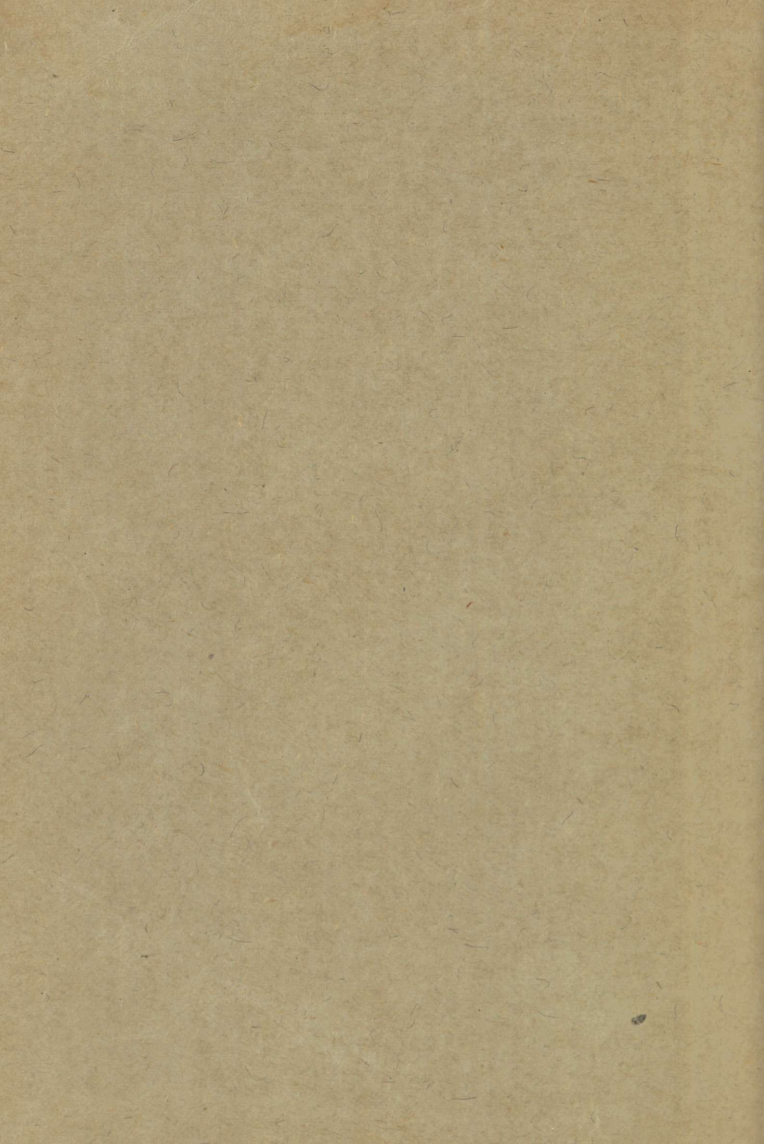


6869
Mag. ALBERT BORKVELL

LOGARITMILINE LIINEAL

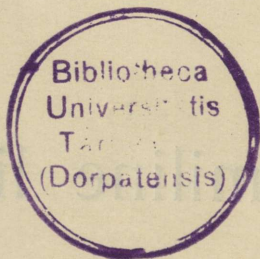
K.-Ü. „LOODUS“, Tartus
1929



Mag. Albert Borkvell.

Logaritmiline liineal

K.-Ü. „LOODUS“ Tartus 1929.



4660

A-6869



H. Laakmann'i trükk, Tartus 1929.

Eessõna.

Käesoleva raamatu ülesanne seisab juhatuse andmises teotsemiseks hariliku logaritmilise liinealiga. Raamatu tarvitaja, kes pole veel tuttav logaritmilise liineali käsitusviisidega, ärgu tarvitagu käesolevat raamatut mitte ainult läbilugemiseks ja päheõppimiseks, vaid ühtlasi läbitöötamiseks koos logaritmilise liinealiga. Logaritmiline liineal (kas puust või papist) olgu raamatu tarvitajal käepärast. Logaritmilise liineali pikkus raamatu tarvitamist ei sega. Tarviline oskus logaritmilise liinealiga ümberkäimiseks omandatakse, kui raamatus toodud näited isiklikult logaritmilise liinealiga läbi töötatakse. Tarvilise praktika omandamiseks tulevad raamatus toodud harjutised antud juhtnööride ja reeglite järele läbi proovida. Raamatus esinevad näited ja harjutised on arvutatud 25 sm pikkuse logaritmilise liinealiga. Näidetes ja harjutistes, kus on täppis resultaat, esineb võrdusemärk ($=$), kus on aga ligikaudne resultaat, seal esineb ligikaudse võrduse märk (\approx).

Käesolev raamat oleks mõeldav peale üldtarvitamise käsiraamatuna keskkooli reaalarv, tehnikagümnaasiumis, sõjaväe ühendatud õppeasutistes ja kutsekoolides, kus logaritmilise liinealiga tuleb tegemist teha.

Narvas, septembrikuul 1928. a.

A. Borkvell.

§ 1. Logaritmilise liineali ülesanne.

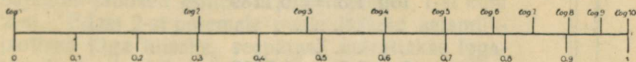
Logaritmilise liineali ülesanne seisab selles, et lahendada — täpsusega, mida võimaldab logaritmiline liineal — võimalikult ruttu algebralisi, trigonomeetrilisi ja teisi tehnilisi ülesandeid. Tema abil võime korrutada, jagada, astendada ja juurida arve, logaritmid ja antilogaritmid, võime leida nurgafunktsioonide loomulikke väärtusi ning nende logaritme ja ümberpöörduvalt: antud loomulikkude väärtuste või nende logaritmide järele leida nende vastavaid kraade ja minuteid. Peale selle võime leida mõnede geomeetrislike suuruste väärtusi, toimetada mõõtmisi jne. Logaritmiline liineal võimaldab neid toiminguid läbi viia palju kiiremalt kui harilikud arvutamisi viisid tabelite abil või ilma nendeta. Seega on logaritmilisel liinealil väga suur praktiline tähtsus, olles arvutamisabinõuks matemaatiliste ja tehniliste ülesannete käsitlemisel. Kuid siinjuures tuleb arvestada ikkagi seda, et logaritmilise liinealiga töötades saame suuremalt osalt ligikaudse arvutamise resultaadi; — peame leppima täpsusega, mida võimaldab logaritmiline liineal.

§ 2. Logaritmilised skaalad.

Et aru saada logaritmilise liineali konstruktsioonist ja temaga ümberkäimisest, seks tuleb meil kõigepealt selgeks teha, mis on „logaritmiline skaala“. Võtame mingisuguse pikkusühiku (1. joon.) ja jaotame selle kümneks võrdseks osaks (alumised jaotused):

0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1.

Kui võtame täisarvude 1 kuni 10 logaritmid



1. joonis.

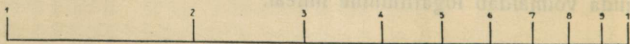
| | | |
|--------|---|---------|
| log 1 | = | 0,0000 |
| log 2 | = | 0,3010 |
| log 3 | = | 0,4771 |
| log 4 | = | 0,6021 |
| log 5 | = | 0,6990 |
| log 6 | = | 0,7782 |
| log 7 | = | 0,8451 |
| log 8 | = | 0,9031 |
| log 9 | = | 0,9542 |
| log 10 | = | 1,0000, |

siis näeme, et nende arvude logaritmid väärtused peituvad sellel pikkusühikul: alates $\log 1 = 0$ ja lõpetades $\log 10 = 1$. Märkides neile arvudele vastavaid logaritme sellele pikkusühikule näeme, et need jaotised (joonisel ülemised) vasemalt paremale poole lugedes järkjärgult lähevad kitsamaks. Need on logaritmilised jaotised. Nii saame skaala logaritmiliste jaotistega, mida nimetatakse **logaritmiliseks skaalaks**.

Et logaritmilisel skaalal ei esineks mitte liiga palju tähti, seks jäetakse sõna „log“ igalpool ära, mille järele (nagu pärastpoole näeme) polegi tarvidust. Samuti kahekohalise arvu 10 asemel märgitakse ühekohaline arv 1. Nii jäävad ainult arvud (2. joon.):

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1.

Need arvud joonisel määravad ära nende arvude logaritmid väärtusi pikkusmõõdus.



2. joonis.

Sellel skaalal on märgitud jaotised, mis vastavad ainult täisarvude 1 kuni 10 logaritmidemale. Kuid need jaotised võime jagada veel omakorda igaühe kümneks osaks, vastavalt logaritmidemale

| | | |
|---------|---|---------|
| log 1,1 | = | 0,0414 |
| log 1,2 | = | 0,0792 |
| log 1,3 | = | 0,1139 |
| ... | | ... |
| ... | | ... |
| log 9,8 | = | 0,9912 |
| log 9,9 | = | 0,9956. |

Saame logaritmilise skaala saja jaotisega (3. joon.), mis sääraselt vasemalt paremale poole lugedes järkjärgult kitsamaks lähevad.

Arvud 1 ja 2 vahel

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

on logaritmid

log 1,1; log 1,2; log 1,3; log 1,4; log 1,5;
log 1,6; log 1,7; log 1,8; log 1,9

vastavad väärtused, seepärast loeme neid

1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9.

Nii ka jaotised 2 ja 3 vahel (numbrid skaalal märkimata) tähendavad

2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9.

Säärased jaotised järgnevad 10-ni. Need on logaritmilise skaala kümnendik-jaotised.

Analoogilise jaotuse võime teha edasi, kus nüüd kümnendikkude vahed, s. o. 1 ja 1,1 vahe, 1,1 ja 1,2 vahe jne. võime jaotada igaihe omakorda kümneks osaks vastavalt logaritmidel

$$\log 1,01 = 0,0043$$

$$\log 1,02 = 0,0086$$

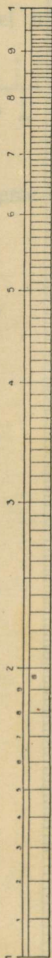
$$\log 1,03 = 0,0128$$

.

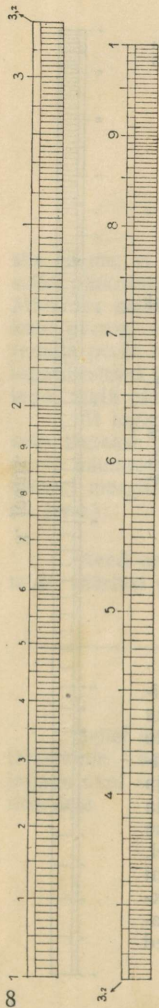
$$\log 9,98 = 0,9991$$

$$\log 9,99 = 0,9996.$$

Need oleksid logaritmilise skaala sajandik-jaotised. Kui ruum logaritmilisel skaalal lubaks, võiks võtta jaotisi niipalju kui võimalik. Harilikkude logaritmiliste skaalade pikkus on 25 sm, seepärast tuhandik-jaotisi on juba raske märkida, ja esinevad ainult täielikult kümnendik-jaotised ja osalt sajandik-jaotised. Hariliku 25 sm pikkuse logaritmilise skaala jaotust näeme 4. joonisel. Sajandik-jaotised esinevad siin täielikult 1-st kuni 2-ni. Edasi 2-st paremale poole jääksid sajandik-jaotised liiga kitsaks, seepärast märgitakse logaritmilisel skaalal 2-st kuni 4-ni sajandik-jaotised kahekaupa, s. o.



3. joonis.



4. joonis.

2,02; 2,04; 2,06; 3,98; 4,00;
 ja 4-st kuni 10-ni viiekaupa, s. o.
 4,05; 4,10; 4,15; 9,95; 10,00.

See on logaritmilise liineali põhiskaala, mille pikkus on harilikudel logaritmilistel liinealidel 25 sm. Sellel skaalal esineb üks logaritmiline ühik.

Kui vähendame logaritmilise skaala masstabi kaks korda, siis näeme, et eelpool-kirjeldatud pikkusühikule võime mahutada kaks logaritmilist ühikut. Nii saame eelmise skaala pikkusmõõdus uue logaritmilise skaala, mis sisaldab kaks ühepikkust logaritmilist ühikut. Nimetame neid esimeseks ja teiseks logaritmiliseks ühikuks (5. joon.). Kaks korda vähendatud masstabis võetud logaritmilisel ühikul on jaotised kaks korda kitsamad eelmise logaritmilise ühiku vastavatest jaotistest, sest et

$$\frac{\log 2}{2} = \frac{0,3010}{2} = 0,1505$$

$$\frac{\log 3}{2} = \frac{0,4771}{2} = 0,2386$$

$$\frac{\log 4}{2} = \frac{0,6021}{2} = 0,3010$$

$$\frac{\log 5}{2} = \frac{0,6990}{2} = 0,3495$$

$$\frac{\log 6}{2} = \frac{0,7782}{2} = 0,3891$$

$$\frac{\log 7}{2} = \frac{0,8451}{2} = 0,4225$$

$$\frac{\log 8}{2} = \frac{0,9031}{2} = 0,4515$$

$$\frac{\log 9}{2} = \frac{0,9542}{2} = 0,4771$$

$$\frac{\log 10}{2} = \frac{1,0000}{2} = 0,5000$$

Niisuguses pikkuses on jaotised esimesel logaritmilisel ühikul.



5. joonis.

Teise logaritmilise ühiku jaotiste pikkused on, kui loeme neid esimese logaritmilise ühiku algusest:

$$0,5000 + 0,1505 = 0,6505$$

$$0,5000 + 0,2386 = 0,7386$$

$$0,5000 + 0,3010 = 0,8010$$

$$0,5000 + 0,3495 = 0,8495$$

$$0,5000 + 0,3891 = 0,8891$$

$$0,5000 + 0,4225 = 0,9225$$

$$0,5000 + 0,4515 = 0,9515$$

$$0,5000 + 0,4771 = 0,9771$$

$$0,5000 + 0,5000 = 1,0000.$$

Need viimased on sama kui

$$\frac{\log 20}{2} = \frac{1,3010}{2} = 0,6505$$

$$\frac{\log 30}{2} = \frac{1,4771}{2} = 0,7386$$

$$\frac{\log 40}{2} = \frac{1,6021}{2} = 0,8010$$

$$\frac{\log 50}{2} = \frac{1,6990}{2} = 0,8495$$

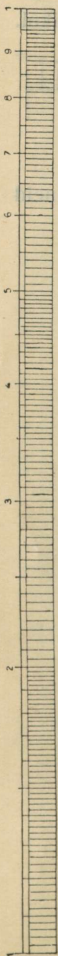
$$\frac{\log 60}{2} = \frac{1,7782}{2} = 0,8891$$

$$\frac{\log 70}{2} = \frac{1,8451}{2} = 0,9225$$

$$\frac{\log 80}{2} = \frac{1,9031}{2} = 0,9515$$

$$\frac{\log 90}{2} = \frac{1,9542}{2} = 0,9771$$

$$\frac{\log 100}{2} = \frac{2,0000}{2} = 1,0000.$$



6. joonis.

Nagu sellest arvutusest näeme, kui esimesel logaritmilisel ühikul esinevad jaotised vastavad arvudele

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

siis teisel logaritmilisel ühikul vastavad samadele jaotistele arvud

- 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

Seega esinevad neil kahel logaritmilisel ühikul kõik arvud 1-st kuni 100-ni. Ära märgitud on sellel (kahe logaritmilise ühikuga) skaalal lihtsuse mõttes ainult ühekohalised arvud

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, mis tähendavad sama kui

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

Mõnede logaritmiliste liinealide skaaladel esinevad teisel logaritmilisel ühikul tihti ka viimased kahekohalised arvud.

Et harilikude logaritmiliste liinealide skaalad on 25 sm pikad ja kahe logaritmilise ühikuga skaala iga üksik logaritmiline ühik on kaks korda lühem kui sama pikk ühe logaritmilise ühikuga skaala, siis pole võimalik sajandik-jaotisi neil logaritmilistel ühikutel märkida selle kriipsude arvuga, mis on ühe logaritmilise ühikuga skaalal. 25 sm pikkusel kahe logaritmilise ühikuga skaalal esinevad kõik kümnendik-jaotised (6. joon.). Sajandik-jaotised esinevad 1-st kuni 2-ni kahekaupa, s. o.

- 1,02; 1,04; 1,06; 1,98; 2,00;

ja 2-st kuni 5-ni — viiekaupa:

- 2,05; 2,10; 2,15; 4,95; 5,00.

5-st kuni 10-ni sajandik-jaotisi enam ei ole. Analoomilised eelmistega on jaotised teisel logaritmilisel ühikul, s. o. 10-st kuni 100-ni (6. joon.). 6. joonis kujutab nii esimest kui ka teist logaritmilist ühikut.

Kriips, mis esimesel logaritmilisel ühikul tähendab 1,1, tähendab teisel logaritmilisel ühikul 11;

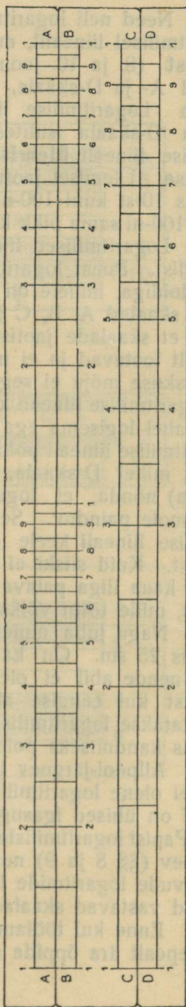
kriips, mis esimesel logaritmilisel ühikul tähendab 1,2, tähendab teisel logaritmilisel ühikul 12; esimese logaritmilise ühiku 6-le vastab 60 teisel logaritmilisel ühikul; . . . esimese logaritmilise ühiku lõpukriipsule 10 vastab teisel logaritmilisel ühikul lõpukriips 100.

§ 3. Logaritmilise liineali ehitus.

Ülalpool kirjeldatud logaritmilisi skaalasid esineb logaritmilisel liinealil neli (7. joon.): kaks ühesugust alumist ühe logaritmilise ühikuga ja kaks ühesugust ülemist kahe logaritmilise ühikuga.

Märgime need skaalad järjekorras ülalt allapoole lugedes tähtedega A, B, C ja D. A ja B on ülemised skaalad — kahe logaritmilise ühikuga; C ja D — alumised skaalad — ühe logaritmilise ühikuga. Nimetame neid: A-skaala, B-skaala, C-skaala ja D-skaala. A- ja B-skaala sisaldavad C- ja D-skaala pikkuses kaks ühepikkust logaritmilist ühikut. A- ja B-skaala lahkuminek C- ja D-skaalast on seega ainult masstabis: C- ja D-skaala on kaks korda suuremas masstabis kui A- ja B-skaala logaritmilised ühikud. A- ja B-skaala esimest logaritmilist ühikut loeme 1-st kuni 10-ni, teist — 10-st kuni 100-ni. Seega asuvad A- ja B-skaalal kõik arvud 1-st kuni 100-ni, C- ja D-skaalal — kõik arvud 1-st kuni 10-ni.

A- ja B-skaala algusarv 1 on sama kaugel kui C- ja D-skaala algusarv 1; A- ja B-skaala lõpuarv 100 langeb ühte C- ja D-skaala lõpuarvuga 10.



7. joonis.

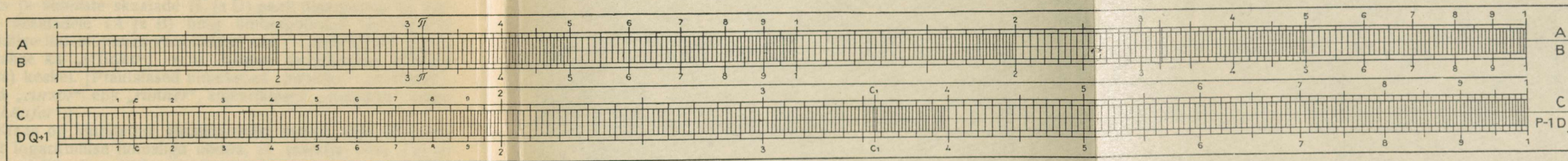
Need neli logaritmilist skaalat (A, B, C ja D) esinevad logaritmilisel liinealil, mis koostub kahest osast: **põhiosast ja keelest** (8. ja 10. joon.). Logaritmilise liineali põhiosal esinevad A- ja D-skaala, logaritmilise liineali keel — B- ja C-skaala. Logaritmilise liineali keelt võime lükata edasi-tagasi A- ja D-skaala suhtes. A- ja B-skaala moodustavad logaritmilise liineali **ülemise jaotuse**, C- ja D-skaala — **alumise jaotuse**. Ülemisel jaotusel on pikkus 1-st kuni 10-ni sama kui pikkus 10-st kuni 100-ni; ja terve pikkus ülemisel jaotusel 1-st kuni 100-ni sama pikk kui alumise jaotuse pikkus 1-st kuni 10-ni.

Logaritmilised liinealid on tehtud kas papist, puust või metallist. Puust logaritmilised liinealid on kaetud pealt valge tselluloidiga, millele on kantud mustade kriipsudena logaritmilised skaalad A, B, C ja D. Tselluloidiga on nad kaetud selleks, et skaalade jaotised oleksid puhtamad ja selgemad, kergemalt loetavad ja ei määrduks nii kergesti. Et temperatuuri ja niiskuse mõju ei segaks logaritmilise liineali tarvitamist, s. o. et logaritmilise liineali keel ei hakkaks logaritmilise liineali põhiosa vahel logisema ega paisuks ka kinni, selleks valmistatakse logaritmilise liineali põhiosa kahest osast: üks, millel A-skaala, ja teine, millel D-skaala, ühendatakse metallplaadiga (või plaatidega) nõnda, et logaritmilise liineali põhiosa oleks ette- ja tahapoole painduv. Seega ei tekita temperatuuri muutus logaritmilise liineali keele edasi-tagasi lükkamisel mingit erilist takistust. Kuid siiski ei ole soovitatav logaritmilist liineali hoida väga kaua liiga palava päikese käes või jälle liiga suures niiskuses, mille tõttu võiks rikunduda tselluloidiga kaetud osa.

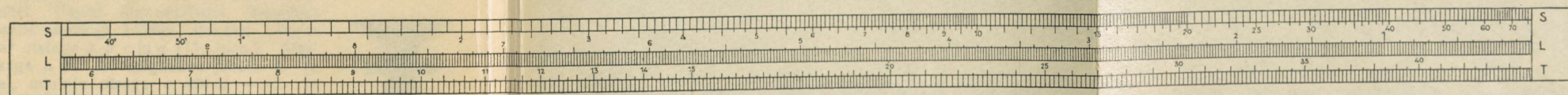
Nagu juba nimetasime, on harilikku logaritmilise liineali pikkus 25 sm. On ka lühemaid: 16 sm ja 12,5 sm pikkusi; kuid nende abil ei ole võimalik leida arvutamisel nii suurt täpsust kui eelmise abil. Veel suurema täpsuse leidmiseks tarvitatakse logaritmilisi liineale, millede pikkus on 50 sm, kuid taskus kandmiseks pole need kohased.

Allpool-järgnev logaritmilise liineali käsitusviis ja seletused ei olene logaritmilise liineali pikkusest: käsitusviis ja seletused on ühised igasuguse pikkusega logaritmilise liineali suhtes. Papist logaritmiliste liinealide kohta langeb ära ainult allpool-järgnev (§§ 8 ja 9) nurgafunktsioonide loomulikkude väärtuste ja arvude logaritmade leidmise viis, sest papist liinealidel puuduvad vastavad skaalad.

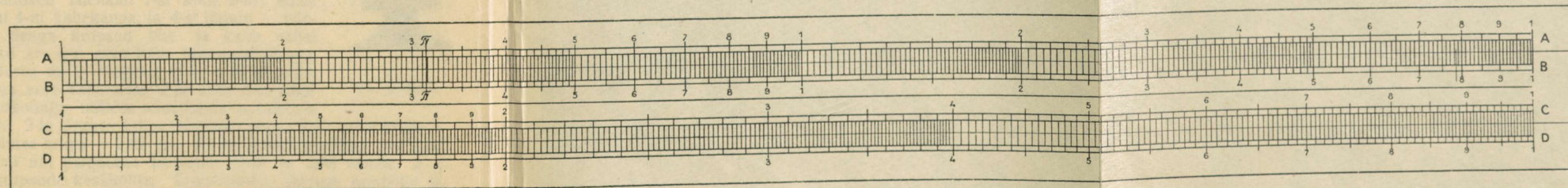
Enne kui töötama hakata logaritmilise liinealiga, tuleb kõigepealt ära õppida skaaladel olevate jaotiste lugemine, mis



8. joonis. Puust logaritmiline liineal.



9. joonis. Puust logaritmilise liineali keel (alumine pool).

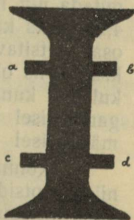


10. joonis. Papist logaritmiline liineal.

võib-olla teeb alguses ehk kõige suuremat raskust. Tuleb panna rõhku sellele, et skaaladel olevad jaotised võetaks ja loetakse õieti ja võimalikult täpsalt.

Arvude lugemiseks skaaladel, nende ülesotsimiseks, äramäkimiseks ja alumiste skaalade (C ja D) pealt ülemineamiseks ülemistele skaaladele (A ja B) ning ümberpöörduvalt tarvitatakse logaritmilise liineali juures veel kolmat osa — „märkijat“, (mida nimetatakse ka „sillaks“), s. o. klaasi vertikaalse niidiga (joonega) keskel. [Prantslased nimetavad „märkijat“ „courseur“, inglased „cursor“ ehk „runner“, ameeriklased „indicator“, sakslased „Läufer“.]

Klaas on kinnitatud alumiiniumist raami, mis ühendab märkijat logaritmilise liinealiga nõnda, et märkija võib vabalt edasi-tagasi liikuda mööda skaalasid. Niit klaasil on skaaladel olevate jaotiste otsimiseks, märkimiseks ja lugemiseks ning ühenduse pidajaks alumiste ja ülemiste skaalade vahel. Papist logaritmilistel liinealidel on klaasist märkija asemel mustast plekist „märk ja“ otstega *a*, *b*, *c* ja *d* (11. joon.). Märkija otsaga *a* või *b* märgitakse jaotisi A- ja B-skaalal, märkija otsaga *c* või *d* — C- ja D-skaalal.



11. joonis.

Teame, et C- ja D-skaalal esinevad sajan-dik-jaotised täielikult 1-st kuni 2-ni; edasi 2-st kuni 4-ni kahekaupa, ja 4-st lõpuni — viiekaupa. Seega kriipsud ühe ja kahe vahel määravad ära iga arvu kahe kümnendkohaga, mille täisosa on 1. Kriipsud 2 ja 4 vahel määravad ära arve vahemikus 2-st kuni 4-ni kahe kümnendkohaga, millede teine kümnendkoht on paarisarv. 2-le järgnev kriips tähendab seega 2,02, teine kriips — 2,04, kolmas kriips — 2,06 jne. Et ära märkida niidiga arv 2,03, seks tuleb niit paigutada kriipsude 2,02 ja 2,04 vahele, s. o. nende kriipsude keskkoha. Logaritmilise jaotuse printsiibi järele peaksime niidi paigutama mitte nende keskkoha, vaid keskkohast vähe paremale poole, kuid me arvestame siin sajan-dik-jaotisi, mis väga kitsad, ja seepärast ei teki olulist viga, kui võtame nende keskkoha. Arvestades neljakohalisi logaritme näeme, et

$$\log 2,02 = 0,3054$$

$$\log 2,03 = 0,3075$$

$$\log 2,04 = 0,3096$$

ja nende vahed

$$0,3075 - 0,3054 = 0,0021$$

$$0,3096 - 0,3075 = 0,0021$$

on nelja kümnendkohaga võrdsed. Lahkuminek vahedes võib tulla alles viiendates kümnendkohtades. Säärane käsitusviis oleks ka A- ja B-skaala esimesel logaritmilisel ühikul 1-st kuni 2-ni teise kümnendkoha märkimisel või teisel logaritmilisel ühikul 10-st kuni 20-ni esimese kümnendkoha märkimisel.

Kriipsud 4 ja 10 vahel C- ja D-skaalal määravad ära arve vahemikus 4-st kuni 10-ni kahe kümnendkohaga, mis lõpevad numbriga 5 või 0. 4-le järgnev esimene kriips tähendab 4,05, teine kriips — 4,10, kolmas kriips — 4,15 jne. kuni 9,95, mis on C- ja D-skaalal eelviimne kriips. Et niidiga ära märkida C- või D-skaalal näit. arvu 4,27, seks tuleb kriipsude 4,25 ja 4,30 vahe kujutada viieks võrdseks osaks ja paigutada niit nende vahele nõnda, et niidist vasemale poole kuni 4,25 oleks kaks osa ja niidist paremale poole kuni 4,30 kolm osa. Otsitav koht tuleb võtta niidiga silma järele. Säärane käsitusviis oleks ka A- ja B-skaala esimesel logaritmilisel ühikul 2-st kuni 5-ni teise kümnendkoha märkimisel või teisel logaritmilisel ühikul 20-st kuni 50-ni esimese kümnendkoha märkimisel.

Kolmandaid kümnendkohti on C- ja D-skaalal võimalik niidiga otsida ainult 1 ja 2 vahel. Siin tuleb iga kõrvuti oleva kahe kriipsu vahe silma järele kujutada kümneks võrdseks osaks ja vastav osa niidiga ära märkida antud arvu kolmanda kümnendkoha järele. Sedaviisi tuleb toimetada ka A- ja B-skaala esimesel logaritmilisel ühikul 5 ja 10 vahel asuva arvu teise kümnendkoha määramisel või teisel logaritmilisel ühikul 50 ja 100 vahel asuva arvu esimese kümnendkoha määramisel.

Neljandaid kümnendkohti logaritmilise liineali skaaladel niidiga ära märkida või, ümberpöörduvalt, niidi kohalt lugeda pole võimalik.

Harjutised: Märkida niidiga järgmised arvud D-skaalal:

a) millede kujutisteks on kriipsud:

3; 3,2; 3,7; 8,5; 8,9; 2,4; 2,6; 9,1; 9,9; 1,4; 1,1;
1,45; 1,52; 1,87; 1,99; 1,15; 1,23; 1,06; 1,01; 1,09;
1,95; 1,59; 2,46; 2,82; 3,34; 3,72; 2,04; 3,06; 3,02;
4,25; 4,05; 7,75; 9,95;

b) millede kujutisteks kriipsud puuduvad:

2,25; 3,33; 3,07; 2,01; 4,42; 4,74; 5,81; 6,03; 6,13;
9,09; 1,255; 1,845; 1,115; 1,035; 1,005; 1,123; 1,714;
1,468; 1,333; 1,991; 1,099.

Kui arvus, millel ühekohaline täisosa, on rohkem kui kaks kümnendkohta, siis tuleb arvestada kolmandat kümnendkohta niidiga võttes — kui võimalik — ainult silma järele. Näiteks: niidiga märkides võime C- või D-skaalal arvude 1,642 ja 1,643 vahel vahet teha, kuid arvude 8,672 ja 8,673 vahel pole enam võimalik niidiga märkides vahet teha. Järgmised kümnendkohad (alates neljandast kümnendkohast) enam arvestamisele ei saa tulla. Nad võivad arvestamisele tulla, nagu pärastpoole näeme, ainult siis, kui arvu täisosa on 0. Näiteks, kui esinevad arvud 1,87425, 1,23687 ja 9,66247, siis võime niidiga märkida ainult 1,874, 1,237 ja 9,66. A- või B-skaalal saab ära märkida umbes needsamad arvud, kuid täpsus on igatahes vähem. Kui pärastpoole esineb meil, näit., arv 0,0152391, siis tuleb võtta 0,01524; kui esineb arv 136287, siis tuleb võtta 136300.

Arvu $\pi = 3,1416$ jaoks on A- ja B-skaalal erikriips.

Harjutised: Märkida niidiga järgmised arvud D-skaalal:
2,462; 2,433; 5,658; 8,888; 4,012; 4,006; 1,1234;
1,8765; 1,0659; 1,0407; 1,0032; 1,0008.

Märkida niidiga järgmised arvud A-skaalal:

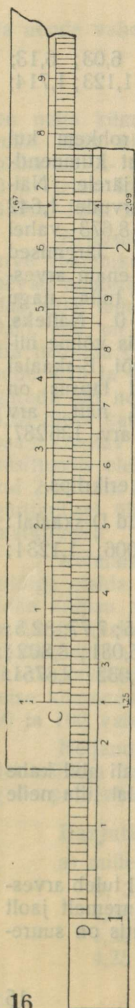
4; 60; 64; 71; 3,7; 9,9; 1,3; 1,28; 1,08; 2,15; 6,55; 7,77; 82,5;
34,5; 36,4; 30,3; 18,4; 10,8; 10,5; 10,1; 6,248; 5,081; 8,802;
44,22; 40,57; 40,08; 1,123; 1,014; 1,007; 2,003; 2,032; 2,6751.

§ 4. Korrutamise.

Kui meil on tarvis leida logaritmilise liineali abil kahe arvu a ja b korrutis, siis tuleb logaritmilisel skaalal liita neile arvudele vastavaid pikkusi, sest

$$\log ab = \log a + \log b.$$

Arvude korrutamisel logaritmilise liineali abil tuleb arvestada seda, et logaritmiline liineal võimaldab suuremalt jaolt kolmenumbriks täpsuse, seepärast saadud korrutis on suuremalt jaolt ligikaudne — teatud täpsusega.



12. joonis.

1. näide. $1,25 \cdot 1,67$.

Lükkame logaritmilise liineali keele paremale poole nõnda, et C-skaala algus, s. o. C-1, oleks D-skaalal asuva kriipsu 1,25 kohal (12. joon.). Siis viime niidi C-skaalal oleva arvu 1,67 peale ja vaatame, missugune arv esineb samal kohal D-skaalal niidi all. Näeme, et D-skaalal niidi alt võime ligikaudu lugeda arvu 2,09. See on otsitav ligikaudne korrutis. Seega oleme liitnud $\log 1,25 + \log 1,67$, mis on sama kui $\log (1,25 \cdot 1,67)$. Tähendab,

$$1,25 \cdot 1,67 \approx 2,09.$$

Sääraselt võime toimetada ülemisel jaotusel: lükkame logaritmilise liineali keelega B-skaala alguse, s. o. B-1, A-1,25 kohale ja viime niidi B-1,67 peale. Niidi all A-skaalal esineb nende ligikaudne korrutis 2,09. Siin on korrutise täpsust raskem võtta lühemate jaotiste tõttu kui alumisel jaotusel. Seepärast on soovitav suurema täpsuse leidmiseks korrutamist toimetada logaritmilise liineali alumisel jaotusel, s. o. C- ja D-skaalaga.

Vaatame, kui suur viga tekib logaritmilise liineali tarvitamisel. Täppis korrutis on 2,0875. Kui arvutamise täppis resultaati on t ja logaritmilise liineali abil saadud resultaati l , siis absoluutne viga V_a on

$$V_a = l - t = 2,09 - 2,0875 = 0,0025;$$

ja relatiivne viga V_r on

$$V_r = \frac{100 \cdot (l - t)}{t} \% = \frac{100 \cdot 0,0025}{2,0875} \approx 0,12 \%,$$

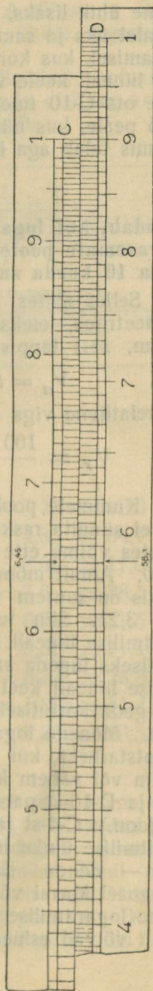
millest näeme, et viga on võrdlemisi väike. Näiteks: kui võtame 2,09 m ja 2,0875 m, siis näeme, et absoluutne viga on ainult 2,5 mm, mis pikema kui kahemeetrilise pikkuse kohta on võrdlemisi väike suurus.

Harjutised:

- 1) 2 · 3 = 6
- 2) 2,5 · 2 = 5
- 3) 3,4 · 2 = 6,8
- 4) 2,3 · 4 = 9,2
- 5) 3,6 · 1,2 = 4,32
- 6) 5,8 · 1,3 = 7,54
- 7) 1,1 · 7,7 = 8,47 ✓
- 8) 1,54 · 5 = 7,7
- 9) 2,06 · 3 = 6,18
- 10) 5,05 · 1,8 = 9,09
- 11) 3,33 · 2,3 ≈ 7,66
- 12) 2,72 · 3,4 ≈ 9,25
- 13) 8,02 · 1,2 ≈ 9,62 ✓
- 14) 1,07 · 4,4 ≈ 4,71
- 15) 2,548 · 3,1 ≈ 7,9
- 16) 3,025 · 1,6 ≈ 4,84
- 17) 2,13 · 2,07 ≈ 4,41
- 18) 4,07 · 1,06 ≈ 4,31
- 19) 5,123 · 1,24 ≈ 6,35
- 20) 6,723 · 1,045 ≈ 7,03
- 21) 2,505 · 3,052 ≈ 7,65
- 22) 1,005 · 4,723 ≈ 4,75.

2. näide. 9 · 6,45.

Toimetades siin korrutamist nagu näeme 1. näites, kui C-1 lükkame D-9 kohale ja viime niidi C-6,45 peale, et niit on sel juhul väljaspool D-skaala piirkonda. See tuleb sellest, et korrutise väärtus on suurem kui 10. Siin peaks nüüd veel teine sama pikk logaritmiline ühik D-skaalal paremalpool juures olema, et jaotisi oleks kuni 100-ni, siis oleks võimalik leida otsitav korrutis. Sel juhul, kui oleks D-skaalal niisugune loga-



13. joonis.

ritmiline ühik lisaks, näeksime, et C-1-le ja C-10-le vastaks D-skaalal üks ja sama jaotusarv. Seepärast arvude 9 ja 6,45 korrutamisel, kus korrutis on suurem kui 10, lükkame logaritmilise liineali keele vasemale poole nõnda, et C-skaala parempoolne ots C-10 tuleks D-9 kohale (13. joon.). Viime niidi C-6,45 peale, kus nüüd D-skaalal niidi alt võime lugeda arvu 5,81, mis tuleb aga lugeda 10 korda suurendatult, s. o. 58,1. Seega

$$9 \cdot 6,45 \approx 58,1.$$

Tähendab, kui logaritmilise liineali keel korrutamisel läheb vasemale poole, siis tuleb D-skaalal võetav korrutis lugeda 10 korda suurendatult.

Selles näites, kui meil oleks tegemist pikkusmõõduga sentimeetrites, oleks absoluutne viga 58,1 sm kohta ainult 0,5 mm, sest täppis resultaati $t = 58,05$ ja

$$V_a = l - t = 58,1 - 58,05 = 0,05$$

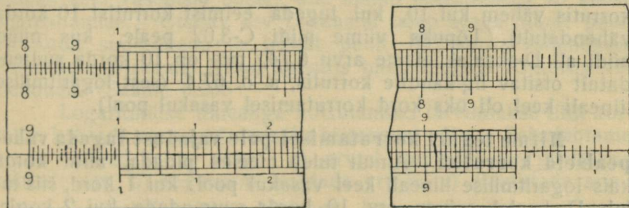
ning relatiivne viga oleks

$$V_r = \frac{100 \cdot (l - t)}{t} = \frac{100 \cdot 0,05}{58,05} \approx 0,08\%.$$

Kummale poole lükata korrutamisel logaritmilise liineali keel, ei sünnita raskust, sest et juba tegurite täisosade peale vaadates võime ette näha, kas korrutis on suurem või vähem kui 10. Ainult mõnel üksikul juhul on raske ette näha, kas korrutis on suurem või vähem kui 10, näiteks, kui võtame $3,14 \cdot 3,21$. Siin tuleb muidugi toimetada katse teel. Jääb logaritmilise liineali keel korrutamisel paremale poole, siis tuleb korrutiseks lugeda sama arv, mis esineb D-skaalal; jääb logaritmilise liineali keel korrutamisel aga vasemale poole, siis tuleb lugeda korrutiseks võetav arv D-skaalal 10 korda suurendatult. Mõnede logaritmiliste liinealide C- ja D-skaalal on selleks otstarbeks, kui otsekohe ei saa ütelda, kas korrutis on suurem või vähem kui 10, C-1-st ja D-1-st vasemal pool ja C-10-st ja D-10-st paremal pool veel lisaks mõned jaotuskriipsud (14. joon.): C-1-st ja D-1-st vasemal pool on nende skaalade logaritmilise ühiku lõpukriipsud ja C-10-st ja D-10-st paremal pool — nende skaalade logaritmilise ühiku alguskriipsud. Niisugusel korral võimaldab nii parempoolne kui ka vasempoolne logaritmilise liineali keele lüke korrutise lugemise. Samaselt võivad esineda A-1-st ja B-1-st vasemal pool A- ja B-

skaala logaritmilise ühiku lõpukriipsud ja A-100-st ja B-100-st paremal pool A- ja B-skaala logaritmilise ühiku alguskriipsud (14. joon.)

Toimetades korrutamist $9 \cdot 6,45$ ülemisel jaotusel jääb logaritmilise liineali keel paremale poole ja otsitava korrutise leiame A-skaalal (sest jaotisi on kuni 100-ni).



14. joonis.

Harjutised:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $3 \cdot 5 = 15$ | 10) $2,27 \cdot 5,42 \approx 12,3$ |
| 2) $3,4 \cdot 6 = 20,4$ | 11) $7,03 \cdot 4,85 \approx 34,1$ |
| 3) $8,3 \cdot 7 = 58,1$ | 12) $1,29 \cdot 8,55 \approx 11,03$ |
| 4) $5,4 \cdot 6,3 \approx 34$ | 13) $5,014 \cdot 7,6 \approx 38,1$ |
| 5) $7,3 \cdot 2,7 \approx 19,7$ | 14) $4,709 \cdot 6,7 \approx 31,5$ |
| 6) $9,8 \cdot 1,9 \approx 18,6$ | 15) $2,008 \cdot 5,52 \approx 11,1$ |
| 7) $4,25 \cdot 7,2 \approx 30,6$ | 16) $3,381 \cdot 8,37 \approx 28,3$ |
| 8) $6,06 \cdot 8,1 \approx 49,1$ | 17) $6,062 \cdot 1,885 \approx 11,42$ |
| 9) $1,74 \cdot 6,5 \approx 11,3$ | 18) $1,202 \cdot 8,756 \approx 10,53$ |

3. näide. $2,6 \cdot 1,15 \cdot 7,46 \cdot 3,02$.

Siin on neli tegurit. Seega esineb siin kolmekordne korrutamine. Korrutame enne kaks tegurit, siis saadud korrutise kolmanda teguriga ja viimaks neljandaga. Seame C-1 D-2,6 kohale ja viime niidi C-1,15 peale. Niidi all D-skaalal on kahe esimese teguri korrutis, mis tuleb korrutada kolmanda teguriga 7,46. Esimest korrutist pole vaja D-skaalal lugeda. Jätame niidi paigale ja viime C-10 niidi alla (mitte

C-1, sest, nagu näeme, on teine korrutis suurem kui 10. Kui teine korrutis ei oleks suurem kui 10, siis tuleb muidugi niit alla viia C-1). Siis viime niidi C-7,46 peale, kus nüüd niidi all D-skaalal on teine korrutis (kahekohalise täisosaga, sest logaritmilise liineali keel läks vasemale poole). Ka seda korrutist pole tarvis lugeda. Jäägu niit jälle paigale ja viime C-1 niidi alla (nüüd C-1, sest nagu näha, on kolmas korrutis vähem kui 10, kui lugeda eelmist korrutist 10 korda vähendatult). Lõpuks viime niidi C-3,02 peale, kus nüüd niidi all D-skaalal leiame arvu 6,74, mis on 10 korda suurendatult otsitav ligikaudne korrutis, s. o. 67,4 (sest logaritmilise liineali keel oli üks kord korrutamisel vasakul pool).

Mitme teguri korrutamisel pole vajadust lugeda vahepealseid korrutisi. Ainult tuleb meeles pidada, mitu korda käis logaritmilise liineali keel vasakul pool: kui 1 kord, siis tuleb D-skaalal esinev arv 10 korda suurendada, kui 2 korda, siis 100 korda suurendada jne.

Harjutised:

| | | | | | | | |
|-----|-------|---|-------|---|--------|---|----------------------|
| 1) | 2,6 | · | 3,3 | · | 5 | = | 42,9 |
| 2) | 7, | · | 2,4 | · | 4,1 | ≈ | 72,8 68,8 |
| 3) | 5,16 | · | 4,3 | · | 3,7 | ≈ | 82,1 |
| 4) | 3,62 | · | 7,04 | · | 1,9 | ≈ | 48,4 |
| 5) | 1,76 | · | 2,37 | · | 3,06 | ≈ | 12,76 |
| 6) | 2,155 | · | 4,025 | · | 6,345 | ≈ | 55 |
| 7) | 8,071 | · | 1,251 | · | 3,105 | ≈ | 31,3 |
| 8) | 7,2 | · | 3,15 | · | 4,05 | · | 5,3 ≈ 487 |
| 9) | 9,1 | · | 7,6 | · | 2,68 | · | 5,4 ≈ 1000 |
| 10) | 5,03 | · | 1,755 | · | 3,1416 | · | 8,8 ≈ 244. |

11) Telliskivi-müüri pikkus on 4,85 m, kõrgus 2,64 m ja paksus 45 sm. Palju kaalub nimetatud müür, kui aine erikaal on 1,89. [Vastus: 10,9 tonni.]

4. näide. $23,8 \cdot 0,00865$.

Eelmistes näidetes oli igal teguril ühekohaline täisosa. Siin on aga üks tegur suurem kui 10 ja teine vähem kui 1. Niisugusel korral logaritmilise liineali abil korrutades suurendame või vähendame tegureid komade edasi- või tagasiviimisega nõnda, et igal teguril oleks ühe kohaga täisosa. Võetud näites

tuleb esimene tegur vähendada 10 korda ja teine tegur suurendada 1000 korda. Meil jääks siis $2,38 \cdot 8,65$, mida märgime järgmiselt :

$$2'3,8 \cdot 0,008'65,$$

mis on otsitavast korrutisest 100 korda suurem. Neid tegureid tuleb korrutada 2. näite järele. Korrutamisel läheb logaritmilise liineali keel vasemale poole, mis annab korrutamisel 10 korda suurendamise. Otsitav arv D-skaalal tuleb seega ühelt poolt 10 korda suurendada ja teiselt poolt 100 korda vähendada. Tähendab, D-skaalal leitud korrutis tuleb üldiselt 10 korda vähendada. Saame 0,206

Logaritmilise liinealiga korrutamisel tarvitatakse tihti korrutise kohtade arvu määramiseks teissugust võtet. Seks jaotame arvud üldiselt kolme ossa: a) arvud, millel on positiivne kohtade arv, b) negatiivne kohtade arv ja c) 0-kohtade arv.

a) Arvudel, mis >1 , loeme komast vasakul pool oleva täisosa numbrite arvu **positiivseks kohtade arvuks**; näiteks, arvul 12,45 on 2 positiivset kohta, arvul 4300 on 4 positiivset kohta.

b) Arvudel, mis $<0,1$, loeme komast paremal pool järgemööda esinevate nullide arvu **negatiivseks kohtade arvuks**; näiteks, arvul 0,000204 on 3 negatiivset kohta.

c) Arvudel, mis <1 ja $>0,1$, loeme, et neil ei ole positiivset ega negatiivset kohta; need on 0-kohalised arvud; näiteks, arvul 0,42 ei ole ühtki kohta.

Nii loeme, et

| | |
|----------|---------------------|
| 346000 | on + 6-kohaline arv |
| 172,06 | " + 3 " " |
| 5,15 | " + 1 " " |
| 0,18 | " 0 " " |
| 0,064 | " - 1 " " |
| 0,000051 | " - 4 " " |

Arvestades positiivset ja negatiivset kohtade arvu võime korrutada, ilma et üksikuid tegureid 10, 100 jne. korda suurendaksime või vähendaksime. Et kahte tegurit korrutada, seks loeme mõlema teguri kohtade arvu ja liidame nad. Saadud summat kasutame korrutise kohtade arvu määramiseks järgmiselt:

a) kui kahe arvu korrutamisel logaritmilise liineali keel läheb vasemale poole, s. o. kui tarvitame korrutami-

sel keele lõpukriipsu C-10, siis korrutise kohtade arv on võrdne tegurite kohtade summaga ;

b) kui aga kahe arvu korrutamisel logaritmilise liineali keel läheb paremale poole, s. o. kui tarvitame korrutamisel keele alguskriipsu C-1, siis korrutise kohtade arv on võrdne tegurite kohtade summaga — 1.

Seepärast on märgitud logaritmilise liineali parempoolses otsas D-skaala järele P—1 (Produkt — 1), mis tähendab, et kui korrutamisel logaritmilise liineali keel läheb paremale poole, tuleb korrutise kohtade arv vähendada ühe koha võrra.

Kui võtame eelmise näite

$$23,8 \cdot 0,00865,$$

siis näeme, et esimesel teguril on +2 kohta ja teisel teguril —2 kohta. Nende summa

$$+ 2 + (- 2) = 0.$$

Korrutamisel läheb logaritmilise liineali keel vasemale poole, s. o. korrutamisel tarvitame logaritmilise liineali lõpukriipsu C-10, seega D-skaalalt võetaval korrutisel pole ühtki kohta, s. o. 0,206.

5. näide. $48,5 \cdot 0,0156 \cdot 0,0062.$

Paigutame C-1 D-485 (mis tehte toimingus sama kui D-4,85) kohale ja viime niidi C-156 peale; lükkame C-10 niidi alla ja viime niidi D-62 peale. Niidi all D-skaalal leiame arvu 469. Vahepealseid korrutisi polnud tarvis lugeda. Esimesel teguril on +2 kohta, teisel teguril —1 koht ja kolmandal teguril —2 kohta. Nende summa:

$$+ 2 + (- 1) + (- 2) = - 1.$$

Korrutamisel läks logaritmilise liineali keel üks kord paremale poole, seega tuleb saadud summa vähendada ühe koha võrra, s. o.

$$- 1 - 1 = - 2,$$

millest järeldame, et leitud korrutis peab olema — 2-kohaline, s. o. 0,00469.

Kui korrutamisel esineb rohkem kui kaks tegurit, siis tuleb korrutise kohtade määramiseks tegurite kohtade summa vähendada nii mitme koha võrra, kui mitu korda logaritmilise liineali keel korrutamisel oli paremal pool.

Harjutised :

| | | | | | | | | | |
|-----|--------|---|--------|---|-------|---|----------------------|---|-------|
| 1) | 12 | · | 3 | = | 36 | | | | |
| 2) | 15 | · | 2,6 | = | 39 | | | | |
| 3) | 8,3 | · | 33 | ≈ | 274 | | | | |
| 4) | 0,42 | · | 9 | = | 3,78 | | | | |
| 5) | 0,56 | · | 0,8 | = | 0,448 | | | | |
| 6) | 85,9 | · | 113 | ≈ | 9700 | | | | |
| 7) | 34 | · | 0,58 | ≈ | 19,7 | | | | |
| 8) | 52 | · | 0,016 | = | 0,832 | | | | |
| 9) | 0,63 | · | 0,57 | ≈ | 0,359 | | | | |
| 10) | 31,6 | · | 0,0081 | ≈ | 0,256 | | | | |
| 11) | 0,202 | · | 7,08 | ≈ | 1,43 | | | | |
| 12) | 152,5 | · | 0,0042 | ≈ | 0,64 | | | | |
| 13) | 26 | · | 0,071 | · | 4,6 | ≈ | 8,5 | | |
| 14) | 0,08 | · | 26,8 | · | 0,35 | ≈ | 0,75 | | |
| 15) | 125 | · | 37,1 | · | 0,64 | ≈ | 2970 2968 | | |
| 16) | 46 | · | 67 | · | 0,6 | · | 17,2 | ≈ | 31800 |
| 17) | 0,0156 | · | 0,42 | · | 8,2 | · | 15,6 | ≈ | 0,838 |
| 18) | 0,009 | · | 0,06 | · | 84 | · | 73,5 | ≈ | 3,33. |

§ 5. Jagamine.

Et leida logaritmilise liineali abil kahe arvu a ja b jagatis, tuleb logaritmilisel skaalal lahutada neile arvudele vastavad pikkused, sest

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b.$$

1. näide. 8,55 : 3,24.

Viime niidi D-8,55 peale ja toome logaritmilise liineali keelega C-3,24 niidi alla. Siis arv, mis on D-skaalal C-skaala alguse, s. o. C-1, kohal, on otsitav jagatis. C-1 kohal D-skaalal esineb 2,64. See on otsitav jagatis kahe kümnendkohaga.

Analoogiliselt toimetatakse ülemisel jaotusel, s. o. A- ja B-skaaladega.

Harjutised :

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1) 6 : 2 = 3 | 12) 4,07 : 1,82 \approx 2,24 |
| 2) 10 : 7 \approx 1,43 | 13) 2,66 : 2,44 \approx 1,09 |
| 3) 6 : 4,8 = 1,25 | 14) 3 : 1,235 \approx 2,43 |
| 4) 7,4 : 5 = 1,48 | 15) 5,565 : 3,2 \approx 1,74 |
| 5) 3,8 : 2,9 \approx 1,31 | 16) 2,074 : 1,45 \approx 1,43 |
| 6) 5,3 : 3,9 \approx 1,36 | 17) 3,368 : 1,83 \approx 1,84 |
| 7) 9,8 : 6,7 \approx 1,46 | 18) 7,07 : 2,468 \approx 2,86 |
| 8) 2 : 1,14 \approx 1,43 | 19) 8,18 : 4,024 \approx 2,03 |
| 9) 5,45 : 4 \approx 1,36 | 20) 2,876 : 2,345 \approx 1,225 |
| 10) 8,35 : 5,6 \approx 1,49 | 21) 6,008 : 1,005 \approx 5,98 |
| 11) 7,2 : 2,04 \approx 3,53 | 22) 4,602 : 3,028 \approx 1,52. |

2. näide. 2,06 : 5,83.

Siin toimetame samuti nagu eelmiseski näites: toome niidi D-2,06 peale ja lükkame C-5,83 niidi alla. Kuid siin C-skaala algus langeb D-skaala piirkonnast välja vasakule poole. Seepärast võtame jagatise D-skaalal C-skaala parempoolse otsa C-10 kohalt. Sealt leiame 3,53. See arv on 10 korda tõelikust jagatisest suurem. Seega saadud arv tuleb 10 korda vähendada. Täheandab,

$$2,06 : 5,83 \approx 0,353.$$

Jääb jagamisel logaritmilise liineali keel paremale poole, siis on jagatis D-skaalal C-skaala vasakpoolse otsa C-1 kohal; jääb aga jagamisel logaritmilise liineali keel vasemale poole, siis on jagatis D-skaalal C-skaala parempoolse otsa C-10 kohal, lugedes teda 10 korda vähendatult.

Harjutised :

- | | |
|------------------------------|---------------------------------|
| 1) 2 : 6 \approx 0,333 | 7) 3 : 4,35 \approx 0,69 |
| 2) 1 : 7 \approx 0,143 | 8) 1,64 : 3 \approx 0,547 |
| 3) 3,4 : 7 \approx 0,486 | 9) 2,85 : 5,8 \approx 0,491 |
| 4) 6 : 8,4 \approx 0,714 | 10) 4,9 : 9,15 \approx 0,536 |
| 5) 5,2 : 7,8 \approx 0,666 | 11) 3,74 : 7,12 \approx 0,525 |
| 6) 1,6 : 9,3 \approx 0,172 | 12) 5,75 : 6,05 \approx 0,95 |

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 13) 1,115 : 8 $\approx 0,1394$ | 16) 3,8 : 4,255 $\approx 0,893$ |
| 14) 2,235 : 4,2 $\approx 0,532$ | 17) 4,18 : 6,688 $\approx 0,625$ |
| 15) 7,009 : 9,09 $\approx 0,771$ | 18) 1,005 : 5,555 $\approx 0,181$. |

3. näide. 0,244 : 7,15.

Kujutades jagatavat 10 korda suurendatult võime kirjutada:

$$0,2'44 : 7,15.$$

Seega suureneb jagatis 10 korda. Tähendab, lõppresultaadi peame vähendama 10 korda. Jagamisel läheb logaritmilise liineali keel vasemale poole, mille põhjal peame D-skaalal esineva jagatise veel 10 korda vähendama. Seega tuleb D-skaalal C-10 kohal esinev arv 3,41 vähendada 100 korda, s. o.

$$0,244 : 7,15 = 0,0341.$$

Jagatise kohtade arvu määramiseks tarvitatakse tihti logaritmilise liinealiga töötades jagatava ja jagaja kohtade vahet. Saadud vahet kasutatakse jagatise kohtade arvu määramiseks järgmiselt:

a) kui jagatis loetakse D-skaalal C-skaala parempoolse otsa C-10 kohalt, siis jagatise kohtade arv on võrdne jagatava ja jagaja kohtade vahega;

b) kui aga jagatis loetakse D-skaalal C-skaala vasakpoolse otsa C-1 kohalt, siis jagatise kohtade arv on võrdne jagatava ja jagaja kohtade vahega + 1.

Seepärast on märgitud logaritmilise liineali vasakpoolses otsas D-skaala alguses $Q + 1$ (Quotient + 1), mis tähendab, et kui jagatis loetakse logaritmilise liineali keele vasakpoolse otsa kohalt, tuleb jagatise kohtade arv suurendada ühe positiivse koha võrra.

Kui võtame eelmise näite

$$0,244 : 7,15, \quad (+1)$$

siis näeme, et jagatav on 0-kohaline ja jagaja + 1-kohaline. Nende vahe:

$$0 - (+1) = -1.$$

Jagades logaritmilise liineali abil näeme, et jagatis D-skaalal tuleb lugeda C-10 kohalt. Seepärast üht positiivset kohta pole tarvis juurde lisada. Jagatise kohtade arv on siis -1, s. o. 0,0341.

Harjutised :

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1) 0,9 : 6 = 0,15 | 10) 0,05 : 7 ≈ 0,00714 |
| 2) 8 : 13 ≈ 0,615 | 11) 0,06 : 4,8 = 0,0125 |
| 3) 0,3 : 2,6 ≈ 0,1153 | 12) 0,075 : 5,9 ≈ 0,0127 |
| 4) 1 : 17 ≈ 0,0588 | 13) 0,0345 : 2,14 ≈ 0,0161 |
| 5) 1 : 243 ≈ 0,00412 | 14) 0,0712 : 54,6 ≈ 0,0013 |
| 6) 3,7 : 24 ≈ 0,154 | 15) 0,0026 : 162,5 = 0,000016 |
| 7) 49,4 : 16,7 ≈ 2,96 | 16) 0,0466 : 0,75 ≈ 0,0621 |
| 8) 0,6 : 72 ≈ 0,00834 | 17) 1 : 0,0105 ≈ 95,2 |
| 9) 0,27 : 32,6 ≈ 0,00828 | 18) 128 : 0,0825 ≈ 1552. |

4. näide.
$$\frac{9,6 \cdot 2,55}{4,32}$$

Käesolevas näites tuleb enne 9,6 jagada 4,32-ga, siis korrutada 2,55-ga. Kui teeksime enne korrutamise ja pärast jagamise, siis tuleks meil kaks korda lükata logaritmilise liineali keelt. Jagades enne ja korrutades pärast teeme logaritmilise liineali keelega ainult ühe lükke. (Mida vähem lükkeid, seda väikesem ka kõrvalekaldumine õigest resultaadist.) Paigutame C-4,32 D-9,6 kohale, siis jagatis D-skaalal on C-1 kohal, mis tuleb korrutada 2,55-ga. Siin pole enam tarvis lükata logaritmilise liineali keelt, pole ka tarvis viia niiti C-1 peale ega ka C-1 kohalt D-skaalal lugeda jagatist, vaid viime niidi C-2,55 peale, kus nüüd D-skaalal niidi alt loeme lõppresultaadi 5,67. Logaritmilise liineali keel jäi paremale poole, seepärast suurendust ega vähendust ei ole.

Või arvestades lugeja ja nimetaja kohtade arvu näeme, et lugeja esimene tegur on + 1-kohaline, teine tegur + 1-kohaline ja nimetaja ka + 1-kohaline, seega lõppresultaadi kohtade arv on

$$(+ 1) + (+ 1) - (+ 1) = + 1.$$

Tähendab

$$\frac{9,6 \cdot 2,55}{4,32} \approx 5,67.$$

Esineb meil lugejas ja nimetajas aga rohkem kui kaks tegurit, siis tuleb lugeja esimene tegur jagada nimetaja esimese teguriga ja korrutada lugeja teise teguriga, siis saadud resultaat jagada nimetaja teise teguriga ja korrutada lugeja kol-

manda teguriga, siis jälle saadud resultaat jagada nimetaja kolmanda teguriga ja korrutada lugeja neljanda teguriga jne. Tegurite järjekord võib olla vabalt valitud. Tegurite järjekorra võib nõnda valida, et korrutamisel kui ka jagamisel logaritmilise liineali keel läheks võimalikult ühepalju kordi ühele poole, siis tuleb meil kas ühelt poolt kümnekordseid suurendusi ja vähendusi vähem meeles pidada, või teiselt poolt $P - 1$ ja $Q + 1$ vähem tarvitada. Vahepealseid arve, s. o jagatise ja korrutise, pole tarvis lugeda.

$$5. \text{ näide. } \frac{22,6 \cdot 0,00042 \cdot 0,74 \cdot 3800}{135 \cdot 56,5 \cdot 0,095}$$

Lõppresultaadi kohtade arv peaks olema

$$(+2) + (-3) + (0) + (+4) - (+3) - (+2) - (-1) = -1.$$

Järkjärgult jagades ja korrutades näeme, et logaritmilise liineali keele lükkamine ühele või teisele poole ei too kohtade arvu muutust. Seega lõppresultaat on 0,0368.

Sääraste ülesannete lahendusel, kus esineb korrutamine ja jagamine üheskoos, võidame väga palju aega, kui teotseme logaritmilise liinealiga.

6. näide. Linna elanikkude arv on 26 415 inimest: 17 276 eestlast, 7 872 venelast, 818 sakslast, 317 juuti ja 132 teistest rahvustest. Missugune on linnas olevate rahvuste protsentuaalne vahekord?

Siin tuleb logaritmilise liineali keelt ainult üks kord lükata, kui toimetame jagamist ja korrutamist A- ja B-skaalaga. Paigutame B-26 415 A-10 kohale ja loeme niidiga A-skaalalt järkjärgult B-17 276, B-7 872, B-818, B-317 ja B-132 kohalt vastavad arvud, s. o.

$$65,4\%, 29,8\%, 3,1\%, 1,2\%, 0,5\%,$$

sest

$$\frac{17276 \cdot 100}{26415} \approx 65,4\% \text{ eestlasi,}$$

$$\frac{7872 \cdot 100}{26415} \approx 29,8\% \text{ venelasi,}$$

$$\frac{818 \cdot 100}{26415} \approx 3,1\% \text{ sakslasi,}$$

$$\frac{317 \cdot 100}{26\,415} \approx 1,2\% \text{ juute,}$$

$$\frac{132 \cdot 100}{26\,415} \approx 0,5\% \text{ teistest rahvustest,}$$

$$\text{Kokku} = 100,0\%.$$

Harjutised:

$$1) \frac{6,4 \cdot 3,2}{5,7} \approx 3,59 \quad 9) \frac{1,4 \cdot 1,06 \cdot 3,45}{2,02 \cdot 6,62} \approx 0,383$$

$$2) \frac{2,8 \cdot 8,9}{6,6} \approx 3,78 \quad 10) \frac{3,16 \cdot 7,34 \cdot 4,55}{15,3 \cdot 8,84} \approx 0,78$$

$$3) \frac{3,6 \cdot 7,2}{8,5} \approx 3,05 \quad 11) \frac{0,14 \cdot 52,7}{2,7} \approx 2,73$$

$$4) \frac{1,4 \cdot 2,6}{7,3} \approx 0,499 \quad 12) \frac{0,031 \cdot 7,16}{0,465} \approx 0,477$$

$$5) \frac{2,14 \cdot 3,45 \cdot 4,05}{1,82 \cdot 2,7} \approx 6,08 \quad 13) \frac{0,605 \cdot 24,3}{36,4} \approx 0,404$$

$$6) \frac{3,03 \cdot 5,24 \cdot 9,8}{7,6 \cdot 4,86} \approx 4,21 \quad 14) \frac{12,6 \cdot 514 \cdot 0,36}{44,2 \cdot 152} \approx 0,347$$

$$7) \frac{8,47 \cdot 5,13 \cdot 2,52}{9,05 \cdot 4,75} \approx 2,55 \quad 15) \frac{0,00547 \cdot 0,0336}{0,0000469} \approx 3,92.$$

$$8) \frac{5,7 \cdot 7,8 \cdot 11,2}{9,7 \cdot 8,5} \approx 6,04 \quad 16) \frac{74,6 \cdot 0,043}{0,525} \approx 6,11.$$

§ 6. Astendamine.

Logaritmilise liineali alumine jaotus on logaritmiline jaotus log 1 kuni log 10, ülemine jaotus on logaritmiline jaotus log 1 kuni log 100. Iga ülemise jaotuse pikkus on kaks korda lühem kui vastav alumise jaotuse pikkus. Kui alumise jaotuse mistahes pikkusele log a võtta ülemisel jaotusel sama pikk osa, siis on ta $2 \cdot \log a$, mis on sama kui log a^2 , sest

$$\log a^2 = 2 \cdot \log a.$$

Seega alumisel jaotusel olevale arvule vastab ülemisel jaotusel samal kohal alumise jaotuse arvu ruut. 2-le vastab ülemisel jaotusel 4, 3-le — 9, 4-le — 16 jne.

1. näide. $6,82^2$.

Arvu ruutimist toimetatakse ainult niidiga. Viime niidi alumisel jaotusel 6,82 peale ja loeme niidi alt ülemisel jaotusel tema ligikaudse ruudu, s. o. 46,5. Ülemisel jaotusel võime siin lugeda ainult ühe kümnendkoha.

Astendamisel ei ole tarvidust, et logaritmilise liineali keele skaalad peaksid ühte langema logaritmilise liineali põhi-osa skaaladega. Kui need skaalad ühte ei lange, vaid liineali keel on paremal või vasemal pool, siis tuleb astendamisel D-skaalalt üles minna A-skaalale, või C-skaalalt B-skaalale.

Harjutised :

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1) $3^2 = 9$ | 6) $1,16^2 \approx 1,35$ | 11) $5,245^2 \approx 27,5$ |
| 2) $8^2 = 64$ | 7) $2,25^2 \approx 5,06$ | 12) $1,815^2 \approx 3,29$ |
| 3) $1,5^2 = 2,25$ | 8) $4,08^2 \approx 16,6$ | 13) $2,042^2 \approx 4,17$ |
| 4) $1,9^2 \approx 3,6$ | 9) $7,75^2 \approx 60$ | 14) $2,718^2 \approx 7,39$ |
| 5) $7,7^2 \approx 59,3$ | 10) $9,32^2 \approx 86,9$ | 15) $\pi^2 \approx 9,87$. |

2. näide. $0,152^2$.

Siin viime koma ühe koha võrra paremale poole, suurendades seega astme alust 10 korda ja astet 100 korda. Viime niidi D-1,52 peale ja loeme niidi alt A-skaalal tema ligikaudse ruudu, s. o. 2,31. Seda vähendades 100 korda saame

$$0,152^2 \approx 0,0231.$$

3. näide. $38,5^2$.

Viime koma ühe koha võrra vasemale poole, vähendades seega astet 100 korda. Viies niidi D-3,85 peale loeme A-skaalal niidi alt 14,8. Seda suurendades 100 korda saame astme ligikaudse väärtuse.

$$38,5^2 \approx 1480.$$

Arvude ruutimisel astme kohtade arvu määramiseks võime tarvitada järgmist reeglit:

a) kui ruutimisel astme väärtus tuleb lugeda A-skaala esimesel logaritmilisel ühikul, siis astme kohtade arv on võrdne $2n-1$, kus n on astme aluse kohtade arv;

b) kui ruutimisel astme väärtus tuleb lugeda A-skaala teisel logaritmilisel ühikul, siis astme kohtade arv on võrdne $2n$.

4. näide. $0,000218^2$.

Siin on astme aluse kohtade arv -3 . Paigutades niidi D-218 peale näeme, et niidi all A-skaalal on 475, mis asub A-skaala esimesel logaritmilisel ühikul. Seega astme kohtade arv on

$$2 \cdot (-3) - 1 = -7$$

ja aste

$$0,000218^2 \approx 0,0000000475.$$

5. näide. $564,5^2$.

Paigutades niidi D-5645 peale näeme, et ta astme väärtus on D-skaala teisel logaritmilisel ühikul (s. o. 318). Astme aluse kohtade arv on $+3$. Seega astme kohtade arv

$$2 \cdot (+3) = +6$$

ja aste

$$564,5^2 \approx 318000.$$

Harjutised:

| | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $0,2^2 = 0,04$ | 13) $15,2^2 \approx 231$ |
| 2) $0,6^2 = 0,36$ | 14) $40,8^2 \approx 1660$ |
| 3) $0,9^2 = 0,81$ | 15) $55,5^2 \approx 3080$ |
| 4) $0,1^2 = 0,01$ | 16) $91,9^2 \approx 8450$ |
| 5) $12^2 = 144$ | 17) $0,05^2 = 0,0025$ |
| 6) $25^2 = 625$ | 18) $0,014^2 = 0,000196$ |
| 7) $73^2 \approx 5330$ | 19) $0,326^2 \approx 0,106$ |
| 8) $69^2 \approx 4760$ | 20) $0,0017^2 = 0,00000289$ |
| 9) $0,11^2 = 0,0121$ | 21) $183^2 \approx 33500$ |
| 10) $0,16^2 = 0,0256$ | 22) $112,5^2 \approx 12600$ |
| 11) $0,38^2 \approx 0,144$ | 23) $40,25^2 \approx 1620$ |
| 12) $0,81^2 \approx 0,656$ | 24) $72,16^2 \approx 5200$ |

6. näide. $(2,25 \cdot 3,19)^2$.

Korrutades alumisel jaotusel viime niidi C-3,19 peale ja loeme niidi alt A-skaalal lõppresultaadi, s. o. 51,4.

Harjutised:

- | | |
|--|--|
| 1) $(2 \cdot 4)^2 = 64$ | 12) $(2,6 \cdot 8)^2 \approx 432$ |
| 2) $(3,6 \cdot 2)^2 \approx 51,8$ | 13) $(4,5 \cdot 3,2)^2 \approx 207$ |
| 3) $(1,3 \cdot 2,6)^2 \approx 11,4$ | 14) $(8,8 \cdot 2,15)^2 \approx 358$ |
| 4) $(1,7 \cdot 4,1)^2 \approx 48,5$ | 15) $(5,05 \cdot 6,75)^2 \approx 1160$ |
| 5) $(2,7 \cdot 2,8)^2 \approx 57,1$ | 16) $(5,45 \cdot 3,32)^2 \approx 327$ |
| 6) $(1,52 \cdot 5,3)^2 \approx 64,9$ | 17) $(0,8 \cdot 5)^2 = 16$ |
| 7) $(2,05 \cdot 3,14)^2 \approx 41,5$ | 18) $0,16 \cdot 2,8)^2 \approx 0,201$ |
| 8) $(6,25 \cdot 1,04)^2 \approx 42,2$ | 19) $(0,42 \cdot 71)^2 \approx 8,89$ |
| 9) $(4,5 \cdot 2,025)^2 \approx 83$ | 20) $(0,73 \cdot 12,5)^2 \approx 83$ |
| 10) $(1,015 \cdot 1,555)^2 \approx 2,49$ | 21) $(0,064 \cdot 42,6)^2 \approx 1,074$ |
| 11) $(3 \cdot 4)^2 = 144$ | 22) $(0,013 \cdot 902)^2 \approx 137$ |

7. näide. $\left(\frac{5,15}{3,34}\right)^2$.

Jagades alumisel jaotusel loeme B-1 kohalt A-skaalal lõppresultaadi 2,37.

Harjutised:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ | 9) $\left(\frac{6,3}{7,5}\right)^2 \approx 0,705$ |
| 2) $\left(\frac{5,2}{3}\right)^2 \approx 3$ | 10) $\left(\frac{1,44}{6,75}\right)^2 \approx 0,0455$ |
| 3) $\left(\frac{7}{4,5}\right)^2 \approx 2,42$ | 11) $\left(\frac{41,5}{27,2}\right)^2 \approx 2,32$ |
| 4) $\left(\frac{8,7}{5,6}\right)^2 \approx 2,41$ | 12) $\left(\frac{0,83}{0,15}\right)^2 \approx 30,6$ |
| 5) $\left(\frac{2,16}{1,54}\right)^2 \approx 1,97$ | 13) $\left(\frac{0,47}{0,023}\right)^2 \approx 417$ |
| 6) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 \approx 0,326$ | 14) $\left(\frac{0,33}{12,5}\right)^2 \approx 0,000695$ |
| 7) $\left(\frac{2,9}{3}\right)^2 \approx 0,934$ | 15) $\left(\frac{30,5}{0,82}\right)^2 \approx 1380$ |
| 8) $\left(\frac{5}{8,2}\right)^2 \approx 0,372$ | 16) $\left(\frac{0,175}{0,053}\right)^2 \approx 10,9$ |

8. näide. $4,15 \cdot 2,3^2$.

Astendame 2,3 kõigepealt kahega: seks viime C-1 D-2,3 kohale, siis $2,3^2$ on B-1 kohal A-skaalal. Ilma et enam oleks tarvis lükata logaritmilise liineali keelt, toimetame korrutamist $4,15$ -ga ülemisel jaotusel: viime niidi B-4,15 peale ja loeme lõppsaaduse niidi alt A-skaalal, s. o. 21,9.

Harjutised:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1) $2,6^2 \cdot 3 \approx 20,25$ | 9) $5,06^2 \cdot 11,7 \approx 300$ |
| 2) $3,2^2 \cdot 1,5 \approx 15,4$ | 10) $2,47^2 \cdot 21,2 \approx 129,5$ |
| 3) $1,71^2 \cdot 8,15 \approx 23,8$ | 11) $0,16^2 \cdot 2,1 \approx 0,0538$ |
| 4) $9,05^2 \cdot 7,2 \approx 589$ | 12) $0,47^2 \cdot 47,5 \approx 10,5$ |
| 5) $4,42^2 \cdot 3,38 \approx 66$ | 13) $0,85^2 \cdot 0,52 \approx 0,375$ |
| 6) $8,62^2 \cdot 3,65 \approx 271$ | 14) $0,062^2 \cdot 742 \approx 2,86$ |
| 7) $3,4^2 \cdot 0,6 \approx 6,91$ | 15) $0,918^2 \cdot 0,602 \approx 0,507$ |
| 8) $8,5^2 \cdot 0,7 \approx 50,5$ | 16) $0,855^2 \cdot 24,5 \approx 17,9$ |

9. näide. $\frac{3,33^2}{6,2}$.

Astendame 3,33 kahega ja toimetame jagamist ülemisel jaotusel: viime niidi D-3,33 peale ja B-6,2 niidi alla, loeme lõppresultaadi B-1 kohalt A-skaalal, s. o. 1,78.

Harjutised:

- | | | |
|---------------------------------------|--|---|
| 1) $\frac{2,2^2}{3,1} \approx 1,56$ | 5) $\frac{4,08^2}{7,95} \approx 2,09$ | 9) $\frac{0,34^2}{0,86} \approx 0,134$ |
| 2) $\frac{8,3^2}{7,3} \approx 9,4$ | 6) $\frac{2,6^2}{14} \approx 0,482$ | 10) $\frac{12,2^2}{64,4} \approx 2,31$ |
| 3) $\frac{1,4^2}{5,6} = 0,35$ | 7) $\frac{3,45^2}{45,5} \approx 0,261$ | 11) $\frac{14,2^2}{21,5} \approx 9,38$ |
| 4) $\frac{2,38^2}{9,9} \approx 0,571$ | 8) $\frac{5,4^2}{0,72} = 40,5$ | 12) $\frac{0,0241^2}{0,0606} \approx 0,00958$ |

10. näide. $\frac{7,6}{5,65^2}$.

Siin toimetatakse jagamist samuti ülemisel jaotusel. Viime niidi A-7,6 peale ja C-5,65 niidi alla, siis $5,65^2$ on B-

skaalal niidi all, mis kujutab ülemisel jaotusel jagamist. Jagatise väärtuse A-skaalal loeme B-100 kohalt. B-100 kohal A-skaalal esineb arv 23,8. Et logaritmilise liineali keel on vasakul pool, seepärast tuleb leitud arv vähendada 100 korda. Tähendab

$$\frac{7,6}{5,65^2} \approx 0,238.$$

Harjutised :

- | | | |
|--------------------------------------|---|--|
| 1) $\frac{8}{2,1^2} \approx 1,82$ | 5) $\frac{5,45}{7,28^2} \approx 0,103$ | 9) $\frac{27,6}{6,15^2} \approx 0,73$ |
| 2) $\frac{7,6}{1,5^2} \approx 3,38$ | 6) $\frac{2,13}{8,65^2} \approx 0,0286$ | 10) $\frac{0,76}{2,24^2} \approx 0,151$ |
| 3) $\frac{3,8}{2,7^2} \approx 0,521$ | 7) $\frac{56}{5,4^2} \approx 1,92$ | 11) $\frac{0,55}{0,94^2} \approx 0,622$ |
| 4) $\frac{1}{3,4^2} \approx 0,0866$ | 8) $\frac{18,3}{1,975^2} \approx 4,7$ | 12) $\frac{38,6}{13,7^2} \approx 0,206.$ |

11. näide. 2,48³.

Siin astendame 2,48 kahega ja korrutame 2,48-ga. Viime C-1 D-2,48 kohale ja niidi B-2,48 peale ning loeme A-skaalal niidi alt kuubi väärtuse, s. o. 15,2.

Harjutised :

- | | | |
|-------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 1) $3^3 = 27$ | 5) $7,05^3 \approx 350$ | 9) $2,45^4 \approx 36$ |
| 2) $1,6^3 \approx 4,09$ | 6) $0,62^3 \approx 0,238$ | 10) $1,86^5 \approx 21,6$ |
| 3) $2,14^3 \approx 9,8$ | 7) $23,5^3 \approx 13\ 000$ | 11) $1,09^6 \approx 1,68$ |
| 4) $8,65^3 \approx 646$ | 8) $0,083^3 \approx 0,00057$ | 12) $1,02^8 \approx 1,16.$ |

§ 7. Juurimine.

Juurimine on astendamisele vastupidine tehe. Et leida arvu ruutjuur, tuleb märkida niidiga juuritav arv logaritmilise liineali ülemisel jaotusel ja vastav juure väärtus lugeda niidi alt alumisel jaotusel. Sest, nagu näeme ruutjuure logaritmimise põhimõttest,

$$\log \sqrt{a} = \frac{\log a}{2}$$

1. näide. $\sqrt{5,6}$.
Viime niidi A-5,6 peale ja loeme niidi alt D-skaalal ruutjuure väärtuse (kahe kümnendkohaga), s. o. 2,37.

2. näide. $\sqrt{59,2}$.

Toimetades analoogiliselt eelmise näitega saame

$$\sqrt{59,2} \approx 7,7.$$

Harjutised :

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $\sqrt{7} \approx 2,65$ | 6) $\sqrt{16} = 4$ | 11) $\sqrt{18,05} \approx 4,25$ |
| 2) $\sqrt{6,3} \approx 2,51$ | 7) $\sqrt{55} \approx 7,42$ | 12) $\sqrt{99,2} \approx 9,96$ |
| 3) $\sqrt{3,75} \approx 1,94$ | 8) $\sqrt{42,8} \approx 6,54$ | 13) $\sqrt{10,08} \approx 3,18$ |
| 4) $\sqrt{1,37} \approx 1,17$ | 9) $\sqrt{13,1} \approx 3,62$ | 14) $\sqrt{40} \approx 6,33$ |
| 5) $\sqrt{8,46} \approx 2,91$ | 10) $\sqrt{30,3} \approx 5,5$ | 15) $\sqrt{10} \approx 3,16$ |

3. näide. $\sqrt[3]{346,5}$.

Viime juuritavas arvus koma kahe koha võrra vasemale poole. Seega vähendame juuritavat arvu 100 korda ja juure väärtust 10 korda. Otsime juure arvust 3'46,5 ja suurendame saadud juure väärtust 10 korda, saame

$$\sqrt[3]{346,5} \approx 18,6.$$

Kui juuritava arvu täisosa on 0, siis tuleb koma viia paremale poole kahe, või nelja, või kuue jne. koha võrra nõnda, et juuritava arvu täisosa jääks ühe- või kahekohaline arv. Siis lõppresultaat vastavalt 10, või 100, või 1000 jne. korda vähendada.

Arvude ruutjuure leidmisel tarvitatakse tihti juure kohtade arvu määramiseks järgmist reeglit:

a) kui juuritavas arvus on paaritu arv kohti, siis tuleb juuritav arv võtta A-skaala esimesel logaritmilisel ühikul, ja juure kohtade arv on võrdne $\frac{n+1}{2}$, kus n on juuritava arvu kohtade arv;

b) kui juuritavas arvus on paarisarv kohti, siis tuleb juuritav arv võtta A-skaala teisel logaritmilisel ühikul, ja juure kohtade arv on võrdne $\frac{n}{2}$.

Näiteks, eelmise näite juuritava arvu kohtade arv on paaritu arv (+3), siis juure kohtade arv peab olema

$$\frac{(+3) + 1}{2} = +2.$$

Harjutised :

- 1) $\sqrt{144} = 12$ 5) $\sqrt{0,16} = 0,4$ 9) $\sqrt{2468} \approx 49,7$
 2) $\sqrt{137} \approx 11,7$ 6) $\sqrt{0,43} \approx 0,656$ 10) $\sqrt{2578} \approx 50,8$
 3) $\sqrt{250} \approx 15,82$ 7) $\sqrt{0,154} \approx 0,393$ 11) $\sqrt{0,017} \approx 0,1304$
 4) $\sqrt{755} \approx 27,5$ 8) $\sqrt{205,5} \approx 14,34$ 12) $\sqrt{0,0742} \approx 0,273.$

4. näide. $\sqrt{3,52 \cdot 6,06}.$

Siin tuleb korrutamist toimetada ülemisel jaotusel: viime B-1 A-3,52 kohale ja niidi B-6,06 peale, siis korrutise juur on niidi all D-skaalal. Saame

$$\sqrt{3,52 \cdot 6,06} \approx 4,62.$$

Harjutised :

- 1) $\sqrt{3 \cdot 6} \approx 4,24$ 9) $\sqrt{23,5 \cdot 3,6} \approx 9,2$
 2) $\sqrt{4,7 \cdot 2,2} \approx 3,22$ 10) $\sqrt{66 \cdot 4,5} \approx 17,5$
 3) $\sqrt{5,6 \cdot 3,7} \approx 4,55$ 11) $\sqrt{0,72 \cdot 5,5} \approx 1,99$
 4) $\sqrt{8,2 \cdot 7,5} \approx 7,84$ 12) $\sqrt{0,33 \cdot 26,5} \approx 2,96$
 5) $\sqrt{5,14 \cdot 4,9} \approx 5,03$ 13) $\sqrt{42 \cdot 72,5} \approx 55,2$
 6) $\sqrt{6,15 \cdot 2,08} \approx 3,58$ 14) $\sqrt{85,9 \cdot 113} \approx 98,5$
 7) $\sqrt{2,16 \cdot 7,56} \approx 4,04$ 15) $\sqrt{0,0021 \cdot 14,2} \approx 0,173$
 8) $\sqrt{12 \cdot 7} \approx 9,17$ 16) $\sqrt{0,0535 \cdot 2,64} \approx 0,376.$

Märkus. Kui täisnurkse kolmnurga üks kaatet on a ja hüpotenuus c , siis teise kaateti b väärtuse võime leida logaritmilise liineali abil sarnaselt 4. näitega:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(c + a)(c - a)}.$$

Näiteks: kui $a = 11,6$ sm ja $c = 14,2$ sm, siis

$$b = \sqrt{(14,2 + 11,6)(14,2 - 11,6)} = \sqrt{25,8 \cdot 2,6} \approx 8,2 \text{ sm.}$$

5. näide. $\sqrt{\frac{5}{12}}$.

Jagamist toimetatakse ülemisel jaotusel. Jagatis on B-100 juures A-skaalal, kuid 100 korda suurendatult. Selle ruutjuur on siis D-skaalal 6,45, mis tuleb vähendada 10 korda. Tähendab,

$$\sqrt{\frac{5}{12}} \approx 0,645.$$

Harjutised :

1) $\sqrt{\frac{28}{5}} \approx 2,37$

7) $\sqrt{\frac{8,6}{0,4}} \approx 4,64$

2) $\sqrt{\frac{14}{38}} \approx 0,607$

8) $\sqrt{\frac{81,5}{0,42}} \approx 13,95$

3) $\sqrt{\frac{9,8}{2,45}} = 2$

9) $\sqrt{\frac{0,67}{0,014}} \approx 6,92$

4) $\sqrt{\frac{17,2}{63,5}} \approx 0,521$

10) $\sqrt{\frac{4465}{3025}} \approx 1,215$

5) $\sqrt{\frac{0,8}{4,7}} \approx 0,413$

11) $\sqrt{\frac{1111}{3985}} \approx 0,528$

6) $\sqrt{\frac{0,56}{74,5}} \approx 0,0867$

12) $\sqrt{\frac{5,9 \cdot 3,4}{4,75}} \approx 2,06.$

6. näide. $3,7 \cdot \sqrt{2,55}$.

Viime niidi A-2,55 peale ja C-1 niidi alla. Siis viime niidi C-3,7 peale ja loeme korrutise niidi alt D-skaalal, s. o. 5,91.

Harjutised :

1) $3 \cdot \sqrt{7} \approx 7,94$

7) $7,21 \cdot \sqrt{49,2} \approx 50,6$

2) $4,4 \cdot \sqrt{5} \approx 9,85$

8) $0,3 \cdot \sqrt{3} \approx 0,52$

3) $5,05 \cdot \sqrt{3,7} \approx 9,72$

9) $0,8 \cdot \sqrt{12,5} \approx 2,83$

4) $7,2 \cdot \sqrt{8,2} \approx 20,6$

10) $7,5 \cdot \sqrt{0,5} \approx 5,3$

5) $3,32 \cdot \sqrt{7,34} \approx 9$

11) $1,74 \cdot \sqrt{0,149} \approx 0,672$

6) $7,21 \cdot \sqrt{4,92} \approx 16$

12) $36 \cdot \sqrt{38} \approx 222$

$$13) 56 \cdot \sqrt{0,71} \approx 47,2$$

$$14) 0,29 \cdot \sqrt{0,12} \approx 0,1005$$

$$15) 0,051 \cdot \sqrt{11,1} \approx 0,17$$

$$16) 0,88 \cdot \sqrt{0,464} \approx 0,6$$

$$17) 5 \cdot \sqrt{55} \approx 37,1$$

$$18) 5 \cdot \sqrt{5,5} \approx 11,73.$$

Märkus. Kui täisnurkse kolmnurga kaatetid on a ja b , siis hüpoteenuusi c väärtuse saame logaritmilise liineali abil järgmiselt:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}.$$

Näiteks: kui $a = 3,08$ sm ja $b = 2,16$ sm, siis

$$c = 3,08 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{2,16}{3,08}\right)^2};$$

siin kõige enne jagame $\left(\frac{2,16}{3,08}\right)$ alumisel jaotusel, siis viime ruutu

ja liidame 1-ga, juurime ja korrutame saadud juurt alumisel jaotusel 3,08-ga, saame 3,76. Seega

$$c \approx 3,76 \text{ sm.}$$

7. näide. $\frac{\sqrt{11,5}}{2,32}$

Paigutame niidi A-11,5 peale ja siis C-2,32 niidi alla. Jagatis on C-1 kohal D-skaalal, s. o. 1,46.

Harjutised:

$$1) \frac{\sqrt{8}}{2} \approx 1,415$$

$$4) \frac{\sqrt{7,4}}{6,05} \approx 0,45$$

$$2) \frac{\sqrt{60}}{5,2} \approx 1,49$$

$$5) \frac{\sqrt{5}}{0,7} \approx 3,2$$

$$3) \frac{\sqrt{30}}{8,8} \approx 0,623$$

$$6) \frac{\sqrt{69,5}}{0,3} \approx 27,8$$

| | |
|--|--|
| 7) $\frac{\sqrt{0,3}}{1,05} \approx 0,522$ | 12) $\frac{\sqrt{0,11}}{0,17} \approx 1,95$ |
| 8) $\frac{\sqrt{0,132}}{3,18} \approx 0,114$ | 13) $\frac{\sqrt{0,845}}{0,99} \approx 0,93$ |
| 9) $\frac{\sqrt{7,42}}{16,9} \approx 0,161$ | 14) $\frac{\sqrt{6}}{6} \approx 0,408$ |
| 10) $\frac{\sqrt{22}}{22} \approx 0,213$ | 15) $\frac{\sqrt{60}}{6} \approx 1,29$ |
| 11) $\frac{\sqrt{0,26}}{31} \approx 0,01645$ | 16) $\frac{\sqrt{600}}{6} \approx 4,08.$ |

8. näide. $\frac{9,8}{\sqrt{13,4}}$.

Viime niidi D-9,8 peale ja B-13,4 niidi alla. Saame jagamise alumisel jaotusel, kus jagatise väärtus on C-1 kohal D-skaalal, s. o. 2,67.

Harjutised :

| | | |
|---|---|--|
| 1) $\frac{6}{\sqrt{6}} \approx 2,45$ | 7) $\frac{0,2}{\sqrt{6}} \approx 0,0816$ | 13) $\frac{10}{\sqrt{4,2}} \approx 4,88$ |
| 2) $\frac{8,5}{\sqrt{39}} \approx 1,36$ | 8) $\frac{0,8}{\sqrt{55,5}} \approx 0,107$ | 14) $\frac{51,5}{\sqrt{0,18}} \approx 121$ |
| 3) $\frac{5,07}{\sqrt{8,4}} \approx 1,75$ | 9) $\frac{8,6}{\sqrt{0,4}} \approx 13,6$ | 15) $\frac{0,34}{\sqrt{0,84}} \approx 0,371$ |
| 4) $\frac{2,62}{\sqrt{9,25}} \approx 0,861$ | 10) $\frac{1}{\sqrt{0,7}} \approx 1,195$ | 16) $\frac{0,031}{\sqrt{0,075}} \approx 0,113$ |
| 5) $\frac{1}{\sqrt{6}} \approx 0,408$ | 11) $\frac{1,18}{\sqrt{0,89}} \approx 1,25$ | 17) $\frac{80}{\sqrt{80}} \approx 8,95$ |
| 6) $\frac{1}{\sqrt{60}} \approx 0,129$ | 12) $\frac{4,7}{\sqrt{17}} \approx 1,14$ | 18) $\frac{3}{\sqrt{1,5}} \approx 2,45.$ |

9. näide. $\sqrt[3]{55,5}$.

Viime niidi A-55,5 peale ja lükkame logaritmilise liineali keelt niisugusele kohale, et niidi all B-skaalal ja C-1 kohal D-skaalal tuleks ühesugune arv. Saame

$$\sqrt[3]{55,5} \approx 3,82$$

Harjutised:

$$1) \sqrt[3]{8} = 2$$

$$10) \sqrt[3]{100} \approx 4,64$$

$$2) \sqrt[3]{3} \approx 1,44$$

$$11) \sqrt[3]{52,5} \approx 3,75$$

$$3) \sqrt[3]{18} \approx 2,62$$

$$12) \sqrt[3]{6,12} \approx 1,83$$

$$4) \sqrt[3]{21,5} \approx 2,78$$

$$13) \sqrt[3]{7,4} \approx 1,95$$

$$5) \sqrt[3]{\pi} \approx 1,464$$

$$14) \sqrt[3]{0,055} \approx 0,38$$

$$6) \sqrt[3]{6} \approx 1,818$$

$$15) \sqrt[3]{0,06} \approx 0,392$$

$$7) \sqrt[3]{60} \approx 3,91$$

$$16) \sqrt[3]{1225} \approx 10,7$$

$$8) \sqrt[3]{600} \approx 8,43$$

$$17) \sqrt[3]{0,0007} \approx 0,089$$

$$9) \sqrt[3]{6000} \approx 18,18$$

$$18) \sqrt[3]{0,0045} \approx 0,165$$

§ 8. Nurgafunktsioonid.

Logaritmilise liineali keelt välja tõmmates näeme, et keele teisel küljel asub veel kolm skaalat. Kaks äärmist skaalat liineali keelele (ülemine ja alumine) on tähistatud tähtedega S ja T (9. joon.). Need on trigonomeetrilised skaalad. S on siinusskaala, T on tangensskaala. Nimetame esimest **S-skaalaks**, teist — **T-skaalaks**.

Logaritmilise liineali keelt ümberpöörduvalt A- ja D-skaalaga kohakuti pannes näeme, et S-skaala jääb vastu A-skaalat ja T-skaala jääb vastu D-skaalat. S-skaalal on märgitud kraadid ja minutid 34,4' kuni 90°. Algusest (s. o. 34,4'-st) kuni 10⁰-ni lähevad S-skaala jaotused 5' kaupa: esimene kriips al-

guskriipsu järele tähendab 35' (skaalal nummerdamata), teine kriips — 40' (skaalal nummerdatud), edasi — 45' (nummerdamata), 50' (nummerdatud), 55' (nummerdamata), 1⁰ (nummerdatud). Edasi 1⁰-st alates kuni 10⁰-ni esinevad S-skaalal numbrid 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, mis tähendavad: 2⁰, 3⁰, 4⁰, 5⁰, 6⁰, 7⁰, 8⁰, 9⁰, 10⁰. Nende vahepealsed 5' kaupa märgitud jaotuskriipsud nummerdatud ei ole. Edasi (peale 10⁰) on kantud S-skaalale numbrid: 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, mis tähendavad kraade. Nende vahepealsed ja 70⁰-le järgnevad kraadide ja minutite arvud tulevad lugeda nummerdamata kriipsude järele. 10⁰-st kuni 20⁰-ni lähevad S-skaalal jaotused 10' kaupa, 20⁰-st kuni 40⁰-ni — 30' kaupa, 40⁰-st kuni 70⁰-ni — 1⁰ kaupa, 70⁰-st kuni 80⁰-ni — 2⁰ kaupa, peale 80⁰ harilikult enam jaotusi ei ole. 34,4' kohal on A-skaalal arv 1, 90⁰ kohal arv 100. Vahepealsetele kraadidele ja minutitele vastavad arvud on nende kohal A-skaalal. A-skaalal esinevad logaritmilised jaotised on ühtlasi S-skaalal vastavate kraadide ja minutite siinuse loomulikud väärtused, kui loeme neid 100 korda vähendatult. Seega tuleb A-skaala alguskriipsu lugeda 0,01, sest $\sin 34,4' \approx 0,01$, ja A-skaala lõpukriipsu 1, sest $\sin 90^0 = 1$. A-skaala keskmine kriips (kus on arv 10) tähendab seega 0,1 ja ta kohal S-skaalal seisab 5⁰ 44', sest $\sin 5^0 44' \approx 0,1$. Seega võime logaritmilise liineali abil leida siinusfunktsioonide loomulikke väärtusi, märkides niidiga kraadide ja minutite arvu S-skaalal, ja vaadata, missugune arv on ta kohal niidi all A-skaalal. Viimast 100 korda vähendades saame vastava loomuliku väärtuse. Või ümberpöörduvalt, võime leida loomulikkude väärtuste järele vastava kraadide ja minutite arvu 34,4'-st kuni 90⁰-ni, märkides niidiga loomuliku väärtuse A-skaalal, ja vaadata, missugune kraadide ja minutite arv esineb ta kohal niidi all S-skaalal. Näiteks: $\sin 3^0 \approx 0,0523$, $\sin 50^0 \approx 0,766$; kui $\sin \alpha = 0,446$, siis $\alpha \approx 26^0 30'$; kui $\sin \alpha = 0,0349$, siis $\alpha \approx 2^0$.

S-skaalal ei esine nurga väärtusi alla 34,4'. Et S-skaalal oleksid ka vähemad kui 34,4' nurga väärtused, siis peaksime A-skaalale vasemale poole juurde lisama logaritmilise jaotuse 1-st kuni 10-ni. Siis oleks võimalik S-skaalat pikendada vasemale poole kuni 3' 26,5'', sest $\sin 3^0 26,5'' \approx 0,001$ jne. Harilikus elus ei tule tegemist teha nii väikeste nurkadega, seepärast polegi S skaalal märgitud väikesemaid kui 34,4' nurki. Kuid nende loomulikke väärtusi, nagu pärastpoole näeme, on ikkagi võimalik leida logaritmilise liineali abil. Nende leidmisviisi käsitab § 14.

T-skaalal esinevad kraadid ja minutid $5^{\circ}42,6'$ kuni 45° . Algusest (s. o. $5^{\circ}42,6'$ -st) kuni 20° -ni lähevad T-skaala jaotised $5'$ kaupa, 20° -st lõpuni (s. o. 45° -ni) — $10'$ kaupa. Esimene kriips peale alguskriipsu T-skaalal tähendab $5^{\circ}45'$, teine — $5^{\circ}50'$, kolmas — $5^{\circ}55'$, neljas — 6° jne. Välja on kirjutatud ainult numbrid

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 25, 30, 35, 40, mis tähendavad kraade. Lõpukriips tähendab 45° .

Tangensi loomulikud väärtused esinevad D-skaalal — neid vähendades 10 korda (kui nurk $\alpha \leq 45^{\circ}$), sest $\tan 5^{\circ}42,6' \approx 0,1$ ja $\tan 45^{\circ} = 1$. T-skaalalt üle minnes D-skaalale saame tangensfunktsiooni loomuliku väärtuse, ja ümberpöörduvalt: D-skaalalt üle minnes T-skaalale saame tangensi loomulikule väärtusele vastava kraadide ja minutite arvu. Näiteks: $\tan 25^{\circ} \approx 0,466$; kui $\tan \alpha = 0,625$, siis $\alpha \approx 32^{\circ}$.

Alla $5^{\circ}42,6'$ T-skaalal kraade ja minuteid ei ole. Kuid vähemate kui $5^{\circ}42,6'$ tangensite loomulikke väärtusi on logaritmilise liineali abil ikkagi võimalik leida. $5^{\circ}42,6'$ -st kuni $34,4'$ -ni võib neid leida S-skaala abil, sest väikeste nurkade (alla $5^{\circ}42,6'$) siinuste ja tangensite loomulikud väärtused on võrdsed vähemalt kolme kümnendkohaga. Näiteks: $\tan 2^{\circ} \approx \sin 2^{\circ} \approx 0,0349$, $\tan 4^{\circ}20' \approx 0,076$. Alla $34,4'$ tangensi loomulikke väärtusi leiame § 14-s kirjeldatud viisil. Üle 45° tangensi loomuliku väärtuse leidmist selgitavad allpool-järgnevad näited.

Et leida siinuse ja tangensi loomulikke väärtusi logaritmilise liineali abil, pole vajadust keele ümberpöörmiseks. Pöörame logaritmilise liineali keele endiselt tagasi, nii et S- ja T-skaala jääksid endist moodi allapoole. Pöörame logaritmilise liineali ümber, näeme, et kummaski otsas on liinealil ovaalsed lõigud. Mõlema lõigu servadel näeme kaks musta kriipsu: paremal pool kaks kriipsu ja vasakul pool kaks kriipsu — üks ülal, teine all. Nimetame neid „indeksiteks“. Nii vasakul ka parempoolse otsa ülemine indeks on S-skaala kraadide ja minutite märkimiseks ja lugemiseks, vasakpoolse otsa alumine indeks on T-skaala kraadide ja minutite märkimiseks ja lugemiseks. On liineale, kus S-skaala kraadide ja minutite lugemiseks esineb indeks ainult parempoolses otsas. Kohasem on tarvitada S-skaala kraadide ja minutite lugemiseks vasakpoolset indeksit, sest et vasakult poolt on nähtavad otsitavale kraadide ja minutite arvule eelmised jaotusnumbrid, mille tõttu kraadide ja minutite arv on kergemalt ja rutemini otsitav ja loetav.

Koosinuse loomulikke väärtusi leitakse S-skaala ja koo- tangensi loomulikke väärtusi T-skaala abil. Käsitusviis esineb järgnevates näidetes.

1. näide. $\sin 34^{\circ} 30'$.

Lükkame logaritmilise liineali keele vasemale poole ja paigutame S-skaalal $34^{\circ} 30'$ -le vastava jaotuskriipsu vasakpoolse lõigu ülemise indeksi kohale. Keerame liineali ümber ja loeme B-skaalal A-1 kohalt siinusfunktsiooni loomuliku väärtuse (teda 100 korda vähendades), s. o. 0,566. Tähendab,

$$\sin 34^{\circ} 30' \approx 0,566.$$

Sama resultaadi saame, kui lükkame logaritmilise liineali keele paremale poole ja paigutame S-skaalal $34^{\circ} 30'$ parempoolse lõigu ülemise indeksi kohale. Keerame jälle liineali ümber ja loeme B-skaalal A-100 kohalt ta loomuliku väärtuse (teda 100 korda vähendades), s. o. 0,566

2. näide. $\cos 54^{\circ} 15'$.

Et leida koosinusefunktsiooni loomulikku väärtust, selleks tuleb üle minna täiendusnurga siinusele, s. o

$$\cos \alpha = \sin (90^{\circ} - \alpha).$$

Siin tuleb võtta $\cos 54^{\circ} 15' = \sin (90^{\circ} - 54^{\circ} 15') = \sin 35^{\circ} 45'$ ja arvutamist toimetada S-skaalaga (sarnaselt eelmise näitega).

Saame

$$\cos 54^{\circ} 15' = \sin 35^{\circ} 45' \approx 0,584.$$

3. näide. $\cos \alpha = 0,256$; $\alpha = ?$

Paigutame B-25'6 A-1 kohale. Keerame logaritmilise liineali ümber ja loeme vasakpoolse lõigu ülemise indeksi kohalt kraadide ja minutite arvu, s o. $14^{\circ} 50'$. Seega

$$\alpha \approx 90^{\circ} - 14^{\circ} 50' = 75^{\circ} 10'.$$

Kui paigutame B-25'6 A-100 kohale, siis loeme kraadide ja minutite arvu parempoolse lõigu ülemise indeksi kohalt. Sealt leiame samuti $14^{\circ} 50'$.

Harjutised:

- | | | | |
|----------------------|-----------------|--------------------------|------------------|
| 1) $\sin 10^{\circ}$ | $\approx 0,174$ | 5) $\cos 88^{\circ}$ | $\approx 0,0349$ |
| 2) $\sin 55^{\circ}$ | $\approx 0,819$ | 6) $\cos 14^{\circ}$ | $\approx 0,97$ |
| 3) $\sin 80^{\circ}$ | $\approx 0,985$ | 7) $\sin 16^{\circ} 30'$ | $\approx 0,284$ |
| 4) $\cos 75^{\circ}$ | $\approx 0,259$ | 8) $\sin 42^{\circ} 30'$ | $\approx 0,676$ |

- 9) $\sin 68^\circ 30' \approx 0,93$ 14) $\sin 28^\circ 15' \approx 0,474$
 10) $\cos 72^\circ 50' \approx 0,295$ 15) $\sin 83^\circ 13' \approx 0,99$
 11) $\cos 23^\circ 30' \approx 0,917$ 16) $\cos 78^\circ 23' \approx 0,201$
 12) $\cos 51^\circ 45' \approx 0,619$ 17) $\cos 84^\circ 47' \approx 0,091$
 13) $\sin 8^\circ 25' \approx 0,146$ 18) $\cos 47^\circ 38' \approx 0,674$

- 19) $\sin \alpha = 0,142$; $\alpha \approx 8^\circ 10'$
 20) $\sin \alpha = 0,315$; $\alpha \approx 18^\circ 22'$
 21) $\sin \alpha = 0,0475$; $\alpha \approx 2^\circ 43'$
 22) $\cos \alpha = 0,67$; $\alpha \approx 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$
 23) $\cos \alpha = 0,245$; $\alpha \approx 90^\circ - 14^\circ 10' = 75^\circ 50'$
 24) $\cos \alpha = 0,058$; $\alpha \approx 90^\circ - 3^\circ 19' = 86^\circ 41'$

25) Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 11,4 sm ja üks nurk $28^\circ 40'$. Leida kaated. [Vastused: 5,4 sm; 10 sm.]

4. näide. $\tan 22^\circ 20'$.

Siin on kraadide arv vähem kui 45° . Lükkame logaritmilise liineali keele vasemale poole ja paigutame T- $22^\circ 20'$ alumise indeksi kohale. Keerame liineali ümber ja loeme C-skaalal D-1 kohalt tangensfunktsiooni loomuliku väärtuse (teda 10 korda vähendades), s. o. 0,411.

5. näide. $\cot 83^\circ$.

Kui kootangensfunktsiooni kraadide arv on suurem kui 45° , siis tarvitame täiendusnurga tangensit

$$\cot \alpha = \tan (90^\circ - \alpha).$$

Siin on siis $\cot 83^\circ = \tan (90^\circ - 83^\circ) = \tan 7^\circ$, mille loomuliku väärtuse otsime T-skaalaga. Saame

$$\cot 83^\circ = \tan 7^\circ \approx 0,123.$$

6. näide. $\tan \alpha = 0,016$; $\alpha = ?$

Paigutame B-1'6 A-1 kohale. Keerame logaritmilise liineali ümber ja loeme vasakpoolse lõigu ülemise indeksi kohalt $\alpha \approx 55'$. (Sest $\tan 55' \approx \sin 55' \approx 0,016$).

Harjutised:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\tan 15^0 \approx 0,268$ | 10) $\cot 47^0 30' \approx 0,916$ |
| 2) $\tan 9^0 \approx 0,1584$ | 11) $\cot 63^0 10' \approx 0,506$ |
| 3) $\tan 44^0 \approx 0,966$ | 12) $\cot 80^0 45' \approx 0,163$ |
| 4) $\cot 52^0 \approx 0,781$ | 13) $\tan 19^0 17' \approx 0,35$ |
| 5) $\cot 77^0 \approx 0,231$ | 14) $\tan 2^0 5' \approx 0,0364$ |
| 6) $\cot 82^0 \approx 0,1405$ | 15) $\tan 1^0 33' \approx 0,0271$ |
| 7) $\tan 21^0 20' \approx 0,391$ | 16) $\cot 56^0 22' \approx 0,665$ |
| 8) $\tan 43^0 15' \approx 0,94$ | 17) $\cot 86^0 25' \approx 0,0625$ |
| 9) $\tan 7^0 45' \approx 0,136$ | 18) $\cot 89^0 12' \approx 0,014.$ |

19) $\tan \alpha = 0,625; \alpha \approx 32^0$

20) $\tan \alpha = 0,805; \alpha \approx 38^0 50'$

21) $\tan \alpha = 0,074; \alpha \approx 4^0 15'$

22) $\cot \alpha = 0,88; \alpha \approx 90^0 - 41^0 20' = 48^0 40'$

23) $\cot \alpha = 0,125; \alpha \approx 82^0 53'$

24) $\cot \alpha = 0,0244; \alpha \approx 88^0 36'.$

25) Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 8,15 sm ja 13,65 sm. Leida nurgad. [Vastused: $30^0 50'$; $59^0 10'$]

7. näide. $\frac{1}{\sin 15^0}.$

Lükkame S-15⁰ vasemale poole ülemise indeksi kohale. Keerame liineali ümber ja loeme $\frac{1}{\sin 15^0}$ väärtuse A-skaalal B-100 kohalt (see on ju jagamine). Saame 3,86.

Kui paigutame S-15⁰ paremale poole ülemise indeksi kohale, siis jagatise $\frac{1}{\sin 15^0}$ väärtus on A-skaalal B-1 kohal. Tähendab

$$\frac{1}{\sin 15^0} \approx 3,86.$$

8. näide. $\frac{1}{\tan 24^0}.$

Paigutame T-24⁰ vasemale poole alumise indeksi kohale ja loeme jagatise $\frac{1}{\tan 24^0}$ väärtuse D-skaalal C-10 kohalt, s. o. 2,25.

Harjutised:

1) $\frac{1}{\sin 43^0} \approx 1,47$

9) $\frac{51,4}{\sin 45,5^0} \approx 72,1$

2) $\frac{1}{\sin 16^0 40'} \approx 3,48$

10) $\frac{634}{\sin 71^0} \approx 671$

3) $\frac{1}{\sin 8^0 42'} \approx 6,61$

11) $\frac{100}{\tan 18^0 45'} \approx 295$

4) $\frac{1}{\tan 27^0} \approx 1,96$

12) $\frac{13,9}{\tan 41^0} \approx 16$

5) $\frac{1}{\tan 39^0 10'} \approx 1,23$

13) $\frac{2,86}{\tan 40^0 32'} \approx 3,34$

6) $\frac{1}{\tan 7^0 14'} \approx 7,88$

14) $\frac{3}{\sin 18^0} \approx 9,72$

7) $\frac{10}{\sin 15^0 15'} \approx 38$

15) $\frac{5}{\tan 15^0} \approx 18,7$

8) $\frac{1,25}{\sin 18^0 15'} \approx 4$

16) $\frac{0,706}{\tan 29^0 5'} \approx 1,27.$

16) Täisnurkse kolmnurga üks kaatet on 6,45 sm ja vastasnurk 33⁰ 30'. Leida hüpoteenus ja teine kaatet. [Vastused: 11,7 sm; 9,73 sm.]

9. näide. $\tan 64^0$.

Kui tangensfunktsiooni juures kraadide arv on suurem kui 45⁰, siis toimetame järgmiselt:

$$\tan \alpha = \cot (90^0 - \alpha) = \frac{1}{\tan (90^0 - \alpha)}$$

Tähendab, et leida $\tan 64^0$ loomulik väärtus, tuleb ta asemel võtta $\frac{1}{\tan 26^0}$ ja toimetada 8. näite järele. Saame

$$\tan 64^0 = \frac{1}{\tan 26^0} \approx 2,05.$$

10. näide. $\cot 19^\circ$.

Kui kootangensfunktsiooni juures kraadide arv on vähem kui 45° , siis toimetame trigonomeetria põhivalemi järele

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}.$$

Et leida $\cot 19^\circ$ loomulik väärtus, seks võtame ta asemel $\frac{1}{\tan 19^\circ}$ ja toimetame 8. näite järele. Saame

$$\cot 19^\circ = \frac{1}{\tan 19^\circ} \approx 2,91.$$

Harjutised:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\tan 50^\circ \approx 1,19$ | 6) $\cot 42^\circ 25' \approx 1,095$ |
| 2) $\tan 63^\circ 40' \approx 2,02$ | 7) $\tan 87^\circ 20' \approx 21,5$ |
| 3) $\tan 70^\circ 15' \approx 2,79$ | 8) $\cot 1^\circ 55' \approx 29,9$ |
| 4) $\cot 15^\circ \approx 3,73$ | 9) $\cot 48' \approx 71,6$ |
| 5) $\cot 21^\circ 40' \approx 2,52$ | 10) $\tan 89^\circ 24' \approx 95,5$ |

§ 9. Logaritmid.

Logaritmilise liineali keelel S- ja T-skaala vahel on kolmas skaala, tähistatud tähega L (9. joon.). Nimetame seda **L-skaalaks**. See on arvude logaritmade murdosade määramiseks. Teame, et D-skaalal esinevad jaotised on logaritmilised jaotised: $\log 1$, $\log 2$ jne. kuni $\log 10$, ning neile vastavad logaritmid oleksid 1. joonise alumises reas, mis kujutaksid nende logaritme. L-skaala on jaotatud kümneks võrdseks osaks, mis on tähistatud — lugedes paremalt poolt vasemale — numbritega: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Parempoolne L-skaala ots tähendab 0, vasakpoolne ots tähendab 10. 0 ja 10 L-skaalale kantud ei ole. Iga üksik osa on jaotatud veel kümneks võrdseks osaks ja lõpuks need omakorda viieks võrdseks osaks. Nii on L-skaala jaotiste arv $10 \cdot 10 \cdot 5 = 500$. Kriipsud — paremalt poolt vasemale lugedes — 0-kriipsust alates tähendavad

002, 004, 006, 008, 010, 012, . . . 998, 1000.

Kriipsude vahepealsed kohad oleksid siis

003, 005, 007, 009, 011, 013, . . . 997, 999.

Seega võime L-skaalal lugeda kolm kohta (numbrit). Need on logaritmade murdosade kolm kohta. Logaritmitavad arvud on

D-skaalal ja nende logaritmidel murdosad L-skaalal, lugedes neid paremalt poolt vasemale. Jaotised on märgitud paremalt poolt vasemale selleks, et poleks tarvis ümber pöörda logaritmilise liineali keelt. Nende märkimiseks ja lugemiseks on logaritmilise liineali parempoolse lõigu alumisel äärel indeks. Logaritmidel täisosasid L-skaalal märgitud ei ole, sest teame, et logaritmi täisosa on ühe võrra vähem kui logaritmitava arvu kohtade (positiivsete või negatiivsete) arv, ja ümberpöörduvalt: logaritmitava arvu kohtade arv on ühe võrra suurem kui logaritmi täisosa.

1. näide. $\log 2,68$.

Logaritmi täisosa teame logaritmitava arvu kohtade järele, s. o. 0. Meil on tarvis leida ainult logaritmi murdosa. Et leida $\log 2,68$ murdosa, seks toome C-1 D-2,68 kohale. Keerame liineali ümber ja loeme paremast otsast alumise indeksi kohalt L-skaalal vastava arvu. Lageda tuleb paremalt poolt vasemale. Näeme, et kriipsu kohal on arv 428. See on otsitava logaritmi murdosa. Tähenäeb,

$$\log 2,68 \approx 0,428.$$

2. näide. $\log x = 1,554$; $x = ?$

Lükkame logaritmilise liineali keele paremale poole nõnda, et L-554 satuks alumise indeksi kohale. D-skaalal C-1 kohalt loeme otsitava logaritmitava arvu x . Seal on arv 358. Logaritmi täisosa on 1, siis

$$x \approx 35,8.$$

Harjutised :

- 1) $\log 5 \approx 0,699$ 4) $\log 5,15 \approx 0,712$ 7) $\log 0,164 \approx \bar{1},215$
 2) $\log 17 \approx 1,23$ 5) $\log 1,24 \approx 0,093$ 8) $\log 0,204 \approx \bar{1},309$
 3) $\log 3,8 \approx 0,58$ 6) $\log 62,5 \approx 1,796$ 9) $\log 0,084 \approx \bar{2},924$.
 10) $\log x = 0,244$; $x \approx 1,75$ 13) $\log x = 1,045$; $x \approx 11,1$
 11) $\log x = 1,514$; $x \approx 32,7$ 14) $\log x = \bar{1},081$; $x \approx 0,1205$
 12) $\log x = 3,308$; $x \approx 2030$ 15) $\log x = 0,250$; $x \approx 1,78$.

3. näide. $4,15^{2,62}$.

Siin tuleb logaritmid, korrutada ja antilogaritmid, s. o. leida numerus ($2,62 \cdot \log 4,15$). Paigutame C-1 D-4,15 kohale ja loeme selle logaritmi väärtuse paremalt poolt alumise indeksi

kohalt. Seal on 618. Seega $\log 4,15 \approx 0,618$. Selle arvu korrutame astmenäitajaga 2,62, saame 1,62. See on astme logaritmi, mille murdosa kolme kohaga on 620. Viime L-620 alumise indeksi kohale ja loeme C-1 kohalt D-skaalal otsitava astme väärtuse, s. o. 41,7, sest logaritmi täisosa on 1. Tähendab

$$4,15^{2,62} \approx 41,7.$$

4. näide. $0,017^{1,53}$.

Logaritmime

$$1,53 \cdot \log 0,017 = 1,53 \cdot \bar{2},23 = 1,53 \cdot (-1,77),$$

korrutame

$$1,53 \cdot (-1,77) = -2,71 = \bar{3},29$$

ja antilogaritmime, saame

$$0,017^{1,53} \approx 0,00195.$$

Harjutised:

- | | | |
|---------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| 1) $22,4 \approx 5,28$ | 4) $1,2^{4,75} \approx 2,37$ | 7) $0,4^{8,2} \approx 0,00055$ |
| 2) $8^{1,5} \approx 22,6$ | 5) $1,187,05 \approx 3,22$ | 8) $0,5^{0,12} \approx 0,922$ |
| 3) $3,41,2 \approx 4,35$ | 6) $21,4^{0,62} \approx 6,7$ | 9) $0,65^{0,045} \approx 0,982$ |

§ 10. Rietz'i süsteemi logaritmilised liinealid.

Rietz'i süsteemi logaritmilistel liinealidel on peale A-, B-, C- ja D-skaala veel ülemisel äärel viies skaala, mida nimetame **E-skaalaks**, ja alumisel äärel kuues skaala — **L-skaala** (15. ja 18. joon.).

E-skaalal on kolm logaritmilist ühikut samas pikkuses kui eelmised skaalad (ühe ja kahe logaritmilise ühikuga).

E-skaalal on märgitud numbrid

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \\ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1,$$

mis tähendavad sama kui

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, \\ 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000.$$

Seega esinevad E-skaalal kõik arvud 1-st kuni 1000-ni. E-skaala võimaldab — ainult niidiga teotsedes — järgmisi matemaatilisi tehteid (arvuga a):

$$\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{a^2}, a^3, \sqrt{a^3} = a \sqrt{a}.$$

Pannes E-skaalal niidi arvu

a peale on $\sqrt[3]{a}$ D-skaalal niidi

all ja $\sqrt[3]{a^2}$ A-skaalal niidi all.

Pannes D-skaalal niidi arvu a

peale on a^3 E-skaalal niidi all. Ja

lõpuks pannes niidi A-skaalal arvu

a peale on $a\sqrt[3]{a}$ E-skaalal niidi

all. Näiteks:

$$\sqrt[3]{26,2} \approx 2,97; \quad \sqrt[3]{56^2} \approx 14,6;$$

$$1,63^3 \approx 4,33; \quad \sqrt[3]{5,6^3} \approx 13,25.$$

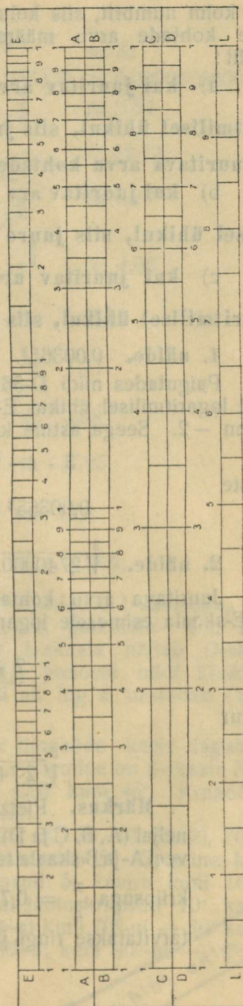
Arvude kuupimisel kohtade arvu määramiseks tarvitatakse harilikult järgmist reeglit:

a) kui kuubi väärtus loetakse E-skaala esimesel logaritmilisel ühikul, siis kuubi kohtade arv on võrdne $3n - 2$, kus n on astme aluse kohtade arv;

b) kui kuubi väärtus loetakse E-skaala teisel logaritmilisel ühikul, siis kuubi kohtade arv on võrdne $3n - 1$;

c) kui kuubi väärtus loetakse E-skaala kolmandal logaritmilisel ühikul, siis kuubi kohtade arv on võrdne $3n$.

Kuupjuure leidmisel jaotatakse juuritav arv komast paremale või vasemale poole rühmadesse kolme numbriga. Kõige eelmisesse rühma võib jääda seega kas üks, või kaks, või kolm numbrit. Jääb kõige eelmisesse rühma üks number, siis võetakse juuritav arv E-skaala esimesel logaritmilisel ühikul; jääb kaks numbrit, siis teisel logaritmilisel ühikul;



15. joonis.

jääb kolm numbrit, siis kolmandal logaritmilisel ühikul. Kuupjuure kohtade arvu määramiseks võime tarvitada järgmist reeglit:

a) kui juuritav arv võetakse E-skaala esimesel logaritmilisel ühikul, siis juure kohtade arv on $\frac{n+2}{3}$, kus n on juuritava arvu kohtade arv;

b) kui juuritav arv võetakse E-skaala teisel logaritmilisel ühikul, siis juure kohtade arv on $\frac{n+1}{3}$;

c) kui juuritav arv võetakse E-skaala kolmandal logaritmilisel ühikul, siis juure kohtade arv on $\frac{n}{3}$.

1. näide. $0,00365^3$.

Paigutades niidi D-365 peale näeme, et niit on E-skaala teisel logaritmilisel ühikul E-486 kohal. Astme aluse kohtade arv on -2 . Seega astme kohtade arv on

$$3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

ja aste

$$0,00365^3 \approx 0,0000000486.$$

2. näide. $\sqrt[3]{2740000}$.

Juuritava arvu kohtade arv on $+7$. Juurimisel jääb niit E-skaala esimesele logaritmilisele ühikule. Kohtade arv on siis

$$\frac{7+2}{3} = 3$$

ja juur

$$\sqrt[3]{2740000} \approx 140.$$

Märkus. Rietz'i süsteemi logaritmilise liineali neljal (A, B, C ja D) skaalal esineb π -kriips. Peale selle veel A- ja B-skaala teisel logaritmilisel ühikul on märgitud kriipsuga $\frac{\pi}{4} = 0,7854$ (ilma tähiseta). Viimast kriipsu tarvitatakse ringi ja kera arvutamisel.

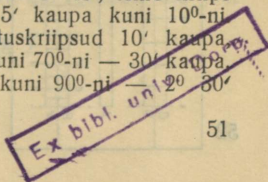
Harjutised:

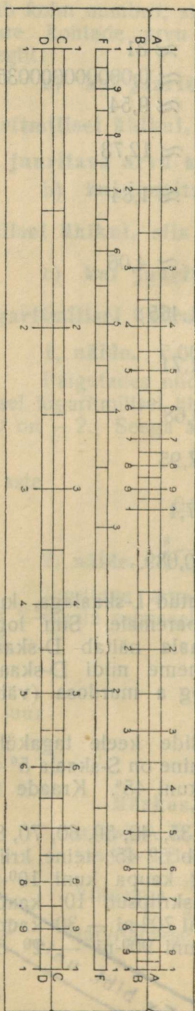
| | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $2,6^3 \approx 17,5$ | 7) $\pi^3 \approx 31$ |
| 2) $0,4^3 = 0,064$ | 8) $0,00033^3 \approx 0,0000000000359$ |
| 3) $0,46^3 \approx 0,097$ | 9) $4,5^{\frac{3}{2}} \approx 9,54$ |
| 4) $15,6^3 \approx 3790$ | 10) $5,45^{\frac{3}{2}} \approx 12,73$ |
| 5) $0,013^3 \approx 0,0000022$ | 11) $2,5^{\frac{2}{3}} \approx 1,84$ |
| 6) $0,0081^3 \approx 0,00000053$ | 12) $8,15^{\frac{2}{3}} \approx 4,06$ |
| 13) $\sqrt[3]{\pi} \approx 1,465$ | |
| 14) $\sqrt[3]{5} \approx 1,71$ | |
| 15) $\sqrt[3]{50} \approx 3,68$ | |
| 16) $\sqrt[3]{500} \approx 7,95$ | |
| 17) $\sqrt[3]{5000} \approx 17,1$ | |
| 18) $\sqrt[3]{0,0007} \approx 0,089.$ | |

L-skaala on sarnane eelpool-kirjeldatud L-skaalaga, kuid siin on arvude lugemine vasemalt poolt paremale. Siin logaritmilise liineali alumisel äärel asuv L-skaala näitab D-skaala arvude logaritmid murdosasid. Kui paneme niidi D-skaalal arvu a peale, siis on L-skaalal niidi all log a murdosa (vähe-malt kolme kümnendkohaga).

Rietz'i süsteemi logaritmiliste liinealide keele tagaküljel on samuti kolm skaalat (19. joon.). Ülemine on S-skaala $5^0 44'$ kuni 90^0 , alumine on T-skaala $5^0 42,6'$ kuni 45^0 . Kraade tähendavaid numbreid esineb S-skaalal:

6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80. Esimene kriips alguskriipsu järele tähendab $5^0 45'$, teine kriips $5^0 50'$ jne. järgnevad jaotuskriipsud $5'$ kaupa kuni 10^0 -ni 10^0 -st kuni 20^0 -ni esinevad S-skaalal jaotuskriipsud $10'$ kaupa, 20^0 -st kuni 40^0 -ni — $20'$ kaupa, 40^0 -st kuni 70^0 -ni — $30'$ kaupa, 70^0 -st kuni 80^0 -ni — 1^0 kaupa ja 80^0 -st kuni 90^0 -ni — 2^0 kaupa.





kaupa. T-skaala jaotuskriipsud ja T-skaalal esinevad numbrid on samad, mis kirjeldatud § 8-s. Mõlema skaala kraadidele ja minutitele vastavaid loomulikke väärtusi loetakse C-skaalalt: siinuse loomulikke väärtusi C-skaalalt D-10 kohalt, kui paigutame S-skaalal kraadidele ja minutitele vastava jaotuskriipsu parempoolse lõigu ülemise indeksi kohale, ja tangensi loomulikke väärtusi — C-skaalalt D-1 kohalt, kui paigutame T-skaalal kraadidele ja minutitele vastava jaotuskriipsu vasakpoolse lõigu alumise indeksi kohale, neid mõlemal juhul 10 korda vähendades.

Keskmine skaala logaritmilise liineali keele tagaküljel on ühine S- ja T-skaala 34,4' kuni 5° 44'. Sellel skaalal esinevad numbrid:

040, 050, 1, 130, 2, 230, 3, 330,
4, 430, 5, 530,

mis tähendavad

40', 50', 1°, 1° 30', 2°, 2° 30', 3°, 3° 30',
4°, 4° 30', 5°, 5° 30'.

Algusest (s. o. 34,4'-st) kuni 3°-ni lähivad jaotuskriipsud ühisel S- ja T-skaalal 1' kaupa (mõnikord algusest kuni 1°-ni lähivad ka jaotuskriipsud 30'' kaupa); 3°-st kuni 5°-ni — 2' kaupa ja 5°-st kuni lõpuni (s. o. 5° 44'-ni) — 5' kaupa. Ühise S- ja T-skaala kraadidele ja minutitele vastavad loomulikud väärtused loetakse samuti C-skaalalt D-10 kohalt, kui lükkame logaritmilise liineali keele paremale poole ja seame ühisel S- ja T-skaalal kraadidele ja minutitele vastava jaotuskriipsu parempoolse lõigu alumise indeksi kohale. Sel juhul tuleb C-skaalalt D-10 kohalt võetud arv 100 korda vähendada. Näiteks, $\sin 1^\circ 15' \approx \tan 1^\circ 15' \approx 0,0218$.

§ 11. Arvu lahutamine kaheks teguriks.

Mõnedel Rietz'i süsteemi logaritmilistel liinealidel esineb peale eelpool-tähendatud (A,B,C,D,E,L) skaalade veel seitsmes skaala, mis asub logaritmilise liineali keelel B-skaala ja C-skaala vahel. Nimetame seda **F-skaalaks** (16. ja 17. joon.). F-skaala on sama kui C- või D-skaala, kuid logaritmilised jaotised algavad paremalt poolt skaala otsast ja lähevad vasemale poole. F-1 asub C-10 kohal ja F-10 asub C-1 kohal. Lugeda tuleb F-skaala jaotisi samuti paremalt poolt vasemale.

Kui paigutame märkija niidi C-skaalal mõne arvu x peale, siis on niit ühtlasi F-skaalal mõne teise arvu y peal, mis on kohakuti arvuga x . Niisugusel korral on C-skaala osa 1-st kuni x -ni sama pikk kui F-skaala osa 10-st kuni y -ni, s. t.

log $x = \log 10 - \log y$
ehk

$$x \cdot y = 10.$$

Sellest näeme, et C-skaala ja F-skaala moodustavad isekeskis tabeli, mis võimaldab leida arvupaare, mille korrutis on võrdne 10. Iga arvupaar on kohakuti (niidi all) C- ja F-skaalal. Näiteks:

| | | | | | | | |
|----------------------------|-----|-----|-----|---|------|------|-----|
| kui C-skaalal $x =$ | 1,1 | 2,5 | 4 | 5 | 6,8 | 8,55 | ... |
| siis F-skaalal $y \approx$ | 9,1 | 4 | 2,5 | 2 | 1,47 | 1,17 | ... |

Kui logaritmilisel liinealil puudub F-skaala, siis saame sama tabeli, kui paigutame logaritmilise liineali keele teistpidi nõnda, et A-1 oleks C-10 kohal ja C-1 oleks A-100 kohal. Siis täidab F-skaala aset C-skaala. Sel juhul D- ja C-skaala moodustavad sama tabeli, mis moodustavad D- ja F-skaala.

Kui kahe arvu korrutis ei ole 10, vaid mistahes arv a , siis selleks, et leida neid arvupaare, mille korrutis oleks võrdne a , lükkame logaritmilise liineali keelega F-1 D-a kohale (enne viime niidi D-a peale ja siis F-1 niidi alla). Lükkame niidi vasemale poole nõnda, et D-skaalal oleks niidi all mõni arv x , siis F-skaalal on niidi all mõni teine arv y . Nüüd näeme, et D-skaala osa x -st kuni a -ni on sama pikk kui F-skaala osa y -st kuni 1-ni, s. t.

log $a - \log x = \log y$
ehk

$$x \cdot y = a.$$

Nii moodustavad D-skaala ja F-skaala isekeskis tabeli, mis võimaldab leida arvupaare, mille korrutis on mistahes konstantne suurus a . See on n. n. Boyle-Mariotte'i seaduse tabel.

1. näide. $x \cdot y = 5,8$.

Kui paigutame F-1 D-5,8 kohale, siis võime D- ja F-skaalalt järkjärgult niidi abil (niidi alt) lugeda vastavaid x ja y väärtusi. Tähendab,

| | | | | | | |
|----------------------------|-----|------|------|------|------|-----|
| kui D-skaalal $x =$ | 1 | 1,16 | 1,61 | 2,4 | 4,5 | 5,8 |
| siis F-skaalal $y \approx$ | 5,8 | 5 | 3,6 | 2,42 | 1,29 | 1 |

Nõnda leiame x ja y väärtusi 1-st kuni 5,8-ni.

Kui tahame leida x või y väärtusi, mis on suuremad kui 5,8, siis lükkame logaritmilise liineali keele paremale poole ja paigutame F-10 D-5,8 kohale. Märkides D- ja F-skaalalt (niidi alt) vastavaid x ja y väärtusi tuleb üks neist arvudest (kas D-skaalal või F-skaalal) lugeda 10 korda vähendatult. Näiteks

| | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|
| kui D-skaalal $x =$ | 6,44 | 7,95 | 9,5 | 10 |
| siis F-skaalal $y \approx$ | 0,9 | 0,73 | 0,61 | 0,58 |

2. näide. $x \cdot y = -24$.

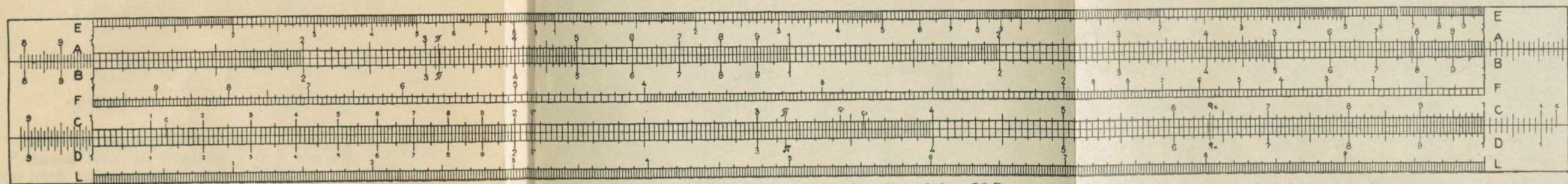
Selles näites peab olema teine tegur (kas x või y) negatiivne. Kui paigutame F-1 D-2,4 kohale, siis võime D- ja F-skaalalt niidi abil (niidi alt) lugeda vastavaid x ja y väärtusi, kusjuures kas D- või F-skaalalt võetud arv tuleb suurendada 10 korda (sest antud korrutis on kahekohaline arv). Peale selle tuleb teine tegur lugeda negatiivseks. Näiteks:

| | | | | |
|-----------------------------------|-----|-----|--------|--------|
| kui D-skaalal $x =$ | 1,2 | 1,5 | 1,8 | 2,3 |
| siis F-skaalalt loeme $y \approx$ | -20 | -16 | -13,33 | -10,43 |

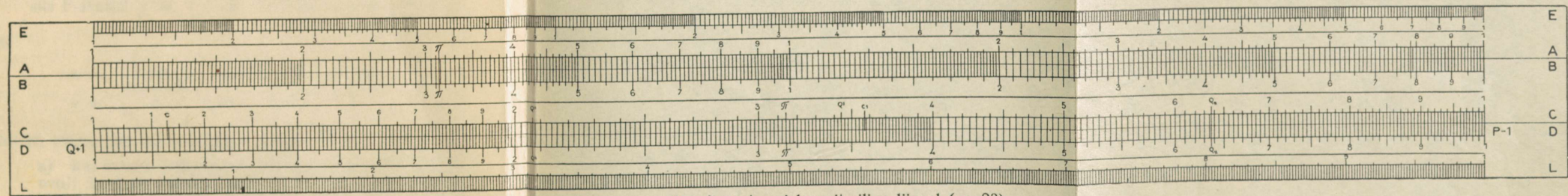
või

| | | | | |
|-------------|------|------|-------|-------|
| $x =$ | -1,2 | -1,5 | -1,8 | -2,3 |
| $y \approx$ | 20 | 16 | 13,33 | 10,43 |

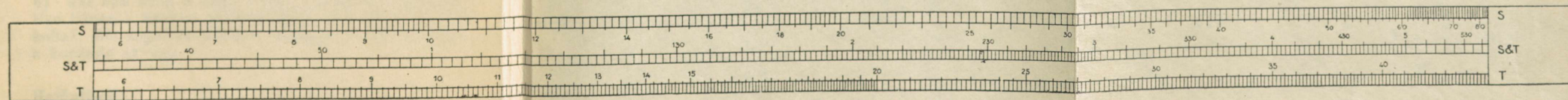
või



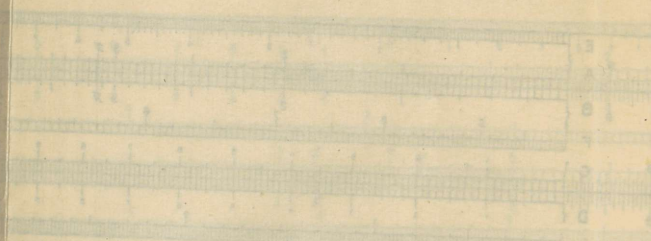
17 joonis. Rietz'i süsteemi logaritmiline liineal (nr. 23-R).



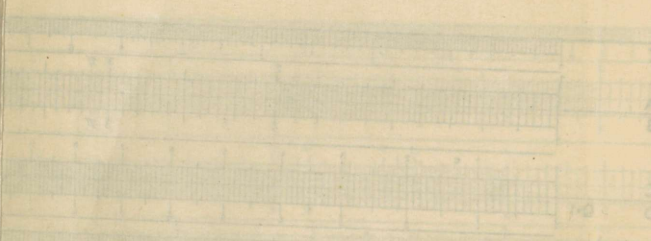
18. joonis. Rietz'i süsteemi logaritmiline liineal (nr. 23).



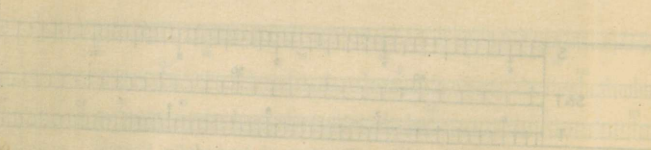
19. joonis. Rietz'i süsteemi logaritmilise liineali keel (alumine pool).



W. J.



W. J.



W. J.

$$x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 12 & 15 & 18 & 23 \\ \hline \end{array}$$

$$y \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -2 & -1,6 & -1,333 & -1,043 \\ \hline \end{array}$$

või

$$x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -12 & -15 & -18 & -23 \\ \hline \end{array}$$

$$y \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1,6 & 1,333 & 1,043 \\ \hline \end{array}$$

Kui aga paigutame F-10 D-2,4 kohale, siis esinevad D- ja F-skaalal niidi all otsekohe x ja y väärtused; ainult teine tegur tuleb lugeda negatiivseks. Näiteks:

$$\text{kui D-skaalal } x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 4,5 & 6,8 & 9,25 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{siis F-skaalal } y \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -8 & -5,33 & -3,53 & -2,59 \\ \hline \end{array}$$

või

$$x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -3 & -4,5 & -6,8 & -9,25 \\ \hline \end{array}$$

$$y \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 8 & 5,33 & 3,53 & 2,59 \\ \hline \end{array}$$

Üldiselt võime üles seada järgmise reegli:

a) kui arvu a kahe teguri otsimisel logaritmilise liineali keel on vasakul pool, s. o. F-1 on D-a kohal, siis tegurite kohtade summa on võrdne arvu a kohtade arvuga + 1;

b) kui aga arvu a kahe teguri otsimisel logaritmilise liineali keel on paremal pool, s. o. F-10 on D-a kohal, siis tegurite kohtade summa on võrdne arvu a kohtade arvuga.

Harjutised:

- 1) $x \cdot y = 4$ 5) $x \cdot y = 23$ 9) $x \cdot y = 0,7$
 2) $x \cdot y = 6,5$ 6) $x \cdot y = 60,6$ 10) $x \cdot y = 0,36$
 3) $x \cdot y = -5,34$ 7) $x \cdot y = -15,2$ 11) $x \cdot y = -0,159$
 4) $x \cdot y = -1,53$ 8) $x \cdot y = -242$ 12) $x \cdot y = -0,045$.

§ 12. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendamine.

Peale mistahes konstantse suuruse kahe teguri leidmise võimaldavad D- ja F-skaala ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ ligikaudsete juurte leidmise. Me teame, et ruutvõrrandi juurte korrutis on võrdne ruutvõrrandi vaba liikmega, s. o.

$$x_1 \cdot x_2 = q,$$

ja juurte summa on x-i koeffitsient p vastasmärgiga, s. o.

$$x_1 + x_2 = -p.$$

Paigutades F-1 D-q kohale võime niidi abil lugeda (niidi alt) arvupaare D- ja F-skaalal, mis rahuldavad korrutist $x_1 \cdot x_2 = q$. Nendest arvupaaridest tuleb võtta ainult niisugune arvupaar, mis rahuldab võrrandit. Seks kasutame ruutvõrrandi juurte teist omadust, s. o. et $x_1 + x_2 = -p$. Tähendab, kõikidest arvupaaridest tuleb võtta ainult see arvupaar, mille summa on $-p$.

1. näide. Leida ruutvõrrandi $x^2 - 6x + 7 = 0$ juured.

Selles võrrandis on mõlemad juured positiivsed, sest et nende korrutis ja summa on mõlemad positiivsed, s. o. $x_1 \cdot x_2 = 7$ ja $x_1 + x_2 = 6$. Paigutame F-1 D-7 kohale ja lükkame niidi niisugusele kohale, et D-skaalal ja F-skaalal niidi all olevate arvude summa oleks 6.

| | | | | | |
|--------------------|------|------|-------|-------|------|
| Kui D-skaalal on: | 4,3 | 4,4 | 4,41 | 4,42 | 4,43 |
| siis F-skaalal on: | 1,63 | 1,59 | 1,587 | 1,585 | 1,58 |
| Summa: | 5,93 | 5,99 | 5,997 | 6,005 | 6,01 |

Sellest tabelist näeme, et nendest arvupaaridest kõige õigemad võrrandi juurte väärtused on 4,41 ja 1,587. Seega võrrandi $x^2 - 6x + 7 = 0$ juured kahe kümnendkohaga on $x_1 \approx 4,41$ ja $x_2 \approx 1,59$.

2. näide. Leida ruutvõrrandi $x^2 + 5x + 3 = 0$ juured.

Selles võrrandis on mõlemad juured negatiivsed, sest et nende korrutis on positiivne ja nende summa negatiivne, s. o. $x_1 \cdot x_2 = 3$ ja $x_1 + x_2 = -5$. Paigutame F-1 D-3 kohale ja otsime niidiga D-skaalal ja F-skaalal arve, millede summa oleks -5 (mis logaritmilise liineali abil arvutades on sama

kui + 5). Niidiga kõik arvupaarid läbi otsides ja järele proovides näeme, et D- ja F-skaalal niidi all ei leidu niisuguseid arve, millede summa oleks 5. Seks paigutame siis F-10 D-3 kohale ja otsime nüüd niidiga niisugust arvupaari, mille summa oleks 5.

| | | | | | |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Kui D-skaalalon: | - 4,25 | - 4,29 | - 4,30 | - 4,31 | - 4,32 |
| siis F-skaalalon: | - 0,705 | - 0,700 | - 0,698 | - 0,696 | - 0,695 |
| Summa: | - 4,955 | - 4,990 | - 4,998 | - 5,006 | - 5,015 |

millest näeme, et nendest arvupaaridest kõige õigemad võrrandi juurte väärtused on - 4,3 ja - 0,698. Seega võrrandi juured ühe kümnendkohaga on

$$x_1 \approx - 4,3 \text{ ja } x_2 \approx - 0,7.$$

3. näide. Leida ruutvõrrandi $x^2 - 3x - 8 = 0$ juured.

Selles võrrandis on vaba liige negatiivne, s. o. $x_1 \cdot x_2 = - 8$, seepärast peavad juured olema isesuguste märkidega. x -i koeffitsient (- 3) on negatiivne, siis peab positiivse juure absoluutne väärtus olema suurem kui negatiivse juure absoluutne väärtus, sest $x_1 + x_2 = 3$. Paigutades F-1 D-8 kohale otsime niidiga D-skaalal ja F-skaalal arve, mille summa oleks 3.

| | | | |
|--------------------|--------|-------|--------|
| Kui D-skaalal on: | 4,6 | 4,7 | 4,75 |
| siis F-skaalal on: | - 1,74 | - 1,7 | - 1,68 |
| Summa: | + 2,66 | + 3,0 | + 3,07 |

Tähendab, juured on

$$x_1 \approx 4,7 \text{ ja } x_2 \approx - 1,7.$$

4. näide. Leida ruutvõrrandi $x^2 + 7x - 15 = 0$ juured.

Siin on samuti juured isesuguste märkidega, sest $x_1 \cdot x_2 = - 15$, kuid positiivse juure absoluutne väärtus on väiksem kui negatiivse juure absoluutne väärtus, sest $x_1 + x_2 = - 7$. Paigutame F-10 D-1,5 kohale ja otsime niidiga D-skaalal ja F-skaalal arve, millede summa oleks - 7.

| | | | | | |
|------------------------|---------|---------|--------|--------|---------|
| Kui D- skaalal on: | - 8,7 | - 8,71 | - 8,72 | - 8,73 | - 8,74 |
| siis F- skaalal on: | 1,725 | 1,721 | 1,72 | 1,72 | 1,718 |
| Summa: | - 6,975 | - 6,989 | - 7 | - 7,01 | - 7,022 |

Sellest tabelist näeme, et

$$x_1 \approx - 8,72 \text{ ja } x_2 \approx 1,72.$$

Harjutised :

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $x^2 - 4x + 2 = 0$ | 6) $x^2 + 9x + 4 = 0$ |
| 2) $x^2 - 5x + 2,8 = 0$ | 7) $x^2 + 8x + 2,9 = 0$ |
| 3) $x^2 - 7,7x + 6 = 0$ | 8) $x^2 + 4,2x + 3,2 = 0$ |
| 4) $x^2 - 2,4x + 0,16 = 0$ | 9) $x^2 + 3,2x + 0,72 = 0$ |
| 5) $x^2 - 0,6x + 0,05 = 0$ | 10) $x^2 + 14x + 8,3 = 0$ |
| 11) $x^2 - 1,2x - 1,2 = 0$ | 16) $x^2 + 6x - 3 = 0$ |
| 12) $x^2 - x - 2 = 0$ | 17) $x^2 + x - 2 = 0$ |
| 13) $x^2 - 12x - 5 = 0$ | 18) $x^2 + 3,6x - 2,72 = 0$ |
| 14) $x^2 - 0,5x - 7,65 = 0$ | 19) $x^2 + 4,5x - 22 = 0$ |
| 15) $x^2 - 3,2x - 0,83 = 0$ | 20) $x^2 + 34x - 13 = 0$ |

[Vastused: 1) 3,41; 0,587. 2) 4,36; 0,642. 3) 6,82; 0,88. 4) 2,33; 0,0687. 5) 0,5; 0,1. 6) - 8,53; - 0,469. 7) - 7,62; - 0,381. 8) - 3,2; - 1. 9) - 2,95; - 0,244. 10) - 13,38; - 0,62. 11) 1,85; - 0,65. 12) 2; - 1. 13) 12,4; - 0,403. 14) 3,03; - 2,53. 15) 3,44; - 0,241. 16) - 6,46; 0,464. 17) - 2; 1. 18) - 4,24; 0,642. 19) - 7,45; 2,95. 20) - 34,4; 0,378.]

§ 13. Geomeetrilised arvutused.

Logaritmilise liineali abil võime leida rutemini kui hari-liku arvutamisega ringi pikkust ja pinda ning pöördkehade (silinder, koonus, kera) pindala ja ruumsuurust. Et rutemini leida nimetatud resultaate, seks tuleb vastavaid geomeetrilisi

valemeid ümber moodustada, sidudes viimaseid diameetriga (mitte raadiusega) ning C- ja D-skaalal märgitud suurusega

$$c = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \approx 1,128$$

või suurusega

$$c_1 = c \sqrt{10} \approx 3,568.$$

Ringi pikkus, silindri, koonuse ja kera pindala on kohasem võtta diameetri kaudu, sest ka igapäevases elus mõõtmistel tarvitatakse peaaesjalikult mitte ringi raadiust, vaid diameetrit. Seega, kui ringi diameeter on d , silindri kõrgus h ja koonuse moodustaja l , siis

$$\text{ringi pikkus} = \pi d,$$

$$\text{silindri külgpind} = \pi dh,$$

$$\text{koonuse külgpind} = \pi d \cdot \frac{l}{2},$$

$$\text{kera pind} = \pi d^2.$$

Ringi pinna (πr^2) võime ümber moodustada järgmiselt:

$$\pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{d^2}{\frac{4}{\pi}} = \left(\frac{d}{\frac{2}{\sqrt{\pi}}}\right)^2 = \left(\frac{d}{c}\right)^2.$$

1. näide. Leida ringi pind, kui ta diameeter on 3 sm. Paigutame C-skaalal oleva tähe c D-3 kohale ja loeme jagatise ruudu $\left(\frac{3}{c}\right)^2$ B-1 kohalt A-skaalal, s. o. 7,07. Või paigutame tähe c_1 D-3 kohale ja loeme jagatise ruudu $\left(\frac{3}{c}\right)^2$ B-10 kohalt A-skaalal. Tähendab, kui ringi diameeter on 3 sm, siis ta pind

$$S \approx 7,07 \text{ sm}^2.$$

Kui paigutame C- c D-1 kohale, siis A- ja C-skaala moodustavad ringi diameetri ja ringi pinna suhtes vastastikkuse tabeli: niidi all C-skaalal asuvad siis ringi diameetrid ja niidi all A-skaalal vastavad ringi pinnad.

Rietz'i süsteemi logaritmiliste liinealide klaasil esineb kolm niiti, millede laius üksteisest on $c \approx 1,128$. Seepärast, kui on antud ringi diameeter, pole tarvis lükata logaritmilise liineali keelt, vaid ainult teotseda märkijaga. Olgu ringi dia-

meeter 3. Paigutame märkija teise (keskmise) niidi D-3 peale ja loeme $\left(\frac{3}{c}\right)^2$ väärtuse A-skaalal esimese niidi alt, s. o. 7,07.

Või paigutame märkija kolmanda niidi D-3 peale ja loeme otsitava pinna väärtuse A-skaalal teise niidi alt, mis on sama eelmisega.

Kui aga ringi diameeter on vahemikus $1 < d < c$, siis võime ringi pinna otsimisel märkijaga (ilma logaritmilise liineali keele lükketa) teotseda ainult siis, kui skaalade otstes on § 4. kirjeldatud lisakriipsud (14. ja 17. joon.).

Harjutised: Leida ringi pind, kui ringi diameeter on: 2 sm; 8 sm; 4,2 sm; 45 sm; 0,34 dm; 0,085 m.

[Vastused: 3,14 sm²; 50 sm²; 13,8 sm²; 15,9 dm²; 9,05 sm²; 56,6 sm².]

Silindri, koonuse ja kera ruumala leidmiseks tarvitatakse logaritmilise liinealiga töötamisel järgmisi ümbermoodustatud valemeid:

$$\text{silindri ruumala} = \pi r^2 h = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot h,$$

$$\text{koonuse ruumala} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{h}{3}$$

$$\text{kera ruumala} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{4d}{6} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^2 = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{d}{1,5}.$$

2. näide. Leida silindri ruumala, kui ta diameeter on 3,4 dm ja kõrgus 8,2 dm.

Paigutame C-c D-3,4 kohale ja lükkame niidi B-8,2 peale. Otsitav silindri ruumala väärtus on A-skaalal niidi all, s. o. 74,4 dm³.

3. näide. Leida koonuse ruumala, kui ta põhja diameeter on 1,84 m ja kõrgus 3,9 m.

Siin võime võtta $\frac{h}{3} = 1,3$ ja teotseda sarnaselt eelmise näitega. Saame 3,45 m³.

4. näide. Leida kera ruumala, kui ta raadius on 1,3 sm. Kera diameeter on 2,6 sm. Paigutame C-c D-2,6 kohale; viime niidi B-1 peale ja lükkame B-1,5 niidi alla; lõpuks viime niidi B-2,6 peale ja loeme kera ruumala väärtuse A-skaalal niidi alt, s. o. 92 sm³.

Harjutised: Leida silindri ja koonuse ruumala, kui

- 1) $d = 2 \text{ m}$, $h = 6 \text{ m}$; 4) $d = 32 \text{ sm}$, $h = 6,6 \text{ dm}$;
 2) $d = 1,7 \text{ dm}$, $h = 8,4 \text{ dm}$; 5) $d = 0,52 \text{ m}$, $h = 0,46 \text{ m}$;
 3) $d = 7,5 \text{ sm}$, $h = 9,2 \text{ sm}$; 6) $d = 0,27 \text{ m}$, $h = 12,6 \text{ dm}$.

[Vastused: 1) $18,8 \text{ m}^3$; $6,3 \text{ m}^3$; 2) 19 dm^3 ; $6,33 \text{ dm}^3$;
 3) 405 sm^3 ; 135 sm^3 ; 4) 53 dm^3 ; $17,7 \text{ dm}^3$; 5) $97,5 \text{ dm}^3$;
 $32,5 \text{ dm}^3$; 6) 72 dm^3 ; 24 dm^3 .]

Leida kera ruumala, kui

- 1) $d = 4 \text{ dm}$ 4) $d = 24 \text{ sm}$ 7) $d = 0,14 \text{ m}$
 2) $d = 5,2 \text{ dm}$ 5) $d = 38,5 \text{ sm}$ 8) $r = 0,35 \text{ m}$
 3) $d = 1,66 \text{ dm}$ 6) $d = 562 \text{ sm}$ 9) $r = 0,027 \text{ m}$.

[Vastused: 1) $33,4 \text{ dm}^3$; 2) $73,5 \text{ dm}^3$; 3) $2,4 \text{ dm}^3$;
 4) $7,24 \text{ dm}^3$; 5) $29,8 \text{ dm}^3$; 6) $92,5 \text{ m}^3$; 7) $1,44 \text{ dm}^3$;
 8) 179 dm^3 ; 9) 82 sm^3 .]

§ 14. Tähised: ρ' , ρ'' , ρ'''' .

C- ja D-skaalal esinevad tähised ρ' ja ρ'' tähendavad radiaani väärtust minutites ja sekundites, s. o.

$$\rho' = \frac{360 \cdot 60}{2\pi} \approx 3438',$$

$$\rho'' = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} \approx 206265''.$$

ρ'''' tähendab samuti radiaani väärtust sekundites, kuid võetud sentesimaaljaotistes, s. o.

$$\rho'''' = \frac{400 \cdot 100 \cdot 100}{2\pi} \approx 636620''.$$

Neid tarvitatakse:

a) ringi kaare pikkuse leidmiseks, kui on antud vastav nurk ja raadius või diameeter, ja

b) väikeste nurkade siinuse ja tangensi loomulik-kude väärtuste leidmiseks.

Nagu teame, kui nurk $\alpha < 34,4'$, siis S-skaala abil seda enam pole võimalik leida. Väikeste nurkade suhtes, kus s on nurgale α vastav ringi kaar,

$$\sin \alpha = \tan \alpha = s = \frac{\alpha}{\rho}.$$

1. näide. Leida ringi kaare s pikkus, milles on $18^{\circ}30'$ (oletades, et ringi raadius $r=1$).

Muudame kraadid minutiteks, s. o. $18^{\circ}30' = 1110'$. Siis kaare pikkus on

$$s = \frac{1110'}{\rho'} \approx 0,323.$$

Ümberpöördult: kui ringi kaare pikkus on s , siis vastava nurga või kaare kraadide arvu saame, kui korrutame antud kaare pikkuse s radiaaniga ρ , s. o.

$$\alpha = s \cdot \rho.$$

2. näide. $\tan 46''$.

Võime kirjutada

$$\tan 46'' = \frac{46''}{\rho''} \approx 0,000223.$$

Harjutised: Leida ringi kaare pikkus s , kui vastav nurk α on:

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|----------|---------------|-------------|
| 1) 40° | 4) $12^{\circ}16'$ | 7) $52'$ | 10) $14'20''$ | 13) $24''$ |
| 2) $62^{\circ}40'$ | 5) $6^{\circ}23'$ | 8) $20'$ | 11) $7'16''$ | 14) $58''$ |
| 3) $84^{\circ}20'$ | 6) $2^{\circ}8'$ | 9) $8'$ | 12) $42''$ | 15) $6''$. |

[Vastused: 1) 0,698; 2) 1,09; 3) 1,47; 4) 0,214; 5) 0,111; 6) 0,0373; 7) 0,0145; 8) 0,00582; 9) 0,00232; 10) 0,00417; 11) 0,00211; 12) 0,000203; 13) 0,000116; 14) 0,000281; 15) 0,0000291.]

Leida järgmiste nurgafunktsioonide loomulikud väärtused:

- | | | |
|-------------------|------------------|----------------------|
| 1) $\sin 25'$ | $= \tan 25'$ | $\approx 0,00728$ |
| 2) $\sin 16'40''$ | $= \tan 16'40''$ | $\approx 0,00485$ |
| 3) $\sin 7'15''$ | $= \tan 7'15''$ | $\approx 0,00211$ |
| 4) $\sin 51''$ | $= \tan 51''$ | $\approx 0,000247$ |
| 5) $\sin 32''$ | $= \tan 32''$ | $\approx 0,00015$ |
| 6) $\sin 8''$ | $= \tan 8''$ | $\approx 0,0000388.$ |

§ 15. Pikkuste mõõtmine.

Puust logaritmilise liineali külgedel on pikkuste mõõtmiseks sentimeetermõõdud. Alumisel (vahel ülemisel) küljel algab sentimeetiline jaotus logaritmilise liineali algusest ja läheb kuni lõpuni, s. o. kuni 28 sm, sest suuremalt osalt harilik-

kude logaritmiliste liinealide üldpikkus on 28 sm. Nende jaotuste jätk on logaritmilise liineali põhjal (keele all), kus järgnevad arvud: 29, 30, 31, 32 jne. kuni parempoolse otsani, kus on 56 sm. Logaritmilise liineali keelt paremale poole lükates märkame, et pikkusmõõdu väärtus logaritmilise liineali vasakpoolsest otsast kuni logaritmilise liineali keele parempoolse otsani on liineali keele vasakpoolse otsa kohal liineali põhjal. Ainult 28 sm ja 30 sm vahe vasakpoolse lõigu kohal ja 54 sm ja 56 sm vahe parempoolse lõigu kohal teeb lõikude tõttu millimeetrilise täpsuse võtmisel raskust.

§ 16. „Märkija“-luup.

Nagu nägime, võime logaritmilise liinealiga matemaatilisi arvutamisi toimetada palju kiiremini, kui seda võimaldavad paber ja pliiats. Logaritmiline liineal võimaldab ligikaudse arvutamise. Otsitava arvu kolm numbrit võime ikka skaaladelt lugeda, mõnes kohas ka neli. On aga logaritmiline liineal lühem kui 25 sm, siis, nagu teame, läheb arvude lugemine raskemaks, täpsus väheneb. Selle kõrvaldamiseks tarvitatakse tihti lühemate logaritmiliste liinealide juures skaalade jaotiste täpsamaks lugemiseks harilikult „märkija“ asemel suurendavat klaasi — luupi, mis on asetatud alumiiniumist raami ja varustatud keskel niidiga (musta kriipsuga). See võimaldab ikkagi vähemalt kolmenumbri täpsuse, missugune täpsus praktilise elu nähtuste kohta on küllaldane.

SISU.

| | lk. |
|---|-----|
| Eessõna | 3 |
| § 1. Logaritmilise liineali ülesanne | 5 |
| § 2. Logaritmilised skaalad | 5 |
| § 3. Logaritmilise liineali ehitus | 11 |
| § 4. Korrutamine | 15 |
| § 5. Jagamine | 23 |
| § 6. Astendamine | 28 |
| § 7. Juurimine | 33 |
| § 8. Nurgafunktsioonid | 39 |
| § 9. Logaritmid | 46 |
| § 10. Rietz'i süsteemi logaritmilised liinealid | 48 |
| § 11. Arvu lahutamine kaheks teguriks | 53 |
| § 12. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendamine | 56 |
| § 13. Geomeetrilised arvutused | 58 |
| § 14. Tähised: q' , q'' , q_n | 61 |
| § 15. Pikkuste mõõtmine | 62 |
| § 16. Märkija-luup | 63 |

Hind 1 kr. 50 s.