

TARTU ÜLIKOOL
Loodus- ja tehnoloogiateaduskond
Füüsika õppetool

Daniil Zolotuhhin

**Fokuseeritud Gaussi kiirtekimpude transformeerimine
kaheteljelises kristallis koonilise refraktsiooni efektiga**

Lõputöö

**Juhendaja:
Viktor Peet**

Tartu 2013

SISUKORD

Sissejuhatus	3
Ekspereiment	6
Tulemused ja tulemuste arutelu	8
Kokkuvõte	20
Kasutatud kirjandus	21
Summary	23

Sissejuhatus

Antud töö raames käsitletakse koonilise refraktsiooni nähtust [1-13]. Omal ajal India teadlane, Nobeli preemia laureaat, C. Raman nimetas seda nähtust „kõige ilusamaks ja hämmastavamaks efektiks kristalloptikas“. Koonilist refraktsiooni avastati umbes kaks sajandit tagasi, kuid imepäraselt see oli väga vähe uuritud viimase ajani ja näiteks 2007. aastaks oli publitseeritud ainult 7 eksperimentaalset teadustööd, kaasa arvatud esimene Lloyd'i töö. Praegu seoses laserite ja erinevate optiliste tehnoloogiate arenguga huvi selle nähtuse vastu on taas kasvanud.

Kooniline refraktsioon on kaksikmurdumise spetsiifiline juhtum. Kaksikmurdumise kristallmineraalides avastas taanlane Erasmus Bartholini umbes 1669 aastal [2]. Katsetes Islandi pao kristallidega (CaCO_3) Bartholini leidis, et vaadates läbi kristalli on võimalik näha kahte kujutist ja kristallis valgusekimp jaguneb kaheks. Üks nendest kimpudest murdub tavalise Snelli seaduse järgi (*ordinary beam*), teine aga uue ebatavalise seaduse järgi (*extraordinary beam*). Vaatamata sellele, et Bartholin publitseeris detailse nähtuse kirjelduse, ei osanud ta veel omal ajal anda nähtusele seletust, kuna tol ajal valguse olemus oli veel vähe arusaadud.

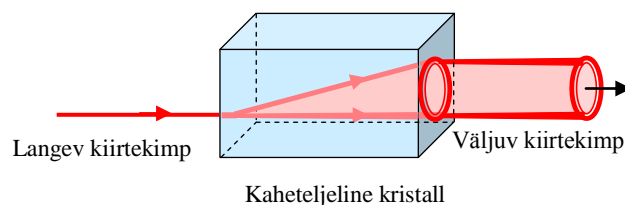
Aastal 1690 teine taanlane Christiaan Huygens avaldas oma töö, milles kirjeldas kahe lainevormi levikut kristallis: üks oli tavaline laine ja teine ebatavaline. Seega Huygens seletas kaksikmurdumist kasutades laineteooriat. On teada, et Huygens jõudis kaksikmurdumise seletusele umbes 13 aastat enne oma teadustöö publitseerimist [2].

Koonilise refraktsiooni fenomen oli ennustatud esmakordselt teoreetiliselt aastal 1832 Iiri füüsiku William Rowan Hamiltoni poolt [3], ja tema palvel teine Iiri füüsik Humphrey Lloyd kaks kuud hiljem vaatles selle efekti eksperimentides aragoniitkristallidega [4]. Hamilton jõudis arusaamisele, et juhul kui kitsas kiirtekimp langeb kristallile piki selle ühte optilist telge, siis tekib kristalli sees õõneskoonus. See koonus muutub õõnessilindriks kristallist väljudes. Nähtust nimetati sisemiseks kooniliseks refraktsiooniks, sest koonus tekib kristalli sees. See on ainulaadne situatsioon, sest juhul kui kiirtekimp langeb mõnes teises suunas, siis see väljub jagatuna kaheks kiirtekimbuks, mitte aga koonuseks ega silindriks.

Aastal 1839 Johann Christian Poggendorff avastas, et sisemise koonilise refraktsiooni rõngas koosneb tegelikult kahest rõngast, mis on eraldatud üksteisest tumeda rõngaga

[10]. Tumeda rõnga päritolu oli seletatud saksa teadlase Woldemar Voigti poolt 65 aastat hiljem [11]. 1942. aastal India teadlane Raman demonstreeris, et koonilise refraktsiooni rõngad kaovad levimisel ja valgus kontsentreerub osaliselt optilise telje suunas [12]. Detailne koonilise refraktsiooni teoreetiline kirjeldus vajab laineoptika lähenemist ja see oli tehtud Valgevene teadlaste Belsky ja Khapalyuki poolt 1978 aastal [13].

Kooniline refraktsioon toimub kaheteljelistes kristallides. Umbes 90% looduslikest kristallidest on tegelikult kaheteljelised. Viimastel ajal on sünteesitud ka terve rida uudseid kaheteljelisi kristalle väga heade optiliste omadustega. Laseritega ja kaasaegsete kaheteljeliste kristallidega on võimalik koonilist refraktsiooni vaadelda ja detailselt uurida suhteliselt lihtsate optiliste skeemide abil. Kui kollimeeritud laserkiir langeb kristallile piki ühte optilist telge, transformeerub kimp kristalli sees õõnsaks kaldseks koonuseks ja väljub kristallist valgussilindrina (vt Joonis 1). Koonilise refraktsiooni valgussilindri ristlõige näitab kahte eredat rõngast, mis on eraldatud üksteisest tumeda Poggendorff'i rõngaga. Selline klassikaline muster ilmub samuti kui valguse kiirtekimp on fokuseeritud läbi kaheteljelise kristalli ühe selle optilise telje sihis. Sellisel juhul rõngad on kõige teravamad fokaaltasandil.



Joonis 1. Koonilise refraktsiooni skemaatiline illustratsioon.

Koonilise refraktsiooni selgitus teoorias oli saadud kasutades paraksiaalset lähenemist ning arvestades valguslainete difraktsiooni [1,5,6,13,14]. Seega koonilist refraktsiooni sageli defineeritakse kui koonilist difraktsiooni. Vaatamata sellele, et on olemas detailne teooria, koonilise refraktsiooni nähtust on siiani vähe uuritud. Teooria keerukus on üks tõke teel fenomeni praktilisele kasutusele. Näiteks tavalisi Gaussi kimpe ning nende evolutsiooni levimisel kirjeldatakse lihtsate analüütiliste võrranditega. Koonilise refraktsiooni puhul aga välja profiilide ning nende evolutsiooni kirjeldus vajab üsna keeruliste difraktsiooni integraalide arvutamist. Selles kontekstis väga kasulikud on

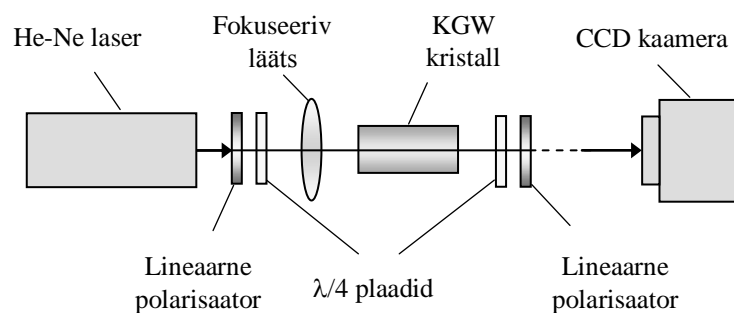
hiljutised uuringud, kus põhilisi koonilise refraktsiooni omadusi on vaadeldud eksperimentaalsest seisukohast minimiseerides matemaatilise keerukuse [15,16].

Antud töö raames uuriti ekperimentaalselt koonilise refraktsiooni valgusstruktuuride evolutsiooni levimisel kasutades ring- ja lineaarselt polariseeritud Gaussi laserkimpe. Tulemusi võrreldi tavalise Gaussi kimbuga ja paraksiaalse teooria ennustustega. Osa käesoleva töö tulemustest on publitseeritud artiklis [17].

Eksperiment

Kasutades kaasaegsed laserallikad ja kaheteljelisi kristalle saab koonilist refraktsiooni vaadelda lihtsate optiliste skeemide abil [5,15-20]. Ühes sellises skeemis laseri kiirtekimp fokuseeritakse kristalli sisenemispinna lähedale nii, et koonilise refraktsiooni valgusestruktuure tekitatakse piki optilist telge kristalli sees [5,15]. Sellisel juhul kasutatakse kujundavat lisaläätse et vaadelda koonilise refraktsiooni struktuuri ekraanil. Eksperimentaalsete uuringute ja praktilise kasutuse seisukohalt on aga mugavam kasutada teist skeemi kus laseri kiirtekimp fokuseeritakse läbi kristalli piki üht optilist telge nii, et fokaaltasand ja teised valgusstruktuurid tekivad vabas ruumis kristalli taga [15-17]. Sellisel juhul koonilise refraktsiooni muster ei sõltu kristalli asukohast piki kimbu levimissuunda [16] ja selle mustrit saab vaadelda ja registreerida otseselt ilma kujundavate lisaläätseteta.

Kasutatud optilised seaded on näidatud skemaatilisel Joonisel 2. Katsetes kasutati kaheteljelist $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$ ehk KGW kristalli *Conerefringent Optics*:st. Tasaparalleelne kristallplaat pikkusega 14 mm ja ristpindalaga $4 \times 3 \text{ mm}^2$ oli lõigatud kristalli ühe optilise telje suunas ning oli monteeritud 3D-justeerimissõlmele. Mittepolariseeritud 2 mW He-Ne laseri $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ kiirtekimp oli kollimeeritud $f = 110 \text{ cm}$ läätsesega ja seejärel fokuseeritud läbi kristalli kasutades kumerläätsi fookuskaugusega 50-300 mm *Thorlabs* läätsede komplektist.

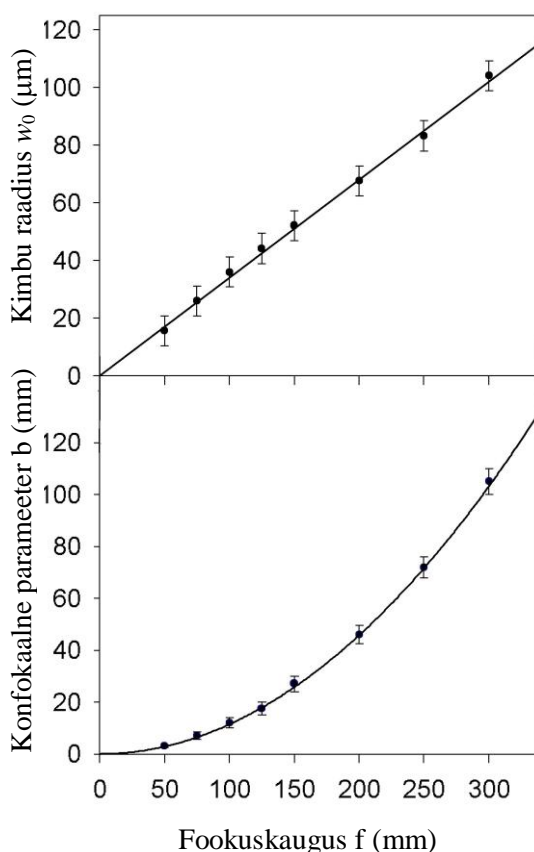


Joonis 2. Eksperimenti optiline skeem.

Langeva kiirtekimbu vajalik polarisatsioon oli saadud lineaarsete polarisaatorite ja $\lambda/4$ plaatide abil. Lineaarset polarisaatoreid ja $\lambda/4$ plaate asetati ka kristalli taha selleks, et analüüsida polarisatsioonimustrit ja selekteerida erineva lineaarse või ringpolarisatsiooniga kiirtekimbu komponente. Fokaalseid struktuure registreeriti 10-bit *Silicon Video 9M001M* CCD kaamera abil, millel on 1280x1024 pikselit suurusega $5,2 \times 5,2 \mu\text{m}^2$. Kaamera töötas CCD-sensori otseilluminatsiooniga ilma objektiivita ega lisaläätseteta. Kaamerat paigaldati täpsele 1D-translaatorile ja seda oli võimalik liigutada piki kiirtekimbu levimissuunda täpsusega kuni 0,01 mm. Laservalguse intensiivsuse reguleerimiseks kasutati kalibreeritud neutraalseid filtreid eesmärgiga tagada lineaarset CCD-kaamera töörežiimi erinevate valgusstruktuuride suhteliste intensiivsuste mõõtmistes ja võrdlustes.

Tulemused ja tulemuste arutelu

Kasutatatud He-Ne laseri kimbu kvaliteedi parameeter on $M^2 \approx 1,2$ ja seda saab käsitleda peaaegu ideaalse Gaussi kimbuna. Gaussi ja koonilise refraktsiooni kimpude võrdlemiseks peab algul vaatama läbi Gaussi kimbu põhilisi parameetreid. Selleks oli kõigepealt mõõdetud laserkimbu raadius w_0 fokaalpiirkonnas erinevate läätsete kasutamisega. See parameeter oli määratud kimbu profiilist kui raadius mille puhul valguse intensiivsus langeb väärtuseni $1/e^2$ maksimumist ja see oli mõõdetud CCD-kaameraga kasutades tarkvara paketti *XCAP for Windows (EPIX Inc)*. Ülemine graafik Joonisel 3 näitab saadud kimbu raadiuse w_0 ja fookuskauguse f omavahelist sõltuvust. Nagu võiks arvata, on w_0 proportsionaalne fokaalkaugusele ja $w_0(f)$ on lineaarne funktsioon tõusuga $3,4 \cdot 10^{-4}$ ehk $0,34 \mu\text{m}/\text{mm}$.



Joonis 3. Kasutatava Gaussi kiirtekimbu parameetrite sõltuvus läätse fookuskaugusest:
üleval - kimbu raadius w_0 ; all - konfokaalne parameeter b .

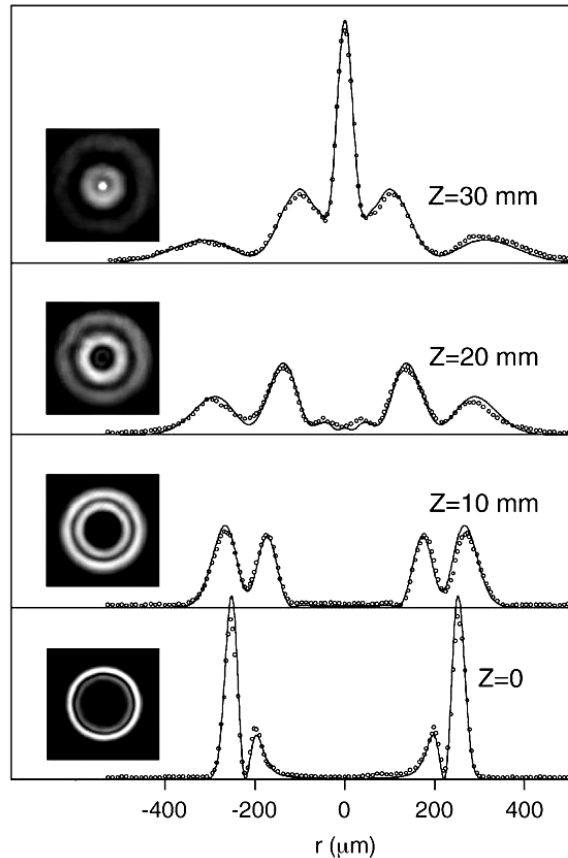
Teine Gaussi kiirtekimbu oluline parameeter on nn konfokaalne parameeter b :

$$b = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1)$$

Konfokaalne parameter b oli mõõdetud kui vahekaugus kahe punkti optilisel teljel kus valguse intensiivsus langeb 2 korda oma maksimumist fokaaltasandil $z = 0$. Mõõdetud konfokaalse parameetri ja fookuskauguse sõltuvus on näidatud alumisel graafikul Joonisel 3. Need tulemused on väga hästi ekstrapoleeritavad paraboliga mis oli arvutatud võrrandist (1) kasutades väärtust $w_0 = 0.34 \mu\text{m/mm}$.

Juhul kui kristall oli sisestatud kiirtekimbu sisse, jagas kaksikmurduv väljuva valguse kaheks kimbuks ortogonaalsete polarisatsioonidega. Kui kristall oli justeeritud nii, et selle optiline telg ühines langeva kimbu teljega, mõlemad väljuvad kimbud ühinesid vormistades koonilise refraktsiooni spetsiifilise mustri. Selle mustri kõige tuntumad elemendid on ringikujuline fookus ja aksiaalne intensiivsuse maksimum (*axial spike*), mis asub veidi kaugemal fokaaltasandist. Antud eksperimentides kõikide fokuseerivate läätsete kasutamisega oli ringikujulisel fookusel kaksikstruktuur, mis koosnes kahest rõngast (nn Hamilton-Lloyd'i paar), mis olid eraldatud üksteisest tumeda Poggendorff'i rõngaga. Fokaalpiirkonna muster oli sümmeetriline fokaaltasandi suhtes nii, et identsed valguse struktuurid ilmusid ka fookusest ettepoole. Seega teist aksiaalset maksimumi oli võimalik registreerida juhul kui fokaaltasand oli piisavalt kaugel kristalli pinnast.

Joonisel 4 on näidatud ringpolariseeritud ja $f = 100 \text{ mm}$ läätsega fokuseeritud Gaussi kiirtekimbu koonilise refraktsiooni mustri evolutsioon levimisel. Fokaaltasandil $z = 0$ formeeruvad kaks teravat Hamilton-Lloyd'i rõngast, mis on üksteistest eraldatud tumeda Poggendorff'i rõngaga. Rõngade profiili täislaius poolal kõrgusel ehk *FWHM (Full Width at Half Maximum)* on umbes 15% võrra väiksem kui fokuseeritud Gaussi kimbu diameeter $2w_0$. Välisrõngas laieneb ja kustub levimisel eemaldudes fokaaltasandilt. Sisemine rõngas säilib oma intensiivsuse ja koondub kimbu telje suunas andes aluse teravale aksiaalsele maksimumile. Selle maksimumi intensiivsus kasvab levimisel ning teatud asukohal saavutab aksiaalne maksimum oma tipp intensiivsuse. Edasisel levimisel langeb maksimumi intensiivsus ja kaugvälja kimbu profiil läheneb pikkamööda esialgse kimbu profiilile samal levimisdistantsil.



Joonis 4. Ringpolariseeritud $f=100$ mm läätsuga fokuseeritud Gaussi kiirtekimbu koonilise refraktsiooni mustri evolutsioon levimisel fokaaltasandilt $z = 0$ kuni aksiaalse maksimumini. Punktid – eksperiment, jooned – teooria.

Paraksiaalses teoorias [5,14] näidatakse, et koonilise refraktsiooni muster sõltub ühikuteta parameetrist ρ_0 , mis on määratud kui rõngasfookuse raadius R_0 jagatud w -ga, kus w on langeva kiirtekimbu minimaalne raadius. Hamilton-Lloyd'i struktuur kahe terava rõngaga ilmub selgelt tingimusel $\rho_0 \gg 1$, kuid see struktuur hääbib kui ρ_0 on suhteliselt väike. Kirjanduses [5,15] saab leida uuringuid, kus teoreetilisi ja eksperimentaalseid andmeid on võrreldud $\rho_0 = 60$ [5] ja $\rho_0 = 30$ [15] juures. Antud bakalaureusetöö raames tehtud eksperimentides ρ_0 väärtust varieerus $\approx 3,3$:st läätsel $f = 300$ mm jaoks kuni ≈ 20 :ni $f=50$ mm läätsel puhul. Peab märkima, et kiirtekimbu parameeter w_0 käesolevas töös ja parameeter w artiklites [5,14,15] erinevad $\sqrt{2}$ korda, kusjuures $w_0 = \sqrt{2}w$.

Koonilise refraktsiooni paraksiaalses teoorias [1,5,14,15] ringpolariseeritud ja läbi kaheteljelise kristalli fokuseeritud Gaussi kiirtekimbu intensiivsuse muster on kirjeldatud $|B_0|^2 + |B_1|^2$ summaga, kus funktsioonid B_0 ja B_1 on määratud difraktsiooni integraalidega:

$$B_0(r, z) = k \int_0^{\infty} p \cos(kpR_0) J_0(kpr) \exp\left(-\frac{1}{4}k^2 p^2 \omega_0^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2}ikp^2 z\right) dp \quad (2)$$

$$B_1(r, z) = k \int_0^{\infty} p \sin(kpR_0) J_1(kpr) \exp\left(-\frac{1}{4}k^2 p^2 \omega_0^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2}ikp^2 z\right) dp \quad (3)$$

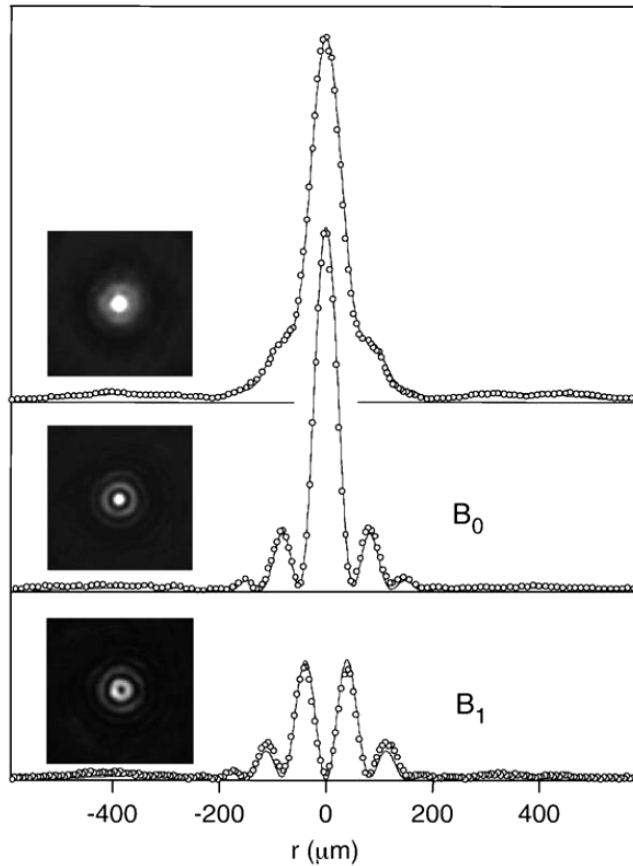
kus r on radiaalne koordinaat, k on kiirtekimbu lainevektor, $k\mathbf{p} = k[p_x, p_y]$ on lainevektori komponent risti levimisteljega, kusjuures $p \ll 1$ paraksiaalse kiirtekimbu jaoks, z on levimisdistsants mõõdetud fokaaltasandist $z = 0$, ja J_0 ja J_1 on Besseli funktsioonid. Integraalid (2) ja (3) arvutati kasutades Besseli funktsioonide jaoks hästi teatud valemeid:

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin \theta) d\theta \quad (4)$$

$$J_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin \theta - \theta) d\theta \quad (5)$$

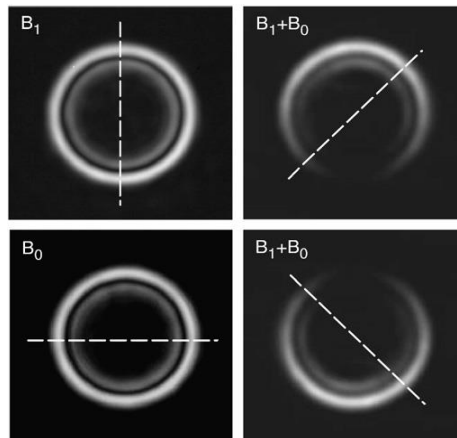
ning vastavad teoreetilised profiilid on näidatud Joonisel 4. Arvutuste parameetrid olid: $w_0 = 34 \mu\text{m}$, $R_0 = 240 \mu\text{m}$ ja ülemine raja $p = 0,05$. Nagu oligi oodata, paraksiaalne teooria demonstreerib head kokkulangevust katsete tulemustega ja isegi peened struktuurid nagu näiteks nõrk sekundaarne sisemine rõngas $z = 20 \text{ mm}$ juures on väga hästi esindatud teoreetilistes profiilides.

Ringpolariseeritud siseneva kiirtekimbuga säilib B_0 komponent langeva kiirtekimbu tsirkulaarsuse, kuid B_1 komponendil on vastupidine tsirkulaarsus [5,15]. Seega neid kahte kiirtekimbu komponenti saab eraldada kasutades sobivat ringanalüsaatorit [15,21]. Joonis 5 näitab aksiaalse maksimumi profiili ja selle B_0 ja B_1 komponente, mis olid eraldatud ringanalüsaatori abil. Aksiaalne maksimum oli mõõdetud maksimaalse intensiivsuse positsioonis, mis oli saavutatud antud R_0 ja $f = 100 \text{ mm}$ puhul $z = 50,5 \text{ mm}$ juures. Kiirtekimp z_{max} juures omab eredat tippu mis on ümbritsetud nõrga ja laia valguse rõngaga. Maksimumi laius (FWHM) ületab fokuseeritud Gaussi kimbu laiust 1,6 korda. Kiirtekimbu komponent B_0 omab null-järku J_0 Besseli profiili maksimumiga optilisel teljel, B_1 aga omab esimest järku J_1 Besseli profiili miinimumiga optilisel teljel. Lisaks B_1 komponent on nn keeriskimp (*optical vortex*), millel on spiraalne faasipind ja teljeline singulaarsus.



Joonis 5. Aksiaalne maksimum ja selle B_0 ja B_1 komponendid: punktid – eksperiment, jooned - teooria. Fookuskaugus $f = 100$ mm

Joonis 6 illustreerib fokaalsete Hamilton-Lloyd'i rõngaste intensiivsuse mustrit, mis oli saadud B_0 ja B_1 komponentide polarisatsiooni selekteerimisega. Nii nagu ennegi, laseri kiirtekimp oli tsirkulaarselt polariseeritud kasutades lineaarset polarisaatorit ja $\lambda/4$ plaati ning rõngaste mustrit analüüsiti teise $\lambda/4$ plaadi ja lineaarse polarisaatori abil. Mõlema $\lambda/4$ plaadi teljed olid paralleelsed. Koonilise refraktsiooni teoriast on teada et $z = 0$ juures $B_0 \approx B_1$ kui $\rho_0 \gg 1$ [14]. Heas kooskõlas teoriaga Joonis 6 näitab, et selekteeritud B_0 ja B_1 komponentide intensiivsuse mustrid on praktiliselt identsed. Kuid samad B_0 ja B_1 komponendid eralduvad väga selgelt kaugväljas, kus nad moodustavad vastavalt J_0 ja J_1 Besseli kimbude profiile (vt Joonis 5).

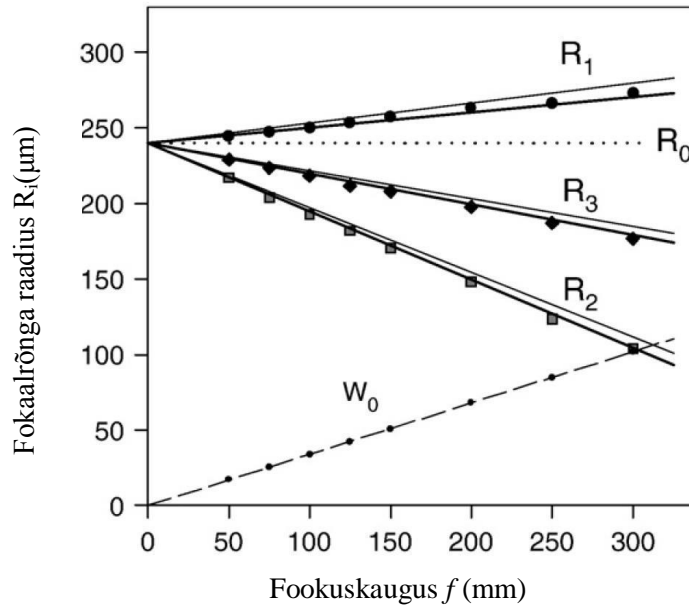


Joonis 6. Ringfookuse CCD pildid selekteeritud B_0 ja B_1 kiirtekimbu komponentidega. Katkendlik joon näitab lineaarse analüsaatori orientatsiooni. Fookuskaugus $f = 100$ mm

Iga siseneva kimbu polarisatsiooniga formeerib koonilise refraktsiooni efekt Hamilton-Lloyd'i rõngaste jaoks teatud pöörleva lineaarse polarisatsiooni mustri, kus polarisatsiooni suund muutub piki rõnga perimeetrit nii, et iga diametraalselt vastupidiste punktide paar on ortogonaalselt polariseeritud [1,16,18,22]. Pöörleva polarisatsiooni muster kaob pärast B_0 ja B_1 komponentide polarisatsiooni selekteerimist. Kahe rõnga intensiivsuse profiil säilib, kuid kõik valitud punktid B_0 või B_1 rõngastes omavad samasuunalist lineaarset polarisatsiooni. Analüsaatori suvalise orientatsiooni korral mõlemad B_0 ja B_1 komponendid panustavad valguse mustrisse, viies nende komponentide interferentsile ja rõngade intensiivsuse modulatsioonile. Nurkade $\pm 45^\circ$ puhul on valgus blokeeritud täielikult rõngade mõnes osas (vt Joonis 6) ja intensiivsuse muster on sarnane lineaarselt polariseeritud kiirtekimbu omale.

Hamilton-Lloyd'i rõngaste teravus ja diameeter sõltuvad kasutatud fookuseeriva läätse fookuskaugusest. Joonisel 7 on demonstreeritud mõõdetud välimise, sisemise ja tumeda Poggendorff'i fokaalrõngaste raadiused, vastavalt R_1 , R_2 ning R_3 . See joonis näitab üldtrende fokaalrõngaste geometrias kui koonilise refraktsiooni raadiuse R_0 ja kimbu laiuse w_0 suhe $\rho_0=R_0/w_0$ langeb lõpmatuses $f \rightarrow 0$ juures kuni 3,3 fokaalkauguse $f = 300$ mm juures. Kõik sõltuvused on lineaarsed ja R_1 kasvab kui R_2 ja R_3 vähenevad suureneva f korral. Fookuskauguse $f \rightarrow 0$ juures ehk $w_0 \rightarrow 0$ kõik sõltuvused lähenevad ühisele päritolule R_0 , mis on koonilise refraktsiooni parameeter antud kristalli jaoks.

Difraktsiooni integraalidest (2) ja (3) arvutatud teoreetilised $R_i(w_0)$ sõltuvused on samuti näidatud Joonisel 7 ja paraksiaalne teooria taas demonstreerib head kokkulangevust katsete tulemustega.

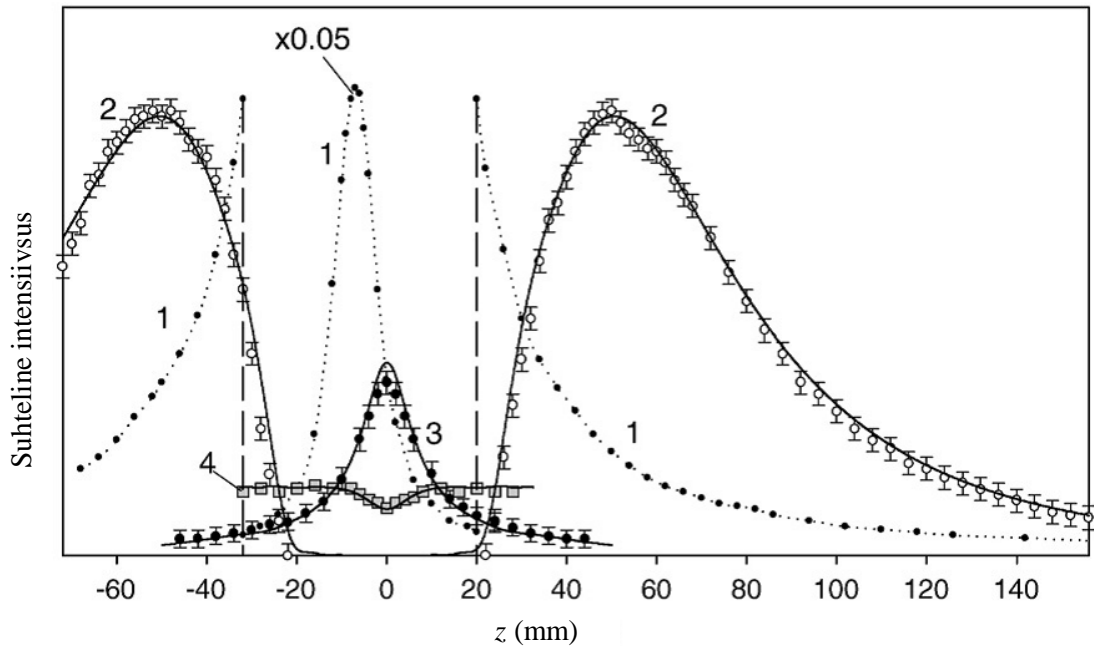


Joonis 7. Välimise, sisemise ja tumeda Poggendorff'i fookaalsõltuvused, vastavalt R_1 , R_2 ja R_3 , fookuskauguse f funktsioonidena: punktid - eksperiment ja jooned – teooria. Kiirtekimbu parameetri w_0 varieeruvus on näidatud kriipsjoonega

Kui $\rho_0 \gg 1$ saab difraktsiooni integraale (2) ja (3) fookaalsõltuvuste lähedal approksimeerida analüütiliselt ühe muutuja abil [5,14]. See annab lihtsa hinnangu sõltuvustele R_i raadiustele mille saab leida vastava ühikuta parameetri $\zeta = (r-R_0)/w_0$ väärtusest. Need väärtused on $\zeta_1 = 0,551$, $\zeta_2 = -1,764$ ja $\zeta_3 = -0,765$ vastavalt R_1 , R_2 ja R_3 puhul [5,14]. Vastavad sõltuvused on näidatud Joonisel 7 peente joonetega ja isegi maksimaalse fookuskauguse $f = 300$ mm jaoks vahe eksperimentaalsete ja teoreetiliste väärtuste vahel ei ületa 10%.

Joonis 8 näitab koonilise refraktsiooni muistri pikisuunalist profiili peale kaheteljelise kristalli läbimist võrreldes fokuseeritud Gaussi kiirtekimbuga ja paraksiaalse teooria ennustustega. Kõik profiilid mõõdetud $f = 100$ mm läätsel. Kristall oli asetatud fokuseeriva läätsel lähedale nii, et koonilise refraktsiooni muustrit oli võimalik registreerida kristalli lähedal kuni $z = -70$ mm fokaaltasandilt. Fokaaltasandi lähedal registreeriti

Gaussi kimbu intensiivsust (kõver 1 Joonisel 8) kasutades täiendavat neutraalset filtrit läbilaskmisega $T = 0,05$. Kui kristall oli sisestatud, nihkus fokaalne tasand maximaalse teravuse rõngastega piki optilist telge umbes 7 mm võrra. See nihe $\Delta z = l(1-1/n)$, kus $l = 14$ mm on kristalli pikkus ja $n \approx 2$ on KGW kristalli murdumisnäitaja [23], on identne läbi tasaparalleelse plaadi fokuseeritud kiirtekimbu fokaaltasandi nihkega.



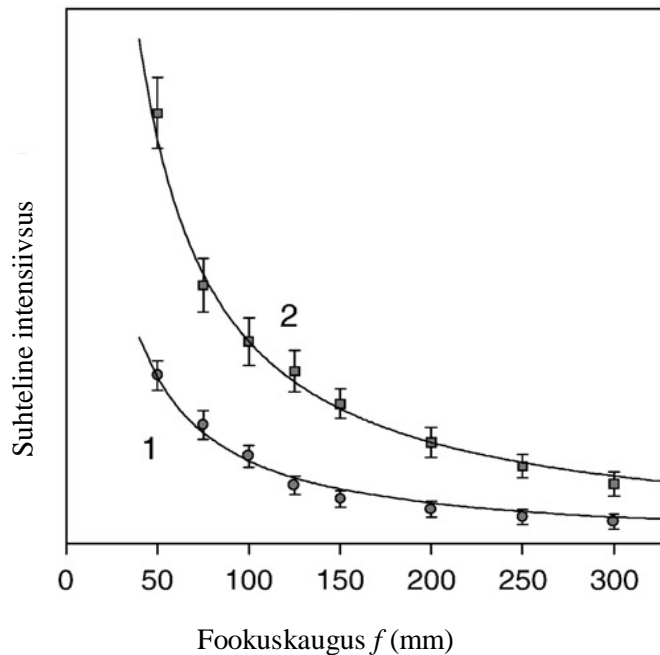
Joonis 8. Valguse intensiivsuse muutumine piki kiirtekimbu levimise suunda: 1 – fokuseeritud Gaussi kiirtekimp; 2 – aksiaalsed maksimumid; 3 – välimine Hamilton-Lloyd’i rõngas; 4 – sisemine Hamilton-Lloyd’i rõngas. Punktid – eksperiment ja jooned – teooria. Fookuskaugus $f = 100$ mm

Koonilise refraktsiooni muster on sümmeetriline $z = 0$ fokaalpinna suhtes. Joonis 8 näitab mõlema aksiaalsete maksimumide (kõverad 2) ja Hamilton-Lloyd’i rõngaste (kõverad 3 ja 4) valgusintensiivsuse pikisuunalisi profile. Aksiaalsete maksimumide ja Gaussi kimbu jaoks on näidatud aksiaalne intensiivsus $r = 0$ juures. Levimisel varieeruva diameetriga Hamilton-Lloyd’i rõngaste jaoks on näidatud vastava rõnga profiili tipp-intensiivsus. Kõik profiilid olid mõõdetud sama intensiivsuse skaalaga selleks, et koonilise refraktsiooni ja fokuseeritud Gaussi kimbu suhtelised intensiivused oleksid otseselt võrreldavad.

Antud fokuseerimistingimuste puhul ületab Gaussi kiirtekimbu valguse intensiivsus aksiaalse maksimumi intensiivsust umbes 20 korda. Kuid peab tähele panema, et aksiaalsed maksimumid tekitavad pikendatud regioone kimbu telje suunas kus valguse intensiivsus ületab vastava Gaussi kimbu intensiivsuse (kõverad 1 ja 2, Joonisel 8). Kahe aksiaalse maksimumi vahel koonilise refraktsiooni muster formeerib pikendatud regiooni kimbu telje lähedal, kus valguse energia levib läbi spetsiifiliste ringikujuliste struktuuride ja teljepiirkonna valgusintensiivsus on nullilähedane.

Välimise rõnga ilmumist saab jälgida alates positsioonist esimese aksiaalse maksimumi lähedal (kõver 3, Joonis 8). Selle rõnga intensiivsus ja teravus kasvavad kiiresti ja saavutavad maksimumi fokaaltasandil $z = 0$. Edasisel levimisel sumbub välimise rõngas järk-järgult. Sisemise rõnga prekursor ilmub esimese aksiaalse maksimumi “õlgadena”. Suureneva z -ga aksiaalne maksimum kaob, rõngas laieneb kimbu teljest väljapoole ja saavutab maksimaalse teravuse fokaaltasandil. Fookusest kaugemal tõmbub see rõngas tagasi kokku kimbu telje suunas ja kaob teise aksiaalse maksimumi “õlgadesse”. Erinevalt välisrõngast säilib sisemise rõnga tippintensiivsus peaaegu konstantsena kahe aksiaalsete maksimumide vahel, välja arvatud regioon fokaaltasandi lähedal, kus intensiivsus veidi väheneb (kõver 4, Joonisel 8). Mõõdetud ja võrranditest (2) ja (3) arvatud pikisuunaliste profiilide võrdlemine demonstreerib taas väga head kokkulangevust teooria ja eksperimendi vahel.

Sisemiste ja välimiste Hamilton-Lloyd'i rõngaste evolutsioon levimisel on erinev. Välisrõngas formeerub koonduva kiirtekimbu välimises regioonis, seda surutakse kokku ringfookuse formeerumiseni fokaaltasandis ja peale seda rõngas laieneb tagasi kimbu teljest väljapoole. Sisemine rõngas aga ilmub kiirtekimbu telje lähedal, see laieneb teljest eemale kuni ringfookuseni ja siis koondub tagasi telje suunas. Selline muundumise muster formeerib kahe aksiaalse maksimumi vahel tumeda regiooni, kus valguse intensiivsus teljepiirkonnas on nullilähedane. See tume regioon asub kahe aksiaalse maksimumi vahel ja on seotud “süstiku”-kujutise valgusstruktuuriga, millel on peaaegu konstantne intensiivsus. See koonilise refraktsiooni omadus annab lihtsa viisi tekitada nn “optilisi pudeleid” ehk “*bottle beams*” [24,25], mis sobivad näiteks rakendamiseks optilistes näpitsates (*optical tweezers*). Antud juhul on tumeda regiooni pikkus umbes 40 mm ja maksimaalne diameeter umbes 0,4 mm $f = 100$ mm läätse korral.



Joonis 9. Välimise fokaalrõnga (1) ja aksiaalse maksimumi (2) suhtelised intensiivsused fookuskauguse f funktsioonidena. Punktid – eksperiment ja jooned – $1/f$ aproksimatsioonid.

Gaussi kiirtekimbu teljel valguse intensiivsus on võrdeline $1/w_0^2$. Koonilise refraktsiooni fokaalrõnga laius on proportsionaalne w_0 :ga ja rõnga pindala on proportsionaalne $R_0 w_0$:ga. Seega antud w_0 korral rõnga intensiivsus on võrdeline $1/R_0$ [1,6]. Sarnaselt antud R_0 puhul intensiivsus on võrdeline $1/w_0$. Teiste struktuuride puhul, näiteks aksiaalse maksimumi jaoks, ei ole nii lihtsad hinnangud saadaval. Koonilise difraktsiooni mustri valguse intensiivsuse käitumist oli hinnatud katsete käigus, kus kiirtekimbu telje raadiust w_0 varieeriti läbi fookuskauguse f variatsioonide. Joonis 9 näitab välimise fokaalrõnga (kõver 1) ja aksiaalse maksimumi (kõver 2) suhtelisi intensiivsusi funktsioonidena fookuskaugusest f . Ootusepäraselt fokaalrõnga eksperimentaalsed punktid on hästi ekstrapoleeritud $1/f$ sõltuvusega. Eksperimendid näitasid, et aksiaalse maksimumi intensiivsus järgib sama $1/f$ seadust (vt Joonis 9), kusjuures aksiaalse maksimumi ja rõnga intensiivsuste suhe on 2,3 – 2,6.

Teoreetilises artiklis [26] ennustati, et väikese monokroomatilise allika kiirguse intensiivsuse muutumise seadus $1/r^2$ sfääriliste lainete puhul muutub kaheteljelistes

kristallides piki optiliste telje $1/r$ seaduseks, kus r on levimisdistants allikast (ei tohi segamini ajada radiaalse koordinaadiga r difraktsiooni integraalides (2) ja (3)). Koonilise refraktsiooni fenomenis realiseeritakse väga sarnast situatsiooni, kus valgus levib piki optilist telge. Seega, Joonisel 9 näidatud tulemused on just ennustatud $1/r$ sõltuvuse väljendis, kus koonilise refraktsiooni valgusstruktuuride intensiivsus on võrdeline $1/f$, mitte $1/f^2$ nagu see oleks fokuseeritud Gaussi kimbu puhul.

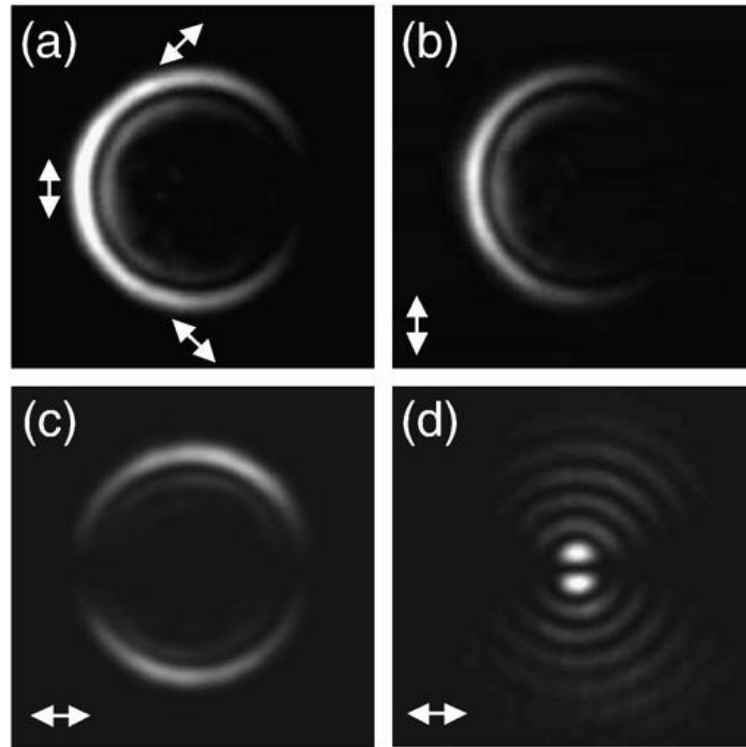
Lineaarselt polariseeritud kiirtekimbuga koonilise refraktsiooni muster saab asimutaalse intensiivsuse modulatsiooni nii, et teatud osa väljuvast koonusest puudub. See juhtum on tunduvalt vähem uuritud eksperimentides ja teoorias. Jättes kõrvale intensiivsuse modulatsiooni, on teised koonilise refraktsiooni erijooned sarnased mittepolariseeritud või ringpolariseeritud valguse omale. Joonisel 10 on mõned CCD pildid koonilise refraktsiooni mustrit saadud vertikaalselt polariseeritud langeva kiirtekimbuga. Rõngasfookus omab tuntud kuu-kujulist vormi tänu rõngaste $\sin^2(\varphi/2)$ asimutaalsele modulatsioonile, kus φ on rõnga raadiuse ja horisontaalse x-telje vaheline nurk. Teoorias [6,13] on näidatud, et koonilise refraktsiooni muster lineaarselt polariseeritud valguse jaoks formeerub kahest komponendist E_x ja E_y nii, et

$$E_x \sim B_I \sin\varphi \quad (6)$$

$$E_y \sim B_0 - B_I \cos\varphi \quad (7)$$

kus B_0 ja B_I on määratud difraktsiooni integraalidega (2) ja (3). Joonis 10b,c näitab fokaalpilte, mis on saadud peale kiirtekimbu horisontaalse ja vertikaalse polarisatsiooniga komponentide selekteerimist. Vastavalt võrrandile (7) pannustavad mõlemad B_0 ja B_I vertikaalse polarisatsiooni profiili (s.t. langeva kiirtekimbu polarisatsiooni y-suunda) välja arvatud kaks punkti $\varphi = \pm 90^\circ$, kus panus B_I :st kaob. Vastav kuu-kujuline profiil on sümmeetriline x-telje suhtes (Joonis 10b). Horisontaalse polarisatsiooni puhul, kui ainult B_I panustab väljuvasse kiirgusesse, on profiil kaare-kujuline ning kaared on sümmeetrilised nii x- kui ka y-telje suhtes (Joonis 10c). Joonis 10d näitab selle kimbu komponendi kaugvälja profiili. Intensiivsuse asimutaalne modulatsioon säilib levikul viies “liblikaprofiili” (*bow-tie beam*) tekkimisele. See profiil formeerub tänu asimutaalselt ning radiaalselt moduleeritud B_I :le. Kiirtekimbud, mis tulenevad sellisest koonilise laine frondi asimutaalsest modulatsioonist, kuuluvad esimest-järku Hermite-Bessel kimpude perekonda [27]. Seega joonisel 10 näidatud tulemused demonstreerivad võimalust transformeerida lineaarselt polariseeritud Gaussi kiirtekimpe lahknevaks

Hermite-Besseli kiirtekimbuks, mille polarisaatsioon on risti sisendkimbu polarisatsiooniga.



Joonis 10. Koonilise refraktsiooni CCD pildid lineaarselt polariseeritud sisendkimbu puhul: (a) - ringfookus; (b) - ringfookus valitud vertikaalse polarisatsiooniga; (c) - ringfookus valitud horisontaalse polarisatsiooniga; (d) - horisontaalse polarisatsiooniga kiirtekimbu komponent kaugväljas ($z = 100$ mm). Nooled näitavad polarisaatsiooni suunda. Fookuskaugus $f = 100$ mm

Kokkuvõte

Koonilise refraktsiooni fenomen viib väga spetsiifilisele ja keerulisele Gaussi kiirtekimbu transformeerumisele juhul kui kiirtekimp on fokuseeritud läbi kaheteljelise kristalli. Koonilise refraktsiooni teooria annab tervikuna hea arusaamise nähtuse loomusest, kuid eksperimentaalsed uuringud ja võimalikud rakendused põrkuvad teooria teatud raskuste ja keerukusega. Antud töös on käsitletud koonilise refraktsiooni kvalitatiivset ja kvantitatiivset fenomenoloogiat koos vastava teooria kaasamisega.

On läbi viidud koonilise refraktsiooniga transformeeritud Gaussi kiirtekimbu fokaalse regiooni eksperimentaalne kaardistaamine ning tulemusi võrreldi fokuseeritud Gaussi kiirtekimbuga ja teoreetiliste ennustustega. On analüüsitud erinevaid koonilise refraktsiooni valgusstruktuure ning on näidatud head kokkulangevust eksperimentaalsete ja teoreetiliste tulemuste vahel. Demonstreeriti, et kooniline refraktsioon viib kiirtekimbu “optilise pudeli” formeerumisele, kus kahe aksiaalsete maksimumide vahel tekib tume regioon, mis on ümbritsetud peaaegu konstantse intensiivsusega “süstiku”-kujulise valgusstruktuuriga.

Kui Gaussi kiirtekimp on fokuseeritud läbi läätse fookuskaugusega f , on kiirtekimbu intensiivsus fokaalruumalas proportsionaalne $1/f^2$:ga. Koonilise refraktsiooni puhul see seadus muutub ja asendub $1/f$:ga. See tuleneb koonilise refraktsiooni mustri spetsiifilisest struktuurist mida formeeritakse valguslainete koonilisest superpositsioonist. See koonilise refraktsiooni omadus võiks olla huvipakkuv mittelinearses optikas, kus valguse intensiivsus on väga tähtis parameeter.

Lineaarselt polariseeritud langeva kiirtekimbuga saab koonilise refraktsiooni muster asimutaalse intensiivsuse modulatsioonist. On näidatud, et ristpolarisatsiooniga kimbu komponendil on kaugväljas sümmetriline “valgusliblika” profiil. See profiil, mis tuleneb koonilise laine fronti asimutaalsest modulatsioonist, vastab Hermite-Besseli kiirtekimbule ja demonstreerib seega võimalust transformeerida lineaarselt polariseeritud Gaussi kiirtekimpe Hermite-Besseli kiirtekimpudeks.

Kasutatud kirjandus

1. M. V. Berry, M. R. Jeffrey, „Conical diffraction: Hamilton’s diabolical point at the heart of crystal optics,“ *Progress in Optics* vol. 50, 13-50 (2007).
2. J. G. O’Hara, “The prediction and discovery of conical refraction by William Rowan Hamilton and Humphrey Lloyd (1832-1833),” *Proceedings of the Royal Irish Academy* [B] 82A, 231–257 (1982).
3. W. R. Hamilton, „Third supplement to assay on the theory of systems of rays,“ *Transactions of the Royal Irish Academy* 17, 1-144 (1837).
4. H. Lloyd, „On the phenomena presented by light in its passage along the axes of biaxial crystals,“ *Philosophical Magazine* 1, 112-120, 207-210 (1833).
5. M. V. Berry, M. R. Jeffrey, J. G. Lunney, „Conical diffraction: observations and theory,“ *Proceeding of the Royal Society* 462, 1629-1642 (2006).
6. A. M. Belsky, M. A. Stepanov, „Internal conical refraction of coherent light beams,“ *Optics Communications* 167, 1-5 (1999).
7. Yu. P. Mikhailichenko, „Conical refraction: experiments and large-scale demonstrations,“ *Russian Physics Journal*, vol. 50, № 8, 42-48 (2007).
8. Ю.П. Михайличенко, „Коническая рефракция: исторические эксперименты и новые демонстрации,“ *Вестник ТГПУ* 6, 130-134 (2007).
9. A. Turpin Avilés, „Cascaded Conical Refraction,“ Master thesis work, Dept. de Física, Universitat Autònoma de Barcelona, Spain (2011).
10. J. C. Poggendorff, „Ueber die konische Refraction,“ *Annalen der Physik* vol. 124 № 11, 461- 462 (1839).
11. W. Voigt, „Bemerkung zur Theorie der Konischen Refraktion,“ *Physikalische Zeitschrift* 6, 672- 673 (1905).
12. C. V. Raman, „The phenomena of conical refraction“, *Current Science* 11, 44-46 (1942).
13. A. M. Belskii, A. P. Khapalyuk, „Internal conical refraction of bounded light beams in biaxial crystals,“ *Optics and Spectroscopy* 44, 312-315, 436-439 (1978).
14. M. V. Berry, “Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike,“ *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 6, 289-300 (2004).
15. C. F. Phelan, D. P. O’Dwyer, Y. P. Rakovich, J. F. Donegan, J. G. Lunney, „Conical diffraction and Bessel beam formation with a high optical quality biaxial crystal,“ *Optics Express* vol.17, № 15, 12891-12899 (2009).

16. T. K. Kalkandjiev, M. A. Bursukova, "Conical refraction: an experimental introduction," Proc. SPIE 6994, Photon Management III, (2008).
17. V. Peet, D. Zolotukhin, „Free-space evolution of focused Gaussian beams transformed by conical diffraction in a biaxial crystal,“ Optics Communications 283, 3011-3016 (2010).
18. A. J. Schell, N. Bloembergen, „Laser studies of internal conical diffraction. II. Intensity patterns in an optically active crystal, α -iodic acid,“ Journal of the Optical Society of America vol. 68, № 8, 1098-1106 (1978).
19. J. P. Féve, B. Boulanger, G. Marnier, „Experimental study of internal and external conical refractions in KTP,“ Optics Communications 105, 243-252 (1994).
20. Т. С. Величина, О. И. Васильева, А. Н. Израиленко, И. А. Яковлев, „Демонстрация явлений конической рефракции,“ Успехи физических наук 130, 357–359 (1980).
21. T. A. King, W. Hogervorst, N. S. Kazak, N. A. Khilo, A. A. Ryzhevich, „Formation of higher-order Bessel light beams in biaxial crystals,“ Optics Communications 187, 407-414 (2001).
22. D. O'Dwyer, C. Phelan, Y. Rakovich, T. Cizmar, K. Dholakia, J. F. Donegan, J. G. Lunney, „Polarization distribution for Internal Conical Diffraction and the Superposition of Zero and First Order Bessel Beams,“ Proc. SPIE 7062, Laser Beam Shaping IX, (2008).
23. M. C. Pujol, M. Rico, C. Zaldo, R. Solé, V. Nikolov, X. Solans, M. Aguilo, and F. Diaz, „Crystalline structure and optical spectroscopy of Er^{3+} -doped $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$ single crystals,“ Journal of Applied Physics B68, 187–197 (1999).
24. J. Arlt, M. J. Padgett, „Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam,“ Optics Letters, Vol. 25, 191-193 (2000).
25. B. P. S Ahluwalia, X-C. Yuan, S. H Tao, „Generations of self-imaged optical bottle beams,“ Optics Communications 238, 177-184 (2004).
26. H. M. Lai, B. Y. Xu, C. S. Ng, „Unusual $1/r$ -dependent radiation intensity in any biaxial crystal,“ Physical Review E 64, 016606 (2001).
27. D. P. O'Dwyer, C. F. Phelan, Y. P. Rakovich, P. R. Eastham, J. G. Lunney, J. F. Donegan, „Generation of continuously tunable fractional optical orbital angular momentum using internal conical diffraction,“ Optics Express vol.18 № 16, 16480-16485 (2010).

„Transformation of focused Gaussian beams by the effect of conical refraction in a biaxial crystal“

Daniil Zolotuhhin, Summary

The phenomenon of conical refraction has been known for nearly two centuries. When light beam propagates a properly oriented biaxial crystal, it is transformed into a hollow cone, and the emerging light acquires a structure of two bright rings (Hamilton-Lloyd rings) separated by a dark Poggendorff ring. The same occurs when Gaussian beam is focused through such crystal and Gaussian focal spot is transformed into a pattern of rings. Away from the focus, the Hamilton-Lloyd rings get wider and a central point, called axial spike, appears in the beam profile. This axial spike gains on-axis intensity till it reaches its maximum. Further away from this maximum intensity position, the axial spike decays gradually and the far-field beam profile approaches that for the initial beam. The paraxial theory provides a full understanding of the physics behind conical refraction, but the experiments and possible applications of the effect face a certain complexity of theory. In the present study, a detailed qualitative and quantitative phenomenology together with basics of conical diffraction theory were addressed, while minimizing the mathematical complexity. A mapping of the focal region of Gaussian beams transformed by conical refraction has been made and compared with reference Gaussian beams and prediction of theory. A good agreement between the experimental data and paraxial theory has been demonstrated. Some regularities in the geometry of light structures have been analyzed. It has been demonstrated that for the used optical arrangement, the conical refraction leads to the formation of an optical bottle beams suitable, for example, for optical trapping applications.

When Gaussian beam is focused by a lens with the focal length f through a biaxial crystal, the light intensity in the beam waist is proportional to $1/f$. It results from the specific structure of conical refraction pattern, which builds up from the conical superposition of light waves. With a linearly polarized input beam, the pattern of conical refraction acquires an azimuthal modulation of intensity. A possibility of transforming the input linearly polarized Gaussian beam into a Hermite-Bessel beam with orthogonal linear polarization has been demonstrated.

Non-exclusive licence to reproduce thesis and make thesis public

I, Daniil Zolotuhhin

(date of birth: 17.10.1984),

1. herewith grant the University of Tartu a free permit (non-exclusive licence) to:
 - 1.1. reproduce, for the purpose of preservation and making available to the public, including for addition to the DSpace digital archives until expiry of the term of validity of the copyright, and
 - 1.2. make available to the public via the web environment of the University of Tartu, including via the DSpace digital archives until expiry of the term of validity of the copyright,

“Transformation of focused Gaussian beams by the effect of conical refraction in a biaxial crystal”

supervised by Viktor Peet,

2. I am aware of the fact that the author retains these rights.
3. I certify that granting the non-exclusive licence does not infringe the intellectual property rights or rights arising from the Personal Data Protection Act.

Tartu, 29.05.2013