E. ETVERK, A. TELGMAA, A. UNDUSK, A. VIHMAN

MATEMAATIKA TÖÖVIHIK

VIII KLASSILE

KIRJASTUS «VALGUS» TALLINN 1970

KAS TUNNED JÄRGMISI MÄRKE?

Selgita nende tähendust ja too näiteid nende kasutamisest!

N — naturaalarvude hulk
Z — täisarvude hulk
Z_+ — positiivsete täisarvude hulk
Z_- — negatiivsete täisarvude hulk
Q — ratsionaalarvude hulk
Q_+ — positiivsete ratsionaalarvude hulk
Q_- — negatiivsete ratsionaalarvude hulk
$\{a, b, c\}$ — hulk, mille elementideks on a, b ja c
$\varnothing$ — tühi hulk
$\in$ — «kuulub»
$\notin$ — «ei kuulu»
$\subset$ — «on osa»
$\not\subset$ — «ei ole osa»
$\cup$ — (hulkade) ühend
$\cap$ — (hulkade) ühisosa
$\Rightarrow$ — «järeldub»
$\Leftrightarrow$ — «on samaväärne»
$=$ — «võrdub», «on võrdne»
$\neq$ — «ei võrdu», «ei ole võrdne»
$\approx$ — «on ligikaudu võrdne»
$\equiv$ — «on samane»
$>$ — «on suurem»
$\geqslant$ — «on suurem või võrdne»
$<$ — «on väiksem»
$\leqslant$ — «on väiksem või võrdne»
$|a|$ — arvu a absoluutväärtus
$a+b$ — arvude a ja b summa
$a-b$ — arvude a ja b vahe
$a \cdot b$ — arvude a ja b korrutis
$a : b$ — arvude a ja b jagatis
a^n — arvu a n-es aste
$\sqrt{a}$ — arvu a ruutjuur
$\sqrt[3]{a}$ — arvu a kuupjuur
$\angle$ — nurk
$\triangle$ — kolmnurk
$\parallel$ — «on paralleelne»
$\perp$ — «on risti»
$\sim$ — «on sarnane»
$s(A)$ — punktiga A sirge s suhtes sümmeetriline punkt
$s(k)$ — kujundiga k sirge s suhtes sümmeetriline kujund
$O(A)$ — punktiga A punkti O suhtes sümmeetriline punkt
$O(k)$ — kujundiga k punkti O suhtes sümmeetriline kujund
$\vec{a}$ — vektor $\vec{a}$
$|\vec{a}|$ — vektori $\vec{a}$ pikkus
$\{x \mid |x|<4\}$ — hulk, mille elemendid x rahuldavad võrratust $|x|<4$
$\{x \mid x^2+px+q=0\}$ — hulk, mille elemendid x rahuldavad võrrandit $x^2+px+q=0$
$\sin \alpha$ — nurga α siinus
$\cos \alpha$ — nurga α koosinus
$\tan \alpha$ — nurga α tangens

I. KORDAMISEKS JA TÄIENDAMISEKS.

Hulgad.

1. Täida lüngad järgmises tekstis.

Elemendi a kuulumist hulka A märgitakse sümbolites kujul .....
Antud hulga A osahulgaks nimetatakse hulka C, mille iga element kuulub .....

Kirjutis $C \subset A$ tähendab, et hulk .....
Hulkade A ja B ühendiks nimetatakse hulka D, mille elementideks on .....
Asjaolu, et hulk D on hulkade A ja B ühend, märgitakse sümbolites kujul $D=$.....
Hulkade A ja B ühisosaks nimetatakse hulka E, mille elementideks on .....
Asjaolu, et hulk E on hulkade A ja B ühisosa, märgitakse sümbolites kujul $E=$.....

Hulka, mis ei sisalda ühtki elementi, nimetatakse ..... ja tähistatakse sümboliga ..... .

..... hulk loetakse iga hulga osahulgaks.

2. On antud hulk $A=\{0;\ 1;\ 4;\ 6;\ 9;\ 13\}$. Otsusta, millised järgmistest lausetest on õiged, millised väärad. Iga õige lause märgi ristikesega, väär lause ringikesega:

Nr.	Lause	Vastus	Nr.	Lause	Vastus
1	$1 \in A$		6	$\{2;\ 4\} \subset A$	
2	$3 \in A$		7	$\{0;\ 2;\ 4\} \not\subset A$	
3	$8 \notin A$		8	$\{1;\ 4;\ 6\} \not\subset A$	
4	$9 \in A$		9	$\{0;\ 1;\ 4;\ 6;\ 9;\ 13\} \subset A$	
5	$13 \notin A$		10	$\{13;\ 9;\ 6\} \subset A$	

Nr.	Lause	Vastus
11	$\{0;\ 1\} \cup \{1;\ 10;\ 20\} \subset A$	
12	$\{1;\ 4\} \cap \{0;\ 4;\ 8\} \not\subset A$	
13	$\{0;\ 1;\ 4;\ 8\} \cup \{9;\ 13\} \neq A$	
14	$\{4;\ 9;\ 13\} \cap \{0;\ 1;\ 6\} = \varnothing$	
15	$\{0;\ 1;\ 4;\ 6\} \cap \{9;\ 13\} \subset A$	

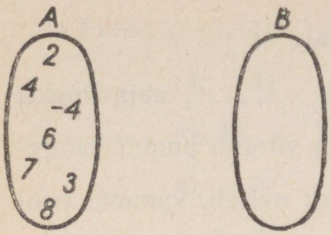
3. On antud hulgad $A = \{0;\ 3;\ 5;\ 7;\ 9;\ 12;\ 20\}$, $B = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7\}$ ja $C = \{3;\ 5;\ 7\}$. Otsusta, millised järgmistest lausetest on õiged, millised väärad. Iga õige lause märgi ristikesega, väär lause ringikesega.

Nr.	Lause	Vastus	Nr.	Lause	Vastus	Nr.	Lause	Vastus
1	$C \subset A$		6	$C \subset A \cup B$		11	$B \cup C = B$	
2	$C \not\subset B$		7	$\{2;\ 5\} \subset A \cap B$		12	$A \cup C = A$	
3	$C = A \cap B$		8	$\{2;\ 5\} \subset A \cup B$		13	$(B \cap C \neq C$	
4	$C = A \cup B$		9	$\{2;\ 5\} \not\subset A$		14	$A \cap C = C$	
5	$C \subset A \cap B$		10	$\{2;\ 5\} \subset B$		15	$(B \cup C) \cap A = C$	

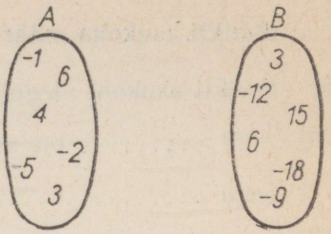
Kahe hulga elementide vaheline vastavus.

4. Hulga A mistahes elemendile x vastav hulga B element $y = 2x - 1$. Arvuta joonisel 1 antud hulga A elementidele vastavad hulga B elemendid ja esita see vastavus nooldiagrammina ja järjestatud paaride hulgana C.

$C = \{(\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ ),\ (\ \ ;\ \ )\}$.

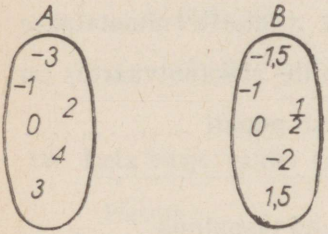


Joon. 1

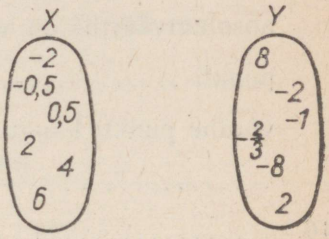


Joon. 2

5. Täienda joonist 2 vastavust näitavate nooltega, kui on teada, et hulga B element $y=-3x$, kus $x \in A$.



Joon. 3



Joon. 4

6. Esita nooldiagrammina ja järjestatud arvupaaride hulgana vastavus joonisel 3 antud hulkade A ja B elementide vahel, kui on teada, et hulga B elemendid on võrdelised hulga A elementidega. Väljenda see vastavus valemina.

7. Täienda joonist 4 vastavust näitavate nooltega, kui on teada, et hulkade X ja Y vastavate elementide korrutis on -4. Esita see vastavus järjestatud arvupaaride hulgana.

8. Täida järgmises järjestatud arvupaaride hulgas tühjad kohad, kui on teada, et igas paaris teisel kohal seisev element $y=2x+3$, kus x tähendab esimesel kohal seisvat elementi.

$\{(1; \ldots), (3; \ldots), (-1{,}5; \ldots), (\ldots; 3), (\ldots; 2), (\ldots; -5)\}$

Punkti asukoha määramine sirgel ja tasapinnal.

9. Punkti asukoht sirgel määratakse punkti ..... abil. Punkti ..... on arv, mille absoluutväärtus võrdub punkti kaugusega ..... ja mille märk näitab, kummal pool ..... see punkt asetseb.

Punkti asukoha määramiseks tasapinnal on tarvis ..... arvu, mida nimetatakse selle punkti ..... Arvu, mille absoluutväärtus on võrdne punkti kaugusega x-teljest, nimetatakse punkti ....., ja arvu, mille absoluutväärtus on võrdne punkti kaugusega y-teljest, nimetatakse punkti ..... .

10. .....- ja ..... telg jaotavad tasapinna ..... veerandiks.

Kui punkt asetseb I veerandis, siis tema abstsiss on .... ja ordinaat on ..... .

Kui punkt asetseb II veerandis, siis tema abstsiss on .... ja ordinaat on ..... .

Kui punkt asetseb III veerandis, siis tema abstsiss on .... ja ordinaat on ..... .

Kui punkt asetseb IV veerandis, siis tema abstsiss on .... ja ordinaat on ..... .

Kui punkt asetseb x-teljel, siis tema ..... on 0.

Kui punkt asetseb y-teljel, siis tema ..... on 0.

11. Märgi, millises veerandis või millise telje missugusel poolteljel (positiivsel või negatiivsel) asetseb antud punkt.

Punkt (−3; 4) asetseb .....

„ (3; −4) „ .....

„ (0; 5) „ ....-telje ..... poolteljel

„ (0; −7) „ .....

„ (−2; 0) „ .....

„ (−3; −4,5) „ .....

„ (7,8; 23) „ .....

„ (4,8; 0) „ .....

„ (0; 0) on koordinaatide .....

12. Leia sirge, millel asetsevad antud kolm punkti.

Punktid	Sirge
(0; −1), (0; 2), (0; 0) (−10; −10), (1; 1), (4; 4) (−20; 0), (0; 0), (1000; 0) (−6; 6), (−4; 4), (8; −8)	

13. Punkt (−3; 7) on sümmeetriline
1) x-telje suhtes punktiga (...; ...);
2) y-telje suhtes punktiga (...; ...);
3) koordinaatide alguspunkti suhtes punktiga (...; ...);
4) III veerandi koordinaattelgede vahelise nurga poolitaja suhtes punktiga (...; ...).

14. Punkt (2; −5) on sümmeetriline

1) punktiga (−2; −5) ..... suhtes;

2) punktiga (2; 5) ..... suhtes;

3) punktiga (−2; 5) ..... suhtes;

4) punktiga (5; −2) ..... suhtes.

II. FUNKTSIONAALNE SÕLTUVUS.

Funktsioon ja argument.

1. Täida lüngad järgmises tekstis.

Muutujat y nimetatakse muutuja x ....., kui muutuja x igale väärtusele tema väärtuste hulgast vastab muutuja y ..... väärtus.

Kui muutuja y on muutuja x funktsioon, siis muutujat x nimetatakse ..... ja tema väärtuste hulka funktsiooni .....

.....

Funktsiooni ja argumendi vahelist seost nimetatakse .....

.....

2. Loetle funktsionaalse sõltuvuse esitamise viise:

1) ..... 2) .....

3) ..... 4) .....

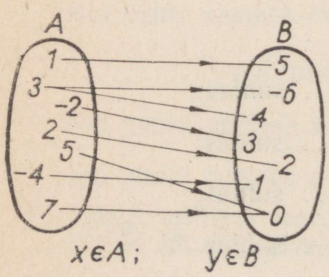
5) .....

3. Missugused joonistel 5—8 kujutatud nooldiagrammidest ei esita argumendi x funktsiooni ja miks? .....

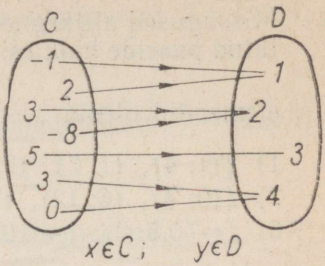
.....

.....

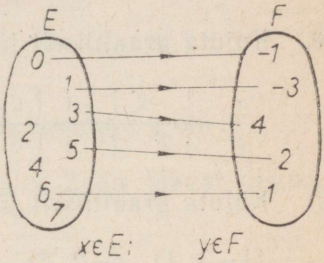
Esita iga funktsioon järjestatud paaride hulgana ja tabelina.



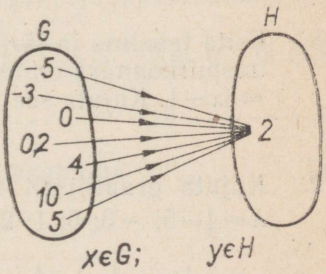
Joon. 5



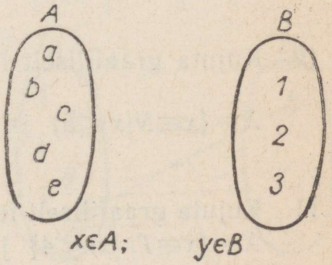
Joon. 6



Joon. 7



Joon. 8



Joon. 9

4. Korralda vastavus hulga A elementide x ja hulga B elementide y vahel nii, et saadud nooldiagramm esitaks argumendi x funktsiooni (joon. 9).

5. Missugused alljärgnevatest hulkadest esitavad funktsiooni? Et järjestatud paaride hulk esitaks funktsiooni, peavad nende paaride esimesed elemendid olema .....

1) $\{(1; 4), (1; 7), (2; 10), (2; 8)\}$ 1)
2) $\{(0; 4), (6; 12), (7; -3), (9; -9)\}$ 2)
3) $\{(-0{,}5; 0), (-0{,}2; 3), (-0{,}2; 5), (2; -5)\}$ 3)

Ülesannetes 6—14 nõutud graafikud joonesta millimeetripaberile.

6. Kujuta graafiliselt järgmises tabelis antud arvupaarid:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2

7. Kujuta graafiliselt järgmine järjestatud arvupaaride hulk:

$\{(-3; 1), (-2; 2), (-1; 3), (0; 4), (1; 5)\}$.

8. Esita tabelina ja järjestatud paaride hulgana funktsioon, mille määramispiirkonnaks on hulk $X=\{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$ ja avaldiseks on $y=3x-1$. Kujuta see funktsioon graafiliselt.

9. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkonnaks on hulk $X=\{-5; -3; 0; 1; 2; 3\}$ ja avaldiseks $y=2x+1$.

x					
y					

10. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkond

$X=\{x\in N|x\leqslant 5\}$ ja avaldis on $y=5-x$.

11. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkond $X=\{x\in T|\ |x|<4\}$ ja avaldis $y=|x|$.

12. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkond $X=\{x\in T|-2\leqslant x\leqslant 2\}$ ja avaldis on $y=x^2-1$.

13. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkond $X=\{x\in R|-2<x<4\}$ ja avaldis $y=1-2x$.

14. Kujuta graafiliselt funktsioon, mille määramispiirkond $X=\{x\in R|-1\leqslant x\leqslant 3\}$ ja avaldis $y=4-x^2$.

Funktsioon y=ax.

15. Täida lüngad järgmises tekstis.

Kui muutuja $y=ax$, kus a on jääv tegur, siis muutuja y on .....

..... muutujaga x. Seda jäävat tegurit

nimetatakse ..... .

Funktsiooni $y=ax$ graafikuks on ....., mis läbib ....

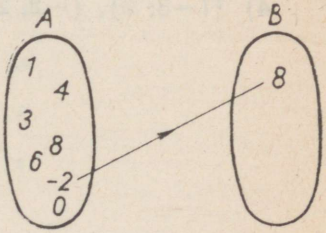
..... . Kui $a>0$, siis

funktsiooni $y=ax$ graafik lõikab tasapinna ..... ja .....

veerandit, kui $a<0$, siis see graafik lõikab tasapinna ..... ja

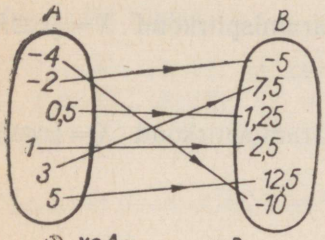
..... veerandit.

16. On teada, et joonisel 10 hulga B elemendid on võrdelised hulga A elementidega. Leia hulga B puuduvad elemendid ja valem, mis seob hulkade A ja B elemente.



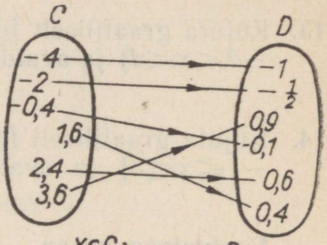
Joon. 10

17. Tee kindlaks, missugused nooldiagrammidest 11—14 esitavad funktsiooni $y=ax$, ja leia iga funktsiooni puhul vastav kordaja a väärtus.



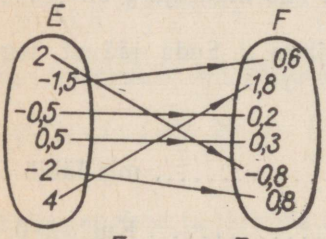
$x \in A$; $y \in B$

Joon. 11



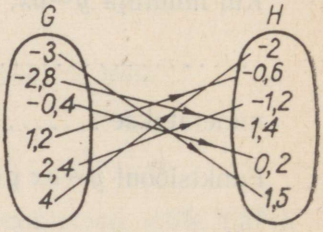
Joon. 12

$x \in C$; $y \in D$



$x \in E$; $y \in F$

Joon. 13



Joon. 14

$x \in G$; $y \in H$

18. Tee kindlaks, missugused järgmistest järjestatud paaride hulkadest esitavad funktsiooni $y=ax$, ja esita iga selline funktsioon tema määramispiirkonna ja funktsiooni avaldise abil.

1) $\{(-3;\ 12),\ (-1;\ 4),\ (1;\ -4),\ (3;\ -12),\ (7;\ -28)\}$;
2) $\{(-2;\ -5),\ (0;\ -1),\ (2;\ -3),\ (4;\ -7),\ (5;\ 0)\}$;
3) $\{(-3;\ -4{,}5),\ (-1;\ -1{,}5),\ (1;\ 1{,}5),\ (1{,}6;\ 2{,}4),\ (2{,}4;\ 3{,}6)\}$;
4) $\{(-3;\ 3),\ (-2;\ 2),\ (-1;\ 1),\ (0;\ 0),\ (2;\ -2),\ (5;\ -5)\}$.

19. Kirjuta tühjale kohale märk $>$ või $<$ nii, et saadud lause oleks joonise 15 korral õige.

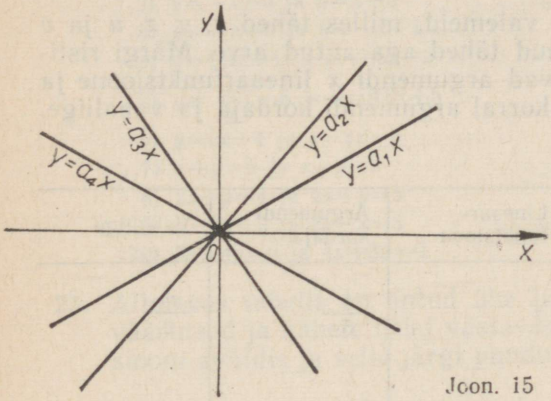
$a_1 \ldots 0$ $a_2 \ldots 0$ $a_3 \ldots 0$ $a_4 \ldots 0$

$a_1 \ldots a_2$ $a_1 \ldots a_3$ $a_1 \ldots a_4$

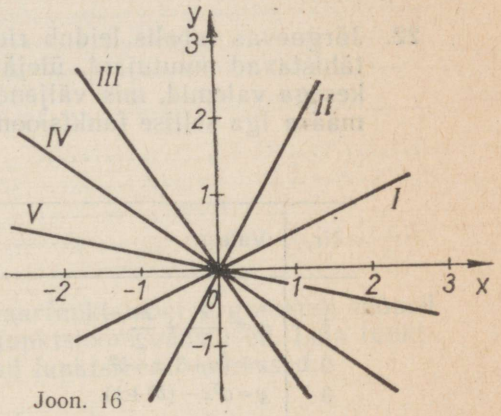
$a_2 \ldots a_1$ $a_2 \ldots a_3$ $a_2 \ldots a_4$

$a_3 \ldots a_1$ $a_3 \ldots a_2$ $a_3 \ldots a_4$

$a_4 \ldots a_1$ $a_4 \ldots a_2$ $a_4 \ldots a_3$



Joon. 15



Joon. 16

20. Joonisel 16 on antud viie funktsiooni $y=ax$ graafikud. Määra iga graafiku järgi kordaja a ja vastava funktsiooni avaldis.

I. $a=$ ..... $y=\ldots x$

II. $a=$ ..... $y=\ldots x$

III. $a=$ ..... $y=\ldots x$

IV. $a=$ ..... $y=\ldots x$

V. $a=$ ..... $y=\ldots x$

Lineaarfunktsioon.

21. Täida lüngad järgmises tekstis.

Muutuja y on muutuja x lineaarfunktsioon, kui $y=$....., kus ... ja ... on ..... arvud. Neist arvudest argumendi kordaja ... näitab, mille võrra ..... funktsiooni väärtus, kui argumendi väärtus kasvab ..... võrra, ja vabaliige ... näitab, kui suur on funktsiooni väärtus, kui argumendi väärtus on ..... .

22. Järgnevas tabelis leidub rida valemeid, milles tähed x, y, z, u ja v tähistavad muutujaid, ülejäänud tähed aga antud arve. Märgi ristikesega valemid, mis väljendavad argumendi x lineaarfunktsioone ja määra iga sellise funktsiooni korral argumendi kordaja ja vabaliige.

Nr.	Valem	Lineaarfunktsioon	Argumendi kordaja	Vabaliige
1	$y=\frac{x}{5}+\frac{m}{2}$	+	$\frac{1}{5}$	$\frac{m}{2}$
2	$z=(a+3)x+b^2$			
3	$y=a^2x-(b^3+1)$			
4	$y=\frac{a}{x}+b$			
5	$z=\frac{5+a}{x}+\frac{1}{a}$			
6	$z=\frac{ax}{3}-\frac{5}{a}$			
7	$u=kcx^2+p$			
8	$u=kn^2x+\frac{p^2+1}{n}$			
9	$v=\frac{k+n}{2}x-\frac{k-n}{4}$			
10	$v=(1+x)x-4{,}2$			

23. Lineaarfunktsiooni $y=ax+b$ graafikuks on ....., mis on ..... funktsiooni $y=ax$ graafikuga ja lõikab y-telge punktis ..... . Funktsiooni $y=ax+b$ graafik saadakse

funktsiooni $y=ax$ graafikust selle ..... b ühiku võrra ülespoole, kui ....., ja $|b|$ ühiku võrra allapoole, kui ..... .

24. Otsusta, kas antud kahe lineaarfunktsiooni graafikud on paralleelsed või lõikuvad. Viimasel juhtumil määra nende lõikepunkt.

Antud funktsioonid	Graafikute vastastikune asend
1) $y=3x-4$ ja $y=3x+4$	.....
2) $y=-x+3$ ja $y=x+3$	.....
3) $y=-x+1$ ja $y=-x-1$	.....
4) $y=1{,}5x+4$ ja $y=1{,}5x+2$	.....
5) $y=\frac{4x}{5}-6$ ja $y=0{,}8x+5$	.....
6) $y=2x-4$ ja $y=3x-4$	.....
7) $x+y=0$ ja $x+y=2$	.....
8) $2x+y=4$ ja $2x+y=5$	.....
9) $x+2y=3$ ja $2y-x=3$	.....
10) $3x+4y=0$ ja $4x+3y=0$	.....

25. Allolevas tabelis on antud ühe lineaarfunktsiooni argumendi mõned väärtused ja kahele neist vastavad funktsiooni väärtused. Leia funktsiooni avaldis ja selle järgi puuduvad funktsiooni väärtused.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9			3			

26. Lineaarfunktsiooni graafik läbib punkte (0; 2) ja (1; 4). Määra funktsiooni avaldis ja otsusta selle järgi, kus graafik lõikab x-telge.

27. Leia punktid, kus antud funktsiooni graafik lõikab koordinaattelgi.

Funktsioon	Graafiku lõikepunkt	
	x-teljega	y-teljega
1) $y=x-2$	.....	.....
2) $y=2x+6$	.....	.....
3) $y=-4x+8$	.....	.....
4) $y=4x-8$	.....	.....
5) $y=-2x-5$	.....	.....
6) $y=3x+1$	.....	.....
7) $y=-0{,}5x-4$	.....	.....

28. Päike tõusis 1. veebruaril kell 9.34 ja loojus kell 17.38, kuid 11. veebruaril juba vastavalt kell 9.09 ja kell 18.03. Kui palju pikenes päev sellel ajavahemikul keskmiselt iga päevaga? Täida selle põhjal järgmine tabel.

Kuupäev	Päeva pikkus
1.02.	.....
2.02.	.....
3.02.	.....
4.02.	.....
5.02.	.....
6.02.	.....
7.02.	.....
8.02.	.....
9.02.	.....
10.02.	.....
11.02.	.....

29. Küünla pikkus oli enne süütamist 14 cm. Põlev küünal lühenes igas tunnis 2 cm võrra. Avalda põleva küünla pikkus k põlemisaja t funktsioonina tabeli, valemi ja graafiku abil.

Funktsioon $y=\frac{a}{x}$.

30. Täida lüngad järgmises tekstis.

Kui $y=\frac{a}{x}$, kus a on antud arv, siis muutuja y on .....

..... muutujaga x. Seda seost muutujate x ja y vahel saab avaldada ka kujul $\ldots=a$, s. t. kui üks suurus on teisega .....

....., siis nende vastavate väärtuste ..... on üks ja sama arv.

Funktsiooni $y=\frac{a}{x}$ argumendi x väärtuste hulka ei saa kuuluda arv

..... .

Funktsiooni $y=\frac{a}{x}$ graafikut nimetatakse ..... .

See joon koosneb ..... eraldatud harust, mis on .....

..... koordinaatide alguspunkti suhtes. Kui $a>0$, siis .....

..... üks haru asetseb ..... veerandis ja teine

..... veerandis. Kui aga $a<0$, siis .....

üks haru on ..... veerandis, teine .....
veerandis.

31. 1) Kui rööpküliku pindala on 12 ühikut, siis kõrgus h avaldub aluse a kaudu kujul $h=$....., millest nähtub, et kõrgus on alusega

..... .

2) Olgu kolmnurga pindala S jääv, kuid kolmnurga külg k ja sellele tõmmatud kõrgus h muutuvad. Et $h=$....., siis kõrgus on küljega

..... .

3) Olgu trapetsi pindala 15 ühikut, kesklõik l ja kõrgus h muutuvad. Et kõrgus avaldub kesklõigu kaudu kujul $h=$....., siis kõrgus ja kesklõik on ..... .

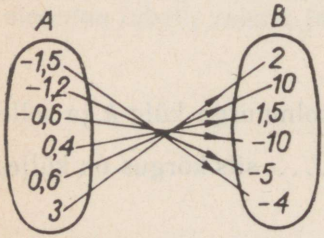
4) Olgu risttahuka põhja pindala S ja kõrgus h muutuvad, ruumala V aga jääv. Et kõrgus h avaldub põhja pindala kaudu kujul $h=$ $=$....., siis h ja S on ..... .

5) Jääva teepikkuse s läbimiseks kuluv aeg t sõltub auto liikumise kiirusest v valemi järgi $t=$..... . Sellest nähtub, et aeg t ja kiirus v on ..... .

32. Kõrval olevas tabelis on antud ühe funktsiooni $y=\frac{a}{x}$ argumendi väärtused ja ühele neist vastav funktsiooni väärtus. Leia arv a ja siis funktsiooni avaldise põhjal puuduvad funktsiooni väärtused.

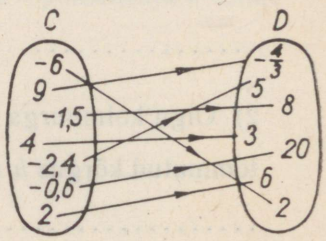
x	y
−0,5	
0,5	
1,5	−4
2,5	
3,5	
4,5	

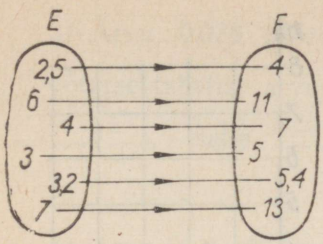
33. Tee kindlaks, missugused nooldiagrammidest 17—20 esitavad funktsiooni $y=\frac{a}{x}$, ja leia iga funktsiooni korral arv a.



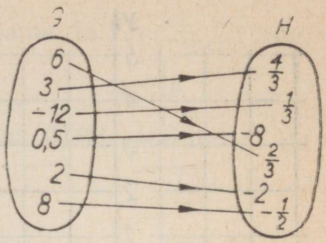
Joon. 17

Joon. 18





Joon. 19



Joon. 20

34. Leia järjestatud arvupaarides puuduvad elemendid nii, et iga hulk esitaks üht funktsiooni $y=\frac{a}{x}$. Kirjuta ka iga funktsiooni määramispiirkond ja avaldis.

1) $\{(-3;\ 2),\ (-1{,}5;\ \ldots),\ (-0{,}5;\ \ldots),\ (\ldots;\ -6),\ (\ldots;\ -1{,}5)\}$

$X=\{\ldots;\ \ldots;\ \ldots;\ \ldots;\ \ldots\}$, $y=\ldots\ldots\ldots\ldots$

2) $\{(-8;\ -2),\ (\ldots;\ -2\frac{2}{3}),\ (-2;\ \ldots),\ (\ldots;\ 32),\ (2;\ \ldots)\}$

$X=\{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$, $y=\ldots\ldots\ldots\ldots$

3) $\{(-3;\ \ldots),\ (\ldots;\ 10),\ (0{,}5;\ \ldots),\ (5;\ -3),\ (\ldots;\ 1)\}$

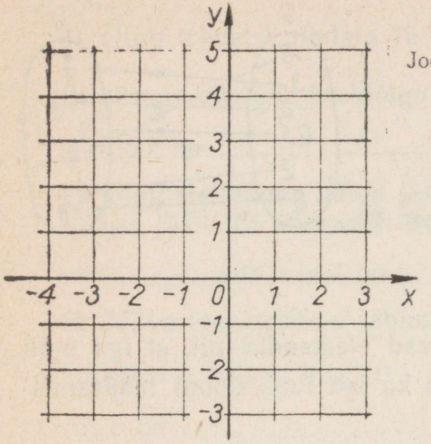
$X=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $y=$

4) $\{(-6;\ \ldots),\ (\ldots;\ \frac{3}{2}),\ (-1{,}5;\ \ldots),\ (\ldots;\ 6),\ (1{,}8;\ -\frac{1}{3})\}$

$X=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $y=$

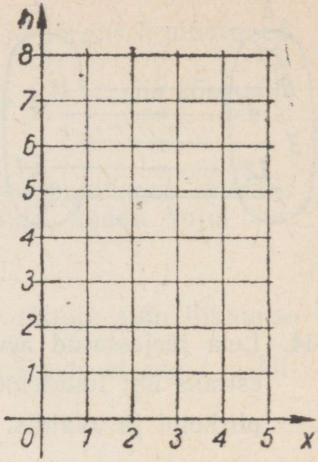
35. On teada, et funktsiooni $y=\frac{a}{x}$ graafik läbib punkti $(-2{,}4;\ -1{,}5)$. Esita funktsiooni avaldis ja graafik joonisel 21.

36. Ristküliku pindala on 8 cm². Alus x muutub vahemikus 1 cm$\leqslant x\leqslant$ $\leqslant$5 cm. Avalda ristküliku kõrgus h aluse x funktsioonina ja kujuta kõrguse muutumine graafiliselt joonisel 22.



Joon. 21

Joon. 22



Pöördarvude tabel.

37. Täida lüngad järgmises tekstis.

1) Arvu 7,25 pöördarvuks nimetatakse arvu 1 : ..... . Kümnendmurru kujul leiame selle arvu tüvenumbrid pöördarvude tabelis arvuga ..... märgitud rea ja arvuga ..... märgitud veeru ..... kohas. Ümardades seal leiduva arvu ..... kolmekohaliseks ja kirjutades täisosaks 0, saame otsitavaks pöördarvuks ..... .

2) Arvu 0,21 pöördarvu leidmiseks korrutame selle arvu .....= ga, leiame tabelist arvu ..... pöördarvu ..... ja .... selle jällegi 10-ga. Nii saame, et arvu 0,21 pöördarv on ..... .

3) Arvu 0,038 pöördarvu leidmiseks korrutame ta .....-ga, võtame tabelist arvu ..... pöördarvu ..... ja .... selle .....-ga. Seega arvu 0,038 pöördarv on ..... .

4) Arvu 51,6 pöördarvu leidmiseks jagame ta .....-ga, leiame tabelist arvu ..... pöördarvu ..... ja ..... viimase .....-ga. Nii saame, et arvu 51,6 pöördarv on ....

5) Arvu 234 pöördarvu leidmiseks jagame ta .....-ga, võtame tabelist arvu ..... pöördarvu ..... ja ..... selle .....-ga. Saame, et arvu 234 pöördarv on ..... .

6) Kui arv sisaldab rohkem kui kolm tüvenumbrit, siis pöördarvu leidmiseks ..... ta ..... tüvenumbriga arvuks ja leiame viimase pöördarvu.

38. Kirjuta iga arvu alla tema pöördarv.

1,13	0,113	0,0113	11,3	113	1130
.....	.....	.....	.....	....	....
1,28	0,128	0,0128	12,8	128	1280
.....	.....	.....	.....	....	....
3,74	0,374	0,0374	37,4	374	3740
.....	.....	.....	.....	....	....

39. Leia kõige vasakpoolsemas veerus seisva arvu pöördarv antud nelja arvu hulgast ja tõmba sellele joon alla.

Arv	Pöördarv			
3,58	0,0279	0,279	2,79	279
0,234	4,27	0,427	4,27	42,7
0,051	1,96	19,6	196	0,196
29,8	0,0336	0,336	3,36	33,6
397	0,000252	0,00252	0,0252	0,252
2347	0,00426	0,000426	0,427	4,27

40. Kui keha liikumise kiirus on

0,3 0,7 1,6 4,9 8,7 19 32,5
meetrit sekundis, siis ühe meetri läbimiseks kulub aega

.... sek.

41. Kasutades pöördarvude tabelit, arvuta funktsiooni $y=2:x$ väärtused, mis vastavad järgnevas tabelis antud argumendi väärtustele.

x	−0,687	−0,431	−0,354	−0,045	0,0359	0,938	2,32
$\frac{1}{x}$	−1,48						
$\frac{2}{x}$	−2,96						

III. KAHE MUUTUJAGA LINEAARSED VÕRRANDISÜSTEEMID.

Kahe muutujaga lineaarvõrrand.

1. On antud arvupaaride hulk
$\{(10; 16), (1; 3), (-8; 5), (4; 0), (\frac{1}{5}; 0), (4; 7{,}5), (1; -3)\}$.
Leia sellest hulgast lahend igale võrrandile järgnevas tabelis. Arvuta peast.

Võrrand	Lahend
$x+y=-3$	
$2x-y=4$	
$3x+y=0$	
$\frac{3}{4}x-\frac{1}{3}y=\frac{1}{2}$	
$-5x+y=-1$	

2. Leia puuduv arv, nii et arvupaarid

$\begin{cases} x=0 \\ y=\ldots \end{cases}$ $\begin{cases} x=\ldots \\ y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=\ldots \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\ldots \end{cases}$ $\begin{cases} x=\ldots \\ y=-\frac{3}{5} \end{cases}$

oleksid võrrandi $3x+5y=6$ lahenditeks.

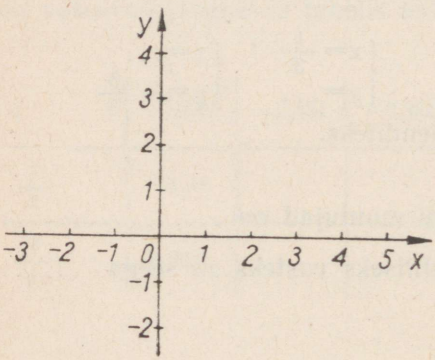
3. Kahe muutujaga lineaarvõrrandi muutujad on ..... sõltuvuses; selle võrrandi graafiliseks vasteks on seega ....

4. Sirgjoon on määratud ..... punktiga. Sirge $ax+by=c$ joonestamiseks leitakse tavaliselt selle sirge ja koordinaattelgede lõikepunktid. Kui punkt asetseb ordinaatteljel, siis selle punkti ..... võrdub nulliga. Kui punkt asetseb abstsissteljel, siis selle punkti ..... võrdub nulliga.

5. Täida tabel. Esimesed neli sirget kujuta joonisel 23.

Sirge	Lõikepunkt y-teljega	Lõikepunkt x-teljega	Sirge	Lõikepunkt y-teljega	Lõikepunkt x-teljega
$2x+3y=6$			$y-x=3$		
$x-3y=5$			$0{,}8x-0{,}2y=2$		
$2x-y=-4$			$1{,}5x+2{,}5y=7\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=-1$			$-3x+y=1{,}5$		
$\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}y=4$			$x-3{,}8y=-15{,}2$		

Arvuta siin.



Joon. 23

Kahe muutujaga lineaarne võrrandisüsteem.

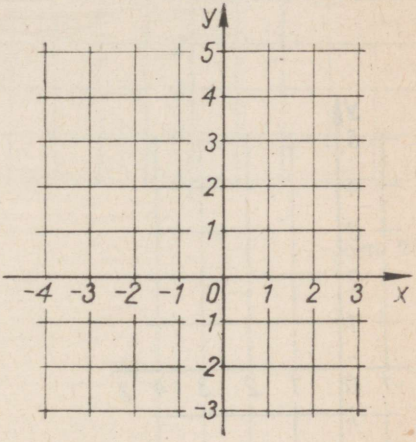
6. Kujuta graafiliselt joonisel 24 võrrandid $x-2y=-4$ ja $2x-y=1$. Kui palju lahendeid on kummalgi võrrandil? .....

.....

Olgu esimese võrrandi lahendite hulk L_1 ja teise L_2. Leia puuduvad arvud järgmistes arvupaarides nii, et saad kummagi lahendite hulga ühe osahulga:

$\{(-4;\ 0),\ (\ldots;\ 1),\ (0;\ \ldots),\ (2;\ \ldots),\ (\ldots;\ 3{,}5)\} \subset L_1$;

$\{(-1;\ -3),\ (0;\ \ldots),\ (\ldots;\ 1),\ (\ldots;\ 3),\ (3;\ \ldots)\} \subset L_2$.



Joon. 24

Nüüd näeme, et arvupaar

$(\ldots;\ \ldots) \in (L_1 \cap L_2)$.

Arvupaar $(\ldots;\ \ldots)$, ehk, teisiti kirjutades

$$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases},$$

on mõlema antud võrrandi ..... ja .....

ehk võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

lahendiks.

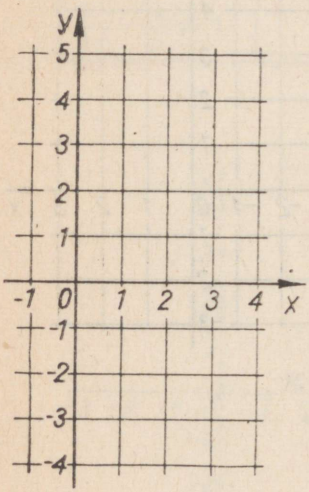
Võrrandite ühisele lahendile vastab graafikul sirgete .....

..... . Et kaks sirget saavad lõikuda ..... punktis, siis on ka antud võrranditel ..... ühine lahend.

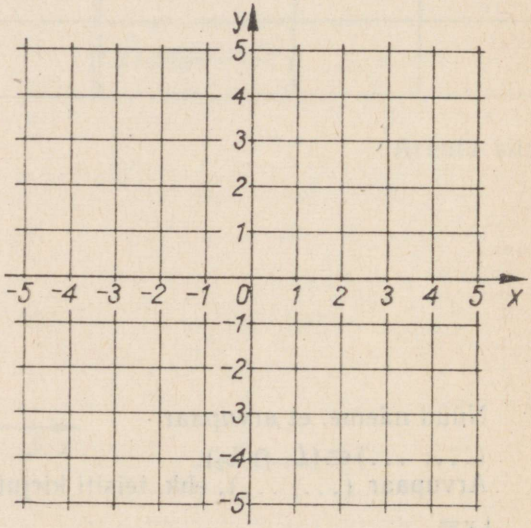
7. Et kahe muutujaga lineaarse võrrandisüsteemi lahendile vastab graafikul sirgete lõikepunkt, siis järeldub siit, et
1) süsteemil on ainult üks lahend, kui sirged .....;
2) süsteemil lahend ....., kui sirged on paralleelsed;
3) süsteemil on lõpmatu hulk lahendeid, kui sirged .....
..... .

8. Lahenda joonisel 25 graafiliselt võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 4x-y=1. \end{cases}$$



Joon. 25



Joon. 26

9. Lahenda joonisel 26 graafiliselt võrrandisüsteemid:

$$\begin{cases} 2x-y=-4 \\ 2x+y=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-y=-4 \\ x-2y=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-2y=4 \\ 2x+y=4. \end{cases}$$

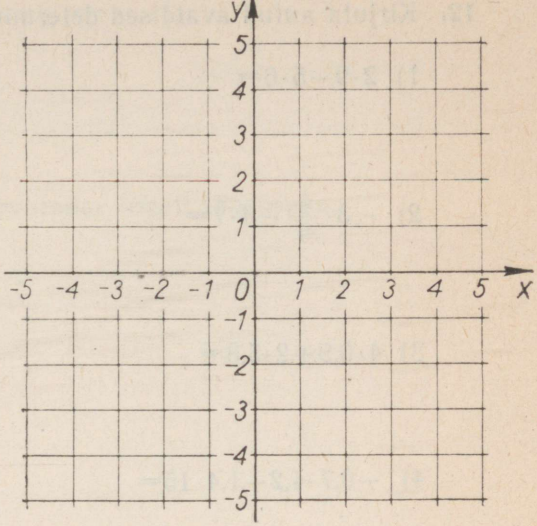
10. Lahenda joonisel 27 graafiliselt võrrandisüsteemid:

$$\begin{cases} -5x+3y=15 \\ 2x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=2 \\ 0{,}4x+0{,}2y=0{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x+3y=15 \\ 1\frac{1}{4}x-1\frac{3}{4}y=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x+3y=12 \\ 2x+y=2 \end{cases}$$



Joon. 27

11. Arvuta determinandid.

1) $\begin{vmatrix} 25 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$

2) $\begin{vmatrix} 105 & 90 \\ 45 & -10 \end{vmatrix} =$

3) $\begin{vmatrix} 0{,}75 & 0{,}8 \\ -5{,}1 & 1{,}4 \end{vmatrix} =$

4) $\begin{vmatrix} -\frac{4}{5} & -1\frac{3}{4} \\ \frac{4}{5} & 2\frac{1}{4} \end{vmatrix} =$

5) $\begin{vmatrix} m & mn \\ -n & n^2 \end{vmatrix} =$

6) $\begin{vmatrix} 5a & 3b \\ 15a^2b & 9ab^2 \end{vmatrix} =$

12. Kirjuta antud avaldised determinandi märgi abil.

1) $2 \cdot 9 - 5 \cdot 6 =$

2) $-3 \cdot \frac{5}{6} - 4 \cdot 7 =$

3) $4 \cdot 0{,}9 + 2 \cdot 5{,}8 =$

4) $-0{,}7 \cdot 4{,}2 + 1{,}4 \cdot 15 =$

5) $ab - 2ab =$

6) $m^2 - mn =$

13. Lahenda determinantide abil.

1) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 4x - 5y = -23 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x - y = 71 \\ x + 7y = -233 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x+3y=20 \\ 10x-9y=20 \end{cases}$

14. Lahenda determinantide abil, arvutades lükati täpsusega.

1) $\begin{cases} 5x-3y=9 \\ 2x-5y=5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x+7y=98 \\ 2x+4y=69 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 15x-9y=1 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 1{,}3x-12y=3{,}2 \\ x+3{,}7y=0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 12{,}5u+0{,}8v=1 \\ 1{,}92u+0{,}73v=3{,}5 \end{cases}$

IV. RUUTFUNKTSIOON JA RUUTVÕRRAND.

Funktsioon $y=x^2$.

1. Kui funktsiooni $y=x^2$ määramispiirkonnaks on ratsionaalarvude hulk, siis funktsiooni väärtuste hulgaks on .... hulk.

Funktsiooni $y=x^2$ graafikuks on joon, mida nimetatakse .... See joon on sümmeetriline ..... suhtes. Parabooli ja tema sümmeetriatelje ühist punkti nimetatakse parabooli .... ehk ..... . See punkt asetseb ..... .

Kui funktsiooni $y=x^2$ graafikut peegeldada x-teljest, siis saame funktsiooni ..... graafiku. Esimese graafiku kohta öeldakse, et ta avaneb ....., kuna teine graafik avaneb ..... .

2. Funktsiooni $y=x^2$ väärtuste arvutamiseks tuleb argumendi väärtused võtta ..... . Seejuures tuleb meeles pidada, et kui positiivset arvu suurendada 10, 100, 1000, üldiselt k korda, siis arvu ruut suureneb ....., ..., ..., üldiselt ..... korda. Ümberpöördult, kui positiivset arvu vähendada 10, 100, 1000 korda, siis arvu ruut väheneb vastavalt ....., ..., ... korda. Näiteks, kui $a^2=b$, siis $(100a)^2=$.....b ja $(0{,}01a)^2=$..... .....b.

Kui negatiivset arvu suurendada, siis tema ruut ..... . Näiteks negatiivse arvu (-10) ruut on 100, kuid (-10)-st suurema negatiivse arvu (-5) ruut on ....., mis on ....., kui 100.

3. Kujuta ühes ja samas teljestikus graafiliselt funktsioonid $y=x^2$ ja $y=-x^2$, kui määramispiirkonda kuuluvad kõik arvud vahemikust $-2 \leqslant x \leqslant 2$.

4. Kasutades ruutude tabelit, kirjuta iga arvu alla tema ruut.

2,67	3,14	4,85	6,66	7,03	8,4	9,55
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
26,7	31,4	48,5	66,6	70,3	84	95,5
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
0,267	0,314	0,485	0,666	0,703	0,84	0,955
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2670		4850		7030		9550
.....		.....		.....		.....
0,0267		0,0485		0,00703		0,0955
.....		.....		.....		.....

5. Leia ruutude tabeli abil nelja arvu hulgast antud arvu ruut ja tõmba sellele joon alla.

Arv	Arvu ruut			
3,78	14,1	14,2	14,3	14,4
9,89	97,6	97,7	97,8	97,9
0,336	1,13	0,113	11,3	1,12
0,0279	0,000778	0,00778	0,0778	0,778
0,00486	0,00236	2,36	0,0000236	0,236
39,6	15,7	157	15,8	1570
284	80 700	807	8070	80,7
2,4865	62,0	61,5	6,15	6,20
2345	55 200	552 000	5 520 000	55 200 000
5,0009	26,0	25,1	25,0	26,1

6. Kontrolli lükati abil, kas järgmised ruudud on õigesti leitud. Õige vastus kirjuta sulgudesse.

1) $2{,}34^2 = 5{,}40$ (.....) 2) $7{,}77^2 = 60{,}4$ (.....)

3) $12{,}6^2 = 16{,}0$ (.....) 4) $95{,}5^2 = 912$ (.....)

5) $114^2 = 13\,000$ (.....) 6) $0{,}29^2 = 0{,}0841$ (.....)

7) $0{,}037^2 = 0{,}136$ (.....) 8) $2{,}9435^2 = 8{,}64$ (.....)

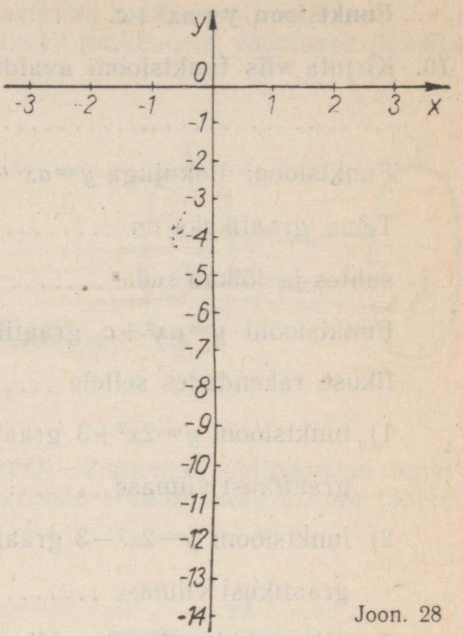
9) $59{,}783^2 = 3580$ (.....) 10) $0{,}004786^2 = 0{,}229$ (.....)

Funktsioon $y = a^2$.

7. Funktsioonide $y = 3x^2$, $y = -1{,}5x^2$, $y = \frac{3}{7}x^2$, $y = -2{,}4x^2$ üldkuju on ..... . Kõik need funktsioonid on .....-funktsioonid, sest nende avaldistes on argument ..... . Kui funktsiooni $y = ax^2$ avaldises $a > 0$, siis argumendi igasuguse väärtuse korral $y \ldots 0$, ja kui $a < 0$, siis $y \ldots 0$.

Funktsiooni $y = ax^2$ graafikuks on ....., mille sümmeetriateljeks on ..... ja mille tipp asetseb ..... . See graafik avaneb ülespoole, kui $a \ldots 0$, ja allapoole, kui $a \ldots 0$.

8. Hulgal $\{x \in Q \mid -3 \leqslant x \leqslant 3\}$ defineeritud funktsiooni $y = ax^2$ graafik läbib punkti $(-2; -6)$. Arvuta kordaja a ja kujuta funktsioon graafiliselt.



Joon. 28

9. Leia järjestatud paarides puuduvad elemendid nii, et iga paaride hulk esitaks üht ruutfunktsiooni $y = ax^2$. Kirjuta välja ka iga funktsiooni määramispiirkond ja avaldis.

1) $\{(-2; -12), (-1; \ldots), (\ldots; 0), (2{,}5; \ldots), (3; \ldots)\}$;

$X = \{\ldots; \ldots; \ldots; \ldots; \ldots\}$, $y = \ldots\ldots\ldots$

2) $\{(-3; \ldots), (1; \ldots), (2{,}5; 25), (3; \ldots), (4{,}5; \ldots)\}$;

$X = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $y = \ldots\ldots\ldots$.

3) $\{(-2{,}4; -5{,}76), (-1{,}6; \ldots), (-0{,}4; \ldots), (-0{,}8; \ldots)\}$;

$X = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $y = \ldots\ldots\ldots$.

4) $\{(4; \ldots), (3; \ldots), (-2; -0{,}2), (0{,}5; \ldots)\}$;

$X = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $y = \ldots\ldots\ldots$.

Funktsioon $y=ax^2+c$.

10. Kirjuta viis funktsiooni avaldist, mille üldkuju on ax^2+c. .....

...., ..., ..., ..., ...

Funktsiooni üldkujuga $y=ax^2+c$ nimetatakse ..... funktsiooniks.

Tema graafikuks on ....., mis on sümmeetriline .....

suhtes ja lõikab seda ..... punktis (...; ...).

Funktsiooni $y=ax^2+c$ graafik saadakse funktsiooni $y=ax^2$ graafikust, rakendades sellele ..... y-telje sihis. Näiteks

1) funktsiooni $y=2x^2+3$ graafiku saame funktsiooni .....

graafikust viimase ..... vektoriga ..... .

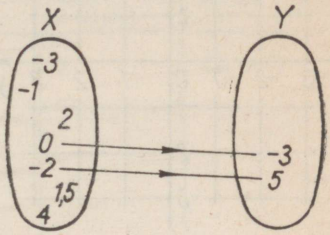
2) funktsiooni $y=2x^2-3$ graafiku saame funktsiooni .....

graafikust viimase ..... vektoriga ..... .

11. Tabelis antud valemites tähistavad tähed x, y ja z muutujaid, ülejäänud tähed aga antud arve. Märgi ristikesega need valemid, mis väljendavad argumendi x funktsiooni $y=ax^2+c$ ja määra iga sellise valemi puhul argumendi kordaja ja vabaliige. Vajaduse korral teisenda enne antud valemit.

Nr.	Antud valem	Teisendatud valem	+	Argumendi kordaja	Vabaliige
1	$y=(k+m)x^2+\frac{k}{2}$		+	$k+m$	$\frac{k}{2}$
2	$y=\frac{k^2x^2-1}{2}+r$				
3	$y=(kx+m)x-4$				
4	$z=\frac{m+n}{7}-\frac{2x}{5}x$				
5	$z=3x+4k^2x$				
6	$z=(\frac{4k}{x}+rx)x$				
7	$z=\frac{(k^2+1)x^2+ts}{4}$				
8	$y=8kt-\frac{x^2}{2}$				

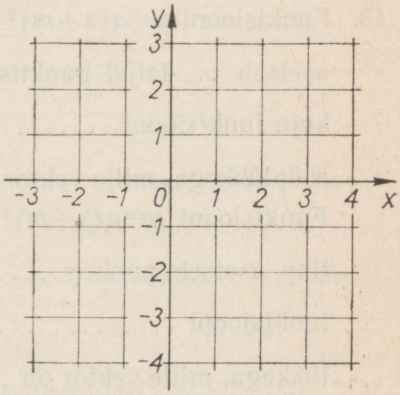
12. Joonisel 29 on antud ühe funktsiooni $y=ax^2+c$ määramispiirkond X ja argumendi kahele väärtusele vastavad funktsiooni väärtused. Leia arvud a ja c, arvuta joonisel puuduvad funktsiooni väärtused ja esita funktsioon nooldiagrammina.



Joon. 29

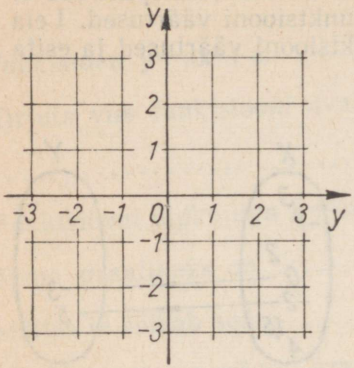
13. Kujuta graafiliselt hulgal $X=\{x\in Q \mid -2\leqslant x\leqslant 4\}$ defineeritud funktsioon $y=3-0{,}4x^2$. Funktsiooni väärtuste arvutamiseks kasuta tabelit.

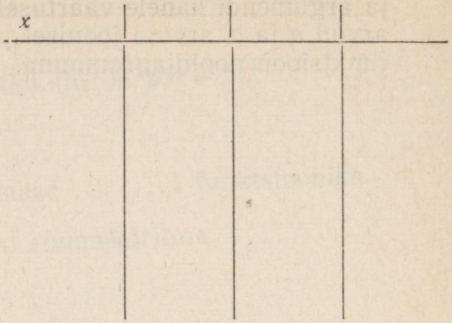
x	x^2	$0{,}4x^2$	y
−2			
−1			
−0,5			
0			
0,5			
1			
2			
3			
3,5			
4			



Joon. 30

14. Kujuta graafiliselt hulgal $X=\{x\in Q \mid |x|\leqslant 3\}$ defineeritud funktsioon $y=0{,}6x^2-2$. Funktsiooni väärtuste arvutamiseks kasuta sellekohast tabelit.





Joon. 31

Funktsioonid $y=a(x+m)^2$ ja $y=a(x+m)^2+n$.

15. Funktsiooni $y=a(x+m)^2$ graafikuks on ....., mille tipp asetseb ...-teljel punktis ..... . Sel graafikul on ühesugune kuju funktsiooni ..... graafikuga ja ta saadakse viimasest rööplükkega, mille vektor on .....
Funktsiooni $y=a(x+m)^2+n$ graafikuks on ....., mille tipp asetseb punktis ..... . Sel graafikul on ühesugune kuju funktsiooni ..... graafikuga ja ta saadakse viimasest rööplükkega, mille vektor on ..... .

16. Järgmise tabeli täitmisel märgi

1) graafiku avanemist ülespoole noolekesega ↑ ja allapoole noolekesega ↓;

2) graafiku saamist funktsiooni $y=3x^2$ graafikust peegeldamisel x-teljest ristikesega +.

Nr.	Funktsiooni avaldis	↑ või ↓	Tipp	Graafik saadakse $y=3x^2$ graafikust	
				peegeldamisel x-teljest	lükkel vektoriga
1	$-3(x-2)^2-6$	↓	(2; −6)	+	(2; −6)
2	$3(x-2)^2$				
3	$-3x^2+2$				
4	$3(x+4)^2-8$				
5	$-3(x+2)^2$				
6	$3(x+3)^2+4$				
7	$-3x^2$				
8	$-3(x-5)^2$				
9	$-3(x-6)^2+2$				
10	$3(x+2)^2-6$				

Funktsioon $y=ax^2+bx+c$.

17. Teisenda avaldis ruutkolmliikmeks.

1) $(3x-4)^2=$ .....

2) $2(x-5)^2=$ .....

3) $5(4x+3)^2-12=$ .....

.....

4) $3\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{5}{16}=$ .....

.....

5) $0{,}5(6x+5)^2-2{,}5=$ .....

.....

18. Täienda avaldist nii, et saad ta teisendada kaksliikme ruuduks.

1) $x^2+14x+\ldots=(\ldots+\ldots)^2$

2) $9x^2-6xy+\ldots=$ .....

3) $x^2-\ldots+16y^2=$ .....

4) $4x^2+\ldots+25y^2=$ .....

5) $\ldots+10yz+z^2=$ .....

19. Eralda ruutkolmliikmest kaksliikme ruut.

1) $x^2-4x-3=x^2-4x+4-3-4=(\ldots\ldots)^2-$ .....

2) $a^2+6a+8=$ .....

3) $2-16x+x^2=$ .....

4) $4x^2+0{,}25-2x=$ .....

5) $\frac{1}{16}-\frac{1}{2}m+m^2=$ .....

20. Täida lüngad järgmises tekstis.

Ruutfunktsiooni $y=ax^2+bx+c$ graafikuks on ....., mille sümmeetriatelg on paralleelne ...-teljega ja mille haripunkt asetseb punktis (.....; .....).

Kui funktsiooni avaldises kordajad a ja b on ühemärgilised, siis haripunkti abstsiss on ..... ja haripunkt asetseb y-teljest ..... .

Kui funktsiooni avaldises kordajad a ja b on erimärgilised, siis haripunkti abstsiss on ..... ja haripunkt asetseb y-teljest ..... .

Kui $x=0$, siis $ax^2+bx+c=\ldots$ Seega selle funktsiooni graafik lõikab y-telge punktis (...; ...).

21. Leia iga antud funktsiooni graafiku kohta järgmised andmed ja skitseeri nende andmete põhjal see graafik joonisel 32:

1) lõikepunkt y-teljega,
2) haripunkti koordinaadid x_0 ja y_0,
3) kas graafik avaneb ülespoole või allapoole.

I. $y=0{,}5x^2-2x+3$

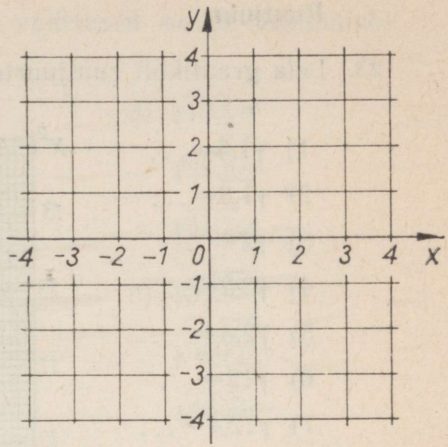
1) .....

2) $x_0=-\frac{b}{2a}=$ .....

$y_0=\frac{4ac-b^2}{4a}=$ .....

$=$ .....

3) .....



Joon. 32

II. $y=-2x^2+4x+1$ $y_0=$.....

1) ..... $=$.....

2) $x_0=-\frac{b}{2a}=$.... 3) .....

III. $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-1$

1) 2) $x_0=$ 3)

$y_0=$

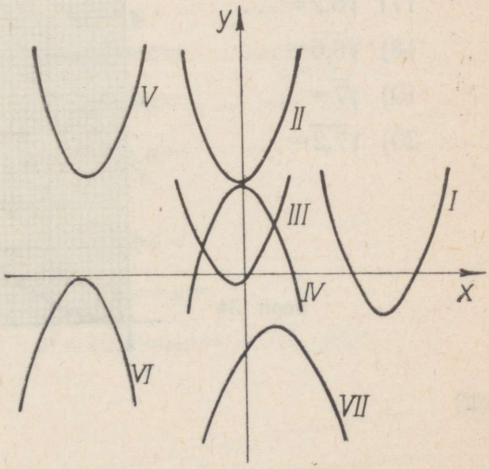
Graafikud skitseeri ühes ja samas teljestikus.

22. Joonisel 33 on antud seitse ruutfunktsiooni graafiku skeemi. Määra iga skeemi põhjal, kas vastavas funktsiooni avaldises kordaja a, b, c on positiivne, negatiivne või null.

N ä i d e.

Skeemi I korral $a>0$, sest graafik avaneb ülespoole,
$b<0$, sest a ja b on erimärgilised (üles. 20),
$c>0$, sest graafik lõikab y-telge ülevalpool algus-punkti.

II. a...0	III. a...0
b...0	b...0
c...0	c...0
IV. a...0	V. a...0
b...0	b...0
c...0	c...0
VI. a...0	VII. a...0
b...0	b...0
c...0	c...0

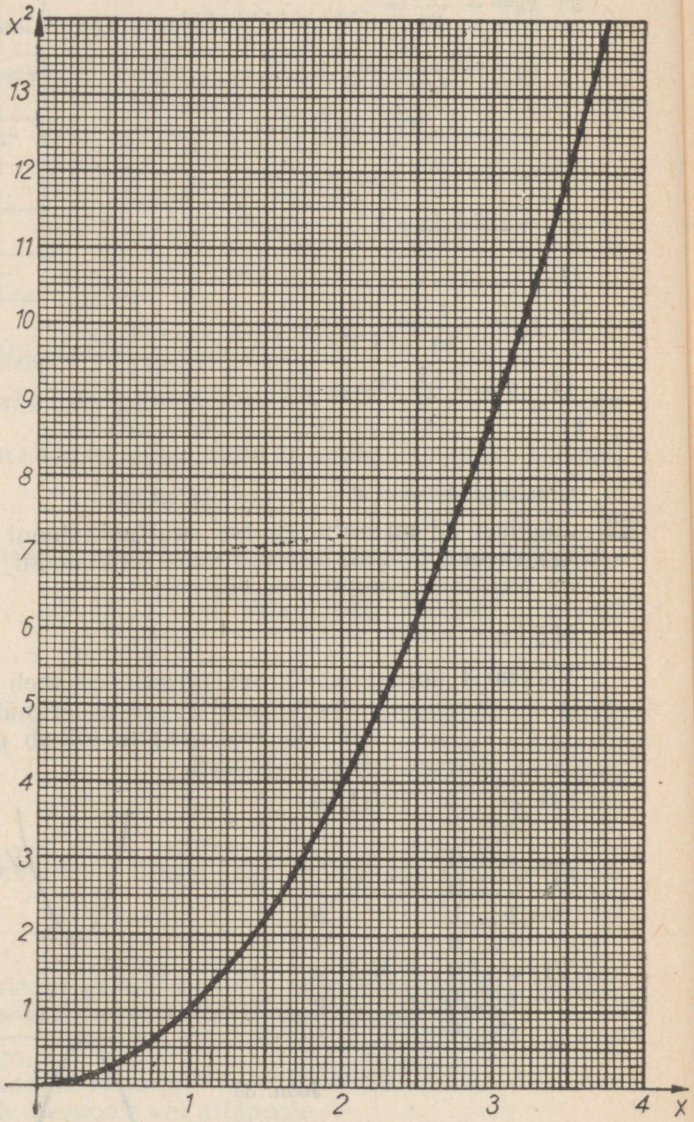


Joon. 33

Ruutjuur.

23. Leia graafikult ruutjuurte ligikaudsed väärtused kahe tüvenumbriga.

1) $\sqrt{1,5} = \ldots$
2) $\sqrt{1,8} = \ldots$
3) $\sqrt{2} = \ldots$
4) $\sqrt{2,2} = \ldots$
5) $\sqrt{2,8} = \ldots$
6) $\sqrt{12} = \ldots$
7) $\sqrt{12,4} = \ldots$
8) $\sqrt{13} = \ldots$
9) $\sqrt{11} = \ldots$
10) $\sqrt{8,2} = \ldots$
11) $\sqrt{3} = \ldots$
12) $\sqrt{3,5} = \ldots$
13) $\sqrt{4,5} = \ldots$
14) $\sqrt{5} = \ldots$
15) $\sqrt{5,6} = \ldots$
16) $\sqrt{8} = \ldots$
17) $\sqrt{6,2} = \ldots$
18) $\sqrt{6,6} = \ldots$
19) $\sqrt{7} = \ldots$
20) $\sqrt{7,2} = \ldots$



Joon. 34

24. Leia tabeli abil ruutjuurte ligikaudsed väärtused kolme tüvenumbriga.

1) $\sqrt{13}=$ 2) $\sqrt{4,5}=$ 3) $\sqrt{19,5}=$

$\sqrt{17}=$ $\sqrt{5,4}=$ $\sqrt{22,5}=$

$\sqrt{20}=$ $\sqrt{6,4}=$ $\sqrt{31,2}=$

4) $\sqrt{2,35}=$ 5) $\sqrt{3,21}=$ 6) $\sqrt{3720}=$

$\sqrt{235}=$ $\sqrt{321}=$ $\sqrt{5600}=$

$\sqrt{27,8}=$ $\sqrt{0,0321}=$ $\sqrt{4850}=$

25. Leia järgmised ruutjuured.

$\sqrt{1,21}=$ $\sqrt{0,04}=$

$\sqrt{1,44}=$ $\sqrt{0,36}=$

$\sqrt{1,69}=$ $\sqrt{0,01}=$

26. Lahenda järgmised võrrandid.

N ä i d e. $x^2=2116 \Rightarrow x=\pm 46$

1) $a^2=256 \Rightarrow a=$ 2) $a^2=900 \Rightarrow a=$

$a^2=289 \Rightarrow a=$ $a^2=441 \Rightarrow a=$

$a^2=324 \Rightarrow a=$ $a^2=841 \Rightarrow a=$

3) $x^2=529 \Rightarrow x=$ 4) $t^2=9,61 \Rightarrow t=$

$y^2=729 \Rightarrow y=$ $u^2=12,25 \Rightarrow u=$

$m^2=576 \Rightarrow m=$ $v^2=10,89 \Rightarrow v=$

27. Korrutise ruutjuur võrdub ..... ruutjuurte .....

Ümberpöördult: ruutjuurte ..... võrdub korrutise .....

.....

1) $\sqrt{4 \cdot 81} =$

$\sqrt{16 \cdot 121} =$

$\sqrt{49 \cdot 144} =$

2) $\sqrt{16a^2} =$

$\sqrt{361x^4} =$

$\sqrt{625n^2} =$

3) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{\ldots\ldots} = \ldots$

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$

$\sqrt{0{,}4} \cdot \sqrt{1{,}6} =$

28. Jagatise ruutjuur võrdub ..... ja ..... ruutjuurte ..... . Ümberpöördult: ruutjuurte ..... võrdub ..... ruutjuurega.

N ä i d e. $\sqrt{56\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{4}} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$.

1) $\sqrt{\frac{25}{64}} =$

$\sqrt{\frac{4}{25}} =$

$\sqrt{\frac{196}{x^4}} =$

2) $\sqrt{2\frac{1}{4}} =$

$\sqrt{1\frac{7}{9}} =$

$\sqrt{10\frac{9}{16}} =$

3) $\sqrt{48} : \sqrt{3} = \sqrt{48 : 3} = \ldots\ldots =$

$\sqrt{12} : \sqrt{\frac{3}{4}} =$

$\sqrt{300} : \sqrt{12} =$

4) $\sqrt{98} : \sqrt{0,5} =$

$\sqrt{50,7} : \sqrt{0,3} =$

$\sqrt{32} : \sqrt{0,125} =$

29. Leia tabelis antud arvu ruutjuure tüvenumbrite järgi arvu ruutjuur.

a	$\sqrt{a}$ tüvenumbrid	$\sqrt{a}$
84,64	9–2	
1,9044	1–3–8	
216,09	1–4–7	
0,034969	1–8–7	

a	$\sqrt{a}$ tüvenumbrid	$\sqrt{a}$
0,0961	3–1–0	
17,64	4–2–0	
17,7241	4–2–1	
0,186624	4–3–2	

30. Leia lükatil järgmiste ruutjuurte ligikaudsed väärtused kolme tüvenumbriga.

1) $\sqrt{2,1} =$ 2) $\sqrt{3,1} =$ 3) $\sqrt{51\,000} =$

$\sqrt{3,7} =$ $\sqrt{31} =$ $\sqrt{68\,500} =$

$\sqrt{0,69} =$ $\sqrt{0,31} =$ $\sqrt{460\,000} =$

4) $\sqrt{3} =$ 5) $\sqrt{30} =$ 6) $\sqrt{0,00025} =$

$\sqrt{5} =$ $\sqrt{16,5} =$ $\sqrt{0,00425} =$

$\sqrt{3,3} =$ $\sqrt{50} =$ $\sqrt{0,0345} =$

31. Arvuta ruutjuured, kasutades Heroni võtet.

1) $\sqrt{3721} = \ldots;$ $a_1 = \ldots$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{3721}{\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{3721}{\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

2) $\sqrt{14\,641} = \ldots;\quad a_1 = \ldots$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{14641}{\ldots\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{14641}{\ldots\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

3) $\sqrt{201{,}64} = \ldots;\quad a_1 = \ldots$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{201{,}64}{\ldots\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\ldots + \frac{201{,}64}{\ldots\ldots}\right) = \frac{1}{2}(\ldots + \ldots) = \ldots$$

32. Leia järgmised hulgad.

N ä i d e.

$\{x \mid (x-3)(x+17) = 0\} = \{x \mid x-3=0$ või $x+17=0\}$

$= \{3;\ -17\}$

1) $\{x \mid (x+2)(x-5) = 0\} =$

$\{a \mid (a-10)(a-70) = 0\} =$

$\{u \mid u(u-4) = 0\} =$

$\{z \mid z(z+32) = 0\} =$

2) $\{x \mid (5x+4)(x-3) = 0\} =$

$\{x \mid (2x-1)(x+0{,}75) = 0\} =$

$\{x \mid |x-6| = 1\} =$

$\{x \mid |x+4| = 5\} =$

33. Lahenda võrrandid.

$(\sqrt{v}+3)(\sqrt{v}-3)=1 \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(\sqrt{u}-1)(\sqrt{u}+1)=2 \Rightarrow$

$\sqrt{x}+1=3{,}5 \Rightarrow \sqrt{x}=\ldots \Rightarrow x=\ldots$

$\sqrt{y}-1{,}5=11{,}5 \Rightarrow \sqrt{y}=\ldots \Rightarrow y=\ldots$

34. Lahenda võrrandid.

$5\sqrt{x}=3{,}5 \Rightarrow \sqrt{x}=\ldots \Rightarrow x=\ldots$

$2\sqrt{x}=7 \Rightarrow$

$1{,}5\sqrt{x}=12 \Rightarrow$

$7{,}5\sqrt{x}=90 \Rightarrow$

35. Lahuta avaldised tegureiks.

1) $4x^2-25=(\ldots)^2-5^2=$

$9x^2-1=(\ldots)^2-1^2=$

$2{,}25x^2-16=(\ldots)^2-4^2=$

$36x^2-12{,}25=(\ldots)^2-(\ldots)^2=$

2) $a^2-2=$

$b^2-3=$

$4c^2-5=$

$9d^2-6=$

Ruutvõrrandi lahendamine.

36. Arvuta lükati abil võrrandi lahendid kolme tüvenumbriga.

1) $\{x|0{,}5x^2=5{,}5\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|3x^2=126\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|2{,}5x^2=32\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|2x^2=156\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

2) $\{x|0{,}06x^2=48{,}5\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|1{,}08x^2=300\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|0{,}24x^2=66{,}5\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

$\{x|0{,}72x^2=11{,}1\}=\{\ldots,\ \ldots\}$

37. Lahenda võrrandid.

1) $x^2-10x-11=0$

2) $x^2-6x-23=0$

3) $y^2+9y-36=0$

4) $y^2+7y+2=0$

5) $z(z+3)=88$

6) $z(z-5)=300$

7) $(x+8)^2=(3x-4)^2$

8) $x+\frac{16}{x}=10$

38. Lahenda võrrandid.

1) $1-\frac{9}{x}=\frac{10}{x^2}$

2) $x+\frac{5}{x-7}=1$

3) $\frac{18}{x-6}-\frac{4}{x}=1$

4) $\frac{3}{x-5}+\frac{8}{x-2}=5$

5) $\frac{7}{y+2{,}5}=\frac{8}{y-2}+10$

6) $\frac{x-15}{2x+9}=\frac{x+5}{x-24}$

39. Lahenda võrrandid, leides enne arvud, mis ei saa olla antud võrrandi lahenditeks.

1) $\frac{1}{x+3}+\frac{x}{x-2}=\frac{3}{x^2+x-6}$. Selles võrrandis $x\neq\ldots$

ja $x\neq\ldots$

2) $\frac{x+24}{5x^2-5}=\frac{x-7}{x+1}-\frac{1}{2x-2}$. Selles võrrandis $x\neq\ldots$
ja $x\neq\ldots$

3) $\frac{9x+1}{9x+3x^2}=\frac{x}{21-7x}-\frac{x+3}{21x}$. Selles võrrandis $x\neq\ldots$
ja $x\neq\ldots$

Ruutvõrrandi abil lahenduvaid ülesandeid.

40. Leia kaks teineteisele järgnevat täisarvu, mille korrutis on 240.

L a h e n d u s. Olgu üks otsitav arv x; siis teine arv on $x+1$. Nende korrutis on $\ldots(\ldots+1)$. Saame võrrandi:

$\ldots(\ldots+1)=\ldots\Rightarrow x^2+\ldots=\ldots\Rightarrow x^2+\ldots-\ldots=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=-\ldots\pm\sqrt{\ldots+\ldots}=-\ldots\pm\sqrt{\ldots}=-\ldots\pm\ldots\Rightarrow x_1=\ldots$

ja $x_2=\ldots$.

Otsitavad arvud võivad olla ... ja ... või ... ja ...

Kontroll. .....

Vastus. Otsitavad arvud on ... ja ... või ... ja ... .

41. Leia kaks teineteisele järgnevat paaritut arvu, mille korrutis on 399.

Lahendus. Olgu esimene paaritu arv x; sellele järgnev paaritu arv on siis $x+2$. Saame võrrandi .....$=399$. Sulgude avamisel saame ruutvõrrandi .....$=0$, millest $x=$.....$\Rightarrow x=$ $=$.....$\Rightarrow x_1=$... ja $x_2=$...

Esimene paaritu arv on ... või ...

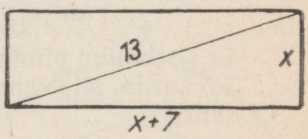
Teine „ „ „ ... „ ...

Kontroll.

Vastus. Otsitavad arvud on ... ja ... või ... ja ...

42. Ristküliku alus on kõrgusest 7 m võrra pikem ja diagonaal on 13 m. Arvuta ristküliku alus ja kõrgus.

Lahendus. Pythagorase teoreemi põhjal saame võrrandi



Joon. 35

$(\ldots+\ldots)^2+x^2=\ldots\Rightarrow$

$\Rightarrow\ldots+\ldots+\ldots+\ldots=\ldots\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2+\ldots-\ldots=0\Rightarrow x^2+\ldots-\ldots=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=-\ldots\pm\sqrt{\ldots+\ldots}\Rightarrow$

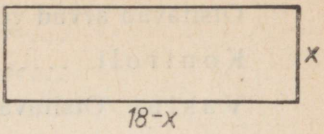
$\Rightarrow x=-\ldots\pm\sqrt{\ldots}=-\ldots\pm\ldots;\ x_1=\ldots$ ja $x_2=\ldots$

Kontroll.

Vastus. Ristküliku küljed on ... m ja ... m.

43. Ristküliku ümbermõõt on 36 m ja pindala on 72 m^2. Arvuta ristküliku küljed.

Lahendus. Tähistades ristküliku kõrguse meetrites tähega x, saame aluseks $18-x$. Koostame võrrandi:



Joon. 36

$(18-\ldots)\cdot\ldots=\ldots\Rightarrow\ldots x-\ldots=\ldots\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-\ldots x+\ldots=0\Rightarrow x=\ldots\pm\sqrt{\ldots-\ldots}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\ldots\pm\sqrt{\ldots}=\ldots\pm\ldots\Rightarrow x_1=\ldots$ ja $x_2=\ldots$.

Kontroll.

Vastus. Ristküliku küljed on ... m ja ... m.

44. Ristküliku alus on kõrgusest 5 m võrra pikem. Kui alust ja kõrgust suurendada 1 m võrra, siis risküliku pindala suureneb 1,5 korda. Leia ristküliku alus ja kõrgus.

Lahendus. Olgu ristküliku kõrgus x m. Siis alus on (.....) m ja pindala x(.....) m². Suurendades ristküliku alust ja kõrgust 1 m võrra, saame uue ristküliku, mille alus on (.....) m, kõrgus (.....) m ja pindala (.....) (.....) m².

Et ristküliku pindala on suurenenud 1,5 korda, siis saame järgmise võrrandi:

$(\ldots+\ldots)(\ldots+\ldots)=1{,}5x(\ldots+\ldots)$.

Selle lahendame järgmiselt:

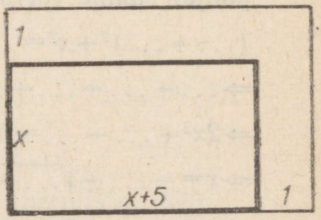
$2(\ldots+\ldots)(\ldots+\ldots)=3x(\ldots+\ldots)\Rightarrow$

$\Rightarrow 2(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)=3(\ldots\ldots\ldots\ldots)\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2+\ldots+\ldots=3x^2+\ldots\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+\ldots+\ldots=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow x_1=\ldots$ ja $x_2=\ldots$



Joon. 37

Ristküliku alus võib olla ... m ja kõrgus ... m.

Kontroll.

Vastus. Alus on ... m ja kõrgus ... m.

45. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on ühest kaatetist 1 m võrra ja teisest 8 m võrra pikem. Arvuta kolmnurga küljed.

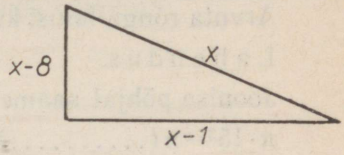
Lahendus. Pythagorase teoreemi põhjal saame võrrandi

$(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2 = x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - \ldots x + \ldots + x^2 - \ldots x + \ldots =$

$= x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - \ldots x + \ldots = 0 \Rightarrow$



Joon. 38

$\Rightarrow x = \ldots \pm \sqrt{\ldots - \ldots} = \ldots \pm \sqrt{\ldots} = \ldots \pm \ldots \Rightarrow x_1 = \ldots$ ja $x_2 = \ldots$

Kontroll.

Vastus. Kolmnurga hüpotenuus on ... m, kaatetid on ... m ja ... m.

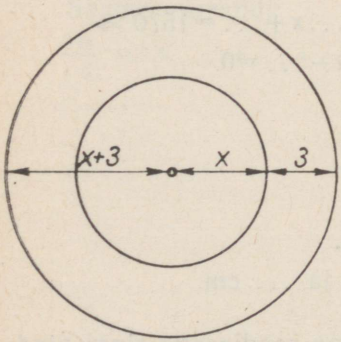
46. Kahe kontsentrilise ringi ümbermõõtude summa on 94,2 cm. Arvuta ringjoonte raadiused, kui rõnga laius on 3 cm (joon. 39).

Lahendus.

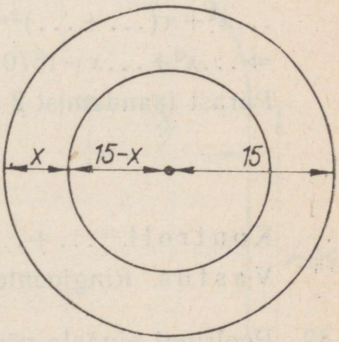
Väiksema ringi ümbermõõt on 2π ..... cm;

suurema ringi ümbermõõt on ..... cm;

ümbermõõtude summa on .....+..... cm.



Joon. 39



Joon. 40

Saame võrrandi .....+.....=94,2⇒

⇒.....+.....+.....=94,2 ⇒

⇒.....=94,2−..... ⇒

⇒.....=... ⇒ $x = \frac{}{4\pi}$ =.....

Kontroll.

Vastus. Raadiused on ..... cm ja ..... cm.

47. Kahe kontsentrilise ringjoonega piiratud rõnga pindala on 628 m². Arvuta rõnga laius, kui välimise ringjoone raadius on 15 m (joon. 40).

Lahendus.

Joonise põhjal saame võrrandi

$\pi \cdot 15^2 - \pi(\ldots\ldots\ldots)^2 = 628 \Rightarrow 225\pi - \pi(\ldots - \ldots + \ldots) = 628 \Rightarrow$

$\Rightarrow 225\pi - \pi \cdot \ldots + \pi \cdot \ldots - \pi \cdot \ldots = 628 \Rightarrow$

Kontroll. .....–.....=.....=628.

Vastus. Rõnga laius on ..... m.

48. Kahe ringi pindalade summa on 1570 cm². Leia ringide raadiused, kui ühe ringi raadius on 10 cm võrra pikem teise ringi raadiusest.

Lahendus. Ühe ringi raadius on x cm, teise raadius on ...+ +... cm. Saame võrrandi:

$\ldots x^2 + \pi(\ldots + \ldots)^2 = \ldots \Rightarrow \ldots x^2 + \ldots x^2 + \ldots x + \ldots = 1570 \Rightarrow$

$\Rightarrow \ldots x^2 + \ldots x - 1570 + \ldots = 0 \Rightarrow \ldots x^2 + \ldots x - \ldots = 0.$

Pärast taandamist 2-ga saame

Kontroll. ...+...=.....=.....

Vastus. Ringjoonte raadiused on ... cm ja ... cm.

49. Poolringi pindala võrdub 5 cm võrra lühema raadiusega ringi pindalaga. Leia poolringi raadius (veaga alla 0,1 cm).

Lahendus. Poolringi raadius on x cm, väiksema ringi raadius on (...−...) cm.
Poolringi pindala on ..... cm², väiksema ringi pindala on .....
.... cm². Et need pindalad on võrdsed, saame võrrandi

$$\frac{\pi}{2}\cdot\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \Big| : \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

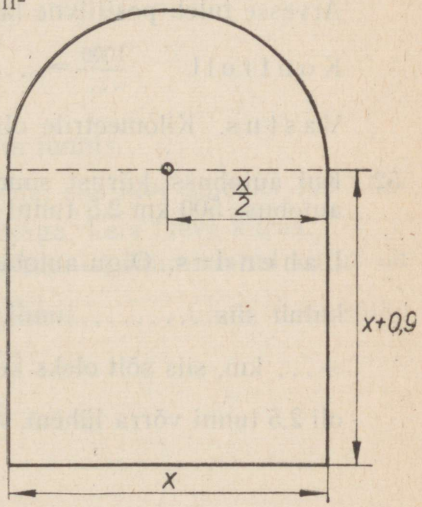
Kontroll.

Vastus. Poolringi raadius on ..... cm.

50. Uks koosneb ristkülikust ja sellele asetatud poolringist. Leia ristküliku küljed, kui ukse pindala on 3,09 m² ja ringi läbimõõt on ristküliku kõrgusest 0,9 m võrra lühem.

Lahendus. Olgu ukse laius x m. Poolringi pindala on ..... m²;
ristküliku pindala on ...·(.....) m²
ukse pindala on ...+...·(.....).
Saame võrrandi:

$$\frac{\pi}{8}\cdot x^2+\ldots\cdot(\ldots+\ldots)=3{,}09\Rightarrow$$



Joon. 41

Kontroll.

Vastus. Ristküliku küljed on ... m ja ... m.

51. Kui telefonipostide arvu suurendada 4 võrra iga kilomeetri kohta, siis väheneb postide vahe $12\frac{1}{2}$ m võrra. Leia, mitu posti on püstitatud kilomeetrile.

Lahendus. Olgu x posti kilomeetril; postivahesid on siis $\ldots - \ldots$ ja iga postivahe on siis $\frac{1000}{\ldots - \ldots}$ m. Kui postide arvu suurendada 4 võrra kilomeetrile, siis on kilomeetril $\ldots + \ldots$ posti ja postivahesid on $\ldots + \ldots$ ning iga postivahe on $\frac{1000}{\ldots}$ m. Saame võrrandi:

$$\frac{1000}{\ldots - \ldots} - \frac{1000}{\ldots + \ldots} = \frac{25}{2} \Rightarrow \frac{40}{\ldots - \ldots} - \frac{40}{\ldots + \ldots} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{40}{\ldots - \ldots} - \frac{40}{\ldots + \ldots} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

Arvesse tuleb positiivne lahend.

Kontroll. $\frac{1000}{\ldots} = \ldots;\ \frac{1000}{\ldots} = \ldots$.

Vastus. Kilomeetrile oli püstitatud ..... posti.

52. Kui autobussi kiirust suurendada 10 km võrra tunnis, siis sõidaks autobuss 500 km 2,5 tunni võrra lühema ajaga. Leia autobussi kiirus.

Lahendus. Olgu autobussi kiirus x km tunnis; 500 km läbimiseks kulub siis ..... tundi. Kui autobuss oleks sõitnud tunnis $\ldots + \ldots$ km, siis sõit oleks kestnud ..... tundi. Et viimane sõiduaeg oli 2,5 tunni võrra lühem, võime kirjutada võrrandi:

Kontroll. Jättes negatiivse lahendi kõrvale, saame

$\frac{500}{\dots} - \frac{500}{\dots} = \dots - \dots = 2\frac{1}{2}$.

Vastus. Autobussi kiirus on ..... km tunnis.

53. Kui laeva kiirust suurendada 3 km võrra tunnis, siis laev läbiks 85 kilomeetrit 45 minuti võrra lühema ajaga. Leia laeva kiirus.

Lahendus. Laeva kiirus olgu x km tunnis;

suurendatud kiirus on siis $x + \dots$ km tunnis;

esimesel juhul kulub sõiduks ..... tundi;

teisel juhul kulub sõiduks ..... tundi.

45 min.= ..... t.

Võrrand: ..... − ..... = ... ⇒

Kontrollime positiivset lahendit:

$\frac{85}{\dots} - \frac{85}{\dots} = \dots\dots\dots$

Vastus. Laeva kiirus on ..... km tunnis.

54. Kui laeva kiirust suurendada $1\frac{1}{2}$ korda, siis laev sõidaks 198 kilomeetrit 3 tunni 40 min. võrra lühema ajaga. Leia laeva kiirus.

Lahendus. Laeva kiirus olgu x km tunnis, suurendatud kiirus on ..... km tunnis; esimene sõidu aeg on ..... tundi, teine sõidu aeg on ..... tundi.

Võrrand: ..... − ..... = ...

Kontroll.

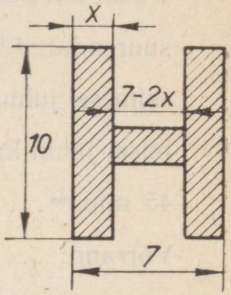
Vastus.

55. Täht H on koostatud ühe ja sama laiusega ribadest. Leia ribade laius, kui tähe kõrgus on 10 cm, laius 7 cm ja pindala 46 cm².

L a h e n d u s. Joonisel märgitud andmete järgi koostame võrrandi

$2 \cdot \ldots x + \ldots \cdot (\ldots - \ldots) = \ldots \Rightarrow$

$\Rightarrow \ldots x + \ldots x - \ldots x^2 = \ldots \Rightarrow$



Joon. 42

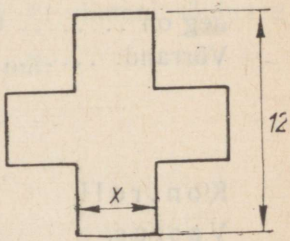
Et suurem lahend ületab tähe laiuse, siis tuleb arvesse väiksem lahend.

K o n t r o l l. $\ldots + \ldots = 46$.

V a s t u s. Ribade laius on ..... cm.

56. Ühe ja sama laiusega ribadest koosneva «punase risti» pikkus on 12 cm ja pindala 80 cm². Leia ribade laius.

L a h e n d u s. Joonisel märgitud andmete põhjal saame võrrandi



Joon. 43

Arvesse tuleb väiksem lahend, sest suurem .....

Kontroll. .....+.....−.....=80.

Vastus. Ribade laius on ..... cm.

57. Laev liigub jõel 3 tunni 48 minutiga 32 km pärivoolu ja 22 km vastuvoolu. Leia jõe voolu kiirus, kui laeva kiirus seisvas vees on $15\frac{km}{h}$.

Lahendus. 3 h 48 min.=3, ... tundi.

Olgu jõe voolu kiirus $x\frac{km}{h}$; siis laeva kiirus pärivoolu on $15+\ldots\frac{km}{h}$ja vastuvoolu $15-\ldots\frac{km}{h}$. Laeva liikumise aeg pärivoolu on ..... ja liikumise aeg vastuvoolu on .....; saame võrrandi

.....+.....=.....; pärast taandamist 2-ga saame

.....+.....=.....⇒

Kontrollides positiivset lahendit, saame:

$\frac{32}{\ldots}+\frac{22}{\ldots}=3{,}8.$

Vastus. Jõe voolu kiirus on ..... km tunnis.

58. Oja ääres, mille laius on 4 m, kasvas pappel. Torm on ta murdnud 3 m kõrguselt, nii et latv ulatub risti üle oja teisele kaldale. Kui kõrge oli pappel?

Lahendus.

Kontroll.
Vastus.

59. Ruudukujulise tiigi keskkohas kasvab pilliroog, mille veepealse osa pikkus on 32 cm. Kui pilliroo tipp tõmmata tiigi külje keskkohta, siis puutub tipp veepinda. Tiigi külje pikkus on 3,2 m. Kui sügav on tiik?

Lahendus.

Kontroll. .....+.....=.....

Vastus. Tiigi sügavus oli ..... m.

60. Kahe kontsentrilise ringjoone vahelise rõnga pindala võrdub väiksema ringi pindalaga. Leia rõnga laius, kui väiksema ringi läbimõõt on 12 cm.

Lahendus.

Kontroll.

Vastus. Rõnga laius on ..... cm.

61. Ruutvõrrandi $x^2+px+q=0$ lahendite summa $x_1+x_2=\ldots$ ja lahendite korrutis $x_1x_2=\ldots$. Kirjuta ruutvõrrandid, mille lahendid on:

1) $x_1=3;\ x_2=8$ $\qquad x^2-\ldots x+\ldots=0$
2) $x_1=2;\ x_2=10$
3) $x_1=-3;\ x_2=-15$ $\qquad x^2+\ldots x+\ldots=0$
4) $y_1=4;\ y_2=-6$ $\qquad y^2+\ldots y-\ldots=0$
5) $z_1=-8;\ z_2=4$

62. Leia ruutvõrrandi $x^2-9x\ldots\ldots\ldots=0$ vabaliige ja teine lahend, kui $x_1=5$.

63. Leia ruutvõrrandi $x^2\ldots\ldots\ldots x-36=0$ lineaarliikme kordaja ja teine lahend, kui $x_1=-4$.

5. HULKNURKADE SARNASUS.

Võrdelised lõigud.

1. Kahe lõigu suhteks nimetatakse nende lõikude ..... suhet.

Lõikude suhe k on ikka ..... arv, s. t. $k\ldots0$.

2. Olgu $a:b=k$. Mis võib öelda arvu k kohta, kui

$a>b$, ... $a=b$, ... $a<b$? .....

3. Arvuta järgmises tabelis nõutud lõikude suhted.

Lõigu a pikkus	Lõigu b pikkus	Lõikude suhe $a:b$	Lõikude suhe $b:a$
6 cm	15 cm		
48 mm	12 cm		
2,8 m	16 dm		
8,4 km	1200 m		

4. Täida järgmise tabeli tühjad kohad.

a	24 cm	125 m			3,8 dm
b			64 mm	5,6 m	
$a:b$	0,8	2,5	0,4	1,5	$3\frac{1}{6}$

5. Leia lõikude suhe $m:n$ järgmistel juhtudel.

1) $m=2{,}7n$; 2) $m=\frac{2n}{3}$; 3) $2m-5n=0$; 4) $4m-n=2m+3n$.

....

6. Leia $a:b$, kui $a:c=2{,}4$ ja $b:c=3$.

7. Leia $a:c$, kui $a:b=1{,}5$ ja $b:c=0{,}6$.

8. 1) Lause «Lõigud a ja c on võrdelised lõikudega b ja d» tähendab, et $\frac{a}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$.

2) Lause «Lõigud u ja v on võrdelised lõikudega s ja t» tähendab, et .....

3) Lause «Lõigud x ja y on võrdelised lõikudega y ja z» tähendab, et .....

9. Võrre $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ on õige, kui .....=.....

10. Kirjuta neli võrret, mis tulenevad

1) ..... 2) ..... 3) ..... 4) .....

11. Põhjenda, kuidas ühest võrdest järeldub teine.

1) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ .....

2) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ .....

3) $\frac{x}{y}=\frac{u}{v}\Rightarrow\frac{y}{x}=\frac{v}{u}$ .....

12. Kirjuta lõikude võrdelisus võrdetegurit kasutamata

1) $\begin{cases} a=4{,}5b \\ c=4{,}5d \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=\frac{2y}{3} \\ z=\frac{2u}{3} \end{cases}$ 3) $\begin{cases} m=0{,}7n \\ z=0{,}7l \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x=1{,}5k \\ y=1{,}5l \\ z=1{,}5m \end{cases}$

....

13. Kolmnurga ABC pindala on 48 cm². Arvuta kolmnurkade ADC ja DBC pindalad, kui $D \in AB$ ja $AD : DB = 3 : 5$.

14. Kolmnurga ABC alusel AB on võetud punktid D ja E nii, et $AD : DB = \frac{1}{2}$ ja $AE : EB = 3$. Arvuta kolmnurkade ADC, DEC ja EBC pindalad, kui kolmnurga ABC pindala on 156 cm².

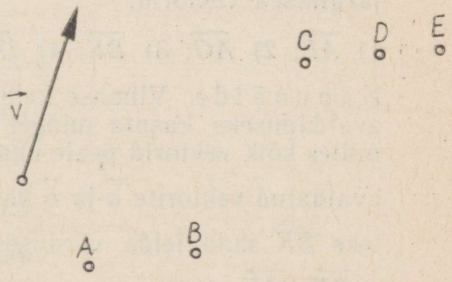
Vektori korrutamine arvuga.

15. Antud on vektor $\vec{v}$ ja punktid A, B, C, D ja E (joon. 44).

Joonesta:

1) punktist A vektor $2\vec{v}$;

2) punktist B vektor $\frac{3}{2}\vec{v}$;



Joon. 44

3) punktist C vektor $-\frac{3}{2}\vec{v}$;

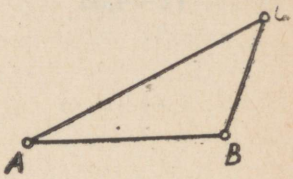
4) punktist D vektor $-3\vec{v}$;

5) punktist E vektor $-2{,}5\vec{v}$.

16. Joonisel on antud $\triangle ABC$. Olgu $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ja $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Joonesta:

1) $\overrightarrow{AD}=1{,}5\vec{a}$; 2) $\overrightarrow{DE}=1{,}5\vec{b}$;

3) $\overrightarrow{AF}=0{,}5\vec{a}$; 4) $\overrightarrow{FG}=0{,}5\vec{b}$.



Joon. 45

Avalda vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ kaudu järgmised vektorid:

1) $\overrightarrow{AC}$, 2) $\overrightarrow{AE}$, 3) $\overrightarrow{AG}$.

$\overrightarrow{AC}=$ .....

$\overrightarrow{AE}=$ .....

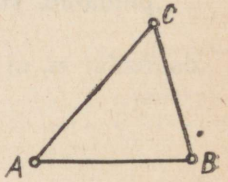
$\overrightarrow{AG}=$ .....

17. Joonisel on antud $\triangle ABC$. Olgu $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ja $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Joonesta järgmised vektorid:

1) $\overrightarrow{AD}=-1{,}5\vec{a}$; 2) $\overrightarrow{DE}=-1{,}5\vec{b}$;

3) $\overrightarrow{AF}=-0{,}5\vec{a}$; 4) $\overrightarrow{FG}=-0{,}5\vec{b}$;

5) $\overrightarrow{AK}=-1{,}5\vec{a}+\vec{b}$.



Joon. 46

Avalda vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ kaudu järgmised vektorid:

1) $\overrightarrow{AE}$; 2) $\overrightarrow{AG}$; 3) $\overrightarrow{BK}$; 4) $\overrightarrow{DC}$.

$\overrightarrow{AE}=$ .....

$\overrightarrow{AG}=$ .....

$\overrightarrow{BK}=$ .....

$\overrightarrow{DC}=$ .....

N ä p u n ä i d e. Viimase kahe vektori avaldamiseks kasuta mingit võrdust, milles kõik vektorid peale ühe on juba avaldatud vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ kaudu, näiteks $\overrightarrow{BK}$ saab leida võrdusest $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AK}$.

18. Olgu rööpküliku $ABCD$ diagonaalide lõikepunkt M. Kui $\overrightarrow{AC}=\vec{a}$ ja $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, siis

1) $\overrightarrow{AM}=\ldots\vec{a}$; 2) $\overrightarrow{CM}=\ldots\vec{a}$;

3) $\overrightarrow{BM}=\ldots\vec{b}$; 4) $\overrightarrow{DM}=\ldots\vec{b}$;

5) $\overrightarrow{AD}=\ldots\vec{a}+\ldots\vec{b}$;

6) $\overrightarrow{AB}=\ldots\vec{a}\ldots\ldots\vec{b}$.

19. Joonesta $\triangle ABC$ ühes selle mediaanidega AD, BE ja CF. Olgu $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ja $\overrightarrow{CA}=\vec{c}$. Avalda viimaste kaudu mediaanvektorid:

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{a}+\ldots\vec{b}$,

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\ldots=\vec{b}+\ldots\vec{c}$,

$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CA}+\ldots=\vec{c}+\ldots$.

Olgu kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkt M.

Avalda vektorite $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ kaudu järgmised vektorid:

$\overrightarrow{AM}=\ldots\overrightarrow{AD}=\ldots\left(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}\right)=\ldots\vec{a}+\ldots\vec{b}$,

$\overrightarrow{BM}=\ldots\overrightarrow{BE}=\ldots(\vec{b}+\ldots)=\ldots+\ldots$,

$\overrightarrow{CM}=\ldots\overrightarrow{CF}=\ldots(\ldots\ldots\ldots)=\ldots+\ldots$

20. On antud punktist O lõigu AB otspunktidesse minevad vektorid $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Avalda vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ kaudu vektor $\overrightarrow{OM}$, kui punkt M jaotab lõigu AB suhtes $3:2$.

Sarnased hulknurgad.

21. Hulknurga $ABCD$ nimetatakse sarnaseks hulknurgaga $KLMN$, kui nende hulknurkade nurgad on vastavalt ..... ja ..... nurkade lähisküljed on .....

Sümbolites: $ABCD \ldots KLMN$, kui

$\angle A = \angle \ldots$, $\angle B = \angle \ldots$, $\angle C = \angle \ldots$, $\angle D = \angle \ldots$ ja

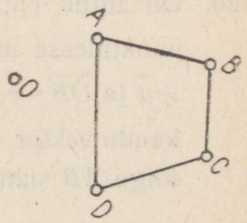
$\frac{AB}{\ldots} = \frac{BC}{\ldots} = \frac{CD}{\ldots} = \frac{DA}{\ldots}$.

22. Kahe sarnase hulknurga vastavate külgede suhet nimetatakse nende hulknurkade ..... teguriks. Kui kolmnurga ABC sarnasustegur kolmnurga DEF suhtes on näiteks 2,5, siis kolmnurkade küljed on seotud järgmiselt:

$AB = \ldots\ldots\ldots$, $BC = \ldots\ldots\ldots$, $AC = \ldots\ldots\ldots$.

23. Rööpküliku ümbermõõt on 44 cm ja ühe külje pikkus on 14,5 cm. Sellega sarnase rööpküliku lühema külje pikkus on 10 cm. Arvuta teise rööpküliku ümbermõõt.

24. Joonesta nelinurgaga $ABCD$ punkti O suhtes homoteetne nelinurk $A'B'C'D'$, kui $\overrightarrow{OA'} = -2 \cdot \overrightarrow{OA}$.

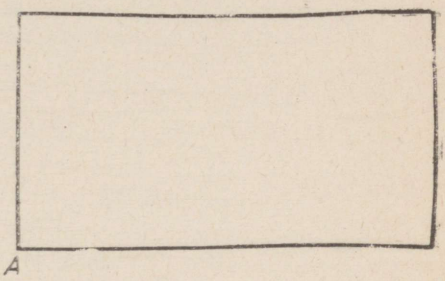


Joon. 47

25. On antud ristkülik mõõtmetega 3,4 cm ja 8,6 cm. Sellega sarnase ristküliku pikem külg on 12,9 cm. Teise ristküliku pindala on

..... cm^2.

26. Joonesta antud ristkülikuga sarnane ristkülik, millel on antud ristkülikuga ühine nurk *A*, ja mille 1) pikem külg on 45 mm, 2) lühem külg on 45 mm. Kuidas asetsevad neis ristkülikutes tipu *A* vastastipud?



Joon. 48

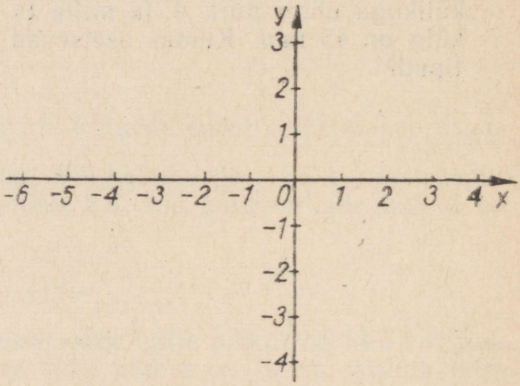
27. Ristkülik mõõtmetega 56 mm ja 36 mm poolitati (pikemate külgede poolitamise teel). Selgita, kas sellel poolitamisel saadud ristkülik on sarnane antud ristkülikuga.

28. Konstrueeri mingi ruut ja selle diagonaalile uus ruut. Näita viimase tükeldamise teel, et diagonaalile ehitatud ruudu pindala on kaks korda suurem antud ruudu pindalast. Mis sellest järeldub ruudu diagonaali ja külje suhte kohta?

29. Koordinaatteljestikus on antud nelinurk tippudega $A(1;\ 2)$, $B(4;\ 1)$, $C(4;\ 2)$ ja $D(3;\ 3)$. Konstrueeri sellega alguspunkti O suhtes homoteetne nelinurk, millest on antud tipp $A'(-1{,}5;\ -3)$.

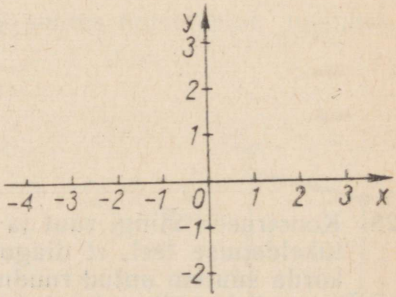
Otsitavad tipud on B'(.....), C'(.....) ja D'(.....).

Homoteetsustegur on $k=$.....



Joon. 49

30. Koordinaatteljestikus on antud punktid $M(-1{,}5;\ 3)$ ja $N(3;\ 1)$. Joonesta neid punkte läbiva sirgega homoteetne sirge, kui 1) homoteetsustegur $k=\frac{2}{3}$, 2) homoteetsustegur $k=-\frac{2}{3}$.



Joon. 50

Эльмар Этверк, Аксель Тельгмаа, Аугуст Ундуск, Арнольд Вихман. РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ VIII КЛАССА. На эстонском языке. Издательство «Валгус». Таллин, Пярнуское шоссе, 10.

Toimetaja K. Kallaste. Kunstiline toimetaja H. Keigo. Tehniline toimetaja M. Sein. Korrektor S. Vettik. Laduda antud 4. VI 1970. Trükkida antud 7. VIII 1970. Paber 70×84/16. Trükipoognaid 4,0. Tingtrükipoognaid 4,36. Arvestuspoognaid 2,65. Trükiarv 31 000. Tellimuse nr. 3921. Trükikoda «Kommunist». Tallinn, Pikk tn. 2. Hind 7 kop.

7 kop.