

ROMAN HOLLMANN

ELEKTROTEHNIKA

I



R.K. "TEADUSLIK KIRJANDUS"

ROMAN HOLLMANN

ELEKTROTEHNIKA

I

ALALISVOOL, ELEKTRIVÄLI, MAGNETVÄLI

TOIMETANUD

PROF. ██████████

Kõustuslik kontrollieksemplar

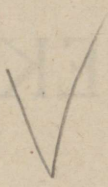


RK „TEADUSLIK KIRJANDUS“

TARTU, 1947

ROBERT GILMAN

ELEKTROTEHNIKA



16241

A-46600

Eessõna.

Oma ligi 75-aastase eluea vältel on elektrotehnika teinud läbi tohutu arengu ja on laboratoorsest katsetamisest kujunenud tänapäeva elu määravaimaks teguriks. On vähe tegevusalasid, millesse elektrotehnika poleks tunginud oma ammutamata laialdase rakendatavusega — olgu see siis arstiteadus, põllundus, astronoomia või kodune majapidamine. Oma nüüdisaegses arenemisastmes on elektrotehnika juba muutunud seevõrra laialdaseks, et selle igakülgne haaramine üksikisikul osutub ülejõu käivaks.

Käesoleva raamatu koostamisel on seatud ülesandeks anda üliõpilasele neid põhiteadmisi, millele on rajatud elektrotehnika erialad, s. o. õpetusi alalisvoolust, elektriväljast ja magnetväljast. Teise kõite sisuks on vahelduvvoolu teooria.

Ainestiku ja näidete korraldamisel on püütud ära kasutada meie kõrgemas tehnilises õppeasutuses kujunenud traditsioone ja kogemusi. Kuna on selgunud, et enne asumist abstraktsemate alade (elektri- ja magnetvälja) õppimisele peavad saama täiesti omaseks alalisvoolu seadused, siis on just raamatu esimene osa varustatud eriti arvukate näidetega. Raamatu seda osa võib eduga kasutada ka tehnilistes keskkoolides. Eri peatükina on käsitletud õpetust elektri olemusest ja aine atomaarsest ehitusest, aidates seega kaasa elektriliste ja magnetiliste nähtuste õigeks mõistmiseks.

Mõodusüsteemina on kasutatud rahvusvaheliselt tunnustatud elektrotehnilist mõodusüsteemi, mille kujunemist on lühidalt selgitatud raamatu esimeses peatükis. Erandina on elektri olemuse peatükk käsitletud absoluutses CGS-mõodusüsteemis. Ülemineku hõlbustamiseks ühest mõodusüsteemist teise on raamatu lõppu paigutatud vastav koondtabel.

Lõpuks pean siiralt tänama prof. [redacted] selle abi eest, mida ta on mulle osutanud nii raamatu kujundamisel metoodilisest seisukohast kui ka oskussõnalisel ja keelelisel viimistlemisel.

Tallinn, dets. 1945.

R. Hollmann

I OSA.

Alalisvool.

I peatükk.

ELEKTRI- JA MAGNETÜHIKUD.

1. Ülevaade mõõdusüsteemide kujunemisest. Elektri mõõtmise erakordselt suur täpsus ja mõõteriistade suur tundlikkus on saavutatud alles väga püsiva tööga nii mõõteriistade valmistamise alal kui ka mõõtmisviiside väljakujundamisel. See töö jätkub veel tänapäeval nii üksikutes riikides kui ka riikidevahelise koostööna Rahvusvahelises Elektrotehnika Komisjonis (*International Electrotechnical Commission*, lüh. IEC).

Alles möödunud sajandi teisel poolel, aastal 1861, seadis Briti Teaduste Arendamise Liit oma ülesandeks ametlikult kehtida võiva „absoluutse“ mõõdusüsteemi väljatöötamise, mille lõplikule väljakujundamisele on aga tänapäevani olnud pidurdavaks teguriks mõõtühikute reprodutseeritavate ja absoluutselt õigete etaloonide valmistamise võimatus. Iga mõõdusüsteem on rajatud väikesele põhiühikute arvule, mille suhtes teised ühikud osutuvad tuletatuiks. Nende põhiühikute valiku mõttes on süsteemi väljatöötaja vaba. Briti Teaduste Arendamise Liidu poolt 1862. aastal kokkukutsutud Rahvusvaheline Elektrotehnika Komisjon (edaspidi nimetatud IEC), mille koosseisu kuulusid tolle aja rahvusvaheliselt tuntumad füüsikud ja elektrotehnikud, nagu James Clerk Maxwell, William Thomson (Lord Kelvin), Werner Siemens jne., lähtus elektri ja magnetismi mõõdusüsteemi väljatöötamisel juba 1832. aastal K. F. Gauss'i ja W. E. Weber'i poolt avaldatud (tänapäeval Gauss'i mõõdusüsteemi nime all tuntud) süsteemist, mille põhiühikuteks olid pikkuse, massi ja aja ühikud — sentimeeter, gramm ja sekund (millest tuletubki süsteemi tähistamine CGS-süsteemina). Komisjoni poolt väljatöötatud süsteemid „absoluutne elektrostaatiline“ (CGS_{ϵ_0}) ja „absoluutne elektromagnetiline“ (CGS_{μ_0}) on küll säilinud tänapäevani, kuid ei rahulda enam küllaldasel määral ja nende täiendamiseks ja muutmiseks on aja jooksul tehtud rida ettepanekuid.

Sõltuvalt sellest, kas süsteemi väljakujundamisel lähtutakse elektri- väljas laengute vahel või magnetväljas magnetite vahel avalduvast mehaanilisest jõust, saadakse kaks eri mõõdusüsteemi: esimesel juhul on meil tegemist „absoluutse elektrostaatilisest süsteemiga“, milles esineva vaakuumi dielektrilise nihkekonstandi suurus ϵ_0 , ja teisel juhul „absoluutse elektromagnetilise mõõdusüsteemiga“, milles esineva vaakuumi magnetilise läbitavuse suurus μ_0 on võrdne ühega. Kuid süsteemide praktilisel rakendamisel ilmnes peagi, et osa tuletatud ühikuist on liiga suured, osa aga liiga väikesed.

1881. a. Pariisis kokkutulnud esimene Rahvusvaheline Elektrotehnika Kongress (kus muuseas T. A. Edison demonstreeris esmakordselt oma hõõglampi), millest võtsid osa säärased nimekad teadlased nagu W. Thomson, H. Helmholtz, F. Kohlrausch, A. G. Stoletov jne. ning paljude riikide valitsuste ametlikud esindajad, otsustas lugeda soovitavaks võtta üldiselt tarvitusele nn. „praktilise absoluutse mõõdusüsteemi“, milles pingeühikuks oleks $1/300$ CGS ϵ_0 -süsteemi ühikut, nimetusega volt; voolühikuks oleks $1/10$ CGS μ_0 -süsteemi voolühikut, nimetusega ampere, s. o. vool, mis tekib takistuses suurusega üks ohm, kui pinge tema otste vahel on üks volt; elektri hulga ühikuks oleks $1/10$ CGS μ_0 -süsteemi elektri hulga ühikut, nimetusega kulon, s. o. elektri hulk, mille mõjul kondensaator suurusega üks farad omandab pinge üks volt, jne.

Aastal 1889 Pariisis peetud teine kongress täiendas ühikute nimistut, võttes sellesse energiaühikuks 10^7 CGS-süsteemi ühikut erg, nimetusega džaul, võimsuse ühikuks 10^7 CGS-süsteemi ühikut erg/sec, nimetusega vatt, ja induktiivsuse ühikuks 10^9 CGS μ_0 -süsteemi ühikut „sentimeeter“, nimetusega kvadrant, mis on hiljem asendatud nimetusega henri. Ka määras see kongress, et üks džaul on energia hulk, mis on ekvivalentne üheoomises takistuses üheamprise voolu poolt ühes sekundis tekitatava soojushulgaga. Seega oli loodud seos ka energia ja elektriliste suuruste vahel.

Aastal 1930 määras IEC ebavõimsuse ühiku nimetuseks varem (volt-ampere-reaktiivne), mis aga pole seni üldiselt levinud. Aastal 1935 määras IEC elektrilise juhtivuse ühikuks oomi pöördväärtuse, nimetusega siimens.

Magnetismi ühikud, kuigi dimensioonilt määratud juba 1881. aasta Kongressi poolt, omandasid nimetused alles 1900. aastal, mil jällegi Pariisis kokkutulnud Kongress määras magnetvoo ühiku nimetuseks maksvell ja magnetvälja intensiivsuse ühiku nimetuseks gauss.

Kuid just Kongressi viimane otsus sai põhjuseks reale arusaamatusile, kuna ettepaneku teinud Ameerika Ühendriikide delegatsioon oli tegelikult soovinud nimetust „gauss“ mitte väljatugevuse, vaid väljatiheduse ehk

induktsiooni, s. o. välja intensiivsuse ühikule. Viga oli tehtud ettepaneku ingliskeelse teksti tõlkimisel prantsuse keelde ja avastati alles peale Kongressi protokollide trükist ilmumist (ettepaneku tekstis oli: *magnetic field intensity*). Et tol ajal magnetilise läbitavuse suurust käsitati arvuna, mille dimensioon on üks, siis selle eksituse tulemusena hakati mõõtma gaussides nii väljatugevust kui ka väljatihedust. See 30 aastat eksituse tulemusena jõus olnud otsus kõrvaldati IEC poolt alles 1930. aastal, kusjuures IEC tunnistas õigeks seisukoha, et vaakuumi magnetiline läbitavus omab siiski ühest erinevat dimensiooni ja et seega väljatihedus ja väljatugevus oleksid pidanud omama eri ühikuid. IEC otsuse kohaselt jäeti väljatiheduse ühikule nimetuseks *g a u s s*, väljatugevusele aga määrati uus ühik, nimetusega *ö r s t e d*. Magneetimisergutuse ehk magnetomotoorse jõu (nimetatav ka läbivooguseks) ühikule määrati nimetuseks *g i l b e r t*.

1935. aastal määras IEC magnetvoo uueks suuremaks ühikuks *v e e b e r i*, kusjuures 1 veeber = 10^8 maksvelli, ja sageduse ühikuks *h e r t s i* (perioodi sekundis).

2. Takistuse ja elektri hulga ühikud mõodusüsteemi põhiühikutena.

Ühtse mõodusüsteemi rahvusvahelisele levimisele mõjus kaua aega pidurdavalt vastavate etaloonide puudumine. Vanemad takistuse etaloonid kas vask- või isegi raudtraadist ei rahuldanud. Saksamaal võeti takistuse etaloonina kasutusele elavhõbedasammask pikkusega 1 m ja ristlõikega 1 mm^2 ning elektromotoorse jõu etaloonina Danielli element. Akadeemik *J a c o b y* poolt soovitati kasutada vooluühikuna sellise tugevusega voolu, mis eraldab elektrolüüdist sekundis 1 cm^3 paukgaasi.

Aastal 1884 määrati IEC poolt kehtivusega kümneks aastaks takistuse etaloonina nn. „legaalne oom“, s. o. takistus, mida omab elavhõbedasammask ristlõikega 1 mm^2 ja pikkusega 106 cm.

Möödunud sajandi lõpul suuri edusamme teinud mõõteriistade valmistamine võimaldas aastal 1893 Chicagos kokku tulnud Kongressil määrata, tuginedes suhteliselt väga täpsete mõõtmiste tulemusile, praktilise absoluutse mõodusüsteemi oomi võimalikult täpselt etaloneeriva nn. „rahvusvahelise oomi“, s. o. 106,300 cm pika elavhõbedasamba takistuse 0° C juures, kusjuures elavhõbeda hulk pidi olema 14,4521 g. Sealsamas määrati „rahvusvaheliseks ampriks“ voolu tugevus, millega hõbenitraadi (AgNO_3) vesilahusest sadestatakse sekundis 0,001118 g hõbedat. Seega tõi Kongress lisaks „absoluutse ampri“ ja „absoluutse oomi“ mõistele veel „rahvusvahelise ampri“ ja „rahvusvahelise oomi“ mõiste. Neist kahest tuletati „rahvusvaheline volt“, „rahvusvaheline kulon“ jne.

Aastal 1908 määras Kongress üheampri voolu poolt sekundis väljasadestatava hõbeda hulgaks 0,00111800 g, millega nõuti täpsuse suurenda-

mist 0,001%-ni. Aastal 1910 määras IEC Weston'i normaalelemendi elektromotoorseks jõuks 1,01830 rahvusvahelist volti 20° C juures.

Võiks arvata, et sellega oleks pidanud takistus- ja voolühikute küsimus olema lahendatud. Kuid võttes arvesse tänapäevaks väga kõrgele astmele arenenud mõõtmistehnika võimeid ja nõudeid, otsustas IEC kehtestada uued takistuse ja voolu etaloonid. Aastal 1935 määras IEC jõustumise tähtpäevaga 1. jaanuar 1940 järgmised, seega tänapäeval rahvusvahelises ulatuses juba kehtivad, praktilise absoluutse süsteemi ühikute definitsioonid (paralleelselt on toodud ka 1939. aastani kehtinud nn. „rahvusvaheliste“ ühikute definitsioonides esinevad arväärtused):

	Alates 1940. a.	Kuni 1939. a.
Takistust üks oom omab ühtlase ristlõikega elavhõbedasammalava jää temperatuuril, kui tema pikkus on	106,250 cm	106,300 cm
ja temas oleva elavhõbeda kaal (elavhõbeda kogus on valitud selline, et samba ristlõike suuruseks kujuneb üks ruutmillimeeter)	14,4453 g	14,4521 g
Höbenitraadi vesilahusest sadestab vool tugevusega üks amper igas sekundis (s. o. elektriühik üks kulon) hõbedat.....	1,11815 mg	1,11800 mg
Seega on nende kahe definitsiooniga määratud:		
Voolu elektrokeemiline ekvivalent	96 481 C	96 494 C
Weston'i normaalelemendi elektromotoorne jõud 20° C juures	1,01865 V	1,01830 V
Elektriline töö üks džaul.....	1,00000 · 10 ⁷ ergi	1,00021 · 10 ⁷ ergi
Jõu elektriline ühik džaul sentimeetri kohta (J/cm = Ws/cm, nimetatav ka „sten“).....	1,00000 · 10 ⁷ düüni	1,00021 · 10 ⁷ düüni
Vaakuumi nihkekonstant	0,088543 · 10 ⁻¹² F/cm	0,088585 · 10 ⁻¹² F/cm
Vaakuumi magnetiline läbitavus	1,256637 · 10 ⁻⁸ H/cm	1,256047 · 10 ⁻⁸ H/cm

Seega alates 1940. aastast

1 A = 1,000134 rahvusvahelist amprit,

1 V = 0,99966 rahvusvahelist volti.

3. Elektrotehniline mõõdusüsteem. Rahvusvaheliselt kehtiva absoluutse mõõdusüsteemi komplektseeritus oli põhjuseks, miks G. Mie poolt 1910. aastal tarvitusele võetud uus nn. elektrotehniline mõõdusüsteem on tänapäeval leidnud elektrotehnika, osalt aga ka juba füüsika valdkonnas väga laialdast tarvitamist ja on kasutusel ka käesolevas raamatus. Tema erinevus CGS-süsteemist seisneb selles, et valitavateks põhiühikuteks ei ole enam mitte ainult cm, g ja sec, vaid ka CGS-süsteemi raames juba etalonidena defineeritud oom ja amper, millega saadakse väga selged ja ülevaatlikud mõõtühikud. Milline ülevaatetus valitses (ja valitseb) CGS-süsteemides, näitab kas või seegi, et elektrilise väljatugevuse ühikuks oli elektrostaatilisest süsteemis — elektrostaatiline ühik dimensiooniga

$$[l]^{-\frac{1}{2}} [m]^{\frac{1}{2}} [t]^{-1},$$

elektromagnetilises süsteemis — elektromagnetiline ühik dimensiooniga

$$[l]^{\frac{1}{2}} [m]^{\frac{1}{2}} [t]^{-2},$$

elektrofüüsikalises süsteemis — maksvell/cm.sec.

Sama väljatugevuse ühikuks on elektrotehnilises süsteemis V/cm. Elektrotehnilises süsteemis (vt. tabel 1) on pingehüük 1 V = 1 A · 1 Ω, võimsushüük 1 W = 1 V · 1 A, magnetvoo ühikuks on 1 voltsekund = 1 Vs jne. Üleminekul CGS-süsteemi ühikutelt elektrotehnilise süsteemi ühikutele (vt. tabel 25) on näiteks:

pinge elektrostaatiline ühik		300 V
mahtuvuse „ „ „sentimeeter“		10 ⁻¹¹ /9 F
induktiivsuse „ „		9 · 10 ¹¹ H
takistuse „ „		9 · 10 ¹¹ Ω
magnetvoo elektromagnetiline ühik maksvell		10 ⁻⁸ Vs
magnetvoo „ „ veeber		1 Vs
väljatiheduse „ „ gauss		10 ⁻⁸ Vs/cm ²
väljatugevuse „ „ örsted		10/4π = 0,795 A (ehk AK)
induktiivsuse „ „ „sentimeeter“		10 ⁻⁹ H
mahtuvuse „ „		10 ⁹ F
takistuse „ „		10 ⁻⁹ Ω

Tabel 1.

Elektrotehnilise mõõdusüsteemi ühikuid ja valemeid (alalisvoolu osa).

Nimetus	Tähis	Ühiku		Valem	Märkused
		nimetus	lühend		
Pikkus	l	sentim.	cm		põhiühik
Mass	m	kilogramm	kg*	$1 \text{ kg}^* = 1 \text{ Js}^2/\text{cm}^2$	
Aeg	t	sekund	s, sec		põhiühik
Pindala	S		cm^2		
Ristlõige	q		mm^2		
Kiirus	v		cm/s	$v = dl/dt$	
Jõud	P		J/cm		$1 \text{ J/cm} = 10,2 \text{ kg}$
Vool	J	amper	A	$1,11815 \text{ mg/s Ag}$ $J = Q/t, J = N/U$ $J = E/\Sigma R, J = U/R$	põhiühik Ohmi seadus
Laeng	Q	kulon	$C = As$	$Q = Jt$	
Takistus	R	oom	Ω	$106,250 \text{ cm, } 1 \text{ mm}^2 \text{ Hg}$ $R = U/J, R = U^2/N$ $R = \rho l/q$ $R_2 = R_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$	põhiühik l — meetrites α — temperat. tegur
Takistus teisel temperatuuril					
Juhtivus	G	siimens	$S = 1/\Omega$	$G = 1/R, G = \lambda q/l$	
Eritakistus	ρ		$\Omega\text{mm}^2/\text{m}$		$\rho_{Cu} = 0,0175$
Erijuhtivus	λ		$\text{m}/\Omega\text{mm}^2$	$\lambda = 1/\rho$	$\lambda_{Cu} = 57$
Elektromotoorne jõud	E	volt	$V = A\Omega$	$E = J \cdot \Sigma R$	Ohmi seadus
Osapinge, pinge, pingelang	U	volt	V	$U = JR, U = N/J$	
Võimsus	N	vatt	$W = A^2\Omega$	$N = UJ, N = J^2R$	
Töö	A	džaul	$J = Ws$	$A = Nt, A = J^2Rt$ $A = UQ$	
Takistused järjekorras	R	oom	Ω	$R = R_1 + R_2 + \dots$	
Takistused rööbiti	G	siimens	S	$G = G_1 + G_2 + \dots =$ $= \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$	
Väljatugevus	E		V/cm	$E = U/l, E = j\rho$	
Voolutihedus	j		A/mm ²	$j = J/q, j = E/\rho$	
Kinnise vooluringi seadused				$\Sigma J = 0$ $\Sigma E = \Sigma JR$	Kirchhoffi I s. Kirchhoffi II s.

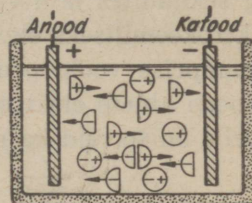
Märkus: kg tähistab kilogramm-jõudu, kg* — kilogramm-massi.

II peatükk.

ELEKTROLÜÜS.

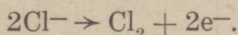
4. Elektrivool elektrolüüdis. Analoogiliselt metallidega alluvad ka elektrolüüdid (hapete, leeliste ja soolade vesilahused) Ohmi seadusele isegi väga suurtel elektrivälja tugevustel. Erinevuseks on aga elektrolüütide keemilise koostise pidev muutumine voolu läbimisel. Tänapäeval kehtiva kujutluse kohaselt aine ehitusest on osa lahustunud aine molekulidest dissotsieerunud ehk lagunenud ioonideks (vt. p. 86), millele elektrivälja mõjul toimuv liikumine moodustabki elektrolüüti läbiva voolu. Jõudmisel elektrodile ioonide laeng neutraliseerub, ioonid muutuvad neutraalseteks aatomrühmadeks, millest sadestuvad elektrodil. Vesilahuses dissotsieerumata mitteelektrolüütide, näiteks suhkru, lahused ei juhi elektrivoolu.

Paigutame keedusoola NaCl lahusesse kaks elektrivoolu allikaga, näiteks akumulaatoriga ühendatud metall-elektroodi. Negatiivsed kloori ioonid Cl⁻, s. o. kloori aatomid, millele perifeerses kesta

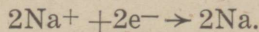


Joon. 1. Ioonide liikumine keedusoola NaCl vesilahuses. Negatiivselt laetud kloori ioonid Cl⁻ liiguvad pluss-poolusele (anoodile), positiivselt laetud naatriumi ioonid Na⁺ liiguvad miinus-poolusele (katoodile).

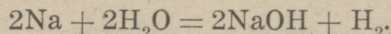
on elektrone (negatiivseid laengu osakesi e⁻) tavalisest ühe võrra rohkem, kaotavad anoodile (pluss-poolusele) jõudnult oma negatiivse laengu, muutuvad neutraalseiks kloori molekulideks ja eralduvad elektrodil kloorigaasina:



Positiivsed naatriumi ioonid Na⁺ saavad jõudmisel katoodile (miinus-poolusele) viimaselt nendel ioonidel elektronide perifeerses kesta puudu oleva elektroni, muutuvad ka neutraalseteks aatomiteks ja eralduvad elektrodil naatrium-metallina:



Elavhõbedast katoodi korral saadakse seejuures naatriumi amalgaam, teistest metallidest elektrodide korral aga leiab aset keemiline reaktsioon naatriumi ja vee vahel, mille tulemusena elektrolüüti lisandub naatriumleelis (naatriumhüdrosiid NaOH) ja elektrodil vabaneb gaasilises olekus vesinik:



5. Faraday seadus: elektrolüüsil eraldunud ainehulk on võrdeline lahust läbinud elektri hulgaga; võrd-

sete elektri hulka de toimel eralduvad keemiliselt ekvivalentseid aine hulka d.

Faraday seadust võib kirjutada valemina

$$G = aJt, \quad (1)$$

milles G — eraldatud metalli hulk milligrammides, J — vool amprites, t — aeg sekundites ja a — metalli elektrokeemiline ekvivalent [mg/As]. Aine elektrokeemiliseks ekvivalentiks nimetatakse arvu, mis näitab elektrolüüsil üheamprise voolu poolt sekundis eraldatava aine hulka milligrammides. Mõnede ainete elektrokeemilised ekvivalentid on toodud tabelis 2. Samas tabelis on toodud ka elementide aatomkaal ja vääriskus ehk valents.

Tabel 2.

Metallide elektrokeemiline ekvivalent.

Katoodil eraldatud aine	Tähis	Elektrokeemiline ekvivalent a mg/As	Erikaal γ g/cm ³	Aatomkaal A	Vääriskus n
Alumiinium	Al	0,094	2,7	26,97	3
Hõbe	Ag	1,11815	10,5	107,88	1
Kuld	Au	0,681	19,3	197,20	1
Nikkel	Ni	0,304	8,8	58,69	2
Raud	Fe	0,289	7,9	55,84	2
Raud	Fe	0,193	7,9	55,84	3
Plii	Pb	1,074	11,3	207,22	2
Tina	Sn	0,615	7,3	118,70	2
Tina	Sn	0,308	7,3	118,70	4
Tsink	Zn	0,339	7,15	65,38	2
Vask	Cu	0,659	8,9	63,57	1
Vask	Cu	0,329	8,9	63,57	2
Vesinik	H	0,01036	0,09	1,008	1

Aine elektrokeemilist ekvivalenti on võimalik määrata aine aatomkaalu ja väärisuse järgi, kui on teada vesiniku elektrokeemiline ekvivalent. Kuna viimase suurus on 0,01036, siis iga teise aine elektrokeemiline ekvivalent

$$a = 0,01036 \frac{A}{n}, \quad (2)$$

kusjuures A on aine aatomkaal ja n — vääriskus.

Hõbeda aatomkaal on 107,88, vase oma 63,57. Kuna hõbe ühendis AgNO_3 on üheväärine, vask ühendis CuSO_4 aga kaheväärine, siis on 107,88 g

hõbedat ekvivalentne $63,57 : 2 = 36,785$ g vasega. Üks kulon eraldab seega nimetatud metalle vahekorras

$$\frac{107,88}{63,57/2} = \frac{1,118 \text{ mg Ag}}{0,3294 \text{ mg Cu}}$$

Vase elektrokeemiline ekvivalent arvutatuna valem 2 järgi:

$$\alpha = 0,01036 \frac{A}{n} = \frac{0,01036 \cdot 63,57}{2} = 0,3294 \text{ mg/As.}$$

Ekvivalentlaeng, s. o. laeng, mis eraldab elektrolüüsimisel ühe gramm-ekvivalenti mingisugust elementi, on 96 481 kulonit.

Näide 1. Antud on ampermeeter (pöördpoolirist) ühtlaselt jaotatud astmikuga (skaalaga); on vaja määrata selle mõõteriista konstant amprites jaotuse kohta.

Lahendus. Katse toimetamiseks ampermeeter ühendati järjestikku hõbevanni (hõbenitraadi vesilahus) ja vooluallikaga (joon. 2). Katse toimus 2,5 tundi, millise ajaga eraldus 145 mg hõbedat. Kümnel lugemisel oli ampermeetri keskmine hälve $\beta = 144^\circ$. Sellest vool

$$J = \frac{G}{at} = \frac{145}{1,118 \cdot 2,5 \cdot 3600} = 0,0144 \text{ A,}$$

ja mõõteriista konstant

$$c = \frac{J}{\beta} = \frac{0,0144}{144} = 10^{-4} \text{ A/jaotus.}$$

Näide 2. Nikeldamisel kulutatakse 8-tunnisel töötamisel 1,5 kg niklit. Leida sellejuures kasutatud voolu keskmine tugevus.

Lahendus. Nikeldamise vool

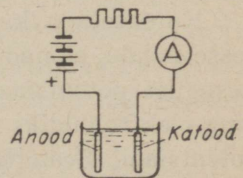
$$J = \frac{G}{at} = \frac{1,5 \cdot 10^6}{0,304 \cdot 8 \cdot 3600} = 172 \text{ A.}$$

Soovitakse metalli pind katta mõne teise metalliga nii, et katmine toimuks ühetaoliselt kogu metalli pinnal, siis ei tohi voolutihedus ületada teatavat suurust.

Tabel 3.

Andmeid kihi paksuse ja metalli hulga kohta ühetunnise galvaanimise puhul.

Metall	Kihi paksus mm	Metalli hulk g/m ² h
Nikkel	0,01181	104,02
Vask	0,01332	118,6
Tsink	0,0163	115,86
Kadmium	0,0230	199,2
Kroom	0,0050	32,3



Joon. 2. Ühendusskeem ampermeetri konstandi määramiseks.

N ä i d e 3. Esee, mille pindala $S = 10 \text{ dm}^2$, tuleb katta elektrolüütilisel teel $\delta = 0,2 \text{ mm}$ paksuse vasekihiga. Leida selleks vajalik ampertundide arv ja elektrolüüsi kestus. Vase erikaal $\gamma = 8,9 \text{ g/cm}^3$.

L a h e n d u s. Valime parema katekihi saamiseks voolutiheduseks $j = 0,5 \text{ A/dm}^2$. Seega on vool

$$J = jS = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ A.}$$

Elektrolüüsi kestus on vooluhulga jagatis voolu tugevusega:

$$t = \frac{G}{\alpha J} = \frac{S\delta\gamma}{\alpha J} = \frac{10 \cdot 0,002 \cdot 8,9 \cdot 10^6}{0,329 \cdot 3600 \cdot 5} \approx 30 \text{ tundi.}$$

III peatükk.

PRIMAARSED GALVAANILISED VOOLUALLIKAD.

6. Galvaani elemendid. Galvaani elemendid koosnevad kahest elektroodist ja vedelikust — elektrolüüdist. Elektrolüüdist väljaulatuvaid elektrodide otsi nimetatakse **p o o l u s t e k s**.

Kui asetada kaks erinevat metallist elektroodi mõnesse nõrka happesse nõnda, et nad teineteise külge ei puutu, siis omandavad elektrodid isesuguse potentsiaali. Kasutades elektrodideks näiteks vaske ja tsinki ning elektrolüüdiks nõrka väävelhapet, omandab tsinkelektrood madalama potentsiaali. Seetõttu tsinkelektrood oleks negatiivne poolus ja vaskelektrood — positiivne poolus.

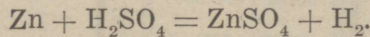
Katsetamisel väiksemate ja suuremate vask- ning tsinkelektroodidega selgub, et potentsiaalide vahe ei sõltu elektrodide pinna suurusest. Kui aga võtta elektrodideks mõned teised erinevatest ainetest elektrodid, siis saame elektrodidevahelise potentsiaali teissuguse. Asetades näiteks tina- ja tsinkelektroodi nõrka väävelhappe-lahusesse, saame väiksema potentsiaalide vahe kui tsink- ja vaskelektroodi puhul. Seega elektrodidevaheline potentsiaal sõltub kasutatud elektrodide ainest. Katsetades samade erinevatest ainetest elektrodidega mitmesuguste happe või soola vesilahustega, saame jällegi erinevaid potentsiaalide vahesid. Kui kõik paarikaupa võetud metallid järgemööda asetada samasse happesse, siis saame tulemused, mille põhjal on võimalik metallid ja süsi asetada, madalamast potentsiaalid alates, galvaaniliste potentsiaalide järgi ühte ritta. Nõrga väävelhappe korral selline rida on:

magneesium, tsink, kroom, raud, kadmium, nikkel, (inglis)tina, plii, vask, hõbe, kuld, süsi.

Selle rea järgi on potentsiaalide vahe magneesiumi ja söe vahel üks suuremaid. On mõlemad elektrodid ühest ja samast ainest ning paiguta-

tuđ ühisesse elektrolüüti, siis on potentsiaalide vahe nende vahel null. Tsinkelektroodi potentsiaal väävelhappes on üks madalamaid. Seega, võrreldes vasega on tsink negatiivne, vask aga positiivne. Kui omakorda vaadelda mõnd teist metallide paari, näiteks vaske ja sütt, siis on vase potentsiaal madalam söe omast, mille tõttu selle paari puhul on vask negatiivne ja süsi positiivne. Mõisted „positiivne“ ja „negatiivne“ on ainult relatiivsed ja näitavad, missuguse keha potentsiaal on kõrgem ja missuguse oma madalam. Kui võtta väävelhappe asemel mingi teise happe või soola vesilahus, siis saame teissuguse rea, sest potentsiaalide vahe antud metallidel sõltub ka elektrolüüdist. Sellest järeldub, et mitmesuguste metallidega ja elektrolüütidega on võimalik teha palju kombinatsioone ja saada seega palju mitmesuguseid galvaani elemente. Elemendi elektrodide ühendamisel koormustakistusega tekib elemendis keemiline reaktsioon, mille toimel keemiline energia muundub elektriliseks.

7. Volta element. Volta element on vanimaid galvaani elemente. Selle negatiivseks elektrodiks on tsink, positiivseks — vask ja elektrolüüdiks — lahjendatud väävelhape (1 : 10). Volta elemendi elektromotoorse jõu suurus on ca 1 volt, kuid see ei ole püsiv ja alaneb elemendi tarvitamisel kiiresti. Selle põhjuseks on polarisatsiooninähtus. Tsink ühineb väävelhappes tsinkvitrioliks, millejuures vesinik vabaneb ja koguneb vase pinnale:



Tekkiv elektrodide keemiline muutus kutsub esile (ajaliselt muutuva) polarisatsiooni elektromotoorse jõu E_p , mis on algelektromotoorsele jõule E suunatud vastu. Seega elektrolüüti läbiv vool

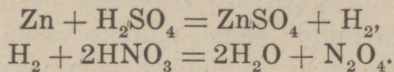
$$J = \frac{E - E_p}{R},$$

milles R on vooluringi kogutakistus oomides.

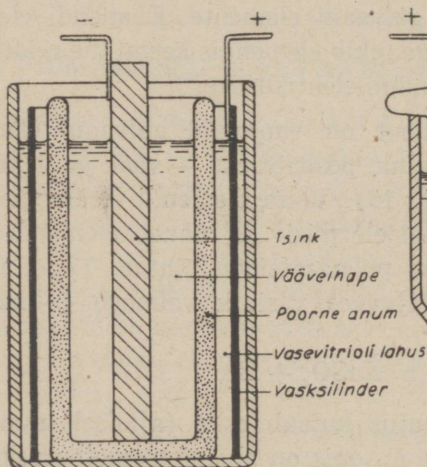
Tehnikas tarvitatavais galvaani elementides hoitakse elemendi pinge püsiv depolarisaatori, s. o. aine abil, mis seob keemiliselt polarisatsiooni põhjustava vesiniku. Volta elemendil puudub selline depolarisaator, mille tõttu see element ei ole leidnud praktilist kasutamist.

8. Bunsen'i element. Tugeva ja ühtliku voolu annab Bunseni element. Poorses savisilindris on depolarisaatorina töötav kontsentreeritud lämmastikhape (HNO_3), millesse on paigutatud söesammas (positiivne elektrood). Välimises nõuosas on tsinksilinder nõrgas väävelhappe (H_2SO_4) lahuses. Bunseni elemendi heaks omaduseks on tema suur elektromotoorne jõud, nimelt 1,9 volti, kuid paheks on, et töötamise ajal eraldub elemendist

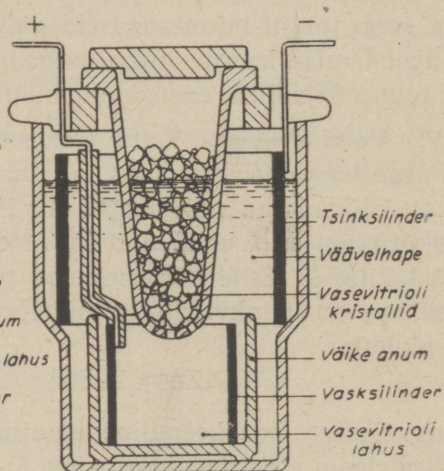
mürgine gaas lämmastikhapend (N_2O_4). Seepärast nõuab selle elemendi tarvitamine ettevaatust. Elemendis toimuvad reaktsioonid on järgmised:



9. Daniell'i element. Selle positiivseks elektroodiks on vask, negatiivseks — tsink (joon. 3). Seejuures vask on asetatud kontsentreeritud vasevitrioli (CuSO_4), tsink 10%-lisse väävelhappe (H_2SO_4) lahusesse. Mõlemad vedelikud on teineteisest eraldatud poorse nõuga. Daniell'i elemendi elektromotoorne jõud on 1,1 volti.



Joon. 3. Daniell'i element.



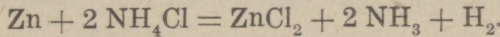
Joon. 4. Meidinger'i element.

Tsink ühineb väävelhappega tsinkvitrioliks, kusjuures vabanenud vesinik ühineb depolarisaatorina toimiva vasevitrioliga, tekitades väävelhappe ja vase: $\text{H}_2 + \text{CuSO}_4 = \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{Cu}$. Viimane sadestub välises nõuosas asuva vasksilindri pinnale.

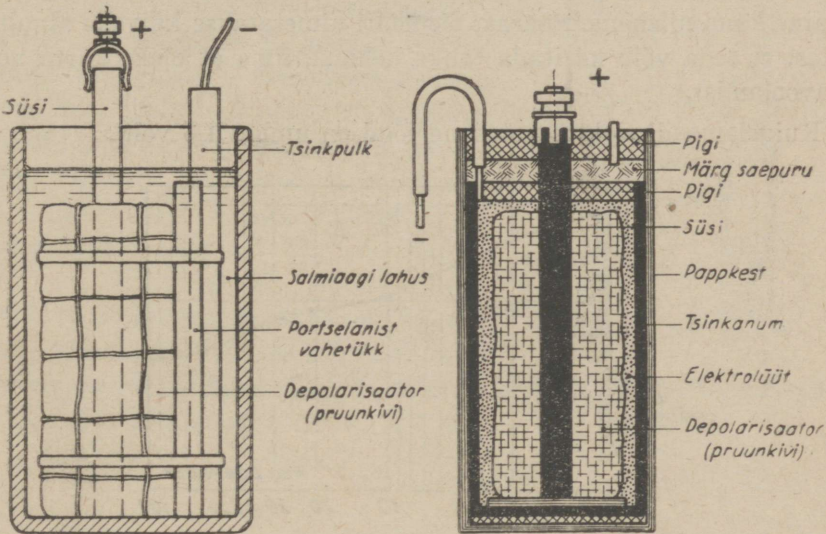
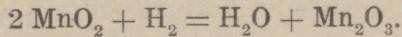
10. Meidinger'i element (joon. 4) erineb Daniell'i elemendist ainult seega, et temas puudub poorne vahesein. Vedelikkude eraldamine teineteisest on saavutatud anuma erikonstruktsiooni abil, sest vedelikkude erikaalud on erinevad.

Meidingeri elemendi elektromotoorne jõud on 0,9 kuni 1,1 volti ja sisetakistus 5 kuni 10 oomi. Tarvitatakse teda peamiselt sidetehnikas, kus element töötab kaua ilma järelevalveta.

11. Leclanché element. Leclanché elemendi elektromotoorne jõud on umbes 1,5 volti. Tema negatiivseks elektroodiks (joon. 5) on tsink, positiivseks — mangandioksüüdi (MnO_2 , pruunkivi) ja grafiidi seguga ümbritsetud söepulk. Elektrolüüdiks on salmiaagi (NH_4Cl) lahus. Grafiiti on pruunkivile lisandatud tema kui depolarisaatori elektrilise takistuse vähendamiseks. Elektroodide ühendamisel koormustakistusega tekib elemendis keemiline reaktsioon:



Toodud reaktsioonis tsink tõrjub salmiaagilahusest välja ammoniaagi (NH_3) ja vesiniku (H_2). Depolarisatsiooni reaktsioon on järgmine:



Joon. 5. Leclanché element.

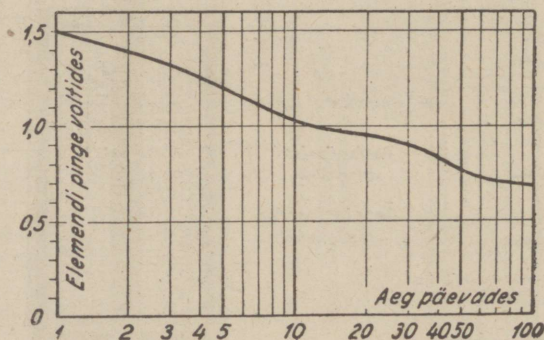
Joon. 6. Leclanché kuivelement.

Viimane aine on vees mittelahustuv brauniit. Seega kuluvad selles elemendis tsink, salmiaagilahus ja depolarisaator — pruunkivi. Salmiaagilahusena kasutatakse 40 kuni 60 g salmiaaki ühe liitri vee kohta. Reaktsiooni mõjul vabanevast ammoniaagist osa koguneb söele, osa haihtub õhku ja osa ühineb veega, tekitades ammoniumhüdrosüüdi (NH_4OH). Viimane ühineb omakorda elektrolüüdis oleva tsingiga, tekitades tsingisoolasid, mis on tuntud nn. roomavate sooladena. Need soolad põhjustavad elemendi sisetakistuse suurenemist. Roomavate soolade tekkimise

vältimiseks kaetakse elektrolüüdist väljaulatuvad elektroodid ja nõu seesmised seinad vaseliini või parafiiniga. Üldiselt pole Leclanché element süüteline andma tugevat voolu pikema aja kestel, kuigi ta on varustatud depolarisaatoriga. Tugeva voolu puhul on vesiniku eraldumine seevõrd intensiivne, et depolarisaator ei jõua tekkivat vesinikku küllalt siduda ja süsi kattub vesinikuga, mistõttu langeb ka elemendi klemmipinge. Vooluringi katkestamisel mõneks minutiks kõrvaldub vesiniku mõju ja element töötab jällegi endiselt.

12. Kuivelement. Leclanché elemendi põhimõttel on ehitatud nüüdisajal laialdaselt tarvitataavad kuivelemendid (joon. 6), milles elektrolüüt on vastavate lisandite abil muudetud paksuks pudruks. Et kuivelement (väiksemad tüübid) on suletud õhukindlalt, siis hoidub tema täitmiseks tarvitatud aine kaua niiskena. Säärast elementi nimetatakse kuivaks ainult selles mõttes, et teda võib käsitada tahke kehana, ilma et oleks karta vedeliku väljavoolamist.

Kuivelemendi elektromotoorne jõud on umbes 1,5 volti.



Joon. 7. Kuivelemendi proovimise kõver, kui element on ühendatud üks kord päevas 10 min. kestel 5-oomise takistusega.

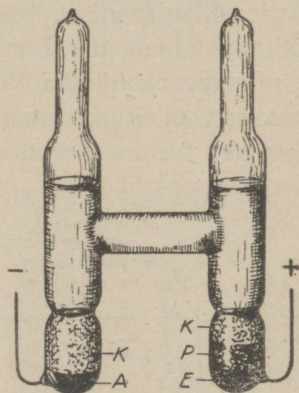
Tavaliselt pole elementides kasutatav tsink keemiliselt puhas. Temas leidub lisandina süsinikku, rauda jm. Kui selline tšingiriba asetada elektrolüüti, siis tekib tšingi ja selle lisandite vahel keemiline reaktsioon, mille tagajärjena ilmnevad nn. kohalikud voolud, mis kulutavad tsinki ka siis, kui elemendist voolu ei võeta. Kohalikest vooludest hoidumiseks kaetakse harilik tsink õhukese elavhõbedakihiga, s. o. tsink amalgameeritakse. Elavhõbedakiht katab ka tšingi pinnas leiduvad lisandid, muutes seega tšingi pinna ühtlikuks. Amalgameeritud tšingi puhul on kohalike voolude tekkimine piiratud ja tsinki satub lahusesse ainult siis, kui elemendist

võetakse voolu. Amalgameerimiseks kastetakse tsink nõrka väävelhappesse ja tilgutatakse tema märjale pinnale veidi elavhõbedat. Viimane jääb tsiingi külge ja teda võib lapiga laiali hõõruda ühtlaseks õhukeseks kihiks. Ka on amalgameerimine läbiviidav sublumaadi (HgCl_2) abil.

Kuivelemendi mahutavuse määramiseks võib teda tühjendada, kuni pinge langeb 0,75 voldini.

13. Normaalelemendid. Mootetehnikas kasutatakse galvaani elemente, mille elektromotoorne jõud on püsiv ja milliseid võib reprodutseerida. Üheks sääraseks elemendiks on Weston'i normaalelement.

Weston'i kadmiumelement koosneb H-kujulisest klaasanumast (joon. 8), mille põhja läbivad platinatraadid. Positiivseks elektroodiks on elavhõbe E , negatiivseks — kadmiumamalgam A . Positiivset elektroodi katab depolarisaatorina P toimiv elavhõbesulfaat (Hg_2SO_4) segus kadmiumsulfaadiga (CdSO_4). Anumas on elektroliidiks küllastatud kadmiumsulfaadi lahus; küllastuse säilimist tagavad kadmiumsulfaadi kristallid K . Normaalelemendi elektromotoorne jõud sõltub väga vähe temperatuurist. Viimase rahvusvahelise kokkuleppe kohaselt loetakse Weston'i elemendi elektromotoorseks jõuks 20°C juures 1,01865 volti.



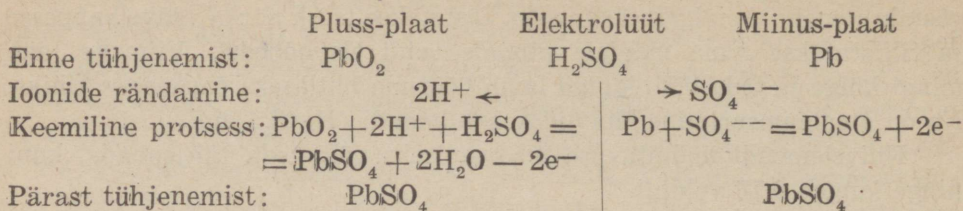
Joon. 8. Weston'i normaalelement.

IV peatükk.

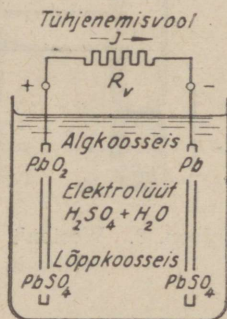
SEKUNDAARSED GALVAANILISED VOOLUALLIKAD.

Elektriakumulaatorisse (ehk lühendatult akusse) ei koguta elektrienergiat, vaid aku laadimisel muundub elektrienergia keemiliseks energiaks, mis aku tühjendamisel vastassuunalise keemilise protsessi juures uuesti muundub elektrienergiaks. Tarvitatavamaid akutüüpe on plii- ehk tina-aku ja leelis- ehk raudnikkel-aku.

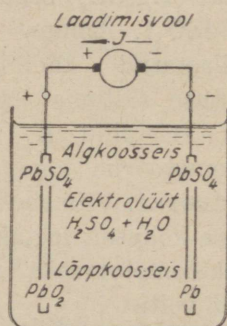
14. Tina-akumulaator. Tina-aku elektroodideks on pliiplaadid, elektroliidiks väävelhappe (H_2SO_4) lahus. Tühjenemisel ühineb pliiisuperoksiid PbO_2 positiivsel plaadil ja urbane plii negatiivsel plaadil väävelhappega, kusjuures neist tekivad pliiisulfaat (PbSO_4) ja vesi (H_2O) järgmise reaktsiooni kohaselt:



Laadimisel väävelhape laguneb voolu toimel. Negatiivsele plaadile kogunenud vesinik ühineb sealoleva pliisulfaadiga, kusjuures tekivad uuesti urbane plii ja väävelhape. Positiivsele plaadile koguneb happejääk SO_4 , mis pliisulfaadi ja veega ühinedes annab uuesti pliisuperoksüüdi ja väävelhappe (joon. 10). Laadimisel viiakse $PbSO_4$ algseisukorda, s. o. pluss-plaat pliisuperoksüüdiks PbO_2 ja miinus-plaat urbseks pliiks Pb . Selleks saadetakse vool akusse vastupidises suunas, s. o. võrgu miinus-poolus ühendatakse aku miinus-poolusega ja võrgu pluss-poolus aku pluss-poolusega.

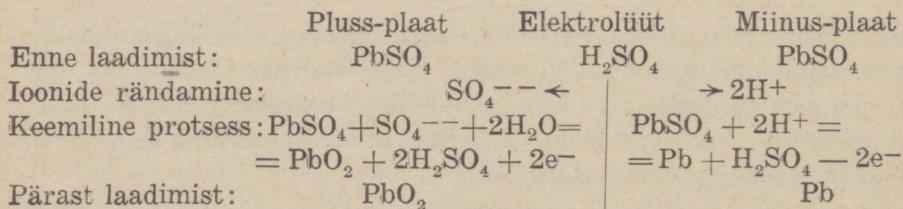


Joon. 9. Aku tühjenemisprotsess.



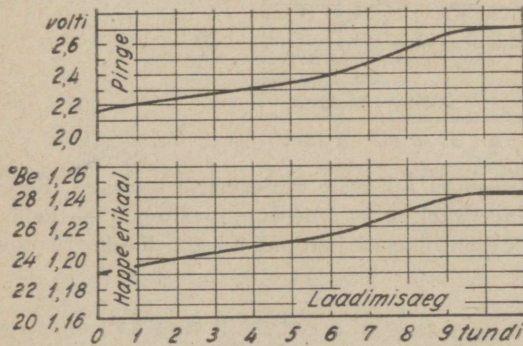
Joon. 10. Aku laadimisprotsess.

Reaktsioonid on järgmised:

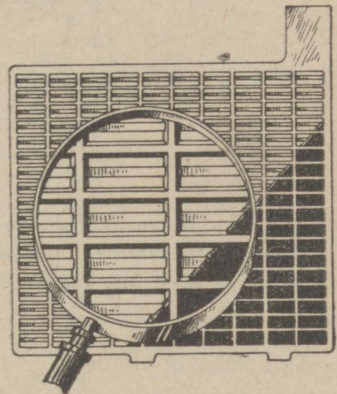


Nagu eeltoodust näha, H_2SO_4 -sisaldus elektrolüüdis suureneb laadimisega ja väheneb tühjenemisega. Mida sügavamal plaadi sisemuses toimuvad need keemilised protsessid, seda rohkem võib saada akust energiat.

Planté moodustas aku aktiivse massi korduvate laadimiste ja tühjendamiste abil, mida ta nimetas aku formeerimiseks. Faure asendas Planté kuluka formeerimise seega, et ta tarvitas massiivsete plii-plaatide asemel võrekujulisi õõntega plaate, mis täideti mennikuga (Pb_3O_4). Mõnekordse laadimisega tekib sellest massist positiivsel plaadil plii-superoksüüd, negatiivsel plaadil urbane plii. Niisugune kunstlik aktiivse massi paigutamine plaatidesse on küll odav, kuid sellised plaadid pole nii vastupidavad. Nii võimaldavad Planté menetluse järgi valmistatud plaadid 2500...3000 laadimist-tühjendamist, Faure'i omad aga ainult 300...400, kuni aku mahutavus on langenud 80 protsendini esialgsest. Faure'i menetlusel valmistatud aku mahutavus sama kaalu juures on suurem. Praegusel ajal valmistatakse akuplaadid menetluse järgi, mis on muudetud kujul Planté ja Faure'i menetluste kombinatsioon (nn. Tudor'i menetlus).



Joon. 11. Aku pinget ja elektrolüüdi erikaalu muutumine laadimisel.

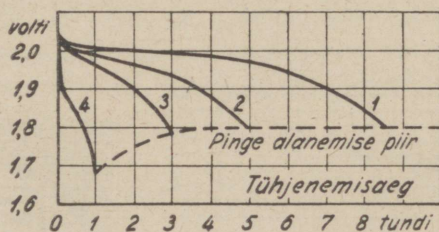


Joon. 12. Pliist võrestik aktiivmassi — urbane plii või menniku vastuvõtmiseks (Faure'i menetlus).

Laadimisel tõuseb tina-aku elektromotoorne jõud algul kaunis ruttu 2,2 voldini (joon. 11), jätkab siis aeglast tõusu ja tõuseb laadimise lõpul kaunis kiiresti 2,7 voldini. Siis tuleb laadimine lõpetada, sest edasine voolu läbilaskmine oleks kasutu. Laadimise lõppemise üle võib otsustada tugeva gaasimullide tekkimise järgi. See näitab, et kogu aktiivne mass on muutunud plii-superoksüüdiks või urbaneks pliiiks, ning sellele järgneb ainult intensiivne vee elektrolüüs. Et laadimisega suureneb väävelhappe erikaal, siis võib laadimise resp. tühjenemise käiku jälgida areomeetriga (joon. 11).

Elektrolüüdi erikaal on pärast laadimist 1,24, mis vastab $27,8^{\circ}$ Be, ning pärast tühjendamist 1,18, mis vastab 22° Be ¹⁾. Uutele akudele võetakse elektrolüüt $+15^{\circ}$ C juures erikaaluga 1,17 kuni 1,19, mis vastab 21 kuni 23° Be.

Aku tühjenemisel tema elektromotoorne jõud langeb peagu 2 voldile (joon. 13), edasi langedes väga aeglaselt, kuni tühjenemise lõpul langus toimub jällegi kiiresti. Ei ole lubatav, et aku elektromotoorne jõud langeks alla 1,8 voldi; vastasel korral rikneb aku kiiresti. Praktiliselt võib tina-aku elektromotoorset jõudu lugeda võrdseks 1,95 kuni 2 voldiga. Kohe pärast tühjenemist tuleb aku laadida, sest aku mahutavus väheneb ööpäeva jooksul umbes 2% võrra. Laadimiseks võib tarvitada ainult alalisvoolu. Kui aga käepärast on ainult vahelduvvool, siis tuleb see alaldada.



Joon. 13. Aku pinge muutumine tühjenemisel sõltuvalt tühjenemise kiirusest. Kõverad: 1 — tühjendamine kaheksa tunni vältel, 2 — viie tunni vältel, 3 — kolme tunni vältel ja 4 — ühe tunni vältel. Kahel viimasel juhtumil on aku üle koormatud.

Aku patarei elementide arv määratakse aku patareilt nõutava elektromotoorse jõu ja ühe elemendi minimaalse elektromotoorse jõu suurusega, mis on teatavasti 1,8 kuni 1,85 volti.

Aku laadimisseadme pinge peab olema suurem aku elektromotoorsest jõust. Laadimisseadme pinge määratakse aku patarei elementide arvu ja ühe elemendi maksimaalse elektromotoorse jõu suuruse järgi, mis on teatavasti 2,7 volti. Kui näiteks aku patarei elektromotoorne jõud on 220 volti, siis elementide arv patareis on $220 : 1,85 = 119$. Sama aku patarei laadimisseadme pinge peab olema $119 \cdot 2,7 = 322$ V.

Aku sisetakistus on väike: 0,01 kuni 0,001 oomi.

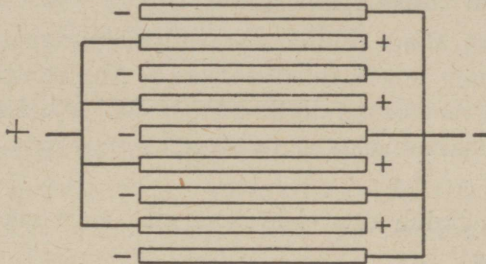
¹⁾ Seos erikaalu (γ) ja Baumé astmiku kraadide ($^{\circ}$ Be) vahel on järgmine:

$$\gamma = \frac{144,3}{144,3 - n^{\circ}\text{Be}}$$

Näiteks kui $n = 20^{\circ}$ Be, siis $\gamma = \frac{144,3}{144,3 - 20} = 1,16$.

Aku purkidena ehk anumaina kasutatakse peamiselt klaasanumaid, suurte paigalseisvate akude jaoks aga seestpoolt pliiga kaetud puitanumaid. Väikeste kantavate akude anumad tehakse sageli ka tselluloidist. Autoakude anumamaterjaliks kasutatakse eboniiti või kunstvaigust preparaate.

Aku mahutavus sõltub konstruktiivseist ja väliseist tegureist. Peamiselt oleneb aku mahutavus plaatide pinna suuruselt. Et suurte plaatidega akut ei ole soodus käsitseda, siis asetatakse plaatide pindala suurendamiseks aku purki mitu plaati rööbiti (joon. 14), kusjuures positiivsed



Joon. 14. Aku plaatide asetuse järjekord.

ja negatiivsed plaadid paigutatakse vaheldumisi ning samanimelised plaadid ühendatakse omavahel. Äärmisteks plaatideks on alati negatiivsed plaadid, mille tõttu neid on akus alati üks rohkem kui positiivseid. Et positiivsed ja negatiivsed plaadid üksteisega kokku ei puutuks, mis annaks seesmise lühise, paigutatakse nende vahele isoleerainest pulgakesi või perforeeritud plaate. Positiivsete plaatide tunnuseks on nende pruun värvus. Plaadid ei ulatu anuma põhja, sest sinna on jätetud vaba ruum aegajalt plaatidelt pudeneva aktiivse massi tarvis.

Ampertundides mõõdetud elektrihulk, mida täislaaditud aku võib anda normaalsel tühjenemisel, määrab aku mahutavuse. Seejuures tuleb arvestada järgmisi väliseid tegureid.

Esiteks: tina-aku mahutavus sõltub tühjenemisvoolu tugevusest. Mida väiksema vooluga akut tühjendatakse, seda suurem on tema mahutavus. Nii on 40-amprise patarei nimimahutavus antud 8-tunnise koormamise kohta $40 \cdot 8 = 320$ ampertundi [Ah]. Kiirendatud tühjendamisel on patarei mahutavus järgmine:

Tühjendamisaeg:	8 t.	5 t.	3 t.	1 t.	20 min.	6 min.
Mahutavus %:						
Planté tüübil	100	88	75	56	37	20
Faure'i tüübil	100	93	83	63	41	26

Maksimaalne laadimisvool on võrdne kolmetunnise tühjenemisvooluga, puhverpatareide puhul kahetunnise tühjenemisvooluga. Puhverpatareisid kasutatakse jõujaamades alalisvoolu generaatorite abistamiseks. Kui voolutarvitus ületab generaatori võimsuse, siis toidab aku võrku koos generaatoriga. Kui aga olukord muutub vastupidiseks, s. o. kui võrgu võimsusetarvitus on väiksem generaatori võimsusest, siis toidab generaator võrku ja laeb akusid.

Teiseks: aku mahutavus suureneb temperatuuri iga $^{\circ}\text{C}$ tõusuga umbes 1,5% võrra, aluseks võttes temperatuuri 15°C .

Tarvitatavamad akude tüübid omavad mahutavust 5 kuni 1000 Ah. Iga kg plaatide kaalu kohta tuleb 4 kuni 6 Ah, kantavate akude puhul enam. Pluss-plaadi suurus on ligikaudu 10 cm^2 Ah kohta ning elektroliüdi hulk statsionaarseil akudel ligikaudu 0,08 liitrit Ah kohta, kanta-vail pool sellest.

Laadimisel muundub osa elektrienergiat alati soojuseks, mispärast elektri-hulkade suhe

$$\kappa = \frac{\text{tühjenemisel saadud elektri-hulk [Ah]}}{\text{laadimisel tarvitatud elektri-hulk [Ah]}} \quad (3)$$

ei ole kunagi 1, vaid väiksem, ligikaudu 0,85 kuni 0,92. Majanduslikult tähtsam on akude juures kasutegur

$$\eta = \frac{\text{tühjenemisvoolu energia [kWh]}}{\text{laadimisvoolu energia [kWh]}} \quad (4)$$

Et pingel laadimisel on veidi kõrgem pingest tühjenemisel, siis on η väiksem kui κ . Kasutegur η on 0,7 kuni 0,75, sõltuvalt tühjenemise kiirusest.

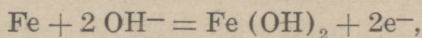
Tina-akud nõuavad hoolikat käsitsemist. Kunagi ei tohi laadimise ega tühjenemise vool olla suurem antud aku kohta lubatavast. Eriti tuleb hoiduda lühiste eest, sest siis toimub keemiline protsess niivõrd kiiresti, et aktiivne mass langeb raamidest välja ja plaadid kõverduvad. Aeg-ajalt tuleb kontrollida elektroliüdi erikaalu, tarbe korral lisades uut hapet või destilleeritud vett. Et laadimisel tekib paukgaas, siis tuleb hoolitseda õhu ventileerimise eest ruumides, kuhu on paigutatud suurem kogu akusid.

Elektroliüdi valmistamisel tuleb olla väga ettevaatlik. Ei tohi kallata happesse vett, vaid ümberpöörduvalt — hapet tuleb kallata vette. Vastasel korral võib hape laiali pritsida ja tekitada ihule põletushaavu või rikkuda riietust. Klaasist või portselanist segamismõõdus olevasse vette kallatakse hapet pikkamööda ja segatakse hästi klaaspulgaga, muidu kuumeneb liigselt nõu põhi, mis võib põhjustada nõu lõhkemise.

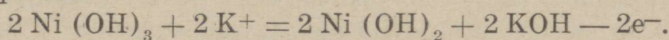
15. Raudnikkel-akumulaator. Leelis- ehk raudnikkel-akudest on kõige rohkem tarvitamist leidnud nn. Edison'i aku.

Edisoni aku aktiivseks massiks negatiivsel plaadil on raudhüdrosüüd $\text{Fe}(\text{OH})_2$ ühes elavhõbeoksidüüdi lisandiga, positiivsel — nikkelhüdrosüüd $\text{Ni}(\text{OH})_3$. See aktiivne mass on pressitud nikeldatud raudplekist valmistatud elektrodide taskukujulistesse õõnsustesse. Edison'i aku elektrolüüdiks on 21%-line kaaliumhüdrosüüdi (KOH) lahus (erikaal 1,2), anumaks nikeldatud raudplekist purk. Plaadid on eraldatud eboniidiribadega.

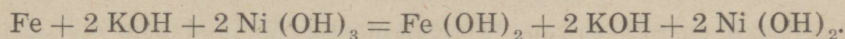
Tühjenemisel toimub negatiivsel plaadil reaktsioon



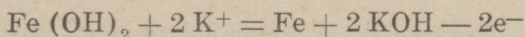
positiivsel plaadil



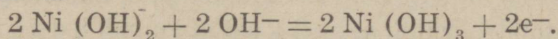
Tühjenemisel on seega raudnikkel-aku reaktsioon:



Laadimisel toimub reaktsioon vastassuunas, s. o. negatiivsel plaadil

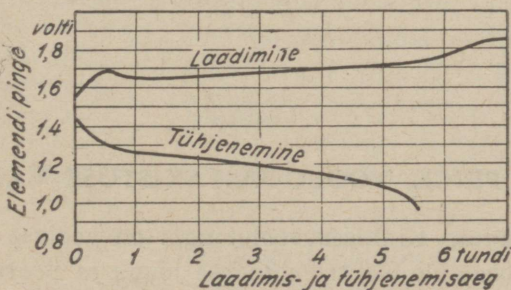


ja positiivsel plaadil



Sellest selgub, et elektrolüüdi kontsentratsioon ei ole muutlik, mille tõttu elektrolüüti võib olla minimaalsel hulgal, ning et seega raudnikkel-akusid on võimalik ehitada palju kompaktsemalt kui tina-akusid.

Laadimisel tõuseb Edisoni aku elektromotoorne jõud kuni 1,85 voldini, tühjenemisel aga langeb kuni 1 voldini (joon. 15).



Joon. 15. Leelisaku laadimise ja tühjenemise pingekõverad.

Keskmine elektromotoorne jõud tühjenemisel on 1,2 kuni 1,3 volti. Üldse pole leelisaku elektromotoorne jõud nii püsiv kui tina-akul. Edisoni aku kasutegur on 0,52 kuni 0,6, seega väiksem kui tina-akul. Seesmist lühist

selles akus esineb väga harva. Tarvitamisel tuleb aku vedelikku aeg-ajalt täiendada puhta destilleeritud veega. Pärast 250-kordset laadimist ja tühjendamist või pärast üheaastast tarvitamist tuleb elektrolüüt vahetada uue, keemiliselt puhta kaaliumhüdrosüüdi lahusega.

Võrreldes tina-akuga on leelisakul järgmised paremused: 1) tema mahutavus on sõltumatu laadimis- ja tühjenemisvoolu tugevusest; 2) ta pole tundlik lühiste ega pörutuste vastu; 3) teda võib lühikest aega üle koormata, s. o. laadimis-, samuti ka tühjenemisvoolu tugevus võib olla kuni 4 korda suurem normaalselt lubatust; 4) teda võib kuude kaupa tarvitamata ja järele laadimata seista lasta; 5) leelisaku on kaalu poolest kergem (Edisoni aku ühe kg kogukaalu kohta tuleb 30 kuni 35 vatt-tundi mahutavust); 6) leelisaku ei levita söövitavaid aarusid; 7) tina-aku eluiga on 6 kuni 8 aastat, leelisaku oma umbes 20 aastat.

Leelisaku on aga kallim, ta elektromotoorne jõud pole nii püsiv ja kasutegur on väiksem kui tina-akul ning ta kaotab madalal temperatuuril (pakasega) oma laengu.

J u n g n e r'i leiutatud kadmiumnikkel-akus on positiivse elektroodi aktiivne mass sama, mis Edisoni raudnikkel-akul, kuna negatiivses plaadis kasutatakse raudhüdrosüüdi asemel k a d m i u m h ü d r o k s ü ü d i. Üldiselt toimuvad keemilised protsessid kadmiumnikkel-aku laadimisel ja tühjenemisel täiesti analoogiliselt raudnikkel-akuga. Ka muud omadused on kadmiumnikkel-akul praktiliselt samad kui raudnikkel-akul.

Akad leiavad suurt praktilist rakendamist niihästi kindlakohaliste kui ka kantavate ja transporditavate vooluallikatena (hädavalgustus-allikana elektriijaamades ja teatrites, vooluallikana raadioaparaatidele, allveelaevadel, autodel jne.).

V peatükk.

SEOS PINGE, VOOLU JA TAKISTUSE VAHEL.

16. Ohmi seadus. Kinnises vooluringis on voolust sõltumatu takistuse puhul vool võrdeline elektromotoorse jõuga ja pöördvõrdeline vooluringi kogutakistusega.

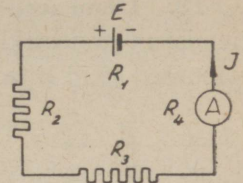
Olgu vooluringis vool J ampri, vooluallika elektromotoorne jõud E volti ja vooluringi kogutakistus R oomi, siis on vool

$$J = \frac{E}{R}. \quad (5)$$

Joonisel 16 näidatud skeemi korral on vooluringi kogutakistuseks järjestikku ühendatud takistuste summa

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4. \quad (6)$$

Skeemide koostamisel kasutatakse takistuste märkimiseks vastavaid tingmärke ehk sümboleid, kusjuures märgitud aparaatidevahelised jooned on mõeldud takistuseeta. Kui äga soovitakse näidata ka ühendusjuhtmete takistust, siis tuleb see tähistada takistuse sümboliga.



Joon. 16. Vool järjestikku ühendatud takistustes.

17. Osapinged. Olgu tegemist kinnise vooluringiga, mis koosneb sisetakistust R_s omavast vooluallikast elektromotoorse jõuga E ja välis- takistustest R_1 ning R_2 . Elektromotoorne jõud surub läbi vooluringi voolu J , mille tugevus sõltub välis- ja sisetakistuste summast. Ohmi seaduse põhjal vool

$$J = \frac{E}{R_s + R_1 + R_2},$$

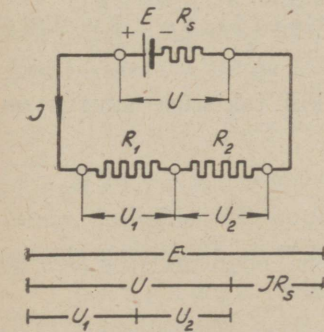
millest

$$E = JR_s + JR_1 + JR_2. \quad (7)$$

Valemis esinev JR_s on osapinge sisetakistuses R_s , nimetatav ka pingelanguks vooluallikas ja JR_1 ning JR_2 — osapinged U_1 ja U_2 takistustes R_1 ja R_2 , nimetatavad ka pingeteks takistuste R_1 ja R_2 klemmidel. Vooluringi välistakistustes olevate osapingete summa $U_1 + U_2$ on võrdne vooluallika klemmidel oleva nn. klemmipingega U , s. o. $U = U_1 + U_2$, milline on vooluallika elektromotoorsest jõust E väiksem vaid vooluallika sisetakistuses aset leidva pingelanguga JR_s võrra:

$$U = E - JR_s. \quad (8)$$

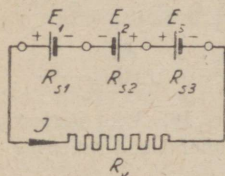
Mõningail juhtumeil on pinge väike muutumine tähistatav ΔU -na.



Joon. 17. Osapinged vooluringis. Joonlõiguna näidatud vooluallika klemmidel olev pinge U on elektromotoorsest jõust E väiksem vooluallikas aset leidva pingelanguga JR_s võrra ja on takistuste R_1 ja R_2 klemmidel olevate pingete U_1 ja U_2 summa.

Välisringi klemmidel olevate osapingete nimetamine vastuelektromotoorseteks jõududeks ei ole õigustatud. Vastuelektromotoorse jõu nimetus on õigustatud ainult vooluringis oleva energia-allika poolt voolu suunale vastusuunas rakendatud elektromotoorse jõu kohta.

18. Ohmi seadus laiendatud kujul. Kui kinnises vooluringis on ühendatud järjestikku enam kui üks vooluallikas, siis tuleb nende elektromotoorsed jõud liita. Sealjuures tuleb silmas pidada, et üldine elektromotoorne jõud kasvab, kui ühe vooluallika pluss-poolus on ühendatud teise vooluallika miinus-poolusega, ja väheneb, kui ühe vooluallika pluss-poolus on ühendatud teise vooluallika pluss-poolusega (joon. 18).



Joon. 18. Järjestikku ühendatud takistused ja elektromotoorsed jõud.

$$\text{Vool } J = \frac{\sum E}{\sum R}.$$

Ohmi seadust on võimalik väljendada üldvalemiga, silmas pidades, et takistuste suurus ei sõltu neid läbiva voolu suunast. Vool joonisel antud vooluringis:

$$J = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_{s1} + R_{s2} + R_{s3} + R_v} = \frac{\sum E}{\sum R}. \quad (9)$$

Siit selgub, et mittehargnevas kinnises vooluringis vool võrdub kõigi vooluringis olevate elektromotoorsete jõudude algebralise summa ja kogu vooluringis olevate takistuste aritmeetilise summa jagatisega.

Näide 4. Leida pinge takistuse otstel, kui takistuse suurus on 100 oomi ja teda läbib vool 0,5 amprit.

Lahendus. Pinge

$$U = JR = 0,5 \cdot 100 = 50 \text{ V}.$$

Näide 5. Pinge pooli klemmidel $U = 12$ volti, pooli takistus $R = 30$ oomi. Leida pooli läbiv vool.

Lahendus. $J = \frac{U}{R} = \frac{12}{30} = 0,4 \text{ A}.$

Näide 6. Takistused $R_1 = 3$ ja $R_2 = 4$ oomi on ühendatud järjestikku (joon. 19). Leida seadme kogutakistus, osapinged takistuste klemmidel ja seadme pinge, kui takistusi läbib vool 3 A.

Lahendus. Seadme kogutakistus

$$R = R_1 + R_2 = 3 + 4 = 7 \Omega.$$

Osapinged

$$U_1 = JR_1 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ V},$$

$$U_2 = JR_2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ V}.$$

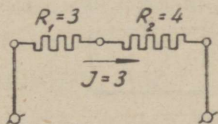
Seadme pinge

$$U = U_1 + U_2 = 9 + 12 = 21 \text{ V}$$

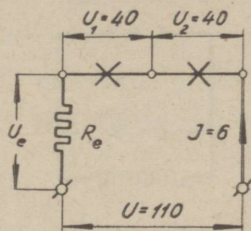
ehk

$$U = JR = 3 \cdot 7 = 21 \text{ V}.$$

Näide 7. Kaks kaarlampi on ühendatud järjestikku (joon. 20). Lampide korralikuks põlemiseks peab vool olema 6 amprit ja pinge kummagi lampi klemmidel 40 volti. Et võrgupinge on 110 volti, siis tuleb lampidele ette ühendada eeltakistus. Leida viimase suurus.



Joon. 19. Järjestikku ühendatud takistused.



Joon. 20. Kaks järjestikku ühendatud kaarlampi ja eeltakistus R_e .

Lahendus. Eeltakistuse R_e suuruse määrab temas voolu J poolt tekitatav pingelang JR_e . Viimane on vahe võrgupinge U ja kaarlampide poolt vajatava pinge $U_1 + U_2$ vahel. Ohmi seaduse alusel

$$R_e = \frac{U - (U_1 + U_2)}{J} = \frac{110 - (40 + 40)}{6} = 5 \Omega.$$

Näide 8. Dünamo elektromotoorne jõud¹⁾ on 242 volti ja ankru-ringi takistus 0,5 oomi (joon. 21). Leida dünamo klemmipinge, kui ankruvool on 24 amprit.

Lahendus. Dünamo klemmipinge U on vähem ankrus olevast elektromotoorsest jõust E ankrutakistuses tekkiva pingelangu JR_s võrra. Seega dünamo klemmipinge

$$U = E - JR_s = 242 - 24 \cdot 0,5 = 230 \text{ V.}$$

Näide 9. Elemendi EMJ on 1,1 volti. Kui teda ühendada välisvõrguga, mille takistus on 12 oomi, siis voolu tugevus võrgus on 0,05 amprit. Leida elemendi sisetakistus.

Lahendus. Sisetakistus on määratav vooluringis Ohmi seaduse põhjal arvatatava üldtakistuse R ja vooluringi välistakistuse R_v vahena:

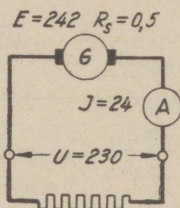
$$R_s = R - R_v = \frac{E}{J} - R_v = \frac{1,1}{0,05} - 12 = 10 \Omega.$$

Näide 10. Aku EMJ $E = 2,0$ volti ja sisetakistus $R_s = 0,02$ oomi. Aku on lühistatud jämeda traadiga (joon. 22). Leida lühisvool.

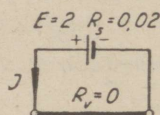
1) Allpool tarvitame „elektromotoorse jõu“ asemel lühendit EMJ.

L a h e n d u s. Välistakistuse olles null on aku lühisvool

$$J_k = \frac{E}{R_v + R_s} = \frac{2}{0 + 0,02} = 100 \text{ A.}$$



Joon. 21 — klemmpinge ja elektromotoorse jõu mõistete selgitamiseks.



Joon. 22. Lühis.

Siit järeldus: akusid ja elemente tuleb hoida lühistamast, vastasel korral läbib akut või elementi neid kahjustada võiv vool. Ülekoormuse puhul võivad aku plaadid kõverduda ja aktiivne mass raamidest välja variseda.

N ä i d e 11. Elemendi sisetakistus $R_s = 0,6$ ja vooluringi välistakistus $R_v = 0,4$ oomi. Leida elemendi EMJ, pingelang elemendis ja klemmpinge, kui vooluringi läbib vool 1,6 amprit.

L a h e n d u s. Pingelang elemendis

$$J R_s = 1,6 \cdot 0,6 = 0,96 \text{ V,}$$

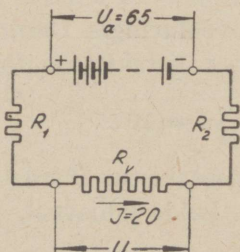
elemendi klemmpinge

$$U = J R_v = 1,6 \cdot 0,4 = 0,64 \text{ V.}$$

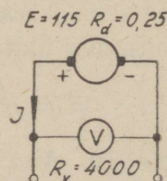
Elemendi EMJ

$$E = U + J R_s = 0,64 + 0,96 = 1,60 \text{ V.}$$

N ä i d e 12. Akupatarei (joon. 23) klemmidel on pinge 65 volti. Patarei toidab takistust, millest voolab läbi 20-amprine vool. Leida pinge takistuse klemmidel, kui kummagi voolujuhtme takistus on 0,5 oomi.



Joon. 23. Vooluring.



Joon. 24. Dünamo elektromotoorse jõu ligikaudne määramine suure sisetakistusega voltmeetri abil.

L a h e n d u s. Juhtmete takistus

$$R_j = 2 \cdot 0,5 = 1,0 \Omega.$$

Pingelang juhtmeis

$$\Delta U = JR_j = 20 \cdot 1 = 20 \text{ V},$$

pinge takistuse klemmidel

$$U = U_a - \Delta U = 65 - 20 = 45 \text{ V}.$$

N ä i d e 13. Dünamo (joon. 24), mille sisetakistus on 0,25 oomi, omab 115-voldist elektromotoorset jõudu. Leida dünamo pinge, kui mõõtmine toimub voltmeetriga, mille takistus on 4000 oomi (välisvõrk on dünamost lahutatud).

L a h e n d u s. Kui võrk on dünamost lahutatud, siis voluringis on ainult dünamo ja voltmeeter, millede kogutakistus

$$R = R_d + R_v = 0,25 + 4000 = 4000,25 \Omega.$$

Vool

$$J = \frac{E}{R} = \frac{115}{4000,25} = 0,028748 \text{ A},$$

dünamo klemmipinge

$$U = JR_v = 0,028748 \cdot 4000 = 114,992 \text{ V} \approx 115 \text{ V}.$$

Sellest järeldame, et elektromotoorset jõudu on võimalik küllaldase täpsusega mõõta voltmeetriga, mille sisetakistus on küllalt suur, kusjuures mõõtmise ajal olgu võrk lahutatud vooluallikast.

N ä i d e 14. Antud on voltmeeter (joon. 25) sisetakistusega $J_v = 1000$ oomi, millest võib läbi voolata maksimaalselt 0,003 amprit. Voltmeetriga soovitakse mõõta 150 volti. Leida, kui suur eeltakistus tuleb voltmeetriga ühendada järjestikku.

L a h e n d u s. Et pinge

$$U = J(R_v + R_e) = JR_v + JR_e,$$

siis eeltakistus

$$R_e = \frac{U - JR_v}{J} = \frac{U}{J} - R_v = \frac{150}{0,003} - 1000 = 49\,000 \Omega.$$

N ä i d e 15. Vooluallikas koosneb kuuest järjestikku ühendatud elemendist (joon. 26) ja toidab vooluga 2 amprit välisvõrku, mille takistus on 5 oomi. Kogu vooluallika sisetakistus on 0,45 oomi. Leida vooluallika EMJ suurus, ühe elemendi EMJ ja ühe elemendi sisetakistus.

L a h e n d u s. Vooluallika EMJ

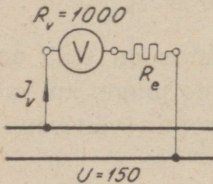
$$E = JR = J(R_v + R_s) = 2(5 + 0,45) = 10,9 \text{ V},$$

ühe elemendi EMJ

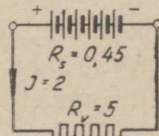
$$E' = \frac{10,9}{6} = 1,81 \text{ V.}$$

Ühe elemendi sisetakistus

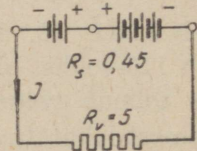
$$R_s' = \frac{0,45}{6} = 0,075 \Omega.$$



Joon. 25. Voltmeetri eeltakistus.



Joon. 26. Vooluring.



Joon. 27. Vooluringis on osa elemente ühendatud valesti.

Näide 16. Eksikombel ühendati eelmises ülesandes kaks elementi valesti (joon. 27), s. o. kahel elemendil ei ühendatud miinus-poolus teise elemendi pluss-poolusega, vaid pluss-poolus ühendati pluss-poolusega. Leida vooluallika EMJ ja vool võrgus.

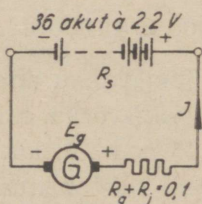
Lahendus. Kuuest elemendist koosnevas patareis on nelja elemendi EMJ suunatud ühtepidi ja kahe elemendi EMJ nendele neljale vastupidi. Seega vooluallika EMJ

$$E = 4 \cdot 1,81 - 2 \cdot 1,81 = 3,62 \text{ V.}$$

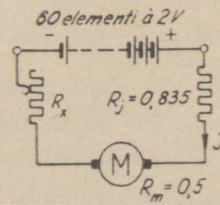
Et vooluringi kogutakistus on jäänud muutmatuks, siis vool

$$J = \frac{E}{R} = \frac{3,62}{5,45} = 0,665 \text{ A.}$$

Näide 17. Generaatori poolt laetav vooluallikas koosneb 36-st järjestikku ühendatud akust (joon. 28) sisetakistusega $\approx 0,008$ oomi. Laadimisel tõuseb üksiku aku vastuelektromotoorne jõud 2,2 voldini. Leida generaatori EMJ, kui on teada, et laadimine toimub 30-amprise vooluga ning generaatori ja juhtmete takistus kokku on 0,1 oomi.



Joon. 28. Generaatori poolt laetav patareid.



Joon. 29 — mootori käivitustakistuse arvutamiseks.

Lahendus. Tähistame generaatori EMJ E_g -ga. Võttes arvesse, et akupatarei EMJ on generaatori EMJ-le vastu suunatud, võime võrgus olevat voolu väljendada järgmiselt:

$$J = \frac{\Sigma E}{\Sigma R} = \frac{E_g - 36 \cdot 2,2}{36 \cdot 0,008 + 0,1} = \frac{E_g - 79,2}{0,288 + 0,1} = 30 \text{ A.}$$

Siit leiame generaatori EMJ:

$$E_g = 30 \cdot 0,388 + 79,2 = 90,84 \text{ V.}$$

Näide 18. Vaatleme veel eelmist ülesannet. Nagu teada, tõuseb laadimisel aku EMJ. Oletame, et laadimise lõpul ta on tõusnud 2,5 voldini, kuna generaatori EMJ on jäänud endiseks, s. o. 90,84 volti. Leida, kui suure vooluga laetakse akusid laadimisprotsessi lõpul.

Lahendus. Et võrgu kogutakistus on jäänud endiseks, nimelt 0,388 oomi, siis vool

$$J = \frac{\Sigma E}{\Sigma R} = \frac{90,84 - 36 \cdot 2,5}{0,388} = 2,16 \text{ A.}$$

Näide 19. Akupatarei koosneb kuuekümnest elemendist (joon. 29). Iga elemendi EMJ on 2 volti ja sisetakistus 0,0008 oomi. Akut koormatakse mootoriga, mille sisetakistus on 0,5 oomi. Et voolutõuge ei ületaks 30 amprit, on mootorile ette ühendatud käiviti. Määrata selle käiviti takistus R_x , kui on teada, et juhtmete takistus R_j on 0,835 oomi.

Lahendus. Vooluringi kogutakistus

$$R = 60 R_s + R_j + R_m + R_x = 60 \cdot 0,0008 + 0,835 + 0,5 + R_x = 1,383 + R_x.$$

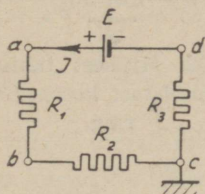
Teiselt poolt vooluringi kogutakistus

$$R = \frac{\Sigma E}{J} = \frac{60 \cdot 2}{30} = 4 \Omega.$$

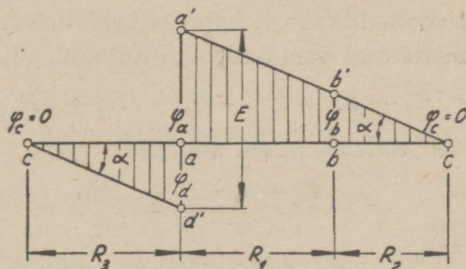
Seega käiviti takistus

$$R_x = 4 - 1,383 = 2,617 \Omega.$$

19. Ohmi seaduse graafiline kuju. Oletame, et on antud mittehargnev vooluring (joon. 30), milles on üks vooluallikas elektromotoorse jõuga E ja kolm takistust: R_1 , R_2 ja R_3 . Lihtsuse mõttes jätame siinjuures voolu-



Joon. 30. Mitmest takistusest koosnev vooluring.



Joon. 31. Potentsiaali jaotus vooluringis.

allika sisetakistuse kui väikese suuruse arvesse võtmata. Maandame punkti c , mille tõttu see punkt omandab maa-, s. o. nullpotentsiaali. Valime takistusele mõõtkava m_R [Ω/mm], pingele mõõtkava m_U [V/mm]. Siis reastame abstsissiteljele takistuste suurused ja ordinaatteljele vastavate takistuste otste potentsiaalid, mida tähistame φ -ga (joon. 31). Potentsiaalid

$$\varphi_c = 0; \varphi_b = U_2 = JR_2 = m_U \cdot \overline{bb'}; \varphi_a = \varphi_b + U_1 = U_2 + U_1 = JR_2 + JR_1 = J(R_2 + R_1) = m_U \cdot \overline{aa'}.$$

Üle minnes punktist a punkti d , s. o. pluss-pooluselt miinus-poolusele, ja arvesse võttes, et vooluallikal puudub sisetakistus, langeb potentsiaal vooluallika elektromotoorse jõu suuruse, s. o. E võrra. Potentsiaal

$$\varphi_d = \varphi_a - E = J(R_2 + R_1) - J(R_1 + R_2 + R_3) = -JR_3 = m_U \cdot \overline{dd'}.$$

Lõpetades ringkäigu punktis c , saame:

$$\varphi_c = \varphi_d + U_3 = -JR_3 + JR_3 = 0.$$

Punktid a' , b' , c ja d' karakteriseerivad vastavate vooluringi punktide potentsiaalide suurust ja asuvad kõik ühel sirgel, mis moodustab abstsissiteljega nurga α , mille tangensi väärtus

$$\text{tg } \alpha = \frac{\overline{aa'}}{\overline{ac'}} = \frac{J(R_2 + R_1)m_R}{(R_2 + R_1)m_U} = \frac{m_R}{m_U} J.$$

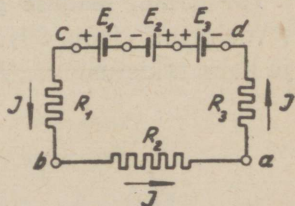
Kui mittehargnevas vooluringis on mitu elektromotoorset jõudu, siis tuleb vooluringi potentsiaali muutumise määramisel silmas pidada, et üleminekul vooluallikas pluss-pooluselt miinus-poolusele potentsiaal väheneb vooluallika elektromotoorse jõu suuruse võrra ja üleminekul miinus-pooluselt pluss-poolusele suureneb elektromotoorse jõu suuruse võrra. Seega pärast kogu vooluringi läbikäimist, alates mingisugusest punktist, peame saama sama potentsiaali. Võtame näiteks vooluringi, mis koosneb kolmest vooluallikast ja kolmest takistusest ning on ühendatud vastavalt skeemile 32. Siis

$$\varphi_b + JR_1 - E_1 + E_2 - E_3 + JR_3 + JR_2 = \varphi_b.$$

Siit väljendame voolu suuruse:

$$J = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\sum E}{\sum R}. \quad (10)$$

Voolu tugevus ei muutu, kui takistused ja elektromotoorsed jõud ühendada mõnes teises järjekorras.

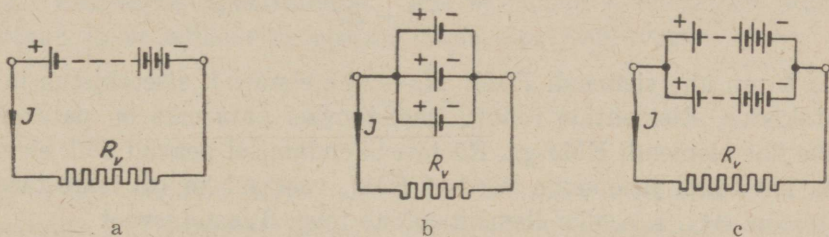


Joon. 32. Mitmest takistusest ja vooluallikast koosnev vooluring.

VI peatükk.

ELEMENTIDE JA AKUMULAATORITE ÜHENDAMINE PATAREIKS.

Elemente või akusid on võimalik ühendada mitte ainult järjestikku, vaid ka rööbiti või segalülitises, nagu näha alltoodud skeemidest (joon. 33).



Joon. 33. Elemendid järjestikku-, rööbiti- ja segaühenduses.

20. Elemendid järjestikkuühenduses. Olgu ühe elemendi EMJ E_1 ja tema sisetakistus R_s . Kui n sellist elementi (joon. 33a) ühendada järjestikku ja koormata takistusega R_v , siis läbib neid vool, mille suurus

$$J = \frac{nE_1}{nR_s + R_v}. \quad (11)$$

Elementide järjestikku ühendamisel tuleb nende EMJ liita. Seega patarei EMJ on n korda suurem ühe elemendi EMJ-st. Samuti on patarei sisetakistus järjestikku ühendamisel n korda suurem ühe elemendi sisetakistusest. Et kogu vooluringi läbib teatava kindla suurusega vool, siis peavad kõik elemendid taluma sama suurusega voolu.

Näide 20. Järjestikku on ühendatud 20 elementi. Ühe elemendi EMJ $E_1 = 1,5$ volti ja sisetakistus $R_s = 0,2$ oomi, välistakistus $R_v = 2000$ oomi. Leida voolu tugevus.

Lahendus. Vool

$$J = \frac{nE_1}{nR_s + R_v} = \frac{20 \cdot 1,5}{20 \cdot 0,2 + 2000} \approx 0,15 \text{ A} = 150 \text{ mA}.$$

Kui võtta välistakistuse $R_v = 2000 \Omega$ asemel takistus $R_v = 0,1 \Omega$, s. o. 20 000 korda väiksem takistus, siis on vool

$$J = \frac{20 \cdot 1,5}{20 \cdot 0,2 + 0,1} = 7,5 \text{ A}.$$

Seega on vool tugevnenud ainult 50-kordselt. Sellest võib järeldada, et vool välisringis on suurel määral sõltuv ka patarei sisetakistusest.

21. Elementid rööbitiühenduses. Kui ühendada m elementi rööbiti (joon. 33b), siis vool välisringis

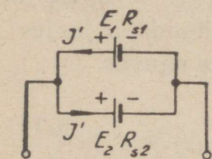
$$J = \frac{E_1}{\frac{R_s}{m} + R_v}, \quad (12)$$

milles E_1 on ühe elemendi EMJ, R_s — ühe elemendi sisetakistus ja R_v — välistakistus. Elementide rööbiti ühendamisel patareiks on patarei EMJ võrdne ühe elemendi EMJ-ga. Rööbiti ühendamisel peavad kõik elemendid olema üht tüüpi ja omama võrdset EMJ, vastasel korral tekib tasandusvool (joon. 34), s. o. üks element toidab teist. Tasandusvool

$$J' = \frac{E_1 - E_2}{R_{s1} + R_{s2}}. \quad (13)$$

Kui aga $E_1 = E_2$, siis $J' = 0$.

Näide 21. Rööbiti on ühendatud 20 elementi. Ühe elemendi EMJ $E_1 = 1,5$ volti ja sisetakistus $R_s = 0,2$ oomi, kuna välistakistus $R_v = 2000$ oomi. Leida vool ringi välises osas.



Joon. 34. Tasandusvool ebavõrdse EMJ-ga elementide rööbiti ühendamisel.

Lahendus.

$$J = \frac{E_1}{\frac{R_s}{m} + R_v} = \frac{1,5}{\frac{0,2}{20} + 2000} = 0,0075 \text{ A} = 7,5 \text{ mA}.$$

Kui võtta välistakistuse $R_v = 2000 \Omega$ asemel takistus $0,1 \Omega$, siis ringi välises osas olev vool

$$J = \frac{1,5}{\frac{0,2}{20} + 0,1} = \frac{1,5}{0,11} \approx 13,6 \text{ A},$$

millest nähtub, et vool on ligi kaks korda suurem näites 20 arvutatust.

Näide 22. Ühe elemendi EMJ $E_1 = 2\text{V}$ ja sisetakistus $R_{s1} = 0,02$ oomi, teise elemendi EMJ $E_2 = 1,8\text{V}$ ja sisetakistus $R_{s2} = 0,03$ oomi. Leida tasandusvool ja klemmipinge (joon. 34).

L a h e n d u s. Tasandusvool

$$J' = \frac{E_1 - E_2}{R_{s1} + R_{s2}} = \frac{2 - 1,8}{0,02 + 0,03} = 4 \text{ A.}$$

Klemmipinge

$$U = E_1 - J'R_{s1} = 2 - 4 \cdot 0,02 = 1,92 \text{ V.}$$

22. Elemendid segaühenduses. Kui ühendada n ühesugust elementi järjestikku ja m sellist rida rööbiti (joon. 33c), siis vool

$$J = \frac{nE_1}{\frac{nR_s}{m} + R_v}, \quad (14)$$

kus E_1 on ühe elemendi EMJ, R_s — ühe elemendi sisetakistus ja R_v — välistakistus. Sel juhtumil patarei EMJ võrdub järjestikku ühendatud elementide EMJ summaga.

Näide 23. Segaühenduses on 20 elementi, mis on ühendatud viiekaupa nelja rööbiti ritta (igas reas viis elementi). Ühe elemendi EMJ $E_1 = 1,5$ volti, sisetakistus $R_s = 0,2$ oomi. Leida patarei EMJ ja sisetakistus ning vool välises osas, kui välistakistus $R_v = 0,1$ oomi.

L a h e n d u s. Patarei EMJ

$$E = nE_1 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ V,}$$

patarei sisetakistus

$$R_v = \frac{nR_s}{m} = \frac{5 \cdot 0,2}{4} = 0,25 \Omega$$

ja vool ringi välises osas

$$J = \frac{nE_1}{R_p + R_v} = \frac{7,5}{0,25 + 0,1} = 21,4 \text{ A.}$$

On aga need 20 elementi ühendatud viide rööbiti ritta (igas reas neli elementi), siis vool

$$J = \frac{nE_1}{\frac{nR_s}{m} + R_v} = \frac{4 \cdot 1,5}{\frac{4 \cdot 0,2}{5} + 0,1} = 23,1 \text{ A.}$$

Kui võrrelda näidetes 20 ja 21 arvatatud voolu väärtusi ringi välises osas äsja leituga, siis näeme, et vool elementide segaühenduse korral (23,1 A) on suurem voolust kõikide elementide ühendamisel järjestikku (7,5 A) või rööbiti (13,6 A).

23. Maksimaalne vool segaühenduse korral. Vaatleme segaühendust ja püüame määrata, millise elementide ühenduskombinatsiooni puhul saame maksimaalset patarei voolu. Olgu ühendatud ühte ritta n elementi ja olgu m sellist rööbiti rida. Kui ühe elemendi EMJ on E_1 ja tema sisetakistus R_s , siis patarei EMJ

$$E = nE_1$$

ja tema sisetakistus

$$R_p = \frac{nR_s}{m}.$$

Kogu vooluringi takistus

$$R = R_p + R_v = \frac{nR_s}{m} + R_v,$$

milles R_v on väline takistus.

Segaühenduses oleva patarei vool määratakse valemiga 14:

$$J = \frac{E_1}{\frac{R_s}{m} + \frac{R_v}{n}}.$$

Selle valemi järgi vool on maksimaalne, kui suurus $\frac{R_s}{m} + \frac{R_v}{n}$ on minimaalne. Siin on mõlemad liikmed muutlikud suurused. Algebrast on teada: on kahe muutliku suuruse korrutis konstantne, siis nende suuruste summa on minimaalne, kui nad on võrdsed. Korrutades omavahel mõlemad muutlikud suurused, saame:

$$\frac{R_s R_v}{mn},$$

mildest on näha, et korrutis on konstantne, sest lugeja tegurid R_s ja R_v on konstantsed ning nimetajaks on konstantne elementide koguarv mn .

Seega vool J on maksimaalne, kui $\frac{R_s}{m} = \frac{R_v}{n}$, mildest

$$R_v = \frac{nR_s}{m}. \quad (15)$$

Et nR_s/m on patarei sisetakistus, siis vooluringi vool on maksimaalne, kui vooluallika sisetakistus võrdub välisringi takistusega.

Nüüd arvutame n ja m , kui on antud elementide koguarv M ning takistused R_v ja R_s . Vastavalt antud tingimustele leiame järjestikku ühendatud elementide arvu n , kui korrutame võrrandid

$$M = nm \text{ ja } R_v = \frac{nR_s}{m}.$$

Korrutamisel saame:

$$MR_v = n^2 R_s,$$

millest järjestikku ühendatud elementide arv

$$n = \sqrt{\frac{MR_v}{R_s}}. \quad (16)$$

Rööbiti ühendatud ridade arvu m leiame samade võrrandite jagamise teel:

$$\frac{M}{R_v} = \frac{m^2}{R_s},$$

millest

$$m = \sqrt{\frac{MR_s}{R_v}}. \quad (17)$$

Näide 24. Antud on 50 Bunseni elementi, iga elemendi EMJ $E_1 = 1,9$ V ja sisetakistus $R_s = 0,24$ oomi. Välistakistus $R_v = 0,5$ oomi. Leida ühendamise viis, mille puhul vool saavutab maksimaalse suuruse; leida patarei üldvõimsus, kasutatud võimsus ja patarei kasutegur.

Lahendus. Järjestikku ühendatud elementide arv

$$n = \sqrt{\frac{MR_v}{R_s}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 0,5}{0,24}} \approx 10 \text{ elementi}$$

ja rööbiti ühendatud ridade arv

$$m = \frac{M}{n} = \frac{50}{10} = 5.$$

Et saavutada maksimaalset voolu, selleks tuleb ühendada ritta 10 elementi ja võtta viis sellist rööbiti rida. Patarei maksimaalne vool

$$J = \frac{nE_1}{\frac{nR_s}{m} + R_v} = \frac{10 \cdot 1,9}{\frac{10 \cdot 0,24}{5} + 0,5} = 19,4 \text{ A,}$$

tema EMJ võrdub ühe rea elektromotoorse jõuga:

$$E = nE_1 = 10 \cdot 1,9 = 19 \text{ V}$$

ja patareist võetav koguvõimsus

$$N_1 = EJ = 19 \cdot 19,4 = 368,6 \text{ W.}$$

Patarei klemmpinge $U = E - \Delta U$, kus ΔU on pingelang patareis.

Pingelang

$$\Delta U = JR_p = J \frac{nR_s}{m} = 19,4 \frac{10 \cdot 0,24}{5} = 9,3 \text{ V,}$$

seega pinge patarei klemmidel

$$U = 19 - 9,3 = 9,7 \text{ V.}$$

Välisakistuses tarbitav võimsus

$$N_2 = UJ = 9,7 \cdot 19,4 = 188 \text{ W}$$

ja patarei kasutegur

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{188}{368,6} = 0,51.$$

VII peatükk.

TAKISTUSE ARVUTAMINE.

24. Takistus, juhtivus, eritakistus, erijuhtivus. Teatavasti moodustub elektrivool metalljuhtmes vabade elektronide liikumisest. Juhe avaldab elektronide liikumisele teatavat takistust, mis sõltub juhtme pikkusest, ristlõikest ja materjalist. Juhtme takistuse suurus väljendatakse valemiga

$$R = \frac{\rho l}{q}, \quad (18)$$

milles R on juhtme takistus oomides, ρ — eritakistus $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$, l — pikkus meetrites ja q — ristlõige mm^2 -tes. Sellest valemist on näha, et juhtme takistus on võrdeline juhtme pikkuse ja tema materjali eritakistusega ning pöördvõrdeline juhtme ristlõikega.

Takistuse ühikuks on oom; s. o. 106,250 cm pikkuse ja ühtlase ühe ruutmillimeetrise ristlõikega elavhõbedasamba takistus, mõõdetud temperatuuril 0°C .

Mingi aine eritakistuseks nimetatakse selle aine ühe meetri pikkuse ja ühe ruutmillimeetrise ristlõikega samba takistust. Tavaliselt on eritakistused määratavad 18 või 20°C juures.

Takistuse R pöördväärtust G nimetatakse juhtivuseks, mille ühikuks on siimens $S = 1/\Omega$. Juhtivus

$$G = \frac{1}{R}. \quad (19)$$

Eritakistuse ρ pöördväärtust λ nimetatakse erijuhtivuseks, mille ühikuks on $\text{m} \Omega\text{mm}^2$. Erijuhtivus

$$\lambda = \frac{1}{\rho}. \quad (20)$$

Väljendatuna erijuhtivuse kaudu on takistus

$$R = \frac{l}{\lambda q}. \quad (21)$$

Allpool on toodud mõnede ainete eritakistused, erijuhtivused ja temperatuuritegurid. Nagu tabeli andmetest näha, on eritakistus suuresti mõjutatav metallis esinevate lisandite poolt.

Tabel 4.
Elektrijuhtide omadusi.

Aine nimetus	Eritakistus 20° C juures $\rho \ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$	Erijuhtivus 20° C juures $\lambda \ \text{m}/\Omega\text{mm}^2$	Temperatuuritegur 0...100° C $\alpha_{20} \ 1/^\circ\text{C}$
Alumiiniumtraat, -valu	0,028 ... 0,029	34,5 ... 35,7	0,0038
Elavhõbe (keemil. puhas)	0,935	1,07	0,00032
Hõbe (keemil. puhas)	0,0161	62,0	0,0035
(Inglis)tina	0,12 ... 0,14	7,1 ... 8,3	0,0044
Nikkelplekk, -traat	0,11 ... 0,13	7,7 ... 9	0,0044 ... 0,005
Plaatina (keemil. puhas)	0,106	9,4	0,0036
Plii (seatina)	0,20	5	0,0039
Raud (keemil. puhas)	0,100	10,0	
Raudtraat	0,12 ... 0,14	7,1 ... 8,3	0,0045
Raudplekk (legeeritud)	0,27 ... 0,67	1,5 ... 3,7	
Süsi, kõva	40 ... 75	0,013 ... 0,025	} —0,0002 ... } ... —0,0008
Süsi, grafitteeritud	12 ... 40	0,025 ... 0,083	
Süsi, vaske sisaldav	0,12 ... 4,5	0,22 ... 8,3	
Tsink	0,06	17	0,0038
Vasktraat, pehme	0,0172	58	0,0039
Vasktraat, kõva	0,0175	57	0,0039
Volframtraat	0,06 ... 0,08	12 ... 17	0,003 ... 0,004

Nagu tabeli andmeist selgub, on suurim juhtivus hõbedal; järgmisel kohal on peagu niisama suure juhtivusega metall — vask. Et hõbe oma kõrge hinna tõttu ei ole elektrijuhtmeina kasutatav, siis on vask kujunenud elektrotehnikas tähtsaimaks metalliks. Hõbedat kasutatakse peamiselt kontaktide materjalina. Vaskjuhtme puudumisel või mõnel muul tehnilisel või majanduslikul põhjusel kasutatakse juhtmeina ka alumiiniumi, tsinki või rauda.

Vase, alumiiniumi, tsingi ja raua eritakistused on omavahel umbes järgmises vahekorras:

$$\text{Cu} : \text{Al} : \text{Zn} : \text{Fe} = 1 : 1,5 : 3 : 7.$$

Näide 25. Leida 1000 m pikkuse ja 2-mm läbimõõduga vasktraadi takistus 20° C juures.

L a h e n d u s. Temperatuuril 20°C on vase eritakistus $\rho = 0,0175 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$. Traadi ristlõige

$$q = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 2^2}{4} = 3,14 \text{ mm}^2,$$

traadi takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0175 \cdot 1000}{3,14} = 5,56 \Omega.$$

N ä i d e 26. Leida 30 m pikkuse, 40-mm seesmise läbimõõduga ja 5-mm seinapaksusega vasktoru takistus.

L a h e n d u s. Toru seesmine läbimõõt $d_s = 40$, seinapaksus $s = 5$ mm. Seega toru sein keskmine läbimõõt

$$d_k = d_s + s = 40 + 5 = 45 \text{ mm}$$

ja vase ristlõige

$$q = \pi d_k s = \pi 45 \cdot 5 = 706 \text{ mm}^2.$$

Toru takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0175 \cdot 30}{706} = 0,000744 \Omega.$$

N ä i d e 27. Antud on pool (joon. 35), mille seesmine läbimõõt on 60, välimine 140 ja pikkus 150 mm. Poolile on keritud vasktraat läbimõõduga 1,2 mm, mille läbimõõt isolatsiooni pealt on 1,5 mm. Leida pooli keerdude arv, traadi pikkus, traadi takistus ja kaal, kui vase erikaal $\gamma = 8,9 \text{ g/cm}^3$.

L a h e n d u s. Keeru keskmine läbimõõt

$$d_k = \frac{d_v + d_s}{2} = \frac{140 + 60}{2} = 100 \text{ mm},$$

keeru keskmine pikkus

$$l_k = \pi d_k = \pi \cdot 100 = 314 \text{ mm} = 0,314 \text{ m},$$

keerdude arv kihis

$$w_k = \frac{150}{1,5} = 100,$$

pooli kihtide arv

$$k = \frac{140 - 60}{2 \cdot 1,5} = 27,$$

pooli keerdude arv

$$w = k w_k = 27 \cdot 100 = 2700,$$

traadi üldpikkus

$$l = w l_k = 2700 \cdot 0,314 = 848 \text{ m},$$

traadi ristlõige

$$q = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 1,2^2}{4} = 1,13 \text{ mm}^2,$$

traadi takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0175 \cdot 848}{1,13} = 13,1 \Omega,$$

traadi kaal

$$G = lq\gamma = 848 \cdot 1,13 \cdot 8,9 = 8500 \text{ g} = 8,5 \text{ kg}.$$

Märkus: kaalu arvutamisel valemi järgi $G = lq\gamma$ on erikaalu mõõduks g/cm^3 . Võttes pikkuse ja ristlõike mõõduks vastavalt m ja mm^2 , saame kaalu grammides, kuna $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$ ja $1 \text{ mm}^2 = 10^{-2} \text{ cm}^2$.

Näide 28. Leida 20 m pikkuse terasest rööpa takistus, kui on teada, et meetripikkuse rööpa kaal on $G = 30 \text{ kg}$, terase erikaal $\gamma = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ja eritakistus $\rho = 0,12 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

Lahendus. Rööpa ristlõige on määratav valemist $G = \gamma lq$, kust $q = G/\gamma l$, kusjuures G on ühe meetri pikkuse rööpa kaal grammides, l — rööpa pikkus meetrites, q — rööpa ristlõige ruutmillimeetrites ja γ — erikaal [g/cm^3]. Seega rööpa ristlõige

$$q = \frac{G}{\gamma l} = \frac{30 \cdot 1000}{7,8 \cdot 1,0} = 3850 \text{ mm}^2$$

ja rööpa takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,12 \cdot 20}{3850} = 0,000624 \Omega.$$

Näide 29. Nikeliintraadist, mille läbimõõt on 2 mm ja eritakistus $0,4 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, soovitakse valmistada reostaat takistusega 3,5 oomi. Leida reostaadi traadi pikkus.

Lahendus. Traadi ristlõige

$$q = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ mm}^2.$$

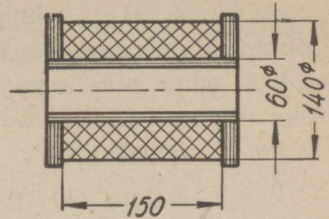
Traadi pikkus

$$l = \frac{Rq}{\rho} = \frac{3,5 \cdot 3,14}{0,4} = 27,5 \text{ m}.$$

Näide 30. Leida vaskkaabli takistus, kui kaabli pikkus $l = 200 \text{ m}$ ja kaablil on 37 soont à $0,946 \text{ mm}^2$.

Lahendus. Kaabli takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0175 \cdot 200}{37 \cdot 0,946} = 0,10 \Omega.$$



Joon. 35. Pool.

Näide 31. 20 km pikkune kahejuhtmeline elektriõhuliin ehitati 7,5-mm läbimõõduga vaskjuhtmest. Leida: 1) elektriliini takistus ja vase kaal, 2) sama pikkusega alumiiniumjuhtmest liini kaal, kui liini takistus oleks võrdne vaskliini takistusega. Vase erikaal $\gamma_{Cu} = 8,9$ ja alumiiniumi erikaal $\gamma_{Al} = 2,65$ g/cm³.

Lahendus. 1) Vasest elektriliini takistus ja kaal, kui eritakistus $\rho_{Cu} = 0,0175$ Ω mm²/m ja juhtme pikkus $l = 2 \cdot 20\,000 = 40\,000$ m:

$$q_{Cu} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 7,5^2}{4} = 44,2 \text{ mm}^2,$$

$$R = \frac{\rho_{Cu} l}{q_{Cu}} = \frac{0,0175 \cdot 40\,000}{44,2} = 15,85 \Omega,$$

vase kaal

$$G_{Cu} = \gamma_{Cu} l q_{Cu} = 8,9 \cdot 40\,000 \cdot 44,2 \cdot 10^{-6} = 15,7 \text{ t.}$$

2) Alumiiniumjuhtme ristlõige, kui alumiiniumi eritakistus

$$\rho_{Al} = 0,2857 \Omega \text{mm}^2/\text{m}:$$

$$q_{Al} = \frac{\rho_{Al} l}{R} = \frac{0,2857 \cdot 40\,000}{15,85} = 72,0 \text{ mm}^2,$$

alumiiniumi kaal

$$G_{Al} = \gamma_{Al} l q_{Al} = 2,65 \cdot 40\,000 \cdot 72,0 \cdot 10^{-6} = 7,6 \text{ t.}$$

25. Juhtme takistuse sõltuvus temperatuurist. Enamik elektrijuhtmete takistus suureneb temperatuuri tõusuga. Seda temperatuuri tõusu iseloomustab nn. temperatuuritegur α , mis näitab takistuse suhtelist muutumist temperatuuri muutumisel 1° C võrra. On R_1 juhtme takistus temperatuuril t_1 , siis temperatuuri muutumisel $\Delta t = t_2 - t_1$ °C võrra muutub juhtme takistus $R_1 \alpha \Delta t$ oomi võrra. Seega takistus R_2 temperatuuril t_2 :

$$R_2 = R_1 + R_1 \alpha \Delta t = R_1 (1 + \alpha \Delta t). \quad (22)$$

Temperatuuritegur ei ole konstantne suurus, vaid sõltub temperatuurist, mille juures tema määratakse.

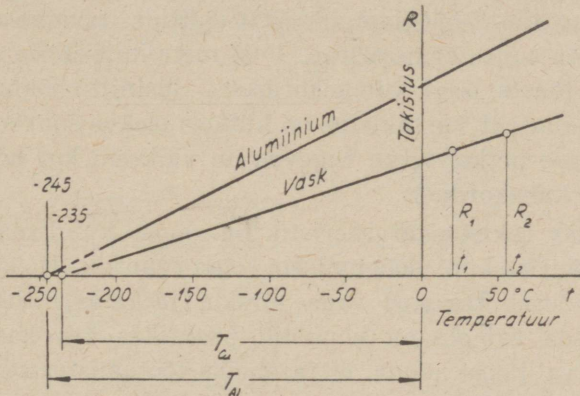
Joonisel 36 on näidatud vase ja alumiiniumi takistuse sõltuvus temperatuurist. Nagu joonisel näha, näivad takistuse kõverad suubuvat ligikaudu ühte punkti — vasel temperatuuri —235° ja alumiiniumil —245° C juures. Kui takistus muutuks sirgjooneliselt ka ülimadalal temperatuuridel, siis muutuks materjali juhtivus nendel temperatuuridel ülisuureks (suprajuhtivus). Tegelikult muutub metallide takistus väga madalal temperatuuril üliväikeseks järsku.

Joonisele on kantud temperatuuridele t_1 ja t_2 vastavad takistused R_1 ja R_2 . Nagu joonistatud sarnastest kolmnurkadest nähtub, on

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1},$$

millest takistus R_2 temperatuuril t_2 :

$$R_2 = R_1 \frac{T + t_2}{T + t_1}. \quad (23)$$



Joon. 36. Vase ja alumiiniumi takistuse sõltuvus temperatuurist.

Vase jaoks lõik $T_{Cu} = 235$, alumiiniumi jaoks $T_{Al} = 245$. See valem võimaldab takistuse või temperatuuri kiiret arvutamist arvutuslükatil. Olgu näiteks temperatuuril 20°C vasktraadi takistus 41 oomi ja soovitakse saada teada takistust temperatuuril 45°C . Valemist 23 saame:

$$R_2 = \frac{R_1(235 + t_2)}{235 + t_1} = \frac{41 \cdot 280}{255} = 45 \Omega.$$

Teades takistusi R_1 ja R_2 ning temperatuuri t_1 leiame vasktraadi temperatuuri valemi järgi

$$t_2 = \frac{R_2(235 + t_1)}{R_1} - 235. \quad (24)$$

Näide 32. Trafo takistuse mõõtmine temperatuuril 15°C andis 0,0048 oomi. Kui kõrge oli sooja trafo mähise temperatuur takistustel 0,0053, 0,0056 ja 0,0061 oomi?

L a h e n d u s. Seame lükati klaasi arvule $T_{Cu} + t_1 = 235 + 15 = 250$. Toome selle arvu kohale külma takistuse väärtuse 0,0048. Liigitades klaasi paremale lükati liikuvale osale oleva sooja takistuse väärtuseni 0,0053,

loeme tema all oleval lükati seisval osal temperatuuri 276, millest lahutades 235 saame 41°C . Takistuste 0,0056 ja 0,0061 alt loeme ära 292 ja 318, milledele vastavad temperatuurid 57°C ja 83°C .

Mitte kõigil ainetel ei suurene takistus temperatuuri tõusuga, vaid on olemas aineid, mille takistus temperatuuri tõusuga väheneb. Nende hulka kuulub peale elektrolüütlahuste ja siliitsiumkarbiidi peamiselt süsi. Takistuse muutuvus sõltuvalt temperatuurist omab suurt tähtsust seal, kus temperatuuride vahe on suur, näiteks hõõgniit-lampidel. Praegu kasutatavate metallniit-hõõglampide kütteniitide takistused külmas ja kuumas olekus on suure erinevusega. Vool metallniit-lambi sisselülitamise momendil võib tõusta isegi kümnekordseks. Süsiniit-hõõglambi puhul on olukord vastupidine: et söe takistus on külmas olekus suurem kui kuumas, siis sisselülitamise hetkel voolu tugevus on väiksem kui hõõgumise ajal. Vahe on umbes kahekordne.

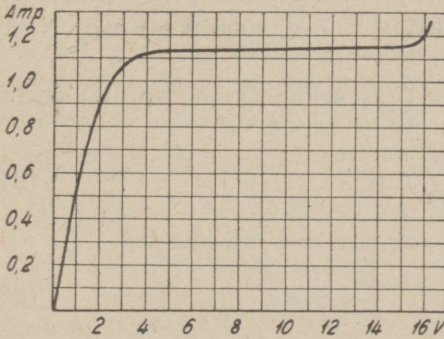
Eriti huvitav takistuskarakteristik on raual. Raudtraadi eritakistus on toatemperatuurist kuni hõõgumiseni väga muutlik. Hõõgumistemperatuuri piirides tõuseb takistus väga järsku, jätkates hiljem tõusu jälle aeglasemalt. Seda asjaolu on võimalik praktikas ära kasutada. Raudtraadi takistus valitakse nõnda, et ta omaks töötamistemperatuuril suurt temperatuuritegurit. Siis voolu tugevnemisel traadi takistus suureneb, vältides voolu kasvamist. Vastupidisel juhtumil, voolu nõrgenemisel, väheneb ka takistus, takistades voolu nõrgenemist. Sellise hõõguva raudtraadi abil on võimalik hoida voolu konstantsena võrdlemisi suurtes piirides kõikuval pingel. Raudtraadi hoidmiseks oksüdeerumast asetatakse ta suurt soojusejuhtivust omava vesinikuga täidetud klaaskolbi. Joonisel 37 on toodud sellise lambi karakteristik.

26. Metallisulandite takistus. Kui metallisulandid kujutavad endast eri metallide kristallide segu, s. o. nad ei ole üksteises lahustunud (näiteks kadmium ja tsink), siis võib sellise sulandi eritakistust arvutada komponentide hulgalisest vahekorrast. On aga metallid üksteises lahustunud, siis sulandi eritakistus on väga suur ja tema temperatuuritegur väga väike. Nii on manganiini eritakistus 0,4...0,5 ja temperatuuritegur α kuni 0,000006. Sellel põhinebki suure eritakistusega sulandite, näiteks kanthali, kroomnikli, konstantaani, manganiini, nikeliini jne. valmistamine (vt. tabel 9). Neist sulandeist valmistatakse reostaate, eeltakistusi, küttekihi, etaloon-takistusi jne.

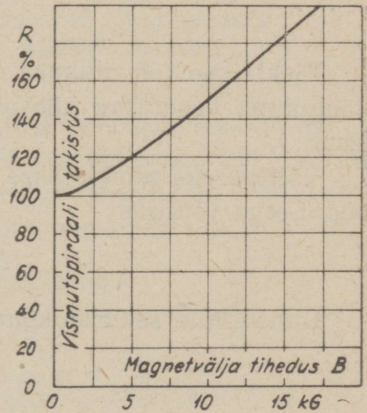
Vase juhtivus väheneb, kui temale juurde lisada fosforit või siliitsiumi. Ühes sellega aga suureneb vaskjuhtme mehhaaniline vastupidavus;

seda asjaolu kasutatakse telefoni- ja telegraafijuhtmete ehitamisel. Kuum-vedelas olukorras on peagu kõikide metallide eritakistus ja temperatuuritegur suuremad kui tahkes olukorras; vastupidine nähtus esineb vismutil.

Metallide takistus surve mõjul üldiselt väheneb. See nähtus ilmneb suurel määral pulbritaolistel ainetel, millist omadust kasutatakse eriti süsimikrofonides. Helilainete mõjul rõhub süsimembraan sõepurule, muutes viimase takistust. Sõeplaadikeste samba takistuse sõltuvust survest kasutatakse ära generaatorite pinge automaatseks reguleerimiseks.



Joon. 37. Raud-vesinikulambi karakteristik.



Joon. 38. Vismutspiraali takistuse sõltuvus magnetvälja tihedusest.

Magnetvälja toimelt metallide takistusele võib metalle jaotada kahterühma: 1) Ferromagnetilised ained (raud, nikkel, koobalt); nende takistus suureneb magnetvälja ja voolu samasuunalisusel ning väheneb, kui magnetvälja ja voolu suund moodustavad 90° -se nurga. 2) Diamagnetilised ained (peaesindaja vismut). Kui selliseid aineid asetada magnetvälja, siis nende takistus suureneb märgatavalt (joon. 38). Seda vismuti omadust kasutatakse tugevate magnetväljade mõõtmisel.

Mõnede ainete juhtivus sõltub neile langeva valgustuse intensiivsusest, näiteks seleenil. Sellist omadust kasutatakse nn. valgus-releede ehitamisel. Seleeni puuduseks on aga tema takistuse muutumise hilinemine valgustus-intensiivsuse muutumisest ja et ta kestval valgustamisel lakkab reageerimast valgustuse intensiivsuse muutumisele.

ELEKTRILINE TÖÖ.

27. Töö ja võimsus. Mehhaanikast on teada, et jõu P kg rakendus-
punkti ümberpaiknemisel jõu suunas l meetri võrra sooritatakse töö
 $A = Pl$ mkg. Analoogiline nähtus ilmneb ka elektrotehnikas. Läbib laeng Q
kulonit potentsiaalide vahe U volti, siis sooritatakse töö

$$A = QU \text{ džauli ehk Ws.} \quad (25)$$

Kuna vooluga J on juhtme ristlõiget aja t vältel läbinud laeng Q , siis
 $Q = Jt$ ja sooritatav töö

$$A = UJt. \quad (26)$$

Elektrilise töö ühikuks on džaul $[J] = \text{vattsekund } [Ws]$; praktikas
tööühikuna kasutatav kilovatt-tund $[kWh] = 3\,600\,000 \text{ Ws}$; $1 \text{ mkg} = 9,81$
džauli.

Võimsuseks nimetatakse ajaühikus (kas sekundis või tunnis) tehtud
tööd. Seega võimsus

$$N = \frac{A}{t} = UJ \text{ W.} \quad (27)$$

Kuna Ohmi seaduse kohaselt $U = JR$ ja $J = U/R$, siis töö

$$A = UJt = J^2Rt = \frac{R^2}{U} t \text{ Ws} \quad (28)$$

ja võimsus

$$N = UJ = J^2R = \frac{R^2}{U} \text{ W.} \quad (29)$$

Võimsusühikuks on vatt $[W]$ või kilovatt $[kW]$, kusjuures $1 \text{ kW} =$
 $= 1000 \text{ W} = 1,36 \text{ hobujõudu}$. $1 \text{ hobujõud } [HJ] = 736 \text{ vatti}$.

Näide 33. Reostaadi klemmidel (joon. 39) pinge $U = 200$ volti ja
reostaadi takistus $R = 1$ oom. Määrata reostaadis soojuseks muunduv
võimsus.

Lahendus. Võimsus

$$N = \frac{U^2}{R} = \frac{200^2}{1} = 40\,000 \text{ W} = 40 \text{ kW.}$$

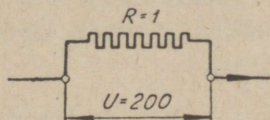
Näide 34. Ampermeetri (joon. 40) sisetakistus on $0,001$ oomi.
Kui suur on ampermeetri klemmpinge ja kui suur on ampermeetri oma-
tarvitus (võimsuse tarbimine ampermeetris), kui teda läbib 100 -amprine
vool?

L a h e n d u s. Pingelang ampermeetri klemmidel

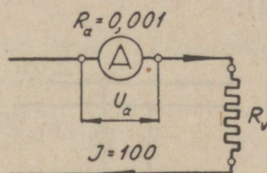
$$U = JR_a = 100 \cdot 0,001 = 0,1 \text{ V},$$

võimsuse kadu ampermeetris

$$N = J^2 R_a = 100^2 \cdot 0,001 = 10 \text{ W}.$$



Joon. 39. Reostaat.



Joon. 40. Ampermeetrit sisaldav vooluring.

N ä i d e 35. Määrata joonisel 41 näidatud haruvoolumootori ankrumähises indutseeritud elektromotoorne jõud E , kui töötamisel 220 V võrgus on võrgust võetav vool $J = 50,6$ A, ankruringi takistus $R_a = 0,40 \Omega$ ja ergutusringi takistus (ergutusmähis ja ergutusregulaator) $R_e = 71 \Omega$.

L a h e n d u s. Ergutusringi läbiva ergutusvoolu

$$J_e = \frac{U}{R_e} = \frac{220}{71} = 3,1 \text{ A}$$

võrra ankruvool J_a on väiksem võrgust võetavast voolust J :

$$J_a = J - J_e = 50,6 - 3,1 = 47,5 \text{ A}.$$

Kirchhoffi II seaduse alusel ankrus indutseeritud elektromotoorne jõud E ja pingelang ankrumähises $J_a R_a$ peavad summas olema võrdsed vooluallika, antud juhtumil võrgu, pingega U . Seega elektromotoorne jõud

$$E = U - J_a R_a = 220 - 47,5 \cdot 0,40 = 201 \text{ V}.$$

N ä i d e 36. Triikrauda, mille võimsus on 450 vatti, kasutati 10 tundi. Leida triikrauda poolt tarbitud elektrienergia.

L a h e n d u s. Triikrauda poolt soojuseks muundatud elektrienergia

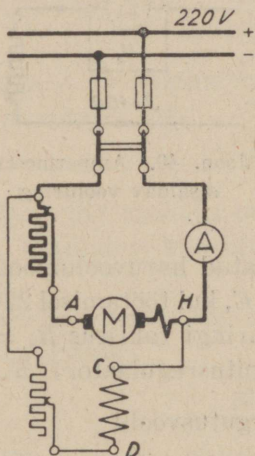
$$A = Nt = \frac{450 \cdot 10}{1000} = 4,5 \text{ kWh}.$$

N ä i d e 37. Kui suur on 6 elektrilambi poolt kuu aja vältel kulutatav töö (kWh-de arv), kui iga lambi valgusvoog on 25 Dlm (dekaluumenit) ja iga lambi keskmine põlemise aeg päevas on 5 tundi?

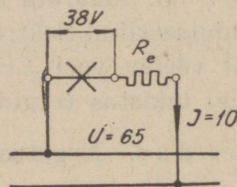
L a h e n d u s. Et 25-Dlm lambi võimsus on 27 W, siis kuu aja vältel valgustamiseks vajatav töö elektrilistes ühikutes on:

$$A = Nt = \frac{6 \cdot 27}{1000} \cdot 5 \cdot 30 = 24,3 \text{ kWh.}$$

N ä i d e 38. Kino-kaarlamp põleb rahuliku leegiga, kui lambi pinge on 36 kuni 45 volti ja kaarlambile on ette lülitatud teatav eeltakistus (joon. 42).



Joon. 41. Haruvoolumootor.



Joon. 42. Eeltakistusega kaarlamp.

Olgu kaarlambile sobivaim pinge 38 volti ja võrgu pinge 65 volti. Leida kaarlambi eeltakistus, kui lambi vool on 10 A, lambi võimsus vattides, eeltakistuse võimsus vattides ja lambi kasutegur

$$\eta = \frac{\text{lambi võimsus}}{\text{võrgust võetud võimsus}}$$

L a h e n d u s. Pinge eeltakistuse klemmidel

$$U_e = 65 - 38 = 27 \text{ V,}$$

seega eeltakistus

$$R_e = \frac{U_e}{J} = \frac{27}{10} = 2,7 \ \Omega.$$

Lambi võimsus

$$N_l = U_l J = 38 \cdot 10 = 380 \text{ W,}$$

eeltakistuse võimsus

$$N_e = U_e J = 27 \cdot 10 = 270 \text{ W}$$

ja lambi kasutegur

$$\eta = \frac{N_l}{N_l + N_e} = \frac{380}{380 + 270} = 0,585.$$

Näide 39. Elektrimootor võimsusega 7,5 HJ on ühendatud võrku, mille pinge on 220 volti. Leida võrgust võetava voolu tugevus, kui mootori kasutegur $\eta = 0,8$.

Lahendus. Mootori kohta antavat võimsust HJ-des omab mootor völlil. Seega võimsus mootori völlil

$$N_2 = 7,5 \cdot 736 = 5520 \text{ W.}$$

Mootor koormab võrku võimsusega

$$N_1 = \frac{N_2}{\eta} = \frac{5520}{0,8} = 6900 \text{ W}$$

ja võrgust võetav vool

$$J = \frac{N_1}{U} = \frac{6900}{220} = 31,4 \text{ A.}$$

Näide 40. 1000-liitrine anum asetseb 10 meetrit kaevu veepinnast kõrgemal. Anum tuleb täita veega elektrimootoriga käivitatava pumba abil. Leida: 1) teoreetiline töö, mida pump peab sooritama anuma täitmiseks (mkg-des ja džaulides), 2) töö, mida pump peab selleks mootorilt saama, kui pumba kasutegur $\eta_p = 0,7$, 3) töö, mida peab andma mootorile võrk, kui mootori kasutegur $\eta_m = 0,72$, 4) kogu seadme kasutegur, 5) mootori võimsus, kui anum tuleb täita 5 minuti jooksul, 6) võrgust võetav võimsus ja vool, kui võrgupinge on 220 volti.

Lahendus. 1000 liitri tõstmiseks 10 meetri kõrgusele on teoreetiliselt vaja teha tööd

$$A_t = Gh = 1000 \cdot 10 = 10\,000 \text{ mkg}$$

ehk

$$10\,000 \cdot 9,81 = 98\,100 \text{ J.}$$

Et pumba kasutegur $\eta_p = 0,7$, siis peab mootor pumbale andma suurema tööd, kui seda teoreetiliselt vaja oleks, ja nimelt:

$$A_p = \frac{A_t}{\eta_p} = \frac{98\,100}{0,7} = 140\,000 \text{ J.}$$

Et mootori kasutegur on vähem kui 1,0, siis tuleb mootorile anda suurem tööd, kui seda vajab pump, ja nimelt:

$$A_m = \frac{A_p}{\eta_m} = \frac{140\,000}{0,72} = 195\,000 \text{ J.}$$

Kogu seadme kasutegur

$$\eta = \frac{A_t}{A_m} = \frac{98\,100}{195\,000} \approx 0,5.$$

Mootori võimsus (võllil)

$$N_m = \frac{A_p}{t} = \frac{140\,000}{5 \cdot 60} = 467 \text{ W}$$

ehk hobujõududes:

$$\frac{467}{736} = 0,635 \text{ HJ.}$$

Võrgust võetav võimsus

$$N_v = \frac{A_m}{t} = \frac{195\,000}{5 \cdot 60} = 650 \text{ W}$$

ehk

$$N_v = \frac{N_m}{\eta_m} = \frac{467}{0,72} = 650 \text{ W}$$

ja vool

$$J = \frac{N_v}{U} = \frac{650}{220} \approx 3 \text{ A.}$$

Näide 41. Sildkraana on võimeline tõstma 5-tonnist raskust 20 sekundi jooksul 6,2 meetri kõrgusele. Kui suure võimsusega mootor tuleb valida tõsteseadmele, kui kraana kasutegur on 70%?

Lahendus. Kraana poolt 20 sekundi vältel teostatav töö on

$$A = Gh = 5000 \cdot 6,2 = 31\,000 \text{ mkg.}$$

Selle töö sooritamiseks vajalik tõstevõimsus

$$N = \frac{A}{t} = \frac{31\,000}{20} = 1550 \frac{\text{mkg}}{\text{s}}.$$

Arvesse võttes mehhaanilise osa kasutegurit, peab mootori võimsus olema

$$\begin{aligned} N_m &= \frac{N}{\eta} = \frac{1550}{0,7} = 2215 \frac{\text{mkg}}{\text{s}} = \\ &= \frac{2215}{75} = 29,5 \text{ HJ} = \\ &= 29,5 \cdot 0,736 = 21,7 \text{ kW.} \end{aligned}$$

Näide 42. Missuguse kiirusega tõstab 15-HJ kraana mootor 6-tonnist raskust, kui on teada, et kraana mehhaanilise osa kasutegur on 66%?

Lahendus. Tõstevõimsus, s. o. tõstmise töö ühe sekundi vältel,

$$N_t = 15 \cdot 75 = 1125 \frac{\text{mkg}}{\text{s}}.$$

Mootori võimsus, s. o. mootori poolt sekundis sooritatav töö, on

$$N_m = N_t \cdot \eta = 1125 \cdot 0,66 = 742,5 \frac{\text{mkg}}{\text{s}}.$$

Tõstekiirus

$$v = \frac{N_m}{G} = \frac{742,5}{6000} = 0,124 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,4 \frac{\text{m}}{\text{min}}.$$

28. Joule'i seadus. Kui elektrivool läbib juhet, siis viimane soojeneb. Sellest tuleb järeldada, et elektrienergia muundub juhtmes soojuseks, s. o. džaulides väljendatav juhtmele antud elektriline töö muundatakse kalorites väljendatavaks soojusenergiaks. Üks džaul ehk Ws võrdub $0,23865 \text{ cal} \approx \approx 0,24 \text{ cal}$. Seega juhtmes eralduv soojushulk (kalorites)

$$Q = 0,24 Nt = 0,24 UIt = 0,24 J^2 R t = 0,24 \frac{U^2}{R} t. \quad (30)$$

Teiselt poolt aine temperatuuri tõstmiseks temperatuurilt ϑ_1 temperatuurile ϑ_2 kulutatav soojushulk

$$Q = cG(\vartheta_2 - \vartheta_1), \quad (31)$$

milles c on aine erisoojus $\text{cal}/^\circ\text{Cg}$ (vee puhul $c = 1$) ja G — aine kaal grammides.

Tabel 5.

Ainete erisoojus $\frac{\text{cal}}{^\circ\text{Cg}}$ 18°C temperatuuril.

Vesi	1,00	Klaas	0,20
Jää	0,50	Betoon	0,27
Alkohol	0,58	Graniit	0,19
Alumiinium	0,22	Paas	0,20
Elavhõbe	0,033	Šamott	0,20
Raud (teras)	0,11	Tellis	0,18
Plii (seatina)	0,031	Tuhk	0,20
(Inglis)tina	0,052	Veeaur ($100 \dots 125^\circ\text{C}$)	0,47
Tsink	0,091	Õhk (püsival rõhul)	0,24
Vask	0,094	Vesinik (püsival rõhul)	3,40
Hõbe	0,055		

Tabel 6.

Energia ühikute võrdlustabel.

1 džaul = 1 Ws vastab	0,239 cal	1 kWh vastab	$3,6 \cdot 10^6$ Ws ehk J
1 kWh	„ 860 kcal	1 mkg	„ 9,81 Ws „ J
1 kcal	„ 4190 Ws	1 Ws	„ 0,102 mkg

Näide 43. Elektrikeedunõus, mille kasutegur $\eta = 0,9$, soojendatakse 10 minuti vältel üks liiter vett algtemperatuurilt $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ temperatuuri

rini $\vartheta_2 = 100^\circ \text{C}$. Leida keedunõu küttekeha takistus ja vool küttekehas, kui võrgupinge $U = 220$ volti.

L a h e n d u s. Vee soojendamiseks keedunõult saadav energia

$$A_2 = cG(\vartheta_2 - \vartheta_1) = 1 \cdot 1\,000 \cdot (100 - 20) = 80\,000 \text{ cal} = 80 \text{ kcal};$$

keedunõule võrgust antav elektriline energia

$$A_1 = \frac{A_2}{0,24\eta} = \frac{80}{0,24 \cdot 0,9} = 371 \text{ kWs};$$

kütte-elementi elektriline võimsus

$$N = \frac{A}{t} = \frac{371}{10 \cdot 60} = 0,618 \text{ kW} = 618 \text{ W};$$

küttekeha takistus

$$R = \frac{U^2}{N} = \frac{220^2}{618} = 78,5 \ \Omega;$$

vool küttekehas

$$J = \frac{N}{U} = \frac{618}{220} = 2,8 \text{ A}.$$

29. Lühikest aega voolust läbitava juhtme temperatuuri tõus. Erijuh-tumeil, kui juhe on lühikest aega voolust läbitav, ei suuda Joule'i seadusega määratud tekkiv soojus küllalt kiiresti siirduda juhet ümbritsevasse kesk-konda, vaid peagu kogu soojusenergia kulub juhtme temperatuuri tõst-misele. Et soojuse siirdumine lühikese aja vältel on väga väike, võib selle tähele panemata jätta ja arvestada kogu soojusenergia kuluvat juhtme temperatuuri tõstmisele. Joule'i seaduse kohaselt juhtmele antav soojus-hulk kalorites

$$Q_1 = 0,24 J^2 R t = 0,24 J^2 \frac{\rho l}{q} t.$$

Sama aja vältel juhtme poolt vastuvõetav soojushulk

$$Q_2 = cG(\vartheta_2 - \vartheta_1) = clq\gamma(\vartheta_2 - \vartheta_1),$$

kusjuures c on erisoojus $\text{cal}^\circ \text{Cg}$, G — juhtme kaal grammides, ϑ_1 — alg-ning ϑ_2 — lõpptemperatuur, l — juhtme pikkus meetrites, q — juhtme ristlõige mm^2 -s ja ρ — eritakistus $\Omega \text{mm}^2/\text{m}$. Toodud kaalutluste kohaselt on mõlemad soojushulgad võrdsed:

$$0,24 J^2 \frac{\rho l}{q} t = clq\gamma(\vartheta_2 - \vartheta_1).$$

Sellest avaldisest on määratav lühikest aega voolust läbitava juhtme rist-lõige, kui seejuures temperatuuri tõusust tingitud eritakistuse muutumine on tähtsusetult väike:

$$q = J \sqrt{\frac{0,24 \rho t}{c\gamma(\vartheta_2 - \vartheta_1)}}. \quad (32)$$

Näide 44. Missuguse läbimõõduga vaskjuhe, mille eritakistus $\rho = 0,0175 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$, tuleks valida, et 30-amprise voolu mõjul selle temperatuur tõuseks 10 sek. vältel ainult 30 kraadi võrra?

Lahendus. Ristlõige

$$q = J \sqrt{\frac{0,24 \rho t}{c\gamma (\vartheta_2 - \vartheta_1)}} = 30 \sqrt{\frac{0,24 \cdot 0,0175 \cdot 10}{0,094 \cdot 8,9 \cdot 30}} = 1,23 \text{ mm}^2,$$

millele vastab juhtme läbimõõt 1,25 mm.

IX peatükk.

HARGNEV VOOLURING.

Vaatamata hargneva elektrivõrgu keerulisusele, ükskõik missuguses kombinatsioonis temas oleksidki vooluallikad ja takistused, toimub voolujaotus võrgu üksikutes elementides ja pingete jaotus võrgu üksikute punktide vahel ikka kindla korra järgi. See kord on määratud Kirchhoffi kahe seadusega.

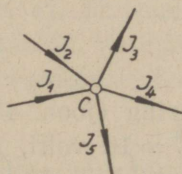
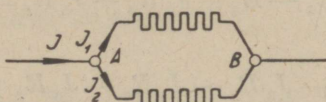
30. Esimene Kirchhoffi seadus. Nagu jooniselt 43 näha, hargneb sõlmepunktis A vool J kaheks vooluks J_1 ja J_2 , kuna sõlmepunktis B liituvad voolud J_1 ja J_2 jälle ühiseks vooluks J . Kirchhoffi esimese seaduse järgi võrdub vooluringi mingisuguses hargnemispunktis juurdevoolavate voolude summa ära-voolavate voolude summaga. Näiteks joonisel punktis C

$$J_1 + J_2 = J_3 + J_4 + J_5,$$

ehk

$$\Sigma J = 0.$$

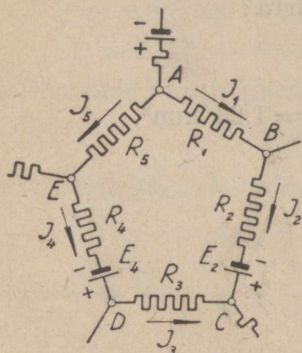
(33)



Joon. 43 — esimese Kirchhoffi seaduse selgitamiseks (voolu hargnemine sõlmepunktis).

Kirchhoffi esimene seadus on rajatud oletusele, et voolu tugevus vooluringi igas mittehargnevas elemendis on püsiv elemendi kogu ulatusel.

31. Teine Kirchhoffi seadus. Vaatleme hargneva elektrivõrgu mingit kinnist ringi. Jälgime lähtudes selle kinnise vooluringi mingist punkti potentsiaali muutumist. Jõudes ringkägul lähtepunkti, peame olema jõudnud ka endisele potentsiaalile. Sellel põhinebki teine Kirchhoffi seadus: kinnises vooluringis on potentsiaali muutumiste summa null, ehk: kinnises vooluringis võrdub elektromotoorsete jõudude summa pingelangude (osapingete) summaga. Seega



Joon. 44 — teise Kirchhoffi seaduse selgitamiseks.

$$\sum E = \sum JR. \quad (34)$$

Alustame ringkäiku sõlmpunktist A (joon. 44), mille potentsiaal olgu φ_A . Peame meeles, et voolu suund on alati kõrgemalt potentsiaalilt madalamale. Punktis B potentsiaal on madalam pingelangu $J_1 R_1$ võrra, punktis C potentsiaali suurus võrrelduna punkti B potentsiaaliga on alanenud pingelangu $J_2 R_2$, kuid tõusnud elektromotoorse jõu E_2 võrra. Seega $\varphi_B = \varphi_A - J_1 R_1$ ja $\varphi_C = \varphi_B - J_2 R_2 + E_2$. Kolmandas takistuses voolu suund on vastupidine voolu suunaga takistustes R_1 ja R_2 , seega takistuses R_3 leiab aset potentsiaali tõus ja $\varphi_D = \varphi_C + J_3 R_3$. Sama kordub ka kahes järgnevas takistuses. Elektromotoorne jõud E_4 on suunatud selliselt, et meie poolt valitud ringkäigu suunas leiab elementis aset potentsiaali alanemine. Seega $\varphi_E = \varphi_D - E_4 + J_4 R_4$ ja $\varphi_A = \varphi_E + J_5 R_5$. Jõudnud tagasi punkti A , saame:

$$\varphi_A - J_1 R_1 - J_2 R_2 + E_2 + J_3 R_3 - E_4 + J_4 R_4 + J_5 R_5 = \varphi_A,$$

kust

$$E_2 - E_4 = J_1 R_1 + J_2 R_2 - J_3 R_3 - J_4 R_4 - J_5 R_5$$

ehk

$$\sum E = \sum JR.$$

Näide 45. Antud on kinnine vooluring (joon. 45), milles on elementide patarei elektromotoorse jõuga $E = 10$ volti, mille sisetakistus $R_0 = 1$ oom. Patareiga on ühendatud järjestikku kolm takistust: $R_1 = 2$, $R_2 = 3$ ja $R_3 = 4$ oomi. Arvutada vool ning patarei ja takistuste klemmpinged.

L a h e n d u s. Tähistame joonisel noolega vooluallika seesmise potentsiaali tõusu suuna miinus-pooluselt pluss-poolusele ja voolu suuna vastavalt kokkuleppele, et välises osas vool liigub kõrgemalt potentsiaalilt madalamale.

Vool J , läbides ringis olevaid takistusi, tekitab neis vooluga sama-suunalisi pingelangusid JR_1 , JR_2 , JR_3 ja JR_s , mida ka tähistame joonisel nooltega. Nende pingelangude summa peab teise Kirchhoffi seaduse järgi võrduma patarei elektromotoorse jõuga E , seega

$$E = JR_1 + JR_2 + JR_3 + JR_s = J(R_1 + R_2 + R_3 + R_s).$$

Asetades antud võrrandisse arvväärtused, saame:

$$10 = J(2 + 3 + 4 + 1),$$

millest vool

$$J = \frac{10}{10} = 1 \text{ A.}$$

Patarei klemmipinge

$$U = E - JR_s = 10 - 1 \cdot 1 = 9 \text{ V,}$$

pinged takistuste klemmidel (joon. 46):

$$U_1 = JR_1 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ V,}$$

$$U_2 = JR_2 = 1 \cdot 3 = 3 \text{ V,}$$

$$U_3 = JR_3 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ V.}$$

Kontroll: osapingete summa

$$2 + 3 + 4 + 1 = 10 \text{ V,}$$

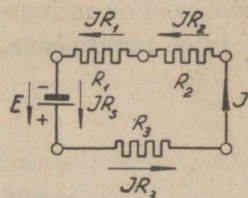
seega lahendus on õige.

N ä i d e 46. Olgu vooluringi ühendatud kolm vooluallikat, nagu on näidatud joonisel 47. Et voolu J suund on teadmata, siis oletame selle ja kanname joonisele. Valime päripäevase ringkäigu suuna. Summeerides võrgus olevad elektromotoorsed jõud, saame

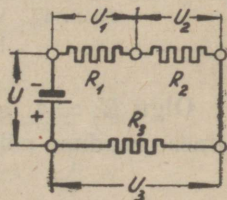
$$E_1 - E_2 + E_3.$$

Samuti summeerime kõik pingelangud. Kirchhoffi teise seaduse järgi on nad võrdsed elektromotoorsete jõudude summaga, seega

$$E_1 - E_2 + E_3 = JR_1 + JR_2 + JR_3 + JR_4 + JR_5.$$



Joon. 45. EMJ ja pingelangude suunad.



Joon. 46. Osapinged vooluringis.

Olgu $E_1 = 10$, $E_2 = 3$ ja $E_3 = 2$ volti ning takistused $R_1 = 0,4$, $R_2 = 0,2$, $R_3 = 0,1$, $R_4 = 0,5$ ja $R_5 = 0,6$ oomi. Asetades need väärtused võrrandisse, saame:

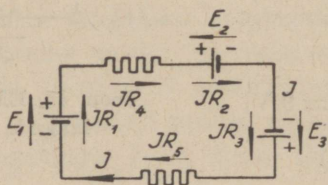
$$10 - 3 + 2 = J(0,4 + 0,2 + 0,1 + 0,5 + 0,6),$$

millest vool

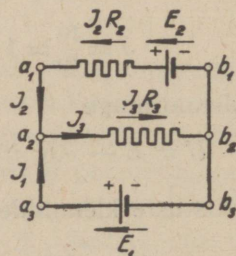
$$J = \frac{9}{1,8} = 5 \text{ A.}$$

Näide 47. Leida voolujaotus joon. 48 antud lülituses, kui elementide sisetakistusi ei võeta arvesse.

Märgime joonisele oletatavad voolusuunad. Kui lahendusest selgub, et mõni vool on miinus-märgiga, siis oli sellel voolul algsuund valitud valesti ja tuleb muutmisele.



Joon. 47. Vooluring kolme vooluallikaga.



Joon. 48. Hargnev vooluring.

Olgu $E_1 = 4$ ja $E_2 = 2$ volti ning $R_2 = 2$ ja $R_3 = 5$ oomi. Kirchhoffi esimese seaduse põhjal võime kirjutada:

$$J_3 = J_1 + J_2. \quad (35)$$

Valime vooluringide läbimiseks päripäevase suuna. Kirchhoffi teise seaduse põhjal on võrrand alumise vooluringi kohta (vooluallikas E_1 ja takistus R_3):

$$E_1 = J_3 R_3. \quad (36)$$

Kirchhoffi teise seaduse põhjal on võrrand ülemise vooluringi kohta (vooluallikas E_2 ja takistused R_2 ning R_3):

$$-E_2 = -J_3 R_3 - J_2 R_2. \quad (37)$$

Võrrandist 36

$$J_3 = \frac{E_1}{R_3} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ A,}$$

võrrandist 37

$$J_2 = \frac{E_2 - J_3 R_3}{R_2} = \frac{2 - 0,8 \cdot 5}{2} = -1 \text{ A,}$$

võrrandist 35

$$J_1 = J_3 - J_2 = 0,8 - (-1) = 1,8 \text{ A.}$$

Selgub, et voolusuunad J_1 ja J_3 on valitud õigesti, kuna voolu J_2 suund tuleb muuta.

Kontroll. Et punktid a_1 , a_2 ja a_3 on ühel potentsiaalil ning punktid b_1 , b_2 ja b_3 on teisel potentsiaalil, siis peavad pinged a_1 ja b_1 , a_2 ja b_2 ning a_3 ja b_3 vahel olema võrdsed.

Pinge a_1 ja b_1 vahel on

$$E_2 - J_2 R_2 = 2 - (-1 \cdot 2) = 4 \text{ V,}$$

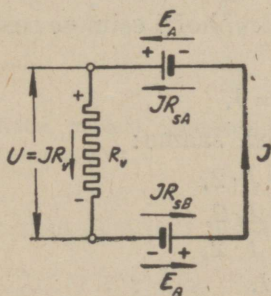
pinge a_2 ja b_2 vahel on

$$J_3 R_3 = 0,8 \cdot 5 = 4 \text{ V,}$$

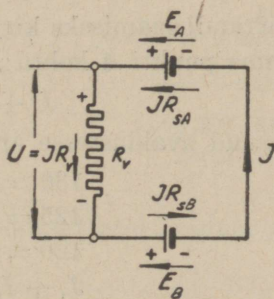
pinge a_3 ja b_3 vahel on

$$E_1 = 4 \text{ V.}$$

Näide 48. Kinnisesse vooluringi on ühendatud kaks elementi A ja B , kuid on teadmata, kas nad on ühendatud teineteisega järjestikku või teineteise vastu. Teada on aga, et elemendi A EMJ $E_A = 1,4$ volti ja selle sisetakistus $R_{sA} = 1$ oom. Elemendi B EMJ on tundmata, tema sisetakistus $R_{sB} = 1,2$ oomi. Takistus $R_v = 3,8$ oomi ja vool $J = 0,05$ A. Leida elemendi B elektromotoorne jõud E_B , vooluallikate klemmpinged U_A ja U_B , pinge U välistakistuse klemmidel ning elementide tõeline lülitus.



Joon. 49. Vooluallikad on ühendatud järjestikku.



Joon. 50. Vooluallikad on ühendatud üksteise vastu.

L a h e n d u s. Oletame elemendid olevat ühendatud järjestikku, nagu on näidatud joon. 49. Valime ringkäiguks vastupäevase suuna. Kirchhoffi teise seaduse alusel võime kirjutada:

$$E_A + E_B = J R_{sA} + J R_v + J R_{sB}.$$

Asetades antud võrrandisse arvud, saame:

$$1,4 + E_B = (1 + 3,8 + 1,2) \cdot 0,05, \text{ millest}$$

$$E_B = -1,1 \text{ volti.}$$

Miinus-märk näitab, et E_B suund ei olnud õigesti valitud. Muudame EMJ E_B suuna, millega muutub lülitusskeem (joon. 50). Et elemendi A elektromotoorne jõud E_A on suurem elemendi B omast, siis on voolu J suund elemendi A poolt elemendi B poole.

$$U_A = E_A - JR_{sA} = 1,4 - 0,05 \cdot 1 = 1,35 \text{ V,}$$

$$U_B = E_B + JR_{sB} = 1,1 + 0,05 \cdot 1,2 = 1,16 \text{ V,}$$

$$U = JR_v = 0,05 \cdot 3,8 = 0,19 \text{ V.}$$

Nagu lahendusest selgub, on elemendid ühendatud teineteise vastu, s. o. ühe elemendi miinus-klemm on ühendatud teise elemendi miinus-klemmiga.

N ä i d e 49. Antud on kolm rööbiti ühendatud generaatorit (joon. 51), mis toidavad välistakistust suurusega $R_v = 2$ oomi. Leida vool välistakistuses, kui on teada, et $E_1 = 130$, $E_2 = 125$ ja $E_3 = 120$ volti ning generaatorite sisetakistused $R_{s1} = 0,2$, $R_{s2} = 0,5$ ja $R_{s3} = 0,4$ oomi.

L a h e n d u s. Vaatleme kolme vooluringi, milles on generaator ja välistakistus, ning kirjutame Kirchhoffi teise seaduse põhjal:

$$E_1 = J_1 R_{s1} + JR_v,$$

$$E_2 = J_2 R_{s2} + JR_v,$$

$$E_3 = J_3 R_{s3} + JR_v.$$

Neljanda võrrandi saamiseks kirjutame Kirchhoffi esimese seaduse põhjal voolude summa punkti A kohta:

$$J_1 + J_2 + J_3 = J.$$

Asetades saadud avaldustesse arvväärtused, saame:

$$130 = J_1 \cdot 0,2 + J \cdot 2, \quad (38)$$

$$125 = J_2 \cdot 0,5 + J \cdot 2, \quad (39)$$

$$120 = J_3 \cdot 0,4 + J \cdot 2, \quad (40)$$

$$J_1 + J_2 + J_3 = J. \quad (41)$$

Asetades valemist 41 $J_1 = J - J_2 - J_3$ valemisse 38, saame:

$$130 = J \cdot 2,2 - J_2 \cdot 0,2 - J_3 \cdot 0,2. \quad (42)$$

Asetades valemisse 42 valemist 39 $J_2 = 250 - J \cdot 4$ ning valemist 40 $J_3 = 300 - J \cdot 5$, leiame voolu välistakistuses:

$$J = 60 \text{ A.}$$

Antud valemest on kerge leida ka üksikute generaatorite voolud. Pinge välistakistuse klemmidel $U = JR_v = 60 \cdot 2 = 120 \text{ V}$.

32. Takistuste ühendamine rööbiti. Mitme takistuse ühendamisel rööbiti (joon. 52) mõjub igale takistusele sama pinge U . Ohmi seaduse kohaselt on voolud

$$J_1 = \frac{U}{R_1}, J_2 = \frac{U}{R_2} \text{ ja } J_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Esimese Kirchhoffi seaduse kohaselt on vool

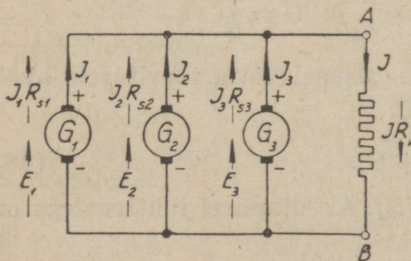
$$J = J_1 + J_2 + J_3,$$

seega

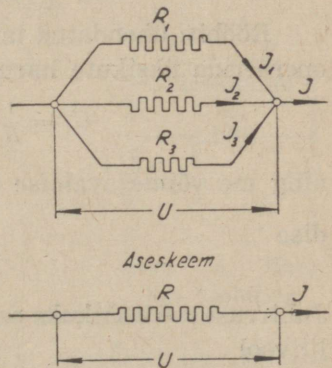
$$J = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right),$$

kust

$$\frac{J}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (43)$$



Joon. 51. Kolm rööbiti ühendatud generaatorit.



Joon. 52. Rööbiti ühendatud takistused.

Tähistades R -ga süsteemi üldtakistust, võime Ohmi seaduse alusel kirjutada, et

$$J = \frac{U}{R},$$

millest

$$\frac{J}{U} = \frac{1}{R}.$$

Asetades saadud avaldise valemisse 43, saame rööbiti ühendatud takistuste liitmise valemi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \Sigma \frac{1}{R}. \quad (44)$$

On omavahel rööbiti ühendatud ainult kaks takistust R_1 ja R_2 (joon. 53), siis $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, kust

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (45)$$

Et

$$J = \frac{U}{R} = U \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

ning

$$J_1 = \frac{U}{R_1} \text{ ja } J_2 = \frac{U}{R_2},$$

siis haruvoolud

$$J_1 = J_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (46)$$

ja

$$J_2 = J \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (47)$$

Rööbiti ühendatud takistuste üldtakistuse arvutamisel on otstarbekam opereerida üksikute harude juhtivustega. Juhtivused

$$G_1 = \frac{1}{R_1}, \quad G_2 = \frac{1}{R_2}, \quad G_3 = \frac{1}{R_3} \text{ ja } G = \frac{1}{R}$$

ning me võime avaldise $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ asemel võtta tarvitusele avaldise

$$G = G_1 + G_2 + G_3. \quad (48)$$

Juhtivuse mõõtühikuks on siimens [$S = 1/\Omega$]. Arvutamisel juhtivustega on liitvool

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = UG_1 + UG_2 + UG_3 = U(G_1 + G_2 + G_3) = UG. \quad (49)$$

Näide 50. Kaks takistust $R_1 = 2$ ja $R_2 = 4$ oomi on ühendatud rööbiti. Liitvool $J = 9$ amprit. Leida: takistusi läbivad voolud J_1 ja J_2 , üldtakistus R ja klemmipinge U .

Lahendus. Et takistused on ühendatud rööbiti, siis üldtakistus

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} \Omega.$$

Klemmipinge

$$U = JR = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12 \text{ V},$$

haruvoolud

$$J_1 = J \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 9 \cdot \frac{4}{2 + 4} = 6 \text{ A},$$

$$J_2 = J - J_1 = 9 - 6 = 3 \text{ A}.$$

Näide 51. Mähisele (joon. 53), mille oomiline takistus $R_1 = 1,008$ oomi, tuleb juurde ühendada nii suur takistus R_2 , et üldtakistus R oleks täpselt üks oom. Leida takistuse R_2 suurus.

Lahendus. Et üldtakistus R on väiksem harutakistusest R_1 , siis peavad R_1 ja R_2 olema ühendatud rööbiti.

$$\text{Seega } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \text{ millest } R_2 = \frac{R_1 R}{R_1 - R} = \frac{1,008 \cdot 1}{1,008 - 1} = 126,0 \Omega.$$

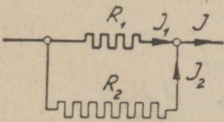
Näide 52. Ampermeetrist (joon. 54), mille sisetakistus $R_a = 1$ oom, tohib läbi voolata maksimaalselt 0,150 A. Kui suur harutakistus (šunt) R_s tuleb valmistada, et mõõteriistaga oleks võimalik mõõta 150 A?

Lahendus. Punktide A ja B vaheline pinge

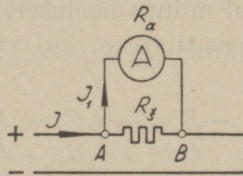
$$U_{AB} = R_s (J - J_1) = R_a J_1,$$

millest šundi takistus

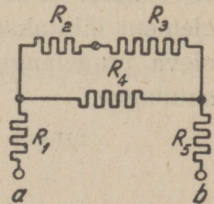
$$R_s = R_a \frac{J_1}{J - J_1} = 1 \cdot \frac{0,150}{150 - 0,150} = \frac{1}{999} \Omega.$$



Joon. 53. Takistused rööbiti.



Joon. 54. Ampermeetri šunteerimine.



Joon. 55. Hargnev vooluring.

Näide 53. Antud on viis takistust, mille suurused on: $R_1 = 1$, $R_2 = 1,4$, $R_3 = 2,6$, $R_4 = 2$ ja $R_5 = 1 \Omega$. Takistuste ühendusskeem on näidatud joonisel 55. Leida üldtakistus R .

Lahendus. Kasutades järjestikku ja rööbiti ühendatud takistuste liitmise juhiseid leiame, et asetakistus

$$R = R_1 + \frac{(R_2 + R_3) R_4}{(R_2 + R_3) + R_4} + R_5 = 1 + \frac{(1,4 + 2,6) \cdot 2}{(1,4 + 2,6) + 2} + 1 = 3,333 \Omega.$$

33. Hargnev võrk. Tarvitatavamaid arvutamisi viise voolujaotuse leidmiseks hargnevas võrgus on:

1. Kirchhoffi seaduste alusel koostatud võrrandite süsteemi lahendamine.

2. Superpositsiooni meetod, mille rakendamisel mitme vooluallika poolt ühiselt põhjustatavat voolujaotust vaadeldakse liidetuna mitme vooluallika poolt eraldi põhjustatavaist voolujaotusist.

3. Transfiguratsiooni meetod, mis võimaldab asendada kolmnurkühendusi tähtühendustega.

4. Tühijooksu-lühise meetod, mis on eriti sobiv hargneva võrgu mingisuguses takistuses oleva voolu arvutamiseks selle takistuse suuruse pideval muutumisel.

Näide 54. Joonisel 56 toodud skeemis on takistused $R_0 = 10$, $R_1 = 20$, $R_2 = 30$, $R_3 = 50$, $R_4 = 40$ ja $R_5 = 10$ oomi ning vooluallika EMJ $E = 12$ volti. Määrata voolujaotus.

Lahendus. Kanname joonisele oletatavad voolusuunad. Et tundmatuid on kuus, siis tuleb koostada kuus võrrandit. Kirchhoffi esimese seaduse põhjal

$$\begin{array}{ll} \text{sõlmpunktis } A & J_0 = J_1 + J_2, \\ \text{„ } B & J_5 = J_2 + J_3, \\ \text{„ } D & J_0 = J_4 + J_5, \end{array}$$

Kirchhoffi teise seaduse põhjal (lugedes EMJ suunda positiivseks, kui element läbitakse ringkäigul miinus-pooluselt pluss-poolusele ja takistuses oleva pingelangu suunda positiivseks, kui ringkäigu suund ühtib voolu suunaga):

$$\begin{array}{ll} \text{ringis } EACDE & -E = -J_1R_1 - J_4R_4 - J_0R_0, \\ \text{„ } ACDBA & 0 = -J_1R_1 - J_4R_4 + J_5R_5 + J_2R_2, \\ \text{„ } EABCDE & -E = -J_2R_2 + J_3R_3 - J_4R_4 - J_0R_0. \end{array}$$

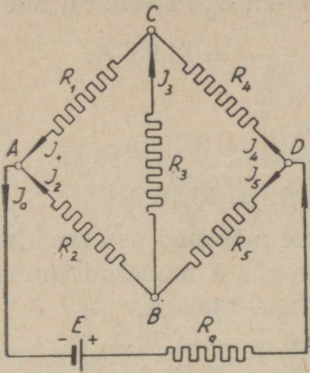
Nende kuue võrrandiga võrrandsüsteemi lahendamisel saame:

$$J_0 = 0,367, J_1 = 0,171, J_2 = 0,196, J_3 = 0,049, J_4 = 0,122 \text{ ja } J_5 = 0,245 \text{ A.}$$

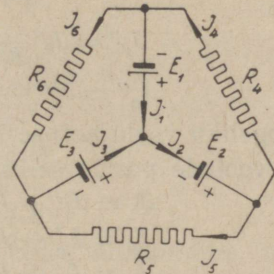
Näide 55. Joonisel 57 toodud skeemis on EMJ-d $E_1 = 4$, $E_2 = 2$ ja $E_3 = 4$ V ning takistused $R_4 = 6$, $R_5 = 1$ ja $R_6 = 1 \Omega$. Määrata voolujaotus.

Lahendus. Kanname joonisele oletatavad voolusuunad ja koostame kuus võrrandit.

$$\begin{array}{l} J_3 = J_5 + J_6, \\ J_4 = J_1 + J_6, \\ J_2 = J_4 + J_5, \\ E_1 - E_3 = -J_6R_6, \quad 4 - 4 = -J_6, \quad J_6 = 0, \\ E_1 + E_2 = J_4R_4, \quad 4 + 2 = 6J_4, \quad J_4 = 1, \\ E_3 + E_2 = J_5R_5, \quad 4 + 2 = J_5, \quad J_5 = 6, \\ J_3 = J_5 + J_6 = 6 + 0 = 6, \\ J_1 = J_4 - J_6 = 1, \\ J_2 = J_4 + J_5 = 1 + 6 = 7. \end{array}$$



Joon. 56. Vooluring tasakaalustamata silla lülituses.



Joon. 57. Mitme vooluallika poolt toidetav võrk.

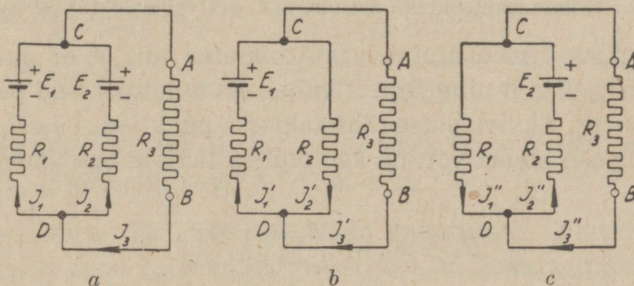
Näide 56. Määrata superpositsiooni meetodi abil voolujaotus joon. 58-a näidatud võrgus, kui $E_1 = 40$ ja $E_2 = 36$ V ning $R_1 = 2$, $R_2 = 1,5$ ja $R_3 = 0,5$ oomi. Arvutada pinge klemmide A ja B vahel.

L a h e n d u s. Oletame süsteemis olevat ainult vooluallika E_1 (skeem b). Siis

$$\begin{aligned} J_1' &= J_2' + J_3', \\ E_1 &= J_2'R_2 + J_1'R_1, \\ 0 &= -J_2'R_2 + J_3'R_3, \end{aligned}$$

millest

$$\begin{aligned} J_1' &= \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{40}{2 + \frac{1,5 \cdot 0,5}{1,5 + 0,5}} = 16,84 \text{ A}, \\ J_2' &= J_1' \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 16,84 \frac{0,5}{1,5 + 0,5} = 4,21 \text{ A}, \\ J_3' &= J_1' - J_2' = 16,84 - 4,21 = 12,63 \text{ A}. \end{aligned}$$



Joon. 58 — voolujaotuse arvutamiseks superpositsiooni meetodi abil.

Nüüd oletame süsteemis olevat ainult vooluallika E_2 (skeem *c*). Siis voolud

$$J_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{36}{1,5 + \frac{2 \cdot 0,5}{2 + 0,5}} = 18,95 \text{ A,}$$

$$J_1'' = J_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 18,95 \cdot \frac{0,5}{2 + 0,5} = 3,79 \text{ A,}$$

$$J_3'' = J_2'' - J_1'' = 18,95 - 3,79 = 15,16 \text{ A.}$$

Tegeliku voolujaotuse leidmiseks liidame mõlemad osa-voolujaotused, võttes voolude positiivseiks suundadeks skeemis *b* näidatud suunad. Siis

$$J_1 = J_1' + J_1'' = 16,84 - 3,79 = 13,05 \text{ A,}$$

$$J_2 = J_2' + J_2'' = 4,21 - 18,95 = -14,74 \text{ A,}$$

$$J_3 = J_3' + J_3'' = 12,63 + 15,16 = 27,79 \text{ A,}$$

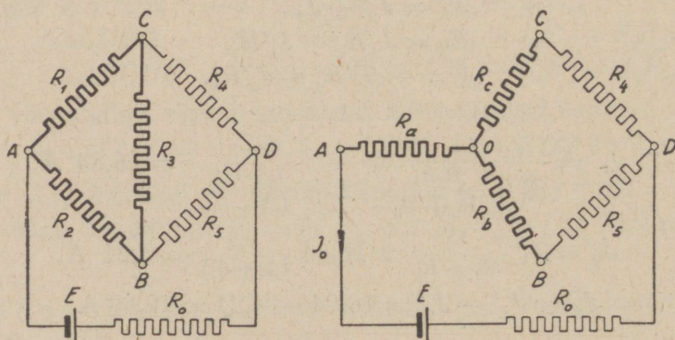
millele vastab voolujaotus skeemil *a*. Pinge punktide *A* ja *B* vahel

$$U = E_1 - J_1 R_1 = 40 - 13,05 \cdot 2 = 13,9 \text{ V,}$$

$$\text{või } U = J_3 R_3 = 27,79 \cdot 0,5 = 13,9 \text{ V.}$$

Näide 57. Arvutada joonisel 59 toodud skeemis olev voolujaotus transformatsiooni meetodi abil, asendades kolmnurkühenduse tähtühendusega ¹⁾.

$E = 12 \text{ V}$, $R_0 = 10$, $R_1 = 20$, $R_2 = 30$, $R_3 = 50$, $R_4 = 40$, ja $R_5 = 10$ oomi.



Joon, 59. Kolmnurkühenduse asendamine ekvivalentse tähtühendusega.

L a h e n d u s. Asendamine peab toimuma nii, et ei muutuks pinge punktide *A* ja *C*, *C* ja *B* ning *B* ja *A* vahel ega muutuks neid punkte toitvad voolud J_0 , J_5 ja J_4 . Ekvivalentse tähe takistus punktide *A* ja *B*, *A* ja *C* ning *B* ja *C* vahel peab olema võrdne kolmnurga takistusega samade punktide vahel, seega

$$R_a + R_b = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + (R_1 + R_3)},$$

1) Võrdle näitega 54.

$$R_a + R_c = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)},$$

$$R_b + R_c = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + (R_1 + R_2)},$$

millest

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30 + 50} = 6 \, \Omega, \quad (50)$$

$$R_b = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 15 \, \Omega, \quad (51)$$

$$R_c = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 10 \, \Omega. \quad (52)$$

Transfigureerimisel saadud lülituse üldtakistuse arvutamine on lihtne, sest skeem koosneb ainult järjestikku ja rööbiti olevatest takistustest. Vool

$$J_0 = J_a = \frac{E}{R_a + \frac{(R_c + R_4)(R_b + R_5)}{R_c + R_4 + R_b + R_5} + R_0} =$$

$$= \frac{12}{6 + \frac{(10 + 40)(15 + 10)}{10 + 40 + 15 + 10} + 10} = 0,367 \, \text{A}.$$

Haruvoolu J_4 leiame valemi 46 kohaselt:

$$J_4 = J_c = J_0 \frac{R_b + R_5}{R_c + R_4 + R_b + R_5} = 0,367 \frac{15 + 10}{10 + 40 + 15 + 10} = 0,122 \, \text{A},$$

$$J_5 = J_b = J_0 - J_4 = 0,367 - 0,122 = 0,245 \, \text{A}.$$

Pinge punktide A ja C vahel

$$U_{AC} = J_a R_a + J_c R_c = 0,367 \cdot 6 + 0,122 \cdot 10 = 3,42 \, \text{V}$$

põhjustab takistuses R_1 voolu

$$J_1 = \frac{U_{AC}}{R_1} = \frac{3,42}{20} = 0,171 \, \text{A}.$$

Vool takistustes R_2 ja R_3 :

$$J_2 = J_0 - J_1 = 0,367 - 0,171 = 0,196 \, \text{A},$$

$$J_3 = J_1 - J_4 = 0,171 - 0,122 = 0,049 \, \text{A}.$$

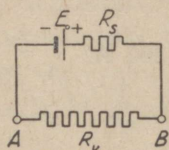
Näide 58. Arvutada näites 56 joon. 58-a toodud skeemil vool J_3 takistuse R_3 järgmistel väärtustel: 8, 4, 2, 1, 0,5, 0,2 ja 0 oomi.

L a h e n d u s. Et küsitakse voolu muutumist ainult ühes takistuses, siis valime arvutuse läbiviimiseks tühijooksu-lühise meetodi, mis põhineb järgmistel kaalutlustel.

Me võime iga vooluringi vaadelda koosnevana fiktiivsest „elektromotoorse jõu“ allikast E_0 ja kahte ossa jaotatavast takistusest — „sisetakistusest“ R_s ning „välistakistusest“ R_v (joon. 60; antud ülesandes $R_v = R_3$), mis on omavahel seotud Ohmi valemiga

$$J = \frac{E_0}{R_s + R_v} \quad (53)$$

„Sisetakistusena“ tuleb seejuures mõista suuruselt mittemuutuvate takistuste kogumikku punktide A ja B vahel, vaatamata nende omavahelisele ühendamisele. „Välistakistusena“ tuleb võtta jällegi punktide A ja B vahel muutuv takistus. „Elektromotoorse jõu“ all mõistetakse punktide A ja B vahel kujunevat „tühijooksu“ pinget olukorras, mil nende punktide vahel olev vool välistakistuses oleks null. „Sisetakistus“ on määratav ka sel teel, et välistakistus asendatakse tühijooksu pinget omava vooluallikaga (teised vooluallikad peavad siis olema skeemist kõrvaldatud) ja määratakse ase-vooluallikat läbiva „lühisvoolu“ J_k suurus. „Sisetakistus“



Joon. 60. Aseskeem joonisel 58 näidatud skeemile.

$$R_s = \frac{E_0}{J_k}$$

„Sisetakistus“ R_s punktide A ja B vahel koosneb joonisel 58-a rööbiti ühendatud takistustest R_1 ja R_2 . Seega

$$R_s = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 1,5}{2 + 1,5} = 0,857 \Omega$$

„Elektromotoorne jõud“ punktide A ja B vahel olukorras, mil „välistakistus“ on null, leitakse Ohmi seaduse abil järgmiselt: elektromotoorsete jõudude E_1 ja E_2 poolt tekitatakse rööbiti ühendatud vooluallikates tasandusvool J_{12} , mille suurus

$$J_{12} = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 - 36}{2 + 1,5} = 1,143 \text{ A}$$

ja mis põhjustab takistustes R_1 ja R_2 pingelangu tekkimist, nii et pinge punktide C ja D (või A ja B) vahel

$$E_0 = E_1 - J_{12} R_1 = 40 - 1,143 \cdot 2 = 37,7 \text{ V}$$

ehk

$$E_0 = E_2 + J_{12} R_2 = 36 + 1,143 \cdot 1,5 = 37,7 \text{ V.}$$

Seega otsitav vool välistakistuses $J_3 = \frac{E_0}{R_s + R_v} = \frac{37,7}{0,857 + R_3} \text{ A.}$

Koostame tabeli:

$R_3 [\Omega]$	8	4	2	1	0,5	0,2	0
$J_3 [\text{A}]$	4,26	7,76	13,2	20,3	27,8	35,7	41,6

Näide 59. Arvutada vool joonisel 59 näidatud takistuses R_4 viimase muutumisel piirides 10 ja 50 Ω vahel. Arvutamiseks kasutada näite 57 andmeid.

Lahendus. Viime arvutuse läbi tühijooksu-lühise meetodil, opereerides transfigureeritud suurustega nagu reaalsetegagi. Kui $J_4 = 0$, siis „sisetakistus“ punktide C ja D vahel

$$R_s = R_c + \frac{(R_b + R_5)(R_a + R_0)}{R_b + R_5 + R_a + R_0} = 10 + \frac{(15 + 10)(6 + 10)}{15 + 10 + 6 + 10} = 19,75 \Omega.$$

Kui skeemis puuduks takistus R_4 , siis oleks ka haru OC vooluta ja vool harus $AOBD$ oleks

$$J_{AD} = \frac{E}{R_a + R_b + R_5 + R_0} = \frac{12}{6 + 15 + 10 + 10} = 0,293 \text{ A.}$$

„Elektromotoorne jõud“ punktide C ja D vahel võrdub pingelanguga punktide O ja D vahel, seega

$$E_0 = J_{AD}(R_b + R_5) = 0,293 (15 + 10) = 7,32 \text{ V.}$$

Vool takistuses R_4

$$J_4 = \frac{E_0}{R_s + R_4} = \frac{7,32}{19,75 + R_4} \text{ A.}$$

Koostame tabeli:

R_4	10	20	30	40	50 Ω
J_4	0,246	0,194	0,147	0,122	0,105 A

X peatükk.

SOOJENDUSRIISTADE KÜTTEKEHAD.

34. Elektriliste soojendusriistade küttekehade arvutusluseid. Küttekehade koormatavusele ei ole seatud mitte elektriline, vaid soojuslik piir. Isoleerainena kasutatav vilgukivi laguneb keemiliselt temperatuuril üle 600° C, muutub rabadaks ja mattvalgeks ning lakkab olemast küttetraadi heaks mehhaaniliseks kooshoidjaks. Temperatuuril 1000° C ligidal mõjub vilgukivi mõnedesse küttetraatidesse keemiliselt, mille tulemuseks on küttekeha läbipõlemine. Palju kõrgemat temperatuuri taluvad massisse kinnivalatavad või kinnitambitavad küttetraadid. Seejuures põhiisoleerainena kasutatav magneesiumoksüüd ei sula ega reageeri küttetraadisse keemiliselt ja kasutada võidavale temperatuurile paneb piiri traadi sulamistemperatuur. Lahtiste spiraalide kasutamisel vajavad viimased asetamist keraamilisele kehale, kuna kõrgel temperatuuril kaotab traat külmus olekus omatava mehhaanilise tugevuse.

Tabel 7.

Vabas õhus asetseva kroomnikkeltraadi koormatavus amprites sõltuvalt traadi mõõdust.

Traadi mõõt mm	$\frac{\Omega}{m}$ 900 ^o	Koormatavus amprites			Traadi mõõt mm	$\frac{\Omega}{m}$ 900 ^o	Koormatavus amprites		
		700 ^o	900 ^o	1000 ^o			700 ^o	900 ^o	1000 ^o
∅ 0,02	3955	0,18	0,22	0,23	∅ 1,2	1,10	15,9	21,9	24,0
0,04	982	0,31	0,39	0,42	1,5	0,70	22,1	30,5	32,8
0,06	438	0,44	0,57	0,61	2,0	0,397	32,5	46,0	50,0
0,08	248	0,60	0,74	0,80	3,0	0,176	59	85	99
0,1	159	0,73	0,93	1,02	4,0	0,099	90	129	149
0,2	39,7	1,52	2,00	2,30	5,0	0,062	120	182	216
0,3	17,7	2,50	3,20	3,65	0,2 × 0,10	59			
0,4	9,9	3,75	4,85	5,55	0,8 × 0,06	24,5			
0,5	6,37	5,00	6,60	7,55	0,8 × 0,1	14,7			
0,6	4,10	6,30	8,45	9,65	1 × 0,1	11,8			
0,7	3,23	7,75	10,8	11,8	4 × 0,1	2,95			
0,8	2,47	9,15	12,8	13,9	10 × 1	0,118			
0,9	1,96	10,8	14,8	16,4	20 × 2	0,03			
1,0	1,58	12,8	16,9	19,1	50 × 5	0,0047			

Kaetud või küttekehasse monteeritud traatide maksimaalsed lubatavad koormused on märksa väiksemad vabas õhus asetsevate traatide koormustest. Nii on takistustraate lubatavad maksimaalsed pindkoormused p [W/cm²]:

- a) Küttekehad intensiivses õhuvooluses $p \approx 6$
Küttekehad veekeetmise nõudes $p = 5 \dots 10$

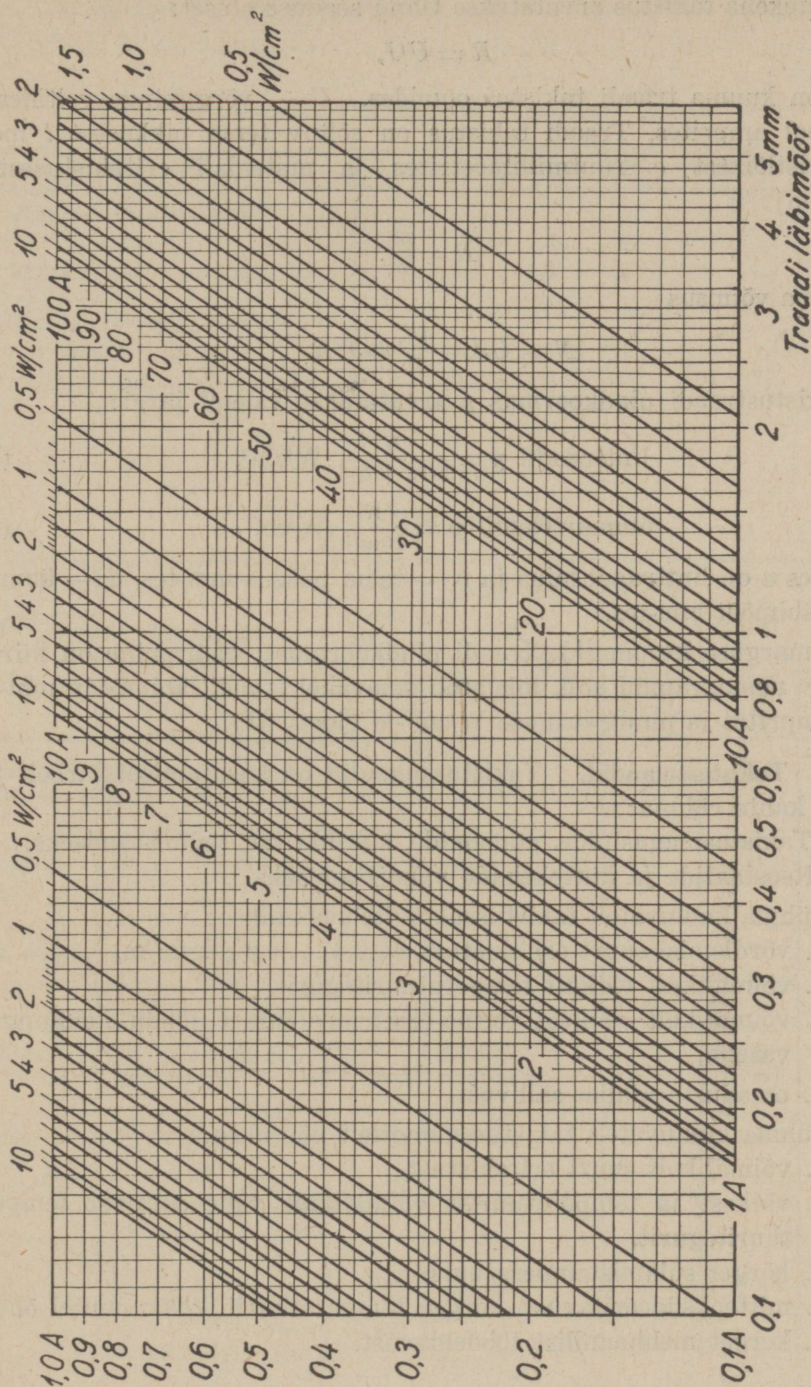
- b) Lahtised küttekehad soojuslikult isoleeritud ruumis (muhvelahi)

Kroomnikkel $\varrho = 1,1$	Kanthal D $\varrho = 1,35$	Kanthal A1 $\varrho = 1,45$
--------------------------------	-------------------------------	--------------------------------

temperatuuril 500...600 ^o C	2,5	—	—
600...800	1,5	3,0	—
800...950	0,8	2,5	4,0
950...1100	0,3	1,5	3,0
1100...1200	—	—	2,0
1200...1300	—	—	1,5

- c) Kinnised küttekehad (triikraud, pliit)

temperatuuril 500...600 ^o C	1,3
600...800	0,8
800...950	0,35
950...1100	0,15



Joon. 61. Nomogramm kroonnikel-ümmartraadi pindkoormuse määramiseks sõltuvalt traadi läbimõõdust ja traadis olevast voolust. Kroonnikli eritakistus $\rho = 1,10 \Omega mm^2/m$.

Küttekeha takistus arvutatakse Ohmi seaduse alusel:

$$R = U/J,$$

kus R on kuuma traadi takistus oomides. U — võrgupinge voltides ja J — vool amprites. Traadi takistus on sõltuv tema pikkusest l meetrites, ristlõikest q ruutmillimeetrites ja materjali eritakistusest ρ [$\Omega\text{mm}^2/\text{m}$]:

$$R = \frac{\rho l}{q}.$$

Küttekeha võimsus

$$N = UJ = \frac{U^2}{R} = J^2 R.$$

Takistustraadi pindkoormus p arvutatakse valemi järgi:

$$\text{lintraadil } p = \frac{N}{20(a+b)l} \text{ W/cm}^2, \quad (54)$$

$$\text{ümmartraadil } p = \frac{N}{10\pi dl} \text{ W/cm}^2, \quad (55)$$

kusjuures a on lintraadi laius ja b — tema paksus mm-tes, d — ümmartraadi läbimõõt mm-tes.

Ümmarguse kroomnikkeltraadi pindkoormuse määramine on kiiresti teostatav nomogrammi abil, mis seob omavahel traadi läbimõõdu mm-tes, voolu amprites ja pindkoormuse W/cm^2 -le (joon. 61).

35. Takistussulandid. Takistussulandid on kasutamisetstarbelt jaotatavad kahte rühma:

A. Takistusmagasinide, etaloonide, šuntide jne. valmistamiseks.

B. Reostaatide ja küttekehade valmistamiseks.

A-rühma kuuluvatelt takistussulanditelt nõutakse:

1. võrdlemisi suurt eritakistust, ca $0,4 \dots 0,5 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$,
2. võimalikult väikest temperatuuritegurit,
3. võimalikult väikest termo-elektromotoorset jõudu kokkupuutel vasega,
4. omaduste ajalist säilivust.

B-rühma kuuluvatelt takistussulanditelt nõutakse:

1. võimalikult suurt eritakistust,
2. väikest ja temperatuurist võimalikult vähe sõltuvat temperatuuritegurit,
3. kõrget sulamistemperatuuri,
4. mitteoksüdeeritavust kõrgel temperatuuril kokkupuutel õhuga,
5. kergelt mehhaanilist töödeldavust.

Tabeleisse 8 ja 9 on koondatud rida kasutatavamaid takistussulandeid.

Tabel 8.

Kanthal D ja kroomnikkel-takistustraadi eritakistuse sõltuvus temperatuurist.

Temperatuur °C	20	200	400	600	800	1000	1100	1150
Kanthal D eritakistus $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ja eritakistuse muutumise %	1,35 0	1,35 0,5	1,36 1,2	1,38 2,3	1,39 3,0	1,41 4,4	1,42 5,2	1,42 5,3
Kroomnikli eritakistus $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ja eritakistuse muutumise %	1,10 0	1,13 2,4	1,15 4,5	1,17 6,0	1,18 7,0	1,18 7,5	— —	— —

Tabel 9.

Takistussulandid.

Takistusmaterjali nimetus	Ligikaudne koostis %	Eritakistus 20° C juures $\frac{\rho}{\Omega\text{mm}^2/\text{m}}$	Temperatuuritegur α_{20} 0 ja 100° C vahel	Termo-EMJ vasega (max) $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	Lubata- vaksimaalne temperatuur °C	Kasutamisalad
Manganiin normaalne	10...12% Mn + + 2...4% Ni + 84... ...88% Cu	0,41	0,00001... ...0,00003	1,0	50	Täppistakistused, mõõtetakistused, eeltakistused, šundid; takistused, millelt nõutakse sõltumatust temperatuurist.
Manganiin Therlo	10...12% Mn + + 2...4% Al + 84... ...88% Cu	0,47	0,000006	1,5	50	
Konstantaan	40...45% Ni + + 53...59% Cu + + 0,5...1,5% Mn	0,49	-0,000003... ...+0,000005	39	200 (ühiajaliselt 500)	
Nikeliin	65% Cu + 34% Ni + + 0,5% Mn	0,40... ...0,42	0,0001... ...0,0002		200 (ühiajaliselt 500)	
Uushõbe	60% Cu + 25% Zn + + 14% Ni	0,30	0,00036	14	200	Mootorite käivitiid, ergutusregulaatorid ja koormustakistused, mille puhul takistuse konstantsus ei ole oluline.
Reotaan	53% Cu + 17% Zn + + 25% Ni + 4,5% Fe	0,52	0,00041		200	
MCM	81...76% Fe + + 18...23% Mn + + 0,8...1,5% Cu	0,85	0,0006		500	

Takistusmaterjali nimetus	Ligikaudne koostis %%	Eritakistus 20° C juures $\frac{\rho}{\Omega\text{mm}^2/\text{m}}$	Temperatuuritegur α_{20} 0 ja 100° C vahel	Termo-EMJ vasega (max) $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	Lubatav maksimumalne temperatuur °C	Kasutamisalad
Kroomnikkel normaalne	77...79% Ni + + 19...20% Cr + + 1,6% Fe + 2,5% Mn	1,08... ...1,10			900 (ühiajaliselt 1100)	Küttetakistused (triikraud, keedu-plaadid, ahjud jne.). Kroomniklitkattev oksüüd on hea isolaator. On keeru pingele alla 1 V, siis võib kerida keerd vastu keerd. Kroomnikkel reageerib keemiliselt vilgukiviga temperatuuril 800...1100° C.
Ferrokroom	57% Ni + 14... ...18% Cr + 20... ...25% Fe + 3% Mn	1,1			900	
Ferraal	14% Cr + 4% Al + + 86% Fe	1,30			1100 kuni 1150	
Kanthal	21% Cr + 5... ...6% Al + 69% Fe + 4...5% Co	1,35... ...1,45			1150 kuni 1350	
MCM 3	93...95% Fe + + 2,3...2,7% Cr + + 1,2...1,5% Cu + + 2,7...3,2% Al	0,78... ...0,82			750 kuni 800	
Malm tavaline	Fe + C	0,75	Temperatuuritõusul 100° C võrra suureneb takistus ca 10 % võrra.		600 ja enam	Kestvalt väga tugeva voolu all olevad takistused, näit. elektriveduritel, kraanamootoritel; suurte mootorite käivitid.
Malm suure ränisisaldusega	Fe + C + Si	0,8	Suur		600 ja enam	
Erimalm, tavaliselt mittemagnetiline, Mn- ja Al-sisaldusega	Fe + 3,5...3,9% C + + 2,4...3,2% Si + + 7...12% Mn + + 1...2% Cu + 0,4... ...0,6% Al	1,2... ...1,4	0,0006		600 ja enam	
Erimalm Cr- ja Ni-sisaldusega	Fe + C + Cr + Ni	1,9	Väga väike		600 ja enam	

Näide 60. Arvutada rätsepa-triikraua küttekeha 220-voldisele pingele, kusjuures küttekeha temperatuur oleks 700° C ning võimsus 800 vatti.

L a h e n d u s. Kõrge temperatuuri tõttu tuleb küttekeha materjaliks võtta kroomnikeltraat. Valime takistustraadiks linttraadi mõõtudega $0,1 \times 0,4$ mm. Valitud traadi ristlõige

$$q = ab = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ mm}^2.$$

Vajalik traadi takistus

$$R = \frac{U^2}{N} = \frac{220^2}{800} = 60,5 \ \Omega.$$

Kroomnikli eritakistus 700° C juures on 1,17 (tabel 8). Valitud takistustraadi pikkus peab seega olema:

$$l = \frac{Rq}{\rho} = \frac{60,5 \cdot 0,04}{1,17} = 2,06 \text{ m}.$$

Valitud takistustraadi pindkoormus

$$p = \frac{N}{20(a+b)l} = \frac{800}{20(0,4+0,1)2,06} = 38 \text{ W/cm}^2.$$

Nagu eespool nägime, ei tohi kinniste küttekehade pindkoormus 700° C juures ületada $0,8 \text{ W/cm}^2$. Seega valitud traat mõõtudes $0,1 \times 0,4$ mm ei ole sobiv.

Kordame arvutust, võttes takistustraadiks linttraadi mõõtudega $0,15 \times 2,5$ mm.

$$q = ab = 2,5 \cdot 0,15 = 0,375 \text{ mm}^2,$$

$$l = \frac{Rq}{\rho} = \frac{60,5 \cdot 0,375}{1,17} = 19,4 \text{ m},$$

$$p = \frac{N}{20(a+b)l} = \frac{800}{20(2,5+0,15)19,4} = 0,77 \text{ W/cm}^2.$$

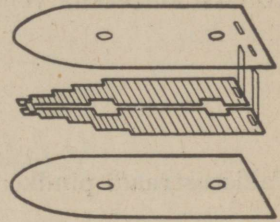
Seega valitud takistustraadi $0,15 \times 2,5$ mm pindkoormus on lubatavasis piires.

N ä i d e 61. Elektertõlviku (-kolvi) soojenduskeha kontrollarvutus 220-voldisele pingele ¹⁾.

L a h e n d u s. Takistustraadiks on valitud kanthalist ümmartraat läbimõõduga 0,15 mm ja pikkusega 6 m. Oletame, et tõlviku soojenduskeha töötemperatuur on umbes 700 kuni 800° C . Sel korral eritakistus $\rho = 1,38$ (tabel 8). Valitud traadi ristlõige

$$q = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 0,15^2}{4} = 0,0177 \text{ mm}^2.$$

¹⁾ R. S ü v a l a artiklis on toodud praktilisi näpunäiteid elektertõlviku ehitamise kohta (vt. „Tehnika Kõigile“ 1940, lk. 59). Samuti E. R e i n e k'u artiklis „Elektriküttekeha“ („Tehnika Kuuikiri“ 1944, nr. 2/3, lk. 136).



Joon. 62. Triikraua kütte-element.

Traadi takistus

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{1,38 \cdot 6}{0,0177} = 468 \ \Omega.$$

Tõlviku küttekeha võimsus ja vool:

$$N = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2}{468} = 103 \text{ W},$$

$$J = \frac{U}{R} = \frac{220}{468} = 0,47 \text{ A}.$$

Takistustraadi pindkoormus

$$p = \frac{N}{10 \pi dl} = \frac{103}{10 \pi 0,15 \cdot 6} = 3,64 \text{ W/cm}^2.$$

Nomogrammist (joon. 61) kroomnikkeltraadile eritakistusega $\rho = 1,10 \ \Omega \text{mm}^2/\text{m}$ vastab traadile läbimõõduga 0,15 mm ja voolule 0,47 A pindkoormus 2,9 W/cm². Et erinevate eritakistuste korral pindkoormused suhtuvad nagu eritakistusedki, siis vastab samamõõdulisele kanthaltraadist küttekehale eritakistusega $\rho = 1,38$ pindkoormus

$$p = 2,9 \cdot \frac{1,38}{1,10} = 3,64 \text{ W/cm}^2.$$

Nii suurt pindkoormust tõlvikus võimaldab, seoses elemendi väga tugeva surumisega vastu vaskalust, võrdlemisi õhuke vilgukivi, mistõttu soojuse siirdumine traadilt metalli on väga intensiivne.

Näide 62. Arvutada muhvelahjule kroomnikkeltraadist lahtiste spiraalidega soojendaja võimsusega 10 kW pingele 110 V.

Lahendus. Valime töötamise temperatuuriks 600° C, millele vastab lubatav pindkoormus 1,5...2,5 W/cm². Vool

$$J = \frac{N}{U} = \frac{10 \cdot 1000}{110} = 91 \text{ A}.$$

Nomogrammist leiame vastavalt keskmisele pindkoormusele 2 W/cm² ja voolule 91 A traadi läbimõõduks 5,6 mm, mis ei ole aga vastuvõetav traadi liigse jämeduse tõttu. Jaotame voolu neljaks paralleelvooluks, iga vool 22,7 A. Nomogrammist leiame pindkoormusel 1,5 W/cm² traadi läbimõõduks 2,5 mm ja pindkoormusel 2,5 W/cm² — 2,1 mm. Kaheksa vooluharu korral on haruvool 11,4 A ja traadi läbimõõt 1,6 kuni 1,4 mm. Nii kõrgel temperatuuril muutub takistustraad pehmeks ja vajab toetamise otstarbel asetamist keraamilisele kehale.

II OSA.

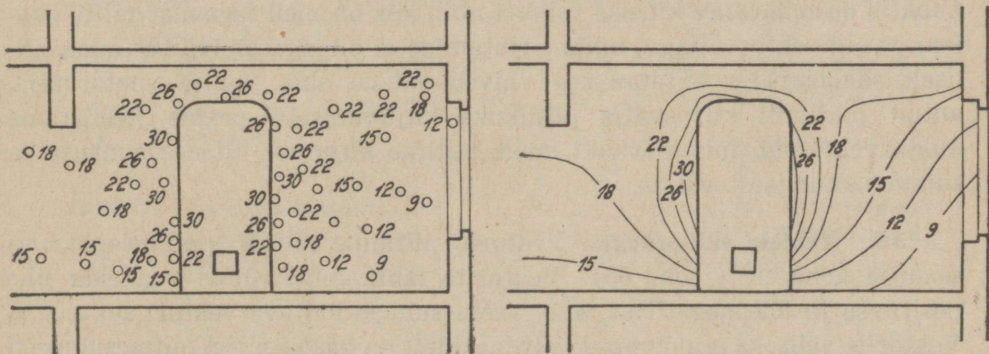
Elektriväli.

XI peatükk.

ALGMÕISTEID VÄLJADE TEOORIAST.

36. Skalaarid, skalaarväli. Ainult üheainsa, dimensiooni omava arvuga määratavaid füüsikalisi suurusi, nagu temperatuur, potentsiaal, voog jne., nimetatakse skalaarideks.

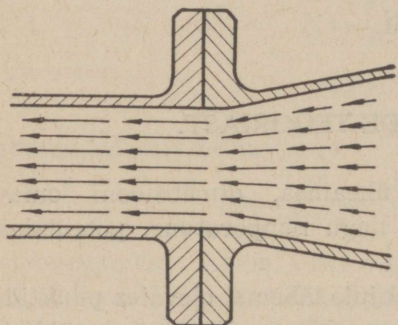
Kõetud ahjuga toas on temperatuur ahjule lähemal olevates punktides kõrgem, kaugemal asuvates aga madalam. Oleme õigustatud rääkima selles ruumis olevast temperatuurväljast. Skalaarvälja, seega ka temperatuurvälja piltlikuks kujutamiseks määratakse skalaari suurus ruumi paljudes punktides. Ühendades omavahel võrdsete skalaaridega punktid, näiteks temperatuuriga $+20^{\circ}$ C, temperatuuriga $+25^{\circ}$ C jne., saadakse rida võrdsete skalaaridega nivoopindu (joon. 63). Nivoopindade ruumiline asetus loobki piltliku kujutuse skalaarväljast vaadeldavas ruumis.



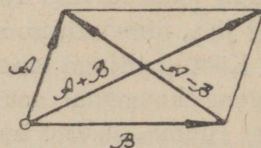
Joon. 63. Skalaarväli. Temperatuuri jaotus kõetud ahjuga toas ja temperatuurvälja piltlik kujutamine nivoopindade abil. Nivoopind kujuneb võrdse temperatuuriga punktide ühendamisel.

37. Vektorid, vektorväli. Kaugeltki mitte kõik füüsikalised suurused ei ole määratavad vaid üheainsa, dimensiooni omava arvuga. Näiteks liikumise iseloomustamiseks ei piisa, kui ütleme keha teataval punktil olevat kiiruse 6 meetrit sekundis; on vaja teada mitte ainult liikumise kiirust,

vaid ka liikumise suunda. Selliseid dimensiooni, arvulist väärtust ja suunda omavaid füüsikalisi suurusi nimetatakse vektoriteks. Vektorid on kujutatavad sirgjoone lõigu abil; selle pikkus annab teatavas mõõtkavas kujutluse suurusel ja lõigu otsas kujutatud nool määrab vektori suuna.



Joon. 64. Vektorväli. Vedeliku voolamise kiirus toru mingisuguses punktis on määratud kiirusvektori abil.



Joon. 65. Vektorite liitmine ja lahutamine.

Liikuva vedelikuga täidetud torus on vedeliku kiirus toru seinte läheduses hõõrdumise tõttu väiksem kui kiirus toru keskel. Et kiirus toru igas punktis on määratav kiiruse vektori abil, siis on meil tegemist mitte skalaar-, vaid vektorväljaga, mille kujutamise ei ole aga läbiviidav analoogiliselt skalaarvälja kujutamiselega nivoopindade abil. Sellise vektorvälja, antud juhtumil kiirusvälja piltlikuks kujutamiseks peame joonistama hulga vektoreid, mis loovadki meile piltliku kujutuse kiiruse suuruse ja suuna jaotumisest väljas.

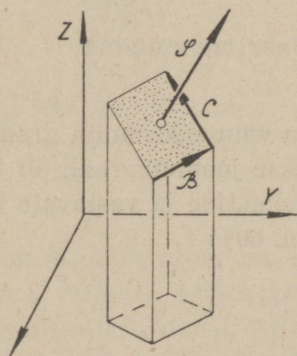
38. Tehteid vektoritega. Vektorite liitmine toimub parallelogrammi seaduse kohaselt (joon. 65). Vektorite lahutamist võime vaadelda ühe positiivse ja ühe negatiivse, s. o. vastassuunas mõjuva vektori summana. Vektorite väliseks eraldamiseks skalaaridest on kasutamisel mitmesuguseid tähistamisviise. Nii näiteks leiab selleks kasutamist gooti tähestik; ladina tähestiku kasutamisel asetatakse tähtede peale kriipsuke, trükitakse vektoreid tähistavad tähed plokk-kirjas jämedalt või kasutatakse trükitähtede asemel kirjutuskirja tähti jne. Allpool on vektorite tähistamiseks võetud kasutamisele trükitehnilistel põhjustel jämedad tähed tekstis ja kirjutuskirja tähed joonistel, ning seda vaid juhtumitel, mil tahetakse eriti rõhutada suuruse vektoriaalsust. Ei vaja suuruste vektoriaalsus erilist rõhutamist, siis on ka vektoriaalsete suuruste tähistamiseks kasutatud kursiivkirja.

Mõjugu mingisugusele kiirusega v liikuvale punktile jõud P . Ajaühikus tehtav töö ehk võimsus N , skalaarsuurus, on vektorite \mathbf{v} ja \mathbf{P} korrutis:

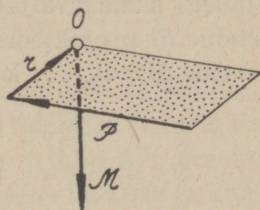
$$N = \mathbf{v} \cdot \mathbf{P} = vP \cos(\mathbf{v}, \mathbf{P}). \quad (56)$$

Säärane korrutis kannab vektorite skalaarse ehk seesmise korrutise nimetust. Vektorite \mathbf{B} ja \mathbf{C} skalaarse korrutise tähistamiseks paigutatakse korrutatavate vahele punkt: $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$.

Kahest vektorist võib aga ka moodustada korrutise, mis tuleb ise jälle vektor ja mida seepärast nimetatakse vektoriaalseks korrutiseks. Olgu vektorid \mathbf{B} ja \mathbf{C} parallelogrammi külgedeks järjestusega \mathbf{B} , \mathbf{C} . Vektorarvutuses korrutiseks loeme niisugust vektorit \mathbf{S} , mille pikkus mingisuguses mõõtkavas võrdub selle parallelogrammi pindalaga ja mille siht on parallelogrammiga risti ning suund on määratav korgitõmbaja-juhisega (joon. 66). Üldiselt tähistatakse vektorite \mathbf{B} ja \mathbf{C} vektoriaalset korrutist



Joon. 66. Vektorite tasapinnaline korrutis.



Joon. 67. Jõu moment punkti O suhtes on tasapinnaline korrutis, vektor.

kaldristi (\times) paigutamiseks korrutatavate vahele: $\mathbf{S} = \mathbf{B} \times \mathbf{C}$. Tähistades, nagu tavaliselt, vektori \mathbf{S} pikkust tähega S ja ka absoluutväärtust tähega $|\mathbf{S}|$ ehk $|\mathbf{B} \times \mathbf{C}|$, kujutame, et

$$S = |\mathbf{B} \times \mathbf{C}| = BC \sin(\mathbf{B}, \mathbf{C}). \quad (57)$$

Vektoriaalsel korrutamisel tuleb tähele panna vektorite järjestust, sest näiteks

$$\mathbf{C} \times \mathbf{B} = -(\mathbf{B} \times \mathbf{C}).$$

Näiteks, jõu P korrutis õlaga r on selle jõu moment punkti O suhtes (joon. 67). Et moment on suunaga suurus, siis ta tuleb moodustada vektoriaalse korrutisena:

$$\mathbf{M} = \mathbf{P} \times \mathbf{r}.$$

Vektori tuletis skalaari, näiteks aja t suhtes, on vektor, sest vektori jagatis ja korrutis skalaariga jääb vektoriks. Nii on näiteks kiirus \mathbf{v} vektor, sest ta on teekonna $d\mathbf{l}$, vektori, jagatis skalaariga aeg: $\mathbf{v} = d\mathbf{l}/dt$.

Elektrotehnikas kasutatavatel diagrammvektoritel pole midagi ühist füüsikaliste vektoritega. Nende abil ei määrata olukorda ruumis, vaid vahelduvvoolu ajalast siinusest muutumist ja ajalast faasi.

Skalaarvälja piltliku kujutamise täpsustamiseks on võetud kasutusele skalaarväljast tuletatav abi-vektorväli, nn. gradientväli. Gradient on vektor, mille suund on risti nivoopinnaga ja mille pikkus on määratud skalaari φ muutumisega nivoopinna normaali suunas (joon. 68):

$$|\text{grad } \varphi| = \frac{d\varphi}{dn}. \quad (58)$$

Mingisuguses vabalt võetud suunas on skalaari muutumine

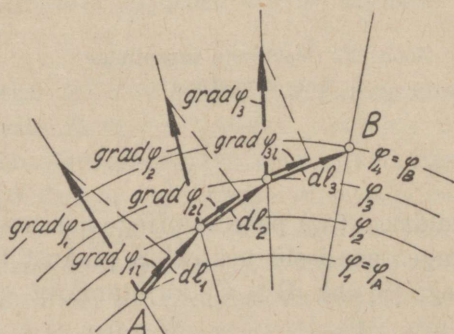
$$d\varphi = d\mathbf{l} \cdot \text{grad } \varphi. \quad (59)$$

Pöördtehte, s. o. joonintegreerimise abil on võimalik muuta gradientväli jällegi skalaarväljaks. Seejuures mõistetakse joonintegraali all joonelementide $d\mathbf{l}$ projekteeritud gradientide komponentide ja vastavate joonelementide $d\mathbf{l}_1, d\mathbf{l}_2, \dots$ korrutiste summat (joon. 69):

$$\int_A^B \text{grad } \varphi \cdot d\mathbf{l} = \varphi_B - \varphi_A. \quad (60)$$



Joon. 68. Skalaari φ muutumine pikkusühiku kohta on suurim suunas, milles nivoopindadevaheline kaugus on minimaalseim.



Joon. 69. Gradiendi joonintegraal punktide A ja B vahel.

Ringintegraal gradientväljas, s. o. integraal kinnist teekonda mööda tagasi lähtepunkti (joon. 88), on null, sest väljunult punktist A me jõuame tagasi samasse punkti ja satume samale potentsiaalile:

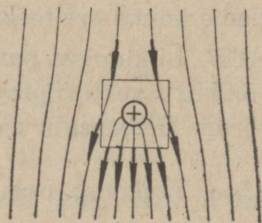
$$\oint \text{grad } \varphi \cdot d\mathbf{l} = \varphi_A - \varphi_A = 0. \quad (61)$$

39. Allik- ja pöörisväljad, vektori rootor. Võttes arvesse mitmesuguste vektorväljade erinevaid omadusi, võime vektorvälju liigitada kahte rühma:

1. allikväljad (näit. elektriväli),
2. pöörisväljad (näit. magnetväli).



Joon. 70. Vootoru.
Voog $\Phi = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S} = \text{konst.}$



Joon. 71. Allikväli. Ruumielementi sisenev voog on väiksem väljuvast voost (ruumielemendis asetseb positiivneioon).

Ainult allikväljas on kahe punkti vahel sooritatav töö sõltumatu teekonna valikust. Allika puudumisel peab väljast eraldatud ja tema suundadest piiratud ruumis, v o o t o r u s, olevat pinda S tähistava pinnavektori \mathbf{S} korrutis sellel pinnal oleva väljatihedust iseloomustava vektoriga \mathbf{A} , nn. vektorvoog Φ , olema konstantne; seega

$$\Phi = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{S}_1 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{S}_2 = \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{S}_3 = \dots = \text{konst.} \quad (62)$$

(joon. 70). Sisaldab aga vootoru allikat või neelukohta, siis vootoru selles osas vektorvoog kas suureneb või väheneb. Säärane olukord, nagu näeme edaspidi, on olemas elektriväljas, kui temas eraldatud ruumielement sisaldab näiteks positiivset või negatiivset laengut või iooni (joon. 71).

Allikvälja igal punktil on olemas kindel potentsiaal; samal potentsiaalil olevate nn. ekvipotentsiaalsete punktide ühendamine moodustab ekvipotentsiaalseid ehk nivooindu ja sellise välja potentsiaali gradiendid ongi need vektorid, mis moodustavad vaadeldava vektorvälja. Allikväljas on vektori ringintegraal, s. o. integraal kinnist teekonda mööda, alati null:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (63)$$

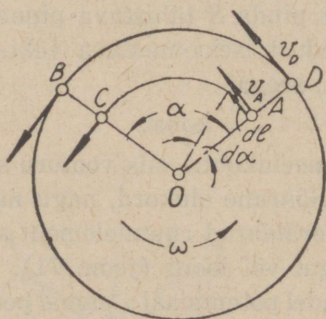
Pöörisväljades ei ole vektori korrutis teekonnaga sõltumatu teekonna valikust. Näitena on joonisel 72 toodud konstantse nurkkiirusega ω pöörlev ketas. Ketta eri punktidel on kiirus erinev nii suunalt kui ka suuruselt. Ka pöörleva ketta kiirusväli on vektorväli, kuigi pöörisväli.

Tähistame v -ga ketta pinnal asuva punkti kiiruse, kanname selle joonisele vektorina ja määrame kindlaks ümberpaiknemisel punktist A punkti B teekonnaelementide $d\mathbf{l}$ ning nendele projekteeritud vektori \mathbf{v} projektsioonide korrutiste summa, seega joonintegraali $\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l}$. Nurkkiiruse ω ja nurga α võime lugeda skalaarideks; kiirust tähistava vektori \mathbf{v} pikkus on $r\omega$, teekonnaelementi tähistava vektori $d\mathbf{l}$ pikkus on $r d\alpha$. Et vektor \mathbf{v} on paralleelne vektoriga $d\mathbf{l}$, siis skalaarne korrutis $\mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = r\omega r d\alpha = r^2\omega d\alpha$. Vaatleme kolme eri teekonda:

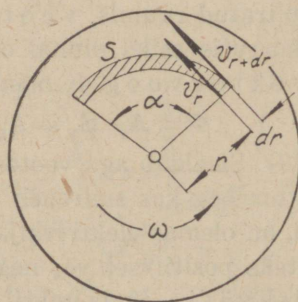
Teekond ACB . Liikumisel punktist A punktini C kaart mööda, mille raadius on r_{OA} , on kiirusvektori projektsioon teekonna elemendile $d\mathbf{l} = r_{OA} d\alpha$ igas punktis võrdne ümbruskiirusega punktis A , seega teekonna osas AC

on $\int_A^C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = r_{OA}^2 \omega \alpha$. Teekonna osas CB on selle teekonna igal punktil küll erineva suurusega ümbruskiirus, kuid viimase projektsioon raadiusele, s. o. suunale CB , on null. Seega teekonna osas CB on $\int_C^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 0$. Joonintegraal

$$\int_A^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_C^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = r_{OA}^2 \omega \alpha.$$



Joon. 72. Pöörleva ketta kiirusväli.



Joon. 73. Ringintegraal pöörleva ketta kiirusväljas.

Teekond ADB . Liikumisel punktist A punkti D on sellel radiaalsel teekonnal asuvate kiirusvektorite projektsioonid liikumise teekonnale null,

seega $\int_A^D \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 0$. Teekonna osal DB on kiirus kogu aeg konstantne, selle projektsioon teekonna elemendile $d\mathbf{l} = r_{OD} d\alpha$ on võrdne ümbruskiirusega

punktis D , $v_D = r_{OD}\omega$. Seega teekonna osas DB on $\int_D^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = r_{OD}^2\omega\alpha$.

$$\text{Joonintegraal } \int_A^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^D \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_D^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = r_{OD}^2\omega\alpha.$$

Teekond AOB . Et kiirusvektori projektsioon teekonnale nii teekonna osal AO kui ka osal OB on null, siis on joonintegraal seda teekonda mööda

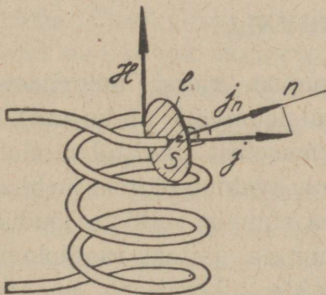
$$\text{null: } \int_A^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

Nagu näha, omab joonintegraal teekonda AOB mööda väikseimat ja teekonda ADB mööda suurimat väärtust, tema suurus on seega sõltuv valitavast teekonnast. Ka näitab see, et pöörisväljas ei ole potentsiaale, sest vastasel korral $\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l}$ peaks omama alati üht ja sama väärtust, olles sõltumatu teekonna valikust.

Ka pöörisvälja ringintegraali suurus on sõltuv valitavast teekonnast (joon. 73). Valime teekonnaks kaks radiaalset ja kaks kaarekujulist osa, kusjuures lühem kaarekujuline teekonnaosa asub keskpunktist kaugusel r ja pikem kaugusel $r + dr$. Siis $\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = v_{r+dr}(r + dr)\alpha - v_r r\alpha$. Et aga $v_{r+dr} = (r + dr)\omega$ ja $v_r = r\omega$, siis $\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = (r + dr)^2\omega\alpha - r^2\omega\alpha = 2rdr\omega\alpha + (dr)^2\omega\alpha$. Jättes arvutusest välja viimase kui väga väikese liikme, on

$$\int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 2rdr\omega\alpha = 2\omega r\alpha dr = 2\omega S, \quad (64)$$

kus S on ringteekonna poolt piiratud pindala $r\alpha dr$.



Joon. 74 — vektori \mathbf{H} rootori selgitamiseks.

Vektorarvutuses defineeritakse vektorit, mida nimetatakse pööriseks ehk rootoriks, järgmiselt: rootori projektsioon mingi pinnaelemendi normaalile on ringintegraali ja ringintegreerimisel piiratava pindala suhte piirväärtus, tingimusel, et pindala suurus läheneb nullile. Seega on määratud rootori projektsioon igale sihile, järelikult ka rootor

ise. Rootori suurus on antud juhtumil

$$|\text{rot } \mathbf{v}| = 2\omega. \quad (65)$$

Vektori rootor on omakorda samuti vektor, mis on suunatud risti tema kujundamisest osa võtva pinnaga; tema suund on määratav esialgse (näiteks kiiruse) vektori suuna poolt, kasutades korgitõmbaja-juhist (korgitõmbaja sissekeeramise suund loetakse positiivseks).

Ka magnetväli on pöörisväli. Joonisel 74 on toodud w keeruga magnetpool, milles vool J on jaotatud ühtlase tihedusega j üle kogu ristlõike. Pooli seesmuses, seega keerdude poolt piiratavas ruumis, on magnetväli iseloomustatud mitte voolutiheduse vektori \mathbf{j} kaudu (vool, olles voolutiheduse \mathbf{j} ja ristlõike \mathbf{q} skalaarne korrutis, ei ole vektor); vaid teise, nn. magneetimis-eriergutuse ehk magnetvälja tugevuse vektori \mathbf{H} kaudu, mis on risti üksiku keeru poolt kujundatava tasapinnaga (joon. 74). Suhte

$$\frac{\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}}{S}$$

piirväärtus, milles l on ringintegreerimise teekond ja S — ringintegreerimise teekonna poolt piiratav pindala, kannab magneetimis-eriergutuse vektori rootori nimetust ja võrdub juhtmes oleva voolutiheduse projektsiooniga \mathbf{j}_n , mis on langetatud pinnakese S normaalile:

$$(\text{rot } \mathbf{H})_n = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}}{S} = j_n. \quad (66)$$

Allikväljades, milleles on olemas potentsiaalid, on gradiendi ringintegraal alati null, s. o.

$$\int_l \text{grad } \varphi \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (67)$$

XII peatükk.

STATSIONAARNE ELEKTRIVÄLI.

40. Elektrivälja üldomadusi. Nagu igasugust massi ümbritsevas keskkonnas kujuneb massi iseloomustav gravitatsiooniväli, nii kujuneb ka iga laengut ümbritsevas keskkonnas laengu olemasolust tingitud sundolukord ehk nn. elektriväli. Sundolukorra olemasolu avaldub näiteks mehhaaniliste jõudude ilmnemises laengut ümbritsevas ruumis, milliste jõudude mõjul toimub sellesse välja toodud laengu liikumine, näiteks raadiolambi kuumkatoodist väljapaisatud vabade elektronide liikumisena anoodile katoodi ja anoodi vahel oleva elektrivälja toimetel, ionide liikumisena elektrolüütides, vooluna metallides jne. (Puudub laengul liikumisvabadus, nagu

me seda näeme dielektrikus (isolaatoris), siis väljas avalduvate jõudude mehhaaniline mõju seisneb vaid aatomi elektronide orbiitide „nihkumises“ aatomi tuuma suhtes — elektronide orbiidid (teekonnad) nagu nihkuksid suunas vastu elektrivälja (joon. 85). Elektrivälja suund loetakse positiivseks suunas pluss-pooluselt miinus-poolusele.

Joonisel 75 on näidatud vooluallikas elektromotoorse jõuga E , takistus R ja kaks kera A ja B . Lüliti sulgemise hetkel on kerade potentsiaalide vahe võrdne nulliga. Vooluallika ja kerade vahel tekib siis vool ehk laengute liikumine. Järk-järgult omandavad kerad ikka suurema laengu, keradevaheline potentsiaalide vahe $\varphi_A - \varphi_B$ kasvab ja lõpuks laengute liikumine vooluallikast keradele lakkab kerade potentsiaalide vahe võrdsustumisel vooluallika elektromotoorse jõuga.

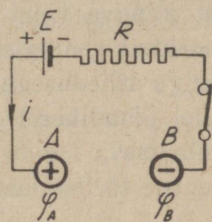
Järgnevates peatükkides vaatleme eeskätt statsionaarset olukorda, mis kujuneb peale tasakaalu saavutamist. Seda osa elektriõpetusest teatavasti nimetatakse ka elektrostaatikaks. Ebastatsionaarseid ehk üleminekunähtusi, nagu kirjeldatud ülal, käsitleme üksikasjalisemalt hiljem, käesoleva raamatu XXII peatükis.

41. Elektrivälja iseloomustavaid suurusi. Ruumis oleva elektrivälja kirjeldamiseks on võetud kasutamisele järgmised suurused ja mõisted:

1. **Potentsiaal** φ välja mingisuguses punktis ja potentsiaalide vahe $\varphi_A - \varphi_B$ välja punktide A ja B vahel, mõõdetavad voltides. Potentsiaal välja mingisuguses punktis iseloomustab laengu mõju suurust välja antud punktis. Ühesuguse potentsiaaliga punktid kujundavad laengut ümbritsevaid nivoo- ehk ekvipotentsiaalpindu. Potentsiaal on skalaarne suurus, defineeritav üksuslaengu ületoomisel ülisuurest kaugusest välja vaadeldava punktini sooritatava tööna.

2. **Väljatugevus** E ehk potentsiaali φ gradient, mõõdetav voltides sentimeetri kohta. Väljatugevus on kujutatav vektorina \mathbf{E} , mille suund ongi välja suund ja mis on alati perpendikulaarne ekvipotentsiaalpinnaga välja vaadeldavas punktis. Väljatugevus iseloomustab potentsiaali suurimat muutumist pikkusühiku kohta.

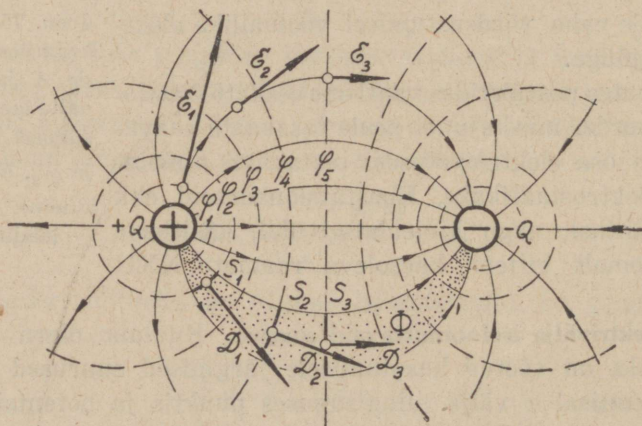
3. **Laeng** Q kulonites, elektrivälja olemasolu põhjustaja, skalaarne suurus, defineeritav hõbenitraadi elektrolüüsimisel ajaühikus väljasadestatava hõbeda hulga.



Joon. 75. Vooluallikaga ühendatud kerade A ja B potentsiaalid laadimise mingisugusel hetkel on φ_A ja φ_B . Elektronide liikumine juhtmetes on laadimisvool i .

4. **Laengu pindtihedus** σ laengu kandjal ja **dielektriline nihe** D välja (dielektriku) mingis punktis, mõõdetavad kulonites ruutsentimeetri kohta, kujutatavad vektorina D . Esimene neist määrab tõeliselt olemasoleva laengu tihedust elektrijuhi pinnal, teine aga näitab, kui suur laengu pindtihedus tekiks ruumi antud punktis, kui dielektriku vaadeldavasse punkti asetataks elektrit juhtiv (metallist) plaadikene.

5. **Dielektriline nihkevoog** ehk lihtsalt elektrivoog Φ kulonites. Laengut kandva keha pinnal on kogu laengu suurus Q . Väljaspool laengut, dielektriku mingisugusel pinnakesel dS olev dielektriline nihe D on identne laengu tihedusega ruumi antud punkti asetataval metallplaadikesel, kui sellel plaadikesel oleks laeng $d\Phi$. Seega $d\Phi = D \cdot dS$. Kogu laengu kandjat ümbritseva ruumi välisel pindalal S on seega kujutletav laeng $\Phi = \int_S d\Phi$ identne tõelise laenguga Q laengu kandja pinnal: $Q = \Phi$.



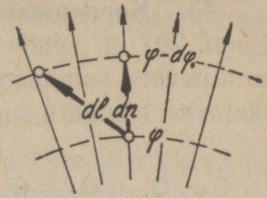
Joon. 76. Elektriväli dielektrikus kahe elektroodi vahel:
 φ — potentsiaal, E — väljatugevus, D — dielektriline nihe,
 Φ — elektrivoog, Q — laeng, S — pindala.

6. Dielektriku omadused määrab **mahtuvus** C faradites, mis on sisuliselt dielektriku nn. dielektriline juhtivus, mille suurus sõltub keskkonna dielektrilisest erijuhtivusest ehk nn. **nihkekonstandist** Δ faradites sentimeetri kohta. Omavahel on eri dielektrikute nihkekonstandid võrreldavad **dielektrikukonstandi** ϵ kaudu, lugedes vaakuumi relatiivse nihkekonstandi võrdseks ühega, seega võrreldes dielektriku nihkekonstanti vaakuumi nihkekonstandiga, mille suurus $\Delta_0 = 0,0885 \cdot 10^{-12} \text{ F/cm}$.

Joonisel 76 on kujutatud elektriväli kahe laetud juhtme ümber. Ruumis toimub pidev potentsiaali üleminek pluss-pooluselt miinus-poolusele.

Ühendades omavahel võrdse potentsiaaliga punktid, saame nivoo-, antud juhtumil ekvipotentsiaal-pinnad (joonisel tähistatud katkendjoonega). Elektrivälja iseloomustavad vektorid väljatugevus E ja dielektriline nihe D on alati risti ekvipotentsiaal-pindadega ja väljatugevuse E , s. o. potentsiaali gradiendi suurus, on (joon. 77):

$$E = - \frac{d\varphi}{dn} = |\text{grad } \varphi|. \quad (68)$$



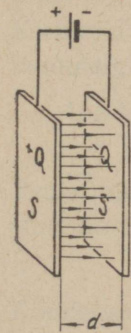
Joon. 77 — väljatugevuse E , s. o. gradiendi mõiste selgitamiseks.

XIII peatükk.

MAHTUVUS.

42. Tasapinnaline kondensaator. Teineteisest dielektrikuga eraldatud metallplaate nimetatakse kondensaatoriks. Ühendades kondensaatori mõlemad plaadid alalisvoolu allikaga, mille pinge on U , tekitatakse plaatidevahelises ruumis, dielektrikus, elektriväli. Loomulikult on siis väli olemas ka väljaspool plaatidevahelist ruumi, kuid selle tugevus, võrrelduna väljatugevusega plaatidevahelises ruumis, on tähtsusetult väike ega mõjuta olukorda plaatidevahelises ruumis. Pinge U mõjul kondensaator omandab elektrihulga ehk laengu Q , mille suurus on võrdeline pingega. Teiselt poolt on laengu suurus aga mõjutatav ka kondensaatori mahtuvusega, s. o. plaatidevahelist ruumi täitva dielektriku nn. dielektrilise juhtivusega. Laeng $Q = UC$, kust plaatidevaheline mahtuvus on määratav plaatide vahel oleva pinge ja plaatidele koonduva laenguga. Seega

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (69)$$



Joon. 78. Tasapinnaline kondensaator.

Mahtuvus ei olene sellest, millisest metallist on valmistatud kondensaatori plaadid, küll aga dielektriku materjalist.

Mahtuvuse ühikuks on farad [F]. Farad on säärane mahtuvus, mis ühe kuloni suuruse laengu mõjul omandab pinge üks volt.

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} = 1 \frac{\text{s}}{\Omega}. \quad (70)$$

Et suurus 1 F on tarvitamiseks liiga suur, siis mahtuvus väljendatakse kas mikro- või pikofaradites, kusjuures $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ja $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$.

43. Kondensaatorid rööbiti. Mitme kondensaatori rööbiti ühendamisel (joon. 79) on nende üldmahtvus C võrdne üksikute kondensaatorite mahtuvuste summaga ja kogu laengu suurus võrdub üksikute kondensaatorite laengute summaga:

$$Q_1 = UC_1, Q_2 = UC_2, Q_3 = UC_3,$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = UC_1 + UC_2 + UC_3 = U(C_1 + C_2 + C_3) = UC,$$

kust

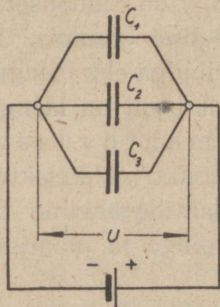
$$C = C_1 + C_2 + C_3. \quad (71)$$

Suuruselt ühesuguste kondensaatorite rööbiti ühendamisel on üldmahtvus

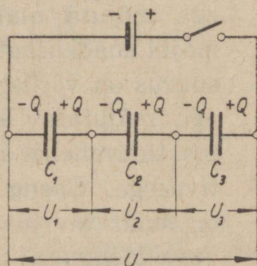
$$C = nC_1, \quad (72)$$

kus n on rööbiti ühendatavate kondensaatorite arv.

44. Kondensaatorid järjestikku. Mitme kondensaatori järjestikku olles on kõikide kondensaatorite laengud ühesuured (ka kondensaatorite erineval suurusel). Ühendame kolm järjestikku ühendatud kondensaatorit vooluallikaga, mille klemmipinge on U . Lüliti sulgemise eel kondensaatorid on laenguta. Sisselülitamisel esimene kondensaator saab laengu $+Q$. Tema teisel plaadil (joon. 80) vabaneb seejuures niisama suur laeng $-Q$ ja seob endaga teise kondensaatori laengu $+Q$. Sellest kondensaatorist vabanev



Joon. 79. Kondensaatorid on ühendatud rööbiti. Kõikide kondensaatorite pinge on ühesuurus.



Joon. 80. Kondensaatorid on ühendatud järjestikku. Kõikide kondensaatorite laengud on ühesuured.

laeng $-Q$ seob endaga kolmanda kondensaatori laengu $+Q$ jne. Seega kõikide järjestikku ühendatud kondensaatorite laengud on võrdsed:

$$Q = U_1 C_1 = U_2 C_2 = U_3 C_3.$$

Et aga

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = \frac{Q}{C},$$

siis üldmahtuvuse pöördväärtus võrdub järjestikku ühendatud mahtuvuste pöördväärtuse summaga:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (73)$$

Suuruselt ühesuguste kondensaatorite ühendamisel järjestikku üldmahtuvus C on n korda väiksem üksikkondensaatori mahtuvusest C_1 :

$$\frac{1}{C} = n \frac{1}{C_1}, \quad (74)$$

kust

$$C = \frac{C_1}{n}. \quad (75)$$

Võib nentida analoogia olemasolu elektrodünaamika ja elektrostaatika valemite vahel. Nii on vool $J = UG$ ja laeng $Q = UC$. Analoogia on aga siiski vaid puht-formaalne: vool J on elektri hulga liikumine, laeng Q aga määrab statsionaarse olukorra dielektrikus. Juhtivus G määrab tekkiva voolu, mahtuvus C aga määrab pinge U mõjul tekkiva statsionaarse seisundi, s. o. elektri hulga.

Näide 63. Kaks kondensaatorit $C_1 = 2$ ja $C_2 = 4 \mu F$ on laetud pingeni $U_1 = 100$ ja $U_2 = 300$ V ning on ühendatud järjestikku (joon. 81). Klemmide A ja B vahel on seega pinge 400 V. Milliseks kujuneb pinge kummalgi kondensaatoril klemmide A ja B lühistamisel?

L a h e n d u s. Enne lühistamist olid kondensaatoritel laengud

$$Q_1 = U_1 C_1 \text{ ja } Q_2 = U_2 C_2.$$

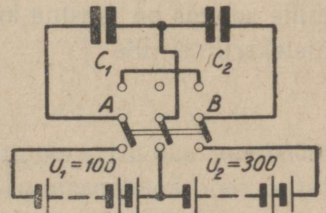
Peale lühistamist on kondensaatorite liitpinge null ja kondensaatorid omandavad pinged U'_1 ja U'_2 ; seega

$$U'_1 + U'_2 = 0. \quad (76)$$

Kondensaatorite laengute suurus ei jää seega enam endiseks, vaid

$$Q'_1 = U'_1 C_1 \text{ ja } Q'_2 = U'_2 C_2,$$

kusjuures ühel kondensaatoritest võivad Q' ja U' osutada ka negatiivseks. Peale lühistamist peab laengute algebraline summa jääma endiseks, seega



Joon. 81. Järjestikku ühendatud kondensaatorid.

$$Q'_1 - Q'_2 = Q_1 - Q_2 \text{ ehk } U'_1 C_1 - U'_2 C_2 = U_1 C_1 - U_2 C_2. \quad (77)$$

Et $U'_1 + U'_2 = 0$ ja seega $U'_2 = -U'_1$, siis avaldisest 77 saame:

$$U'_1 C_1 + U'_1 C_2 = U_1 C_1 - U_2 C_2,$$

kust

$$U'_1 = \frac{U_1 C_1 - U_2 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \cdot 2 - 300 \cdot 4}{2 + 4} = -166,7 \text{ V}$$

ja valemist $76 U'_1 + U'_2 = 0$ leiame:

$$U'_2 = -U'_1 = +166,7 \text{ V.}$$

XIV peatükk.

ELEKTRIVÄLI TASAPINNALISES KONDENSAATORIS.

45. Kondensaatori mahtuvus. Kahe teineteisega rööbiti paigutatud ja dielektrikuga eraldatud metallplaadi ühendamisel alalisvoolu allikaga, mille pinge on U , omandavad nad elektri hulga ehk laengu Q , mille suurus (val. 69)

$$Q = UC. \quad (78)$$

Plaatidevahelises ruumis on väli praktiliselt homogeenne, väljatugevus E on konstantne nii suunalt kui ka suuruselt. Plaatidevahelise kauguse olles d , on väljatugevus

$$E = \frac{U}{d}. \quad (79)$$

Kondensaatori laengu suurus sõltub kondensaatori plaatide pindala S suuruselt ja on viimasel jaotatud ühtlase tihedusega, mille suurus

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \quad (80)$$

mõõdetuna kulonites ruutsentimeetri kohta. Et ideaalse kondensaatori plaatidevahelises ruumis väljatugevus on homogeenne, siis plaatidevahelises ruumis metallplaadiga paralleelselt asetsevana kujutletaval pinnal, mille suurus on võrdne kondensaatori metallplaadi pindalaga, on dielektriline nihe

$$D = \frac{Q}{S}, \quad (81)$$

mõõdetav samuti kulonites ruutsentimeetri kohta. Katseliselt on selgitatud seos kondensaatori poolt vastuvõetava laengu Q ja kondensaatori geomeetriliste mõõtude vahel. On selgunud, et laengu suurus on määratav valemiga

$$Q = \frac{\Delta S}{d} U, \quad (82)$$

millest kondensaatori mahtuvus (val. 69)

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\Delta S}{d}. \quad (83)$$

46. Dielektrikukonstant. Nagu valemist 82 näha, ei sõltu laengu suurus mitte ainult pingest ja plaatide pinna suurusest ning nende omavahelisest kaugusest, vaid ka dielektriku omadusist, millised valemis on iseloomustatud teguriga Δ , mis kannab dielektrilise nihkekonstandi ehk dielektrilise erijuhtivuse nimetust. Tavaliselt ei leia nihkekonstant avaldamist mitte oma absoluutses suuruses, vaid võrreldavana dielektrikukonstandi ε kaudu vaakuumi nihkekonstandiga Δ_0 , mille suurus

$$\Delta_0 = 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}. \quad (84)$$

Seega nihkekonstant

$$\Delta = \varepsilon \Delta_0 = \varepsilon \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}. \quad (85)$$

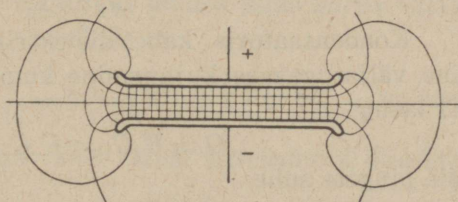
Dielektrikukonstant ε on antud dielektriku ja vaakuumi nihkekonstantide suhe ja ta dimensioon võrdub ühega:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{\Delta_0}. \quad (86)$$

Valemist 82 saame nihkekonstandi

$$\Delta = \frac{Qd}{US} = \frac{Q/S}{U/d} = \frac{D}{E} = \frac{\text{dielektriline nihe}}{\text{väljatugevus}}. \quad (87)$$

Seega nihkekonstant määrab dielektrilist nihet antud väljatugevusel ehk väljatugevust antud dielektrilisel nihkel.



Joon. 82. Homogeense välja moonutamine kondensaatori välisservadel.

Tegelikus kondensaatoris on väljatugevus homogeenne ainult teatava kauguseni servast (joon. 82). On plaatidevaheline kaugus väike, võrreldes kondensaatori muude mõõtudega, siis võime arvutuses suuremat viga tekitamata oletada välja olevat homogeense kondensaatori kogu plaadi-pinna ulatuses.

Tabel 10.

Dielektrikumkonstant ϵ temperatuuril 18° C. Indeksitega on tähistatud dielektrikumkonstant kristalli peatelgede suunas.

Transformaatoriõli	2,1...2,5	Väävel ϵ_1	3,6	Öhk	1,0006
Parafiin	2,1...2,5	" ϵ_2	3,8	Bensool C_6H_6	2,3
Kõvakummi		" ϵ_3	4,6	Etüüleeter $(C_2H_5)_2O$	4,4
(eboniit)	2,5...3,5	Kvarts ϵ_a	4,68	Kloroform $CHCl_3$	5,0
Kvartsklaas	3,7	" ϵ_b	4,45	Kloorbensool C_6H_5Cl	5,7
Kunstvaigud	3,5...4,5	Põldpagu ϵ_a	8,0	Etüülalkohol C_2H_5OH	26,0
Kõvapaber	5...6	" ϵ_b	8,6	Metüülalkohol CH_3OH	33,7
Portselan	4...6	Rutiil ϵ_a	173	Nitrobensool $C_6H_5NO_2$	36,5
Klaas	5...7	" ϵ_b	89	Vesi H_2O	81,0
Vilgukivi	4...8				
Kerafar	60...100				

47. Kondensaator kahe dielektrikuga. Koosneb kondensaatori dielektrik kahest eri dielektrikust (joon. 83), siis võime säärast kondensaatorit vaadelda kahe järjestikku ühendatud kondensaatorina, millede mahtuvused:

$$C_1 = \frac{A_1 S}{d_1} \text{ ja } C_2 = \frac{A_2 S}{d_2}.$$

Kondensaatorite järjestikku ühendamisel on mahtuvuse pöördväärtus

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{A_1 S} + \frac{d_2}{A_2 S},$$

seega mahtuvus

$$C = \frac{S}{\frac{d_1}{A_1} + \frac{d_2}{A_2}}. \quad (88)$$

Kondensaatoris kahe dielektrikuga on väga oluline väljatugevuse kujunemine kummaski dielektrikus. Et laeng

$$Q = U_1 C_1 = U_2 C_2,$$

siis pingete suhe

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Joon. 83. Kondensaator kahe dielektrikuga välja homogeenses osas.

ja väljatugevus kummaski dielektrikus:

$$E_1 = \frac{Q}{A_1 S} \text{ ja } E_2 = \frac{Q}{A_2 S}.$$

Et pinge

$$U = U_1 + U_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

ja

$$A_1 = \epsilon_1 A_0 \text{ ning } A_2 = \epsilon_2 A_0,$$

siis väljatugevused

$$E_1 = \frac{U}{d_1 + d_2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \text{ ja } E_2 = \frac{U}{d_2 + d_1 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}. \quad (89)$$

Selgub, et väiksema dielektrikukonstandiga keskkonnas tekib suurem väljatugevus kui suurema dielektrikukonstandiga keskkonnas.

Näide 64. Antud on kahest plaadist koosnev kondensaator, mille ühe plaadi ühepoolne pindala on 400 cm² ja mille plaatide vahel asetseb 5 mm paksune klaasplaat dielektrikukonstandiga $\epsilon = 6$. Kondensaatori klemmpinge $U = 10\,000$ volti. Leida: kondensaatori mahtuvus; kondensaatorisse kogutud elektri hulk; pinge kondensaatori klemmidel, kui juba laetud kondensaatorist kõrvaldada klaasplaat; väljatugevus, kui dielektrikuna kasutatakse klaasi ja kui dielektrikuna kasutatakse õhku.

Lahendus. Kondensaatori mahtuvus

$$C = \frac{\Delta S}{d} = \frac{\epsilon \Delta_0 S}{d} = \frac{6 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 400}{0,5} = 0,425 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

ja elektri hulk

$$Q = UC = 10\,000 \cdot 0,425 \cdot 10^{-9} = 0,425 \cdot 10^{-5} \text{ kulonit.}$$

Pinge suuruse üksiku kondensaatori klemmidel saame määrata valemist $U_1 = Q/C_1$. Kui vooluallikas kondensaatori klemmidel ühendusest lahti võtta ja kõrvaldada klaasplaat, ei muutu kondensaatoris olev laeng. Kondensaatori mahtuvus aga muutub, sest muutunud on dielektrikukonstant. Kondensaatori mahtuvus on siis kuus korda väiksem, pinge kondensaatori klemmidel suureneb ja on

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = 6 \frac{Q}{C} = 6U = 6 \cdot 10\,000 = 60\,000 \text{ V.}$$

Väljatugevus plaatide vahel klaasi kasutamisel dielektrikuna

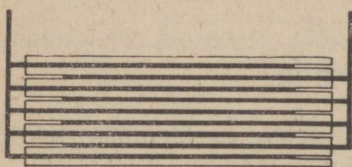
$$E = \frac{U}{d} = \frac{10\,000}{0,5} = 20\,000 \frac{\text{V}}{\text{cm}}.$$

Et klaasi läbilöögitugevus on ca 200 000 V/cm, siis läbilööki ei teki. Õhu kasutamisel dielektrikuna väljatugevus

$$E_1 = \frac{U_1}{d} = \frac{60\,000}{0,5} = 120\,000 \frac{\text{V}}{\text{cm}}.$$

Et õhu läbilöögitugevus on alalisvoolu puhul umbes 30 000 V/cm, siis läbilöök tekib kindlasti.

Näide 65. Kondensaator koosneb üheksast plaadist (joon. 84). Ühe plaadi ühepoolne pindala on 20 cm^2 . Olgu plaatide kaugus üksteisest 1 mm ja dielektrikuks vilgukivi, mille $\epsilon = 7$. Kondensaatori mahtuvus



Joon. 84. Üheksast plaadist koosnev kondensaator.

$$C = \frac{\epsilon(n-1)S \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12}}{d} =$$

$$= \frac{7 \cdot (9-1) \cdot 20 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12}}{0,1} =$$

$$= 987 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 987 \text{ pF}.$$

Kui dielektrikuna kasutada vilgukivi asemel õhku, mille $\epsilon = 1$, siis on kondensaatori mahtuvus 7 korda väiksem, seega $C = 141 \text{ pF}$.

Näide 66. Kaugus kahe rööbitise tasapinna vahel $d = 10 \text{ cm}$, pinge tasapindade vahel $U = 150 \text{ kV}$ ning dielektrikuks on õhk. Tasapindade vaheline väljatugevus

$$E = \frac{U}{d} = \frac{150}{10} = 15 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

Et õhus tekib läbilöökk väljatugevusel vähemalt 30 kV/cm , siis käesoleval juhtumil läbilööki ei teki. Asetame samade tasapindade vahele klaasplaadi paksusega 5 cm , mille $\epsilon_{kl} = 7$. Sel korral väljatugevus õhus

$$E_0 = \frac{U}{d_0 + d_{kl} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{kl}}} = \frac{150}{5 + 5 \cdot \frac{1}{7}} = 28,75 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

Kuigi sel väljatugevusel läbilööki ei teki, on olukord paranemise asemel halvenenud. Samal ajal väljatugevus klaasis on ligikaudu 7 korda väiksem:

$$E_{kl} = \frac{150}{5 + 5 \cdot \frac{1}{7}} = 3,75 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

Olukord halveneb aga katastroofiliseks, kui sama tasapindade vahemaa juures suurendada klaasplaadi paksust. Õhuke õhukiht muutub juhtivaks, kuumeneb ja kuumendab ka klaasi, mille tagajärjel see võib puruneda. On näiteks õhukiht $0,1 \text{ cm}$ ja klaasplaadi paksus $9,9 \text{ cm}$, siis väljatugevus $E_0 = 106 \text{ kV/cm}$!

Kirjeldatust tuleb järeldada, et kõrgepingetehnikas ei tohi kasutada isoleeraineid, mille dielektrikukonstandid üksteisest suuresti erinevad. Et tahkete isoleerainete vahele võib jääda õhuke õhukiht, milles on eeldused läbilöögi tekkimiseks, siis tuleb hoiduda sellisest isoleerimisviisist. Viimasel ajal kasutataksegi klaasi ja portselani ($\epsilon = 5,5$ kuni 8) asemel tahke

isoleerainena väiksema dielektrikukonstandiga ($\epsilon \approx 4$) kõvapaberit ning õhu ($\epsilon \approx 1$) asemel õli, mille $\epsilon = 2 \dots 2,5$. Seega on dielektrikukonstantide erinevus märksa väiksem ja ühtlasi on vähenenud ka läbilöögi tekkimise võimalus. Õli täidab isoleerainena tahkete ainete vaheruume, tõrjudes sealt õhu välja, ja kannab dielektriku mõnes punktis tekkida võiva soojuse laiali, jahutades dielektrikut ja kõrvaldades läbilöögi tekkimise ohu.

N ä i d e 67. Kondensaatori tasapindade vaheline kaugus $d = 0,5$ cm. Tasapinnad on teineteisest isoleeritud kõvapaberiga, mille $\epsilon_p = 4$, läbilöögitugevusega 200 kV/cm. Oletame, et töö pole täpselt tehtud ja metalltasapinna ning kõvapaberi vahele on jäänud õhukiht paksusega $d_o = 0,02$ cm. Leida maksimaalse pingega suurus, millega kondensaatorit võib pingestada, kui tasapindade vahel on ainult kõvapaber ja kui tasapindade vahel on kõvapaber ja õhukiht.

L a h e n d u s. Kui kõvapaber oleks paigutatud ideaalselt kahe metallplaadi vahele, siis kondensaatorit võiks pingestada maksimaalselt pingega

$$U = d \cdot E = 0,5 \cdot 200 = 100 \text{ kV.}$$

On aga metallplaadi ja kõvapaberi vaheline kiht $d = 0,02$ cm, siis on väljatugevused järgmised:

kõvapaberis

$$E_p = \frac{U}{d_p + d_o \frac{\epsilon_p}{\epsilon_o}} = \frac{100}{0,48 + 0,02 \cdot \frac{4}{1}} = 178 \frac{\text{kV}}{\text{cm}},$$

õhukihis

$$E_o = \frac{100}{0,02 + 0,48 \cdot \frac{1}{4}} = 715 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

Et õhu läbilöögitugevus on 30 kV/cm, siis teoreetiliselt on õhk üle kooramatud $715 : 30 = 24$ -kordselt. Seepärast tuleks pinget $U = 100$ kV vähendada vähemalt 24-kordselt, seega

$$U = \frac{100}{24} = 4,2 \text{ kV.}$$

Sama kondensaatori asetamisel õlisse on väljatugevus kõvapaberis 192 kV/cm ja õlis 385 kV/cm, kui oletada õlile $\epsilon_{\text{õli}} = 2$. Õli läbilöögitugevus on ca 125 kV/cm. Seega tuleb klemmpinget vähendada vähemalt $385 : 125 \approx 3$ korda ja ettenähtud 100 kV asemel võib klemmpinge olla 33 kV, mis on siiski 8 korda kõrgem, kui see oleks õli asemel õhu kasutamise puhul.

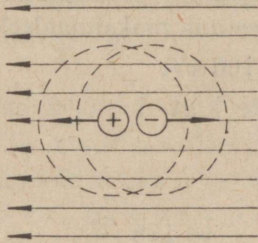
Kohalike läbilöökidete vältimiseks kaableis, masinate mähistes jne. täidetakse kaabli või mähiste vahed isoleermassiga (kompaundimine), kusjuures enne immutamist kaabel või mähised hoitakse vaakuumi all.

XV peatükk.

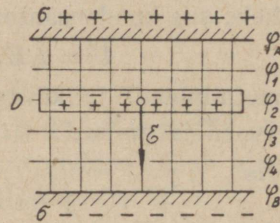
VÄLJA MÕJU DIELEKTRIKULE.

48. Polariseerimine. Aine molekulidel on omaduseks polariseeruda elektrivälja mõjul. See polariseerumine seisneb elektronide liikumisteede deformeerumises, mille tulemusena aatomituumade mõjusfäär ei ühti enam elektronide mõjusfääri; tekib nn. dipool. Polariseerumisel nagu tekiks tuuma nihkumine välja suunas või elektronide nihkumine vastu välja, mis on skemaatiliselt kujutatud joonisel 85. Kui väike selline nihkumine ka ei oleks, ikkagi tekib tema tulemusena elektriväli, mille suund on vastu juba olemasoleva, nihet põhjustava välja suunale. Resulteeriva, ruumis tegelikult oleva väljana eksisteerib nende kahe välja vahe.

Kujutleme tasapinnaliste rööbiti seisvate elektrodide vahelises dielektrikus eraldatud õhukest, elektrodidega rööbiti asetsevat ruumielementi.



Joon. 85. Molekuli polariseerumise skeem.



Joon. 86. Polariseerunud ruumielement elektriväljas.

Olgu see ruumielement välja toimel polariseerunud. Dielektriline nihe sellel pinnal $D = \Delta \cdot E$. Kui dielektrikuks oleks vaakuum, siis sama laeng põhjustaks vaakuumis küll sama nihet, kuid teissugusel väljatugevusel, mille suurus

$$E_0 = \frac{D}{\Delta_0} = \frac{\Delta}{\Delta_0} E.$$

Juhtumil, mil dielektrikuks ei ole vaakuum, liitub väljatugevusega E_0 polarisatsioonist tingitud väljatugevus E_p , mida võime väljendada polarisatsiooni nihkekonstandi k kaudu, ja mille suurus

$$E_p = \frac{k}{\Delta_0} E.$$

Et polariseerumisel vaadeldava pinnakese ühel küljel oleksid positiivsed ja teisel küljel negatiivsed laengud tihedusega $+kE$ ja $-kE$, siis tegelik väljatugevus

$$E = E_0 - E_p = \frac{\Delta}{\Delta_0} E - \frac{k}{\Delta_0} E,$$

kust

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = 1 + \frac{k}{\Delta_0}$$

ehk

$$\Delta = \Delta_0 + k \quad (90)$$

ja polarisatsiooni nihkekonstant

$$k = \Delta - \Delta_0 = (\varepsilon - 1) \Delta_0 = (\varepsilon - 1) 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}. \quad (91)$$

Seega valem 90 näitab, et tegelik keskkonna nihkekonstant liitub vaakuumi ja polarisatsiooni nihkekonstandist.

Vaakuumis polarisatsioon puudub. See on ka põhjuseks, miks absoluutne vaakuum on ideaalseks isolaatoriks. Maksimaalne õhus tekkida võiv väljatugevus on tavaliselt tingimusi kuni 30 kV/cm, sõltudes õhu rõhumisest, temperatuurist ja niiskusest.

49. Unipolaarne juhtivus. Dielektrikuteks nimetatakse voolu mittejuhtivaid aineid, näiteks aineid, millega isoleeritakse voolujuhtivaid osi üksteisest. Oli tähele pandud, et enamik anorgaanilisi aineid juhib elektri-voolu, kuigi väga vähesel määral. Arvati olevat tegemist tavalise juhtivusega, kuid katsed tõendasid, et on tegemist aine elektrolüütilise lagunemisega ioonideks.

Juba 1834. a. märkas M. F a r a d a y elektrolüütilist aine lagunemise nähtust klaasi juures. Sama nähtuse uurimine W. B e e t z'i poolt 1874. a. andis andmeid klaasi juhtivuse kohta sõltuvalt temperatuurist. Kuid alles 1884. a. lahendas E. W a r b u r g klaasi, portselani ja teiste silikaatide elektrolüüsi küsimuse, tõestades ühtlasi Faraday seaduse kehtivust ka kuiv-elektrolüüsi kohta. Samuti määras ta kvantitatiivselt katse juures ainest eraldunud ja katoodile kogunenud naatriumi hulga.

Mäekristalli uurimisel läks korda tõestada elektrolüüsinähtuse olemasolu mäekristallist risti tema peateljega lõigatud plaadil, kusjuures ka siin voolu edasikandjaina esinesid naatriumi ioonid. Omapärase nähtusena selgus veel, et voolu edasikandjaina esinesid ainult katioonid, mitte aga anioonid. Näis olevat tegemist unipolaarse juhtivusega.

Elektrolüüsimisel positiivset laengut omavad aineosakesed, katioonid, liiguvad lahuses katodi poole, kuna negatiivset laengut omavad aineosakesed, anioonid, liiguvad anodi poole. Katioonidena esinevad metallide ja vesiniku ioonid, anioonidena aga happejäägid ja hüdroksüülrühmad. Sellisel juhtumil on tegemist kahepooluselise ehk bipolaarse juhtivusega. Mäekristalli puhul oli aga tegemist ühepooluselise ehk unipolaarse juhtivusega.

Kuidas võis tekkida unipolaarne juhtivus? Warburg ja Tegetmeier jõudsid oma uurimiste põhjal järeldusele, et mäekristall ei olevat päris puhas, vaid sisaldavat oma poorides naatriumsilikaate. J. Beckenkamp aga tuli järeldusele, et mäekristallis leiduvat naatriumkloriide. Kas mäekristallis leidub naatriumsilikaate või -kloriide, see pole oluline. Tähtis on asjaolu, et voolujuhtivus mäekristallis on olemas ainult rööbiti kristalli peatelje suunaga, mitte aga sellega risti.

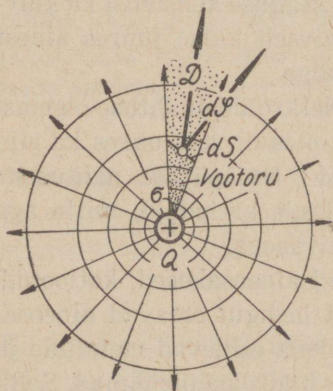
Unipolaarset juhtivust seletatakse sellega, et aines leidub hulk väga peeni, peateljega ühesuunalisi molekulidevahelisi kanalikesi, kuigi nende olemasolu ei ole võimalik mikroskoobiliselt kindlaks teha. Need kanalikesed arvatakse olevat niivõrd peened, et neid võivad läbida ainult teatud väga väikesed ioonid. Suuremad ioonid neist kanaleist üldse läbi ei pääse. Seda tõendavad vastavad katsed. Kui näiteks läbi kvartskristalli juhtida kaaliumi ja liitiumi ioone, siis pääsevad läbi ainult väiksemad liitiumi ioonid, kuna suuremad kaaliumi ioonid läbi ei pääse. Sellist nähtust on tähele pandud ka klaasi puhul, kus väikesed ioonid, nagu Na, Li ja Ag omad, klaasist läbi pääsevad. Sealjuures on kindlaks tehtud ka Faraday seaduse kehtivus (A. Heydweiller'i ja F. Kopfermann'i katsed 1908/09. a.).

Ülaltoodu põhjal tuleb elektriväljale dielektrikus vaadata nagu elektriväljale juhtivas keskkonnas, mida on lähemalt käsitletud tagapool.

XVI peatükk.

DIELEKTRILINE NIHKEVOOG JA VÄLJA PUNKTI POTENTSIAAL.

50. Gaussi teoreem. Eraldame laengut kandvat keha ümbritsevas dielektrikus välja suundadest piiratud elementaartorukese (joon. 87). Kujutleme selle vootorukese mingisuguses punktis pinnakese dS . Välja



Joon. 87. Dielektriline voog elementaarses vootorukeses.

suunaga ühtiv vektor \mathbf{D} kujutab sellel pinnakesel olevat väljatihedust ehk nn. dielektrilist nihet. Nihe D on seda suurem, mida vähemaks muutub vootorukeses olev pinnake dS , mida lähemal on pinnake laengut kandvale kehale. Viimase pinnal omab nihe laengu pinnatiheduse mõistet, mis tähistatakse tähega σ . Välja suundadest piiratud vootorukese kogu ulatuses korrutis $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ on jääv suurus ja kujutab nn. dielektrilist nihkevoogu ehk lühendatult elektrivoogu — $d\Phi$. Lõplikkude geomeetriliste mõõtudega vootorus, mille piirajateks on väljasuunad, on voog $\Phi = \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$.

Laengut kandva keha pinnal, seal, kust voog algab või kus ta lõpeb, omab kogu ruumi voog selle keha pinnal oleva laengu Q mõistet. Seega laengut kandva keha kogu pinnal

$$\Phi = \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int \sigma \cdot d\mathbf{S} = Q. \quad (92)$$

See seletus kannabki Gaussi teoreemi nimetust (vaata ka p. 57).

51. Punktlaeng. Olgu laengut Q kandva kehana antud kera raadiusega r_0 . Selle kera pindala $S_0 = 4\pi r_0^2$. Oletame laengu jaotatuna kera pinnal ühtlase pindtihedusega

$$\sigma = \frac{Q}{S_0} = \frac{Q}{4\pi r_0^2}. \quad (93)$$

Väljaspool kera asuval ekvipotentsiaalpinnaal on siis nii väljatugevus kui ka dielektriline nihe jaotatud ühtlaselt, nende vektorid on suunatud radiaalselt ja ekvipotentsiaalpinnaaladeks on kontsentrilised kerapinnad. Nihe D mingisugusel ekvipotentsiaalpinnaal on voog Φ sellel pinnaal, jagatud kera pindalaga S . Seega

$$D = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{4\pi r^2}.$$

Et voog peab kogu vootoru ulatusel olema jääv suurus, antud juhtumil aga vootoruks on kogu ruum, mis ümbritseb laengut kandvat kerakujuulist keha, siis peab kaugusel r olev voog Φ võrduma kera pinnal oleva laenguga Q ($\Phi \equiv Q$). Dielektriline nihe D kaugusel r on seega

$$D = \frac{\Phi}{4\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi r^2}. \quad (94)$$

Et aga laengut kandva kera pinnal laengu pindtihedus

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r_0^2}, \quad (95)$$

siis ruumi mingisuguses punktis oleva dielektrilise nihke suuruse võrdlemiseks laengu pindtihedusega jagame avaldise 94 avaldisega 95 ja saame:

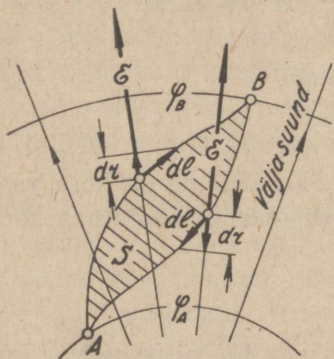
$$\frac{D}{\sigma} = \frac{r_0^2}{r^2}. \quad (96)$$

Valemi 94 põhjal on nihe kaugusel r kera keskpunktist sõltumatu kera raadiusest r_0 . Seega laengut kandva keha raadiuse vähendamine ei mõjuta ei nihet ega ka väljatugevust, kuna viimane on väljendatav valemiga

$$E = \frac{D}{A} = \frac{Q}{A4\pi r^2} \quad (97)$$

ja on samuti sõltumatu kera raadiusest r_0 . Olles mõtteliselt vähendanud kera raadiust r_0 nullini, oleme vähendanud laengut kandva keha punktiks ja oleme seega õigustatud rääkima ka punktlaengust.

Joonisel 88 on kujutatud punktlaengu elektrivälja toodud laengu Q ümberpaigutamine välja punktist A , milles potentsiaal on φ_A , punkti B , milles potentsiaal on φ_B . Seejuures sooritatav töö on laengu korrutis potentsiaalide vahega:



Joon. 88. Laengu ümberpaigutamine elektriväljas potentsiaalilt φ_A potentsiaalile φ_B .

$$A = Q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Q \int_A^B E dl \cos(\mathbf{E}, d\mathbf{l}). \quad (98)$$

Välja olemasolu põhjustavast punktlaengust kaugusel r on väljatugevus

$$E = \frac{D}{A} = \frac{Q}{44\pi r^2},$$

seega integraal avaldises 98

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B \frac{Q dr}{44\pi r^2} = \frac{Q}{44\pi} \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_A}^{r_B} = \frac{Q}{44\pi r_A} - \frac{Q}{44\pi r_B}.$$

Viimast kahest liikmest koosnevast avaldist võib vaadelda integraalide

$$\int_A^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \text{ ja } \int_B^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \text{ vahena, millised kujutavad ühiklaengu (s. o. } Q = 1)$$

üleviimisel kas punktist A või punktist B lõpmatusesse tehtavat tööd, s. o. antud punktide A ja B potentsiaale φ_A ja φ_B :

$$\begin{aligned} \int_A^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_B^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= \frac{Q}{44\pi} \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_A}^\infty - \frac{Q}{44\pi} \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_B}^\infty = \\ &= \frac{Q}{44\pi r_A} - \frac{Q}{44\pi r_B} = \varphi_A - \varphi_B. \end{aligned}$$

Seega laengu Q ümberpaigutamisel punktist A punkti B sooritatakse töö

$$A_1 = Q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Q (\varphi_A - \varphi_B).$$

Laengu ümberpaigutamisel punktist B punkti A sooritatakse töö

$$A_2 = Q \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Q (\varphi_B - \varphi_A) = -Q (\varphi_A - \varphi_B).$$

Nagu näeme, on laengu edasi-tagasi ümberpaigutamisel tehtavad tööd omavahel võrdsed, kuigi ümberpaigutamine toimus eri teedel. Seega

elektriväljas laengu ümberpaigutamise kinnist kõverat mööda ei ole seotud töö kuluga, tingimusel, et lähtumisel teatavalt potentsiaalilt jõutaks tagasi samale potentsiaalile. Seega väljatugevuse joonintegraal kinnist kõverat mööda ehk nn. ringintegraal on null:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (99)$$

52. Ruumlaeng. Punktlaengu väljatugevus katgusel r (val. 97)

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2}.$$

Me võime vaadelda ruumis kujunevat potentsiaali tekitatuna mitme punktlaengu poolt. Siis ruumi mingisuguses punktis potentsiaal

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots = \sum \frac{Q}{4\pi r}. \quad (100)$$

Laeng võib esineda ruumis jaotatuna ülisuureks arvuks imeväikesteks osakesteks, punktlaenguteks. Säärast laengu seisundit nimetatakse ruumlaenguks, mis tegelikult esineb näiteks ioniseeritud gaasides. On δ laengu ruumiline tihedus $\left[\frac{C}{\text{cm}^3}\right]$, siis elementaarlaeng dQ ruumi elemendis dV on

$$dQ = \delta dV$$

ja ruumlaengust tingitud potentsiaal ruumi mingisuguses punktis

$$\varphi = \int_S \frac{\sigma}{4\pi r} dS. \quad (101)$$

53. Pindlaeng. Laeng, koondatuna juhtme pinnale pindtihedusega σ $\left[\frac{C}{\text{cm}^2}\right]$, nn. pindlaeng, tekitab juhtmest kaugusel r olevas punktis potentsiaali

$$\varphi = \int_V \frac{\delta}{4\pi r} dV. \quad (102)$$

54. Välja punkti potentsiaal üldjuhtumina. Üldjuhtumina on potentsiaal ruumi mingisuguses punktis võrdne punkt-, ruum- ja pindlaengute poolt tekitatavate potentsiaalide summaga:

$$\varphi = \sum \frac{Q_i}{4\pi r_i} + \int_V \frac{\delta}{4\pi r} dV + \int_S \frac{\sigma}{4\pi r} dS. \quad (103)$$

Tegelik arvutamine selle valemi järgi osutub siiski võimatuks, sest tavaliselt jäävad teadmatuks laengu ruum- ja pindtihedus.

55. Dielektrilise nihke divergents. Eraldame elektriväljas ruumi-
osakese V . Sisaldab see ruumiosake ruumlaengut tihedusega δ , siis, sõltu-
valt laengu eelmärgist $+$ või $-$, on ruumiosake kas välja allikaks või neelu-
kohaks. Sellest ruumiosakesest väljuv või temasse suubuv voog

$$\Phi = \delta V = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S},$$

millest

$$\delta = \frac{\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{V}.$$

Ruumiosakese suuruse lähendamisel nullile kannab viimase avaldise
piirväärtus dielektrilise nihke vektori **divergentsi** nimetust. Nihke
vektori **divergents** võib omada kahesugust väärtust: ruumlaengu olemas-
olemisel

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{V} = \delta, \quad (104)$$

tema puudumisel aga

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0. \quad (105)$$

Nihke vektori **divergents** on skalaarne suurus, sõltumatu valitud
koordinaatidest. Tema abil on võimalik Gaussi teoreemi (val. 92) väljen-
dada diferentsiaalkujul järgmiselt: vahe ruumielemendist dV väljuva ja
temasse suubuva voo vahel

$$d\Phi = \operatorname{div} \mathbf{D} \cdot dV. \quad (106)$$

Lõpliku suurusega mahtu V on võimalik vaadelda koosnevana suu-
rest hulgast elementaarmahukestest dV . Elementaarmahust väljuv voog
suubub naaber-elementaarmahtu, väljub sellest uuesti ja suubub järgmi-
sesse jne. Lugesdes väljuvaid voogusid positiivseteks ja suubuvaid nega-
tiivseteks, teostame kõikide elementaarvoogude $\operatorname{div} \mathbf{D} \cdot dV$ liitmise. Tule-
museks on vaadeldavat ruumi piiravast välispinnast väljuva ja temasse
suubuva voo vahe

$$\Phi = \int_V \operatorname{div} \mathbf{D} \cdot dV = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}, \quad (107)$$

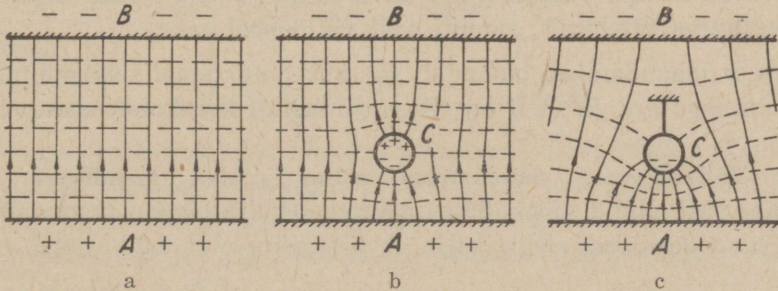
mis valemi 92 kohaselt on identne selles ruumis oleva laenguga Q .

On ruumi suubuv voog võrdne temast väljuva vooga, siis $\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$
ja selles ruumis pole laengut olemas.

XVII peatükk.

ELEKTROSTAATILINE INDUKTSIOON.

56. Induktsioon. Laenguta, seega neutraalse isoleeritud metallkeha toomisel elektrivälja näeme tema välispinna teatavates kohtades laengu ilmumist. Joonisel 89 on näidatud (lihtsuse mõttes) homogeenne väli kahe keha *A* ja *B* vahel. Olgu joonisel näidatud keha *A* laeng positiivne. Neutraalse keha *C* lähendamisel kehale *A* leiab välja mõjul temas aset elektronide ümberpaiknemine. Kehale *A* lähemal olevas osas tekib elektronide kuhjumine, keha see osa osutub seega laetuks negatiivselt; samal ajal omandab vastasosa elektronide vähenemise tulemusena positiivse laengu. Keha *C* pinnale ilmunud negatiivne ja positiivne laeng on suuruselt võrdsed, milles võime veenduda keha väljast kõrvaldamisel aset leidva taasneutraliseerumise järgi. Kirjeldatud laengu ilmumise nähtus kannab elektrostaatilise induktsiooni nimetust.



Joon. 89. Elektrostaatiline induktsioon: a) Väli enne neutraalse keha toomist temasse. b) Väljas viibiv metallkeha elektriseerub, mõjutades esialgset väljapilti. c) Maandatud metallkeha omandab ainult ühenimelise laengu.

Induktsiooni tõttu ilmunud laengud muudavad väljapilti, kusjuures keha *C* maandamisel tekkiv väljapilt on erinev maandamata keha lähendamisel kujunevast väljapildist (joon. 89-b ja 89-c). Keha *C* maandamisel omandab see maa null-potentsiaali, välispinnal olev laeng juhatakse ära (õigem oleks ütelda, et maast tulev vastav hulk elektrone neutraliseerib positiivse laengu).

Soovitakse teatavat keha kaitsta induktsiooni mõju eest, siis on see saavutatav ekraanierimise teel, ümbritsedes teda maandatud metallseina või metallvõrega. Seejuures ekraan elektriseerub oma välispinnal, kuid tema seesmisel pinnal välja ei teki.

57. Kerakondensaator. Induktsiooni teel saadav laeng on väiksem induktsiooni põhjustavast laengust. Erijuhtumil, laetud keha *A* ümbritsemisel neutraalse metallist õneskeraga *B* (joon. 90), on induktsiooni mõjul saadava laengu suurus võrdne teda põhjustava laenguga.

Väljatugevuse suurenemise arvutamiseks oletame, et esialgne väli on homogeenne ja metalliosake kerakujuline (joon. 91 ja 92). Välja mõjul leiab aset erinimeliste laengute eraldumine kera pinnal. Laengut $+Q_1$ kandva keha poole pööratud osale koondub laeng $-Q_2$, kera vastaspoolele aga niisama suur laeng $+Q_2$, kuid seejuures peavad kõik metallkera punktid omama sama potentsiaali.

Laengu Q_2 suuruse määramiseks maandame kera. Siis laeng $+Q_2$ juhitakse maasse, kerale jääb vaid laeng $-Q_2$ ja kogu kera omandab maa null-potentsiaali. Väljaspool kera olevas mingisuguses punktis P peab maandatud kera pinnal oleva hajutatud laengu $-Q_2$ mõju olema samasugune, nagu mõjuks sellesse punkti P joonel AO asuvasse punkti B koondatud laeng $-Q_2$. Punkti B asukoht peab olema nii valitud, et laengute $+Q_1$ ja $-Q_2$ poolt tekitatud potentsiaalide summa null-potentsiaali all asuva kera mingisuguses punktis M oleks null. Seega, et

$$\varphi_M = \frac{Q_1}{44\pi a} - \frac{Q_2}{44\pi b} = 0$$

ja et suhe

$$\frac{b}{a} = \frac{|-Q_2|}{|+Q_1|} = \frac{MB}{MA} = \frac{NB}{NA} = \text{konst.}$$

Suhe joonise pinnal lõikena ringi andval keral oleva punkti M ja laengu $+Q_1$ vahelise kauguse ning sama punkti M ja laengu $-Q_2$ vahelise kauguse vahel peab olema jääv. A polloniose teoreemi kohaselt peab kõverusraadius sellisel juhtumil olema geomeetriliseks keskmiseks lõikudest c ja $c + d$:

$$r_0^2 = c(c + d) = cd_0,$$

seega

$$c = \frac{r_0^2}{d_0}$$

ja

$$\frac{|-Q_2|}{|+Q_1|} = \frac{NB}{NA} = \frac{r_0 - c}{d_0 - r_0} = \frac{r_0 - \frac{r_0^2}{d_0}}{d_0 - r_0} = \frac{r_0}{d_0}.$$

Seega negatiivse laengu $|-Q_2| = |+Q_1| \frac{r_0}{d_0}$ paigutamisel punkti B , mille kaugus kera keskpunktist on $c = r_0^2/d_0$, kujuneb kera kõikides punktides potentsiaal null. Metallist kera puudumisel selline kerapind oleks ekvipotentsiaalpinnaks ka siis, kui lisaks punkti B koondatud laengule $-Q_2$ paigutaksime punkti O ükskõik kui suure positiivse või negatiivse laengu.

Tulles tagasi laengu $+Q_1$ väljas asuva isoleeritud metallkera juurde, teame nüüd, et ta pinnal laiali olevate positiivsete ja negatiivsete laengute

summa on null ja et kera pind ühtib teatava ekvipotentsiaalpinnaga ja seega omab kindlat potentsiaali. Seega, asetades kaugusel $c = r_0^2/d_0$ asuvasse punkti B negatiivse laengu $|-Q_2| = |Q_1| r_0/d_0$ ja kera keskpunkti O positiivse laengu $|+Q_2| = |Q_1| r_0/d_0$, võime kõrvaldada väljast metallkera, mis oli sel juhtumil ju vaid ekvipotentsiaalpinnaks, ilma et muutuks üldine olukord, ilma et muutuks väljapilt.

Määrame kera pinnale väga lähedal asuva punkti P potentsiaali. Selle punkti potentsiaal kujuneb punktidesse A, B ja O koondatud laengute $+Q_1, -Q_2$ ja $+Q_2$ ühismõjumisel. Punkti P kaugus laenguni $+Q_1$ on võrdlemisi suur (ühtlase välja korral on tema suuruseks lõpmatus) ja väljendatav seosega $d_0 + r \cdot \cos\alpha$, kusjuures r on punkti P kaugus kera keskpunktist O ja α on nurk välja suuna ja r vahel. Laengu $+Q_2$ kaugus punktist P on võrdne r -ga. Võttes arvesse, et $c = r_0^2/d_0$ on väike suurus, on punkti P kaugus punktisse B koondatud laenguni $-Q_2$ võrdne $r + c \cdot \cos\alpha$. Seega on kera pinnale väga ligidal asuva punkti P potentsiaal, mida võime vaadelda ka kera pinna potentsiaalina,

$$\varphi_P = \frac{Q_1}{4\pi(d_0 + r\cos\alpha)} + \frac{Q_2}{4\pi r} - \frac{Q_2}{4\pi(r + c\cos\alpha)} = \frac{Q_1}{4\pi(d_0 + r\cos\alpha)} + \frac{Q_2 c \cos\alpha}{4\pi r(r + c\cos\alpha)} \approx \frac{Q_1}{4\pi(d_0 + r\cos\alpha)} + \frac{Q_2 c \cos\alpha}{4\pi r^2}.$$

Et aga $Q_2 = Q_1 \frac{r_0}{d_0}$ ja $c = \frac{r_0^2}{d_0}$, siis

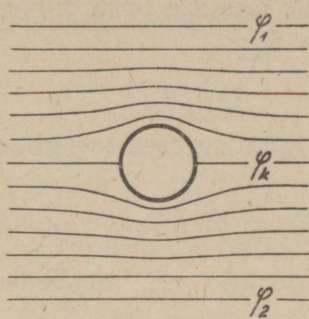
$$\varphi_P = \frac{Q_1}{4\pi d_0} \left(\frac{1}{1 + \frac{r\cos\alpha}{d_0}} + \frac{r_0^3 \cos\alpha}{d_0 r^2} \right). \quad (108)$$

Ühtlase välja korral on kera pinnal $r = r_0$ ja $d_0 \gg r_0$ ning kera pinna potentsiaal

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi d_0} \left(\frac{1}{1 + \frac{r_0 \cos\alpha}{d_0}} + \frac{r_0 \cos\alpha}{d_0} \right) \approx \frac{Q_1}{4\pi d_0} \left(1 - \frac{r_0 \cos\alpha}{d_0} + \frac{r_0 \cos\alpha}{d_0} \right) = \frac{Q_1}{4\pi d_0}. \quad (109)$$

Seega kera pinnal oleva punkti potentsiaal on võrdne kera keskpunkti O potentsiaaliga kera puudumisel. Väljatugevuse kera pinnale väga ligidal olevas punktis P , kui $r = r_0$, leiame valemist 108:

$$E_P = -\frac{d\varphi_P}{dr} = -\frac{Q_1}{4\pi d_0} \left[\frac{-\frac{\cos\alpha}{d_0}}{\left(1 + \frac{r\cos\alpha}{d_0}\right)^2} + \frac{-2rr_0^3 \cos\alpha}{d_0 r^4} \right] = \frac{Q_1}{4\pi d_0^2} \left[\frac{\cos\alpha}{\left(1 + \frac{r_0 \cos\alpha}{d_0}\right)^2} + 2\cos\alpha \right]. \quad (110)$$



Joon. 92. Väljapilt dielektrikus viibiva metallkera ümbruses.

Murru nimetajas olev $\frac{r_0 \cos \alpha}{d_0} \ll 1$ ja liige $\frac{Q_1}{4\pi d_0^2}$ on selles punktis olev väljatugevus E_0 , kui d_0 on väga suur ja väli on ühtlik. Seega näeme, et ühtlikusse välja toodud metallkera pinna ligidal on väljatugevus

$$E = 3 E_0 \cos \alpha. \quad (111)$$

Suurim väljatugevus on nurga α olles 0 või 180° , nimelt on siis väljatugevus kera pinna ligidal kas

$$E = 3 E_0 \text{ või } E = -3 E_0. \quad (112)$$

Viimasel juhtumil ei ole väljatugevuse suund mitte kera keskpunktist välispinna poole, vaid välispinnalt kera keskpunkti poole. See väljatugevuse kolmekordistumine võib leida aset näiteks viilipuru sattumisel dielektrikuna kasutatavasse isoleerainesse ja võib osutada läbilöögi põhjustajaks. Joonisel 92 on toodud väljapilt metallkera ümbritsevast väljast. Sellel on nähtav ekvipotentsiaalpindade tihenemine, s. o. väljatugevuse suurenemine kera pinna läheduses, et väljatugevus omab kaht maksimaalväärtusega kohta ja et kogu kera omab ühesugust potentsiaali. Seega, kui mingi tasapind omaks temast poolkerana väljaulatuvat kõrgendust, siis peab selle kõrgenduse pinna lähedal olev väljatugevus olema kolm korda suurem tasapinna lähedal olevast väljatugevusest.

XVIII peatükk.

MEHHAANILISED JÕUD ELEKTRIVÄLJAS.

59. Coulomb'i seadus. Punktlaengu Q_1 poolt põhjustatavas väljas kujuneb mingisuguses punktis väljatugevus E_1 . Oletades laengule $+Q_1$ vastava laengu $-Q_1$ asuvat lõpmatuses, on teda ümbritsevad ekvipotentsiaalpinnad kerakujulised, dielektriline nihe ruumi vaadeldavas punktis

$$D_1 = \frac{\Phi_1}{S} = \frac{Q_1}{4\pi r^2} = \Delta \cdot E_1$$

ja seega

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi r^2}.$$

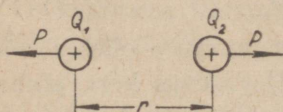
Tuues sellesse punkti teise laengu Q_2 selgub, et viimasele mõjub ruumi selles punktis jõud, mille suurus võrdub ruumi selles punktis valitseva väljatugevuse E_1 ja laengu Q_2 korrutisega:

$$P = E_1 Q_2. \quad (113)$$

Samal ajal mõjub niisama suur jõud ka esimesele laengule tema viibides teise laengu poolt tekitatavas väljas tugevusega E_2 :

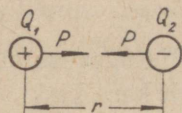
$$P = E_2 Q_1.$$

Tähistame laengutevahelise kauguse r -ga. Et väljatugevused laengutest kaugusel r on



$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi r^2} \text{ ja } E_2 = \frac{Q_2}{4\pi r^2},$$

siis laengutevaheline tõuke- või tõmbejõud (joon. 93)



$$P = Q_1 E_2 = Q_2 E_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}. \quad (114)$$

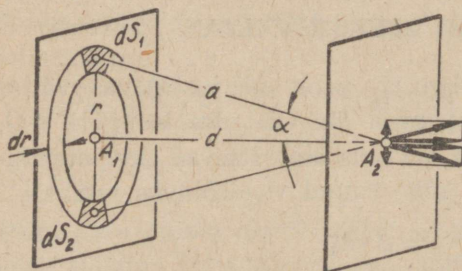
Joon. 93. Laengutevaheline jõud P . Samanimelised laengud tõukuvad, vastasnimelised tõmbuvad.

Seega laengutevaheline jõud on vastuproportsionaalne nende vahelise kauguse ruuduga (Coulomb'i seadus).

On laengute suurus antud kulonites ja kaugus r sentimeetrites, siis jõud P on väljendatud džaul/cm-eis ja $1 \text{ J/cm} = 10^7$ düüni =

$$= \frac{10^7}{981} \text{ g} = 10,2 \text{ kg}.$$

60. Kondensaatori plaatidevaheline tõmbejõud. Määrame jõu suuruse kahe teineteisest kaugusel d asetseva paralleelse plaadi vahel, kui plaatidel oleva laengu pindtihedus on σ . Selleks püstitame teise plaadi mingisugusest punktist A_2 esimesele plaadile perpendikulaari ja jaotame selle plaadi pindala kontsentriselt



Joon. 94 — kahe laetud plaadi vahelise mehhaanilise jõu selgitamiseks.

tehteks rõngasteks raadiusega r ja laiusel dr . Eraldame ühest sellisest rõngast kaks diametraalselt asetsevat pinnaelementi dS . Sellisel pinnakesel oleva laengu suurus on σdS . Oletame teisel plaadil asetsevas punktis A_2 olevat laengu suurusega üks kulon. Siis pinnakesel dS ja punktis A_2 oleva laengu vahelise jõu suurus

$$P_1'' = \frac{1 \cdot \sigma dS}{4\pi a^2}.$$

Diametraalselt asetsevate pinnakeste dS poolt tekitatavad jõud on lahutatavad vertikaalseiks ja horisontaalseiks komponentideks. Nendest vertikaal-

sed tasakaalustuvad vastastikku, horisontaalsed aga liituvad. Ühe elementaarse rõnga poolt punktis A_2 asetsevale laengule mõjub seega jõud

$$P_1' = \frac{1}{44\pi} \int \frac{\sigma dS}{a^2} \cos\alpha = \frac{\sigma}{44\pi} \frac{2\pi r dr}{a^2} \cos\alpha = \frac{\sigma}{2A} \frac{r}{a^2} dr \cos\alpha.$$

Et aga

$$a = \frac{d}{\cos\alpha}, \quad r = d \operatorname{tg}\alpha \quad \text{ja} \quad dr = d \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha},$$

siis rõngal oleva laengu poolt tekitatava jõu suurus

$$P = \frac{\sigma}{2A} \frac{d \operatorname{tg}\alpha}{d^2} d \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha} \cos\alpha = \frac{\sigma}{2A} \sin\alpha \, d\alpha.$$

Kogu pinnal oleva laengu poolt punktis A_2 olevale üksuslaengule mõjuva jõu leiame, liites rõngaste pindade poolt tekitatavad jõud, kui rõnga raadius muutub piirides $r = 0$ kuni $r = \infty$. Seejuures nurk muutub piirides 0 kuni $\pi/2$ ning kogu jõu suurus on siis

$$P_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma}{2A} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\sigma}{2A}.$$

Et aga (val. 113) jõud $\sigma/2A = Q_2 E_1$, ja antud juhtumil $Q_2 = 1$, siis on jõu suurus kaugusel d määratav plaadi poolt sellel kaugusel tekitatava väljatugevusega:

$$P_1 = \frac{\sigma}{2A} = E_1.$$

Kondensaatoris on ühel plaadil laeng tihedusega $+\sigma$ ja teisel tihedusega $-\sigma$. Esimese plaadi poolt teise plaadi asukohas tekitatava väljatugevuse suurus on $\sigma/2A$ ja tema pinnal ühikule mõjuva jõu suurus

$$E_1 \sigma = \frac{\sigma}{2A} \sigma = \frac{\sigma^2}{2A} = \frac{ED}{2} \frac{J}{\text{cm}^3}. \quad (115)$$

On kondensaatori plaadi pindala suurus S , siis kondensaatori plaatidevaheline tõmbejõud on S korda suurem:

$$P = \frac{\sigma^2}{2A} S = \frac{ED}{2} S \frac{J}{\text{cm}}. \quad (116)$$

Selle valemi kehtivus ei piirdu mitte üksnes paralleelsete tasapindadega kondensaatoritega, vaid kehtib igasuguste laengut kandvate pindade puhul.

Näide 68. Punktlauengud $0,5$ ja $2 \mu\text{C}$ on eraldatud õhuga, mille $\varepsilon = 1,0006 \approx 1,00$, ja asuvad teineteisest 2 cm kaugusel. Leida laengutevaheline jõud.

Lahendus. Jõud

$$P = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}.$$

Õhu nihkekonstant $\Delta_0 = \epsilon_0 \Delta_0 = 1,00 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$, seega jõud

$$P = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1,00 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 2^2} = 0,225 \frac{\text{J}}{\text{cm}} = 0,225 \cdot 10,2 = 2,3 \text{ kg}.$$

See näitab, et isegi suhteliselt suurte elektrostaatiliste laengute vaheline jõud on võrdlemisi väike.

Näide 69. Kahest ketasplaadist koosneva õhkkondensaatori plaatide läbimõõt on 25 cm, plaatidevaheline kaugus 5 mm ja plaatidevaheline pinge $U = 8 \text{ kV}$. Leida plaatidevaheline tõmbejõud.

Lahendus. Plaatidevaheline tõmbejõud

$$P = \frac{ED}{2} S.$$

Seejuures väljatugevus

$$E = \frac{U}{d} = \frac{8000}{0,5} = 16\,000 \frac{\text{V}}{\text{cm}},$$

dielektriline nihe

$$D = \Delta_0 E = 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 16\,000 = 1415 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{cm}^2},$$

kondensaatori plaatide pindalad

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25^2}{4} = 491 \text{ cm}^2$$

ja jõud

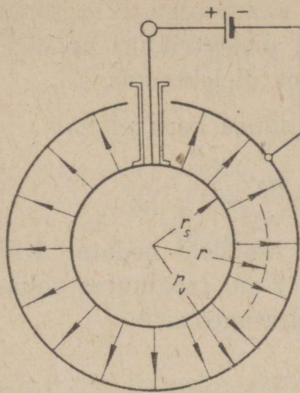
$$P = \frac{16\,000 \cdot 1415 \cdot 10^{-12} \cdot 491}{2} = 5,56 \cdot 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{cm}} =$$

$$= 5,56 \cdot 10^{-3} \cdot 10,2 = 0,0567 \text{ kg} = 56,7 \text{ g}.$$

XIX peatükk.

ERIKUJULISED KONDENSAATORID.

61. Elektriväli kahe kontsentriselise kera vahel. Kahe kontsentriselt asetseva kera pinnal olevate laengute $+Q$ ja $-Q$ poolt põhjustatav väljatugevus kerade keskpunkti kaugusel r asetseval ekvipotentsiaalpinna, mille suurus $S = 4\pi r^2$, on



Joon. 95. Elektriväli kahe kontsentrilise kera vahel.

$$E = \frac{D}{\Delta} = \frac{Q}{\Delta S} = \frac{Q}{\Delta 4\pi r^2}.$$

Teiselt poolt on kahe teineteisest kaugusel dr asetseva kontsentrilise pinna vahel oleva potentsiaalide vahe $d\varphi$ poolt põhjustatav väljatugevus

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

$$-\frac{Q}{\Delta 4\pi r^2} = \frac{d\varphi}{dr},$$

$$d\varphi = -\frac{Q}{\Delta 4\pi} \frac{dr}{r^2}.$$

Leitud avaldise integreerimise teel rajast r_1 rajani r_2 saame potentsiaalide vahe kaugusel r_1 ja r_2 asetsevate ekvipotentsiaalpindade vahel:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = U_{12} = \frac{Q}{\Delta 4\pi} \int_{r_1}^{r_2} -\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{\Delta 4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{Q}{\Delta 4\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}.$$

Maksimaalne potentsiaalide vahe seesmise ja välimise kera vahel, millele raadiused on r_s ja r_v , on:

$$U = \frac{Q}{\Delta 4\pi} \frac{r_v - r_s}{r_v r_s}.$$

Keradevaheline mahtuvus

$$C = \frac{Q}{U} = \Delta 4\pi \frac{r_v r_s}{r_v - r_s} \quad (117)$$

ja väljatugevus keradevahelises ruumis

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} = \frac{Q}{\Delta 4\pi r^2} = \frac{U \Delta 4\pi \frac{r_v r_s}{r_v - r_s}}{\Delta 4\pi r^2} = \frac{U}{r^2} \frac{r_v r_s}{r_v - r_s} = U \frac{r_s}{r^2 \left(1 - \frac{r_s}{r_v} \right)}. \quad (118)$$

Sellest valemist selgub, et väljatugevus kasvab vaadeldava punkti lähene-misel seesmise kera pinnale, olles viimasel maksimaalne. Seega

$$E_{max} = U \frac{r_v}{r_s (r_v - r_s)} = \frac{U}{r_s \left(1 - \frac{r_s}{r_v} \right)}. \quad (119)$$

Näide 70. Antud on kontsentrilised kerad raadiusega $r_v = 10$ ja $r_s = 5$ cm. Pinge mõlema kera vahel on 50 kV, dielektrikuks on õhk. Määrata maksimaalne väljatugevus keradevahelises dielektrikus.

Lahendus. Maksimaalne väljatugevus seesmise kera pinnal

$$E_{max} = U \frac{r_v}{r_s(r_v - r_s)} = 50 \frac{10}{5(10 - 5)} = 20 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

Et õhu läbilöögitugevus on 30 kV/cm, siis ei ole läbilööki oodata. Kui vähendada kerade raadiused nii, et $r_v = 7$ ja $r_s = 2$ cm (seejuures vahe-
maa kerade vahel ei muutu), siis maksimaalne väljatugevus

$$E = 50 \frac{7}{2(7 - 2)} = 35 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

ja õhu kasutamine dielektrikuna osutub võimatuks. Väljatugevuse suurenemist väikese raadiusega pindadel peab eriti arvestama kõrgepinge all seisvate osade kujundamisel. Konstruksioonis esineda võivaid teravaid servi tuleb katta suure raadiusega plekk-ekraaniga, mis on teravaid servi omava osaga metallilises ühenduses ja omab seega sama potentsiaali.

Näide 71. Arvutada maakera mahtuvus, kui võtta aluseks, et maakera raadius on 6370 km ja teda ümbritsevaks dielektrikuks on vaakuum, mille $\varepsilon = 1$.

Lahendus. Kujutleme välise kera asuvat lõpmatutes. Siis $r_v = \infty$ ja mahtuvus

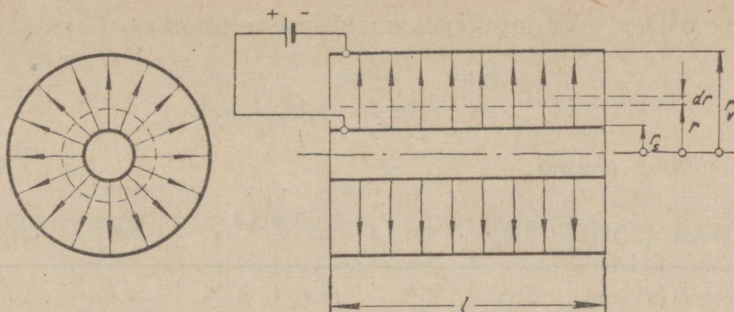
$$C = 44\pi \frac{r_v r_s}{r_v - r_s} = 44\pi \frac{r_s}{1 - \frac{r_s}{r_v}} = 44\pi r_s =$$

$$= 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 6370 \cdot 10^5 = 709 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 709 \mu\text{F}.$$

62. Elektriväli kahe kontsentrilise silindri vahel. Praktikas esineb mõnikord vajadus määrata väljatugevus ja mahtuvus kontsentriliste silindrite vahel. Sellise juhtumina võiks mainida kõrgepinge maakaablit.

Olgu ühejuhtmelise kaabli soone raadius r_s ja tinamantli seesmine raadius r_v . Ekvipotentsiaalpinna dielektrikus on kontsentrilised silindrid. Ekvipotentsiaalpinna raadiusega r on dielektriline nihe D ja voog $\Phi = DS$, millises avaldises ekvipotentsiaalpinna suurus $S = 2\pi rl$, kus l on kaabli pikkus. Et antud juhtumil voog Φ ekvipotentsiaalpinna suuruselt võrdne vooga kaablisoone pinnal, seega kaablisoonel oleva laenguga Q , siis dielektriline nihe ekvipotentsiaalpinna raadiusega r on

$$D = \frac{\Phi}{S} = \frac{Q}{2\pi rl}$$



Joon. 96. Elektriväli kahe kontsentrilise silindri vahel (kaabel).

ning väljatugevus samal pinnal

$$E = \frac{D}{A} = \frac{Q}{A2\pi r l}.$$

Laengu suuruse määramisel lähtume seosest $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, millest

$$d\varphi = -E dr = -\frac{Q}{A2\pi l} \frac{dr}{r}.$$

Integreerides leitud avaldise rajast r_s rajani r saame:

$$U = \varphi_s - \varphi_v = \frac{Q}{A2\pi l} \ln \frac{r_v}{r_s},$$

millest laeng

$$Q = \frac{A2\pi l U}{\ln \frac{r_v}{r_s}}$$

ja kaabli mahtuvus

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{A2\pi l}{\ln \frac{r_v}{r_s}} = \frac{\varepsilon A_0 2\pi l}{\ln \frac{r_v}{r_s}}. \quad (120)$$

Väljatugevus kaabli dielektrikus

$$E = \frac{Q}{A2\pi r l} = \frac{U}{r \ln \frac{r_v}{r_s}} \quad (121)$$

ja maksimaalne väljatugevus kaabli soone pinnal, kus $r = r_s$,

$$E_{max} = \frac{U}{r_s \ln \frac{r_v}{r_s}}. \quad (122)$$

Näide 72. Arvutada väljatugevus ühejuhtmelise kaabli soone pinnal, kui $U = 50$ kV, $r_v = 10$ cm ja r_s omab väärtusi 1,0, 1,5, 2,5, 3,7, 5,0, 7,0 ja 9,0 cm.

L a h e n d u s. Väljatugevus kaabli soone pinnal

$$E = \frac{U}{r_s \ln \frac{r_v}{r_s}} = \frac{50}{r_s \ln \frac{10}{r_s}},$$

mida lahendades saame:

Soone läbimõõt r_s [cm]	1,0	1,5	2,5	3,7	5,0	7,0	9,0
Väljatugevus E [kV/cm]	21,8	17,6	14,4	13,6	14,4	20,0	52,5

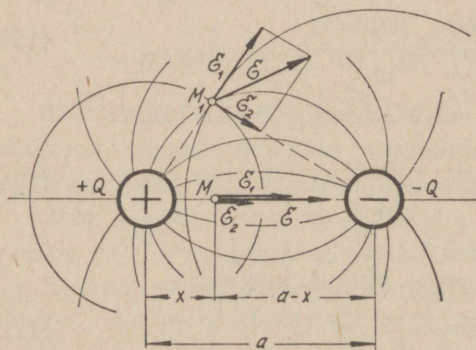
Seega väljatugevus osutub minimaalseks soone läbimõõdul 3,7 cm, mille juures suhe $\frac{r_v}{r_s} = \frac{10}{3,7} = 2,8 \approx e$.

N ä i d e 73. Määrata ühe kilomeetri pikkuse ühejuhtmelise tinamantliga kaabli mahtuvus, kui isoleeraine dielektrikukonstant $\varepsilon = 4$, juhtme raadius $r_s = 0,8$ cm ja tinamantli seesmine raadius $r_v = 1,4$ cm.

L a h e n d u s. Kaabli mahtuvus

$$C = \frac{\varepsilon \Delta_0 2\pi l}{\ln \frac{r_v}{r_s}} = \frac{4 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 2\pi \cdot 10^5}{\ln \frac{1,4}{0,8}} = 0,397 \cdot 10^{-6} \frac{\text{F}}{\text{km}} = 0,397 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}.$$

63. Kahejuhtmelise õhuliini juhtmetevaheline mahtuvus. Teineteisest kaugusel a rööbiti asetsevatele silindrilistele juhtmetele, mille raadius on r , olgu antud laengud $+Q$ ja $-Q$. Ruumis tekkiv elektriväli kujundatakse eraldi kummagi laengu poolt. Väljatugevuse vektorite sihid on alati risti silindreid ümbritsevate silindrikujuliste ekvipotentsiaalpindadega. Väljas asetsevas punktis M_1 olev tegelik väljatugevus E on nende kahe väljatugevuse vektoriaalne summa (joon. 97). Asub punkt M silindri ühendaval joonel kaugusel x vasakpoolsest silindrist, siis väljatugevus selles punktis



Joon. 97. Elektriväli kahe rööbiti asetseva silindri või õhuliini juhtme vahel.

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{\Delta 2\pi x l} + \frac{Q}{\Delta 2\pi(a-x)l} = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right). \quad (123)$$

Silindritevaheline pingeline

$$U = \int_r^{a-r} E dx = \int_r^{a-r} \frac{Q}{A2\pi l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right) dx = \frac{Q}{A2\pi l} \left| \ln x - \ln(a-x) \right|_r^{a-r} = \\ = \frac{Q}{A\pi l} \ln \frac{a-r}{r}.$$

Seega rööbiti asetsevate silindrite vaheline mahtuvus

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{A\pi l}{\ln \frac{a-r}{r}}. \quad (124)$$

On silindriteks elektriliini juhtmed, siis on juhtmete raadius tähtsusetult väike, võrreldes juhtmete vahega, ning mahtuvus

$$C \approx \frac{A\pi l}{\ln \frac{a}{r}}. \quad (125)$$

Seejuures $\epsilon_0 \approx 1$ ja dielektriline nihkekonstant $A = \epsilon A_0 \approx 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$.

Väljatugevuse juhtmetevahelises ruumis saame valemist 123, kui asendame temas Q valemist 124 leitava väärtusega:

$$E = \frac{Q}{A2\pi l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right) = \\ = \frac{U A \pi l}{\ln \frac{a-r}{r} \cdot A2\pi l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right) = \frac{U}{2 \ln \frac{a-r}{r}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right). \quad (126)$$

Väljatugevus on maksimaalne juhtmete pinnal. Seal $x = r$ ja $a - x \approx a - r \approx a$ ning seega maksimaalne väljatugevus

$$E_{max} = \frac{U}{2 \ln \frac{a}{r}} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a} \right) \approx \frac{U}{2r \ln \frac{a}{r}}. \quad (127)$$

Näide 74. Arvutada õhuliini mahtuvus liini ühe kilomeetri pikkuse kohta, kui juhtmete vahe on üks meeter ja juhtme läbimõõt üks sentimeeter.

Lahendus. Mahtuvus

$$C = \frac{A\pi l}{\ln \frac{a}{r}} = \frac{0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 10^5}{\ln \frac{100}{0,5}} = 0,00525 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}.$$

Nagu näha, mõjub juhtmete vahe ja läbimõõdu muutmine liini mahtuvusele väga vähe. Ei ole väga suur täpsus nõutav, siis võib mahtuvust arvutada ligikaudse valemi abil

$$C \approx 0,005 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}. \quad (128)$$

Näide 75. Määrata maksimaalne väljatugevus kahe juhtme vahel, kui pinge nende vahel $U = 100$ kV, juhtmete vahe on kaks meetrit ja juhtme läbimõõt 4 mm.

Lahendus. Kui väljatugevust arvutada lihtsalt suhtena U/a , siis

väljatugevus oleks vaid $\frac{100}{200} = 0,5 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$. Tegelik maksimaalne väljatugevus

$$E_{max} = \frac{U}{2r \ln \frac{a}{r}} = \frac{100}{2 \cdot 0,2 \cdot \ln \frac{200}{0,2}} = 36,2 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

on aga suurem õhu läbilöögitugevusest.

64. Elektriväli juhtmete ja maa vahel.

Peale juhtmete omavahelise mahtuvuse tuleb veel arvesse võtta juhtmete mahtuvust maa suhtes. Kujunev väljapilt on sümmeetriline maa suhtes ja me oleme õigustatud kujutlema maapinnast allapoole juhtme peegelpildi, mis asetseks maapinnast samal kaugusel, kui asetseb juhe pealpool maapinda, ja omaks niisama suurt, kuid vastasnimelist laengut (joon. 98). Saame kujutise kahest rööbiti asetsevast juhtmest kaugusel $2h$ üksteisest, millede vaheline mahtuvus (val. 125 kohaselt) oleks:

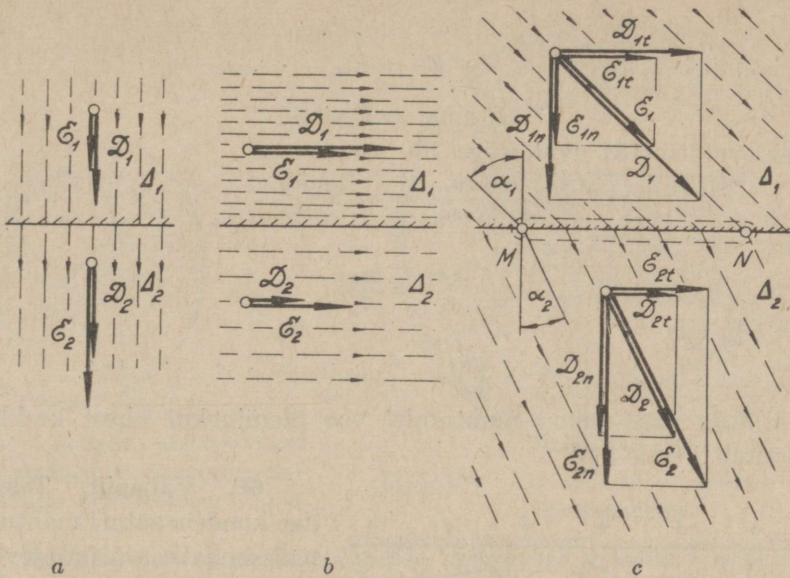
$$C = \frac{4\pi l}{\ln \frac{2h}{r}} \quad (129)$$

XX peatükk.

ELEKTRIVÄLI KAHE DIELEKTRIKU PUUTEPINNAL JA MAHTUVUSE GRAAFILINE MÄÄRAMINE.

65. Elektriväli kahe dielektriku puutepinnal. Tuleb ette juhtumeid, kus kõrgepinge all olevad pinnad isoleeritakse kahe dielektrikuga. Näitena võiks mainida õliga täidetavaid kõrgepinge portselan-isolaatoreid. Sellisel korral üleminekul ühest dielektrikust teise dielektrilise nihke ja väljatugevuse vektorid muudavad oma suunda. Joonisel 99 on näidatud voog kahes erineva dielektrilise nihkekonstandiga keskkonnas.

Joonisel a on erineva nihkekonstandiga keskkonnad ühendatud järjekorras, dielektriline nihe on risti lahutuspinna. Et ühest keskkonnast teise üleminekul ei muutu ei voo suurus ega tema ristlõige, siis peab ka vootihedus, s. o. dielektriline nihe, olema ühesuurune mõlemas keskkonnas. Kuid võrdse nihke saavutamiseks vajab suurema nihkekonstandiga kesk-



Joon. 99. Elektriväli kahe keskkonna puutepinnal, kui $\Delta_1 > \Delta_2$: a) Dielektriline nihe on risti puutepinnaga, $D_1 = D_2$ ja $E_1 < E_2$. b) Dielektriline nihe on rööbiti puutepinnaga, $E_1 = E_2$ ja $D_1 > D_2$. c) Dielektriline nihe ei ole risti puutepinnaga, $D_{1n} = D_{2n}$ ja $E_{1t} = E_{2t}$; $D_{1t} > D_{2t}$ ja $E_{1n} < E_{2n}$.

kond väiksemat potentsiaalide vahet, väljatugevus temas on väiksem.

Seega, kui $\Delta_1 > \Delta_2$ ja $D_1 = D_2$, siis $E_1 < E_2$, sest $E_1 = \frac{D_1}{\Delta_1}$ ja $E_2 = \frac{D_2}{\Delta_2}$.

Joonisel *b* asuvad erineva nihkekonstandiga keskkonnad rööbiti, neisse mõjub üks ja sama potentsiaalide vahe. Et keskkondade pikkused on võrdsed, siis on võrdne ka väljatugevus. Võrdsetel väljatugevustel on suurema nihkekonstandiga keskkonnas ka suurem dielektriline nihe. Seega, kui $\Delta_1 > \Delta_2$ ja $E_1 = E_2$, siis $D_1 > D_2$, sest $D_1 = \Delta_1 E_1$ ja $D_2 = \Delta_2 E_2$.

Joonisel *c* moodustab esimeses keskkonnas olev dielektriline nihe D_1 keskkondade lahutuspinnaile püstitatud vertikaaljoonega nurga α_1 . Nii esimese keskkonna nihe D_1 kui ka väljatugevus E_1 on lahutatavad normaalkomponentideks D_{1n} ja D_{1t} ning E_{1n} ja E_{1t} . Üleminekul ühest keskkonnast teise säilib voo suurus, seega nihkevektori ühest keskkonnast teise suunatud komponent. Seega $D_{1n} = D_{2n}$. Suunas rööbiti lahutuspinna on väljatugevused mõlemas keskkonnas ühesuursed, $E_{1t} = E_{2t}$, mis selgub sellestki, kui võtame lahutuspinna ringintegraali punktist *M* punktini *N* ja tagasi, mille väärtus on null:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_{1t} l_{MN} - E_{2t} l_{NM} = 0,$$

millest $E_{1t} = E_{2t}$. Leitud seosest saame: et $D_{1n} = D_{2n}$, siis $\Delta_1 E_{1n} = \Delta_2 E_{2n}$ ehk

$$\Delta_1 E_1 \cos \alpha_1 = \Delta_2 E_2 \cos \alpha_2 \quad (130)$$

ja

$$E_{1t} = E_{2t}$$

ehk

$$E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2.$$

Jagades avaldise 131 avaldisega 130 saame:

$$\frac{E_1 \sin \alpha_1}{\Delta_1 E_1 \cos \alpha_1} = \frac{E_2 \sin \alpha_2}{\Delta_2 E_2 \cos \alpha_2},$$

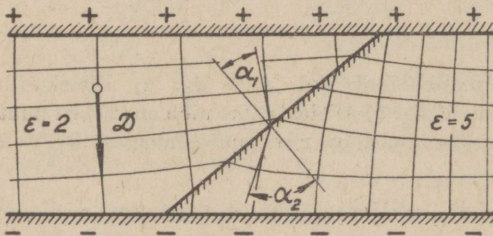
millest

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\Delta_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\Delta_2}.$$

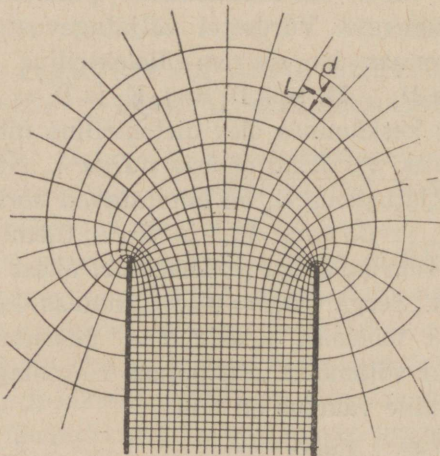
Et $\Delta = \epsilon \Delta_0$, siis

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (132)$$

Väljatugevuse suuna muutumist voo üleminekul ühest keskkonnast teise näitab joonis 100.

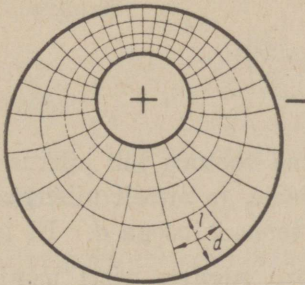


Joon. 100. Väljatugevuse suuna muutmise kahe dielektriku puutepinnal.

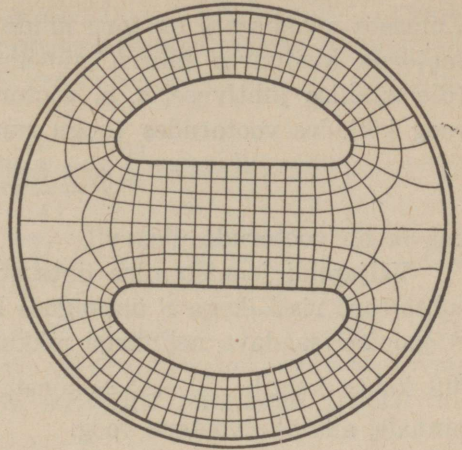


Joon. 101. Väljapilt kahe tasapinnalise plaadi vahel.

66. Väljapilt. Tasapinnalise kondensaatori mahtuvuse ja maksimaalse väljatugevuse arvutamise valemite tuletamisel me eeldasime välja olemasolu vaid kondensaatori plaatide vahel, mis on teataval määral õigustatud üksnes juhtumeil, kui plaatidevaheline kaugus on väga väike, võrreldes plaatide suurusga. On aga plaatide vahe suur, siis tuleb arvutusse kaasa ka väli väljaspool plaate olevas dielektrikus (joon. 101). Väljapilt kujuneb võrdsete vahedega ekvipotentsiaalpindadest, milledega risti asetsevad väljatugevuse (ja dielektrilise nihke) sihi jooned. On nivoo- ehk ekvipotentsiaal-pind kõver, siis on kõver ka väljasihhi joon, kuid viimane jääb seejuures ikkagi risti kõikide tema poolt lõigatavate ekvipotentsiaal-pindadega. Joonised 102 ja 103 kujutavad väljapilt ühesoonelises ekstsentrilises ja kahe-soonelises sümmeetrilises kaablis.



Joon. 102. Väljapilt ekstsentrilises ühesoonelises kaablis. Vootorude arv $m = 27$, lülide arv vootorus $n = 4$.



Joon. 103. Väljapilt kahesooneelises kõrgepingekaablis.

67. Rööbiti olevate kehade vahelise mahtuvuse graafiline määramine.

Arvutamise teel on võimalik mahtuvust määrata ainult geomeetriselt väga lihtsate kujundite korral. Paljudel keerulistel juhtumitel on aga mahtuvust võimalik määrata ka graafiliselt; eriti kergesti on see teostatav siis, kui kujund omab sümmeetriat mõne telje suhtes, näiteks maakaabli, kogumislattide jne. puhul. Selleks on tarvis joonistada väljapilt, s. o. ekvipotentsiaalpindade ja väljoonte võrk. Tuleb täita tingimus, et väljooned peavad olema alati risti ekvipotentsiaalpindu kujutavate joontega.

Jaotame välja vootorudeks (joon. 102). Igas vootorus omab voog ühesugust väärtust toru kogu pikkusel. Toru ristlõike pindala S on toru laiuse d ja joonisega risti oleva sügavuse b korrutis: $S = db$. Jaotame toru temaga risti olevate pindadega lülideks pikkusega l_1, l_2, l_3 jne. selliselt, et nendel kaugustel potentsiaalide vahed oleksid omavahel võrdsed. Siis potentsiaali muutumine piki kogu vootoru oleks

$$E_1 l_1 + E_2 l_2 + E_3 l_3 + \dots = U.$$

Toru ristlõike pindalad kaugustel l_1, l_2, l_3 on vastavalt S_1, S_2, S_3 jne. Et voog püsib toru kogu pikkusel muutumatuna, siis toru igas ristlõikes

$$\Phi_t = D_1 S_1 = D_2 S_2 = \dots = \Delta E_1 S_1 = \Delta E_2 S_2 = \dots,$$

millest

$$\Phi_t \left(\frac{l_1}{\Delta S_1} + \frac{l_2}{\Delta S_2} + \frac{l_3}{\Delta S_3} + \dots \right) = U$$

ehk voog üksikus vootorus

$$\Phi_t = \frac{U}{\sum_1^n \frac{l}{\Delta S}}$$

Viimases avaldises n on toru lülide arv. Saadud avaldis on Ohmi seadus vootorus, kusjuures murru nimetaja on vootoru dielektriline takistus (dielektrilise juhtivuse, s. o. vootoru mahtuvuse pöördväärtus). Üldine voog kõikides vootorudes (kogu ruumis)

$$\Phi = \sum_1^m \Phi_i = Q = CU,$$

kus m on vootorude üldarv.

Väljapildi joonistamine lihtsustub, kui valime vootoru lüli pikkuse l suhte toru ristlõikega S ühesuguse kõikidele lülidele, ja nimelt niisuguse, et joonisel saadava nelinurga pikkus l võrduks tema laiussega d . Et iga lüli kohta kehtib $\frac{S}{l} = b = \text{konst}$, kui b on toru sügavus risti joonise pinnale, siis ühe vootoru voog

$$\Phi_i = \frac{U}{\sum_1^n \frac{l}{\Delta S}} = \frac{U}{\sum_1^n \frac{1}{\Delta b}} = \Delta \frac{b}{n} U$$

ning kogu voog ruumis, s. o. laeng, on vootorude üldarvu m kordselt suurem voost ühes vootorus:

$$\Phi = Q = \Delta b \frac{m}{n} U = CU. \quad (133)$$

Otsitav mahtuvus:

$$C = \Delta b \frac{m}{n}, \quad (134)$$

milles $\Delta = \epsilon \Delta_0$ on nihkekonstant ehk dielektriline erijuhtivus, b — vootoru sügavus risti joonise pinnale, m — joonise pinnal olevate vootorude arv ja n — üksiku toru lülide arv.

68. Pöördkehadevahelise mahtuvuse graafiline määramine. Kujundavad kondensaatori kontsentrilised pöördkehad, näiteks metallvõru ja seda läbiv metallvarras, siis on võimalik määrata mahtuvust analoogiliselt eelmisele meetodile. Jaotame kogu välja vootorudeks, mis algavad seesmise silindri pinnal, läbivad ruumi ketta- või lehtrikujuliselt ja lõpevad välissilindril (joon. 104). Ekvipotentsiaalpinnad on siis samuti kontsentrilised pöördkehad, Ekvipotentsiaalpindade silindrilises osas seesmise ja välimise metallsilindri vahel on mahtuvus

$$C = \frac{\Phi}{U} = \frac{\Delta 2\pi l}{\ln \frac{r_v}{r_s}},$$

millest

$$\ln \frac{r_v}{r_s} = \frac{\Delta 2\pi l}{\Phi} U. \quad (135)$$

Valemis esinevatest tähistest r_s on seesmise ja r_v välimise silindri raadius. Kui võtta sellesse ruumi kolm ekvipotentsiaalpinna võrdse potentsiaalide vahega, siis peavad nende pindade raadiused r' , r'' ja r''' rahuldama tingimust:

$$\frac{\Delta 2\pi l}{\Phi} \frac{U}{4} = \ln \frac{r'}{r_s} = \ln \frac{r''}{r'} = \ln \frac{r'''}{r''} = \ln \frac{r_v}{r'''}$$

Sellest

$$\frac{r'}{r_s} = \frac{r''}{r'} = \frac{r'''}{r''} = \frac{r_v}{r'''} = \sqrt[4]{\frac{r_v}{r_s}} = c = \text{konst.}, \quad (136)$$

seega

$$r' = r_s c; \quad r'' = r_s c^2; \quad r''' = r_s c^3. \quad (137)$$

Ekvipotentsiaalpindeadega risti olevate välijoonte vahekaugus b on vabalt valitav. Vootoru ristlõike pindala S suhe lüli pikkusega l jääb konstantseks (joon. 104):

$$\frac{S}{l} = \frac{2\pi \left(\frac{r'''}{2} + r'' \right) b}{r''' - r''} = \frac{\pi \left(\frac{r'''}{r''} + 1 \right) b}{\frac{r'''}{r''} - 1} = \frac{\pi(c+1)b}{c-1} = a = \text{konst.} \quad (138)$$

Ekvipotentsiaalpindeadega kõverduva osa joonistamisel püüame joonistada eksponentsiaalpinnaid ja välijooned selliselt, et ka ruumi selles osas suhe S/l oleks endine, seega et

$$\frac{S}{l} = \frac{2\pi r b}{l} = a = \text{konst.} \quad (139)$$

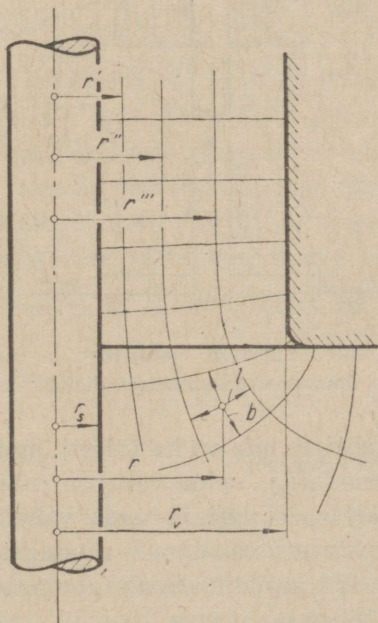
Selles valemis l on joonistatava nelinurga pikkus tema keskkohas (voo suunas), b — laius ja r — nelinurga keskkoha kaugus teljest. Otsitav mahtuvus

$$C = \Delta a \frac{m}{n} = \varepsilon \Delta_0 a \frac{m}{n}, \quad (140)$$

milles a [cm] on suhe valemist 138, m on joonise pinnal olevate vootorude arv, n on ühe vootoru lülide arv, ε — dielektrikukonstant ja $\Delta_0 = 0,0885 \cdot 10^{-12}$ F/cm.

Näide 76. Määrata graafiliselt ühe km pikkuse ühesoonelise kaabli mahtuvus, kui kaablisoon asetseb kaablis ekstsentriliselt (joon. 102) ja dielektrikukonstant $\varepsilon = 4$.

L a h e n d u s. Jaotame kaablisooni ja väliskesta vahelise ruumi „ruudukes- teks“ selliselt, et ruudukese pikkus ja

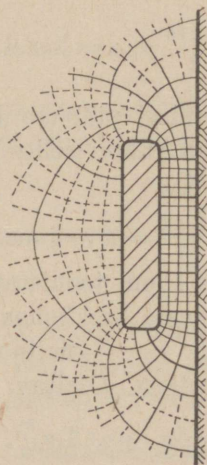


Joon. 104. Väljapilt metallvõru ja teda läbiva ümmarvarda vahelises dielektrikus.

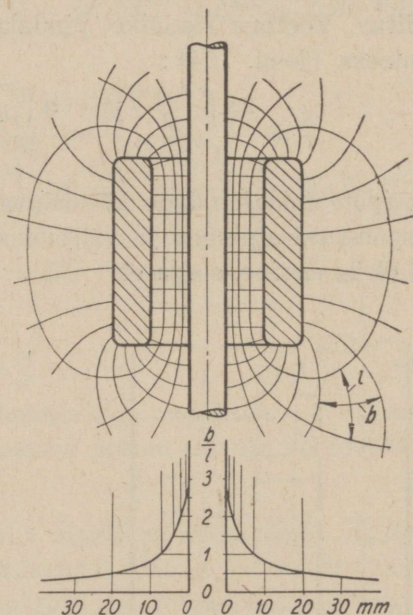
laius (keskkohas) oleksid võrdsed. Saadavate vootorude arv $m = 27$, ühe toru lülide arv $n = 4$, vootoru sügavus $b = 1 \text{ km} = 10^5 \text{ cm}$ ja dielektriku nihkekonstant $\Delta = \varepsilon \Delta_0 = 4 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$. Mahtuvus

$$C = \varepsilon \Delta_0 b \frac{m}{n} = \frac{4 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 10^5 \cdot 27}{4} = 0,24 \cdot 10^{-6} \frac{\text{F}}{\text{km}} = 0,24 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}.$$

Näide 77. Seinast 10 mm kaugusel moodub latt ristlõike pindalaga $10 \times 50 \text{ mm}$, nurga raadiusega 2 mm. Lati pikkus $b = 0,5 \text{ m}$, dielektrikuks on õhk. Määrata graafiliselt mahtuvus lati ja seina vahel (joon. 105).



Joon. 105. Väljapilt seina ja lati vahelises ruumis. Vootorude arv $m = 32$, toru lülide arv $n = 4$.



Joon. 106. Väljapilt metallvõru ja teda läbiva ümmarmarda vahelises dielektrikus.

Lahendus. Oletame seina olevat juhtiva, mis on ka täiesti õigustatav ruumi tavalise niiskuse korral. Jaotame lati ja seina vahelise ruumi ruudukesteks. Ruudukeste joonistamisel väljaspool lati ja seina vahelist ruumi, kus nende moodud kiiresti kasvavad, kasutame ruudukeste alajaotamist pool- ja veerandruudukesteks. Väljapildil olevate vootorude koguarv $m = 32$, lülide arv torus $n = 4$ ja seega mahtuvus

$$C = \Delta b \frac{m}{n} = \frac{0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5 \cdot 10^2 \cdot 32}{4} = 35,3 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 35,3 \text{ pF}.$$

Näide 78. Varras läbimõõduga 10 mm läbib võru, mille seesmine läbimõõt on 30 ja väline 50 mm. Võru kõrgus on 50 mm, tema servad on ümmardatud raadiusega 2 mm. Dielektrikuks on õli, mille $\varepsilon = 4$. Määrata graafiliselt mahtuvus varda ja võru vahel.

Lahendus. Joonistame võru ja varda vahelisse silindrilisse ruumi kolm silindrilist ekvipotentsiaalpinda (joon. 106), mille raadiused on arvatavad valemist 136. Kuna $r_s = 0,5$ ja $r_v = 1,5$ cm, siis

$$c = \sqrt[4]{\frac{r_v}{r_s}} = \sqrt[4]{\frac{1,5}{0,5}} = 1,32 \text{ ning } r' = r_s c = 0,5 \cdot 1,32 = 0,66, \quad r'' = r_s c^2 = 0,87 \text{ ja } r''' = r_s c^3 = 1,14 \text{ cm.}$$

Valime mingisuguse joonistatava „ruudukese“ laiuks $b = 0,35$. Siis suhe a valemist 138 vootorus välja suunaga risti oleva pindala S ja lüli pikkuse l vahel on:

$$a = \frac{S}{l} = \frac{\pi(c+1)b}{c-1} = \frac{\pi(1,32+1)0,35}{1,32-1} = 7,95 = \text{konst.}$$

Iga ruudukese keskkohas, kaugusel r varda keskkohast, suhe $a = \frac{2\pi r b}{l}$,

seega suhe $\frac{b}{l} = \frac{a}{2\pi r} = \frac{7,95}{2\pi r} = \frac{1,27}{r}$. Sõltuvalt r väärtusest saame:

$r[\text{cm}]$	0,5	0,8	1,0	1,2	1,5	2	3	4	5
b/l	2,54	1,58	1,27	1,06	0,85	0,64	0,43	0,32	0,25

Saadud andmetel joonistame abikõvera, mis võimaldab igasugusel kaugusel vardast leida suhet joonistatava „ruudukese“ pikkuse ja laiuse vahel. Näeme, et varda ligidal on b suurem kui l , kaugemal aga l suurem kui b . Joonistades väljapildi, saame joonise pinnal vootorude arvuks $m = 27$ ja lülide arvuks torus $n = 4$. Seega mahtuvus

$$C = \Delta a \frac{m}{n} = \frac{4 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 7,95 \cdot 27}{4} = 19 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 19 \text{ pF.}$$

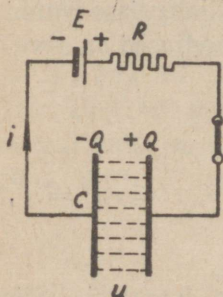
XXI peatükk.

ELEKTRIVÄLJA ENERGIA.

69. Kondensaatoris salvestatav energia. Elektri- ja magnetvälja käsitleva õpetuse rajamisel selgitas Maxwell, et elektriline ja magnetiline mõjumine ehk induktsioon ühelt kehalt teisele toimub mitte ainult mateeria ga täidetud ruumi kaasabil, vaid ka tühjas ruumis ja et elektrilise, vastavalt aga ka magnetilise energia asukohana ei tule vaadelda mitte

ainult elektriseeritud või magneeditud kehi ega voolust läbitavaid elektrijuhte, vaid ka neid ümbritsevat ruumi.

Elektrienergia kvantitatiivseks määramiseks vaatleme energia allikaga, näiteks patareiga, ühendatavat kondensaatorit (joon. 107). Kondensaatori pinge tõuseb sõltuvalt temasse voolava laengu suuruselt,



Joon. 107. Kondensaatori laadimine.

$$u = \frac{Q}{C},$$

kusjuures u on kondensaatori pinge ja Q — laengu hetkväärtus¹⁾ ning C — kondensaatori mahtuvus.

Tekkiva voolu suurus sõltub ühelt poolt vooluringi oomilisest takistusest R , teiselt poolt aga vooluallika ja kondensaatori pingete vahest $E - u$:

$$i = \frac{E - u}{R},$$

kust

$$E = iR + u.$$

Voolu hetkväärtus i sõltub juhett ajavahemikus dt läbiva laengu dQ suuruselt, seega

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt},$$

ja vooluallikalt saadava võimsuse hetkväärtus on seejuures Ei . Kondensaatori laadimisel on kulutatud energia

$$\int_0^t E i dt = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^t u i dt = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^t C u du. \quad (141)$$

Selle avaldise esimene liige kujutab endast laadimisel takistuses R soojuseks muundunud energiat, teine aga välja ülesehitamisele kulutatud energiat. Sõltumatult laadimise kestusest laadimise lõppedes kondensaatori pinge U omab vooluallika EMJ väärtust ja välja ülesehitamisele kulutatud energia

$$A = \int_0^U C u du = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}, \quad (142)$$

olles sõltuv vaid kondensaatori mahtuvusest C ja tema poolt omandatud elektrihulga ehk laengu suuruselt.

Tasapinnalise kondensaatori kogu dielektrikus on väljatugevus ja dielektriline nihe konstantsed. Kondensaatori mahtuvus $C = \frac{AS}{d}$ ja plaatidevahelise dielektriku maht $V = Sd$. Et kondensaatori plaatidevaheline

1) Pinge ja voolu hetkväärtused tähistatakse väikese tähega.

elektriväli eksisteerib praktiliselt ainult plaatidevahelises ruumis, siis selle välja ruumiühiku energiasisaldavus on

$$\frac{A}{V} = \frac{CU^2}{2V} = \frac{\Delta S U^2}{d S d} = \frac{\Delta U^2}{2 d^2} = \frac{\Delta E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\Delta}. \quad (143)$$

Väljendades nihkekonstanti Δ vaakuumi ja polarisatsiooni nihkekonstantide Δ_0 ja k kaudu, kusjuures $\Delta = \Delta_0 + k$, saame:

$$\frac{A}{V} = \frac{(\Delta_0 + k) E^2}{2} = \frac{\Delta_0 E^2}{2} + \frac{k E^2}{2}. \quad (144)$$

Seega välja tekitamisel dielektrikus vajatakse energiat esiteks välja ülesehitamiseks selle sõna otseses mõttes, s. o. $\frac{\Delta_0 E^2}{2}$ ja teiseks vaakuumi täitva aine polariseerimiseks, s. o. $\frac{k E^2}{2}$.

Saadud tulemus ei kehti mitte ainult tasapinnalise kondensaatori välja kohta, vaid iga elektrivälja kohta, sest alati on võimalik väljast eraldada element $dV = dSdl$, milles väli on ühtlik nagu tasapinnalises kondensaatoriski. Seega ruumiühiku energia

$$\frac{dA}{dV} = \frac{ED}{2} \quad (145)$$

ja kogu välja energia

$$A = \int_V \frac{ED}{2} dV. \quad (146)$$

Näide 79. Määrata raadiusega r_0 kera ümbritseva välja energia, kui kerale on antud laeng Q .

Lahendus. Ümbritseme kera rea kontsentriliste sfääriliste pindadega vahekaugusega dr . Üksiku kihi energia

$$dA = \frac{ED}{2} dV = \frac{ED}{2} 4\pi r^2 dr$$

ja kera ümbritseva välja energia

$$A = \int_{r_0}^{\infty} \frac{ED}{2} 4\pi r^2 dr.$$

Kaugusel r dielektriline nihe $D = \frac{Q}{4\pi r^2}$, seega

$$A = \int_{r_0}^{\infty} \frac{EQ}{2 \cdot 4\pi r^2} 4\pi r^2 dr = \frac{Q}{2} \int_{r_0}^{\infty} E dr.$$

Et aga $\int_{r_0}^{\infty} E dr$ on kera potentsiaal φ , siis välja energia

$$A = \frac{Q\varphi}{2}. \quad (147)$$

70. Kahejuhtmelise elektriliini elektrivälja energia. Jaotame juhtmetevahelise ruumi vootorudeks. Olgu ühelt juhtmelt algava vootoru ristlõige selle juhtme pinnal dS_A , sama vootoru lõpul, seega teise juhtme pinnal, aga dS_B ja laengu tihedus nendel pindadel vastavalt σ_A ja σ_B . Ruumis juhtmete vahel on toru ristlõige dS ja dielektriline nihe D (joon. 108). Säärases vootorus olev voog



Joon. 108. Vootoru kahe juhtme vahelises elektriväljas.

$$\Phi_i = \sigma_A dS_A = \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = -\sigma_B dS_B$$

ja selle energia

$$\begin{aligned} dA &= \int_A^B \frac{ED}{2} dV = \int_A^B \frac{ED}{2} dS dl = \\ &= \frac{DdS}{2} \int_A^B E dl = \frac{DdS}{2} (\varphi_A - \varphi_B) = \\ &= \frac{\sigma_A dS_A}{2} \varphi_A + \frac{\sigma_B dS_B}{2} \varphi_B. \end{aligned} \quad (148)$$

Et juhtme kõik punktid omavad ühesugust potentsiaali, siis laenguid Q_A ja Q_B ümbritseva välja energia

$$A = \frac{\varphi_A}{2} \int \sigma_A dS_A + \frac{\varphi_B}{2} \int \sigma_B dS_B = \frac{\varphi_A Q_A}{2} + \frac{\varphi_B Q_B}{2}.$$

Et aga $Q_A = -Q_B$ ja $\varphi_A - \varphi_B$ on juhtmetevaheline pinge U , siis energia

$$A = \frac{UQ}{2}. \quad (149)$$

71. Mehhaaniline jõud pingestatud kondensaatori plaatide vahel.

Kondensaatori erinimeliselt pingestatud plaadid tõmbuvad jõuga P kg. Kui kondensaatori üks plaat eemaldada teisest da cm võrra, siis sooritatakse töö

$$dA = \frac{P}{10,2} da \text{ džauli.}$$

Tasapinnalise kondensaatori energia

$$A = \frac{CU^2}{2} = \frac{ASU^2}{2a},$$

mille tuletis a suhtes

$$dA = -\frac{ASU^2}{2a^2} da$$

on võrdne plaadi nihutamisel sooritatava tööga, seega

$$\frac{P}{10,2} da = -\frac{ASU^2}{2a^2} da,$$

millest jõud

$$P = 10,2 \frac{AS}{2} \left(\frac{U}{a}\right)^2 \text{ kg.} \quad (150)$$

Ärajäetud miinusmärk näitab, et jõud P ja plaatide eemaldamine da on vastassuunalised.

Näide 80. Määrata jõu suurus, millega tõmmatakse 250 mm läbimõõduga tasakaalus olev ketas temaga 5 mm kaugusel rööbiti asetseva plaadi külge, kui plaatidevaheline pinge $U = 6000$ V ja dielektrikuks on õhk.

Lahendus. Kondensaatori plaadi pindala

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 25^2}{4} = 490 \text{ cm}^2.$$

Et õhu nihkekonstant

$$\Delta \approx \Delta_0 = 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}},$$

on plaatidevaheline jõud

$$P = 10,2 \frac{\Delta S (U)^2}{2} = \frac{10,2 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 490}{2} \cdot \frac{(6000)^2}{0,5} = 0,032 \text{ kg} = 32 \text{ g}.$$

Näide 81. Määrata klaasis elektrivälja mõjul tekkiv mehhaaniline sisepinge, kui väljatugevus klaasis $E = 200$ kV/cm ja dielektrikonstant $\epsilon = 8$.

Lahendus. Valemis 150 esinev U/a on väljatugevus E , seega klaasi ühe cm^2 suurusele pindalale mõjuv sisejõud

$$\sigma = 10,2 \frac{\Delta S}{2} E^2 = \frac{10,2 \cdot 8 \cdot 0,0885 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 200000^2}{2} = 0,143 \text{ kg/cm}^2.$$

Sellest hoolimata, et väljatugevus on klaasis äärmiselt suur, on esinev mehhaaniline sisepinge võrdlemisi väike.

XXII peatükk.

ÜLEMIN EKUNÄHTUSED KONDENSAATORITE LAADIMISEL JA TÜHJENEMISEL.

72. Nihkevool dielektrikus. Kondensaatori laadimine ei toimu silmapilkselt, vaid sõltub vooluringi elementidest — mahtuvustest ja takistustest. Kondensaatori pinge suurenedes kasvab ka voog kondensaatori dielektrikus. Kuna antud juhtumil ajamomendil t dielektrikus olev voog Φ on võrdne laengu hetkelise väärtusega Q elektrijuhi pinnal, s. o. $\Phi = Q$, siis laadimisvoolu hetkväärtus

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d\Phi}{dt} = C \frac{du}{dt}. \quad (151)$$

Voo kasvamise tulemusena suureneb ka vastasnimeline laeng kondensaatori teisel plaadil ja vool selle plaadi ja vooluallika teisenimelise pooluse vahel. Kogu protsess — vool esimeses juhtmes vooluallika ja kondensaatori esimese plaadi vahel (dünaamiline olukord, laengu liikumine, s. o. elektronide tõeline liikumine piki juhet), dielektrilise nihke muutumine kondensaatori dielektrikus (mitte dünaamiline, vaid staatiline olukord ruumis) ja vool teises juhtmes kondensaatori teise plaadi ja vooluallika vahel — toimub pidevalt ja samaaegselt. Näib, nagu läbiks vool ka dielektrikut. Seda kondensaatori dielektrikus näivalt jätkuvat voolu nim. nihkevooluks.

Nihkevoolu võib vaadelda jaotatuna üle kogu dielektriku ja ta on oma tiheduselt sõltuv dielektrilise nihke jaotumisest. Nihkevoolu tihedus

$$j_n = \frac{i_n}{S} = \frac{dQ}{Sdt} = \frac{dD}{dt} = \frac{\Delta dE}{dt}. \quad (152)$$

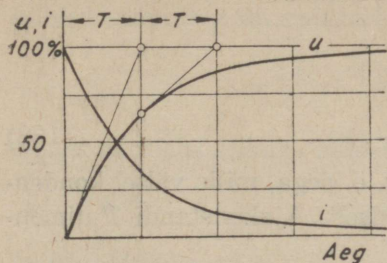
Et dielektrilist nihet võib vaadelda koosnevana kahest osast — dielektrilisest nihkest vaakuumis ja polariseerumisnihkest isolaatoris, seega $D = \Delta E = kE + \Delta_0 E$, siis nihkevoolu tihedus

$$j_n = \frac{dD}{dt} = \frac{k dE}{dt} + \frac{\Delta_0 dE}{dt}. \quad (153)$$

Selle avaldise esimene liige näitab keskkonna polariseerumisel dielektrikus välja suunaga risti asetsevat pinnajuhikut ajajuhikus läbinud tõelist laengut, seega tõelist voolutihedust, teine liige aga on tõeliselt mitteolev voolutihedus vaakuumis (kuna näiteks ei saa olla tõelist voolu absoluutses vaakuumis, milles puuduvad massi omavad laengu kandjad või vabad elektronid, kuid mille toomine arvutusse lihtsustab nii nähtuse enda mõistmist kui ka elektrivälja muutumisega alati kaasneva magnetvälja tekkimise seletamist).

Puhtakujuline nihkevool oleks kujutletav ainult ideaalses dielektrikus, s. o. dielektrikus, milles täiesti puuduks juhtivus, seega mille sisetakistus $R_s = \infty$. Sellises dielektrikus laadimisvool peaks laadimisprotsessi lõpul muutuma nulliks ja peale kondensaatori eraldamist vooluallikast peaks kondensaatorile antud laeng säilima temas ülipika aja vältel. Kuid iga dielektrik omab teatavat elektrilist juhtivust ja seega läbib iga kondensaatorit sõltuvalt sisetakistuse suurusest ka tõeline vool (p. 121).

73. Kondensaatori laadimine. Ideaalse kondensaatori laadimise alguses, kui kondensaatori laeng on null, on null ka pinge kondensaatori plaatide vahel ja seetõttu laadimisvool on maksimaalne. Kondensaatori



Joon. 109. Kondensaatori laadimisvoolu ja pinget muutumine laadimisel. Ühe ajakonstandi, s. o. aja T vältel vool nõrgeneb $e = 2,718$ kordselt.

pinge kasvades laadimisvool väheneb. Ajamomendil t on laadimisvoolu hetkväärtus

$$i = \frac{U - u}{R} = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt}, \quad (154)$$

milles U tähistab vooluallika pinget ja R — laadimisvooluringi kogutakistust. Avaldis on ümberkujutatav diferentsiaalvõrrandiks

$$\frac{du}{dt} + u \frac{1}{RC} = \frac{U}{RC}. \quad (155)$$

Diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + ax = b \quad (156)$$

lahendus on:

$$x = A_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t}, \quad (157)$$

milles esimene liige

$$A_0 = \frac{b}{a} \quad (158)$$

ja astmenäitajates olevad liikmed p on leitavad karakteristliku võrrandi

$$p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a = 0 \quad (159)$$

lahendamisel. Viimase võrrandi saamine toimub võrrandist 156, võrrutades selle parema poole nulliga ja asendades x -i tuletise p -ga, säilitades astmenäitajad. Viimase liikme ax asemele tuleb asetada a . Tegurid A_1, A_2 jne. määratakse piirväärtustest.

Eespool laadimisprotsessi määrav võrrand

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC} u = \frac{U}{RC}$$

on kirjutatav kujul

$$a_1 \frac{du}{dt} + au = b, \quad (160)$$

milles $a_1 = 1$, $a = \frac{1}{RC}$ ja $b = \frac{U}{RC}$. Selle lahendus (val. 157) on

$$u = A_0 + A_1 e^{pt}, \quad (161)$$

kusjuures

$$A_0 = \frac{b}{a} = \frac{U \cdot RC}{RC} = U.$$

Karakteristlik võrrand on kirjutatav kujul

$$a_1 p + a = 0.$$

Asetades temasse a_1 ja a tõelised väärtused, saame:

$$p + \frac{1}{RC} = 0,$$

millest

$$p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{T}. \quad (162)$$

Selles $T = RC$ tähistab a ja k konstanti, s. o. aega, mille vältel kondensaatori laadimisvool nõrgeneb $e = 2,718$ kordselt. Ajakonstandi T dimensiooniks on sekund,

$$1\Omega \cdot 1F = 1 \frac{V}{A} \cdot 1 \frac{C}{V} = 1 \frac{V \cdot As}{A \cdot V} = 1 \text{ sec.}$$

Võrrandi 160 lahendus on:

$$u = U + A_1 e^{-\frac{t}{T}}. \quad (163)$$

Konstandi A_1 määramiseks vaatleme algulukorda, kui $t = 0$. Sel hetkel on null ka kondensaatori pinge, seega

$$0 = U + A_1 e^{-\frac{0}{T}} = U + A_1$$

ja konstant

$$A_1 = -U.$$

Ajamomendil t on kondensaatori pinge seega

$$u = U - U e^{-\frac{t}{T}} = U - U e^{-\frac{t}{RC}} = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (164)$$

ja laadimisvool valemist 154, asetades temasse u tuletise, on

$$i = C \frac{du}{dt} = C \frac{U}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (165)$$

Kondensaatori sisselülitamise hetkel, mil $t = 0$, on vool

$$i_0 = \frac{U}{R} \quad (166)$$

ja valemist 164 aeg t , mille vältel kondensaatori pinge omandab väärtuse u ,

$$t = RC \ln \frac{U}{u}. \quad (167)$$

Näide 82. Plaatkondensaatori ühe plaadi suurus on 400 cm^2 ja plaatidevaheline kaugus $d_1 = 0,5 \text{ cm}$. Kondensaator lülitati alalisvoolu allikale pingega 1000 V ja sai laengu $Q = 0,0708 \mu\text{C}$, mida mõõdeti ballistilise galvanomeetriga. Määrata kondensaatori mahtuvus C , nihkekonsstant A , väljatugevus E ja dielektriline nihe D .

Lahendus. Mahtuvus

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{0,0708 \cdot 10^{-6}}{1000} = 70,8 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 70,8 \text{ pF.}$$

Nihkekonstant Δ on määratav seosest $C = \frac{\Delta S}{d}$, millest

$$\Delta = \frac{Cd_1}{S} = \frac{70,8 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5}{400} = 0,0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}.$$

Seega on dielektrikuks antud juhtumil õhk. Väljatugevus

$$E = \frac{U}{d_1} = \frac{1000}{0,5} = 2000 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$$

ja dielektriline nihe

$$D = \frac{\Phi}{S} = \frac{Q}{S} = \frac{0,0708 \cdot 10^{-6}}{400} = 177 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{cm}^2}.$$

Kuidas muutuksid selle kondensaatori mahtuvus ja pinge peale laetud kondensaatori eraldamist võrgust, kui plaatidevahelist kaugust suurendatakse ühe cm-ni? Plaatide uuel kaugusel d_2 on mahtuvus

$$C_2 = C_1 \frac{d_1}{d_2} = C_1 \frac{0,5}{1,0} = 0,5 C_1,$$

seega kaks korda väiksem endisest. Et seejuures laeng ei muutu, siis pinge kondensaatori klemmidel peab kahekordistuma. Kui võtta dielektrikuks õhu asemel õli, dielektrikukonstandiga $\epsilon = 3$, siis, jättes plaatidevahelise kauguse endiseks, kondensaatori mahtuvus kolmekordistub ja tema pinge alaneb samas vahekorras.

Näide 83. Määrata aeg, mille vältel kondensaator mahtuvusega $C = 2 \mu\text{F}$ ja sisetakistusega $R_s = 1 \text{ M}\Omega$ laetakse läbi välistakistuse $R_v = 0,1 \text{ M}\Omega$ pingeni $u = 70 \text{ V}$, kui vooluallika pinge $U = 100 \text{ V}$.

Lahendus. Kondensaatori sisetakistust võime kujutleda lülitatuna paralleelselt mahtuvusega (joon. 110). Laadimisvool i koosneb kahest osavoolust — kondensaatori nihkevoolust $i_c = C \frac{du}{dt}$ ja tõelisest voolust sisetakistuses $i_s = \frac{u}{R_s}$. Tähistades kondensaatori pinget ajamomendil t tähisega u saame:

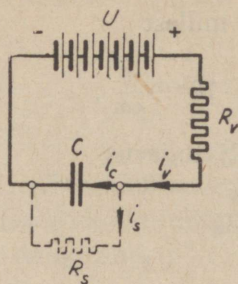
$$U = iR_v + u = (i_c + i_s)R_v + u = \left(C \frac{du}{dt} + \frac{u}{R_s}\right)R_v + u = R_v C \frac{du}{dt} + \frac{R_v}{R_s} u + u,$$

millest

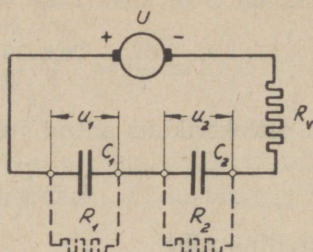
$$\frac{du}{dt} + \frac{R_v + R_s}{R_v R_s C} u = \frac{U}{R_v C}.$$

Selle diferentsiaalvõrrandi lahendamine annab (val. 156 ... 159):

$$u = A_0 + A_1 e^{\nu t}, \quad (168)$$



Joon. 110. Kondensaatori laadimine.



Joon. 111. Kahe kondensaatori laadimine.

milles

$$A_0 = \frac{b}{a} = \frac{U}{R_v C} \cdot \frac{R_v R_s C}{R_v + R_s} = \frac{U R_s}{R_v + R_s} = \frac{100 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 10^6 + 10^6} = 90,9 \text{ V};$$

$$a_1 p + a = 0; \quad p + \frac{R_v + R_s}{R_v R_s C} = 0$$

ja seega ajakonstant

$$T = -\frac{1}{p} = \frac{R_v R_s C}{R_v + R_s} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^6 + 10^6} = 0,182 \text{ sec.}$$

Valem 168 omandab kuju

$$u = 90,9 + A_1 e^{-\frac{t}{0,182}}.$$

Kui $t = 0$, siis ka $u = 0$, seega $A_1 = -90,9$ volti ja pinge kondensaatoril

$$u = 90,9 - 90,9 e^{-\frac{t}{0,182}} \text{ V.}$$

Aeg t , mille vältel kondensaatori pinge u on tõusnud 70 voldini, on leitav avaldisest

$$70 = 90,9 - 90,9 e^{-\frac{t}{0,182}},$$

seega

$$e^{-\frac{t}{0,182}} = \frac{90,9 - 70}{90,9} = 0,23$$

ja

$$e^{\frac{t}{0,182}} = \frac{1}{0,23}.$$

Aeg

$$t = (\ln 1 - \ln 0,23) 0,182 = 0,267 \text{ sec.}$$

Näide 84. Määrata pinge muutumise kulgeline kahe järjestikku ühendatud kondensaatori klemmidel (joon. 111), millede mahtuvused $C_1 = 15$ ja $C_2 = 3 \mu\text{F}$ ning sisetakistused $R_1 = 0,2$ ja $R_2 = 0,1 \text{ M}\Omega$, kui nad laetakse läbi välistakistuse $R_v = 20\,000 \Omega$ ja laadimismasina pinge $U = 220 \text{ V}$.

Lahendus. Takistust R_v läbib vool

$$i = \frac{u_1}{R_1} + C_1 \frac{du_1}{dt} = \frac{u_2}{R_2} + C_2 \frac{du_2}{dt}.$$

Kirchhoffi seaduse alusel

$$U = u_1 + u_2 + iR_v = u_1 + u_2 + \left(\frac{u_1}{R_1} + C_1 \frac{du_1}{dt} \right) R_v \quad (169)$$

ja

$$U = u_1 + u_2 + \left(\frac{u_2}{R_2} + C_2 \frac{du_2}{dt} \right) R_v. \quad (170)$$

Võrrandist 169 avaldame u_2 ja määrame ka $\frac{du_2}{dt}$:

$$u_2 = U - \left(1 + \frac{R_v}{R_1} \right) u_1 - R_v C_1 \frac{du_1}{dt},$$

$$\frac{du_2}{dt} = - \left(1 + \frac{R_v}{R_1} \right) \frac{du_1}{dt} - R_v C_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2}.$$

Asetades leitud väärtused avaldisse 170 saame:

$$U = u_1 + u_2 \left(1 + \frac{R_v}{R_2} \right) + C_2 R_v \frac{du_2}{dt} = u_1 + \left[U - \left(1 + \frac{R_v}{R_1} \right) u_1 - R_v C_1 \frac{du_1}{dt} \right] \left(1 + \frac{R_v}{R_2} \right) - C_2 R_v \left[\left(1 + \frac{R_v}{R_1} \right) \frac{du_1}{dt} + R_v C_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} \right].$$

Liikmete ümberrühmitamisel saame diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + \left[\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_2} \right) \right] \frac{du_1}{dt} + \frac{1}{C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_v R_1} + \frac{1}{R_1 R_2} + \frac{1}{R_2 R_v} \right) u_1 = \frac{U}{R_v R_2 C_1 C_2},$$

kust

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + a_1 \frac{du_1}{dt} + a u_1 = b.$$

Viimase lahenduseks on:

$$u_1 = A_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (171)$$

milles

$$a_1 = \frac{10^6}{15} \left(\frac{1}{2 \cdot 10^4} + \frac{1}{0,2 \cdot 10^6} \right) + \frac{10^6}{3} \left(\frac{1}{2 \cdot 10^4} + \frac{1}{0,1 \cdot 10^6} \right) = 23,66 \frac{1}{\text{sec}},$$

$$a = \frac{10^6 \cdot 10^6}{15 \cdot 3} \left(\frac{1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^6} + \frac{1}{0,2 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 10^6} + \frac{1}{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^4} \right) = 17,77 \frac{1}{\text{sec}}$$

ja

$$b = \frac{220 \cdot 10^6 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 3} = 2442 \frac{\text{V}}{\text{sec}}.$$

Konstant

$$A_0 = \frac{b}{a} = \frac{2442}{17,77} = 137,7 \text{ V.}$$

Karakteristlik võrrand omandab kuju

$$p^2 + a_1 p + a = 0; \quad p^2 + 23,66p + 17,77 = 0,$$

mille lahendus

$$p = -\frac{23,66}{2} \pm \sqrt{\frac{23,66^2}{4} - 17,77} = -11,83 \pm 11,05$$

annab:

$$p_1 = -22,88 \quad \text{ja} \quad p_2 = -0,78.$$

Ajamomendil, mil $t = 0$, on ka $u_1 = 0$ ja $u_2 = 0$. Seega

$$0 = A_0 + A_1 + A_2; \quad A_1 + A_2 = -A_0 = -137,7.$$

Vool

$$i = \frac{U - u_1 - u_2}{R_v} = \frac{u_1}{R_1} + C_1 \frac{du_1}{dt} = \frac{u_1}{R_1} + C_1 \frac{d}{dt} (A_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}) = \\ = \frac{u_1}{R_1} C_1 p_1 A_1 + C_1 p_2 A_2.$$

Ajamomendil $t = 0$ on $u_1 = 0$ ja $u_2 = 0$, seega sisselülitamisel on vool

$$i_0 = \frac{U}{R_v} = C_1 p_1 A_1 + C_1 p_2 A_2,$$

millest

$$A_2 + A_1 \frac{p_1}{p_2} = \frac{U}{p_2 R_v C_1}; \\ A_2 + A_1 \frac{22,88}{0,78} = -\frac{220 \cdot 10^6}{0,78 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 15}; \\ A_2 + 29,38 A_1 = -940.$$

Kuna varem leiti, et

$$A_2 + A_1 = -137,7,$$

siis mõlema võrrandi kooslahendamisel saame:

$$A_1 = -28,3 \quad \text{ja} \quad A_2 = -109,4.$$

Seega pinge kondensaatoril C_1 (valemi 171 kohaselt):

$$u_1 = 137,7 - 28,3 e^{-22,88 t} - 109,4 e^{-0,78 t} \text{ V.}$$

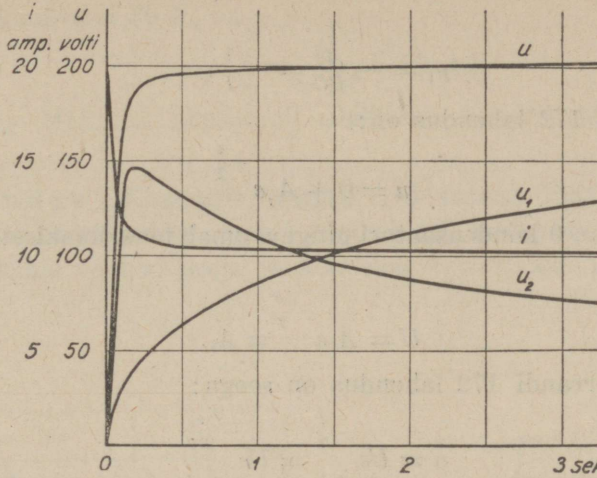
Analoogilise arvutamisega leiame pinge kondensaatoril C_2 :

$$u_2 = 68,6 - 163,2 e^{-22,88 t} + 94,4 e^{-0,78 t} \text{ V.}$$

Vool

$$i = \frac{U - u_1 - u_2}{R_v} = 10,33 + 9,58 e^{-22,88 t} + 0,75 e^{-0,78 t} \text{ mA.}$$

Joonisel 112 on toodud u_1 , u_2 , $u = u_1 + u_2$ ja i ajaline muutumine laadimisprotsessi kestel. Nagu on näha, omandab alguses väiksema mahtuvusega kondensaator suurema pinget, kuid hiljem, tänu kondensaatorite juhtivusele, omandab suurema pinget kondensaator suurema sisetakistusega.



Joon. 112. Pinged ja vool kahe järjestikku ühendatud kondensaatori laadimisel.

74. Kondensaatori tühjenemine. Kondensaatori tühjendamisel läbi takistuse R (joon. 113) on ajamomendil t tema pinge u . Läbides välisringis oleva takistuse R , liigub laeng kõrgema potentsiaaliga plaadilt madalama potentsiaaliga plaadile ja ajavälte dt jooksul takistuse läbinud elektrihulk dQ määrab kondensaatori tühjenemisvoolu tugevuse:

$$-i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt}.$$

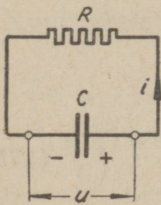
Teiselt poolt võrdub takistuse R klemmidel olev kondensaatori pinge u pingelanguga iR selles takistuses, seega

$$i = -C \frac{du}{dt} = \frac{u}{R},$$

ehk

$$\frac{du}{dt} + u \frac{1}{RC} = 0. \quad (172)$$

Saadud avaldis on kirjutatav kujul



Joon. 113. Kondensaatori tühjenemine läbi välistakistuse R .

$$a_1 \frac{du}{dt} + au = b,$$

milles $a_1 = 1$, $a = \frac{1}{RC}$ ja $b = 0$.

Selle lahendus on

$$u = A_0 + A_1 e^{p_1 t},$$

kusjuures $A_0 = \frac{b}{a} = 0$ ja karakteristlik võrrand

$$a_1 p_1 + a = 0$$

ehk

$$p_1 + \frac{1}{RC} = 0,$$

millest

$$p_1 = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{T}.$$

Seega võrrandi 172 lahendus on:

$$u = 0 + A_1 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Ajamomendil $t = 0$ kondensaatori pinge u omab maksimaalset väärtust U , seega

$$U = A_1 e^{-\frac{0}{T}} = A_1.$$

Diferentsiaalvõrrandi 172 lahendus on seega:

$$u = U e^{-\frac{t}{T}} = U e^{-\frac{t}{RC}} \quad (173)$$

ja vool samal ajamomendil (joon. 114)

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (174)$$

Mingisugusel ajamomendil t_1 on vool $i_1 = \frac{U}{R} e^{-\frac{t_1}{T}}$. Ajamomendil $t_2 = t_1 + T$

on vool $i_2 = \frac{U}{R} e^{-\frac{t_1+T}{T}}$. Seega on suhe ajaliselts ühe ajakonstandi T võrra teineteisest eemal olevate voolude i_2 ja i_1 vahel

$$\frac{i_2}{i_1} = e^{-\frac{t_1+T}{T} + \frac{t_1}{T}} = e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2,718}.$$

N ä i d e 85. Kondensaator mahtuvusega $C = 200 \mu\text{F}$ on laetud pingeni $U = 100 \text{ V}$. Tema tühjenemine toimub takistuse $R = 0,5 \text{ M}\Omega$ kaudu pingeni $u = 30 \text{ V}$. Määrata tühjenemisaeg ja vool alg- ning lõpphetkel (joon. 113).

L a h e n d u s. Tühjenemisaeg on arvatav valemist 174:

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}},$$

milles vool $i = \frac{u}{R}$ ja millest saame tühjenemisajaks

$$t = RC \ln \frac{U}{u}; \quad (175)$$

$$t = 0,5 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot \ln \frac{100}{30} = 120 \text{ sec.}$$

Voolu algväärtus

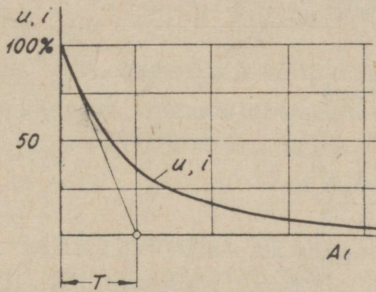
$$i_0 = \frac{U}{R} = \frac{100}{0,5 \cdot 10^6} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 200 \mu\text{A}.$$

Vool hetkel, mil $u = 30 \text{ V}$, on

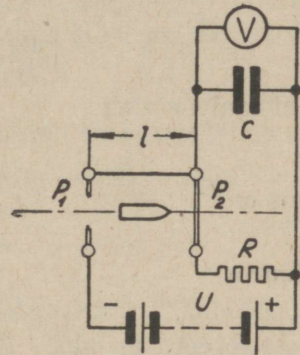
$$i = \frac{u}{R} = \frac{30}{0,5 \cdot 10^6} = 60 \mu\text{A}.$$

Näide 86. Määrata püssikuuli algkiirus kondensaatori tühjenemisaega kaudu.

Lahendus. Koostame joonisel 115 toodud lülituse. Alalisvoolu allikas on laadinud kondensaatori. Hetkel, mil kuul rebestab ribakese P_1 , katkeb ühendus vooluallikaga ja kondensaator hakkab tühjenema takis-



Joon. 114. Kondensaatori tühjenemine läbi välistakistuse R .



Joon. 115. Püssikuuli kiiruse määramine kondensaatori tühjenemise kaudu.

tuse R kaudu. Ribakese P_2 rebenemisel katkeb tühjenemine. Kondensaatori pinge alg- ja lõpphetkel on mõõdetav staatilise voltmeetri abil. On takistus $R = 3000 \Omega$, mahtuvus $C = 1 \mu\text{F}$, vooluallika pinge $U = 120 \text{ V}$ ja kondensaatori pinge ribakese P_2 rebenemisel $u = 100 \text{ V}$, siis on kuuli lennuaeg võrdne kondensaatori tühjenemisajaga:

$$t = RC \ln \frac{U}{u} = 3000 \cdot 10^{-6} \cdot \ln \frac{120}{100} = 0,547 \cdot 10^{-3} \text{ sec.}$$

Kuuli keskmine kiirus v teekonnal $l = 36 \text{ cm}$:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{0,36}{0,547 \cdot 10^{-3}} = 660 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Näide 87. Kondensaatorisse mahtuvusega C_1 on salvestatud energia $\frac{C_1 U_1^2}{2}$. Kondensaator tühjeneb läbi väga väikese takistuse R niisama suurde kondensaatorisse C_2 . Määrata kummagi kondensaatori energia tasakaalu saavutamisel.

Lahendus. Igal hetkel

$$u_1 = iR + u_2,$$

$$i = -C_1 \frac{du_1}{dt} = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

ja laengu suurus

$$C_1 u_1 + C_2 u_2 = C_1 U_1.$$

Asetades kahest viimasest avaldisest saadavad i ja u_2 väärtused esimesse avaldisse, saame:

$$u_1 = RC_1 \frac{du_1}{dt} + \frac{C_1}{C_2} (U_1 - u_1),$$

millest

$$\frac{du_1}{dt} + \frac{C_1 + C_2}{RC_1 C_2} u_1 = \frac{U_1}{RC_2}.$$

Diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{du_1}{dt} + au_1 = b$$

lahendus on

$$u_1 = A_0 + A_1 e^{pt},$$

mille juures

$$a = \frac{C_1 + C_2}{RC_1 C_2} \quad \text{ja} \quad b = \frac{U_1}{RC_2}.$$

Seega

$$p = -a = -\frac{C_1 + C_2}{RC_1 C_2} = -\frac{1}{T}$$

ja

$$A_0 = \frac{b}{a} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1$$

ning

$$u_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 + A_1 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Tühjenemise alghetkel, mil $t = 0$, on $u_1 = U_1$. Seega

$$U_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 + A_1 e^0,$$

millest

$$A_1 = U_1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_1.$$

Kondensaatoritevahelist voolu põhjustava pinge hetkväärtus

$$u_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_1 e^{-\frac{(C_1 + C_2)t}{RC_1 C_2}} \quad (176)$$

ja kondensaatoritevaheline vool

$$i = -C_1 \frac{du_1}{dt} = -\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1 \left(-\frac{C_1 + C_2}{RC_1 C_2} \right) e^{-\frac{(C_1 + C_2)t}{RC_1 C_2}} = \frac{U_1}{R} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Pinge teisel kondensaatoril

$$u_2 = u_1 - iR = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_1 e^{-\frac{t}{T}} - U_1 e^{-\frac{t}{T}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Tasakaalu saavutamisel (mil $t = \infty$) on pinge mõlemal kondensaatoril võrdne ja võrdub pingevõrrandi esimese liikme suurusega, seega

$$u_1 = u_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1.$$

Kondensaatorite energia on

$$\frac{C_1 u_1^2}{2} = \frac{C_1^3 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2} \quad \text{ja} \quad \frac{C_2 u_2^2}{2} = \frac{C_1^2 C_2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

Et ülesande tingimuste kohaselt $C_1 = C_2 = C$, siis kondensaatorite energia

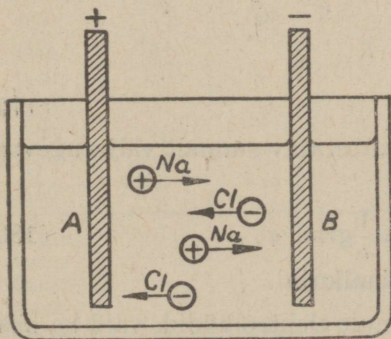
$$\frac{C_1 u_1^2}{2} = \frac{C_2 u_2^2}{2} = \frac{C^3 U_1^2}{2(2C)^2} = \frac{CU_1^2}{8}$$

ja mitte $\frac{CU_1^2}{4}$, nagu oleks võinud oletada, sest pool energiast läheb paratamatult kaduma ühendusjuhtmetes tekkiva soojusena, olgu juhtmete takistus seejuures nii väike kui tahes.

XXIII peatükk.

ELEKTRIVÄLJA SEADUSED JUHTIVAS KESKKONNAS.

75. Mehhaaniliste jõudude avaldumine juhtivas keskkonnas ja väljatugevus. Kui asetada mingisugusesse juhtivasse keskkonda, näiteks keedusoola NaCl lahusesse, kaks erinimelist potentsiaalil olevat elektroodi (joon. 116), siis positiivselt laetud Na-ioonid tõugatakse eemale samanimelise elektroodi poolt, kuid tõmmatakse vastasnimelisele, ja negatiivselt laetud Cl-ioonid tõugatakse eemale negatiivse elektroodi poolt, kuid tõmmatakse positiivsele. Sellist nähtust nimetatakse teatavasti elektro-lüüsiks, ionide tõmbe- ja tõukejõude elektrilisteks jõududeks ning ruumi, milles need jõud juhtivas keskkonnas avalduvad, elektriväljaks.



Joon. 116. Ionide liikumine juhtivas keskkonnas.

Katsed tõendavad, et juhtivas keskkonnas paralleelsete elektroodide vahel oleva elektrivälja mingisuguses punktis asetseva iooni laengule Q mõjub jõud P . Tasapinnaliste elektroodide vahelise homogeense elektrivälja igas punktis suhe P/Q on konstantne ja kujutab väljatugevust E elektrolüüdis (joon. 117):

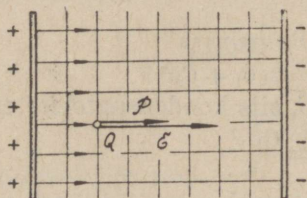
$$E = \frac{P}{Q}. \quad (177)$$

Väljatugevuse ühikukuks on seejuures

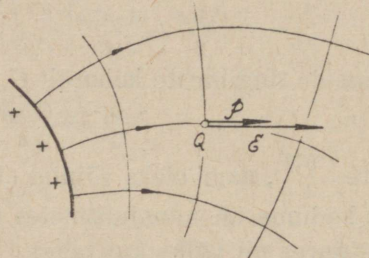
$$\frac{1 \text{ džaul/cm}}{1 \text{ kulon}} = 1 \frac{\text{Ws/cm}}{\text{As}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{cm}}.$$

Üldiselt võime väljatugevust kujutada vektorina \mathbf{E} , mille suund ühtib jõu suunaga välja antud punktis (joon. 118); selle vektori arvuline suurus on samuti väljendatav suhtega P/Q .

76. Elektrivool juhtivas keskkonnas ja Ohmi seadus diferentsiaalkujul. Juhtivas keskkonnas on ionid alatises liikumises. Elektrivälja



Joon. 117. Elektrolüüdi homogeenses elektriväljas olevale iooni laengule Q mõjub jõud P . Suhe P/Q on identne samas punktis oleva väljatugevusega E .



Joon. 118. Laengule mõjuva jõu ja väljatugevuse suunad juhtivas keskkonnas.

toimel see läbisegi liikumine muutub orienteeritud liikumiseks kas väljatugevuse suunas või vastupidi, sõltuvalt ionide polaarsusest. Laengut omavate ionide suunatud liikumine ei ole muud kui elektrivoolu nähtus.

Homogeense välja keskkonna takistus $R = \frac{\rho d}{S}$, milles ρ on keskkonna eritakistus, d — plaatidevaheline kaugus ja S — voolu juhtiva keskkonna ristlõige. Voolutihedus homogeenses väljas

$$j = \frac{J}{S} = \frac{1}{S} \cdot \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} = \frac{1}{S} \cdot \frac{\varphi_A - \varphi_B}{\frac{\rho d}{S}} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\varphi_A - \varphi_B}{d} = \frac{E}{\rho}, \quad (178)$$

kust väljatugevus

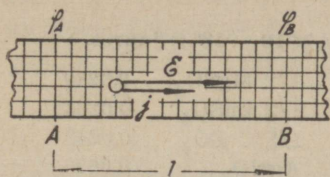
$$E = j\rho. \quad (179)$$

Juhtivas keskkonnas olev voolutihedus on kujutatav suunalt väljatugevuse vektori suunaga ühtiva vektorina, seega

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{E}}{\rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\varphi}{dl} = \frac{1}{\rho} \text{grad } \varphi. \quad (180)$$

Viimane avaldis on Ohmi seadus diferentsiaalkujul.

Juhtivaks keskkonnaks ei ole mitte ainult elektrolüüdid, vaid ka süsi, kuumvedelad soolad, metallid jne. Ühtlase ristlõikega q metalltraadis on väljatugevus ühtlik traadi kogu pikkusel (joon. 119). On traadi teineteisest



Joon. 119. Elektriväli traatjuhtmes.

kaugusel l asuvate punktide A ja B potentsiaalid φ_A ja φ_B , siis traadis olev väljatugevus

$$E = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{l} = \frac{U_{AB}}{l} \text{ ja voolutihedus}$$

$$j = \frac{E}{\rho} = \frac{U}{l\rho} \frac{q}{q} = \frac{U_{AB}}{Rq} = \frac{i}{q}. \quad (181)$$

Heades juhtides, näit. metallides, võetakse eritakistuse ρ ühikuks tavaliselt $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ja

ristlõike q ühikuks — ruutmillimeeter. Halbades juhtides, nagu seda on elektrolüüdid, on eritakistuse ühikuks $\Omega\text{cm}^2/\text{cm} = \Omega\text{cm}$; elektrodidevaheline kaugus d on siis mõõdetav cm -tes ja pindala S ruutsentimeetrites. Nii on näiteks puhta vee eritakistus suurusejärgus $1000 \Omega\text{cm}$, olles tugevasti sõltuv temperatuurist ja muudetav soolade (tavaliselt sooda), hapete või leeliste lisandamisega (tabelid 11 ja 12).

Tabel 11.

Elektrolüütide erijuhtivus $1/\Omega \text{ cm} \times 10^{-3}$ 18°C juures.

Kontsentratsioon g/cm^3	Väävelhape H_2SO_4	Tsinksulfaat ZnSO_4	Vasksulfaat CuSO_4	Sooda Na_2CO_3	Keedusool NaCl	Salmiak NH_4Cl	Kloorkaalium KCl	Sööbekaalium KOH
0,05	209	19	19	45	67	92	69	172
0,10	392	32	32	70,5	121	178	136	315
0,15	543	42	42	83,6	164	259	202	425
0,20	653	47			196	337	268	499
0,25	717	48						540
0,30	740	44						542
0,35	724							509
0,40	680							450
0,50	541							
0,60	373							
0,70	216							
0,80	111							
Erijuhtivuse maksimaal- väärtus	740	48,1						544
kontsentratsioo- nil	0,30	0,235						0,28

Tabel 12.

Elektrolütide normaallahuse ¹⁾ erijuhtivus $1/\Omega\text{cm} \times 10^{-3}$ 18° C juures.					
KOH	0,1840	NaCl	0,0743	1/2 MgSO ₄	0,0289
KCl	0,0983	NaNO ₃	0,0659	1/2 ZnSO ₄	0,0266
KNO ₃	0,0805	1/2 Na ₂ SO ₄	0,0508	1/2 CuSO ₄	0,0258
KCO ₂ CH ₃	0,0634	LiCl	0,0634	AgNO ₃	0,0676
1/2 K ₂ SO ₄	0,0716	NH ₄ Cl	0,0970	HCl	0,301
1/2 K ₂ CO ₃	0,0707	1/2 CaCl ₂	0,0678	HNO ₃	0,299
NaOH	0,1600	1/2 MgCl ₂	0,0614	1/2 H ₂ SO ₄	0,198

Voolutihedus vaskjuhtmetes ületab harva 5 A/mm², millele vastab väljatugevus $E = 5 \cdot 0,0175 \approx 0,09$ V/cm. Isegi väga peentes takistustraates, kus voolutihedusega võib erijuhtumitel minna 750 A/mm²-ni, on väljatugevus vaid umbes 8 V/cm, küündides elektrilambi hõõgniidis isegi kuni 12 V/cm-ni. Nagu näha, on heades juhtides olevad väljatugevused väga väikesed, võrreldes väljatugevustega dielektrikutes, kus nende mõõtmine tavaliselt ei toimu isegi mitte voltides cm kohta, vaid kilovoltides cm kohta.

77. Joule'i seadus diferentsiaalkujul. Kasutades valemit 178 on võimalik ka takistuses soojuseks muunduvat võimsust väljendada voolutiheduse ja väljatugevuse kaudu. Võimsus juhtiva keskkonna ruumielemendis pikkusega dl ja ristlõikega dS on:

$$dN = dUdJ = Edl \cdot jdS = Ej \cdot dldS = Ej dV, \quad (182)$$

milles dV on voolu juhtiva keskkonna elementaarne maht. Võimsus keskkonna mahuhühiku kohta on seega

$$\frac{dN}{dV} = Ej = j^2 \rho. \quad (183)$$

Viimane avaldis on Joule'i seaduse väljendus diferentsiaalkujul ja takistuses soojuseks muundunud võimsus integraalkujul on:

$$N = \int Ej dV = \int j^2 \rho dV. \quad (184)$$

78. Kirchhoffi seadused diferentsiaalkujul. Eraldame juhtivas keskkonnas ruumiosakese V . Sellel ruumiosakesel olevat pinnaelemendi dS läbib vool tihedusega j , kusjuures voolutiheduse vektori \mathbf{j} suurus on ruumiosakese igal pinnaelemendil erinev ja moodustab pinnakest dS kujutava vektoriga dS mingisuguse nurga. On voolutihedus suunatud ruumiosakesest välja, siis tuleb vool, s. o. voolutiheduse ja pinnaelemendi vektorite korrutis

$$\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = jdS \cos(\mathbf{j}, d\mathbf{S}), \quad (185)$$

¹⁾ Normaallahuseks nimetatakse vesilahust, mille üks liiter sisaldab ühe mooli (grammides) lahustatavat ainet.

lugeda positiivseks; Kirchoffi esimese seaduse kohaselt peab ruumi-
elementi suubuvate ja temast väljuvate voolude summa olema null, seega
pindintegraal üle ruumiosakese kogu pinna peab olema null:

$$\int_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (186)$$

Seega on vool kujutletav liikuvate laengute katkematu voona, sest voolu-
ringi igast mahuosakesest väljuv vool võrdub temasse suubuva vooluga ja
seega ükski mahuosake ei saa olla voolu tekkimise kohaks. Seega ei ole
ka mõeldav ruumiosake, milles leiaks aset voolutiheduse hajumine, diver-
gents. Piirväärtus voolutiheduse vektori voo $\int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$ ja selle voo tekkimis-
koha mahu V vahel, kui maht läheneb nullile, on null:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}}{V} = 0. \quad (187)$$

See ongi Kirchoffi esimese seaduse väljendus diferentsiaalkujul.

Kirchoffi teine seadus on sõnastatav ka järgmiselt: potentsiaalide
muutumiste summa piki kinnist vooluringi on null, ehk väljatugevuse joon-
integraal piki kinnist vooluringi on null.

Väljatugevus juhtivas keskkonnas:

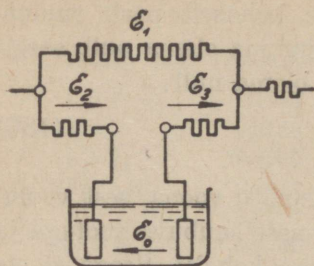
$$E = - \frac{d\varphi}{dl}$$

(ringkäigul väljatugevuse suunaga ühtiva teekonna elemendi dl korral on
tegemist potentsiaali alanemisega, millest on ka tingitud siin kasutatav
miinusmärk; ringkäigul vastu välja suunda on märk positiivne) ja välja-
tugevuse ringintegraal piki kinnist vooluringi

$$\int_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (188)$$

Saadud avaldise tuletamisel on vooluringi all mõistetud vaid järjestikku
ühendatud takistustest koosnev ring, mille osades olev vool omab vooluti-
hedust j , osade materjali eritakistus on ρ ja väljatugevus nendes seega
 $E = j\rho$. Sisaldab vooluring energiaallikaid, näit. akumulaatoreid, termopaa-
reid jne., siis liitub nende poolt põhjustatav väljatugevus E_0 takistus-
materjalis juba olemasoleva väljatugevusega E (joon. 120) ja ringinte-
graal on null ka sel juhtumil:

$$\int_l (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0) \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (189)$$



Joon. 120. Väljatugevuse ring-integraal piki hargnevat vooluringi haarab lisaks takistusmaterjalisele olevale väljatugevusele ka elektrokeemilise vooluallika poolt põhjustatava väljatugevuse.

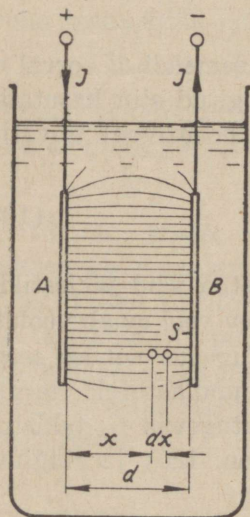
nimetust. Väljatugevuse vektori rootor

$$\text{rot } \mathbf{E} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}}{S} = 0 \quad (190)$$

(sest murru lugeja on null), mis selgitab elektrivälja kuulumist pöörisevabade väljade hulka ja on ühtlasi ka Kirchhoffi teise seaduse väljenduseks diferentsiaal kujul.

XXIV peatükk.

JUHTIVA KESKKONNA TAKISTUS.



Joon. 121. Tasapinnalised elektroodid juhtivas keskkonnas.

79. Juhtiv keskkond tasapinnaliste paralleelsete elektroodide vahel. Nagu jooniselt 121 näha, ei ole juhtivas keskkonnas olev voolutiheus ühtlik, homogeenne; kuid jättes tähele panemata plaatide äärtel tekkiva voolujaotuse ebahütluse, oleks igas voolu juhtiva keskkonna punktis voolutihedus

$$j = \frac{J}{S}, \quad (191)$$

kus S on ühe elektroodi ühepoolne pindala.

Näide 88. Arvutada tasapinnalistest plaatidest koosneva vesireostaadi pindala, kui reostaadiga koormatakse 220 V pingel generaator võimsusega 100 kW. Kasutatava puhta vee eritakistus sõltuvalt temperatuurist on järgmine:

Temperatuur t °C	20	40	60	80	100
Eritakistus ρ Ωcm	2000	1400	1100	900	760

Lahendus. Vool

$$J = \frac{N}{U} = \frac{100 \cdot 10^3}{220} = 455 \text{ A,}$$

seega vajatav juhtiva keskkonna takistus

$$R = \frac{U}{J} = \frac{220}{455} = 0,483 \text{ Ω.}$$

Valides elektroodidevaheliseks kauguseks 4 cm ning eeldades, et reostaadi temperatuur ei ületa 70° C, saame tabelist eritakistuseks 1000 Ωcm. Ühe elektroodi ühepoolne pindala

$$S = \frac{\rho d}{R} = \frac{1000 \cdot 4}{0,483} = 8280 \text{ cm}^2.$$

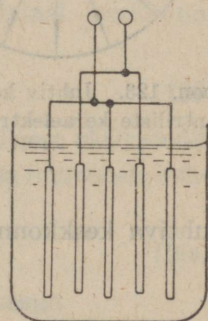
Vesireostaadid ehitatakse tavaliselt mitme rööbiti ühendatud plaadiga (joon. 122). Tuleb silmas pidada, et plaadid on asetatud vaheldumisi, kusjuures välistel plaatidel aktiivseks pindalaks on ainult nende seesmine pind. Seepärast on ühe elektroodi plaatide arv ühe võrra suurem teise elektroodi plaatide arvust. Valime reostaadi viie plaadiga. Siis ühel elektroodil on plaate kaks ja nendel aktiivseid pindu neli, teisel elektroodil on plaate kolm ja aktiivseid pindu samuti neli. Seega on iga plaadi suurus

$$\frac{8280}{4} = 2120 \text{ cm}^2 \approx 46 \times 46 \text{ cm.}$$

Et vee eritakistus on sõltuv temperatuurist, siis peab reostaat olema reguleeritav. Selle saavutamiseks varustatakse reostaadi üks elektrood tõstemehhanismiga, mis võimaldab reostaadi takistuse muutmist vajalikes piires.

80. Kontsentrilised kerapinnalised elektroodid. Vahe kahe kontsentrilise kerakujulise elektroodi vahel, millede raadiused on r_s ja r_v , on täidetud juhtiva keskkonnaga. Selliste kerakujuliste elektroodide ühendamisel vooluallikaga tekib juhtivas keskkonnas vool, mis on suunatud radiaalselt kera pinnale (joon. 123). Voolutihedus mingisugusel vabalt valitud kontsentrilisel kerapinnal raadiusega r on

$$j = \frac{J}{S} = \frac{J}{4\pi r^2}.$$



Joon. 122. Vesireostaat.

Sellest nähtub, et voolutihedus juhtivas keskkonnas on vastuvõrdeline raadiuse ruuduga ja ei olene ei seesmise ega välimise kera raadiuse suurusest.

Väljatugevus kera pinnal raadiusega r

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} = j\varrho = \varrho \frac{J}{4\pi r^2}, \quad (192)$$

millest potentsiaal kaugusel r , kui

$$d\varphi = -\frac{\varrho J}{4\pi} \frac{dr}{r^2},$$

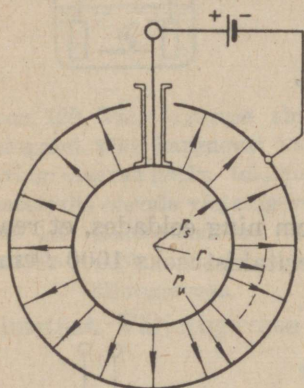
on:

$$\varphi = -\frac{\varrho J}{4\pi} \int \frac{dr}{r^2} = \frac{\varrho J}{4\pi r} + C. \quad (193)$$

Elektroodidevaheline pinge

$$\begin{aligned} U = \varphi_2 - \varphi_1 &= -\frac{\varrho J}{4\pi} \int_{r_v}^{r_s} \frac{dr}{r^2} = \\ &= -\frac{\varrho J}{4\pi} \left(\frac{1}{r_v} - \frac{1}{r_s} \right) = \frac{\varrho J (r_v - r_s)}{4\pi r_s r_v}. \end{aligned} \quad (194)$$

Joon. 123. Juhtiv keskkond kontsentriliste keraelektroodide vahel.



Juhtiva keskkonna takistus

$$R = \frac{U}{J} = \frac{\varrho (r_v - r_s)}{4\pi r_s r_v} = \frac{1}{4\pi} \frac{r_s}{r_s} \quad (195)$$

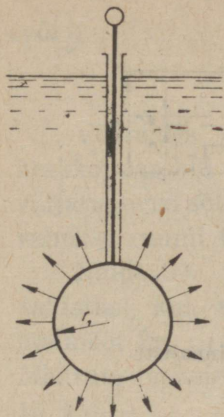
ja väljatugevus kaugusel r kera keskpunktist

$$E = \frac{\varrho J}{4\pi r^2} = \frac{\varrho}{4\pi r^2} \frac{U}{R} = U \frac{r_s}{r^2 \left(1 - \frac{r_s}{r_v} \right)}. \quad (196)$$

Väljatugevuse maksimum on seesmise kera pinnal, kus $r = r_s$. Siis

$$E_{max} = \frac{U}{r_s \left(1 - \frac{r_s}{r_v} \right)}. \quad (197)$$

Võrreldes valemeid 196 ja 118 ning 197 ja 119 näeme, et väljatugevus ja tema maksimaalväärtus keradevahelises ruumis ei sõltu keskkonna omadusist ja sellest, kas keskkonda läbib vool või mitte, vaid ainult elektroodide (kerade) geomeetristest mõõtudest.



Joon. 124. Kerakuju-
line elektrood juhti-
vas keskkonnas.

See avaldis võrdub nulliga, kui $C = 0$. Seega potentsiaal keskkonna mingisuguses vabalt valitud punktis

$$\varphi_r = \frac{\rho J}{4\pi r}. \quad (199)$$

Asetame juhtivasse keskkonda ainult poole kerakujulisest elektroodist (joon. 125). Siis keskkonna juhtivus väheneb või takistus suureneb kahekordselt. Sel korral keskkonna takistus

$$R = \frac{\rho}{2\pi r_1}. \quad (200)$$

Potentsiaal kaugusel r on samuti kaks korda väiksem, seega

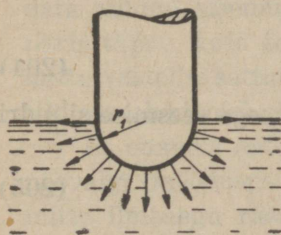
$$\varphi_r = \frac{\rho J}{2\pi r}. \quad (201)$$

N ä i d e 89. Sulatamiseks kaarleegi abil kasutatakse elektroodi, mille läbimõõt $2r_1 = 40$ cm, kusjuures sulatatava aine eritakistus $\rho = 50 \Omega\text{cm}$. Määrata sulatatava keskkonna takistus, kui aine asetseb suurte mõõtudega sulatusahjus (joon. 125).

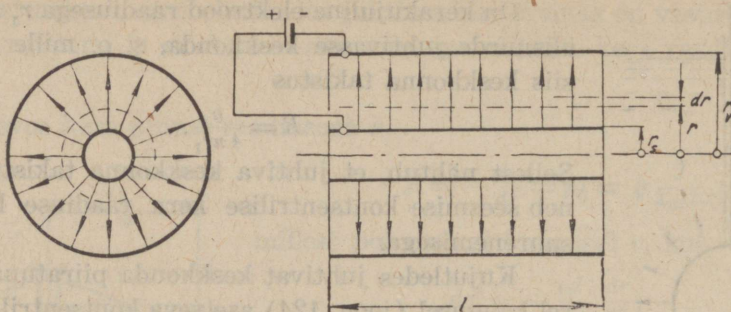
L a h e n d u s. Elektroodi ots kujutab juhtivas keskkonnas asetsevat poolikut kerapinda. Keskkonna takistus

$$R = \frac{\rho}{2\pi r_1} = \frac{50}{\pi 40} = 0,4 \Omega.$$

81. Kotsentrilised silindripinnalised elektroodid. Kaks kotsentrilist silindrikujulist elektroodi raadiustega r_s ja r_v ning pikkusega l on teineteisest eraldatud juhtiva keskkonnaga (joon. 126). Kui sellised elektroodid ühendada voolu-



Joon. 125. Poolkeraku-
juline elektrood juhtivas
keskkonnas.



Joon. 126. Juhtiv keskkond kontsentriliste silindripinnaalsete elektroodide vahel.

allikaga, siis mingisuguse vabalt valitud kontsentrilise silindri pinnal, mille raadius on r , on voolutihedus

$$j = \frac{J}{S} = \frac{J}{2\pi r l}.$$

Sellest on näha, et voolutihedus on pöördvõrdeline kaugusega, arvates silindri teljest, ja ei sõltu ei seesmise ega välise silindri raadiusest. Väljatugevus juhtivas keskkonnas

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} = jQ = \frac{\rho J}{2\pi r l}. \quad (202)$$

Potentsiaal keskkonna punktis, mille kaugus teljest on r , on

$$d\varphi = -\frac{\rho J}{2\pi l} \frac{dr}{r}$$

ja elektroodidevaheline pinge, s. o. potentsiaalide vahe seesmise ja välise silindri vahel,

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\rho J}{2\pi l} \int_{r_v}^{r_s} \frac{dr}{r} = -\frac{\rho J}{2\pi l} (\ln r_s - \ln r_v) = \frac{\rho J}{2\pi l} \ln \frac{r_s}{r_v}. \quad (203)$$

Juhtiva keskkonna takistus on seega

$$R = \frac{U}{J} = \frac{\rho \ln \frac{r_s}{r_v}}{2\pi l}. \quad (204)$$

Väljatugevus omab maksimaalväärtust, kui $r = r_s$, seega seesmise silindri pinnal. Siin väljatugevus

$$E_{max} = \frac{U}{r_s \ln \frac{r_s}{r_v}}. \quad (205)$$

Püsiva raadiusega välise silindri korral on väljatugevus seesmise silindri pinnal minimaalne, kui

$$\ln \frac{r_v}{r_s} = 1 = \ln e$$

või

$$\frac{r_v}{r_s} = e = 2,718. \quad (206)$$

Võrreldes valemite 205 valemiga 122 näeme, et nii voolu juhtivas keskkonnas kui ka voolu mittejuhtivas dielektrikus kujunev maksimaalne väljatugevus sõltub ainult silindrite raadiustest ja on sõltumatu silindrite vahelist ruumi täitva aine elektrilisest ja dielektrilisest omadusist.

Näide 90. Leida 5 km pikkuse ühesoonelise tinakaabli isotakistus, kui soonelatsiooni läbimõõt $2r_s = 1$ cm, tinakesta seesmine läbimõõt $2r_v = 3$ cm ja isolatsioonikihi erijuhtivus on $2 \cdot 10^{-15}$ 1/ Ω cm. Määrata maksimaalne väljatugevus isolatsioonis, kui kaabel töötab pingel 15 kV.

L a h e n d u s. Isolatsiooni takistus

$$R = \frac{\rho \ln \frac{r_v}{r_s}}{2\pi l} = \frac{\ln \frac{1,5}{0,5}}{2 \cdot 10^{-15} \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 10^5} = 175 \cdot 10^6 \Omega = 175 \text{ M}\Omega.$$

Maksimaalne väljatugevus isolatsioonis

$$E_{max} = \frac{U}{r_s \ln \frac{r_v}{r_s}} = \frac{15}{0,5 \cdot \ln \frac{1,5}{0,5}} = 27,3 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}.$$

XXV peatükk.

ELEKTRI OLEMUS.

Käesolevas peatükis püüame skemaatiliselt selgitada elektri olemust. Seejuures peame siirduma silmaga nähtavate suuruste valdkonnast nähtamatute osakeste valdkonda, mis oma mõõtude väiksuselt on veel kaugel moodsa elektronmikroskoobi abil tajutavaist kübemeist: meil tuleb vaadata aatomi sisemusse. Saadud kujutus aatomi ehitusest ei ole ehk veel päris täpne, kuid toetudes sellele on tänapäeval võimalik anda omavahel mitte vastollu sattuvaid seletusi pea kõikidele probleemidele keemia, füüsika ja elektrotehnika vallast.

Et enamuse aatomfüüsikat käsitlevaist autoreist kasutab veel tänapäevalgi mõõdusüsteemina absoluutset CGS-süsteemi, siis selleks, et mitte ilmaaegu raskendada nende poolt toodavate valemite võrdlemist siin toodavatega, on käesolevas peatükis kasutatud mõõdusüsteemina ka absoluutset CGS-süsteemi.

82. Aatomi elementaarosakesed. Elektri olemuse selgitamiseks vaatleme eeskätt materia ja selle algosakeste — aatomite — koosseisu.

Pikaajalise ja paljude teadlaste uurimise tulemusena on selgunud, et aatom pole mitte jagamatu, vaid koosneb ise järgmistest elementaarosakestest:

1) (Negatiivne) elektron e^- ehk radioaktiivsete ainete poolt kiiratud β -osake, milledest koosnevad ka katoodkiired ja mis avastati 1869. a. J. W. Hittorf'i poolt. J. Perrin'i, J. J. Thomson'i ja peamiselt Ph. Lenard'i poolt sooritatud uurimuste tulemusena selgus katoodkiirte korpuskulaarne iseloom. „Elektroni“ nimetuse andis sellele elementaarosakesele 1881. a. G. J. Stoney, elektroliüüsi selgitamiseks H. v. Helmholtz'i poolt antud nimetuse „elektriline elementaarquantum“ asemele. Elektroni omaduse selgitamiseks oli vaja eeskätt määrata ta laeng e ja mass m . Esimene määrati R. A. Millikan'i poolt:

$$\begin{aligned} e &= 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ kulonit} \\ &= 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ elektrostaatilist ühikut.} \end{aligned} \quad (207)$$

Elektroni mass määrati erilaengusti e/m katood- (elektron-) kiirte kallutamiselega elektri- või magnetväljas. Suhteliselt aeglaselt liikuvate elektronide mass m_0 on sellekohaste katsete järgi

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28} \text{ g.} \quad (208)$$

Katsetest selgus aga ka huvitav asjaolu, et erilaeng e/m muutub elektroni kiirusega v . Väljudes oletusest, et elektrilaengu suurus ei muutu, järeldatakse elektroni massi muutumist kiirusega. Nii oli võimalik katseliselt tõestada relatiivsusteooria massivalemit, sest elektroni mass m kiirusel v

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (209)$$

kus c on valguse kiirus. Mida rohkem elektroni kiirus v läheneb valguse kiirusele c , seda suuremaks muutub elektroni mass, nagu nähtub alljärgnevast tabelist.

Tabel 13.
Elektroni massi sõltuvus elektroni kiirusest.

Elektroni kiirus v km/sec	Pinge U , mis andis elektronile kiiruse v (voltides)	Elektroni mass m g
$5,95 \cdot 10^3$	10^2	$9,12 \cdot 10^{-28} = m_0$
$18,7 \cdot 10^3$	10^3	$9,15 \cdot 10^{-28} = 1,003 m_0$
$58,5 \cdot 10^3$	10^4	$9,30 \cdot 10^{-28} = 1,02 m_0$
$165 \cdot 10^3$	10^5	$11,0 \cdot 10^{-28} = 1,2 m_0$
$283 \cdot 10^3$	10^6	$29,2 \cdot 10^{-28} = 3,2 m_0$
$729 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^6$	$64,6 \cdot 10^{-28} = 7,1 m_0$

2) Positron (positiivne elektron) e^+ , mille olemasolu teoreetiliste arutluste põhjal oletati juba 1928. a. P. A. M. Dirac'i poolt, kes on üks nüüdisaja kvantidemehhaanika rajajaid, kuid mille katseliselt avastas alles 1932. a. C. D. Anderson kõrguskiirguse uurimisel Wilsoni udukambri abil. Positron omab niisama suurt (kuid positiivset) laengut ja massi kui elektron. Näib, et positron võib ainult seni eksisteerida iseseisvalt, kuni ta vabalt liigub. Puutudes kokku materiaga, ühineb positron kohe elektroniga, mille tagajärjel nende mass muutub elektromagnetilise kiirguse kvandiks.

3) Prooton (vesiniku aatomi tuum) ${}^1_1p \equiv {}^1_1H \equiv H^+ {}^1$). Prooton on kergeim „aine“ algosake, kergeima aine — vesiniku — aatomi tuum. Prooton omab positiivset elementaarlaengut e^+ ja ümmardatult massiühiku üksust (kui valida, nagu tavaliselt tehakse, massiühikuks kuuteistkümnendik osa hapniku aatomist). Protoni mass on 1835 korda suurem elektroni massist. Need omadused on määratavad nagu elektroni puhul kallutamiskatsetega elektri- ja magnetväljas. Protoni mass

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1835 m_0. \quad (210)$$

4) Neutron (tuuma laenguta elementaarosake) 1_0n , avastatud 1932. a. J. Chadwick'i poolt. Ta mass võrdub ligikaudselt protoni massiga.

83. Elektri korpuskulaarne struktuur. Elementaarsete elektrilaengut omavate algosakeste olemasolu tõestasid mitmesugused katsed, milledest võiks mainida:

1) Elektrolüüsil sadestunud ainehulga seos elektrolüüti läbinud elektrihulgaga on selline, et iga aatomi poolt ühelt elektroodilt teisele kantud elektrihulk on e või selle täisarvu-kordne, s. o. $2e$, $3e$ jne.

2) Gaaside juhtivust põhjustavad laetud osakesed, ühest või mitmest aatomist koosnevad ioonid, kannavad sama laengut e , nagu see ilmneb elektrolüüsilgi.

3) Elektriliselt laetud õlitilgake või metallkübe muudab oma laengu tema kiiritamisel ultravioletse valgusega kindlate hulkade kaupa, millede suurus on e .

4) Mõõtmised andsid raadiumi α -kiiri moodustavate osakeste laengute suuruseks $2e$.

5) Rida katseid katood-, kanal- ja raadiumi kiirtega näitas, et seejuures on alati tegemist kindlate elektrihulkadega, mille suurus on jällegi sama e .

1) Ülemine indeks tähistab massiühikute ja alumine — elementaarlaengute arvu.

84. Elektroni liikumine elektriväljas. Negatiivset elementaarlaengut e omav elektron, viibides elektriväljas, mille intensiivsus ja suund on määratavad väljatugevusega E , mõjutatakse mehhaaniliselt jõuga, mille suurus on $e \cdot E$ (p. 59). Elektroni viibides elektriväljas kiireneb tema liikumine. Läbides potentsiaalide vahe $\varphi_2 - \varphi_1 = U$, omandab elektron kineetilise energia juuredkasvu

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -e(\varphi_2 - \varphi_1) = -eU.$$

Alustab elektron liikumist algkiirusega null, siis on tema kineetiline energia peale potentsiaalide vahe $\varphi_2 - \varphi_1 = U$ läbimist

$$\frac{mv^2}{2} = -eU \quad (211)$$

ja elektron omandab seega kiiruse

$$v = \sqrt{\frac{-2eU}{m}} = \sqrt{\frac{-2(-4,77 \cdot 10^{-10}) \cdot U/300}{9 \cdot 10^{-28}}} = 5,948 \cdot 10^7 \sqrt{U} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \approx \\ \approx 600 \sqrt{U} \frac{\text{km}}{\text{sec}}. \quad (212)$$

Nagu valemist 212 näha, on elektroni kiirus määratud ainult ruutjuurega läbitavast potentsiaalide vahest (väga suurtel kiirustel aset leidva elektroni massi suurenemise tulemusena kiirus osutub väiksemaks, kui seda annab arvutamine selle valemi järgi). Katse läbiviimise tingimuses on elektroni kiirus (ja energia) lihtsalt määratav elektroni poolt läbitava potentsiaalide vahe mõõtmise teel. Seepärast on tarvitusele võetud väljendusviis: elektron omab kiirust (või energiat) nii ja nii mitu elektronvolti, mille all mõistetakse kiirust (või energiat), mille elektron omandaks olles liikumise alustanud elektriväljas ja läbinud nimetatud potentsiaalide vahe.

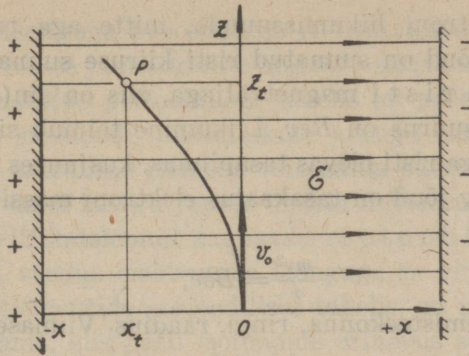
Liigub elektron piki ühtlikku elektrivälja (koordinaattelje x suunas), mille väljatugevus on E , siis mõjub temasse välja igas punktis jõud, mille komponendid kolme koordinaattelje suunas on:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = eE, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad \text{ja} \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = 0,$$

millest aja t vältel käidud teekonna komponendid on:

$$x = \frac{eE}{2m} t^2 + v_{0x}t, \quad y = v_{0y}t \quad \text{ja} \quad z = v_{0z}t. \quad (213)$$

Seega elektron omandab kiirenduse vastassuunas elektrivälja suunale (kuna elektroni laeng on negatiivne).



Joon. 127. Elektroni liikumine risti elektrivälja suunaga.

Osutub elektroni liikumise algsuund välja suunaga risti olevaks (koordinaattelje z suunas), siis aja t vältel käidud teekonna komponendid on (joon. 127):

$$x = \frac{eE}{2m} t^2, \quad y = 0, \quad z = v_0 t \quad (214)$$

ja liikumisteedonna võrrand osutub parabooliks:

$$x = \frac{eE}{2mv_0^2} z^2. \quad (215)$$

Viimane võrrand on kirjutatud elektrostaatilis ühikuis ja võimaldab arvutada elektroni kõrvalekaldumist sirgjoonelisest liikumissuunast. On näiteks väljatugevus $E = 1$ V/cm ja elektroni algkiirus $v_0 = 10^8$ cm/s, siis z telje suunas mõõdetud pikkusele $z = 1$ cm vastab kõrvalekaldumine

$$x = \frac{-4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 1/300}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{16}} \cdot 1^2 = -0,088 \text{ cm.}$$

85. Elektroni liikumine magnetväljas. Biot-Savart'i seaduse kohaselt (p. 120) mõjub magnetväli, mille intensiivsus ehk väljatihedus on B , voolust i läbitavale juhtme-elementile pikkusega dl jõuga

$$Bidl \sin(\mathbf{B}, dl).$$

Juhtme ristlõiget ajaühiku dt vältel läbinud elektrihulk ehk laeng Q on vool i . Väljendades elektroni liikumise aja teekonna pikkuse-elementi dl ja kiiruse v kaudu, kusjuures $dt = dl/v$, saame voolu tugevuseks

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{e}{dt} = \frac{ev}{dl}.$$

Magnetvälja poolt liikuvale elektronile avaldatav jõud on seega

$$Bidl \sin(\mathbf{B}, dl) = B \frac{ev}{dl} dl \sin(\mathbf{B}, dl) = Bev \sin(\mathbf{B}, \mathbf{v}). \quad (216)$$

Nagu viimasest valemist nähtub, ei mõjuta magnetväli p i k i välja liikuvat elektroni, kuna siis $\sin(\mathbf{B}, \mathbf{v}) = 0$. Vastandina elektriväljale mõjutab mag-

netväli ainult elektroni liikumissuunda, mitte aga tema kiirust, kuna elektronile mõjuv jõud on suunatud risti kiiruse suunaga.

Liigub elektron risti magnetväljaga, siis on $\sin(\mathbf{B}, \mathbf{v}) = 1$ ja elektronile mõjuva jõu suurus on Bev . Liikumine toimub siin kogu aeg ringi mööda magnetväljaga risti olevas tasapinnas, kusjuures magnetvälja poolt elektronile avaldatav jõud on tasakaalus elektroni massile mõjuva tsentrifugaaljõuga

$$\frac{mv^2}{r} = Bev,$$

kusjuures r on liikumisteedekonna, ringi, raadius. Viimase suurus on seega:

$$r = \frac{mv^2}{Be}, \quad (217)$$

kusjuures kõik suurused on mõõdetud elektrostaatiliselt ühikuis.

Nagu näeme, sõltub elektroni teekonna raadius magnetvälja tihedusest ja seega osutub võimalikuks koondada liikuvaid elektrone ühtliku kiirusega liikuvaks elektronide kimbuks. Kuna teekonna kõverusraadius sõltub ka laengut omava osakese massist, siis osutub sel viisil võimalikuks erinevat massi omavate osakeste eraldamine eri teedele, milline viis ongi kasutamisel aine isotoopide uurimisel.

Liigub elektron samaaegselt nii elektri- kui ka magnetväljas, siis osutub tema liikumise arvutamine võrdlemisi keeruliseks, kuid siiski võimalikuks. Moodustavad elektri- ja magnetväli omavahel nurga 90° ja elektron alustab liikumist algkiirusega, siis on tema liikumise teekonnaks tsükloid.

86. Aatomi ehitus ja ionisatsioon. Paljude uurimuste tulemusena on tänapäeval kujunenud järgmine kujutus aatomi ehitusest.

Aatom meenutab planeetide süsteemi keskse, suhteliselt suurt massi ja positiivset laengut omava tuuma ja peagu massita, kuid negatiivset laengut omavate ja tuuma ümber suhteliselt väga suurel kaugusel ringlevate elektronide parvega. On aatomi tuuma ümber ringlevate elektronide arv Z ja üksiku elektroni laeng e , siis on kõikide elektronide negatiivne laeng Ze tasakaalustatud tuuma niisama suure positiivse laenguga ja aatom osutub elektriliselt neutraalseks. Eri elementide aatomid omavad üksteisest erinevat elektronide arvu, seega ka erineva laenguga tuuma. Laengu suurus määrab elektronide arv võimaldab reastada kõik elemendid nn. keemiliste elementide perioodilisse tabelisse (tabel 14), kusjuures elemendi järjestusnumber on ühtlasi tema aatomi elektronide arv (ka tuuma positiivsete elementaarlaengute arv).

Aatomi tuum moodustub kahesugustest osakestest, mis omavad elektroniga võrreldes suurt (ligi 1835 korda suuremat) ja omavahel u. võrdset

massi: positiivse laenguga prootonitest ja neutraalsetest, seega laenguta, neutronitest. Prootonite ja neutronite koguarv aatomis määrab tema massi, ja keemiliste elementide perioodilises tabelis on prootonite ja neutronite summa tähistatav elemendi massiühikute arvuga ehk massiarvuga. Ühe ja sama aine keemiline element võib sama elektronide arvu ja seega ka aatomi tuuma sama laengu juures omada mitmesugust massiarvu, millised elemendi modifikatsioonid kannavad isotoobi nimetust. Et tuuma laeng peab olema võrdne elektronide laenguga ja viimaste arv, seega ka järjestusnumber elementide perioodilises tabelis, on ühe aine kõikidel isotoopidel üks ja sama, siis peab isotoopide erinevus sõltuma ainult tuuma neutronite arvust.

Aatomitest lihtsaim, ühest prootonist koosneva tuuma ja tema ümber ringleva ühe elektroniga on vesiniku ${}^1_1\text{H}$ aatom (sümbolile eelnev ülemine arv tähistab massiarvu, seega ka prootonite ja neutronite summat, alumine — tuuma elementaarlaengute, seega ka prootonite ja tavaliselt ka elektronide arvu). Vesiniku isotoop ${}^2_1\text{H}$, deuteerium, tavaliselt tähistatav ${}^2\text{D}$ -na, omab tuumas üht prootonit ja üht neutronit ning väljastpool tuuma, nagu tavaline vesinikki, üht elektroni. Tema massiarv on seega 2, kuid järjestusnumber keemiliste elementide perioodilises süsteemis on 1 nagu tavalisel vesinikulgi.

Tuuma ja elektroni laengutest põhjustatav elektronisse mõjuv jõud

$$P = \frac{e_1 e_2}{r^2}$$

(p. 59) on tasakaalustatud tsentrifugaaljõuga, sest elektron liigub ümber tuuma väga suure kiirusega kas elliptilist või ringikujulist teed mööda. Seejuures aga ilmneb põhiline vahe planeetide süsteemi ja elektronide süsteemi vahel: elektron on võimeline ära andma elektromagnetilise lainetusena ehk valguse kiirgusena osa oma kineetilisest energiast ja olles energiat kaotanud — seda jällegi vastu võtma endise määrani. Et väljakiiratava monokromaatilise valguse lainepikkus on seejuures jääv suurus, siis tuleb oletada, ja see osutub ka katseliselt tõestatavaks, et elektroni kineetiline energia võib muuta oma suurust ainult kindlais koguseis, elementaar kvantides. Kaotaks elektron kiirgamise tõttu energiat pidevalt, siis peaks tema kogu aja spiraalselt lähenema aatomi tuumale ja lõpuks langema viimasesse. Tegelikult on aga kõikide mõeldavate elektroni orbiitide seas olemas terve rida selliseid, millel liikudes on elektroni energia püsiv suurus ja seega kiirgamine ei leia seal aset.

Elektroni üleviimine ühelt selliselt orbiidilt (ehk õigemini mähispinnalt, sest näib leidvat aset elektroni elliptilise teekonna periheeli liikumine)

Tabel 14.

Keemiliste elementide stabiilsed isotoobid ja nende esinevus.

Massiarvu taga olev täht α või β näitab ebastabiilse isotoobi poolt emiteeritavat kiirgust. Sellise isotoobi pooldumisaeg on väga suur. Sulgudes on toodud ladinakeelne nimetus. Andmed on aastast 1943.

Tuumalaeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
1	H vesinik (hydrogenium)	1	99,98	1,008
	D deuteerium	2	0,02	
2	He heelium	3	10^{-5}	4,00
		4	100	
3	Li liitium	6	7,9	6,94
		7	92,1	
4	Be berüllium	9	100	9,02
5	B boor	10	20	10,82
		11	80	
6	C süsinik (carboneum)	12	98,9	12,00
		13	1,1	
7	N lämmastik (nitrogenium)	14	99,6	14,008
		15	0,4	
8	O hapnik (oxygenium)	16	99,76	16,000
		17	0,04	
		18	0,20	
9	F fluor	19	100	19,00
10	Ne neon	20	90,00	20,18
		21	0,27	
		22	9,73	
11	Na naatrium	23	100	23,00
12	Mg magneesium	24	77,4	24,32
		25	11,5	
		26	11,1	
13	Al alumiinium	27	100	26,97
14	Si räni ehk silliitsium	28	89,6	28,06
		29	6,2	
		30	4,2	

Tuumalaeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
15	P fosfor	31	100	31,0
16	S väävel (sulfur)	32	95,1	32,07
		33	0,7	
		34	4,2	
17	Cl kloor	35	75,4	35,46
		37	24,6	
18	Ar argon	36	0,31	39,94
		38	0,06	
		40	99,63	
19	K Kaalium	39	93,44	39,10
		40 β	0,012	
		41	6,55	
20	Ca kaltsium	40	96,96	40,08
		42	0,64	
		43	0,15	
		44	2,07	
		48	0,18	
21	Sc skandium	45	100	45,10
22	Ti titaan	46	7,95	47,90
		47	7,75	
		48	73,45	
		49	5,51	
		50	5,34	
23	V vanaadium	51	100	51,0
24	Cr kroom	50	4,49	52,01
		52	83,78	
		53	9,43	
		54	2,30	
25	Mn mangan	55	100	54,93
26	Fe raud (ferrum)	54	6,0	55,84
		56	91,6	
		57	2,1	
		58	0,3	
27	Co koobalt	57	0,2	58,97
		59	99,8	

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
28	Ni nikkel	58	68,0	58,68
		60	27,2	
		61	0,1	
		62	3,8	
		64	0,9	
29	Cu vask (cuprum)	63	70,1	63,57
		65	29,9	
30	Zn tsink	64	50,9	65,38
		66	27,3	
		67	3,9	
		68	17,4	
		70	0,5	
31	Ga gallium	69	61,5	69,72
		71	38,5	
32	Ge germaanium	70	21,2	72,60
		72	27,3	
		73	7,9	
		74	37,1	
		76	6,5	
33	As arseen	75	100	74,91
34	Se seleen	74	0,9	78,96
		76	9,5	
		77	8,3	
		78	24,0	
		80	48,0	
		82	9,3	
35	Br broom	79	50,6	79,92
		81	49,4	
36	Kr krüptoon	78	0,35	83,7
		80	2,01	
		82	11,52	
		83	11,52	
		84	57,13	
		86	17,47	
37	Rb rubiidium	85	72,8	85,48
		87 β	27,2	

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
38	Sr strontsium	84	0,56	87,63
		86	9,86	
		87	7,02	
		88	82,56	
39	Y ütrium	89	100	88,92
40	Zr tsirkoonium	90	48	91,2
		91	11,5	
		92	22	
		94	17	
41	Nb niobium	93	100	92,91
		92	14,9	96,0
		94	9,4	
		95	16,1	
42	Mo molübdeen	96	16,6	
		97	9,65	
		98	24,1	
		100	9,25	
43	Ma masuurium	—	—	—
44	Ru ruteenium	96	5	101,7
		(98)	—	
		99	12	
		100	14	
		101	22	
		102	30	
45	Rh roodium	101	0,1	102,9
		103	99,9	
46	Pd pallaadium	102	0,8	106,7
		104	9,3	
		105	22,6	
		106	27,2	
		108	26,8	
47	Ag hõbe (argentum)	107	52,5	107,88
		109	47,5	

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
48	Cd kadmium	106	1,4	112,4
		108	1,0	
		110	12,8	
		111	13,0	
		112	24,2	
		113	12,3	
		114	28,0	
49	In indium	113	4,5	114,8
		115	95,5	
50	Sn tina (stannum)	112	1,1	118,7
		114	0,8	
		115	0,4	
		116	15,5	
		117	9,1	
		118	22,5	
		119	9,8	
		120	28,5	
51	Sb antimon (stibium)	121	56	121,76
		123	44	
52	Te telluur	120	<0,1	127,61
		122	2,9	
		123	1,6	
		124	4,5	
		125	6,0	
		126	19,0	
		128	32,8	
53	J jood	127	100	126,92
		128	33,1	
54	X ksenoon	124	0,09	131,3
		126	0,09	
		128	1,91	
		129	26,23	
		130	4,06	
		131	21,18	
		132	26,98	
		134	10,55	
		136	8,95	

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus %	Aatomkaal
55	Cs tseesium	133	100	132,91
56	Ba baarium	130	0,1	137,36
		132	0,1	
		134	2,4	
		135	6,6	
		136	7,8	
		137	11,3	
138	71,7			
57	La lantaan	139	100	138,9
58	Ce tseerium	136	vähe	140,2
		138	vähe	
		140	89	
		142	11	
59	Pr praseodüüm	141	100	140,9
60	Nd neodüüm	142	25,95	144,3
		143	13,0	
		144	22,6	
		145 β	9,2	
		146	16,5	
		148	6,8	
150	5,95			
61	—	—	—	—
62	Sm samaarium	144	3	150,4
		147	17	
		148	14	
		149	15	
		150 α	5	
		152	26	
154	20			
63	Eu euroopium	151	50,6	151,9
		153	49,4	
64	Gd gadoliinium	152	0,2	157,3
		154	2,9	
		155	15,6	
		156	20,6	
		157	16,4	
		158	23,4	
160	20,9			

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
65	Tb terbium	159	100	159,2
66	Dy düsproosium	160	1,5	162,5
		161	22	
		162	24	
		163	24	
		164	28	
67	Ho holmium	165	100	164,9
68	Er erbium	164	2	167,2
		166	35	
		167	24	
		168	29	
		170	10	
69	Tu tuulium	169	100	169,4
70	Yb üterbium	170	2	173,04
		171	9	
		172	23	
		173	17	
		174	37	
		176	12	
71	Cp kassiopeium	175	97,5	175,0
		176	2,5	
72	Hf hafnium	174	0,2	178,6
		176	5,2	
		177	18,5	
		178	27,1	
		179	13,8	
		180	35,1	
73	Ta tantaal	181	100	180,88
74	W volfram	180	0,2	184,0
		182	22,6	
		183	17,3	
		184	30,1	
		186	29,8	
75	Re reenium	185	38,2	186,3
		187	61,8	

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
76	Os osmium	184	0,02	191,5
		186	1,6	
		187	1,6	
		188	13,3	
		189	16,2	
		190	26,4	
		192	40,9	
77	Ir iriidium	191	38,5	193,1
		193	61,5	
78	Pt plaatina	192	0,8	195,2
		194	30,2	
		195	35,3	
		196	26,6	
		198	7,2	
79	Au kuld (aurum)	197	100	197,2
80	Hg elavhõbe (hydrargyrum)	196	0,15	200,6
		198	10,12	
		199	17,04	
		200	23,25	
		201	13,18	
		202	29,54	
81	Tl tallium	203	29,1	204,4
		205	70,9	
82	Pb plii (plumbum)	204	1,5	207,2
		206	23,6	
		207	22,6	
		208	52,3	
83	Bi vjmut (bismutum)	209	100	209,0

Tuuma laeng	Tähis ja nimetus	Massiarv	Esinevus % %	Aatomkaal
84	Po poloonium	210 α		210
85	—			
86	Rn radoon	222 α		222
87	AcK ekatseesium	223 β		223
88	Ra raadium	226 α		226,0
89	Ac aktiinium	227 β		227
90	Th toorium	232 α		232,1
91	Pa protaktiinium	231 α		231
92	U uraan	234 α	0,006	238,07
		235 α	0,720	
		238 α	99,274	
93	Np neptuun	239	ei esine looduses	
94	Pu plutoon	239		

Pidevalt lagunevad radioaktiivsed elemendid

teisele on seotud energia vabanemisega kiirgusena (või väljastpoolt kiirgusena antava energia absorbeerimisena). Igal mähispinnal omab elektron energiat

$$A = -\frac{e_1 e_2}{r},$$

kusjuures e_1 on elektroni laeng, e_2 — tuuma laeng ja r — orbiidi raadius (või elliptilise orbiidi pikem pooltelg), ning milline võib esineda kogustes, mis on vastuproportsionaalsed tervete järgarvude n ruutudega:

$$A = \frac{k}{n^2}, \quad (218)$$

kusjuures k on konstantne arv. Sellest nähtub, et elektronide püsivate orbiitide pikemad poolteljed suhtuvad omavahel nagu tervete järgarvude ruudud (joon. 128).

Normaalseks mähispinnaks tuleb lugeda selline, millel liikudes elektron omab väikseimat energiat.

Elektronide üleminek suurema raadiusega mähispinnalt väiksema raadiusega mähispinnale on seotud monokromaatilise kiirguse tekkimisega, kusjuures selle sagedus

$$\nu = \frac{A_1 - A_2}{h}; \quad (219)$$

A_1 ja A_2 on aatomi energia enne ja peale kiirgamist ning h — Planck'i konstant ehk elementaarne mõjukvant, mille suurus on $6,6 \cdot 10^{-34}$ džaul \cdot sec = $6,6 \cdot 10^{-27}$ erg \cdot sec.

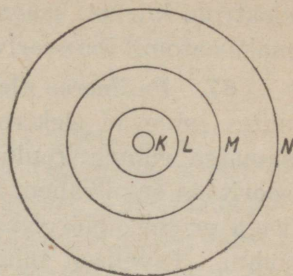
Aatom on võimeline absorbeerima energiat samades kogustes, nagu ta seda välja kiirgabki. Absorbeeritavat energiat võib aatom saada kas kiirguse näol või teda suure kiirusega liikuvate osakeste poolt tabavatest löökidest. Tulemusena on meil tegemist ergutatud aatomiga, mis on omandanud energiat kogustes

$$h\nu_1 = \Delta A_1, \quad h\nu_2 = \Delta A_2 \text{ jne.}$$

Mida suurema sagedusega on olnud aatomit ergutav kiirgus, seda suurema raadiusega mähispinnale viiakse aatom. Lõpuks jõuaksime kriitilise sageduseni, mille ületamisel elektron lakkab olemast seotud tuumaga ja lahkub vaba elektronina. Sellises seisundis olevat aatomit nimetatakse **ioniseerituks** ehk lihtsalt iooniks. Vesiniku ioon, vesiniku aatomi elektronita tuum, omab seega prootoni positiivset laengut, mille suurus on võrdne elektroni elementaarlaenguga ja mille mass on praktiliselt võrdne vesiniku aatomi massiga.

Valgusega ioniseerimise võimalus teeb mõistetavaks nähtuse, et tavalis tingimuses voolu mittejuhtiv gaas muutub juhtivaks tema kiiritamisel lühilainelise valgusega: aatomeist eralduvad vabad elektronid liikudes elektriväljas kujundavadki elektrivoolu.

Leiab aset aeglaselt liikuva vaba elektroni ja aatomiga seotud elektroni kokkupõrge ja osutub aatomit tabanud elektroni kineetiline energia mitteküllaldaseks, et paisata aatomi elektroni järgmisele mähispinnale, siis toimub kokkupõrge elastselt. On aga elektroni kiirus (või tema kineetiline energia) parajasti küllaldane aatomi elektroni paiskamiseks järgmisele (väljaspool esimest asuvale) mähispinnale, siis me räägime **esimesest kriitilisest potentsiaalist** ehk ergutamise esimesest potentsiaalist (nagu eespool nägime, väljendatakse elektroni kiirust tavaliselt mitte kiirusühikutes, vaid potentsiaalide vahena voltides, milline on vajalik elektronile kõne all oleva kiiruse andmiseks). Suurendades edasi aatomit tabava



Joon. 128. Aatomi püsiv-orbiitide suhteline kaugus tuumast.

elektroni kiirust, saavutame teise kriitilise potentsiaali jne. ja jõuame viimaks aatomit ioniseeriva kiiruseni ehk ioniseeriva potentsiaalini.

87. Perifeerne elektronide rühm. Suurema elektronide arvuga aatomites esinevad elektronid rühmadesse koondunuina, kusjuures kõikide samasse rühma kuuluvate elektronide eemaldamiseks aatomist on vaja sooritada enamvähem sama suurusega töö, mis üksikutel rühmadel on aga väga erinev. Nõrgemat sidet tuumaga omab väline ehk perifeerne rühm. Tavaliselt tähistatakse rühma tähtedega K, L, M jne., alustades seesmise rühmaga. Tabelis 15 on toodud elementide jaotumine rühmadesse, kusjuures on jäetud välja kõige viimane, perifeerne rühm, millest on pikemalt allpool.

Tabel 15.

Elementide jaotumine rühmadesse.

Elementide nimetus	Elektronide üldarv	Rühmade arv ilma perifeerse rühmata	Rühmade tähi- sed
Liitiumist neonini	3 ... 10	1	K
Naatriumist argonini	11 ... 18	2	K L
Kaaliumist krüptonini	19 ... 36	3	K L M
Rubiidiumist ksenoonini	37 ... 54	4	K L M N
Tseesiumist radoonini	55 ... 86	5	K L M N O
Raadiumist plutoonini	87 ... 94	6	K L M N O P

Näitena olgu mainitud, et tsiingi 30 elektroni on jaotatud rühmadesse järgmiselt: K-rühma — 2 elektroni, L-rühma — 8, M-rühma — 18 ja perifeersesse rühma — 2; üksikutes rühmades on elektroni esimene kriitiline potentsiaal järgmine: K-rühmas — 10 000 eV, L-rühmas — 1000 ... 1200 eV, M-rühmas — 100 ... 300 eV, ja perifeerses rühmas — umbes 10 eV (eV — elektronvolt).

On ilmne, et tuumaga nõrgeimini seotud väline (perifeerne) rühm on väljastpoolt kergeimini mõjutatav; seesmised rühmad osutuvad mõjutatavaks ainult tuhandeisse ja kümneisse tuhandeisse elektronvoltidesse küüniva kiirusega elektronide poolt. Aine omadused — keemilised, optilised, soojuslikud (keemispunkt, joonpaisumine jne.), magnetilised, elektrilised jne. — on määratavad ja mõjutatavad peamiselt perifeerse rühma elektronide kaudu.

Perifeerse rühma elektronide esimene kriitiline potentsiaal on 10 ... 15 korda väiksem järgmise seespool asuva rühma elektronide omast. See lubab oletada, et perifeerse rühma kõik elektronid asuvad suhteliselt kaugel

temast seespool olevatest elektronidest. Nende seespool asuvate elektronide poolt perifeerse rühma elektronidele avaldatav jõud

$$Ee = -\frac{pe^2}{r^2},$$

kusjuures p on seespool perifeerset rühma olevate elektronide arv ja r — perifeerse rühma elektronide mähispinna raadius. On ilmne, et see jõud mõjutab tuuma positiivse laengu poolt põhjustatavat külgetõmbejõudu Ze^2/r^2 nõrgendavalt (millest on ka tingitud miinus-märk eelmises valemis), kusjuures Z on tuuma protonite arv ehk elemendi järjestusnumber. Seega on perifeerse rühma elektronidele mõjuv jõud

$$P = \frac{Ze^2}{r^2} - \frac{pe^2}{r^2} = (Z - p) \frac{e^2}{r^2} = q \frac{e^2}{r^2}, \quad (220)$$

kusjuures $q = Z - p$ on perifeerse rühma elektronide arv. Ka perifeerse rühma elektronid mõjuvad üksteisele teatava jõuga, kuid see on palju nõrgem äsja leitud. Nagu valemist 220 selgub, suureneb see jõud perifeerse rühma elektronide arvu suurenedes ja selle rühma elektroni orbiidilt välja paiskamise energia

$$A = \int_0^{\infty} \frac{qe^2}{r^2} dr = \frac{qe^2}{r} \quad (221)$$

on proportsionaalne selle rühma elektronide arvuga.

Toimetatud katseist selgub, et perifeerse rühma elektronide maksimaalne arv on kaheksa. Kaheksat perifeerse rühma elektroni omava aatomi ioniseerumispotentsiaal on kõrgeim ja selle elemendi keemiline aktiivsus madalaim. Siia kuuluvad inertsed gaasid Ne, Ar, Kr ja X. Mida väiksem on perifeersete elektronide arv, seda kergemini kaotab aatom ioniseerumisel elektroni ja muutub positiivseks iooniks. Minimaalset perifeersete elektronide arvu, seega ühte, omavad keemiliselt väga aktiivsed leelismetallid Li, Na, K jne., millede ioniseerumispotentsiaal on 4...5 V. Kaks perifeerset elektroni kuulub keemiliselt juba vähem aktiivseile leelis-muldmetallidele Be, Ca, Sr jne. Veel suurema perifeersete elektronide arvuga elemendid osutuvad keemiliselt veel vähem aktiivseteks ja kaotavad metalli omadused. Siia kuuluvad näiteks boor (3 perf. elektr.), süsinik (4 perif. elektr.) jne.

Elemendid, mille aatomite perifeersete elektronide arv on üle nelja, on mittemetallid väga suure ioniseerumispotentsiaaliga ja ioniseerumisel ei moodusta enam mitte positiivset, vaid negatiivsetiooni, suurendades perifeersete elektronide arvu: nad püüavad kinni aatomiga kokkupõrkava

elektroni. Tabel 16 annab ülevaate elementidest elektronide üldarvuga 2 kuni 10.

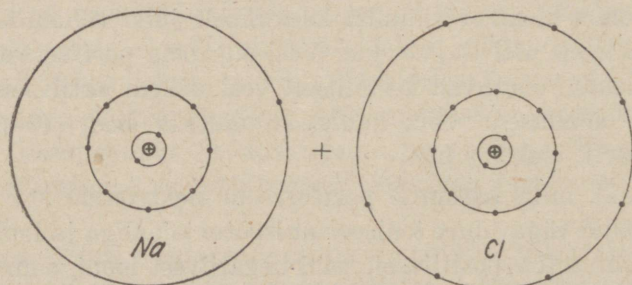
Tabel 16.

Elementide perifeersete elektronide arv ja ioniseerumispotentsiaal.

Elemendi järjestusnumber (elektronide üldarv)	Elemendi sümbol	Perifeersete elektronide arv	Ioniseerumispotentsiaal	Iseloomustus
2	He	0	27	Inertne gaas
3	Li	1	5,5	Leelismetall
4	Be	2		Leelis-muldmetall
5	B	3	8	Amfoteersed, moodustavad nii katioone kui ka anioone
6	C	4		
7	N	5	14,5	Mittemetall
8	O	6		Tüüpilised mittemetallid
9	F	7		
10	Ne	8	20	Inertne gaas

88. Molekul. Kahest või suuremast arvust aatomeist koosneva molekuli omadused on sootuks teissugused kui teda moodustavail aatomeil. Molekuli välised omadused, näiteks spekter, perifeersete elektronide poolt määratav omadus, erinevad molekuli koosseisu kuuluvate aatomite omadest; tema seesmised omadused, näiteks röntgenikiirte absorbeerimine, moodustavad koosseisu kuuluvate aatomite omaduste summa. Sellest järeldatakse, et elektronide liikumine molekuliks liitunud aatomite seesmuses jääb endiseks, kuid et perifeersete rühmade elektronid rühmituvad ümber. Keemiliselt eriti püsivateks osutuvad molekulid, mille elektronide arv perifeerses rühmas (peale ümberrühmitumist) on kaheksa, sest selline rühm sarnaneb inertse gaasi elektronide perifeerse rühmaga.

Joon. 129 illustreerib ühe perifeerse elektroniga naatriumi ühinemist seitset perifeerset elektroni omava klooriga keedusoolaks NaCl.



Joon. 129. Naatriumi ja kloori aatomite elektronide summa perifeersedel mähispindadel on kaheksa.

Naatriumi aatom, mille perifeersetele elektronide arv on üks, annab klooriga, mille perifeersetele elektronide arv on seitse, keemiliselt väga püsiva NaCl molekuli, mille perifeerses rühmas on seega $1 + 7 = 8$ elektroni. Naatriumi $^{23}_{11}\text{Na}$ aatom (elemendi järjestusnumbriga 11) omab $2 + 8 + 1 = 11$ elektroni ja tuumas 11 prootonit ning 12 neutronit ja seega $11 + 12 = 23$ massiühikut. Klooris aatomkaaluga 35,46 esineb kloori isotoope $^{35}_{17}\text{Cl}$ ja $^{37}_{17}\text{Cl}$ vahekorras 3,1 : 1. Isotoop $^{35}_{17}\text{Cl}$ (elemendi järjestusnumbriga 17) omab $2 + 8 + 7 = 17$ elektroni, tema tuumas on 17 prootonit ja 18 neutronit, seega 35 massiühikut. Isotoop $^{37}_{17}\text{Cl}$ (samuti järjestusnumbriga 17) erineb eelmisest ainult neutronite arvult, milliseid 18 asemel 20 ja mille massiühikute arv on seega $17 + 20 = 37$. Ühinemisel naatriumi aatomitega annavad keedusoola NaCl molekulid mõlemad kloori isotoobid, kuna ühendi tekkimine sõltub ainult elektronidest, mitte aga tuumadest.

Molekuli ioniseerumise protsess ei ole veel lõplikult selgitatud. Analoomiliselt aeglaselt liikuva elektroni kokkupõrkele üksiku aatomiga tekib elastne põrge ka elektroni ja molekuli vahel. Suurendades elektronide liikumise kiirust saavutatakse piir, millest alates elektron on võimeline andma oma energiat mõnele molekuli perifeerses rühmas olevale elektronile, millega viimane siis lahkuib süsteemist või jääb ise nagu kleepuma sellesse elektronide rühma. Säärastel kordadel molekul ioniseerub nagu aatomgi vastavalt kas positiivseks või negatiivseks iooniks. Kuid molekuli ioniseerumine ei toimu mitte just iga kord selliselt. Kaheaatomiline molekul võib ioniseerumisel ära anda elektroni ja muutuda kaheaatomiliseks positiivseks iooniks, aga ta võib muutuda ka üheks positiivseks ja üheks negatiivseks iooniks.

89. Elektroni liikumine gaasis. Elektrivälja poolt kiirendatuna liigub elektron gaasis, põrgates alaliselt selle osakestega kokku. Gaasi molekulid liiguvad kaootiliselt, kokkupõrkamise sagedus osutub üksikutel elektronidel väga erinevaks ja me oleme sunnitud arvutama mitte tegelike, vaid statistiliste keskmiste arvudega. Küllaldaselt pikal teekonnal l põrkab võrdlemisi aeglaselt liikuv elektron n korda gaasiosakestega kokku. Murd $l/n = \lambda_0$ määrab keskmise vaba teekonna kahe kokkupõrkekoha vahel. See teekond on $4\sqrt{2} = 5,65$ korda pikem kui gaasi kineetilisest teooriast teada olev molekuli liikumise vaba teekond λ_0 .

Nagu eespool oli selgitatud, võib aeglaselt liikuva elektroni kokkupõrge molekuliga anda erinevaid tulemusi. Lihtsaimal juhtumil, mil elektroni kiirus on alla kriitilise ja ruum on täidetud inertse gaasiga või metalli (näiteks elavhõbeda) auru molekulidega, on kokkupõrge elastne.

Kuna seejuures molekuli mass on väga palju suurem elektroni massist, siis kaotab elektron ainult tähtsusetult väikese osa oma kineetilisest energiast. Teissuguseks aga osutub olukord, kui ruum on täidetud mõne teise gaasiga. Siis isegi elektroni väikestel kiirustel elastne põrge tihti ei leia enam aset ja elektron liubub molekuli külge, moodustades negatiivse ioni. Mida suurem on gaasikujulise elemendi järjestusnumber, seda suurem on negatiivse ioni tekkimise tõenäosus. Võrdlemisi väikese järjestusnumbriga lämmastik (järj. nr. 7) ja metallide aurud käituvad peagu nagu inertsed gaasidki, kuid juba hapnik (järj. nr. 8), veel enam aga fluor (järj. nr. 9), kloor (järj. nr. 17) jne. erinevad inertsetest gaasidest väga suuresti. Seega oleme õigustatud väitma, et ainult inertsetes gaasides ja metallide aurudes on negatiivse laengu kandjaks vaba elektron; kõikides teistes gaasides on negatiivse laengu kandjaks peamiselt negatiivne ioon.

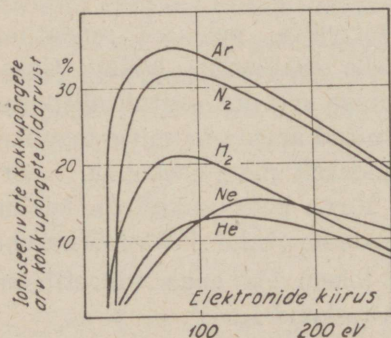
Inertses gaasis või metalli aurus aeglaselt liikuva elektroni tõeline kiirus on palju suurem keskmisest. Mõlemad kiirused on arvutatavad eeldusel, et põrge on tõesti elastne. Elektroni keskmine kiirus mitte väga tugevas elektriväljas.

$$v = 0,815 \frac{e \lambda_e}{mv_s} E, \quad (222)$$

milles e/m on elektroni laengu ja massi suhe, λ_e — elektroni vaba liikumise keskmine teekonna pikkus, v_s — elektroni (temperatuurist sõltuv) soojusliku liikumise keskmine kiirus ja E — väljatugevus.

Teissugune on olukord elektronide liikumisel väga suure kiirusega. Siis kokkupõrge lakkab olemast elastne kõikides gaasides ja elektroni energia kulutatakse kindlates kogustes (kvantides) kas perifeerse elektroni paiskamiseks mõnele uuele mähispinnale (molekuli ergutamise) või tema täielikuks eraldamiseks aatomi tuuma mõjupiirkonnast (ioniseerimine). Elektronenergia ülejääk säilib tema liikumise kineetilise energiana.

Elektronide poolt molekulidega kokkupõrkamisel tekitatavate ionide hulka mõõtes selgub aga, et ioon ei teki mitte iga kokkupõrke tulemusena. See ioniseerumise tõenäosus on elektroni kiirusel alla kriitilise null, omandab kiirusel ligi 100 eV maksimumi ja alaneb elektroni kiiruse edasisel kasvamisel. Nagu joo-



Joon. 130. Gaasi ioniseerumise tõenäosus sõltuvalt ioniseerumist põhjustava elektroni kiirusest.

niselt 130 näha, osutub ioniseerumise tõenäosuse maksimaalväärtuseks ainult mõnikümmend protsenti.

Gaasi ioonide liikumise jälgimisel selgub, et ioonid liiguvad aeglasemalt, kui see peaks olema võimalik, võttes arvesse nende laengut ja massi. See näib osutuvat tingitaks neutraalse molekuli polariseerumisest (p. 48), mis seisneb selles, et molekuli moodustavate elektronide orbiidid nihkuvad suunas vastu elektrivälja ja molekul tervikuna kaotab oma elektrilise sümmeetria, muutub dipooliks. Selle tulemusena tekib molekulide kuhjumine (pilveke) laengut omava iooni vahetus läheduses ja viimase liikumine on takistatud.

90. Metallide elektriline juhtivus. Selleks et mõista elektronide emiteerimist metallide poolt, s. o. vabade elektronide väljumist metalli välispinnalt kas valguse või kõrge temperatuuri toimet, selgitame esiteks elektrivoolu läbimist metallidest. Katsetest selgub, et metallides absoluutselt puudub elektrolüüs ja seega ka laengu edasitoimetamine aine elektriseerunud osakeste (ioonide) toimet; metallis on laengu edasitoimetajaks ainult elektronid. Eespool selgitasime, et elektroni eraldamiseks aatomist on vaja kulutada energiat, mille suurus on määratud ionisatsiooni potentsiaaliga. Kuid elektronide eraldumine metallidest toimub palju lihtsamini. Igas metallis on alati kaootiliselt liikumas aatomitega sidumatuid vabu elektrone, mille liikumine on kergesti orienteeritav soovitud suunas välise elektrivälja abil. Metallis olevate vabade elektronide ruumiline jaotumine ja liikumise kiirus sõltub nende kontsentratsioonist, mis omakorda määrab metalli elektrilisi omadusi. On vabade elektronide kontsentratsioon väike, nagu ta seda on pooljuhtides, siis on nende kineetiline energia määratav selle aine temperatuuri kaudu nagu tavalisel gaasilgi:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad (223)$$

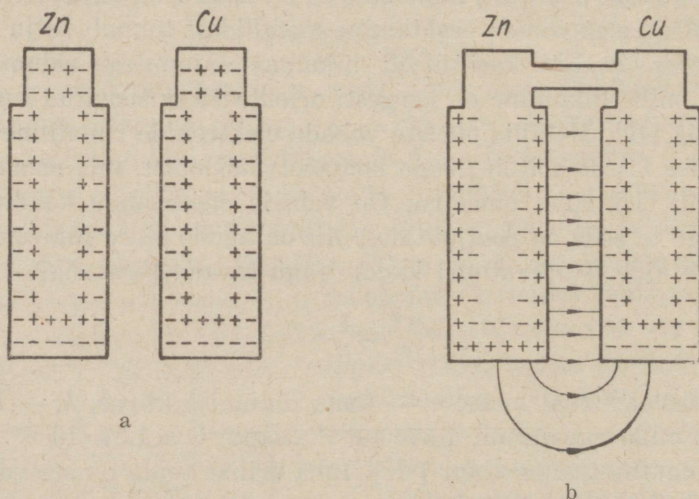
milles m on elektroni mass, v — tema liikumise kiirus, k — Boltzmanni konstant, mille suurus on $1,37 \cdot 10^{-23}$ džauli/ $^{\circ}\text{C} = 1,37 \cdot 10^{-16}$ ergi/ $^{\circ}\text{C}$, ja T — absoluutne temperatuur [$^{\circ}\text{K}$]. Ilma erilise veata on see valem rakendatav ka kõikide metallide kohta.

Elektrivälja toimet kõik vabad elektronid, nn. elektronide gaas, liiguvad elektrivälja suunale vastu. See liikumine toimub teatava hõõrumisega, ja seega elektroni orienteeritud liikumise kiirus peab olema ja ongi proportsionaalne liikumist põhjustava elektrivälja tugevusega.

Vabad elektronid võtavad osa mitte ainult elektri, vaid ka soojuse juhtimisest. Vabu elektrone mitteomavad dielektrikud (isolaatorid) on ka halvad soojusejuhid.

91. Kontaktpotentsiaal. Laadides metalli negatiivselt, me suurendame temas olevate elektronide arvu ja võiksime oletada, et tänu elektronidevahelistele elektrilistele tõukejõududele osa vabu elektrone peaks lahkuma metalli välispinna kaudu. Kuid tegelikult selline elektronide lahkumine metallist ei teostu, isegi siis mitte, kui metalli välispinnal on ülisuur negatiivne laeng ja väljatugevus metalli vahetus läheduses küünib mitme miljoni voldini sentimeetri kohta. Selle nähtuse seletamiseks on kujunenud kaks teooriat: elektrilise kahekihilisuse teooria, mis puhtformaalselt võimaldab anda nähtusele väga hea seletuse, kuid mis ei seleta nähtust rahuldavalt füüsikalisesest seisukohast, ja teine, mis kirjeldab nähtust analoogiliselt vedeliku molekulide olemusele vedeliku pinnal ja annab küll füüsikalisesest seisukohalt rahuldava seletuse, kuid formaalselt seisukohalt ei ole küllalt rahuldav.

Elektrilise kahekihilisuse teooria eeldab potentsiaali hüppe olemasolu metalli välispinnal (joon. 131); see hüpe oleks seletatav erilise kahekihilise (pluss- ja miinus-) kesta olemasoluga metalli pinnal, kusjuures negatiivne kiht oleks välimiseks ja positiivne seesmiseks, kuigi füüsikalisesest on seliste kihtide olemasolu võimalus küsitav.



Joon. 131. a) Elektrilisesest kahekihilisest väliskest kahel eri metallil (Zn ja Cu) erineva potentsiaalide hüppega (vasel on see hüpe suurem). b) Kontaktpotentsiaalide vahe tekkimine samade metallide vahel nende metallilisel ühendamisel.

Metallile väljastpoolt teatava hulga elektronide andmisel paigutuvad viimased metalli seesmuse elektrilise kesta alla ja ei ole võimelised seda lämbima kihis oleva väga tugeva elektrivälja tõttu. Kahe eri metalli kokkupuutumisel (joon. 131-b) ei ole puutekohas olemas metallile eraldavat elektrilist vahekihti ja elektronid on võimelised ühest metallist teise üle tulema.

Samal ajal aga on nende eri metallide väliskestas erisuurune potentsiaali hüpe ja seetõttu tekib ka nende välispindade vahel potentsiaalide vahe, mis kannab kontaktpotentsiaalide vahe nimetust. See metallidest, mille kestas olev potentsiaali hüpe on väiksem, osutub temaga kokkupuutuva metalli suhtes positiivseks. Reastades metalle nende väliskestas oleva potentsiaali hüpe suuruse järgi, saame nn. Volta rea (vt. tabel 17): K, Cs, Rb, Ba, Na, Sr, Cd, Zn, Th, Al, Fe, Cu, Co, Ni, Au, W, Pt; kokkupuutumisel reas olev vasakpoolne metall osutub temast paremal pool asuva suhtes positiivseks. Nii on näiteks tsink vase suhtes positiivne.

Teine teooria seletab elektronide välispinnalt lahkumist analoogiliselt vedeliku auramisega. Molekulaarfüüsika õpetab, et vedeliku seesmuses olevad molekulid mõjutatakse neid ümbritsevate molekulide poolt tasakaalutatult, välispinnal olevad aga ainult neist allpool olevate poolt. Rakendades analoogilist seletust ka elektronide suhtes, peaks kontaktpotentsiaali tekkimine kujunema järgmiselt.

Kahe eri metalli elektronid on seotud metalli molekulidega erineva jõuga. Metallide kokkupuutumisel imeb elektrone tugevamalt mõjutavaid molekule omav metall endasse teatud hulga teise metalli elektrone, mille tulemusena kujunebki kontaktpotentsiaalide vahe nende metallide vahel.

Vahe mõlema teooria vahel seisneb seega selles, et esimese kohaselt on potentsiaalide vahe olemas iga metalli seesmuse ja välispinna vahel, teise järgi on potentsiaalide vahe olemas ainult kokkupuutuvate metallide vahel. Kuigi ei peaks olema erilist põhjust kummagi teooria eelistamiseks, on allpool elektronide emiteerimise seletamisel lähtutud siiski elektrilise kahekihilisuse teooriast.

92. Elektronide emiteerimine metallide poolt. Molekulide ja vabade elektronide soojuslik liikumine metallides on kaootiline ja selliselt metallis liikuvate üksikute vabade elektronide kiirus on väga erinev. Erinevus valemi 222 järgi arvutatust võib olla kuitahes suur. On elektroni kiirus küllaldaselt suur, siis on ta võimeline läbima metalli pinnal oleva elektrilise kaksikkihi, olles väljumiseks vajaliku töö sooritanud oma kineetilise energia arvel. Ka tavalisel ruumi temperatuuril on metallis alati läbi kaksikkihi tungida suutvaid elektrone, kuid nende hulk on äärmiselt väike. Mida suurem on potentsiaali hüpe elektrilises kaksikkihis, seda kõrgemal temperatuuril osutub elektronide emiteerimine selgesti märgatavaks. Nii emiteerib metall naatrium elektrone juba võrdlemisi suurel hulgal temperatuuril kõigest 200° C, kuna niisama suure emiteerimisvõime saavutab plaatina alles temperatuuril 900° C.

Juhtme välispinda ajaühikus läbivate elektronide arvu, s. o. emissioonvoolu määramisel teeme kindlaks elektronide arvu traadi pinnaühiku

kohta, millede kiirus traadi välispinnaga perpendikulaarses suunas rahuldab tingimust

$$\frac{mv^2}{2} > A,$$

milles A on elektroni poolt metallist lahkumisel sooritatav töö. Elektri- vool metalli (näiteks raadiolambi kütteniidi) välispinna ühiku kohta, s. o. voolutihedus välispinnal A/cm^2 -tes,

$$j = aT^2 \varepsilon^{-\frac{b}{T}}, \quad (224)$$

milles a ja b on materjalist sõltuvad konstandid, T — absoluutne temperatuur $^\circ\text{K}$ ja ε — naturaallogaritmide alus 2,718. Selle, O. W. R i c h a r d - s o n i nime kandva valemi kohaselt on emiteeritava voolu tugevus proportsionaalne absoluutse temperatuuri ruuduga. Konstandid a ja b sõltuvad suurel määral metalli välispinna omadusist ja kattekihist ning metalli poolt absorbeeritud gaasi hulgest.

Elektrone emiteeriv materjal	a	b
Volfram	60	$5,24 \cdot 10^4$
Toorium	60	$3,89 \cdot 10^4$
Volfram tooriumiga legeeritud	3	$3,05 \cdot 10^4$
Baarium- ja strontsiumoksüüdi seguga kaetud plaatina	3	$2 \cdot 10^4$

Elektronide väljumistöö A on volframil 4,3 eV. On leitud, et volframtraati sobiva kihiga kattes on võimalik väga tunduvalt vähendada väljumistöö suurust, mille tulemusena suureneb emissioonvool ja, mis veel olulisem, osutub võimalikuks saada soovivat emissiooni palju madalamal temperatuuril. I. Langmuiri poolt kasutamisele võetud tooreeritud volframi (volframi ja tooriumi suland) pinnal kujuneb mõne molekuli paksune tooriumoksüüdi kiht. Konstant b alaneb $5,24 \cdot 10^4$ pealt $3,9 \cdot 10^4$ -le ja võimaldab töötamist temperatuuril 1600°C (puhtal volframil 2250°C), millega pikeneb traadi iga ja saavutatakse suur kütteenergia sääst. Kütteniidi katmiseks kasutatav baarium- ja strontsiumoksüüdi segu vahekorras 1 : 1 alandab konstandi b koguni suuruseni $2 \cdot 10^4$, mis teeb selle seguga kaetud volfram- (eriti aga plaatina-) traadi sobivaks kütteniidina raadiolambis kasutamiseks, kusjuures kütteniidi temperatuur alaneb 1300° -ni C.

Sõltuvalt temperatuurist on puhtast volframist kütteniidi korral emissioonvoolu tihedus kütteniidi pinnal järgmine:

$$T = 1000 \text{ }^\circ\text{K}, \quad j = 8,7 \cdot 10^{-14} \text{ A/cm}^2,$$

$$T = 2000 \text{ }^\circ\text{K}, \quad j = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ A/cm}^2,$$

$$T = 3000 \text{ }^\circ\text{K}, \quad j = 45 \cdot 10^{-3} \text{ A/cm}^2.$$

93. Fotoefekt. On tehtud kindlaks, et kiiritamisel lühilainelise valgusega paljud metallid saadavad välja elektriliselt laetud osakesi. Nende osakeste laengu ja massi mõõtmisel selgitas Ph. L e n a r d 1899. aastal, et käesoleval juhtumil on tegemist elektronidega. Nähtusele anti fotoefekti nimetus ja ta leiab tänapäeval laialdast kasutamist tehnikas.

Nagu eespool nägime, on aastal 1900 M. P l a n c k'i poolt avaldatud kvantideteooria kohaselt elektroni üleminek ühelt orbiidilt teisele või täielik lahkumine aatomist (ioniseerumine) seotud energia kulutamisega kindlais koguseis, nn. kvantides. Metalli kiiritamisel lühilainelise valgusega kulub suurem osa kiirguse energiast metalli aatomite ja (positiivsete) ionide soojusliku liikumise, osa aga metallis olevate vabade elektronide liikumise kiirendamiseks. Kui elektron omas liikumisenergiat A , siis suureneb tema energia kiiritamisel energiakvandi $h\nu$ võrra, milles h on Plancki konstant $6,6 \cdot 10^{-34}$ džaul \cdot sec ja ν — kiiritamiseks kasutatud valguse sagedus. Metalli välispinnal oleva elektrilise kaksikkihi läbimisel sooritab elektron töö, mille suurus $A = Ue$, milles U on kaksikkihi Volta-potentsiaal ja e — elektroni laeng $1,6 \cdot 10^{-19}$ kulonit. Energia ülejääk avaldub elektroni liikumisenergiانا $mv^2/2$. Seega

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - Ue. \quad (225)$$

Minimaalne, nn. kriitiline sagedus ν_0 , mille juures veel leiab aset elektroni lahkumine metallist (valemis 225 on siis $\nu = 0$)

$$\nu_0 = \frac{Ue}{h}. \quad (226)$$

Väljendades valguse sagedust ν tema lainepikkuse λ kaudu, saame nn. kriitiliseks lainepikkuseks λ_0 :

Volta-potentsiaalil U	1 V	2 V	3 V	4 V	5 V
Kriitiline lainepikkus λ_0	12400 Å	6200 Å	4130 Å	3100 Å	2480 Å

Seejuures on silmaga tajutava valguse lainepikkus 7800...3500 Å ($1 \text{ Å} = 10^{-8}$ cm) ja metallide Volta-potentsiaal U mitmesugustel metallidel järgmine (tabel 17):

T a b e l 17.

Metallide Volta-potentsiaal (voltides).

Plaatina	5,5	alumiinium	3,9	naatrium	1,8
volfram	4,4	toorium	3,0	baarium	1,6
kuld	4,4	tsink	3,0	rubiidium	1,4
vask	4,0	kadmium	2,6	tseesium	1,0
raud	4,0	strontsium	2,0	kaalium	1,0

Sellest näeme, et suurem osa metalle on võimeline elektrone emiteerima ainult kiiritamisel ultravioletse valgusega.

Tehniliste fotoelementide fotorakkude ehk -astikute valmistamisel on elektrone emiteeriva materjalina kasutamisel peamiselt:

kiiritamiseks ultravioletse valgusega — kadmium ja tsink, kiiritamiseks nähtava valgusega — naatrium ja kaalium.

Fotoelemendi tundlikkus võrdlemisi pimedas ruumis on peagu sama, mis inimese silmalgi. Fotoelement võimaldab astrofüüsikas mõõta isegi väga valgusnõrkade tähtede kiirgust.

Töötamisel punase ja infrapunase valguse piirkonnas on fotoelemendis elektrone emiteerivaks materjaliks seleen. Kahjuks ei reageeri seleen valgustuse intensiivsuse muutumisele mitte silmapilkselt, ja see ongi põhjustanud ülemineku vähem tundlikkudele kaalium- ja naatriumfotoelementidele.

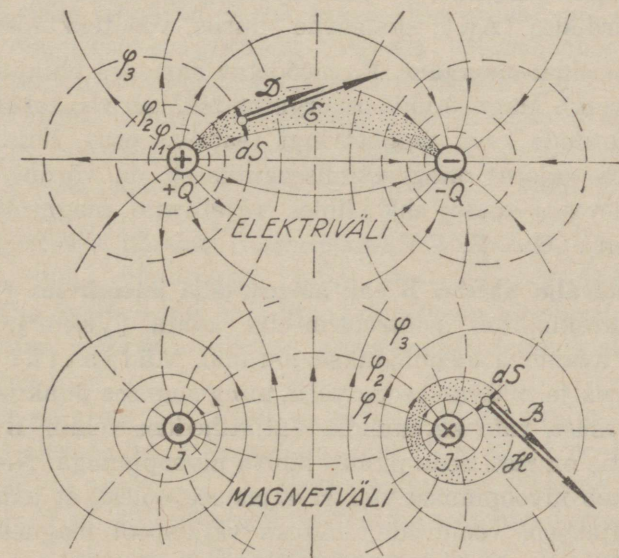
III OSA.

Magnetväli.

XXVI peatükk.

MAGNETVÄLJA MÄÄRAVAID SUURUSI.

94. Magnetväli. Magnetväljaks nimetatakse ergutatud keskkonda, mille tekkimist põhjustab elektronide liikumine. Viimane võib piirduda ainult aatomi ulatusega, s. o. keerlemisena ümber aatomi tuuma ja elektroni pöörlemisena ümber oma telje; selliste liikumistega on tegemist ka loomulikus ehk püsivmagnetis. Ulatub elektronide liikumine väljapoole aatomi piire — näiteks elektronide vool raadiolambi katoodilt anoodile, elektronide liikumine elektrijuhtmes, s. o. elektrivool, või ionide liikumine elektrolüüdis — on meil tegemist elektromagnetilise nähtusega.



Joon. 132. Juhtmepaari ümbritsevad elektri- ja magnetväli.

Elektriväljas: E — väljatugevus (välja intensiivsus), D — dielektriline nihe, φ — potentsiaal, Q — laeng (välja tekkimise põhjus). Laengut ümbritseva ruumala välispinnal

$$Q = \int D \cdot dS.$$

Magnetväljas: B — väljatihedus (välja intensiivsus), H — magneetimis-erigerutus, φ — potentsiaal. Magneetimisergutus (magnetvälja tekkimise põhjus)

$$\theta = \int H \cdot dl.$$

Välja olemasolu avaldub mehhaaniliste jõududena ruumis, elektromotoorse jõu indutseerumisena väljas viibivas juhtmes (näiteks elektrimasina ankrumähises), polariseeritud valguse polarisatsioonipinna pöördumisena jne. Magnetväljas leiab aset energia koondumine.

Põhiliselt erineb magnetväli elektriväljast seepoolest, et temas voog ei oma ei algust ega lõppu, on seega suletud ringiks. Niisiis magnetvoog ei oma allikat, vastandina elektriväljale, milles allika asukohaks on laeng. Seetõttu magnetväli ei piirdu ainult ruumiga väljaspool teda põhjustavat voolurada (olenemata sellest, kas voolurajaks on voolu resp. elektrone juhtiv traat, elektrone juhtiv ruum raadiolambis või voolu juhtiv elektroliit), vaid magnetväli on olemas ka voolurajas eneses. Joonisel 132 on toodud võrdlus elektri- ja magnetvälja pildi vahel kahejuhtmelist elektriini ümbritsevas ruumis risti juhtme teljele.

95. Magnetvälja iseloomustavaid suursi. Magnetvälja kirjeldamiseks võtame kasutamisele järgmised suurused:

1. **Magneetimisergutus θ ehk läbivoogus**, mõõdetav amprites [A] või amperkeerdukes [AK]; skalaarne suurus, voo tekkimise põhjustaja.

2. **Magneetimis-osaergutus V** , mõõdetav samades ühikutes, mis magneetimisergutuski. Magneetimis-osaergutus määrab voo tekkimiseks vajalike amperkeerdukes arvu magnetringi teatavas osas, lülis. Kogu magnetringi kohta vajatav magneetimisergutus θ on võrdne magnetringi järjestikku olevates osades ehk lülides vajatavate magneetimis-osaergutuste summaga: $\theta = V_1 + V_2 + \dots$

3. **Magnetvälja tihedus B ehk magnetvälja intensiivsus (väljatihedus)**, mõõdetav voltsekundites ruutsentimeetri kohta [Vs/cm^2], defineeritav magnetväljas avalduva mehhaanilise jõu abil. Väljatihedus on vektoriaalne suurus ja määrab seega välja mingisuguses punktis mitte ainult välja intensiivsust, vaid ka suunda. Väljatiheduse vektor B välja mingisuguses punktis on risti seda punkti läbiva nivoopinnaga. Nivoopind magnetväljas erineb nivoopinnast elektriväljas seepoolest, et teda võib kujutada vaid väljaspool voolurada, näiteks väljaspool magnetpooli. Voolurajas eneses leiab aset nivoo kõrgenemine või alanemine sõltuvalt teda põhjustava voolu suunast.

4. **Magnetvoog Φ** , mõõdetav voltsekundites [Vs], iseloomustab magneetimisergutuse mõju ruumis. Voog, skalaarne suurus, kujuneb väljatiheduse B korrutisest pindalaga S . Voog allub ka magnetringis kehtivale Ohmi seadusele, mille kohaselt $\Phi = \theta/R_m$ ehk sõnadega: magnetvoog on proportsionaalne magneetimisergutusega θ ja vastuproportsionaalne mag-

netringi tõkestuse ehk magnetilise takistusega R_m , kusjuures viimane on mõõdetav [$1/\text{henri} = 1/\text{H}$] -des.

Magnetvoog on aheldatud teda põhjustava ja piirava voolurajaga: näiteks magnetpooli voog, olles põhjustatud pooli keerdudes olevast voolust, s. o. magneetimisergutusest, läbib seda pooli. Vood, olles skalaarsed suurused, liituvad algebraliselt.

5. Magneetimis-eriergutus \mathbf{H} ehk magnetiline väljatugevus — amp-rites või amperkeerdudes sentimeetri kohta [A/cm , AK/cm] — näitab keskkonna magneetimisergutuse vajatavust pikkusühiku kohta soovitava väljatiheduse saavutamiseks. Nagu väljatiheduski, nii on ka magneetimis-eriergutus vektoriaalne suurus, mille vektor suunalt ühtib väljatiheduse omaga. Magneetimis-osaergutus dV magnetringi osakese kohta pikkusega dl on sõltuv väljatihedusest \mathbf{B} ja sellele väljatihedusele vastavast eriergutusest \mathbf{H} : $dV = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$. Magneetimisergutus θ kogu magnetringi kohta on

$$\theta = \int dV = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}. \quad (227)$$

6. Magnetiline läbitavus Π ehk magnetiline erijuhtivus määrab keskkonna mõju magneetimisergutusest tuleneva väljatiheduse kujunemisel ja on mõõdetav henrides sentimeetri kohta [H/cm]. Omavahel on keskkondade läbitavused võrreldavad suhtearvuga μ , **suhtelise läbitavuse** ehk permeaablusega, mis näitab keskkonna läbitavuse Π suhet vaakuumi läbitavusega Π_0 . Viimase suurus on: $\Pi_0 = 0,4\pi 10^{-8} = 1,256 \cdot 10^{-8} \text{ H}/\text{cm}$.

96. Magnetvälja tihedus (intensiivsus). Magnetväljal on kaks põhilist omadust, mis võimaldavad tema seaduste katselist tuletamist: 1) magnetväljas avaldub mehhaaniline mõju voolu all olevale juhtmele ja 2) magnetväljas viibivas juhtmes indutseerub teatavatel tingimustel elektromotoorne jõud.

Katseliselt on kindlaks tehtav, et ühtlases magnetväljas viibivale sirgele, voolu all olevale juhtmele mõjuv jõud P on ühelt poolt proportsionaalne juhete läbiva vooluga J ja juhtme pikkusega l , teiselt poolt aga ka väljatihedusega B ja välja suuna ning juhtme vahelise nurga α siinusega:

$$P = J l B \sin \alpha, \quad (228)$$

kusjuures välja suund on identne väljatiheduse vektori \mathbf{B} suunaga. Asub juhte risti välja suunaga, siis on jõud maksimaalne:

$$P_{max} = J l B. \quad (229)$$

Seega on välja intensiivsus ehk magnetvälja tihedus

$$B = \frac{P_{max}}{J l}. \quad (230)$$

Et jõud on mõõdetav džaul/cm-tes, vool — amprites ja pikkus — sentimeetrites, siis väljatiheduse ühikuks on

$$\frac{1 \text{ J/cm}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ cm}} = 1 \frac{\text{Ws}}{\text{Acm}^2} = 1 \frac{\text{VAs}}{\text{Acm}^2} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}^2}. \quad (231)$$

Ühik [Vs/cm^2] on praktiliseks kasutamiseks liiga suur, seepärast tarvitatakse väljatiheduse ühikuna ka (CGS-möödusüsteemis kasutatavat) gaussi [G], kusjuures

$$1 \text{ G} = 10^{-8} \text{ Vs/cm}^2. \quad (232)$$

Magnetvälja poolt voolu all olevale juhtmele avaldatava jõu suund on meespeetav vasaku käe juhise abil: asetades vasaku käe peopesa risti väljatihedusega nii, et väljatiheduse B suund oleks peopesa ja neli sõrme oleksid seejuures traadis oleva voolu suunas, siis näitab põial mehhanilise jõu suunda.



Joon. 133. Vasaku käe juhise jõu suuna määramiseks magnetväljas.

Vastandina elektriväljale, milles mehhaanilised jõud on väga väikesed, on jõud magnetväljas suhteliselt suured, nagu me seda näeme näiteks elektrimasinates.

Näide 91. Arvutada elektrimootori pöördemoment ja võimsus, kui $n = 1300$ pöört minutis. Mootori ankrus olevatest varrastest võtab pöördemomendi tekitamisest osa 80 varrast, varda magnetväljas oleva osa pikkus $l = 60$ cm, varda keskmine kaugus masina

telgjoonest $r = 22$ cm, varda vool $J = 50$ A ja magnetvälja keskmine tihedus $B = 5000 \text{ G} = 5000 \cdot 10^{-8} \text{ Vs/cm}^2$.

Lahendus. Mootori magnetpooluste ja ankrude vahelises õhupilus on väljatihedus B suunatud praktiliselt radiaalselt ja varrastes olev vool aksiaalselt. Seega igale vardale mõjuv jõud on suunatud ankrule tõmmatava puutuja suunas (vasaku käe juhise). Üksikule vardale mõjuv jõud

$$P = J l B = 50 \cdot 60 \cdot 5000 \cdot 10^{-8} = 0,15 \text{ J/cm}.$$

Et aga $1 \text{ J/cm} = 10,2 \text{ kg}$, siis jõud ühele vardale

$$P = 0,15 \cdot 10,2 = 1,53 \text{ kg}.$$

Üldine moment, jõu korrutis õlaga, tekitatud 80 varda poolt

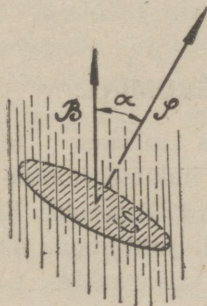
$$M = 80 P r = 80 \cdot 1,53 \cdot 0,22 = 26,9 \text{ mkg}$$

ja mootori võimsus

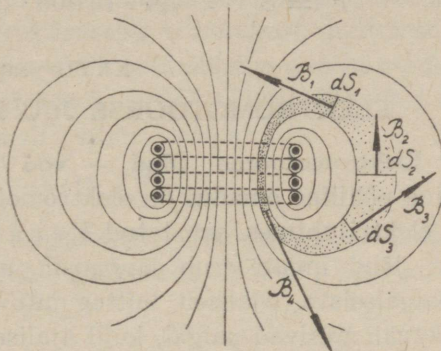
$$N = \frac{M \omega}{102} = \frac{M \cdot 2\pi n}{102 \cdot 60} = \frac{M n}{975} = \frac{26,9 \cdot 1300}{975} = 36 \text{ kW}.$$

97. Magnetvoog. Asetame ühtlasesse magnetvälja pinna suurusega S (joon. 134). Pindala, korrutatud temal oleva väljatiheduse B ja väljatiheduse suuna ning pinnale püstitatud perpendikulaari vahelise nurga α koosinusega, moodustab sellel pinnal oleva magnetvoo:

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (233)$$



Joon. 134 — magnetvoo suuruse selgitamiseks.



Joon. 135. Vootoru magnetväljas. Magnetvoo $d\Phi = BdS$ on jääv suurus vootoru kogu ulatusel.

Vektorarvutuses on pindala S kujutatav pinnale perpendikulaarina püstitatud vektorina S , mille pikkus mingisuguses mõõtkavas annab pindala suuruse. Ka mitteühtlases magnetväljas asuva pinnakese dS ja sellel oleva väljatiheduse B ning pinnakese ja väljatiheduse vektorite dS ja B vahelise nurga koosinuse korrutis on voo $d\Phi$ sellel pinnakesel; teiste sõnadega, skalaarne suurus magnetvoo on väljatugevuse ja pindala vektorite B ja dS skalaarkorrutis:

$$d\Phi = BdS \cos(\mathbf{B}, d\mathbf{S}) = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}.$$

Kogu magnetväljas asuval pinnal S olev voo

$$\Phi = \int B dS \cdot \cos(\mathbf{B}, d\mathbf{S}) = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}. \quad (234)$$

Eraldame magnetväljas väljasuundadest piiratud ruumi, nn. vootoru (joon. 135). Vootorus on voo konstantne igas tema ristlõikes:

$$d\Phi = B_1 dS_1 = B_2 dS_2 = \dots$$

Et praktilises mõodusüsteemis väljatiheduse ühikuks on Vs/cm^2 ja pindala omaks — cm^2 , siis magnetvoo ühikuks on voolsekund:

$$1 \frac{Vs}{cm^2} \cdot 1 cm^2 = 1 Vs. \quad (235)$$

Näide 92. Transformaatori südamiku ristlõige $S = 400 \text{ cm}^2$. Magnetimisvoolu maksimumis olles on maksimaalne väljatihedus $B_m = 14\,200$ gaussi. Leida magnetvoo maksimaalne suurus.

Lahendus. Oletame, et voo transformaatori südamikus on jaotatud ühtlaselt üle kogu ristlõike. Siis voo maksimaalne väärtus

$$\Phi_m = B_m S = 400 \cdot 14\,200 \cdot 10^{-8} = 0,0568 \text{ Vs.}$$

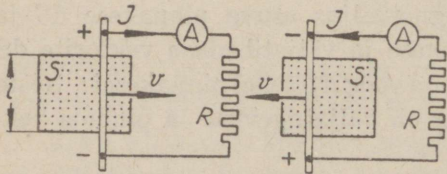
XXVII peatükk.

ELEKTROMOTOORSE JÕU INDUTSEERUMINE.

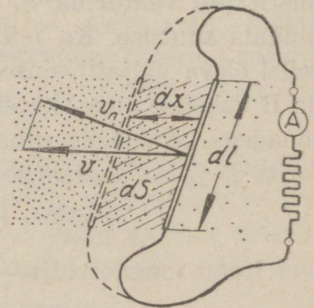
98. Elektromotoorne jõud — voo muutumise tulemus. Magnetvälja teine põhiline omadus on elektromotoorse jõu indutseerumine temas viibivas elektrijuhtmes, avastatud Faraday poolt 1831. aastal. Elektromotoorne jõud indutseerub järgmisil tüüpilisemal juhtumel: 1) Juhe liigub paigalseisva, ajaliselt mittemuutuva magnetvälja suhtes. 2) Juhe ja magnetväli püsivad paigal, kuid ajaliselt muutub magnetvälja tihedus. 3) Juhe liigub ajaliselt muutuva tihedusega magnetvälja suhtes.

Viibigu magnetväljas juhe pikkusega l (joon. 136). Juhtme mõlema otsa ühendamisel mõõteriista ja koormustakistusega kujuneb kinnine vooluring. Sellest vooluringist piiratud pinnal olev magnetvoog

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}.$$



Joon. 136. Elektromotoorse jõu indutseerumine magnetvälja suhtes liikuvast juhtmes voo kahanemisel või kasvamisel juhtme, mõõteriista ja takistuse poolt piiratud pinnal; v on juhtme liikumise kiirust näitav vektor, S tähistab lõunapoolust.



Joon. 137. Elektromotoorse jõu indutseerumine ebahürtlase tihedusega magnetväljas.

Seisab juhe paigal, siis ei indutseeru temas mingit elektromotoorset jõudu; alles juhtme liikumisel näitab mõõteriist voolu tekkimist selles vooluringis ja, nagu katsetest selgub, on indutseeruva elektromotoorse jõu mõjul tekkinud vool suunatud nii, et voo kahanemisel (või kasvamisel) vool püüab seda voo kahanemist (või kasvamist) pidurdada (vooluringi vaatlemisel

magnetvälja suunas on voo kahanemisel vool suunatud päripäeva; joonisel 136 vasakpoolne skeem). On oluline, et elektromotoorne jõud indutseerub ainult kas voo kasvamisel või kahanemisel.

Vooluringis indutseeruva elektromotoorse jõu suurus on arvatav seosest juhtme liigutamiseks vajatava võimsuse, magnetvälja poolt voolu all olevale juhtmele avaldatava jõu ja juhtmes tekkiva soojusliku energia vahel. Eraldame magnetväljas kiirusega v liikuvast juhtmest osakese pikkusega dl . Olgu juhtmes oleva voolu hetkväärtus i , mille suund ühtigu juhtmeosakese dl suunaga. Juhtmeosakese dl ümberpaiknemisel dx võrra mõjub magnetväli temale jõuga dP , mille suurus

$$dP = i (\mathbf{B} \times dl).$$

Jõud on suunatud risti dl ja \mathbf{B} suundadele. Juhtmeosakese ümberpaigutamisel kaugusele dx on vaja temale rakendada jõud dP_1 , suuruselt võrdne jõuga dP , kuid vastassuunaline; seega

$$dP_1 = -dP.$$

Sooritatav töö

$$\begin{aligned} dA &= dP_1 \cdot dx = dP_1 dx \cos(\mathbf{P}_1, dx) = -dP \cdot dx = \\ &= i (dl \times \mathbf{B}) \cdot dx = -i (dx \times dl) \cdot \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (236)$$

(Vektorarvutuses on skalaarne korrutis kolmest vektorist rööptahuka maht, mille külgedeks on vektorid dx , dl ja \mathbf{B} . Kahe vektori järjestuse muutmisel muutub korrutise eelmärk.) Korrutis $(dx \times dl) = dx dl \sin(\angle dx, dl)$ on juhtme-elementi dl liikumisel kaetav pindala, korrutis $(dx \times dl) \cdot \mathbf{B}$ — sellel pinnal olev magnetvoog $d\Phi$. Seega valemis 236 olev töö on voolu i korrutis magnetvoo juurdekasvu või kahanemisega, sõltuvalt liikumise suunast. Voo kahanemisel on tekkiva voolu suund selline, et viimase poolt tekitatav väli on vastassuunaline väljaga, milles toimub juhtme liikumine. Seepärast on juhtme-elementi dl ümberpaigutamisel sooritatav töö

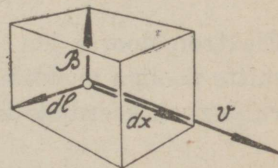
$$dA = -i (dx \times dl) \cdot \mathbf{B} = -i d\Phi. \quad (237)$$

See mehhaaniline töö ei või energia säilivuse seaduse põhjal minna kaotsi, vaid muundub elektriliseks energiaks, mis omakorda muundub soojuseks vooluringis olevas takistuses R . Seega töö

$$dA = -i d\Phi = i^2 R dt,$$

millest võimsus

$$N = \frac{dA}{dt} = -i \frac{d\Phi}{dt} = i^2 R.$$



Joon. 138. Kolme vektori korrutis on kujutatav rööptahukana.

Ohmi seaduse kohaselt on takistuses R tekkivat voolu i põhjustav elektromotoorne jõud

$$e = iR.$$

Seega on juhtme liikumisel magnetväljas indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = iR = \frac{N}{i} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (238)$$

Indutseeruv elektromotoorne jõud on defineeritav ajahükkus teostuva magnetvoo muutumisena. Ei ole oluline, kuidas teostub voo ajaline muutumine — kas juhtme või magnetvälja liikumisest või väljatiheduse ajalisest muutumisest; viimane toimub näiteks vahelduvvoolu transformaatoris; tähtis on, et toimuks vooluringiga aheldatud magnetvoo ajaline muutumine.

99. Elektromotoorse jõu indutseerumine poolis. Kui vooluring koosneb mitte ühest, vaid w keerust, siis indutseerub elektromotoorne jõud eraldi igas keerus ja nii indutseerunud elektromotoorsed jõud liituvad üldiseks elektromotoorseks jõuks e :

$$e = - \frac{wd\Phi}{dt}. \quad (239)$$

Elektromotoorse jõu indutseerumisel traadist keritud poolis ei ole oluline mitte pooliga aheldatud voog Φ , vaid arvutussuurus Ψ , aheldatud voo korutis pooli keerdude arvuga w :

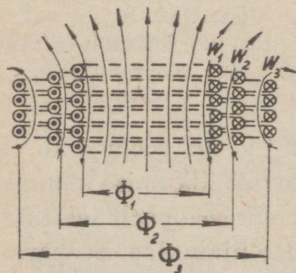
$$\Psi = w\Phi. \quad (240)$$

Joonisel 139 näidatud kolmekihilisel poolil on aheldus igal kihil erinev, sest igas kihis on erinev keerdude arv ja iga kiht on aheldatud isesuuruse vooga. Seega on arvutussuurus

$$\Psi = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 - w_3\Phi_3 + \dots \quad (241)$$

Sellises poolis on voo muutumise tulemusena indutseeruv elektromotoorne jõud aheldusvoo Ψ ajalise muutumise tulemus:

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{w_1 d\Phi_1}{dt} - \frac{w_2 d\Phi_2}{dt} - \dots = - \frac{d\Sigma w\Phi}{dt}. \quad (242)$$



Joon. 139. Magnetväljas viibiva kolmekihilise pooli iga kiht on aheldatud isesuuruse magnetvooga.

100. Indutseeruv elektromotoorne jõud ajalise siinusfunktsioonina.

Näide 93. Arvutada ühtlases magnetväljas tihedusega $B = 4500$ gaussi ühtlase kiirusega $n = 3000$ p/min pöörlevas nelinurkses poolis, mille mõõdud on 10×15 cm ja mille keerdude arv $w = 80$, indutseeruv elektromotoorne jõud.

L a h e n d u s. Elektromotoorne jõud $e = -d\Phi/dt$. Selles esinev $\Phi = w\Phi$ ja pooliga aheldatud ehk pooli „läbiv“, pooli pöördumisnurgast sõltuv voog $\Phi = BS \cos \alpha$, kusjuures S on voo poolt „läbitav“ pooli pindala

$10 \times 15 = 150 \text{ cm}^2$. Et pool pöörleb ühtlase nurkkiirusega ω , siis pöördumisnurk α on nurkkiiruse ja aja korrutis:

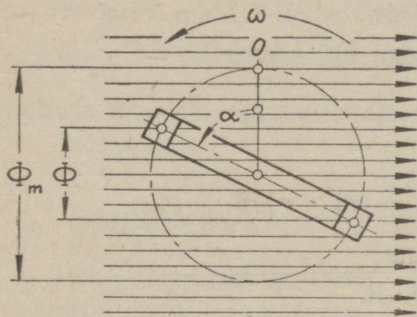
$$\alpha = \omega t.$$

Seega

$$\Phi = w\Phi = wBS \cdot \cos \alpha = wBS \cdot \cos \omega t$$

ja indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega wBS \sin \omega t.$$



Joon. 140. Ühtlases magnetväljas ühtlase nurkkiirusega pöörlev pool.

Asendis $\alpha = \omega t = \pi/2$ omab aheldatud magnetvoog null-väärtust, kuid

indutseeruv elektromotoorne jõud maksimaalväärtust E_m :

$$E_m = \omega wBS = \frac{2\pi n}{60} wBS = \frac{2\pi \cdot 3000 \cdot 80 \cdot 4500 \cdot 10^{-8} \cdot 150}{60} = 170 \text{ V}.$$

Ajamomendil t on poolis indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = \omega wBS \sin \omega t = \omega w\Phi \sin \omega t = E_m \sin \omega t, \quad (243)$$

kus nurkkiirus käesoleval juhtumil

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 3000}{60} = 314 \frac{1}{\text{sec}}$$

ja aeg t on mõõdetav sekundites.

Käesolevas näites kasutatud väljend „pooli läbiv voog“ ei ole füüsikaliselt õige. Sõna „magnetväli“ ütleb ainult, et ruumis on olemas teatav sundolukord, et temas võivad ilmnedavad nähtused; magnetvoog ise on vaid arvutussuurus — väljatiheduse korrutis pindalaga, tema ei ole midagi, mis võiks pooli „läbida“. Ka ei ole füüsikaliselt olemas magnetvälja „jõujooni“ ega nende „lõikamist“, millised väljendid leidsid vanemas kirjanduses vägagi tihti kasutamist elektromotoorse jõu indutseerumise kirjeldamisel. Väljendi „pooli läbiv voog“ asemel oleks õigem kasutada väljendit „voog pooli poolt piirataval pinnal“ ja „jõujoonte lõikamise“ asemel oleks õigem rääkida „pooli poolt piirataval pinnal oleva aheldatud voo ajalisesest muutumisest“.

101. Elektromotoorne jõud — juhtme magnetväljas liikumise tulemus. Valemi 236 kohaselt on elektromotoorse jõu indutseerimisel sooritatav töö

$$dA = -i (dx \times dl) \cdot B = i (dl \times dx) \cdot B.$$

Et voolu poolt aja dt vältel sooritatav töö

$$dA = idedt,$$

siis

$$i(d\mathbf{l} \times d\mathbf{x}) \cdot \mathbf{B} = idedt.$$

Jagades võrrandi kummagi poole suurusega idt , saame

$$\frac{idedt}{idt} = de$$

ja

$$\frac{i(d\mathbf{l} \times d\mathbf{x}) \cdot \mathbf{B}}{idt} = \left(d\mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{x}}{dt}\right) \cdot \mathbf{B} = (d\mathbf{l} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B},$$

milles \mathbf{v} on juhtme liikumise kiirus. Seega

$$de = (d\mathbf{l} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B}.$$

On meil tegemist sirge juhtmega, mille pikkus on l , siis temas indutseerub elektromotoorne jõud

$$e = (\mathbf{l} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B}. \quad (244)$$

On ühtlase väljatiheduse suund perpendikulaarne juhtme liikumise tasapinnaga ja juhe ise liigub ühtlase kiirusega perpendikulaarselt väljatiheduse suunaga, siis ühes keerus indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = lvB. \quad (245)$$

Leitud valem seob indutseeruvat elektromotoorset jõudu juhtme liikumise kiiruse ja väljatihedusega, kuid temast ei ole otseselt nähtav seejuures siiski ajaühikus aset leidev magnetvoo muutumine. Et kiirus on teekonna x jagatis tema läbimiseks kulutatava ajaga t , seega et $v = x/t$, siis

$$e = lvB = \frac{lxB}{t}.$$

Et korrutis lx on juhtme liikumisel läbitav pindala S , selle pindala korrutis temal oleva väljatihedusega B on aga voog Φ , siis

$$e = \frac{lxB}{t} = \frac{SB}{t} = \frac{\Phi}{t}. \quad (246)$$

Miinus-märk on jäänud ära seetõttu, et ei ole võetud arvesse indutseeruva elektromotoorse jõu suunda, sest oluline oli vaid näidata, et selgi juhtumil elektromotoorne jõud on magnetvoo ajalise muutumise tulemus.

Indutseeruva elektromotoorse jõu suund on kergesti määratav p a r e m a käe juhise abil: on väljatihedus suunatud peopessa ja näitab põial juhtme liikumise suunda, siis näitavad piki juheta suunatud sõrmed indutseeruva elektromotoorse jõu suunda.

Näide 94. Elektrimasina rootori pindkiirus on 40 m/s, rootori pikkus 23 cm ja keskmine väljatihedus $B = 5000$ G. Määrata elektro-

motoorse jõu indutseerimisest üheaegselt osa võtvate varraste ligikaudne arv, kui indutseeritav elektromotoorne jõud peab olema vähemalt 80 V.

L a h e n d u s. Ühes vardas indutseeruv elektromotoorne jõud, luges vardas liikumise kiiruse ligikaudselt võrdseks rootori pindkiirusega:

$$e = lvB = 23 \cdot 40 \cdot 100 \cdot 5000 \cdot 10^{-8} = 4,6 \text{ V};$$

rootoris 80 voldi indutseerimiseks on vaja vähemalt $\frac{80}{4,6} \approx 18$ varrast.

XXVIII peatükk.

MAGNETVÄLJA TIHEDUST MÕJUTAVAD TEGUREID.

102. Magneetimisergutus. Mitmesuguste keskkondade magneetumise uurimine on selgitanud seose magneetamiseks kasutatava magneetimisergutuse, tekkiva väljatiheduse ja keskkonna magnetiliste omaduste vahel. Katsed näitasid, et tekkiv väljatihedus suureneb nii magneetimisel kasutatava traadist keritud ergutusmähise keerdude arvu w kui ka traadis oleva ergutusvoolu J suurendamisel. Ergutusmähise keerdude arvu korruptist ergutamiseks kasutatava vooluga nimetatakse magneetimisergutuseks ehk läbivooguseks θ :

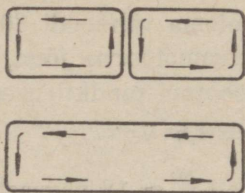
$$\theta = Jw. \quad (247)$$

Toimub magneetimine üheaegselt mitme ergutusmähise abil, siis resulteeriv magneetimisergutus

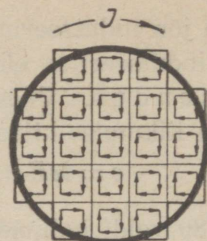
$$\theta = \Sigma Jw, \quad (248)$$

mõõdetav amperkeerdudes [AK] või amprites [A], sest keerdude arvu w dimensiooniks on üks.

103. Magneetimis-eriergutus ehk väljatugevus. Analoogiliselt sellele, et elektrivälja üle otsustatakse mõõtes teda põhjustavat elektri hulka (laengut), on võimalik otsustada ka voolu all olevat juhet ümbritseva magnetvälja üle, mõõtes juhet läbivat elektri hulka, sest juhtmes olev vool, s. o. ajaiühikus juhet läbiv elektri hulk, ongi juhet ümbritsevat magnetvälja põhjustav magneetimisergutus. Elektriväljas saadakse praktiliselt täiesti ühtlik (homogeenne) väli ruumiosakeses tasapinnalise kondensaatori plaatidevahelises ruumis. Analoogiliselt saavutatakse praktiliselt ühtlik magnetväli pika pooli (solenoidi) seesmuses olevas ruumiosakeses. Pika pooli seesmuses olev magnetväli sõltub ainult pooli välispinnal ringlevast voolust; pooli läbimõõt ja pikkus on seejuures tähtsusetud (ainult pooli pikkus peab olema suur, võrreldes pooli läbimõõduga). Et väli on ühtlik üle pika pooli kogu ristlõike, see selgub järgmiselt. On meil näiteks asetatud kõrvuti kaks täiesti ühesugust ja sama tugevusega voolu poolt läbitavat



Joon. 141. Kahe pika pooli vahelises osas olevad voolud kompenseeruvad; väli kaks korda suuremas poolis on samasugune nagu kahes kõrvuti olevas üksikpooliski.



Joon. 142. Ümmarguse pooli ristlõige on kujutatud koosnevana suurest hulgast nelinurksete poolide ristlõigetest. Seesmiselised voolud kompenseeruvad, jäävad järele ainult välised.

nelinurkset pikka pooli (joon. 141), siis on poolides olev väli ühesugune. Pooli kõrvuti olevatel seinuosadel olevad voolud on vastassuunalised, nende mõju kompenseerub. Poolidevaheliste seinte kõrvaldamisel kujuneks kaks korda suurema ristlõikega pool, kuid temas olev väli oleks nii suuruselt kui ka suunalt võrdne kummagi väiksema pooli omaga. Iga pikka pooli on võimalik vaadelda koosnevana suurest hulgast nelinurksetest poolikestest, mille kõrvuti olevatel pindadel olevad voolud on vastastikku kompenseerunud ja on jäänud järele vaid vool pooli välispinnal. Seega muutub mõistetavaks ka välja täielik ühtlikkus pika pooli ristlõike kõikides punktides.

Pikka pooli ümbritsev vool amprites pooli pikkuse ühe sentimeetri kohta on mõõduks tekkivale väljale; ta kannab magnetimis-eriergutuse (ka magnetilise väljatugevuse) nimetust ja teda märgitakse tähega H . On pika pooli välispinnal olevad w keerdu keritud ühtlaselt, pooli pikkus l on mõõdetud sentimeetrites ja traadis olev vool J — amprites, siis magnetimis-eriergutus

$$H = \frac{Jw}{l}, \quad (249)$$

mõõdetav amperkeerdukes või lihtsalt amprites sentimeetri kohta.

Selleks et määrata magnetimis-eriergutust ka ebahürtlaku välja mingisuguses punktis, eraldatakse väljas nii väike ruumala, et oleks võimalik käsitleda temas olevat välja praktiliselt ühtlikuna. Niisuguses ruumalas eraldatakse

Joon. 143 — magnetimis-eriergutuse selgitamiseks ebahürtlikus magnetväljas.

toruke, mille suund ühtib välja suunaga. Kui kujutleda väljaspool magnet-

välja sama ristlõikega samas suunas olevat voolust läbitavat pikka poolikest (joon. 143), milles väli on samane vaadeldava väljaga, siis on pooli pikkusühikule tulevate amperkeerdude arv ka vaadeldava välja punktis olev magneetimis-eriergutus.

Magneetimis-eriergutus H on nn. rootor, aksiaalne vektor. Elektrivälja iseloomustav dielektrilise nihke vektor D [C/cm^2] on pindvektor, tema korrutis pindalaga annab elektrivälja põhjustava laengu; magnetvälja iseloomustav eriergutus H [A/cm] on aga joonvektor, tema korrutis pikkusega annab magnetvälja põhjustava magneetimisergutuse:

$$\theta = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma Jw.$$

Katseliselt võrreldes erineva keskmise pikkusega, kuid sama ristlõikega ja samast materjalist magnetringe (joon. 144) selgub ka, et sama väljatiheduse saavutamine on võimalik, muutes magneetimisergutust θ proportsionaalselt magnetringi pikkusega l . Seega

$$\frac{\theta_1}{l_1} = \frac{\theta_2}{l_2},$$

millest

$$\frac{\theta_1}{l_1} = \frac{\theta_2}{l_2} = \text{konst.} = H. \quad (250)$$

Arvutussuurus H amprites (või amperkeerdudes) pikkuse sentimeetri kohta määrab magneetimis-eriergutuse suuruse vaadeldavas keskkonnas valitud väljatihedusel:

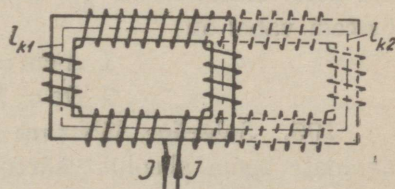
$$H = \frac{\theta}{l} = \frac{Jw}{l}. \quad (251)$$

104. Magnetiline läbitavus. Eri materjalides sama ergutuse mõjul tekiv väljatihedus on erinev. Ferromagnetilistes keskkondades (rauas, niklis, koobaltis, gadoliiniumis, nende sulandites teatava kontsentratsioonini, nende metallide keemilistes ühendites ja mõnede

mitteferromagnetiliste metallide, näiteks mangani, vase ja alumiiniumi, nn. Heusleri sulandites) tekitatav väljatihedus ei ole proportsionaalne magneetimis-eriergutusega, nagu see on nähtav jooniselt 145.

Väljatiheduse B kvantitatiivseks väljendamiseks seostame eriergutuse H keskkonna magnetilisi omadusi iseloomustava teguriga Π , keskkonna magnetilise läbitavusega (magnetilise erijuhtivusega). Seega eriergutuse H mõjul materjalis kujunev väljatihedus

$$B = \Pi H, \quad (252)$$



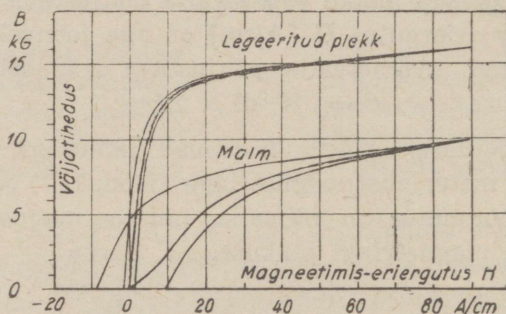
Joon. 144. Samast materjalist ja niisama suure ristlõikega magnetringis on sama väljatiheduse saamiseks vajatav magneetimisergutus proportsionaalne magnetringi keskmise pikkusega.

milles magnetiline läbitavus

$$\Pi = \frac{B}{H}. \quad (253)$$

Läbitavuse ühikuks on henri sentimeetri kohta, sest

$$\frac{1 \text{ Vs/cm}^2}{1 \text{ A/cm}} = 1 \frac{\Omega\text{s}}{\text{cm}} = 1 \frac{\text{H}}{\text{cm}}. \quad (254)$$



Joon. 145. Ferromagnetiliste materjalide väljatiheduse B seos magneetimis-eriergutusega (ehk väljatugevusega) H ei ole lineaarne.

Suhe elektrotehnilises mõodusüsteemis kasutatava magneetimis-eriergutuse ühiku A/cm ja praktilises CGS-süsteemis kasutatava ühiku örstedi vahel on:

$$\begin{aligned} 1 \text{ A/cm} &= 0,4 \pi \approx 1,25 \text{ Oe}, \\ 1 \text{ Oe} &= 1/0,4 \pi \approx 0,8 \text{ A/cm}. \end{aligned} \quad (255)$$

105. Suhteline läbitavus ehk permeaablus. Tavaliselt läbitavust ei avaldata tema absoluutväärtusena, vaid väljendatakse vaakuumi läbitavuse Π_0 kaudu, korrutades viimast keskkonna suhtelise läbitavusega μ ehk permeaablusega:

$$\Pi = \mu \Pi_0. \quad (256)$$

Suhteline läbitavus μ näitab meile, mitu korda on materjali läbitavus suurem (või väiksem) vaakuumi läbitavusest, mille suurus

$$\Pi_0 = 0,4 \pi \cdot 10^{-8} = 1,256 \cdot 10^{-8} \text{ H/cm}.$$

Permeaablus

$$\mu = \frac{\Pi}{\Pi_0} \quad (257)$$

on seega suhteline suurus, mille dimensioon võrdub ühega.

Olgu siinkohal juhitud tähelepanu vaakuumi magnetilise läbitavuse Π_0 ja vaakuumi dielektrilise nihkekonstandi Δ_0 korrutise pöördväärtusele:

$$\frac{1}{\Pi_0 \Delta_0} = \frac{1}{1,256637 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{1}{0,88543 \cdot 10^{-13}} = (2,9979 \cdot 10^{10})^2 \left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)^2 = c^2, \quad (258)$$

kus $c = 2,9979 \cdot 10^{10}$ cm/sec $\approx 300\,000$ km/sec on elektromagnetilise lainetuse, ka valguse levimiskiirus vaakuumis.

XXIX peatükk.

MAGNEEDITAV KESKKOND.

106. Magneetumisintensiivsus. Aatomi struktuuri sügavam tundmaõppimine on võimaldanud anda ka võrdlemisi usutava seletuse aine magneeditud seisundi olemusest. Selle seletuse kohaselt põhinevad aine magnetilised omadused aatomi elektrilisel struktuuril — elektronide tiirlemisel ümber aatomi tuuma ja elektroni pöörlemisel ümber oma telje (nn. *spin'*il). Välise magnetvälja puudumisel on need liikumised (elektronide tiirlemine ja pöörlemine) orienteerumata, jaotatud aines kaootiliselt, nende poolt põhjustatav magneetimisergutus on võrdne nulliga. Viibimisel välise magneetimisergutuse poolt tekitatavas väljas muutub elektronide liikumine orienteerituks ja elektronide liikumisest põhjustatav magneetimisergutus liitub (geomeetriliselt) aine molekulidevahelist tühjust magneetiva ergutusega. Kujuneb magneeditud keskkond väljatihedusega B .

Aine magneetumise iseloomustamiseks lahutame keskkonnas oleva magnetvälja intensiivsuse, väljatiheduse B , kahte ossa: vaakuumis tekkiavaks väljatiheduseks $B_0 = \Pi_0 H$ ja vaakuumisse paigutatud aines tekkiavaks magneetumisintensiivsuseks I , nii et

$$B = B_0 + I = \Pi_0 H + I. \quad (259)$$

107. Magnetiline vastuvõtlikkus. Suhet magneetumisintensiivsuse I ja välise magneetimisergutuse poolt vaakuumis põhjustatava magnetilise väljatiheduse B_0 vahel nimetatakse keskkonna magnetiliseks vastuvõtlikuseks ehk sustseptiivluseks κ ¹⁾;

$$\kappa = \frac{I}{B_0} = \frac{I}{\Pi_0 H} = \frac{B - B_0}{\Pi_0 H} = \frac{\Pi H - \Pi_0 H}{\Pi_0 H} = \frac{\Pi}{\Pi_0} - 1 = \mu - 1, \quad (260)$$

millest keskkonna magnetiline läbitavus

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_0 \kappa = (1 + \kappa) \Pi_0 = \mu \Pi_0 \quad (261)$$

ja permeaablus

$$\mu = 1 + \kappa. \quad (262)$$

Seega magnetiline läbitavus Π , analoogiliselt dielektrilisele läbitavusele Δ , koosneb vaakuumile ja vaakuumi täitvale ainele kuuluvatest komponentidest.

¹⁾ CGS elektromagnetilises süsteemis $\kappa = I/H$ ja on seega 4π kordselt väiksem elektrotehnilise mõõdusüsteemi κ väärtusest.

Magnetiliste omaduste seisukohalt on ained jaotatavad dia-, para- ja ferromagnetilisteks. Ainet, mille magnetiline vastuvõtlikkus κ on negatiivne, mis magneetub vastu välise välja suunale, nimetatakse diamagnetiliseks. On magnetiline vastuvõtlikkus positiivne, s. o. toimub magneetumine välise välja suunas, siis nimetatakse ainet paramagnetiliseks. Ferromagnetiliseks nimetatakse ainet, milles magneetumisergutuse mõjul tekib suhteliselt suur väljatihedus, mille magneetumisintensiivus ei ole proportsionaalne eriergutusega H ja sõltub eelnenud magneetamise väljatihedusest.

Tabel 18.

Dia- ja paramagnetiliste ainete magnetiline vastuvõtlikkus

Diamagnetiline	$\kappa = \mu - 1$	Paramagnetiline	$\kappa = \mu - 1$
Lämmastik	$-0,0073 \cdot 10^{-6}$	Õhk	$+0,36 \cdot 10^{-6}$
Vesi	$-9,0 \cdot 10^{-6}$	Hapnik	$+1,81 \cdot 10^{-6}$
Vask	$-10,0 \cdot 10^{-6}$	Tina	$+3,6 \cdot 10^{-6}$
Höbe	$-26,4 \cdot 10^{-6}$	Alumiinium	$+19,6 \cdot 10^{-6}$
Kuld	$-29,1 \cdot 10^{-6}$	Plaatina	$+270 \cdot 10^{-6}$
Elavhõbe	$-30,2 \cdot 10^{-6}$	Pallaadium	$+782 \cdot 10^{-6}$
Vismut	$-160 \cdot 10^{-6}$	Raudkloriidi lahus	
		41%, erikaal 1,435	$+607 \cdot 10^{-6}$

108. Diamagnetilised ained. Peale vismuti, elavhõbeda, kulla, hõbeda, vase, vee jne. on diamagnetilised peagu kõik orgaanilised ühendid, samuti suur hulk anorgaanilisi.

Aine ehitust käsitlevate teooriate seisukohalt on diamagnetiline iga aine, mille molekulid ei moodusta magnetilisi dipole. Et aatom koosneb positiivselt laetud tuumast ja tuuma ümber tiirlevatest elektronidest, siis moodustab iga elektron omaette molekulaarvoolu, millele vastab kindel magnetiline moment. Peale selle on ka iga oma telje ümber pöörlev elektron väike dipool. Kuid diamagnetilises aines on igas molekulis magnetiliste momentide summa null ja seega molekulil puudub magnetiline dipoolsus.

Diamagnetilises aines tekiv väljatihedus on proportsionaalne eriergutusega ja magnetiline vastuvõtlikkus κ on konstantne ning temperatuurist praktiliselt sõltumatu.

109. Paramagnetilised ained. Paramagnetiline on aine, mille molekulid on magnetilised dipoolid. Puudub väline magnetväli, siis on dipoolid paisatud segamini, nende magnetiliste momentide summa igas

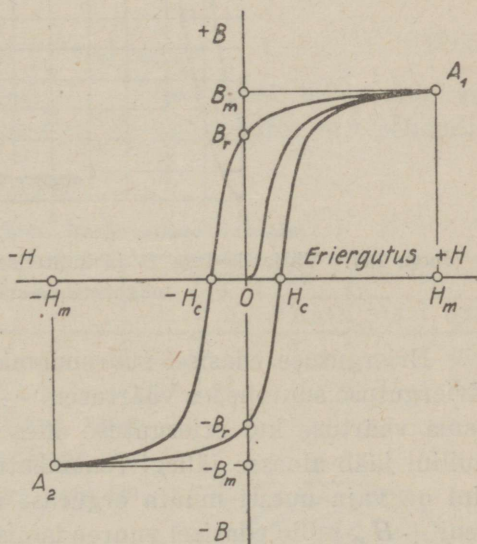
makroskoobilises ruumiosakeses on null. Välises magnetvälja püüavad kõik dipoolid omandada välise magnetvälja suuna, mis aga täielikult ei õnnestu molekulide kaootilise soojusliku liikumise olemasolu tõttu; ainult väga väike osa kõikidest dipoolidest orienteerub välja suunas, mille tõttu tekkinud magneetumis-intensiivsus on väike. See magneetumis-intensiivsus on proportsionaalne magneetimis-eriergutusega H ja väheneb temperatuuri kasvades peagu proportsionaalselt absoluutse temperatuuriga.

110. Ferromagnetilised ained, hüsterees. Ferromagnetiliste ainete tunnuseks on tugev magneetumine juba nõrkades väljades ja magnetilise vastuvõtlikkuse sõltuvus eriergutusest, kuid ainult temperatuuril alla kriitilise, mis on eri ainetel isesugune. Raual on kriitiliseks temperatuuriks nn. Curie' punkt, umbes 768°C .

Ferromagnetiliste ainete permeaablus on väga suur. Näiteks on tavalisel raudplekil $\mu_{max} \approx 7000 \dots 9000$, keemiliselt puhtal raual $\mu_{max} \approx 18\,500$, raua sulanditel räniga isegi kuni $\mu_{max} \approx 60\,000$; raua sulandil nikliga, nn. permalloy'l (21,5% Fe + 78,5% Ni) koguni kuni $\mu_{max} \approx 90\,000$.

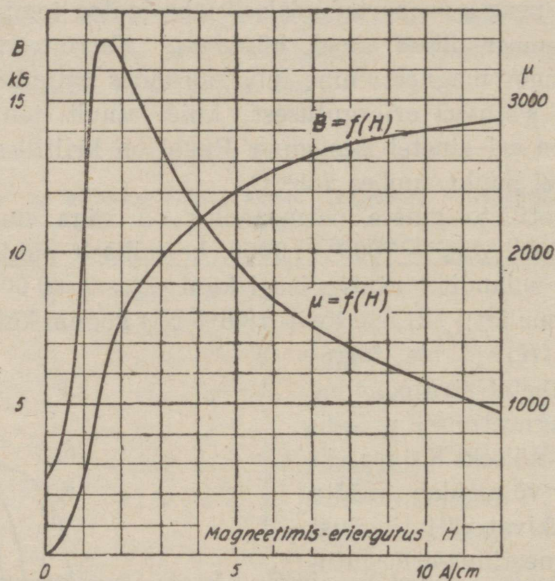
Seos $B = f(H)$ ei ole ferromagnetilistel ainetel sirgjooneline (joon. 146). Magneetimata proovikeha asetatakse näiteks K ö p s e l i aparaati, mis võimaldab mõõta proovikehas tekkinud väljatihedust sõltuvana magneetimis-eriergutusest. Magneetimise alguses suureneb väljatihedus eriergutuse suurenedes suhteliselt vähe. Edasi suurendatavatel eriergutustel kiireneb väljatiheduse juurdekasv, kuid hakkab hiljem jällegi aeglustuma. Aine küllastub magnetiliselt, väheneb tema magnetiline läbitavus Π , seega ka suhteline läbitavus μ (joon. 147). Väga suurte eriergutustel on väljatiheduse edasine suurendamine saavutatav peamiselt vaid magneeditava aine molekulide vahelise tühja ruumi magneetimise arvel, kuna magnetiline vastuvõtlikkus κ läheneb nullile ja seega aine suhteline läbitavus μ läheneb ühele ($\mu = 1 + \kappa$).

Eriergutuse vähendamisel (maksimaalsele eriergutusele ja väljatihedusele vastab joonise 146 kõveral punkt A_1) ei vähene väljatihedus



Joon. 146. Hüsteresisilmus.

sama kõverat mööda, mida mööda ta suurenes, vaid aeglasemalt, ja ergutuse olles null jääb magneeditavasse ainesse jääk-väljatihedus ehk nn. remanentne väljatihedus B_r , mille viimiseks nullini on vaja, muutes ergutuse suunda, tekitada eriergutus $-H_c$, mis kannab koertsitiivjõu nimetust.



Joon, 147. Väljatiheduse B ja suhtelise läbitavuse μ (dünamoplekil) sõltuvus magneetimis-eriergutusest H .

Eriergutuse edasisel suurendamisel muudab ka väljatihedus suunda. Eriergutuse suurenedes väärtuseni $-H_m$ omandab väljatihedus arvuliselt sama väärtuse kui eriergutuse olles $+H_m$. Ergutuse uuel vähendamisel nullini jääb ainesse jällegi remanentne väljatihedus, mille viimiseks nullini on vaja uuesti muuta ergutuse suunda ja viia eriergutus väärtuseni $+H_c$, mille edasisel suurendamisel väärtuseni $+H_m$ jõutakse jällegi väljatiheduse endise väärtuseni $+B_m$. Seose $B = f(H)$ silmusekujuline kõver kannab hüstereesisilmuse nimetust. Hüsteresisilmuse pindala määrab übermagneetimise ühe tsükli vältel übermagneetimisele kulutatava energia hulga, nn. übermagneetimis- ehk hüstereesikao.

Steinmetz määras hüstereesikao sõltuvuse väljatihedusest valemiga

$$N_h = \eta B_m^{1.6} f V, \quad (263)$$

milles N_h — ajaühikus f tsükli ehk perioodi arvu korral sekundis esinev

hüstereesikadu vattides, kui maksimaalne väljatihedus B_m on mõõdetud gaussides, V — maht kuupsentimeetrites ja η — materjalist sõltuv tegur.

Tabel 19.

Tegur η Steinmetzi valemile.

Aine	$\eta \left[\frac{\text{Ws}}{\text{cm}^3 \text{ G}^{1,6}} \right]$
Transformaatoriplekk	0,0006 ... 0,00075 · 10 ⁻⁷
Dünamoplekk	0,0013 ... 0,0015 · 10 ⁻⁷
Malm	0,013 · 10 ⁻⁷

Richteri poolt sooritatud uurimised näitavad, et hüstereesikao määramiseks sobib paremini valem

$$N_h = (aB_m + bB_m^2)fV, \quad (264)$$

milles a ja b on materjalist sõltuvad konstandid. Viimane valem on ümberkujundatav valemiks

$$\frac{N_h}{G} = a \frac{f}{100} \frac{B_m}{10000} + b \frac{f}{100} \left(\frac{B_m}{10000} \right)^2, \quad (265)$$

milles N_h — hüstereesikadu vattides, G — raua kaal kilogrammides, B_m — maksimaalne väljatihedus gaussides, f — perioodide arv sekundis.

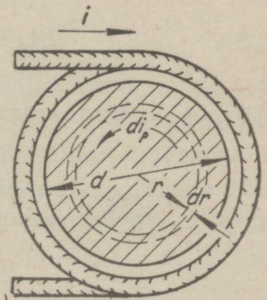
Tabel 20.

Tegurid a ja b Richteri hüstereesikao valemile.

Lehe paksus mm	Dünamoplekk			Trafoplekk	
	1	0,5	0,35	0,5	0,35
Tegur a	0,9	0,9	0,9	0,4	0,3
Tegur b	3,5	3,5	3,8	2,6	2,1

Oma suunda perioodiliselt muutvas magnetväljas viibivas massiivses magnetilises materjalis tekivad lisaks hüstereesikaole veel nn. pöörivoolukaod.

111. Pöörivoolud. Vaatleme magneetmismähisest ümbritsetavat massiivset ümmarrauda läbimõõduga d (joon. 148) ja pikkusega l , milles väljatihedus B olgu jaotatud ühtlaselt üle kogu ristlõike. Eraldame selles ümmarrauas õhukeseseinalise silindri raadiusega r ja seinapaksusega dr . See silinder on aheldatud tema seesmuses oleva vooga, mille suurus



Joon. 148 — pöörivoolude selgitamiseks.

$$\Phi = B\pi r^2.$$

Selle voo muutumise tulemusena indutseeritakse silindris elektromotoorne jõud, mille suurus

$$e_p = -\frac{d}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}.$$

See elektromotoorne jõud tekitab silindris, mille ristlõige $dq = ldr$ ja ümbermõõt $l_{ii} = 2\pi r$, voolu, mille suurus on proportsionaalne indutseeritud elektromotoorse jõuga ja vastuproportsionaalne silindri takistusega dR . Viimase suurus, kui ρ on raua eritakistus, on

$$dR = \frac{\rho l_{ii}}{dq} = \frac{\rho 2\pi r}{ldr}.$$

Ohmi seaduse abil silindris arvutatav vool

$$di_p = \frac{e_p}{dR} = -\frac{\pi r^2 dB}{dt} \frac{ldr}{\rho 2\pi r} = -\frac{l}{2\rho} \frac{dB}{dt} r dr, \quad (266)$$

selle voolu tihedus

$$j_p = \frac{di_p}{dq} = -\frac{1}{ldr} \frac{l}{2\rho} \frac{dB}{dt} r dr = -\frac{dB}{2\rho dt} r. \quad (267)$$

Seega pöörivoolude tihedus on proportsionaalne raadiusega ja miinusmärk näitab, et pöörivoolude poolt tekitatav magnetvoog on suunatud vastu põhimagnetvoole, mõjudes seega välja nõrgendavalt.

Pöörivoolude mõjul massiivne raud soojeneb, kuna indutseerimisel temasse ülekantav elektriline energia muundub soojuseks. Aja dt vältel muundub silindris soojuseks energia

$$e_p di_p dt = \pi r^2 \frac{dB}{dt} \frac{l}{2\rho} \frac{dB}{dt} r dr dt = \frac{l}{2\rho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \pi r^3 dr dt.$$

Integreerides leitud avaldise rajast $r = 0$ rajani $r = d/2$, saame aja dt vältel massiivses rauas pöörivoolude toimel soojusena eraldunud energia:

$$dA_p = \frac{l}{2\rho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \pi dt \int_0^{\frac{d}{2}} r^3 dr = \frac{l}{2\rho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \pi dt \frac{d^4}{64}.$$

Et $\frac{\pi d^2}{4} l$ on ümmarraua maht V , siis

$$dA_p = V \frac{d^2}{32\rho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt \quad (268)$$

ja pöörivoolukao hetkväärtus

$$N_p = \frac{dA_p}{dt} = V \frac{d^2}{32\rho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2. \quad (269)$$

Muutub väljatihedus perioodiliselt, siinuseliselt, nii et

$$B = B_m \sin \omega t,$$

milles ω — nurksagedus $\left[\frac{1}{\text{sec}}\right]$ ja B_m — väljatiheduse maksimaalväärtus, siis tuletise ruut

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 = (\omega B_m \cos \omega t)^2$$

ja selle tuletise ruudu keskvärtus ühe perioodi vältel

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)_{\text{keskm.}}^2 = \omega^2 B_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega^2 t dt = \omega^2 B_m^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx,$$

milles $x = \omega t$. Integraali lahendus on:

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \left| \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x \right|_0^{2\pi} = \pi + 0 = \pi,$$

seega

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)_{\text{keskm.}}^2 = \frac{\omega^2}{2} B_m^2$$

ja pöörivoolukao keskvärtus (val. 269)

$$N_p = V \frac{d^2}{32\varrho} \frac{\omega^2}{2} B_m^2 = \frac{1}{64} \frac{V d^2 \omega^2 B_m^2}{\varrho}. \quad (270)$$

Ümmargusest erineva ristlõikega massiivrauas tekkiiv pöörivoolukadu on proportsionaalne samadele suurustele, erinedes mõningal määral vaid arvulises koefitsiendis.

Väljendades valemis 270 mahu V , kaalu G ja erikaalu γ kaudu, $V = G/\gamma$, ning võttes arvesse, et nurksagedus $\omega = 2\pi f$ ja $\omega^2 = 4\pi^2 f^2$, milles f — sagedus perioodides sekundi kohta, saame:

$$N_p = \frac{G d^2 4\pi^2 f^2 B_m^2}{\gamma \varrho}. \quad (271)$$

Koondades erikaalu, eritakistuse ja arvvärtused ühiseks konstandiks k , saame pöörivoolukaoks

$$N_p = k G d^2 f^2 B_m^2. \quad (272)$$

Nagu näha, on kadu proportsionaalne massiivraua läbimõõdu ruuduga. Asendades massiivraua üksteisest näiteks laki abil isoleeritud traatide puntraga, on võimalik väga tunduvalt vähendada pöörivoolukadu. On näiteks traadi läbimõõt vaid üks kümnendik massiivraua läbimõõdust, siis väheneb pöörivoolukadu sajakordselt. Analooiliselt toimikse ka nelinurkse ristlõikega raudsüdamikudega, koostades need üksteisest laki või paberi abil isoleeritud raudplekist (paksusega tavaliselt 0,35 kuni 0,5 mm). Et pöörivoolukadu (val. 271) on vastuproportsionaalne raua eritakistusega, siis kasutataksegi magnetilise materjalina eri-

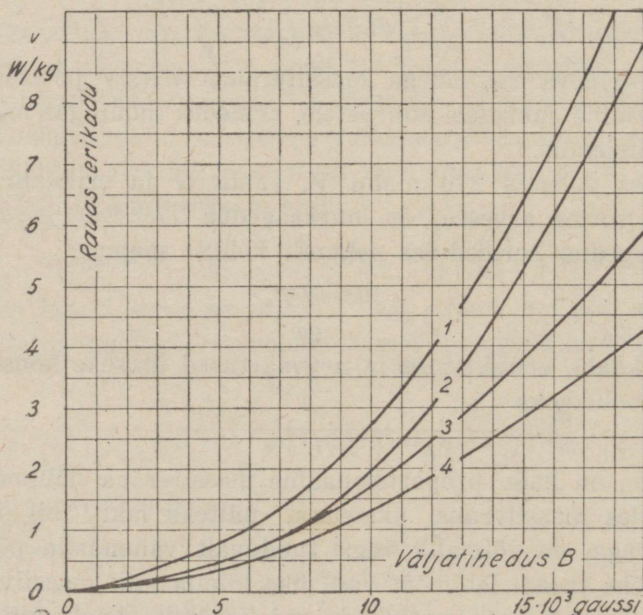
plekki, mille eritakistus on suurendatud 2 kuni 4,5% räni juurdelegeerimise abil suuruselt 0,1 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ (puhas raud) suuruseni 0,55 ja enam.

Valem 272 on ümberkujundatav kasutamisel sobivamaks valemiks

$$N_p = cG \left(\frac{f}{100} \frac{B_m}{10000} \frac{d}{0,5} \right)^2, \quad (273)$$

milles B_m — gaussides, d — millimeetrites ja tegur c on sõltuv materjalist, olles näiteks dünamoplekil ligi 5,6 ja trafoplekil ligi 1,2, ja näitab pöörivoolu-erikadu W/kg , kui $f = 100$ perioodi sekundis, $B_m = 10\,000$ gaussi ja $d = 0,5$ mm.

112. Magneetimiskõverad. Elektrotehnikas kasutatavad rauasulandid, olles määratud väga erinevaiks otstarbeiks, peavad mõnikord omama väga erinevaid magnetilisi omadusi. Dünamomasina ehitamisel kasutatavalt nn. dünamoplekilt nõutakse väikest eriergutust soovitava väljatiheduse saavutamiseks, millest sõltub masina ergutusvoolu suurus; trafoplekilt nõutakse väikest rauaskadu, milleks trafoplekk peab omama väga kitsast hüstereesisilmuse pindalat ja suurt elektrilist eritakistust; valjuhääldajate ehitamisel kasutatavalt püsiv- ehk permanentmagnetilt



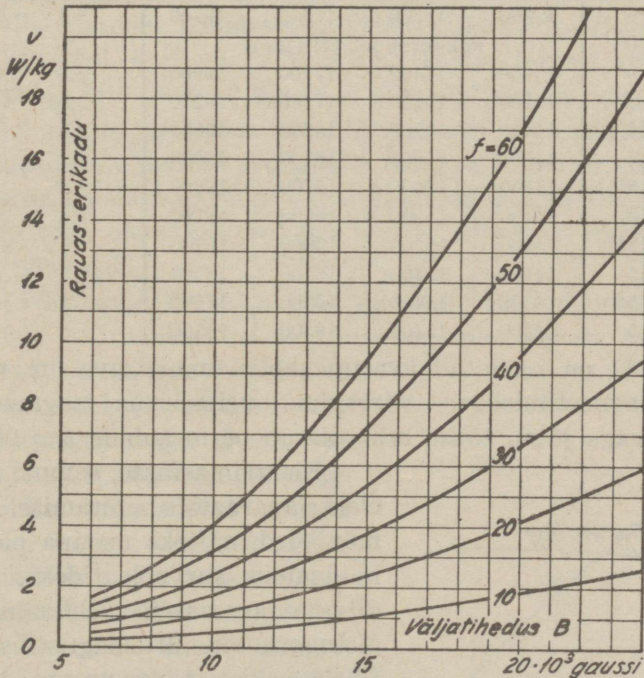
Joon. 149. Rauas-erikao kõverad sagedusel 50 Hz:

- 1 — nõrgalt legeeritud plekk 0,5 mm,
- 2 — keskmiselt legeeritud plekk 0,35 mm,
- 3 — tugevasti legeeritud plekk 0,5 mm,
- 4 — tugevasti legeeritud plekk 0,35 mm.

nõutakse võimalikult suurt väljatiheduse B ja eriergutuse H korrutist $(BH)_{max}$, krarupkaablit ümbritsevalt traadilt nõutakse väga suurt väljatihedust äärmiselt väikesel eriergutusel; suursagedus-pooli südamikult, nn. suursagedus-rauvalt võimalikult väikest rauaskadu töötamisel suurtel sagedustel jne.

Magnetiliste omaduste illustreerimiseks ja arvutajale kasutamiskõlblikuks tegemiseks koostatakse aine magneetimiskõver $B = f(H)$ ja rauas-erikao kõver $v = f(B)$ [W/kg] mitmesugustel sagedustel.

Joonisel 187 on toodud mitmesuguste elektrimasinate ehitamisel kasutatavate rauasulandite magneetimiskõverad. Nagu näha, on malmi magnetilised omadused võrreldes dünamo- ja trafoplekiga palju halvemad. Joonistel 149 ja 150 on toodud rauas-erikao kõverad mitmesuguste plekkide kohta. Erisulandite rauas-erikao võrreldakse omavahel väljatihedustel 10 000 ja 15 000 gaussi ning tähistatakse vastavalt v_{10} ja v_{15} .



Joon. 150. Dünamopleki rauas-erikadu mitmesugustel sagedustel. Pleki paksus 0,5 mm.

Dünamoplekil on $v_{10} = 1,8 \dots 3,6$, trafoplekil $v_{10} = 0,9 \dots 2,0$ W/kg, kusjuures rauaskadu on hüstereesi- ja pöörisvoolukao summa.

OCT-normide kohaselt tähistatakse elektrimasinate ehitamise pleki marki tähtede ja arvude kombinatsiooniga, näiteks EC4AA, kusjuures E — elektrotehniline, C — räni sisaldav, sellele järgnev arv — ränisaldus protsentides, AA — väga kõrge kvaliteediga (A — kõrgekvaliteediline). Normaalne plekk valmistatakse kolmes paksuses: 1,0, 0,5 ja 0,35 mm, viimane vaid trafoplekina. Eriti väikese kaoarvuga plekid on ka õhemad, näiteks mõõteriistades ja voolutrafodes kasutatavad.

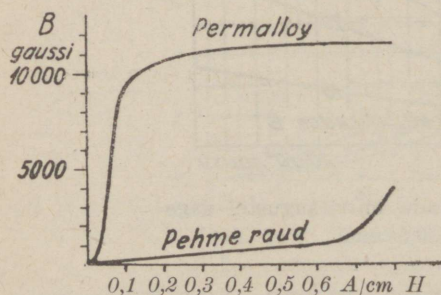
Plekktahvli suurus on tavaliselt kas 1000×2000 või 750×1500 mm.

Tabel 21.

Dünamo- ja trafopleki magnetilised omadused OCT-normide kohaselt.

Mark	Lehe paksus mm	Väljatihedus gaussides, kui magnetiline eriergutus H [A/cm] on:				Kaoarv [W/kg] väljatihedustel 10 000 (v_{10}) ja 15 000 (v_{15}) gaussi sagedusel $f = 50$ perioodi sekundis	
		25	50	100	300		
EC1	0,5	15000	16300	17500	19700	3,6	8,6
EC1A	1,0	kokkuleppel tellijaga					
EC1A	0,5	15100	16400	17700	19900	3,3	7,9
EC1AA	0,5	14700	15800	17000	19200	2,85	7,0
EC2A	0,5	14600	15700	16800	19000	2,6	6,4
EC3A	0,5	14500	15600	16700	18900	2,3	5,6
EC3A	0,35	14500	15600	16700	18900	2,0	4,2
EC4	0,5	14400	15500	16600	18700	1,8	3,9
EC4	0,35	14400	15500	16600	18700	1,45	3,4
EC4A	0,5	14300	15400	16500	18500	1,8	3,8
EC4A	0,35	14300	15400	16500	18500	1,3	3,3
EC4AA	0,5	14300	15400	16500	18500	1,6	3,5

Joonisel 151 on näidatud krarupkaablit ümbritseva nn. permallioysulandi magneetimiskõver võrrelduna pehmeraua magneetimiskõveraga. Kõvera väga järsu tõusu osas ulatub permeaablus $\mu = 90\,000$ -ni.



Joon. 151. Permalloy magneetimiskõver.

Elektrimasinate, samuti ka paljude elektriaparaatide ehitamisel vajatakse mõnikord, näiteks masina plekke koostamiseks surveplaatideks, vasesulanditest odavamalt ja mehhaaniliselt veelgi tugevamat mittemagnetilist sulandit. Üheks sellistest on nn. mittemagnetiline malm, mille koosseis on 3,5...3,9% C + 7...12% Mn + 1...2% Cu + 0,4...0,6% Al + 2,4...3,2% Si ja mis hangumisel kristalliseerub mittemagnetilise auste-

niidina, omades pealegi äärmiselt suurt elektrilist eritakistust ja väikest temperatuuritegurit, mis teeb selle sulandi sobivaks ka suurele voolule määratud takistuselementide valmistamiseks. Ka valmistatakse mittemagnetilist malmi suure niklisisaldusega.

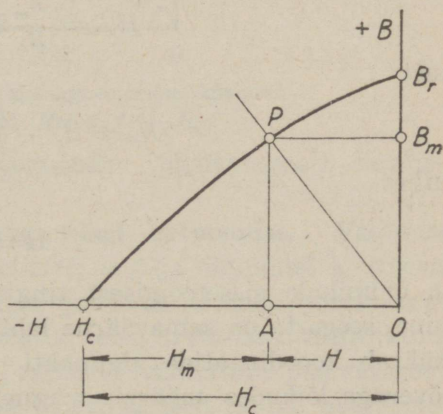
XXX peatükk.

PÜSIVMAGNETID.

113. Püsivmagnetite sulandid. Elektrotehnika väga paljudel aladel on magnetvälja tekitamiseks kasutamisel püsiv- ehk permanentmagnetid. Püsivmagnetite vanemad sordid, nn. martensiitterased, on suure süsinikusisaldusega ($C > 0,9\%$), juurde legeeritavaks elemendiks on kas kroom, volfram või koobalt. Magnetilistelt omadustelt eriti väärtuslikeks osutunud koobaltterased on aga kroom- ja volframterastest koobalti kõrge hinnä tõttu väga palju kallimad. Karastamisel omandavad need terased martensiidi kristallstruktuuri. Nendes säilib jääk-väljatihedus $B_r \approx 10\,000$ gaussi ja koertsitiivjõud $H_c = 40 \dots 70$ A/cm (koobaltterasel isegi kuni 240).

Püsivmagnetite uuemad sordid ei sõltu süsinikusisaldusest. Neil sulandidel eraldub põhimassist kas titaani, volframi või molübdeeni keemiline ühend. Faaside eraldumise protsessile eelneva difusiooni tulemusena tekiavad jahtuvas sulandis äärmiselt suured kristallidevahelised mehhaanilised sisepinged, mille olemasolu tulebki lugeda suure koertsitiivjõu omandamisvõime põhjuseks.

114. Püsivmagnetite magnetilisi omadusi. Püsivmagneti magnetilised omadused on määratavad nn. lahtimagneetamise kõvera abil (joon. 152). Selle kõvera äärmisteks punktideks on remanents ehk jääk-väljatihedus B_r ja eriergutus, millel $B = 0$ ehk koertsitiivjõud H_c . Olgu sellisest magnetimaterjalist valmistatud hobuserauakujuline magnet keskmise pikkusega l_m , mis hoiab enda küljes pehme rauast ankrut, mille magnetilise juhtivuse oletame olevat ülisuure (joon. 153), seega mille magnetiline osaergutus $H_a l_a \approx 0$. On magnetile asetatud mähis vooluta, siis magnetis jääk-väljatihedus on B_r (joon. 152). Magnetmähise abil püsivmagneti väljale vastusuunatud magnetvälja tekitamisel väljatihedus väheneb. On mähise keerdude arv w ja vool selles



Joon. 152. Permanentmagneti lahtimagneetamise kõver.

J , siis on magneetimisergutus Jw poolt tekitatav lahtimagneetiv eriergutus $H = Jw/l_m$. On see eriergutus absoluutsuuruselt väiksem koertsitiivjõust H_c , siis nende vahe H_m ,

$$H_m = H_c - H, \quad (274)$$

määrab magnetis jääva (resulteeriva) väljatiheduse B_m (joonisel 152 punkt P).

Selline väljatiheduse vähendamine on aga saavutatav ka magneetismähiseta, tuues kinnisesse magnetiringi kaks õhupilu laiusega δ . Magnetiringis olev üldine magneetimisergutus koosneb õhupilude magneetimis-osaergutuse

$$V_\delta = H_\delta 2\delta = \frac{B_\delta}{\Pi_\delta} 2\delta \approx \frac{B_m}{\Pi_0} 2\delta$$

(kuna $\Pi_\delta \approx \Pi_0$ ja $B_\delta \approx B_0$), permanentmagneti magneetimis-osaergutuse

$$V_m = H_m l_m$$

ja ankru magneetimis-osaergutuse

$$V_a = H_a l_a$$

summast. Viimane jääb oma väiksuse tõttu arvutusest välja ja magnetiliste osaergutuste summa peab võrduma voogu põhjustava (seesmise) magneetimisergutusega $\Theta = H_c l_m$. Seega

$$\Theta = V_\delta + V_m + V_a,$$

ehk

$$H_c l_m = \frac{B_m}{\Pi_0} 2\delta + H_m l_m + 0,$$

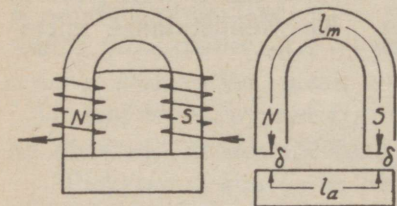
kust

$$H_m = H_c - \frac{B_m}{\Pi_0} \frac{2\delta}{l_m} = H_c - H, \quad (275)$$

milles

$$H = \frac{B_m}{\Pi_0} \frac{2\delta}{l_m} \quad (276)$$

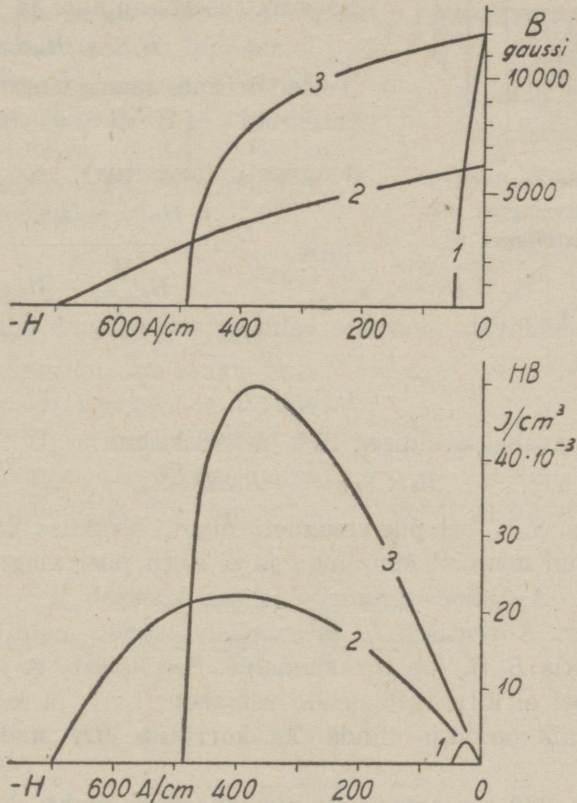
on õhupilude sissetoomisest tingitud magneetimis-eriergutuse vähene- mine, seega ta on samaväärne lahtimagneetiva eriergutusega. Valem 276 määrab koordinaatide algpunkti läbiva sirge, mis lahtimagneetamise kõveraga lõikudes määrab magnetis oleva väljatiheduse. Et vaakuumi magnetiline läbitavus Π_0 ja püsivmagneti keskmine pikkus l_m on konstant- sused, siis selle sirgejoone tõusunurga tangens H/B_m on päri-



Joon. 153. Permanentmagneti lahti-
magneetimine ja õhupilu toomine mag-
netiringi.

proportsionaalne õhupiluga δ . Seega võimaldab valem 276 väga lihtsalt määrata õhupilu, kui vastav väljatihedus on teada.

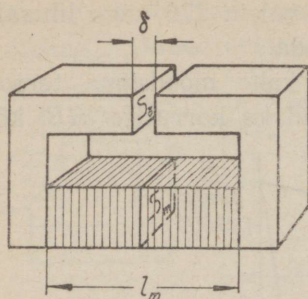
Joonisel 154 on võrreldud volframterase ja kahe moodsama terase lahtimagneetamise kõveraid. Sealsamas on toodud ka korrutise $|HB|$ kõ-



Joon. 154. Püsivmagnetite lahtimagneetamise kõverad
 $B = f(-H)$ ja kõverad $|HB| = f(-H)$.

verad, sest just see korrutis on mõõduandev püsivmagneti headuse hindamisel.

115. Püsivmagnetit sisaldava magnetringi arvutamine. Vaatleme joonisel 155 toodud püsivmagnetist, pehmerauast ja õhupilust koosnevat magnetringi. Et pehmeraua magnetiline juhtivus õhupilu juhtivusega võrreldes on väga suur, siis oleme õigustatud tema arvutusest välja jätma. Seame ülesandeks määrata tingimused, millel kasutatava püsivmagneti materjali hulk on minimaalne. Oletame püsivmagnetit läbiva magnetvoo läbivat ka õhupilu (mittehajuv voog). Siis osutub magnetring määratavaks kolme suurusega: väljatihedusega B_0 õhupilus, magneetimis-eriergu-



Joon. 155. Magnetringi viurutatud osa on püsivmagnet pikkusega l_m ja ristlõikega S_m .

tusega H_m püsivmagnetis ja väljatihedusega B_m püsivmagnetis. Nende kolme tundmatu määramiseks vajame kolme võrrandi. Esimese võrrandi saame magnetvoo konstantsusest õhupilus ja püsivmagnetis:

$$B_\delta S_\delta = B_m S_m. \quad (277)$$

Teise võrrandi saame tingimusest, et ringintegraal $\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0$ (puudub väline magneetimisergutus), seega

$$H_m l_m + H_\delta l_\delta = 0,$$

kust

$$H_\delta l_\delta = -H_m l_m. \quad (278)$$

Kolmanda vaadeldavate suuruste vahelise seose annab lahtimagneetamise kõver

$$B_m = f(H_m). \quad (279)$$

Korrutades omavahel avaldised 277 ja 278 saame:

$$B_\delta H_\delta S_\delta l_\delta = -B_m H_m S_m l_m, \quad (280)$$

milles korrutis $S_m l_m$ on püsivmagneti maht. Avaldise 280 vasakpoolne osa on määratud magneti õhupiluga ja ei sõltu püsivmagneti omadustest ega mõõtudest. Avaldise parempoolne osa koosneb korrutiste $B_m H_m$ ja $S_m l_m$ korrutisest. Korrutis $S_m l_m$, seega püsivmagneti maht, on minimaalne siis, kui korrutis $B_m H_m$ on maksimaalne. See näitab, et kahe püsivmagneti võrdlemisel ei aita vaid nende remanentsi B_r ja koertsitiivjõu H_c tundmisest, vaid on vaja tunda ka korrutise BH maksimaalväärtust $(BH)_{max}$.

Avaldisest 280 on arvutatav püsivmagneti maht. Valemi 278 abil on leitav selle püsivmagneti pikkus:

$$l_m = -\frac{H_\delta}{H_m} l_\delta, \quad (281)$$

kusjuures $H_\delta \approx H_o = 0,4\pi 10^{-8} \text{ H/cm}$ ja H_m kui optimaalne väärtus on leitav kõverast $B = f(H)$, nagu näitena toodud joonisel 154. Püsivmagneti ristlõige S_m on määratud õhupilus, seega ka püsivmagnetis oleva voo ja optimaalsele H_m vastava väljatihedusega B_m (val. 277):

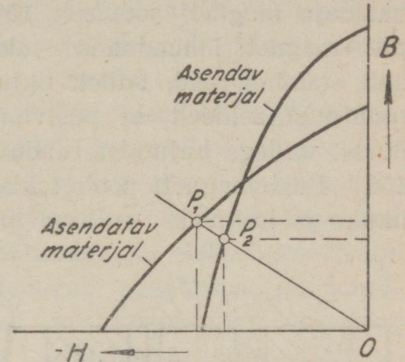
$$S_m = \frac{B_\delta S_\delta}{B_m}. \quad (282)$$

Nagu avaldiste 281 ja 282 põhjal võib oletada, ei peaks olema võimalik kasutada sama magnetsüsteemi konstruktsiooni erinevate omadus-

tega püsivmagneti materjalide tarvitamisel. Et optimaalne eriergutus Al-Ni-Co-Ti-terase kasutamisel on ligi 15 korda suurem volframterase omast, siis peaks esimesest materjalist valmistatud püsivmagnet olema 15 korda lühem. Et aga samal ajal väljatihedus oleks volframterase omast suurem, siis peaks püsivmagneti ristlõige valitama suurem. Seega ei ole õige juba olemasoleva konstruktsiooni korral asendada ilma kontrollarvutusega kasutamisel olev püsivmagneti materjal uuega, millel korrutis $(HB)_{max}$ on suurem. Jagame avaldise 277 avaldisega 278:

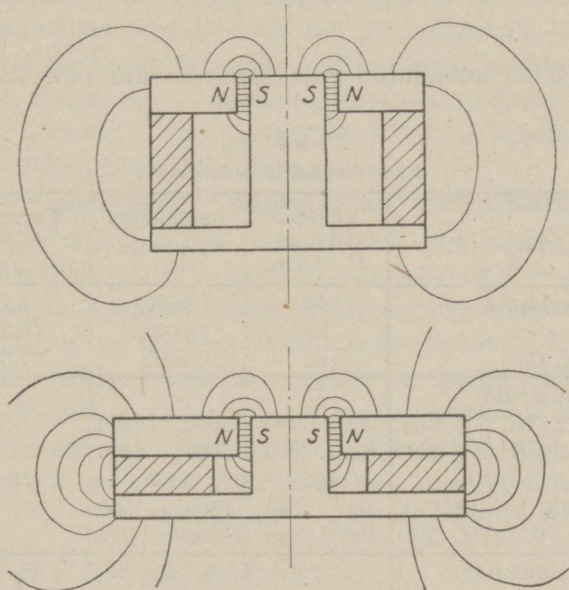
$$\frac{B_0 S_0}{H_0 l_0} = \frac{B_m S_m}{H_m l_m} \quad (283)$$

Et konstruktsioon on juba määratud, siis selles avaldises on uue magnetmaterjali kasutamisele võtmisel muudetav ainult suhe B_m/H_m . Avaldis 283 on koordinaatide algpunkti läbiva sirgjoone võrrand. Jooniselt 156 on näha,



Joon. 156. B ja H korrutis punktis P_1 on suurem samast korrutisest punktis P_2 .

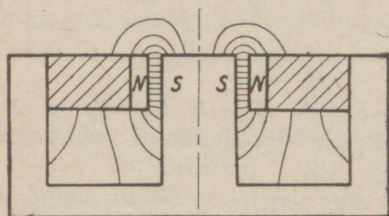
et see sirgjoon lõikab asendava



Joon. 157. Magnetvoo hajumine valjuhäälidaja magnetil erinevatest sulanditest püsivmagnetite kasutamisel (viirutatud osa).

materjali kõverat punktis P_2 , milles korrutis BH võib osutada isegi väiksemaks endise materjali kõveral punktis P_1 olevast korrutisest BH .

Üleminek paremale materjalile tingib konstruktsiooni muutmist, peamiselt püsivmagneti pikkuse lühendamist. Kuid magneti pikkuse lühendamisel suureneb magnetvoo hajumine, nagu see on nähtav valjuhäldaja magneti jooniselt 157. Ühelt poolt suureneb voo hajumine püsivmagneti lühendamise tulemusena, teiseks on suurenenud ka magneti otsmine pind, millelt hajuv voog algab. See tingib konstruktsiooni muutmist selliselt, et püsivmagnet asetatakse õhupilu vahetusse lähedusse, millega hajumist tunduvalt vähendatakse, kuigi ei kaotata (joon. 158). Püsivmagneti poolt tekitatav voog jaguneb seega kaheks — kasulikuks ja hajuvaks, millised mõlemad osad tuleb võtta arvutusse.



Joon. 158. Valjuhäldaja magnet, milles püsivmagnetid (viirutatud osa) on asetatud võimalikult ligidale õhupilule, millega voo hajumine vähendatakse miinimumini.

Tabelisse 22 on koondatud rida kasutatavaid püsivmagnetite sulandeid.

Tabel 22.
Püsivmagnetite sulandeid.

Materjal	Koertsi- tiivjõud H_c A/cm	Remanents B_r gaussi	Korrutis $H_c B_r$ 10^{-3} J/cm ³	Korrutis $[HB]_{max}$ 10^{-3} J/cm ³
Süsinikteras, legeerimata	44	8500	3,7	1,5
Volframteras	52	10000	5,2	2,1
Koobaltteras (36% Co)	192	9000	17,3	6,4
Valatavad sulandid:				
Alni (15% Al, 25% Ni, 6% Cu)	360...460	4500...6200		
Alnisi (13% Al, 33% Ni, 1% Si)	620...660	4000...4500		
Ti-Co-teras	665	7400	50	21
Alnico (10% Al, 17% Ni 12% Co)	400...550	6500...7500		
Ticonal 3,8; alnico V (24% Co)	400...440	12000...13000		56
Valtsitavad sulandid:				
Cunife (60% Cu, 20% Ni, 20% Fe)	440	5400	23	
Cunico (50% Cu, 21% Ni, 29% Co)	570	3400	19	
Silmanal (86% Ag, 9% Mn, 5% Al)	4800	500	24	
Pt-teras (78% Pt)	1440	4000	57	24

XXXI peatükk.

MAGNETVÄLJA SEADUSED.

Magnetvälja käsitleva õpetuse loomispäevil oli õpetus elektriväljast juba omandanud teatava täiuslikkuse, sest elektriväli võimaldas eksperimendi lihtsamat ja täpsemat läbiviimist. Õpetus elektriväljast tugines Coulomb'i seadusele, mis seostab elektrilaengute vahelised mehhaanilised jõud laengu suurusega, kasutades seejuures mõisteid „positiivne“, „negatiivne“ ja „elektrihulk“. Ka magnetväljas avalduvad mehhaanilised jõud. Puhtformaalsetel kaalutlustel loodi magnetvälja olemuse selgitamiseks analoogilised mõisted „positiivne magnetism“, „negatiivne magnetism“, „ühikpoolus“ ja „magnetismi hulk“. Viimase mõiste sissetoomisega kaasnes ka Coulomb'i seadusega analoogilise (Priestley) seaduse kasutusele võtmine. Analoogiliselt elektrilisele potentsiaalile ja elektrilisele väljatugevusele, mis defineeriti elektriväljas laengule avaldatava jõu kaudu, loodi ka mõisted „magnetiline potentsiaal“ ja „magnetiline väljatugevus“. Kujunes elektromagnetiline ($CGS\mu_0$) mõõdusüsteem.

Peamise rakendatavuse leidis õpetus magnetismist alles palju hiljem — elektrotehnikas. Tekkis vajadus õpetusele magnetväljast (ja elektrotehnikale üldse) tehnika-ala inimestele sobivama väljendusviisi andmise järele; ka tuli seada uuele, praktilisemale alusele mõõdusüsteem. Allpool, lähtudes rakenduslikest kaalutlustest, on põhjalikumalt käsitletud ainult seadusi, mis võimaldavad teostada alalisvooluga toidetava elektromagnetit arvutamist. Seejuures on käesolevas teoses välditud lugeja koormamist Maxwell'i, Poisson'i, Biot', Savart'i ja teiste õpetlaste poolt avastatud seaduste üldkujuliste lahendustega.

116. Allika puudumine magnetväljas, väljatiheduse divergents.

Vastandina elektriväljale, milles välja allikast, positiivselt laengult, algav voog $\int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ lõpeb negatiivsel laengul, magnetvoog $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ ei oma ei algust ega lõppu. Eraldame magnetväljas ruumielemendi dV ja määrame temast väljuva ja temasse suubuva voo summa. Et selles ruumielemendis puudub allikas, puudub magnetvoo juurdetekkimine, siis on ruumielementi suubuvate ja temast väljuvate voogude summa null. Diferentsiaalkujul on see voo katkematus väljendatav väljatiheduse divergentsiga, s. o. voo juurdekasvuna ruumiühiku kohta:

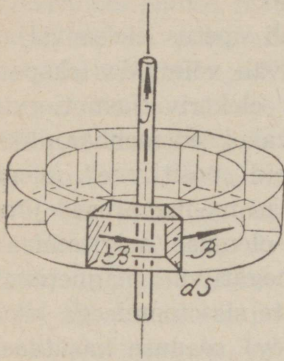
$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}{V} = \text{div} \mathbf{B} = 0. \quad (284)$$

Et $\text{div} \mathbf{B} = 0$ ja $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{H}$, siis peab ka

$$\text{div} \mathbf{H} = 0. \quad (285)$$

Erijuhtumina on allika puudumine illustreeritav joonisega 159. Sirget juhett ümbritsevas ruumis (vootorus) on eraldatud ruumielement dV .

Selle ruumielemendi piirajateks on vootoru neli külgpinda ja kaks vootoruga risti olevat, suuruselt võrdset pinnakest dS . Et need pinnakesed on ühel kaugusel juht-



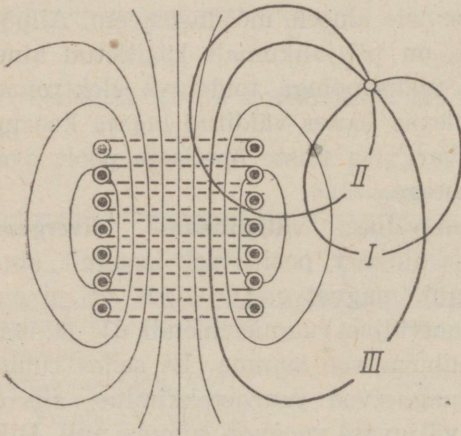
Joon. 159. Sirget voolu all olevat juhet ümbritsevas vootorus puudub allikas, voo omab vootoru igas ristlõikes ühesugust väärtust $d\Phi = BdS$.

mest, on nendel ka võrdne väljatihedus B ja seega ka võrdne voo $d\Phi = BdS$. Et aga väljatiheduse vektor on suunatud pinnakesele dS kord väljastpoolt, kord jälle seestpoolt, siis erinevad vood märgilt ja nende summa on null. Seega on ka $\text{div}B = 0$. Seejuures ei ole seatud mingeid tingimusi ruumielemendi asukoha suhtes.

117. Magneetimisergutuse seadus. Magnetvälja käsitlevatest seadustest on üks olulisemaid see, mis seob voo tekitamiseks vajaliku magneetimisergutuse magnetringi üksikute lülide magnetiliste osaergutuste summaga:

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma J, \quad (286)$$

ehk sõnastatult: magnetilise osaergutuse ringintegraal võrdub ring-

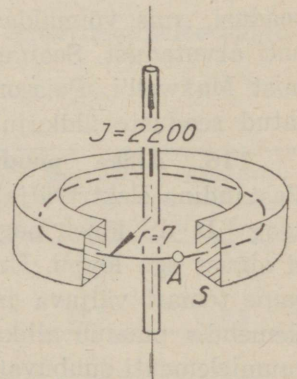


Joon. 160. Ringintegraal $\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ omab magnetväljas eri väärtusi sõltuvalt teekonna valikust:

$$\text{I teekonnal } \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

$$\text{II teekonnal } \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 3J_1$$

$$\text{III teekonnal } \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 7J_1$$



Joon. 161 — eriergutuse ja väljatiheduse määramiseks väljaspool sirget juhet.

integreerimisel piiratava vooluga. Seda seadust illustreerib joonis 160, millel ringintegraal I teekonnal ei haara ühtki keerdu, seega

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

II teekonnal haarab ringintegraal voolu pooli kolmes keerus, seega

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 3J_1.$$

III teekonnal, mis on viidud läbi piki väljatiheduse sihti, seega piki välja,

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int H dl = \Sigma Hl = \Sigma J = 7J_1.$$

118. Voolust läbitavat sirget juhet ümbritsev magnetväli.

Näide 95. Määrata magneetimis-eriergutus ja väljatihedus sirget voolust läbitavat juhet ümbritsevas magnetväljas, kui juhtmes olev vool $J = 2200$ A ja vaadeldava punkti kaugus juhtme keskkohast $r = 7$ cm (joon. 161).

Lahendus. Kasutades äsja toodud seadust, teostame integreerimist ringikujulisel teekonnal kaugusel $r = 7$ cm juhtme keskkohast, sest see teekond langeb ühte väljatiheduse suunaga, mis teatavasti ümbritseb juhet kontsentriliste ringidena. Ringintegreerimisel piirab integreerimise teekond kogu juhtmes olevat voolu, integreerimise teekonna pikkus $l = 2\pi r$ ja integraal ise on seega

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma Hl = H2\pi r = J,$$

millest eriergutus

$$H = \frac{J}{2\pi r}. \quad (287)$$

Asetades sellesse arväärtused, leiame:

$$H = \frac{2200}{2\pi \cdot 7} \approx 50 \frac{\text{A}}{\text{cm}}.$$

Väljatihedus on leitav õhu magnetilise läbitavuse kaudu, mille suurus $\Pi_0 \approx \Pi_0 = 0,4 \pi 10^{-8}$ H/cm:

$$B_0 = \Pi_0 H = \frac{\Pi_0 J}{2\pi r}, \quad (288)$$

millest

$$B_0 = 0,4 \pi 10^{-8} \cdot 50 = 62,8 \cdot 10^{-8} \text{ Vs/cm}^2 = 62,8 \text{ gaussi.}$$

Kui suur oleks väljatihedus näites arvutatud punktis, kui selles kohas voolu all olevat juhet ümbritseks terasvalust võru? Väljatihedus ferromagnetilises keskkonnas on sõltuv viimase magnetilisest läbitavusest. Et läbitavus omakorda sõltub väljatihedusest, olles eri materjalidel isesugune, siis väljatiheduse määramiseks tuleb võtta kasutusele metall-

võru materjalile, antud juhtumil terasvalule, vastav magneetimiskõver (joon. 187). Eriergutusele $H = 50$ A/cm vastab kõveral väljatiheduse väärtus 16 500 gaussi. Seega sellel eriergutusel on terasvalu permeaablus

$$\mu = \frac{H}{H_0} = \frac{IH}{I_0 H} = \frac{B}{B_0} = \frac{16\,500}{62,8} = 262.$$

Valem 287 näitab, et eriergutus on suurim juhtme pinnal ja kaugenemisel juhtmest väheneb, olles vastupordtsionaalne kaugusega juhtme keskpunktist. Magneetimis-eriergutuse määramiseks juhtme seesmuses oletame voolutiheduse j olevat juhtmes konstantse üle kogu ristlõike (mis on õige ainult suuruselt mittemuutuva alalisvoolu puhul):

$$j = \frac{J}{\pi r_0^2},$$

milles r_0 — juhtme raadius. Magneetimis-eriergutus kaugusel r juhtme keskpunktist on siis:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H 2\pi r = j \pi r^2 = \frac{J}{\pi r_0^2} \pi r^2,$$

millest eriergutus

$$H = \frac{J \pi r^2}{\pi r_0^2} \frac{J}{2\pi r} = \frac{J r}{2\pi r_0^2}, \quad (289)$$

mis on seega proportsionaalne kaugusega juhtme keskpunktist.

Antud juhtumil on eriergutus H_0 juhtme pinnal, kus $r = r_0 = 2$ cm,

$$H_0 = \frac{J}{2\pi r} = \frac{2200}{2\pi \cdot 2} = 175 \text{ A/cm}.$$

119. Toroidi magnetväli.

N ä i d e 96. Arvutada magnetvoog dünamoplekist kokku laotud toroidis (joon. 163), kui raua täitetegur $k_{Fe} = 0,93$ (puhta raua all oleva mahu suhe rauapaki kogumahusse), ergutusmähise keerdude arv $w = 36$, ergutusvool $J = 7$ A, südamikuse seesmine raadius $r_s = 5$, väline raadius $r_v = 9$ ja kõrgus $h = 4$ cm.

L a h e n d u s. Voog toroidi südamikus

$$\Phi = \int B dS.$$

On vaja määrata väljatiheduse jaotumine südamikü ristlõikes. Selleks kasutame magneetimisergutuse seadust, mille kohaselt (val. 286)

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma J.$$

Toimub ringintegreerimine alates punktist A_1 ringjoont mööda seespool toroidi, siis $\Sigma J = 0$, seega ka $H = 0$ ja ruumi selles osas väli puudub. Toimub integreerimine alates punktist A_3 ringjoont mööda väljaspool toroidi, siis läbib ringintegreerimise joone poolt piiratud pinda mähise seesmises ja välises osas olev vastassuunaline vool kogusuurusega kord $+Jw$, kord $-Jw$ ja seega jällegi $\Sigma J = Jw - Jw = 0$. Seega puudub magnetväli ka väljaspool toroidi ja eksisteerib ainult toroidi seesmuses.

Toimetame ringintegreerimist toroidis endas kaugusel r toroidi keskkohtast. Integreerimisjoon piirab kõikides keerdudes olevat voolude summat Jw , seega

$$\int H dl = H 2\pi r = Jw,$$

millest ergutus toroidi pikkusühiku kohta, s. o. eriergutus,

$$H = \frac{Jw}{2\pi r} \quad (290)$$

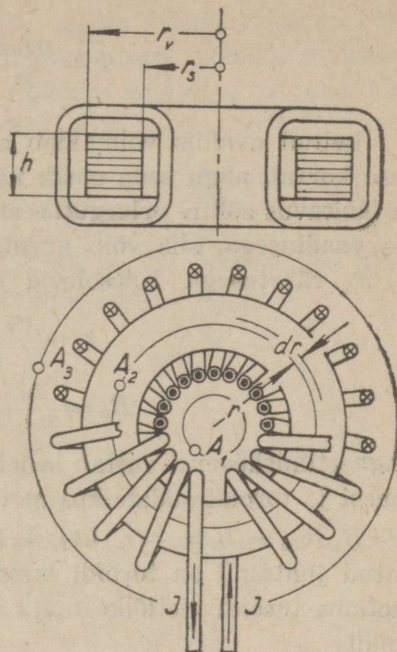
ja väljatihedus

$$B = \Pi H = \frac{\Pi Jw}{2\pi r}. \quad (291)$$

Eraldame toroidi ristlõikes kaugusel r toroidi keskkohast pinnakese laiussega dr ja kõrgusega h ning määrame voo suuruse sellele elementaar-pinnakesel $dS = h dr$. Voog

$$d\Phi = B dS = \frac{\Pi Jw}{2\pi r} h dr.$$

Toimetades integreerimist üle toroidi kogu ristlõike rajast r_s rajani r_v , saame üldise toroidis oleva voo:



Joon. 163. Toroid.

$$\Phi = \frac{\Pi J w h}{2\pi} \int_{r_s}^{r_v} \frac{dr}{r} = \frac{\Pi J w h}{2\pi} \ln \frac{r_v}{r_s}. \quad (292)$$

Leitud avaldis võimaldab arvutada voogu ainult konstantse läbitavuse korral, nagu seda omab näiteks õhk. Ferromagnetilises keskkonnas on läbitavus sõltuv eriergutusest. On toroidi südamikule laius väike võrreldes raadiusega, siis võib arvutada keskmisele raadiusele vastavate H_k ja B_k väärtusega. Käesoleval juhtumil keskmine raadius

$$r_k = \frac{r_v + r_s}{2} = \frac{9 + 5}{2} = 7,$$

$$H_k = \frac{Jw}{2\pi r_k} = \frac{7 \cdot 36}{2\pi \cdot 7} = 5,73 \frac{\text{A}}{\text{cm}};$$

magneetimiskõveral vastab sellele eriergutusele väljatihedus $B_k = 12\,600$ gaussi ja toroidi südamikus olev voog

$\Phi = B_k S k_{Fe} = B_k (r_v - r_s) h k_{Fe} = 12600 \cdot 10^{-8} (9 - 5) 4 \cdot 0,93 = 1,872 \cdot 10^{-3}$ Vs. Antud juhtumil on toroidi laius võrreldes läbimõõduga suhteliselt suur. Jaotame toroidi ristlõike nelja ossa ja kordame arvutust iga osa kohta eraldi:

r_s	r_v	r_k	H_k [A/cm]	B_k [G]	$S k_{Fe}$	Φ [Vs]
5	6	5,5	7,30	13 300	3,72	$0,495 \cdot 10^{-3}$
6	7	6,5	6,17	12 300	3,72	$0,477 \cdot 10^{-3}$
7	8	7,5	5,35	12 300	3,72	$0,458 \cdot 10^{-3}$
8	9	8,5	4,72	11 950	3,72	$0,445 \cdot 10^{-3}$
						$\Sigma \Phi = 1,875 \cdot 10^{-3}$

Nagu tulemusest selgub, on erinevus tähtsusetu.

Valemi 291 kohaselt on väljatihedus toroidi seesmuses

$$B = \frac{\Pi J w}{2\pi r}.$$

On r_k toroidi keskmine raadius, siis korrutis $2\pi r_k$ on toroidi keskmiseks pikkuseks l_k ja keskmine väljatihedus B_k on:

$$B_k = \frac{\Pi J w}{2\pi r_k} = \frac{\Pi J w}{l_k} = \Pi \frac{J w}{l_k}.$$

Suurus Jw/l_k on tegelikult voolu J poolt tekitatav magneetimisergutus pikkusühiku kohta, magneetimis-eriergutus. Suurendame toroidi läbimõõtu, säilitades eriergutuse endisena. Väljatihedus, olles sõltuv vaid magnetilisest läbitavusest ja eriergutusest, ei muutu. Andes toroidi raadiusele ülisuure väärtuse, muudame toroidi tegelikult lõpmatult pikaks

sirgeks pooliks endise eriergutusega Jw/l_k , milles väljatihedus on sõltumatu vaadeldava punkti asukohast toroidi seesmuses. Lõpliku pikkusega l pikas sirges poolis keerdude arvuga w , milledes vool on J ja mille magnetimis-eriergutus Jw/l võrdub ülisuure raadiusega toroidi omaga Jw/l_k , on väljatihedus samuti

$$B = \frac{\Pi J w}{l}. \quad (293)$$

120. Biot-Savart'i seadus. Valemite 288 ja 287 kohaselt on väljatihedus väljaspool sirget juhett olevas punktis (kui $\Pi \approx \Pi_0$)

$$B = \frac{\Pi_0 J}{2\pi r}$$

ja eriergutus samas punktis

$$H = \frac{J}{2\pi r}.$$

Samale tulemusele jõudsid katseliselt ka Biot ja Savart, kelle nime see seos kannab ka tänapäeval. Diferentsiaalkujul on Biot-Savart'i seadus väljendatav valemiga

$$dB = \frac{\Pi_0 J}{4\pi} \cdot \frac{dl \times \mathbf{a}}{a^3} \quad (294)$$

ehk

$$dB = \frac{\Pi_0 J}{4\pi} \frac{dl}{a^2} \sin \alpha \quad (295)$$

ja näitab pikkust dl omavas juhtme-elementis oleva voolu J poolt kaugusel a olevat väljatiheduse komponenti, mis on risti tasapinnale, milles asuvad dl ja \mathbf{a} ning mis on suunatud vastavalt korgitõmbaja-juhisele. Samas punktis olev eriergutus

$$dH = \frac{J}{4\pi} \frac{dl \times \mathbf{a}}{a^3} \quad (296)$$

ehk

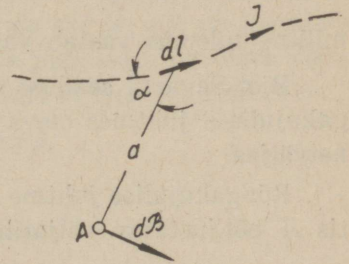
$$dH = \frac{J}{4\pi} \frac{dl}{a^2} \sin \alpha. \quad (297)$$

Pika sirge juhtme puhul (joon. 165) kaugusel r juhtme keskkohast on väljatihedus

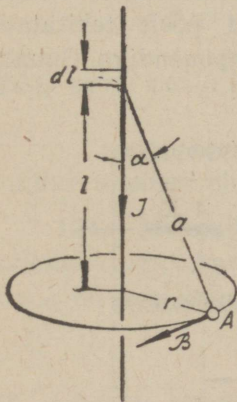
$$B = \int dB = \frac{\Pi_0 J}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dl}{a^2} \sin \alpha.$$

Joon. 165 — väljatiheduse määramiseks väljaspool sirget juhett.

Joonisest 165 selgub, et



Joon. 164. — Biot-Savart'i seaduse selgitamiseks.



Joon. 165 — väljatiheduse määramiseks väljaspool sirget juhett.

$$l = r \operatorname{ctg} \alpha \text{ ja } a = \frac{r}{\sin \alpha},$$

millest

$$dl = -r \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} \text{ ja } \frac{1}{a^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{r^2}.$$

Seega väljatihedus

$$B = \frac{\Pi_0 J}{4\pi} \int_{\pi}^0 -\frac{\sin^2 \alpha}{r^2} \frac{rd\alpha}{\sin^2 \alpha} \sin \alpha = \frac{\Pi_0 J}{4\pi r} \left| \cos \alpha \right|_0^{\pi} = \frac{\Pi_0 J}{2\pi r} \quad (298)$$

ja eriergutus

$$H = \frac{B}{\Pi_0} = \frac{J}{2\pi r}, \quad (299)$$

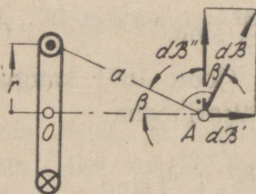
milline tulemus vastab valemitele 288 ja 287.

Biot-Savart'i seaduse abil on võimalik määrata väljatihedust ka rõngakujulises juhtmes oleva voolu poolt rõnga telgjoonel tekitatavas magnetväljas.

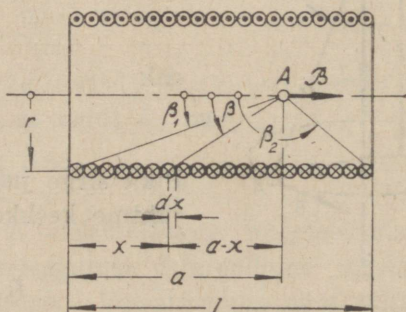
Rõngakujulise juhtme elemendis dl oleva voolu poolt telgjoonel punktis A põhjustatav väljatihedus (joon. 166)

$$dB = \frac{\Pi J}{4\pi} \frac{dl}{a^2} \sin \alpha = \frac{\Pi J}{4\pi} \frac{dl}{a^2},$$

kuna nurk α juhtme-elementi dl ja kauguse a suuna vahel on 90° . Väljatihedus dB on lahutatav komponentideks suunas piki ja risti rõnga telgjoone suhtes. Suunas risti telgjoonega on väljatiheduse komponentide dB'' summa null, sest iga komponent dB'' on tasakaalustatav rõngal diametraalselt asuvas punktis oleva juhtme-elementi poolt tekitatava niisama suure, kuid vastassuunalise väljatiheduse komponendiga. Suunas piki telgjoont olev komponent



Joon. 166 — väljatiheduse määramiseks väljaspool ringikujulist juhet.



Joon. 167 — väljatiheduse määramiseks sirges poolis.

$$dB' = dB \sin \beta = \frac{\Pi J}{4\pi} \frac{dl}{a^2} \sin \beta.$$

Väljatihedus suunas piki telgjoont on seega

$$B = \int dB' = \frac{\Pi J}{4\pi} \int_0^{2\pi r} \frac{dl}{a^2} \sin \beta = \frac{\Pi J}{4\pi} \frac{2\pi r}{a^2} \sin \beta = \frac{\Pi J}{2} \frac{r}{a^2} \sin \beta.$$

Et aga $\sin \beta = \frac{r}{a}$, siis

$$B = \frac{\Pi J}{2} \frac{r}{a^2} \sin \beta = \frac{\Pi J r}{2 a^2 a} = \frac{\Pi J r^2}{2 a^3} = \frac{\Pi J}{2r} \sin^3 \beta, \quad (300)$$

olles seega vastuproportsionaalne punkti kauguse kolmanda astmega ehk proportsionaalne nurga siinuse kolmanda astmega.

Valem 300 võimaldab määrata väljatihedust sirge pooli telgjoonel asuvas punktis A (joon. 167). On pooli keerdude arv w , siis on keerdude arv pooli pikkusühiku kohta w/l . Poolielemendis pikkusega dx oleva voolu suurus on $Jw dx/l$ ja väljatihedus pooli telgjoonel asuvas punktis A on:

$$B = \int dB = \int \frac{\Pi J w}{2r} \frac{dx}{l} \sin^3 \beta.$$

Jooniselt selgub, et

$$a - x = r \operatorname{ctg} \beta,$$

seega

$$x = a - r \operatorname{ctg} \beta,$$

millest

$$dx = r \frac{d\beta}{\sin^2 \beta}$$

ja väljatihedus

$$B = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\Pi J w}{2r} \frac{1}{l} r \frac{d\beta}{\sin^2 \beta} \sin^3 \beta = \frac{\Pi J w}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2). \quad (301)$$

Väga pikal poolil, mille $\cos \beta_1 \approx 1$ ja $\cos \beta_2 \approx -1$, on

$$B = \frac{\Pi J w}{l} \quad \text{ja} \quad H = \frac{B}{\Pi} = \frac{J w}{l}, \quad (302)$$

milline tulemus ühtib varem leitud tulemusega (val. 293).

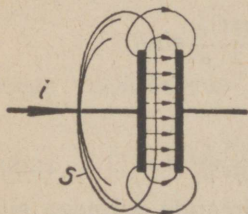
121. Maxwelli esimene võrrand. Et elektrivool moodustab alati suletud ringi, omamata allikat või neelukohta, siis vooluraja igas ristlõikes q on vool konstantne, seega

$$\int_{q_1} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q} = \int_{q_2} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q} = \dots$$

Ei oleks see tingimus täidetud, siis ei kehtiks ka magneetimisergutuse seadus, mille kohaselt

$$\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{q_1} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q}, \quad \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{q_2} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q} \dots$$

Ebastatsionaarses olukorras ei kehti enam tingimus, et voolutiheduse juurdekasv on null, kuna voolutihedus on ajaliselt muutuv. Näitena vaadeldagu juhett järjestikku ühendatud kondensaatoriga (joon.



Joon. 168. Nihkevool kondensaatoris. S — kondensaatori üht plaati piirava ruumala välispind.

168), milles laengu osakeste, elektronide, vool katkestatakse kondensaatori dielektriku poolt, kusjuures viimaseks võib olla ka vaakuum (milles seega puuduvad igasugused laetud osakesed). Ebastatsionaarses olukorras, sealhulgas ka vahelduvvoolu puhul, on juhtmeis olemas kondensaatorit laadiv vool i . Aja dt vältel saabub kondensaatori plaadile (või lahkub temalt) laeng dQ ja juhtmes olev vool

$$i = \frac{dQ}{dt}.$$

Kondensaatori laengu muutumisel muutub ka temas olev elektrivälja. Ümbritseme ühe kondensaatori plaatidest ruumalaga, mille välispindala on S (joon. 168). On selle pindala elemendil dS dielektriline nihe D , siis on kondensaatori vaadeldaval plaadil olev laeng

$$Q = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}.$$

Dielektrilise nihke ajaline muutumine $\partial \mathbf{D} / \partial t$ on määratud juhtmes oleva vooluga i , seega

$$i = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (303)$$

mis on J. Cl. Maxwelli poolt nimetatud dielektriliseks nihkevooluks kondensaatoris ja dielektrilise nihke ajaline muutumine $\partial \mathbf{D} / \partial t$ — nihkevoolu tiheduseks.

Ebastatsionaarses olukorras on seega pindala S poolt piiratud ruumi siseneva ja samast ruumist väljuva voolude summa null, s. o.

$$\int_S (\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \cdot d\mathbf{S} = 0, \quad (304)$$

ehk

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0, \quad (305)$$

kusjuures arvesse tulevad seega nii tegelik kui ka nihkevool.

Tuleb järeldada, et nihkevool peab nagu vool juhtmeski olema magnetvälja tekkimise põhjustajaks. Et aga iga dielektrik omab ka teatavat elektrilist juhtivust, siis läbib kondensaatorit mitte ainult nihkevool, vaid ka tõeline elektrivool tihedusega j . Seega määrab kondensaatorit ümbritseva teekonna l poolt piiratavat pindala S läbiva elektrivoolu ja dielektrilise nihkevoolu summa teekonnal l oleva magnet-

välja tugevuse H ja seega magneetimisergutuse valem 286 omandab uue kuju:

$$\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}, \quad (306)$$

ehk

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (307)$$

On meil näiteks tegemist ümmarplaatidest kondensaatoriga, millede raadius on r , siis valemi 289 kohaselt eriergutus kondensaatori dielektrikus kaugusel r kondensaatori keskpunktist

$$H = \frac{Jr}{2\pi r_0^2} = \frac{r}{2} \frac{J}{\pi r_0^2} = \frac{r}{2} \frac{dD}{dt}, \quad (308)$$

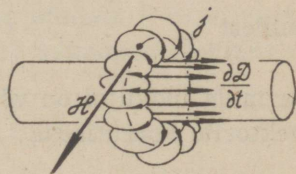
milles $J/\pi r_0^2$ on nihkevoolu tihedus dD/dt .

Dielektrikus, milles puudub elektrivool, on $j = 0$ ja

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (309)$$

Seega elektriväli saab tekkida või suuruselt muutuda vaid seal, kus on olemas magnetväli, mille pööris ei ole null, seega kohal, kus on tegemist magneetimisergutusega.

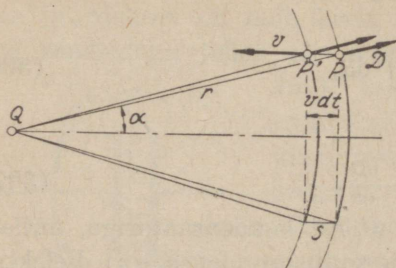
Kasutades mehhaanilist analoogiat, joonis 169 selgitab seost magneetimisergutuse ja nihkevoolu vahel. Kujutleme rõngakujulist magnetvälja, mida magneetimisergutus ümbritseb ringikujuliste joontena, rattakestena. Rot \mathbf{H} on siis kujutatav nende kõikide rattakeste pöörlemisena nooltega näidatud suunas. Asetseb selles pöörise rõngas rattakesi puudutav varras, siis viimane kistakse kaasa rattakeste pöörlemise suunas. Nihutatavale silindrile vastab $\partial \mathbf{D}/\partial t$ vektor, mis on Maxwelli poolt nimetatud „nihkevoolu tiheduse“ vektoriks. Tegelikult ei ole magnetiline nähtus ise seotud mingisuguse liikumisega, seega pole olemas mingisugust tegelikku nihkumist.



Joon. 169 — rot \mathbf{H} , \mathbf{j} ja $\partial \mathbf{D}/\partial t$ seose selgitamiseks.

Elektrivoolul on teda ümbritseva magnetväljaga sama seos, mis nihkevoolulgi. Voolurajas toimival elektronide või ionide liikumisel leiaks aset elektrivälja pidev muutumine, kui samaaegselt ei leiaks aset tema sujuv taas-ülesehitamine magnetvälja toimel.

122. Elektriliselt laetud liikuvat keha ümbritsev magnetväli. Elektriliselt laetud keha liikumisega kaasneb elektrivälja pidev muutumine liikumisteed ümbritsevas ruumis ja magnetvälja tekkimine. Liikugu näi-



Joon. 170 — liikuva laengu elektri-
välja seletamiseks.

tunud liikumisel punktide P ja P' vahel kujundatavat silindrilist pinda S läbiva voo $D \sin \alpha \cdot 2\pi r \sin \alpha \cdot v dt$ võrra. Seega nihkevool

$$\int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = D 2\pi r v \sin^2 \alpha$$

ja magneetimis-eriergutus H punkti P läbival silindrilisel pinnal on arvutatav valemist 306, mille kohaselt

$$\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S},$$

seega

$$H 2\pi r \sin \alpha = D 2\pi r v \sin^2 \alpha,$$

millest

$$H = D v \sin \alpha \quad (310)$$

ja mida üldkujul on võimalik tähistada kiiruse v ja dielektrilise nihke D vektorite korrutisena:

$$\mathbf{H} = \mathbf{v} \times \mathbf{D}. \quad (311)$$

See seos ei ole kehtiv mitte ainult kerakujulise keha, vaid ka igasuguse laengut kandva keha liikumisel ruumis.

123. Maxwelli teine võrrand. Suuruselt muutavas magnetväljas liikumatult viibivas vooluringis indutseeritav elektromotoorne jõud

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}.$$

Indutseeritav elektromotoorne jõud e on samal ajal elektrilise väljatugevuse \mathbf{E} joonintegraal piki vooluringi ja on mõõduks vooluringist piiratava magnetvoo muutumisele:

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}.$$

Seega magnetväli võib muutuda ainult tasakaalus mitteoleva elektrilise pinge olemasolul ja pinda S läbiva voo muutumine ajaühikus võrdub piki

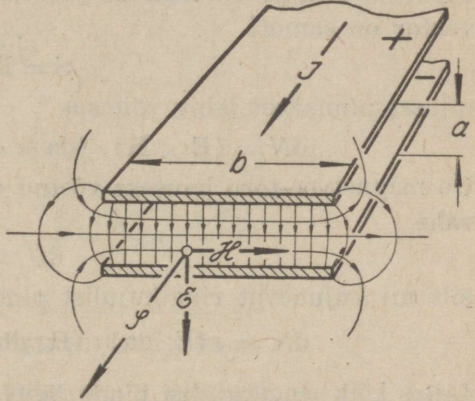
teks ruumis kiirusega v laengut Q omav kera. Ajamomendil t kaugusel r kera keskpunktist olevas punktis P on dielektriline nihe $D = Q/4\pi r^2$, olles samasuunaline r -ga; nurga α poolt (ruumiliselt) piiratavat kera välispinda läbib dielektriline voog Φ . Ajamomendil $t + dt$ on punkt P laengu Q suhtes ümberpaiknenud kaugusele $v dt$ punkti P' ja nurga α poolt keha välispinda läbiv dielektriline voog on muu-

seda pinda piiravat joont (miinus-märgiga) võetava väljatugevuse joon-integraaliga.

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (312)$$

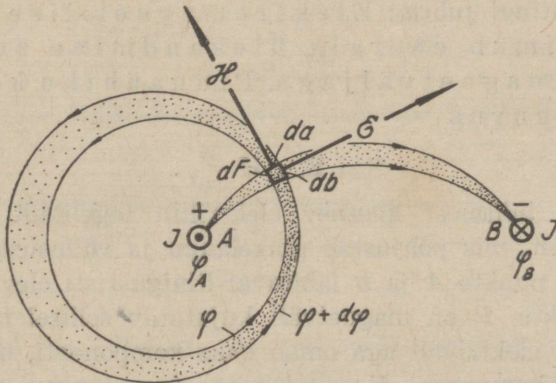
124. Energia ülekandmine elektromagnetilises väljas ja Poyntingi juhis. Joonis 171 kujutab (lõikes) kahest teineteisest võrdlemisi väikesel kaugusel a seisvast metalliribast laiusega b koosnevat elektriliini, milles on olemas vool J . Oletame esialgu liini olevat praktiliselt takistusvaba, siis pinge U on ühesuurune nii liini alguses kui ka liini lõpus. Metalliribade vahel on ühelt plaadilt teisele suunatud ühtlik elektriväli, mille väljatugevus $E = U/a$. Plaatidevahelises ruumis tekitatakse voolu J poolt ka ühtlik magnetväli, mille magnetimis-eriergutus $H = J/b$. Korrutis

$$EH = \frac{U}{a} \frac{J}{b} = \frac{N}{F} \frac{W}{\text{cm}^2}$$



Joon. 171. Kahest metalliribast koosnev elektriliin.

kujutab seega metalliribadevahelise ruumi ristlõike pindala $F = ab$ ruutsentimeetri kohta tulevat (liini mööda ülekantavat) võimsust. See pinna-



Joon. 172. Elektri- ja magnetväli elektriliini ümbritsevas ruumis.

ühiku kaudu ülekantava võimsuse hulk on kujutatav nn. Poyntingi vektorina \mathbf{S} , mille suund on risti elektri- ja magnetvälja suunaga

ja mille suurus

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \frac{W}{\text{cm}^2}. \quad (313)$$

Koosneb elektriliin kahest ümmartraadist (joon. 172), siis võib traate ümbritsevas ruumis eraldada kaks täisnurga all ristuvat elektri- ja magnetvoo toru, mis oma ristumiskohas kujundavad pinnakese $dF = dadb$. Sellel pinnakesel (mille külgedel olevaid elektri- ja magnetvälju võime vaadelda ühtlikena, nagu eespool kirjeldatud juhtumilgi) olev Poyntingi vektor on samuti

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H},$$

millest pinnakest läbiv võimsus

$$dN = (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot (da \times db) = (\mathbf{E} \cdot da) \cdot (\mathbf{H} \cdot db).$$

On magnetvoo-toru laiuseks võetud da ulatusel elektrivälja potentsiaalide vahe

$$dU = E da,$$

siis nii kujunevat ringikujulist pinda läbiv võimsus

$$dN = \int_a^b (\mathbf{E} \cdot da) \cdot (\mathbf{H} \cdot db) = dU \int_b^a \mathbf{H} \cdot db = dU \cdot J.$$

Liites kõik ringikujulisi pindu läbivad võimsused juhtmete A ja B vahel, s. o. potentsiaalid φ_A potentsiaalini φ_B , saame:

$$N = \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} dU \cdot J = UJ. \quad (314)$$

J. H. Poyntingi juhtis: Elektromagnetilise välja igas punktis toimub energia ülekandmine suunas risti elektri- ja magnetväljaga. Pinnaühiku kohta tuleva võimsuse suurus

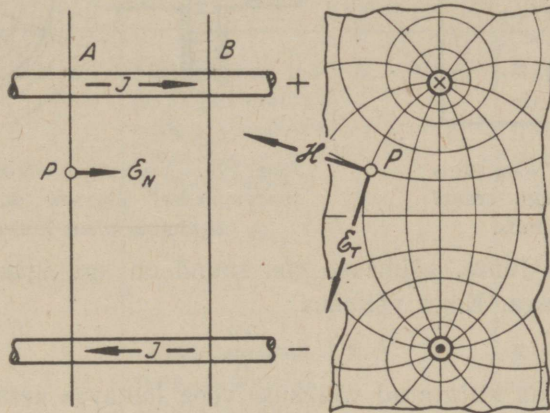
$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \frac{W}{\text{cm}^2}.$$

Iga kahest juhtmest koosneb elektriliin tegelikult omab teatavat oomilist takistust, mis põhjustab pingelangu ja võimsuse kao tekkimist. Kujutleme liini punkte A ja B läbitavat liiniga risti olevate tasapindade poolt. Siis punktis P on magnetväli kujutatav sellisel tasapinnal oleva vektori \mathbf{H} abil; elektriväli aga omab kaks komponenti, milledest üks on tasapinnal olev komponent \mathbf{E}_T , teine aga tasapinnaga risti, seega liini suunas olev komponent \mathbf{E}_N .

Punktis A valitseb juhtmete vahel pinget U_A , mille suurus on määratav väljatugevuse vektori \mathbf{E}_T joonintegraali abil. Punktis B on juhtmete vahel pinget U_B . Pingelang piki juhet punktide A ja B vahel on määratav

väljatugevuse komponendi \mathbf{E}_N joonintegraali abil. On mõlema juhtme takistus võrdne, siis pingelang ühes juhtmes

$$\int_A^B \mathbf{E}_N \cdot d\mathbf{l} = \pm \frac{U_A - U_B}{2}.$$

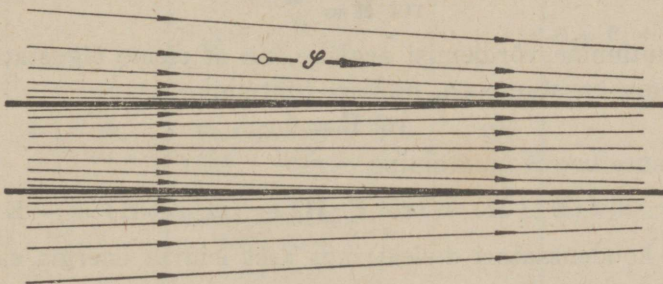


Joon. 173. Elektriliini elektri- ja magnetväli.

Võimsus punktis A on $N_A = U_A J$. Punktis B on võimsus $N_B = U_B J$. Võimsuse kadu mõlemas juhtmes

$$N_A - N_B = (U_A - U_B) J. \quad (315)$$

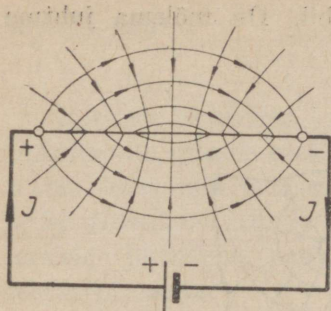
Võimsuse kadu ilmneb võimsuse voo vähenemisena juhtmeid ümbritsevas ruumis (joon. 174), olles määratud juhtmesse suunatud Poyntingi vektori



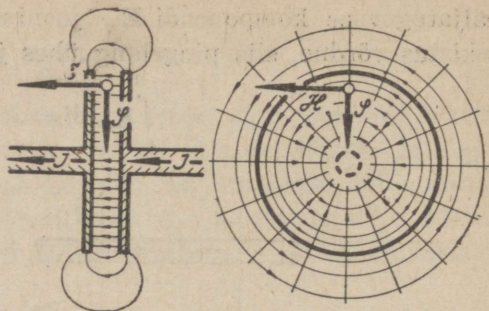
Joon. 174. Võimsuse voo piki oomilist takistust omavat elektriliini.

$\mathbf{E}_N \times \mathbf{H}$ suurusega. Nagu jooniselt näha, voogab suurem osa energiat ruumis piki liini, juhtmes kaduma minev osa on suhteliselt väike.

Joonis 175 kujutab võimsuse voogu lühikest, kuid suure takistusega traati ümbritsevas ruumis. Seejuures elektriväli on suunatud kõvera



Joon. 175. Võimsuse voog lühikest suure takistusega traati ümbritsevas ruumis.



Joon. 176. Võimsuse voog S kondensaatoris (parempoolsel joonisel on kondensaatori pealmine plaat kõrvaldatud).

jooni mööda piki juhett, võimsuse voo suund on aga igas punktis risti elektrivälja suunaga. Kogu võimsus

$$N = UJ = \frac{U^2}{R}. \quad (316)$$

Joonisel 176 on kujutatud võimsuse voog laetavas ketaskondensaatoris. Kondensaatori laadimisel leiab aset dielektrilise nihke D pidev muutumine $\partial D/\partial t$. Nihkevooluga kaasneb magnetväli, mille suund plaatide vahelises ruumis moodustab kontsentrilisi ringe. Poyntingi vektor $S = E \times H$, olles risti nii elektri- kui ka magnetvälja suunaga, on suunatud radiaalselt. Igal hetkel on kondensaatori mahuühikusse koondunud energia suurus (val. 143) $ED/2 \text{ W/cm}^3$. Energia juurdekasv ajaühikus mahuühiku kohta on seega $E \cdot \partial D/\partial t$. Maxwelli esimese võrrandi kohaselt

$$\text{rot } H = \frac{\partial D}{\partial t}.$$

On välja muutumine võrdlemisi aeglane, nii et oleme õigustatud elektrivälja käsitlema konstantsena, millisel juhtumil

$$\text{rot } E = 0,$$

siis on võimsuse voo S muutumine

$$\text{div } S = \text{div } (E \times H) = (\text{rot } E \cdot H) - (E \cdot \text{rot } H) = -E \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (317)$$

See selgitab kondensaatori dielektrikus aset leidvat energia salvestumist elektrilise energiana.

125. Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate valemite ja ühikute võrdlemine on teostatav, lähtudes kahesuguselt seisukohalt: võrreldes kasutatavate ühikute ja valemite vormilist sarnasust (tabel 23) ja

liigitades elektrivoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravad suurused rühmadesse nende sisu vastavuse kohaselt (tabel 24).

Tabel 23.

Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate suuruste võrdlemine nende vormilise sarnasuse seisukohalt.

Alalisvool			Elektriväli			Magnetväli		
Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik
Väljatugevus (pingelang juhtme pikkusühiku kohta) $E = U/l$	E	V/cm	Väljatugevus (potentsiaali muutumine pikkusühiku kohta ehk potentsiaali gradient) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}$	E	V/cm	Magneetimis-erigerutus ehk väljatugevus (magneetimisergutus pikkusühiku kohta) $H = \frac{J}{l} (= \frac{Jw}{l})$	H	A/cm ehk AK/cm
Osapinge , pinge, pingelang $U = JR = El$	U	V	Potentsiaalide vahe (potentsiaali lang pikkusel l punktide 1 ja 2 vahel) $U = \varphi_1 - \varphi_2 = El$	U	V	Magneetimis-osaergutus ehk magnetiline osapinge $V = Hl$	V	A ehk AK
Elektromotoorne jõud (osapingete summa kinnises vooluringis) $E = U_1 + U_2 + \dots$	E	V	Potentsiaalide vahe ehk pinge laengut kandvate kehade a ja b vahel $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = U_1 + U_2 + \dots$	U	V	Magneetimisergerutus ehk magnetomotoorne jõud (ka läbivoogus) $\Theta = V_1 + V_2 + \dots$	Θ	A ehk AK
Vool — laengu liikumise, s. o. ajalise muutumise tulemus. Tema hetkväärtus $i = dQ/dt$	i	A	Potentsiaalide vahe — magnetvoo ajalise muutumise tulemus. Tema hetkväärtus $e = -d\Phi/dt$	e	V			
Vool $J = jq$	J	A	Dielektriline voog vootorus $\Phi = DS$	Φ	C	Magnetvoog vootorus $\Phi = BS$	Φ	Vs

Alalisvool			Elektriväli			Magnetväli		
Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik
Hargnev vool (dünaamiline seisund)	J	A	Laeng (vootorudesse hargnevate voogude summa; staatiline seisund)	Q	C	Voog (vootorudesse hargnevate voogude summa; staatiline seisund)	Φ	V_s
$J = J_1 + J_2 + \dots$ $J = UG$			$Q = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots$ $Q = UC$			$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots$ $\Phi = \theta A = JwA$		
Voolutihedus	j	$\frac{A}{mm^2}$	Dielektriline nihe (väljatihedus)	D	$\frac{C}{cm^2}$	Väljatihedus	B	$\frac{V_s}{cm^2}$
$j = J/q$			$D = \Phi/S$			$B = \Phi/S$		
Erijuhtivus	λ	$\frac{m}{\Omega mm^2}$	Nihkekonstant (dielektriline erijuhtivus)	A	$F/cm = \frac{s}{\Omega cm} = \frac{C}{V cm}$	Läbitavus (magnetiline erijuhtivus)	Π	$H/cm = \frac{\Omega s}{cm} = \frac{V_s^2}{C cm}$
			$A = D/E$			$\Pi = B/H$		
Vase erijuhtivus	λ_{Cu}	$\frac{m}{\Omega mm^2}$	Vaakuumi nihkekonstant	A_0	F/cm	Vaakuumi läbitavus	Π_0	H/cm
$\lambda_{Cu} \approx 57$			$A_0 = 0,88543 \cdot 10^{-13}$			$\Pi_0 = 1,256637 \cdot 10^{-8}$		
			Dielektrikonstant	ϵ	—	Permeaablus	μ	—
			$\epsilon = A/A_0$			$\mu = \Pi/\Pi_0$		
Juhtivus	G	$S = 1/\Omega$	Mahtvus (dielektriline juhtivus)	C	$F = s/\Omega$	Magnetiline juhtivus	A	$H = \Omega s$
$G = \lambda q/l$			$C = A \cdot S/l$			$A = \Pi S/l$		
						Induktiivsus	L	H
						$L = w^2 A$ (w — keerdude arv)		

Alalisvool			Elektriväli			Magnetväli		
Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik	Nimetus, valem	Tähis	Ühik
Ohmi seadus elektrivoolule $J = E/R = EG$	J	A	Ohmi seadus elektriväljale $Q = UC$	Q	C	Ohmi seadus magnetväljale $\Phi = \theta A$	Φ	Vs
Rööbiti ühendatud juhtivused $G = G_1 + G_2 + \dots$	G	S	Rööbiti ühendatud mahtuvused $C = C_1 + C_2 + \dots$	C	F	Rööbiti ühendatud juhtivused $A = A_1 + A_2 + \dots$	A	H
Soojuseks muunduv energia $A = GU^2t = RJ^2t$	A	J ehk Ws	Elektrivälja energia $A = CU^2/2$	A	J ehk Ws	Magnetvälja energia $A = LJ^2/2$	A	J ehk Ws
Voolutiheduse suuna muutumine $\frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$			Dielektrilise nihke suuna muutumine $\frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$			Väljatiheduse suuna muutumine $\frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2} = \frac{H_1}{H_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$		

Tabel 24.

Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate suuruste ja seaduste võrdlemine
sisa vastavuse seisukohalt.

Alalisvool	Elektriväli	Magnetväli
Voolu intensiivsus voolutihedus \mathbf{j} [A/mm^2]	Välja intensiivsus, mõõdetav väljas avalduva jõuna: elektriline väljatugevus \mathbf{E} [V/cm] (joonvektor); jõud $\mathbf{P} = Q\mathbf{E}$	magnetiline väljatihedus \mathbf{B} [Vs/cm^2] (pindvektor); jõud $\mathbf{P} = JBl \sin(\mathbf{l}, \mathbf{B})$
Voolurajas (s. o. juhtmes, elektrolüüdis, elektrontorus) vool $i = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q} = dQ/dt$ ($d\mathbf{q}$ — ristlõige)	Vootorus potentsiaalide vahe (joonintegraal) $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \varphi_B - \varphi_A$ [V] (sõltumatu teekonna l valikust)	magnetvoog (pindintegraal) $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = [Vs]$

Alalisvool	Elektriväli	Magnetväli
	Väljas punktide A ja B vahel	
	Potentsiaalide vahe $\varphi_B - \varphi_A$ [V] (sõltumatu punktist A punkti B jõudmise teekonnast)	Potentsiaalide vahe $\varphi_B - \varphi_A$ [A ehk AK] (sõltuv punktist A punkti B jõudmise teekonnast, kui selle teekonna poolt piiratavat pinda läbib vool)
	Eriergutus	
	dielektriline nihe \mathbf{D} [C/cm ²] (pindvektor)	magneetimis-eriergutus ehk magnetiline väljatugevus \mathbf{H} [A/cm] (joonvektor)
Voolu tekkimise põhjus elektromotoorne jõud E [V] $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E$	Välja tekkimise põhjus laeng Q [C = As] $\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$ (pindintegraal) (dS — pinnaelement laengut ümbritseva ruumiosakese välispinnal)	magneetimisergutus ehk magnetomotoorne jõud (ka läbivoogus) θ [A ehk AK] $\int_i \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \theta = \Sigma J = \Sigma J_w$ (joonintegraal) (sõltuv integreerimisteekonna valikust)
Vool voolurajas $\int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{q}$	Nihevool dielektrikus $\int_q \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{q}$	Magnetvoo ajalise muutumise tulemusena indutseeruv elektromotoorne jõud $e = -\frac{d}{dt} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ Seega elektromotoorne jõud ehk väljatugevus \mathbf{E} joonintegraal $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ (Maxwelli II seadus).

Kui pingestatud metallplaatide vahel olevas keskkonnas on samaaegselt olemas nii elektrivool tihedusega j (keskkonna läbimine kas elektronide või ioonide poolt) kui ka dielektriline nihevool tihedusega $\partial \mathbf{D} / \partial t$ (dielektrilise nihke muutumine ajaühikus), siis vool vooluraja ristlõikes q

$$i = \int_q \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{q}$$

Ruumielementi ümbritseval pinnal S

$$\int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = 0$$

(Kirchhoffi I seadus: ruumielemendist väljuv vool võrdub temasse sisenevaga).

Magneetimis-eriergutuse \mathbf{H} ringintegraal võrdub ringintegreerimisel piiratavat pindala läbiva vooluga (Maxwelli I seadus)

$$\int_i \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

XXXII peatükk.

MAGNETRINGI ARVUTAMINE.

Mööduka magneetimisvoolu saamiseks on suurem osa magnetringist ferromagnetiline keskkond. Selle keskkonna iseärasuseks on temas tekkiva väljatiheduse ebaproportsionaalsus teda põhjustava magneetimisergutusega. Seega peab magnetringi selle osa arvutajal olema kasutada kõikide magnetringis leiduvate ferromagnetiliste keskkondade magneetimiskõverad $B = f(H)$. Magnetringis esinevad õhuvahed ja õhupilud näivad olevat tähtsusetult väikesed võrreldes ringi ferromagnetilise osaga, kuid tingitult õhu tuhandeid kordi väiksemast magnetilisest juhtivusest võivad õhuvahed osutada isegi peateguriks magneetimisvoolu määramisel. Seejärest vaatlemegi kõigepealt just õhuruumis magneetimis-osaergutuse arvutamist.

126. Magnetväli kahe keskkonna puutepinnal. Me ülesandeks on näidata, missuguseks kujuneb ühisest magneetimisergutusest põhjustatav voog kahes erineva läbitavusega keskkonnas.

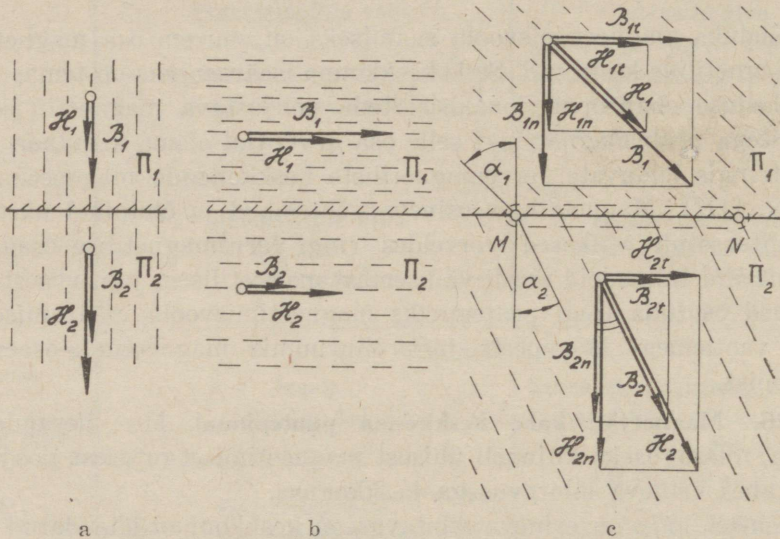
Joonisel 177a on erineva läbitavusega keskkonnad ühendatud järjestikku, väljatihedus on risti lahutuspinna. Et üleminekul ühest keskkonnast teise ei muutu ei voo suurus ega voo ristlõige, siis peab ka väljatihedus mõlemas keskkonnas olema ühesuurune. Kuid võrdse väljatiheduse saavutamiseks vajab suurema läbitavusega keskkond vähem magneetimisergutust, tema magneetimis-eriergutus on väiksem. Seega,

kui $\Pi_1 > \Pi_2$ ja $B_1 = B_2$, siis $H_1 < H_2$, sest $H_1 = \frac{B_1}{\Pi_1}$ ja $H_2 = \frac{B_2}{\Pi_2}$.

Joonisel 177b asuvad erineva läbitavusega keskkonnad rööbiti, neisse mõjub üks ja sama magneetimisergutus. Et keskkondade pikkused on võrdsed, siis on võrdne ka magneetimisergutus pikkusühiku kohta, s. o. eriergutus. Võrdsetel eriergutustel on suurema läbitavusega keskkonnas ka suurem väljatihedus. Seega, kui $\Pi_1 > \Pi_2$ ja $H_1 = H_2$, siis $B_1 > B_2$, sest $B_1 = \Pi_1 H_1$ ja $B_2 = \Pi_2 H_2$.

Joonisel 177c moodustab esimeses keskkonnas olev väljatihedus B_1 keskkondade lahutuspinnaale püstitatud vertikaaljoonega nurga α_1 . Nii esimese keskkonna väljatihedus B_1 kui ka eriergutus H_1 on lahutatavad normaal- ja tangentsiaalkomponentideks B_{1n} ja B_{1t} ning H_{1n} ja H_{1t} . Üleminekul ühest keskkonnast teise ei muutu magnetvoo suurus, seega ka väljatiheduse ühest keskkonnast teise suunatud komponent. Seega $B_{1n} = B_2$. Suunas rööbiti lahutuspinna on mõlemas keskkonnas magneetimis-eriergutused ühesuurused, $H_{1t} = H_{2t}$, mis selgub sellestki, kui võtame lahu-

tuspinnas ringintegraali punktist M punktini N ja tagasi. Et selles pinnas puudub magneetimisergutus, siis ringintegraali väärtus on null:



- Joon. 177. Magnetväli kahe keskkonna puutepinnal, kui $\Pi_1 > \Pi_2$:
- Väljatihedus on risti puutepinnaga, $B_1 = B_2$ ja $H_1 < H_2$.
 - Väljatihedus on rööbiti puutepinnaga, $H_1 = H_2$ ja $B_1 > B_2$.
 - Väljatihedus ei ole risti puutepinnaga, $B_{1n} = B_{2n}$ ja $H_{1t} = H_{2t}$; $B_{1t} > B_{2t}$ ja $H_{1n} < H_{2n}$.

$$\int \mathbf{H}_t \cdot d\mathbf{l} = H_{1t}l_{MN} - H_{2t}l_{NM} = 0,$$

millest $H_{1t} = H_{2t}$. Leitud seostest saame: et $B_{1n} = B_{2n}$, siis $\Pi_1 H_{1n} = \Pi_2 H_{2n}$ ehk

$$\Pi_1 H_1 \cos \alpha_1 = \Pi_2 H_2 \cos \alpha_2 \quad (318)$$

ja

$$H_{1t} = H_{2t}$$

ehk

$$H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2. \quad (319)$$

Jagades avaldise 319 avaldisega 318 saame:

$$\frac{H_1 \sin \alpha_1}{\Pi_1 H_1 \cos \alpha_1} = \frac{H_2 \sin \alpha_2}{\Pi_2 H_2 \cos \alpha_2},$$

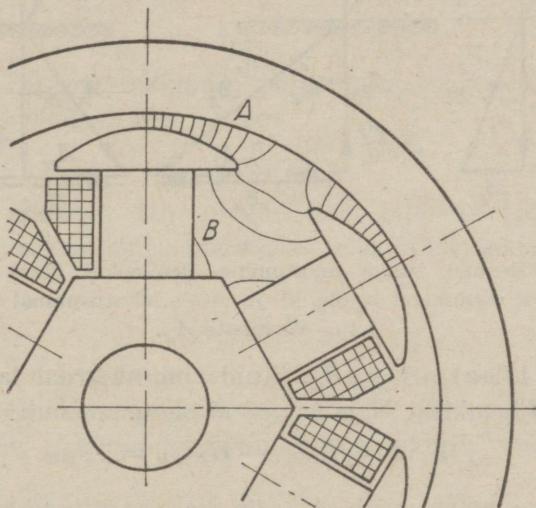
millest

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\Pi_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\Pi_2}.$$

Et $\Pi = \mu \Pi_0$, siis

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (320)$$

Üleminekul rauast õhku on $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, seega $\alpha_2 \approx 0$; väljatiheduse suund õhus on seega praktiliselt risti raua pinnaga (joonisel 178 osas A). Olgu näiteks nurk α_1 (rauas) 89° ja $\mu_1 = 5000$. Siis (õhus) $\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{\mu_2}{\mu_1} = 57,29 \cdot \frac{1}{5000} = 0,01146$, millest $\alpha_2 = 0^\circ 39'$.



Joon. 178. Väljatihedus elektrimasina ankrude ja induktori vahelises õhuruumis.

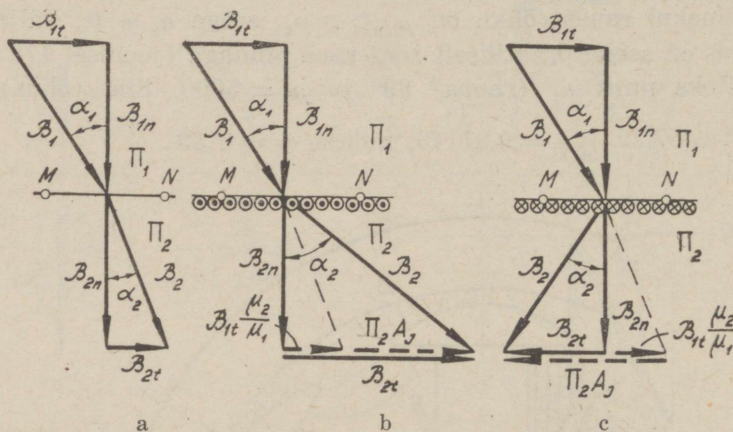
127. Magnetväli kahe keskkonna puutepinnal, kui sellel pinnal asub voolukate. Magnetvälja selles osas, milles asub magneetimismähis, ei toimu väljatiheduse suuna muutumine ühest keskkonnast teise mitte eespool-kirjeldatud viisil.

Joonisel 178 osas B ei moodusta väljatihedus õhus rauaga kaugeltki mitte 90° .

Asendame, mõtteliselt, lõplikude mõõtudega magneetimismähise üliõhukese magneetimise ehk voolukattega ja koondame sellesse kogu magneetimisergutuse $\theta = Jw$. On kattega asendatava magneetimismähise (näiteks magnetpooli) pikkus l , siis tuleb voolukatte pikkusühiku kohta $\frac{Jw}{l}$ amprit, mille tähistame A_J -ga:

$$A_J = \frac{Jw}{l} \frac{A}{\text{cm}}. \quad (321)$$

Et ühest keskkonnast teise sattuv voog ei muuda oma suurust, siis väljatiheduse normaalkomponendid peavad olema mõlemas keskkonnas võrdsed, nagu see oli ka eespool-kirjeldatud juhtumil lahutuspinna voolu-



Joon. 179. Väljatiheduse suuna muutumine üleminekul ühest keskkonnast teise: a) — lahutuspinna voolukatet ei ole, b) ja c) — lahutuspinna on olemas erisuuna-line voolukate A_J .

katteta (joon. 179-a): $B_{1n} = B_{2n}$. Kuid ringintegraal lahutuspinna asuvas punktist M punktini N ja tagasi ei ole enam null:

$$\int \mathbf{H}_t \cdot d\mathbf{l} = H_{1t} l_{MN} - H_{2t} l_{NM} = A_J l_{NM}.$$

Sõltuvalt voolu suunast võib A_J olla kas positiivne või negatiivne ja seega

$$H_{1t} - H_{2t} = \pm A_J, \quad (322)$$

millest

$$H_{2t} = H_{1t} \pm A_J. \quad (323)$$

Väljatiheduse komponent B_{2t} suunas rööbiti lahutuspinna on leitav viimasest võrrandist, sest $H_{2t} = B_{2t}/\mu_2$ ja $H_{1t} = B_{1t}/\mu_1$. Seega

$$\frac{B_{2t}}{\mu_2} = \frac{B_{1t}}{\mu_1} \mp A_J,$$

millest

$$B_{2t} = B_{1t} \frac{\mu_2}{\mu_1} \mp A_J \mu_2 = B_{1t} \frac{\mu_1}{\mu_2} \mp A_J \mu_2 \mu_0. \quad (324)$$

On esimeseks keskkonnaks teras ja teiseks õhk, mille $\mu_2 \approx \mu_0 = 1$, siis

$$B_{2t} = \frac{B_{1t}}{\mu_1} \mp 0,4\pi 10^{-8} A_J \frac{V_S}{\text{cm}^2}. \quad (325)$$

Sellest näeme, et magneetimismähise piirkonnas väljatihedus õhus ei ole risti magnetsüdamikuga.

128. Magnetringi Ohmi seadus. Magnetvoog Φ lihtsaimas magnetringis, suure läbimõõduga toroidis, milles keskmine väljatihedus $B_k = \frac{Jw}{l_k}$ ja mille ristlõige on S , on:

$$\Phi = B_k S = \frac{\Pi J w S}{l_k} = \frac{J w}{\frac{l_k}{\Pi S}} = \frac{J w}{R_m}. \quad (326)$$

Selles valemis, mis väliselt kujult meenutab elektrivoolu kohta kehtivat Ohmi seadust

$$J = \frac{E}{R},$$

on lugejas olev Jw voo tekkimise põhjustaja, magneetimisergutus ehk magnetomotoorne jõud, ja lugejas olev

$$\frac{l_k}{\Pi S} = R_m \quad (327)$$

on magnetringi tõkestus ehk magnetiline takistus [1/henri]-des. Ka omab tõkestuse valem 327 analoogiat elektrilise takistusega R , mille suurus

$$\frac{l}{\lambda q} = R$$

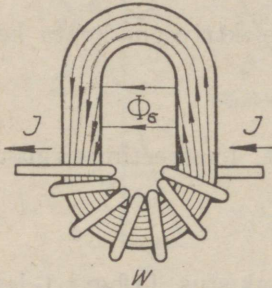
ja milles olev erijuhtivus λ vastab läbitavusele ehk magnetilisele erijuhtivusele Π . Samasus on muidugi vaid puhtformaalne, sest vastandina voolule, elektronide liikumisele, ei kujuta voog endast mingit liikumist.

Valemi 326 abil on voo ja magneetimisergutuse arvutamine võimalik ainult mitte-ferromagnetilises keskkonnas, näiteks õhus, kus valemis esinev magnetiline läbitavus on konstantne, väljatihedusest sõltumatu. Suure magnetvoo tekkimine ferromagnetilises keskkonnas võrdlemisi väikesel magneetimisergutusel on tingitud ferromagnetilise keskkonna suurest magneetimis-vastuvõtlikkusest, temas tekkivast suurest magneetumis-intensiivsusest I , kuna ergutus ise on põhjuseks vaid võrdlemisi väikesele magnetvoo osale. Seetõttu ei oma ka magneetimismähise ruumiline jaotumine piki ferromagnetilist magnetringi erilist tähtsust ega mõjuta voo suurust ja jaotumist ristlõikes.

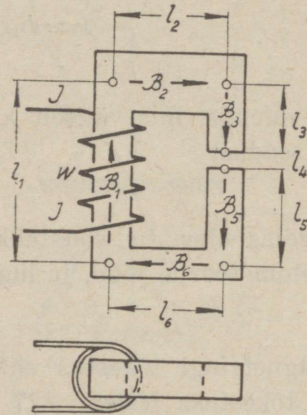
Magneetimismähise koondumine magnetringi lühemale osale on põhjuseks voo hajumisele ehk puiste nähtusele (joon. 180), millega kaasneb väljatiheduse ebaühtlustumine. Kuid võrreldes magneetimismähist läbiva südamikuga oleva vooga Φ on puistevoog Φ_σ võrdlemisi väike, sest tema asukohta, õhu, läbitavus on võrreldes rauaga väga väike.

Et voog suuremas osas on koondunud ferromagnetilisse keskkonda, siis on ta asukoht, suurus ja tihedus määratud peamiselt vaid ferromag-

netilise südamikuga geomeetriliste mõõtudega. Seejuures ei ole sugugi oluline, et südamik ristlõige oleks igal pool ühesugune ja et magnetringi kõik osad ehk lülid oleksid samast materjalist. Erinevates ristlõigetes tekib



Joon. 180. Puistevoog Φ_{σ} magnetringi ühele osale koondatud magnetimisühise puhul.



Joon. 181. Kuuest lülist koosnev magnetiring.

erinev väljatihedus, üksikute lülide materjali, ka õhupilus oleva õhu, magnetiline läbitavus määrab aga üldise magnetvoo suuruse. Kuid ka järjestikku ühendatud erimõõtudega lülidest koosnevas magnetringis (joon. 181) kehtib Ohmi seadus. Et voo on koondunud peamiselt rauasse ja rauaga järjestikku olevasse õhupilusse, siis voo suurus magnetringi igas ristlõikes on praktiliselt ühesuurune ja võrdub ristlõike S ja väljatiheduse B korrutisega:

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = \dots = \Pi_1 H_1 S_1 = \Pi_2 H_2 S_2 = \dots \quad (328)$$

Sellises magnetringis eriergutuse ringintegraal

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots = Jw \quad (329)$$

määrab voo tekitamiseks vajatava magneetimisergutuse Jw , mis võrdub üksikute magnetringi lülide magnetiliste osaergutuste (Hl) summaga.

Valemist 328 leiame eriergutuse väärtused magnetringi üksikutes lülides:

$$H_1 = \frac{\Phi}{\Pi_1 S_1}; \quad H_2 = \frac{\Phi}{\Pi_2 S_2} \dots \quad (330)$$

Asetades nad valemisse 329, saame magneetimisergutuseks

$$\frac{\Phi l_1}{\Pi_1 S_1} + \frac{\Phi l_2}{\Pi_2 S_2} + \dots = Jw,$$

millest tuletame Ohmi seaduse magnetvoo kohta:

$$\Phi = \frac{Jw}{\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \dots} = \frac{Jw}{\sum \frac{l}{\mu S}} = \frac{Jw}{R_m}. \quad (331)$$

Selles valemis R_m on magnetringi üldine tõkestus.

Hargneva voo korral, nagu hargneva voolugi korral, võrdub üldise tõkestuse pöördväärtus harutõkestuste pöördväärtuste summaga. Arvutamine lihtsustub, kui tõkestuste pöördväärtused asendatakse magnetiliste juhtivustega Λ :

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \dots = \frac{1}{\sum \frac{l}{\mu S}} = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \dots = \sum \frac{\mu S}{l}. \quad (332)$$

Magnetringide tegelikul arvutamisel magnetringis kehtiv Ohmi seadus ei leia rakendamist valemina 326 esitatud kujul temas esineva läbitavuse μ ebakonstantsuse tõttu. Viimane, olles sõltuv väljatihedusest, on sõltuv seega ka arvutatavast magnetvoost.

Tõkestuse R_m ühikuks on 1/henri, sest (val. 327)

$$\frac{1 \text{ cm}}{1 \frac{\text{H}}{\text{cm}} \cdot 1 \text{ cm}^2} = \frac{1}{\text{H}}; \quad (333)$$

magnetilise juhtivuse Λ ühikuks on henri.

129. Magnetvälja potentsiaal. Väljaspool magneetimisühikut, näiteks elektrimasina pooluste ja ankru vahelises õhuruumis, magneti või paispooli õhupilus jne., on ka magnetväljas võimalik kasutada potentsiaali mõistet, teiste sõnadega, on olemas funktsioon φ , mille gradient, võetuna miinus-märgiga, annab magneetimis-eriergutuse vaadeldavas punktis:

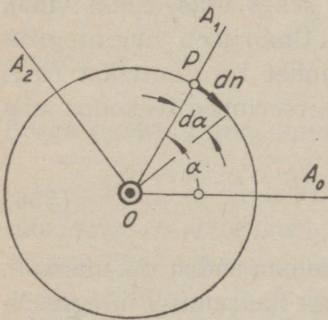
$$\mathbf{H} = -\text{grad } \varphi. \quad (334)$$

Selgitame magnetvälja potentsiaali voolu all oleva sirge juhtme väljas (joon. 182).

Magneetimis-eriergutus kaugusel r juhtme telgjoonest (val. 287) on

$$H = \frac{J}{2\pi r}.$$

Väljatiheduse suunad moodustavad juhete ümbritsevaid kontsentrilisi ringe. Kui ekvipotentsiaalpinnaid tõeliselt eksisteerivad selliselt, et nad läbivad välja piki juhtme telge (joonise pinnaga risti olevad tasapinnad OA_0, OA_1 jne.), siis väljatiheduse suunas võetud element $dn = -r d\alpha$ korrutatuna selles punktis oleva



Joon. 182 — magnetvälja potentsiaali selgitamiseks vooluga sirget juhete ümbritsevas väljas.

eriergutusega H annab potentsiaali muutumise $d\varphi$ elemendi dn ulatusel:

$$d\varphi = -Hdn = \frac{J}{2\pi r} r d\alpha = \frac{Jd\alpha}{2\pi}$$

(elemendi dn suund on valitud vastassuunas nurga α määramise suunaga, millest on tingitud ka miinus-märk korrutise $r d\alpha$ ees). Magnetvälja potentsiaal sirget juhete ümbritsevas väljas on seega

$$\varphi = \int \frac{Jd\alpha}{2\pi} = J \frac{\alpha}{2\pi} + \text{konst.}$$

Oletades näiteks tasapinna OA_0 omavat null-potentsiaali, s. o. $\varphi = 0$, siis on ka integreerimiskonstant null, kuna $\alpha = 0$. Seega voolu all oleva sirge juhtme magnetvälja potentsiaal välja punktis P on

$$\varphi = J \frac{\alpha}{2\pi}. \quad (335)$$

Elektriväli on pöörivaba väli, temas oleva punkti potentsiaal omab alati ainult üht kindlat väärtust; potentsiaalide vahe kahe punkti vahel on sõltumatu tema määramisel kasutatavast integreerimise teekonnast ja väljatugevuse ringintegraal temas on alati null.

Magnetväljas, kui pööriväljas, oleva punkti potentsiaal võib omada eri väärtusi sõltuvalt tema määramise viisist; kahe punkti vaheline potentsiaal on ühtlasi sõltuv integreerimise teekonnast ja ringintegraal võib omada väärtust null, aga võib seda ka mitte omada — jällegi sõltuvalt integreerimise teekonna valikust. Piirdub ringintegreerimise teekond ruumiga väljaspool voolurada, näiteks ruumiga väljaspool magnetpooli või ruumiga väljaspool juhete (haaramata juhete endasse), siis on väljatugevuse ringintegraal null nagu elektriväljaski ja me oleme õigustatud joonistama magnetvälja pilti ruumi selles osas samal viisil, nagu teeme seda elektrivälja pildi joonistamisel. Ümbritseb ringintegreerimise teekond näiteks voolu all olevat sirget juhete kontsentrilist ringi mööda (nii et eriergutuse H oleks kogu ringintegreerimise teekonna ulatusel konstantne), siis

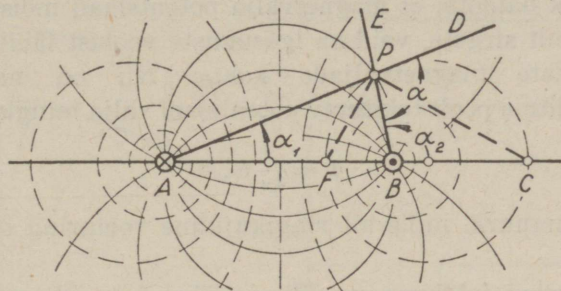
$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{J}{2\pi r} 2\pi r = J. \quad (336)$$

Seega, saabudes tagasi lähtumispunkti, me ei saa enam endist potentsiaali, vaid potentsiaal muutub igal voolu all oleva juhtme haaramisel integreerimisteekonda suuruse

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \pm J$$

võrra.

130. Kahejuhtmelise elektriliini väljapilt. Kahejuhtmelise elektriliini (joon. 183) magnetvälja pildi joonistamisel on tegemist välja punktide potentsiaalidega, mis on põhjustatud kahe voolu all oleva sirge juhtme poolt. Välja punkti potentsiaal tekib seega selles punktis oleva kahe välja potentsiaali algebralisel liitmisel.



Joon. 183. Kahejuhtmelise elektriliini magnetvälja pilt.

Alustame nurga α lugemist juhtmeid A ja B läbivast sirgjoonest ABC . Juhtmes A olevast voolust $+J$ tingitud potentsiaal pinnal AD on

$$\varphi'_P = \frac{J}{2\pi} \alpha_1$$

ja juhtmes B olevast voolust $-J$ tingitud potentsiaal pinnal BE on

$$\varphi''_P = -\frac{J}{2\pi} \alpha_2.$$

Pindade AD ja BE lõikepunktis P on potentsiaal

$$\varphi_P = \varphi'_P + \varphi''_P = \frac{J}{2\pi} \alpha_1 - \frac{J}{2\pi} \alpha_2 = \frac{J}{2\pi} (\alpha_1 - \alpha_2).$$

Kolmnurga APB välisnurk α on sama kolmnurga sisenurkade α_1 ja $(180^\circ - \alpha_2)$ summa:

$$\alpha = \alpha_1 + (180^\circ - \alpha_2),$$

kust

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha - 180^\circ.$$

Seega punkti P potentsiaal

$$\varphi_P = \frac{J}{2\pi} (\alpha - \pi) = \frac{J}{2\pi} \alpha - \frac{J}{2\pi} \pi = \frac{J}{2\pi} \alpha - \frac{J}{2} = \frac{J}{2\pi} \alpha - \text{konst.}, \quad (337)$$

mis näitab, et ühesugust potentsiaali omavatest punktidest on lõik AB alati nähtav ühe ja sama nurga $\alpha - 180^\circ$ all. Ekvipotentsiaalsed punktid asuvad seega punkte A ja B läbivatel ringidel ja ekvipotentsiaalsed pinnad on silindrilised (oletusel, et juhtme läbimõõt võrreldes juhtmete vahel on suhteliselt väike). Nurkade APB ja α poolitajad lõikavad joont AC punktides F ja C , mis määravad punkti P läbiva silindrilise vootoru serva läbimõõdu (joonisel 183 näidatud punktiirina).

Võrreldes kaht paralleelset juhet ümbritsevat elektrivälja magnetväljaga näeme, et magnetvälja ekvipotentsiaalpinnad ühtivad elektrivälja dielektrilise nihke ja elektrilise väljatugevuse suundadega ning magnetvälja tiheduse (ja ka magneetimis-eriergutuse ehk väljatugevuse) suunad ühtivad elektrivälja ekvipotentsiaalpindadega.

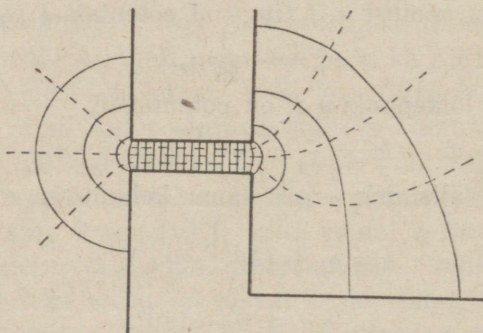
On võimalik näidata, et magnetvälja potentsiaali mõiste ei ole rakendatav mitte ainult sirgete, vaid ka igasuguste voolust läbitavate juhtmete poolt tekitatavate magnetväljade kohta. Nii on näiteks vooluga ringikujulise juhtme poolt tekitatav potentsiaal välja mingisuguses punktis

$$\varphi = \frac{J}{4\pi} \omega, \quad (338)$$

milles ω on ruumnurk, mille all ringikujuline vooluring on nähtav välja antud punktist.

131. Õhuruumi juhtivuse graafiline määramine. Magnetringis kehtiv Ohmi seadus ei ole rakendatav mitte ainult magnetringi kohta tervikus, vaid, nagu see on järeldatav valemist 326, ka magnetringi iga üksiku osa ehk lüli kohta: lüli olev voog on lüli magnetilise osaergutuse $V = Hl$ korrutis lüli magnetilise juhtivusega Λ :

$$\Phi = V\Lambda. \quad (339)$$



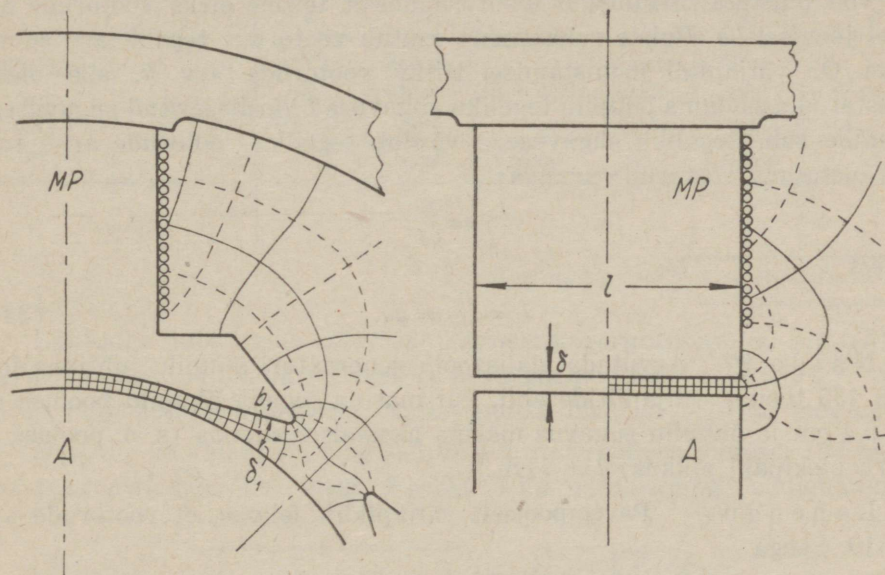
Joon. 184. Magnetvälja tihedus õhupilus.

Joonis 184 kujutab joonisel 181 toodud õhupilu suurendatud kujul. On näha, et magnetvoog läbib õhupilu väiksema tihedusega kui raua, kuna ta õhupilus ei ole enam piiratud raua geomeetriliste mõõtudega: õhupilus voog nagu omandaks suurema ristlõike.

Joonisel 185 on kujutatud elektrimasina magnetvoo üleminek magnetpoolusest ankrusse. Siin, suunas risti masina teljega, omab õhupilu komplitseeritud kuju, tema magnetilise juhtivuse määramine osutub võimalikuks ainult graafilisel teel.

Jaotame õhuruumis oleva voo vootorudeks pikkusega δ_1 (voo suunas rauast rauani), laiusega b_1 (joonise pinnal) ja sügavusega l_i (risti joonise pinnaga). Iga üksiku vootoru juhtivus Λ'_δ on siis

$$\Lambda'_\delta = \frac{\Pi_\delta S_\delta}{l_\delta} \approx \frac{\Pi_0 b_1 l_i}{\delta_1} = \Pi_0 l_i \frac{b_1}{\delta_1}. \quad (340)$$



Joon. 185. Väljatihedus elektrimasina magneti (MP) ja ankrude (A) vahelises õhuruumis, joonistatuna rist- ja piki masina telge. Mõõt l on ankrude ja pooluste aksiaalne pikkus.

Joonistamise lihtsustamiseks valime vootoru laiuse võrdse vootoru pikkusega:

$$b_1 = \delta_1. \quad (341)$$

Selline valik tagab, et kõikide vootorude juhtivused on omavahel võrdsed ja et iga vootoru juhtivus on siis

$$\Lambda'_\delta = \Pi_0 l_i. \quad (342)$$

Kogu õhuruumi magnetiline juhtivus on siis rööbiti ühendatud vootorude magnetiliste juhtivuste summa:

$$\Lambda_\delta = \Sigma \Lambda'_\delta = m \Pi_0 l_i, \quad (343)$$

milles m — joonise pinnal olevate vootorude arv.

Väljapildi joonistamise kergendamiseks on mõnikord otstarbekohane alajaotada vootoru nii laiuse kui ka pikkuse suunas kaheks, neljaks, kaheksaks jne. osaks, nagu on tehtud ka joonisel 185. Tekib joonte võrk, mis koosneb väljatiheduse joontest ja nendega igas lõikumispunktis rist-ole-

vatest magnetilise potentsiaali joontest; tekkivate nelinurkade, „ruudukeste“, keskmine pikkus võrdub nende keskmise laiusega.

Valemis 343 olev vootoru sügavus l_i on leitav, joonistades õhupilus väljapildi ka suunas risti esimesele väljapildile (joonisel 185 parempoolne pilt). On õhupilu sügavus masina aksiaalses suunas l ja õhupilu laius δ , siis voo puisteta üleminekul ühelt raudosalt teisele oleks vootorude arv sellel joonisel l/δ . Puiste tulemusena osutub vootorude tegelik arv suuremaks. On väljapildi joonistamisel leitav vootorude arv k , siis oleme õigustatud asendama õhupilu tegeliku sügavuse l idealiseeritud sügavusega l_i , mille suhe tegeliku sügavusega võrdub tegeliku vootorude arvu suhtega oletatava vootorude arvuga:

$$\frac{l_i}{l} = \frac{k}{l/\delta},$$

millest

$$l_i = \frac{lk}{l/\delta} = k\delta. \quad (344)$$

Näide 97. Arvutada alalisvoolu generaatori õhupilu juhtivus joonisel 185 toodud väljapiltide abil, kui masina tegelik õhupilu pooluse all $\delta = 0,4$ cm ja õhupilu sügavus masina aksiaalses suunas (s. o. pooluse ja ankru plekipaki pikkus) $l = 7$ cm.

Lahendus. Parempoolselt väljapildilt leiame, et vootorude arv $k = 19$. Seega

$$l_i = k\delta = 19 \cdot 0,4 = 7,6 \text{ cm.}$$

Vasakpoolselt jooniselt leiame, et vootorude arv $m = 28$. Seega õhupilu magnetiline juhtivus

$$\Lambda_0 = m\mu_0 l_i = 28 \cdot 0,4\pi 10^{-8} \cdot 7,6 = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ henrit.}$$

132. Magneetimisergutuse ja magnetvoo arvutamine. Lähtudes juba teada olevast magneetimisergutusest, s. o. magneetismähise keerdude arvu w ja temas oleva voolu J korrutisest, on tavaliselt võimatu otsest arvutada tekkivat magnetvoogu, sest jääb teadmatuks väljatihedusest sõltuv keskkonna läbitavus. On aga teada magnetringis olev voog, siis on vajaliku magneetimisergutuse arvutamine lihtne. Magnetring jaotatakse osadeks ehk lülideks nii, et igas lülis oleks tema kogu pikkusel keskmine väljatihedus konstantne. Määratakse kindlaks iga lüli ristlõige ja pikkus. Voo jagatis ristlõikega S määrab lülis oleva (keskmise) väljatiheduse B ; selle lüli materjalile vastavast magneetimiskõverast $B = f(H)$ leitakse väljatihedusele vastav eriergutus H . Lüli pikkuse l korrutamisel eriergutusega, s. o. magnetringi lüli pikkusühikule tuleva magneetimisergutusega, saadakse lüli magneetimis-osaergutus V . Liites kõikide lülide

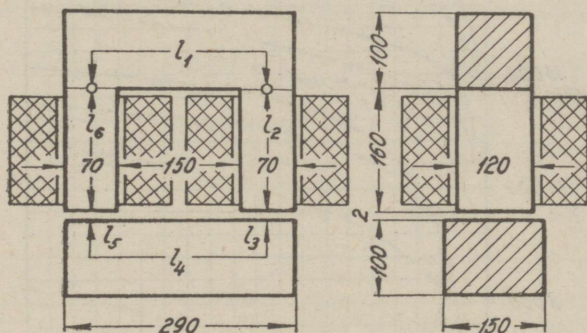
magneetimis-osaergutused, saadaksegi üldine, voo tekitamiseks vajalik magneetimisergutus Jw . Arvutust on sobiv viia läbi tabeli kujul:

Lüli	Voog lüli	Lüli ristlõige	Välja tihedus	Lüli pikkus	Eriergutus	Magneetimis-osaergutus	
	Φ	S	B	l	H	V	
Järjekorra nr. ehk nimetus	Materjal	antud või valitud	konstruktsioonist	$B = \Phi/S$	konstruktsioonist	kõverast $B = f(H)$	$V = Hl$
		Vs	cm ²	Vs/cm ²	cm	A/cm	A

$$\text{Magneetimisergutus } \theta = Jw = \Sigma Hl$$

Lähtudes juba teada olevast magneetimisergutusest θ , on tekkiva voo määramine võimalik sel teel, et arvutatakse kõver $\Phi = f(Jw)$, millel antud magneetimisergutusele vastav punkt määrab tekkiva magnetvoo.

N ä i d e 98. Määrata magneetimisergutuse suurus joonisel 186 näidatud magnetringile, kui voog $\Phi = 0,015$ Vs, magnetringi südamikud ja



Joon. 186. Magnetring.

ülemine ike on terasvalust ning alumine ike malmist (magneetiskõverad $B = f(H)$, joon. 187). Õhupilu ikke ja südamiku vahel on 2 mm.

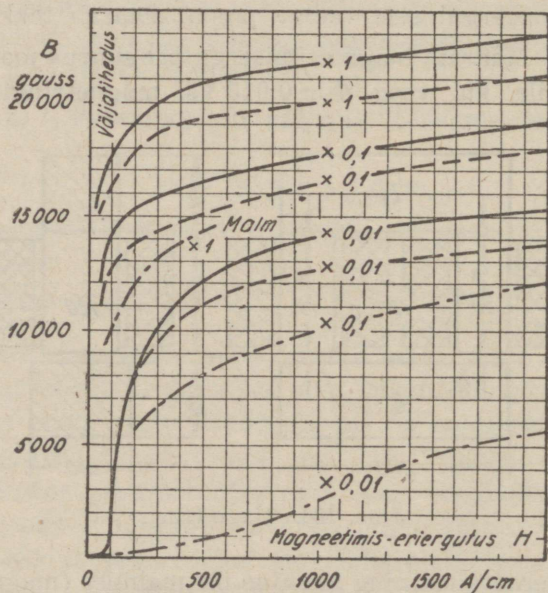
L a h e n d u s. Et õhupilud l_3 ja l_5 on südamiku mõõtudega võrreldes väikesed ja voo puiste õhupilu äärtel tähtsusetu, siis võime õhupilus oleva väljatiheduse lugeda võrdseks väljatihedusega südamikus. Seega on õhupilu pikkusühikule vajatav magneetimisergutus

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_{\delta}} = \frac{B_{\delta}}{0,4\pi 10^{-8}} \approx 0,8 \cdot 10^8 B_{\delta}, \quad (345)$$

kui B_{δ} on mõõdetud elektrotehnilisis ühikuis Vs/cm².

Lüli nr.	Materjal	Voog	Ristlõige	Väljatihedus	Pikkus	Eriergutus	Magneetimis-osa- ergutus
		Φ Vs	S cm ²	B gaussi	l cm	H A/cm	$\frac{Hl}{A}$
1	terasvalu	0,015	120	12500	32	5,5	175
2	terasvalu	"	84	17850	16	110	1760
3	õhk	"	84	17850	0,2	14200	2840
4	malm	"	150	10000	32	100	3200
5	õhk	"	84	17850	0,2	14200	2840
6	terasvalu	"	84	17850	16	110	1760

Magneetimisergutus $\Theta = \Sigma Hl = 12575$



Joon. 187. Magneetimiskõverad:

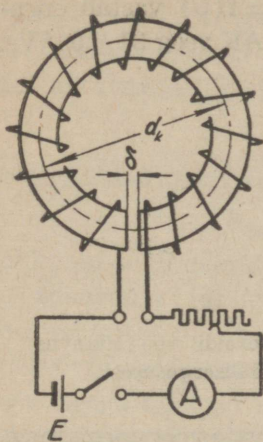
———— dünamoplekk, terasvalu,

----- legeritud plekk,

.-.-.-.- malm.

Abstsissi mõõt tuleb korrutada

kõvera kohal oleva arvuga.



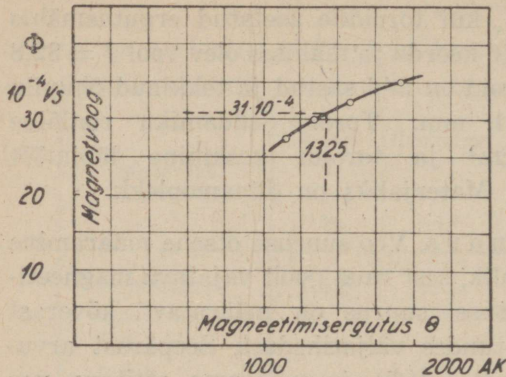
Joon. 188. Õhupiluga toroid.

Näide 99. Määrata voo suurus toroidis (joon. 188), kui toroidile asetatud ergutusmähis omab $w = 16$ keerdu ja mähises olev vool $J = 82,8$ amprit. Toroid on läbi saetud ja tekkinud õhupilu laius $l_g = 1$ mm. Toroidi südamiku ristlõige $S_{Fe} = 25$ cm² ja toroidi keskmine läbimõõt $d_k = 20$ cm. Materjaliks on dünamoplekk.

Lahendus. Voo suuruse otsene määramine ei ole võimalik, sest raua poolt vajatava magneetimis-eriergutuse suurus on määratav kõverast $B = f(H)$, tundes väljatihedust. Seepärast arvutame seose $\theta = f(\Phi)$ ja määrame otsitava voo saadavalt kõveralt vastavalt magneetimisergutusele $\theta = Jw = 82,8 \cdot 16 = 1325$ A.

Materjal	Voog Φ 10^{-4} Vs	Ristlõige S cm ²	Väljatihedus B gauss	Pikkus l cm	Eriergutus H A/cm	Magneetimis-osa-ergutus Hl A	Magneetimisergutus $\theta = \Sigma Hl$ A
Dünamoplekk õhk	27,5 "	25 "	11000 "	62,8 0,1	3,8 8800	239 880	1119
Dünamoplekk õhk	30,0 "	" "	12000 "	62,8 0,1	4,9 9600	308 960	1268
Dünamoplekk õhk	32,5 "	" "	13000 "	62,8 0,1	6,5 10400	409 1040	1449
Dünamoplekk õhk	35,0 "	" "	14000 "	62,8 0,1	9,5 11200	597 1120	1717

Kõveral $\Phi = f(\theta)$ vastab ergutusele 1325 AK voog $31 \cdot 10^{-4}$ Vs.



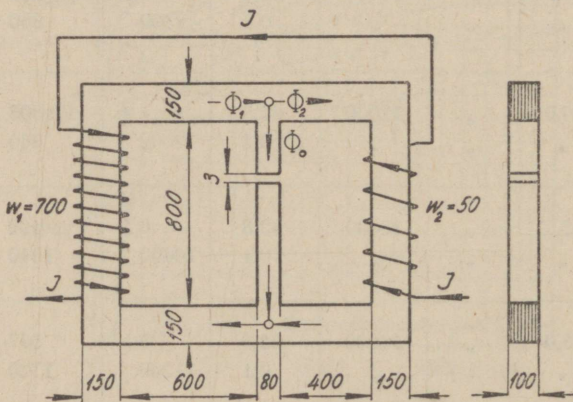
Joon. 189. Toroidi voo sõltuvus magneetimisergutusest.

133. Kirchhoffi seadused magnetringis. Hargnevate voogudega magnetringides kehtivad voluringide Kirchhoffi seadustega täiesti analoogilised seadused:

1. Voo hargnemise punktis on hargnevate voogude summa null.

2. Magneetimis-eriergutuse ringintegraal igas kinnises magnetringis võrdub ringintegreerimisel piiratava magneetimisergutusega:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma Jw.$$



Joon. 190. Magnetring hargneva vooga.

Näide 100. Määrata vool J joonisel 190 näidatud magnetringi mähistes nii, et keskmises südamikus olevas õhupilus väljatihedus $B_{0\phi}$ oleks 7000 gaussi. Raudkeha on dünamoplekist.

L a h e n d u s. Oletame väljatihedustele voogude hargnemise punktides vabalt valitavad suunad, millele vastavad tõelised suunad selguvad alles arvutamise lõpul. Siis vood

$$\Phi_0 + \Phi_2 - \Phi_1 = 0. \quad (346)$$

Voog Φ_0 keskmises südamikus on teada:

$$\Phi_0 = B_{0\delta} S_0 = 7000 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10 = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

Kokku on tundmatuid seega kolm: vood Φ_1 ja Φ_2 ning magneetimisvool J . Kui toimetada ringintegreerimist kaht kinnist ringi mööda, näiteks haarates voogusid Φ_1 , Φ_2 ja Φ_0 , siis saame küll kaks võrrandit juurde, need aga seovad vaid magneetimis-eriergutusi ergutusvooluga, kuid mitte voogudega. Seega on vaja määrata veel eraldi seos voo (ehk väljatiheduse) ja magneetimis-eriergutuse vahel. See on leitav magneetimiskõverast $B = f(H)$.

Esimeses magnetringis (ringkäigul päripäeva)

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = J w_1 + J w_2. \quad (347)$$

Teises magnetringis (ringkäigul vastupäeva)

$$H_{0\delta} l_{0\delta} + H_{0r} l_{0r} - H_2 l_2 = -J w_2. \quad (348)$$

Oletame, et $B_2 = 15000$ G. Sellele väljatihedusele vastab magneetimiskõveral $H_2 = 16,5$ A/cm. Magnetringis $l_{0r} = 94,7$ cm, $l_{0\delta} = 0,3$ cm ja $l_2 = 198$ cm. Keskmises südamikus olevale väljatihedusele 7000 G vastab

magneetimis-eriergutus $H_{0r} \approx 2$ A/cm ja $H_{c\delta} = \frac{B_{0\delta}}{0,4\pi \cdot 10^{-8}} = \frac{7000 \cdot 10^{-8}}{0,4\pi 10^{-8}} = 5570$ A/cm. Seega jääb võrrandisse 348 ainult üks tundmatu — vool J :

$$J = \frac{H_2 l_2 - (H_{0\delta} l_{0\delta} + H_{0r} l_{0r})}{w_2} = \frac{16,5 \cdot 198 - (5570 \cdot 0,3 + 2 \cdot 94,7)}{50} = 28,2 \text{ A.}$$

Võrrandis 347 pikkus $l_1 = 238$ cm ja tundmatuks on nüüd veel ainult H_1 :

$$H_1 = \frac{J(w_1 + w_2) - H_2 l_2}{l_1} = \frac{28,2(700 + 50) - 16,5 \cdot 198}{238} = 75 \text{ A/cm.}$$

Kõveral vastab sellele eriergutusele väljatihedus $B_1 = 17100$ G. Kontrollime valemi 346 abil resultaati:

$$\Phi_0 = B_0 S_0 = 7000 \cdot 10^{-8} \cdot 80 = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs,}$$

$$\Phi_1 = B_1 S_1 = 17100 \cdot 10^{-8} \cdot 150 = 25,6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs,}$$

$$\Phi_2 = B_2 S_2 = 15000 \cdot 10^{-8} \cdot 150 = 22,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

Seega

$$\Phi_0 + \Phi_2 - \Phi_1 = (5,6 + 22,5 - 25,6) 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vs,}$$

aga mitte null. Et oletatud väljatihedus $B_2 = 15000$ G osutus liiga väikeks, siis oletame uue ja kordame arvutust.

Oletame, et $B_2 = 18\,000$ G, millele vastab kõveralt $H_2 = 120$ A/cm.
Siis

$$J = \frac{120 \cdot 198 - (5570 \cdot 0,3 + 2 \cdot 94,7)}{50} = 438 \text{ A,}$$

$$H_1 = \frac{438 \cdot 750 - 120 \cdot 198}{238} = 1280 \text{ A/cm,}$$

millele vastab kõveral $B_1 = 22\,000$ G. Vood

$$\Phi_1 = 22\,000 \cdot 10^{-8} \cdot 150 = 33,0 \cdot 10^{-3} \text{ Vs,}$$

$$\Phi_2 = 18\,000 \cdot 10^{-8} \cdot 150 = 27,0 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

Kontrollides voogude summat saame:

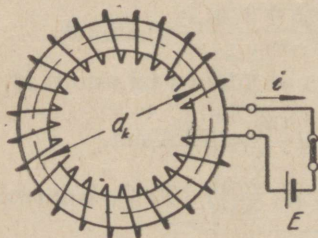
$$\Phi_0 + \Phi_2 - \Phi_1 = (5,6 + 27 - 33) \cdot 10^{-3} = -0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

See tulemus on märksa parem esimesest. Korrates arvutust veel mitmesugustel väljatihedustel B_2 leiame, et voogude summa hargnemispunktis on null siis, kui $B_2 = 15\,950$ G, mille juures vool J ergutusmähistes on 32 A.

XXXIII peatükk.

MAGNETVÄLJA ENERGIA; INDUKTIIVSUS JA VASTUINDUKTIIVSUS.

134. Magnetvälja energia. Magnetvälja koondunud energia suuruse määramiseks vaatleme magnetvälja toroidis (joon. 191), kusjuures toroidi keskmine ümbermõõt olgu l , ristlõige — S ja magneetismähise keerdude



Joon. 191. Toroid.

arv — w , oomilise takistusega R . Küllalt suure läbimõõdu ja väikese ristlõike korral osutub väljatihedus B praktiliselt ühtlikuks nii toroidi kogu pikkusel kui ka toroidi kogu ristlõikes. Toroidi ühendamisel vooluallikaga ei omanda vool i oma lõppväärtust mitte silmapilkselt, vaid vajab selleks teatavat aega, sest toroidi voo muutuse (suurenemise) tulemusena indutseeritakse tema mähises vooluallika elektromotoorsele jõule E

vastu suunatud vastuelektromotoorne jõud e_L . Indutseeriv voog kujuneb seejuures seda suuremaks, mida tugevamaks muutub teda põhjustav magneetimisergutus, seega vool i . Ajavahemiku dt vältel aset leidval voo muutumisel $d\Phi$ võrra indutseeritakse toroidi mähises vastuelektromotoorne jõud

$$e_L = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{wd\Phi}{dt}.$$

Ohmi seaduse põhjal on voolu hetkväärtus i sõltuv vooluringis sel hetkel olevast elektromotoorsete jõudude summast ($E + e_L$) ja mähise oomilisest takistusest R . Seega

$$i = \frac{E + e_L}{R},$$

kust

$$E = iR - e_L = iR + \frac{d\Psi}{dt}. \quad (349)$$

Ajalemeni dt vältel võetakse vooluallikast energia $Eidt$. Korrutades avaldise 349 kõik liikmed suurusega idt saame

$$Eidt = i^2 R dt + id\Psi,$$

milles vasakpoolne liige kujutab vooluallikalt ajavahemikul dt saadavat energiat, parema poole esimene liige — soojuseks muunduvat ja teine liige — magnetvälja ülesehitamiseks kulutatavat energia osa. Sisselülitamise hetkest vaadeldava hetkeni kulutatakse energia

$$\int_0^t Eidt = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^{\Psi} id\Psi. \quad (350)$$

Et $\Psi = w\Phi = wBS$, siis $d\Psi = wSdB$. Viimase võime ümber kujundada järgmiselt:

$$d\Psi = \frac{w}{l} S l dB = \frac{w}{l} V dB,$$

milles l — toroidis oleva vootoru keskmine pikkus ja V — toroidi maht. Seega toroidi magnetvälja ülesehitamiseks kulutatav energia

$$A = \int_0^{\Psi} id\Psi = \int_0^B \frac{i w}{l} V dB = V \int_0^B H dB. \quad (351)$$

Leitust avaldame toroidi, seega ühtliku magnetvälja, mahuhüükusse koonduvad magnetilise energia hulga ehk energia ruumilise tiheduse:

$$\frac{A}{V} = \int_0^B H dB. \quad (352)$$

Ferromagnetilist materjali mittesisaldavas keskkonnas, näiteks õhus, on väljatihedus proportsionaalne magneetimisergutusega, seega $B = \Pi H$. Et sellises keskkonnas magnetiline läbitavus Π on konstantne, siis energia ruumiline tihedus

$$\frac{dA}{dV} = \int_0^B H dB = \frac{1}{\Pi} \int_0^B B dB = \frac{B^2}{2\Pi} = \frac{\Pi H^2}{2} = \frac{HB}{2}. \quad (353)$$

Et õhu läbitavus $\Pi_\delta \approx \Pi_0 = 0,4 \pi 10^{-8}$ H/cm, siis magnetvälja energia ruumiline tihedus δ hus

$$\frac{A}{V} \approx \frac{B^2}{2\Pi_0} = \frac{B^2}{2 \cdot 0,4 \pi 10^{-8}} \approx 0,4 \cdot 10^8 B^2 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}. \quad (354)$$

Valemiga 354 määrasime energia ruumilise tiheduse ühtliku välja-tihedusega ruumis (toroidis). Et aga igas üliväikeses ruumielemendis olevat välja võib vaadelda homogeensena, siis on leitud avaldis kehtiv igasuguse ruumi kohta, milles väljatihedus on proportsionaalne magneetimisergutusega.

Avaldis 353 võimaldab määrata ka raudsüdamikuta magnetpooli poolt tekitatava magnetvälja energia suurust. Selleks jaotame pooli poolt tekitatava välja vootorudeks, millede kogu pikkusel voog $d\Phi$ on muutmatu. Alajaotame vootoru lülideks pikkusega dl_1, dl_2, \dots , iga lüli keskmise ristlõikega dS_1, dS_2, \dots . Vootorus olev voog $d\Phi$ on seega:

$$d\Phi = B_1 dS_1 = B_2 dS_2 = \dots = \text{konst.}$$

Et valemi 353 kohaselt voo ruumiline tihedus

$$\frac{dA}{dV} = \frac{HB}{2},$$

siis elementaarmahus $dV = dSdl$, vootoru lüliis olev energia

$$dA = \frac{HB}{2} dV = \frac{HBdSdl}{2} = \frac{Hd\Phi dl}{2}$$

ja kogu vootorus, mille ulatusel $d\Phi = \text{konst.}$, on energia

$$dA = \int_l \frac{Hd \cdot \Phi dl}{2} = \frac{d\Phi}{2} \int Hdl = \frac{Jwd\Phi}{2} = \frac{Jd\Phi}{2}, \quad (355)$$

kusjuures $\int_l Hdl$ on pooli magneetimisergutus Jw , milles J on pooli igas keerus olev vool ja w — pooli keerdude arv. Kogu pooli poolt kujundatav välja energia

$$A = \int_0^\Psi \frac{Jd\Phi}{2} = \frac{J\Psi}{2}. \quad (356)$$

Kui magnetvoog ei ole aheldatud pooli kõikide keerdudega, siis igat pooli osa keerdude arvuga w_1, w_2, \dots võib vaadelda iseseisva välja tekitajana. Säärasel korral (skalaarsete suuruste summa) aheldusvoog

$$\Psi = w_1 \Phi_1 + w_2 \Phi_2 + \dots$$

ja välja energia valem 356 säilitab endise kuju.

135. Induktiivsus. Valemi 356 tuletamisel oletati, et keskkonna magnetiline läbitavus Π on sõltumatu voo tihedusest, seega ka magneetimisvoolust J , ja seega väljatihedus on proportsionaalne magneetimis-eriergutusega: $B = \Pi H$. Säärasel korral on jääv ka suhe Ψ ja teda põhjustava magneetimisvoolu J vahel, millist nimetatakse pooli induktiivsuseks. Induktiivsus

$$L = \frac{\Psi}{J}. \quad (357)$$

On Ψ suurus 1 Vs ja voolu J suurus 1 A, siis pooli induktiivsus on 1 henri:

$$\frac{1 \text{ Vs}}{1 \text{ A}} = 1 \Omega\text{s} = 1 \text{ H}. \quad (358)$$

Ühest keerust koosneva pooli induktiivsus $L = \Phi/J$ ja kui pooli kõik w keerdu on aheldatud kogu pooli vooga Φ , siis induktiivsus $L = w\Phi/J$. Et voog on magnetringi kohta kehtiva Ohmi seaduse kohaselt (val. 331) proportsionaalne magneetimis-eriergutusega θ ja ringi magnetilise juhtivusega Λ , s. o.

$$\Phi = \theta\Lambda = Jw\Lambda, \quad (359)$$

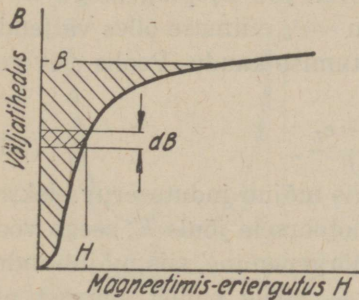
siis w keerust koosneva pooli induktiivsus

$$L = \frac{w\Phi}{J} = \frac{w}{J} Jw\Lambda = w^2\Lambda \quad (360)$$

ja poolis oleva voolu J poolt kujundatava magnetvälja energia (val. 356)

$$A = \frac{\Psi J}{2} = \frac{w\Phi J}{2} = \frac{wJ}{2} Jw\Lambda = \frac{J^2}{2} w^2\Lambda = \frac{J^2 L}{2}. \quad (361)$$

Ferromagnetilisest materjalist koosnevas keskkonnas on energia ruumiline tihedus leitav graafiliselt magneetimiskõvera $B = f(H)$ kaasabil (joon.



Joon. 192 — ferromagnetilise keskkonna magnetilise energia suuruse määramiseks.

192). Valemis 351 $A = V \int_0^B H dB$ olev integraal kujutab ordinaattelje, väljatihedusele B vastava joone ja magneetimiskõvera poolt piiratavat pindala (joonisel viirutatud osa).

Et pooli induktiivsus valemi 360 kohaselt on $L = w^2\Lambda$ ja sellesse valemisse magnetringi magnetiline juhtivus Λ on toodud üldise, ka ferromagnetilise keskkonna kohta kehtiva Ohmi seaduse kaudu, siis nimetatud valem kehtib ka ferromagnetilist materjali sisaldava magnetringi kohta.

Näide 101. Määrata magnetvälja energia poolil, mille induktiivsus $L = 2 \text{ H}$ ja vool $J = 500 \text{ A}$.

Lahendus. Magnetvälja energia (val. 361)

$$A = \frac{J^2 L}{2} = \frac{500^2 \cdot 2}{2} = 250\,000 \text{ Ws} = 250 \text{ kWs} = \frac{250}{3600} \approx 0,07 \text{ kWh.}$$

136. Pooli induktiivsus ja poolis indutseeruv elektromotoorne jõud. Magnetvälja energia suuruse selgitamisel (val. 361) me leidsime selle olevat

$$A = \frac{J\psi}{2} = \frac{J^2 L}{2}.$$

Poolis oleva voolu hetkelisel väärtusel i , mille see omandab aja t möödudes vooluallika sisselülitamise hetkest arvatuna, on välja energia

$$A = \frac{i^2 L}{2}.$$

Aja dt vältel välja energia omandab juurdekasvu

$$dA = d\left(\frac{i^2 L}{2}\right) = iL di.$$

Vooluallikalt sama aja vältel võetav energia on

$$\int_0^t E i dt = \int_0^t i^2 R dt + \frac{i^2 L}{2}.$$

Tuletades käesoleva avaldise aja suhtes ja jagades kõik liikmed i -ga, saame avaldise

$$E = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (362)$$

mis seob omavahel vooluallika elektromotoorse jõu E , pingelangu iR ja poolis indutseeruva vastuelektromotoorse jõu $-e_L$, viimase olles väljendatud pooli induktiivsuse ja voolu ajalise muutumise kaudu. Poolis olev vool

$$i = \frac{E - L \frac{di}{dt}}{R} = \frac{E + e_L}{R}. \quad (363)$$

Leiab aset voolu ajalise tugevnemine, siis mõjub indutseeruv elektromotoorne jõud e_L vastu vooluallika elektromotoorsele jõule E , seega voolu tekkimist pidurdavalt; leiab aga aset voolu nõrgenemine, siis mõjub indutseeruv elektromotoorne jõud vastupidiselt — voolu endist suurust alal hoida püüdvalt. Voolu muutumise tulemusena poolis indutseeruv elektromotoorne jõud sõltub pooli induktiivsusest L , mis seega määrab suhte indutseeruva vastuelektromotoorse jõu ja voolu ajalise muutumise vahel:

$$L = \frac{-e_L}{\frac{di}{dt}}. \quad (364)$$

Voolu muutumisel ühes sekundis ühe ampri võrra ($di/dt = 1 \text{ A/s}$) on pooli induktiivsuse suurus arvuliselt võrdne temas indutseeruva elektromotoorse jõuga. On seejuures indutseeruva elektromotoorse jõu suurus üks volt, siis on pooli induktiivsus üks henri:

$$\frac{1\text{V}}{1\text{A/s}} = 1\Omega\text{s} = 1\text{H}. \quad (365)$$

Valemi 357 kohaselt pooli induktiivsus

$$L = \frac{\Psi}{J} = \frac{d\Psi}{di}.$$

Poolis indutseeruv vastuelektromotoorne jõud $-e_L$ on seega:

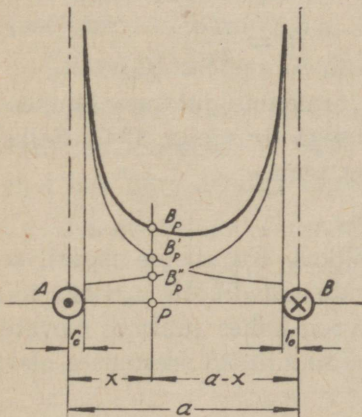
$$-e_L = L \frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{dt},$$

millisele tulemusele me jõudsime juba varemgi (val. 242).

137. Kahejuhtmelise õhuliini induktiivsus. Kahejuhtmelise õhuliini induktiivsus on määratav valemist

$$L = \frac{\Psi}{J}.$$

Kahejuhtmeline õhuliin kujuneb ühest sinnaminevast ja ühest tagasitulevast juhtmest, moodustades seega nagu ühest keerust koosneva pooli, mille keerdude arv $w = 1$. Selle ühe keeruga aheldatud üldine voog koosneb kahest osast: voost juhtmetevahelises ruumis ja voost mõlema juhtme seesmuses. On juhtme materjaliks ferromagnetiline suland, näiteks raud, siis on voog tema seesmuses tänu materjali suurele magnetilisele läbitavusele väga suur.



Joon. 193. Väljatiheduse jaotus kahejuhtmelise õhuliini juhtmeid ühendaval sirgjoonel APB .

Juhtmes A oleva voolu $+J$ poolt juhtmetevahelisel sirgjoonel kaugusel x asetsevas punktis P põhjustatav väljatihedus (joon. 193)

$$B'_P = \frac{\Pi J}{2\pi x}.$$

Samas punktis P kaugusel $a - x$ juhtmes B oleva voolu $-J$ poolt põhjustatav väljatihedus

$$B''_P = \frac{\Pi J}{2\pi(a-x)}.$$

Et juhtmetevahelisel sirgjoonel olevas punktis väljatiheduse vektorid B'_P ja B''_P on samasuunalised, siis punktis P olev resulteeriv väljatihedus.

$$B_P = B'_P + B''_P = \frac{\Pi J}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right)$$

ja voog $d\Phi_v$ juhtmetevahelisel tasapinnal punktis P oleval pinnaelemendil $dS = ldx$, kus l — liini pikkus,

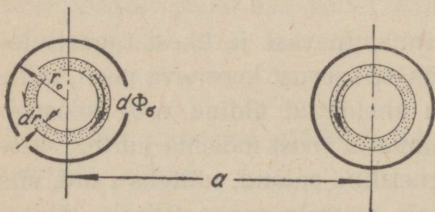
$$d\Phi_v = B_P dS = B_P l dx.$$

Integreerides rajast r_0 (juhtme raadius) rajani $a - r_0$ saame „välise“ voo juhtmetevahelisel tasapinnal:

$$\begin{aligned} \Phi_v &= \int_{r_0}^{a-r_0} B_P l dx = \frac{\Pi J l}{2\pi} \int_{r_0}^{a-r_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right) dx = \frac{\Pi J l}{2\pi} \left[\int_{r_0}^{a-r_0} \frac{dx}{x} - \int_{r_0}^{a-r_0} \frac{d(a-x)}{a-x} \right] = \\ &= \frac{\Pi J l}{2\pi} \left[\ln(a-r_0) - \ln r_0 - \ln r_0 + \ln(a-r_0) \right] = \frac{\Pi J l}{\pi} \ln \frac{a-r_0}{r_0}. \end{aligned} \quad (366)$$

Kuna arv $w = 1$, siis

$$\Psi_v = w \Phi_v = \Phi_v = \frac{\Pi J l}{\pi} \ln \frac{a-r_0}{r_0} \approx \frac{\Pi_0 J l}{\pi} \ln \frac{a-r_0}{r_0}. \quad (367)$$



Joon. 194 — õhuliini seesmise induktiivsususe selgitamiseks.

Juhtme seesmuses magneetimis-eriergutus H muutub proportsionaalselt kaugusega juhtme telgjoonest (val. 289). On Π juhtme materjali magnetiline läbitavus, mis vase ja alumiiniumi jaoks on praktiliselt võrdne Π_0 -ga, siis väljatihedus B kaugusel r juhtme telgjoonest on:

$$B = \frac{\Pi J r}{2\pi r^2}.$$

Aheldusvoo arvutamiseks juhtme seesmuses eraldame juhtmes õhukeseseinalise silindri raadiusega r ja seina paksusega dr (joon. 194). Sellise silindri ristlõige $dS = l dr$ ja „seesmine“ voog temas

$$d\Phi_s = B_s dS = B_s l dr,$$

kusjuures l on õhuliini ühe juhtme pikkus. Kujutleme massiivset juhett koosnevana väga suurest voolu juhtivate traadikeste arvust, millede koguarv oleks w . Siis voog $2d\Phi_s$ (s. o. voog kahes juhtmes olevates silindrites) oleks aheldatud vaid õhukeseseinalise silindri seesmuses oleva

keerdude arvuga $\frac{\pi r^2}{\pi r_0^2} w$, seega

$$d\Psi_s = 2d\Phi_s \frac{r^2}{r_0^2} w.$$

Et aga tegelikult keerdude arv $w = 1$, siis

$$d\Phi_s = 2d\Phi_s \frac{r^2}{r_0^2} = \frac{2B_s l dr \cdot r^2}{r_0^2} = 2 \frac{J \Pi r}{2\pi r_0^2} \frac{lr^2 dr}{r_0^2} = \frac{lJ}{\pi r_0^4} \Pi r^3 dr,$$

millest aheldusvoog

$$\Psi_s = \frac{lJ}{\pi r_0^4} \int_0^{r_0} \Pi r^3 dr. \quad (368)$$

Selles esinev magnetiline läbitavus Π on sõltumatu väljatihedusest, seega ka r -st, ainult mitte-ferromagnetilisest materjalist juhtmetes, millel $\Pi \approx \Pi_0$. Säärasel korral aheldusvoog

$$\Psi_s = \frac{\Pi_0 l J}{\pi r_0^4} \frac{r_0^4}{4} = \frac{\Pi_0 l J}{4\pi} \quad (369)$$

ning kogu liini kohta (val. 367 ja 369)

$$\Psi = \Psi_v + \Psi_s = \frac{\Pi_0 l J}{4\pi} (4 \ln \frac{a-r_0}{r_0} + 1). \quad (370)$$

Et aga tavaliselt $a \gg r_0$, siis

$$\Psi = \frac{\Pi_0 l J}{4\pi} (4 \ln \frac{a}{r_0} + 1)$$

ja kahejuhtmelise õhuliini induktiivsus

$$\begin{aligned} L = \frac{\Psi}{J} &= \frac{\Pi_0 l}{4\pi} (4 \ln \frac{a}{r_0} + 1) = \frac{0,4\pi 10^{-8} l}{4\pi} (4 \ln \frac{a}{r_0} + 1) = \\ &= (4 \ln \frac{a}{r_0} + 1) l \cdot 10^{-9} \text{ H} \end{aligned} \quad (371)$$

(seejuures õhuliini ühe juhtme pikkus l on mõõdetav cm-tes).

Raudjuhtmetega õhuliinide induktiivsus määratakse katseliselt¹⁾.

Näide 102. Arvutada ühe km pikkuste kahejuhtmeliste pronks- traadist õhuliinide induktiivsus, kui traatide läbimõõdud on 2, 2,5, 3, 3,5 ja 4 mm ning nende kaugus teineteisest 0,4 m.

L a h e n d u s. Induktiivsus (kui a , r_0 ja l cm-tes)

$$L = (4 \ln \frac{a}{r_0} + 1) l \cdot 10^{-9} = (4 \ln \frac{40}{r_0} + 1) 10^5 \cdot 10^{-9} \text{ H/km.}$$

$2r_0$ [mm]	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
L [mH/km]	2,50	2,40	2,33	2,27	2,22

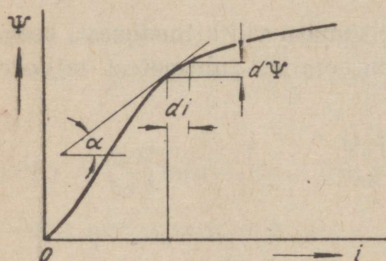
¹⁾ H. R. V ö r k, Õhuliinid raudjuhtmeist, Tartu, 1947, Teaduslik Kirjandus.

138. Ferromagnetilist materjali sisaldava magnetringi induktiivsus.

Valemist $L = d\Psi/di$ selgub, et induktiivsus on konstantne, voolust sõltumatu, ainult siis, kui magnetiline väljatihedus B on magnetringi kõikides osades proportsionaalne vooluga, nagu näiteks raudsüdamikuta magnetringides. Ei ole see proportsionaalsuse tingimus täidetud, siis induktiivsus osutub sõltuvaks voolust, seega $L = f(i)$. On teada magnetvoo Φ või $\Psi = w\Phi$ sõltuvus magneetimisergutusest Θ või magneetimisvoolust

$i = \Theta/w$, siis induktiivsus L on arvatav graafiliselt (joon. 195), määrates kõvera $\Psi = f(i)$ igale punktile tõusunurga α tangensi. On joonisel m_ψ — voltsekundite arv ühes millimeetris ja m_i — amprite arv ühes millimeetris, siis induktiivsus

$$L = \frac{d\Psi}{di} = \frac{m_\psi}{m_i} \operatorname{tga}. \quad (372)$$



Joon. 195. Induktiivsuse graafiline määramine.

Seega magnetringi induktiivsus on suurim kõvera $\Psi = f(i)$ kõige järsema tõusu osas, vähenedes raua küllastumisel.

Näide 103. Määrata toroidi induktiivsus sõltuvana magneetimisvoolust, $L = f(i)$, voolu muutumisel piirides 200... 500 A, kui on teada voo Φ sõltuvus magneetimisergutusest Θ ja toroidi mähise keerdude arv $w = 16$.

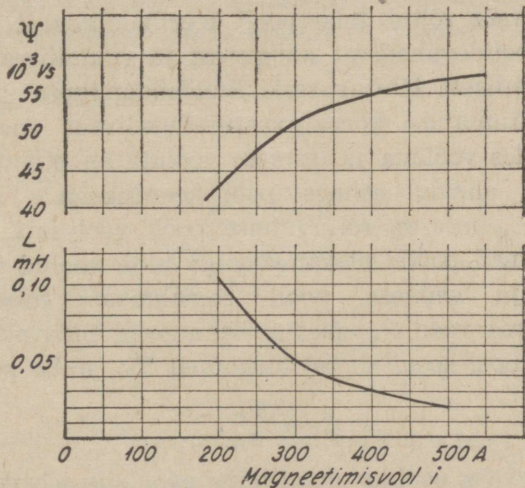
Lahendus. Juuresolevas tabelis on antud voo Φ sõltuvus magneetimisergutusest Θ . Et keerdude arv $w = 16$, siis $\Psi = w\Phi = 16\Phi$ ja magneetimisvool $i = \Theta/w = \Theta/16$. Seega (joon. 196):

Φ [Vs]	Θ [AK]	Ψ [Vs]	i [A]
$27,5 \cdot 10^{-4}$	3270	$44 \cdot 10^{-3}$	204
30,0	4040	48	252
32,5	5130	52	321
35,0	7090	56	443

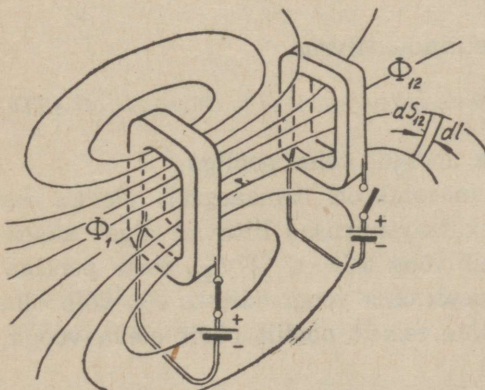
Valime kõvera $\Psi = f(i)$ joonistamise mõõduks: $m_\psi = 10^{-3}$ Vs/mm ja $m_i = 10$ A/mm. Määrates kõvera mitmes punktis riivaja tõusunurga α tangensi saame induktiivsuseks

$$L = \frac{m_\psi}{m_i} \operatorname{tga} = \frac{10^{-3}}{10} \operatorname{tga} = 10^{-4} \cdot \operatorname{tga}:$$

i [A]	$\operatorname{tg}\alpha$	L [mH]
200	1,05	0,105
250	0,75	0,075
300	0,50	0,050
350	0,39	0,039
400	0,31	0,031
500	0,20	0,020



Joon. 196. Ψ ja L sõltuvus magneetimisvoolust.



Joon. 197. Magnetiline sidestus. Esimese vooluringi poolt tekitatakse vool Φ_1 , millest osa, vool Φ_{12} , aheldub teise pooli w_2 keeruga: $\Psi_{12} = w_2 \Phi_{12}$

139. Vastuinduktiivsus.

Kui kaks pooli asuvad lähestikku, siis osa ühe pooli poolt tekitatavast voo aheldub naabruses oleva pooliga (joon. 197). Esimeses poolis aset leidev (väikseimgi) voolu muudatus muudab nii üldise kui ka teise pooliga aheldatud voo suuruse ja selle tulemusena indutseerub elektromotoorne jõud mõlemas poolis. Ja vastupidi — voolu muutumine teises poolis põhjustab elektromotoorse jõu indutseerumise esimeses. Selline nähtus kannab vastastikuse induktiooni nimetust.

Oletame esimese pooli olevat vooluga ja teise vooluta ning esimese pooli poolt tekitatava voo Φ_1 aheldatud sama pooli kõikide keerdudega w_1 . Seega on esimese pooli magnetiline aheldusvoog $\Psi_1 = w_1 \Phi_1$. Naabruses oleva pooli w_2 keeruga aheldub voog Φ_{12} ja aheldusvoog $\Psi_{12} = w_2 \Phi_{12}$ on samuti kui Ψ_1 sõltuv voolust i_1 . Suhe aheldusevoo Ψ_{12} ja teda põhjustava voolu i_1 vahel kannab vastuinduktiivsuse M nimetust, seega

$$M = \frac{\Psi_{12}}{i_1}. \quad (373)$$

Vastuinduktiivsus sõltub teise pooli keerdude arvust ja geomeetrisest mõõtudest, poolidevahelisest kaugusest ja ruumilisest asendist ning keskkonna magnetilisest läbitavusest. Raudsüdamikuta pooli puhul on nende asendi muutumatuse korral vastuinduktiivsus voolust sõltumatu.

Teise pooli olles vooluga ja esimese vooluta on pilt vastupidine: osa voost Φ_2 , voog Φ_{21} , aheldub esimese pooli keerdudega w_1 ja tekitab aheldusvoo $\Psi_{21} = w_1 \Phi_{21}$, mis on sõltuv teise pooli voolust i_2 .

Oletame mõlemad poolid olevat vooluga ning voolud i_1 ja i_2 hoitavat muutumatutena ja esimese pooli eemalduvat teisest ülisuurele kaugusele. Seejuures vood Φ_{12} ja Φ_{21} kahanevad pidevalt piirväärtuseni null ja eemalduv pool sooritab sel teekonnal töö, mille suurus

$$A = \frac{i_1 \Psi_{21}}{2}.$$

Oleks eemalduvaks pooliks olnud teine pool, siis sooritatav töö oluks niisama suur, seega

$$A = \frac{i_2 \Psi_{12}}{2}.$$

Ilmselt on $i_1 \Psi_{21} = i_2 \Psi_{12}$ ja seega vastuinduktiivsus

$$M = \frac{\Psi_{21}}{i_2} = \frac{\Psi_{12}}{i_1} \quad (374)$$

ei sõltu sellest, kumma pooli voo osa aheldub teise pooliga.

Voolude i_1 ja i_2 samaaegsel olemasolul on samaaegselt olemas ka vood Φ_1 , Φ_{12} , Φ_2 ja Φ_{21} . Vood kui skalaarsuurused liituvad algebraliseks ning esimese pooli keerdudega aheldub voog $\Phi_a = \Phi_1 + \Phi_{21}$, teise pooliga aga voog $\Phi_b = \Phi_2 + \Phi_{12}$, kusjuures pooli oma voog, näiteks Φ_1 , võib olla kas samamärgiline või vastasmärgiline teiselt poolilt pärit oleva vooga. Aheldusvood on seega:

$$\Psi_a = \Psi_1 + \Psi_{21} = w_1 \Phi_1 + w_1 \Phi_{21}$$

ja

$$\Psi_b = \Psi_2 + \Psi_{12} = w_2 \Phi_2 + w_2 \Phi_{12}.$$

Kui volud muutuvad ajavahemikus dt suuruse di_1 ja di_2 võrra, siis muutuvad vastavalt ka aheldatud vood ning

$$d\Phi_a = \frac{\partial\Phi_1}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial\Phi_{21}}{\partial i_2} di_2$$

ja

$$d\Phi_b = \frac{\partial\Phi_2}{\partial i_2} di_2 + \frac{\partial\Phi_{12}}{\partial i_1} di_1.$$

Ohmi seaduse kohaselt on vooluringis olev vool sõltuv vooluallika elektromotoorsest jõust E , poolis indutseeritud elektromotoorse jõu hetkväärtusest e_L ja vooluringi kogutakistusest R . Seega

$$i_1 = \frac{E_1 - w_1 \frac{d\Phi_a}{dt}}{R_1}$$

ja

$$i_2 = \frac{E_2 - w_2 \frac{d\Phi_b}{dt}}{R_2},$$

kust vooluallika elektromotoorne jõud

$$E_1 = i_1 R_1 - \left(-\frac{\partial w_1 \Phi_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} \right) - \left(-\frac{\partial w_1 \Phi_{21}}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} \right) = i_1 R_1 - e_{1L} - e_{1M} \quad (375)$$

ja

$$E_2 = i_2 R_2 - \left(-\frac{\partial w_2 \Phi_2}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} \right) - \left(-\frac{\partial w_2 \Phi_{12}}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} \right) = i_2 R_2 - e_{2L} - e_{2M}. \quad (376)$$

Seejuures $i_1 R_1$ ja $i_2 R_2$ on oomilised osapinged,

$$e_{1L} = -\frac{\partial w_1 \Phi_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (377)$$

ja

$$e_{2L} = -\frac{\partial w_2 \Phi_2}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} = -\frac{\partial \Psi_2}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (378)$$

on omainduktsiooni elektromotoorsed jõud ning

$$e_{1M} = -\frac{\partial w_1 \Phi_{21}}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} = -\frac{\partial \Psi_{21}}{\partial i_2} \frac{di_1}{dt} = -M \frac{di_2}{dt} \quad (379)$$

ja

$$e_{2M} = -\frac{\partial w_2 \Phi_{12}}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} = -\frac{\partial \Psi_{12}}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (380)$$

on vastastikuse induktsiooni elektromotoorsed jõud. Seega valemid 375 ja 376 on kirjutatavad kujul

$$E_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (381)$$

ja

$$E_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}. \quad (382)$$

140. Sidestus- ja puistetegurid. Et $\Phi_{12} < \Phi_1$ ja $\Phi_{21} < \Phi_2$, siis peab ka korrutis $L_1 L_2$ olema suurem kui M^2 . Suhe vastuinduktiivsuse ja mõlema pooli induktiivsuste geomeetrilise keskväärtuse vahel kannab sidestusteguri k nimetust, mis oma absoluutsuuruselt on alati väiksem kui üks:

$$\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_1 \Phi_2}} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_1 \Phi_2}} = k < 1. \quad (383)$$

Raudsüdamikuga võimsustransformaatorite mähistevaheline sidestustegur $k = 0,9 \dots 0,96$; raadiotehnikas kasutatavad sidestused on aga tihti peale väga nõrgad, $k \approx 0,01$ ja väiksem. Tugevvoolu-tehnikas on sidestusteguri asemel kasutatav nn. Blondel'i puistetegur τ , mille suurus on:

$$\tau = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 L_2} = 1 - k^2, \quad (384)$$

kust

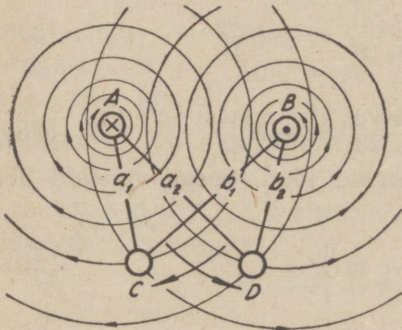
$$k = \sqrt{1 - \tau} \quad (385)$$

Sidestused ei teki mitte igakord tahteliselt. Sellistel juhtumitel nad põhjustavad ebasoovitavaid häireid elektriseadmetes. Nii põhjustab sidestus paralleelselt kulgevate telefoniliinide vahel kõnede läbikostmise, ebasoovitavad sidestused halvendavad raadioaparaadi töötamist jne.

141. Kahe paralleelse õhuliini vastuinduktiivsus. Tavaliselt ei osutu võimalikuks arvutada vastuinduktiivsuse suurust. Isegi säärasel lihtsal juhtumil, nagu seda on näiteks kaks ühisel teljel kaugusel a teineteisest paralleelselt asetsevat keerduradiustega r_1 ja r_2 , on vastuinduktiivsus

$$M = \Pi \left[r_1 \ln \frac{8r_1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 + \frac{b}{2r_1} + \frac{3a^2 + b^2}{16r_1^2} - \frac{3a^2b + b^3}{32r_1^3} + \dots \right) - \frac{1}{4\pi} \left(2 + \frac{b}{2r_1} + \frac{a^2 - 3b^2}{16r_1^2} - \frac{6a^2b - b^3}{48r_1^3} + \dots \right) \right], \quad (386)$$

kusjuures $b = r_2 - r_1$.



Joon. 198. Kaks kahejuhtmelist elektriliini.

Lihtsam on juhtum kahe paralleelselt kulgeva kahejuhtmeline elektriliini korral (joon. 198). Vooluga J olevast juhtmest kaugusel x asetsevas punktis on eriergutus

$$H = \frac{J}{2\pi x}$$

ja väljatihedus

$$B = \Pi H = \frac{\Pi J}{2\pi x}.$$

Juhtme paari CD vahelises ruumis juhtmes A poolt olevast voolust

J_1 põhjustatav voog Φ_{A2} , kui liini pikkus on l , on:

$$\Phi_{A2} = \int_{a_1}^{a_2} B l dx = \int_{a_1}^{a_2} \Pi \frac{J_1}{2\pi x} l dx = \frac{\Pi J_1 l}{2\pi} \ln \frac{a_2}{a_1}.$$

Samas juhtmetevahelises ruumis juhtmes B oleva voolu $-J$ poolt põhjustatav voog

$$\Phi_{B2} = \frac{\Pi J_1 l}{2\pi} \ln \frac{b_1}{b_2}.$$

Et juhtmete C ja D vahelises ruumis tekkivad vood Φ_{A2} ja Φ_{B2} on samamärgilised, siis teise liiniga aheldatud voog

$$\Phi_{12} = \Phi_{A2} + \Phi_{B2} = \frac{\Pi J_1 l}{2\pi} \left(\ln \frac{a_2}{a_1} + \ln \frac{b_1}{b_2} \right) = \frac{\Pi J_1 l}{2\pi} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}.$$

Et õhuliin moodustab ühekeerulise pooli, mille keerdude arv $w_2 = 1$, siis

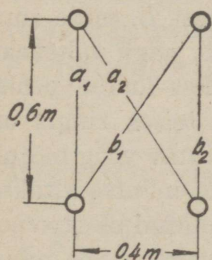
$$\Psi_{12} = w_2 \Phi_{12} = \Phi_{12} = \frac{\Pi J_1 l}{2\pi} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}$$

ja liinidevaheline vastuinduktiivsus, kui $\Pi \approx \Pi_0 = 0,4\pi 10^{-8} \text{H/cm}$:

$$M = \frac{\Psi_{12}}{J_1} = \frac{\Pi l}{2\pi} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2} = 2 \cdot 10^{-9} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}. \quad (387)$$

Näide 104. Arvutada kahe kahejuhtmelise õhuliini vastuinduktiivsus, kui liini pikkus $l = 5 \text{ km}$ ja juhtmetevahelised kaugused on määratavad joon. 199 abil.

Lahendus. Et vastuinduktiivsuse valemis esinevad pikkused on mõõdetavad cm-tes, siis antud juhtumil $a_1 = 60$, $a_2 = \sqrt{60^2 + 40^2} = 72$, $b_1 = 72$, $b_2 = 60$ ja $l = 5 \cdot 10^5 \text{ cm}$. Vastuinduktiivsus



Joon. 199. Kaks kahejuhtmelist õhuliini.

$$\begin{aligned} M &= 2 \cdot 10^{-9} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2} = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^5 \ln \frac{72 \cdot 72}{60 \cdot 60} = \\ &= 0,365 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,365 \text{ mH}. \end{aligned}$$

142. Magnetiliselt sidestatud vooluringid.

Vooluringide magnetiliselt sidestamisel (joon. 200a) on esimese vooluringi vooluallika elektromotoorne jõud E voolu tugevnemise (või nõrgenemise) ajajärgus jaotatav oomiliseks osapingeks $i_1 R_1$, induktiivseks osapingeks $L_1 \frac{di_1}{dt}$ ja teisest ringist esimesse magnetilise sidestuse kaudu indutseeritud elektromotoorset jõudu tasakaalustavaks osapingeks $M \frac{di_2}{dt}$:

$$E = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}. \quad (388)$$

Osapingete summa teises vooluringis peab vooluallika puudumisel olema null:

$$0 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}. \quad (389)$$

Voolu sisselülitamise hetkel, mil $t=0$, on ka $i_1=0$ ja $i_2=0$. Olukorras, mil vool i_1 on saavutanud oma lõppväärtuse, seega ajamomendil $t=\infty$, on voolud

$$i_1 = \frac{E}{R_1} \text{ ja } i_2 = 0.$$

Olukorra iseloomustamiseks voolu i_1 tugevnemise (või nõrgenemise) ajajärgus asetame võrrandisse 388 võrrandist 389 avaldatava di_2/dt väärtuse, kusjuures võib arvutusest välja jätta teise ringi oomilise takistuse R_2 kui väikese suuruse võrreldes teise ringi induktiivse takistusega. Siis

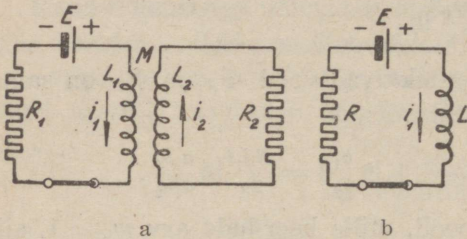
$$E = i_1 R_1 = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) \frac{di_1}{dt}. \quad (390)$$

Selles avaldises liige

$$L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) = L_1 (1 - k^2)$$

võimaldab koostada aseskeemi (joon. 200b), milles vooluring koosneb vooluallikast, oomilisest takistusest R ja aseinduktiivsusest L , mille suurus oleks võrdne äsja leitud väärtusega $L_1(1 - k^2)$. Näib, nagu väheneks esimese ringi induktiivsus, mille tulemusena voolu i_1 kasvamine peaks toimuma kiiremini. Seletatav on see sellega, et vool i_2 teises ringis on praktiliselt vastassuunaline vooluga i_1 , tema poolt põhjustatav voog mõjub seega esimese ringi voogu vähendavalt ja viimase mähises indutseeritakse väiksem, vooluallika elektromotoorsele jõule E vastu suunatud elektromotoorne jõud e'_{L_1} , mis võimaldabki voolu i_1 kiiremat kasvamist. See mõju on seda tundavam, mida tugevam on sidestus. Oleks sidestus täielik seega $k=1$, siis induktiivsus L muutuks nulliks ja tekkiva voolu i_1 tugevus sõltuks vaid primaarringi oomilisest takistusest. Sellisele olukorrale on võrdlemisi ligidal väikese puistega raudsüdamikuga transformaatoreid.

Elektromagnetitel ja releedel kujundatakse sidestatud vooluring lühistatud keeru sissetoomisega primaarsesse magnetvälja (joon. 201). Primaarse voo muutumisel indutseeritakse lühistatud sekundaarringis elektro-

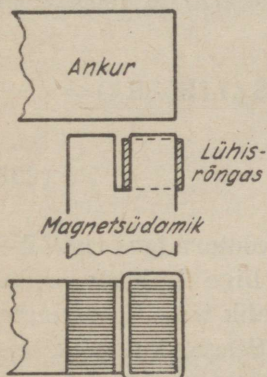


Joon. 200. a) Magnetiliselt sidestatud vooluringid. b) Sidestatud vooluringide aseskeem.

motoorne jõud, mille poolt tekitatav vool ja seega ka voog on nii suunatud, et nad mõjuvad pidurdavalt, tasandavalt primaarse voo suuruse kõikumisele. Analoogiliselt lühistatud ringidele mõjuvad voo muutumist pidurdavalt ka magnetvoos viibivad massiivsed metallkehad, nende seas ka magnetpooluste massiivrauast südamikud. Generaatorite ergutusmasinate magnetpooluste südamikke tihti ei valmistata mitte massiivrauast, vaid nad laotakse kokku omavahel isoleeritud plekkidest, mis takistab nendes

tugevate pöörivoolude tekkimist ja seega võimaldab palju kiiremat ergutusvoolu muutumist generaatori pingel automaatsel reguleerimisel.

Lühisrõngaga varustatud magnetitel (joon. 201), milliseid toidetakse vahelduva vooluga, saavutatakse ankru kinnihoidmine ka primaarse voolu nullist läbiminekul, samuti ka tõmbejõu perioodilisest muutumisest tingitud urina või põrisemise pea täielik kaotamine (vahelduvvoolu korral on lühisrõnga voo maksimumis oleku moment ajaliselt nihutatud primaarse voo maksimumis oleku momendist, millega on ka seletatavad nimetatud nähtused).



Joon. 201. Lühisrõngaga varustatud magnet-südamik.

143. Magnetiliselt sidestatud vooluringide energia. Vaatleme voolust sõltumatu magnetilise läbitavusega ruumi, näiteks õhku, milles asub kaks omavahel magnetiliselt sidestatud vooluringi (joon. 197). Kummagi vooluringi magneetimisergutuse poolt tekitatavad väljatihedused B_1 ja B_2 liituvad, seega väljatihedus B välja mingisuguses punktis

$$B = B_1 + B_2.$$

Magnetvälja energia (val. 353)

$$\begin{aligned} A &= \int \frac{B^2}{2\mu} dV = \frac{1}{2\mu} \int (B_1 + B_2)^2 dV = \frac{1}{2\mu} \int (B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 \cdot B_2) dV = \\ &= \int \frac{B_1^2}{2\mu} dV + \int \frac{B_2^2}{2\mu} dV + \int \frac{B_1 \cdot B_2}{\mu} dV. \end{aligned}$$

Et aga $B_2 = \mu H_2$, siis välja kogu energia

$$A = \int \frac{B_1^2}{2\mu} dV + \int \frac{B_2^2}{2\mu} dV + \int B_1 \cdot H_2 dV. \quad (391)$$

Selle avaldise kaks esimest liiget kujutavad kummagi vooluringi magnetilist energiat teise vooluringi puudumisel. Kolmanda liikme määramiseks kujutleme näiteks esimese vooluringi poolt põhjustatava ja teise vooluringiga aheldatava voo jaotatuna vootorudesse ristlõikega dS_{12} . Jaotame vootorud lülideks pikkusega dl_{12} . Igas elementaarmahus $dV = dS_{12} \cdot dl_{12}$ on olemas esimesest vooluringist põhjustatav väljatihedus suurusga B_1 . Selles vootorus oleva teise vooluringiga aheldatud voo tekitamiseks vajalik magneetimisergutus on määratud selle vootoru igas lülis oleva magneetimis-eriergutusega H_2 ja lüli geomeetriliste mõõtudega. Seega valemi 391 kolmas liige

$$\begin{aligned} \int \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{H}_2 dV &= \iint_{S_1} (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{H}_2) \cdot (d\mathbf{S}_{12} \cdot d\mathbf{l}_{12}) = \iint_{S_1} (\mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_{12}) \cdot (\mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{l}_{12}) = \\ &= \int_S \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_{12} \cdot \int_l \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{l}_{12}. \end{aligned} \quad (293)$$

Mõlema vooluringiga aheldatud voog on konstantne vootoru igas ristlõikes, seega $d\Phi_{12} = \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_{12} = \text{konst.}$ Avaldise 392 teine liige kujutab endast teise vooluringi magneetimisergutust, mis oleks vajalik teise vooluringiga aheldatud voo Φ_{12} tekitamiseks antud vootorus. Seega, kui kõik teise vooluringi w_2 keerdu on aheldatud teist vooluringi läbiva vooga Φ_{12} , siis

$$\begin{aligned} \int \frac{\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_2}{H} dV &= \int \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{H}_2 dV = \int d\Phi_{12} \cdot \int \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{l}_{12} = \int d\Phi_{12} \cdot J_2 w_2 = J_2 \int w_2 d\Phi_{12} = \\ &= J_2 \Phi_{12}. \end{aligned} \quad (393)$$

Kujutledes analoogiliselt teise vooluringi poolt põhjustatava ja esimese vooluringiga aheldatava voo jaotatuna vootorudesse, saame, et

$$\int \frac{\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_2}{H} dV = \int \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{H}_1 dV = J_1 \Phi_{21}, \quad (394)$$

milles Φ_{21} ei võrdu varem leitud Φ_{12} -ga. Et aga

$$J_2 \Phi_{12} = J_1 \Phi_{21},$$

siis

$$\frac{\Phi_{12}}{J_1} = \frac{\Phi_{21}}{J_2} \quad \text{ehk} \quad M_{12} = M_{21} = M. \quad (395)$$

Seega vastastikuse induktsiooni tegur M ei sõltu sellest, kumma vooluringi voo osa on aheldatud teise vooluringiga.

Kahest vooluringist põhjustatava magnetvälja energia (val. 391) on seega (kuna $\Phi_{21} = J_2 M$):

$$A = \frac{L_1 J_1^2}{2} + \frac{L_2 J_2^2}{2} + J_1 \Phi_{21} = \frac{L_1 J_1^2}{2} + \frac{L_2 J_2^2}{2} + M J_1 J_2. \quad (396)$$

XXXIV peatükk.

INDUKTIIVSUSI SISALDAVATE VOOLURINGIDE LÜLITAMINE.

144. Induktiivsust sisaldava vooluringi sisselülitamine. Induktiivsust sisaldava vooluringi ühendamisel vooluallikaga, mille elektromotoorne jõud on E , ei omanda vool oma täit tugevust mitte silmapilkselt, vaid alles teatava aja möödudes, olles oma kasvamises pidurdatud mähises samaaegselt indutseeruva, vooluallika elektromotoorsele jõule vastasuunalise elektromotoorse jõu $e_L = -L di/dt$ poolt. Ajamomendil t on vool

$$i = \frac{E + e_L}{R} = \frac{E - L \frac{di}{dt}}{R},$$

kust

$$E = iR + L \frac{di}{dt} \quad (397)$$

ehk

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{L}.$$

Sellise diferentsiaalvõrrandi $\left(\frac{dx}{dt} + ax = b\right)$ lahendamise käik on kirjeldatud juba varem p. 73 all. Voolu tugevus ajamomendil t on seega

$$i = A_0 + A_1 e^{pt}, \quad (398)$$

milles

$$A_0 = \frac{b}{a} = \frac{E}{R}.$$

Asetades avaldisse 397 avaldisega 398 määratud voolu i hetkelise suuruse ja tema tuletise aja suhtes, saame:

$$E = (A_0 + A_1 e^{pt})R + LpA_1 e^{pt}. \quad (399)$$

Seejuures peavad nii vasakpoolses kui ka parempoolses võrrandi osas esinevad ajast sõltumatud ja ajast sõltuvad liikmed olema omavahel võrdsed, seega

$$E = RA_0$$

ja

$$0 = RA_1 e^{pt} + LpA_1 e^{pt},$$

millest

$$0 = R + Lp$$

ning seega

$$p = -\frac{R}{L}.$$

Nimetades suhet L/R ajakonstandiks T (möödetav sekundites, sest $\frac{1H}{1\Omega} = 1 \frac{\Omega \text{sec}}{\Omega} = \text{sec}$) saame:

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{T}. \quad (400)$$

Asetame leitud p väärtuse voolu tugevust ajamomendil t määravasse võrrandisse 398, siis

$$i = A_0 + A_1 e^{pt} = \frac{E}{R} + A_1 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Ajamomendil $t = 0$ on ka vool $i = 0$ ja seega

$$0 = \frac{E}{R} + A_1 e^{-\frac{0}{T}} = \frac{E}{R} + A_1,$$

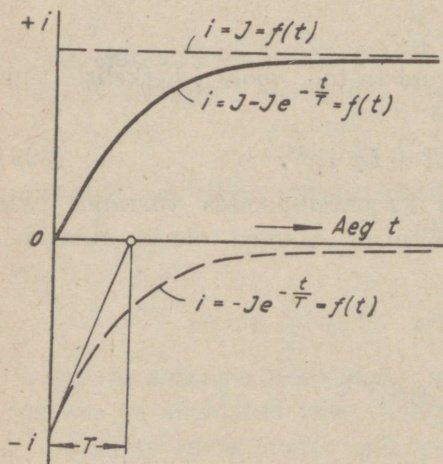
millest

$$A_1 = -\frac{E}{R}.$$

Seega võime ajamomendil t olevat voolu

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{T}} = J - J e^{-\frac{t}{T}} \quad (401)$$

vaadelda koosnevana ajast sõltumatust, ainult vooluringi oomilise takistusega R ja vooluallika elektromotoorse jõuga E määratud statsionaarsest osast $J = E/R$ ja ajast sõltuvast, ajakonstandi $T = L/R$ suurusega määratud mööduvast, transientsest osast $-J e^{-\frac{t}{T}}$ (joon. 202).



Joon. 202. Vool induktiivsust sisaldavas vooluringis.

Ajamomentidele t ja $t + T$ vastavate transientsete liikmete suhe on

$$J e^{-\frac{t}{T}} : J e^{-\frac{t+T}{T}} = e^{-\frac{t}{T} + \frac{t+T}{T}} =$$

$$= e = 2,718.$$

Mida suurem on antud vooluringi induktiivsus L ja mida väiksem tema oomiline takistus R , seda suurem on ajakonstant ja aeglasem voolu kasvamine.

Mähises indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = E e^{-\frac{t}{T}} \quad (402)$$

muutub ajaliselt samuti kui ajast sõltuv voolu komponent $J e^{-\frac{t}{T}}$.

Voolu kasvamise ajajärgus on sisselülitamise hetkest hetkeni t vooluallikalt saadud energia osaliselt muundunud soojuseks, osaliselt aga salvestunud magnetvälja energiaks. Et (val. 362) võimsus

$$Ei = i^2R + iL \frac{di}{dt},$$

siis energia

$$A = \int_0^t E i dt = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^t i L di = \int_0^t i^2 R dt + \frac{i^2 L}{2}. \quad (403)$$

Vooluringi, näiteks magnetpooli poolt salvestatud magnetvälja energia suurust võib määrata sel teel, et voolu all olev pool lahutatakse järsku vooluallikast ja lülitatakse ümber takistusele R (selle takistuse hulka tuleb arvata ka pooli enda takistus). Poolis olnud statsionaarne vool J ei lange nullile mitte järsku, vaid väheneb sujuvalt, sedamööda kuidas kahaneb teda alalhoidev magnetvälja energia. Aja dt vältel muundub soojuseks energia, kui vool $i = J e^{-\frac{t}{T}}$ (vaata p. 146),

$$dA = i^2 R dt = J^2 R e^{-\frac{2t}{T}} dt.$$

Välja kogu energia on seega

$$A = \int_0^{\infty} J^2 R e^{-\frac{2t}{T}} dt = J^2 R \frac{T}{2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{T}} d\left(-\frac{2t}{T}\right) = J^2 R \frac{T}{2} (1 - 0).$$

Et ajakonstant $T = L/R$, siis

$$A = J^2 R \frac{L}{2R} = \frac{J^2 L}{2},$$

millisele tulemusele me oleme jõudnud ka juba varem (p. 135).

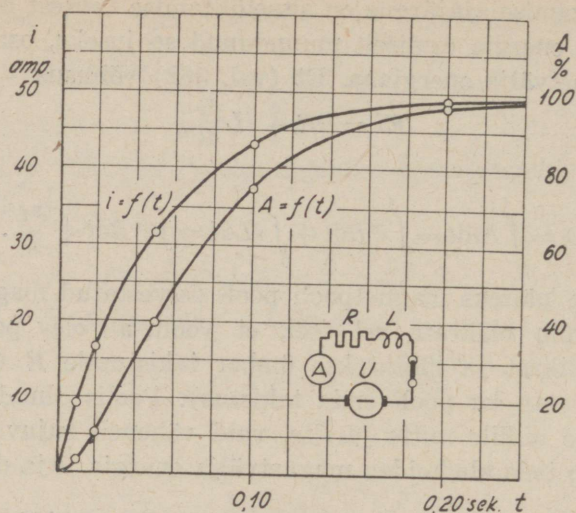
Näide 105. Arvutada vool järjestikku ühendatud induktiivsusest $L = 0,6$ H ja oomilisest takistusest $R = 12 \Omega$ koosnevas vooluringis, kui vooluringi toidetakse alalisvoolu generaatori poolt pingel $U = 6000$ V ja kui sisselülitamisest on möödunud 0,01, 0,02, 0,05, 0,1 ja 0,2 sekundit. Mitu protsenti magnetvälja energiast on selle aja vältel salvestatud salvestada võidavast energiast?

Lahendus. Oletades vooluringis tekkiva voolu i kasvamise aja kestel toitegeneraatori pingel U jäävat muutumatuks, arvutame voolu hetkelise väärtuse valemist 401:

$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Selles olev ajakonstant

$$T = \frac{L}{R} = \frac{0,6}{12} = 0,05 \text{ sec}$$



Joon. 203. Vool ja magnetvälja energia sõltuvalt ajast induktiivsust sisaldava vooluringi sisselülitamisel.

ja seega vool

$$i = \frac{600}{12} \left(1 - e^{-\frac{t}{0,05}} \right) = 50 \left(1 - e^{-20t} \right) \text{ A.}$$

Aja t vältel salvestub magnetvälja energia (joon. 203)

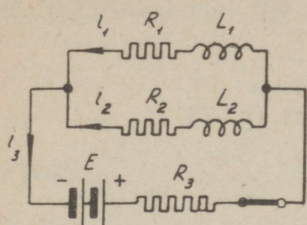
$$A = \frac{Li^2}{2} = \frac{0,6 i^2}{2} = 0,3 i^2 \text{ Ws.}$$

Aeg t sekundites	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	∞
Vool i amprites	9,10	16,5	31,5	43,2	49,0	50,0
Magnetvälja energia A Ws-tes	25	82	298	560	720	750
Magnetvälja energia A % %	3,3	10,9	39,7	74,7	96,0	100,0

Näide 106. Arvutada voolu ajaline kulgemine paralleelselt ühendatud, induktiivsust sisaldavates vooluringides (joon. 204), kui $L_1 = 0,3$ ja $L_2 = 0,1$ H, $R_1 = 4$ ja $R_2 = 24 \Omega$, vooluallika elektromotoorne jõud $E = 125$ V ja vooluallika sisetakistus $R_3 = 26 \Omega$.

Lahendus. Et Kirchhoffi seadused ei kehti mitte ainult statsionaarse olukorra puhul, vaid igal ajamomendil, siis kolme voolu tugevuse määramiseks kirjutame Kirchhoffi seaduste alusel kolm võrrandit: voolude hetkväärtuste summa punktis A

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (404)$$



Joon. 204. Hargnev vooluring.

ja kahes omaette vooluringis

$$E = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + i_3 R_3, \quad (405)$$

$$0 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt}. \quad (406)$$

Võrrandist 404 leiame i_2 ja selle tuletise aja suhtes:

$$i_2 = i_3 - i_1,$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{di_3}{dt} - \frac{di_1}{dt}.$$

Võrrandist 405 leiame i_3 ja viimase tuletise aja suhtes:

$$i_3 = \frac{E}{R_3} - \frac{R_1}{R_3} i_1 - \frac{L_1}{R_3} \frac{di_1}{dt},$$

$$\frac{di_3}{dt} = -\frac{R_1}{R_3} \frac{di_1}{dt} - \frac{L_1}{R_3} \frac{d^2 i_1}{dt^2}.$$

Asetades i_2 ja i_3 ning nende tuletised võrrandisse 406, saame:

$$0 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - i_3 R_2 + i_1 R_2 - L_2 \frac{di_3}{dt} + L_2 \frac{di_1}{dt};$$

$$0 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - \left(\frac{E}{R_3} - \frac{R_1}{R_3} i_1 - \frac{L_1}{R_3} \frac{di_1}{dt} \right) R_2 + i_1 R_2 - \\ - L_2 \left(-\frac{R_1}{R_3} \frac{di_1}{dt} - \frac{L_1}{R_3} \frac{d^2 i_1}{dt^2} \right) + L_2 \frac{di_1}{dt},$$

mille ümberkujundamisel saame diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left(\frac{R_1 + R_3}{L_1} + \frac{R_2 + R_3}{L_2} \right) \frac{di_1}{dt} + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{L_1 L_2} i_1 = \frac{E R_2}{L_1 L_2}.$$

Selles võrrandis

$$\frac{R_1 + R_3}{L_1} + \frac{R_2 + R_3}{L_2} = \frac{4 + 26}{0,3} + \frac{24 + 26}{0,1} = 600 \frac{\Omega}{\Omega s} = 600 [1/\text{sec}],$$

$$\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{L_1 L_2} = \frac{4 \cdot 24 + 4 \cdot 26 + 24 \cdot 26}{0,3 \cdot 0,1} = 27500 [1/\text{sec}^2]$$

ja

$$\frac{E R_2}{L_1 L_2} = \frac{125 \cdot 24}{0,3 \cdot 0,1} = 100000 \frac{V \Omega}{\Omega s \cdot \Omega s} = 10^5 \text{ A}/\text{sec}^2.$$

Seega

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + 600 \frac{di_1}{dt} + 27500 i_1 = 10^5.$$

Võrrandil

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + a_1 \frac{di_1}{dt} + ai_1 = b,$$

milles $a_1 = 600$, $a = 27\,500$ ja $b = 10^5$, on lahendus (p. 73):

$$i_1 = A_{10} + A_{11}e^{p_1 t} + A_{12}e^{p_2 t}. \quad (407)$$

Lahenduse esimene liige

$$A_{10} = \frac{b}{a}$$

ja lahenduses esinevad astmenäitajad on arvutatavad võrrandist

$$p^2 + a_1 p + a = 0.$$

Seega, kui T on ajakonstant, siis

$$p = -\frac{1}{T} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a}.$$

Pannes asemele arväärtused, saame:

$$A_{10} = \frac{b}{a} = \frac{10^5}{27\,500} \frac{\text{A/s}^2}{1/\text{s}^2} = 3,64 \text{ A},$$

$$p = -\frac{1}{T} = -\frac{600}{2} \pm \sqrt{\frac{600^2}{4} - 27\,500} = -300 \pm 250,$$

millest

$$p_1 = -50 \text{ ja } p_2 = -550 \text{ [1/sec].}$$

Analoogiliselt leiame ka voolu teises harus:

$$i_2 = A_{20} + A_{21}e^{p_1 t} + A_{22}e^{p_2 t}. \quad (408)$$

Et mõlemad vooluringid on ühesugustes tingimustes, siis viimase avaldise esimene liige (nagu esimeses haruski, kus $A_{10} = b/a$, milles nüüd aga R_1 asemele tuleb R_2 ja R_2 asemele R_1)

$$\begin{aligned} A_{20} &= \frac{ER_1}{L_1 L_2} \cdot \frac{R_2 R_1 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{L_1 L_2} = \frac{ER_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \\ &= \frac{125 \cdot 4}{4 \cdot 24 + 4 \cdot 26 + 24 \cdot 26} = 0,607 \text{ A}. \end{aligned}$$

Sisselülitamise hetkel, mil $t = 0$, ka $i_1 = 0$ ja $i_2 = 0$, on vooluallika elektromotoorne jõud E tasakaalustatav ainult indutseeruva elektromotoorse jõuga; seega

$$E = L_1 \left(\frac{di_1}{dt} \right)_{t=0} \text{ ja } E = L_2 \left(\frac{di_2}{dt} \right)_{t=0}. \quad (409)$$

Tuletades valemid 407 ja 408 aja suhtes, saame:

$$\frac{di_1}{dt} = p_1 A_{11} e^{p_1 t} + p_2 A_{12} e^{p_2 t}$$

ja

$$\frac{di_2}{dt} = p_1 A_{21} e^{p_1 t} + p_2 A_{22} e^{p_2 t}.$$

Seega ajamomendil $t = 0$ (val. 409)

$$E = L_1(p_1 A_{11} + p_2 A_{12}) \text{ ja } E = L_2(p_1 A_{21} + p_2 A_{22}). \quad (410)$$

Kuna ajamomendil $t = 0$ on ka $i_1 = 0$ ja $i_2 = 0$, siis (val. 407 ja 408)

$$0 = A_{10} + A_{11} + A_{12} \text{ ja } 0 = A_{20} + A_{21} + A_{22}. \quad (411)$$

Leitud neljast võrrandist (410 ja 411) leiame konstantide A_{11} , A_{12} , A_{21} ja A_{22} väärtused:

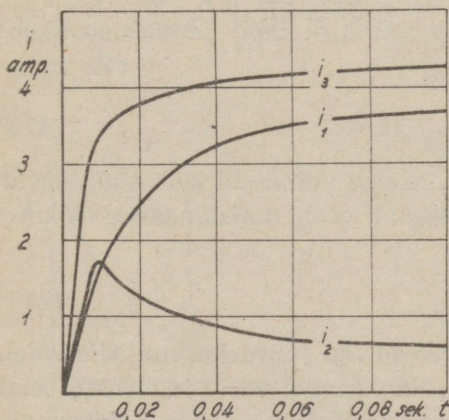
$$A_{11} = \frac{\frac{E}{L_1} + p_2 A_{10}}{p_1 - p_2} = \frac{\frac{125}{0,3} - 550 \cdot 3,64}{-50 + 550} = -3,17 \text{ A,}$$

$$A_{12} = -A_{10} - A_{11} = -3,64 + 3,17 = -0,47 \text{ A,}$$

$$A_{21} = \frac{\frac{E}{L_2} + p_2 A_{20}}{p_1 - p_2} = \frac{\frac{125}{0,1} - 550 \cdot 0,607}{-50 + 550} = 1,83 \text{ A,}$$

$$A_{22} = -A_{20} - A_{21} = -0,607 - 1,83 \approx -2,44 \text{ A.}$$

Seega voolud (val. 407, 408 ja 404)



Joon. 205. Voolud paralleelsete, induktiivsust sisaldavate vooluringide sisselülitamisel (skeem joonisel 204).

$$i_1 = 3,64 - 3,17e^{-50t} - 0,47e^{-550t} \text{ A,}$$

$$i_2 = 0,607 + 1,83e^{-50t} - 2,44e^{-550t} \text{ A,}$$

$$i_3 = 4,25 - 1,34e^{-50t} - 2,91e^{-550t} \text{ A.}$$

Leitud avaldised on kujutatud kõveratena joonisel 205.

145. Rauda sisaldava magnetpooli sisselülitamine.

Rauda sisaldava magnetpooli sisselülitamisel ei kasva vool mitte eksponentsiaal-kõverat mööda, kuna vooluringi induktiivsust sõltub pooli läbivast voolust. Sel juhtumil on voolu tugevuse ajaline kulgemine määratav

graafiliselt, kuid selleks peab olema teada Ψ sõltuvus voolust i , s. o. kõver $\Psi = f(i)$. Igal hetkel vooluringis olev elektromotoorne jõud E võrdub oomilise pingelanguga iR ja indutseeruva elektromotoorse jõu $e_L = \frac{d\Psi}{dt}$ summaga:

$$E = iR + \frac{d\Psi}{dt} = iR + \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt} = iR + L \frac{di}{dt},$$

kusjuures induktiivsus L on leitav kõverale $\Psi = f(i)$ tõmmatava riivaja tõusunurga tangensi kaudu (p. 138). Kõvera $i = f(t)$ leidmiseks eraldame abstsissiteljel (joon. 206) rea suuruselt võrdseid voolu juurdekasvusi Δi ja määrame aja Δt , mille kestel vool tugevneb niisuguse juurdekasvu Δi võrra. Sisselülitamise hetkel, mil vool $i = 0$, on

$$E = 0 \cdot R + L_1 \frac{\Delta i}{\Delta t_1}$$

ja

$$\Delta t_1 = \frac{L_1}{E} \Delta i. \quad (412)$$

Seega kulub voolu muutmiseks suuruselt null suuruseni $i_1 = \Delta i$ aeg $t_1 = \Delta t_1$. Aeg Δt_2 , vajatav voolu tugevnemiseks veel ühe Δi võrra, millal $i_2 = i_1 + \Delta i = 2\Delta i$, on jällegi leitav võrrandist

$$E = i_1 R + L_2 \frac{\Delta i}{\Delta t_2},$$

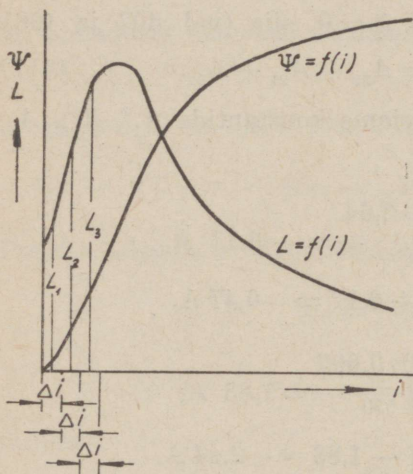
millest

$$\Delta t_2 = \frac{L}{E - i_1 R} \Delta i. \quad (413)$$

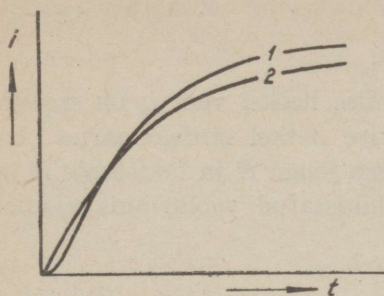
Jätkates aja juurdekasvude määramist, näeme viimaseid ikka suurenevat. Lõpmatusse küündivale juurdekasvule vastab voolu statsionaarne olukord, mille

$$i_\infty = \frac{E}{R}. \quad (414)$$

Et on teada voolu juurdekasvudele vastavad aja juurdekasvud, siis võime joonistada kõvera $i = f(t)$ (joon. 207). Suurematel voolu tugevustel leiab aset induktiivsuse vähenemine ja voolu juurdekasv osutub kiiremaks rauata induktiivsuse kasutamisel. Vähematel voolu tugevustel on suurema induktiivsuse tulemusena voolu juurdekasv aeglasem.



Joon. 206 — rauda sisaldava vooluringi sisselülitamisele järgneva voolu kasvamise ajalise kulgemise $i = f(t)$ arvutamiseks.

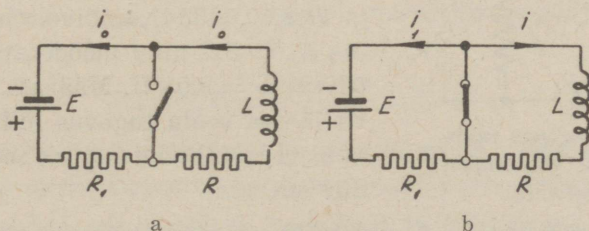


Joon. 207. Voolu sõltuvus ajast rauaga (1) ja rauata (2) magnetpooli sisselülitamisel.

Kui jääk-väljatihedus (remanents) on samasuunaline voolu poolt tekitatava väljatihedusega, siis kiirendab see voolu kasvamist, kui vastassuunaline — aeglustab. On pooli südamik massiivrauast, siis mõjuvad tekkivad pöörisvoolud samuti voolu kasvamist aeglustavalt.

146. Lühis induktiivsust sisaldavas vooluringis. Tekib induktiivsust sisaldavas vooluringis lühis, siis ei voola energia lühistatud kohta mitte ainult välisest vooluallikast, vaid sellele lisandub ka vabanev ja soojuseks muunduv induktiivsust L omava

pooli magnetvälja energia (joon. 208). Vool induktiivsust omavas poolis langeb nullini sujuvalt (joon. 209), kusjuures teda põhjustav indutseeruv



Joon. 208. Lühis induktiivsust sisaldavas vooluringis: a) voolujaotus enne lühistamist, b) voolujaotus peale lühistamist.

elektromotoorne jõud $-Ldi/dt$ võrdub takistuses R tekkiva pingelanguga iR :

$$iR = -L \frac{di}{dt}.$$

Viimase võib ümber kujundada diferentsiaalvõrrandiks

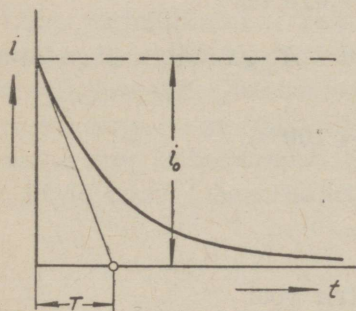
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0,$$

mille lahendus on

$$i = Ae^{pt},$$

milles astmenäitaja p on leitav võrrandist

$$p = \frac{R}{L} = 0.$$



Joon. 209. Vool lühistatud vooluringis.

Seega

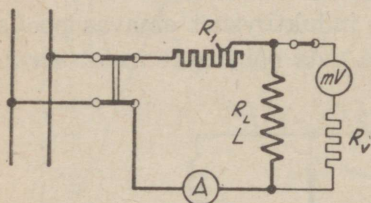
$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{T},$$

kusjuures T on ajakonstant. Lühise tekkimise hetkel vool i_0 on maksimaalne. Valitses vooluringis lühise tekkimise hetkel statsionaarne olukord, siis oli vool i_0 määratud elektromotoorse jõuga E ja takistuste R ja R_1 summaga: $i_0 = E/(R + R_1)$. Seega on lühistatud vooluringis ajamomendil t olev vool

$$i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} = i_0 e^{-\frac{t}{T}}. \quad (415)$$

Nagu näeme, nõrgeneb vool lühise korral samasugust kõverat mööda, millist mööda ta tugevnes sama vooluringi sisselülitamisel.

Näide 107. Joonisel 210 on toodud lülitusskeem induktiivsust



Joon. 210. Lülitusskeem takistuse R mõõtmiseks volt-ampere-meetri meetodil.

omava pooli, näiteks alalisvoolu masina ankrumähise takistuse mõõtmiseks. Vooluallika pinge $U = 50$ V, takistused $R_1 = 0,5$ ja $R_L = 0,0003 \Omega$, millivoltmeetri sisetakistus $R_V = 2 \Omega$ ning mõõdetava pooli induktiivsus $L = 0,03$ H. Määrata millivoltmeetrit läbiva voolu tugevus lüliti järsul lahtutamisel ja millivoltmeetris soojuseks muunduv energia.

L a h e n d u s. Lüliti järsul lahtutamisel osutub mõõdetav pool millivoltmeetri kaudu lühistatuks. Valemi 415 kohaselt on vool i lühistamisel kujunevas vooluringis

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Selles olev ajakonstant

$$T = \frac{L}{R_L + R_V} = \frac{0,03}{0,0003 + 2} \approx 0,015 \text{ sec}$$

ja vool enne lüliti lahtutamist i_0 (mitte arvestades R_L -ga rööbiti ühendatud millivoltmeetri suhteliselt suurt takistust R_V)

$$i_0 = \frac{U}{R_1 + R_L} = \frac{50}{0,5 + 0,0003} \approx 100 \text{ A.}$$

Lühisringi, seega ka millivoltmeetrit läbiv vool on

$$i = 100 e^{-\frac{t}{0,015}} \text{ A.}$$

Enne lüliti lahtutamist läbis millivoltmeetrit vool

$$i_V = \frac{i_0 R_L}{R_V} = \frac{100 \cdot 0,0003}{2} = 0,015 \text{ A.}$$

Sama väärtuseni nõrgeneb vool temas alles aja t' möödudes:

$$i_V = i_0 e^{-\frac{t'}{T}}$$

ehk

$$0,015 = 100 e^{-\frac{t'}{0,015}},$$

millest

$$t' = 0,015 \ln \frac{100}{0,015} = 0,0975 \text{ sec.}$$

Seejuures muundub soojuseks energia

$$A = \frac{i_0^2 L}{2} - \frac{i_V^2 L}{2} = \frac{L}{2} (i_0^2 - i_V^2),$$

millest kulub mõõteriista mähise temperatuuri tõstmisele

$$A_V = \frac{R_V}{R_L + R_V} \cdot \frac{L}{2} (i_0^2 - i_V^2).$$

Et aga $R_V \gg R_L$ ja $i_0^2 \gg i_V^2$, siis on mõõteriistas soojuseks muunduv energia

$$A \approx \frac{L}{2} i_0^2 = \frac{0,03 \cdot 100^2}{2} = 1500 \text{ J}$$

ja osutub tõenäoliseks tema mähise läbipõlemine. Läbipõlemise vältimiseks on nõutav millivoltmeetri eraldamine enne peavooluringi katkestamist.

147. Induktiivsust sisaldava vooluringi väljalülitamine. Induktiivsust sisaldava vooluringi väljalülitamisel vabaneb ja muundub soojuseks kogu magnetvälja energia. Mida kiiremini väheneb voolu tugevus ja mida suurem on seega voolu muutumise kiirus di/dt , seda suurem elektromotoorne jõud e_L indutseeritakse väljalülitatavas mähises, kuna

$$e_L = -L \frac{di}{dt}.$$

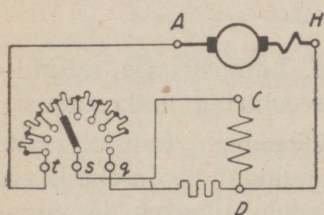
Lüliti väljalülitamisel tekkiv leek moodustab vooluringis võrdlemisi suure takistuse, mille suurus on ajaliselt muutuv ja ei osutu määratavaks arvutamise teel. Oletame leegi takistuse vähenevat proportsionaalselt ajaga ja tähistame t -ga väljalülitamise kestuse ning T -ga vooluringi ajakons-tandi enne katkestamist. Siis tekib väljalülitamise protsessi lõpul kontaktide vahele, seega ka leegi otste vahele, pinge u , mille suurus on

$$u = \frac{E}{1 - \frac{t}{T}}, \quad (416)$$

olles suurem vooluallika elektromotoorsest jõust, kuna alalisvoolu puhul u on alati samamärgiline E -ga; tekib liigpinge. Mida pikem on

väljalülitamise aeg t , seda väiksem on liigpinge, ja lõpmatult pikka aega kestva väljalülitamise korral peaks pinge u võrduma vooluallika elektromotoorse jõuga E . Erineb aga väljalülitamise aeg ajakonstandist vähe, siis ohustatakse induktiivsust sisaldava vooluringi isolatsioon ja liigpinge mõjul võib tekkida läbilöökk.

Hetkel, mil kontaktid üksteist enam ei puuduta, tekivad nende vahele õhuvahet ioniseeriv pinge ja leek. Kontaktide eemaldumisel teineteisest magnetiline energia kahaneb, muundudes leegis soojuseks, ja seega näib, nagu oleks pikem väljalülitamise aeg soodsam. Kuid voolutihedus kontakti pinnal on kahjuks väga suur ja eralduv soojus ei jõua küllaldase kiirusega levida, mille tulemusena kontakti pinnal võib tekkida metalli sulamispunkti ületav temperatuur. Sel põhjusel valitakse väljalülitamise kiirus siiski võimalikult suur, kuid hoolitsetakse seejuures magnetvälja energia soojuseks muundumise võimaluse eest, kas hästi jahutatavas väljalülitamistakistuses (näiteks õilülitis kontaktidega paralleelselt ühendatud traattakistuses, õhuga jahutatavas takistuses generaatori ergutusringi katkestil, mis on näidatud joonisel 211) või vedeliku aurustamisena paisumislülitis.



Joon. 211. Üheastmeline väljalülitamistakistus (punkt D -st vasakul) generaatori pingeregulaatoril.

On leek veninud pikaks ja seega kasvanud ka tema takistus, siis lõpuks ei jätku enam pingest u tema alalhoidmiseks, pealegi et nõrgeneva voolu alalhoidmiseks vajatakse ikka suuremat pinget, ning leek kustub. Niisugune leegi kiire väljavenitamine on saavutatav kontaktidele sobiva kuju andmisega ja magnetilise leegipuhuja tarvitamisele võtmisega (näiteks tram-mide kontrollerites).

XXXV peatükk.

JÕUD MAGNETVÄLJAS.

148. Mehhaaniline jõud magnetväljas. Magnetvälja üheks iseloomustavaks omaduseks on seesmiste (mehhaaniliste) jõudude olemasolu. Piki välja mõjuva jõu suuruse määramiseks vaatleme väljast eraldatud ruumi-elementi ristlõikega S ja pikkusega l (välja suunas). Sellisesse ruumi-osaesse on koondunud energia

$$A_1 = \frac{HB}{2} Sl.$$

Kasutades mehhaanilist jõudu P , venitame mõtteliselt ruumiosakese pikemaks dl võrra. Seejuures jäävad B ja H praktiliselt samadeks ja suurenenud ruumiosakesse koondunud energia

$$A_2 = \frac{HB}{2} S(l + dl).$$

Vahe mõlema energia suuruses on jõu P poolt teekonnal dl sooritatud töö. Seega

$$Pdl = A_2 - A_1 = \frac{HB}{2} Sdl.$$

Ruumiosakese ristlõike ühikule tulev sisejõud

$$p = \frac{P}{S} = \frac{HB}{2}, \quad (417)$$

mille ühikuks on (nagu välja energialgi) J/cm^3 , kui H on mõõdetud $[A/cm]$ -tes ja B — $[Vs/cm^2]$ -tes.

149. Elektromagneti tõstejõud. Kahe keskkonna lahutuspinna, näiteks raua ja õhu vahel, mõjuvad üheaegselt kaks suuruselt erinevat sisejõudu, mille suuruste vahe avaldubki magneti tõstejõuna. Juhtumil, mil väljatihedus on perpendikulaarne lahutuspinna, on $B_1 = B_2 = B$ ja $\Pi_1 H_1 = \Pi_2 H_2$. Kummaski keskkonnas pinnauhikule tuleva sisejõu suurus perpendikulaarselt keskkondade lahutuspinnaale on:

$$p_1 = \frac{H_1 B_1}{2} = \frac{B^2}{2\Pi_1} \quad \text{ja} \quad p_2 = \frac{H_2 B_2}{2} = \frac{B^2}{2\Pi_2}.$$

Resulteeriv sisejõud

$$p = p_1 - p_2 = \frac{p_1 - p_2}{S} = \frac{\Pi_2 - \Pi_1}{\Pi_1 \Pi_2} \frac{B^2}{2}$$

ja magneti tõstejõud

$$P = pS = \frac{\Pi_2 - \Pi_1}{\Pi_1 \Pi_2} \frac{SB^2}{2} = \frac{\Pi_0(\mu_2 - \mu_1)}{\Pi_0^2 \mu_1 \mu_2} \frac{SB^2}{2} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 \mu_2} \frac{SB^2}{2\Pi_0}. \quad (418)$$

Et raua magnetiline läbitavus on väga suur, võrreldes õhu magnetilise läbitavusega, seega $\mu_2 \gg \mu_1$ ja $\mu_1 = \mu \approx 1$, siis magneti tõstejõud

$$P \approx \frac{\mu_2 - 1}{\mu_2} \frac{SB^2}{2\Pi_0} \approx \frac{SB^2}{2\Pi_0} = \frac{SB^2}{2 \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-8}} \approx 0,4 SB^2 \cdot 10^8 \text{ J/cm}. \quad (419)$$

Elektromagneti tõstejõu arvutamisel on otstarbekam lähtuda järgmisest kaalutlusest. Olgu magneti tõstejõud parajasti nii suur, et ta suudab hoida ankrut jõuga P kaugusel δ magneti südamikust (joon. 212). Oletame aja dt vältel õhuvahet δ suurendatavat $d\delta$ võrra, mille juures aga oluliselt ei muutu voolu i suurus. Selle aja vältel muundub magnet-

mähises soojuseks energia i^2Rdt . Selleks soojuseks muundub energiaallikalt võetav elektriline energia $Uidt$, magneti ankru eemaldamisel tehtav töö $Pd\delta$ ja magnetiväljalt saadav energia $|dA|$, kuna ankru eemaldamisel leiab aset magnetvälja energia vabanemine (välja energia kahanemine):

$$i^2Rdt = Uidt + Pd\delta + |dA|. \quad (420)$$

Ankru eemaldumisel magnetvoo suurus muutub, selle tulemusena indutseeritakse magnetimis-mähises elektromotoorne jõud

$$e_L = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Seega võime vaadelda võrgupinget U , mille ole-tame püsivat konstantsena, koosnevana oomili-sest pingelangust iR ja induktiivsest pingelang-
gust $u_L = -e_L = d\Phi/dt$:

$$U = iR + u_L = iR + \frac{d\Phi}{dt}.$$

Korrutades selle avaldise mõlemat poolt idt -ga saame:

$$Uidt = i^2Rdt + id\Phi. \quad (421)$$

Avaldiste 420 ja 421 kooslahendamisel saame:

$$id\Phi + Pd\delta + |dA| = 0. \quad (422)$$

Antud juhtumil voog kaheneb, seega $d\Phi < 0$. Avaldisest 422 leitava jõu P suurus

$$P = \frac{i|d\Phi| - |dA|}{d\delta}. \quad (423)$$

Magneti tõstejõu tegelikul arvutamisel on sobivam kasutada $d\Phi$, dA ja $d\delta$ asemel väikese lõplikke väärtusi $\Delta\Phi$ ja ΔA , mis vastavad õhupilu lõplikule muutumisel $\Delta\delta$:

$$P = \frac{i|\Delta\Phi| - |\Delta A|}{\Delta\delta}. \quad (424)$$

Arvutamine ise viiakse seejuures läbi graafiliselt (joon. 213). Magnet-välja energia

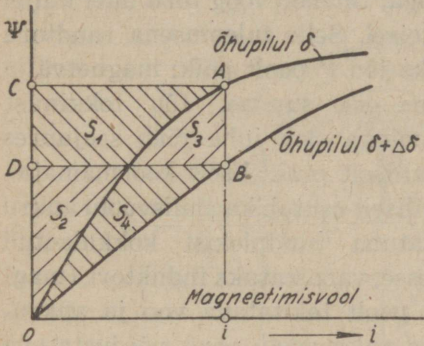
$$A = \int_V \frac{A}{V} dV = \int_V \frac{A}{V} S dl,$$

kusjuures integreerimine toimuks piki vootoru. Et (val. 352)

$$\frac{A}{V} = \int_0^B H dB,$$

siis

$$A = \int_0^B \int_0^{\Phi} H dB \cdot S dl = \int_0^{\Phi} \int_0^l H dl \cdot d\Phi = \int_0^{\Phi} \left[\int_0^l H dl \right] d\Phi = \int_0^{\Phi} i w d\Phi = \int_0^{\Psi} i d\Psi. \quad (425)$$



Joon. 213. Magneti tõstejõu graafiline määramine.

Joonisel on selle integraali väärtuseks pindala, mida piiravad kõver, ordinaatide telg ja horisontaaljoon antud Ψ väärtusel. Joonistatud on eri kõverad $\Psi = f(i)$ õhupilule δ ja õhupilule $\delta + \Delta\delta$. Voolule i vastab seega õhupilu δ korral magnetvälja energia pindalana OCA (pindala $S_1 + S_2$) ja õhupilu $\delta + \Delta\delta$ korral magnetvälja energia pindalana ODB (pindala $S_2 + S_4$). Seega on magnetvälja energia kahanemine $\Delta\Psi$ kahane-misel $\Delta\Psi$ võrra võrdeline pindalaga

$$(S_1 + S_2) - (S_2 + S_4) = S_1 - S_4.$$

Avaldise 423 liige $i d\Psi$ on kujutatav nelinurgana $ABDC$, millele vastab pindala $S_1 + S_3$. Seega avaldise 423 kogu lugeja on kujutatav pindalana OAB , sest

$$(S_1 + S_3) - (S_1 - S_4) = S_3 + S_4.$$

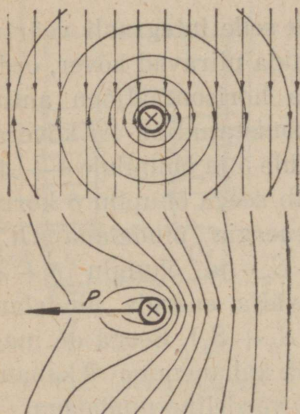
Selle pindala suurus ruutmillimeetrites korrutatuna Ψ ja i mõõduga annab murru 423 lugeja arvulise väärtuse.

Olles joonestanud esimese magneetimiskõvera $\Psi = f(i)$ õhupilu väärtusele $\delta = 0$ ning teise õhupilu väärtusele $\delta + \Delta\delta = \Delta\delta$, saame pindala OAB otseselt arvutamise aluseks võetavale õhupilule $\Delta\delta$. Murru 424 nimetajasse tuleb siis õhupilu tegelik väärtus $\Delta\delta$.

150. Magnetväljas vooluga olevale juhtmele avalduv mehhaaniline jõud. Vooluga oleva juhtme ümber tekkiv magnetvoog liitub teda ümbritsevas keskkonnas oleva vooga. Ühel pool juhett väljatihedus suureneb, vastaspoolel väheneb. Juhtmele avalduv mehhaaniline jõud on seejuures suunatud nii, et juhe nagu surutaks välja tihedamast osast hõredamasse, seega põiki välja (joon. 214).

Tihti osutub vajalikuks kaotada magnetvälja mehhaaniline mõju vooluga olevale juhtmele. Selle saavutamiseks tuleb juhe ümbritseda keskkonnaga, millel on väga suur magnetiline läbitavus, näiteks raudtoruga (joon. 215). Torusse paigutatud juhtme olles vooluta, on väljatihedus toru seesmuses

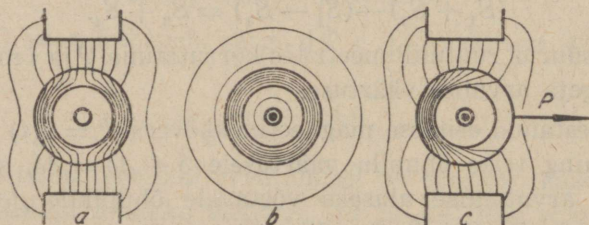
praktiliselt null (joon. 215a). Et $\mu = 2000 \dots 8000$, samal ajal aga $\mu_0 \approx 1$, siis juhtme olles vooluga, on voolu poolt põhjustatav voog juhete ümbritsevas torus väga suur (joon. 215b).



Joon. 214. Magnetivälja vooluga oleva juhtme ümber. P on juhtmele välja poolt avaldatav mehhaaniline jõud.

Liitudes torus välisest magnetväljast pärineva vooga, tiheneb voog toru ühel küljel ja hõreneb teisel. Selle tulemusena raudtoru nagu surutaks jõu P poolt põiki magnetvälja voo hõredama osa suunas. Jõu tekkimist põhjustav vooluga olev juhe jääb seejuures aga mehhaaniliselt praktiliselt koormamata.

Analoogiliselt osutub ka alalisvoolu ankrumähis, asetatuna raudplekist kokkulaotud ankru uuretesse, vabastatuks induktori (magnetpooluste) poolt tekitatava voo ja ankrumähises oleva ankruvoolu poolt põhjustatava mehhaanilise jõu vastuvõtmisest. Nimetatud jõud rakendub ankru hammastele, tema korutus rakenduspunkti kaugusega masina telgjoonest kujundabki masina poolt arendatava pöördemomendi.



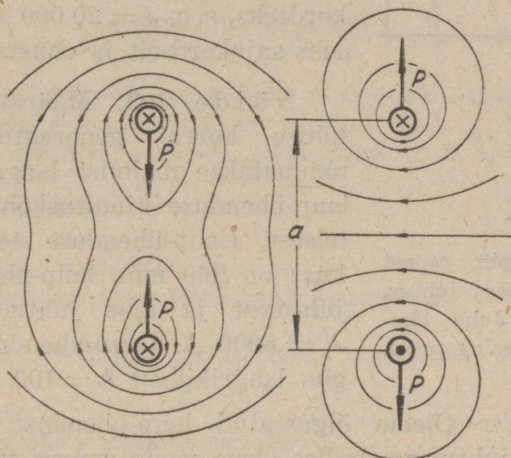
Joon. 215. Raudtorusse paigutatud juhe. a) Juhe on vooluta. b) Juhe on vooluga, kuid puudub väline magnetväli. c) Väline magnetväli liitub voolust põhjustatava väljaga; mehhaaniline jõud ei rakendu mitte juhtme, vaid teda ümbritseva raudtoru külge.

151. Mehhaaniline jõud kahe vooluga oleva juhtme vahel. Kaks vooluga olevat juhete mõjutavad teineteist mehhaaniliselt tänu nende ümber tekkivatele magnetväljadele. Lihtsamal juhtumil, mil on tegemist kahe paralleelselt asetseva juhtmega, juhtmed tõmbuvad, kui voolud on ühesuunalised, ja tõukuvad, kui voolud on vastassuunalised (joon. 216). On juhtme kaugus teineteisest a ja voolud juhtmetes J_1 ja J_2 , siis

on esimesest voolust põhjustatav väljatihedus teise juhtme asukohas

$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 J_1}{2\pi a}$ ja juhtmele pikkusega l mõjuv jõud

$$P = B_1 J_2 l = \frac{\mu_0 J_1 J_2}{2\pi a} l. \quad (426)$$



Joon. 216. Vooluga olevaid paralleelseid juhtmeid ümbritsev magnetväli. Samasuunaliste voolude korral juhtmed tõmbuvad, vastassuunaliste korral — tõukuvad.

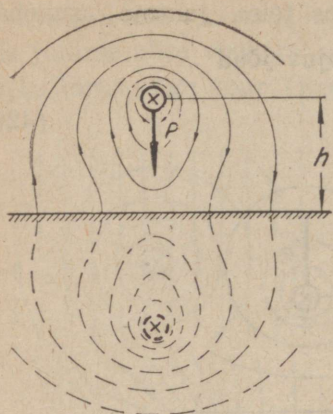
Läbib mõlemat juhet üks ja sama vool $J = J_1 = J_2$, siis on juhtmete vaheline jõud proportsionaalne selle voolu ruuduga:

$$P = \frac{\mu_0 l}{2\pi a} J^2. \quad (427)$$

Juhtme kulgemisel paralleelselt raudkehaga osutub välja suund raua pinnal rauaga perpendikulaarseks. Kujutledes väljapildile nagu jätkuna peegelpildi raudkeha seesmusesse, saame väljapildi, mis on täiesti analoogiline väljapildiga kahe samasuunalise vooluga oleva juhtme puhul (joon. 217). Asendades valemis 427 juhtme kauguse a juhtme kahekordse kaugusega h seinast, leiame jõu, millega juhe tõmmatakse seina poole:

$$P = \frac{\mu_0 l}{2\pi \cdot 2h} J^2 = \frac{\mu_0 l}{4\pi h} J^2. \quad (428)$$

Näide 108. Määrata paralleelselt kulgevate õhuliini juhtmete vaheline jõud, kui juhtmete pikkus (toetuspunktide kaugus teineteisest) $l = 25$ m, juhtmete vahe $a = 0,4$ m ja vool $J_1 = -J_2 = 2000$ A.



Joon. 217. Väljapilt rauast seina ja vooluga oleva juhtme vahelises ruumis. Juhe tõmmatakse jõuga P seina poole.

Lahendus. Juhtmed tõukuvad jõuga

$$P = \frac{\Pi_0 J^2}{2\pi a} = \frac{0,4\pi 10^{-8} \cdot 2500 \cdot 2000^2}{2\pi \cdot 50} = 0,4 \frac{\text{J}}{\text{cm}} = 0,4 \cdot 10,2 \approx 4,1 \text{ kg.}$$

Osutuks samal õhuliinil lühisvool kümnekordseks, s. o. $J = 20\,000$ A, siis jõud suureneks sajakordselt ja ohustaks isolaatoreid.

Näide 109. Määrata jõud, millega lühise korral generaatori laupühendus tõmmatakse malmist laagrikilbi poole, kui laupühenduse kinnituskohtade kaugus üksteisest (laupühenduse toetamata osa pikkus) on 260 mm, laupühendus koosneb 18 juhtmest ja igas juhtmes olev lühisvool $J_k = 5000$ A. Laupühenduse keskmine kaugus laagrikilbist $h = 100$ mm.

Lahendus. Oleme õigustatud laupühendust mõtteliselt asendada üheainsa juhtmega, milles oleva voolu suurus võrduks laupühenduse kõigis juhtmes olevate lühisvoolude summaga, s. o. $J = 18 \cdot 5000 = 90\,000$ A. Siis laupühendusele mõjuv jõud

$$P = \frac{\Pi_0 J^2}{4\pi h} = \frac{0,4\pi 10^{-8} \cdot 26 \cdot 90\,000^2}{4\pi \cdot 10} = 10 \frac{\text{J}}{\text{cm}} = 21 \cdot 10,2 = 214 \text{ kg,}$$

millisele jõule peavad olema arvatud mähise kinnituselemendid ja millist (läbipaindumise suhtes) peab taluma ka laupühendus ise.

TABELITE LOETELU.

	Lk.
1. Elektrotehnilise mõõdusüsteemi ühikuid ja valemuid (alalisvoolu osa) ..	10
2. Metallide elektrokeemiline ekvivalent	12
3. Andmeid kihi paksuse ja metalli hulga kohta ühetunnise galvaanimise puhul	13
4. Elektrijuhtide omadusi	41
5. Ainete erisoojus	53
6. Energia ühikute võrdlustabel	53
7. Vabas õhus asetseva kroomnikkeltraadi koormatavus amprites sõltuvalt traadi mõõdust	70
8. Kanthal D ja kroomnikkel-takistustraadi eritakistuse sõltuvus tempe- ratuurist	73
9. Takistussulandid	73
10. Dielektrikukonstant ϵ temperatuuril 18° C	92
11. Elektrolüütide erijuhtivus	141
12. Elektrolüütide normaallahuse erijuhtivus	142
13. Elektroni massi sõltuvus elektroni kiirusest	150
14. Keemiliste elementide stabiilsed isotoobid ja nende esinevus	156
15. Elementide jaotumine rühmadesse	166
16. Elementide perifeersetes elektronide arv ja ioniseerumispotentsiaal	168
17. Metallide Volta-potentsiaal	175
18. Dia- ja paramagnetiliste ainete magnetiline vastuvõtlikkus α	192
19. Tegur η Steinmetzi valemile	195
20. Tegurid a ja b Richteri hüstereesikao valemile	195
21. Dünamo- ja trafopleki magnetilised omadused OCT-normide kohaselt	200
22. Püsivmagnetite sulandeid	206
23. Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate suuruste võrdlemine nende vormilise sarnasuse seisukohalt	223
24. Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate suuruste ja seaduste võrdlemine sisu vastavuse seisukohalt	225
25. Mõõdusüsteemide, ühikute ja dimensioonide võrdlemine	291

TABLETTÉ FORELLÉ

116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201

TÄHESTIKULINE SISUNÄITAJA.

- aatom 149, 154, 166
 aatomkaal 12
 absoluutne mõõdusüsteem 5, 7, 8
 aheldamine 179, 195
 aheldusvoog 184, 246, 251
 ajakonstant 149, 154, 262
 akumulaator 19, 25, 26
 allikväli 81
 amalgameerimine 18
 amper 6, 7, 9, 223
 ampertund 23
Anderson C. D. 151
 astik 176

Baumé 22
Beckenkamp J. 98
Beetz W. 97
Biot-Savart'i seadus 213
Boltzmann'i konstant 171
Bunsen'i element 15

 CGS-süsteem 5
Chadwick J. 151
Coulomb'i seadus 107

Daniell'i element 16
 deuteerium 155
 dielektrikukonstant 86, 91, 92
 dielektriline nihe 86, 177, 224, 226
Dirac 151
 divergents 102, 143, 207
 džaul 48
 dünamoplekk 200

Edison T. A. 6, 25
 ekvipotentsiaalpind 87, 235
 ekvivalentlaeng 13
 elektertõlvik 75
 elektri olemus 149
 elektrivoog 86, 223

 elektriväli 81, 85, 116, 223
 elektrivälja energia 123, 259
 elektrivälja tugevus 85, 87, 139, 177, 223
 elektrokeemiline ekvivalent 8, 12
 elektrolüüs 11
 elektrolüüt 11, 141, 142
 elektromagnet 273
 elektromotoorne jõud 8, 10, 15, 26, 179, 182, 218
 elektron 150, 152, 166
 elektronvolt 152, 166
 elektrostaatiline induksioon 113
 element 15, 35
 elementaarkvant 155
 elementaarlaeng 150
 elementaarosakesed, aatomi 149
 emissioon 173
 energiakvant 175
 erg 6
 eriergutus 177, 179, 187, 189, 225
 erijuhtivus 10, 40, 224
 erikaal 12
 erisoojus 53
 eritakistus 10, 40, 43

 farad 6, 87, 224
Faraday seadus 11, 97
Faure 21
 ferraal 74
 ferrokroom 74
 ferromagnetism 47, 193
 formeerimine 21
 fotoefekt 175

 galvaanilised vooluallikad 14, 19
 gauss 7, 9, 180
Gauss K. F. 5, 98
 gilbert 7
 gradient 80, 87

- hajuvustegur 256
Helmholtz H. 6, 150
 henri 7, 249
 herts 7
Heydweiller A. 98
Hittorf J. W. 150
 hobujõud 48
 hüstereesikadu 194
 hüstereesisilmus 193
 induktiivsus 247, 249, 252
 induktsioon, el.-staat. 103, 104
 induktsioon, magn. 179, 224
International Electrotechnical Commission 5
 ioniseerumine 165, 170
 ioon 11, 98
 isotoop 155, 156, 164, 169
Jacoby 7
Joule'i seadus 53, 142
 juhtiv keskkond 144
 juhtivus 10, 40, 62, 139, 171, 224
 juhtivus, unipolaarne 97
Jungner'i akumulaator 26
 jõud 8, 10, 126, 139, 272, 275
 jääk-väljatihedus 194
 kadmiumelement 19
 kahekihiline 172
 kanthal 46, 70, 73, 74
Kelvin, lord 5, 6
 kerakondensaator 103
 kilokalor 53
 kilovatt 48
 kilovatt-tund 48, 53
Kirchhoff'i seadus 10, 55, 142, 226, 242
 koertsitiivjõud 194
Kohlrausch F. 6
 kondensaator 87, 92, 110
 konstantaan 46, 73
 kontaktpotentsiaal 172
Kopfermann F. 98
 krarupkaabel 199
 kriitiline lainepikkus 175
 kriitiline potentsiaal 165
 kriitiline sagedus 175
 kroomnikkel 46, 70, 71, 73, 74
 kuivelement 18
 kulon 6, 7, 224, 225
 kvadrant 6
 küttekeha 69
 laadimine 127
 laeng 10, 85, 90, 99, 101, 177, 224
 laengu pindtihedus 85, 91
 lahtimagneetamise kõver 201
Langmuir J. 174
Leclanché element 17
 legaalne oom 7
 legeeritud plekk 198, 200
Lenard Ph. 150, 175
 liigpinge 271
 läbitavus 9, 179, 189, 224
 läbivoogus 178
 magneetimisergutus 177, 187, 208, 223, 238
 magneetimis-eriergutus 177, 179, 187, 189, 225
 magneetimiskõver 198
 magneetimis-osaergutus 178, 223
 magneetumis-intensiivsus 187
 magnetiline läbitavus 7, 177, 189, 224
 magnetiline tõkestus 179
 magnetiline vastuvõtlikkus 191, 193
 magnetvoo hajumine ehk puiste 205, 231, 238
 magnetvoog 178, 181
 magnetväli 81, 84, 177
 magnetvälja energia 244, 259
 magnetvälja intensiivsus 7, 225
 magnetvälja tihedus 177, 178, 179, 224
 magnetvälja tugevus 179, 187, 189, 225
 mahtuvus 86, 90, 114, 119, 224
 maksvell 6, 9
 malm 74, 200
 manganiin 46, 73
 mass 5, 10, 150
 massiarv 155, 156
Maxwell'i seadused 215, 218, 226
Maxwell J. C. 5
 MCM-takistussulam 73, 74
 mehaaniline jõud 126, 139, 272, 275
Meidinger'i element 16
Mie G. 9

- mittemagnetiline malm 200
 molekul 11, 168
 moodustusüsteem 5, 8, 223
 mähispind 155
 neptuun 164
 neutron 151, 155, 169
 nihe, dielektriline 86, 177, 224, 226
 nihkekonstant 8, 86, 91, 224
 nihkekonstant, polarisatsiooni 96
 nihkevoog 86, 98, 223
 nihkevool 127, 216, 226
 nihkevoolu tihedus 128, 216, 226
 nikeliin 46, 73
 nivoopind 77, 80
 normaalelement 8, 19
Ohm'i seadus 26, 140, 225
 oom 6, 7, 40
 osaergutus 178, 223
 osapinge 10, 27, 223
 paramagnetism 192
 parema käe juhis 186
 perifeerne elektronide rühm 166
 permalloy 200
 permanentmagnet 201, 206
 permeaablus 179, 190, 193, 224
Perrin J. J. 150
 pikofarad 87
 pindlaeng 101
 pindtihedus, laengu 85, 90
Planck'i konstant 165, 175
Planté 21
 plutoon 164
 polarisatsioon 15, 96
 polarisatsiooni nihkekonstant 96
 positron 151
 potentsiaal, el.-välja 14, 56, 85,
 101, 177
 potentsiaal, ioniseeriv 166
 potentsiaal, kriitiline 165
 potentsiaal, magnetvälja 177, 226
Poynting'i vektor 219
 prooton 151
 puistetegur 256
 punktlaeng 99
 põhiühik 5
 pöörivool 195
 pöörivoolukadu 196
 pöörisväli 81, 82
 püsivmagnet 201, 206
 rauas-erikadu 198
 raudnikkel-akumulaator 25
 raud-vesiniku lamp 47
Reinek E. 75
 remanentne väljatihedus 194
 reotaan 73
Richardson O. W. 174
Richter 195
 ringintegraal 81
 rootor 81, 83, 144, 217, 219
 ruumlaeng 101, 225
 seleen 47
 sentimeeter 6, 9
 sidestustegur 256
Siemens W. 5
 siimens 6, 224
 skalaarne korrutis 79
 skalaarväli 77
 soojus 53, 54, 69
Steinmetz 194
 sten 8
Stoletov A. G. 6
Stoney G. J. 150
 suhteline läbitavus 179, 190, 193, 224
 suhteline nihkekonstant 86, 91, 92
 superpositsioon 63, 65
 sustseptiiblus 191
Süvala R. 75
 takistus 8, 10, 40, 46, 144, 270
 takistussuland 72
Tegetmeier 98
 temperatuuritegur 41, 73
 termo-elektromotoorne jõud 72
 therlo 73
Thomson J. J. 150
Thomson W. 5, 6
 tina-akumulaator 19
 toroid 210
 trafoplekk 200
 transfiguratsioon 64, 66
Tudor 21
 tuum, aatomi 154, 166
 tõkestus 181
 töö 10, 48

- unipolaarne juhtivus 97
 uraan 164

 vaakuumi magn. läbitavus 9, 179,
 190, 224
 vaakuumi nihkekonstant 8, 86, 224
 valents 12
 var 6
 vasaku käe juhis 180
 vastuinduktiivsus 253, 256
 vastuvõtlikkus, magnetiline 191, 193
 vatt 6, 48
 vattsekund 48
 veeber 7, 9
 vektor 77, 80
 vektoriaalne korrutus 79
 vismutspiraal 47
 volt 6, 9, 223
 Volta element 15
 voog, dielektriline 86, 98
 voog, magnet- 178, 181, 224, 225, 238
 vool 10, 223
 voolurada 178, 225
 voolutihedus 10, 224, 225

 vootoru 181
 võimsus 10, 48
 võimsuse voog 221
 Võrk H. R. 251
 väljapilt 118, 236
 väljatiheduse divergents 207
 väljatihedus, elektri- 9, 85, 87, 90, 139
 177, 223, 225
 väljatihedus, magnet- 178, 179, 224
 väljatugevus, elektri- 85, 87, 139,
 177, 223
 väljatugevus, magnet- 177, 179, 187,
 189, 225
 vääriskus 12
 Warburg E. 97
 Weber W. E. 5
 Weston'i normaalelement 8, 9, 19
 Wilson'i udukamber 151

 õhuliin 249, 256
 ørsted 7, 9

 ühikud 223
 üleminekunähtused 127, 261

SISUKORD.

I osa. ALALISVOOL.

	Lk.
I Elektri- ja magnetühikud.	
1. Ülevaade mõõdusüsteemide kujunemisest	5
2. Takistuse ja elektri hulga ühikud mõõdusüsteemi põhiühikutena	7
3. Elektrotehniline mõõdusüsteem	9
II Elektrolüüs.	
4. Elektrivool elektrolüüdis	11
5. Faraday seadus	11
III Primaarsed galvaanilised vooluallikad.	
6. Galvaani elemendid	14
7. Volta element	15
8. Bunsen'i element	15
9. Daniell'i element	16
10. Meidinger'i element	16
11. Leclanché element	17
12. Kuivelement	18
13. Normaalelemendid	19
IV Sekundaarsed galvaanilised vooluallikad.	
14. Tina-akumulaator	19
15. Raudnikkel-akumulaator	25
V Seos pingel, voolu ja takistuse vahel.	
16. Ohmi seadus	26
17. Osapinged	27
18. Ohmi seadus laiendatud kujul	28
19. Ohmi seaduse graafiline kuju	33
VI Elementide ja akumulaatorite ühendamise patareiks.	
20. Elemendid järjestikkühenduses	35
21. Elemendid rööbitühenduses	36
22. Elemendid segühenduses	37
23. Maksimaalne vool segühenduse korral	38
VII Takistuse arvutamine.	
24. Takistus, juhtivus, eritakistus, erijuhtivus	40
25. Juhtme takistuse sõltuvus temperatuurist	44
26. Metallisulandite takistus	46

	Lk.
VIII Elektriline töö.	
27. Töö ja võimsus	48
28. Joule'i seadus	53
29. Lühikest aega voolust läbitava juhtme temperatuuri tõus	54
IX Hargnev vooluring.	
30. Esimene Kirchhoffi seadus	55
31. Teine Kirchhoffi seadus	56
32. Takistuste ühendamine rööbiti	61
33. Hargnev võrk	63
X Soojendusriistade küttekehad.	
34. Elektriliste soojendusriistade küttekehade arvutusalusid	69
35. Takistussulandid	72

II osa. ELEKTRIVÄLI.

XI Algmõisteid väljade teoriast.	
36. Skalaarid, skalaarväli	77
37. Vektorid, vektorväli	77
38. Tehteid vektoritega	78
39. Allik- ja pöörisväljad, vektori rootor	81
XII Statsionaarne elektriväli.	
40. Elektrivälja üldomadusi	84
41. Elektrivälja iseloomustavaid suurusi	85
XIII Mahtuvus.	
42. Tasapinnaline kondensaator	87
43. Kondensaatorid rööbiti	88
44. Kondensaatorid järjestikku	88
XIV Elektriväli tasapinnalises kondensaatoris.	
45. Kondensaatori mahtuvus	90
46. Dielektrikukonstant	91
47. Kondensaator kahe dielektrikuga	92
XV Välja mõju dielektrikule.	
48. Polarisatsioon	96
49. Unipolaarne juhtivus	97
XVI Dielektriline nihkevoog ja välja punkti potentsiaal.	
50. Gaussi teoreem	98
51. Punktilaeng	99
52. Ruumlaeng	101
53. Pindlaeng	101
54. Välja punkti potentsiaal üldjuhtumina	101
55. Dielektrilise nihke divergents	102
XVII Elektrostaatiline induktsioon.	
56. Induktsioon	103
57. Kerakondensaator	103
58. Väljatugevuse suurenemine väljas viibiva metallkera pinnal ..	104

	Lk.
XVIII Mehhaanilised jõud elektriväljas.	
59. Coulomb'i seadus.....	107
60. Kondensaatori plaatidevaheline tõmbejõud	108
XIX Erikujulised kondensaatorid.	
61. Elektriväli kahe kontsentrilise kera vahel	110
62. Elektriväli kahe kontsentrilise silindri vahel	112
63. Kahejuhtmelise õhuliini juhtmetevaheline mahtuvus	114
64. Elektriväli juhtmete ja maa vahel	116
XX Elektriväli kahe dielektriku puutepinnal ja mahtuvuse graafiline määramine.	
65. Elektriväli kahe dielektriku puutepinnal	116
66. Väljapilt	118
67. Rööbiti olevate kehade vahelise mahtuvuse graafiline määramine	119
68. Pöördkehadevahelise mahtuvuse graafiline määramine	120
XXI Elektrivälja energia.	
69. Kondensaatoris salvestatav energia	123
70. Kahejuhtmelise elektriliini elektrivälja energia	126
71. Mehhaaniline jõud pingestatud kondensaatori plaatide vahel ..	126
XXII Üleminekunähtused kondensaatorite laadimisel ja tühjenemisel.	
72. Nihkevool dielektrikus	127
73. Kondensaatori laadimine	128
74. Kondensaatori tühjenemine	135
XXIII Elektrivälja seadused juhtivas keskkonnas.	
75. Mehhaaniliste jõudude avaldumine juhtivas keskkonnas ja väljatugevus	139
76. Elektrivool juhtivas keskkonnas ja Ohmi seadus diferentsiaalkujul	140
77. Joule'i seadus diferentsiaalkujul	142
78. Kirchhoffi seadused diferentsiaalkujul	142
XXIV Juhtiva keskkonna takistus.	
79. Juhtiv keskkond tasapinnaliste paralleelsete elektroodide vahel	144
80. Kontsentrilised kerapinnalised elektroodid	145
81. Kontsentrilised silindripinnalised elektroodid	147
XXV Elektri olemus.	
82. Aatomi elementaarosakesed	149
83. Elektri korpuskulaarne struktuur	151
84. Elektroni liikumine elektriväljas	152
85. Elektroni liikumine magnetväljas	153
86. Aatomi ehitus ja ionisatsioon	154
87. Perifeerne elektronide rühm	166
88. Molekul	168
89. Elektroni liikumine gaasis	169
90. Metallide elektriline juhtivus	171
91. Kontaktpotentsiaal	172
92. Elektronide emiteerimine metallide poolt	173
93. Fotoefekt	175

III osa. MAGNETVÄLI.

	Lk.
XXVI Magnetvälja määravaid suursi.	
94. Magnetväli	177
95. Magnetvälja iseloomustavaid suursi	178
96. Magnetiline väljatihedus	179
97. Magnetvoog	181
XXVII Elektromotoorse jõu indutseerumine.	
98. Elektromotoorne jõud — voo muutumise tulemus	182
99. Elektromotoorse jõu indutseerumine poolis	184
100. Indutseeruv elektromotoorne jõud ajalise siinusfunktsioonina .	184
101. Elektromotoorne jõud — juhtme magnetväljas liikumise tule- mus	185
XXVIII Magnetvälja tihedust mõjutavaid tegureid.	
102. Magneetimisergutus	187
103. Magneetimis-eriergutus ehk väljatugevus	187
104. Magnetiline läbitavus	189
105. Suhteline läbitavus ehk permeaablus	190
XXIX Magneeditav keskkond.	
106. Magneetumisintensiivsus	191
107. Magnetiline vastuvõtlikkus	191
108. Diamagnetilised ained	192
109. Paramagnetilised ained	192
110. Ferromagnetilised ained, hüsterees	193
111. Pöörivoolud	195
112. Magneetimiskõverad	198
XXX Püsivmagnetid.	
113. Püsivmagnetite sulandid	201
114. Püsivmagnetite magnetilisi omadusi	201
115. Püsivmagnetit sisaldava magnetringi arvutamine	203
XXXI Magnetvälja seadused.	
116. Allika puudumine magnetväljas, väljatiheduse divergents	207
117. Magneetimisergutuse seadus	208
118. Voolust läbitavat sirget juhett ümbritsev magnetväli	209
119. Toroidi magnetväli	210
120. Biot-Savart'i seadus	213
121. Maxwelli esimene võrrand	215
122. Elektriliselt laetud liikuvat keha ümbritsev magnetväli	217
123. Maxwelli teine võrrand	218
124. Energia ülekandmine elektromagnetilises väljas ja Poyntingi juhise	219
125. Alalisvoolu, elektrivälja ja magnetvälja määravate valemite ja ühikute võrdlemine	222
XXXII Magnetringi arvutamine.	
126. Magnetväli kahe keskkonna puutepinnal	227
127. Magnetväli kahe keskkonna puutepinnal, kui sellel pinnal asub voolukate	229

	Lk.
128. Magnetringi Ohmi seadus	231
129. Magnetvälja potentsiaal	233
130. Kahejuhtmelise elektriliini väljapilt	235
131. Õhuruumi juhtivuse graafiline määramine	236
132. Magneetimisergutuse ja magnetvoo arvutamine	238
133. Kirchhoffi seadused magnetringis	242
XXXIII Magnetvälja energia; induktiivsus ja vastuinduktiivsus.	
134. Magnetvälja energia	244
135. Induktiivsus	247
136. Pooli induktiivsus ja poolis indutseeruv elektromotoorne jõud	248
137. Kahejuhtmelise õhuliini induktiivsus	249
138. Ferromagnetilist materjali sisaldava magnetringi induktiivsus	252
139. Vastuinduktiivsus	253
140. Sidestus- ja puistetegurid	256
141. Kahe paralleelse õhuliini vastuinduktiivsus	256
142. Magnetiliselt sidestatud vooluringid	257
143. Magnetiliselt sidestatud vooluringide energia	259
XXXIV Induktiivsusi sisaldavate vooluringide lülitamine.	
144. Induktiivsust sisaldava vooluringi sisselülitamine	261
145. Rauda sisaldava magnetpooli sisselülitamine	267
146. Lühis induktiivsust sisaldavas vooluringis	269
147. Induktiivsust sisaldava vooluringi väljalülitamine	271
XXXV Jõud magnetväljas.	
148. Mehhaaniline jõud magnetväljas	272
149. Elektromagneti tõstejõud	273
150. Magnetväljas vooluga olevale juhtmele avalduv mehhaaniline jõud	275
151. Mehhaaniline jõud kahe vooluga oleva juhtme vahel	276
Tabelite loetelu	279
Tähestikuline sisunäitaja	281

2. trükk.

Vastutav toimetaja

Tehniline toimetaja

H. Kohu.

Ladumisele antud 22. IV 47.
Trükkimisele antud 13. VI 47.
Paberi kaust 67×95. 1/16 Trüki-
poognaid 18 1/8 + 1/4. Autoripoog-
naid 17. Arvestuspoognaid 19.5.
MB 03645. Laotihedus trpg. 46 000.
Tiraaž 5200. Trükikoja tellimus
nr. 738.

Trükikoda „Hans Heidemann“,
Tartu, Vallikraavi 4.

Hind rbl. 20.—

Р. Холлманн, Электротехника I.
На эстонском языке.
Эгосиздат „Научная Литера-
тура“, Тарту.

Mõõdusüsteemide, ühikute ja dimensioonide võrdlemine.

Nimetus	Tähis	Elektrotehnilises mõõdusüsteemis			Praktilises absoluutses mõõdusüsteemis							
		Ühiku nimetus	Ühik	Dimensioon	Ühiku nimetus	Ühik	Elektrotehnilisi ühikuid	Elektrostaatilis (CGS ϵ_0)		Elektromagnetilis (CGS μ_0)		
								mõõdusüsteemi ühikuid	dimensiooniga	mõõdusüsteemi ühikuid	dimensiooniga	
Põhiühikud	pikkus	l	sentimeeter	cm	$[l]$	meeter	m	10^3 cm	10^2 cm	$[l]$	10^2 cm	$[l]$
	aeg	t	sekund	s	$[t]$	sekund	s	1 s	1 s	$[t]$	1 s	$[t]$
	mass	m	—	—	—	—	—	—	10^3 g*	$[m]$	10^3 g*	$[m]$
	jõud	P	—	—	—	kilogramm	kg	—	—	—	—	—
	vool	J	amper	A	$[J]$	—	—	—	—	—	—	—
	takistus	R	oom	Ω	$[R]$	—	—	—	—	—	—	—
Mehhaanilised suurused	mass	m	—	J s^2/cm^2	$[J]^2 [R] [l]^{-2} [t]^3$	kilogramm	kg*	1 J s^2/cm^2	10^3 g*	$[m]$	10^3 g*	$[m]$
	jõud	P	(sten = 10,2 kg)	J/cm	$[J]^2 [R] [l]^{-1} [t]$	kilogramm	kg	$\frac{1}{10,2}$ J/cm	$9,81 \cdot 10^5$ düüni	$[l] [m] [t]^{-2}$	$9,81 \cdot 10^5$ düüni	$[l] [m] [t]^{-2}$
	töö, energia	A	džaul	J	$[J]^2 [R] [t]$	—	mkg	9,81 J	$9,81 \cdot 10^7$ ergi	$[l]^2 [m] [t]^{-2}$	$9,81 \cdot 10^7$ ergi	$[l]^2 [m] [t]^{-2}$
	võimsus	N	vatt	W	$[J]^2 [R]$	—	mkg/s	9,81 W	$9,81 \cdot 10^7$ erg/s	$[l]^2 [m] [t]^{-3}$	$9,81 \cdot 10^7$ erg/s	$[l]^2 [m] [t]^{-3}$
Elektromagnetilised suurused	takistus	R	oom	Ω	$[R]$	oom	Ω	1 Ω	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ el.-st.üh.	$[l]^{-1} [t]$	10^9 el.-magn. üh.	$[l] [t]^{-1}$
	vool	J	amper	A	$[J]$	amper	A	1 A	$3 \cdot 10^9$ " " "	$[l]^{3/2} [m]^{1/2} [t]^{-2}$	$\frac{1}{10}$ " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$
	pinge	U	volt	V	$[J] [R]$	volt	V	1 V	$\frac{1}{300}$ " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$	10^8 " " "	$[l]^{3/2} [m]^{1/2} [t]^{-2}$
	väljatugevus	E	—	V/cm	$[J] [R] [l]^{-1}$	—	V/cm	1 V/cm	$\frac{1}{300}$ " " "	$[l]^{-1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$	10^8 " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2} [t]^{-2}$
	dielektriline nihe	D	—	C/cm 2	$[J] [l]^{-2} [t]$	—	C/cm 2	1 C/cm 2	$3 \cdot 10^9$ " " "	$[l]^{-1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$	$\frac{1}{10}$ " " "	$[l]^{-3/2} [m]^{1/2}$
	laeng	Q	kulon	C	$[J] [t]$	kulon	C	1 C	$3 \cdot 10^9$ " " "	$[l]^{3/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$	$\frac{1}{10}$ " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2}$
	mahtuvus	C	farad	F	$[R]^{-1} [t]$	farad	F	1 F	$9 \cdot 10^{11}$ cm	$[l]$	10^{-9} " " "	$[l]^{-1} [t]^2$
	nihkekonstant	A	—	F/cm	$[R]^{-1} [l]^{-1} [t]$	—	F/cm	1 F/cm	—	—	—	—
	dielektrikonstant	ϵ	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
	magneetimis-	ergutus	θ	amper	A	$[J]$	gilbert	Gb	$\frac{10}{4\pi}$ A	—	—	—
väljatihedus		B	—	Vs/cm 2	$[J] [R] [l]^{-2} [t]$	gauss	G	10^{-8} Vs/cm 2	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-10}$ el.-st.üh.	$[l]^{-3/2} [m]^{1/2}$	1 el.-magn. üh.	$[l]^{-1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$
voog		Φ	—	Vs	$[J] [R] [l]$	maksvell	M	10^{-8} Vs	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-10}$ " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2}$	1 " " "	$[l]^{3/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$
eriergutus ehk väljatugevus		H	—	A/cm	$[J] [l]^{-1}$	örsted	Oe	$\frac{10}{4\pi}$ A/cm	$3 \cdot 10^{10}$ " " "	$[l]^{1/2} [m]^{1/2} [t]^{-2}$	1 " " "	$[l]^{-1/2} [m]^{1/2} [t]^{-1}$
induktiivsus		L	henri	H	$[R] [t]$	henri	H	1 H	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ " " "	$[l]^{-1} [t]^2$	10^9 cm	$[l]$
läbitavus		Π	—	H/cm	$[R] [l]^{-1} [t]$	—	H/cm	1 H/cm	—	—	—	1
permeaablus		μ	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—

Märkus: kg tähistab kilogramm-jõudu, kg* — kilogramm-massi.

