



Beschreibung des Theodoliten
der
geodätischen Sammlung
des
Mitauischen Gymnasiums,
Verifikation desselben und Winkelmessung
mit demselben.

Oberlehrer G. Pläse.

Mitau,

gedruckt bei Johann Friedrich Steffenhagen und Sohn.

—
1856.

Der Druck dieser Schrift wird unter der Bedingung gestattet, daß nach Beendigung desselben der Abgetheilten Censur in Dorpat die vorschriftmäßige Anzahl Exemplare zugestellt werden.

Dorpat, den 25. October 1856.

No. 146.

Abgetheilter Censor de la Croix.

Est.



3246

a) Einrichtung des Theodoliten und des zu demselben gehörigen Stativs.

Der cylindrische Körper K des Theodoliten [Siehe Fig. 1] geht nach unten in drei messingene, mit Stellschrauben S,S,S versehene Füße F,F,F aus, die an ihren Enden in zwei Theile aufgeschligt sind, und häufig noch durch besondere Klemmschrauben an die Stellschrauben geklemmt werden können; wodurch offenbar das ganze Instrument sehr an Stabilität gewinnt. Eine jede der Stellschrauben S,S,S läuft nach unten in eine kegelförmige Stahlspitze aus, die von einer ebenfalls kegelförmigen Vertiefung aufgenommen wird, welche in einer hinreichend starken, jedoch nicht zu massiven, unter eine jede der genannten Stellschrauben zu setzenden Stahlscheibe P, der sogenannten Fußplatte, eingegraben ist. Der in Rede stehende Körper K besteht aus einem nicht sichtbaren cylindrischen Zapfen Z, welcher die Axe des erstern bildet, und aus einer den Zapfen Z umschließenden, sichtbaren cylindrischen Hülse, welche wir Zapfenhülse nennen wollen. Der Zapfen Z entspringt aus der Vereinigungsstelle der drei Füße F,F,F, mit welchen er ein Ganzes bildet, und steht vertikal, wenn der sogleich näher zu beschreibende Limbus LL (Durchmesser desselben = 6 Zoll) des Theodoliten horizontal liegt. — An dem obern Ende der cylindrischen Zapfenhülse ist senkrecht gegen deren und also auch des Zapfens Z ideelle Axe ein flacher, messingener, auf der obern Seite versilberter und in Grade, halbe und viertel Grade getheilter Ring, mit einem Worte der so eben erwähnte Limbus, Horizontal- oder Azimuthalkreis LL des Theodoliten, durch sechs Speichen auf ähnliche Weise befestigt, wie etwa der Umfang eines gewöhnlichen Rades mit seinem

mittleren Theile es ist. Der Mittelpunkt des Horizontalkreises liegt in der gemeinschaftlichen ideellen Axe der Zapfenhülse und des Zapfens Z. Die Zapfenhülse sammt dem Horizontalkreise läßt sich so lange mit der bloßen Hand um den Zapfen Z als Drehungsaxe drehen, als nicht die Klemme l, welche in Art eines Ringes die Zapfenhülse an ihrem unteren Ende umschließt, durch Anziehen der Klemmschraube s an letztere geklemmt ist. Ist jedoch die Klemmschraube s **angezogen**, so ist eine Drehung der Zapfenhülse, also auch des mit ihr festverbundenen Horizontalkreises um den Zapfen Z mit der bloßen Hand, also eine sogenannte **grobe Bewegung**, unmöglich, weil die Mikrometerschraube m ihr Spindel-Kugelgelenke an dem von der Klemmhülse l auslaufenden Arm a; ihr Mutter-Kugelgelenke aber auf der oberen Fläche eines der Füße F,F,F des Theodoliten hat; — es läßt sich daher nur eine **feine Bewegung des Armes a**, also auch der Klemmhülse l, folglich auch der Zapfenhülse und des Horizontalkreises mittelst der Mikrometerschraube m ausführen. — Das Ende des Zapfens Z ragt um ein Weniges über dem Horizontalkreise hervor, weil die Zapfenhülse am obern Ende nicht geschlossen ist, und daher der Horizontalkreis in der Mitte, da wo die 6 Speichen desselben zusammenlaufen, eine freisrunde Oeffnung hat, deren Durchmesser dem des Zapfens gleich ist. An dem hervorragenden Zapfenende ist ein linealartiger Theil, die Alhidadenregel *) oder Alhidade JJ, so befestigt, daß derselbe sich mit der bloßen Hand, unabhängig vom Horizontalkreise, herumdrehen läßt (wobei er beständig auf dem letzteren aufliegt), und daß sein Drehungsmittelpunkt genau mit dem Mittelpunkte des Horizontalkreises zusammenfällt. Durch Anziehen der Druckschraube d wird die grobe Bewegung der Alhidade aufgehoben, indem sie an den Horizontalkreis gedrückt wird; dann kann aber noch eine **feine Bewegung** derselben mittelst der Mikrometerschraube n ausgeführt werden. Daß, wenn die Druckschraube d angezogen, die Klemmschraube s aber an der Klemme l der cylindrischen Zapfenhülse des Körpers K gelüftet ist, der Horizontalkreis mit der Alhidade zugleich, ohne daß diese auf ihm ihren Stand ändert, herum rotiren kann, leuchtet Jedem ohne Weiteres ein.

*) Besser eine freisrunde Scheibe (Alhidadenkreis).

An jedem der beiden Enden der Alhidade ist ein Nonius, welcher 30 Secunden angibt, so angebracht, daß der Nullpunkt des einen dem des andern diametral gegenüberliegt. Auf der Alhidade ist ferner ein mit Correctionschrauben, oder überhaupt mit einer Correctionsvorrichtung versehenes Nöhrenniveau v befestigt. Endlich trägt die Alhidade das vierfüßige Gestell GG, an dessen oberem Ende sich die Lager der Drehungsaxe xx des astronomischen Fernrohrs R (Länge desselben = 10 Zoll) befinden; kurz auf der Alhidade ist ein astronomisches Fernrohr *passageninstrument-artig* aufgestellt. Durch die Schraube b läßt sich das Gestell ein wenig heben und senken *), und dadurch die Lage der Drehungsaxe xx des Fernrohrs corrigiren, im Fall dieselbe fehlerhaft, d. h. dem Horizontalkreise nicht parallel sein sollte. Der eine Arm der Drehungsaxe des Fernrohrs ist zwischen letzterem und dem Gestelle von einer messingenen cylindrischen Klemmhülse h umschlossen, an der unten ein hufeisenartig gestalteter Theil u' befestigt ist, dessen Arm t von starkem Messing, während der andere Arm t' von einer federnden Stahllamelle gefertigt ist. Diese beiden Arme drücken mit ihren Enden gegen die Innenfläche der benachbarten beiden Füße des Gestells. p ist die Klemmschraube der Klemmhülse h; durch Anziehen derselben wird die Klemmhülse h an die Drehungsaxe xx des Fernrohrs gedrückt. In Fig. 2 ist die so eben beschriebene Vorrichtung an der Drehungsaxe des Fernrohrs versinnlicht. Die Schraube q, welche ihre Mutter in demjenigen Fuße des Gestells hat, gegen welchen der messingene Arm t des in Rede stehenden hufeisenartig gestalteten Theiles drückt, ragt auf der Innenfläche des Gestellfußes hervor, und wirkt mit ihrer Spitze gegen das Ende des messingenen Armes t so, daß sie diesen, wenn man sie hineinschraubt, vom Gestellfuße allmählig entfernt, und dem andern Arme t' näher bringt, wodurch offenbar eine Drehung der Klemmhülse h um die Drehungsaxe des Fernrohrs bewirkt wird. Löstet man die Schraube q, so begeben sich offenbar der messingene Arm t und damit auch die Klemmhülse h wieder allmählig in ihre frühere Lage zurück, denn der Arm t' federt. Es ist nun ersichtlich, daß,

*) Nachdem vorher nämlich die Schraubchen, durch welche das Gestell GG auf der Alhidadenregel befestigt ist, ein wenig gelöst worden sind.

so lange die Klemmhülse *h* nicht mittelst der Klemmschraube *p* an die Drehungsaxe *xx* des Fernrohrs geklemmt ist, dem letztern eine beliebige Neigung mit der bloßen Hand gegeben werden kann; hat man jedoch die Klemmschraube *p* angezogen, so läßt sich nur noch eine feine Drehung der Drehungsaxe des Fernrohrs in ihren Lagern, also auch des Fernrohrs selbst; mittelst der Schraube *q* ausführen. — An denjenigen beiden Füßen des Gestells, gegen welche nicht die beiden Enden des erwähnten hufeisenartig gestalteten Theiles der Klemmhülse *h* drücken, ist der in Grade, halbe und viertel Grade eingetheilte Höhen- oder Vertikalkreis *MM* des Theodoliten (Durchmesser desselben = $4\frac{1}{2}$ Zoll) so angebracht, daß er vertikal steht; wenn die Drehungsaxe des Fernrohrs horizontal liegt, und daß sein Mittelpunkt in der idellen Aze der Drehungsaxe *xx* des Fernrohrs sich befindet. An der Drehungsaxe ist ein linealartiger Theil, die Alhidade *NN* des Vertikalkreises, befestigt, welche mit der Drehungsaxe des Fernrohrs, also auch gleichzeitig mit dem letztern selbst, sich herumdreht, und dabei beständig mit ihren beiden Enden auf dem Vertikalkreise aufliegt. An den beiden Enden der Alhidade des Vertikalkreises befindet sich ein Nonius, dessen Angabe bei den vollkommensten Theodoliten der des Nonius an der Alhidade des Azimuthalkreises, also 30 bis 10 Sekunden, gleich ist; bei unserem Theodoliten jedoch beträgt die Angabe der Nonien des Vertikalkreises nur eine Minute. — Wenn die optische Aze des Fernrohrs horizontal liegt, so muß der Nullpunkt des einen Nonius der Alhidadenregel des Vertikalkreises genau mit dem Nullpunkte, der Nullpunkt des andern Nonius aber genau mit dem durch 180 bezeichneten Punkte der Theilung zusammenfallen. Der Nullpunkt des Vertikalkreises ist so angebracht, daß er, wenn letzterer vertikal und der Azimuthalkreis horizontale Lage hat, sich vertikal unter dem Mittelpunkte des Vertikalkreises befindet. Die Theilung am Vertikalkreise ist zu beiden Seiten von Null mit fortlaufenden Zahlen bezeichnet. Auf dem Quadranten, der von dem Nullpunkte nach dem Objektive hin liegt, macht man die Ablesungen für die Höhenwinkel; auf dem Quadranten, der vom Nullpunkte nach dem Okular hin liegt, werden die Tiefenwinkel abgelesen.

Die Horizontalstellung der Drehungsaxe des Fernrohrs geschieht mittelst einer Sehlbelle, Fig. 3, welche auf erstere gesetzt wird. Die Theile

w, w des Gestelles lassen sich, wenn man die Schrauben o, o ausschraubt, abnehmen, und man ist dann im Stande das Fernrohr — da es wegen seiner Länge nicht durchgeschlagen, d. h. ihm durch alleinige Drehung um seine Drehungsaxe nicht die entgegengesetzte Lage von derjenigen gegeben werden kann, die es zur Zeit einnimmt, — aus den Lagern der Drehungsaxe zu heben, und es nicht allein einfach d. i. so umzulegen, daß dasjenige Ende der Drehungsaxe des Fernrohrs, welches rechts liegt, links, das links befindliche dagegen rechts zu liegen kommt, sondern man kann es offenbar auch so wieder in die Lager hineinsetzen, daß dabei das Objektivende des Fernrohrs, wenn es dem Beobachter abgewendet war, jetzt demselben zugekehrt ist.

Der Theodolit wird beim Gebrauche, wo der Beobachter seinen Standort öfters wechseln muß, auf einem dreifüßigen Stativ, an dessen hölzernem, scheibenförmigem Stativkopfe die beweglichen Füße auf gewöhnliche Weise durch Schrauben festzustellen sind, folgendermaßen befestigt. Durch den scheibenförmigen Stativkopf geht ein gegen die obere Ebene desselben senkrecht gerichtetes Bohrloch, in welchem ein messingenes, cylindrisches, hohles Gehäuse gg, Fig. 4, von derselben Höhe und Weite befestigt ist. Eine Schraubenspindel sp liegt in der ideellen Aze des Cylinders, und ragt mit dem Ende p über der obern Ebene des Stativkopfes hervor. Im Innern des hohlen Cylinders gg ist um die Schraubenspindel eine Spiralfeder mm₁ m₂ m₃ m₄ m₅ gewunden; außerdem bemerkt man innerhalb des in Rede stehenden Cylinders noch einen Theil bb, welcher die vertikale Ansicht einer kleinen kreisrunden Scheibe vorstellt, deren Mittelpunkt in der ideellen Aze der Schraubenspindel liegt, und mit letzterer ein Ganzes bildet. Die kleine Scheibe bb verhindert einerseits das Herausfallen der Schraubenspindel sp, andererseits ist sie die Ursache, daß letztere sich nur mit Gewalt in den Cylinder hineinstoßen läßt, denn die Spiralfeder stützt sich auf diese kleine mit der Schraubenspindel festverbundene Scheibe bb, und drückt daher letztere beständig gegen den Boden des Cylinders hin. Ist nun im Zapfen Z des Theodoliten eine der in Rede stehenden Schraubenspindel entsprechende Mutter angebracht, so ist klar, daß bei der so eben beschriebenen Einrichtung des Stativs der Theodolit mit seinen Fußplatten P, P, P, gegen die obere Ebene des Stativkopfes gedrückt wird, wenn man die Schraubenspindel sp

in den Zapfen Z hineinschraubt. Führt man mit dem Anziehen der Schraube fort, so wird der Druck des Theodoliten vermittelst der in Rede stehenden Fußplatten desselben, gegen die obere Fläche des Stativkopfes, und in Folge dessen die Reibung zwischen genannten Fußplatten und dem Stativkopfe endlich so bedeutend, daß ein Verschieben des Theodoliten auf dem letztern nicht leicht möglich ist.

Unser beschriebener Theodolit wird **Repetitions-Theodolit** genannt, weil man mit ihm durch sogenanntes **Repetiren** Winkel mit größerer Schärfe zu bestimmen im Stande ist, als durch gewöhnliche Winkelmessung. Das **Repetiren** aber ist, wie wir sehen werden, nur dann ausführbar, und das Instrument also auch nur dann ein **Repetitionsinstrument**, wenn sich Limbus und Alhidade vereint, ohne ihre gegenseitige Stellung zu verändern, um eine vertikale Axe drehen lassen, und zwar nicht allein mit der bloßen Hand, sondern auch mit Hülfe einer Mikrometerschraube; — dieses ist nun bei unserm Theodoliten, freilich aber nur mit dem Horizontalkreise der Fall.

Bei den vollkommensten Theodoliten ist 1) die Alhidade, sowohl des Horizontal- als auch des Vertikalkreises, eine kreisrunde Scheibe, welche sich innerhalb des entsprechenden Kreises dreht, denselben an seinem innern Umfange berührend. 2) Ist im Mittelpunkte des Horizontal- und auch des Vertikalkreises ein gleicharmiger Hebel, der an jedem seiner beiden Enden ein einfaches Mikroskop trägt, so angebracht, daß man ihn um den entsprechenden Mittelpunkt, als Drehungspunkt, mit bloßer Hand drehen, und auf diese Weise die Mikroskope über die mit **Blenden** *) versehenen Nonien führen kann. 3) Ist das Fernrohr zum Durchschlagen; in welchem Falle man das Instrument auch einen **Compensations-Theodoliten** nennt. 4) Ist auch der Höhenkreis zum **Repetiren** eingerichtet. 4) Ist an dem Dreifuß des Theodoliten ein zweites astronomisches Fernrohr, das sogenannte **Versicherungsfernrohr**, angebracht, welches ein wenig nach vertikaler Richtung mit der bloßen Hand, nach horizontaler Richtung mittelst einer Mikrometerschraube bewegt werden kann, und dazu dient sich zu vergewissern, daß während einer Winkelmessung, namentlich während der Repetition eines

*) Kleine mit weißem Papier überspannte Messingrahmen.

Winkels, das Instrument ganz unverrückt geblieben ist. Man richtet nämlich zu dem Zwecke, gleich zu Anfange der Winkelmessung, die optische Aze des Versicherungsfernrohrs genau auf ein möglichst entferntes, deutlich sichtbares Objekt, und überzeugt sich, einige Male während der Messung und dann auch am Ende derselben, ob die optische Aze noch genau auf dasselbe Objekt gerichtet ist, oder ob sie es nicht mehr ist; im letzteren Falle ist dann die Messung natürlich von Neuem zu machen. Das Versicherungsfernrohr ist entbehrlich, wenn die Zapfen und Hülzen des Theodoliten sorgfältigst abgedreht und polirt sind, und durch Feder- und andere Vorrichtungen die gegenseitige Reibung der Theile, namentlich des Limbus und der Alhidade, auf ein Kleinstes gebracht ist, weil dann ein Verrücken des Instruments auf einer festen gewöhnlichen Unterlage, bei alleiniger vorsichtiger Drehung und Bewegung der beweglichen Theile, kaum möglich ist; unmöglich aber erst dann sein möchte, wenn der Theodolit auf einem Stativ befestigt ist.

b) Prüfung und Berichtigung (Verification) des Theodoliten.

Der Theodolit ist zum Messen von Horizontal-, von Höhen- und Tiefenwinkeln geeignet, wenn:

- a) die Theilung des Azimuthal- und Vertikalkreises durchweg gleichmäßig ist;
- β) der Mittelpunkt des Azimuthal- so wie des Vertikalkreises zugleich der Drehungsmittelpunkt der respectiven Alhidade ist;
- γ) erstens die optische Aze beim Auf- und Niederkippen des Fernrohrs eine Ebene beschreibt, welche auf der Ebene des Azimuthalkreises senkrecht steht und durch den Mittelpunkt des Azimuthalkreises, also auch durch den Drehungsmittelpunkt seiner Alhidade geht; zweitens die durch die jedesmalige Visirrichtung senkrecht zum Vertikalkreise gelegte Ebene durch den Mittelpunkt des letztern, also auch durch den Drehungsmittelpunkt seiner Alhidade geht;

- d) der eine der beiden Nullpunkte der korrespondirenden Nonien am Vertikalkreise, welcher letztere senkrecht *) auf der Drehungsaxe des Fernrohrs steht, auf den Nullpunkt, der andere auf den mit 180 bezeichneten Punkt der Theilung zeigt, sobald die optische Axe horizontal liegt.

Zu α) Die Gleichmäßigkeit der Theilung eines Limbus, an dem eine Noniustheilung sich befindet, prüft man allgemein auf die Weise, daß man zuerst den Nullstrich des Nonius genau mit irgend einem Theilstriche des Limbus zusammenfallen läßt, und zusieht, ob der $(n \pm 1)$ te Theilstrich des Nonius genau mit demjenigen Theilstriche des Limbus zusammentrifft, welcher von dem zuerst erwähnten Theilstriche des Limbus um n Limbuseinheiten entfernt liegt; daß man hierauf den Nullpunkt des Nonius um eine Einheit des Limbusiterrückt, und untersucht, ob wiederum der $(n \pm 1)$ te Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Limbus genau übereinstimmt, und ob zwischen dem Nullstriche und dem $(n \pm 1)$ ten Theilstriche des Nonius n Limbuseinheiten enthalten sind; daß man dann den Nullpunkt des Nonius abermals um eine Einheit des Limbusiterrückt, und dieselbe Untersuchung anstellt, und so überhaupt fortfährt, bis die ganze Theilung des Limbus durchlaufen ist. Ist nun das Ergebniß nicht durchweg dasselbe gewesen, so hat man sich diejenigen Stellen des Limbus als unrichtig zu merken, wo eine Abweichung stattgefunden hat, und hat diese im Bogenmaaß zu bestimmen, um beim Gebrauche des Instrumentes, wo nöthig, eine Korrektion anbringen zu können. — Von der Gleichheit der Noniustheile kann man sich dadurch überzeugen, daß man mit dem Nullstriche des Nonius beginnend, jeden nächstfolgenden Theilstrich desselben mit einem und demselben Theilstriche des Limbus coincidiren läßt. Ist nun die Theilung des Nonius gleichmäßig, so müssen diejenigen Theilstriche des Nonius, welche von dem coincidirenden zu beiden Seiten desselben die gleichvielften

*) Was die senkrechte Lage des Vertikalkreises zur Drehungsaxe des Fernrohrs anlangt, so ließe sich das Bestehen derselben allenfalls auf die Art nachweisen, daß man die Drehungsaxe des Fernrohrs horizontal stellt, und dann durch Visiren längs der Ebene des Vertikalkreises sich überzeugt, daß letzterer mit dem Lothfaden eines frei und ruhig hängenden Lothes zusammenfällt.

sind, also der 1ste rechts und der 1ste links, der 2te rechts und der 2te links u. s. w., von den ihnen zunächst liegenden Theilstrichen des Limbus um resp. gleichviel absteigen, was nach Augenmaß ermittelt wird. Bei den Untersuchungen über die Gleichmäßigkeit der Theilung des Limbus als auch des Nonius überzeugt man sich bald, daß sowohl die sogenannten Ueberstriche des Nonius *), als auch eine Loupe nicht gut entbehrt werden können.

Zu β) Ist der Mittelpunkt c , Fig. 5, des Limbus nicht zugleich der Drehungsmittelpunkt der Alhidade, sondern befindet sich der letztere z. B. in d ; sind mn und m_1n_1 die auf den Limbus projecirten, durch den Drehungsmittelpunkt d der Alhidade gehenden Visirrichtungen resp. nach den beiden Punkten A und B ; und liegen die Nullpunkte der korrespondirenden Nonien in m und n und in m_1 und n_1 **), so ist ersichtlich, daß der Nullpunkt n von der einen Visur zur andern den Bogen nn_1 beschreibt; dieser letztere ist jedoch nicht das Maasß des von den beiden Linien mn und m_1n_1 eingeschlossenen Winkels ndn_1 , sondern das Maasß des Mittelpunktswinkels ncn_1 . In gleicher Weise beschreibt der Nullpunkt m von einer Visur zur andern den Bogen mm_1 , welcher eben so wenig das Maasß des Winkels mdm_1 , sondern das des Mittelpunktswinkels mcm_1 ist.

Den Bogen nn_1 findet man in Graden, Minuten und Secunden, wenn man im Allgemeinen den Unterschied der am Limbus gemachten beiden Ablesungen bildet. Aus dem Bogen nn_1 oder dem Winkel ncn_1 aber wird der Winkel ndn_1 wie folgt berechnet. Der Kürze halber bezeichne man $\angle ncn_1 = \text{Arc } nn_1$ mit c , $\angle ndn_1$ mit x , $\angle eno$ mit n , $\angle dn_1o$ mit n_1 , $\angle n_1cd$ mit e , cd mit δ , $en = en_1$ mit ϱ , so geben die Scheiteldreiecke don_1 und con die Gleichung

$$c + n = x + n_1,$$

aus welcher man erhält

$$(1.) x = c + n - n_1.$$

*) Ueberstriche (Exendenz) nennt man die Theilstriche der über den Nullstrich und den $(n \pm 1)$ sten Theilstrich hinaus fortgesetzten Theilung des Nonius.

**) Wir setzen nämlich doppelte Nonien voraus, d. h. an jedem der beiden Enden der Alhidade einen Nonius, und wollen diese Nonien korrespondirende nennen.

Aus den beiden Dreiecken cdn und cdn_1 folgen resp. die Proportionen
 $dn : \delta = \text{Sin. } (c + e) : \text{Sin. } n$
 und $dn_1 : \delta = \text{Sin. } e : \text{Sin. } n_1$,

aus welchen sich, weil δ nur sehr klein ist, und daher $dn = dn_1 = \varrho$ gesetzt werden kan, resp. die beiden Gleichungen

$$\text{Sin. } n = \frac{\delta \cdot \text{Sin. } (c + e)}{\varrho} \text{ und } \text{Sin. } n_1 = \frac{\delta \cdot \text{Sin. } e}{\varrho}$$

ergeben, die wegen der geringen Größe der Winkel n und n_1 sich in diese verwandeln:

$$n \text{ in Sekunden} = 206265 \frac{\delta}{\varrho} \text{Sin. } (c + e)$$

und

$$n_1 \text{ in Sekunden} = 206265 \frac{\delta}{\varrho} \text{Sin. } e.$$

Setzt man nun diese Werthe von n und n_1 in Gleichung (1), so hat man

$$x = c + 206265 \frac{\delta}{\varrho} [\text{Sin. } (c + e) - \text{Sin. } e],$$

oder, weil allgemein

$$\text{Sin. } a - \text{Sin. } b = 2 \text{ Sin. } \frac{1}{2} (a - b) \text{ Cos. } \frac{1}{2} (a + b) \text{ ist,}$$

$$x = c + 412530 \frac{\delta}{\varrho} \text{Sin. } \frac{c}{2} \text{ Cos. } \left(\frac{c}{2} + e \right).$$

Wenn die Punkte c und d nicht mit einander zusammenfallen, so ist die Alhidade, wie man es nennt, *excentrisch*; $x - c$ ist der Winkelfehler, der sogenannte *Excentricitätsfehler*, welcher in diesem Falle begangen wird, und seine Größe ist durch Gleichung

$$(2.) \quad x - c = 412530 \frac{\delta}{\varrho} \text{Sin. } \frac{c}{2} \text{ Cos. } \left(\frac{c}{2} + e \right)$$

gegeben. Diese Gleichung dient jedoch nur dazu, um für einen bestimmten Fall die Größe des Excentricitätsfehlers zu ermitteln; denn im Allgemeinen muß man darauf verzichten; weil die Bestimmung der Größen δ und e nicht leicht ausführbar ist. Ist $\frac{c}{2} + e = 90^\circ$, also $e = 90^\circ - \frac{c}{2}$, so ist $\text{Cos. } \left(\frac{c}{2} + e \right) = 0$, und folglich auch der Excentricitätsfehler $x - c$ Null; ein Gleiches

gilt für den Fall, wo $\frac{c}{2} + e = 270^\circ$, also $e = 270^\circ - \frac{c}{2}$ ist. Nach Gleichung (2.) erreicht der Excentricitätsfehler sein Maximum, wenn $\frac{c}{2} = 90^\circ$ und e entweder $= 90^\circ$ oder $= -90^\circ$ *); er ist δ direkt, ρ aber indirekt proportional; er ist also um so größer, je bedeutender die Entfernung des Drehungsmittelpunktes der Alhidade vom Mittelpunkt des Limbus, und je kleiner der Radius des Iegtern ist. Nimmt man den ungünstigsten Fall an, also $\frac{c}{2} = 90^\circ$, $e = \pm 90^\circ$, und setzt etwa $\rho = 3, 5''$, $\delta = 0,005''$, so ist

$$x - c = 589'' \ 33$$

d. i. 9 Min. 49, 33 Sek. Hieraus erseht man, daß der Excentricitätsfehler groß genug werden kann, um ihn und also auch die Prüfung eines Instrumentes hinsichtlich der Excentricität der Alhidade nicht zu vernachlässigen.

Es entsteht also die Frage: wie man den Theodoliten, oder ein ähnliches Instrument, auf die centrische oder excentrische Lage seiner Alhidade prüft, und ob, und wie sich, falls letztere excentrisch sein sollte, aus den auf dem Limbus gemachten Ablesungen dennoch der richtige Winkel ermitteln läßt?

Die Prüfung des Instruments in Bezug auf die centrische oder excentrische Lage der Alhidade geschieht auf folgende Weise: Man stellt den Nullstrich des einen Nonius genau auf einen beliebigen Theilstrich des Limbus ein; macht an jedem der beiden Enden der Alhidade die Ablesung, und bildet die Differenz der beiden Ablesungen; hierauf stellt man den Nullstrich des in Rede stehenden Nonius genau auf den dem gedachten Theilstriche zunächstliegenden Theilstrich des Limbus ein; macht abermals die beiden Ablesungen, und bildet die Differenz derselben; dann stellt man

*) Der Winkel e ist nämlich positiv, wenn, wie wir stillschweigend angenommen haben, ed im Halbkreise $n_1 pp_1$ liegt; liegt aber ed im Halbkreise $n_1 np_1$, so ist e negativ.

den Nullstrich des Nonius genau auf den dem zweitgenannten Theilstrich zunächstliegenden Theilstrich ein; macht wiederum die beiden Ablesungen, und bildet die Differenz derselben; auf diese Weise fährt man fort, bis nach und nach der Nullstrich eines und desselben Nonius 180° durchlaufen hat. Sind nun 1) alle erhaltenen Differenzen einander, aber nicht eine jede von ihnen $= 180^\circ$, so ist wohl die Alhidade concentrisch, jedoch die Linie, welche die Nullpunkte der beiden korrespondirenden Nonien verbindet, die sogenannte Indexlinie, ist excentrisch, geht also nicht durch den Mittelpunkt des Limbus; — die korrespondirenden Nonien liegen demnach einander nicht diametral gegenüber; — dieses ist jedoch in unserm Falle, wo die Alhidade concentrisch ist *), wie sich leicht zeigen läßt, ganz ohne Einfluß auf den gemessenen Winkel. Beträgt 2) eine jede der in Rede stehenden Differenzen 180° , so ist die Alhidade concentrisch und die Indexlinie geht durch den Drehungsmittelpunkt der erstern; die korrespondirenden Nonien liegen also einander diametral gegenüber. Sind 3) die Differenzen einander nicht gleich, nehmen sie aber von derjenigen Stelle des Limbus an gerechnet, auf welche man zuerst den Nonius einstellte, bis zu derjenigen Stelle des Limbus, welche von der erstern um 90° entfernt liegt, fortwährend entweder zu oder ab, dann wieder von dieser letztern Stelle bis zu derjenigen, welche um 180° von der zuerst erwähnten Stelle abliegt, fortwährend ab oder zu u. s. w., so ist die Alhidade unzweifelhaft excentrisch. Sind endlich 4) die successive erhaltenen Differenzen abwechselnd größer und kleiner, auch vielleicht mehrere aufeinanderfolgende gleich groß, so ist die Theilung des Limbus unrichtig und die nähere Untersuchung hierüber nach α) anzustellen.

Ist die Alhidade excentrisch, so braucht das Instrument deshalb dem Mechanikus zur Reparatur nicht übergeben zu werden — vorausgesetzt

*) Ist nämlich die Alhidade concentrisch, so beschreiben offenbar die Endpunkte der beiden Radien, welche man sich vom Mittelpunkte des Limbus — dem Drehungsmittelpunkte der Alhidade — nach den beiden korrespondirenden Nonien gezogen denkt, von einer Bisur zur andern Bögen, welche einander gleich sind, und für einen und denselben Winkel auch stets dieselbe Länge haben, mögen nun die korrespondirenden Nonien in der Bisirebene, oder anders wie gelegen sein.

nämlich, daß die Indexlinie mit der auf den Limbus projecirten jedesmaligen Visirrichtung zusammenfällt, und die letztere durch den Drehungsmittelpunkt der Alhidade geht —, denn der richtige Winkel kann in diesem Falle, aber auch nur dann, leicht aus den auf dem Limbus an beiden korrespondirenden oder entgegengesetzten Nonien gemachten vier Ablesungen wie folgt berechnet werden. Der Mittelpunkt des Limbus LMN, Fig. 6, sei c; d sei der Drehungsmittelpunkt der Alhidade; mn und m_1n_1 seien die auf den Limbus projecirten durch d gehenden, auf die beiden Punkte A und B der Vertikalität gerichteten Visirrichtungen; in n, n_1 , m, m_1 befinden sich die Nullpunkte der Nonien. Sind nun die Ablesungen an den beiden entgegengesetzten Nonien bei der ersten Visur auf den Punkt A: α und β ; bei der zweiten Visur auf den Punkt B: γ und δ , und verläuft die Theilung des Limbus in der Richtung LMN, so daß im Allgemeinen die Ablesungen α und β größer sind, als resp. die Ablesungen γ und δ , so ist offenbar $\alpha - \gamma = \angle nen_1$; $\beta - \delta = \angle mcm_1$; auch über-
sieht man leicht, daß $\alpha - \beta = \angle nem$; $\gamma - \delta = \angle n_1cm_1$; $\gamma - \beta = \angle n_1cm$ ist. Würde man jetzt den Winkel mdn_1 kennen, so hätte man damit auch den zu findenden Winkel ndn_1 ; denn dieser ist $= 180^\circ - \angle mdn_1$. Der Winkel mdn_1 aber ist $= \angle mdp + \angle n_1dp = \angle cmd + \angle mcd + \angle cn_1d + \angle n_1cd = \angle n_1cm + \angle cmd + \angle cn_1d = (\gamma - \beta) + \left[90^\circ - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\right] + \left[90^\circ - \left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right)\right] = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} - \frac{\beta}{2} + \frac{\delta}{2}$. Folglich ist der zu findende Winkel $ndn_1 = 180^\circ - \left[180^\circ - \frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} - \frac{\beta}{2} + \frac{\delta}{2}\right] = \frac{\alpha}{2} - \frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\delta}{2} = \frac{\alpha - \gamma}{2} + \frac{\beta - \delta}{2} = \frac{1}{2} \angle nen_1 + \frac{1}{2} \angle mcm_1$; d. h. er ist gleich dem arithmetischen Mittel der beiden Winkelgrößen, welche man erhält, wenn man die auf dem Limbus gemachten Ablesungen an einem und demselben Nonius von einander subtrahirt.

Doppelte Nonien sind also, wie wir aus dem Vorhergehenden ersehen, unerläßlich, wenn man das winkelmessende Instrument schnell und einfach auf den Excentricitätsfehler der Alhidade prüfen, und, falls ein solcher statt-

findet, aus den fehlerhaften Ablesungen doch den richtigen Winkel bestimmen soll; — bei den vorzüglichern Instrumenten fehlen daher doppelte Nonien nie.

Streng genommen ist der Winkel ndn_1 ebenfalls nicht der wahre, sondern es ist der Winkel ACB ; man übersieht jedoch leicht, daß man wegen des stets nur sehr geringen Abstandes (höchstens $\frac{1}{100}$ Zoll) der Punkte c und d von einander, den Winkel ndn_1 ohne merklichen Fehler für den Winkel ACB substituiren kann, und zwar um so eher, je beträchtlicher die Entfernung der Punkte A und B vom Limbusmittelpunkte c ist.

Zu 7) Ob die optische Axe des Fernrohrs bei der Bewegung des Lettern um seine Drehungsaxe eine Ebene beschreibt, welche auf dem Azimuthalkreise senkrecht steht, erfährt man, wenn man Lettern horizontal stellt^{*)}; hierauf den Mittelpunkt des Fadenkreuzes zuerst durch grobe, dann durch feine Bewegung, theils der Alhidade, theils des Fernrohrs selbst, genau auf einen beliebigen Punkt einer feinen, vertikalen Linie richtet, und endlich das Fernrohr mit Hilfe der entsprechenden Mikrometerschraube auf- und abwärts bewegt. Erfüllt die optische Axe die obige Bedingung, so muß der Mittelpunkt des Fadenkreuzes beim Aufwärts- und Abwärtsbewegen des Fernrohrs beständig auf der erwähnten vertikalen Linie bleiben, thut er dieses nicht, so ist die Lage der Ebene, welche die optische Axe beschreibt, fehlerhaft, und sind drei Fälle zu unterscheiden: 1) der Mittelpunkt des Fadenkreuzes beschreibt eine die Vertikallinie schneidende gerade Linie; 2) er beschreibt eine die Vertikallinie tangirende Curve; 3) er beschreibt eine die Vertikallinie in zwei Punkten schneidende Curve. Ist nun aber die Lage der Ebene, welche die optische Axe beschreibt, fehlerhaft, so kann dieses nur darin seinen Grund haben, daß entweder a) die Lettere, oder b) die Drehungsaxe des Fernrohrs, oder c) beide eine unrichtige Lage haben. Eine richtige Lage haben die optische Axe und die Drehungsaxe, wenn erstere auf letzterer senkrecht steht; letztere aber dem Azimuthalkreise parallel ist. Der Fall 1) trifft

^{*)} Wie man den Azimuthalkreis horizontal stellt, werden wir in Punkt c) pag. 34 erfahren.

dann zu, wie man leicht übersieht, wenn die Lage der optischen Axe richtig, aber die der Drehungsaxe unrichtig ist; der Fall 2) findet Statt, wenn die Lage der Drehungsaxe richtig, die der optischen Axe aber unrichtig ist; der Fall 3) endlich ereignet sich, wenn sowohl die Lage der optischen Axe als auch der Drehungsaxe unrichtig ist.

Genauer, als nach der vorhergehenden Methode, läßt sich die Lage der Drehungsaxe des Fernrohrs folgendermaßen prüfen und zugleich auch corrigiren, wobei wir ein für alle Male für das Nachfolgende voraussetzen, daß die in Anwendung kommenden Steh-*) und anderen Niveaus bereits berechtigt sind. Man stellt die Drehungsaxe des Fernrohrs durch Verschieben der Alhidade des Azimuthalkreises über eine der drei Stellschrauben S, S, S der Füße des Theodoliten senkrecht zur ideellen Verbindungslinie der beiden andern Stellschrauben; setzt das Stehniveau auf die Drehungsaxe und bewirkt mittelst der unter letzterer liegenden Fuß-Stellschraube das genaue Einspielen der Luftblase des Niveaus, wodurch die Drehungsaxe horizontal gestellt ist; hierauf dreht man die Alhidade um 180° . Ist nun die Drehungsaxe dem Azimuthalkreise parallel, so muß offenbar erstere jetzt wieder horizontal liegen, also die Luftblase unverändert ihre Stellung in der Mitte beibehalten; ist aber die Drehungsaxe dem Azimuthalkreise nicht parallel, so kann sie, nach Drehung der Alhidade um 180° , nicht mehr horizontal liegen; die Luftblase wird also auch nicht mehr in der Mitte einspielen, sondern von letzterer einen um so größeren Abstand haben, je größer der Neigungswinkel der Drehungsaxe gegen den Azimuthalkreis ist. Man übersieht aber leicht, daß, wenn man im letztern

*) Die Prüfung des Stehniveaus für den Theodoliten geschieht auf die Weise, daß man zuerst die Drehungsaxe des Fernrohrs durch Verschieben der Alhidade des Azimuthalkreises über eine der drei Stellschrauben S, S, S der Füße des Theodoliten, senkrecht zur ideellen Verbindungslinie der beiden andern Stellschrauben, stellt; hiernach auf die in Rede stehende Drehungsaxe das Stehniveau setzt; dann die Mitte der Luftblase desselben, mittelst der darunter befindlichen Fuß-Stellschraube S, genau in der Mitte einspielen läßt, und endlich das Stehniveau vorsichtig umsetzt. Spielt die Luftblase nach dem Umsetzen nicht genau wieder in der Mitte ein, so ist das Niveau fehlerhaft; — seine Berichtigung geschieht auf dieselbe Weise, wie die der gewöhnlichen Röhrenlibelle.

Falle mittelst der Korrektionschraube *b* des Gestells [Siehe pag. 5] die Luftblase auf die Hälfte des in Rede stehenden Abstandes bringt, man dadurch die Drehungsaxe dem Azimuthalkreise parallel macht. Auf's erste Mal möchte dieses jedoch in der Regel nicht gelingen, daher muß das angegebene Verfahren so lange wiederholt werden, bis die Luftblase, nach Drehung der Alhidade um 180° , ihre Stellung in der Mitte unverändert beibehält.

Die Lage der optischen Axe des Fernrohrs kann auf die folgende Weise geprüft und berichtigt werden. Man bringt die Drehungsaxe des Fernrohrs, nachdem man sie über eine der drei Stellschrauben *S, S, S* der Füße des Theodoliten, senkrecht zur ideellen Verbindungslinie der beiden andern Stellschrauben, gestellt hat, auf bekannte Weise genau in die horizontale Lage *), und richtet die optische Axe des Fernrohrs auf einen sehr weit entfernten, deutlich sichtbaren Punkt *p*, dessen Lage genau markirt ist. Hierauf legt man das Fernrohr, ohne dabei im Mindesten das Gestell desselben aus seiner Lage zu bringen, um, d. h. legt den Zapfen des Fernrohrs, der rechts liegt, links und umgekehrt. Steht nun die optische Axe auf der Drehungsaxe senkrecht, hat sie also die richtige Lage, so muß sie nothwendig nach dem Umlegen des Fernrohrs, sich wiederum durch bloßes Auf- oder Abwärtsbewegen des Fernrohrs auf den in Rede stehenden Punkt *p* bringen lassen. Will dieses aber nicht gelingen, sondern geht der Mittelpunkt des Fadenkreuzes hierbei durch einen neben *p* liegenden Punkt *p'*, dessen Lage man gleichfalls genau zu merken hat, so ist es ein Zeichen, daß die optische Axe des Fernrohrs nicht senkrecht zur Drehungsaxe des Ioktern steht, also fehlerhaft ist. Um die Lage der opti-

*) Die Drehungsaxe des Fernrohrs braucht bei der Prüfung über die richtige Lage der optischen Axe nicht berichtigt, d. h. dem Azimuthalkreise parallel zu sein, jedoch müssen stets 1) ihre Zapfen genau cylindrisch abgedreht, und 2) von gleicher Dicke sein. Die erste Bedingung ist erfüllt, wenn die Luftblase des auf der horizontal gestellten Drehungsaxe befindlichen Stehniveau's beim Aufwärts- und Abwärtsbewegen des Fernrohrs beständig in der Mitte einspielt; die andere, wenn nach dem Umlegen (Siehe pag. 7) der zuvor horizontal gestellten Drehungsaxe diese wiederum horizontal liegt, also die Luftblase des auf sie gesetzten Stehniveau's auch jetzt in der Mitte einspielt.

schen Axe ab, Fig. 7, zu corrigiren, sie also in die zur Drehungsaxe xx' senkrechte Lage ac zu bringen, muß man erwägen, daß die optische Axe nach dem Umlegen des Fernrohrs eine solche Lage ab' hat, daß $\angle bax' = \angle b'ax$ ist. Die Senkrechte ac aber halbirte den Winkel bab' , d. i. den Winkel, welchen die optische Axe in der ersten Lage mit der optischen Axe in der zweiten Lage bildet, und folglich auch den von a aus als Mittelpunkt in Gedanken beschriebenen, durch die beiden der Lage nach bekannten Punkte p und p' gehenden Kreisbogen pp' im Punkte p'' ; man wird daher durch die Korrektionschrauben des Fadenkreuzes den Mittelpunkt desselben so lange verschieben, bis er den Halbierungspunkt p'' genau deckt; was natürlich nicht auf einmal, sondern durch öfteres Wiederholen des beschriebenen Verfahrens erreicht wird.

Es möchte hier am Orte sein anzugeben, wie man, nachdem Drehungsaxe und optische Axe verificirt sind, — was wir für das Nachfolgende jetzt ein für alle Mal voraussetzen wollen, — prüft, ob der eine Faden des Fadenkreuzes auf der Drehungsaxe des Fernrohrs senkrecht steht, der andere Faden ihr parallel ist, und wie sich, im Falle es nicht stattfinden sollte, solches bewerkstelligen läßt, vorausgesetzt, daß am Fernrohre hierzu die erforderliche Vorrichtung angebracht ist. Gewöhnlich freilich trifft man bei den zu geodätischen Zwecken bestimmten Fernrohren Schrauben zur Correction der Lage der optischen Axe allein, und die in Rede stehende Vorrichtung fehlt. Bei den bessern Instrumenten dieser Art ist jedoch stets auch diese angebracht. Man bringt also die Drehungsaxe des Fernrohrs in die horizontale Lage; richtet die optische Axe auf einen sehr entfernten, jedoch deutlich sichtbaren Punkt, und bewegt das Fernrohr auf- oder abwärts. Da nun die optische Axe berichtigt ist, und, wie wir voraussetzen wollen, die Zapfen der Drehungsaxe des Fernrohrs in Ordnung sind, so wird hierbei der eine Faden des Fadenkreuzes, wenn er zur Drehungsaxe senkrecht ist, vertikal stehen, und daher offenbar beständig den in Rede stehenden Punkt decken, oder letzterer sich scheinbar beständig auf ersterem bewegen müssen; trifft dieses nicht zu, so steht der in Rede stehende Faden des Fadenkreuzes nicht senkrecht zur Drehungsaxe des Fernrohrs, und man muß dann die in Rede stehende Vorrichtung dazu benutzen, um die Okularröhre um ihre Längsaxe, und also mittelbar auch das Faden

frenz nach rechts oder links hin so lange um ein Weniges zu drehen, bis der gedachte Faden die gestellte Bedingung vollständig erfüllt.

Ist der eine Faden des Fadentkreuzes senkrecht zur Drehungsaxe des Fernrohrs gestellt, so übersieht man, daß es dann ein Leichtes ist sich zu überzeugen, ob eine Linie in der Vertikalebene liegt, und, wenn dieses nicht der Fall ist, solches zu bewerkstelligen. Man braucht nämlich nur die Drehungsaxe des Fernrohrs horizontal zu stellen, dann muß der senkrechte Faden des Fadentkreuzes die fragliche Linie decken, falls diese sich in der Vertikalebene befindet; thut er es nicht, so muß die Deckung durch allmälige Veränderung der Lage der in Rede stehenden Linie herbeigeführt werden.

Die Senkrechtstellung des einen Fadens des Fadentkreuzes zur Drehungsaxe des Fernrohrs, falls derselbe nicht bereits die senkrechte Lage haben sollte, darf daher nicht unterlassen werden.

Um zu erfahren, ob die zur Ebene des Azimuthalkreises senkrechte Ebene, welche die optische Aze bei einer Bewegung des Fernrohrs um seine Drehungsaxe beschreibt, sowohl durch den Mittelpunkt des Azimuthalkreises, als auch durch den Drehungsmittelpunkt seiner Alhidade geht, da wir letztere concentrisch annehmen wollen, muß folgendes Verfahren eingehalten werden: Man nimmt drei Punkte A, B, C in der Derrlichkeit an, die übrigens beliebig, doch aber so gelegen sind, daß die gegenseitige Entfernung der Punkte A und C um ein Beträchtliches größer, als die der Punkte B und C ist. In C stellt man hierauf den Theodoliten so auf, daß der Azimuthalkreis horizontal und sein Mittelpunkt vertikal über C liegt; visirt dann nach den Punkten A und B; macht auf dem Azimuthalkreise die resp. Ablesungen, und ermittelt aus ihnen den zugehörigen Winkel ACB *). Jetzt gibt man der Alhidade des Azimuthalkreises und mithin auch dem Fernrohre die entgegengesetzte Lage, d. h. dreht die Alhidade um 180° , wobei das Objectiv von den Punkten A und B weggekehrt wird; schlägt das Fernrohr durch, oder, wenn dieses nicht geht, hebt es aus seinen Lagern, und legt es in diese so wieder hinein, daß das Objectiv den bereits anvisirten Punkten A und B abermals zugekehrt ist;

*) Siehe Punkt c pag. 35 zc.

visirt zum zweiten Male auf die Punkte A und B; macht auf dem Azimuthalkreise die resp. Ablesungen und bestimmt aus diesen auch wieder den zugehörigen Winkel. Ist nun die zuerst erhaltene Winkelgröße der aus der zweiten Messung sich ergebenden gleich, so beschreibt die optische Aze des Fernrohrs bei der Bewegung des letztern um seine Drehungsaxe eine Ebene, welche durch den Drehungsmittelpunkt der Alhidade, also auch durch den Mittelpunkt des Azimuthalkreises geht; — die Visirvorrichtung des Instruments ist in diesem Falle in Ordnung. Sind aber die erhaltenen beiden Winkelgrößen einander nicht gleich, so ist die Visirvorrichtung nicht in Ordnung; — sie ist excentrisch.

Zur Rechtfertigung des gegebenen Prüfungsverfahrens lassen wir nachstehende Betrachtungen folgen, welche uns zugleich in den Stand setzen werden in dem Falle, wo die Visirvorrichtung excentrisch ist, dennoch den richtigen Winkel zu ermitteln, d. h. denjenigen, welchen man erhalten haben würde, wenn die Visirvorrichtung in Ordnung gewesen wäre. LMN, Fig. 8, stelle den horizontalliegenden Azimuthalkreis vor, dessen Mittelpunkt c sich vertikal über dem Scheitelpunkte C des zu messenden Winkels ACB befindet; mn und m_1n_1 seien resp. die auf den Azimuthalkreis projecirten, sich im Punkte c_1 schneidenden, nach den beiden Punkten A und B gerichteten optischen Axen (Visirlinien), so daß also die Visirebene nicht durch den Mittelpunkt c des Azimuthalkreises, also auch nicht durch den Drehungsmittelpunkt der Alhidade geht. Die Nonien endlich seien in m und n, oder irgend wo anders [Siehe pag. 14] angebracht.

Man überseht leicht zunächst, daß

$$\angle Ac_1B = \text{Arc. } nn_1 = \text{Arc. } mm_1$$

ist, und daß man im Allgemeinen Arc. nn_1 und Arc. mm_1 erhält, wenn man resp. die Differenz der beiden Ablesungen am Nonius n und die der beiden Ablesungen am Nonius m bildet, welche sich beim Einstellen der Visir auf A und B ergeben. Ferner findet man aus den beiden Dreiecken cAo und c_1Bo die Gleichung.

$$\angle AcB + \angle oAc = \angle Ac_1B + \angle oBc_1,$$

und hieraus

$$(3.) \angle AcB = \angle Ac_1B + \angle oBc_1 - \angle oAc.$$

Setzt man jetzt cA oder $CA = I$, cB oder $CB = I_1$ und den sich stets gleichbleibenden Abstand der auf den Azimuthalkreis projectirten Visirrichtung vom Mittelpunkt c des Azimuthalkreises $= d$, so hat man

$$\sin oBc_1 = \frac{d}{I_1} \text{ und } \sin oAc = \frac{d}{I};$$

woraus sich die Winkel oBc_1 und oAc , weil sie stets nur sehr klein sind, in Sekunden berechnen lassen; es ergibt sich nämlich:

$$\angle oBc_1 = 206265'' \frac{d}{I_1} \text{ und } \angle oAc = 206265'' \frac{d}{I}.$$

Substituirt man diese Werthe in Gleichung (3.), so erhält man:

$$\begin{aligned} (4.) \quad \angle AcB \text{ od. } \angle ACB &= \angle Ac_1B + 206265'' \left[\frac{d}{I_1} - \frac{d}{I} \right] \\ &= \angle Ac_1B + 206265'' \left[\frac{I-I_1}{I I_1} \right] d. \end{aligned}$$

Aus der vorstehenden Gleichung, welche dazu dient $\angle AcB$ zu berechnen, wenn $\angle Ac_1B$ und die Größen I , I_1 , d bekannt sind, geht hervor, daß der gemessene Winkel Ac_1B in dem besondern Falle wo $I = I_1$, dem zu findenden Winkel AcB gleich ist; in allen andern Fällen muß man zu dem erstern Winkel noch die Größe $\left[\frac{I-I_1}{I I_1} \right] d$ addiren, um den letztern Winkel zu erhalten.

Läge der Punkt c_1 (der Durchschnittspunkt der auf den Azimuthalkreis projectirten beiden Visirrichtungen nach den Punkten A und B) in c_2 , also diametral gegenüber, was in der That der Fall ist, wenn man die Alhidade des Azimuthalkreises um 180° dreht, das Fernrohr durchschlägt, und wiederum die Visur auf A und B einstellt, so würde sich, wie man leicht überseht, zur Bestimmung des Winkels AcB die Gleichung

$$(5.) \quad \angle AcB = \angle Ac_2B - 206265'' \left[\frac{I-I_1}{I I_1} \right] d \text{ ergeben, die sich von der Gleichung (4.) wesentlich nur dadurch unterscheidet, daß die Größe } 206265'' \left[\frac{I-I_1}{I I_1} \right] d \text{ vom gemessenen Winkel } Ac_2B \text{ subtrahirt ist.}$$

Wenn $I = I_1$, so würde nicht allein $\angle Ac_1B$, wie wir gesehen haben, sondern auch $\angle Ac_2B = \angle AcB$ sein, was bei ungleichen Werthen von I und I_1 nur dann der Fall ist, wenn die Visirverrichtung des Instruments

in Ordnung ist; deshalb dürfen die Entfernungen der beiden Punkte A und B vom Standpunkte C nicht einander gleich genommen werden, wenn man prüfen will, ob die Visirvorrichtung des Theodoliten excentrisch ist, oder nicht.

Addirt man die beiden Gleichungen (4.) und (5.) so erhält man diese

$$2 \angle AcB = \angle Ac_1B + \angle Ac_2B,$$

oder

$$\angle AcB \text{ d. i. } \angle ACB = \frac{\angle Ac_1B + \angle Ac_2B}{2}.$$

Man findet also, wenn die Alhidade concentrisch, die Visirrichtung aber excentrisch ist, die Größe eines Winkels ACB, wenn man die halbe Summe der beiden Winkel $\angle Ac_1B$ und $\angle Ac_2B$ bildet. Wie diese letzteren aber erhalten werden, geht aus dem Vorhergehenden hervor.

Will man den Winkel ACB nach der Formel (4.) berechnen, so wissen wir bereits, daß außer dem Winkel $\angle Ac_1B$ und den Entfernungen I und I_1 , noch d bekannt sein muß. Der Winkel $\angle Ac_1B$ und die Entfernungen I und I_1 werden durch unmittelbare Messung erhalten; d dagegen findet man, wenn man die Differenz der beiden Winkel $\angle Ac_2B$ und $\angle Ac_1B$ bildet, und sie durch $2 \times 206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right]$ dividirt, denn es ist

$$\angle ACB = \angle Ac_1B + 206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right] d$$

$$\text{und } \angle ACB \text{ auch} = \angle Ac_2B - 206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right] d;$$

also

$$\angle Ac_1B + 206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right] d = \angle Ac_2B - 206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right] d,$$

oder, wenn man der Kürze wegen $206265'' \left[\frac{I-I_1}{II_1} \right]$ mit u bezeichnet,

$$\angle Ac_1B + u. d = \angle Ac_2B - u. d;$$

$$\text{folglich } d = \frac{\angle Ac_2B - \angle Ac_1B}{2 u}.$$

Kann das Fernrohr nicht durchgeschlagen werden, so läßt sich folgendermaßen prüfen, ob die Visirvorrichtung in Ordnung ist. Man steckt einen Winkel ACB ab, dessen Schenkel AC und BC genau einander gleich sind; stellt den Theodoliten so auf, daß der Azimuthalkreis horizontal, und sein Mittelpunkt vertikal über C liegt; visirt nach A und B; macht die zugehörigen Ablesungen auf dem Limbus, und bildet die Differenz derselben; dann gibt diese, mag auch die Visirvorrichtung excentrisch sein, nach dem Vorhergehenden den Winkel ACB (weil nämlich $AC = BC$). Gibt man jetzt dem einen Schenkel des Winkels ACB, etwa dem Schenkel AC, eine solche Länge, daß der Bruch $\frac{I_1 - I}{II_1}$ möglichst groß wird, während man die Länge des andern Schenkels und die Größe des Winkels selbst unverändert läßt, und verfährt wie vorher, d. h. visirt wiederum nach A und B, macht die zugehörigen Ablesungen, und bildet die Differenz derselben, so ist der Theodolit, was die Visirvorrichtung anlangt, nur dann in Ordnung, wenn die letztere Differenz der ersteren gleich ist.

Ist die Alhidade excentrisch, so muß die Visirebene nicht allein durch den Drehungsmittelpunkt der Alhidade gehen, sondern auch in sich aufnehmen die Indexlinie des Azimuthalkreises [Siehe pag. 15]. Ob solches der Fall ist, erfährt man ebenfalls durch Messung eines Winkels ACB. Man bringt zu diesem Zwecke den Azimuthalkreis in die horizontale Lage und seinen Mittelpunkt c vertikal über den Scheitelpunkt C des zu messenden Winkels ACB; stellt die Visur nach einander auf A und B ein, und macht beide Male an den correspondirenden oder gegenüberliegenden Nothien des Azimuthalkreises die Ablesungen; diese seien für den Punkt A : α und α_1 , für den Punkt B : β und β_1 ; hierauf dreht man die Alhidade um 180° ; schlägt das Fernrohr durch, oder, wenn dieses nicht möglich ist, legt dasselbe so um, daß es eine Lage erhält, als wenn es durchgeschlagen worden wäre; stellt die Visur abermals nach einander auf A und B ein, und macht die zugehörigen Ablesungen; diese seien für A : γ und γ_1 , für B : δ und δ_1 . Findet man nun $\frac{\alpha - \beta}{2} + \frac{\alpha_1 - \beta_1}{2} = \frac{\gamma - \delta}{2} + \frac{\gamma_1 - \delta_1}{2}$, [Siehe pag. 13] oder $\alpha + \alpha_1 + \delta + \delta_1 = \beta + \beta_1 + \gamma + \gamma_1$,

so ist die Visirvorrichtung in Ordnung; im entgegengesetzten Falle nicht; dann aber ist auch der Theodolit zu Winkelmessungen gänzlich unbrauchbar.

Die Visirvorrichtung in Bezug auf den Vertikalkreis prüft man im Allgemeinen auf ähnliche Weise, wie die in Bezug auf den Azimuthalkreis. Daß hier der zu messende Winkel ACB ein Höhen- oder Tiefenwinkel sein muß, braucht wohl kaum bemerkt zu werden. Die Gleichung (4.) für den Azimuthalkreis gestaltet sich für den Vertikalkreis etwas einfacher. Stellt nämlich VER, Fig. 9, den Vertikalkreis vor, dessen Mittelpunkt c zugleich der Drehungsmittelpunkt der resp. Alhidade ist, so ist offenbar, wenn ACB oder AcB der zu messende Höhenwinkel, wenn Bc $\perp$ B₁c₁ und mn die auf den Vertikalkreis projectirte Visirrichtung auf den Punkt A, also Ac₁B₁ der gemessene Höhenwinkel ist,

$$(6.) \quad \angle AcB \text{ oder } \angle ACB = \angle Ac_1B_1 - \angle cAc_1.$$

Bezeichnet man nun den Abstand der Projection mn vom Mittelpunkte c wie vorhin mit d, die gegenseitige Entfernung der Punkte c und A mit I, so ist $\sin. cAc_1 = \frac{d}{I}$ und, weil $\angle cAc_1$ stets nur sehr klein ist, $\angle cAc_1$ in Sekunden $= 206265'' \frac{d}{I}$. Setzt man diesen Werth in Gleichung (6.) so hat man:

$$(7.) \quad \angle AcB \text{ oder } \angle ACB = \angle Ac_1B_1 - \frac{206265'' \cdot d}{I},$$

welche Gleichung man auch erhält, wenn man in Gleichung (4.) $I_1 = \infty$ setzt.

Aus Gleichung (7.) ergibt sich sogleich die folgende:

$$\angle AcB - \angle Ac_1B_1 = - \frac{206265'' \cdot d}{I},$$

durch welche der Excentricitätsfehler der Visirvorrichtung seiner Größe nach gegeben ist, wenn d und I bekannt sind. Nimmt man $d = 1''' = \frac{1}{10}''$, $I = 50$ Faden $= 4200''$ an, so beträgt der Excentricitätsfehler erst $- 4'', 911$. Für $d = \frac{1}{10}''$, $I = 25$ Faden $= 1680''$ ist er $= - 9'', 822$. Diese letztern Werthe von d und I, sind wohl die äußersten, d. h. d ist wohl stets kleiner als $\frac{1}{10}$ Zoll, I wohl stets größer als 25 Faden; daher

ist denn auch der Excentricitätsfehler im Allgemeinen kleiner als 10 Sekunden, und kann bei Höhen- und Tiefenwinkeln vernachlässigt werden, wenn die Angabe der Nonien des Vertikalkreises nicht kleiner als 30 Sekunden ist.

Schlüsslich glauben wir darauf aufmerksam machen zu müssen, daß sich das d beim Vertikalkreise weniger leicht und nie mit der Genauigkeit ermitteln läßt, als das d beim Azimutalkreise; daher thut man gut in allen Fällen die Höhenwinkel nach Ermittelung der resp. doppelten Zenithdistanz, aus letzterer zu berechnen; vorausgesetzt, daß das Fernrohr zum Durchschlagen ist; weil dann nämlich der Fehler wegen der Excentricität der Visirvorrichtung ganz wegfällt, wie sich auf folgende Weise darthun läßt. ACH, Fig. 10 sei ein Höhenwinkel, in dessen Scheitel C sich der Durchschnittspunkt c , der horizontalen Drehungsaxe und der optischen Axe des Fernrohrs des Theodoliten befindet. Man stellt die Visir genau auf A ein, und macht auf dem Vertikalkreise VRT die zugehörige Ablesung; diese sei α und mn die auf den Vertikalkreis projectirte Visirrichtung nach dem Punkte A, also letztere excentrisch. Hierauf dreht man die Alhidade des Azimutalkreises um 180° , ohne dabei im Geringsten das Fernrohr aus seiner Lage zu bringen, so nimmt mn die Richtung m_1n_1 an. Der Vertikalkreis erhält hierbei eine der frühern parallele Lage; die Nonien behalten auf dem Vertikalkreise unverrückt dieselbe Lage; die Ablesungen auf dem Vertikalkreise bleiben also auch die nämlichen. Man kann sich nun in der Richtung m_1n_1 , also in der Richtung der optischen Axe des Fernrohrs, einen Punkt B denken, der von der Horizontalen HcH_1 und vom Punkte c um eben so viel absticht, der also in Bezug auf letztern dieselbe Höhe hat, als der bereits anvisirte Punkt A. Schlägt man jetzt das Fernrohr durch; stellt die Visir wiederum auf A ein, wobei jetzt m_1n_1 die Richtung m_2n_2 erhält, und macht auf dem Vertikalkreise die zugehörige Ablesung β , so ergibt sich aus den beiden Dreiecken Acs und Bos auf analoge Weise, wie auf pag. 22, wenn Ac mit I , Bc mit I_1 und der Abstand der jedesmaligen Visirrichtung vom Mittelpunkte c des Vertikalkreises mit d bezeichnet wird, die Gleichung

$$\angle AcB \text{ oder } \angle ACB = \angle AoB + 206265 \left[\frac{I-I_1}{\Pi_1} \right] d$$

oder, weil nach dem Obigen $Ac = Bc$ d. i. $I = I_1$ ist, diese:

$$\angle AcB \text{ oder } \angle ACB = \angle AoB.$$

Wie man leicht überieht ist aber $\alpha + \beta$ das Maaß des Winkels AoB *), folglich auch das Maaß von $\angle AcB$ oder $\angle ACB$, welcher, wenn $Ac = Bc$ und $\angle Ach = \angle BcH_1$, die doppelte Zenethdistanz des Punktes A ist, bezogen nämlich auf den Punkt c oder C, so daß man hat:

$$(8.) \angle ACH = 90^\circ - \left[\frac{\alpha + \beta}{2} \right],$$

welche Formel in der That den verlangten Höhenwinkel, unabhängig vom Excentricitätsfehler, gibt.

Zu d). Die Bestimmung eines Höhen- oder Tiefenwinkels h (Elevations- oder Depressionswinkels) hat, wie wir in Punkt c, pag. 35 sc. sehen werden, durchaus keine Schwierigkeiten, wenn der Nullpunkt des Nonius der Alhidade des Vertikalkreises mit dem Nullpunkte der Theilung des Lektens genau zusammenfällt, sobald nämlich die optische Axe horizontal liegt; — der in Rede stehende Winkel h wird in diesem Falle unmittelbar durch eine einzige auf dem Vertikalkreise zu machende Ablesung erhalten.

Fällt der Nullpunkt des Nonius der Alhidade nicht mit dem Nullpunkte der Theilung des Vertikalkreises zusammen, wenn die optische Axe horizontale Lage hat, so ist jeder auf dem Vertikalkreise abgelesene Höhen- oder Tiefenwinkel fehlerhaft, und muß daher noch eine Correction erfahren. Es sind nun zwei Fälle zu unterscheiden: 1) der Nullpunkt des Nonius liegt vom Nullpunkte der Theilung um α° nach dem Objective des Fernrohrs des Theodoliten hin ab; oder 2) der Nullpunkt des Nonius liegt vom Nullpunkte der Theilung um α° nach dem Okulare hin ab.

Wie man leicht überieht muß im ersten Falle von einer jeden Ablesung, die man auf dem Quadranten für Höhenwinkel [Siehe pag. 6] gemacht hat, α° subtrahirt werden; zu einer jeden Ablesung, die man auf

*) Wenn nämlich die Theilung am Vertikalkreise, wie es bei unserem Theodoliten der Fall ist, zu beiden Seiten von Null mit fortlaufenden Zahlen bezeichnet ist.

dem Quadranten für Tiefenwinkel gemacht hat, α° addirt werden. Im zweiten Falle findet das Umgekehrte Statt. Es muß also zu einer jeden Ablesung, die man auf dem Quadranten für Höhenwinkel gemacht hat, α° addirt werden; von einer jeden Ablesung, die man auf dem Quadranten für Tiefenwinkel gemacht hat, α° subtrahirt werden. Bezeichnet man den corrigirten Höhen- oder Tiefenwinkel mit h , den abgelesenen Höhen- oder Tiefenwinkel mit h_1 , so kann man beide Fälle unter die folgende allgemeine Formel bringen.

$$(9.) \quad h = h_1 \mp \alpha,$$

wo das (—) Zeichen genommen werden muß, wenn h_1 auf dem Quadranten für Höhenwinkel, das (+) Zeichen, wenn h_1 auf dem Quadranten für Tiefenwinkel abgelesen wurde, und wo außerdem α einen positiven oder negativen Werth haben kann.

Die Formel (9) gibt etwas Negatives: a) wenn α positiv und größer, als das auf dem Quadranten für Höhenwinkel abgelesene h_1 ist; b) wenn α negativ und größer, als das auf dem Quadranten für Tiefenwinkel abgelesene h_1 ist. Die Deutung des in diesen beiden Fällen resultirenden (—) Zeichens hat keine Schwierigkeiten; — denn offenbar ist der zu messende Winkel h , im Falle a) kein Höhenwinkel, wie man, nach der gemachten Ablesung h_1 zu urtheilen, vermuthen sollte, sondern ein Tiefenwinkel; im Falle b) dagegen ist der zu messende Winkel h kein Tiefenwinkel, obgleich h_1 auf dem Quadranten für Tiefenwinkel abgelesen wurde, sondern ein Höhenwinkel.

Alles kommt jetzt auf die Ermittlung von α an, und zwar seiner absoluten Größe und seinem Vorzeichen nach. Wird $\alpha = 0$ gefunden, so ist das Instrument fehlerfrei — es besitzt keinen sogenannten Collimations- oder Indexfehler.

Die Ermittlung von α kann auf sehr verschiedene Weise geschehen. Wenn das Fernrohr nicht zum Durchschlagen ist, so möchte die gebräuchlichste Methode die folgende sein. Man steckt zuerst eine gegen den Horizont geneigte Linie AB ab, deren Endpunkt B über der durch A gedachten Horizontalebene liegen mag; dann stellt man sich mit dem Theodoliten

gehörig (Siehe Punkt c pag. 34 2c.) in A auf, und mißt den Höhenwinkel von AB, indem man der optischen Ase des Fernrohrs die Richtung AB gibt und auf dem Quadranten für Höhenwinkel die entsprechende Ablesung u_1 macht; hierauf begibt man sich auch nach B hin, stellt den Theodoliten gehörig auf und mißt den Tiefenwinkel von BA, indem man der optischen Ase des Fernrohrs die Richtung BA gibt und auf dem Quadranten für Tiefenwinkel die entsprechende Ablesung v_1 macht. Besitzt nun der Theodolit, wie wir annehmen, einen Indexfehler α , so sind die Ablesungen u_1 und v_1 fehlerhaft; — die richtigen Ablesungen u und v sind nach Formel (9.) diese:

$$(10.) \quad u = u_1 - \alpha,$$

$$(11.) \quad v = v_1 + \alpha.$$

Da aber der Höhenwinkel einer Linie stets dem Tiefenwinkel derselben gleich ist, so ist $u = v$ also:

$$u_1 - \alpha = v_1 + \alpha;$$

woraus sich ergibt:

$$(12.) \quad \alpha = \frac{u_1 - v_1}{2}.$$

Der Collimations- oder Indexfehler eines Instruments wird also gefunden, wenn man von der auf dem Quadranten für Höhenwinkel gemachten Ablesung u_1 die auf dem Quadranten für Tiefenwinkel gemachte Ablesung v_1 subtrahirt, und die gefundene Differenz halhirt.

Aus Gleichung (12.) folgt: daß der Collimationsfehler $\alpha = 0$ ist, wenn die Ablesungen u_1 und v_1 einander gleich sind; daß α positiv ist, wenn die auf dem Quadranten für Höhenwinkel gemachte Ablesung u_1 größer ist, als die auf dem Quadranten für Tiefenwinkel gemachte Ablesung v_1 ; wenn also der Nullpunkt des Nonius vom Nullpunkte der Theilung des Vertikalkreises nach dem Objective des Fernrohrs hin abliegt; daß α negativ ist, wenn $u_1 < v_1$; wenn also der Nullpunkt des Nonius vom Nullpunkte der Theilung des Vertikalkreises nach dem Okulare des Fernrohrs hin abliegt.

Hat man den Collimationsfehler des Theodoliten ermittelt, so bringt man ihn entweder jedes Mal bei dem gemessenen Höhen- oder Tiefenwinkel in Rechnung; oder man corrigirt, wenn es nur angeht, den Fehler am Instrumente selbst, indem man — falls derselbe positiv ist — den Nullpunkt des Nonius nach dem Okulare des Fernrohrs hin um so viel Grade, Minuten, Sekunden verschiebt, als der besagte Fehler Grade, Minuten, Sekunden groß ist; — falls derselbe negativ ist — den Nullpunkt des Nonius nach dem Objektive hin um so viel Grade, Sekunden, Minuten verschiebt, als er Grade, Minuten, Sekunden zählt.

Da, wie wir gesehen haben, der Collimationsfehler

$$\alpha = \frac{u_1 - v_1}{2}$$

ist, so ist nach Formel (10.) der zu findende richtige Höhenwinkel der Linie AB

$$(13.) \quad u = u_1 - \left(\frac{u_1 - v_1}{2} \right) = \frac{u_1 + v_1}{2}$$

Diese Formel für u ist freilich unabhängig vom Collimationsfehler α verlangt aber jedes Mal zwei Aufstellungen des Instruments, nämlich in den Punkten A und B der Linie AB.

Daß auch jeder durch Subtraktion zweier Höhenwinkel von einander erhaltene Vertikalwinkel vom Collimationsfehler unabhängig ist überseht man sogleich.

Einige Zahlenbeispiele möchten für das Vorhergehende nicht überflüssig sein. Die Ablesung u_1 , welche man nach gehöriger Aufstellung des Theodoliten in A und nach Einstellung der Visur auf B auf dem Quadranten für Höhenwinkel macht, betrage $20^\circ 20'$; die Ablesung v_1 , welche man, nach gehöriger Aufstellung des Theodoliten in B und nach Einstellung der Visur auf A, auf dem Quadranten für Tiefenwinkel macht, betrage $14^\circ 40'$, so besitzt der Theodolit einen Collimationsfehler (weil nämlich u_1 nicht =

v_1), welcher nach Formel (12.) $= \frac{16^\circ 20' - 14^\circ 40'}{2} = + 50'$ ist.

Der Nullpunkt des Nonius liegt vom Nullpunkte der Theilung um 50 Minuten nach dem Objektive des Fernrohrs hin ab, (weil nämlich α positiv). Nach Formel (10.) ist der Höhenwinkel der Linie AB $u = 16^\circ 20' -$

$50' = 15^{\circ} 30'$; welches Resultat auch die Formel (13.) gibt, denn man erhält

$$\frac{16^{\circ} 20' + 14^{\circ} 40'}{2} = 15^{\circ} 30'.$$

Es sei ferner $u_1 = 42^{\circ} 15'$, $v_1 = 48^{\circ} 5'$, so ist nach Formel (12.)

der Collimationsfehler $\alpha = \frac{42^{\circ} 15' - 48^{\circ} 5'}{2} = - 2^{\circ} 55'$; der Null-

punkt des Nonius liegt also vom Nullpunkte der Theilung des Vertikalkreises um $2^{\circ} 55'$ nach dem Okulare des Fernrohrs hin ab (weil nämlich α negativ). Nach Formel (11.) beträgt der Tiefenwinkel v der Linie AB $48^{\circ} 5' + (- 2^{\circ} 55')$ d. i. $45^{\circ} 10'$.

Es sei endlich der Collimationsfehler $\alpha = 4^{\circ} 20'$; eine auf dem Quadranten für Tiefenwinkel gemachte Ablesung v_1 betrage $3^{\circ} 15'$, dann ist nach Formel (11.) der richtige Winkel $v = 3^{\circ} 15' - 4^{\circ} 20' = - 1^{\circ} 5'$, also kein Tiefenwinkel, wie man nach der auf dem Quadranten für Tiefenwinkel gemachten Ablesung vermuthen sollte, sondern ein Höhenwinkel.

Die vorhergehende Methode zur Ermittlung des Collimationsfehlers kann auf folgende Art abgeändert werden. Man stelle eine horizontale, spiegelnde Fläche her, indem man Quecksilber in eine sphärische Kupferschale gießt, auf deren Innenfläche man zuvor mit Scheidewasser Quecksilber eingerieben hat *), damit letzteres an der Wand der Schale adhärirte. Wird nun der Höhenwinkel eines sehr hoch liegenden Punktes, etwa der äußersten Spitze eines sehr hohen Thurmes, und auch der Tiefenwinkel des in Rede stehenden Punktes im spiegelnden, künstlichen Horizonte mit dem Theodoliten gemessen, so muß, weil die beiden Winkel bekanntlich einander gleich sind, wenn man die auf den Quadranten des Vertikalkreises für Höhen- und Tiefenwinkel gemachten Ablesungen wie vorhin resp. mit u_1 und v_1 , den Collimationsfehler aber mit α bezeichnet

$$u_1 - \alpha = v_1 + \alpha$$

*) Die Kupferschale mit dem Quecksilber nennt man einen angequickten Quecksilberhorizont. Einen sehr guten künstlichen Horizont erhält man auch, wenn man Theer oder Syrup in eine Schale gießt.

sein; woraus man gleichfalls die Gleichung (12.), nämlich

$$\alpha = \frac{u_1 - v_1}{2}$$

findet. Diese Methode ist jedoch nur dann ausführbar, wenn der anvisirte Punkt so weit vom Standpunkte des Beobachters abliegt, daß gegen diese Entfernung die des Mittelpunktes des Vertikalkreises des Theodoliten von der spiegelnden Fläche als eine verschwindende Größe betrachtet werden kann. — Es muß die letztere Entfernung selbst übrigens so klein als möglich gemacht werden.

Ist das Fernrohr des Theodoliten zum Durchschlagen, oder läßt es sich aus seinen Lagern heben und so umlegen, daß das Okular desselben auf der Seite zu liegen kommt, wo das Objektiv, letzteres aber da, wo das Okular lag, so wird der Collimationsfehler gewöhnlich folgendermaßen ermittelt. Man stellt die Visur auf einen beliebigen Punkt P ein, und macht auf dem Vertikalkreise die zugehörige Ablesung u_1 . Hierauf schlägt man das Fernrohr durch, dreht die Alhidade des Azimuthalkreises um 180° , und richtet die optische Axe abermals auf den Punkt P; die hierbei auf dem Vertikalkreise gemachte Ablesung sei v_1 . Bezeichnet man nun mit α den Collimationsfehler, so ist derselbe, wenn er vor dem Durchschlagen des Fernrohrs positiv war, d. h. wenn der Nullpunkt des Nonius der Alhidade des Vertikalkreises vom Nullpunkte der Theilung des letztern, bei horizontaler Lage der optischen Axe, nach dem Objektive des Fernrohrs hin ablag, nach dem Durchschlagen offenbar negativ, d. h. der Nullpunkt des Nonius der Alhidade des Vertikalkreises liegt jetzt vom Nullpunkte der Theilung des letztern, bei horizontaler Lage der optischen Axe, nach der entgegengesetzten Richtung hin ab, und umgekehrt; man hat daher, wenn die korrigirten Ablesungen, wie früher, resp. u und v sind, nach den Gleichungen (10.) und (11.)

$$u = u_1 - \alpha \text{ und } v = v_1 + \alpha;$$

also, da $u = v$ ist,

$$u_1 - \alpha = v_1 + \alpha, \text{ oder:}$$

$$(14.) \quad \alpha = \frac{u_1 - v_1}{2}.$$

Es versteht sich von selbst, daß man dem Fernrohre wieder seine erste Lage geben muß, wenn man den richtigen Höhen- und Tiefenwinkel resp. durch Subtraktion und Addition des durch Gleichung (14.) gegebenen Werthes von α von und zu den abgelesenen Höhen- und Tiefenwinkeln erhalten will. Läßt man das Fernrohr hingegen in der ihm zuletzt ertheilten Lage, so muß von allen auf dem Quadranten für Höhenwinkel gemachten Ablesungen $\frac{v_1 - u_1}{2}$ subtrahirt, zu allen auf dem Quadranten für Tiefenwinkel

gemachten Ablesungen $\frac{v_1 - u_1}{2}$ addirt werden, um die richtigen Winkel zu finden.

Indem wir noch bemerken, daß die von uns gegebenen Methoden den Collimationsfehler zu ermitteln nicht die einzigen sind wenden wir uns zum letzten Punkte, nämlich zur **Winkelmessung** mittelst des Theodoliten.

c) Winkelmessung mittelst des Theodoliten.

Wir setzen voraus, daß der Theodolit den auf pag. 9 und 10 unter α), β), γ), δ) aufgestellten Bedingungen vollkommen entspricht, daß er also in jeder Hinsicht in Ordnung ist; wenn solches nicht der Fall ist, so wissen wir aus dem Vorhergehenden in welchen Fällen und wie man aus den fehlerhaften Ablesungen dennoch richtige Resultate erlangen kann.

Ein jeder Winkel ist seiner Größe nach gegeben, wenn die Richtung seiner Schenkel bekannt ist. Gewöhnlich wird diese durch die Lage dreier Punkte bestimmt, von denen einer als der Durchschnittspunkt der beiden Schenkel des in Rede stehenden Winkels — als der sogenannte Scheitelpunkt — bezeichnet sein muß. Diese Art der Winkelbestimmung wollen auch wir hier voraussetzen.

Einen Winkel, mag er nun ein Horizontal-, oder Vertikalwinkel, oder ein Winkel von beliebiger anderer Lage sein, findet man dem Gradmaße nach entweder durch α) einfache Winkelmessung, oder durch β) sogenanntes Repetiren; in welchem letztern Falle der Theodolit ein Repetitionstheodolit (Siehe pag. 8) sein muß. Mittelst des Theodoliten können unmittelbar, wie aus der Einrichtung desselben hervorgeht, nur Horizontal- und Vertikalwinkel gemessen werden.

Was nun die Aufstellung des Theodoliten anlangt, so muß zunächst der Azimuthalkreis desselben stets horizontale Lage erhalten. Ist der zu messende Winkel ein Horizontalwinkel, so muß außerdem der Mittelpunkt des Azimuthalkreises, so genau als möglich, entweder mit dem Scheitelpunkte des in Rede stehenden Winkels zusammenfallen, oder vermittelst eines Lothes vertikal über oder unter denselben gestellt werden. Ist der zu messende Winkel ein Vertikalwinkel, so muß man den gegenseitigen Durchschnittspunkt der optischen Ase des Fernrohrs und der Drehungsaxe desselben möglichst genau mit dem Scheitelpunkte des fraglichen Winkels coincidiren lassen.

Die Horizontalstellung des Azimuthalkreises wird mit Hülfe des in Fig. 3 abgebildeten Stehniveaus, oder vermittelst der auf der Alhidade des Azimuthalkreises angebrachten Röhrenlibelle v bewerkstelligt.

Mit Hülfe des Stehniveaus stellt man den Azimuthalkreis offenbar horizontal, indem man die Drehungsaxe des Fernrohrs nach der auf pag. 17 und 18 beschriebenen Methode, jedoch in zwei zu einander senkrechten Lagen, horizontal stellt.

Vermittelst der auf der Alhidade des Azimuthalkreises angebrachten Röhrenlibelle v bringt man den Azimuthalkreis in die horizontale Lage, indem man zuerst durch Verschieben der Alhidade die Röhrenlibelle über zwei der drei Fußstellschrauben des Theodoliten stellt; dann durch diese das genaue Einspielen der Luftblase der Röhrenlibelle bewirkt; hierauf die Alhidade des Azimuthalkreises um 90° weiter rückt, wodurch die Röhrenlibelle eine Lage erhält, welche gegen die frühere senkrecht gerichtet ist; und endlich wiederum die Luftblase vermittelst der dritten Fußstellschraube zum genauen Einspielen bringt.

Die Röhrenlibelle auf der Alhidade des Azimuthalkreises fehlt bisweilen, jedoch ist ihr Vorhandensein behufs der Controlle wünschenswerth.

a) Einfache Winkelmessung.

Nachdem man den Theodoliten gehörig (Siehe den Anfang des Punktes c) im Scheitelpunkte C des zu messenden Winkels ACB aufgestellt hat, richtet man die Visur, durch Verschieben der Alhidade des Azimuthalkreises und durch Drehung des Fernrohrs um seine Drehungsaxe, theils mit freier Hand, theils mit Hülfe der zugehörigen Mikrometerschrauben, genau zuerst auf einen der beiden, die Richtung der Schenkel des zu messenden Winkels angehenden Punkte A und B, — etwa zuerst auf A, und dann, ohne den Limbus aus seiner Lage zu rühren, auf den andern Punkt B, und macht beide Male die zugehörige Ablefung, entweder auf dem Azimuthal- oder auf dem Vertikalkreise, jenachdem der in Rede stehende Winkel ein Horizontal- oder Vertikalwinkel ist. Sind nun die beiden Ablefungen resp. μ und ν , und zwar μ die größere, ν die kleinere, so gibt im Allgemeinen, wenn nämlich die Theilung des Limbus von 0 bis 360° geht, die Differenz derselben den gesuchten Winkel ACB im Gradmaße; denn diese Differenz zeigt offenbar in Graden, Minuten &c. an, um wie viel der Nonius der Alhidade, mithin also auch die optische Aze des Fernrohrs, verrückt werden mußte, um aus der Richtung des einen Winkelschenkels CA in die des andern CB überzugehen. Es ist also

$$\angle ACB = \mu - \nu.$$

Nun muß jedoch bemerkt werden, daß man, wenn der Nullpunkt des Nonius beim Drehen der Alhidade von einer Visur zur andern den Nullpunkt oder den mit 360 bezeichneten Punkt des Limbus passiert, den Winkel ACB findet, falls er ein Horizontalwinkel ist, wenn man zu der kleinern Ablefung ν zuerst 360° addirt, und dann die größere Ablefung μ subtrahirt, so daß also

$$\angle ACB = (\nu + 360^\circ) - \mu \text{ ist.}$$

Ist der zu messende Winkel ACB ein Vertikalwinkel, so hat man auch hier stets die kleinere Ablefung von der größern zu subtrahiren, wenn nämlich beide Ablefungen entweder auf dem Quadranten für Höhen- oder auf dem für Tiefenwinkel gemacht wurden; es ist also

$$\angle ACB = \mu - \nu.$$

Ist aber die eine Ableseung auf dem Quadranten für Höhen-, die andere auf dem für Tiefenwinkel gemacht worden, so müssen offenbar beide Ableseungen addirt werden; man hat hiernach

$$\angle ACB = \mu + \nu.$$

Ist der zu messende Winkel ACB ein Höhen- oder Tiefenwinkel, so fällt die eine der beiden Visuren offenbar in die Horizontalebene; die entsprechende Ableseung ν ist daher Null. Der Winkel ACB ist also unmittelbar durch eine einzige resp. auf dem Quadranten für Höhen- oder Tiefenwinkel zu machende Ableseung μ gegeben; also

$$\angle ACB = \mu.$$

Was die Genauigkeit anlangt, welche bei der einfachen Winkelmessung erreichbar ist, so machen wir zunächst darauf aufmerksam, daß dieselbe, erstlich von der Theilung des Limbus und des Nonius des winkelmessenden Instruments, und zweitens von der Schärfe abhängig ist, mit welcher die Visur eingestellt wurde, vorausgesetzt nämlich, daß das in Rede stehende Instrument in allen seinen Theilen berichtigt und die Aufstellung desselben fehlerlos war.

Nach wiederholt angestellten Versuchen hat sich ergeben, daß beim Einstellen einer Visur mit bloßem Auge auf einen Absteckstab, welcher dem Auge des Beobachters dicker erscheint, als der vertikale Objektivfaden der beim Visiren benutzten korrespondirenden Diptor, und wo man das Zusammenfallen des letztern mit der ideellen Axe des in Rede stehenden Absteckstabes zu bewerkstelligen sucht, ein Winkelfehler von höchstens 10 Sekunden möglich ist. Bedient man sich aber beim Visiren eines achromatischen Fernrohrs, dessen Vergrößerung v ist, so beträgt der Visurfehler nur $\frac{10}{v}$ Sekunden; er wird also in demselben Grade geringer, als die Vergrößerung zunimmt.

Da nun bei einem zu messenden Winkel zwei Visuren zu machen sind, so ist jeder zu messende Winkel bis auf 2. 10 d. i. 20 Sekunden richtig — wenn mit bloßem Auge — bis auf $\frac{20}{v}$ Sekunden, wenn mit dem

Fernrohr visirt wurde; wobei von dem Fehler, wegen der Theilung des Limbus und des Nonius abgesehen wird, welche nur eine Genauigkeit von Zehnern, oder Zwanzigern, zc. von Sekunden zuläßt. Bei unserm Fernrohre, dessen Vergrößerung $v = 10$ ist, würde der Fehler also $\frac{20}{10}$ d. i. 2 Sekunden betragen.

Der Fehler wegen der Theilung des Limbus und des Nonius würde wegfallen, wenn jedes Mal ein Theilstrich des Nonius genau mit einem Theilstriche des Limbus zusammenfiel. Da dieses jedoch nur selten der Fall ist, so muß bei jedem gemessenen Winkel auch noch der Fehler wegen der Theilung in Rechnung gebracht werden. Dieser ist aber bei einer Visur auf die halbe Angabe des Nonius anzuschlagen. Also jeder einfach gemessene Winkel wäre demnach wegen der zwei Visuren, die zu machen sind, um die Angabe des Nonius unsicher.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun, daß die Genauigkeit eines mit dem Theodoliten durch einfache Winkelmessung erhaltenen Winkels, wo die Vergrößerung des Fernrohrs v , die Angabe des Nonius n Sekunden beträgt, bis auf $\frac{20''}{v} + n''$ verbürgt werden kann.

β) Winkelmessung durch Repetition.

Wir haben bereits auf pag. 8 angeführt, warum der von uns beschriebene Theodolit ein Repetitionstheodolit ist — freilich nur was den Azimuthalkreis anlangt — und was beim Repetiren oder Multipliciren eines Winkels erlangt wird. Jetzt lassen wir das Verfahren beim Repetiren folgen.

Nachdem der Nullpunkt des Nonius der Alhidade des Azimuthalkreises genau auf den Nullpunkt der Theilung eingestellt, und sodann der Theodolit selbst gehörig im Scheitelpunkte C des zu messenden Horizontalwinkels ACB aufgestellt ist, von welchem letztern angenommen werden kann, daß er stets kleiner als 180° , wird

- 1) die optische Aze des Fernrohrs — wenn nämlich die Theilung des Azimuthalkreises (von dessen Mittelpunkt aus betrachtet) von links nach rechts verläuft — genau auf den Punkt A, des zur linken Hand liegenden Schenkels CA, des zu messenden Winkels gerichtet, indem man, nach geschehenem Lüften der Klemmschraube s der Klemme l an der Zapfenhülse (Siehe pag. 4), den Azimuthalkreis sammt der zugehörigen, mit ihm vereinten Alhidade (Denn diese ist noch durch die Druckschraube d, beim Einstellen des Nullpunktes des Nonius auf den Nullpunkt der Theilung, an den Azimuthalkreis gedrückt) und dem auf ihr ruhenden Fernrohre *) zuerst mit bloßer Hand, hierauf, nach geschehenem Anziehen der Klemmschraube s, mit Hülfe der an einem der Füße F, F, F des Theodoliten angebrachten Mikrometerschraube m um den vertikalen Zapfen Z, der Drehungsaxe, entweder nach rechts oder nach links, je nach Erforderniß, dreht.
- 2) Wird hierauf die optische Aze des Fernrohrs auf den Punkt B genau gerichtet, welcher in dem andern, zur rechten Hand liegenden Schenkel CB des zu messenden Winkels sich befindet, indem man nach geschehenem Lüften der Druckschraube d am Azimuthalkreise, die Alhidade zuerst mit freier Hand, und hierauf, nachdem man die Druckschraube d wieder angezogen hat, mit Hülfe der Mikrometerschraube n (Siehe pag. 4) am Azimuthalkreise auf letzterem verschiebt, ohne hierbei auch nur im Geringsten die Klemmschraube s und die Mikrometerschraube m zu berühren.
- 3) Wird die optische Aze zum zweiten Mal genau auf den Punkt A gerichtet, und zwar durch dasselbe in 1) beschriebene Verfahren, wobei man jedoch darauf zu sehen hat, daß sich nicht die durch das Verfahren in 2) erhaltene Stellung der Alhidade am Azimuthalkreise ändere.

*) Daß beim Einstellen der Visur auf einen Punkt auch das Fernrohr um seine Drehungsaxe theils mit bloßer Hand, theils mit Hülfe der zugehörigen Mikrometerschraube gedreht werden muß, braucht wohl kaum angeführt zu werden.

- 4) Wird die optische Axe auch auf den Punkt B zum zweiten Mal genau gerichtet, und zwar durch dasselbe in 2) beschriebene Verfahren.
- 5) Wird das in 1) und 2) gegebene Verfahren abwechselnd so oft wiederholt, als es der Zweck erheischt.

Daß die Messungsoperation mit dem Richten der optischen Axe auf den Punkt B, und zwar durch Verschieben der Alhidade, endigen muß, versteht sich von selbst.

Nimmt man nun an, daß der Azimuthalkreis des Theodoliten mit vier Nonien versehen ist — welche wir mit I, II, III, IV bezeichnen wollen — deren Nullpunkte genau um 90° von einander abliegen, so daß, wenn der Nullpunkt des Nonius I mit dem Nullpunkte der Theilung genau zusammenfällt, die Nullpunkte der Nonien II, III, IV resp. mit 90° , 180° , 270° genau zusammenfallen; nimmt man ferner an, daß die Nullpunkte der Nonien I, II, III, IV bei n maliger Repetition des zu messenden Winkels ACB den Punkt 360° des Limbus resp. m_1, m_2, m_3, m_4 Mal überschritten haben; bezeichnet man endlich den zu findenden Winkel ACB der Kürze wegen mit W ; die aus den Ablesungen an den Nonien I, II, III, IV für den Winkel ACB gewonnenen vier Werthe resp. mit w_1, w_2, w_3, w_4 , so hat man offenbar, wenn bei der n ten Einstellung der Visur auf den Punkt B die in Rede stehenden Ablesungen an den Nonien I, II, III, IV $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ sind,

$$nw_1 = m_1 \cdot 360^\circ + \alpha_1,$$

$$nw_2 = m_2 \cdot 360^\circ + \alpha_2 - 90^\circ,$$

$$nw_3 = m_3 \cdot 360^\circ + \alpha_3 - 180^\circ,$$

$$nw_4 = m_4 \cdot 360^\circ + \alpha_4 - 270^\circ;$$

folglich:

$$(15.) \quad W = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}{4} =$$

$$\left(\frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{n} \right) 90^\circ +$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - 540^\circ}{4n}$$

Aus dem Vorhergehenden erklärt man sich leicht, warum die beschriebene Methode der Winkelmessung „Winkelmessung durch Repetition“ genannt wird. Auch übersteht man sogleich, daß die Winkelmessung durch Repetition, vor den gewöhnlichen wiederholten Messungen, aus denen man zuletzt das arithmetische Mittel zu nehmen hat, und welche auch mit jedem andern, nicht zu Repetitionen eingerichteten Theodoliten ausführbar sind, wesentliche Vorzüge voraus hat; denn es wird erstens für den n -fachen Winkel kein größerer Fehler im Ablesen begangen — da nur die anfängliche Einstellung auf den Nullpunkt der Theilung und eine Ablesung am Ende der Messung gemacht wird — als der ist, welchen man bei der einfachen Winkelmessung begehen würde; zweitens werden die am Limbus stets sich findenden, wenn auch nur sehr kleinen, Theilungsfehler möglichst beseitigt, weil immer andere Stellen des Limbus zur Messung verwandt werden; drittens wird bedeutend an Zeit gewonnen, weil, wie wir so eben bemerkt, nur eine Einstellung des Nullpunktes des Nonius auf den Nullpunkt der Theilung und eine Ablesung an jedem der Nonien nöthig ist, wohingegen bei den gewöhnlichen wiederholten Messungen $2 \times n$ Ablesungen gemacht werden müssen.

Nimmt man an, daß der Fehler bei allen 4 Ablesungen gleich groß, und zwar $= \pm \psi$ ist, so daß die richtigen Ablesungen $\alpha_1 \pm \psi$, $\alpha_2 \pm \psi$, $\alpha_3 \pm \psi$, $\alpha_4 \pm \psi$ sind, so geht, wenn man dieselben resp. statt der Ablesungen α_1 , α_2 , α_3 , α_4 in der Formel (15.) substituirt, letztere in diese über:

$$(16.) W = \left(\frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{n} \right) 90^\circ +$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - 540}{4n} + \frac{\psi}{n}.$$

Die rechte Seite dieser Formel weicht von der rechten Seite der Formel (15.) nur um $\pm \frac{\psi}{n}$ ab; folglich ist die Genauigkeit eines durch n malige Repetition erhaltenen Winkels $= \pm \frac{\psi}{n}$. Da ψ eine konstante Größe ist, welche nie größer, als die halbe Angabe des Nonius; n dagegen eine Größe ist, über die man beliebig verfügen kann, so übersteht man sogleich, daß man im Stande ist den Fehler $\frac{\psi}{n}$ beliebig klein, also auch kleiner, als eine Sekunde zu machen, indem man nämlich die Anzahl der Repetitionen entsprechend groß sein läßt.

Ist $\frac{\psi}{n}$ durch eine hinlänglich große Anzahl von Repetitionen kleiner, als eine Sekunde geworden, was man daran erkennt, daß mehrere aufeinander folgende Repetitionen Winkelwerthe geben, die weniger, als eine Sekunde von einander abweichen, so sagt man: der zu messende Winkel ist bis auf die stehende Sekunde genau ermittelt.

Es braucht wohl kaum bewerkt zu werden, daß im Falle die Nullpunkte der Nonien II, III, IV nicht genau resp. mit den Punkten 90° , 180° , 270° des Limbus coincidiren sollten, wenn der Nonius I auf den Nullpunkt der Theilung eingestellt wird, so daß statt der Ablesungen 90° , 180° , 270° resp. die Ablesungen β_2 , β_3 , β_4 gemacht werden, man für 540° die Größe $\beta_2 + \beta_3 + \beta_4$ in den Formeln (15. und 16.) zu substituiren hat.

Schließlich mag hier eine übersichtliche, ohne Weiteres für sich verständliche Darstellung der Resultate folgen, welche ich bei einer Messung in der Nähe Mitau's mit einem Theodoliten, dessen Noniusangabe 10 Sekunden betrug, erhielt.

Standpunkt: Schödingskrug. Visirpunkte: Kreuz der russischen und Wetterfahne der lutherischen Kirche.

Die wievielte Einstellung der Visir.	Bervielfachte Winkel.	Einfache Winkel.
	<u>Stand der Nonien.</u> I. 0° 0' 0" II. 90° 0' 0" III. 180° 0' 0" IV. 270° 0' 0" 540° 0' 0"	
5te	I. 177° 6' 15" = α_1 II. 267° 6' 10" = α_2 III. 356° 6' 15" = α_3 IV. 87° 6' 20" = α_4 888° 25' 0" = $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$	$m_1 = 0, m_2 = 0, m_3 = 0, m_4 = 1. \quad n = 5.$ 888° 25' 540° 4 n = $20/348^\circ 25'/17^\circ 25' 15''$ 18° 35° 25' 15" W = 35° 25' 15". $\left(\frac{m_4}{n}\right) 90^\circ = 18^\circ.$
10e	I. 354° 12' 35" = α_1 II. 84° 12' 20" = α_2 III. 174° 12' 35" = α_3 IV. 264° 12' 20" = α_4 876° 49' 50" = $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$	$m_1 = 0, m_2 = 1, m_3 = 1, m_4 = 1. \quad n = 10.$ 876° 49' 50" 540° 4 n = $40/336^\circ 49' 50''/8^\circ 25' 14'',_{75}$ 27° 35° 25' 14'',₇₅ W = 35° 25' 14'',₇₅. $\left(\frac{m_2 + m_3 + m_4}{n}\right) 90 = 27^\circ.$
15e	I. 171° 18' 50" = α_1 II. 261° 18' 40" = α_2 III. 351° 19' 0" = α_3 IV. 81° 18' 35" = α_4 850° 15' 5" = $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$	$m_1 = 1, m_2 = 1, m_3 = 1, m_4 = 2. \quad n = 15.$ 865° 15' 5" 540° 4 n = $60/325^\circ 15' 5''/5^\circ 25' 15'',_{08}$ 30° 35° 25' 15'',₀₈ W = 35° 25' 15'',₀₈. $\left(\frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{n}\right) 90 = 30^\circ.$

Fig. V.

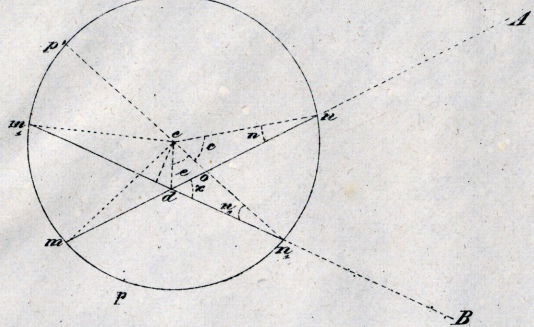


Fig. II.

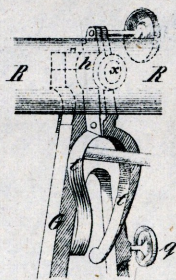


Fig. III.

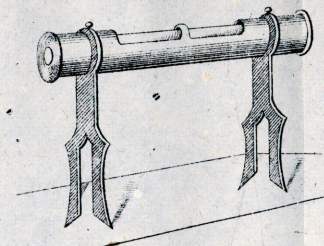


Fig. VIII.
L.

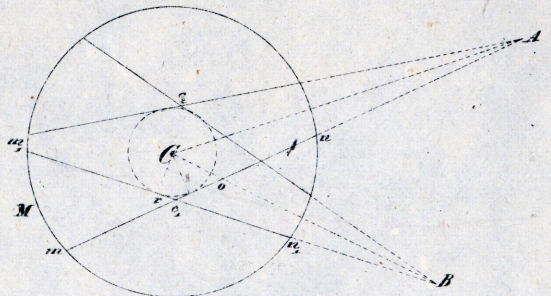


Fig. VII.

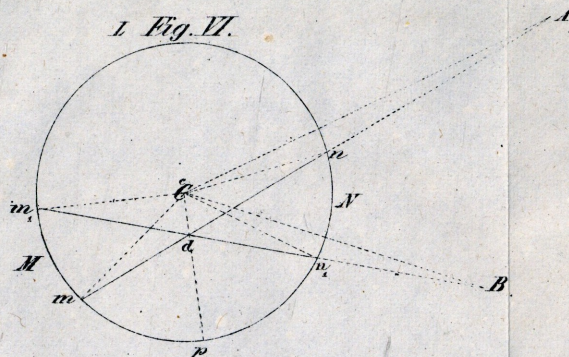


Fig. VII.

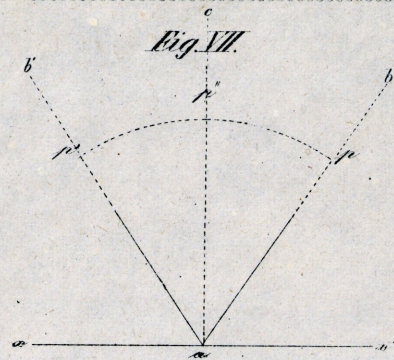


Fig. IV.

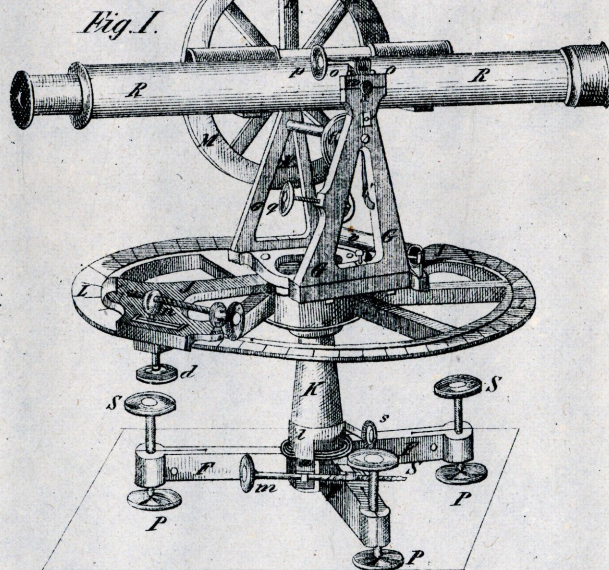
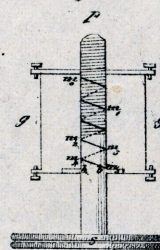


Fig. IX.

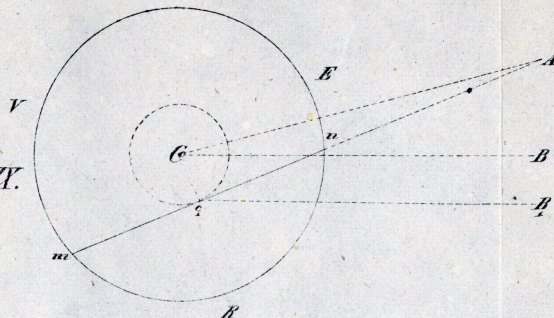


Fig. X.

