

Tartu Ülikool  
Loodus- ja täppisteaduste valdkond  
Matemaatika ja statistika instituut  
Matemaatika- ja informaatikaõpetaja õppekava

Karin Tepaskent

**STEREOMEETRIA TÖÖLEHED KITSA MATEMAATIKA  
KURSUSELE JA GEOGEBRA LIITREAALSUSE VÕIMALUSTE  
TUTVUSTAMINE**

Magistritöö (15 EAP)

Juhendajad: matemaatikahariduse lektor Tiina Kraav;  
matemaatikahariduse lektor Kerli Orav-Puurand

Tartu 2020

# **Stereomeetria töölehed kitsa matemaatika kursusele ja GeoGebra liitreaalsuse võimaluste tutvustamine**

Magistritöö

Karin Tepaskent

**Lühikokkuvõte.** Magistritöö esimene osa annab lühiülevaate gümnaasiumi matemaatika kitsal kursusel õpetatavast stereomeetria teemast riiklikus õppekavas ja toob välja vastava teema õpiväljundid, mida kitsa matemaatika riigieksam on kontrollinud. Levinumate eksamil tehtud vigade analüüsi ning ainekavas esitatud soovitude tulemusena on loodud komplekt töölehti, järgides digitaalsete õppematerjalide kvaliteedinõudeid ning kasutades GeoGebra liitreaalsuse võimalusi. Töö teises osas kirjeldatakse (töölehtedel olevate) ülesannete loomise ja hindamise protsessi, mille käigus koguti õpetajatelt ja õpilastelt ettepanekuid ülesannete parendamiseks. Viimases osas tuuakse välja tulemused ja arutelu.

**CERCS teaduseriala:** S281 Arvuti õpiprogrammide kasutamise meetodika ja pedagoogika, S272 Õpetajakoolitus

**Märksõnad.** Stereomeetria ülesanded gümnaasiumis, GeoGebra liitreaalsus, töölehed.

# **Stereometry Worksheets for Narrow Mathematics and Introducing the possibilities of GeoGebra Augmented Reality**

Master's Thesis

Karin Tepaskent

**Abstract.** The first part of the master's thesis gives a brief overview of the topic of stereometry in the national curriculum taught in the narrow course of upper secondary school mathematics and outlines the learning outcomes of the respective topic, which have been checked by the narrow state exam. As a result of the analysis of the most common mistakes made in the exam and the recommendations presented in the syllabus, a set of worksheets has been created, following the quality requirements of digital study materials and using the augmented reality possibilities of GeoGebra. The second part of the dissertation describes the process of creating and evaluating tasks (on worksheets), during which suggestions for improving tasks were collected from teachers and students. The last section presents the results and discussion

**CERCS research specialisation:** S281 Computer-assisted education, S272 Teacher education

**Keywords:** Stereometry exercises in the Upper Secondary school, GeoGebra augmented reality, worksheets.

## Sisukord

Sissejuhatus .....	6
1 Teoreetiline taust.....	8
1.1 Kitsa matemaatika kursus stereomeetria ja riigieksam.....	8
1.1.1 Riigieksamite eesmärk õpitulemuste kontrollijana .....	8
1.1.2 Kitsa matemaatika ainekava ja stereomeetria kursuse eesmärk.....	9
1.2 Õppematerjali loomine .....	10
1.2.1 Digitaalsed õppematerjalid ja nende põhitüübid .....	11
1.2.2 Õppematerjalide kvaliteedinõuded.....	11
1.2.3 Kvaliteedinõuetele vastava materjali loomine .....	12
2 Liitreaalsus .....	14
2.1 GeoGebra liitreaalsus stereomeetria õpetamise käsutuses .....	15
2.1.1 GeoGebra liitreaalsuse näiteid telefonis.....	15
2.1.2 Arvutist ruumi .....	18
3 Metoodika .....	21
3.1 Stereomeetria kursuse sisust ainekavas ja riigieksamil .....	21
3.2 Stereomeetria käsitus õppekirjanduses .....	24
3.3 Töölehtede koostamine.....	25
3.3.1 Ülesannete loomine .....	26
3.4 Valim .....	27
3.4.1 Andmete kogumine .....	27
4 Tulemused ja arutelu.....	29
4.1 Õpetajate tagasiside koostatud ülesannetele.....	29
4.2 Õpetajate ja õpilaste ettepanekud ülesannete täiendamiseks.....	31
4.2.1 Näide ülesande täiustamise protsessist õpilaste ettepanekute järgi .....	33
Kokkuvõte .....	36
Tänu sõnad .....	37
Autorluse kinnitus .....	37
Kasutatud kirjandus.....	38
Lisa 1. Kitsa matemaatika riigieksami stereomeetriaülesanded.....	1
Lisa 2. Stereomeetria tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid .....	3
Lisa 3. Stereomeetria tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid .....	6

Lisa 4	Stereomeetria 1. tunni tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid. ....	10
Lisa 5	Stereomeetria 1. tunni tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid. ....	11
Lisa 6	Stereomeetria 2. tunni tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid. ....	17
Lisa 7	Stereomeetria 2. tunni tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid. ....	19
Lisa 8	Stereomeetria 3. tunni tööleht õpilasele. Pöördkehad .....	25
Lisa 9	Stereomeetria 3. tunni tööleht õpetajale. Pöördkehad .....	27
Lisa 10	GeoGebra liitreaalsuse tööleht õpilasele .....	33
Lisa 11	GeoGebra liitreaalsuse tööleht abiks õpetajale .....	36
Lisa 12	Küsimustik õpetajatele .....	43

## Sissejuhatus

Kooli- ja hariduselu üldisemalt on pidevas muutumises ja reformimises. Kui riigieksamite süsteem Eestis 1990. aastate teises pooles alguse sai, toimusid eksamid pea kõikides õppeainetes ning koolilõpetaja sai riigieksamite hulgast valida, mida sooritada, seega ei olnud matemaatika riigieksami valimine kohustuslik.

Õppekavade arendamiste ja muutumiste tulemusel hakkasid aastast 2011 kehtima uued matemaatika ainekavad: gümnaasiumiõpilastel tekkis võimalus valida kitsa ja laia matemaatika vahel, valiku aluseks gümnaasiumi õpingute planeerimisel tehtud otsus mahutada oma õppekavasse kas kitsas (8 matemaatika kursust) või lai matemaatika (14 matemaatika kursust) (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Õpilaste jaoks suurim oli aga muutus riigieksamite korralduses: alates 2014. aastast muutus gümnaasiumi lõpetamiseks kohustuslikuks kolme riigieksami sooritamine: emakeel, võõrkeel ja matemaatika, kusjuures tekkis valik sooritada abituuriumi lõpus laia või kitsa matemaatika riigieksam (Tasemetööde ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ..., 2015).

Käesoleva magistr töö stereomeetria teemale keskendumise põhjuseks on asjaolu, et ruumilised kujundid ümbritsevad meid igal sammul ja väga paljudes eluvaldkondadeski ei saa ilma stereomeetria teadmisi tundmata. Riigieksamitööde ülesannete analüüs (Lepmann 2014, 2015) näitab, et stereomeetria ülesanded on nõrgemini lahendatute seas. Rohkem võiks stereomeetria teemale pühendatud ülesannete sisu arvestada reaalelulist konteksti, kuivõrd kitsa matemaatika ainekava selle tähtsust õppetegevuse planeerimisel eriliselt rõhutab (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011).

Käesoleva magistr töö esimene peatükk alustab põgusa riigieksamite eesmärgi tutvustamisega, et anda ülevaade, mida riiklikul tasandil kitsa matemaatika kursuse valinud õpilastelt gümnaasiumi lõpus oodatakse. Edasi tuuakse välja kitsa matemaatika oodatavad õpitulemused ja õppekava üldised eesmärgid. Riigieksami ülesannete analüüs, enamlevinud vigadega tutvumine ja oodatavad õpitulemused loovad sisendi eesmärkidele vastava ja õppetegevust toetava lisaõppematerjali loomiseks. Teoreetilise tausta esimene alapeatükk on koostatud rõhuasetusega stereomeetria teemal. Teises alapeatükis tuuakse välja digitaalse õppematerjali kvaliteedinäitajad ning tutvustatakse GeoGebra liitreaalsuse võimalusi.

Magistr töö praktilises osas esitatakse töölehtede komplekti, mis võtab arvesse õppekava eesmärgi, õpitulemusi ja pöörab tähelepanu nüanssidele, millele õpilaste riigieksamitööde analüüsil viidatakse. Reaaleluliste ülesannete puhul konstrueeritakse olukordi talunik Kalle võimalikest igapäevastest tegevustest, et kirjeldada ühe näitekomplekti

varal, millistes olukordades võib gümnaasiumi stereomeetriaeadmisi igapäevaelus vaja minna. Lähtutakse digitaalse õppematerjali kvaliteedinõuetest, et viia koostatavad töölehed kvaliteetse digitaalse õppematerjali vormingusse, jättes võimaluse nende kasutamiseks ka kontakttunnis ja paber kandjal. Ülesannete kvaliteeti hindas neljast õpetajast koosnev grupp. Õpetajate tagasiside ankeedi koostamisel juhitud LORI hindamismudelil ja selle eesmärgiks on saada ettepanekuid ülesannete tekstide parendamiseks. Ülesandeid katsetati õpilaste peal ja esimese katsetuse käigus välja tulnud kitsaskohad on eemaldatud. Loodud õppematerjalid sisaldavad põhjalikke selgitusi nii iseõppijale kui õpetajale.

GeoGebra keskkonnaga on tuttavad enamik Eesti õpetajaid. GeoGebra liitreaalsuse (omavahel kombineeritud reaalse ja virtuaalse keskkonna) kasutamisega seotud eestikeelseid vabalt kättesaadavaid õppematerjale töö autori teada ei ole. Liitreaalsuse erinevate keskkondade ning nende kasutamise kohta on infot, peamiselt küll võõrkeelset, olemas suurel hulgal. Need annavad teemast hea ülevaate, on üldised või keskenduvad mitmetele erinevatele keskkondadele korraga, aitavad õppetegevuses, sealhulgas matemaatikaõpetuse üldistele rikastamisvõimalustele (Bacca *et al*, 2014; Bower *et al*, 2014; Chiang *et al*, 2014; Yingprayoon, 2015). Antud töös on fookus seatud kitsa matemaatika kursuse valinud õpilaste toetamisele stereomeetria teema õppimisel.

# 1 Teoreetiline taust

## 1.1 Kitsa matemaatika kursus stereomeetria ja riigieksam

Selles peatükis vaadeldakse, millised eesmärgid on seatud gümnaasiumi matemaatika riigieksamile, millised eesmärgid kitsa matemaatika ainekavale üldiselt ja täpsemalt stereomeetria teema õpetamisele ning analüüsitakse edasise magistritöös planeeritava praktilise töö valguses, kuidas need eesmärgid stereomeetria teema puhul teineteist toetavad.

### 1.1.1 Riigieksamite eesmärk õpitulemuste kontrollijana

Õpilane peab gümnaasiumi lõpetamiseks sooritama riigieksami matemaatikas, eesti keeles ja võõrkeeles<sup>1</sup>. Neile lisaks on vaja sooritada üks koolieksam ja uurimis- või praktiline töö.

(Haridus- ja teadusministeerium, 2020)

Riigieksameid viiakse läbi eesmärgiga hinnata õpilase gümnaasiumi riikliku õppekava üldpädevuste, valdkonnapädevuste, läbivate teemade ning kohustuslike kursuste õpitulemuste omandatust (Tasemetööd ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ...,2015) ehk riiki huvitab, millisel tasemel on iga koolilõpetajast kodaniku teadmised ja oskused põhiainetes (Kokk, 2015). Muu hulgas soovib riik toetada riikliku õppekava rakendamist ning suunata eksami sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi. (Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristuskiiri, 2018)

Nii, nagu eristatakse kitsast ja laia matemaatika ainekava gümnaasiumi riiklikus õppekavas, eristatakse matemaatika riigieksamil ka neile ainekavadele vastavaid eksamitöid.

Innove soovib eksamiks valmistumisel kasutada Eksami infosüsteemist ning Innove kodulehelt (Eksamid ja testid (*s.a.*)) leitavaid ajakohaseid õppematerjale.

Eksamil kasutatavate ülesannete koostamisel ja valikul lähtutakse alates 2014. aastast eesmärgist vähendada lahendamiseks ära õpitavaid algoritme nõudvaid ülesandeid ning suurendada selliste ülesannete mahtu, mille puhul on oluline teksti mõistmine ning reaalelu probleemi sidumine matemaatilise mudeli leidmisega (Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristuskiiri, 2018).

---

<sup>1</sup> Gümnaasiumi lõpetamise tingimuseks 2019/2020 õppeaastal riigieksamite sooritamine ei ole (Haridus- ja teadusministeerium, 2020)

### 1.1.2 Kitsa matemaatika ainekava ja stereomeetria kursuse eesmärk

Alates 2010. aastast hakati tähelepanu pöörama reaalinetele, eriti matemaatika õpetamisele ja õppimisele ning praegu kehtiv matemaatika ainekava võeti töösse samal ajal (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Kuni selle ajani oli gümnaasiumiastmes ühetasemeline, üheksast ainekursusest koosnev ainekava ning leiti, et see ei suuda kindlustada ühiskonna jätkusuutlikuks arenguks vajaliku hea matemaatilise ettevalmistusega gümnaasiumilõpetajate ettevalmistamist, kes soovivad ja suudavad õppida reaalteaduslikke, tehnilisi ja majanduserialasid (Pihlap, 2010). Seetõttu kogesid neid erialasid õpetavate kõrgkoolide esindajad viimastel aastatel matemaatilise hariduse järjest langevat taset.

Tegelikkuses läks kasutusse süsteem, mille puhul kitsa matemaatika ainekava koosneb kaheksast ja lai neljateistkümnest kursusest. Õpilastele, kel reaalinete vastu suurem huvi, peaks kool pakkuma laia matemaatikat ning keda asja olemus vähem huvitab, peaksid saama kitsast matemaatikat (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Nende kahe ainekava õppe korraldamisel lähtutakse sisult erinevatest põhiseisukohtadest, mis on kirja pandud gümnaasiumi matemaatika ainekavas (Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3, 2011). Selle kohaselt võimaldab, nagu ülalgi mainitud, kitsa kava läbimine jätkata õppimist aladel, kus matemaatikal oluline tähtsus puudub ning seda seetõttu iseseisva ainaena ei õpetata. Samuti on kitsa kava ülesanne õpetada matemaatikakeeles esitatud teabe mõistmist, oskust rakendada matemaatikateadmisi igapäevaelulistes situatsioonides, tagamaks sotsiaalne toimetulek.

Kitsa kursuse ainekava üldised õppe-eesmärgid õpilase jaoks lähtuvad vastavast ainekavast (Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3, 2011) ja ütlevad, et õpilane<sup>2</sup> :

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

Kitsa matemaatika kaheksa kohustuslikku kursust on: Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused; Trigonomeetria; Vektor tasandil. Joone võrrand; Tõenäosus ja statistika; Funktsioonid I; Funktsioonid II; Planimeetria. Integraal; Stereomeetria. Stereomeetria on siin kaheksas ehk viimane kursus, mille eesmärgid omakorda on:

- 1) arendada ruumikujutlust ja ruumiliste kehade nägemist enda ümber (arhitektuur, loodus jne);

---

<sup>2</sup> Siin ja edaspidi on väljavõtted ainekava tekstist esitatud eraldi taandega lõiguna, reavahega 1,0 (single)

- 2) arendada jooniselt andmete lugemise oskust;
- 3) tutvustada ruumiliste kehade tasapinnal kujutamise algtõdesid;
- 4) kinnistada matemaatiliste vahendite kasutamise oskust reaalsete objektide mõõtarvude (pindala, ruumala, nurkade, pikkuste) leidmisel ja nende tulemuste hindamisel. (Õppeprotsesside kirjeldused, 2015)

Võrreldes laia matemaatika kursusega on ülesanded siin lihtsamad ning teadmiste kinnistamiseks soovitatakse ülesandeid varieerida nii erineva raskusastme kui ka erineva reaalse konteksti lisamisega, näiteks pakutakse keskkonna ja säästliku majandamise (sh olmeremont) teemade rõhutamist (Õppeprotsesside kirjeldused, 2015).

Õpitulemuste kohta ütleb riiklik õppekava, et kitsa kursuse lõpuks peab õpilane olema jõudnud teadmiste ja oskusteni, kus:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil ning sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis;
- 2) selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- 3) tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi;
- 4) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige, ühe tahuga paralleelne lõige);
- 5) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 6) rakendab trigonomeetria- ja planimeetriaeadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 7) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid. (Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3, 2011)

Eluliste ülesannete kasutamine aitab õpilastel teadvustada matemaatika rakendatavust igapäevaelus, samuti matemaatiliste ülesannete lahendamise tulemuste õigsuse hindamise vajadust (Õppeprotsesside kirjeldused, 2015).

## 1.2 Õppematerjali loomine

Eriolukord<sup>3</sup> näitas, et õppematerjalide jagamine (nii õpetajate omavaheline kui mitmete veebikeskkondade vabaks muutumine) aitas kaasa nii õpetamise kui õppimise mitmekesisemaks muutumisele, samuti lihtsustas see õpetajate tööd. Õpetajatel tekkis ligipääs õppematerjalidele, nii paber kandjal kasutatavatele töölehtedele, tegevusjuhistele kui täielikult erinevates e-keskkondades toimuvatele erineva raskusastmega ja erinevaid eesmärke täitvatele tegevustele. Üleskerkinud olukord tõi esile just digitaalsete õppematerjalide olulisuse, kuid samaaegselt tõstatas ka küsimuse: kuidas ära tunda ja valida õppematerjali, mis vastab oodatavate õpitulemuste saavutamise tingimustele? Ja veelgi enam: kuidas sellist

<sup>3</sup> Vabariigi Valitsus kuulutas 12.03.2020 välja COVID-19 leviku tõkestamiseks eriolukorra, mis kestis kuni 17.05.2020.

õppematerjali ise luua? Selles peatükis tuuakse välja digitaalsete õppematerjalide mõiste, liigid ning esitatakse nüansid, mille alusel kvaliteetset õppematerjali ära tunda ning koostada.

### 1.2.1 Digitaalsed õppematerjalid ja nende põhitüübid

„Digitaalne õppematerjal on digitaalsel kujul levitav õppeotstarbeline materjal (nt esitlus, video- või audioloeng, ülesanne, test jne), mis sisaldab teksti, graafilisi ja multimeediumi elemente ning võib olla suuremal või vähemal määral interaktiivne. Digitaalne õppematerjal võib olla loodud ühe kindla tegevuse toetamiseks (nt ülesanne) või tervikliku ja iseseisvana, st ta ei eelda mingi teise materjaliga koos kasutamist (nt õpiobjekt<sup>4</sup>)“ (Villems *et al*, 2014-2015).

Digitaalseid õppematerjale on väga erinevaid. Põhitüüpideks võib välja tuua enesekontrollitesti, esitluse, graafilise organisaatori, helimaterjali, juhendmaterjali, simulatsiooni, testi, töölehe, videomaterjali, õpimängu ja ülesande või harjutuse (Villems *et al*, 2014-2015).

### 1.2.2 Õppematerjalide kvaliteedinõuded

Haridus- ja Teadusministeerium on esitanud õppekirjandusele sisulised nõuded. Õppematerjalid peavad olema eakohased ja korrektses keeles (Õppekirjandusele esitatavad ..., 2016). Digitaalsetele õppematerjalidele esitatavad nõuded sisaldavad endas kehtivaid kvaliteedinõudeid, millele peavad vastama ka nn tavaõppematerjalid, lisanduvad digitaalsest esitusest/kasutusest tulenevad nõuded näiteks materjali visuaalsele küljele, kasutusmugavusele ja kättesaadavusele.

Rahvusvaheliselt kasutusel olev LORI-mudel (*Learning Object Review Instrument*) aitab hinnata veebipõhise õppematerjali kvaliteeti (Leacock & Nesbit, 2007). Selle mudeli kohaselt on õppematerjali kvaliteedinäitajateks alljärgnevad aspektid.

Kvaliteedinäitajad LORI-mudeli järgi:

- Sisu kvaliteet – õppematerjal moodustab sisulise terviku ning on vastavuses temaatikale, ideede on esitatud tasakaalustatult, faktide tõepärased ja täpsed (Leacock & Nesbit, 2007; Villems *et al*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);

---

<sup>4</sup> Õpiobjekt on “digitaalne interaktiivne õppematerjal, mis on taaskasutatav, terviklik, toetab õppimist ja vastab tehnilistele standarditele“ (Villems *et al*, 2012, lk. 7).

- Õppe eesmärk – õppematerjal on loodud kindla eesmärgiga, tegevused ja hindamismeetodid on omavahel kooskõlas ning vastab sihtrühma vajadustele (Leacock & Nesbit, 2007; Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Tagasiside ja kohandamine – õppematerjali on võimalik kohandada erineva taustaga õppija jaoks, võimaldab õppijal ise juhtida selle kasutamist ning saada õppimisele tagasisidet (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Motivatsioon – õppematerjal pakub õppijale huvi, arvestab õppija eelteadmisi ja toetab õpioskuste arendamist ning on sisult eakohane (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Õppematerjali visuaalne esitus – õppematerjal on mitmekesine, toetab õppimist ja mälu protsesside arengut visuaalse ja audiaalse info kujunduse kaudu (Leacock & Nesbit, 2007; Nesbit *et al.*, 2004);
- Kasutamise mugavus – õppematerjal on liigendatud, visuaalselt köitev, ning sellel on mugav kasutajaliides (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Kättesaadavus – õppematerjal on avalikult kasutatav, võimalus kasutada erinevatel seadmetel ning sobib erivajadustega õppijale (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Korduvkasutamine – õppematerjal sobib kasutamiseks erinevates õpiolukordades ja erineva taustaga õppijate puhul (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004);
- Standarditele vastavus – õppematerjal vastab rahvusvahelistele standarditele ja spetsifikatsioonidele. Õppematerjali koostamisel on järgitud autoriõiguse seadust ning on korrektselt viidatud teiste autorite materjalidele (Villems *et al.*, 2014-2015; Nesbit *et al.*, 2004)

### 1.2.3 Kvaliteedinõuetele vastava materjali loomine

Õpetaja ei ole tänapäeva ühiskonnas vaid olemasolevate teadmiste edasiandja ning ette antud valmis õppematerjalide kasutaja, aga ka uute materjalide looja, sest erinevate digitaalsete õppematerjalide koostamise võimalusi tekib juurde väga kiiresti, samuti muutub ajas õpetatav materjal. Õppematerjali koostamisel on lisaks püstitatud eesmärkidele vastavuse järgimisele oluline teada teatud nõudeid, eriti mis puudutab vaba juurdepääsuga digitaalsete materjalide loomist.

Hariduse Infotehnoloogia Sihtasutus HITSA vahendab põhjalikke juhendeid nii digitaalsete õppematerjalide, kvaliteetse e-kursuse kui ka õpiobjekti loomiseks (Villems *et al.*, 2014-2015).

Antud töö raames valiti loodava õppematerjali tüüpide hulgast töölehtede koostamine. Koostatud õppematerjal kasutab e-õpikeskkonda GeoGebra ning on plaanitud õpetaja poolt juhendatavate töölehtedena või iseseisvaks õppimiseks mõeldud materjalidena. Seega, koostatav õppematerjal on kasutatav nii tavaõppematerjalina kui digitaalse õppematerjalina. Töölehed on välja printitavad, paberil esitatud info eeliseid samaväärse digitaalse info ees on näidanud mitmed teadusuuringud (Bachmann, 2020). Ülesanded peavad olema kooskõlas õpitulemuste kui kitsa matemaatika üldiste eesmärkidega rõhutades stereomeetria võimalikku reaalelulist konteksti ja IKT vahendite kasutamise oskuse õppimist (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Selgitamiseks välja koostatud ülesannete vastavuse õpitulemuste eesmärkidega, püstitati esimese uurimusküsimuse:

1. Milline on õpetajate tagasiside koostatud ülesannetele?

Õppematerjali koostamisel võeti aluseks Leacock'i ja Nesbit'i (2007) mudel, samuti lähtuti Koolielu kvaliteetse õppematerjali hindamismudelist (Tipp, 2009), mille kohaselt näitavad õppematerjali kvaliteeti teema terviklik käsitlus, õpijuhendi olemasolu, materjali faktiline õigsus, motiveerivus, eakohasus, uudsus, suunatus õpioskuste arendamisele, struktuuri loogilisus, materjali maht, vorming ja ühilduvus, keeleline korrektsus, kujundus, tehniline korrektsus, autorlus ja originaalsus. Tagasiside kogumisel lähtuti LORI hindamismudelist, mille eesmärgiks oli saada ettepanekuid ülesannete tekstide täiustamiseks. Sellest tulenevalt püstitati teise uurimusküsimuse:

2. Milliseid ettepanekuid tehakse ülesannete parendamiseks õpilaste ja õpetajate poolt?

## 2 Liitreaalsus

Liitreaalsus (ingl. k. *augmented reality*) kombineerib omavahel reaalse ja virtuaalse keskkonna. Teaduskirjandust liitreaalsuse kasutamise kohta hariduses on rohkesti, mis annavad teemast hea ülevaate või keskenduvad mitmetele erinevatele keskkondadele korraga ning aitavad kaasa õppetegevuses, sealhulgas matemaatikaõpetuse üldistele rikastamisvõimalustele (Bacca *et al*, 2014; Bower *et al*, 2014; Chiang *et al*, 2014; Yingprayoon, 2015). Arvutigraafika vallas toimub liitreaalsuse kasutamises kiire areng, selle kasutusvaldkond aina laieneb ja kuna üldhariduskoolide ülesanne on õpilaste ettevalmistus tulevaseks eluks, siis on liitreaalsuse võimaluste lülitamine õppetegevusse igati loogiline. Liitreaalsuse kasutamisest õppimise ja õpetamise juures on eestikeelseid materjale avaldatud vähe. Siiski, Rumm (2015) käsitleb oma magistritöös liitreaalsuse kasutamise võimalusi erinevate ainete õpetamisel üldhariduskoolis. Kaasaegse õpikeskkonna loomise üks osa on kindlasti digitehnoloogiate kasutus ning liitreaalsuse võimaluste lisamine õppetöö osaks annab panuse õppetegevuse mitmekesistamisel, aga ka õppetulemuste parandamisel ja õpimotivatsiooni tõstmisel (Ron, 2017). Et tehnoloogia kasutamise õhinas tegelikud oodatavad õpitulemused ei ununeks, on antud töö raames loodud õppematerjalis kasutatud liitreaalsust vaid õppimist toetava ja näitlikustava osana, mitte kogu stereomeetriaga tegelemiseks planeeritud õppetegevust liitreaalsusele tuginevaks viidud.

Liitreaalsuse integreerimine stereomeetria teema õpetamise protsessi võib aidata kaasa teema sisu ja reaalelulise kasutatavuse paremale mõistmisele ning sellele, et õpitu jääks ka paremini meelde. Liitreaalsuse lahenduste kasutamise sobivust matemaatika puhul just stereomeetria teema juures tuuakse välja mujalgi (Rumm, 2015).

Liitreaalsuse kasutamiseks pakutakse mitmeid keskkondi, mis sobivad koolis rakendamiseks. Näiteks rakendus Aurasma võimaldab sobitada reaalsel ja virtuaalsel keskkonda ning saab kasutada nutiseadmeis (Rumm, 2015). Antud töös keskendutakse GeoGebra keskkonnale, kuna see on õppetegevuses laialt kasutusel, Eestis IKT vahenditest õpetajate hulgas populaarseim (Prei, 2013) ja seetõttu liitreaalsuse võimaluste tundmaõppimine lihtsam ja kasutuselevõtt tõenäolisem. Albre (2008) tõlgitud manuaal ja näitlikustavad materjalid on abiks GeoGebra kasutusleviku suurendamisel Eesti õpetajate hulgas. Leviku suurenemisele aitab kaasa tarkvara kasutusmugavus (kasutajakonto loomise kohustus ei ole, materjalide jagamiseks või privaatselt hoiustamiseks on kasutajakonto olemasolu vajalik), aga ka rohkete eestikeelsete õpetuste olemasolu (Albre, 2008;

Hohenwarter & Hohenwarter, 2009; Uusväli, 2012; Postov, 2019). Pärna (2014) magistritöö kohaselt oskavad 87% õpetajatest oma hinnangu järgi GeoGebra keskkonda kasutada.

## **2.1 GeoGebra liitreaalsus stereomeetria õpetamise käsituses**

GeoGebra tarkvara on laialdaselt maailmas kasutuses olev vahend, mis võimaldab matemaatikas ette tulevate ülesannete dünaamilist näitlikustamist ja lahendamist (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009). GeoGebra liitreaalsus (edaspidi AR) on võrdlemisi uus vahend, aga selle populaarsus kasvab (Trappmair & Hohenwarter, 2019).

AR vahend annab võimaluse erinevaid ruumilisi kehasid paigutada meid ümbritsevasse keskkonda. Ruumigeomeetria on õpilaste jaoks raskesti mõistetav, sest kolmemõõtmelisi kehasid kahemõõtmelisel pinnal ette kujutada on keeruline ja seda näitas ka riigieksami stereomeetriaülesannete vigade analüüs (Lepmann, 2014, 2015, 2016). Seega on AR suurepärase vahend tekitamaks noortes huvi ja mõjutades positiivselt nende motivatsiooni (Yingprayoon, 2015).

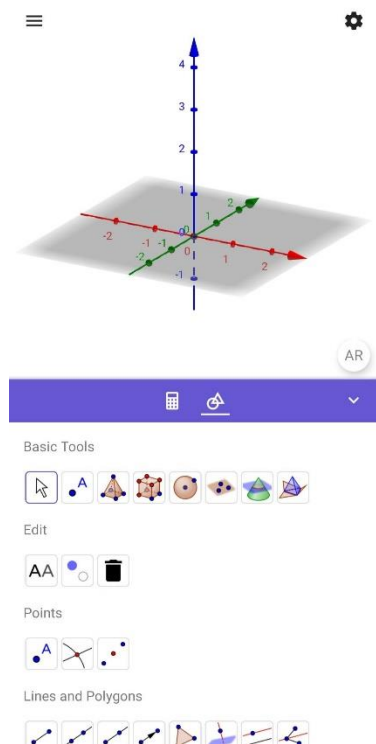
### **2.1.1 GeoGebra liitreaalsuse näiteid telefonis**

Teemaga kohanemiseks esitlen kõige lihtsamat viisi GeoGebra AR-ga tutvumiseks - selleks on kasutada nutitelefoni GeoGebra 3D Calculator (edaspidi GG 3D) rakendust (Brzezinski, 2018), mis tuleks alla laadida kas *App Store*'ist (iOS-telefonid) või *Play Store*'ist (Android-telefonid). Mõnedel Android operatsioonisüsteemi kasutataval telefonidel, tuleb lisaks alla laadida ka rakendus *Google Play Services for AR* (Brzezinski, 2018).

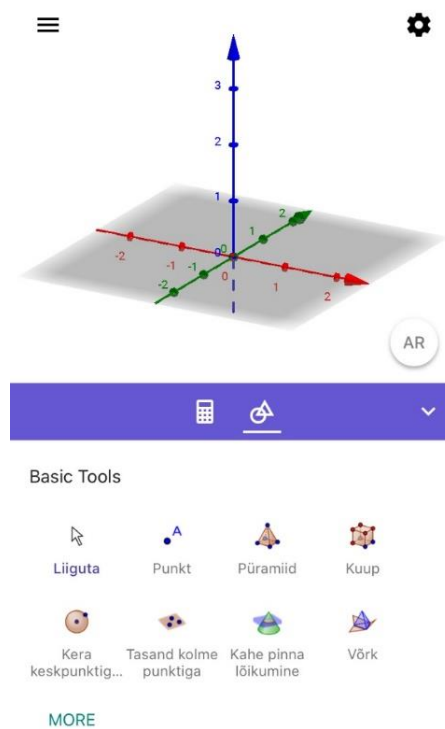
Kuna AR on siiski üsna uus GeoGebra liides, võib juhtuda, et vanemates telefonides see paraku ei tööta.

Esitan siin lihtsa näite, mida GG 3D rakendust kasutades teha saab nii Android kui iOS operatsioonisüsteemides. Ülesanded koos juhenditega õpilasele ja õpetajale on toodud lisa (vt lisa 10, 11).

GG 3D rakenduse avavaates on nähtavad kolm telge ja tasand (vt joonis 1, 2).

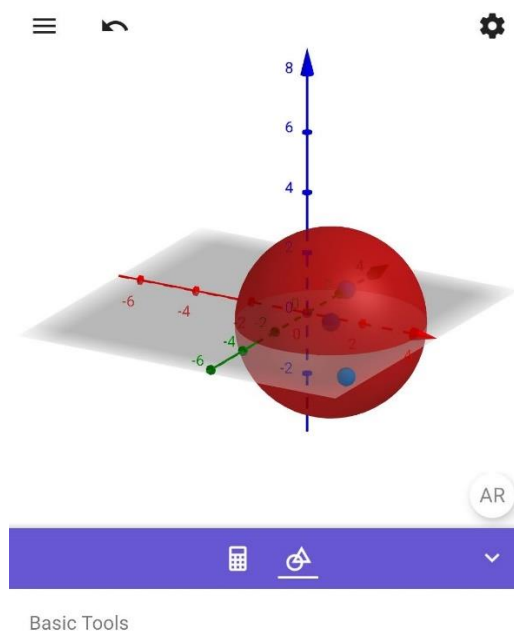


**Joonis 1.** GeoGebra 3D rakenduse avavaade (Android)

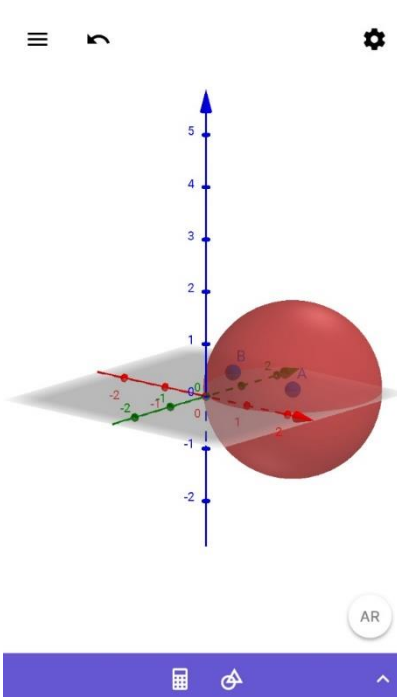


**Joonis 2.** GeoGebra 3D rakenduse avavaade (iOS)

Kasutades tööriista Kera keskpunktiga ning punktiga, mida kera läbib, tehakse ruumi kera. Tema paiknemine teljestikus võib olla üsna juhuslik (vt joonis 3, 4).

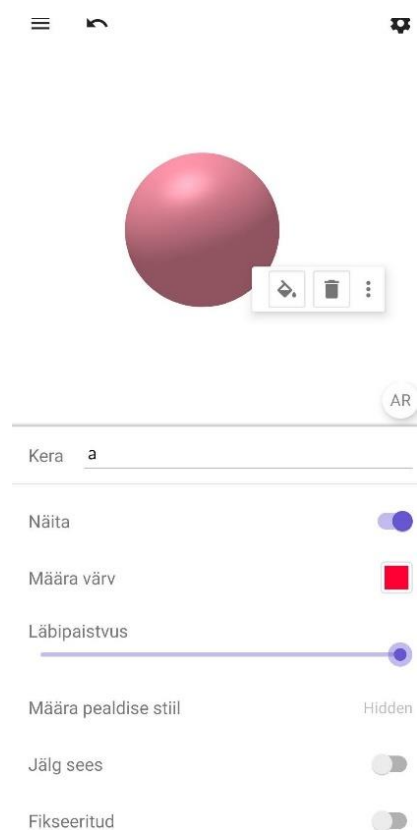


**Joonis 3.** Loodud kera (Android)

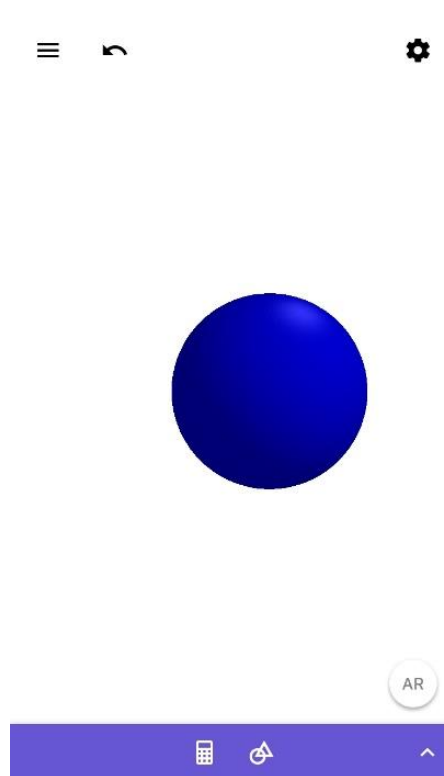


**Joonis 4.** Loodud kera (iOS)

Enne kujundi ruumi paigutamist võiks mõelda selle peale, et peita teljed ja tasand, ning võibolla ka muuta värv efeksemaks (vt joonis 5, 6).



**Joonis 5.** Natuke "kaunistatud" kera (Android)

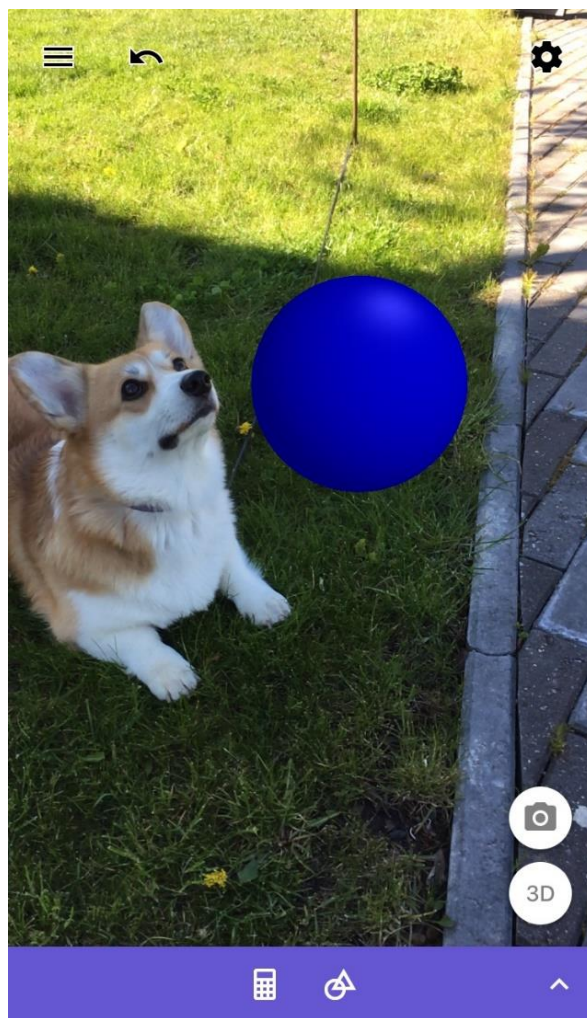


**Joonis 6.** Natuke "kaunistatud" kera (iOS)

Et loodud kujund ümbritsevasse reaalsusesse viia, tuleb vajutada AR nupule, mis on ekraani all paremas nurgas ja suunata telefoni kaamera mingile tasapinnale. Pildist saab teha, kas ekraanipildi või salvestada ning jagada kasutades käsklust *Export Image* (vt joonis 7, 8).



**Joonis 7.** Kass "palliga" (Android).



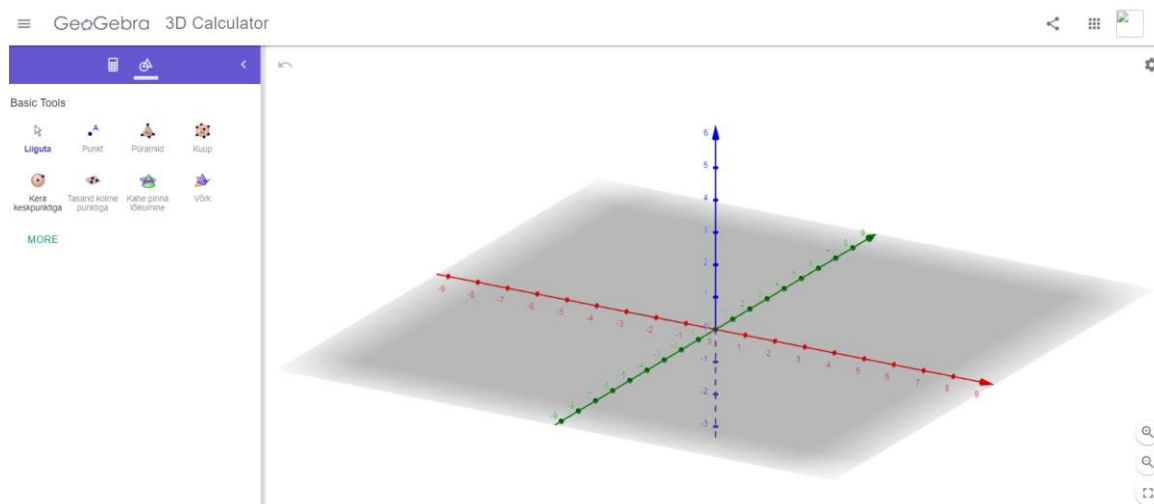
**Joonis 8.** Koer "palliga". Ekraanipilt (iOS).

### 2.1.2 Arvutist ruumi

On üsna mõistetav, kui me telefoni oma esmaseks geomeetriliste kujundite loomise töövahendiks ei pea, vaid ikkagi arvutit kasutada tahame. Hiire ja klaviatuuriga töötades on võimalik GeoGebra vahendeid kasutades luua väga erineva keerukusega geomeetrilisi konstruktsioone. Ka arvutis loodut on võimalik reaalsusesse tuua, oluline märksõna, mida siin meeles tuleb pidada, on **salvestamine** – olles midagi arvutis valmis teinud ja salvestanud, saame seda telefonis otsida ja avada ning AR abil ruumi paigutada (Brzezinski, 2019). Selleks, et salvestada, peab olema GeoGebra konto ja kasutaja.

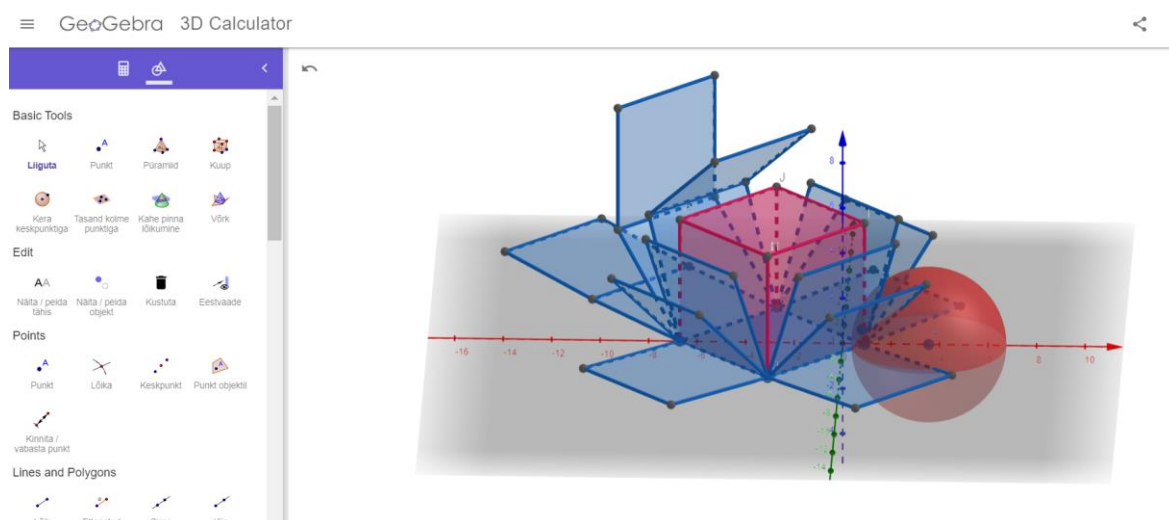
Järgmisena toon näite arvutist ruumi, kui ühel tasandil on kujutatud mitut ruumilist keha – kera ja kuup.

GeoGebra 3D Calculatori avavaade arvutis on sarnane telefoni avavaatega - nähtavad kolm telge ja tasand (vt joonis 9).



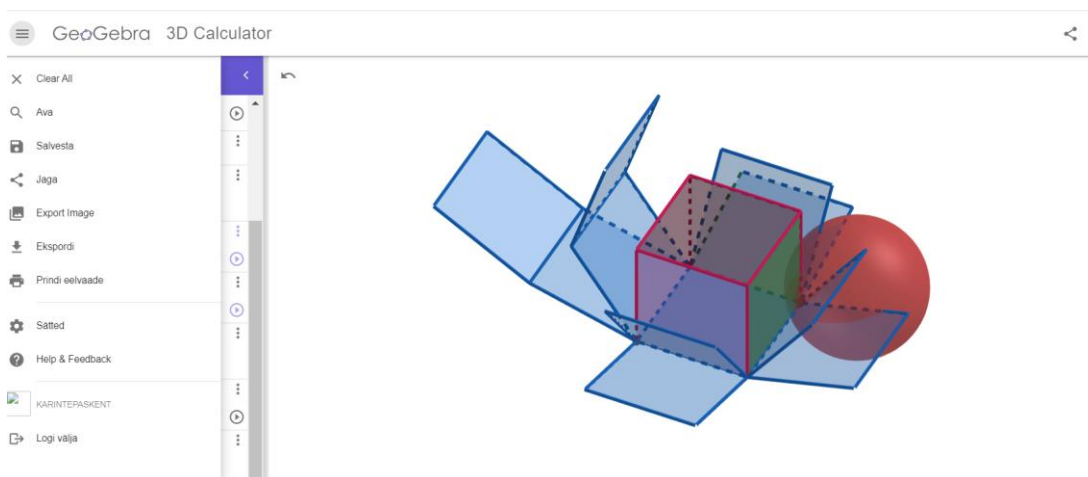
**Joonis 9.** GeoGebra 3D Calculator avavaade arvutis

Kasutades tööriista Kera keskpunktiga, tehakse kera ning Kuup, tehakse kera juurde kuup. Nende paiknemine teljestikus võib olla üsna juhuslik. Valides tööriista Võrk saab kuupi lahti laotada ja kokku pakkida (vt joonis 10).



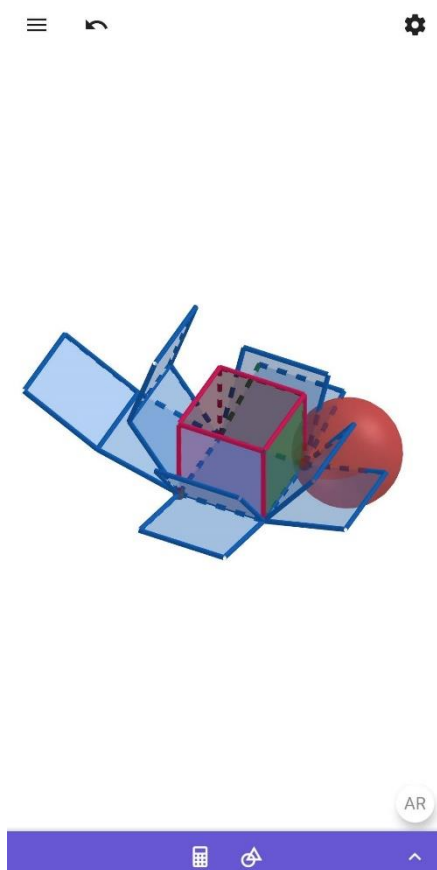
**Joonis 10.** Loodud kera ja kuup arvutis

Et loodud kujundeid ümbritsevasse reaalsusse viia, tuleb anda tööle nimi ja salvestada. Enne salvestamist võiks mõelda selle peale, et peita tasand ja teljed ning võibolla ka muuta värvi efektiivsemaks (vt joonis 11).

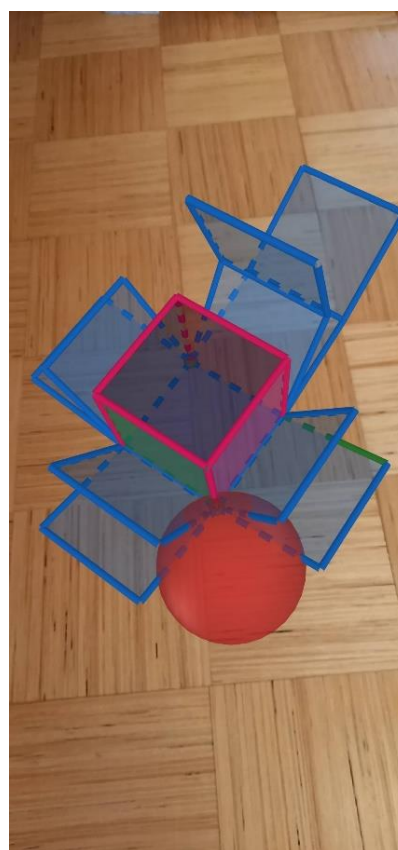


**Joonis 11.** Kera ja kuup "kaunistatud" ja salvestatud arvutis

Selleks, et loodud kujund ümbritsevasse reaalsusesse viia, tuleb avada telefonis GG 3D rakendus. Otsida üles arvutis salvestatud pilt (vt joonist 12), vajutada AR nupule, mis on ekraani all paremas nurgas ning suunata telefoni kaamera mingile tasapinnale. Pildist saab teha, kas ekraanipildi või salvestada ning jagada kasutades käsklust *Export Image* (vt joonis 13).



**Joonis 12.** Telefonis GeoGebra 3D rakenduse avavaade arvutis salvestatud pildist



**Joonis 13.** Kuup ja kera on paigutatud toa põrandale

### 3 Metoodika

Käesoleva magistritöö eesmärgiks on luua stereomeetriaülesandeid sisaldav õppematerjalide komplekt, mis võtab arvesse õppekava eesmäärke, õpitulemusi ja pöörab tähelepanu nüanssidele, millele õpilaste riigieksamitööde analüüsil viidatakse ning koguda tagasisidet õpetajatelt ja õpilastelt loodud ülesannetele. Selle töö esimeses etapis kaardistati, kui suures ulatuses ning kuidas on kitsa matemaatika stereomeetria kursuse õppesisu ja õpitulemused riigieksamil rakendamist leidnud. Loeti 2014.-2019. aasta kitsa matemaatika eksami analüüse ja tutvuti stereomeetria ülesannete puhul tehtud enamlevinud vigadega.

Teises etapis tutvuti kitsa matemaatika kursuse olemasoleva ning enamkasutatava õppevaraga, mis vastaks Haridus- ja Teadusministeeriumi poolt esitanud õppekirjanduse nõuetele.

Kolmandas etapis koostati õppematerjalide komplekt, mis sisaldas stereomeetriaülesannete töölehti. Töölehed sisaldavad ruumigeomeetria ja korrektse joonise tegemise ülesandeid (vt lisa 2, 4), reaalelulise konteksti ülesandeid (vt lisa 6, 8), GeoGebra liitreaalsus ülesandeid (vt lisa 10) ning kõigi ülesannete lahenduskäike õpetajatele (vt lisa 3, 5, 7, 9, 11). Selle etapi käigus koguti õpilastelt ülesannete kohta tagasisidet.

Neljandas etapis andsid oma hinnangu nii õpilased kui õpetajad. Õpilased lahendasid ruumigeomeetria ja korrektse joonise tegemise ülesandeid (vt lisa 2, 4) ning kaks reaalelulist konteksti sisaldavat ülesannet talunik Kalle võimalikest igapäevastest tegevustest (vt lisa 6 ül 2, lisa 8 ül 1), kus paluti neil anda oma kommentaar(id) ja/või üles kerkinud küsimus(ed) vabas vormis. Õpetajatel paluti lahendada läbi õpilastele mõeldud ülesannete töölehed (vt lisa 2, 4, 6, 8) ning anda oma hinnang küsimustiku (vt lisa 12) kaudu loodud ülesannetele. Seoses kevadel Eestis kehtinud eriolukorrale koguti õpilaste hinnangud ning kahe reaalelulist konteksti sisaldavate ülesannete lahendused õppeinfosüsteemi Stuudiumi (edaspidi Stuudium) kaudu. Õpetajate hinnangud loodud töölehtedele koguti e-kirja teel.

#### 3.1 Stereomeetria kursuse sisust ainekavas ja riigieksamil

Kuna riigieksami üheks eesmärgiks on selle sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi mõjutamine (Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristuskiri, 2018), analüüsitakse siin alapunktis, mil määral riiklikus õppekavas esitatud oodatavate õpitulemuste kontroll stereomeetria teema näitel eksamil toimub.

Riigieksamiks ettevalmistumine on töömahukas ettevõtmine ja sellepärast on tähtis, et kõik oluline saaks õpitud ning ka piisava töö- ja ajakuluga korratud. Enne töölehtede

koostama asumist kaardistati, kui suures ulatuses ning kuidas on kitsa matemaatika stereomeetria kursuse õppesisu ja õpitulemused riigieksamitel rakendamist leidnud. Analüüsi 2014.-2019. aasta riigieksami stereomeetria ülesandeid (vt tabel 1). Nimetatud ülesannete tekstid on toodud töö lõpus lisades (vt lisa 1). Aastal 2014 olid mõlema osa ülesanded nummerdatud alates esimesest, alates 2018. aastast jätkus teise osa ülesannete järjestikune numeratsioon.

Igal aastal on stereomeetria kursuse faktilisi teadmisi ja protseduurilisi oskusi kontrollitud eraldi ülesandega, mis on alati eksamitöö teise osas viimane.

**Tabel 1.** Kitsa matemaatika riigieksami stereomeetria ülesannete analüüs õpitulemuste esindatuse alusel

Õpitulemused	Aasta/ ül nr					
	2014 ül5	2015 ül5	2016 ül5	2017 ül5	2018 ül12	2019 ül 12
punkti asukoht ruumis koordinaatide abil						
sirgete ja tasandite vastastikune asend ruumis	x	x	x	x	x	x
kahe sirge vaheline nurk				x	x	
sirge ja tasandi vaheline nurk			x			
kahe tasandi vaheline nurk		x				
tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi	x	x	x	x	x	x
kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige, ühe tahuga paralleelne lõige)	x	x			x	x
kehade joonelemendid, pindala ja ruumala	x	x	x	x	x	x
rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades	x	x	x	x	x	x
kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid	x		x	x		x

Vaadati ülesannete lahendamisel vajaminevate õpitulemuste esinemissagedusi. Selgus, et mitte iga õpitulemus ei ole eksamitöodes võrdses mahus esindatud. Kõige vähem on ülesannetes olnud seoseid sirge ja tasandi või kahe tasandi vahelise nurga vahel, kuid näiteks punkti asukoha märkimist ruumis koordinaatide abil pole praktiliselt kordagi olnud vaja kasutada. Igal aastal on kontrollitud kehade ruumala arvutamise oskust. Kuuest vaadeldud aastast neljal on olnud ülesandel teatud eluline kontekst, kahel aastal on ülesanne esitatud ilma reaalelulise kontekstita.

Stereomeetria eksami ülesannete lahenduse õnnestumisel on väga oluline osa joonisel. See peab olema korralik ja piisavalt suur ka siis, kui ülesandes otsest korraldust joonise tegemiseks pole antud (Lepmann, 2016). Aastatel 2016 ja 2017 oli eksamitöodes õpilastele stereomeetriaülesande korral joonis ette antud. Nad said seda ise täiendada vajalike andmete või joonte ja pindadega. Ülejäänud aastatel pidid õpilased joonise ise joonestama. Jooniste tegemine nõuab aga harjutamist, samuti nende mõistete tundmist, mida joonisel esitada.

Uuriti 2014.-2019. aasta kitsa matemaatika eksamil stereomeetria ülesannete puhul tehtud vigu, selgus, et paljudel õpilastel puudusid joonise valmistamiseks vajalikud oskused või joonis ei vastanud ülesande tekstile (Lepmann, 2014, 2015, 2016). Ometi ütleb kitsa matemaatika kursuse ainekava õpitulemuste kirjeldus, et “õpilane kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid tasandilisi lõikeid” (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Teisena ilmnis, et joonisele ei osata märkida kahe tahu, tahu ja serva või servade vahel olevaid nurki. Samuti tasub välja tuua, et lahenduses ja joonisel esitatud tähised tihti ei ühtinud ning kasutati erinevaid ruumala või pindala valemeid.

Lepmann (2014, 2015) ja Taal (2016, 2017, 2018, 2019) on toonud välja erinevate aastate eksamitööde analüüsis põhilised kitsa matemaatika stereomeetriaülesannete vead. „Paljudele eksaminandidele on probleemiks põhikoolis tekkinud lüngad“ selgub Innove matemaatika peaspetsialisti Taali 2018. aasta analüüsist.

Järgnevalt on esitatud riigieksamil stereomeetriaülesannete lahendamisel tehtud põhilised vead:

- Jooniste tegemine. Joonise tegemiseks puuduvad oskused ruumikujundi skitseerimiseks tasandil. Joonis oli tehtud joonlauda kasutamata ja/või pastapliiatsiga (Lepmann, 2014, 2015) ning joonised ei vasta ülesande tekstile (Taal, 2018);
- Palju vigu arvutustes ja valemites. Näiteks ruumala valemite vale kasutus (Taal, 2019)
- Nurkade kujutamine joonisel. Näiteks joonisele tuli märkida nurk püramiidi põhiserva ja külgserva vahel ning selleks kasutati täisnurga tähist (Leppmann, 2015).

- Mõõtühikute kasutamine, teisendused.
- Teksti mõistmine (tekstist vale arusaam). Näiteks arvati, et hindaja valib õige, kui kirjutan mitu erinevat lahendust (Taal, 2019).
- Ümardamisoskus
- Trigonomeetrilised teisendused

### 3.2 Stereomeetria käsitlus õppekirjanduses

Teises etapis tutvuti kitsa matemaatika kursuse olemasoleva ning enamkasutatava õppevaraga, mis vastaks Haridus- ja Teadusministeeriumi poolt esitanud õppekirjanduse nõuetele. Õppekirjanduse loomise aluseks on gümnaasiumi riiklik õppekava, milles sisalduv teave on eakohane, mitmekesine ja esitatud korrektsetes keeles (Õppekirjandusele esitatavad ..., 2016). Kirjastuste poolt pakutavatest paberõpikutest on praegust Avita kirjastuse õpik ainuke, mis mõeldud kitsa matemaatika ainekavale ning toetab stereomeetria kursuse õpingut.

Stereomeetria õpikus peatutakse põhjalikumalt hulktahukatel (prisma, püramiid) ja pöördkehadel (silinder, koonus, kera) ning pööratakse tähelepanu praktilise sisuga ülesannete lahendamisele (Afanasjeva *et al*, 2013). Koolibri 12. klassi matemaatika õpik on mõeldud laia matemaatika ainekavale, kuid saab kasutada ka kitsa kursuse õpetamisel. „Kitsale kursusele mõeldud teooria ja näited on eristatud püstjoonega lehe veerises“, ülesannetest soovitatakse lahendada A-osa ülesandeid (Leppmann & Velsker, 2013). Digitaalseid kitsa matemaatika ainekavale mõeldud õppematerjale ja ülesannete kogusid leiab e-koolikoti Digivaramu matemaatika materjalide kogumikust (Kurvits, 2018). Kuna käesoleva magistritöö eesmärgiks oli luua stereomeetriaülesandeid sisaldav õppematerjalide komplekt, siis pöörati tähelepanu ülesannete uurimisel järgmistele asjaoludele:

- kui palju ülesannete sisu arvestab reaalelulist konteksti, kuivõrd kitsa matemaatika ainekava selle tähtsust õppetegevuse planeerimisel eriliselt rõhutab (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011);
- kas leidub ülesandeid, mis toetavad korrektsete ruumigeomeetria jooniste tegemist, kuigi kitsa matemaatika kursuse ainekava õpitulemuste kirjeldus ütleb, et “õpilane kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid tasandilisi lõikeid” (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011);
- kas leidub ülesandeid, mis suunavad arvutiprogrammi GeoGebra 3D kasutamise juurde, sest gümnaasiumi riikliku õppekava õppekorralduslik osa näeb ette kohustuslikult läbitavate temade juures muu hulgas tehnoloogia ja innovatsiooniga

tegelemise, millega suunatakse õpilast nüüdisaegseid tehnoloogiaid eesmärgipäraselt kasutama, et ta tuleks toime tehnoloogilises elu-, õpi- ja töökeskkonnas (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011).

Avita kirjastuse õpikus ei leidunud jooniste tegemise harjutamise ülesandeid, ega õpetusi. Elulisi ülesandeid leidis praktilise sisuga ülesannetes. Ühtegi ülesannet ei leidunud, mis suunaks mõnda arvutiprogrammi kasutama. GeoGebra 3D kasutamisele suunavaid ülesandeid leidis Koolibri õpikus (Lepmann & Velsker, 2013). E-koolikoti Digivaramu matemaatika materjalide kogumikus Zeltseri (2008) poolt loodud stereomeetria kursus sisaldab võimalust kasutada programmi GeoGebra ning leidub ülesandeid, mis sisaldavad reaalelulist konteksti.

### 3.3 Töölehtede koostamine

Magistritöö kolmas etapp ehk praktilise osana esitati töölehtede komplekt, mis võtab arvesse õppekava eesmärke, õpitulemusi ja pöörab tähelepanu nüanssidele, millele õpilaste riigieksamitööde analüüsil viidatakse. Selleks lähtuti digitaalse õppematerjali kvaliteedinõuetest, et viia koostatavad töölehed kvaliteetse digitaalse õppematerjali vormingusse, jättes võimaluse nende kasutamiseks ka kontakttunnis ja paberkandjal. Loodavate töölehtede komplekti ülesanded on kooskõlas õpitulemuste kui kitsa matemaatika üldiste eesmärkidega rõhutades stereomeetria võimalikku reaalelulist konteksti ja IKT vahendite kasutamise oskuse õppimist (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Õppematerjali koostamisel tuginei Leacock'i ja Nesbit'i (2007) mudelist. Vastavalt mudelile kaardistati kitsa matemaatika stereomeetria kursuse õppesisu ja õpitulemused ning tutvuti riigieksamite analüüsi, enamlevinud vigadega ja olemasoleva ning enamkasutatava õppevaraga.

Töölehed ja juhendmaterjal õpetajale koos lahenduskäikude ja õpitulemustega koostati MS Wordis ja salvestati nii pdf-, kui docx-vormingus, et anda õpetajale võimalus töölehti lihtsalt oma vajaduste ja eesmärkidega kohandada. Koostatud töölehtede eelis paberõpikust on muudetavus ning võimalik kaasaegsemaks teha (nt hindasid muuta jne).

Töölehtede koostamisel peeti silmas, et need toetaksid ja täiustaksid juba olemasolevat materjali. Töölehed on jaotatud kolmeks osaks:

- ruumigeomeetria ja korrektse joonise tegemise ülesanneteks (vt lisa 2, 4);
- reaalelulist konteksti sisaldavateks ülesanneteks (vt lisa 6, 8);
- GeoGebra liitreaalsust sisaldavad ülesanded (vt lisa 10).

Kõigi ülesannete lahenduskäigud ja juhendmaterjalid õpetajatele on toodud eraldi töölehtedena (vt lisa 3, 5, 7, 9, 11).

GeoGebra liitreaalsuse kasutamisega seotud eestikeelseid vabalt kättesaadavaid õppematerjale töö autori teada ei leidu. Liitreaalsuse erinevate keskkondade ning nende kasutamise kohta on infot, peamiselt küll võõrkeelset. Juhendmaterjali koostamisel võeti aluseks Albre (2008) magistritöö ning Brzezinski (2018, 2019) Geogebra 3D videod, kus tutvustatakse GG 3D rakenduse kasutamist telefonis ning kujutiste viimist arvustist telefoni kaudu ruumi.

Kõik loodud õppematerjali reaalelulised ülesanded (talunik Kalle ülesanded) on läbi arutatud käesoleva töö juhendajatega, et oleksid kooskõlas Haridus- ja Teadusministeeriumi esitanud sisuliste nõudega ning järgiksid riigieksamil esinenud ülesannete raskustaset.

### 3.3.1 Ülesannete loomine

Koostati kinnistavad ülesanded prisma ja püramiidi (vt lisa 2-7) ja pöördkehade (vt lisa 8, 9) teema kohta, mis on kättesaadavad veebilehelt

<https://sites.google.com/view/stereomeetria/kodu>. Ülesanded on kooskõlas õpitulemuste kui kitsa matemaatika üldiste eesmärkidega rõhutades stereomeetria võimalikku reaalelulist kontteksti ja IKT vahendite kasutamise oskuse õppimist (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011). Lisamaterjalides on ülesanded elulised ja seotud konkreetse inimese igapäevategevustega (vt lisa 6, 8), samas toetavad ruumigeomeetria ja korrektse joonise tegemist (vt lisa 2, 4) ning võimaldavad kasutada juurde ka GeoGebra 3D lahendusi (vt lisa 10).

Ülesanded on jaotatud töölehtedele järgides riigieksamil esinenud raskustaset ning jaotatud kahe stereomeetria teema vahel.

1. Prisma ja püramiid – 3 töölehte
2. Pöördkehad – 1 tööleht
3. GeoGebra liitreaalsus – 1 tööleht

Prisma ja püramiidi ülesannete koostamisel lähtuti riigieksamil tehtud enimlevinud vigadest ning sisaldaksid reaalelulist olukordi võimalikest igapäevastest tegevustest. Esimene tööleht (vt lisa 2) on mõeldud iseseisvaks tööks (näteks kodune töö), kus õpilane tutvub kõigepealt ruumigeomeetria korrektse joonise tegemise soovitustega (Lepmann, 2016), uurib näiteid korrapärase nelinurkse püramiidi ja korrapärase kolmnurkse püstprisma joonestamisest (Lergenmüller, 2009c) ning lahendab kolm ülesannet joonestades etteantud kujundi ning märgib joonisele vastavad nurgad ja diagonaalid. Teine tööleht (vt lisa 4) on mõeldud ruumiliste kujundite jooniste joonestamise kinnistamiseks ning rakendades oma teadmisi

trigonomeetria- ja planimeetriaülesannete lahendamisel. Kolmas tööleht (vt lisa 6) sisaldab reaalelulisi ülesandeid talunik Kalle igapäevastest tegemistest. Pöördkehade tööleht (vt lisa 8) sisaldab reaalelulisi ülesandeid talunik Kalle igapäevastest tegemistest. GeoGebra liitreaalsus ülesanded on mõeldud õpilaste toetamiseks stereomeetria teema õppimisel.

Kuigi töölehed on koostatud kitsa matemaatika kursuse õpilastele, selgus õpetajate tagasisidest, et mõningaid töölehti (näiteks korrektse joonise tegemine) on võimalik kasutada ka III kooliastme geomeetria õppimise juures.

### 3.4 Valim

Magistritöö neljanda etapi eesmärgiks oli koguda tagasisidet koostatud ülesannetele. Andmete kogumiseks koostas õpetajatele küsimustiku, mis saadeti e-kirja teel koos õpilaste ülesannete töölehtedega. Seoses kevadel Eestis kehtinud eriolukorrale koguti õpilaste tagasiside Stuudiumi kaudu, kus nad lahendasid kaks reaalelust konteksti sisaldavat ülesannet ning lisasid juurde tekkinud küsimused ja/või kommentaarid.

Esmase tagasiside andsid õpilased, kuhu kuulusid autori enda poolt õpetatavad kitsa kursuse 12. klassi 19 õpilast ning sama kooli 5 õpilast, kes õpivad 12. klassis laia matemaatikat, aga on valinud kitsa matemaatika eksami. Kuna õpilased on täisealised, siis lapsevanemate nõusolekut polnud vaja küsida. Kõik õpilased andsid nõusoleku ülesannete testimises osalema.

Sisulise tagasiside saamiseks pöördus töö autor oma tutvusringkonna nelja õpetaja poole, kes töötavad põhikooli ja/või gümnaasiumi matemaatikaõpetajana. Kõigi nelja õpetajaga võeti eelnevalt ühendust e-kirja või helistamise teel. Kõik õpetajad andsid nõusoleku uurimuses osalemiseks. Õpetajate valiku eesmärgiks oli erinev töökogemus.

#### 3.4.1 Andmete kogumine

Esimese „Milline on õpetajate tagasiside koostatud ülesannetele?“ ja teise „Milliseid ettepanekuid tehakse ülesannete parendamiseks õpilaste ja õpetajate poolt?“ uurimusküsimuse eesmärgiks oli hinnangute kogumine nii õpilastelt kui õpetajatelt. Tagasiside saamiseks koostati ankeetküsimustiku. Vastuste saamiseks saadeti valimisse kuulunud õpetajatele koostatud õpilaste töölehed ning küsimustikud *Word*'i dokumendina. Tagasiside paluti tagastada e-kirja kaudu. Õpilased said Stuudiumi kaudu lahendamiseks kaks reaaleluslist konteksti sisaldavat ülesannet. Ülesannete lahenduskäigud ning tekkinud küsimused ja/või kommentaarid paluti edastada Stuudiumi kaudu.

Õpetajate ankeetküsimustiku (vt lisa 12) abil sooviti saada tagasisidet koostatud stereomeetria nelja tunni töölehe ülesannete kohta. Küsimustikku kasutati ainult käesoleva magistritöö raames ja küsimustikule vastamine on anonüümne. Õpetajate ankeet koosnes neljast küsimusest ja väidetest. Tagasiside kogumisel lähtuti LORI hindamismudelid, mille eesmärgiks oli saada ettepanekuid ülesannete tekstide parendamiseks. Ankeedis olevad 17 väidet jaotati kahte plokki ja nende vastamiseks kasutati Likert'i skaalat – olen väitega „täiesti nõus“, „pigem nõus“, „nii ja naa“, „pigem ei ole nõus“, „ei ole üldse nõus“. Neljast küsimusest kaks olid taustküsimused ja ülejäänud iga ploki avatud küsimus. Iga ploki alguses oli toodud sinna kuuluvate töölehtede ülesannete tutvustus ning lühikirjeldus, millest ülesannete koostamisel lähtuti.

Küsimustik algas õpetajate taustainfo kogumisega. Esimene plokk oli suunatud ruumigeomeetria ülesannete lahendamisele ja korrektse joonise tegemisele. Teine plokk oli suunatud reaaleluliste ülesannete lahendamisele talunik Kalle võimalikest igapäevastest tegevustest. Iga ploki avatud küsimusega soovisin saada ettepanekuid ülesannete parendamiseks.

## 4 Tulemused ja arutelu

Selles peatükis esitati nii õpilastelt kui õpetajatelt kogutud tulemused uurimusküsimuste kaupa. Õpetajate tulemustega koos esitati tulemuste arutelu ning soovitatud ettepanekud ülesannete parendamiseks.

### 4.1 Õpetajate tagasiside koostatud ülesannetele

Esimesele uurimusküsimusele „Milline on õpetajate tagasiside koostatud ülesannetele?“ vastuse saamiseks analüüsiti õpetajate ankeedi väiteid. Järgnevalt tuuakse välja õpetajate ankeedi mõlema ploki analüüs. Analüüsimisel kõrvutati ning seostati omavahel mõlema ploki ühesuguseid väiteid.

Õpetajate ankeedi esimese väitega „Ülesanded on kooskõlas õppekavaga“ olid kõik õpetajad täiesti nõus ruumigeomeetria ülesannete (vt tabel 2), samas reaaleluliste ülesannete (vt tabel 3) puhul üks õpetaja oli pigem nõus ja kolm täiesti nõus. Teise väitega „Ülesannete sisu vastavus temaatikale“ oli üks õpetaja pigem nõus ja kolm õpetajat täiesti nõus mõlema ploki ülesannetega. Õpetajate antud väidete tagasiside kohta võib öelda, et koostatud stereomeetriaülesannete eesmärgid on vastavuses õpitulemustega. Õppematerjal toetab eesmärkide ja õpitulemuste saavutatust ning moodustab sisulise terviku.

**Tabel 2.** Õpetajate hinnangud ruumigeomeetria ülesannete lahendamisele ja korrektse joonise tegemisele (esimene plokk)

Väited	<i>Ei ole üldse nõus</i>	<i>Pigem ei ole nõus</i>	<i>Nii ja naa</i>	<i>Pigem olen nõus</i>	<i>Olen täiesti nõus</i>
Ülesanded on kooskõlas õppekavaga	0	0	0	0	<b>4</b>
Ülesannete sisu vastavus temaatikale	0	0	0	<b>1</b>	<b>3</b>
Ülesannete tekstid on arusaadavad ning üheselt mõistetavad	0	0	0	0	<b>4</b>
Korrektse joonise tegemise näited on arusaadavad ja üheselt mõistetavad	0	0	<b>1</b>	0	<b>3</b>
Ülesanded toetavad õpitu kinnistamist	0	0	0	0	<b>4</b>
Ülesannete ülesehitus on loogiline	0	0	0	<b>1</b>	<b>3</b>
Ülesanded on läbivalt vormistatud ühes stiilis	0	0	0	0	<b>4</b>
Ülesanded on õppimist toetavad	0	0	0	0	<b>4</b>

Esimese ploki väitele „Korrekse joonise tegemise näited on arusaadavad ja üheselt mõistetavad“ oli kolm täiesti nõus ning üks õpetaja nii ja naa (vt tabel 2). Õpetaja tõi välja ka põhjenduse, et „*joonise tegemise juhendis ei ole välja toodud võimalust, kuidas tähistada ruumilise kujundi servi ja kõrgust (väikese tähega)*“<sup>5</sup>. Väitele „Ülesannete tekstid on arusaadavad ning üheselt mõistetavad“ olid kõik õpetajad täiesti nõus ruumigeomeetria ülesannete (vt tabel 2), samas reaaleluliste ülesannete (vt tabel 3) puhul kaks õpetajat oli pigem nõus ja kaks täiesti nõus. Antud hinnangust selgub, et elulist teksti sisaldavad ülesanded on keerulisemad ning mõnikord ka mitmeti mõistetavad. Riigieksamitööde ülesannete analüüs näitab (Lepmann 2014, 2015), et stereomeetriaülesanded olid nõrgemini lahendatute seas neil aastatel, kui ülesanne sisaldas reaalelulist konteksti. Analüüsidest teise ploki väidet „Reaalelulised ülesanded on arusaadavad ning üheselt mõistetavad“ vastas kaks õpetajat pigem olen nõus ja kaks olen täiesti nõus (vt tabel 3). Teadmiste kinnistamiseks soovitatakse ülesandeid varieerida nii erineva raskusastme kui ka erineva reaalse konteksti lisamisega (Õppeprotsesside kirjeldused, 2015). Eluliste ülesannete kasutamine aitab õpilastel teadvustada matemaatika rakendatavust igapäevaelus.

**Tabel 3.** Õpetajate hinnangud reaaleluliste ülesannete lahendamisele talunik Kalle võimalikest igapäevastest tegevustest (teine plokk)

Väited	<i>Ei ole üldse nõus</i>	<i>Pigem ei ole nõus</i>	<i>Nii ja naa</i>	<i>Pigem olen nõus</i>	<i>Olen täiesti nõus</i>
Ülesanded on kooskõlas õppekavaga	0	0	0	1	3
Ülesannete sisu vastavus temaatikale	0	0	0	1	3
Ülesannete tekstid on arusaadavad ning üheselt mõistetavad	0	0	0	2	2
Reaalelulised ülesanded on seotud igapäevategevusega	0	0	0	2	2
Ülesanded toetavad õpitu kinnistamist	0	0	0	0	4
Ülesannete ülesehitus on loogiline	0	0	0	1	3
Ülesanded on läbivalt vormistatud ühes stiilis	0	0	0	0	4
Ülesanded on õppimist toetavad	0	0	0	0	4
Ülesande tekste on lihtne muuta, kaasaegsemaks teha (nt muuta hindu)	0	0	0	0	4

<sup>5</sup> Siin ja edaspidi õpetajate poolt öeldud tsitaadid on esitatud kaldkirjas ja jutumärkides

Mõlemast plokist neli õpetajat neljast olid täiesti nõus väidetega „Ülesanded toetavad õpitu kinnistamist“ ja „Ülesanded on õppimist toetavad“ (vt tabel 2, 3). Üks õpetaja ütles, et „õpilastel jääb materjal alles ning on hea vaadata enne eksameid teemat korrates“.

Ülesanded on loodud kindla eesmärgiga, et võtta arvesse õppekava eesmäärke, õpitulemusi ja pöörata tähelepanu nüanssidele, millele õpilaste riigieksamitööde analüüsil viidatakse.

Õpetajate hinnangust selgub, et koostatud materjal on mitmekesine ja võimaldab tõhusalt õpitulemusi saavutada.

Väitega „Ülesannete ülesehitus on loogiline“ oli üks õpetaja pigem nõus ja kolm õpetajat täiesti nõus mõlema ploki ülesannetega. Õpetajate tagasiside annab selgust, et koostatud ülesanded toetavad iseseisvat õppetegevust, on raskusastmelt eakohased, elulised ning aitavad õppijat motiveerida.

Teise ploki viimasele väitele „Ülesannete tekste on lihtne muuta, kaasaegsemaks teha“ olid kõik õpetajat nõus. Õpetajad armastavad alati originaalseid lisamaterjale ja seepärast ülesanded on elulised ja seotud konkreetse inimese igapäevategevustega. „Mulle meeldisid. Saan kasutada ka põhikoolis“, tõi üks õpetaja välja oma tagasisides. Villemis jt (2012) rõhutab, et „mida väiksem on õpiobjekti maht, seda paremini on seda võimalik taaskasutada erinevate sihtrühmade puhul“.

Õpetajate tagasisidest võib järeldada, et koostatud ülesannetega ollakse rahul. Ülesanded toetavad korrektse ruumilise joonise tegemist, sisaldavad elulist konteksti ning on kooskõlas saavutatavate õpitulemustega stereomeetrias. Ülesannete tekstid on arusaadavad, erineva raskusastmega ning õppimist toetavad. Samas on ülesandeid lihtne muuta ning kasutada ka III kooliastme õpilastega.

## 4.2 Õpetajate ja õpilaste ettepanekud ülesannete täiendamiseks

Teisele uurimusküsimusele „Milliseid ettepanekuid tehakse ülesannete parendamiseks õpilaste ja õpetajate poolt?“ vastuse saamiseks analüüsiti õpetajate mõlema ploki avatud küsimusi. Õpilaste ettepanekud kahe katseülesande parendamiseks ja tekkinud küsimused kajastuvad alapeatükis Näide ülesande parendamise protsessist, sest esimese katsetuse käigus välja tulnud kitsaskohad eemaldati enne õpetajatele esitamist.

Õpetajad andsid tagasiside neljale õpilastele mõeldud töölehele (vt lisa 2, 4, 6, 8). Parendamineettepanekute eesmärgiks oli saada tagasisidet, kas ülesanded on vastavuses kitsa matemaatika õpitulemuste eesmärkidega ning ülesannete tekstid üheselt mõistetavad õpilastele ja õpetajatele.

Töölehed on jaotatud kahte ploki. Esimesse plokis on ruumigeomeetria lahendamise ja korrektse joonise tegemise ülesanded (vt lisa 2, 4). Teises plokis on reaalelulised ülesanded talunik Kalle toimingutest (vt lisa 6, 8). Neljast õpetajast kolm avaldasid arvamust või tegid ettepanekuid ülesannete parendamiseks.

Tagasiside esimese ploki ülesannetele:

Korrektse joonise (vt lisa 2) tegemise soovitude juures võiks välja öelda kui suurt joonist mõeldakse, „*kas see peaks olema kolmandik A4 kõrgusest, seega ~10 cm*“ esitas üks õpetajatest küsimuse. Järgmise õpetaja poolt tehti juhendi parendamiseks selline ettepanek, et joonise tegemise juhendis tuua välja ruumilise kujundi servade ja kõrguste tähistamine. „*Kuna näidete ja ülesannete juures on seda kasutatud, siis võiks ka selle võimaluse välja tuua.*“ Sama tööleht võiks sisaldada ülesannet korrapärase kolmnurkse püramiidi kohta ning „*kuidas märkida nurki, kas ühele joonisele või mitmele*“. Võttes arvesse tehtavad ettepanekud on õpetajal võimalik teha õpilastega kokkuleppeid ja teksti muuta ning kaasajastada vastavalt õppija eelteadmistele ja õpiolukordadele.

Esimese ploki teise töölehe (vt lisa 4) ülesannete kohta tõi üks õpetaja välja, et „*kas töölehel soovitakse saada vastuseid täpsetena või mingi järguni ümardatuna? Selle võiks töö alguses ära öelda*“. Antud hetkel ei ole ülesannete juures täpsustust vastuste ümardamise kohta.

Tagasiside teise ploki ülesannetele:

Teise ploki ülesanded on keerulisemad ja rohkem aeganõudvamad. Kõige keerulisemaks osutus ümardamise teema. Ülesannete koostamisel on järgitud Haridus- ja Teadusministeeriumi esitanud sisuliste nõudega ning riigieksamil esinenud ülesannete raskustaset. Prisma ja püramiidi (vt lisa 6) töölehe kaks viimast ülesannet sobiksid suurepäraselt rühmatöök. Pöördkehade (vt lisa 8) töölehe kohta tekkisid ühel õpetaja järgimised küsimused: „*ülesanne 3, kas arvestan nende andmete järgi keskmise mutimullahunniku suuruse? Ülesanne 4, kas tüvikoonuse kõrgus on 1m või joonisel oleva koonuse kõrgus on 1m?*“. Vastavalt antud õpetaja tekkinud küsimustele tuleb ülesannete tekste muuta üheselt mõistetavaks.

Õpetajate tagasisidest selgub, ülesannete ülesehitus on hea, paneb mõtlema ja kui lahendused on selgitustega põhjendatud, siis võib arvata, et enamusel ülesannetest on lahenduskäike rohkem kui üks.

#### 4.2.1 Näide ülesande täiustamise protsessist õpilaste ettepanekute järgi

Kokku 24 õpilast testis kahte reaaleulist konteksti sisaldavat ülesannet (vt lisa 6 ül 2; lisa 8 ül1).

Esimene testimiseks antud ülesanne (vt lisa 6 ül 2) kontrollib järgmisi õpitulemusi (Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3, 2011), kus õpilane:

- tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;
- kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;
- arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;
- rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;
- kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;
- teisendab mõõtühikuid.

Üldpädevustest muuhulgas enesemääratluspädevust, sotsiaalset ja kodanikupädevust ja ettevõtlikkuspädevust.

Õpilastele lahendamiseks esitatud ülesande algne tekst oli selline:

*Keraamilise põrandaplaadi mõõtmed on 985 mm, 215 mm ja 10 mm. Üks plaat maksab 13,86 €/tk.*

- *Mitu põrandaplaati mahub kasti, mille mõõtmed on 1,0 m; 0,45 m ja 0,5 m?*

*Talunik Kalle kavatses oma kodus köögi põranda katta keraamiliste põrandaplaatidega. Köögi mõõdud on 5800 mm ja 3340 mm ning kõrgus 2600 mm.*

- *Mitu kasti plaate peaks talunik Kalle ostma?*
- *Kui palju läheb maksma köögi põrand?*

Õpilased esitasid teksti kohta järgmisi küsimusi:

- 1) kas plaadid on risttahuka kujulised või on antud näiteks kolmnurkse plaadi kolm mõõtu? (2 õpilast)
- 2) miks need plaadid selliste imelike mõõtmetega on? (11 õpilast)
- 3) kas kast peab pärast kinni ka käima? (3 õpilast)
- 4) kas plaate võib pakendada kasti kuidas iganes? ka püsti näiteks? (18 õpilast)
- 5) kas plaate saab osta ainult kastiga või ka tükkhaaval? (8 õpilast)
- 6) kas põrandaplaatimisel tuleks arvestada ka vuugivahedega? (1 õpilane)
- 7) miks on antud köögi kõrgus? (17 õpilast)
- 8) mil viisil Kalle plaate põrandale laduda kavatseb? (7 õpilast)

Õpilaste poolt tehtavate ettepanekutega jõuti järelduseni, et tegelikult pakendatakse sellised plaadid siiski üsna täpselt samade mõõtudega pappkastidesse ja 1 meeter kasti üheks

küljeks on liiga palju, sellist ei jaksa keegi tõstagi. Veel märgiti, et vormistuslikult oleks mõistlikum täpploendi asemel kasutada nummerdatud loetelu, et oleks lihtsam aru saada, millele lahendus ja vastus esitatud on.

Hoolimata paljudest küsimustest lahendati seda ülesannet siiski väga kenasti, vaid kahe õpilase leitud plaatide arv erines „õigest“ lahendusest, aga see oli ka tingitud sellest, et nemad olid väga ökonoomsed plaatide paigutamisel ja kasutasid ära kõikvõimalikud jäägid.

Võttes arvesse tehtud märkusi sõnastati ülesande tekst ümber järgmiselt (vt lisa 6 ül 2):

*Talunik Kalle kavatseb oma kodus köögi põranda katta keraamiliste põrandaplaatidega.*

*Köögi mõõdud on 5800 mm ja 3340 mm ning kõrgus 2600 mm.*

*Majaproua valis välja keraamilised risttahukakujulised põrandaplaadid, mille mõõtmed on 330 mm, 330 mm ja 10 mm. Üks plaat maksab 18,81 €/tk. Plaatide müüakse paki kaupa ja ühe paki ruumala on 14 157 cm<sup>3</sup>.*

- a) *Leia plaatide arv pakis.*
- b) *Mitu pakki plaate peaks Kalle ostma?*
- c) *Kui palju läheb maksma köögi põrand?*

Teine testimiseks antud ülesanne 1 (vt lisa 8 ül 1) kontrollib ja kinnistab õppekavas kirjeldatud õpiväljundeid (Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3, 2011), õpilane:

- tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;
- kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;
- arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;
- kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;
- teisendab mõõtühikuid;

Üldpädevustest suhtlus- ja ettevõtlikkuspädevust ning matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalane pädevust.

Õpilastele lahendamiseks esitatud ülesande algne tekst oli selline:

*Talunik Kalle tellis Rohenäppude e-poest viis silindrikujulist lillepotti kõrgusega 30 cm.*

1. *Mitu liitrit mulda peab lillede istutamiseks tooma, kui lillepoti välimine läbimõõt on 0,4 m ja poti seina paksus (kaasa arvatud põhi) igalt poolt 5 cm?*
2. *Mitu lilletaime peab turult ostma, kui igale ruutdetsimeetrile istutatakse üks taim?*

Selle ülesande kohta õpilastel eriti küsimusi ei olnud, kui vaid, kas tõesti on lillepoti sein nii paks. Küll aga tehti ülesande lahendamisel erinevaid vigu:

- arvutati küll lillepoti sisemine läbimõõt, kuid kasutati seda raadiusena ja seetõttu leiti vajaminev mullakogus valesti (3 õpilast);
- valesti teisendati ruutsentimeetrid ruutdetsimeetriteks ja seega ka arvutati ostetud taimede arv valesti (8 õpilast);
- jäeti märkamata, et räägitakse 5 lillepotist ja esitati vajaminev taimede arv 1 lillepoti jaoks (9 õpilast);
- (põhja)pindala leidmiseks kasutati valet valemit (4 õpilast);  
Näiteks silindrikujulise lillepoti siseruumala arvutati koonuse ruumala kaudu (1 õpilane) või lilletaimede arvu leidmiseks leiti lillepoti täispindala (2 õpilane).
- lillepoti välimisele läbimõõdule lisati seinapaksuse mõõt ning kasutati seda raadiusena (1 õpilane);
- silindrikujuline lillepott muutus koonuseks (2 õpilast).

Analüüsides vigu ja võttes arvesse juhendajate poolt tehtud ettepanekuid, sõnastati ülesande teksti ümber järgmiselt (vt lisa 6 ül 2):

*Talunik Kalle tellis Rohenäppude e-poest viis silindrikujulist lillepotti kõrgusega 30 cm.*

1. *Mitu liitrit mulda peab ta lillede istutamiseks tooma, kui lillepoti välimine läbimõõt on 0,4 m ja poti seinapaksus igalt poolt 5 cm (kaasa arvatud põhi)?*
2. *Mitu lilletaime peab ta turult ostma, kui igale ruutdetsimeetrile istutatakse üks taim?*

## Kokkuvõte

Magistritöös anti ülevaate gümnaasiumi kitsa matemaatika programmi õppesisust keskendudes stereomeetria teemale. Toodi välja peamised kitsaskohad. Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursuse programm peaks andma õpilasele võimaluse mõista õpitavate matemaatikateadmiste rakendatavust reaalelulistest olukordades ja saadud teadmisi demonstreerida kitsa kursuse matemaatika riigieksamil.

Magistritöö praktilise osa raames koostati töölehed, mis võtavad arvesse riigieksami analüüsides välja toodud põhilisi vigu, aga püüavad olla kooskõlas nii õpitulemuste kui üldiste eesmärkidega rõhutada stereomeetria võimalikku reaaleulist konteksti ja IKT vahendite kasutamise oskuse õppimist.

Eesti kontekstis on liitreaalsuse kasutamine hetkel veel innovaatiline, loodetavasti aga selle võimaluse ärakasutamise osatähtsus peagi suureneb. Huvitavate nüansside õppimisprotsessi toomine, kui see aitab kaasa eesmärkide saavutamisele, on vajalik.

GeoGebra keskkonnaga on tuttavad enamik Eesti õpetajatest, seega liitreaalsuse võimalustega tutvumine, enda sellealane arendamine ja nende teadmiste oma igapäevatöösse rakendamine on meie õpetajaskonnale võimetekohane ülesanne, magistritöös koostatud töölehed võiksid sellele kaasa aidata. Töös esitatud juhenditega olen näidanud kasutatava keskkonna jõukohasust ja kasutusmugavust.

Koolitundides päriselu puudutavate ülesannete lahendamise tähtsust rõhutatakse pidevalt, GeoGebra liitreaalsuse võimaluste põimimine nn tavaülesannetega võiks suurendada õpimotivatsiooni just kitsa matemaatika kursuse valinud õpilaste puhul.

GeoGebra liitreaalsuse moodul kogub GeoGebra kogukondades populaarsust ja täidab otseselt stereomeetria ülesannete reaalelulisuse suurendamise eesmärki.

Õpivara valimine, kohandamine või koostamine kuulub õpetaja kutsestandardisse (Õpetaja kutsestandard, tase 7).

## **Tänuõnad**

Suurimad tänud juhendajatele Tiina Kraavile ja Kerli Orav-Puurannale, kes mind tööle utsitasid ja igati abistasid. Tänuõnad kuuluvad ka perekonnale, sõpradele ja kolleegidele, kes mind õpingute ajal toetanud on.

## **Autorluse kinnitus**

Kinnitan, et olen koostanud käesoleva lõputöö ise ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega

Karin Tepaskent

/allkirjastatud digitaalselt/

## Kasutatud kirjandus

- Albre, J. (2008). *Dünaamilised slaidid 12. klassi matemaatikaõpiku juurde*. Publitseerimata magistr töö. Tartu Ülikool
- Afanasjeva, H., Afanasjev, J., Aalto, A., Kangasaho, J., Kylliäinen, O., Metiäinen, A., Mäkinen, J., & Tahvanainen, J. (2013). *Gümnaasiumi kitsas matemaatika VIII. Stereomeetria*. Avita
- Bacca, J., Baldiris, S., Fabregat, R., Graf, S., & Kinshuk. (2014). Augmented Reality Trends in Education: A Systematic Review of Research and Applications. *Educational Technology & Society*, 17(4), 133–149
- Bachmann, T. (2020). Talis Bachmann: *paberil ja digitaalselt esitatud info tajumise erinevused*. Külastatud aadressil <https://www.err.ee/1091140/talis-bachmann-paberil-ja-digitaalselt-esitatud-info-tajumise-erinevused>
- Bower, M., Howe, C., McCredie, N., Robinson, A., & Grover, D. (2014). Augmented Reality in education – cases, places and potentials. *Educational Media International*, 51(1), 1-15. doi:10.1080/09523987.2014.889400
- Brzezinski, T. (2019). *GeoGebra 3D: From Computer to Phone/Tablet to Augmented Reality in < 2 MIN*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/qbxbcmqw#material/edmxrvpz>
- Brzezinski, T. (2018). *GeoGebra 3D with AR (Android): Quick Setup Instructions*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/qbxbcmqw#material/jhcywuqw>
- Chiang, T.-H.-C., Yang, S.-J.-H., & Hwang, G.-J. (2014). An Augmented Reality-based Mobile Learning System to Improve Students' Learning Achievements and Motivations in Natural Science Inquiry Activities. *Educational Technology & Society*, 17(4), 352–365
- Eesti keele seletatav sõnaraamat [EKSS] (2009). Külastatud aadressil <https://www.eki.ee/dict/ekss/>
- Eksamite infosüsteem. Külastatud aadressil <https://eis.ekk.edu.ee/eis/>
- Eksamid ja testid. Lõpueksamite materjalid (s.a.). Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/pohikooli-lopueksamid/materjalid/>

- Gümnaasiumi riiklik õppekava (2011). *Riigi Teataja I 14.01.2011*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/129082014021?leiaKehtiv>
- Gümnaasiumi riiklik õppekava, Lisa 3 (2011). *Riigi Teataja I 14.01.2011*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1290/8201/4018/141m%20lisa16.pdf#>
- Haridus- ja teadusministeerium, (2020) Külastatud aadressil <https://www.hm.ee/et/tegevused/valishindamine/riigieksamid>
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *GeoGebra 3.2 eesti keelse versiooni manuaal*. Külastatud aadressil [https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/oppetoo/geogebra\\_3\\_2\\_ees tik\\_manuaal.pdf](https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/oppetoo/geogebra_3_2_ees tik_manuaal.pdf)
- Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristus kiri (2018). Innove. Külastatud aadressil [https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/02/matemaatika-RE\\_eristus kiri\\_kitsas\\_lai\\_2018.pdf](https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/02/matemaatika-RE_eristus kiri_kitsas_lai_2018.pdf)
- Kokk, K. & Martinsaari, H. C. (2015). *MOOC Matemaatika riigieksamiks valmistujale*. Koolimatemaatika XLII (2015),92-97.
- Kurvits, J. (2018). *Digiõppevaramu matemaatika materjalid*. Külastatud aadressil <https://e-koolikott.ee/kogumik/20179-Digioppevaramu-matemaatika-materjalid>
- Kutsestandardid: õpetaja, tase 7*. (2020). Eesti Õpetajate Liit. Kutsekoda. Külatatud aadressil <https://www.kutseregister.ee/ctrl/et/Standardid/vaata/10824233>
- Leacock, T.L., & Nesbit, J.C. (2007). *A Framework for Evaluating the Quality of Multimedia Learning Resources*. Journal of Educational Tehnology & Society. 10, 44-59
- Lepmann, L, & Lepmann, T. (2016). *Matemaatika kitsa ja laia kursuse riigieksam*. Tartu: AS Atlex
- Lepmann, L. (2014). *2014. aasta kitsa matemaatika riigieksami analüüs*. Külastatud aadressil [https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/10/kitsa-matemaatika-re\\_analuus2014.pdf](https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/10/kitsa-matemaatika-re_analuus2014.pdf)
- Lepmann, L. (2015). *2015. aasta kitsa matemaatika riigieksami analüüs*. Külastatud aadressil [https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/10/MatemaatikaRE2015\\_kitsas\\_analuus.pdf](https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/10/MatemaatikaRE2015_kitsas_analuus.pdf)

- Lepmann, L., Lepmann, T. & Velsker, K. (2013). *Matemaatika 12. klassile*. Koolibri, 71-86, 91-95, 147-148, 151-162, 169-178, 181-182
- Lergenmüller, A. (2009c). *Mathematik - neue Wege : Arbeitsbuch für Gymnasien : Berlin : 10. Schuljahr*. Braunschweig : Schroedel, 222 lk. : ill. + 1 CD-ROM
- Malmberg, K. (1997, 19. märts). Riigieksamid said seaduslikuks. *Eesti Päevaleht*. Külastatud aadressil <https://epl.delfi.ee/arvamus/riigieksamid-said-seaduslikuks?id=50737186>
- Nesbit, J., Belfer, K., & Leacock, T. (2004). *Learning Object Review Instrument (LORI)*. User Manual. Version 1.5. Külastatud aadressil <http://www.transplantedgoose.net/gradstudies/educ892/LORI1.5.pdf>
- Parim ahi. (2015). *Õhupuhasti grillile*. Külastatud aadressil <http://www.parimahi.ee/20/18/26/%C3%95hupuhasti+grillile>
- Pihlap, S. (2010). *Uuendatud matemaatika ainekavast*. Külastatud aadressil <http://matikuteajaveeb.blogspot.com/2010/03/uuendatud-matemaatika-ainekavast.html>
- Postov, R. (2019). *Põhikooli statistika ja tõenäosuse teemade dünaamilised töölehed programmiga GeoGebra*. Magistritöö. Tartu Ülikool. Külastatud aadressil [https://dspace.ut.ee/bitstream/handle/10062/64887/postov\\_rita\\_ma\\_2019.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.ut.ee/bitstream/handle/10062/64887/postov_rita_ma_2019.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Prei, E. (2013). *IKT vahendite kasutamiskiivsus Eesti üldhariduskoolides*. Külastatud aadressil [https://media.voog.com/0000/0034/3577/files/Sihtgrupi\\_kysitus\\_2012\\_2.pdf](https://media.voog.com/0000/0034/3577/files/Sihtgrupi_kysitus_2012_2.pdf)
- Pärn, P. (2014). *Matemaatikaõpetajate ja koolide valmisolek IKT vahendite kasutamiseks matemaatikaõppes*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool
- Ron, C. (2017). *The Benefits of Augmented Reality in Education*. Külastatud aadressil <https://www.techwalls.com/benefits-augmented-reality-education>
- Rumm, A. (2015). *Liitreaalsuse rakendamine üldhariduse õppetöös: võimalused ja kitsaskohad*. Magistritöö. Tallinna Ülikool. Külastatud aadressil <http://www.cs.tlu.ee/teemaderegister/>
- Rumm, A. (2017). *Näiteid - Liitreaalsus – Augmented reality*. Külastatud aadressil <https://liitreaalsus.weebly.com/naumliteid.html>
- Zelter, M. (2018). *Stereomeetria*. Külastatud aadressil <https://e-koolikott.ee/kogumik/19162-Stereomeetria>

- Taal, D. (2016). *Matemaatika riigieksamid 2016*. Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/riigieksamid/riigieksamite-materjalid/>
- Taal, D. (2017). *Matemaatika riigieksamid 2017*. Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/riigieksamid/riigieksamite-materjalid/>
- Taal, D. (2018). *Matemaatika riigieksamid 2018*. Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/riigieksamid/riigieksamite-materjalid/>
- Taal, D. (2019). *Matemaatika riigieksamid 2019*. Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/riigieksamid/riigieksamite-materjalid/>
- Talving, H. (1997, 19. märts). Riigieksamid on seadustatud. *Õhtuleht*. Külastatud aadressil <https://www.ohtuleht.ee/614/riigieksamid-on-seadustatud>
- Tasemetööde ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ettevalmistamise ja läbiviimise ning eksamitööde koostamise, hindamise ja säilitamise tingimused ja kord ning tasemetööde, ühtsete põhikooli lõpueksamite ja riigieksamite tulemuste analüüsimise tingimused ja kord (2015). *Riigi Teataja I, 18.12.2015*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/118122015012?leiaKehtiv>
- Tipp, V. (2009). *Kvaliteetse õppematerjali hindamismudel*. Külastatud aadressil <https://koolielu.ee/waramu/view/1-968317d563bed4925d6f641dcc99cb1e7f2c08cd>
- Trappmair, A., Hohenwarter, M. (2019). *Driving augmented reality: GeoGebra's new features in teaching mathematics*. Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching 2019. Essen, Germany. Külastatud aadressil [http://duepublico2.uni-due.de/servlets/MCRFileNodeServlet/uepublico\\_derivate\\_00070745/Trappmair\\_et\\_al\\_Driving\\_augmented\\_reality.pdf](http://duepublico2.uni-due.de/servlets/MCRFileNodeServlet/uepublico_derivate_00070745/Trappmair_et_al_Driving_augmented_reality.pdf)
- Uusväli, M. (2012). *Dünaamilise geomeetria ja arvutustabeli kooskasutus programmiga GeoGebra geomeetria õppimisel III koolisatmes*. Publitseerimata bakalaaurusetöö. Tartu Ülikool
- Villems, A., Kusmin, M., Peets, M.-L., Plamník, T., Puusaar, M., Pilt, L., Varendi, M., Sutt, E., Kusnets, K., Kampus, E., Marandi, T., & Rogalevitš, V. (2012). *Juhend kvaliteetse õpiobjekti loomiseks*. Külastatud aadressil [https://media.voog.com/0000/0034/3577/files/FINAL\\_JuhendKvaliteetseOpiobjektiLoomiseks.pdf](https://media.voog.com/0000/0034/3577/files/FINAL_JuhendKvaliteetseOpiobjektiLoomiseks.pdf)

Villems, A., Aluoja, A., Pilt, L., Naulainen, M.-M., Kusmin, M., Rogalevičs, V., & Tokko, U. (2014-2015). *Digitaalse õppematerjali loomise soovitused*. Külastatud aadressil <https://oppevara.hitsa.ee/kvaliteet/#mis-on-digitaalne-oppematerjal>

Õim, A. (2007). *Sünonüümisõnastik*. Külastatud aadressil <http://www.eki.ee/dict/sys/sys.html>

Õppekirjandusele esitatavad nõuded, õppekirjanduseretsenseerimisele ja retsensentidele esitatavad miinimumnõuded ning riigi poolt tagatava minimaalse õppekirjanduse liigid klassiti ja õppeaineti (2016). *Riigi Teataja I, 01.04.2016*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/129032016001>

Õppeprotsesside kirjeldused. Matemaatika õppeprotsessid. (2015). *Innove*. Külastatud aadressil <https://oppekava.innove.ee/oppeprotsesside-kirjeldused/matemaatika-oppeprotsessid/>

Yingprayoon, J. (2015). *Teaching Mathematics using Augmented Reality*. Proceedings of the 20th Asian Technology Conference in Mathematics. Leshan, China. Külastatud aadressil <http://atcm.mathandtech.org/EP2015/full/23.pdf>

## Lisa 1. Kitsa matemaatika riigieksami stereomeetriaülesanded

### RE 2014 - II osa, ülesanne 5 (10 p)

Korrapärase kolmnurkse püstprisma kujulisse vaasi valatakse pool liitrit vett.

Vaasi kõrgus on  $20\text{ cm}$  ja põhiserv on  $14\text{ cm}$ .

1. Arvutage veetaseme kõrgus vaasis.
2. Kui suur osa vaasi sisust jääb veega täitmata?

NB! Vaasi seinte ja põhja paksust arvutamisel ei arvestata.

### RE 2015, II osa ülesanne 5 (10p)

Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on  $10\text{ cm}$  ja põhitahu diagonaal on  $12\text{ cm}$ .

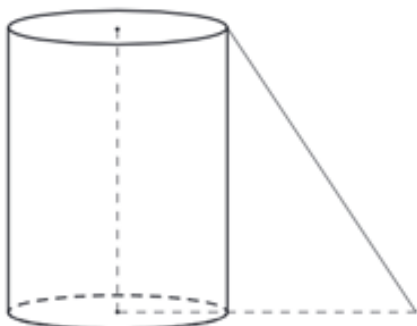
1. Tehke ülesande tekstiga sobiv joonis.
2. Arvutage püramiidi ruumala ning nurk külgtahu ja põhitahu vahel.

### RE 2016, II osa ülesanne 5 (10p)

Silindrikujuline mahuti on trosside abil kinnitatud maapinnale (joonisel on kujutatud üht trossi). Iga trossi kinnituskohd maapinnal on mahutist  $4,9\text{ m}$  kaugusel ja iga tross moodustab maapinnaga nurga  $55^\circ$ . Mahuti põhja ümbermõõt on ligikaudu  $15,7\text{ m}$ .

1. Arvutage mahuti külgpindala ja ruumala.
2. Kui palju maksaks mahutitäis kütust, kui ühe liitri hind on  $0,984\text{ eurot}$ ? Vastus andke täpsusega  $100\text{ eurot}$ .

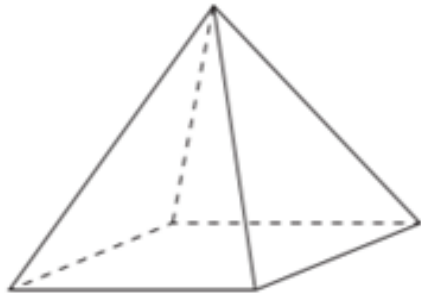
Märkus. Mahuti põhja ja külgpinna paksust arvutustes ei arvestata.



### RE 2017, II osa ülesanne 5 (10p)

Telk on korrapärase nelinurkse püramiidi kujuline (vt joonist). Telgi külgpindala on  $192 \text{ m}^2$  ja põhja pindala on  $144 \text{ m}^2$ .

1. Arvutage telgi põhiserv ja külgserv.
2. Tähistage joonisel nurk telgi põhiserva ja külgserva vahel ning arvutage see.
3. Arvutage telgi ruumala. Lõppvastus andke täpsusega  $1 \text{ m}^3$ .



### RE 2018, II osa ülesanne 5 (10p)

Koonuse moodustaja on  $10 \text{ cm}$  ja selle koonuse telglõike tipunurk on  $120^\circ$ . Tehke illustreeriv joonis ning arvutage koonuse täispindala ja ruumala.

### RE 2019, II osa ülesanne 5 (10p)

Kohvik kasutab kahes suuruses risttahukakujulisi koogikarpe. Mõlema karbi põhi on ruudukujuline. Väiksema koogikarbi kõrgus on  $6 \text{ cm}$  ja ruumala  $864 \text{ cm}^3$ . Suurema koogikarbi ruumala on  $2 \text{ dm}^3$  ja selle põhiserv on neli korda pikem kui kõrgus.

1. Arvutage väiksema koogikarbi diagonaali pikkus ja suurema koogikarbi kõrgus.
2. Kas väike koogikarp tervikuna mahub suure koogikarbi sisse? Põhjendage oma vastest.

## Lisa 2. Stereomeetria tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid

### Kodune töö. Prisma ja püramiid

Ruumigeomeetria ülesande lahendamise lahutamatu osa on korrektne joonis.

Jooniste tegemisel võiks silmas pidada järgmisi soovitusi:

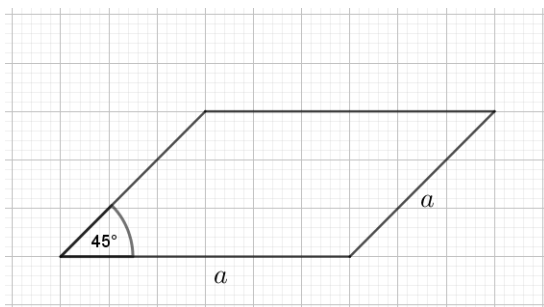
- Joonis olgu piisavalt suur ning eelistatult tehtud pliiatsi ja joonlauaga.
- Keha tahkude varju jäävad joonelemendid esitatakse punktiirjoonega.
- Keha vertikaalsed joonelemendid (nt püramiidi kõrgus, püstprisma külgservad jms) kujutatakse ka joonisel vertikaalselt.
- Keha paralleelsed joonelemendid (nt põhitahu vastasküljed) kujutatakse ka joonisel paralleelsetena.
- Ristkülikut, ruutu ja rööpkülikut kujutatakse kaldu vaates rööpkülikuna.
- Keha kõrguse aluspunkt ei tohiks joonisel jääda „õhku rippuma“, see tuleks lõigu abil ühendada mõne teise põhjal oleva olulise punktiga (nt põhja tipuga, külgtahu apoteemi aluspunktiga).
- Keha tipud tähistatakse suurte tähtedega.
- Lahenduse seisukohalt oluliste tegelikkuses risti olevate lõikude vahelised nurgad näidatakse joonisel täisnurga sümboliga.
- Kõik teised lahenduse seisukohalt olulised nurgad esitatakse joonisel kaarekeste abil.
- Kõik lahenduses kasutatavad tähised peavad olema leitavad ka jooniselt.

Lepmann, L., Lepmann, T. (2016). *Matemaatika kitsa ja laia kursuse riigieksam*. Tartu: AS Atlex.

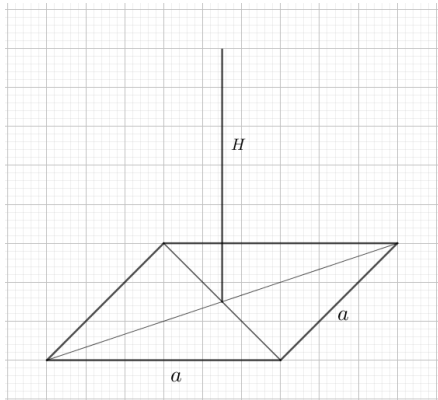
**Näide 1.** Korrapärase nelinurkse püramiidi joonestamine (Lergemüller, 2009c) .

Joonestage korrapärane nelinurkne püramiid, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja püramiidi kõrgus  $H$ . Selleks:

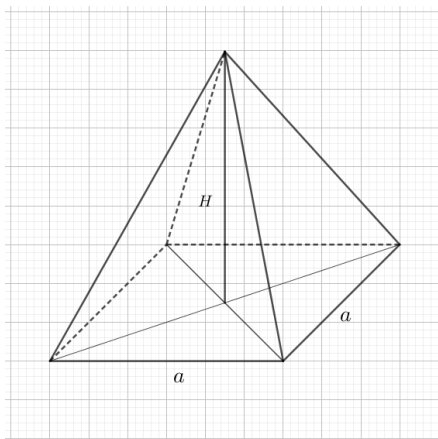
- joonestage rööpkülik, mille teravnurk on  $45^\circ$ ;



- joonestage rööpküliku mõlemad diagonaalid;
- joonestage rööpküliku keskpunktist vertikaalne lõik, mis moodustab püramiidi kõrguse;

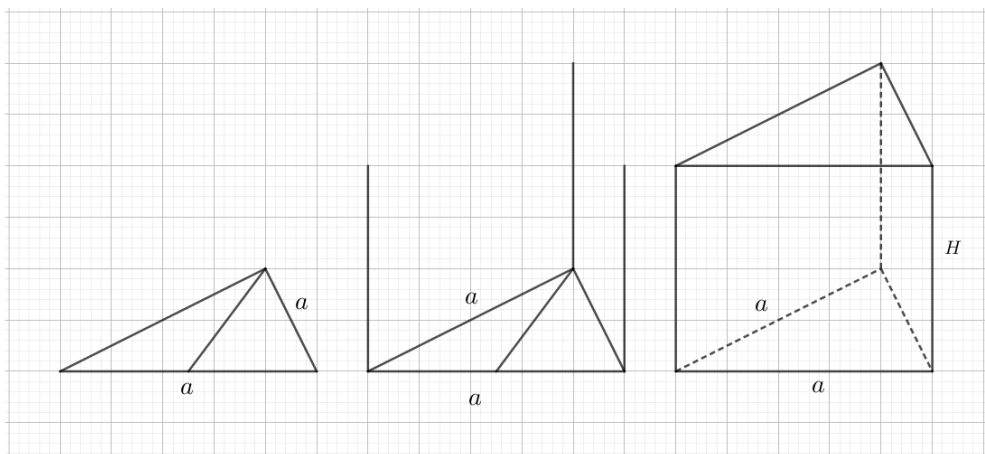


- ühendage kõik rööpküliku tipud kõrguseks oleva lõigu otspunktiga.



**Näide 2.** Korrapärase kolmnurkse püstprisma joonestamine (Lergemüller, 2009c).

Järgides toodud joonisel esitatud samme, joonestage korrapärase kolmnurkne püstprisma, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja prisma kõrgus  $H$ .



## Ülesanne 1

Joonestage järgmised ruumilised kujundid.

1. Korrapärane nelinurkne püramiid, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja kõrgus  $H$ .
2. Korrapärane kolmnurkne prisma, mille põhiserv on  $a$  ning külgserv  $b$ .

## Ülesanne 2

Joonestage nelinurkne püstprisma. Tähistage tipud. Märkige joonisele järgmised nurgad ja diagonaalid.

- a) Nurk  $\alpha$  põhiserva ja külgserva vahel.
- b) Nurk  $\beta$  külgserva ja prisma diagonaali vahel.
- c) Nurk  $\gamma$  prisma diagonaali ja külgtahu diagonaali vahel.
- d) Nurk  $\delta$  prisma diagonaali ja põhitahu diagonaali vahel.

## Ülesanne 3

Joonestage korrapärane nelinurkne püramiid. Märkige joonisele järgmised nurgad.

- a) Nurk  $\alpha$  külgserva ja põhiserva vahel.
- b) Nurk  $\beta$  külgserva ja põhja vahel.
- c) Nurk  $\gamma$  külgtahu ja põhja vahel.
- d) Nurk  $\delta$  külgtahu apoteemi ja kõrguse vahel.
- e) Püramiidi diagonaallõike tipunurk  $\varepsilon$ .

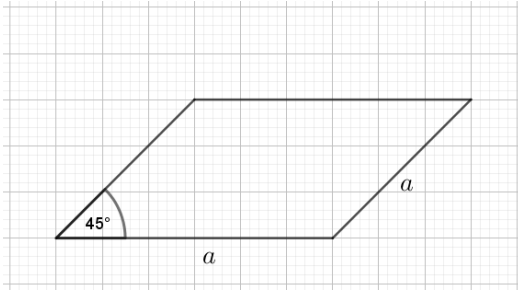
### Lisa 3. Stereomeetria tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid

#### Ülesandeid stereomeetriast. Prisma ja püramiid

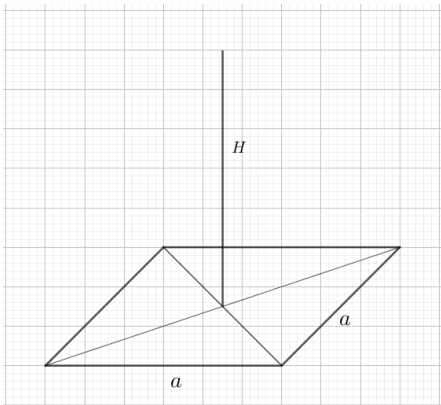
**Näide 1.** Korrapärase nelinurkse püramiidi joonestamine (Lergemüller, 2009c).

Joonestage korrapärane nelinurkne püramiid, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja püramiidi kõrgus  $H$ . Selleks:

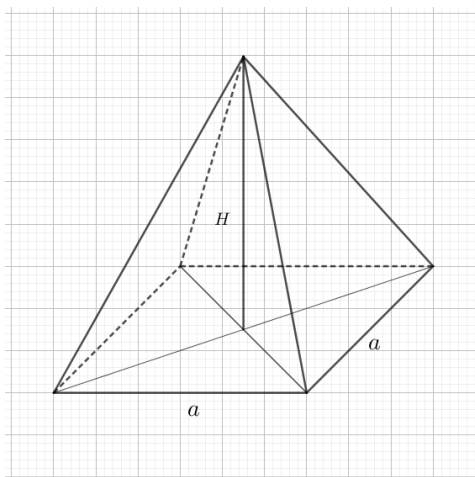
- joonestage rööpkülik, mille teravnurk on  $45^\circ$ ;



- joonestage rööpküliku mõlemad diagonaalid;
- joonestage rööpküliku keskpunktist vertikaalne lõik, mis moodustab püramiidi kõrguse;

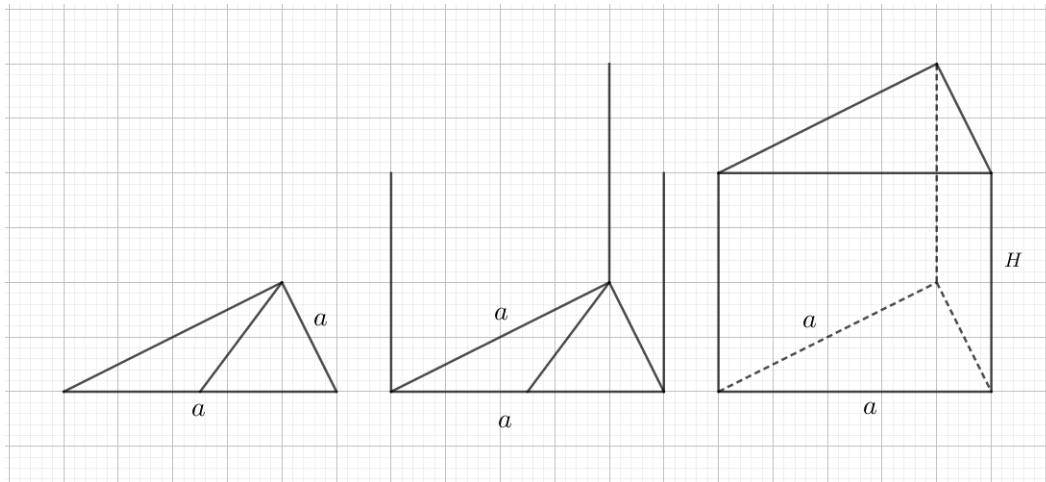


- ühendage kõik rööpküliku tipud kõrguseks oleva lõigu otspunktiga.



**Näide 2.** Korrapärase kolmnurkse püstprisma joonestamine (Lergenmüller, 2009c).

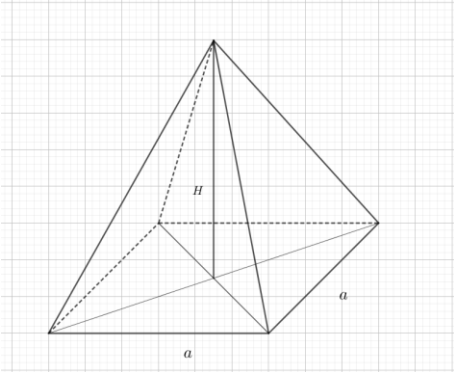
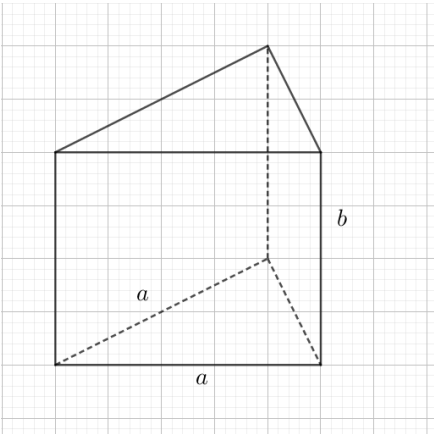
Järgides toodud joonisel esitatud samme, joonestage korrapärase kolmnurkne püstprisma, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja prisma kõrgus  $H$ .



### Ülesanne 1

Joonestage järgmised ruumilised kujundid.

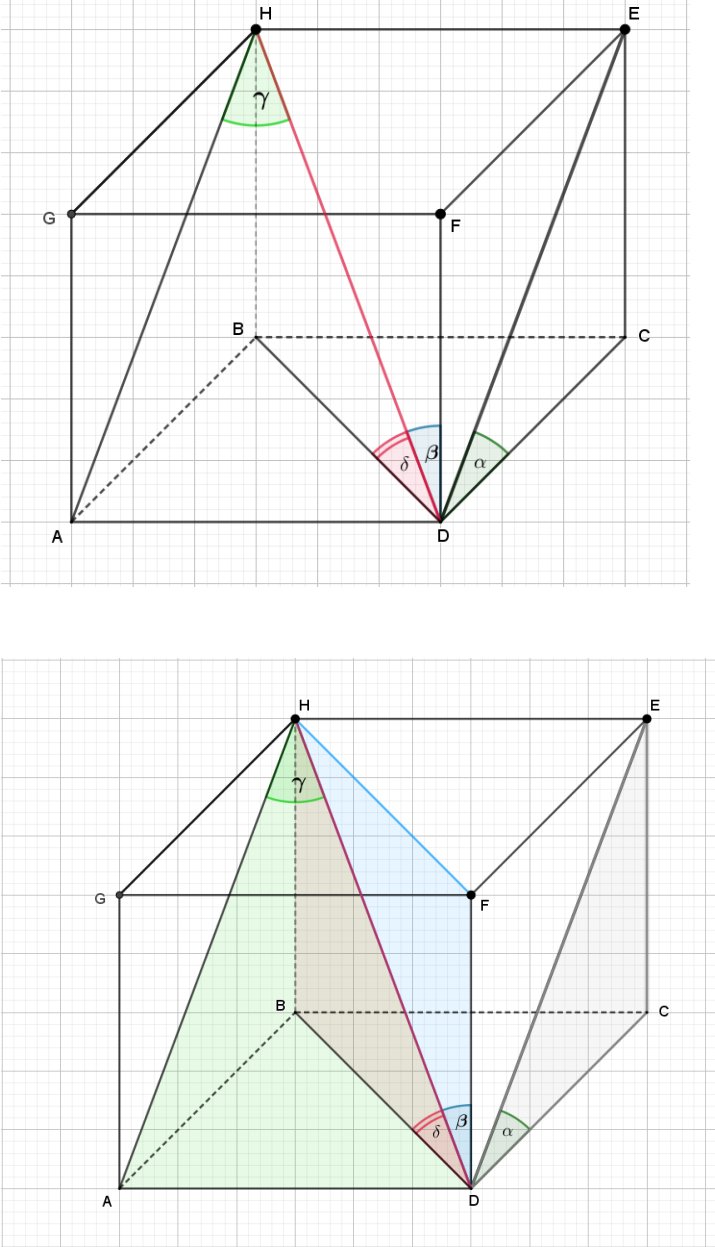
1. Korrapärase nelinurkne püramiid, mille põhiserva pikkus on  $a$  ja kõrgus  $H$ .
2. Korrapärase kolmnurkne prisma, mille põhiserv on  $a$  ning külgserv  $b$ .

Lahendus	Õpitulemused
<p>1.</p>  <p>2.</p> 	<p>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</p> <p>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid</p>

## Ülesanne 2

Joonestage nelinurkne püstprisma. Tähistage tipud. Märkige joonisele järgmised nurgad ja diagonaalid.

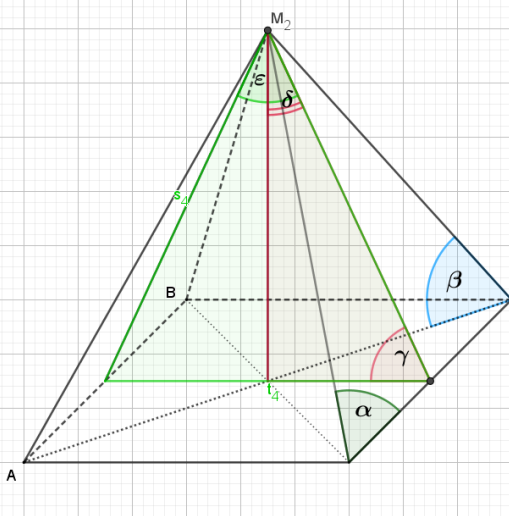
- Nurk  $\alpha$  põhiserva ja külgserva vahel.
- Nurk  $\beta$  külgserva ja prisma diagonaali vahel.
- Nurk  $\gamma$  prisma diagonaali ja külgtahu diagonaali vahel.
- Nurk  $\delta$  prisma diagonaali ja põhitahu diagonaali vahel.

Lahendus	Õpitulemused
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet.</li> </ol>

### Ülesanne 3

Joonestage korrapärane nelinurkne püramiid. Märkige joonisele järgmised nurgad.

- Nurk  $\alpha$  külgserva ja põhiserva vahel.
- Nurk  $\beta$  külgserva ja põhja vahel.
- Nurk  $\gamma$  külgtahu ja põhja vahel.
- Nurk  $\delta$  külgtahu apoteemi ja kõrguse vahel.
- Püramiidi diagonaallõike tipunurk  $\varepsilon$ .

Lahendus	Õpitulemused
	<ol style="list-style-type: none"><li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li><li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li><li>3) selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet.</li></ol>

## **Lisa 4 Stereomeetria 1. tunni tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid. Ülesandeid stereomeetriast. Prisma ja püramiid**

### **Ülesanne 1**

Korrapärase nelinurkse prisma külgtahu diagonaal on 16 cm ja see moodustab põhiservaga nurga  $30^\circ$ .

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta prisma külgpindala ja ruumala.

### **Ülesanne 2**

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 8 dm ja külgtahk moodustab põhjaga  $60^\circ$  nurga.

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi ruumala.

### **Ülesanne 3**

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 12 cm ning põhiserva ja külgserva vaheline nurk on  $55^\circ$ .

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi täispindala.

### **Ülesanne 4**

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 16 cm ning külgtahu ja kõrguse vaheline nurk on  $30^\circ$ .

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi kõrgus ja külgserva pikkus.

### **Ülesanne 5**

Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhiserv on 18 dm ning külgserva ja põhja vaheline nurk on  $60^\circ$ .

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi ruumala.

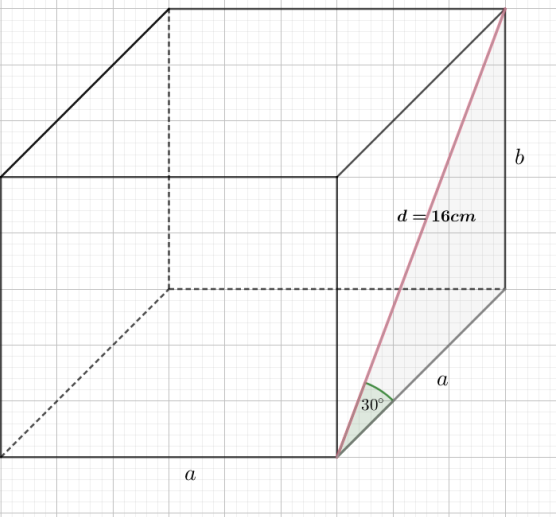
## Lisa 5 Stereomeetria 1. tunni tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid.

### Ülesandeid stereomeetriast. Prisma ja püramiid

#### Ülesanne 1

Korrapärase nelinurkse prisma külgtahu diagonaal on 16 cm ja see moodustab põhiservaga nurga  $30^\circ$ .

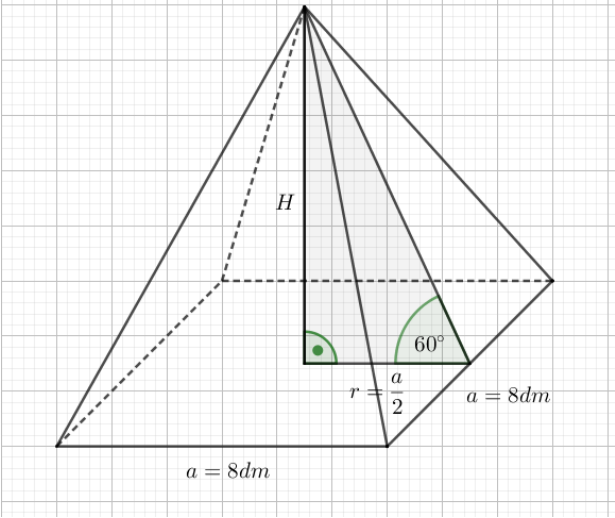
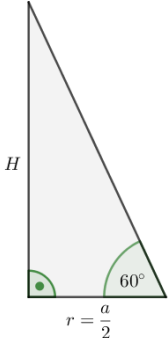
- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta prisma külgpindala ja ruumala.

Lahendus	Õpitulemused
 <p>Prisma põhiserva pikkus:</p> $\cos 30^\circ = \frac{a}{16} \Rightarrow a = \cos 30^\circ \cdot 16 \Rightarrow a = 8\sqrt{3} \text{ cm}$ <p>Prisma kõrgus:</p> $\sin 30^\circ = \frac{b}{16} \Rightarrow b = \sin 30^\circ \cdot 16 \Rightarrow b = 8 \text{ cm}$ <p>Prisma külgpindala:</p> $S_k = 4a \cdot b \Rightarrow S_k = 4 \cdot 8\sqrt{3} \cdot 8 \approx 443(\text{cm}^2)$ <p>Prisma ruumala:</p> $V = a^2 \cdot b \Rightarrow V = (8\sqrt{3})^2 \cdot 8 = 1536(\text{cm}^3)$ <p>Vastus. Prisma külgpindala on <math>\approx 443 \text{ cm}^2</math> ja ruumala <math>1536 \text{ cm}^3</math>.</p>	<p>Õpitulemused</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li><li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li><li>3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</li><li>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li><li>5) selgitab kahe sirge vahelise nurga mõistet;</li><li>6) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li></ol>

## Ülesanne 2

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 8 dm ja külgtahk moodustab põhjaga  $60^\circ$  nurga.

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi ruumala.

Lahendus	Õpitulemused
 <p>Püramiidi ruumala: <math>V = \frac{1}{3} S_p \cdot H</math></p> <p>Püramiidi põhjapindala:</p> $S_p = a^2 \Rightarrow S_p = 8^2 = 64(\text{cm}^2)$ <p>Püramiidi kõrgus:</p>  $r = \frac{a}{2} \Rightarrow r = \frac{8}{2} = 4(\text{cm})$ $\tan 60^\circ = \frac{H}{4} \Rightarrow H = \tan 60^\circ \cdot 4 \Rightarrow$ $H = 4\sqrt{3}\text{cm}$ <p>Püramiidi ruumala:</p> $V = \frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 4\sqrt{3} \approx 148(\text{cm}^3)$ <p>Vastus. Püramiidi ruumala on <math>\approx 148 \text{ cm}^3</math>.</p>	<p>Õpitulemused</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</li> <li>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>5) selgitab kahe tasandi vahelise nurga mõistet;</li> <li>6) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

### Ülesanne 3

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 12 cm ning põhiserva ja külgserva vaheline nurk on  $55^\circ$ .

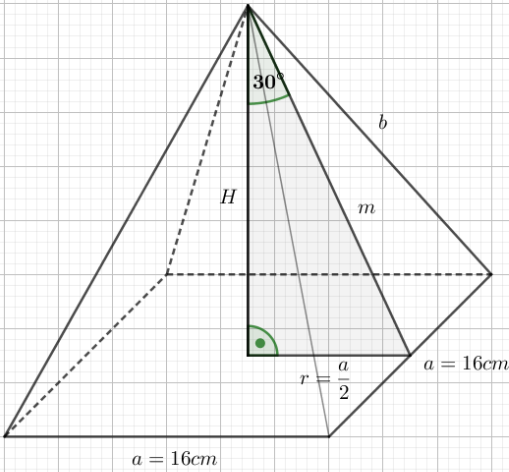
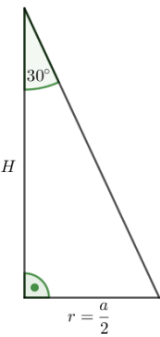
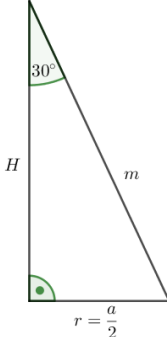
- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi täispindala.

Lahendus	Õpitulemused
<div data-bbox="204 533 753 1041" data-label="Image"> </div> <p>Püramiidi täispindala: <math>S_t = S_p + S_k</math></p> <p>Püramiidi põhjapindala:</p> $S_p = a^2 \Rightarrow S_p = 12^2 = 144(\text{cm}^2)$ <p>Püramiidi moodustaja:</p> <div data-bbox="236 1317 411 1668" data-label="Image"> </div> $\tan 55^\circ = \frac{m}{\frac{a}{2}} \Rightarrow$ $m = \tan 55^\circ \cdot 6 \Rightarrow$ $m \approx 8,56 \text{ cm}$ <p>Püramiidi külgpindala:</p> $S_k = \frac{nam}{2} \Rightarrow S_k = \frac{4 \cdot 12 \cdot 8,56}{2} \approx 205,65 (\text{cm}^2)$ <p>Püramiidi täispindala:</p> $S_t = 144 + 205,65 = 349,65 (\text{cm}^2)$ <p>Vastus. Püramiidi täispindala on <math>349,65 \text{ cm}^2</math>.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid ja pindala;</li> <li>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>5) selgitab kahe sirge vahelise nurga mõistet;</li> <li>6) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

## Ülesanne 4

Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 16 cm ning külgtahu ja kõrguse vaheline nurk on  $30^\circ$ .

- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi kõrgus ja külgserva pikkus.

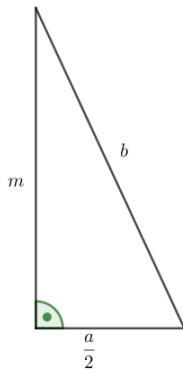
Lahendus	Õpitulemused
 <p>Püramiidi kõrgus:</p>  $r = \frac{a}{2} \Rightarrow r = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$ $\tan 30^\circ = \frac{H}{8} \Rightarrow H = \tan 30^\circ \cdot 8$ $\Rightarrow H = 8\sqrt{3} \text{ cm}$ <p>Püramiidi moodustaja:</p> <p>I variant:</p>  $\cos 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{m} \Rightarrow$ $m = \frac{8\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} \Rightarrow$ $m = 16 \text{ cm}$	<p>Õpitulemused</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) arvutab ainekavas nõutud kujundite joonelemendid;</li> <li>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>5) selgitab sirge ja tasandi vahelise nurga mõistet;</li> <li>6) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

II variant:

$$m^2 = H^2 + r^2 \Rightarrow$$

$$m = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 8^2} \Rightarrow m = 16 \text{ cm}$$

Püramiidi külgserva pikkus:



$$b^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$b = \sqrt{16^2 + 8^2} \Rightarrow$$

$$b = 8\sqrt{5} \text{ cm}$$

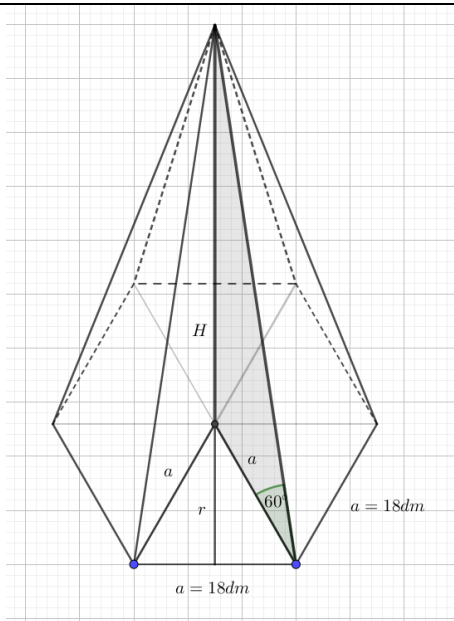
Vastus. Püramiidi kõrgus on  $8\sqrt{3} \text{ cm}$  ja külgserva pikkus  $8\sqrt{5} \text{ cm}$ .

### Ülesanne 5

Korrapärase kuusnurkse püramiidi põhiserv on 18 dm ning külgserva ja põhja vaheline nurk on  $60^\circ$ .

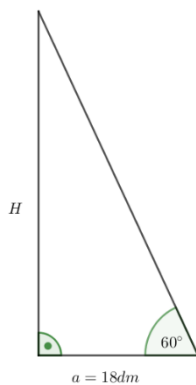
- Tee tekstile vastav joonis ning märgi andmed joonisele.
- Arvuta püramiidi ruumala.

• Lahendus	Õpitulemused
------------	--------------



Püramiidi ruumala:  $V = \frac{1}{3} S_p \cdot H$

Püramiidi kõrgus:

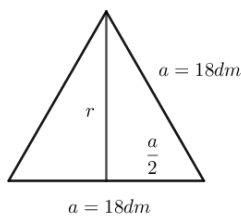


$$\tan 60^\circ = \frac{H}{18} \Rightarrow$$

$$H = \tan 60^\circ \cdot 18 \Rightarrow$$

$$H = 18\sqrt{3} \text{ dm}$$

Püramiidi põhjapindala:  $S_p = \frac{nar}{2}$



$$r^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{18^2 - 9^2} \Rightarrow$$

$$r = 9\sqrt{3} \text{ dm}$$

$$S_p = \frac{6 \cdot 18 \cdot 9\sqrt{3}}{2} \approx 841,78 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Püramiidi ruumala:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 841,78 \cdot 18\sqrt{3} = 8748 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Vastus. Püramiidi ruumala on  $8748 \text{ dm}^3$ .

- 1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;
- 2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;
- 3) arvutab ainekavas nõutud kujundite joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 5) selgitab sirge ja tasandi vahelise nurga mõistet;
- 6) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.

## Lisa 6 Stereomeetria 2. tunni tööleht õpilasele. Prisma ja püramiid.

### Ülesandeid stereomeetriast. Prisma ja püramiid

#### Ülesanne 1

Talunik Kalle tõi vana kombe kohaselt suvistepühadeks tuppa kaseoksi. Need oksad pani ta korrapärase kuusnurkse püstprisma kujulisse pörandavaasi, mille põhiserv on 0,105 m ja kuhu ta valas 6 l vett.

- Arvutage veetaseme kõrgus vaasis.
- Leia vaasi kõrgus, kui vaasi sisust jääb veega täitmata 67,3%.

Vastused esitage sentimeetri täpsusega.

#### Ülesanne 2

Talunik Kalle kavatseb oma kodus köögi põranda katta keraamiliste põrandaplaatidega.

Köögi mõõdud on 5800 mm ja 3340 mm ning kõrgus 2600 mm.

Majaproua valis välja keraamilised risttahukakujulised põrandaplaadid, mille mõõtmed on 330 mm, 330 mm ja 10 mm. Üks plaat maksab 18,81 €/tk. Plaat müüakse paki kaupa ja ühe paki ruumala on 14 157 cm<sup>3</sup>.

- Leia plaatide arv pakis.
- Mitu pakki plaate peaks Kalle ostma?
- Kui palju läheb maksma köögi põrand?

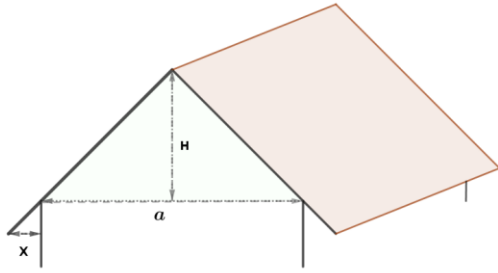
#### Ülesanne 3

Talunik Kalle elumaja pööning on kolmnurkse prisma kujuline. Pööningu ruumala on 300 m<sup>3</sup>. Katuseharja<sup>6</sup> kõrgus pööningu põrandast on 6 m, maja laius 8,6 m ning katuse räästa kaugus maja seinast 50 cm (vt joonist). Kalle mõtles katuse vahetusele. Internetist uurides sai ta teada, et kaasaegsete katusematerjalide garantiiäeg on kuni 30 aastat ja et katust kividega kattes kulub iga ruutmeetri kohta 7,2 kivi.

- Kui pikk on elumaja?
- Mitu katusekivi läheb selle katuse katmiseks vaja?
- Kui palju maksab uus katus, kui ühe kivi hind on 63 senti?

---

<sup>6</sup> katusehari - katuse kõige kõrgem terav serv (Eesti keele ... [EKSS], 2008)



Joonis. Maja katus.  $a$ -maja laius,  $H$  -katuseharja kõrgus,  $x$  - räästa kaugus maja seinast

#### Ülesanne 4

Talunik Kalle ehitas aeda grillmaja, mille katusel on korrapärase kaheksanurkse püramiidi külgpinna kuju. Katuse põhja ümbermõõt on 36,8 m ja kõrgus 1,5 m. Mitu ruutmeetrit kattmaterjali kulub selle katuse katmiseks, kui materjali arvestada 8% pindalale lisaks?

## Lisa 7 Stereomeetria 2. tunni tööleht õpetajale. Prisma ja püramiid.

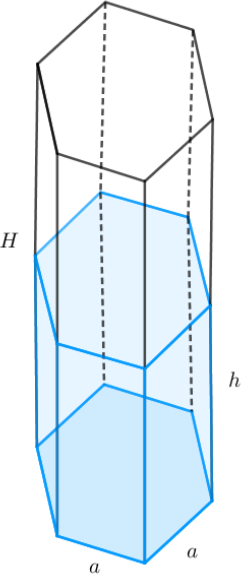
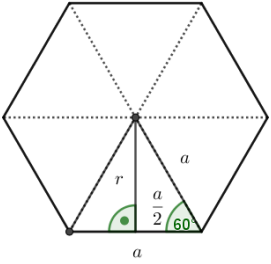
### Ülesandeid stereomeetriast. Prisma ja püramiid

#### Ülesanne 1

Talunik Kalle tõi vana kombe kohaselt suvistepühadeks tuppa kaseoksi. Need oksad pani tema korrapärase kuusnurkse püstprisma kujulisse põrandavaasi, mille põhiserv on  $0,105\text{ m}$  ja kuhu ta valas  $6\text{ l}$  vett.

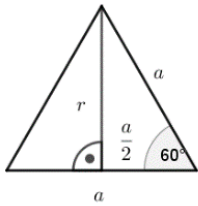
- Arvutage veetaseme kõrgus vaasis.
- Leia vaasi kõrgus, kui vaasi sisust jääb veega täitmata  $67,3\%$ .

Vastused esitage sentimeetri täpsusega.

Lahendus	Õpitulemused
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p><math>H</math>-vaasi kõrgus, <math>h</math>- vee kõrgus, <math>a</math> – vaasi põhiserv, <math>r</math>- korrapärase hulknurga siseringjoone raadius ehk hulknurga apoteem</p> <p>Andmed:</p> <p><math>a = 0,105\text{ m} = 1,05\text{ dm}</math></p> <p>Vee ruumala <math>V_v = 6\text{ l} = 6\text{ dm}^3</math></p> <p>1. Vaasi põhja pindala: <math>S_p = \frac{nar}{2}</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>a = 0,105\text{ m} = 1,05\text{ dm}</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</li> <li>rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;</li> <li>teisendab mõõtühikuid;</li> <li>arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

I variant:

Vaasi põhja pindala võib leida korrapärase hulknurga siseringjoone raadiuse ja põhiserva kaudu



$$r^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{1,05^2 - 0,525^2} \Rightarrow$$

$$r = \frac{21\sqrt{3}}{40} \text{ dm}$$

$$S_p = \frac{6 \cdot 1,05 \cdot 21\sqrt{3}}{2 \cdot 40} \approx 2,86 \text{ (dm}^2\text{)}$$

II variant.

Põhja pindala võime leida ka järgmiselt:

$$\sin 60^\circ = \frac{r}{a} \Rightarrow r = \sin 60^\circ \cdot 1,05 = \frac{21\sqrt{3}}{40} \text{ (dm)}$$

$$S_p = \frac{6 \cdot 1,05 \cdot 21\sqrt{3}}{2 \cdot 40} \approx 2,86 \text{ (dm}^2\text{)}$$

III variant.

Põhja pindala leidmine kolmnurga kahe külje ja nende vahelise nurga kaudu

$$S_p = n \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ$$

$$S_p = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot \sin 60^\circ \approx 2,86 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Veetaseme kõrgus:  $V_p = S_p \cdot h \Rightarrow h = \frac{V_p}{S_p}$

$$h = \frac{6}{2,86} \approx 2,09 \text{ (dm)} \approx 21 \text{ (cm)}$$

2. Veega on täidetud:  $100\% - 67,3\% = 32,7\%$

Vaasi kõrgus:  $21 : 0,327 \approx 64,2 \text{ (cm)} \approx 64 \text{ (cm)}$

Vastus. a) Veetaseme kõrgus vaasis on 21 cm.

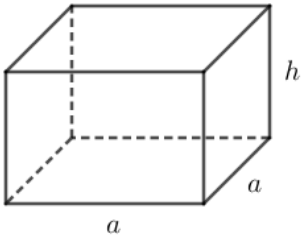
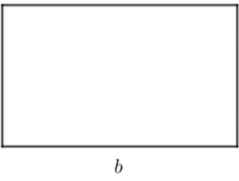
b) Vaasi kõrgus on 64 cm.

## Ülesanne 2

Talunik Kalle kavatseb oma kodus köögi põranda katta keraamiliste põrandaplaatidega. Köögi mõõdud on  $5800\text{ mm}$  ja  $3340\text{ mm}$  ning kõrgus  $2600\text{ mm}$ .

Majaproua valis välja keraamilised risttahukakujulised põrandaplaadid, mille mõõtmed on  $330\text{ mm}$ ,  $330\text{ mm}$  ja  $10\text{ mm}$ . Üks plaat maksab  $18,81\text{ €/tk}$ . Plaat müüakse paki kaupa ja ühe paki ruumala on  $14\,157\text{ cm}^3$ .

- Leia plaatide arv pakis.
- Mitu pakki plaate peaks talunik Kalle ostma?
- Kui palju läheb maksma köögi põrand?

Lahendus	Õpitulemused
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Plaadi mõõdud: <math>a = 330\text{ mm} = 33\text{ cm}</math>  <math>h = 10\text{ mm} = 1\text{ cm}</math></p> <p>a) Plaadi ruumala: <math>V_p = a^2 \cdot h</math>  <math>V_p = 33^2 \cdot 1 = 1089\text{ (cm}^2\text{)}</math></p> <p>Plaat mahub ühte kasti: <math>14157 : 1089 = 13\text{ (tk)}</math></p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p>b) Köögi põranda mõõdud:  <math>b = 5800\text{ mm} = 580\text{ cm}</math>  <math>c = 3340\text{ mm} = 334\text{ cm}</math></p> </div> </div> <p>Köögi põranda pindala: <math>S_{põrand} = b \cdot c</math>  <math>S_{põrand} = 580 \cdot 334 = 193\,720\text{ (cm}^2\text{)}</math></p> <p>Plaadi põhja pindala: <math>S_p = 33^2 = 1089\text{ (cm}^2\text{)}</math></p> <p>Köögi põranda katmiseks läheb vaja:  <math>193\,720 : 1089 \approx 178\text{ (plati)}</math></p> <p>Talunik Kalle peab ostma:  <math>178 : 13 \approx 13,69</math> ehk <math>14\text{ pakki}</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;</li> <li>rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;</li> <li>teisendab mõõtühikuid;</li> <li>arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

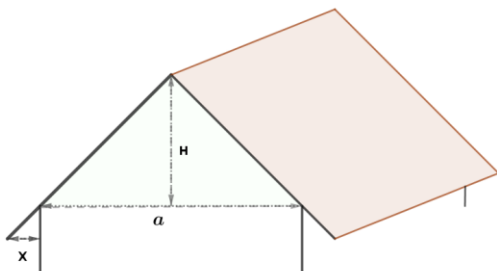
<p>c) Köögi põranda maksumus:</p> $14 \cdot 13 \cdot 18,81 \text{ €} = 3423,42\text{€}$ <p>Vastus. a) Plaate mahub ühte kasti 13 tk.  b) Talunik Kalle peab ostma 14 pakki.  c) Köögi põrand läheb maksma 3423,42 €</p>	
---	--

### Ülesanne 3

Talunik Kalle elumaja pööning on kolmnurkse prisma kujuline. Pööningu ruumala on  $300 \text{ m}^3$ .

Katuseharja<sup>7</sup> kõrgus pööningu põrandast on  $6 \text{ m}$ , maja laius  $8,6 \text{ m}$  ning katuse räästa kaugus maja seinast  $50 \text{ cm}$  (vt joonist). Talunik Kalle mõtles katuse vahetusele. Internetist uurides sai ta teada, et kaasaegsete katusematerjalide garantiiaeg on kuni 30 aastat ja et katust kividega kattes kulub iga ruutmeetri kohta  $7,2$  kivi.

- Kui pikk on elumaja?
- Mitu katusekivi läheb selle katuse katmiseks?
- Kui palju maksab uus katus, kui ühe kivi hind on 63 senti?



Joonis. Maja katus.  $a$  -maja laius,  $H$  -katuseharja kõrgus,  $x$  - räästa kaugus maja seinast

Lahendus	Õpitulemused
<p> <math>H = 6 \text{ m}</math>  <math>a = 8,6 \text{ m}</math>  <math>V = 300 \text{ m}^3</math> </p> <p>a) Elumaja pikkus:</p> $V = \frac{a \cdot H}{2} \cdot b \Rightarrow b = \frac{2V}{a \cdot H}$	<ol style="list-style-type: none"> <li>tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</li> <li>rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> </ol>

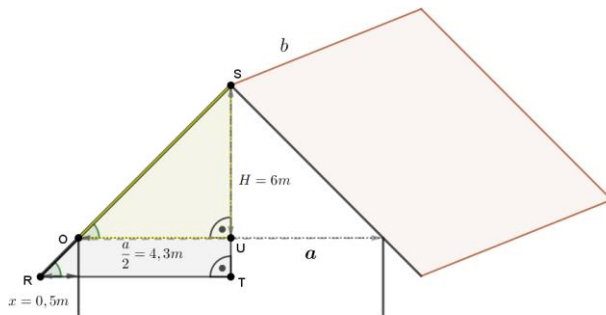
<sup>7</sup> katusehari - katuse kõige kõrgem terav serv (Eesti keele ... [EKSS], 2009)

$$b = \frac{2 \cdot 300}{6 \cdot 8,6} \approx 11,6 \text{ (m)}$$

b) Katuse pindala:

Katuse pikkus  $b = 11,6 \text{ m}$

Katuse laius  $SR = SO + OR$



Kuna kolmnurgad  $\Delta STR \sim \Delta SUO$  on sarnased tunnuse NN põhjal, saame leida katuse laiuse.

$$\frac{TR}{UO} = \frac{SR}{SO} \Rightarrow SR = \frac{SO \cdot TR}{UO} \Rightarrow SR = \frac{\sqrt{4,3^2 + 6^2} \cdot (0,5 + 4,3)}{4,3}$$

$$\Rightarrow SR \approx 8,2 \text{ m}$$

Katuse pindala:

$$S_{\text{katuse}} = 11,6 \cdot 2 \cdot 8,2 \approx 190,24 \text{ (m}^2\text{)}$$

Katusekive läheb vaja:

$$7,2 \cdot 190,24 \approx 1370 \text{ kivi}$$

c) Uue katuse hind:

$$1370 \cdot 0,63 = 863,10 \text{ eurot}$$

Vastus.

a) Elumaja pikkus on  $11,6 \text{ m}$

b) Katuse katmiseks läheb vaja ligikaudu

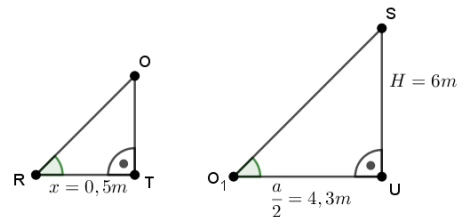
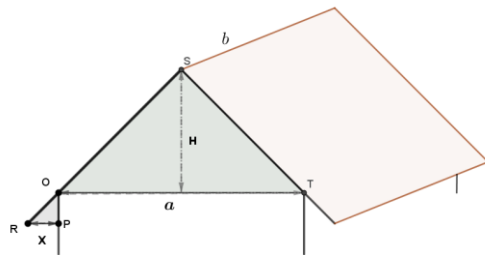
$1370 \text{ kivi}$

c) Uue katuse hind on  $863,10 \text{ eurot}$

5) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;

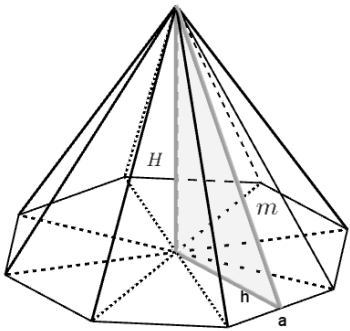
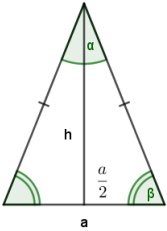
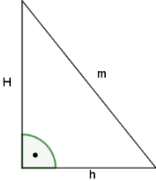
6) teisendab mõõtühikuid;

7) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.



## Ülesanne 4

Talunik Kalle ehitas aeda grillmaja, mille katusel on korrapärase kaheksanurkse püramiidi külgsinna kuju. Katuse põhja übermõõt on  $36,8\text{ m}$  ja kõrgus  $1,5\text{ m}$ . Mitu ruutmeetrit katematerjali kulub selle katuse katmiseks, kui materjali arvestada 8% pindalale lisaks?

Lahendus	Õpitulemused
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <math display="block">H = 1,5\text{ m}</math> <math display="block">P = 36,8\text{ m}</math> <math display="block">n = 8</math> </div> </div> <p>Katuse külgserv: <math>S_k = \frac{nam}{2}</math></p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Põhja külgserv :</p> <math display="block">a = 36,8 : 8 = 4,6\text{ m}</math> <p>Võrdhaarse kolmnurga nurgad:</p> <math display="block">\alpha = 360^\circ : 8 = 45^\circ</math> <math display="block">\beta = (180^\circ - 45^\circ) : 2 = 67,5^\circ</math> <p>Põhja kõrgus: <math>\tan 67,5^\circ = \frac{h}{\frac{a}{2}} \Rightarrow h = \tan 67,5^\circ \cdot \frac{a}{2}</math></p> <math display="block">h = \tan 67,5^\circ \cdot 2,3 \Rightarrow h \approx 5,6\text{ m}</math> </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Moodustaja:</p> <math display="block">m = \sqrt{1,5^2 + 5,6^2}</math> <math display="block">m \approx 5,8\text{ m}</math> </div> </div> <p>Katuse külgserv:</p> $S_k = \frac{8 \cdot 4,6 \cdot 5,8}{2} \Rightarrow S_k \approx 106,72\text{ m}^2$ <p>Katuse katematerjali kulu:</p> $106,72 \cdot 1,08 \approx 115\text{ m}^2$ <p>Vastus.</p> <p>Katuse katmiseks kulub ligikaudu <math>115\text{ m}^2</math> materjali</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</li> <li>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>5) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;</li> <li>6) teisendab mõõtühikuid;</li> <li>7) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</li> </ol>

## Lisa 8 Stereomeetria 3. tunni tööleht õpilasele. Pöördkehad

### Ülesandeid stereomeetriast. Pöördkehad

#### Ülesanne 1

Talunik Kalle tellis Rohenäppude e-poest viis silindrikujulist lillepotti kõrgusega 30 cm.

3. Mitu liitrit mulda peab ta lillede istutamiseks tooma, kui lillepoti välimine läbimõõt on 0,4 m ja poti seina paksus igalt poolt 5 cm (kaasa arvatud põhi)?
4. Mitu lilletaime peab ta turult ostma, kui igale ruutdetsimeetrile istutatakse üks taim?

#### Ülesanne 2

Talunik Kalle ostis Vietnami reisilt naisele vietnamlaste traditsioonilise koonusekujulise peakatte. Peakatte on valmistatud nii, et see kaitseks nii päikese kui vihma eest. Peakatte tipust servani on 60 cm ning moodustaja ja kõrguse vaheline nurk on  $48,6^\circ$ . Kui palju materjali on kasutatud antud peakatte pealispinna katmiseks? Vastus andke ruutmeetrites kümnendiku täpsusega.

#### Ülesanne 3

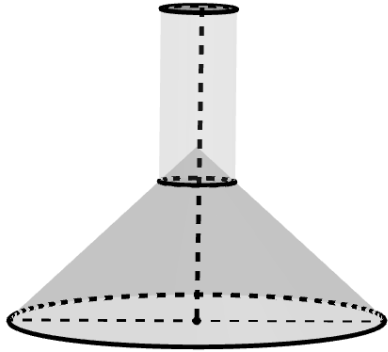
Mutimullahunnikute läbimõõdud jäävad enamasti vahemikku 20-25 cm ja kõrgused vahemikku 10-12 cm ning on sealjuures poolkerakujulised (vt foto). Talunik Kalle avastas tagaaiast palju peaaegu ühesuuruseid mullahunnikuid. Mitmest mutimullahunnikust on vaja võtta mulda ühe lillepoti täitmiseks, kui pott mahutab 17 liitrit mulda? Leidke vähim mutimullahunnikute arv.



Foto. Mutimullahunnik. Erakogu

#### Ülesanne 4

Talunik Kalle ostis grillmajja grillahju. Selleks, et grillmajas saaks grillida, tuleb tal ehitada korsten ja kuhu<sup>8</sup> (vt joonist). Kuhu on tüvikoonusekujuline. Koonuse kõrgus on 1 m ja põhja läbimõõt 90 cm. Silindrikujulise korstna läbimõõt on 2,5 korda väiksem kuhu läbimõõdust. Korstna ja kuhu kogupikkus on 1,7 m. Mitu ruutmeetrit plekki kulub korstna ja kuhu valmistamiseks, kui neetimiskohtadele kulub lisaks 6% materjali?



Joonis. Korsten ja kuhu

---

<sup>8</sup> Ventilatsiooni ava, õhupuhasti grillile (Parim ahi, 2015)

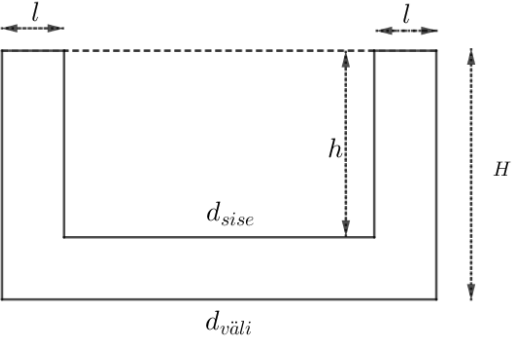
## Lisa 9 Stereomeetria 3. tunni tööleht õpetajale. Pöördkehad

### Ülesandeid stereomeetriast. Pöördkehad

#### Ülesanne 1

Talunik Kalle tellis Rohenäppude e-poest viis silindrikujulist lillepotti kõrgusega 30 cm.

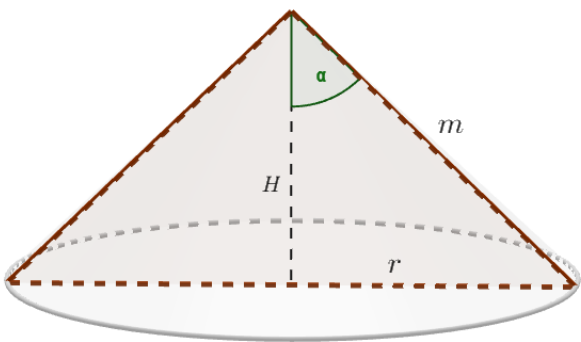
1. Mitu liitrit mulda peab ta lillede istutamiseks tooma, kui lillepoti välimine läbimõõt on 0,4 m ja poti seina paksus igalt poolt 5 cm (kaasa arvatud põhi)?
2. Mitu lilletaime peab ta turult ostma, kui igale ruutdetsimeetrile istutatakse üks taim?

Lahendus	Õpitulemused
 <p><math>H</math> - lillepoti kõrgus, <math>h</math> - lillepoti sisemine kõrgus, <math>d_{sise}</math> - lillepoti sisemine diameeter, <math>d_{väli}</math> - lillepoti välimine diameeter, <math>l</math> - lillepoti seina paksus</p> <p>Lillepoti andmed:</p> $H = 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$ $d_{väli} = 0,4 \text{ m} = 4 \text{ dm}$ $l = 5 \text{ cm} = 0,5 \text{ dm}$ <p>1. Lillepoti sisemine ruumala:</p> $d_{sise} = 4 \text{ dm} - 2 \cdot 0,5 \text{ dm} = 3 \text{ dm} \Rightarrow r = 1,5 \text{ dm}$ $h = 3 \text{ dm} - 0,5 \text{ dm} = 2,5 \text{ dm}$ $V = S_p \cdot h \Rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 2,5$ $V = 5 \frac{5}{8} \pi \text{ dm}^3$ <p>Viie lillepoti jaoks läheb vaja mulda:</p>	<p>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</p> <p>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</p> <p>3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;</p> <p>4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</p> <p>5) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;</p> <p>6) teisendab mõõtühikuid;</p> <p>7) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</p>

$5 \cdot 5 \frac{5}{8} \pi = 28 \frac{1}{8} \pi (\text{dm}^3) \approx 88 \text{ liitrit}$ <p>2. Lilletaimi peab ostma:</p> $S_p = \pi \cdot r^2 \Rightarrow S_p = \pi \cdot 1,5^2 \Rightarrow S_p = 2 \frac{1}{4} \pi \approx 7 (\text{dm}^2)$ $5 \cdot 7 = 35 \text{ taime}$ <p>Vastus.</p> <p>1. Lillede istutamiseks pea tooma ligikaudu 88 liitrit mulda</p> <p>2. Turult peab ostma 35 lilletaime.</p>	
---	--

## Ülesanne 2

Talunik Kalle ostis Vietnami reisilt naisele vietnamlaste traditsioonilise koonusekujulise peakatte. Peakatte on valmistatud nii, et see kaitseks nii päikese kui vihma eest. Peakatte tipust servani on 60 cm ning moodustaja ja kõrguse vaheline nurk on  $48,6^\circ$ . Kui palju materjali on kasutatud antud peakatte pealispinna katmiseks? Vastus andke ruutmeetrites kümnendiku täpsusega.

Lahendus	Õpitulemused
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Andmed:</p> $m = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$ $\alpha = 48,6^\circ$ <p>Materjali kulu peakatte pealispinna katmiseks:</p> $S_k = \pi r m$ $r = \sin 48,6^\circ \cdot 0,6 \Rightarrow r \approx 0,45 \text{ m}$ $S_k = \pi \cdot 0,45 \cdot 0,6$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;</li> <li>2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;</li> <li>3) selgitab sirge ja tasandi vahelise nurga mõistet;</li> <li>4) arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;</li> <li>5) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;</li> <li>6) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades</li> </ol>

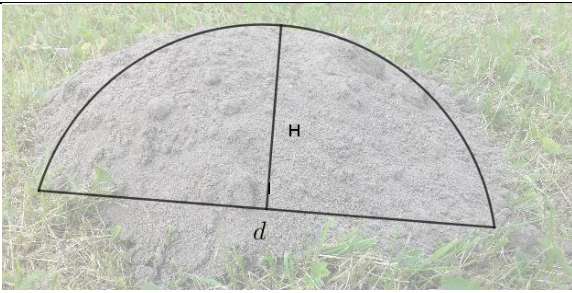
$S_k = \frac{27}{100} \pi m^2 \approx 0,8 m^2$	tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;
Vastus. Peakatte pealispinna katmiseks kulub $0,8 m^2$ materjali.	7) teisendab mõõtühikuid; 8) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.

### Ülesanne 3

Mutimullahunnikute läbimõõdud jäävad enamasti vahemikku  $20 - 25 \text{ cm}$  ja kõrgused vahemikku  $10 - 12 \text{ cm}$  ning on sealjuures poolkerakujulised (vt foto). Talunik Kalle avastas tagaaiast palju peaaegu ühesuuruseid mullahunnikuid. Mitmest mutimullahunnikust on vaja võtta mulda ühe lillepoti täitmiseks, kui pott mahutab  $17 \text{ liitrit}$  mulda? Leidke vähim mutimullahunnikute arv.



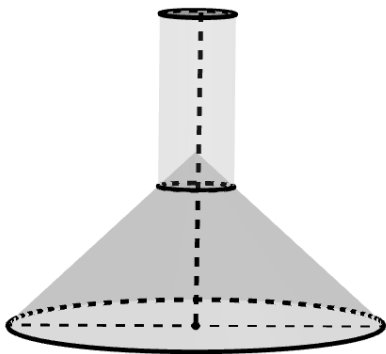
Foto. Mutimullahunnik. Erakogu.

Lahendus	Õpitulemused
 <p>Selleks, et teada saada vähimat mutimullahunnikute arvu, tuleks leida mulla ruumala suurima võimaliku raadiuse kaudu.</p> $d = 24 \text{ cm} \Rightarrow R = 12 \text{ cm} = 1,2 \text{ dm}$ <p>Kera ruumala: <math>V = \frac{4}{3} \pi R^3</math></p> <p>Poolkera ruumala: <math>V_{pool} = \frac{2}{3} \pi R^3</math></p>	1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi; 2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid; 3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala; 4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;

$V_{pool} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 1,2^3 \Rightarrow V_{pool} = 1 \frac{19}{125} \pi \text{ dm}^3$ $\approx 3,62 \text{ dm}^3$ <p>Ühe lillepoti täitmiseks on vaja:</p> $17:3,62 \approx 5 \text{ mutimullahunnikut}$ <p>Vastus.</p> <p>Ühe lillepoti täitmiseks on vaja umbes 5 mutimullahunnikut</p>	<p>5) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;</p> <p>6) teisendab mõõtühikuid;</p> <p>7) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.</p>
---	--

#### Ülesanne 4

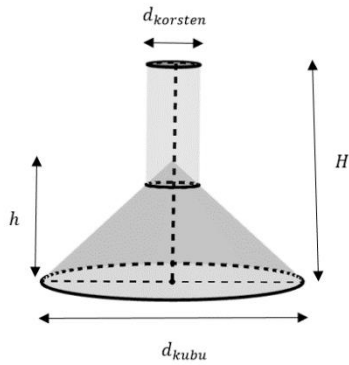
Talunik Kalle ostis grillmajja grillahju. Selleks, et grillmajas saaks grillida, tuleb tal ehitada korsten ja kubu<sup>9</sup> (vt joonist). Kubu on tüvikoonusekujuline. Koonuse kõrgus on 1 m ja põhja läbimõõt 90 cm. Silindrikujulise korstna läbimõõt on 2,5 korda väiksem kubu läbimõõdust. Korstna ja kubu kogupikkus on 1,7 m. Mitu ruutmeetrit plekki kulub korstna ja kubu valmistamiseks, kui neetimiskohtadele kulub lisaks 6% materjali?



Joonis. Korsten ja kubu

Lahendus	Õpitulemused
----------	--------------

<sup>9</sup> Ventilatsiooni ava, õhupuhasti grillile



$$d_{kubu} = 90 \text{ cm}$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$H = 1,7 \text{ m}$$

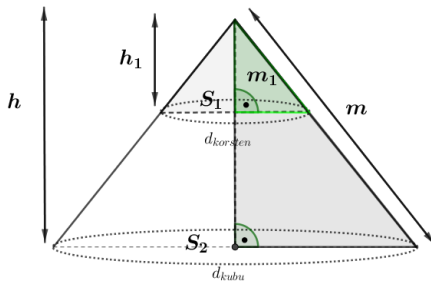
Kubu raadius:  $r_{kubu} = 45 \text{ cm} = 0,45 \text{ m}$

Korstna diameeter:

$$d_{korsten} = 90 : 2,5 = 36 \text{ cm} = 0,36 \text{ m}$$

$$r_{korsten} = 0,18 \text{ m}$$

Kubu külgpindala:



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{h_1^2}{h^2} \Rightarrow h_1^2 = \frac{S_1 \cdot h^2}{S_2}$$

$$h_1^2 = \frac{0,18^2 \cdot \pi \cdot 1^2}{0,45^2 \cdot \pi} \Rightarrow h_1^2 = 0,16 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_1 = 0,4 \text{ m}$$

Suure koonuse külgpindala:

$$S_{k\ suur} = \pi r_{kubu} m \Rightarrow$$

$$S_{k\ suur} = \pi \cdot 0,45 \cdot \sqrt{1^2 + 0,45^2} \approx 0,495\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Väikese koonuse külgpindala:

$$S_{k\ väike} = \pi r_{korsten} m_1 \Rightarrow$$

$$S_{k\ väike} = \pi \cdot 0,18 \cdot \sqrt{0,4^2 + 0,18^2} \approx 0,072\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

- 1) tunneb ainekavas nimetatud ruumilisi kujundeid ja nende omadusi;
- 2) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid;
- 3) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 4) rakendab planimeetriaalaseid teadmisi stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 5) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid;
- 6) teisendab mõõtühikuid;
- 7) arvutab peast, kirjalikult ja taskuarvutil.

Kubu külgindala:  $S_{kubu} = 0,495\pi - 0,072\pi \approx 0,423\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Korstna külgpindala:

$$S_{korsten} = 2\pi r_{korsten} h_{korsten}$$

$$S_{korsten} = 2\pi \cdot 0,18 \cdot (1,7 - 0,6) = 0,396\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Materjali kulu korstna ja kubu valmistamiseks:

$$(0,423\pi + 0,396\pi) \cdot 1,06 \approx 3 \text{ m}^2$$

Vastus.

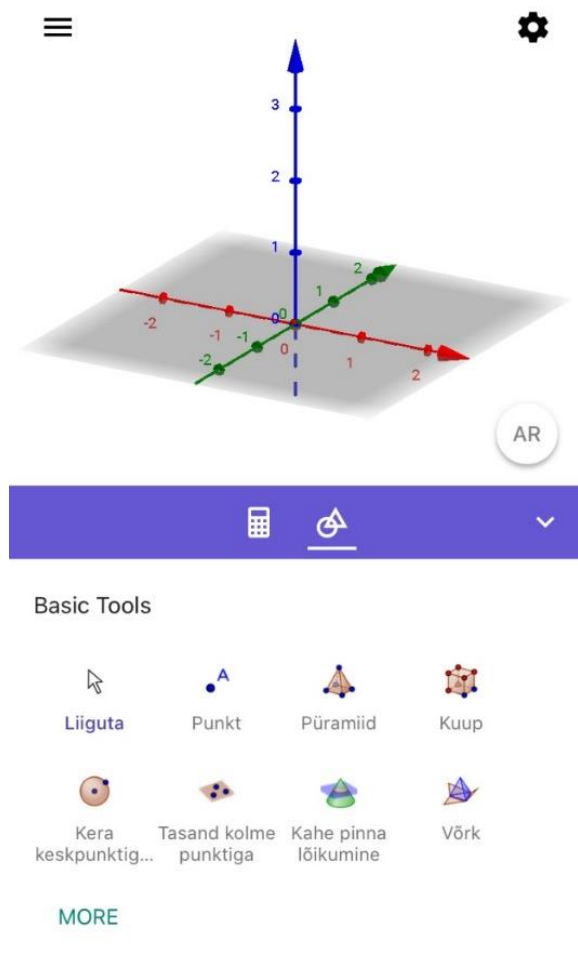
Korstna ja kubu valmistamiseks kulub ligikaudu

$3 \text{ m}^2$  plekki .

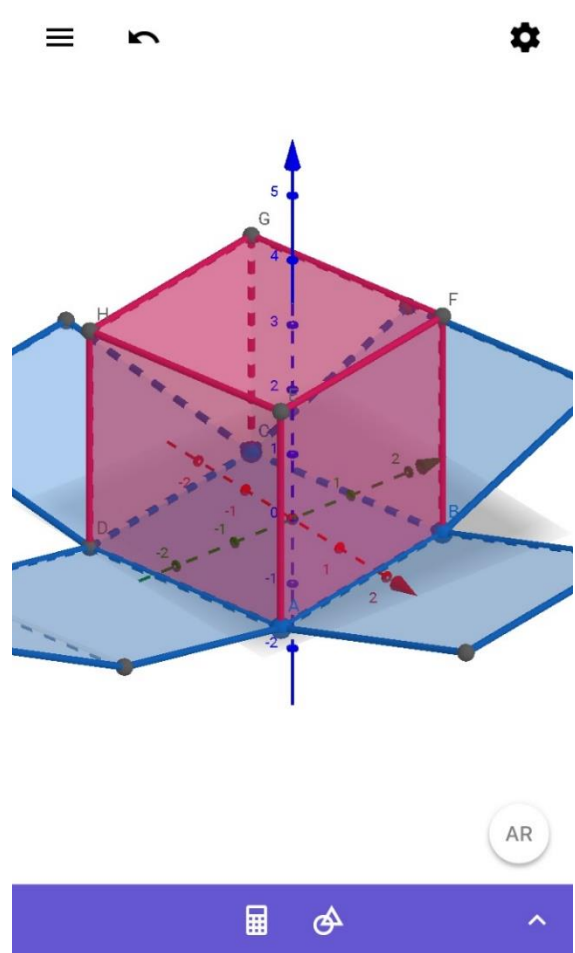
## Lisa 10 GeoGebra liitreaalsuse tööleht õpilasele

### Ülesanne 1

Kasutades GG 3D rakendust (vt joonis 1), loo sealsete tööriistade valikut kasutades üks ruumiline kujund. Näitena esitatud piltide peal on toodud kuup koos pinnalaotusega (vt joonis 2). Lase oma fantaasial lennata.

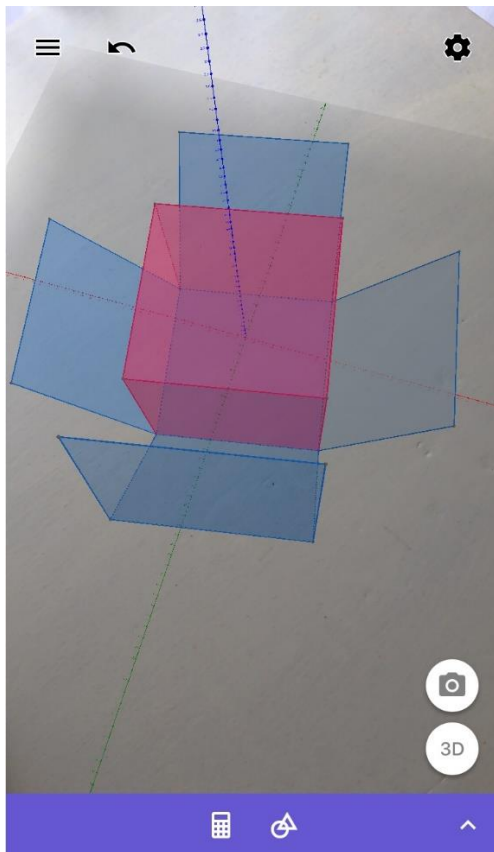


**Joonis 1.** GeoGebra 3D rakenduse avavaade



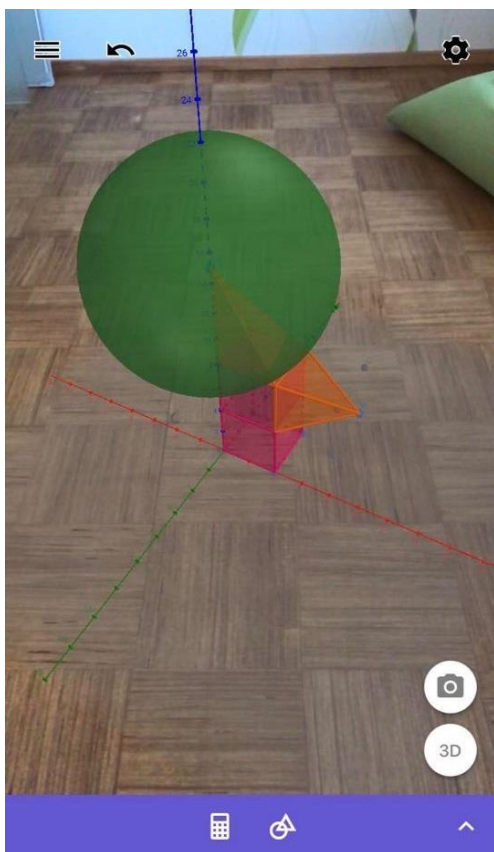
**Joonis 2.** Loodud kuup koos pinnalaotusega

Et loodud kujundit oma ruumi tuua, tuleb vajutada AR nupule, mis on ekraani all paremas nurgas ja suunata telefoni kaamera mingile tasapinnale (vt joonis 3). Keha annab pöörata, pinnalaotust annab rohkem kokku pakkida või laiali laotada – mänguruumi ja katsetamisvõimalusi on rohkesti. Ole loominguline ja esita oma tulemus õpetajale ekraanipildina.



**Joonis 3.** Kuup on paigutatud laua peale

Inspiratsiooniks vaata ka järgmist pilti.



**Joonis 4.** Ruumi on paigutatud kera, kuup ja püramiid (pilt õpilase tööst)

## Ülesanne 2

Talunik Kalle vanim poeg sattus GG AR-iga tegeledes hoogu ja tegi järgmise pildi (vt joonis 5).



**Joonis 5.** Talunik Kalle vanim poeg „palliga“ (pilt õpilase tehtud)

Kuna talunik Kalle on väga huvitatud sellest, mida tema lapsed koolis õpivad, tahab ta oma pojalt kuulda üksikasjalikku selgitust, kuidas selline pilt teoks sai. Esita siia samm-sammuline tööjuhend, et ka Kalle saaks soovi korral edaspidi oma aeda ja eluruume piltmaterjalide abil huvitavamalt planeerida.

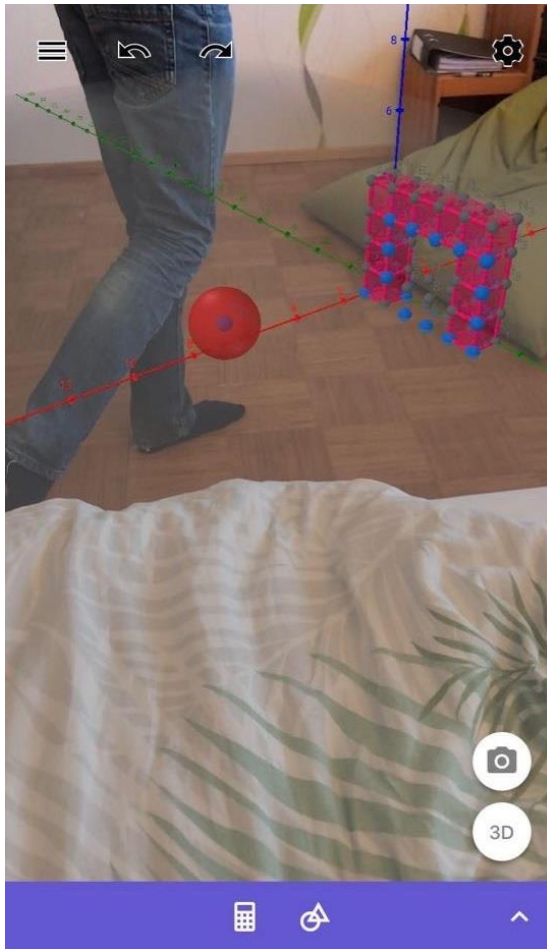
## Ülesanne 3\*

See on juba pisut keerulisem. Kas ja kuidas oleks võimalik eelmises ülesandes tehtud „pall“ veerema panna?

## Lisa 11 GeoGebra liitreaalsuse tööleht abiks õpetajale

### Ülesanne 2

Talunik Kalle vanim poeg sattus GG AR-iga tegeledes hoogu ja tegi järgmise pildi (vt joonis 5).

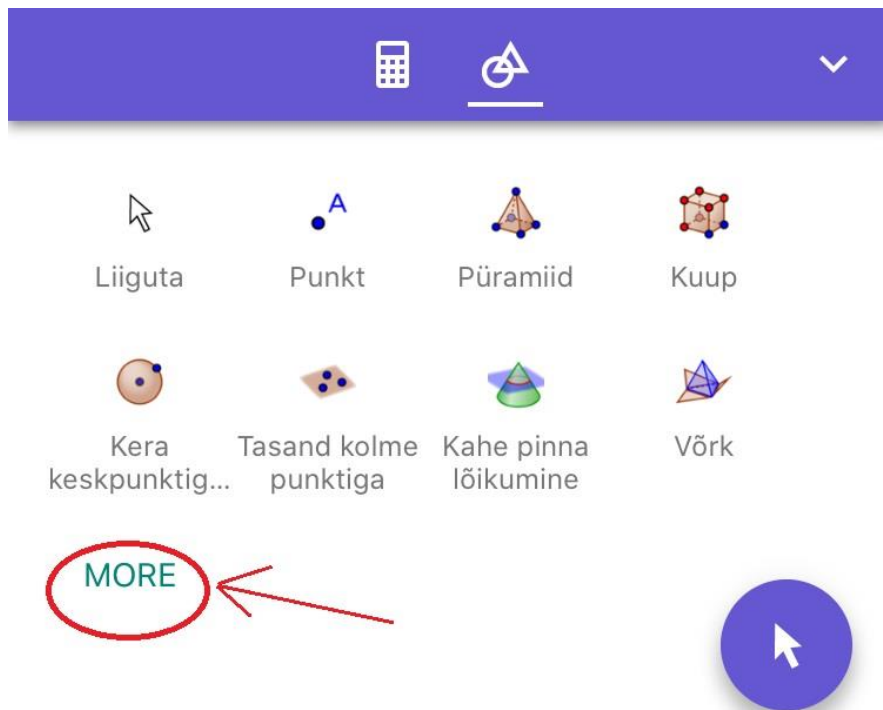


**Joonis 5.** Talunik Kalle vanim poeg „palliga“ (pilt õpilase tehtud)

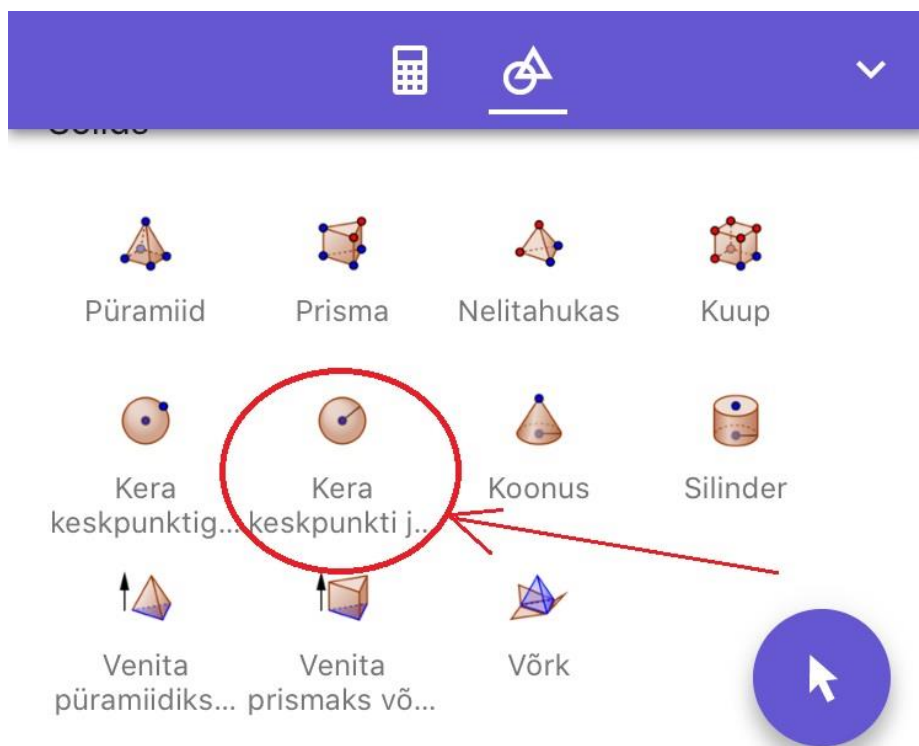
Kuna talunik Kalle on väga huvitatud sellest, mida tema lapsed koolis õpivad, tahab ta oma pojalt kuulda üksikasjalikku selgitust, kuidas selline pilt teoks sai. Esita siia samm-sammuline tööjuhend, et ka Kalle saaks soovi korral edaspidi oma aeda ja eluruume piltmaterjalide abil huvitavamalt planeerida.

### Lahendus õpetajale

1. Kasutades GeoGebra 3D *Calculatori* kuupe, ehita värav.
2. Palliks lisa kera, mis võiks olla määratud keskpunkti ja raadiusega. GG avavaates on nii mõnedki kehad peidetud, need tulevad nähtavale nupu MORE alt (vt joonis 6 ja 7).

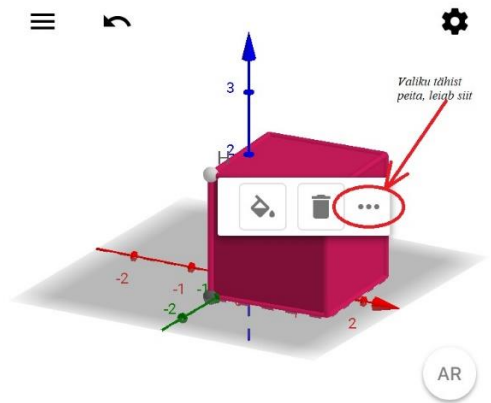


**Joonis 6.** GeoGebra avavaates nähtavad valikud ja nupp MORE




**Joonis 7.** Kera keskpunkti ja raadiusega tuleb nähtavale pärast MORE nupule vajutamist


3. Kui konstruktsioon GeoGebra valmis meisterdatud, siis võib peita teljed ja erinevad punktid, et ruumi paigutades tulemus ehedam näiks (vt joonis 8 ja 9).



Punkt H

---

Näita 

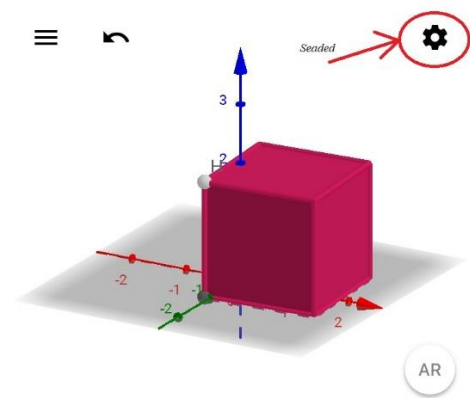
Värv 

Määra pealdise stiil Tähis



Näita jälge


Fikseeritud


**Joonis 8.** Punktide peitmine, värvi ja läbipaistvuse valimine




Üldine **Graafikavaade** Algebra

 Standardne vaade  Näita kõiki objekte

Näita telgi 

Show Plane 

Näita ruudustikku

Projektsioon 

**Joonis 9.** Telgede ja tasandi peitmine

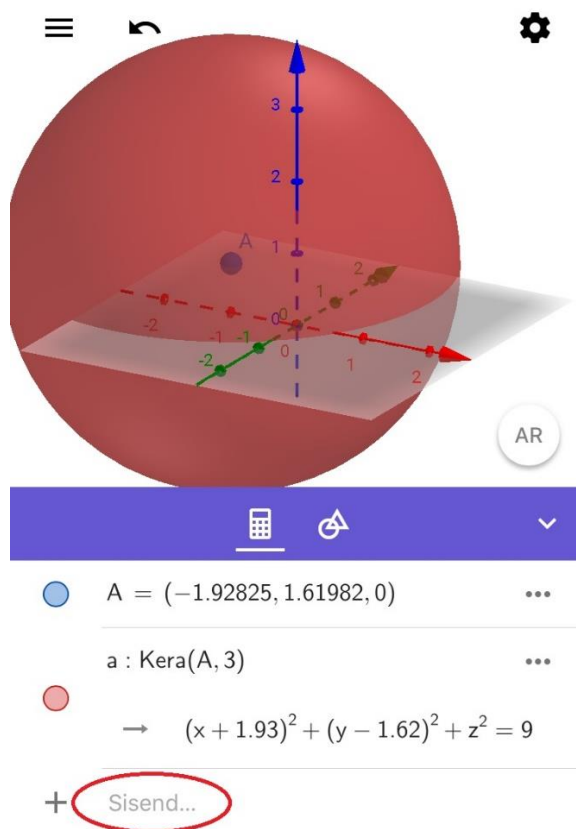
4. Lõpetuseks tuleb leida vaid sobiv eluline keskkond, kuhu tulemus paigutada ja ekraanipilt teha.

### Ülesanne 3\*

See on juba pisut keerulisem. Kas ja kuidas oleks võimalik eelmises ülesandes tehtud „pall“ veerema panna?

### Lahendus õpetajale

1. Kasutades GeoGebra 3D *Calculatori* kuupe, ehita värav.
2. Palliks lisa kera, mis võiks olla määratud keskpunkti ja raadiusega.
3. Lisa liugur sisendireale (vt joonis 10), selleks võibki sinna ise kirjutada „liugur(\_\_, \_\_)“, kus sulgude sisse tuleb esimesele kohale liuguri vähim väärtus ja teisele kohale suurim väärtus. Liuguri lisamise teise variandina võib kasutada ka Otsingut (vt joonis 11).

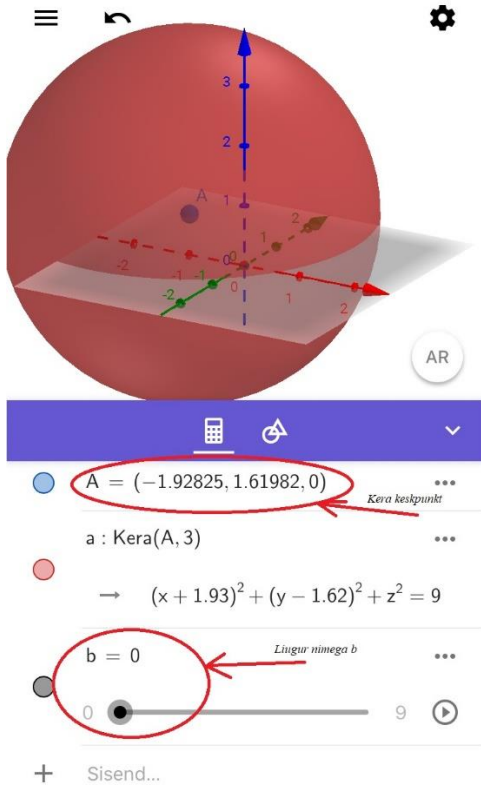


Joonis 10. Sisendriba

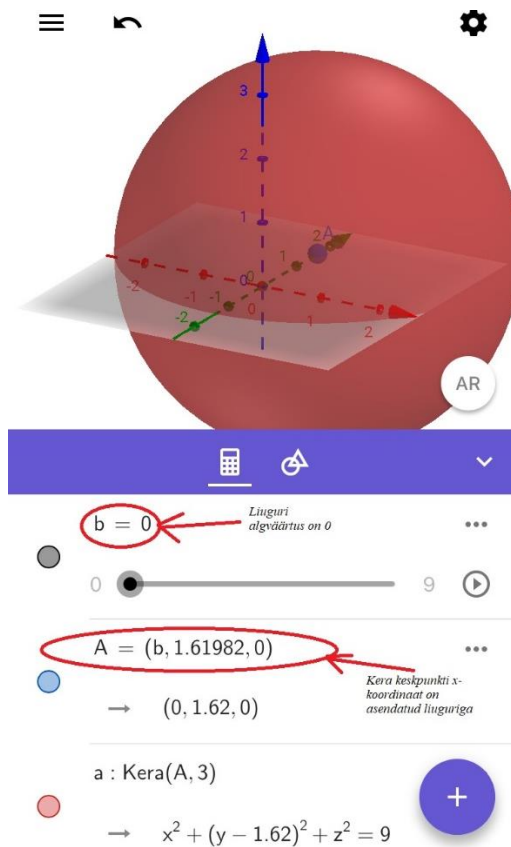


**Joonis 11.** Otsinguvaade

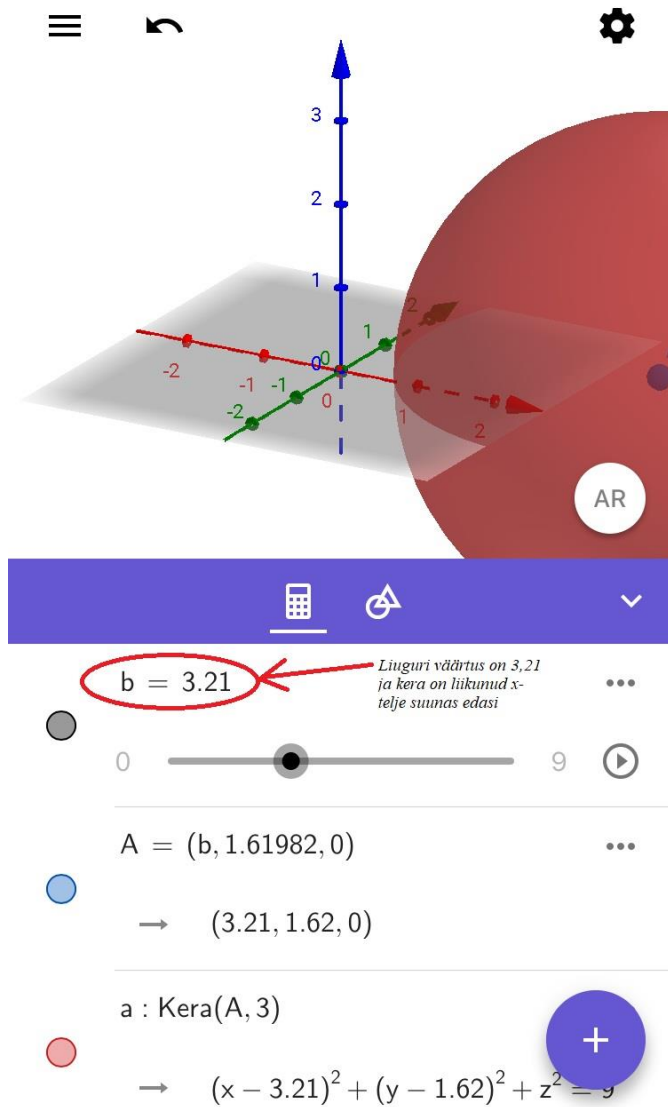
4. Kui liugur on valmis, siis sõltuvalt sellest, millise telje suunas soovitakse „palli“ veerema panna, asenda kera keskpunkti vastava koordinaat liuguri nimega: näiteks, kui soovid kera panna liikuma  $x$ -telje suunas, siis asendad keskpunkti koordinaatidest  $x$ -koordinaadi, milleks on esialgu lihtsalt üks arv, liuguri nimega (vt joonised 12-14).



**Joonis 12.** Liugur, mille vähim väärtus on 0 ja suurim 9, on valmis



**Joonis 13.** Liuguri algväärtus on null ja kera keskpunkti  $x$ -koordinaat on asendatud liuguriga



**Joonis 14.** Võrreldes eelmise pildiga on näha, et kera on liikunud edasi

5. Kogu tegevust oleks võimalik ka ekraanivideona salvestada, aga kuna selle juhendid oleksid liialt telefoni-sõltuvad, siis seda siinkohal ei esita.

## Lisa 12 Küsimustik õpetajatele

Hea õpetaja!

Antud küsimustiku abil soovin saada tagasisidet koostatud stereomeetria nelja tunni töölehe ülesannete kohta. Palun vasta küsimustele nii, nagu sellest aru said. Avatud küsimuse puhul kirjuta vastus nii põhjalikult kui soovid, piiranguid ei ole. Küsimustiku vastuseid kasutatakse ainult Tartu Ülikooli magistritöö raames läbiviidud uurimuse ning ülesannete parendamise jaoks. Küsimustikule vastamine on anonüümne. Palun vastused tagasiside saata aadressile: karin.tepaskent@gmail.com.

Ette tänades

Karin Tepaskent

karin.tepaskent@gmail.com

### Vastajate taust

1. Mitu aastat olete töötanud matemaatikaõpetajana?

.....

2. Millises kooliastmes annate matemaatika tunde? Valige sobiv(ad) vastusevariant(id).

- I kooliastmes
- II kooliastmes
- III kooliastmes
- Gümnaasium

## Koduse töö ja I tunni töölehtede ülesanded. Prisma ja püramiid.

See plokk keskendub ruumigeomeetria ülesannete lahendamisele ja korrektse joonise tegemisele.

Palun vasta järgnevatele väidetele ja küsimusele.

Stereomeetria eksami ülesannete lahenduse õnnestumisel on väga oluline osa joonisel. See peab olema korralik ja piisavalt suur ka siis, kui ülesandes otsest korraldust joonise tegemiseks pole antud. Uurides 2014.-2019. aasta kitsa matemaatika eksamil stereomeetria ülesannete puhul tehtud vigu, selgus, et paljudel õpilastel puudusid joonise valmistamiseks vajalikud oskused või joonis ei vastanud ülesande tekstile. Ometi ütleb kitsa matemaatika kursuse ainekava õpitulemuste kirjeldus, et “õpilane kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid tasandilisi lõikeid” (Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2011).

1. Palun hinnake ülesannete kohta esitatud väiteid. Tehke vastavasse kasti rist (x).

Väited	Ei ole üldse nõus	Pigem ei ole nõus	Nii ja naa	Pigem olen nõus	Olen täiesti nõus
Ülesanded on kooskõlas õppekavaga					
Ülesannete sisu vastavus teemaatikale					
Ülesannete tekstid on arusaadavad ning üheselt mõistetavad					
Korrektse joonise tegemise näited on arusaadavad ja üheselt mõistetavad					
Ülesanded toetavad õpitu kinnistamist					
Ülesannete ülesehitus on loogiline					
Ülesanded on läbivalt vormistatud ühes stiilis					
Ülesanded on õppimist toetavad					

2. Milliseid ettepanekuid teeksite ülesannete parendamiseks?

.....

## II ja III tunni töölehtede ülesanded. Prisma ja püramiid. Pöördkehad.

*See plokk keskendub reaaleluliste ülesannete lahendamisele talunik Kalle võimalikest igapäevastest tegevustest*

*Palun vasta järgnevale väidetele ja küsimusele*

Eluliste ülesannete kasutamine aitab õpilastel teadvustada matemaatika rakendatavust igapäevaelus, samuti matemaatiliste ülesannete lahendamise tulemuste õigsuse hindamise vajadust. Töölehtede koostamisel on järgitud, et reaalelulised ülesanded (talunik Kalle ülesanded) järgiksid riigieksamil esinenud ülesannete raskustaset.

3. Palun hinnake ülesannete kohta esitatud väiteid. Tehke vastavasse kasti rist (x).

Väited	Ei ole üldse nõus	Pigem ei ole nõus	Nii ja naa	Pigem olen nõus	Olen täiesti nõus
Ülesanded on kooskõlas õppekavaga					
Ülesannete sisu vastavus teematikale					
Ülesannete tekstid on arusaadavad ning üheselt mõistetavad					
Reaalelulised ülesanded on seotud igapäevategevusega					
Ülesanded toetavad õpitu kinnistamist					
Ülesannete ülesehitus on loogiline					
Ülesanded on läbivalt vormistatud ühes stiilis					
Ülesanded on õppimist toetavad					
Ülesande tekste on lihtne muuta, kaasaegsemaks teha (nt muuta hindu)					

4. Milliseid ettepanekuid teeksite ülesannete parendamiseks?

.....

.....

## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Karin Tepaskent,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose Stereomeetria töölehed kitsa matemaatika kursusele ja GeoGebra liitreaalsuse võimaluste tutvustamine,

mille juhendajad on Tiina Kraav ja Kerli Orav-Puurand,

reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;

2. annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
3. olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile;
4. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Tartus, 19.08.2020