Ф. В. МИККЕЛЬСАР

МАТЕМАТИКА
ДЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

V ГОД ОБУЧЕНИЯ

РАЗРЕШЕННЫЙ АВТОРОМ ПЕРЕВОД С ЭСТОНСКОГО ЯЗЫКА

ПЕРЕВЕЛА И ДОПОЛНИЛА
ПРЕПОДАВАТЕЛЬНИЦА НАРВСКОЙ РУССКОЙ ГИМНАЗИИ
М. И. БЕЛЯВСКАЯ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ДИРЕКТОРА ТОЙ ЖЕ ГИМНАЗИИ
С. Н. ДОБРЫШЕВСКОГО

ИЗДАНИЕ РУССКОГО ЦЕНТРАЛЬНОГО
УЧИТЕЛЬСКОГО СОЮЗА В ЭСТОНИИ
1930

Ф. В. МИККЕЛЬСАР

МАТЕМАТИКА
ДЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

V ГОД ОБУЧЕНИЯ

РАЗРЕШЕННЫЙ АВТОРОМ ПЕРЕВОД С ЭСТОНСКОГО ЯЗЫКА
ПЕРЕВЕЛА И ДОПОЛНИЛА
ПРЕПОДАВАТЕЛЬНИЦА НАРВСКОЙ РУССКОИ ГИМНАЗИИ.
М. И. БЕЛЯВСКАЯ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ДИРЕКТОРА ТОЙ ЖЕ ГИМНАЗИИ
С. Н. ДОБРЫШЕВСКОГО

ИЗДАНИЕ РУССКОГО ЦЕНТРАЛЬНОГО
УЧИТЕЛЬСКОГО СОЮЗА В ЭСТОНИИ
1 9 3 0

Типография Т-ва К. Маттисен, Тарту.

ОТ ИЗДАТЕЛЯ.

Перевод учебника Ф. В. Миккельсара, рекомендованного для школ Министерством просвещения и социального обеспечения, сделан со второго издания 1929 года.

Включенные в учебник с разрешения автора дополнительные задачи и численные примеры отмечены звездочкою около их номеров.

Учительский Союз надеется иметь возможность издать в будущем перевод учебников математики Ф. В. Миккельсара и для остальных лет обученія в начальной школе.

Май, 1930.

ПРАВЛЕНИЕ.

1. Повторение.

1. Вычислить в уме:

1) $4 \times 25 : 3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 66$

2) $8 \times 125 : 4 \times 3 \times \frac{1}{3} : 2$

3) $1000 : 5 \times \frac{1}{2} - 51 : 7 : 2$

4) $0{,}5 \times 800 : 8 \times 9 - 350 : 0{,}5$

2. 1) $27\,362 + 5\,629 + 14\,748 + 9\,081 = 525\,705$

2) $8{,}125 + 12{,}75 + 0{,}345 = 90{,}05 - 2{,}84$

3) $20\,670 - 9\,285 = 5 - 0{,}375$

4) $5{,}467 - 0{,}275 = 60{,}1 - 49{,}215$

3. Вычислить в уме:

1) $425 + 33 + 75$
2) $499 + 499 + 2$
3) $499 + 398 + 102$
4) $1000 - 2$
5) $1000 - 399$
6) $444 - 19$
7) $245 + 39$
8) $634 + 59$
9) $404 + 88$

4. 1) 467×85

2) $5{,}48 \times 15$

3) $6{,}25 \times 0{,}8$

4) $8\,226 \mid 18$

5) $12{,}75 \mid 15$

6) $0{,}4 \mid 25$

7) $2 \mid 125$

8) $396 \mid 0{,}3$

9) $4{,}5 \mid 0{,}15$

10) $0{,}05 \mid 6{,}25$

5. Вычислить с точностью до 0,01:

1)	32,7 · 52,45	4)	3 : 8	7)	4,2 · 7,9 : 1,2
2)	2,75 · 0,25	5)	2 : 0,3	8)	3,15 : 8 · 0,25
3)	0,9 · 0,99	6)	32,7 : 65,82	9)	16 : 3 × 5

6. Как велики поверхность и объем куба, если длина ребра его равна 8 cm?

7. Сколько дней от Иванова дня до Рождества?

8. Построить △-и по данным сторонам:

1)	AB = 8,2 cm,	AD = 6,5 cm,	BD = 7,2 cm,
2)	AB = 12,5 „	AD = 10 „	BD = 11,2 „
3)	AB = 4,9 „	AD = 7,1 „	BD = 3,8 „.

Измерить высоту каждого △-а и найти площадь.

9. Вычислить:

1) $\frac{24 \cdot 60 \cdot 75}{100 \cdot 72 \cdot 45} = x$ 2) $\frac{3\,200 \cdot 66 \cdot 700}{22 \cdot 600 \cdot 56 \cdot 250} = x$

3) $\frac{42 \cdot 150 \cdot 8\,000 \cdot 13}{500 \cdot 260 \cdot 70 \cdot 640} = x$ 4) $\frac{550 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 660}{5\,000 \cdot 33 \cdot 18 \cdot 880} = x$

10. Найти в уме: $\frac{1}{2}$ от 24! 70! 602!
„ „ „ $\frac{1}{3}$ от 81! 99! 100!
„ „ „ $\frac{1}{4}$ от 100! 600! 1 000! 10!
„ „ „ $\frac{1}{5}$ от 45! 800! 20! 1!
„ „ „ $\frac{1}{10}$ от 80! 8! 0,8! 11!

11. Найти в уме: 25 % от 40! 100! 1! 4!
„ „ „ 50 % от 32! 700! 2! 0,2!
„ „ „ $33\frac{1}{3}$ % от 6! 100! 1! 333!
„ „ „ 10 % от 60! 6! 1! 100!
„ „ „ 5 % от 40! 800! 100! 1 000!
„ „ „ 1 % от 40! 1 000! 100! 1!
„ „ „ 10 % от 8! 17! 0,5! 0,1!

12. Найти в уме: $\frac{3}{4}$ от 8! 80! 100! 1!
„ „ „ $\frac{2}{3}$ от 12! 600! 1! 1,5!
„ „ „ $\frac{2}{5}$ от 75! 1! 100! 2,5!
„ „ „ $\frac{3}{8}$ от 40! 64! 1 000! 1! 10!
„ „ „ 0,4 от 20! 25! 1! 100! 2!

13. Найти число, если $\frac{1}{4}$ его 100!
„ „ „ $\frac{1}{3}$ „ 500!
„ „ „ $\frac{1}{10}$ „ 2,8!
„ „ „ $\frac{2}{3}$ „ 18!
„ „ „ $\frac{3}{4}$ „ 600!
„ „ „ $\frac{5}{8}$ „ 4 800!

14. Найти число, если 1 % его 7!
„ „ „ 1 % „ 22!
„ „ „ 10 % „ 80!
„ „ „ 2 % „ 14!
„ „ „ 3 % „ 15!
„ „ „ 5 % „ 35!
„ „ „ 8 % „ 40!

15. Найти, сколько дней в $\frac{3}{4}$ года! в $\frac{3}{10}$ года! в $\frac{1}{12}$ года!

16. Ширина части дома, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равна 8 m, длина 15 m, и высота 4 m. 20 % ее объема заняты кухней, 12 % лестницей, сенями и другими помещениями, остальная часть занята комнатами. Как велик объем комнат?

17. Основанием трехугольной вертикальной призмы служит прямоугольный △, которого катеты равны 10,2 m и 10,2 m. Найти объем этой призмы (напр., чердака), если высота ее (длина чердака) равна 15 m!

18. 1) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ 4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4}$
2) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 5) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$
3) $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \frac{5}{8}$ 6) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$

19. 1) $1 - \frac{1}{2}$ 2) $\frac{5}{8} - \frac{1}{8}$ 3) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$

$3 - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$

$10 - \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ $\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$

$5 - \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}$

20. 1) $4\frac{1}{2}$ kg $+ 2\frac{3}{4}$ kg

2) $3\frac{1}{2}$ km $+ 8\frac{1}{10}$ km $+ 5\frac{3}{5}$ km

3) 11,3 kg $+ 2\frac{1}{2}$ kg

4) 0,75 час. $+ 3\frac{1}{4}$ час. $+ 1$ час.

5) $4\frac{1}{2}$ kg $- 2\frac{1}{4}$ kg

6) 10 m $- 8\frac{3}{4}$ m

7) $7\frac{1}{4}$ час. $- 5\frac{1}{2}$ час.

8) $8\frac{1}{10}$ кр. $- 7{,}5$ кр.

21. Крестьянин купил 18 мешков искусственного удобрения, по 85 kg в каждом. Он расплатился за них в течение шести месяцев, внося по 30,6 кр. в месяц. Сколько он платил за килограмм удобрения?

Примените черту дроби!

22. Сократить дроби:

$\frac{200}{2000}$ $\frac{15}{300}$ $\frac{420}{480}$ $\frac{180}{360}$

$\frac{12}{15}$ $\frac{24}{100}$ $\frac{75}{1000}$ $\frac{72}{60}$

23. Обозначьте на поле треугольник, у которого одна сторона была бы равна 20 m, другая — 15 m, третья — 18 m. Проведите высоту, измерьте ее и вычислите площадь $\triangle$.

24. Разделите школьный двор на треугольные части, измерьте площадь всего двора в m^2.

2. О дробях.

25. Употребляя черту дроби при решении задач, мы большей частью получаем такие дроби, которые приходится упростить: или сократить, или исключить целое число, или произвести оба упрощения вместе. Напр., можем получить дробь

$\frac{155 \cdot 16}{8 \cdot 93}$. Из нее получим $\frac{155 \cdot 2}{93} = \frac{310}{93}$.

Внимательно рассмотрев эту дробь, мы видим, что $310 = 10 \cdot 31$, а $93 = 3 \cdot 31$.

Значит $\frac{310}{93} = \frac{10 \cdot 31}{3 \cdot 31} = \frac{10}{3}$.

Если бы мы уже раньше заметили, что $155 = 5 \cdot 31$ и $93 = 3 \cdot 31$, то при первом сокращении прямо получили бы $\frac{1}{3}^{0}$.

Мы знаем, что в целой единице содержится 3 трети, поэтому $\frac{1}{3}^{0}$ больше, чем одна целая. Исключим из этой дроби целые. Для этого рассуждаем так:

3 трети составляют одну целую,

10 „ „ столько целых, сколько раз 3 содержится в 10, значит — 3 целых. $\frac{1}{3}$, которая остается, не составляет ни одной целой.

Итак $\frac{1}{3}^{0} = 3\frac{1}{3}$.

26. Так как, производя действия над дробями, приходится делать оба упрощения, то остановимся на них подольше. Сначала проделаем исключение целого числа из дроби.

Исключить целые числа из дробей:

$\frac{49}{2}$; $\frac{42}{10}$; $\frac{67}{3}$; $\frac{125}{4}$; $\frac{199}{8}$; $\frac{152}{5}$; $\frac{246}{2}$; $\frac{246}{3}$; $\frac{246}{6}$;

$\frac{515}{5}$; $\frac{144}{12}$; $\frac{128}{16}$; $\frac{193}{8}$; $\frac{275}{25}$; $\frac{400}{3}$; $\frac{2332}{100}$; $\frac{3.72}{216}$.

26.* Исключить целые числа из дробей:

$\frac{81}{5}$; $\frac{44}{3}$; $\frac{100}{9}$; $\frac{77}{10}$; $\frac{135}{2}$; $\frac{69}{4}$; $\frac{301}{6}$; $\frac{3051}{100}$; $\frac{256}{10}$;

$\frac{2003}{8}$; $\frac{175}{25}$; $\frac{205}{8}$; $\frac{800}{20}$; $\frac{3.100}{15}$; $\frac{4.64}{16}$.

27. Такие дроби, в которых содержатся целые, называются неправильными дробями. Нетрудно определить, когда дробь бывает неправильной: это бывает когда числитель дроби больше знаменателя, потому что, если числитель дроби равен знаменателю, то дробь равна одной целой; если же числитель больше, чем знаменатель, то дробь больше, чем одна целая.

Мы видим: Чтобы исключить из неправильной дроби целые, нужно разделить ее числитель на знаменатель; частное показывает, сколько целых содержится в дроби, остаток же показывает, сколько в ней сверх того дробных долей.

28. Найти среди следующих дробей неправильные дроби и исключить из них целые:

$\frac{63}{25}$; $\frac{83}{90}$; $\frac{50}{8}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{312}{312}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{8 \cdot 3}{5 \cdot 5}$; $\frac{25 \cdot 7}{8 \cdot 3}$;

$\frac{11 \cdot 9}{6 \cdot 12}$; $\frac{23 \cdot 9}{4 \cdot 5 \cdot 5}$; $\frac{33 \cdot 63}{8 \cdot 125}$; $\frac{3 \cdot 26 \cdot 5}{5 \cdot 39 \cdot 2}$; $\frac{44 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2}{14 \cdot 132}$.

29. Иногда бывает нужно представить смешанное число в виде неправильной дроби. Напр., если желательно узнать, во сколько раз $7\frac{1}{2}$ kg больше, чем $1\frac{1}{2}$ kg, то рассуждаем так:

7 кило равны 7×2 полкило $= 14$ полкило или

$\frac{1}{2}^4$ kg. Значит, $7\frac{1}{2}$ kg = $\frac{1}{2}^5$ kg, а $1\frac{1}{2}$ kg = $\frac{3}{2}$ kg. Теперь сразу видно, во сколько раз $\frac{1}{2}^5$ kg больше, чем $\frac{3}{2}$ kg.

Расскажите еще раз, как обратить $7\frac{1}{2}$ в неправильную дробь!

30. Обратить в неправильные дроби: $5\frac{1}{2}$; $12\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{3}$; $2\frac{2}{3}$; $5\frac{1}{4}$; $8\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{6}$; $2\frac{2}{5}$; $15\frac{1}{10}$; $8\frac{1}{8}$; $3\frac{10}{16}$; $50\frac{1}{2}$; $22\frac{2}{3}$; $33\frac{1}{3}$; $333\frac{1}{3}$; $111\frac{1}{9}$; $10\frac{4}{5}$!

30*. Обратить в неправильные дроби: $8\frac{1}{2}$; $20\frac{1}{2}$; $4\frac{2}{3}$; $6\frac{1}{3}$; $9\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{4}$; $10\frac{3}{4}$; $15\frac{1}{4}$; $4\frac{1}{6}$; $3\frac{5}{6}$; $10\frac{1}{5}$; $6\frac{2}{5}$; $8\frac{3}{5}$; $12\frac{4}{5}$; $11\frac{1}{8}$; $16\frac{1}{9}$; $9\frac{3}{8}$; $10\frac{5}{8}$; $7\frac{7}{8}$; $4\frac{5}{16}$; $3\frac{7}{16}$; $5\frac{4}{16}$; $2\frac{7}{16}$; $10\frac{11}{16}$; $1\frac{13}{16}$.

31. Выразить в половинах следующие числа: 4, 9, 15, 12, 30, 29, 100, 500, 311!

Пример: $4 = \frac{8}{2}$.

Выразить те же числа в третях и четвертях! Выразить их в каких-нибудь других долях по своему выбору!

Заменить 82 целых 100-ыми долями!

31.* Выразить в шестых долях: 1) 2; 6; 10; 13; 16; 25; 31; 40; 200; 110; 1000.

2) выразить в восьмых долях: 3; 5; 7; 11; 40; 25; 35; 101; 305; 511.

3) выразить в двенадцатых долях: 6; 10; 15; 50; 300; 400; 600.

32. Показать на чертеже, что

$\frac{2}{2}$ dm = $\frac{3}{3}$ dm = $\frac{4}{4}$ dm = $\frac{10}{10}$ dm.

33. Сократить дроби:

$\frac{3 \cdot 26 \cdot 5}{5 \cdot 39 \cdot 2}$; $\frac{44 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2}{14 \cdot 132}$; $\frac{490}{140}$; $\frac{324}{228}$.

33*. Сократить дроби:

$\frac{2 \cdot 6 \cdot 75}{5 \cdot 18 \cdot 15}$; $\frac{55 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 5}{22 \cdot 150}$; $\frac{640}{160}$; $\frac{225}{180}$.

34. При сокращении дробей надо знать, на какое число можно разделить данные числа (без остатка), потому что мы сокращаем дробь, деля ее числитель и знаменатель на одно и то же число.

Существуют некоторые признаки, по которым можно сказать, не производя самого деления, делится ли данное число на какое-нибудь из важнейших чисел, как 2, 3, 4, 5, 10, 25, 9. Попытайтесь, напр., сказать, какие из следующих чисел делятся на два без остатка: 18, 94, 141, 1 272, 5 306, 735, 4 030!

Проверьте, производя деление!

Мы находим, что

числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 и т. д. делятся на 2 без остатка, тогда как числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 и т. д. не делятся на 2.

Первые числа называются четными, их можно составлять из пар:

$2=2$ $\qquad$ $10=2+2+2+2+2$

$4=2+2$ $\qquad$ $12=2+2+2+2+2+2$

$6=2+2+2$ $\qquad$ $14=2+2+2+2+2+2+2$

$8=2+2+2+2$ $\qquad$ и т. д.

На конце четного числа всегда стоит цифра 2, 4, 6, 8 или 0.

Числа 1, 3, 5 и т. д. называются нечетными.

Какой остаток получается при делении нечетного числа на два?

35. Скажите, какие числа делятся без остатка на 10! 100! 1000! Почему это должно быть так?

36. Числа, на конце которых стоит цифра 0 или 5, делятся на 5 без остатка.

Объясните, почему это так?

Напишите 10 чисел, которые разделились бы на 5!

37. Числа, на конце которых стоят два нуля, 25, 50 или 75, делятся на 25.

В самом деле мы видим, что 100 состоит из 25, взятых 4 раза. Если в числе содержатся только полные сотни, то оно и разделится на 25. Если же в нем, кроме полных сотен, имеются еще десятки и единицы, то оно может разделиться на 25 только в том случае, если десятки и единицы составляют 25, 50 ($=2\times25$) или 75 ($=3\times25$).

Напишите ряд чисел, которые делились бы на 25! Будут ли все они делиться также и на 5?

38. Чтобы узнать, делится ли число на 4, надо посмотреть, оканчивается ли оно двумя нулями, или составляют ли его десятки и единицы число, которое делится на 4.

Каждая полная сотня делится на 4 без остатка; если десятки и единицы также не дают остатка, то все число разделится на 4.

Напишите целый ряд чисел, которые разделились бы на 4! Напр.: 200, 84, 5084, 920, 700 и т. д.

39. Если возьмем какое-нибудь число и сложим его цифры, как слагаемые, напр., в числе 3546, $3+5+4+6=18$, и если полученная при этом сумма делится на 3 без остатка, то и самое число также разделится на 3 без остатка.

Испробуйте это над числом 3546, а потом еще над другими числами, как 1002, 2601, 4380, 222!

Напишите сами несколько чисел, которых сумма цифр делится на 3, и разделите каждое из этих чисел на 3.

40. Если сумма цифр числа делится на 9 без остатка, то и самое число также разделится на 9 без остатка.

Проверьте! Напишите несколько чисел, сумма цифр которых делится на девять, и проверьте делимость самих чисел на 9.

41. Два последних случая (делимость на 3 и на 9) объясняются легко, если разделить на 3 или на 9

10, 100, 1000, 10 000 и т. д.

В каждом случае остаток равен 1.

Если разделить на те же числа

20, 200, 2000, 20 000 и т. д.,

то в каждом случае остаток равен 2.

Если в каком-нибудь числе 3546 разделить на 3 или на 9 отдельно все тысячи, то единичные остатки составят 3, при делении сотен остатки дадут 5, при делении десятков все остатки дадут 4... Если теперь все эти остатки вместе с единицами (6) составят число, которое делится на 3 или на 9, то и все число разделится на 3 или на 9 без остатка. Остатки (3, 5, 4) вместе с единицами (6) и составляют сумму цифр числа, о которой говорилось выше.

42. Напишите в столбец все числа от одного до ста! Рядом с числами, которые делятся на 2 без остатка, напишите маленькое 2; рядом с теми, которые делятся на 4, напишите маленькое 4... Также отметьте соответствующей маленькой цифрой числа, которые делятся на 8, 5, 10, 25, 3, 9!

Пример:

1 Рассмотрите теперь столбец!

2_2 Сколько здесь таких чисел, которые делятся на 2?

3_3 „ „ „ „ „ „ „ 4?

$4_{2,4}$ „ „ „ „ „ „ „ 8?

5_5 „ „ „ „ „ „ „ 5?

$6_{2,3}$ „ „ „ „ „ „ „ 10?

7 „ „ „ „ „ „ „ 25?

$8_{2,4,8}$ „ „ „ „ „ „ „ 3?

$9_{3,9}$ „ „ „ „ „ „ „ 9?

$10_{2,5}$

11

$12_{2,4,3}$

. .

. .

При каких числах не поставлено ни одного делителя? На какие числа можно разделить эти числа?

Отберите все числа, при которых стоят цифры 2 и 3. Пример: 6, 12, 18... Попробуйте разделить эти числа на 6!

Что вы замечаете? Имеется ли еще в столбце какое-нибудь число, которое делилось бы на 6?

Отберите числа, при которых стоят маленькие цифры 4 и 3! Можно ли их разделить на 12?

Отберите числа, при которых стоят маленькие цифры 3 и 5...! На какое число можно разделить эти числа?

43. Скажите, какие из следующих чисел делятся без остатка на 2, на 3, на 4, на 5, на 9, на 10, на 25, на 100, на 1000:

30, 84, 125, 135, 700, 234, 1275, 6704, 6000, 350, 5220, 7020.

Какие из них делятся на 12? на 15?

43*. Какие из следующих чисел делятся без остатка на 2, на 3, на 4, на 5, на 9, на 10, на 25, на 12, на 15, на 20, на 100, на 1000?

40, 80, 96, 153, 215, 525, 672, 900, 8000, 2550, 8032, 5040, 7400.

44. Сократить дроби, пользуясь признаками делимости:

$$\frac{225 \cdot 64}{72 \cdot 375}; \quad \frac{600 \cdot 135}{81 \cdot 40 \cdot 50}; \quad \frac{3645 \cdot 244}{128 \cdot 5000}$$

44*. Сократить дроби, пользуясь признаками делимости:

$$\frac{625 \cdot 36}{75 \cdot 150}; \quad \frac{800 \cdot 144}{70 \cdot 25 \cdot 72}; \quad \frac{248 \cdot 256 \cdot 25}{4000 \cdot 184}$$

45. У садовника было два участка земли, имеющих форму прямоугольников; длина одного 144 m, ширина 105 m, длина другого 90 m, ширина 48 m. Во сколько раз площадь первого участка больше площади второго?

Примените черту дроби!

46. Три мальчика-газетчика взяли для продажи одинаковое число газет; когда они позже сошлись вместе, то стали сравнивать, кто из них продал больше газет. Первый сказал: „У меня продано $\frac{3}{4}$ газет“, второй сказал: „У меня $\frac{5}{8}$“, а третий сказал: „У меня уже $\frac{8}{16}$“. Кто продал больше всех, кто меньше всех?

Чтобы сравнивать дроби, надо выразить их в одинаковых долях.

$\frac{5}{8}$ нельзя выразить в четвертях, а $\frac{3}{4}$ можно выразить в восьмых долях. Сколько восьмых содержится в $\frac{3}{4}$?

Которая же из дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{8}$ больше?

Чтобы сравнить $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{8}$, нам пришлось дробь $\frac{3}{4}$ выразить в восьмых долях. При этом, конечно, нельзя было изменять величину дроби. Мы умножили числителя на 2, но и знаменателя также на 2. Если сократим $\frac{6}{8}$, то снова получим . . .?

Начертите круг и покажите, что $\frac{6}{8}$ его равны $\frac{3}{4}$ его.

Чтобы сравнить $\frac{5}{8}$ и $\frac{8}{16}$, нужно ли представить одну или другую из этих дробей в более мелких долях?

Как можно здесь выразить дроби в одноименных долях?

Обыкновенно дроби даются уже в сокращенном виде, (а не так, как сказал третий газетчик), поэтому, выражая их в одноименных долях, приходится некоторые дроби представить в виде более мелких долей.

47. Выразить в одинаковых долях дроби:

1) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{15}{16}$!
2) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$!
3) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$!
4) $\frac{8}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{3}$!
5) $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{32}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$!

47*. Выразить в одинаковых долях дроби:

1) $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{32}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$
2) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{4}$

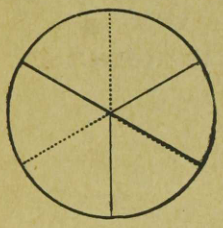
3) $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{3}$

4) $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$

5) $\frac{7}{25}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$

6) $\frac{7}{15}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

48. Если даны дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$, то их нельзя выразить ни обе в половинах, ни обе в третях, потому что половину из третей и треть из половин нельзя составить. Если же мы круг разделим сперва пополам, а потом каждую его половину на три равных части (см. черт. 1), то круг будет разделен на шесть равных частей, и тогда его можно разделить и на три, и на две равных части.



Черт. 1.

Сколько шестых долей надо взять, чтоб получить одну половину? Сколько шестых долей составляют одну треть? — Мы видим, что и половины, и трети одинаково хорошо выражаются в шестых долях.

На какие равные части надо разделить целую единицу, чтоб она делилась на 2 и на 5 частей?

Сделайте рисунок и докажите!

Мы видим, что надо единицу разделить на две части, и каждую часть еще на пять частей, т. е. на 2×5, или на 10 частей; или сперва на пять, и каждую часть еще на две части, т. е. на 5×2, или опять таки на 10.

Требуется дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ выразить в одинаковых долях. Нужно ли делить целую единицу сперва на четыре части, а потом каждую часть еще на две? Почему не надо?

Если разделить целую единицу на четыре части, то она окажется уже разделенной на две равных части, каждая из которых содержит по две четверти.

Как разделить целую единицу, чтоб она делилась на 2, на 3 и на 5 равных частей? На сколько равных частей она будет разделена?

49. Сколько 30-ых долей содержится в $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{5}$?

Выразить в одинаковых долях дроби:

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$
2) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2}$
3) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$
4) $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{3}$
5) $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{5}$
6) $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{8}$
7) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$
8) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{2}$
9) $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$
10) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{5}$
11) $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{10}$
12) $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{7}{8}$
13) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$
14) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$
15) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{9}{10}$
16) $\frac{12}{5}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{7}{6}$ и $\frac{20}{3}$
17) $2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{3}$ и $3\frac{1}{5}$
18) 0,7; 0,25; 0,125.

49*. Выразить в одинаковых долях дроби:

1) $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$
$\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{9}$
$\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{10}$
$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{2}$
$\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$
$\frac{5}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{2}$

2) $\frac{7}{5}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{10}{3}$ и $\frac{23}{6}$
$\frac{35}{8}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{4}$ и $\frac{51}{10}$
$\frac{25}{16}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{5}{4}$ и $\frac{13}{8}$
$\frac{33}{10}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{40}{3}$ и $\frac{9}{4}$
$\frac{7}{3}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{12}{5}$ и $\frac{11}{4}$

3) $3\frac{1}{5}$, $6\frac{3}{4}$, $5\frac{2}{3}$, $7\frac{5}{6}$
$20\frac{3}{16}$, $10\frac{5}{8}$, $4\frac{1}{6}$ и $9\frac{1}{2}$
$6\frac{7}{10}$, $3\frac{2}{5}$, $8\frac{3}{4}$ и $4\frac{1}{2}$
0,5; 0,31 и 0,415
0,163; 0,08 и 0,4.

50. Расположить следующие дроби в ряд по их величине: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$!

Какая из этих дробей меньше половины?

51. Напишите несколько дробей со знаменателем 16, которые были бы меньше, чем $\frac{1}{2}$; затем несколько таких, которые были бы больше, чем $\frac{3}{4}$.

52. Заменить: $\frac{3}{4}$ восьмыми долями!
$\frac{1}{5}$ десятыми долями!
$\frac{3}{5}$ сотыми долями!
$\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ шестыми долями!
$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{3}$ шестидесятыми долями!
$\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{5}{6}$ 120-ыми долями!
„ „ „ „ 360-ыми долями!

52*. Заменить:

$\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ сотыми долями!

$\frac{3}{4}$ двадцатыми долями!

$\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{4}$ двенадцатыми долями!

$\frac{1}{4}$ и $\frac{5}{6}$ двадцать четвертыми долями!

$\frac{5}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{20}$ сто двадцатыми долями!

$\frac{1}{2}\frac{1}{0}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{1}\frac{1}{0}\frac{}{0}$, $\frac{2}{5}$ четырехсотыми долями!

3. Сложение и вычитание дробей.

53. Автомобиль выехал из Таллинна в Пернов; в течение первого часа он проехал $\frac{3}{10}$ всего пути, в течение второго часа $\frac{1}{5}$, в течение третьего часа $\frac{1}{4}$. Какую часть пути он проехал? Какую часть осталось еще проехать?

54. У портнихи от одного куска материи осталось $\frac{3}{4}$ м, от другого $\frac{2}{5}$ м и от третьего $\frac{1}{3}$ м. Сколько всего осталось?

55. 1) $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$; $\frac{2}{5}+\frac{3}{8}$

2) $\frac{4}{5}+\frac{2}{9}$; $\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}+\frac{4}{25}$; $\frac{5}{6}+\frac{3}{5}$

3) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$; $\frac{7}{10}+\frac{1}{6}$; $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$; $\frac{12}{25}+\frac{3}{10}$

4) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$; $\frac{4}{5}+\frac{1}{2}+\frac{3}{10}$; $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\frac{5}{12}$

5) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$; $\frac{5}{6}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$

6) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$; $\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{9}{10}$; $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}+\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}+\frac{3}{10}$

7) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$; $\frac{5}{12}+\frac{7}{8}+\frac{2}{3}+\frac{7}{12}$; $\frac{1}{8}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$

55*. 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{20}$; $\frac{4}{5}+\frac{17}{100}$; $\frac{5}{8}+\frac{9}{16}$; $\frac{7}{8}+\frac{23}{40}$

2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{5}{8}$; $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$; $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{5}{24}$; $\frac{3}{10}+\frac{9}{20}+\frac{11}{40}$

3) $\frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{15}{32}$; $\frac{4}{5}+\frac{7}{20}+\frac{17}{100}$; $\frac{3}{5}+\frac{9}{40}+\frac{7}{8}$; $\frac{3}{4}+\frac{13}{24}+\frac{5}{6}$

4) $\frac{3}{10}+\frac{19}{60}+\frac{7}{12}$; $\frac{1}{2}+\frac{9}{10}+\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}+\frac{15}{32}+\frac{25}{96}$; $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{6}{12}$

5) $\frac{7}{20}+\frac{1}{3}$; $\frac{4}{5}+\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$

6) $\frac{3}{4}+\frac{9}{10}$; $\frac{5}{6}+\frac{4}{15}$; $\frac{7}{8}+\frac{3}{10}$; $\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$

7) $\frac{2}{9}+\frac{8}{15}$
$\frac{1}{6}+\frac{1}{16}$
$\frac{3}{10}+\frac{8}{25}$
$\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$

8) $\frac{3}{4}+\frac{11}{30}$
$\frac{7}{10}+\frac{5}{12}$
$\frac{5}{6}+\frac{9}{32}$
$\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$

9) $6\frac{5}{8}+9\frac{7}{12}$
$4\frac{5}{12}+8\frac{7}{16}$
$9\frac{3}{16}+3\frac{11}{24}$
$8\frac{5}{12}+6\frac{4}{15}$

10) $10\frac{5}{8}+26\frac{11}{20}$
$15\frac{9}{20}+18\frac{4}{25}$
$40\frac{3}{20}+16\frac{7}{50}$
$32\frac{8}{25}+42\frac{3}{10}$.

11) $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{7}{20}$
$\frac{2}{3}+\frac{9}{10}+\frac{11}{18}+\frac{1}{6}$
$\frac{13}{20}+\frac{3}{10}+\frac{8}{25}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$
$\frac{2}{7}+\frac{3}{14}+\frac{1}{2}+\frac{5}{21}$

12) $\frac{5}{7}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}+\frac{5}{16}$
$\frac{3}{10}+\frac{6}{25}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}$
$\frac{5}{8}+\frac{2}{9}+\frac{5}{12}+\frac{1}{18}$
$\frac{1}{10}+\frac{5}{8}+\frac{2}{3}+\frac{5}{12}$
$\frac{2}{15}+\frac{4}{25}+\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$

13) $\frac{5}{9}+\frac{2}{3}+\frac{10}{27}+\frac{8}{81}$
$\frac{5}{12}+\frac{3}{4}+\frac{9}{16}+\frac{11}{24}$
$\frac{5}{6}+\frac{2}{9}+\frac{1}{3}+\frac{7}{18}$
$\frac{4}{7}+\frac{9}{10}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}$
$\frac{1}{7}+\frac{5}{14}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$.

55.** 1) Ученик написал в первый день $\frac{1}{2}$ страницы, во второй — $\frac{2}{5}$, в третий — $\frac{3}{8}$, в четвертый — $\frac{3}{4}$. Сколько страниц он написал в 4 дня?

2) За книгу я заплатил $\frac{3}{5}$ кроны, за бумагу $\frac{1}{4}$ кр. и за карту $\frac{7}{10}$ кр. Сколько стоила вся покупка?

3) Из банки взяли в первый раз $\frac{5}{8}$ kg меду, во второй $\frac{3}{5}$ kg, в третий $\frac{5}{6}$ kg, и тогда в банке осталось $\frac{1}{2}$ kg. Сколько всего в ней было меду?

4) В аптеке хинин был насыпан в три банки. В первой было $\frac{1}{2}$ kg, во второй на $\frac{1}{8}$ kg больше, чем в первой, в третьей на $\frac{1}{10}$ kg больше, чем в первой и второй вместе. Сколько всего хинина было в 3 банках?

56. Должник выплатил в первый год $\frac{1}{5}$ долга, во второй год $\frac{3}{16}$ долга, в третий $\frac{5}{16}$. Какую часть

долга он уже выплатил? — Что можно еще найти? — Найдите!

57. Сложите еще раз $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2}$! Заметьте, как составляется знаменатель суммы (5×2)! Как составляется числитель суммы? $(5 + 2)$. Сложите еще $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$! Еще сложите $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$! Составились ли и здесь числитель и знаменатель таким же образом? Расскажите, как именно?

Попробуйте сложить таким же способом $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$! Получается ли та же самая сумма, что мы получали раньше?

$$\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} = \tfrac{2}{4} + \tfrac{1}{4} = ?\right)$$

Можно ли получить таким же способом сумму $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{3}$?

Запомним правило: чтобы сложить две дроби, у которых числители равны 1, пишем в числителе сумму знаменателей дробей, а в знаменателе произведение знаменателей. Но если доли одной из данных дробей содержатся в долях другой, напр., четверти в половинах, шестые доли в третях, $\frac{1}{10}$ в $\frac{1}{5}$, то не стоит поступать по правилу, потому что тогда получим такую дробь, которую придется сокращать.

Сделайте опыт, сложив таким образом $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{10}$.

58. Сложите в уме:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{9}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{8}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{10}$

3) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{9}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{25}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{15}$

4) $\frac{1}{5} + \frac{1}{8}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{9}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{12}$

5) $\frac{1}{5} + \frac{1}{16}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{32}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{24}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

6) $\frac{1}{6} + \frac{1}{25}$
$\frac{1}{8} + \frac{1}{9}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{25}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{100}$

59. 1) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}+\frac{1}{3})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{5})$
2) $(\frac{1}{4}+\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}+\frac{1}{6})$.

60. Петр мог бы вспахать поле в течение 5 часов, а Иван в течение 6 часов. Какую часть поля они вспашут в один час, если будут работать вместе?

61. В дне лоханки имеются два отверстия; если открыть первое, то вся вода из лоханки вытечет через 8 минут, если же открыть только второе, то вся вода выльется через 5 минут. Какая часть всей воды выльется из лоханки в 1 минуту, если открыть оба отверстия одновременно?

Что желательно было бы еще вычислить в этой задаче? Попробуйте! — Сделайте то же самое и в предыдущей задаче!

61*. Старший брат получает 1 крону за 3 часа работы, второй за 5 часов работы, а третий за 4 часа. Сколько они получают вместе за 1 час работы?

62. Сложите следующие дроби и попробуйте запомнить, как получить знаменатель суммы, и как получить числитель!

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{5}= \qquad \frac{3}{4}+\frac{2}{5}=.$$

Знаменатель получим совершенно так же, как и в том случае, когда числитель слагаемых был 1, а именно, знаменатели перемножаются.

$$\overline{3\times 5} \qquad \overline{4\times 5}$$

Числитель первой дроби умножаем на знаменатель второй дроби, числитель второй дроби умножаем на знаменатель первой, оба произведения складываем — получаем числитель суммы.

Итак, суммы будут: $\frac{2\cdot 5+2\cdot 3}{3\cdot 5}$ $\frac{3\cdot 5+4\cdot 2}{4\cdot 5}$

Сделайте вычисление до конца!

Сложите еще таким же образом 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{8}$; 2) $\frac{3}{5}+\frac{3}{4}$! Расскажите, как составляется числитель суммы, и как знаменатель!

Почему складывать было легче, когда числители слагаемых дробей были равны 1?

63. Сложите по вышеуказанному способу в уме:

1) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$

2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{8}$ $\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{8}$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{8}$

3) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ $\frac{3}{4}+\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}+\frac{1}{5}$

4) $\frac{2}{5}+\frac{1}{8}$ $\frac{3}{5}+\frac{3}{8}$ $\frac{4}{5}+\frac{3}{8}$ $\frac{1}{5}+\frac{1}{8}$

5) $\frac{5}{6}+\frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$ $\frac{2}{9}+\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}+\frac{1}{3}$

6) $\frac{3}{10}+\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}+\frac{1}{9}$ $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$

64. 1) $(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})+(\frac{1}{5}+\frac{3}{5})$ 2) $(\frac{1}{5}+\frac{1}{2})+(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})$

65. Васильев копил деньги для постройки дома; в первые пять лет он собрал $\frac{3}{8}$ потребной суммы, в следующие пять лет $\frac{3}{5}$. Какая часть у него уже собрана?

66. Таня Волкова прочла в первый день $\frac{2}{5}$ книги, во второй день $\frac{3}{8}$. Сколько она прочла?

66*. Путешественник проехал в первый день $\frac{1}{4}$ своего пути, во второй день $\frac{2}{5}$, в третий $\frac{1}{8}$. Какую часть пути он проехал?

67. Круглов продал $\frac{1}{4}$ собранной капусты в Феллине, $\frac{1}{5}$ в Тюри и $\frac{1}{3}$ в Таллинне. Какую часть капусты он продал?

68. Землевладелец получил с поля $\frac{3}{8}$ своего дохода, с пастбища $\frac{2}{5}$ и с леса $\frac{1}{10}$. Какая часть его дохода здесь сосчитана?

69. В лавке было $12\frac{1}{2}$ kg масла I сорта, $23\frac{1}{4}$ kg II сорта и $7\frac{3}{4}$ kg III сорта. Сколько всего?

69*. Связали 3 веревки. В первой было $2\frac{3}{4}$ m, во второй $3\frac{1}{10}$ m, в третьей $4\frac{2}{5}$ m. Какой длины получилась веревка?

70. Крестьянин, собираясь на рынок, нагрузил на телегу 132 kg картофелю, $24\frac{3}{4}$ kg брюквы, $19\frac{1}{2}$ kg капусты и $12\frac{3}{4}$ kg свеклы. Как велик был груз, если все мешки и ящики весили $8\frac{1}{4}$ kg?

70*. Мастер сплавил 3 куска меди. В одном было $2\frac{5}{8}$ kg, во втором на $1\frac{7}{10}$ kg больше, в третьем $3\frac{5}{16}$ kg. Сколько весил сплав?

71. Крестьянин ехал в город $1\frac{1}{2}$ часа, в городе пробыл $5\frac{3}{4}$ часа и обратно ехал $1\frac{2}{3}$ часа. Сколько времени он был в отсутствии?

Когда он вернулся домой, если выехал из дому в 6 час. 20 мин. утра? Когда он выехал из города?

71*. От деревни до города расстояние $13\frac{3}{8}$ km. Алексеев поехал утром в город; проехав $2\frac{7}{25}$ km, он вернулся обратно, так как у него сломалось колесо. В тот же день он отправился в город и вернулся вечером домой. Сколько километров он проехал в этот день?

72.

1)	2)	3)	4)
$12\frac{1}{2}$	$93\frac{2}{5}$	$40\frac{1}{6}$	$812\frac{1}{2}$
$+23\frac{3}{4}$	$+27\frac{3}{10}$	$+9\frac{2}{3}$	$+65\frac{4}{5}$
$30\frac{1}{8}$	$36\frac{1}{2}$	$16\frac{5}{12}$	$106\frac{2}{3}$
			$77\frac{5}{6}$

72*.

1)	2)	3)
$16\frac{5}{8}$	$125\frac{4}{5}$	$1067\frac{3}{8}$
$+25\frac{3}{16}$	$+207\frac{3}{20}$	$+539\frac{3}{5}$
$42\frac{3}{4}$	$164\frac{7}{10}$	$365\frac{9}{20}$

73.

1) $117\frac{1}{2} + 39\frac{4}{5} + 55\frac{3}{4} + 10\frac{2}{5}$

2) $8\frac{5}{16} + 3\frac{3}{4} + 9\frac{1}{8} + 42\frac{3}{4}$

3) $11\frac{1}{10} + 13\frac{2}{3} + 4\frac{2}{5} + 7\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$

4) $81\frac{5}{6} + 16 + 7\frac{3}{5} + 15\frac{3}{8} + \frac{2}{5} + 17\frac{2}{5}$

73*.

1) $12\frac{1}{3} + 17\frac{3}{5} + 11\frac{7}{20}$

2) $15\frac{5}{12} + 18\frac{7}{32} + 16\frac{1}{9}\frac{1}{6}$

3) $14\frac{7}{8} + 13\frac{3}{20} + 12\frac{1}{4}\frac{7}{0}$

4) $23\frac{3}{4} + 19\frac{3}{25} + 16\frac{1}{10}\frac{9}{0}$

74. Поезд прошел в первый час $32\frac{4}{5}$ km, во второй час $29\frac{1}{2}$ km, в третий 34,2 km. Какое расстояние он прошел в эти три часа?

74*. У портного был кусок сукна. Из $2\frac{3}{10}$ m он сшил сюртук, а из $3\frac{9}{10}$ m пальто, после чего у него осталось еще $4\frac{3}{10}$ m. Как велик был весь кусок?

75*. Бочка была наполнена водой до половины. Когда из нее взяли $8\frac{5}{6}$ ведра, то в ней осталось $10\frac{3}{4}$ ведра. Сколько воды помещается в бочке?

75. В треугольнике ABD сторона AB = $24\frac{1}{2}$ cm, BD = 18,8 cm, AD = $28\frac{3}{4}$ cm. Найти периметр!

76. Длина прямоугольника равна $12\frac{3}{4}$ m, ширина $7\frac{1}{2}$ m. Найти периметр!

77. Площадь обоих оснований вертикальной призмы равна $5\frac{4}{5}$ m^2, боковая поверхность равна $18\frac{9}{10}$ m^2. Найти полную поверхность призмы.

78. У хозяина под огородом было $8\frac{1}{4}$ ара земли, под фруктовым садом на $2\frac{4}{5}$ ара больше, чем под огородом. — ?

79. Бумага и тетрадь стоят вместе $\frac{3}{4}$ кр., одна бумага стоит $\frac{1}{4}$ кр. — ?

79*. От куска кружева длиной в $\frac{7}{8}$ m отрезали кусок в $\frac{5}{8}$ m. Сколько осталось?

80. Коробка с яблоками весила $\frac{4}{5}$ kg, пустая коробка весила $\frac{1}{10}$ kg. — ?

80*. В одном государстве число ежегодно рождающихся составляет $\frac{4}{25}$ всего населения, а число умирающих $\frac{1}{10}$. На какую часть всего числа жителей возрастает ежегодно народонаселение государства?

81.

1)	2)	3)
$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$	$1 - \frac{3}{4}$	$4 - \frac{1}{4}$
$\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$	$1 - \frac{3}{5}$	$8 - \frac{3}{8}$
$\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$	$1 - \frac{4}{9}$	$17 - \frac{5}{16}$
$\frac{15}{16} - \frac{3}{16}$	$1 - \frac{15}{16}$	$10 - \frac{1}{10}$

81*. 1) $\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$ $\quad$ $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$ $\quad$ $\frac{1\,1}{1\,2} - \frac{7}{1\,2}$ $\quad$ $\frac{3\,1}{4\,0} - \frac{2\,3}{4\,0}$

2) $1 - \frac{8}{9}$ $\quad$ $1 - \frac{7}{2\,0}$ $\quad$ $1 - \frac{3\,3}{4\,0}$ $\quad$ $1 - \frac{4\,9}{5\,0}$

3) $6 - \frac{3}{1\,0}$ $\quad$ $7 - \frac{4\,5}{1\,6}$ $\quad$ $9 - \frac{4}{9}$ $\quad$ $25 - \frac{5}{1\,2}$

81.** Сахарница с сахаром весила 1 kg. Сахар весил $\frac{3\,3}{5\,0}$ kg. Сколько весила сахарница?

82. $\frac{5}{6}$ книги прочтено; какая часть еще не прочитана?

$\frac{5}{8}$ пути пройдено; сколько еще надо пройти?

82*. Тетрадь стоила $\frac{1}{1\,0}$ кр., а бумага $\frac{5}{1\,6}$ кр. На сколько бумага стоила дороже тетради?

83. Карл купил 4 kg яблок; $\frac{3}{4}$ kg уже съедены. — ?

В ящике было 8 kg мыла; $\frac{4}{5}$ kg взяты. — ?

84. Петров вспахал в первый день $\frac{5}{1\,6}$ поля, во второй $\frac{7}{1\,6}$; сколько ему осталось вспахать на третий день?

84*. Поезд прошел в первый час $\frac{5}{1\,2}$ расстояния между двумя городами, во второй $\frac{3}{1\,0}$. Какую часть пути ему осталось проехать?

85. Как складываются дроби с одинаковыми знаменателями?

Как вычитаются дроби с одинаковыми знаменателями?

Как вычесть дробь из целой единицы?

Как вычесть дробь из целого числа?

Как складываются дроби с различными знаменателями?

86. У хозяйки было $\frac{3}{4}$ kg масла; она употребила на приготовление обеда $\frac{1}{2}$ kg. — ?

В сосуде было $\frac{1}{2}$ kg керосину; в лампу налили из сосуда $\frac{1}{8}$ kg. — ?

87. В усадьбе было под пашней $\frac{1}{2}$ всех земель, под сенокосом $\frac{1}{3}$, остальное под выгоном. На какую

часть пашни было больше, чем сенокоса? Какая часть была под выгоном? На какую часть выгона было меньше, чем пашни? Выгона меньше, чем сенокоса?

88. 1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ 2) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$ 3) $\frac{5}{9} - \frac{1}{2}$ 4) $\frac{7}{10} - \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ $\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$ $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$ $\frac{5}{8} - \frac{2}{5}$

$\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$ $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ $\frac{12}{25} - \frac{1}{4}$ $\frac{3}{5} - \frac{3}{8}$

$\frac{11}{12} - \frac{5}{6}$ $\frac{7}{8} - \frac{4}{5}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$

88*. 1) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ 3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ 4) $\frac{7}{12} - \frac{8}{15}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} - \frac{5}{8}$ $\frac{5}{8} - \frac{5}{12}$ $\frac{19}{50} - \frac{1}{4}$

$\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ $\frac{11}{20} - \frac{1}{3}$ $\frac{7}{10} - \frac{3}{8}$ $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$

$\frac{5}{6} - \frac{4}{5}$ $\frac{19}{25} - \frac{3}{4}$ $\frac{17}{24} - \frac{9}{16}$ $\frac{7}{8} - \frac{1}{6}$

89. Как производить вычитание дробей с различными знаменателями?

90. Сделайте еще раз внимательно вычитание $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$!

Как получается знаменатель разности? $(5 \cdot 8)$

Как получается числитель разности? $(8 - 5)$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{8-5}{5 \cdot 8} = \dots$$

Сделайте еще вычитание 1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$!

Расскажите, как в этом случае составляются знаменатель и числитель! Они получаются, как при сложении; чтобы вычесть дроби, числители которых равны 1, пишем в числителе разности — разность знаменателей дробей, а в знаменателе — произведение знаменателей. Этим правилом не следует пользоваться, если доли одной дроби содержатся в долях другой, потому что тогда получается такая дробь, что ее приходится сокращать. Например:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6-3}{3 \cdot 6} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

В этом случае поступают по общему правилу:

Дроби выражаем в одинаковых долях и вычитаем, как вычитаются дроби с одинаковыми знаменателями.

91. Вычесть в уме:

1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{25}$

2) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{10}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{20}$; $\frac{1}{3}-0{,}1$

4) $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{25}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{15}$

5) $\frac{1}{5}-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{5}-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{5}-\frac{1}{12}$; $\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$

6) $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{10}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{10}$

92. 1) $\frac{1}{5}-(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})$ 3) $\frac{1}{3}-(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})$

2) $\frac{1}{2}-(\frac{1}{2}-\frac{1}{5})$ 4) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$

93. Хозяева убрали в первый день $\frac{1}{3}$ картофельного поля, во второй день только четверть того же самого поля. На какую часть в первый день убрали больше?

94. Дно ванны имеет два отверстия. Если открыть оба отверстия, то ванна опорожнится в 3 минуты, если открыть только большее, то ванна выльется в 4 минуты. — Во сколько минут опорожнится полная ванна, если открыть только меньшее отверстие?

95. Произвести вычитание следующих дробей и заметить, как составляется знаменатель разности, и как числитель разности:

1) $\frac{2}{3}-\frac{3}{5}$ 2) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

1) $\frac{2}{3}-\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 5-3\cdot 3}{3\cdot 5}\cdots$ 2) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 3-2\cdot 4}{4\cdot 3}$

Расскажите, как получается числитель, и как знаменатель!

Произведите вычисление до конца!

Почему вычислять проще, если числители данных дробей равны 1?

96. Произведите этим способом вычитание письменно:

1) $\frac{2}{5} - \frac{3}{8}$ 2) $\frac{9}{10} - \frac{5}{9}$ 3) $\frac{3}{4} - \frac{3}{5}$

97. Вычтите таким же способом в уме:

1) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$ $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ *$\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$ $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ $\frac{3}{4} - \frac{3}{5}$ $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$

3) $\frac{3}{4} - \frac{2}{9}$ $\frac{2}{5} - \frac{1}{6}$ $\frac{5}{6} - \frac{2}{5}$ $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

4) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5}$ $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$ $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ $\frac{2}{5} - \frac{3}{8}$

5) $\frac{2}{3} - \frac{1}{12}$ $\frac{3}{5} - \frac{3}{8}$ $\frac{4}{5} - \frac{5}{8}$ $\frac{7}{8} - \frac{4}{5}$

6) $\frac{3}{5} - \frac{1}{6}$ $\frac{4}{5} - \frac{1}{3}$ $\frac{3}{8} - \frac{1}{5}$ $\frac{3}{5} - \frac{5}{8}$

7) $\frac{5}{8} - \frac{2}{5}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{10}$ $\frac{7}{10} - \frac{2}{3}$ $\frac{9}{10} - \frac{2}{3}$

*8) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$ $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ $\frac{5}{8} - \frac{1}{10}$ $\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$

98. Крестьянин положил в сберегательную кассу $\frac{3}{5}$ суммы, вырученной от продажи льна, $\frac{3}{8}$ употребил на покупку удобрения, остальную часть оставил дома на расход. На какую часть всех вырученных денег сумма, положенная в кассу, была больше суммы, заплаченной за удобрение? На какую часть сумма, положенная на хранение, была больше, чем сумма, оставленная на расход? На какую часть сумма, положенная на хранение, превышала половину всех денег? Какова была каждая часть, если в сберегательную кассу было положено 120 крон?

99. Найти, на сколько каждая из написанных ниже дробей будет:

1) больше или меньше $\frac{1}{2}$
2) „ „ „ $\frac{1}{4}$
3) „ „ „ $\frac{3}{4}$
4) „ „ „ $\frac{1}{3}$
5) „ „ „ $\frac{2}{3}$

$\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{12}{25}$.

Разместите эти дроби в ряд по величине, начиная с самой меньшей, и проведите в ряду вертикальную черту там, где кончаются дроби, которые меньше $\frac{1}{4}$, другую такую же черту там, где кончаются дроби, меньше $\frac{1}{3}$, затем там, где кончаются дроби, меньше $\frac{1}{2}$, и т. д.!

100. В лавку принесли 15 kg масла. Первый покупатель купил $\frac{3}{4}$ kg. Сколько тогда осталось? — Другой купил $\frac{1}{2}$ kg. — ?

101. Для окончания работы назначили $3\frac{2}{3}$ дня. Рабочий исполнил эту работу в 3 дня. — ?

102. Купили для платья $2\frac{3}{4}$ m материи. На платье пошло только $2\frac{1}{2}$ m. Сколько осталось?

103. У Островского было $42\frac{1}{4}$ гектара земли, из которой $29\frac{3}{4}$ гектара было пахотной земли и сенокоса, остальная часть пастбище. Сколько было пастбища?

104. Сделайте в уме вычитание:

1) $12 - \frac{1}{8}$ $10\frac{2}{3} - \frac{2}{3}$ $7\frac{1}{2} - 7$ $1\frac{3}{4} - 1$

2) $4\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ $5\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ $24\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ $15\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

3) $5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$ $7\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$ $9\frac{2}{3} - 7\frac{1}{6}$ $25\frac{4}{5} - 20\frac{1}{10}$

4) $3 - 2\frac{3}{4}$ $11 - 5\frac{1}{2}$ $8 - 6\frac{2}{3}$ $10 - 3\frac{1}{3}$

5) $4 - 2\frac{5}{6}$ $12 - 1\frac{3}{8}$ $10 - 7\frac{1}{2}$ $100 - 99\frac{1}{3}$

104*. 1) $5 - \frac{5}{16}$ $8 - \frac{7}{18}$ $4 - \frac{3}{20}$ 2) $12 - 5\frac{8}{15}$ $17 - 4\frac{7}{10}$ $14 - 6\frac{3}{60}$ 3) $12\frac{3}{20} - 5\frac{9}{20}$ $24\frac{7}{40} - 8\frac{11}{40}$ $18\frac{1}{24} - 9\frac{13}{24}$

105. 1) $3\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ $7\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ $16\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ $24\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ 2) $19\frac{1}{8} - \frac{1}{3}$ $15\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$ $6\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$ $3\frac{3}{8} - \frac{7}{10}$ 3) $8\frac{1}{3} - 5\frac{2}{2}$ $9\frac{2}{5} - 4\frac{4}{5}$ $6\frac{1}{4} - 5\frac{5}{8}$ $15\frac{3}{4} - 10\frac{5}{6}$

4) $3\frac{2}{3} - 2\frac{3}{4}$ $7\frac{1}{10} - 5\frac{2}{3}$ $16\frac{3}{5} - 12\frac{5}{8}$ $25\frac{1}{2} - 20\frac{7}{10}$ 5) $27\frac{1}{4} - 3\frac{2}{3}$ $5\frac{2}{5} - 4\frac{5}{9}$ $31\frac{1}{3} - 24\frac{5}{8}$ $14\frac{2}{3} - 1\frac{1}{16}$

105*. 1) $14\frac{1}{10} - 6\frac{3}{20}$ $20\frac{5}{24} - 8\frac{3}{4}$ $16\frac{2}{5} - 8\frac{53}{100}$ $12\frac{1}{5} - 3\frac{7}{20}$ 2) $24\frac{1}{9} - 15\frac{7}{18}$ $35\frac{1}{4} - 16\frac{9}{32}$ $84\frac{1}{4}\frac{6}{5} - 52\frac{4}{5}$ $75\frac{11}{60} - 38\frac{5}{12}$

3) $10\frac{1}{2} - 8\frac{2}{15}$ $16\frac{7}{12} - 5\frac{2}{3}$ $20\frac{7}{9} - 8\frac{3}{5}$ $12\frac{3}{5} - 7\frac{1}{3}$ 4) $8\frac{1}{9} - \frac{1}{4}$ $20\frac{3}{4} - 5\frac{4}{5}$ $18\frac{2}{3} - 6\frac{17}{20}$ $31\frac{1}{2} - 8\frac{3}{5}$

5) $8\frac{4}{9} - \frac{2}{15}$ $16\frac{13}{15} - 8\frac{5}{6}$ $14\frac{5}{6} - 6\frac{11}{16}$ $10\frac{3}{4} - 3\frac{17}{30}$ 6) $34\frac{5}{6} - 15\frac{7}{8}$ $45\frac{3}{10} - 38\frac{5}{12}$ $50\frac{7}{20} - 24\frac{6}{25}$ $24\frac{1}{4} - 18\frac{17}{50}$

Примечание: Вычитание можно делать так:

1) $9\frac{2}{3} - 7\frac{1}{6} = 2\frac{4-1}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$

2) $16\frac{3}{5} - 12\frac{3}{4} = 4\frac{32}{12}\frac{-15}{20} = 3\frac{17}{20}$

Во втором случае, после вычитания целых чисел, оказывается, что из $\frac{3}{5}$ ($\frac{2}{20}$) нельзя вычесть $\frac{3}{4}$($\frac{5}{20}$). Поэтому на месте целых чисел ставим не 4, а 3, и одну 1 заменяем 20 двадцатыми долями ($\frac{20}{20}$). Прибавив эти $\frac{20}{20}$ к уменьшаемой дроби, мы получим $\frac{22}{20}$. Теперь вычитание возможно.

Может ли случиться, чтобы при вычитании смешанных чисел пришлось занимать у целого числа больше, чем единицу?

106. В штуке материи было $18\frac{2}{3}$ m; от нее отрезали на одно платье $2\frac{3}{4}$ m, на другое на $\frac{2}{5}$ m меньше. Сколько материи еще осталось?

106*. На заводе сделали 3 медных котла. Первый весил $32\frac{5}{8}$ kg, второй на $2\frac{3}{10}$ kg меньше, чем первый, третий на $5\frac{9}{20}$ kg меньше, чем два первые вместе. Сколько весил третий котел?

107. У торговца было два мешка с картофелем; в одном было $35\frac{1}{2}$ kg, из другого такого же мешка было уже взято $5\frac{3}{4}$ kg. В течение дня торговец продал одному покупателю $16\frac{1}{2}$ kg картофелю, другому на $2\frac{3}{4}$ kg меньше, чем первому, и третьему продал $29\frac{4}{5}$ kg. Сколько еще осталось?

107*. На лодке были две веревки: одна длиной в $4\frac{3}{4}$ метра, другая в $2\frac{5}{6}$ m. Для измерения глубины реки веревки связали и, привязав к ним груз, опустили в воду. Как велика глубина, если в лодке остался конец веревки, длиной в $\frac{7}{8}$ m, борт лодки возвышался над водой на $\frac{1}{2}$ m, а на узлы пошло $\frac{3}{5}$ m?

108. Землемер разделил поля в имении на 6 частей: в первой было $12\frac{1}{4}$ гектара, вторая была на $1\frac{3}{4}$ гектара меньше первой, третья была меньше второй на $\frac{2}{5}$ гектара, четвертая на $\frac{6}{5}$ гектара меньше первой; пятая и шестая были одинаковы. Как велико было каждое поле, если во всех вместе заключалось 72,38 гектара?

108*. Для проведения звонка на расстояние $41\frac{3}{10}$ м связали 4 куска проволоки: в первом было $10\frac{1}{2}\frac{1}{0}$ м, во втором на $1\frac{4}{5}$ м меньше, чем в первом, в третьем на $3\frac{5}{8}$ м больше, чем во втором. Какой длины был последний кусок, если на узлы употребили $\frac{1}{4}$ м.

109. Алеша пришел из школы домой в $13\frac{1}{4}$ часа. В школе он пробыл всего $4\frac{4}{5}$ часа; на ходьбу туда и обратно он употребил $\frac{7}{10}$ часа. Когда он вышел из дому.

109*. Лесопромышленник вырубил в первый год $4\frac{1}{2}$ гектара леса. Во второй год на $2\frac{4}{5}$ гектара меньше, чем в первый, в третий на $2\frac{3}{5}$ меньше, чем в оба первые года вместе, и в четвертый год $1\frac{3}{8}$ гектара. Сколько гектаров вырубил он в 4 года?

110. Галя должна была отнять $7\frac{3}{8}$ от $16\frac{1}{4}$. Она не заметила $\frac{1}{4}$ в уменьшаемом и вычла $7\frac{3}{8}$ из 16. Как изменилась разность? Как ее снова исправить?

4. Сокращенные способы при сложении и вычитании.

111. Что значит: „сложить данные числа?“

Объясните это на следующих примерах:

1)
$$\begin{array}{r} 3\,278\ \text{m} \\ 627\ „ \\ +\ 10\,312\ „ \\ \hline 5\,069\ „ \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 0{,}725\ \text{km} \\ +\ 0{,}08\ „ \\ \hline 0{,}125\ „ \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 12{,}2 \\ 36{,}05 \\ +\ 7{,}325 \\ \hline 0{,}6 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ +\ \frac{5}{6} \\ \hline \frac{3}{8} \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{r} 2\frac{1}{2}\ \text{дня} \\ +\ 3\frac{2}{3}\ „ \\ \hline 1\frac{1}{4}\ „ \end{array}$$

112. Измените (в каждой задаче отдельно) порядок слагаемых и снова сделайте сложение! Что вы замечаете?

Сделайте сложение постепенно, т. е. сложите сперва первое и второе число, к полученной сумме приложите третье число и т. д., пока не будут сложены все числа.

Какая получилась сумма сравнительно с предыдущими?

Сложите числа еще в каком-нибудь порядке; напр., первое с последним, второе с предпоследним, — а потом сложите все суммы!

Итак, мы видим, что сумма данных чисел не зависит от порядка сложения.

Ясно, почему это так: сумма содержит в себе все целые единицы и все доли единиц, которые содержались в данных числах; не важно, как их соединили, важно, чтоб они все были налицо.

113. Произведите в уме следующие сложения, изменяя порядок чисел, где это требуется, чтоб удобнее было складывать:

1) $\begin{array}{r} 34 \\ +\ 58 \\ \hline 26 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 518 \\ +\ 41 \\ \hline 82 \\ \hline 159 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 0{,}27 \\ +\ 2{,}14 \\ \hline 0{,}53 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 2\frac{3}{4} \\ +\ 1\frac{3}{5} \\ \hline 3\frac{1}{4} \end{array}$

Пример:

$\begin{array}{r} 518 \\ +\ 41 \\ 82 \\ \hline 159 \end{array}$ $\begin{array}{l} 518 + 82 = 600 \\ 41 + 159 = 200 \\ 600 + 200 = 800 \end{array}$

5) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

6) $\frac{1}{6} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{5}{8} + \frac{1}{3}$

7) $\frac{5}{12} + \frac{2}{5} + 1\frac{1}{12} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

114. Выполните следующие сложения:

1) $\begin{array}{r} 272 \\ +\ 625 \\ \hline 53 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 1{,}29 \\ +\ 0{,}55 \\ \hline 2{,}36 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} \frac{3}{4} \\ +\ \frac{1}{12} \\ \hline \frac{1}{6} \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 5\frac{2}{3} \\ +\ 1\frac{5}{6} \\ \hline 8\frac{1}{2} \end{array}$

Теперь увеличьте одно из слагаемых на какое-нибудь число и снова сложите!

Напр., в 4) задаче возьмите 2 вместо $1\frac{5}{6}$!

Что вы замечаете?

Уменьшите на пробу какое-нибудь слагаемое!

Как изменяется сумма?

Из этого можно заключить: 1) Если увеличить одно из слагаемых на какое-нибудь число, то и сумма увеличится на то же самое число;

2) если уменьшить одно из слагаемых . . .

3) если одно слагаемое увеличим на какое-нибудь число, а другое уменьшим на то же самое число, то . . .

115. Сделайте в уме следующие сложения, временно округляя числа, а потом исправляя сумму:

1) $\begin{array}{r} 39 \\ +\,45 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 399 \\ +\,525 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 599 \\ +\,299 \\ \hline 199 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 0{,}49 \\ +\,0{,}28 \\ \hline 0{,}51 \end{array}$

5) $\begin{array}{r} 7\frac{3}{4} \\ +\,2\frac{1}{2} \\ \hline 5 \end{array}$ 6) $\begin{array}{r} 59\frac{7}{8} \\ +\,12\frac{4}{5} \\ \hline 15\frac{1}{5} \end{array}$

116. Произведите в уме следующие сложения, увеличивая или уменьшая одно слагаемое (для округления), а другое изменяя в противоположном смысле так, чтобы сумма не изменилась; или же соединяя два слагаемых в одно круглое число:

1) $\begin{array}{r} 31 \\ +\,57 \\ \hline 29 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 118 \\ +\,321 \\ \hline 421 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 4{,}8 \\ 0{,}9 \\ +\,3{,}2 \\ \hline 2{,}1 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 2\frac{7}{8} \\ +\,4\frac{1}{2} \\ \hline 3\frac{1}{8} \end{array}$

5) $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{5}{8} + \frac{4}{5}$

6) $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} + \frac{1}{12} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2}$ 7) $2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{8} + 2\frac{1}{4} + 4\frac{1}{8}$

117. Что значит: „из одного числа вычесть другое?“ Из числа следующих задач на сложение составить задачи на вычитание (из каждой задачи по две):

1) $\begin{array}{r} 4\,726 \\ +\,3\,572 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 2{,}78 \\ +\,3{,}07 \\ \hline \end{array}$ 3) $\frac{5}{9} + \frac{2}{3}$ 4) $\begin{array}{r} 10\frac{3}{4} \\ +\,7\frac{7}{8} \\ \hline \end{array}$

Пример: $\begin{array}{r} 4\,726 \\ +\,3\,572 \\ \hline 8\,298 \end{array}$ а) $\begin{array}{r} 8\,298 \\ -\,4\,726 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 8\,298 \\ -\,3\,572 \\ \hline \end{array}$

Решите эти задачи на вычитание!

118. Пользуясь данными и ответами следующих задач, составить задачи на вычитание (по две из каждой):

1) Королев, поехав в город, истратил в первый день 5,27 кр., во второй день 6,75 кр. Сколько он истратил в эти два дня?

2) В одном ящике $18\frac{3}{4}$ kg мыла, в другом на $3\frac{1}{8}$ kg больше. Сколько мыла во втором ящике?

3) Корабль вышел в море 8-го сентября и вернулся через 1 месяц и 7 дней. Когда он вернулся?

119. Пользуясь данными и ответами следующих задач на вычитание, составить соответствующие задачи на сложение:

1) $\begin{array}{r} 5\,204 \\ -\ 966 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 4{,}02 \\ -\ 0{,}755 \\ \hline \end{array}$ 3) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ 4) $\begin{array}{r} 2\frac{1}{3} \\ -\ 1\frac{3}{8} \\ \hline \end{array}$

120. Какое число получится, если сложить вычитаемое и остаток?

Какое число получится, если от уменьшаемого отнять разность?

Как проверить, правильно ли произведено вычитание?

121. Решите следующие задачи:

1) $500 - 24 - 36 - 80$

2) $8{,}4 - 0{,}5 - 1{,}2 - 2{,}4 - 0{,}6$

3) $2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 1\frac{1}{8}$

4) $12 - 1\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

Затем поступайте так: в каждой задаче сложите сначала все числа, которые надо вычесть из первого числа, и вычтите их сумму! Например, вместо того, чтобы вычитать из 500 сперва 24, потом из разности 36, потом 80, сложим все вычитаемые:
$24 + 36 + 80 = \ldots$ Сумму вычтем из 500!

Что замечаем при этом?

Перепишите все данные задачи соответственно второму способу решения:

Пример: $500 - (24 + 36 + 80)$.

122. Как можно написать иначе:

1) $1 - 0{,}1 - 0{,}3 - 0{,}5$
2) $10 - 3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} - 1$
3) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$
4) $3 - (0{,}5 + 0{,}4 + 1{,}2)$

Проверьте!

123. Вместо того, чтобы отнимать от данного числа несколько чисел, можно сложить все вычитаемые и их сумму вычесть из данного числа.

Как можно поступать в противоположном смысле, если из данного числа требуется вычесть сумму нескольких чисел?

124. У Андрея Яковлева было 15,5 крон. Из этих денег он купил книгу за 12,78 кр., на покупку лакомств он истратил 0,7 кр. Сколько у него еще осталось денег?

Напишите данные числа в ряд, указывая, какие действия надо произвести.

Можно ли это самое написать иначе? Напишите!

Решите задачу тем и другим способом!

125. Хозяин получил на ярмарке за корову 195 крон. Из этих денег он истратил на ярмарке 17,45 кр.; из оставшейся суммы он употребил 54,25 кр. на уплату налогов и 75,5 кр. заплатил жалованья пастуху. Какая сумма у него еще осталась?

Решите двумя способами!

126. Решите по способу, который окажется удобнее, следующие задачи:

1) $245 - 72 - 34 - 18$
2) $2 - 0{,}7 - 0{,}5 - 0{,}3$
3) $10\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$
4) $5\frac{1}{4} - (2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3})$
5) $4{,}4 - (1{,}4 + 0{,}25)$
6) $7\frac{1}{2} - (0{,}3 + 3\frac{1}{2})$
7) $6\frac{2}{3} - 2{,}2 - 1{,}7 - 0{,}1$
8) $4{,}9 - 1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{10} - 1\frac{3}{4}$
9) $12 - (2 + 2\frac{4}{5} + 2\frac{1}{5})$
10) $16 + 7\frac{7}{2} - 6 - 2\frac{1}{2}$
11) $2\frac{3}{4} + 28 - 20 - \frac{3}{4}$
12) $15\frac{1}{2} - 2{,}5 - 5\frac{1}{2} + 3{,}5.$

127. Решите следующие задачи:

1) $17 + 32 - 25 - 16 + 41$
2) $3{,}8 - 1{,}9 + 4{,}1 - 2{,}7 - 1{,}4$
3) $5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}.$

Потом поступайте так: в каждой задаче соедините в одно число все слагаемые (сложите их), и в другое число все вычитаемые; из первой суммы (слагаемых) вычтите вторую сумму (вычитаемых)!

Пример: $17 + 32 - 25 - 16 + 41$
$17 + 32 + 41 = 90$
$25 + 16 = 41$
$90 - 41 =$

Сравните полученные ответы с прежними!

Мы видим, что: если надо сложить какое-нибудь число с несколькими числами и вычесть из него несколько чисел (порядок действий какой угодно), то можно все слагаемые сложить с данным числом, потом сложить все вычитаемые друг с другом и из первой суммы вычесть вторую.

Так можно вместо $2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3}$ поступить так: $2\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} - (1\frac{3}{4} + 5\frac{1}{4})$.

128. Решите следующие задачи сперва в данном порядке, а затем так, как только что объяснено:

1) $54 - 37 - 13 + 26 - 25$

2) $1{,}2 + 0{,}9 - 0{,}3 + 2{,}2 - 1{,}7 - 1{,}1$

3) $\frac{7}{8} - \frac{2}{5} + \frac{5}{8} - \frac{1}{5} + \frac{3}{8} - \frac{2}{5}$

4) $5\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} + 7\frac{1}{6}$.

129. Газетчик отправился продавать газеты, имея 5,27 кр. Он взял газет на 4,8 кр., и продал на 3,75 кр., затем он принес газет на 2,78 кр., и продал еще на 5,28 кр. Сколько у него теперь денег?

Решите задачу, производя действия сперва в одном порядке, потом в другом!

130. Температура тела больного была утром $36{,}9^0$, в полдень повысилась на $0{,}8^0$, к вечеру поднялась еще на $0{,}6^0$, ночью понизилась на $0{,}4^0$ и утром еще на $1{,}1^0$. Какова была последняя температура?

131. Напишите и решите несколько задач на вычитание, потом увеличьте или уменьшите уменьшаемое на какое-нибудь число и обратите внимание на то, что произойдет с разностью!

Теперь попробуйте изменить вычитаемое (увеличить или уменьшить)! Что сделается с разностью в том и другом случае?

Увеличьте уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число! Что случилось с разностью?

Уменьшите уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число! Что произойдет с разностью?

Почему это так?

Сделайте заключение: 1) Если уменьшаемое увеличить на какое-нибудь число, то . . .

2) если уменьшаемое уменьшить . . .

3) если вычитаемое увеличить . . .

4) если вычитаемое уменьшить . . .

5) если уменьшаемое и вычитаемое увеличить на одно и то же число, то . . .

6) . . .

132. Сделайте следующие вычитания, округляя уменьшаемое и вычитаемое и соответственно исправляя разность:

1) $\begin{array}{r} 47 \\ -\,29 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 5\,674 \\ -\,3\,998 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 8{,}9 \\ -\,0{,}75 \\ \hline \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 10 \\ -\,4{,}9 \\ \hline \end{array}$ 5) $\begin{array}{r} 5{,}4 \\ -\,3{,}98 \\ \hline \end{array}$

6) $3 - 1\frac{5}{6}$ 8) $6\frac{1}{10} - 4\frac{1}{2}$ 10) $\frac{9}{10} - \frac{2}{3}$

7) $15 - 8\frac{1}{8}$ 9) $24\frac{4}{5} - 2\frac{3}{4}$ 11) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8}$

Пример: $\frac{9}{10} - \frac{2}{3} \approx 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{7}{30}$.

133. Сделайте в уме следующие вычитания, увеличивая или уменьшая уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число:

1) $\begin{array}{r} 47 \\ -\,21 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 364 \\ -\,299 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 5\,678 \\ -\,3\,002 \\ \hline \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 2{,}16 \\ -\,1{,}9 \\ \hline \end{array}$ 5) $\begin{array}{r} 4{,}23 \\ -\,0{,}98 \\ \hline \end{array}$

6) $\begin{array}{r} 12 \\ -\,7\frac{1}{8} \\ \hline \end{array}$ 7) $\begin{array}{r} 3\frac{1}{6} \\ -\,2\frac{5}{6} \\ \hline \end{array}$ 8) $\begin{array}{r} 15\frac{1}{9} \\ -\,3\frac{1}{9} \\ \hline \end{array}$ 9) $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$ 10) $\begin{array}{r} 4\frac{9}{10} \\ -\,3\frac{2}{3} \\ \hline \end{array}$

134. Как найти одно из двух слагаемых, если известна сумма и другое слагаемое? (См. задачу 120!)

Пример: $18 + x = 24$.

Как найти уменьшаемое, если известно вычитаемое и разность?

Пример: $x - 0{,}9 = 1{,}5$.

Как найти вычитаемое, если известно уменьшаемое и разность?

Пример: $1 - x = \frac{2}{5}$.

135. Найдите x в следующих задачах:

1)	415	+	x	=	1 000
2)	x	+	3,72	=	20
3)	$\frac{1}{8}$	+	x	=	$\frac{1}{3}$
4)	x	+	$13\frac{2}{5}$	=	$47\frac{1}{4}$
5)	x	−	235	=	650
6)	x	−	0,93	=	0,545
7)	x	−	$\frac{1}{4}$	=	$\frac{1}{5}$
8)	x	−	$2\frac{2}{3}$	=	$3\frac{5}{6}$
9)	6 472	−	x	=	4 329
10)	5,2	−	x	=	2,125
11)	$\frac{4}{9}$	−	x	=	$\frac{1}{3}$
12)	$6\frac{1}{2}$	−	x	=	$3\frac{5}{6}$
13)	9,5 кр.	−	x	=	1,75 кр.
14)	$4\frac{1}{2}$	−	x	=	3,25

136. Весной у хозяйки было несколько кур; за лето подросло 9 молодых, так что осенью кур было 17. Сколько их было весной?

Составьте по этой задаче такое же уравнение, как в предыдущей задаче. — Какое число обозначим через x?

Решите его!

137. Павлов не помнит, сколько денег у него было, когда он шел в лавку, но знает, что он купил товару за 8,94 кр., и у него еще осталось 3,08 кр. — Что можно узнать? — Как можно было бы написать уравнение?

138. Павлов хотел высчитать, сколько взял кассир за проездной билет. Он дал в кассу 10 кр., а сдачи получил 7,35 кр. . . .

Составьте уравнение и решите!

139. Торговка взяла из дому 8,24 кр.; на рынке она продала фрукты за 6,36 кр. и купила мыла. Дома она хотела сосчитать, сколько стоило мыло,

и пересчитала имеющиеся у нее деньги. Оказалось 10,10 кр. —? Напишите уравнение!

140. Козлов положил в банк на хранение 400 крон. Впоследствии он взял из этих денег в первый раз 25 кр., во второй раз меньшую сумму. Из сберегательной книжки видно, что к хранящейся сумме присчитали 16 крон процентных денег, затем из этой суммы вычли 0,32 кр. государственного налога, и тогда на книжке осталось 387,48 кр. Сколько денег было взято во второй раз?

141. Найдите x в следующих задачах:

1) $15 \div 39 + x = 100$
2) $5{,}7 + 0{,}8 - x = 3{,}9$
3) $x + \frac{2}{5} + 2\frac{4}{5} = 8\frac{1}{5}$
4) $x - 27 - 53 - 10 = 55$
5) $x - 3\frac{1}{2} - 7\frac{3}{4} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{1}{2}$
6) $2{,}5 + 3{,}4 - 0{,}3 - 0{,}8 - 2{,}5 + x = 4{,}5.$

Примечание. Как известно, мы можем в каждой задаче все слагаемые соединить в одно слагаемое и все вычитаемые в одно вычитаемое.

142. Если в задаче имеется несколько сложений и вычитаний, то часто бывает возможно еще до решения упростить эту задачу.

Пример I: $8 + 5 + x - 5 = 20$.

Здесь 5 складывается с 8, а потом из полученного числа вычитается 5. Но если мы к данному числу прибавим какое-нибудь число и из данного вычтем то же самое число, то, разумеется, данное число не изменится. Значит, эти оба действия можно было бы и не производить. В данной задаче можем отбросить сложение с 5 (+ 5) и вычитание 5 (— 5), тогда получим $8 + x = 20$, а это уже решается просто.

Этот случай можно объяснить еще и так: в задаче $8 + 5 + x - 5 = 20$ уменьшаемое есть $8 + 5 + x$, а 5

есть вычитаемое; если в первом зачеркнем 5 и во втором зачеркнем 5 (остается 0), то уменьшим уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число; разность от этого не изменится.

Решим с таким упрощением следующие задачи:

1) $27 - 8 + 62 + 8 - 12 = x$
2) $5{,}5 + 7{,}5 - 2{,}4 + 1{,}5 - 7{,}5 = x$
3) $3\frac{1}{3} - 4\frac{2}{5} + 10\frac{1}{2} + 4\frac{2}{5} - 3\frac{1}{2} = x$
4) $15 - 6 - x + 16 + 6 = 11$
5) $0{,}25 + x - 0{,}35 + 3{,}2 + 0{,}35 - 3{,}2 = 1$
6) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

143. Пример II: $15{,}8 + 8{,}75 - 9{,}3 - 5{,}75 = x$.

Здесь в числах $+8{,}75$ и $-5{,}75$ можем зачеркнуть дроби, от этого оба числа уменьшатся на одно и то же число, а именно на 0,75.

Получим: $15{,}8 + 8 - 9{,}3 - 5 = x$.

Мы могли бы еще упростить задачу, если бы увеличили 15,8 и вычитаемое 9,3 на одно и то же число (0,2), или уменьшили бы оба на одно и то же число (0,3)

Получим или: $16 + 8 - 9{,}5 - 5 = x$
или: $15{,}5 + 8 - 9 - 5 = x$

Примечание. Конечно, мы могли бы с самого начала сделать еще бóльшее упрощение, зачеркнув 5,75 целиком в числах $+8{,}75$ и $-5{,}75$; тогда бы мы прямо получили: $15{,}8 + 3 - 9{,}3 = x$.

144. Решите следующие задачи, делая подобные упрощения:

1) $14{,}5 + 0{,}3 - 7{,}5 - 2{,}3 = x$
2) $0{,}9 + x + 0{,}7 - 0{,}4 - 1{,}7 = 0{,}5$
3) $5\frac{1}{2} - 3\frac{5}{8} + 7\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = x$
4) $3\frac{2}{3} + 5\frac{1}{5} - 2\frac{2}{3} - x - \frac{1}{5} = 4$
5) $7\frac{3}{8} - x + 2\frac{3}{4} + 3\frac{3}{8} - 5\frac{3}{4} = 2\frac{1}{2}$

145. Рабочий, идя на заработки, имел 1,74 кроны. В первый день он заработал 2,25 кр. и истратил 0,85 кр., во второй день заработал 2,85 кр. и истратил 0,74 кр. Сколько денег у него оказалось через два дня?

Примечание: Сначала, по смыслу задачи, обозначьте действия: 1,74 кр. + 2,25 кр. — 0,85 кр. + 2,85 кр. — 0,74 кр. = x; потом делайте упрощения и решайте.

146. Плотник открыл мастерскую, имея 185,5 кр.; в первый год он заработал 722,45 кр., истратил 875,5 кр., во второй год заработал 1251 кр. и истратил 622,45 кр. Сколько денег у него накопилось?

147. Вода в озере стояла на высоте 2,37 m, затем в первый день она повысилась на 0,12 m, во второй день на 0,15 m, в третий на 0,07 m, на следующий день понизилась на 0,07 m, еще на следующий понизилась на 0,12 m. На какой высоте стоит она после этого?

148. Деревня Ханисте лежит на высоте 23,5 m над уровнем моря. Дорога, ведущая из нее в Ланесте, сперва спускается на 7,4 m, потом подымается на 8,1 m, снова спускается на 5,5 m и, подходя к Ланесте, опять подымается на 6,4 m. На какой высоте расположена Ланесте?

149. Озеров купил усадьбу стоимостью в 4750 кр. и принадлежащий к ней инвентарь. Он заплатил 3575 кр. наличными деньгами, 1445 кр. ценными бумагами и остался еще должен 1250 кр. Сколько стоил инвентарь?

150. Произведите в уме (с точностью до единицы) следующие сложения:

1) $8\frac{1}{8} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{3}{4}$
2) $7\frac{7}{8} + 10\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6} + 5\frac{1}{2}$
3) $6\frac{3}{4} + 1\frac{5}{6} + 8\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
4) $3\frac{7}{10} + 10\frac{1}{2} + 5\frac{1}{5} + 2 + 4\frac{1}{3}$
5) $2\frac{1}{2} + 7 + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5} + 5\frac{1}{3}$

Пример и объяснение: $4\frac{1}{4}+7\frac{5}{6}+3\frac{1}{3}+5\frac{7}{10}$. Если в данном случае просто отбросить все дроби, то, разумеется, каждое слагаемое будет взято с точностью до 1, но в сумме ошибка будет больше 1, потому что $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{7}{10}$ (все отброшенные дроби) больше, чем 1.

Сложите и найдите, сколько это будет!

Если увеличим все слагаемые, дополнив их до целых чисел, то получим $5+8+4+6$. Каждое слагаемое взято с точностью до 1, но сумма увеличилась на $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}+\frac{3}{10}$, т. е. значительно больше, чем на 1.

Найдите, на сколько именно?

Мы получим ошибку, меньшую 1, если в первом слагаемом отбросим $\frac{1}{4}$, второе дополним до 8 (прибавим $\frac{1}{6}$), в третьем отбросим $\frac{1}{3}$, четвертое дополним до 6 (прибавим $\frac{3}{10}$). Уменьшение одного слагаемого приблизительно соответствует увеличению другого, и ошибка в общей сумме не превосходит 1.

Сложим таким образом: $4+8+3+6=\ldots$

Найдите, как велика ошибка!

151. Цветков приколотил на поле к столбам жерди одну за другой. Жерди были следующей длины: $5\frac{9}{10}$ m, $6\frac{1}{5}$ m, $6\frac{1}{8}$ m, $5\frac{4}{5}$ m, $5\frac{7}{8}$ m, $6\frac{1}{10}$ m. Какой длины получилась изгородь? (Точность 1 m).

Решите эту же задачу, если жерди имели длину: 4,91 m, 5,17 m, 4,7 m, 5,1 m, 4,83 m, 4,95 m, 5,07 m, 3,02 m! (Точность 1 m).

152. Решите с точностью до 1:

1) $24\frac{1}{5}+11\frac{7}{8}+30\frac{1}{5}+6\frac{3}{4}+51$
2) $60{,}2+18\frac{5}{6}+72{,}9+8\frac{1}{8}$
3) $11\frac{1}{6}+84+\frac{7}{8}+28\frac{1}{4}+15\frac{5}{6}$
4) $52\frac{7}{8}+\frac{1}{6}+3+14\frac{1}{2}$
5) $45\frac{3}{4}+12{,}25+16{,}8+33\frac{1}{5}$

153. Решите в уме (с точностью до 1):

1) $14\frac{1}{2} - 12\frac{1}{3}$
2) $5\frac{3}{4} - 1\frac{3}{5}$
3) $8\frac{1}{5} - 3\frac{3}{4}$
4) $10\frac{2}{5} - 9\frac{3}{8}$
5) $12{,}3 - 10{,}28$

Пример: $7\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2}$. Если отбросить дробь в уменьшаемом и вычитаемом, то сделаем ошибку значительно меньше 1, потому что, взяв 7 вместо $7\frac{1}{3}$ мы уменьшаем разность на $\frac{1}{3}$, а взяв 3 вместо $3\frac{1}{2}$, мы увеличиваем разность на $\frac{1}{2}$. Так как увеличение больше $(\frac{1}{2})$, чем уменьшение $(\frac{1}{3})$, то разность все же увеличится, но только на $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Точность разности даже больше, чем точность уменьшаемого и вычитаемого, взятых в круглых числах.

154. Найдите, как изменится разность, если вместо $10\frac{2}{5} - 8\frac{5}{8}$ взять 10—8, и как изменится разность, если вместо $10\frac{2}{5} - 8\frac{5}{8}$ взять 10—9!

155. В таблице указано расстояние по железной дороге от Таллинна до Валка 273,0 km, от Таллинна до Тарту 190,1 km. Какое расстояние от Тарту до Валка в круглых числах?

156. Когда Геня поступил в школу, ему было 7 лет, 1 месяц и 15 дней, теперь ему 12 лет и 2 месяца. Сколько лет круглым счетом он уже ходит в школу?

157. Иван Горшков родился в 1916 г. 8-го октября. Сколько ему сейчас лет в круглых числах?

Найдите свой возраст с точностью до 1 года!

5. Умножение дроби на целое число, увеличение и уменьшение.

158. Коля, Геня и Алеша хотели сообща купить книгу, которая стоила 1 кр. Хватило ли у них денег, если у каждого было по $\frac{1}{4}$ кр.?

А если бы у каждого было по $\frac{2}{5}$ кр.?

159. У плотника было 4 доски, каждая шириной в $\frac{1}{5}$ m. Он склеил доски краями. Какой ширины доска у него получилась?

Каким действием можно решить эту задачу? Решите сложением!

Сколько будет $\frac{1}{5} \times 4$?

160. Сколько стоят 3 m материи, если 1 m стоит $\frac{4}{5}$ кр.?

Если решим задачу сложением, то получим:

$$\frac{4}{5} \text{ кр.} + \frac{4}{5} \text{ кр.} + \frac{4}{5} \text{ кр.} = \frac{4+4+4}{5} \text{ кр.} = \frac{12}{5} \text{ кр.} = 2\frac{2}{5} \text{ кр.}$$

Значит, если хотим данную дробь взять 3 раза, то надо взять три раза числитель, а знаменатель оставить прежний.

$$\text{Так } \frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

161. Найдите сложением $\frac{3}{8} \times 5$!

Найдите сложением: 1) $\frac{2}{3} \times 4$! 2) $\frac{1}{9} \times 6$! 3) $\frac{3}{10} \times 5$!

Чтобы умножить дробь на целое число, надо числитель дроби умножить на целое

число. При этом, разумеется, надо делать сокращение и исключение целого числа, если это возможно.

162. Сколько стоят 5 метров материи, метр которой стоит $\frac{9}{10}$ кроны? Сколько стоят 3 метра этой материи? 8 метров?

163. От дома до школы $\frac{5}{6}$ километра, а до народного дома в 3 раза дальше. Каково расстояние до народного дома?

164. Иванов издержал на покупку сапог $\frac{2}{15}$ своих денег, на покупку костюма в 3 раза больше. Какую часть своих денег он истратил на покупку костюма? А на костюм и сапоги вместе?

165. Увеличьте дробь 0,3 в 2 раза! в 5 раз! в 4 раза! Увеличьте дробь $\frac{3}{10}$ в 2 раза! в 5 раз! в 4 раза! Увеличьте дробь $\frac{5}{8}$ в 3 раза! в 5 раз! в 6 раз!

166. 1) $\frac{2}{5} \times 2$, $\frac{1}{4} \times 3$, $\frac{3}{10} \times 3$, $\frac{2}{9} \times 4$, $\frac{1}{6} \times 5$

2) $\frac{2}{3} \times 4$, $\frac{3}{4} \times 5$, $\frac{1}{6} \times 7$, $\frac{4}{5} \times 3$, $\frac{1}{8} \times 9$

3) $\frac{1}{4} \times 2$, $\frac{1}{6} \times 3$, $\frac{3}{8} \times 2$, $\frac{1}{10} \times 5$, $\frac{2}{9} \times 3$

4) $\frac{1}{4} \times 4$, $\frac{1}{4} \times 8$, $\frac{1}{3} \times 6$, $\frac{2}{3} \times 3$, $\frac{3}{4} \times 12$

5) $\frac{2}{3} \times 9$, $\frac{5}{6} \times 3$, $\frac{7}{10} \times 5$, $\frac{11}{12} \times 8$, $\frac{3}{20} \times 10$

6) $\frac{5}{16} \times 12$, $\frac{1}{32} \times 10$, $\frac{2}{3} \times 15$, $\frac{4}{15} \times 3$, $\frac{15}{16} \times 16$

Пример:

$$\frac{7}{10} \times 5 = \frac{7 \cdot \cancel{5}}{\cancel{10}_{2}} = 3\frac{1}{2}$$

или

$$\frac{7}{\cancel{10}_{2}} \times \cancel{5} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

166*. 1) $\frac{7}{25} \times 9$, $\frac{5}{24} \times 7$, $\frac{9}{16} \times 3$, $\frac{7}{12} \times 5$

2) $\frac{1}{100} \times 25$, $\frac{11}{40} \times 8$, $\frac{7}{60} \times 12$, $\frac{5}{32} \times 16$

3) $\frac{3}{8} \times 16$, $\frac{5}{9} \times 36$, $\frac{17}{40} \times 80$, $\frac{4}{25} \times 50$

4) $\frac{2}{3} \times 27$, $\frac{7}{12} \times 48$, $\frac{5}{6} \times 33$, $\frac{2}{9} \times 63$

167. Рабочий нагрузил на носилки 24 черепицы; сколько весил этот груз, если одна черепица весила $\frac{7}{8}$ kg?

167*. Машина в минуту вытягивает $\frac{8}{15}$ метра проволоки. Сколько проволоки вытянет она в 5, 6, 8, 7, 14, 28 минут?

168. Сколько весят 100 яиц, если средний вес яйца $\frac{1}{20}$ kg? А если средний вес яйца $\frac{1}{16}$ kg?

168*. Часы ежедневно уходят вперед на $\frac{11}{60}$ минуты. На сколько минут уйдут они вперед в 8, 10, 15, 20, 40, 60 дней?

169. На крышу дома пошло 12 560 черепиц. Какой груз лежит на стропилах, если средний вес каждой черепицы $\frac{7}{8}$ kg?

169*. Сколько килограммов крупы надо выдать роте солдат в 160 человек, если в день на человека полагается $\frac{2}{15}$ kg?

170. В одном ящике было 144 куска мыла по $\frac{1}{8}$ kg, в другом 100 кусков по $\frac{1}{5}$ kg. В котором ящике было больше мыла и на сколько? Сколько весило все это мыло?

171. Произведите в уме следующие умножения:

1) $\frac{1}{3} \times 3$	2) $\frac{1}{5} \times 10$	3) $\frac{3}{4} \times 2$	4) $\frac{9}{10} \times 5$	5) $\frac{1}{5} \times 6$
$\frac{1}{4} \times 4$	$\frac{3}{8} \times 8$	$\frac{1}{6} \times 3$	$\frac{15}{16} \times 8$	$\frac{1}{3} \times 8$
$\frac{1}{5} \times 5$	$\frac{3}{4} \times 8$	$\frac{1}{8} \times 4$	$\frac{1}{8} \times 6$	$\frac{1}{3} \times 10$
$\frac{2}{3} \times 3$	$\frac{2}{3} \times 9$	$\frac{5}{6} \times 3$	$\frac{1}{9} \times 6$	$\frac{4}{5} \times 2$
$\frac{1}{3} \times 6$	$\frac{4}{5} \times 10$	$\frac{7}{8} \times 4$	$\frac{1}{4} \times 6$	$\frac{3}{4} \times 3$

172. Сколько стоят 4 m материи, если 1 m стоит $1\frac{1}{4}$ кр?

Решите задачу в уме, помножая отдельно 1 кр. и $\frac{1}{4}$ кр. на 4!

Решите эту задачу сложением!

Решите задачу умножением, обращая $1\frac{1}{4}$ кр. в дробь!

173. Сколько надо заплатить за 5 kg масла, которого 1 kg стоит $2\frac{2}{5}$ кр.? Сколько надо заплатить за 3 kg этого же масла? За 10 kg?

174. В вагон нагрузили 3000 кочней капусты. Сколько весил этот груз, если средний вес кочня капусты был $3\frac{1}{4}$ kg?

175. Перемножьте в уме:

1)	2)	3)	4)
$3\frac{1}{3} \times 3$	$7\frac{1}{2} \times 2$	$12\frac{1}{2} \times 2$	$1\frac{1}{5} \times 7$
$3\frac{1}{4} \times 2$	$5\frac{1}{2} \times 1$	$13\frac{2}{3} \times 3$	$45\frac{7}{8} \times 1$
$2\frac{2}{5} \times 5$	$3\frac{1}{2} \times 2$	$33\frac{1}{3} \times 3$	$37\frac{1}{2} \times 2$
$1\frac{2}{3} \times 6$	$3\frac{1}{3} \times 4$	$1\frac{9}{10} \times 5$	$11\frac{1}{9} \times 3$
$4\frac{1}{8} \times 4$		$12\frac{1}{2} \times 4$	$5\frac{4}{5} \times 4$

Примечание. При умножении в уме смешанного числа на целое число, умножают обыкновенно прежде целое число, потом дробь, и оба произведения складывают.

Пример: $1\frac{2}{3} \times 6$

$$\begin{array}{r} 1 \times 6 = 6 \\ \frac{2}{3} \times 6 = 4 \\ \hline 10 \end{array}$$

176.

1)	2)
$25\frac{1}{2} \times 3$	$15\frac{1}{3} \times 4$
$15\frac{2}{3} \times 12$	$7\frac{5}{8} \times 10$
$3\frac{2}{5} \times 7$	$9\frac{1}{12} \times 6$
$16\frac{2}{3} \times 8$	$2\frac{4}{5} \times 5$
$11\frac{5}{8} \times 12$	$5\frac{2}{9} \times 36.$

Примечание. Умножая письменно смешанные числа, обращают их в дроби, и тогда умножают, как дроби.

Пример: $5\frac{3}{8} \times 12 = \frac{43 \cdot \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{129}{2} = 64\frac{1}{2}.$

Если же можно скорее достигнуть результата, умножая порознь целые числа и дроби, то так и следует делать.

Например: $25\frac{1}{2} \times 3 = 75 + \frac{3}{2} = 76\frac{1}{2}.$

176*. 1) $4\frac{1}{20} \times 5$ 2) $12\frac{3}{4} \times 4$ 3) $15\frac{3}{4} \times 216$

$6\frac{5}{24} \times 6$ $15\frac{8}{25} \times 50$ $108\frac{3}{8} \times 525$

$3\frac{9}{40} \times 5$ $14\frac{5}{12} \times 36$ $32\frac{5}{8} \times 728$

$1\frac{27}{100} \times 25$ $10\frac{1}{24} \times 96$ $4\frac{1}{3} \times 1002$

177. В вагон нагрузили 3 ящика товара по $16\frac{2}{3}$ kg, 32 ящика по $15\frac{3}{4}$ kg, 15 ящиков по $12\frac{3}{10}$ kg и 102 ящика по $6\frac{3}{5}$ kg. Сколько всего?

177*. Пешеход прошел в первые 3 дня по $28\frac{4}{5}$ km, в следующие 4 дня по $25\frac{3}{8}$ km и в последние 5 дней по $22\frac{7}{10}$ km. Сколько всего километров он прошел?

178. В одной бочке было $17\frac{2}{5}$ kg масла, в другой в 5 раз больше. Сколько было в обеих вместе?

178*. Купили килограмм сахару за $\frac{1}{5}\frac{9}{0}$ кроны и килограмм кофе, который стоил в 20 раз дороже сахару. Сколько стоила вся покупка?

179. Сколько придется заплатить за отправку по железной дороге 25 тонн товару на расстояние 18 km, если с 1 тонны и одного километра берут $12\frac{1}{2}$ центов?

180. Длина пола $7\frac{1}{2}$ m, ширина 6 m. Сколько в нем m^2? Основание треугольника равно 18 cm, высота $6\frac{1}{3}$ cm. Найти площадь!

180*. Почтовый поезд проходит в час $33\frac{7}{8}$ km, а товарный $25\frac{2}{5}$ km. На сколько километров почтовый поезд обгонит товарный в течение 15 часов?

181. Поезд шел в среднем $32\frac{5}{8}$ km в час. Сколько он прошел в 12 часов?

182. Петр может вспахать поле в 8 часов, Иван в 9 часов. Какую часть поля вспашут они в течение 3 часов, если начнут работать одновременно?

183. В свертке материи 24 m, и весь сверток стоит 36 кр. Сколько стоит метр материи, которая дороже в 3 раза?

Употребите черту дроби!

Объяснение. При решении найдем, что метр данной материи стоит $\frac{36}{24}$ крон.

Прежде, чем сокращать полученную дробь, обозначим все действия.

Чтобы узнать, сколько стоит метр в три раза более дорогой материи, надо полученную дробь увеличить в 3 раза. Для этого умножим ее числителя на 3. Получим $\frac{36 \cdot 3}{24}$ кроны.

Ту же самую дробь получим, если будем рассуждать так: данная материя стоит 36 крон, такой же сверток материи, стоящей в 3 раза дороже, стоит $36 \cdot 3$ кр.; значит метр стоит $\frac{36 \cdot 3}{24}$ кр.

184. Мы видим здесь то же, что и раньше: чтобы увеличить дробь в 2, 3, 4, 5 и т. д. раз, увеличим ее числитель соответственно в 2, 3, 4, 5 и т. д. раз. $\frac{36}{24}$ означает не что иное, как „36 разделить на 24“; поэтому только что выведенное заключение объясняется увеличением делимого (числителя) в 2, 3, 4 . . . раза, при чем, как известно, частное (дробь) увеличивается во столько же раз.

184*. Увеличить дроби $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{9}{100}$ в 2, 3, 5, 6, 8, 10, 20 и 100 раз!

185. Возьмем задачу: в свертке 24 метра материи, и весь этот сверток стоит 36 крон. Сколько стоит метр материи, которая в 3 раза дешевле?

Пользуясь чертой дроби, получим снова: метр данной материи стоит: $\frac{36}{24}$ крон.

Метр материи, которая в 3 раза дешевле, стоит в 3 раза меньше. Надо дробь $\frac{36}{24}$ уменьшить в 3 раза. Как это сделать?

Будем опять рассматривать $\frac{36}{24}$, как частное от деления 36 на 24. Если делимое (числитель) уменьшить в 3 раза, то и частное (дробь) уменьшится в 3 раза. То же самое мы получим, если делитель (знаменатель) увеличим в 3 раза. Так как в дроби удобнее обозначить умножение (умножение всегда возможно), то мы обратимся ко второму способу, т. е. увеличим знаменатель дроби в 3 раза. Получаем, что метр материи, которая в 3 раза дешевле, стоит $\frac{36}{24 \cdot 3}$ кроны.

Так как в настоящем случае сокращение дроби возможно, то получим сперва

$$\frac{\overset{12}{\cancel{36}}}{24 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}},$$

откуда видим, что, умножив знаменатель, мы выполнили деление числителя на 3! — Продолжайте сокращение!

Ту же самую дробь получим, если будем рассуждать так: за 36 крон можно получить 24 m данной материи, а такой материи, что в 3 раза дешевле, можно получить в 3 раза больше, т. е., $24 \cdot 3$ m. Значит, метр ее стоит

$$\frac{36}{24 \cdot 3} \text{ кроны.}$$

Выводим заключение: чтобы уменьшить дробь в 2, 3, 4 . . . раза, увеличим ее знаменатель соответственно в 2, 3, 4 . . . раза.

186. Приходилось ли также поступать с десятичными дробями? Уменьшите, например, в три раза дроби: 0,6; 0,48; 0,123! Будет ли еще десятичной дробь $\frac{6}{30}$?

187. Уменьшите дроби 1) $\frac{1}{2}$, 2) $\frac{1}{3}$, 3) $\frac{2}{3}$, 4) $\frac{3}{4}$, 5) $\frac{4}{5}$, 6) $1\frac{2}{5}$ в 2 раза! в 3 раза! в 10 раз!

188. Петр вспахал вчера $\frac{2}{3}$ поля, сегодня в 2 раза меньше. Какую часть поля он вспахал сегодня? В два дня?

Аня прочла вчера $\frac{2}{3}$ книги, сегодня только $\frac{1}{2}$ вчерашней части. Какую часть книги она прочла сегодня? В два дня?

6. Деление дроби на целое число.

189. Три метра материи стоят 9 крон; сколько стоит метр?

Три метра тесемки стоят $\frac{9}{10}$ кроны; сколько стоит метр?

190. У Лебедева имеется $2\frac{8}{5}$ гектара садовой земли, у Козлова в 4 раза меньше. Сколько гектаров садовой земли у Козлова?

191. 5 куриных яиц весили $\frac{1}{4}$ kg; сколько в среднем весило одно яйцо?

192. Какую дробь следует взять 3 раза, чтобы получить $1\frac{5}{6}$?

193. Какую часть хлеба получит каждый, если $\frac{3}{4}$ хлеба разделить троим поровну?

194. Как увеличить в 4 раза дроби: $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{5}$? Во что обратится каждая дробь?

Как можно уменьшить въ 4 раза дроби $\frac{8}{13}$, $\frac{1}{2}\frac{2}{5}$, $\frac{8}{9}$, $1\frac{2}{5}$ $(= 2\frac{2}{5})$? Сколько получится?

195. Как умножить на 3 дроби $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{6}$, и сколько получится?

Как разделить на 3 дроби $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{9}{10}$, $1\frac{5}{6}$ $(= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2})$?

Чтобы разделить дробь на целое число, разделим, — если это возможно без остатка, — ее числителя на это целое число.

196. Разделите в уме:

1) $\frac{4}{5} : 2$ 2) $\frac{4}{9} : 2$ 3) $1\frac{1}{2} : 3$ $(\frac{3}{2} : 3)$

$\frac{3}{4} : 3$ $2\frac{6}{5} : 3$ $2\frac{1}{2} : 5$

$\frac{5}{9} : 5$ $\frac{9}{10} : 3$ $3\frac{1}{3} : 5$

$1\frac{2}{5} : 4$ $1\frac{5}{16} : 5$ $1\frac{1}{5} : 3$

197. 1) $6 \times x = 1\frac{2}{5}$ 5) $10 \times x = \frac{20}{5}$ $(= 4)$

2) $4 \times x = \frac{8}{9}$ 6) $10 \times x = 4$

3) $2 \times x = \frac{1}{3}$ $3 \times \frac{2}{3} = 2$

4) $3 \times x = \frac{2}{5}$ 7) $3 \times x = 2$

$4 \times \frac{3}{4} =$

8) $4 \times x = 3$

198. Как уменьшить в пять раз дробь $\frac{2}{3}$?

Как разделить на пять дробь $\frac{2}{3}$?

Как можно разделить каждую дробь на целое число?

Чтобы разделить дробь на целое число, надо умножить знаменатель дроби на целое число. При этом, разумеется, следует сделать сокращение, если возможно.

Пример: $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

199. Нарисуйте круг и покажите на частях его, сколько будет:

1) $\frac{1}{2} : 2$ 2) $\frac{1}{3} : 2$ 3) $\frac{1}{4} : 3$

$\frac{1}{4} : 2$ $\frac{1}{3} : 3$ $\frac{1}{3} : 4$

$\frac{1}{8} : 2$ $\frac{1}{2} : 3$ $\frac{2}{3} : 2$

200. Вычислите в уме:

1) $\frac{1}{3} : 2$ 2) $\frac{2}{3} : 5$ 3) $\frac{3}{5} : 3$

$\frac{2}{3} : 3$ $\frac{3}{5} : 2$ $\frac{3}{5} : 6$

$\frac{3}{4} : 4$ $\frac{7}{10} : 10$ $\frac{5}{8} : 10$

$\frac{1}{5} : 2$ $\frac{3}{8} : 5$ $\frac{4}{5} : 12$

201. 1) $\frac{3}{4} : 12$ 2) $\frac{2}{5} : 20$ 3) $\frac{3}{10} : 2 : 3$

$\frac{4}{5} : 24$ $1\frac{1}{2} : 33$ $\frac{4}{5} : 8 : 10$

$\frac{5}{6} : 12$ $\frac{6}{25} : 24$ $\frac{3}{4} : 6 : 4$

$\frac{2}{3} : 15$ $1\frac{5}{6} : 25$ $\frac{2}{9} : 3 : 4$

201*. 1) $\frac{3}{4} : 9$ 2) $\frac{4}{9} : 16$ 3) $\frac{9}{10} : 3 : 5$

$\frac{3}{5} : 18$ $\frac{7}{12} : 14$ $\frac{5}{6} : 4 : 5$

$\frac{5}{6} : 20$ $\frac{8}{25} : 24$ $\frac{5}{9} : 40 : 3$

$\frac{2}{5} : 8$ $1\frac{6}{5} : 48$ $\frac{1}{4} : 8 : 6$

202. За крону купили 4 груши; яблоки были в 5 раз дешевле. Какую часть кроны стоила одна груша, и какую часть одно яблоко?

203. В почтовом пакете были 4 одинаковых книги, и общий вес их был $\frac{3}{5}$ kg. Сколько весила одна книга?

204. Семья тратит в месяц $\frac{5}{6}$ заработка отца. Какая часть месячного дохода расходуется в среднем в один день?

205. Хозяйка истратила $\frac{2}{5}$ своих денег на покупку шерсти, в 2 раза меньшую часть на то, чтоб расчесать и спрясть ее, и в три раза меньшую (от покупной суммы) на окраску ниток. Какую часть своих денег она всего истратила?

206. Сколько стоит метр шнура, если кусок длиною в 8 m стоит $\frac{4}{5}$ кр.?

Сколько в среднем стоит одна раскрашенная открытка, если 12 открыток стоили $1\frac{8}{5}$ кр.?

207. Сколько стоит метр материи, если за кусок в 3 метра заплатили $7\frac{1}{2}$ кр.?

Примечание: $7\frac{1}{2}$ кр. равны 15 полукронам, значит, $\frac{15}{2}$ кр. надо разделить на 3.

207*. Кузнец из $1\frac{5}{6}$ kg железа сделал 75 гвоздей одного сорта и из $\frac{3}{10}$ kg 18 гвоздей другого сорта. Который гвоздь тяжелее и на сколько?

208. На одной тарелке было 6 яблок, на другой $1\frac{1}{2}$. Как разделить все эти яблоки между тремя детьми поровну? — На тарелке 7 целых яблок и $\frac{1}{2}$ яблока. Как разделить их поровну между тремя?

Примечание. Резать все яблоки пополам (хотя бы мысленно) едва ли целесообразно. Разделим между троими столько целых, сколько возможно (6), и только оставшиеся разделим на половины ($1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$) . . .

209. Чтобы разделить смешанное число на целое, следует обратить смешанное число в дробь и тогда делить, как дробь на целое число. Можно еще так: разделить на целое число сперва столько целых единиц, сколько разделится нацело, и только оставшуюся часть обратить в дробь и делить, как дробь на целое число; разумеется, оба частные надо соединить в одно частное.

Примеры: 1) $9\frac{1}{3} : 4 = \frac{28}{3 \cdot 4} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

или

$$9\frac{1}{3} : 4 = (8 + 1\frac{1}{3}) : 4 = 2 + \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3 \cdot \cancel{4}_{1}} = 2\frac{1}{3}$$

2) $124\frac{4}{5} : 8$

$124\frac{4}{5}$	8
$44\frac{4}{5}$	$15\frac{3}{5}$
$4\frac{4}{5} = \frac{24}{5}$	

3) $535\frac{1}{3} : 5$

$535\frac{1}{3}$	5
$1\frac{1}{15}$	$107\frac{1}{15}$

210. Разделите в уме:

1) $4\frac{2}{3} : 2$	2) $1\frac{1}{2} : 3$	3) $2\frac{1}{2} : 5$	4) $1\frac{1}{3} : 4$	5) $1\frac{2}{5} : 7$
$12\frac{4}{5} : 4$	$4\frac{1}{2} : 3$	$7\frac{1}{2} : 5$	$5\frac{1}{3} : 4$	$8\frac{2}{5} : 7$
$20\frac{5}{6} : 5$	$1\frac{1}{3} : 2$	$12\frac{1}{2} : 5$	$1\frac{1}{8} : 3$	$1\frac{1}{5} : 3$
$8\frac{2}{5} : 4$	$3\frac{1}{3} : 2$	$13\frac{1}{2} : 3$	$1\frac{1}{10} : 11$	$10\frac{1}{2} : 5$

211. 1) $1\frac{5}{16} : 7$ 2) $15\frac{3}{4} : 9$ 3) $17\frac{2}{5} : 15$

$2\ \frac{3}{8} : 19$ $13\frac{1}{5} : 12$ $127\frac{1}{2} : 17$

$3\ \frac{3}{8} : 9$ $31\frac{1}{2} : 9$ $118\frac{3}{4} : 25$

$4\ \frac{4}{9} : 8$ $54\frac{3}{4} : 18$ $14 : 5$

211*. 1) $12\ \frac{8}{9} : 4$ 2) $22\frac{1}{2} : 5$ 3) $20\frac{8}{15} : 4$

$50\ \frac{1}{2} : 25$ $30\frac{3}{4} : 12$ $60\ \frac{2}{5} : 10$

$18\frac{2}{15} : 6$ $100\frac{5}{8} : 25$ $75\ \frac{3}{4} : 15$

$75\ \frac{1}{2} : 4$ $7\frac{1}{9} : 8$ $7\ \frac{1}{2} : 30$

212. Автобус проехал расстояние от Тарту до Феллина — 81 km в 5 часов. Сколько километров в среднем он проезжал в час?

213. $14\frac{1}{4}$ метра материи разделили поровну 6 бедным. Сколько получил каждый?

214. Найти сторону квадрата, если его периметр равен: 1) $9\frac{1}{3}$ m! 2) $4\frac{1}{2}$ m! 3) 5 cm! 4) 3 m!

215. Площадь прямоугольника равна $25\frac{2}{3}$ cm^2, основание же 6 cm. Найти высоту!

216. Колесо, сделав 20 оборотов, проехало $46\frac{2}{3}$ m. Найти его окружность!

217. Из 3 метров тесьмы сделаны 24 флажка. Сколько метров тесьмы пошло на каждый флажок?

218. Птицевод нашел при взвешивании, что 20 куриных яиц весят столько же, сколько 15 утиных, а именно 1 kg. На сколько утиное яйцо весит в среднем больше, чем куриное?

218*. На заводе $351\frac{2}{8}\frac{1}{0}$ kg сала разложили поровну в 57 банок. Сколько стоила каждая банка, если 1 kg сала стоит $1\frac{3}{5}$ кроны?

219. 1) 8 : 3 2) 2 : 3 3) 4 : 10

4 : 3 2 : 5 12 : 40

15 : 3 2 : 8 40 : 12

25 : 8 3 : 6 100 : 15

Пример: $7 : 3 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

219*. 1) 20 : 9 2) 5 : 8 3) 10 : 15
22 : 5 2 : 9 25 : 40
32 : 15 3 : 9 36 : 60
100 : 3 5 : 20 80 : 25

220. 1) $45\frac{3}{5} : 3 : 5$
2) $30 : 4 : 5 : 3 : 2$
3) $56\frac{1}{4} : 3 : 25 : 6$
4) $26\frac{3}{5} : 4 : 2 : 8 : 3$

Сделайте эти деления двумя способами: во-первых, деля последовательно, во-вторых, деля сразу, с применением черты дроби.

220*. $25\frac{1}{8} : 3 : 6 : 2$
$100\frac{3}{4} : 4 : 5 : 3$
$40\frac{5}{6} : 25 : 2 : 4$
$80 : 3 : 5 : 16 : 9$

221. У Вани было $14\frac{2}{5}$ кроны, у Васи в 3 раза меньше, у Гени в 2 раза меньше, чем у Васи. Сколько денег было у Гени?

222. Начертите на листе бумаги окружность, диаметр которой равнялся бы 7 cm. Вырежьте ее и измерьте ее периметр (длину окружности). Вычислите, во сколько раз окружность длиннее диаметра?

222*. На 6 прядильных машинах в 3 дня спряли $230\frac{2}{5}$ kg пряжи. Сколько килограммов пряжи прядет одна машина в день?

7. Умножение на дробь.

223. Что значит: 1) $5\frac{1}{2}$ умножить на 4?
2) 8 „ 0,5
3) 8 „ $\frac{1}{2}$
4) 8 „ $\frac{3}{4}$
5) вообще: „одно число умножить на другое“?

224. Метр материи стоит 95 центов. Сколько стоят 5 метров этой материи? $\frac{1}{2}$ метра? $\frac{4}{5}$ метра?

225. Мы знаем уже что в произведении двух чисел одно число (множимое) содержится столько раз, сколько показывает другое число (множитель).

Следовательно, умножить 95 на $\frac{4}{5}$ значит то же самое, что взять $\frac{4}{5}$ от 95. Для этого делим 95 на 5 —

$$\frac{95}{5}$$

и умножим полученное число на 4 —

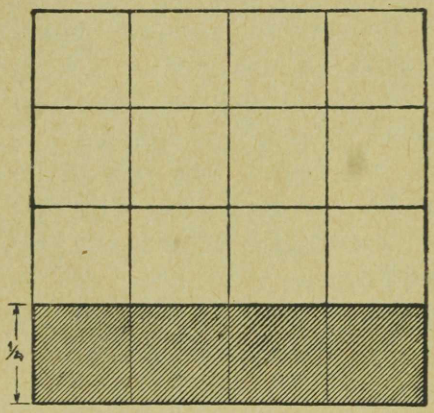
$$\frac{\overset{19}{\cancel{95}} \cdot 4}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 76$$

Чтобы умножить целое число на дробь, надо умножить его на числитель дроби и под полученным числом написать знаменатель дроби, как знаменатель. При этом, разумеется, надо сократить полученную дробь, если возможно, и исключить целое число.

226. Сторона прямоугольника равна 1 dm, другая $\frac{1}{4}$ dm. Выразить площадь этого прямоугольника в dm^2 (см. черт. 2).

227. 1) $6 \cdot \frac{2}{3}$, $8 \cdot \frac{3}{4}$, $15 \cdot \frac{2}{5}$, $24 \cdot \frac{5}{6}$, $40 \cdot \frac{3}{8}$ 2) $15 \cdot \frac{3}{10}$, $12 \cdot \frac{5}{8}$, $30 \cdot \frac{7}{9}$, $18 \cdot 1\frac{1}{2}$, $15 \cdot \frac{1}{6}$ 3) $22 \cdot \frac{3}{4}$, $20 \cdot \frac{1}{25}$, $21 \cdot \frac{5}{9}$, $80 \cdot \frac{5}{16}$, $48 \cdot \frac{5}{12}$ 4) $17 \cdot \frac{1}{2}$, $35 \cdot \frac{1}{3}$, $14 \cdot \frac{2}{3}$, $5 \cdot \frac{5}{6}$, $9 \cdot \frac{3}{4}$

227*. 1) $15 \cdot \frac{6}{25}$, $30 \cdot \frac{7}{40}$, $16 \cdot \frac{9}{10}$, $50 \cdot \frac{8}{15}$ 2) $63 \cdot \frac{7}{9}$, $33 \cdot \frac{8}{11}$, $42 \cdot \frac{7}{12}$, $21 \cdot \frac{6}{7}$ 3) $78 \cdot \frac{10}{13}$, $54 \cdot \frac{9}{16}$, $108 \cdot \frac{3}{4}$, $46 \cdot \frac{5}{18}$ 4) $8 \cdot \frac{1}{5}$, $15 \cdot \frac{3}{4}$, $35 \cdot \frac{7}{8}$, $40 \cdot \frac{2}{3}$



Черт. 2.

228. Сделайте следующие умножения; потом переставьте множимое и множитель и снова перемножьте! Сравните произведения, полученные в обоих случаях!

1) $\frac{1}{4} \cdot 18$ 4) $\frac{5}{6} \cdot 10$
2) $\frac{3}{4} \cdot 24$ 5) $\frac{4}{5} \cdot 11$
3) $\frac{2}{3} \cdot 15$ 6) $\frac{3}{8} \cdot 12$

Что вы замечаете?

229. Как нужно множить в том случае, когда приходится умножать целое число на смешанное, напр., $4 \times 3\frac{1}{2}$? $4 \times 3\frac{1}{3}$?

Рассуждаем так: чтобы взять $3\frac{1}{2}$ раза 4, возьмем 3 раза 4, это равно . . .

Затем возьмем $\frac{1}{2}$ от 4, это равно . . . Всего . . .

При письменном умножении обыкновенно и в этом случае обращают смешанное число в дробь и умножают, как целое число на дробь. Например:

$$15 \cdot 12\frac{1}{5} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot 61}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 183.$$

230. Умножьте в уме.

1)	2)	3)	4)
$20 \times \frac{1}{4}$	$15 \times \frac{2}{3}$	$1 \cdot \frac{3}{2}$	$12 \times \frac{5}{4}$
$30 \times \frac{1}{3}$	$12 \times \frac{3}{4}$	$4 \cdot \frac{3}{2}$	$8 \times 1\frac{1}{4}$
$18 \times \frac{1}{3}$	$10 \times \frac{2}{5}$	$4 \cdot 1\frac{1}{2}$	$16 \times 1\frac{3}{4}$
$12 \times \frac{1}{12}$	$1 \times \frac{1}{2}$	$6 \cdot 2\frac{1}{2}$	$12 \times 2\frac{2}{3}$
$4 \times \frac{1}{2}$	$1 \times \frac{1}{5}$	$3 \cdot 3\frac{1}{3}$	$5 \times 1\frac{1}{3}$

231. Велосипедист едет с равномерной скоростью 15 km в час. Сколько он проедет в $\frac{1}{4}$ часа? в $\frac{1}{2}$ часа? в $\frac{3}{4}$ часа? в 11 минут (минута $= \frac{1}{60}$ часа)? в $\frac{13}{60}$ часа? в 50 минут? в $1\frac{1}{2}$ часа? в 65 минут?

232. Нахлебник платит хозяйке 14 крон в неделю. Сколько он должен заплатить за $2\frac{1}{2}$ недели? за $5\frac{1}{2}$ недель? за $1\frac{1}{7}$ недели? за $\frac{5}{7}$ недели? за 6 дней?

233. Одна сторона прямоугольного поля имеет длину 64 метра, другая $38\frac{3}{4}$ метра. Вычислите площадь! Сколько аров в этом поле?

234. Пенсионеру платили в год 720 кр. пенсии. Сколько он получил за $\frac{1}{2}$ года? за $\frac{3}{4}$ года? $1\frac{1}{3}$ года? $\frac{5}{12}$ года? $1\frac{1}{12}$ года? за 7 месяцев?

235. Площадь основания вертикальной призмы равна 145 cm^2, высота $15\frac{1}{5}$ cm. Найти ее объем.

Высота вертикальной призмы 5 m, площадь основания $\frac{2}{2}\frac{4}{5}$ m^2. Найти ее объем.

235*. Сколько надо заплатить за $3\frac{3}{10}$ kg свинины и $\frac{5}{8}$ kg говядины, если 1 kg свинины стоит 145 центов, а 1 kg говядины 80 центов?

236. Найти

	8% $(\frac{8}{100})$	от	1500 крон
„	4%	„	4250 „
„	12%	„	720 „
„	75%	„	1200 kg

237. В магазине была синяя материя: по 4 кр. $22\frac{3}{4}$ m, по 3 кр. $17\frac{2}{5}$ m и по 8 кр. $28\frac{3}{4}$ m. Сколько стоила вся эта материя?

238. Метр шнура стоит $\frac{2}{5}$ кр.; сколько стоит $\frac{1}{2}$ m? $\frac{1}{4}$ m? $\frac{3}{4}$ m?

Объяснение: умножить $\frac{2}{5}$ кр. на $\frac{3}{4}$ значит найти число, в котором содержится $\frac{3}{4}$ от $\frac{2}{5}$ кр.

$\frac{1}{4}$ от $\frac{2}{5}$ кр. будет $\frac{2}{5 \cdot 4}$ кр.

$\frac{3}{4}$ будет в 3 раза больше, т. е. $\frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 3}{5 \cdot \underset{2}{\cancel{4}}}$ кр. $= \frac{3}{10}$ кр.

Чтобы умножить дробь на дробь, пишем в числителе произведение числителей, а в знаменателе произведение знаменателей. При этом, если возможно, сокращаем.

239. Банка вмещает $\frac{3}{4}$ kg варенья. Сколько вмещают 2 такие банки? $\frac{1}{3}$ такой банки? $\frac{2}{3}$ банки?

240. 1) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$; $\frac{4}{5} \times \frac{2}{5}$; $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$; $\frac{1}{8} \times \frac{1}{3}$

2) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$; $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$; $\frac{5}{9} \times \frac{3}{10}$; $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}$; $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15}$; $\frac{11}{12} \cdot \frac{4}{5}$; $\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8}$

4) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$; $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}$; $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}$

240*. 1) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$; $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{8}$; $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{8}$; $\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{12}$

2) $\frac{9}{20} \cdot \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$; $\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{15}$; $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}$

3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{6}$; $\frac{11}{16} \cdot \frac{3}{8}$; $\frac{3}{10} \cdot \frac{16}{33}$

241. Умножьте в уме:

1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$; $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10}$

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$; $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$

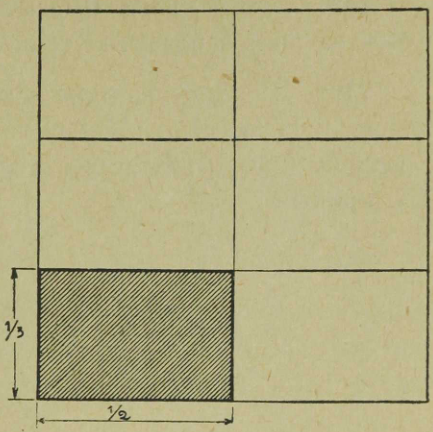
3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4}$; $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}$; $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

4) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$; $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3}$

242. В лавке было $\frac{4}{5}$ kg чаю. Первый покупатель взял $\frac{1}{4}$ этого количества, второй $\frac{3}{8}$, третий $\frac{5}{16}$. Сколько взял каждый? Сколько еще осталось?

243. Основание прямоугольника равно $\frac{1}{2}$ dm, высота $\frac{1}{3}$ dm. Сколько dm^2 содержит его площадь?

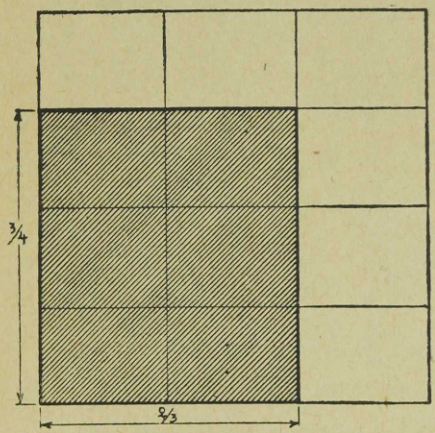
Сделайте чертеж и проверьте (черт. 3).



Черт. 3.

244. Произведение каких дробей представляет чертеж 4?

245. Лесницкий употребил $\frac{1}{4}$ своего капитала на покупку земли, половину остатка на постройку дома, $\frac{2}{3}$ нового остатка на приобретение движимого имущества. Какая часть капитала у него еще осталась?



Черт. 4.

246. Основание треугольника равно $\frac{7}{8}$ m, высота $\frac{4}{5}$ m. Найти площадь!

247. Весной вода в ручье стояла на высоте $\frac{4}{5}$ m, а летом высота составляла 25% весенней. На каком уровне стояла вода летом?

248. Найти:
1) 10% от $\frac{1}{5}$! 2) 12% от $\frac{5}{8}$! 3) 3% от $\frac{2}{3}$! 4) 75% от $\frac{3}{4}$! 5) 16% от $\frac{5}{8}$!

249. Цена книги была $\frac{4}{5}$ кроны. Сколько пришлось за нее заплатить, если сделали скидку в 10%?

249*. В лампе за один вечер сгорает $\frac{3}{5}$ литра керосина. На сколько крон выгорело керосину в течение $\frac{3}{5}$ месяца (напр., сентября), если литр керосину стоит $\frac{2}{10}\frac{3}{0}$ кроны?

250. 1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}$ 4) $(1-\frac{1}{5})\cdot(1-\frac{1}{6})$
2) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{9}$ 5) $(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})\cdot(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})\cdot(1-\frac{1}{5})$
3) $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}-\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{3}$ 6) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}$

* * *

251. Сколько стоят $2\frac{1}{2}$ kg мыла, если 1 kg стоит $\frac{3}{4}$ кр?

252. В лавке было $7\frac{1}{2}$ хлебов. Сколько весят все эти хлебы, если каждый весит в среднем $3\frac{1}{5}$ kg?

*

253. Для перемножения смешанных чисел обращаем их в неправильные дроби и последние перемножаем.

Пример: $3\frac{3}{4}\times 5\frac{1}{3}=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}\cdot\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{4}}\cdot\underset{1}{\cancel{3}}}=20$

254. 1) $2\frac{1}{4}\cdot 3\frac{1}{3}$ $1\frac{4}{5}\cdot 1\frac{2}{3}$ $5\frac{1}{2}\cdot 4\frac{2}{5}$ $3\frac{3}{8}\cdot 8\frac{8}{9}$
2) $2\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{5}$ $4\frac{1}{6}\cdot 2\frac{2}{5}$ $12\frac{1}{2}\cdot 13\frac{1}{3}$
3) $3\frac{1}{4}\cdot 2\frac{2}{5}$ $3\frac{3}{5}\cdot 6\frac{2}{3}$ $2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 3$ $1\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{3}$

254*. 1) $1\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$ $2\frac{5}{8}\cdot 1\frac{3}{5}$ $3\frac{9}{10}\cdot 4\frac{2}{3}$ $2\frac{7}{10}\cdot 15\frac{5}{9}$
2) $9\frac{1}{3}\cdot 2\frac{5}{8}$ $3\frac{3}{2}\frac{3}{5}\cdot 2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ $15\frac{3}{8}\cdot 1\frac{1}{3}$ $2\frac{2}{5}\cdot 5\frac{1}{4}\cdot 6\frac{5}{6}$

255. На костюм пошло $2\frac{3}{4}$ m материи по 14 $\frac{4}{5}$ кр. за метр и $1\frac{3}{5}$ m подкладки по $2\frac{3}{4}$ кр. за метр. Сколько стоила вся эта материя?

256. Умножить в уме:

1)	2)	3)	4)
$1\frac{1}{2} \cdot 2$	$1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5} \cdot 12\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2}$
$3 \cdot 1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{3}$
$1\frac{2}{3} \cdot 6$	$3\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$	$2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}$
$2 \cdot 3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{4} \cdot 4\frac{4}{5}$	$3\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3}$

257. Сторона квадрата равна $22\frac{1}{2}$ cm. Найти площадь! Найти площадь квадрата, если длина его стороны: 1) $4\frac{1}{2}$ m! 2) $13\frac{1}{3}$ m! 3) $12\frac{3}{4}$ m! 4) $1\frac{1}{8}$ m! 5) $2\frac{4}{5}$ m! 6) $15\frac{2}{5}$ m!

258. Найти площадь прямоугольника, если

1) основание его $4\frac{1}{2}$ m, высота $2\frac{2}{3}$ m!
2) „ $7\frac{1}{2}$ cm, „ $3\frac{1}{5}$ m!
3) „ $32\frac{1}{2}$ cm, „ $14\frac{2}{5}$ cm!
4) „ $33\frac{1}{3}$ cm, „ $24\frac{3}{10}$ cm!
5) „ $\frac{1}{2}$ m, „ $42\frac{2}{5}$ cm!

259. Найти площадь прямоугольного △-ка, если

1) один катет равен $4\frac{4}{5}$ m, другой $6\frac{1}{4}$ cm!
2) „ „ „ $3\frac{1}{3}$ m, „ $7\frac{1}{2}$ m!
3) „ „ „ $5\frac{2}{5}$ m, „ $13\frac{1}{3}$ m!
4) „ „ „ $12\frac{1}{2}$ m, „ $15\frac{3}{5}$ m!

260. Найти площадь тругольника, если

1) основание равно $12\frac{3}{4}$ cm, высота $16\frac{2}{3}$ cm!
2) „ „ $5\frac{5}{8}$ m, „ $8\frac{4}{5}$ m!
3) „ „ $4\frac{2}{5}$ dm, „ 25 cm!
4) „ „ $1\frac{1}{2}$ m, „ $\frac{1}{2}$ m!

261. Поезд движется со средней скоростью $34\frac{3}{4}$ km в час. Сколько он пройдет в $5\frac{1}{3}$ часа?

262. Из крана вытекает $12\frac{4}{5}$ литра воды в минуту. Сколько воды нальется, если открыть кран на $6\frac{1}{4}$ минут?

263. Окружность колеса $1\frac{7}{8}$ m. Какое расстояние пробежит это колесо в $2\frac{2}{5}$ минуты, если оно в каждую минуту делает $26\frac{2}{3}$ оборота?

264. В одно и то же время два поезда вышли навстречу друг другу, один из Таллинна, другой из Эльвы. Скорость первого равнялась $23\frac{1}{2}$ km в час, скорость второго $30\frac{1}{2}$ km в час. На каком расстоянии они были друг от друга через $1\frac{3}{4}$ часа, если от Таллинна до Эльвы 216 km? через 4 часа? через $5\frac{1}{2}$ часов?

265. Сосуд для воды имеет форму куба. Сколько литров воды в нем помещается, если длина его ребра $6\frac{1}{4}$ dm? Сколько весит вода, наполняющая $\frac{4}{5}$ этого сосуда?

266. Найдите объем куба, если длина его ребра равна: 1) $3\frac{1}{3}$ m! 2) $4\frac{1}{2}$ cm! 3) $1\frac{1}{5}$ m! 4) $\frac{1}{4}$ m!

267. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:

1) $1\frac{1}{4}$ m, $1\frac{1}{3}$ m, $4\frac{4}{5}$ m!
2) $7\frac{1}{2}$ cm, $5\frac{1}{3}$ cm и $12\frac{3}{10}$ cm!
3) $13\frac{1}{2}$ cm, $8\frac{1}{3}$ cm и $24\frac{4}{5}$ cm!

268. Площадь основания треугольной вертикальной призмы равна $23\frac{1}{4}$ cm², высота $7\frac{1}{3}$ cm. Найти ее объем!

269. Сколько весит железный куб, длина ребра которого равна $4\frac{1}{2}$ cm, если удельный вес этого железа $7\frac{4}{5}$?

270. Для крыши сарая взяли 4 балки, весом каждая по $9\frac{3}{4}$ kg, $22\frac{1}{2}$ доски по $7\frac{2}{5}$ kg, $4\frac{3}{8}$ свертка толя по $9\frac{3}{5}$ kg и $1\frac{1}{2}$ kg различных гвоздей. Сколько весила эта крыша?

271. Длина комнаты $5\frac{2}{5}$ m, ширина $3\frac{1}{3}$ m, высота $3\frac{1}{10}$ m. Найти ее объем?

272. От комнаты длиной $6\frac{2}{5}$ m, шириной $5\frac{1}{4}$ m и высотой $2\frac{1}{3}$ m отделили стеной часть, которой длина $2\frac{1}{2}$ m, ширина $1\frac{4}{5}$ m. Найдите объем оставшейся ее части!

272*. В лавке было $12\frac{3}{4}$ kg кофе ценою в $6\frac{2}{5}$ кр. за килограмм. В одном ящике было $\frac{5}{8}$ всего кофе, в другом весь остальной. Из первого продали $\frac{2}{5}$ бывшего в нем кофе, из второго $\frac{4}{5}$. Сколько получено за проданный кофе?

8. Деление на дробь.

273. На елке разделили между школьниками 3 kg конфет, так что каждый получил в среднем $\frac{1}{16}$ kg. Сколько было детей?

274. Сколько отрезков по $\frac{1}{4}$ m можно получить из 5 m шнура? Сколько $\frac{1}{2}$ в 25? Сколько $\frac{1}{5}$ в 8?

275. Вычтите из 10 столько раз по $\frac{2}{3}$, сколько возможно! Сколько раз по $\frac{3}{4}$ содержится в 10?

Сколько раз по $\frac{3}{4}$ содержится в 6?

276. Сколько яблок, стóящих по $\frac{1}{5}$ кр., можно купить за $\frac{4}{5}$ кр.? Сколько кусков по $\frac{1}{8}$ m можно отрезать от железной полосы длиной в $\frac{7}{8}$ m? от полосы в $\frac{3}{4}$ m?

277. На сколько раз хватит $2\frac{1}{2}$ kg хлеба, если на один раз требуется $\frac{1}{2}$ kg?

Сколько четвертей в $3\frac{1}{4}$? Сколько третей в $7\frac{2}{3}$? Сколько четвертей в $2\frac{1}{2}$?

278. Разделите в уме?

1)	2)	3)	4)
$1:\frac{1}{2}$	$1:\frac{1}{3}$	$1:\frac{1}{4}$	$2:\frac{1}{12}$
$2:\frac{1}{2}$	$5:\frac{1}{3}$	$8:\frac{1}{4}$	$3:\frac{1}{25}$
$4:\frac{1}{2}$	$3:\frac{1}{3}$	$2:\frac{1}{5}$	$1:\frac{1}{10}$
$5:\frac{1}{2}$	$10:\frac{1}{3}$	$6:\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$
$12:\frac{1}{2}$	$7:\frac{1}{3}$	$9:\frac{1}{10}$	$\frac{1}{16}:\frac{1}{16}$

279. Вычислить в уме:

1)	2)	3)	4)	5)	6)
$\frac{1}{4}:\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}:\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}:\frac{1}{10}$	$1\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$
$\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$
$\frac{1}{5}:\frac{1}{5}$	$7\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{8}$	$\frac{4}{5}:\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{2}:\frac{1}{8}$
$\frac{5}{6}:\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{3}:\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{8}:\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{10}$	$1\frac{1}{5}:\frac{1}{10}$
$\frac{3}{8}:\frac{1}{8}$	$2\frac{1}{3}:\frac{1}{3}$	$5\frac{5}{8}:\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}:\frac{1}{10}$	$\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$	$1\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$

280. На сколько надо умножить $\frac{1}{4}$, чтобы получить $\frac{3}{4}$?

281. Число умножили на $\frac{1}{2}$ и получили 5. Какое число было умножено?

Взяли половину какого-то числа и получили 5. Какое это число?

Найти x, если $\frac{1}{2}x$ равна 5!
Найти x, если $\frac{1}{2}x$ равна 10!
Найти x, если $\frac{1}{3}x$ равна 8!
Взяли $\frac{3}{4}$ числа и получили 6. Какое это число?
Найти x, если $\frac{4}{5}x$ равно 20!

281*. Найти x, если $\frac{5}{6}x = 30$!
„ „ „ $\frac{7}{10}x = 49$!
„ „ „ $\frac{6}{7}x = 42$!
„ „ „ $\frac{5}{12}x = 50$!

282. Требуется 9 разделить на $\frac{3}{4}$. Положим, что в частном получится x. Тогда $\frac{3}{4}x = 9$.

Что значит — умножить число на $\frac{3}{4}$?

Если $\frac{3}{4}x = 9$, то чему равен x?

$\frac{1}{4}x = \frac{9}{3}$, а целый x или $\frac{4}{4}x = \frac{9 \cdot 4}{3}$. Это и есть частное (x) от деления 9 на $\frac{3}{4}$.

Итак: $9 : \frac{3}{4} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot 4}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 12.$

Чтобы разделить данное число на дробь, поступаем так же, как при вычислении целого числа по данной части. Данное число — делимое — и есть та часть искомого числа, которую показывает дробь. Итак, деление 12 на $\frac{2}{3}$ производится так, как если бы мы искали число, которого $\frac{2}{3}$ равны 12.

Итак, чтобы разделить целое число на дробь, надо его умножить на знаменатель дроби и под произведением, вместо зна-

менателя, написать числитель дроби. При этом, разумеется, следует сократить полученную дробь и исключить из нее целое число, если возможно.

283. 1) $4 : \frac{2}{3}$ $2 : \frac{3}{5}$ $5 : \frac{3}{4}$ $3 : \frac{2}{3}$ 2) $12 : \frac{4}{5}$ $8 : \frac{2}{3}$ $9 : \frac{3}{5}$ $15 : \frac{5}{8}$ 3) $6 : \frac{4}{5}$ $12 : \frac{8}{9}$ $20 : 1\frac{5}{6}$ $124 : \frac{3}{4}$ 4) $29 : \frac{1}{2}$ $1 : \frac{2}{3}$ $3 : \frac{1}{9}$ $1 : \frac{1}{10}$ $1 : 2\frac{2}{5}$

283*. 1) $16 : \frac{4}{5}$ $10 : \frac{5}{9}$ $22 : \frac{6}{11}$ $96 : \frac{8}{15}$ 2) $21 : \frac{9}{10}$ $25 : 1\frac{5}{6}$ $44 : 1\frac{1}{2}$ $45 : \frac{5}{9}$ 3) $75 : 2\frac{1}{2}$ $144 : 2\frac{4}{5}$ $108 : 1\frac{8}{5}$ $60 : 2\frac{0}{7}$

284. Сколько коробок килек может купить купец за 24 кр., если коробка стоит $\frac{2}{5}$ кр.?

285. Сколько порций можно сделать из 18 kg говядины, если на порцию взять $\frac{30}{2}$ kg?

На сколько дней хватит 12 kg масла, если каждый день расходовать $\frac{9}{10}$ kg?

286. $\frac{3}{4}$ m бархату стоят 9 кр. Сколько стоит метр?

За $1\frac{1}{4}$ m сукна заплатили 15 кр. Сколько стоил метр?

287. Работник получил за $2\frac{2}{3}$ рабочих дня 6 крон. Сколько ему платили в день?

288. Скорый поезд проходит в $4\frac{1}{6}$ часа расстояние от Тарту до Таллинна, равное 191 km. Сколько километров в час проходит скорый поезд в среднем?

289. Площадь прямоугольника равна 25 m^2, высота его $3\frac{1}{8}$ m. Найти его основание!

289*. Из проволоки длиной в 29 метров сделали одинаковое число спиц и булавок. На каждую спицу

пошла $\frac{1}{8}$ m, а на булавку $\frac{1}{10}$ m. Сколько вышло спиц и булавок?

290. Чтобы разделить целое число на смешанное число, обращают смешанное число в дробь и производят деление, как целого числа на дробь.

291. 1) $7 : 3\frac{1}{2}$ $9 : 2\frac{1}{4}$ $8 : 2\frac{2}{3}$ $15 : 3\frac{3}{4}$

2) $4 : 1\frac{1}{4}$ $6 : 3\frac{3}{4}$ $3 : 1\frac{1}{5}$ $8 : 8\frac{1}{3}$

3) $32 : 2\frac{2}{3}$ $45 : 3\frac{1}{3}$ $21 : 15\frac{3}{4}$ $74 : 22\frac{1}{5}$

291*. 1) $75 : 3\frac{1}{3}$ $64 : 4\frac{4}{5}$ $72 : 2\frac{2}{5}$ $51 : 2\frac{1}{8}$

2) $42 : 2\frac{4}{7}$ $100 : 33\frac{1}{3}$ $90 : 3\frac{3}{5}$ $60 : 1\frac{5}{7}$

3) $6 : 3\frac{1}{5}$ $15 : 16\frac{2}{3}$ $10 : 1\frac{1}{3}\frac{3}{2}$ $28 : 5\frac{4}{9}$

292. Вычислить в уме:

1) $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

2) $\frac{5}{8} : \frac{3}{8}$ $\frac{4}{5} : \frac{1}{10}$ $\frac{3}{8} : \frac{1}{16}$

3) $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$ $\frac{2}{3} : \frac{2}{9}$ $\frac{3}{4} : \frac{3}{16}$

293. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ значит найти такое число, которое при умножении на $\frac{4}{5}$ дало бы $\frac{2}{3}$, другими словами: которого $\frac{4}{5}$ равнялись бы $\frac{2}{3}$.

$$\text{Если } \frac{4}{5}\,x = \frac{2}{3},$$

$$\text{то } \frac{1}{5}\,x = \frac{2}{3 \cdot 4}$$

$$\text{и } x \text{ или } \frac{5}{5}\,x = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4}$$

$$\text{Итак: } \frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 5}{3 \cdot \underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{5}{6}.$$

Проверьте, умножив $\frac{5}{6}$ на $\frac{4}{5}$!

Чтобы разделить дробь на дробь, надо умножить числитель делимого на знаменатель делителя, и знаменатель делимого на числитель делителя и первое произведение разделить на второе. При этом полученную дробь следует сократить и исключить из нее целое число, если возможно.

294. Считая на каждую курицу по $\frac{1}{2\frac{1}{5}}$ kg зерна, хозяйка дала курам $\frac{4}{5}$ kg зерна. Сколько у нее было кур?

295. На сколько ламп хватит $\frac{3}{4}$ kg керосину, если в каждую наливать $\frac{1}{8}$ kg? А если в каждую наливать $\frac{3}{8}$ kg?

296. Цветкова собрала картофель с $\frac{3}{4}$ гектара в течение такого времени, как Белова собрала картофель с $\frac{5}{1\frac{1}{2}}$ гектара. Во сколько раз Цветкова работала скорее?

297. Наша висячая лампа потребляет в час $\frac{3}{1\frac{1}{6}}$ kg керосину, а стоячая — $\frac{3}{4\frac{1}{0}}$ kg. Во сколько раз висячая лампа потребляет керосину больше, чем стоячая?

298. 1) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; $\frac{2}{5} : \frac{4}{5}$; $\frac{3}{8} : \frac{5}{1\frac{1}{2}}$; $\frac{1}{2} : \frac{3}{8}$

2) $\frac{5}{8} : \frac{2}{5}$; $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} : \frac{3}{5}$; $\frac{3}{1\frac{1}{0}} : \frac{3}{5}$

3) $\frac{4}{9} : \frac{2}{3}$; $\frac{7}{8} : \frac{5}{1\frac{1}{6}}$; $\frac{4}{5} : \frac{8}{2\frac{2}{5}}$; $\frac{5}{1\frac{1}{2}} : \frac{1\frac{5}{3}}{2}$

4) $\frac{3}{1\frac{1}{0}} : \frac{4}{1\frac{1}{5}}$; $\frac{5}{6} : \frac{3}{8}$; $\frac{1\frac{3}{1}}{6} : \frac{1\frac{3}{1}}{2}$; $\frac{1\frac{5}{1}}{6} : \frac{2\frac{5}{2}}{4}$

5) $\frac{1}{2} : \frac{1}{1\frac{1}{0}\frac{1}{0}}$; $\frac{1}{5} : \frac{3}{5\frac{1}{0}}$; $\frac{3}{1\frac{1}{0}} : \frac{1}{1\frac{1}{0}\frac{1}{0}}$; $\frac{1}{2\frac{1}{5}} : \frac{1}{1\frac{1}{0}}$

6) $\frac{3}{1\frac{1}{0}} : \frac{3}{1\frac{1}{0}}$; * $\frac{1}{2} : \frac{3}{6}$; * $\frac{1}{4} : \frac{2\frac{5}{1}}{0\frac{0}{0}}$; * $\frac{1\frac{3}{1}}{5} : \frac{2\frac{6}{3}}{0}$

298*. 1) $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$; $\frac{5}{8} : \frac{1\frac{5}{2}}{4}$; $\frac{9}{1\frac{1}{6}} : \frac{3}{8}$; $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

2) $\frac{3}{4} : \frac{5}{1\frac{1}{2}}$; $\frac{1\frac{4}{2}}{5} : \frac{7}{1\frac{1}{0}\frac{1}{0}}$; $\frac{9}{1\frac{1}{0}} : \frac{3}{5}$; $\frac{1\frac{2}{1}}{5} : \frac{9}{1\frac{1}{0}}$

3) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$; $\frac{7}{8} : \frac{9}{1\frac{1}{0}}$; $\frac{1\frac{3}{2}}{0} : \frac{3}{8}$; $\frac{3}{1\frac{1}{0}} : \frac{6}{3\frac{1}{0}}$

299. Скажите следующие отношения:

1) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$; $\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$; $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$; $\frac{4}{5} : \frac{2}{5}$

2) $\frac{3}{8} : \frac{1}{8}$; $\frac{5}{8} : \frac{2}{8}$; $\frac{1}{16} : \frac{3}{16}$; $\frac{5}{9} : \frac{2}{9}$

3) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$; $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$; $\frac{1}{5} : \frac{1}{25}$

4) $\frac{2}{3} : \frac{2}{9}$; $\frac{4}{5} : \frac{4}{15}$; $\frac{3}{8} : \frac{3}{32}$; $\frac{1}{10} : \frac{1}{100}$

5) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$; $\frac{3}{4} : \frac{3}{5}$; $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$

6) $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$; $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$; $\frac{3}{8} : \frac{9}{16}$

300. На какое число надо умножить $\frac{2}{3}$, чтобы получить $\frac{4}{5}$? На какое число надо умножить $\frac{7}{10}$, чтобы получить $\frac{7}{15}$?

301. На какое число следуетъ умножить $\frac{2}{5}$, чтобы получить 1? На какие числа надо умножать следующие числа, чтобы каждый раз получать 1: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$?

302. Найти x, если

1) $\frac{2}{3} x = \frac{5}{6}$
2) $\frac{4}{5} x = \frac{14}{15}$
3) $\frac{1}{10} x = \frac{2}{3}$
4) $\frac{5}{6} x = \frac{1}{2}$
5) $\frac{3}{4} x = 1$
6) $\frac{4}{9} x = \frac{2}{3}$

302*. Найти x, если

1) $\frac{5}{18} x = \frac{1}{3}$
2) $\frac{5}{9} x = \frac{20}{27}$
3) $\frac{3}{8} x = \frac{5}{16}$
4) $\frac{9}{10} x = \frac{36}{55}$
5) $\frac{1}{20} x = \frac{3}{20}$
6) $\frac{21}{100} x = \frac{42}{5}$

303. Один участок земли равен $\frac{16}{25}$ гектара, второй $\frac{2}{5}$ гектара, третий $\frac{3}{10}$ гектара. Найти, во сколько раз первый участок больше второго и третьего, и во сколько раз второй участок больше третьего? Во сколько раз первый и второй участок вместе больше третьего?

303*. Серебряный поднос весил $1\frac{1}{16}$ kg, сахарница $\frac{2}{5}$ kg и чайник $\frac{3}{8}$ kg. Во сколько раз поднос тяжелее чайника? сахарница тяжелее чайника? сахарница и чайник вместе тяжелее подноса?

304. Во сколько раз дробь $\frac{2}{3}$ больше $\frac{8}{9}$?

Что значит ответ: „данная дробь в $\frac{3}{4}$ раза больше другой?“ Которая дробь в действительности больше?

Найти, во сколько раз $\frac{8}{9}$ больше $\frac{2}{3}$!

305. Найти отношение $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{3}$ и отношение $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$!

306. Яков может распилить и расколоть сажень дров в течение 4 часов, Юрий в течение 5 часов. Во сколько раз Яков работает быстрее?

307. Из $\frac{4}{5}$ m бархату сделали сумочки. На каждую пошла $\frac{1}{10}$ m бархату. Сколько получили за все сумочки, если их продавали по $11\frac{1}{4}$ кр. за штуку?

307*. $2\frac{3}{5}$ kg лекарства рассыпали в несколько пакетов по $\frac{1}{200}$ kg в каждый и продали их по $15\frac{1}{2}$ центов. За сколько было продано лекарство?

308. Найдите устно следующие отношения:

1) $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$	2) $3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}$	3) $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$
$4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$	$4\frac{2}{3} : 2\frac{1}{3}$
$7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$	$7 : 3\frac{1}{2}$
$10\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{4} : 2\frac{1}{4}$	$9 : 2\frac{1}{4}$

309. Работник должен был сделать $26\frac{1}{4}$ m забора. Он делал в день в среднем $8\frac{3}{4}$ m. Сколько дней он работал?

*

310. Чтобы разделить смешанное число на смешанное число, обращают оба в дроби и делят.

Пример: $5\frac{1}{4} : 2\frac{2}{5} = \frac{\overset{7}{\cancel{21}} \cdot 5}{\underset{4}{\cancel{4}} \cdot \cancel{12}} = \frac{35}{16} = 2\frac{3}{16}$

311. В волостную кассу поступило в течение недели $32\frac{1}{2}$ кроны подушного налога. Со скольких лиц взимался налог, если каждый платил $2\frac{1}{2}$ кроны?

312. От продажи билетов стоимостью в $1\frac{3}{4}$ кр., выручили $45\frac{1}{2}$ кр., стоимостью в $1\frac{1}{2}$ кр. продали на $64\frac{1}{2}$ кр., а билетов по $1\frac{1}{5}$ кр. продали на $62\frac{2}{5}$ кр. Сколько было продано билетов каждого сорта?

313. 1) $31\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$ $85\frac{1}{3} : 5\frac{1}{3}$ $26\frac{2}{3} : 6\frac{2}{3}$ $63\frac{3}{4} : 12\frac{3}{4}$

2) $12\frac{5}{6} : 3\frac{2}{3}$ $8\frac{3}{4} : 2\frac{5}{8}$ $43\frac{1}{3} : 5\frac{3}{5}$ $32\frac{1}{2} : 8\frac{2}{3}$

3) $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ $1 : 5\frac{2}{5}$ $\frac{4}{5} : 6\frac{4}{5}$ $1\frac{1}{10} : 8\frac{4}{5}$

313.* 1) $9\frac{1}{3} : 2\frac{1}{3}$ $8\frac{1}{4} : 2\frac{1}{5}$ $5\frac{5}{6} : 2\frac{1}{3}$ $11\frac{3}{5} : 14\frac{1}{2}$

2) $2\frac{2}{5} : 8\frac{4}{7}$ $2\frac{7}{100} : 2\frac{7}{10}$ $1\frac{8}{25} : 6\frac{3}{5}$ $7\frac{5}{7} : 7\frac{7}{8}$

314. Во сколько часов мальчик съездит на велосипеде в город, до которого $18\frac{3}{4}$ km, если в час он проезжает $12\frac{1}{2}$ km, а в городе он пробудет $1\frac{1}{2}$ часа?

315. Торговец покупал сыр по $2\frac{3}{4}$ кроны за кило, а продавал по $3\frac{1}{5}$ кр. за кило. Со скольких килограммов получил он прибыли $22\frac{1}{2}$ кр.?

316. Сколько фуфаек можно выткать из $4\frac{4}{5}$ kg ниток, если на каждую фуфайку идет $\frac{2}{5}$ kg? А если на каждую фуфайку пойдет $\frac{3}{5}$ kg.?

317. Лебедев продал свой участок для постройки за 360 крон, при чем получил $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ кр. за m^2. Как велик был проданный участок?

318. Ширина пола $7\frac{3}{4}$ m, площадь $65\frac{7}{8}$ m^2. Найти длину!

319. Найти высоту BE треугольника ABD, если основание равно $5\frac{3}{5}$ cm, а площадь △-ка равна $7\frac{7}{10}$ cm^2.

320. Из Пыльцамаа и Иегева выехали одновременно два омнибуса навстречу друг к другу. Первый ехал со скоростью $17\frac{2}{3}$ km в час, второй $18\frac{1}{3}$ km в час. Через сколько часов они встретились и на каком расстоянии от Пыльцамаа, если от Пыльцамаа до Иегева 30 km?

321. Во время маневров два бронепоезда выехали друг к другу навстречу из двух городов, расстояние между которыми $108\frac{3}{5}$ km. Один поезд шел со скоростью $42\frac{1}{5}$ km в час, другой $39\frac{1}{4}$ km в час. В то же время от одного к другому и обратно полетел (поддерживая связь) аэроплан, который пролетал 60 km в час. Сколько километров пришлось ему пролететь до момента встречи с поездами?

321*. Материал для нескольких кресел стоил $346\frac{1}{2}$ крон. Сколько выйдет кресел, если на каждое кресло идет дерева на $15\frac{3}{4}$ кроны, материи для обивки на $9\frac{1}{2}$ крон, лаку и пр. на $3\frac{5}{8}$ кроны?

*

322. Найти x, если $18\frac{1}{8}\,x = 43\frac{1}{2}$!

323. Найти x в каждой из следующих задач!

1) $2\frac{3}{4}\,x = 3\frac{3}{10}$
2) $5\frac{1}{9}\,x = 18\frac{2}{5}$
3) $2\,x + 1\frac{1}{2}\,x = 8\frac{3}{4}$
4) $7\frac{1}{2}\,x - 2\,x = 14\frac{2}{3}$!
5) $9\frac{3}{4}\,x = 6\frac{1}{2}\,x$
6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 5\,x$.

323*. Найти x, если

1) $2\frac{5}{8}\,x = 8\frac{2}{5}$
2) $6\frac{3}{15}\,x = 3\frac{1}{10}$
3) $4\,x + 3\frac{1}{3}\,x = 14\frac{2}{3}$
4) $8\frac{9}{10}\,x - 5\,x = \frac{3}{10}\frac{9}{}$
5) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = 7\,x$
6) $10\,x + 3\frac{1}{2}\,x = \frac{3}{10}\frac{9}{}$.

324. Напишите несколько задач на деление дробей и смешанных чисел и решите их!

325. Лена писала задачи на деление; она хотела написать целый ряд таких задач, чтоб ответ был равен 3; какие делимые должна она взять, если делители были: 1) $3\frac{3}{5}$? 2) $1\frac{3}{4}$? 3) $8\frac{1}{3}$? 4) $12\frac{4}{5}$? 5) $2\frac{3}{16}$?

Какие делители она должна была взять, если делимые были: 1) $12\frac{3}{5}$? 2) $4\frac{1}{8}$? 3) $5\frac{5}{6}$? 4) $11\frac{2}{5}$? 5) 1? 6) 2?

326. Напишите недостающие числа в следующих задачах на деление:

1) $\ldots : 3\frac{1}{3} = 6$
2) $\ldots : 2\frac{2}{5} = \frac{3}{4}$
3) $\ldots : 7\frac{3}{4} = 2\frac{2}{3}$
4) $3\frac{4}{5} : \ldots = 5$
5) $2\frac{4}{9} : \ldots = 2\frac{1}{5}$
6) $7\frac{3}{4} : \ldots = 2\frac{1}{15}$
7) $2 : \ldots = \frac{3}{4}$
8) $\ldots : 1 = 1\frac{5}{6}$
9) $\frac{3}{5} : \ldots = 1$
10) $1 : \ldots = \frac{1}{10}$

327. Скажите, в каких из следующих задач ответ больше единицы, и в каких меньше единицы! Проверьте!

1) $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{5}$
2) $5\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}$
3) $3\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$
4) $6\frac{2}{3} : 5\frac{5}{16}$
5) $\frac{3}{5} : 1\frac{1}{2}$
6) $8\frac{1}{2} : 1\frac{3}{15}$
7) $2 : 3$
8) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$
9) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$
10) $0{,}5 : \frac{1}{2}$
11) $\frac{1}{2} : \frac{4}{8}$
12) $1 : 1$

328. Скажите решения следующих задач с точностью до 1:

1) $6\frac{5}{8} : 3\frac{2}{5}$
2) $15\frac{4}{5} : 5\frac{1}{3}$
3) $11\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2}$
4) $28\frac{3}{5} : 7$
5) $24\frac{1}{2} : 5$
6) $30 : 4\frac{9}{10}$
7) $15\frac{1}{4} : 2\frac{8}{9}$
7) $18 : 5\frac{4}{5}$
9) $15\frac{1}{2} : 1\frac{5}{16}$
10) $3\frac{1}{10} : 1\frac{3}{5}$
11) $20\frac{3}{5} : 11$
12) $8\frac{3}{5} : 1$

Пример I: $12\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}$. Возьмем в круглых числах $12 : 4$, потому что прибавки $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ не очень изменят ответ. Итак, ответ: 3.

В самом деле, $12\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5} = \frac{49}{4} : \frac{21}{5} = \frac{\overset{7}{\cancel{49}} \cdot 5}{4 \cdot \underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$

(почти 3, не достает только $\frac{1}{12}$).

Пример II: $28 : 6\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. Здесь возьмем, округляя, 28 : 7, потому что $6\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ есть почти 7.

329. На сколько пиджаков хватит $6\frac{1}{5}$ m материи, если на один пиджак требуется $1\frac{9}{1}\frac{}{0}$ m? (Точность 1).

330. На сколько дней хватит $24\frac{4}{5}$ кроны, если каждый день расходовать по 5 кр. в среднем?

331. Сколько передников можно украсить $12\frac{2}{5}$ метрами тесьмы, если на каждый передник идет 2 m тесьмы?

332. Участок садовой земли разбили на грядки, при чем каждая грядка (вместе с межой) получилась длиной $4\frac{1}{2}$ m и шириной в $1\frac{1}{2}$ m. Сколько таких грядок поместилось на участке в 75 m?

332*. Мельница в $\frac{3}{4}$ часа мелет 60 kg ржи. Сколько ржи смелет она в $11\frac{1}{2}$ часов?

333. Геня разделил $17\frac{1}{2}$ на $5\frac{1}{4}$ и получил в частном больше 4. Может ли такое частное быть правильным? — Может ли это частное быть меньше 3?

334. Пятый класс собрал в складчину $8\frac{1}{2}$ крон на рождественские лакомства. На эти деньги купили 3 кило яблок по $\frac{1}{2}$ кр. за кило; 2 кило конфет по $1\frac{1}{2}$ кр. за кило, а на оставшуюся сумму апельсинов, по $\frac{1}{1}\frac{}{0}$ кр. за штуку. Сколько купили апельсинов?

Как можно было бы купить на эту самую сумму лакомств в другом количестве?

Какие лакомства, по какой цене и сколько каждого сорта мог бы купить ваш пятый класс к елке (из того, что можно получить в ближайшей лавке)?

Составьте каждый свою смету!

9. Задачи на повторение. Превращение десятичных дробей в простые и наоборот.

335. Садовник купил 8 возов удобрения по $2\frac{3}{4}$ кр. за воз и 12 возов по $3\frac{1}{10}$ кр. за воз. Во сколько обошелся ему один воз удобрения в среднем?

336. В нынешнем году крестьянин вывез из леса на железнодорожную станцию 240 m^3 дров и получил за доставку 1 m^3 по $1\frac{3}{5}$ кр. В прошлом году он вывез дров на 10% меньше, но провозная плата за 1 m^3 была на $\frac{1}{10}$ кр. выше. Сколько заработал он на перевозке дров в эти два года?

337. Деревянный прямоугольный параллелепипед, ширина которого была 4 cm, длина 5 cm и высота 8 cm, стоял так, что поверхность его совсем потемнела. Его разрезали на кубы с ребром в 1 cm.

Скольких сортов получились кубы по их окраске, если поверхности разреза были светлые? Сколько кубов каждого сорта?

338. Лена могла бы выполоть все грядки в 2 часа, Леля в 3 часа. Во сколько часов выполют они все грядки, если одновременно примутся за работу?

339. Лоханка имела на дне два отверстия; через первую полная лоханка опорожняется в 4 минуты, через вторую в 5 минут. Лоханка была на $\frac{3}{4}$ наполнена водой, когда открыли оба отверстия. Через сколько минут она опустеет?

340. Озеров проехал из Тырва в Валк на велосипеде в $1\frac{1}{3}$ часа, Волков из Валка в Тырва в $2\frac{1}{4}$ часа.

Через сколько часов после выезда они встретились, если выехали одновременно и ехали с равномерной скоростью?

341. Хозяин получил 25% своего годового дохода с дома, $\frac{1}{3}$ с сада, остальную часть с усадьбы. Как велик его годовой доход, если доход с усадьбы был на 330 кр. больше, чем с дома?

342. Нарисуйте на бумаге несколько кругов одинакового радиуса и вырежьте все эти круги! Перегибая, разделите одни круги на две равных части, другие на четыре! Некоторые четвертушки разделите еще пополам!

На каждой части напишите в виде дроби, какую часть круга ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$) она составляет!

Соединяя части кругов, сделайте следующие сложения:

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

4) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

5) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

343. Вырежьте из бумаги круг! Отделите от него $\frac{1}{4}$! Какая часть круга будет в остатке?

Отнимите от остатка $\frac{1}{2}$ круга! Какая часть круга будет теперь в остатке?

С помощью новых кругов проделайте такие вычитания:

1) $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$
$1-\frac{1}{8}$
$1-\frac{3}{4}$

2) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$
$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$

344. 1) $(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}):(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})$

2) $(\frac{1}{2}-\frac{1}{5})\cdot(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$

3) $(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3})+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}$

4) $(5-2\frac{3}{4}):(3\frac{1}{2}-1\frac{1}{3})$

5) $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}:2\frac{1}{4}:1\frac{2}{3}$

6) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}:\frac{5}{6}$

344*. 1) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{5})\cdot(\frac{1}{5}+\frac{1}{2})$

2) $(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}):(\frac{1}{5}-\frac{1}{6})$

3) $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}$

4) $(6-3\frac{2}{5}):(7\frac{2}{3}-4\frac{1}{2})$

5) $\frac{5}{6}:\frac{5}{8}:\frac{5}{9}:\frac{3}{5}$

6) $2\frac{1}{10}:3\frac{1}{2}:4\frac{1}{5}:1\frac{5}{6}$

345. Найти x (в каждой задаче отдельно), если

1) $2x+5x+3x=3\frac{1}{3}$

2) $8x-3x-x+2x=1\frac{1}{5}$

3) $\frac{1}{2}x+1\frac{1}{2}x+2\frac{1}{2}x=9$

4) $5x+\frac{1}{3}x-5x=3\frac{1}{3}$

5) $0{,}5x+\frac{1}{2}x=2$

6) $\frac{1}{10}x-0{,}3x=1\frac{1}{3}$.

346. Известно, что $0{,}5=\frac{1}{2}$; также известно, что $0{,}4=\frac{4}{10}$, что равняется $\frac{2}{5}$.

Итак, $0{,}4=\frac{2}{5}$.

Далее: $0{,}75=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$

$2{,}25=2\frac{25}{100}=2\frac{1}{4}$ и т. д.

А $0{,}8=?$

$2{,}5=?$

Чтобы десятичную дробь превратить в простую дробь, пишут ее в виде простой и сокращают, если можно.

347. Выразить в простых дробях следующие десятичные дроби:
0,25; 0,9; 0,2; 0,04; 0,75; 0,45; 0,50; 0,05; 0,025; 0,125; 0,375; 0,625; 0,008; 1,5; 4,25; 2,75; 6,6; 10,1; 2,05; 1,01.

347*. Выразить в простых дробях: 3,6; 0,15; 0,105; 0,015; 5,075; 0,40; 30,44; 21,88; 5,08; 3,008; 1,225.

348. Сосчитайте в уме:

1) $\frac{1}{2} + 0{,}5 + \frac{1}{4} - 0{,}25$
2) $0{,}75 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 5$
3) $0{,}5 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 0{,}75$
4) $(0{,}3 + \frac{7}{10} - 0{,}5) \cdot 4$
5) $\frac{2}{5} + 0{,}4 - \frac{1}{5} + 0{,}4$

349. Хозяин отмечал рабочие дни в своей записной книжке так: 12,5 дней, $13\frac{1}{3}$ дня, $15\frac{3}{4}$ дня. Только когда он начал складывать, то заметил, что часть чисел выражена десятичными, часть простыми дробями. Что ему следовало сделать? Какая сумма у него получилась?

350. 1) $4{,}25 + 2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{3} + 0{,}34 = x$
2) $3\frac{1}{3} \times 0{,}5 - 0{,}8 : \frac{1}{2} = x$

350*. 1) $10{,}5 = 3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{3} - 5{,}44 = x$
2) $5\frac{3}{4} \cdot 1{,}5 - 0{,}6 : \frac{2}{3} = x$

351. Часто бывает нужно простые дроби выразить в десятичных. Действия над десятичными дробями, сравнение их и т. д. значительно проще, чем с простыми дробями, и при подсчетах почти всегда пользуются десятичными дробями взамен простых. Поэтому надо уметь выражать простые дроби в десятичных. В некоторых случаях это совсем просто.

Напр.: $\frac{3}{10} = 0{,}3$

$\frac{3}{10}\frac{2}{0}\frac{9}{0} = 3{,}29$

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$

При этом часто приходится сделать небольшое вычисление. Напр., случаи: $\frac{5}{8} = ?$ $1\frac{1}{3} = ?$

352. Напишите в виде десятичных следующие числа: $\frac{9}{10}$; $\frac{13}{100}$; $2\frac{3}{10}$; $\frac{201}{1000}$; $5\frac{37}{100}$; $\frac{33}{10}$; $\frac{549}{10}$; $\frac{549}{100}$; $\frac{549}{1000}$; $5\frac{49}{1000}$; $\frac{3}{100}$; $6\frac{7}{1000}$!

353. Выразить в кронах 85 ц.! 34 цента! 6 центов! 325 центов!

Выразить в килограммах 245 граммов! 400 g! 15 g! 3 750 g!

354. Выразить в десятичных дробях такие дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{12}{25}$; $\frac{24}{25}$; $\frac{49}{50}$; $\frac{333}{50}$; $\frac{1}{8}$ $(:\frac{125}{1000})$; $\frac{3}{8}$ $(:\frac{125}{1000})$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{125}$ $(:\frac{8}{1000})$; $\frac{48}{125}$; $\frac{3}{40}$; $\frac{169}{1200}$; $\frac{23}{250}$!

354*. Обратить в десятичные дроби: $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{8}{25}$; $\frac{22}{25}$; $\frac{41}{50}$; $\frac{33}{50}$; $\frac{21}{50}$; $\frac{29}{50}$; $\frac{6}{125}$; $\frac{34}{125}$; $\frac{101}{125}$; $\frac{7}{32}$; $\frac{31}{32}$; $\frac{9}{40}$; $\frac{5}{64}$; $\frac{187}{200}$!

355. I. Рабочий получил за 12 часов работы 3 кроны. Как велик его часовой заработок в кронах?

Найти ответ в виде простой дроби и в виде десятичной!

II. Один кило лекарства разлили в аптеке поровну в 8 бутылок. Сколько пришлось налить в каждую бутылку?

Найти ответ в килограммах в виде простой и десятичной дроби!

III. Шнур длиной в 2 метра разрезали на 3 равных куска. Какой длины получился каждый кусок?

Найти ответ сперва в виде простой дроби, а потом десятичной!

356. Чтобы выразить обыкновенные дроби, напр., $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$ в десятичных долях, припомним, что $\frac{3}{4} = 3 : 4$; $\frac{2}{5} = 2 : 5$; $\frac{1}{3} = 1 : 3$ и т. д.

Частные 3 : 4; 2 : 5 и т. д. мы умеем находить в виде десятичных дробей:

Так
$$\begin{array}{r|l} 3{,}0 & 4 \\ \underline{2{,}8} & \overline{0{,}75} \\ 20 & \\ \underline{20} & \\ & \end{array}$$

Следовательно, $\frac{3}{4} = 0{,}75$, как мы это уже видели, выражая 0,75 в простой дроби:

$$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$$

357. Чтобы простую дробь превратить в десятичную, надо ее числитель разделить на знаменатель и выразить частное в виде десятичной дроби. При этом может оказаться, что деление нельзя довести до конца ($\frac{1}{3}$; смотри также IV год обучения, задача 544). В таком случае простую дробь выражают в десятичной с известной точностью (с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 или еще точнее).

Также и в том случае, когда деление до конца возможно, но приходится писать много десятичных знаков, находят обыкновенно ответ с большей или меньшей точностью, смотря по тому, какая точность требуется.

Так, например, есть смысл выразить $\frac{1}{8}$ kg лекарства с точностью до 0,001 (задача 355, случай II), потому, что 0,125 kg, т. е. 125 g лекарства возможно взвесить. Но $\frac{1}{16}$ кр., например, нет смысла выражать с точностью до 0,0001 и даже до 0,001, потому что 0,0625 кр., т. е., 6,25 цента нельзя заплатить. Конечно, иногда при сравнении средних цен (стоимости, расхода и т. д.) может потребоваться и такая точность, но тогда имеется возможность вычислить с такой точностью. Обыкновенно достаточно точности до 0,1, в отдельных случаях до 0,01 (1%). Реже требуется точность до 0,001.

358. Выразить в десятичных дробях (точно): $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{24}{25}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{11}{50}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{1}{125}$, $\frac{25}{32}$!

359. Выразить в десятичных дробях с точностью 0,1: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{15}$; $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{10}$! $\frac{7}{15}$ и $\frac{8}{15}$!

360. Превратить в десятичные дроби с точностью до 0,01: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{32}$; $\frac{7}{15}$ и $\frac{8}{15}$; $\frac{1}{11}$ и $\frac{1}{12}$; $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{16}$!

361. Превратить в десятичные дроби с точностью до 0,001: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{32}$; $\frac{7}{15}$ и $\frac{8}{15}$; $\frac{1}{11}$ и $\frac{1}{12}$; $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{16}$!

Сравните полученные числа с ответами предыдущей задачи!

362. Выразить в десятичных дробях с точностью до 0,001: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{20}$!

363. Отношение длины окружности к диаметру, если взять с точностью до 0,0001, равно 3,1416. Найдите, с какой точностью число $\frac{22}{7}$ выражает отношение длины окружности к диаметру!

364. Расположите в ряд следующие числа по их величине, начиная с самого меньшего: $\frac{1}{2}$; 0,75; $\frac{2}{3}$; 0,79; $\frac{2}{5}$; 0,46; $\frac{9}{20}$; 0,62; $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{3}$; 0,72; $\frac{4}{19}$; 0,67; $\frac{4}{5}$; 0,9; $\frac{3}{10}$!

365. Вычисляя с точностью до 0,01, решите следующие задачи:

1) $(\frac{1}{3} + 0{,}67 - \frac{2}{5}) \cdot (0{,}72 - \frac{3}{4} + 0{,}55)$

*) 2) $\frac{2}{3} \cdot 0{,}75 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}8 - \frac{5}{6} \cdot 0{,}24$

3) $1 - (\frac{2}{3} - 0{,}5) + (\frac{5}{9} - 0{,}4)$.

---

*) Посмотреть внимательно, не окажется ли совершенно точное вычисление возможным и даже более простым.

4) $\dfrac{\frac{1}{4} - 0{,}15 + 1{,}4}{0{,}3 + 1\frac{3}{16} - 0{,}24}$

5) $\dfrac{3{,}14 \times (4{,}1 - 1\frac{5}{8})}{\frac{2}{7}\frac{2}{7} \cdot (4{,}1 + 1 \cdot 1\frac{5}{8})}$

366. Центнер равен 100 kg.

Выразить в центнерах: 1) 1 тонна! 2) 84 kg! 3) 25 kg! 4) $\frac{1}{2}$ тонны! 5) 0,25 тонны! 6) 8 kg! 7) 1 kg!

Выразить в килограммах: 2,5 центнера! 2) 0,5 центнера! 3) $7\frac{1}{3}$ центнера! 4) 3,25 центнера!

Выразить в тоннах: 1) 25 центнеров! 2) 40 центнеров! 3) $5\frac{1}{2}$ центнера! 4) 0,5 центнера!

367. Купец купил однажды 175 яиц по $6\frac{1}{3}$ цента за штуку и 277 яиц по 5,5 центов за штуку. По какой цене он должен продавать пару яиц, чтобы получить $12\frac{1}{2}$ % прибыли?

368. Прямоугольное поле, длина которого $142\frac{1}{2}$ m, а ширина 72,4 m, разделили на три части. Первое поле имело форму треугольника с высотой 72,4 m и основанием $122\frac{1}{2}$ m, площадь второго равнялось 3 200 m^2. Найти площадь третьего!

368*. Для корридора длиной в 43,5 метра купили 8 половиков: один длиной в $8\frac{3}{4}$ m, два по 7,18 m, один в $7\frac{3}{20}$ m, а остальные 4 одинаковой длины. Какой длины каждый из четырех последних половиков?

10. Сокращенные способы при умножении и делении.

369. Пол-воза дров стоили 9,35 кр. Какова цена воза?

Рабочий получил за $\frac{1}{3}$ дня, 0,95 кр. Сколько следует получить за день?

370. Васильева купила четверть метра бархата и заплатила $2\frac{1}{2}$ кроны. Сколько стоит метр этого бархата?

Примечание: вместо того, чтобы

$$2\tfrac{1}{2} \text{ кр.} : \tfrac{1}{4} = \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 1} = 10 \text{ кр.},$$

можем сразу написать: метр стоит в 4 раза больше, чем четверть метра, т. е. $2\frac{1}{2}$ кр. $\cdot 4 = 10$ кр.

Точно также, если дана задача: $\frac{1}{3}\,x = 4\frac{2}{3}$ (требуется определить x), то вычисляем сразу: $x = 3 \cdot 4\frac{2}{3} = 14$.

371. Решить устно с упрощением (вместо деления употреблять умножение)

1) $\frac{1}{5}\,x = 4$
2) $\frac{1}{10}\,x = 2{,}5$
3) $\frac{1}{3}\,x + 2 = 4$
4) $\frac{1}{5}\,x + 2 + 3 = 8$
5) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\,x = 4$
6) $\frac{1}{2}\,x - 2 = 3$.

Пример: $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\,x = 2$.

Умножим сразу все числа на 4, получим $3 + x = 8$. Найдите теперь x!

372. Вычислить: $0{,}5 \times 846$.
Каким действием можно заменить это умножение?
Сколько составит $\frac{1}{2} \times 846$?
Сколько будет $846 : 2$?

373. Быстро сосчитайте устно:

1)	2)	3)
$0{,}5 \cdot 222$	$0{,}5 \cdot 900$	$0{,}5 \cdot 25$
$0{,}5 \cdot 8000$	$0{,}5 \cdot 4500$	$0{,}5 \cdot 47$
$0{,}5 \cdot 8624$	$0{,}5 \cdot 1250$	$0{,}5 \cdot 9$
$0{,}5 \cdot 500$	$0{,}5 \cdot 280$	$0{,}5 \cdot 11$
$0{,}5 \cdot 2600$	$0{,}5 \cdot 630$	$0{,}5 \cdot 33$

4)	5)
$0{,}5 \cdot 0{,}42$	$0{,}5 \cdot \frac{2}{3}$
$0{,}5 \cdot 8{,}70$	$0{,}5 \cdot \frac{4}{5}$
$0{,}5 \cdot 2{,}1$	$0{,}5 \cdot \frac{1}{2}$
$0{,}5 \cdot 1{,}6$	$0{,}5 \cdot \frac{1}{4}$
$0{,}5 \cdot 1{,}24$	$0{,}5 \cdot \frac{3}{5}$

374. Вычислите: $5 \cdot 628$!
Вычислите: $\frac{6280}{2}$
Каким вычислением можно найти $5 \cdot 628$?
Вместо того, чтоб умножать число на 5 можем его умножить на 10 (напр., приписать 0) и разделить на 2. Можно, конечно, сперва разделить на 2, а потом частное умножить на 10.

375. Считайте устно:

1)	2)	3)
$5 \cdot 88$	$5 \cdot 72$	$5 \cdot 31$
$5 \cdot 444$	$5 \cdot 38$	$5 \cdot 25$
$5 \cdot 222$	$5 \cdot 136$	$5 \cdot 85$
$5 \cdot 642$	$5 \cdot 312$	$5 \cdot 125$
$5 \cdot 500$	$5 \cdot 1332$	$5 \cdot 405$

4)	5)	6)
$5 \cdot 0{,}12$	$5 \cdot 0{,}122$	$5 \cdot 0{,}7$
$5 \cdot 0{,}08$	$5 \cdot 1{,}22$	$5 \cdot 0{,}9$
$5 \cdot 0{,}8$	$5 \cdot 3{,}72$	$5 \cdot 2{,}1$
$5 \cdot 0{,}88$	$5 \cdot 8{,}04$	$5 \cdot 2{,}5$
$5 \cdot 8{,}88$	$5 \cdot 2{,}012$	$5 \cdot 1{,}21$

376. Применяя быстрое вычисление с 5, сделайте следующие умножения:

1) $\begin{array}{r} 328 \\ \times\, 55 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 2\,428 \\ \times\, 55 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 5\,421 \\ \times\, 555 \\ \hline \end{array}$

377. Квартира № 1 стоила прежде 4,20 кр. в месяц, № 2 — 875 кр., № 3 — 12,50 кр., № 4 — 9,25 кр., № 5 — 24,50 кр. Теперь наемная плата увеличилась в пять раз. Сосчитайте!

378. Сколько будет: $0{,}25 \cdot 848$

$\frac{1}{4} \cdot 848$

$848 \cdot 4$.

Какими знаками можно заменить $0{,}25 \cdot 848$?

379. Сосчитайте устно:

1)	2)	3)
$0{,}25 \cdot 84$	$0{,}25 \cdot 46$	$0{,}25 \cdot \frac{4}{5}$
$0{,}25 \cdot 484$	$0{,}25 \cdot 26$	$0{,}25 \cdot \frac{8}{9}$
$0{,}25 \cdot 32$	$0{,}25 \cdot 70$	$0{,}25 \cdot \frac{1}{3}$
$0{,}25 \cdot 72$	$0{,}25 \cdot 15$	$0{,}25 \cdot \frac{2}{3}$
$0{,}25 \cdot 112$	$0{,}25 \cdot 25$	$0{,}21 \cdot \frac{1}{5}$

380. Вычислите: 1) $25 \cdot 804$

2) $\frac{804 \cdot 100}{4}$

Затем сделайте сокращение дроби двумя способами:

а) $\frac{804 \cdot \cancel{100}}{\cancel{4}}$ и в) $\frac{\cancel{804} \cdot 100}{\cancel{4}}$

Чтобы умножить число на 25, можно его умножить на 100 (как?) и разделить на четыре. Или же разделить на четыре и частное умножить на сто.

381. Сосчитайте в уме:

1)	2)	3)
$25 \cdot 848$	$25 \cdot 35$	$25 \cdot \frac{4}{5}$
$25 \cdot 816$	$25 \cdot 81$	$25 \cdot 0{,}16$
$25 \cdot 1628$	$25 \cdot 15$	$25 \cdot 4{,}4$
$25 \cdot 960$	$21 \cdot 70$	$25 \cdot 12{,}8$
$25 \cdot 372$	$25 \cdot 11$	$15{,}2 \cdot 25$

382. Перед Рождеством приготовили 25 пакетов с гостинцами и положили в каждый по 0,24 kg шоколада, 0,4 kg конфет, 0,12 kg орехов, 0,3 kg яблок и 0,24 kg мармеладу. Сколько потребовалось шоколаду, конфет, орехов и т. д. для наполнения пакетов?

383. Как умножить какое-нибудь число на 12,5?

Если вместо $12{,}5 \cdot 88$ возьмем $100 \cdot 88$, то во сколько раз большее произведение мы получим?

Как потом получить правильное произведение?

Вычислите 1) $12{,}5 \cdot 88$ и 2) $\frac{88 \cdot 100}{8}$!

Вместо того, чтобы число умножать на 12,5 ($12\frac{1}{2}$), можно умножить его на 100 и произведение разделить на 8.

384. Вычислить (по возможности в уме).

1) $12{,}5 \cdot 808$	2) $12\frac{1}{2} \cdot 1{,}44$
$12{,}5 \cdot 168$	$6{,}4 \cdot 25{,}5$
$12\frac{1}{2} \cdot 848$	$12\frac{1}{2} \cdot 8040$
$12{,}5 \cdot 0{,}84$	$64{,}4 \cdot 12\frac{1}{2}$
$12\frac{1}{2} \cdot 72{,}8$	$1{,}208 \cdot 12{,}5$.

385. Выясните, как умножить любое число на $33\frac{1}{3}$!

Сколько будет $33\frac{1}{3} \cdot 69$?

Если вместо множителя $33\frac{1}{3}$ возьмем 100 (а именно $100 \cdot 69$), то во сколько раз увеличится произведение?

Как надо с ним поступить, чтоб снова получить правильное произведение?

Сосчитайте: 1) $33\frac{1}{3} \cdot 36$

2) $\frac{36 \cdot 100}{3}$

Вместо того, чтоб умножать число на $33\frac{1}{3}$ (33,3), можно его умножить на сто и разделить на 3.

Вычислите: 1) $33\frac{1}{3} \cdot 396$ 2) $33\frac{1}{3} \cdot 0{,}36$
$33\frac{1}{3} \cdot 273$ $33\frac{1}{3} \cdot 1{,}23$
$390 \cdot 33\frac{1}{3}$ $33\frac{1}{3} \cdot 6{,}15$
$240 \cdot 33\frac{1}{3}$ $33\frac{1}{3} \cdot 8{,}52$

386. Вычислить приближенно:

1) $33{,}3 \cdot 24$ 2) $33 \cdot 72$
$33{,}3 \cdot 5{,}7$ $33 \cdot 630$
$33{,}4 \cdot 2{,}4$ $33 \cdot 126$
$33{,}5 \cdot 0{,}9$ $33 \cdot 57.$

387. Как сокращенно умножить на 2,5?

Например: $2{,}5 \cdot 464$?

Конечно, в этом случае можем умножать, как на 25; но так как 2,5 в 10 раз меньше, чем 25, то будем умножать данное число не на 100, а на 10, а потом разделим на 4.

Вычислите таким образом:

$2{,}5 \cdot 840$ $2\frac{1}{2} \cdot 56$
$2{,}5 \cdot 680$ $2{,}5 \cdot 124$

Иногда можно действовать иначе: сперва умножим число на 2, потом возьмем половину (0,5) числа и сложим:

например:
$$\begin{array}{r} 2{,}5 \cdot 232 \\ \hline 2 \cdot 232 = 464 \\ \frac{1}{2} \cdot 232 = 116 \\ \hline 580. \end{array}$$

Вычислите таким образом:

1) $2{,}5 \cdot 312$ 2) $2\frac{1}{3} \cdot 12$
$2{,}5 \cdot 31{,}2$ $1\frac{1}{3} \cdot 15$
$2\frac{1}{2} \cdot 3{,}12$ $2\frac{1}{5} \cdot 20$
$2\frac{1}{2} \cdot 2{,}04$ $2\frac{1}{10} \cdot 300.$

388. Напишите сами побольше задач, в которых нужно было бы множить на 5; 0,5; 25; 0,25; $12\frac{1}{2}$; $33\frac{1}{3}$ и 2,5 и решите их по возможности устно.

389. Расскажите, как произвести сокращенное умножение на 9 (III год обучения, глава 16)!

Например: 1) $9 \cdot 275$; 2) $9 \cdot 3{,}25$. Расскажите, как сокращенно умножить на 19? на 29? на 199? на 499? на 8? на 48? на 198? на 299?

Умножьте сокращенно:

1)	2)	3)	4)
$19 \cdot 248$	$8 \cdot 335$	$9 \cdot 2{,}2$	$4{,}9 \cdot 8$
$299 \cdot 223$	$18 \cdot 45$	$99 \cdot 0{,}52$	$2{,}9 \cdot 11$
$999 \cdot 528$	$98 \cdot 49$	$999 \cdot 1{,}2$	$11 \cdot 36$
$1999 \cdot 21$	$31 \cdot 98$	$19 \cdot 0{,}33$	$11 \cdot 78$

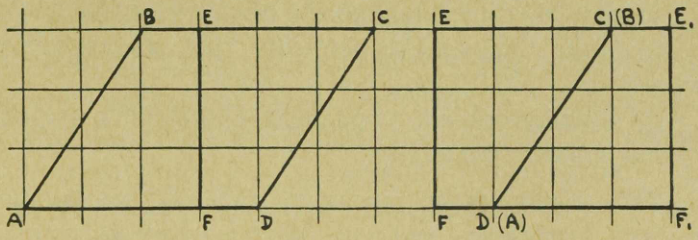
Напишите сами ряд подобных задач и решите их!

390. Расскажите, как сделать сокращенно следующие деления, и разделите!

1)	2)	3)
$800 : 20$	$30 : 60$	$0{,}3 : 0{,}15$
$1500 : 300$	$1500 : 2500$	$0{,}2 : 0{,}4$
$240 : 80$	$400 : 500$	$1{,}2 : 0{,}3$
$3500 : 700$	$30 : 150$	$0{,}4 : 0{,}08$.

11. Вычисление площади параллелограмма и трапеции. Равновеликие треугольники.

391. Теперь, когда мы ознакомились с действиями над целыми числами и над различными дробями, мы можем подробно остановиться на вычислении площади фигур и объема тел. Прежде всего посмотрим, как вычислить площадь параллелограмма.



Чертеж 5.

Чертеж 6.

Начертите параллелограмм ABCD (черт. 5) и проведите между двумя параллельными сторонами (напр., BC и AD) перпендикуляр EF!

Такой перпендикуляр EF называется высотой параллелограмма.

Вырежьте параллелограмм ABCD и разрежьте его по линии EF на две части! Полученные части сложите сторонами AB и CD, как показано на черт. 6! Какая образовалась фигура?

Проделайте то же самое с другими параллелограммами!

Нарисуйте ромб и превратите его в прямоугольник!

Проведите в параллелограмме несколько высот!

Та сторона в параллелограмме, к которой проведена высота, называется основанием параллелограмма.

Начертите ромб и проведите в нем высоту! Покажите его основания!

392. Чем различаются параллелограмм, ромб, прямоугольник и квадрат, и чем они схожи?

Можно ли назвать:

1) квадрат ромбом? и ромб квадратом?

2) квадрат прямоугольником? и прямоугольник квадратом?

3) квадрат параллелограммом? и параллелограмм квадратом?

4) ромб прямоугольником? и прямоугольник ромбом?

5) ромб параллелограммом? и параллелограмм ромбом?

6) Прямоугольник параллелограммом? и параллелограмм прямоугольником?

393. Спишите следующую таблицу и напишите в пустых квадратах „да“ или „нет“ в ответ на вопросы, стоящие в верхнем ряду:

	равны ли	
	стороны?	углы?
в параллелограмме		
в ромбе		
в прямоугольнике		
в квадрате		

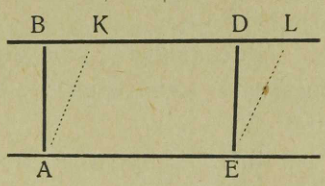
394. Можно ли в параллелограмме каждую сторону принять за основание?

Сколько оснований различной длины имеется в параллелограмме?

Между каждыми двумя параллельными сторонами можно провести в параллелограмме мно-

жество высот, и они будут все одинаковой длины. Между другими двумя параллельными сторонами заключаются высоты другой длины (если параллелограмм не есть ромб).

395. Между двумя параллельными прямыми находится прямоугольник ABDE (черт. 7) и параллелограмм AKLE, имеющие общее основание AE. Найти площадь того и другого, если AB = $12\frac{1}{3}$ cm, BK = 6,25 cm, KD = $11\frac{3}{4}$ cm, и DL = 6,25 cm.



Черт. 7.

Сравните площади △-а ABK и △-а EDL!

396. Начертите на миллиметровой бумаге параллелограмм с основанием в 4 cm и высотой 3 cm (черт. 5) и попробуйте определить, сколько квадратных сантиметров в его площади! Это не так уже легко сделать. Поэтому превратим параллелограмм в прямоугольник, как мы это сделали при решении задачи 391: вырежем его, проведем высоту, разрежем по высоте на 2 части и соединим полученные части наклонными сторонами, как показано на черт. 6.

Изменилась ли при этом площадь параллелограмма? Изменилось ли основание? Изменилась ли высота?

Как следует находить число квадратных сантиметров, содержащихся в площади прямоугольника?

Основание равно 4 сантиметрам, высота — 3 cm, следовательно, число квадратных сантиметров в площади прямоугольника равно $4 \times 3 = 12$.

Число квадратных сантиметров в площади параллелограмма также равно $4 \times 3 = 12$.

Повторите все это с новым параллелограммом и найдите его площадь! Что мы заключаем?

397. Какова площадь параллелограмма, если его основание равно 24 cm, высота 15 cm!

Найти площадь параллелограмма, если его основание равно $12\frac{1}{2}$ cm, высота 6,4 cm?

398. Чтобы вычислить площадь параллелограмма в квадратных сантиметрах, надо измерить его основание и высоту в сантиметрах и полученные числа перемножить.

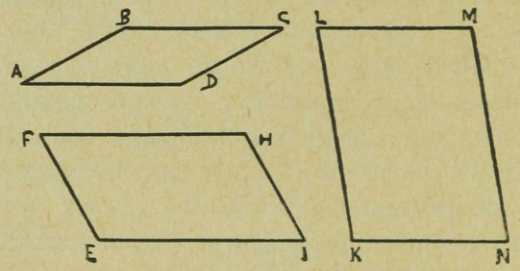
Расскажите, как можно найти площадь параллелограмма в квадратных метрах, в квадратных дециметрах и т. д.?

399. Вычислить площадь параллелограмма, если его:

1) основание = 7 cm, высота = 4 cm;
2) „ = 10,2 „ „ = 3,5 „
3) „ = $15\frac{1}{3}$ m „ = $11\frac{1}{4}$ m
4) „ = 4,5 „ „ = $6\frac{2}{3}$ „
5) „ = $52\frac{3}{4}$ „ „ = 40,48 „
6) „ = 1 „ „ = 20 cm
7) „ = $3\frac{1}{2}$ „ „ = 72,4 „

Начертите на миллиметровой бумаге несколько параллелограммов и вычислите их площадь!

400. Найдите площади параллелограммов ABCD, KLMN и EFHJ (черт. 8) в квадратных сантиметрах и результаты напишите в таблицу:



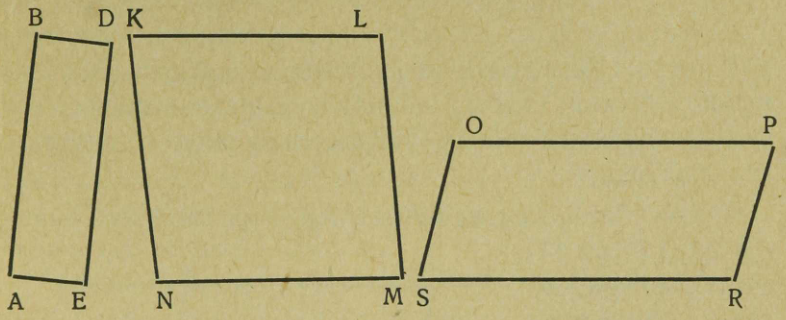
Черт. 8.

ABCD площадь = ... cm^2 (основание ... cm, высота ... cm),
KLMN „ = ... „ („ ... „ „ ... „),
EFMJ „ = ... „ („ ... „ „ ... „).

401. Вычислите площади параллелограммов, которые встречаются на окружающих предметах!

Отметьте в поле участок земли, имеющий форму параллелограмма и найдите его площадь в квадратных метрах!

402. Измерьте на глаз площади параллелограммов, изображенных на чертеже 9, в квадратных сантиметрах!



Черт. 9.

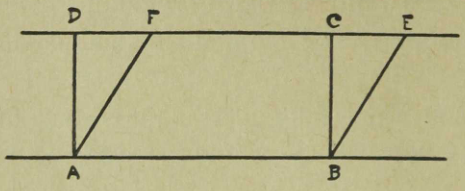
Проверьте точность измерения, измерив основание и высоту масштабом и вычислив площадь, и составьте таблицу такого вида:

Название пар-мма	на глаз			в действительности		
	основание	высота	площадь	основание	высота	площадь
ABDE	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

Начертите сами несколько параллелограммов, определите их площадь сперва на глаз, а потом измеряя, и впишите в таблицу и эти числа!

403. Площадь параллелограмма равна 24,3 $см^2$, основание 8,1 см; какова высота?

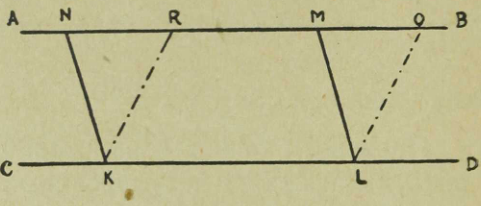
Площадь параллелограмма равна 36,9 $см^2$, высота $7\frac{1}{2}$ м; каково основание?



Черт. 10.

404. Проведите на клетчатой бумаге две параллельных линии и начертите между ними на одном и том же основании параллелограмм и прямоугольник (черт. 10). Измерив расстояние между параллельными линиями (высоту обоих) и основание обоих, вычислите площадь обоих четыреугольников и сравните эти площади.

405. Проведем на бумаге две параллельных линии AB и CD (черт. 11) и изобразим между ними параллелограммы с общим основанием (так, чтобы их основания лежали на этих параллельных прямых; пусть это будут KLMN и KLOR.



Черт. 11.

Как будут относиться друг к другу площади этих параллелограммов? Почему?

Измерьте их площади!

Что вы замечаете?

К тому же заключению придем, если отрежем △ MOL и наложим на △ RNK (сделайте это); оба треугольника совмещаются всеми своими частями (равны); если любой из обоих треугольников приложим к четыреугольнику KRML в положение MOL, то получим параллелограмм KROL, если же в положение KRN, то получим параллелограмм KNML. В

обоих случаях площадь параллелограмма состоит из одинаковых частей, значит площади параллелограммов равны. Мы видим опять, что параллелограммы, имеющие общее основание и помещающиеся между двумя параллельными линиями, имеют одинаковые площади или **равновелики.** Из вычисления площади параллелограмма мы выводим общее заключение: параллелограммы, которых площади и основания соответственно равны, равновелики.

406. Нарисуйте между двумя параллельными прямыми несколько равновеликих параллелограммов и вычислите одну площадь.

Нарисуйте параллелограмм и измените его форму так, чтобы его площадь при этом не изменилась!

Преобразуйте нарисованный параллелограмм в равновеликий прямоугольник!

407. Заметим для запоминания следующее:

Если число единиц, которыми измерено основание параллелограмма, обозначим буквой „а", число таких же единиц, содержащихся в высоте, через „к", число соответствующих квадратных единиц в площади через P, то для вычисления площади параллелограмма получим формулу:

$$P = a \cdot k$$

Эта формула читается кратко так: площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.

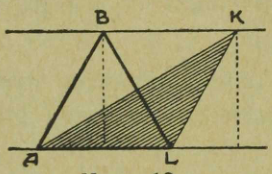
Прямоугольник есть тоже параллелограмм, и для него, как нам известно, эта формула также справедлива; разница только в том, что в прямоугольнике „*а*" и „*к*" суть длины пересекающихся сторон (высота равна стороне), тогда как в других параллелограммах нельзя смешивать высоту со стороной.

408. Равные треугольники (как на черт. 11 треугольники NRK и MOL) всегда равновелики,

потому что при наложении их друг на друга они совпадают всеми своими частями, и площади совершенно покрывают одна другую.

Разумеется, то же самое надо сказать о равных четыреугольниках, равных пятиугольниках и т. д.

Можно ли утверждать и обратное, а именно, что равновеликие треугольники также всегда равны?



Черт. 12.

Посмотрите на черт. 12, где BK и AL параллельные линии!

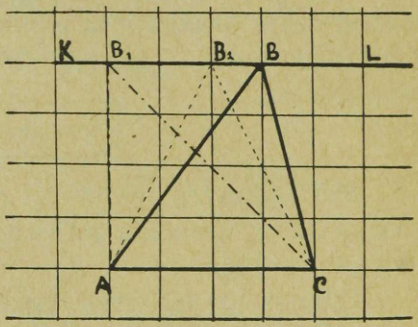
Будут ли, например, равны △ ABL и △ AKL?

Будут ли у них равны площади? Почему?

Треугольники, у которых основания и высоты соответственно равны, равновелики.

Треугольники, которые имеют общее основание и помещаются между одними и теми же параллельными прямыми (общее основание на одной, противолежащие вершины на другой), равновелики.

409. Начертите на клетчатой бумаге △ ABC (черт. 13)! За основание примем сторону AC.



Черт. 13.

Проведите через вершину B прямую KL, параллельную AC!

Из точки A восставьте перпендикуляр AB к прямой AC, соедините точку пересечения AB и KL, т. е. B, с точкой C!

Получается прямоугольный △ AB_1C, который равновелик △-ку ABC. Почему?

Мы преобразовали △ ABC в прямоугольный △ AB_1C.

410. Преобразуйте этот же △ ABC в тупоугольный!

Преобразуйте △ ABC в равнобедренный!

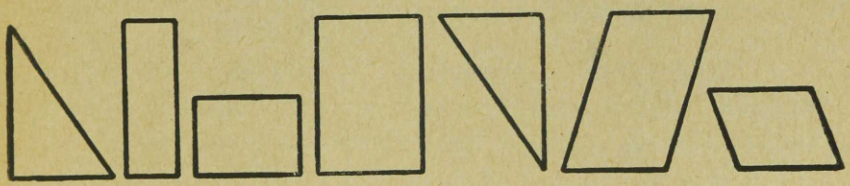
Примечание: третьей вершиной последнего может быть, очевидно, только точка B_2, потому что она одинаково удалена от A и от C.

Начертите на клетчатой бумаге несколько треугольников; преобразуйте один из них в прямоугольный треугольник, другой в равнобедренный, третий в тупоугольный!

Начертите на гладкой бумаге треугольники и преобразуйте их!

Правило: надо принять одну из сторон △-а за основание и через противолежащую вершину провести прямую, параллельную основанию; на этой прямой помещают вершину в том или ином месте, в зависимости от условия задачи.

411. На чертеже 14 найдите: 1) равновеликие фигуры и 2) среди последних равные фигуры!



Черт. 14.

412. Основание параллелограмма равно 12,5 cm, высота 8,4 cm. Какова должна быть высота равновеликого ему треугольника, если его основание $11\frac{2}{3}$ cm?

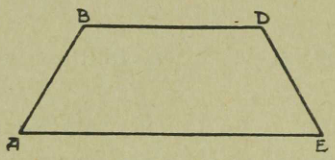
413. Основание параллелограмма равно 15 m, высота 12 m. Каковы должны быть измерения (основание и высота) равновеликого ему прямоугольника?

Дайте, по крайней мере, пять ответов!

414. Если в четыреугольнике только две стороны параллельны друг другу, а две другие нет, то такой четыреугольник носит название трапеции.

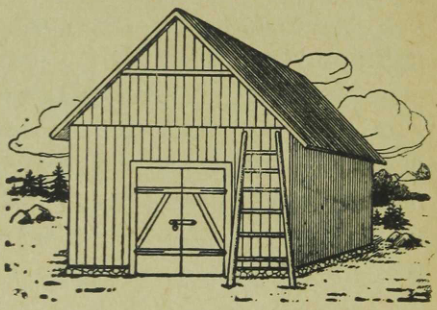
Такой четыреугольник мы получили в задаче 405 (KRML, черт. 11) и в задаче 404 (AFCB, черт. 10).

Назовите трапецию, изображенную на чертеже 15.



Черт. 15.

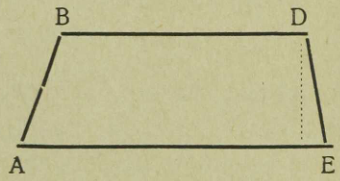
415. Покажите или назовите предметы, на которых можно видеть фигуру трапеции!



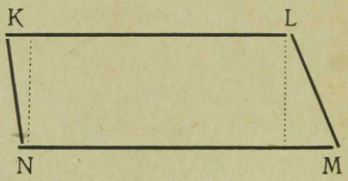
Черт. 16.

Нарисуйте несколько трапеций!

Попробуйте отделить от них некоторые части прямой линией так, 1) чтобы остался параллелограмм (черт. 17); 2) чтоб остался прямоугольник (черт. 18)!



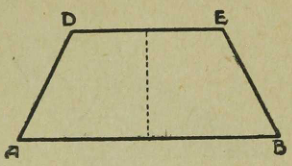
Черт. 17.



Черт 18.

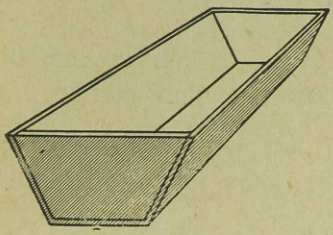
416. Вычислите площадь трапеции, разделенной на параллелограммы и треугольники, измеряя те линии, которые для этого потребуются (на черт. 17 и 18)!

417. Параллельные стороны трапеции AB и DE (черт. 19) называются **основаниями** трапеции. Перпендикуляр, проведенный между основаниями, называется высотой трапеции. Если непараллельные стороны трапеции (напр., AD и BE, на черт. 19) равны, то трапеция называется равнобочной. На окружающих нас предметах мы чаще всего встречаем равнобочную трапецию (черт. 20 и 21).

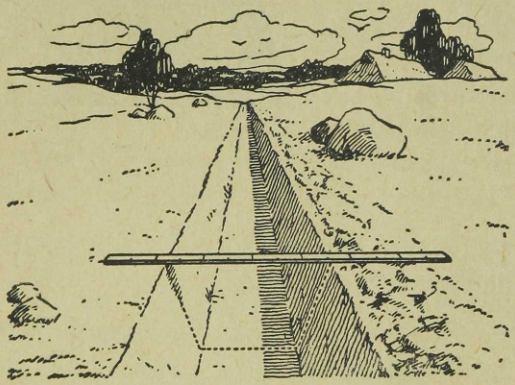


Черт. 19.

Назовите несколько предметов, на которых можно найти фигуру равнобочной трапеции!

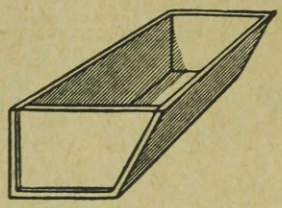


Черт. 20.



Черт. 21.

418. Часто встречается еще такая трапеция, у которой одна из непараллельных сторон перпендикулярна параллельным сторонам; такую трапецию называют прямоугольной трапецией (22 и 26 черт.).



Черт. 22.

Сколько прямых углов у прямоугольной трапеции?

Какую линию в прямоугольной трапеции можно принять за высоту?

Прямоугольная трапеция часто встречается при вычислении площадей многоугольников, как это мы вскоре увидим (задача 474, черт. 51).

419. Как же найти площадь самой трапеции так, чтоб не потребовалось разбивать ее на части?

Вырежьте из бумаги две совершенно одинаковых трапеции и сложите их, как показано на чертеже 23.

Какая получается фигура?

Проделайте то же самое с двумя другими одинаковыми трапециями! Из каких отрезков состоит основание полученного параллелограмма?



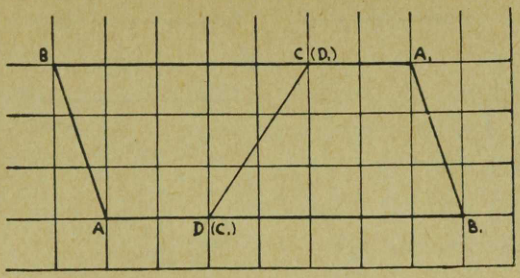
Черт. 23.

Отсюда видно, как можно более простым способом находить площадь трапеции.

Высота полученного параллелограмма равна высоте трапеции, а основание равно сумме обоих оснований трапеции.

Если число сантиметров в основании параллелограмма равно $5+2$ (черт. 24), в высоте 3, то число квадратных сантиметров в площади:

$$(5+2)\times 3=21\,.$$



Черт. 24.

Площадь же трапеции в два раза меньше, так что в ней содержится квадратных сантиметров:

$$\frac{(5+2)\times 3}{2} = 10\tfrac{1}{2}$$

Если длина одного основания трапеции „A“, другого „a“, высота трапеции „k“, то для вычисления площади „P“ трапеции будем иметь следующую формулу:

$$P = \frac{(A+a)\cdot k}{2} \quad \text{или} \quad P = \frac{A+a}{2}\cdot k$$

Итак, чтобы найти площадь трапеции, надо измерить оба ее основания и высоту и умножить полусумму оснований на высоту.

420. Вычислить площади трапеций, у которых:

1) 1-ое основ. = 4,8 cm, 2-ое основ. = 8,2 cm, выс. = 5 cm!

2) „ $= 10\frac{1}{2}$ „ „ = 9,3 „ „ $= 4\frac{1}{2}$ „

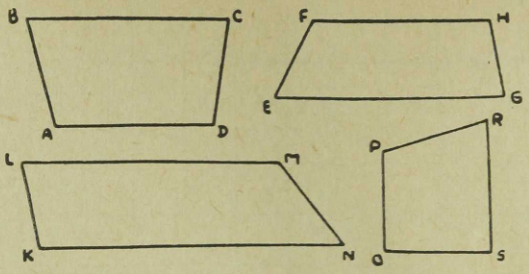
3) „ = 15,2 „ „ =24,8 „ „ $= 3\frac{1}{3}$ „

4) „ = 3,5 m „ = 6,7 m „ =2,4 m

5) „ $= 2\frac{4}{5}$ „ „ = 4,5 „ „ =2,6 „

6) „ = 1 dm „ = 2 dm „ =3 cm!

Начертите на клетчатой бумаге несколько трапеций и вычислите их площади!



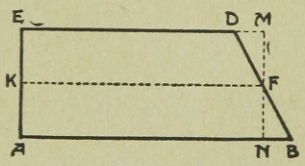
Черт. 25.

421. Найдите площади трапеций, изображенных на чертеже 25, и впишите полученные числа в следующую таблицу:

Наименование трапеции	1-ое основание	2-ое основание	высота	площадь
A B C D	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

Нарисуйте еще несколько трапеций, найдите их площади и выпишите полученные результаты в эту же самую таблицу!

422. Проведите в трапеции прямую, которая соединяла бы середины непараллельных сторон! Измерьте этот отрезок и сравните его длину с суммой оснований! — Что вы замечаете? Это же сделайте с другой трапецией!



Черт. 26.

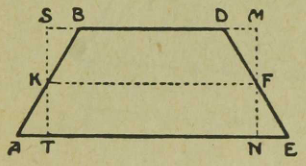
Сравните в прямоугольной трапеции ABDE на чертеже 26 эту линию (здесь KF), с обоими основаниями. — На какой отрезок линия KF короче одного основания? На какой отрезок длиннее другого основания?

Сравните друг с другом отрезки DM и BN!

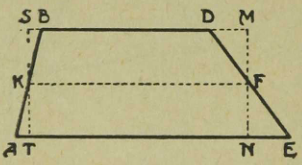
Линия, соединяющая середины непараллельных сторон трапеции, называется средней линией.

Средняя линия равна полусумме оснований.

Проверьте это на средней линии равнобочной трапеции (черт. 27) и произвольной трапеции (черт. 28)!



Черт. 27.



Черт. 28.

423. Очевидно, площадь трапеции можно еще найти, умножая ее высоту на длину средней линии.

При этом мы в действительности получаем площади прямоугольников TSMN (черт. 27 и 28); последние равны площадям данных трапеций, что видно уже из чертежа... (Какие △-и и куда надо переместить?)

424. Одно основание прямоугольной трапеции равно $13\frac{1}{2}$ cm, другое короче первого на 3,6 cm. Найти площадь этой трапеции, если более короткая непараллельная сторона равна $5\frac{3}{5}$ cm.

Сделайте чертеж!

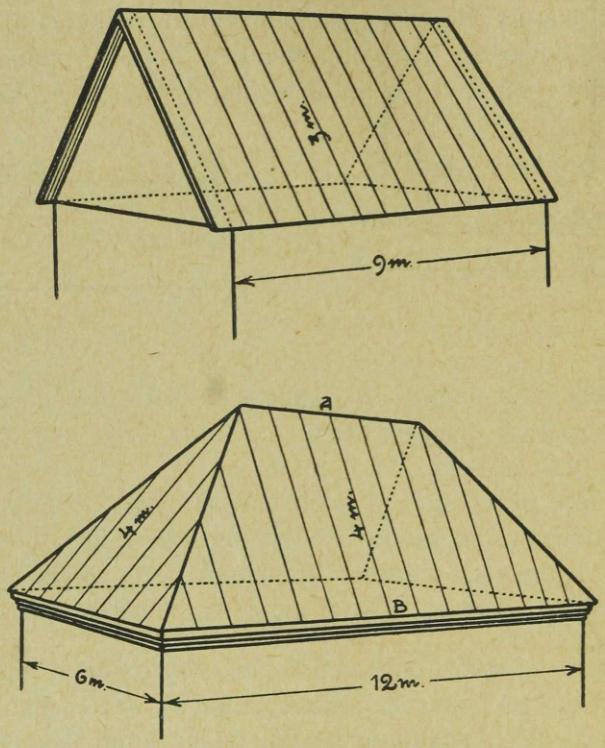
425. На чертеже 29 изображены крыши двух типов. Расскажите, как вычислить полную поверхность каждой из крыш.

Длина конька второй крыши 5 m.

Сколько килограммов кровельного железа пойдет на покрытие обеих крыш, если кусок железа длиной и шириной в 1 m весит 4,5 kg?

Попробуйте измерить площадь крыши какого-нибудь невысокого строения!

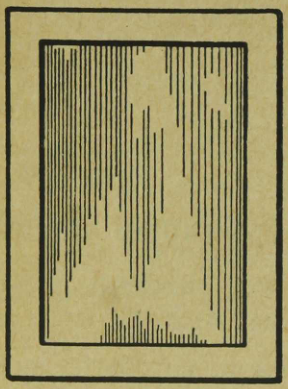
Указание: нет необходимости взбираться на крышу: для измерения линии AB (черт. 29) надо взять длинный



Черт. 29.

шнур и отметить на нем метры ленточками, шнур перебросить через крышу, туго натянуть, начало какого-нибудь метра поставить над коньком и сосчитать, сколько метров в AB. Длину стрехи и конька можно смерить на поверхности земли, мысленно опуская отвесные линии из конечных точек.

426. Вычислите площадь подоконника, если он имеет форму трапеции, которой передний край равен 1,54 m, задний 1,42 m, а ширина $\frac{1}{4}$ m!

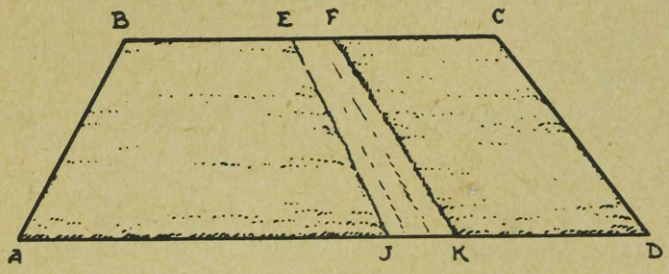


Черт. 30.

Стекло зеркала имеет в длину 95 cm, в ширину 66 cm; стекло вставлено в раму, ширина которой 8 cm (черт. 30). Сколько надо заплатить за позолоту передней стороны рамы, если за золочение одного cm^2 надо заплатить 0,5 цента?

427. Покос имеет форму трапеции ABCD (черт. 31), через него проходит дорога.

AJ = 47 m, JK = EF = 3 m, KD = 15 m, BC = 55 m и ширина покоса 40 m.



Черт. 31.

Сколько сена можно получить с такого луга, если с одного квадратнаго метра получается $\frac{1}{2}$ kg сена?

---

12. Квадратный корень и кубичный корень.

428. Найдите площадь квадрата, которого сторона равна: 1) 0,5 m! 2) 0,25 m! 3) 2,5 m! 4) 25 m! 5) 33 cm!

429. Найдите площадь квадрата, которого длина стороны 1) 4 cm! 2) 4,5 cm! 3) $4\frac{1}{2}$ cm! 4) $\frac{1}{2}$ dm! 5) 0,5 dm!

Начертите на клетчатой бумаге квадрат, сторона которого равна $4\frac{1}{2}$ cm, и квадрат, сторона которого $\frac{1}{2}$ dm, и определите, сколько cm^2 в первой и сколько dm^2 во второй площади!

430.

Если сторона квадрата = 2 cm, то площадь его 2×2 cm^2
" " " = 3 " , " " " 3×3 "
" " " = 4 " , " " " 4×4 "
" " " = 5 " , " " " 5×5 "

Как известно, 2×2 сокращенно пишется 2^2, 3×3 кратко 3^2, $4 \times 4 = 4^2$. Если сторона квадрата равна 4 единицам, то площадь квадрата равна 4^2 соответствующих квадратных единиц. Поэтому выражение 4^2 читается „четыре в квадрате" или „квадрат четырех", 2^2 — „два в квадрате" или „квадрат двух", 3^2 — „три в квадрате" или „квадрат трех", $(\frac{1}{2})^2$ — „половина в квадрате" или „квадрат половины".

Прочтите и вычислите следующие выражения; $2{,}5^2$, $(\frac{1}{4})^2$, $0{,}4^2$, 42^2!

Напишите сами несколько подобных выражений, прочтите и вычислите их!

431. Для краткости часто пишут вместо слов „квадратный сантиметр" обозначение cm^2; вместо „квад-

ратный метр" — m^2, вместо „квадратный дециметр" — dm^2.

Что значит km^2? mm^2?

432. Вычислите площади квадратов, стороны которых: 1) 1 cm! 2) 2 cm! 3) 3 cm! 4) 4 cm! 5) 5 cm! и т. д., и напишите ответы в следующую таблицу:

Квадраты	
сторона cm	площадь cm^2
1	1
2	4
3	9
4	—
5	—
6	—
—	—
—	—
—	—
—	—
11	—
12	—

433. По полученной таблице ответьте на следующие вопросы:

1) какова длина стор. квадрата, если его площадь 16 cm^2?
2) „ „ „ „ „ „ „ 36 cm^2?
3) „ „ „ „ „ „ „ 100 cm^2?
4) „ „ „ „ „ „ „ 144 cm^2?

434. Пользуясь таблицей, найти сторону квадрата, если его площадь равна: 1) 9 m^2! 2) 49 m^2! 3) 81 dm^2! 4) 121 mm^2! 5) 64 m^2! 6) 1 m^2!

435. Садовник хочет разбить цветочную грядку на квадраты, которых площадь равна 100 cm^2. Какой длины должна быть сторона квадрата? Площадь пола, имеющего форму квадрата, равна 64 m^2. Чему равна сторона его?

436. Площади квадрата и прямоугольника равны. Какой длины сторона квадрата, если стороны прямоугольника равны 3 cm и 12 cm? Прямоугольник, стороны которого 8 cm и 18 cm, преобразован в равновеликий ему квадрат. Какой длины получилась сторона квадрата?

437. Потребовалось начертить квадрат, площадь которого была бы равна 400 cm^2. Какова должна быть длина стороны?

Указание. В нашей таблице нет чисел, больших 144. Значит, сторона квадрата должна быть больше 12. Можно было бы попробовать найти $13 \times 13 = 13^2$, 14^2, 15^2 и т. д.

Но уже то обстоятельство, что число 400 имеет на конце два нуля, заставляет подумать о числе 20 . . . В самом деле $20 \times 20 = \ldots$?

Но можно вычислить еще иначе.

400 cm^2 это 4 dm^2. Если площадь квадрата равна 4 dm^2, то чему равна длина его стороны?

2 dm это столько же, как 20 cm. Очевидно, если площадь квадрата увеличилась в 100 раз, то сторона увеличилась в 10 раз.

438. Требуется вымерить игральную площадку, имеющую форму квадрата, которой площадь была бы равна 900 m^2.

Вырежьте из бумаги квадрат, которого площадь была бы равна 1 600 cm^2!

439. Напишите таблицу площадей квадратов:

Квадраты	
сторона cm	площадь cm^2
10	—
20	—
30	—
40	—
50	—
60	—
70	—
80	—
90	—
100	—
110	—
120	—

Сравните числа этой таблицы с числами предыдущей (задача 432) таблицы!

Какое следствие можно вывести?

Если сторону квадрата увеличить в 10 раз, то площадь его . . .

Сравни это заключение с концом задачи 437!

440. Какой длины сторона квадрата, если площадь его: 1) 2 500 m^2? 2) 4900 m^2? 3) 8100 km^2? 4) 12100 cm^2?

441. Будет ли сторона квадрата больше или меньше 10 m, если его площадь равна 100 m^2? 90 m^2? 99 m^2? 101 m^2?

Будет ли сторона квадрата больше или меньше 20 m, если его площадь равна 360 m^2? 420 m^2?

Будет ли сторона квадрата больше или меньше 21 m, если его площадь равна 420 m^2?

442. В учебнике садоводства имеется указание: на каждых 30 квадратных сантиметрах грядки сейте 4 семени турецкого боба!

В форме каких прямоугольников можно взять площади в 30 квадратных сантиметров? Скажите несколько ответов!

Какие прямоугольники были бы самыми удобными?

Какова должна быть сторона квадрата, если эти площади принять квадратными?

Указание. Один прямоугольник, который мы могли бы взять, имел бы сторонами 5 cm и 6 cm. Площадь его, конечно, больше, чем площадь квадрата, стороны которого равны 5 cm, но меньше, чем квадрата, стороны которого равны 6 cm.

Начертите на клетчатой бумаге рядом: 1) квадрат со стороной 5 cm, 2) прямоугольник со сторонами 5 cm и 6 cm, 3) квадрат со стороной 6 cm! Сравните их площади!

Сравнивая с числами нашей таблицы, мы видим, что 30 находится между 25 и 36. Поэтому сторона квадрата с площадью в 30 cm^2 должна быть больше 5, но меньше 6. Если мы хотим взять ее с точностью до 1, то можем взять как 5 cm, так и 6 cm.

Если бы требовалось найти ответ с точностью до 0,1, то следует поступать так: найдем последовательно $5{,}1 \cdot 5{,}1$; $5{,}2 \cdot 5{,}2$; $5{,}3 \cdot 5{,}3$; т. е. $5{,}1^2$; $5{,}2^2$; $5{,}3^2$; $5{,}4^2$... и т. д., пока не получим числа, которое уже больше 30. Это будет $5{,}5 \cdot 5{,}5 = 30{,}25$. Продолжать не стоит потому, что следующие числа будут еще больше.

Какое же из двух чисел следует взять для стороны квадрата: 5,5 см или 5,4 см?

Квадрат которого из них ближе к 30?

Как можно было бы найти ответ с точностью до 0,01? Какие числа пришлось бы испытывать?

Разумеется, мы могли бы скорее достигнуть цели, заметив, что 30 отстоит от 25 почти на столько же, как от 36, и искать ответа почти посредине между 5 и 6, т. е. приблизительно около $5\frac{1}{2}$.

443. Найти с точностью до 1, а потом до 0,1, какова должна быть сторона квадрата, чтоб его площадь равнялась 1) 50 $см^2$! 2) 80 $см^2$! 3) 24 $см^2$! 4) 35 $см^2$! 5) 20 $см^2$! 6) 5 $см^2$! 7) 2 $см^2$! 8) 10 $см^2$!

444. Числа 1, 4, 9, 16, 25 и т. д. (смотри таблицу задачи 432) являются для соответствующих чисел 1,2,3 ... и т. д. квадратами, как обыкновенно говорят.

Найдите квадраты следующих чисел: 8, 10, 15, 20, 13, 25, 50, другими словами: вычислите 8^2, 10^2, 15^2, и т. д.!

445. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 и т. д. будут соответственно для чисел 1, 4, 9, 16, 25, 36 и т. д. квадратными корнями, как обыкновенно принято говорить.

Найдите квадратные корни следующих чисел: 25, 81, 49, 100, 400, 64, 36, 4, 1, 9, 121, 144, 400, 1 600!

Действие нахождения квадратного корня обозначается обыкновенно так: $\sqrt{25}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{49}$; ... Так $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{400} = 20$ ...

Найдите $\sqrt{49}$! $\sqrt{36}$! $\sqrt{900}$!

446. Найти с точностью до 0,1 квадратные корни следующих чисел: 8, 12, 18, 27, 40, 60, 70, 120!

447. Площадь Эстонии равна 47 500 $км^2$, площадь Латвии — 66 000 $км^2$, Дании — 43 000 $км^2$, Финляндии — 387 000 $км^2$, Швейцарии — 41 000 $км^2$, Венгрии — 93 000 $км^2$, Швеции — 448 000 $км^2$. Изобразите для сравнения все эти площади в виде квадратов,

начиная с самой меньшей, и изображая площадь Эстонии квадратом, площадь которого равна 1 $см^2$!

Указание. Чтобы изобразить, напр., площадь Финляндии, найдем, во сколько раз она больше площади Эстонии.

$$\frac{387\,000}{47\,500} = 8{,}15 \text{ (с точностью до 0,01)}$$

Итак, площадь Финляндии надо изобразить в виде квадрата, площадь которого равна 8,15 $см^2$.

Какова должна быть сторона этого квадрата?

3 см слишком много, потому что $3^2 = 9$.

$$2{,}9^2 = 8{,}41$$
$$2{,}8^2 = 7{,}84$$

Из этих чисел 8,41 всего ближе к 8,15, поэтому сторону квадрата следует взять равной 2,9 см = 2 см 9 мм.

Еще точнее было бы взять 2,85 см, или 2 см $8\frac{1}{2}$ мм, но $\frac{1}{2}$ мм трудно взять точно.

Вычислите теперь стороны остальных квадратов, начертите их и выкрасите в черный цвет.

*

448. Вычислите объемы кубов, у которых длина ребра 1) 1 см! 2) 2 см! 3) 3 см! 4) 4 см! 5) 5 см! 6) 6 см! и т. д. до 12) 12 см!

Впишите результаты в следующую таблицу:

Вместо „кубический сантиметр“ пишется $см^3$.

Куб	
длина ребра	Объем
1	1
2	8
3	27
4	—
5	—
—	—
—	—
—	—
—	—
—	—
12	—

Как написать сокращенно: „кубический метр“, „кубический дециметр“, „кубический миллиметр“?

449. Числа 1, 8, 27, 64, 125 и т. д. называются соответственно **кубами** чисел 1, 2, 3, 4, 5 и т. д.

Найдите кубы чисел: 6, 7, 15, 20!

Найдите: 30^3! 50^3! $(\frac{1}{2})^3$! $0{,}1^3$! $0{,}2^3$! $0{,}5^3$! $1{,}5^3$!

450. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 и т. д. называются соответственно **кубичными корнями** чисел 1, 8, 27, 64, 125 и т. д.

Найдите (по таблице) кубичные корни следующих чисел: 125! 343! 100! 729!

Действие нахождения кубичного корня обыкновенно обозначается так:

$$\sqrt[3]{27};\ \sqrt[3]{64};\ \sqrt[3]{1000}\ldots$$

Так $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[3]{1} = 1$ и т. д.

Найдите $\sqrt[3]{216}$! $\sqrt[3]{64}$! $\sqrt[3]{1728}$!

451. Объем куба равен 1000 cm^3. Какой длины его ребро?

Какой длины ребро должен взять жестяник, чтоб сделать сосуд в форме куба, который вмещал бы 125 литров воды?

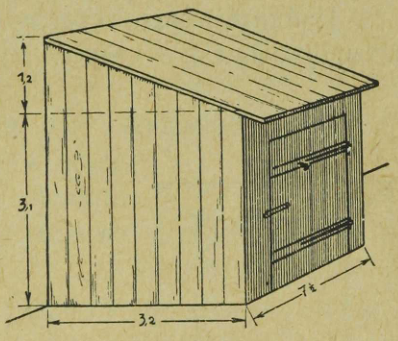
452. Вместо чисел 1, 2, 3, 4 ... и т. д., возьмите числа 10, 20, 30, 40 и т. д. и найдите их кубы!

Выясните, сравнивая соответствующие числа, во сколько раз увеличивается объем куба, если его ребро увеличивается в 10 раз!

13. Вычисление объемов призм.

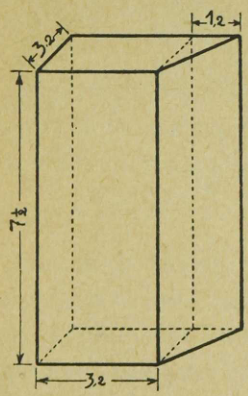
453. Сарай имеет вид, изображенный на черт. 32. Найти его объем на основании размеров, данных на чертеже!

Объяснение. Вообразим, что данный сарай поставлен боком (черт. 33). Тогда в нем легко распознать вертикальную призму, основанием которой служит прямоугольная трапеция. Разобьем его мысленно на четыреугольную и треугольную призмы (черт. 33).



Черт. 32.

Площадь основания первой равна $3{,}2 \times 3{,}1$ м^2 = = 9,92 м^2, значит, ее объем $7\frac{1}{2} \times 9{,}92$ м^3.



Черт. 33.

Площадь основания второй равна $\frac{3{,}2 \times 1{,}2}{2}$ м^2 = 1,92 м^2, а объем ее равен $7\frac{1}{2} \times 1{,}92$ м^3.

Объем всей призмы в кубических метрах равен

$$7\tfrac{1}{2} \times 9{,}92 + 7\tfrac{1}{2} \times 1{,}92.$$

Вместо того, чтоб отдельно умножать 9,92 на $7\frac{1}{2}$ и 1,92 на $7\frac{1}{2}$, можно сперва сложить 9,92 и 1,92, а потом умножить сумму на $7\frac{1}{2}$.

$$7\tfrac{1}{2} \times (9{,}92 + 1{,}92).$$

Произведите вычисление обоими способами!

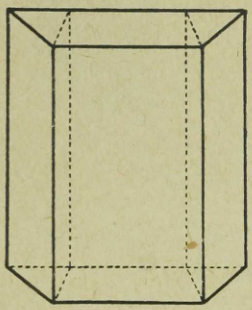
Сумма $9{,}92 + 1{,}92$ выражает площадь всего основания прямой призмы в квадратных метрах, а $7\frac{1}{2}$ выражает высоту призмы в метрах.

Следовательно, и в том случае, когда основание прямой призмы есть трапеция, объем призмы находят, умножая площадь ее основания на высоту.

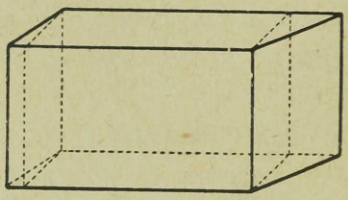
Объясните, как следует более точно понимать это сокращенное выражение?

Найдите теперь объем сарая, не разбивая его на четыреугольную и треугольную призмы!

454. Докажите, что найденное правило приложимо к вычислению объема всякой прямой призмы, если основание ее есть трапеция (черт. 34 и 35).



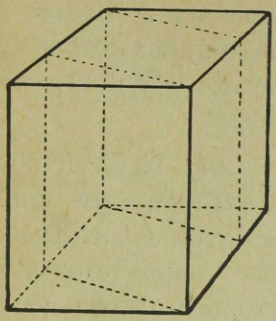
Черт. 34.



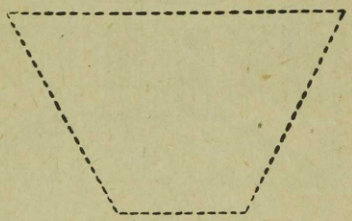
Черт. 35.

455. Докажите, что также следует вычислять объем такой прямой призмы, основание которой есть параллелограмм (черт. 36).

456. Сколько кубических метров земли пришлось поднять рабочему, когда он выкопал ров, которого длина 12 m, глубина 0,8 m, поперечное сечение есть равнобочная трапеция (черт. 21 и 37), ширина вверху 1,3 m, внизу 0,5 m?



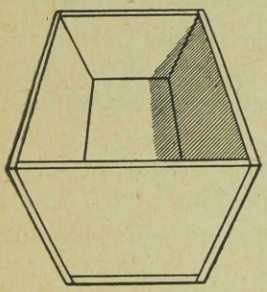
Черт. 36.



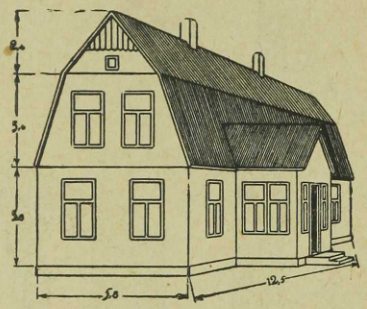
Черт. 37.

457. Найдите объем корыта, изображенного на чертеже 38, если его высота (глубина) — 0,5 m, ширина вверху — 0,7 m, внизу — 0,4 m, длина — 2,3 m!

458. Найдите объем дома, изображенного на чертеже 39 (не считая сеней), в кубических метрах, пользуясь размерами, данными на чертеже, если ширина потолка верхнего этажа 3,6 m (на чертеже не показана)!

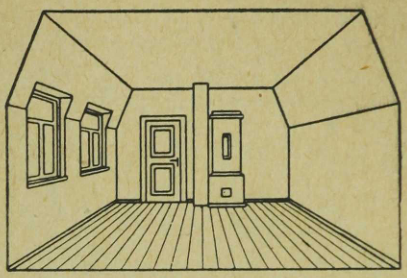


Черт. 38.



Черт. 39.

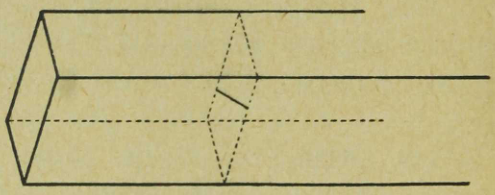
459. Комната на чердаке имеет форму, которую можно видеть на чертеже 40. Длина ее $5\frac{1}{3}$ m, ширина — $4\frac{1}{5}$ m, общая высота — $2\frac{3}{4}$ m, верхней, более



Черт. 40.

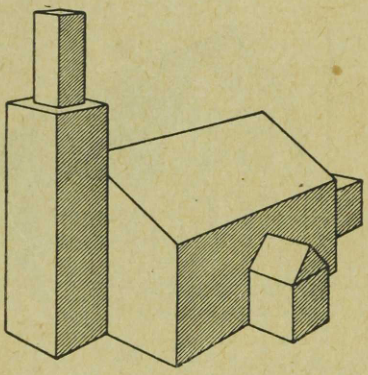
узкой части высота — 1 m, ширина потолка — $3\frac{2}{5}$ m. Найдите ее объем!

460. Найдите объем вертикальной призмы, если ее основание есть параллелограмм, которого основание 12 cm, высота 6 cm, а высота самой призмы $21\frac{1}{4}$ m!



Черт. 41.

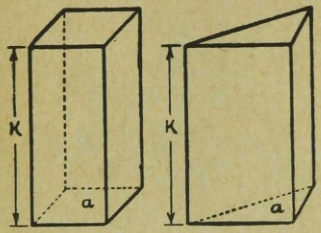
461. Железный брус длиной в 5 m имеет поперечное сечение в форме параллелограмма (черт. 41), которого основание равно 3 dm, высота (толщина бруса) 1 dm. Сколько весит этот брус, если удельный вес железа 7,8?



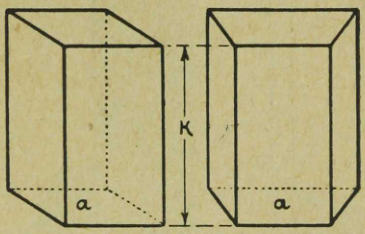
Черт. 42.

462. Вычислить объем различных тел, имеющих форму вертикальных призм, с основанием в виде параллелограмма, трапеции или треугольника! Вычислите объем таких тел, которые можно рассматривать, как тела, сложенные из вертикальных призм!

463. Для всех ранее рассмотренных прямых призм мы нашли, что их объем равен произведению основания на высоту.



Черт. 43.



Черт. 44.

Если площадь основания обозначим буквой „а“, высоту буквой „к“, то для вычисления объема (М) прямых призм получим формулу

$$M = a \cdot k$$

Расскажите, как следует точно понимать это краткое выражение!

464. На чертежах 45 и 46 изображены многоугольные прямые столбы или многоугольные прямые призмы, а именно, восьмиугольная и шестиугольная.

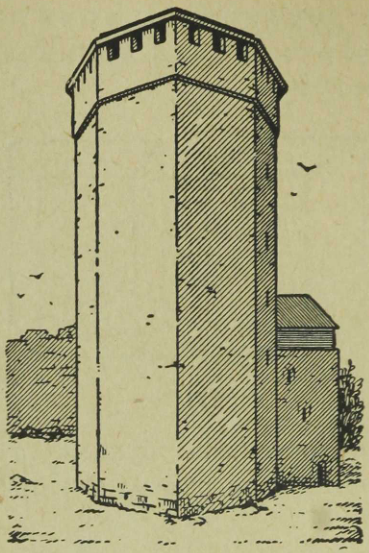
Какая призма изображена на рисунке 47?

Какая фигура служит основанием каждой из них?

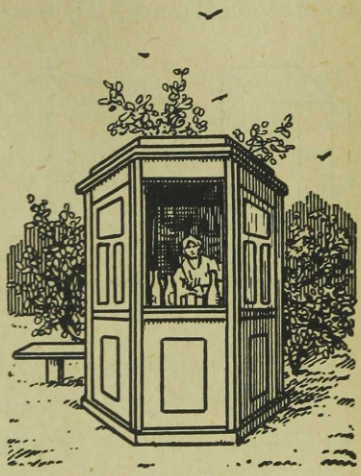
В чем сходны все их боковые грани?

465. Основанием призмы может служить также пятиугольник, семиугольник, девятиугольник и т. д.

Пятиугольник, шестиугольник, семиугольник, восьмиугольник и т. д., а также четыреугольник и треугольник называются еще общим именем многоугольников.

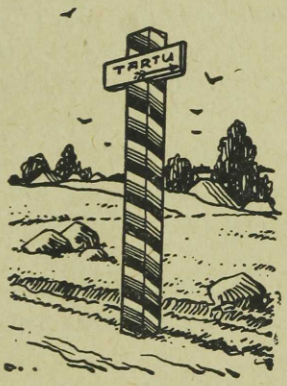


Черт. 45.



Черт. 46.

Из числа многоугольников мы раньше познакомились с четыреугольником и треугольником, касались также и некоторых других (IV год обучения, задачи 407 и 743). Теперь покороче познакомимся с некоторыми другими видами их.



Черт. 47.

466. Отметьте в тетради пять точек и соедините их последовательно прямыми линиями! — Вы получите пятиугольник (черт. 48).

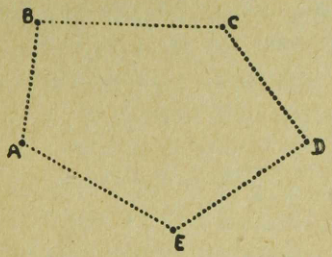
Как нарисовать шестиугольник? десятиугольник? пятнадцатиугольник?

Начертите несколько многоугольников и скажите название каждого (по числу

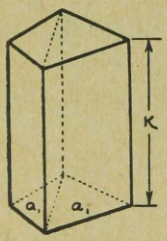
углов)! Поищите среди окружающих предметов многоугольники и назовите каждый из них по его имени!

Сколько сторон имеет восьмиугольник? Сколько вершин? Сколько вершин и сторон у девятиугольника?

467. В задаче 453 мы разбивали данную вертикальную призму на две вертикальных призмы (четыреугольную и треугольную) и нашли таким образом путь для вычисления ее объема. Также можем действовать и при вычислении объема всякой другой вертикальной призмы, если основание призмы есть какой-нибудь многоугольник.



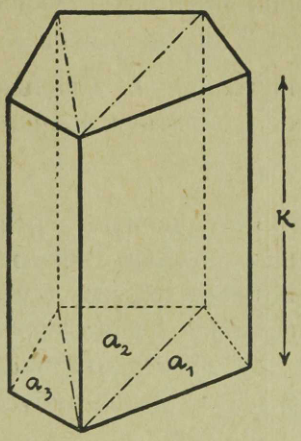
Черт. 48.



Черт. 49.

Расскажите, например, как можно было бы найти объем четыреугольной призмы, изображенной на чертеже 49, если четыреугольник в ее основании не параллелограмм и не трапеция?

468. Вообще, чтобы узнать, как найти объем многоугольной прямой призмы (черт. 50), разобьем ее мысленно на треугольные прямые призмы. Все они имеют одно и то же основание; обозначим его буквой „к". Площадь основания первой треугольной прямой



Черт. 50.

призмы обозначим через „a_1“, второй — „a_2“, третьей — „a_3“; тогда объем первой призмы равен $k \times a_1$, объем второй призмы равен $k \times a_2$, объем, третьей призмы равен $k \times a_3$; объем всей многоугольной призмы равен $k \times a_1 + k \times a_2 + k \times a_3$.

Вместо того, чтобы умножать отдельно площадь каждого основания (a_1, a_2, a_3) на высоту, можем сразу умножить на высоту (k) площадь всего основания, т. е. $(a_1 + a_2 + a_3)$, так что получим: площадь данной прямой призмы равна $k.(a_1 + a_2 + a_3)$. Если сумму $a_1 + a_2 + a_3$, т. е. площадь основания данной многоугольной призмы, обозначить через „p“, то и здесь получим:

$$\boxed{R = p \cdot k}$$

т. е., объем всякой прямой призмы равен произведению основания на высоту.

469. Найти объем прямой призмы, если

1) площадь основания равна 14,5 cm^2, высота 7,2 cm!
2) „ „ „ $32\frac{1}{4}$ dm^2, „ $10\frac{2}{3}$ dm!
3) „ „ „ 0,4 m^2, „ $2\frac{7}{8}$ m!
4) „ „ „ 8 cm^2, „ $1\frac{1}{4}$ m!

470. Площадь основания прямой призмы равна $31\frac{1}{4}$ cm^2, объем 2 m^3; найти ее высоту!

471. Высота прямой призмы равна 4 метрам, объем 1 кубический метр. Найти площадь его основания!

472. Вычислите объем нескольких многоугольных прямых призм, находя сперва площадь их основания, затем измеряя высоту!

473. Найдите, сколько весит железный ящик, которого наружная длина равна 84 cm, ширина 65 cm, высота 75 cm, если толщина его стенок, дна и крышки равна 4 cm, а удельный вес железа 7,8!

474. В нескольких прежних задачах (453, 467 и 468) представлялся случай показать вычисление площади многоугольника. И ранее уже приходилось иметь с ними дело (IV год обучения, задачи 743 и 407).

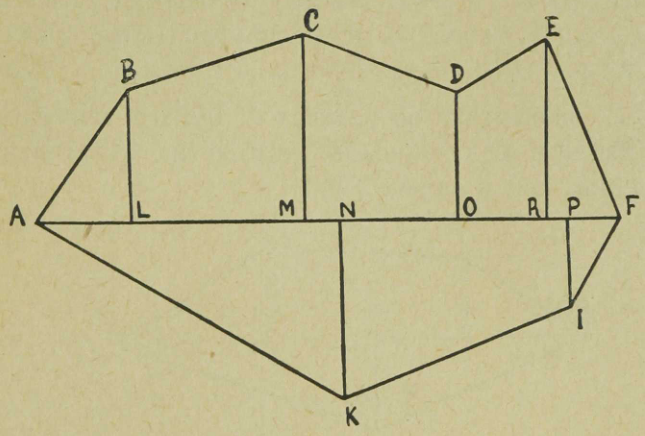
Решим еще несколько задач такого типа!

Дан многоугольник ABCDEFIK (черт. 51); как найти его площадь?

На какие части разделен этот многоугольник? Как это сделано?

Прежде всего проведена длинная диагональ AF, затем из вершин B, C, D . . . опущены перпендикуляры на нее.

475. Найдите площади каждой трапеции и каждого △-ка, изображенных на чертеже 51! Напишите полученные числа в таблицу, сложите и найдите таким образом площадь всего многоугольника!



Черт. 51.

Примечание: так как BL, CM, NK и т. д. суть перпендикуляры к AF, то высотами треугольников и трапеций являются части линии AF (так высота трапеции LBCM есть LM).

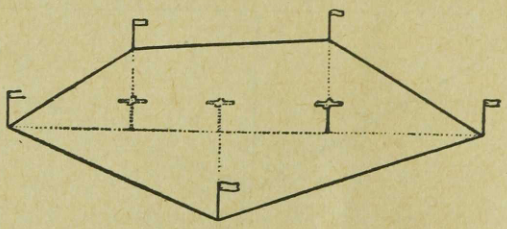
Название фигуры	1-ое основание	2-ое основание	высота	площадь
△ ABL	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
Трапеция LBCM . . и т. д.	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
Площадь всего мн-ка ABCDEFIK =				. . . . .

476. При измерении площадей угловатых участков земли часто употребляется такая вспомогательная линия, как AF в предыдущей задаче. Ее называют **главной линией или магистралью.**

Расскажите по рисунку 52, как участок земли разбить на треугольники и трапеции!

Для того, чтобы вычислить площадь многоугольника, надо разбить многоугольник на треугольники, или на треугольники и трапеции, вычислить площадь каждой отдельной части и полученные числа сложить.

477. Начертите на клетчатой бумаге многоугольник и найдите его площадь, разбив на треугольники и трапеции, как в задаче 474!



Черт. 52.

Указание. За главную линию выберите одну из черт, отпечатанных на бумаге (лучше всего такую, которая была бы достаточно длинна внутри многоугольника), из всех вершин многоугольника опустите на нее перпендикуляры; многоугольник разобьется на треугольники и трапеции.

Может случиться, что перпендикуляр можно опустить лишь на продолжение главной линии. В таком случае надо иметь в виду, что площадь, получившуюся таким образом вне данного многоугольника, не надо ни вычислять, ни прибавлять к площади данного многоугольника.

478. Начертите на гладкой бумаге какой-нибудь многоугольник и найдите его площадь, разбив его на △-ки и трапеции!

Указание: за магистраль следует принять самую длинную из всех диагоналей многоугольника и из вершин многоугольника опустить перпендикуляры на эту диагональ.

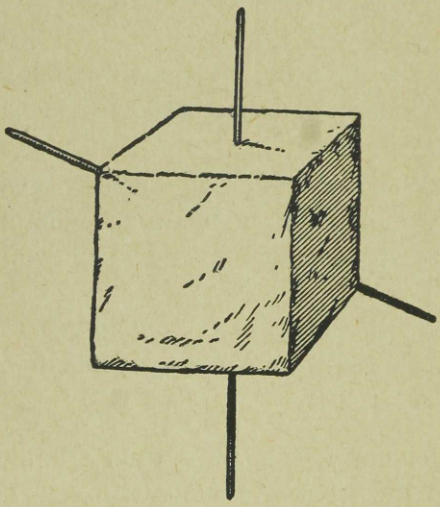
После этого разбейте многоугольник только диагоналями на треугольники, найдите снова его площадь и сравните новое число с прежним!

479. Вычислите площади трапеций и многоугольников, находящихся на окружающих предметах!

Измерьте площади многоугольных участков земли, разбивая их на треугольники и трапеции (черт. 52)!

14. Шар. Дуги.

480. Приготовьте куб из мягкой глины! Проткните его каким-нибудь стержнем (вязальной спицей, длинным гвоздем или чем-нибудь другим), сперва в одном направлении (смотри черт. 53), потом в другом, третьем и т. д. . . .



Черт. 53.

Одинаков ли поперечник куба во всех направлениях? В каком направлении он длиннее? Какие части куба находятся всего дальше от его середины?

Возьмите игральную кость и обратите внимание, какие части у нее всего больше выдаются.

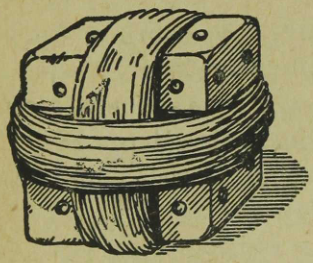
После этого начните наматывать на кость нитку, по возможности так, чтобы нитка лучше ложилась!

При этом, разумеется, кость придется повертывать.

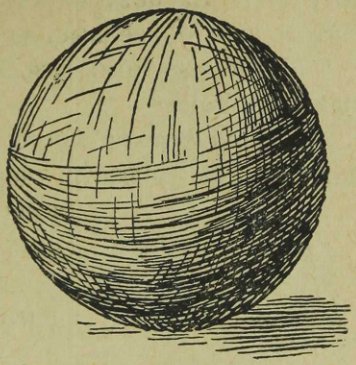
Какие части скрываются самые последние (черт. 54)?

Что получится, когда все вершины кости совсем исчезнут из глаз (черт. 55)?

Попробуйте теперь сказать, чем отличается шар от куба?



Черт. 54.

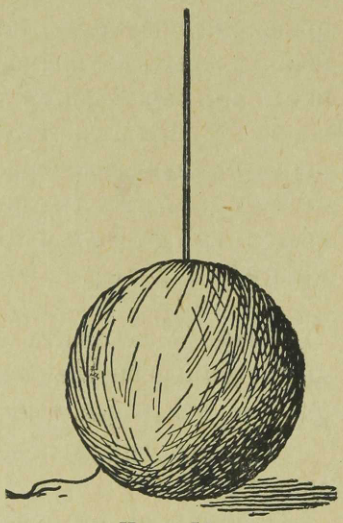


Черт. 55.

481. Возьмите такой клубок ниток, внутри которого не было бы ничего твердого, и проткните его насквозь стержнем в том или другом направлении!

Примечание: для этого положите клубок на стол и проколите его насквозь в вертикальном направлении (сверху вниз), (черт. 56). Когда отметите на спице длину поперечника в этом направлении, поверните клубок на другой бок и проколите снова!

Как относятся друг к другу поперечники шара?



Черт. 56.

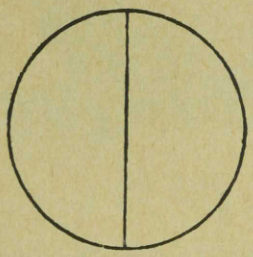
482. Шаровидных тел (предметов) очень много. Назовите некоторые из них!

На клубке ниток некоторые места всетаки более выступают (особенно, если во время наматывания клубок долго не повертывать), на мяче же поверхность гораздо более равномерно кривая, наиболее правилен бильярд-

ный шар, на поверхности которого нет ни одного вогнутого или более высокого места.

Чтоб ознакомиться с более **точной формой шара,** сделайте так:

Нарисуйте на листе бумаги окружность и проведите в ней диаметр (черт. 57)! Вырежьте теперь из бумаги полукруг! Укрепите его на спице и вращайте! (Черт. 58).



Черт. 57.

Какой формы тело образуется перед нашими глазами?

Форма шара получается, если вращать полукруг около его диаметра.

Обратите внимание на центр круга! Полуокружность находится от него на всем протяжении на равном расстоянии, как вы ее провели циркулем. При вращении полукруга, центр вместе с диаметром остается неподвижным в то время, как все места (точки) полуокружности при своем движении остаются всегда в одном и том же расстоянии от него . . . Но при вращении полуокружности образуется поверхность шара. Следовательно, все точки поверхности шара должны находиться на одинаковом расстоянии от одной находящейся в середине точки (от центра шара).

483. Приложите линейку ребром к поверхности шара; приложите еще в другом направлении; еще несколько раз и все в различных направлениях!

Можно ли на поверхности шара провести прямую линию?

Можно ли на поверхности яйца провести прямую линию?

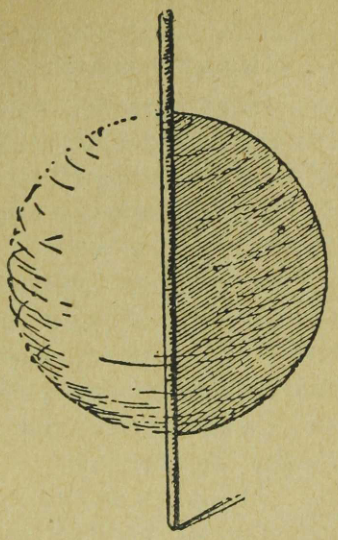
Приложите линейку к поверхности лампового стекла! Еще несколько раз и всякий раз в другом направлении!

Можно ли на поверхности стекла провести прямую линию? Во скольких направлениях?

Поверхность шара принадлежит к числу кривых поверхностей.

Покажите плоскую поверхность! Покажите кривую!

Как нам известно, кривой поверхностью называется такая поверхность, по которой нельзя провести ни одной прямой линии, или можно провести только в некотором направлении.



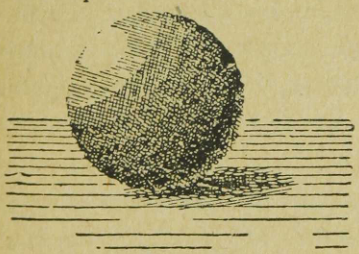
Черт. 58.

Скажите, на каких телах, стоящих перед нами на столе, мы видим только плоскости; на каких только кривые поверхности; на каких те и другие?

Разделите все тела на две группы: в одну соберите все тела, имеющие кривую поверхность, в другую те, которые не имеют кривой поверхности.

Назовите несколько тел, которые можно назвать многогранниками!

Назовите несколько тел, которые нельзя назвать многогранниками!



Черт. 59.

484. Разглядите шар со всех сторон! Также глобус, модель шара, мяч!

Шар (черт. 59) ограничен одной кривой поверхностью: он имеет одну и ту же форму, откуда бы на него ни смотрели. — Можно ли сказать то же самое о курином яйце?

Есть ли у шара ребра, углы, вершины, грани? Назовите еще несколько шарообразных тел!

485. Отрезок прямой, который соединяет центр шара с какой-нибудь точкой его поверхности, называется радиусом шара.

Каковы радиусы шара сравнительно друг с другом? Почему?

Отрезок прямой, который соединяет две точки поверхности шара и при этом проходит через центр шара, называется поперечником или диаметром шара.

Сколько радиусов и диаметров можно провести в шаре (мысленно)?

Диаметр шара состоит из двух радиусов.

Каковы поперечники шара по сравнению друг с другом?

486. Попробуй покрыть поверхность шара бумагой так, чтобы нигде бумага не лежала в несколько слоев!

Можно ли из бумаги склеить шар?

Выберите совсем круглую картофелину! Какую она имеет форму? Разрежьте ее так, чтобы нож прошел через центр. Какая фигура образуется в разрезе?

При пересечении всякого шара плоскостью в разрезе образуется круг.

487. При пересечении шара самые большие круги получаются тогда, когда сечение проходит через центр; эти круги называются большими кругами. Радиус большого круга имеет такую же длину, как радиус шара.

Все большие круги одного и того же шара равны, и каждый из них делит шар на две равные части, называемые полушариями.

488. Сделайте из глины (мыла, пластилины) возможно большой шар! Разрежьте его так, чтобы плоскость сечения проходила через центр. Положите одно из полушарий так, чтобы круговое сечение было

горизонтально и обращено вверх. В этом положении проткните полушарие спицей, направив ее через центр!

Покажите теперь на спице длину радиуса шара! Сложите оба полушария снова вместе и проткните спицей насквозь целый шар в прежнем направлении! — Вы получите глобус. — Покажите на этом глобусе места полюсов, экватор! Проведите меридианы!

Увеличьте этот шар мысленно до огромных размеров — до величины земного шара! — Выберите на поверхности этого земного шара точку и покажите, как будет стоять в этом месте человек, какое будет направление отвесной линии, какое направление горизонтальной линии?

489. Покажите на самодельном глобусе окружность какого-нибудь большого круга! Сколько больших кругов можно провести в шаре? Сколько больших окружностей можно провести на поверхности шара?

Покажите на обыкновенном глобусе несколько больших окружностей! Как они называются? Покажите на глобусе какую-нибудь окружность, которую нельзя было бы назвать большой! Как они называются?

Возьмите на самодельном глобусе или на деревянном шаре две точки. Постарайтесь провести между этими точками по поверхности шара по возможности самый короткий путь!

Выберите на глобусе два пункта, например, два далеких друг от друга города: Рим и Нью-Йорк! Какой будет наиболее короткий путь между ними по поверхности суши и моря?

Кратчайший путь между двумя точками на поверхности шара идет по большой окружности, которая проведена через эти две точки.

Сколько больших окружностей можно провести через две точки шаровой поверхности? А через концы

диаметра (их ведь два, и они лежат на поверхности шара)?

490. Посмотрите на шар! (черт. 59). Какая часть его поверхности видна?

Какая линия ограничивает эту видимую часть?

Какую форму имеет земля для наблюдателя на луне?

Как объяснить, что солнце и луна представляются нам в виде дисков (кругов)?

491. Начертите несколько окружностей! Проведите в каждой по несколько радиусов и диаметров! — Сравните между собой радиусы одной окружности! — Что вы замечаете?

Сравните диаметр с радиусом той же самой окружности! Что вы замечаете?

Диаметр состоит из двух радиусов, поэтому он вдвое длиннее радиуса; следовательно, диаметры одной и той же окружности имеют одинаковую длину.

Начертите новую окружность, проведите в ней несколько диаметров и сравните их друг с другом!

492. Начертите окружность, которой радиус был бы равен 2 cm; из того же центра опишите окружности, которых длины радиусов были бы равны: 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm! Скажите, какой длины будет диаметр каждой из них?

Начертите окружности, которых диаметры были бы 1) 4 cm, 2) 5 cm, 3) 9 cm!

493. Отметьте точку O! Найдите при помощи циркуля все точки, которые отстоят от O на 5 cm!

Что вы в действительности сделали?

Укажите несколько точек, которые были бы ближе, чем на 5 cm к O! Укажите несколько точек, которые были бы от O дальше, чем на 5 cm!

494. Отметьте две точки A и B, расстояние между которыми было бы 4 cm! — Найдите все точки, которые

находились бы на расстоянии 3 cm от A, а потом все точки, которые находились бы на расстоянии 3 cm от B!

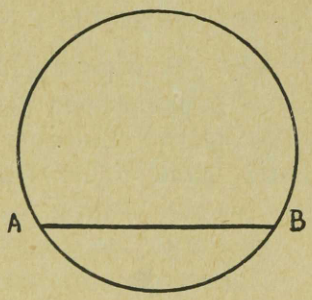
Потом укажите точки, которые находились бы на расстоянии 3 cm одновременно от A и от B!

Укажите все точки, которые были бы от A и от B ближе, чем на 3 cm.

Начертите какой-нибудь отрезок прямой AB; отметьте где-нибудь в стороне две точки 0 и M! Теперь найдите все точки, которые отстоят от 0 на расстоянии AB; потом все точки, которые от M находятся на том же расстоянии!

Не найдется ли точек, которые были бы одновременно на расстоянии AB от 0 и от M?

495. Начертите окружность, возьмите на ней две точки A и B и соедините их прямой линией (черт. 60)! Отрезок AB называется хордой.



Черт. 60.

Проведите в этой же окружности несколько хорд и сравните их друг с другом! Проведите одну хорду через центр!

Какую линию вы получили? Сравните с диаметром другие хорды!

В каждой окружности диаметр есть самая длинная из хорд.

496. Радиусом в 6 cm начертите окружность! Выберите на ней точку A! Проведите из A хорду длиной в 1) 5 cm! 2) 8 cm! 3) 10,6! Поищите на той же окружности точку, которая от A была бы дальше всех!

Начертите произвольным радиусом новую окружность! Выберите на ней какую-нибудь точку A и проведите из этой точки хорду, равную радиусу; из конца этой хорды проведите другую хорду такой же длины;

из конца второй третью и т. д. — Сколько раз придется вам провести в окружности хорду такой длины, пока не придете обратно в точку А?

497. Начертите на листе бумаги две окружности одинакового радиуса; вырежьте круги и сравните их, накладывая друг на друга!

Два круга или две окружности, имеющие радиусы одинаковой длины, равны.

Подумайте хорошенько, почему это должно быть так! Для более легкого понимания, начертите на бумаге две или больше окружностей с одинаковым радиусом и вообразите, что вы их накладываете друг на друга для сравнения . . . Если сперва совместить все центры, и так как все радиусы равны, то . . . (сравни задачу 487)!

498 В вырезанном круге проведите диаметр и по его направлению разрежьте круг! Сравните полученные части! Диаметр делит не только круг на две равные части (полукруги), но делит также окружность на две равные части (полуокружности).

Покажите полуокружности!

Проведите диаметры еще в нескольких окружностях и покажите полуокружности!

Часть окружности называется дугой. Полуокружность есть также дуга.

Проведите в круге два диаметра!

Покажите теперь некоторые дуги, которые короче чем полуокружность, и другие, которые длиннее, чем полуокружность!

Проведите в круге два взаимно перпендикулярных диаметра!

На сколько частей разделилась окружность?

Как можно сравнить эти части?

Сделайте это!

Покажите четверть окружности! Покажите $\frac{3}{4}$ окружности!

Покажите на глобусе четверть окружности! Еще! Покажите ближайший путь между двумя точками, лежащими на экваторе!

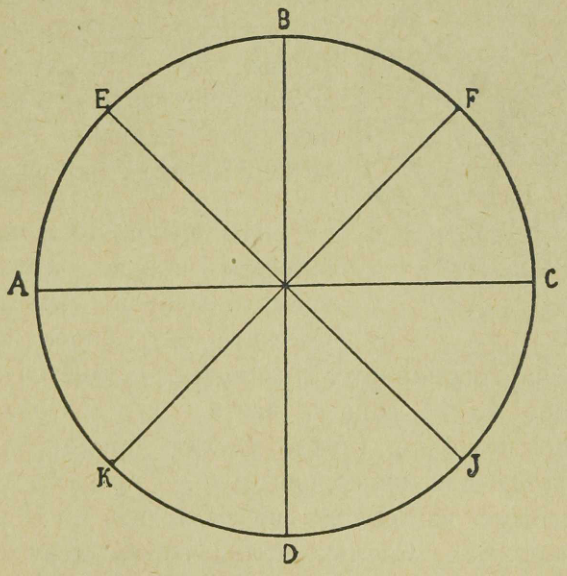
499. Один вырезанный круг накладывается на бумагу, и по нему вырезается новый круг такой же величины. Центр нового круга неизвестен. Как его найти, не прибегая к помощи первого круга?

Сложим полученный круг пополам так, чтобы края половин совпали бы; мы получим полукруг.

Если снова расправим круг, то окажется, что стал виден один диаметр (линия, по которой был согнут круг). Сложив круг по другому направлению, получим еще один диаметр.

Не найден ли уже центр? — Где?

500. Начертите на плотной бумаге окружность и вырежьте круг! Сложив его пополам, разделите его на две равные части! Каждый из полукругов разделите еще пополам! Круг разделится на 4 равных части.



Черт. 61.

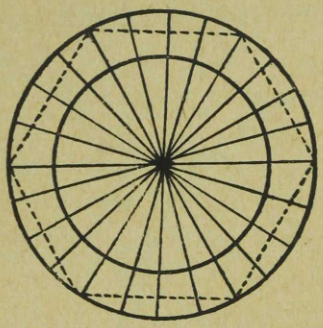
После этого расправьте круг и обозначьте дуги равной длины AB, BC, CD и DA (черт. 61)! — Теперь сложите круг пополам так, чтобы точка C совпала с точкой B, точка D с точкой A! Расправьте!

Вся окружность разделена теперь на 8 равных частей: AE, EB, BF, FC, CJ, JD, DK и KA.

Как разделить окружность на 16 равных частей? на 32? Сделайте это!

Примечание: удобнее действовать, если возьмете очень большой круг.

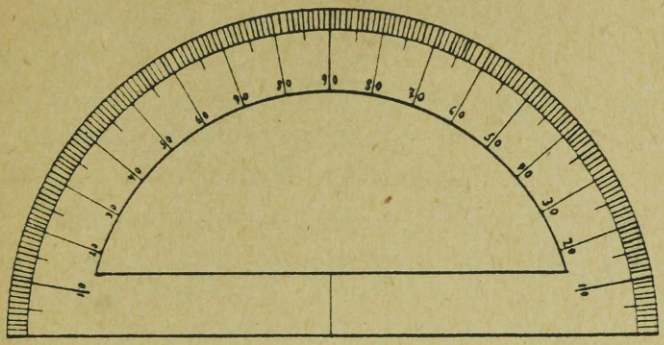
501. Вырежьте новый круг и разделите его окружность на 6 равных частей, проводя хорды, равные радиусу (черт. 62)!



Черт. 62.

Разделите, как и раньше, каждую часть опять на две! Окружность разделится на 12 равных дуг. Каждую часть можно еще разделить пополам, так что получим двадцать четвертые доли окружности.

Из центра этого же круга опишите новую окружность, немного меньше, чем первая. Сложите круг снова пополам и удалите внутренний круг ножницами; останется кольцо, разделенное на 24 равных части. Из этого кольца, сложив его пополам, можно сделать прибор, который употребляется для измерения дуг — транспортир. Только каждую часть надо еще разделить на 15 равных частиц (черт. 63). Сколько таких частиц содержится в целой окружности?



Черт. 63.

502. В вашей готовальне имеется металлический транспортир (черт. 63). — Покажите на нем полуокружность! — На сколько частей разделена эта полуокружность? — Сколько таких частей в целой окружности?

Окружность разделяется на 360 равных частей, которые называются градусами.

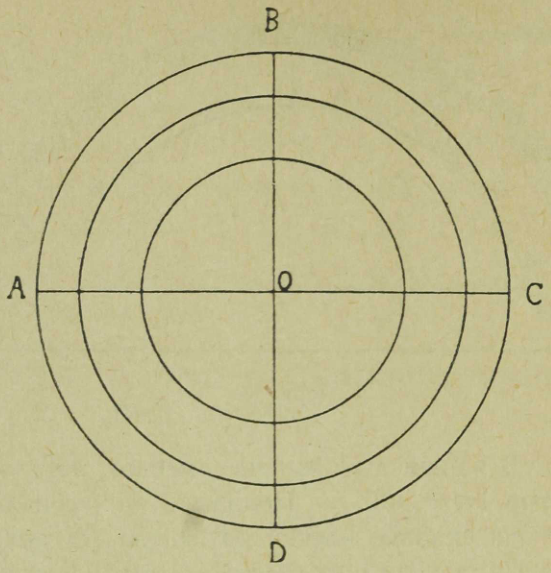
Покажите на транспортире дугу, в которой было бы 10 градусов; 5 градусов; 1 градус; 20 градусов; 90 градусов; 150 градусов! Градусы обозначаются кратко маленьким значком ^{0}, так что „30 градусов" пишется кратко 30^0.

Покажите на глобусе: 1) полуокружность! 2) дугу в 30^0! 3) дугу в 10^0! 4) дугу в 15^0!

Сравните 10^0 на транспортире с 10^0 на глобусе!

Сколько градусов содержится в четверти окружности? в шестой части окружности? в девятой части окружности? в двенадцатой части окружности? в двадцать четвертой части окружности? в трех четвертях окружности? в двух третях окружности?

503. Начертите окружность с помощью транспортира! (Следует чертить два раза полуокружность!)



Черт. 64.

Разделите с помощью транспортира эту окружность на четыре равных части!

Сколько градусов придется взять для каждой части?

Точки деления A, B, C и D (черт. 64) соедините прямыми линиями с центром 0!

Выберите транспортир поменьше и начертите с его помощью вокруг того же центра новую окружность (вторую)!

Определите с помощью транспортира, делят ли те же самые радиусы AO, BO, CO и DO также и новую окружность на четыре равных части!

Проведите циркулем вокруг того же центра еще меньшую окружность (третью) и измерьте на глаз, делят ли те же самые радиусы и эту окружность на 4 равных части!

504. Разделите на глаз каждую четверть первой окружности пополам; проверьте и исправьте это деле-

ние при помощи транспортира; проведите радиусы в точки деления!

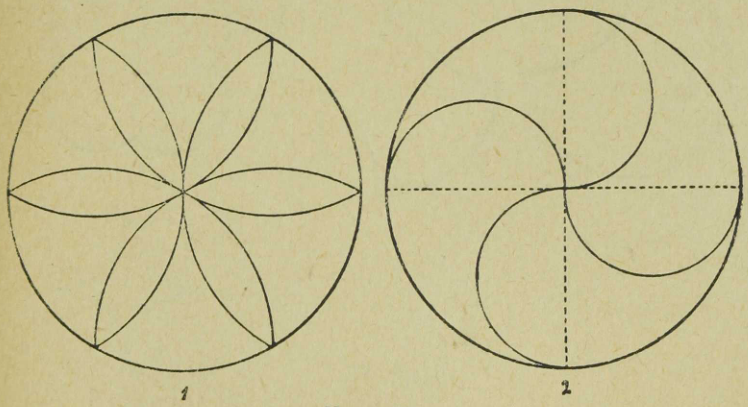
Делятся ли также и другие окружности на 8 равных частей? Сколько градусов содержится в каждой отдельной части каждой окружности?

Отмерьте во второй окружности дугу в 60^0 и проведите через концы ее радиусы, которые продолжите до первой окружности. Определите, сколько градусов содержат дуги между этими радиусами в первой и третьей окружности!

Опишите вокругъ того же центра новую окружность (четвертую), которая была бы больше трех первых! Продолжите все ранее проведенные радиусы и выясните, сколько градусов содержат дуги, вырезанные этими радиусами из четвертой окружности!

505. Нарисуйте окружность, отметьте на ней несколько точек и найдите, сколько градусов в каждой дуге между двумя точками!

Начертите окружность произвольным радиусом и отметьте на ней дуги такой величины: 1) 90^0; 2) 60^0; 3) 45^0; 4) 30^0 и 5) 150^0!



Черт. 65

506. Начертите окружность и разделите ее 1) на 4, 2) на 6, 3) на 8, 4) на 10, 5) на 3 равных части!

Найдите шестую часть какой-нибудь окружности и соедините концы ее хордой. Сравните полученную хорду с радиусом!

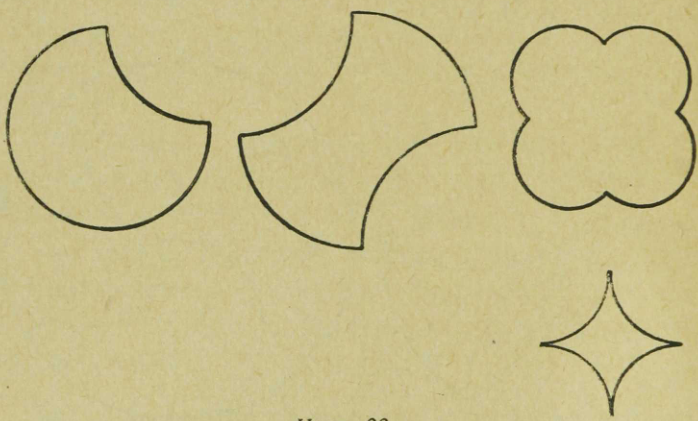
Начертите другую окружность новым радиусом и повторите то же самое! — Что вы замечаете? Сопоставьте это наблюдение с тем, что было сделано раньше!

Разделите окружность на 6 равных частей! на три равных части (без помощи транспортира)!

507. Рассмотрите, как начерчены фигуры на чертеже 65, и нарисуйте такие же в своих тетрадях.

Составьте самостоятельно фигуры, подобные этим!

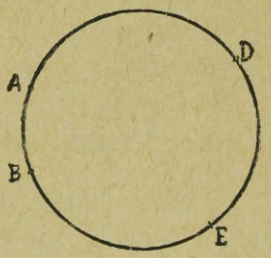
508. Попробуйте найти, сколько градусов содержится в каждой дуге, изображенной на чертеже 66!



Черт. 66.

509. На окружности (черт. 67) лежат без промежутков дуги AB, BE и ED.

$AB = 40^0$
$BE = 98^0$
$ED = 92^0$



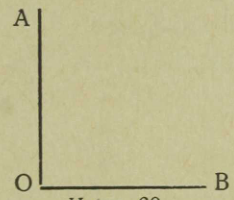
Черт. 67.

Найдите, сколько градусов содержит

дуга AE!
„ BD!
„ AED!
„ AD!

15. Углы. Измерение углов. Симметрия.

510. Приложите циркуль плашмя к классной доске! Одну ножку циркуля держите неподвижно, а другую вращайте. Ножки циркуля образуют при этом все новые и новые углы. Точно также две прямые OA и OB (черт. 68), которые исходят из одной точки O, образуют угол. Если линию OB поворачивать вокруг точки O по направлению движения часовой стрелки, оставляя OA неподвижной, то угол увеличивается; если ту же линию (OB) повертывать в противоположном направлении, то угол уменьшается.



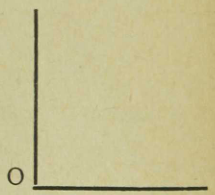
Черт. 68.

511. Вместо слова угол при письме употребляется знак $\angle$.

Проведите через данную точку несколько прямых и обозначьте буквами углы, которые при этом образуются!

Если не может быть сомнения, о каком угле идет речь, то его можно обозначить одной буквой, помещая ее при вершине, например, $\angle$ O на чертеже 69.

Начертите на бумаге угол KLM! Затем проведите из вершины L прямую линию LN так, чтобы образовался новый угол KLN, который был бы больше первого угла. Из той же вершины проведите новую прямую LP так, чтобы новый угол KLP был



Черт. 69.

бы меньше первого угла. В котором случае сторона нового угла лежит внутри данного угла? В котором вне?

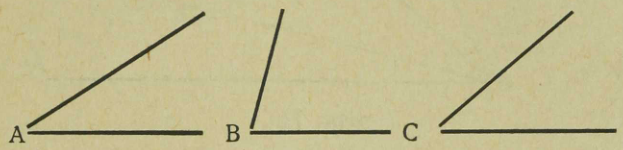
512. Начертите новый угол RST! Составьте из ножек циркуля угол такой же величины! Для этого поставьте вершину циркуля на вершину угла, одну ножку циркуля направьте по одной стороне угла, другую по другой.

Начертите новый угол и сравните его с углом, образованным ножками циркуля! Для этого нужно угол, образованный ножками циркуля, наложить на другой так, чтобы вершина совпала с вершиной, и одна сторона пошла бы по стороне другого угла; если тогда направления других сторон также совпадут, то углы равны. Если же вторые стороны не совпадут, то тот угол будет меньше, которого сторона пройдет внутри другого угла.

Начертите два угла AOB и CMD и расскажите, как можно их сравнить!

Итак, величина углов не зависит от длины сторон, а зависит от того, на сколько они раздвинуты.

513. Нарисуйте на бумаге два угла, вырежьте их и сравните!



Черт. 70.

Определите на глаз, который из углов на чертеже 70 самый большой, который самый маленький!

514. Начертите угол AOB (черт. 71)! Вращайте мысленно сторону OB вокруг вершины O так, чтобы она принимала все новые и новые направления:

OB_1, OB_2, OB_3 и т. д. Подумайте, какую линию чертит при этом вращении отдельная точка прямой OB, напр., точка B, C, D и т. д.!

Где находится центр дуг BB_1, CC_1, DD_1 и т. д?

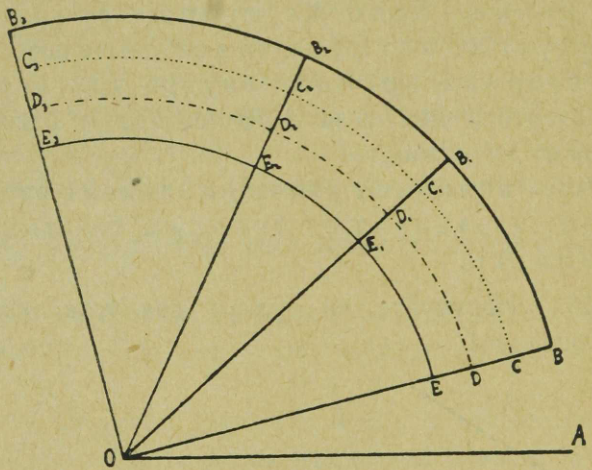
Содержат ли дуги BB_1, CC_1, DD_1 и т. д. одинаковое число градусов?

Каждую из дуг BB_1, CC_1, DD_1 и т. д. называют дугой угла BOB_1. Центром каждой дуги угла BOB_1 является вершина угла, и все эти дуги содержат одинаковое число градусов.

Назовите несколько дуг угла B_1OB_2 и найдите, сколько в каждой из них градусов!

Найдите величину дуг угла B_2OB_3!

Начертите несколько дуг угла B_1OA!



Черт. 71.

515. Если в дуге угла содержится один градус, то этот угол называется угловым градусом; если в дуге угла имеется 2 градуса (дуговых градуса), то в угле содержится два угловых градуса; если в дуге угла 30 дуговых градусов, то и в угле 30 угловых градусов и т. д.

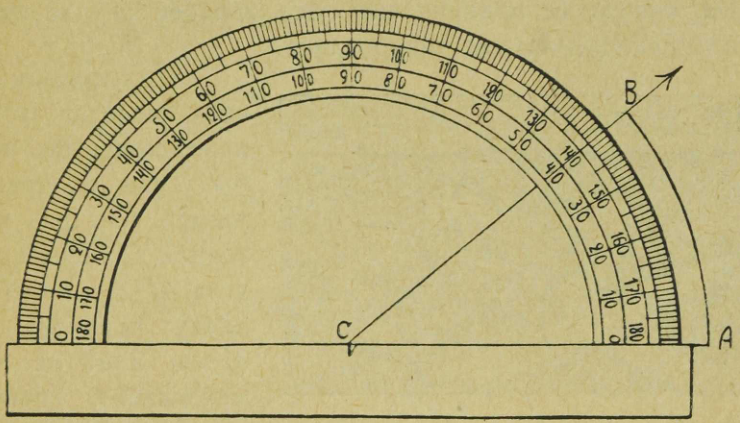
Сколько градусов в угле, если в его дуге: 1) 45^0, 2) 12^0, 3) 120^0, 4) 90^0? Угол содержит столько градусов, сколько и его дуга.

Сколько градусов в каждом из углов BOB_1, B_1OB_2 B_2OB_3 (черт. 71)?

Угловой градус служит мерой углов. Чтобы измерить угол, находят, сколько градусов в его дуге; столько же угловых градусов содержит и угол.

516. Измерьте транспортиром величину углов: AOB, AOB_1, AOB_2, AOB_3, BOB_2, BOB_3, B_1OB_3 (черт. 71)!

Транспортир накладывается на угол так, чтобы центр его дуг совместился с вершиной угла (черт. 72), и чтобы часть его полуокружности оказалась между сторонами угла (была бы дугой угла). Тогда уже не трудно сосчитать, сколько градусов в дуге угла, а, следовательно, и в самом угле. Отсчет градусов легче, если одна из сторон угла пройдет через начальную точку полуокружности транспортира, поэтому желательно диаметр транспортира направить вдоль одной из сторон угла.



Черт. 72.

Начертите несколько углов, имеющих стороны различной длины! Измерьте их транспортиром!

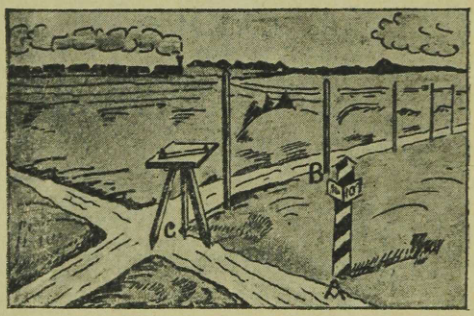
517. Из двух тонких палочек составьте угол! Наложите транспортир на этот угол (конечно, центр наложите на вершину), вращайте одну из палочек вокруг вершины и заметьте, как возрастает число градусов дуги, заключенной между сторонами угла (палочками)!

Когда дуга достигнет 30^0, прекратите вращение и нарисуйте полученный угол на бумаге! Чему он равен?

Начертите угол в 45^0! Начертите угол в 60^0!

518. На поверхности земли имеется угол АОВ (черт. 73). Как его измерить?

Для решения этой задачи употребляется м е н з у л а. Мензула состоит из четыреугольной доски, укрепленной на треножнике (черт. 73). При работе на доске укрепляется кнопками лист бумаги. Около середины в точку „о“ вкалывается в доску булавка. Затем берется деревянная линейка, близко к одному ее краю втыкаются две иголки, недалеко от концов. Мензула готова к употреблению. Разумеется, при более точных измерениях употребляется, вместо деревянной, железная линейка. На концах ее прикреплены уже заранее те или иные приспособления для визирования.



Черт. 73.

При помощи отвеса мензула устанавливается так, чтобы точка „о“ приходилась как раз над точкой О (вершиной угла АОВ); линейку кладут на бумагу так, чтобы край ее, отмеченный иглами, касался булавки, и чтобы иголки установились по направлению линии ОА. Вдоль края линейки проводится линия. После этого линейка устанав-

ливается по направлению линии OB, и проводится новая линия. На бумаге образуется новый угол „aob“. Если ∠aob измерить транспортиром, то мы будем знать величину ∠AOB.

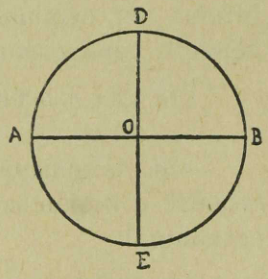
Измерьте на поле мензулой различные углы!

Отметьте на поле мензулой углы в 40^0, 60^0, 130^0!

519. Начертите на бумаге окружность и вырежьте круг. Сперва сложите его аккуратно пополам, потом полукруг еще пополам! Теперь расправьте круг (черт. 74)!

Что представляют линии AB и DE? Каковы будут между собой углы AOD, DOB, BOE и AOE? К какому виду углов они относятся? Назовите дуги этих углов! При складывании круга эти дуги на всем протяжении в точности совпадали, поэтому они равны.

Сколько дуговых градусов в целой окружности, и сколько в каждой полученной дуге?



Черт. 74.

Сколько угловых градусов в каждом полученном угле?

Прямой угол также служит мерой углов.

Прямой угол $= 90^0$.

Сколько градусов в двух прямых углах? в $\frac{1}{3}$ прямого угла? в 0,5 прямого угла? в 1,5 прямого угла? в $10^0/_0$ прямого угла? в 0,2 прямого угла?

Какую часть прямого угла составляет угол в 45^0? в 30^0? в 15^0? в 60^0? в 180? в $22\frac{1}{2}^0$?

520. Как велик угол между часовыми стрелками, когда часы показывают ровно 3 часа? 9? 4? 8? 2?

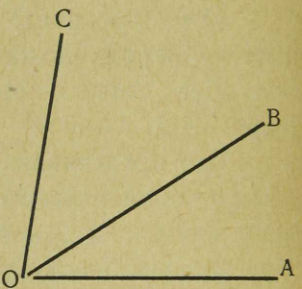
521. Начертите несколько углов и измерьте их транспортиром! Измерьте углы у треугольной призмы! Измерьте углы у других тел!

522. Измерьте углы AOB и BOC (черт. 75) и запишите результаты в виде следующей таблицы:

$\angle$ AOB = . . .^{0}	
$\angle$ BOC = . . .^{0}	и сложите
$\angle$ AOB + $\angle$ BOC = $\angle$ AOC = . . .^{0}	

Полученную величину проверьте, измерив угол AOC!

Угол AOC называется суммой углов AOB и BOC.



Черт. 75.

523. Вырежьте из цветной бумаги какой-нибудь угол, из бумаги другого цвета второй угол; наклейте эти углы в тетрадь так, чтобы образовалась их сумма (чтобы их вершины совпали, и чтобы одна сторона первого совместилась с одной стороной второго)!

Вы сложили углы. Покажите их сумму!

524. Нарисуйте какой-нибудь угол, а потом постройте с помощью транспортира новый угол такой же величины!

Нарисуйте два угла! Изобразите возле одного угла угол, равный второму (с помощью транспортира)! Покажите, как образовалась сумма двух данных углов! Измерьте каждый слагаемый угол и сложите результаты; проверьте величину суммы измерением!

Сложите таким же образом три угла; 4 угла!

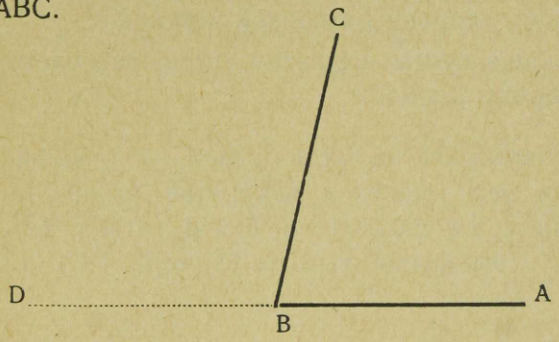
525. Измерьте все углы в основании треугольной призмы. Напишите их величины и сложите полученные числа!

Начертите $\triangle$ ABC; измерьте все его углы и напишите полученные результаты в виде такой таблицы:

$$\begin{array}{r} \angle A = \ldots^0 \\ \angle B = \ldots^0 \\ \angle C = \ldots^0 \\ \hline \angle A + \angle B + \angle C = \ldots^0 \end{array}$$ и сложите

Нарисуйте несколько новых треугольников, измерьте углы каждого из них и сложите отдельно углы каждого треугольника!

526. Начертите угол ABC (черт. 76) и продолжите его сторону BA влево от вершины B. Получается новый угол CBD, который называется смежным углом угла ABC.



Черт. 76.

Измерьте углы ABC и CBD и найдите, на сколько градусов $\angle$ ABC меньше прямого угла, и на сколько градусов угол CBD больше прямого угла!

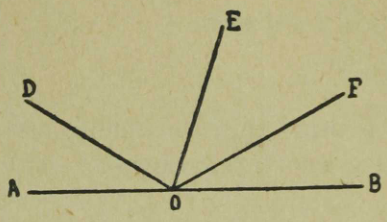
Нарисуйте новый угол и потом его смежный угол! Измерьте оба и сложите полученные числа!

Начертите еще несколько пар смежных углов и найдите сумму каждой пары!

Сумма двух смежных углов равна 180^0 или двум прямым углам.

Проверьте это еще при помощи транспортира, накладывая последний на каждую пару смежных углов!

527. На прямой линии AB (черт. 77) взята точка O, из этой точки проведен ряд прямых линий по одну сторону от AB. Назовите все углы, которые при этом образовались по одну сторону от AB!



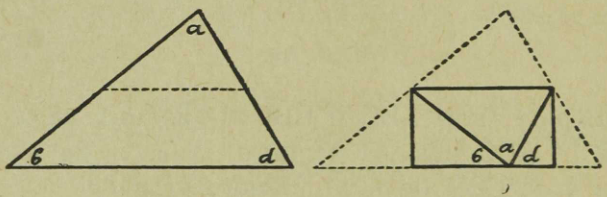
Черт. 77.

Найдите при помощи транспортира сумму всех этих углов!

Начертите новую прямую, возьмите на ней произвольную точку и проведите из нее целый ряд прямых линий по одну сторону от первой прямой!

Как велика сумма всех этих углов, расположенных по одну сторону прямой?

528. Нарисуйте на листе бумаги очень большой △, проведите в нем высоту и аккуратно вырежьте его! Теперь согните все углы его a, b и d, чтобы вершины их сошлись у основания высоты O (черт. 78)! Вы ви-



Черт. 78.

дите, что углы треугольника составляют как раз такую же сумму, как углы с общей вершиной, расположенные по одну сторону прямой, т. е. 180^0.

Сходится ли это с данными, полученными ранее при измерении и сложении (задача 525)?

529. Вырежьте △, оторвите у него углы и сложите их, наклеив на бумагу!

Какая тогда получится сумма?

Итак, сумма углов каждого △ равна 180^0 или двум прямым углам.

530. Найдите величину третьего угла, если в △ ABD

1) $\angle A = 73^0$ и $\angle B = 82^0$!
2) $\angle A = 111^0$ и $\angle B = 33^0$!
3) $\angle B = 18^0$ и $\angle D = 59^0$!
4) $\angle A = 90^0$ и $\angle B = 45^0$!

531. Начертите △ ABD, в котором $\angle A = 115^0$, сторона $AB = 10$ cm и сторона $AD = 9$ cm.

Один из углов этого треугольника тупой ($\angle A = 115^0$). Может ли быть в этом же △ второй тупой угол, напр., равный 91^0? (Чему равнялась бы тогда сумма этого угла и $\angle A$?)

В треугольнике не может быть больше одного тупого угла.

Треугольник, в числе углов которого имеется один тупой угол, называется тупоугольным треугольником.

Начертите несколько тупоугольных треугольников!

Треугольник, у которого все углы острые, называется остроугольным.

532. Может ли быть в треугольнике больше одного прямого угла?

Чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника?

Могут ли быть у треугольника такие углы:

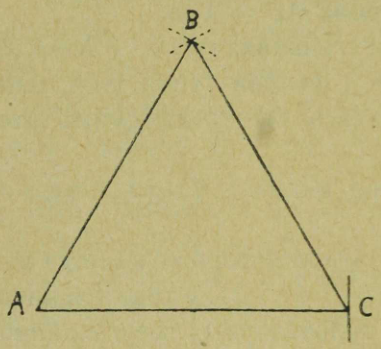
1) прямой угол, острый и острый?
2) прямой угол, прямой и острый?
3) острый угол, острый и острый?
4) прямой угол, острый и тупой?
5) тупой угол, тупой и острый?
6) тупой угол, острый и острый?
7) прямой угол, прямой и тупой?

533. Начертите △ (черт. 79), у которого все стороны равнялись бы 5 cm! (См. IV год обучения, зад. 722).

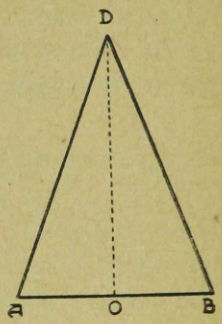
Измерьте его углы! Что вы замечаете?

Все углы равностороннего треугольника равны, и каждый из них равен 60°.

534. Начертите какой-нибудь равнобедренный треугольник (черт. 80)! Как это сделать (IV год обучения, задачи 720 и 724)! Измерьте и сравните его углы! Что вы замечаете?



Черт. 79.



Черт. 80.

Начертите новый равнобедренный △ и сравните его углы!

Нарисуем на бумаге равнобедренный △ (ABD) (черт. 80) и вырежем его. Затем перегнем его так, чтобы одна сторона AD пошла бы по стороне BD. Мы замечаем, что вершина A совпадает с вершиной B.

(Почему это должно случиться?)

Какие углы совпадают?

Отсюда мы заключаем, что в равнобедренном △ углы при основании равны.

Мы еще замечаем, что при складывании пополам равнобедренного △ угол при вершине разделяется линией сгиба на две равные части: ∠ ADO и ∠ BDO.

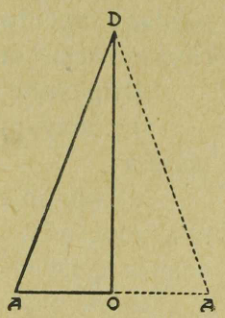
$\angle$ AOD совмещается с углом BOD. Каковы эти углы, если сравнить их друг с другом по их величине?

Каково взаимное положение линии перегиба DO и основания AB? Каковы части основания AO и BO, если сравнить их друг с другом?

Нарисуйте еще новый равнобедренный $\triangle$, вырежьте его, сложите его так, чтобы равные стороны совпали, и исследуйте, обладает ли этот новый равнобедренный $\triangle$ такими же свойствами, какие мы нашли в прежнем равнобедренном $\triangle$!

В равнобедренном $\triangle$ прямая линия, делящая угол при вершине пополам, есть высота. Она делит основание пополам.

535. Начертите угольным карандашом (или же чернилами) на чистой бумаге прямоугольный $\triangle$ ADO (черт. 81). Сложите бумагу по катету OD и крепко прижмите одну половину бумаги к другой. Когда развернете бумагу, то найдете...

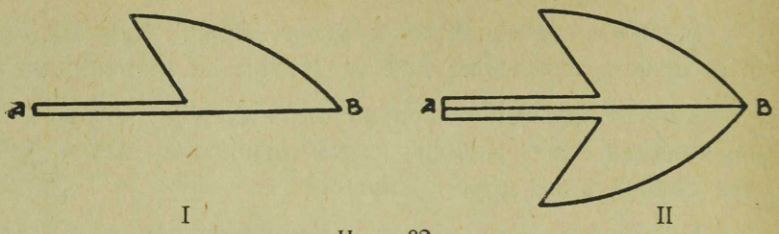


Черт. 81.

В равнобедренном $\triangle$ можно найти такую линию (делящую угол при вершине пополам — высоту), что, если по ней перегнуть $\triangle$, то обе его половины вполне совмещаются.

Это свойство выражается так: равнобедренный $\triangle$ симметричен относительно биссектрисы угла при вершине (высоты). Биссектриса угла при вершине называется осью симметрии равнобедренного треугольника.

536. Сложите лист бумаги вдвое, вырежьте из нее какую нибудь фигуру (черт. 82, I) так, чтобы линия перегиба AB не была вся вырезана из фигуры, и тогда снова расправьте лист (черт. 82, II)!



I II

Черт. 82.

Полученная фигура симметрична относительно линии перегиба АВ. Линия АВ есть ось симметрии.

Таким же образом вырежьте из клетчатой бумаги несколько симметричных фигур, проведите в каждой ось симметрии и наклейте их в тетрадь!

537. Сложите клетчатую бумагу по одной из линеек и вырежьте прямоугольный треугольник так, чтобы один из катетов совпадал с линией перегиба; расправьте полученную фигуру и определите, к какому разряду треугольников она относится, и какая линия служит осью симметрии!

Вырежьте также:

1) полукруг, направляя его диаметр по линии перегиба;

2) прямоугольник, направляя одну сторону по линии перегиба, и определите, какого вида будет полученная фигура, и какая линия будет осью симметрии в каждом случае!

538. Вырежьте из клетчатой бумаги следующие фигуры:

1) равносторонний △,
2) квадрат,
3) прямоугольник,
4) параллелограмм,
5) круг,
6) полукруг,
7) прямоугольный △,
8) тупоугольный △,

и, складывая их пополам, определите, какие из этих фигур имеют ось симметрии, а какие нет; определите также, которые из этих фигур имеют две (или больше) оси симметрии!

Вы замечаете, что осью симметрии служит:

1) в равностороннем △ — каждая высота;

2) в квадрате — каждая диагональ и каждая прямая, проходящая через середину квадрата и перпендикулярная к одной из сторон;

3) в прямоугольнике — только прямые линии, проходящие через точку пересечения диагоналей и перпендикулярные к одной из сторон;

4) в круге — каждый диаметр;

5) в полукруге — радиус, перпендикулярный к диаметру; — параллелограмм, прямоугольный и тупоугольный △△ вообще не имеют оси симметрии.

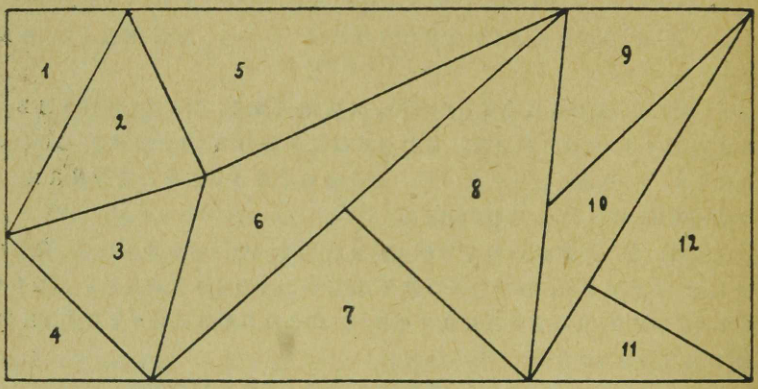
539. Нарисуйте круг и проведите в нем ось симметрии (диаметр)! Поставьте теперь зеркало так, чтобы оно было перпендикулярно к плоскости круга, и чтобы его нижний край пошел бы по оси симметрии!

Посмотрите на ту часть круга, которую зеркало не закрывает, и на ее изображение в зеркале!

Вы замечаете, что полукруг и его изображение в зеркале образуют целый круг. Фигура и ее изображение в зеркале образуют новую фигуру, которая симметрична относительно края зеркала.

Приставляйте край зеркала к различным фигурам так, чтобы плоскость зеркала была перпендикулярна к плоскости фигур, и замечайте те симметричные фигуры, которые составляются данными фигурами и их изображениями в зеркале!

Найдите среди окружающих предметов побольше таких фигур, которые имели бы ось симметрии! (напр., окно, потолок, классная доска, крест, колесо, лист растения и т. д.)



Черт. 83.

540. Определите, — сперва зрением, потом масштабом и транспортиром, — какого вида будет каждый △ на чертеже 83, и напишите ответы в виде таблицы:

номер △	по сторонам	по углам
1	разносторонний	прямоугольный
2	—	—
3	—	—
4	—	—

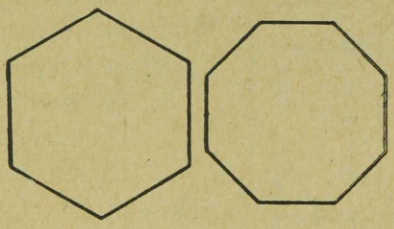
и т. д.

16. Правильная призма. Правильный многоугольник. Развертывание призмы на плоскости.

541. Из числа многоугольников, служащих основаниями прямых призм, некоторые заслуживают особенного внимания. Рассмотрим, например, тот многоугольник, который находится на конце карандаша. Не очиненный карандаш имеет обыкновенно форму шестиугольной прямой призмы, иногда также восьмиугольной. Легко заметить, что боковые грани одного и того же карандаша — совершенно одинаковые прямоугольники (черт. 84), а стороны основания (конца) все равны. — Фигура основания (конца) в увеличенном виде показана на чертеже 85. Сравните все его стороны!



Черт. 84.



Черт. 85.

Измерьте все его углы! Что вы замечаете?

Мы видели раньше, что у квадрата все стороны равны между собой, и все углы равны между собой; у равносторонних треугольников равны между собой стороны, а также и углы; теперь мы нашли еще дру-

гие многоугольники с равными сторонами и равными углами. Такой многоугольник, стороны которого равны между собой, и углы которого равны между собой, называется правильным многоугольником.

Можно ли назвать прямоугольник правильным многоугольником? а ромб? а прямоугольный треугольник?

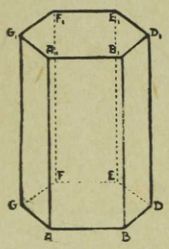
542. Не очиненный карандаш имеет обыкновенно форму прямой призмы, основание которой есть правильный многоугольник.

Такую прямую призму называют правильной призмой.

Карандаш обыкновенно представляет правильную шестиугольную призму, иногда также восьмиугольную.

Какие из раньше известных призм можно назвать правильными призмами (столбами)?

У прямых призм, как мы знаем, все боковые грани прямоугольники.



Черт. 86.

Какие будут эти прямоугольники (боковые грани) по сравнению друг с другом в правильной призме?

Почему?

Почему равны их основания?

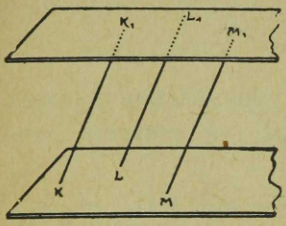
Будет ли $AA_1 = BB_1$? (черт. 86). Почему?

Будет ли $DD_1 = BB_1$? Почему?

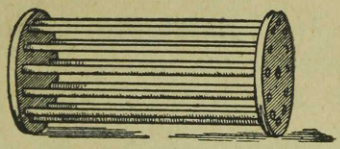
Будет ли $AA_1 = DD_1 = EE_1 = FF_1 = GG_1 = BB_1$?

543. Не лишнее заметить, что у всех призм боковые ребра параллельны между собой, и запомнить, что основания каждой призмы параллельны между собой, т. е., на всем протяжении одинаково удалены друг от друга, не сближаются и не удаляются друг от друга. Далее

интересно отметить, что параллельные прямые (напр.)

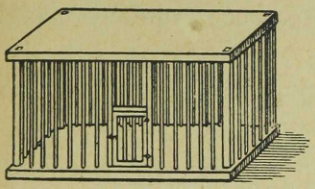


Черт. 87.

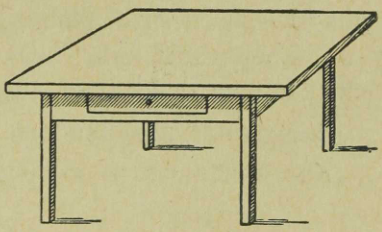


Черт. 88.

AA_1, BB_1, DD_1, черт. 86), заключенные между параллельными плоскостями (например, ABDEFG и $A_1B_1D_1E_1F_1G_1$), всегда равны. Обратите на это внимание на чертежах 87—90!



Черт. 89.

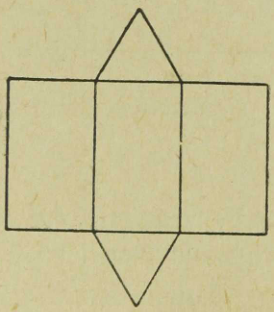


Черт. 90.

544. Так как все боковые грани правильной призмы равны, то такую призму легко развернуть на плоскости и вычислить ее поверхность. Вообразим себе, например, что правильная треугольная призма со всех сторон обернута бумагой в один слой (черт. 91). Если эту бумагу снять и развернуть, то получается фигура, изображенная на чертеже 92.



Черт. 91.



Черт. 92.

Покажите, где здесь будут боковые грани, и где основания?

545. Начертите правильную треугольную призму в развернутом виде, зная, что высота призмы равна 8 cm, а сторона основания 3 cm!

Расскажите, как вы начертите боковые грани, и как основания!

Что вы должны измерить для того, чтобы вычислить полную поверхность этой призмы?

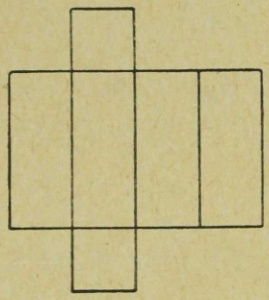
Сделайте так и вычислите!

Как всего скорее найти боковую поверхность?

546. Начертите правильную четыреугольную призму в развернутом виде, зная, что высота призмы равна 8 cm, сторона основания 4 cm!

Вычислите поверхность этой призмы!

Как найти всего скорее ее боковую поверхность?



Черт. 93.

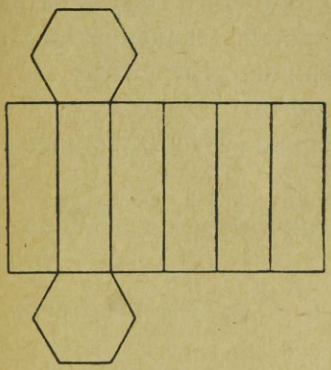
547. Если желательно начертить правильную шестиугольную призму в развернутом виде, (черт. 94), то мы должны уметь начертить правильный шестиугольник по данной его стороне. Как это сделать?

Ознакомимся поближе с правильным шестиугольником.

Опишем окружность и проведем в ней хорды, равные радиусу (задачи 495 и 501). Какой получается многоугольник (черт. 95)?

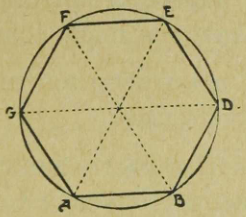
Измерьте его углы! Что вы замечаете?

Соедините все вершины этого правильного шестиугольника с центром окружности!



Черт. 94.

На какие фигуры разделился правильный шестиугольник? Какие будут стороны полученного △ по



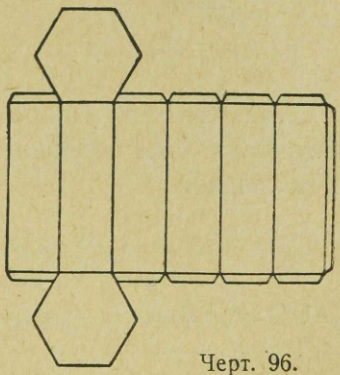
Черт. 95.

сравнению друг с другом? К какому виду относятся эти треугольники?

548. Начертите окружность радиусом, равным 5 cm, и разделите ее на шесть равных частей! Проведите теперь хорды, чтобы получить правильный шестиугольник ABDEFG (черт. 95)! Какой длины каждая сторона этого шестиугольника?

Расскажите, как начертить правильный шестиугольник, сторона которого равнялась бы 7 cm! 4,5 cm! 0,2 m!

549. Начертите на листе бумаги правильную шестиугольную призму в развернутом виде, зная, что высота призмы равна 10 cm, а сторона основания 3 cm. Вырежьте развернутую фигуру, оставив у нее края, чтоб можно было ее склеить (черт. 96), и склейте правильную шестиугольную призму (черт. 97)!



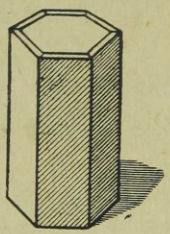
Черт. 96.

550. Нарисуйте на белом листе бумаги окружность! Разделите ее на шесть равных частей (транспортиром) и изобразите в ней шестиугольник. Вырежьте круг вместе с шестиугольником и сложите его так, чтобы линия перегиба шла от одной вершины шестиугольника к противолежащей вершине!

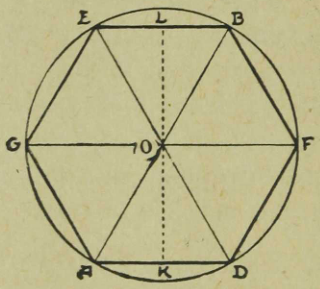
Посмотрите против света, совпадают ли обе половины чертежа?

Чем служит линия перегиба в круге и в правильном шестиугольнике?

Перегните чертеж по другой диагонали! Еще по новой диагонали! Все линии перегиба пересекаются в одной точке, центре круга. Отметьте эту точку буквой O! На какие части вы разделили все линии перегиба (AB, DE, FG, черт. 98) в шестиугольнике?



Черт. 97.



Черт. 98.

Так как при складывании чертежа по каждой из диагоналей обе половины его в точности совпадают, то заключаем:

1) что все △-ки попарно равны, т. е.

$$\triangle ADO = \triangle AGO = \triangle GEO = \triangle EBO = \triangle BFO = \triangle FDO,$$

значит, все треугольники между собой равны;

2) все углы полученного шестиугольника между собой равны, и все стороны между собой равны, и шестиугольник правильный;

3) каждая диагональ правильного шестиугольника есть его ось симметрии;

4) равным дугам окружности соответствуют равные хорды;

5) $\angle AOD = \angle DOF = \angle FOB = \angle BOE$ и т. д., т. е. все углы вокруг центра равны.

Последнее заключение можно вывести, и не складывая чертежа, потому что мы взяли равные дуги AD, DF, FB, BE и т. д.; они же являются дугами углов AOD, DOF, FOB. BOE и т. д. — Равным дугам окружности соответствуют равные центральные углы.

Сколько градусов содержит каждый угол при центре O на чертеже 98?

Сколько градусов будет в центральном угле, если мы разделим окружность на 8 равных частей? на 10 равных частей?

551. Сложите правильный вырезанный шестиугольник вместе с кругом (черт. 98), чтоб совпали концы одной и той же диагонали (диаметра круга), т. е. противолежащие вершины шестиугольника, например G и F!

Рассмотрите, совпадают ли в этом случае обе половины чертежа?

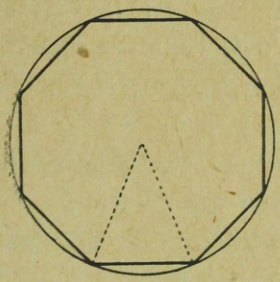
Чем оказывается новая линия перегиба для правильного шестиугольника? Не будет ли она также осью симметрии?

Сколько осей симметрии у правильного шестиугольника?

Как расположены друг относительно друга новая линия перегиба OK и сторона шестиугольника AD? Из чего можно заключить, что углы AKL и DKL прямые?

552. Разделите окружность на 8 равных частей и впишите в нее восьмиугольник (черт. 99)!

Будет ли этот восьмиугольник правильный? Равняется ли и его сторона радиусу?— Найдите его оси симметрии!



Черт. 99.

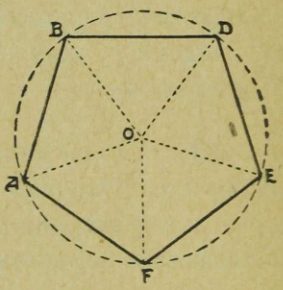
Начертите окружность и с помощью транспортира впишите в нее правильный пятиугольник, правильный десятиугольник, правильный двенадцатиугольник!

Вырежьте правильный пятиугольник и найдите все его оси симметрии!

553. Нарисуйте правильный пятиугольник ABDEF (черт. 100) и разделите все его углы пополам! Что вы замечаете при этом?

Начертите новый правильный многоугольник и разделите его углы также пополам!

Все биссектрисы углов правильного многоугольника сходятся в одной точке. Эта точка называется центром правильного многоугольника. Эта точка есть также центр окружности, описанной вокруг многоугольника.



Черт. 100.

Отрезки прямых OA, OB, OD и т. д. называются радиусами правильного многоугольника.

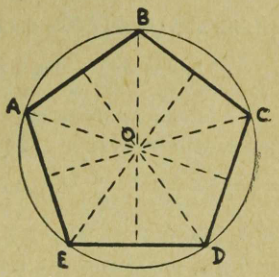
554. Начертите на листе бумаги правильный многоугольник, проведите в нем радиусы и вырежьте его!

Затем разрежьте многоугольник на части, по радиусам, и сравните друг с другом эти части!

Радиусы делят правильный многоугольник на равные треугольники. Этих треугольников столько,

сколько сторон в многоугольнике. Все радиусы имеют одинаковую длину, поэтому все △-ки равнобедренные.

Нарисуйте опять правильный многоугольник (черт. 101, ABCDE) и проведите в нем оси симметрии! Вы получите перпендикуляры, опущенные из центра на стороны многоугольника.



Черт. 101.

Покажите такие перпендикуляры в правильном пятиугольнике на чертеже 101!

Сколько таких перпендикуляров в правильном шестиугольнике? в пятиугольнике? в треугольнике? в восьмиугольнике?

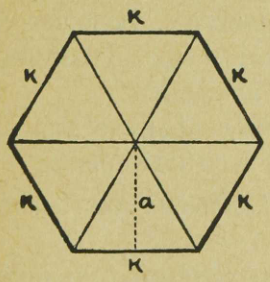
Сравните все перпендикуляры, опущенные из центра одного правильного многоугольника на его стороны!

Все эти перпендикуляры суть высоты треугольников, и все они равны. Эти перпендикуляры называются а п о ф е м а м и правильного многоугольника.

Найдите площадь одного треугольника!

Зная эту площадь, найдите площадь правильного многоугольника!

555. Радиусы правильного многоугольника делят его на равные равнобедренные треугольники, что дает возможность вычислять площадь правильного многоугольника более простым способом.



Черт. 102.

Если длина стороны правильного шестиугольника равна 5 cm, апофемы $4\frac{1}{3}$ cm, то площадь одного △ равна

$$5 \times \frac{4\frac{1}{3}}{2} \text{ cm}^2,$$

а площадь всех шести △-ков

$$6 \times 5 \times \frac{4\frac{1}{3}}{2} \text{ cm}^2.$$

Произведение 6×5 выражает периметр шестиугольника.

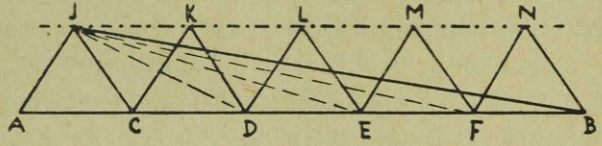
Вообще, если длина стороны правильного многоугольника равна „k“ (черт. 102), апофемы „a“, число сторон „n“, то площадь одного $\triangle$-ка равна $k \cdot \frac{a}{2}$, а площадь всех $\triangle$-ков равна $n \cdot k \cdot \frac{a}{2}$.

Если произведение $n \cdot k$ обозначим, как периметр многоугольника, одной буквой „p“, то

$$p \cdot \frac{a}{2}, \text{ т. е.,}$$

площадь правильного многоугольника равна произведению его периметра на половину апофемы.

556. Разрежьте правильный многоугольник на треугольники и расположите все эти треугольники в ряд по одной прямой (AB), как показано на чертеже 102!



Черт. 103.

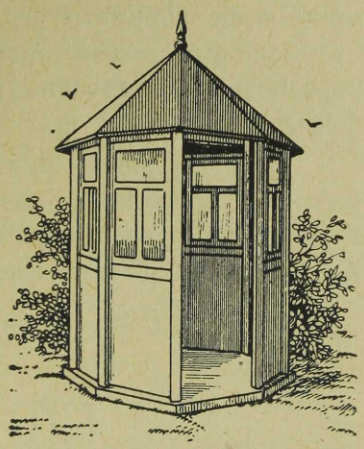
Теперь вообразим, что мы преобразовали треугольник CKD в равновеликий ему $\triangle$ CJD, $\triangle$ DLE в $\triangle$ DJE, $\triangle$ EMF в $\triangle$ EJF, $\triangle$ FNB в $\triangle$ FJB. Значит, все треугольники преобразованы в один единственный $\triangle$ AJB, площадь которого равна площади многоугольника. — Но площадь $\triangle$-ка AJB вычислим, умножая AB на половину высоты. AB есть периметр многоугольника, а половина высоты есть половина апофемы.

Мы получаем снова то же самое правило для вычисления площади правильного многоугольника.

557. Начертите несколько правильных многоугольников и вычислите их площади!

Вычислите площади правильных многоугольников, имеющихся на окружающих предметах!

558. Основанием садовой беседки служит правильный восьмиугольник (черт. 103), которого сторона равна 1,2 m, апофема 1,5 m. Вычислите площадь его основания!



Черт. 104.

559. Известно, что углы, образованные радиусами правильного многоугольника вокруг центра, равны: $\angle AOB = \angle BOD = \angle DOE$ и т. д. (черт. 100). Будем называть такие углы центральными. При этом мы подразумеваем те углы, которые образованы соседними радиусами, оставляя в стороне другие углы, как $\angle AOD$ (между радиусами AO и OD), $\angle AOE$ и т. д.

Найдите, чему равен каждый центральный угол в правильном пятиугольнике, шестиугольнике, восьмиугольнике, треугольнике, десятиугольнике, двенадцатиугольнике, квадрате?

560. ABDEF (черт. 100) есть правильный пятиугольник. Чему равен его центральный угол (напр. $\angle AOB$)?

Затем найдите, чему равна сумма двух других углов в $\triangle$-ке AOB? Как велик каждый из них?

Чему равен весь угол A, $\angle B$, $\angle D$ . . .?

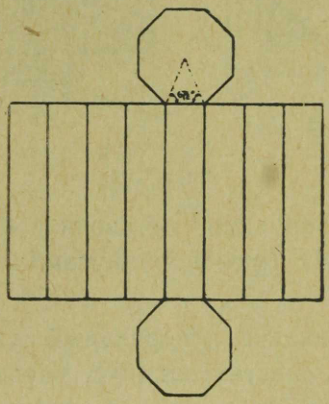
Вычислите, как велик каждый угол правильного восьмиугольника? Чему равен каждый угол правильного десятиугольника?

561. Начертите правильную восьмиугольную призму в развернутом виде, взяв за высоту призмы 10 cm, сторону основания 2 cm. Смотри чертеж 105!

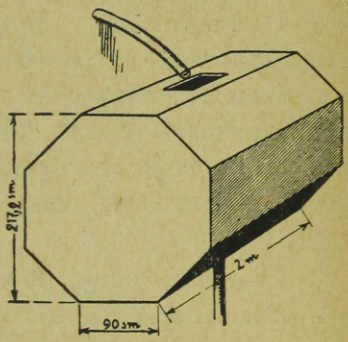
562. Вычислить площадь правильного многоугольника, если периметр его равен 60 cm, а апофема 8,6!

Найдите объем правильной прямой призмы, если периметр ее основания равен 3,2 m, апофема 0,5 m, а высота призмы 4 m!

563. Водяной резервуар имеет форму восьмиугольной правильной призмы (черт. 106). Длина его 2 m, ширина (две апофемы) — 217,2 cm, ширина боковой грани — 90 cm. Найдите его объем в литрах!



Черт. 105.



Черт. 106.

100 литров равняются одному гектолитру; 10 литров равняются одному декалитру.

Найдите, сколько гектолитров вмещает вышеописанный сосуд для воды?

Пользуясь литром, найдите, какой объем больше, ведра или декалитра?

564. Как найти полную поверхность прямой призмы? Поверхность призмы состоит из площадей двух оснований и боковой поверхности. Как всего удобнее вычислить боковую поверхность?

Обратимся к развертыванию призмы (черт. 92, 93, 94, 96 и 105). Боковая поверхность состоит из прямо-

угольников, имеющих одинаковую высоту (высота призмы). При развертывании все прямоугольники составят один прямоугольник, высота которого равна высоте призмы, а основание равно периметру основания призмы. Отсюда следует, что боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания призмы на ее высоту.

Как надо точнее понимать это кратко выраженное предложение?

565. Высота прямой призмы равна 20 cm, площадь основания — $12\frac{1}{4}$ cm^2, периметр основания — 14,2 m; вычислить ее полную поверхность!

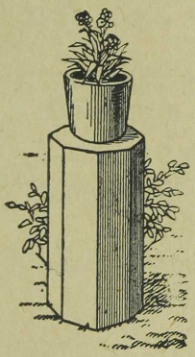
Вычислите полную поверхность нескольких моделей вертикальных призм!

Вычислите полную поверхность вашей бумажной призмы в квадратных сантиметрах (задача 546)!

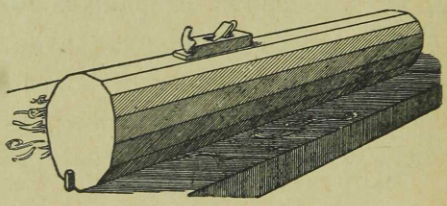
566. Высота прямоугольной прямой призмы равна 12,5 cm, ширина 5 cm, длина 4 cm. Начертите ее в развернутом виде и вычислите поверхность!

17. Цилиндр.

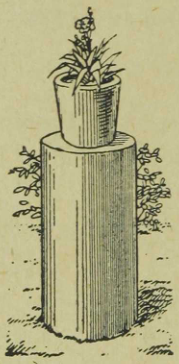
567. Плотник хотел сделать в своем саду столб для цветочного горшка в виде многогранной правильной призмы (черт. 107), но передумал и начал сострогивать углы . . . Число боковых граней призмы постепенно возрастало (черт. 108). Наконец, столб стал совсем (черт. 109) округленный, принял форму цилиндра (черт. 110).



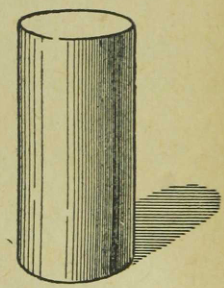
Черт. 107.



Черт. 108.



Черт. 109.



Черт. 110.

Итак, цилиндр есть как бы прямая призма, у которой бесконечно много боковых граней.

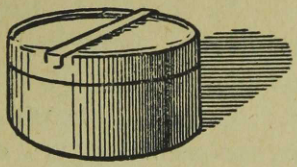
Другие такие же столбы он сделал уже на токарном станке.

Расскажите, как он это сделал.

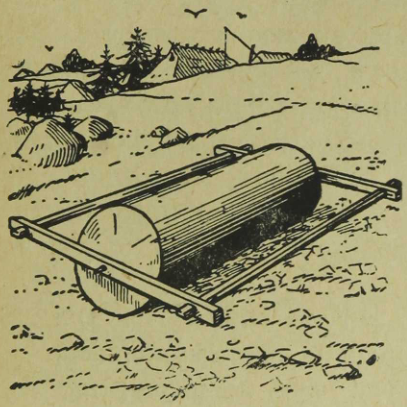
Форму цилиндра имеют еще шляпная коробка (черт. 111), конфетная коробка (черт. 112), полевой каток (черт. 113) и т. д.

Назовите еще несколько тел цилиндрической формы!

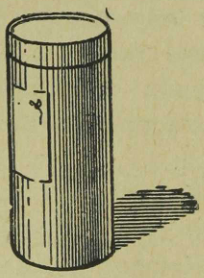
По поводу чего вы слышали раньше слово „цилиндр“?



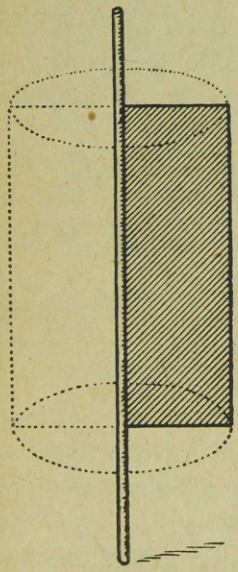
Черт. 111.



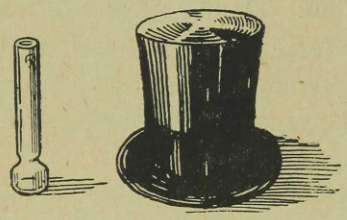
Черт. 113.



Черт. 112.



Черт. 115.



Черт. 114.

568. Чтоб ознакомиться с более точной формой цилиндра, сделайте так:

Начертите на бумаге прямоугольник, вырежьте его! Укрепите его на спице и вращайте! (черт. 115).

Итак, цилиндрическая форма получается, если вращать прямоугольник вокруг одной из его сторон.

Та сторона прямоугольника, вокруг которой он вращается, остается при вращении в покое; это ось цилиндра.

Сторона, противолежащая этой стороне (оси), (как расположены друг относительно друга ось и противолежащая сторона?), при вращении прямоугольника образует кривую поверхность, — боковую поверхность цилиндра; поэтому ее называют образующей. Все точки образующей одинаково удалены от оси (параллельные линии) и остаются на равном расстоянии и при вращении прямоугольника. Значит, все точки боковой поверхности цилиндра одинаково удалены от оси цилиндра.

Какие поверхности и фигуры образуются при вращении двумя другими сторонами прямоугольника?

Какую линию образуют при вращении две вершины прямоугольника?

569. Перед нами модель цилиндра (черт. 110).

Цилиндр ограничен двумя плоскими основаниями в форме кругов и одной кривой боковой поверхностью.

Сравните оба основания цилиндра по их величине и направлению!

Основания цилиндра параллельны и равны друг другу.

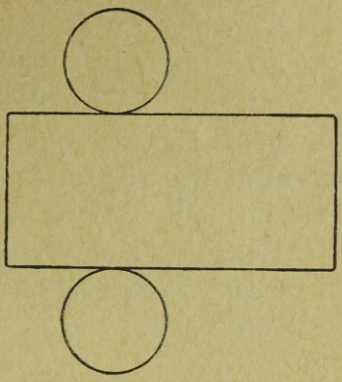
Оберните цилиндр бумагой, покрывая его поверхность в один слой!

Затем разверните всю обертку. Получается поверхность цилиндра, развернутая на плоскости (черт. 116).

Приложите край линейки к боковой поверхности цилиндра! Приложите еще в другом направлении! Попробуйте еще в новом направлении! В скольких направлениях удается это сделать?

Можно ли по боковой поверхности цилиндра провести прямую линию? Есть ли у цилиндра углы? вершины?

Изобразите в воздухе цилиндр, „вырезывая“ его руками!



Черт. 116.

570. Покажите на цилиндре (на модели или на теле цилиндрической формы) границу между основанием и боковой поверхностью! Какая это линия?

Покажите на развернутой поверхности цилиндра (черт. 116), где эта линия проведена, как прямая, и где она имеет вид окружности!

Сравните на развернутой поверхности цилиндра „выпрямленную“ окружность основания с диаметром! Во сколько раз окружность длиннее диаметра?

И здесь мы видим, что окружность в 3,14 раза длиннее своего диаметра (сравни IV год обучения, задачи 561—565!).

571. Возьмите каждый монету в 10 центов! Измерьте, как можно точнее, ее окружность (обернув полоской бумаги, отметив на ней длину окружности и смерив ее) и диаметр!

Пусть каждый вычисляет по своим числам и найдет с точностью до 0,01 отношение окружности к диаметру!

Почему результаты расходятся?

У всех ли делимое и делитель одинаковы?

Одинаковы ли монеты?

Откуда происходит различие?

572. Отношение окружности к диаметру есть постоянное число (одно и то же для всех окружностей и их диаметров). Число 3,14 выражает это отношение с точностью до 0,01. Совершенно точно выразить его числом нельзя. Обыкновенно это отношение обозначается греческой буквой π (пи).

С точностью до 0,1 $\pi = 3{,}1$
„ 0,01 „ $= 3{,}14$ или $3\frac{1}{7}$
„ 0,001 „ $= 3{,}142$.

573. Найдите длину окружности, если ее диаметр равен 1) 10 cm! 2) 4 cm! 3) 1 m! 4) 2,5 cm! 5) 12 cm! Точность 0,01.

Найдите длину окружности, если ее радиус равен 1) 20 cm! 2) 42 cm! 3) 3,5 cm! 4) 1,4 cm! 5) $3\frac{2}{3}$ cm! Точность 0,001.

574. Диаметр цилиндра (основания) равен 3 dm, найти его периметр!

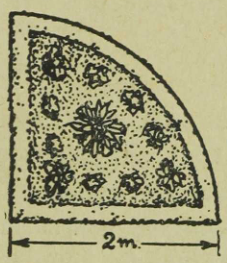
Диаметр колеса 2 m, найти его окружность!

575. На дороге от сенного сарая до хлева заднее колесо телеги, диаметр которого равен 0,49 m повернулось 275 раз. Сколько раз обернулось на том же пути переднее колесо, радиус которого равен $22\frac{3}{4}$ cm, и как далеко от сарая до хлева?

576. Найдите длину дуги, которая составляет $\frac{2}{3}$ окружности, если радиус окружности равен 8 cm!

Найдите длину дуги, если в ней 90^0, а радиус ее равен $\frac{1}{2}$ m!

577. Дуга составляет $50^0/_0$ окружности. Найти ее длину, если радиус ее равен 70 cm!



Черт. 117.

Найдите длину дуги окружности в 35^0, если радиус равен 10 cm! Окружности, радиус которой 30 cm!

578. Цветочная грядка имеет форму четверти круга (черт. 117). Найдите, сколько пойдет проволоки, чтобы ее огородить, если каждая из прямых сторон равна 2 m!

579. Окружность цилиндра равна 62,8 cm. Найдите его диаметр! (π равно 3,14).

Окружность древесного ствола равна 7,85 cm. Найдите его диаметр! ($\pi = 3{,}14$).

580. Периметр грядки, имеющей форму полукруга, равен 5,14 m. Найдите его диаметр!

Указание: пусть диаметр есть x.

Тогда окружность равна 3,14 x

полуокружность равна $\frac{3{,}14\ x}{2} = 1{,}57\ x$

весь периметр $x + 1{,}57\ x = 2{,}57\ x$

$2{,}57\ x = 5{,}14$ m

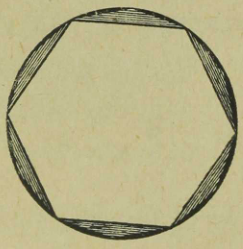
$x =$

Периметр площади в форме полукруга равен 42,84 m. Найти ее радиус!

581. Нарисуйте довольно большую окружность, разделите ее на 6 равных частей и впишите в нее правильный шестиугольник. Выкрасите в желтый цвет ту часть площади круга, которую шестиугольник не закрывает.

Вычислите площадь шестиугольника!

Теперь разделите эту же окружность на 12 равных частей, впишите в нее правильный двенадцатиугольник и вычислите его площадь! Раскрасьте в зеленый цвет (покрывая желтый синим) те части круга, которые не заняты многоугольником! (черт. 118).



Черт. 118.

Сравните площадь 12-угольника с площадью шестиугольника! — Почему в том же самом круге площадь 12-угольника больше?

Покажите, какие части в 12-угольнике прибавились по сравнению с шестиугольником?

Покрывает ли 12-угольник всю площадь круга?

Разделите эту же окружность на 24 равных части и впишите в нее 24-угольник! Вычислите его площадь! Сравните ее с площадью 12-угольника!

У которого из трех нарисованных многоугольников контур более всего сходен с окружностью?

У какого многоугольника самая длинная апофема?

У какого многоугольника апофема меньше всего отличается от радиуса окружности?

Какой многоугольник наиболее сходен с кругом?

У которого многоугольника площадь наибольшая?

582. Круг можно принимать за такой многоугольник, у которого бесконечно много сторон. Сумму этих всех сторон можно принять за длину окружности, апофему считать равной радиусу.

Отсюда заключаем: чтобы вычислить площадь круга, надо длину его окружности умножить на длину половины радиуса.

Как известно, каждая окружность приблизительно в 3,14 раза длиннее своего диаметра. Значит, при вычислении площади круга требуется только измерить диаметр или радиус.

Пусть, например, длина радиуса 10 cm, тогда

диаметр $= 2 \times 10$ (cm),

окружность $= 3{,}14 \times 2 \times 10$ (cm),

и площадь круга $= \frac{10}{2} \times 3{,}14 \times 2 \times 10\,(\text{cm}^2) = 314\,(\text{cm}^2)$.

583. Чтобы получить формулу для вычисления, обозначим длину радиуса буквой „r“, тогда

диаметр — 2 r,

окружность — $\pi \cdot 2\,r$, или как обыкновенно пишут:

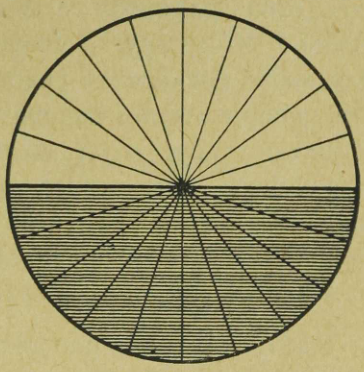
$2\pi \cdot r$,

площадь круга $\frac{r}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \frac{2\pi \cdot r \cdot r}{2}$, после сокращения $\pi \cdot r \cdot r = \pi r^2$, что читается: π, эр „в квадрате“.

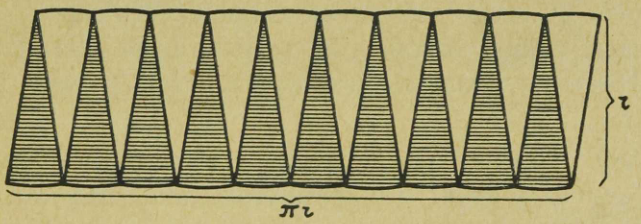
Итак, площадь круга (P)

$$P = \pi \cdot r^2.$$

584. Разрежьте картонный круг по диаметру пополам; каждую половину разрежьте на равные части так, как показано на чертеже 119 (каждый центральный угол равен 18^0). Затем разместите все части, как показано на следующем чертеже! Какой четыреугольник напоминает полученная фигура? Чему равно ее основание? высота? Как найти ее площадь? — Отличается ли полученная формула от предыдущей?



Черт. 119.



Черт. 120.

585. Чтобы уяснить еще применение этой формулы, возьмем еще пример.

Пусть длина радиуса равна 5 cm ($r = 5$ cm); тогда в формулу, вместо „r“, надо подставить 5, а вместо $\pi = 3{,}14$, и получим:

площадь круга $= \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \times 5^2 = 3{,}14 \cdot 5 \cdot 5 =$

$= 3{,}14 \times 25 = 78{,}5$ (cm^2).

Вычислите площадь круга, если длина радиуса равна: 1) 12 cm! 2) 20 cm! 3) 1 cm! 4) 0,5 cm! 5) 2 m! 6) 5 dm!

Вычислите площадь круга, если длина диаметра равна: 1) 14 cm! 2) 8 cm! 3) 2,5 cm! 4) $\frac{1}{2}$ m!

586. Начертите на миллиметровой клетчатой бумаге круг радиусом в 5 cm и попробуйте сосчитать, сколько этот круг займет квадратных сантиметров! Для этого сосчитайте сперва все целые квадраты, а потом попарно такие квадраты, которые приблизительно дополняют друг друга до целых квадратов! Затем все остающиеся квадратные миллиметры. Запишите все число квадратных сантиметров! После этого вычислите площадь круга вышеуказанным способом и сравните полученный результат с записанным числом!

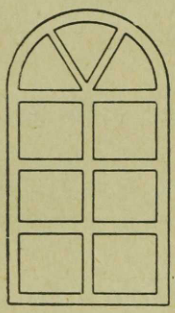
587. Найдите площадь основания цилиндра, если его диаметр равен 15 cm!

Вычислите поверхность круглой площади, если ее радиус равен 30 m!

588. Сколько гектаров содержит площадь поля, имеющего форму круга, если диаметр поля равен 240 m?

Найдите площадь полукруга, если радиус равен $\frac{1}{4}$ m!

589. Чему равна поверхность окна, которая состоит из прямоугольника, над которым помещен полукруг, если высота прямоугольника 2 m, ширина 1,5 m (черт. 121)?



Черт. 121.

590. Найдите площадь пола, имеющего форму четверти окружности, радиус которой 4 m!

591. Найдите площади фигур, изображенных на чертеже 122, беря для вычисления числа, данные на чертеже.

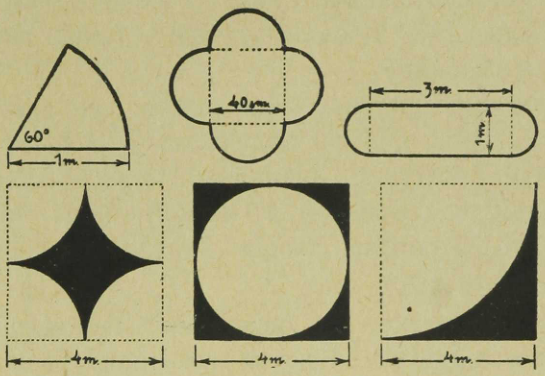
592. Какой длины надо взять радиус круглой площадки для игр, чтоб ее площадь равнялась 50 $м^2$?

Указание. Известно, что для нахождения площади круга длина окружности умножается на половину длины радиуса, т. е.

$2\pi r \cdot \frac{1}{2} r = \pi r \cdot r = \pi r^2$ (см. задача 580).

Если $\pi r^2 = 50$, то $r^2 = \frac{50}{\pi} = \frac{50}{3{,}14}$ ... Если будем вычислять с точностью до 0,1, то получим немного больше, чем 15,9, так что 16 будет правильно.

Если квадрат радиуса (r^2) равен 16, то радиус (r)...



Черт. 122.

593. Какой надо взять радиус, чтоб получить круг, которого площадь была бы равна: 1) 78,5 $см^2$? 2) 28 $м^2$? 3) 314 $см^2$? 4) 1 $м^2$?

594. Площадь основания цилиндра равна 113 $см^2$. Найдите диаметр этого цилиндра (диаметр основания)!

595. Посмотрите в учебнике географии размеры важнейших озер Эстонии: Чудского, Вирцярв, Вагула и Эндла в квадратных километрах, и для сравнения выразите их площади в виде площадей кругов, прини-

мая площадь Чудского озера за основание для сравнения и полагая ее равной:

$$1\ dm^2\ (= 100\ cm^2)$$

(см. задачу 447).

596. Найти центры обоих оснований цилиндра!

Указание: наложите на основание лист бумаги, бо́льший основания, и вырежьте круг по основанию цилиндра. Центр этого круга вы найти умеете (смотри задачу 499). Затем снова наложите круг на дно цилиндра и отметьте центр его, цротыкая бумагу булавкой или острием карандаша!

Соедините мысленно центры обоих оснований цилиндра прямой линией. Эта прямая и есть ось цилиндра.

Рассеките мысленно цилиндр плоскостью так, чтоб секущая плоскость прошла по оси! Какая фигура образуется в сечении?

Пересеките цилиндр плоскостью, параллельной основанию! Какая фигура получается в разрезе?

Теперь проверьте, правильно ли ваше мнение, разрезая цилиндр, сделанный из мягкой глины, картофеля или другого материала, сначала параллельно основанию, а потом вдоль оси!

597. Проведите на основании цилиндра какой-нибудь его радиус! Каково взаимное расположение оси цилиндра и радиуса основания?

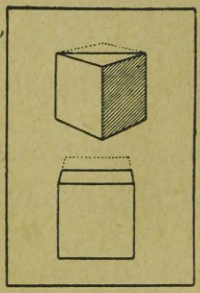
Ось цилиндра равна расстоянию между двумя основаниями цилиндра, она есть высота цилиндра.

598. Разрежьте цилиндр (из глины, картофеля...) плоскостью, идущей вдоль оси. Приложите полуцилиндр к поверхности зеркала (черт. 124). Какую форму („тело“) составляет полуцилиндр вместе со своим изображением в зеркале?

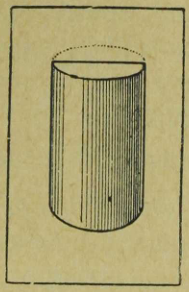
Плоскость, проходящая вдоль оси цилиндра, есть плоскость симметрии цилиндра.

Сколько плоскостей симметрии можно провести в цилиндре?

599. Имеет ли и куб плоскость симметрии? (черт. 123).



Черт. 123.



Черт. 124.

Попробуйте сосчитать, сколько их!

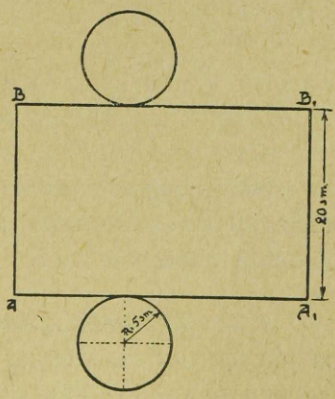
Имеет ли правильная шестиугольная призма плоскость симметрии? Сколько?

*

600. Требуется сделать из жести цилиндрический сосуд для воды, высота которого была бы 20 cm, радиус основания 5 cm. Сколько пойдет на этот сосуд квадратных сантиметров жести, если для соединений (для двойного загибания краев) требуется 25 cm^2 жести?

Задача требует вычисления площади обоих оснований цилиндра и боковой поверхности. Как найти площадь основания, мы уже знаем; но как найти боковую поверхность?

Обратимся к развертыванию цилиндра на плоскости (черт. 125). Наш сосуд, развернутый на плоскости (без соединительных краев), состоит из двух кругов, которых радиус равен 5 cm, и прямоугольника, высота которого 20 cm, основание... Да, чему равно основание? Вообразите себе,



Черт. 125.

что вы свертываете этот прямоугольник в боковую поверхность цилиндра! Какую линию представляет теперь основание прямоугольника AA_1? — Оно представляет край основания, окружность. Значит, основание прямоугольника имеет такую же длину, как окружность основания цилиндра, т. е. $2 \cdot \pi$. 5 cm.

Теперь при решении задачи затруднений больше нет.

Боковая поверхность $= 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 20\ (\text{cm}^2) = 628\ (\text{cm}^2)$
площадь основания $\pi \cdot 5^2\ (\text{cm}^2)$
площадь двух оснований $2 \cdot \pi \cdot 5^2\ (\text{cm}^2) =$
$= 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 5\ (\text{cm}^2) = 257\ (\text{cm}^2)$

Полная поверхность цилиндра $= 785\ (\text{cm}^2)$.

Вернитесь к задаче и решите ее окончательно!

601. Итак, боковая поверхность цилиндра равна произведению окружности основания на высоту цилиндра.

Как следует болѣе точно понимать это краткое выражение?

Чему равна полная поверхность цилиндра?

602. Вычислить поверхность цилиндра, если

1) высота равна 10 cm, радиус основания 2 cm!
2) „ „ 1 m, „ „ $\frac{1}{2}$ m!
3) „ „ 1,6 m, „ „ 0,25 m!
4) „ „ $\frac{2}{3}$ m, „ „ 0,1 m!
5) „ „ 75 cm, „ „ 15 cm!

603. Высота железной печки равна 2,25 m, диаметр 90 cm. Сколько жести пойдет на покрытие ее боковой поверхности?

604. Мы нашли, что объем всякой прямой призмы равняется произведению площади основания на высоту (задачи 453, 455, 463).

Как следует точнее понимать это краткое выражение?

Так как цилиндр можно рассматривать, как прямую призму, у которой бесконечно много боковых граней (задача 567), то объем цилиндра также равняется произведению площади основания на высоту.

Например: если радиус основания цилиндра равен 20 cm, высота — 1 m. то

площадь основания $\pi \cdot 20 \cdot 20\ (\text{cm}^2) = 3{,}14 \cdot 400\ (\text{cm}^2) = 1256\ (\text{cm}^2)$.

объем цилиндра $100 \cdot 1256\ (\text{cm}^3) = 125\,600\ (\text{cm}^3)$ [1 m = 100 cm].

Вообще, если высота цилиндра есть „k“, радиус основания „r“, то

$$\text{объем цилиндра} = \pi r^2 \cdot k$$

605. Найти объем цилиндра, если:

1) высота = 25 cm, радиус основания = 4 cm!
2) „ = 2 m, „ „ = 1 m!
3) „ = $\frac{1}{2}$ m, „ „ = 0,1 m!
4) „ = 0,2 m „ „ = 2,5 m!
5) „ = $\frac{1}{3}$ m „ „ = 80 cm!

606. Возьмите литр (кухонный), измерьте его высоту и диаметр (основания) и вычислите его объем в кубических сантиметрах! Сколько кубических сантиметров должно содержаться в объеме, равном одному литру? Сколько у нас получается? Отчего может произойти расхождение!

607. Даны куб и цилиндр. Длина ребра куба равна 10 cm, цилиндр имеет такую же высоту и ширину, как куб. Найти, какую часть объема куба составляет объем цилиндра (отношение обоих объемов)!

608. Высота цилиндра 20 cm, объем — 1570 cm^3. Найти площадь его основания и диаметр!

Найдите поверхность цилиндра!

609. Высота сосуда цилиндрической формы равна 3 dm. Он вмещает 9,42 литра воды. Найти его радиус!

Строящийся цилиндрической формы сосуд должен вмещать 30 гектолитров воды. Какой длины надо взять его радиус, если высота должна быть 2 m?

18. Процент, как отношение чисел.

610. Резервуар вмещает 240 декалитров (dl) воды. Он наполнен только на 15%. Сколько в нем воды?

Сколько процентов его объема пусты?

Выразите 15% в виде десятичной и простой дроби!

Найдите 50% от 240 декалитров!

Найдите 85% от 240 декалитров!

Найдите $\frac{3}{2}$ от 240 декалитров!

611. Выразите в десятичных дробях (точность не выше 0,001): $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$!

Выразить эти же доли в процентах!

Пример: $\frac{1}{6} = 0{,}166\ldots = 16{,}6\%$.

Примечание: 0,166 выражает $\frac{1}{6}$ в тысячных долях. Соответственно этому говорится, что 0,166 от какого-нибудь числа есть то же самое что 166 промилле (с тысячи) или 166‰ от этого числа.

612. Выразить в десятичных дробях: 9%! 12%! 25%! 1%! 80%! 2%! 50%! 5%! 0,5%! $\frac{1}{2}$%! $2\frac{1}{2}$%! $12\frac{1}{2}$%! 0,25%! $\frac{1}{4}$%! 145%!

613. Найдите:

2%	от	37 500!	2,75%	от	8,36!
8%	„	47,25!	$6\frac{3}{4}$ %	„	$333\frac{1}{3}$!
36%	„	$15\frac{2}{3}$!	250%	„	1,1!
125%	„	16!	338‰	„	900!
$4\frac{1}{2}$%	„	2625!	2‰	„	4000!
$7\frac{1}{2}$%	„	66!	5‰	„	800!
$16\frac{2}{3}$%	„	700!			

613*. Найти:

5% от 80	150% от 2,5	1,5% от 1000
10% „ 40	3,5% „ 160	2,75% „ 5000
40% „ 30	110% „ 75	200% „ 5
$6\frac{1}{2}$% „ 55	105% „ 250	8% „ 100,5

614. 100% от числа есть просто это число целиком, 25% от числа есть $\frac{1}{4}$ его; так, чтобы взять 125% какого-нибудь числа, надо взять это число целиком и прибавить к нему $\frac{1}{4}$ его.

Пример I: найти 125% от 8!

$$\begin{array}{r} 100\% - 8 \\ 25\% - 2 \\ \hline 125\% - 10 \end{array}$$

Пример II: найти 150% от 500 крон!

$$\begin{array}{r} 100\% - 500 \text{ кр.} \\ 50\% - 250 \text{ „} \\ \hline 150\% - 750 \text{ кр.} \end{array}$$

Найдите устно, рассуждая таким образом:

150% от 60! от 3200! от 5! от 2,2!
125% от 400 крон! от 3 часов! от 8,4 метров!
200% от 7 дней! $9\frac{1}{2}$ крон! от 505 кило!
250% от 12 минут! от 250 километров! от 1 кроны.
101% от 800! от 90! от 14! от 5,5!

615. Некто сделал в банке заем в 600 крон; из этой суммы еще не возвращено 360 крон. Какая часть займа еще не возвращена? Сколько это составит %?

Указания: чтобы узнать, какую часть 600 крон составляют 360 крон, напишем дробь $\frac{360}{600}$ и сократим, потому что 1 крона составляет $\frac{1}{600}$ от 600 крон, следовательно, 360 крон составят $\frac{360}{600}$, т. е. $\frac{360}{600} = \frac{2}{3}$.

Разумеется, мы могли бы отношение 360 : 600 выразить десятичной дробью, разделив 360 на 600.

Сделайте это!

Если известно, что из всего долга не возвращено 0,6 или 0,60, то ясно, что на каждые 100 крон приходится 60 не выплаченных, что говорится кратко:

$$60\%.$$

Из всего вышеизложенного заключаем, что, когда говорится: нынешний урожай составляет 87% прошлогоднего, то это значит, что отношение нынешнего и прошлогоднего урожаев равно 0,87.

Точно также, если известно, что одно число равно 15% другого, то отношение этих чисел есть 0,15.

Итак, процент показывает не что иное, как отношение двух чисел, выраженное в сотых долях.

Промилле показывает отношение двух чисел в тысячных долях.

616. Найдите (в уме), сколько процентов (сколько сотых) составляют

50 от 100!
63 от 300!
18 от 50!
75 от 1 000! $\left[\frac{75}{1000} = \frac{7,5}{100} = 7,5\%\right]$
250 от 200!
0,5 от 1!
$3\frac{1}{3}$ от 10!

Сколько промилле составляют

565 от 1 000!
2 500 от 5 000!

617. Выразите следующие отношения в $\%$:

75 : 100	15 : 30	0,5 : 0,8
30 : 200	85 : 340	1,2 : 3,6
150 : 300	18 : 90	$\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$
84 : 400	72 : 54	$7\frac{1}{2} : 6,6$.

618. В школе в прошлом году было 92 ученика, а теперь 104.

Сколько % от числа учеников в нынешнем году составляет число учеников в прошлом году?

Сколько % прошлогоднего числа учеников составляют ученики нынешнего года?

На сколько % возросло число учащихся за год?

619. Иванов купил дом за 7 500 крон и продал за 9 000 крон. Сколько % прибыли он получил?

620. В следующей таблице показаны покупная и продажная цены; найдите для каждого случая, продавал ли купец с прибылью или с убытком, и сколько процентов было того или другого (точность 0,01):

Покупная цена	Продажная цена	Покупная цена	Продажная цена	Покупная цена	Продажная цена
1) кр. 40,—	кр. 45,—	7) кр. 2,50	кр. 4,—	13) кр. 1,00	кр. 2,00
2) „ 5,—	„ 6,20	8) „ 12,25	„ 16,50	14) „ 1,00	„ 0,62
3) „ 32,—	„ 30,—	9) „ $1\frac{3}{4}$	„ $2\frac{1}{4}$	15) „ 0,64	„ 0,25
4) „ 0,80	„ 0,72	10) „ $\frac{1}{2}$	„ $\frac{3}{5}$	16) „ 4,48	„ 6,25
5) „ 14,—	„ 18,—	11) „ 0,95	„ 1,12	17) „ 2,05	„ 0,90
6) „ 0,75	„ 0,90	12) „ 0,48	„ $\frac{5}{8}$	18) „ 13,20	„ 15,00

621. Купец сложил числа 14,76 кр., 3,54 кр., 29,05 кр., 102,65 кр. и получил 149 кр. Сколько % составляет ошибка от верного ответа?

Скольким % равнялась бы ошибка, если бы при сложении он получил 160 кр.?

Скольким процентам равнялась бы ошибка, если бы он написал сумму 149,95 кр.?

622. Найдите, скольким процентам будет равна ошибка, если вместо чисел 42,5728 и 18,035, мы сложим числа 42,6 и 18! (С какой точностью мы берем здесь числа?)

623. Садовник определил на глаз, что участок земли равен 10 квадратным метрам. В действительности этот участок имел форму трапеции, которой одно основание равнялось 4,7 m, другое 3,3 m, а высота 3 m. На сколько процентов ошибся садовник?

624. Гражданин Иван Полевой купил выигрышных билетов по 1,05 кр. за каждый и через несколько лет продал их по 1,45 кр. Сколько $^0/_0$ прибыли он получил?

625. В городах и местечках Эстонии 320000 жителей, в деревне 790000 жителей. Сколько $^0/_0$ всего числа жителей живет в городах и местечках, и сколько $^0/_0$ в деревне?

626. Даны два числа: 6400 (I) и 4250 (II).

Найдите:

1) Сколько $^0/_0$ первое число составляет от второго!
2) „ $^0/_0$ второе „ „ от первого!
3) „ $^0/_0$ первое „ „ от суммы обоих чисел!
4) „ $^0/_0$ второе „ „ от „ „ „
5) „ $^0/_0$ „ „ „ от разности „ „
6) „ $^0/_0$ первое „ „ „ „ „ „
7) „ $^0/_0$ разность обоих чисел от их суммы!
8) „ $^0/_0$ сумма обоих чисел от их разности!
9) „ $^0/_0$ первое число от частного обоих чисел!
10) „ $^0/_0$ второе число от произведения обоих чисел!

627. Владелец сада получил в прошлом году со своего сада 350 литров земляники, в нынешнем же только 84$^0/_0$ этого количества. Сколько он получил в нынешнем году?

628. Куровод продал в позапрошлом году 3820 яиц, в прошлом году 125$^0/_0$ этого числа, в нынешнем году 120$^0/_0$ прошлогоднего числа. Сколько яиц продал он в нынешнем году?

629. У хозяина было 28 овец. Он увеличил свое овечье стадо на 25$^0/_0$. Сколько у него стало овец?

Примеры на вычисление:

$0{,}25 \times 28 = 7$ $\qquad$ $100\% + 25\% = 125\%$.
$28 + 7 = 35$ или $\qquad$ $1{,}25 \times 28 = 35$.

Хозяйка купила корову за 120 крон и через два года продала ее на 5% дешевле. За сколько она продала корову?

Пример на вычисление:

$$0{,}05 \times 120 = 6$$
$$120 - 6 = 114.$$

Второй способ вычисления напишите сами!

630. Волков купил автомобиль за 3500 крон; поездив на нем год, он продал его с уступкой в 20%. За сколько он продал автомобиль?

631. В магазине была материя стоимостью 0,85 кр. за метр, 0,90 кр. за метр, 1,15 кр., 1,50 кр., 1,75 кр., 1,90 кр., 2,10 кр., 2,60 кр., 2,75 кр., 3 кр., 3,40 кр., 4,25 кр., 6,75 кр., 8,50 кр. за метр. Магазин объявил распродажу с 10%-ым понижением цены. По какой цене продавали один метр материи каждого сорта? (Точность 1 ц.).

632. Год тому назад в библиотеке было 820 книг на эстонском языке и 475 на других языках; в нынешнем году число эстонских книг возросло на 15%, других на 8%. Сколько теперь тех и других книг?

633. Месяц тому назад литр молока стоил 16 центов, килограмм хлеба тоже 16 центов; теперь молоко стало на $12{,}5\%$ дешевле, а хлеб на $6\frac{1}{4}\%$ дороже. Сколько стоит теперь молоко, и сколько хлеб?

634. В школе 64 мальчика, девочек на $12\frac{1}{2}\%$ больше. Сколько тех и других вместе?

635. В школе три года тому назад было: в I классе 42 ученика, во II — 48, в III — 40, в IV — 36,

в V — 28, и в VI классе 24 ученика. В настоящее время в I и II классе число учеников уменьшилось на $16\frac{2}{3}\%$ в каждом, в III и VI увеличилось на $12\frac{1}{2}\%$, в IV классе уменьшилось на $5\frac{5}{9}\%$ и в V классе осталось прежним.

Сколько теперь детей в каждом классе?

Сколько % общего числа детей было в каждом классе отдельно три года тому назад, и сколько % общего числа в каждом классе отдельно в нынешнем году?

636. Какова была продажная цена (точность 0,01), если:

Покупная цена	При продаже получено	Покупная цена	При продаже получено
1) кр. 480,—	10 % прибыли	7) кр. 68,—	$12\frac{1}{2}\%$ прибыли
2) „ 25,4	3 % убытку	8) „ 1320,—	5,5 % убытку
3) „ 0,7	15 % прибыли	9) „ 70,25	0,2 % „
4) „ $\frac{4}{5}$	20 % „	10) „ 1,—	200 % прибыли
5) „ 6,—	$66\frac{2}{3}\%$ „	11) „ 0,06	300 % „
6) „ 8,45	16 % убытку	12) „ 8,88	1 % „

637. Землевладелец продал в 1928 году 875 kg овса, а в 1929 году на 18 % больше. — Сколько он выручил за овес в оба эти года вместе, если продажная цена на овес в 1928 году была 0,22 кр. за kg, а в 1929 году на 10 % дешевле?

638. Предприниматель поместил в дело 12 000 кр. капитала и получил 24,5 % прибыли. Сколько чистого дохода у него осталось, если расходы по предприятию равнялись 1950 крон, и налоги — 370 крон?

Сколько он получил % чистого дохода?

639. Сад имеет форму трапеции, которой одно основание равно 90 m, другое 108 m, а высота 65 m. 16 % его находится под постройками, 28 % занято деревьями и кустами, 12 % занято дорожками, остальная часть грядками. Найдите, сколько квадратных метров в каждой части?

640. Сторона правильного шестиугольника равна 15 m, апофема составляет 86 % стороны. Найдите площадь этого шестиугольника!

641. При выдаче выигрышей государственного выигрышного займа, в пользу государства вычитается 10 % с суммы выигрыша. Какая вычитается сумма, если выигрыш равен 1 кр.? 5 кр.? 10 кр.? 20 кр.? 50 кр.? 100 кр.? 500 кр.? 1 000 кр.? 2 500 кр.?

642. При выдаче суммы выигрыша в пользу государства вычли 5 кр. или 10 %. Каков был выигрыш? Из выигрышной суммы выдали 45 кр. Как велик был выигрыш?

643. Яковлев заплатил за усадьбу 7 150 кр., т. е. 55 % той суммы, которую он предполагал затратить на покупку и оборудование усадьбы. Сколько осталось денег на оборудование усадьбы?

Вычисления:

I. 55 % составляют 7 150 кр.

$$100\,\% \text{ равны } 7\,150 : \tfrac{55}{100} = \frac{7150 \cdot 100}{55} = 13\,000$$

13 000 кр. — 7 150 кр. = 5 850 кр. или

II. $100\,\% - 55\,\% = 45\,\%$

$55\,\% - 7\,150$

$1\,\% - \frac{7150}{55}$

$$45\,\% - \frac{7150 \cdot 45}{55} = 5\,850$$

644. Найдите число, если

1)	2 %	его	равны	50!
2)	4 %	„	„	50!
3)	8 %	„	„	50!
4)	50 %	„	„	49!
5)	75 %	„	„	2,5!
6)	7,5 %	„	„	15!
7)	3,3 %	„	„	33,3!
8)	65 %	„	„	12!
9)	$\frac{1}{2}$ %	„	„	1!
10)	1 %	„	равен	1!
11)	1 %	„	„	0,01
12)	5 ‰	„	равны	5!

644*. Найти число, если

5 %	его	равны	45!
7 %	„	„	77!
8 %	„	„	90!
60 %	„	„	3!
3,5 %	„	„	10,5!
1,5 %	„	„	30!
50 %	„	„	$\frac{1}{2}$!
$\frac{3}{4}$ %	„	„	12!
55 %	„	„	4,4!
5,5 %	„	„	22!
105 %	„	„	210!
300 %	„	„	15!

645. Кредитор получил из своих денег только 760 крон, т. е. 95%. Как велик был весь долг?

Лебедев истратил 25% своих денег на покупку книг, 36% на покупку сапог и 20% на театр. После этого у него осталось еще 5,70 кр. Сколько у него было денег, и сколько он истратил на каждый предмет отдельно?

646. Нарисуйте окружность и разделите ее на четыре равные части! Покажите теперь 25% окружности! Еще! Покажите 50% окружности! 75%! 100%!

Проведите радиусы в точки деления!

Покажите теперь 25% площади круга! Еще! Покажите 50% площади круга! Еще! Покажите 75%!

647. Нарисуйте круг и разделите его площадь радиусами на две части так, чтобы одна была вдвое больше другой! Сколько % площади круга содержится в каждой части?

Измерьте радиус и вычислите площадь каждой части!

648. Начертите круг и разделите радиусами его площадь на три части так, чтобы первая часть равнялась $33\frac{1}{3}\%$ площади круга, вторая — 50%!

Измерьте радиус и вычислите каждую часть!

Сколько градусов содержит дуга, соответствующая каждой части?

649. По данным задачи 625 изобразите число деревенских и городских жителей в виде пропорциональных числам частей одного и того же круга!

Сколько градусов содержат дуги, соответствующие той и другой части?

Окрасьте часть, соответствующую числу деревенских жителей, в зеленый цвет, другую в синий!

650. Посмотрите в учебнике географии, сколько в Эстонии живет эстонцев (в тысячах), русских, немцев, шведов и других!

Вычислите, сколько % общего числа жителей составляет каждая национальность!

Начертите большой круг и изобразите на нем число жителей каждой национальности в соответствующих частях площади круга! Окрасьте каждую часть в особый цвет!

651. Возьмите $\frac{1}{3}$ какого-нибудь круга и не отделенную от нее $\frac{1}{6}$ того же круга! Найдите, какую часть круга составляет их сумма! Найдите посредством сложения и вычитания следующие суммы и остатки:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

3) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ $\quad$ $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ $\quad$ $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

652. Устройте в саду круглую грядку и разделите ее на четыре части радиусами так, чтобы каждая из двух меньших частей равнялась $12\frac{1}{2}\%$ всей площади грядки, а большии части были бы также между собой равновелики.

Посейте на каждой части цветы особого сорта! Летом не забывайте наведываться к этой грядке, полоть и поливать ее.

19. Для повторения и контроля.

653. Решите следующие задачи возможно быстро и по возможности устно:

1. $\frac{12 \cdot 0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 0{,}25 \cdot 2}$
2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
4. $4 \cdot \frac{3}{8}$
5. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{16}$
6. $\frac{2}{3} \cdot 8$
7. $12 : \frac{4}{5}$
8. $\frac{4}{5} : \frac{2}{25}$
9. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$
10. $0{,}4 + 3 + x = 8 + 0{,}4$
11. Найти 8% от 50!
12. 4^2! 3^3!
13. Найти площадь параллелограмма, если основание его 12 cm, а высота 5 cm!
14. Найти площадь $\triangle$, если основание равно 9 cm, а высота 5 cm!
15. Найти площадь трапеции, если основания ее 12 и 18 cm, а высота 10 cm!
16. Найти объем и поверхность прямой призмы, если ее высота равна 10 cm, а в основании квадрат, сторона которого 4 cm!
17. Найти площадь круга, если радиус его равен 10 cm!
18. Найти поверхность цилиндра, если высота его равна 1 m, а радиус основания 0,5 m!
19. Найти величину центрального угла правильного пятиугольника.
20. Найти площадь части круга, в дуге которой 60^0, а радиус равен 5 cm!
21. Найти объем цилиндра, если высота его 1 m, а радиус основания 10 cm!
22. Найдите боковую поверхность прямой призмы, высота которой 1 m, в основании квадрат, которого сторона также равна 1 m (как называется такая призма?)!
    Найдите боковую поверхность цилиндра, если его образующая равна 1 m, а диаметр основания также равен 1 m! Сравните обе эти боковые поверхности!
23. Найдите квадратный корень из 36! из 1! Найдите кубичный корень из 27! из 1!

Сокращенные обозначения метрических мер:

Километр — km
Метр — m
Дециметр — dm
сантиметр — cm
Миллиметр — mm

Килограмм — kg
Грамм — g

Литр — l.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

		Стр.
1.	Повторение	5
2.	О дробях	9
3.	Сложение и вычитание дробей	20
4.	Сокращенные способы при сложении и вычитании	35
5.	Умножение дроби на целое число, увеличение и уменьшение	49
6.	Деление дроби на целое число	57
7.	Умножение на дробь	63
8.	Деление на дробь	72
9.	Задачи на повторение. Превращение десятичных дробей в простые и обратно	83
10.	Сокращенные способы при умножении и делении	91
11.	Вычисление площадей прямоугольника и трапеции. Равновеликие треугольники	97
12.	Квадратный корень и кубичный корень	114
13.	Вычисление площадей призм	121
14.	Шар. Дуги	132
15.	Углы. Измерение углов. Симметрия	148
16.	Правильная призма. Правильный многоугольник. Развертывание призмы на плоскости	163
17.	Цилиндр	176
18.	Процент, как отношение чисел	191
19.	Для повторения и контроля	202

ЦЕНА 1 КР. 40 Ц.