a^3b^3 + 4b^6)y^9 + (9a^6 - 12a^3b^3 + 4b^6)y^{10}$ .

$$87) 27a^2b^{5/2} - 27a^3b^{7/3} + 9a^4b^{13/6} - a^5b^2.$$

$$88) \frac{2a^2 + 4ab - 3b^2}{a^2 + 4ab + 4b^2}.$$

$$89) \frac{2x^{m+1} - x}{3x^m - 1}.$$

$$90) (a^2 - c^2)x^3 - (2a^2 + 4ac)x^2 + (3a^2 + 4ac - 2c^2)x \\ - (3a^2 + 9ac + 4c^2) + (2a^2 + 6ac - c^2) \frac{1}{x} \\ - (a^2 + 7ac + 12c^2) \frac{1}{x^2}.$$

$$91) (6a^4 - 5a^2b^2 + b^4)x^5 - (13a^4 - 2b^4)x^4 + (23a^4 - 8a^2b^2 \\ + 4b^4)x^3 - (10a^4 - 7a^2b^2 - b^4)x^2 + (3a^4 - 16a^2b^2)x \\ + a^4 - 4b^4.$$

$$92) \frac{4x^4}{9a^4} - 1 + \frac{9a^4}{16x^4}.$$

$$93) x^8 - 16x^7 + 112x^6 - 448x^5 + 1120x^4 - 1792x^3 + 1792x^2 \\ - 1024x + 256.$$

$$94) \frac{b^3 + 2b}{b^5 + 1}.$$

$$95) a^2(4a - 5b)(4a + 5b).$$

$$96) v^2(11z^2 - 3v^2)(11z^2 + 3v^2).$$

$$97) 3x^3 \left( \frac{5x}{2y} - \frac{2}{7} \right) \left( \frac{5x}{2y} + \frac{2}{7} \right).$$

$$98) \frac{3}{5b} \left( \frac{3z^3}{2b^2} - \frac{7z^2}{6b} \right) \left( \frac{3z^3}{2b^2} + \frac{7z^2}{6b} \right).$$

$$99) \frac{2a}{3b} \left( \frac{4a}{3b} - \frac{5}{11} \right) \left( \frac{4a}{3b} + \frac{5}{11} \right).$$

$$100) (2x - 5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2).$$

$$101) (4b^2 - 3c^2)(16b^4 + 12b^2c^2 + 9c^4).$$

$$102) (6x^2 - 7xy)(36x^4 + 42x^3y + 49x^2y^2).$$

$$103) - \frac{ax^3 - 1}{a^4x^4 - a^2x^6}.$$

$$104) \frac{2a^n - 1}{4a^{2m+n-2} + 2a^{m+n-2}}.$$

$$105) (3a^4 - 7a^3b - 6a^2b^2)x^9 - (4a^4 + 14a^3b - a^2b^2)x^8 \\ - (3a^4 - 12a^3b)x^7 - (a^4 + 5a^3b - 6a^2b^2)x^6 - (20a^4 \\ - 15a^3b - a^2b^2)x^5 + (25a^4 - a^2b^2)x^4.$$

- 106)  $24c^2$ .
- 107)  $25ab - 60ab \sqrt[6]{a^3b} + 36a^2b \sqrt[3]{a^2b}$ .
- 108)  $a^8 + 8a^6b^2 + 24a^4b^4 + 32a^2b^6 + 16b^8$ .
- 109)  $\frac{2m^4 - m^3n - m^2n^2 - mn^3 + n^4}{m^5 + n^5}$ .
- 110)  $60mn$ .
- 111)  $\frac{32}{81} \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{4x}{3y} \sqrt[3]{\frac{x}{y}} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{\left(\frac{x}{y}\right)^2} - \frac{9}{16}$ .
- 112)  $8a^4b \sqrt[4]{ab} - 84a^3b \sqrt[3]{a^2b} + 294a^2b \sqrt[6]{a^5b} - 343a^2b$ .
- 113)  $8^{1/256} m^{20} - 9^8 m^{18} n^2 + 3^2 m^{16} n^4 - 8^9 m^{14} n^6 + 16^6 m^{12} n^8$ .
- 114)  $-\frac{a^{4m+4} + 8}{(a^{2m+2} + 2)(a^{m+1} + 1)}$ .
- 115)  $(3x^2 + y^2)(9x^4 - 3x^2y^2 + y^4) = (3x^2)^3 - (-y^2)^3$ .
- 116)  $(5c + 2g)(25c^2 - 10cg + 4g^2)$ .
- 117)  $\left(\frac{6x^2}{5y^2} - \frac{5x}{3y}\right) \left(\frac{36x^4}{25y^4} + \frac{2x^3}{y^3} + \frac{25x^2}{9y^2}\right)$ .
- 118)  $\left(\frac{2a}{3b} + \frac{3b}{2a}\right) \left(\frac{4a^2}{9b^2} - 1 + \frac{9b^2}{4a^2}\right)$ .
- 119)  $4a^2(3a - 5b)(9a^2 + 15ab + 25b^2)$ .
- 120)  $3x(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ .
- 121)  $(10m^4 - 19m^3n + 6m^2n^2) \sqrt{x} + (9m^4 + 17m^3n - 10m^2n^2) x \sqrt{x} - (14m^4 + 6m^3n - 14m^2n^2 - 3mn^3) x^2 \sqrt{x} + (3m^4 - 14m^3n - 11m^2n^2 - 2mn^3) x^3 \sqrt{x} + (4m^3n + m^2n^2) x^4 \sqrt{x}$ .
- 122)  $\frac{2\sqrt[5]{x^{-3}}}{3} + \frac{3x^{-1}}{5} - \frac{x^{-1}\sqrt[5]{x^{-2}}}{6}$ .
- 123)  $1552 - 896 \sqrt[3]{3}$ .
- 124)  $(27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3)y \sqrt[6]{y} - (8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3) \sqrt[3]{y^2}$ .
- 125)  $21725 + 12538 \sqrt[3]{3}$ .
- 126)  $-\frac{7a^3 - 15a^2x + 9ax^2 + 3x^3}{(2a - 3x)(5a + x)}$ .
- 127)  $5b(3b - 2)(9b^2 + 6b + 4)$ .
- 128)  $7(1 + 2x^2)(1 - 2x^2 + 4x^4)$ .

- 129)  $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2)$ .
- 130)  $(3m - 5n)(3m + 5n)(9m^2 + 25n^2)$ .
- 131)  $5x^2(3x - 2y)(3x + 2y)(9x^2 + 4y^2)$ .
- 132)  $(2a^{5/6} b^{4/5} + 5a^{2/3} b^{6/5})(4a^{1/3} b^{1/5} - 11)$ .
- 133)  $(6a^{1/2} - 7b^{1/5})(2a^{3/4} b^{9/10} + 5a^{7/12} b^{13/10})$ .
- 134)  $2\sqrt{a^6 - b^6} - 3b^2\sqrt[3]{a^3 + \sqrt{a^6 - b^6}}$   
 $+ 3b^2\sqrt[3]{a^3 - \sqrt{a^6 - b^6}}$ .
- 135)  $x^{12} + 12x^{11}y + 60x^{10}y^2 + 160x^9y^3 + 240x^8y^4 + 192x^7y^5$   
 $+ 64x^6y^6$ .
- 136)  $a^{16} + 4a^{14}b^2 + 7a^{12}b^4 + 7a^{10}b^6 + \frac{35}{8}a^8b^8 + \frac{7}{4}a^6b^{10}$   
 $+ \frac{7}{16}a^4b^{12} + \frac{1}{16}a^2b^{14} + \frac{1}{256}b^{16}$ .
- 137)  $\pm (a^3 - \frac{3}{2}ab^2 + \frac{3}{8}\frac{b^4}{a} + \frac{1}{16}\frac{b^6}{a^3} + \frac{3}{128}\frac{b^8}{a^5}$   
 $+ \frac{3}{256}\frac{b^{10}}{a^7} \dots)$ .
- 138)  $-\frac{x^3 + x^2y - 25xy^2 - 12y^3}{(2x + 3y)(3x + 2y)}$ .
- 139)  $\frac{3(2a^4 - 5a^3b - 4a^2b^2 - ab^3 + b^4)(4a^2 + 2ab + b^2)}{ab(2a - b)(38a^3 + 19a^2b + 5ab^2)}$ .
- 140)  $a^2 + \frac{2}{3}ab - \frac{1}{9}b^2 + \frac{4}{81}\frac{b^3}{a} - \frac{7}{243}\frac{b^4}{a^2} \dots$ .
- 141)  $\frac{23a + 31b\sqrt{x}}{40a^2\sqrt{x} + 20abx}$ .
- 142)  $\frac{4y(5x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{(3x - y)(51x^2 + 17xy + 5y^2)}$ .

## § 31.

### I. Gleichungen vom ersten Grade.

Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

5)  $x = 2$ .

6)  $x = 6$ .

7)  $z = -4$ .

8)  $x = 4$ .

9)  $y = -2$ .

10)  $x = 2$ .

11)  $x = 9$ .

12)  $x = 6$ .

- |                          |                    |
|--------------------------|--------------------|
| 13) $x = 3.$             | 47) $x = 4.$       |
| 14) $x = 15.$            | 48) $x = 2.$       |
| 15) $x = 12.$            | 49) $x = 5.$       |
| 16) $x = 4^{86}/_{125}.$ | 50) $x = 12.$      |
| 17) $y = 1/8.$           | 51) $x = 9.$       |
| 18) $x = 9.$             | 52) $x = 4.$       |
| 19) $x = 3/7.$           | 53) $x = 7.$       |
| 20) $x = 6^2/3.$         | 54) $x = 8.$       |
| 21) $x = 279.$           | 55) $x = 4.$       |
| 22) $x = 26^7/8.$        | 56) $x = 6.$       |
| 23) $x = 21.$            | 57) $x = 3.$       |
| 24) $x = 0,06.$          | 58) $x = 7.$       |
| 25) $x = -14.$           | 59) $x = 13.$      |
| 26) $x = 4.$             | 60) $x = 9.$       |
| 27) $x = -53/_{146}.$    | 61) $x = 3.$       |
| 28) $x = 42.$            | 62) $x = 3.$       |
| 29) $x = 2.$             | 63) $x = 7.$       |
| 30) $x = 1/4.$           | 64) $x = 9.$       |
| 31) $x = 90/_{161}.$     | 65) $x = 3.$       |
| 32) $x = 1/7.$           | 66) $x = 51.$      |
| 33) $x = -2^{33}/_{46}.$ | 67) $x = 7.$       |
| 34) $x = 9.$             | 68) $x = 8.$       |
| 35) $x = 5.$             | 69) $x = 4.$       |
| 36) $x = 7.$             | 70) $x = 4.$       |
| 37) $x = 4.$             | 71) $x = 7.$       |
| 38) $x = 9.$             | 72) $x = 4.$       |
| 39) $x = 5.$             | 73) $x = 3.$       |
| 40) $x = 7.$             | 74) $x = 5.$       |
| 41) $x = 8.$             | 75) $x = 8.$       |
| 42) $x = 1.$             | 76) $x = 3.$       |
| 43) $x = 2.$             | 77) $x = 7.$       |
| 44) $x = 4.$             | 78) $x = 1/5.$     |
| 45) $x = 6.$             | 79) $x = 13.$      |
| 46) $x = 21.$            | 80) $x = 1/_{15}.$ |

- 81)  $x = -4$ .
- 82)  $x = \frac{2}{15}$ .
- 83)  $x = 3\frac{1}{3}$ .
- 84)  $x = -17$ .
- 85)  $x = 3\frac{1}{3}$ .
- 86)  $x = \frac{12a - 3b}{8}$ .
- 87)  $x = \frac{9b - 8a}{4}$ .
- 88)  $x = \frac{a(2a + b)}{2b}$ .
- 89)  $x = \frac{2a^2}{4c - 3b}$ .
- 90)  $x = \frac{h^2 - 8d^2}{f - g}$ .
- 91)  $x = \frac{a + b}{m + 1}$ .
- 92)  $x = \frac{b(d - c)}{a}$ .
- 93)  $x = \frac{ac}{c - b}$ .
- 94)  $x = \frac{bdf}{ad + bc - bd}$ .
- 95)  $x = \frac{cfh(k - a)}{bfh + cdh + cfg}$ .
- 96)  $x = \frac{30bc - 8a^2}{45a}$ .
- 97)  $x = \frac{3a - 6}{4}$ .
- 98)  $x = \frac{70ab - 3ac}{320c}$ .
- 99)  $x = \frac{bc}{a + b}$ .
- 100)  $x = \frac{11ab}{5a + 2b}$ .
- 101)  $x = \frac{5a(4b - 3a)}{2(2a - 7b)}$ .
- 102)  $x = \frac{15ab}{8a + b}$ .
- 103)  $x = \frac{3ab}{46b - 19a}$ .
- 104)  $x = -\frac{5a}{6}$ .
- 105)  $x = \frac{c(d - ab)}{a}$ .
- 106)  $x = \frac{ac}{ab - d}$ .
- 107)  $x = \frac{2a(2b^2 - 5)}{4a - 3b}$ .
- 108)  $x = \frac{bcf(d^2 - ab)}{a^3f - abce - abcdf}$ .
- 109)  $x = \frac{b}{c}$ .
- 110)  $x = \frac{ac}{b}$ .
- 111)  $z = \frac{b(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}$ .
- 112)  $x = \frac{8a - 3b}{4}$ .
- 113)  $x = \frac{30a^2 + 34ab + 8b^2}{25a}$ .
- 114)  $x = \frac{24a^2 + 18ab - 3b^2}{17a - 6b}$ .
- 115)  $x = -5a$ .
- 116)  $x = \frac{ad - ce}{cf - bd}$ .
- 117)  $x = \frac{5n^4(6n + m)}{3m^2(2m^2 - 5n^2)}$ .
- 118)  $z = \frac{60a^7 - 10m^7}{6a^5m + 45m^6}$ .
- 119)  $y = \frac{45b^6 - 24b^3c^3}{50b^5 + 60c^5}$ .
- 120)  $z = \frac{3m^8 + 6n^8}{12m^4n^3 + 2n^7}$ .

121)  $y = \frac{3ab(2a^2 - 3c^2)}{2(6b^3 - a^3)}$

122)  $x = \frac{3b^3}{5a^2 + 63ab}$

123)  $x = \frac{b^2}{5a - 4b}$

124)  $x = 32$

125)  $x = 12$

126)  $x = 37\frac{3}{5}$

127)  $x = 12$

128)  $x = 43$

129)  $x = 4$

130)  $x = 9$

131)  $x = 25$

132)  $x = 49$

133)  $x = \frac{25a}{16}$

134)  $x = \frac{9}{20}$

135)  $x = 9$

136)  $x = 9$

137)  $x = 81$

138)  $x = 25$

139)  $x = 4a^2 + 2b^2$

140)  $x = 4$

141)  $x = \frac{100}{1369}$

142)  $x = -1\frac{7}{11}$

143)  $x = 4$

## § 32.

## Gleichungen mit mehreren unbekanntem Zahlen.

5)  $x = 7, y = 4$

6)  $x = 4, y = 2$

7)  $x = 3, y = 6$

8)  $x = 7, y = 10$

9)  $x = 10, y = 3$

10)  $x = 3\frac{1}{2}, y = 8$

11)  $x = 5, y = 4\frac{1}{3}$

12)  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

13)  $x = 2, y = -3$

14)  $x = \frac{5}{7}, y = 8$

15)  $x = -\frac{1}{4}, y = \frac{2}{3}$

16)  $x = 15, y = 2$

17)  $x = -2, y = -3$

18)  $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{4}$

19)  $x = 7, y = 2\frac{1}{3}$

20)  $x = 6, y = 8$

21)  $x = 6\frac{6}{7}, y = -1\frac{3}{7}$

22)  $x = 9, y = 8$

23)  $x = 24, y = 45$

24)  $x = 6, y = 12$

25)  $x = 7, y = 14$

26)  $x = 19, y = 3$

27)  $x = 5, y = 2$

28)  $x = 6, y = 8$

29)  $x = 5, y = 2$

30)  $x = 4, y = 3$

31)  $x = 21, y = 20$

32)  $x = 3, y = 5$

33)  $x = 2\frac{3}{5}, y = 2\frac{1}{5}$

34)  $x = 514, y = 10$

35)  $x = 12, y = 16$

36)  $x = 16, y = 24$

37)  $x = 7, y = 5$

38)  $x = 6, y = 10$

39)  $x = 3, y = 2.$

40)  $x = 2^{1/4}, y = 3^{1/5}.$

41)  $x = 7, y = 10.$

42)  $x = 4, y = 2.$

43)  $x = 2, y = 3.$

44)  $x = 1, y = 4.$

45)  $x = 3/5.$   
 $y = -2/3.$

46)  $x = -2/9$   
 $y = 1/5.$

47)  $x = \frac{a}{a-b}$   
 $y = \frac{b}{a+b}.$

48)  $x = \frac{2}{m+n}$   
 $y = \frac{2}{m-n}.$

49)  $x = \frac{bc - ad}{nb - md}$   
 $y = \frac{bc - ad}{mc - na}.$

50)  $x = \frac{2b^2 - 6a^2 + c}{3a}$   
 $y = \frac{3a^2 - b^2 + c}{3b}.$

51)  $x = \frac{ab}{a-b}$   
 $y = \frac{ab}{a+b}.$

52)  $x = \frac{31a + 21b}{72}$   
 $y = \frac{15b - a}{18}.$

53)  $x = \sqrt{(2ab + b^2)} + b$   
 $y = \sqrt{(2ab + b^2)} - b.$

54)  $x = 5$   
 $y = 3$   
 $z = 7.$

55)  $x = 7$   
 $y = 2$   
 $z = 1.$

56)  $x = 1/2$   
 $y = 5$   
 $z = 1/3.$

57)  $x = 31$   
 $y = 81$   
 $z = 1500.$

58)  $x = 9$   
 $y = 50$   
 $z = 40.$

59)  $x = 15$   
 $y = 12$   
 $z = 20.$

60)  $x = 2$   
 $y = -3$   
 $z = -4.$

61)  $x = 11$   
 $y = 15$   
 $z = 23.$

62)  $x = 4^{1/3}$   
 $y = -1/3$   
 $z = -1^{1/3}.$

63)  $x = 17.$   
 $y = 13.$   
 $z = 10.$

64)  $x = 20$   
 $y = 8$   
 $z = 3.$

65)  $x = 10$   
 $y = 12$   
 $z = 15.$

66)  $x = -2$   
 $y = 10$   
 $z = 25.$

- 67)  $x = 2$   
 $y = \frac{1}{2}$   
 $z = \frac{1}{4}$ .
- 68)  $x = 2$   
 $y = 4$   
 $z = 3$ .
- 69)  $x = 2$   
 $y = 2$   
 $z = 4$ .
- 70)  $x = \frac{1}{2}$   
 $y = -2$   
 $z = -3$ .
- 71)  $x = 3$   
 $y = 2$   
 $z = 6$ .
- 72)  $x = 1$   
 $y = 2$   
 $z = 3$ .
- 73)  $x = 8$   
 $y = 9$   
 $z = 12$ .
- 74)  $x = 2^{8/51}$   
 $y = 4^{16/51}$   
 $z = 2^{16/17}$ .
- 75)  $x = 5$   
 $y = 4$   
 $z = 3$ .
- 76)  $x = 8$   
 $y = 6$   
 $z = 9$ .
- 77)  $x = 10$   
 $y = 8$   
 $z = 24$ .
- 78)  $x = 111, y = 33$   
 $z = 244, u = 50$ .
- 79)  $x = 3\frac{1}{3}, y = -3\frac{1}{3}$   
 $z = 0, v = \frac{1}{3}$ .
- 80)  $x = 14\frac{1}{5}, y = 7$   
 $z = -21\frac{3}{5}, v = -35$ .
- 81)  $x = 0, y = 5$   
 $z = -2, v = 3$ .
- 82)  $x = 3, y = 5$   
 $z = 0, v = -1$ .
- 83)  $x = 2, y = 0$   
 $z = -1, v = 3$ .
- 84)  $x = 3a - b$   
 $y = 2a + c$   
 $z = 5b - 3c$ .
- 85)  $x = m + 2n$   
 $y = 2m - n$   
 $z = 3m - 2n$ .
- 86)  $x = 3a - 5b$   
 $y = 6b + 3c$   
 $z = a - 3c$ .
- 87)  $x = 2a + b$   
 $y = 2b - c$   
 $z = 2c$ .
- 88)  $x = 3a - b$   
 $y = a + b$   
 $z = 0$ .
- 89)  $x = 2a - c$   
 $y = 0$   
 $z = a + 2c$ .
- 90)  $x = 7a + b$   
 $y = -a$   
 $z = 2a + b$ .
- 91)  $x = 2m - n$   
 $y = m$   
 $z = 3n$ .
- 92)  $x = 3, y = -2$   
 $z = \sqrt{5} = \pm 2,236 \dots$
- 93)  $x = 5, y = -3$   
 $z = \sqrt{2} = \pm 1,4142 \dots$
- 94)  $x = \sqrt{3} = \pm 1,732 \dots$   
 $y = -4, z = 1$ .

$$95) \quad \begin{array}{l} x = \frac{1}{2}, \quad z = \frac{1}{3} \\ y = \sqrt{7} = \pm 2,645 \dots \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 96) \quad x = -2a\sqrt{3}, \quad z = 5a \\ y = 3a\sqrt{2}. \end{array} \right.$$

## § 33.

## II. Gleichungen vom zweiten Grade.

## Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

## a) Rein quadratische Gleichungen.

- |  |   |
|--|---|
| 3) $x = \pm 10.$   | 18) $x = \sqrt{\frac{439}{330}}$                |
| 4) $x = \pm 6.$  | $= \pm 1,153388 \dots$                          |
| 5) $x = \pm 2,645 \dots$   | 19) $x = \pm \sqrt[3]{8}.$                      |
| 6) $x = \pm 15.$   | 20) $x = \pm c \sqrt{\frac{n}{m}}.$             |
| 7) $x = \pm 3.$  | 21) $x = \pm a \sqrt{\frac{p}{m+n}}.$           |
| 8) $x = \pm 2\sqrt{-1}.$   | 22) $x = \pm \sqrt{b^2 - ac}.$                  |
| 9) $x = \pm 3\sqrt{-2}.$   | 23) $x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{ab}.$             |
| 10) $x = \pm 7.$   | 24) $x = \pm \frac{\sqrt{abc}}{a}.$             |
| 11) $x = \pm 5.$   | 25) $x = \pm \frac{\sqrt{abmn}}{an}$            |
| 12) $z = \pm 2\sqrt{-1}.$  | $= \pm \sqrt{\frac{bm}{an}}.$                   |
| 13) $x = \pm \sqrt[3]{5}.$   | 26) $x = \pm \sqrt{a^2 - b}.$                   |
| 14) $x = \sqrt[25]{121}.$  | 27) $x = \pm \sqrt{\frac{d(2b-df)}{c(2a-cf)}}.$ |
| 15) $x = \pm \sqrt{\frac{119}{82}}$  |   |
| $= \pm 1,20466 \dots$  |   |
| 16) $z = \pm \sqrt{\frac{1494}{485}}$  |   |
| $= \pm 1,75511 \dots$  |   |
| 17) $x = \sqrt{3,7}$   |   |
| $= \pm 1,92353 \dots$  |   |
| 28) $x^2a^2 + x^4 = a^4 - 2a^2x^2 + x^4$   |   |
| $x = \pm \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \pm \frac{a}{\sqrt{3}} = \pm \frac{a\sqrt{3}}{3}.$                       |   |
| 29) $\frac{a^2}{x^2} + b^2 = b^2 + 2b\sqrt{\frac{a^2}{x^2}} - b^2 + \frac{a^2}{x^2} - b^2,$              |   |
| $\frac{b^2}{4} = \frac{a^2}{x^2} - b^2, \quad x = \pm \frac{2a}{b\sqrt{5}} = \pm \frac{2a\sqrt{5}}{5b}.$ |   |

30)  $x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$ .

31)  $\frac{a(1-b)}{1+b} = \sqrt{a^2 - x^2}$

$$x^2 = a^2 \left[ \frac{(1+b)^2 - (1-b)^2}{(1+b)^2} \right]$$

$$x = \pm \frac{2a\sqrt{b}}{1+b}$$
.

32)  $2a + 2\sqrt{a^2 - x^2} = 2b^2a - 2b^2\sqrt{a^2 - x^2}$

$$\frac{a^2(b^2 - 1)^2}{(1 + b^2)^2} = a^2 - x^2$$

$$x = \pm \frac{2ab}{1 + b^2}$$
.

### β) Gemischt quadratische Gleichungen.

38)  $x = 3$  oder  $7$ .

39)  $x = 1$  oder  $5$ .

40)  $x = 2$  oder  $12$ .

41)  $x = 9$  oder  $-3$ .

42)  $x = -4$  oder  $-8$ .

43)  $x = -6$  oder  $-12$ .

44)  $x = 3$  oder  $-10$ .

45)  $x = 2$  oder  $-3$ .

46)  $z = 1$  oder  $-11$ .

47)  $y = 4$  oder  $-16$ .

48)  $x = 2$  oder  $8$ .

49)  $y = 5$  oder  $13$ .

50)  $x = -6$  oder  $-18$ .

51)  $x = \frac{5}{2}$  oder  $-4$ .

52)  $x = 1$  oder  $-\frac{3}{4}$ .

53)  $x = \frac{2}{3}$  oder  $-\frac{4}{3}$ .

54)  $x = \frac{7}{2}$  oder  $-\frac{5}{2}$ .

55)  $x = \frac{2}{5}$  oder  $-\frac{5}{2}$ .

56)  $x = \frac{2}{3}$  oder  $\frac{3}{4}$ .

57)  $x = 5$  oder  $-11$ .

58)  $x = 9$  oder  $-1$ .

59)  $x = 5$  oder  $-\frac{11}{3}$ .

60)  $x = 6$  oder  $-\frac{5}{3}$ .

61)  $x = 7$  oder  $-\frac{2}{3}$ .

62)  $x = 8$  oder  $-5$ .

63)  $x = 9$  oder  $-\frac{11^2}{5}$ .

64)  $x = 7$  oder  $\frac{5}{6}$ .

65)  $x = 19$  oder  $-\frac{19^2}{3}$ .

66)  $x = 13$  oder  $-\frac{4}{3}$ .

67)  $x = 120$  oder  $-64$ .

68)  $x = 3$  oder  $-\frac{4}{5}$ .

69)  $x = 3$  oder  $+\frac{1^{10}}{11}$ .

70)  $x = 12$  oder  $-\frac{3}{4}$ .

71)  $x = 3$  oder  $\frac{6}{5}$ .

72)  $x = 23,832 \dots$   
oder  $0,167 \dots$

73)  $x = 6,69 \dots$   
oder  $-2,69 \dots$

74)  $x = 39,664 \dots$   
oder  $-7,664 \dots$

75)  $x = 0,795 \dots$   
oder  $-8,795 \dots$

$$76) \quad x = -2,630 \dots$$

oder  $-27,369 \dots$

$$77) \quad x = -3,585 \dots$$

oder  $-6,414 \dots$

$$78) \quad x = 6,140 \dots$$

oder  $-1,140 \dots$

$$79) \quad x = 3 \pm \sqrt{-1}.$$

$$80) \quad x = -4 \pm \sqrt{-6}.$$

$$81) \quad x = 4 \text{ oder } 2\frac{1}{12}.$$

$$82) \quad x = 3 \text{ oder } -\frac{1}{2}.$$

$$83) \quad z = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{6}$$

$= 2,2573 \dots$

oder  $-0,5906 \dots$

$$84) \quad y = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$= 1,76759 \dots$

oder  $0,56574 \dots$

$$85) \quad x = \frac{11 \pm \sqrt{97}}{6}$$

$= 3,47481 \dots$

oder  $0,191857 \dots$

$$86) \quad x = 4 \text{ oder } -\frac{1}{4}.$$

$$87) \quad x = 5,269 \dots \text{ od. } -4,554 \dots$$

$$88) \quad x = 4 \text{ oder } -1.$$

$$89) \quad x = 5 \text{ oder } 6\frac{9}{10}.$$

$$90) \quad x = 14 \text{ oder } -10.$$

$$91) \quad x = 10 \text{ oder } -\frac{2}{3}.$$

$$92) \quad x = 9 \text{ oder } 15\frac{1}{13}.$$

$$93) \quad x = 6a \text{ oder } 2a.$$

$$94) \quad x = 2a \text{ oder } -12a.$$

$$95) \quad x = 5a \text{ oder } -2a.$$

$$96) \quad x = -2a \pm a\sqrt{3}$$

$= -0,26795a$

oder  $-3,73205a.$

$$97) \quad x = \frac{a(5 \pm \sqrt{31})}{2}$$

$= 5,28388a$

oder  $-0,28388a.$

$$98) \quad x = \frac{a \pm \sqrt{6b^2 - a^2}}{2}.$$

$$99) \quad x = 2a \pm \sqrt{4a^2 + 9b^2}.$$

$$100) \quad x = a + 2b \text{ oder } -a.$$

$$101) \quad x = -a \text{ oder } a - 6b.$$

$$102) \quad x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}.$$

$$103) \quad x = \frac{d}{c} \text{ oder } -\frac{b}{a}.$$

$$104) \quad y = \frac{1}{2}a - 2b$$

oder  $-\frac{3}{2}a.$

$$105) \quad x = \frac{a^2 + b^2}{b}$$

oder  $\frac{b^2 - a^2}{b}.$

$$-106) \quad x = 2a + \frac{1}{2}b \text{ od. } -\frac{3}{2}b.$$

$$107) \quad z = \frac{3}{2}b \text{ od. } -5a - \frac{1}{2}b.$$

$$108) \quad y = 4m \text{ oder } -2n.$$

$$109) \quad x = \frac{3a^2}{5b} \text{ oder } 5a.$$

$$110) \quad x = \frac{5b \pm \sqrt{48a^2c + 25b^2}}{6a}.$$

$$111) \quad x = \frac{-3bc \pm \sqrt{9b^2c^2 - 40ad^2}}{4a}.$$

$$112) \quad x = \frac{b^2 \pm \sqrt{16ac^2d + b^4}}{8a}.$$

$$113) \quad x = \frac{b(d \pm \sqrt{4ac + d^2})}{2a}.$$

$$114) \quad x = \frac{b(-3c \pm \sqrt{9c^2 - 40ab})}{10a}.$$

$$115) \quad x = \frac{b^2}{a} \text{ oder } \frac{15b^2}{a}.$$

- |  |   |
|--|---|
| 116) $x = \frac{b \pm \sqrt{ab}}{a - b}$ . | 128) $x = 3$ oder 11.                         |
| 117) $x = \pm 1$ oder $\pm \sqrt{5}$ .     | 129) $x = 2$ oder $\frac{1}{4}$ .             |
| 118) $x = \pm 2$ od. $\pm \sqrt{-7}$ .     | 130) $x = 4$ oder 20.                         |
| 119) $x = \pm 4$ oder $\pm 2$ .            | 131) $x = 1$ oder 16.                         |
| 120) $x = \pm 3$ oder $\pm 5$ .            | 132) $x = 2$ oder 18.                         |
| 121) $x = \frac{1}{2}$ oder $-1$ .         | 133) $x = \frac{16}{9}$ oder 9.               |
| 122) $z = -2$ oder $-\frac{3}{2}$ .        | 134) $x = 25$ oder $12\frac{1}{4}$ .          |
| 123) $x = \pm \frac{5}{2}$ oder $\pm 4a$ . | 135) $x = 25$ oder $137\frac{1}{64}$ .        |
| 124) $x = \pm 2$ oder $\pm 1$ .            | 136) $x = 16$ oder 1.                         |
| 125) $x = \pm 5$ oder $\pm 7$ .            | 137) $x = \frac{1}{4}$ oder $90\frac{1}{4}$ . |
| 126) $x = 3$ oder $\sqrt[3]{-41}$ .        | 138) $x = 16$ oder 4.                         |
| 127) $x = \pm 2$ oder $\pm \sqrt{3}$ .     | 139) $x = 256$ oder 625.                      |

## § 34.

**Quadratische Gleichungen mit mehreren  
unbekannten Zahlen.**

- |   |  |
|---|--|
| 1) $x = 8$ od. 4<br>$y = 4$ od. 8.  | 10) $x = \frac{8}{5}$ od. $\frac{3}{5}$<br>$y = 1$ od. $\frac{2}{3}$ . |
| 2) $x = 16$ od. 17<br>$y = 17$ od. 16.  | 11) $x = 4$ od. 2<br>$y = 5$ od. 7.                                    |
| 3) $x = 7$ od. 5<br>$y = 5$ od. 7.  | 12) $x = \pm 15$<br>$y = \pm 6$ .                                      |
| 4) $x = \frac{9}{4}$ od. $\frac{1}{4}$<br>$y = \frac{1}{6}$ od. $\frac{3}{2}$ . | 13) $x = 2$ od. $1\frac{1}{5}$<br>$y = 3$ od. $3\frac{2}{5}$ .         |
| 5) $x = 70$ od. 4.<br>$y = \frac{2}{5}$ od. 7.                                  | 14) $x = 7$<br>$y = 2$ .   |
| 6) $x = 4$ od. 6<br>$y = 3$ od. 2.  | 15) $x = 9$ od. $-14\frac{1}{16}$<br>$y = 4$ od. $-6\frac{1}{4}$ .     |
| 7) $x = \pm 3$<br>$y = \pm 2$ .   | 16) $x = 2$ od. $1\frac{29}{77}$<br>$y = 1$ od. $2\frac{3}{77}$ .      |
| 8) $x = \pm 6$<br>$y = \pm 3$ .   | 17) $x = 10$ od. $11\frac{63}{257}$<br>$x = 4$ od. $-2\frac{2}{257}$ . |
| 9) $x = 11$ od. 4<br>$y = 4$ od. 11.  | 18) $x = \pm 6$ od. $\pm 2$<br>$y = \pm 2$ od. $\pm 6$ .               |

- 19)  $x = \pm 3$  od.  $\pm \frac{1}{4}$   
 $y = \pm \frac{1}{2}$  od.  $\pm 6$ .
- 20)  $x = \pm \frac{12}{5}$  od.  $\pm \frac{2}{5}$   
 $y = \pm \frac{2}{3}$  od.  $\pm 4$ .
- 21)  $x = \pm 18 \pm 16\sqrt{-1}$   
 $y = \pm 16. \pm 18\sqrt{-1}$ .
- 22)  $x = \pm 3$  od.  $\pm 2$   
 $y = \pm 2$  od.  $\pm 3$ .
- 23)  $x = \pm 10$  od.  $\pm 9$   
 $y = \mp 9$  od.  $\mp 10$ .
- 24)  $x = 5$  od.  $-9$   
 $y = 2$  od.  $-12$ .
- 25)  $x = 7$  od.  $-2$   
 $y = 2$  od.  $-7$ .
- 26)  $x = 24$   
 $y = 4$ .
- 27)  $x = \pm 2$   
 $y = \pm 4$ .
- 28)  $x = 1$  od.  $-13$   
 $y = 8$  od.  $-34$ .
- 29)  $x = 6$  od.  $3$   
 $y = 3$  od.  $1$ .
- 30)  $x = 10$  od.  $4$   
 $y = -9$  od.  $3$ .
- 31)  $x = \pm 20$   
 $y = \pm 22$ .
- 32)  $x = 18$  od.  $-5$   
 $y = 5$  od.  $-18$ .
- 33)  $x = 11$   
 $y = 4$ .
- 34)  $x = 18$  od.  $\frac{25}{2}$   
 $y = 3$  od.  $-2\frac{1}{2}$ .
- 35)  $x = 2$  od.  $-\frac{1}{3}$   
 $y = 4$  od.  $\frac{5}{3}$ .
- 36)  $x = 6$  od.  $8$   
 $y = 7$  od.  $5$ .
- 37)  $x = 5$  od.  $-9\frac{4}{37}$   
 $y = 3$  od.  $12\frac{15}{37}$ .
- 38)  $x = \pm 20$   
 $y = \pm 8$ .
- 39)  $x = 5$  od.  $-11$   
 $y = 10$  od.  $-6$ .
- 40)  $x = 8$  od.  $-4\frac{2}{3}$   
 $y = 7$  od.  $-12$ .
- 41)  $x = 4$  od.  $-5\frac{35}{37}$   
 $y = -2$  od.  $5\frac{17}{37}$ .
- 42) Man multiplicire die zweite Gleichung mit 2 und ziehe sie von der ersten ab, so erhält man
- $$(x - y)^2 = \frac{1}{x - y} \text{ und}$$
- $$(x - y)^3 = 1, \text{ also ist}$$
- $$x^2 + y^2 = 13 \text{ und } xy = 6.$$
- $x = 3$  od.  $-2$   
 $y = 2$  od.  $-3$ .
- 43)  $x = 1, y = 1$ .
- 44)  $x = 4$  od.  $\frac{3}{4}$   
 $y = \frac{3}{4}$  od.  $4$ .
- 45)  $x = 2$  od.  $3$   
 $y = 3$  od.  $2$ .
- 46)  $x = \pm 5, y = \pm 3$ .
- 47)  $x = 5, y = 3$ .
- 48) Man betrachte  $xy$  als eine Größe, so ist  $(xy)^2 + 4(xy) = 96$  u. s. w.
- $$x = 4 \text{ od. } 2 \text{ od. } 3 \pm \sqrt{21}$$
- $$y = 2 \text{ od. } 4 \text{ od. } 3 \mp \sqrt{21}.$$
- 49)  $x = 3$  od.  $2$  od.  $-3 \pm \sqrt{3}$   
 $y = 2$  od.  $3$  od.  $-3 \mp \sqrt{3}$ .
- 50)  $x = -9 \mp \sqrt{5}$  od.  $6$  od.  $9$   
 $y = -3 \pm \sqrt{5}$  od.  $4$  od.  $1$ .

$$51) \quad x = 9 \text{ od. } 3 \text{ od. } \frac{-13 \pm \sqrt{-39}}{2}$$

$$y = 3 \text{ od. } 9 \text{ od. } \frac{-13 \pm \sqrt{-39}}{2}$$

$$52) \quad x = 12 \text{ od. } -4\frac{1}{4},$$

$$y = 3 \text{ od. } -17.$$

$$53) \quad x = \pm 3 \text{ od. } \pm 1 \text{ od.}$$

$$\pm 3\sqrt{-1} \text{ od. } \pm \sqrt{-1}$$

$$y = \pm 1 \text{ od. } \pm 3 \text{ od.}$$

$$\mp 3\sqrt{-1} \text{ od. } \mp \sqrt{-1}$$

$$54) \quad x = \pm 2 \text{ od. } \pm 1 \text{ od.}$$

$$\pm 2\sqrt{-1} \text{ od. } \pm \sqrt{-1}$$

$$y = \pm 1 \text{ od. } \pm 2 \text{ od.}$$

$$\mp \sqrt{-1} \text{ od. } \mp 2\sqrt{-1}$$

$$55) \quad x = 5 \text{ od. } 2, \quad y = 2 \text{ od. } 5.$$

$$56) \quad x = 8 \text{ od. } 1, \quad y = 1 \text{ od. } 8.$$

$$57) \quad x = 9, \quad y = 4.$$

$$58) \quad x = 9 \text{ od. } 25\frac{1}{4}, \quad y = 4 \text{ od. } 25\frac{1}{4}.$$

$$59) \quad x = \pm 1, \quad y = \pm 4.$$

$$60) \quad x = \frac{a \pm \sqrt{2b^2 - a^2}}{2}$$

$$y = \frac{-a \pm \sqrt{2b^2 - a^2}}{2}$$

$$61) \quad x = \frac{\pm am}{\sqrt{m^2 - n^2}}$$

$$y = \frac{\pm an}{\sqrt{m^2 - n^2}}$$

$$74) \quad x = -\frac{+b+1-a}{2} \pm \sqrt{a + \left(\frac{b+1-a}{2}\right)^2}$$

$$y = -\frac{a+1-b}{2} \pm \sqrt{b + \left(\frac{a+1-b}{2}\right)^2}$$

$$75) \quad x = \pm \frac{2}{3}, \quad y = \pm 5, \quad z = \pm 4.$$

$$76) \quad x = \pm 3, \quad y = \pm 2, \quad z = \pm 5.$$

$$77) \quad x = \pm 1, \quad y = \pm 2, \quad z = \pm 3.$$

$$62) \quad x = \frac{s^2 + d^2}{2s}$$

$$y = \frac{s^2 - d^2}{2s}$$

$$63) \quad x = 6a \text{ od. } -10\frac{1}{11}a$$

$$y = 5a \text{ od. } -9\frac{7}{11}a.$$

$$64) \quad x = 2b \text{ od. } 62\frac{2}{59}b$$

$$y = -b \text{ od. } -10\frac{1}{59}b.$$

$$65) \quad x = -2a \text{ od. } 42\frac{2}{19}a$$

$$y = 2a \text{ od. } -22\frac{2}{19}a$$

$$66) \quad x = 3m \text{ od. } 303\frac{3}{29}m$$

$$y = -2m \text{ od. } 266\frac{2}{29}m.$$

$$67) \quad x = -10a \text{ od. } 50\frac{5}{3}a$$

$$y = 10a \text{ od. } 10\frac{1}{3}a.$$

$$68) \quad x = \pm 3a \text{ od. } \pm 3\frac{1}{2}a$$

$$y = \pm a \text{ od. } \pm 2a.$$

$$69) \quad x = \pm 5\frac{1}{3}b \text{ od. } \pm 2\frac{2}{3}b$$

$$y = 2\frac{2}{5}b \text{ od. } \pm b$$

$$70) \quad x = \pm 2a \text{ od. } \pm \frac{1}{3}a$$

$$y = \mp a \text{ od. } \mp 6a.$$

$$71) \quad x = \pm a \text{ od. } \pm 2\frac{2}{5}b\sqrt{10}$$

$$y = \pm 2b \text{ od. } \pm \frac{1}{2}a\sqrt{10}.$$

$$72) \quad x = \pm 2b \text{ od. } \pm a\sqrt{6}$$

$$y = \pm 3a \text{ od. } \pm b\sqrt{6}.$$

$$73) \quad x = \frac{a \pm \sqrt{\frac{4b-a^3}{3a}}}{2}$$

$$y = \frac{-a \pm \sqrt{\frac{4b-a^3}{3a}}}{2}$$

78) Für  $a + b + c = s$ .

$$x = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - b)(\frac{1}{2}s - c)}{(\frac{1}{2}s - a)}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - c)(\frac{1}{2}s - a)}{(\frac{1}{2}s - b)}}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - a)(\frac{1}{2}s - b)}{(\frac{1}{2}s - c)}}$$

79) Es ist 1)  $\frac{x+y}{xyz} = \frac{1}{a}$ ; 2)  $\frac{x+z}{xyz} = \frac{1}{b}$ ; 3)  $\frac{y+z}{xyz} = \frac{1}{c}$ .

Addirt man diese Gleichungen und setzt für  $\frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = s$ ,

so erhält man,  $\frac{x+y+z}{xyz} = \frac{1}{2}s$ , zieht man von dieser Gleichung

die erste, zweite, dritte Gleichung ab, so ist 4)  $\frac{1}{xy} = \frac{1}{2}s - \frac{1}{a}$   
u. f. w.

Multiplieirt man diese 3 Gleichungen und zieht die zweite Wurzel, so ist

$$xyz = \sqrt{\frac{1}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{c}}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})}}$$

$$y = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$z = \frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{a}}{\sqrt{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{a}}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

80) Man erhebe jede Gleichung zur zweiten Potenz, und dividire die erste durch die zweite u. f. w.

$$x = \sqrt[3]{\frac{a^2b}{c}}, \quad y = \sqrt[3]{\frac{a^2c^2}{b^2}}$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{b^4c^2}{a^4}} = \frac{b}{a} \sqrt[3]{\frac{bc^2}{a}}$$

$$81) \quad x = 3 \text{ od. } 16, \quad y = 4 \text{ od. } 12.$$

$$z = 12 \text{ od. } 4.$$

## § 35.

## III. Exponentialgleichungen.

1)  $x = 6/5.$

2)  $x = 2.$

3)  $x = 8/11.$

4)  $x = 1.$

5)  $x = 3.$

6)  $x = 8.$

7)  $x = 0,5.$

8)  $x = 5.$

9)  $x = 4.$

10)  $x = 0,25.$

11)  $x = -3.$

12)  $x = 2.$

13)  $x = 0,3.$

14)  $x = 2,4.$

15)  $x = -6.$

16)  $x = 11.$

17)  $5^5 = 3125$

$5^6 = 15625$

$x = 3.$

18)  $x = 6.$

$y = 2.$

19)  $x = 3.$

$y = 4.$

20)  $x = \frac{\log b \log q - \log d \log p}{\log b \log c - \log a \log d}$

$y = \frac{\log c \log p - \log a \log q}{\log b \log c - \log a \log d}.$

21)  $x = 4$

$y = 6.$

22)  $x = 6$

$y = 10.$

23)  $x = 1$

$y = 1.$

24)  $x = 5$

$y = 4.$

25)  $x = 3$

$y = 2.$

26)  $y \log x = \log 243x$

$\frac{1}{y} \log 1024 = \log 4/9$

$+ 2 \log x.$

Die zweite Gleichung mit  $y$  multiplicirt und durch 2 dividirt, gibt  $5 \log 2 = y (\log 2 - \log 3) + y \log x$ ,  $y = 5$ ,  $x = 3.$

27)  $x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3.$

28)  $x = 7 \text{ oder } 4.$

29)  $x = 3 \text{ oder } 6.$

30)  $x = -0,5614215 \text{ oder}$   
 $-2,4385785.$

31)  $x =$

$$-\log a + \sqrt{\frac{4 \log b \log c + (\log a)^2}{2 \log b}}$$

32)  $\log x \log x = \log 10$

$(\log x)^2 = 1$

$\log x = \pm 1$

$x = 10 \text{ oder } 0,1.$

33)  $2 \log x + (\log x)^2 = \log 15,20153$

$= \log 15,20153$

- |   |  |
|---|--|
| $\log x + 1 = \pm \sqrt{2,1818873}$<br>$\log x = \pm 1,4771213 - 1$<br>$x = 3$ oder $\frac{1}{300}$ . | 35) $x = 4$ oder $0,0001976$ .<br>36) $x = 2$ oder $\frac{1}{3}$ .<br>37) $x = 7$ oder $-12$ . |
| 34) $x = 200$ oder $5$ .  |  |

## § 36.

## IV. Unbestimmte Gleichungen.

- |  |  |
|--|--|
| 4) $x = 14, 28, 42 \dots$<br>$y = 17, 34, 51 \dots$  | $x = 15, 2$<br>$y = 3, 11$ .                                       |
| 5) $23(14f + 387) - 14(23f + 645) = -129$<br>$x = 9, 23, 37, 51 \dots$<br>$z = 24, 47, 70, 93 \dots$ | 9) $x = 0, 3, 6, 9, 12, 15$ .<br>$y = 26, 21, 16, 11, 6, 1$ .      |
| 6) $x = 37, 86, 135 \dots$<br>$y = 13, 30, 47 \dots$   | 10) $x = 13$<br>$y = 1$ .  |
| 7) $x = 0, 11, 22, 33 \dots$<br>$y = 1, 25, 49, 73 \dots$  | 11) $x = 38f - 264; 2, 40 \dots$<br>$y = 45f - 312; 3, 48 \dots$   |
| 8) $8(795 - 13f) + 13(8f - 477) = 159$ .<br>Man kann für $f$ nur 60 und 61 setzen.                   | 12) $x = 13f - 1295; 5, 18 \dots$<br>$y = 57f - 5698; 2, 59 \dots$ |
|  | 13) $x = 16f - 20; 12 \dots$<br>$y = 15f - 20; 10 \dots$           |

## § 37. Gleichungen vom ersten Grade mit einer unbekanntem Zahl.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $2x + 18 = 82$ .<br>$x = 32$ .                             | 3) $2x - \frac{x}{2} = 6$ .<br>$x = 4$ .       |
| 2) $2x + 44 = 4x$<br>$x = 22$ .                               | 4) $a - \frac{x}{m} = b$ .<br>$x = m(a - b)$ . |
| 5) $x$ Rbl. = 500 Rbl., $4x$ Rbl. = 2000 Rbl.                 |  |
| 6) $x$ Tage = 11 Tage.  |  |
| 7) $A = 20$ Kop., $B = 40$ Kop., $C = 60$ Kop., $D = 80$ Kop. |  |
| 8) $x$ Rbl. = 7 Rbl.  |  |
| 9) $A = 840$ Rbl., $B = 420$ Rbl., $C = 140$ Rbl.             |  |

- 10)  $A = 3170$  Rbl.,  $B = 9510$  Rbl.,  $C = 12680$  Rbl.,  
 $D = 22190$  Rbl.
- 11) Die drei Stücke hielten also 35, 50 und 74 Arschin.
- 12) Branntwein 29 Kruschken  
 Wein 44 " "  
 Wasser 73 " "
- 13)  $x =$  Antheil des Vierten  
 $x = 3$   
 Die 4 Arbeiter bekommen 12 Rbl., 10 Rbl., 7 und 3 Rbl.
- 14)  $x = 21$ .  
 Die 4 Söhne bekommen 60 Rbl., 42, 30 und 21 Rbl.
- 15)  $x =$  Antheil des Ersten  
 $x = 40$ .  
 Die Armen erhalten 40, 25, 24, 15, 14 und 12 Kop.
- 16) Die fünf Theile sind: 17, 14, 27, 8, 33.
- 17) Die beiden Zahlen sind 21 und 38.
- 18)  $x = 31$ .
- 19)  $x = 52$ .
- 20)  $x = 439$ .  
 504 Stimmen für den Gewählten  
 439 " " " " Nichtgewählten.
- 21)  $x = 54$ .
- 22)  $x = 147$ .
- 23)  $x =$  Zahl der Arschin von der ersten Sorte  
 $x = 5$ .  
 5 Arschin von der ersten Sorte und 7 Arschin von der zweiten Sorte.
- 24)  $x = 82$ .  
 Die beiden Zahlen sind 82 und 115.
- 25)  $x =$  Zahl der Reisetage des zweiten Kuriers.  
 $x$  Tage = 20 Tage.
- 26) Nach  $x$  Tagen treffen beide Boten zusammen.  
 $x = 6$ .  
 Nach 6 Tagen werden beide zusammentreffen, und B ist von D  
 294 Werst entfernt.
- 27)  $x =$  Zahl der Stunden des ersten Kuriers  
 $x = 6\frac{1}{2}$ .  
 Nach  $6\frac{1}{2}$  Stunden, in einer Entfernung von  $56\frac{7}{8}$  Werst.

- 28)  $x = \frac{25}{12}$ .  
A ist von B entfernt  $12\frac{1}{2}$  Meilen.
- 29)  $x =$  Zahl der Minuten nach Abgang des ersten Fußgängers  
 $x = 859,5$ .  
In 14 Stunden 19 Minuten 30 Sekunden nach Abgang des ersten,  
oder in 11 Stunden 49 Minuten 30 Sekunden nach Abgang des  
zweiten Fußgängers.
- 30)  $x$  Werst = 42 Werst.
- 31)  $x = 10\frac{1}{2}$ .  
Nach 12 Stunden.
- 32) Das zweite Dampfschiff trifft nach  $x$  Stunden mit dem ersten zusammen.  
 $x = \frac{30}{17}$ .  
Um 1 Uhr  $45\frac{15}{17}$  Minuten in einer Entfernung von  $8\frac{3}{34}$  Meilen  
von Köln.
- 33)  $x$  Stunden fährt das Dampfschiff.  
 $x = 4$ .  
Das Dampfschiff gebraucht 4 Stunden, und die Entfernung von M  
bis N beträgt  $9\frac{1}{3}$  Meilen.
- 34)  $x =$  Weg des kleinen Zeigers in Stunden  
 $12 + x =$  Weg des großen Zeigers in Stunden.  
 $x = \frac{12}{11}$ .  
Zum ersten Male um 1 Uhr  $5\frac{5}{11}$  Minuten, zum zweiten Male  
um 2 Uhr  $10\frac{10}{11}$  Minuten u. s. w. Im ganzen werden sie 11 Mal  
übereinander stehen.
- 35)  $x$  Rbl. hatte A vor dem Spiele  
 $x = 36$ .  
A hatte 36 Rubel und B 24 Rubel.
- 36)  $x = 900$ .  
Ursprüngliches Kapital 900 Rbl.
- 37)  $x$  Kopfen gab A tägliche aus.  
 $x = 50$ .  
A gab täglich aus 50 Kop., B 56 Kop.
- 38)  $x = 3200$ .  
Ursprüngliches Kapital 3200 Rbl.
- 39)  $x = 26$ .  
Die beiden Zahlen sind 26 und 42.
- 40)  $x = 24$ .  
A hob ab 48 Karten und B 28 Karten.

41)  $x = 192.$

42)  $x = 128.$

43)  $x = 140.$

Der erste Diener erhielt 140 Rbl., der andere 70 Rbl.

44)  $x = 685.$

A erhält 685 Rbl. und B 1644 Rbl.

45)  $x = 3.$

A erhielt 27 Rbl., B 12 Rbl. und die ganze Summe war 39 Rbl.

46)  $x = 56.$

A erhält 56 Rbl., B 35 Rbl. und C 7 Rbl.

47)  $x = 12.$

Inhalt des ersten Fasses 12 Wedro.

" " zweiten " 36 "

48)  $x = 8.$

Die beiden Zahlen sind 16 und 24.

49)  $x = 90.$

Antheil des A ist 450, der des B 270 Rbl.

50)  $x \text{ Pfund} = 48 \text{ Pfund.}$

51)  $x = 480.$

A hatte verloren 960 Rbl. und B 480 Rbl.

52)  $x = \text{dem angelegten Kapital}$

$\frac{13}{100} x = \text{Zinsen zu 15 Procent}$

$$x \text{ Rbl.} = 13540 \text{ Rbl.}$$

53)  $x \text{ Rbl.} = 1750 \text{ Rbl.}$

54)  $x \text{ Rbl.} = 6840 \text{ Rbl.}$

55)  $x \text{ Rbl.} = 70000 \text{ Rbl.}$

56)  $x = 10.$

Das erste Kapital steht auf 10 Jahre, das andere auf  $5\frac{1}{2}$  Jahre.

57)  $x = 42.$

A ist von B entfernt 84 Werst, B von C 28 und C von D 126 Werst.

58)  $x \text{ Mann} = 24000 \text{ Mann.}$

59) Die beiden Zahlen sind 49 und 42.

60)  $x = 5.$

Die Männer erhielten 25 Rbl. und die Frauen 21 Rbl.

- 61)  $x = 27\frac{3}{11}$ .  
Es war also 5 Uhr 27 Minuten  $16\frac{4}{11}$  Sekunden.
- 62)  $x = 30$ .  
Die beiden Zahlen sind 30 und 19.
- 63)  $x = 1400$ .  
Die Einlage von A 1400 Rbl., von B 2000 Rbl. und von C 720 Rbl.
- 64)  $x = \frac{9}{4}$ .  
Der Einband kostet  $2\frac{1}{4}$  Rbl., der erste Band 3 und der zweite Band  $1\frac{1}{2}$  Rbl.
- 65)  $x = 180$ .
- 66) Der Werth der Livree war 60 Rbl.
- 67)  $x = 3$ .
- 68) Die Kornernte bestand aus 160 Tschetwert.
- 69)  $x = 27$ .  
Die kleinere Heerde bestand aus 27, die größere aus 81 Schaafen.
- 70)  $x = 240$ .
- 71)  $x =$  Zahl der gesuchten Stunden.  
 $\frac{1}{x} =$  Theil des Brunnens, welchen die Röhre B stündlich füllt.  
 $x = 30$ .
- 72)  $x = 100$ .  
Der Hund macht 300, der Hase 400 Sprünge.
- 73)  $x = 75$ .  
75 Äpfel und 24 Birnen.
- 74)  $x = \frac{1}{4}$ .  
Für jede Flasche der Mischung hat er also  $\frac{1}{4}$  Flasche der bessern und  $\frac{3}{4}$  Flasche der geringeren Sorte zu nehmen.
- 75)  $x = 13\frac{1}{3}$ .  
 $13\frac{1}{3}$  Mark von dem besseren und  $6\frac{2}{3}$  Mark von dem schlechteren Silber.
- 76)  $x = 11\frac{2}{3}$  Solotnik Kupfer.
- 77)  $x = 5$ .  
Das erste Stück enthält 20 Arschin, das zweite 26 Arschin und 1 Arschin kostet 5 Rbl.
- 78)  $x = 900$ .

Kavalleristen waren 900, Infanteristen 2700 Mann, die ganze Mannschaft betrug 3600 Mann.

79)  $x = 52$ .

80)  $x = 200$ .

Das erste Silbergeschirr wog  $2\frac{1}{12}$  Pfund. Der Preis für ein Solotnik verarbeiteten Silbers ist 50 Kop. und für unverarbeitetes Silber  $31\frac{1}{4}$  Kopfen.

81)  $x = 8\frac{3}{4}$ .

Wahre Zeit am Vormittage 8 Uhr 45 Minuten. Zeit am Nachmittage, welche die Uhr angab, 2 Uhr 25 Minuten.

82)  $x = 90$ .

Es sind also 90 Kanonen, 670 Seeleute und 55 Soldaten.

83)  $x = 103$ .

84)  $x = 20$ .

85)  $x = 7400$ .

86)  $x = 720$ .

87)  $x = 11100$ .

### § 38. Gleichungen vom ersten Grade mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1) A hat 36 und B 84 Rbl.
- 2) Die beiden Becher kosten 36 Rbl. und 27 Rbl.
- 3) Von der zweiten Sorte 20 Pfd. und von der dritten 28 Pfd.
- 4) Ein Tschetwert Roggen kostet 4 Rbl.  
" " Weizen " 7 Rbl.
- 5) Von der ersten Sorte 30 Wedro und  
" " zweiten Sorte 19 Wedro.
- 6) Der Bruch heißt  $\frac{5}{18}$ .
- 7) Der Bruch heißt  $\frac{7}{10}$ .
- 8) Die beiden Zahlen sind 10 und 2.
- 9) A hat 17 und B 19 Spiele gewonnen.
- 10) Der Preis des Weizens war 8 Rbl. und  
" " der Gerste war 5 "
- 11) A hat abgehoben 11 Karten und B 9 Karten.
- 12) Gänse waren 60 und Hühner 45.
- 13) A hatte 3000 und B 3500 Rbl.

- 14) 78 Kruschken Branntwein und 66 Kruschken Wasser.
- 15) Moselwein die Bouteille 1 Rbl. und Rheinwein  $1\frac{1}{2}$  Rbl.
- 16) Die gesuchte Zahl ist 71.
- 17) Die beiden Zahlen sind 142 und 857.
- 18) Die gesuchte Zahl ist 73.
- 19) Die Börse wird gefüllt von 63 Rbl., oder von 189 Dreißigkopfenstücken.
- 20) Zn  $4\frac{1}{2}$  und  $5\frac{1}{2}$  Procent.
- 21) A hat 10000, B 22600, C 13000 Rbl. ausgeliehen; A zu 4 B zu 5 und C zu 6 Procent.
- 22) An Gold 14,77 . . . . Pfund und an Silber 5,22 . . . Pfund.
- 23) 74 Pfund Zinn und 46 Pfund Blei.
- 24) 30 Rbl. Ertrag einer Looffstelle von A.  
36 " " " " " B  
12 Looffstellen besitzt A  
8 " " " B.
- 25) Auf dem Hinterdecke waren 30, auf dem Vorderdecke 54 Passagiere. Auf dem Hinterdecke zahlte Jeder 9, auf dem Vorderdecke 5 Rbl.
- 26) Der Garten ist 270 Fuß lang und 180 Fuß breit.
- 27) Die Preise sind  $74\frac{2}{3}$ ,  $42\frac{2}{3}$ ,  $82\frac{2}{3}$  und  $54\frac{2}{3}$  Rbl.
- 28) A hat 48 Tage, B 40 Tage und C 32 Tage gearbeitet.
- 29) Ein Berkowiz Blei kostet 30 Rbl., Eisen 27 Rbl. und Kupfer 156 Rbl.
- 30) A hat im Vermögen 980, B 1540 und C 2380 Rbl.
- 31) Die 3 Zahlen heißen 20, 28, 50.

### § 39. Keine Gleichungen vom zweiten und höheren Grad mit einer unbekanntem Zahl.

- 1) Die beiden Zahlen sind 10 und 8.
- 2) Die beiden Zahlen sind 8 und 6.
- 3)  $x = 9$ .
- 4) Die ganze Mannschaft bestand aus 4550 Mann.
- 5) Die zu vertheilende Summe war 36 Kop.
- 6)  $x = 47$ .  
Beide arbeiteten 47 Tage; Tagelohn des A = 43 Kop., des B = 40 Kop.

- 7)  $x = 504$ .  
Die Entfernung von C und D ist 882 Werst.
- 8) A hatte 40 Eier und B 60 Eier.
- 9)  $x = 224$ .
- 10)  $x = 18$ .
- 11)  $x$  Rbl. = 2650 Rbl.
- 12) Von der ersten Sorte 15 Pfund, von der zweiten 20 und von der dritten 70 Pfund.
- 13)  $x = 42$ .
- 14)  $x$  ist die eine Zahl =  $6$ ,  $\frac{2x}{3}$  die andere =  $4$ .
- 15)  $xL$  die eine Seite des Rechtecks = 90 Fuß,  $\frac{5x}{6}L$  die andere Seite desselben = 75 Fuß.

#### § 40. Keine Gleichungen vom zweiten Grade mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1) Die größere Zahl =  $\pm 8$ , die kleinere =  $\pm 3$ .
- 2) Die Zahlen sind  $\pm 13$  und  $\pm 6$ .
- 3) Die Zahlen sind 25 und 5.
- 4) Die Zahlen sind 12 und 24 oder 4 und  $-8$ .
- 5) Die Zahlen sind 16 und 9.
- 6) Die Zahlen sind 7 und 8.
- 7) Die Zahlen sind 243 und 3.
- 8) Die beiden Katheten sind 8 und 6, die Hypothenuse 10.
- 9) 85 und 76.
- 10) 342 und 456.
- 11) 12 und 20.

#### § 41. Gemischt quadratische Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

- 1) Einkaufspreis 30 Rbl.
- 2) Die Zahlen heißen 14 und 5 oder  $-9\frac{1}{2}$  und  $-18\frac{1}{2}$ .
- 3) Er kaufte 4 Arschin Tuch; eine Arschin Tuch kostete 4 Rbl. und eine Arschin Leinwand  $\frac{1}{2}$  Rbl.

- 4) A hatte gegeben 200 Rbl.
- 5) 18 Schaafe hatte er gekauft.
- 6) Die Breite ist 3 Zoll.
- 7) Die Seite des einen Hofes enthält 26 Fuß, die des andern 38 Fuß.
- 8) Die Länge des einen Grabens enthält 10 Saefen, die des andern 16 Saefen.
- 9) Die Gesellschaft bestand aus 7 Personen.
- 10) 75 Schaafe und jedes kostete 16 Rbl.
- 11) A macht 117 und B 130 Meilen, sie brauchen dazu 13 Tage.
- 12) Das feine Tuch enthält 18 Arschin und die Arschin kostete 5 Rbl., das gröbere 20 Arschin und die Arschin kostete 4 Rbl.
- 13) Die Entfernung ist entweder 152 oder 76 Meilen.
- 14) A verkauft die Arschin zu 30 Kop. und B die Arschin zu  $33\frac{1}{3}$  Kop.
- 15) Einlage des A 750, des B 580 und des C 2670 Rbl.
- 16) Einlage des A 1920 und des B 2240 Rbl.
- 17) Anzahl der Stücke sind 8 und 11.
- 18) Von der zweiten Sorte 36 Anker. Es kostete ein Anker der besseren Sorte 36 Rbl., der geringeren Sorte 28 Rbl.
- 19) Ein Wedro der besseren Sorte kostete 60 und der geringeren 40 Rbl.
- 20) Die Länge des einen Teppichs = 4 und des andern 6 Fuß.
- 21) Er hatte ursprünglich 18 Rbl. oder  $24\frac{1}{2}$  Rbl.
- 22)  $x = 48$ .
- 23) Er war 42 Jahre alt.
- 24) Länge des ersten Stücks = 50 Ellen.
- 25) Einkaufspreis 80 Rbl.
- 26) Einkaufspreis 300 Rbl.

## § 42. Gemischt quadratische Gleichungen mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1)  $x =$  Ziffer in der Stelle der Zehner,  $y =$  der Einer.  
Die gesuchte Zahl heißt 36.
- 2) Die drei gesuchten Zahlen sind 7, 11, 23.
- 3) Die drei Zahlen sind 6, 13, 25.
- 4) 15 und 26.
- 5) 12 und 20.

- 6) 15 und 17.  
 7) In 4 und 12.  
 8) In 15 und 24.  
 9) 9 und 15.  
 10)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ,  $y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ .  
 11) Die drei Zahlen sind 6, 24, 96.  
 12) Die Zahl heißt 862.  
 13) 1 Pfund Muskatblüthe kostet 10 Rbl., 1 Pfund Gewürznelken kostet 5 Rbl.  
 14) Das Vorderrad enthält 12 Fuß, das Hinterrad 15 Fuß.  
 15)  $x =$  Zahl der Männer = 16 oder 64  
 $\frac{5}{4}x =$  Zahl der Weiber = 20 oder 80  
 $\frac{x^2}{8} =$  Zahl der Kinder = 32 oder 512.  
 $y =$  Zahl der Kop., welche ein Kind erhält = 4 od.  $\frac{29}{164}$   
 $y + 1 =$  Zahl der Kop., welche ein Weib erhält = 5 od.  $\frac{193}{164}$ .  
 $y + 2 =$  Zahl der Kop., welche ein Mann erhält = 6 od.  $\frac{357}{164}$ .  
 16)  $x =$  Zahl der Gurken = 10,  $3x =$  Zahl der Eier = 30,  
 $y =$  Zahl der Kop. für eine Gurke =  $2, \frac{xy - 5}{3x} =$  Zahl der Kop. für ein Ei =  $\frac{1}{2}$ .  
 17)  $x =$  Zahl der Citronen = 15,  $x =$  Zahl der Kop. für 20 Äpfel,  
 $y =$  Zahl der Äpfel = 36,  $y =$  Zahl der Kop. für 12 Citronen.  
 18)  $x =$  Zahl der zuerst gekauften Gänse = 10,  $y =$  Zahl der Rubel für den ersten Preis einer Gans = 1,  $3y - \frac{1}{2} =$  Zahl der Rubel für den ersten Preis eines Hahnes =  $2\frac{1}{2}$ ,  $x + 5 =$  Zahl der später gekauften Gänse = 15,  $y + \frac{1}{2} =$  Zahl der Rubel für den zweiten Preis einer Gans =  $1\frac{1}{2}$ ,  $3y =$  Zahl der Rbl. für den zweiten Preis eines Hahnes = 3.  
 19) B ist von C entfernt 8 Werst und B von A 6 Werst.  
 20) A hat ausgeliehen 800 Rbl. zu 5 Procent und B 1200 Rbl. zu 6 Procent.

### § 43. Unbestimmte Gleichungen des ersten Grades.

- 1) Die ersten Zahlen 13, 26, 39 . . . , die zweiten 9, 18, 27 . . .  
 2)  $10x = 20, 30, 40 \dots$ ,  $y = 8, 18, 28 \dots$

- 3)  $5x = 20, 60, 8y = 56, 16.$
- 4) Die beiden Theile sind 56 und 44.
- 5)  $x = 2, 9, 16 \mid 5x + 2 = 12, 47, 82$   
 $y = 12, 7, 2 \mid 7y + 4 = 88, 53, 18.$
- 6)  $x = 5, 31, 57 \dots, y = 3, 20, 37 \dots$
- 7) Diese Theile sind 72 und 70.
- 8)  $x = 3, 2, 1 \mid$  Die größeren Zahlen 35, 40, 45  
 $y = 4, 9, 14 \mid$  „ kleineren „ 24, 29, 34.
- 9)  $x = 5f + 2, y = 3f + 1.$   
 Alle Zahlen von der Form  $15f + 7$ : also 7, 22, 37, 52 . . . .
- 10) 37, 125, 213 . . . .,  $88f + 37.$
- 11) 36, 162, 288 . . . .,  $126f + 36.$
- 12) Männer 3, 16, 29, 42, Frauen 63, 44, 25, 6.
- 13) Pferde 9, 30, 51, Ochsen 71, 40, 9.
- 14) Von der billigern Sorte 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24,  
 von der theuern Sorte 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0.
- 15) Herren 4, 8, 12, Damen 21, 14, 7.
- 16)  $x = 15f + 2, y = 8f + 1.$   
 Die Heerde enthält  $120f + 17$ ; hier kann  $f$  nur 2 sein; also sind  
 257 Stück.
- 17)  $x = 1, 2, 3, 4 \dots, y = 2, 4, 6, 8 \dots$

## § 44.

### C. Die Reihen oder Progressionen.

#### I. Differenzreihe.

- |  |  |
|--|--|
| 15) $t = 14$ u. $s = 105.$                         | 24) $d = \frac{3}{5}$ u. $s = 1173\frac{3}{5}.$  |
| 16) $t = 81\frac{4}{5}$ u. $s = 16524.$            | 25) $d = -1\frac{1}{8}$ u. $s = 1\frac{3}{4}.$   |
| 17) $t = 287\frac{3}{4}$ u. $s = 6058\frac{1}{2}.$ | 26) $d = \frac{1}{8}$ u. $t = 3\frac{7}{8}.$     |
| 18) $n = 17$ u. $s = 442.$                         | 27) $d = -11$ u. $t = -1089.$                    |
| 19) $n = 45$ u. $s = 5265.$                        | 28) $d = 1\frac{2}{3}$ u. $n = 13.$              |
| 20) $n = 80$ u. $s = 3378\frac{1}{3}.$             | 29) $d = -\frac{5}{6}$ u. $n = 180.$             |
| 21) $n = 16$ u. $t = 10\frac{3}{4}.$               | 30) $a = -7$ u. $s = 28.$                        |
| 22) $n = 30$ u. $t = 19\frac{1}{2}.$               | 31) $a = -6$ u. $s = 146\frac{1}{4}.$            |
| 23) $d = \frac{1}{3}$ u. $s = 1900.$               | 32) $a = -\frac{3}{4}$ u. $s = -281\frac{1}{4}.$ |

33)  $a = -6$  u.  $t = 15\frac{3}{4}$ .

34)  $a = 2\frac{1}{2}$  u.  $t = 35\frac{1}{2}$ .

35)  $a = \frac{1}{2}$  u.  $n = 20$ .

36)  $a = 16$  u.  $n = 9$ .

37)  $a = 3\frac{1}{3}$  u.  $d = -2\frac{5}{6}$ .

38)  $a = 12$  u.  $d = \frac{7}{9}$ .

**II. Quotientenreihe oder Verhältnißreihe.**

51)  $t = 48$  u.  $s = 93$ .

52)  $t = 106\frac{403}{512}$  und  
 $s = 307\frac{441}{512}$ .

53)  $n = 7$  u.  $s = 127$ .

54)  $n = 3$  u.  $s = 777$ .

55)  $n = 10$  u.  $t = 78732$ .

56)  $n = \infty$  u.  $t = 0$ .

57)  $e = 4$  u.  $s = 436905$ .

58)  $e = 1$  u.  $s = 28$ .

59)  $e = 5$  u.  $n = 10$ .

60)  $e = \frac{1}{2}$  u.  $n = \infty$ .

61)  $a = \frac{1}{2}$  u.  $s = 131071\frac{1}{2}$ .

62)  $a = 1$  u.  $s = 3280$ .

63)  $a = 3$  u.  $t = 3000000$ .

64)  $a = 9$  u.  $t = 0$ .

65)  $a = 11$  u.  $n = 2$ .

66)  $a = 5$  u.  $n = 5$ .

67)  $t = 0$  u.  $s = 11\frac{2}{3}$ .

68)  $t = 0$  u.  $s = \frac{1}{9}$ .

69)  $x =$  Preis des wohlfeilsten Buches,  $y =$  Differenz der Reihe.  
Die Preise der 7 Bücher sind 50 Kop., 80 Kop., 1 Rbl. 10 Kop.,  
1 Rbl. 40 Kop., 1 Rbl. 70 Kop., 2 Rbl., 2 Rbl. 30 Kop. Dem  
Buchhändler zahlt er 9 Rbl. 80 Kop.

70) 18 Fuß.

71) Der erste Arbeiter erhält 3 Rbl. 25 Kop., der zweite 3 Rbl. 50 K.

72) 31 Rbl. 20 Kop.

73) Im ersten Jahre 250 Rbl., im letzten Jahre 725 Rbl.

74) Er zahlt jeden Monat 10 Rbl. mehr und im letzten Monat 180 Rbl.

75) Die gesuchte Zahl heißt 234.

76) A hatte 3, B 9 und C 15 Rubel unterschrieben.

77) Die 4 Zahlen heißen 5, 7, 9, 11 oder 11, 9, 7, 5.

78) Die kleinere Kathete ist  $4\frac{1}{2}$  Fuß, die Hypotenuse  $= 7\frac{1}{2}$  Fuß.79) Die kleinere Kathete ist  $= 21$ , die größere  $= 28$  und die Hypote-  
nuse  $= 35$  Fuß.80) Die kleinere Kathete ist  $= 18$ , die größere  $= 24$  und die Hypote-  
nuse  $= 30$  Fuß.

81) In der ersten Reihe stehen 9 und in der letzten 129 Bäume.

82) Die Reihe besteht aus 20 Gliedern, das letzte Glied ist  $= 100$ ,

83) Die 4 Zahlen sind 5, 10, 20, 40.

- 84) Die 4 Glieder heißen  $\frac{1}{17}, \frac{4}{17}, \frac{16}{17}, \frac{64}{17}$ .
- 85) Der Erste bekam 120, der Zweite 60 und der dritte 30 Rbl.
- 86) Die Zahlen sind 5, 10, 20.
- 87) Die drei Zahlen heißen 20, 10, 5.
- 88) Die Zahl heißt 248.
- 89) Das kleinste Gewicht ist  $= \frac{1}{64}$  und das größte  $= 34\frac{11}{64}$  Pfund.
- 90)  $a = 1, t = 2$  und  $n = 13, \log e = \frac{\log 2}{12} = 0,0250858 \dots$   
 Num  $\log e = 1,059 \dots$  zweites Glied, Num  $2 \log e = 1,122 \dots$   
 drittes Glied, Num  $3 \log e = 1,189 \dots$  viertes Glied u. f. w.  
 Num  $11 \log e = 1,888$  zwölftes Glied, Num  $12 \log e = 2$   
 dreizehntes Glied.
- 91) Es sei das erste Glied der gesuchten Reihe  $= x$  und ihr Quotient  $= y$ , so ist die Reihe:  $a = x + xy + xy^2 + \dots + xy^{m-1}$ ,  $ae = xy^m + xy^{m+1} + xy^{m+2} + \dots + xy^{2m-1}$  u. f. w.  
 Man multiplicire die Gleichung  $a$  mit  $y^m$ , dies giebt:  $ay^m = xy^m + xy^{m+1} + xy^{m+2} + \dots + xy^{2m-1}$ , so ist  $ay^m = ae$ , folglich  $y^m = e$  und  $y = e^{\frac{1}{m}}$ . Nun ist  $a = \frac{x(y^m - 1)}{y - 1} = \frac{x(e - 1)}{e^{\frac{1}{m}} - 1}$ ,  
 also  $x = \frac{a(e^{\frac{1}{m}} - 1)}{e - 1}$ .
- Sollen  $n$  Glieder dieser Reihe summiert werden, so ist  $s = \frac{a(e^{\frac{1}{m}} - 1)}{e - 1} \cdot \frac{(e^{\frac{n}{m}} - 1)}{e^{\frac{1}{m}} - 1} = \frac{a(e^{\frac{n}{m}} - 1)}{e - 1}$ .
- 92)  $a = 7, e = 8, m = 3$  und  $n = 7$ , so ist das erste Glied  $= \frac{7(8^{\frac{1}{3}} - 1)}{8 - 1} = 1$ , der Quotient  $= 8^{\frac{1}{3}} = 2$ . Die Summe von 7 Gliedern  $= \frac{7(8^{\frac{7}{3}} - 1)}{7} = 127$ .
- 93)  $a = 40, e = 3, m = 4$  und  $n = 13, s = 690,68$ .  
 Er muß dem Juwelier zahlen 690 Rbl. 68 Kop.
- 94) 1800 Rbl. 20 Kop.
- 95) Für den letzten Nagel zahlt er 5242 Rbl. 88 Kop., und das Pferd kostet 10485 Rbl. 75 Kop.
- 96) 18446750000000000 Körner, 1334846  $\square$  Meilen.

**III. Höhere Differenzreihe.**

- 99)  $b = 1, a = 3, d = 2$ . Summe = 2870  
 100)  $n = 900, b = 10201, a = 203, d = 2$ . Summe 333494150.  
 101)  $n = 20, b = 4, a = 12, d = 8$ . Summe 11480.  
 102)  $n = 20, c = 1, b = 7, a = 12, d = 6$ . Summe 44100.  
 103) Summe 25499475.  
 104)  $e = 1, c = 15, b = 50, a = 60, d = 24$  und  $n = 20$ .  
 Summe 722666.  
 105)  $n^2 - \frac{3}{2}n = 25^{199/2}$ . Das 113. Glied der Reihe.  
 106)  $b = 4, a = 1$  und  $d = 6$ . Summe 805.  
 107)  $n^2 - 2\frac{1}{2}n = 127\frac{1}{2}$ ,  $n = 31$ .  
 108) Das 2. und 50. Glied sind in beiden Reihen gleich.  
 109) Die oberste Schichte enthält 1, die darauffolgende 3, die folgenden 6  
 Kugeln u. s. w. Die unterste Schichte enthält  $\frac{20 \cdot 21}{1 \cdot 2} = 210$  Kugeln  
 und die ganze Pyramide 1540 Kugeln.  
 110) Die Basis enthält 400 und die ganze Pyramide 2870 Kugeln.

**§ 45.****Zinsrechnung.****a) Einfache Zinsen.**

- |                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| 6) 1125 Rbl.                | 9) 6 Jahre.               |
| 7) $5\frac{3}{7}$ Procente. | 10) $571\frac{3}{7}$ Rbl. |
| 8) 3450 Rbl. Zinsen.        | 11) 10431,87 Rbl.         |
- 12) 8760 Rbl. geben nach 8 Jahren 11563,20 Rbl. und 10000 Rbl.  
 geben jetzt 7575,75 Rbl., also ist das erste Gebot das höhere.
- 13)  $\left[ k + \frac{k(n-1)p}{100} \right] + \left[ k + \frac{k(n-2)p}{100} \right] \dots$   
 $\left( k + \frac{kp}{100} \right) + k, S = k \left( 2 + \frac{(n-1)p}{100} \right) \frac{n}{2} = 82500 \text{ Rbl.}$

**β) Zinseszinsen.**

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 16) 38920 Rbl. 66 Kop. | 18) 5027 Rbl. 95 Kop. |
| 17) 3731 Rbl. 7 Kop.   | 19) 6 Procent.        |

20) Nach 14,2 Jahren verdoppelt, nach 22,51 Jahren verdreifacht, nach 28,41 Jahren vervierfacht.

21) 9270 Rbl. 46 Kop.

22) 27 Jahre.

23) 2173 Rbl. 44 Kop.

24)  $4\frac{1}{20}$  Procent.

25) 12,246 Procent.

26)  $k = 25000$ ,  $n = 40$  halbe Jahre,  $f = 1,0175$ ,  $\log S = \log 25000 + 40 \log 1,0175$ .

Das Kapital ist = 50039 Rbl. 84 Kop.

27)  $\log S = \log 25000 + 20 \log 1,035$ .

Das Kapital = 49744 Rbl. 61 Kop.

28)  $x = \frac{\log A + n \log g - \log k}{\log f}$ .

29) 16,3 Jahre.

30)  $S = kf = \frac{1 \cdot 1,05^{1853} \cdot 3}{100 \cdot 95 \cdot 12^3 \cdot 24500^3 \cdot 4 \cdot 860^3 \cdot \pi}$ .

Das Kapital am Schlusse 1853 = 2853800000 Erden Gold.

33)  $S = 41467$  Rbl. 30 Kop.

34) Hier ist  $S = 0$ .

Es wird also von dem Capitale nach 12 Jahren nichts mehr übrig sein.

35) 17647 Rbl. 37 Kop.

36) 3113 Rbl. 35 Kop.

37) Das Kapital war = 4473 Rbl.

38) 26,3 Jahre.

39) 11686 Rbl. 70 Kop.

40) 44181 Rbl. 63 Kop.

41)  $S = 45444$  Rbl. 10 Kop.

42) Die gesuchte Summe  $w$  muß so groß sein, daß, wenn man sie auf Zinseßzinsen zum Zinsfuß  $f$  auf eine Rente giebt, und jährlich die Rente  $r$  davon wegnimmt nach Verlauf von  $n$  Jahren alles aufgezehrt sei.

Es ist also  $wf^n - \frac{r(f^n - 1)}{f - 1} = 0$ , folglich  $w = \frac{r(f^n - 1)}{f^n(f - 1)}$ .

43) 2663 Rbl. 75 Kop.

44) 2356 Rbl. 42 Kop.

- 45) Sie müssen zahlen 49835 Rbl. 70 Kop. und Jeder erbt 25082 Rbl. 15 Kop.
- 46) 199 Rbl. 93 Kop.
- 47) 2002 Rbl. 88 Kop.
- 48) 30 Jahre.

**§ 46.**

**Zahlensystem.**

7)	Nach dem diadischen System	10000011011111.
"	" triadischen "	102112200.
"	" tetradischen "	2003133.
"	" pentadischen "	232133.
"	" hexadischen "	102543.
"	" heptadischen "	33351.
"	" oktadischen "	20337.
"	" enneadischen "	12480.
"	" dekadischen "	8415.
8)	1010.	22) 2485842.
9)	2034.	23) 110120210.
10)	413.	25) 11114516.
11)	5102.	26) 10101011.
13)	3367.	27) 334511501.
14)	269.	29) 31004361.
15)	397.	30) 436327312.
16)	2207.	31) 110100010.
17)	205.	32) 20011222.
18)	57613.	34) 321203.
20)	22300.	35) 743281.
21)	1000121.	36) 347621.
37)	Summe: 6006501	nach dem dekadischen System = 708198
	Differenz: 3630540	" " " " = 461265
	Produkt: 6011126310	" " " " = 243086655
	Quotient: 21525660	" " " " = 1855623.
38)	Summe: 18467177	nach dem dekadischen System = 9315313
	Differenz: 10707638	" " " " = 5201936
	Produkt: 62402235448	" " " " = 21868938944
	Quotient: 127785260	Rest 378 " = 56802438 R. 314

39) Summe:	53211052	nach dem dekadischen System	=	1556654
Differenz:	43424505	" " " "	=	1294457
Produet:	240112441301	" " " "	=	969548293
Quotient:	130404122	" " " "	=	2551442

### § 47. Decimalbrüche.

4)	$\frac{5}{6}$ .	10)	$\frac{18}{55}$ .
5)	$\frac{1}{99}$ .	11)	$\frac{13}{12}$ .
6)	$\frac{13}{18}$ .	12)	$\frac{5}{44}$ .
7)	$\frac{3}{14}$ .	13)	$\frac{35}{74}$ .
8)	$\frac{7}{30}$ .	14)	$\frac{308611}{2499750}$ .
9)	$\frac{11}{12}$ .	15)	$\frac{41}{56}$ .

### § 48.

#### D. Combinationslehre.

##### a) Permutiren.

$$7) \quad nP(a^n) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} = 1, \quad nP(a^{n-1}b)$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} = n,$$

$$nP(a^{n-2}b^2) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2) \cdot 1 \cdot 2} = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2},$$

$$nP(a^{n-3}b^3) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-3)(n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3},$$

$$nP(a^{n-r}b^r)$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-r)(n-r+1)(n-r+2) \dots (n-3)(n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-r) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}.$$

Vergleichen wir diese Formeln mit dem binomischen Lehrsatz, so finden wir, daß sie die Binomialcoefficienten sind.

8) 720.

9) 3360.

- 10) Roma, Roam, Rmoa, Rmao, Raom, Ramo, Orma, Oram, Omra, Omar, Oarm, Oamr, Mroa, Mrao, Mora, Moar, Maro, Maor, Arom, Armo, Aorm, Aomr, Amro, Amor.
- 11) 108972864000 Jahre sind erforderlich
- 12) 720 sechsziffrige ganze Zahlen.
- 13) 12600 verschiedene ganze Zahlen.
- 14)  $\frac{1.2.3.4.5.6.7.8.7}{1.2.3.1.2.1.2}$  statt 9, da die Reihe mit 0 und 00 wegfallen)  
= 11760 verschiedene neunziffrige ganze Zahlen.
- 15) 620448401733239439360000 mal, 96945062770818662 Ballen Papier, 509957590 Jahre.

β) Combiniren.

- 23) 21.
- 24) 56.
- 25) 273438880.
- 26) 4005 Amben, 117480 Ternen, 2555190-Quaternen und 43949268 Quinten.
- 27) 1770 Amben, 34220 Ternen, 487635 Quaternen und 5461512 Quinten.
- 28)  $\frac{32.31 \dots 18}{1.2.3 \dots 15} = 565722720$  Arten.
- 29)  $\frac{40.39.38 \dots 34}{1.2.3 \dots 7} = 18643560$ .

§ 49. Mathematische Wahrscheinlichkeit.

- 5) a)  $\frac{1}{6}$ ; b)  $\frac{1}{18}$ .
- 6)  $\frac{{}^3C(8)}{{}^3C(32)}$ .
- 7) a)  $\frac{17}{200}$ , b)  $\frac{183}{200}$ , c)  $\frac{57}{85}$ , d)  $\frac{28}{85}$ .
- 8) a)  $\frac{1}{5}$ , b)  $\frac{4}{15}$ , c)  $\frac{8}{15}$ , d)  $\frac{7}{15}$ , e)  $\frac{11}{15}$ , f)  $\frac{4}{5}$ .
- 9)  $6^3$ . Die Wahrscheinlichkeit =  $\frac{1}{216}$ .

**Verbesserungen**  
zur Aufgaben-Sammlung.

---

Seite	Aufg.	41	statt	$a^2b$	ließ	$6a^2b$
"	55	"	11	"	"	$\frac{2}{3}$
"	55	"	12	$-5x^{\frac{1}{4}}$	"	$-5z^{\frac{1}{4}}$
"	56	"	35	$\sqrt{\sqrt{-13+2\sqrt{-3}}}$	"	$\sqrt{\sqrt{13+2\sqrt{-3}}}$
"	66	"	36	$e - 0,102$	"	$e = 0,102$
"	66	"	45	$x^2b^{\frac{1}{2}}$	"	$x^2b^{-\frac{1}{2}}$
"	67	"	73	$\frac{3}{3a^2b}$	"	$\frac{3}{2a^2b}$

---