**K. R. Veski**
Tartu õpetajate seminari matemaatika
ja matemaatika metoodika õpetaja

**J. Grünthal**
endine H. Treffneri gümnaasiumi
matemaatika õpetaja

# Aritmeetika,

## geomeetria ja algebra

### VI õppeaasta

Kolmas trükk

**K. O.-Ü. „Loodus“, Tartus, 1928**

**K. R. Veski**
Tartu õpetajate seminari matemaatika
ja matemaatika metoodika õpetaja

**J. Grünthal**
endine H. Treffneri gümnaasiumi
matemaatika õpetaja

# Aritmeetika,

## geomeetria ja algebra

### VI õppeaasta

Kolmas trükk



**K. O.-Ü. „Loodus“, Tartus, 1928**

2



K. O.-U. „Looduse“ korrektor H. Pürkop.



H. Laakmanni trükk, Tartus.

# I OSA.

# Algebraline sümboolika.

## § 1. Ülesannete lahendamine üldisel kujul.

Ülesanne Kaks raudteerongi sõidavad ühel ja samal ajal kahest linnast teineteisele vastu. Esimene rong sõidab tunnis keskmiselt 32 km, teine rong 29 km. Mitme tunni pärast peale oma sõidu algust kohtavad rongid teineteist, kui linnade vahemaa on 244 km?

Ühe tunni pärast liginevad rongid teineteisele $32 + 29 = 61$ (km) võrra; järelikult kohtavad rongid teineteist

$$\frac{244}{32 + 29} = \frac{244}{61} = 4 \text{ (tunni) pärast.}$$

Oletame, et sama ülesanne on tarvis lahendada mitte antud arvude 244 km, 32 km ja 29 km suhtes, vaid mistahes arvude suhtes. Säärasel puhul oleks juba leitud lahendusviisi uuesti otsimine ilmaaegne ajakulutamine. Et leitud lahendusviisi tarvitada kõigi samasisuliste ülesannete lahendamiseks, seks võetakse tarvitusele harilikult ladina ehk prantsuse keele tähed, millele võib anda igasuguseid arvulisi väärtusi.

Tähendame kahe linna vahemaa kilomeetrites $a$ abil, esimese rongi keskmise sõidukiiruse km ühes tunnis $b$ abil ja teise rongi keskmise sõidukiiruse km ühes tunnis $c$ abil.

Lahendades antud ülesande üldisel kujul, leiame, et ühe tunni pärast liginevad rongid teineteisele $(b + c)$ km võrra, kuna nad aga teineteist kohtavad $\frac{a}{b + c}$ tunni pärast.

Pannes saadud üldkujulisse lahendusse vastavate tähtede asemele endised arvud ja arvutades näidatud tehted, saame endise vastuse

$$\frac{244}{32 + 29} = \frac{244}{61} = 4 \text{ (t.)}$$

**1.** Järgnevaist arvudest kokku seada samasisulised ülesanded, kui ülemaltoodud ülesanne, ja lahendada nad üldkujulise lahenduse $\frac{a}{b+c}$ järele:

$$a = 360;\ 200;\ 210;\ 430{,}1;\ 163^1/_8;$$
$$b = 40;\ 16;\ 20;\ 16{,}75;\ 34^1/_2;$$
$$c = 20;\ 24;\ 22;\ 22{,}35;\ 30^3/_4.$$

Ülesanne. Segati kolme sorti püülijahu: 5 kg 37 senti kg, 3 kg 45 senti kg ja 2 kg 53 senti kg. Kui palju maksab kg segu?

Lahendame antud ülesande üldisel kujul. Olgu

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| esimest | sorti jahu | $a$ | kg | $m$ | senti | kg |
| teist | „ „ | $b$ | „ | $n$ | „ | „ |
| kolmandat | „ „ | $c$ | „ | $p$ | „ | „ |

1 kg segu maksab üldisel kujul $\frac{a\,.\,m + b\,.\,n + c\,.\,p}{a + b + c}$ senti.

Pannes aga tähtede asemele antud arvud, leiame:

$$\frac{5\,.\,37 + 3\,.\,45 + 2\,.\,53}{5 + 3 + 2} = \frac{426}{10} = 42{,}6 \text{ (senti)}.$$

**2.** Antud arvudest seada kokku ülemaltoodud ülesandele vastavad ülesanded ja lahendada nad üldkujulise lahenduse $\frac{a\,.\,m + b\,.\,n + c\,.\,p}{a + b + c}$ abil.

$$a = 28;\ 2;\ 15;\ 17^1/_7;\ 9{,}5;$$
$$b = 43;\ 5;\ 20;\ 3{,}6;\ 4;$$
$$c = 29;\ 6;\ 25;\ 4{,}8;\ 3;$$
$$m = 12;\ 1{,}8;\ 8;\ 4;\ 2{,}5;$$
$$n = 18;\ 2;\ 7;\ 6;\ 2{,}2;$$
$$p = 15;\ 2{,}5;\ 4;\ 8;\ 1^4/_5.$$

Lahendada järgnevad ülesanded aritmeetilisel teel, seada kokku lahenduse erikuju (aritmeetiline kuju) ja viimase järele üldkuju, võttes ülesandes antud arvude asemel ladinakeelsed tähed.

**3.** Kaupmees müüs 50 meetrit villast riiet 21 000 sendi eest. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 m seda riiet, kui ta müües sai 4 000 s. kasu?

**4.** 15 sõdurit parandasid silla 7 tunniga. Mitme tunniga oleksid 10 sõdurit sama töö ära teinud?

**5.** Sadamast sõitis välja laev 9-kilomeetrilise kiirusega tunnis. 7 tunni pärast sõitis samast sadamast välja teine laev $12^1/_2$-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Mitme tunni pärast peale oma väljasõitu kohtab teine laev esimest?

6. Jalgrattasõitja sõitis 3 tundi 14-kilomeetrilise kiirusega tunnis ja 2 tundi 12-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Kui suur oli jalgrattasõitja keskmine kiirus tunnis?

Lahendada järgnevad ülesanded üldisel kujul; pärast lahenduse üldkuju leidmist panna tähtede asemele antud arvud ja leida nende arvude kohane erivastus.

7. Laev sõitis $b$ tunniga $a$ kilomeetrit, liikudes ühtlaselt. Kui suur on laeva kiirus tunnis?

$a = 80;\ 34;\ b = 16;\ 5.$

8. $m$ meetri kalevi eest maksti $c$ senti. Kui palju tuleb maksta $n$ meetri sama kalevi eest?

$m = 18;\ 30;\ c = 21\,600;\ 22\,500;\ n = 11;\ 28.$

9. $a$ puuseppa ehitasid küüni $t$ päevaga. Mitme päevaga oleksid ehitanud sama küüni $b$ puuseppa?

$a = 16;\ 25;\ b = 18;\ 20;\ t = 9;\ 4.$

10. Ühes kastis on $a$ kg teed, teises $b$ kg. Mitu $c$-kilogrammilist pakki saab kahest kastist kokku?

$a = 36;\ 180;\ b = 24;\ 120;\ c = 5;\ 10.$

11. Õpilasel oli $a$ senti raha; ta ostis $b$ sendi eest sulgi ja ülejäänud raha eest vihikuid, $m$ senti tükk. Mitu vihikut ostis õpilane?

$a = 23;\ 30;\ b = 3;\ 2;\ m = 5;\ 4.$

12. Keegi teenib kuus $l$ senti ja kulutab sama aja jooksul $k$ senti. Ülejäänud raha tarvitab ta oma võla tasumiseks. Mitme kuuga tasub ta oma võla, mis $d$ sendiga võrdub?

$l = 13\,000;\ 15\,000;\ k = 10\,000;\ 12\,500;\ d = 18\,000;\ 30\,000.$

13. Ühes sõjaväe-osas on $a$ jalameest ja $b$ ratsameest, teises $m$ jalameest ja $n$ ratsameest. Mitu korda on esimene sõjaväe-osa suurem kui teine sõjaväe-osa?

$a = 5000;\ 38\,000;\ b = 600;\ 2000;\ m = 1000;\ 14\,400;$
$n = 400;\ 1600.$

14. Töömees saab päevas $m$ senti, naistööline aga $n$ sendi võrra vähem. Mitme päevaga teenib naistööline sama palju kui töömees $t$ päevaga?

$m = 225;\ 80;\ n = 75;\ 20;\ t = 12;\ 6.$

## § 2. Algebraline avaldis.

Algebralisi arvusid nimetatakse **suurusteks**. Algebralised suurused avalduvad tähtede kaudu.

**Algebraliseks avaldiseks nimetatakse iga üksikut tähte või tähtede** (ja numbrite) **rühma, milles üksikud tähed** (ja numbrid) **on ühendatud tehteid ja nende järjekorda näitavate märkidega.**

Nõnda on $a$; $a \cdot b$; $\frac{c}{d}$; $m + n$; $c - d$; $\frac{m+n}{a-b}$, $3\,ab$ jne. algebralised avaldised.

Algebralist avaldist, millel ei ole tähelist jagajat (nimetajat), nimetatakse **täisarvuliseks** avaldiseks. Näit. $3\,ab^2$; $m^2 + {}^2/_3\,bc$ jne. on täisarvulised avaldised. Vastasel korral on algebraline avaldis **murruline** (näit.: $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{m+n}{c}$ jne.).

Algebralised avaldised jagunevad veel **üksliikmeteks** ja **hulkliikmeteks.**

**Hulkliikmeks nimetatakse algebralist avaldist, mis moodustab mingisuguste suuruste summa või vahe.**

Nõnda on algebralised avaldised: $2a + b - 3c + 5d$; $a^3 - 3\,m^2b + 5\,cb^2 + 2\,abc$ ja $\frac{m}{2} + \frac{n}{p} - \frac{r}{q}$ jne. hulkliikmed.

**Üksliikmeks nimetatakse iga üksikut suurust kui ka iga teist algebralist avaldist, mis moodustab mingisuguste suuruste korrutise, jagatise, astme või juure.**

Näit.: $a$; $3\,ab$; $(abc)^2$; $\frac{m}{n-p}$; $\sqrt{p+q}$; $3\,a^2b^4$; $0{,}7\,abc$; ${}^5/_{11}\,a\sqrt{mn}$ on üksliikmed.

**15.** Kirjutada algebraline avaldis, mis on $n$ võrra suurem kui $m$.

**16.** Kirjutada algebraline avaldis, mis on $n$ võrra vähem kui $m$.

**17.** Kirjutada $m$, $n$ ja $p$ summa.

**18.** Kirjutada $a$ ja $b$ korrutis.

**19.** Kirjutada $x$, $y$ ja $z$ korrutis.

**20.** Kirjutada $m$ ja $n$ jagatis.

**21.** Kirjutada $m$ ja $n$ korrutise ja $p$ summa.

**22.** Kirjutada ${}^3/_4$ ja $a$ korrutise ja $b$ ja $c$ jagatise vahe.

**23.** Kahe suuruse summa on $s$; üks neist suurustest on $c$; kui suur on teine suurus?

24. Kirjutada üldkujuline paarisarvu avaldis.

25. Kirjutada üldkujuline paaritu arvu avaldis.

26. Kirjutada nende suuruste algebraline avaldis, mis jäägita jaguvad 3-ga, 5-ga, 7-ga ja 11-ga.

27. Kirjutada nende suuruste algebraline avaldis, mis jagatult 5-ga annavad jäägis 3.

## § 3. Algebraline valem.

**Kaht algebralist avaldist, mis isekeskis on ühendatud võrdsuse- või võrratusemärgiga, nimetatakse algebraliseks valemiks.**

$a+b=b+a$; $a<a+b$; $a+b>b$ on algebralised valemid.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised valemid:

28. $m$ ja $n$ summa on suurem kui $m$ ja $n$ vahe.

29. $a$ ja $b$ vahe on vähem kui $a$.

30. $m$ ja $n$ summa võrdub $a$ ja $b$ korrutisega.

31. $x$ ja $y$ jagatis võrdub $m$ ja $n$ vahega.

32. $a$ ja $b$ poolsumma on $a$ ja $b$ jagatisest vähem.

33. $k$ on $m$ võrra suurem kui $l$.

34. $p$ on $q$ võrra vähem kui $r$.

35. $c$ on 10 korda suurem kui $d$.

36. $a$ on 4 korda vähem kui $b$.

37. $m$ on $x$ ja $y$ korrutisest $n$ võrra suurem.

38 $a$ ja $b$ korrutis on $d$ võrra suurem kui $a$.

39. Kui arvuga, milles on $a$ ühelist ja $b$ kümnelist, liita $m$, siis saame arvu, mis samade numbritega on kirjutatud, ainult vastupidises järjekorras.

40. Kui arvust, milles on $a$ ühelist, $b$ kümnelist ja $c$ sajalist, lahutada $m$, siis saame arvu, mis samade numbritega on kirjutatud, kuid vastupidises järjekorras.

41. Kaupmees ostis raamatu $m$ sendi eest, müüs ta ära $n$ sendi eest, kuna ta $r$ senti kasu sai. Avaldada iga suurus ($m$, $n$ ja $r$) teistest suurustest olenevalt.

42. Õpilane ostis raamatu $a$ sendi eest; pärast tarvitamist müüs ta sama raamatu kaasõpilasele $b$ sendi eest, kusjuures ta $c$ senti kahju sai. Avaldada iga suurus teistest suurustest olenevalt.

43. Ühes lähkris on $a$ toopi, teises $b$ toopi piima. Kui esimesest lähkrist valada teise lähkrisse $d$ toopi, siis on kummaski lähkris ühepalju piima. Seada neist suurustest algebraline valem.

Avaldada algebraliste valemite abil järgnevad matemaatilised tõed, mis aritmeetikakursusest tuttavad:

44. Kahe suuruse summa korrutada kolmanda suurusega on sama, kui esimene suurus korrutada kolmandaga, teine suurus korrutada kolmandaga ja saadud korrutised liita.

45. Selle asemel, et kahe suuruse summa jagada kolmanda suurusega, võime jagada esimese antud suuruse kolmandaga, teise antud suuruse kolmandaga ja saadud jagatised liita.

46. Kahe samanimelise murru summa võrdub murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate summa, aga nimetaja on endine.

47. Kahe samanimelise murru vahe võrdub murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate vahe, aga nimetaja on endine.

48. Kahe murru korrutis võrdub säärase murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate korrutis, aga nimetajaks antud murdude nimetajate korrutis.

49. Kahe murru jagatis võrdub niisuguse murruga, mille lugejaks on esimese murru lugeja ja teise murru nimetaja korrutis, aga nimetajaks on esimese murru nimetaja ja teise murru lugeja korrutis.

Kokku seada ülesanded, mis lahenduksid järgnevate valemite abil, kus $x$ on otsitav suurus:

50. $x = a.b + c; \quad x = a.b - c.$

51. $x = \frac{a+b}{m}; \quad x = \frac{a-b}{m}.$

52. $x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}; \quad x = \frac{a}{b} - \frac{c}{d}.$

53. $x = \frac{m}{p+q}; \quad x = \frac{m}{p-q}.$

54. $x = \frac{a.k + b.l}{a+b}; \quad x = \frac{a.k - b.l}{a+b}.$

## § 4. Kordaja ja astmenäitaja tarvitamine.

Kui mitme suuruse korrutises on olemas arvtegur, nagu näiteks korrutistes $m.5.n$ ja $a.b.{}^3/_4.d$, siis kirjutatakse see arvtegur korrutise ette. Nõnda võiksime antud korrutised kirjutada järgmiselt: $5\,mn$*) ja $^3/_4\,abd$.

*) Algebralistes avaldistes harilikult korrutamismärki ei kirjutata.

**Arvtegurit, mis seisab tähelise avaldise ees, nimetatakse kordajaks ehk koeffitsiendiks.**

**Täisarvuline kordaja näitab, mitu korda on täheline avaldis, mille ees kordaja seisab, võetud liidetavana või lahutatavana.**

Näit. avaldises: $3\,ab - 4\,c$ näitab kordaja 3, et avaldis $ab$ on võetud liidetavana 3 korda ($ab + ab + ab = 3\,ab$), kuna aga kordaja 4 samas avaldises näitab, et algebraline avaldis $c$ on võetud 4 korda lahutatavana.

Kordajat 1 harilikult ei kirjutata; näit. avaldis $1\,abc$ kirjutatakse harilikult ilma kordajata, nimelt: $abc$.

**Murdarvuline kordaja näitab, missugune osa tähelisest avaldisest, mille ees seisab kordaja, on võetud liidetavana või lahutatavana.**

Näit. avaldises $^3/_4\,mn - {}^2/_3\,xy$ näitab kordaja $^3/_4$, et tähelisest avaldisest $mn$ on võetud $^3/_4$ osa; sellest osast on lahutatud $^2/_3$ osa tähelisest avaldisest $xy$.

Järgnevate ülesannete järele kokku seada algebralised avaldised ja näidata neis avaldistes esinevad kordajad ehk koeffitsiendid:

**55.** Õpilane saab isalt iga kuu $a$ kr. Mitu kr. saab õpilane 3 kuu jooksul?

**56.** Mitu ühelist on arvus, mis sisaldab eneses $a$ kümnelist ja $b$ ühelist?

**57.** Mitu ühelist on arvus, mis sisaldab eneses $a$ tuhandelist, $b$ sajalist, $c$ kümnelist ja $d$ ühelist?

**58.** Mitu meetrit on $a$ km ja $b$ dkm?

**59.** Mitu grammi on $m$ kg $n$ hg $p$ dkg ja $q$ g?

**60.** Mitu sülda on $m$ versta ja $n$ sülda? Mitu versta on $m$ versta ja $n$ sülda?

**61.** Mitu päeva on $x$ nädalat ja $y$ päeva? Mitu minutit on $s$ tundi ja $t$ minutit? Mitu tundi on $s$ tundi ja $t$ minutit? Mitu sekundit on $s$ tundi ja $t$ minutit?

**62.** Mitu liitrit vett mahub kolme ühesuurusesse risttahuka-kujulisse anumasse, kui anuma pikkus on $a$ dm, laius $b$ dm ja kõrgus $c$ dm?

**63.** Töölised kaevavad 8 m sügavust kaevu tingimusega, et neile makstaks esimese meetri sügavuse pealt $a$ senti, iga järgmise meetri pealt aga $b$ sendi võrra rohkem kui eelmise pealt. Kui palju raha saavad nad viienda meetri pealt ja kui palju viimase meetri pealt?

Kirjutada järgnevad avaldised kordajaid tarvitades kõige lihtsamal kujul:

64. $x+x+x$; $y+y+y+y$; $m+m+m+m+m$.
65. $mn+mn+mn$; $abc+abc$; $klm+klm+klm$.
66. $x^2+x^2$; $y^2+y^2+y^2$; $z^3+z^3+z^3+z^3$.
67. $a+a+a-b-b$; $c+c-d-d-d-d-d$.
68. $ab+ab+ab-cd-cd-cd$; $d-mn-mn-mn$.
69. $\frac{a}{3}+\frac{a}{3}$; $\frac{x}{10}+\frac{x}{10}+\frac{x}{10}$; $\frac{ab}{5}+\frac{ab}{5}+\frac{ab}{5}$.
70. $\frac{xyz}{7}+\frac{xyz}{7}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}$.
71. $\frac{a+a+a}{b+b}$; $\frac{c+c+c+c}{d+d+d}$; $\frac{mn+mn}{cd+cd+cd-kl}$.

Järgnevad avaldised kirjutada ilma koeffitsiendita:

72. $4\,ab$; $3\,abc$; $7\,mpn$; $5\,p^2q$.
73. $^2/_3\,x$; $^3/_7\,y$; $^5/_8\,q$; $^7/_9\,m^2$; $^4/_5\,m^3n^2$.
74. $2a+3b$; $4x^2+5y^2$; $3m-4n$; $2xy^2-3c^3$.
75 $3xy-4z^2$; $4mn+3p^2$; $2abc-3pqr$.
76. $a-2b+3c-4d$; $3ab-2cd-4m^2n^2+3x^4$.

**Tehet, mille abil leitakse ühesuguste tegurite korrutis, nimetatakse astendamiseks.**

$$6\,.\,6\,.\,6=6^3=216.$$
$$a\,.\,a\,.\,a\,.\,a=a^4.$$

$6^3$ on arvu 6-e **arvutamata** kolmas **aste**; 216 on arvu 6-e **arvutatud** kolmas **aste**. $a^4$ on suuruse $n$ neljas aste.

Korduvad tegurid 6 ja $a$ on **astme alused**. Arvud 3 ja 4, mis näitavad korduvate tegurite hulka, on **astmenäitajad**.

Teist astet nimetatakse teise sõnaga **ruuduks**: nõnda on arvu 9 ruut 81 ja suuruse $a$ ruut $a^2$. Kolmat astet nimetatakse teise sõnaga **kuubiks**; arvu 5 kuup on 125 ja suuruse $b$ kuup on $b^3$.

Järgnevatest ülesannetest kokku seada algebralised valemid, näidata neis valemites esinevad astmenäitajad ja arvutada kokkuseatud valemid antud aritmeetiliste arvude suhtes.

77. Kirikuline kohtas kiriku ukse juures $m$ vaest ja andis igale vaesele nii mitu senti, kui mitu vaest oli. Mitu senti jagas kirikuline vaestele?

$$1)\ m=5;\quad 2)\ m=10.$$

78. Tööliste salk, milles on $a$ töölist, töötas $a$ tundi, kusjuures igale töölisele maksti $a$ senti tunnis. Kui palju raha teenis tööliste salk kokku?

$$1)\ a=20;\quad 2)\ a=15;\quad 3)\ a=25.$$

79. Mitu kantmeetrit õhku on toas, kui toa pikkus on $a$ meetrit, laius ka $a$ meetrit, kuid kõrgus on $b$ meetrit?

1) $a = 10$; $b = 3$; 2) $a = 8$; $b = 2^1/_2$.

80. $b$ arssina pikkune nöör lõigati $a$ võrdseks osaks, iga osa lõigati veel $a$ võrdseks osaks jne., kusjuures seda lõikamist toimetati $n$ korda. Mitmeks osaks lõigati nöör ja kui suur on iga osa?

1) $a = 2$; $n = 5$; $b = 1$; 2) $a = 3$; $n = 4$; $b = 3$.

Astmenäitaja abil kirjutada järgnevad algebralised avaldised kõige lihtsamal kujul:

81. $x.x.x$; $z.z.z.z$; $y.y.y.y.y$.
82. $a.a.b.b.b$; $c.c.c.d.d$; $m.m.n.n.n$.
83. $2.a.a.a.b.b.b.b$; $4.c.c.d.d.d$.
84. $m.m.n + m.n.n$; $p.p.q - p.q.q$.
85. $a.a.a.c - a.c.c.c$; $x.x.y.y.y + x.x.x.y.y$.
86. $a.a.a.....a$ ($n$ korda); $b.b.b.b.....b$ ($m$ korda).

Järgnevad algebralised avaldised kirjutada ilma astmenäitajateta:

87. $a^3$; $b^2$; $c^5$; $d^7$.
88. $2a^2b$; $3ab^2$; $5c^2x^3$.
89. $c^5d^2$; $c^2d^5$; $^3/_4x^5y^4$.
90. $x^2 + y^2$; $x^2 - y^2$.
91. $a^3 + b^3$; $a^3 - b^3$.
92. $a^m$; $n^x$; $k^n$.

Arvutada järgmised astmed:

93. $2^3$; $3^2$.
94. $4^3$; $3^4$.
95. $2^5$; $5^2$.
96. $7^2$; $16^2$.
97. $13^3$; $17^2$.
98. $20^2$; $30^3$.
99. $400^2$; $250^2$.
100. $(^1/_2)^2$; $(^1/_2)^3$.
101. $(^1/_3)^2$; $(^1/_4)^2$.
102. $(^2/_3)^2$; $(^3/_4)^2$.
103. $(^4/_5)^3$; $(^2/_7)^4$.
104. $(1^1/_2)^2$; $(2^1/_3)^2$.
105. $(3^1/_7)^2$; $(5^2/_{13})^2$.
106. $(22^1/_2)^2$; $(2^3/_{11})^3$.
107. $(0,1)^2$; $(0,1)^4$.
108. $(0,3)^3$; $(0,7)^2$.
109. $(1,5)^2$; $(3,5)^3$.
110. $(1,9)^3$; $(4,8)^2$.
111. $(0,01)^2$; $(0,01)^3$.
112. $(0,12)^2$; $(0,28)^2$.
113. $(1,04)^2$; $(2,05)^2$.
114. $(1,21)^2$; $(3,25)^2$.

115. Arvutada ja meeles pidada arvude 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 ruudud ja arvude 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 kuubid.

116. Lihtsustada järgnevate algebraliste avaldiste kirjutamist kordajate ja astmenäitajate tarvitamise abil:

117. $a + a - a.a.a$; $b + b + b - b.b$.

118. $m.m + m.m + m.m$; $m.m.m + m.m.m$.

119. $xxy + xxy + xxy$; $xzz + xzz$.

120. $\frac{aab + aab + aab}{cc + cc}$; $\frac{aaa + aaa + aaa}{bb + bb + bb + bb}$.

121. $aa + aa + aa - \frac{ab}{3} - \frac{ab}{3}$; $xxx + xxx + \frac{yz}{5} + \frac{yz}{5}$.

122. $\frac{aa}{3} + \frac{aa}{3} + \frac{bb}{4} + \frac{bb}{4} + \frac{bb}{4}$; $\frac{xxx}{5} + \frac{xxx}{5} - \frac{zz}{10} - \frac{zz}{10} - \frac{zz}{10}$.

Järgnevad avaldised kirjutada kordajateta ja astmenäitajateta:

123. $2a^3$; $3a^2$.
124. $4x^3$; $3x^4$.
125. $2m^3p$; $3mp^2$.
126 $^2/_3\, a^3 + b^2$; $x^2 - {}^3/_4\, y^3$.
127. $a^2 - 2ab + b^2$; $a^3 - b^3$.
128. $a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3$.

## § 5. Algebraliste avaldiste arvsuurus. Sulud.

Eelmistes ülesannetes leidsime sagedasti algebralise avaldise erisuuruse sel teel, et avaldises esinevate tähtede asemele panime aritmeetilised arvud; seda erisuurust nimetatakse algebralise avaldise **arvsuuruseks**.

Algebralise avaldise arvsuuruse leidmisel peame avaldises esinevate tehete järjekorda kindlasti teadma, vastasel korral võime ebaõige arvsuuruse saada. Antagu näit. avaldis $m + pq$, kus $m = 40$; $p = 6$ ja $q = 5$. Liites esmalt $m$ ja $p$ ja korrutades saadud summat $q$-ga, leiaksime arvsuuruse $(40 + 6) . 5 = 46 . 5 = \mathbf{230}$.

Tarvitades aga teist järjekorda, nimelt korrutades esmalt $p$ ja $q$ ja liites selle korrutise $m$-ga, saame sellele avaldisele koguni teise arvsuuruse, nimelt: $40 + 6 . 5 = \mathbf{70}$.

Toodud näitest on küllalt, et selgitada, kui tähtis on tehete järjekord matemaatiliste avaldiste arvsuuruste leidmisel.

**Kui algebralises avaldises puuduvad sulud, siis tähendab see seda, et antud avaldises tarvis arvutada selles järjekorras, nagu kirjutatud, esmalt kolmanda järgu tehted** (astendamine ja juurimine), **siis teise järgu tehted** (korrutamine ja jagamine) **ja viimaks esimese järgu tehted** (liitmine ja lahutamine).

Niisugust tehete järjekorda nimetatakse **loomulikuks** järjekorraks:

Näide:

$$\frac{3a^2b^2}{d^2} - d^3\sqrt{a} + \frac{a^3}{d^3};$$

$a = 4$
$b = 3$
$d = 2$.

Paneme algebraliste suuruste asemele antud arvud:

$$\frac{3.4^2.3^2}{2^2}-2^3.\sqrt{4}+\frac{4^3}{2^3};$$

arvutame astendamise ja juurimise tehted:

$$\frac{3.16.9}{4}-8.2+\frac{64}{8};$$

arvutame korrutamise ja jagamise tehted:

$$108-16+8;$$

arvutades liitmise ja lahutamise tehted, saame **100**, mis ongi antud algebralise avaldise arvsuurus.

Leida järgnevate algebraliste avaldiste arvsuurused;

**129.** $a^3+2a^2+3a+1$.
1) $a=5$; 2) $a=10$.

**130.** $2a^3-3a^2+5a-6$.
1) $a=6$; 2) $a=3$.

**131.** $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$.
1) $x=4$; 2) $x=10$.

**132.** $2x^4-3x^3-5x^2+x-1$.
1) $x=3$; 2) $x=4$.

**133.** $4x^2-2xy+3y^2$.
1) $x=3$; $y=2$; 2) $x=3$; $y=1/3$.

**134.** $6a^3-a^2b+2b^3$.
1) $a=3$; $b=1$; 2) $a=1/3$; $b=1/2$.

**135.** $2m^4-m^3n+2m^2n^2$.
1) $m=2$; $n=1/2$; 2) $m=2/3$; $n=3/4$.

**136.** $\dfrac{1+a-a^2}{1-a+a^2}+\dfrac{8a-7}{1+a-a^2}$.
$a=1$.

**137.** $\dfrac{a^3+x^3}{a^2-ax+x^2}$.
1) $a=8$; $x=2$; 2) $a=7$; $x=5$.

**138.** $\dfrac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab-b^2}$.
1) $a=3$; $b=2$; 2) $a=6$; $b=5$.

**139.** $\dfrac{a^3+x^3}{a^2+ax+x^2}$.
1) $a=12$; $x=2$; 2) $a=8$; $x=3$.

**140.** $\dfrac{3m\sqrt{a^2+b^3}}{4\sqrt{m^2+b+1/3}}$.
$a=1$; $b=2$; $m=2/3$.

**141.** $x\sqrt{x^2-8y}+y\sqrt{x^2+8y}$.
$x=5$; $y=3$.

Kui tahetakse algebralises avaldises tehete loomulikku järjekorda muuta, siis tarvitatakse selleks sulgusid.

**Kui algebralises avaldises esinevad sulud, siis arvutatakse kõige pealt need tehted, mis on näidatud ümmargustes sulgudes, siis tehted, mis on näidatud nurgelistes sulgudes, peale selle tehted, mis on näidatud loogelistes sulgudes, kuna peale sulgude kaotamist tehete järjekord muutub loomulikuks.**

Seejuures tuleb silmas pidada, et 1) murru joonel ja 2) juuremärgi joonel on sulgude tähendus; $\frac{m+n}{m-n}$ tähendab sama, mis $(m+n):(m-n)$, ja $\sqrt{m-n+k}$ tähendab sama, mis $\sqrt{(m-n+k)}$.

Järgnevad avaldised lugeda, näidata tehete järjekord ja leida avaldiste arvsuurused:

**142.** $a-bc$; $(a-b)c$.
1) $a=10$; $b=3$; $c=2$; 2) $a=18$; $b=4$; $c=3$.

**143.** $a-b-c$; $a-(b-c)$.
1) $a=15$; $b=4$; $c=2$; 2) $a=9$; $b=4$; $c=3$.

**144.** $a-b+c-d$; $a-(b+c)-d$; $a-(b+c-d)$.
1) $a=30$; $b=5$; $c=7$; $d=2$; 2) $a=25$; $b=8$; $c=6$; $d=9$.

**145.** $a+bc-d$; $(a+b)c-d$; $a+b(c-d)$; $(a+b)(c-d)$.
1) $a=10$; $b=5$; $c=4$; $d=2$; 2) $a=22$; $b=2$; $c=4$; $d=1$.

**146.** $(x+y)^2$; $x^2+y^2$.
1) $x=17$; $y=2$; 2) $x=8$; $y=3$.

**147.** $(x-y)^2$; $x^2-y^2$.
1) $x=11$; $y=3$; 2) $x=20$; $y=1$.

**148.** $3m+n^2$; $3(m+n)^2$; $(3m+n)^2$; $[3(m+n)]^2$.
1) $m=10$; $n=2$; 2) $m=6$; $n=4$.

**149.** $\frac{1+x^2}{(1+xy)^2+(x+y)^2}$.
$x=1/2$; $y=1/3$.

**150.** $\frac{1-x^2}{(1-xy)^2-(x-y)^2}$.
$x=1/2$; $y=1/3$.

**151.** $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4ab}$.
$a=1$; $b=3/4$.

**152.** $\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{4ab}$.
$a=4/3$; $b=1$.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised avaldised ja leida nende avaldiste arvsuurused:

**153.** Suuruste $a$ ja $b$ ruutude summa.
1) $a=5$; $b=2$; 2) $a=15$; $b=25$.

**154.** Suuruste $a$ ja $b$ summa ruut.
1) $a=5$; $b=2$; 2) $a=15$; $b=25$.

**155.** Suuruste $m$ ja $n$ ruutude vahe.
1) $m=12$; $n=2$; 2) $m=11$; $n=9$.

**156.** Suuruste $m$ ja $n$ vahe ruut.
1) $m=12$; $n=2$; 2) $m=11$; $n=9$.

**157.** Suuruste $x$ ja $y$ kuupide summa.
1) $x=4$; $y=3$; 2) $x=10$; $y=2$.

158. Suuruste $x$ ja $y$ summa kuup.
1) $x=4$; $y=3$; 2) $x=10$; $y=2$.

159. Suuruste $z$ ja $t$ kuupide vahe.
1) $z=6$; $t=2$; 2) $z=10$; $t=1$.

160. Suuruste $z$ ja $t$ vahe kuup.
1) $z=6$; $t=2$; 2) $z=10$; $t=1$.

161. Suuruste $a$ ja $b$ summa ja vahe korrutis.
1) $a=12$; $b=5$; 2) $a=10$; $b=8$.

162. Suuruste $a$ ja $b$ summa ja vahe jagatis.
1) $a=16$; $b=4$; 2) $a=25$; $b=5$.

163. Suuruste $a$ ja $b$ vahe, mis korrutatud $c$-ga ja pärast seda liidetud $d$ ja $x$ korrutisega.
1) $a=20$; $b=3$; $c=2$; $d=4$; $x=5$; 2) $a=32$; $b=4$; $c=2$; $d=5$; $x=8$.

164. Suurusest $a$ lahutatakse suuruste $b$ ja $c$ korrutis, saadud vahega liidetakse suuruste $d$ ja $x$ korrutis.

Suurustel on samad väärtused, mis nr. 163.

165. Suuruse $m$ -kuubist lahutatakse kahekordne suurus $n$ ja saadud vahest lahutatakse suuruse $p$ kuup.
1) $m=10$; $n=4$; $p=1$; 2) $m=12$; $n=5$; $p=1$.

166. Suuruse $m$ kuubist lahutatakse kahekordse suuruse $n$ ja suuruse $p$ vahe kuup. Suurustel on samad väärtused, mis eelmises ülesandes.

167. Suurusest $m$ lahutatakse kahekordne suurus $n$, saadud vahest lahutatakse suurus $p$, kuna kogu saadud vahe astendatakse kuupi (kuubitakse). Suurustel on samad väärtused, mis nr. 165.

168. Suurusest $m$ lahutatakse suuruste $n$ ja $p$ kahekordne vahe ja saadud vahe astendatakse kuupi. Suuruste väärtused endised.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised valemid ja antud tähtede asemele arvusid pannes proovida, kas valemid on õiged.

169. Suuruste $a$ ja $b$ vahe ruut võrdub esimese suuruse ruuduga, miinus esimese ja teise suuruse kahekordne korrutis, pluss teise suuruse ruut.
1) $a=5$; $b=3$; 2) $a=10$; $b=2$; 3) $a=60$; $b=5$.

170. Suuruste $a$ ja $b$ summa ja vahe korrutis võrdub nende suuruste ruutude vahega.
1) $a=10$; $b=4$; 2) $a=25$; $b=15$; 3) $a=100$; $b=4$.

171. Suuruste $a$ ja $b$ summa ruut võrdub esimese suuruse ruuduga, pluss esimese ja teise suuruse kahekordne korrutis, pluss teise suuruse ruut.
1) $a=5$; $b=3$; 2) $a=10$; $b=2$; 3) $a=60$; $b=5$.

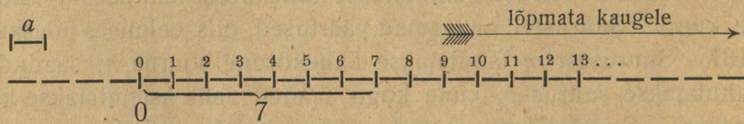
II OSA.

# Suhtelised ehk relatiivsed suurused.

## § 1. Arvjoon.

Iga üksikut arvu kui ka kogu loomulikku arvurida võime enestele ette kujutada sirgjoonel. Selleks valime vabalt ühe joonlõigu *a*, millele anname mingisuguse **ühiku** väärtuse. Samuti võtame vabalt lõpmatu sirgjoone, millel märgime juhusliku punkti 0-ga. Seda punkti nimetame **nullpunktiks** ehk **alguspunktiks**.

Olgu näiteks tarvis arvjoonel kujutada arvu 7. Selleks asetame võetud sirgjoonel punktist 0 paremale poole ühikuks võetud lõigu *a* 7 korda. Joonlõik alguspunktist 0 kuni numbrini 7 kujutab arvu 7.




Et loomulikul arvureal lõppu ei ole, siis ulatub see rida arvjoonel nullpunktist alates **lõpmata kaugele** paremale poole.

Joont, mille abil kujutatakse arvusid, nimetatakse **arvjooneks.**

**172.** Kujutada arvjoonel järgmised suurused: a) 4 sm; 7 sm; 20 mm; $3\frac{1}{2}$ tolli; $5\frac{3}{4}$ tolli; b) 12; 4; 10; 5; 7; 3; 6; c) $1\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{4}$; $2\frac{3}{4}$; $3\frac{1}{3}$; $5\frac{2}{3}$; $1\frac{7}{8}$; $3\frac{3}{5}$; d) 1,1; 2,5; 3,4; 6,9 ja e) $a$; $m$; $x$; $b$; $y$; $n$, kusjuures tähelistele suurustele tuleb anda enne nende kujutamist mingisugune arvuline väärtus.

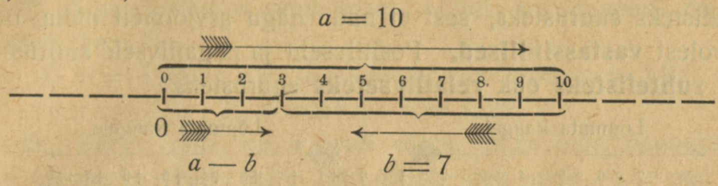
## § 2. Positiivsed, nullised ja negatiivsed suurused.

Arvjoonel võime kujutada mitte ainult arvusid, vaid ka matemaatilisi tehteid. Antagu näiteks arvjoonel lahendada järgmine ülesanne:

**173.** Poisil oli $a$ senti raha. $b$ sendi eest ostis ta omale vihiku. Mitu senti jäi poisil üle?

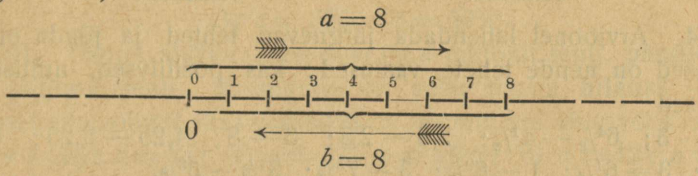
See ülesanne lahendub valemi järele $\boldsymbol{x = a - b}$. Leiame $a - b$ arvsuuruse, kui

1) $a = 10$; $b = 7$




Nagu arvjoonelt näha, jäi poisil 3 s. raha järele, sest et $a - b = 3$.

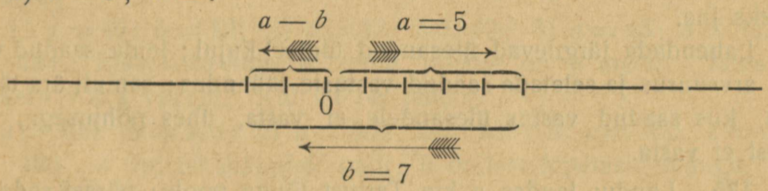
2) $a = 8$; $b = 8$




Arvjoonelt selgub, et $a$ ja $b$ antud väärtuste juures ei jäänud poisil raha üle, sest et $a - b = 0$.

Vastused, mis me antud ülesande lahendusel saime: 3 senti ja 0 senti on meile tuntud.

3) $a = 5$; $b = 7$




Arvjoon näitab, et $a$ ja $b$ antud väärtusi tarvitades peame avaldise $a - b$ lahendamiseks kahe joonlõigu võrra nullpunktist **pahemale poole** minema, s. o. avaldise $a - b$ arvsuurus on 2 ühikut nullpunktist pahemale poole.

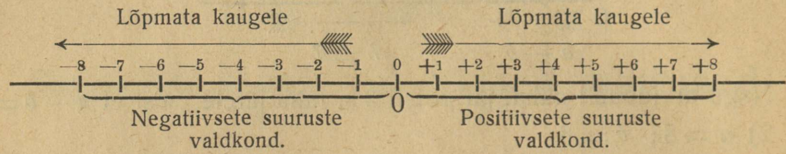
**Suurusi, mille siht on nullpunktist pahemale poole, nimetatakse negatiivseteks suurusteks**; negatiivsete suuruste **siht** märgitakse miinusega (—).

Nõnda võime avaldise $a - b$ arvsuuruse kolmandal juhul järgmiselt kirjutada: $a - b = 5 - 7 = -2$. Saadud vastust antud ülesande kohaselt seletades võiksime öelda, et õpilane, kellel 5 s. raha on, võib ainult siis 7-sendilise vihiku osta, kui ta 2 s. laenab.

**Suurusi, mille siht on nullpunktist paremale poole, nimeta-**

**takse positiivseteks suurusteks**; positiivsete suuruste **siht** märgitakse plussiga (+).

Negatiivseid suurusi nimetatakse positiivsete suurustega võrreldes vastupidisteks suurusteks, sest et nad, nagu arvjoonelt näha, on oma sihi poolest **vastassihilised.** Positiivseid ja negatiivseid suurusi nimetatakse **suhtelisteks** ehk **relatiivseteks** suurusteks.




**174.** Arvjoonel lahendada järgnevad tehted ja jõuda otsusele, missugused on nende tehete vastused: kas positiivsed, nullised või negatiivsed:

$5-3$; $6^1/_2-4^1/_2$; $2{,}5-2{,}5$; $3-8$; $4{,}25-3{,}25$; $4-9$; $4-5{,}5$; $3-6^1/_4$; $1-8^2/_3$; $3-7^3/_4$; $3^1/_2-5^3/_8$.

Elus on meil sagedasti vastassihiliste suurustega tegemist, nagu kasu ja kahjuga, kapitali ja võlaga, tuleviku ja minevikuga, külma ja soojaga jne. Kui mingisugust neist suurustest nimetame positiivseks, siis peame tema vastupidist suurust nimetama negatiivseks. Näiteks, kui kasu nimetada positiivseks, siis peame kahju nimetama negatiivseks jne.

Lahendada järgnevad ülesanded üldisel kujul; leida saadud valemite arvsuurus ja seletada saadud vastuste tähendus; samuti ära tähendada, kus saadud vastus ülesandele ei vasta, ühes põhjusega, mispärast ei vasta.

**175.** Lendur lendas $a$ km Tartust lõuna poole; pärast seda lendas ta aga $b$ km põhja poole. Kus pool Tartut ja kui kaugel Tartust on ta praegu?

1) $a=120$; $b=60$; 2) $a=110$; $b=225$; 3) $a=70$; $b=70$.

**176.** Lootsikumees sõudis $a$ meetrit vastu vett ja pärast seda $b$ meetrit päri vett. Kui kaugel endisest kohast ja kus pool endist kohta asub ta praegu?

1) $a=80$; $b=25$; 2) $a=50$; $b=90$; 3) $a=30$; $b=30$.

**177.** Kaks jalgrattameest sõitsid ühel ja samal päeval Tallinna: üks kella $a$ ajal ja teine kella $b$ ajal pärast lõunat. Mitme tunni võrra sõitis esimene jalgrattamees hiljem Tallinna kui teine?

1) $a=6$; $b=4$; 2) $a=3$; $b=5$; 3) $a=4^1/_2$; $b=4^1/_2$.

178. Üks inimene on $a$ aastat, teine $b$ aastat vana. Mitme aasta võrra on esimene teisest vanem?

1) $a = 46$; $b = 38$; 2) $a = 12$; $b = 18^1/_2$; 3) $a = 24$; $b = 24$.

179. Kaup osteti $m$ sendi eest, müüdi ära $n$ sendi eest. Kui palju saadi kasu?

1) $m = 19000$; $n = 15500$; 2) $m = 5250$; $n = 7400$;
3) $m = 1125$; $n = 1125$.

180. Keegi, kellel oli $b$ senti võlga, jättis oma $a$-sendilise kinnisvara pärijatele. Kui palju pärandust jääb neile, kui nad kinkija võla ära tasuvad?

1) $a = 500000$; $b = 112500$; 2) $a = 125000$; $b = 400000$;
3) $a = 5250$; $b = 5250$.

181. Panga **aktiva** (varandus) on $a$ miljonit senti, **passiva** (võlg) aga $b$ miljonit senti. Missugune on selle panga **bilanss** (tasakaal) praegusel silmapilgul (kas varandus on suurem kui võlg või vastupidi)?

1) $a = 18$; $b = 14$; 2) $a = 17$; $b = 19^1/_2$; 3) $a = 12$; $b = 12$.

182. Kauba brutto-raskus on $a$ kg, tara-raskus $b$ kg. Kui suur on kauba netto-raskus?

1) $a = 48$; $b = 3$; 2) $a = 15$; $b = 17$; 3) $a = 15$; $b = 15$.

183. Kuuvarjutus algas $b$ minutit pärast päikese loojaminekut ja lõppes $a$ minutit pärast päikese loojaminekut. Kui kaua väItas kuuvarjutus?

1) $a = 49$; $b = 12$; 2) $a = 13$; $b = 43$; 3) $a = 45$; $b = 45$.

184. Ristküliku-kujulise põllu pikkus on $a$ meetrit, laius aga $b$ meetri võrra vähem. Kui lai on põld?

1) $a = 400$; $b = 240$; 2) $a = 360$; $b = 420$; 3) $a = 150$; $b = 150$.

185. $a$ õpilast mängisid palli; $b$ õpilast lõpetasid mängu. Mitu õpilast jäi mängima?

1) $a = 14$; $b = 5$; 2) $a = 7$; $b = 13$; 3) $a = 6$; $b = 6$.

186. Kraadiklaas näitas keskpäeval $a$ kraadi sooja (ülevalpool nullpunkti); õhtuks langes elavhõbe $b$ kraadi võrra. Mis näitab kraadiklaas õhtul?

1) $a = 12$; $b = 4$; 2) $a = 2$; $b = 5$; 3) $a = 4$; $b = 4$.

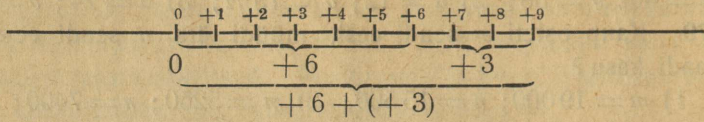
Ülaltoodud ülesannete lahendused näitavad, et igal suurusel ei või olla nulliseid ja negatiivseid väärtusi.

## § 3. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste liitmine.

**Suhteliste suuruste absoluutseks suuruseks nimetatakse sama suurust ilma sihimärgita.**

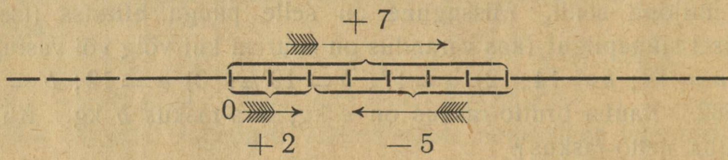
Suhteliste suuruste liitmisel võib olla 4 juhtu:

1) Positiivse suuruse liitmine positiivse suurusega: $+6+(+3)$.

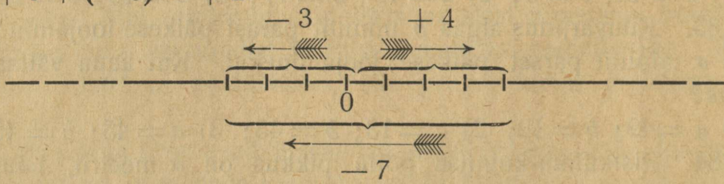



Kujutame arvjoonel positiivse arvu $+6$; et teine liidetav on $+3$, siis asetame summa saamiseks samas sihis veel 3 ühikut edasi. Nõnda on $+\mathbf{6}+(+\mathbf{3})=+\mathbf{9}$, s. o. **et liita positiivseid suurusi, selleks liidame nende absoluutsed väärtused ja märgime saadud summa positiivsuse märgiga.**

2) Positiivse suuruse liitmine negatiivse suurusega. Antagu näiteks liita $+7+(-5)$ ja $+4+(-7)$.

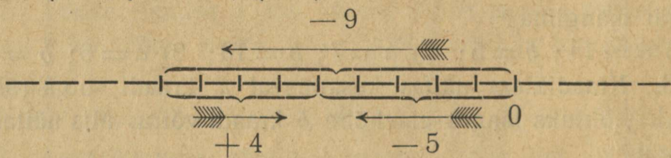



$+\mathbf{7}+(-\mathbf{5})=+\mathbf{2}.$

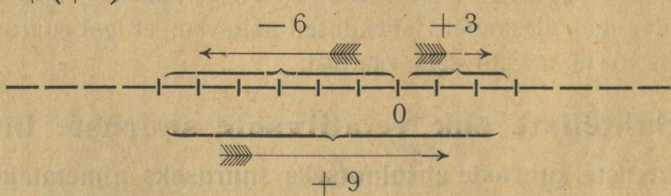



$+\mathbf{4}+(-\mathbf{7})=-\mathbf{3}.$

3) Negatiivse suuruse liitmine positiivse suurusega. Antagu liita $-9+(+4)$ ja $-6+(+9)$.



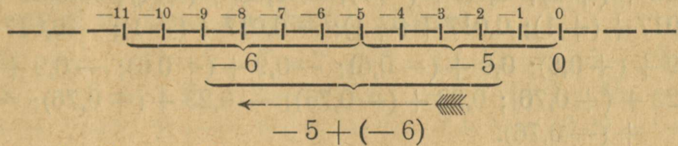

$-\mathbf{9}+(+\mathbf{4})=-\mathbf{5}.$




$-\mathbf{6}+(+\mathbf{9})=+\mathbf{3}.$

**Et liita positiivset suurust negaatiivse suurusega või negatiivset suurust positiivse suurusega, seks on tarvis lahutada aritmeetilisel teel suuremast absoluutsest suurusest väiksem absoluutne suurus ja saadud vahe ette panna suurema absoluutse suuruse märk.**

4) Negatiivse suuruse liitmine negatiivse suurusega. Antagu liita: $-5+(-6)$.




$-5+(-6)=-11$.

**Et liita negatiivseid suurusi, seks liidame nende absoluutsed väärtused ja märgime saadud summa negatiivsusemärgiga.**

Arvutada järgmised liitmistehted:

**187.** Termomeeter näitas hommikul $a$ kraadi sooja, lõunaks tõusis ta veel $b$ kraadi võrra. Mitu kraadi näitab termomeeter lõunal?

1) $a=11$; $b=8$; 2) $a=11$; $b=-8$; 3) $a=-11$; $b=8$; 4) $a=-11$; $b=-8$.

**188.** Jõevesi tõusis ühel päeval $m$ jala võrra harilikust pinnast kõrgemale, teisel päeval aga veel $n$ jala võrra kõrgemale. Mitme jala võrra oli vesi teisel päeval harilikust pinnast kõrgemal?

1) $m=1{,}4$; $n=0{,}3$; 2) $m=-1{,}4$; $n=0{,}3$; 3) $m=1{,}4$; $n=-0{,}3$; 4) $m=-1{,}4$; $n=-0{,}3$.

**189.** Kaupmees sai ühel päeval $p$ senti kasu, teisel päeval aga $q$ senti kasu. Kui palju kasu sai kaupmees üldse?

1) $p=1500$; $q=750$; 2) $p=1500$; $q=-750$; 3) $p=-1500$; $q=750$; 4) $p=-1500$; $q=-750$.

**190.** $5+(+7)$; $5+(-7)$; $-5+(+7)$; $-5+(-5)$.
$12+(+9)$; $12+(-9)$; $-12+(+9)$; $-12+(-9)$.
$10+(+18)$; $10+(-18)$; $-10+(+18)$; $-10+(-18)$.

**191.** $7+(+7)$; $7+(-7)$; $-7+(+7)$; $-7+(-7)$.
$15+(+15)$; $15+(-15)$; $-15+(+15)$; $-15+(-15)$.
$23+(+23)$; $23+(-23)$; $-23+(+23)$; $-23+(-23)$.

**192.** $8^3/_4+(+9)$; $8^3/_4+(-9)$; $-8^3/_4+(+9)$; $-8^3/_4+(-9)$.
$18+(+24^5/_8)$; $18+(-24^5/_8)$; $-18+(+24^5/_8)$; $-18+(-24^5/_8)$.

$6\frac{1}{4} + (+5\frac{7}{8})$; $6\frac{1}{4} + (-5\frac{7}{8})$; $-6\frac{1}{4} + (+5\frac{7}{8})$; $-6\frac{1}{4} +$
$+ (-5\frac{7}{8})$.

**193.** $\frac{2}{3} + (+\frac{1}{2})$; $\frac{2}{3} + (-\frac{1}{2})$; $-\frac{2}{3} + (+\frac{1}{2})$; $-\frac{2}{3} + (-\frac{1}{2})$.
$\frac{3}{8} + (+\frac{4}{5})$; $\frac{3}{8} + (-\frac{4}{5})$; $-\frac{3}{8} + (+\frac{4}{5})$; $-\frac{3}{8} + (-\frac{4}{5})$.
$\frac{1}{6} + (+\frac{1}{9})$; $\frac{1}{6} + (-\frac{1}{9})$; $-\frac{1}{6} + (+\frac{1}{9})$; $-\frac{1}{6} + (-\frac{1}{9})$.

**194.** $1 + (+0,4)$; $1 + (-0,4)$; $-1 + (+0,4)$; $-1 + (-0,4)$.
$0,08 + (+1)$; $0,08 + (-1)$; $-0,08 + (+1)$; $-0,08 + (-1)$.
$0,017 + (+1)$; $0,017 + (-1)$; $-0,017 + (+1)$; $-0,017 + (-1)$.

**195.** $0,9 + (+0,6)$; $0,9 + (-0,6)$; $-0,9 + (+0,6)$; $-0,9 + (-0,6)$.
$0,23 + (+0,76)$; $0,23 + (-0,76)$; $-0,23 + (+0,76)$; $-0,23 +$
$+ (-0,76)$.
$2,37 + (+0,63)$; $2,37 + (-0,63)$; $-2,37 + (+0,63)$; $-2,37 +$
$+ (-0,63)$.

**196.** $12 + (+9) + (+8)$; $-12 + (+9) + (+8)$; $-12 + (-9) +$
$+ (+8)$; $12 + (-9) + (-8)$; $12 + (-9) + (+8)$.
$7 + (-5) + (-3)$; $7 + (+5) + (-3)$; $-7 + (+5) + (+3)$;
$-7 + (-5) + (+3)$; $-7 + (-5) + (-3)$.
$15 + (+11) + (+14)$; $15 + (-11) + (-14)$; $-15 + (-11) +$
$+ (-14)$; $-15 + (+11) + (-14)$; $-15 + (+11) + (+14)$.

**197.** $6 + (+2) + (+8) + (+11)$; $6 + (-2) + (-8) + (+11)$; $-6 +$
$+ (-2) + (-8) + (+11)$; $6 + (+2) + (-8) + (+11)$;
$6 + (+2) + (+)8 + (-11)$.
$14 + (+2) + (+9) + (+3)$; $-14 + (-2) + (-9) + (-3)$;
$-14 + (-2) + (+9) + (+3)$; $-14 + (+2) + (+9) +$
$+ (+3)$; $-14 + (-2) + (+9) + (-3)$.
$13 + (+10) + (+1) + (+3)$; $13 + (-10) + (-1) + (-3)$;
$-13 + (+10) + (+1) + (+3)$; $13 + (-10) + (-1) + (+3)$;
$13 + (-10) + (+1) + (-3)$.

**198.** Leida avaldise $a + b + c$ arvsuurus, kui:
1) $a = 2$; $b = -5$; $c = -3$.
2) $a = 1$; $b = -8$; $c = 9$.
3) $a = 10$; $b = -2$; $c = -4$.
4) $a = -17$; $b = -10$; $c = -7$.

**199.** Leida avaldise $a + b + c + d$ arvsuurus, kui:
1) $a = 1$; $b = -2$; $c = 3$; $d = -4$.
2) $a = 6$; $b = 9$; $c = -13$; $d = -8$.
3) $a = -11$; $b = -1$; $c = -3$; $d = 9$.
4) $a = 16$; $b = -2$; $c = -4$; $d = -7$.

## § 4. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste lahutamine.

Üks liidetav võrdub kahe liidetava summa ja teise liidetava vahega, seepärast võime kirjutada:

1) $7+(+5)=12$; $12-(+5)=12-5=7$.

2) $-7+(+5)=-2$; $-2-(+5)=-2-5=-7$.

**Et lahutada positiivset suurust, seks tarvis liita negatiivne suurus, millel on sama absoluutne väärtus.**

200. $9-(+7)=9-7=2$; $-5-(+12)=-5-12=-17$; $5-(+2)$; $-5-(+2)$; $12-(+14)$; $-9-(+7)$; $9/10-(+7/10)$; $-7/10-(+7/10)$; $5/7-(+2/3)$; $-4/3-(+3/5)$; $0{,}09-(+0{,}003)$; $0{,}06-(+0{,}004)$; $0{,}57-(+1{,}8)$; $-4{,}8-(+3{,}2)$.

3) $7+(-5)=+2$; $2-(-5)=2+5=7$.

4) $-7+(-5)=-12$; $-12-(-5)=-12+5=-7$.

**Et lahutada negatiivset suurust, seks tarvis liita positiivne suurus, millel on sama absoluutne väärtus.**

201. $12-(-11)=12+11=23$; $-7-(-9)=-7+9=2$; $5-(-2)$; $-5-(-2)$; $9/10-(-7/10)$; $-9/10-(-7/10)$; $5/7-(-2/3)$; $-4/3-(-3/5)$; $0{,}07-(-0{,}003)$; $0{,}009-(-0{,}03)$; $-0{,}32-(-1{,}6)$; $-0{,}57-(-1{,}8)$.

Lahutamise üldjuhis: **Et ühest suurusest lahutada teine suurus, seks tarvis lahutatav vähendatavale juurde kirjutada vastupidise märgiga.**

202. Termomeeter näitas keskpäeval $a$ kraadi, kuid õhtul $b$ kraadi võrra vähem. Kui palju langes termomeeter lõunast kuni õhtuni?

1) $a=8$; $b=3$; 2) $a=8$; $b=-3$; 3) $a=-8$; $b=3$; 4) $a=-8$; $b=-3$.

203. Ärimees saab aastas ühest ettevõttest $p$ senti kasu, teisest aga $q$ senti kasu. Mitme sendi võrra annab esimene ettevõte aastas rohkem kasu kui teine ettevõte?

1) $p=100000$; $q=70000$; 2) $p=-100000$; $q=70000$; 3) $p=100000$; $q=-70000$; 4) $q=-100000$; $q=-70000$;

204. Üks taevatäht hakkas paistma $m$ minutit, teine aga $n$ minutit pärast keskööd. Mitme minuti võrra hakkas teine täht esimesest tähest hiljem paistma?

1) $m=40$; $n=55$; 2) $m=40$; $n=-55$; 3) $=-40$; $n=55$; 4) $m=-40$; $n=-55$.

**205.** $5-(+8)$; $5-(-8)$; $-5-(-8)$; $-5-(+8)$.
$10-(+17)$; $-10-(+17)$; $-10-(-17)$; $10-(-17)$.
$100-(+3)$; $100-(-3)$; $-100-(-3)$; $-100-(+3)$.

**206.** $7-(+7)$; $-7-(+7)$; $-7-(-7)$; $7-(-7)$.
$13-(+13)$; $-13-(+13)$; $-13-(-13)$; $13-(-13)$.
$4-(+4)$; $-4-(+4)$; $-4-(-4)$; $4-(-4)$.

**207.** $7-(+5^1/_3)$; $-7-(+5^1/_3)$; $-7-(-5^1/_3)$; $7-(-5^1/_3)$.
$6-(+6^2/_5)$; $-6-(+6^2/_5)$; $-6-(-6^2/_5)$; $6-(-6^2/_5)$.
$8^7/_8-(+9)$; $-8^7/_8-(+9)$; $-8^7/_8-(-9)$; $8^7/_8-(-9)$.

**208.** $^3/_4-(+^1/_2)$; $-^3/_4-(+^1/_2)$; $-^3/_4-(-^1/_2)$; $^3/_4-(-^1/_2)$.
$^2/_3-(+^5/_6)$; $-^2/_3-(+^5/_6)$; $-^2/_3-(-^5/_6)$; $^2/_3-(-^5/_6)$.
$^1/_5-(+^7/_{10})$; $-^1/_5-(+^7/_{10})$; $-^1/_5-(-^7/_{10})$; $^1/_5-(-^7/_{10})$.

**209.** $1-(+0{,}3)$; $1-(-0{,}3)$; $-1-(+3)$; $-1-(-0{,}3)$.
$0{,}02-(+1)$; $-0{,}02-(+1)$; $-0{,}02-(-1)$; $0{,}02-(-1)$.
$0{,}007-(+1)$; $0{,}007-(-1)$; $-0{,}007-(-1)$; $-0{,}007-(+1)$.

**210.** $0{,}6-(+0{,}03)$; $-0{,}6-(+0{,}03)$; $-0{,}6-(-0{,}03)$;
$0{,}6-(-0{,}03)$.
$0{,}34-(+0{,}4)$; $-0{,}34-(+0{,}4)$; $-0{,}34-(-0{,}4)$;
$0{,}34-(-0{,}4)$.
$0{,}75-(+1{,}25)$; $-0{,}75-(+1{,}25)$; $-0{,}75-(-1{,}25)$;
$0{,}75-(-1{,}25)$.

**211.** $12-(-7)-(-11)$; $-14-(+10)-(-17)$.
$7-(+12)-(-25)$; $-9-(-20)-(+10)$.
$-15-(-28)-(+31)-(-25)$; $100-(+35)-(+45)-(-48)$.

**212.** $7-[(-5)-(-8)]$; $7-[-5-(+8)]$.
$15-\{-9+[5-(+8)]\}$; $15+\{-9-[5-(+8)]\}$.
$5-\{4-[7+(3-(+6))]\}$; $3-\{6+[-8+(3-(+7))]\}$.

Leida avaldiste arvsuurused:

**213.** $a-b-c$, kui
1) $a=2$; $b=-5$; $c=-2$.
2) $a=1$; $b=-8$; $c=9$.
3) $a=10$; $b=-2$; $c=-4$.
4) $a=-17$; $b=-10$; $c=-7$.

**214.** $a-b+c-d$, kui
1) $a=1$; $b=-2$; $c=3$; $d=-4$.
2) $a=6$; $b=9$; $c=-13$; $d=-8$.
3) $a=11$; $b=-1$; $c=-3$; $d=9$.
4) $a=16$; $b=-2$; $c=-4$; $d=-7$.

215. $(a-b+c)-[c+(a-c)]$, kui
$a=3/4;\ b=5/8;\ c=-7/6.$

216. $m-\{n+[a-(p-q)]\}$, kui
$a=5/6;\ m=1/2;\ n=-1/2;\ p=-7/12;\ q=-11/12.$

## § 5. Sarnaste üksliikmete koondamine.

**Sarnasteks nimetatakse üksliikmeid, mis on täiesti ühesugused või mis erinevad ainult kordajate (koeffitsientide) ja märgi + või — poolest.**

Näiteks on hulkliikme $3a^2b+5abc^2+2a^2b-7abc^2-\frac{1}{2}a^2b$ liikmed $3a^2b$, $2a^2b$ ja $-\frac{1}{2}a^2b$ sarnased; samuti on sarnased ka liikmed $5abc^2$ ja $-7abc^2$.

Kui hulkliikmes esinevad sarnased üksliikmed, siis võib sellele hulkliikmele lihtsama kuju anda seeläbi, et sarnased üksliikmed **koondatakse.**

Sarnaste üksliikmete koondamisel võib esineda 2 juhtu:

1) **Sarnastel üksliikmetel on samad märgid.** Näide: $3a^2b+2a^2b$. Kordaja 3 näitab, et algebraline avaldis $a^2b$ on võetud liidetavana 3 korda; kordaja 2 näitab, et sama algebraline avaldis $a^2b$ on veel võetud liidetavana 2 korda. Üldse on avaldis $a^2b$ võetud liidetavana 5 korda.

$$3\boldsymbol{a^2b}+2\boldsymbol{a^2b}=5\boldsymbol{a^2b}.$$

Samuti: $-3\boldsymbol{a^2b}-2\boldsymbol{a^2b}=-5\boldsymbol{a^2b}.$

2) **Sarnastel üksliikmetel on isesugused märgid.** Näide: $3a^2b-2a^2b$.

Kordaja 3 näitab, et algebraline avaldis $a^2b$ on võetud liidetavana 3 korda, kuna aga kordaja 2 näitab, et sama algebraline avaldis $a^2b$ on võetud 2 korda lahutatavana; järelikult:

$$3\boldsymbol{a^2b}-2\boldsymbol{a^2b}=\boldsymbol{a^2b}.$$

Samuti: $-3\boldsymbol{a^2b}+2\boldsymbol{a^2b}=-\boldsymbol{a^2b}.$

**Kui sarnastel üksliikmetel on samad märgid, siis liidetakse nende liikmete kordajad ja hoitakse alal endine märk.**

**Kui sarnastel üksliikmetel on isesugused märgid, siis lahutatakse suuremast kordajast väiksem kordaja ja hoitakse alal suurema kordaja märk.**

**Ühesuguste kordajatega vastasmärgilised liikmed kaotavad teineteise ära.** Näide: $3\boldsymbol{a^2b}-3\boldsymbol{a^2b}=0.$

Tarvitades sarnaste üksliikmete koondamist kirjutada järgnevad hulkliikmed võimalikult lihtsal kujul:

217. $\underline{3a^2b} + \underline{\underline{5abc^2}} + \underline{2a^2b} - \underline{\underline{7abc^2}} - \underline{\tfrac{1}{2}a^2b} = 4\tfrac{1}{2}a^2b - 2abc^2$.

$7x + 9y + 13y - 5x + 2x - 9y$.

$3a + 4b - 2c - 7b - 4c + 6a + 9c$.

218. $15p + 3q + 7r - 9r - 6p - 21q + 7r$.

$7\tfrac{3}{4}a - 8\tfrac{2}{3}b - 5\tfrac{5}{6}b + 4\tfrac{9}{14}a^2 + 9\tfrac{17}{28}a - 7\tfrac{1}{2}b$.

$2\tfrac{1}{12}a + 9\tfrac{19}{20}b - 6\tfrac{23}{66}a - 8\tfrac{3}{40}b + 11\tfrac{7}{24}b - 5\tfrac{25}{44}$.

219. $7a - 9b - 11a - 3b + 17b + 6a$.

$9m + 7n - 8m + 13m - 4n - 5m + 6n$.

$13a^2 - 17a - 19a - 12a^2 + 26a + 5a^2$.

220. $5ab^2 - 8a^2b - 3a^2b - 17ab^2 + 18a^2b + 9ab^2$.

$13\tfrac{3}{5}x^2y^3 - 4\tfrac{2}{7}x^2y - 5\tfrac{4}{15}x^2y^3 + 3\tfrac{1}{2}x^2y + 2\tfrac{11}{14}x^2y - 3\tfrac{3}{10}x^2y^3$.

$8\tfrac{3}{4}u^3 - 5\tfrac{6}{11}u^3v - 4\tfrac{13}{44}u^3v + 4\tfrac{13}{44}u^3 + 12\tfrac{3}{4}u^3v - 3\tfrac{6}{11}u^3$.

221. $8a^5bc^2 - 2a^5b^2c - 7a^5b^2c + a^5bc^2 - 6a^5b^2c + 3a^5bc^2$.

$6m^4 - cm^4 + 3 - 9cm^4 + 8m^4 + 5m^4 - m^4c + 11$.

$3(a+m)^2 - 4(a+m) - 2(a+m)^2 - 8(a+m)$.

## 6 §. Üksliikmete liitmine ja lahutamine.

**Et üksliikmeid liita, selleks kirjutame kõik antud üksliikmed oma märkidega ja koondame sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.** Näide: $5ab^2 + (-7a^2b) + (-4a^2b) + (+15ab^2) = \underline{5ab^2} - \underline{\underline{7a^2b}} - \underline{\underline{4a^2b}} + \underline{15ab^2} = 20ab^2 - 11a^2b$.

Liita järgnevad üksliikmed ja koondada sarnased üksliikmed:

222. $4a + (-9a)$; $23x + (+31x)$; $16r + (+7r) + (-19r)$.

$25y + (-48y) + (+29y) + (-15y)$; $13b + (-9b) + (-18b) + (+24b) + (-36b)$.

$8c + (-9c) + (-11c) + (+12c) + (-14a)$; $19m + (-27m) + (+8m)$.

223. $14a + (-27b) + (-19a) + (+13b)$; $34x + (+17y) + (-53x) + (-32y)$.

$7a + (-5b) + (-6c) + (-19b) + (+3a) + (-11c) + (-15a) + (+14b) + (+9c)$.

$45u + (-67v) + (+11w) + (-63u) + (-19w) + (+42v) + (-15w)$

Liita:

224. $x$ ja $a$; $x$ ja $-a$; $-x$ ja $a$; $-x$ ja $-a$.

$3a$ ja $2b$; $-3a$ ja $2b$; $3a$ ja $-2b$; $-3a$ ja $-2b$.

$1$ ja $4z$; $1$ ja $-4z$; $-1$ ja $4z$; $-1$ ja $-4z$.

225. $^1/_2 a^2$ ja $^3/_4 a$; $^1/_2 a^2$ ja $-{}^3/_4 a$; $-{}^1/_2 a^2$ ja $^3/_4 a$;
$-{}^1/_2 a^2$ ja $-{}^3/_4 a$.
$7a^2b$ ja $3ab^2$; $7a^2b$ ja $-3ab^2$; $-7a^2b$ ja $3ab^2$;
$-7a^2b$ ja $-3ab^2$.
$5ab$ ja $3ab$; $5ab$ ja $-3ab$; $-5ab$ ja $3ab$; $-5ab$ ja $-3ab$.

226. $^5/_6 cd$ ja $^2/_3 cd$; $^5/_6 cd$ ja $-{}^2/_3 cd$; $-{}^5/_6 cd$ ja $^2/_3 cd$;
$-{}^5/_6 cd$ ja $-{}^2/_3 cd$.
$0{,}2z^2$ ja $0{,}07z^2$; $0{,}2z^2$ ja $-0{,}07z^2$; $-0{,}2z^2$ ja $0{,}07z^2$;
$-0{,}2z^2$ ja $-0{,}07z^2$.
$2{,}1a^3b^2x$ ja $0{,}18a^3b^2x$; $2{,}1a^3b^2x$ ja $-0{,}18a^3b^2x$; $-2{,}1a^3b^2x$ ja $0{,}18a^3b^2x$; $-2{,}1a^3b^2x$ ja $-0{,}18a^3b^2x$.

227. $-{}^1/_6 m^2n$, $^1/_2 m^2n$ ja $-{}^1/_3 m^2n$; $^1/_6 m^2n$, $-{}^1/_2 m^2n$ ja $-{}^1/_3 m^2n$.
$5ab$, $-8ab$, $2ab$ ja $-3ab$; $-5ab$, $8ab$, $2ab$ ja $-3ab$.
$2axy$, $-1{,}5axy$, $-0{,}5axy$ ja $axy$; $-2axy$, $1{,}5axy$,
$-0{,}5axy$ ja $axy$.

**Et üksliikmeid lahutada, selleks kirjutame lahutatavad üksliikmed vähendatava juurde vastasmärkidega ja koondame sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.**

Näide: $15ab^2 - (-7a^2b) - (+5ab^2) - (-4a^2b) = \underline{15ab^2} + \underline{\underline{7a^2b}} -$
$- \underline{5ab^2} + \underline{\underline{4a^2b}} = 10ab^2 + 11a^2b$.

Lahutada järgnevad üksliikmed ja koondada sarnased üksliikmed:

228. $7x - (-9y) - (+13y) - (-5x) - (+2x) - (-9y)$.
$3a - (+4b) - (-2c) - (+7b) - (-4c) - (+6a) - (-9c)$.
$15p - (-3q) - (+7r) - (-9r) - (+6p) - (-21q) - (+7r)$.

229. $2^1/_{12}a - (-9^{19}/_{30}b) - (+6^{23}/_{66}a) - (-8^3/_{40}b) - (+11^7/_{24}b) -$
$-(-5^{25}/_{44}a)$.
$7a - (+9b) - (-11a) - (+3b) - (+17b) - (-6a)$.
$9m - (+7m) - (-8n) - (-13n) - (+4n) - (-5m) - (+6n)$.

230. Lahutada:
$a$ ja $z$; $a$ ja $-z$; $-a$ ja $z$; $-a$ ja $-z$.
$3x$ ja $2y$; $3x$ ja $-2y$; $-3x$ ja $2y$; $-3x$ ja $-2y$.
1 ja $5a$; 1 ja $-5a$; $-1$ ja $5a$; $-1$ ja $-5a$.

231. $2a^2$ ja $3a$; $-2a^2$ ja $3a$; $2a^2$ ja $-3a$; $-2a^2$ ja $-3a$.
$8a^2b$ ja $ab^2$; $-8a^2b$ ja $ab^2$, $8a^2b$ ja $-ab^2$; $-8a^2b$ ja $-ab^2$.
$3x$ ja $2x$; $3x$ ja $-2x$; $-3x$ ja $2x$; $-3x$ ja $-2x$.

232. $12a^2b$ ja $15a^2b$; $-12a^2b$ ja $15a^2b$; $12a^2b$ ja $-15a^2b$;
$-12a^2b$ ja $-15a^2b$.

$^3/_4\, b^2x$ ja $^1/_2\, b^2x$; $-\,^3/_4\, b^2x$ ja $^1/_2\, b^2x$; $^3/_4\, b^2x$ ja $-\,^1/_2\, b^2x$;
$-\,^3/_4\, b^2x$ ja $-\,^1/_2\, b^2x$.
$0{,}5\, z^2$ ja $0{,}42\, z^2$; $0{,}5\, z^2$ ja $-0{,}42\, z^2$; $-0{,}5\, z^2$ ja $0{,}42\, z^2$;
$-0{,}5\, z^2$ ja $-0{,}42\, z^2$.

**233.** Liita ja lahutada üksliikmed:
$5\, a^3n + (-12\, a^3n) - (+\, a^3n) + (-2\, a^3n)$.
$x^3y^2 - (+4\, x^3y^2) + (-7\, x^3y^2) - (-4\, x^3y^2) + (+6\, xy^4)$.
$-4c + (-2c^2) - (+3c) + (-5\, c^2) - (-7\, c) + (-c^2) + (-10c^2)$.

**234.** $2\, an^3 + (-7\, an^3) - (+3\, an^3) + (-an^3)$.
$2\, xy^4 + (-3\, xy^4) + (-5\, x^2y^3) - (+3\, xy^4) - (+3\, xy^4)$.
$-5c^3 - (+3\, c^3) + (-7\, c) - (+2\, c^3) + (+6\, c) - (-c^3) - (+3\, c)$.

## 7 §. Hulkliikmete liitmine ja lahutamine.

**Et hulkliikmeid liita, selleks kirjutatakse ühe hulkliikme juurde kõik teiste hulkliikmete üksliikmed nende märkidega ja koondatakse sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.** Näide:

$$x^3 - mx^2 + 5m^2x + m^3 + (-3x^3 + mx^2 + 2m^2x - 4m^3) + (2x^3 + mx^2 - 7\, m^2x + 3\, m^3) = x^3 - mx^2 + 5\, m^2x + m^3 - 3\, x^3 + mx^2 + 2\, m^2x - 4m^3 + 2\, x^3 + mx^2 - 7\, m^2x + 3\, m^3 = mx^2.$$

Kui liidetavates hulkliikmetes esineb rohkesti sarnaseid üksliikmeid, siis on otstarbekohane need hulkliikmed teineteise alla kirjutada nõnda, et sarnased üksliikmed seisaksid sarnaste üksliikmete kohal.

Näide:

$$\begin{array}{rrrr}
a^3 & -\,3\,a^2b & +\,3\,ab^2 & -\,b^3 \\
2\,a^3 & -\,a^2b & -\,ab^2 & +\,2\,b^3 \\
-\,2\,a^3 & +\,4\,a^2b & -\,2\,ab^2 & -\,2\,b^3 \\
\hline
a^3 & & & -\,b^3 = a^3 - b^3.
\end{array}$$

Liita järgnevad algebralised avaldised:

**235.** $a + (m - n)$; $a + (-m + n)$; $-a + (m - n)$; $-a + (-m - n)$.
$1 + (a - 1)$; $1 + (-a - 1)$; $-1 + (a - 1)$; $-1 + (-a - 1)$.
$a^2 + (x^2 - a^2)$; $-a^2 + (x^2 - a^2)$; $-a^2 + (x^2 + a^2)$; $a^2 + (x^2 + a^2)$.

**236.** $a + x + (b - x)$; $a - x + (b - x)$; $a - x + (-b + x)$; $-a + x + (-b + x)$.
$3\, a^2 + 2ax + (5\, a^2 - 3\, ax)$; $3\, a^2 + 2\, ax + (-5\, a^2 + 3\, ax)$; $3\, a^2 - 2\, ax + (5\, a^2 - 3\, ax)$; $3\, a^2 - 2ax + (-5\, a^2 + 3\, ax)$.
$4\, a^2c - 4\, ac^2 + (5\, a^2c + 5\, ac^2)$; $4\, a^2c + 4\, ac^2 + (-5\, a^2c - 5\, ac^2)$; $-4\, a^2c + 4\, ac^2 + (5\, a^2c - 5\, ac^2)$; $-4\, ac^2 - 4\, a^2c + (5\, a^2c + 5\, ac^2)$.

237. $0{,}02\,a^2+0{,}8b^2$ ja $0{,}5\,a^2-0{,}72b^2$; $-0{,}02\,a^2+0{,}8\,b^2$ ja $0{,}5\,a^2+$ $+0{,}72\,b^2$; $0{,}02\,a^2-0{,}8\,b^2$ ja $-0{,}5a+0{,}72\,b^2$; $-0{,}02\,a^2-$ $-0{,}8\,b^2$ ja $-0{,}5\,a^2-0{,}72\,b^2$.

238. ${}^3/_4a+{}^1/_3$ ja ${}^2/_3a+{}^1/_4$; ${}^3/_4a-{}^1/_3$ ja $-{}^2/_3a+{}^1/_4$; ${}^3/_4a-{}^1/_3$ ja ${}^2/_3a-{}^1/_4$; $-{}^3/_4a+{}^1/_3$ ja $-{}^2/_3a-{}^1/_4$.

239.
$$\begin{array}{r}5a-6b-7c+8d\\-3a+2b-9c-3d\\-8a-5b+11c-9d\\+15a+4b-3c+5d\end{array}$$

240.
$$\begin{array}{r}8x-5y+7z-9t\\+5x+9y-8z-11t\\-4x-5y+3z+26t\\-14x+6y-z-7t\end{array}$$

241.
$$\begin{array}{r}-3{,}1\,a-5{,}7\,b+1{,}8\,c-2{,}9\,d\\+5{,}3\,a-3{,}6\,b-4{,}3\,c+7{,}6\,d\\-7{,}4\,a+11{,}4\,b-2{,}2\,c-5{,}5\,d\\-0{,}8\,a+2{,}9\,b+2{,}7\,c+4{,}8\,d\end{array}$$

242.
$$\begin{array}{r}23{,}59\,x-16{,}71\,y-9{,}84\,z\\-9{,}43\,x+12{,}64\,y-7{,}53\,z\\-23{,}48\,x+15{,}06\,y+11{,}68\,z\\+38{,}32\,x-4{,}99\,y+8{,}69\,z.\end{array}$$

243. $3a+7b-2c$, $5a-2b-8c$ ja $a-4b+9c$; $3a-7b+2c$, $-5a+2b+8c$ ja $a+4b-9c$.

244. $2x+7y-3z-5t$, $4x-11y+13z-8t$ ja $x-y-11z+6t$.

245. $a^2-2ab+3b^2$, $2a^2+3ab-4b^2$, $-3a^2-ab-b^2$ ja $a^2+$ $+4ab+5b^2$.

246. $x^4-2{,}5\,x^2y^2+y^4$, $-x^3y+3{,}5\,x^2y^2-xy^3$ ja $2x^3y+2xy^3$.

247. $x^4+2x^3y+3x^2y^2$, $3x^3y-4x^2y^2+3xy^3$ ja $3x^2y^2+$ $+2xy^3-y^4$.

**Et hulkliiget lahutada, selleks kirjutatakse vähendatava juurde kõik lahutatava hulkliikme üksliikmed vastasmärkidega ja koondatakse sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.**

Näide: $a^4-4a^3x+6a^2x^2-4ax^3+x^4-(a^4+4a^3x+6a^2x^2+$ $+4ax^3+x^4)=a^4-4a^3x+6a^2x^2-4ax^3+x^4-a^4-4a^3x-$ $-6a^2x^2-4ax^3-x^4=-8a^3x-8ax^3.$

Kui vähendatavas ja lahutatavas esineb rohkesti sarnaseid üksliikmeid, siis on otstarbekohane vähendatav ja lahutatav teineteise alla kirjutada nõnda, et sarnased üksliikmed seisaksid sarnaste üksliikmete kohal.

$$\begin{array}{rl} \text{Näide:} & 32a - 19b + 17c \\ & \underline{\pm 17a \mp \ 4b \mp 23c^{1)}} \\ & 49a - 23b - \ 6c \end{array}$$

Lahutada järgnevad algebralised avaldised:

248. $a - (b - c)$; $a - (-b + c)$; $a - (-b - c)$ $-a - (b - c)$. $2 - (x + 2)$; $2 - (x - 2)$; $-2 - (x - 2)$; $-2 - (-x + 2)$. $x^2 - (a^2 + x^2)$; $x^2 - (-a^2 + x^2)$; $-x^2 - (a^2 - x^2)$; $-x^2 - (a^2 + x^2)$.

249. $a^2 - (2ab - b^2)$; $a^2 - (-2ab + b^2)$; $-a^2 - (2ab + b^2)$; $-a^2 - (-2ab + b^2)$.
$5x - (8x - 3y)$; $5x - (-8x + 3y)$; $-5x - (-8x - 3y)$; $-5x - (8x - 3y)$.
$a^2 + z^2 - (b^2 + z^2)$; $a^2 - z^2 - (b^2 + z^2)$; $a^2 - z^2 - (-b^2 - z^2)$; $a^2 + z^2 - (-b^2 - z^2)$.

250. $5x^2 + 3xy$ ja $4x^2 - 2xy$; $5x^2 - 3xy$ ja $4x^2 - 2xy$; $5x^2 - 3xy$ ja $-4x^2 + 2xy$; $5x^2 + 3xy$ ja $-4x^2 - 2xy$.

251. $3a^2z - 4az^2$ ja $2a^2z - 5az^2$; $3a^2z + 4az^2$ ja $2a^2z + 5az^2$; $3a^2z + 4az^2$ ja $-2a^2z - 5az^2$; $3a^2z - 4az^2$ ja $-2a^2z - 5az^2$.

252. $0{,}1x^2 + 0{,}02y^2$ ja $0{,}17x^2 - 0{,}08y^2$; $0{,}1x^2 - 0{,}02y^2$ ja $-0{,}17x^2 + 0{,}08y^2$; $-0{,}1x^2 + 0{,}02y^2$ ja $-0{,}17x^2 + 0{,}08y^2$.

253. $a^3 - 0{,}12b^3$ ja $0{,}39a^3 - b^3$; $a^3 + 0{,}12b^3$ ja $-0{,}39a^3 + b^3$; $-a^3 + 0{,}12b^3$ ja $-0{,}39a^3 - b^3$; $-a^3 - 0{,}12b^3$ ja $0{,}39a^3 + b^3$.

254. ${}^5/_6\,b + {}^1/_4$ ja ${}^2/_3\,a - {}^1/_6$; ${}^5/_6\,b - {}^1/_4$ ja $-{}^2/_3\,a + {}^1/_6$; $-{}^5/_6\,b + {}^1/_4$ ja $-{}^2/_3\,a - {}^1/_6$; $-{}^5/_6\,b - {}^1/_4$ ja $-{}^2/_3\,a - {}^1/_6$.

255.
$$\begin{array}{l} -\ 8a - 9b + 11c - 17d \\ \underline{\pm 11a \mp 2b \mp \ 3c \pm 19d} \end{array}$$

256.
$$\begin{array}{l} 25x - 23y + 17z - 19 \\ \underline{\pm \ 4x \pm 11y \mp \ 9z \pm 36} \end{array}$$

257.
$$\begin{array}{l} 6p - \ 7q - 9r + 16 \\ \underline{\pm 8p \pm 11q \mp 2r \pm \ 4} \end{array}$$

258.
$$\begin{array}{l} 8{,}3a - 5{,}7b + 2{,}9c - 11{,}4d \\ \underline{\mp 6{,}9a \mp 2{,}5b \pm 8{,}4c \pm \ 5{,}7d} \end{array}$$

259.
$$\begin{array}{l} -\ 9{,}2p + 8{,}2q - 2{,}7r + 0{,}925 \\ \underline{-11{,}8p + 5{,}7q - 6{,}3r + 0{,}525} \end{array}$$

260.
$$\begin{array}{l} 0{,}25x - 0{,}72y - 2{,}84z \\ \underline{0{,}62x - 0{,}92y + 0{,}16z} \end{array}$$

1) Pealmine rida märkisid on saadud sel teel, et lahutatava märgid vastupidisteks muudeti.

261. $a^3 + 6a^2b - 5ab^2$ ja $-2a^3 + 5a^2b + 2ab^2$; $a^3 - 6a^2b + 5ab^2$ ja $2a^3 - 5a^2b + 2ab^2$.

262. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ ja $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

263. $a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4$ ja $a^4 + 4a^3x + 6a^2x^2 + 4ax^3 + x^4$.

## § 8. Võrrandid.

Antagu lahendamiseks võrrand: $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$.

Avame sulud: $56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$.

Et saadud võrrandi kummaski osas esineb üks ja sama liige 9 ühe ja sama märgiga $+$, siis võime selle liikme kõrvale jätta:

$$56 - 7x = 11x - 3 - 6x - 13.$$

Kogume tundmatut ($x$) sisaldavad liikmed pahemasse ossa, vabad liikmed aga paremasse ossa:

$$-7x - 11x + 6x = -3 - 13 - 56$$
$$-12x = -72.$$

Paigutame võrrandi osad ümber, siis muutub negatiivsusemärk ($-$) kummagi osa ees positiivsusemärgiks ($+$):

$$72 = 12x.$$

Kui $12x = 72$, siis:

$$\mathbf{x} = {}^{72}/_{12} = \mathbf{6}.$$

6 on lahendamiseks antud võrrandi $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$ juur, sest et ta teda **rahuldab,** s. o. kui meie arvu 6 paneme antud võrrandisse tundmatu $x$ asemele, siis saame **samasuse** (avaldise, mille osad on võrdsed arvud).

Lahendada võrrandid:

264. $5x + 26 = 51$.

265. $5x - 26 = 19$.

266. $25 + 3x = 46$.

267. $25 - 3x = 7$.

268. $24x - 29 = 11$.

269. $80 - 18x = 17$.

270. $0{,}8x + 1{,}2 = 3{,}6$.

271. $0{,}9x - 2{,}5 = 2{,}9$.

272. $9x + 4x = 52$.

273. $25x - 7x = 54$.

274. $5x + 36 - 9x = 12$.

275. $11x - 72 + 9x = 88$.

276. $63x - 7x + 13x = 99$.

277. $84 - 11x - 4x = 9$.

278. $5x + 11 = 3x + 17$.

279. $35x + 25 = 47x - 155$.

280. $9x - 23 = 25 - 3x$.

281. $39x - 42 = 24x + 168$.

282. $12x - 17 = 133 - 3x$.

283. $13x - 69 = 6 - 12x$.

284. $17x + 35 = 90 - 5x$.

285. $86 - 3x = 126 - 18x$.

286. $43 - 7x = 9x - 13$.

287. $11x - 76 = 95 - 27x$.

288. $11 - 0{,}2x = 35 - 1{,}4x$.
289. $5{,}5x - 29 = 4{,}7x + 3$.
290. $2{,}8x + 13 = 73 - 1{,}2x$.
291. $4{,}9x - 19 = 16 + 2{,}4x$.
292. $6{,}7x + 1{,}5 = 2{,}2x + 16{,}5$.
293. $0{,}65x + 1{,}72 = 2{,}37 + 0{,}4x$.

294. $25 + 6x + 13 - 8x = 43 - 4x + 7$.
295. $17x + 18 - 29x - 127 = 23 - 5x - 13 - 14x$.
296. $28 - 19x - 14 + 11x = 13 + 8x + 22 - 23x$.
297. $134 - 36x - 27 - 15x = 29 - 33x + 87 - 19x$.
298. $9x + 13 - 12x - 17 = 6x + 23 - 3x - 29$.
299. $4{,}3x - 1{,}19 - 1{,}7x + 0{,}24 = 1{,}61 - 1{,}6x + 0{,}33 + 2{,}5x$.
300. $0{,}38 - 0{,}18x - 0{,}93 + 0{,}29x = 0{,}21 - 0{,}41x + 0{,}28$.
301. $0{,}23x + 4{,}7 - 0{,}19x - 3{,}4 = 0{,}18x + 5{,}7 - 0{,}25x$.
302. $\frac{1}{3}x + 3 - \frac{5}{6}x = \frac{3}{4}x - 2 + \frac{7}{12}x - 17$.
303. $\frac{1}{4}x - 2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x - 5 - \frac{1}{8}x$.
304. $2\frac{1}{4}x - 1\frac{5}{6}x = 4\frac{5}{12}x - 164 + 5\frac{1}{9}x$
305. $7x = 59 - (12x + 21)$.
306. $6x - (8x - 10) = 87 - (21 + 10x)$.
307. $10x - (3x + 2) = 6 - (20x - 19)$.

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada:

308. Kahes rahakotis on 120 senti. Kui ühest kotist panna teise kotti 15 s., siis on kummaski kotis ühepalju raha. Kui palju raha on kummaski rahakotis?

309. 2 töömeest tahavad 3840 senti eneste vahel jagada nõnda, et esimene saaks $\frac{1}{2}$ osa sellest, mis saab teine, ja veel 180 s. Kui palju raha saab kumbki?

310. Kaupmees ostis 72 p. 20 n. kaupa. Osa ostetud kaubast müüs ta ära, kuid ülejäänud osa kaubast oli 2 p. 10 n. võrra raskem kui müüdud osa. Kui palju kaupa müüdi?

311. Kahel vennal on kokku 20 000 senti. Kui palju raha on kummalgi, kui vanemal vennal on 7 korda rohkem raha kui nooremal vennal?

312. Vanem vend on 36 a. vana, noorem vend aga 28 a. vana. Mitme aasta eest oli noorem vend vanemast vennast 3 korda noorem?

313. Kauba naela hind tõusis 10 sendi võrra, nõnda et nüüd maksab 13 naela kaupa sama palju kui enne 15 naela kaupa. Kui palju maksis enne nael seda kaupa?

314. Toidustaja tahab osta 8 toopi seeni. Et aga toop seeni 5 sendi võrra rohkem maksab, kui toidustaja arvas, siis võis ta kaasasoleva raha eest ainult 6 toopi seeni osta. Kui palju maksab toop seeni ja kui palju raha oli toidustajal kaasas?

315. Maiusasjade kaupmees tahtis šokolaadiärist osta šokolaadi, mille nael maksab 140 senti. Ta muutis oma otsuse ja ostis sama summa eest šokolaadi, mille nael maksis 120 senti. Mitu naela šokolaadi tahtis kaupmees esialgu osta, kui ta viimaks 5 naela võrra rohkem sai, kui ta enne osta mõtles?

316. Peetakse tuletõrjujateseltsi pidu. Kui igale pingile istuks 12 pidulist, siis jääks 17 pidulist ilma istekohtadeta; istuks aga igale pingile 14 pidulist, siis jääks viimase pingi jaoks ainult 5 pidulist. Mitu pinki oli piduliste jaoks küünis ja kui palju oli pidulisi?

317. Kui kaupmees müües iga põrsa eest 3300 senti võtab, siis saab ta 30 000 s. puhaskasu; müüb ta aga iga põrsa 2800 sendi eest, siis saab ta 20 000 senti kahju. Mitu põrsast on kaupmehel?

318. Jõhvist ja Narvast, mille vahemaa on 45 km, tulevad ühel ajal teineteisele vastu kaks jalakäijat. Üks neist käib 4 km, teine 5 km tunnis. Mitme tunni pärast kohtavad nad teineteist? Mitme tunni pärast on nende vahemaa 18 km?

319. Kaks ratsameest, kelle vahemaa on 39 km, sõidavad ühel ajal välja, et teineteist kohata. Üks neist sõidab tunnis 12 km, teine 14 km. Mitme tunni pärast kohtavad nad teineteist. Mitme tunni pärast on nende vahemaa $6^1/_4$ km?

320. Ühe toru kaudu jookseb 18 l, teise toru kaudu 23 l vett minutis. Mitme minuti pärast täidavad need torud vesistu, mis 820 l mahutab, kui torud ühel ajal avada?

321. Kaks sõjaväe-osa, mille vahemaa on $28^1/_2$ km, marsivad teineteisele vastu; üks sõjaväe-osa käib tunnis $4^1/_2$ km, teine $5^1/_4$ km. Millal kohtavad need sõjaväeosad teineteist, kui esimene neist kell 5 homm. ja teine kell 7 homm. teele läks?

322. Kaks kõrgema algkooli lõpetajat võtsid ette kodumaa tundmaõppimise otstarbel jala-teekonna Haapsalust Tallinna. Nad otsustasid kell 5 homm. Haapsalust välja minna. Üks neist oli määratud ajal kohal, ootas sõpra 1 tunni ja hakkas siis 4-kilomeetrilise kiirusega tunnis Tallinna poole astuma. Mitu km tunnis käis tema sõber, kes alles kell 8 sama päeva homm. temale järele läks ja juba kell 12 sama päeva lõunaajal teda kohtas?

323. Kell 8 homm. sõitis laev Tallinnast Londonisse, sõites 15 km tunnis. Kell $9^1/_4$ samal päeval sõitis temale järele kiirlaev, kes teda kell 1 sama päeva lõunaajal kohtas. Kui suur oli kiirlaeva sõidukiirus tunnis?

324. Kaks poissi jagasid 45 ploomi eneste vahel nii, et vanem sai 3 ploomi võrra vähem kui noorem. Mitu ploomi sai kumbki poiss?

325. Isa andis oma viiele pojale 3000 senti ja soovis, et nad selle raha nõnda jagaksid, et iga noorem eelmisest vanemast 20 sendi võrra rohkem raha saaks. Kui palju raha sai kõige vanem vend?

326. Neljaklassilises koolis on 120 õpilast. Teises klassis on 5 õpilast rohkem kui esimeses klassis; kolmandas klassis on 8 õpilast rohkem kui teises klassis, kuna aga neljandas klassis on 36 õpilast vähem kui kolmes esimeses klassis kokku. Mitu õpilast on I klassis?

327. Kaks töömeest teenisid tükitöö pealt kokku 7200 senti. Kui palju teenis kumbki, kui esimene neist 2 korda rohkem teenis kui teine?

328. Raudteerongis on 200 sõitjat. Teises klassis on 3 korda niipalju sõitjaid kui esimeses klassis ja kolmandas klassis on 4 korda niipalju sõitjaid kui esimeses ja teises klassis kokku. Kui palju sõitjaid on esimeses klassis?

329. Väljasõidust võtsid osa 6 meest, 10 naist ja 24 last. Väljasõidu kulud olid 8550 senti. See kulu jagati väljasõidust osavõtjate vahel nii, et iga mehe kohta tuli 100 senti rohkem kui iga lapse kohta ja iga lapse kohta tuli 75 senti vähem kui iga naise kohta. Kui palju maksab iga mees?

330. Erarongis sõitis esimeses klassis 16, teises klassis 200 ja kolmandas klassis 64 sõitjat. Teise klassi sõidupilet maksis 80 senti rohkem kui kolmanda ja 120 senti vähem kui esimese klassi sõidupilet. Kui palju maksis kolmanda klassi sõidupilet, kui kõigist pilettitest kokku 64 000 senti saadi.

331. 5 last pidid eneste vahel tundmatu hulga pähkleid ära jaotama. Kui üks laps oma osast lahti ütles, siis sai iga ülejäänud laps 3 pähkli võrra rohkem, kui enne oleks saanud. Mitu pähklit oli?

332. Isa pärandas pojale $1/6$ osa ja tütrele $1/5$ osa oma varandusest. Kui suur oli isa varandus, kui tütar sai 4000 senti rohkem kui poeg?

333. Õpikäigul kulutas õpilane $1/3$ osa kaasavõetud rahast sõiduks, $1/2$ osa toidu ostmiseks ja ülejäänud 60 senti mitmesugusteks väikesteks tarveteks. Kui palju raha oli õpilasel kaasas?

334. Kaupmees pärandas naisele $1/5$ osa oma varandusest, kahele pojale $1/6$ osa kummalegi, tütrele $1/4$ osa ja teenijale $1/20$ osa oma varandusest, kuna ta aga ülejäänud 150000 senti heategevaks otstarbeks annetas. Kui palju varandust oli kaupmehel?

## § 9. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamine.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamisel on 4 juhtu:

1) positiivse suuruse korrutamine positiivse suurusega; näide: $+t.(+v)$;

2) negatiivse suuruse korrutamine positiivse suurusega; näide: $+t.(-v)$;

3) positiivse suuruse korrutamine negatiivse suurusega; näide: $-t.(+v)$;

4) negatiivse suuruse korrutamine negatiivse suurusega; näide: $-t.(-v)$.

Nende juhtude selgitamiseks lahendame ülesande:

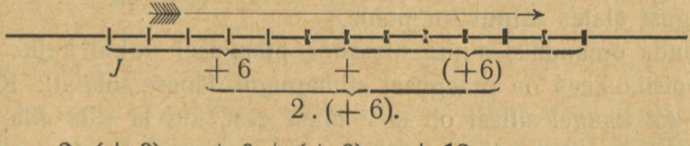
Lootsikumees on praegusel silmapilgul Emajõel Jänese silla all. Ta jõuab tunnis keskmiselt $v$ km võrra edasi. Kui kaugel Jänese sillast ja kus pool Jänese silda on lootsikumees $t$ tunni pärast?

Ülesanne lahendub üldvalemi abil: $x = tv$.

Märkides Jänese silla (nullpunkti) tähega $J$, näidates Emajõe jooksu suunda noolega ja lugedes Jänese sillast allpool (päri voolu) olevad kaugused positiivseteks suurusteks, ülevalpool (vastu voolu) olevad kaugused aga negatiivseteks suurusteks, anname $v$ ja $t$ järgmised väärtused:

1) $v = +6$.
$t = +2$.

Emajõe voolu suund.




$$x = 2.(+6) = +6 + (+6) = +12.$$

Kui lootsikumees sõuab päri voolu 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis, siis on ta 2 tunni pärast 12 km allpool Jänese silda.

**Et positiivset suurust korrutada positiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada positiivsusemärgiga [1]).**

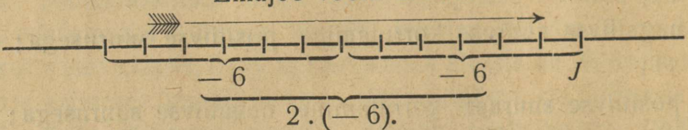
---

1) Esimesele liikmele positiivsusemärki harilikult ei kirjutata; see märk on ainult mõeldav.

335. $6 \cdot (+5) = 30$; $8 \cdot (+1)$; $1 \cdot (+4)$; $6 \cdot (+10)$; $12 \cdot (+\frac{2}{3})$; $30 \cdot (+\frac{4}{5})$; $66 \cdot (+\frac{3}{11})$; $21 \cdot (+\frac{3}{7})$; $\frac{2}{3} \cdot (+\frac{3}{4})$; $\frac{5}{9} \cdot (+\frac{3}{5})$; $\frac{2}{7} \cdot (+\frac{14}{15})$; $\frac{2}{9} \cdot (+\frac{9}{10})$.

2) $v = -6$.
$t = \phantom{-}2$.

Emajõe voolu suund.




$$x = 2 \cdot (-6) = -6 + (-6) = -12.$$

Kui lootsikumees sõuab vastu voolu 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis, siis on ta 2 tunni pärast 12 km ülevalpool Jänese silda.

**Et negatiivset suurust korrutada positiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada negatiivsusemärgiga.**

336. $6 \cdot (-5) = -30$; $8 \cdot (-1)$; $1 \cdot (-4)$; $6 \cdot (-10)$; $12 \cdot (-\frac{2}{3})$; $30 \cdot (-\frac{4}{5})$; $66 \cdot (-\frac{3}{11})$; $21 \cdot (-\frac{3}{7})$; $\frac{2}{3} \cdot (-\frac{3}{4})$; $\frac{5}{9} \cdot (-\frac{3}{5})$; $\frac{2}{7} \cdot (-\frac{14}{15})$; $\frac{2}{9} \cdot (-\frac{9}{10})$.

3) $v = +6$
$t = -2$.

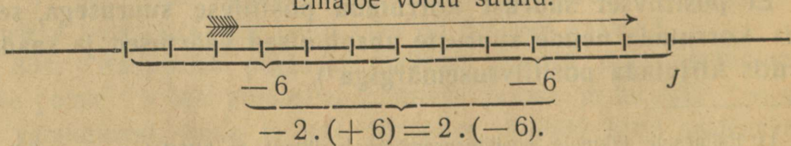
Et seda juhtu arusaadavaks teha, seks peame meeles, et aja $t$ positiivsed väärtused kahel eelmisel juhul tähendasid ajavältusi käesolevast silmapilgust alates **tuleviku** poole; järelikult tähendavad aja $t$ negatiivsed väärtused (käesoleval juhul —2) ajavältusi käesolevast silmapilgust alates **mineviku** poole.

Nõnda omandaks antud ülesanne praegusel puhul kuju:

Lootsikumees on praegusel silmapilgul Jänese silla all. Kus pool silda ja kui kaugel sillast oli ta 2 tunni eest, kui ta silla alla tuli liikudes päri voolu?

Tunni aja eest oli lootsikumees nähtavasti 6 km ülevalpool silda, 2 tunni eest aga 12 km ülevalpool silda.

Emajõe voolu suund.




$$-2 \cdot (+6) = 2 \cdot (-6) = -12.$$

**Et positiivset suurust korrutada negatiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada negatiivsusemärgiga.**

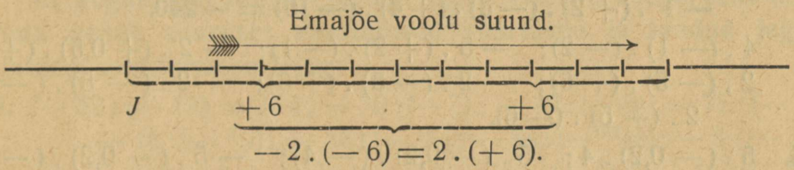
**337.** $\mathbf{-6 \cdot (+5) = -30}$; $-8 \cdot (+1)$; $-1 \cdot (+4)$;
$-6 \cdot (+10)$; $-12 \cdot (+\frac{2}{3})$; $-30 \cdot (+\frac{4}{5})$;
$-66 \cdot (+\frac{3}{11})$; $-21 \cdot (+\frac{3}{7})$; $-\frac{2}{3} \cdot (+\frac{3}{4})$;
$-\frac{5}{9} \cdot (+\frac{3}{5})$; $-\frac{2}{7} \cdot (+\frac{14}{15})$; $-\frac{2}{9} \cdot (+\frac{9}{4})$.

4) $v = -6$.
$t = -2$.

Tõlgendame antud ülesande käesoleva juhu kohaselt:

Lootsikumees on praegusel silmapilgul Jänese silla all. Kus pool silda ja kui kaugel sillast oli ta 2 tunni eest, kui ta silla alla tuli liikudes vastu voolu?

Tunni aja eest oli lootsikumees nähtavasti 6 km allpool silda 2 tunni eest aga 12 km allpool silda.




$\mathbf{-2 \cdot (-6) = 2 \cdot (+6) = 12.}$

**Et negatiivset suurust korrutada negatiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada positiivsusemärgiga.**

**338.** $\mathbf{-6 \cdot (-6) = 30}$; $-8 \cdot (-1)$; $-1 \cdot (-4)$; $-6 \cdot (-10)$;
$-12 \cdot (-\frac{2}{3})$; $-30 \cdot (-\frac{4}{5})$; $-66 \cdot (-\frac{3}{11})$; $-21 \cdot (-\frac{3}{7})$;
$-\frac{2}{3} \cdot (-\frac{3}{4})$; $-\frac{5}{9} \cdot (-\frac{3}{5})$; $-\frac{2}{7} \cdot (-\frac{14}{15})$; $-\frac{2}{9} \cdot (-\frac{9}{4})$.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamise üldjuhis:

**Kahe teguri korrutamisel annavad ühesugused märgid** (+ ja + või — ja —) **positiivse korrutise, kuna aga isesugused märgid** (+ ja — või — ja +) **annavad negatiivse korrutise.**

**339.** $3 \cdot (+4)$; $3 \cdot (-4)$; $-3 \cdot (+4)$; $-3 \cdot (-4)$.
$2 \cdot (+12)$; $2 \cdot (-12)$; $-2 \cdot (+12)$; $-2 \cdot (-12)$.
$9 \cdot (+15)$; $9 \cdot (-15)$; $-9 \cdot (+15)$; $-9 \cdot (-15)$.

**340.** $8 \cdot (+\frac{3}{4})$; $8 \cdot (-\frac{3}{4})$; $-8 \cdot (+\frac{3}{4})$; $-8 \cdot (-\frac{3}{4})$.
$\frac{5}{7} \cdot (+14)$; $\frac{5}{7} \cdot (-14)$; $-\frac{5}{7} \cdot (+14)$; $-\frac{5}{7} \cdot (-14)$.
$4 \cdot (+\frac{3}{7})$; $4 \cdot (-\frac{3}{7})$; $-4 \cdot (+\frac{3}{7})$; $-4 \cdot (-\frac{3}{7})$.

341. $\frac{5}{2} \cdot (+\frac{6}{5})$; $\frac{5}{2} \cdot (-\frac{6}{5})$; $-\frac{5}{2} \cdot (+\frac{6}{5})$; $-\frac{5}{2} \cdot (-\frac{6}{5})$.
$\frac{7}{3} \cdot (+\frac{3}{7})$; $\frac{7}{3} \cdot (-\frac{3}{7})$; $-\frac{7}{3} \cdot (+\frac{3}{7})$; $-\frac{7}{3} \cdot (-\frac{3}{7})$.
$\frac{3}{2} \cdot (+\frac{2}{9})$; $\frac{3}{2} \cdot (-\frac{2}{9})$; $-\frac{3}{2} \cdot (+\frac{2}{9})$; $-\frac{3}{2} \cdot (-\frac{2}{9})$.

342. 6 . (+ 0,25); 6 . (— 0,25); — 6 . (+ 0,25); — 6 . (— 0,25).
0,32 . (+ 10); 0,32 (— 10); — 0,32 . (+ 10); — 0,32 . (— 10).
0,2 . (+ 0,3); 0,2 . (— 0,3); — 0,2 . (+ 0,3); — 0,2 . (— 0,3).

343. 7,2 . (+ 0,5); 7,2 . (— 0,5); — 7,2 . (+ 0,5); — 7,2 . (— 0,5).
1,1 . (+ 1,2); 1,1 . (— 1,2); — 1,1 . (+ 1,2); — 1,1 . (— 1,1).
2,5 . (+ 0,4); 2,5 . (— 0,4); — 2,5 . (+ 0,4); — 2,5 . (— 0,4).

Kui tegurite reas on paarisarvuline hulk negatiivseid tegureid, siis on nende tegurite korrutis positiivne; on aga negatiivseid tegureid paaritu arv, siis on nende tegurite korrutis negatiivne.

344. **3 . (— 4) . (— 2) . (+ 5) = 120;**
**— 7 . (— 1) . (+ 3) . (— 2) . (— 10) = 420;**
**— 1 . (+ 2) . (— 3) . (+ 4) . (— 10) = — 240.**
4 . (— 1) . (— 2); — 5 . (+ 2) . (— 1); — 2 . (+ 0,5) . (+ 8).
2 . (— 5) . (+ 6); — 2 . (— 5) . (+ 6); — 2 . (— 5) . (— 6);
2 . (+ 5) . (— 6).

345. 5 . (— 0,2) . 4; 5 . (— 0,2) . (— 4); — 5 . (— 0,2) . (— 4);
— 5 . (— 0,2) . 4.
— 4 . (— 7) . (— 3); 4 . (— 7) . (— 3); — 4 . (— 7) . 3;
4 . (— 7) . 3.
— 3,6 . (— 5) . (— 0,5) . (— 4); 3,6 . (— 5) . 0,5 . 4; — 3,6 .
. (— 5) . 0,5 . 4; — 3,6 . 5 . 0,5 . (— 4).

346. 2,4 . (— 6) . (— 3) . (— 1); — 2,4 . 6 . 3 . (— 1); 2,4 . (— 6) . 3 . (— 1);
2,4 . 5 . 2 . (— 1).

## § 10. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamine.

Jagamine on korrutamise vastastehe: sellepärast võime jagamise abil korrutise ja ühe teguri kaudu leida teise teguri.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamisel on 4 juhtu:

1) **Positiivse suuruse jagamine positiivse suurusega.**

2 . (+ 6) = 12; 12 : (+ 2) = + 6.

**Et positiivset suurust jagada positiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada positiivsusemärgiga.**

347. $52:(+13)=4$; $70:(+7)$; $42:(+6)$; $77:(+11)$; $18:$ $:(+{}^{3}/_{4})$; $36:(+{}^{6}/_{7})$; $88:(+{}^{22}/_{23})$; $8:(+{}^{5}/_{2})$; ${}^{2}/_{3}:$ $:(+{}^{4}/_{5})$; ${}^{3}/_{8}:(+{}^{9}/_{4})$; ${}^{5}/_{9}:(+{}^{5}/_{9})$; ${}^{9}/_{11}:(+{}^{9}/_{11})$.

2) **Negatiivse suuruse jagamine positiivse suurusega.**

$$2.(-6)=-12;\ -12:(+2)=-6.$$

**Et negatiivset suurust jagada positiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada negatiivsusemärgiga.**

348. $-52:(+13)=-4$; $-70:(+7)$; $-42:(+6)$; $-77:$ $:(+11)$; $-18:(+{}^{3}/_{4})$; $-36:(+{}^{6}/_{7})$; $-88:(+{}^{22}/_{23})$; $-8:(+{}^{5}/_{2})$; $-{}^{2}/_{3}:(+{}^{4}/_{5})$; $-{}^{3}/_{8}:(+{}^{9}/_{4})$; $-{}^{5}/_{9}:(+{}^{5}/_{9})$; $-{}^{9}/_{11}:(+{}^{11}/_{9})$.

3) **Negatiivse suuruse jagamine negatiivse suurusega.**

$$-2.(+6)=-12;\ -12:(-2)=+6.$$

**Et negatiivset suurust jagada negatiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada positiivsusemärgiga.**

349. $-52:(-13)=+4$; $-70:(-7)$; $-42:(-6)$; $-77:(-11)$; $-18:(-{}^{3}/_{4})$; $-36:(-{}^{6}/_{7})$; $-88:(-{}^{22}/_{23})$; $-8:(-{}^{5}/_{2}):$ $-{}^{2}/_{3}:(-{}^{4}/_{5})$; $-{}^{3}/_{8}:(-{}^{9}/_{4})$; $-{}^{5}/_{9}:(-{}^{5}/_{9})$; $-{}^{9}/_{11}:(-{}^{11}/_{9})$.

4) **Positiivse suuruse jagamine negatiivse suurusega.**

$$-2.(-6)=12;\ 12:(-2)=-6.$$

**Et positiivset suurust jagada negatiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada negatiivsusemärgiga.**

350. $52:(-13)=-4$; $70:(-7)$; $42:(-6)$; $77:(-11)$; $18:(-{}^{3}/_{4})$; $36:(-{}^{6}/_{7})$; $88:(-{}^{22}/_{23})$; $8:(-{}^{5}/_{2})$; ${}^{2}/_{3}:(-{}^{4}/_{5})$; ${}^{3}/_{8}:(-{}^{9}/_{4})$; ${}^{5}/_{9}:(-{}^{5}/_{9})$; ${}^{9}/_{11}:(-{}^{9}/_{11})$.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamise üldjuhis:

**Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamisel annavad ühesugused märgid** ($+$ ja $+$ või $-$ ja $-$) **positiivse jagatise, kuna aga isesugused märgid** ($+$ ja $-$ või $-$ ja $+$) **annavad negatiivse jagatise.**

351. $0{,}2:(+5)$; $-0{,}2:(-5)$; $0{,}2:(-5)$; $-0{,}2:(+5)$.
$0{,}3:(+4)$; $-0{,}3:(-4)$; $0{,}3:(-4)$; $-0{,}3:(+4)$.

352. $1{,}2:(+6)$; $-1{,}2:(-6)$; $1{,}2:(-6)$; $-1{,}2:(+6)$.
$0{,}37:(+10)$; $-0{,}37:(-10)$; $0{,}37:(10)$; $-0{,}37:(+10)$.

353. $6:(+0{,}2)$; $-6:(-0{,}2)$; $6:(-0{,}2)$; $-6:(+0{,}2)$.
$10:(+0{,}1)$; $-10:(-0{,}1)$; $10:(-0{,}1)$; $-10:(+0{,}1)$.

354. $12:(+0{,}5)$; $-12:(-0{,}5)$; $12:(-0{,}5)$; $-12:(+0{,}5)$.
$3:(+0{,}4)$; $-3:(-0{,}4)$; $3:(-0{,}4)$; $-3:(+0{,}4)$.

355. $0{,}3:(-0{,}2)$; $0{,}3:(+0{,}2)$; $-0{,}3:(-0{,}2)$; $-0{,}3:(+0{,}2)$.
$-2{,}5:(-0{,}25)$; $2{,}5:(-0{,}25)$; $-2{,}5:(+0{,}25)$; $2{,}5:(+0{,}25)$.

356. $0{,}6:(-0{,}1)$; $-0{,}6:(+0{,}1)$; $-0{,}6:(-0{,}1)$; $0{,}6:(+0{,}1)$.
$-0{,}7:(+0{,}05)$; $0{,}7:(-0{,}05)$; $-0{,}7:(-0{,}05)$; $0{,}7:(+0{,}05)$.

## § 11. Üksliikmete korrutamine ja jagamine.

357. $\boldsymbol{a\,.\,(+b) = ab}$; $\boldsymbol{a\,.\,(-b) = -ab}$; $\boldsymbol{-a\,.\,(+b) = -ab}$;
$\boldsymbol{-a\,.\,(-b) = ab}$.
$m\,.\,(+n)$; $m\,.\,(-n)$; $-m\,.\,(+n)$; $-m\,.\,(-n)$.
$c\,.\,(+d)$; $c\,.\,(-d)$; $-c\,.\,(+d)$; $-c\,.\,(-d)$.

358. $x\,.\,(+y)\,.\,(+z)$; $x\,.\,(-y)\,.\,(+z)$; $-x\,.\,(+y)\,.\,(-z)$;
$-x\,.\,(-y)\,.\,(-z)$.
$p\,.\,(+q)\,.\,(-r)\,.\,(+s)$; $p\,.\,(-q)\,.\,(+r)\,.\,(-s)$; $p\,.\,(-q)\,.$
$.\,(-r)\,.\,(-s)$; $-p\,.\,(-q)\,.\,(-r)\,.\,(-s)$.
$a\,.\,(+b)\,.\,(+c)\,.\,(+d)$; $-a\,.\,(-b)\,.\,(-c)\,.\,(-d)$;
$-a\,.\,(+b)\,.\,(-c)\,.\,(-d)$; $a\,.\,(-b)\,.\,(+c)\,.\,(-d)$.

**Et ühe ja sama tähe astmeid korrutada, seks tarvis astmenäitajad liita.**

$$\boldsymbol{a^4\,.\,a^2 = (a\,.\,a\,.\,a\,.\,a)\,.\,(a\,.\,a) = a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a = a^6.}$$
$$\boldsymbol{b^5\,.\,b^3 = b^{5+3} = b^8\,;\ c\cdot c^3\cdot c^4 = c^{1+3+4} = c^8\,.}$$

Korrutada:

359. $m^2$ ja $m^5$; $m^3$ ja $m^4$; $m$ ja $m^6$; $m^7$ ja $m^5$.

360. $b^2$ ja $b^5$; $b^3$ ja $b$; $b^{12}$ ja $b^7$; $b$ ja $b^{10}$; $b^4$ ja $b^5$; $b^8$ ja $b^9$.

361. $c^3$ ja $c$; $c^5$ ja $c^3$; $c^4$ ja $c^2$; $c^6$ ja $c^5$; $c^8$ ja $c^{10}$; $c^{15}$ ja $c^4$.

362. $a^2\,.\,(-a^3)$; $-a^7\,.\,a^5$; $-a^3\,.\,(-a^8)$; $-a\,.\,a^{10}$; $-a^{15}\,.\,(-a^5)$.

363. $d^4\,.\,(-d^2)$; $-d^5\,.\,(-d^3)$; $-d^6\,.\,d^3$; $d^3\,.\,d^{12}$.

364 $a^m\,.\,a^n$; $a^p\,.\,a^m$; $a^m\,.\,a^3$; $a^n\,.\,a^5$; $a^6\,.\,a^r$.

365. $a^m\,.\,a^{2m}\,.\,a^{3m}$; $a\,.\,a^2\,.\,a^n$; $a^m\,.\,a\,.\,a^2$; $a^p\,.\,a^n\,.\,a^m$.

**Et üksliikmeid korrutada, seks tarvis korrutada kordajad ja liita ühesuguste tähtede astmenäitajad, kuna aga tähed, mis esinevad ainult ühes teguris, kirjutatakse muutmata korrutisesse.**

366. $3\boldsymbol{a}\,.\,7 = 3\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,7 = 21\boldsymbol{a}$; $2\boldsymbol{a}^3\,.\,3\boldsymbol{a}^2 = 2\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,3\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a} =$
$= 2\,.\,3\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{a}^5$.

$8m^3n^2x^3y.5m^5n^7xz^4 = 8.m^3.n^2.x^3.y.5.m^5.n^7.x.$
$.z^4 = 8.5.m^3.m^5.n^2.n^7.x^3.x.y.z^4 = 40m^8n^9x^4yz^4.$

367. a) $5x.19$; b) $4.6y$; c) $7.18z$; d) $6{,}5a.2{,}4$; e) $12{,}5t.0{,}16$; f) $6{,}25.0{,}64z$.

368. a) $3u.7v.5w$; b) $15a.13b.8c$; c) $25r.16s.15t.8u$; d) $0{,}5a.0{,}8b.2{,}3e$.

369. a) $4{,}25r.1{,}7s.0{,}04t$; b) $1{,}25p.2{,}25q.0{,}8r$; c) $8{,}75x.0{,}04y.$ $.2{,}6z$; d) $6{,}25ab.{}^4/_{25}cd$.

370. a) $0{,}35a.0{,}45bc.1{,}6def$; b) $9{,}2xy.0{,}25uv.{}^9/_{23}z$; c) $3^1/_8ab.0{,}28c.3^3/_7de$; d) $0{,}7y.0{,}3y.0{,}5y$.

371. a) $ax^2.bx^3$; b) $5ax.7a^2y$; c) $12a^2b.5ab^2$; d) $3^1/_3a^3x^2.3^3/_5a^3x^5$.

372. a) $a^3.a^4.a^7$; b) $x^2.y.x^3.y^4.x$; c) $2ab.3a^2b^3.4a^3b^2$; d) $0{,}5x^4y^3.$ $.0{,}4x^2y^7.5xy^2$.

373. $2a^2.5ab$; $2a^2b.(-5ab^2)$.

374. $4a^3xz.9a^2x^2$; $-9ax^3y.(-4a^2x^3)$.

Ühe ja sama tähe astmete korrutamisel liidetakse nende tähtede astmenäitajad. Et aga jagamine on korrutamise vastastehe, seepärast: **ühe ja sama tähe astmete jagamisel lahutatakse jagatava astmenäitajast jagaja astmenäitaja.**

375. $a^5.a^3 = a^{5+3} = a^8$; $a^8 : a^3 = a^{8-3} = a^5$.

376. $n^7 : n^3$; $n^4 : n$; $n^9 : n^6$; $n^m : n^r$; $n^p : n^q$.

377. $m^5 : m^2$; $m^{10} : m^9$; $m^7 : m$; $m^p : m^r$.

378. $a^m : a^{m-1}$; $a^{m+1} : a^m$; $a^{2m} : a^m$; $a^{2n+1} : a^{n+1}$.

379. $c^{n+1} : c^{n-1}$; $c^n : c^{n-5}$; $c^{2n+2} : c^{n+2}$; $b^{2n} : b^{n-3}$.

**Iga suurus nullisel astmel on 1.**

380. $b^5 : b^5 = b^{5-5} = b^0 = 1$.

381. $k^3 : k^3$; $k^4 : k^4$; $k : k$; $k^8 : k^8$; $2^m : 2^m$; $3^n : 3^n$.

382. $f^m : f^m$; $f^{n-1} : f^{n-1}$; $f^{r+3} : f^{r+3}$; $f^{m+n} : f^{m+n}$.

**Iga suurus, mille astmenäitaja on negatiivne, võrdub murruga, mille lugejaks on 1, kuid nimetajaks sama suurus, mis on võetud positiivse astmenäitajaga.**

383. $b^3 : b^5 = b^{3-5} = b^{-2} = \frac{1}{b^2}$.

384. $d^2 : d^4$; $d^3 : d^7$; $d : d^3$; $d : d^2$; $d^0 : d^2$.

385. $k^{m-1} : k^m$; $k^m : k^{m+1}$; $k^m : k^{2m}$; $k^{n+1} : k^{2n+1}$.

**Et üksliiget jagada üksliikmega, seks tarvis jagada nende kordajad, lahutada ühesuguste tähtede astmenäitajad, ainult jagatavas esinevad suurused kirjutada jagatisesse muutmata ja ainult**

jagajas esinevad suurused kirjutada jagatisesse muudetud astmenäitaja märgiga; kui jagatavas ja jagajas esinevad ühe ja sama tähe ühesugused astmed, siis kaob see täht jagatises üldse.

386. $24\,a^8\,c^3\,d^5\,x^4\,y : 8\,a^3\,c^3\,d\,x^4\,z^2 = 3\,a^5\,c^0\,d^4\,x^0\,y\,z^{-2} =$
$= 3\,.\,a^5\,.\,1\,.\,d^4\,.\,1\,.\,y\,.\,\frac{1}{z^2} = \frac{3\,a^5\,d^4\,y}{z^2}.$

387. $18a : 3$; $15b : (-5)$; $-32c : 8$; $-14m : (-7)$.

388. $5m : m$; $6y : (-y)$; $-8x : x$; $-8x : (-x)$.

389. $4mn : 2m$; $9cd : (-3c)$; $-16xy : 4x$; $-26kl : (-13k)$.

390. $27cde : cd$; $14mnr : (-14nr)$; $-3prl : 6pr$; $-xyz : -5yz$.

391. $6a^2b : 2ab$; $-6ab^2 : 2ab$; $-6a^2b : (-3ab)$; $8a^2b^2 : (-2ab)$.

392. $5a^2b^3c : 2abc$; $-5a^3b^2c : 2a^3b$; $-5a^2bc^3 : (-2ac^3)$.

393. $12a^4b^5cx^2 : {}^3/_4ab^4c$; $12a^4b^5cx^2 : (-{}^3/_4a^4bx^2)$.

## § 12. Hulkliikmete korrutamine.

**Et hulkliiget korrutada üksliikmega, seks tarvis hulkliikme iga liige korrutada üksliikmega.**

$$f(k - l + m) = fk - fl + fm.$$

394. $3\,(x + y) = 3\,x + 3\,y$; $2\,(a - b + c)$.

395. $7\,(x - y)$; $12\,(a + b - c - d)$.

396. $3\,(2\,a - 3\,b - 4\,c)$; $(2\,a - 5\,b)\,.\,5\,m$.

397. $5\,(3\,x - 7\,y + 2\,z)$; $(2\,a - 5\,b)\,.\,3\,a$.

398. $9\,ab\,(4\,a - 7\,b)$; $12\,a^2\,(5\,a\,b + 3\,b^2)$.

399. $(2{,}7\,a - 3{,}2\,b + 4{,}3\,c - 6{,}2\,d)\,.\,0{,}5\,f$.

400. $(4{,}3\,a^2 - 5{,}4\,ab - 24\,b^4 + 7{,}8\,a - 3{,}2\,b)\,.\,0{,}7\,ab$.

**Et hulkliiget korrutada hulgliikmega, seks tarvis korrutatava iga liige korrutada korrutaja iga liikmega ja saadud osakorrutised kirjutada teineteise juurde nende oma märkidega.**

401. $(8\,a - 2\,b)\,(4\,a + 3\,b) = (8\,a - 2\,b)\,.\,4\,a + (8\,a - 2\,b)\,.$
$.\,3\,b = 32\,a^2 - \underline{8\,a\,b} + \underline{24\,ab} - 6\,b^2 = 32a^2 + 16\,ab - 6\,b^2.$

402. $(5\,x - 3\,y)\,(6\,x - 5\,y)$; $(9\,r + 7\,s)\,(2\,r - 5\,s)$.

403. $(5\,x - 3\,y)\,(6\,x - 5\,y)$; $(8\,p - 3\,q)\,(5\,q - 7\,p)$.

404. $(a + b + c)\,(d + e)$; $(a - b + c)\,(d - e + f)$.

405. $(6\,p + 3\,q - r)\,(2\,p - 4\,q + 5\,r)$.

406. $(4\,x - 5\,y - 7\,z)\,(8\,x - 7\,y - 5\,z)$.

### Korraldatud hulkliikmed ja nende korrutamine.

Kergem on tehteid arvutada hulkliikmetega, kui hulkliikmed on **korraldatud** mingisuguse kindla korra järele.

Korraldame näiteks hulkliikme $-4ab + 2a^2 + 4b^2$ nõnda, et tema esimeses liikmes esineks suurus $b$ kõige ülemal astmel, teises liikmes sama suurus juba järgneval alamal astmel ja kolmandas liikmes kõige alamal astmel (käesoleval puhul 0 astmel). Saame:

$$4\boldsymbol{b}^2 - 4\boldsymbol{ab} + 2\boldsymbol{a}^2.$$

**Hulkliige on korraldatud suuruse $\boldsymbol{b}$ alanevate astmete järjekorras.**

Kirjutades alanevate astmete järjekorras kirjutatud hulkliikme vastupidises järjekorras, saame:

$$2\boldsymbol{a}^2 - 4\boldsymbol{ab} + 4\boldsymbol{b}^2.$$

**Hulkliige on korraldatud suuruse $\boldsymbol{b}$ ülenevate astmete järjekorras.**

Antagu korrutada hulkliikmed: $4b^2 + 2a^2 - 4ab$ ja $3ab + 1{,}5a^2 + 3b^2$. Seks korraldame hulkliikmed näiteks suuruse $b$ alanevate astmete järjekorras ja kirjutame nad teineteise alla nii, et sarnased üksliikmed teineteise alla satuksid.

$$\begin{array}{rrrrrl}
4b^2 & -4ab & +2a^2 & & & \\
3b^2 & +3ab & +1{,}5a^2 & & & \\
\hline
12b^4 & -12ab^3 & +6a^2b^2\ldots & & & \text{ülemise hulkliikme korrutis } +3b^2\text{-ga} \\
 & +12ab^3 & -12a^2b^2 & +6a^3b & & \text{„ „ } +3ab\text{-ga} \\
 & & +6a^2b^2 & -6a^3b & +3a^4 & \text{„ „ } +1{,}5a^2\text{-ga} \\
\hline
12b^4 & & & & +3a^4 & = \boldsymbol{12b^4 + 3a^4}.
\end{array}$$

Korraldada hulkliikmed mingisuguse suuruse ülenevate või alanevate astmete järjekorras ja korrutada:

**407.** $9a^2 + 16b^2 - 12ab$ ja $-4b + 3a$.

**408.** $16x^4 - 20ax^2 + 25a^2$ ja $5a + 4x^2$.

**409.** $x^3 - 24 + 11x - 4x^2$ ja $2 + 4x + 3x^2$.

**410.** $0{,}3x^3 + 0{,}6x^2y - 0{,}9xy^2 - 2{,}4y^3$ ja $1{,}2y^2 - 0{,}6xy - 0{,}4x^2$.

**411.** $0{,}3a^4 - 2{,}5a^3 - 6a^2$ ja $0{,}5a^2 + 1 - 3a$.

**412.** $a^4 + an^3 - 2a^3n - 2a^2n^2$ ja $-2an + a^2 - n^2$.

**413.** $x^2 - 4x + 2x^3 - 11 + x^4$ ja $3 + x^2 - 2x$.

## § 13. Võrrandid.

Lahendada võrrandid:

**414.** $5x + 7(2x + 3) = 59$; $11(17 - 3x) = 2(2x + 1)$.

**415.** $13x - 2(4x - 5) = 66 - 3x$; $6(3x - 8) = 7(5x - 19)$.

416. $4(9-2x)+1=6(5x-2)-5(6x-5)$.
417. $4(18-5x)-12(3x-7)=15(2x-16)-6(x+14)$.
418. $6(8-x)-2x+71=8(2x-5)+3(2x+3)$.
419. $6-0,5(9,5-2x)=0,4(3x-1,5)+0,3(5x-8)$.

Järgnevaist ülesandeist võrrandid koostada ja lahendada:

420. Isa on praegu 2 korda nii vana kui poeg. 15 aasta eest oli ta 3 korda pojast vanem. Kui vana on isa praegu?

421. Ema on praegu 42 ja tütar 17 a. vana. Mitme aasta pärast on ema 2 korda nii vana kui tütar?

422. Isa on praegu 32 a. pojast vanem; 24 a. pärast on ta 2 korda nii vana kui poeg. Kui vana on isa praegu?

423. Õde on 20 a. vennast vanem. 2 aasta eest oli ta $3^1/_2$ korda nii vana kui vend. Kui vana on õde praegu?

424. Peetril on 3 korda niipalju pähkleid kui Juhanil. Kui Peeter 25 pähklit Juhanile annab, siis jääb temale ainult $^1/_2$ osa sellest pähklite arvust, mis on Juhanil. Mitu pähklit on Peetril?

425. Ühes rahakotis on 240 senti rohkem kui teises. Kui teisest rahakotist panna esimesse kotti 335 s., siis jääb teise kotti ainult $^1/_2$ osa sellest rahast, mis on esimeses kotis. Mitu senti on praegu esimeses kotis?

426. Kolmanda klassi vagunites sõitis 4 korda niipalju reisijaid kui teise klassi vagunites. Kui vahejaamades kolmandast klassist 32 reisijat lahkus ja teise klassi 12 reisijat juurde tuli, siis moodustas teise klassi reisijate arv $^1/_2$ osa kolmanda klassi reisijate arvust. Mitu reisijat oli viimaks kolmandas klassis?

427. Ühes astjas on 52 liitrit taari rohkem kui teises astjas. Kui teisest astjast valada esimesse astjasse 14 l, siis on esimeses astjas 20 l vähem kui teise astja kahekordne jääk. Mitu l taari on esimeses astjas?

428. Huvireisijal jääb reisurahast 4000 senti üle, kui ta iga päev keskmiselt 600 s. kulutab. Kulutaks ta aga iga päev keskmiselt 750 s., siis peaks ta oma huvireisu 1 päeva võrra varem lõpetama, kusjuures tal ainult 250 s. üle jääks. Missugune summa oli huvireisijal kaasas ja kui kaua pidi huvireis vältama?

429. Vankri esimese ratta ümbermõõt on 1,75 m ja tagumise ratta ümbermõõt 2,5 m. Kui pika tee peab vanker ära sõitma, et esimene ratas 3000 ringi võrra rohkem teeks kui tagumine ratas?

430. Vesistu mahutab 1505 $dm^3$. Kui sellesse tühja vesistusse ühe kraani kaudu oli 12 minuti jooksul vett joosnud, siis avati veel

teine kraan, mis minutis 15 l vett rohkem andis kui esimene kraan. Kui mõlemad kraanid olid üheskoos veel 23 minutit töötanud, siis sai vesistu täis. Kui palju vett andis teine kraan minutis?

**431.** Kahest kohast, mille vahemaa on 60 km, lähevad kaks koormat teineteisele vastu. Esimene koorem hakkas liikuma kell 10 hommikul. Millal kohtavad need koormad teineteist, kui esimene koorem $5^1/_2$ km ja teine koorem $4^3/_4$ km tunnis edasi liigub ja kui teine koorem üldse 2 korda niipalju aega teel oli kui esimene?

**432.** Raudteerong sõidab A ja B jaama vahe 6 tunniga. Oleks rongi kiirus tunnis 10 km võrra suurem, siis sõidaks ta sama vahemaa ära 5 tunniga. Kui suur on A ja B vahemaa?

**433.** Kraan täidab vesistu 4 tunniga. Teine kraan, mis minutis 3 l võrra vett rohkem annab, täidab sama vesistu $2^1/_2$ tunniga. Mitu l mahutab vesistu?

**434.** Mototsükletimehele, kas keskmiselt 16 km tunnis edasi liikus, sõitis teel vastu jalgrattamees, kelle keskmine tunni sõidukiirus 12 km oli ja kes mototsükletimehest 2 tunni võrra varem välja sõitis. Kui kaugel teineteisest asuvad mõlemad väljasõidukohad, kui sõitjad teineteist just väljasõidukohtade poole kauguse peal kohtasid?

**435.** Ringlühtri 126 elektrilampi asuvad kolmes ringis. Välimise ringi lampide arv on 6 võrra vähem keskmise ringi lampide kahekordsest arvust, kuna aga sisemise ringi lampide arv võrdub kahe teise ringi lampide arvude poolsummaga. Mitu elektrilampi asub igas ringis?

**436.** Jüri, Jaan ja Juhan tahavad eneste vahel 100 senti jagada nõnda, et Jüri osa oleks 6 sendi võrra vähem kui Jaani kahekordne osa ja et Juhani osa oleks 15 sendi võrra Jüri poolest osast suurem. Mitu senti saab Jüri?

**437.** Emajõel korraldatud lõbusõidust osavõtjate seas oli naisi nelja võrra rohkem kui mehi, lapsi aga 12 võrra rohkem kui mehi ja naisi kokku. Väljasõidu kulud 1780 senti jaotati ära nii, et igal mehel 50 senti, igal naisel 40 senti ja iga lapse eest 20 senti maksta tuli. Mitu meest võttis lõbusõidust osa?

**438.** Kaupmees segab 320 naela teed, mille nael 110 senti maksab, parema sordi teega, mille naela hind on 170 senti. Mitu naela paremat sorti teed peab ta võtma, et nael segu 130 senti maksaks?

**439.** Kartulikaupmees ostis 150 vakka väikesi punaseid kartuleid, 120 senti vakk, ja tundmatu hulga valgeid kartuleid, 80 senti vakk. Ostetud kartulid maksid keskmiselt 110 senti vakk. Mitu vakka valgeid kartuleid ostis kaupmees?

**440.** Pidusöögist võtavad osa naisterahvad ja meesterahvad. Naisterahvaid on 60 ja igaüks neist maksab pidusöögi eest 60 senti, kuna aga iga meesterahvas pidusöögi eest 100 senti maksab. Mitu meesterahvast võtab pidusöögist osa, kui iga osavõtja kohta keskmiselt 75 senti maksta tuleb?

**441.** Kaupmees segab 120 kg kohvi, 240 senti kg ja 40 kg odavamat kohvi. Saadud segu maksab 230 senti kg. Kui palju maksab 1 kg odavamat kohvi?

**442.** Kaupmees segas 40 kg võid, 180 senti kg, ja 25 kg kallimat võid. Kui palju maksab kg kallimat võid, kui kg segu tuli maksma 210 senti?

**443.** 15 õpetajat ja 50 õpilast võtsid ette jalutuskäigu maale. Ülespidamiskulud moodustasid kogusummas 1350 senti. Kui palju tuleb keskmiselt igal õpilasel maksta, kui iga õpetaja 30 senti maksis?

**444.** Mesila omanik segas mesilaste toitmiseks 50 kg mett, 4 l vett ja 10 kg suhkrut, 55 senti kg. Segu tuli maksma 8050 senti. Kui palju maksab kg mett?

**445.** Kaupmees müüs 24 naela kohvi ja 35 naela suhkrut ja sai kokku 1970 senti. Mis maksab 1 nael suhkrut, kui tema hind 28 sendi võrra odavam on kui 1 nael kohvi?

**446.** Suurkaupmees müüs 84 kg teed, 260 kg kohvi, 96 kg suhkrut ja 155 kg tubakat ja sai selle kauba eest üldse 109280 senti. Kui palju maksab 1 kg kohvi, kui tubakas kohviga samas hinnas on, kg teed maksab aga 50 sendi võrra rohkem kui kg kohvi, kuna aga kg suhkrut 145 sendi võrra odavam on kui kg kohvi?

**447.** Kaupmees segas kaht sorti tubakat: 180 senti ja 260 s. kg. Segu hulk oli 120 kg ja segu hind 210 senti kg. Mitu kg võttis ta kallimat sorti tubakat?

**448.** Ajalehemüüjal on 100 senti raha: 5- ja 3-sendilised. Mitu viiesendilist raha on tal, kui kolme- ja viiesendilisi on kokku 28 raha?

**449.** Suurkaupmehel on kaht sorti villast riiet: 600 senti ja 950 senti meeter. Neist riideist müüs ta riigiasutisele 300 meetrit, võttes keskmiselt 850 senti meetrist. Mitu meetrit odavamat riiet müüs kaupmees, kui ta kogu kauba pealt 26 000 senti teenis?

**450.** Jahuaidas on kodumaa nisupüüli, 12 senti nael, ja Ameerika püüli, 18,5 senti nael. Kaupmees segas $12^1/_2$ puuda seda püüli ja müüs segu 16,5 senti nael, kusjuures ta 300 senti kasu sai. Kui palju võttis ta seguks kodumaa nisupüüli?

**451.** Kui kaupmees saadetise sinepit ära müüb, võttes kg eest 1000 senti ja saades seejuures 25% kasu; kui ta veel ära müüb saadetise kohvi, mis 25 kg võrra sinepisaadetisest raskem on, võttes kg eest 230 senti ja saades seejuures 15% kasu, ja kui ta viimaks veel ära müüb sinepisaadetisest 2 korda suurema saadetise seepi, võttes 90 senti kg ja saades seejuures $12\frac{1}{2}$% kasu, siis saab ta üldse 4750 senti kasu. Mitu kg oli sinepit?

**452.** Kahe kapitali summa on 1645 senti. Üks neist on antud $3\frac{3}{5}$%-ga 4 aastaks 3 kuuks, teine $4\frac{1}{2}$% 2 aastaks 1 kuuks kasu kandma. Kui suur on esimene kapital, kui mõlemad kapitalid ühepalju kasu tõid?

**453.** Kaupmees segas 60 naela kompvekke, 65 senti nael, kallima sordi kompvekkidega, mille naela hind 85 senti. Kui kaupmees tahab teenida 20%, siis peab ta segu naelast 84 senti võtma. Mitu naela paremat sorti kompvekke võttis kaupmees?

**454.** Kaupmees segas 40 kg kohvi, 260 senti kg, ning 60 kg odavamat sorti kohvi ja sai 15% kasu, müües segu 230 senti kg. Kui palju maksab kaupmehel enesel kg odavamat sorti kohvi?

## § 14. Hulkliikmete jagamine.

**Et hulkliiget jagada üksliikmega, seks tarvis hulkliikme iga liige jagada antud üksliikmega ja saadud jagatised kirjutada teineteise juurde nende märkidega.**

$$(12a^5b^3 - 20a^4b^7c^2 + a^3b^5d) : 4a^3b^2 = 3a^2b - 5ab^5c^2 + \tfrac{1}{4}b^3d.$$

Jagada:

**455.** $(40a + 40b) : 40.$ **456.** $(15a + 9b) : 3.$

**457.** $(24x - 32y) : -8.$ **458.** $(30a + 20b - 40c) : 5.$

**459.** $(35a - 49b + 14c - 28d) : 7.$

**460.** $(8am + 14an) : -2a.$

**461.** $(24ax + 6bx - 20cx) : 4x.$

**462.** $(50ax + 20x - 40bx) : -10x.$

**463.** $(9a^2b + 6abc - 12abcd) : 3ab.$

**464.** $(14a^2xy - 35ax^2y) : -7ax.$

## § 15. Võrrandid.

**465.** $ax = b;\ a = bx.$ **466.** $3ax = m;\ mx = n + p.$

**467.** $5b = mx;\ 9mx = ab.$ **468.** $a - 5x = a + b - c.$

**469.** $a + 4x - 3b = a + 3b.$ **470.** $ab - 5 + 3x = 7 + ab - c.$

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada üldisel kujul; pärast üldkujulise juure leidmist leida tema arvsuurus, tarvitades seks ülesandeis antud väärtusi:

**471.** Ühel põllul on $a$ rukkihakki, teisel põllul $b$ haki võrra vähem. Mitu rukkihakki on teisel põllul? $a = 135$; $b = 75$.

**472.** Ühest perekonnast on vabrikus töös isa, poeg ja tütar. Leida selle perekonna aasta-sissetulek, kui isa teenib aastas $m$ senti, poeg $n$ sendi võrra vähem kui isa ja tütar $p$ sendi võrra vähem kui kui poeg. $m = 110000$; $n = 38000$; $p = 36000$.

**473.** Kui liita isa ja poja aastate arvud, siis saame $a$ aastat; seejuures on teada, et isa on $b$ aasta võrra vanem kui poeg. Kui vana on kumbki? $a = 116$; $b = 28$.

**474.** Riigirentnik sai $c$ puuda heinu. Saadud heinad pani ta kolme kuhja nii, et teise sai $d$ puuda võrra vähem kui esimesesse ja kolmandasse $e$ puuda võrra vähem kui teise. Mitu puuda heinu oli igas kuhjas? $c = 800$; $d = 100$; $e = 50$.

**475.** Rätsep ostis $a$ arssinat kalevit, $m$ senti arssin; sellest kalevist õmbles ta $b$ pihikut ja müües sai ta iga pihiku eest $p$ senti. Kui palju kasu sai rätsep sellest tööst? $a = 24^1/_2$; $m = 600$; $b = 7$; $p = 2700$.

**476.** Kaupmees arvab, et kui ta müüb kõik oma villase riide ära $m$ senti arssin, siis saab ta $a$ senti kahju; müüb ta aga kõik oma riide, võttes iga arssina eest $n$ senti, siis saab ta $b$ senti kasu. Kui palju riiet on kaupmehel? $m = 380$; $a = 5600$; $n = 420$; $b = 1600$.

**477.** Koolile osteti ühesugune hulk lepa- ning haavapuid ja maksti nende eest kokku $a$ senti. Kui palju osteti kumbagi sorti puid, kui jooksev süld lepapuid maksab $k$ senti, jooksev süld haavapuid aga $m$ senti? $a = 168000$; $k = 1200$; $m = 800$.

**478.** Aednik müüs oma puukoolist $k$ sendi eest tundmatu hulga karusmarja- ja punase sõstra põõsaid; iga karusmarja-põõsa eest võttis ta $a$ senti, iga punase sõstra põõsa eest aga $b$ senti. Mitu põõsast kumbagi sorti müüs aednik, kui ta karusmarja-põõsaid müüs $d$ võrra vähem kui punase sõstra põõsaid? $k = 3100$; $a = 30$; $b = 20$; $d = 30$.

**479.** Kolmes tükis on $s$ meetrit sitsiriiet; teises tükis on $m$ korda, aga kolmandas tükis on $n$ korda rohkem sitsiriiet kui esimeses tükis. Mitu meetrit sitsiriiet on igas tükis? $s = 186$; $m = 2$; $n = 3$.

**480.** Talunik müüs $s$ puuda kaeru kolmele ostjale; esimesele müüs ta $m$ korda vähem kaeru kui kahele ülejäänule kokku; teisele müüs ta $n$ korda vähem kui kolmandale ostjale. Mitu puuda kaeru müüs talunik igale ostjale? $s = 375$; $m = 2$; $n = 4$.

**481.** Kolmes külas on ühtekokku $s$ elanikku; esimeses külas on $a$ elaniku võrra rohkem kui teises, kuid teises külas on $n$ korda rohkem elanikke kui kolmandas külas. Mitu elanikku on igas külas? $s = 630$; $a = 80$; $n = 5$.

**482.** Kuldsepp müüs $s$ sendi eest kullast taskukella, keti ja ripatsi. Müües hindas kuldsepp ripatsi $p$ sendi võrra odavamaks kui keti, aga keti hindas ta $m$ korda odavamaks kui taskukella. Kui kallilt hindas kuldsepp iga asja üksikult? $s = 41000$; $p = 5000$; $m = 2$.

**483.** Osteti $a$ arssinat villast riiet ja $b$ arssinat puuvillast riiet, kokku $s$ sendi eest. Kui palju maksab arssin seda ja teist sorti riiet, kui arssin villast riiet maksab $n$ korda rohkem kui arssin puuvillast riiet? $a = 54$; $b = 45$; $s = 20700$; $n = 3$.

**484.** $m$ naistöölist ja $n$ meestöölist said kokku $s$ senti. Kui palju sai iga naistööline ja iga meestööline, kui $a$ naistöölisele maksti sama palju kui $b$ meestöölisele? $m = 25$; $n = 46$; $s = 30\,500$; $a = 5$; $b = 3$.

## § 16. Astendamine.

**Tehet, mille abil leitakse antud suuruse aste, nimetatakse astendamiseks.**

**Positiivse suuruse igasugune aste on positiivne suurus.**

**485.** $\underline{(\frac{2}{3})^3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \underline{\frac{8}{27}}$; $8^3$; $12^2$; $11^3$; $(\frac{1}{5})^3$; $(\frac{2}{3})^4$; $(\frac{5}{6})^2$; $(0{,}5)^2$; $(0{,}02)^3$; $(5{,}1)^3$.

**Negatiivse suuruse paarisarvulised astmed on positiivsed, paarita-arvulised astmed aga negatiivsed.**

**486.** $(-8)^2 = -8 \cdot (-8) = \mathbf{64}$; $\mathbf{(-5)^3} = -5 \cdot (-5) \cdot (-5) = \mathbf{-125}$; $(-2)^5$; $(-3)^3$; $(-5)^4$; $(-6)^2$; $(-\frac{2}{3})^5$; $(-\frac{1}{3})^4$; $(-\frac{3}{7})^2$; $(-\frac{5}{7})^3$; $(-0{,}2)^5$; $(-2{,}2)^2$; $(-0{,}02)^8$; $(-1{,}1)^3$.

**Et korrutist astendada, seks tarvis astendada iga tegur lahus.**

$$\boldsymbol{(xyzt)^2} = (xyzt) \cdot (xyzt) = \boldsymbol{x^2y^2z^2t^2}.$$

**487.** $(2.3.10)^2$; $(11.2.5)^2$; $(mnp)^5$; $(cdef)^7$; $(-ab)^3$; $(-mn)^4$; $(abc)^m$; $(bdf)^n$; $(2a)^3$; $(-7a)^3$; $(2abc)^5$; $(-3xyz)^4$.

**Et astet astendada, seks tarvis astmenäitajad korrutada.**

$$\boldsymbol{(m^3)^4} = m^3 \cdot m^3 \cdot m^3 \cdot m^3 = \boldsymbol{m^{12}}.$$

**488.** $(a^5)^2$; $(b^7)^3$; $(-a^3)^4$; $(-m^2)^5$; $(-a^6)^3$; $(-a^5)^{2n}$; $(-b^4)^{2n+1}$; $(2a^4)^3$; $(7a^3b^2)^3$; $(4a^nb^m)^3$; $(3a^mb^4)^n$; $(-0{,}3a^2b^p)^4$; $(-1\frac{1}{2}a^2b^{2m+1})^4$; $(-0{,}01a^{2-m}b^n)^5$.

Et murdu astendada, seks tarvis astendada murru lugeja ja nimetaja lahus.

$$\left(\frac{k}{m}\right)^3 = \frac{k}{m}\cdot\frac{k}{m}\cdot\frac{k}{m} = \frac{k^3}{m^3}.$$

489. $(\frac{4}{5})^2$; $(-\frac{3}{11})^2$; $(-\frac{5}{6})^3$; $(\frac{4}{7})^3$; $\left(\frac{c}{d}\right)^2$; $\left(-\frac{c}{d}\right)^3$; $\left(\frac{k}{m}\right)^a$; $\left(-\frac{k}{m}\right)^{2n}$; $\left(-\frac{k}{m}\right)^{2n+1}$; $\left(\frac{1}{a}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{a}\right)^4$; $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^4\right]^3$; $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^5\right]^2$; $\left(\frac{4\,ac}{m}\right)^3$; $\left(-\frac{5\,a^4b}{3\,c^3d}\right)^2$.

## § 17. Juurimine.

Astendamisel on kaks vastastehet: **juurimine ja logaritmimine.**

Näiteid: 1) $\sqrt{64} = 8$, **sest et** $8^2 = 64$;

2) $\sqrt[5]{a^{10}} = a^2$, **sest et** $(a^2)^5 = a^{10}$.

490. $\sqrt{4}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{400}$; $\sqrt{10\,000}$; $\sqrt[4]{81}$; $\sqrt[6]{64}$; $\sqrt[8]{256}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt[4]{b^8}$; $\sqrt[6]{c^{18}}$; $\sqrt{9a^2b^4}$; $\sqrt{64\,x^4y^6}$; $\sqrt[4]{16\,m^{24}n^{16}}$.

491. $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[3]{64}$; $\sqrt[3]{216}$; $\sqrt[3]{343}$; $\sqrt[3]{1000}$; $\sqrt[3]{729}$; $\sqrt[7]{128}$; $\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[5]{243}$; $\sqrt[3]{+a^3}$; $\sqrt[5]{+b^5}$; $\sqrt[9]{c^9}$; $\sqrt[3]{x^6}$; $\sqrt[3]{y^9}$; $\sqrt[3]{z^{15}}$; $\sqrt[3]{8\,x^3y^6}$; $\sqrt[5]{32\,a^5b^{10}c^{15}d^{25}}$.

**Et korrutist juurida, seks tarvis juurida iga tegur eraldi.**

492. $\sqrt[3]{8.27} = 2\,.\,3 = 6$; $\sqrt[5]{32\,.\,100\,000}$; $\sqrt[4]{16\,.\,81}$; $\sqrt[3]{125\,.\,1000}$; $\sqrt{25\,.\,49\,.\,111}$.

**Et murdu juurida, seks tarvis juurida murru lugeja ja nimetaja eraldi.**

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

493. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; $\sqrt[3]{-\frac{27}{216}}$; $\sqrt[4]{\frac{16}{256}}$; $\sqrt{\frac{625}{676}}$; $\sqrt{\frac{48\,.\,3}{125\,.\,5}}$; $\sqrt{\frac{63\,.\,7}{80\,.\,20}}$; $\sqrt{\frac{847\,.\,7}{216\,.\,6}}$; $\sqrt{\frac{52\,.\,325}{891\,.\,99}}$; $\sqrt{\frac{15^2-1}{\sqrt{50^2-48^2}}}$; $\sqrt{\frac{26^2-1}{\sqrt{5^2-4^2}}}$; $\sqrt{\frac{\sqrt{113^2-112^2}}{19^2-11^2}}$; $\sqrt{\frac{5(7^2-3^2)}{\sqrt{82^2-80^2}}}$.

**Et astet juurida, seks tarvis astmenäitaja jagada juurenäitajaga.**

$$\sqrt[3]{x^{12}} = x^{12:3} = x^4, \text{ sest et } (x^4)^3 = x^{12}.$$

**494.** $\sqrt{a^6 b^4 c^2}$; $\sqrt[3]{x^9 y^{12} z^{15}}$; $\sqrt[4]{m^4 n^{32}}$; $\sqrt[5]{t^{25} u^5 v^{10}}$; $\sqrt[11]{a^{22} b^{55}}$.

Antagu leida ruutjuur arvust 974169.

$$\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{97'4\,1'69} = \mathbf{987}. \\
 & 81 \\
\hline
188 & 16\ 4'1 \\
8 & 15\ 0\ 4 \\
\hline
1967 & 1\ 3\ 76'9 \\
7 & 1\ 3\ 76\ 9 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

Ruutjuure leidmiseks rühmitasime antud arvu 974169 paremalt poolt alates kahenumbrilisteks rühmadeks. Käesoleval juhul on ka viimane rühm (97) kahenumbriline, kuid teissuguse arvu juures oleks võinud see rühm olla ka ühenumbriline. Et otsitava juure esimest numbrit leida, seks leidsime ruutjuure 97-me kõige suuremast ruudust, s. o. 81-st. Ruutjuure esimene number on 9. Et ruutjuure teist numbrit leida, seks lahutame esimesest rühmast (97) arvu 9 ruudu (81), toome alla järgmise rühma (41) ja nõnda saadud arvu (1641) kümneliste arvu (164) jagame kahekordse leitud juurega (18); saime numbri 8, mille kohta proovimise abil selgusele jõudsime, et tema kõlbabki ruutjuure teiseks numbriks. Ruutjuure viimase numbri 7 leidsime samal viisil kui teise numbri.

Antagu veel leida ruutjuur arvust 13363360000 ja arvust 165649.

$$\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{1'\,33'6\ 3'3\ 6'00'00} = \mathbf{115600}. \\
 & 1 \\
\hline
21 & 3'3 \\
1 & 2\ 1 \\
\hline
225 & 12\ 6'3 \\
5 & 11\ 2\ 5 \\
\hline
2306 & 1\ 3\ 8\ 3'6 \\
6 & 1\ 3\ 8\ 3\ 6 \\
\hline
 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{16'56'49} = \mathbf{407}. \\
 & 16 \\
\hline
807 & 564'9 \\
7 & 564\ 9 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

Leida ruutjuur:

**495.** 289; 529; 841.

**496.** 1156; 5329; 1764.

**497.** 7921; 12996; 55696.

**498.** 61504; 132496; 316969.

**499.** 804609; 974169; 14899600.

**500.** 24314761; 25482304.

**501.** 60481729; 12345654321.

**502.** 4169672329; 9409000000.

**503**. 3136000000 ; 942490000. **504**. 424360000 ; 1226960784.
**505**. 7923492196 ; 2831729796. **506**. 1377968641 ; 491971779649.
**507**. 250109011881 ; 1024212817156.
**508**. 90322347493249.

Olgu tarvis leida ruutjuur kümnendmurrust: 772,84 ja harilikust murrust: $\frac{6883}{455625}$.

$$\sqrt{7'72',84} = 27,8$$

$$\begin{array}{r|l}
 & 4 \\
\hline
47 & 37'2 \\
7 & 3\,2\,9 \\
\hline
54\,8 & 4\,38'4 \\
8 & 4\,38\;4 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

$$\sqrt{\frac{6883}{455625}} = \frac{\sqrt{6883}}{\sqrt{455625}} = \frac{83}{675}$$

Leida ruutjuur:

**509**. 7,5076 ; 772,84 **510**. 0,082369 ; 6037,29.
**511**. 74,1321 ; 0,857476. **512**. 10,227204 ; 1033,6225.
**513**. 0,10745284 ; 3686,9184. **514**. 68,956416 ; 0,008464.
**515**. 49,632025 ; 66,308449. **516**. 256,096009 ; 346,220449.
**517**. 0,00008649 ; 0,00005476.
**518**. 0,0000258064 ; 0,0000165649.
**519**. $\frac{361}{576}$ ; $4\frac{53}{169}$ ; $10\frac{86}{121}$.
**520**. $\frac{10816}{18225}$ ; $\frac{2205225}{4528384}$ ; $\frac{1232100}{5303809}$.

Iga arv ei ole mingi teise arvu ruut, seepärast ei ole võimalik igast arvust täpsat ruutjuurt leida, küll võime aga selle juure väärtusi niisuguse täpsusega leida, kui ise soovime.

Olgu näiteks tarvis leida ruutjuur arvust 5. Et arv 5 ei ole mingi teise täisarvu ruut (ka mingi murru ruut ei ole ta), siis ei ole võimalik arvust 5 leida täpsat ruutjuurt.

Hakkame tema ligikaudseid väärtusi otsima.

$$\sqrt{5} = 2,23606\ldots$$

$$\begin{array}{r|l}
 & 4 \\
\hline
4\,2 & 1\,0\,0 \\
2 & \;\;8\,4 \\
\hline
4\,4\,3 & 1\,6\,0'0 \\
3 & 1\,3\,2\,9 \\
\hline
4\,4\,6\,6 & 2\,7\,1\,0'0 \\
6 & 2\,6\,7\,9\,6 \\
\hline
4\,4\,7\,2\,0\,6 & 3\,0\,4\,0\,0\,0'0 \\
6 & 2\,6\,8\,3\,2\,3\,6 \\
\hline
 & \;\;3\,5\,6\,7\,6\,4\ldots
\end{array}$$

| Täpsalt kuni | Juur | |
|---|---|---|
| | Puudusega | Liiaga |
| 1 | 2 | 3 |
| 0,1 | 2,2 | 2,3 |
| 0,01 | 2,23 | 2,24 |
| 0,001 | 2,236 | 2,237 |
| 0,0001 | 2,2360 | 2,2361 |
| 0,00001 | 2,23606 | 2,23607 |
| ... | ... | ... |

Leida ruutjuur täpsalt kuni 0,001:

**521.** 2; 3; 10.
**522.** 20; 51; 366.
**523.** 4711; 0,4; 2,5.
**524.** 0,049; 0,00372; 3,141592.
**525.** 14,4; 0,169; 0,00225.
**526.** $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{19}{40}$.
**527.** $5\frac{13}{50}$; $27\frac{5}{8}$; $142\frac{11}{80}$.
**528.** $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$.

Leida ruutjuur täpsalt kuni 0,0001:

**529.** 3,4; 0,007; 6,35.
**530.** 0,00215; 0,00954835; 0,0000681.
**531.** 0,5; 50; 0,05.
**532.** 14; 140; 1,4.
**533.** 0,14; 0,014; 122.
**534.** 12,2; 1,22; 1200.

**535.** Täisnurkse kolmnurga kaatet $a = 25{,}45$ sm ja kaatet $b = 37{,}25$ sm. Kui suur on selle täisnurkse kolmnurga hüpotenuus $c$?

**536.** Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus $c = 215{,}45$ sm ja kaatet $b = 182{,}75$ sm. Kui suur on selle täisnurkse kolmnurga teine kaatet $a$?

## § 18. Logaritmimise mõiste.

Logaritmimine on astendamise teine vastastehe.

**Tehet, mille abil astme ja astme aluse kaudu leitakse astme näitaja, nimetatakse logaritmimiseks.**

$$lg_5\ 125 = 3, \text{ sest et } 5^3 = 125.$$

Astmenäitajat 3 nimetatakse **logaritmiks,** arv 5 on **alus** ja arv 125 on **logaritmitav arv.**

**537.** $lg_5\, 25 = 2$, **sest et** $5^2 = 25$
$lg_9\, 729 =$
$lg_{10}\, 100 =$
$lg_8\, 512 =$

**538.** $lg_{10}\, 1000 =$
$lg_4\, 64 =$
$lg_3\, 81 =$
$lg_2\, 16 =$

**539.** $lg_2\, 2^5 =$
$lg_3\, 3^2 =$
$lg_a\, a^n =$

**540.** $lg_{\frac{1}{2}}\, \frac{1}{4} =$
$lg_{\frac{1}{2}}\, \frac{1}{16} =$
$lg_{\frac{1}{3}}\, \frac{1}{9} =$

Seame kokku mingi arvu, näiteks arvu 2-he astmete tabeli.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $2^0 =$ | 1 | $2^{11} =$ | 2048 | $2^{22} =$ | 4194304 |
| $2^1 =$ | 2 | $2^{12} =$ | 4096 | $2^{23} =$ | 8388608 |
| $2^2 =$ | 4 | $2^{13} =$ | 8192 | $2^{24} =$ | 16777216 |
| $2^3 =$ | 8 | $2^{14} =$ | 16384 | $2^{25} =$ | 33554432 |
| $2^4 =$ | 16 | $2^{15} =$ | 32768 | $2^{26} =$ | 67108864 |
| $2^5 =$ | 32 | $2^{16} =$ | 65536 | $2^{27} =$ | 134217728 |
| $2^6 =$ | 64 | $2^{17} =$ | 131072 | $2^{28} =$ | 268435456 |
| $2^7 =$ | 128 | $2^{18} =$ | 262144 | $2^{29} =$ | 536870912 |
| $2^8 =$ | 256 | $2^{19} =$ | 524288 | $2^{30} =$ | 1073741824 |
| $2^9 =$ | 512 | $2^{20} =$ | 1048576 | $2^{31} =$ | 2147483648 |
| $2^{10} =$ | 1024 | $2^{21} =$ | 2097152 | $2^{32} =$ | 4294967296 |

Säärase tabeli abil võib tehteid suurte arvudega märksa kergemaks teha. Nimelt võib:

1) antud suurte arvude korrutamise asemel liita vastavad väikesed arvud;

2) antud suurte arvude jagamise asemel lahutada vastavad väikesed arvud;

3) antud suurte arvude astendamise asemel korrutada vastavad väikesed arvud ja

4) antud suurte arvude juurimise asemel jagada vastavad väikesed arvud.

a) Antagu näiteks korrutada arvud: 131072 ja 32768. Ülemalpool kokku seatud tabelit silmas pidades võime kirjutada:

$$\mathbf{131072 \cdot 32768 = 2^{17} \cdot 2^{15} = 2^{17+15} = 2^{32} = 4294967296.}$$

**541.** 1024 . 1048576. **542.** 2048 . 16384.
**543.** 4194304 . 512. **544.** 65536 . 8192.
**545.** 2097152 . 1024. **546.** 32768 . 65536.

b) Antagu näiteks jagada arvud: 2147483648 ja 33554432.

$$\mathbf{2147483648 : 33554432 = 2^{31} : 2^{25} = 2^{31-25} = 2^{6} = 64.}$$

**547.** 4294967296 : 524288. **548.** 134217728 : 131072.
**549.** 2147483648 : 16384. **550.** 1073741824 : 32768.
**551.** 536870912 : 4096. **552.** 134217728 : 8192.

d) Antagu näiteks ruutida arv 16384.

$$\mathbf{16384^{2} = (2^{14})^{2} = 2^{28} = 268435456.}$$

**553.** $65536^2$; $8192^2$. **554.** $32768^2$; $2048^2$.
**555.** $1024^3$; $512^3$. **556.** $128^3$; $256^3$.
**557.** $256^4$; $64^5$; $16^7$. **558.** $128^4$; $32^5$; $32^6$.

c) Antagu näiteks leida $\sqrt[5]{1073741824}$.

$$\mathbf{\sqrt[5]{1073741824} = \sqrt[5]{2^{30}} = 2^{30:5} = 2^{6} = 64.}$$

**559.** $\sqrt{4294967296}$. **560.** $\sqrt{67108864}$.
**561.** $\sqrt[3]{1073741824}$. **562.** $\sqrt[4]{16777216}$.
**563.** $\sqrt[5]{33554432}$. **564.** $\sqrt[7]{268435456}$.

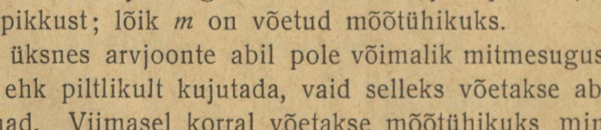
Ülaltoodud arvu 2 astmete tabeli varal oli võimalik otsusele jõuda, et logaritmid meie vaeva ja aega tehete arvutamisel, kus esinevad suured arvud, märksa vähendavad. Harilikult valmistatakse logaritmide tabelid alusel 10. Säärasest logaritmide tabelist võime iga positiivse täisarvu ja murru logaritmi leida ja seeläbi logaritmide abil korrutamist, jagamist, astendamist ja juurimist lihtsamaks teha.

## III OSA.

# Graafilisest kujutamisest; funktsioonide sissejuhatus.

### § 1. Graafilise kujutamise mõiste.

Kui on tarvis jõgede pikkust, mägede kõrgust, sademete rohkust jne. võrrelda, siis on selleks isesugune viis, mida nimetatakse tähendatud suuruste **piltlikuks** ehk **graafiliseks kujutamiseks**. Et näiteks jõgede pikkusi võrrelda, selleks võetakse sirglõigud, mille pikkused suhtuvad nagu jõgede pikkused. Olgu antud võrrelda Pärnu jõe pikkus (130 km) Narva jõe pikkusega (70 km). Et nende jõgede pikkustele leida vastavalt sirglõike ehk a r v j o o n i, mille pikkused oleksid samas vahekorras kui jõgede pikkused, tuleb valida mõõtühik, mis antud juhul olgu näit. iga 10 km kohta $1/2$ sm. Pärnu jõe pikkuse arvjoone leidmiseks asetame $1/2$ sm 13 korda sirgjoonele, kuna Narva jõe pikkuse arvjoone leidmiseks mõõtühikut on tarvis sinna asetada ainult 7 korda (1. joonis). Siin saame jõgede pikkusi kujutavad arvjooned.



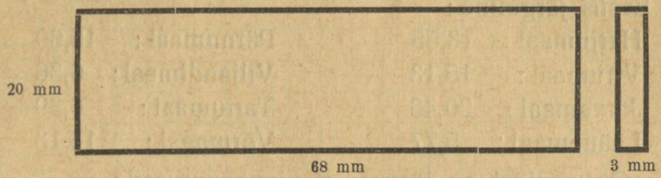
1. joonis.

Arvjoon *AB* kujutab graafiliselt Pärnu jõe pikkust, *CD* aga — Narva jõe pikkust; lõik *m* on võetud mõõtühikuks.

Mitte üksnes arvjoonte abil pole võimalik mitmesuguseid suurusi graafiliselt ehk piltlikult kujutada, vaid selleks võetakse abiks ka pinnad ja kehad. Viimasel korral võetakse mõõtühikuks mingi ruut või kuup ja konstrueeritakse püstkülikud ehk kehad.

Näiteks vaatame suuruste võrdlemise juhtu püstkülikute abil. On teada, et maikuul 1921. a. oli Eesti vabariigi laiaröööpalisel raudteel sõitjaid (arvud on ümmarguseks tehtud) 340 000, kuna kitsarööpalisel raudteel samal ajal oli sõitjaid 15 000. Võrrelda antud sõitjatehulki püstkülikute abil.

Kui võtame iga tuhande sõitja kohta mõõtühikuks 4 $mm^2$, siis peab laiarööpalise raudtee sõitjate arvu tähendav püstkülik sisaldama 1360 $mm^2$, kuna kitsarööpalise raudtee sõitjate arvu tähendav püstkülik aga vastavalt 60 $mm^2$ sisaldab. Seda näeme 2. joonisel.




2. joonis.

Järgnevad ülesanded graafiliselt lahendada:

**565.** Graafiliselt kujutada järgmiste jõgede pikkus: Keila jõgi 70 v., Kasari jõgi 75 v., Kunda jõgi 55 v., Väike Emajõgi (Pühajärvest Võrtsjärveni) 60 v. ja Suur Emajõgi 80 v.

**566.** Samuti kujutada järgnevate jõgede pikkusi: Mississippi 7000 km, Leena 4600 km, Aamur 4500 km ja Niilus 6000 km.

**567.** Graafiliselt püstjoonte abil võrrelda järgnevate mägede kõrgus: Väike Munamägi 244 m, Megaste mägi 209 m.

**568.** Samuti võrrelda järgnevate mägede kõrgus: Ebavere mägi 480 jalga, Emumägi 544 j. ja Kellavere mägi 510 j.

**569.** Püstkülikute abil võrrelda Eesti vabrikutööliste arvu tööstusalade järele 1. jaan. 1920. a., iga 100 töölise peale üht ruutu millimeeterpaberil mõõtühikuks võttes, kui teada on, et nimetatud ajal oli tekstiiltööstuses 6000 töölist, puutööstuses 1000 t., paberitööstuses 1300 t., nahatööstuses 200 t., metallitööstuses 1800 t., keemiatööstuses (ilma viinavabrikuteta) 500 t., mineraalide ümbertöötuses 1200 t., toidu- ja maitseainete tööstuses 400 töölist.

**570.** Maakondade järele jagunevad Eesti raudteed kilomeetrites järgmiselt:

| | Riigiraudtee: | | Eraraudtee: |
|---|---|---|---|
| Maakond | Laiarööp. | Kitsarööp. | Kitsarööp. |
| Harju | 138,3 | 31,3 | 94,0 |
| Viru | 191,3 | 7,5 | — |
| Järva | 15,0 | 48,6 | 46,0 |
| Lääne | 44,6 | — | — |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pärnu | — | — | 145,0 |
| Viljandi | — | — | 56,7 |
| Tartu | 126,2 | — | — |
| Võru | 119,4 | — | — |

Kujutada graafiliselt: 1) riigi laia- ja kitsarööpalise ja eraraudtee üldist pikkust; 2) sedasama üksikute maakondade järele.

**571.** Riigi- ja eraraudteede kilomeetrite arv iga 10 000 elaniku kohta on Eestis järgmine:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Harjumaal: | 13,55 | Pärnumaal: | 15,69 |
| Virumaal: | 15,13 | Viljandimaal: | 6,36 |
| Järvamaal: | 20,46 | Tartumaal: | 6,89 |
| Läänemaal: | 5,77 | Võrumaal: | 14,13 |

**572.** Ookeanidel on järgnevad pinnasuurused:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Suur ookean | 175 | miljonit | ruutkm. |
| Atlandi „ | 90 | „ | „ |
| Lõuna-Jäämeri | 19 | „ | „ |
| Põhja- „ | 15 | „ | „ |

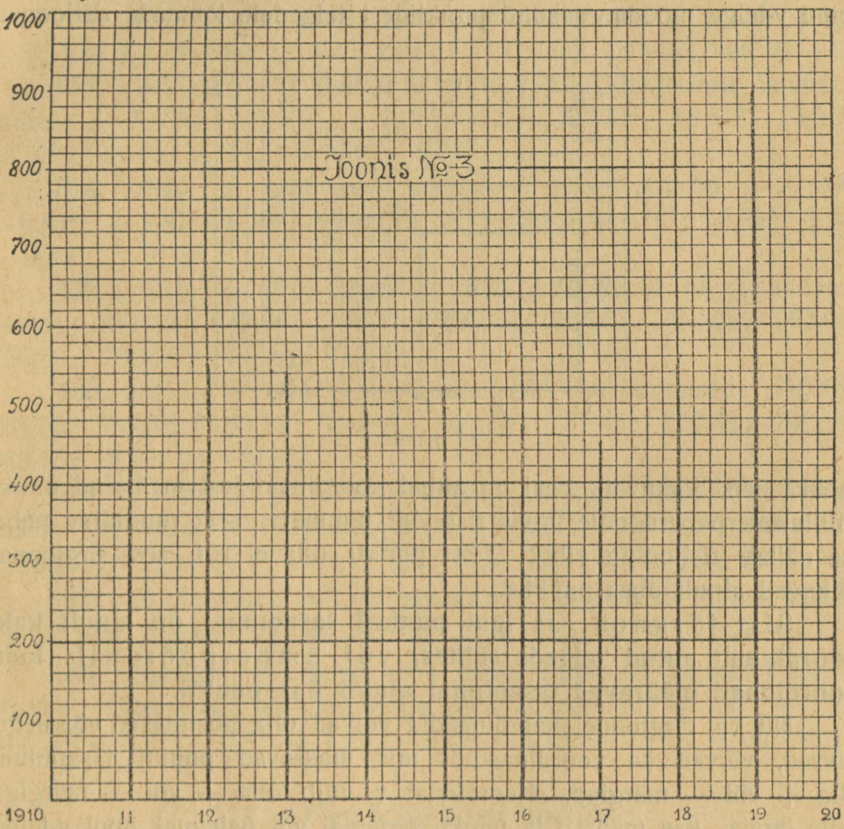
## § 2. Koordinaatide teljed.

Vaatame läbi järgmise ülesande. H. Treffneri asut. gümnaasiumis õppis 1910. a. kuni 1920. a. ümmargustes arvudes õpilasi: 590, 570, 550, 540, 590, 520, 470, 450, 550, 900 ja 990. Seada kokku graafiline kujutis õpilaste arvu muutuvustest nimetatud gümnaasiumis.

Ülesannet võib lahendada sarnaselt jõgede pikkuse võrdlemisega. Kuid siin katsume teisiti toimetada. Kõige pealt paigutame antud aastad sirgjoonele, neid alguspunktist 0-st paremale poole seades, võttes iga aasta jaoks mõõtühikuks 1 sm. Õpilaste arvu võrdlemiseks aga tarvitame arvjoont, mille saame nii, kuis seda nägime jõgede pikkuste võrdlemisel. Ainuke vahe, et me neid ei sea enam rõhtsalt (horisontaalselt) teineteisega kõrvuti, vaid asetame igaühe vastava aasta kohta aastatejoonele risti tõmmatud joontele (vt. 3. joonis). Kohad, kus ristjoon kõrgemale tõuseb, satuvad ühte õpilaste arvu kõige suurema rohkusega koolis, kuna joone lühenemine õpilaste arvu vähenemist kujutab.

Õpilaste hulka näitavaid ristjooni võime õige lihtsalt teisiti leida. Seks tõmbame aastate joonele alguspunktist ristjoone. Sellele joonele märgime õpilaste arvu, võttes mõõtühikuks $^1/_{10}$ mm iga õpilase kohta, otsime ristjoonel vastava punkti üles ja viime rööbiti rõhtjoonele vastava aasta kohta üle, kuhu me ta siis ka ära märgime. Sel punktil on alati üks ja sama asend, üks ja sama kaugus kahest vastastikku risti seisvast joonest, kui aga mõõtühikud on vastavalt võrdsed võetud.

Neid kaht vastastikku risti seisvat joont, mille abil saab tasapinnal kindlasti ära määrata punkti asendi, nimetatakse **koordinaatide**

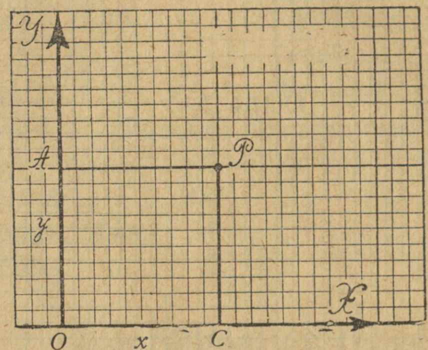



3. joonis.

**telgedeks.** Punkti, milles koordinaatide teljed lõikuvad, nimetatakse koordinaatide **alguspunktiks.**

Otsitavad punktid asuvad koordinaatide telgede vahel kindlas kauguses niihästi ühest kui teisest teljest. Kaugust rõhtsast ehk ***x*-teljest** loetakse temale risti oleva ***y*-telge** mööda, kuna kaugust *y*-teljest loetakse *x*-telge mööda, alguspunktist alates. Näit. 4. joonisel on punkti $P$ kaugus $x$-teljest ristjoon $PC$ ehk $OA$ ja punkti $P$ kaugus $y$-teljest — ristjoon $AP$ ehk $OC$. $OC$ ja $OA$ on **punkti $P$ koordinaadid,** kusjuures $OC$ märgitakse $x$ ja $OA$ $y$ tähega. Nii siis on punktil kaks koordinaati: $x$ ja $y$. Teisi koordinaate ei või punktil $P$ olla, sest tal ei ole teissugust kaugust antud telgedest kui $CP = OA = y$ ja $AP = OC = x$.

Kui aga koordinaadid on antud, siis tuleb üks neist võtta $x$-, teine $y$-telge mööda, saadud punktidest telgedele tõmmata ristjooned,




4. joonis.

ja kus need lõikuvad, seal on antud koordinaatidest määratud punkt. Millimeeterpaberil pole tarvis ristjooni tõmmata, sest ruuduline paber ise näitab ristjoonte sihti. Teist punkti olla ei või, sest sirgjooned lõikuvad ainult ühes punktis.

Siit järgneb, et **igal punktil tasapinnal on ainult kaks koordinaati antud telgede suhtes,** või ümberpöördult, **kaks koordinaati määravad tasapinnal ainult ühe punkti.**

Nii kui sirgjoonel koordinaadid võivad olla positiivsed või negatiivsed, võivad ka koordinaadid, mis määravad punkti tasapinnal, olla + või — märgiga. Koordinaat $x$ võib olla + või — märgiga, selle järele, kas määrab ta punkti paremal või pahemal pool $y$-telge, kuna $y$ koordinaat võib olla positiivne või negatiivne selle järele, kas ta määrab punkti üleval- või allpool $x$-telge.

Et punkti $P$ kaks koordinaati ära määravad, siis märgime seda nii: $P(x,y)$, kus $x$ ja $y$ sulgudes tähendavad punkti $P$ koordinaate.

573. Koordinaatide tasapinnal leida punktid, mille koordinaadid on järgmised: 1) 3 ja 4; 2) —4 ja 7, 3) +3 ja —5; 4) —2 ja —7, 5) 0 ja 2; 6) 0 ja —4; 7) 6 ja 0, 8) —6 ja 0 ja 9) 0 ja 0.

574. Konstrueerida kolmnurk, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) $P_1$ (2; 4), $P_2$ (—2; 5), $P_3$ (0; 8); 2) $P_1$ (6; —2), $P_2$ (—3; +2) ja $P_3$ (0; 5).

575. Konstrueerida nelinurk, mille tippude koordinaadid on järgmised: 1) $P_1$ (0; 4), $P_2$ (3; 2), $P_3$ (3; —3), $P_4$ (0; 0); 2) $P_1$ (7; 7), $P_2$ (3; 2), $P_3$ (—4; —3), $P_4$ (—6; 4).

Järgnevate ülesannete tarvis kokku seada graafik:

576. Ühel päeval näitas termomeeter järgmiselt: kell 6 homm. —5°, kell 9 —2°, kell 12 +4°, kell 15 +7°, kell 18 +5°, kell 21 +2°.

577. 1914. a. olid Tartus järgmised kuu keskmised temperatuurid: —7,80°; —0,97°; —1,33°; 4,76°; 11,23°; 15,51°; 20,91°; 13,57°; 9,94°; 2,41°; —1,17°; 0,01°.

578. 1915. a. olid kuu keskmised temperatuurid: —7,09°; —5,91°; —7,87°; 3,66°; 8,94°; 21,71°; 17,13°; 14,76°; 10,06°; 2,56; —2,44°; —9,38°.

579. 1914. a. olid järgmised kuu keskmised õhurõhumised: 749,61; 751,32; 747,66; 753,31; 755,18; 755,07; 753,22; 753,08; 750,63; 759,76; 753,41; 753,12.

580. 1915. a. olid kuu keskmised õhurõhumised: 747,69; 754,53; 749,46; 753,19; 754,62; 753,18; 751,46; 750,89; 749,99; 763,15; 750,36 ja 749,61.

581. Loomulik juurdekasv tuhande inimese kohta oli üksikuil aastail 1892 kuni 1901 Järvamaal (N. Köstner: Rahvaarvu kasvamine Eestimaal): 10,4; 10,4; —1,1; 6,5; 11,2; 10,7; 13,1; 9,2; 9,9 ja 8,2.

582. H. Treffneri asut. gümnaasiumi lõppklassis õppis aastast 1910—1920 õpilasi: 36, 34, 36, 40, 33, 44, 33, 33, 41, 40 ja 45.

583. Sarlakihaige poisi keha temperatuur oli esimesel päeval 40,3° C. Järgnevail päevil muutus keha temperatuur +1,4°; —1,9°; +0,3°; —0,8°; —0,7°; +1,2°; —0,6°; —1,1°; —0,7° ja —0,8° võrra.

## § 3. Funktsiooni mõiste.

Meid ümbritsevas looduses on mitmesugused suurused teineteisega nii seotud, et ühe suuruse muutumine teise suuruse muutmise enesega kaasa toob. Et suuruste sidusust ja vastastikku muutuvust tundma õppida, selleks vaatame järgnevat näidet.

Olgu püstküliku üks külg *a* meetrit, teine külg *b* meetrit pikk. Vaatame, missuguses sidususes muutuvad antud püstküliku külje- ja pinnasuurused.

Püstküliku pind $x = a \cdot b$.

Jäägu üks külg $a$ muutmata ja võrdugu 4 meetriga. Anname teisele küljele järgemööda väärtused 1, 2, 3, 4,... meetrit.

Vaatame, missuguseid muutusi pinna suuruses toob ühe külje muutmine kaasa.

Kui $b = 1$, siis $x = 4 \cdot 1 = 4$
„ $b = 2$, „ $x = 4 \cdot 2 = 8$
„ $b = 3$, „ $x = 4 \cdot 3 = 12$ jne.

Antud tingimustel on meil tegemist kolme suurusega. Üks neist suurustest on **jääv ehk konstantne** suurus, kuna kaks suurust muutuvad nii, et ühe suuruse muutumisega ka teine suurus vastavalt muutub. Need suurused on **muutuvad** suurused.

Suurust, mis teiste suuruste muutuvusest oleneb, nimetatakse **olenevaks** suuruseks ehk **funktsiooniks,** kuna seda muutuvat suurust, millest oleneb funktsioon, nimetatakse **põhisuuruseks** ehk **argumendiks.** Sidusust argumendi ja funktsiooni vahel nimetatatakse **funktsionaalseks sidususeks.**

## § 4. Funktsiooni graafiline kujutamine.

Olgu antud ülesanne: Osteti $x$ kanamuna, 2 senti tükk. Kui palju maksti kanamunade eest.

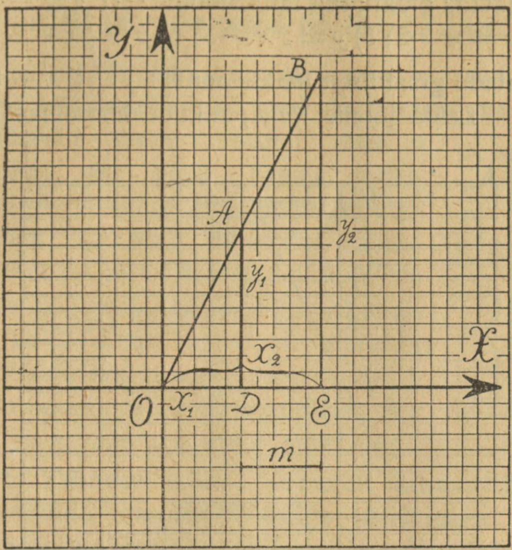
Maksti $y = 2x$ marka.

Suurus 2 on jääv suurus, kuna $x$ ja $y$ on muutuvad, kusjuures $y$ suurus oleneb täitsa $x$ suurusest, sest kui mune rohkem ostetakse, siis tuleb ka rohkem maksta. Sellepärast on $x$ — argument, $y$ — funktsioon, kuna $y = 2x$ on funktsionaalne sidusus ülesandes antud suuruste vahel.

Vaatame $y$ muutuvust, kui $x$-le anname väärtused $x = 0$, 1, 2, 3 jne., ja seame sellekohase tabeli kokku.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | . | . | . |
| $y$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | . | . | . |

Et funktsiooni $y = 2x$ graafiliselt kujutada, selleks vaatame tabelis antud $x$ ja $y$ väärtusi paaristikku, kui terve rea punktide koordinaate. Tuleb ainult need punktid millimeeterpaberil tähendada, nagu seda eespool nägime. Kui me need punktid ühendame järjestiku sirgjoonega, siis on punkte ühendav joon sirgjoon (5. joonis).




5. joonis.

## § 5. Mõnede funktsioonide graafiline kujutamine.

Näide: Üks arv võrdub kahekordse teise arvuga pluss 3. Olgu esimene arv $y$, teine arv $x$; siis võime kirjutada, et $y = 2x + 3$.

Et graafiliselt kujutada saadud funktsiooni $y = 2x + 3$, tuleb kõige pealt seada tabel kokku, kus $x$-i väärtuste $-3$ $-2$, $-1$, 0, 1, 2, 3 jne. järele on leitud $y$ väärtused.

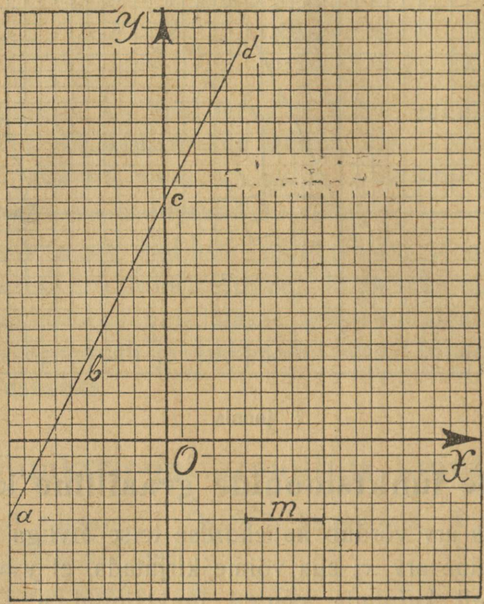
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | ... | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| $y$ | ... | $-3$ | $-1$ | $+1$ | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |

Tabelis antud $x$ ja $y$ väärtusi vaatame paaristikku kui terve rea punktide koordinaate, mille järele me millimeeterpaberil nõutavad punktid leiame ja sirgjoontega ühendame. Saadud joon on jällegi sirgjoon (6. joonis).

Samuti kujutatakse graafiliselt kõiki esimese astme funktsioone. Sirgjoone asendi määramiseks on tarvis ainult kaks punkti Et graafiliselt kujutada esimese astme funktsiooni, mis sirgjoone annab, on tarvis ainult kaks punkti koordinaatide järgi üles leida ja sirgjoonega ühendada. Saadud sirgjoon kujutabki graafiliselt funktsiooni.

584. Kujutada graafiliselt funktsioonid: 1) $y = -x$; 2) $y = 3x$; 3) $y = \frac{1}{3}x$; 4) $y = x + 2$; 5) $y = 2x - 3$; 6) $y = \frac{1}{2}x + 2$; 7) $y = \frac{2}{3}x + 4$.

585. Kujutada graafiliselt funktsioonid: $y = 2x + 3$, $y = 3x + 5$ ja $y = 4x - 7$. Leida joonte lõikepunktide koordinaadid.




6. joonis.

586. Eelmise ülesande taoliselt toimetada funktsioonidega: $y = 3x - 2$, $y = x + 3$.

587. Joonistada sirged: $y = 2x + 3$, $y = 3x + 3$, $y = \frac{1}{2}x + 3$ ja $y = \frac{2}{3}x + 3$. Missuguses punktis lõikavad need jooned $y$-telge?

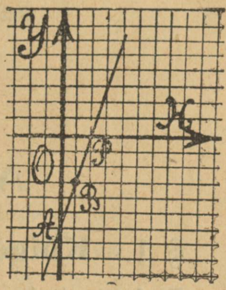
588. Joonistada sirged: $y = x - 4$, $y = 2x - 6$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ Leida joonte ja $x$-telje lõikepunktide koordinaadid.

589. Konstrueerida kolmnurgad, mille külgedeks on sirged: 1) $y = -0{,}25x$, $y = \frac{2}{3}x$ ja $y = \frac{2}{3}x + 4$; 2) $y = \frac{2}{3}x + 2\frac{1}{2}$, $y = 2\frac{2}{5}x - 6$ ja $y = -x + 1$. Leida kolmnurga tippude koordinaadid.

590. Konstrueerida kolmnurgad, mille külgedeks on sirged: 1) $y - 1{,}25x, y = 0{,}5x + 3$ ja $y = -0{,}5x - 5$. Leida kolmnurga tippude koordinaadid.

## § 6. Graafiline võrrandite lahendamise viis.

Graafiliselt lahendatakse esimese astme võrrandeid järgmiselt: Olgu antud esimese astme võrrand ühe tundmatuga: $3x + 7 = 13$. Viime 13 pahemale poole võrrandi ossa ja võrrutame saadud osa $y$-ga. Saame funktsiooni $y = 3x - 6$. Saadud funktsiooni kujutav joon on sirgjoon; ta peab kulgema punktid $A (0; -6)$ ja $B (1; -3)$. Funktsiooni kujutava joone leidmisega (7. joonis) on meil ka võrrandi juur $x$ teada. Tuleb ainult antud mõõtühikuga leida funktsiooni kujutava joone ja $x$-telje lõikepunkti $P$ kaugus koordinaatide alguspunktist. See kaugus on 2. Seega antud võrrandi juur $x = 2$.




7. joonis.

Juhis: **Et esimese astme võrrandit lahendada graafiliselt, selleks tuleb võrrand muundada kõige lihtsamaks, kõik liikmed ühele poole võrdsusmärki viia ja saadus $y$-ga võrrutada, saadud funktsioon graafiliselt kujutada ja funktsiooni kujutava joone ning $x$-telje lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist leida. Saadud kaugus ongi võrrandi juur.**

Lahendada graafiliselt:

**591.** $4 + x = 10$.
**592.** $x - 8 = 2$.
**593.** $18 - x = 6$.
**594.** $13 - x = 15$.
**595.** $3x = 12$.
**596.** $x . 5 = 15$.
**597.** $x : 4 = 8$.
**598.** $18 : x = 6$.
**599.** $5x + 3 = 28$.
**600.** $9x - 5 = 31$.
**601.** $28 + 3x = 7x$.
**602.** $42 - 5x = 2x$.
**603.** $3y + 18 = 5y$.
**604.** $19z - 14 = 12z$
**605.** $5y + 18 = 3y + 38$.
**606.** $7z - 5 = 3z + 3$.
**607.** $16x + 10 - 21x = 35 - 10x - 5$.
**608.** $7x - 9 - 8x = 23 - 15 - 18$.

IV OSA.

# Algebralised murrud.

## § 1. Kõige suurema ühise jagaja leidmine.

**Et leida kahe või mitme täisarvulise üksliikme kõige suurem ühine jagaja, seks tarvis leida nende üksliikmete kordajate kõige suurem ühine jagaja ja temale juurde kirjutada kõik ühised tähelised tegurid kõige väiksemate astmenäitajatega.**

Näide: $\left.\begin{array}{l} 45\,m^2n^3p^4 \\ 18\,m^4n^3p^2q^5 \end{array}\right\}\ 9\,m^2n^3p^2$ on k. s. ü. j.

Leida avaldiste kõige suurem ühine jagaja:

**609.** $ab$ ja $ac$; $abc$ ja $acd$. **610.** $xyz$ ja $txy$; $b^2$ ja $bc$.
**611.** $9mnp$ ja $15npq$. **612.** $8axz$ ja $12bxz$.
**613.** $6ab$ ja $4bc$. **614.** $9h^3k^2$ ja $6h^2k^3$.
**615.** $2a^2b$ ja $6ab^2$. **616.** $a^3x$ ja $ax^3$.
**617.** $9m^2n^2p$ ja $8mn^3$. **618.** $5x^3yz^2$ ja $20x^4yz$.
**619.** $21ab^3$ ja $12a^2b^3c$.

## § 2. Kõige väiksema ühise kordse leidmine.

**Et leida kahe või mitme täisarvulise üksliikme kõige väiksem ühine kordne, seks tarvis leida nende üksliikmete kordajate kõige väiksem ühine kordne ja temale juurde kirjutada kõik isesugused tähelised tegurid kõige suuremate astmenäitajatega.**

Näide: $\left.\begin{array}{l} 6a^3bd^2 \\ 5ac^3e \end{array}\right\}\ 30a^3bc^3d^2e$ on k. v. ü. k.

**620.** $cd$ ja $de$; $klm$ ja $mnp$. **621.** $bc$ ja $cd$; $mnp$ ja $mxy$.
**622.** $9mnp$ ja $15npq$. **623.** $8axz$ ja $12bxz$.
**624.** $4bc$ ja $6ab$; $a^3b$ ja $ab^3$. **625.** $3a^2x$ ja $6ax$.
**626.** $9m^3n^2$ ja $6m^2n^3$. **627.** $12a^2x^3y$ ja $21ax^3$.

628. $5a^3bc^2$ ja $20a^4bc$.
629. $9h^2k^2l$ ja $8kl^3$.
630. $bc$, $ab$ ja $cd$.
631. $abc$, $acd$ ja $bcd$.
632. $3x^3v$, $4xy^3$ ja $6x^2y^2$.
633. $6a^2b$, $4ab^2$, ja $12a^2b^2$.

## § 3. Murdude koondamine.

Näide:

$$\underbrace{9\,a^2\,x^2\,y^2}$$

$$\frac{27\,a^2\,x^2\,y^2}{9\,a^2\,x^4\,y^6} = \frac{3}{x^2\,y^4}.$$

Koondada murrud:

634. $\frac{28}{70}$; $\frac{45}{63}$; $\frac{60}{100}$.
635. $\frac{ab}{ac}$; $\frac{abdx}{bcdy}$; $\frac{7\,ax}{8\,ax}$.
636. $\frac{8\,abc}{12\,bcd}$; $\frac{9\,a^2}{15\,ab}$; $\frac{x}{4x}$.
637. $\frac{a\,(b+c)}{c\,(b+c)}$; $\frac{x-y}{2(x-y)}$.

## § 4. Samanimelised murrud.

Näide:

$$\underbrace{xy}$$

$$\frac{7\,a}{48\,b^5\,d^4} = \frac{7\,axy}{48\,b^5\,d^4\,xy};$$

$$\underbrace{6\,b^2\,d^3\,x}$$

$$\frac{3\,c^2}{8\,b^3\,dy} = \frac{18\,b^2\,c^2\,d^3\,x}{48\,b^5\,d^4\,xy};$$

$$\underbrace{16\,b^4\,d^2y}$$

$$\frac{2\,x^3}{3\,b\,d^2\,x} = \frac{32\,b^4\,d^2\,x^3\,y}{48\,b^5\,d^4\,xy}.$$

Teha järgnevad murrud samanimelisteks:

638. $\frac{m}{n}$ ja $\frac{p}{q}$; $\frac{x}{y}$ ja $\frac{x}{z}$.
639. $m$ ja $\frac{x}{y}$; $\frac{m}{n}$ ja $p$.
640. $\frac{a}{b}$ ja $\frac{1}{c}$; $\frac{1}{x}$ ja $\frac{y}{z}$.
641. $\frac{1}{m}$ ja $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{q}$ ja $\frac{1}{p^2}$.
642. $\frac{m}{3p}$ ja $\frac{n}{5\,q}$; $\frac{x}{7\,z}$ ja $\frac{z}{5\,y}$.
643. $\frac{a}{b^2x}$ ja $\frac{a}{bx^2}$; $\frac{1}{mnp}$ ja $\frac{1}{mnq}$.
644. $\frac{2b}{9\,amn}$ ja $\frac{5\,a}{3\,mn}$; $\frac{1}{5\,xy}$ ja $\frac{1}{35\,yzt}$.
645. $\frac{2b}{3\,m^2n}$ ja $\frac{7b}{6\,mn^2}$; $\frac{1}{9\,a^3\,b^2}$ ja $\frac{7}{8\,a^2\,b^3c}$.

646. $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ja $\frac{x}{y}$.

647. $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$ ja $\frac{1}{p}$.

## § 5. Algebraliste murdude liitmine ja lahutamine.

Näide:

$$\frac{19x}{y}-\frac{7x}{y}+\frac{x}{y}-\frac{10x}{y}=\frac{19x-7x+x-10x}{y}=\frac{3x}{y}.$$

648. $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}+\frac{z}{5}$.

649. $\frac{x}{5}-\frac{y}{5}-\frac{z}{5}$.

650. $\frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{6}{a}$.

651. $\frac{6}{a}-\frac{2}{a}-\frac{1}{a}$.

652. $\frac{5a}{x}+\frac{3b}{x}$; $\frac{5a}{x}-\frac{3b}{x}$.

653. $\frac{x}{m}+\frac{y}{m}-\frac{1}{m}$.

654. $\frac{6a}{n}+\frac{3a}{n}-\frac{5a}{n}$.

655. $\frac{19x}{y}-\frac{7x}{y}+\frac{x}{y}-\frac{10x}{y}$

656. $\frac{m+n}{x}+\frac{m-n}{x}$.

657. $\frac{2x+3y}{7}+\frac{x-y}{7}$.

658. $\frac{7a+5b}{10}-\frac{4a+2b}{10}$.

659. $\frac{14a-b}{5}-\frac{8a-3b}{5}+\frac{7a-2b}{5}$.

660. $\frac{20x+12y}{16}-\frac{12x+4y}{16}$.

## § 6. Algebraliste murdude korrutamine ja jagamine.

Näiteid:

1) $m\cdot\frac{a}{b}=\frac{ma}{b}$; 2) $\frac{a}{b}\cdot m=\frac{am}{b}$; 3) $\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=\frac{am}{bn}$.

661. $3\cdot\frac{2}{m}$; $5\cdot\frac{3}{n}$.

662. $8\cdot\frac{a}{3}$; $9\cdot\frac{b}{5}$.

663. $a\cdot\frac{b}{c}$; $x\cdot\frac{y}{z}$.

664. $a\cdot\frac{a}{b}$; $\frac{y}{13}\cdot 6$.

665. $\frac{a}{b}\cdot 9$; $\frac{x}{y}\cdot 11$.

666. $\frac{2}{3}m\cdot\frac{7}{8}n$; $\frac{5}{6}x\cdot\frac{3}{7}y$.

667. $a\cdot\frac{bc}{a}$; $a\cdot\frac{b+c}{d}$.

668. $m\cdot\frac{n-p}{p}$; $x\cdot\frac{x+y}{3z}$.

669. $3a\cdot\frac{b+c}{a}$; $m\cdot\frac{m+n}{m-n}$.

670. $4ab\cdot\frac{9cd}{2ab}$; $\frac{25uv}{27p^2q}\cdot 18p^2q^2$.

Näiteid: 1) $\frac{am}{b} : m = \overbrace{\frac{am}{b \,.\, m}}^{m} = \frac{a}{b}$; 2) $\frac{am}{b} : \frac{a}{b} = \overbrace{\frac{am \,.\, b}{b \,.\, a}}^{ab} = m$;

671. $\frac{7}{a} : 5$; $\frac{12}{-} : 3$.

672. $\frac{a}{c} : 3$; $\frac{20\,x}{y} : 5$.

673. $-\frac{3}{4} : a$; $\frac{a}{3} : (-4)$.

674. $\frac{40}{ab} : (-8)$; $-\frac{3\,x}{y} : (-x)$.

675. $\frac{7\,a}{bc} : 9$; $\frac{a}{b} : c$.

676. $\frac{m}{n} : m$; $\frac{4\,ab}{c} : a$.

677. $\frac{15\,ab}{4\,ce} : 2\,d$; $\frac{6\,mn}{5xy} : 4\,x$.

678. $\frac{18\,ab^2c}{19\,def} : 6\,cef$.

679. $a : \frac{b}{c}$; $7\,x : \frac{m}{n}$.

680. $1 : \frac{a}{b}$; $3\,a : \frac{a}{b}$.

## § 7. Võrrandid.

681. $\frac{x}{5} = 12$; $\frac{x}{14} = 7$.

682. $\frac{1}{3}\,x = 17$; $\frac{1}{10}y = 25$.

683. $\frac{3}{4}x = 18$; $\frac{4}{5}x = 32$.

684. $\frac{3\,x}{4} = 15$; $\frac{5\,x}{6} = 45$.

685. $\frac{5\,x}{11} = 75$; $\frac{8\,x}{13} = 96$.

686. $4\,x : 9 = 32$; $6\,x : 11 = 84$.

687. $2\frac{1}{4}x = 63$; $3\frac{1}{2}x = 77$.

688. $1\frac{3}{5}\,x = 96$; $8\frac{2}{3}\,x = 286$.

689. $\frac{15x}{4} = 225$; $\frac{23x}{7} = 322$.

690. $\frac{3}{x} = 10$; $\frac{8}{x} = 8$.

691. $\frac{36}{3\,x} = 4$; $\frac{280}{5\,x} = 8$.

692. $\frac{1}{3}x - 8 = 7$.

693. $\frac{1}{2}x + 7 = 20$.

694. $\frac{2}{3}x + 12 = 36$.

695. $\frac{3}{5}x - 13 = 20$.

696. $1\frac{1}{2}x + 8 = 32$.

697. $2\frac{1}{5}x - 43 = 100$.

698. $15 + \frac{3}{4}x = 42$.

699. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 28$.

700. $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 36$.

701. $\frac{2}{5}x + \frac{3}{8}x = 155$.

702. $\frac{7}{10}x - \frac{1}{4}x = 63$.

703. $5\frac{1}{4}x - 2\frac{3}{5}x\ 159$.

704. $2\frac{1}{2}x - 10 = 1\frac{3}{4}x + 8$.

Järgnevaist ülesandeist koostada võrrandid ja lahendada.

**705.** Missuguse arvu peame liitma murru $\frac{7}{13}$ lugeja ja nimetajaga, et saada murd $\frac{2}{3}$?

**706.** Missuguse arvu peame lahutama murru $\frac{13}{16}$ lugejast ja nimetajast, et saada murd $\frac{1}{4}$?

**707.** Leida murd, mille nimetaja on lugejast 4 võrra suurem, kui teada on, et see murd võrdub $\frac{2}{3}$-ga, kui tema liikmeid (lugejat ja nimetajat) viie võrra suurendada.

**708.** Missugune arv tarvis lahutada murru $\frac{1}{15}$ lugejast ja liita sama murru nimetajaga, et murd muutuks 0,3?

**709.** Kirjutada murd, mis võrduks murruga $\frac{4}{5}$ ja mille lugeja oleks nimetajast 19 võrra vähem.

**710.** Murd, mille nimetaja on 8 võrra lugejast suurem, võrdub $\frac{3}{7}$-ga siis, kui tema liikmeid 7 võrra vähendada. Leida see murd.

**711.** Jagada arv 68 kahte ossa nii, et $\frac{1}{3}$ esimesest osast oleks 12 võrra suurem kui teise osa $\frac{1}{5}$. Kui suured on need osad?

**712.** Jagada arv 100 kahte ossa nii, et esimese osa $\frac{2}{5}$ oleks kuue võrra vähem kui teise osa $\frac{3}{4}$. Kui suured on need osad?

**713.** Kui tundmatu arvuga liita 2, saadud summa korrutada 6-ga ja korrutisest lahutada 4, siis võrdub saadud vahe ja 7 jagatis tundmatu arvuga. Leida tundmatu arv.

**714.** Jagada arv 55 kahte ossa nii, et esimese osa ja 7 jagatis ning teise osa ja 4 jagatis oleksid võrdsed.

**715.** Jagada arv 59 kahte ossa nii, et esimese osa ja 3 jagatise ning teise osa ja 5 jagatise vahe võrduks 1-ga.

**716.** Päeviline sai augustikuus 25 tööpäeva eest 3450 senti raha ja 5 puuda rukkid; septembrikuus, kus tööjõudu samuti hinnati kui augustikuus, sai sama tööline 14 tööpäeva eest 2180 senti raha ja 2 puuda rukkid. Kui kalliks hinnati puud rukkid, kui ta hind oli kummalgi kuul üks ja sama?

**717.** Ärimehel oli kahele võlauskujale maksta kokku 990000 senti. Võla maksmiseks oli tal ainult 430000 senti; seepärast maksis ta ühele võlauskujale ainult poole ja teisele võlauskujale $\frac{1}{3}$ osa laenatud rahast. Kui palju raha võlgnes ärimees esimesele võlauskujale?

**718.** Perenaisel on maksta lihunikule ja piimamehele kokku 1000 senti. Perenaisel on praegu ainult niipalju raha käepärast, et ta lihunikule $\frac{4}{5}$ ja piimamehele $\frac{3}{4}$ võlgnevast summast võib ära tasuda, makstes seejuures lihunikule 490 sendi võrra rohkem kui piimamehele. Kui suur oli kummagi arve?

**719.** Ehitusmeistril on telliskivivabrikule maksta 8000 sendi võrra rohkem kui lauavabrikule. Kui palju võlgneb ta kummalegi vabrikule, kui $\frac{1}{3}$ lauavabriku arvest on 2400 sendi võrra suurem kui $\frac{1}{5}$ telliskivivabriku arvest?

720. Kaupmees peab oma naisega nõu välismaale reisida. Nad määrasid selleks sõiduks teatava summa Kui kaupmees üksi sõidaks, siis saaks ta selle summaga 24 päeva läbi; sõidaks naine üksi, siis saaks ta sama summaga 40 päeva läbi. Nad otsustasid viimaks koos välismaale sõita. Mitmeks päevaks jätkub neile määratud summat?

721. Üks toru täidab vesistu 21 ja teine 28 tunniga. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada mõlemad torud?

722. Ühe toru kaudu täitub tühi vesistu 2 tunni pärast, teise toru kaudu 3 tunni pärast. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada mõlemad torud?

723. Ühe toru kaudu täitub tühi vesistu 6 tunni pärast, teise toru kaudu 8 tunni pärast, kolmanda toru kaudu aga jookseb täidetud vesistu 4 tunniga tühjaks. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada kõik torud?

724. Aiamaa kaevamiseks tarvitab aednik 36 tundi; tema abiline teeks selle töö 45 tunniga. Mitme tunni pärast lõpetaksid nad töö, kui nad korraga tööle asuksid?

725. Üks maaler värvib toa põranda üksinda töötades 10 tunniga, teine maaler 12 tunniga. Mitme tunniga lõpetavad nad töö, kui mõlemad korraga tööle asuvad.

726 Kaks jalakäijat kõnnivad kahest külast teineteisele vastu. Esimene neist kõnniks kogu kahe küla vahemaa ära 5 tunniga, teine $7\frac{1}{2}$ tunniga. Millal kohtavad nad teineteist, kui nad kell 5 homm. teele asuvad?

727. Tartust sõidab sõjaväe mototsükletimees kell 8 homm. välja Võru sihis; samal ajal sõidab Võrust sõjaväe jalgrattamees Tartu sihis välja. Mototsükletimees sõidab nimetatud linnade vahemaa 4 tunniga, jalgrattamees aga 6 tunniga. Millal kohtavad nad teineteist?

728. Aurik sõitis kell 4 p. l. Haapsalust välja Heltermaa (sadam Hiiumaal) sihis. Teel tuli temale vastu teine aurik, mis $\frac{1}{4}$ tundi hiljem Heltermaalt välja sõitis. Millal kohtavad aurulaevad teineteist, kui esimene neist Haapsalu ja Heltermaa vahemaa 2 tunniga ja teine 3 tunniga ära sõidab?

729. Kaubarong sõitis kell 7 20 min. homm. Jõgevalt Tartu poole. Millal jõuab temale vastu erakiirrong, mis kell 8 15 min. Tartust välja sõitis, kui kaubarong Jõgeva ja Tartu vahe 2 tunniga ja kiirrong sama vahe $1\frac{1}{4}$ tunniga ära sõidab?

730. Augu kaevamiseks tarvitab üks töömees 12 ja teine töömees 8 tundi. Esimene töötas üksi 2 tundi, siis tuli temale teine töö-

mees abiks. Mitu tundi peavad nad veel üheskoos töötama, et tööd lõpetada?

731. Riigiametnik sõitis 4 nädalaks Kuressaarde suvitama. 10 päeva pärast sõitis tema juurde ootamata tema üliõpilasest vend. Mitmeks päevaks võivad nad kahekesi Kuressaarde jääda, kui üliõpilasest vend riigiametniku kulul peab elama ja kui üliõpilane selle rahaga, mis riigiametnik 4 nädalaga ära kulutab, võib 5 nädalat läbi saada?

732. Üks tööline tarvitab teatud töö lõpetamiseks $1\frac{1}{2}$ korda rohkem aega kui teine. Mitu tundi kulub esimesel töölisel selle töö lõpetamiseks, mis nad koos töötades 9 tunniga lõpetavad?

733. Vaenlasest piiratud linnas asuvale jalaväe-osale jätkuks moona $1\frac{1}{4}$ korda kauemaks ajaks kui ülejäänud sõjaväe-osadele. Mitu päeva saaks jalaväe-osa üksi selle moonaga läbi, kui viimast kõigile sõjaväe-osadele 20 päevaks jätkuks?

734. Isa on praegu oma vanemast pojast 2 korda vanem ja oleks 4 korda oma nooremast pojast vanem, kui viimane 1 aasta võrra noorem oleks. $10\frac{2}{3}$ aastat tagasi oli isa just 2 korda nii vana kui tema kahe poja aastate summa. Kui vana on isa praegu?

735. Isa on praegu 47 aastat vana; tema kolme poja aastate summa on 38. Mitme aasta eest oli poegade aastate summa 5 aasta võrra suurem kui $\frac{3}{5}$ isa aastate arvust?

736. Perekonnas on vanemate (isa ja ema) aastate summa 5 lapse aastate summast 2 korda suurem; $4\frac{1}{2}$ aasta pärast on vanemate aastate summa ainult 5 aasta võrra suurem kui $\frac{4}{3}$ osa laste aastate summast. Kui vana on isa nüüd, kui ta oma naisest $1\frac{1}{6}$ korda vanem on?

737. Isa, poja ja pojapoja aastate summa on 101. 2 aasta eest oli isa aastate hulk ainult 1 aasta võrra oma poja ja pojapoja kahekordsest aastate summast vähem. Kui vana on nüüd isa, poeg ja pojapoeg, kui poeg on oma pojast 8 korda vanem?

# V OSA.

## Liitvõrded.

### § 1. Mõned ülesanded suhete, vôrrete ja võrdeliste suuruste kordamiseks.

**738.** Leida järgnevate suuruste suhe:

5 ja $1\frac{1}{3}$; 1 ja $\frac{1}{4}$; 0,75 ja 0,003; 0,(4) ja 0,(2).

**739.** Leida $x$-i väärtus järgnevaist suhetest: a) $x : 0{,}125 = 1{,}6$; $x : 1\frac{3}{4} = 1\frac{1}{7}$; $x : 0{,}555\ldots = 4{,}5$; b) $1\frac{2}{3} : x = 0{,}333\ldots$; $0{,}024 : x = 0{,}12$; $1{,}(6) : x = 4{,}1(6)$; c) $0{,}02\,x : 0{,}25 = 0{,}96$; $0{,}4\,x : 0{,}(3) = 4$.

**740.** Leida $x$ ja $z$ väärtus, kui $0{,}1(6) : 0{,}8(3)\,x = 0{,}02$ ja kui $x : z = 0{,}5$.

**741.** Lühendada järgnevad suhted: 288 : 408; 30030 : 44044; 1024 : 960; 0,25 : 0,125.

**742.** Kõrvaldada suhete liikmetest murrud: $\frac{7}{15} : \frac{3}{10}$; $\frac{3}{4} : 1\frac{2}{5}$; $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{2}$; $0{,}(4) : 1{,}(2)$; $0{,}8(3) : 1\frac{2}{3}$; $0{,}41(6) : 1\frac{7}{12}$.

**743.** Kirjutada kolm paari paariti vastupidiseid suhteid.

**744.** Kuidas suhtuvad isekeskis kaks murdarvu, mille nimetajad on võrdsed?

**745.** Kuidas suhtuvad isekeskis kaks murdarvu, mille lugejad on võrdsed?

**746.** Leida $x$-i väärtus: 1) $x : 13 = 5 : 6\frac{1}{2}$; 2) $0{,}3 : x = 0{,}48 : 0{,}4$; 3) $x : 1\frac{2}{5} = 40 : 4\frac{2}{3}$; 4) $0{,}4(6) : 0{,}(6) = x : 2\frac{6}{7}$; 5) $1\frac{2}{3} : 1{,}(4) = 11\frac{7}{13} : x$; 6) $\frac{2}{3}x : \frac{1}{5} = 3\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$; 7) $1\frac{1}{2}x : \frac{3}{4} = 2\frac{1}{2} : 0{,}125$; 8) $\frac{5}{8} : 1\frac{1}{4} = \frac{5}{16}x : 20$; 9) $1{,}(1) : 3\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3} : \frac{4}{7}x$; 10) $6\frac{2}{3}\,a^2b^3 : 5ab^2 = x : 4\,a^2b^4$; 11) $x : \frac{3}{7}\,a^2b^3 = \frac{8}{3}a^5b^3 : \frac{6}{7}\,a^3b^2$.

Leida $x$-i avaldis:

**747.** $\frac{25\,b^2}{12a^3} : \frac{5\,b^4}{16\,ac^2} = x : \frac{10\,a^3b^3}{3\,c^4}$.

748. $\frac{36a^3y}{35z^2} : x = \frac{48ay^3}{z} : \frac{21z^2}{8a^2y^2}$.

749. $\frac{9ac^2}{25b^3} : \frac{35a^2b^2}{27c^3} = x \cdot \frac{45bc}{4a^4} : \frac{49a^2c^4}{36b^3}$.

750. Jõuda otsusele, missugused võrded on õiged, missugused mitte; viimasel juhul muundada võrre nii, et ta õige oleks: 1) $14:7 = 15:7{,}5$; 2) $16:24 = 1:\frac{2}{3}$; 3) $3\frac{1}{2}:14 = 1:3{,}8(9)$.

751. Moodustada järgnevaist võrretest liikmete ümberasetamise teel nii mitu uut võrret, kui on võimalik: 1) $8:2 = 24:6$; 2) $\frac{1}{3}:\frac{1}{6} = 1{,}5:0{,}75$; 3) $m:n = p:q$; 4) $x:y = t:u$.

752 Lühendada võrded: 1) $1760:40x = 480:220$; 2) $360:40x = 450:120$; 3) $14\,400:3600 = 5600:1400$.

753. Kõrvaldada võrrete liikmetest murrud: 1) $\frac{1}{4}:\frac{15}{26} = \frac{7}{30}:\frac{1}{2}$; 2) $27:24 = 0{,}2:\frac{8}{45}$; 3) $3\frac{1}{2}:0{,}4 = 10:1\frac{1}{7}$; 4) $2:0{,}(6) = 17{,}52:5\frac{21}{25}$.

754. Lahendada järgnevad pidevad võrded: 1) $4:x = x:1$; 2) $8:x = x:2$; 3) $x:12 = 3:x$; 4) $x:5 = 20:x$; 5) $121:x = x:1$.

755. Leida arvude geomeetriline keskarv: 1) 16 ja 9; 2) 20 ja 720; 3) 250 ja 40; 4) 11 ja 1100.

756 Leida arvude aritmeetiline keskarv: 1) 540 ja 638; 2) 729 ja 633; 3) 963, 291 ja 102; 4) 5442, 1122 ja 891.

757. Järgnevaist võrdseist korrutistest moodustada võrded: 1) $4\frac{1}{2} \cdot 2 = 12 \cdot \frac{3}{4}$; 2) $2\frac{1}{2} \cdot 0{,}8 = 5{,}5 \cdot 0{,}(36)$; 3) $2a = 3b$; 4) $3a = 5d$.

758. Tuletada meelde 5 paari pärivõrdelisi suurusi ja 3 paari vastuvõrdelisi suurusi.

## § 2. Liitvõrded.

**Liitvõrdeks nimetatakse niisugust võrret, mis saadakse, kui antud kahe või mitme võrde vastavad liikmed liidetakse, lahutatakse, korrutatakse või jagatakse.**

I. Antagu võrded: $24:12 = 16:8$ ja $12:6 = 18:9$.

1) Liidame võrrete vastavad liikmed:

$$(24+12):(12+6) = (16+18):(8+9)$$
$$36:18 = 34:17$$

2) Lahutame teineteisest võrrete vastavad liikmed:

$$(24-12):(12-6) = (16-18):(8-9)$$
$$12:6 = (-2):(-1).$$

3) Korrutame võrrete vastavad liikmed:
$(24 . 12):(12 . 6) = (16 . 18):(8 . 9)$
$288 : 77 = 288 : 72.$

4) Jagame võrrete vastavad liikmed:
$(24 : 12):(12 : 6) = (16 : 18):(8 : 9)$
$2 : 2 = \frac{8}{9} : \frac{8}{9}.$

Nagu näeme, on saadud 4 võrret õiged, sest et nende äärmiste ja keskmiste liikmete korrutised on võrdsed.

II. Antagu võrded: $20 : 10 = 24 : 12$ ja $9 : 3 = 12 : 4$.

1) Liidame võrrete vastavad liikmed:

$$(20 + 9):(10 + 3) = (24 + 12):(12 + 4)$$
$$29 : 13 = 36 : 16.$$

2) Lahutame võrrete vastavad liikmed:

$$(20-9):(10-3) = (24-12):(12-4)$$
$$11 : 7 = 12 : 8.$$

Saadud võrded (1. ja 2.) on ebaõiged, sest et nende äärmiste ja keskmiste liikmete korrutised ei ole võrdsed.

3) Korrutame võrrete vastavad liikmed:

$$(20 . 9):(10 . 3) = (24 . 12):(12 . 4).$$
$$180 : 30 = 288 : 48$$

4) Jagame võrrete vastavad liikmed:

$$(20 : 9):(10 : 3) = (24 : 12):(12 : 4).$$
$$\frac{20}{9} : \frac{10}{3} = 2 : 3.$$

Saadud võrded (3. ja 4.) on õiged, sest et nende keskmiste liikmete korrutis võrdub äärmiste liikmete korrutisega.

**Kahe või mitme antud võrde vastavaid liikmeid võib liita ja lahutada ainult siis, kui antud võrdeid moodustavate suhete nimetajad on võrdsed.**

**Korrutada ja jagada võib igasuguste antud võrrete vastavaid liikmeid.**

**759.** Järgnevaist võrdeist moodustada liitvõrded, kus võimalik on, liitmise, lahutamise, korrutamise ning jagamise abil; kus aga võimalik ei ole, seal ainult korrutamise ja jagamise abil: 1) $27 : 9 = 15 : 5$ ja $21 : 7 = 9 : 3$; 2) $9 : 4,5 = 11 : 5,5$ ja $4,5 : 2,25 = 7,5 : 3,75$; 3) $8 : 4 = 12 : 6$ ja $6 : 2 = 9 : 3$; 4) $4,5 : 1,5 = 7,5 : 2,5$ ja $5 : 1 = 10 : 2$; 5) $9 : 3 = 3 : 1$; $8 : 2 = 12 : 3$ ja $6 : 3 = 4 : 2$; 6) $22 : 11 = 44 : 22$; $6 : 3 = 4 : 2$ ja $12 : 6 = 10 : 5$.

VI OSA.

# Ülesannete liigid, milles esinevad võrdelised ja vastuvõrdelised suurused.

## § 1. Liht-kolmlause.

**Liht-kolmlauseks nimetatakse ülesannete liiki, milles leitakse kolmele antud arvule neljas arv, mis on antud arvudega võrdeline.**

Liht-kolmlause ülesandeis antakse **kaks suurust**; kummalgi suurusel esineb kaks väärtust, millest **ühe suuruse mõlemad väärtused** ja **teise suuruse üks väärtus on teada**, kuna aga teise suuruse teine väärtus **otsitavana** esineb Nõnda on siis liht-kolmlauses teada suuruste kolm väärtust ning otsitakse neile neljandat võrdelist väärtust.

**I juht: Suurused on võrdelised.**

Ülesanne: 5 arssina palituriide eest maksti 7500 senti. Mitu arssinat sama riiet võib osta 15750 sendi eest?

1) **Lahendamine võrde abil.**

7500 senti — 5 arss.
15750 „ — $x$ „

Et kauba hind ja kauba hulk on võrdelised suurused, siis kirjutame võrde: $x : 5 = 15750 : 7500$. Lahendades võrde leiame:

$$x = \frac{5 \, . \, 15750}{7500} \text{ arss.} = \frac{21}{2} \text{ arss.} = \mathbf{10{,}5} \text{ arss.}$$

2) **Lahendamine ühelise kaudu.**

7500 senti — 5 arss.
15750 „ — $x$ „

Kui 7500 sendi eest võib osta 5 arss. riiet, siis võib 1 sendi eest osta 7500 korda vähem riiet, s. o. $\frac{5}{7500}$ arss.; 15750 sendi eest võib aga 15750 korda rohkem riiet osta kui 1 sendi eest, s. o.

$$x = \frac{5 \, . \, 15750}{7500} \text{ arss.} = \frac{21}{2} \text{ arss.} = \mathbf{10{,}5} \text{ arss.}$$

**II juht: Suurused on vastuvõrdelised.**

Ülesanne: 24 saarlast kaevavad 30 päevaga kraavi. Mitu saarlast peab olema, et sama kraavi kaevamist 20 päevaga lõpetada?

1) **Lahendamine võrde abil.**

30 p. — 24 saarlast.
20 „ — $x$ „

Tööaja vältus ja tööliste hulk on vastuvõrdelised suurused.

$x : 24 = 30 : 20$; $x = \frac{24 . 30}{20}$ saarl. = **36** saarl.

2) **Lahendamine ühelise kaudu.**

30 p. — 24 saarl.
20 „ — $x$ „

30 p. — 24 saarl.
1 „ — 30 . 24 saarl.
20 „ — $\frac{30 . 24}{20}$ saarl.

$x = \frac{30 . 24}{20}$ saarl. = **36** saarl.

**760.** Einelauapidaja maksis 12 metspardi eest 546 senti. Kui palju oleks pidanud ta maksma 17 metspardi eest?

**761.** Korteripidaja maksab aastas 25800 senti üüri. Kui palju üüri maksab ta 5 kuus?

**762.** Puuhoovi tarvis osteti 17-aariline maa-ala ja maksti ta eest 31450 senti. Kui palju oleks tulnud maksma 23-aariline maa-ala?

**763.** 30 l piima sisaldab 21,1 l vett. Kui palju vett sisaldab 100 l seda piima.

**764.** 2,5 kg loomaliha kaotab praadimisel 0,45 kg. Kui palju kaotab praadimisel 17 kg sama liha?

**765.** Kaupmees tegi ostjale 100 sendi pealt 3 senti hinnaalandust. Kui palju hinnaalandust tuleb 1) 7 sendi; 2) 23 sendi kohta?

**766.** Leivaküpsetaja teenib 23 sendilise leiva pealt 4,6 senti. Kui palju teenib ta, kui ta 100 sendi eest leiba ära müüb?

**767.** Üks inimene tarvitab nädalas 0,45 kg võid. Kui palju võid tarvitab ta 3 nädalas ja 3 päevas?

**768.** 15 tunni 45 minuti jooksul jääb kell $10\frac{1}{2}$ sekundi võrra õigest ajast taha. Kui pika aja vältusel jääb sama kell $1\frac{1}{2}$ min. võrra õigest ajast taha?

**769.** 1 puuda 5 naela suhkru eest maksti 990 senti. Kui palju oleks tulnud maksta 2 p. 35 naela sama suhkru eest?

770. 20 naela püüli eest maksti 300 senti. Kui palju oleks tulnud maksta 2 p. $13\frac{1}{3}$ naela sama püüli eest?

771. 2250 senti tõid aasta jooksul 90 senti kasu. Kui palju kasu tuleb iga 100 sendi kohta?

772. 100 senti annab teatava kasu 12 kuu jooksul. Mitme kuu jooksul annab 160 senti sama kasu?

773. 2450 senti annab 2 kuu vältusel teatava kasu. Kui pika aja vältusel annab 100 senti sama kasu?

774. Iga 100 senti annab aasta vältusel 5 senti kasu. Kui palju kasu annab kapital 3580 senti sama aja vältusel?

775. Puusepp raiub sauna seinad üles 18 päevaga. Kui palju aega kulutavad selleks tööks 1) 3; 2) 9; 3) 12 puuseppa?

776. Heinte tagavara jätkub ühele lehmale 60 päevaks. Kui pikaks ajaks jätkub seda tagavara 1) 5; 2) 8; 3) 12 lehmale?

777. 4 töömeest lõpetavad töö 12 päevaga. Mitme päevaga lõpetavad 3 töömeest sama töö?

778. 7 töömeest teevad töö ära $6\frac{1}{2}$ tunniga. Kui palju aega kulub sama töö tegemiseks 10 töömehel?

779. 6 inimesele jätkub või-tagavara 4 päevaks. Kui pikaks ajaks jätkuks seda võid 2 inimesele?

780. Trükiladuja laob brošüüri valmis 7 päeva jooksul, kui ta iga päev 8 tundi tööd teeb. Mitu päeva kuluks sama töö lõpetamiseks, kui ta iga päev 9 tundi laoks?

781. Ümberkirjutaja lõpetab käsikirja kirjutamise 18 päeva pärast, kui ta päevas 8 tundi tööd teeb. Mitme päeva pärast lõpetaks ta käsikirja kirjutamise, kui ta päevas ainult 5 tundi töötaks?

782. Magasini omanik arvab, et kui iga päev põletada 9 lampi, siis jätkub petrooleumi-tagavara 24 päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks seda tagavara, kui iga päev põleks 8 lampi?

783. Tööliste-salgale, milles on 60 inimest, valmistati toidutagavara 15 päevaks; kiiremaks töö lõpetamiseks suurendati tööliste arvu 60 inimese võrra. Mitmeks päevaks jätkub sama tagavara tööliste suurendatud arvule?

784. Koolis jätkub 1 vaadist petrooleumist 20 päevaks, kui lambid iga päev $4\frac{1}{2}$ tundi põleksid. Mitmeks päevaks jätkuks seda petrooleumi-tagavara, kui lambid põleksid iga päev 5 tundi?

785. Kui igale madrusele anda päevas $1\frac{1}{2}$ n. leiba, siis jätkuks leiba kogu laevameeskonnale 15 päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks sama tagavara, kui igale madrusele antaks päevas $1\frac{1}{4}$ n. leiba?

786. Vaheseina ehitamiseks kulub 40 saelauda, $4\frac{1}{2}$ tolli laiad. Mitu sama pikka lauda kuluks samaks vaheseinaks, kui laua laius oleks 0,5 tolli endisest laiusest suurem?

787. Korteri tapeetimiseks kulub 70 rulli seinapaberit, mille laius on 1 arss. Mitu tükki seinapaberit kuluks sama korteri tapeetimiseks, kui paberi pikkus oleks endine, kuid laius oleks 14 verssokit?

788. Põrandaks kulub 51 põrandalauda, 8 arss. pikad ja 4 vers. laiad. Mitu põrandalauda kuluks samaks põrandaks, kui iga laud oleks 6 arssinat pikk ja $4\frac{1}{4}$ verssokit lai?

789. Tänava sillutamiseks tarvitati 2520 tahutud kivi, mille pikkus 2 jalga 2,4 tolli. Mitu tahutud kivi oleks kulunud samaks ettevõtteks, kui kivi laius oleks endine olnud, kuid pikkus oleks 2,64 tolli võrra endisest vähem olnud?

790. 0,4 sekundi vältusel jõuab hääl vees edasi 269 sülla võrra. Kui pika aja vältusel jõuab hääl vees 2 versta 345 sülla võrra edasi?

791. Celsiuse termomeetri $2\frac{1}{2}$ kraadi võrdub Réaumuri 2 kraadiga. Mitu kraadi näitab Réaumuri termomeeter siis, kui Celsiuse termomeeter näitab 37,5 kraadi?

792. Vesi on kõige tihedam siis, kui ta on Celsiuse termomeetri järele 4 kraadi soe. Avaldada see temperatuur Réaumuri termomeetri järele, teades, et 0,8(3) kraadi C = 0,(6) kraadiga R.

793. Avati vesistu 4 kraani, mis 10 tunni pärast poole vesistut täitsid. Mitu samasugust kraani peab veel avama, et pärast seda vesistu 8 tunni pärast täis saaks?

794. Ehitusmeister lubas 40 töölisega 24 päeva vältusel kivimaja seinad üles ehitada. Kui pool tööd tehtud oli, läksid 10 töölist ära. Mitme päeva pärast lõpetasid ülejäänud töölised ehituse?

Järgnevais ülesandeis avaldada antud ja otsitavate suuruste olenevus teineteisest võrrete näol, lahendada võrded üldisel kujul ja lõppeks leida saadud valemite arvsuurus.

795 Ühtlaselt liikuv keha jõuab $t$ minutis $s$ km võrra edasi. Mitme minutiga jõuab see keha $s_1$ km edasi? $s = 30$; $s_1 = 45$; $t = 20$.

796. Kindluse väeosa moodustavad $a$ sõdurit ühes ohvitseridega; selle väeosa jaoks valmistati toidutagavara $t$ päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks seda toitu, kui kindluse väeosa moodustaksid $b$ inimest? $a = 6000$; $t = 50$; $b = 7500$.

797. $k$ töölist lõpetavad töö $t$ päevaga. Mitme päevaga lõpetaksid sama töö $l$ töölist? $k = 21$; $t = 12$; $l = 18$.

**798.** Kapital $m$ senti toob $t$ kuu pärast teatava kasu. Mitme kuu pärast toob kapital $m_1$ senti sama kasu? $m = 1200$; $t = 7$; $m_1 = 2100$.

**799.** Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus võrdub $a$ meetriga, kuid suurem kaatet võrdub $b$ meetriga; teises täisnurkses kolmnurgas, mis esimesega on sarnane, võrdub hüpotenuus $a_1$ meetriga. Leida tema suurem kaatet. $a = 5$; $b = 4$; $a_1 = 12\frac{1}{2}$.

## § 2. Liit-kolmlause.

**Liit-kolmlauseks nimetatakse ülesannete liiki, milles leitakse 5-le, 7-le, 9-le jne. antud arvule 6-es, 8-as, 10-nes jne. arv, mis on antud arvudega võrdeline.**

Ülesanne: 25 kangrut kudusid 32 päeva jooksul 120 arssinat linast riiet, mis on 1 arss. $5\frac{1}{3}$ verssokit lai, kusjuures töö kestis igapäev $8\frac{1}{3}$ tundi. Mitme päevaga koovad 40 kangrut 320 arssinat riiet, kui riide laius oleks 0,75 arssinat ja töö kestaks igapäev ainult 4 tundi 10 min.?

**Lahendamine ühelise kaudu.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 25 kngr. | — 120 arss. | — $1\frac{1}{3}$ arss. | — $8\frac{1}{3}$ t. | — 32 päeva. |
| 40 „ | — 320 „ | — $\frac{3}{4}$ „ | — $4\frac{1}{6}$ „ | — $x$ „ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 25 kngr. | — 120 arss. | — $\frac{4}{3}$ arss. | — $\frac{25}{3}$ t. | — 32 päeva. |
| 1 „ | — 120 „ | — $\frac{4}{3}$ „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — 25 . 32 p. |
| 40 „ | — 120 „ | — $\frac{4}{3}$ „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32}{40}$ p. |
| 40 „ | — 1 „ | — $\frac{4}{3}$ „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32}{40 \cdot 120}$ p. |
| 40 „ | — 320 „ | — $\frac{4}{3}$ „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320}{40 \cdot 120}$ p. |
| 40 „ | — 320 „ | — 1 „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3}{40 \cdot 120 \cdot 4}$ p. |
| 40 „ | — 320 „ | — $\frac{3}{4}$ „ | — $\frac{25}{3}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4}$ p. |
| 40 „ | — 320 „ | — $\frac{3}{4}$ „ | — 1 „ | — $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3}$ p. |
| 40 „ | — 320 „ | — $\frac{3}{4}$ „ | — $\frac{25}{6}$ „ | — $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 6}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 25}$ p. |

$$x = \frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 6}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 25} \text{ p.} = \mathbf{60} \text{ päeva.}$$

**Lühendatud lahendamine ühelise kaudu.**

Märgime ära, missugused suurused on otsitavaga võrdelised ja missugused vastuvõrdelised

vastuvõrdel. vastuvõrdel.

võrdel. võrdel.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 kangr. | — | 120 arss. | — | 32 päeva | — | $1\frac{1}{3}$ arss. | — | $8\frac{1}{3}$ t. |
| 40 „ | — | 320 „ | — | $x$ „ | — | $\frac{3}{4}$ „ | — | $4\frac{1}{6}$ „ |

Nüüd kirjutame $x$-i väärtust tähendava murru lugejasse tundmatuga ühes püstreas asuva arvu 32 ja pärast seda vastuvõrdeliste suuruste suhted nõnda, nagu nad seisavad rakenduses, kuna aga võrdeliste suuruste suhted vastupidiselt kirjutame. Leiamegi $x$-i:

$$x = \frac{32 . 25 . 320 . \frac{3}{4} . 8\frac{1}{3}}{40 . 120 . 1\frac{1}{3} . 4\frac{1}{6}} \text{ päeva} =$$

$$= \frac{32 . 25 . 320 . 3 . 25 . 3 . 6}{4 . 3 . 40 . 120 . 4 . 25} \text{ päeva} = \mathbf{60} \text{ päeva.}$$

**800.** 5 ümberkirjutajat kirjutasid 8 päeva jooksul 180 poognat. Mitu poognat kirjutavad 4 samasugust ümberkirjutajat 9 päeva jooksul?

**801.** 15 hobust tarvitavad 20 päeva jooksul 120 puuda heinu. Kui palju heinu tarvitavad 12 hobust 15 päeva jooksul?

**802.** 5 seppa valmistavad 8 päevaga 4800 naela. Mitu naela valmistavad 6 seppa 7 päevaga?

**803.** 4 pumpa löövad 3 tunniga 36000 l vett. Mitu liitrit vett löövad 5 samasugust pumpa 2 tunniga?

**804.** 3 töölist ehitavad 30 päevaga kiviseina, mis on 25 m pikk. Kui pika samasuguse seina võivad ehitada 4 töölist 36 päevaga?

**805.** 20 lampi põletavad 6 tunniga 16 naela petrooleumi. Mitu naela petrooleumi põletavad 15 lampi $7\frac{1}{2}$ tunniga?

**806.** 10 raudlatti, mis ühepaksused ja mille pikkus on $7\frac{1}{2}$ m, kaaluvad 18 puuda 30 n. Kui palju kaaluvad 16 sama pikka raudlatti, kui iga lati pikkus on 6,25 m?

**807.** Kivimüüri ehitamiseks, mis 19,2 m pikk ja 8 m kõrge, kulus 45000 telliskivi; mitu samasugust telliskivi kuluks sama paksu, kuid 32 m pikkuse ja 6,4 m kõrguse müüri ehitamiseks?

**808.** Kapital 2400 senti annab aasta lõpul 192 senti kasu; kui palju kasu annab kapital 1000 senti $1\frac{1}{2}$ aasta pärast?

809. Keegi andis 1800 senti laenuks ja sai $7\frac{1}{2}$ kuu pärast 160 senti kasu; kui palju kasu saab, kui samade tingimustega anda laenuks 2400 senti 9 kuuks?

810. Kolm pumpa võivad täita 1575-pangelise vesistu 50 minutiga; mitme minutiga võivad 4 samasugust pumpa täita 1260-pangelise vesistu?

811. 3200 senti toob $1\frac{1}{2}$ aastas 480 senti kasu; kui pika aja jooksul saadakse 4200 sendist samade tingimustega 525 senti kasu?

812. 2400 senti toob 1 a. 3 kuu vältusel 240 senti kasu; missugusest kapitalist saab 1 a. 6 kuu pärast 4320 senti kasu?

813. Kui panka maksta 7200 senti, siis saab 1 a. $5\frac{1}{2}$ kuu pärast 630 senti kasu; kui palju raha tarvis maksta panka, et $6\frac{2}{3}$ kuu pärast saada 312,5 senti kasu?

814. 6 müürseppa võivad ehitada 10 sülla pikkuse kivist valli 10 päevaga, kui nad iga päev 9 tundi töötavad. Mitme päeva jooksul võiksid 3 müürseppa ehitada samasuguse 8 sülla pikkuse valli, kui nad iga päev 8 tundi töötavad?

815. 20 sülla pikkuse ja 4 arssina kõrguse müüri ehitamiseks kulus 28800 telliskivi, mille pikkus 6 verssokit. Mitu samasugust $6\frac{1}{2}$ verssoki pikkust telliskivi läheks sama paksu, kuid 26 sülla pikkuse ja 5 arssina kõrguse müüri ehitamiseks?

816. Ühes magasinis põleb 18 elektrilampi iga päev $6\frac{2}{3}$ tundi ja 24 päeva pärast maksti elektrivabriku juhatusele 1800 senti; teises magasinis põlevad samasugused elektrilambid iga päev $7\frac{1}{2}$ tundi ja 20 päeva pärast maksti arve 1500 senti. Mitu lampi on teises magasinis?

817. 4 ümberkirjutajat kirjutavad 6 tunniga 12 poognat. Mitme tunniga kirjutavad 2 masinalkirjutajat 15 poognat, kui masinalkirjutaja kirjutab sel ajal 5 poognat, kui käega kirjutatakse ainult 3 poognat?

818. Ehitusmeister ehitas maja; 20 päeva jooksul töötasid 6 töömeest iga päev 9 tundi ja ehitasid $\frac{2}{3}$ kogu tööst. Mitu töömeest peab juurde lisama, et kõik töömehed koos, töötades iga päev 10 tundi, lõpetaksid ehituse ülejäänud osa 6 päevaga?

819. Käsipump lööb 3 tunniga 600 pange vett. Mitu pange vett lööb aurupump 2 tunniga, kui käsipumba ja aurupumba tööjõud moodustavad suhte 2 : 5?

820. 15 töömeest kaevavad kraavi 30 päevaga valmis. Mitme päevaga kaevavad 25 töömeest teise kraavi valmis, kui esimese ja teise kraavi pikkused suhtuvad nagu 3 : 4?

**821.** 15 meestöölist koristavad talu vilja 10 päeva jooksul, kui nad iga päev 9 tundi töötavad. Kui pika ajaga koristavad sama talu vilja 20 naistöölist, töötades iga päev 10 tundi, kui meestöölise ja naistöölise tööjõud suhtuvad nagu $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$?

**822.** Uue maja põrandateks kulus 80 ühesugust teatavate mõõdetega põrandalauda. Kui palju laudu kulub teise samasuguse maja põrandateks, kui nende laudade pikkuse ja endiste laudade pikkuse suhe on $8:9$ ja nende laudade laiuse ja endiste laudade laiuse suhe on $5:4\frac{1}{2}$?

**823.** Töölistesalga tarvis muretseti toitu 48 päevaks; töölisi ilmus $\frac{1}{5}$ osa võrra vähem, kui neid ilmuma pidi, kuid igale ilmunud töölisele anti iga päev $\frac{1}{5}$ osa võrra rohkem toitu, kui arvati anda. Kui pikaks ajaks jätkub toitu?

## § 3. Lihtprotsendid.

**Üht sajandikku ($\frac{1}{100}$) osa mingist suurusest nimetatakse protsendiks**[1].

**Protsendi sümbol on** %, mis on tuletatud arvust 100 ja mis aja jooksul oma kuju on muutnud. Nõnda on $\frac{12}{100}$ mingist suurusest 12% ja vastupidi: 7% on $\frac{7}{100}$ mingist suurusest.

**824.** Kirjutada järgnevad murrud protsendi kujul: 1) $\frac{1}{100}$ 2) $\frac{3}{100}$; 3) $\frac{17}{100}$; 4) $\frac{114}{100}$; 5) $\frac{265}{100}$; 6) $\frac{3}{10}$; 7) $\frac{1}{5}$; 8) $\frac{1}{2}$; 9) $\frac{3}{25}$; 10) $\frac{5}{50}$;

**825.** Kujutada järgnevad suurused murru kujul:
1) 1%; 2) 2%; 3) 7%; 4) 41%; 5) $2\frac{1}{2}$%; 6) $7\frac{1}{4}$%; 7) $22\frac{3}{4}$%; 8) 100%; 9) 125%; 10) 125%.

**826.** Missuguse osa ühelisest moodustab: 1) 20%? 2) 10% 3) 25%? 4) 50%? 5) 5%? 6) 4%? 7) 2%? 8) $4\frac{1}{2}$%? 9) $5\frac{1}{5}$%? 10) $9\frac{3}{4}$%? 11) $17\frac{3}{5}$%?

**827.** Leida:

| | |
|---|---|
| 1) 1% 300 sendist | 2) 5% 400 sendist |
| 3) 25% 600 „ | 4) 20% 150 „ |
| 5) 50% 40 „ | 6) 28% 80 „ |
| 7) $\frac{1}{2}$% 300 „ | 8) $\frac{1}{4}$% 600 „ |

**Rahasummat, mis laenuks antuna või mõnel muul teel kasu annab, nimetatakse alguskapitaliks.**

**Alguskapitalist saadavat kasusummat nimetatakse protsentrahaks, intressiks ehk protsentideks.**

[1] Tuletatud ladina keelest: pro centum — saja eest, saja pealt.

**100 sendi pealt ühe aasta pärast saadavat kasusummat nimetatakse protsendimääraks ehk protsendiks.**

**Alguskapital ühes temast saadud protsentrahaga moodustab lõppkapitali.**

Isikut, kes raha laenuks annab, nimetatakse **laenuusaldajaks** ehk **kreeditoriks,** kuna aga isikut, kes raha laenab, **laenajaks** ehk **deebitoriks** nimetatakse.

Protsente sisaldavates ülesannetes tuleb tegemist teha viie suurusega:

**alguskapitaliga, protsendimääraga, protsentrahaga, lõppkapitaliga** ja **ajaga,** mille lõpul alguskapital teatava kasusumma annab.

Need suurused olenevad teineteisest järgmiselt:

1) **protsentraha on võrdeline alguskapitaliga, protsendi määraga ja ajaga,** sest mida suurem on alguskapital, mida suurem on protsendimäär ja mida pikem on aeg, seda suurema protsentraha summa me saame;

2) **alguskapital ja protsendi määr on vastuvõrdelised suurused;**

3) **alguskapital ja aeg on vastuvõrdelised suurused;**

4) **protsendimäär ja aeg on vastuvõrdelised suurused;**

Nelja lause kokkuvõte: **protsentraha on võrdeline alguskapitaliga, protsendimääraga ja ajaga, aga alguskapital, protsendimäär ja aeg on isekeskis vastuvõrdelised suurused.**

5) **Ei lõppkapital ega alguskapital pole võrdelised ei protsendimääraga ega ajaga;**

6) **alguskapital ja lõppkapital on võrdelised suurused** ja

7) **protsendimäär ja aeg on vastuvõrdelised suurused.**

**Protsente nimetatakse lihtprotsentideks siis, kui neid arvutatakse ainult alguskapitalist.**

Lihtprotsentide ülesanded võime selle järele, mida neis ülesandeis otsitakse, rühmitada järgmiselt:

I rühm: **protsentraha ja lõppkapitali leidmine.**
II „ **alguskapitali leidmine.**
III rühm: **protsendimäära leidmine.**
IV „ **aja leidmine.**

### I rühm: Protsentraha ja lõppkapitali leidmine.

Ülesanne: Kui palju protsentraha saadakse 8 kuu pärast 12000-sendilisest kapitalist, mis $8\frac{1}{2}$ %-ga laenuks antud?

**Esimene lahendusviis: murru abil.**

$8\frac{1}{2}\%$ moodustab alguskapitalist aasta pärast $8\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{17 \cdot 1}{2 \cdot 100} =$ $= \frac{17}{200}$ (osa); et 8 kuud $= \frac{2}{3}$ aastat, siis moodustab $8\frac{1}{2}\%$ alguskapitalist 8 kuu pärast $\frac{2}{3} \cdot \frac{17}{200} = \frac{17}{300}$ (osa); $\frac{17}{300}$ osa alguskapitalist on $\frac{17}{300} \cdot$ $\cdot\, 12000$ senti $= 680$ senti. Järelikult saadakse **680** senti protsentraha. Oleks meile ülesandeks tehtud leida, milleks muutub alguskapital 12000 senti ülesandes antud tingimustel, siis oleksime pidanud alguskapitali 12000 senti liitma leitud protsentrahaga, s. o. 680 sendiga.

**Teine lahendusviis: võrrandi abil.**

Protsentraha summa — $x$ senti;

1) $8\frac{1}{2}\% = 8\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{17}{200}$;

2) ühe aasta protsentraha — $\frac{17 \cdot 12000}{200}$ senti;

3) $x = \frac{17 \cdot 12000 \cdot 8}{200 \cdot 12} = 680.$

Vastus: Protsentraha saadi **680 senti.**

**Kolmas lahendusviis: ühelise kaudu.**

$$\begin{array}{rcccccl} & & \underbrace{\phantom{xxxxx}}_{} \text{võrdel.} & & \underbrace{\phantom{xxxxx}}_{} \text{võrdel.} & & \\ 100 \text{ senti} & — & 12 \text{ k.} & — & 8\frac{1}{2} \text{ senti} \\ 12000 \quad „ & — & 8 \ „ & — & x \quad „ \end{array}$$

$$x = \frac{17 \cdot 12000 \cdot 8}{2 \cdot 100 \cdot 12} \text{ s.} = \mathbf{680} \text{ senti.}$$

**828.** Kui palju protsentraha annab 4000 senti $6\%$-ga ühe aasta pärast?

**829.** 6000 senti on antud hoiule $8\%$-ga. Kui palju protsentraha annab see summa 3 a. pärast?

**830.** Kui palju protsentraha tuleb maksta 16000-sendilise laenu eest 1 aasta 3 kuu pärast, kui laenu protsent on $10{,}25\%$?

**831.** Asunik laenas hobuse ostmiseks 20000 senti. Laenuusaldaja soovib protsentraha iga poolaasta pärast saada. Kui palju protsentraha tuleb asunikul iga poolaasta eest maksta, kui laen tehti $12\%$-ga?

**832.** Üliõpilane laenas ülikoolis õppides 120000 senti. Kui palju protsentraha tuleb tal maksta iga kuu kohta, kui laenu eest $14\%$ võetakse?

**833.** Laulu- ja mänguselts pidas pidu Müüdi 47 piletit, 75 senti pilet, 100 piletit, 50 senti pilet, 129 piletit, 35 senti pilet, ning tantsuks 300 piletit, 40 senti pilet. Kui suure summa pidi selts maakonnavalitsusele maksma, kui viimane võtab pidu üldsissetulekust 25%?

**834.** Kaupmees laenas 120000 senti 3 kuu peale, makstes laenu eest 12%. Selle raha eest ostis ta kaupa, mille müügist sai keskmiselt 25%. Kui suur oli kaupmehe kasu?

**835.** Leida 1750-sendilise kapitali protsentraha, kui kapital oli hoiule antud 4,8%-ga $1\frac{1}{3}$ aastaks.

**836.** Leida protsentraha 2475 sendist, mis hoiule antud 6,4%-ga $6\frac{2}{3}$ kuuks.

**837.** Leida protsentraha 3125 sendist, mis hoiule antud 9,6%-ga 1 aastaks 3 kuuks.

**838.** 1537 senti oli $7\frac{1}{2}$%-ga hoiule antud. Kui palju protsentraha annab see kapital 2 a. 8 kuu pärast?

**839.** $2812\frac{1}{2}$ kr. oli $7\frac{1}{5}$%-ga laenuks antud. Kui palju protsentraha annab see kapital 1 a. 40 päeva[1] pärast?

**840.** Keegi andis hoiule 1800 senti 7%-ga $1\frac{1}{2}$ aastaks. Kui palju raha saab ta hoiuaja lõpul tagasi?

**841.** Keegi laenas 900 kr. 8%-ga 4 kuuks. Kui palju raha peab ta tähtaja lõpul maksma?

**842.** Milleks muutub 1600 kr., mis on hoiule antud $6\frac{2}{3}$%-ga $4\frac{1}{2}$ kuuks?

**843.** Missuguseks summaks muutub kapital 180 000 senti, mis on hoiule antud $7\frac{1}{2}$%-ga 1 aastaks 4 kuuks?

**844.** Missuguseks summaks muutub kapital 7812 kr. 50 s., mis on hoiule antud 6,4%-ga 1 a. $10\frac{1}{2}$ kuu peale?

**845.** Osteti maja 400 000 sendi eest ja müüdi 5%-lise kasuga. Kui palju kasu saadi maja müügist?

**846.** Osteti hobune 25 000 sendi eest. Müües saadi sest hobusest 10% kasu. Kui kallilt müüdi hobune?

**847.** Kaupmees ostis 225 000 sendi eest saadetise teed. Hindade alanemise tõttu sai kaupmees 8% kahju. Kui palju kahju ta sai?

**848.** Maja eest maksti 800 000 senti. Tulikahju korral saadud rikete pärast müüdi maja 8%-lise kahjusummaga. Kui palju saadi maja eest?

**849.** Taskukell maksab 4000 senti; kett aga maksab 25% taskukella hinnast. Kui palju maksab taskukell ühes ketiga?

---

[1] Protsendi-ülesandeis loetakse iga kuu 30 päeva ja iga aasta 360 päeva.

850. Kogus on 20 000 raamatut; eestikeelsete raamatute hulk moodustab 60% kogu raamatute arvust, saksakeelsete raamatute hulk aga 30% kogu raamatute arvust. Ülejäänud raamatud on ingliskeelsed. Kui palju on ingliskeelseid raamatuid?

851. Kaupmees saab müües kasu 1) 55%, 2) 25%, 3) 30%, 4) 15%, 5) 5% ja 6) 4,5%. Missuguse osa kauba hinnast moodustab kasu?

852. Lühter on valmistatud vase, tsingi ja inglistina sulatisest ja kaalub 25 kg. Tsingi hulk moodustab 15% kogu sulatisest, aga inglistina hulk moodustab $16\frac{2}{3}$% tsingi hulgast. Kui palju vaske tarvitati selleks lühtriks?

853. Maja, mis maksab 240 000 senti, annab 10% oma hinnast üldist sissetulekut. Maja väljaminekud moodustavad iga aasta keskmiselt 8000 senti. Mitme aasta pärast tasub maja puhas sissetulek maja hinna?

854. Keegi laenas 3725 senti $5\frac{1}{3}$%-ga 1 aastaks 6 kuuks; 3 kuu pärast laenas ta samalt isikult veel 1760 senti $5\frac{1}{2}$%-ga ning lubas viimase võla esimese võlaga ühel ajal ära tasuda. Missuguse summa peab võlgnik tähtaja lõpul maksma?

855. Kaupmees ostis 10 puuda suhkrut, 800 senti puud; 20% sellest suhkrust rikkus petrooleum ära, nii et ta tarvitamiseks kõlbmatu oli, kuid ülejäänud suhkru müüs kaupmees ära, võttes müües 20% rohkem kui ise maksis. Kui palju kasu või kahju sai kaupmees?

856. Kaupmees ostis 120 küünart riiet, 200 senti küünar. 25% sellest riidest müüs ta ühele ostjale, 250 senti küünar, teisele ostjale müüs ta 20% jäägist ja veel 12 küünart, 300 senti küünar. Kui kallilt peab ta müüma iga küünra ülejäänud riidest, et kogu tüki pealt kasu saada 25%?

857. Ametnik maksis 8000 senti panka, mis $9\frac{1}{2}$% maksis. Aasta pärast ei võtnud ta protsentraha pangast välja, vaid laskis selle summa kapitaliga liita ning jättis nõnda saadud summa veel aastaks hoiule sama protsendiga. Kui palju protsentraha sai ametnik teisel aastal rohkem kui esimesel aastal?

858. Maksti panka 62 500 senti. Pank maksab 8%. Aasta pärast liideti protsentraha alguskapitaliga ning saadud summa jäeti uuesti hoiule. Teise aasta lõpul tehti samuti. Missuguseks summaks muutus antud kapital kolmanda aasta lõpuks?

## II rühm: Alguskapitali leidmine.

### A) Alguskapitali leidmine antud protsentraha kaudu.

Ülesanne: Missugune peab olema kapital, et ta 9%-ga 1 aasta 5 kuu pärast annaks 561 senti kasu?

**I lahendusviis: murru abil.**

9%-line kasusumma moodustab 1 a. pärast $9 \cdot \frac{1}{100}$ osa $= \frac{9}{100}$ osa alguskapitalist;

9%-line kasusumma moodustab 1 a. 5 kuu pärast, s. o. $1\frac{5}{12}$ a. pärast $1\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{100}$ osa $= \frac{17 \cdot 9}{12 \cdot 100}$ osa $= \frac{17 \cdot 3}{4 \cdot 100}$ osa $= \frac{51}{400}$ osa alguskapitalist;

kui $\frac{51}{400}$ osa alguskapitalist on 561 senti, **siis on otsitav alguskapital**: 561 s.: $\frac{51}{400} = \frac{561 \cdot 400}{51}$ s. $=$ **4400 senti.**

**II lahendusviis: võrrandi abil.**

Alguskapital — $x$ senti;

9% $= \frac{9}{100}$ osa alguskapitalist;

1 a. pärast moodustab protsentraha $\frac{9x}{100}$ s.;

1 kuu „ „ „ $\frac{9x}{100 \cdot 12}$ s.;

17 „ „ „ „ $\frac{9x \cdot 17}{100 \cdot 12}$ s.;

et aga 17 kuu pärast on protsentraha summa 561 senti, siis:

$$\frac{9x \cdot 17}{100 \cdot 12} = 561; \quad \frac{51x}{400} = 561; \quad \frac{x}{400} = 11; \quad x = 4400.$$

Vastus: **kapital on 4400 senti.**

**III lahendusviis: ühelise kaudu.**

$$\begin{array}{l} \overbrace{\phantom{9 \text{ senti}}}^{\text{võrdel.}} \quad \overbrace{\phantom{12 \text{ kuu j.} - 100 \text{ sendist}}}^{\text{vastuvõrdel.}} \\ 9 \text{ senti} - 12 \text{ kuu j.} - 100 \text{ sendist} \\ 561 \text{ „} - 17 \text{ „ „} - x \text{ „} \end{array}$$

$x = \frac{100 \cdot 561 \cdot 12}{9 \cdot 17}$ senti $=$ **4400 senti.**

**859.** Missugune kapital annab 5%-ga ühe aasta pärast 8000 senti kasu?

860. Keegi laenas raha 12%-ga ja maksis iga aasta 8400 senti protsentraha. Missuguse summa ta laenas?

861. Missuguse summa peab panka hoiule andma $7\frac{1}{2}$%-ga, et temast saada 1 aasta pärast 36 000 senti protsentraha?

862. Missugune summa on talumehel hoiule antud 5%-ga, kui ta 2 aasta pärast sai sest summast 20 000 senti protsentraha?

863. Kaupmees sai kauba müügist 28 431 senti kasu. Kui palju maksis kaup tal enesel, kui ta kauba müügist teenis 20%?

864. Tuletõrjujate-selts maksis 7 kuu eest seltsi maja ehitamiseks tehtud laenu protsentraha 2600 senti. Kui suur on see laen, kui laenu-usaldaja võttis 6%.

865. Üliõpilasel tuleb iga päeva kohta maksta 13 senti protsentraha. Kui suur on üliõpilase võlg, kui pank võtab laenu eest 12%?

866. Parisnik sai laadal hobuse müügist 1800 senti kasu. Kui palju maksis ta hobuse eest, kui ta müües teenis 7,5%.

867. Kapital, mis 5%-ga hoiule oli antud, tõi 10 kuu pärast 4000 senti kasu. Kui suur oli kapital?

868. Missugune kapital tarvis panka anda 9%-ga, et 9 kuu pärast saada 5400 senti kasu?

869. Missugune kapital annab $8\frac{3}{4}$%-ga 1 a. 4 kuu pärast 3080 senti kasu?

870. Missugusest kapitalist saab $6\frac{1}{4}$%-ga 200 päeva pärast 15000 senti protsentraha?

871. Keegi tegi 7,5%-ga laenu ja $10\frac{2}{3}$ kuu pärast maksis ta $200\frac{1}{5}$ kr. protsentraha. Missuguse summa ta laenas?

872. Kaupmees müüs mingi kauba ära 20%-lise kasuga, mis moodustas 4999 senti. Kui palju maksis kaupmees kauba eest?

873. Maja annab aastas 10% puhaskasu, ja nimelt 26000 senti. Kui palju maksab maja?

874. Kaupmees saab suhkru müügist 44 senti puuda pealt kahju. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 puud suhkrut, kui kahjusumma moodustab 5%?

875. Kui kaupmees 80% vaadis olevast marjaviinast ära oli müünud, siis jäi vaati veel 15 pange. Mitu pange marjaviina oli vaadis esialgu?

876. Isa pärandas vanemale pojale 35% oma varandusest, nooremale pojale 35% ning tütrele 20%. Ülejäänud 6000 senti kinkis ta heategevaks otstarbeks. Kui suur oli kogu pärandus?

877. Kooli raamatukogus moodustab eestikeelsete raamatute hulk 60% kogu raamatute arvust, saksakeelsete raamatute hulk 30% samast arvust, kuna aga ülejäänud 120 raamatut on ingliskeelsed. Mitu raamatut on kooli raamatukogus?

878. Kapitalist tarvitas 40% oma kapitalist maja ostmiseks, kuid ülejäänud raha eest ostis ta talu, mille eest maksis 80000 sendi võrra rohkem kui maja eest. Kui suur oli tema kapital?

### B. Alguskapitali leidmine antud lõppkapitali kaudu.

Ülesanne: Leida kapital, mis 6%-ga muutub 1 a. 5 kuu 20 päeva pärast ühes protsentrahaga 13752 krooniks 18 sendiks.

#### I lahendusviis: murru abil.

6%-line kasusumma moodustab 1 aasta pärast $6 \cdot \frac{1}{100}$ osa $= \frac{6}{100}$ osa $= \frac{3}{50}$ osa alguskapitalist;

6%-line kasusumma moodustab 1 a. 5 kuu 20 päeva pärast, s. o. $1\frac{17}{36}$ a. pärast $1\frac{17}{36} \cdot \frac{3}{50}$ osa $= \dfrac{53 \cdot 3}{36 \cdot 50}$ osa $= \frac{53}{600}$ osa alguskapitalist;

oletades, et alguskapital võrdub 1-ga, leiame, et $(1 + \frac{53}{600})$ osa $= 1\frac{53}{600}$ osa alguskapitalist on 13752 kr. 18 senti;

otsitav alguskapital $=$ (13752 krooni 18 senti) : $1\frac{53}{600} =$

$$= \frac{1375218 \cdot 600}{653} \text{ s.} = 600 \cdot 2106 \text{ s.} = \mathbf{12636\ krooni.}$$

#### II lahendusviis: võrrandi abil.

Alguskapital — $x$ kr.;

$6\% = \frac{6}{100}$ osa alguskapitalist;

1 a. pärast moodustab protsentraha $\dfrac{6x}{100}$ kr.;

1 kuu „ „ „ $\dfrac{6x}{100 \cdot 12}$ kr.;

$17\frac{2}{3}$ „ „ „ „ $\dfrac{6x \cdot 53}{100 \cdot 12 \cdot 3}$ kr.;

$17\frac{2}{3}$ „ „ „ lõppkapital $\left(x + \dfrac{6x \cdot 53}{100 \cdot 12 \cdot 3}\right)$ kr.;

et aga $17\frac{2}{3}$ kuu pärast on lõppkapital 13752 kr. 18 senti, s. o. 13751,18 kr. siis:

$$x + \frac{6x \cdot 53}{100 \cdot 12 \cdot 3} = 13752{,}18;$$

$$x + \frac{53x}{100.2.3} = 13752,18;$$

$$100x + \frac{53x}{6} = 1375218;$$

$$600x + 53x = 8251308;$$

$$653x = 8251308;$$

$x = 12636.$ Vastus: **12636 krooni.**

III lahendusviis: **ühelise kaudu.**

võrdel.

$108\frac{5}{6}$ kr. — 100 kr. asemel
13752,18 „ — $x$ „ „

$$x = \frac{100 \cdot 13752,18}{108\frac{5}{6}} \text{ kr.} = \mathbf{12636\ kr.}$$

**879.** Keegi laenas 6%-ga raha ja 1 aasta pärast maksis võla ühes protsentrahaga. Kui palju ta laenas, kui ta aasta pärast 9540 senti maksis?

**880.** Missugune kapital tarvis panna panka 5%-ga, et ta ühes protsentrahaga muutuks 1. a. pärast 42000 sendiks?

**881.** Missugune summa tarvis 8%-ga hoiule anda, et ta aasta pärast muutuks 675 sendiks?

**882.** Missuguse summa peab panka panema 4,75%-ga, et ta 1 a. pärast muutuks 5028 sendiks?

**883.** Keegi laenas raha 5%-ga ja 3 a. pärast maksis ühes protsentrahaga 4830 senti. Missuguse summa ta laenas?

**884.** Leida kapital, mis, olles 9%-ga 200 päeva pangas, muutub ühes protsentrahaga 8820 sendiks?

**885.** Ametnik andis tundmatu summa $6\frac{2}{3}$%-ga 10 kuuks hoiule ja sai tähtaja lõpul ühes protsentrahaga 5700 senti. Kui palju on selles summas protsentraha?

**886.** Talumees ostis oma naabrilt hobuse, kuid raha maksis ta alles $1\frac{1}{2}$ aasta pärast peale ostmist. Kui kallilt hinnati hobune, kui tähtaja lõpul maksti ta eest ühes 6%-lise protsentrahaga 26160 senti?

**887.** Müües arssina riiet 275 sendi eest saab kaupmees 10% kasu. Kui palju maksab kaupmehel enesel arssin seda riiet?

**888.** Müües naela ahvenaid 14 sendi eest saab kalakaupmees $6\frac{2}{3}$% kahju. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 puud ahvenaid?

889. Kaupmees müüs 40 küünart kleidiriiet, 300 senti küünar, ja sai seejuures 20% kasu. Kui palju maksis see tükk riiet kaupmehel enesel?

890. Kaupmees müüs 25 naela kohvi, 72 senti nael, ja sai seejuures 10% kahju. Kui palju maksis tal enesel see kohv?

891. Kohv kaotab praadimisel $12\frac{1}{2}$% oma raskusest; mitu kg praadimata kohvi tarvis võtta, et saada 28 kg praetud kohvi?

892. Nisujahu annab 35% juurdeküpsist; kui palju peab seda jahu võtma, et küpsetada 27 kolmenaelalist leiba?

893. Kaupmehel oli 20000-sendiline tükk kalevit; kui ta müüks seda kalevit 600 senti arssin, siis saaks ta 20% kasu. Mitu arssinat oli tükis?

894. Kaupmehel oli kast kohvi; kui ta müüks seda kohvi 46 senti nael, siis saaks ta 8% kahju. Mitu puuda kohvi on selles kastis, kui tema eest maksti 4000 senti?

895. Parisnik müüs hobuse 15000 sendi eest ja sai seejuures 25% kasu. Kui palju kasu ta sai?

896. Müües naela tangu 10 sendi eest saab kaupmees 25% kasu; kui palju kasu saab kaupmees, kui ta 25 puuda tangu ära müüb?

897. Kaupmehel on $3\frac{1}{2}$ p. teed; müües naela teed 170 sendi eest saab kaupmees $6\frac{1}{4}$% kasu. Kui palju kasu saab kaupmees, kui ta kõik tee ära müüb?

898. Linnas tõusis elanikkude arv aasta jooksul 5% võrra ja moodustas pärast seda arvu 12705 elanikku. Mitme inimese võrra tõusis elanikkude arv?

899. Kaupmees müüs tüki riiet, 300 senti arssin, 20%-lise kasuga. Mitu arssinat oli tükis, kui ta kogu tüki pealt teenis 3000 senti?

900. Osteti maja; 15% ostuhinnast kulus remondiks; nõnda maksis maja ühes remondikuludega 1380000 senti. Kui palju maksis maja ilma remondita ja kui kallis oli remont?

901. Autor müüs raamatukaupmehele 400 eksemplari oma raamatuid 25%-lise hinnaalandusega nominaalhinnast, võttes igast raamatust 150 senti. Raamatukaupmees müüs raamatud nominaalhinnaga. Kui palju kasu sai kaupmees nende raamatute müügist?

902. Kaupmees mõtleb: kui ma müün riiet 225 senti meeter, siis saan ma kogu tüki pealt 2500 senti kasu; müün ma aga sama riiet 250 senti meeter, siis saan ma 25% kasu. Mitu meetrit riiet oli tükis?

903. Teatav summa raha anti 4,5%-ga panka jooksvale arvele; aasta pärast liideti hoiusummaga aasta protsentraha; selle tagajärjel saadi teise aasta lõpul 1881 senti protsentraha. Kui suur summa maksti panka esialgu?

904. Teatav summa raha anti 5%-ga panka jooksvale arvele; aasta pärast liideti hoiusummaga aasta protsentraha; selle tagajärjel muutus sissemakstud hoiusumma ühes protsentrahaga teise aasta lõpuks 4410 sendiks. Kui suur summa maksti panka esialgu?

### III rühm: Protsendimäära leidmine.

Ülesanne: Mitme protsendiga tarvis anda hoiule 2400 krooni, et $7\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 90 krooni protsentraha?

#### I lahendusviis: aasta-protsentraha abil.

$$\text{Aasta-protsentraha} = \frac{90\,.\,12}{7\frac{1}{2}}\text{ kr.} = \frac{90\,.\,12\,.\,2}{15}\text{ kr.} = 144\text{ kr.} = \mathbf{14400}$$

**senti**; et sendi ja krooni suhe on $\frac{1}{100}$ või 1%, siis **jagades sentides avaldatud aasta-protsentraha summa kroonides avaldatud alguskapitali summaga leiamegi protsendimäära:** 14400 senti : 2400 = **6 senti, s. o. 6%**.

#### II lahendusviis: võrrandi abil.

Protsendi määr — $x\%$;

$$\frac{2400\,.\,x\,.\,7\frac{1}{2}}{100\,.\,12} = 90;\quad 15x = 90;\quad x = \mathbf{6}.$$

Vastus: **6%-ga.**

#### III lahendusviis: ühelise kaudu.

$$\begin{array}{lllll} \overbrace{2400\text{ kr.}}^{\text{võrdel.}} & — & \overbrace{7\frac{1}{2}\text{ k.}}^{\text{võrdel.}} & — & 90\text{ kr.} \\ 100\text{ „} & — & 12\text{ „} & — & x\text{ „} \end{array} \qquad x = \frac{90\,.\,100\,.\,12}{2400\,.\,7\frac{1}{2}}\text{ kr.} = \mathbf{6\text{ kr.}},\text{ s. o. } 6\%.$$

Õige sagedasti tuleb elus protsendimäära leida; seepärast näitame siin seks leidmiseks kõige lühema tee. Et protsendimäär on sajandikkude osade hulk, siis avaldame arvu, mille tahame teise arvu protsentide kujul üles tähendada, sajandikkudes osades ja vaatame, mitu sajandikku osa tuleb iga teise arvu ühelise kohta; saadud arv ongi protsendimäär.

Näide: Kõrgema algkooli viimase klassi nimekirjas on 25 õpilast; haiguse pärast jäid ühel päeval 4 õpilast kooli ilmumata. Mitu % õpilasi puudus?

**(4 . 100) : 25 = 400 : 25 = 16 (sajandikku) ehk 16 (%).**

Ehk veel: Mitu protsenti arvust $6\frac{2}{3}$ moodustab arv 1,5?

$$(1{,}5 \,.\, 100) : 6\tfrac{2}{3} = 150 : 6\tfrac{2}{3} = \frac{150 \,.\, 3}{20} = \frac{45}{2} = 22\tfrac{1}{2} \text{ (sajandikku) ehk } 22\tfrac{1}{2} (\%).$$

**905.** Mitu protsenti moodustab:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) arv | 28 kr. | arvust | 700 kr.? | i) arv | $7\frac{1}{2}$ | arvust | $22\frac{1}{2}$? |
| b) „ | 175 „ | „ | 2500 „? | j) „ | 32 | „ | 80? |
| c) „ | 348 „ | „ | 8700 „? | k) „ | $1\frac{2}{5}$ | „ | 7? |
| d) „ | 109 „ | „ | 2725 „? | l) „ | 0,2 | „ | $5\frac{1}{2}$? |
| e) „ | 36 kr. 22 s. | „ | 724 kr. 40 s.? | m) „ | 0,09 | „ | 11? |
| f) „ | 38 „ 65 „ | „ | 773 kr.? | n) „ | 22,9 | „ | $17\frac{1}{2}$? |
| g) „ | 407,56 kr. | „ | 7548 kr.? | o) „ | 103 | „ | 11,5? |
| h) „ | 29 kr. 5 s. | „ | 830 „ | p) „ | $5\frac{1}{27}$ | „ | $6\frac{4}{5}$? |

**906.** Mitme protsendiga on 6000 senti hoiule antud, kui see kapital annab iga aasta 600 senti protsentraha?

**907.** 1918. aasta andmete järele oli Eestis 734 rüütlimõisa, 95 majoraatmõisa, 8 rüütelkonna-mõisa, 101 kroonumõisa, 61 maakohta (Landstellen), 108 kirikumõisa, 18 linnamõisa, 19 pangamõisa ning 3 legaat- ning stiftimõisa. Mitu protsenti kogu mõisade arvust moodustas 1) rüütlimõisade arv? 2) majoraatmõisade arv? 3) rüütelkonna-mõisade arv? 4) kroonumõisade arv? 5) maakohtade (Landstellen) arv? 6) kirikumõisade arv? 7) linnamõisade arv? 8) pangamõisade arv? ja 9) legaat- ning stiftimõisade arv?

**908.** 1918. aastal oli kogu Eestis suurmaapidajate käes kasutada 1136170 tiinu maad, siinjuures kaasa arvatud 371570 tiinu metsa ning 257079 tiinu kõlbmata maad. Mitu protsenti kogu suurmaapidamise all olevast maa-alast moodustas 1) mets? 2) kõlbmata maa?

**909.** Juulikuul 1919. a. oli keskmine kartulite puudahind Eestis 10 senti, jaanuarikuul 1921. a. aga 65 senti. Mitme protsendi võrra oli kartulite hind tähendatud aja jooksul tõusnud?

**910.** 1919. a. oli Tartu maakonnas ja linnas kokku 38371 hobust, 1920. a. aga 29298 hobust. Mitme % võrra kahanes hobuste arv?

**911.** 1919. a. oli kogu Eestis 156 telliskivi-vabrikut; nendest Tartumaal 21 vabrikut. Mitu protsenti kogu telliskivi-vabrikute arvust asus Tartumaal?

**912.** Mitme protsendiga tarvis anda hoiule 4550 senti, et iga asta saada 364 senti protsentraha?

913. Laenati 1200 senti 1 a. peale; tasumisel maksti ühes protsentrahaga 1272 senti. Mitme protsendiga oli laen tehtud?

914 Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 1450 senti, et ta aasta pärast muutuks 1595 sendiks?

915. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 4720 senti, et $7\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 177 senti protsentraha?

916. Mitme protsendiga laenati 3286 senti, kui 9 kuu pärast maksti 328 senti protsentraha?

917. Laenati 937,5 kr. ja 2 a. 8 kuu pärast maksti 250 kr. protsentraha. Leida laenu protsendimäär.

918. Laenati 3000 senti ja 8 kuu pärast maksti võlg ühes protsentrahaga 3180 sendi suuruses tagasi. Mitme protsendiga tehti laen?

919. Laenati 880 krooni; 1 a. 3 kuu pärast muutus võlg ühes protsentrahaga 940 krooniks 50 s. Mitme protsendiga tehti laen?

920. Kauba eest maksti 8500 senti; müües saadi 1700 senti kasu. Mitu protsenti saadi kasu?

921. Kaupmees müüs 1-meetrilise kanga jäägi 255 sendi eest. Mitu protsenti kahju sai kaupmees, kui tal omal m seda riiet maksis 300 senti?

922. Kaupmees maksis puuda suhkru eest 820 senti, müüs aga suhkrut 22 senti nael. Mitu protsenti kasu võttis kaupmees?

923. 10 naelast praadimata kohvist saab 9 naela praetud kohvi. Mitu protsenti oma raskusest kaotab kohv praadimisel?

924. Klassis oli 40 õpilast; aasta lõpul oli üks neist sunnitud koolist lahkuma, 4 õpilast said järeleksamid, kuna aga 5 õpilast teiseks aastaks klassi jäeti; ülejäänud õpilased viidi järgmisse klassi. Mitu protsenti õpilasi sai järgmisse klassi?

925. Sulatati 30 loodi hõbedat 10 loodi vasega. Mitu protsenti kogu sulatise raskusest moodustab hõbe ja mitu protsenti moodustab vask?

926. Segati 9 pange puhast piiritust 1 pange veega. Mitu protsenti kogu segust moodustab piiritus ja mitu protsenti moodustab vesi?

927. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda kapital, et 12 aasta pärast saaks sama palju protsentraha, kui palju oli kapitali?

928. 2400000-sendiline maja annab aastas 10% üldist sissetulekut. Maja väljaminekud moodustavad aasta jooksul 48000-sendilise kulusumma. Mitu protsenti puhast sissetulekut annab maja aastas?

**929.** Mitu protsenti antud arvust moodustab 1) $\frac{3}{4}$ sellest arvust? 2) $\frac{2}{5}$? 3) $\frac{7}{10}$? 4) $\frac{9}{20}$ sellest arvust?

**930.** Kaupmehel oli 120 arss. riiet, mille väärtus 30000 senti; kolmandiku osa sellest riidest müüs ta ära, 270 senti arssin, ülejäänud riide aga — 300 senti arssin. Mitu protsenti kasu sai kaupmees selle riide müügist?

**931.** Kaupmees ostis kasti kohvi, makstes iga 6 naela eest 500 senti; müües võttis kaupmees iga 5 naela eest 600 senti. Mitu protsenti kasu sai kaupmees?

**932.** Kulla ja vase sulatises on vaske 4 korda vähem kui kulda. Mitu protsenti kogu sulatisest moodustab vase ja kulla hulk eraldi?

**933.** Pakise raskus moodustab 4% bruttoraskusest. Mitu protsenti nettoraskusest moodustab pakise raskus?

**934.** Maja annab aastas 10% üldsissetulekut; aasta väljaminek moodustab 20% üldsissetulekust. Mitu protsenti puhast sissetulekut annab maja?

**935.** Täidetud vesistust valati välja 60% kogu veest, pärast seda veel 25% jäägist. Mitu protsenti kogu veest jäi veel vesistusse?

**936.** Kaupmees müüs ühele ostjale $\frac{1}{2}$ tükki riiet, teenides seejuures 20%; jäägi müüs ta oma hinnaga. Mitu protsenti kasu sai ta kogu tüki müügist?

### IV rühm: Aja leidmine.

Ülesanne: Kui pika aja pärast annab kapital 12250 senti, mis 7%-ga hoiule antud, 2058 senti protsentraha?

#### I lahendusviis: aasta-protsentraha abil.

$$\text{Aasta-protsentraha} = \tfrac{7}{100} \cdot 12250 \text{ senti} = \frac{7 \cdot 245}{2} \text{ senti} = \frac{1715}{2} \text{ senti} = 857\tfrac{1}{2} \text{ senti};$$

mahutades aasta-protsentraha $857\frac{1}{2}$ senti antud protsentraha summasse, saame: $2058 \text{ senti} : 857\frac{1}{2} \text{ senti} = \frac{2058 \cdot 2}{1715} \text{ (a.)} = \frac{6 \cdot 2}{5} \text{ (a.)} = \frac{12}{5} \text{ (a.)} = 2\frac{2}{5} \text{ (a.)}$.

#### II lahendusviis: võrrandi abil.

$x$ aasta pärast;

$$\frac{12250 \cdot 7 \cdot x}{100} = 2058; \quad 1715x = 4116; \quad 5x = 12; \quad x = \tfrac{12}{5} = 2\tfrac{2}{5}.$$

Vastus: **$2\frac{2}{5}$ aasta pärast.**

### III lahendusviis: ühelise kaudu.

$$\begin{array}{lcl} \text{vastuvõrdel.} & & \text{võrdel.} \\ 100 \text{ senti} & — & 7 \text{ senti } 1 \text{ a. pärast} \\ 12250 \text{ „} & — & 2058 \text{ „ } x \text{ „ „} \end{array}$$

$$x = \frac{1 \,.\, 100 \,.\, 2058}{12250 \,.\, 7} \text{ a.} = 2\tfrac{2}{5} \text{ a.}$$

**937.** Kui pikaks ajaks peab 85 000 senti hoiule andma, et 4250 senti protsentraha saada, kui protsendimäär on 10%?

**938.** Majaomanik võttis pangast kogu oma hoiusumma ühes protsentrahaga välja. Kui kaua oli ta hoiusumma pangas olnud, kui ta nüüd pangast sai 46 550 senti, kuna ta aga hoiule oli andnud 38 000 senti ja kui pank kogu aja jooksul 9% maksis?

**939.** Riigimaade rentnik laenas oma naabrilt inventari muretsemiseks 40 000 senti, lubades maksta 12% aastas. Et rentnik protsentraha ei õiendanud, siis andis naaber kapitali ja protsentraha nõudmise 50 000 sendi suuruses kohtusse. Kui kaua aega on raha rentnikul laenus olnud?

**940.** Tööstur laenas kaastöösturilt 200 000 senti 10%-ga. Mõne aja pärast maksis ta võla ühes protsentrahaga 201 000 sendi suuruses summas ära. Kui kaua pidas tööstur raha oma käes?

**941.** Üliõpilasel on laen tehtud 12%-ga. Kui pika aja pärast tuleb tal sama palju protsentraha maksta, kui palju tal on võlga?

**942.** Mitme päeva pärast toob kapital 3960 senti 121 senti kasu, kui protsendimäär on $5\frac{1}{2}$%?

**943.** Kui kauaks ajaks tarvis anda kapital $7812\frac{1}{2}$ kr. 8,4%-ga hoiule, et saaks $1093\frac{3}{4}$ kr. protsentraha?

**944.** Laenati 1010 kr. 6,25%-ga ja mõne aja pärast kustutati 1111 krooniga tehtud laen ühes protsentrahaga. Kui pika aja peale oli laen tehtud?

**945.** Mitme aasta pärast toob kapital, mis 5% hoiule antud, kasusumma, mis moodustab viiendiku osa kapitalist enesest?

**946.** Talunik ostis 3500 sendi eest kaupa; poole sest summast maksis ta kohe, kuna aga poole võlgu jäi, lubades võla eest 6,4% maksta. Teatud ajal maksis talunik kaupmehele 1820 senti. Kui palju aega pärast ostmist maksis ta võla?

**947.** Asunik laenas põliselt maaomanikult 4000 senti 8%-ga. Aasta pärast laenas ta samalt maaomanikult veel 1000 senti sama protsendiga. Mõlemad võlasummad ühes protsentrahaga tasus ta ühel ja samal päeval, makstes kokku 5560 senti. Kui pika aja peale oli kumbki laen tehtud?

948. Rahakitsikust tundev kodanik laenab liigkasuvõtjalt 5000 senti kolme kuu peale tingimusega, et ta tähtpäeval 5000 sendi asemel 6000 senti tagasi maksaks. Kui suure aastaprotsendi võtab liigkasuvõtja?

949. Keegi laenas 1. juulil 2500 senti ja maksis sama aasta 1. novembril 2600 senti tagasi. Mitu % ta maksis?

950. Keegi sai siiaajani oma raha pealt 4%, kuid praegu hakkas ta 5% saama. Seeläbi saab ta nüüd kuus 175 sendi võrra rohkem kui enne. Kui suur on ta kapital?

951. Kui alandada hoiusumma protsenti 4% pealt $3\frac{7}{8}$% peale, saab keegi, kelle raha on hoiul, 7,3 kr. kahju aastas. Kui suur on ta hoiusumma?

952. Keegi maksis 1. jaanuaril panka 1950 kr., 1. veebruaril 270 kr.; 1. mail võtab ta 400 kr. pangast välja, maksab 1. juunil 370 kr. panka sisse, võtab 1. augustil 200 kr. ning 1. oktoobril 340 kr. pangast välja. Pank maksab 7%. Kui palju raha saab ta aasta lõpul ühes protsentrahaga?

953. Raamatukaupmees saab kirjastajalt 25% hinnaalandust ja annab ostjale 5% hinnaalandust. Kui palju teenib raamatukaupmees raamatute pealt, mille hind nominaalhinna järele on 21630 senti?

954. 5%-lise hinnaalandusega maksab kummut 7505 senti. Kui suur on kummuti nominaalhind?

955. Keegi laenas 2000 kr. $7\frac{1}{2}$%-ga 8 kuu peale ja 1500 kr. 8%. Kui pika aja peale tehti teine laen, kui mõlema laenu eest kokku tuli 190 kr. protsentraha maksta?

956. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 3000 senti, et 300 päeva pärast saada sama palju protsentraha, kui palju protsentraha saadakse 2400 sendist 1 a. 3 kuu pärast 7,5%-ga?

957. Missugune kapital tarvis anda $7\frac{1}{2}$%-ga 9 kuuks hoiule, et saada sama palju protsentraha, kui palju protsentraha saadakse 1296 kroonist 6%-ga $12\frac{1}{2}$ kuu pärast?

958. Kui pika aja pärast annab 3000 senti $6\frac{2}{3}$%-ga sama palju protsentraha, kui palju protsentraha saadakse 2400 sendist 6,25%-ga 1 a. 4 kuu pärast?

959. Missugune kapital muutub 6%-ga $1\frac{2}{3}$ a. pärast samaks summaks, milleks muutub 9600 senti 7%-ga 2 a. 1 kuu pärast?

**960.** Keegi laenas 1200 senti 6 %-ga 1,5 aastaks; 3 kuud pärast seda laenas ta samalt isikult veel 800 senti, lubades mõlemad laenud ühes protsentrahaga maksta ühel ja samal ajal. Tähtpäeval maksis ta oma võlauskujale kokku 2178 senti. Mitme protsendiga oli teine laen tehtud?

**961.** Ülesostja ostis 150 sendi eest punaseid sõstraid; müües iga toobi 6 sendi eest, saab ta 20 % kasu. Mitu toopi sõstraid ta ostis?

**962.** Müües naela kohvi 80 sendi eest, saab kaupmees 25 % kasu. Kui kallilt peab ta kohvi müüma, et 40 %kasu saada?

**963.** Müüdi 1200 $m^2$ maad. $\frac{1}{3}$ osa hinnast maksti kohe ära; ülejäänud osa lubati maksta 8 kuu pärast ühes 6%-lise protsentrahaga. Tähtajal maksti 16640 senti. Kui kallilt hinnati $m^2$ maad?

**964.** Kodanik tahab oma taskukella loosida. Kui ta müüb loosi 200 sendi eest, siis saab ta 1000 senti kahju, müüb ta loosi aga 300 sendi eest, siis saab ta 25% kasu. Mitu loosi oli ja kui kallilt hinnati taskukell?

**965.** Püssirohi valmistatakse salpeetrist, söest ning väävlist. Söe hulk moodustab 20% salpeetri hulgast, kuna aga väävli hulk moodustab $66\frac{2}{3}$% söe hulgast. Kui palju saab püssirohtu, kui väävlit võtta 5 naela?

**966.** Mitme aasta pärast saab kapital kolmekordseks, kui ta annab iga aasta 12% kasu?

**667.** Mitme protsendiga tarvis hoiule anda kapital, et ta suureneks poolteist korda 1) 5 aasta pärast? 2) 8 aasta pärast?

**968.** Keegi andis kapitali hoiule; 6 kuu pärast muutus see kapital ühes protsentrahaga 3690 sendiks, kuid 9 kuu pärast — 3735 sendiks. Leida kapital ja protsendimäär.

**969.** Kaupmees pärandas 45% oma rahast pojale, tütrele aga 80% poja osast, kuna ta aga naisele viimased 380000 senti pärandas. Kui palju raha päris poeg?

**970.** Kiirkäskjalg sõitis esimesel päeval 45% kahe linna vahemaast, teisel päeval aga 30 km rohkem kui esimesel päeval. Mitu km sõitis ta kummalgi päeval, kui ta kogu vahemaa kahe päevaga ära sõitis?

**971.** Kooli raamatukogus on eesti-, inglis- ja saksakeelsed raamatud. Saksakeelsete raamatute hulk moodustab 15% kogu raamatute arvust, ingliskeelsete raamatute hulk aga 30%, kuna aga eestikeelseid raamatuid on 100 võrra rohkem kui teisi raamatuid kokku. Mitu raamatut on kogus?

972. Osteti vedruvanker ja hobune; hobuse hind moodustas 80% vankri hinnast; kui palju maksti hobuse ja vankri eest kokku, kui vanker maksis 10000 sendi võrra rohkem kui hobune?

973. Kauba nettoraskus moodustab 92% bruttoraskusest, kuna aga tararaskus 1 puud on. Leida nettoraskus.

974. Kaupmees ostis kaupa, kusjuures tararaskus moodustas 12% bruttoraskusest; nettoraskus oli aga 22 puuda. Leida bruttoraskus.

975. Isa jagas oma varanduse kahe poja vahel ühetasaselt. Üks poeg ostis oma osa eest maja, mis 9% sissetulekut andis, teine ostis talu, mis 8% kasu tõi. Nõnda said vennad aastas kokku 204000 senti sissetulekut. Kui suur oli isa varandus?

976. Kahel sõbral on ühepalju raha. Nad andsid oma summad 9 kuuks hoiule: esimene 8%, teine 10%-ga. Kui palju raha on kummalgi, kui esimene sai 900 senti protsentraha vähem kui teine?

877. Piim segati veega, mille hulk moodustas 25% piima hulgast. Mitu protsenti saadud segust moodustab puhta piima hulk?

978. Kaupmees ostis riisi, 600 senti puud; petrooleumi läbi rikkines 25% ostetud riisist nõnda, et teda tarvitada ei võinud. Kui kallilt peab müüma naela ülejäänud riisi, et kogu ostangu pealt ei kasu ega kahju ei saaks?

979. Kaupmees ostis kauba, millest $\frac{1}{4}$ osa kõlbmatuks sai; ülejäänud kauba müüs kaupmees oma hinnaga. Mitu % kahju sai ta kogu ostangu pealt?

980. Kapitalist andis oma raha osadekaupa hoiule: poole kapitali 6%-ga, kolmandiku osa 7%-ga ning ülejäänud osa 4%-ga. Mitu protsenti sai ta kogu kapitalist?

981. Kaupmees müüs $\frac{1}{3}$ tükki riiet 12%-lise kahjuga, kuid ülejäänud osa 6%-lise kahjuga. Nõnda sai ta kogu tüki pealt 4000 senti kahju. Kui palju maksis tal enesel see tükk riiet ja kui kallilt müüs ta kogu tüki?

982. Maa-alal on ristküliku kuju. Tema pikkust kui ka laiust suurendati 20% võrra. Mitme % võrra suurenes tema pindala?

983. Maa-alal on ristküliku kuju; tema pikkust vähendati 20% võrra ning laiust suurendati 20% võrra. Kas muutub selle tagajärjel ka püstküliku pindala ja kui muutub, siis mille võrra?

984. Keegi laenas ühele isikule 2000 senti 6-%-ga; 3 kuu pärast laenas ta samale isikule veel 2500 senti sama %-ga. Kui palju aega pärast teist laenu saab ta mõlemast võlasummast ühepalju protsentraha?

**985.** Keegi laenas ühelt isikult 11600 senti 6%-ga; 4 kuu pärast laenas ta teiselt isikult 11400 senti 8%-ga. Mõlemad võlad tasus ta ühel ja samal ajal, kusjuures kummalegi võlauskujale ühe ja sama summa maksis. Kui palju maksis ta kummalegi?

**986.** Kaupmees müüs tüki riiet kolmele ostjale: üks võttis 20% kogu tükist, teine 20 meetrit rohkem kui esimene, kuna aga kolmas võttis sama palju, kui esimene ja teine kokku. Mitu meetrit riiet oli tükis?

**987.** Roodu sõdurite jaoks muretseti toitu 40 päevaks; mitme $^0/_0$ võrra tarvis vähendada igapäevast toidutarvitust, et sama tagavara jätkuks 50 päevaks?

**988.** Keegi andis hoiule mingi summa $5^0/_0$-ga; aasta pärast liitis ta protsentraha kapitaliga ning sai selle tagajärjel järgneval aastal 40 senti protsentraha rohkem kui eelmisel aastal. Leida alguskapital.

**989.** Keegi laenas raha kahele isikule: ühele 5%-ga, teisele $7^0/_0$-ga ja sai iga aasta 155 senti protsentraha. Kui palju laenas ta kummalegi, kui ta teisele laenas 500 sendi võrra rohkem kui esimesele?

## § 4. Liitprotsendid.

**Protsente nimetatakse liitprotsentideks, kui nad iga aasta lõpul arvutatakse ja liidetakse alguskapitaliga ning järgneval aastal arvatakse protsente juba saadud lõppkapitalist.**

Ülesanne: Milleks muutub 1500 kr. 3 a. pärast 5 liitprotsendiga?

1 kr. muutub 1 a. pärast $(1+0{,}05)$ krooniks $=$ 1,05 krooniks.

1500 kr. muutub 1 a. pärast 1500 . 1,05 kr. $=$ 1575 krooniks.

1575 kr. muutub teise aasta lõpuks 1575 . 1,05 kr. $=$ 1653,75 krooniks.

1653,75 kr. muutub kolmanda aasta lõpuks 1653,75 . 1,05 krooniks $=$ **1739,4375 krooniks.**

Nagu eelmisest lahendusest näha, ei ole liitprotsendi ülesanded kerged, sest et siin tuleb tehteid suurte arvudega arvutada. Seepärast oleme välja töötanud tabeli (lk. 102), millest selgub, milleks muutub 1 sent teatud protsendiga 1, 2, 3, . . ., 20 aasta pärast. Liitprotsentide ülesannete lahendamisel võib seda tabelit tarvitada.

**990.** Lapse sünnipäeval maksis tema onu panka 1000 senti. Milleks muutub see summa siis, kui see laps 20-aastaseks saab, kui pank 7 liitprotsenti maksab?

**991.** Lapse ristimise päeval maksis tema ristiema lapse nimele hambarahana panka 2500 senti. Kui suureks kasvab see summa lapse 15. ristimis-aastapäevaks, kui pank 8 liitprotsenti maksab?

## 1 sent muutub liitprotsentidega hoiule antult:

| Aasta pärast | 3½% | 4% | 4½% | 5% | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | 8½% | 9% | 9½% | 10% | 10½% | 11% | 11½% | 12% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,035 | 1,040 | 1,045 | 1,050 | 1,055 | 1,060 | 1,065 | 1,070 | 1,075 | 1,080 | 1,085 | 1,090 | 1,095 | 1,100 | 1,105 | 1,110 | 1,115 | 1,120 |
| 2 | 1,071 | 1,082 | 1,092 | 1,103 | 1,113 | 1,124 | 1,134 | 1,145 | 1,153 | 1,166 | 1,177 | 1,188 | 1,199 | 1,210 | 1,221 | 1,232 | 1,243 | 1,254 |
| 3 | 1,109 | 1,125 | 1,141 | 1,158 | 1,174 | 1,191 | 1,208 | 1,225 | 1,239 | 1,260 | 1,277 | 1,295 | 1,313 | 1,331 | 1,349 | 1,368 | 1,386 | 1,405 |
| 4 | 1,148 | 1,170 | 1,192 | 1,216 | 1,239 | 1,262 | 1,286 | 1,311 | 1,331 | 1,361 | 1,386 | 1,412 | 1,438 | 1,464 | 1,491 | 1,518 | 1,545 | 1,574 |
| 5 | 1,188 | 1,217 | 1,246 | 1,276 | 1,307 | 1,338 | 1,370 | 1,402 | 1,429 | 1,469 | 1,504 | 1,539 | 1,574 | 1,610 | 1,647 | 1,685 | 1,723 | 1,762 |
| 6 | 1,229 | 1,265 | 1,302 | 1,340 | 1,379 | 1,419 | 1,459 | 1,501 | 1,535 | 1,587 | 1,631 | 1,677 | 1,724 | 1,771 | 1,820 | 1,870 | 1,921 | 1,974 |
| 7 | 1,272 | 1,316 | 1,361 | 1,407 | 1,455 | 1,504 | 1,554 | 1,606 | 1,648 | 1,714 | 1,770 | 1,828 | 1,887 | 1,949 | 2,011 | 2,076 | 2,142 | 2,211 |
| 8 | 1,317 | 1,369 | 1,422 | 1,478 | 1,535 | 1,594 | 1,655 | 1,718 | 1,770 | 1,851 | 1,921 | 1,993 | 2,067 | 2,143 | 2,223 | 2,304 | 2,389 | 2,476 |
| 9 | 1,363 | 1,426 | 1,486 | 1,551 | 1,619 | 1,689 | 1,763 | 1,838 | 1,901 | 1,999 | 2,084 | 2,172 | 2,263 | 2,358 | 2,456 | 2,558 | 2,663 | 2,773 |
| 10 | 1,411 | 1,480 | 1,553 | 1,629 | 1,708 | 1,791 | 1,877 | 1,967 | 2,041 | 2,159 | 2 261 | 2,367 | 2,478 | 2,594 | 2,714 | 2,839 | 2,970 | 3,106 |
| 11 | 1,460 | 1,539 | 1,623 | 1,710 | 1,802 | 1,899 | 1,999 | 2,105 | 2,193 | 2,331 | 2,453 | 2,581 | 2,713 | 2,853 | 2,999 | 3,125 | 3,311 | 3,479 |
| 12 | 1,511 | 1,601 | 1,696 | 1,796 | 1,901 | 2,013 | 2,129 | 2,252 | 2,355 | 2,518 | 2,662 | 2,813 | 2,971 | 3,138 | 3,314 | 3,498 | 3,692 | 3,896 |
| 13 | 1,564 | 1,665 | 1,772 | 1,886 | 2,006 | 2,133 | 2,267 | 2,410 | 2,529 | 2,719 | 2,888 | 3,066 | 3,253 | 3,452 | 3,662 | 3,883 | 4,116 | 4,364 |
| 14 | 1,619 | 1,732 | 1,852 | 1,980 | 2,116 | 2,261 | 2,415 | 2,578 | 2,716 | 2,937 | 3,133 | 3,342 | 3,562 | 3,797 | 4,046 | 4,310 | 4,590 | 4,887 |
| 15 | 1,675 | 1,801 | 1,935 | 2,079 | 2,232 | 2,397 | 2,572 | 2,759 | 2,917 | 3,172 | 3,400 | 3,643 | 3,901 | 4,177 | 4,471 | 4,784 | 5,117 | 5,474 |
| 16 | 1,734 | 1,873 | 2,023 | 2,183 | 2,355 | 2,541 | 2,739 | 2,952 | 3,133 | 3,425 | 3,689 | 3,971 | 4,271 | 4,595 | 4,940 | 5,310 | 5,706 | 6,131 |
| 17 | 1,794 | 1,948 | 2,114 | 2,292 | 2,485 | 2,693 | 2,917 | 3,158 | 3,365 | 3,699 | 4,002 | 4,328 | 4,677 | 5,054 | 5,459 | 5,894 | 6,362 | 6.866 |
| 18 | 1,857 | 2,026 | 2,209 | 2,407 | 2,621 | 2,855 | 3,107 | 3,379 | 3,614 | 3,995 | 4,343 | 4,718 | 5,121 | 5,559 | 6,032 | 6,543 | 7,090 | 7,691 |
| 19 | 1,923 | 2,106 | 2,308 | 2,527 | 2,765 | 3,026 | 3,309 | 3,616 | 3,881 | 4,315 | 4,712 | 5,142 | 5,608 | 6,115 | 6,666 | 7,263 | 7,909 | 8,614 |
| 20 | 1,990 | 2,191 | 2,412 | 2,653 | 2,917 | 3,208 | 3,524 | 3,869 | 4,169 | 4,660 | 5,112 | 5,605 | 6,140 | 6,727 | 7,365 | 8,061 | 8,819 | 9,647 |

992. Missuguseks summaks muutub:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) 500 | senti | 4 | liitprotsendiga | 2 | aasta pärast? |
| b) 600 | „ | 5 | „ | 3 | „ „ ? |
| c) 1000 | „ | $9\frac{1}{2}$ | „ | 4 | „ „ ? |
| d) 4000 | „ | 11 | „ | 12 | „ „ ? |

993. Missuguseks summaks muutub:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) 350 | senti | $3\frac{1}{2}$ | liitprotsendiga | 16 | aasta pärast? |
| b) 830 | „ | 5 | „ | 8 | „ „ ? |
| c) 1420 | „ | 7 | „ | 19 | „ „ ? |
| d) 9450 | „ | $4\frac{1}{2}$ | „ | 12 | „ „ ? |
| e) 5700 | „ | $3\frac{1}{2}$ | „ | 7 | „ „ ? |
| f) 624,5 | „ | $11\frac{1}{2}$ | „ | 20 | „ „ ? |

## § 5. Veksli oodustamine.

Majapidamise algteguriteks on **kapital ja tööjõud**. Mida suurem majapidamine, seda suuremat kapitali ja seda rohkem tööjõudu ta tarvitab. Kõikidel ei ole aga ühel või teisel põhjusel võimalik oma tööjõudu ja kogutud kapitali oma majapidamises ära kasutada; nad annavad seda teistele teatava tasu eest tarvitada. Iseäranis suur on tarvidus ja nõudmine kapitali järele. Suuri summasid on aga raske ühelt isikult laenata, kui isikul ei ole nii suurt kapitali või ta ei usalda kogu oma kapitali teise kätte. Selle tõttu tunti juba vanasti tarvidust asutiste järele, mis oleksid vahetalitajateks isikute vahel, kes oma kapitali teistele tarvitada tahavad anda, ja isikute vahel, kes kapitali laenata soovivad. Seesuguseid asutisi nimetatakse pankadeks. Pangad asutatakse kas riigivalitsuse, omavalitsuse või eraisikute poolt. Pangad annavad välja **pikaajalisi** või **lühiajalisi** laenusid. Pikaajalisi laenusid annavad välja nõndanimetatud **hüpoteekpangad** kinnisvarade kindlustusel. Lühiajalisi laenusid annavad välja nõndanimetatud **kommertspangad** ja nimelt enamasti **vekslivõla** kujul **Veksel on valjult kindlaks määratud kujul kirjutatud rahamaksutõotus**. Maksva seaduse järele kirjutakse veksel vekslipaberile; selle paberi hinnana tuleb maksta iga laenatava 1000 sendi pealt 2 senti tempelmaksu. Nõnda maksab 10 000-sendiline vekslipaber 20 senti, 50 000-line vekslipaber — 100 senti jne.

Vekslil peab olema märgitud: 1) veksli väljaandmise koht ja aeg; 2) nimetus tekstis, et ta „veksel“ on; 3) veksliandja maksukohustus; 4) vekslisaaja nimi; 5) makstav summa; 6) maksu tähtaeg ja

7) veksliandja allkiri. Veksli summa peab olema tähtedega kirjutatud. Kui maksukoht ei ole vekslis ära tähendatud, siis on maksukohaks veksli väljaandmise koht. Kui need vorminõuded ei ole täidetud, siis ei ole nõndanimetatud „veksel“ sugugi veksel, vaid võib ainult liht-võlakirjaks olla. Maksu tähtaeg määratakse mitmel viisil, aga enamasti kirjutatakse veksel kindla maksupäevage, nagu allpool-toodud proov seda näitab:

Tähtpäev 2. mail 1929. a. Tartus, 2. veebruaril 1929. a.

Veksel kr. 5000.—

Teisel mail üks tuhat üheksa sada kahekümne üheksandal aastal kohustun ma selle veksli järele maksma Tallinnas Tallinna Majandusühisusele viis tuhat krooni.

*M. Pihlak.*

Tuleb hoolega silmas pidada, et veksel oleks kirjutatud ilma parandusteta. Protsentraha tuleb kas ette ära võtta või üldisesse summasse arvata, sest vekslis nimetatud protsendimaksu kohustusel ei ole seaduslikku jõudu.

Vekslisaaja võib veksli teisele isikule edasi anda, peab aga siis veksli teisele küljele pealise tegema; näiteks: „Makske Kauba Panga käsul.“ Tallinna Majandusühisus. Selles pealises on ära tähendatud, kellele veksel on edasi antud; seda võib aga ka tähendamata jätta, ja veksli edasiandja kirjutab siis ainult oma nime veksli teisele küljele.

Vekslil on liht-võlakohustise kõrval see eesõigus, et tema järele on võlga kergem sisse nõuda kui liht-võlakohustise järele, ja mitte ainult veksli väljaandjalt, vaid ka kõigilt neilt isikutelt, kes oma nimed veksli teisele küljele on kirjutanud.

Ei maksa veksliandja vekslivõlga tähtpäevaks ära, siis peab veksliomanik, kui ta veksli eesõigust ei taha kaotada, veksli **protestida** laskma, kõige hiljemini kolmandal päeval, maksu tähtpäevast arvates. Veksli protestimist toimetab notar ja, kus notarit ei ole, rahukohtunik. Tuleb silmas pidada, et vekslit saab protestida ainult seal, kus veksli maksukoht on. On veksel protestitud, siis võib kohus selle peale täiteotsuse kirjutada, ilma võlgnikku välja kutsumata.

**Vekslis tähendatud summat nimetatakse veksli hinnaks ehk valuudiks [1].**

---

[1] Itaalia keeles valuta (ladina k. valere — väärt olema, väärima), tähendab: hind, väärtus.

Võlauskujal ei ole õigust võlgnikult vekslilaenu enne tähtaega nõuda. Kuid juhtub sagedasti, et võlgnik ise soovib oma vekslivõla enne tähtaega ära maksta, või jälle võlauskuja müüb rahapuudusel veksli mõnele isikule või pangale edasi. Niisugusel juhul **oodustatakse** ehk **diskonteeritakse** veksel, s. o. **valuudist arvatakse veksli ostja kasuks protsentraha kokkulepitud protsendi määra suuruses aja eest, mis jäi kuni veksli tähtajani.**

**Summat, mida arvutatakse valuudist, nimetatakse veksli ooduseks ehk diskontoks; ooduse leidmist nimetatakse veksli oodustamiseks ehk diskonteerimiseks.**

Veksli oodustamise ülesanded rühmitatakse, nagu protsendi-ülesandedki, **nelja rühma**:

**I. ooduse leidmine või veksli järele enne tähtaega makstava summa leidmine;**

**II. valuudi leidmine;**

**III. ooduse protsendimäära leidmine ja**

**IV. aja leidmine.**

Eelmisest seletusest selgub, et veksli oodustamise ülesanded ei ole midagi uut, vaid moodustavad teatud liigi protsendi-ülesannetest; seepärast on ka järgnevate ülesannete lahendusviisid samad, mis protsendi-ülesannetes näidatud.

**I rühm: Ooduse leidmine või veksli järele enne tähtaega makstava summa leidmine.**

**994.** 2000-sendiline veksel oodustati 6 kuud enne tähtaega 8%-ga. Leida oodus.

**995.** 3600-sendiline veksel müüdi ära $1\frac{1}{2}$ aastat enne tähtaega 6%-lise oodusega. Leida oodus.

**996.** Keegi võlgnes veksli järele 800 senti; ta maksis oma võla 1 a. enne tähtaega 6%-ga. Kui palju ta maksis?

**997.** Võlgnik maksis oma võla 40 000-sendilise veksli järele 8 kuud enne tähtaega, kusjuures ooduse protsent oli 6%. Kui palju maksis ta selle veksli järele?

**998.** 6000-sendiline veksel oodustati 9 kuud enne tähtaega 8%-ga. Kui kallilt müüdi veksel?

**999.** Veksel, mille valuut oli 9600 senti, müüdi 2 kuud 12 päeva enne tähtaega 6,25%-lise oodusega. Leida oodus.

**1000.** Kui kallilt võib ära müüa 3000-sendilise veksli, mille tähtajani on 9,6 kuud aega, kui ooduse protsent on $7\frac{1}{2}$%?

**1001.** Võlgnik kustutas oma vekslivõla $4\frac{1}{2}$ kuud enne tähtaega, kusjuures $6\%$-line oodus moodustas 180 senti. Kui palju maksis võlgnik selle veksli eest?

**1002.** Keegi müüs veksli $8\frac{1}{3}$ kuud enne tähtaega $7{,}2\%$-lise oodusega. Kui palju maksti veksli eest, kui oodus moodustas 300 senti?

**1003.** Võlgnik maksis 837 senti veksli järele, mis 6 kuud enne tähtaega diskonteeritud. Leida oodus, kui ooduse protsent oli 6,25%.

## II rühm: Valuudi leidmine.

### A. Valuudi leidmine ooduse kaudu.

**1004.** Võlgnik maksis veksli järele 6 kuud enne tähtaega; $6\%$-line oodus moodustas 90 senti. Leida valuut.

**1005.** Keegi müüs veksli $2\frac{1}{2}$ kuud enne tähtaega, kusjuures $6\frac{2}{3}\%$-line oodus oli 62 kr. 50 senti. Leida valuut.

**1006.** Veksli järele maksti 8 kuud 10 päeva enne tähtaega, kusjuures $5\frac{1}{3}\%$-line oodus moodustas 100 senti. Kui suur oli veksli hind (valuut)?

**1007.** Keegi oodustas veksli $4\frac{1}{2}\%$-ga 3 kuud 15 päeva enne tähtaega, kusjuures oodus oli 23 kr. 10 senti. Kui suur oli veksli hind?

### B. Valuudi leidmine veksli järele enne tähtaega makstava summa kaudu.

**1008.** Keegi müüs veksli 1 a. 3 kuud enne tähtaega $8\%$-lise oodusega 405 kr. eest. Leida valuut.

**1009.** Võlgnik maksis veksli järele 7 k. 15 p. enne tähtaega $4{,}8\%$-lise oodusega 1164 kr. Leida veksli hind.

**1010.** Veksli järele, mille tähtajani jäi 7 k. 24 p., maksti 3587 kr. 50 s. $6{,}(6)\%$-lise oodusega. Leida valuut.

## III rühm: Ooduse protsendimäära leidmine.

**1011.** 2500-sendiline veksel müüdi 10 kuud enne tähtaega 125-sendilise oodusega. Mitme protsendiga oodustati veksel?

**1012.** 900-krooniline veksel diskonteeriti 4 kuud enne tähtaega, kusjuures veksli järele tuli maksta 879 kr. Mitme $\%$-ga diskonteeriti veksel?

**1013.** $1562\frac{1}{2}$-kroonilise veksli järele maksis võlgnik 9 k. 18 p. enne tähtaega 1500 kr. Mitme protsendiga oodustati veksel?

**1014.** Võlgnik kustutas oma vekslivõla 1 a. 8 k. enne tähtaega; oodus moodustas $\frac{1}{12}$ valuudist. Mitme protsendiga oodustati veksel?

**1015.** Veksel müüdi 1 a. 8 k. enne tähtaega; tema eest maksti $\frac{9}{10}$ valuudist. Mitme protsendiga oodustati veksel?

**1016.** Võlgnik maksis veksli järele 3 k. 18 p. enne tähtaega, kusjuures oodus võrdus 15 krooniga ja veksli järele maksti 735 kr. Mitme protsendiga oodustati veksel?

### IV rühm: Aja leidmine.

**1017.** 6000-sendiline veksel müüdi enne tähtaega 600-sendilise oodusega, kusjuures ooduse protsent oli $6\frac{2}{3}$%. Kui palju aega jäi selle veksli tähtajani?

**1018.** Veksel, mille valuut oli 312 kr. 50 senti, müüdi $7\frac{1}{2}$%-lise oodusega 306 kr. 25 sendi eest. Kui palju aega enne tähtaega oodustati veksel?

**1019.** Veksel oodustati enne tähtaega; 8%-lise oodusega maksti ta eest 0,94 valuudist. Kui palju aega enne tähtaega oodustati veksel?

---

**1020.** Üks annab 1500-kroonilise veksli, mille tähtaeg on 8 kuu pärast; teine annab temale vastu 1600-kroonilise veksli, mille tähtaeg on 1,5 a. pärast. Kumb peab kummalegi juurde maksma ja kui palju, kui ooduse protsent oli 5%?

**1021.** Keegi müüs kaks vekslit: ühe 2000-sendilise, mille tähtaeg on 6 kuu pärast, teise 3000-sendilise, mille tähtaeg on 4 kuu pärast. Mõlema veksli eest sai ta kokku 4890 senti. Mitme %-ga oodustati esimene veksel, kui teine oodustati 5%-ga?

**1022.** Keegi ostis veksli $\frac{4}{5}$ a. enne tähtaega 6,25%-lise oodusega ja müüs ta kohe ära 6%-lise oodusega, saades seejuures 32 senti kasu. Leida valuut.

**1023.** Kaks isikut vahetavad veksleid: esimese veksli tähtaeg on 1,5 a. pärast, teise veksli tähtaeg aga 9 kuu pärast. Mõlema veksli valuudid on võrdsed. 8%-lise ooduse puhul peaks esimene teisele 240 senti juurde maksma. Leida vekslite valuut.

## § 6. Võrdeline jagamine.

**Võrdeliseks jagamiseks nimetatakse niisuguste ülesannete lahendamise viisi, milles üks antud arv jagatakse osadesse, mis on teiste antud arvudega võrdelised.**

Võrdeline jagamine on kahesugune: **võrdeline** ja **vastuvõrdeline** jagamine.

### A. Võrdeline jagamine.

Ülesanne: Jagada arv 80 kolme ossa võrdeliselt arvudega: $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}$.

Parema arusaamise otstarbel kirjutame antud murruliste suhete asemele täisarvulised suhted, ühtlasi tähendades otsitavaid arvusid $x$, $y$ ja $z$ kaudu:

$$x : y : z = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : 1\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = \frac{2}{4} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = 2 : 3 : 5.$$

Tähendab, kui esimene osa ($x$) jagada kaheks võrdseks osaks, siis on niisuguseid osi teises osas ($y$) 3 ja kolmandas osas ($z$) 5.

Leiame nüüd, mitmele osale vastab antud arv 80:

$$2 + 3 + 5 = 10 \text{ (osale)}.$$

Üks osa on $80 : 10 = 8$.

$$x = 2 . 8 = \mathbf{16}.$$
$$y = 3 . 8 = \mathbf{24}.$$
$$z = 5 . 8 = \mathbf{40}.$$

**Et jagada mingit arvu osadesse, mis oleksid antud arvudega võrdelised, seks tarvis see arv jagada antud arvude summaga ja saadud jagatis korrutada järgemööda iga antud arvuga.**

A ja B peavad eneste vahel jagama:

a) 980 kr. nii, et A 340 kr. enam saaks kui B,

b) 511 kr. nii, et A 124 kr. enam saaks kui B,

c) 732 kr. nii, et A 259 kr. vähem saaks kui B.

Kui palju saaks kumbki?

**1024.** Kaks kaupmeest jagavad eneste vahel 9375 kg suhkrut nii, et üks saab 2500 kg rohkem kui teine. Kg suhkrut maksab 50 senti. Kui suure summa eest sai kumbki suhkrut?

**1025.** Kaks töölist töötasid kokku $17\frac{1}{2}$ päeva. Üks neist töötas $2\frac{1}{2}$ päeva teisest rohkem. Kui palju raha saab kumbki neist, kui nad kokku 3500 senti said?

**1026.** A ja B peavad 350 senti jagama nii, et A saab 3 senti nii mitu korda, kui B saab 4 senti. Kui palju raha saab kumbki?

**1027.** A ja B jagavad eneste vahel 170 senti nii, et nende summad suhtuvad nõnda kui 2 : 3. Kui palju saab kumbki?

**1028.** Jagada: a) 581 senti võrdeliselt arvudega 3 : 4; b) 1632 senti võrdeliselt arvudega 5 : 7.

**1029.** A saab ühest rahasummast 8 senti nii mitu korda, kui B saab 16 senti. Need arvud muuta kõige väiksemateks täisarvudeks nii, et suhe muutumatuks jääks.

**1030.** Samuti avaldada järgnevad suhted kõige väiksemate arvude kaudu: a) 8 : 10; b) 12 : 18; c) 25 : 40; d) 140 : 210; e) $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$; f) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$; g) $1\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$.

**1031.** Pidul on 168 inimest. Iga 3 mehe kohta tuleb 4 naist. Mitu meest ja mitu naist on pidul?

**1032.** Kaks õmblejat teevad nööbiaukusid. Selle aja jooksul, kui üks teeb 5 nööbiauku, valmistab teine neid 4. Kokku valmistasid nad 333 nööbiauku. Kui palju valmistas kumbki?

**1033.** Laev tõi kolmele vabrikule kokku 2 740 500 puuda kivisüsi. Üks vabrik saab 2 osa, teine 3 ja kolmas 4 osa. Kui palju kivisüsi saab igaüks? Kui palju peab iga vabrik maksma, kui puud maksab 80 senti?

**1034.** Püssirohi sisaldab 20 osa salpeetrit, 2 osa väävlit ja 3 osa sütt. Kui palju neid aineid üksikult on a) 6 n.; b) $19\frac{1}{2}$ n.; c) 2370 n. püssirohus?

**1035.** Kirjalakk sisaldab 4 osa tärpentiini, 7 osa tsinnoobrit, 5 osa šellakit ja 1 osa kriiti. Kui palju on igaüht neist aineist üksikult a) 0,204 kg; b) 8 kg ja c) 135 kg kirjalakis?

**1036.** Sooda sisaldab eneses 21,81 osa naatriumi, 15,42 osa söehapet ja 62,77 osa vett. Kui palju on neid aineid a) 0,8 kg; b) 9 kg; c) 43250 kg soodas?

**1037.** A ja B jagavad eneste vahel 147 senti nii, et B saab kaks korda rohkem raha kui A. Kui palju saab kumbki?

**1038.** A, B ja C jagavad eneste vahel 1820 senti nii, et B saab kaks korda nii palju kui A, ja C kaks korda nii palju kui B. Kui palju saab igaüks?

**1039.** Neljast isikust on igaüks kaks korda vanem kui tema eelmine. Kui vana on igaüks, kui nende aastate summa on $101\frac{1}{4}$ aastat?

**1040.** Ettevõttesse on maksnud A 6000 kr., B 8000 kr. ja C 11 000 kr. Puhaskasu on 3750 kr. Kui palju saab igaüks puhaskasust?

**1041.** Arvutada eelmine ülesanne järgmiste andmetega: a) A — 900 kr.; B — 1200 kr.; C — 700 kr. Puhaskasu — 1204 kr.; b) A — 18 000 kr.; B — 24 000 kr.; C — 30 000 kr. Puhaskasu — 7698 kr.

**1042.** Kaupmees võlgneb A-le 8500 kr., B-le 13 800 kr. ja C-le 9400 kr. Ta maksis võlauskujatele 5480,4 kr. Kui palju saab iga võlauskuja, kui nad jagavad makstava summa võrdeliselt võlasummadega?

1043. A oli ärisse paigutanud 8000 kr., B — 10 000 kr. ja C — 7000 kr. Äri tõi 6800 kr. kahju, mispärast ta ka likvideeriti. Kui palju sai igaüks raha tagasi?

1044. A ja B asutasid üheskoos äri, milleks A 18 000 senti ja B 12 000 senti sisse maksis. Puhaskasu 6850 senti jagasid nad nii, et kumbki sai 5% oma sissemakstud summast, kuna nad ülejäänud osa pooleks jagasid. Kui palju raha sai kumbki?

1045. Tundmata summast sai A — $\frac{1}{2}$, B — $\frac{1}{3}$ ja C — jäägi, mis oli 5600 senti. Kui palju said A ja B?

1046. Näitusehoone peab kiiresti valmis saama. Selleks saadab ehitusmeister A 9 töömeest 4 päevaks, ehitusmeister B 4 töömeest 7 päevaks ja ehitusmeister C 8 töömeest 6 päevaks töösse. Selle eest maksti neile 22 400 senti. Kui palju saab iga ehitusmeister?

1047. Vabrikuomanik palkas puude vedamiseks A-lt 8 hobust 2 päevaks, B-lt 6 hobust 3 päevaks ja C-lt 12 hobust $2\frac{1}{2}$ päevaks. Kõigile maksis ta kokku 192 000 senti. Kui palju raha saab iga hobuseperemees?

1048. Kolme kasti teehulgad suhtuvad nõnda kui 3 : 4 : 7. Mitu naela teed on igas kastis, kui kolmes kastis kokku on 42 naela?

1049. 80-meetriline köis jagati kolme ossa võrdeliselt arvudega 1 : 3 : 4. Kui pikk on iga osa?

1050. Leida kaks arvu, mille summa oleks 35 ja mille suhe oleks 3 : 4.

1051. Kolm arvu suhtuvad isekeskis nõnda, kui 2 : 3 : 5. Nende arvude summa on 60. Leida need arvud.

1052. Arv 320 jagada nelja ossa võrdeliselt arvudega 2 : 3 : 5 : 6.

1053. Arv 600 jagada nelja ossa võrdeliselt arvudega 8 : 5 : 4 : 3.

1054. Arv 1 jagada kolme ossa võrdeliselt arvudega 3 : 2 : 1.

1055. Kolm arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 1\frac{1}{4}$; nende arvude summa on 145. Leida need arvud?

1056. Kaks arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$; nende summa on 44. Leida need arvud.

1057. Neli arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$. Leida need arvud, kui esimese ja teise arvu vahe on 36.

1058. Jagada arv 46 kolme ossa võrdeliselt arvudega 1,5 : 2 : $2\frac{1}{4}$.

1059. Kaks arvu suhtuvad nõnda kui 0,5 : 0,58(3). Leida need arvud, kui teine arv on suurem kui esimene 300 võrra.

**1060.** Isa jaotas oma varanduse 4 poja vahel nooremast alates võrdeliselt arvudega $3\frac{1}{3} : 3 : 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{6}$. Kaks nooremat poega said kokku 230000 marga võrra rohkem kui kolmas poeg (nooremast alates). Kui suur oli isa varandus?

**1061.** Arvud, mis näitavad õpilaste hulka neljaklassilises koolis, suhtuvad (nooremast kl. alates) nõnda kui 9 : 7 : 6 : 5. Mitu õpilast on igas klassis, kui teada on, et esimeses ja viimases klassis on kokku 70 õpilast?

**1062.** Isa jagas oma rahasumma kolme poja vahel võrdeliselt arvudega 6 : 7 : 9. Kui palju sai iga poeg, kui esimene ja teine said kokku 8000 senti rohkem kui kolmas poeg?

**1063.** Vasksepp ostis 3 tükki vaske. Esimene tükk kaalub sama palju kui teine tükk, aga kolmas tükk kaalub 3 korda niipalju kui esimene ja teine tükk kokku. Mitu kg kaalus iga tükk, kui esimene ja kolmas kaalusid kokku 35 kg?

**1064.** Kaupmees ostis 3 kotti kohvi. Esimene kott kaalus 2 korda niipalju kui teine kott, aga teine kott 3 korda niipalju kui kolmas kott. Kui raske oli iga kott, kui esimene kott kaalus 30 naela rohkem kui kolmas kott?

**1065.** Vasksepp sulatas kolm tükki sulatist; esimene tükk oli 5 n. raskem kui teine tükk, teine tükk kaalus 2 korda rohkem kui kolmas tükk, aga kolmas tükk kaalus 3 korda vähem kui esimene tükk. Kui raske oli iga tükk?

**1066.** Vabrikus töötavad mehed, naised ja alaealised. Mehi on 20 võrra rohkem kui naisi ja 40 võrra rohkem kui alaealisi, aga alaealisi on 3 korda vähem kui naisi. Kui palju töölisi on vabrikus kokku?

**1067.** Kolme köie pikkus, kui nad otsakuti panna, on 200 m. Teine köis on $1\frac{1}{2}$ korda ja kolmas köis on $2\frac{1}{2}$ korda pikem kui esimene. Kui pikk on iga köis?

**1068.** Kulla ja vase sulatis kaalub 36 loodi. Kui palju kulda ja kui palju vaske on sulatises, kui vase hulk moodustab $\frac{5}{7}$ kulla hulgast?

**1069.** Kolm tükki hõbedat kaaluvad kokku 66 sol.; teise tüki raskus moodustab $\frac{2}{3}$ esimese tüki raskusest, aga kolmanda tüki raskus moodustab $\frac{4}{5}$ teise tüki raskusest. Leida iga tüki raskus.

**1070.** Reisija sõitis hobustega $\frac{1}{4}$ sellest, mis ta sõitis laevaga, aga laevaga sõitis ta 0,4 sellest, mis ta sõitis raudteel. Kui palju maad sõitis ta hobustega, laevaga ja raudteel eraldi, kui kogu ta teekonna pikkus oli 3750 km?

**1071.** Kolm tükki rauda kaaluvad kokku 38 kg. Esimene tükk kaalub 3 korda rohkem kui teine tükk ja 4 korda rohkem kui kolmas tükk. Kui raske on iga tükk?

**1072.** Isa on ühest pojast 2 korda ja teisest pojast $2\frac{1}{2}$ korda vanem. Kui vana on isa, kui esimene poeg on teisest pojast vanem 5 a. võrra?

**1073.** Isa pärandas pojale ja tütrele kokku 160000 senti. Kui palju raha sai kumbki, kui tütar sai 60% sellest, mis sai poeg?

**1074.** Kolm kaupmeest maksid teatavasse ettevõttesse 4 600 000 senti. Teine maksis 60% sellest, mis maksis esimene, aga kolmas maksis 40% sellest, mis maksis teine. Kui palju maksis igaüks?

**1075.** Kolm töösturit jagasid tööstuse aastakasu 21100 senti eneste vahel nõnda, et esimene sai 85% sellest, mis sai teine, aga teine — 60% sellest, mis sai kolmas. Kui palju sai iga tööstur?

**1076.** Kirikukellade pronks on vase ja inglistina sulatis, kus inglistina hulk moodustab 22% kogu sulatisest. Kui palju kaalub kirikukell, mis sisaldab eneses vaske 14 puuda võrra rohkem kui inglistina?

**1077.** Lühter on tehtud vase, tsingi ja inglistina sulatisest. Inglistina hulk moodustab $\frac{1}{4}$ tsingi hulgast, aga tsingi hulk moodustab $26\frac{2}{3}$% vase hulgast. Kui palju iga sorti metalli on lühtris, kui viimane kaalub 1,5 puuda?

**1078** Keegi pärandas oma testamendis tütrele 65% sellest, mis ta pärandas naisele, aga pojale 90% sellest, mis ta pärandas tütrele ja naisele kokku. Kui suur oli kogu pärandus, kui poeg sai rohkem kui tütar 33400 sendi võrra?

**Suhteid nimetatakse ahelsuheteks, kui esimese suhte tagaliige võrdub teise suhte eesliikmega, teise suhte tagaliige võrdub kolmanda suhte eesliikmega jne.**

Nõnda oleksid ahelsuhted:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1) | $3:4$ | 2) | $a:b$ | 3) | $x_1:x_2$ |
| | $4:5$ | | $b:c$ | | $x_2:x_3$ |
| | $5:6$ | | $c:d$ | | $x_3:x_4$ |

**1079.** Kolmes kastis on tee. Esimese kasti tee hulk suhtub teise kasti tee hulgasse nõnda kui $\frac{1}{12}:\frac{5}{18}$ ja teise kasti tee hulk suhtub kolmanda kasti tee hulgasse nõnda kui $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$. Kui palju on teed kokku, kui teises kastis oli 1 p. 2 n. võrra rohkem teed kui esimeses kastis?

Lahendamine: Et käesolevas ülesandes puuduvad ahelsuhted, siis muundame antud suhted ahelsuheteks:

$$\begin{array}{l|l|l} x:y=\frac{1}{12}:\frac{5}{18}=3:10 & .\ 3 & =\ 9:30 \\ y:z=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=3:\ 2 & .\ 10 & =30:20 \end{array}$$

$$x:y:z=9:30:20.$$

Edaspidine lahendamiskäik on juba tuttav.

**1080.** Nöör, mis oli 5 jalga 2 tolli pikk, lõigati kolmeks osaks: esimese osa pikkus suhtus teise osa pikkusesse nõnda kui 3:5, aga teise osa pikkus suhtus kolmanda osa pikkusesse nõnda kui 2:3. Kui pikk on iga nööriosa?

**1081.** Kolm kaupmeest võtavad osamaksude näol ettevõttest osa. Esimese kaupmehe osamaks suhtub teise kaupmehe osamaksusse nõnda kui $1\frac{1}{3}:1\frac{1}{2}$, aga teise kaupmehe osamaks suhtub kolmanda kaupmehe osamaksusse nõnda kui $2\frac{2}{3}:1$. Kui palju sai ettevõtte aastakasust esimene kaupmees, kui teine ja kolmas kaupmees kokku said 165000 senti?

**1082.** Jagada arv 215 kolme ossa nõnda, et esimene osa suhtuks teise nõnda kui $\frac{1}{2}:0{,}5$ ja teine osa suhtuks kolmandasse nõnda kui $0{,}1(6):0{,}2$.

**1083.** Neli tükki rauda kaaluvad 6 p. Esimese tüki raskus suhtub teise tüki raskusesse nõnda kui 2:3, aga neljanda tüki raskus suhtub kolmanda tüki raskusesse nagu 0,5 : 0(3) ning teise tüki raskus suhtub kolmanda tüki raskusesse nagu 6 : 8. Kui raske on iga tükk?

**1084.** Perekonnas on kolm tütart. Vanema tütre vanadus suhtub keskmise tütre vanadusse nõnda kui 8 : 7, aga keskmise tütre vanadus suhtub noorema tütre vanadusse nõnda kui $0{,}7:\frac{1}{2}$. Leida iga tütre vanadus, kui vanem tütar sündis 17. augustil 1896. a. ja noorem tütar 27. juulil 1898. a. Märkus: Iga kuu lugeda keskmiselt 30 päeva.

**1085.** 1135 000-sendilise kapitali protsentraha, mis on saadud $6\frac{1}{3}\%$-ga 8 kuu pärast, jagada nelja venna X, Y, Z ja T vahel järgmiselt: X osa suhtub Y osasse nõnda kui 0,(6) : 0,8(3); Z osa suhtub X osasse nõnda kui 0,5 : 0,75 ja Y osa suhtub T osasse nõnda kui 3 : 5. Kui palju raha sai iga vend?

**1086.** Neli isikut jagasid eneste vahel ettevõttest saadud kasu järgmiselt: esimene sai $\frac{2}{3}$ sellest, mis sai teine; teise ja kolmanda osad on võrdelised arvudega 3:5, kolmas sai 75% sellest, mis sai neljas, aga neljas 25 000 senti vähem kui kõik ülejäänud isikud kokku. Kui suur oli kogu kasu?

**1087.** Isa jättis 10% oma varandusest tütrele, kuid ülejäänud varanduse jagas ta oma kolme poja vahel võrdeliselt arvudega $2:2\frac{1}{2}:3$. Kui suur oli isa varandus, kui teine poeg sai 5000 senti rohkem kui tütar?

**1088.** Meistril on tükk vase, tsingi, seatina ja inglistina sulatist; tsingi raskus on vase raskusest 2 korda vähem; seatina raskus moodustab $6\frac{2}{3}$% tsingi raskusest, aga inglistina raskus suhtub seatina raskusesse nagu $\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$. Kui raske on see sulatis, kui seatina ja inglistina kokku kaaluvad 1 kg?

**1089.** Meister sulatas tüki hõbedat tüki vasega. Saadud sulatisest tegi ta vaasi, mis 2 naela kaalus. Kui palju hõbedat ta sulatas, kui ta iga loodi hõbeda kohta võttis 1 solotniku vaske?

**1090.** Rahakotis on kolme-, viie- ja kümnesendilised rahad, iga seltsi raha ühepalju. Mitu raha on kotis, kui nende üldine väärtus on 360 senti?

**1091.** Kaupmees müüs 170 m riiet kahele ostjale. Esimene ostis 5 m vähem kui $\frac{3}{4}$ teise ostja meetrite arvust. Kui kallilt müüdi kogu tükk, kui teine maksis 6000 sendi võrra rohkem kui esimene?

**1092.** Perekonnaisa pärandas naisele $\frac{1}{6}$ kogu oma varandusest, tütrele 2 korda niipalju kui naisele ja veel 10000 senti. Ülejäänud 30000 senti pärandas ta pojale. Kui suur oli kogu pärandus?

**1093.** Kiirkäskjalg sõitis kahe linna vahemaa ära kahe päevaga. Esimesel päeval sõitis ta $\frac{1}{4}$ kogu teest ja veel 25 km, aga teisel päeval 2 korda rohkem kui esimesel päeval. Leida linnade vahemaa.

**1094.** Poissmees onu kinkis oma varanduse kolmele õepojale järgmiselt: vanem sai $\frac{1}{3}$ sellest, mis 2 nooremat kokku, keskmine $\frac{1}{2}$ sellest, mis vanem ja noorem kokku, aga noorem sai ülejäänud 200 000 senti. Kui suur oli onu varandus?

**1095.** Kolme arvu summa on 96; kui esimene arv jagada 3-ga, teine arv 4-ga ja kolmas arv 5-ga, siis saavad võrdsed jagatised. Leida need arvud.

**1096.** Leida kaks arvu, mille vahe on 2, aga suhe on $1\frac{1}{2}$.

**1097.** Jagada 100 kahte ossa nõnda, et esimese osa pool ja teise osa kolmandik oleksid võrdsed.

**1098.** Kaks tundmatut arvu suhtuvad nagu $5:3$; kui esimesest arvust lahutada 5, aga teise arvuga liita 5, siis on nõndaviisi saadud arvud võrdsed. Leida need 2 arvu.

**1099.** Kahe tundmatu arvu summa on 100. Kui kumbki neist vähendada 15 võrra, siis suhtuvad jäägid nõnda hui 9 : 5. Leida need arvud.

**1100.** Kolme tundmatu arvu summa on 96; kui esimene arv suurendada 9 võrra, teine arv 8 võrra ja kolmas arv 7 võrra, siis saab kolm arvu, mis isekeskis suhtuvad nõnda kui 5 : 4 : 3. Leida need tundmatud arvud?

**1101.** Kaks töölistesalka kaevasid kraavi. Esimeses salgas oli 25 töölist, teises salgas 30 töölist; esimene salk töötas 40 päeva, teine salk 30 päeva. Kui palju raha sai kumbki salk, kui töö eest maksti kokku 570000 senti?

Lahendamine: Antud ülesanne lahendatakse liitvõrde abil: $x : y = (25 . 40) : (30 . 30) = 1000 : 900 = \mathbf{10 : 9}$. Edaspidine lahendamiskäik on tuttav.

**1102.** Kolm isikut andsid oma summad kasutada järgmiselt: esimene 5000 senti 10 kuuks, teine 4000 senti 11 kuuks ja kolmas 3000 senti üheks aastaks. Kui palju kasu sai igaüks, kui ettevõte tõi 2600 senti kasu?

**1103.** Keegi saatis raudteel kaks saadetist üht ja sama ainet: esimene saadetis kaalus 5 puuda ja ta saadeti 300 km kaugusele, teine saadetis kaalus 8 puuda ja saadeti 150 km kaugusele. Kui palju veoraha maksti kummagi saadetise eest, kui kokku maksti 621 senti?

**1104.** Keegi laenas kahele isikule ühe ja sama aja peale raha: ühele 3000 senti 5%-ga, teisele 2000 senti $5\frac{1}{2}$%-ga. Kui palju protsentraha sai ta kummaltki, kui ta sai kahelt võlgnikult kokku 520 senti protsentraha?

**1105.** Keegi andis $\frac{1}{2}$ oma kapitalist 5%-ga 8 kuuks laenuks ja $\frac{1}{3}$ samast kapitalist $5\frac{1}{2}$%-ga üheks aastaks laenuks. Kui palju protsentraha sai ta kummagi laenu eest, kui ta kokku sai 840 senti protsentraha?

## § 7. Vastuvõrdeline jagamine.

Antagu suurus $M$ jagada vastuvõrdeliselt suurustega $m$, $n$ ja $p$. See tähendab, et tarvis antud suurus $M$ jagada kolme ossa nõnda, et **esimene osa suhtuks teise nõnda kui $n : m$** (mitte nõnda kui $m : n$) **ja teine osa suhtuks kolmandasse nõnda kui $p : n$** (mitte nõnda kui $n : p$).

Märkides tundmatud $x$, $y$ ja $z$ kaudu, võiksime kirjutada:

$$x : y = n : m$$
$$y : z = p : n.$$

Et aga $n:m=\frac{1}{m}:\frac{1}{n}$ ja

$p:n=\frac{1}{n}:\frac{1}{p}$, s. o.

**antud suuruste vastupidine suhe võrdub vastupidiste suuruste päripidise suhtega,** siis:

$$x:y=n:m=\frac{1}{m}:\frac{1}{n}$$

$$y:z=p:n=\frac{1}{n}:\frac{1}{p}$$

$$\boldsymbol{x:y:z=\frac{1}{m}:\frac{1}{n}:\frac{1}{p}}.$$

Järelikult: **Et jagada mingisugust suurust vastuvõrdeliselt antud suurustega, seks tarvis jagada see suurus pärivõrdeliselt antud suuruste vastupidiste suurustega.**

**1106.** Jagada arv 206 vastuvõrdeliselt arvudega: $1\frac{1}{2}:2:3\frac{1}{3}:4$.

Lahendamine: $x:y:z:t=\frac{1}{1\frac{1}{2}}:\frac{1}{2}:\frac{1}{3\frac{1}{3}}:\frac{1}{4}=\frac{2}{3}:\frac{1}{2}:\frac{3}{10}:\frac{1}{4}=$ $=\mathbf{40:30:18:15}$. Edaspidine lahendamiskäik on tuttav.

**1107.** Jagada arv 45 kolme ossa vastuvõrdeliselt arvudega 6 : 8 : 12.

**1108.** Jagada arv 282 vastuvõrdeliselt arvudega 3, 5 ja 4.

**1109.** Jagada arv 556 vastuvõrdeliselt arvudega $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$ ja $\frac{2}{9}$.

**1110.** Kolm kapitali on vastuvõrdelised arvudega $1\frac{1}{2}:1\frac{1}{3}:1\frac{1}{4}$; esimese ja teise kapitali summa on 85000 senti. Leida kolmas kapital.

**1111.** Neli kapitali on vastuvõrdelised arvudega 1,5 : 2 : 2,5 : 3 esimese ja teise kapitali summa on 26000 senti suurem kui kolmanda ja neljanda kapitali summa. Leida need kapitalid.

**1112.** Jagada 5500 senti kahte ossa nõnda, et $\frac{2}{3}$ ühest võrduks $\frac{4}{5}$-ga teisest.

**1113.** Kolme tundmatu summa on 65; kui esimene neist korrutada 3-ga ja kolmas korrutada 4-ga, siis saame võrdsed arvud. Leida need tundmatud.

**1114.** Jagada 24000 senti kolme ossa nõnda, et esimese osa $\frac{2}{3}$ võrduks teise osa $\frac{1}{2}$-ga ja kolmanda osa $\frac{2}{5}$-ga.

**1115.** Jagada 34000 senti kolme ossa nõnda, et esimese osa 0,4 võrduks teise osa 0,6-ga ja kolmanda osa 0,(6)-ga.

1116. Jagada 9000 senti kolme ossa nõnda, et 80% esimesest osast, $53\frac{1}{3}$% teisest osast ja 40% kolmandast osast oleksid isekeskis võrdsed.

1117. Kolm venda jagasid eneste vahel 490000 senti. Kui esimene neist kulutas $\frac{1}{3}$ oma kapitalist, teine $\frac{1}{4}$ ja kolmas $\frac{1}{5}$ oma kapitalist, siis jäi kõigil ühepalju raha järele. Kui palju kulutas iga vend? Märkus: Esmalt leida vendade täiskapitalid.

1118. Palgati kaks töölistesalka, kokku 70 inimest. Esimene salk töötas 24 päeva, teine 18 päeva. Salgad said töö lõpul võrdsed summad. Mitu töölist oli igas salgas?

1119. Keegi andis mitmele isikule võlgu 7400 senti ühesuguse protsendiga. Üks pidas raha oma käes 8 kuud, teine 10 kuud, kolmas 12 kuud, kusjuures kõigilt saadi ühepalju protsentraha. Kui palju laenas ta igaühele?

1120. Kolme isiku kapitalide summa on 225 000 senti. Kui esimene kapital anda 10 kuuks 6%-ga hoiule, teine $1\frac{1}{2}$ aastaks 5%-ga ja kolmas 1 aastaks 4 kuuks $4\frac{1}{2}$%-ga, siis saadakse igast kapitalist ühepalju protsentraha. Leida iga isiku kapital.

1121. Keegi jagas oma kapitali 37 000 senti kolmeks mittevõrdseks osaks nõnda, et kapitali osad andsid aastas ühepalju protsentraha. Esimene osa andis 6%, teine osa 5% ja kolmas osa 4%. Kui palju protsentraha sai ta aastas kogu kapitalist?

## § 8. Segu ja sulatis.

Segu- ja sulatise-ülesanded on kahesugused: **I järgu segu- ja sulatise-ülesanded** ja **II järgu segu- ja sulatise-ülesanded.**

### A. I järgu segu- ja sulatise-ülesanded.

**I järgu segu- ja sulatise-ülesanneteks nimetatakse niisuguseid ülesandeid, kus antakse segatavate või sulatatavate ainete hulk ja nende ainete ühiku hind või väärtus ning leitakse segu või sulatise ühiku hind või väärtus.**

1122. Kaupmees segas 10 naela tangu, 12 senti nael, ja 20 n. tangu, 9 senti nael. Kui palju maksab temal enesel nael segu?

1123. Segati 20 naela riisi, 15 senti nael, ja 30 naela teist sorti riisi. Kui palju maksis nael riisi teisest sordist, kui nael segu maksis 12 senti?

**1124.** Poodnik segas kolme sorti kodumaa nisujahu: 30 naela, 12 senti nael; 1 puud, 9 senti nael, ja 10 naela, 8 senti nael. Kui kallilt peab ta naela segu müüma, et 20% kasu saada?

**Viina väärtus avaldub kraadide arvus, mis näitab, mitu osa puhast piiritust on 100 viina osas.** Kui viin on näiteks 40° kange, siis tähendab see, et puhta piirituse hulk moodustab kogu segust 40 sajandikku ruumiosa, kuna aga ülejäänud 60 sajandikku ruumiosa on vesi.

**1125.** Segati kaht sorti piiritust: 200 toopi 73° ja 300 toopi 65°. Kui kange sai segu?

Lahendamine:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 200 toopi | 73° piiritust | sisaldab | 14 600° puhast piiritust |
| 300 „ | 65° „ | „ | 19 500° „ „ |
| 500 toopi | piiritust | sisaldab | 34 100° puhast piiritust. |

500 toobi segu kohta tuleb 34 100° puhast piiritust. Järelikult tuleb 1 toobi segu kohta 34 100° : 500 = **68⅕°** puhast piiritust. Tähendab: segu on **68⅕°** kange.

**1126.** Kui palju puhast piiritust on 120 panges 60°-lises piirituses?

**1127.** Segati 4 pange puhast piiritust ühe pange veega. Kui kange sai segu?

**1128.** Segati 12 pange 80°-list piiritust 4 pange veega. Kui kange sai segu?

**1129.** Mitu pange vett tarvis lisada 20 pangele 75°-lisele piiritusele, et saada 60°-line segu?

**1130.** Segati 15 pange 64°-list piiritust ja 25 pange teist sorti piiritust. Kui kange oli teist sorti piiritus, kui segu kangus oli 54°?

**1131.** Purgis on 12 naela 10% soolalahust; kui kange saab lahus, kui sinna juurde lisada 4 naela vett?

**1132.** Purgis on 15 naela merevett, milles 2% soola. Kui palju puhast vett on tarvis sinna juurde lisada, et saada segu, mis sisaldaks 1½% soola?

Et kuld- ja hõbeasjad vastupidavamad ja odavamad oleksid, seks ei valmistata neid mitte selgest kullast ja hõbedast, vaid kuld ja hõbe sulatatakse odavamate ja vastupidavamate metallidega, harilikult vasega. Metallide segu nimetatakse sulatiseks. Sulatise väärtust hinnatakse harilikult temas sisalduva puhta kulla ja puhta hõbeda rohkuse järele. Tehtud asja peale pressitakse **proov,** s. o. **arv, mis näitab,**

**mitu tuhandikku osa sellest sulatisest, millest asi valmistatud, moodustab puhta kulla või puhta hõbeda hulk.**

1133. Kuldsepp sulatas 320 grammi 0,875-proovilist hõbedat, 425 g 0,948-proovilist hõbedat, 233,1 g puhast hõbedat ja 21,9 g vaske. Leida sulatise proov.

Lahendamine:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 320 g | 0,875-proov. hõb. | sisaldab | 0,875.320 g | = 280 g | puh. hõb. |
| 425 „ | 0,948 „ „ | „ | 0,948.425 „ | = 402,9 „ | „ „ |
| 233,1 „ | 1,000 „ „ | „ | 1.233,1 „ | = 233,1 „ | „ „ |
| 21,9 „ | 0,000 „ „ | „ | 0.21,9 „ | = 0,0 „ | „ „ |
| 1000 g | „ | „ | | 916 g | „ „ |

Puhta hõbeda hulga ja sulatise hulga suhe on: 916 g : 1000 g = **0,916**. Järelikult on sulatise proov **0,916**.

1134. Kui palju puhast kulda ja kui palju ligatuuri [1] sisaldab: 1) 1 kg; 2) 1 g sulatist, mille proov on 0,800?

1135. Kui palju puhast kulda sisaldab: 1) 12 kg; 2) 725 g; 3) 3,48 kg; 4) 0,8 g sulatist, mille proov on 0,585?

1136. Sulatati tükk puhast hõbedat sama raske vasetükiga. Missugune on sulatise proov?

1137. Sulatati 2 kg puhast hõbedat ja 1 kg vaske. Missugune on sulatise proov?

1138. Hõbedast kandmik kaalub $1\frac{1}{2}$ kg; puhast hõbedat on temas 1 kg. Missugune on selle kandmiku proov?

1139. Kuldsepp sulatas 14 g puhast kulda ja 10 g vaske. Missugune on sulatise proov?

1140. Sulatati 3 naela 0,583-proovilist kulda ja 8 naela 0,913-proovilist kulda. Leida sulatise proov.

1141. Sulatati 4 g 0,560-proovilist, 14 g 0,720-proovilist ja 2 g 0,840-proovilist kulda. Leida sulatise proov.

## B. II järgu segu- ja sulatise-ülesanded.

**II järgu segu- ja sulatise-ülesanneteks nimetatakse niisuguseid ülesandeid, milles on antud iga segatava või sulatatava aine ühiku hind või väärtus, segu või sulatise ühiku hind või väärtus** (või kogu segu või sulatise hind või väärtus) **ja kogu segu või sulatise hulk ning leitakse iga segatava või sulatatava aine hulk.**

---

[1] Odavaid metalle, mis kulla ja hõbedaga sulatatakse, nimetatakse ligatuuriks.

**1142.** Võikaupmees segas kaht sorti võid: 64 senti ja 50 senti nael, ja sai 42 n. segu, 55 senti nael. Mitu naela võid võttis ta kummastki sordist?

Lahendamine:

I sorti — $x$ n.; $64x + 50(42 - x) = 42 . 55$;

II „ — $(42 - x)$ n.; $64x + 2100 - 50x = 2310$;

$14x = 210$;

$\boldsymbol{x} = 15$.

Vastus: I sorti võid võeti **15 naela**, II sorti — **27 naela.**

**1143.** Kaupmehel on kaht sorti riisi: 50 senti kg ja 38 senti kg. Mitu kg tarvis võtta kummastki sordist, et saada 60 kg segu, 45 senti kg?

**1144.** 1928. a. mardiõhtuks osteti 3750 sendi eest kokku 20 hane ja parti. Mitu hane ja mitu parti osteti, kui igast hanest maksti keskmiselt 300 senti ja igast pardist keskmiselt 150 senti?

**1145.** Kokkuhoidlikul vanainimesel on veel alles 65 Vene hõberaha: 20-kopikalised ja 10-kopikalised. Mitu seda ja teist seltsi raha on tal, kui tal Vene raha kogusumma võrdub 1030 kopikaga?

**1146.** Poisikesel on kuuris tuvikesed ja kodujänesed; neil on kokku 56 pead ja 66 jalga. Mitu tuvikest ja mitu kodujänest on poisikesel?

**1147.** Kolm kütti läksid metsa, igaühel kaasas üks koer. Nad tõid jahisaagina kaasa jäneseid ja püüsid. Tagasitulekul oli neid kokku (kütid, koerad, jänesed ja püüd) 30 pead, kuna neil aga 96 jalga oli. Mitu jänest ja mitu püüd tõid kütid?

**1148.** Segati kaht sorti tubakat: 230 senti ja 150 senti nael. Kui nael segu müüa kallima sordi hinnaga, siis saab 15% kasu. Mitu naela võeti seguks kummastki sordist, kui segu oli üldse 1 puud?

**1149.** Poodnik segas kaht sorti kohvi: 100 senti ja 60 senti nael, ja sai segu, 75 senti nael. Esimest sorti kohvi võeti seguks 30 naela. Kui palju kohvi võeti teisest sordist?

**1150.** Kahes aamis on piiritus: ühes $72^0$-line, teises $50^0$-line. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 44 pange $64^0$-list piiritust?

Lahendamine:

Esimesest aamist — $x$ pange; teisest aamist — $(44—x)$ pange; $72x + 50(44 - x) = 44 . 64$; $72x + 2200 - 50x = 2816$; $22x = 616$; $\boldsymbol{x} = 28$.

Vastus: Esimesest aamist peab võtma **28 p.**, teisest aamist **16 p.**

**1151.** Segati kaht sorti piiritust: $60^0$-list ja $48^0$-list ja saadi 36 toopi $53^0$-list segu. Kui palju piiritust võeti kummastki sordist?

**1152.** 28 pangele $82^0$-lisele piiritusele lisati juurde $58^0$-list piiritust. Mitu pange segu saadi, kui segu kangus oli $72^0$?

**1153.** Mitu pange $64^0$-list piiritust tarvis juurde lisada 14 pangele $48^0$-lisele piiritusele, et saada $50^0$-line segu?

**1154.** Mitu pange puhast piiritust tarvis juurde lisada 32 pangele $62^0$-lisele piiritusele, et saada $68^0$-line segu?

**1155.** Kahes aamis on piiritus: ühes on puhast piiritust sama palju kui vett, teises aamis on puhast piiritust kolm korda niipalju kui vett. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 10 pange $60^0$-list segu?

**1156.** Purgis on 12 naela siirupit, milles suhkru hulk moodustab 25% siirupi raskusest. Kui palju suhkrut peab siirupile juurde lisama, et saada siirup, milles suhkru hulk moodustaks 40% siirupi raskusest?

**1157.** Kui palju 0,925-proovilist hõbedat ja kui palju 0,675-proovilist hõbedat peab võtma, et saada 10 kg 0,825-proovilist hõbedat?

0,925-proovilist — $x$ kg; 0,675-proovilist — $(10 - x)$ kg; $0{,}925\,x + 0{,}675\,(10 - x) = 10 \,.\, 0{,}825$; $925\,x + 675\,(10 - x) = 8250$; $37\,x + 27\,(10 - x) = 330$; $37\,x + 270 - 27\,x = 330$; $10\,x = 60$; $x = 6$.

Vastus: 0,925-proovilist hõbedat peab võtma **6 kg**, 0,675-proovilist hõbedat aga **4 kg**.

**1158.** Mitu kg 0,918-proovilist ja 0,525-proovilist hõbedat tarvis võtta, et saada 5,764 kg 0,750-proovilist sulatist?

**1159.** Mitu kg vaske ja mitu kg 0,650 proovilist hõbedat tarvis sulatada, et saada 14 kg 0,520 proovilist sulatist?

**1160.** Mitu kg 0,875-proovilist hõbedat tarvis sulatada 4,7 kg vasega, et saada 0,546-prooviline sulatis?

**1161.** Mitu g 0,820-proovilist kulda tarvis sulatada 16,12 g kullaga, mille proov on 0,585, et saada 0,690-prooviline sulatis?

**1162.** Kui 6,25 kg hõbedasulatis sulatada 3,75 kg vasega, siis saab 0,540-prooviline sulatis. Leida hõbedasulatise proov.

**1163.** Kui sulatada 3,76 g 0,915-proovilist kulda ja 1,88 g kulda teisest sordist, siis saab 0,765-prooviline sulatis. Leida teist sorti kulla proov.

**1164.** Mitu kg vett ja mitu kg 75%-list väävelhapet sisaldub 15 kg 27%-lises väävelhappes?

## VII OSA.

# Võrrandsüsteemide lahendamine.

Antagu kaks isesugust kahe tundmatuga esimese astme võrrandit:

$$2x + 5y = 25$$
$$3x - 2y = 9$$

Lahendame nad, s. o. leiame $x$ ja $y$ niisugused väärtused, mis ühel ja samal ajal rahuldaksid mõlemaid võrrandeid. Säärasel korral moodustavad antud kaks võrrandit esimese astme **võrrandsüsteemi** ja $x$ ja $y$ otsitavad väärtused on võrrandsüsteemi juured. Võrrandsüsteemi märgina tarvitatakse sagedasti märki $\{$, nii et ülemalantud süsteemi võiksime üles tähendada järgmiselt:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Võrrandsüsteeme lahendatakse mitmel viisil. Enne lahendamist tuleb süsteemis esinevad võrrandid normaalseteks teha.

**Liitmis- või lahutamisviis ehk -meetod.** Antud on võrrandsüsteem:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9, \end{cases}$$

mille lahendame järgmiselt:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases} \left| \begin{array}{l} .\,3 \\ .\,2 \end{array} \right| \begin{array}{r} 6x + 15y = \phantom{-}75 \\ -6x \pm 4y = -18 \\ \hline 19y = 57 \\ y = 3 \end{array}$$

Pannes ühte võrrandisse (näit. teise) $y$ asemele tema väärtuse saame:

$$3x - 6 = 9;$$
$$3x = 15;$$
$$x = 5.$$

Nõnda on antud võrrandsüsteemi juured: $\boldsymbol{x} = 5$ ja $\boldsymbol{y} = 3$.

## Graafiline esimese astme võrrandsüsteemi lahendamise viis.

Olgu antud järgmine võrrandsüsteem:

$$\begin{cases} x+2y=12 \\ 3x+2y=16. \end{cases}$$

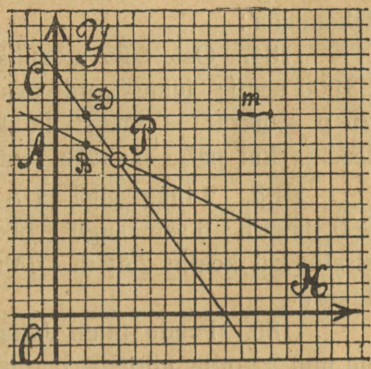
Määrame kummastki võrrandist $y$:

$$y=\frac{12-x}{2}$$

$$y=\frac{16-3x}{2}.$$

Niiviisi saame kaks funktsiooni, mis graafiliselt tuleb lahendada. Esimest funktsiooni kujutav sirgjoon peab minema läbi punktide $A$ $(0;\ 6)$ ja $B$ $(1;\ 5{,}5)$ ning teist funktsiooni kujutav sirgjoon läbi punktide $C$ $(0;\ 8)$ ja $D$ $(1;\ 6{,}5)$.

Saadud funktsioone kujutavaid jooni vaadeldes näeme, et need lõikuvad ühes punktis $P$. Tuleb ainult punkti $P$ koordinaadid määrata ja käes ongi meil antud võrrandsüsteemi juured: $x=2$ ja $y=5$.



8. joonis.

**Juhis. Et esimese astme võrrandsüsteemi graafiliselt lahendada, selleks võib kummastki võrrandist $y$ määrata. Saadud funktsioonid tuleb graafiliselt kujutada ja funktsioone kujutavate joonte lõikepunkti koordinaadid määrata. Saadud lõikepunkti koordinaadid ongi võrrandsüsteemi juured.**

Lahendada võrrandsüsteemid.

**1165.** $x+y=50,\ x-y=20.$ **1166.** $x+5y=47,\ x+y=15.$

**1167.** $3x+8y=19,\ 3x-y=1.$ **1168.** $x+5y=35,\ 3x+2y=27.$

**1169.** $3x+8y=59,\ 6x+5y=107.$

**1170.** $14x-9y=24,\ 7x-2y=17.$

**1171.** $5y+4x=13,\ 3y+5x=13.$ **1172.** $3x-5y=13,\ 2x+7y=81.$

**1173.** $2x-7y=8,\ 4y-9x=19.$ **1174.** $3y-4x=1,\ 3x+4y=18.$

**1175.** $6x-4y=5,\ 8x-3y=2.$

**1176.** $12x+15y=8,\ 16x+9y=7.$

1177. $5x+14y=24$, $19x-21y=17$.

1178. $8x-33y=19$, $12x+55y=19$.

1179. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7$, $\frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=1$. 1180. $\frac{7x}{6}+\frac{5y}{3}=34$, $\frac{7x}{8}+\frac{y}{8}=12$.

1181. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=3\frac{1}{2}$, $\frac{x}{3}-\frac{y}{8}=\frac{1}{2}$.

1182. $\frac{x+y}{3}+x=15$, $y-\frac{y-x}{5}=6$.

1183. $\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8$, $\frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11$.

Järgnevaist ülesandeist kokku seada võrrandsüsteemid ja lahendada:

**1184.** Osteti 25 p. suhkrut ja 15 naela teed ja maksti kokku 23 000 senti; teine kord osteti samade hindadega 45 n. teed ning 25 p. suhkrut ja maksti kokku 29 000 senti. Kui palju maksab nael teed ja kui palju maksab puud suhkrut?

**1185.** 2 tükki sitsi ja 8 tükki lõuendit sisaldavad enestes kokku 260 meetrit; 6 samasugust tükki sitsi ning 4 samasugust tükki lõuendit sisaldavad kokku 280 m. Mitu m sitsi ja mitu m lõuendit on igas tükis?

**1186.** Peedu ütleb Jukule: „Anna üks oma lammas minule, siis on mul 2 korda niipalju lambaid, kui sinul on". Juku vastab: „Parem anna üks oma lammas minule, siis on mul sama palju lambaid kui sinulgi". Mitu lammast oli kummalgi?

**1187.** Kui mees töötas 25 päeva ja naine 16 päeva, siis said nad kokku 10 700 senti; töötab aga mees 24 päeva ja naine 20 päeva, siis teenivad nad kokku 11 200 senti. Leida mehe ja naise päevapalk.

**1188.** Osteti 10 postmarki: $2\frac{1}{2}$-sendilised ja 5-sendilised, ja maksti nende eest kokku 45 senti. Mitu $2\frac{1}{2}$-sendilist ja mitu 5-sendilist postmarki osteti?

**1189.** Rahakotis on 25 raha: 1-kroonilised ja 10-sendilised, mis kokku moodustavad 2140 senti. Mitu kroonilist ja mitu kümnesendilist raha on?

**1190.** Ülesostja ostis 15 kana ning 8 parti ja maksis nende eest kokku 1390 senti; teisel päeval ostis ta sama hinnaga 18 kana ning 9 parti ja maksis nende eest 1620 senti. Kui kallilt ostis ta iga kana ja iga pardi?

**1191.** Postijaamas tarvitati 10 hobuse ja 7 lehma toitmiseks igapäev 11 puuda heinu; kui aga osteti juurde 1 hobune ja 2 lehma, siis kulus nende toitmiseks iga päev 12 p. 30 n. heinu. Kui palju heinu anti päevas igale hobusele ja igale lehmale?

**1192.** Sõites päri voolu tarvitab aurik 72-kilomeetrilise tee sõitmiseks 6 tundi; sõidab ta aga vastu voolu, siis tarvitab ta sama kauguse sõitmiseks 9 tundi. Leida auriku sõidu kiirus seisvas vees ja vee jooksu kiirus tunnis.

**1193.** Soovitakse taskukella loosida. Kui loosi eest võetakse 30 senti, siis saadakse, müües ära kõik piletid, 500 senti taskukella hinnast vähem; võetakse aga loosi eest 40 senti, siis saab raha 1500 sendi võrra rohkem, kui taskukell maksab. Leida taskukella hind ja looside arv.

**1194.** Kaks postikandjat läksid ühel ja samal ajal teineteisele vastu kahest kohast, mille vahemaa on 36 km, ja kohtasid teineteist 4 tunni pärast; teine kord hakkas esimene postikandja 1 tunni 12 minuti võrra enne teist liikuma ja nõnda jäi tal kuni kohtamiseni veel 3 t. 20 min. kõndida. Mitu km kõndis kumbki neist tunnis?

**1195.** Tubakakaupluse omanik segas tubakat: esimest sorti võttis ta 12 naela, teist sorti 14 naela, ja segu naelahind võrdus 280 margaga. Oleks ta võtnud 6 naela tubakat esimesest sordist ning 20 naela teisest sordist, siis oleks segu naelahind 250 senti olnud. Kui palju maksis nael seda ja teist sorti tubakat?

**1196.** Kui segada 5 pange üht sorti piiritust ja 7 pange teist sorti piiritust, siis saab 65°-line segu; võetaks aga 20 pange esimest sorti ja 4 pange teist sorti, siis saaks 70°-line segu. Leida segatavate piiritusesortide kangus.

**1197.** Kui sulatada 1,4 kg hõbedat ja 3,5 kg teist sorti hõbedat, siis saab 0,825-prooviline sulatis; kui aga sulatada 3,2 kg esimest sorti ja 2,4 kg teist sorti hõbedat, siis saab 0,775-prooviline sulatis. Leida sulatatavate hõbedasortide proov.

**1198.** Kui segada 8 kg üht sorti väävelhapet 80%-lise teist sorti väävelhappega, siis saadakse 60%-line segu; võtame aga esimest sort $\frac{1}{2}$ kg võrra vähem ja teist sorti 4 kg võrra rohkem, siis on segu 65%-line. Mitme %-line peab olema esimene sort ja mitu kg peab olema teist sorti, mis esimese segu jaoks võetud?

**1199.** Kaupmehel on 2 maja, mis kokku $a$ senti maksavad. Esimene maja annab talle kasu $p$% aastas, teine maja $q$% aastas, kusjuures üldine kasusumma kahest majast kokku moodustab $b$ senti.

Kui palju maksab kumbki maja eraldi? $a = 850\,000$; $p = 7\frac{1}{2}$; $q = 6$; $b = 59\,700$.

**1200.** Kui osta $a$ meetrit esimest sorti kalevit ja $b$ meetrit teist sorti kalevit, siis tuleb maksta $m$ senti; kui aga osta $a_1$ meetrit esimest sorti ja $b_1$ meetrit teist sorti kalevit, siis tuleb maksta $m_1$ senti. Kui palju maksab meeter kumbagi sorti kalevit? $a = 6$; $b = 4$; $m = 8800$; $a_1 = 5$; $b_1 = 8$; $m_1 = 10\,600$.

**1201.** Üks töömees alustas töö ja töötas ta kallal $a$ päeva; haiguse pärast oli ta sunnitud oma pooliku töö teisele töömehele edasi andma, kes ta $b$ päevaga lõpetas. Kui nad oleksid kogu aeg ühes töötanud, siis oleks kogu töö $t$ päeva pärast lõpetatud olnud. Mitme päevaga oleks kumbki töömees üksikult selle töö lõpetanud? $a = 9$; $b = 24$; $t = 18$.

**1202.** Tundmatu kapital, mis oli hoiule antud, muutus ühes protsentrahaga $t$ aasta pärast $a$ sendiks, aga $t_1$ aasta pärast $a_1$ sendiks. Kui suur oli see kapital ja mitme aastaprotsendiga oli ta hoiule antud? $a = 880$; $a_1 = 912$; $t = 2\frac{1}{2}$; $t_1 = 3\frac{1}{2}$.

## Kordamisülesanded.

**1203.** Asunik laenas naabrilt 12 300 senti 7 %-ga 10 kuuks, kuid $5\frac{1}{2}$ kuu pärast laenas ta samalt naabrilt veel 8550 senti tingimusega, et ta mõlemad võlasummad ühel ja samal ajal ära tasub. Tähtajal maksis asunik mõlema võlasumma kustutamiseks ühes protsentrahaga 21 824 senti. Mitme protsendiga oli teine laen tehtud? Vastus: 8%.

**1204.** Kolm venda müüsid nende päralt oleva 15 000-sendilise veksli 8%-lise oodusega 9 kuud enne tähtaega. Saadud summa jagasid nad isekeskis võrdeliselt arvudega 4 : 5 : 6. Kui palju raha sai iga vend? Vastus: Üks sai 3760 senti.

**1205.** Optant müüs 2 kullast küünlajalga, 2 n. 20 loodi kumbki, ja sai iga solotniku puhta kulla eest (ühes tööga) 600 senti; sulatis aga, millest küünlajalad olid tehtud, sisaldas eneses iga naela kohta 60 solotnikku puhast kulda [1]. $\frac{5}{9}$ saadud rahast laenas ta kaasoptandile 7,5%-ga 12 kuuks. Kui palju raha sai ta tähtajal?

**1206.** Segati 2 puuda kaht sorti tubakat: esimest sorti võeti $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui teist sorti; nael esimest sorti maksis 300 senti,

[1] Vene seaduse järele oli niisugune sulatis 60-prooviline.

aga nael teist sorti 200 senti. Kui kallilt peab müüma naela segu, et saada kogu segu pealt 3200 senti kasu? Vastus: 300 senti.

**1207.** Kaupmees segas 15 kg kohvi, 300 senti kilogramm, 5 kg kohvi, 260 senti kg, ja 16 kg kolmandat sorti kohvi. Müües kg segu 288 sendi eest, saab kaupmees 15,2% kasu. Kui palju maksab kg kolmandat sorti kohvi? Vastus: 200 senti.

**1208.** Kaupmees maksis tüki riide eest 24 000 senti; $\frac{1}{4}$ sellest tükist müüs ta 450 senti meeter ja $\frac{1}{2}$ jäägist müüs ta 500 senti meeter. Kui kallilt peab ta 24-meetrilise jäägi müüma, et kogu tüki pealt 8400 senti teenida? Vastus: 550 senti.

**1209.** Kaupmees müüs 25% kalevitükist, 350 senti arssin, 40% samast tükist, 400 senti arssin, aga 28-arssinalise jäägi, 450 senti arssin. Nõnda sai ta kogu tüki pealt 6000 senti kasu. Kui palju maksab arssin kalevit tal enesel?

**1210.** Toa pikkus on 3 sülda 3 jalga, laius 2 sülda ja kõrgus 1 süld 3 jalga. Mitu puuda õhku on selles toas, kui 1 kantjalg õhku kaalub 8 solotnikku? Vastus: 7 p.

**1211.** Keegi laenas 8000 senti $6\frac{2}{3}$%-ga $1\frac{1}{2}$ aastaks; mõne kuu pärast laenas ta samalt isikult veel 4000 senti $6\frac{1}{2}$%-ga, lubades seejuures mõlemad laenud esimese laenu tähtajal ära tasuda. Tähtajal maksis ta kokku 13 125 senti. Mitu kuud pärast esimest laenu tehti teine laen? Vastus: 3 kuud.

**1212.** Kaupmees müüs tüki riiet, mis temal enesel maksis 60000 senti, kolmele ostjale: esimesele $\frac{1}{4}$ kogu tükist, teisele $\frac{1}{2}$ jäägist ja veel 15 meetrit ning kolmandale 60-meetrilise jäägi. Esimene ostja maksis iga meetri eest 320 senti, teine 350 senti. Kui palju maksis iga meetri eest kolmas ostja, kui kaupmees kogu tüki pealt sai $13\frac{1}{6}$% kasu? Vastus: 340 senti.

**1213.** Kaks venda pärisid oma isalt kokku 21000 senti; noorem vend sai 75% sellest, mis sai vanem vend. Vanem vend ostis 0,3 osaga oma pärusest 4000-sendilise veksli, mille tähtaeg oli 1 a. 3 kuu pärast. Mitme protsendiga oodustati veksel? V.: 8%.

**1214.** Kaupmees ostis maja. $\frac{3}{5}$ maja hinnast tasus ta kohe 800000-sendilise veksliga, mille tähtaeg on $7\frac{1}{2}$ kuu pärast ja mille ooduse protsent on 10. Ülejäänud summa lubas ta maksta 9 kuu pärast ühes 8%-lise protsentrahaga. Missuguse summa peab ta maksma tähtajal? Vastus: 530000 senti.

**1215.** Kolm venda müüsid isalt päritud 10000-sendilise veksli 10 kuud enne tähtaega ja jagasid saadud summa võrdeliselt arvudega

4 : 3 : $2\frac{1}{2}$, kusjuures esimene sai rohkem kui kolmas 1500 sendi võrra. Mitme protsendiga oli veksel oodustatud? Vastus: 6%.

1216. Kaupmees ostis 7200 sendi eest kolme sorti tangu, mille hulgad suhtusid nõnda kui 2 : 3 : 4. Segades kõik tangud ja müües saadud segu 360 senti puud, sai kaupmees 10% kahju. Mitu puuda oli iga sorti tangu? Vastus: üht sorti 4 puuda.

1217. Veetoru moodustab rist-läbilõikes ruudu, mille külg on 2 tolli. Sellest torust jookseb vesi täisvooluna 25-tollilise kiirusega sekundis. Mitu pange vett jookseb selle toru kaudu minutis. kui 1 pang sisaldab 750 kanttolli? Vastus: 8 pange.

1218. Keegi loosib taskukella. Kui ta müüb loosid 200 senti tükk, siis saab ta 1500 senti kahju; müüb ta aga loosid 300 senti tükk, siis saab ta 20% kasu. Kui palju maksab taskukell? Vastus: 7500 senti.

1219. Vürtsipoodnik ostis 275 sendi eest seltersit ja mõdu, mille pudelite arvud suhtusid nõnda kui 2 : 3. Vürtsipoodnik võttis müües iga pudeli eest keskmiselt 6 senti ja sai seejuures 20% kasu. Mitu pudelit seltersit ja mitu pudelit mõdu osteti? V.: 22 ja 23 pud.

1220. Kaupmees segas kaht sorti kohvi: 100 senti ja 60 senti nael; kui ta müüb naela segu odavama sordi hinnaga, siis saab ta 20% kahju; müüb ta aga naela segu kallima sordi hinnaga, siis saab ta 20 senti kasu. Mitu naela kohvi võttis ta seguks kummastki sordist? V.: 30 ja 50 n.

1221. Vesistusse jookseb vett läbi 8 ühesuguse kraani; poole tunni pärast sai vesistu pooleni täis. Nüüd käänati 2 kraani kinni. Mitme minuti pärast peale seda täitub vesistu? V.: 40 m.

1222. Perenaine ostis kolmelt müüjalt punaseid sõstraid: 8 senti, 7 senti ja 5 senti toop; esimest sorti ostis ta 2 korda rohkem kui teist sorti ja $2\frac{1}{2}$ korda vähem kui kolmandat sorti. Kui palju maksab keskmiselt iga toop sõstraid? V.: 6 senti.

1223. Kolm venda jagasid päranduse nõnda, et esimene sai 75% sellest, mis sai teine; teine sai 80% sellest, mis sai kolmas, aga kolmas sai 40000 sendi võrra rohkem kui esimene. Kui suur oli kogu pärandus? V.: 240000 senti.

1224. Kolm venda jagasid eneste vahel päranduse võrdeliselt arvudega 1,5 : 2 : 2,5. Kaks esimest venda andsid oma summad $6\frac{2}{3}$%-ga 9 kuuks hoiule ja said hoiuaja lõpul ühes protsentrahaga 7350 senti. Kui suur oli pärandus? V.: 12000 senti.

1225. Kaupmehel oli kaht sorti kohvi: 90 senti ja 50 senti nael; kumbagi sorti oli 1 puud. Kui ta segas teatava hulga esimesest ja teisest sordist, siis sai ta 1 puuda segu, 60 senti nael. Kui palju maksab 1 nael segu, mis on ülejäänud kohvist moodustatud? V.: 80 senti.

1226. Kaupmees ostis 30000 sendi eest kolm kasti teed, kokku $3\frac{3}{4}$ p. Esimese ja teise kasti tee hulgad suhtuvad nagu 2 : 2,5, aga kolmanda kasti tee hulk moodustab $66\frac{2}{3}$% kahe esimese kasti tee hulgast; esimese ja teise kasti tee müüs ta 220 senti nael. Kui kallilt tarvis müüa iga nael kolmanda kasti teed, et kogu tee pealt 16% kasu saada? V.: 250 senti.

1227. Kahurrohi valmistatakse salpeetri, söe ja väävli segust. Söe hulk moodustab 15% kogu kahurrohu hulgast, aga väävli ja salpeetri hulgad suhtuvad nõnda kui 1 : 7,5. Kui palju saadakse kahurrohtu segust, kus sütt on 10 naela võrra rohkem kui väävlit? V.: 5 p.

1228 Keegi jagas oma rahasumma kolme võrdsesse ossa ja andis ühe osa 7%-ga, teise osa $7\frac{1}{2}$% ja kolmanda osa 8%-ga hoiule. 1 a. 4 kuu pärast sai ta kõigist kolmest osast kokku 900 senti protsentraha. Kui suur oli tema rahasumma? V.: 9000 senti.

1229. Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 240 senti kg, 180 s. kg ja 120 senti kg, kusjuures ta võttis esimest sorti 2 korda suurema summa eest kui kumbagi ülejäänud sorti. Kui palju maksab kg segu? V.: 180 senti.

1230. On kaks võrdsete pindaladega maatükki. Esimese maatüki pikkus on 80 sülda, teise pikkus aga 160 sülda, kusjuures esimene maatükk on 30 sülla võrra laiem kui teine. Kui suur on kumbki maatükk? V.: 2 tiinu.

1231. 1. jaanuaril kell 12 l. näitab kell õiget aega, aga siis jääb ta iga tund õigest ajast 1 minuti võrra maha. Millal näitab kell jälle õiget aega? V.: 31. jaan. k. 12 l.

1232. Keegi laenas $\frac{3}{5}$ oma kapitalist 10%-ga, aga ülejäänud raha 5%-ga ja 1 aasta 6 kuu pärast sai kokku 360 senti protsentraha. Kui suur oli tema kapital? V.: 3000 senti.

1233. Keegi müüs veksli 8 kuud enne tähtaega 6%-lise oodusega. 75% saadud rahast tarvitas ta kaht sorti lauasoola ostmiseks, 3 senti ja 2 senti nael. Kui ta segas $\frac{1}{2}$ esimesest sordist ja $\frac{2}{3}$ teisest sordist, siis sai ta $7\frac{1}{2}$ puuda segu, mille ta müüs kallima sordi hinnaga ja sai seejuures 25% kasu. Leida veksli valuut. V.: 1750 senti.

1234. Meistril oli 3 tükki hõbedat: esimene tükk kaalus 8 korda vähem kui teine ja kolmas kokku, teine kaalus 2 korda vähem kui esimene ja kolmas kokku, aga kolmas kaalus 2 naela võrra rohkem kui 2 teist kokku. Kui palju kaaluvad kõik 3 tükki kokku? V.: 18 n.

1235. Kolm venda jagasid isa kapitalist saadava protsentraha eneste vahel nõnda, et esimene sai 25% sellest, mis said teine ja kolmas kokku; teine sai $\frac{3}{7}$ sellest, mis said esimene ja kolmas kokku, aga kolmas sai 500 senti. Kui suur oli isa kapital, kui ta 10% andis? V.: 100000 senti.

1236. Riigi piirituselaos valati 64-pangelisest täidetud piirituseaamist $\frac{1}{4}$ osa piiritust välja ja täideti aam veega; peale seda valati välja $\frac{1}{4}$ saadud segust ja täideti aam uuesti veega; lõppeks valati $\frac{1}{4}$ uuesti saadud segust välja ja täideti aam veega. Mitu pange puhast piiritust jäi aami? V.: 27 p.

1237. Kaks venda jagasid isalt päritud kapitali kahte ossa võrdeliselt arvudega 2 : 3; esimene andis oma osa hoiule $4\frac{1}{2}$%, teine 4%. Iga aasta said nad kokku 4200 senti protsentraha. Kui suur oli päritud kapital? V.: 100 000 senti.

1238. Keegi jagas oma kapitali kolme ossa võrdeliselt arvudega 3 : 4 : 5 ja andis need osad hoiule: esimese osa 6%-ga, teise osa 7%-ga ja kolmanda osa 8%-ga. Kui suur oli kogu kapital, kui ta tõi iga aasta 1720 senti protsentraha? V.: 24000 senti.

1239. Kaupmees segas nelja sorti pähkleid: 45 senti, 35 senti, 24 senti ja 20 senti nael, ja müües naela segu 27 sendi eest, sai 10% kahju. Kui palju oli tal segu üldse, kui esimese, teise ja kolmanda sordi pähklite hulgad suhtusid nõnda, kui 2 : 6 : 5, aga neljandat sorti võeti seguks 50 naela võrra vähem kui kolme esimest sorti kokku? V.: 2 p.

1240. Keegi andis 6000 senti panka hoiule 4%-ga, kuid 5600 senti andis eraisikule võlgu 6%-ga. Kui pika aja pärast muutuvad mõlemad kapitalid ühes protsentrahaga üheks ja samaks summaks? V.: 4 a. 2 k.

1241. Segati kolme sorti piiritust: 80°, 60° ja 50°. Esimest sorti võeti 2 korda rohkem kui kolmandat ja 10 pange võrra vähem kui teist sorti; segu sai 65°-line. Kui palju oli segu? V.: 60 pange.

1242. Keegi jagas oma kapitali kahte ossa võrdeliselt arvudega 5 : 4. Suurema osa andis ta hoiule 6%-ga 10 kuuks, aga väiksema osa 7%-ga 9 kuuks. Kahest osast kokku sai ta 460 senti protsentraha. Kui suur oli kogu alguskapital. V.: 9000 senti.

1243. Kaupmees müüs kahele ostjale 1 kasti teed ja 1 kasti kohvi. Esimesele ostjale müüs ta $\frac{1}{3}$ kasti teed ja $\frac{2}{3}$ kasti kohvi, üldse 8400 sendi eest; teisele ostjale müüs ta ülejäänud tee ja kohvi 7200 sendi eest. Kui palju oli teed ja kui palju oli kohvi, kui nael teed maksis 200 senti, aga nael kohvi 80 senti? V.: 30 n.; 3 p.

1244. Neli venda jagasid päritud varanduse eneste vahel nõnda, et esimene sai 20 % kogu pärusest ja et teise, kolmanda ja neljanda osad suhtusid isekeskis nõnda kui 5 : 6 : 7. Esimene ja neljas vend liitsid oma osad ning andsid saadud summa 7,5 %-ga hoiule, kust nad 8 kuu pärast said ühes protsentrahaga 24150 senti. Kui suur oli kogu päritud varandus? V.: 45 000 senti.

1245. Maaomanik müüs kaks ühesuurust ristküliku-kujulist maa-ala, 150 senti $m^2$. Esimene maa-ala oli 20 meetri võrra pikem kui teine; esimese maa-ala laius oli 30 m, teise maa-ala laius 40 m. Kui palju raha sai maaomanik üldse? V.: 720 000 senti.

1246. Keegi müüs veksli 8 kuud enne tähtaega 6 %-lise oodusega. Saadud raha jagas ta kolme ossa võrdeliselt arvudega 5 : 4 : 3. Esimese osa andis ta hoiule 8 %-ga, teise osa $7\frac{1}{2}$ %-ga, kolmanda osa 7 %-ga ja sai üldse aastas 910 senti protsentraha. Leida müüdud veksli valuut. V.: 12 500 s.

1247. Sulatati kolm tükki hõbedat: 1 nael hõbedat esimesest tükist sisaldas eneses 84 sol. puhast hõbedat, 1 nael teisest tükist 72 sol. ja 1 nael kolmandast tükist 48 sol. puhast hõbedat. Esimene tükk oli $1\frac{1}{2}$ korda kergem kui teine ja 2 korda kergem kui kolmas. Kui palju puhast hõbedat sisaldas iga tükk, kui kõik kolm tükki sisaldasid enestes kokku 1 n. puhast hõbedat? V.: 28 sol., 36 sol., 32 sol.

1248. Meister ostis 2 tükki hõbedat. 1 nael hõbedat esimesest tükist sisaldas eneses 84 sol. ja teisest tükist 72 sol. puhast hõbedat; teine tükk oli esimesest tükist $1\frac{1}{2}$ korda raskem. Kui raske oli iga tükk, kui esimeses tükis oli puhast hõbedat $\frac{1}{2}$ naela võrra vähem kui teises tükis? V.: 2 n., 3 n.

1249. Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 90 senti, 80 s. ja 60 s. nael. Kui ta müüks segu teise sordi hinnaga, siis ei saaks ta kasu ega kahju. Mitu protsenti kahju saab ta, kui ta müüb segu kolmanda sordi hinnaga, ja mitu protsenti kasu saab ta, kui müüb segu esimese sordi hinnaga? V.: 25 %; $12\frac{1}{2}$ %.

1250. Isa pärandas oma kolmele pojale niisuguse kapitali, mis $4\frac{3}{4}$ %-ga 8 kuu pärast oleks muutunud ühes protsentrahaga 38378 sendiks. Päritud kapitali pidid pojad eneste vahel jagama vastuvõrdeliselt oma vanaduse-aastate arvudega. Kui palju raha sai iga vend, kui jagamispäeval oli vanem vend 42, keskmine vend 35 ja noorem vend $10\frac{1}{2}$ aastat vana? V.: Noorem 24 000 senti.

**1251.** 0,0(3) summast, mis saadakse, kui 1200-sendiline veksel 12%-lise oodusega 5 kuud enne tähtaega ära müüakse, jagada 5 ossa nõnda, et esimene osa suhtuks teise kui 2 : 3, teine osa kolmandasse kui $1 : 1\frac{1}{3}$, neljas osa oleks 4 korda vähem kui kolmas ja et viies osa oleks 14 korda suurem kui esimene osa. V.: 2; 3; 4; 1; 28.

**1252.** 5%-ga 4 kuud enne tähtaega oodustatud 9600-kroonilisest vekslist saadud rahasumma anti hoiule nii mitme protsendiga, kui mitme protsendiga tarvis hoiule anda 280 kr. 80 senti selleks, et $9\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 22 kr. 23 s. kasu. Kui pika aja pärast muutub hoiule antud summa ühes protsentrahaga 12 272 krooniks? V.: 3 a. pärast.

**1253.** Kapital, mis 6%-ga hoiule antuna toob 1 a. 1,(3) kuu pärast 590 senti kasu, oli jagatud kolme venna vahel vastuvõrdeliselt nende vanadusaastate arvudega. Kui palju raha sai iga vend, kui vanem oli 32 aastat vana, keskmise vanadusaastate arv moodustas 0,75 vanema venna aastate arvust, kuna aga noorema venna aastate arv suhtus kahe vanema venna vanadusaastate summasse nagu 0,5 : 1,3(9)? V.: 2250 senti; 3000 s.; 3600 s.

**1254.** Jagada arv 5200 viieks osaks nõnda, et esimene võrduks $15\frac{1}{2}$% samast arvust, $\frac{6}{13}$ jäägist moodustaks teise osa, kolmas osa suhtuks neljandasse nagu 0,4(9) : 0,30(5), aga viies osa suhtuks kolmandasse osasse nagu $1,2 : 4\frac{1}{2}$. V.: Teine osa 2028.

**1255.** Kaks talunikku rentisid 3570 sendi eest riigi raismiku omale ühiskarjamaaks. Ühel neist sõid suve jooksul karjamaal 6 hobust (ühes varssadega) $1\frac{1}{2}$ kuu jooksul, 12 veist 2 kuu jooksul ja 56 lammast $2\frac{1}{2}$ kuu jooksul; teisel sõid aga 9 hobust (ühes varssadega) $1\frac{1}{3}$ kuu jooksul, 8 veist $1\frac{2}{3}$ kuu jooksul ja 60 lammast $2\frac{1}{3}$ kuu jooksul. Kui palju pidi maksma kumbki talunik, kui rohu hulgad, mis ühel ja samal ajal tarvitavad hobune, lehm ja lammas, suhtuvad isekeskis nagu $3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2} : 0,8(3)$? V.: 1860 senti; 1710 s.

**1256.** Vesistusse on juhitud 2 toru. Esimene toru annab minutis 4 korda rohkem vett kui teine toru ja sellepärast võib täita vesistu 1 tunni võrra varemini kui teine toru. Kui pika aja pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada 2 toru?

**1257.** Kaupmees ostis 0,6 osa enese kaasas oleva raha eest tüki kalevit, 600 senti arssin, aga ülejäänud raha eest tüki drappi, 500 senti arssin. Kui palju maksis ta riide eest üldse, kui ta kalevit ostis 20 arssina võrra rohkem kui drappi? V.: 100 000 senti.

1258. Sibulakaupmees sõitis kodust välja teatavasse külasse 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis; sellest külast sõitis ta kolmandasse külasse 4-kilomeetrilise kiirusega tunnis ja viimaks kolmandast külast neljandasse külasse 3-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Nõnda oli sibulakaupmees 9 tundi teel. Kui palju maad sõitis ta selle ajaga, kui külade vahemaad olid võrdsed? V.: 36 km.

1259. Klaasi valmistamiseks võeti liiva, soodat ja lupja; lupja võeti 8 korda vähem kui liiva ja soodat kokku; soodat võeti $3\frac{1}{2}$ korda vähem kui liiva ja lupja kokku, kuid liiva läks 30 kg võrra rohkem kui kõiki teisi aineid kokku. Kui palju läks liiva, soodat ja lupja eraldi? V.: 60 kg; 20 kg; 10 kg.

1260. Kolmes aamis on piiritust: ühes $45^0$-line, teises $60^0$-line ja kolmandas $90^0$-line, kusjuures puhast piiritust on igas aamis ühepalju. Kui kange saab segu, kui segada kõik see piiritus? V.: $60^0$.

1261. Jõe voolu kiirus on 3 km tunnis; et sõita teatav kaugus päri voolu, seks tarvitab lootsik 3 korda vähem aega kui seks, et sõita sama kaugus vastu voolu. Leida lootsiku tunnilise sõidu kiirus seisvas vees. V.: 6 km.

1262. Lootsik sõidab seisvas vees 7 km tunnis; et aga sõita kahe teatava punkti vahemaa päri voolu, seks tarvitab ta $2\frac{1}{2}$ korda vähem aega kui seks, et sõita sama vahemaa vastu voolu. Leida jõe voolu kiirus tunnis? V.: 3 km.

1263. Kaks küla asuvad jõekaldal. Päri voolu sõidab aurik nende vahemaa 2 tunniga, vastu voolu aga 3 tunniga. Leida nende külade vahemaa, kui jõe voolu kiirus tunnis on 3 km.

1264. Lootsik sõitis jõge mööda 3 tundi päri voolu ja 2 tundi vastu voolu ja sõitis üldse 27 km. Leida jõe voolu kiirus, kui lootsiku sõidukiirus seisvas vees on 5 km tunnis. V.: 2 km tunnis.

1265. Pronksi valmistamiseks sulatati inglistina, tsinki ja vaske; inglistina raskus moodustab $4\frac{1}{6}$ % kahe teise metalli koguraskusest; tsingi raskus moodustab 20 % kahe teise metalli koguraskusest, vaske aga läks 44 kg rohkem kui tsinki ja inglistina kokku. Leida pronksi raskus. V.: 75 kg.

1266. Kapitalist andis $\frac{1}{2}$ kapitalist ühele isikule 12 %-ga laenuks, $\frac{1}{3}$ kapitalist teisele isikule 9 %-ga ja jäägi kolmandale isikule 6 %-ga. Mitu protsenti tõi kapital keskmiselt? V.: 10 %.

1267. Keegi andis $\frac{3}{5}$ oma kapitalist 7 %-ga hoiule, jäägi aga 5 %-ga. Kui ta oleks andnud kogu oma kapitali 6 %-ga hoiule, siis oleks ta aastas 40 sendi võrra protsentraha vähem saanud. Kui suur oli kogu kapital? V.: 20 000 senti.

1268. Kolm venda pidid jagama isalt päritud raha võrdeliselt arvudega 10 : 9 : 8; esimene vend ütles enese pärusest lahti ja jagas oma osa teise ja kolmanda venna vahel võrdeliselt arvudega 7 : 8. Nõnda sai teine vend kogu pärusest 2000 sendi võrra rohkem kui kolmas vend. Kui suur oli pärus? V.: 162 000 senti.

1269. Vesistusse on juhitud kolm kraani: esimene ja teine üheskoos võivad vesistu täita 10 tunniga; teine ja kolmas üheskoos võivad vesistu täita 18 tunniga; esimene ja kolmas üheskoos võivad vesistu täita $11\frac{1}{4}$ tunniga. Mitme tunniga täidab iga kraan eraldi vesistu? V.: 15 t.; 30 t.; 45 t.

1270. Kahes aamis on piirituse ja vee segu; ühes aamis suhtub piirituse hulk vee hulgasse nõnda kui 2 : 3, aga teises nõnda kui 4 : 1. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 80 pange segu, milles puhast piiritust oleks 65 % saadud segust? V.: 30 pange ja 50 pange.

1271. Kahe jaama vahemaa on 50 km. Raudteerong sõitis selle vahemaa ära 1 tunniga, kusjuures ta vastu mäge tarvitas 2 minutit 1 km sõitmiseks, kuna aga tasase tee peal 1 km sõitmiseks 1 min. aega kulus. Leida tasase tee pikkus ja tee pikkus vastu mäge. V.: 40 km ja 10 km.

1272. Aurik sõitis ühest sadamast välja teise sadama sihis; kui ta poole teed oli ära sõitnud, siis suurendas ta oma kiirust 25 % võrra ja jõudis seepärast teise sadamasse $\frac{1}{2}$ tunni võrra enne määratud aega. Mitme tunniga sõitis aurik kogu vahemaa kahe sadama vahel? V.: $4\frac{1}{2}$ t.

1273. Kiirkäskjalg sõitis ühest linnast teise. Esimese kolmandiku oma teest sõitis ta keskmiselt 15 km tunnis, teise kolmandiku sõitis ta keskmiselt 10 km tunnis ja kolmanda kolmandiku — keskmiselt 6 km tunnis. Mitu km oleks ta pidanud sõitma keskmiselt iga tund, et sama maa sama pika ajaga ära sõita? V.: 9 km.

1274. Vesistusse jookseb vett kahest ühesugusest torust; kui vesistu täitus pooleni, siis avati veel kolmas samasugune toru. Nõnda kulus vesistu täitmiseks üldse 25 tundi. Kui pika ajaga oleks vesistu täitunud, kui korraga oleks avatud kõik kolm toru? V.: 20 t.

1275. Raudteerong alustas sõitu $A$ jaamast $B$ jaama keskpäeval; kui pool teed oli sõidetud, vähendas vedurijuht halva tee pärast sõidu kiirust 25% võrra, mille tagajärjel jäi rong $B$ jaama sõitmisel 10 minutit hiljaks. Millal sõitis raudteerong $B$ jaama? V.: Kell 1 10 min.

1276. Keegi oodustas 2 vekslit 2 aastat enne tähtaega, ühe 7%-ga, teise 5%-ga. Esimese veksli valuut oli 1000 sendi võrra suurem kui teise veksli valuut ja ta eest saadi 780 sendi võrra rohkem kui teise veksli eest. Kui suur oli iga veksel? V.: 3000 senti ja 2000 s.

1277. Kaupmees arvas, et kui ta müüb $\frac{1}{4}$ oma teest 200 senti nael, aga jäägi 300 senti nael, siis saab ta 10% kasu; kuid tema müüs $\frac{1}{4}$ teest 300 senti nael, aga ülejäänud tee 200 senti nael. Mitu protsenti kahju ta sai? V.: 10%.

1278. 10 kantsentimeetrit kulla ja vase sulatist kaalub 150 grammi; mitu g kulda ja mitu g vaske sisaldab see sulatis, kui 1 $sm^3$ kulda kaalub 19 g, aga 1 $sm^3$ vaske kaalub 9 g? V.: 114 g kulda, 36 g vaske?

1279. Vask kaotab vees $\frac{1}{9}$ oma raskusest, aga hõbe $\frac{2}{21}$ oma raskusest. 10 loodi hõbeda ja vase sulatist kaotab vees oma raskusest 1 loodi. Kui palju on selles sulatises vaske ja kui palju hõbedat? V.: 3 l. vaske, 7 l. hõbedat.

1280. Kaks valda saatsid uut teed tegema niipalju inimesi, et töö 18 päeva pärast oleks võinud lõppeda. Kui aga 12 päeva pärast ühe valla elanikud enam tööle ei tulnud, siis pidi teise valla rahvas veel 10 päeva tee kallal tööd tegema. Mitme päevaga teeksid kummagi valla inimesed eraldi selle töö ära?

1281. Kui pesuvanni 60 kg külma vett ja 40 kg sooja vett lasta, siis oleks vanni vee temperatuur $+42^0$; kui aga lasta vanni 210 kg külma vett ja 90 kg sooja vett, siis oleks vanni vee temperatuur $+36^0$. Leida külma ja sooja vee temperatuur.

1282. Tahetakse kuju valada pronksist, mille erikaal oleks 8,2. Käepärast on aga pronks, mille erikaal on 8,05; seepärast peab teda 35,2 kg vasega (erikaal 8,8) ja 7,3 kg tinaga (erikaal 7,3) sulatama, et nõutavat pronksi saada. Mitu kg vaske ja mitu kg tina sisaldab käepärast olev pronks?

1283. Kui 5 kg piiritust segada 15 kg piiritusega teisest sordist, siis saab 65%-line segu; kui aga 12 kg esimest sorti piiritust segada 18 kg piiritusega teisest sordist, siis 62%-line segu. Mitu % alkoholi sisaldab kumbki sort segatavat piiritust?

1284. Valamisvabrikus sulatati 50,4 kg üht sorti valget vaske ja 31,2 kg teist sorti valget vaske ja saadi sulatis, mille erikaal võrdus 8,16-ga. Kui esimest sorti valget vaske oleks võetud 5,6 kg võrra rohkem ja teist sorti 5,2 kg võrra vähem, siis oleks sulatise erikaal olnud 8,2. Kui suur on kummagi sordi segatava valge vase erikaal?

1285. 2 uisutajat jooksevad ringi sees, mille läbimõõdu pikkus võrdub 480 meetriga, teineteisele järele, kusjuures esimene uisutaja ajab iga 240 sekundi pärast teisest mööda. Kui nad aga teineteisele vastu jooksevad, siis kohtavad nad teineteist iga 40 sekundi pärast. Mitu m jookseb neist kumbki sekundis?

1286. Keegi andis poole oma kapitalist $4\%$-ga, kolmandiku — $4\frac{1}{2}\%$ ja ülejäänud osa — $6\%$ hoiule. Mitu protsenti saab ta kogu kapitalist aastas? V.: $4\frac{1}{2}\%$.

1287. Keegi jagas oma kapitali kolme ossa võrdeliselt arvudega $1\frac{1}{2} : 2 : \frac{1}{2}$. Esimese osa andis ta $5\%$-ga hoiule, teise osa eest ostis ta maja, mis andis $8\%$ puhast sissetulekut, aga kolmanda osa maksis ta osamaksuna tööstuslikku ettevõttesse, mis tõi aastas $9\%$ puhast tulu. Mitu $\%$ puhast tulu saab ta aastas kogu kapitalist? V.: $7\%$.

1288. Kahes aamis on piirituse ja vee segu. Ühes aamis moodustab vee hulk $25\%$ puhta piirituse hulgast, kuna aga teise aami puhta piirituse hulk moodustab $66\frac{2}{3}\%$ vee hulgast. Mitu pange peab võtma kummastki aamist niisuguse uue segu saamiseks, milles oleks vett ja puhast piiritust kumbagi 4 pange? V.: 2 p. ja 6 p.

1289. Laua pikkus suurendati $20\%$ võrra, laius aga vähendati $20\%$ võrra. Mitme protsendi võrra suurenes või vähenes selle tagajärjel laua pindala? V.: Vähenes $4\%$ võrra.

1290. Tubakavabrikus segati 3 sorti tubakat: 400 senti, 300 s. ja 200 s. nael; esimest ja teist sorti võeti ühe ja sama summa eest, kuna aga kolmandat sorti võeti 5600 sendi võrra vähema summa eest kui teist sorti. Müües naela segu kõrgema sordi hinnaga saab kaupmees $25\%$ kasu. Kui palju tubakat segati üldse? V.: 50 n.

1291. Kaupmehel on kolme sorti marjaviina, iga sorti ühe ja sama summa eest; pudel esimest sorti maksab tal 90 senti, pudel teist sorti — 60 s. ja pudel kolmandat sorti — 45 s. Mis tuleks maksma pudel seda segu, mis saadaks, kui segataks kõik kolm sorti marjaviina ja veel sama palju vett, kui palju marjaviina oli kokku? V.: 30 s.

1292. Keegi laenas $\frac{3}{5}$ oma kapitalist ühele isikule $5\%$-ga 2 aastaks; poole aasta pärast laenas ta samale isikule oma ülejäänud raha

$6\%$-ga. Mõlemad laenud ühes protsentrahaga sai ta tagasi esimese laenu lõpp-tähtpäeval 54800-sendilises summas. Missugune summa oli laenatud? V.: 50000 s.

**1293.** Asunik laenas 6000 senti 10 kuuks; 2 kuud pärast seda laenas ta samalt laenuusaldajalt veel 3000 s. sama protsendiga, kuid tingimusega, et see võlg endisega ühel ajal tasutud saaks. Määratud tähtpäeval maksis asunik kokku 9490 s. Mitme $\%$-ga oli laen tehtud? V.: $7\%$.

**1294.** Kaupmehel oli kaht sorti kohvi: 100 senti ja 60 s. nael. Segades $\frac{1}{3}$ osa kohvi esimesest sordist ja $\frac{1}{2}$ osa kohvi teisest sordist saab ta segu, 70 s. nael. Mis maksaks nael ülejäänud kohvi segu? V.: 76 senti.

**1295.** Kella numbrilaual hakkavad liikuma ühel ja samal ajal kaks osutit (kella tunni- ja minutiosuti suunas), kusjuures liikumise algus sünnib arvu 12 kohalt; üks osuti liigub neli korda kiiremini kui teine. Missuguste numbrite kohal kohtavad need osutid teineteist? V.: Numbrite 4 ja 8 kohal.

**1296.** Kella tunni- ja minutiosuti kohtavad teineteist praegusel silmapilgul; kui pika aja pärast järgneb teine kohtamine? V.: $65\frac{5}{11}$ min. pärast.

**1297.** Keskpäeval kohtavad kella tunni- ja minutiosuti teineteist; kui pika aja pärast peale seda kohtamist moodustavad need osutid täisnurga? V.: $16\frac{4}{11}$ min. pärast.

**1298.** Missugusel momendil kella 2 ja 3 vahel kohtavad kella tunni- ja minutiosutid teineteist? V.: Kell 2 $10\frac{10}{11}$ min.

**1299.** Tööliste salga jaoks valmistati toidu-tagavara 30 päevaks; töölisi ilmus $25\%$ võrra rohkem kui arvati ja seepärast anti igale töölisele $25\%$ võrra vähem toitu kui oli määratud? Mitmeks päevaks jätkub valmistatud toidu-tagavara: V.: 32 p.

**1300.** Kaupmees ostis 50000 sendi eest teed ja kohvi; tee müüs ta $20\%$-lise kasuga, kohvi aga $10\%$-lise kasuga. Kui palju raha sai ta tee müügist ja kui palju kohvi müügist, kui ta kõige kauba müügist sai kokku 8000 s. kasu? V.: 36000 s. ja 22000 s.

**1301.** Teekaupmehel oli kaht sorti teed: 300 senti ja 200 s. nael, kokku $1\frac{3}{4}$ p.; selle tee müüs ta 20700 s. eest ja sai esimese sordi tee müügist $10\%$ kasu ja teise sordi tee müügist $25\%$ kasu. Kui palju teed oli tal igast sordist? V.: 1 p.; 30 n.

**1302.** Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 100 senti, 90 s. ja 40 s. nael ja sai 78 naela segu, 80 s. nael, kusjuures esimest sorti kohvi oli sama summa eest kui teist sorti kohvi. Mitu naela kohvi võeti seguks igast sordist? V.: 27 n.; 30 n.; 21 n.

1303. Keegi laenas 1200 senti; 3 kuu pärast laenas ta veel sama protsendiga 400 senti; aasta pärast peale viimast laenu maksis ta kõik oma võla ühes protsentrahaga 1714-sendilises summas. Mitu protsenti ta maksis? V.: 6%.

1304. Võlgnik maksis oma laenuusaldajale kahe veksli järele enne tähtaega; üks veksel oli 8000-sendiline, teine veksel 10000-sendiline; esimese veksli tähtajani jäi veel 6 kuud, teise veksli tähtajani jäi aga veel 9 kuud. Mõlema veksli järele tuli maksta kokku 17080 s. Leida ooduse protsent. V.: 8%.

1305. Talunik jagas oma kapitali kolme ossa nii, et esimene osa oli 4000 sendi võrra teisest osast suurem ja 10000 sendi võrra kolmandast osast suurem. Esimesest osast saab talunik 4,5% kasu, teisest osast — 5% ja kolmandast osast 5,5% kasu; kõigest kapitalist sai ta 8 kuu pärast 3500 senti kasu. Leida taluniku kapital. V.: 106000 s.

1306. Kapitalist jagas oma kapitali 3 isesuurusesse ossa ja andis need osad mitmesse ettevõttesse, kusjuures ta sai kõigist osadest ühesuurused aasta-kasusummad; esimene ettevõte andis 6%, teine — 8%, kolmas — 12%. Mitu aastaprotsenti sai ta kogu kapitalist? V.: 8%.

1307. Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 120 senti, 100 s. ja 90 s. nael. Kui ta müüb segu teise sordi hinnaga, siis ei saa ta kahju ega kasu. Poole segust müüs ta esimese sordi hinnaga, ülejäänud osa segust aga kolmanda sordi hinnaga. Mitu % kasu või kahju sai ta? V.: 5% kasu.

1308. Kaupmees ostis kolme sorti tubakat: 250 senti, 200 s. ja 150 s. nael, kusjuures kogu esimene sort maksis 2 korda rohkem kui kogu teine sort ja 4 korda rohkem kui kogu kolmas sort. Ostetud tubaka segas kaupmees ja müüs saadud segu teise sordi hinnaga. Mitu % kasu või kahju sai ta. V.: $6\frac{2}{3}$% kahju.

1309. 3050 sendi eest müüdi kaks vekslit, mille valuutide summa oli 3200 s.; üks veksel oodustati 6%-ga 1 a. enne tähtaega, teine — 5%-ga 6 kuud enne tähtaega. Kui kallilt müüdi kumbki veksel? V.: 1880 s.; 1170 s.

1310. Keegi jagas oma kapitali 3 ossa nii, et esimene osa oli 5000 sendi võrra suurem kui teine ja 8000 sendi võrra suurem kui kolmas osa. Esimese osa andis ta hoiule 4%-ga 9 kuuks, teise osa — 5%-ga 1 aastaks, kolmanda osa 6%-ga 10 kuuks. Kõigist kolmest osast sai ta kokku 1950 s. protsentraha. Kui suur oli ta kapital? V.: 47 000 s.

**1311.** Käsitööline andis ühe osa oma kapitalist hoiule 5%-ga, teise osa — 6%-ga. Teisest osast sai ta aastas 2 korda rohkem protsentraha kui esimesest osast. Mitu % sai ta kogu kapitalist aastas? V.: $5\frac{5}{8}$%.

**1312.** Kaupmehel oli kaks ühe ja sama hinnalist kasti teed, kokku 6 puuda. Esimese kasti tee müüs ta 25%-lise kasuga, teise kasti tee — 10%-lise kasuga; kogu tee pealt sai ta 15% kasu. Mitu naela teed oli kummaski kastis? V.: 2 p.; 4 p.

**1313.** Kaupmehel oli 2 ühe ja sama hinnalist tükki kalevit, kokku 100 meetrit. Selle kalevi müüs ta ära, kusjuures sai esimese tüki müügist 5% kahju, aga teise tüki müügist 20% kasu; kõigest sest müügist teenis ta 10%. Mitu meetrit kalevit oli kummaski tükis? V.: 40 m; 60 m.

**1314.** Kaupmees ostis 8 p. jahu; osa jahust rikkines ega läinud müügile; ülejäänud jahu müüdi 20%-lise kasuga; nõnda saadi kogu ostangu pealt 10% kahju. Kui palju jahu rikkines? V.: 2 p.

**1315.** Sõjaväe-osa jaoks moodustati toidutagavara 48 päevaks, kuid sõdurite arv oli 20% võrra vähem kui arvati ja sõduri toitmine läks maksma 20% võrra rohkem kui eelarves oli näidatud. Mitmeks päevaks jätkub toidutagavara? V.: 50 päevaks.

**1316.** Kolme murru summa on $\frac{38}{27}$. Nende murdude lugejad suhtuvad nõnda kui 1 : 2 : 4, aga nimetajad nõnda kui 1 : 3 : 9. Leida need murrud. V.: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{8}{27}$.

**1317.** Aurik sõitis *A* sadamast *B* sadamasse ja sealt ajaviitmata tagasi *A* sadamasse; kogu seks sõiduks kulus 10 tundi. Leida nende sadamate vahemaa, kui jõe jooksukiirus on 4 km tunnis ja kui auriku sõidukiirus seisvas vees on 20 km tunnis. V.: 96 km

**1318.** Kaks küla asetsevad jõe kaldal; aurik sõidab nende vahemaa päri voolu 3 tunniga, aga vastu voolu — 5 tunniga. Leida nende külade vahemaa, kui auriku sõidukiirus seisvas vees on 16 km tunnis. V.: 60 km.

**1319.** Kaupmees oodustas 2 vekslit 1 aasta enne tähtaega: 50 000-sendilise ja 40 000-sendilise. Esimese veksli ooduse protsent oli 1 protsendi võrra teise veksli ooduse protsendist kõrgem, kuid esimese veksli eest maksti 9000 s. võrra rohkem kui teise veksli eest. Mitme protsendiga oodustati kumbki veksel? V.: 6% ja 5%.

1320. Lootsikumees sõudis jõel 4 tundi vastu voolu ja 1 tunni päri voolu ja sõitis selle aja jooksul kokku 24 km. Leida lootsiku kiirus seisvas vees, kui jõe jooksukiirus on 2 km tunnis. V.: 6 km tunnis.

1321. Kaks isikut vahetavad veksleid: üks annab 2500-sendilise veksli, mille tähtaeg on 16 kuu pärast, teine annab 2400-sendilise veksli, mille tähtaeg on $8\frac{1}{3}$ kuu pärast. Arvepidamisel selgus, et kummalgi ei tulnud teisele juurde maksta. Mitme protsendiga oodustati need vekslid? V.: 6%.

1322. Segati kaht sorti mingit kaupa, kusjuures kumbagi sorti võeti ühe ja sama summa eest; teist sorti kaupa läks segusse $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui esimest sorti. Kui palju maksab nael kumbagi sorti segatavat kaupa, kui nael segu tuli maksma 120 senti? V.: 150 s. ja 100 s.

1323. Kaks isikut vahetavad veksleid: üks annab 2000-sendilise, teine 1800-sendilise veksli; esimese veksli tähtaeg on aasta võrra hiljemini kui teise veksli tähtaeg. 5%-lise ooduse juures selgus, et teine pidi juurde maksma 95 s. Millal toimetati vekslite vahetamist? V.: 6 kuud enne teise veksli tähtaega.

1324. Keegi tarvitas $\frac{2}{5}$ osa päritud kapitalist maja ostmiseks, kuid ülejäänud kapitaliosa eest ostis ta talu, mis 2% võrra rohkem sissetulekut andis kui maja. Majast saab ta aastas 32000 senti sissetulekut, talust sama aja jooksul 60000 s. Leida päritud kapital. V.: 1000000 s.

1325. Kaupmees ostis 2000000 sendi eest talu ühes eluga ja eluta inventariga ja 1000000 sendi eest linnamaja; talu annab $2\frac{1}{2}$% võrra vähem sissetulekut kui maja, kuid siiski on aastane sissetulek talust $1\frac{1}{2}$ korda suurem kui sissetulek majast sama aja jooksul. Kui palju sissetulekut saab kaupmees aastas talust ja majast eraldi? V.: 150000 s.; 100000 s.

1326. Kaupmees ostis kolme sorti teed: 320 senti, 240 s. ja 200 s. nael — kokku $13\frac{1}{2}$ puuda Kui ta segab kogu esimest sorti tee teist sorti tee $\frac{1}{2}$ osaga, siis maksab nael segu 260 s.; kui ta segab kogu teist sorti tee kolmandat sorti tee $\frac{1}{2}$ osaga, siis maksab nael segu 215 s. Kui palju maksis kaupmees kogu ostetud tee eest? V.: 115200 s.

1327 [1]. Keegi ostis 56-proovilise kuldketi, 12 loodi raske; keti tasuks andis ta 18000-sendilise veksli 8 kuud enne tähtaega. Mitme

[1] Ülesandeis nr. 1327—1332 esineb nõndanimetatud Vene proov, milleks nimetatakse arvu, mis näitab, mitu raskuseosa puhast kulda või puhast hõbedat sisaldub 96 sulatise raskuseosas.

protsendiga oodustati veksel, kui solotnik puhast kulda (ühes tööga) hinnati 800 senti. V.: $10^0/_0$.

1328. Sulatati 2 tükki 72- ja 84-proovilist hõbedat; esimese tüki raskus moodustab $20^0/_0$ teise tüki raskusest. Leida sulatise proov. V.: 82 proov.

1329. Meister ostis 2 hõbedast 48- ja 84-proovilist küünlajalga. Ehk küll esimene neist kaalus 1,5 korda rohkem kui teine, kuid teine sisaldas eneses 4 loodi puhast hõbedat rohkem kui esimene. Leida kummagi küünlajala raskus. V.: 1,5 n.; 1 n.

1330. Osteti kaks kullast käevõru: 60-prooviline ja 78-prooviline; ligatuuri oli kummaski käevõrus ühepalju, kuid puhast kulda oli esimeses käevõrus 8 sol. võrra vähem kui teises. Kui palju kaalus kumbki käevõru? V.: 8 sol.; 16 sol.

1331. Sulatati kaks tükki 48-proovilist ja 56-proovilist hõbedat. Missuguse prooviline saab sulatis, kui on teada, et teises tükis oli puhast hõbedat $3\frac{1}{2}$ korda rohkem kui esimeses tükis? V.: 54-prooviline.

1332. Sulatati 2 vana hõbetaldrikut: 80-prooviline ja 89,1-prooviline, kusjuures esimene taldrik kaalus 2 n. 4 loodi, teine 1 n. $21\frac{1}{3}$ l. Saadud sulatisest tehti tosin üheraskuseid lusikaid ja 4 üheraskust teeklaasi-alust. Missuguse prooviline ja kui raske sai iga lusik ja iga teeklaasi-alus, kui lusika raskus suhtub teeklaasi-aluse raskusesse nõnda kui 2,4666..: $9\frac{1}{15}$. V.: 84-prooviline; 13 sol.; 52 sol.

1333. Töömees lubas lõpetada võetud töö 15 päeva pärast. Et oma sõna pidada, seks peab ta 3 päeva pärast võtma omale ühe abilise, aga 10 päeva pärast teise abilise. Tingimuse järele saab teine töömees päevas $1\frac{1}{2}$ korda vähem kui esimene töömees, aga kolmas töömees saab päevas $1\frac{1}{2}$ korda vähem kui teine. Kõige töö eest maksti kokku 6810 s. Kui palju raha sai iga töömees? V.: 4050 s.; 2160 s.; 600 s.

1334. Tarvis on segada $7\frac{3}{4}$ naela teed nõnda, et nael segu 325 senti maksaks; seguks tuleb võtta kaht sorti teed: nael esimest sorti maksab nii mitu sajasendilist, kui suur on arvude $\frac{1}{25}$ ja 0,016 jagatis, kuid teist sorti tee naelahind moodustab $5^0/_0$ 6800 sendist. Kui palju teed kummastki sordist on tarvis võtta soovitavaks seguks? V.: 1 n. 23 sol.; 6 n. 44 sol.

1335. Osteti maja, mille eest maksti puhtas rahas $\frac{1}{4}$ tema hinnast; ülejäänud hinnaosa tasuks andis ostja 540000-sendilise veksli 2 aasta 8 kuu peale $7\frac{1}{2}{}^0/_0$-ga. Kui palju maksab maja? V.: 576000 s.

1336. Osteti 3 kasti teed 197800 sendi eest, (100 . 3,0666 . .) senti nael. Mitu naela teed on igas kastis, kui esimeses on rohkem kui teises nii mitu korda, kui mitu korda on 0,25 suurem kui $\frac{1}{6}$ ja kui kolmanda kasti teenaelte arv moodustab $7\frac{1}{2}\%$ kahe esimese kasti teenaelte summast. V.: 360 n.; 240 n.; 45 n.

1337. Neli töömeest kaevasid 14 päeva jooksul risttahuka-kujulise augu, mille pikkus oli 120 sülda, laius 9,8 s. ja sügavus $3\frac{2}{3}$ s. Mitme päeva jooksul kaevavad samad töömehed samakujulise augu, mille pikkus oleks 80 sülda, laius 7 sülda ja sügavus $5\frac{1}{2}$ sülda, ja kui palju raha saab neist igaüks, kui töömeestest välja kaevatud mullahulgad suhtuvad nõnda kui $2\frac{1}{2} : 1{,}2 : 2{,}9 : 1{,}0999\ldots$ ja kui iga kantsülla väljakaevatud maa eest maksti 500 senti? V.: 10 päeva jooksul.

1338. Meistril oli $7\frac{1}{2}$-naelaline tükk hõbeda ja vase sulatist, milles vase hulk moodustas $25\%$ hõbeda hulgast. Selle metalliga sulatas meister $1\frac{1}{2}$ naela 84-proovilist hõbedat ja tarvitas saadud sulatise kolme küünlajala valmistamiseks. Leida küünlajalgadeks tarvitatud sulatise proov ja küünlajalgade raskus, kui esimese küünlajala raskus suhtus teise küünlajala raskusesse nõnda kui $1{,}1666\ldots : 1\frac{2}{3}$, aga teise küünlajala raskus kolmanda küünlajala raskusesse nõnda kui $0{,}625 : 1\frac{5}{16}$. V: 78-prooviline; 1 n. 30 sol.; 1 n. 48 sol.; 5 n. 78 sol.

1339. Kaupmees segas kaht sorti teed, kusjuures esimest sorti võttis ta 16 naela. Nael esimest sorti teed maksab tal enesel 350 s., aga nael teist sorti teed 130 s. Kaupmees saab $20\%$ kasu, kui ta müüb segu 300 s. nael. Saadud segu pakiti kolme kasti: esimese kasti naeltearv suhtus teise kasti naeltearvusse nõnda kui $0{,}1999\ldots : 0{,}3$, kuna aga kolmanda kasti naeltearv moodustas $20\%$ esimese ja teise kasti teehulkade summast. Mitu naela teed oli igas kastis? V.: $14\frac{2}{3}$ n.; $9\frac{7}{9}$ n.; $4\frac{8}{9}$ n.

1340. Teekaupmees segas 0,6 osa 200-sendilise tee naelte arvust ja $20\%$ 150-sendilise tee naelte arvust ja sai nõndaviisi 10 puuda segu, 180 s. nael. Ta segas ka ülejäänud tee. Mis maksab uue segu nael? V.: 160 s.

1341. Kaupmees tahab segada 11 n. 60 sol. 215-sendilist teed; seks otstarbeks võtab ta kaht sorti teed: nael esimest sorti maksab nii mitu korda 100 senti, kui mitu ühelist on arvude $\frac{1}{25}$ ja $0{,}01666\ldots$ jagatises, aga teist sorti tee naelahind moodustab $6\%$ 3000 sendist. Kui palju teed kummastki sordist tarvis võtta seguks? V.: 6 n. 25 l.; 4 n. 27 l.

**1342.** Kaks käsitöölist andsid oma vaba kapitali ühisettevõttesse. Esimene andis 5000 kr. 3 kuuks, teise kapital moodustas 0,1999... esimese kapitalist ja oli ettevõttes 7 kuud. Operatsiooniaja lõpul said nad kokku niisuguse kasusumma, mille võib saada 2200-kroonilise veksli eest 9 kuud enne tähtaega, kusjuures ooduse protsent on 7%. Kui palju kasuraha sai kumbki? V.: 1421 kr. 25 s.; 663 kr. 25 s.

**1343.** Kaupmees müüs 0,3888... kõigest oma teest, 190 senti nael, 0,7222... jäägist, 175 s. nael, ülejäänud tee aga — 200 s. nael. Sellest müügist sai kaupmees $7\frac{1}{2}$% kahju. Neil andmetel leida, mis maksis puud müüdud teed kaupmehel enesel? V.: 8000 s.

**1344.** Kaupmees müüs 150000-sendilise veksli 9 kuud 27 päeva enne tähtaega 6,4%-ga; saadud raha eest ostis ta kaht sorti teed: 350 s. ja 380 s. nael. Kaupmees arvab, et kui ta segab kogu ostetud tee ja müüb saadud segu 360 senti nael, siis saab ta 1920 s. kasu. Mitu naela seda ja teist sorti teed ostis kaupmees? V.: Teist sorti $133\frac{1}{3}$ n.

**1345.** Meister valmistas 30 n. kahe metalli sulatist; nael üht metalli maksab

$$\frac{(12 \text{ v. } 3\tfrac{1}{2} \text{ süld. } 2\tfrac{1}{4} \text{ arss.}) : 0{,}120085}{2 \text{ s. } 5 \text{ j. } 10 \text{ t.}} \text{ senti,}$$

kuna aga teine metall on esimesest metallist 1,2(7) korda kallim. Selle sulatise müüs meister ja sai ta eest 112500-sendilise veksli, mille tähtaeg on 2 a. 2 k. 12 päeva pärast ja mille ooduseprotsent oli 6,(6)%. Kui palju kumbagi sorti metalli on sulatises, kui meister sai müügil kasu $14\frac{2}{7}$% sest summast, mis tal enesel maksis see metall? V.: 12 n.; 18 n.

**1346.** Kaupmees müüs $\frac{3}{5}$, siis 0,2333... ja viimaks 0,18 osa oma kaubast; pärast seda jäi tal 42 n. kaupa järele. Müügist sai ta 8564,4 senti, kusjuures saadud kasu moodustas 4% müüdud kauba sisseostu hinnast. Mitu naela seda kaupa oli kaupmehel ja kui kallis oli selle kauba sisseostu hind? V.: 225 n.; 45 senti.

**1347.** Kaupmees laenas 486000 senti 6%-ga 5 kuuks ja mõne aja pärast veel samalt isikult 640000 s. $7\frac{1}{2}$%-ga, lubades tasuda viimase võla ühes esimesega. Mõlema laenu tasuks ühes protsentrahaga tuli maksta 1150150 s. Kui pika aja pärast peale esimest laenu tehti teine laen? V.: 2 k.

**1348.** Ühisettevõtetest võttis osa üks kodanik oma kapitaliga 2 kuu jooksul; teise kodaniku kapital, mis moodustas 0,1666... osa esimese kodaniku kapitalist, oli ettevõttes 6 kuud. Jagada kahe nimetatud kodaniku vahel rahasumma, mis saadakse 12 000-sendilise veksli müügist 8 kuud enne tähtaega 6 %-ga. V.: 7680 s.; 3840 s.

**1349.** Kaupmees *A* müüs kaupmehele *B* 150 arss. kalevit ja sai seejuures 5 % kasu. Kaupmees *B*, kes sama kalevi müüs 69 300 sendi eest, sai 10 % kasu. Kui palju maksis kaupmees *A* arssina kalevi eest? V.: 400 s.

**1350.** Vabrikust telliti üht ja sama sorti riiet kahel korral. Esimesel korral tellitud tükkide arv suhtub teisel korral tellitud tükkide arvusse nõnda kui 5 : 4; iga esimesel korral tellitud tüki pikkus suhtub iga teisel korral tellitud tüki pikkusesse nõnda kui 1 : 0,8333 . . . ; iga esimesel korral tellitud tüki laius suhtub iga teisel korral tellitud tüki laiusesse nõnda kui 1 : 1,333 . . . Töö eest maksti kokku 21 250 s., võrdeliselt kummalgi korral tellitud töö hulkadega. Tööliste salgale, kes tegi teisel korral tellitud töö, maksti 4 %-ga hoiule antud 300000-sendilise summa protsentrahaga. Kui pikaks ajaks oli see summa hoiule antud? V.: 10 kuuks?

**1351.** Puud esimest sorti odrakruupe maksab 570 senti, puud teist sorti — 500 s. Soovitav on segada neid kruupe 14 700 sendi eest nii, et puud segu tuleks 5 % võrra kallim maksma kui puud teist sorti kruupe. Mitu puuda esimest ja teist sorti kruupe peab võtma eraldi? V. 10 v.; 18 v.

**1352.** Kaupmehel on 1 500 000-sendiline veksel, mille ta diskonteerib $3\frac{1}{5}$ %-ga 2,4 kuud enne tähtaega; saadud raha eest ostab ta kaht sorti kalevit: 350 senti ja 380 s. meeter. Kui kaupmees müüb ostetud kalevi keskmiselt 360 s. meeter, siis saab ta kahjuta ja kasuta oma raha tagasi. Mitu m seda ja teist sorti kalevit ostis kaupmees? V.: 276 m; 138 m.

**1353.** Talunik eraldas $\frac{3}{5}$ oma krundist enesele, kuid ülejäänud maa $\frac{1}{2}$ osa eest võttis ta müügil 6 %-lise oodusega 450 000-sendilise veksli, mille tähtajani jäi veel 4 kuud. Kui kallilt hinnati kogu talu ja mitu ha ta sisaldas, kui ha maksis 9000 s. V.: 2 205 000 s.; 245 ha.

**1354** [1]. Kolm venda tulid võõrastemajasse ja palusid enestele kartuleid keeta. Seniks, kui kartulid keesid, heitsid nad puhkama. Tüki aja pärast ärkas vanem vend ja, nähes laua peal kartuleid, sõi oma osa ning heitis uuesti magama; ärkas keskmine vend, kes ei teadnud, et vanem vend juba oma osa oli söönud, sõi oma osa ning heitis jälle puhkama; lõppeks ärkas noorem vend, kes ei teadnud, et

[1] Ülesanne on võetud Malinini ja Burenini ülesannetekogust.

vanemad vennad oma osad olid söönud, ning tegi samuti, nagu ta vanemad vennad. Kui vanem vend uuesti ärkas, siis äratas ta ka nooremad vennad ning siis selgus kõik. Ülejäänud 24 kartulit jagasid eneste vahel keskmine ja noorem vend. Mitu kartulit keedeti kolmele vennale kokku ja mitu kartulit ülejäänud 24 kartulist said keskmine ja noorem vend eraldi? V.: 81; 9; 15.

**1355.** 160 töömeest, töötades igapäev 12 tundi, kaevavad 75 päevaga 1 versta pikkuse, 5 s. 5 j. laiuse ja 3 arss. 8 verss. sügavuse kraavi. Mitme töölise võrra peab seda tööliste salka suurendama, et uus salk 80 päevaga, töötades igapäev 14 tundi, kaevaks kraavi, mis oleks 100 sülla võrra esimesest kraavist pikem ja mille laius oleks 8 süllda $2\frac{1}{3}$ jalga ja sügavus 3,2 arss., kuna aga teise töö raskus suhtub esimese töö raskusesse nõnda kui 7 : 8? V.: 20.

**1356.** $2\frac{7}{24}$ naelast traadist tehti 10 võrdset rõngast; määrata iga rõnga läbimõõt, teades, et 1 jalg traati kaalub 2 sol. Ringjoon on oma diameetrist ligikaudu $3\frac{1}{7}$ korda suurem. V.: 7 tolli.

**1357.** Vesistusse on juhitud 4 kraani: esimese kraani kaudu jookseb vesistusse minutis 3,375 pange vett; teise kaudu $4\frac{1}{5}$ minutis 18,5 pange; kolmanda kaudu 2,88 minutis 10 pange, aga neljanda kaudu jookseb vesistust minutis 7,0555... pange vett välja. Kui palju vett koguneb tühja vesistusse, kui kõik kraanid avada korraga $11\frac{33}{47}$ minutiks? V.: $49\frac{3}{28}$ p.

**1358.** Kolme arvu summa on 132; esimene on 4 korda suurem kui teine; jagame aga kahe esimese arvu summa 10-ga, siis saame kolmanda arvu. Leida need arvud. V.: 96; 24; 12.

**1359.** Keegi andis panka 5%-ga kaks kapitali; esimene kapital andis $7\frac{1}{5}$ kuus 240 senti, teine kapital $3\frac{1}{2}$ kuus 312 senti protsentraha. Leida kapitalide suhe. V.: $\frac{175}{468}$.

**1360.** Kahe arvu vahe on 428; nende suhe on aga $\frac{17}{13}$; leida nende arvude summa. V.: 3210.

**1361.** Kahe arvu summa on 40, vahe aga — 24. Leida nende arvude suhe? V.: 4.

**1362.** Leida 2 arvu, mille summa kui ka jagatis on $3\frac{1}{2}$.

**1363.** Leida 2 arvu, mille vahe kui ka jagatis on $2\frac{1}{2}$.

**1364.** Jagada arv 1720 kolme ossa nii, et need osad oleksid pärivõrdelised arvudega 25, 30 ja 24 ja vastuvõrdelised arvudega $\frac{1}{2}$, 1,25 ja 2. V.: I osa — 1000.

**1365.** Kahes rahakotis on 32,4 kr.; kui esimesest kotist võtta $\frac{1}{3}$ osa sealolevast rahast ja panna see raha teise kotti, siis saab mõlemas kotis ühepalju raha. Kui palju raha on kummaski kotis? V.: Esimeses on 3 korda rohkem kui teises.

**1366.** Kahe arvu summa on 246; jagades ühe arvu teise arvuga saame jagatises 5, aga jäägis 12. Leida need arvud? V.: 207; 39.

**1367.** Kui kahekordse tundmatuga liita 48,5208(3), siis saame arvu, mis näitab, mille võrra on tundmatu vähem kui $60\frac{25}{48}$. Leida tundmatu. V.: 4.

**1368.** Kui tundmatu jagada 12-ga ja jagatis liita jagatavaga ja jagajaga, siis saame 38; leida tundmatu. V.: 24.

**1369.** Kahe tundmatu summa on 102; kui suurema tundmatu $\frac{2}{3}$ osaga liita vähema tundmatu $\frac{3}{5}$ osa, siis saame $\frac{11}{12}$ osa suuremast tundmatust. Leida tundmatud. V.: 30; 72.

**1370.** Kahe arvu vahe on 18; kui vähema arvuga liita $\frac{1}{9}$ osa suuremast arvust, siis saame 0,9(1) osa suuremast arvust; leida need arvud. V.: 72; 90.

**1371.** Algkooli 6. klassi õpilane võib oma rahaga tasuda $\frac{11}{14}$ oma võlast; oleks tal 285 sendi võrra rohkem raha, siis ei tasuks ta selle summaga mitte ainult oma võla, vaid tal jääks veel üle $\frac{1}{7}$ osa sest summast, mis ta võlatasumiseks tarvitab. Kui palju raha on õpilasel ja kui suur on ta võlg?

**1372.** Kaks tosinat supilusikaid ja kolm tosinat teelusikaid kaalub kokku 5 n. 20 l.; kolm tosinat samasuguseid supilusikaid ja sama palju teelusikaid kaalub 7 naela 12 loodi. Leida supilusika ja teelusika raskus.

**1373.** Kui Juku saaks isalt 2 senti, siis oleks tal samapalju raha kui ta vennal Priidul; saaks ta aga isalt 14 senti, siis oleks tal $2\frac{1}{2}$ korda rohkem raha kui Priidul. Kui palju raha on kummalgi?

**1374.** Kulla ja hõbeda sulatis kaotab vees $14\frac{1}{3}$ loodi oma raskusest; hõbedat on ses tükis neli korda rohkem kui kulda. Kui palju kulda ja kui palju hõbedat on sulatises, kui 19 n. kulda kaotab vees 1 n., hõbe aga kaotab vees $\frac{1}{10}$ osa oma raskusest?

**1375.** 8-solotnikuline hõbeda ja kulla sulatisest muna kaotab vees $\frac{1}{2}$ solotnikku; teada on, et kuld kaotab vees $\frac{1}{19}$, hõbe aga $\frac{1}{10}$ oma raskusest. Kui palju kulda ja kui palju hõbedat on munas? V.: $6\frac{1}{3}$ sol.

**1376.** Inglistina ja seatina sulatis, 20 n. raske, kaotab vees 2 n.; 10 n. inglistina kaotab vees $1\frac{3}{8}$ n., aga 5 n. seatina — $\frac{3}{8}$ n. Kui palju inglistina ja kui palju seatina on sulatises? V.: Inglistina — 8 n.

**1377.** Neli kodanikku jagasid eneste vahel 19 800 senti nii, et kui esimene oleks saanud $\frac{1}{2}$, teine $\frac{1}{4}$, kolmas $\frac{1}{7}$ ja neljas $\frac{1}{9}$ sellest, mis nad tõesti said, siis oleksid nad kõik ühevõrra raha saanud. Kui palju raha sai igaüks? V.: Esimene sai 19 800 senti: $(1 + 2 + 3\frac{1}{2} + \frac{1}{2})$.

**1378.** Kaupmees ostis kauba 3. mail ja tahtis maksta 70 000 senti otsekohe, 20 000 s. $3\frac{1}{2}$ kuu pärast ja 15 000 s. 1 a. 2 kuu pärast; kauba müüja tegi ettepaneku maksta see summa kahel tähtajal, seejuures veel nii, et üks pool oleks makstud 1 kuu võrra enne teist poolt. Millal peab kaupmees maksma esimese poole? V.: 8. juulil.

**1379.** Keegi pidi maksma oma võla 3. märtsil; ta maksis $\frac{1}{2}$ võlast 3 kuu võrra hiljem, kuna ta aga teise poole 3. septembril ära tasus. Ühes 6%-lise protsentrahaga maksis ta kokku 286 300 senti. Kui palju oli võlga? V.: 280 000 senti.

**1380.** Kaupmees peab maksma 137 600 senti 5 kuu pärast, 256 000 senti 8 kuu pärast, aga ülejäänud raha 13 kuu pärast; ta arvas, et ta võib selle asemel kogu võla ära maksta 10 kuu pärast. Kui suur oli kaupmehe võlg? V.: 793 600 s.

**1381.** Kaupmees ostis 280 000 sendi eest kaupa tingimusega, et 60 000 senti otsekohe, aga ülejäänud osa 3 kuu pärast makstakse. Ostja maksis otsekohe $\frac{1}{2}$ kogu summast. Millal peab ta maksma teise poole? V.: $x : 3$ k. $= 220\,000 : 140\,000$.

**1382.** Keegi peab maksma 1500 senti 7 kuu pärast, 1800 s. 5 kuu pärast ja 2400 s. aasta pärast, kuid ta maksis 2250 s. 3 kuu pärast ja 750 s. 4 kuu pärast. Kui pika aja pärast peab ta maksma ülejäänud summa? V.: 14 k. 8 p.

**1383.** Vesistu, mille maht on 7000 kantjalga, täitub veega kraani kaudu 4 tunni 40 min. pärast; vesistu põhja tekkis auk ja selle tagajärjel täitus tühi vesistu sama kraani kaudu 5 t. 20 min. pärast. Mitu puuda vett jooksis läbi põhja vesistust välja tunni jooksul? 1 kantjalg vett kaalub 69,12 n. V.: 324 p.

**1384.** Kaks kraani täidavad vesistu 12 tunni pärast; kui avada ainult üks kraan, siis täitub vesistu $\frac{5}{6}$ ööpäevaga. Kui pika aja jooksul täidab teine kraan vesistu, töötades ilma esimese kraanita?

II OSA.

# Geomeetria.

(Stereomeetria.)

## Sirgete ja tasapindade suhteline asend ruumis.

### 1) Kahe sirge suhteline asend ruumis.

Kaks sirget võivad asetseda ruumis järgmiselt:

1) Neil on kaks ühist punkti, s. o. nad langevad ühte;

2) neil on üks ühine punkt, s. o. nad lõikuvad;

3) neil ei ole ühtegi ühist punkti, ehk nad küll asuvad ühel ja samal tasapinnal, s. o. nad on rööbikud;

4) nad ei asu ühel tasapinnal, neil ei ole ühtegi ühist punkti, nad ei ole ka rööbikud.

### 2) Sirge ja tasapinna suhteline asend.

1) Sirgel ja tasapinnal on kaks ühist punkti, s. o. sirge asub täiesti sellel tasapinnal;

2) sirgel on tasapinnaga üks ühine punkt, s. o. ta lõikab tasapinda;

3) sirgel ja tasapinnal ei ole ühtegi ühist punkti, s. o. nad on rööbikud.

### 3) Kahe tasapinna suhteline asend.

Kaks tasapinda võivad ruumis järgmiselt asetseda:

1) Nad langevad ühte;

2) nad lõikuvad ja nende lõikjoon on sirge;

3) neil ei ole ühtegi ühist punkti, s. o. nad on rööbikud.

### Tasapinna asendi määramine.

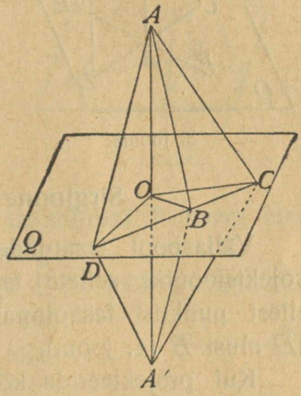
**Tasapinna asendi määravad ära kolm punkti, mis mitte ühel sirgel ei asu;** seepärast määravad tasapinna asendi: **1) sirge ja te-**

**mast väljaspool asuv punkt; 2) kaks lõikuvat sirget; 3) kaks rööbikut sirget.**

## Sirgjoon ja tema rist-tasapind.

**Sirgjoont, mis on risti kõigi selle sirgjoone alusest läbi tõmmatud sirgjoontega tasapinnal, nimetatakse selle tasapinna ristjooneks.**

L a u s e. **Kui sirgjoon on risti kahe selle sirgjoone alusest läbi tõmmatud sirgjoonega tasapinnal, siis on see sirgjoon risti ka tasapinnaga.**



1. joonis.

Olgu $AO$ risti $OD$-ga ja $OC$-ga (1. joon.); et tõestada, et $AO$ on risti ka tasapinnaga $Q$, seks tarvis tõestada, et ta on risti iga kolmanda sirgjoonega $OB$, mis tasapinnal $Q$ tema alusest $O$ läbi läheb.

Tõmbame tasapinnal $Q$ juhusliku sirgjoone $DC$, mis lõikaks $OD$, $OB$ ja $OC$ punktides $D$, $B$ ja $C$.

Pikendades sirgjoont $AO$, võttes tema pikendusel $OA' = OA$ ja ühendades punktid $A$ ja $A'$ punktidega $D$, $B$ ja $C$, saame:

$\triangle AOC \cong \triangle A'OC$, järelikult $AC = A'C$;

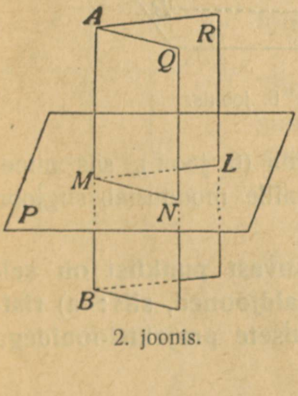
$\triangle AOD \cong \triangle A'OD$, „ $AD = A'D$;

$\triangle ADC \cong \triangle A'DC$, „ $\angle ACD = \angle A'CD$;

$\triangle ACB \cong \triangle A'CB$, „ $AB = A'B$;

$\triangle AOB \cong \triangle A'OB$, „ $\angle AOB = \angle A'OB = d$.

Siis on $AO \perp OB$ või $AO$ on risti tasapinnaga $Q$.



2. joonis.

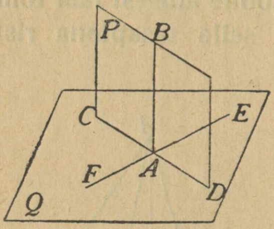
**Ülesanne. Läbi sirgjoone punkti tõmmata sellele sirgjoonele rist-tasapind.**

Olgu antud sirgjoon $AB$ (2. joon.) ja temal mingisugune punkt $M$, läbi mille vaja tõmmata sirgjoonele $AB$ rist-tasapind.

**Konstrueerimine.** Läbi antud sirgjoone $AB$ tõmbame kaks mingisugust tasapinda $Q$ ja $R$ ja neil tasapindadel antud sirgjoonele

*AB* punktist *M* ristjooned *MN* ja *ML*. Läbi *MN* ja *ML* tõmbame tasapinna *P*, mis ongi nõutav.

**Ülesanne. Tasapinna punktist tõmmata sellele tasapinnale ristjoon.**

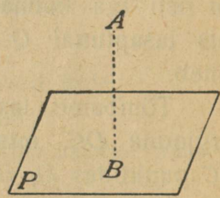



3. joonis.

Olgu antud tasapind *Q* ja temal punkt *A* (3. joon.). Tõmbame sellel tasapinnal läbi punkti *A* juhusliku sirgjoone *AE* ja sellele sirgjoonele tõmbame läbi punkti *A* rist-tasapinna *P*, mis lõikab tasapinda *Q* mööda sirgjoont *CD*. Tasapinnal *P* tõmbame punktist *A* sirgjoonele *CD* ristjoone *AB*, mis ongi nõutav.

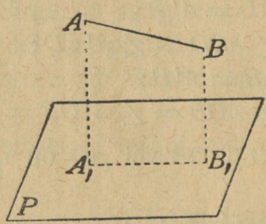
## Sirgjoone projektsioonid tasapinnal.

Väljaspool tasapinda *P* asuva punkti *A* projektsiooniks sellele tasapinnale nimetatakse sellest punktist tasapinnale tõmmatud ristjoone *AB* alust *B* (4. joon.).

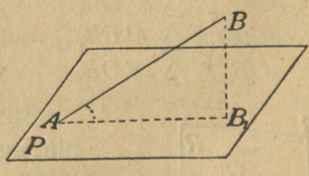



4. joonis.

Kui projekteerida kõik sirge *AB* punktid (5. joon.) tasapinnale *P*, siis saame tasapinnal sirgjoone projektsiooni $A_{,}B_{,}$, mis samuti on sirgjoon. Järelikult võib sirgjoone otspunktid tasapinnale projekteerida ja saadud projektsioonid ühendada.




5. joonis.



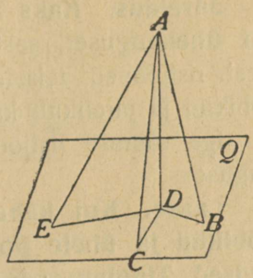

6. joonis.

Kui sirgjoon *AB* on tasapinnaga *P* kaldu (6. joon.), siis nimetatakse **kaldenurgaks** seda nurka $BAB_{,}$, mille moodustab sirgjoon *AB* oma projektsiooniga $AB_{,}$ tasapinnal *P*.

L a u s e. **Kui väljaspool tasapinda asuvast punktist on sellele tasapinnale tõmmatud ristjoon ja kaldjooned, siis:** a) **ristjoon on igast kaldjoonest lühem;** b) **võrdsete projektsioonidega**

**kaldjooned on võrdsed;** c) **kahest kaldjoonest on see pikem, mille projektsioon on pikem.**

Pöördes täisnurkseid kolmnurki $ADB$ ja $ADC$ (7. joon.) ümber $AD$ võib nende kolmnurkade tasapindu asetada kolmnurga $ADE$ tasapinda. Siis oleksid ka kaldjooned ja ristjoon ühte tasapinda asetatud; nüüd on seda lauset kerge tõestada.



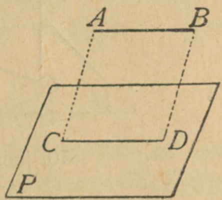
7. joonis.

### Sirgjoon ja tema rööptasapind.

Sirgjoont ja tasapinda nimetatakse rööbikuiks, kui neil ei ole mingit ühist punkti, s. o. kui nad ilmaski ei lõiku, ükskõik kui palju me neid pikendaksime.

**Lause. Kui sirgjoon** $AB$ **on rööbik tasapinnal** $P$ **asuva sirgjoonega** $CD$**, siis on ta rööbik ka tasapinnaga** $P$.

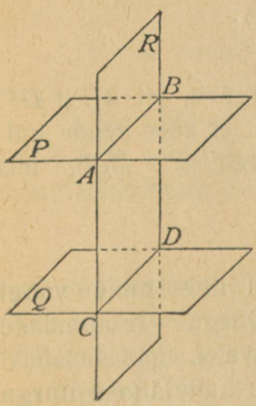
Tõepoolest, kui $AB$ lõikuks tasapinnaga $P$ (8. joon.), siis lõikuks ta ka sirgjoonega $CD$, sest et nad mõlemad asuvad ühel tasapinnal $ABDC$. Tingimuse järele on $AB$ ja $CD$ lõikumine võimatu, järelikult on ka $AB$ ja tasapinna $P$ lõikumine võimatu. Tähendab, $AB$ on rööbiti tasapinnaga $P$.



8. joonis.

### Rööbikud tasapinnad.

**Kaht tasapinda nimetatakse rööbikuiks, kui neil pole mingit ühist punkti, s. o. kui nad ei lõiku ilmaski, kui palju me neid ka pikendaksime.**



9. joonis.

**Lause. Kui kaks rööbikut tasapinda lõikuvad kolmanda tasapinnaga, siis on nende lõikejooned rööbikud.**

**Tingimus:** $P \parallel Q$; **väide:** $AB \parallel CD$ (9. joon.). Tõepoolest, sirgjooned $AB$ ja $CD$ võivad lõikuda ainult juhul, kui lõikuvad tasapinnad $P$ ja $Q$, mis on võimatu. Peale selle asuvad $AB$ ja $CD$ ühisel tasapinnal $ABCD$; järelikult on nad rööbikud.

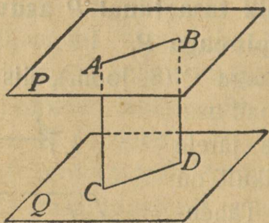
**Lause. Rööbikute tasapindade vahel asetsevad rööbikute sirgjoonte lõigud on võrdsed.**

**Tingimus:** $P \parallel Q$-ga, $AC \parallel BD$; **väide:** $AC = BD$ (10. joon.). Tõmbame läbi rööbikute sirgjoonte $AC$ ja $BD$ tasapinna $ACDB$, mis lõikub tasapindadega $P$ ja $Q$ rööbikuid sirgjooni $AB$ ja $CD$ mööda, siis $AC = BD$, kui rööbikute sirgjoonte vahel asetsevad rööbikute lõigud.

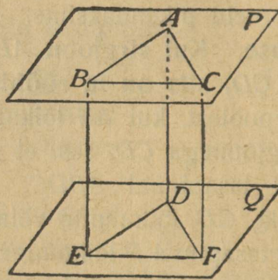
**Järeldus. Kaks rööbikut tasapinda on igas punktis teineteisest ühekaugusel,** sest et lastes ühe tasapinna mingisugustest punktidest ristjooned teisele tasapinnale leiame, et need ristjooned on rööbikud ja järelikult ka isekeskis võrdsed.

Iga säärase ristjoone pikkust nimetatakse rööbikute tasapindade kauguseks.

**Lause. Kui kahe nurga $ABC$ ja $DEF$ küljed on vastavalt rööbikud ja ühele poole sihitud, siis on need nurgad isekeskis võrdsed. Tingimus**: $BA \parallel ED$, $BC \parallel EF$; **Väide**: $\angle ABC = \angle DEF$




10. joonis.




11. joonis.

(11. joon.). Tõestus: Mõõdame antud nurkade külgedel tippudest alates võrdsed lõigud: $BA = ED$ ja $BC = EF$. Ühendame $A$ ja $C$, $D$ ja $F$, $B$ ja $E$, $A$ ja $D$, $C$ ja $F$; siis:

$$BA \# ED; \text{ järelikult: } BE \# AD;$$
$$BC \# EF \quad \text{„} \quad BE \# CF.$$

Sellest järgneb, et $AD \# CF$, millest omakord järgneb, et $AC \# DF$.

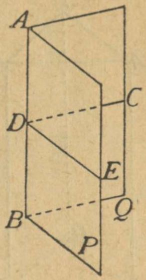
Kolmnurgad $ABC$ ja $DEF$ on ühtivad, sest et kõik nende küljed on vastavalt võrdsed. Tähendab, ka $\angle ABC = \angle DEF$, mis oligi tarvis tõestada.

## Kahetahused nurgad.

**Kaks lõikuvat tasapinda** $P$ **ja** $Q$ (12. joonis) **ühes nende vahel oleva ruumiosaga moodustavad kahetahuse nurga.** Tasapindade lõikejoont $AB$ nimetatakse **kahetahuse nurga servaks,** aga kahetahust nurka moodustavaid tasapindu $P$ ja $Q$ nimetatakse **kahetahuse nurga külgedeks** ehk **tahkudeks.**

**Kahetahuse nurga lineaarnurgaks nimetatakse nurka** $CDE$, **mille moodustavad kahetahuse nurga tahkudel selle kahetahuse nurga serva mingisugusest punktist tõmmatud ristjooned** $DC$ **ja** $DE$.

Kahetahuse nurga suurust näitab tema lineaarnurk. Täisnurksele kahetahusele nurgale vastab ka täisnurkne lineaarnurk. Täisnurkseid kahetahuseid nurki moodustavad tasapinnad on vastastikku risti.

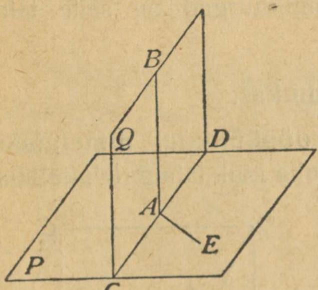



12. joonis.

### Rist-tasapind.

**Kui sirgjoon** $AB$ **on risti tasapinnaga** $P$, **siis on ka läbi selle sirgjoone tõmmatud tasapind** $Q$ **risti tasapinnaga** $P$.

**Tingimus:** $BA \perp P$ **ja läbi** $BA$ **on tõmmatud tasapind** $Q$, **mis lõikab tasapinda** $P$ **mööda sirgjoont** $CD$. **Väide:** $Q \perp P$ (13. joon.). Et saada nende kahe lõikuva tasapinna lineaarnurk, seks tõmbame $CD$-le tasapinnal $P$ punktist $A$ ristjoone $AE$. $\angle BAE$ on täisnurk, järelikult on $Q \perp P$.




13. joonis.

### Hulktahud.

**Keha, mis igast küljest on piiratud tasapindadega, nimetatakse hulktahuks.**

**Hulknurki, mille moodustavad need tasapinnad üksteist lõigates, nimetatakse hulktahu tahkudeks; hulknurkade külgi nimetatakse hulktahu servadeks, hulknurkade tippe aga hulktahu tippudeks.**

Kõige vähem tahkude arv hulktahus on neli tahku. Säärast hulktahku nimetatakse **nelitahuks**. Viie tahuga hulktahku nimetatakse **viistahuks** jne.

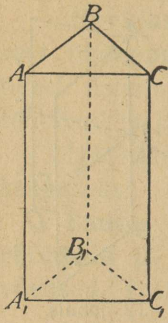
### Tahksammas ehk prisma.

**Hulktahku, mille kaks tahku on võrdsed ja rööbikud hulknurgad, teised tahud aga — rööpkülikud, nimetatakse tahksambaks ehk prismaks** (14. ja 15. joon.).

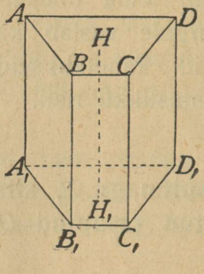
Rööbikuid tahkusid $ABCD$ ja $A_1B_1C_1D_1$ (15. joon.) nimetatakse **tahksamba põhjadeks**; rööpkülikuid $AA_1B_1B$, $BB_1C_1C, \ldots$ **tahksamba**

**külgtahkudeks**; ristjoont $HH_1$, mis ühe põhja mingisugusest punktist on tõmmatud teisele põhjale, nimetatakse **tahksamba kõrguseks.**

Selge on, et tahksamba küljeservad, kui rööpjoonte lõigud rööbikute põhjade vahel, on isekeskis võrdsed.



14. joonis.



15. joonis.

Kui küljeservad on põhjadega risti, siis nimetatakse seda prismat **püstprismaks**, vastasel korral aga **kaldprismaks.**

**Püstprisma kõrguseks on küljeserv, kuna aga püstprisma külgtahud on ristkülikud.**

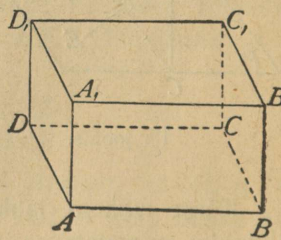
**Püstprismat, mille põhjadeks on korrapärased hulknurgad, nimetatakse korrapäraseks.** Korrapärase prisma külgtahud on võrdsed ristkülikud.

Tahksammast nimetatakse **kolmnurkseks, nelinurkseks, viisnurkseks** jne., selle järele, missugused hulknurgad on selle tahksamba põhjadeks.

## Rööptahukas ja risttahukas.

**Tahksammast, mille põhjadeks on rööpkülikud, nimetatakse rööptahukaks** (16. joon.). Nõnda on rööptahuka kõik tahud rööpkülikud.

Rööptahukat, mille põhjadeks on ristkülikud, nimetatakse **risttahukaks**; risttahuka ühte tippu kokku jooksvaid küljeservi $AB$, $CB$ ja $B_1B$ nimetatakse risttahuka **mõõdeteks** ehk **dimensioonideks.**



16. joonis.

Kui risttahuka kõik kolm mõõdet on võrdsed, siis nimetatakse seda risttahukat **kuubiks.**

## Püramiid.

**Hulktahku, mille üks tahk on hulknurk, teised tahud aga kolmnurgad, milledel on ühine tipp, nimetatakse püramiidiks** (17. joon.). Hulktahk $SABCDE$ on **püramiid.** Punkt $S$ on **püramiidi tipp**; hulknurk $ABCDE$ — **püramiidi põhi**; kolmnurgad $SAB$, $SBC$, . . . — **püramiidi külgtahud** ja sirgjooned $SA$, $SB$, . . . — **püramiidi küljeservad.**

Püramiidi tipust selle püramiidi põhjale tõmmatud ristjoont $SO$ nimetatakse **püramiidi kõrguseks**; tipust püramiidi põhja küljele tõmmatud ristjoont $SF$ aga **püramiidi apoteemiks.**

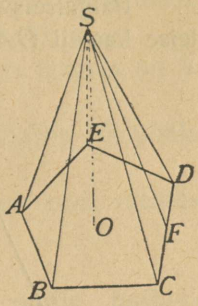
Püramiidi nimetatakse kolmnurkseks, **nelinurkseks** jne., selle järele, kas tema põhjaks on kolmnurk või nelinurk jne.

Püramiidi nimetatakse **korrapäraseks,** kui

1) tema põhjaks on **korrapärane hulknurk;**

2) tema kõrgus **läheb läbi aluse keskpunkti.**

Korrapärase püramiidi kõik küljeservad on võrdsed kui kaldjooned, mis asetsevad ristjoone alusest ühekaugusel. Kõik külgtahud on võrdsed võrdhaarsed kolmnurgad (nende kõik kolm külge on vastavalt võrdsed).

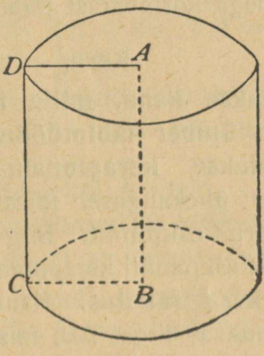



17. joonis.

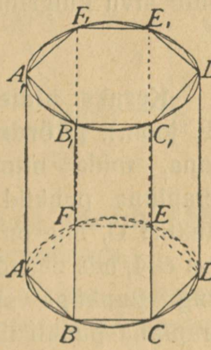
# Pöördkehad.

## Silinder.

**Silindriks nimetatakse keha, mille saame püstküliku $ABCD$ pöördumisel tema ühe külje ümber.** Kui näiteks püstkülik $ABCD$ (18. joon.) pöördub külje $AB$ ümber, siis moodustab külg $CD$ pöördumisel kõvera pinna, mida nimetatakse silindri küljepinnaks; lõiku $CD$ nimetatakse **moodustajaks;** lõiku $AB$ — **silindri teljeks.** Püstküliku küljed $AD$ ja $BC$ moodustavad pöördumisel ringid, mida nimetatakse **silindri põhjadeks.** Et $BC$ ja $AD$ pöördumisel asuvad alati ühekaugusel teineteisest ja on isekeskis võrdsed, siis on silindri põhjad rööbikud ja võrdsed ringid. Sellepärast on silindri telg ka **silindri kõrguseks** Silindrit võime vaadelda kui väga suure arvu külgtahkudega püstprismat (19. joonis).



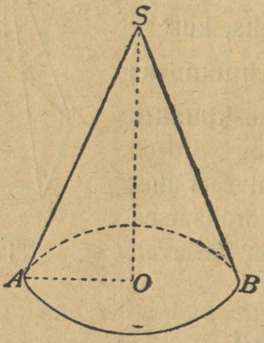

18. joonis.



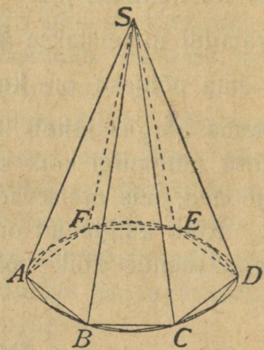

19. joonis.

## Koonus.

**Koonuseks nimetatakse keha, mis saadakse täisnurkse kolmnurga** $SAO$ **pöördumisel ühe tema kaateti** $SO$ **ümber** (20. joon.). Paigalseisvat kaatetit $OS$ nimetatakse **teljeks** ning **kõrguseks;** teise kaateti $OA$ pöördumisel moodustatud ringi — **koonuse põhjaks**




20. joonis.

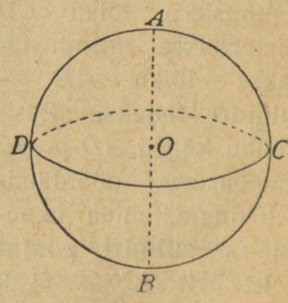



21. joonis.

ja punkti $S$ — **koonuse tipuks.** Hüpotenuusi $AS$ liikumisel moodustatud pinda nimetatakse **koonuse küljepinnaks**, hüpotenuusi $AS$ ennast — **koonuse moodustajaks.** Koonust võime vaadelda kui väga suure arvu külgtahkudega korrapärast püramiidi (21. joon.).

## Kera.

**Keraks nimetatakse keha, mille moodustab poolring** ACB (22. joon.), **pöördudes ümber läbimõõdu** AB. Poolring moodustab pinna, mida **nimetatakse kerapinnaks.** Kerapinna punktid on ühekaugusel ühest punktist $O$, mis on **kera keskpunkt.** Sirgjoon $OA$, mis ühendab keskpunkti kerapinna mingi punktiga on **kera raadius.** Kaht kerapinna punkti ühendavat sirget AB, mis läheb läbi keskpunkti $O$, nimetatakse **kera läbimõõduks** ehk **diameetriks.** Kera kõik raadiused on **isekeskis võrdsed** ning **läbimõõt võrdub kahe raadiusega**. Kui kera lõigata tasapinnaga, siis on lõikepind ring.




22. joonis.

Kui lõikepind läheb läbi kera keskpunkti, siis nimetatakse seda lõiget kera **suurringiks;** suurring jagab kera kaheks poolkeraks.

## Ülesanded.

**1.** Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 7 sm. ja põhja külg 8 sm.; leida selle püramiidi küljeserv. V.: 9 sm.

**2.** Leida korrapärase nelinurkse püramiidi põhja ümbermõõt, kui selle püramiidi kõrgus on 12 ja apoteem 13. V.: 40.

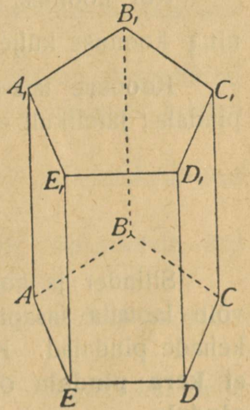
**3.** Leida koonuse moodustaja, kui koonuse põhja raadius on 3, kõrgus aga 4. V.: 5.

**4.** Leida koonuse kõrgus, kui koonuse moodustaja on 10, põhja raadius aga 6. V.: 8.

**5.** Leida kera suurringi ringjoone pikkus, kui kera raadius on $R$. V.: $2\pi R$.

## Kehade pindalad.

L a u s e. **Püstprisma külje-pindala võrdub põhja ümbermõõdu ja kõrguse korrutisega.** Külje-pindala on võrdne külgtahkude pindalade summaga (23. joon.).



23. joonis.

Püstküliku $AA_1B_1B$ pindala $= AA_1 . AB$

„ $BB_1C_1C$ „ $= BB_1 . BC$

„ $CC_1D_1D$ „ $= CC_1 . CD$

„ $DD_1E_1E$ „ $= DD_1 . DE$

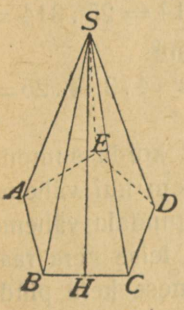
„ $EE_1A_1A$ „ $= EE_1 . EA$

Tahksamba külje-pindala $= AA_1 . AB +$
$+ BB_1 . BC + CC_1 . CD + DD_1 . DE + EE_1 . EA =$
$= H(AB + BC + CD + DE + EA)$.

Et saada tahksamba täis-pindala, seks tarvis tahksamba külje-pindalaga liita tema põhjade pindalad.

## Püramiidi pindala.

L a u s e. **Korrapärase püramiidi külje-pindala võrdub põhja ümbermõõdu ja apoteemi poolkorrutisega.**



24. joonis.

Olgu antud korrapärane 5-nurkne püramiid $SABCDE$ (24. joon.); tema külje pindala on võrdsete võrdhaarsete kolmnurkade pindalade summa, s. o.

$S = ASE$ pindala $+ ESD$ pindala $+ DSC$ pindala $+ \ldots = 5\, BSC$ pindala $= \frac{5\, BC \, . \, SH}{2}$, kus $5\, BC$ on põhja ümbermõõt ja $SH$ püramiidi apoteem.

Et saada püramiidi täis-pindala, tarvis tema külje-pindalaga liita põhja-pindala.

## Silindri pindala.

Vaadeldes silindrit kui prismat, millel on väga palju külgtahke, võime öelda, et **silindri külje-pindala võrdub põhja ringjoone ja kõrguse korrutisega.** Kui silindri põhja raadiuse tähistame $R$-ga, siis põhja ringjoone pikkus on $2\pi R$ ning silindri külje-pindala on $2\pi RH$. Et saada silindri täis-pindala, tuleb tema külje-pindalaga liita kahe põhja pindalad; niiviisi on silindri täis-pindala: $2\pi RH + 2\pi R^2 =$ $= 2\pi R(H+R)$.

## Koonuse pindala.

Vaadeldes koonust, kui väga suure hulga külgtahkudega püramiidi, võime öelda, et koonuse külje-pindala võrdub põhja ringjoone ja moodustaja poole korrutisega.

Kui koonuse põhja raadius on $R$, siis põhja ringjoon $= 2\pi R$ ning koonuse küljepindala $S = \frac{2\pi Rl}{2} = \pi Rl$;

Koonuse täis-pindala saame, kui külje-pindalaga liidame põhjapindala; järelikult on koonuse täis-pindala:

$$\pi Rl + \pi R^2 = \pi R(l+R).$$

## Kera pindala.

Silinder ja koonus on piiratud niisuguste kõverpindadega, mida võib laotada tasapinnaks. Seepärast võisime kergesti leida nende kehade pindalad. Kera pindala ei saa laotada tasapinnaks. On leitud, et **kera pindala on 4 korda suurem kui sama kera suurringi pindala.**

$$S = 4\pi R^2.$$

Oletame, et kera raadius on 50 sm; siis suurringi ringjoon $= 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50$ sm $= 314$ sm; suurringi pindala $= \frac{50}{2} \,.\, 314 = 25 \,.\, 314 =$ $= 7850\ (\mathrm{sm}^2)$; kera pindala $= 4 \,.\, 7850\ \mathrm{sm}^2 = 31400\ \mathrm{sm}^2$.

Või: kera pindala $= 4 \,.\, 3{,}14 \,.\, (50)^2 = 4 \,.\, 3{,}14 \,.\, 2500 = 4 \,.\, 3{,}14 \,.\, 25 =$ $= 31\,400\ (\mathrm{sm}^2)$.

Kui ühe kera raadius on teise kera raadiusest 2 korda suurem, siis on suurema kera suurringi pindala 4 korda suurem kui vähema kera suurringi pindala; seepärast on ka suurema kera pindala vähema kera pindalast 4 korda suurem. On ühe kera raadius teise kera raadiusest 3 korda suurem, siis on viimase pindala esimese kera pindalast 9 korda vähem jne.

Üldse:

**Kerade pindalad suhtuvad nõnda kui nende raadiuste ruudud.**

$$\frac{S}{S_1}=\frac{R^2}{R_1^2}.$$

**Ülesanded.**

**6.** Leida kuubi pindala, kui kuubi serv on 6 sm.; 10 sm.; 0,5 sm.

**7.** Leida kuubi serv, kui kuubi pindala on 864; 73,5; 2400.

**8.** Leida risttahuka täis-pindala, kui on teada tema kolm mõõdet 10; 22; 16.

**9.** Ruutpõhjaga risttahuka täis-pindala on 8928, kõrgus 44. Leida põhja külg.

**10.** Leida korrapärase kolmnurkse püstprisma täis-pindala, teades, et prisma kõrgus on 50, põhja külg aga 10.

**11.** Risttahuka põhja küljed on 8 m ja 10 m, täis-pindala aga 520 m². Leida selle risttahuka kõrgus.

**12.** Korrapärase kuusnurkse prisma põhja ümber joonestatud ringi raadius on 10 sm, prisma kõrgus 12 sm. Leida selle prisma täis-pindala.

**13.** Leida korrapärase nelinurkse püramiidi täis-pindala, kui selle püramiidi apoteem on 14 t. ja põhja külg 6 t.

**14.** Leida korrapärase kuusnurkse püramiidi täis-pindala, kui selle püramiidi põhja külg on 10 ja apoteem 12.

**15.** Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 8 ja apoteem 10. Leida selle püramiidi külje-pindala.

**16.** Leida korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus, kui selle püramiidi külje-pindala on 200 ja apoteem 10.

**17.** Korrapärase nelinurkse püramiidi täis-pindala on 224 m², põhja külg aga 8. Leida selle püramiidi apoteem.

**18.** Korrapärase nelinurkse püramiidi täis-pindala on 340 m², põhja külg aga 10. Leida selle püramiidi kõrgus.

**19.** Leida silindri külje-pindala, kui silindri moodustaja on 8 ja põhja raadius 5.

**20.** Leida silindri täis-pindala, kui selle silindri kõrgus on 10 ja põhja raadius on 4.

**21.** Leida silindri täis-pindala, kui tema kõrgus on 34 ja põhja raadius 7,5.

**22.** Silindri külje-pindala on 263,76 ja põhja raadius 3. Leida silindri kõrgus.

23. Silindri külje-pindala on 828,96 ja kõrgus 22. Leida põhja raadius.

24. Silindri külje-pindala on 175,84 ja kõrgus 7. Leida silindri täis-pindala.

25. Leida silindri külje-pindala, kui tema täis-pindala on 1657,92 ja põhja raadius 8.

26. Silindri täis-pindala on 87,92, tema põhja raadius 2. Leida silindri kõrgus.

27. Leida koonuse külje-pindala, kui selle koonuse põhja raadius on 3 ja moodustaja 8.

28. Leida koonuse moodustaja, kui selle koonuse külje-pindala on 37,68 ja põhja raadius 2.

29. Koonuse külje-pindala on 753,6; tema moodostaja 30. Leida koonuse põhja raadius.

30. Leida koonuse täis-pindala, kui tema moodustaja on 10 ja põhja raadius 3,5.

31. Koonuse täis-pindala on 967,12, põhja raadius 11. Leida koonuse külje-pindala.

32. Koonuse külje-pindala on 471, koonuse moodustaja 15. Leida koonuse täis-pindala.

33. Leida koonuse täis-pindala, kui tema külje-pindala on 94,2 ja põhja raadius 4.

34. Koonuse täis-pindala on 266,9; põhja raadius 5. Leida koonuse moodustaja.

35. Leida kera pindala, kui selle kera raadius on 5; 10; 12.

36. Kera pindala on 706,5. Leida selle kera raadius.

37. Leida maakera pindala, kui maakera keskmine raadius on $\sim$ *) 6371 km.

38. Leida kuu ja päikese pindala, kui kuu raadius on $\sim$ 1740 km. ja päikese raadius $\sim$ 696000 km.

## Kehade ruumalad.

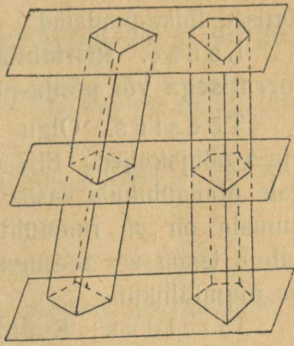
Ruumala mõõta tähendab leida selle ja mõõtühikuks võetud ruumala suhe. Ruumala mõõtühikuks võetakse niisuguse kuubi ruumala, mille serv võrdub mingisuguse pikkuse mõõtühikuga.

Kuigi kaks keha ei ühti, kui neil aga on võrdsed ruumalad, siis nimetatakse neid võrdseteks.

---

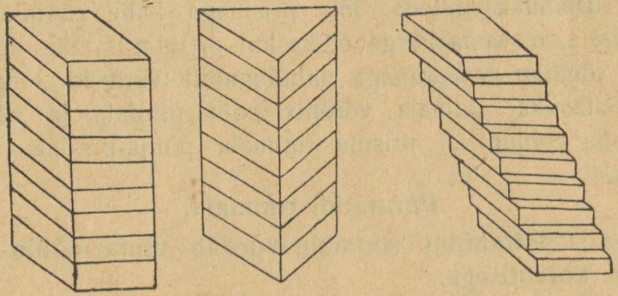
*) $\sim$ on ligikaudsuse märk.

Kehade ruumalade arvutamisel on tähtis **Cavalieri põhilause: Kahel kehal, mis asetsevad kahe rööbiku tasapinna vahel** (s. o. **neil on võrdsed kõrgused), on võrdsed ruumalad, kui need kehad mistahes kohast kolmanda rööbiku tasapinnaga läbilõigatult annavad võrdsed lõikepindalad** (25. ja 26. joon.).



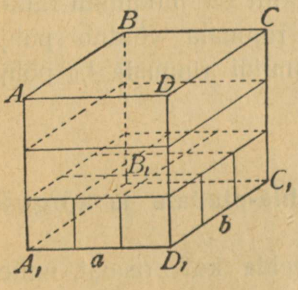
25. joonis.

Seletus: Kui ühest ja samast paberitükist lõikame välja nelinurga ja temaga võrdse kolmnurga, siis on paberi hulk üks ja sama, järelikult on nende ruumalad võrdsed. Kui nüüd samast paberist tuhat niisugust nelinurka ja tuhat niisugust kolmnurka välja lõigata ja nelinurgad üksteise peale laduda, samuti ka kolmnurgad, siis moodustuvad nelinurkne ja kolmnurkne püstprisma, milledel on võrdsed ruumalad. Kui nüüd iga nelinurk tema all olevast nelinurgast



26. joonis.

veidi kõrvale nihutada, nii et nelinurga vastavad nurgad rööbikuteks jäävad, siis saame nelinurkse kaldprisma, mille ruumala on võrdne endise nelinurkse püstprismaga. Kujutame endale ette, et nende neli- ja kolmnurkade hulk ikka suuremaks kasvab, nemad aga ise vastavalt õhemaks muutuvad, kusjuures kehade kõrgus jääb muutumata, siis sünnib üleminek ühest kihist teise lõppeks märkamata ja endine trepikujuline pindala muutub siledaks. Mõlemal kehal on nii kui ennegi võrdsed




27. joonis.

ruumalad. Et neil on võrdsed kõrgused, siis võib neid rööbikute tasapindade vahele asetada, ja kui nüüd ühel ja samal kaugusel rööbikuist tasapindadest rööbikute tasapindadega läbi lõigata, siis saame võrdsed lõike-pindalad.

Lause. **Risttahuka ruumala võrdub tema kolme mõõte korrutisega või põhja-pindala ja kõrguse korrutisega** (27. joon.).

Tõestus. Olgu risttahuka kolm mõõdet $a$, $b$ ja $c$. Olgu $a$ ja $b$ põhjaküljed. Siis on põhja-pindala $ab$ pinnaühikut. Kui nüüb igale pinnaühikule vastav kuup asetada, siis asub põhjal kiht, mille ruumala on $ab$ ruumühikut. Et aga rööptahuka kõrgus on $c$, siis mahub temasse $c$ seesugust kihti. Järelikult on rööptahuka ruumala $abc$ ruumiühikut.

Järeldus: **Kuubi ruumala võrdub tema serva kolmanda astmega.**

Lause: **Prisma ruumala võrdub tema põhja-pindala ja kõrguse korrutisega.**

Tõestus. Prisma põhja võib muundada võrdseks ristkülikuks ja sellele risttahuka ehitada, mis prismaga kahe rööbiku tasapinna vahel asuks, s. o. sama kõrge oleks kui prismagi. Siis annavad nad kolmanda rööbiku tasapinnaga läbilõigatult võrdsed lõike-pindalad. Et aga risttahuka ruumala võrdub põhja-pindala ja kõrguse korrutisega, siis võrdub ka prisma ruumala põhja-pindala ja kõrguse korrutisega.

## Püramiidi ruumala.

Lause. **Püramiidi ruumala võrdub tema põhja-pindala ja kõrguse $^1/_3$ korrutisega.**

Valmistame papist prisma ja püramiidi, nii et neil oleksid võrdsed põhja-pindalad ja kõrgused. Teeme nendesse augud ja täidame püramiidi liivaga. Valades liiva prismasse selgub, et prisma sisse mahub kolm püramiidi täit liiva. Järelikult on püramiidi ruumala $^1/_3$ prisma ruumalast. Et aga prisma ruumala võrdub põhja pindala ja kõrguse korrutisega, siis on püramiidi ruumala $^1/_3$ põhja pindala ja kõrguse korrutisest.

## Silindri ruumala.

Lause. **Silindri ruumala võrdub põhja-pindala ja kõrguse korrutisega.**

See selgub sellest, et silindrit võib vaadelda kui prismat, millel on väga palju külgtahke.

Kui silindri põhja raadius on $R$, siis põhja-pindala on $\pi R^2$ ning silindri ruumala $V = \pi R^2 H$.

### Koonuse ruumala.

L a u s e. **Koonuse ruumala võrdub põhja-pindala ja kõrguse $^1/_3$ korrutisega.**

See selgub sellest, et koonust võib vaadelda kui püramiidi, millel on väga palju külgtahke.

Kui koonuse põhja raadius on $R$, siis põhja pindala $= \pi R^2$ ning koonuse ruumala $V = \frac{\pi R^2 H}{3}$.

### Kera ruumala.

L a u s e. **Kera ruumala võrdub tema pindala ja raadiuse $^1/_3$ korrutisega.**

Kera võime vaadelda kui suure hulga püramiidide kogu, mille tipud asuvad kera keskpunktis ja millede põhjad moodustavad kera pindala. Et kera ruumala on kõigi nende püramiidide ruumalade summa ja püramiidi ruumala võrdub põhja-pindala ning kõrguse $^1/_3$ korrutisega, siis annab püramiidide põhja-pindalale summa kera pindala, kuna püramiidide kõrgus — kera raadius — ühise tegurina üks kord esineb. Kui kera raadius on $R$, siis on kera pindala $4\pi R^2$, ning kera ruumala $V = 4\pi R^2 \,.\, ^1/_3 R = {^4/_3}\pi R^3$.

**Ülesanded.**

**39.** Leida kuubi ruumala, kui ta serv on: 1) 10 sm; 2) 20 sm; 3) 6 sm.

**40.** Leida kuubi serv, kui ta ruumala on: 1) 1000 $sm^3$; 2) 125 $sm^3$; 3) 64 $sm^3$.

**41.** Kuubi ruumala on 8 $m^3$. Leida selle kuubi pindala.

**42.** Kuubi pindala on 150 $sm^2$. Leida selle kuubi ruumala.

**43.** Kolme kuubi servad on 3 sm, 4 sm ja 5 sm. Leida niisuguse kuubi serv, mis on võrdne antud kuupide ruumalade summaga.

**44.** Kui palju kaalub 3 sm pikkune kuubikujuline hõbedatükk, kui hõbeda erikaal on 10,6.

**45.** Leida risttahuka ruumala, kui tema mõõted on 4 m, 6 m ja 10 m.

**46.** Risttahuka kolm mõõdet on 15, 50 ja 36. Kui suur on risttahukaga võrdse kuubi serv?

**47.** Kui palju läheb telliskive tarvis, et ehitada müür, mille pikkus oleks 20 jalga, kõrgus 8 jalga ja laius 3 jalga, kui telliskivi mõõted oleksid 1 jalg, $^2/_3$ jalga ja $^1/_3$ jalga.

48. Kui palju kaalub niisuguse klassitoa täis õhku, mille pikkus on 12 m, laius 8 m ja kõrgus 4 m, kui on teada, et 1 $sm^3$ õhku kaalub 0,00129 gr.

49. Ruutpõhjaga risttahuka kõrgus on 8 sm, küljepindala aga 96 $sm^2$. Leida selle risttahuka ruumala.

50. Leida korrapärase kolmnurkse püstprisma ruumala, kui selle prisma põhja külg on 4 ja kõrgus 6.

51. Leida korrapärase 6-nurkse püstprisma ruumala, kui selle prisma põhja külg on 12 ja kõrgus 18.

52. Leida korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui selle püramiidi põhja külg on 5, kõrgus aga 4.

53. Leida korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui selle püramiidi põhja külg on 24 ja apoteem 13.

54. Leida korrapärase kolmnurkse püramiidi ruumala, kui selle püramiidi põhja külg on 8 ja kõrgus 10.

55. Leida korrapärase 6-nurkse püramiidi ruumala, kui selle püramiidi põhja külg on 12 ja kõrgus 15.

56. Leida korrapärase nelinurkse püramiidi ruumala, kui selle püramiidi apoteem on 39 ja külje-pindala 2340.

57. Leida silindri ruumala, kui silindri põhjas raadius on 10 ja kõrgus 15.

58. Silindri põhja ringjoon on 52, kõrgus aga 10. Leida silindri ruumala.

59. Silindri külje-pindala on 314 $sm^2$, kõrgus aga 10 sm. Leida silindri ruumala.

60. Kui raske on raudvõll, mille pikkus on 2 m ja läbimõõt 1 dm, teades et raua erikaal on 7,8.

61. Leida niisuguse silindri ruumala, mille põhja läbimõõt ja kõrgus on kumbki 20.

62. Silindri ruumala on 628 $sm^3$ ja kõrgus 2 sm. Leida selle silindri täispindala.

63. Leida koonuse ruumala, kui selle koonuse põhja raadius on 4, kõrgus aga 25.

64. Leida koonuse ruumala, kui selle koonuse põhja läbimõõt on 6, moodustaja aga 5.

65. Koonuse külje-pindala on 62,8 $sm^2$, põhja raadius aga 4 sm. Leida selle koonuse ruumala.

66. Koonuse ruumala on 6280 $sm^3$, kõrgus aga 5 sm. Leida selle koonuse põhja ringjoon.

67. Leida kera ruumala, kui kera raadius on 30 sm.

68. Kera ruumala on 113,05 $sm^3$. Leida selle kera raadius.

69. Kera pindala on 1256 $sm^2$. Leida selle kera ruumala.

70. Kui palju kaalub raudkera, mille raadius on 1 sm, kui raua erikaal on 7,8.

71. Tinast kera kaalub 1277,352 gr. Leida selle kera raadius, kui tina erikaal on 11,3.

72. Tarvis kaevata risttahuka-kujuline auk 10 m pikk, 3,5 m lai, mille maht aga oleks 175 $m^3$. Kui sügav peab olema see auk? V.: 5 m.

73. Ühe kera raadius on 0,125 m, teise kera raadius aga 0,75 m. Mitu korda on teise kera pindala ja ruumala suurem kui esimese kera pindala ja ruumala?

74. Karjasel oli savist kuul, mille läbimõõt oli 1 jalg. Ta valmistas sest savist vähemaid kuulisid, millede raadius oli 1 toll. Mitu vähemat kuuli võib ta sest savist saada?

75. Kuu raadius on $\frac{3}{11}$ maakera raadiusest, päikese raadius on aga 112 korda suurem kui maakera raadius. Võrrelda päikese ja kuu ruumalasid maakera ruumalaga. V.: 14094928; $^1/_{50}$.

76. Vesistul on risttahuka kuju; vesistu pikkus on 6 sülda, laius — $4\frac{3}{7}$ sülda, sügavus — 5 jalga. Mitu puuda vett mahub vesistusse (pangi ruumala on 750 kanttolli; pang vett kaalub 30 n.)? V.: 11249,28 p.

77. Mitu telliskivi on tarvis müüri ehitamiseks, kui müüri pikkus on 5 sülda, kõrgus 2,5 sülda ja paksus $\frac{15}{16}$ arss. ja kui telliskivi pikkus on $\frac{3}{8}$ arss., laius $\frac{3}{16}$ arss. ja paksus $\frac{3}{32}$ arss.? V.: 16000 telliskivi.

78. Leida kuubi serv, kui kuubi ruumala on 64 $sm^3$; 343 kanttolli; 125 $m^3$; 216 $mm^3$.

79. Pall, mille raadius on 7 jalga, on tehtud siidriidest, mille 1 ruutjalg kaalub 1 sol.; pall on täidetud gaasiga, mis on 10 korda kergem kui õhk; 1 kantjalg õhku kaalub $8\frac{1}{2}$ sol. Leida gaasiga täidetud palli raskus. V.: 19 n. $13\frac{11}{15}$ sol.

80. Leida kera pind- ja ruumala, kui selle kera suurringi ringjoon on $6\frac{2}{7}$. V.: $12\frac{4}{7}$; $4\frac{4}{21}$.

81. Õhu rõhumise raskus keha pinna iga ruuttolli kohta on 16,3 naela; leida maakera atmosfääri raskus, kui maakera raadius on 6000 versta. V.: ligik. 300 000 000 000 000 000 puuda.

82. Kui palju kaalub 125 kanttolli vett? 28 kantjalga vett?

83. Leida 100 kanttolli elavhõbeda raskus teades, et elavhõbe on 13,6 korda raskem kui vesi. V.: 54,4 n.

84. Elavhõbe on valatud silindrikujulisse klaastorusse 16 tolli kõrguseni; toru sisemine läbimõõt on $\frac{1}{2}$ tolli. Mitu naela elavhõbedat on torus? Elavhõbe on 13,6 korda raskem kui vesi. V.: 6,8 n.

85. Kui palju mahub silindrikujulisse anumasse niisugust õli, mis on veest 2 korda kergem, kui anuma kõrgus on 7 tolli, põhja raadius aga 2 tolli? V.: 1,76 n.

86. Mitu kanttolli on 256 n. vett?

87. Mitu kantjalga on 9400,32 puuda elavhõbedat, kui elavhõbe on 13,6 korda raskem kui vesi? V.: 400.

88. Leida 539,136 puuda raua ruumala, kui raua erikaal on 7,8. V.: 40 kantj.

89. Tükk vaske kaalub 10 naela; leida selle vasetüki ruumala. Vase erikaal on 8,9. V.: 28,09 kanttolli.

90. Veega täidetud anum kaalub 7 naela; tühi anum — 2 n.; leida anuma ruumala.

91. Kahel silindril on võrdsed põhjad, kuid ühe kõrgus on kolm korda suurem kui teise kõrgus Mitu korda on esimese silindri küljepindala ja ruumala vastavalt suurem kui teise silindri külje-pindala ja ruumala?

92. Kahel silindril on võrdsed kõrgused, kuid ühe silindri põhja raadius on neli korda suurem kui teise silindri põhja raadius. Kuidas suhtuvad nende silindrite 1) külje-pindalad, 2) ruumalad?

93. Risttahuka ruumala on 3 kantjalga 648 kanttolli; sama risttahuka pikkus on $2\frac{1}{4}$ j., laius — 1,5 j. Leida risttahuka kõrgus. V.: 1 j.

94. Silindrikujulisse anumasse, mille põhja sisemine raadius on 2 t., valati vett 10 tolli kõrguseni; kui silindris oleva vee sisse lasti tükk rauda, siis tõusis vesi 12 tolli kõrguseni. Leida rauatüki raskus. Raua erikaal on 7,8. V.: 7,8 n.

95. Anumasse mahub 34 puuda elavhõbedat; elavhõbeda erikaal on 13,6. Leida anuma ruumala. V.: 2500 kanttolli.

96. Vaskne kera on seest õõnes; tema seinte paksus on 2 tolli; sisemine raadius 7 tolli; vase erikaal on $9\frac{1}{2}$; kui raske on see kera? V.: 15 p. 14,6 n.

97. Kuup, mis on valmistatud kaks korda raskemast ainest kui vesi, kaalub 10 naela. Leida kuubi serv. V.: 5 tolli.

**98.** Kera raadius on 1 m; mitu korda on selle kera ruumala suurem kui niisuguse koonuse ruumala, mille põhja raadius ja kõrgus võrduvad kera raadiusega? V.: 4.

**99.** Silinder on tehtud ainest, mis on viis korda raskem kui vesi; silindri kõrgus on 10 tolli, põhja raadius aga 7 tolli. Kui palju kaalub see silinder niisuguses vedelikus, mis on $2\frac{1}{5}$ korda kergem kui vesi? V.: 7 p.

**100.** Klaaskera raadius on 1 toll; kui palju kaotab see kera oma raskusest väävelhappes, mis on 1,5 korda raskem kui vesi? V.: 0,25 n.

**101.** Vette lastud kivi kaotas oma raskusest 3 naela. Leida kivi ruumala kanttollides. V.: 75.

**102.** 8-naelaline keha kaalub vedelikus, mis on 1,5 korda kergem kui vesi, 6 naela. Leida keha ruumala. V.: 75.

**103.** Veega täidetud anumasse lasti metallitükk; selle tagajärjel jooksis anumast $1\frac{1}{5}$ naela vett välja Leida metallitüki ruumala.

**104.** Plaatinast tehtud kuup kaotab elavhõbedas 4,32 naela oma raskusest. Elavhõbeda erikaal on 13,5. Leida kuubi serv. V.: 2 t.

**105.** Vesistul on täisnurkse rööptahuka kuju; tema põhja perimeeter on 60 jalga, kuna põhja üks külg on 5 korda suurem kui teine; vesistu sügavus on 12 jalga Mitu pange vett mahub vesistusse, kui pange maht on 750 kanttolli? V.: 3456.

**106.** Õhurõhumine mingile pindalale on võrdne niisuguse silindri- või prismakujulise elavhõbedasamba raskusega, mille põhjaks on antud pindala, kõrguseks aga 30 tolli. Leida õhurõhumine 1 ruuttolli peale? 1 ruutjala peale? Elavhõbeda erikaal on 13,6. V.: 16,32 n.; 58,752 p.

**107.** Kera pindala on 1 ruutj. 10 ruutt.; leida selle kera ruumala. V.: $179\frac{2}{3}$ kanttolli.

# SISU:

Hind 1 kr. 20 s.