TARTU ÜLIKOOL
1632
UNIVERSITAS TARTUENSIS

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ
АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР

Я. ЭЙНАСТО

СТРУКТУРА И ЭВОЛЮЦИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ГАЛАКТИК

01.030 астрономия и небесная механика

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

I ТОМ

ТАРТУ 1971

СОДЕРЖАНИЕ

I Т О М

Введение I - 4

Часть I. Пространственно-кинематическая структура Галактики

А. Кинематика подсистем Галактики

1. Кинематическая структура главной последовательности I.I - 3I

2. Определение дисперсий скоростей звезд по радиальным, тангенциальным и пространственным скоростям 2.I - 22

3. Об асимметрическом смещении центроидов звезд 3.I - I4

4. Кинематические характеристики и возраст подсистем Галактики 4.I - I6

Б. Модель Галактики и система галактических параметров

5. Модель Галактики и система галактических параметров. Первое приближение 5.I - 2I

6. Система галактических параметров 6.I - 56

7. Модель Галактики 7.I - 27

II ТОМ

Часть II. Методы определения пространственно-кинематической структуры регулярных звездных систем

А. Основы теории построения эмпирических моделей звездных систем

8. Классификация моделей. Требования физической корректности 8.I - I4

9. Функция и параметры описания 9.I - I9

I0. Построение пространственной модели I0.I - 25

II. Построение гидродинамической модели II.I - I7

I2. Применение теоремы о вириале к определению массы звездных систем I2.I - I0

Б. Специальные модели звездных систем

I3. Некоторые семейства специальных моделей I3.I - II

I4. Полиномиальная модель I4.I - I5

I5. Биномиальная модель I5.I - 24

I6. Гидродинамические модели на базе модифицированной экспоненциальной функции I6.I - 20

Часть III. Пространственно-кинематическая структура галактики Андромеды

I7. Модель распределения массы I7.I - 25

I8. Гидродинамическая модель I8.I - I5

I9. Спиральная структура I9.I - I0

20. Структура составляющих 20.I - 26

Часть IУ. Эволюция галактик

21. Реконструкция динамической эволюции Галактики 21.I - I3

22. Физическая эволюция звездных систем 22.I - 36

23. Функция звездообразования и галактические подсистемы 23.I - 24

Приложение

24. Дальнейшие задачи исследования регулярных галактик 24.I - 3

Заключение I - 4

ВВЕДЕНИЕ

Обычно принято подразделять звездную астрономию на теорию звездных систем и наблюдательную звездную астрономию. Классическая теория звездных систем охватывает звездную динамику и статистику, а наблюдательная - непосредственную информацию о структуре и составе звездных систем и различные астрономические и астрофизические методы ее получения.

Примерно 25 лет тому назад П.П.Паренаго ввел понятие практической звездной динамики [I], предметом которой является исследование структуры конкретных звездных систем на основе наблюдательных данных с применением теоретических соотношений, выводимых в динамике звездных систем. В настоящее время при изучении структуры звездных систем помимо звездной динамики применяются и другие теоретические дисциплины - теория эволюции звезд и нуклеосинтеза химических элементов, газодинамика, релятивистская астрофизика и др. Сохраняя удобный термин практической звездной динамики целесообразно под ней подразумевать применение результатов теории при исследовании структуры и эволюции конкретных звездных систем.

Основным методом практической звездной динамики является построение моделей исследуемых объектов. При рассмотрении теоретических проблем обычно существенен только определенный аспект модели и нет необходимости добиваться репрезентативности модели в других, второстепенных для данной проблемы деталях. Практическая же звездная динамика ставит своей целью разработать возможно более репрезентативной моделей, в которых осуществляется синтез разнородной наблюдательной информации на основе результатов теории звездных систем.

К основным задачам практической звездной динамики нужно отнести и исследование эволюции звездных систем. При этом проблема эволюции рассматривается в первую очередь как наблюдательная, т.е. эволюционные выводы делаются на основе теоретической интерпретации подходящих наблюдательных данных.

Совокупность работ, послужившая основой для настоящей диссертации, посвящена разработке методов практической звездной динамики и их применению к исследованию структуры и эволюции регулярных галактик типа нашей Галактики. Мы не ставили своей целью дальнейшую разработку чистой теории и получения новых наблюдательных данных, так как уже имеющиеся теоретической и наблюдательной информации гораздо больше, чем можно было обработать и объединить в одном цикле работ.

Интерес автора к данной тематике возник уже в первой половине 40-х годов, когда автор, будучи молодым любителем астрономии, с увлечением читал статьи Э.Эпика, Т.Роотсмяэ, А.Киппера и Г.Г.Кузмина по структуре и эволюции звезд и звездных систем на страницах Календаря Тартуской обсерватории. Здесь хотелось бы отметить пионерские работы Э.Эпика [2] и Т.Роотсмяэ [3], положившие начало выявлению связи между возрастом и пространственно-кинематическими характеристиками подсистем звезд Галактики. Непосредственный толчек для начала исследований по практической звездной динамике был получен в 1951 г., когда автор обсудил с П.П.Паренаго и А.Г.Масевич возможную тему дипломной работы. Они советовали исследовать кинематику звезд в средней области главной последовательности, где недавно было заподозрено разделение последовательности на две части. Из этой работы вырос цикл работ по звездной кинематике, послужившей основой для первого раздела первой части диссертации.

В 1952 и 1955-56 гг. автор выполнил расчеты для модели Галактики Г.Г.Кузмина [4, 5]. В ходе этой работы обнаружилось, что модель может быть уточнена, если при ее построении использовать некоторые дополнительные данные, которые в то время не принимались во внимание. Идея комплексного использования наблюдательной информации и результатов теории была впоследствии применена при разработке концепции

о согласованной системе локальных галактических параметров и при построении новых эмпирических моделей Галактики. Соответствующий цикл работ входит во второй раздел первой части диссертации.

Построение модели Галактики наталкивалось на две трудности. Во-первых, результат сильно зависит от методики построения модели, в частности от выбора исходной функции описания. Во вторых, вследствие нашего положения внутри Галактики трудно получить картину ее структуры в целом. При пополнении наших представлений о глобальной структуре Галактики существенную роль играет исследование других подобных галактик, среди которых наиболее подходящим является галактика Андромеды М31. Так возникли два цикла работ, по методам построения моделей галактик и по изучению структуры галактики М31, которые образуют содержание второй и третьей части диссертации.

Эгген, Линден-Белл и Сендидж [6] показали, что на основании наблюдательных данных о пространственно-кинематической структуре подсистем разного возраста можно делать определенные выводы об эволюции Галактики. Успех этих авторов побудил нас использовать собранный материал и для выяснения возможного пути эволюции Галактики. Помимо динамической эволюции мы исследовали и физическую эволюцию, следуя примеру Тинсли [7]. Рассмотрение вопросов эволюции позволило придать предлагаемой диссертации более совершенный характер.

Построенные модели нашей Галактики и галактики Андромеды более подробны и репрезентативны, чем известные из литературы модели. Но имеющиеся наблюдательные возможности для улучшения моделей далеко еще не исчерпаны. С другой стороны, разработанная методика может быть применена и для изучения структуры и эволюции других галактик. Программа уточнения сведений о структуре нашей Галактики и комплексного исследования других галактик представлена в приложении.

Большинство результатов, изложенных в диссертации, опубликовано. Соответствующие работы воспроизведены частично без изменений, частично в сокращенном или переработанном виде. Некоторые результаты, полученные в последнее время, еще не опубликованы, так что диссертация представляет

самостоятельное значение. Расположение материала в общем хронологично, но имеются некоторые исключения. Список литературы дан в конце каждой главы. По техническим причинам иллюстрации и таблицы к некоторым главам даны не в тексте, а в конце главы. По той же причине в большинстве рисунках и таблицах использован английский текст. Каждая глава имеет самостоятельную нумерацию страниц, причем первый номер указывает на номер главы.

Литература

1. П.П.Паренаго, Успехи астрономических наук, 4, 69, 1948.
2. E.Öpik, Tartu Publ. 30, No.3, 1938.
3. T.Rootsmäe, Tartu Tähetorni Kalender 1943. aastaks, 74 (Новые идей в связи с проблемой эволюции звезд, Календарь Тартуской обсерватории на 1943 г.).
4. Г.Г.Кузмин, Тарту публ. 32, 211, 1952.
5. Г.Г.Кузмин, Тарту сообщ. № 3, 1956.
6. O.J.Eggen, D.Lynden-Bell, A.Sandage, Ap.J. 136, 748, 1962.
7. B.M.Tinsley, Ap.J. 151, 547, 1968.

ЧАСТЬ I. ПРОСТРАНСТВЕННО-КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГАЛАКТИКИ

А. КИНЕМАТИКА ПОДСИСТЕМ ГАЛАКТИКИ

Г Л А В А I

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГЛАВНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ*

Недавно П.П.Паренаго было обнаружено разделение главной последовательности на две части [1]: первая часть последовательности расположена в спектральном диапазоне от A до G , а вторая часть от G до M. В связи с этим возник вопрос, не является ли группа звезд в средней части главной последовательности у спектрального класса G неоднородной и нельзя ли статистически выявить эту неоднородность путем изучения распределения скоростей звезд.

При решении упомянутого вопроса можно допустить, что распределение скоростей однородной группы звезд является шварцшильдовым. Тогда распределение скоростей неоднородной группы звезд должно быть суммой двух или нескольких шварцшильдовых распределений с различными параметрами.

Проведенное нами исследование тангенциальных скоростей звезд средней части главной последовательности в спектральном диапазоне от F5 до G9 показало, что распределение скоростей этих звезд, действительно, не шварцшильдово, а представляется хорошо как сумма двух сильно отличающихся друг от друга шварцшильдовых распределений [2]. Звезды средней части главной последовательности оказалось, таким образом, возможным статистически разделить на две группы - группу с малой дисперсией скоростей и группу с большой дис-

---

*Опубликовано в Публикациях Тартуской АО, 32, 371 - 462, 1954 под названием "О кинематической структуре главной последовательности".

перней скоростей. При этом оказалось, что при переходе от более ранних к более поздним спектральным подразделениям доля звезд первой группы уменьшается от 0.9 до 0.4.

Если группу звезд с малыми скоростями отождествить со звездами первой части главной последовательности, а группу звезд с большими скоростями со звездами второй части последовательности, то полученные результаты показывают, что первая часть главной последовательности не заканчивается у спектрального типа *G* , а продолжается далее в сторону более поздних спектральных типов. По возможно, что звезды-карлики с малыми скоростями поздних спектральных типов не связаны генетически со звездами первой части главной последовательности. Тогда наши результаты указывают на неоднородность состава второй части главной последовательности.

С целью дальнейшего изучения кинематической структуры главной последовательности мы расширили в настоящей работе исследование скоростей звезд этой последовательности в сторону более ранних и более поздних спектральных классов (до A5 и M). Как и в предыдущей работе, использовались тангенциальные скорости звезд, распределение которых представлялось в виде суммы двух шарлиньядовых распределений и определялись параметры этих распределений.

Основными источниками материала служили, как и в предыдущей работе, сводный карточный каталог параллаксов П.П.Паренаго и каталоги собственных движений. Кроме того были использованы списки M-карликов Высотского [3].

Как уже отмечалось в нашей предыдущей работе, материал в каталоге П.П.Паренаго заметно искажен влиянием селекции по скоростям. Особенно сильно искажен материал в случае абсолютно слабых звезд. Искажения здесь столь велики, что уже нельзя применить приближенный способ учета селекции, использованный нами в предыдущей работе. Поэтому в случае K-карликов был применен другой способ учета селекции. В случае же M-карликов были использованы в основном только данные Высотского, полученные им по спектральным признакам и свободные, поэтому, от влияния по скоростям.

Содержание работы вкратце следующее.

В первых трех параграфах дается теория метода обработки тангенциальных скоростей в предположении наложения двух эллипсоидальных распределений. При этом в первом параграфе рассмотрены общие основы метода, а во втором и третьем параграфах изложены способ учета ошибок тангенциальных скоростей и неравномерности распределения звезд по небу, и влияние возможных ошибок в задаваемых параметрах.

В четвертом, пятом и шестом параграфах описана обработка материала A, F, K и M-звезд главной последовательности. В седьмом параграфе рассматриваются некоторые работы, связанные с разделением главной последовательности на две части по астрофизическим признакам. Наконец, в заключительном параграфе делается попытка интерпретации полученных результатов с космогонической точки зрения.

§ 1. Метод обработки материала

Основы метода обработки наблюденного распределения тангенциальных скоростей в предположении наложения двух различных эллипсоидальных распределений изложены в нашей предыдущей работе [2]. Ниже приводим их в несколько модифицированном и дополненном виде.

Метод обработки материала состоит в вычислении теоретической функции распределения тангенциальных скоростей как суммы двух эллипсоидальных распределений и в определении ее параметров путем сравнения с наблюденной функцией распределения. За искомые параметры берутся: дисперсия скоростей группы звезд с малыми скоростями σ_I, дисперсия скоростей звезд с большими скоростями σ_{II} и доля звезд первой группы $\varkappa$. При этом под дисперсией скоростей σ подразумевается дисперсия, соответствующая малой полуоси двуосного эллипсоидального распределения. Отношение ее малой полуоси к большой k считается заданным. Кроме того считаются заданными параметры ξ_0 и η_0, связанные с положением центроида распределения скоростей (см. [2] и § 3).

Для вычисления интегральной функции распределения тангенциальных скоростей нужно прежде всего вычислить эту функцию для нормированных тангенциальных скоростей, т.е. для скоростей, единицей которых является $\sqrt{2\sigma}$. В нашей предыдущей работе [2] для этой функции было получено следующее выражение:

$$\Phi(u)=\int_0^\infty \Phi_M^*(u,\eta)g(\eta)d\eta, \qquad (I.1)$$

где

$$u=\frac{v}{\sqrt{2\sigma}} \qquad (I.2)$$

– нормированная тангенциальная скорость, $\Phi_M^*(u,\eta)$ – максвеллова функция распределения нормированных тангенциальных скоростей для малой области неба, η – нормированная тангенциальная скорость центроида этого распределения и $g(\eta)$ – некоторая весовая функция. Для $\Phi_M^*(u,\eta)$ имеет место следующее выражение (см. напр. [2]):

$$\Phi_M^*(u,\eta)=2ue^{-u^2-\eta^2}I_0(2u\eta), \qquad (I.3)$$

причем I_0 – функция Бесселя нулевого порядка. Выражение для $g(\eta)$ получено в работе [2]; оно содержит параметры k, ξ_0 и η_0.

Задав некоторые приближенные значения для σ_I и σ_{II}, можем перейти от интегральной функции распределения нормированных скоростей $\Phi(u)$ к интегральной функции распределения обычных скоростей $\varphi(v)$*. Вычисление происходит по формуле:

$$\varphi(v)=\frac{1}{\sqrt{2\sigma}}\Phi\left(\frac{v}{\sqrt{2\sigma}}\right). \qquad (I.4)$$

---

* В работе [2] функции $\Phi(u)$ и $\varphi(v)$ были обозначены одной и той же буквой Φ, что, однако, может вызвать недоразумения. Поэтому в настоящей работе для этих функций применяются различные обозначения.

Задав также для $\varkappa$ некоторое приближенное значение, вычисляем, далее, распределение тангенциальных скоростей, соответствующее взвешенному среднему из двух шварцшильдовых распределений:

$$\varphi_m(v) = \varkappa\varphi_I(v) + (1-\varkappa)\varphi_{II}(v). \qquad (I.5)$$

Поправки к исходным значениям $\varkappa$, σ_I и σ_{II} находим способом наименьших квадратов, сравнивая функцию $\varphi_m(v)$ с наблюденной функцией распределения тангенциальных скоростей $f(v)$, т.е. с наблюденной относительной частотой звезд на единицу интервала v, исправленной на эффект селекции по скоростям. Если $\nu(v)$ - абсолютная частота звезд на единицу интервала v, то

$$f(v) = \frac{\nu(v)}{NQ(v)}, \qquad (I.6)$$

где N - полное число звезд и $Q(v)$ - коэффициент, исправляющий $\nu(v)$ за счет селекции. Для этого коэффициента имеет место выражение:

$$Q(v) \sim \int_0^\infty q(r,v) r^2 dr, \qquad (I.7)$$

где r - расстояние и $q(r,v)$ - доля исчерпанности звезд при заданных r и v (если пространственная плотность звезд зависит от r, то $q(r,v)$ включает также отношения плотностей при заданном r и $r = 0$). Коэффициент $Q(v)$ должен быть, очевидно, нормирован так, чтобы $\int_0^\infty f(v)dv = I$. При отсутствии селекции по скоростям, следовательно, $Q(v) = I$.

Условным уравнением, которому должна удовлетворять функция $\varphi_m(v)$, является:

$$N'\varphi_m(v) = Nf(v), \qquad (I.8)$$

где N' - математическое ожидание N. Величина N' должна считаться также искомой наряду с поправками $\varkappa$, σ_I и σ_{II}. Это было упрощено в [2], что, однако, не имеет существенного значения, поскольку для G -звезд

$Q(v)$ слабо зависит от v, а при $Q(v) = 1$, как мы увидим ниже, отображение поправки N' как некоторой величины вполне законно. Условные уравнения для получения поправок к исходным значениям N', $\varkappa$, σ_I, σ_{II} получим, разлагая $N'\varphi_m(v)$ в ряд Тейлора по искомым поправкам и ограничиваясь линейными членами. Разделив полученное уравнение на N', будем иметь:

$$a(v)\cdot x = l(v), \tag{I.9}$$

где

$$l(v) = \frac{N}{N'} f(v) - \varphi_m(v), \tag{I.10}$$

x – вектор искомых поправок и $N'a(v)$ – вектор частных производных $N'\varphi_m(v)$ по параметрам, поправки к которым ищутся. Целесообразно считать за искомые поправки дисперсий σ_I и σ_{II} не их абсолютные поправки $\Delta\sigma_I$ и $\Delta\sigma_{II}$, как это было сделано в [2], а относительные поправки $\Delta\sigma_I/\sigma_I = \Delta\ln\sigma_I$ и $\Delta\sigma_{II}/\sigma_{II} = \Delta\ln\sigma_{II}$. Кроме того, целесообразно считать за искомую поправку к полному числу звезд его относительную поправку $\Delta N'/N'$. Тогда вектор x состоит из компонентов:

$$x_0 = \frac{\Delta N'}{N'}, \quad x_1 = \Delta\varkappa, \quad x_2 = \Delta\ln\sigma_I, \quad x_3 = \Delta\ln\sigma_{II}, \tag{I.11}$$

а вектор $a(v)$ из компонентов:

$$a_0(v) = \varphi_m(v), \; a_1(v) = k(v), \; a_2(v) = \varkappa s_I(v), \tag{I.12}$$

$$a_3(v) = (1-\varkappa)s_{II}(v),$$

причем

$$k(v) = \varphi_I(v) - \varphi_{II}(v) \tag{I.13}$$

и

$$s(v) = \frac{\partial\varphi(v)}{\partial\ln\sigma} \tag{I.14}$$

(в отличие от [2], где $s(v) = d\varphi(v)/d\sigma$). Функция $s(v)$ может быть вычислена либо по формуле

$$s(v) = -\left[\varphi(v) + v\frac{d\varphi(v)}{dv}\right] \qquad (I.15)$$

либо по формуле

$$s(v) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} S\left(\frac{v}{\sqrt{2}\sigma}\right), \qquad (I.16)$$

причем

$$S(u) = -\left[\Phi(u) + u\frac{d\Phi(u)}{du}\right]. \qquad (I.17)$$

Эти формулы следуют из (I.14) и (I.4).

На основании условных уравнений (I.9) получаем нормальные уравнения:

$$Ax = y, \qquad (I.18)$$

где A - матрица нормальных уравнений и y - вектор их правых частией. При составлении нормальных уравнений нужно учесть вес условных уравнений. Так как средняя флуктуация числа звезд равна корню квадратному из его математического ожидания, то вес условных уравнений в единичном интервале тангенциальных скоростей можно взять равным

$$p(v) = \frac{Q(v)}{\varphi_m(v)}. \qquad (I.19)$$

В этом случае средняя ошибка условного уравнения (I.9), соответствующая единице веса, равна $\pm 1/\sqrt{N'}$. Для элементов матрицы A тогда имеем:

$$a_{ij} = \int_0^\infty \frac{a_i(v)a_j(v)Q(v)}{\varphi_m(v)}dv, \qquad (I.20)$$

а для компонентов вектора y -

$$y_j = \int_0^\infty \frac{a_j(v)a_j(v)Q(v)}{\varphi_m(v)}dv. \qquad (I.21)$$

Решением нормальных уравнений (I.18) является:

$$x = By, \qquad (I.22)$$

где B – матрица, обратная матрице нормальных уравнений A. Элементы матрицы B позволяют кроме поправок к исходным величинам вычислить также их средние ошибки. Так как средняя ошибка, соответствующая единице веса условных уравнений, равна $\pm 1/\sqrt{N'}$, то, согласно формулам способа наименьших квадратов, получим следующее выражение:

$$r_{ij}\varepsilon(x_i)\cdot\varepsilon(x_j) = \frac{b_{ij}}{N'}, \qquad (I.23)$$

где b_{ij} – элементы матрицы B, $\varepsilon(x_i)$ и $\varepsilon(x_j)$ – средние ошибки x_i и x_j, а r_{ij} – коэффициент корреляции между ошибками x_i и x_j. Так как $r_{ii} = 1$, то

$$\varepsilon^2(x_i) = \frac{b_{ii}}{N'}. \qquad (I.24)$$

Но ошибки поправок искомых величин равны ошибкам самих искомых величин. Поэтому

$$\varepsilon(x_0) = \frac{\varepsilon(N')}{N'}, \quad \varepsilon(x_1) = \varepsilon(\varkappa),$$

$$\varepsilon(x_2) = \frac{\varepsilon(\sigma_1)}{\sigma_1}, \quad \varepsilon(x_3) = \frac{\varepsilon(\sigma_{11})}{\sigma_{11}}, \qquad (I.25)$$

причем $\varepsilon(N')$, $\varepsilon(\varkappa)$, $\varepsilon(\sigma_1)$ и $\varepsilon(\sigma_{11})$ – средние ошибки N', $\varkappa$, σ_1 и σ_{11}. Из (I.4), (I.16) и (I.20) нетрудно заключить, что элементы матрицы A, а следовательно и элементы матрицы B, не зависят от абсолютных значений σ_1 и σ_{11}, а только от их отношения σ_1/σ_{11} и от $\varkappa$ (а также, разумеется, от k, ξ_0 и η_0 для обоих инвариальдовых распределений). Кроме того, элементы матриц A и B не зависят от полного числа звезд N'. Эти матрицы A и B отличаются от матриц A и A^{-1} в нашей предыдущей работе [2]. Независимость матриц A и B от

абсолютных значений σ_I и σ_{II} и от N' достигнута тем, что за искомые поправки N' и σ_I и σ_{II} взяты их относительные поправки, а вес условных уравнений взят независимым от N'. Что касается компонентов вектора y, то они имеют теперь также несколько иной смысл, чем в работе [2].

Если селекция материала по тангенциальным скоростям отсутствует, т.е. если $Q(v) = I$, то $a_{oo} = I$, a_{oi} $i = I, 2, 3$ исчезают, поскольку $\int_0 a_i(v)dv = 0$ при $i \neq 0$. Тогда система нормальных уравнений состоит из уравнения $x_0 = y_0$ и из трех уравнений, содержащих только x_1, x_2 и x_3. Подставляя в (I.21) выражение $l(v)$ (I.10), находим $y_0 = N/N' - I$. Учитывая, что $x_0 = \Delta N'/N'$, получим $N' = N$. Отсюда следует, что за искомое значение N' можно сразу взять $N' = N$, полагая

$$l(v) = f(v) - \varphi_m(v). \qquad (I.10')$$

Три нормальных уравнения, содержащие x_1, x_2 и x_3 не отличаются тогда от уравнений, которые получим, отбрасывая в условных уравнениях (I.9) член $a_0(v)x_0$. Это значит, что при $Q(v) = I$ можно просто отбросить N' как искомую величину и считать за искомые только $\varkappa$, σ_I и σ_{II}. Векторы $a(v)$, x и y состоят тогда не из четырех, а только из трех компонентов, а матрицы A и B не из шестнадцати, а из девяти элементов.

Число искомых может уменьшиться и в том случае, если часть параметров $\varkappa$, σ_I и σ_{II} считать известной из других определений. Тогда соответствующие члены из условных уравнений (I.9) выпадают, вследствие чего число компонентов векторов $a(v)$, x и y будет опять-таки меньше четырех, а число элементов матриц A и B - меньше шестнадцати. Но число компонентов векторов $a(v)$, x и y и элементов матриц A и B может и увеличиться, если решать условные уравнения (I.9) совместно для нескольких групп звезд, считая для этих групп некоторые из параметров $\varkappa$, σ_I и σ_{II} одинаковыми. Такое решение было выполнено в работе [2], где фигурируют пятикомпонентные векторы и матрицы с 25 элементами.

Если часть параметров $\varkappa$, σ_I и σ_{II} считается известной из других определений, то существенно учесть влияние возможных ошибок в этих параметрах. Для этого необходимо знать производные искомых параметров по задаваемым параметрам, или, что то же самое, производные приращений (поправок) искомых параметров x_i по приращениям задаваемых параметров x_k . Производные $\partial x_i / \partial x_k$ находим из условных уравнений:

$$a(v)\frac{\partial x}{\partial x_k} = -a_k(v) , \qquad (I.26)$$

причем векторы $a(v)$ и x состоят, разумеется, только из трех компонентов, которые соответствуют искомым параметрам. Из (I.26) следует система нормальных уравнений и их решение:

$$A\frac{\partial x}{\partial x_k} = -z_k , \qquad \frac{\partial x}{\partial x_k} = -Bz_k , \qquad (I.27)$$

где вектор z_k состоит из компонентов a_{ik} . Аналогичным образом можно вычислить влияние ошибок параметров k , ξ_0 и η_0 . К этому вопросу мы возвратимся позднее.

Наряду с $\varkappa$, σ_I и σ_{II} весьма важной характеристикой распределения скоростей является средняя дисперсия скоростей σ_m , определенная формулой:

$$\sigma_m^2 = \varkappa\sigma_I^2 + (1-\varkappa)\sigma_{II}^2 . \qquad (I.28)$$

Если центроиды обоих максвелловских распределений совпадают, то вычисленная по этой формуле дисперсия соответствует малой оси двуосного эллипсоида скоростей. При смещении же центроидов картина несколько усложняется; однако, если смещение не очень велико, то σ_m все же приближенно соответствует малой оси формально вычисленного двуосного эллипсоида скоростей. Для средней ошибки $\varepsilon(\sigma_m)$ имеем:

$$\frac{\varepsilon^2(\sigma_m)}{\sigma_m^2} = \frac{b_m}{N'} , \qquad (I.29)$$

где

$$b_m = \sum_i \sum_j \frac{\partial \ln\sigma_m}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \ln\sigma_m}{\partial x_j} b_{ij} , \qquad (I.30)$$

причем

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial x_1} &= \frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial \varkappa} = \frac{\sigma_I^2 - \sigma_{II}^2}{2\sigma_m^2}, \\
\frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial x_2} &= \frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial \ln \sigma_I} = \varkappa \frac{\sigma_I^2}{\sigma_m^2}, \\
\frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial x_3} &= \frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial \ln \sigma_{II}} = (1-\varkappa)\frac{\sigma_{II}^2}{\sigma_m^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (I.31)$$

Если часть параметров распределения скоростей задается, то в (I.30) фигурируют лишь члены, соответствующие искомым параметрам. Возможные ошибки в задаваемых параметрах учитываются путем вычисления производных σ_m по этим параметрам (по их приращениям x_k)

$$\frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial x_k} = \sum_i \frac{\partial \ln \sigma_m}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x_k}. \qquad (I.32)$$

Средняя дисперсия σ_m может быть вычислена не только по $\varkappa$, σ_I и σ_{II}, полученных путем решения условных уравнений (I.9), но и значительно более простым способом. Выражая квадрат тангенциальной скорости v^2 через прямоугольные компоненты, параллельные осям эллипса скоростей в данной малой области неба и усредняя по скоростям, получим следующую формулу (звездочкой будем обозначать величины, относящиеся к малой области неба):

$$\overline{v^2} = \beta^* \sigma^2, \qquad (I.33)$$

где

$$\beta^* = 1 + \frac{1}{k'^2} + 2u_0'^2. \qquad (I.34)$$

Здесь u_0' – нормированная тангенциальная скорость центроида и k' – отношение малой полуоси эллипса скоростей к большой в данной малой области неба. Для этих величин имеют место формулы (см. напр. [4]):

$$u_0' = u_0 \sin\lambda, \quad \frac{1}{k'^2} = 1 + \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\sin^2\chi, \qquad (I.35)$$

где u_0 - нормированная скорость центроида, k - полученную отношение малой полуоси двуосного эллипсоида скоростей к его большой полуоси, а λ и χ - расстояние от апекса и вертекса. Из (I.34) и (I.35) следует:

$$\beta^* = 2 + \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\sin^2\chi + 2u_0^2\sin^2\lambda. \qquad (I.34')$$

Усредняя $\overline{v^2}$ по всему небу с весом, пропорциональным элементу телесного угла (т.е. весом $\frac{1}{2}\sin\lambda d\lambda$ или $\frac{1}{2}\sin\chi d\chi$), получим для всего неба:

$$\overline{v^2} = \beta\sigma^2, \qquad (I.36)$$

где

$$\beta = 2 + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) + \frac{4}{3}u_0^2. \qquad (I.37)$$

Эти формулы соответствуют одному эллипсоидальному распределению. При наложении двух эллипсоидальных распределений имеем для малой области неба:

$$\overline{v^2} = \beta_m^*\sigma_m^2, \qquad (I.33')$$

а для всего неба:

$$\overline{v^2} = \beta_m\sigma_m^2, \qquad (I.36')$$

причем для β_m (или β_m^*) имеет место формула:

$$\beta_m = \varkappa\left(\frac{\sigma_I}{\sigma_m}\right)^2\beta_I + (1-\varkappa)\left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_m}\right)^2\beta_{II}, \qquad (I.38)$$

где β_I и β_{II} (или β_I^* и β_{II}^*) - соответственно значения β (или β^*) для группы звезд с малыми и большими скоростями.

Используя известные правила теории ошибок, находим также выражение для средней ошибки дисперсии:

$$\frac{\varepsilon^2(\sigma_m)}{\sigma_m^2} = \frac{b_m}{N'}, \qquad (I.39)$$

где

$$b_m = \frac{\overline{v^4/Q} - \overline{2v^2}\cdot\overline{v^2/Q} + \overline{v^2}^2\cdot\overline{Q^{-1}}}{4\overline{v^2}^2}, \qquad (I.40)$$

причем везде при усреднении вес принят равным $f(v)dv$ [см. (I.6)]. В частности, если $Q(v) = I$, получим:

$$b_m = \frac{\overline{v^4} - \overline{v^2}^2}{4\overline{v^2}^2}. \qquad (I.40')$$

Результат, который получается для σ_m по формуле (I.36'), не обязан совпадать с результатом, получаемым на основании формулы (I.28). Однако, если теоретические функции распределения тангенциальных скоростей $\varphi_m(v)$ хорошо соответствуют наблюденному распределению $f(v)$, то различие между результатами для σ_m, получающимися различными способами, очень незначительно. Различие между средней ошибкой σ_m, получающейся различными способами, также очень мало. Это позволяет путем вычисления σ_m двумя способами контролировать результаты, получаемые для $\varkappa$, σ_I и σ_{II}.

При вычислениях для параметра k было взято, как и в предыдущей работе, значение 0.60 (согласно П.П.Паренаго). Для параметров ξ_0 и η_0 были приняты значения: $\xi_{0I} = I.00$, $\eta_{0I} = 0.50$; $\xi_{0II} = 0.50$, $\eta_{0II} = 0.75$. Выбор значений ξ_0 и η_0 основывается на рисунке I работы [2], на котором изображено распределение центроидов некоторых изученных П.П.Паренаго [I] групп звезд в зависимости от ξ_0 и η_0.

Оказывается, что функции $\Phi_I(u)$ и $\Phi_{II}(u)$ отличаются друг от друга весьма мало. Поэтому, если не требуется большой точности, то для обеих кинематических групп можно взять одинаковые значения функции распределения нормированных тангенциальных скоростей. Это и сделано нами в ряде случаев.

§ 2. Учет ошибок тангенциальных скоростей

В предыдущем параграфе мы не принимали во внимание искажения наблюденной функции распределения тангенциальных скоростей наблюдательными ошибками. Чтобы учесть эти искажения, следует ввести соответствующие искажения и в теорети-

ческие функции распределения $\varphi_I(v)$ и $\varphi_{II}(v)$. Тогда получим некоторые функции распределения $\overline{\varphi_I(v)}$ и $\overline{\varphi_{II}(v)}$, которые назовем редуцированными функциями распределения. Вычисленная на основании этих функций функция распределения тангенциальных скоростей, как сумма двух гиперциальдо вых распределений, -

$$\overline{\varphi_m(v)} = \alpha\overline{\varphi_I(v)} + (1-\alpha)\overline{\varphi_{II}(v)} \qquad (2.1)$$

- может уже непосредственно сравниваться с наблюденной функцией распределения $f(v)$.

Редукция функций $\varphi_I(v)$ и $\varphi_{II}(v)$ происходит по формуле:

$$\varphi(v) = \int_0^\infty \varphi(v')\rho(v, v')dv', \qquad (2.2)$$

где v' - действительная тангенциальная скорость, v - искаженная наблюдательной ошибкой тангенциальная скорость и $\rho(v,v')$ - функция распределения v при заданном v'.

Рассмотрим, как вычислить эту функцию.

Так как

$$v = 4{,}74\frac{\mu}{\pi}, \qquad (2.3)$$

где μ - собственное движение, а π - параллакс, то ошибки в v обусловлены ошибкой в μ и ошибкой в π, причем эти ошибки можно считать независимыми друг от друга. Пусть

$$v_1 = v'\frac{\mu}{\mu'}, \quad v_2 = v'\frac{\pi'}{\pi}, \qquad (2.4)$$

где μ' и π' - истинные значения собственного движения и параллакса, а μ и π - их значения, искаженные ошибкой. Тогда искаженная ошибкой тангенциальная скорость вычисляется по формуле:

$$v = \frac{v_1 v_2}{v'}. \qquad (2.5)$$

Пусть, далее, $\rho_1(v_1, v')$ - функция распределения v_1 и $\rho_2(v_2, v')$ - функция распределения v_2 (в обоих случаях при заданном v'). Совместной функцией распределения v_1 и v_2

является $\rho_1 \cdot \rho_2$. Чтобы получить функцию распределения v, следует проинтегрировать $\rho_1 \cdot \rho_2$ по области значений v_1 и v_2, соответствующей промежутку v между v и $v+dv$, и разделить результат на dv . Берем за переменную интеграции v_1 и вводим вместо переменной v_2 переменную v , причем по (2.5) $dv_2/dv = v'/v_1$. Тогда получим:

$$\rho(v,v') = \int_0^\infty \rho_1(v_1, v')\rho_2\left(\frac{v_1 v'}{v_1}, v'\right)\frac{v'}{v_1}dv_1 . \qquad (2.6)$$

Аналогичным образом функцию $\rho(v,v')$ можно получить, взяв за переменную интеграции v_2 или какую-либо другую функцию от v_1 и v_2 .

Ошибка собственного движения μ обусловлена ошибками его компонентов, которые обозначим через μ_1 и μ_2 . Если функции распределения μ_1 и μ_2 заданы, то $\rho_1(v_1, v')$ может быть вычислена по этим функциям в принципе так же, как вычисляется $\rho(v,v')$ по $\rho_1(v_1,v')$ и $\rho_2(v_2, v')$. Допустим, что ошибки μ_1 и μ_2 распределяются по нормальному закону, и что средние ошибки μ_1 и μ_2 – $\varepsilon(\mu_1)$ и $\varepsilon(\mu_2)$ – равны между собой. Тогда для $\rho_1(v_1, v')$ получается выражение, аналогичное максвелловой функции распределения тангенциальных скоростей для малой области неба (I.3), причем роль нормированной скорости u и нормированной скорости центроида η играют соответственно $v_1/\sqrt{2}v'\zeta_1$ и $1/\sqrt{2}\zeta_1$, где

$$\zeta_1 = \frac{\varepsilon(\mu_1)}{\mu} = \frac{\varepsilon(\mu_2)}{\mu} . \qquad (2.7)$$

Учитывая, что $du/dv_1 = 1/\sqrt{2}v'\zeta_1$, получим на основании (I.3):

$$\rho_1(v_1, v') = \frac{v_1}{v'^2\zeta_1^2} e^{-\frac{v_1^2 + v'^2}{2v'^2\zeta_1^2}} I_0\left(\frac{v_1}{v'\zeta_1^2}\right) . \qquad (2.8)$$

Этот результат совпадает с результатом, полученным Паленом (см. [5], стр. 55).

Вид функции $\rho_2(v_2, v')$ зависит от того, определяется ли v по тригонометрическим или спектральным параллаксам, или по взвешенному среднему этих параллаксов. Для тригонометрических параллаксов можно допустить нормальную функцию распределения их ошибок. Заменяя в этой функции π через

v_2 согласно (2.4), и учитывая, что $|d\pi/dv_2| = v'\pi'/v_2^2$, получим:

$$\rho_{21}(v_2, v') = \frac{v'}{\sqrt{2\pi}\, v_2^2 \zeta_{21}} e^{-\frac{(v_2 - v')^2}{2 v_2^2 \zeta_{21}^2}}, \qquad (2.9)$$

где

$$\zeta_{21} = \frac{\varepsilon(\pi)}{\pi} \qquad (2.10)$$

- средняя относительная ошибка тригонометрических параллаксов. Если же мы имеем дело с спектральными параллаксами, то уместно допустить, что нормально распределяются не ошибки параллаксов, а ошибки соответствующих абсолютных величин M, поскольку непосредственно из наблюдений определяются абсолютные величины. Так как $\ln\pi'/\pi = -0.46\,(M - M')$, где M - искаженная ошибкой абсолютная величина, а M' - действительная абсолютная величина, то согласно (2.4)

$$\ln v_2/v' = -0{,}46(M - M'). \qquad (2.11)$$

Подставляя в функцию распределения ошибок абсолютной величины $M - M'$ согласно (2.11), и учитывая, что $0.46\,|dM/dv_2| = 1/v_2$, получим:

$$\rho_{22}(v_2, v') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, v_2 \zeta_{22}} e^{-\frac{(\ln v_2 - \ln v')^2}{2\zeta_{22}^2}}, \qquad (2.12)$$

где

$$\zeta_{22} = 0{,}46\,\varepsilon(M) \qquad (2.13)$$

- средняя относительная ошибка спектральных параллаксов, причем $\varepsilon(M)$ - средняя ошибка спектральных абсолютных величин.

Если параллакс является взвешенным средним из тригонометрических и спектральных параллаксов, то в этом случае

$$\frac{1}{v_2} = \frac{p_1}{v_{21}} + \frac{p_2}{v_{22}}, \qquad (2.14)$$

где p_1 и p_2 - соответственно веса тригонометрических и спектральных параллаксов, а v_{21} и v_{22} - значения v_2,

соответствующие тригонометрическим и спектральным параллаксам. Полагая веса обратно пропорциональными квадратам относительных ошибок параллакса и требуя $p_1 + p_2 = 1$, получим:

$$p_1 = \frac{\zeta_{22}^2}{\zeta_{21}^2 + \zeta_{22}^2}, \quad p_2 = \frac{\zeta_{21}^2}{\zeta_{21}^2 + \zeta_{22}^2}. \qquad (2.15)$$

Для функции же распределения ν_2 будем иметь:

$$\rho_{23}(\nu_2, \nu') = \int_0^\infty \rho_{21}(\nu_{21}, \nu')\rho_{22}(\nu_{22}, \nu') \frac{\partial \nu_{22}}{\partial \nu_2} d\nu_{21}, \qquad (2.16)$$

причем ν_{22} и $\partial\nu_{22}/\partial\nu_2$ подставляем согласно (2.14). Вывод этой формулы аналогичен выводу формулы (2.6).

Для различных звезд функции $\rho(\nu, \nu')$ могут быть различны. Поэтому окончательная функция $\rho(\nu, \nu')$ должна вычисляться путем усреднения функций ρ для отдельных звезд. Как видим, точное вычисление $\rho(\nu,\nu')$ представляет собой весьма трудоемкую задачу. Однако нет надобности производить вычисления с очень большой точностью. Поэтому допустимы некоторые упрощения. Во-первых, в случае звезд, расстояния которых не очень велики (в данном случае это имеет место), ζ_1 весьма мало и значительно меньше ζ_{21} и ζ_{22} (не считая очень малых ν). Поэтому допустимо положить

$$\rho(\nu, \nu') = \rho_2(\nu_2, \nu'). \qquad (2.17)$$

Далее допустимо рассматривать $\rho_2(\nu_2, \nu')$ как усредненное из ρ_{21} и ρ_{22}, соответствующих немногим дискретным значениям ζ_{21} и ζ_{22} [не вычисляя ρ_{23} по (2.16)].

§ 3. Учет неравномерности распределения звезд по небу. Влияние возможных ошибок в задаваемых параметрах *

§ 4. Обработка собственных движений A и F -каталогов

§ 5. Обработка собственных движений K-каталогов

---

*Параграфы 3 – 6 представляют, в основном, лишь технический интерес, и мы их опускаем. Таблицы 1-2 и рис. 1-6 также опущены.

§ 6. Обработка собственных движений М-карликов

§ 7. О разделении главной последовательности на две части по астрофизическим признакам

Как показывают результаты предыдущих параграфов и работы [2], распределение скоростей звезд главной последовательности от F до M не является шаровым, а представляется хорошо суммой двух различных шаровых распределений. Таким образом, всю эту часть главной последовательности оказывается возможным разделить на две группы с различными кинематическими характеристиками. Однако, это разделение статистическое. Оно позволяет утверждать, что практически все звезды, скорости которых превышают 85 км/сек, принадлежат к группе с большой дисперсией скоростей. Что же касается звезд с меньшими скоростями, то можно указать лишь вероятность принадлежности звезды к той или иной группе.

Возникает вопрос, нельзя ли найти такие физические признаки, по которым можно было бы разделить звезды на две группы в каждом индивидуальном случае. Исследования показали, что такие признаки существуют. Уже Вилсоний обнаружил, что некоторые звезды типа G обладают ненормально сильными G-полосами и водородными линиями [20], [21]. Вилсоний первоначально связал это явление с карликовой и гигантской природой звезд и не обратил на него особого внимания, хотя он уже тогда заметил, что усиление G-полос и водородных линий статистически связано с большими собственными движениями.

Недавно появились работы Роман [22], [23] и Вилсонского и Скуманича [24], где упомянутые спектральные характеристики используются уже сознательно для разделения звезд на две группы. Вопросу о спектральных особенностях быстролетящих звезд посвящен еще ряд других работ: [25], [26], [27] и [28]. Эти работы показывают, что существуют определенные спектральные признаки, позволяющие выделить быстролетящие звезды из других звезд главной последовательности в спектральном диапазоне примерно от $F5$ до $G5$. Для более поздних спектральных типов главной последовательности такие спектральные различия исчезают [23], [27].

Остановимся кратко на работах Роман, Высотского и Скуманича.

Роман исследовала яркие звезды ($m \leq 5^m.5$) спектрального типа F 5 - K5. Она разделила по спектральным признакам звезды на две группы: "strong-line" и "weak-line" и определила для них кинематические характеристики - среднюю остаточную скорость и ее дисперсию относительно этого среднего. Кинематика обеих групп звезд оказалась резко отличающейся друг от друга: средняя остаточная скорость и ее дисперсия оказались для звезд группы "weak-line" в полтора раза больше, чем для звезд группы "strong-line". Поскольку использовались яркие звезды, параллаксы которых хорошо известны, то полученные результаты можно считать реальными. Это подтверждается еще тем, что различную кинематику показывают по данным Роман [22] и радиальные скорости.

Таблица I3.

	„strong-line"		„weak-line"	
	N	σ	N	σ
		км/сек		км/сек
Roman (II-V)	208	I3.5 ± 0.4	221	21.9 ± 0.7
Roman (IV-V)	50	I4.2 ± 0.9	46	20.7 ± I.4
Vyssotsky	8I0	I3.4 ± 0.4	468	I8.6 ± 0.6

Для того, чтобы результаты Роман можно было сравнить с нашими результатами, мы вычислили по данным Роман дисперсию скоростей σ, соответствующую малой оси двуосного эллипсоида скоростей. При этом была использована формула (6.I2). Фигурирующая в этой формуле средняя квадратичная скорость $\overline{V^2}$ была вычислена по формуле:

$$\overline{V^2} = \bar{V}^2 + \sigma^2(V), \qquad (7.I)$$

где $\bar{V}$ - среднее значение остаточной скорости V и $\sigma(V)$ - ее дисперсия относительно этого среднего значения. При вычислениях мы пренебрегли наблюдательными ошибками V.

Ошибка σ вычислялась по формуле:

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\sigma}{\sqrt{2N}} \frac{\sqrt{1+2k^4}}{1+2k^2}, \qquad (7.2)$$

где N - общее число звезд в группе. Эта формула выведена в допущении шварцшильдова распределения скоростей.* Взяв средние весовые из значений $\bar{V}$ и из значений $\sigma(V)$, которые даны в обеих работах Роми [22], [23], мы получили результаты, приведенные в таблице I3. Так как результаты Роми относятся к смеси гигантов, субгигантов и карликов (классы светимости II - V), то представлялось целесообразным вычислить дисперсию скоростей отдельно для карликов (класс светимости V, а в случае F 5 и F 8 звезд с $M > 2^m.5$ и класс светимости IV). Результаты приведены в той же таблице. Мы видим, что дисперсии скоростей карликов практически не отличаются от дисперсий, полученных для всей смеси. Таким образом, как звезды главной последовательности, так и гиганты (II, III) и субгиганты (IV) разделяются по спектральным признакам на две группы с различной кинематикой. Наличие спектральных особенностей как у быстролетящих карликов, так и у быстролетящих гигантов, подтверждается также работой Кинана и Келлера [27].

Результаты Роми подтверждаются, кроме того, особенности спектров и движений слабых звезд средней части главной последовательности, исследованных Высотским и Скумаричем [24]. Оказалось, что и в этом случае звезды можно разделить на две группы по тем же спектральным признакам, причем дисперсия скоростей одной группы звезд гораздо меньше дисперсии другой группы. Так как Высотский и Скумарич дают среднюю дисперсию скоростей $\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{V}^2}/\sqrt{3}$, то последняя была пересчитана в дисперсию σ, соответствующего малой оси двуосного эллипсоида скоростей ($\sigma = 0.79\bar{\sigma}$). Результаты даны

---

* Если дисперсия определяется не по полным пространственным скоростям, а по их компонентам, то ее ошибка вычисляется по формуле [сравни (6.10)]:

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\sigma}{\sqrt{6N}}.$$

в таблице I3. Кроме дисперсии Высотский и Скуланич определили также скорость центроида слабых звезд и звезд Роман. Здесь также обнаружилось различие. Для слабых звезд они получили: I5.I ± 0.3 км/сек и 2I.4 ± 0.5 км/сек, а для звезд Роман: I3 ± 3 км/сек / и 2I ± 4 км/сек.

Сравнение результатов, полученных Роман и Высотским и Скуланичем (табл. I3), с нашими результатами позволяет следующее. Средняя дисперсия скоростей группы звезд „strong-line" очень близка средней дисперсии скоростей нашей первой кинематической группы. Средняя же дисперсия скоростей группы звезд „weak-line" заметно меньше дисперсии скоростей нашей второй кинематической группы и очень близка средней дисперсии скоростей во второй части главной последовательности. Таким образом, мы приходим к заключению, что проведенное нами кинематическое разделение звезд на две группы не совпадает с разделением их на две группы по спектральным признакам. На несовпадение кинематического и спектрального разделения указывает еще то, что спектральное разделение заканчивается у спектрального типа G 5, кинематическое же разделение продолжается до конца второй части главной последовательности. Вероятные причины этого расхождения будут рассмотрены в заключительном параграфе.

Совсем другим путем разделил недавно главную последовательность на две части П.П.Паренаго [29]. Используя данные Эггена о фотоэлектрических показателях цвета наиболее близких звезд [30], Паренаго обнаружил, что главная последовательность разделяется в своей средней части на две ветви. Чтобы проверить этот результат, мы построили по тем же данным Эггена диаграмму цвет-светимость. Диаграмма изображена на рис. 7. На диаграмму нанесены все звезды класса светимости V, имеющие по данным Эггена фотоэлектрические показатели цвета. Последние брались вместе с фотоэлектрическими фотографическими абсолютными величинами из [30] и [25]. Большинству использованных звезд исследовано также Роман [22], [23] и классифицировано ею по спектральным признакам на две группы. Звезды „strong-line" обозначены на рисунке 7 крестиками, звезды „weak-line" – точками, остальные звезды нанесены кружками. Для каждой звезды указана

ее остаточная скорость в км/сек, она была взята из работ Роман [22], [23] или вычислялась нами по данным карточного каталога компонентов пространственной скорости П.П.Паренаго. На диаграмму нанесено также Солнце. Его фотоэлектрический

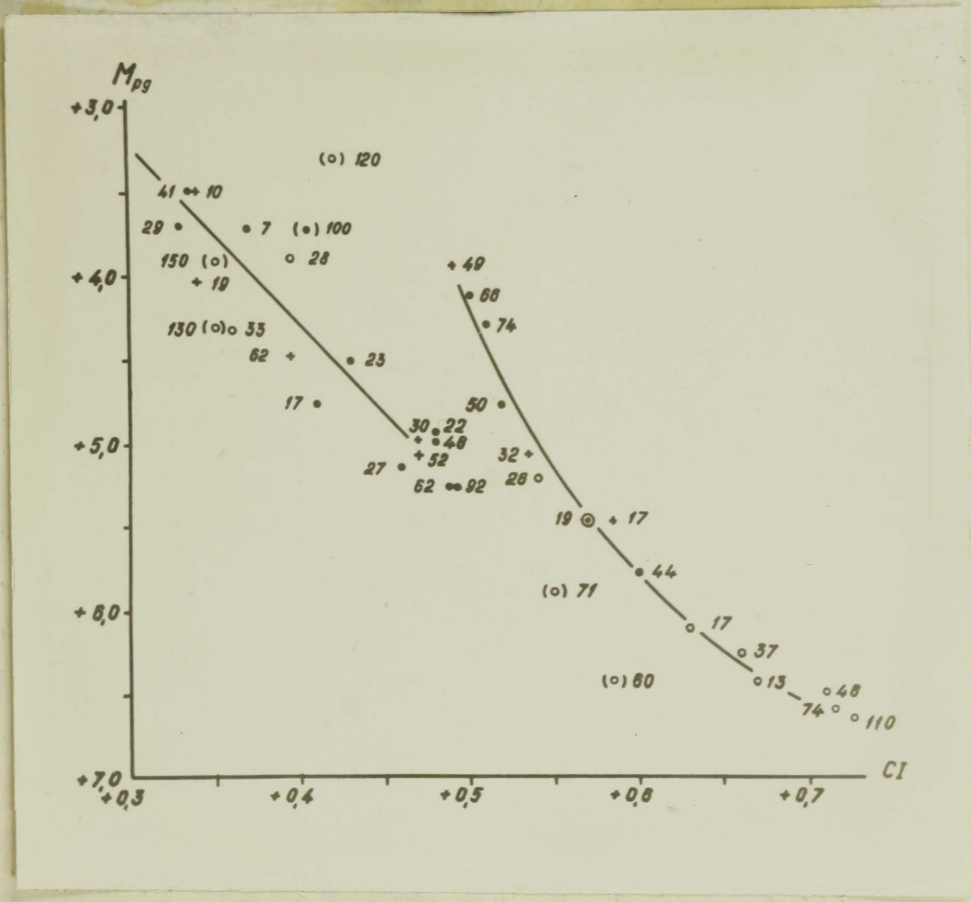


Рис. 7.

показатель цвета и абсолютная величина взяты по недавному определению Никонова (см. [31]), остаточная же пространственная скорость принята стандартной. По данным Высотского и Скуманича [24] Солнце относится к второй спектральной группе звезд („weak-line").

Из диаграммы видно, что как в левой, так и правой ветви находится звезды из обеих кинематических групп. Некоторые звезды могут быть, конечно, неправильно классифицированы, но наличие в обеих ветвях звезд, скорости которых превышают 85 км/сек, служит доказательством того, что в

этих ветвях имеются звезды из второй группы. Дисперсии скоростей в обеих ветвях оказались практически равными между собой и совпадающими со средней дисперсией скорости в данной области главной последовательности. При вычислении дисперсии звезды, нанесенные на рис. 7 в скобках, были исключены. Некоторые из них расположены заметно ниже других и являются, повидимому, субкарликами; некоторые были выбраны Шварцшильдами [25] специально по признаку большой пространственной скорости и включение их в материал при вычислении средней дисперсии увеличило бы относительное количество звезд с большими скоростями.

Таким образом, реальность разделения главной последовательности на две отдельные ветви по данным Эггена сомнительна. Во всяком случае оно не имеет никакого отношения к кинематическому разделению.

Большой интерес имеет разделение гигантов и субгигантов на две группы, произведенное Роман, Кинаном и Келлером и Мичайка [22], [23], [27] и [28]. Независимые аргументы в пользу этого можно получить из работы П.П.Паренаго [1]. В упомянутой работе Паренаго обратил внимание на одну особенность распределения скоростей гигантов и звезд второй части главной последовательности, заключающуюся в том, что в плоскости $V_x V_y$ распределение обладает своего рода асимметрией, придающей ему дугообразный вид. Полученные нами результаты показывают, что в случае второй части главной последовательности распределение скоростей может быть представлено наложением друг на друга двух шварцшильдовых распределений с сильно различающимися дисперсиями. По различным дисперсиям соответствуют различные скорости галактического вращения центроидов, что и может вызвать дугообразный характер распределения скоростей. Необходимо только, чтобы упомянутая разность была достаточно большой. Эту разность нетрудно оценить теоретически по формуле (см. напр. [6]):

$$\Delta V = \frac{\sigma_R^2}{2(A-B)} \frac{\partial \ln D}{\partial R}, \qquad (7.3)$$

где ΔV - разность скорости галактического вращения центроида и круговой скорости, A и B - постоянные Оорта, D -

пространственная плотность, R - расстояние от центра Галактики и σ_R - дисперсия R -компонентов скоростей. Так как квадрат дисперсии скоростей звезд нашей второй группы значительно больше квадрата дисперсии скоростей звезд первой группы, то формула дает приблизительно разность между скоростями галактического вращения центроидов первой и второй группы звезд, если в нее поставить значения σ_R и градиента D , соответствующие второй группе звезд. Беря $A - B = 33$ км/сек/кпс, $\sigma_R = 50$ км/сек ($\sigma_R = 1.67\,\sigma$) и $d\log D/dR = -0.25$ кпс$^{-1}$ (промежуточная подсистема, см. напр. [32]), получим $\Delta V = 22$ км/сек. Эта разница более чем достаточна, чтобы вызвать дугообразный характер распределения скоростей. Так как по Паренаго дугообразный характер распределения скоростей имеет место и в случае гигантов, то следует думать, что и здесь мы имеем дело с неоднородной группой звезд. Заметим, что разница в скорости галактического вращения первой и второй группы в 20 км/сек довольно хорошо согласуется со скоростями центроидов, полученными нами в предыдущих параграфах и в работе [2]. Это указывает на то, что при выборе значений ξ_0 и η_0 не было допущено больших ошибок.

§ 8. Интерпретация полученных результатов

Переходя к интерпретации результатов, полученных в настоящем исследовании и в нашей предыдущей работе [2], приводим, прежде всего, сводку этих результатов. Она дана в таблице I4. В первом столбце таблицы указан интервал спектра, для которого определялись кинематические характеристики, во втором - общее количество использованных звезд N . Далее в третьем и четвертом столбцах приведены дисперсии скоростей соответственно для звезд первой и второй групп σ_I и σ_{II} . При этом результаты, полученные в работе [2], были исправлены (см. § 2). Значения дисперсий даны в скобках в тех случаях, когда материал не позволил их определить и когда они были заданы по другим определениям. В пятом столбце дана доля звезд первой группы $\varkappa$. Наконец, в шестом и седьмом столбцах помещены средние значения дисперсии σ_m , согласно нашим результатам и согласно результатам П.П.Паренаго [I]

(см. табл. 3 в [2]). Напомним, что под дисперсией в настоящей работе понимается дисперсия, соответствующая малой оси двуосного эллипсоида скоростей.

Таблица наглядно демонстрирует зависимость неоднородности кинематической структуры главной последовательности от спектрального типа. В случае A-звезд распределение скоростей шварцшильдово. Начиная же с F -звезд распределение

Таблица I4.

Sp	N	σ_I	σ_{II}	$\varkappa$	σ_m	σ_n
		km/cek			km/cek	
A5-A9	I50	I2.4 ± 0.6	(30)	I.00	I2.4±0.6	I0.7
F0-F4	264	I3.8 0.7	(30)	0.98±0.03	I4.4 0.7	I4.I
F5-F7	230	}		0.89 0.06	I7.5 0.8	I9.2
F8-G2	26I	I5.I 0.7	30.4±2.I	0.58 0.07	22.8 I.0	26.0
G3-G9	I75	}	}	0.39 0.09	25.6 I.3	28.8
K0-K7	I23	(I5.I)	(30.4)	0.74 0.I0	20.2 I.I	28.0
M	347	I4.4± I.4	29.5±7.I	0.86 0.I2	I7.4 I.0	25.5
Me	40				I2 3	

скоростей больше нельзя представить одним шварцшильдовым распределением и приходится прибегать к наложению двух таких распределений, разделяя звезды статистически на две группы с различными дисперсиями скоростей. При этом оказывается, что дисперсию скоростей для каждой группы в отдельности можно считать одинаковой для всех спектральных типов, начиная с спектрального типа F , тогда как доля звезд с малыми скоростями меняется. При переходе к более поздним спектральным классам доли звезд с малыми скоростями сначала убывает, а затем, достигнув минимума при поздних подразделениях спектрального класса G , начинает возрастать. В связи с этим средняя дисперсия сначала увеличивается, а потом уменьшается. Этот ход дисперсии намечается и по данным П.П.Паренаго, однако неучет селекции материала по скоростям в значительной степени преувеличил дисперсии, полученные им для поздних спектральных классов, вследствие чего ход дисперсии получился искаженным.

Приступая в нашей предыдущей работе [2] к исследованию кинематической структуры главной последовательности в ее средней части, мы полагали, что кинематическая неоднородность имеет место только здесь - на стыке первой и второй части последовательности. Но уже в этой работе мы убедились, что кинематическая неоднородность продолжается в сторону более поздних спектральных типов. Результаты не настоящей работы показывают, что кинематическая неоднородность вообще характерна для второй части главной последовательности на всем ее протяжении. Создается впечатление, что первая часть главной последовательности не заканчивается у спектрального типа G , а продолжается до конца последовательности. В таком случае то, что до сих пор подразумевалось под второй частью главной последовательности, является смесью первой и второй части последовательности. Однако, если под частями главной последовательности понимать генетически связанные группы звезд, то весьма сомнительно, чтобы К и М-карлики с малыми скоростями могли быть отнесены к первой части главной последовательности. По всей вероятности они также относятся к звездам второй части главной последовательности. На это указывает отмеченное нами в предыдущем параграфе несовпадение разделения звезд на две группы по кинематическим и спектральным признакам. Во-первых, как мы видели, разделение по спектральным признакам обнаруживается лишь для F и G -карликов, и отсутствует в случае К и М-карликов. Во-вторых, F и G-карлики, отнесенные по спектральным признакам к быстролетящим звездам, имеют дисперсию скоростей, значительно меньшую дисперсии нашей второй кинематической группы δ_{II} и приблизительно равную средней дисперсии σ_m для звезд второй части главной последовательности. Повидимому первая часть главной последовательности заканчивается уже у спектрального типа G 5 (здесь спектральное разделение прекращается), а быстрые F и G -карлики, выделенные по спектральным признакам, и все К и М-карлики, как быстрые, так и медленные, относятся к одной и той же генетически связанной группе - второй части главной последовательности.

Если звезды второй части главной последовательности с большими и малыми скоростями генетически связаны между собой, то возникает вопрос, чем обусловлена кинематическая

неоднородность второй части главной последовательности. Так как дисперсия скоростей звезд может зависеть от их возраста, то наиболее вероятной причиной неоднородности второй части главной последовательности следует считать различие в возрасте входящих в нее звезд. В таком случае распределение скоростей звезд должно являться суммой не двух, а целого множества шварцшильдовых распределений с дисперсиями, образующими более или менее непрерывный спектр. Правда, мы представляли распределение тангенциальных скоростей в виде только двух шварцшильдовых распределений и получили хорошее согласие с наблюдениями. Но вполне возможно, что и непрерывный спектр шварцшильдовых распределений представляет наблюденное распределение столь же хорошо.

Рассмотрим эту возможность.

Пусть

$$\bar{\varphi}(v)=\int_0^\infty \varphi(v,\sigma)\varkappa(\sigma)d\sigma \qquad (8.1)$$

- распределение скоростей с "непрерывным спектром" дисперсии, где $\varphi(v,\sigma)$ - шварцшильдово распределение с дисперсией σ и $\varkappa(\sigma)$ - функция распределения дисперсий. Пусть далее

$$\varphi_m(v)=\varkappa_1\varphi(v,\sigma_1)+\varkappa_2\varphi(v,\sigma_2);\ \varkappa_1+\varkappa_2=1 \qquad (8.2)$$

- соответствующее распределение с "дискретным спектром" дисперсий, состоящим из двух ее значений: σ_1 и σ_2. Допустим, что в нашем распоряжении имеется наблюдательный материал тангенциальных скоростей N звезд. Чтобы установить, какое из теоретических распределений лучше соответствует действительности, решим систему условных уравнений:

$$t(v)\tau=l(v), \qquad (8.3)$$

где

$$t(v)=\bar{\varphi}(v)-\varphi_m(v), \qquad (8.4)$$

и

$$l(v)=f(v)-\varphi_m(v), \qquad (8.5)$$

причем $f(v)$ – наблюденное распределение скоростей, и τ – искомая величина, которая равна нулю, если наблюдениям соответствует распределение $\varphi_m(v)$, и единице, если наблюдениям соответствует $\tilde{\varphi}(v)$. Средняя ошибка τ вычисляется по следующей формуле:

$$\varepsilon^2(\tau) = \frac{b}{N}, \qquad (8.6)$$

где

$$\frac{1}{b} = \int_0^\infty \frac{f^2(v)}{\varphi_m(v)}\, dv. \qquad (8.7)$$

Если b известно, то по формуле (8.6) можно вычислить число звезд N, необходимое для определения величины τ со средней ошибкой $\varepsilon(\tau)$.

Для того, чтобы приблизительно оценить N, мы приняли для $\tilde{\varphi}(v)$ выражение в виде суммы пяти максвелловских распределений. Для дисперсий этих распределений σ были приняты значения: 11.3, 17.7, 24.0, 30.4 и 36.7 км/сек, причем суммирование производилось с равными весами. Параметры соответствующего распределения $\varphi_m(v)$ [ур. (8.2)] были найдены путем решения системы условных уравнений $\varphi_m(v) = \tilde{\varphi}(v)$. Они оказались следующими: σ_1 = 14,6 км/сек и σ_2 = 33.2 км/сек, α_1 = 0.49. Вычислив функции $\tilde{\varphi}(v)$, $\varphi_m(v)$ и $f(v)$, мы нашли, что b = 470. Величину τ можно считать определенной достаточно надежно, если ее ошибка не больше, чем, скажем, 0.3. В этом случае $1/\varepsilon^2(\tau) \approx$ 10. Таким образом получается, что для того, чтобы выяснить, какая функция – $\tilde{\varphi}(v)$ или $\varphi_m(v)$ – лучше соответствует наблюдениям, необходимо иметь материал, содержащий не менее, чем примерно 5000 звезд. Так как в действительности наш материал в каждом из рассмотренных интервалов спектра содержит в лучшем случае лишь по нескольку сотен звезд, то можно сказать, что функция $\tilde{\varphi}(v)$ представляет наблюдения столь же хорошо, как и функция $\varphi_m(v)$, и что наблюдения не противоречат гипотезе непрерывности спектра дисперсий. Для сравнения мы вычислили еще число звезд N, необходимого для того, чтобы различить сумму двух максвелловских распределений от одного максвелль-

два распределения. В этом случае N оказалось равным примерно 150 [$\varepsilon(\tau) = 0$ 0.3]. Такой результат хорошо согласуется с тем, что наш материал позволил довольно уверенно разложить наблюденное распределение скоростей на сумму двух максвелловских распределений.

Гипотеза об отсутствии генетической связи между первой и второй частями главной последовательности и о наличии такой связи между медленно и быстро движущимися звездами второй части главной последовательности хорошо согласуется с современными взглядами на звездную эволюцию. Согласно этим взглядам (см. напр. [33]), главная последовательность состоит также из двух генетически между собой не связанных частей. Звезды с большими массами возникают в О-ассоциациях, начиная эволюционный путь преимущественно в верхнем конце главной последовательности. В ходе своей эволюции они постепенно продвигаются вниз до конца первой части главной последовательности (примерно до спектрального типа G). Звезды же с малыми массами возникают в Т-ассоциациях, входя в главную последовательность по всей линии второй ее части. В процессе эволюции эти звезды существенно не изменяют своего положения на диаграмме спектр-светимости, так что звезды очень различного возраста находятся рядом в одних и тех же областях диаграммы.

Исходя из этих представлений и из данных о кинематической структуре главной последовательности, можно прийти к некоторым дополнительным заключениям. Исследование скоростей показало (см. напр. [1]), что дисперсия скоростей звезд главной последовательности заметно возрастает по мере перехода от спектрального типа О до F , т.е. от молодых звезд к более старым. Отсюда можно сделать заключение, что звезды первой части главной последовательности возникают с малыми скоростями, и что дисперсия скоростей этих звезд медленно возрастает с течением времени. Что касается звезд второй части главной последовательности, то тут, как мы видели, вероятно имеет место прерывный спектр дисперсии скоростей, причем, согласно результатам шестого параграфа, красные карлики с эмиссионными линиями в спектрах движутся с наименьшей дисперсией скоростей. Эмиссионный характер спектра является

признаком нестационарности, т.е. молодости звезд. Мы приходим отсюда к заключению, что во второй части главной последовательности звезды возникают, как и в ее первой части, с меньшими, чем среднее, скоростями, и что здесь также имеет место увеличение скоростей звезд, приводящее в итоге к непрерывному спектру дисперсий. Темпы увеличения дисперсий скоростей, повидимому, зависят здесь от массы звезды, на что указывает зависимость доли звезд с малыми скоростями $\varkappa$ от спектрального типа.

Вывод об увеличении скоростей звезд с течением времени делался некоторыми авторами и на основании теоретических соображений. Предложено несколько механизмов увеличения скоростей звезд, а именно, гравитационное взаимодействие между отдельными звездами и облаками межзвездного вещества или звезд (Спитцер и Уорнцильд [15], [34]); гравитационное взаимодействие между звездными облаками (А.И.Лебединский [35] и Л.Э.Гуревич [36]; прохождение звезд через диффузные туманности (Т.А.Агекян [37]). Однако, все эти механизмы встречаются с теми или иными затруднениями, вследствие чего настоятельно необходима дальнейшая разработка этого вопроса.

1954 г.

Литература

I. П.П.Паренаго, АЖ 27, 150, 1950; Труды ГАШ 20, 26, 1951.
2. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 32, 231, 1952.
3. A.N.Vyssotsky, Ap.J. 97, 381, 1943; 104, 234, 1946, 116, 117, 1952.
4. W.M.Smart, Stellar Dynamics, Cambridge, 1938.
5. E.Pahlen, Lehrbuch der Stellarstatistik, Leipzig, 1937.
6. П.П.Паренаго, Курс звездной астрономии, Гостехиздат, 1946.
7. B.Boss, General Catalogue, 1937.
8. L.Boss, Preliminary General Catalogue, 1910.
9. Cincinnati Publ. 18, 1918.
10. Cincinnati Publ. 20, 1930.
11. Leander McCormick Publ. 4, 1927.
12. Leander McCormick Publ. 8, 1940.
13. П.П.Паренаго, АЖ 21, 229, 1944.
14. J.H.Oort, BAN 6., 249, 1932.

I5. L.Spitzer and M.Svhwarzschild, Ap.J. 114, 385, 1951.
I6. A.N.Vyssotsky, Ap.J. 104, 239, 1946.
I7. Р.Б.Парнова, АЖ 29, 568, I952.
I8. J.Delhaye, C.r.Acad. sci. 237, 294, 1953.
I9. P.van de Kamp, Publ. ASP 65, 73, 1953.
20. A.N.Vyssotsky and E.T.R.Williams, A.J. 51, 4, 1944.
2I. A.N.Vyssotsky, Trans IAU 7, 448, 1950.
22. N.G.Roman, Ap.J., 112, 554, 1950.
23. N.G.Roman, Ap.J. 116, 122, 1952.
24. A.N.Vyssotsky and Skumanich, A.J., 58, 96, 1953.
25. M.and B.Schwarzschild, Ap.J. 112, 248, 1950.
26. J.Ax, Zs. Astroph. 32, 257, 1953.
27. Ph.C.Keenan and G.Keller, Ap.J., 117, 241, 1953.
28. G.R.Miczaika, Zs. Astrpph. 27, 1, 1950.
29. П.П.Паренаго, Труды второго совещания по вопросам космогонии, Изд. АН СССР, I953, (стр. 334); Вопросы космогонии II, 26I, I954.
30. O.Eggen, Ap.J. 112, 141, 1950.
3I. Вопросы космогонии III, 333, I954.
32. П.П.Паренаго, Успехи астр. наук 4, 69, I948.
33. В.А.Амбарцумян, Труды второго совещания по вопросам космогонии, Изд. АН СССР, I953, (стр. 9).
34. L.Spitzer and M.Schwarzschild, Ap.J., 118, 106, 1953.
35. А.И.Лебединский, Труды второго совещания по вопросам космогонии, Изд. АН СССР, I953, (стр. I20).
36. Л.Э.Гуревич, Труды второго совещания по вопросам космогонии, Изд. АН СССР, I953, (стр. 235); Вопросы II, I50, I954.
37. Т.А.Агекян, Ученые записки ЛГУ, № I53, сер. мат. наук, вып. 25, 48, I952.

ГЛАВА 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД ПО РАДИАЛЬНЫМ, ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМ И ПРОСТРАНСТВЕННЫМ СКОРОСТЯМ*

В нашей недавно опубликованной работе [1] мы предложили простой способ определения дисперсии скоростей по полным тангенциальным скоростям звезд. Способ основывается на том, что среднее значение квадрата тангенциальной скорости пропорционально при равных прочих условиях квадрату дисперсии скоростей. Были даны формулы для вычисления коэффициента пропорциональности, для учета ошибок определения параллаксов и для вычисления средней ошибки дисперсии. Вполне аналогичным образом дисперсия скоростей может быть вычислена и по радиальным и полным пространственным скоростям. Для коэффициента пропорциональности, а также для учета наблюдательных ошибок и вычисления средней ошибки дисперсии, получаются, разумеется, другие выражения, чем в случае тангенциальных скоростей. Целью настоящей работы является более подробное изложение этого метода и распространение его на случай радиальных и пространственных скоростей.

Преимущество указанного метода определения дисперсии состоит в первую очередь в том, что он позволяет найти ее весьма просто и быстро. При этом результат лишь очень слабо зависит от того, какие значения задаются для других параметров распределения скоростей. Другим преимуществом метода является то, что вычисление дисперсии отдельно по

---

* Опубликовано в Публикациях Тартуской АО, 33, 35 – 56, 1955.

радиальными и тангенциальными скоростями позволяет выявить возможные систематические ошибки в материале, например, в параллаксах звезд. Наконец, при таком способе вычисления дисперсии очень легко учесть наблюдательные ошибки в радиальных скоростях, собственных движениях и параллаксах.

Содержание работы вкратце следующее.

В первом параграфе работы даются общие формулы метода. Во втором и в третьем параграфах изложены способ учета наблюдательных ошибок, ошибок в задаваемых параметрах и способ учета неравномерности распределения звезд по небу. В третьем параграфе найдены, кроме того, выражения для средней дисперсии. Что касается вопроса о влиянии селекции наблюдательного материала на дисперсию скоростей, то на этом вопросе мы не останавливаемся, поскольку для учета селекции можно использовать способ, изложенный в § I нашей предыдущей работы [I]. Наконец, в последнем параграфе даются формулы для вычисления моментов радиальных и тангенциальных скоростей. Знание этих моментов необходимо при выводе некоторых формул второго и третьего параграфа.

I. Основные формулы метода

Среднее значение квадрата скорости (второй момент) некоторой группы звезд может быть выражено через дисперсию скоростей σ этой группы звезд при помощи формулы

$$\overline{V^2} = \beta\sigma^2, \qquad (I.I)$$

где β – некоторый коэффициент, числовое значение которого зависит от нормированной скорости центроида (см. ниже) и от того, что понимать под дисперсией скоростей. Определение дисперсии σ может быть различным. Оно должно быть выбрано, как наиболее целесообразное при данном наблюдательном материале и способе его обработки. Например, в работе [I] под дисперсией мы подразумевали дисперсию, соответствующую малой оси двуосного эллипсоида скоростей. Это было связано с тем, что при выводе функции распределения тангенциальных скоростей мы предполагали распределение остаточных скоростей двуосным шварцшильдовым распределением. Если же не делать никаких особых ограничений о характере наблюдатель-

ного материала и способе его обработки, то естественнее всего определить дисперсию σ следующим образом:

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2), \qquad (I.2)$$

где σ_1, σ_2 и σ_3 - дисперсии, соответствующие малой, средней и большой полуосям рассеяния скоростей. В настоящей работе под дисперсией подразумевается именно эта величина. С дисперсией σ_0, использованной нами в работе [I] и соответствующей малой оси двуосного эллипсоида скоростей, она связана соотношением:

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}\left(2 + \frac{1}{k^2}\right)\sigma_0^2, \qquad (I.3)$$

где k - отношение малой оси двуосного эллипсоида к большой.

В формуле (I.I) под скоростью V можно подразумевать радиальную скорость V_r, тангенциальную скорость V_t или пространственную скорость V_s. Коэффициент β имеет при этом, конечно, различные значения β_r, β_t и β_s^*. Если коэффициенты β_r, β_t и β_s известны, то, пользуясь формулой (I.I), легко вычислить σ по радиальным, тангенциальным или пространственным скоростям звезд. На этой формуле и основывается наш метод определения дисперсии скоростей.

Найдем выражение для β в случае радиальных скоростей.

Рассмотрим малую область неба на расстоянии λ от апекса. Вычисляя квадрат радиальной скорости V_r для этой области неба и усредняя по скоростям, получим

$$\overline{V_r^2} = \sigma_r^2 + V_0^2 \cos^2\lambda, \qquad (I.4)$$

где σ_r - дисперсия радиальных скоростей в данной области

---

* Для сокращения письма будем в дальнейшем опускать индексы r, t и s во всех формулах, имеющих одинаковый вид в случае радиальных, тангенциальных и пространственных скоростей.

неба и V_0 – скорость центроида. Дисперсия σ_r связана с дисперсиями σ_1 , σ_2 и σ_3 следующим образом (см. [2], гл. У):

$$\sigma_r^2 = \sigma_1^2 \cos^2\chi_1 + \sigma_2^2 \cos^2\chi_2 + \sigma_3^2 \cos^2\chi_3 , \qquad (I.5)$$

где χ_1 , χ_2 и χ_3 – углы, которые образуют направление на рассматриваемую малую область неба с направлениями осей эллипсоида рассеяния скоростей. Следует отметить, что формула (I.5) не зависит от конкретного вида функции распределения скоростей, так как она связана с тензором дисперсии скоростей, а вовсе не с каким-либо допущением о характере распределения скоростей, скажем об его эллипсоидальности. Поэтому и все остальные формулы, основанные на формуле (I.5) и аналогичных с ней, имеют место при любом распределении скоростей звезд.

Введя обозначения k_i

$$\sigma_i = k_i \sigma , \quad i = 1, 2, 3 \qquad (I.6)$$

и нормированную скорость центроида

$$v_0 = \frac{V_0}{\sqrt{2}\,\sigma} , \qquad (I.7)$$

можем формулу (I.4) написать в виде

$$\overline{V_r^2} = \beta_r^* \sigma^2 , \qquad (I.8)$$

где

$$\beta_r^* = k_1^2 \cos^2\chi_1 + k_2^2 \cos^2\chi_2 + k_3^2 \cos^2\chi_3 + 2 v_0^2 \cos^2\lambda . \qquad (I.9)$$

Допустим, что звезды распределяются по небу равномерно и что функция распределения скоростей одинакова во всех областях неба. Усредняя β_r^* по всему небу, получим тогда с учетом (I.2) для $\beta_r = \overline{\beta_r^*}$ следующее выражение:

$$\beta_r = \frac{1}{3}(3 + 2 v_0^2) . \qquad (I.10)$$

Вполне аналогичным образом имеем для β^* и β в случае тангенциальных скоростей

$$\beta_t^* = k_1^2 \sin^2\chi_1 + k_2^2 \sin^2\chi_2 + k_3^2 \sin^2\chi_3 + 2v_0^2 \sin^2\lambda, \quad (I.II)$$

$$\beta_t = \frac{2}{3}(3 + 2v_0^2). \quad (I.I2)$$

Пространственная скорость V_s не зависит от положения звезды на небесной сфере, поэтому в этом случае коэффициенты β^* и β совпадают; для них имеем следующее значение:

$$\beta_s^* = \beta_s = 3 + 2v_0^2. \quad (I.I3)$$

Поскольку $V_r^2 + V_t^2 = V_s^2$, то коэффициенты β_r^* и β_t^* связаны между собой следующим соотношением:

$$\beta_r^* + \beta_t^* = \beta_s. \quad (I.I4)$$

В коэффициентах β фигурирует, как видим, нормированная скорость центроида v_0. В коэффициентах β_r^* и β_t^* фигурируют, кроме того, величины, определяющие форму и расположение эллипсоида рассеяния скоростей и расположение апекса. В случае радиальных и тангенциальных скоростей полученные формулы можно использовать, таким образом, не только для определения дисперсии скоростей σ, но и для определения других параметров распределения скоростей. Для этого нужно решить систему условных уравнений

$$\overline{V^2} = \beta^* \sigma^2, \quad (I.I5)$$

где $\overline{V^2}$ берется для малых участков неба. Среди искомых параметров могут фигурировать также скорость центроида V_0 и положение апекса. Однако, более целесообразно вычислить их по среднему значению первой степени (первому моменту) скорости, например, способом Смарта [3]. Основанный на решении уравнений (I.I5) способ определения параметров распределения скоростей в случае радиальных скоростей аналогичен методу Смарта и Чандрасекара [4]. Разница заключается лишь в том, что Смарт и Чандрасекар определяют эти величины не по $\overline{V_r^2}$, по $|\overline{V_r}|$.

Однако, при предварительном ознакомлении с характером движения данной группы звезд можно ограничиться определением только дисперсии скоростей, и считать остальные параметры распределения скоростей известными. Отношения полуосей эллипсоида скоростей, а также и его расположение практически постоянны у всех подсистем Галактики, как показал П.П.Паренаго [5]; нормированная же скорость центроида меняется лишь в узких пределах [6]. Поэтому вполне допустимо считать эти параметры известными, тем более, что результат для дисперсии скоростей лишь весьма слабо зависит от них.

Для определения средней ошибки дисперсии необходимо вычислить еще среднее значение четвертой степени (четвертый момент) скорости. При его вычислении можно использовать формулу, аналогичную (I.I):

$$\overline{V^4} = \gamma \sigma^4, \qquad (I.16)$$

где γ - опять-таки некоторый коэффициент. Чтобы получить формулу для вычисления γ, нужно сделать допущение о значении V_i^4/σ_i^4, где V_i - компоненты остаточной скорости в направлении осей эллипсоида скоростей и σ_i - соответствующие дисперсии. При шварцшильдовом распределении скоростей получим для γ_s следующее выражение:

$$\gamma_s = 9 + 2(k_1^4 + k_2^4 + k_3^4) + \qquad (I.17)$$

$$+ 4v_0^2[3 + v_0^2 + 2(k_1^2\cos^2\lambda_1 + k_2^2\cos^2\lambda_2 + k_3^2\cos^2\lambda_3)],$$

где λ_i - углы, которые образуют направление на апекс с направлениями осей эллипсоида скоростей. Выражения для γ_r^* и γ_t^* могут быть найдены аналогично тому, как были найдены выражения для β_r^* и β_t^*. Значения γ_r и γ_t находим тогда интегрированием γ_r^* и γ_t^* по всей небесной сфере. Однако, так как коэффициенты γ необходимы только для вычисления ошибок дисперсии скоростей, то знание этих коэффициентов для малой области неба не представляет особого интереса. Усредненные же значения γ_r и γ_t могут быть вычислены непосредственно по γ_s, пользуясь формулами

$$\gamma_r = C_{40}\gamma_s, \quad \gamma_t = C_{04}\gamma_s, \qquad (I.18)$$

где C_{40} и C_{04} являются частными случаями коэффициентов

$$C_{mn} = \frac{\overline{|V_r|^m V_t^n}}{V_s^{m+n}} . \qquad (1.19)$$

Выражения для этих коэффициентов связаны с обобщением теоремы Клейбера. Они будут найдены в последнем параграфе настоящей работы.

2. Учет наблюдательных ошибок

Для учета наблюдательных ошибок необходимо найти соотношение между действительной скоростью и наблюденной скоростью. Обозначая действительную скорость через V', а наблюденную через V, будем иметь

$$V = V' + \Delta , \qquad (2.1)$$

где Δ - ошибка скорости. Возводя (2.1) в квадрат и в четвертую степень и усредняя, получим

$$\overline{V^2} = (1 + \partial)\overline{V'^2} \qquad (2.2)$$

и

$$\overline{V^4} = (1 + \nu)\overline{V'^4} , \qquad (2.3)$$

где

$$\partial = \frac{\overline{2V'\Delta} + \overline{\Delta^2}}{\overline{V'^2}} \qquad (2.4)$$

и

$$\nu = \frac{4\overline{V'^3\Delta} + 6\overline{V'^2\Delta^2}}{\overline{V'^4}} , \qquad (2.5)$$

причем в выражении для ν мы ограничивались членами только до второго порядка.

Найдем выражение для ∂ и ν.

В случае радиальных скоростей при каждом заданном значении скорости

$$\Delta_r = 0 \tag{2.6}$$

и

$$\overline{\Delta_r^2} = \overline{\varepsilon^2(V_r)}, \tag{2.7}$$

где $\varepsilon(V_r)$ - средняя ошибка радиальной скорости. Если допустить, что $\overline{\varepsilon^2(V_r)}$ не зависит от скорости, то вместо (2.4) и (2.5) будем иметь

$$\partial_r = \zeta_r^2 \tag{2.8}$$

и

$$\vartheta_r = 6 a_r \zeta_r^2, \tag{2.9}$$

где

$$\zeta_r^2 = \frac{\overline{\varepsilon^2(V_r)}}{\overline{V_r'^2}}, \tag{2.10}$$

а a_r - коэффициент, который в общем виде записется следующим образом:

$$a = \frac{\overline{V'^2}^2}{\overline{V'^4}} = \frac{\beta^2}{\gamma}. \tag{2.11}$$

В случае тангенциальных скоростей вычисление ∂ и ϑ несколько сложнее. Если допустить, что относительные ошибки тангенциальных скоростей невелики, то при каждом значении скорости

$$\overline{\Delta_t} = \overline{\Delta_\mu} + \overline{\Delta_\pi}, \quad \overline{\Delta_t^2} = \overline{\Delta_\mu^2} + \overline{\Delta_\pi^2}, \tag{2.12}$$

и Δ_μ где Δ_π - ошибки тангенциальной скорости, вызванные соответственно ошибкой собственного движения и параллакса. Согласно результатам § 2 нашей предыдущей работе [1]:

$$V_t' \overline{\Delta_\mu} = \frac{1}{2} \overline{\Delta_\mu^2} \tag{2.13}$$

и

$$V_t'\overline{\Delta_\pi} = \overline{\Delta_\pi^2}\ ,\quad V_t'\overline{\Delta_\pi} = \frac{1}{2}\overline{\Delta_\pi^2}\ , \tag{2.14}$$

причем первая формула (2.14) относится к случаю, когда используются тригонометрические параллаксы, а вторая – к случаю, когда используются спектральные и комбинированные параллаксы (взвешенные средние от тригонометрических и спектральных параллаксов). С другой стороны

$$\Delta_\mu^2 = 4{,}74^2\overline{\left(\frac{\varepsilon(\mu)}{\pi}\right)^2},\quad \Delta_\pi^2 = V_t'^2\overline{\left(\frac{\varepsilon(\pi)}{\pi}\right)^2}\ , \tag{2.15}$$

где $\varepsilon(\mu)$ – средняя ошибка собственного движения (которая, как нетрудно видеть, равна средней ошибке компонентов собственного движения) и $\varepsilon(\pi)$ – средняя ошибка параллакса. Полагая $\overline{\varepsilon^2(\mu)/\pi^2}$ и $\overline{\varepsilon^2(\pi)/\pi^2}$ независящими от скорости*, найдем по (2.4) и (2.5) для двух вариантов параллаксов

$$\partial_t = 2\zeta_{(\mu)}^2 + 3\zeta_{(\pi)}^2,\quad \partial_t = 2\zeta_{(\mu)}^2 + 2\zeta_{(\pi)}^2 \tag{2.16}$$

и

$$\vartheta_t = 8a_t\zeta_{(\mu)}^2 + 10\zeta_{(\pi)}^2,\quad \vartheta_t = 8a_t\zeta_{(\mu)}^2 + 8\zeta_{(\pi)}^2, \tag{2.17}$$

где

$$\zeta_{(\mu)}^2 = \frac{4{,}74^2}{V_t'^2}\overline{\left(\frac{\varepsilon(\mu)}{\pi}\right)^2}\ ,\quad \zeta_{(\pi)}^2 = \overline{\left(\frac{\varepsilon(\pi)}{\pi}\right)^2}\ . \tag{2.18}$$

Наконец, находим ∂ и ϑ для полных пространственных скоростей.

Полная пространственная скорость вычисляется на основании радиальной и тангенциальной скорости по формуле

---

* На практике в случае звезд-карликов указанное условие довольно плохо выполняется вследствие того, что звезды с большими собственными движениями имеют значительно более точные определения параллаксов. Чтобы учесть зависимость $\varepsilon^2(\pi)/\pi^2$ от V_t во второй формуле (2.18), нужно усреднить $\varepsilon^2(\pi)/\pi^2$ с весом, который пропорционален не только числу звезд, но и V_t^2 или V_t^4. Первое относится к случаю, когда вычисляется ∂_t, а второе к случаю, когда вычисляется ϑ_t. Это правило следует из формул (2.4) и (2.5).

$$V_s^2 = V_r^2 + V_t^2 , \qquad (2.19)$$

причем эта формула справедлива как в случае действительных, так и в случае наблюденных скоростей. Подразумевая под скоростями наблюденные скорости, усредняя и учитывая соотношения (2.2), будем иметь

$$(1+\partial_s)\overline{V_s'^2} = (1+\partial_r)\overline{V_r'^2} + (1+\partial_t)\overline{V_t'^2} . \qquad (2.20)$$

Деля полученное выражение на $\overline{V_s'^2}$ и пользуясь коэффициентами C_{20} и C_{02}, будем иметь

$$\partial_s = C_{20}\partial_r + C_{02}\partial_t . \qquad (2.21)$$

При равномерном распределении звезд по небу $C_{20} = 1/3$ и $C_{02} = 2/3$ (см. § 4) и следовательно

$$\partial_s = \frac{1}{3}\partial_r + \frac{2}{3}\partial_t . \qquad (2.21')$$

Возводя (2.19) в квадрат, усредняя и пользуясь коэффициентами C_{40}, C_{22} и C_{04}, получим вполне аналогично

$$\vartheta_s = C_{40}\vartheta_r + 2C_{22}\Theta + C_{04}\vartheta_t , \qquad (2.22)$$

где Θ - относительная поправка $\overline{V_r^2 V_t^2}$ (аналогично тому, как ϑ является относительной поправкой $\overline{V^4}$). Пользуясь формулой (2.1) для V_r и V_t, получим выражение для Θ в общем виде (подобное формуле (2.5) для ϑ). Учитывая (2.6) и (2.7), (2.13), (2.14) и (2.15) и полагая поперечную $\varepsilon^2(V_r), \varepsilon^2(\mu)\|\pi^2$ и $\varepsilon^2(\pi)\|\pi^2$ независимыми от скорости, получим для Θ такое выражение:

$$\Theta = \frac{C_{20}C_{02}}{C_{22}}\alpha_s(\zeta_r^2 + 2\zeta_\mu^2) + 3\zeta_\pi^2 . \qquad (2.23)$$

Последний член в этой формуле соответствует тригонометрическим параллаксам. Если же мы имеем дело со спектральными или комбинированными параллаксами, то вместо множителя 3 нужно писать 2. Подставляя числовые значения коэффициентов C_{mn} для равномерного распределения звезд по небу (§ 4), получаем формулы (2.22) и (2.23) в следующем виде:

$$\vartheta_s = \frac{1}{5}\vartheta_r + \frac{4}{15}\Theta + \frac{8}{15}\vartheta_t \qquad (2.22)$$

и

$$\Theta = \frac{5}{3}a_s\left(\zeta_r^2 + 2\zeta_\mu^2\right) + 3\zeta_\pi^2 . \qquad (2.23)$$

В заключение этого параграфа найдем еще выражение для коэффициента α, фигурирующего в предыдущих формулах.

В случае шварцшильдова распределения скоростей коэффициент a_s вычисляется непосредственно по формуле (2.II), подставляя β_s и γ_s по (I.I3) и (I.I7). Коэффициенты a_r и a_t находим тогда на основании из очевидных формул

$$a_r = \frac{C_{20}^2}{C_{40}}a_s = \frac{5}{9}a_s ; \qquad a_t = \frac{C_{02}^2}{C_{04}}a_s = \frac{5}{6}a_s , \qquad (2.24)$$

где числовые значения C_{mn} подставлены опять-таки в предположении равномерного распределения звезд на небе.

Если же распределение скоростей отличается от шварцшильдова, то его можно разложить на сумму шварцшильдовых распределений, соответствующих различным значениям дисперсии σ и параметров β и γ. Коэффициент a для такого суммарного распределения вычисляется по формуле

$$a = \frac{(\beta\sigma^2)^2}{\gamma\sigma^4} , \qquad (2.25)$$

причем усреднение происходит с весом, пропорциональным числу звезд в каждом шварцшильдовом распределении.

3. Средняя ошибка дисперсии. Учет ошибки скорости центроида и неравномерности распределения звезд по небу

Формула для вычисления дисперсии скоростей с учетом наблюдательных ошибок имеет на основании (I.I) и (2.2) следующий вид:

$$\overline{V^2} = (1+\partial)\beta\sigma^2 , \qquad (3.I)$$

причем $\overline{V^2}$ и ∂ определяются на основе наблюдательных данных, а коэффициент β считается заданным.

Найдем формулу для средней ошибки дисперсии скоростей.

На основании (3.1) получим следующее соотношение между ошибками $\overline{V^2}$ и σ^2:

$$\varepsilon(\overline{V^2}) = \left(1 + \partial + \sigma^2 \frac{d\partial}{d\sigma^2}\right) \beta\varepsilon(\sigma^2), \qquad (3.2)$$

причем учтена зависимость ∂ от σ^2. Последняя имеет место ввиду того, что в выражение ∂ входит $\overline{V'^2}$, которое пропорционально σ^2 (см. (2.8) и (2.16)). Для средней ошибки $\varepsilon(V^2)$ получим, пользуясь обычными правилами теории ошибок,

$$\varepsilon^2(\overline{V^2}) = \frac{\overline{V^4} - \overline{V^2}^2}{N}, \qquad (3.3)$$

где N – общее число звезд в последовательной группе. Подставляя (3.3) в (3.2) и учитывая (3.1), будем иметь для средней ошибки дисперсии $\varepsilon(\sigma)$ такое выражение:

$$\frac{\varepsilon(\sigma)}{\sigma} = \sqrt{\frac{b}{N}}, \qquad (3.4)$$

где *

$$b = \frac{\overline{V^4} - \overline{V^2}^2}{4\,\overline{V^2}^2} \cdot \frac{(1+\partial)^2}{\left(1 + \partial + \sigma^2 \frac{d\partial}{d\sigma^2}\right)^2}. \qquad (3.5)$$

Если применить соотношения (1.1), (1.16), (2.2), (2.3) и (2.11), то можем написать формулу (3.5) в следующем виде:

---

*Отметим, что в работе I мы ошибочно считали знаменитель во втором множителе в формуле (3.5) равным единице. Как видим, это имеет место лишь тогда, когда ∂ пропорционально σ^{-2}, т.е. когда ошибки скорости не зависят от скорости, как в случае радиальных скоростей. Если не от скорости не зависит ее относительная ошибка, как это обычно имеет место в случае тангенциальных скоростей, то производная в формуле (3.5) равна нулю. В общем случае, когда относительная ошибка скорости зависит от скорости, можно эту зависимость аппроксимировать законом $\partial_v \sim V^{2z}$, где ∂_v – значение ∂ при данной скорости и $z = const$. Тогда, поскольку $\overline{V^{2z}} \sim \sigma^{2z}$, имеем $\partial \sim \sigma^{2z}$ и, следовательно, $\sigma^2 \frac{d\partial}{d\sigma^2} = \partial z$.

$$b=\frac{1}{4}\left(\frac{1+\vartheta}{a}-(1+\partial)^2\right)\left(1+\partial+\sigma^2\frac{d\partial}{d\sigma^2}\right)^{-2}. \qquad (3.6)$$

На практике можно употреблять как формулу (3.5), так и формулу (3.6). Но применение формулы (3.6) более удобно, поскольку тогда не требуется вычисления четвертого момента скорости. Правда, при этом необходимо знать величины ϑ и α. Но ϑ легко найти, пользуясь формулами (2.9), (2.17) и (2.22) и значениями ζ (последние так или иначе должны быть вычислены). Оценка же величины α не представляет труда по формулам (2.11), (или (2.25), (I.I8), (I.I7) и (2.24). Для облегчения оценки α нами вычислены значения a_s для инвариальдова распределения скоростей с различными v_0. Они приведены в таблице I (Ш). Значения коэффициентов k_i, положение центра и ориентации осей эллипсоида скоростей приняты при этом такими же, как и при вычислении табл. 2 (см. ниже). Для сравнения даны α_s для максвелловского распределения (М), при которых $k_i = I$. Как видим, разница довольно незначительна. Кроме того, в таблице даны величины β_s и γ_s, необходимые для вычисления α_s по формуле (2.25).

Таблица I

v_0^2		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	∞
β_s		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	
γ_s	Ш	16.7	18.8	20.9	23.1	25.4	27.8	30.2	32.8	35.4	38.1	40.9	
	М	15.0	17.0	19.2	21.4	23.6	26.0	28.4	31.0	33.6	36.2	39.0	
a_s	Ш	0.538	0.546	0.553	0.560	0.568	0.575	0.583	0.590	0.598	0.605	0.612	1.000
	М	0.600	0.602	0.604	0.607	0.611	0.615	0.620	0.626	0.632	0.637	0.641	1.000

При вычислении ошибки дисперсии нужно учесть еще возможную погрешность, вызванную ошибкой в нормированной скорости центроида v_0. Дифференцируя (I.I) по v_0 при посто-

ляном $\overline{V^2}$, имеем на основании (I.I0), (I.I2) и (I.I3)

$$\frac{\varepsilon(\sigma)}{\sigma} = \frac{2\nu_0}{3+2\nu_0^2}\varepsilon(\nu_0), \qquad (3.7)$$

где $\varepsilon(\nu_0)$ – средняя ошибка нормированной скорости центроида. Выражение (3.7) действительно в случае радиальных, тангенциальных и пространственных скоростей.

Оценим влияние ошибки (3.7). На основе данных П.П.Паренаго [5] и формул (I.7), (I.2) (см. также [6] и (I.3)) можем в среднем положить $\nu_0 = 0.7$. Тогда относительная ошибка σ в 3 раза меньше ошибки ν_0. Если ошибка в оценке ν_0 составляет, скажем, ± 0.04 (значительно большая ошибка едва ли может получиться), то относительная ошибка σ равна всего $\pm$ I %. Так как b имеет порядок единицы, то относительная ошибка σ, вызванная ошибкой $\overline{V^2}$, имеет порядок I % лишь тогда, когда N равно нескольким тысячам. Таким образом, если мы имеем материал из нескольких сот звезд, как это обычно бывает, то ошибка (3.7) лишь очень немного увеличивает суммарную ошибку σ.

При определении σ по радиальным и тангенциальным скоростям необходимо учесть влияние неравномерности распределения звезд по небу. Дисперсия σ, вычисленная при допущении равномерного распределения звезд по небу, нуждается в поправке $\Delta\sigma$, которая определяется по формуле

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \left(\frac{\overline{\Delta^*\sigma}}{\sigma}\right), \qquad (3.8)$$

где $\Delta^*\sigma/\sigma$ – относительная поправка дисперсии для малой области неба, а усреднение происходит с весом, пропорциональным числу звезд в данной области неба. Для $\Delta^*\sigma/\sigma$ имеем на основании (I.I) и (I.I5) следующее выражение

$$\frac{\Delta^*\sigma}{\sigma} = -\frac{\beta^*-\beta}{2\beta}. \qquad (3.9)$$

Учитывая формулы для β_r^*, β_r, β_t^* и β (см. § I), находим, кроме того, соотношение:

$$\left(\frac{\Delta^*\sigma}{\sigma}\right)_r = -2\left(\frac{\Delta^*\sigma}{\sigma}\right)_t. \qquad (3.10)$$

Как видно из формул (I.9) и (I.II), величины β^*, а следовательно и $\Delta^*\sigma/\sigma$, одинаковы в диаметрально противоположных точках небесной сферы. Поэтому они могут быть вычислены только для одного ее полушария, например, для северного полушария. Значения величин β^* и $\Delta^*\sigma/\sigma$ приведены в таблице 2 для областей неба, на которые мы разделили небесную сферу в работе [I]. Экваториальные и галактические координаты центров областей небесной сферы указаны в таблице. При вычислениях для нормированной скорости центроида v_0 было принято значение 0.7I, а для положения апекса, как и в работе [I], $\alpha = 18^h00^m$, $\delta = +38^\circ.3$. Учитывая, что по данным П.П.Паренаго [5] дисперсии σ_1, σ_2 и σ_3 относятся как 0.53 : 0.67 : I.00, для коэффициентов k_1, k_2 и k_3 были приняты следующие значения (см. (I.2) и (I.6)):

$$k_1 = 0.70; \quad k_2 = 0.88; \quad k_3 = I.32.$$

Направления малой, средней и большой оси эллипсоида скоростей были приняты следующими:

$$\alpha_1 = 12^h40^m, \quad \delta_1 = +28^\circ.0; \quad b_1 = 90^\circ;$$
$$\alpha_2 = 22^h05^m, \quad \delta_2 = +55^\circ.8; \quad \ell_2 = 69^\circ.4, \quad b_2 = 0^\circ;$$
$$\alpha_3 = 6^h00^m, \quad \delta_3 = +18^\circ.I; \quad \ell_3 = 159^\circ.4, \quad b_3 = 0^\circ;$$

причем положение вертекса такое-же, как и в работе [I]. Действительные значения задаваемых параметров распределения скоростей для исследуемой группы звезд могут, конечно, отличаться от приведенных выше значений, но это не существенно, так как поправка дисперсии скоростей за неравномерность распределения звезд по небу обычно мала.

Если неравномерность распределения звезд по небу не велика, то поправка за счет нее оказывается даже заметно меньшей средней ошибки дисперсии. Ясно, что в таком случае вообще нет смысла учитывать эту поправку.

Представляет интерес выяснить, при каких условиях неравномерностью распределения звезд по небу можно пренебречь.

Для выяснения этого вопроса оценим ошибку σ, вызванную неучетом неравномерности распределения звезд по

Таблица 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
α	1^h00^m	3^h00^m	5^h00^m	7^h00^m	9^h00^m	11^h00^m	13^h00^m	15^h00^m	17^h00^m	19^h00^m	21^h00^m	23^h00^m
δ	$+14°.8$											
l	97.1	132.9	154.5	169.1	182 5	204.4	290.1	345.2	2.2	15.4	31.5	57.2
b	−46.9	− 35.4	−13.9	+11.2	+37.5	+63.2	+76.0	+55.0	+28.7	+ 2.6	−21.7	−40.8
β_r^*	0.72	1.33	1.99	1.99	1.32	0.65	0.65	1.38	2.13	2.20	1.53	0.80
β_t^*	3.28	2.67	2.01	2.01	2.68	3.35	3.35	2.62	1.87	1.80	2.47	3.20
$(\Delta^*\sigma/\sigma)_r$	+0.229	+0.001	−0.244	− 0.246	+0.004	+0.257	+0.255	− 0.016	− 0.300	−0.324	−0.075	+0.199
$(\Delta^*\sigma/\sigma)_t$	− 0.115	0.000	+0.122	+0.123	−0.002	− 0.128	− 0.128	+0.008	+0.150	+0.162	+0.037	−0.099

№	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
α	1^h30^m	4^h30^m	7^h30^m	10^h30^m	13^h30^m	16^h30^m	19^h30^m	22^h30^m	3^h00^m	9^h00^m	15^h00^m	21^h00^m
δ	$+43°.0$								$+69°.0$			
l	99.6	128.1	143.5	141.5	59.4	34.1	43.5	66.2	101.6	110.9	74.2	73.0
b	−18.1	−1.5	+27.4	+59.9	+71.9	+41.8	+10.4	−13.0	+11.1	+38.0	+43.6	+15.5
β_r^*	1.01	1.49	1.42	0.82	0 93	1.74	1.86	1.18	1.18	1.08	1.24	1.36
β_t^*	2 99	2.51	2.58	3.18	3.07	2,26	2.14	2.82	2.82	2.92	2.76	2.64
$(\Delta^*\sigma/\sigma)_r$	+0.121	−0.057	−0.034	+0.193	+ 0.152	− 0.151	− 0.196	+0.058	+ 0.057	+0.094	+0.035	−0.010
$(\Delta^*\sigma/\sigma)_t$	−0.061	+0.029	+0.017	−0.096	−0.076	+0.076	+0.098	−0.029	− 0.028	−0.047	−0.018	+0.005

небу. Если ограничиться только грубой оценкой, то отклонения числа звезд в областях неба n от их среднего числа $\bar{n}$ можно рассматривать как случайные величины. Тогда будем иметь для упомянутой ошибки σ следующее выражение:

$$\frac{\varepsilon(\sigma)}{\sigma} = \sqrt{\frac{a_\nu}{N}}, \qquad (3.11)$$

где

$$a = \overline{\left(\frac{\Delta^*\sigma}{\sigma}\right)^2} \qquad (3.12)$$

и

$$\nu = \frac{(n-\bar{n})^2}{\bar{n}} \qquad (3.13)$$

- величина, которую можем назвать коэффициентом неравномерности распределения звезд по небу. Ошибкой (3.11) можно пренебречь по сравнению с ошибкой (3.4), если ее квадрат заметно меньше квадрата ошибки (3.4). Отсюда получим условие пренебрежимости ошибкой (3.11):

$$\nu \ll \frac{b}{a}. \qquad (3.14)$$

Так как b имеет порядок единицы, а на основании данных табл. 2 a имеет порядок нескольких сотых, то b/a имеет порядок нескольких десятков. В случае равномерного распределения звезд по небу отклонения n от $\bar{n}$ обусловлены только случайными флуктуациями; в этом случае $\nu = 1$. На практике коэффициент ν несколько больше. Но обычно он имеет порядок всего нескольких единиц. Например, у M-карликов, рассмотренных нами в предыдущей работе [1], $\nu = 2.5$, несмотря на то, что в материале отсутствовали вообще звезды ниже склонения -30^0. Таким образом, ошибкой (3.11) можно обычно пренебречь. Только в исключительных случаях, когда мы имеем дело с очень большой галактической концентрацией звезд, или когда наблюдательный материал охватывает только малую область неба, коэффициент ν достигает больших значений. Например, в крайнем случае, когда все звезды находятся в одной очень малой области неба, имеем $\nu = N$. В таких

случаях, необходимо, конечно, учитывать поправку (3.8).

4. Вычисление коэффициентов C_{mn}

Чтобы вычислить коэффициенты C_{mn}, необходимо найти выражение для моментов $\overline{|V_r|^m V_t^n}$.

Рассмотрим звезды, двигающиеся с пространственной скоростью $\vec{V}_s$ и расположенные в элементе пространства скоростей $d\Omega$ и в малой области неба $d\omega$. Пусть $\Phi(V_s, \xi, \eta) d\Omega \frac{d\omega}{4\pi}$ – относительная частота этих звезд, причем ξ – угол между $\vec{V}_s$ и направлением на данную область неба и η – соответствующий азимутальный угол. Радиальная и тангенциальная скорости рассматриваемых звезд выражается через V_s и ξ следующим образом:

$$\begin{aligned} V_r &= V_s \cos\xi, \\ V_t &= V_s \sin\xi. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Чтобы вычислить моменты порядка $m+n$ от радиальных и тангенциальных скоростей, нужно произвести усреднение $|V_r|^m V_t^n$ по всем ξ, η и $\vec{V}_s$. Поэтому мы будем иметь

$$\overline{|V_r|^m V_t^n} = \iint_{\Omega\,\omega} \Phi(\vec{V}_s, \xi, \eta) V_s^{m+n} |\cos^m\xi| \sin^n\xi \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{4.2}$$

Допустим, что распределение звезд по небу равномерно и что функция распределения скоростей независима от положения на небе. Тогда Φ не зависит от ξ и η при любом значении V_s и интеграл (4.2) разлагается на произведение двух интегралов

$$\overline{|V_r|^m V_t^n} = \overline{V_s^{m+n}} \cdot \int_{\omega} |\cos^m\xi| \sin^n\xi \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{4.3}$$

где

$$\overline{V_s^{m+n}} = \int \Phi(\vec{V}_s) V_s^{n+m} d\Omega. \tag{4.4}$$

Сравнивая формулу (4.3) с формулой (I.I9), видим, что второй интеграл в (4.3) представляет собой не что иное, как коэффициент C_{mn}. Так как $d\omega = 2\pi \sin\xi d\xi$, то для получим следующее выражение:

$$C_{mn} = \cos^m \xi \sin^{n+1} \xi d\xi =$$

$$= \frac{1}{2} B\left(\frac{m+1}{2}, \frac{n+2}{2}\right) = \frac{1}{2} \frac{\frac{m-1}{2}! \frac{n}{2}!}{\frac{m+n+1}{2}!}, \tag{4.5}$$

где B - бета-функция. Как видим, при сделанных допущениях значения C_{mn} не зависят ни от конкретного вида функции распределения скоростей, ни от начала отсчета скоростей (от скорости центроида). Числовые значения коэффициентов C_{mn}, полученные по формуле (4.5), приведены для $m+n \leq 4$ в таблице 3.

Таблица 3

m \ n	0	I	2	3	4
0	I	/4	2/3	3 /I6	8/I5
I	I/2	I/3	I/4	I/5	
2	I/3	/I6	2/I5		
3	I/4	2/I5			
4	I/5				

В случае $m = I$, $n = 0$, и $m = 0$, $n = I$ формула (4.5) выражает теоремы Клейбера (см.[7], § I6). Обычно теоремы Клейбера выводятся в допущении, что распределение скоростей является сферическим и что скорости отсчитываются от центроида. В таком допущении формула (4.5) получается и для любых m и n. Вместо $\Phi(V_s, \xi, \eta)$ в формуле (4.2) следует писать тогда $\Phi(V_s, \xi_0, \eta_0)$, где ξ_0 и η_0 - сфе-

рические координаты с некоторой фиксированной (независимой от $\vec{V}_s$) осью. Понимая под ξ попрежнему угол между лучем зрения и направлением вектора $\vec{V}_s$, найдем опять формулу (4.3), откуда следует (4.5). В этом случае формула (4.5) имеет место при любом распределении звезд на небе.

Таким образом, формула (4.5) имеет место в двух случаях: во-первых, если распределение звезд по небу равномерно и функция распределения скоростей одинакова во всех областях неба, и, во-вторых, если распределение скоростей сферично и скорости отсчитываются от центроида.

Второе условие явно не соответствует действительности. Первое же условие довольно хорошо выполняется для однородной группы звезд, обладающих малой галактической концентрацией. При этом материал должен охватывать, конечно, всю небесную сферу (или одно ее полушарие)*. Если же это условие также не выполняется, то значения коэффициентов C_{mn}, разумеется, могут отличаться от найденных выше.

Вычисление коэффициентов C_{mn} в общем случае представляет собою более трудную задачу, чем вычисление их при сделанных выше упрощающих предположениях. В общем случае результат зависит как от распределения звезд по небу, так и от функции распределения скоростей звезд. Вычисление коэффициентов при неравномерном распределении звезд по небу значительно упрощается лишь для C_{20} и C_{02}. В этом случае они могут быть легко найдены путем усреднения значений коэффициентов β_r^* и β_t^* по небу. В результате будем иметь

$$C_{20} = \frac{\beta_r^*}{\beta_s}, \quad C_{02} = \frac{\beta_t^*}{\beta_s}, \qquad (4.6)$$

причем весом при усреднении является число звезд в данной области неба. При равномерном распределении звезд по небу

---

*На практике выведенными выше значениями коэффициентов C_{mn} можно пользоваться тогда, когда коэффициент неравномерности распределения звезд по небу ν не превышает нескольких единиц (см. § 3 настоящей работы).

Отметим, что при вычислении ν диаметрально противоположные области неба должны объединяться. Размеры областей не должны быть очень малыми. Более или менее подходящим является размер областей в таблице 2.

формулы (4.6) дают для C_{20} и C_{02} те же значения, что и формула (4.5) (см. (I.10), (I.12) и (I.13)).

Значения C_{mn} выведены выше в предположении, что мы имеем дело с истинными скоростями. Эти значения C_{mn} как раз и имелись в виду в формулах предыдущих параграфов. Если же нас интересуют отношения моментов наблюденных скоростей, обремененных наблюдательными ошибками, то в вышеприведенные формулы следует ввести соответствующие поправки. Например, для и имеем

$$C_{20} = \frac{1+\partial_r}{1+\partial_s} C'_{20} \; ; \quad C_{02} = \frac{1+\partial_t}{1+\partial_s} C'_{02} \; , \tag{4.7}$$

где C'_{mn} - значение отношения моментов скоростей при отсутствии наблюдательных ошибок и C_{mn} - значения отношения моментов скоростей, обремененных наблюдательными ошибками.

Полученные в настоящем параграфе результаты можно рассматривать, как обобщение теоремы Клейбера на моменты любого порядка, включая и смешанные моменты, и на распределение скоростей, отличающееся от сферического. Как было показано, коэффициенты C_{mn} имеют в случае произвольного, в том числе и эллипсоидального, распределения скоростей те же числовые значения, как и в случае сферического распределения скоростей, если только звезды распределяются равномерно по всему небу и если функция распределения скоростей одинакова во всех областях неба. Так как эти условия во многих случаях хорошо выполняются, то нельзя согласиться с встречающимся в литературе (см. [8]) утверждением, что в свете современных представлений о распределении скоростей теоремы Клейбера потеряли свое значение.

1955 г.

Литература

I. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 32, 371, 1954.

2. W.M.Smart, Stellar Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1938.

3. W.M.Smart, M.N., 96, 461, 1936.

4. W.M.Smart, S.Chandrasekhar, M.N., 98, 658, 1938.

5. П.П.Паренаго, Труды ГАИШ 20, 26, 1951.
6. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 32, 231, 1952.
7. П.П.Паренаго, Курс звездной астрономии, Гостехиздат, 1954.
8. М.Г.Колхидашвили, АЦ, 29, 76, 1952.

ГЛАВА 3

ОБ АСИММЕТРИЧЕСКОМ СМЕЩЕНИИ ЦЕНТРОИДОВ ЗВЕЗД *

Явление асимметрии распределения скоростей звезд известно уже давно. Оно состоит в том, что центроиды различных групп звезд в пространстве скоростей не совпадают друг с другом, а смещены тем больше в сторону, противоположную галактическому вращению, чем больше дисперсии скоростей σ. Зависимость средней скорости галактического вращения $\bar{V}_\theta$ группы звезд от дисперсии σ приближенно выражается эмпирической формулой Стремберга [1].

$$\bar{V}_\theta = const - a\sigma^2,$$

где a – некоторая постоянная. Формулу можно вывести и теоретически, причем оказывается, что коэффициент a приблизительно пропорционален градиенту логарифма плотности звезд в Галактике в радиальном направлении. Так как этот градиент не является постоянным, а принимает для различных подсистем различные значения, то нельзя считать постоянным и коэффициент a формулы Стремберга. Действительно, как показал П.П.Паренаго [2], при постоянном a получаются различного рода противоречивые результаты.

В настоящей работе делается попытка уточнить формулу Стремберга, заменяя коэффициент a некоторой функцией дисперсии скоростей. Полученная формула применяется затем для вычисления нормированной скорости центроида групп звезд.

---

* Опубликовано в Публикациях Тартуской АО, 33, 371 – 386, 1961.

I. Уточнение формулы Стремберга

Теория стационарной Галактики с учетом трех изолирующих интегралов движения приводит к следующей формуле [3]:

$$\bar{V}_\theta^2 + q\sigma_R^2 = \bar{V}_c^2 , \qquad (I.I)$$

где $\bar{V}_\theta$ - средняя скорость данной группы звезд в направлении галактического вращения, σ_R - дисперсия скоростей группы в радиальном направлении и V_c - круговая скорость. Коэффициент q выражается формулой

$$q = -\left[\frac{\partial \ln \rho \sigma_R^2}{\partial \ln R} + \left(1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2}\right) + R\frac{\partial \alpha}{\partial z}\left(1 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2}\right)\right]_{z=0} , \qquad (I.2)$$

где ρ - пространственная плотность данной группы звезд, α - угол наклона большой оси эллипсоида скоростей к плоскости Галактики (вне плоскости Галактики он отличается от нуля), σ_θ и σ_z - дисперсии скоростей в соответствующих направлениях (R , θ и z - цилиндрические галактоцентрические координаты). По Г.Г.Кузмину [3]

$$R\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z}\right)_{z=0} \approx -\frac{1}{4}\left(\frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \ln R}\right)_{z=0} \approx 1 , \qquad (I.3)$$

где ρ_m - динамическая плотность Галактики, причем Кузмин принимает, что в окрестностях Солнца $\rho_m \sim R^{-4}$. Пренебрегая изменением дисперсии σ_R с R , которое недостаточно хорошо известно, но вероятно мало, вместо формулы (I.2) имеем приближенно:

$$q = \frac{R}{Mod}\, m - \left(2 - \frac{\sigma_\theta^2 + \sigma_z^2}{\sigma_R^2}\right) , \qquad (I.4)$$

где

$$m = -\frac{\partial \log \rho}{\partial R} . \qquad (I.5)$$

Вместо дисперсии σ_R в формуле (I.I) можно пользоваться средней квадратичной дисперсией

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\sigma_R^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2\right)}. \qquad (I.6)$$

Дисперсии σ_R , σ_θ и σ_z практически совпадают с главными дисперсиями эллипсоида скоростей σ_1 , σ_2 и σ_3 , а отношения между дисперсиями в различном направлении практически постоянны, как показал П.П.Паренаго*[2]. Поэтому дисперсии σ_R , σ_θ и σ_z могут быть выражены через σ соотношениями:

$$\sigma_R = k_1\sigma, \quad \sigma_\theta = k_2\sigma, \quad \sigma_z = k_3\sigma, \qquad (I.7)$$

где k_1 , k_2 , k_3 почти одинаковы у всех подсистем Галактики.

Подставим в (I.I) вместо σ_R среднюю дисперсию σ и введем для асимметрического смещения центроида относительно круговой скорости обозначение $\Delta = V_c - \bar{V}_\theta$. Применяя еще выражение (I.7), будем иметь

$$q'\sigma^2 = \Delta(2V_c - \Delta), \qquad (I.8)$$

где

$$q' = \varkappa m - \lambda, \qquad (I.9)$$

причем

$$\varkappa = \frac{R}{Mod}k_1^2 \qquad (I.10)$$

и

$$\lambda = 3(k_1^2 - 1). \qquad (I.11)$$

Выражая из (I.8) Δ , имеем

$$\Delta = V_c\left(1 - \sqrt{1 - q'\frac{\sigma^2}{V_c^2}}\right), \qquad (I.12)$$

---

*В работах [6 - 8], следуя Паренаго [2], мы пользовались обозначениями $\sigma_1 \approx \sigma_z$ и $\sigma_3 \approx \sigma_R$, однако впоследствии оказалось, что целесообразнее применить традиционные обозначения $\sigma_1 \approx \sigma_R$, $\sigma_3 \approx \sigma_z$ (см., например, "Курс звездной астрономии" Паренаго).

или

$$\Delta = \frac{q'}{2V_c}\sigma^2 + \frac{q'^2}{8V_c^3}\sigma^4 + \dots \quad . \qquad (I.I3)$$

Эти формулы являются теоретическими выражениями закона Стремберга. Они неудобны тем, что в них фигурирует коэффициент q', зависимость которого от дисперсии остается неопределенной. В поисках удобной аппроксимации функции мы остановились на следующем выражении:

$$\Delta = \frac{\sigma^2}{d}\log\left(1 + \frac{\sigma^2}{s^2}\right), \qquad (I.I4)$$

причем коэффициенты s и d предполагаются одинаковыми для всех подсистем Галактики. Формулу (I.I4) можно рассматривать как уточнение эмпирической формулы Стремберга.

Для вывода численных значений параметров этой формулы мы привлечем как кинематические данные (наблюденные σ и Δ), так и данные о пространственном распределении звезд (наблюденные m). Чтобы осуществить это, нужно задать числовые значения параметров формул (I.8) и (I.9), иными словами, нужно принять какую-то систему галактических постоянных. До сих пор не существует единой общепринятой системы этих постоянных; у различных авторов они весьма сильно отличаются друг от друга. Поэтому следует несколько более подробно остановиться на вопросе о системе галактических постоянных.

2. О системе галактических постоянных. Определение параметров уточненной формулы Стремберга

Галактические постоянные, большинство которых определяется непосредственно из наблюдений, связаны между собой различными формулами. Некоторые формулы являются очевидными, вытекающими из определения той или иной величины. Сюда относятся формулы:

$$(A - B)R_\odot = V_c \qquad (2.I)$$

и

$$AR_\odot = -\frac{1}{2}U'_x , \qquad (2.2)$$

где A и B постоянные Оорта, $R_\odot$ – расстояние Солнца от центра Галактики и U'_x – производная функции дифференциального галактического вращения по относительному расстоянию $x = R/R_\odot$ (см. работу [4]). Кроме того, галактические постоянные связаны и формулами, выводимыми из динамики звездных систем, как формула (I.I), формулы (22) и (23) работы [4], а также формула Линдблада

$$\frac{A}{A-B} = 1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2} , \qquad (2.3)$$

или, в силу формул (2.I) и (2.2)

$$-\frac{U'_x}{2V_c} = 1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2} . \qquad (2.4)$$

При выводе системы галактических постоянных должны быть учтены те и другие формулы. Наблюденные значения галактических постоянных обременены случайными, а часто и систематическими ошибками. Поэтому, если использовать галактические постоянные в таком виде, как они получаются из наблюдений или если учитывать только часть вышеупомянутых формул, то система постоянных получается, как правило, противоречивой. Определение полностью согласованной системы галактических постоянных, с учетом средних ошибок всех исходных данных, является весьма сложной задачей, которая до сих пор никем не была поставлена со всей серьезностью. В данной работе мы также не будем ставить такой задачи – это должно являться предметом специального исследования, а примем некоторую предварительную систему постоянных.

Одной из наиболее важных галактических постоянных является круговая скорость в окрестностях Солнца V_c. Она определяется по формуле (2.I), где считаем A, B и $R_\odot$ известными. Раньше обычно принимались $A = 20$ и $B = -13$ км/сек/кпс, а $R_\odot = -7{,}5$ кпс, откуда для круговой скорости получается $V_c = 250$ км/сек (см., например, [2] и [4]). В последнее время многие авторы (см., например, сводку

Блаау [5I] получили для A и B заметно меньшие значения, вследствие чего и V_c уменьшалось почти дом 200 км/сек. Малое значение круговой скорости приводит, однако, к слишком вытянутым эллипсоидам скоростей: если принять $U_x' =$ - 300 км/сек, как дают радиоастрономические наблюдения, то по (2.4) при $V_c = 200$ км/сек получается $\sigma_\theta / \sigma_R = 1/2$, тогда как непосредственные определения [2] дают $\sigma_\theta / \sigma_R = 2/3$. С другой стороны, при малом V_c градиент плотности, вычисленный теоретически по функции массы Галактики, получается слишком большим. Хорошее согласие между теоретическими и наблюденными значениями упомянутых параметров получается при $V_c = 250$ км/сек [4].

Учитывая вышеизложенное мы остановились на следующей системе галактических постоянных:

$$V_c = 250 \text{ км/сек}, \qquad R_\odot = 8 \text{ кпс},$$
$$A = 18{,}7 \text{ и } B = -12{,}6 \text{ км/сек/кпс}, \qquad (2.5)$$
$$\sigma_\theta / \sigma_R = 0{,}63, \qquad \sigma_z / \sigma_R = 0{,}53,$$

(значение σ_z / σ_R взято по Паренаго [2]). Используя эти данные, найдем

$$k_1 = 1{,}34; \qquad k_2 = 0{,}84; \qquad k_3 = 0{,}71; \qquad (2.6)$$
$$\varkappa = 33{,}0; \qquad \lambda = 2{,}34$$

Прежде чем приступить к определению параметров уточненной формулы Стремберга, мы должны для всех подсистем взаимно согласовать σ, Δ и m, исходя из принятой системы галактических постоянных.

Допустим, что для взаимного согласования к σ, Δ и m необходимо прибавить соответственно поправки $\partial\sigma$, $\partial\Delta$ и ∂m. Для определения этих поправок вводим величину

$$E = q'\sigma^2 - \Delta(2V_c - \Delta), \qquad (2.7)$$

которая характеризует несогласованность рассматриваемых параметров. Используя правила теории ошибок, имеем для вычисления поправок формулу

$$\partial n = eEn'\varepsilon_n^2 , \qquad (2.8)$$

где

$$e = \frac{-E}{\sum_n E_n'^2 \varepsilon_n^2} . \qquad (2.9)$$

Здесь E_n' - частная производная E по n и ε_n - средняя квадратичная ошибка n ($n = \sigma$, Δ , m).

В качестве наблюдательного материала была использована сводка Паренаго [2]. Все звездные группы, принадлежащие к одной и той же составляющей, были объединены.

Таблица I

Составляющие Галактики	σ		Δ		m		N
Плоская	17.6	± 0.3	0.9	± 0.4	0.11	± 0.02	2080
Промежуточная	33.1	2.2	14.3	3.3	9.24	0.03	930
Умеренно сферическая	67	7	83	8	0.27	0.04	40
Сферическая	91	4	131	5	0.26	0.02	240

Полученные исходные данные вместе с их ошибками приведены в табл. I, причем N обозначает число звезд, использованных при определении σ и Δ. Ошибки σ и Δ найдены по формулам (3.12) и (3.14), ошибки m оценены по данным Кукаркина, Паренаго и их сотрудников.

Коэффициенты уточненной формулы Стремберга s и d были найдены способом наименьших квадратов. Результаты получились следующими:

$$d = 85 \pm 17 \quad \text{и} \quad s = 17.5 \pm 5.0 \quad \text{км/сек} \qquad (2.10)$$

$$r_{sd} = -0.935 ,$$

где r_{sd} - коэффициент корреляции между ошибками s и d .

Вычисленные по формулам (I.I4), (I.8) и (I.9) Δ и m как функции от σ даны в табл. 2. Графическое изображение результатов дано на рис. I. Кривой изображена зависимость (I.I4), прямыми – изолинии градиента m.

Таблица 2

σ	Δ	$\frac{\varepsilon_\Delta}{\Delta}$	m	V_0	c	v_0	$\frac{\varepsilon_{v_0}}{v_0}$	ξ_0	η_0
7.5	0.05	0.36	0.085	I8.0	I.28	2.4I	0.043	I.80	I.6I
I0	0.I4	0.32	0.093	I8.I	I.26	I.8I	0.044	I.2I	I.I2
I5	0.63	0.25	0.II3	I8.5	I.2I	I.23	0.045	0.79	0.80
20	I.7I	0.2I	0.I36	I9.4	I.I6	0.97	0.046	0.58	0.66
25	3.5	0.I7	0.I54	20.9	I.08	0.84	0.047	0.46	0.6I
30	6.3	0.I4	0.I76	23.3	I.00	0.78	0.048	0.38	0.60
35	I0.2	0.I2	0.I95	26.7	0.92	0.76	0.049	0.32	0.62
40	I4.9	0.I04	0.208	3I.I	0.86	0.78	0.050	0.28	0.65
50	28.3	0.084	0.232	43.9	0.77	0.88	0.053	0.20	0.78
60	46.8	0.075	0.250	6II.9	0.73	I.03	0.056	0.I4	0.93
70	70.9	0.074	0.259	85.8	0.72	I.23	0.059	0.I2	I.II
80	I09	0.073	0.262	II5	0.7I	I.44	0.062	0.I0	I.3I
90	I37	0.073	0.257	I48	0.7I	I.65	0.065	0.09	I.50
I00	I80	0.073	0.246	I94	0.7I	I.94	0.068	0.08	I.76

Как видим, ход Δ получается вполне приемлемым. Поведение же градиента m на первый взгляд кажется несколько странным: с увеличением дисперсии градиент сначала возрастает, но затем, достигая максимума для умеренно сферических подсистем, начинает убывать. Однако, небольшое уменьшение градиента не противоречит формуле асимметрии. Монотонное же возрастание градиента плотности может привести к слишком малым или даже мнимым скоростям вращения сферических подсистем. В связи с этим, отметим, что при каждом фиксированном σ существует некоторое максимальное значение m_{max}, соответствующее невращающейся звездной системе ($V_0 = 0$)

$$m_{max} = \frac{1}{2e}\left(\frac{V_c^2}{\sigma^2} + \lambda\right). \qquad (2.II)$$

Чтобы $\bar{V}_\theta$ не было очень малым, m должно быть заметно меньше m_{max} (см. рис. I).

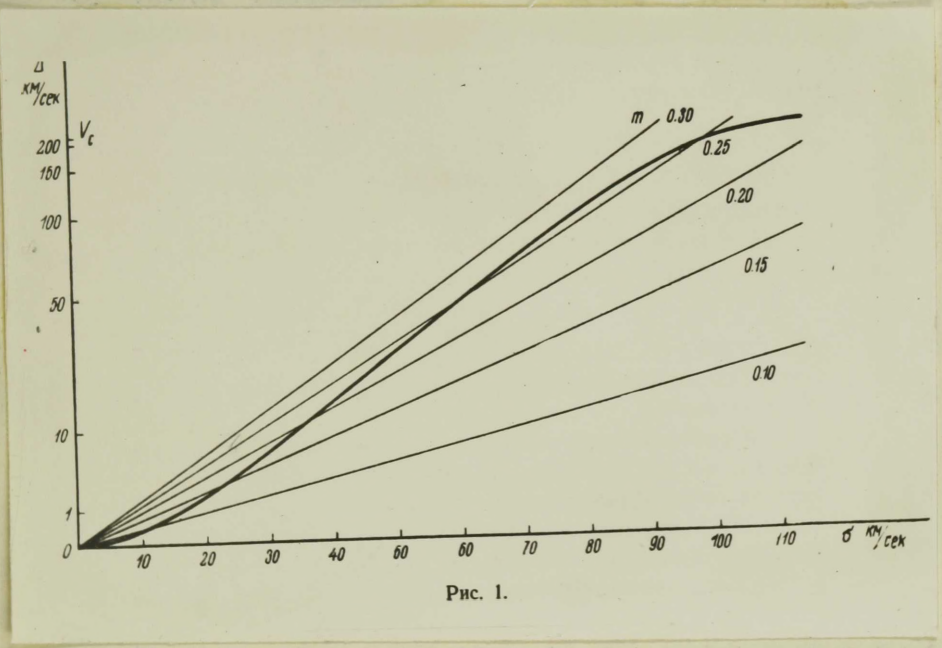


Рис. 1.

Р и с. I

3. Вычисление нормированной скорости центроида

Уточненная формула Стремберга весьма удобна для вычисления нормированной скорости центроида как функции дисперсии скоростей. Знание нормированной скорости центроида необходимо при определении дисперсии скоростей методом, описанным в работе [6], а также при вычислении функции распределения нормированных скоростей (см. [7]).

До сих пор нормированная скорость центроида бралась нами из графика I работы [8]. Это можно было сделать лишь приближенно, так как вычисленные непосредственно по наблюдательным данным скорости искажены весьма сильными случайными флуктуациями. Применение же формулы Стремберга позволяет вывести сглаженные значения нормированной скорости центроида.

Под нормированной скоростью центроида будем подразумевать величину

$$v_0 = \frac{V_0}{\sigma}, \qquad (3.1)$$

где V_0 – скорость центроида некоторой группы звезд относительно Солнца, и σ – попрежнему средняя дисперсия скоростей. Следует отметить, что в работах [6] и [7, 8] нормированная скорость была нами определена соответственно как

$\frac{V_0}{\sqrt{2}\sigma}$ и как $\frac{V_0}{\sqrt{2}\sigma_0}$, где $\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_2^2 + \sigma_3^2)} = \sqrt{\frac{1}{2}(3 - k_1^2)}\,\sigma$

дисперсия, соответствующая малой полуоси двуосного эллипсоида скоростей.

Для вычисления V_0 по величине асимметрического смещения Δ мы допустим, что все центроиды находятся в пространстве скоростей на оси асимметрии, располагающейся в плоскости Галактики под прямым углом к направлению на галактический центр. Из плоского треугольника центроид – точка круговой скорости – точка скорости Солнца, находим

$$V_0^2 = \Delta^2 + V_\odot^2 + 2\Delta \cdot V_\odot \cos\varphi_\odot, \qquad (3.2)$$

где $V_\odot$ – скорость Солнца относительно круговой скорости. При этом для угла $\varphi_\odot$ между векторами Δ и $V_\odot$ имеем

$$\cos\varphi_\odot = \cos B_\odot \cos(l_a - L_\odot). \qquad (3.3)$$

В этой формуле $B_\odot$ и $L_\odot$ – галактические координаты апекса Солнца относительно круговой скорости и $l_a = l_0 + 90^0$ – галактическая долгота направления оси асимметрии (l_0 – долгота центра Галактики).

Далее можно вычислить проекции ξ_0 и η_0 нормированной скорости центроида на ось главного вертекса и на перпендикулярную к ней плоскость. Эти проекции необходимы для вычисления функции распределения нормированных скоростей (см. [7, 8]). Мы имеем

$$\xi_0 = \frac{v_0}{\sqrt{3 - k_1^2}} \cos\varphi_1 \qquad (3.4)$$

и

$$n_0 = \frac{r_0}{\sqrt{3 - k_1^2}} \sin \varphi_1 , \qquad (3.5)$$

где φ_1 – угол между главным вертексом и апексом. В дальнейшем нам необходимо знать величину углов между тремя вертексами и апексом; поэтому выпишем формулы для них:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \cos B \cos (L - L_1), \\ \cos \varphi_2 &= \cos B \sin (L - L_1), \\ \cos \varphi_3 &= \sin B . \end{aligned} \qquad (3.6)$$

Здесь B и L – координаты апекса по отношению к центроиду рассматриваемой группы звезд и L_1 – галактическая долгота главного вертекса*. Мы предположили, что первый вертекс совпадает с галактическим полюсом. Кроме того будем считать, что L_1 является плавной функцией от σ .

Координаты апекса можно вычислить по известному уже положению центроида в пространстве скоростей. Обозначая прямоугольные компоненты вектора V_0 через X , Y и Z (ось Z направлена в точку $b = 90^0$, а ось X в точку $b = l = 0^0$), будем иметь

$$\sin B = \frac{Z}{V_0} , \qquad (3.7)$$

$$\tan L = \frac{Y + \Delta \sin l_a}{X + \Delta \cos l_a} . \qquad (3.8)$$

Численные значения компонентов скорости Солнца относительно круговой скорости мы взяли по П.П.Паренаго [2]:

$$\begin{aligned} &X = 15 \pm 0.8; \quad Y = 7 \pm 0.9 \text{ и } Z = 7 \pm 0.6 \text{ км/сек}; \\ &L_\odot = 26^0 \pm 3^0; \quad B_\odot = 22^0 \pm 2^0; \quad V_\odot = 18 \pm 0.8 \text{ км/сек}. \end{aligned} \qquad (3.9)$$

График, использованный для определения L_1 , приводится на рис. 2. Он также основан на данных работы [2]. Долгота галактического центра бралась по окончательному отсчету

---

*В настоящей работе используется старая система галактических координат.

подкомиссии 33 b МАС [9]. Для l_a соответственно имеем

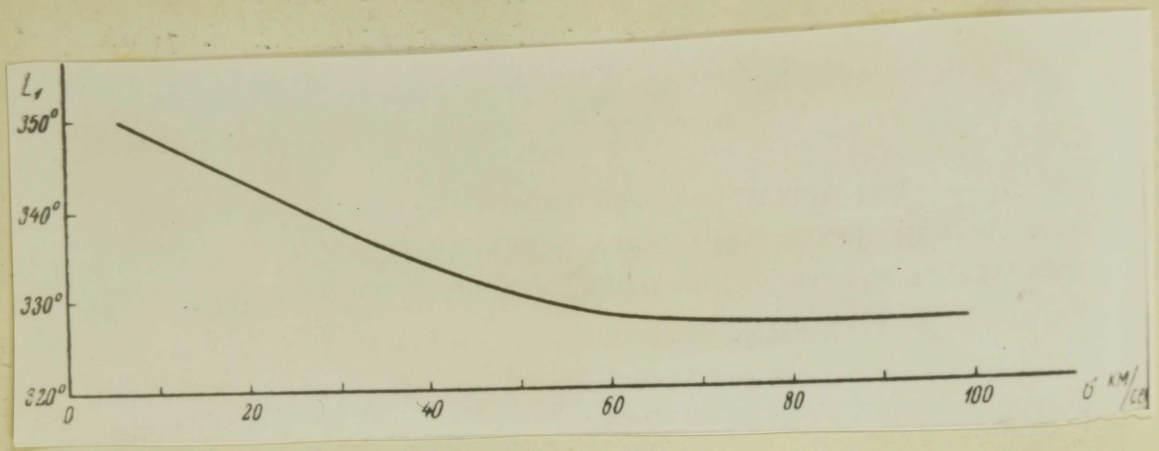


Рис. 2

$$l_a = 57^{\circ}.7 \qquad (3.10)$$

Результаты, полученные для ν_0, ξ_0 и η_0 даны в табл. 2. График ξ_0 и η_0 приводится на рис. 3. Видим, что нормированная скорость ν_0 и ее проекции ξ_0 и η_0 варьируют не в очень широких пределах, как уже отмечалось в работе [8]. Минимальное значение ν_0 имеет у звезд промежуточных подсистем. Значения ν_0, соответствующие наиболее плоским и сферическим подсистемам, примерно в 3 раза больше минимального его значения.

При практическом применении результатов настоящей работы следует иметь в виду, что фактическое значение нормированной скорости центроида несколько отличается от сглаженных ее значений. Это может быть вызвано систематическими отклонениями положения центроида некоторых групп звезд от оси антисимметрии. Однако, обычно отклонения вызваны случайными флуктуациями в распределении звезд.

Ошибку, вызванную случайными флуктуациями, можно вычислить по формуле (если ошибки независимы)

$$\frac{\varepsilon^2_{\nu_0}}{\nu_0^2} = \frac{\varepsilon^2_{\sigma}}{\sigma^2} + \frac{\varepsilon^2_{V_0}}{V_0^2}, \qquad (3.11)$$

Для ошибки дисперсии σ имеем формулу

$$\varepsilon_\sigma = \sigma \sqrt{\frac{b}{N}}\,, \qquad (3.12)$$

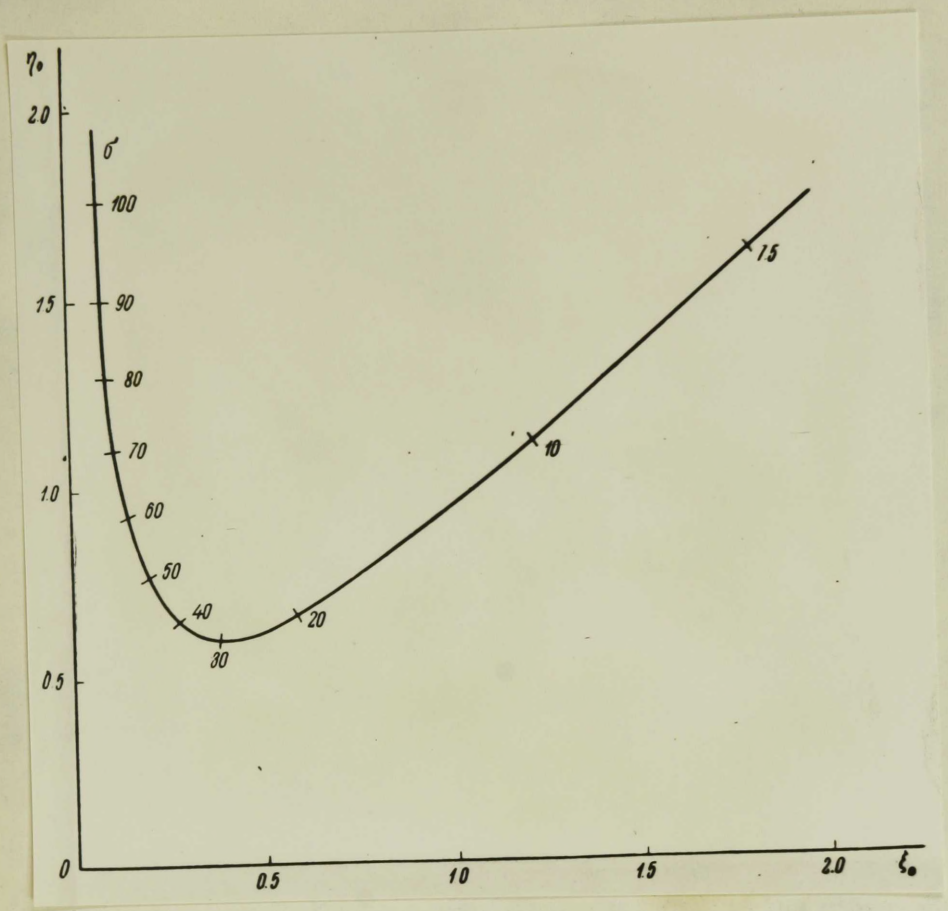


Рис. 3

где

$$b = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{3} (\gamma_i + 2) k_i^4\,, \qquad (3.13)$$

причем γ_i – коэффициент эксцесса. Ошибка же скорости центроида V_0 выражается формулой

$$\varepsilon_{V_0} = \sigma \sqrt{\frac{c}{N}}\,, \qquad (3.14)$$

где

$$c = \sum_{i=1}^{3} k_i^2 \cos^2 \varphi_i\,. \qquad (3.15)$$

Формулы (3.I3) и (3.I5) выведены в допущении, что кинематические характеристики вычисляются по компонентам пространственной скорости, а наблюдательные ошибки не увеличиваются.

Если $\gamma_i = 0$, то $b \approx 0.2$; но так как обычно $\gamma_i > 0$, то b несколько больше. Коэффициент c имеет порядок единицы, он зависит от расположения апекса относительно вертексов. Значения этого коэффициента даются в табл. 2.

Отклонения наблюденных значений нормированной скорости центроида от вычисленных могут быть вызваны и ошибками коэффициентов s и d в законе асимметрии (I.4). Соответствующую ошибку ε_0 нетрудно вычислить по ошибкам Δ, $L_\odot$, $B_\odot$ и $V_\odot$. При этом для ошибки Δ имеем формулу

$$\varepsilon_\Delta^2 = \Delta_s'^2 \varepsilon_s^2 + 2\Delta_s' \Delta_d' r_{sd} \varepsilon_s \varepsilon_d + \Delta_d'^2 \varepsilon_d^2 , \qquad (3.I6)$$

где Δ_s' и Δ_d' - частные производные Δ по s и d (см. выражение (I.I4)). Относительные ошибки Δ, а также ε_0 приведены в табл. 2.

Август I96I

Литература

I. G.Strömberg, Mt.Wilson Contr. 293, 1925.
2. П.П.Паренаго, Труды ГАИШ 20, 26, I95I.
3. Г.Г.Кузмин, Материалы третьего пленума комиссии по звездной астрономии, Тбилиси, I960 (в печати).
4. Г.Г.Кузмин, Tartu Teat., No.3, 1956.
5. A.Blaauw, Trans. IAU 10, 511, 1958.
6. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 33, 35, I955.
7. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 32, 371, I954.
8. Я.Э.Эйнасто, Тарту публ. 32, 231, I952.
9. A.Blaauw, C.S.Gum, J.L.Pawsey, G.Westerhout, M.N., 121, 123, 1960.

ГЛАВА 4

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ВОЗРАСТ ПОДСИСТЕМ ГАЛАКТИКИ

I. Введение. Основными признаками принадлежности некоторой группы звезд к той или иной составляющей Галактики являются характеристики пространственно-кинематической структуры. Параметры пространственного распределения могут быть определены, как правило, по наблюдательному материалу, охватывающему довольно большой объем пространства, что не всегда можно осуществить практически. Кинематические же параметры могут быть определены по материалу из малого объема пространства и имеются поэтому для всех подсистем Галактики. Это делает их особенно подходящими для исследования эволюции Галактики.

Первые обширные исследования кинематики различных звезд были выполнены по лучевым скоростям. В настоящее время эти работы имеют, однако, лишь историческое значение, так как разделение материала по группам выполнено по признакам, которые в настоящее время уже следует считать устаревшими. По более или менее приемлемым критериям разделение материала сделано П.П.Паренаго [I], который по компонентам пространственных скоростей исследовал почти все известные тогда группы звезд. Из более свежих источников кинематических данных отметим сводку Делея [2].

Для исследования структуры и эволюции Галактики по кинематическим данным последние должны быть репрезентативными. Под этим мы понимаем как отсутствие наблюдательной селекции, которая может исказить кинематические характеристики, так и отсутствие влияния случайных и систематических наблюдательных ошибок. Ни материал Паренаго, ни сводка Делея не являются вполне репрезентативными, так как при опреде-

лении кинематических характеристик не уделено должное внимание указанным обстоятельствам.

В настоящей работе мы критически рассмотрели опубликованные определения кинематических характеристик с целью вывода репрезентативных оценок характеристик. Сделана и попытка калибровать характеристики во времени, т.е. определить возраст соответствующих подсистем Галактики.

2. Кинематические характеристики подсистем Галактики. В табл. I приведена сводка кинематических характеристик всех основных подсистем Галактики. В сводку включены основные источники, начиная с работы П.П.Паренаго [I], которые оказались при критическом рассмотрении достаточно репрезентативными.

Особое внимание уделялось группам, для которых можно найти возраст звезд, а также группам, которые несут существенную для понимания эволюции Галактики информацию.

Обозначения в таблице следующие. В первом столбце дается порядковый номер группы объектов, эта нумерация применяется и на рис. I - 4. Во втором столбце указывается тип объектов, в третьем - метод получения кинематических характеристик (21-см - по радионаблюдениям нейтрального водорода - V_i - по компонентам пространственной скорости, V_r - по лучевым скоростям, V_t - по тангенциальным скоростям, V_s - по полным пространственным скоростям). В четвертом столбце дано число объектов n, в пятом - средняя дисперсия скоростей

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_R^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2)}, \qquad (1)$$

в шестом - гелиоцентрическая скорость центроида в направлении галактического вращения, в следующих столбцах - квадраты отношения дисперсий

$$k_\theta = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2}, \quad k_z = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2}. \qquad (2)$$

В предпоследнем - возраст группы звезд в миллиардах лет, и, наконец, источник данных.

Дисперсия σ вычислялась на основе опубликованных значений σ_R , σ_θ , σ_z или была нами найдена по V_i или V_2 отдельных звезд, причем в последнем случае была использована методика гл. 2.

Ошибки σ и $\bar{V}_\theta$ найдены по опубликованным данным или вычислены нами по формулам гл. 2. Об определении возраста будет сказано ниже в § 4.

Распределение собранного материала по $\bar{V}_\theta$ и σ дано на рис. I. Непрерывной кривой изображена средняя зависимость между $\bar{V}_\theta$ и σ . В отличие от гл. 3 мы не пытались найти математическое выражение для этой зависимости, так как при этом могут потеряться некоторые существенные с точки зрения эволюции Галактики детали (см. гл. 21).

3. Влияние селекции и наблюдательных ошибок. При исследовании кинематической структуры главной последовательности мы уделили особое внимание тщательному учету селекции по скоростям и влиянию случайных наблюдательных ошибок [18, 43]. Селекция и влияние ошибок параллаксов учетены и в работе Велау [20]. В остальных исследованиях эти факторы игнорируются целиком или их учет выполняется по слишком упрощенной методике, не гарантирующей должной точности результатов.

Чтобы проиллюстрировать, насколько существенен учет этих факторов, мы приводим на рис. 2 кинематические характеристики звезд главной последовательности по данным Паренаго [I], Велау [20], и Эйнасто [18]. Видим, что ~~как~~ дисперсии, ~~так и скорость центроида~~ по Паренаго заметно больше, чем по другим источникам. Что касается данных Велау и Эйнасто, то они не вполне согласуются между собой. Так как у нас нет оригинального материала Велау, то трудно выяснить окончательно причины расхождения. По всей вероятности оно вызвано тем, что учет влияния наблюдательных ошибок у Велау не полный (влияние ошибок собственных движений и лучевых скоростей игнорируется). Но не исключена и возможность, что в использованном нами материале даны преувеличенные оценки ошибок исходных данных, что приводит к переисправлению кинематических характеристик. Пока мы приняли дисперсии

звезд главной последовательности по нашему определению.

Кинематические характеристики, при определении которых селекция и наблюдательные ошибки учтены, подчеркнуты в табл. I.

Хотя на необходимость учета этих факторов было указано уже давно, этот аспект в почти всех последующих работах игнорировался. Исключением является работа Михаловской и Смака [29], где учитывается отсутствие звезд с малыми скоростями. В аналогичных работах Ясуда [44] и Эггена [45] селекция не учтена и результаты этих работ не могли быть использованы. Более того, Эгген [46] проводит разделение звезд на плоскую и промежуточную подсистему по их расположению на диаграмме компонентов пространственных скоростей (V_R , V_θ); звезды внутри некоторой области считаются принадлежащим к плоской подсистеме, а звезды вне этой области - к промежуточной. Этим игнорируется как наличие "хвоста" распределения скоростей звезд плоской подсистемы, так и наличие звезд с малыми скоростями в промежуточной подсистеме.

Не мог быть использован и обширный каталог компонентов пространственных скоростей Эггена [47], так как система фотометрических параллаксов в нем произвольна, как указывается в [48].

4. Определение возраста подсистем. Одна из основных целей настоящей работы - установить соответствие между кинематическими характеристиками и возрастом подсистем.

Для звезд первой части главной последовательности возраст был найден либо по уклонению от линии нулевого возраста по рис. I гл. 22, либо по среднему спектральному типу. Максимальный возраст звезд на главной последовательности может быть определен по трекам Айбена (см. гл. 22). Быстрый уход с главной последовательности начинается с точки № 3 по Айбену. Оказывается, что соответствующий возраст связан с визуальной светимостью простой формулой ($M_V \leq 5^m$)

$$\log t_3 = 8.19 + 0.353\, M_V .$$

Эта формула дает максимальный возраст звезд. У ранних звезд средний возраст равен половине максимального возраста.

В поздних спектральных типах нужно учесть еще то обстоятельство, что старые звезды определенного спектрального типа имеют большую дисперсию скоростей, их подсистема толще и, следовательно, пространственная плотность вблизи плоскости Галактики меньше. Так как коллектив звезд для определения кинематических характеристик звезд-карликов был собран из окрестности Солнца, то старые звезды в нем представлены в уменьшенном числе. Поэтому для звезд F8-G9 принят средний возраст, несколько меньший половины максимального возраста. Для более поздних спектральных типов трудно оценить количественно этот эффект, для них мы не пытались найти средний возраст.

Субгигантам, белым карликам и планетарным туманностям присвоен возраст, равный половине возраста всей Галактики. Эти объекты имеют очень большой разброс возрастов, но преобладают старые звезды, что и оправдывает нашу оценку.

Наиболее молодые мириды с начальной массой около $2.5\,m_\odot$ имеют возраст несколько меньше миллиарда лет. Но разброс периодов мирид одинакового возраста довольно большой [49, 50], поэтому мириды группы 29 g имеют заметно больший средний возраст, который мы приняли равным 2 миллиарда лет.

Звездам с наибольшей дисперсией скоростей и скоростью центроида (короткопериодические цефеиды с $P \geqslant 0^d.6$) мы приписали возраст, равный возрасту всей Галактики. По нашей оценке (гл. 23) возраст Галактики равен приблизительно 10 миллиардам лет.

Из рисунка 1 видим, что около точки $-\bar{V}_\theta = \sigma = 50$ км/сек происходит переход объектов с дефицитом металлов, которые мы причисляем к гало, к объектам нормального химического состава. Данные химической эволюции Галактики показывают [51, 52], что обогащение межзвездной среды тяжелыми элементами происходило очень интенсивно в начальной фазе развития Галактики и что потом средний состав почти не менялся. По этим же данным (см. гл. 23) вторая фаза длится около 9 миллиардов лет. Итак, в области точки $-\bar{V}_\theta = \sigma = 50$ км/сек мы можем считать образование гало законченным, откуда же начинается последовательность объектов галактического диска.

Вопрос о длительности образования гало и возможного временного перекрытия объектов гало и диска оживленно дискутируется в литературе. Эгген, Сэндидж и Линден-Белл считают [53, 54, 55], что гало образовалось быстро, в течение нескольких сот миллионов лет. С другой стороны, Рууд и Айбен [56] поддерживают более длительное образование гало, причем последние объекты гало могли образоваться после начала образования объектов диска. Рис. I показывает, что некоторое временное перекрытие в образовании объектов гало и диска вполне возможно. Наши вычисления показывают также (см. гл. 21), что образование гало могло произойти несколько медленее, чем считали Эгген, Сэндидж и Линден-Белл. Но остаются в силе и аргументы указанных авторов в пользу достаточно короткой шкалы времени образования гало.

Исходя из вышеизложенных аргументов мы выбрали относительный возраст ряда объектов гало. Шаровым скоплениям как объектам с достаточно большим значением отношения полуосей эллипсоидов равных плотностей (гл. 20) мы приписали возраст больше среднего возраста всего гало, а миридам с периодом 150 - 200 дней - возраст 9.2×10^9 лет. Мириды такого периода встречаются в шаровых скоплениях, относительно богатых металлами [57 - 59], которые, судя по другим данным, моложе нормальных скоплений.

На рис. 3 изображена найденная зависимость σ и $\overline{V_\theta}$ от возраста подсистем t_s. При определении зависимости для объектов диска мы использовали в основном данные нашей работы [18], где учет селекции и влияния наблюдательных ошибок был выполнен особенно тщательно. При определении зависимости $\overline{V_\theta}(t)$ мы учитывали обстоятельство, что учет селекции и ошибок примерно пропорционально влияет как на σ, так и на $\overline{V_\theta}$, так что точки существенно не смещаются со средней зависимости на рис. I. Кривые на рис. 3 рассматриваются, следовательно, как параметрическое представление средней зависимости на рис. I. Найденные возрасты Галактики в момент образования подсистемы t_p нанесены на среднюю зависимость рис. I штрихами.

5. Отношение полуосей эллипсоида скоростей является важным параметром, характеризующим локальную структуру Га-

лактики. Собранные данные позволяют получить новые оценки этих параметров.

Как мы увидим ниже (гл. 21), очень молодые подсистемы отклоняются от стационарности, а для старых подсистем не соблюдается зависимость между отношениями дисперсий скоростей, выведенная для плоских подсистем. Поэтому при выводе средних значений отношений дисперсий скоростей k_θ и k_z будем использовать только подсистемы в интервале дисперсий от 15 до 50 км/сек. Взятые из таблицы I k_θ и k_z в этом интервале σ даны в табл. 2.

При выводе средних значений k_θ и k_z нужно учесть и влияние наблюдательных ошибок, которые округляют эллипсоид скоростей. Далее нужно учесть кинематическую неоднородность материала, которая вследствие асимметрического смещения центроида увеличивает отношение дисперсий k_θ. Теория учета этих факторов дана Эдлсалу [60]. Величина поправок Δe и Δh оценена на основании имеющихся данных о неоднородности данной группы звезд и средних ошибок параллаксов, поправки даны в таблице 2, также как и исправленные значения параметров k_θ и k_z, их средние значения и ошибки.

6. Круговая скорость в окрестности Солнца. Собранный материал позволяет вычислить и круговую скорость в окрестности Солнца по теоретической формуле асимметрии Стремберга [61]

$$V_i^2 - (G_i + m_0)\,\sigma_{Ri}^2 = V^2 , \qquad (3)$$

где V_i - галактоцентрическая скорость вращения подсистемы i, σ_{Ri} - дисперсия скоростей в радиальном направлении подсистемы, V - круговая скорость,

$$G_i = \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln R} \qquad (4)$$

- градиент логарифма плотности и

$$m_0 = (1 - k_\theta) + n_R (1 - k_z) \qquad (5)$$

- общая для всех подсистем величина. Обозначения такие

же, как в формуле (2.10) гл. II.

Галактоцентрическую скорость центроида V_i можно выразить через θ -компонент гелиоцентрической скорости центроида $\bar{V}_\theta$ при помощи формулы

$$V_i = V + (\bar{V}_\theta - V_\theta) , \qquad (6)$$

где $V_\odot$ - θ -компонент скорости Солнца относительно круговой скорости.

Пользуясь собранным материалом о кинематических характеристиках подсистем и данными [62] о градиенте плотности, мы нашли по плоским подсистемам

$$V_\odot = -9.0 \pm 0.2 \quad \text{км/сек} \qquad (7)$$

а по промежуточным и сферическим подсистемам

$$V = 226 \pm 21 \text{ км/сек.} \qquad (8)$$

Ошибка результата довольно большая, она вызвана ошибками как градиента плотности, так и дисперсии скоростей.

Отметим, что этот способ определения круговой скорости был применен раньше П.П.Паренаго [1].

Май 1964

Дополнено в сент. 1971

Литература

1. П.П.Паренаго, Труды ГАИШ, 20, 26, 1951.
2. I.Delhaye, Stars and Stellar Systems V, (eds. A.Blaauw, M.Schmidt), p. 61, 1965.
3. K.Kwee, C.A.Muller, G.Westerhout, B.A.N. 12, 211, 1954.
4. G.Westerhout, B.A.N. 13, 201, 1957.
5. M.Schmidt, B.A.N. 13, 247, 1957.
6. V.R.Venugopal, W.A.L.Shuter, A.J. 72, 534, 1967.
7. J.S.Plaskett, J.A.Pearce, Victoria Publ. V, 195, 1931.

8. О.А.Мельников, А.Ж. 24, 73, 1947.
9. A.Blaauw, B.A.N. 11, 459 y 1952.
10. П.П.Паренаго, Пер. звезды, 6, № 3, 1947.
11. B.Takase, A.J. 68, No.2, 80, 1963.
12. R.P.Kraft, M.Schmidt, Ap.J. 137, 249, 1963.
13. M.W.Feast, M.Schuttleworth, M.N. 130, 245, 1965.
14. V.C.Rubin, J.Burley, A.J. 69, 80, 1964.
15. H.L.Johnson, S.N.Svolopoulos, Ap.J. 134, 868, 1961.
16. O.J.Eggen, Observatory, 79, 197, 1959.
17. R.W.Day, P.A.S.P. 87, 866, 1970.
18. J.Einasto, Tartu Publ. 32, 371, 1954.
19. O.J.Eggen, M.N. 120, 448, 1960.
20. A.W.Wehlau, A.J. 62, 169, 1957.
21. J.B.Alexander, M.N. 118, 161, 1958.
22. E.R.Dyer, Jr. A.J. 61, 228, 1956.
23. G.S.Mumford, A.J. 61, 224, 1956.
24. J.Einasto, Tartu Publ. 33, 57, 1955.
25. W.Gliese, Z.Ap. 45, 293, 1958.
26. A.N.Vyssotsky, A.Skumanich, A.J. 58, 96, 1953.
27. N.G.Roman, Ap.J. 112, 554, 1950.
28. N.G.Roman, Ap.J. 116, 122, 1952.
29. A.Michalowska, J.Smak, Acta Astr. 10, 179, 1960.
30. O.J.Eggen, M.N. 120, 430, 1960.
31. C.Wirtz, A.N. 215, 281, 1922.
32. П.П.Паренаго, Пер. звезды 6, 102, 1947.
33. Е.Д.Павловская, А.Ж. 33, 660, 1956.
34. П.П.Паренаго, Сообщ. ГАИШ, № 30, 1949.
35. M.W.Feast, M.N. 125, 367, 1963.
36. J.I.Smak, G.W.Preston, Ap.J. 142, 943, 1965.
37. Е.Д.Павловская, Пер. звезды 9, 349, 1953.
38. P.Notni, Wiss. Zeitschrift Univ. Jena, Math.-Naturwiss. Reihe, 6, 3/4, 145, 1956.
39. G.W.Preston, Ap.J. 130, 507, 1959.
40. T.D.Kinman, M.N. 119, 559, 1959.
41. A.G.D.Philip, Ap.J. 158, L 113, 1969.
42. K.M.Yoss, A.J. 67, 757, 1962.
43. J.Einasto, Tartu Publ. 33, 35, 1955.
44. H.Yasuda, Tokyo Ann. Ser. II, 7, 47, 1961.
45. O.J.Eggen, Roy. Obs. Bull. No. 84, 1964.

46. O.J.Eggen, P.A.S.P. 81, 741, 1969.
47. O.J.Eggen, Roy. Obs. Bull. No. 51, 1962.
48. W.Weller, H.Grull, Jr., I.Hynek, Ap.J. 153, 349, 1968.
49. J.I.Smak, Ann. Rev. Astr. Astroph. 4, 19, 1966.
50. M.W.Feast, Obs. 85, 16, 1965.
51. O.J.Eggen, A.Sandage, Ap.J. 158, 669, 1969.
52. A.G.W.Cameron, J.W.Truran, R.A.S.Can. Journ. 65, 1, 1971.
53. O.J.Eggen, D.Lynden-Bell, A.Sandage, Ap.J. 136, 748, 1962.
54. A.Sandage, Ap.J. 157, 515, 1969.
55. A.Sandage, Ap.J. 162, 841, 1970.
56. R.Rood, I.Iben,Jr., Ap.J. 154, 215, 1968.
57. H.Arp, F. Brueckel, J.v.B.Lourens, Ap.J. 137, 228, 1963.
58. A.Sandage, L.L.Smith, R.H.Norton, Ap.J. 144, 894, 1966.
59. L.Rosino, Ap.J. 144, 903, 1966.
60. H.Eelsalu, Tartu Publ. 33, 153, 1958.
61. J.Einasto, S.A.Kutuzov, Tartu Teated No. 11, 11, 1964.
62. A.Blaauw, M.Schmidt (eds.), Stars and Stellar Systems 5, 1965.

Табл. I

No	Object	Method	n	σ	$-V_\theta$	K_θ	K_z	$10^9 \frac{t}{a}$	Ref.
0	Interst. H	21-cm		5.5±0.4	14.5±2.6				3 - 6
	Interst. ca			6.0 1.0	15.5 0.8				7 - 9
				5.6 0.4	15.4 0.8			0.00	
1	δ Cep	V_i	20	8.4 0.8	16.4 1.6	0.53	0.20		10
		V_r	100	10.0 0.5	13.8 1.2				11, 12
				9.5 0.4	14.4 1.0				
2	Supergiants	V_i	213	9.8 0.3	11.7 0.6	0.66	0.36		1
3	B	V_r	560	10.3 0.4	14.2 0.8			0.01	13, 14
4	Open clusters	V_r		11.9 1.4				0.03	15
	A dwarfs								
5	A_p, A_m	V_i	62	11.2 0.7	7.6 0.8			0.3	16
		V_r	147	10.0 0.7	15.0 2.5				17
				10.6 0.6	8.0 0.8				
6	B7 - A8	V_i	114	12.4 0.5	9.4 1.0	0.31	0.14	0.18	1
7	A5 - A9	V_t	150	11.1 0.6				0.53	18
8	B9-F0, A_p, A_m	V_i	111	11.9 0.6	7.9 1.0	0.31	0.18		19
9	A0-F3	V_i	89	14.0 0.7	7.7 1.6	0.21	0.20	0.40	20
10.	A0	V_i	475	15.2 0.8	14.2 0.8	0.44	0.25	0.18	21
	F dwarfs								
11	F0 - F4	V_t	264	12.9 0.6				0.95	18
	A9 - F4	V_i	290	18.5 0.6	10.4 0.9	0.36	0.18		1
				12.9 0.6	10.4 0.9				
12a	F5 - F7	V_t	230	15.6 0.8				1.54	18
b	F5 - F7	V_i	177	24.1 0.8	17.7 1.6	0.45	0.28		1
c	F4 - F8	V_i	88	20.8 1.0	12.2 2.4	0.42	0.41		20
	Late dwarfs								
13	F8 - G2	V_t	261	20.4 1.0				2.6	18
14	G3 - G9	V_t	175	22.9 1.3				3.1	18
15	K0 - K7	V_t	123	18.1 1.1					18

Табл. I

No	Object	Method	n	σ		$-V_\theta$		K_θ	K_z	t 10^9 a	Ref.
16	F8 - K6	V_i	522	35.7±0.7		31.4±1.3		0.35	0.23		1
	F9 - K6	V_i	228	22.2	0.7	20.2	1.6	0.34	0.26		20
				22.2	0.7	20.2	1.6	0.34	0.26		
17	M	V_t	347	15.6	1.0						18
	M	V_i	170	32.9		22.5		0.31	0.24		1
	K8 - M6	V_i	112	24.5	1.0	16.2	2.5	0.46	0.31		20
	M	V_i, V_t	305	26.3	0.5	17.1	1.4	0.62	0.34		22,23
				24.5	1.0	16.2	2.5	0.46	0.31		
18	dMe	V_i	106	15.2	0.9	10.2	1.4	0.37	0.18		24,25
19	Strong line stars	V_t	898	16.8	0.9	9.9	0.6				26
	—— " ——	V_s	258	17.3	1.0						27,28
				17.0	0.7	9.9	0.6				
20a	Weak line stars	V_t	300	27.2	2.1					4	18
	—— " ——	V_t	581	25.9	0.8	18.1	1.0				26
	—— " ——	V_s	267	27.4	0.8						27,28
				26.8	0.6	18.1	1.0				
20b	High vel. dwarfs	V_r	91	25.7	2.3	29	5				29
	Giants										
21	gA - gG8	V_i	404	19.6	0.4	11.5	0.8	0.46	0.29		1
22	gG9 - gM	V_i	921	23.7	0.4	17.5	0.7	0.47	0.29		1
	MIII	V_i	226	24.0	0.7	21.0	1.7	0.85	0.34		19
				23.8	0.4	18.7	0.7	0.55	0.30		
23	red variables	V_i	130	30.8	1.2	22.6	2.3	0.55	0.44		1
24a	High vel. giants	V_r	308	38.5	2.0	66	4				29
24b	—— " ——	V_i	20	74	8	103	16	0.36	0.25		1
	M giants										
25a	6N ≤ -0.17	V_i	6	62	12	74	21				42
b	-0.17 < CN ≤ -0.09	V_i	22	40	4	35	7				
c	-0.09 < CN ≤ -0.01	V_i	73	26	1.4	18	2.5				
d	-0.01 < CN ≤ 0.07	V_i	67	22	1.3	15	2.3				
e	0.07 < CN	V_i	18	17	1.9	8	3.4				

No	Object	Method	n	σ		$-\bar{V}_\theta$		κ_θ	κ_z	$t_{10^9 a}$	Ref.
	Popul. II										
26a	Subgiants	V_i	112	31.7	±1.3	27.0	±2.5	0.41	0.31	5	1
b	—— " ——	V_i	51	40.4	2.7	41	5	0.42	0.31		30
				34	1	32	2				
27	Planet. neb.	V_r	96	35	3	29	3	0.60	0.20		31
	White dwarfs	V_t	50	33	3	40	3	0.38	0.20		32
	—— " ——	V_t	27	37	5	37	5	0.43	0.25		33
				35	2	34	2	.50	.21	5	
28	Subdwarfs	V_i	141	98	5	136	9	0.59	0.26		34
	—— " ——	V_r	46	75	10	127	19				29
				93	4	134	8	0.59	0.26	9.5	
29	Long per. var.	V_r									35,36
a	$p \leq 150$		37	54		50		0.42	0.55		
b	$150 \leq p < 200$		76	88		79		0.94	0.42	9.2	
c	$200 \leq p < 250$		129	52		63		1.10	1.47		
d	$250 \leq p < 300$		129	46		34		0.59	0.19		
e	$300 \leq p < 350$		134	32		31		0.49	0.76		
f	$350 \leq p < 410$		83	38		19		1.59	0.36		
g	$410 \leq p$		51	35		15.6				2	
30	RR Lyr var.										
a	I	V_i, V_r	34	77	11	72	21				37
b	II	V_i, V_r	98	118	10	162	24	0.77	0.25		37
c	I	V_r	38	38	5	30	11	0.83	0.25		38
d	II	V_r	21	129	16	217	31	0.41	0.59	10.0	38
e	$0 \leq \Delta S \leq 2$	V_r	16	55	11	55	11			9.0	39
f	$3 \leq \Delta S \leq 4$	V_r	10	85	22	115	22				39
g	$5 \leq \Delta S \leq 10$	V_r	27	105	17	185	17				39
h	c	V_r	14	55	12	104	29				40
i	ab $P < 0^d.4$	V_r	11	44	11	45	27			9.0	
j	ab $0.4 \leq p < 0.5$	V_r	37	100	14	120	29				
k	$0.5 \leq p < 0.6$	V_r	46	108	13	182	30				
l	$0.6 \leq p$	V_r	21	93	17	220	45			10.0	
31	Glob. clusters	V_r	70	120	12	182	30			9.7	40
32	Hor. branch stars	V_r	12	92*	12						41

* σ_z

Табл. 2

No.	k_θ	$-\Delta_e$	$-\Delta_h$	$(k_\theta)_0$	k_z	$-\Delta_e$	$(k_z)_0$
10	0.44	0.01	0.00	0.43	0.25	0.005	0.245
12	0.44	0.01	0.00	0.43	0.32	0.005	0.315
16	0.34	0.01	0.01	0.32	0.26	0.005	0.255
17	0.46	0.01	0.03	0.42	0.31	0.005	0.305
18	0.37	0.01	0.00	0.36	0.18	0.005	0.175
21	0.46	0.01	0.00	0.45	0.29	0.005	0.285
22	0.55	0.01	0.10	0.44	0.30	0.005	0.295
23	0.55	0.01	0.10	0.44	0.44	0.005	0.435
26	0.41	0.01	0.02	0.38	0.31	0.005	0.305
27	0.50	0.01	0.06	0.43	0.21	0.005	0.205
				0.410 ± 0.015			0.278 ± 0.010

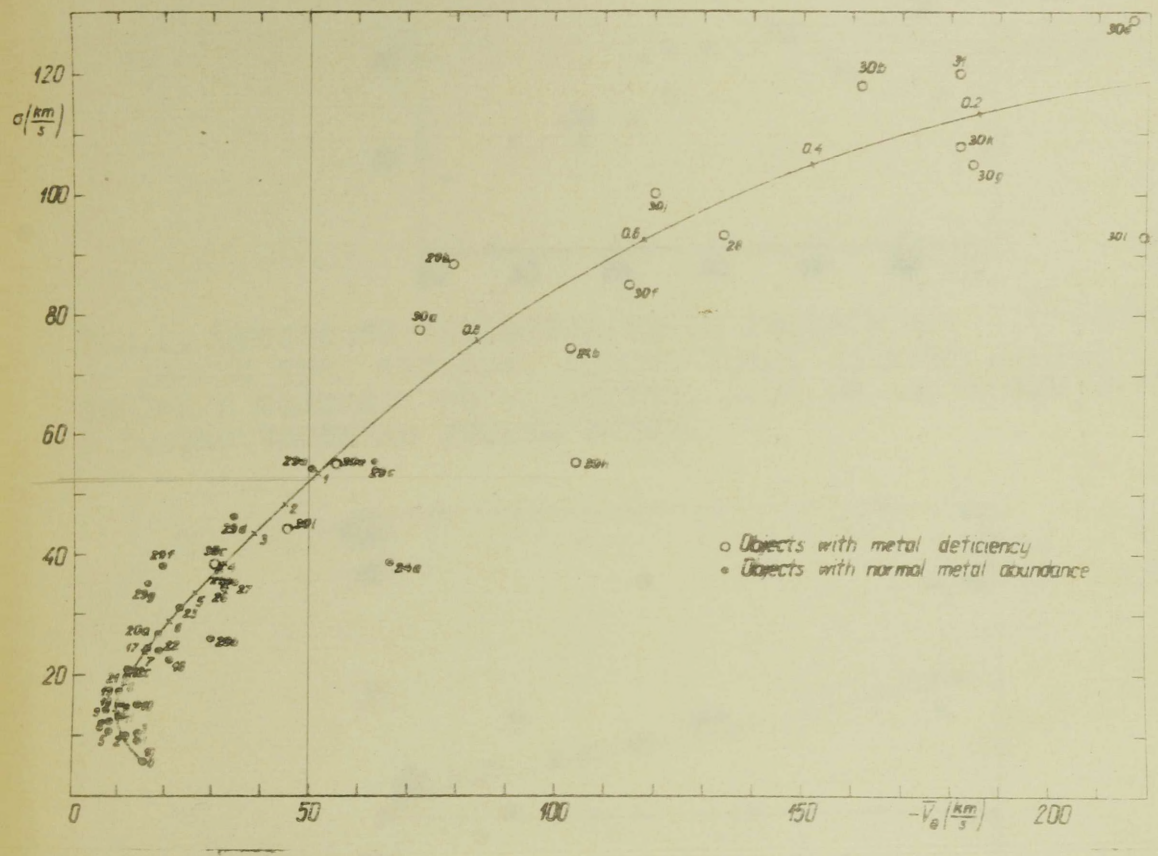


Рис. I. Зависимость между средней дисперсией скоростей σ и гелиоцентрической скоростью центроида V_e для различных подсистем Галактики. Подсистемы звезд разного химического состава отмечены разными знаками; нумерация подсистем – согласно табл. I. Кривая изображает среднюю зависимость; указан возраст Галактики в миллиардах лет в момент образования подсистемы с данными кинематическими характеристиками.

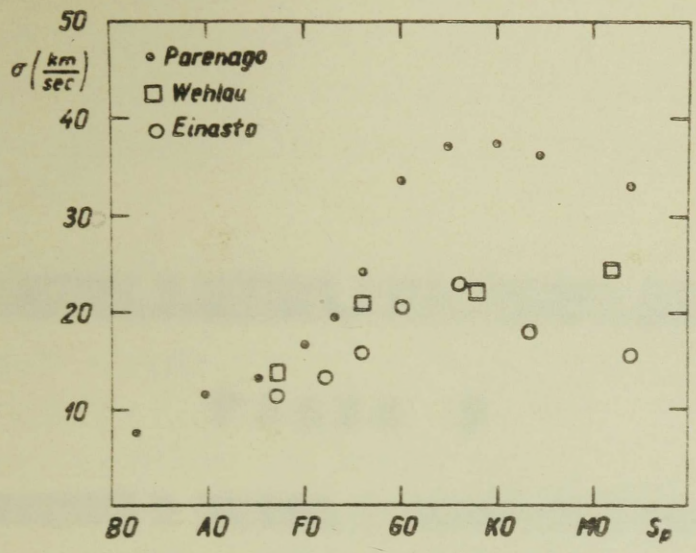


Рис.2. Дисперсия скоростей звезд главной последовательности по данным трех авторов. Хорошо видно влияние наблюдательных ошибок и селекции по скоростям, которые не учтены Паренаго и только частично учтены Велау.

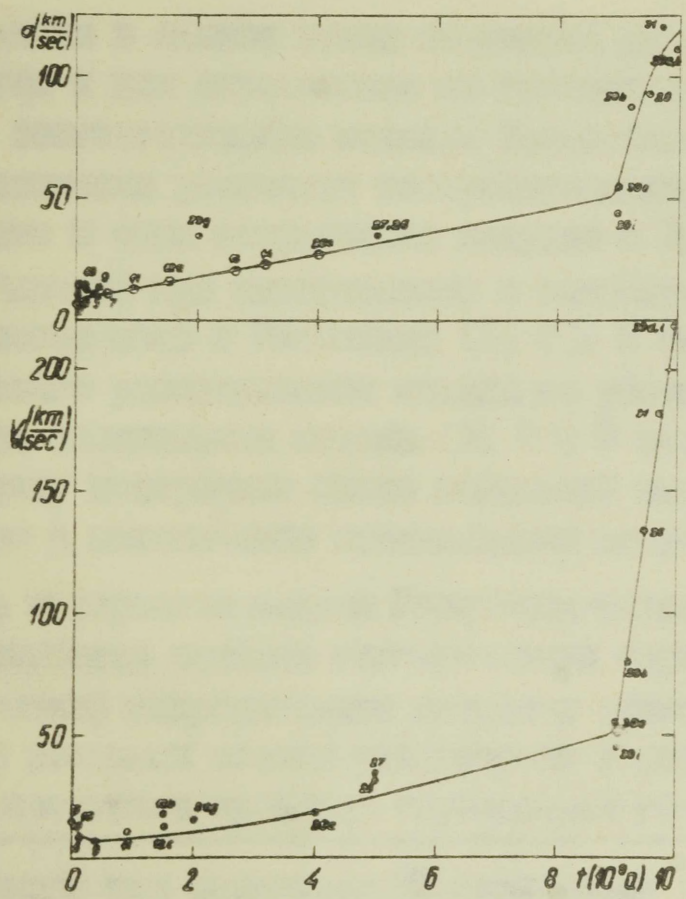


Рис. 3. Зависимость средней дисперсии скоростей и гелиоцентрической скорости центроида от возраста подсистем. Нумерация подсистем - согласно табл. I. Открытыми кружками в верхней половине рисунка указаны подсистемы, при определении дисперсии скоростей которых учитывалось влияние наблюдательных ошибок.

Б. МОДЕЛЬ ГАЛАКТИКИ И СИСТЕМА ГАЛАКТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

ГЛАВА 5

МОДЕЛЬ ГАЛАКТИКИ И СИСТЕМА ГАЛАКТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ. ПЕРВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ *

I. Введение

Для сведения в единое целое имеющихся данных о строении звездных систем и для определения их гравитационного поля используются соответствующие модели. Естественно, что особенно много внимания уделяется построению модели нашей Галактики. Работы в этом направлении ведутся в Тарту уже свыше десяти лет. Вначале нас интересовало в основном только радиальное распределение масс в Галактике [1, 2]. В отношении же пространственного распределения модели не уточнялись или использовались специальные модели [3, 4]. В настоящее время мы ставим задачу построения более детальной модели Галактики, не связывая ее с какими-либо специальными допущениями.

Проблема построения модели Галактики тесно связана с проблемой построения системы галактических параметров и применением уравнений гидродинамики звездных систем. Вопросы гидродинамики звездных систем рассмотрены в работе Г.Г.Кузмина [5], а постановке проблемы определения галактических

---

* Опубликовано под названием "О построении составной модели Галактики и определении системы галактических параметров" в Трудах астрофизического инст. АН Каз ССР 5, стр. 87 - 100, 1965. (Материалы всесоюзного совещания, состоявшегося в Алма-Ате 10 - 16 октября 1963 года).

параметров посвящена статья С.А.Кутуэова [6]. В настоящей статье рассматривается проблема построения модели Галактики и определения систем галактических параметров с практической точки зрения, приводятся некоторые предварительные результаты вычислений.

Основным звеном при построении модели Галактики является определение функции распределения масс в ней. В первом грубом приближении можно допустить, что поверхности равных плотностей в Галактике представляют собой подобные эллипсоиды вращения, имеющие общую ось и плоскость симметрии. В таком допущении радиальное распределение массы находится по круговой скорости решением интегрального уравнения:

$$V^2(X) = G \int_0^x \frac{\mu(a)\,da}{\sqrt{x^2 - e^2 a^2}}, \qquad (1)$$

где V – круговая скорость в плоскости симметрии системы; G – постоянная тяготения; x – расстояние от оси симметрии; a – большая полуось эллипсоида равной плотности; $e = \sqrt{1-\varepsilon^2}$, причем ε – отношение полуосей эллипсоида и, наконец, $\mu(a)da$ – масса, заключенная между эллипсоидами с большими полуосями a и $a+da$. Величины a и x целесообразно выразить в единицах расстояния Солнца от центра системы R_0. В таком случае для функции массы $\mu(a)$ имеем выражение:

$$\mu(a) = 4\pi R_0^2 \varepsilon \rho_0 a^2 \rho^*(a), \qquad (2)$$

где $\rho^*(a)$ – пространственная плотность массы на поверхности эллипсоида с большой полуосью a в единицах околосолнечной плотности ρ_0.

Различными авторами предложено несколько вариантов уравнения (1) и способа его решения. Так, Уайз и Мэйол [7], а также Шарипльд [8] рассматривают плоскую модель звездной системы. В этом случае $\varepsilon \to 0$ и $\rho \to \infty$, но μ остается конечным. Вместо μ они используют поверхностную плотность σ, составляя интегральное уравнение для нее. С функцией массы поверхностная плотность связана простым интегральным соотношением (см.[2]).

Кузмин [I, 2], Перек [9, I0] и Такасе [II] представляли Галактику уже в виде неоднородного эллипсоида. В этом случае имеем пространственную модель системы. Однако фактически поверхности равной плотности не являются подобными эллипсоидами. Чтобы устранить этот недостаток, Кузмин [2] предложил обобщенную сфероидальную модель, состоящую из большого количества отдельных сфероидов. Наличие сфероидов учитывалось введением некоторых средних значений ε и e^2 как функций a.

В обобщенной модели Кузмина имеем уже три неизвестные функции $\rho(a)$, $\varepsilon(a)$ и $e^2(a)$. Ясно, что решить одно интегральное уравнение с тремя неизвестными функциями невозможно. Если не привлечь дополнительный наблюдательный материал о распределении плотности и отношении полуосей отдельных подсистем и интересоваться не только определением функции массы или поверхностной плотности, но и пространственной плотности Галактики, то более естественным и простым является рассмотрение подсистем в явном виде, не прибегая к средним ε и e^2. Такого пути и придерживалось большинство авторов, занимающихся в последнее время изучением распределения масс в Галактике (Шмидт [I2], Перек [I3], Идлис [I4]).

В отношении отдельных подсистем Галактики, если они представляют собой физически однородные группы звезд, можно предположить с гораздо лучшим приближением, чем для Галактики в целом, что поверхности равной плотности являются подобными эллипсоидами вращения. Функция массы $\mu_i(a)$ и отношение полуосей эллипсоида ε_i, конечно, различны для различных подсистем. Суммируя вклад отдельных подсистем в V^2, получим:

$$V^2(X) = 4\pi G R_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \int_0^{\infty} \frac{a^2 \rho_i^*(a)\,da}{\sqrt{x^2 - e_i^2 a^2}}. \qquad (3)$$

В уравнении (3), с той или иной точностью, известны как функции круговой скорости V, так и функции распределения плотности подсистем ρ_i^*. Приближенно известны и параметры этой формулы – R_0, ε_i и ρ_{0i}. Поэтому выражение (3) следует рассматривать не как интегральное уравнение для определения распределения масс в Галактике, а как уравнение для взаимного согласования и уточнения фигурирующих в нем функций и параметров.

2. Наблюдательный материал

Для построения модели Галактики имеются следующие наблюдательные факты:

а) для ближайшей окрестности Солнца имеются кинематические данные относительно всех подсистем Галактики и данные о пространственном распределении большинства подсистем (исключая подсистемы абсолютно слабых звезд);

б) для широких областей Галактики, сравнимых с размерами всей звездной системы, известно пространственное распределение лишь для нескольких подсистем, среди которых, к счастью, фигурируют представители всех основных составляющих Галактики: кроме того, известно вращение некоторых подсистем плоской составляющей;

в) данные о вращении и распределении поверхностной плотности других галактик, которые в известной мере дополнят сведения о нашей Галактике, особенно для центральных и периферийных областей.

Как видим, наблюдательные данные весьма ограничены, так что не может быть и речи о полном описании Галактики в шестимерном фазовом пространстве. Однако их достаточно, чтобы определить общий ход распределения плотности массы для основных составляющих Галактики. Имеется возможность определить и ряд других функций, характеризующих строение Галактики.

В качестве функции, аппроксимирующей распределение плотности составляющих Галактики, мы выбрали обобщенный экспоненциальный закон

$$\rho^*(a) = \exp\left[-\frac{m_0}{\nu}(a^\nu - 1)\right], \qquad (4)$$

где ν – некоторое положительное число, характеризующее степень концентрации массы к центру системы, и m_0 – околосолнечное значение градиента логарифма плотности

$$m = -\frac{\partial \ln \rho(a)}{\partial a} = -\frac{R}{Mod}\,\frac{\partial \lg \rho(R)}{\partial R}. \qquad (5)$$

В частных случаях $\nu = 2$ и $\nu = 1$ имеем гауссово и обычное экспоненциальное распределение, которые уже неоднократно применялись для описания хода пространственной плотности подсистем Галактики [10, 11, 15]. С другой стороны, Вокулер [16] показал, что поверхностную яркость эллиптических галактик и сферических составляющих (ядро и гало) спиральных галактик можно представить при помощи функции (4) с $\nu = 0{,}25$. Если допустить, что отношение масса/светимость для сферической составляющей данной галактики не меняется с расстоянием от центра системы, то поверхностная яркость пропорциональна поверхностной плотности массы. Решая соответствующее интегральное уравнение, мы нашли распределение пространственной плотности. Оказалось, что с достаточной точностью получается та же функция (4), но с $\nu = 0{,}18$. Таким образом, сферические составляющие галактик описываются формулой (4) с небольшими значениями ν.

Обобщенное экспоненциальное распределение (4) удобно тем, что оно определено в бесконечном интервале и поэтому учитывает наличие в звездной системе звезд с очень вытянутыми орбитами, скорости которых близки к параболической. С другой стороны, плотность убывает при больших расстояниях достаточно быстро, так что масса модели получается конечной и модель не имеет такой обширной оболочки, как модель Кузмина, вытекающая из теории третьего интеграла [3]. Далее, распределение при различных ν дает весьма различный ход градиента логарифма плотности, убывающего ($\nu < 1$) или увеличивающегося ($\nu < 1$) с увеличением a.

Для построения составной модели Галактики достаточно представить ее в виде трех составляющих: плоской, промежуточной и сферической. Параметры, характеризующие строение составляющих, приведены в таблице I. Значения, полученные на основе наблюдательного материала, даны в столбце 0, а значения, полученные путем уравнивания наблюденных величин, - в столбце I.

Для вычисления эллиптичности составляющих мы определили эллиптичности различных подсистем Галактики, пользуясь формулой

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{m}\,\zeta}{s R_0}, \qquad (6)$$

Таблица I

Параметры составляющих Галактики

i	ν_i	$\overline{\lvert z \rvert}_i$	ε_i		m_i		ρ_{0i}		Литература	
			0	1	0	1	0	1	M_i/M	
I	2	I45	0.022	0.022	2.35	2.35	30± 5	25.0	0.04I	I7–20
2	I	400	0.09	0.I3	4.00	3.30	55± I0	53.3	0.692	I7, 2I 22
3	I/3	2300	0.60	0.60	3.I0	3.9I	2± 2	I.89	0.267	I0, I2, I6, I7, 22–29

$i = I$ плоская составляющая
$i = 2$ промежуточная составляющая
$i = 3$ сферическая составляющая.

где ζ – параметр, характеризующий распределение звезд в направлении, перпендикулярном плоскости Галактики, а s – некоторый безразмерный коэффициент, имеющий порядок единицы. Формула (6) выводится в допущении, что поверхности равной плотности подсистемы являются подобными эллипсоидами. В качестве параметра ζ может быть взята, например, одна из следующих величин:

$$\zeta_\ell = \frac{R_0}{\ell} = \left| -\frac{\partial^2 \ln \rho(z)}{\partial z^2} \right|_{z=0}^{-\frac{1}{2}}, \quad \zeta_0 = z_0 = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^\infty \rho(z)\,dz, \qquad (7)$$

$$\zeta_1 = \overline{|z|} = \frac{\int_0^\infty z\rho(z)\,dz}{\int_0^\infty \rho(z)\,dz}, \qquad \zeta_2^2 = \frac{\int_0^\infty z^2\rho(z)\,dz}{\int_0^\infty \rho(z)\,dz},$$

(ℓ – параметр, введенный Кутузовым [6], z_0 – эквивалентная полутолщина Галактики [I]. Численное значение коэффициента s зависит от конкретного вида распределения плотности. Если

принять для плотности закон (4), то при $\nu = 2$ и $\nu = 1$ имеем значения, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

ν	m	s_e	s_1	s_2	s_2/s_1
2	-	1.253	1.798	1.000	1.253
1	2	1.461	1.026	1.328	1.294
1	3	1.397	0.954	1.236	1.296
1	4	1.363	0.917	1.193	1.301
1	5	1.342	0.894	1.168	1.306

Следует сказать, что $s_0 = 1$, независимо от конкретного вида распределения плотности.

Сравнивая выведенные нами величины ε с результатами Шмидта [12] и Идлиса [14], можно сказать следующее. Отношение полуосей для плоской составляющей хорошо согласуется с результатами других авторов. Лишь для центральных областей Галактики Идлис взял $\varepsilon = 0.25$, чтобы получить при заданной поверхностной плотности меньшую пространственную плотность. С этим, однако, трудно согласиться, так как непосредственные оценки [18, 29] указывают, что толщина слоя межзвездного водорода – основной подсистемы плоской составляющей Галактики – не увеличивается с приближением к центру системы, а, наоборот, убывает. Данные об отношении полуосей для промежуточной составляющей согласуются с данными Шмидта (Идлис в своей модели не рассматривает эту составляющую). Данные для сферической составляющей расходятся сильно. Шмидт взял в этом случае $\varepsilon = 0.16$, что явно мало. Идлис взял для периферийных областей Галактики в среднем $\varepsilon = 0.5$, что вполне приемлемо. Однако в центре системы он принимал заниженное значение $\varepsilon = 0.25$. Фотографии спиральных галактик, видимых с ребра, показывают, что ядра этих систем имеют ε порядка 0.5 – 0.7 [26, 28]. Видимое уменьшение ε для внутренних областей у подсистем шаровых скоплений и короткопериодических цефеид, отмеченное Идлисом, вызвано тем, что эти подсистемы

не являются однородными, а состоят из смеси объектов промежуточной и сферической составляющих [23, 24].

Показатель ν был выбран так, чтобы закон (4) удовлетворительно представлял имеющиеся данные о распределении плотности плоских [18, 19], промежуточных [22, 28] и сферических [16, 22, 24, 25, 28] подсистем.

Градиент m для промежуточной составляющей был взят по сводке Идлиса [14], а для плоской и сферической был вычислен заново. При этом оказалось, что ранние определения этого градиента для сферических подсистем преувеличены.

Кроме данных о строении отдельных составляющих, для вывода системы галактических параметров и построения модели Галактики необходимо еще знание хода круговой скорости. Нужный для этой цели наблюдательный материал имеется в виде радиоастрономических определений дифференциального вращения межзвездного водорода. Мы использовали данные голландских ученых в обработке Кан, Миллера, Вестерхаута [30] и Агекяна и Клосовской [31]. На основании этого материала мы составили для восьми значений x нормальные точки функции дифференциального вращения Галактики U. Эта функция связана с круговой скоростью V формулой

$$V(x) = U(x) + xV_0, \qquad (8)$$

где V_0 – круговая скорость в окрестностях Солнца. Результаты вместе с оценками их средних ошибок приведены в таблице 3.

Наконец, мы использовали еще ряд параметров, околосолнечные значения которых вместе с их ошибками даны в таблице 4*.

При выводе расстояния до центра Галактики учитывались только независимые оценки, динамические определения не брались во внимание. Последние зависят от других галактических параметров; при последующей их обработке методом наименьших квадратов предполагалось, что все оценки уравниваемых параметров должны быть независимыми.

---

* Сводка была составлена в первой половине 1962 г. на основании данных до конца 1961 г.

Таблица 3

Дифференциальное вращение Галактики

x	0		I	Кузмин [2]	Шмидт [12]	Иджис [14]
0.05	125	± 25	105	96	92	17
0.1	135	20	128	118	113	34
0.2	135	20	141	128	124	64
0.4	120	10	131	114	116	96
0.6	91	6	99	88	89	88
0.8	53	4	53	53	53	52
1.0	0	2	0	9	0	0
1.25	– 76	15	–74	–76	–74	–75

Таблица 4

Околосолнечные значения галактических параметров

Величина	0	I	II	Модели		
				Кузмина [2]	Шмидта [12]	Иджиса [14]
R_0	8.7 ± 0.5	–	8.5 ± 0.3	7.5	8.2	8.5
V_0	250 ± 15	241	249 ± 9	250	216	236
W'	140 ± 10	142	146 ± 4	150	160	141
A	17.7 ± 1.2	–	17.3 ± 0.4	20.1	19.5	16.6
B	–10 ± 3	–	–12.2 ± 1.1	–13.3	–6.9	–11.2
C	67.5 ± 2	68.1	–	68	72	68
k_θ	0.45 ± 0.05	–	0.41 ± 0.02	0.40	0.26	0.41
k_z	0.28 ± 0.04	–	0.29 ± 0.01	0.28	0.22	0.28
ε	–	0.11	–	0.16	0.07	0.11
m	–	3.0	–	3.5	6.2	3.1
P	–	356	–	367	286	341
M	–	117	–	107	70	100

Величина	Единица измерения	Литература
R_0	кпс	[32 - 35]
V_0	км/сек	[36 - 38]
W'	"	[30, 31]
A	км/сек/кпс	[35, 40 - 45]
B	"	[46 - 49]
C	"	[50 - 53]
k_θ	"	[36, 54]
k_z		[36, 54]
$\frac{\bar{\varepsilon}}{p}$		
M	км/сек	
	$10^9 M_\odot$	

Круговая скорость определяется, в основном, динамически по асимметрическому смещению центроидов скоростей звезд [36]. Эти данные, а также соответствующая формула нигде в другом месте при построении системы галактических параметров не фигурируют, так что определение скорости можно считать независимым. Кроме того, учитывались общединамические соображения [37,38], согласно которым V_0 не может быть много меньше 275 км/сек.

Кинематический параметр $W = -\frac{1}{2}(dU/dx)_{x=1}$, характеризующий околосолнечное значение функции дифференциального вращения Галактики, мы определили заново на основе хода функции U (см. табл. 3). Это значение несколько меньше, чем обычно принимается за рубеж [12, 29], и практически совпадает со значением, полученным Г.М.Идлисом [14](см. табл. 4).

Параметры Оорта-Кузмина A, B и C мы рассматриваем в динамическом смысле, т.е. соответствующими гравитационному ускорению по R и z.

При вычислении параметра Оорта A учитывались только определения, дающие $A > 15$ км/сек/кпс. Полученные некоторыми авторами заметно меньшие значения исключены, по-видимому, местными особенностями некоторых подсистем звезд или недостатками в методике обработки материала. При вычислении средней ошибки A мы учитывали, что многие авторы использовали практически один и тот же наблюдательный материал.

Параметр B получается, как известно, различным в системе *GC* и *FK3*. Большинство астрономов предпочитают систему *FK3*, в которой получается B = - 7. Это значение приводит, однако, к различным динамическим затруднениям [2]. Поэтому мы брали среднее из значений B в системах *GC* и *FK3*, увеличивая при этом среднюю ошибку, которая, кроме случайной ошибки, учитывает и неизвестную систематическую ошибку.

Параметр C взят по определениям Кузмина [52] и Эльсалу [53]. Полученные некоторыми авторами заметно большие значения искажены, как указал Эльсалу [53, 55], несовершенством применяемой методики.

Отношения дисперсий скоростей звезд

$$k_\theta = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2}, \quad k_z = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2} \tag{9}$$

брались, по [36] и [54]. В этих работах использованы компоненты пространственных скоростей звезд, причем материал разбит по физическим признакам на отдельные подсистемы. Определения отношения дисперсий, выполненные по собственным движениям [56], не учитывались. Помимо того, они искажены систематическими ошибками, на что обратил внимание Уивер [57].

3. Построение модели Галактики и уравнивание галактических параметров

При построении модели Галактики предполагается, что имеется ряд теоретических соотношений, связывающих между собой определенные из наблюдений параметры. В качестве таких соотношений обычно применяются уравнение (I) или (3), формула Пуассона

$$4\pi G \rho_t = C^2 - 2(A^2 - B^2), \tag{10}$$

где ρ_t - тотальная пространственная плотность массы; формула Линдблада:

$$k_\theta = \frac{-B}{A - B}, \tag{11}$$

и также следующие выражения, вытекающие из определения A, B и W :

$$AR_0 - W = 0, \qquad (I2)$$

$$R_0(A - B) - V_0 = 0. \qquad (I3)$$

К ним можно добавить еще дифференциальное следствие из формулы (3):

$$\frac{dV^2(x)}{dx} = 4\pi G R_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{a^2 \rho_i^2(a)\,da}{\sqrt{x^2 - e_i^2 a^2}} \qquad (I4)$$

и формулу Кузмина [58]

$$k_z^{-1} = 1 + k_\theta^{-1}. \qquad (I5)$$

Вследствие случайных и неучтенных систематических ошибок в определении параметров или функций описания, а также неточности примененной теории равенства не выполняются вполне точно. Для того, чтобы уравнения удовлетворялись, приходится несколько изменить параметры и функции описания. До сих пор это делалось путем проб и результат сильно зависел от вкуса автора. Более того, часто принималась некоторая система округленных значений основных параметров (напр., в работе [I2] A, B, C, W), тогда как все другие параметры брались не по наблюдениям, а вычислялись по формулам (I0) - (I3).

Объективным способом вывода наилучшей системы галактических параметров и построения соответствующей модели Галактики является применение метода наименьших квадратов. При этом уравнения (3) и (I0) - (I5) рассматриваются не как выражения для определения той или иной величины, а как фундаментальные уравнения для уравнивания галактических параметров [6].

Уравнивание параметров было нами выполнено дважды, с использованием модели распределения масс в Галактике и без этого. Такой путь решения задачи был выбран для того, чтобы выяснить пригодность модели (4) для описания строения составляющих Галактики.

Таблица 5

Функции распределения составной модели Галактики

x	$\lg\varrho_1$	$\lg\varrho_2$	$\lg\varrho_3$	$\lg\varrho_t$	V	P	$\bar{\varepsilon}$	$\bar{m}$
0.00	0.004	I.256	3.07I	3.078	0	6I6	0.592	384.96
0.05	0.002	I.I85	I.586	I.740	II7	599	0.456	2I.I5
0.I0	I.999	I.II3	I.098	I.423	I52	578	0.348	I0.2I
0.20	I.984	0.969	0.485	I.I25	I90	542	0.230	4.96
0.30	I.958	0.826	0.054	0.94I	2I2	5I0	0.I80	3.73
0.40	I.923	0.683	I.7I2	0.790	227	482	0.I55	3.30
0.5	I.976	0.539	I.422	0.65I	238	457	0.I40	3.II
0.6	I.820	0.396	I.I69	0.5I8	243	433	0.I29	3.00
0.7	I.754	0.253	2.948	0.388	246	4II	0.I22	2.99
0.8	I.677	0.I09	2.740	0.259	246	39I	0.II6	2.98
0.9	I.590	I.966	2.546	0.I30	244	373	0.III	2.99
I.0	I.494	I.823	2.372	0.000	24I	356	0.I07	3.02
I.I	I.386	I.679	2.208	I.868	236	340	0.I05	3.07
I.2	I.269	I.536	2.053	I.733	230	326	0.I03	3.I3
I.3	I.I40	I.393	3.907	I.595	224	3I3	0.I0I	3.2I
I.4	I.004	I.249	3.768	I.454	2I8	30I	0.I0I	3.29
I.5	2.856	I.I06	3.636	I.309	2I2	290	0.I02	3.37
I.6	2.697	2.963	3.507	I.I6I	206	280	0.I03	3.45
I.7	2.529	2.8I9	3.388	I.0II	200	27I	0.I04	3.52
I.8	2.350	2.676	3.27I	2.856	I94	263	0.I07	3.57
I.9	2.I62	2.533	3.I60	2.700	I88	256	0.II0	3.62
2.0	3.963	2.390	3.049	2.542	I83	248	0.II5	3.64
2.I	3.753	2.246	4.944	2.383	I78	242	0.I22	3.65
2.2	3.534	2.I03	4.843	2.225	I73	236	0.I28	3.64
2.3	3.304	3.960	4.744	2.067	I68	23I	0.I34	3.6I
2.4	3.064	3.8I6	4.647	3.9I4	I64	225	0.I40	3.57
2.5	4.8I5	3.673	4.555	3.757	I60	220	0.I47	3.52
2.6	4.588	3.530	4.462	3.606	I57	2I6	0.I54	3.46
2.7	4.284	3.386	4.375	3.459	I54	2I2	0.I59	3.40
2.8	5.959	3.243	4.288	3.304	I50	208	0.I68	3.29
2.9	5.7II	3.I00	4.204	3.I66	I47	204	0.I73	3.24
3.0	5.4I5	4.956	4.I2I	3.026	I45	200	0.I85	3.2I

В первом случае методом наименьших квадратов уравнивались следующие величины: околосолнечные плотности промежуточной и сферической составляющих ρ_{02} и ρ_{03} ; околосолнечное значение круговой скорости V_0 ; кинематический параметр W ; параметр Кузмина C; значения функции U для восьми точек (см. табл. 3). В качестве фундаментальных уравнений брались уравнения (3), (10) и (14), причем в (3) и (14) вместо $V(x)$ подставлялось выражение (8), а вместо $\rho_i^*(a)$ – выражение (4). Результаты вычислений даны в таблицах 1, 3 и 4 (вариант I).

Во втором случае уравнивались околосолнечные значения величин: параметры Оорта A, B; круговая скорость V_0 ; параметр W ; расстояние от центра Галактики R_0 ; отношения дисперсий скоростей k_θ и k_z . Фундаментальными уравнениями служили формулы (11') – (13') и (15'). Результаты приведены в таблице 4 (вариант II).

Кроме того, вычислялись средние значения отношения полуосей $\bar{\varepsilon}$ и градиента $\bar{m}$ (с весом ρ_i), полная масса Галактики

$$M = 4\pi R_0^3 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} M_{2i}^* \qquad (16)$$

и параболическая скорость $P = \sqrt{2\Phi}$ (Φ – гравитационный потенциал)

$$P^2(x) = 2\int_0^\infty \frac{V^2(x)dx}{x} = 8\pi G R_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \Phi_i^*(x). \qquad (17)$$

В формуле (16) M_{2i}^* – масса подсистемы в единицах $4\pi R_0^3 \varepsilon \rho_{0i}$. Коэффициент M_{2i}^* представляет собой частный случай $j = 2$ момента M_{ji}^* функции $\rho_i^*(a)$. Если для $\rho_i^*(a)$ принять выражение (4), то в общем случае имеем:

$$M_{ji}^* = \int_0^\infty a^j \rho_i^*(a)da = \frac{1}{\nu} \exp\left(\frac{m_0}{\nu}\right)\left(\frac{m_0}{\nu}\right)^{-\frac{1+j}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1+j}{\nu}\right), \qquad (18)$$

где Γ – гамма-функция.

Фигурирующие в формуле (17) функции $\Phi_i^*(x)$ представляют собой гравитационные потенциалы подсистем в плоскости $z = 0$ в единицах $4\pi G R_0^2 \varepsilon_i \rho_{0i}$. Они вычисляются по формуле

$$\Phi_i^*(x) = \int \rho_i^*(a)\chi_i\left(\frac{a}{x}\right)a\,da, \qquad (19)$$

где

$$\chi_i\left(\frac{a}{x}\right) = \begin{cases} \frac{1}{e_i}\arcsin\frac{e_i a}{x}, & a \le x, \\ \frac{1}{e_i}\arcsin e_i, & a \ge x. \end{cases} \qquad (20)$$

Для $x = 0$ имеем как частный случай

$$\Phi_i^*(0) = \frac{\arcsin e_i}{e_i} M_{1i}^*, \qquad (21)$$

а для больших x получим следующее асимптотическое разложение:

$$\Phi^*(x) \approx \frac{M_2^*}{x}\left[1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\left(\frac{e}{x}\right)^2\frac{M_4^*}{M_2^*} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{1}{5}\left(\frac{e}{x}\right)^4\frac{M_6^*}{M_2^*} + \ldots\right]. \qquad (22)$$

4. Выводы

Уравнивание в первом варианте с первоначальными исходными данными (столбец 0 в таблицах I, 3 и 4) не дало удовлетворительных результатов. Полученная система галактических параметров заметно отличалась от таковой при втором варианте, вычисленная кривая круговой скорости имела недопустимое расхождение с наблюденной кривой. Однако оказалось, что получаемая кривая круговой скорости весьма чувствительна к изменению параметров формул (3) и (4) для промежуточной и сферической составляющих. Плоская составляющая дает такой малый вклад в выражение для V^2 (менее 5%), что от ее параметров кривая V^2 почти не зависит. После небольшого изменения ε и m (табл. I, вариант I) промежуточной и сферической составляющей мы выполнили уравнивание заново. Результаты на этот раз получились удовлетворительными. Их согласие как с исходными данными, так и с результатами уравнивания без модели (вариант II) хорошее. Ошибки параметров после уравнивания в варианте II получились заметно меньшими.

Логарифмы плотности составляющих и тотальной плотности, средние значения отношения полуосей и градиента логарифма плотности, а также ход круговой скорости даны в таблице 5 и на рисунках I - 4. При вычислениях мы приняли галактические параметры согласно варианту I. Значения плотности ρ_3 и ρ_t при $x = 0$ соответствуют средней плотности в эллипсоиде с большой полуосью $a = 0.0016$, градиент m вычислен для расстояния $x = 0.001$ (при $\nu < 1$ $m \to \infty$, если $x \to 0$).

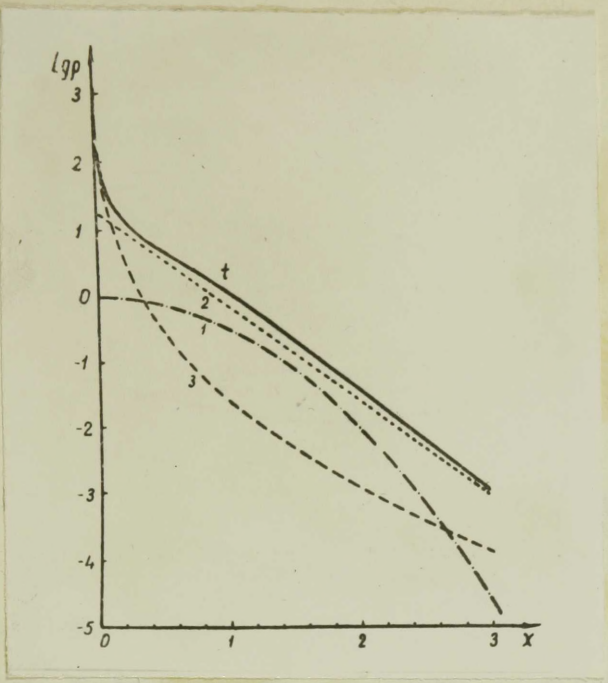
Сравним теперь полученные предварительные системы галактических параметров с системами, вытекающими из моделей Кузмина [2], Шмидта [12] и Идлиса [14] (см. табл. 4).

Система Кузмина отличается от других "классическими" значениями параметров A_0, B_0 и R_0. Средняя ε модели несколько преувеличена, так как значения A_0 и B_0 приняты слишком большими и, кроме того, при вычислении ε принималась весьма грубая модель Галактики (формула (56) в работе [51]).

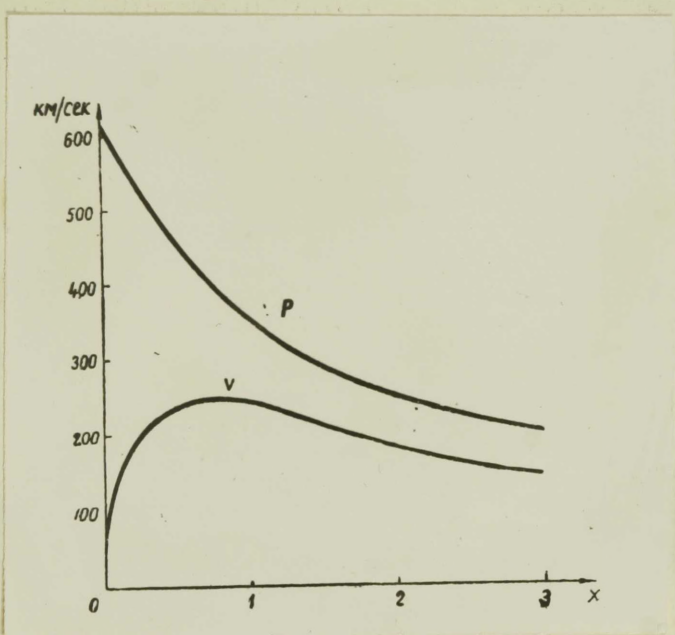
Система Шмидта заметно отличается от нашей. В ней принято B в системе $FK3$, что приводит к занижению значения круговой и параболической скорости, а также отношения k_θ, но, с другой стороны, к неприемлемо большому значению градиента m_0. В последнее время Шмидт убедился в необходимости уменьшения градиента плотности [39, 59].

Модель Шмидта вследствие большого градиента плотности имеет слишком малые размеры и резкие границы. Это приводит к чересчур быстрому уменьшению круговой скорости с увеличением расстояния и малому значению скорости освобождения.

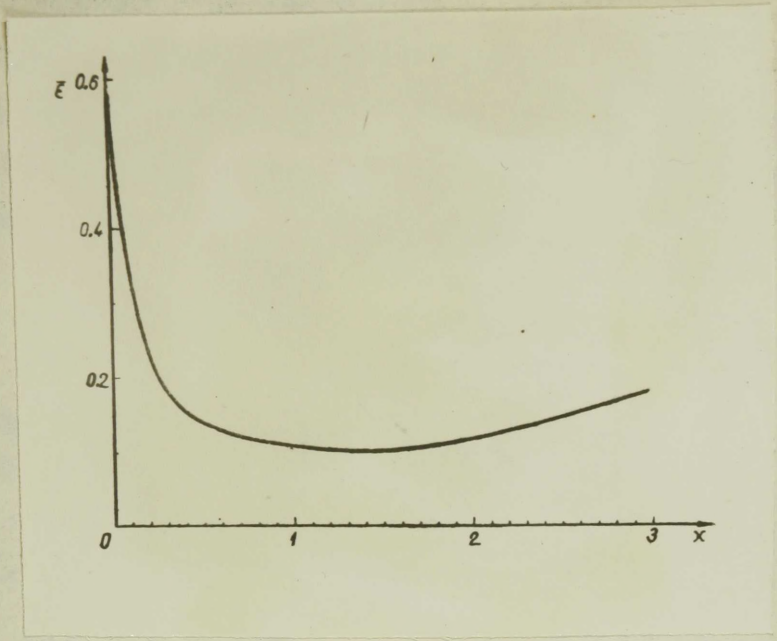
Наша система параметров хорошо согласуется с системой Идлиса. Но модель Идлиса имеет существенный недостаток - приняв закон Паренаго для круговой скорости, Идлис не имел возможности учесть наличие в Галактике весьма плотного и довольно массивного ядра и обширного гало.



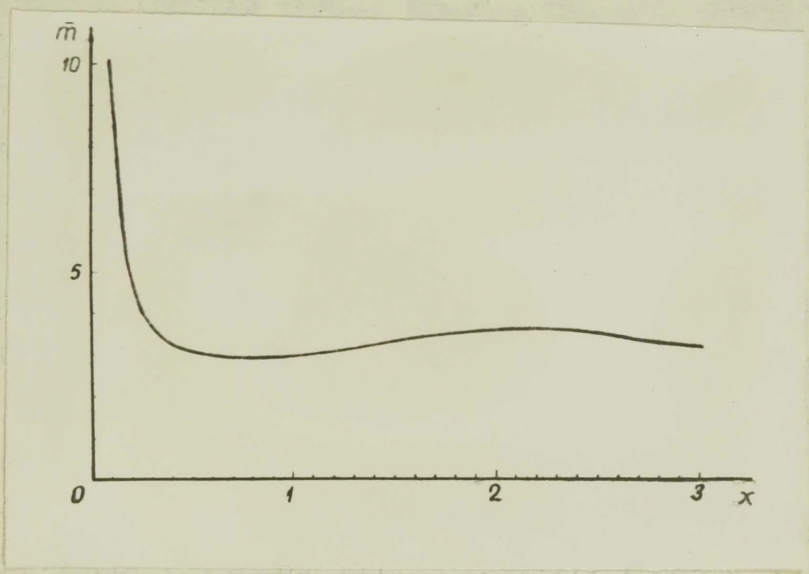
Р и с. I. Распределение логарифма плотности в единицах околосолнечной тотальной плотности: t - тотальная плотность; I, 2 и 3 - плотности плоской, промежуточной и сферической составляющих.



Р и с. 2. Зависимость круговой и параболической скорости от расстояния до центра Галактики.



Р и с. 3. Зависимость среднего отношения полуосей $\bar{\varepsilon}$ от расстояния до центра Галактики.



Ри с. 4. Зависимость среднего градиента логарифма плотности m от расстояния до центра Галактики.

На основе полученных предварительных результатов можно сделать следующие выводы:

I. Формула (4) позволяет построить составную модель Галактики, удовлетворительно представляющую имеющиеся данные о пространственно-кинематическом строении Галактики.

2. Параметры составной модели Галактики в процессе уравнивания значительно уточняются.

ОКТ. 1963

Литература

1. Кузмин Г.Г., Публ. Тартуской астрон. обс., 32, 211, 1952.
2. Кузмин Г.Г., Tartu Astr. Obs. Teated, No. 3, 1956.
3. Кузмин Г.Г., А.Ж. 33, 27, 1956 (Tartu Astr. Obs. Teated, No. 2)
4. Кузмин Г.Г., Кутузов С.А. - Бюлл. Абастуманск. астрофиз. обс., 27, 82, 1962.
5. Кузмин Г.Г., Труды Астрофиз. ин-та АН Каз ССР, 5, 70, 1964.
6. Кутузов С.А., Труды Астрофиз. ин-та АН Каз ССР, 5, 78, 1964.
7. Wyse A.B., Mayall N.U., Ap.J., 95, 24, 1942.
8. Schwarzschild M., A.J., 59, 273, 1954.
9. Perek L., Brno Contr. 1, No. 8, 1951.
10. Perek L., Brno Contr. 1, No.6, 1948; No. 13, 1954.
11. Takase B., Publ. Astr. Soc. Japan 7, 201, 1955 (Tokyo Repr., No. 131).
12. Schmidt M., B.A.N., 13, 15, 1956.
13. Perek, L., Bull. Astr. Inst. Czechosl., 10, 15, 1959.
14. Идлис Г.М., Труды Астрофиз. ин-та АН Каз ССР, I, 148, 1961.
15. Perek L., Bull. Astr. Inst. Czechosl., 9, 208, 1958.
16. Vaucouleurs, G.de, Ann. d'Astroph., 11, 247, 1948; M.N. 113, 134, 1953.
17. Oort J.H., Ricerche Astr. Vaticana, 5, 415, 1958.
18. Westerhout G., B.A.N., 13, 201, 1957.
19. Schmidt M., B.A.N., 13, 247, 1957.
20. Копылов И.М., Кукаинородская Р.Н., Изв. Крымской астрофиз. обс., 16, 169, 1955.
21. Копылов И.М., Изв. Крымской астрофиз. обс., 13, 23, 46, 1955.
22. Кукаркин Б.В., Исследование строения и развития звездных систем, М. - Л., Гостехиздат, 1949.

23. Notni P., Wiss. Zeitschr. Fr. Schiller Univ. Jena, Math. Naturwiss. Reihe, Hf. 3/4, 145, 1957.
24. Baade W., Ricerche Astr. Vaticana, 5, 303, 1958.
25. Oort, J.H., I.A.U. Trans. 10, 433, 1960.
26. Johnson H.M., Ap.J., 133, 309, 1961.
27. Wallerstein G., A.J., 57, 329, 1962.
28. Вокулер Ж. Классификации и морфология галактик; Общие физические свойства галактик. В.сб. : "Строение звездных систем". М., ИЛ, 1962.
29. Лозинская Т.А., Кардашев Н.С., А.Ж., 40, 209, 1963.
30. Kwee K.K., Muller C.A., Westerhout G., B.A.N., 12, 211, 1954.
31. Агекян Т.А., Клоссовская Е.В., Вестник Ленинградского унив. № 13, серия матем., механ. и астр., вып. 3, 1963.
32. Baade W. Michigan Symposium on Astrophysics, Lecture X, 24, 1953.
33. Whitford A.E., P.A.S.P., 73, 94, 1961.
34. Weaver H., A.J., 59, 375, 1954.
35. Feast M.F., Thackeray A.D., M.N., 118, 125, 1958.
36. Паренаго П.П., Труды ГАИШ, 20, 26, 1951.
37. Fricke W., A.N., 277, 255, 1949 (Hamburg Mitt. No. 68).
38. Fricke W., A.N., 278, 269, 1949 (Hamburg Mitt. No. 69).
39. Schmidt M., P.A.S.P., 73, 103, 1961.
40. Stibbs D.W., M.N., 116, 453, 1956.
41. Petrie R., Cuttle P., Andrews P., A.J., 61, 289, 1956.
42. Gascoigne S.C.B., Eggen O.J., M.N., 117, 430, 1957.
43. Walraven Th., Muller A.B., Oosterhoff P.Th., B.A.N., 14, 81, 1958.
44. Janek F., Bull. Astr. Inst. Czechosl., 9, 139, 1958.
45. Псковский Ю.П., А.Ж., 36, 448, 1959.
46. Van de Kamp P., Vyssotsky A.N., Mc.Cormick Publ., 7, 1, 1937.
47. Wilson R.E., Raymond H., A.J., 47, 46, 1938.
48. Vyssotsky A.N., Williams E., A.J., 53, 49, 1948.
49. Morgan H., Oort J.H., B.A.N., 11, 379, 1951.
50. Oort J.H., B.A.N., 6, 249, 1932.
51. Кузмин Г.Г., Публ. Тартуской астрон. обс., 32, 5, 1952.
52. Кузмин Г.Г., Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 3, 1955.
53. Эелсалу Х., Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 133, 1958.
54. Dyer E.R.Jr., A.J., 61, 228, 1956.
55. Эелсалу Х., Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 416, 1961.
56. Hins C.H., Blaauw A., B.A.N., 10, 365, 1948.

57. Weaver H., The velocity Ellipsoid and the Determination of its Parameters, University of California, Berkeley.
58. Кузмин Г.Г., Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 351, 1961.
59. Schmidt M., I.A.U. Trans. 11B, 414, 1962.

Г Л А В А 6

СИСТЕМА ГАЛАКТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ *

Введение. При разработке модели Галактики важную роль играют галактические параметры - локальные околосолнечные значения различных функций описания.

Предварительная система галактических параметров была представлена на алма-атинском совещании по динамике звездных систем в октябре 1963 г. (глава 5 [1]). В 1964 г. С.А.Кутузов разработал детали методики определения согласованной системы галактических параметров способом наименьших квадратов [2], а автор настоящей работы произвел критический анализ имеющегося наблюдательного материала и выполнил совместно с С.А.Кутузовым уравнивание параметров. Результаты были доложены на ленинградском совещании по динамике звездных систем в мае 1964 г. [3] и на 12-ой Генеральной Ассамблее МАС в августе 1964 г. [4]. Они приведены в конце главы. Сначала даем обзор наблюдательных оценок параметров. Обзор был составлен в первой половине 1964 г. и несколько дополнен в 1965 г.

Численные значения многих галактических параметров зависят от шкалы расстояний в Галактике, которая базируется в большой степени на соотношении между периодом и светимостью цефеид. Существенную роль играет и учет межзвездного ослабления света. Поэтому мы начнем обзор с рассмотрения этих вопросов.

Далее рассмотрим наблюдательные оценки следующих галактических параметров:

---

* Основные результаты опубликованы в статье "On the system of galactic parameters", Tartu Astr. Obs. Teated No. 11, 1964.

R_0 – расстояние Солнца от центра Галактики,
A, B, C – динамические параметры Оорта-Кузмина,
W – кинематический параметр, определяемый по радиоастрономическим наблюдениям,
ρ – плотность вещества около Солнца.

Наблюдательные оценки круговой скорости V и отношения дисперсий скоростей звезд κ_0, κ_z были найдены в гл. 4.

I. Отношение полного межзвездного ослабления света к избирательному

I.I. Определение отношения R_V полного ослабления света к избирательному как часть проблемы установления фотометрической шкалы расстояний. Расстояние до галактических объектов может быть определено геометрическим и фотометрическим путем. При исследовании структуры Галактики приходится пользоваться почти исключительно вторым способом, так как основная масса интересующих нас объектов находится за пределами досягаемости геометрического метода. Последний используется только для калибровочных целей.

Исходная формула для вычисления расстояния фотометрическим способом

$$\lg r = 1 + \frac{1}{5}(V - M_V - A_V) \qquad (I.I)$$

содержит видимую звездную величину V, абсолютную звездную величину M_V и полное ослабление света A_V в фотометрической системе V (или в какой-то другой удобной системе). Ослабление, в свою очередь, определяется формулой

$$A_V = R_V(A_B - A_V) = R_V E_{B-V} = R_V[(B-V) - (B-V)_0], \qquad (I.2)$$

где E_{B-V} – избыток цвета, а $B-V$ и $(B-V)_0$ – видимый и истинный показатели цвета соответственно. Видимые звездная величина и показатель цвета определяются по фотометрическим наблюдениям, абсолютная звездная величина и истинный показатель цвета – по спектральным или другим специальным наблюдениям, а коэффициент R_V считается известным. Как правило, используется фотометрическая система BV Джонсона

и Моргана.

При вычислении ослабления света обычно принимается $R_V = 3$. Представляет интерес выяснить, действительно ли R_V в среднем равно трем и имеет ли место дисперсия относительно среднего значения. В последнем случае использование среднего R_V вводит некоторую систематическую ошибку в расстояние, которую, однако, нетрудно учесть. Разлагая в ряд и допуская, что распределение R_V относительно среднего значения симметрично, имеем для поправки расстояния выражение

$$\Delta r = \frac{r\overline{E^2}\,S_R^2}{50(M_0 d)^2} \approx 0{,}106\, r\,\overline{E^2} S_R^2, \qquad (I.3)$$

где S_R^2 – дисперсия R_V. Поправка положительна, т.е. учет дисперсии R_V увеличивает расстояние.

I.2. Зависимость R_V от физических характеристик звезд и закона межзвездного ослабления света. Коэффициент может быть вычислен на основе фотометрического определения полного ослабления света

$$A_V = -2{,}5 \lg \frac{\int_0^\infty I(\nu)\,\varphi_V(\nu)\,\tau^x(\nu)\,d\nu}{\int_0^\infty I(\nu)\,\varphi_V(\nu)\,d\nu}. \qquad (I.4)$$

В этой формуле $I(\nu)$ – функция распределения энергии в спектре исследуемой звезды, $\varphi_V(\nu)$ – кривая спектральной чувствительности приемника радиации, $\tau^x(\nu)$ – кривая пропускания x единиц межзвездной материи, а ν – величина, обратная длине волны (выраженной в микронах). Аналогичное выражение получается и для A_B. Зная A и A_B, нетрудно по (I.2) найти и R_V.

Чтобы приближенно оценить влияние физических характеристик звезд и закона межзвездного ослабления света на коэффициент R_V, воспользуемся разложением в ряд. Учитывая, что в области длин волн, охватывающий область системы BV, приближенно выполняется зависимость (см. [5]).

$$\ln \tau(\nu) = \alpha + \beta\nu, \qquad (I.5)$$

где α и β – некоторые постоянные, и разлагая τ^x в ряд по степеням x, имеем после нескольких элементарных преобразований выражение для A:

$$A = (\alpha + \beta\bar{\nu})x - \frac{\beta^2 S^2}{5\,Mod}x^2 + \dots, \qquad (I.6)$$

где для упрощения записи индексы V и B при A, $\bar{\nu}$ и S^2 опущены. В этой формуле

$$\bar{\nu} = \frac{\int_0^\infty I(\nu)\varphi_\alpha(\nu)\nu\,d\nu}{\int_0^\infty I(\nu)\varphi(\nu)\,d\nu}, \quad S^2 = \frac{\int_0^\infty I(\nu)\varphi(\nu)(\nu-\bar{\nu})^2\,d\nu}{\int_0^\infty I(\nu)\varphi(\nu)\,d\nu} \qquad (I.7)$$

Для R_V имеем

$$R_V = a + k E_{B-V}, \qquad (I.8)$$

где

$$a = \frac{\alpha/\beta + \bar{\nu}_V}{\bar{\nu}_B - \bar{\nu}_V}, \quad k = \frac{1}{5\,Mod}\,\frac{a(S_B^2 - S_V^2) - S_V^2}{(\bar{\nu}_B - \bar{\nu}_V)^2}. \qquad (I.9)$$

Средние значения обратной длины волны $\bar{\nu}_V$ и $\bar{\nu}_B$ и их дисперсии S_V^2 и S_B^2 зависят от формы распределения энергии в спектре звезд. Эту зависимость можно приближенно учесть, представляя $I(\nu)$ в виде

$$\ln I(\nu) = const. + \gamma\nu. \qquad (I.10)$$

Разлагая $I(\nu)$ в ряд, будем иметь

$$\bar{\nu} = \nu_0 + \gamma S_0^2, \quad S^2 = S_0^2\left(1 - \tfrac{3}{2}\gamma^2 S_0^2\right), \qquad (I.11)$$

где для упрощения записи индексы V и B опять опущены. В этих формулах

$$\nu_0 = \frac{\int_0^\infty \varphi(\nu)\nu\,d\nu}{\int_0^\infty \varphi(\nu)\,d\nu}, \quad S_0^2 = \frac{\int_0^\infty \varphi(\nu)(\nu-\nu_0)^2\,d\nu}{\int_0^\infty \varphi(\nu)\,d\nu}. \qquad (I.12)$$

Параметр γ является функцией истинного показателя цвета. Поэтому на основании вышеприведенных формул приходим

к заключению, что величины a и b можно представить в виде

$$a = a_0 + a_1(B-V)_0 + a_2(B-V)_0^2,$$
$$b = b_0 + b_1(B-V)_0 + b_2(B-V)_0^2, \qquad (I.13)$$

где a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 и b_2 – некоторые постоянные. Они могут быть вычислены на основании параметров распределения энергии в спектре звезд и закона межзвездного ослабления света по полученным формулам. Однако, более точные результаты получаются, если выполнять интегрирование по формуле (I.4) для звезд, имеющих абсолютные определения функции распределения энергии в спектре. Формулы вида (I.13) применил ранее Шмидт-Калер [6].

I.3. Вычисление R_V. В литературе имеется достаточно много работ, посвященных вычислению отношения R_V по распределению энергии в спектрах и закону межзвездного ослабления света [6 – II]. В этих работах изучалось ослабление света обычных звезд первого населения Галактики. Представляет, однако, интерес провести эти вычисления и для звезд второго населения, имеющих очень слабые металлические линии в спектрах. Для получения сравнимых результатов целесообразно одновременно повторить и вычисления для обычных звезд, так как R_V весьма чувствительно к небольшим изменениям в исходных данных.

Стандартная кривая спектральной чувствительности в системе BV была принята по [I2]. Она соответствует пропусканию единичной земной атмосферы и отражательной способности двух алюминированных зеркал.

Чтобы изучить влияние вариаций в законе межзвездного ослабления света на результаты, мы провели вычисления с четырьмя разными функциями $\tau(\nu)$. Первые два варианта основываются на данных Уитфорда [5], они различаются лишь величиной α в выражении (I.5). Чтобы лучше представить данные [5] единой кривой, мы применили квадратичное выражение

$$\ln \tau_1(\nu) = -0.435 + 0.755\,\nu - 0.043\,\nu^2,$$
$$\ln \tau_2(\nu) = -0.235 + 0.755\,\nu - 0.043\,\nu^2. \qquad (I.14)$$

Третий и четвертый вариант приняты по данным Джонсона и Боргмана [13] соответственно для аномальной области ослабления света в Орионе (табл. 4*b*) и области в Лебеде (табл. 4а). Оба варианта основаны на теоретических кривых Ван де Холста.

Для вычислений мы брали кривые распределения энергии в спектре восьми обычных звезд в интервале показателей цвета от −0.20 до + I.86; основные данные об этих звезд приведены в таблице I.

Кривые $I(\nu)$ и спектральные классы брались по [I4] и [I5], наблюденные показатели цвета по [I6]. Для звезд второго населения мы не нашли в литературе достаточно данных об абсолютных определениях $I(\nu)$, поэтому пришлось ограничиться данными Мелбурна [I4]. Мелбурн нашел вероятное распределение энергии в звездах второго населения путем учета покровного эффекта в спектрах звезд первого населения. Сравнение с кривыми распределения энергии субкарликов показывает, что этим путем можно получить весьма правдоподобные результаты. "Псевдосубкарлики" отмечены в таблице I звездочкой, их показатели цвета брались по вычислениям Мелбурна.

Расчеты проведены на вычислительной станции обсерватории. Шаг интегрирования 0.0I μ^{-1}. Полученные значения параметров a_i и b_i даны в таблице 2. При вычислениях мы использовали истинные показатели цвета $(B-V)_0$, которые лишь немного отличаются от вычисленных $(B-V)_c$ (см. табл. I).

В таблице 2 даются также значения коэффициентов a_i и b_i, найденные на основании результатов других авторов. Указываются источники R_v, τ и φ, а также число использованных звезд N. В последней строке таблицы даны средние значения коэффициентов a_i и b_i вместе с их среднеквадратичными отклонениями. При вычислении среднего значения и его дисперсии аномальная область в Орионе была исключена, веса отдельных определений принимались равными.

Результаты наших вычислений показывают, что звезды с

малым содержанием металлов не отличаются по величине R_V от остальных звезд с таким же показателем цвета. Дальнейшим результатом наших вычислений и их сравнения с данными других авторов является установление значительной "космической" дисперсии как в величине отношения R_V, так и в величине коэффициентов его зависимости от показателя цвета и избирательного поглощения.

Что касается согласия результатов, полученных по отдельным звездам, то и здесь имеет место достаточно большая дисперсия (0.33). Особенно сильно выскакивает точка, представляющая звезду HD 140283. Так как вычисленный показатель цвета этой звезды также заметно отличается от наблюденного, то эта звезда была исключена из дальнейшей обработки. Причиной упомянутых отклонений могут быть искажения принятой кривой распределения энергии.

I.4. Непосредственное определение R_V. Отношение полного ослабления света к избирательному может быть непосредственно определено двумя способами. Во-первых, можно воспользоваться тем обстоятельством, что вследствие клочковатого строения слоя межзвездного вещества ослабление света в разных областях какой-нибудь звездной ассоциации разное. По формулам (I.I) и (I.2) имеем для i-ой звезды данной ассоциации

$$(V-M_V)_i = R_V (E_{B-V})_i + 5\lg r - 5 . \qquad (I.15)$$

Так как расстояние до звезд данной ассоциации может быть принято практически одинаковым, то различия в видимом модуле расстояния могут быть отнесены за счет различия в полном ослаблении. Искомый коэффициент R_V равен, следовательно, углу наклона прямой, аппроксимирующей зависимость между видимым модулем расстояния и избытком цвета звезд. Метод требует знания истинных показателей цвета и светимостей, которые должны быть определены независимо.

В другом непосредственном методе определения R_V используется то обстоятельство, что ослабление света в инфракрасной области спектра мало. В многоцветной фотометрии, простирающейся до далекой инфракрасной области, можно определить видимые показатели цвета с весьма большим интервалом

длин волн. Сравнивая полученные результаты с истинными показателями цвета в той же фотометрической системе, можно вывести эмпирическую кривую ослабления света до весьма малых значений обратной длины волны ν. Экстраполирование этой кривой при помощи теоретических функций ослабления света до $\nu = 0$ проводится достаточно уверенно. Коэффициент R_V может быть тогда вычислен по эмпирической формуле (I.I3)

$$R_V = \left(e + f\frac{E_{V-j}}{E_{B-V}}\right)\frac{E_{V-j}}{E_{B-V}} \quad , \qquad (I.I6)$$

причем E_{V-j} – избыток цвета в фотометрической системе $V-j$. Выражение в скобках тем ближе к единице, чем больше эффективная длина волны в системе j. Метод базируется, как указывалось выше, на знания истинных показателей цвета, которые, как и в предыдущем случае, должны быть найдены независимо.

Результаты определения R_V первым способом приведены в таблице 3 вместе с их среднеквадратичными случайными ошибками. В большинстве случаев результаты авторов даны без изменений. В случае определения Уивера [23] результат исправлен согласно Шмидт-Калеру [6].

Для определения R_V вторым способом имеется наблюдательный материал в виде восьмицветной фотометрии Джонсона и Боргмана [I3]. По приведенным в работе [I3] данным были вычислены для каждой звезды избытки цвета E_{V-j}, причем $j = I, J, K, L$. Затем были найдены коэффициенты e и f формулы (I.I6), причем для систем J и K они взяты по [I3]. Результаты приведены в таблице 4 вместе со средними значениями обратной длины волны $\bar{\nu}$ для данной системы. На основе этих данных были вычислены по каждому избытку цвета соответствующие значения R_V, а также взвешенное среднее R_V (вес взят пропорциональным $e + f\frac{E_{V-j}}{E_{B-V}}$).

Полученные значения R_V весьма хорошо представляются синусоидальной зависимостью от галактической долготы

$$R_V = R_0 + R_1 \sin 2\left(l^{II} - l_0^{II}\right). \qquad (I.I7)$$

фигурирующие в этой формуле постоянные были найдены спосо-

бом наименьших квадратов. При вычислении были исключены аномальные звезды в области Ориона и NGC 6530. В связи с этим следует отметить, что уже Андерхилл [29] обратила внимание на большую чувствительность значения R_V к принятым истинным цветам звезд. В частности, она привела аргументы против реальности аномально больших значений R_V в области Ориона. В результате были получены значения $R_0 = 3.20$; $R_1 = 0.29$; $l_0^{II} = -36^0$. Дисперсия отдельных значений R_V относительно синусоидальной кривой составляет 0.28.

Результаты, полученные на основании данных Джонсона и Бортмана, представляются, на первый взгляд, весьма уверенными. Следует, однако, отметить, что по данным [28] зависимость R_V от галактической долготы имеет период не 180^0, а 360^0. Поэтому нам кажется, что пока преждевременно принимать определенную зависимость R_V от галактической долготы и следует пользоваться ее средним значением.

I.5. Среднее значение и дисперсия R_V. При вычислении среднего значения R_V целесообразно учесть как полуэмпирические, так и найденные по непосредственным наблюдениям значения. Последние получены по наблюдениям ранних звезд, имеющих очень малые или отрицательные показатели цвета и малые избытки цвета. По данным I3 $\overline{(B-V)_0} = -0.26$ и $\overline{E_{B-V}} = 0.84$. На основании данных таблиц 2 можем заключить, что полученные по наблюдениям значения R_V лишь немного отличаются от a_0, поправка составляет в среднем $\overline{(a_0 - R_V)} = 0.02$. Допуская, что упомянутые средние показатели и избытки цвета репрезентативны и для средних в других аналогичных работах, имеем для a_0 следующие оценки: по таблице 2: 3.20, по таблице 3: 2.96, по данным [I3]: 3.20. Так как у нас нет оснований предпочесть какое-либо из этих определений, можно брать просто арифметрическое среднее, что составляет 3.13.

Приведенные в предыдущих параграфах данные показывают, что имеет место заметная дисперсия как R_V, так и всех коэффициентов его зависимости от показателя и избытка цвета. Свой вклад в эту дисперсию вносит следующие факторы:

а) отклонения функции ослабления света от средней;

б) дисперсия истинных показателей цвета и светимостей;
в) различия в используемых фотометрических системах;
г) случайные наблюдательные ошибки.

Влияние отдельных факторов на отношение R_V можно исследовать на основе проделанных вычислений.

Приведенные в таблице 2 дисперсии коэффициентов a_i и b_i выражают влияние фактора а), так как они получены путем сравнения средних значений отдельных определений a_i и b_i.

Дисперсия a_0, вызванная влиянием фактора б), была оценена по дисперсии отдельных точек на зависимости a_0 от истинных цветов. В результате мы получили значение 0.33.

После приведения инструментальной фотометрической системы к системе BV Джонсона остаются все-таки небольшие различия между этими системами. Если допустить, что приведение происходит со случайной ошибкой 0.02, то при $R_V = 3$ и $E_{B-V} = 0.8$ по формуле (I.I5) имеем для соответствующей ошибки R_V значение 0.10.

Таким образом, для суммарной дисперсии a_0 имеем на основании дисперсий отдельных факторов оценку 0.47.

Суммарную дисперсию a_0 можно оценить и по дисперсии R_V, вычисленной для ранних звезд на основе непосредственных наблюдений. По данным работ, цитированных в таблице 3, для дисперсии R_V имеем значение 0.23. С другой стороны, амплитуда колебаний R_V по данным Джонсона и Боргмана [I3] составляет 0.29, чему соответствует дисперсия, равная 0.20. Сюда прибавляется дисперсия отдельных точек относительно средней кривой, равная 0.28. По данным [I3] дисперсия a_0 составляет, следовательно, 0.35.

Итак, для дисперсии a_0 мы получили три независимые оценки: 0.47, 0.23 и 0.35. В среднем имеем значение 0.34, при этом первая оценка, как недостаточно репрезентативная, была взята с весом I/2.

Дисперсии всех коэффициентов a_i и b_i получаются весьма большими. Отсюда возникает сомнение в целесообразности использования зависимости типа (I.8) и (I.I3), так

как она не может иметь достаточно универсального характера. Приходится ограничиться выводом среднего значения отношения полного ослабления света к избирательному для ранних звезд, что по приведенным данным составляет

$$\overline{R_V} = 3.11 \pm 0.34.$$

Как мы видели выше, большой разброс значений R_V вызван, в основном, влиянием двух "космических" факторов - непостоянством закона ослабления света и естественной дисперсией истинных цветов звезд. Для более точного учета ослабления света звезд нужно пользоваться не средним значением отношения R_V, а вывести его для данной области неба, с учетом индивидуальных особенностей рассматриваемых звезд. К этому же заключению пришли Джонсон и Бортман [13].

2. Светимость классических цефеид

Масштаб расстояний в Галактике, а также численное значение ряда галактических параметров зависит от численного значения коэффициентов a и b в выражении для светимости классических цефеид:

$$\langle M^0 \rangle = a - b \log P, \qquad (2.1)$$

где $\langle M^0 \rangle$ - медианная светимость, выраженная в звездных величинах, и освобожденная от влияния ослабления света, и P - период в днях. Коэффициент a, определяющий нуль-пункт зависимости период-светимость, ранее вычислялся из статистики собственных движений и лучевых скоростей близких к Солнцу цефеид, коэффициент же b определялся по цефеидам в Магеллановых облаках. Как показал опыт, результаты получились при этом весьма неуверенными.

Крафт предлагал для определения a новый метод [30], основанный на цефеидах в рассеянных звездных скоплениях. Расстояние до этих скоплений может быть достаточно точно определено привязкой линии главной последовательности скопления к главной последовательности нулевого возраста. При этом придется вычислить по теории звездной эволюции расстояние пройденное звездами в ходе эволюции от линии нулевого воз-

раста на диаграмме показатель цвета–светимость. Ослабление света определяется фотоэлектрическим путем по избыткам цвета. Положение линии нулевого возраста определяется по молодому скоплению – Гиадам, расстояние до которого вычисляется по групповому параллаксу. По оценкам Блаау [31] и Сэндиджа [32] ошибка модуля Гиад составляет примерно 0.06. Учитывая еще ошибку привязки цефеид к скоплениям, имеем для внешней ошибки светимости цефеид значение 0.15.

Сводка определений коэффициентов выражения (2.1) в фотометрической системе BV Джонсона–Моргана приведена в табл. 5. При этом значение коэффициента a для цефеид других галактик дано в видимых звездных величинах. Данные для БМО не исправлены за межзвездное ослабление света в Галактике.

Нульпункт Крафта основан на шести цефеидах, найденных в скоплениях. Позднее Ефремову удалось найти еще несколько цефеид в скоплениях и его результат основан на 11 цефеидах. Результаты Крафта и Ефремова очень хорошо согласуются между собой. Значения коэффициента b также весьма хорошо согласуются между собой, за исключением значения для цефеид в Большом Магеллановом облаке. Причины этого несогласия не совсем ясны, поэтому при определении среднего значения материал для БМО не учитывался. При вычислении среднего значения коэффициента a найденные Крафтом и Ефремовым величины были приведены к принятому нами значению b, с учетом того, что калибровка светимостей Крафта и Ефремова относится к $\overline{\log P} = 0.8$.

Как показывает сводка Псковского [38], Крафта и Ефремова, результаты весьма хорошо согласуются с результатами, полученными классическими способами. Однако, классические статистические способы обладают невысокой точностью, поэтому при определении среднего соответствующие данные не использовались.

Дисперсия абсолютных величин отдельных цефеид по отношению к закону (3.1) составляет примерно $0^m.5$. Это связано с тем, что полоса неустойчивости имеет на диаграмме цвет–светимость конечную ширину и линии равных периодов имеют на диаграмме некоторый наклон к координатным осям. Для

уменьшения упомянутой дисперсии Ефремов предлагает [37] привести абсолютные величины к величинам, с ответствующим средним показателям цвета при данном периоде. Однако, нам кажется, что более правильным было бы заменить выражение (2.1) новым, прибавив к правой части член с показателем цвета.

Из теории пульсации цефеид [39] вытекает формула

$$\log P - c(B-V) + \alpha M_V = \kappa , \qquad (2.2)$$

причем коэффициенты c и α зависят от принятой зависимости эффективной температуры и болометрической поправки от показателя цвета, а коэффициент κ зависит от постоянной пульсациям цефеид. Последнюю зависимость можно приближенно аппроксимировать выражением

$$\kappa = \alpha + \beta \log P , \qquad (2.3)$$

где α и β - постоянные. Из (2.2) и (2.3) получаем

$$M_V = a' - b' \log P + c'(B-V) ;$$
$$M_B = a' - b' \log P + (c'+1)(B-V) , \qquad (2.4)$$

которые и заменяют формулу (2.1).

Нетрудно определить и численные значения коэффициентов формул (2.3) и (2.4). Исключая из (2.4) показатель цвета с учетом эмпирического соотношения

$$B-V = e + f \log P , \qquad (2.5)$$

получим формулу (2.1). Сравнение соответствующих членов дает

$$a' = a_V - \frac{c}{\alpha}(a_B - a_V) = -3,38 ;$$
$$b' = b_V + \frac{c}{\alpha}(b_V - b_B) = 3,49 ;$$
$$c' = \frac{c}{\alpha} = 4,40 ; \qquad (2.6)$$

$$\alpha = a'\alpha = -0,807 ; \beta = 1 - b'\alpha = 0,165 \qquad (2.7)$$

и

$$\ell = a_B - a_V = 0{,}38; \beta = b_V - b_B = 0{,}23 . \qquad (2.8)$$

Численные значения коэффициентов мы нашли, взяв a_V, a_B, b_V и b_B из табл. 5 и приняв по Крафту [39] $C = 1.051$ и $d = 0.239$.

3. Светимость короткопериодических цефеид

До недавнего времени светимость короткопериодических цефеид считалась постоянной, т.е. принималось, что для этих звезд в формуле (2.I) $b = 0$. Однако, Нотни показал уже в I956 г. [40], что короткопериодические цефеиды разделяются по меньшей мере на три подсистемы, имеющие различную кинематику, пространственное распределение, а также и различную светимость. Цефеиды населения диска характеризуются, в основном, периодами $0^d.1 \leq P \leq 0^d.45$ и имеют среднюю светимость $M_{pg} = -0^m.3 \pm 0^m.5$, цефеиды населения гало имеют периоды $P > 0^d.45$, причем их светимость по статистическому определению Нотни составляет $M_{pg} = +0^m.8 \pm 0^m.2$. Наконец, ультракороткопериодические цефеиды ($P < 0^d.1$) имеют $M_{pg} = +4^m.6 \pm 0^m.7$.

Выводы Нотни нашли свое подтверждение, когда к короткопериодическим цефеидам стали применять метод, аналогичный методу Крафта. Оказалось, что после учета различия в химическом составе и введения соответствующих поправок в показателей цвета и спектральные типы, главная последовательность звезд населения гало, в частности, звезд шаровых скоплений, почти совпала с обычной главной последовательностью (Сэндидж и Эгген [4I]; Эгген и Сэндидж [42]). Это дало возможность связать главную последовательность шаровых скоплений с последовательностью нулевого возраста, что с учетом эволюционного сжатия первой из них позволило найти расстояние скопления.

Несмотря на очень большие наблюдательные трудности, связанные с необходимостью определить фотоэлектрическим путем блеск звезд до 22^m, к времени составления настоящей сводки опубликованы данные уже для II скоплений, а для ряда скоплений имеется даже несколько определений. Результаты

этих работ даны в табл. 6. Наряду с абсолютной визуальной величиной в таблице дана оценка показателя цвета, согласно данным Сэндиджа [53]. Показатели цвета цефеид типов C и a, b Бэйли приняты равными $0^m.20$ и $0^m.31$ соответственно, их относительные числа брались из табл. 2 Сэндиджа, а цефеидам в скоплениях, не фигурирующих в этой таблице, приписан показатель цвета $0^m.25$.

Результаты цитировонных работ показывают, что средняя светимость короткопериодических цефеид колеблется в весьма широких пределах. Частично дисперсия может быть вызвана наблюдаемыми ошибками, однако, в общем приходится отказаться от допущения о постоянстве нульпункта короткопериодических цефеид.

Чем может быть вызвано непостоянство нульпункта? Сэндидж [53] показал на основании теории пульсации, что при прочих равных условиях, в частности при равных показателях цвета должна светимость возрастать с увеличением периода, как и в случае обычных цефеид. Для проверки этой гипотезы мы приводим в табл. 6 средние периоды цефеид типа a и b Бэйли, согласно Сэндиджу [53] и другим источникам, указанным в таблице. Мы видим, что периоды группируются около значений $0^d.55$ и $0^d.64$.

По Сэндиджу, этим значениям периодов должна соответствовать разница в абсолютных величинах $\Delta M = 0^m.2$. На основании данных табл. 6 имеем, однако, что для обоих групп $\overline{M_v} = +0^m.77$. Следовательно, придется отказаться от допущения, что показатели цвета и массы цефеид в разных скоплениях точно равны между собой.

Ряд авторов (Арп [43], Сэндидж и Уоллерстейн [46], Уайлди [49]) считают, что главной причиной различий в нульпункте является различие в содержании металлов в разных шаровых скоплениях. Согласно Сэндиджу и Уоллерстейну, при переходе от скоплений, очень бедных металлами, к скоплениях, содержание металлов в которых приближается к характерному для населения I типа, абсолютная величина должна увеличиваться на $0^m.5$.

Содержание металлов согласно Моргана [54] и Дейчу (цитируется по Ходжу и Врайту [55]) также дано с табл. 6,

данные для скопления 47 Tuc заимствованы из работы Уайлди [49]. Морган определил содержание металлов по интегральному спектру скоплений. Его результаты кодированы в 8-балльной шкале, причем баллу I соответствует скопление, очень бедное металлами, а баллу VIII - скопление с сильными линиями металлов в спектре. Дэйч наблюдал отдельные яркие звезды в скоплениях. Его результаты кодированы в 3-балльной шкале, А обозначает почти обычное содержание металлов, В - малое и С - очень малое содержание.

Рассмотрение таблицы 6 показывает, что среди всех типов скоплений с разным содержанием металлов встречаются как абсолютно яркие, так и слабые звезды типа RR Лиры. Следовательно, различия в светимости нельзя целиком отнести за счет различий в химическом составе звезд скопления. По-видимому, светимость короткопериодических цефеид зависит от суммарного влияния всех рассмотренных выше признаков, как того требует теория пульсации. На это указывают результаты Престона [56] и Ферми [57 - 59].

Средняя абсолютная величина короткопериодических цефеид в Галактике в системе V получается равной $M_V = 0^m.75 \pm 0.20$, а в системе B $M_B = +1^m.01 \pm 0.20$.

Было бы интересно сравнить полученные светимости галактических цефеид со светимостями цефеид в других галактиках. По Тифту [50] средний блеск короткопериодических цефеид в шаровом скоплении NGC 121 в Малом Магеллановом облаке составляет $\langle V \rangle = 19.45$ и $\langle B \rangle = 19.7$, а блеск цефеид в окружающем поле - $\langle V \rangle = 19.6$ и $\langle B \rangle = 19.85$. Придавая несколько больший вес цефеидам в поле (скопление может находиться к нам ближе, чем ММО в целом), и приняв вместе с Тифтом, что избыток цвета в этой области ММО равен $0^m.02$, имеем $\langle V^\circ \rangle = 19.50$ и $\langle B^\circ \rangle = 19.73$. Допуская, что светимость классических цефеид в Галактике и ММО одинакова, имеем на основании данных Арпа [55], приведенных в табл. 5, для модуля расстояния ММО $(m - M)^\circ = 18.78$. Другие способы дают для модуля в среднем такое же значение (Сэндидж [52], Тифт [50], Вестерлунд, Данцигер и Грейэм [60]). Таким образом, для светимости цефеид в ММО имеем $\langle M_V^\circ \rangle = +0.72 \pm 0.20$ и $\langle M_B^\circ \rangle = +0.95$, что очень хорошо согласуется с приведенными выше средними значениями для нашей Галактики,

Короткопериодические цефеиды слишком слабы, чтобы их можно было современными средствами наблюдать в более удаленных галактиках. Для периферийной области галактики М31, где поглощение мало, Бааде и Своуп [35] нашли исправленный от влияния поглощения модуль расстояния $(m - M)^0 = 24^m.20 \pm 0^m.15$, приняв нуль-пункт классических цефеид по Крафту [36]. Далее они нашли, что последовательность цефеид населения II типа в изучаемой области М31 находится на диаграмме M_V, $\log P$ на $2^m.15$ ниже, чем последовательность цефеид населения I типа. Отсюда они нашли для светимости короткопериодических цефеид $\langle M_v \rangle = 0^m.45 \pm 0^m.20$.

К этим определениям можно еще прибавить определение Эггеном и Сэндиджом [45] абсолютной величины RR Лиры, одной из типических представительниц короткопериодических цефеид поля. Авторы нашли, что эта звезда принадлежит к движущемуся потоку, расстояние до членов которого можно определить способом группового параллакса. В результате получается $\langle M_V^0 \rangle = + 0.65 \pm 0.1$.

При выводе среднего значения абсолютной величины короткопериодических цефеид будем использовать все упомянутые определения с равными весами. Имеем окончательно

$$\langle M_V^0 \rangle = 0.64 \pm 0.10; \langle M_B^0 \rangle = + 0.90 \pm 0.15; \langle M_P^0 \rangle = + 0.77 \pm 0.15. \quad (3.1)$$

Приведение нуль-пункта в систему P, которая почти точно совпадает с интернациональной фотографической системой, выполнено согласно первым двум уравнениям работы Джонсона [61]. Полученный результат показывает, что короткопериодические цефеиды заметно слабее, чем обычно принималось в последнее время - $M_{pg} = + 0.5$. К такому же выводу пришел Сэндидж [52] на основе несколько меньшего наблюдательного материала.

4. Расстояние до центра Галактики

Для определения расстояния до центра Галактики R_0 предложено много способов. Так, часто R_0 вычисляется по формуле [62]

$$AR_0 = -W, \qquad (4.1)$$

где A – параметр Оорта, W – градиент функции галактического вращения около Солнца, определяемый из радиоастрономических наблюдений. Брандт [63] вычислил расстояние до центра Галактики из допущения, что массы нашей Галактики и галактики М3I равны. Следует, однако, сказать, что эти определения не являются фундаментальными, они зависят от дополнительных предположений или от других галактических параметров, которые сами должны быть улучшены в процессе уравнивания галактических параметров. Но при уравнивании все входящие в систему величины должны быть независимы друг от друга. Поэтому такие определения не могут быть использованы в данной работе.

Из фундаментальных определений расстояния до центра Галактики следует отметить следующие методы:

а) по пространственному распределению подсистем, имеющих сильную концентрацию к центру Галактики;

б) по центру кривизны изолиний функции Камма.

Первый метод уже давно применяется для данной задачи, причем в качестве наблюдательного материала выгодно использовать шаровые звездные скопления и короткопериодические цефеиды. Второй метод был предложен Уивером [64], геометрический смысл метода в частном случае $F(R, R_0) = 0$ ($F(R, R_0)$ – функция Камма) был найден Текереем (см. Вулли [65]), а в общем случае – Кузминым (выступление на астрономическом семинаре Тартуской обсерватории, апрель 1964). В обоих методах практические трудности связаны с учетом ослабления света и нульпункта цефеид, в первом методе – короткопериодических, во втором – долгопериодических, по которым обычно определяется функция Камма.

Для определения R_0 могут быть использованы лишь работы, где учет ослабления света и вывод фотометрических расстояний звезд основывается на точной двух- и трехцветной фотоэлектрической фотометрии. При этом наиболее существенен правильный учет ослабления света, так как ошибка нуль-пункта абсолютных величин уменьшает или увеличивает пропорционально все расстояния, и поэтому может быть легко учтена.

В табл. 7 приведена сводка фундаментальных определений R_0, доступных автору к концу июня 1964 г. В таблице указывается опубликованное значение расстояния и принятый нульпункт короткопериодических цефеид, если определение основывается на нем. Дано также редуцированное значение R_0, в согласии ϕ с принятым в п. 3 нульпунктом. К использованным работам можно делать следующие комментарии.

Крон и Мэйол [66] определили фотоэлектрическим путем интегральные величины скоплений в системе P, V. При установлении корреляции между спектральными типами и истинными показателями цвета они, однако, не учитывали естественную дисперсию, а в качестве линии нулевого покраснения начертили линию, проходящую через точки с наименьшими значениями показателя цвета при данном спектральном типе (см. их рис. 12). По этому графику потом были найдены избытки цвета, которые, как мы видим, несколько завышены (от $0^m.05$ до $0^m.10$). В области поздних спектральных типов они взяли два варианта, I и II, причем первый соответствовал меньшим избыткам. В дальнейшем авторы делали все вычисления параллельно для обоих вариантов, а из окончательных результатов бралось среднее. Нам кажется, что правильнее было бы пользоваться результатами только I варианта, в котором упомянутая систематическая ошибка сказывается меньше.

Крон и Мэйол [66] нашли центроид системы шаровых скоплений по 23 скоплениям в направлении центра Галактики. При $M_{pg} = 0^m.0$ в варанте I они нашли $R_0 = 13.0$ кпс. Этот же материал был заново обработан Ферни [67], который для варианта I при $M_{pg} = 0.5$ получил $R_0 = 11.0$ кпс.

Кроме того, Крон и Мэйол [66] и Ферни [67] обрабатывали заново материал Бааде [72] о распределении видимого блеска короткопериодических цефеид в коридоре видимости около скопления NGC 6522, находящегося на угловом расстоянии только 4^0 от центра Галактики. Распределение видимых величин звезд типа RR Лиры имеет в этом коридоре видимости резкий максимум у $m_{pg} = 17^m.3$. Здесь луч зрения несомненно проходит через центральное сгущение Галактики.

Цефеиды около скопления NGC 6522 были изучены также Вулли и его сотрудниками [65]. При этом были использованы новые фотоэлектрические стандарты в системе B, V.

Уоллерстейн [69] изучил распределения красных гигантов в другом коридоре видимости, расположенном на угловым расстоянии 12^0 от центра Галактики. Он не обнаружил ярко выраженного максимума в распределении видимых величин звезд, откуда он заключил, что луч зрения проходит мимо центрального сгущения. Поэтому его результат, $R_0 = 10.5$ кпс, весьма неуверен.

Фист и Тэкери [70] применили для определения R_0 метод Унзера, причем материалом служили B-звезды, расстояние которых от Солнца превышает I кпс.

Наиболее достоверным из всех определений является результат Арпа [68], основанный на свежем наблюдательном материале о шаровых звездных скоплениях.

Согласие отдельных результатов, приведенных в табл. 7, соответствует их средним ошибкам. Взвешенное среднее получается равным $R_0 = 9.0 \pm 0.5$ кпс. Ошибка этого результата является внутренней, она вызвана статистическими флуктуациями. Для того, чтобы иметь возможность при уравнивании галактических параметров улучшить и шкалу расстояний, вводим соответствующий множитель α. Истинное расстояние до центра Галактики R_0° вычисляется тогда по формуле

$$R_0^\circ = \alpha R_0 , \qquad (4.2)$$

где R_0 – полученное из наблюдений в существующей шкале расстояние до центра. На основании приведенных ранее данных о точности определения нуль-пункта светимости цефеид, а также о точности учета поглощения, имеем для α оценку

$$\alpha = 1.00 \pm 0.08. \qquad (4.3)$$

5. Параметр вращения A

Основным источником информации для определения параметра галактического вращения

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{V_0}{R} - \frac{\partial V_0}{\partial R}\right)_0 = -\frac{1}{2} R_0 \omega_0' , \qquad (5.1)$$

где V_0 – линейная, а $\omega = V_0 / R$ – угловая скорость

вращения подсистемы, является анализ лучевых скоростей звезд плоских подсистем. Обозначая величины галактоцентрических скоростей некоторой звезды и Солнца через V^* и $V^\odot$ соответственно, а углы между векторами этих скоростей и направлении Солнце-звезда - через χ^* и $\chi^\odot$, имеем для относительной лучевой скорости выражение

$$V_r = V^* \cos\chi^* - V^\odot \cos\chi^\odot . \qquad (5.2)$$

После некоторых преобразований получим вместо (5.2)

$$V_r = \cos b \sin l \cdot f(R, R_0) + p + q , \qquad (5.3)$$

где b и l - галактическая широта и долгота (в новой системе координат), p и q - члены, соответствующие пекулярному и радиальному движениям, и

$$f(R, R_0) = R_0 [\omega(R) - \omega(R_0)] \qquad (5.4)$$

- функция Камма. Разлагая ω в ряд по R, имеем

$$V_r = -2A(R - R_0)\cos b \sin l + \ldots + p + q . \qquad (5.5)$$

Разлагая, далее, $R - R_0$ в ряд по r (r - расстояние от Солнца) и выписывая члены расширения, получим

$$V_r = r \cos^2 b (A \sin 2l + H \cos 2l + K) + \ldots , \qquad (5.6)$$

где

$$H = -\frac{1}{2}\left(\frac{\dot{R}}{R} - \frac{\partial \dot{R}}{\partial R}\right), \quad K = \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\partial \dot{R}}{\partial R}\right) , \qquad (5.7)$$

причем $\dot{R}$ - радиальная скорость центроида подсистемы.

Формулы (5.3) - (5.6) и являются основой для определения A. Формула (5.3) точная, параметр A вычисляется по производной функции Камма при $R = R_0$. Формулы (5.5) и (5.6) носят название приближения Камма и Оорта соответственно (см. Рубин и Бэли [73]). Для уменьшения случайных флуктуаций, вызванных пекулярными движениями звезд, обычно звезды группируются по R или l.

Практические трудности в применении вышеприведенных формул связаны с установлением шкалы расстояния звезд. Как

показывают результаты Увера [74, 75], в непосредственной окрестности Солнца параметр A получается аномально малым. Если параметр A будет использован для изучения общей структуры Галактики, то мы должны найти не локальное, а усредненное по довольно большому объему значение A. В таком случае тригонометрические методы определения расстояния не могут быть использованы. Надежность фотометрических определений расстояний зависит, как известно, от качества калибровки светимостей звезд и учета межзвездного ослабления света.

В данной сводке учтены только работы, где калибровка светимости и учет ослабления света современными фотоэлектрическими и спектральными методами. Изменения в принятом численном значении параметра A, происходящие в последние годы (см. ниже), связаны именно с уточнением шкалы расстояния до гигантов и сверхгигантов, по которым определяется A.

К приведенной в табл. 8 сводке определений A нужно сделать следующие замечания.

Как известно, численное значение параметра A зависит в некоторой степени от того, учтен K-эффект или нет. Поэтому мы приводили параметр K во всех случаях, когда он был определен. Рассмотрение таблицы показывает, что по имеющемуся наблюдательному материалу учет K-эффекта заметно не изменяет результат для A.

В 1960 г. нуль-пункт светимости ранних гигантов и сверхгигантов был смещен в сторону больших светимостей примерно на $0^m.25$, в связи с разработкой Джонсоном [85] нового способа определения положения линии нулевого возраста по рассеянным звездным скоплениям. Это увеличивает все фотометрические расстояния на 12 %, и настолько же уменьшается и параметр A. Поэтому мы уменьшали на 12 % все значения A, найденные до 1960 г. При этом мы немного увеличивали средние ошибки A, учитывая возможную ошибку поправки. Интересно отметить, что такого же порядка поправки были найдены и Крафтом и Шмидтом [84] для A, вычисленного по цефеидам Стиббсом [86], Гаскойном и Эггеном [87] и Валравеном, Муллером и Оострергофом [88]. Так как использованный этими авторами материал был впоследствии полностью переработан Крафтом и Шмидтом [84] и Такасе [82, 83], мы не привели в таблице ре-

зультатов упомянутых трех работ.

Рубин и Бэлей [73] вычислили параметры движения подсистемы горячих гигантов O- B5 не только по лучевым скоростям, но и совместно по лучевым скоростям и собственным движениям. Последний результат также приведен в табл. 8 и учтен при выводе среднего значения A. В последнем случае авторы нашли и параметр B вращения подсистемы, получив для него весьма правдоподобное значение B = - 9.9 ± 2.7 км/сек кпс.

При вычислении средней внутренней ошибки A мы учитывали, что не все результаты в табл. 8 являются независимыми - часто авторы используются почти один и тот же наблюдательный материал. Следует также отметить, что внутренняя ошибка не отражает полностью неопределенность полученного среднего значения A. Внешняя ошибка A связана главным образом с ошибкой в принятой шкале расстояний. Эта ошибка входит одновременно как в R_0 , так и в A, так как шкала расстояний короткопериодических и классических цефеид, а также и других звезд, гигантов и сверхгигантов, в одинаковой степени зависит от положения линии нулевого возраста главной последовательности и принятого значения отношения полного ослабления света к избирательному. Поэтому истинное значение A, как и истинное значение R_0, может быть выражено формулой

$$A^\circ = \frac{A}{\alpha}, \qquad (5.7)$$

численное значение множителя α и его ошибка такие же, как при определении R_0° .

6. Угловая скорость вращения ω

Независимо от шкалы расстояния определяются из собственных движений параметры галактического вращения A и

$$B = -\frac{1}{2}\left(\frac{V_\Theta}{R} + \frac{\partial V_\Theta}{\partial R}\right)_0 = A - \omega \quad . \qquad (6.1)$$

Аналогично формуле (5.2) имеем для компоненты собственного движения вдоль галактической долготы

$$\mu_l = \frac{1}{\kappa}\left[\left(\frac{R_0 \cos l}{r \cos b} - 1\right)(\omega - \omega_0) - \omega_0\right] + p' + q', \qquad (6.2)$$

где $\kappa = 4.74$ км/сек на дуговую секунду в год, а p' и q' – члены пекулярного движения и поправки к системе собственных движений (в частности поправки к прецессионным постоянным). После двухкратной линеаризации получим, как и в случае лучевых скоростей

$$\mu_l = \frac{B}{\kappa} + \frac{A}{\kappa}\cos 2l + p' + q' + \ldots\ldots \qquad (6.3)$$

Аналогично можно получить формулы и для компоненты собственного движения по галактической широте, а также по склонению и прямому восхождению.

Обычно по формуле (6.3) и другим аналогичным формулам вычисляются параметры A и B отдельно. Как показывает опыт, полученные этим путем значения параметров вращения имеют весьма большой разброс. Кроме того, в различных фундаментальных системах параметры получаются систематически различными.

Увивер показал [89], что искажения в A и B могут быть вызваны неоднородным распределением звезд по галактическим зонам и другими зональными ошибками. Значительным свойством этих является то обстоятельство, что они примерно одинаковым образом входят в A и B, так что их разность $\omega = A - B$ более или менее свободна от упомянутых ошибок. Компенсация получается лишь тогда, когда оба параметра A и B определяются одновременно по одному и тому же материалу. Особенно большие систематические ошибки могут возникать, если принять A по лучевым скоростям, а B – по собственным движениям, как это неоднократно делалось (например Пласкетт и Пирс [90], Пареная [91]).

Далее мы убедились в том, что угловая скорость вращения $\omega = A - B$ много меньше зависит от принятой фундаментальной системы, чем A и B в отдельности. Учитывая это обстоятельство и аргументы Увивера, мы решили в качестве другого параметра вращения брать не B, а ω. Результаты определения этой величины даны в таблице 9. Для сравнения в таблице приведены и значения параметра A. Указывается принятая фундаментальная

система, использованный материал и количество звезд N.

Как известно, разные подсистемы вращаются в Галактике с разной угловой скоростью, причем вращение плоских подсистем близко к движению с круговой скоростью. Поэтому при определении параметров галактического вращения следует использовать звезды плоских подсистем. Рассмотрение всех звезд вместе может привести к значительным искажениям. Так, например, Мор, Майер и Штол [103] получили по 45000 звездам каталога Йела ω = 46 км/сек кпс (среднее из систем GC и $FK3$), что почти в два раза выше принятого значения. В некоторых случаях мы включили такие определения в нашу сводку, но увеличили при этом среднюю ошибку. Кроме того ошибка увеличена у результата Бакулина, которая была явно мала (± 1 км/сек кпс).

Результаты показывают, что средние значения ω в разных фундаментальных системах в пределах своих ошибок совпадают. Трудно было отдать предпочтение какой-то системе и мы брали среднее всех результатов, учитывая, конечно, что результаты не вполне независимы друг от друга.

7. Динамический параметр C

Наряду с параметрами вращения большую роль в разработке системы галактических параметров и определении модели Галактики играет динамический параметр

$$C^2 = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right)_{z=0}, \qquad (7.1)$$

где ϕ – потенциал Галактики и z – возвышение над галактической плоскостью. Теория определения этого параметра изложена достаточно полно в работах Кузмина [104, 105]. Чтобы яснее описать различные практические способы вычисления C, приведем здесь краткую сводку основных формул.

При выводе формул для определения C делаются допущения:

а) Галактика является стационарной, обладающей осевой и плоскостной симметрией звездной системой;
б) эллипсоид скоростей не имеет наклона к плоскости Галактики при $z \neq 0$;
в) распределение компонента скоростей звезд в z -на-

правлении v_z является нормальным (или суммой нормальных распределений).

Интегрируя шестимерное уравнение непрерывности при сделанных допущениях по всем скоростям, имеем для распределения пространственной плотности звезд плоской составляющей в z -направлении выражение

$$\mathcal{D}(z) = \sum \mathcal{D}_i(z) , \qquad (7.2)$$

где

$$\mathcal{D}_i(z) = \mathcal{D}_{oi}\, e^{\frac{\Phi - \Phi_0}{\sigma_{zi}^2}} \qquad (7.3)$$

В последней формуле $\mathcal{D}_i(z)$ и $\mathcal{D}_{oi}$ - плотность одной подсистемы при $z \neq 0$ и $z = 0$ соответственно и σ_{zi} - дисперсия скоростей звезд данной подсистемы в z -направлении. Из (7.3) найдем выражение для потенциала Галактики

$$\Phi = \Phi_0 + \sigma_{zi}^2 \ln \frac{\mathcal{D}_i(z)}{\mathcal{D}_{oi}} , \qquad (7.4)$$

Зная распределение звезд $\mathcal{D}_i(z)$ и дисперсию скоростей, по этой формуле можно найти зависимость потенциала от z . Параметр C вычисляется, наконец, как вторая производная потенциала по z при $z = 0$. Этот способ неоднократно был применен для определения C, его можно называть косвенным.

Г.Г.Кузмин [104] предложил, более прямой путь вычисления C. Разлагая потенциал в ряд Тэйлора по z при $z = 0$, имеем с учетом (7.1)

$$\Phi = \Phi_0 - \frac{1}{2} C^2 z^2 + \ldots \qquad (7.5)$$

($\partial \Phi / \partial z = 0$ при $z = 0$). Подставляем полученное выражение в (7.3)

$$\mathcal{D}_i(z) = \mathcal{D}_{oi}\, e^{\frac{-z^2}{2\sigma_{zi}^2/C^2}} . \qquad (7.6)$$

Распределение плотности в z -направлении получается нормальным с дисперсией $\zeta = \sigma_z / C$. Следовательно, C можно определить как отношение дисперсии σ_z к дисперсии z -координат звезд плоских подсистем

$$C = \frac{\sigma_z}{\varsigma} . \qquad (7.7)$$

В принципе оба способа одинаковы. На практике, однако, в первом случае должна быть найдена функция распределения z -координат с большой точностью, что связано с рядом трудностями. Внимание не сосредоточивается на главном - на возможно более тщательном выводе дисперсий σ_z и ς . Поэтому применение первого способа часто давало искаженные результаты.

Наиболее простым является определение обеих дисперсий по одним и тем же звездам. Отсутствие подходящего наблюдательного материала позволило сделать это лишь недавно [106, 107]. Раньше дисперсия ς находилась по тотальной (Ээлсалу [108]) или парциальной (Кузмин [104], Хилл [106], Оорт [110]) функции блеска $A(m)$. Дисперсия скоростей вычислялась из лучевых скоростей звезд на полярных шапках галактики (Вулли [111]) или компонент собственного движения перпендикулярно галактической плоскости (Кузмин [104]). В этом случае дисперсии определяются разным звездам. Это может внести систематические ошибки в полученные результаты, так как может оказаться, что дисперсии ς и σ_z не относятся точно к звездам из одной и той же подсистемы.

Перечень определений C дан в таблице 10. В таблице указывается метод получения дисперсии ς и σ_z, использованные звезды и их число, если обе дисперсии определялись по одним и тем же звездам. Принятые ошибки основываются на количестве использованных звезд и оценке достоверности использованного наблюдательного материала. В ряде случаев мы приняли отличное от принятого автором значение C, чтобы учесть те или иные допущенные авторами систематические ошибки.

Результаты Наона [116] и Вулли [111] критиковались Оортом [110] и Ээлсалу [108]. Параметр C получился у них завышенным главным образом вследствие неучета наблюдательной селекции в каталоге Вильсона [120], где в случае слабых звезд представлены звеады только с большими собственными движениями, а следовательно, и большими лучевыми скоро-

стями. Не было учтено и влияние наблюдательных ошибок. Результаты этих работ не учитывались при выводе сводного значения C.

Эдслау [108, 117]) не пользовал для определения C интегральный метод - было найдено среднее значение дисперсии скоростей для ярких звезд и использована интегральная функция блеска для определения средней дисперсии z -координат звезд. Приведенная автором средняя ошибка результата была увеличена до $\pm$ 6 км/сек кпс, чтобы учесть возможную неуверенность в относительном числе звезд с разной кинематикой и пространственным распределением, в частности наличие звезд населения гало, которое автором не учитывается.

Одно из наиболее подробных исследований C косвенным способом принадлежит Хиллу [109]. Главной целью работы этого автора является вывод функции компонента притяжения до больших расстояний от галактической плоскости. В качестве материала используются K-гиганты. Пространственная плотность определяется на основании общей функции блеска $A(m)$, причем доля K-гигантов оценивается по подсчетам звезд в Бергедорфских площадках. Кинематической базой работы являются каталог Вильсона [120], списки Роман [121, 122], а также неопубликованные данные Эдмондсона о лучевых скоростях слабых звезд.

По данным Хилла (см. рис. 13 [109]) пространственная плотность при увеличении z сначала убывает быстро, а затем градиент плотности уменьшается. Вследствие этого притяжение перпендикулярно галактической плоскости K_z (рис. 14) [109] обратнопрпорциональное плотности, сначала быстро увеличивается (при $z = 0$ оно равно нулю) и, достигнув максимума при $z = 400$ пс, начинает довольно быстро уменьшаться. Такой ход противоречит уравнению Пуассона, если в нем члены радиального притяжения вычислить на основании модели Шмидта [123].

Чтобы устранить упомянутое затруднение, материал Хилла был заново переработан Оортом [110] и Ясуда [118]. Оба автора с самого начала исходили из уравнения Пуассона и получили для K сходные результаты, которые при $z > 2$ кпс более чем на три раза превышают значения, полученные Хиллом.

Полученная большая внутренняя дисперсия результатов указывает на то, что примененная методика не позволяет уверенно вывести ход z -компонента притяжения. Но и в том случае, если результаты показали бы хорошее внутреннее согласие, они не заслуживали бы особого доверия, так как теория, на которую все это опирается, применима только при очень малых z (см. выше). По нашему мнению, компоненты притяжения для больших z могут быть надежно определены только по модели Галактики, которая основана на всем имеющемся наблюдательном материале о пространственно-кинематическом строении подсистем Галактики. Рассматриваемая в настоящем параграфе методика позволяет определить только градиент K_z при $z = 0$, то есть параметр C.

Что касается параметра C, значения которого были нами вычислены на основании приведенных в работах Хилла, Оорта и Ясуда данных, то все они примерно на 35 % превышают результаты Кузмина [105] и Ээлслау [108, 117]. Результаты трех авторов основаны на одном и том же наблюдательном материале и не являются независимыми друг от друга. В дальнейшем будем рассматривать их вместе.

Полученное Хиллом значение C было подробно анализировано Ээлсалу [117]. Он показал, что примерно 50 % различия между лейденскими и тартускими определениями C объясняется принятием лейденскими авторами функции блеска ван Райна, которая в наиболее ответственном для определения C участке $9^m \leq m_{pg} \leq 11^m$ сильно деформирована, как показывают современные определения. Остальные 50 % различия вызваны тем, что дисперсии скоростей у лейденских авторов для K-гигантов на 15 – 20 % больше, чем полученные Кузминым и Ээлсалу.

Как известно [121] красные гиганты, в том числе и гиганты спектрального типа K, представляют собой смесь по меньшей мере трех типов звезд, показывающих различные спектральные и кинематические признаки. Наименьшей дисперсией скоростей обладают звезды с сильными линиями металлов в спектре (strong-line stars по Роман), по всей вероятности они весьма молоды. Более старыми являются звезды, линии металлов в спектрах которых заметно слабее, чем обычно (weak-line stars по Роман). Эти звезды принадлежат по

своим кинематическим признакам к населению диска. К сферической составляющей принадлежат звезды со слабыми линиями CN, обладающие очень большой дисперсией скоростей. Средние дисперсии скоростей всех этих групп достаточно хорошо известны, средняя дисперсия К-гигантов в целом зависит от доли звезд каждой группы, в первую очередь от доли звезд населения гало.

По непосредственным спектральным данным Роман (см. табл. I0 в работе Хилла) доля звезд населения гало 7.5 %. Принимая для средней дисперсии разных кинематических групп Роман значения по данным гл. 4 настоящей диссертации и беря $\sigma_z/\sigma = 0.70$, имеем для К-гигантов в среднем $\sigma_z = 20.0$ км/сек. На основании данных Ясуда (табл. 2 и 4 в его работе I18) и беря $\sigma_z = 1.25|\overline{V_z}|$ имеем $\sigma_z = 21.6$ км/сек. По данным Хилла (табл. I4 в его работе [I09] имеем $\sigma_z = 18.3$ км/сек. По оценке Ээлсалу [II7] $\sigma_z = 16.0$ км/сек. Наконец, Паренаго [I24] и Эгген [I25], которые определили дисперсию К и М гигантов в среднем, не разлагая звезды на разные кинематические группы, получили соответственно $\sigma_z = 16.6$ и 16.8 км/сек (см. данные гл. 4 с $\sigma_z/\sigma = 0.70$).

Разброс значений дисперсий К-гигантов слишком большой, чтобы его можно было бы объяснить случайными флуктуациями. Результаты могут быть искажены следующими систематическими ошибками:

а) Отбрасывание звезд с большими ошибками в скоростях и неучет ошибок скоростей (что делали все авторы, кроме Кузмина и Ээлсалу). Отбрасывание звезд с большими ошибками уменьшает дисперсию скоростей (как правило, отбрасываются звезды с большими скоростями), неучет ошибок увеличивает дисперсию. Результатирующее влияние зависит от конкретных обстоятельств и может как увеличить, так и уменьшить дисперсию.

б) Наблюдательная селекция по скоростям (может присутствовать в результатах всех авторов). Селекция может быть вызвана неучетом результатах всех авторов). Селекция может быть вызвана неучетом неоднородности К-гигантов, т.е. игнорированием наличия звезд населения диска и гало (Кузмин, Ээлсалу) или недостаточно строгом учете его (Роман, Ясуда,

Хилл). Наконец, некоторые авторы (Паренаго) при изучении кинематики гигантов выделили быстролетящие звезды в особую группу; если их рассматривать вместе со всеми гигантами, получим на основании данных гл. 4 σ_z = 18.1 км/сек. в) Нестрогость обработки кинематических данных: использование для всех звезд одной и той же стандартной скорости центроида (Хилл, Ясуда), что может привести к завышению дисперсии (см. Ээлсалу [117]).

Без специального исследования невозможно количественно оценить влияние отдельных систематических ошибок и вывести несмещенную оценку σ_z. Учитывая, что значение, использованное Хиллом, находится примерно в середине между разными вышеприведенными оценками дисперсии σ_z, мы сочли целесообразным пока не изменять его результат.

Принятое на основании работ Хилла, Оорта и Ясуда значение C дано в табл. 10. Оно было уменьшено по сравнению с оригинальными результатами, чтобы учесть систематические ошибки в функции блеска (см. выше). Большая ошибка результата вызвана в первую очередь тем, что переход от общей функции блеска к парциальной на основе Бергедорфского спектрального обозрения крайне не надежным. Сравнение процентного содержания K-гигантов среди звезд $9^m < m_{pg} < 14^m$ по оценкам различных авторов на основе тех же данных колеблется в весьма больших пределах (см. табл. 3 и 5 в работе [109]).

Джонс [106] выводит C прямым способом, пользуясь для определения дисперсий σ_z и ξ близкими звездами. При этом были учтены замечания, сделанные в адрес работы Вулли. Однако, его результат оказался опять-таки завышенным. Так как в среднем использованный Джонсом материал соответствует A-звездам Кузмина [105], то и дисперсии должны быть сходными. У Кузмина ξ = 89 ± 5 пс и σ_z = 5.1 ± 0.7 км/сек, у Джонса ξ = 96 ± 5 км/сек. Хотя дисперсии ξ в пределах ошибок согласуются между собой, этого нельзя сказать о дисперсиях $\sigma_z = 8{,}8 \pm 0{,}5$ км/с

. Используя все имеющиеся определения дисперсий скоростей звезд B – F главной последовательности (см. гл. 4), мы нашли для A0 звезд в среднем σ_z = 7.0 км/сек. Применяя этот результат как к данным Джонса, так и к данным Кузмина, получим приведенные в табл. 8 значения C.

Наконец, Стотер и Тек [107] определяют C прямым способом по близким O и B звездам, причем обе дисперсии σ_z и ξ вычисляются по одним и тем же звездам. Авторы не учитывают наблюдательных ошибок, считая их малыми. Рассмотрение их рисунка 3, однако, показывает, что средняя дисперсия σ_z растет с увеличением расстояния, что является явным признаком присутствия ошибок в z -скоростях. По-этому мы несколько уменьшили дисперсию σ_z и получили принятое в табл. 10 значение C.

Принятые значения C в пределах ошибок удовлетворительно согласуются между собой. Поэтому среднее значение

$$C = 70 \pm 3 \text{ км/сек кпс} \qquad (7.8)$$

должно более или менее соответствовать действительности. Среднее значение заметно меньше принятого голландскими и английскими авторами значений и несколько больше принятого ранее тартускими авторами значения C.

8. Параметр вращения W

Внедрение радиоастрономических методов наблюдений открыло возможность определить еще один параметр, играющий в настоящее время большую роль в разработке системы галактических параметров - околосолнечное значение производной функции галактического вращения

$$W = -\frac{1}{2}\frac{dU}{d\xi}, \qquad (8.1)$$

где $\xi = R/R_0$ - расстояние от центра Галактики в единицах солнечного расстояния. Функция галактического вращения $U(\xi)$ связана с круговой скоростью $V(\xi)$ формулой

$$U(\xi) = V(\xi) - V_0\xi, \qquad (8.2)$$

причем V_0 - круговая скорость в окрестности Солнца.

Все определения градиента W базируются на голландских [126, 127] и австралийских [128, 129] радионаблюдениях. Сводка имеющихся определений дана в табл. 11. Можно видеть,

что выведенные значения показывают явную тенденцию к уменьшению. Прежде, чем вычислять среднее из полученных данных, было бы интересно выяснить, не вызвана ли эта тенденция какими-то систематическими ошибками в наблюдениях или другими причинами.

Как известно, параметр W связан с другими галактическими параметрами формулами

$$AR_0 = -W \tag{8.3}$$

и

$$+\frac{W}{V_0} = \frac{A}{A-B}. \tag{8.4}$$

В то время, когда голландские астрономы занимались радионаблюдениями межзвездного водорода, они принимали следующую систему галактических параметров [123] $R_0 = 8.2$ кпс; $A = 19.5$ и $B = -6.9$ км/сек кпс, что дает $V_0 = 216$ и $W = 160$ км/сек. Из наблюдений голландские астрономы нашли [127] $W = 161$ км/сек. Хорошее согласие наводит на мысль, что не исключена возможность подгонки сглаженной кривой функции галактического вращения в околосолнечной области к существующей системе галактических параметров. Так как при образовании системы галактических параметров можно использовать лишь независимые наблюдательные оценки, эти определения были исключены при вычислении среднего W.

В узком интервале R закон вращения Галактики можно при любом распределении плотности аппроксимировать формулой

$$V = aR^n, \tag{8.5}$$

где a и n – некоторые параметры. Зная n, можно вычислить ряд величин, характеризующих вращение Галактики:

$$\frac{A}{-B} = \frac{1-n}{1+n}, \tag{8.6}$$

$$\frac{-B}{A-B} = K_e = \frac{1}{2}(1+n), \tag{8.7}$$

$$\frac{W}{V_0} = \frac{A}{A-B} = \frac{1}{2}(1-n). \tag{8.8}$$

Можно полагать, что в любой физически разумной модели

Галактики скорость вращения системы в центральной области возрастает пропрционально расстоянию от центра Галактики, на некотором расстоянии R_m круговая скорость достигает максимума и на очень больших расстояниях система притягивает как материальная точка. Следовательно, при $R = 0$ $n = I$, при $R = R^\circ_m$ $n = 0$ и при $R \gg R^\circ$ $n = -0.5$. Соответствующие значения параметров вращения даны в табл. I2. Далее, если допустить, что в распределении плотности нет сильных скачков и других неоднородностей, то мы должны ожидать гладкого изменения показателя n с расстоянием R. Так как Солнце находится на расстоянии от центра Галактики, лишь немного превышающем R_m, то отсюда следует, что в околосолнечной области показатель n должен быть немного меньше нуля, около - 0.2. Соответствующие значения параметров вращения также приведены в табл. I2.

В системе параметров Шмидта [I23] получается $W/V_0 = 0.74$, и $A/-B = 2,83$, чему соответствует $n = -0.48$. Эти результаты указывают на то, что модель Шмидта имеет очень большой радиальный градиент плотности около Солнца. Действительно, в этой модели градиент плотности в два раза больше наблюдаемого (см. Кузмин [I48] и гл. 7).

Для получения новой оценки параметра W мы заново обрабатали имеющиеся радионаблюдения и получили приведенное в таблице значение. Этот результат хорошо согласуется с принятым Идлисом [I32] значением $W = I4I$ км/сек, а также с недавной оценкой Шмидта [62] $W = I42$ км/сек. Как взвешенное среднее, мы получили

$$W = I42 \pm 6 \text{ км/сек.} \qquad (8.9)$$

9. Плотность вещества

Зная число звезд в ближайшей окрестности Солнца, средние массы звезд и плотность межзвездного вещества можно определить плотность вещества в Галактике в околосолнечном пространстве.

Результаты этих определений приведены в табл. I3. Кроме плотности межзвездного вещества ρ_0 и известных звезд ρ_1 в таблице даются и оценки плотности неизвестных

звезд S_2, которые вследствие своего слабого блеска пока еще не обнаружены.

Оценки плотности межзвездного вещества основываются на радиоастрономических определениях плотности слоя нейтрального водорода [136] с прибавлением некоторого количества ионизированного водорода, гелия и более тяжелых элементов, в частности в виде пыли.

Плотность известного звездного вещества в Галактике можно оценить двумя способами – по прямым подсчетам звезд в некоторой сфере вокруг Солнца и по функции светимости. В обоих случаях требуется знание средних масс звезд.

Оценка Глизе [133] основывается на подсчетах звезд в его каталоге близких звезд [137], массы звезд оцениваются по Койперу [138 – 140]. Шмидт пользуется более ранней оценкой Блаау [123]. Оорт [134] оценивает плотность разных подсистем и в сумме получает приведенную в таблице цифру. Идлис [132] пользуется данными ван де Кампа [141] о численности близких звезд и оценкой Сафронова [142] средней массы звезд. Полученная плотность почти точно совпадает с оценкой самого ван де Кампа [141].

Как отмечалось выше, для определения плотности звездного вещества в Галактике можно пользоваться и функцией светимости $\Phi(M_{pg})$. В области $0^m \leq M_{pg} \leq 5^m$ мы брали эту функцию по Ээлсалу [108], в области $8^m \leq M_{pg} \leq 14^m$ – по M_V – по Пацовой (бралась Φ_1 в обозначении Пацовой), в области $M_{pg} \geq -1^m$ и $6^m \leq M_{pg} \leq 7^m$ – по сводке Паренаго [91], а для области $M_{pg} \geq 15^m$ более или менее надежные данные отсутствуют. Средние массы звезд вычислялись для области $m > 1\ m_\odot$ по данным Гарриса и др. [144]. Для области $m = 1\ m_\odot$, которая является наиболее существенной в определении плотности вещества, мы нашли на основе данных таблицы 2 работы [144] соотношение масса-светимость для фотографических величин, в которых выражена и функция светимости

$$M_{pg} = 5^m.6 - 11^m.8 \log m . \qquad (9.1)$$

Оказывается, что произведение $\Phi(M_{pg})\,m(M_{pg})$ в области слабых светимостей, где данные о функции светимости отсутствуют, вероятно, продолжает расти. Поэтому результат

определения плотности существенно зависит от того, какой верхний предел суммирования m_{max} взят в выражении

$$\rho_1 = \sum_{M_{pg}=-5}^{+m_{max}} \varphi(M_{pg})\, m(M_{pg}) . \qquad (9.2)$$

На основе список близких звезд мы можем заключить, что данные о слабых звездах в наиболее близкой к Солнцу области галактического пространства более или менее полны до $M_{pg} = 16^m$. Чтобы в какой-то мере учесть некоторое количество известных более слабых звезд целесообразно в формуле (9.2) суммировать до $M_{pg} = 17^m$. Еще более слабые звезды относятся к категории "неизвестные звезды". Таким путем мы нашли приведенную в табл. 13 оценку $\rho_1 = 0.046\, m_\odot pc^{-3}$.

Наконец следует еще оценить вклад неизвестных звезд в плотность галактики. Выбор приведенных в табл. 13 цифр, полученных Глизе и Оортом, не мотивирован в их работах более подробно и он являются, вероятно, просто глазомерными оценками. Чтобы дать более обоснованный ответ на этот вопрос, Кумар [145] разработал теорию внутреннего строения и эволюции звезд с очень малой массой и низкой светимости. Выясняется, что звезды с начальными массами $m < 0.07\, m_\odot$ не могут достигнуть необходимой для начала ядерных реакций температуры и не могут, поэтому, образовать стабильную главную последовательность. Этой предельной массе в главной последовательности соответствует абсолютная величина $M_{pg} = 17^m$. Менее массивные звезды видимы в период гравитационного сжатия, которое по оценке Кумар [146] длится всего 10^8 лет. Затем звезда переходит в планетообразное дегенерированное состояние. Число таких невидимых планетообразных звезд в сфере с радиусом 20 пс вокруг Солнца составляет по [135] 15 000, что при средней массе $0.04\, m_\odot$ дает оценку плотности $\rho_2 = 0.018\, m_\odot pc^{-3}$.

Оценивая приближенно ошибки полученных значений плотности межзвездного, известного звездного и неизвестного звездного вещества, имеем для околосолнечной плотности вещества в Галактике следующую оценку

$$\rho = 0.091 \pm 0.010\, m_\odot pc^{-3}.$$

IO. Согласованная система галактических параметров

IO.I. Система параметров. В гл. 4 и в первой части этой главы мы нашли наблюдательные оценки десяти галактических параметров: R_0, A, B, C, ω, V, W, $k_\odot$, k_z, ς. Остается определить согласованную систему параметров.

При моделировании структуры галактик дается ряд функции описания и формул связи между ними. Конкретный вид последних зависит от характера предположений, которые делаются в модели относительно стационарности, свойств симметрии и формы поверхностей плотностей всей галактики или ее подсистем. Вследствие наблюдательных ошибок и отклонения реальной структуры Галактики от принятой в модели, наблюдательные оценки параметров не согласуются точно с системой связывающих параметров уравнений. Для уравнивания параметра V мы предложили использовать метод наименьших квадратов [149](гл. 3). В этой работе с помощью одного уравнения была найдена система трех параметров. В работе [I](гл. 5) по четырем уравнениям была получена система семи параметров. Теперь (результаты опубликованы в [3, 4]) рассмотрим систему десяти параметров, которые связаны между собой формулами

$$V = R_0(A-B), \qquad (IO.I)$$

$$\omega = A - B, \qquad (IO.2)$$

$$W = AR_0, \qquad (IO.3)$$

$$k_\odot = \frac{-B}{A-B}, \qquad (IO.4)$$

$$k_z = \frac{k_\odot}{1+k_\odot}, \qquad (IO.5)$$

$$4\pi G\varsigma = C^2 - 2(A^2 - B^2). \qquad (IO.6)$$

Формулы связи (IO.I - I0.3) вытекают из определения содержащихся в них величин, формула Линдблада (IO.4) вытекает из теории стационарной галактики, формула Кузмина (IO.5) - из теории действия иррегулярных сил, а выражение (IO.6) представляет собой уравнения Пуассона, где градиенты потенциала выражены через параметры Оорта-Кузмина. Число пара-

метров n, а также и число уравнений связи l может возрасти, если помимо динамических параметров, характеризующих общую структуру Галактики, прибавить параметры, описывающие структуру отдельных подсистем. Числа n и l могут также возрасти, если включить в систему параметров такие величины, как спроектированная плотность, средний радиальный градиент плотности, средняя сплюснутость Галактики, предельная скорость Оорта [150], практический внешний радиус Галактики [150] и т.п. Уравнения, связывающие эти параметры с остальными, имеют, однако, интегральный характер, т.е. включение этих параметров в систему параметров требует моделирования Галактики. На данном этапе работы мы попытаемся определить систему галактических параметров независимо от конкретной модели Галактики. Поэтому мы ограничимся вышеприведенными параметрами и уравнениями.

В теории способа наименьших квадратов уравнения, связывающие искомые параметры, называются фундаментальными. Если $n-l$ параметров известно, то остальные l параметров могут быть вычислены по l фундаментальным уравнениям. Естественно называть $n-l$ параметров основными галактическими параметрами. Основные параметры могут быть выбраны произвольно при условии, что между ними нет функциональной зависимости типа (10.1) - (10.6). Мы предлагаем выбрать в качестве основных следующие часто применяемые параметры

$$R_0,\ A,\ B,\ C.$$

Итак, определение системы галактических параметров сводится к нахождений оценок основных параметров R_0, A, B, C по наблюдательным оценкам всех десяти параметров.

В таблице 14 приведены наблюдательные оценки параметров вместе с их среднеквадратичными ошибками, а также найденная способом наименьших квадратов согласованная система параметров. Указаны и ошибки параметров после согласования. Приведена также система, предложенная Оортом [151], которая часто называется стандартной [152], а также предложенная нами стандартная система.

10.2. Анализ системы параметров. Сравнение согласованной системы параметров с наблюденной показывает, что они отличаются друг от друга весьма мало, разность параметров во всех случаях меньше их среднеквадратичных наблюдательных ошибок. Вместе с тем заметим, что ошибки параметров, как правило, заметно уменьшаются при образовании согласованной системы параметров.

Система галактических параметров была обсуждена на последних трех Генеральных ассамблеях МАС [152 - 157], а также Оортом [158] и Шмидтом [62]. Основные результаты обсуждения следующие.

В общих чертах стандартная система параметров Оорта и наша система 1964 г. хорошо согласуются между собой. Основное различие заключается в том, что мы принимали малое значение параметра Кузмина C, согласующееся с наблюдательной оценкой плотности ϱ, Оорт же принимает большое значение C, что требует наличия больших масс неизвестной природы. Благодаря авторитету Оорта, большинство астрономов пока принимают его систему. Малая известность нашего определения объясняется еще тем, что наша работа пока опубликована только в еще краткого сообщения [3, 4.] Однако, в последнее время получены наблюдательные оценки динамической плотности (см. [153], стр. [84]), заметно меньшие принятого Оортом значения $\varrho = 0.145\, m_0 pc^{-3}$, так что проблема "потерянной массы" менее актуальна, чем считалась раньше.

Следует сказать, что недавно М.Йыевеер из Тарту получил новым методом C = 68 км/сек/кпс в хорошем согласии с нашей системой.

Второе различие заключается в том, что расстояние Солнца от центра Галактики R_0, а также и круговая скорость V в нашей системе 1964 г. несколько меньше, чем в стандартной системе Оорта. При обсуждении системы галактических параметров Бок в 1967 г. [152] не считал это различие существенным. В последние годы появились тенденции как увеличения R_0, так и его уменьшения. Первая тенденция возникла в результате работы Ходжа и Уоллерштейна

[159], в которой предлагается ввести в модуль расстояния Гиад поправку + 0.39, принятие которой увеличило бы масштаб всех фотометрических расстояний, в частности и расстояние Солнца от центра Галактики до R_0 = 12 кпс. Этот вопрос был детально обсужден в ряде работ (см. [153], стр. 17), а также на Генеральной Ассамблее МАС в 1970 г. [157]. В итоге оказалось, что если вообще модуль Гиад нужно изменить, то не больше, чем на $0^m.1$.

Другой цикл работ, приводящий к уменьшению шкалы расстояний нашей Галактики, связан с пересмотром абсолютных величин короткопериодических цефеид. Этот вопрос также был обсужден на Генеральной Ассамблее МАС в 1970 г. [156, 157]. Некоторые авторы предлагают заметно уменьшить принятое значение светимости короткопериодических цефеид, что может уменьшить R_0 до 6.3 кпс (см. [156] стр. 31). Здесь нужно, однако, иметь в виду, что светимость короткопериодических цефеид заметно зависит от содержания металлов и других факторов, так что найденная светимость цефеид в окрестности Солнца не может быть использована для цефеид центрального тела Галактики, в которых содержание металлов значительно больше. В итоге обсуждения предложено считать расстояние Солнца от центра Галактики порядка 9 кпс, что совпадает с выведенным нами в 1964 г. значением.

После 1964 г. выполнено ряд определений и других галактических параметров, подробная библиография соответствующих работ дана в [152 и 153]. Если не считать отдельных исключений, то в большинстве работ получаются значения, близкие к стандартной системе Оорта и нашей системе. Поэтому пока нет необходимости изменять эти параметры.

Возникает вопрос, какую систему параметров целесообразно использовать при моделировании структуры Галактики. Приведенный анализ показывает, что наша система 1964 г. имеет некоторые преимущества перед стандартной системой Оорта - параметры R_0, C, ϱ лучше согласуются с современными наблюдательными данными. С другой стороны, в большинстве моделей Галактики, построенных в последние годы, применяется стандартная или близкая к ней система пара-

метров. Чтобы иметь возможность сравнивать нашу новую модель с другими, лучше также использовать близкую к стандартной систему параметров. Дальнейшим аргументом в пользу этого служит то обстоятельство, что детали нашей системы параметров пока еще не опубликованы. В итоге мы заключаем, что пока преждевременно использовать систему, заметно отличающуюся от стандартной. Предлагаемая нами стандартная система дана в последнем столбце табл. I4. Она совпадает с стандартной системой Оорта, где только параметры C и g заменены более реальными значениями.

Июль 1964 г.

Дополнено в 1965 г. и июле 1971 г.

Литература

1. J.Einasto, Tartu Teated No. 17, 1965 (Труды астрофиз. инст. АН КазССР 5, 87).
2. S.A.Kutuzov, Tartu Teated No.9, 1964.
3. J.Einasto, S.A.Kutuzov, Tartu Teated No. 10, 1,1964.
4. J.Einasto, S.A.Kutuzov, Tartu Teated No. 11, 16, 1964.
5. A.E.Whitford, A.J. 63, 201, 1958.
6. Th. Schmidt-Kaler, A.N. 286, 113, 1961.
7. V.M.Blanco, Ap.J. 123, 64, 1956.
8. V.M.Blanco, C.J.Lennon, A.J. 66, 524, 1961.
9. R.L.Wildey, A.J. 68, 190, 1963.
10. В.Страйжис, А.Н. 40, 332, I963.
11. В.Страйжис, Бюлл. астр. обс. Вильнюсского унив. № 6, 23, I963.
12. H.Arp, Ap.J. 133, 874, 1961.
13. H.L.Johnson, J.Borgman, B.A.N. 17, 115, 1963.
14. W.G.Melbourne, Ap.J. 132, 101, 1960.
15. A.D.Code, in "Stellar Atmospheres", Chicago, p. 50, 1960.
16. B.Iriarte, H.L.Johnson, R.I.Mitchell, W.K.Winkowski, Sky and Telescope, 30, 21, 1965.
17. A.E.Whitford, Ap.J. 107, 102, 1948.
18. H.L.Johnson, W.W.Morgan, Ap.J. 114, 523, 1951.

19. J.B.Oke, Ap.J. 133, 90, 1961.
20. H.L.Johnson, Ann. Ap. 18, 292, 1955.
21. J.Borgman, B.A.N. 16, 99, 1961.
22. L.Divan, Ann. Ap.17, 456, 1954.
23. H.F.Weaver, Ap.J. 110, 190, 1949.
24. W.W.Morgan, D.L.Harris, H.L.Johnson, Ap.J.118, 92, 1953.
25. T.E.Houck, Thesis (University of Wisconsin), 1956.
26. W.A.Hiltner, H.L.Johnson, Ap.J. 124, 367, 1956.
27. G.A.Walker, Observatory 82, 52, 1962.
28. J.D.Fernie, J.M.Marlborough, Ap.J. 137, 700, 1963.
29. A.B.Underhill, Observatory 84, 35, 1964.
30. R.P.Kraft, Ap.J. 131, 330, 1960; McDonald Contr. 320.
31. A.Blaauw, IAU Trans 116, 400, 1962,
32. A.Sandage, IAU Symp. 15, 376, 1962.
33. H.C.Arp, A.J. 65, 404, 1960.
34. R.v.d.R.Wooley et al, Roy. Obs, Bull. No. 58, 1962.
35. W.Baade, H.H.Swope, A.J.68, 435, 1963.
36. R.P.Kraft, Ap.J. 134, 616, 1961.
37. Д.Н.Ефремов, А.Ц. 254, I, 1963.
38. Д.Я.Проконский, А.Ж.36, 602, 1959.
39. R.P.Kraft, Ap.J. 133, 39, 1961.
40. P.Notni, Wiss. Zeits. Univ. Jena 6, 145, 1956.
41. A.Sandage, O.J.Eggen, M.N. 119, 278, 1959.
42. O.J.Eggen, A.R.Sandage, Ap.J. 136, 835, 1962.
43. H.Arp, A.J. 64, 441, 1959.
44. W.A.Baum, W.A.Hiltner, H.L.Johnson, A.R.Sandage, Ap.J. 130, 749, 1959.
45. O.J.Eggen, A.R.Sandage, M.N. 119, 255, 1959.
46, A.Sandage, G.Wallerstein, Ap.J. 131, 598, 1960.
47. O.J.Eggen, Roy. Obs. Bull. No. 29, 1961.
48. H.Arp, Ap.J. 135, 311, 1962.
49. R.L.Wildey, Ap.J. 133, 430, 1961.
50. W.G.Tifft, M.N.125, 199, 1963.
51. A.Sandage, Ap.J. 135, 349, 1962.
52. A.Sandage, IAU Symp. No. 15, 359, 1962.
53. A.Sandage, Vatican Ric. 5, 41, 1958.
54. W.W.Morgan, A.J. 64, 432, 1959.
55. P.W.Hodge, F.W.Wright, Ap.J. 138, 366, 1963.
56. G.W.Preston, Ap.J. 133, 29, 1961.

57. J.D.Fernie, A.J. 69, 258, 1964.
58. J.D.Fernie, Ap.J. 140, 1482, 1964.
59. J.D.Fernie, Ap.J. 142, 1072, 1965.
60. B.E.Westerlund, I.J.Danziger, J.Graham, Obs. 83, 74, 1963.
61. H.L.Johnson, Ann. d'Aph. 18, 292, 1955.
62. M.Schmidt, Stars and Stellar Systems, 5, 513, 1965.
63. J.C.Brand, P.A.S.P. 74, 142, 1962.
64. H.F.Weaver, A.J. 59, 375, 1954.
65. R.v.d.R.Woolley, J.Brit. Astr. Assoc. 73, 131, 1963.
66. G.E.Kron, N.U.Mayall, A.J. 65, 581, 1960.
67. J.D.Fernie, A.J.67, 769, 1962.
68. H.Arp, Stars and Stellar Systems 5, 401, 1965.
69. G.Wallerstein, A.J. 67, 329, 1962.
70. M.W.Feast, A.D.Thackerey, M.N. 118, 125, 1958.
71. A.M.Sinzi, Contr. Mar. Res. Lab. Hydrogr. Off. Japan 2, 43, 1960.
72. W.Baade, Publ. Univ. Michigan, 10, 7, 1951.
73. V.C.Rubin, J.Burley, A.J. 69, 80, 1964.
74. H.Weaver, A.J.60, 202, 1955.
75. H.Weaver, A.J.60, 208, 1955.
76. R.M.Petrie, P.M.Cuttle, D.H.Andrews, A.J.61, 289, 1956.
77. J.M.Mohr, P.Mayer, Bull. Astr. Inst. Czech. 6, 142, 1957.
78. M.W.Feast, A.D.Thaclerey, M.N. 118, 125, 1958.
79. J.Boulon, C.r. 257, 385, 1963; Haut-Provance Publ. 6, No. 42, 1963.
80. J.Boulon, J.O. 46, No. 8 - 11, 1963.
81. H.L.Johnson, S.N.Svolopoulos, Ap.J. 134, 868, 1961.
82. B.Takase, P.A.S.P. 74, 410, 1962.
83. B.Takase, A.J. 68, 80, 1963,
84. R.P.Kraft, M.Schmidt, Ap.J. 137, 249, 1963.
85. H.L.Johnson, Lowell Obs. Bull. No. 107, 1960.
86. D.W.N. Stibbs, M.N. 116, 453, 1956.
87. S.C.B.Gascoigne, O.J.Eggen, M.N. 117, 430, 1957.
88. Th. Walraven, A.B.Muller, P.Th.Oosterhoff, B.A.N. 14, 81, 1958.
89. H.Weaver, A.J. 60, 211, 1955.

90. J.S.Plaskett, J.A.Pearce, Publ. D.A.Victoria, 5, 4, 1936.
91. П.П.Паренаго, Курс звездной астрономии III изд., Москва, 1954.
92. P.Van de Kamp, A.N.Vyssotsky, Publ. Leander McCormik Obs. 7, 1, 1937.
93. R. .Wilson, A.J. 47, 49, 1938.
94. W.Gliese, A.N. 270, 127, 1940.
95. A.N.Vyssotsky, E.T.R.Williams, A.J.53, 49, 1948.
96. E.T.R.Williams, A.N.Vyssotsky, A.J. 53, 72, 1948.
97. Р.Б.Щацова, Уч. зап. ЛГУ, № 136, 113, 1950.
98. H.R.Morgan, J.H.Oort, B.A.N. 11, 379, 1957.
99. П.Ф.Бакулин, Труды ГАИШ 26, 124, 1955.
100. H.Weaver, A.J. 60, 181, 1955.
101. B.Takase, A.J. 62, 637, 1962.
102. V.C.Rubin, A.J. 67, 491, 1962.
103. J.M.Mohr, P.Mayer, J.Stohl, Bull. Astr. Inst. Czech. 8, 5, 1957.
104. Г.Г.Кузмин, Тарту публ. 32, 5, 1952.
105. Г.Г.Кузмин, Тарту публ. 33, 3, 1955.
106. D.H.P.Jones, R.Obs. Bull. No. 52, 1962.
107. R.Stother, J.L.Tech, M.N. 127, 287, 1964.
108. Х.Ээлсалу, Тарту публ. 33, 153, 1958.
109. E.R.Hill, B.A.N. 15, 1, 1960.
110. J.H.Oort, B.A.N. 15, 45, 1960.
111. R.v.d.R.Woolley, M.N 117, 198, 1957.
112. J.H.Oort, B.A.N. 6, 249, 1932.
113. I.Schilt, A.J.55, 97, 1950.
114. П.П.Паренаго, А.Ж. 29, 245, 1952.
115. П.П.Паренаго, А.Ж. 31, 425, 1954.
116. F.Nahon, Bull. Astr. 21, 55, 1957.
117. Х.Ээлсалу, Тарту публ. 33, 416, 1961.
118. H.Yasuda, Tokio Ann. 7, 47, 1961.
119. A.M.Sinzi, Contr. Mar. Res. Lab. Hydrogr. Off. Japan, 3, 27, 1962.
120. R.E.Wilson, General Catalogue of Stellar Radial Velocities, 1953.
121. N.Roman, Ap.J. 112, 554, 1950.
122. N.Roman, Ap.J. 116, 122, 1952.

123. M.Schmidt, B.A.N. 13, 15, 1956.
124. П.П.Паренаго, Труды ГАИШ 20, 26, 1951.
125. O.Eggen, M.N. 120, 448, 1960.
126. K.K.Kwee, C.A.Muller, G.Westerhout, B.A.N. 12, 211, 1954.
127. H.C.Van de Hulst, C.A.Muller, J.H.Oort, B.A.N. 12, 117, 1954.
128. J.H.Oort, G.Westerhout, F.J.Kerr, M.N.118, 379, 1958.
129. F.J.Kerr, Y.V.Hindmann, C.S.Gum, Austral. J.Phys. 12, 270, 1959.
130. M.Schmidt, P.A.S.P. 73, 103, 1961.
131. A.M.Sinzi, Contr. Res. Lab., Hydrogr. Off. Japan, 2, 171, 1961.
132. Г.М.Идлис, Труды астрофиз. инст. АН КазССР, I, 181, 1961.
133. W.Gliese, Z.Ap. 39, 1, 1956.
134. J.H.Oort, Vaticana Ric. Astr. 5, 415, 1958.
135. S.S.Kumar, A.J.69, 143, 1964.
136. G.Westerhout, B.A.N., 13, 201, 1957.
137. W.Gliese, Heidelberg Mitt. Ser. A, No. 8, 1957.
138. G.P.Kuiper, Ap.J. 95, 201, 1942.
139. G.P.Kuiper, Ap.J. 96, 315, 1942.
140. G.P.Kuiper, Ap.J. 97, 275, 1943.
141. P.Van de Kamp, P.A.S.P. 65, 73, 1953.
142. В.С.Сафронов, А.Ж. 28, 172, 1951.
143. Р.Б.Шацова, А.Ж. 37, 870, 1960.
144. D.L.Harris, K.Aa.Strand, C.E.Worley, Stars and Stellar Systems 3, ed. K.Aa.Strand, Univ. of Chicago Press, p.273, 1963.
145. S.S.Kumar, Observatory, 84, 18, 1964.
146. S.S.Kumar, Ap.J. 137, 1126, 1963.
147. J.H.Oort, B.A.N. 15, No. 494, 1960.
148. Г.Г.Кузмин, Тарту Сообщ. № 3, 1956.
149. Я.Эйнасто, Тарту публ. 33, 371, 1961.
150. Г.Г.Кузмин, А.Ж. 33, 27, 1956.
151. J.H.Oort, IAU Inform. Bull. No. 11, 11, 1963.
152. B.J.Bok, Draft Report of the IAU Commission 33, 1967.
153. G.Contopoulos, Thessaloniki Contr. No. 53, 1970.
154. IAU Trans. XIIB (1964), Academic Press, London, 1966.

155. IAU Trans. XIIIB (1967), Reidel, Dordrecht, 1968.
156. W.S.Fitch, The Absolute Magnitudes of the RR Lyrae Stars, Steward Preprints No. 35, 1970.
157. F.J.Kerr, Minutes of Commission 33, Meetings at Brighton IAU General Assembly, August 1970, Maryland Preprint, 1970.
158. J.H.Oort, Stars and Stellar Systems, 5, 455, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1965.
159. P.W.Hodge, G.Wallerstein, P.A.S.P. 78, 411, 1966.

Табл. I

No.	Звезда	Спектр	B - V	$(B - V)_c$
0	-	-	-	0.14
1	10 Lac	O9 V	- 0.20	- 0.14
2	α Lyr	A0 V	0.00	0.00
3	π^3 Ori	F6 V	0.46	0.47
4	β Com	G0 V	0.58	0.62
5	51 Peg	G4 V	0.66	0.68
6	61 Cyg A	K5 V	1,17	1.22
7	α Tau	K5 III	1.55	1.66
8	α Ori	M2 Ia	1.86	1.90
9	β Ari*	A5 V	0.11	0.06
10	σ Boo*	F2 V	0.30	0.35
11	β Com*	G0 V	0.40	0.42
12	51 Peg*	G4 V	0.48	0.49
13	HD 140283	sd F	0.51	0.21

Табл. 2

a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	N	Автор		Ист.	
3.35	+0.60	(0.08)	-0.077	-0.230	12	Einasto		12	5[a]
3.94	+0.62	(0.08)	+0.053	-0.173	12	- " -		12	5[b]
6.22	+0.88	(0.08)	-0.016	-0.221	12	- " -		12	13[c]
3.07	-0.23	(0.08)	+0.180	-0.127	12	- " -		12	13[d]
3.00	+0.20	0	+0.026	-0.007	25	Schmidt-Kaler	6	20	22
3.04	+ 0.45	(0.08)	+0.102	-0.021	2	Blanco	7	18	17
3.13	+0.11	+0.11	+0.009	-0.043	10	Blanco Lenbon	8	12	5
2.86	+0.28	0.05	+0.144	+0.049	3	Wilday	9	12	19
3.00	+0.20	(0.08)	+0.060	+0.008	2	Straižis	10	20	5e
	+0.12	+0.07	+0.046	-0.022	7	- " -	11	20	21[e]
	+0.10	+0.06	+0.028	-0.018	7	- " -	11	20	21[f]
	+0.15	+0.06	+0.031	-0.028	7	- " -	11	20	21[e]
	+0.12	+0.07	+0.054	-0.017	7	- " -	11	20	5
3.20 ±0.33	+0.28 ±0.28	+0.08	+0.049 ±0.063	-0.066 ±0.087					

a) τ_1
b)) τ_2
c) область в Орионе
d) область в Лебеде
e) среднее поглощение
f) область в Кассиопее

Табл. 3

R_V	Лит.	Автор
2.9 ± 0.3	23	Weaver
2.96 ± 0.16	24	Morgan et al.
3.09 ± 0.12	25	Houck
3.0 ± 0.3	26	Hiltner et al.
3.0 ± 0.2	5	Whitford
2.95 ± 0.5	6	Schmidt-Kaler
2.73 ± 0.14	27	Walker
2.92 ± 0.08	28	Fernie et al.
2.94 ± 0.05		

Табл. 4

j	I	J	K	L
e	0.96	0.77	1.04	1.01
f	0.58	0.284	0.021	0.011
$\bar{\nu}$	1.19	0.86	0.47	0.30

Табл. 5

Объект	$\langle M_V^\circ \rangle$ a	b	$\langle M_B^\circ \rangle$ a	b	Автор	Лит.
SMC	17.05±0.07	2.47±0.07	17.45±0.07	2.25±0.07	Arp	33
"	17.06 0.08	2.48 0.10	17.50 0.09	2.23 0.12	Woolley et al	34
LMC	17.22 0.06	2.94 0.07	17.86 0.06	2.85 0.07	- " -	
M31	22.50 0.10	2.50 0.10	22.87 0.10	2.25 0.10	Baade, Swope	35
Galaxy	-1.67 0.06	2.54 0.07	-1.33 0.06	2.25 0.07	Kraft	36
- " -	-1.79 0.16	2.37 0.19			Jefremov	37
	-1.71 0.06	2.48 0.06	-1.33 0.06	2.25 0.06		

Табл. 6

Объект	$\langle M_V^\circ \rangle$ RR Lyr	$\langle B-V \rangle$	Содержание мет. P_{ab}	Morgan	Deutch	Автор	Лит.
M13	+0.3±0.2	+0.25		III	A	Arp	43
						Baum et al.	44
						Eggen, Sandage	45
M92	+0.4±0.2	+0.28	0.63 d	I		Sandage, Wallerstein	46
M80	+0.6 0.2	+0.25				Eggen	47
ω Cen	0.7 0.3	+0.26		II		Eggen	47
M5	+0.75 .2	+0.29	0.54	II	A	Arp	43, 48
47 Tuc	+0.75 .2	+0.26	0.63		A	Wildey	49
						Eggen	47
						Tifft	50
M3	+0.8 0.2	+0.29	0.55	II	AB	Sandage, Wallerstein	46
						Sandage	51
NGC 6356	+0.9 0.3	+0.25		VI		Sandage, Wallerstein	46
M2	+1.0 0.3	+0.26	0.63	II	B	Arp	43
M15	+1.0 0.3	+0.26	0.65	I	C	Sandage	52
NGC 6397	+1.1 0.3	+0.25				Sandage	52

Табл. 7

Материал	Опублик. R_o(kpc)	Нуль-пункт RR Lyr	Принят. R_o(kpc)	Автор	Лит.
Clusters	13.0	0.0 pg	9.1±1.0	Kron, Mayall	66
- " -	11.0	0.5 pg	9.7 1.0	Fernie	67
- " -	9.9	0.5 B	8.3 1.0	Arp	68
RR Lyr	12.0	0.0 pg	8.4 1.0	Kron, Mayall	66
- " -	9.6	0.5 pg	8,4 1.0	Fernie	67
- " -	10.0	0.5 V	9.4 1.0	Woolley	65
M III	10.5		10.5 2.0	Wallerstein	69
B	8.9		8.9 1.0	Feast, Thackeray	70
δ Cep	8.6		8.6 1.5	Sinzi	71
			9.0±0.5		

Табл. 8

Материал	N	A Опубликованное значение		K	A Принятое значение		Автор	Ист.
Interst. Ca	64	18.6	±1.6	-	15.6		Petrie et al	76
. B	79	16.8	1.6	-				
O; B	450	17.5		-	15.4	±1.5	Mohr, Mayer	77
B; Ca (Oort)	494	17.8	1.5	-0.5	±0.5	15.5 ±1.5	Feast, Thackeray	78
- " - (Camm)	134	17.4	1.5	-1.9	1.5			
A; B	61	17.0	1.7	+1.2	3.4		Boulon	79,80
- " -	"	16.5	0.9	-	16.5	1.7		
O, B	542	14.9	1.3	-1.5	0.8	15.4 1.3	Rubin, Burley	73
	560, 396	16.5	1.9	-1.5	1.5			
Gal. clusters	36	15	2	-	15.0	2.0	Johnson, Svolopoulos	81
Cep	172	14.7		-			Takase	81
	130	14.1	1.1	-3.9	1.1	14.4 1.1	Takase	83
Cep	131	15	1	-2.0	0.6	15.0 1.0	Kraft, Schmidt	84
						15.2 0.6		

Табл. 9

Материал	N	-B GC	FK3	N30	ω GC	FK3	N30	Автор	Ист.
B	850	12			25		3	Plaskett, Pearce	90
Weak stars	18000	14			28		4	van de Kamp, Vyssotsky	92
GC	33000	12			24		2.5	Wilson, Raymond	93
FK3	1400		12			25	6	Gliese	94
McCormick	6900	13	8	7	29	28	28 3	Vyssotsky, Williams	95
GC; 6 7	9900	13	6	5	28	25	26 3	Williams, Vyssotsky	96
GC	32000	9			26		2,5	Shatsova	97
O, B		18	10	5	30	27	27 5	Morgan, Oort	98
B, A	870	14	8		26	23	2	Bakulin	99
Cep	79						25 5	Weaver	100
Cep	172					27	4	Takase	101
O, B	396		10			26	2.5	Rubin, Burley	73, 102
		11.7	8.4	5.4	26.4 ±1.0	25.3 ±1.1	27.2 ±2		
		9.6			26.0 ± 0.7				

Табл. IO

Материал	Метод определения		Опубл. значение	Принятое	Автор	Источн.
All types	V_r	A(m)	73	70±6	Oort	112
All types	V_z	z	650	64	Schilt	113
A; gK		A(m)	62±5	64 7	Kuzmin	104, 105
Variable st.	V_z	z	73 14	78 14	Parenago	114, 115
All types	V_r	A(m)	115	-	Nahon	116
A	V_r	A(m)	95	-	Woolley	111
All types	V_r	A(m)	66 3	66 6	Delsalu	108, 117
gK	V_z	A(m)	91		Hill	109
gK	V_z	A(m)	92	78 8	Oort	110
gK	V_z	A(m)	86		Yasuda	118
AO	V_z	z	92	73 8	Jones	106
Cep	V_r	z	74 8	-	Sinzi	119
O; B	V_z	z	74	71 10	Stother, Tech	107

Табл. II

W	Автор	Ист.
161	van de Hulst et al.	127
156	Schmidt	123
152±10	Schmidt	130
126 14	Sinzi	131
140 10	Einasto	
	Schmidt	62
142± 6		

Табл. I2

n	$\frac{A}{-B}$	$\frac{-B}{A-B}$	$\frac{W}{V}$
1.0	0.0	1.00	0.00
0.0	1.0	0.50	0.50
-0.2	1.5	0.40	0.60
-0.5	3.0	0.25	0.75

Табл. I3

Межзвездное вещество	Известные звезды	Неизвестные звезды	Автор	Источн.
	0.052	0.005	Gliese	133
0.022	0.040		Schmidt	123
0.025	0.057	0.005	Oort	134, 147
0.022	0.057		Idlis	132
		0.018	Kumar	135
	0.046			
0.023±0.003	0.050±0.005	0.018±0.008		

Табл. I4

Параметр	Един.	Наблюдения		Система Эйнасто I964		Стандарт. система Оорт	Стандарт. система Эйнасто
R_0	kpc	9.0 ±	0.7	9.05 ±	0.4	10	10
A	$\frac{km}{s \cdot kpc}$	15.2	1.4	15.7	0.4	15	15
B	-"-		-	-10.3	0.4	-10	-10
C	-"-	70	3	71	2	90	72
	-"-	26.0	0.7	26.0	0.6	25	25
V	$\frac{km}{s}$	226	21	235	10	250	250
W	-"-	142	6	142	6	150	150
k_θ		0.4I0	0.0I5	0.396	0.011	0.400	0.400
k_z		0.278	0.0I0	0.284	0.006	0.285	0.285
ϱ	$\frac{m_\odot}{pc^3}$	0.091	0.010	0.088	0.006	0.145	0.092

Г Л А В А 7

МОДЕЛЬ ГАЛАКТИКИ*

I. Введение. Модели галактик строятся с разной целью. Наиболее подробные модели можно рассматривать как удобную форму для сжатого представления большого количества разного наблюдательного материала для дальнейшей теоретической обработки. Одно из возможных применений модели - изучение эволюции галактик. Эта задача ставит весьма высокие требования к степени репрезентативности и физической корректности модели.

Вопросы эволюции галактик будут рассмотрены в последней части предлагаемого цикла работ. В настоящей работе проанализируем имеющиеся модели нашей Галактики и выведем параметры новой модели. Далее используем даваемое моделью гравитационное поле для исследования пространственно-кинематической структуры тест-популяций разного возраста.

2. Анализ существующих моделей Галактики. Обзор ранних моделей Галактики дан Пореком [I]. Начнем анализ с моделей Шмидта [2] и Кузмина [3], которые открыли современную эпоху построения моделей.

В модели Шмидта впервые использована идея детального моделирования составной структуры Галактики. Компоненты модели имеют разное отношение полуосей поверхностей равных плотностей, и они отождествляются с реальными подсистемами Галактики. Для некоторых подсистем найдены кинематические

---

* Основное содержание этой главы опубликовано в статье "On the Structure and Evolution of the Galaxy", Tartu Astr. Obs. Teated No. 26, p. 1 - 22, 1970.

характеристики (дисперсии скоростей перпендикулярно галактической плоскости).

Кузмин при построении модели использовал два дополнительных условия, что позволяет определить параметры модели с гораздо большей уверенностью (см. ниже).

Основные данные о моделях Галактики, построенных после 1956 года, приведены в табл. I. В последней строке указаны данные для предложенной в настоящей работе модели. Кроме стандартных, использованы еще следующие специальные обозначения:

R_{lim} – радиус внешней границы модели (для моделей с бесконечной внешней границей в скобках дан эффективный радиус, соответствующий расстоянию в плоскости галактики, где пространственная плотность $10^{2.5}$ раз меньше чем около Солнца);

R_{apogal} – апогалактическое расстояние звезд, двигающих в окрестности Солнца с максимальными галактоцентрическими скоростями;

$\mathcal{M}$ – масса модели;

$\mathcal{M}_{red}$ – масса, приведенная к $R_0 = 10$ кпс и $V_0 = 250$ км/сек с помощью соотношения $\mathcal{M} \sim R_0 V_0^2$.

Во всех моделях предполагается, что поверхности постоянной пространственной плотности являются концентрическими эллипсоидами вращения с постоянной или переменной сплюснутостью (Перек). Но модели различаются в трех существенных аспектах: в выборе системы локальных галактических параметров, в экстраполяции функции массы при больших расстояниях и в выборе исходной функции описания. Все эти аспекты тесно связаны между собой.

В моделях, построенных до середины 60-ых годов, галактические параметры приняты в старой шкале расстояний. Но имеется и другое, принципиальное различие.

Функцию распределения массы $\mu(a)$ можно найти по круговой скорости V, используя интегральное уравнение [4]

$$-(K_R R)_{z=0} = V^2 = G \int_0^R \frac{\mu(a)\, da}{\sqrt{R^2 - e^2 a^2}} . \qquad (2.1)$$

При этом круговую скорость V отождествляют со скоростью вращения V_θ объектов плоской составляющей. Наиболее достоверные результаты о скорости вращения Галактики получаются по радионаблюдениям 21-см линии водорода. Но радионаблюдения дают только функцию дифференциального вращения U, которая связана со скоростью вращения при помощи формулы [3]

$$V_\theta(x) = U(x) + V_0 x, \qquad (2.2)$$

где $x = R/R_0$, а V_0 – значение круговой скорости в окрестности Солнца. Этим методом можно определить V_θ и функцию массы $\mu(a)$ только для $x \leq 1$, для $x > 1$ их нужно экстраполировать.

Формула (2) показывает, что функция круговой скорости и, следовательно, вся модель, критически зависит от принятого значения круговой скорости около Солнца V_0. Эту скорость можно определить на основании расстояния Солнца от центра Галактики R_0 и параметров Оорта A и B, пользуясь формулой определения

$$V_0 = (A - B) R_0. \qquad (2.3)$$

Все три параметра A, B и R_0 могут быть искажены систематическими ошибками, поэтому необходима независимая проверка A, B и R_0 или V_0.

Параметры A, B и R_0 могут быть проверены кинематическими данными, если использовать формулу Линдблада

$$k_\theta = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2} = \frac{-B}{A - B} \qquad (2.4)$$

и формулу

$$W = -\frac{1}{2}\frac{dU}{dx}\Big|_{x=1} = A R_0 . \qquad (2.5)$$

Система параметров, принятая в модели Шмидта [2], основывается на B по собственным движениям в системе FK3 и $N30$, а для k_θ берется значение, получаемое из анализа собственных движений слабых звезд [II]. В модели Кузмина [3] параметр B принят в системе GC, а k_θ взят по

Парнаго [12]. Эти системы параметров сильно отличаются друг от друга, следовательно, формул (2.4) и (2.5) недостаточно для окончательной проверки параметров.

Правильность околосолнечного значения круговой скорости V_0 может быть проверена двумя способами [3]. Во-первых, вычисленная по формуле (2.1) функция массы должна быть такая, что ее радиальный градиент был в согласии со средним радиальным градиентом пространственной плотности ρ. Во-вторых, эффективная внешняя граница Галактики должна быть в согласии с апогалактическими расстояниями звезд, двигающихся в окрестности Солнца с наибольшими галактоцентрическими скоростями.

Стремберг [13] и Оорт [14] установили, что практически нет звезд с гелиоцентрическими скоростями больше 65 км/сек и направлением вектора скорости в диапазоне галактических долгот от $l^I = 20^0$ до $l^{II} = 85^0$. Эту предельную скорость (скорость Оорта) можно интерпретировать как скорость, необходимую для достижения границы Галактики [15] или как скорость освобождения [14]. Г.Г.Кузмин показал [3], что только первая интерпретация соответствует действительности. Если принимать вторую альтернативу, как сделано Шмидтом [2], тогда получается $R_{lim} \ll R_{apogal}$, другими словами, имеется большое количество звезд, скорости которых меньше скорости освобождения, которые в апогалактики находятся далеко за пределами Галактики. Ясно, что эти звезды являются членами Галактики и что они должны быть учтены в функции массы. Если включить эти звезды в модель, тогда получается

$$R_{lim} = R_{apogal}, \qquad (2.6)$$

На рис. I функция массы $\mu(a)$ дана для двух значений круговой скорости V_0. В обоих случаях принят тот же ход функции дифференциального вращения $U(x)$, экстраполяция функции массы при $x > 1$ выполнена плавно. На рис. 2 показана зависимость R_{lim} и R_{apogal} от V_0 *.

---

* Возможность определения околосолнечного значения круговой скорости с довольно большой точностью на базе предельной скорости Оорта была открыта автором, который выполнил большинство вычислений для модели Кузмина 3 ; детали метода разработаны совместно с Г.Г.Кузминым. Рис. 1 и 2 были подготовлены автором в феврале 1956 г., однако они не вошли в окончательный текст работы 3 .

Оба метода – использование градиента плотности и предельной скорости Оорта – дали для круговой скорости значения около 250 км/сек. Эти возможности проверки круговой скорости были отмечены Шмидтом в его новой работе [8] без ссылки на [3]. В аспекте экстраполяции функции распределения массы его новая модель переисправлена, так как $R_{lim} > R_{apogal}$. Это вызвано тем, что плотность на периферии модели падает слишком медленно, по закону $\varrho \sim a^{-4}$. Такое же свойство имеет и модель Такасе [10].

Для нашей Галактики у нас нет прямых данных против закона $\varrho \sim a^{-4}$ и $R_{lim} > R_{apogal}$. Фотометрия других спиральных галактик показывает, однако, что они имеют довольно четкие внешние границы [16], причем поверхностная яркость хорошо подчиняется экспоненциальному закону [17]. Если принимать для пространственной плотности массы выражение $\varrho \sim a^{-4}$ или для круговой скорости формулу Боттлингера, как в модели Такасе, тогда с увеличением a отношение массы к светимости приближается к бесконечности (см. гл. 17), что трудно принять. С другой стороны, принятие $R_{lim} > R_{apogal}$ означает, что в периферийных областях галактики все звезды имеют малую дисперсию скоростей, так что ни одна из них в перигалактии не доходит до Солнца. Данные о других галактиках говорят, что периферийные области входят в гало, которое характеризуется большой дисперсией скоростей. Поэтому маловероятно, что там нет звезд с $R_{perigal} \leq R_0$.

Что касается структуры внутренних частей модели, то этот аспект был уже обсужден в [7] (гл. 5). Рассмотрим коротко более новые модели, построенные после написания [7].

Как известно, в галактиках имеется весьма плотное ядро. Для описания этой особенности Шмидт и Иннанен выбрали модели с бесконечной центральной плотностью. Ясно, что такие модели лишь приближения. Они имеют и тот недостаток, что в центре галактики дисперсия скоростей получается равной нулю (это обстоятельство не учитывается в работе [18], в которой вычисляются дисперсии скоростей для модели Иннанена). Сейчас у нас нет достоверных данных о плотности вещества в центре Галактики. Получаемые из моделей значения (в том числе и из нашей новой модели) явно

занижены.

3. Определение параметров новой модели Галактики. Мы предположим, что распределение массы Галактики можно представить суммой трех неоднородных эллипсоидов с различными отношениями ε . Один эллипсоид мы отождествляем с сферической составляющей (гало и центральное тело), второй с диском, а третий с плоской составляющей. В качестве исходной функции описания выберем модифицированный экспоненциальный закон (гл. I6).

Структурные параметры составляющих модели были выбраны по аналогии с галактикой М3I. Таким же путем были выбраны и значения для отношения полуосей ε . Сферическая составляющая объединяет гало и центральное тело, для которых мы нашли в гл. 20 для М3I $\varepsilon = 0.30$ и $\varepsilon = 0.80$ соответственно. Для Галактики мы выбрали промежуточное значение $\varepsilon = 0.60$. Для других составляющих мы выбрали $\varepsilon = 0.10$ и $\varepsilon = 0.02$. Эти составляющие представляют подсистемы в диапазоне $0.05 \leq \varepsilon \leq 0.20$ и $\varepsilon < 0.05$ соответственно.

Средний радиус a_0 сферической составляющей был определен на основании фотометрических данных Арпа [I9] о центрального тела Галактики и данных Перека [I] о распределении короткопериодических цефеид. Масса этой составляющей найдена на базе кривой вращения Галактики в центральной части [8].

Масштабные параметры остальных двух составляющих были найдены по имеющимся данным о пространственном распределении звезд диска и плоской составляющей, а также о их численности. Полученные значения радиуса и массы составляющих были несколько изменены, чтобы получить для $R_0 = I0$ кпс выбранную нами в гл. 6 систему локальных галактических параметров. При этом была использована процедура "проб и ошибок". Окончательные значения параметров модели приведены в табл. 2.

Для модели вычислены все основные функции описания. На плоскости $z = 0$ найдены круговая скорость V , параметры Оорта-Кузмина A, B, C, угловая скорость ω_0 , отноше-

ния дисперсий скоростей k_θ , k_z , пространственная плотность ρ , спроектированная плотность ρ_* , параметр (см. гл. II). Для меридиональной плоскости (R, z) вычислены компоненты гравитационного ускорения K_R , K_z , гравитационный потенциал ϕ , угловая скорость ω_0 , скорость освобождения V_k . Ряд вычисленных функций описания даны в табл. 3 и на рис. 3 – 6.

Несколько комментариев к полученным результатам.

Особый интерес представляет угловая скорость ω_0 . Она была вычислена по первому гидродинамическому уравнению (гл. II) при $\sigma_i \to 0$, откуда

$$\omega_0^2 = K_R R^{-1}; \qquad (3.1)$$

на плоскости $z = 0$ - $\omega_0 = V/R$, где V – круговая скорость. Из рис. 5 видим, что изолинии ω_0 на плоскости (R, z) напоминают слегка сплюснутые эллипсы. Как известно (гл. II), при эллипсоидальном распределении скоростей и при соблюдении формулы Куэмина (2.17) гл. II из теории стационарной галактики вытекает, что изоповерхности ω_0 должны быть сферы. Эти предположения строго не выполняются, поэтому нет основания считать эти поверхности точно сферами. Полученный результат показывает, что отклонения поверхностей $\omega_0 = const$ от сферы малы.

В свое время Т.А.Агекян и Е.В.Клосовская нашли [20], что поверхности $\omega_0 = const$ межзвездного водорода являются эллипсоидами с очень малым отношением полуосей ε . Причины этого расхождения пока не ясны, но, скорее всего, причину следует искать в методике обработке радионаблюдений о движении водорода. На некоторые недостатки этой методики указал С.А.Кутузов [21].

Сравнивая функции описания нашей Галактики с аналогичными для галактики М31 (гл. 20), можем констатировать большое сходство. Единственное существенное различие имеется в центральной области модели. Это вызвано тем, что пока у нас нет достаточно уверенных данных о структуре ядра нашей Галактики, поэтому мы не включили ядро в нашу модель. Имеющиеся данные говорят, что ядро Галактики весьма похоже

на ядро галактики Андромеды. Если это так, то центральная плотность вещества в нашей Галактике составляет, как и в M31, около $10^6 \mathfrak{M}_\odot/пс^3$, а скорость освобождения имеем порядок 1500 км/сек, т.е. в два раза больше чем в принятой сейчас модели. Для выяснения структуры центральной области Галактики настоятельно нужны новые наблюдательные данные.

4. Кинематика подсистем. Выведенная модель была использована для установления соотношения между кинематическими и пространственными характеристиками различных тест-популяции, представляющих те или иные подсистемы Галактики. Список использованных тест-популяций дан в табл. 4.

Для всех подсистем найдены дисперсии скоростей σ_z в Джинсовском приближении в диапазоне R от 0 до 30 кпс и z от 0 до некоторого z_0, которое превышает практический внешний радиус подсистемы. Результаты вычислений изображены графически на рис. 7 – 13. С учетом данных гл. 4 для тест-популяций найдены и скорость галактического вращения V_θ и возраст.

Прежде всего обращает внимание форма изолиний $\sigma_z = const$. Вне центральной области Галактики для плоских и промежуточных подсистем эти линии почти вертикальны, т.е. дисперсия скоростей лишь слабо зависит от z. Наблюдательные данные дают для этих подсистем такую же картину. Совсем другие результаты получил Иннанен [18] в своей модели. В ней линии $\sigma_z = const$ были почти параллельны линиям $\varrho = const$, т.е. дисперсия скоростей σ_z быстро уменьшается при увеличении z. Причиной расхождения является принятые Иннаненом функции Шмидта для плотности подсистемы с резким краем.

На плоскости $z = 0$ мы нашли и поправку для дисперсии σ_z, учитывающий градиент наклона эллипсоида скоростей. По формулам гл. II имеем в Джинсовском приближении

$$Q^*(\sigma_z^2)_0 = R^2 C^2, \qquad (4.1)$$

где C – динамический параметр Кузмина, $(\sigma_z)_0$ – дисперсия скоростей в вертикальном направлении в Джинсовском приближении и

$$-Q^* = R^2\left(\frac{\partial^2 \ln \sigma_z^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \ln \varrho}{\partial z^2}\right). \qquad (4.2)$$

С учетом градиента наклона эллипсоида скоростей имеем

$$Q\sigma_z^2 = R^2C^2 , \qquad (4.3)$$

причем

$$Q = Q^* - q' , \qquad (4.4)$$

выражение q' дано формулой (3.3) гл. II. При вычислениях мы нашли Q^* не по (4.2), а по (4.I), так как $(\sigma_z)_0$ уже известно. Параметр q' был вычислен по (II.3.3). Результаты вычислений изображены на рис. 7 - I3. Видим, что учет наклона несколько уменьшает дисперсию скоростей. Вблизи оси системы $R = 0$ учет этого фактора увеличивает дисперсию, так что в среднем, в согласии с теоремой о вириале, дисперсия не изменяется.

Первое гидродинамическое уравнение (II.I.I) обычно используется для вычисления скорости центроида V_θ по дисперсии скоростей σ_R . Последняя вычисляется из формулы

$$K_z = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2} \qquad (4.5)$$

по σ_z и K_z . Вертикальная дисперсия может быть найдена по второму гидродинамическому уравнению (II.I.2), а K_z - по формулам (II.2.I7) и (II.2.2).

Этот метод определения σ_R дал удовлетворительные результаты лишь для плоских подсистем. Чем больше дисперсия скоростей, тем больше вычисленная скорость центроида отличалась от наблюденной. Начиная с некоторого σ_R член давления гидродинамического уравнения становится больше правой части уравнения, вследствие чего скорость центроида V_θ получается мнимой. Ясно, что этот абсурдный результат вызван тем, что где-то мы допустили ошибку. С этой трудностью мы встретились уже раньше (гл. 3 и I8), но тогда нам не удалось выяснить причину отмеченного расхождения.

Рассматриваемое гидродинамическое уравнение можно писать в виде (II.I.4).

$$V_\theta^2 - p\sigma_R^2 = V^2 , \qquad (4.6)$$

причем безразмерный коэффициент p на плоскости симметрии галактики выражается формулой (II.2.10). Вначале мы подозревали, что наш неправильный результат вызван тем, что коэффициент p вычислен неверно. Тщательный анализ убедил нас, однако, в том, что возможная неуверенность при определении p невелика, так что ошибка в нем не может привести к столь абсурдному результату. Остается проверить правильность определения дисперсии σ_R.

Как было указано выше, мы вычислили дисперсию σ_R из формулы (4.5). Дисперсия σ_z определяется достаточно уверенно. Остается искать ошибку в K_z. Эта величина вычисляется из формулы Кузмина (II.2.17), которая выведена лишь для плоских подсистем.

Но в окрестности Солнца дисперсию σ_R можно вычислить и непосредственно по (4.6), так как V_θ можно определить из наблюдений, а коэффициент p -либо по наблюдениям, либо по модели. Мы вычислили p по модели, пользуясь формулой (II.2.10). Найденная дисперсия σ_R затем была использована для уточнения K_z (4.5).

Так как наблюденная зависимость между дисперсией скоростей и скоростью центроида найдена для средней дисперсии σ, то нужно определить и зависимость между σ и σ_z. Она имеет вид

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{3K_z}{1+K_\theta+K_z}}\,\sigma. \qquad (4.7)$$

Для входящего сюда отношения K_θ было выбрано значение по

$$\left(\frac{1-K_\theta}{1-K_z}\right) = \left(\frac{1-K_\theta}{1-K_z}\right)_0, \qquad (4.8)$$

причем индекс ноль обозначает значения K_θ и K_z для плоских подсистем.

Для определения σ_R можно применить еще второй метод, используя первое гидродинамическое уравнение как дифференциальное уравнение для σ_R. Для решения этой задачи нужно задавать V_θ как функцию R. Нас интересует решение уравнения для сферических подсистем, где $V_\theta \ll V$. Вследствие малости V_θ небольшая неуверенность в ней не искажает заметно

получаемый результат и мы приняли

$$V_\theta(R) = \beta V(R), \qquad (4.9)$$

где β – параметр, постоянной для данной подсистемы, его значение можно определить по кинематическим характеристикам подсистем в окрестности Солнца. Решение первого гидродинамического уравнения можно тогда написать так

$$\sigma_R^2(R) = \alpha \int_R^\infty K_R(R') \frac{\varrho(R')}{\varrho(R)} \frac{L(R')}{L(R)} dR', \qquad (4.10)$$

причем

$$\alpha = 1 - \beta^2 \qquad (4.11)$$

и

$$L(R) = \exp\left[-\int_R^{R_1} p(R^*) \frac{dR^*}{R^*}\right], \qquad (4.12)$$

где R_1 – некоторое расстояние (оно потом выпадает), а

$$p(R) = (1 - K_\theta) + n_R (1 - K_z), \qquad (4.13)$$

где n_R выражается формулой (II.2.I2). Если брать $p = 0$, тогда $L = I$ и мы получим дисперсию скоростей в Джинсовском приближении. Мы вычислили σ_R как при $p = 0$, так и с p по (4.I3).

Результаты вычисления изображены также на рис. 7 – I3. Они показывают, во первых , что радиальная дисперсия скоростей далеко не постоянна, как получается из теории при допущении строго эллипсоидального распределения скоростей. Далее наши результаты показывают, что отношение дисперсии скоростей зависит от самой дисперсии, при малых дисперсиях K_z приближается к значению, определенному формулой Кузмина, при увеличении дисперсии отношение K_z также увеличивается (рис. I4). Такой результат и можно было ожидать, так как поверхности равных плотностей в пространстве скоростей при увеличении скоростей должны приближаться к сферам, которые в пределе переходят в сферу, определенную скоростью освобождения.

5. Распределение плотности подсистем. Для всех тест-популяций были вычислены и пространственные плотности в меридиональной плоскости (R, z), спроектированные плотности P, а также, градиенты плотности в радиальном и вертикальном направлении. Результаты даны на рис. 7 - I3.

Рассмотрим сперва распределение плотности в радиальном направлении. Околосолнечные градиенты логарифма плотности

$$m = -\frac{\partial \log \varrho}{\partial R}, \qquad (5.1)$$

соответствуют тому, что можно было ожидать по наблюдениям [22 - 24]. В центральной области Галактики градиент плотности m сферических подсистем значительно больше, чем около Солнца. Такой результат был получен и по наблюдениям В.Бааде [25] и А.Шарова для M3I [26 - 28]. Все это показывает, что как модель подсистем, так и их масштабные параметры выбраны правильно.

Распределение плотности в вертикальном направлении обычно представляется экспоненциальным законом [22, 23]

$$\varrho(z) = \varrho_0 e^{-|z|/\beta}, \qquad (5.2)$$

причем β - параметр, пропорциональный обратному значению градиента логарифма плотности

$$\beta^{-1} Mod = l = -\frac{\partial \log \varrho}{\partial z}. \qquad (5.3)$$

Если плотность действительно изменяется по закону (5.2), тогда градиент l должен быть постоянным.

Выполненные наши расчеты показывают, что градиент далеко не постоянен. Аналогичный результат был недавно получен Г.Г.Борзовым и по наблюдениям [29]. Это показывает, что закон (5.2) можно применить лишь в первом приближении. Найденный нами ход плотности довольно хорошо описывает наблюденную зависимость [23, 24]. Полного согласия ожидать трудно, так как наблюдаемые группы звезд не являются вполне однородными, так что для их описания нужно было бы взять сумму из нескольких теоретических распределений.

Июль 1970
Дополнено в сент. 1971

Литература

1. L.Perek, Advances in Astr. Astroph., Acad. Press, N.Y. 1, 165, 1962.
2. M.Schmidt, B.A.N. 13, 15, 1956.
3. G.G.Kuzmin, Tartu Teated No. 3, 1956.
4. Г.Г.Кузмин, Тарту публ. 32, 2II, I952.
5. L.Perek, B.A.C. 10, 15, 1959.
6. Г.М.Идлис, Труды Инст. астрофиз. АН Каз ССР I, 6, I96I.
7. Я.Эйнасто, Труды Инст. астрофиз. АН Каз ССР 5, 87, I965.
8. M.Schmidt, in Stars and Stellar Systems, eds. M.Schmidt, A.Blaauw, 5, 513, 1965.
9. K.A.Innanen, Z.f.Ap. 64, 158, 1966.
10. B.Takase, Publ. Astr. Soc. Japan, 19, 427, 1967.
11. C.H.Hins, A.Blaauw, B.A.N. 10, 365, 1948.
12. П.П.Паренаго, Труды ГАИШ 20, 26, I95I.
13. G.Strömberg, Ap.J. 59, 229, 1924.
14. J.H.Oort, B.A.N. 4, 269, 1928.
15. K.F.Bottlinger, Erg. exakt. Naturwiss. 11, 31, 1932.
16. H.Arp, F.Bertola, Ap.J. 163, 195, 1971.
17. G.M.Vaucouleurs, Astroph. Lett. 4, 17, 1969.
18. K.A.Innanen, D.I.Kellett, Z.Astroph. 68, 226, 1968.
19. H.Arp, Ap.J. 141, 43, 1965.
20. Т.А.Агекян, Е.В.Класовская, Вестник ЛГУ, № I3, I03, I962.
21. С.А.Кутузов, Тарту Сообщ. № I0, II, I964.
22. П.П.Парнеаго, Курс звездной астрономии, ГИТТЛ, Москва, I954.
23. Б.В.Кукаркин, Исследование строения и развития звездных систем на основе изучения переменных звезд, ГИТТЛ, М.-Л., I949.
24. A.Blaauw, M.Schmidt (eds.) Galactic Structure, Stars and Stellar Systems 5, 1965.
25. W.Baade, Ric. Astr. Vaticana 5, 303, 1958.
26. А.С.Шаров, А.Ж. 45, I46, I968.
27. А.С.Шаров, А.Ж. 45, 335, I968.
28. А.С.Шаров, А.Ж. (в печати).
29. Г.Г.Борзов, Диссертация, I97I.

TABLE 1

Quantity	Unit	Schmidt 1956	Kuzmin 1956	Perek 1959	Idlis 1961	Einasto 1965	Schmidt 1965	Innanen 1966	Takase 1967	Einasto 1970*
R_o	kpc	8.2	7.5	8.0	8.5	8.5	10.0	10.0	10.0	10.0
A	km s^{-1} kpc^{-1}	19.5	20.0	17.0	16.6	17.3	15.0	14.1	14.2	15.0
B	"	-6.9	-13.4	-10.0	-11.2	-12.2	-10.0	-10.9	-10.7	-10.0
C	"	72	68	83	68	68	90	92	91	72
V_o	km s^{-1}	216	250	216	236	241	250	250	249	250
V_k	"	287	367	308	341	356	380	348	380	365
W	"	160	150	136	141	147	150	141	142	150
k_θ		0,261	0.401	0.370	0.403	0.414	0.400	0.436	0.429	0.400
k_z		0,207	0.286	0.271	0.287	0.293	0.286	0.304	0.301	0.286
ς_o	$m_\odot$ pc^{-3}	0.089	0.077	0.120	0.080	0.080	0.145	0.152	0.150	0.091
$G_R\{\varsigma\}$		-6.59	-3.45	-3.75	-3.1	-3.02	-4.46	-3.46	-3.1	-3.05
k_{lim}	R_o	2.0	2.5	(2.4)	2.2	(2.7)	(4.2)	2.1	(4.2)	(2.6)
R_{apogal}	$R_\odot$	18.3	2.5	5.6	2.2	2.7	2.4	3.9	2.4	2.6
m	10^9 $m_\odot$	70	107	82	100	117	182	127	176	143
m_{lim}	"	114	143	137	132	148	182	127	177	143

* Present paper

Табл. 2

Component	ε	m	a_0	N	x_0	h	k
		$10^9 \odot$	kpc				
Flat	0.02	13.2	8.00	1	1.5	2.220	0.4245
Disc	0.10	95.3	6.38	1	1.5	2.220	0.4245
Spher.	0.60	34.9	0.90	4	10.5	4.411	$0.4165 \cdot 10^{-4}$

Табл. 4

Popul.	ε	a_0	N	x_0	$(\sigma_z)_0$	σ_z	σ_R	V	t
		kpc			km/s				10^9 a
Flat	0.02	8.0	0.5	0	8.8	8.8	16.4	250	0.9
Disc 1	0.05	7.4	1.0	1.5	20.4	19.9	37.3	239	3.9
Disc 2	0.10	6.4	1.5	3.0	34.7	34.4	64.5	216	7.6
Halo 1	0.20	4.5	2.0	4.5	52.8	51.7	84.3	185	9.1
Halo 2	0.40	1.9	3.0	7.5	75.2	71.4	92.8	142	9.4
Halo 3	0.60	0.9	4.0	10.5	92.6	85.9	100.9	96	9.7
Halo 4	0.80	0.6	5.0	13.5	108.3	98.5	109.8	46	10.0

Табл. 3

R	A	-B	C	ω_0	V	V_K	k_θ	k_Σ
0.0	0.0	631.7	872.8	631.7	0.0	773.5	1.000	0.500
0.5	116.5	326.7	607.4	443.2	221.6	727.6	0.737	0.424
1.0	122.4	145.6	383.5	268.0	268.0	665.4	0.543	0.352
1.5	95.0	83.9	284.7	179.0	268.5	619.5	0.469	0.319
2.0	72.1	58.9	237.6	130.9	261.8	585.9	0.450	0.310
2.5	55.7	46.8	211.0	102.5	256.3	559.8	0.457	0.313
3.0	44.2	40.2	193.0	84.4	253.1	538.3	0.476	0.323
3.5	36.2	35.8	178.9	72.0	252.0	519.7	0.497	0.332
4.0	30.7	32.4	166.8	63.1	252.4	503.2	0.514	0.339
4.5	26.8	29.6	155.9	56.4	253.6	487.9	0.524	0.344
5.0	24.0	27.0	145.7	51.0	255.0	473.8	0.528	0.346
5.5	22.03	24.59	136.2	46.62	256.4	460.4	0.528	0.345
6.0	20.54	22.38	127.2	42.92	257.5	447.8	0.521	0.343
6.5	19.40	20.32	118.7	39.72	258.2	435.7	0.512	0.338
7.0	18.50	18.42	110.7	36.92	258.4	424.2	0.498	0.333
7.5	17.75	16.67	103.2	34.42	258.1	413.2	0.484	0.326
8.0	17.10	15.07	96.1	32.17	257.3	402.7	0.468	0.319
8.5	16.52	13.61	89.5	30.13	256.1	392.7	0.452	0.311
9.0	16.00	12.28	83.3	28.27	254.4	383.1	0.435	0.303
9.5	15.48	11.09	77.5	26.57	252.4	373.9	0.417	0.294
10.0	15.00	10.01	72.0	25.01	250.1	365.1	0.400	0.286
11	14.07	8.17	62.30	22.24	244.6	348.8	0.367	0.269
12	13.17	6.69	53.86	19.86	238.4	333.9	0.337	0.252
13	12.30	5.52	46.59	17.82	231.7	320.4	0.310	0.236
14	11.47	4.59	40.33	16.06	224.8	308.1	0.286	0.222
15	10.67	3.86	34.95	14.55	218.0	296.9	0.266	0.210
16	9.92	3.29	30.34	13.21	211.3	286.7	0.249	0.199
17	9.21	2.84	26.38	12.05	204.8	277.4	0.236	0.191
18	8.55	2.48	23.00	11.03	198.6	268.9	0.225	0.184
19	7.94	2.20	20.10	10.14	192.7	261.1	0.217	0.178
20	7.38	1.98	17.63	9.35	187.1	253.9	0.212	0.175
21	6.86	1.80	15.51	8.66	181.9	247.3	0.208	0.172
22	6.39	1.65	13.70	8.04	176.9	241.1	0.206	0.171
23	5.96	1.54	12.16	7.50	172.4	235.4	0.205	0.170
24	5.57	1.44	10.84	7.00	168.1	230.1	0.205	0.170
25	5.21	1.35	9.71	6.56	164.1	225.2	0.206	0.171
26	4.89	1.28	8.74	6.17	160.4	220.6	0.207	0.172
27	4.60	1.21	7.92	5.81	156.9	216.2	0.209	0.173
28	4.33	1.16	7.21	5.49	153.6	212.1	0.211	0.174
29	4.08	1.11	6.59	5.19	150.5	208.3	0.213	0.176
30	3.86	1.06	6.07	4.92	147.7	204.6	0.215	0.177

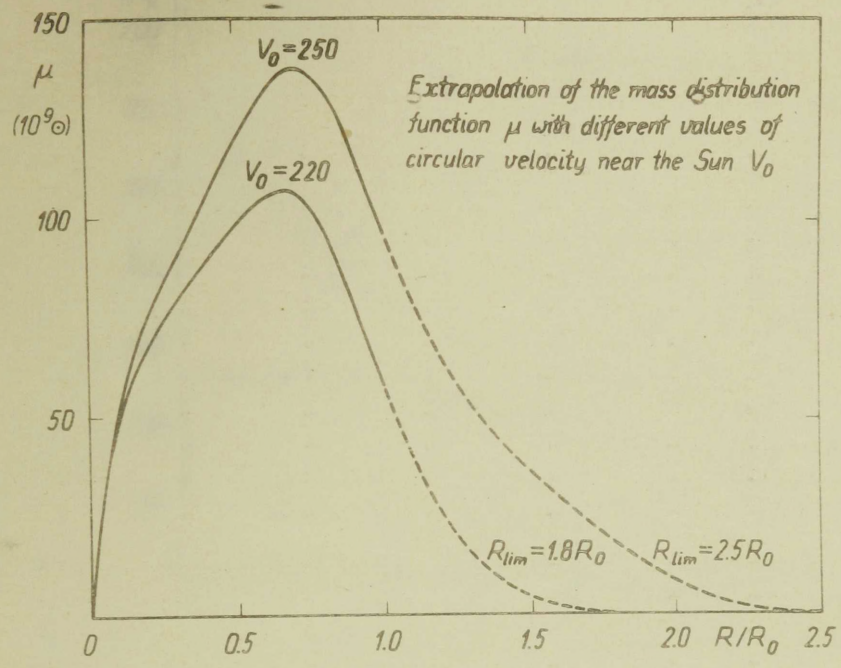


Рис. I. Экстраполяция функции массы на $R > R_0$ (прерывистые линии) при различных значениях круговой скорости в окрестности Солнца V_0 . Указаны предельные радиусы R_{lim} модели.

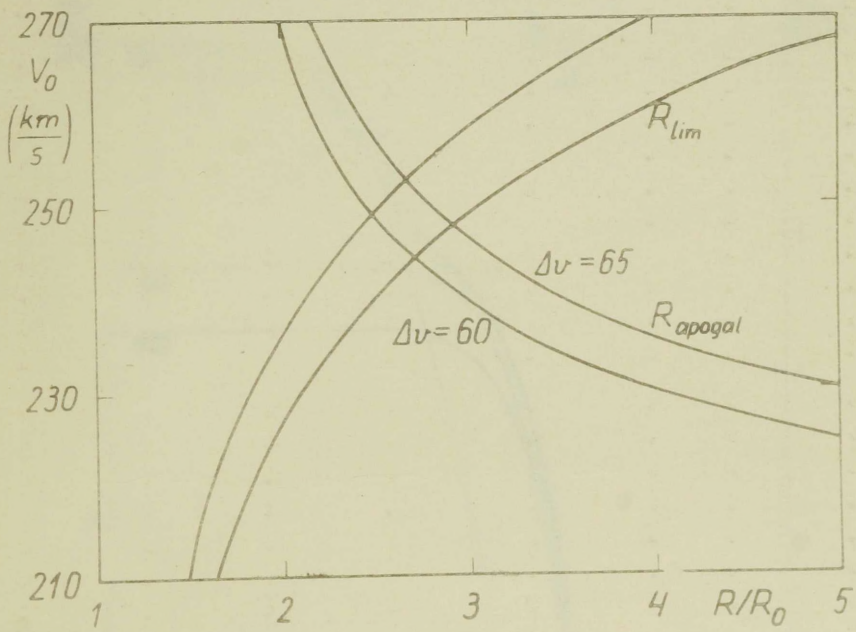


Рис. 2. Зависимость предельного радиуса R_{lim} и апогалактического расстояния R_{apogal} от принятого значения круговой скорости около Солнца V_0 . Два кривые R_{lim} соответствуют двум способам экстраполяции функции массы; две кривые R_{apogal} – двум значениям предельной скорости Оорта Δv .

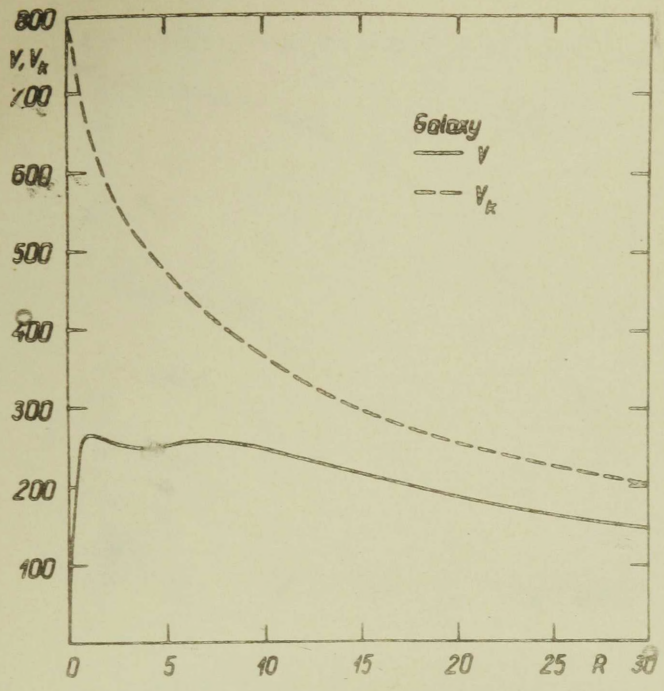


Рис. 3. Зависимость круговой скорости и скорости освобождения от расстояния до центра Галактики.

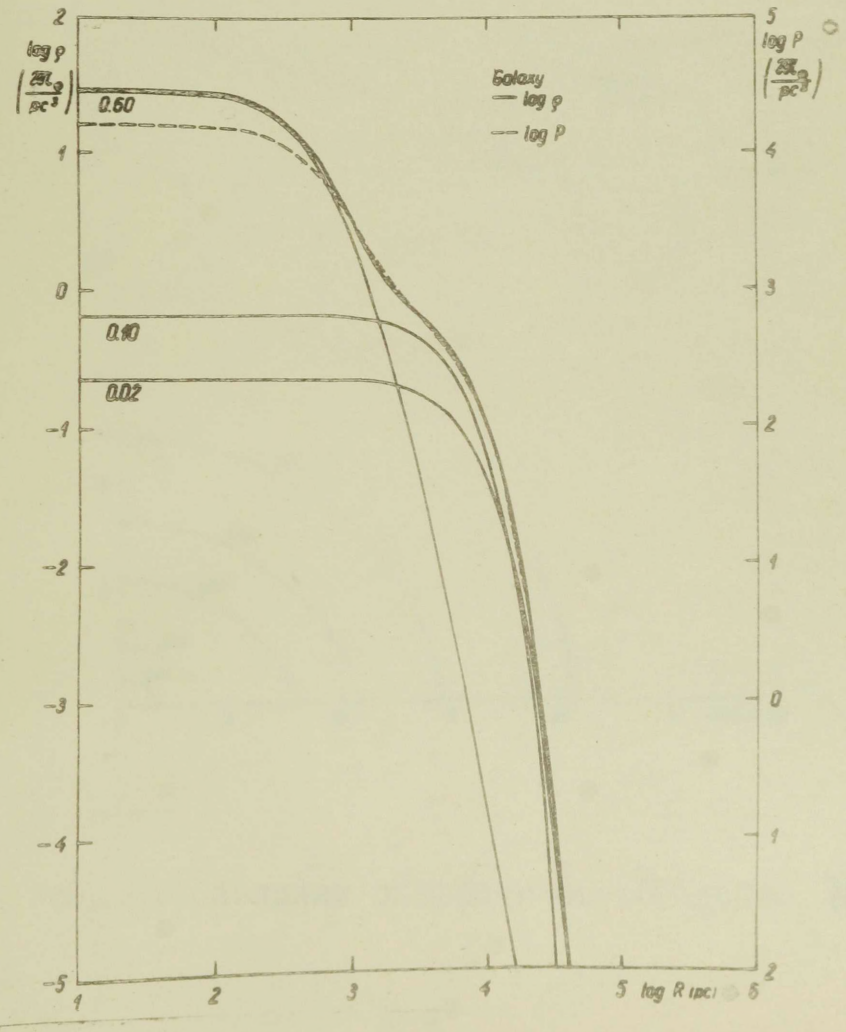


Рис. 4. Пространственная и спроектированная плотность Галактики.

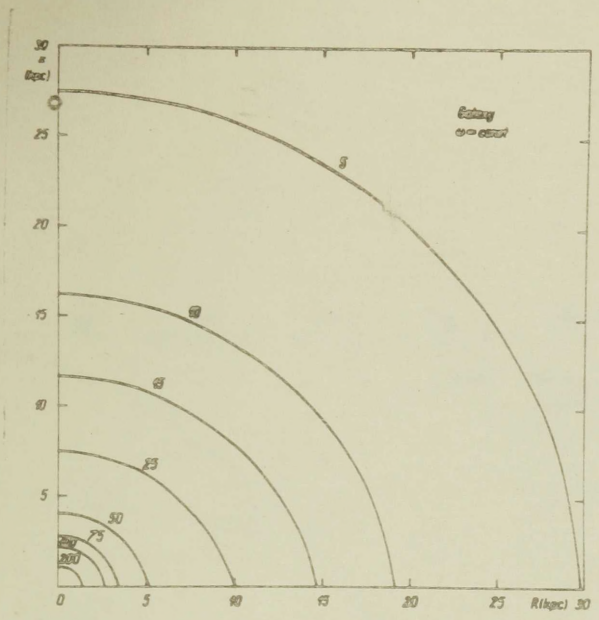


Рис. 5. Изолинии угловой скорости ω_o .

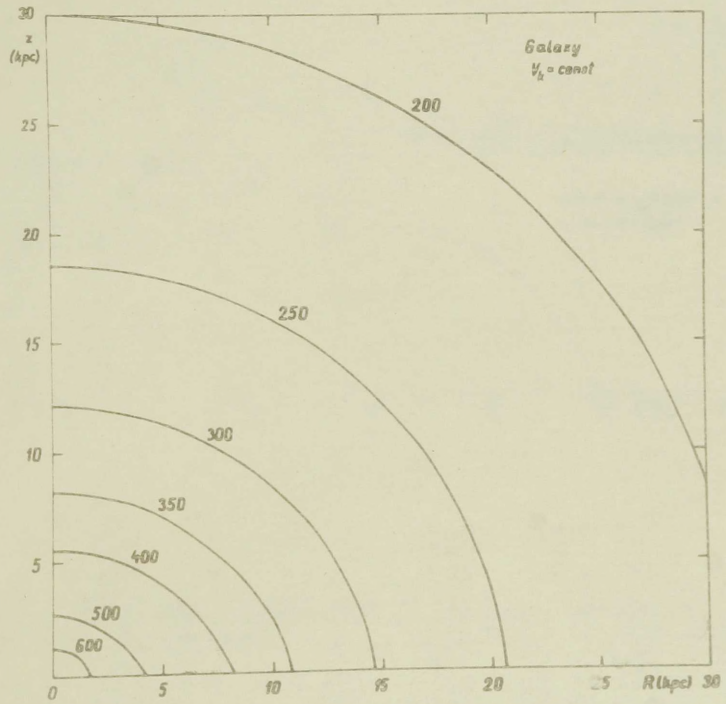


Рис. 6. Изолинии скорости освобождения V_k .

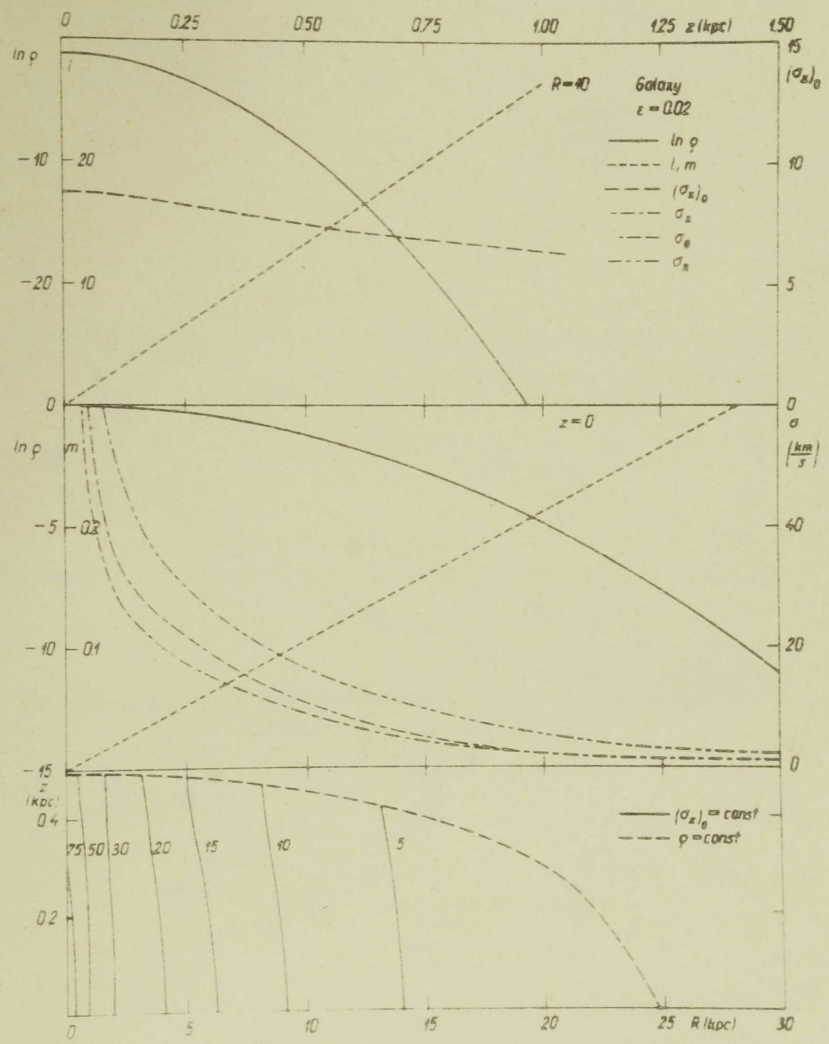


Рис. 7. Функции описания плоской составляющей с отношением полуосей эллипсоидов постоянной плотности $\varepsilon = 0.02$. В верхней части рисунка изображена зависимость логарифма плотности, вертикального градиента плотности $l = -\partial \log \rho / \partial z$ и дисперсии скоростей $(\sigma_z)_0$ в джинсовском приближении от z при $R = 10$. В средней части рисунка дана зависимость от R при $z = 0$ логарифма плотности, радиального градиента логарифма плотности $m = -\partial \log \rho / \partial R$ и дисперсий скоростей σ_R, σ_θ, σ_z. В нижней части рисунка изображены изолинии $\rho = const$ и $(\sigma_z)_0 = const$ на плоскости (R, z). Плотность дана в единицах центральной плотности, градиенты l и m в единицах kpc^{-1}, дисперсии в км/сек.

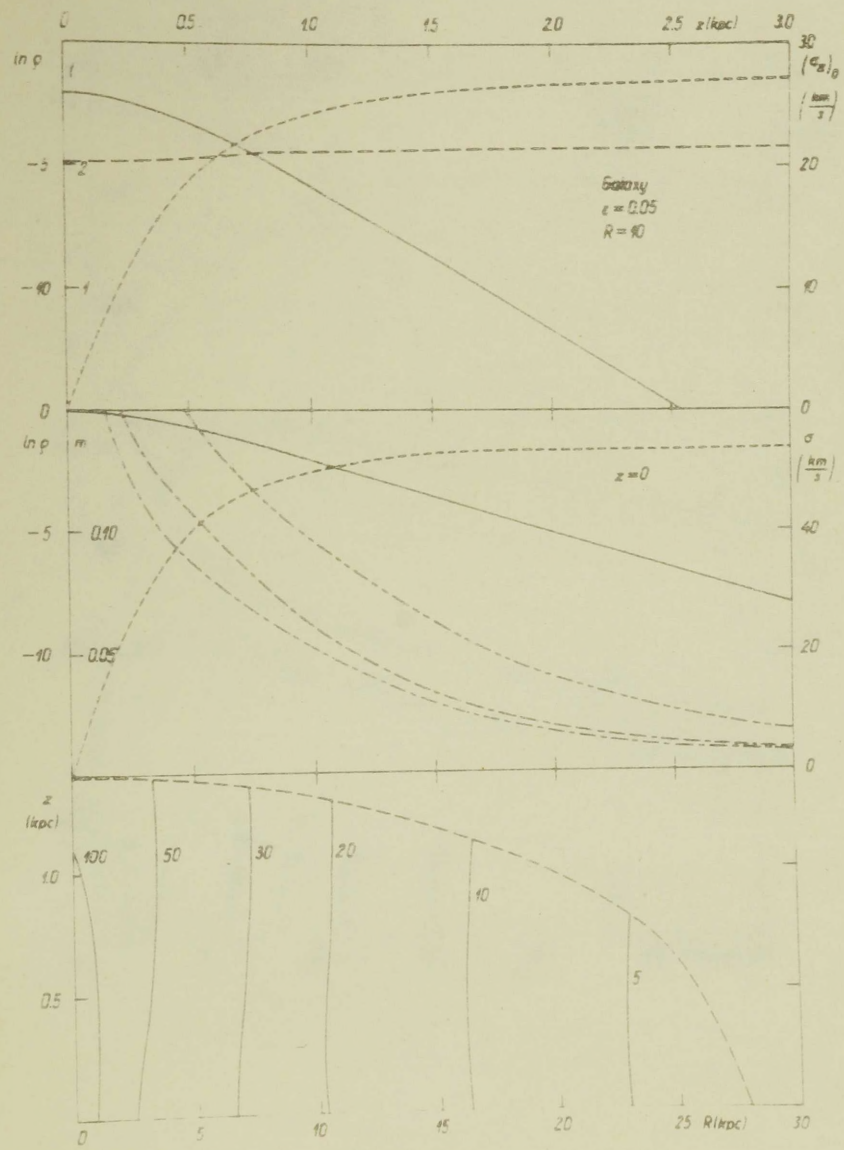


Рис. 8. Функции описания населения диска $\varepsilon = 0.05$. Этот и следующие рисунки аналогично рис. 7.

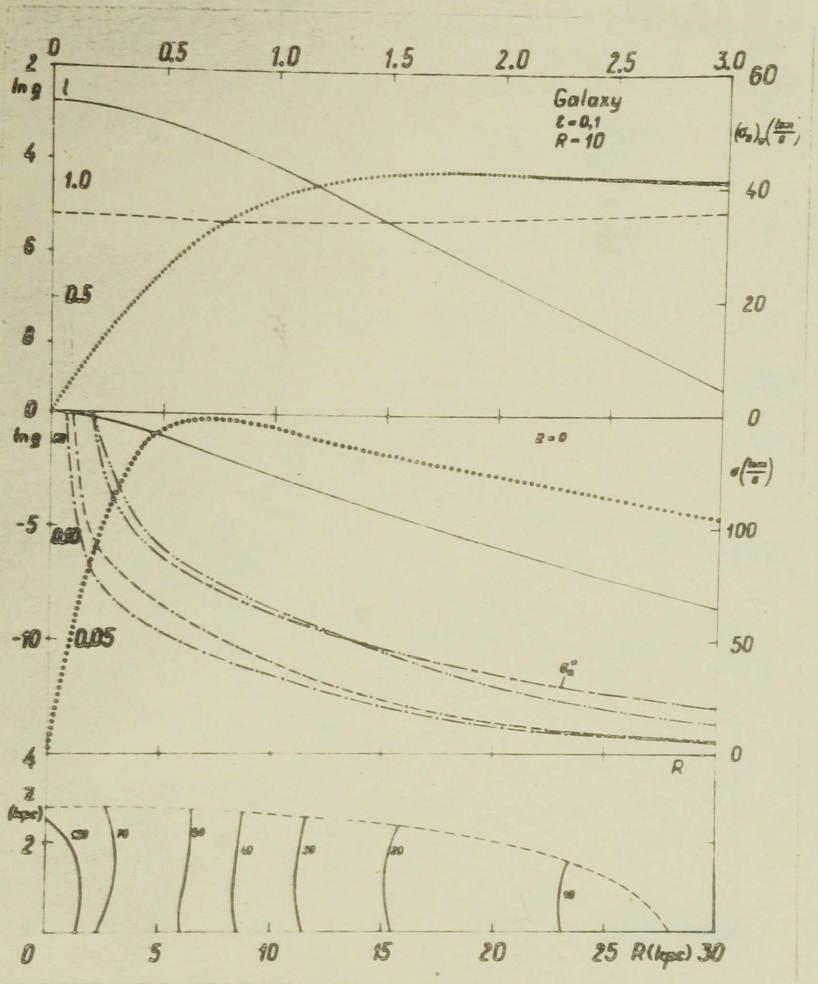


Рис. 9. Функции описания населения диска $\varepsilon = 0.1$. Радиальная дисперсия скоростей σ_R дана в двух вариантах, вычисленная из уравнения (4.10) отмечена σ_R^*, а вычисленная из соотношения (4.5) по σ_z с k_z по формуле Кузмина изображена, как и на всех других рисунках, линией —··—··

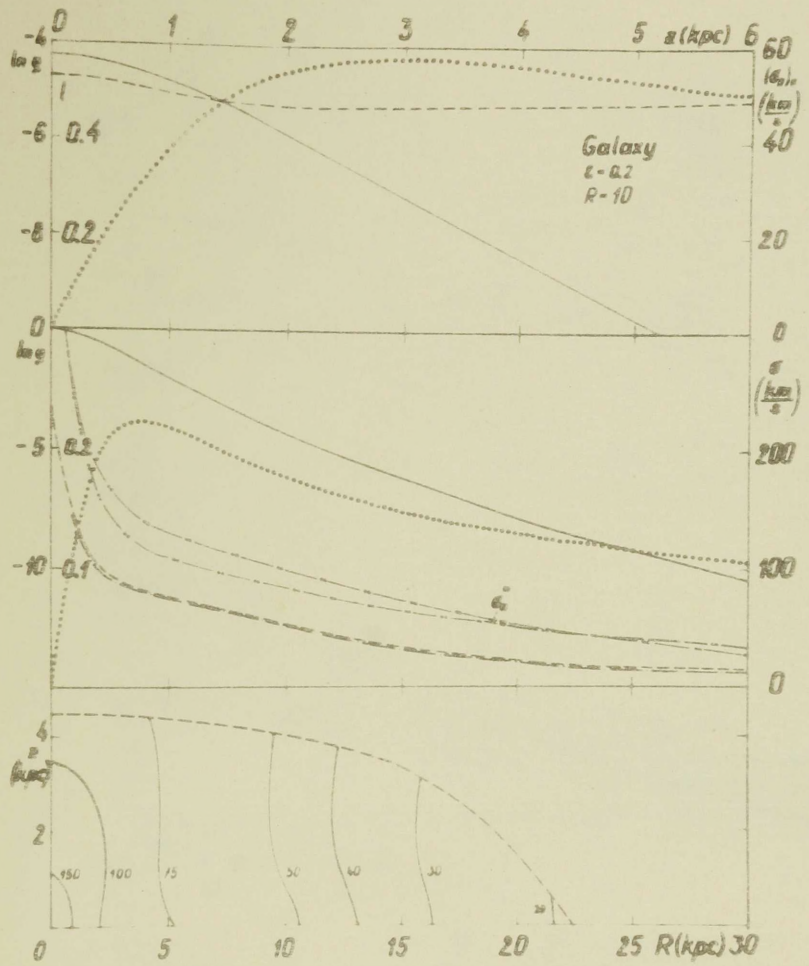


Рис. IO. Функции описания населения гало $\varepsilon = 0.2$.

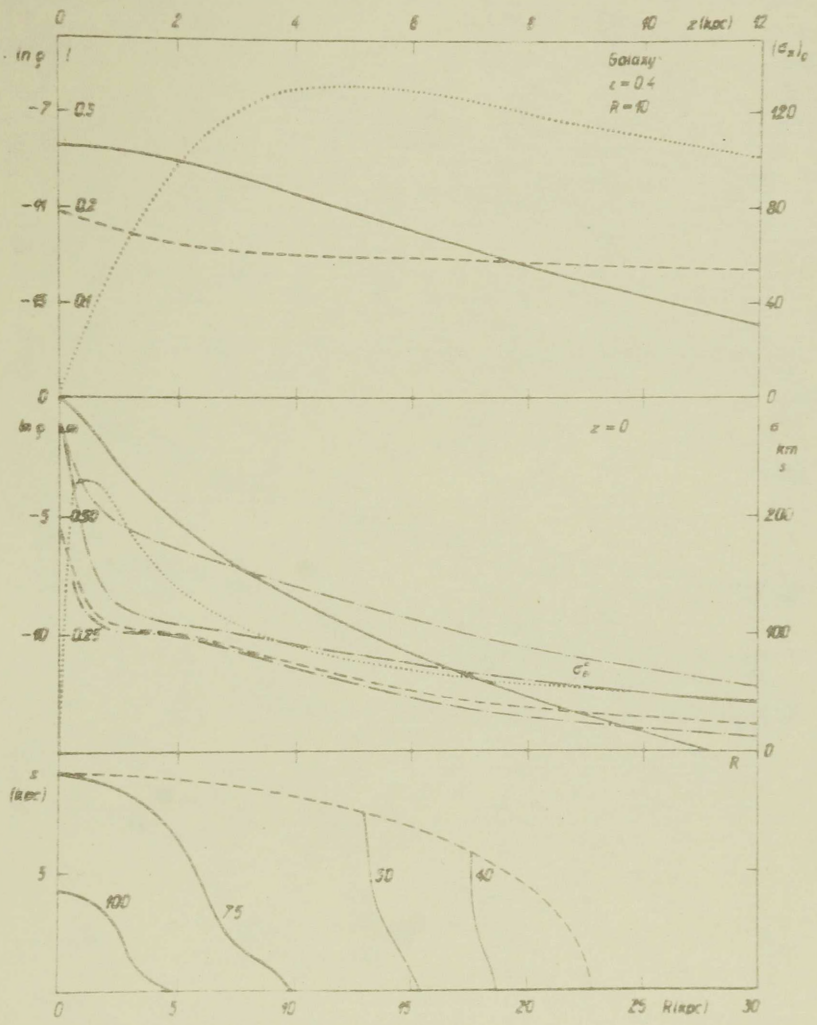


Рис. II. Функции описания населения гало $\varepsilon = 0.4$. Дисперсия σ_R, вычисленная по формуле (4.5), уже превышает дисперсию, требуемой для уравновешивания радиального притяжения Галактики при отсутствии вращения.

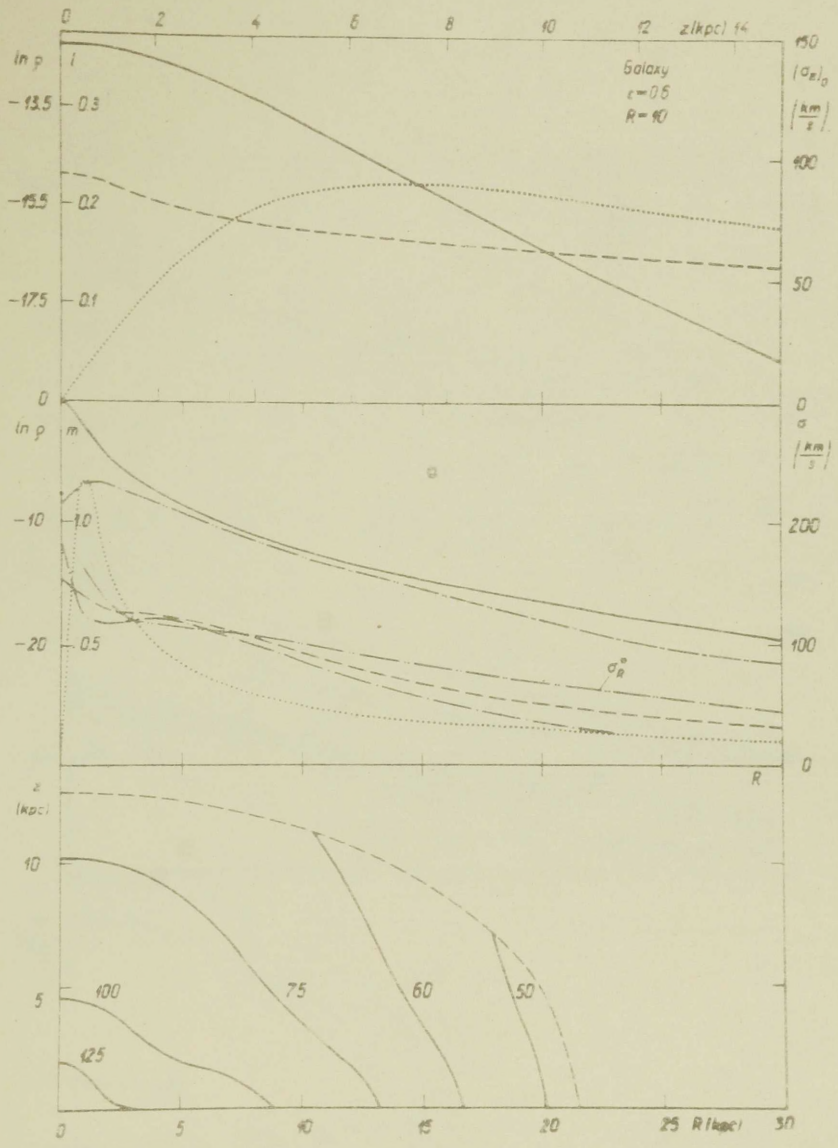


Рис. 12. Функции описания населения гало $\varepsilon = 0.6$.

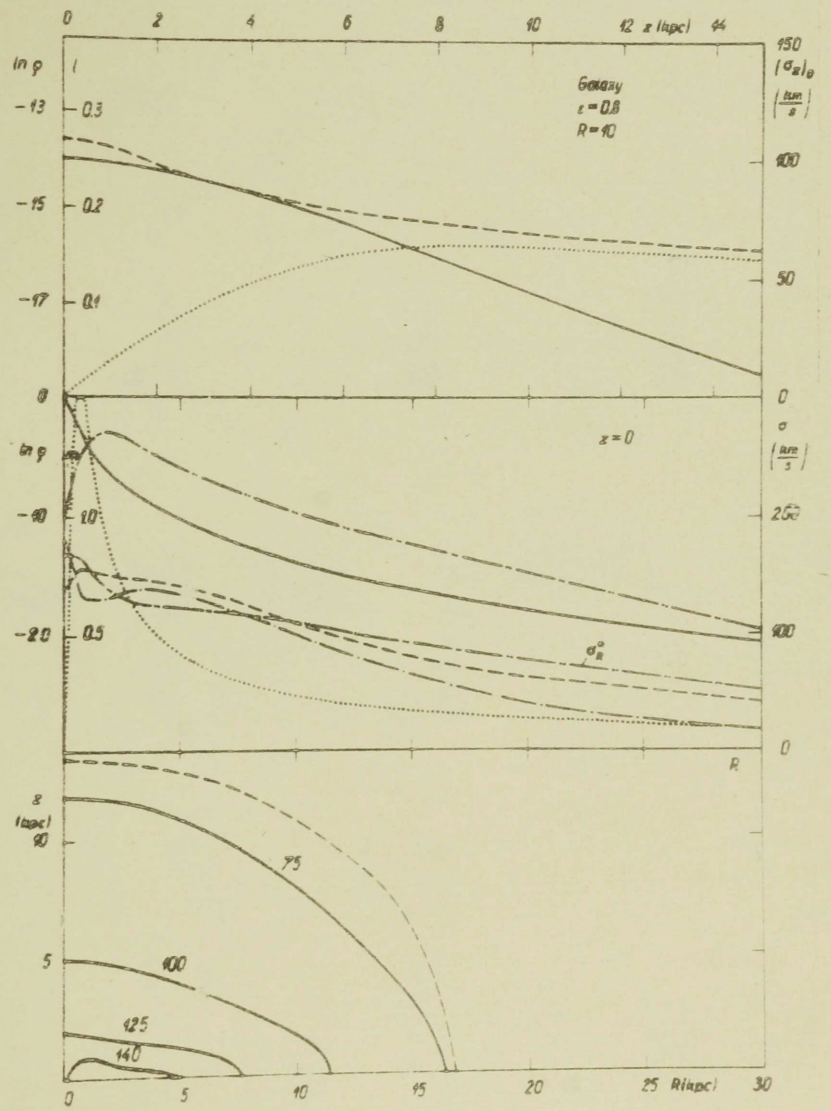


Рис. I3. Функции описания населения гало $\varepsilon = 0.8$.

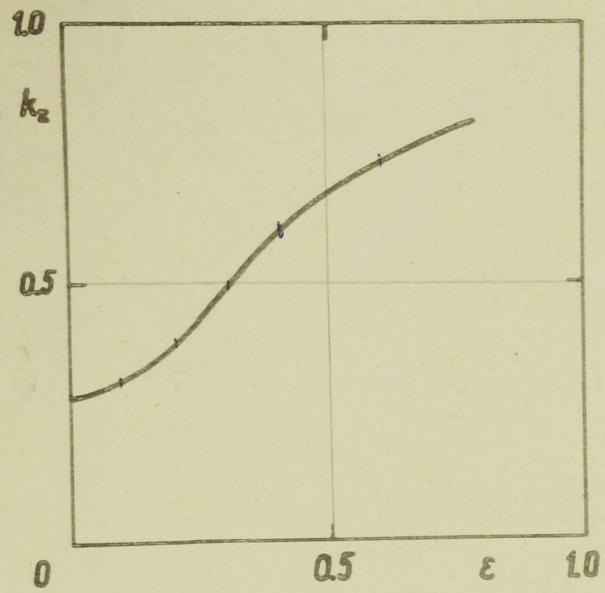


Рис. I4. Зависимость $k_z = \sigma_z^2 / \sigma_R^2$ от ε при R = I0 крс, z = 0 крс.