

# Auflösungen

der

# Beispiele und Aufgaben

aus der

Buchstabenrechnung und Algebra,

von

**W. Nerling,**

weil. Collegienrath und Ritter, Oberlehrer an dem Gymnasium zu Dorpat.

—  
*Thomann*  
Dritte Auflage.

---

Dorpat, 1872.

W. Gläfers Verlag.

Von der Censur gestattet.  
Dorpat, den 4. Juli 1872.

TARTU ÜLIKOOLI  
RAAMATUKOGU

ETA-25135

144457492

# A. Die Buchstabenrechnung.

## § 2.

### I. Addiren.

α) Mit absoluten Zahlen.

- 7)  $34a + 20b + 36d = 57.$
- 8)  $33a + 20b + 36d + 41g = 136.$
- 9)  $17/8 a + 13/6 d + 11/7 f = 3^{29/45}.$
- 10)  $27/8 a + 23/7 b + 23/4 d + 3g = 52.$
- 11)  $18^{4/15} a + 3^{13/24} b + 23^{11/30} c + 25^{5/24} d + 7^{11/12} e = 234^{13/15}.$
- 12)  $25,94x + 32,423y + 19,8z = 924,28.$
- 13)  $12,33309a + 7,413b + 9,6961d + 0,64f = 94,3128066.$
- 14)  $68,099a + 21,04b + 27,4693c = 514,6456.$
- 17)  $2^{17/24} (a + b) + 3^{1/110} (a + c) + 2^{1/4} x.$

β) Mit relativen Zahlen.

- 21)  $-33a - 20b - 36d - 41g = -136$
- 22)  $-27/8 a - 23/7 b - 23/4 d - 3g = -52.$
- 23)  $-25,94x - 32,423y - 19,8z = -924,28.$
- 27)  $-10a - 10b - 23c = -103.$
- 28)  $9a - 17b + 21d - g = -65.$
- 29)  $19,93f - 0,01g - 9,23h = -3,4566.$
- 30)  $-23/4 a + 51^{2/3} b + 3c - 39d = 98.$
- 31)  $66x + 22z - 15t - 168.$
- 32)  $363,048a + 222,6855d - 94,571f = 789,11881.$
- 33)  $15^{1/6} a + 7^{11/15} b + 5^{1/4} c - 2^{7/15} d - 4^{1/6} g - 7^{19/24} f = 42^{31/720}.$

- 34)  $-1^{49/60}a - 10^{31/60}b + 13^{1/24}c - 9^{1/2}d + 1^{4/15}e = -5,94064 \dots$   
 35)  $54,259a - 20,56b - 9,4297c = 81,9596.$   
 36)  $3,651a + 4,558b - 14,317d + 1,3e = 19,659.$   
 37)  $-0,55a - 1,07b + 20,09c - 2,439d = 22,9538.$

## § 3.

## II. Subtrahiren.

α) Mit absoluten Zahlen.

- 19)  $3a + 4b + 22d + 2f.$   
 20)  $3/4 a + 3^{5/7}b + 1/3 d.$   
 21)  $6,22x + 5,24y + 38,88z.$   
 22)  $-41a - 5b - 14d - f.$   
 23)  $-a - 2^{1/4}b - 5d - 7^{2/5}g - 3h.$   
 24)  $-4^{2/3}a - 6^{19/24}b - 1^{3/4}d - 1/10 f.$   
 25)  $a + 5b - 45d - 3f.$

β) Mit relativen Zahlen.

- 33)  $-5a - 4b - 4d + 16f - 3g.$   
 34)  $5a - 10b + d + 10f - h.$   
 35)  $-24p - 4q - 13r - 2s - 3t - 18u.$   
 36)  $-1/3 a + 8^{1/4}b - 1^{19/40}d + 6f.$   
 37)  $7/8 a - 3/2 b - 4/3 d.$   
 38)  $9/10 a - 1^{5/12}b + 9^{11/24}c + 1/10 d + 1^{3/4}e.$   
 39)  $-1^{23/30}b + 9^{11/24}c + 5^{4/9}d + 1/8 e + 3/8 f.$   
 40)  $-1,029a + 0,0347b - 12,903d - 7,3f.$   
 41)  $-4,761a - 9,032b - 1,829d + 0,005f.$   
 42)  $5,23d + 0,441f + 0,38g + 3,04h.$   
 43)  $-1,8x - 60,54y + 7,9987z + 2,5t.$   
 44)  $15x + 35y.$   
 45)  $-5^{7/20}a - 3^{7/8}b - 13^{1/5}c + 1^{5/24}d - 5^{19/24}e.$   
 46)  $1^{7/30}b - 2^{23/24}c + 11^{61/144}d + 6^{7/120}e + 1^{5/24}f.$   
 47)  $0,963a - 8,1743b - 12,5974d + 1,3f = 1,1950218.$   
 48)  $6,85a - 1,769b - 1,38d = 21,171.$   
 49)  $19,93a - 0,73b - 9,23c.$

- 50)  $1\frac{5}{8}a + \frac{1}{30}b + \frac{4}{7}c.$   
 51)  $15\frac{1}{6}a + 7\frac{11}{15}b + 5\frac{1}{4}c - 2\frac{7}{15}d - 4\frac{1}{6}g.$

## § 4.

## III. Multipliciren.

β) Mit relativen Zahlen.

- 23) a)  $-120abcd^2fg.$  b)  $80x^2yz.$   
 24) a)  $-\frac{2}{5}abcdf.$  b)  $-0,7357532adfg.$   
 25) a)  $18a^2 + 48ab.$  b)  $-20xz + 55yz.$   
 26) a)  $20a^2 + 28ab - 12ad.$  b)  $-\frac{3}{8}ab + \frac{9}{16}b^2 - \frac{3}{4}bd.$   
 c)  $0,0612gl + 0,027hl - 0,045kl.$   
 27)  $45a^2 + 144ab - 308b^2.$   
 28)  $162x^2 - 63xy - 495xz + 147yz + 273z^2.$   
 29)  $-328fg + 256g^2 - 168hg + 123fh + 27h^2.$   
 30)  $10a^2 - 37ab + 34ad + 33b^2 - 65bd + 28d^2.$   
 31)  $135x^2 - 15y^2 + 60yz - 60z^2.$   
 32)  $45a^2 - 123ab - 121ad + 84b^2 + 164bd + 72d^2.$   
 33)  $264x^2 - 90xy + 86xz - 300y^2 + 415yz - 143z^2 = 11\frac{11}{48}.$   
 34)  $126b^2 - 162b - 498bd + 132d^2 + 594d = 516.$   
 35)  $a^2 - \frac{5}{12}ab - \frac{1}{4}b^2.$   
 36)  $2a^2 - \frac{2}{3}ab + 20\frac{1}{3}ac - 6\frac{2}{3}b^2 + 25\frac{1}{3}bc + 21c^2.$   
 37)  $3a^2 + 20\frac{9}{16}ab + 8ad + 3\frac{3}{4}b^2 + 1\frac{1}{2}bd.$   
 38)  $\frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{4}ab - \frac{3}{16}ad - \frac{12}{25}b^2 + \frac{3}{5}bd.$   
 39)  $2c^2 - \frac{19}{3}cd + \frac{43}{2}cg + \frac{7}{18}ch + 5d^2 - \frac{143}{4}dg - \frac{5}{6}dh$   
 $+ \frac{21}{4}g^2 - 27\frac{1}{24}gh - \frac{5}{6}h^2.$   
 40)  $28,7a^2 - 20,286ab + 68,142ad + 2,1112b^2 - 8,6424bd.$   
 41)  $-16,7048x^2 + 28,5264xy + 22,2626xz + 86,688y^2$   
 $- 73,1688yz.$   
 42)  $12a^2b^2 + 30abcd - 27b^2c^2 + 45bc^2d.$   
 43)  $\frac{1}{3}a^2b^2 - \frac{16}{27}b^2c^2d^2.$   
 44)  $\frac{1}{2}a^2b^2 + \frac{3}{25}abcd - \frac{8}{3}ab - \frac{5}{9}c^2d^2 + \frac{409}{126}cd - 2.$   
 45)  $0,612a^2b^2 + 8,0652ab^2d - 2,0956b^2d^2.$   
 46)  $0,048x^2y^2 - 0,108x^2z^2.$   
 47)  $2\frac{22}{25}x^2y^2 - 28\frac{1}{8}y^2z^2 + 78\frac{3}{4}yz^2 - 55\frac{1}{8}z^2.$

- 48)  $0,0018a^2b^2 - 0,005618b^2 + 0,53636bc - 12,8018c^2$ .  
 49)  $24a^2b(x+y) - 40ab^2cd - 21acd(x+y) + 35bc^2d^2$ .  
 50)  $56a^2(x+y)^2 + 61abc(x+y) - 60b^2c^2$ .

### § 5. Faktorenerfällung.

- 1) a)  $3a(b+2c-4h)$ . b)  $2bd(6a-3c+4d)$ .  
 2) a)  $12a(a-5b+2d)$ . b)  $14y(5x-7y-10z)$ .  
 3) a)  $-5g(b+2a-4ch) = 5g(4ch-b-2a)$ . b)  $-78k(19g-5h+2k) = 78k(-19g+5h-2k)$ .  
 4) a)  $(3a+5b)(2d-6f)$ . b)  $(4a-7b)(5d-2x)$ .  
 5) a)  $(2a+3b)(3d-4g)$ . b)  $(3a-4b)(8g-2h)$ .  
 6)  $(11ab-7d)(3df+2g)$ .  
 7)  $(2a+3b-5f)(g+4h)$ .  
 8)  $(2a+5b-3d)(4f-2g)$ .  
 9)  $(15f-8b-g)(2a-7d)$ .  
 10)  $2(3ab-d+5f)(9g-10h)$ .  
 11)  $(3ab+2cd-3fg)(2h+3k)$ .  
 12)  $(11a-12b+22d)(3a-20g)$ .  
 13)  $(\frac{3}{4}a - \frac{4}{5}b)(\frac{3}{5}d - \frac{7}{11}f)$ .  
 14)  $(\frac{1}{3}y - \frac{1}{4}z)(\frac{1}{2}t + \frac{2}{3}x)$ .  
 15) a)  $(2a+3b)(2a-3b)$ . b)  $(4x+5y)(4x-5y)$ . c)  $(\frac{2}{3}ab + \frac{5}{7}cd)(\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}cd)$ .  
 16) a)  $5(a-6b)(a+6b)$ . b)  $3(5ab-6cd)(5ab+6cd)$ .  
 c)  $2(3ax-7by)(3ax+7by)$ .  
 17) a)  $12ab(5c-6d)(5c+6d)$ . b)  $2a(\frac{1}{2}b - \frac{1}{3}c)(\frac{1}{2}b + \frac{1}{3}c)$ .  
 18) a)  $3a(\frac{1}{3}b - \frac{1}{5}c)(\frac{1}{3}b + \frac{1}{5}c)$ . b)  $5x(\frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z)(\frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z)$ .  
 19) a)  $7ab(\frac{1}{4}c - \frac{1}{6}d)(\frac{1}{4}c + \frac{1}{6}d)$ . b)  $10ab(\frac{1}{5}xy - \frac{1}{7}z)(\frac{1}{5}xy + \frac{1}{7}z)$ .

### § 6.

#### IV. Dividiren.

α) Mit absoluten Zahlen.

23)  $14\frac{1}{2}a + 2\frac{3}{4}b + 0,52c$ .

24)  $3\frac{1}{3}c + 2\frac{1}{2}d + \frac{7df}{3ab}$ .

25)  $2c + 7d.$

26)  $2\frac{2}{3}c + 8\frac{13}{14}d.$

27)  $12\frac{2}{3}a + 10\frac{1}{2}b.$

28)  $0,56ab + 3,04bc.$

## β) Mit relativen Zahlen.

31) a)  $-\frac{18ac}{19d}.$  b)  $-6g$  c)  $\frac{43(a+b)}{25c}.$

32)  $7d - 16abc - 16cf.$

33)  $14ab - 5b(x+y)$   
 $+ \frac{2(x-y)}{c} + \frac{15b}{2c}.$

34)  $7b - 2m - 9.$

35)  $3a - 5ab - 7b.$

36)  $2a + \frac{5}{2}b + 13.$

37)  $3x^2 + \frac{1}{2}x - 9.$

38)  $\frac{3}{4}a + \frac{5}{6}bd - \frac{1}{2}fg.$

39)  $4,3a + 5,02g.$

40)  $13,14x - 0,5y.$

41)  $8,005ab + 5,02df.$

42)  $4a + 5b - 6d.$

43)  $2a - 3b + 5d.$

44)  $\frac{7}{2}a + \frac{bd}{6} - 3f.$

45)  $6a - \frac{2}{3}b.$

46)  $\frac{1}{4}ab - \frac{2}{3}bc + 4cd.$

47)  $3x + 4y - 7z.$

48)  $4x - 5y + 8z.$

49)  $\frac{1}{2}ab - \frac{3}{4}cd + \frac{2}{5}df.$

50)  $4a(x+y) - 5b(x-y)$   
 $- 8(x-y).$

51)  $3c - 5d + \frac{3}{4}g - \frac{5}{3}h.$

52)  $3\frac{4}{5}ab - 1\frac{1}{6}bd + \frac{2}{3}d.$

## § 7. Quotienten heben.

4) a)  $\frac{3a}{5d}.$  b)  $\frac{a-5b}{3a+b}.$

5) a)  $\frac{4a-7b}{3a+2b}.$  b)  $\frac{3a+5b}{3c-1}.$

6)  $\frac{c+d}{f+2x}.$

7)  $\frac{7b-4a}{3b+7a}.$

8)  $\frac{2c-7d}{3x-5y}.$

9)  $\frac{5c+8d}{5c+7x}.$

10)  $\frac{6a+7b}{8c+9d}.$

11)  $\frac{10x-13y}{11a-12b}.$

12) a)  $\frac{5a}{a-x}.$  b)  $\frac{5d+3f}{5a-3b}.$

13)  $\frac{2a+3b}{4x+5y}.$

14)  $\frac{4d-5f}{2ab-5c}.$

15)  $\frac{3x-4y}{3ab-5bd}.$

16)  $\frac{10x+12y}{5a+7b}.$

17)  $\frac{6x+7y}{3ab+7cd}.$

## § 8. Quotienten addiren.

3)  $\frac{2b + 9a}{a}$

4)  $\frac{7ab}{n}$

5)  $12b$

6)  $a$

7)  $\frac{3^{3/2}a + 2b}{3a}$

8)  $\frac{2,24ab + 0,4bc}{5a}$

9)  $\frac{11ab - 7^{10/24}c}{8x}$

10)  $\frac{8,012xz - 4,666xy}{2,5ab}$

11) a)  $\frac{15ac + 8bd}{10bc}$  b)  $\frac{3a + 20bd}{5b}$

12) a)  $\frac{5af + 2bd}{3bf}$  b)  $\frac{3afh + 5cdg + 8bgh}{12bgh}$

13) a)  $\frac{12ad + 5bc + 20bdh}{20bd}$  b)  $\frac{8m^2 + 5kln + 6an}{15nl^2}$

14)  $\frac{6abg + 3fxy + 20d^2}{4dfg}$

15)  $\frac{5abx - 28xy + 10aby}{20xy}$

16)  $\frac{77ab - b^2 + 9bz + 30a^2}{45ab}$

17)  $\frac{135a^2y - a^2by - 45b}{42a^2xy}$

18)  $\frac{125abc - 64a^2 - 35c + 27a^2bc}{30a^2bc}$

19)  $\frac{16ax - 31bx + 33ab}{30abx}$

20)  $\frac{337^{1/2}by^2z - 216^{2/3}xy^2z - 30bx}{60x^2y^2z}$

21)  $\frac{34abx - 12b^2x + 30a^2bxz - 15a^2xz}{30a^2b^2x}$

22)  $\frac{8a^2 + 3ax - 3x^2}{a^2 - x^2}$

23)  $\frac{18f^2 - 31g^2}{9f^2 - 21fg + 10g^2}$

24)  $\frac{8a^2 - 26ab + 13b^2}{2a^2 - 5ab - 3b^2}$

- 25)  $\frac{ac^2 + abd - 2bdy}{c(a^2 - 4y^2)}$
- 26)  $\frac{15xyd + 2axy + 3bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$
- 27)  $\frac{42a^2 - 14ab + 33ad - 19bd}{20dx(3a - b)}$
- 28)  $\frac{15dxy + 20axy - 24bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$
- 29)  $\frac{16a^2 - 23ab}{4a^2 - 25b^2}$
- 30)  $\frac{15dxy - 18b^2 + 8a^2 - 24ab + 6bxy}{3d(4a^2 - 9b^2)}$
- 31)  $\frac{-ab}{3(4a^2 - 49b^2)}$
- 32)  $\frac{75b + ax}{12(a^2 - 25b^2)}$
- 33)  $\frac{5ad + 9a^2 + 8ab - 10b^2}{d(9a^2 - 25b^2)}$
- 34)  $\frac{16a^2 - 50b^2 - 3ab}{4a^2 - 25b^2}$
- 35)  $\frac{75a^2y + 104aby + 209b^2y - 230abx + 48b^2x}{60xy(2a - 5b)(3a + 8b)}$
- 36)  $\frac{-72,9bx - 8,48ay}{12(2a + 5b)(3x - 4y)}$
- 37)  $\frac{2,1x(d - b) - 4,4adx - 6abd - 23,1abx}{6bd(11a - 1)(11a + 1)}$

### § 9. Quotienten subtrahiren.

- |                                      |  |   |
|--------------------------------------|--|---|
| 2) b.                                |  | 7) $\frac{-1,24ab - 4,46bc}{5a}$        |
| 3) $\frac{a + 5b}{ab}$               |  | 8) $\frac{15\frac{1}{24}c - 2ab}{8x}$   |
| 4) $\frac{13ab + 4bd}{2dc}$          |  | 9) $\frac{84a^2 - 9ad - 8c}{30ab}$      |
| 5) $\frac{2ab + 3df - 9k}{2x}$       |  | 10) $\frac{42aly - 35bfy - 8blx}{56by}$ |
| 6) $\frac{3\frac{7}{12}a - 12b}{3a}$ |  |   |

- 11)  $\frac{5ag - 10dh + 8c^2d^2}{20bcdg}$ .
- 12)  $\frac{4abc - 3ac - 2a}{bc}$ .
- 13)  $\frac{8c^2de - 2cd^2 + 4cdef - 3ep}{cde}$ .
- 14)  $\frac{6abd - 3cd + 2cb}{bd}$ .
- 15)  $\frac{2(c - md)}{d}$ .
- 16)  $\frac{5x - 6y}{3xy}$ .
- 17)  $\frac{5am + 6bm + 4b}{10nm}$ .
- 18)  $\frac{abx - 2aby}{4xy} = \frac{ab(x - 2y)}{4xy}$ .
- 19)  $\frac{195b - 55b^2 - 46ab^2 + 12a^2}{60ab^2}$ .
- 20)  $\frac{a^2b^2c - 48b^2 - 56a^2c + 28abc}{84a^2b^2c}$ .
- 21)  $\frac{acd - a^2 - 2b^2}{bcd}$ .
- 22)  $\frac{41a^2by - 123a^2y + 45b}{42a^2xy}$ .
- 23)  $\frac{316^{2/3}xy^2z - 402^{1/2}by^2z + 30bx}{60x^2y^2z}$ .
- 24)  $\frac{11bx - 8ax - 33ab}{30abx}$ .
- 25)  $\frac{35b^2 - 12a^2}{30a^2b^2}$ .
- 26) a)  $\frac{a^2 - 2az - z^2}{a^2 - z^2}$ . b)  $\frac{a^2 + z^2}{a^2 - z^2}$ .
- 27)  $\frac{9fg - 13f^2 - 13g^2}{6f^2 - 31fg + 18g^2}$ .
- 28)  $\frac{10m^2 - 17mn + n^2}{8m^2 - 2n^2}$ .
- 29)  $\frac{39ax + 27ay - 26by - 25bx}{54a - 150b^2}$ .
- 30)  $\frac{d(7b - a)}{a^2 - b^2}$ .
- 31)  $\frac{5ad - 9a^2 - 8ab + 10b^2}{d(9a^2 - 25b^2)}$ .
- 32)  $\frac{23ab - 12a^2 - 10b^2}{4a^2 - 25b^2}$ .
- 33)  $\frac{75a^2y + 284aby - 241b^2y + 230abx - 48b^2x}{(2a - 5b)(3a + 8b)60xy}$ .
- 34)  $\frac{87xy^2 - 53abxy - 3aby^2 - 8abx^2}{70x(3ab - 2x)(4ab - 5y)}$ .

$$35) \frac{16a^2b^2 - 60a^4d - 10a^3bd + 32a^2bd + 24a^3b - 10^2/3 b^3d + 20a^2b^2d - 30^3/3 ab^2d}{4bd(2a - b)(3a + 2b)}$$

$$36) \frac{-2y^2(47,3a + 22b) - 20x^2(3a + 2b)}{3xy(10x + 11y)(10x - 11y)}$$

### § 10. Quotienten multipliciren.

- |   |   |
|---|---|
| <p>2) a) <math>30abd</math>. b) <math>-\frac{80aby}{x}</math>.</p> <p>3) a) <math>\frac{5df}{3a}</math>. b) <math>\frac{3bf}{20dg}</math>.</p> <p>4) a) <math>\frac{21bdk}{55}</math>. b) <math>-\frac{3xyd}{10b^2}</math>.</p> <p>5) a) <math>\frac{4a}{45b}</math>. b) <math>\frac{ab}{3}</math>.</p> <p>6) <math>\frac{8b - 12ab - 6 + 9a}{12}</math>.</p> <p>7) <math>\frac{4x^2 - 25y^2}{x^2 - y^2}</math>.</p> <p>8) <math>\frac{(a + b)^2}{b^2 - c^2}</math>.</p> <p>17) <math>\frac{3a^2}{bd} - \frac{39ac}{10d^2} - \frac{18ah}{25bdg} + \frac{21a}{5}</math>.</p> <p>18) <math>\frac{2bf}{3dg} - \frac{bc}{10ad} + \frac{5bc^2}{8ag^2} - \frac{6cf}{a}</math>.</p> <p>19) <math>\frac{a^2}{2bx} - \frac{5ac}{9dx} + \frac{25ay}{6} - \frac{ad}{6cx}</math>.</p> <p>20) <math>15ad + \frac{10bd}{3x} - \frac{27ax}{16b} - \frac{3}{8}</math>.</p> <p>21) <math>\frac{a^2}{bd} - \frac{15ax}{8d} - \frac{ax}{2b^2} + \frac{15x^2}{16b}</math>.</p> <p>22) <math>\frac{2a^2b^2}{7x^2y^2} - \frac{19abdf}{70x^2yz} - \frac{3d^2f^2}{5x^2z^2}</math>.</p> <p>23) <math>\frac{2a^2b^2}{15c^2d^2} - \frac{27b^2g^2}{10d^2f^2}</math>.</p> <p>24) <math>\frac{a^2b^2}{4c^2d^2} - \frac{397abxy}{525cdz} + \frac{8x^2y^2}{15z^2}</math>.</p> | <p>9) <math>3d</math>.</p> <p>10) <math>\frac{y(10x + 1)}{4x(4x^2 - 1)}</math>.</p> <p>11) <math>\frac{3x^2}{5y(2a + 5b)}</math>.</p> <p>12) <math>\frac{6x + 21y}{110z}</math>.</p> <p>13) <math>\frac{4a^2 - 7ab}{6ab + 10b^2}</math>.</p> <p>14) <math>\frac{8ag + 12bg + 2ah + 3bh}{6a^2 - 8ab}</math>.</p> <p>15) <math>d</math>.</p> <p>16) <math>\frac{6}{5}</math>.</p> |
|---|---|

$$25) \frac{8a^2}{25b^2} + \frac{11ad}{45bf} - \frac{4a^2}{15bf} - \frac{2d^2}{3f^2} + \frac{8ad}{27f^2}$$

$$26) \frac{2a^2}{5f^2} - \frac{121ab}{420fg} - \frac{22ad}{15fh} - \frac{2b^2}{g^2} + \frac{523bd}{630hg} + \frac{4d^2}{3h^2}$$

$$27) \frac{2a^2}{5x^2} - \frac{9b^2}{250y^2} - \frac{3bc}{10yz} - \frac{5c^2}{8z^2}$$

### § 11. Quotienten dividiren.

$$2) \text{ a) } \frac{3b}{7xy} \quad \text{b) } \frac{b}{4d}$$

$$3) \text{ a) } \frac{3x}{10dyz} \quad \text{b) } \frac{4d}{b}$$

$$4) \text{ a) } \frac{15b^2y}{2dx} \quad \text{b) } \frac{3bz}{2dy}$$

$$5) \text{ a) } \frac{2ah}{3dg} \quad \text{b) } \frac{25az}{36hy}$$

$$6) \text{ a) } \frac{bf}{dg} \quad \text{b) } \frac{by}{0,5at}$$

$$7) \text{ a) } \frac{5dm}{3hk} \quad \text{b) } \frac{0,9384bz}{11,73dy}$$

$$= \frac{bz}{12,5dy}$$

$$8) \frac{3a - 4b}{6ab} = \frac{1}{2b} - \frac{2}{3a}$$

$$9) \frac{2ag}{3bd}$$

$$10) \frac{8a}{7b}$$

$$11) \frac{3d(2a + b)}{4b}$$

$$12) \frac{ad}{3bc} + \frac{fd^2}{6c^2} - ad + \frac{7d}{3c}$$

$$13) \frac{3a}{5b} - \frac{2c}{3d} + 5xy - \frac{d}{5c}$$

$$14) \frac{2a}{3b} - \frac{3b}{4c} + 5d - 1$$

$$15) \frac{4a}{5b} - \frac{2d}{9g} + \frac{3h}{7k} - 8d$$

$$16) \frac{1}{4xy} - \frac{2a}{5xz} + \frac{3ab}{7zt} - 5x$$

$$17) 5d - \frac{9x}{16b}$$

$$18) \frac{a}{2b} - \frac{c}{d}$$

$$19) \frac{x}{2y} - \frac{y}{z}$$

$$20) \frac{2}{3bx} + \frac{4}{5ay}$$

$$21) \frac{2ab}{5xy} - \frac{4df}{5xz}$$

$$22) \frac{6ab}{25cd} + \frac{27bg}{25df}$$

$$23) \frac{5a}{b} - \frac{2b}{3c} + \frac{x}{5y}$$

$$24) \frac{3a}{5b} - \frac{6ad}{7bc} + \frac{2x}{3y}$$

$$25) \frac{3ab}{4fg} - \frac{21}{9m} + \frac{3xy}{5b}$$

$$26) \frac{3ax}{5y} - \frac{2ay}{bx} + \frac{5bz}{6xy}$$

$$27) \frac{3ab}{2c} - \frac{5fm}{g} + 7d$$

$$28) \frac{6a}{25g} - 3b + \frac{3c}{2h}$$

## § 13. Kettenbrüche.

$$2) \quad a) \frac{1}{2+1} \quad b) \frac{1}{2+1} \\ \frac{5+1}{4+1} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{2+1}{3+1} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{3+1}{5} \quad \frac{1}{3+1} \\ \frac{1}{4+1} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{1}{6}$$

$$3) \quad a) \frac{1}{3+1} \quad b) \frac{1}{2+1} \\ \frac{5+1}{4+1} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{7+1}{2+1} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{5+1}{3} \quad \frac{1}{1+1} \\ \frac{6+1}{1+1} \\ \frac{7+1}{2}$$

$$4) \quad a) 2, 3, 4, 5, 6; \quad b) 3, 5, 7, 9, 11.$$

$$5) \quad a) 1, 1, 2, 1, 2, 11; \quad b) 3, 7, 15, 1, 293; \quad c) 3, 7, 15, 1, 25, 1, 7, 4.$$

$$6) \quad a) 3, 7, 3, 1, 5, 1, 2, 2, 2; \quad b) 17, 1, 2, 1, 3, 1, 3, 3, 1, 17, 1, 1, 2.$$

$$8) \quad \frac{1}{2+1} = \frac{1}{2+49} = \frac{204}{457} \\ \frac{4+8}{49}$$

$$12) \quad 2) \quad a) \frac{1}{2}, \frac{5}{11}, \frac{21}{46}, \frac{47}{103}, \frac{162}{355}, \quad b) \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{18}, \frac{9}{23}, \frac{43}{110}.$$

$$3) \quad a) \frac{1}{3}, \frac{5}{16}, \frac{21}{67}, \frac{152}{485}, \frac{325}{1037}, \frac{1777}{5670}, \quad b) \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{20}{53}, \frac{23}{61}, \frac{181}{480}.$$

$$4) \quad a) \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{13}{30}, \frac{68}{157}, \frac{421}{972}, \quad b) \frac{1}{3}, \frac{5}{16}, \frac{36}{115}, \frac{329}{1051}, \frac{3655}{11676}.$$

$$5) \quad a) \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{11}{19}, \quad b) \frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{106}{333}, \frac{113}{355}, \quad c) \frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{106}{333}, \frac{113}{355}, \frac{2931}{9208}, \frac{3044}{9563}, \frac{24239}{76149}.$$

$$6) \quad a) \frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{22}{69}, \frac{20}{91}, \frac{167}{524}, \frac{196}{615}, \frac{559}{1754}, \frac{1314}{4123}, \\ b) \frac{1}{17}, \frac{1}{18}, \frac{3}{53}, \frac{4}{71}, \frac{15}{266}, \frac{19}{377}, \frac{72}{1277}, \frac{235}{4168}, \frac{307}{5445}, \frac{5454}{96733}, \frac{5761}{102178}, \frac{11215}{198911}, \frac{28191}{500000}.$$

## § 14.

## V. Potenziren.

- 11) a)  $9a^2b^2$ . b)  $256a^4b^4$ .
- 12) a)  $\frac{1}{49a^2b^2}$ . b)  $-27a^3x^3$ .
- 13) a)  $-\frac{64}{27a^3b^3}$ . b)  $\frac{81}{16a^4b^4}$ .
- 14) a)  $\frac{4a^2x^2}{81b^2y^2}$ . b)  $\frac{25x^2y^2}{9a^2b^2}$ .
- 15) a)  $\frac{64c^3d^3}{27a^3b^3}$ . b)  $\frac{625d^4g^4}{81a^4b^4}$ .
- 16) a)  $-\frac{g^3h^3}{8a^3d^3}$ . b)  $\frac{1296x^4y^4}{625a^4b^4}$ .
- 17)  $\frac{5,76c^2d^2}{0,0001a^2d^2}$ .
- 18)  $\frac{64c^2d^2}{a^2b^2}$ .
- 19)  $\frac{625b^4y^4}{256a^4x^4}$ .
- 20)  $\frac{c^4}{10000a^4}$ .
- 21)  $-\frac{z^3}{343y^3}$ .
- 22)  $-\frac{a^3}{8c^3}$ .
- 23)  $\frac{4b^2}{y^2}$ .
- 24)  $-\frac{729g^3h^3}{512a^3d^3}$ .
- 25)  $\frac{y^4}{16b^4}$ .
- 27) a)  $9a^2 + 30ab + 25b^2$ . b)  $-\frac{1}{9}x^2 - xy - \frac{9}{16}y^2$ .
- 28) a)  $\frac{25}{4}c^2 + \frac{4}{3}cd + \frac{16}{225}d^2$ . b)  $49a^2 - 112ab + 64b^2$ .
- 29) a)  $\frac{9}{49}x^2 - \frac{8}{21}xy + \frac{16}{81}y^2$ . b)  $0,25x^2 + 1,3bx + 1,69b^2$ .
- 30)  $0,0004a^2 - 0,018ab + 0,2025b^2$ .
- 31)  $4,2849a^2b^2 - 19,044abx + 21,16x^2$ .
- 32)  $12\frac{1}{4}a^2 + 39\frac{2}{3}ab + 32\frac{1}{9}b^2$ .
- 33)  $\frac{9a^2b^2}{16x^2y^2} - \frac{2az}{3dy} + \frac{16x^2z^2}{81b^2d^2}$ .
- 34)  $\frac{4a^2b^2}{9x^2y^2} - \frac{bz}{dy} + \frac{9x^2z^2}{16a^2d^2}$ .
- 35) a)  $27a^3 + 189a^2b + 441ab^2 + 343b^3$ . b)  $64x^3 - 144x^2y + 108xy^2 - 27y^3$ .
- 36) a)  $2744a^3 - 1176a^2b + 168ab^2 - 8b^3$ . b)  $343x^3 - 1176x^2y + 1344xy^2 - 512y^3$ .
- 37) a)  $\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2y + \frac{3}{8}xy^2 + \frac{1}{8}y^3$ . b)  $\frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{6}x^2y + \frac{1}{4}xy^2 - \frac{1}{8}y^3$ .
- 38) a)  $0,027x^3 + 0,6615x^2y + 5,40225xy^2 + 14,706125y^3$   
b)  $\frac{27}{125}h^3 - 0,00432h^2k + 0,0000288hk^2 + 0,000000064k^3$ .

$$39) \frac{8a^3b^3}{125x^3y^3} - \frac{2a^2bz}{dx^2y} + \frac{125ayz^2}{6bd^2x} - \frac{15625y^3z^3}{216b^3d^3}.$$

$$40) -\frac{27d^3}{125g^3} - \frac{189d}{50g^2b} - \frac{441}{20b^2dg} - \frac{343}{8b^3d^3}.$$

$$41) \frac{8c^3d^3}{125a^3} - \frac{72cd^2f}{125a^2} + \frac{216df^2}{125ac} - \frac{216f^3}{125c^3}.$$

$$42) 9a^2 + 16c^2 + 36g^2 + 24ac + 36ag + 48cg.$$

$$43) \frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{16}b^2 + \frac{1}{25}c^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{2}{15}ac - \frac{1}{10}bc.$$

$$44) \frac{1}{4}x^2 + \frac{4}{9}y^2 + \frac{9}{16}z^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}xz - yz.$$

$$45) 2,56a^2 + 18,49c^2 + 0,0004d^2 - 13,76ac - 0,064ad + 0,172dc.$$

$$46) 0,16x^2 + \frac{25}{4}y^2 + 1,44z^2 - 2xy + 0,96xz - 6yz.$$

$$47) \frac{25a^2b^2}{c^2} + \frac{49d^2}{a^2} + \frac{9h^2}{64f^2} - \frac{70bd}{c} - \frac{15abh}{4cf} + \frac{21d^2h}{4af}.$$

$$49) a) 9a^6. \quad b) -32a^{10}.$$

$$50) a) 256b^{-12} = \frac{256}{b^{12}}.$$

$$b) a^{90}b^{30}c^{60}.$$

$$51) a) a^{60}. \quad b) -a^{15}.$$

$$52) a^{24}.$$

$$53) \frac{a^{-12}}{b^{-12}} = \frac{b^{12}}{a^{12}}.$$

$$54) \frac{d^{rq} f^{nr}}{a^{mr} d^{nr} c^{pr} g^{mr}}.$$

$$55) \frac{a^{16}b^{20}}{c^{12}d^4f^4}.$$

$$56) \frac{a^{4m}b^{6m}}{c^{2m}d^{10m}}.$$

### § 15. Potenzen zu addieren und subtrahieren.

$$2) -4a^2 - 13b^3 + 4c^4 + 6m^2 = -201.$$

$$3) 2^{2/3}a^2x^4 - 5^{19/24}a^3x^3 + 6^{17/20}a^4x^2 - 4^{23/42}a^5x = 14^{67/105}.$$

$$4) 8^{3/4}b^6c^3 - 4^{1/30}b^5c^4 + 6^{1/40}b^4c^5 + 4^{1/2}b^3c^6.$$

$$5) -5b^n + 3d^{m+1} + 3f^{n-1} = 540.$$

$$6) 8^{7/12}a^{n-2} + 6^{1/2}a^{n-1} + 3^{7/18}a^n = 527^{1/4}.$$

$$7) -3^{47/60}a^3 - 4^{2/9}a^2x - ax^2 + \frac{3}{32}x^3 = \frac{52^{133}}{829440}.$$

$$8) -\frac{5}{6}a^3 - \frac{1}{15}a^2b + \frac{1}{48}ab^2 - \frac{3}{5}b^3 = 0,00002941616 \dots$$

$$9) -1,55a^3 + 11,99a^2c - 1,07ac^2 - 2,439c^3 = -1,7071944 \dots$$

## § 16. Potenzen zu multipliciren.

- 2) a)  $15a^3b^4$ . b)  $\frac{7c^2}{48a^3}$ . | 5)  $320a^{5m+1}b^{10}$ .
- 3)  $-1,2a^{-12}b^{-1}$ . | 6)  $-9a^{3m+3}b^5$ .
- 4)  $0,276a^{-1}c^4$ . | 7)  $11\frac{7}{8}a^{2n-2m}$ .
- 9)  $12a^5b - 20a^3b^4 + 24a^3bc^4$ . | 8)  $6,3a^{4m+7}b^{p-4}$ .
- 10)  $0,21a^{-5}b^{12} - 0,45a^{-7}b^{10}$ .
- 11)  $-\frac{2a^7x}{3b^3y} + \frac{a^4x^2}{3y^3} - \frac{55ax^4}{54b^{-3}y^5}$ .
- 12)  $-28x^{-7}y^4 + \frac{14y^3}{z} + 21x^{-4}y^6 - 56x^{-2}y^3z$ .
- 13)  $16\frac{1}{2}a^{-3}b^{-4} - 19\frac{7}{8}a^{-5}c^{-5} - 23\frac{13}{16}a^{-5}b^4c^{-7}$ .
- 14)  $9a^{-2}c^{-3} + 1,512b^3c^{-2} - 7,308a^2b^6$ .
- 15)  $17\frac{1}{2}a^{3n+1}b^{6-p} - 46\frac{7}{8}a^{3n-1}b^{9-p} - 7\frac{3}{11}a^{3n-3}b^{1-p}$ .
- 16)  $5\frac{3}{5}a^{-n}b^pc - 14\frac{14}{29}ab^{5+2p}c^{m+1} + 2\frac{1}{2}a^{n+2}b^{3p+7}c^{2m+1}$ .
- 17)  $(81 - 16x^4)a^{2m+7}$ .
- 18)  $10b^2(x^2 + y^2)^3$ .
- 19)  $-\frac{4}{3}(a + 2b - c)^2$ .
- 20)  $12a^6 - 8a^5 - 9a^4 + 12a^3 - 4a^2$ .
- 21)  $a^5 + 32b^5$ .
- 22)  $120a^{-8}b^4 - 101a^{-7}b^6 + 69a^{-6}b^8 - 18a^{-5}b^{10}$ .
- 23)  $78a^{-8}b^3 - 174a^{-5}b^4 - 295a^{-2}b^5 + 2ab^6 + 28a^4b^7$ .
- 24)  $196a^{10}c^4 - 36a^4b^2c^4 + 12a^2bc^5 - c^6$ .
- 25)  $2a^7 - \frac{23}{15}a^5b^2 + \frac{274}{45}a^4b^3 - \frac{11}{15}a^3b^4 - \frac{622}{225}a^2b^5$   
 $+ \frac{103}{30}ab^6 - \frac{3}{5}b^7$ .
- 26)  $0,06a^4b^5 + 1,425b^7 + 4,5a^{-2}b^8$ .
- 27)  $\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{3}ab + \frac{23}{36}b^2 + \frac{31}{48}a^{-1}b^3 + \frac{47}{24}a^{-2}b^4 - \frac{1}{3}a^{-3}b^5$   
 $- \frac{8}{9}a^{-4}b^6 - \frac{2}{3}a^{-5}b^7$ .
- 28)  $12a^{4m} - 38a^{3m-3}b^2 + 30a^{2m-6}b^4$ .
- 29)  $\frac{5}{9}a^{3-m}b^{-1} + \frac{5}{16}a^{5-3m}b^5 + \frac{15}{32}a^{6-4m}b^{-7}$ .
- 30)  $2a^{2-m}b^{n-2m+4} + 3a^{2m}b^{n-2m+3} + a^{m-1}b^{1-2m}c^p$   
 $- 2ca^{p-2m+3}b^{n+3} - 3ca^{p+m+1}b^{n+2} - a^pc^{p+1}$ .

- 31)  $15a^{3n-2m-4} b^{2p+7} + 14a^{6n-m-4} b^{4p+4} - 2\frac{4}{5} a^{9n-4} b^{6p+1}$ .  
 32)  $\frac{2}{25} a^{5n} b^{3q+3p} + \frac{1028}{1225} a^{3n+2} b^{5q-p} + 1\frac{13}{35} a^{2n+3} b^{6q-3p}$ .  
 33)  $6,04 a^{4-n} b^{2p-2q} - 2,892 a^{n+3,5} b^{3p-q} - 0,032 a^{5n+2,5} b^{5p+q}$ .

## § 17. Potenzen zu dividiren.

- |   |             |   |
|---|-------------|---|
| 4) a) $2a^7$ .  | b) $3a^6$ . | 8) $\frac{a^8 b^3}{x^2}$ .                    |
| 5) $\frac{5a}{6b}$ .  |             | 9) $\frac{3a^{2-n} c^{-1}}{4b^{4p+q}}$ .      |
| 6) $\frac{49 a^{-10}}{64 b^9} = \frac{49}{64 a^{10} b^9}$ . |             | 10) $\frac{4a^{2p-11} x^{-3-2q}}{7y^{5+q}}$ . |
| 7) $\frac{9x^4}{8b^{12}}$ .                                 |             | 11) $1\frac{1}{26} x^{m-n} y^{m+n}$ .         |
- 12)  $\frac{2}{3} a^2 b^{-3} - 1\frac{3}{4} a^4 b^{-6} + 5a^6 b^{-9}$ .  
 13)  $4a^2 - 16ax + 3x^2$ .  
 14)  $x^2 + 3x - 5$ .  
 15)  $16y^4 + 24y^3x + 36y^2x^2 + 54yx^3 + 81x^4$ .  
 16)  $4y^2 - 6y + 1$ .  
 17)  $81b^8 - 2\frac{7}{2} b^6 a^2 + \frac{9}{4} b^4 a^4 - \frac{3}{8} b^2 a^6 + \frac{1}{16} a^8$ .  
 18)  $8a^6 - 12a^4 b^2 + 6a^2 b^4 - b^6$ .  
 19)  $9z^4 - 9b^2 z^2 + 4b^4$ .  
 20)  $\frac{2}{3} x^3 - 3x^2 + \frac{5}{4} x + \frac{2}{3}$ .  
 21)  $15a^{-6} b^2 - 7a^{-5} b^4 + 6a^{-4} b^6$ .  
 22)  $3a^2 b^{-3} - 5a^3 b^{-5} + 12a^4 b^{-7}$ .  
 23)  $\frac{3}{4} a^2 b^{-3} + \frac{1}{2} a b^{-5} - 5b^{-7}$ .  
 24)  $\frac{a^4}{3} - \frac{5a^2}{2} + 3$ .  
 25)  $\frac{4z^3}{9} - 2z^2 + \frac{9z}{4}$ .  
 26)  $\frac{4a^3}{3b^2} - \frac{2a^4}{5b^3} + \frac{3a^5}{4b^4} - \frac{a^6}{8b^5}$ .  
 27)  $\frac{16a^2}{25b^2} + \frac{4a}{5b} + 1$ .  
 28)  $\frac{2}{5} a^{-13} b^6 + 10\frac{1}{2} a^{-9} b^3 - 1\frac{5}{6} a^{-5}$ .  
 29)  $\frac{4}{9} z^2 x^{-2} - zx^{-1} + \frac{9}{16}$ .

- 30)  ${}^{27/8}x^6y^{-6} - 9x^2y^{-2} + 8y^2x^{-2} - {}^{64/27}y^6x^{-6}$ .
- 31)  ${}^{10/7}a^{9m-8n}h^{4m-9n} - {}^{7/4}a^{6m-12n}b^{8m-13n}$ .
- 32)  $1 - 6y^{m+2n} + 9y^{2m+4n}$ .
- 33)  $2a^{2n}b^5 - {}^{2/3}a^{2n-1}b^4 + {}^{3/4}a^{2n-3}b^{-m}$ .
- 34)  $\frac{c}{a} + \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} \dots + \frac{b^{n-1}c}{a^n} + \frac{b^nc}{a^n(a-b)}$ .
- 35)  $\frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} \dots + (-1)^{n-1} \frac{cb^{n-1}}{a^n} + \frac{(-1)^ncb^n}{a^n(a+b)}$ .
- 36)  $x - x^2 + x^3 - x^4 \dots + (-1)^{n-1}x^{n-1} + \frac{(-1)^nx}{1+x}$ .
- 37)  $1 - b + b^2 - b^3 \dots + (-1)^{n-1}b^{n-1} + \frac{(-1)^nb^n}{1+b}$ .
- 38)  $1 + 2x + 2x^2 + 2x^3 \dots + 2x^{n-1} + \frac{2x^n}{1-x}$ .
- 39)  $\frac{b}{a} - \frac{b}{a^2d} + \frac{b}{a^3d^2} \dots + \frac{(-1)^{n-1}b}{a^nd^{n-1}} + \frac{(-1)^nb}{a^nd^{n-1}(ad+1)}$ .
- 40)  $b - 4c + \frac{16c^2}{b} - \frac{64c^3}{b^2} \dots + (-1)^{n-1} \frac{(4c)^{n-1}}{b^{n-2}} + \frac{(-1)^n(4c)^n}{b^{n-3}(b+4c)}$ .
- 41)  $1 + \frac{2y^2}{x^2} + \frac{2y^4}{x^4} + \frac{2y^6}{x^6} \dots + \frac{2y^{2n-2}}{x^{2n-2}} + \frac{2y^{2n}}{x^{2n-2}(x^2-y^2)}$ .
- 42)  $\frac{3}{2} + \frac{17b^2}{2a^2} + \frac{34b^4}{a^4} + \frac{136b^6}{a^6} \dots + \frac{17b^2(2b)^{2n-4}}{2a^{2n-2}}$   
 $+ \frac{17b^2(2b)^{2n-2}}{a^{2n-2}(2a^2-8b^2)}$ .
- 43)  $x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4$ .
- 44)  $x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} \dots + a^{n-1}$ .

### § 18. Potenzen zu potenziren.

$$1) \frac{3^{-12}a^{-24}}{6^{-18}b^{-30}} = \frac{2^{18}3^6b^{30}}{a^{24}}$$

$$2) \frac{2^{-6}a^6}{4^{-2}b^{-6}} = \frac{a^6b^6}{4}$$

$$3) \frac{49x^4}{36a^{10}2^2}$$

$$4) -\frac{1}{1728a^{12}b^6x^6}$$

$$5) \frac{729b^9}{64a^{15}x^3y^6}$$

$$6) \frac{3^{48}a^{60}d^{12n}}{b^{36}}$$

- 7)  $\frac{4^{-9}x^{-6}y^{3n}}{8^{-6}z^9} = \frac{y^{3n}}{x^6z^9}$ .
- 8)  $\frac{2^{12} \cdot 3^6 a^{30-6n} b^{6n-12}}{5^6}$ .
- 9)  $-\frac{32a^{35}b^5}{243}$ .
- 10)  $-\frac{27a^3}{8b^{15}y^9}$ .
- 11)  $\frac{625a^{32}b^8x^4}{4096y^8}$ .
- 12)  $\frac{3^{12} \cdot 2^{12} b^{12} y^{24}}{7^{12} a^{24} x^{36}}$ .
- 13)  $\frac{2^6 a^{12} y^{12}}{3^{12} x^{24} b^6}$ .
- 14)  $9a^6x^2 - 3a^3x^5 + \frac{1}{4}x^8$ .
- 15)  $\frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{2}x^3y + \frac{9}{16}x^2y^2$ .
- 16)  $\frac{9a^6}{25b^6} + \frac{4a^4}{15b^4} + \frac{4a^2}{81b^2}$ .
- 17)  $25a^{2n}x^4 + 30a^{2n-1}x^5 + 9a^{2n-2}x^6$ .
- 18)  $\frac{4}{9}a^{4m-2}b^4 - \frac{10}{9}a^{3m}b^{-1} + \frac{25}{36}a^{2m+2}b^{-6}$ .
- 19)  $\frac{8}{27}x^6 - x^4y^2 + \frac{9}{8}x^2y^4 - \frac{27}{64}y^6$ .
- 20)  $512a^9 + 576a^6b^3 + 216a^3b^6 + 37b^9$ .
- 21)  $\frac{1}{8}a^{6n-3}b^{3n} - \frac{1}{2}a^{4n+1}b^{3n-1} + \frac{2}{3}a^{2n+5}b^{3n-2}$   
 $- \frac{8}{27}a^9b^{3n-3}$ .
- 22)  $\frac{125}{216}a^{3m-12}b^3 + \frac{5}{4}a^{2m-3}b^{m+2} + \frac{9}{10}a^{m+6}b^{2m+1}$   
 $+ \frac{27}{125}a^{15}b^{3m}$ .

## § 19.

## VI. Extrahiren.

- 13) a)  $-\frac{2a}{3}(bc)^{1/3}$ ; b)  $\pm \frac{5ab}{bc} \sqrt{\frac{5}{6}}$ .
- 14) a)  $-3a^6$ . b)  $\pm 5a^2 \sqrt{-1}$ .
- 15) a)  $a^{5/2}b^{7/3} \sqrt{-1}$ . b)  $a^2b^3$ .
- 16) a)  $a^2$ . b)  $a^n$ .
- 17) a)  $a^n a^{\frac{1}{m}}$ . b)  $\pm \frac{5ab}{Sc^2d} \sqrt{5a}$ .
- 18) a)  $\pm a^2b^{\frac{3m}{n}}$ . b)  $a^{\frac{2n+6}{n+5}} b^{\frac{4n+12}{n+5}}$ .
- 19) a)  $\pm a^{5/2} \sqrt{-1}$ . b)  $\pm 6 \sqrt{-1}$ .
- 20)  $\frac{3a^2b}{2xy^3} (3b^2)^{1/3}$ .
- 21)  $\pm \frac{2a^2b}{3x^2y^2} \left(\frac{b}{x^3y}\right)^{1/4}$ .
- 22)  $\pm \frac{2ab^2}{7x} \sqrt{-\frac{3ab}{5y}}$ .
- 23)  $-\frac{3a^2b^3}{5x^2y} \sqrt[3]{\frac{2a}{3y^2}}$ .

- |     |                                  |     |   |
|-----|----------------------------------|-----|---|
| 24) | $a \sqrt[3]{\frac{3ab^2}{5}}$    | 38) | $\frac{a^2y^6}{100b^4x^6}$                        |
| 25) | $\pm \frac{8x^3}{27y^3}$         | 39) | $\pm \frac{3a^3}{4x^2\sqrt{bx}}$                  |
| 26) | $\pm \frac{1024y^5}{3125z^{10}}$ | 40) | $\frac{4b^2x^2}{25z^4} \sqrt[3]{x^2}$             |
| 27) | $\frac{4x^2}{9b^2}$              | 41) | $\pm \frac{8a^5b^3}{125x^3y^6} (ab^3)^{1/4}$      |
| 28) | $-\frac{x^{15}}{1024y^{15}}$     | 42) | $\pm \frac{8a^4b^3}{27x^6y^3} \sqrt{a} \sqrt{-1}$ |
| 29) | $\pm \frac{216x^6}{y^3}$         | 43) | $\pm (a+b) \sqrt{c}$                              |
| 30) | $\frac{9a^4}{16b^2}$             | 44) | $\sqrt[2]{5c^3x^m + 2y^{2p-4}}$                   |
| 31) | $-\frac{32x^{15}}{y^{10}}$       | 45) | $\frac{3b^n u^3 x^4}{2h^3(a^2 + x^2)^{2n}}$       |
| 32) | $\pm \frac{z}{2x^4y^2}$          | 46) | $a \sqrt{x+y}$                                    |
| 33) | $\frac{x^4}{9}$                  | 48) | $\sqrt{\frac{3a}{2b}}$                            |
| 34) | $\frac{4z^2}{x^6}$               | 49) | $\sqrt[3]{\frac{a}{10b}}$                         |
| 35) | $\pm 125z^3y^6$                  | 50) | $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$                          |
| 36) | $\frac{9}{x^2y^4}$               | 51) | $\frac{\sqrt{ac}}{a+b}$                           |
| 37) | $\pm \frac{8}{b^3y^6}$           | 52) | $\sqrt{a^2 - b^2x^2}$                             |

## § 20. Quadrat- und Cubikwurzel aus Polynomen.

- |    |  |    |  |
|----|--|----|--|
| 2) | $\pm (3x + 2y)$                                    | 5) | $\pm \left( \frac{4a^2x^3}{y^2} - \frac{5ay^3}{x^2} \right)$ |
| 3) | $\pm \left( \frac{2a}{3} - \frac{3b}{4ad} \right)$ | 6) | $\pm (5a^{-2}x^{-3} - 7ab^4x^3)$                             |
| 4) | $\pm \left( \frac{9}{4a} + \frac{6x}{c} \right)$   | 7) | $\pm (2a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{4})$                    |
|    |  | 8) | $\pm (\frac{1}{2}x^3 - 2x - \frac{3}{5})$                    |

- |  |  |
|--|--|
| 9) $\pm (4x^3 + 2x^2 - 2).$  | 12) $\pm (6a^6 - 5a^4 - 2a^2 + 3).$                                  |
| 10) $\pm (2x + 2ax + 4b^2).$   | 13) $\pm (1 - 3x^2 + 9x^4 - 27x^6).$                                 |
| 11) $\pm (5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 9x).$   | 14) $\pm \left( \frac{2x}{5a} - \frac{b}{c} - \frac{3d}{f} \right).$ |
| 15) $\pm (a^m x^n + 5ca^{m-2} x^{n+1} - 3ax^{-1}).$  |  |
| 16) $\pm \left( \frac{3a^{m-1}c}{2d^{3p}} - a^n b^{2n-1} d^3 - \frac{2^8 b^x}{3} \right).$                             |  |
| 17) $\pm \left( a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} \dots \right).$        |  |
| 18) $\pm \left( 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128} - \frac{7x^5}{256} \dots \right).$ |  |
| 19) $\pm \left( 2a + \frac{9b^2}{4a} - \frac{81b^4}{64a^3} + \frac{729b^6}{512a^5} \dots \right).$                     |  |
| 20) $5x + 1.$  | 31) $a^m - 2ax^n.$   |
| 21) $4 - 5y.$  | 32) $2 - x^{3n-1}.$  |
| 22) $\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}x^3.$   | 33) $z^{2m}x + 2ca^p.$   |
| 23) $2a - 7x.$   | 34) $a + \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^6}{9a^5}$                        |
| 24) $\frac{2a^2b}{3c^3} - \frac{c^2}{4ab^2}.$  | $+ \frac{5x^9}{81a^8} \dots$   |
| 25) $\frac{1}{2}a^{-4}b^{-2} + \frac{2}{3}a^{-1}b^4.$  | 35) $1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} \dots$        |
| 26) $2a + 3b - 4d.$  | 36) $a - \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^6}{9a^5}$                        |
| 27) $3x^3 - 2x^2y + y^3.$  | $- \frac{5x^9}{81a^8} \dots$   |
| 28) $x - 2x^2 + 3x^3.$   |  |
| 29) $2 - 3a + 2a^2.$   |  |
| 30) $3 - x + 3x^2.$  |  |

### § 21. Quadrat- und Cubikwurzel aus defektierten Zahlen.

- |                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) a) $\pm 36.$ b) $\pm 81.$   | 7) $\pm 8276.$              |
| 2) a) $\pm 86.$ b) $\pm 59.$   | 8) $\pm 5083.$              |
| 3) a) $\pm 817.$ b) $\pm 227.$ | 9) $\pm 40093.$             |
| 4) a) $\pm 413.$ b) $\pm 408.$ | 10) $\pm 203975.$           |
| 5) a) $\pm 763.$ b) $\pm 978.$ | 11) a) $\pm 2,645751 \dots$ |
| 6) $\pm 7563.$                 | b) $\pm 3,316625 \dots$     |

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| 12) a) $\pm 5,91608 \dots$                      | 33) <u>135.</u>            |
| b) $\pm 11,04536 \dots$                         | 34) 223.                   |
| 13) $\pm 18,27567 \dots$                        | 35) 106.                   |
| 14) $\pm 38,03.$                                | 36) 401.                   |
| 15) $\pm 900,03.$                               | 37) 420.                   |
| 16) $\pm 0,02308.$                              | 38) 698.                   |
| 17) $\pm 19,3696 \dots$                         | 39) 1854.                  |
| 18) $\pm 0,0272029 \dots$                       | 40) 4865.                  |
| 19) $\pm 8,45606 \dots$                         | 41) a) 1,587401 $\dots$    |
| 20) $\pm 0,29452 \dots$                         | b) 2,758924 $\dots$        |
| 21) $\pm 0,040863 \dots$                        | 42) 6,10017.               |
| 22) $\pm 0,948683 \dots$                        | 43) 9,020529 $\dots$       |
| 23) $\pm 0,05447723 \dots$                      | 44) 4,15061 $\dots$        |
| 24) a) $\pm 1^{11/12}$ . b) $\pm 0,86602 \dots$ | 45) 1,80199 $\dots$        |
| 25) $\pm 0,7453 \dots$                          | 46) 0,44266 $\dots$        |
| 26) $\pm 3,41869 \dots$                         | 47) 39,4735 $\dots$        |
| 27) a) $\pm 1,29099 \dots$                      | 48) 8,30838 $\dots$        |
| b) $\pm 0,93541 \dots$                          | 49) 0,442045 $\dots$       |
| 28) a) $\pm 0,64549 \dots$                      | 50) 0,412128 $\dots$       |
| b) $\pm 0,24253 \dots$                          | 51) a) $5/9$ . b) 0,87358. |
| 29) 48.   | 52) a) 0,94103 $\dots$     |
| 30) 53.   | b) 0,70949 $\dots$         |
| 31) 39.   | 53) 2,48794 $\dots$        |
| 32) 69.   |                            |

### § 22. Wurzeln zu addiren und subtrahiren.

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 2) $11 \cdot 3^{1/2} - 16 \cdot 4^{1/3} + 6^{1/5}$ .                    | 9) $13\sqrt{2}$ .               |
| 3) $7 \frac{1}{4} \sqrt{a} - 22 \frac{9}{20} \sqrt{ab} + \sqrt[3]{b}$ . | 10) $9\sqrt{5}$ .               |
| 4) $6 \cdot 3^{1/3}$ .  | 11) $48 \frac{1}{2} \sqrt{3}$ . |
| 5) $9\sqrt{6}$ .  | 12) $59,59\sqrt{2}$ .           |
| 6) $8\sqrt{2}$ .  | 13) $14 \frac{1}{2} \sqrt{3}$ . |
| 7) $-13\sqrt{3}$ .  |                                 |
| 8) $15\sqrt{3}$ .   |                                 |

- |     |                            |     |   |
|-----|----------------------------|-----|---|
| 14) | $2^{3/20} \sqrt[5]{5}$ .   | 31) | $(8 + 14a) ax \sqrt[3]{3a}$ .                       |
| 15) | $20^{13/14} \sqrt[3]{3}$ . | 32) | $(ab^3 + a^2b - ab + a^{10} b^{12}) \sqrt[3]{ab}$ . |
| 16) | $2^{8/15} \sqrt[5]{15}$ .  | 33) | $xz \sqrt[3]{2xz^2}$ .                              |
| 17) | $-2^{1/2} \cdot 3^{1/2}$ . | 34) | $11ab \sqrt[3]{9a^2b}$ .                            |
| 18) | $^{3/20} \sqrt[5]{5}$ .    | 35) | $16a^2b^3 \sqrt[3]{4a^2b}$ .                        |
| 19) | $14 \sqrt[3]{5}$ .         | 36) | $(56a - 14)b(2ab^2)^{1/3}$ .                        |
| 20) | $8 \cdot 2^{1/3}$ .        | 37) | $28xy^2 \sqrt[3]{5xy}$ .                            |
| 21) | $-29 \cdot 3^{1/3}$ .      | 38) | $\frac{2ax}{3b} \sqrt[3]{a + 2b}$ .                 |
| 22) | $61 \sqrt[3]{2}$ .         | 39) | $(a^2 - ab + b^2) \sqrt{a - b}$ .                   |
| 23) | $-17 \sqrt[3]{7}$ .        | 40) | $(6x + 10) \sqrt{x + 2}$ .                          |
| 24) | $11 \sqrt[3]{4}$ .         | 41) | $(a^2 + 15ab) \sqrt{a}$ .                           |
| 25) | $16 \sqrt[3]{5}$ .         | 42) | $-3xyx^{1/2}$ .                                     |
| 26) | $22ab \sqrt[3]{7ab}$ .     | 43) | $12m^2 \sqrt[3]{2m}$ .                              |
| 27) | $-2mn \sqrt{13n}$ .        | 44) | $4mn \sqrt{m}$ .                                    |
| 28) | $14x^2y \sqrt[3]{2}$ .     | 45) | $12ab \sqrt[3]{7ab} \cdot \sqrt{-1}$ .              |
| 29) | $-8ab \sqrt[3]{2ab}$ .     | 46) | $(6a + 20b) \sqrt[3]{-3a}$ .                        |
| 30) | $13bc \sqrt[3]{7c}$ .      |     |   |

### § 23. Wurzeln zu multipliciren.

- |     |                               |     |  |
|-----|-------------------------------|-----|--|
| 3)  | a) $ab \sqrt[nm]{x^m y^n}$ .  | 16) | $a^2 \sqrt[8]{\frac{b^4}{ac^2}}$ .                     |
|     | b) $12 \cdot 15^{1/2}$ .      | 17) | $-600$ .   |
| 4)  | $4 \sqrt[3]{42}$ .            | 18) | $60^{12} \sqrt[3]{5}$ .                                |
| 5)  | 140.                          | 19) | $2 \sqrt{15} - 2 \sqrt{6}$ .                           |
| 6)  | $-25 \sqrt[3]{21ab}$ .        | 20) | $40 \sqrt{2} + 48 - 48 \sqrt{5}$ .                     |
| 7)  | $-180 \sqrt[3]{3}$ .          | 21) | $24 \sqrt[3]{10} - 33 \sqrt[3]{5} + 168 \sqrt[3]{2}$ . |
| 8)  | $36a^2 \sqrt{ab} \sqrt{-1}$ . | 22) | $1 - \sqrt{5}$ .                                       |
| 13) | $12 \sqrt[9]{432}$ .          | 23) | $591 - 89 \sqrt{13}$ .                                 |
| 14) | $60 \sqrt[9]{54}$ .           | 24) | $76 + 32 \sqrt{5}$ .                                   |
| 15) | $\sqrt[8]{35^3}$ .            |     |  |

- 25)  $1 + \sqrt{6}$ .
- 26)  $7\sqrt{30} + \sqrt{15} + 42 + 3\sqrt{2}$ .
- 27)  $22\sqrt{10} - 158$ .
- 28)  $a - b$ .
- 29)  $ac^2 - bd^2$ .
- 30)  $a - c^2b^{2/3}$ .
- 31)  $4\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{18} + 6\sqrt[6]{3}$ .
- 32)  $5\sqrt{6} + 5\sqrt{5} - 2\sqrt[4]{125} - 2\sqrt[4]{180} + 2\sqrt[4]{54} + \sqrt[6]{2000}$ .
- 33)  $9 - 15\sqrt[6]{3} - 36\sqrt[3]{3}$ .
- 34)  $27 - 51\sqrt[6]{2} - 90\sqrt[3]{2}$ .
- 35)  $24\sqrt[6]{3} + 4\sqrt[3]{36} - 12\sqrt{2} - 4\sqrt[6]{54}$ .
- 36)  $10 + 2\sqrt[6]{108} - 2\sqrt[6]{432}$ .
- 37)  $2\sqrt[6]{32} - 6\sqrt[6]{2} - 10$ .
- 38)  $3\sqrt[6]{3^5} - 15\sqrt[3]{18} - 18 + 30\sqrt[6]{972}$ .
- 39)  $6 - 27^{4/5}\sqrt[6]{10^{125}/16} + 27\sqrt[3]{3/2}$ .
- 40)  $\sqrt[4]{147} + 60\sqrt{6}$ .
- 41)  $\sqrt[6]{94} + 66\sqrt{3}$ .
- 42)  $\frac{2x^2}{y^2}\sqrt[6]{\frac{2b^3c^5}{3}}$ .
- 43)  $\frac{x+2}{x-1}\sqrt[6]{\frac{6c}{a}}$ .
- 44)  $(6x-18)\sqrt[6]{\frac{20a}{27x}}$ .
- 45)  $\frac{1}{2}\left(\frac{3a}{2}\right)^{1/4}$ .
- 46)  $10a^2(15+9\sqrt{5})^{1/2}$ .
- 47)  $2(38+17\sqrt{7})^{1/2}$ .
- 48)  $\sqrt[2/3]{17}$ .
- 49)  $\frac{3b}{10a}\sqrt{(58+31\sqrt{3})}$ .
- 50)  $\sqrt[1/3]{xy(70+9\sqrt{2})^{1/2}}$ .
- 51)  $a(2a-b)(3a+b)\sqrt{3a^2-ab}$ .
- 52)  $\frac{a^2(10ab+8b^2)^{1/2}}{5a-4b}$ .
- 53)  $(x^2-y^2)x^{1/3}$ .
- 54)  $\frac{a-5m}{2a+3m}\sqrt[3]{\frac{2a-3m}{a}}$ .
- 55) 1.
- 56)  $\frac{(a+3b)^2(3ab+5b^2)^{1/2}}{a^2b+9b^2(a^2+3ab)}$ .
- 57)  $(2b^2-by)\sqrt[5]{b}$ .
- 58)  $x^2\sqrt{z}$ .
- 59)  $\frac{2}{5mn}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{1/6}$ .
- 60)  $\frac{(2a-b)(a^2-2b^2)}{(a+b)(2a+b)}$ .
- 61)  $-n\sqrt{15m}\sqrt{-1}$ .
- 62)  $-x\sqrt{10x}$ .
- 63)  $-2\sqrt{-5abc}$ .
- 64)  $\sqrt{nmcb}$ .
- 65)  $\mp 2(a+3b)\sqrt{c}$ .
- 66)  $\mp \frac{a(a^2-2b^2)}{4a^2+b^2}(a^2+b^2)^{1/2}$ .

67)  $3a(a-2b) \left(-\frac{1}{a}\right)^{1/2}$ .

68)  $\frac{x^2}{y} \sqrt{-x}$ .

69)  $\mp \frac{z-5y}{2z}$ .

70)  $\mp \frac{1}{x}$ .

## § 24. Wurzeln zu dividiren.

5) 10.

6)  $\frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{b^5 c^4}{d}}$ .

7)  $\left(\frac{f^2 g}{x^4}\right)^{\frac{1}{n}}$ .

8)  $\frac{c}{d a^{1/12}}$ .

9)  $\frac{a^2 b^{3/4}}{c}$ .

10)  $a^{-1/12}$ .

11)  $\frac{1}{a \cdot a^{7/12}}$ .

12)  $a \cdot a^{7/12}$ .

13)  $5 - \sqrt{2}$ .

14)  $11/8 + 1/4 \sqrt{2}$ .

15)  $a^{1/2} + a^{1/4} b^{1/4} + b^{1/2}$ .

16)  $5a^{5/6} b^{1/4} - 8ab^{-1/4}$ .

17)  $3a^{5/4} b^{1/2} - 5a^2 + 6a^{11/4} b^{-1/2}$ .

18)  $2x^{2/3} + 3y^{1/4}$ .

19)  $5a^{2/3} b^{-1/2} - 8a^{7/6} b^{-5/6} + 10a^{5/3} b^{-1/6}$ .

21) a)  $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ . b)  $\frac{\sqrt{5}}{15}$ .

22) a)  $\sqrt{a}$ . b)  $\frac{3a^2 c^{1/2}}{bc}$ .

23) a)  $\frac{5m^3(c+3)^{1/2}}{n(c+3)}$ .

b)  $\frac{3x}{10} (4x^2)^{1/3}$ .

24) a)  $\frac{x^2}{5} (16y)^{1/6}$ .

b)  $\frac{3y^4}{7} \sqrt[4]{8x^3}$ .

25) a)  $\frac{5x \sqrt{cm}}{3my}$ .

b)  $\frac{3y^4}{4} \sqrt[4]{200x}$ .

26)  $2 + \sqrt{3}$ .

27)  $\sqrt{15} + 3/2 \sqrt{6}$ .

28)  $1/10$ .

29)  $3\sqrt{2} - 3$ .

30)  $15 + 3\sqrt{21}$ .

31)  $1/2 (\sqrt{2} + 1)$ .

32)  $9 + 5/2 \sqrt{10}$ .

33)  $2 + 3/2 \sqrt{2}$ .

34)  $\frac{\sqrt{ab} - \sqrt{ac}}{b - c}$ .

35)  $-\frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{30}}{28}$ .

36)  $6\sqrt{3} - 13$ .

37)  $\frac{3\sqrt{5} - 9}{4}$ .

38)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ .

39)  $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}$ .

41)  $\frac{40 + 16\sqrt{3}}{13}$ .

40)  $\frac{188 - 65\sqrt{2}}{113}$ .

42)  $\frac{57 + 37\sqrt{2}}{14}$ .

43)  $\frac{12a^2b + 5bc^2 - (3ac + 20ab)\sqrt{bc}}{9a^2 - 25bc}$ .

44)  $\frac{(4a - 9c)\sqrt{ac}}{9c^2 - 4ac}$ .

45)  $\frac{9a^2 + 4ab - 12a\sqrt{ab}}{9a - 4b}$ .

49)  $\frac{8\sqrt{145(7 - 2\sqrt{5})}}{29}$ .

46)  $\frac{\sqrt{341(5 + \sqrt{3})}}{22}$ .

50)  $\frac{\sqrt{13(10 + 5\sqrt{3})}}{5}$ .

47)  $\frac{7\sqrt{13(4 - \sqrt{3})}}{13}$ .

51)  $\frac{a^2 + \sqrt{a^4 - b^4}}{b^2}$ .

48)  $\frac{\sqrt{4m^2 - 9n^2}}{2m - 3n}$ .

52)  $\frac{m^2 - \sqrt{m^4 - n^4}}{n^2}$ .

53) 
$$\frac{(2 - 4\sqrt[3]{25})(3^2 - 6\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{25})}{(3 + 2\sqrt[3]{5})(3^2 - 6\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5^2})}$$

$$= \frac{138 - 92\sqrt[3]{5} - 28\sqrt[3]{25}}{67}$$

54)  $\frac{8 - 10\sqrt[3]{12} + 25\sqrt[3]{18}}{23}$ .

55)  $\frac{45 + 135\sqrt[4]{5} + 3\sqrt[4]{125} + \sqrt{5}}{101}$ .

56)  $18 \cdot 2^{1/4} - 6 \cdot 3^{1/4} + 72^{1/4} - \frac{108^{1/4}}{3}$ .

57)  $1 + \sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{6}$ .

58)  $\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$ .

59)  $\frac{1}{12}\sqrt{30} + \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{6}\sqrt{3}$ .

60)  $35\sqrt{10} + 77\sqrt{2} + 63\sqrt{3} + 28\sqrt{15}$ .

61)  $(a - b)\sqrt{\frac{a - 5b}{a}} = \frac{a - b}{a}\sqrt{a^2 - 5ab}$ .

62)  $\frac{x-y}{x+y} (x-10y)^{1/3}$ .

63)  $\frac{\sqrt{ab}}{b}$ .

64)  $\frac{n^2}{3b^2m^2} \sqrt[6]{5^2 \cdot 3^4 c^5 b^4}$ .

67)  $\frac{x^2-9}{6y(x+4)} \sqrt[6]{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2 x^2 y^3}$ .

68)  $-\frac{\sqrt{-6b}}{3b}$ .

69)  $\frac{\sqrt{2abd}}{2d}$ .

70)  $5/2 \sqrt{6b}$ .

65)  $\frac{3a^2}{2} \sqrt[6]{243 \cdot 5^3 a}$ .

66)  $\frac{m^3 \sqrt[4]{4y(5x-4)^3}}{2n^4(5x-4)}$ .

71)  $-\frac{\sqrt{30} \sqrt{-1}}{6x}$ .

72)  $\frac{(-ax)^{1/2}}{x}$ .

73)  $\pm \frac{1}{a^2 + 5b^2}$ .

## § 25. Wurzeln zu potenzieren.

4)  $9 \cdot 2^{2/3} = 9 \sqrt[3]{4}$ .

5) 18.

6)  $5 + 2 \cdot 6^{1/2}$ .

7)  $4a + 12\sqrt{ab} + 9b$ .

8)  $143 - 30\sqrt{10}$ .

9)  $486\sqrt{2} + 408\sqrt{3}$ .

10)  $-\frac{8}{x^{1/2}}$ .

11)  $\frac{81x^{9/3}}{16}$ .

12)  $\frac{9xy^{4/3}}{25z^{1/2}}$ .

13)  $\frac{1}{64b^2c^{10}}$ .

14)  $140625a^{12}b^4$ .

23)  $32a^{-5} - 12a^{-1}b \sqrt[6]{32a} + \sqrt[3]{4a^3 b^2} \sqrt[3]{4a}$ .

15)  $\frac{64a^{10}}{x^4}$ .

16)  $4bx^5 \sqrt{\frac{b}{2x}}$ .

17)  $\frac{2160b^2m^6}{n^8} \sqrt[3]{\frac{5b^2}{3m^2}}$ .

18)  $\frac{125x^8}{108y^8} \left(\frac{3y}{10x}\right)^{1/2}$ .

19)  $-\frac{64}{27y^{9/5}}$ .

20)  $2^6 a \sqrt[5]{a^4 b}$ .

21)  $3\sqrt{3} - 18\sqrt[3]{2} + 14\sqrt[6]{432} - 16$ .

22)  $\frac{63}{2} - \frac{55\sqrt{2}}{4}$ .

24) a)  $9\sqrt{-3}$ .

b)  $-\frac{1}{10\sqrt{-10}}$ .

25) a) 36. b)  $-125\sqrt{-5}$ .

26) a) 9. b)  $-5(-5)^{1/6}$ .

32)  $-90\sqrt{10} - 460\sqrt{-10}$ .

33)  $2\sqrt{a+b} - 2\sqrt{2b}$ .

34)  $2\sqrt{2x+y} + 2\sqrt{2y}$ .

35)  $\sqrt{13} + \sqrt{-13} - 2\sqrt{12 + 13\sqrt{-1} - 2\sqrt{-39} - 2\sqrt{39}}$ .

36)  $2\sqrt{-3} + 2\sqrt{-2}$ .

37)  $2a^2 - 2ab$ .

38)  $8x^4 + 4x^2y^2$ .

27)  $-\frac{1}{8(-2)^{1/2}}$ .

28)  $-5 - 2\sqrt{6}$ .

29)  $-3 + 4\sqrt{-10}$ .

30)  $-9 - 46\sqrt{-1}$ .

31)  $5 - 134\sqrt{-2}$ .

### § 26. Wurzeln zu extrahieren.

2)  $\pm \frac{27x^2}{64y}$ .

3)  $\pm \frac{27y}{125x^{6/5}}$ .

4)  $-\frac{243z^{15/2}}{1024b^{5/2}m^2}$ .

5)  $\pm \frac{27z^{3/4}}{125x^{9/8}y^{3/8}}$ .

6)  $\frac{64x^2}{y^4}$ .

7)  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{4096}}}$   
 $= \sqrt[3]{\sqrt{64}} = 2$ .

8)  $\pm \frac{x^{1/4}}{32b^{1/2}}$ .

9)  $-\frac{8b^2c^{4/5}}{m^{3/2}}$ .

10)  $\frac{x^6}{4a^3b^4}$ .

11)  $9x^4a^{7/3}$ .

12)  $\pm \frac{216m^{6/5}}{125b^{12/5}c}$ .

13)  $\pm \frac{729z^4}{512x^2y^{3/5}}$ .

14)  $\frac{9z^{1/3}}{25x^{3/2}y^{1/2}}$ .

15)  $\frac{4z}{mx^3}$ .

17)  $\pm (2 + 2\sqrt{2})$ .

18)  $\sqrt{17/2} - \sqrt{1/2}$ .

19)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ .

20)  $\pm (4 + \sqrt{2})$ .

21)  $\pm (5 - 3\sqrt{2})$ .

22)  $\pm (1 + \frac{1}{2}\sqrt{2})$ .

23)  $\pm (5 + 2\sqrt{3})$ .

24)  $\pm (8 - 5\sqrt{2})$ .

25)  $\pm (6 + \sqrt{3})$ .

26)  $\pm (17 - 4\sqrt{5})$ .

27)  $\pm (9 - 2\sqrt{7})$ .

28)  $\pm (10 + \sqrt{6})$ .

29)  $\sqrt{2a} + \sqrt{3b}$ .

30)  $\pm (3x^2 + x\sqrt{x^2 + y^2})$ .

31)  $\pm (13 + 4\sqrt{-5})$ .

32)  $\pm (8 - 7\sqrt{3}\sqrt{-1})$ .

33)  $\pm (5a + 9a\sqrt{-7})$ .

## § 27.

## VII. Exponiren (Logarithmiren).

22) 4,1731571.

23) 4,3390139.

24) 4,6288689.

25) 4,7070163.

26) 4,8960023.

27)  $x = 29$ .

28)  $x = 495$ .

29)  $x = 1497$ .

30)  $x = 1744$ .

31)  $x = 22890$ .

32)  $x = 26845$ .

33)  $x = 33598$ .

34) 37647.

35) 42749.

36) 55719.

37)  $x = 65768$ .

38)  $x = 90575$ .

39)  $x = 96746$ .

40)  $x = 55337$ .

41) 5,01175225.

42) 5,03272350.

43) 5,8061955.

44) 6,3770990.

45) 5,5416628.

46) 6,6872900.

47) 6,7708570.

48) 6,8022308.

49) 6,8939951.

50) 6,9202020.

51)  $x = 87734000$ .

52)  $x = 837550000$ .

53)  $x = 5533900$ .

54) 101499000.

55)  $x = 3985784$ .

56) 2,9171903.

57) 0,7309921.

58) 2,7320558.

59) 1,8920055.

60) 4,00494012.

61)  $x = 888,44$ .

62)  $x = 7184,8$ .

63) 63,304.

64) 909,06.

65) 8,7208.

66) 2,2237.

67) 10215,7.

68) 0,7538128 — 2.

69) 0,0239517 — 3.

70) 0,6998031 — 1.

71) 0,9704678 — 3.

- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| 72) 0,9730262 — 2.     | 84) 0,6700375.           |
| 73) 0,5900501 — 5.     | 85) 0,4771314.           |
| 74) $x = 0,038727$ .   | 86) 0,4836985 — 3.       |
| 75) $x = 0,0019726$ .  | 87) 1,4899595.           |
| 76) $x = 0,00013336$ . | 88) $x = 505651,1$ .     |
| 77) 0,001134.          | 89) $x = 54017,92$ .     |
| 78) 0,011721.          | 90) $x = 2,973088$ .     |
| 79) 0,11942.           | 91) 113,9565.            |
| 80) 3,8506015.         | 92) 0,2511153.           |
| 81) 1,6272419.         | 93) $x = 0,02588843$ .   |
| 82) 4,6330380.         | 94) $x = 0,0009705297$ . |
| 83) 0,3692252 — 1.     | 95) 1,7508014n.          |
- 96) — 3,8285439 = 0,1714561 — 4.  
 97) 3,8683346n.  
 98) — 3,9871001 = 0,0128999 — 4.  
 99) 3,9294189n.  
 100) — 3,9542695 = 0,0457305 — 4.  
 101)  $x = \frac{1}{47744,2}$   
 102)  $x = -47744,2$   
 103)  $x = \frac{1}{77,78853}$   
 104)  $x = -77,78853$   
 105) 2,7506694n.  
 106) — 2,7506694 = 0,2493305 — 3.

### § 28. Aufgaben mit Logarithmen zu berechnen.

- 1)  $\log a + \log b + \log c - (\log d + \log f)$ .
- 2)  $m \log a + n \log b$ .
- 3)  $m \log a - (n \log b + p \log c)$ .
- 4)  $\frac{n}{p} \log a + \frac{n}{n+1} \log b$ .
- 5)  $\frac{1}{n}(m \log 2 + p \log b - q \log c)$ .
- 6)  $\log a + \frac{m}{n} \log c - (\log b + \frac{1}{2} \log d)$ .

- 7)  $\log a + \log b + \log (c + d)$ .  
 8)  $n \log (a + b) + m \log c - [\log (c + d) + \frac{3}{2} \log d]$ .  
 9)  $- m \log (a + b^n)$ .  
 10)  $\frac{1}{m} \log (a^2 - x^2) = \frac{1}{m} [\log (a + x) + \log (a - x)]$ .
- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| 11) 15453,13.    | 41) 0,53821.      |
| 12) 319,01.      | 42) 7,53657.      |
| 13) 15,589.      | 43) 13,70179.     |
| 14) 24,48.       | 44) 3,01638.      |
| 15) 1060742.     | 45) 2,48552.      |
| 16) 0,5068965.   | 46) 0,95932.      |
| 17) 0,00724619.  | 47) 2,227645.     |
| 18) 9,87112.     | 48) 31,71402.     |
| 19) 0,000178582. | 49) 1,443779.     |
| 20) 284712.      | 50) 0,982093.     |
| 21) 1582,43.     | 51) 0,0106295.    |
| 22) 76452,73.    | 52) 1,295695.     |
| 23) 1,206556.    | 53) 0,23081.      |
| 24) 38,4064.     | 54) 2,49334.      |
| 25) 0,2806288.   | 55) 1,90176.      |
| 26) 67,32069.    | 56) 8930,856.     |
| 27) 151,4369.    | 57) 1,29569.      |
| 28) 5,12992.     | 58) 0,596544.     |
| 29) 1,81983.     | 59) 1,06662.      |
| 30) 36,3231.     | 60) 2,00291.      |
| 31) 0,830103.    | 61) 28,94639.     |
| 32) 1,025981.    | 62) 2016,91.      |
| 33) 8,11108.     | 63) 144,597.      |
| 34) 0,896526.    | 64) 0.0000536795. |
| 35) 0,873569.    | 65) 114379,7.     |
| 36) 126,826.     | 66) — 1988,204.   |
| 37) 3,94319.     | 67) 7,95666.      |
| 38) 0,00019621.  | 68) 1,26186.      |
| 39) 0,9366867.   | 69) 1,26484.      |
| 40) 0,982439.    |                   |

70) 0,886506.

72) 0,45976.

71) 1,511912.

73) 1,097931.

### § 29. Verschiedene Aufgaben.

1)  $65/24 (x + y) + 541/210 at + 9/4 \frac{1}{m} = 235^{11/12}$ .

2)  $-47gh - 34kn + 39 \frac{a}{b} - 23mp + 8nq = -733$ .

3)  $13/8ab + 1/30de + 4/7fg = 7^{11/360}$ .

4)  $-3ab + 225df + 5lgh + 53lmn = 2124$ .

5)  $17/40 (a + b) - 9/14bd - 9/32xy$ .

6) 
$$\frac{-7abdc}{2(2ab + 3dc)(2ab + 3dc)}$$

7)  $47/9 \frac{a}{b} - 21/2 \frac{c}{d} + 41/5 \frac{x}{y} = 1^{1/66}$ .

8)  $169/10 (a + b) - 1/4 \frac{c}{d} + 1/2 \frac{h}{k} = 169^{1/2}$ .

9)  $-1,008 (a - b) - 4,257 \frac{x}{y} + 12,1048 \frac{d}{f} = 2,9953$ .

10)  $6^{11/12} (a + b) - 40^{7/24} (f - g) + 5^{3/8} (k + l)$ .

11)  $-13,49ab + 8,78cd + 4,293dg$ .

12) 
$$\frac{5h(x-1)}{2d(7a+9b)^2}$$

17)  $(3x + 7y)(4x + 5y)$ .

13)  $(a + 2b)(3a + 5b)$ .

18)  $(7x + 3y)(5x + 11y)$ .

14)  $(a - 4b)(5a + 3b)$ .

19)  $(3x - 2y)(5x + 13y)$ .

15)  $(a + 5b)(7a - 2b)$ .

20)  $(x - 3y)(5x + 7y)$ .

16)  $(4a - b)(a - 5b)$ .

21)  $(5x - 7y)(11x - 13y)$ .

22)  $(7x - 11y)(13x - 17y)$ .

23)  $1^{1/40} \sqrt[4]{a} - 2^{1/60} \sqrt[6]{b} + 9^{5/8} \sqrt[8]{c} + 0,1 \sqrt[10]{d} + 8^{1/4} \sqrt[4]{3} = 25,211243$ .

24) 
$$\frac{15xy}{(n+1)^2}$$

25)  $3/10 a^{3m-n} + 1/8 a^{2mb^m} - 1/8 a^m b^{2m} - 5/6 a^{-n} b^{3m}$ .

26)  $8a^{-7} + 4b^{-2} + 2d^8 - 4f^m - 12g^n$ .

27)  $(10b^2 + 2bc) y^4 - (9b^2 - 7bc) y^5 + (3b^2 - 8bc) y^6 - (2b^2 + 3bc) y^7$ .

28)  $\frac{3a - 6b}{5a - 9b}$ .

31)  $\frac{2a - 5b}{3a - b}$ .

29)  $\frac{5a - 12b}{7a + 5b}$ .

32)  $\frac{2a + 3b}{3a - 8b}$ .

30)  $\frac{(9a - b)c}{(2a + 3b)d}$ .

34)  $a^7 \pm 7a^6b + 21a^5b^2 \pm 35a^4b^3 + 35a^3b^4 \pm 21a^2b^5 + 7ab^6 \pm b^7$ .

35)  $a^{10} \pm 10a^9b + 45a^8b^2 \pm 120a^7b^3 + 210a^6b^4 \pm 252a^5b^5 + 210a^4b^6 \pm 120a^3b^7 + 45a^2b^8 \pm 10ab^9 + b^{10}$ .

36)  $-0,649 \frac{a}{b} + 4,558c - 15,117d + 1,3e = 0,071545$ .

37)  $\frac{9}{5}bx^{-1} - \frac{177}{200} - \frac{1}{5}b^{-1}x + 2b^{-2}x^2 - \frac{29}{24}b^{-3}x^3 + \frac{7}{12}b^{-4}x^4 = 8^{1097}/7500$ .

38)  $\frac{81}{16}a^{6m-2n+2} + 3a^{5m-n+2}b^{m-n} + \frac{4}{9}a^{4m+2}b^{2m-2n}$ .

39)  $1 \pm 12x + 66x^2 \pm 220x^3 + 495x^4 \pm 792x^5 + 924x^6 \pm 792x^7 + 495x^8 \pm 220x^9 + 66x^{10} \pm 12x^{11} + x^{12}$ .

40)  $625 - 2000x + 2400x^2 - 1280x^3 + 256x^4$ .

41)  $-(6m^4 + 4mn^3)y^2 + (11m^3n - 9m^2n^2)y^4 - (16m^2n^2 - 7mn^3)y^6$ .

42)  $81a^{4m} + 6a^{4m-1}b + \frac{1}{9}a^{4m-2}b^2$ .

43)  $\frac{11a^2b^2 - 9b^4}{4(a^2 + 3b^2)(a^2 - 3b^2)}$ .

44)  $\pm \frac{a^3}{x^6b^4} \sqrt[4]{\frac{3^3y^3}{2^3b^2}}$ .

45)  $\pm \frac{3b}{5x} \sqrt[4]{\frac{3a}{5x}}$ .

46)  $\frac{x^7}{128} + \frac{7x^6y}{32} + \frac{21}{8}x^5y^2 + \frac{35}{2}x^4y^3 + 70x^3y^4 + 168x^2y^5 + 224xy^6 + 128y^7$ .

47)  $81 + \frac{216}{5}x + \frac{216}{25}x^2 + \frac{96}{125}x^3 + \frac{16}{625}x^4$ .

48)  $x^5 - x^4y + \frac{2}{5}x^3y^2 - \frac{2}{25}x^2y^3 + \frac{1}{125}xy^4 - \frac{1}{3125}y^5$ .

49)  $0,6 \log a - 1,32 \log b + 6,9 \log c = -1,2662135$ .

50)  $\frac{2}{3}a^{-1}b - \frac{31}{20}ab^{-1} - \frac{1133}{1200}a^3b^{-3} + \frac{3}{5}a^5b^{-5} - \frac{109}{160}a^7b^{-7} - \frac{3}{8}a^9b^{-9}$ .

- 51)  $\frac{8a^{3m}}{729b^{3m}} + \frac{a^{3m-1}c^2}{18b^{3m+1}} + \frac{3a^{3m-2}c^4}{32b^{3m+2}} + \frac{27a^{3m-3}c^6}{512b^{3m+3}}$
- 52)  $3x - 4x^{1/2}y^{1/2}$       55)  $ax - x^2$
- 53)  $2a^2 - 3ab$       56)  $b^4c^4 + 3b^3c^3d^2$
- 54)  $a + 3$       57)  $2x^2 - 3x$
- 58)  $\frac{35b - 6xb^2 + x^3 - 20b^3}{5(x-2b)(x+2b)(x^2+4b^2)}$
- 59)  $8,01 \log x - 2,53 \log y - 0,32 \log z = 4,8623312$
- 60)  $243a^5c^5 - 810a^4c^4bd + 1080a^3c^3b^2d^2 - 720a^2c^2b^3d^3 + 240acb^4d^4 - 32b^5d^5$
- 61)  $^{16}/_{81}x^{12} - ^{8}/_{9}x^{11}y + ^{3}/_{2}x^{10}y^2 - ^{9}/_{8}x^9y^3 + ^{81}/_{256}x^2y^4$
- 62)  $-\frac{3a^{12}}{2x^6} \sqrt[5]{\frac{3b^3}{2000}}$
- 63)  $^{1}/_{5}a^{2m+p-1} - ^{21}/_{40}a^{2m+p-3} + ^{287}/_{480}a^{2m+p-5} - ^{1}/_{8}a^{2m+p-7} - ^{11}/_{192}a^{2m+p-9} + ^{1}/_{16}a^{2m+p-11} = 106^{1/2}$
- 64)  $\frac{5acd}{2b} - \frac{23c^2}{45} + \frac{1021bc^3}{315ad} - \frac{199b^2c^4}{105a^2d^2} + \frac{100b^3c^5}{63a^3d^3} - \frac{8b^4c^6}{9a^4d^4}$
- 65)  $\frac{2x^2}{3y^2} - \frac{3x}{4y} + \frac{5}{2} + \frac{3y}{2x}$
- 66)  $(4a^2b^2 - 4ab^3 + b^4)x^4 - (12a^2b^2 + 2ab^3 - 4b^4)x^5 + (9a^2b^2 + 12ab^3 + 4b^4)x^6$
- 67)  $9x^3 + 30x\sqrt[6]{x^5y^2} + 25\sqrt[3]{x^2y^2}$
- 68)  $\frac{2x^3 - 5x^2 + 4x}{x^4 - 1}$
- 69)  $\pm \frac{3^{5/4}a^{1/2}b^{1/3}y^{3/4}}{2^{5/2}x^{5/4}}$
- 70)  $32a^{20} + 20a^{18}b^2 + 5a^{16}b^4 + ^{5}/_{8}a^{14}b^6 + ^{5}/_{128}a^{12}b^8 + ^{1}/_{1024}a^{10}b^{10}$
- 71)  $(a+b)\sqrt[3]{3c}$
- 72)  $\frac{x+1}{a} \sqrt{\frac{x}{a+b}}$
- 73)  $\frac{2b}{27a} - \frac{2}{3} + \frac{203a}{216b} - \frac{71a^2}{54b^2} - \frac{283a^3}{144b^3} + \frac{55a^4}{36b^4} - \frac{a^5}{6b^5}$

$$74) \frac{y^2 z^{-2}}{2} - \frac{3yz^{-1}}{4} - \frac{3}{2} + \frac{zy^{-1}}{3}.$$

$$75) (16b^2c^2 - 8bc^3 + c^4) - (16b^2c^2 - 28bc^3 + 6c^4)y + (4b^2c^2 - 12bc^3 + 9c^4)y^2.$$

$$76) 1 + a + a^2 \dots + a^{n-1} + \text{Rest} \frac{a^n}{1-a} \text{ wird kleiner, wenn } a \text{ zwischen den Grenzen } +1 \text{ und } -1 \text{ liegt.}$$

$$77) 1 - 2b + 4b^2 \dots + (-1)^{n-1} (2b)^{n-1} + \text{Rest} (-1)^n \frac{(2b)^n}{1+2b} \text{ wird kleiner, wenn } b \text{ zwischen den Grenzen } +\frac{1}{2} \text{ und } -\frac{1}{2} \text{ liegt.}$$

$$78) c + cm + cm^2 \dots + cm^{n-1} + \text{Rest} \frac{cm^n}{1-m} \text{ wird kleiner, wenn } m \text{ zwischen den Grenzen } +1 \text{ und } -1 \text{ liegt.}$$

$$79) a + \frac{9b^2}{a} + \frac{81b^4}{a^3} + \frac{729b^6}{a^5} \dots + \frac{(3b)^{2n-2}}{a^{2n-3}} + \text{Rest} \frac{(3b)^{2n}}{a^{2n-3}(a^2-9b^2)} \text{ wird kleiner, wenn } b \text{ zwischen den Grenzen } -\frac{1}{3}a \text{ und } +\frac{1}{3}a \text{ liegt.}$$

$$80) \frac{4}{9} - \frac{31y^2}{81a^2} + \frac{31y^4}{729a^4} \dots + (-1)^{n-1} \frac{31y^{2n-2}}{9(3a)^{2n-2}} + \text{Rest} (-1)^n \frac{31y^{2n}}{9(3a)^{2n-2}(9a^2+y^2)} \text{ wird kleiner, wenn } y \text{ zwischen den Grenzen } -3a \text{ und } +3a \text{ liegt.}$$

$$81) z^2 + 22a^2 + \frac{550a^4}{z^2} + \frac{13750a^6}{z^4} \dots + \frac{22a^2(5a)^{2n-4}}{z^{2n-4}} + \text{Rest} \frac{22a^2(5a)^{2n-2}}{z^{2n-4}(z^2-25a^2)} \text{ wird kleiner, wenn } a \text{ zwischen den Grenzen } -\frac{1}{5}z \text{ und } +\frac{1}{5}z \text{ liegt.}$$

$$82) 2a - 3b.$$

$$83) b^3 - 8m^3.$$

$$84) (a^2 - b^2)x^5 - (a^2 + 5ab)x^4 + (a^2 - 3ab + 2b^2)x^3 - (4a^2 + 5b^2)x^2 + (4a^2 + 2ab)x - (a^2 - 4b^2).$$

$$85) (m^2 - n^2)y^{10} - (2m^2 + 2n^2)y^8 + (3m^2 - 3n^2)y^6 - (3m^2 - 2mn + 3n^2)y^4 + (2m^2 - 2n^2)y^2 - (m^2 - 2mn + n^2).$$

$$86) (64a^6 - 16a^3b^3 + b^6)y^8 - (48a^6 - 38a^3b^3 + 4b^6)y^9 + (9a^6 - 12a^3b^3 + 4b^6)y^{10}.$$

- 87)  $27a^2b^{5/2} - 27a^3b^{7/3} + 9a^4b^{13/6} - a^5b^2.$
- 88)  $\frac{2a^2 + 4ab - 3b^2}{a^2 + 4ab + 4b^2}.$
- 89)  $\frac{2x^{m+1} - x}{3x^m - 1}.$
- 90)  $(a^2 - c^2)x^3 - (2a^2 + 4c^2)x^2 + (3a^2 - 10c^2)x$   
 $- (3a^2 + 5ac + 16c^2) + (2a^2 + 2ac - 17c^2) \frac{1}{x}$   
 $- (a^2 + 7ac + 12c^2) \frac{1}{x^2}.$
- 91)  $(6a^4 - 5a^2b^2 + b^4)x^5 - (13a^4 - 2b^4)x^4 + (23a^4 - 8a^2b^2$   
 $+ 4b^4)x^3 - (10a^4 - 7a^2b^2 - b^4)x^2 + (3a^4 - 16a^2b^2)x$   
 $+ a^4 - 4b^4.$
- 92)  $\frac{4x^4}{9a^4} - 1 + \frac{9a^4}{16x^4}.$
- 93)  $x^8 - 16x^7 + 112x^6 - 448x^5 + 1120x^4 - 1792x^3 + 1792x^2$   
 $- 1024x + 256.$
- 94)  $\frac{b^3 + 2b}{b^5 + 1}.$
- 95)  $a^2(4a - 5b)(4a + 5b).$
- 96)  $v^2(11z^2 - 3v^2)(11z^2 + 3v^2).$
- 97)  $3x^3 \left( \frac{5x}{2y} - \frac{2}{7} \right) \left( \frac{5x}{2y} + \frac{2}{7} \right).$
- 98)  $\frac{3}{5b} \left( \frac{3z^3}{2b^2} - \frac{7z^2}{6b} \right) \left( \frac{3z^3}{2b^2} + \frac{7z^2}{6b} \right).$
- 99)  $\frac{2a}{3b} \left( \frac{4a}{3b} - \frac{5}{11} \right) \left( \frac{4a}{3b} + \frac{5}{11} \right).$
- 100)  $(2x - 5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2).$
- 101)  $(4b^2 - 3c^2)(16b^4 + 12b^2c^2 + 9c^4).$
- 102)  $(6x^2 - 7xy)(36x^4 + 42x^3y + 49x^2y^2).$
- 103)  $-\frac{ax^3 - 1}{a^4x^4 - a^2x^6}.$
- 104)  $\frac{2a^n - 1}{4a^{2m+n-2} + 2a^{m+n-2}}.$
- 105)  $(3a^4 - 7a^3b - 6a^2b^2)x^9 - (4a^4 + 14a^3b - a^2b^2)x^8$   
 $+ 14a^3bx^7 + (a^4 - 7a^3b + 5a^2b^2)x^6 - (25a^4 - 14a^3b$   
 $- a^2b^2)x^5 + (25a^4 - a^2b^2)x^4.$

- 106)  $24c^2$ .
- 107)  $25ab - 60ab \sqrt[6]{a^5b} + 36a^2b \sqrt[3]{a^2b}$ .
- 108)  $a^8 + 8a^6b^2 + 24a^4b^4 + 32a^3b^6 + 16b^8$ .
- 109)  $\frac{2m^4 - m^3n - m^2n^2 - mn^3 + n^4}{m^5 + n^5}$ .
- 110)  $60mn$ .
- 111)  $\frac{32}{81} \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{4x}{3y} \sqrt[3]{\frac{x}{y}} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{\left(\frac{x}{y}\right)^2} - \frac{9}{16}$ .
- 112)  $8a^4b \sqrt{ab} - 84a^3b \sqrt[3]{a^2b} + 294a^2b \sqrt[6]{a^5b} - 343a^2b$ .
- 113)  $8^{1/256}m^{20} - 9/8m^{18}n^2 + 3/2m^{16}n^4 - 8/9m^{14}n^6 + 16/81m^{12}n^8$ .
- 114)  $-\frac{a^{4m+4} + 8}{(a^{2m+2} + 2)(a^{m+1} + 1)}$ .
- 115)  $(3x^2 + y^2)(9x^4 - 3x^2y^2 + y^4), (3x^2)^3 - (-y^2)^3$ .
- 116)  $(5c + 2g)(25c^2 - 10cg + 4g^2)$ .
- 117)  $\left(\frac{6x^2}{5y^2} - \frac{5x}{3y}\right) \left(\frac{36x^4}{25y^4} + \frac{2x^3}{y^3} + \frac{25x^2}{9y^2}\right)$ .
- 118)  $\left(\frac{2a}{3b} + \frac{3b}{2a}\right) \left(\frac{4a^2}{9b^2} - 1 + \frac{9b^2}{4a^2}\right)$ .
- 119)  $4a^2(3a - 5b)(9a^2 + 15ab + 25b^2)$ .
- 120)  $3x(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ .
- 121)  $(10m^4 - 19m^3n + 6m^2n^2) \sqrt{x} + (9m^4 + 17m^3n - 10m^2n^2) x \sqrt{x} - (14m^4 + 6m^3n - 14m^2n^2 - 3mn^3) x^2 \sqrt{x} + (3m^4 - 14m^3n - 11m^2n^2 - 2mn^3) x^3 \sqrt{x} + (4m^3n + m^2n^2) x^4 \sqrt{x}$ .
- 122)  $\frac{2\sqrt[5]{x^{-3}}}{3} + \frac{3x^{-1}}{5} - \frac{x^{-1}\sqrt[5]{x^{-2}}}{6}$ .
- 123)  $1552 - 896 \sqrt{3}$ .
- 124)  $(27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3)y \sqrt[6]{y} - (8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3) \sqrt[3]{y^2}$ .
- 125)  $21725 + 12538 \sqrt{3}$ .
- 126)  $-\frac{7a^3 - 15a^2x + 9ax^2 + 3x^3}{(2a - 3x)(5a + x)}$ .
- 127)  $5b(3b - 2)(9b^2 + 6b + 4)$ .
- 128)  $7(1 + 2x^2)(1 - 2x^2 + 4x^4)$ .

- 129)  $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2)$ .
- 130)  $(3m - 5n)(3m + 5n)(9m^2 + 25n^2)$ .
- 131)  $5x^2(3x - 2y)(3x + 2y)(9x^2 + 4y^2)$ .
- 132)  $(2a^{5/6}b^{4/5} + 5a^{2/3}b^{6/5})(4a^{1/3}b^{1/5} - 11)$ .
- 133)  $(6a^{1/2} - 7b^{1/5})(2a^{3/4}b^{9/10} + 5a^{7/12}b^{13/10})$ .
- 134)  $2\sqrt{a^6 - b^6} - 3b^2\sqrt[3]{a^3 + \sqrt{a^6 - b^6}}$   
 $+ 3b^2\sqrt{a^3 - \sqrt{a^6 - b^6}}$ .
- 135)  $x^{12} + 12x^{11}y + 60x^{10}y^2 + 160x^9y^3 + 240x^8y^4 + 192x^7y^5$   
 $+ 64x^6y^6$ .
- 136)  $a^{16} + 4a^{14}b^2 + 7a^{12}b^4 + 7a^{10}b^6 + \frac{35}{8}a^8b^8 + \frac{7}{4}a^6b^{10}$   
 $+ \frac{7}{16}a^4b^{12} + \frac{1}{16}a^2b^{14} + \frac{1}{256}b^{16}$ .
- 137)  $\pm (a^3 - \frac{3}{2}ab^2 + \frac{3}{8}\frac{b^4}{a} + \frac{1}{16}\frac{b^6}{a^3} + \frac{3}{128}\frac{b^8}{a^5}$   
 $+ \frac{3}{256}\frac{b^{10}}{a^7} \dots)$ .
- 138)  $-\frac{x^3 + x^2y - 25xy^2 - 12y^3}{(2x + 3y)(3x + 2y)}$ .
- 139)  $\frac{3(2a^4 - 5a^3b - 4a^2b^2 - ab^3 + b^4)(4a^2 + 2ab + b^2)}{ab(2a - b)(38a^3 + 19a^2b + 5ab^2)}$ .
- 140)  $a^2 + \frac{2}{3}ab - \frac{1}{9}b^2 + \frac{4}{81}\frac{b^3}{a} - \frac{7}{243}\frac{b^4}{a^2} \dots$
- 141)  $\frac{23a + 31b\sqrt{x}}{40a^2\sqrt{x} + 20abx}$ .
- 142)  $\frac{4y(5x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{(3x - y)(51x^2 + 17xy + 5y^2)}$ .

## § 31.

## I. Gleichungen vom ersten Grade.

Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

- |               |               |
|---------------|---------------|
| 5) $x = 2$ .  | 9) $y = -2$ . |
| 6) $x = 6$ .  | 10) $x = 2$ . |
| 7) $z = -4$ . | 11) $x = 9$ . |
| 8) $x = 4$ .  | 12) $x = 6$ . |

- |     |                      |     |             |
|-----|----------------------|-----|-------------|
| 13) | $x = 3.$             | 47) | $x = 4.$    |
| 14) | $x = 15.$            | 48) | $x = 2.$    |
| 15) | $x = 12.$            | 49) | $x = 5.$    |
| 16) | $x = 4^{86}/_{125}.$ | 50) | $x = 12.$   |
| 17) | $y = 1/8.$           | 51) | $x = 9.$    |
| 18) | $x = 9.$             | 52) | $x = 4.$    |
| 19) | $x = 3/7.$           | 53) | $x = 7.$    |
| 20) | $x = 6^{2/3}.$       | 54) | $x = 8.$    |
| 21) | $x = 279.$           | 55) | $x = 4.$    |
| 22) | $x = 26^{7/8}.$      | 56) | $x = 6.$    |
| 23) | $x = 2,1.$           | 57) | $x = 3.$    |
| 24) | $x = 0,06.$          | 58) | $x = 7.$    |
| 25) | $x = -14.$           | 59) | $x = 13.$   |
| 26) | $x = 4.$             | 60) | $x = 9.$    |
| 27) | $x = -53/_{146}.$    | 61) | $x = 3.$    |
| 28) | $x = 42.$            | 62) | $x = 3.$    |
| 29) | $x = 2.$             | 63) | $x = 7.$    |
| 30) | $x = 1/4.$           | 64) | $x = 9.$    |
| 31) | $x = 90/_{161}.$     | 65) | $x = 3.$    |
| 32) | $x = 1/7.$           | 66) | $x = 51.$   |
| 33) | $x = -2^{33}/_{46}.$ | 67) | $x = 7.$    |
| 34) | $x = 9.$             | 68) | $x = 8.$    |
| 35) | $x = 5.$             | 69) | $x = 4.$    |
| 36) | $x = 7.$             | 70) | $x = 4.$    |
| 37) | $x = 4.$             | 71) | $x = 7.$    |
| 38) | $x = 9.$             | 72) | $x = 4.$    |
| 39) | $x = 5.$             | 73) | $x = 3.$    |
| 40) | $x = 7.$             | 74) | $x = 5.$    |
| 41) | $x = 8.$             | 75) | $x = 8.$    |
| 42) | $x = 1.$             | 76) | $x = 3.$    |
| 43) | $x = 2.$             | 77) | $x = 7.$    |
| 44) | $x = 4.$             | 78) | $x = 1/5.$  |
| 45) | $x = 6.$             | 79) | $x = 13.$   |
| 46) | $x = 21.$            | 80) | $x = 1/15.$ |

- 81)  $x = -4.$
- 82)  $x = \frac{2}{15}.$
- 83)  $x = 3\frac{1}{3}.$
- 84)  $x = 2\frac{1}{5}.$
- 85)  $x = 3\frac{1}{3}.$
- 86)  $x = \frac{12a - 3b}{8}.$
- 87)  $x = \frac{9b - 8a}{4}.$
- 88)  $x = \frac{a(2a + b)}{2b}.$
- 89)  $x = \frac{2a^2}{4c - 3b}.$
- 90)  $x = \frac{h^2 - 8d^2}{f - g}.$
- 91)  $x = \frac{a + b}{m + 1}.$
- 92)  $x = \frac{b(d - c)}{a}.$
- 93)  $x = \frac{ac}{c - b}.$
- 94)  $x = \frac{bdf}{ad + bc - bd}.$
- 95)  $x = \frac{cfh(k - a)}{bfh + cdh + cfg}.$
- 96)  $x = \frac{30bc - 8a^2}{45a}.$
- 97)  $x = \frac{3a - 6}{4}.$
- 98)  $x = \frac{70ab - 3ac}{320c}.$
- 99)  $x = \frac{bc}{a + b}.$
- 100)  $x = \frac{11ab}{5a + 2b}.$
- 101)  $x = \frac{5a(4b - 3a)}{2(2a - 7b)}.$
- 102)  $x = \frac{15ab}{8a + b}.$
- 103)  $x = \frac{3ab}{46b - 19a}.$
- 104)  $x = -\frac{5a}{6}.$
- 105)  $x = \frac{c(d - ab)}{a}.$
- 106)  $x = \frac{ac}{ab - d}.$
- 107)  $x = \frac{2a(2b^2 - 5)}{4a - 3b}.$
- 108)  $x = \frac{bcf(d^2 - ab)}{a^3f - abce - abcdf}.$
- 109)  $x = \frac{b}{c}.$
- 110)  $x = \frac{ac}{b}.$
- 111)  $z = \frac{b(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}.$
- 112)  $x = \frac{8a - 3b}{4}.$
- 113)  $x = \frac{30a^2 + 34ab + 8b^2}{25a}.$
- 114)  $x = \frac{24a^2 + 18ab - 3b^2}{17a - 6b}.$
- 115)  $x = -5a.$
- 116)  $x = \frac{ad - ce}{cf - bd}.$
- 117)  $x = \frac{5n^4(6n + m)}{3m^2(2m^2 - 5n^2)}.$
- 118)  $z = \frac{60a^7 - 10m^7}{6a^5m + 45m^6}.$
- 119)  $y = \frac{45b^6 - 24b^3c^3}{50b^5 + 60c^5}.$
- 120)  $z = \frac{3m^8 + 6n^8}{12m^4n^3 + 2n^7}.$

121)  $y = \frac{3ab(2a^2 - 3c^2)}{2(6b^3 - a^3)}$

122)  $x = \frac{3b^3}{5a^2 + 63ab}$

123)  $x = \frac{b^2}{5a - 4b}$

124)  $x = 32$

125)  $x = 12$

126)  $x = 37\frac{3}{5}$

127)  $x = 12$

128)  $x = 43$

129)  $x = 4$

130)  $x = 9$

131)  $x = 25$

132)  $x = 49$

133)  $x = \frac{25a}{16}$

134)  $x = \frac{9}{20}$

135)  $x = 9$

136)  $x = 9$

137)  $x = 81$

138)  $x = 25$

139)  $x = 4a^2 + 2b^2$

140)  $x = 4$

141)  $x = \frac{100}{1369}$

142)  $x = -1\frac{7}{11}$

143)  $x = 4$

## § 32.

## Gleichungen mit mehreren unbekanntem Zahlen.

5)  $x = 7, y = 4$

6)  $x = 4, y = 2$

7)  $x = 3, x = 6$

8)  $x = 7, y = 10$

9)  $x = 10, y = 3$

10)  $x = 3\frac{1}{2}, y = 8$

11)  $x = 5, y = 4\frac{1}{3}$

12)  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

13)  $x = 2, y = -3$

14)  $x = \frac{5}{7}, y = 8$

15)  $x = -\frac{1}{4}, y = \frac{2}{3}$

16)  $x = 15, y = 2$

17)  $x = -2, y = -3$

18)  $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{4}$

19)  $x = 7, y = 2\frac{1}{3}$

20)  $x = 6, y = 8$

21)  $x = 6\frac{6}{7}, y = -1\frac{3}{7}$

22)  $x = 9, y = 8$

23)  $x = 24, y = 45$

24)  $x = 6, y = 12$

25)  $x = 7, y = 14$

26)  $x = 19, y = 3$

27)  $x = 5, y = 2$

28)  $x = 6, y = 8$

29)  $x = 5, y = 2$

30)  $x = 4, y = 3$

31)  $x = 21, y = 20$

32)  $x = 3, y = 5$

33)  $x = 2\frac{3}{5}, y = 2\frac{1}{5}$

34)  $x = 514, y = 10$

35)  $x = 12, y = 16$

36)  $x = 16, y = 24$

37)  $x = 7, y = 5$

38)  $x = 6, y = 10$

- 39)  $x = 3, y = 2.$   
 40)  $x = 2^{1/4}, y = 3^{1/5}.$   
 41)  $x = 7, y = 10.$   
 42)  $x = 4, y = 2.$   
 43)  $x = 2, y = 3.$   
 44)  $x = 1, y = 4.$   
 45)  $x = \frac{3}{5}$   
 $y = -\frac{2}{3}.$   
 46)  $x = -\frac{2}{9}$   
 $y = \frac{1}{5}.$   
 47)  $x = \frac{a}{a-b}$   
 $y = \frac{b}{a+b}.$   
 48)  $x = \frac{2}{m+n}$   
 $y = \frac{2}{m-n}.$   
 49)  $x = \frac{bc-ad}{nb-md}.$   
 $y = \frac{bc-ad}{mc-na}.$   
 50)  $x = \frac{2b^2-6a^2+c}{3a}$   
 $y = \frac{3a^2-b^2+c}{3b}.$   
 51)  $x = \frac{ab}{a-b}$   
 $y = \frac{ab}{a+b}.$   
 52)  $x = \frac{31a+21b}{72}.$   
 $y = \frac{15b-a}{18}.$   
 53)  $x = \sqrt{(2ab+b^2)} + b$   
 $y = \sqrt{(2ab+b^2)} - b.$

- 54)  $x = 5$   
 $y = 3$   
 $z = 7.$   
 55)  $x = 7$   
 $y = 2$   
 $z = 1.$   
 56)  $x = \frac{1}{2}$   
 $y = 5$   
 $z = \frac{1}{3}.$   
 57)  $x = 31$   
 $y = 81$   
 $z = 1500.$   
 58)  $x = 9$   
 $y = 50$   
 $z = 40$   
 59)  $x = 15$   
 $y = 12$   
 $z = 20.$   
 60)  $x = 2$   
 $y = -3$   
 $z = -4.$   
 61)  $x = 11$   
 $y = 15$   
 $z = 23.$   
 62)  $x = 4^{1/3}$   
 $y = -\frac{1}{3}$   
 $z = -1^{1/3}.$   
 63)  $x = 17$   
 $y = 13$   
 $z = 10.$   
 64)  $x = 20$   
 $y = 8$   
 $z = 3.$   
 65)  $x = 10$   
 $y = 12$   
 $z = 15$   
 66)  $x = -2$   
 $y = 10$   
 $z = 25.$

- 67)  $x = 2$   
 $y = \frac{1}{2}$   
 $z = \frac{1}{4}$ .
- 68)  $x = 2$   
 $y = 4$   
 $z = 3$ .
- 69)  $x = 2$   
 $y = 2$   
 $z = 4$ .
- 70)  $x = \frac{1}{2}$   
 $y = -2$   
 $z = -3$ .
- 71)  $x = 3$   
 $y = 2$   
 $z = 6$ .
- 72)  $x = 1$   
 $y = 2$   
 $z = 3$ .
- 73)  $x = 8$   
 $y = 9$   
 $z = 12$ .
- 74)  $x = 2^{8/51}$   
 $y = 4^{46/51}$   
 $z = 2^{16/11}$ .
- 75)  $x = 5$   
 $y = 4$   
 $z = 3$ .
- 76)  $x = 8$   
 $y = 6$   
 $z = 9$ .
- 77)  $x = 10$   
 $y = 8$   
 $z = 24$ .
- 78)  $x = 111, y = 33$   
 $z = 244, u = 50$ .
- 79)  $x = 3\frac{1}{3}, y = -3\frac{1}{3}$   
 $z = 0, v = \frac{1}{3}$ .
- 80)  $x = 14\frac{1}{5}, y = 7$   
 $z = -21\frac{3}{5}, v = -35$ .
- 81)  $x = 0, y = 5$   
 $z = -2, v = 3$ .
- 82)  $x = 3, y = 5$   
 $z = 0, v = -1$ .
- 83)  $x = 2, y = 0$   
 $z = -1, v = 3$ .
- 84)  $x = 3a - b$   
 $y = 2a + c$   
 $z = 5b - 3c$ .
- 85)  $x = m + 2n$   
 $y = 2m - n$   
 $z = 3m - 2n$ .
- 86)  $x = 3a - 5b$   
 $y = 6b + 3c$   
 $z = a - 3c$ .
- 87)  $x = 2a + b$   
 $y = 2b - c$   
 $z = 2c$ .
- 88)  $x = 3a - b$   
 $y = a + b$   
 $z = 0$ .
- 89)  $x = 2a - c$   
 $y = 0$   
 $z = a + 2c$ .
- 90)  $x = 7a + b$   
 $y = -a$   
 $z = 2a + b$ .
- 91)  $x = 2m - n$   
 $y = m$   
 $z = 3n$ .
- 92)  $x = 3, y = -2$   
 $z = \sqrt{5} = \pm 2,236 \dots$
- 93)  $x = 5, y = -3$   
 $z = \sqrt{2} = \pm 1,4142 \dots$
- 94)  $x = \sqrt{3} = \pm 1,732 \dots$   
 $y = -4, z = 1$ .

$$95) \quad x = \frac{1}{2}, \quad z = \frac{1}{3} \\ y = \sqrt{7} = \pm 2,645 \dots$$

$$96) \quad x = -2a\sqrt{3}, \quad z = 5a \\ y = 3a\sqrt{2}.$$

## § 33.

## II. Gleichungen vom zweiten Grade.

## Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

## a) Rein quadratische Gleichungen.

3)  $x = \pm 10.$

4)  $x = \pm 6.$

5)  $x = \pm 2,645 \dots$

6)  $x = \pm 15.$

7)  $x = \pm 3.$

8)  $x = \pm 2\sqrt{-1}.$

9)  $x = \pm 3\sqrt{-2}.$

10)  $x = \pm 7.$

11)  $x = \pm 5.$

12)  $z = \pm 2\sqrt{-1}.$

13)  $x = \pm \frac{3}{5}.$

14)  $x = \frac{25}{121}.$

15)  $x = \pm \sqrt{\frac{119}{82}} \\ = \pm 1,20466 \dots$

16)  $z = \pm \sqrt{\frac{1494}{485}} \\ = \pm 1,75511 \dots$

17)  $x = \sqrt{3,7} \\ = \pm 1,92353 \dots$

28)  $x^2 a^2 + x^4 = a^4 - 2a^2 x^2 + x^4$

$$x = \pm \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \pm \frac{a}{\sqrt{3}} = \pm \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

29)  $\frac{a^2}{x^2} + b^2 = b^2 - 2b\sqrt{\frac{a^2}{x^2} - b^2} + \frac{a^2}{x^2} - b^2,$

$$\frac{b^2}{4} = \frac{a^2}{x^2} - b^2, \quad x = \pm \frac{2a}{b\sqrt{5}} = \pm \frac{2a\sqrt{5}}{5b}.$$

18)  $x = \sqrt{\frac{439}{330}} \\ = \pm 1,153388 \dots$

19)  $x = \pm \frac{3}{8}.$

20)  $x = \pm c\sqrt{\frac{n}{m}}.$

21)  $x = \pm a\sqrt{\frac{p}{m+n}}.$

22)  $x = \pm \sqrt{b^2 - ac}.$

23)  $x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{ab}.$

24)  $x = \pm \frac{\sqrt{abc}}{a}.$

25)  $x = \pm \frac{\sqrt{abmn}}{an} \\ = \pm \sqrt{\frac{bm}{an}}.$

26)  $x = \pm \sqrt{a^2 - b}.$

27)  $x = \pm \sqrt{\frac{d(2b-df)}{c(2a-df)}}.$

30)  $x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$ .

31)  $\frac{a(1-b)}{1+b} = \sqrt{a^2 - x^2}$

$$x^2 = a^2 \left[ \frac{(1+b)^2 - (1-b)^2}{(1+b)^2} \right]$$

$$x = \pm \frac{2a\sqrt{b}}{1+b}$$

32)  $2a + 2\sqrt{a^2 - x^2} = 2b^2a - 2b^2\sqrt{a^2 - x^2}$

$$\frac{a^2(b^2 - 1)^2}{(1 + b^2)^2} = a^2 - x^2$$

$$x = \pm \frac{2ab}{1 + b^2}$$

## β) Gemischt quadratische Gleichungen.

38)  $x = 3$  oder  $7$ .

39)  $x = 1$  oder  $5$ .

40)  $x = 2$  oder  $12$ .

41)  $x = 9$  oder  $-3$ .

42)  $x = -4$  oder  $-8$ .

43)  $x = -6$  oder  $-12$ .

44)  $x = 3$  oder  $-10$ .

45)  $x = 2$  oder  $-3$ .

46)  $z = 1$  oder  $-11$ .

47)  $y = 4$  oder  $-16$ .

48)  $x = 2$  oder  $8$ .

49)  $y = 5$  oder  $13$ .

50)  $x = -6$  oder  $-18$ .

51)  $x = \frac{5}{2}$  oder  $-4$ .

52)  $x = 1$  oder  $-\frac{3}{4}$ .

53)  $x = \frac{2}{3}$  oder  $-\frac{4}{3}$ .

54)  $x = \frac{7}{2}$  oder  $-\frac{5}{2}$ .

55)  $x = \frac{2}{5}$  oder  $-\frac{3}{2}$ .

56)  $x = \frac{2}{3}$  oder  $\frac{3}{4}$ .

57)  $x = 5$  oder  $-11$ .

58)  $x = 9$  oder  $-1$ .

59)  $x = 5$  oder  $-\frac{17}{3}$ .

60)  $x = 6$  oder  $-\frac{51}{5}$ .

61)  $x = 7$  oder  $-\frac{21}{2}$ .

62)  $x = 8$  oder  $-5$ .

63)  $x = 9$  oder  $-\frac{11^2}{5}$ .

64)  $x = 7$  oder  $\frac{5}{6}$ .

65)  $x = 19$  oder  $-\frac{19^2}{3}$ .

66)  $x = 13$  oder  $-\frac{41}{3}$ .

67)  $x = 120$  oder  $-64$ .

68)  $x = 3$  oder  $-\frac{41}{5}$ .

69)  $x = 3$  oder  $+\frac{1^{10}}{11}$ .

70)  $x = 12$  oder  $-\frac{3}{4}$ .

71)  $x = 3$  oder  $\frac{6}{5}$ .

72)  $x = 23,832 \dots$   
oder  $0,167 \dots$

73)  $x = 6,69 \dots$   
oder  $-2,69 \dots$

74)  $x = 39,664 \dots$   
oder  $-7,664 \dots$

75)  $x = 0,795 \dots$   
oder  $-8,795 \dots$

$$76) \quad x = -2,630 \dots$$

oder  $-27,369 \dots$

$$77) \quad x = -3,585 \dots$$

oder  $-6,414 \dots$

$$78) \quad x = 6,140 \dots$$

oder  $-1,140 \dots$

$$79) \quad x = 3 \pm \sqrt{-1}.$$

$$80) \quad x = -4 \pm \sqrt{-6}.$$

$$81) \quad x = 4 \text{ oder } 2^{1/12}.$$

$$82) \quad x = 3 \text{ oder } -1/2.$$

$$83) \quad z = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{6}$$

$= 2,2573 \dots$

oder  $-0,5906 \dots$

$$84) \quad y = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$= 1,76759 \dots$

oder  $0,56574 \dots$

$$85) \quad x = \frac{11 \pm \sqrt{97}}{6}$$

$= 3,47481 \dots$

oder  $0,191857 \dots$

$$86) \quad x = 4 \text{ oder } -1/4.$$

$$87) \quad x = 5,269 \dots \text{ od. } -4,554 \dots$$

$$88) \quad x = 4 \text{ oder } -1.$$

$$89) \quad x = 5 \text{ oder } 6^{9/10}.$$

$$90) \quad x = 14 \text{ oder } -10.$$

$$91) \quad x = 10 \text{ oder } -2/3.$$

$$92) \quad x = 9 \text{ oder } 15/13.$$

$$93) \quad x = 6a \text{ oder } 2a.$$

$$94) \quad x = 2a \text{ oder } -12a.$$

$$95) \quad x = 5a \text{ oder } -2a.$$

$$96) \quad x = -2a \pm a\sqrt{3}$$

$= -0,26795a$

oder  $-3,73205a.$

$$97) \quad x = \frac{a(5 \pm \sqrt{31})}{2}$$

$= 5,28388a$

oder  $-0,28388a.$

$$98) \quad x = \frac{a \pm \sqrt{6b^2 - a^2}}{2}.$$

$$99) \quad x = 2a \pm \sqrt{4a^2 + 9b^2}.$$

$$100) \quad x = a + 2b \text{ oder } -a.$$

$$101) \quad x = -a \text{ od. } a - 6b.$$

$$102) \quad x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}.$$

$$103) \quad x = \frac{d}{c} \text{ oder } -\frac{b}{a}.$$

$$104) \quad y = 1/2a - 2b$$

oder  $-3/2a.$

$$105) \quad x = \frac{a^2 + b^2}{b}$$

oder  $\frac{b^2 - a^2}{b}.$

$$106) \quad x = 2a + 1/2b \text{ od. } -3/2b.$$

$$107) \quad z = 3/2b \text{ od. } -5a - 1/2b.$$

$$108) \quad y = 4m \text{ oder } -2n.$$

$$109) \quad x = \frac{3a^2}{5b} \text{ oder } 5a.$$

$$110) \quad x = \frac{5b \pm \sqrt{48a^2c + 25b^2}}{6a}.$$

$$111) \quad x = \frac{-3bc \pm \sqrt{9b^2c^2 - 40ad^2}}{4a}.$$

$$112) \quad x = \frac{b^2 \pm \sqrt{16ac^2d + b^4}}{8a}.$$

$$113) \quad x = \frac{b(d \pm \sqrt{4ac + d^2})}{2a}.$$

$$114) \quad x = \frac{b(-3c \pm \sqrt{9c^2 - 40ab})}{10a}.$$

$$115) \quad x = \frac{b^2}{a} \text{ oder } \frac{15b^2}{a}.$$

- 116)  $x = \frac{b \pm \sqrt{ab}}{a - b}$ .
- 117)  $x = \pm 1$  od.  $\pm \sqrt{5}$ .
- 118)  $x = \pm 2$  od.  $\pm \sqrt{-7}$ .
- 119)  $x = \pm 4$  oder  $\pm 2$ .
- 120)  $x = \pm 3$  oder  $\pm 5$ .
- 121)  $x = \frac{1}{2}$  oder  $-1$ .
- 122)  $z = -2$  oder  $-\frac{3}{2}$ .
- 123)  $x = \pm \frac{5}{2}$  oder  $\pm 4a$ .
- 124)  $x = \pm 2$  oder  $\pm 1$ .
- 125)  $x = \pm 5$  oder  $\pm 7$ .
- 126)  $x = 3$  oder  $\sqrt[3]{-41}$ .
- 127)  $x = \pm 2$  oder  $\pm \sqrt{3}$ .
- 128)  $x = 3$  oder 11.
- 129)  $x = 2$  oder  $\frac{1}{4}$ .
- 130)  $x = 4$  oder 20.
- 131)  $x = 1$  oder 16.
- 132)  $x = 2$  oder 18.
- 133)  $x = \frac{16}{9}$  oder 9.
- 134)  $x = 25$  oder  $12\frac{1}{4}$ .
- 135)  $x = 25$  oder  $1\frac{57}{64}$ .
- 136)  $x = 16$  od. 1.
- 137)  $x = \frac{1}{4}$  od.  $90\frac{1}{4}$ .
- 138)  $x = 16$  od. 4.
- 139)  $x = 256$  od. 625.

## § 34.

### Quadratische Gleichungen mit mehreren unbekannt- ten Zahlen.

- 1)  $x = 8$  od. 4  
 $y = 4$  od. 8.
- 2)  $x = 16$  od. 17  
 $y = 17$  od. 16.
- 3)  $x = 7$  od. 5  
 $y = 5$  od. 7.
- 4)  $x = \frac{9}{4}$  od.  $\frac{1}{4}$   
 $y = \frac{1}{6}$  od.  $\frac{3}{2}$ .
- 5)  $x = 70$  od. 4.  
 $y = \frac{2}{5}$  od. 7.
- 6)  $x = 4$  od. 6  
 $y = 3$  od. 2.
- 7)  $x = \pm 3$   
 $y = \pm 2$ .
- 8)  $x = \pm 6$   
 $y = \pm 3$ .
- 9)  $x = 11$  od. 4  
 $y = 4$  od. 11.
- 10)  $x = \frac{8}{5}$  od.  $\frac{3}{5}$   
 $y = 1$  od.  $\frac{8}{3}$ .
- 11)  $x = 4$  od. 2  
 $y = 5$  od. 7.
- 12)  $x = \pm 15$   
 $y = \pm 6$ .
- 13)  $x = 2$  od.  $1\frac{1}{5}$   
 $y = 3$  od.  $3\frac{2}{5}$ .
- 14)  $x = 7$   
 $y = 2$
- 15)  $x = 9$  od.  $-14\frac{1}{16}$   
 $y = 4$  od.  $-6\frac{1}{4}$ .
- 16)  $x = 2$  od.  $1\frac{29}{77}$   
 $y = 1$  od.  $2\frac{3}{77}$ .
- 17)  $x = 10$  od.  $11\frac{63}{257}$   
 $y = 4$  od.  $-9\frac{2}{257}$ .
- 18)  $x = \pm 6$  od.  $\pm 2$   
 $y = \pm 2$  od.  $\pm 6$ .

- 19)  $x = \pm 3$  od.  $\pm \frac{1}{4}$   
 $y = \pm \frac{1}{2}$  od.  $\pm 6$ .
- 20)  $x = \pm \frac{12}{5}$  od.  $\pm \frac{2}{5}$   
 $y = \pm \frac{2}{3}$  od.  $\pm 4$ .
- 21)  $x = \pm 18 \pm 16 \sqrt{-1}$   
 $y = \pm 16. \pm 18 \sqrt{-1}$ .
- 22)  $x = \pm 3$  od.  $\pm 2$   
 $y = \pm 2$  od.  $\pm 3$ .
- 23)  $x = \pm 10$  od.  $\pm 9$   
 $y = \mp 9$  od.  $\mp 10$ .
- 24)  $x = 5$  od.  $-9$   
 $y = 2$  od.  $-12$ .
- 25)  $x = 7$  od.  $-2$   
 $y = 2$  od.  $-7$ .
- 26)  $x = 24$   
 $y = 4$ .
- 27)  $x = \pm 2$   
 $y = \pm 4$ .
- 28)  $x = 1$  od.  $-13$   
 $y = 8$  od.  $-34$ .
- 29)  $x = 6$  od.  $3$   
 $y = 3$  od.  $1$ .
- 30)  $x = 10$  od.  $4$   
 $y = -9$  od.  $3$ .
- 31)  $x = \pm 20$   
 $y = \pm 22$ .
- 32)  $x = 18$  od.  $-5$   
 $y = 5$  od.  $-18$ .
- 33)  $x = 11$   
 $y = 4$ .
- 34)  $x = 18$  od.  $\frac{25}{2}$   
 $y = 3$  od.  $-2\frac{1}{2}$ .
- 35)  $x = 2$  od.  $-\frac{1}{3}$   
 $y = 4$  od.  $\frac{5}{3}$ .
- 36)  $x = 6$  od.  $8$   
 $y = 7$  od.  $5$ .
- 37)  $x = 5$  od.  $-9\frac{4}{37}$   
 $y = 3$  od.  $12\frac{15}{37}$ .
- 38)  $x = \pm 20$   
 $y = \pm 8$ .
- 39)  $x = 5$  od.  $-11$   
 $y = 10$  od.  $-6$ .
- 40)  $x = 8$  od.  $-4\frac{2}{3}$   
 $y = 7$  od.  $-12$ .
- 41)  $x = 4$  od.  $-5\frac{35}{37}$   
 $y = -2$  od.  $5\frac{17}{37}$ .
- 42) Man multiplicire die zweite Gleichung mit 2 und ziehe sie von der ersten ab, so erhält man  
 $(x - y)^2 = \frac{1}{x - y}$  und  
 $(x - y)^3 = 1$ , also ist  
 $x^2 + y^2 = 13$  und  $xy = 6$ .  
 $x = 3$  od.  $-2$   
 $y = 2$  od.  $-3$ .
- 43)  $x = 1, y = 1$ .
- 44)  $x = 4$  od.  $\frac{3}{4}$   
 $y = \frac{3}{4}$  od.  $4$ .
- 45)  $x = 2$  od.  $3$   
 $y = 3$  od.  $2$ .
- 46)  $x = \pm 5, y = \pm 3$ .
- 47)  $x = 5, y = 3$ .
- 48) Man betrachte  $xy$  als eine Größe, so ist  $(xy)^2 + 4(xy) = 96$  u. s. w.  
 $x = 4$  od.  $2$  od.  $3 \pm \sqrt{21}$   
 $y = 2$  od.  $4$  od.  $3 \mp \sqrt{21}$ .
- 49)  $x = 3$  od.  $2$  od.  $-3 \pm \sqrt{3}$   
 $y = 2$  od.  $3$  od.  $-3 \mp \sqrt{3}$ .
- 50)  $x = -9 \mp \sqrt{5}$  od.  $6$  od.  $9$   
 $y = -3 \pm \sqrt{5}$  od.  $4$  od.  $1$ .

$$51) \quad x = 9 \text{ od. } 3 \text{ od. } \frac{-13 \pm \sqrt{-39}}{2}$$

$$y = 3 \text{ od. } 9 \text{ od. } \frac{-13 \pm \sqrt{-39}}{2}.$$

$$52) \quad x = 12 \text{ od. } -4\frac{1}{4},$$

$$y = 3 \text{ od. } -17.$$

$$53) \quad x = \pm 3 \text{ od. } \pm 1 \text{ od.}$$

$$\pm 3\sqrt{-1} \text{ od. } \pm \sqrt{-1}$$

$$y = \pm 1 \text{ od. } \pm 3 \text{ od.}$$

$$\mp 3\sqrt{-1} \text{ od. } \mp \sqrt{-1}.$$

$$54) \quad x = \pm 2 \text{ od. } \pm 1 \text{ od.}$$

$$\pm 2\sqrt{-1} \text{ od. } \pm \sqrt{-1}$$

$$y = \pm 1 \text{ od. } \pm 2 \text{ od.}$$

$$\mp \sqrt{-1} \text{ od. } \mp 2\sqrt{-1}.$$

$$55) \quad x = 5 \text{ od. } 2, \quad y = 2 \text{ od. } 5.$$

$$56) \quad x = 8 \text{ od. } 1, \quad y = 1 \text{ od. } 8.$$

$$57) \quad x = 9, \quad y = 4.$$

$$58) \quad x = 9 \text{ od. } 2\frac{3}{4}, \quad y = 4 \text{ od. } 2\frac{3}{4}.$$

$$59) \quad x = \pm 1, \quad y = \pm 4.$$

$$60) \quad x = \frac{a \pm \sqrt{2b^2 - a^2}}{2}$$

$$y = \frac{-a \pm \sqrt{2b^2 - a^2}}{2}$$

$$61) \quad x = \frac{\pm am}{\sqrt{m^2 - n^2}}$$

$$y = \frac{\pm an}{\sqrt{m^2 - n^2}}.$$

$$74) \quad x = -\frac{b+1-a}{2} \pm \sqrt{a + \left(\frac{b+1-a}{2}\right)^2}$$

$$y = -\frac{a+1-b}{2} \pm \sqrt{b + \left(\frac{a+1-b}{2}\right)^2}.$$

$$75) \quad x = \pm \frac{2}{3}, \quad y = \pm 5, \quad z = \pm 4.$$

$$76) \quad x = \pm 3, \quad y = \pm 2, \quad z = \pm 5.$$

$$77) \quad x = \pm 1, \quad y = \pm 2, \quad z = \pm 3.$$

$$62) \quad x = \frac{s^2 + d^2}{2s}$$

$$y = \frac{s^2 - d^2}{2s}.$$

$$63) \quad x = 6a \text{ od. } -\frac{10}{11}a$$

$$y = 5a \text{ od. } -\frac{97}{11}a.$$

$$64) \quad x = 2b \text{ od. } \frac{62}{59}b$$

$$y = -b \text{ od. } -\frac{101}{59}b.$$

$$65) \quad x = -2a \text{ od. } \frac{42}{19}a$$

$$y = 2a \text{ od. } -\frac{22}{19}a.$$

$$66) \quad x = 3m \text{ od. } \frac{303}{29}m$$

$$y = -2m \text{ od. } \frac{266}{29}m.$$

$$67) \quad x = -10a \text{ od. } \frac{50}{3}a$$

$$y = 10a \text{ od. } \frac{10}{3}a.$$

$$68) \quad x = \pm 3a \text{ od. } \pm \frac{3}{2}a$$

$$y = \pm a \text{ od. } \pm 2a.$$

$$69) \quad x = \pm \frac{5}{3}b \text{ od. } \pm \frac{2}{3}b$$

$$y = \pm \frac{2}{5}b \text{ od. } \pm b.$$

$$70) \quad x = \pm 2a \text{ od. } \pm \frac{1}{3}a$$

$$y = \mp a \text{ od. } \mp 6a.$$

$$71) \quad x = \pm a \text{ od. } \pm \frac{2}{5}b\sqrt{10}$$

$$y = \pm 2b \text{ od. } \pm \frac{1}{2}a\sqrt{10}.$$

$$72) \quad x = \pm 2b \text{ od. } \pm a\sqrt{6}$$

$$y = \pm 3a \text{ od. } \pm b\sqrt{6}.$$

$$73) \quad x = \frac{a + \sqrt{\frac{4b-a^3}{3a}}}{2}$$

$$y = \frac{-a + \sqrt{\frac{4b-a^3}{3a}}}{2}.$$

78) Für  $a + b + c = s$ .

$$x = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - b)(\frac{1}{2}s - c)}{(\frac{1}{2}s - a)}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - c)(\frac{1}{2}s - a)}{(\frac{1}{2}s - b)}}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - a)(\frac{1}{2}s - b)}{\frac{1}{2}s - c}}$$

79) Es ist 1)  $\frac{x+y}{xyz} = \frac{1}{a}$ ; 2)  $\frac{x+z}{xyz} = \frac{1}{b}$ ; 3)  $\frac{y+z}{xyz} = \frac{1}{c}$ .

Addirt man diese Gleichungen und setzt für  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = s$ ,

so erhält man  $\frac{x+y+z}{xyz} = \frac{1}{2}s$ , zieht man von dieser Gleichung

die erste, zweite, dritte Gleichung ab, so ist 4)  $\frac{1}{xy} = \frac{1}{2}s - \frac{1}{a}$

u. f. w.

Multipliziert man diese 3 Gleichungen und zieht die zweite Wurzel,

so ist

$$xyz = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{c}}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})}}$$

$$y = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$z = \frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{a}}{\sqrt{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{a})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{2}s - \frac{1}{a}}{(\frac{1}{2}s - \frac{1}{b})(\frac{1}{2}s - \frac{1}{c})}}$$

80) Man erhebe jede Gleichung zur zweiten Potenz, und dividire die erste durch die zweite u. f. w.

$$x = \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{c}}, \quad y = \sqrt[3]{\frac{a^2 c^2}{b^2}}$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{b^4 c^2}{a^4}} = \frac{b}{a} \sqrt[3]{\frac{bc^2}{a}}$$

- 81)  $x = 3$  od. 16,  $y = 4$  od. 12.  
 $z = 12$  od. 4.

## § 35.

## III. Exponentialgleichungen.

- 1)  $x = 6/5$ .  
 2)  $x = 2$ .  
 3)  $x = 8/11$ .  
 4)  $x = 1$ .  
 5)  $x = 3$ .  
 6)  $x = 8$ .  
 7)  $x = 0,5$ .  
 8)  $x = 5$ .  
 9)  $x = 4$ .  
 10)  $x = 0,25$ .  
 11)  $x = -3$ .  
 12)  $x = 2$ .  
 13)  $x = 0,3$ .  
 14)  $x = 2,4$ .  
 15)  $x = -6$ .  
 16)  $x = 11$ .  
 17)  $5^5 = 3125$   
 $5^6 = 15625$   
 $x = 3$ .  
 18)  $x = 6$   
 $y = 2$ .  
 19)  $x = 3$   
 $y = 4$ .  
 20)  $x = \frac{\log b \log q - \log d \log p}{\log b \log c - \log a \log d}$   
 $y = \frac{\log c \log p - \log a \log q}{\log b \log c - \log a \log d}$ .  
 21)  $x = 4$   
 $y = 6$ .
- 22)  $x = 6$   
 $y = 10$ .  
 23)  $x = 1$   
 $y = 1$ .  
 24)  $x = 5$   
 $y = 4$ .  
 25)  $x = 3$   
 $y = 2$ .  
 26)  $y \log x = \log 243$   
 $\frac{1}{y} \log 1024 = \log 4/9$   
 $+ 2 \log x$ .  
 Die zweite Gleichung mit  $y$  multiplicirt und durch 2 dividirt, giebt  $5 \log 2 = y (\log 2 - \log 3) + y \log x$ ,  $y = 5$ ,  $x = 3$ .  
 27)  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$ .  
 28)  $x = 7$  oder 4.  
 29)  $x = 3$  oder 6.  
 30)  $x = -0,5614215$  oder  $-2,4385785$ .  
 31)  $x = \frac{-\log a \pm \sqrt{4 \log b \log c + (\log a)^2}}{2 \log b}$   
 32)  $\log x \log x = \log 10$   
 $(\log x)^2 = 1$   
 $\log x = \pm 1$   
 $x = 10$  oder 0,1.  
 33)  $2 \log x + (\log x)^2 = \log 15,20153$

- |   |  |
|---|--|
| $\log x + 1 = \pm \sqrt{2,1818873}$<br>$\log x = \pm 1,4771213 - 1$<br>$x = 3$ oder $\frac{1}{300}$ . | 35) $x = 4$ oder $0,0001976$ .<br>36) $x = 2$ oder $\frac{1}{3}$ .<br>37) $x = 7$ oder $-12$ . |
| 34) $x = 200$ oder $5$ .  |  |

### § 36.

#### IV. Unbestimmte Gleichungen.

- |  |  |
|--|--|
| 4) $x = 14, 28, 42 \dots$<br>$y = 17, 34, 51 \dots$  | $x = 15, 2$<br>$y = 3, 11$ .   |
| 5) $23(14f + 387) - 14(23f + 645) = -129$<br>$x = 9, 23, 37, 51 \dots$<br>$z = 24, 47, 70, 93$ . | 9) $x = 0, 3, 6, 9 \dots$<br>$y = 26, 21, 16, 11 \dots$  |
| 6) $x = 37, 86, 135 \dots$<br>$y = 13, 30, 47 \dots$   | 10) $x = 13$<br>$y = 1$ .  |
| 7) $x = 0, 11, 22, 33 \dots$<br>$y = 1, 25, 49, 73 \dots$  | 11) $x = 38f - 264; 2, 40 \dots$<br>$y = 45f - 312; 3, 48 \dots$   |
| 8) $8(795 - 13f) + 13(8f - 477) = 159$ .<br>Man kann für $f$ nur 60 und 61 setzen.               | 12) $x = 13f - 1295; 5, 18 \dots$<br>$y = 57f - 5698; 2, 59 \dots$<br>13) $x = 16f - 20; 12 \dots$<br>$y = 15f - 20; 10 \dots$ |

### § 37. Gleichungen vom ersten Grade mit einer unbekanntem Zahl.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $2x + 18 = 82$<br>$x = 32$ .                               | 3) $2x - \frac{x}{2} = 6$ .<br>$x = 4$ .     |
| 2) $2x + 44 = 4x$<br>$x = 22$ .                               | 4) $a - \frac{x}{m} = b$<br>$x = m(a - b)$ . |
| 5) $x$ Rbl. = 500 Rbl., $4x$ Rbl. = 2000 Rbl.                 |  |
| 6) $x$ Tage = 11 Tage.  |  |
| 7) $A = 20$ Kop., $B = 40$ Kop., $C = 60$ Kop., $D = 80$ Kop. |  |
| 8) $x$ Rbl. = 7 Rbl.  |  |
| 9) $A = 840$ Rbl., $B = 420$ Rbl., $C = 140$ Rbl.             |  |

- 10)  $A = 3170$  Rbl.,  $B = 9510$  Rbl.,  $C = 12680$  Rbl.,  
 $D = 22190$  Rbl.
- 11) Die drei Stücke hielten also 35, 50 und 74 Arschin.
- 12) Branntwein 29 Kruschken  
 Wein 44 "  
 Wasser 73 "
- 13)  $x =$  Antheil des Vierten  
 $x = 3$ .  
 Die 4 Arbeiter bekommen 12 Rbl., 10 Rbl., 7 und 3 Rbl.
- 14)  $x = 21$ .  
 Die 4 Söhne bekommen 60 Rbl., 42, 30 und 21 Rbl.
- 15)  $x =$  Antheil des Ersten  
 $x = 40$ .  
 Die Armen erhalten 40, 25, 24, 15, 14 und 12 Kop.
- 16) Die fünf Theile sind: 17, 14, 27, 8, 33.
- 17) Die beiden Zahlen sind 21 und 38.
- 18)  $x = 31$ .
- 19)  $x = 52$ .
- 20)  $x = 439$ .  
 504 Stimmen für den Gewählten  
 439 " " " Nichtgewählten.
- 21)  $x = 54$ .
- 22)  $x = 147$ .
- 23)  $x =$  Zahl der Arschin von der ersten Sorte  
 $x = 5$ .  
 5 Arschin von der ersten Sorte und 7 Arschin von der zweiten Sorte.
- 24)  $x = 82$ .  
 Die beiden Zahlen sind 82 und 115.
- 25)  $x =$  Zahl der Reisetage des zweiten Kuriers.  
 $x$  Tage = 20 Tage.
- 26)  $x =$  Zahl der Tage des Zusammentreffens  
 $x = 6$ .  
 Nach 6 Tagen werden beide zusammentreffen, und B ist von D  
 294 Werst entfernt.
- 27)  $x =$  Zahl der Stunden des ersten Kuriers  
 $x = 6\frac{1}{2}$ .  
 Nach  $6\frac{1}{2}$  Stunden, in einer Entfernung von  $56\frac{7}{8}$  Werst.

- 28)  $x = \frac{25}{12}$ .  
A ist von B entfernt  $12\frac{1}{2}$  Meilen.
- 29)  $x =$  Zahl der Minuten nach Abgang des ersten Fußgängers  
 $x = 859,5$ .  
In 14 Stunden 19 Minuten 30 Sekunden nach Abgang des ersten, oder in 11 Stunden 49 Minuten 30 Sekunden nach Abgang des zweiten Fußgängers.
- 30)  $x$  Werst = 42 Werst.
- 31)  $x = 10\frac{1}{2}$ .  
Nach 12 Stunden.
- 32)  $x =$  Zeit des Zusammentreffens des zweiten Dampfschiffs  
 $x = \frac{30}{17}$ .  
Um 1 Uhr  $45\frac{15}{17}$  Minuten in einer Entfernung von  $8\frac{3}{34}$  Meilen von Köln.
- 33)  $x =$  Zeit des Dampfschiffes  
 $x = 4$ .  
Das Dampfschiff gebraucht 4 Stunden, und die Entfernung von M bis N beträgt  $9\frac{1}{3}$  Meilen.
- 34)  $x =$  Weg des kleinen Zeigers in Stunden  
 $12 + x =$  Weg des großen Zeigers in Stunden.  
 $x = \frac{12}{11}$ .  
Zum ersten Male um 1 Uhr  $5\frac{5}{11}$  Minuten, zum zweiten Male um 2 Uhr  $10\frac{10}{11}$  Minuten u. s. w. Im Ganzen werden sie 11 Mal übereinander stehen.
- 35)  $x =$  Geld des A vor dem Spiele  
 $x = 36$ .  
A hatte 36 Rubel und B 24 Rubel.
- 36)  $x = 900$ .  
Ursprüngliches Kapital 900 Rubel.
- 37)  $x =$  tägliche Ausgabe des A  
 $x = 50$ .  
A gab täglich aus 50 Kop., B 56 Kop.
- 38)  $x = 3200$ .  
Ursprüngliches Kapital 3200 Rbl.
- 39)  $x = 26$ .  
Die beiden Zahlen sind 26 und 42.
- 40)  $x = 24$ .  
A hob ab 48 Karten und B 28 Karten.

41)  $x = 192.$

42)  $x = 128.$

43)  $x = 140.$

Der erste Diener erhielt 140 Rbl., der andere 70 Rbl.

44)  $x = 685.$

A erhält 685 Rbl. und B 1644 Rbl.

45)  $x = 3.$

A erhielt 27 Rbl., B 12 Rbl. und die ganze Summe war 39 Rbl.

46)  $x = 56.$

A erhält 56 Rbl., B 35 Rbl. und C 7 Rbl.

47)  $x = 12.$

Inhalt des ersten Fasses 12 Wedro.

„ „ zweiten „ 36 „

48)  $x = 8.$

Die beiden Zahlen sind 16 und 24.

49)  $x = 90.$

Antheil des A ist 450, der des B 270 Rbl.

50)  $x \text{ Pfund} = 48 \text{ Pfund.}$

51)  $x = 480.$

A hatte verloren 960 Rbl. und B 480 Rbl.

52)  $x = \text{das angelegte Kapital}$

$\frac{15}{100} x = \text{Zinsen zu 15 Procent}$

$$x \text{ Rbl.} = 13540 \text{ Rbl.}$$

53)  $x \text{ Rbl.} = 1750 \text{ Rbl.}$

54)  $x \text{ Rbl.} = 6840 \text{ Rbl.}$

55)  $x \text{ Rbl.} = 70000 \text{ Rbl.}$

56)  $x = 10.$

Das erste Kapital steht auf 10 Jahre, das andere auf  $5\frac{1}{2}$  Jahre.

57)  $x = 42.$

A ist von B entfernt 84 Werst, B von C 28 und C von D 126 Werst.

58)  $x \text{ Mann} = 24000 \text{ Mann.}$

59) Die beiden Zahlen sind 49 und 42.

60)  $x = 5.$

Die Männer erhielten 25 Rbl. und die Frauen 21 Rbl.

61)  $x = 27\frac{3}{11}$ .

Es war also 5 Uhr 27 Minuten  $16\frac{4}{11}$  Sekunden

62)  $x = 30$ .

Die beiden Zahlen sind 30 und 19.

63)  $x = 1400$ .

Die Einlage von A 1400 Rbl., von B 2000 Rbl. und von C 720 Rbl.

64)  $x = \frac{9}{4}$ .

Der Einband kostet  $2\frac{1}{4}$  Rbl., der erste Band 3 und der zweite Band  $1\frac{1}{2}$  Rbl.

65)  $x = 180$ .

66) Der Werth der Livree war 60 Rbl.

67)  $x = 3$ .

68) Die Kornernte bestand aus 160 Tschetwert.

69)  $x = 27$ .

Die kleine Heerde bestand aus 27, die größere aus 81 Schaaßen.

70)  $x = 240$ .

71)  $x =$  Zahl der gesuchten Stunden

$\frac{1}{x} =$  Theil des Brunnens, welchen die Röhre B stündlich füllt.

$x = 30$ .

72)  $x = 100$ .

Der Hund macht 300, der Hase 400 Sprünge.

73)  $x = 75$ .

75 Äpfel und 24 Birnen.

74)  $x = \frac{1}{4}$ .

Für jede Flasche der Mischung hat er also  $\frac{1}{4}$  Flasche der bessern und  $\frac{3}{4}$  Flasche der geringern Sorte zu nehmen.

75)  $x = 13\frac{1}{3}$ .

$13\frac{1}{3}$  Mark von dem bessern und  $6\frac{2}{3}$  Mark von dem schlechteren Silber.

76)  $x = 11\frac{2}{3}$  Solotnik Kupfer.

77)  $x = 5$ .

Das erste Stück enthält 20 Arschin, das zweite 26 Arschin und 1 Arschin kostet 5 Rbl.

78)  $x = 900$ .

Kavalleristen waren 900, Infanteristen 2700 Mann, die ganze Mannschaft betrug 3600 Mann.

79)  $x = 52.$

80)  $x = 200.$

Das erste Silbergeschirr wog  $2\frac{1}{12}$  Pfund. Der Preis für ein Solotnik verarbeiteten Silbers ist 50 Kop. und für unverarbeitetes Silber  $31\frac{1}{4}$  Kopeken.

81)  $x = 8\frac{3}{4}.$

Wahre Zeit am Vormittage 8 Uhr 45 Minuten. Zeit am Nachmittage, welche die Uhr angab, 2 Uhr 25 Minuten.

82)  $x = 90.$

Es sind also 90 Kanonen, 670 Seeleute und 55 Soldaten.

83)  $x = 103.$

84)  $x = 20.$

85)  $x = 7400.$

86)  $x = 720.$

87)  $x = 11100.$

### § 38. Gleichungen vom ersten Grade mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1) A hat 36 und B 84 Rbl.
- 2) Die beiden Becher kosten 36 Rbl. und 27 Rbl.
- 3) Von der zweiten Sorte 20 Pfd. und von der dritten 28 Pfd.
- 4) Ein Tschetwert Roggen kostet 4 Rbl.  
" " Weizen " 7 Rbl.
- 5) Von der ersten Sorte 30 Wedro und  
" zweiten Sorte 19 Wedro.
- 6) Der Bruch heißt  $\frac{5}{18}$ .
- 7) Der Bruch heißt  $\frac{7}{19}$ .
- 8) Die beiden Zahlen sind 10 und 2.
- 9) A hat 17 und B 19 Spiele gewonnen.
- 10) Der Preis des Weizens war 8 Rbl. und  
" " der Gerste war 5 Rbl.
- 11) A hat abgehoben 11 Karten und B 9 Karten.
- 12) Gänse waren 60 und Hühner 45.
- 13) A hatte 3000 und B 3500 Rbl.

- 14) 78 Kruschken Branntwein und 66 Kruschken Wasser.
- 15) Moselwein die Bouteille 1 Rbl. und Rheinwein  $1\frac{1}{2}$  Rbl.
- 16) Die gesuchte Zahl ist 71.
- 17) Die beiden Zahlen sind 142 und 857.
- 18) Die gesuchte Zahl ist 73.
- 19) Die Börse wird gefüllt von 63 Rbl., oder von 189 Dreißigkopfenstücke.
- 20) Zu  $4\frac{1}{2}$  und  $5\frac{1}{2}$  Procent.
- 21) A hat 10000, B 22600, C 13000 Rbl. ausgeliehen; A zu 4 B zu 5 und C zu 6 Procent.
- 22) An Gold 14,77 . . . Pfund und an Silber 5,22 . . . Pfund.
- 23) 74 Pfund Zinn und 46 Pfund Blei.
- 24) 30 Rbl. Ertrag einer Looffstelle von A.  
 36 " " " " " B  
 12 Looffstellen besitzt A  
 8 " " B.
- 25) Auf dem Hinterdecke waren 30, auf dem Vorderdecke 54 Passagiere  
 Auf dem Hinterdecke zahlte Jeder 9, auf dem Vorderdecke 5 Rbl.
- 26) Der Garten ist 270 Fuß lang und 180 Fuß breit.
- 27) Die Preise sind  $74\frac{2}{3}$ ,  $42\frac{2}{3}$ ,  $82\frac{2}{3}$  und  $54\frac{2}{3}$  Rbl.
- 28) A hat 48 Tage, B 40 Tage und C 32 Tage gearbeitet.
- 29) Ein Berkowiß Blei kostet 30 Rbl., Eisen 27 Rbl. und Kupfer 156 Rbl.
- 30) A hat im Vermögen 980, B 1540 und C 2380 Rbl.
- 31) Die 3 Zahlen heißen 20, 28, 50.

### § 39. Neine Gleichungen vom zweiten und höheren Grad mit einer unbekanntem Zahl.

- 1) Die beiden Zahlen sind 10 und 8.
- 2) Die beiden Zahlen sind 8 und 6.
- 3)  $x = 9$ .
- 4) Die ganze Mannschaft bestand aus 4550 Mann.
- 5) Die zu vertheilende Summe war 36 Kop.
- 6)  $x = 47$ .  
 Beide arbeiteten 47 Tage; Tageslohn des A = 43 Kop., des B = 40 Kop.

- 7)  $x = 504$ .  
Die Entfernung von C und D ist 882 Werst.
- 8) A hatte 40 Eier und B 60 Eier.
- 9)  $x = 224$ .
- 10)  $x = 18$ .
- 11)  $x$  Rbl. = 2650 Rbl.
- 12) Von der ersten Sorte 15 Pfund, von der zweiten 20 und von der dritten 70 Pfund.
- 13)  $x = 42$ .
- 14)  $x$  ist die eine Zahl = 6,  $\frac{2x}{2}$  die andere = 4.
- 15)  $xL$  die eine Seite des Rechtecks = 90 Fuß,  $\frac{5x}{6}L$  die andere Seite desselben = 75 Fuß.

#### § 40. Keine Gleichungen vom zweiten Grade mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1) Die größere Zahl =  $\pm 8$ , die kleinere =  $\pm 3$ .
- 2) Die Zahlen sind  $\pm 13$  und  $\pm 6$ .
- 3) Die Zahlen sind 25 und 5.
- 4) Die Zahlen sind 12 und 24 oder 4 und  $-8$ .
- 5) Die Zahlen sind 16 und 9.
- 6) Die Zahlen sind 7 und 8.
- 7) Die Zahlen sind 243 und 3.
- 8) Die beiden Katheten sind 8 und 6, die Hypotenuse 10.
- 9) 85 und 76.
- 10) 342 und 456.
- 11) 12 und 20.

#### § 41. Gemischt quadratische Gleichungen mit einer unbekanntem Zahl.

- 1) Einkaufspreis 30 Rbl.
- 2) Die Zahlen heißen 14 und 5 oder  $-9\frac{1}{2}$  und  $-18\frac{1}{2}$ .
- 3) Er kaufte 4 Arschin Tuch; eine Arschin Tuch kostete 4 Rbl. und eine Arschin Leinwand  $\frac{1}{2}$  Rbl.

- 4) A hatte gegeben 200 Rbl.
- 5) 18 Schaafe hatte er gekauft.
- 6) Die Breite ist 3 Zoll.
- 7) Die Seite des einen Hofes enthält 26 Fuß, die des andern 38 Fuß.
- 8) Die Länge des einen Grabens enthält 10 Saschen, die des andern 16 Saschen.
- 9) Die Gesellschaft bestand aus 7 Personen.
- 10) 75 Schaafe und jedes kostete 16 Rbl.
- 11) A macht 117 und B 130 Meilen, sie brauchen dazu 13 Tage.
- 12) Das feine Tuch enthält 18 Arschin und die Arschin kostete 5 Rbl., das gröbere 20 Arschin und die Arschin kostete 4 Rbl.
- 13) Die Entfernung ist entweder 152 oder 76 Meilen.
- 14) A verkauft die Arschin zu 30 Kop. und B die Arschin zu  $33\frac{1}{3}$  Kop.
- 15) Einlage des A 750, des B 580 und des C 2670 Rbl.
- 16) Einlage des A 1920 und des B 2240 Rbl.
- 17) Anzahl der Stücke sind 8 und 11.
- 18) Von der zweiten Sorte 36 Anker. Es kostete ein Anker der besseren Sorte 36 Rbl., der geringeren Sorte 28 Rbl.
- 19) Ein Wedro der besseren Sorte kostete 60 und der geringern 40 Rbl.
- 20) Die Länge des einen Teppichs = 4 und des andern 6 Fuß.
- 21) Er hatte ursprünglich 18 Rbl. oder  $24\frac{1}{2}$  Rbl.
- 22)  $x = 48$ .
- 23) Er war 42 Jahre alt.
- 24) Länge des ersten Stücks = 50 Ellen.
- 25) Einkaufspreis 80 Rbl.
- 26) Einkaufspreis 300 Rbl.

## § 42. Gemischt quadratische Gleichungen mit mehreren unbekanntem Zahlen.

- 1)  $x =$  Ziffer in der Stelle der Zehner,  $y =$  der Einer.  
Die gesuchte Zahl heißt 36.
- 2) Die drei gesuchten Zahlen sind 7, 11, 23.
- 3) Die drei Zahlen sind 6, 13, 25.
- 4) 15 und 26.
- 5) 12 und 20.

- 6) 15 und 17.  
 7) In 4 und 12.  
 8) In 15 und 24.  
 9) 9 und 15.  
 10)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ,  $y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ .  
 11) Die drei Zahlen sind 6, 24, 96.  
 12) Die Zahl heißt 862.  
 13) 1 Pfund Muskatblüthe kostet 10 Rbl., 1 Pfund Gewürznelken kostet 5 Rbl.  
 14) Das Vorderrad enthält 12 Fuß, das Hinterrad 15 Fuß.  
 15)  $x =$  Zahl der Männer = 16 oder 64  
 $\frac{3}{4}x =$  Zahl der Weiber = 20 oder 80  
 $\frac{x^2}{8} =$  Zahl der Kinder = 32 oder 512.  
 $y =$  Zahl der Kop., welche ein Kind erhält = 4 od.  $\frac{29}{164}$   
 $y + 1 =$  Zahl der Kop., welche ein Weib erhält = 5 od.  $\frac{193}{164}$   
 $y + 2 =$  Zahl der Kop., welche ein Mann erhält = 6 od.  $\frac{357}{164}$ .  
 16)  $x =$  Zahl der Gurken = 10,  $3x =$  Zahl der Eier = 30,  
 $y =$  Zahl der Kop. für eine Gurke = 2,  $\frac{xy - 5}{3x} =$  Zahl der Kop. für ein Ei =  $\frac{1}{2}$ .  
 17)  $x =$  Zahl der Zitronen = 15,  $x =$  Zahl der Kop. für 20 Äpfel,  
 $y =$  Zahl der Äpfel = 36,  $y =$  Zahl der Kop. für 12 Zitronen.  
 18)  $x =$  Zahl der zuerst gekauften Gänse = 10,  $y =$  Zahl der Rubel für den ersten Preis einer Gans = 1,  $3y - \frac{1}{2} =$  Zahl der Rubel für den ersten Preis eines Hahnes =  $2\frac{1}{2}$ ,  $x + 5 =$  Zahl der später gekauften Gänse = 15,  $y + \frac{1}{2} =$  Zahl der Rubel für den zweiten Preis einer Gans =  $1\frac{1}{2}$ ,  $3y =$  Zahl der Rbl. für den zweiten Preis eines Hahnes = 3.  
 19) B ist von C entfernt 8 Werst und B von A 6 Werst.  
 20) A hat ausgeliehen 800 Rbl. zu 5 Procent und B 1200 Rbl. zu 6 Procent.

### § 43. Unbestimmte Gleichungen des ersten Grades.

- 1) Die ersten Zahlen 13, 26, 39 . . . , die zweiten 9, 18, 27 . . . .  
 2)  $10x = 20, 30, 40 \dots$ ,  $y = 8, 18, 28 \dots$

- 3)  $5x = 20, 60, 8y = 56, 16.$   
 4) Die beiden Theile sind 56 und 44.  
 5)  $x = 2, 9, 16 \mid 5x + 2 = 12, 47, 82$   
 $y = 12, 7, 2 \mid 7y + 4 = 88, 53, 18.$   
 6)  $x = 5, 31, 57 \dots, y = 3, 20, 37 \dots$   
 7) Diese Theile sind 72 und 70.  
 8)  $x = 3, 2, 1 \mid$  Die größeren Zahlen 35, 40, 45  
 $y = 4, 9, 14 \mid$  „ kleineren „ 24, 29, 34.  
 9)  $x = 5f + 2, y = 3f + 1.$   
 Alle Zahlen von der Form  $15f + 7$ : also 7, 22, 37, 52....  
 10) 37, 125, 213....,  $88f + 37.$   
 11) 36, 162, 288....,  $126f + 36.$   
 12) Männer 3, 16, 29, 42, Frauen 63, 44, 25, 6.  
 13) Pferde 9, 30, 51, Ochsen 71, 40, 9.  
 14) Von der billigern Sorte 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24,  
 von der theuern Sorte 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0.  
 15) Herren 4, 8, 12, Damen 21, 14, 7.  
 16)  $x = 15f + 2, y = 8f + 1.$   
 Die Heerde enthält  $120f + 17$ ; hier kann  $f$  nur 2 sein; also sind  
 257 Stück.  
 17)  $x = 1, 2, 3, 4 \dots, y = 2, 4, 6, 8 \dots$

## § 44.

## C. Die Reihen oder Progressionen.

## I. Differenzreihe.

- |  |  |
|--|--|
| 15) $t = 14$ u. $s = 105.$                         | 24) $d = \frac{3}{5}$ u. $s = 1173\frac{3}{5}.$  |
| 16) $t = 81\frac{1}{2}$ u. $s = 16524.$            | 25) $d = -1\frac{1}{8}$ u. $s = 1\frac{3}{4}.$   |
| 17) $t = 287\frac{3}{4}$ u. $s = 6058\frac{1}{2}.$ | 26) $d = \frac{1}{8}$ u. $t = 3\frac{7}{8}.$     |
| 18) $n = 17$ u. $s = 442.$                         | 27) $d = -11$ u. $t = -1089.$                    |
| 19) $n = 45$ u. $s = 5265.$                        | 28) $d = 1\frac{2}{3}$ u. $n = 13.$              |
| 20) $n = 80$ u. $s = 3378\frac{1}{3}.$             | 29) $d = -\frac{5}{6}$ u. $n = 180.$             |
| 21) $n = 16$ u. $t = 10\frac{3}{4}.$               | 30) $a = -7$ u. $s = 28.$                        |
| 22) $n = 30$ u. $t = 19\frac{1}{2}.$               | 31) $a = -6$ u. $s = 146\frac{1}{4}.$            |
| 23) $d = \frac{1}{3}$ u. $s = 1900.$               | 32) $a = -\frac{3}{4}$ u. $s = -281\frac{1}{4}.$ |

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 33) $a = -6$ u. $t = 15^{3/4}$ .      | 36) $2 = 16$ u. $n = 9$ .             |
| 34) $a = 2^{1/2}$ u. $t = 35^{1/2}$ . | 37) $a = 3^{1/3}$ u. $d = -2^{5/6}$ . |
| 35) $a = 1/2$ u. $n = 20$ .           | 38) $a = 12$ u. $d = 7/9$ .           |

## II. Quotientenreihe oder Verhältnißreihe.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| 51) $t = 48$ u. $s = 93$ .                           | 60) $e = 1/2$ u. $n = \infty$ .       |
| 52) $t = 106^{403/512}$ und<br>$s = 307^{441/512}$ . | 61) $a = 1/2$ u. $s = 131071^{1/2}$ . |
| 53) $n = 7$ u. $s = 127$ .                           | 62) $a = 1$ u. $s = 3280$ .           |
| 54) $n = 3$ u. $s = 777$ .                           | 63) $a = 3$ u. $t = 3000000$ .        |
| 55) $n = 10$ u. $t = 78732$ .                        | 64) $a = 9$ u. $t = 0$ .              |
| 56) $n = \infty$ u. $t = 0$ .                        | 65) $a = 11$ u. $n = 2$ .             |
| 57) $e = 4$ u. $s = 436905$ .                        | 66) $a = 5$ u. $n = 5$ .              |
| 58) $e = 1$ u. $s = 28$ .                            | 67) $t = 0$ u. $s = 11^{2/3}$ .       |
| 59) $e = 5$ u. $n = 10$ .                            | 68) $t = 0$ u. $s = 1/9$ .            |
- 69)  $x =$  Preis des wohlfeilsten Buches,  $y =$  Differenz der Reihe.  
Die Preise der 7 Bücher sind 50 Kop., 80 Kop., 1 Rbl. 10 Kop.,  
1 Rbl. 40 Kop., 1 Rbl. 70 Kop., 2 Rbl., 2 Rbl. 30 Kop. Dem  
Buchhändler zahlt er 9 Rbl. 80 Kop.
- 70) 18 Fuß.
- 71) Der erste Arbeiter erhält 3 Rbl. 25 Kop., der zweite 3 Rbl. 50 R.
- 72) 31 Rbl. 20 Kop.
- 73) Im ersten Jahre 250 Rbl., im letzten Jahre 725 Rbl.
- 74) Er zahlt jeden Monat 10 Rbl. mehr und im letzten Monat 180 Rbl.
- 75) Die gesuchte Zahl heißt 234.
- 76) A hatte 3, B 9 und C 15 Kubel unterschrieben.
- 77) Die 4 Zahlen heißen 5, 7, 9, 11 oder 11, 9, 7, 5.
- 78) Die kleinere Kathete ist  $4^{1/2}$  Fuß, die Hypotenuse  $= 7^{1/2}$  Fuß.
- 79) Die kleinere Kathete ist  $= 21$ , die größere  $= 28$  und die Hypotenuse  $= 35$  Fuß.
- 80) Die kleinere Kathete ist  $= 18$ , die größere  $= 24$  und die Hypotenuse  $= 30$  Fuß.
- 81) In der ersten Reihe stehen 9 und in der letzten 129 Bäume.
- 82) Die Reihe besteht aus 20 Gliedern, das letzte Glied ist  $= 100$ .
- 83) Die 4 Zahlen sind 5, 10, 20, 40.

- 84) Die 4 Glieder heißen  $\frac{1}{17}$ ,  $\frac{4}{17}$ ,  $\frac{16}{17}$ ,  $\frac{64}{17}$ .
- 85) Der Erste bekam 120, der Zweite 60 und der Dritte 30 Rbl.
- 86) Die Zahlen sind 5, 10, 20.
- 87) Die drei Zahlen heißen 20, 10, 5.
- 88) Die Zahl heißt 248.
- 89) Das kleinste Gewicht ist  $= \frac{1}{64}$  und das größte  $= 34\frac{11}{64}$  Pfund.
- 90)  $a = 1$ ,  $t = 2$  und  $n = 13$ ,  $\log e = \frac{\log 2}{12} = 0,0250858 \dots$   
 Num  $\log e = 1,059 \dots$  zweites Glied, Num  $2 \log e = 1,122 \dots$   
 drittes Glied, Num  $3 \log e = 1,189 \dots$  viertes Glied u. s. w.  
 Num  $11 \log e = 1,888$  zwölftes Glied, Num  $12 \log e = 2$   
 dreizehntes Glied.
- 91) Es sei das erste Glied der gesuchten Reihe  $= x$  und ihr Quotient  $= y$ , so ist die Reihe:  $a = x + xy + xy^2 + \dots + xy^{m-1}$ ,  $ae = xy^m + xy^{m+1} + xy^{m+2} + \dots + xy^{2m-1}$  u. s. w.  
 Man multiplicire die Gleichung  $a$  mit  $y^m$ , dies giebt:  $ay^m = xy^m + xy^{m+1} + xy^{m+2} + \dots + xy^{2m-1}$ , so ist  $ay^m = ae$ , folglich  $y^m = e$  und  $y = e^{\frac{1}{m}}$ . Nun ist  $a = \frac{x(y^m - 1)}{y - 1} = \frac{x(e - 1)}{e^{\frac{1}{m}} - 1}$ ,  
 also  $x = \frac{a(e^{\frac{1}{m}} - 1)}{e - 1}$ .
- Sollen  $n$  Glieder dieser Reihe summiert werden, so ist  $s =$   
 $\frac{a(e^{\frac{1}{m}} - 1)}{e - 1} \cdot \frac{(e^{\frac{n}{m}} - 1)}{e^{\frac{1}{m}} - 1} = \frac{a(e^{\frac{n}{m}} - 1)}{e - 1}$ .
- 92)  $a = 7$ ,  $e = 8$ ,  $m = 3$  und  $n = 7$ , so ist das erste Glied  
 $= \frac{7(8^{\frac{1}{3}} - 1)}{8 - 1} = 1$ , der Quotient  $= 8^{\frac{1}{3}} = 2$ . Die Summe von  
 7 Gliedern  $= \frac{7(8^{\frac{7}{3}} - 1)}{7} = 127$ .
- 93)  $a = 40$ ,  $e = 3$ ,  $m = 4$  und  $n = 13$ ,  $s = 690,68$ .  
 Er muß dem Jubelier zahlen 690 Rbl. 68 Kop.
- 94) 1800 Rbl. 20 Kop.
- 95) Für den letzten Nagel zahlt er 5242 Rbl. 88 Kop., und das Pferd kostet 10485 Rbl. 75 Kop.
- 96) 18446750000000000000 Körner, 1334846  $\square$  Meilen.

**III. Höhere Differenzreihe.**

- 99)  $b = 1, a = 3, d = 2$ . Summe = 2870.  
 100)  $n = 900, b = 10201, a = 203, d = 2$ . Summe 333494150.  
 101)  $n = 20, b = 4, a = 12, d = 8$ . Summe 11480.  
 102)  $n = 20, c = 1, b = 7, a = 12, d = 6$ . Summe 44100.  
 103) Summe 25499475.  
 104)  $e = 1, c = 15, b = 50, a = 60, d = 24$  und  $n = 20$ .  
 Summe 722666.  
 105)  $n^2 - \frac{3}{2}n = 25199\frac{1}{2}$ . Das 113. Glied der Reihe.  
 106)  $b = 4, a = 1$  und  $d = 6$ . Summe 805.  
 107)  $n^2 - \frac{2}{2}n = 127\frac{1}{2}, n = 31$ .  
 108) Das 2. und 50. Glied sind in beiden Reihen gleich.  
 109) Die oberste Schichte enthält 1, die darauffolgende 3, die folgende 6  
 Kugeln u. s. w. Die unterste Schichte enthält  $\frac{20 \cdot 21}{1 \cdot 2} = 210$  Kugeln  
 und die ganze Pyramide 1540 Kugeln.  
 110) Die Basis enthält 400 und die ganze Pyramide 2870 Kugeln.

**§ 45.****Zinsrechnung.**

## a) Einfache Zinsen.

- |                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| 6) 1125 Rbl.                | 9) 6 Jahre.               |
| 7) $5\frac{5}{7}$ Procente. | 10) $571\frac{3}{7}$ Rbl. |
| 8) 3450 Rbl. Zinsen.        | 11) 10431,87 Rbl.         |
- 12) 8760 Rbl. geben nach 8 Jahren 11563,20 Rbl. und 10000 Rbl.  
 geben jetzt 7575,75 Rbl., also ist das erste Gebot das höhere.
- 13)  $\left[ k + \frac{k(n-1)p}{100} \right] + \left[ k + \frac{k(n-2)p}{100} \right] \dots$   
 $\left( k + \frac{kp}{100} \right) + k, S = k \left( 2 + \frac{(n-1)p}{100} \right) \frac{n}{2} = 82500$  Rbl.

## β) Zinseszinsen.

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 16) 38920 Rbl. 66 Kop. | 18) 5027 Rbl. 95 Kop. |
| 17) 3731 Rbl. 7 Kop.   | 19) 6 Procent.        |

- 20) Nach 14,2 Jahren verdoppelt, nach 22,51 Jahren verdreifacht, nach 28,41 Jahren vervierfacht.
- 21) 9270 Rbl. 46 Kop.
- 22) 27 Jahre.
- 23) 2173 Rbl. 44 Kop.
- 24)  $4\frac{1}{20}$  Procent.
- 25) 12,246 Procent.
- 26)  $k = 25000$ ,  $n = 40$  halbe Jahre,  $f = 1,0175$ ,  $\log S = \log 25000 + 40 \log 1,0175$ .  
Das Kapital ist  $= 50039$  Rbl. 84 Kop.
- 27)  $\log S = \log 25000 + 20 \log 1,035$ .  
Das Kapital  $= 49744$  Rbl. 61 Kop.
- 28)  $x = \frac{\log A + n \log g - \log k}{\log f}$ .
- 29) 16,3 Jahre.
- 30)  $S = kf = \frac{1 \cdot 1,05^{1853} \cdot 3}{100 \cdot 95 \cdot 12^3 \cdot 24500^3 \cdot 4 \cdot 860^3 \cdot \pi}$ .  
Das Kapital am Schlusse 1853  $= 2853800000$  Erden Gold.
- 33)  $S = 41467$  Rbl. 30 Kop.
- 34) Hier ist  $S = 0$ .  
Es wird also von dem Kapitale nach 12 Jahren nichts mehr übrig sein.
- 35) 17647 Rbl. 43 Kop.
- 36) 3113 Rbl. 35 Kop.
- 37) Das Kapital war  $= 4473$  Rbl.
- 38) 26,3 Jahre.
- 39) 11686 Rbl. 70 Kop.
- 40) 44181 Rbl. 63 Kop.
- 41)  $S = 45444$  Rbl. 10 Kop.
- 42) Die gesuchte Summe  $w$  muß so groß sein, daß wenn man sie auf Zinseszinsen zum Zinsfuß  $f$  auf eine Rente giebt, und jährlich die Rente  $r$  davon wegnimmt nach Verlauf von  $n$  Jahren alles aufgezehrt sei.  
Es ist also  $wf^n - \frac{r(f^n - 1)}{f - 1} = 0$ , folglich  $w = \frac{r(f^n - 1)}{f^n(f - 1)}$ .
- 43) 2663 Rbl. 75 Kop.
- 44) 2356 Rbl. 42 Kop.

- 45) Sie müssen zahlen 49835 Rbl. 70 Kop. und Jeder erbt 25082 Rbl. 15 Kop.  
 46) 199 Rbl. 93 Kop.  
 47) 2002 Rbl. 88 Kop.  
 48) 30 Jahre.

§ 46.

**Zahlensystem.**

7)	Nach dem diadischen System	10000011011111.
"	" triadischen	" 102112200.
"	" tetradischen	" 2003133.
"	" pentadischen	" 232133.
"	" hexadischen	" 102543.
"	" heptadischen	" 33351.
"	" oktadischen	" 20337.
"	" enneadischen	" 12480.
"	" dekadischen	" 8415.
8)	1010.	22) 2485842.
9)	2034.	23) 110120210.
10)	413.	25) 11114516.
11)	5102.	26) 10101011.
13)	3367.	27) 334511501.
14)	269.	29) 31004361.
15)	397.	30) 436327312.
16)	2207.	31) 110100010.
17)	205.	32) 20011222.
18)	57613.	34) 321203.
20)	22300.	35) 743281.
21)	1000121.	36) 347621.
37)	Summe: 6006501	nach dem dekadischen System = 708198
	Differenz: 3630540	" " " " = 461265
	Produkt: 6011126310	" " " " = 243086655
	Quotient: 21525660	" " " " = 1855623.
38)	Summe: 18467177	nach dem dekadischen System = 9315313
	Differenz: 10707638	" " " " = 5201936
	Produkt: 62402235448	" " " " = 21868938944
	Quotient: 127785260 Rest 378	" " " " = 56802438 R. 314

36)	Summe:	53211052	nach dem dekadischen System	=	1556654
	Differenz:	43424505	" " " "	=	1294457
	Produkt:	240112441301	" " " "	=	969548293
	Quotient:	130404122	" " " "	=	2551442

### § 47. Decimalbrüche.

4)	$\frac{5}{6}$ .	10)	$\frac{18}{55}$ .
5)	$\frac{1}{99}$ .	11)	$\frac{13}{12}$ .
6)	$\frac{13}{18}$ .	12)	$\frac{5}{44}$ .
7)	$\frac{3}{14}$ .	13)	$\frac{35}{74}$ .
8)	$\frac{7}{30}$ .	14)	$\frac{308611}{2499750}$ .
9)	$\frac{11}{12}$ .	15)	$\frac{41}{56}$ .

### § 48.

#### D. Combinationslehre.

a) Permutiren.

$$7) \quad nP(a^n) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} = 1, \quad nP(a^{n-1}b)$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} = n,$$

$$nP(a^{n-2}b^2) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2) \cdot 1 \cdot 2} = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2},$$

$$nP(a^{n-3}b^3) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-3)(n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3},$$

$$nP(a^{n-r}b^r)$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-r)(n-r+1)(n-r+2) \dots (n-3)(n-2)(n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-r) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}.$$

Vergleichen wir diese Formeln mit dem binomischen Lehrsatz, so finden wir, daß sie die Binomialcoefficienten sind.

8) 720.

9) 3360.

- 10) Roma, Roam, Rmoa, Rmao, Raom, Ramo, Orma, Oram, Omra, Omar, Oarm, Oamr, Mroa, Mrao, Mora, Moar, Maro, Maor, Arom, Armo, Aorm, Aomr, Amro, Amor.
- 11) 108972864000 Jahre sind erforderlich
- 12) 720 sechsziffrige ganze Zahlen.
- 13) 12600 verschiedene ganze Zahlen
- 14)  $\frac{1.2.3.4.5.6.7.8.7}{1.2.3.1.2.1.2}$  (statt 9, da die Reihe mit 0 und 00 wegfallen)  
= 11760 verschiedene neunziffrige ganze Zahlen.
- 15) 620448401733239439360000 mal, 96945062770818662 Ballen Papier, 509957590 Jahre.

β) Combiniren.

- 23) 21.
- 24) 56.
- 25) 273438880.
- 26) 4005 Amben, 117480 Ternen, 2555190 Quaternen und 43949268 Quinten.
- 27) 1770 Amben, 34220 Ternen, 487635 Quaternen und 5461512 Quinten.
- 28)  $\frac{32.31 \dots 18}{1.2.3 \dots 15} = 565722720$  Arten.
- 29)  $\frac{40.39.38 \dots 34}{1.2.3 \dots 7} = 18643560.$

§ 49. Mathematische Wahrscheinlichkeit.

- 5) a)  $\frac{1}{6}$ ; b)  $\frac{1}{18}$ .
- 6)  $\frac{{}^3C(8)}{{}^3C(32)}$ .
- 7) a)  $\frac{17}{200}$ , b)  $\frac{183}{200}$ , c)  $\frac{57}{85}$ , d)  $\frac{28}{85}$ .
- 8) a)  $\frac{1}{5}$ , b)  $\frac{4}{15}$ , c)  $\frac{8}{15}$ , d)  $\frac{7}{15}$ , e)  $\frac{11}{15}$ , f)  $\frac{4}{5}$ .
- 9)  $6^3$ . Die Wahrscheinlichkeit =  $\frac{1}{216}$ .



### Verbesserung in den Auflösungen.

Seite 8 Aufg. 34 statt --  $8abx^2$  lies —  $8abx$ .