

UEBER
EINEN NEUEN SEISMOGRAPHEN

FÜR DIE VERTIKALKOMPONENTE

DER BODENBEWEGUNG.

Von
Fürst B. Galitzin (Goliceyn).

ST. PETERSBURG.

BUCHDRUCKEREI DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
(Wass. Ostr., 9 Lin., № 12).

1910.

№ 2193

Ueber einen neuen Seismographen für die Vertikalkomponente der Bodenbewegung.

VON FÜRST B. GALITZIN (GOLICYN).

Einleitung.

Bei der Erforschung der absoluten Werte der Bodenbewegungen, die von Erdbeben verursacht werden, genügt es zur Zeit nicht, nur die Horizontalkomponenten derselben zu studieren. Es ist unbedingt notwendig, um ein vollständigeres Bild der Bodenverschiebungen zu gewinnen, auch die Vertikalkomponente in Betracht zu ziehen. Dieses Element ist von besonders grosser Wichtigkeit, da durch sein näheres Studium wohl die Möglichkeit geboten werden kann, den Emergenzwinkel der seismischen Strahlen beim Austritt aus der Erdoberfläche zu bestimmen und dadurch gewisse Aufschlüsse bezüglich des Ganges der seismischen Wellen im Erdinnern zu gewinnen. Mit der Zeit wird man durch derartige Studien wohl imstande sein, Näheres über die Konstitution des Erdinneren und über die Verteilung der verschiedenen Erdschichten zu erfahren. Gerade wie die optischen Strahlen uns über die Konstitution der entferntesten Himmelskörper Auskunft geben, so können auch, wenn richtig behandelt, die seismischen Strahlen uns über die Eigenschaften der tieferliegenden und ganz unzugänglichen inneren Erdschichten etwas belehren. Dieses Problem ist nicht nur für die Physik der Erde im engeren Sinne des Wortes, sondern auch für die Astronomie, Geodäsie und Geologie von besonderer Wichtigkeit.

Allein ist die Bestimmung des Emergenzwinkels mit gewissen Schwierigkeiten, infolge einer etwaigen Reflexion der seismischen Strahlen an der Erdoberfläche, verknüpft, worauf Prof. Schuster neulich aufmerksam gemacht hat. Diese Schwierigkeiten sind jedoch meines Erachtens nicht solcher Natur, dass sie sich nicht überwinden liessen.

Gedruckt auf Verfügung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften.
November 1910. Für den Beständigen Secretär, *A. Karpinsky*.

Für sehr entfernte Beben ist der Einsatz der ersten Vorläufer viel ausgeprägter für die Vertikalkomponente, was für die richtige Bestimmung der Epizentralentfernung von grosser Bedeutung ist. Aber auch in der Maximalphase bietet das Studium der Vertikalkomponente manches sehr wichtige und interessante dar.

Eine moderne seismische Station müsste unbedingt nicht nur mit Instrumenten für die horizontalen Bodenverschiebungen, sondern auch mit einem Vertikalseismographen ausgerüstet werden. Leider sind zur Zeit sehr wenige Stationen vorhanden, wo die Erforschung der Vertikalkomponente in Angriff genommen wird.

Infolgedessen habe ich mir die Aufgabe gestellt einen Vertikalseismographen von sehr hoher Empfindlichkeit zu konstruieren, welcher zugleich auch die *absoluten* Werte der vertikalen Bodenverschiebungen zu liefern imstande wäre.

Ich stützte mich bei der Herstellung dieses Apparates auf dieselben Grundprinzipien, wie bei meinen Horizontalseismographen, welche sich in der Praxis äusserst gut bewährt haben, nämlich es sollte, damit der Einfluss der Eigenbewegung des Apparates möglichst eliminiert würde, eine sehr starke magnetische Dämpfung bis zur Aperiodizitätsgrenze eingeführt und ausserdem die galvanometrische Registrierung angebracht werden. Die Vorteile dieser Methode bestehen nicht nur in ihrer sehr hohen Empfindlichkeit und in der unmittelbaren Zulassung einer Fernregistrierung, sondern auch darin, dass man bei ihrer Anwendung gewissermaassen von der etwaigen Nulllage des Seismographen unabhängig ist, denn mit dem Galvanometer werden nicht etwa die Winkelausschläge, sondern die *Winkelgeschwindigkeiten* gemessen. Diese letztere Tatsache ist von besonderer Wichtigkeit für Apparate, welche wie dieser Vertikalseismograph auf einer Federwirkung beruhen, da bekanntlich die elastischen Eigenschaften von Stahlfedern durch Temperaturänderungen sehr beeinflusst werden und, um dieselben möglichst zu eliminieren, gewöhnlich umständliche Kompensationsvorrichtungen für die Temperatureinwirkung notwendig sind.

Bei diesem Vertikalseismographen fallen dieselben, infolge der Anwendung der galvanometrischen Registrierungsart, gänzlich weg, was die Konstruktion dieses Apparates in ganz erheblicher Weise vereinfacht.

Ich setze aber dabei voraus, dass die Abweichungen von der normalen Lage des Instrumentes nicht zu gross werden. Durch ein kleines Laufgewicht¹⁾ kann man aber immer von Zeit zu Zeit den Apparat auf die richtige

1) Siehe die Fig. 2. (L.).

anfängliche Ruhelage einstellen, falls die Räumlichkeiten gewissen Temperaturschwankungen unterworfen sein sollten.

Ein solcher Apparat wurde nach meinen Angaben vom Mechaniker an dem Physikalischen Laboratorium der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg Herrn Masing konstruiert. Derselbe wurde alsdann im Laboratorium selbst mit Hilfe einer beweglichen Plattform eingehend untersucht und alsdann auf der Pulkowaer seismischen Station aufgestellt, wo er schon einige Monate in Tätigkeit sich befindet und äusserst befriedigende Resultate gibt.

Eine kurze Beschreibung dieses Instruments befindet sich in T. 150 № 26 (1910) der Comptes Rendus der Pariser Akademie. In der vorliegenden Abhandlung beabsichtige ich aber eine ausführlichere Beschreibung dieses Seismographen zu geben und alsdann die Theorie desselben zu entwickeln.

Es sollen weiter die Laboratoriumsversuche beschrieben werden, welche zur Prüfung dieser Theorie vorgenommen wurden, und alsdann einige Angaben über die mit diesem Vertikalseismographen erhaltenen Erdbeben-diagramme folgen.

§ 1.

Beschreibung des Instruments.

Die folgende Fig. 1 gibt eine allgemeine photographische Aufnahme dieses Vertikalseismographen, die Fig. 2 eine schematische Zeichnung desselben von der Seite und die Fig. 3 von oben. Die Figuren 2 und 3 sind in $\frac{1}{4}$ natürlicher Grösse gezeichnet.

Auf einer starken, 95 cm. langen und 26 cm. breiten gusseisernen Platte *P*, welche von drei Regulierschrauben getragen wird, ist ein massives, gebogenes, teilweise ausgeschnittenes, 55 cm. hohes Doppelgestell *G* fest angeschraubt.

Beide Teile desselben sind oben durch eine Platte *K* verbunden, durch welche eine Schraube *R* hindurchgeht. Diese Schraube geht in einen Stab über, der an seinem unteren Ende in *Q* eine sehr kurze flache Stahlfeder trägt. Diese Stelle *Q* bildet den oberen Befestigungspunkt der sehr starken Spiralfeder *F*. Der Durchmesser des Drahtes dieser Spirale beträgt 0,6 cm.; die Feder selbst hat 10 Windungen von 8 cm. äusserem Durchmesser. Im gestreckten Zustande bei normaler Lage des Instruments ist diese Feder sehr stark gespannt. Der entsprechende Zug kommt einem Gewicht von etwa $57\frac{1}{2}$ Kilogramm gleich.

Mit Hilfe der Mutter *U* kann der obere Befestigungspunkt *Q* dieser Feder gehoben oder gesenkt und mittelst der Schrauben *NN* nach rechts oder links verschoben werden.

Den beweglichen Teil dieses Seismographen bildet der Doppelrahmen aus Messing *AAA*, welcher ein grosses zylindrisches Gewicht *M* trägt. Die Axe dieses Gewichtes geht durch zwei Schlitzes *I—J* hindurch und wird durch zwei Muttern festgeklemmt. Man kann also das Gewicht etwas nach rechts oder links verschieben, um den oberen Balken dieses Doppelrahmens in horizontale Lage zu bringen. Die genaue Einstellung erfolgt mit Hilfe des kleinen Laufgewichts *L*.

Fig. 1.

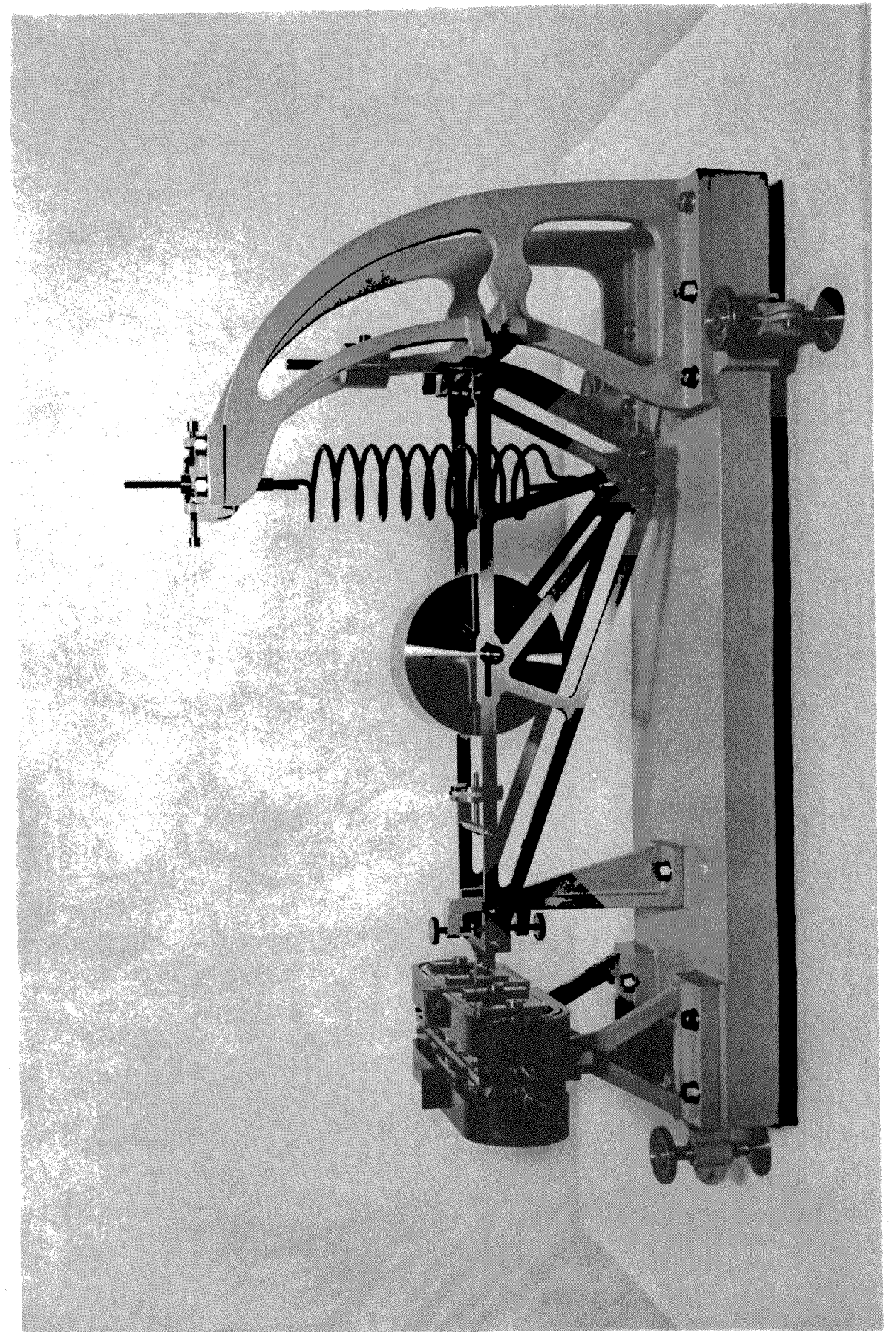


Fig. 2.

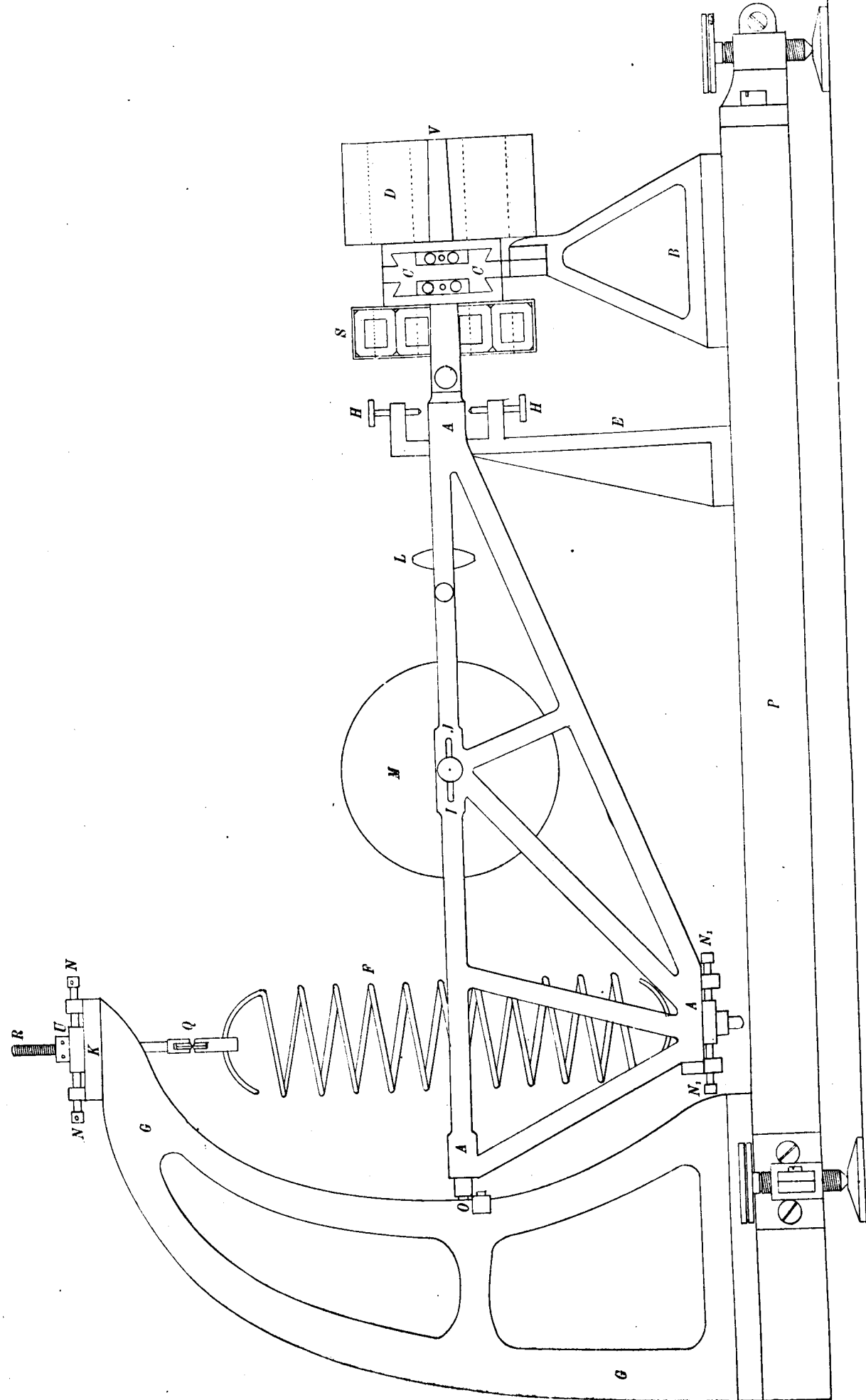
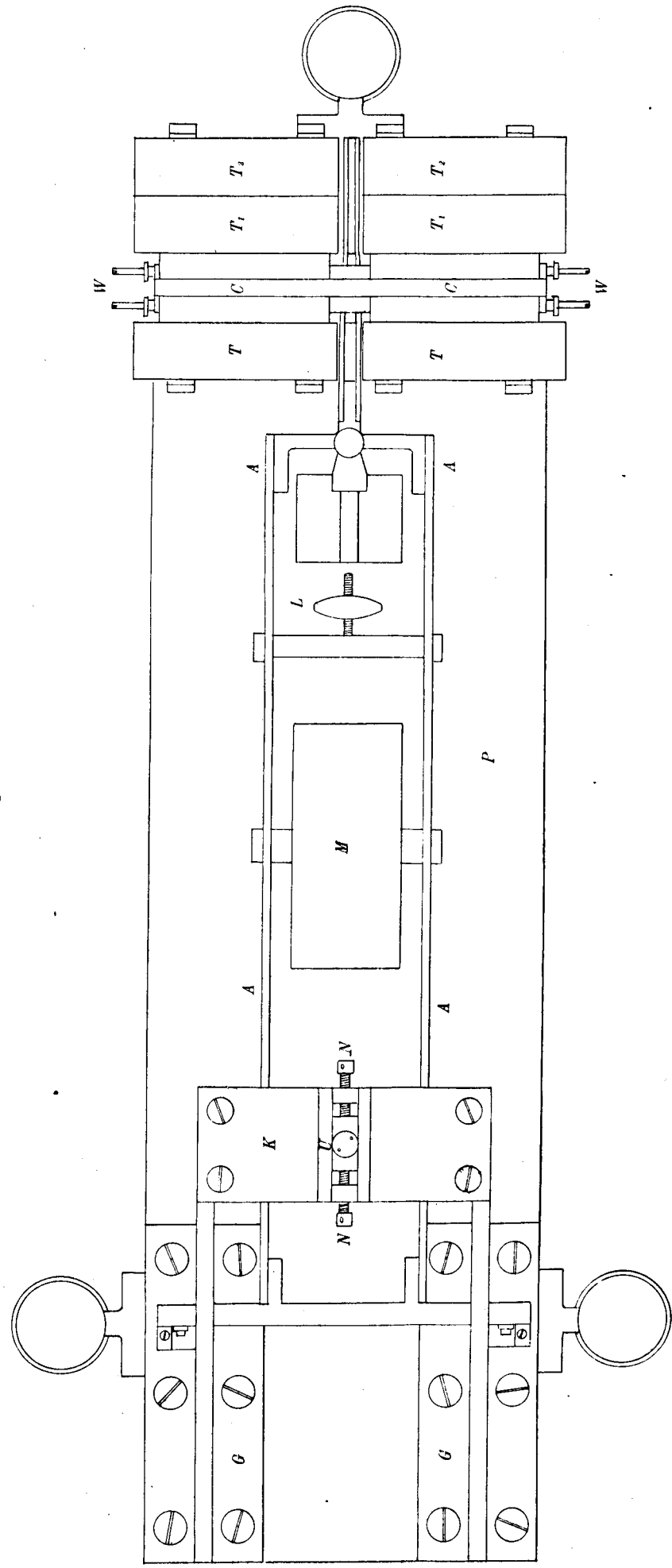


Fig. 8.



Die Drehungsaxe dieses Doppelrahmens befindet sich in O und wird durch zwei Paare sehr kurzer, senkrecht zu einander stehender, flacher Stahlfedern gebildet. Dieselben werden an einem Querstäbchen, welches beide Teile des Doppelgestells G mit einander verbindet, befestigt.

Am unteren Teile des Doppelrahmens AAA befindet sich eine Platte, welche mit dem unteren Ende der Spiralfeder verbunden ist. Die Art und Weise dieser Verbindung ist eine ähnliche wie oben in Q , d. h. mittelst einer sehr kurzen und flachen Stahlfeder.

Die unteren Schrauben $N_1 N_1$ gestatten ebenfalls diesen unteren Befestigungspunkt nach rechts oder links zu verschieben.

Auf der Verlängerung des Doppelrahmens befindet sich ein Zelluloidrahmen S mit 4 Induktionsspulen und ganz am Ende zwei dämpfende Kupferplatten D von je 14 cm. Länge, 4 cm. Breite und 0,55 cm. Dicke. Die ganze Länge des beweglichen Teils dieses Seismographen von O bis zum äusseren Rande von D beträgt 76 cm. und das Gesamtgewicht desselben mit der Masse M 23,901 Klgr.

Die Induktionsspulen S bewegen sich zwischen den zu einander gekehrten, entgegengesetzten Polen zweier horizontalliegender, hufeisenförmiger Magnete T (siehe Fig. 3) und die dämpfenden Kupferplatten zwischen zwei Paaren solcher Magnete T_1 und T_2 (Fig. 3)¹⁾.

Diese sechs Magnete werden von dem Gestell B (Fig. 2) getragen. Im oberen Teile desselben in C befinden sich Schlittenvorrichtungen mit Mikrometerschrauben W (Fig. 3), mit welchen man die Magnetenpole näher oder weiter von einander stellen kann. Spezielle, horizontal liegende Teilungen mit Nonien gestatten die Magnete auf eine bestimmte Entfernung bis auf $0,1 \text{ mm}$ genau einzustellen.

Die Induktionsspulen sind so mit einander verbunden, dass die durch die Bewegung des Doppelrahmens AAA in denselben induzierten Ströme sich im äusseren Stromkreise gegenseitig verstärken.

E ist eine besondere Vorrichtung, welche zwei Regulierschrauben H trägt, die ein Umkippen des schwingenden Teils des Apparates verhindern und die Grösse der Ausschläge desselben begrenzen.

Auf einem der äusseren dämpfenden Magnete befindet sich ein Zeiger, welcher zur Einhaltung der richtigen Ruhelage nach der auf der dämpfenden Kupferplatte aufgetragenen Teilung dient. Man kann also durch Drehung des Laufgewichts L , welches sich dabei längst einer horizontalen Schraube

¹⁾ Auf der Fig. 2 sind die Magnete nicht gezeichnet. Auf der photographischen Aufnahme der Fig. 1 ist nur ein Paar dämpfender Magnete sichtbar. Später wurde ein zweites Paar zur Verstärkung der Dämpfung hinzugefügt.

fortbewegt, diesen Zeiger auf eine beliebige Teilung der Skala einstellen. Man wähle dazu immer denjenigen Teilstrich, welcher der horizontalen Lage des oberen Balkens des beweglichen Doppelrahmens entspricht.

In der Nähe der Drehungsaxe des Apparates, auf einer Querstange, welche beide Teile des Doppelrahmens verbindet, befindet sich ein vertikaler, nach oben gehender Stab mit einem verschiebbaren zylindrischen Gewicht¹⁾. Dasselbe dient dazu, um den Schwerpunkt des beweglichen Systems in dieselbe Höhe wie die Drehungsaxe des Apparates O zu bringen. Dies ist dazu nötig, damit die horizontalen Verschiebungen des Bodens den Apparat nicht in Bewegung versetzen.

Bei vertikalen Verschiebungen des Bodens wird der Apparat in Schwingungen geraten, welche von einem sehr empfindlichen Galvanometer vom Deprez-D'Arsonval'schen Typus, welches in einer beliebigen Entfernung vom Seismographen selbst aufgestellt werden kann, angezeigt werden. Zu diesem Zweck gehen zwei dünne, isolierte Drähte dem oberen Balken des Doppelrahmens entlang bis zu zwei Klemmen, welche in der Nähe der Drehungsaxe des Apparates sich befinden. Von dort werden die Enden mittelst dünner Silberfolien mit den am Gestell befestigten isolierten Schrauben verbunden, die mit den Klemmen des Galvanometers durch eine äussere, induktionsfreie Leitung geschlossen sind. Das Galvanometer soll dabei durch passende Auswahl des Widerstandes der Induktionsspulen und Verbindungsdrähte genau auf die Grenze der Aperiodizität eingestellt werden. Die Pole der Magnete T (Fig. 3) bei den Induktionsspulen müssen möglichst nah aneinander gebracht, um eine möglichst grosse Empfindlichkeit der Registrierung zu erzielen, und die dämpfenden Magnete T_1 und T_2 so eingestellt werden, dass der Seismograph ebenfalls möglichst nah bei der Grenze der Aperiodizität sich befindet.

Bezüglich der verschiedenen Einzelheiten der Einstellung des Galvanometers und Apparates auf die Aperiodizitätsgrenze, so wie überhaupt bezüglich der Anwendung der galvanometrischen Registriermethode, sei auf meine Abhandlung «Ueber ein neues aperiodisches Horizontalpendel mit galvanometrischer Fernregistrierung»²⁾, wo diese Fragen eingehend besprochen sind, verwiesen.

Die Registrierung der Galvanometerbewegung erfolgt auf rein optischem Wege mit Hilfe eines sehr feinen, ebenfalls vom Mechaniker Masing konstruierten Registrierapparates, dessen rotierender Zylinder mit lichtempfind-

¹⁾ Nur auf der Fig. 1. sichtbar.

²⁾ Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente T. IV. Livr. 1.

lichem Papier bekleidet wird. Dieser Apparat ist ebenfalls in meiner eben zitierten Abhandlung ausführlich beschrieben.

Die Registriergeschwindigkeit der Trommel entspricht etwa $30 \frac{m}{m}$ pro Minute, somit können die sehr kurzen seismischen Wellen sehr gut studiert werden; die Entfernung zwischen den benachbarten Linien auf einem Seismogramm beträgt $10 \frac{m}{m}$.

Der Vertikalseismograph selber wird von einem grossen Blechkasten bedeckt. In der vorderen Seite desselben befindet sich ein Glasfenster, durch welches man nachsehen kann, ob der früher erwähnte Zeiger bei der dämpfenden Kupferplatte auf der richtigen Teilung der kleinen vertikalen Skala einspielt. Auf der Seite dieses Kastens befindet sich eine Öffnung, welche durch eine verschiebbare Platte verdeckt wird. Schiebt man diese Platte zur Seite, so kann man mit der Hand durch diese Öffnung, wenn nötig, das Laufgewicht L etwas verstellen.

Das Wirkungsprinzip dieses Seismographen ist das folgende.

Bei ruhendem Boden hält das Moment der Federspannung bezüglich der Drehungsaxe O der Summe der Momente sämtlicher Gewichte der verschiedenen Teile des beweglichen Systems das Gleichgewicht.

Erfolgen nun vertikale Bodenverschiebungen, so gerät der Apparat in Bewegung, aber, infolge der Anwendung einer sehr starken magnetischen Dämpfung bis zur Aperiodizitätsgrenze, wird der Einfluss der Eigenbewegung des Apparates fast sofort eliminiert und die wirkliche Bewegung wird fast ausschliesslich durch die vertikalen Bodenbewegungen allein bedingt. Die durch die Bewegung des Apparates induzierten Ströme verursachen die Bewegung des Galvanometers, welche unmittelbar registriert wird.

Für harmonische Bebenwellen kann man in sehr einfacher Weise, ganz genau so, wie bei Beobachtungen mit Horizontalpendeln, aus einem so erhaltenen Galvanometerseismogramm die wahren Elemente der vertikalen Bodenbewegungen, d. h. die Periode T_p und maximale Amplitude z_m der entsprechenden Bebenwellen, bestimmen.

Wie dieses zu erzielen ist, werden wir im nächsten Paragraphen sehen, wo die Theorie dieses Vertikalseismographen dargelegt ist¹⁾.

¹⁾ Dieser Vertikalseismograph mit Schutzkasten wird vom Mechaniker des Physikalischen Laboratoriums der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg Herrn Masing zum Preise von 450 Rubel, jedoch ohne Galvanometer und Registrierapparat, geliefert.

In der Praxis bei seismometrischen Beobachtungen hat man in der Tat fast ausschliesslich mit sehr kleinen Winkeln zu tun.

Dann wird

$$\xi = r \cos \omega + r \sin \omega \cdot \theta \dots\dots\dots(3)$$

$$\zeta = z + d - r \sin \omega + r \cos \omega \cdot \theta \dots\dots\dots(4)$$

Die mit der Zeit veränderlichen Grössen sind dabei z und θ .

Wollen wir nun die gesamte kinetische Energie T des Systems aufsuchen und dabei die Masse M_1 der Feder, welche nur einen kleinen Bruchteil der Masse M bildet, für's Erste vernachlässigen.

Zu dem Zweck differenzieren wir die Ausdrücke (3) und (4) nach der Zeit.

Es folgt

$$\xi' = r \sin \omega \cdot \theta'$$

$$\zeta' = z' + r \cos \omega \cdot \theta'$$

Bedeute v die Geschwindigkeit des Massenteilchens m , so ist

$$v^2 = z'^2 + r^2 \theta'^2 + 2r \cos \omega \cdot z' \theta'$$

und die gesamte kinetische Energie des Systems

$$T = \frac{1}{2} \sum mv^2 = \frac{1}{2} \left[z'^2 \sum m + \theta'^2 \sum mr^2 + 2z' \theta' \sum mr \cos \omega \right] \dots(5)$$

Die Summierung muss auf alle beweglichen Massen des Doppelrahmens des Seismographen etc. ausgedehnt werden.

Bedeute nun dA die Arbeit aller auf das System wirkenden Kräfte, wenn θ um $d\theta$ vermehrt wird.

Dann muss nach dem Langrange'schen Prinzip folgende Gleichung bestehen

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial A}{\partial \theta} \dots\dots\dots(6)$$

aus welcher die Grunddifferentialgleichung der Bewegung dieses Vertikal-seismographen sich unmittelbar ergibt.

Aus der Gleichung (5) folgt nun

$$\frac{\partial T}{\partial \theta'} = z' \sum mr \cos \omega + \theta' \sum mr^2,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) = z'' \sum mr \cos \omega + \theta'' \sum mr^2$$

und

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0.$$

Folglich wird nach der Gleichung (6)

$$z'' \sum mr \cos \omega + \theta'' \sum mr^2 = \frac{\partial A}{\partial \theta} \dots\dots\dots(7)$$

Wollen wir nun die Arbeit dA ausrechnen, welche geleistet wird, wenn θ um $d\theta$ vermehrt wird.

Es wirken auf das System zweierlei Art Kräfte, nämlich die Schwerkraft und die Spannung der Feder.

Die Arbeit der Schwerkraft wird

$$= \sum mg \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} d\theta,$$

also nach der Formel (4)

$$= g d\theta \sum mr \cos \omega.$$

Wollen wir jetzt die Arbeit der Federspannung ausrechnen.

Bei normaler Lage des Instruments ($\theta = 0$) ist die Länge der ausgestreckten Feder L_0 und der entsprechende Zug P_0 .

Vermehrt sich aber die Federlänge von L_0 bis L , so wird der entsprechende Zug gleich P sein, wobei nach den Grundprinzipien der Elastizitätstheorie

$$P - P_0 = \beta (L - L_0) \dots\dots\dots(8)$$

gesetzt werden kann.

β ist ein Koeffizient, welcher von den elastischen Eigenschaften der betreffenden Feder unmittelbar abhängt.

Im jetzigen Fall, wo der Apparat um den Winkel θ gedreht ist, wird L kleiner als L_0 und folglich P kleiner als P_0 ausfallen.

Aus dem Dreieck ABC der Fig. 4 ergibt sich

$$L_0 - L = BC \cdot \cos \alpha = c\theta \cos \alpha,$$

oder nach der Formel (1)

$$L_0 - L = a\theta \dots\dots\dots(9)$$

Folglich nach der Formel (8) wird

$$P = P_0 - \beta a\theta \dots\dots\dots(10)$$

Aus demselben Dreieck ABC erhält man für den Winkel $BAC = \gamma$

$$L \sin \gamma = BC \cdot \sin \alpha = c \theta \sin \alpha,$$

also nach den Formeln (2) und (9)

$$\sin \gamma = \frac{h \theta}{L_0 - a \theta},$$

oder bis auf Glieder von der Ordnung von θ^2 ,

$$\gamma = \frac{h}{L_0} \cdot \theta \dots \dots \dots (11)$$

Der Zug P erfolgt in der Richtung von C nach A und die entsprechende Verschiebung des Angriffspunktes C der Kraft P in einer Richtung senkrecht zu $O_1 C$.

Die Projektion F der Kraft P auf diese Richtung wird

$$F = P \cos(\alpha - \theta + \gamma),$$

und die entsprechende Arbeit (siehe die Formeln (10) und (11))

$$Fcd\theta = c [P_0 - \beta a \theta] \cos \left\{ \alpha - \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \theta \right\} d\theta.$$

Vernachlässigt man dabei wiederum die Glieder von der Ordnung von θ^2 , so ergibt sich daraus mit Rücksicht auf die Beziehungen (1) und (2)

$$Fcd\theta = \left[aP_0 + hP_0 \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \theta - \beta a^2 \theta \right] d\theta.$$

Die Gesamtarbeit dA wird also

$$dA = \left[-g \sum mr \cos \omega + aP_0 + hP_0 \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \theta - \beta a^2 \theta \right] d\theta \dots (12)$$

Im Gleichgewichtszustand ($\theta = 0$) hält die Spannung der Feder P_0 der Schwerkraft das Gleichgewicht.

Die entsprechenden Momente dieser Kräfte in bezug auf die Drehungsaxe müssen also einander gleich sein.

Es wird also

$$P_0 a = g \sum mr \cos \omega \dots \dots \dots (13)$$

Folglich ergibt sich aus der Gleichung (12)

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = - \left[\beta a^2 - P_0 h \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \right] \theta.$$

Bringen wir jetzt diesen Ausdruck in die Formel (7) ein, so folgt

$$z'' \sum mr \cos \omega + \theta'' \sum mr^2 + \left[\beta a^2 - P_0 h \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \right] \theta = 0 \dots (14)$$

$\sum mr^2$ ist das Trägheitsmoment des beweglichen Systems in bezug auf die Drehungsaxe O_1 . Dasselbe sei mit K bezeichnet.

Also

$$K = \sum mr^2 \dots \dots \dots (15)$$

Wollen wir jetzt den Ausdruck (14) durch K dividieren.

Das Verhältnis $\frac{\sum mr^2}{\sum mr \cos \omega}$ sei dabei durch l bezeichnet, also

$$l = \frac{\sum mr^2}{\sum mr \cos \omega} \dots \dots \dots (16)$$

l ist eine gewisse Länge, welche, wie leicht einzusehen ist, nichts anderes ist, als die Länge eines mathematischen Pendels von derselben Periode, wie die des Systems, wenn dasselbe um 90° gedreht wird und der Schwerpunkt unter der Axe O_1 liegt.

Es ergibt sich also mit Rücksicht auf die Beziehung (13)

$$\theta'' + \left[\frac{\beta}{K} a^2 - \frac{g}{a} \cdot \frac{h}{l} \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \right] \theta + \frac{z''}{l} = 0 \dots \dots \dots (17)$$

Wollen wir den Faktor von θ im vorigen Ausdruck durch n^2 bezeichnen, also

$$n^2 = \frac{\beta}{K} a^2 - \frac{g}{a} \cdot \frac{h}{l} \left(1 - \frac{h}{L_0} \right) \dots \dots \dots (18)$$

und ausserdem in der Gleichung (17) ein Dämpfungsglied $2\epsilon\theta'$ einführen.

Dann folgt

$$\theta'' + 2\epsilon\theta' + n^2\theta + \frac{z''}{l} = 0 \dots \dots \dots (19)$$

Dies ist die Grunddifferentialgleichung der Bewegung dieses Vertikal-seismographen.

Sie ist also auf dieselbe kanonische Form, wie die entsprechende Gleichung eines Horizontalseismographen gebracht.

Die Eigenperiode T dieses Seismographen ohne Dämpfung wird

$$T = \frac{2\pi}{n} \dots\dots\dots (20)$$

sein.

Für die Empfindlichkeit der Registrierung ist es zweckmässig, T möglichst gross zu wählen, so weit es noch der Apparat verträgt.

Die Formel (18) lehrt, dass dies durch Verlegung des unteren Befestigungspunktes B der Feder unter die horizontale Linie O_1H erzielt werden kann.

Das zweite, negative Glied im Ausdrucke von n^2 wird Maximum, wenn $h = \frac{L_0}{2}$ wird.

Ausserdem steht uns die Grösse a zur Verfügung.

Durch Verminderung derselben kann theoretisch n^2 beliebig klein, folglich T beliebig gross gemacht werden, aber man darf nicht in der Praxis T zu gross wählen, sonst wird der Apparat unstabil und kippt leicht um. Es lässt sich aber eine Eigenperiode $T = 14^s$ bei vollständig genügender Stabilität mit diesem Apparat sehr leicht erzielen, was zur Erforschung der Vertikalkomponente der Bodenbewegung vollständig ausreicht.

Wäre der anfängliche Winkel bei der Ruhelage des Instruments θ nicht gleich Null, so würde die Eigenperiode des Seismographen ein klein wenig anders ausfallen, da a einen etwas anderen Wert annehmen würde, aber für eine und dieselbe anfängliche Ruhelage des Instruments erweist sich, wie die Beobachtungen es gezeigt haben, die Eigenperiode des Apparats für kleine Ausschläge als sehr konstant. Man muss nur bei seismometrischen Beobachtungen darauf achten, dass der Zeiger bei der Dämpfungsplatte immer auf einem und demselben Teilstrich der betreffenden Skala einspielt und die diesem Teilstrich entsprechende Periode für die Eigenperiode T des Apparates wählen.

Es muss noch folgendes bemerkt werden. T hängt etwas von den Amplituden der Ausschläge θ ab (Veränderlichkeit von a), und die halbe Periode nach der unteren Seite ist ein klein wenig verschieden von der halben Periode nach oben, aber für kleine Werte von θ , wie dieselben bei seismometrischen Beobachtungen vorkommen, ist dieser Umstand von keiner praktischen Bedeutung.

Die Spiralfeder hat sich sehr gut erhalten und zeigte nach einiger Zeit Gebrauch keine elastischen Nachwirkungen.

Die vorigen Formeln (16), (18) und (19) bedürfen noch kleiner Korrekturen wegen der Masse M_1 der Spiralfeder. Dieselben lassen sich ohne Schwierigkeit ableiten wiederum unter Anwendung des Lagrange'schen Prinzips; sie haben jedoch fast gar keine praktische Bedeutung.

Bedeute nun M die Masse des beweglichen Teils des Seismographen (ohne die Federmasse) und sei

$$r_0 = \frac{P_0}{g} \cdot \frac{a}{M} \dots\dots\dots (21)$$

und

$$\rho^2 = r_0 l^1) \dots\dots\dots (22)$$

so müssen in der Formel (19), statt l und n^2 , folgende Grössen l' und n'^2 eingeführt werden, nämlich

$$l' = l \left[1 - \frac{M_1}{M} \left\{ \frac{1}{2} \frac{a}{r_0} - \frac{1}{3} \frac{c^2}{\rho^2} \right\} \right] \dots\dots\dots (23)$$

und

$$n'^2 = n^2 \left[1 - \frac{1}{3} \frac{c^2}{\rho^2} \frac{M_1}{M} \right] \dots\dots\dots (24)$$

Der Unterschied zwischen l' und l ist in der Tat sehr klein.

Es ergab sich aus den Beobachtungen

$$l = 378,6 \text{ m/m,}$$

während

$$l' = 377,6 \text{ m/m}$$

beträgt.

Der Unterschied beträgt also nur etwa $\frac{1}{4}\%$.

Was nun n'^2 anbelangt, so ergab sich bei diesem Seismographen

$$M = 23901 \text{ Gr}$$

$$M_1 = 601 \text{ —,}$$

also

$$\frac{M_1}{M} = 0,0251$$

$$c^2 = 343,8$$

$$\rho^2 = 1113,5,$$

also

$$\frac{1}{3} \frac{c^2}{\rho^2} \frac{M_1}{M} = 0,00258.$$

Der Unterschied in dem entsprechenden Wert von T beträgt also nur etwa $0,1\%$.

Dies ist ganz und gar ohne Bedeutung, umdestomehr, da T direkt aus den Beobachtungen entnommen wird.

¹⁾ Das Trägheitsmoment K des Systems ist gleich $M\rho^2$.

Wir werden im Folgenden die Indizes bei n' und l' fallen lassen und die Differentialgleichung für diesen Seismographen in der Form der Formel (19) behalten. Dabei muss man sich aber nur merken, dass der Faktor bei z'' nach der Formel (23) berechnet werden soll.

Der Wert von l (siehe die Formel (16)) kann direkt aus den Beobachtungen entnommen werden.

Dazu schiebe man die Magnete weit auseinander, um eine sehr kleine Dämpfung zu haben, drehe den Apparat um 90° um und lasse ihn schwingen, wie ein einfaches Vertikalpendel. Die entsprechende Periode sei T_0 .

Dann wird

$$l = \frac{T_0^2}{4\pi^2} \cdot g, \dots \dots \dots (25)$$

wo g die Beschleunigung der Schwere bedeutet.

Auf diese Weise ergab sich $l = 378,6^m/m$.

Bevor man zu der Bestimmung von T_0 übergeht, stelle man das früher erwähnte, kleinere, zylindrische Gewicht, welches in der Nähe der Drehungsaxe des Seismographen sich befindet, auf die passende Stelle, damit der obere Balken des Doppelrahmens bei umgekippter Stellung des Apparats wirklich vertikal sei. Dann wird bei normaler Lage des Apparates der Schwerpunkt des Systems wirklich auf derselben Höhe wie die Drehungsaxe des Instruments sich befinden.

Wollen wir jetzt zu der Frage der Registrierung der Bewegungen dieses Seismographen übergehen.

Ich werde dieselbe hier ganz kurz behandeln, da diese Registrierung vollständig identisch mit der galvanometrischen Registrierung eines aperiodischen Horizontalpendels ist, welche Frage ich schon sehr eingehend in meinem Aufsatz «Ueber ein neues aperiodisches Horizontalpendel mit galvanometrischer Fernregistrierung» besprochen habe¹⁾.

Man wende zur Registrierung ein D'Arsonval'sches Drehspulgalvanometer an, welches man durch passende Auswahl des äusseren Widerstandes (Induktionsspulen + Zuleitungsdrähte)²⁾ genau auf die Grenze der Aperiodizität einstellt. (Man siehe den § 3 der eben zitierten Abhandlung).

Bedeute T_1 die Eigenperiode dieses Galvanometers ohne Dämpfung und sei

$$n_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \dots \dots \dots (26)$$

1) Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente, T. IV, Livr. 1.
2) Dieselben müssen induktionsfrei um einander gewickelt werden.

so lautet die Differentialgleichung der Bewegung des Galvanometers, wenn es vollkommen frei ist, bekanntlich wie folgt:

$$\varphi'' + 2n_1 \varphi' + n_1^2 \varphi = 0, \dots \dots \dots (27)$$

wo φ den betreffenden Winkelausschlag bedeutet.

Ist aber das Galvanometer mit dem Seismographen durch eine Leitung verbunden, so muss die Differentialgleichung (27) durch die folgende ersetzt werden:

$$\varphi'' + 2n_1 \varphi' + n_1^2 \varphi + k\theta' = 0 \dots \dots \dots (28)$$

k ist eine Konstante, welche von den konstruktiven Eigenschaften der Apparate abhängt und die Empfindlichkeit der Registrierung charakterisiert. Ich habe dieselbe Uebertragungsfaktor genannt.

Setzen wir nun voraus, dass eine Bebenwelle unseren Apparat trifft, wobei die vertikale Komponente der Bodenbewegung sich durch folgende Formel darstellen lässt:

$$z = z_m \sin(pt + \delta), \dots \dots \dots (29)$$

wo

$$p = \frac{2\pi}{T_p} \dots \dots \dots (30)$$

wird.

T_p ist die Periode der entsprechenden Bebenwelle, z_m die wahre Amplitude der Bodenbewegung und δ die anfängliche Phase, welche keine weitere Bedeutung hat.

Differenziert man die Gleichung (29) zwei Mal nach t , bringt den erhaltenen Ausdruck in die Gleichung (19) ein und integriert dieselbe, so erhält man θ als Funktion von t .

Man bestimme alsdann θ' , bringe es in die Galvanometergleichung (28) ein und gehe dann zur Integration derselben über.

Dann erhält man schon φ als Funktion von t .

Diese Bewegung wird direkt aufgenommen und registriert. Dazu wende man die optische Registrierungsmethode auf lichtempfindlichem Papier an.

Der entsprechende Registrierapparat muss aber ein recht guter sein, und eine genügend grosse Drehgeschwindigkeit haben, um ein genaues Studium der kurzen seismischen Wellen zu ermöglichen. Ich wende dazu einen neuen vom Herrn Mechaniker Masing konstruierten Apparat an, welcher vortrefflich arbeitet und bei welchem die Länge einer Minute etwa $30^m/m$ beträgt. Die Entfernung benachbarter Linien ist gleich $10^m/m$.

Bedeute nun y_1 die Entfernung des Lichtpunktes von seiner Ruhelage

und A_1 die Entfernung des Spiegels am Galvanometer von der Trommeloberfläche des Registrierapparates in der Richtung des normal einfallenden Strahles, so wird

$$\varphi = \frac{y_1}{2A_1} \dots\dots\dots(31)$$

sein.

Die Eigenschaften des Seismographen selbst werden durch die Konstanten T , l und ϵ charakterisiert.

$T = \frac{2\pi}{n}$ (Formel (20)) ist die Eigenperiode desselben ohne Dämpfung, l eine gewisse Länge und ϵ eine Konstante, welche die Stärke der Dämpfung charakterisiert.

Wollen wir, wie ich es für die Theorie eines sehr stark gedämpften Horizontalpendels schon früher getan habe, statt ϵ die Konstante

$$\mu^2 = 1 - \left(\frac{\epsilon}{n}\right)^2 \dots\dots\dots(32)$$

eingeführen.

Diese Grösse ist für die Stärke der Dämpfung besonders maassgebend. Durch ihre Einführung nehmen die Formeln eine viel bequemere und elegantere Gestalt an.

Ist der Apparat völlig ungedämpft, so wird $\mu^2 = 1$ sein, für die Grenze der Aperiodizität dagegen $\mu^2 = 0$.

Die Beziehung zwischen μ^2 und dem gewöhnlichen Dämpfungsverhältnis v , d. h. dem Verhältnis zweier nach einander folgender maximaler Ausschläge des Apparates (unabhängig vom Vorzeichen derselben) wird durch die folgende Formel gegeben:

$$v = e^{\frac{\pi \sqrt{1-\mu^2}}{\mu}} \dots\dots\dots(33)$$

In den von mir veröffentlichten «Seismometrischen Tabellen» (Tabelle I) sind die einander entsprechenden Werte von μ^2 und v tabellarisch zusammengestellt.

Wollen wir noch folgende Bezeichnungen einführen:

$$u = \frac{T_p}{T}, \dots\dots\dots(34)$$

$$u_1 = \frac{T_p}{T_1}$$

und

$$f(u) = \left(\frac{2u}{1+u^2}\right)^2 \dots\dots\dots(35)$$

Man findet durch Integrierung der Gleichung (28) bei Zugrundelegung der Formel (29) folgenden Ausdruck für y_1 :

$$y_1 = \frac{kA_1}{\pi l} \cdot \frac{T_p}{(1+u_1^2)(1+u^2)\sqrt{1-\mu^2}f(u)} z_m \sin \{p(t - \tau - \tau_1) + \delta\} \dots(36)$$

Es ist hier vorausgesetzt worden, dass die Zeit t nicht zu klein ist, sodass die Exponentialglieder des allgemeinen Ausdrucks für y_1 , welche die Konstanten, die von den Anfangsbedingungen der Bewegung unmittelbar abhängen, enthalten, infolge der sehr starken Dämpfung schon verschwunden sind.

τ und τ_1 sind gewisse Zeitintervalle, welche nach den folgenden Formeln sich berechnen lassen¹⁾:

$$\tau = \frac{T_p}{2\pi} \operatorname{arctg} \left\{ \sqrt{1-\mu^2} \cdot \frac{2u}{u^2-1} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

und

$$\tau_1 = T_p \left[\frac{\operatorname{arctg} \left\{ \frac{2u_1}{u_1^2-1} \right\}}{2\pi} + \frac{1}{4} \right] \dots\dots\dots(38)$$

Die Formel (36) lehrt uns, dass, wenn die Bodenbewegung einem harmonischen Bewegungsgesetz entspricht, die zugehörige Galvanometerkurve ebenfalls eine einfache Sinusoide darstellt mit genau derselben Periode T_p wie bei der betreffenden Erdbebenwelle. Dieselbe ist also aus der Galvanometerkurve sofort zu entnehmen.

Misst man noch die maximale Amplitude y_m (von der Ruhelage aus gerechnet) auf der Galvanometerkurve, so kann die wahre Amplitude der entsprechenden vertikalen Bodenbewegung z_m nach folgender Formel sehr leicht berechnet werden.

Es ist nämlich

$$z_m = \frac{\pi l}{kA_1} (1+u_1^2)(1+u^2)\sqrt{1-\mu^2}f(u) \cdot \frac{y_m}{T_p} \dots\dots\dots(39)$$

Dies ist die Grundformel zur Auswertung der verschiedenen Maximen auf Erdbebendiagrammen bei Anwendung der galvanometrischen Registriermethode.

Die Gleichung (36) zeigt ausserdem, dass das Maximum auf einem Galvanometerseismogramm immer später als das Maximum der entsprechenden

¹⁾ Siehe meinen Aufsatz «Ueber ein neues aperiodisches Horizontalpendel mit galvanometrischer Fernregistrierung». L. c. § 2.

Bodenbewegung auftritt. Diese Zeitverspätung beträgt $\tau + \tau_1$ Sekunden. Sie muss immer in Betracht gezogen werden und dementsprechend muss man in den seismischen Berichten nicht die Momente der Maximen auf den Seismogrammen, sondern die Momente der Maximen der wahren Bodenbewegung angeben, da nur dann ein richtiger Vergleich zwischen den Zeitangaben verschiedener seismischer Stationen möglich ist.

Zur Erleichterung der Bestimmung von z_m und $\tau + \tau_1$, habe ich in meinen «Seismometrischen Tabellen» spezielle Tabellen gegeben, die nicht nur für Horizontalpendelbeobachtungen, sondern auch für diesen vertikalen Seismographen ihre volle Anwendbarkeit behalten, da die Grunddifferentialgleichungen beider Arten Instrumente ihrer Form nach identisch ausfallen.

Die Tabelle II gibt die Werte von u für verschiedene Werte von T_p von $T_p = 1^s$ bis $T_p = 40^s$ und zwar für verschiedene Seismographenperioden von $T = 10,1$ Sek. bis $T = 30,0$ Sek.

Die Tabelle III gibt die Werte von $\text{Log}(1 + u^2)$ und die Tabelle IV die von $\text{Log} f(u)$ für Werte von u zwischen $u = 0,01$ und $u = 4,00$.

Zur weiteren Erleichterung der Rechnungen ist noch die Tabelle V beigegeben, die schon direkt die Werte von

$$\text{Log } U = \text{Log} \{ (1 + u^2) \sqrt{1 - \mu^2 f(u)} \}$$

enthält und zwar für die am häufigsten vorkommenden Werte von μ^2 ¹⁾ und für Werte von u zwischen $u = 0,01$ und $u = 2,00$.

Die Tabelle VI enthält die Werte von $\frac{\tau}{T_p}$ und die Tabelle VII die von $\frac{\tau_1}{T_p}$.

Bei Benutzung dieser Tabellen wird man sich immer auch der Tabelle XVII der proportionalen Teile bedienen.

Die vorläufigen mit diesem Seismographen ausgeführten Versuche haben gezeigt, dass man bei Anwendung von zwei Paaren Magnete bei der dämpfenden Kupferplatte bei einer Eigenperiode T des Instruments von etwa 13—14 Sekunden dasselbe genau auf die Grenze der Aperiodizität ($\mu^2 = 0$) einstellen kann.

Dies ist aber gar nicht nötig, da z. B., wenn $\mu^2 = 0,10$ ist, das Dämpfungsverhältnis v schon 12400 beträgt! Selbst für $\mu^2 = 0,15$ wird

1) Für schwach gedämpfte Pendel von $\mu^2 = 0,90$ bis $\mu^2 = 0,60$, d. h. von $v = 2,85$ bis $v = 13,0$ und für sehr stark gedämpfte Pendel von $\mu^2 = 0,20$ ($v = 536$) bis $\mu^2 = 0,10$ ($v = \infty$).

$v = 1770$. Ein Apparat aber, welcher so stark gedämpft ist, kann in der Praxis wohl als ein fast aperiodisches Instrument betrachtet werden.

Bei den weiter zu besprechenden Versuchen mit diesem Seismographen auf meiner Untersuchungsplattform war $\mu^2 = 0,07$, also $v = 94000$.

Die Periode T_1 des Galvanometers lässt sich sehr leicht aus Schwingungsbeobachtungen bei sehr schwacher Dämpfung (offener Stromkreis) bestimmen.

Was nun die Seismographenkonstanten μ^2 , k und T (wenn die Magnete schon nah an einander gerückt sind) anbelangt, so habe ich zur Bestimmung derselben schon früher eine spezielle Methode angegeben, mit welcher man in aller einfachster Weise und so zu sagen mit einem Schlag diese drei Konstanten bestimmen kann ¹⁾. Diese Methode hat sich in allerbefriedigendster Weise bewährt und wird stets bei der Bestimmung der Konstanten der verschiedenen Seismographen auf der seismischen Station zu Pulkowa angewandt.

Sie besteht der Hauptsache nach im Folgenden.

Man erteilt dem Seismographen mit Hilfe eines kleinen Elektromagneten einen kleinen anfänglichen Anstoss und misst mittelst Fernrohrs und Skala, indem man einen kleinen Spiegel in der Nähe der Drehungsaxe des Instruments anbringt, die entsprechende maximale Winkelablenkung θ_m .

Ein anderer Beobachter bestimmt, ebenfalls mittelst Fernrohrs und Skala, die zwei entsprechenden nach einander folgenden Winkelausschläge φ_1 und φ_2 am Galvanometer und zugleich auch mit Hilfe eines Sekundenzählers die Zeit t_0 , welche vom Anfang der Bewegung des Galvanometers bis zum erstmaligen Durchgang desselben durch seine Ruhelage verfließt. Mit Hilfe dieser 4 Grössen θ_m , φ_1 , φ_2 und t_0 , die fast simultan aus den Beobachtungen entnommen werden, kann man die drei Seismographenkonstanten μ^2 , k und T in äusserst einfacher Weise und sehr schnell bestimmen.

In meinem früher zitierten Aufsatz «Ueber ein neues aperiodisches Horizontalpendel mit galvanometrischer Fernregistrierung» (L. c.) im § 5 ist diese Frage eingehend erörtert worden und zugleich auch ein Zahlenbeispiel angeführt. Zur Erleichterung der entsprechenden Rechnungen ist in meinen «Seismometrischen Tabellen» eine Anzahl Hilfstabellen angegeben. Ich brauche also nicht an dieser Stelle auf diese Frage weiter einzugehen und kann mich also mit einem Hinweis auf meine andere Abhandlung begnügen.

1) Siehe «Ueber die Bestimmung der Konstanten von stark gedämpften Horizontalpendeln». Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg. № 9. (1908) p. 743.

Für diesen Seismographen ergab sich z. B.

$$\begin{aligned} T &= 13,2 \\ T_1 &= 12,8 \\ \mu^2 &= 0,07 \\ k &= 229. \end{aligned}$$

Wollen wir noch das Vergrößerungsverhältnis \mathfrak{B} dieses Instruments etwas näher verfolgen.

Unter Vergrößerungsverhältnis wollen wir das Verhältnis der maximalen Amplitude y_m auf der Galvanometerkurve zur entsprechenden maximalen Amplitude z_m der wahren Bodenbewegung verstehen.

Nach der Formel (39) wird also

$$\mathfrak{B} = \frac{y_m}{z_m} = \frac{kA_1}{\pi l} \cdot \frac{T_p}{(1+u_1^2)(1+u^2)\sqrt{1-\mu^2 f(u)}} \dots \dots \dots (40)$$

In der Praxis wird man immer darnach streben T möglichst gleich T_1 zu machen, da in diesem Fall die verschiedenen Formeln eine viel einfachere Gestalt annehmen.

Wollen wir also, um den Gang der Funktion \mathfrak{B} zu untersuchen, $T = T_1$, also $u = u_1$ voraussetzen und ausserdem zur Vereinfachung annehmen, dass der Vertikalseismograph genau auf die Grenze der Aperiodizität eingestellt, also $\mu^2 = 0$ ist.

Dann wird mit Bezugnahme auf die Formel (34)

$$\mathfrak{B} = \frac{kA_1}{\pi l} \cdot T \left[\frac{u}{(1+u^2)^2} \right] \dots \dots \dots (41)$$

Die vor den Klammern stehenden Grössen sind konstant; die einzige Variable ist u .

Wir sehen also, dass das Vergrößerungsverhältnis \mathfrak{B} wie immer von der Periode T_p der entsprechenden Bebenwelle unmittelbar abhängt.

Obgleich der Seismograph und das Galvanometer beide aperiodisch sind, hat die Funktion $\frac{u}{(1+u^2)^2}$ immer ein Maximum für $u = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$. Der Wert dieses Maximums ist $\frac{3\sqrt{3}}{16} = 0,325$.

Wollen wir nun die Werte von \mathfrak{B} für einige ausgewählte Wellenperioden T_p ausrechnen.

Dazu wollen wir $T = 13$ Sek. nehmen, $k = 229$ und l etwa $378,6 \text{ m}^1$).

Für A_1 wollen wir nur 1000 m/m voraussetzen, also das Galvanometer ziemlich nah bei dem Registrierapparat aufstellen.

Bei Zugrundelegung dieser Zahlen ergeben sich folgende Werte für \mathfrak{B} .

Tabelle I.

T_p	\mathfrak{B}
1 Sek.	190
2,5	468
5	730
7,5	813
10	760
12,5	649
15	531
17,5	425
20	340

Das Maximum von \mathfrak{B} tritt bei $T_p = 0,577 \times 13,0 = 7,5$ ein.

Die Zahlen dieser Tabelle lehren uns, dass die Empfindlichkeit dieses Vertikalseismographen eine sehr grosse ist. Das Maximum von \mathfrak{B} geht bis 813 hinauf und dies nur bei *einem* Meter Entfernung zwischen Galvanometer und Registriertrommel. Hätte man A_1 z. B. gleich 2 oder 3 Meter gewählt, so würde die Empfindlichkeit des Instruments um das zweifache, resp. dreifache gesteigert.

Ausserdem sieht man, dass mit wachsendem T_p , nachdem das Maximum (bei $T_p = 7,5$ Sek.) überschritten wird, \mathfrak{B} garnicht so schnell abnimmt, wie bei einigen anderen Vertikalseismographen. Für $T_p = 20^s$ ist \mathfrak{B} nur etwa 2,4 Mal kleiner als der maximale Wert desselben.

Zum Vergleich wollen wir das Vergrößerungsverhältnis \mathfrak{B} für dieselben Wellenperioden T_p für den schweren Vertikalseismographen von

¹⁾ Das wahre l wäre eigentlich $377,6 \text{ m/m}$, was \mathfrak{B} noch etwas grösser machen würde.

1300 klgr. Gewicht, welcher in Göttingen aufgestellt ist und auf 8 starken Federn hängt, ausrechnen.

Aus den von Dr. Angenheister herausgegebenen «Seismischen Registrierungen in Göttingen im Jahre 1905»¹⁾ lassen sich die Konstanten dieses Seismographen entnehmen.

Es ist nämlich:

Eigenperiode ohne Dämpfung

$$T = 7^s,$$

Dämpfungsverhältnis $v = 6$, also etwa $\mu^2 = 0,75$,

Vergrößerungsverhältnis für sehr rasche Schwingungen

$$V = 160.$$

Dann lässt sich \mathfrak{B} nach der folgenden Formel berechnen.

$$\mathfrak{B} = \frac{v}{(1 + u^2) \sqrt{1 - \mu^2 f(u)}} \dots \dots \dots (42)$$

Die entsprechenden Zahlenwerte befinden sich in der folgenden Tabelle II.

Tabelle II.

T_p	\mathfrak{B}
1 Sek.	162
2,5	170
5	185
7,5	148
10	90
12,5	57
15	38
17,5	28
20	21

¹⁾ Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. 1906.

Vergleicht man die Zahlen der Tabellen I und II mit einander, so ersieht man, dass der Göttingener Apparat, welcher sehr schwer und kompensiös ist, bedeutend unempfindlicher ist. Ausserdem nimmt bei demselben mit wachsenden T_p von etwa $T_p = 5$ Sek. an, \mathfrak{B} sehr rasch ab, sodass für $T_p = 20$ Sek. \mathfrak{B} nur gleich 21 ist, also 8,8 Mal kleiner als der entsprechende Wert für $T_p = 5$ Sek. Für diesen neuen Seismographen dagegen wird für $T_p = 20$ Sek. \mathfrak{B} noch gleich 340, also etwa 16 Mal empfindlicher.

Zum Schluss möchte ich noch folgendes bemerken.

Bei der Koppelung des Galvanometers mit dem Vertikalseismographen ist es zweckmässig, die Verbindungsdrähte in der Weise anzubringen, dass, wenn der Seismographenbalken einen plötzlichen Anstoss nach unten bekommt, der Lichtpunkt auf dem Seismogramm nach oben sich verschiebt. Dann wird bei Erdbebenbeobachtungen eine solche Verschiebung des Lichtpunktes nach oben einer vertikalen Bodenbewegung entsprechen, die von unten nach oben gerichtet ist.

Wir sehen also, dass dieser neue Seismograph zu seismometrischen Beobachtungen über die Vertikalkomponente der Bodenbewegung sich vollkommen eignet. Seine Eigenperiode (ohne Dämpfung) für dieselbe Lage des Balkens bleibt sehr konstant. Durch Verlegung des unteren Befestigungspunktes der Spiralfeder kann man diesem Apparat eine ziemlich lange Eigenperiode geben und mit Hilfe von zwei Paaren dämpfender Magnete ihn in ein vollkommen aperiodisches Instrument verwandeln, wodurch der störende Einfluss der Eigenbewegung des Seismographen selbst auf das Minimum reduziert wird.

Trotz der vollkommenen Aperiodizität des Seismographen besitzt er, infolge der Anwendung der galvanometrischen Registriermethode, eine sehr hohe Empfindlichkeit, wobei alle Temperaturkompensationen für die Feder vollständig wegfallen. Zugleich wird auch eine Fernregistrierung in sehr einfacher Weise erzielt.

§ 3.

Laboratoriumsversuche.

Bevor dieser neue Vertikalseismograph für seismometrische Beobachtungen zur Verwendung kam, schien es mir wünschenswert die Theorie desselben zunächst einer experimentellen Prüfung zu unterziehen, speziell sich zu überzeugen, ob dieser Apparat imstande ist, auf Grund der For-

mel (39) wirklich zuverlässige Werte für die wahren Amplituden z_m der vertikalen Bodenbewegung zu liefern.

Zu dem Zweck wurde eine spezielle Untersuchung vorgenommen.

In den Kellerräumen des Physikalischen Laboratoriums der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg wurden in speziell gemachten Vertiefungen in zwei einander gegenüber stehenden Wänden zwei starke Schienen gelegt. Auf diesen Schienen wurde die obere schwere Platte meiner Untersuchungsplattform¹⁾ niedergelegt und zwar so, dass sie von 4 Holzklötzen getragen wurde.

An dieser Plattform wurden zwei Drähte angeschraubt, die nach oben durch eine Rolle gingen und an einem Exzenter befestigt wurden. Das entsprechende Rad konnte mittelst eines kleinen Elektromotors in Bewegung versetzt werden. Bei der Drehung dieses Rades konnte die Plattform sehr kleine, ganz regelmässige, sinusartige, vertikale Bewegungen ausführen.

Wegen der grossen Drehgeschwindigkeit des Motors wurde eine spezielle Uebertragung angebracht, um die vertikalen Bewegungen der Plattform zu verlangsamen.

Durch Einschaltung von Vorschaltwiderständen konnte man die Periode T_p dieser vertikalen Bewegungen zwischen ziemlich weiten Grenzen, nämlich zwischen 2,72 und 14,52 Sekunden, variieren.

Die Registrierung der Plattformbewegung erfolgte auf folgende Weise.

Auf der Plattformoberfläche P (siehe die schematische Fig. 5.) ruhte in A ein gelenkartiger Hebel AOB mit einer horizontalen Drehungsaxe O , die nicht mit der Plattform verbunden war.

Wenn dieselbe vertikale Bewegungen ausführte, so wurde diese Bewegung mittelst des Gelenkes BD auf den kleinen Spiegel S übertragen, welcher um eine vertikale Axe EF sich drehen konnte.

In einer gewissen Entfernung A vom Spiegel befand sich die Trommel R des Registrierapparates, welche mit lichtempfindlichem Papier bekleidet war.

Die drehende Bewegung des Spiegels wurde auf gewöhnlichem optischem Wege, mittelst eines auf denselben fallenden Lichtstrahls, aufgenommen.

Die betreffenden Längen waren die folgenden:

$$l_1 = 29,6 \text{ m/m}$$

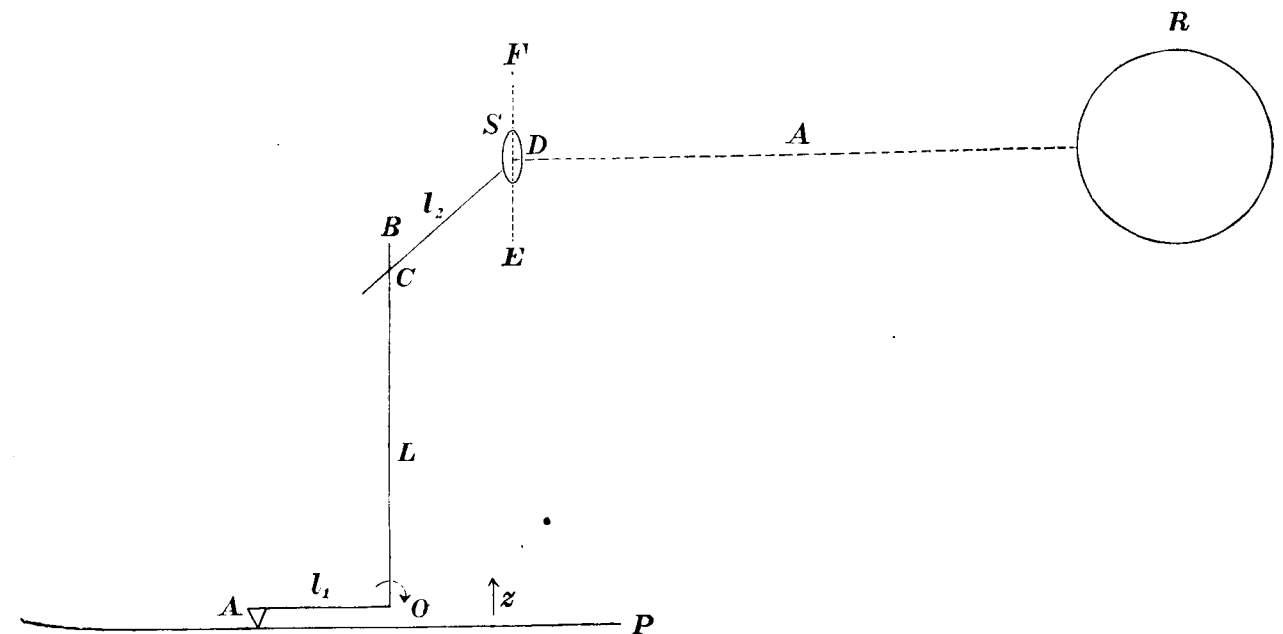
$$L = 115,3$$

$$l_2 = 44,0$$

$$A = 3122$$

¹⁾ Siehe «Zur Methodik der seismometrischen Beobachtungen». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. I. Livr. 3, § 9.

Fig. 5.



Somit war die totale Vergrösserung gleich 553.

Man bekam auf diese Weise recht schöne, sinusartige Kurven, aus welchen man die Periode T_p und wahre Amplitude z_m der vertikalen Plattformbewegung bestimmen konnte. z_m zeigte sich dabei als sehr konstant und unabhängig von der Periode der Plattformbewegung.

Es ergab sich im Mittel

$$z_m = 0,101 \text{ m/m}.$$

Zu gleicher Zeit wurde auf der Plattform der Vertikalseismograph aufgestellt und die entsprechende Bewegung des Galvanometers auf demselben Papierbogen aufgenommen, sodass man auf diese Weise neben einander zwei Kurven erhielt; die eine derselben entsprach der Bewegung der Plattform und die andere der des Galvanometers. Zugleich wurde eine Minuten-Zeitmarkierung angebracht, um jedesmal die Perioden bestimmen zu können.

Man bekam auf diese Weise für die Galvanometerkurven ebenfalls sehr schöne Sinusoiden, aus welchen man die Periode und Maximalamplitude y_m entnehmen konnte.

Es ergab sich erstens, wie aus der Theorie dieses Instruments zu erwarten war, dass die Periode der Galvanometerkurve genau mit der Periode T_p der Plattformbewegung zusammenfiel.

Wurde nun die Amplitude y_m und Periode T_p der Galvanometerkurve ausgemessen, so konnte man schon die wahren Amplituden z_m der Plattformbewegung nach der Formel (39)

$$z_m = \frac{\pi l}{k A_1} (1 + u_1^2)(1 + u^2) \sqrt{1 - \mu^2 f(u)} \frac{y_m}{T_p} \dots \dots (39)$$

berechnen.

Ein Vergleich zwischen den direkt bestimmten und aus den Aufzeichnungen des Galvanometers abgeleiteten Werten von z_m gibt sofort ein Urteil über die Leistungsfähigkeit dieses Vertikalseismographen.

Die Beobachtungen können selbstverständlich nicht auf eine völlige Genauigkeit Anspruch erheben, da erstens z_m sehr klein und infolgedessen schwer ganz genau zu bestimmen war; dann konnten die Schienen nicht ganz gleiche elastische Eigenschaften haben, somit auch die Plattformbewegung nicht eine ganz regelmässige sein; drittens war bei den grössten Werten von T_p die Bewegung des Motors nicht eine ganz regelmässige.

Trotz alledem haben sich, wie aus der folgenden Tabelle III zu ersehen ist, im grossen und ganzen vollkommen genügend übereinstimmende Werte für z_m ergeben.

Die Konstanten des Seismographen waren die folgenden:

$$T = 13,2$$

$$T_1 = 12,8,$$

$$\mu^2 = 0,07$$

$$l = 377,6 \text{ m/m}$$

$$k = 229,5$$

$$A_1 = 742,8 \text{ m/m}$$

Die Beobachtungen wurden für 10 verschiedene Werte von T_p zwischen $T_p = 2,72$ und $T_p = 14,52$ vorgenommen.

Es wurde für jede Galvanometerkurve immer eine Anzahl Amplituden gemessen und aus den erhaltenen Zahlen, die recht wenig von einander sich unterschieden, das Mittel genommen.

In der folgenden Tabelle III sind die Zahlen nach wachsenden Werten von T_p geordnet.

In der ersten Kolumne dieser Tabelle befinden sich die Perioden T_p der Plattformbewegung, in der zweiten die gemessenen Doppelamplituden $2y_m$ der Galvanometerkurven, in der dritten die aus den Angaben des Seismo-

graphen abgeleiteten Werte von z_m ¹⁾, in der vierten der wahre Wert von z_m und in der fünften die Differenz Δ beider, d. h. $\Delta = z_m$ (berechnet) — z_m (wahr).

Tabelle III.

T_p	$2y_m$	z_m		Δ
		Berechnet.	Wahr.	
2,72 Sek.	74,36 m/m	0,103 m/m	0,101 m/m	+ 0,002 m/m
3,04	80,65	0,102	—	+ 0,001
3,61	91,34	0,101	—	0
3,66	92,96	0,102	—	+ 0,001
5,82	123,1	0,104	—	+ 0,003
6,24	127,3	0,105	—	+ 0,004
10,33	128,6	0,112	—	+ 0,011
12,85	107,7	0,110	—	+ 0,009
13,86	91,20	0,101	—	0
14,52	91,92	0,108	—	+ 0,007

Aus dieser Tabelle ersieht man, dass die Uebereinstimmung zwischen den aus den Aufzeichnungen des Seismographen abgeleiteten und den wahren Werten von z_m in Anbetracht gewisser möglicher Unregelmässigkeiten in der Plattformbewegung und der Schwierigkeit den wahren Wert von z_m mit Hilfe von Hebelvorrichtungen ganz genau zu bestimmen, als eine recht befriedigende betrachtet werden kann.

Der Unterschied zwischen beiden beträgt höchstens nur einige Mikronen, die auch ohne Zweifel auf unvermeidliche Versuchsfehler zurückzuführen sind.

Die Werte von $2y_m$ in dieser Tabelle, je nach dem Wert von T_p ,

¹⁾ Einige von diesen Werten von z_m unterscheiden sich um einen ganz unbedeutenden Betrag von denen, welche in meiner vorläufigen Notiz (C. R. T. 150. № 26 (1910)) gegeben sind, weil ich jetzt etwas genauere Werte der Seismographenkonstanten zugrunde gelegt habe.

schwanken zwischen $74,36 \text{ m/m}$ und $128,6 \text{ m/m}$ und trotzdem ergaben sich in allen Fällen ziemlich gleiche Werte von z_m .

Ausserdem ersieht man aus den Zahlen der zweiten Kolumne, dass zwischen $T_p = 6,24$ und $T_p = 10,33$ ein Maximum von y_m vorliegt, wie es auch nach der Theorie sein soll (Maximum des Vergrößerungsverhältnisses \mathfrak{B}).

Eine weitere Prüfung der Theorie bezieht sich auf die Bestimmung der Zeitverspätung $\tau + \tau_1$ zwischen dem Auftreten des Maximums der Plattformbewegung und dem entsprechenden Maximum auf der Galvanometerkurve. Da beide Kurven auf einem und demselben Papierbogen aufgenommen wurden, so konnte diese Zeitdifferenz zwischen beiden Maximen direkt ermittelt werden. Andererseits konnte man $\tau + \tau_1$ nach den Formeln (37) und (38) berechnen.

In der folgenden Tabelle IV sind die berechneten und direkt beobachteten Werte von $\tau + \tau_1$ zusammengestellt und zwar für grössere Werte von T_p , da für sehr kleine Werte von T_p eine genaue Ermittlung von $\tau + \tau_1$ aus den Kurven recht schwierig ist.

Tabelle IV.

T_p	$\tau + \tau_1$	
	Berechnet.	Beobachtet.
5,8	5,7	5,3
6,2	6,0	6,2
10,3	8,5	8,6
12,9	9,7	9,8
13,9	10,2	10,4
14,5	10,4	10,6

Die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werten von $\tau + \tau_1$ sind ungemein klein: im ungünstigsten Fall nur 0,4 Sekunde. Eine solche Genauigkeit ist für die praktische Seismometrie mehr als ausreichend, da die Momente verschiedener Bebenphasen höchstens bis 1 Sekunde genau angegeben werden.

Diese gute Uebereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten von z_m und $\tau + \tau_1$ ist ein wichtiger Beleg für die Richtigkeit der früher entwickelten Theorie dieses Seismographen, welcher also die volle Möglichkeit bietet, die wahren, absoluten Amplituden der vertikalen Bodenbewegungen zu bestimmen.

Eine dritte Prüfung der Theorie bezieht sich auf die Bestimmung der Konstante β , die in der Formel (18), resp. (24) auftritt.

Aus der bekannten Eigenperiode des Apparates T lässt sich β nach der folgenden Formel berechnen ($n' = \frac{2\pi}{T}$):

$$\beta = \frac{K}{a^2} \left[\frac{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}{1 - \frac{1}{3} \frac{c^2}{\rho^2} \frac{M_1}{M}} + \frac{g}{a} \cdot \frac{h}{l} \left(1 - \frac{h}{L_0}\right) \right] \dots \dots \dots (43)$$

Die zur Berechnung von β zugrunde gelegten Zahlen waren die folgenden (siehe auch die Fig. 4):

- $a = 12,25 \text{ cm.}$
- $h = 13,92 \text{ »}$
- $L_0 = 37,50 \text{ »}$
- $l = 37,86 \text{ »}$
- $M = 23901 \text{ gr.}$
- $M_1 = 601 \text{ »}$
- $c^2 = a^2 + h^2 = 343,84$
- $g = 981,85 \text{ cm./sec.}^2$

Normale Spannung der Feder $P_0 = 57384 \times g$ Dynen.

$$r_0 = \frac{P_0}{g} \cdot \frac{a}{M} = 29,41 \text{ cm.} \dots \dots \text{(siehe Formel (21)).}$$

$$\rho^2 = r_0 l \dots \dots \dots \text{(siehe Formel (22)).}$$

K ist das Trägheitsmoment des Systems und gleich $M\rho^2$.

Auf Grund dieser Zahlenwerte, welche aus direkten Ausmessungen erhalten wurden, ergab sich aus der theoretischen Formel (43) folgender Wert von β , nämlich

$$\beta = 33.10^5 \text{ C. G. S.}$$

Nun kann aber β auf eine ganz andere Weise bestimmt werden. Dazu wollen wir zu der Formel (8) zurückgreifen, nach welcher

$$P - P_0 = \beta(L - L_0) \dots \dots \dots (8)$$

wird.

Um β direkt zu bekommen, braucht man nur die Spiralfeder frei aufzuhängen, mit verschiedenen Gewichten P zu belasten und die entsprechenden Änderungen der Federlänge L mit einem Kathetometer genau auszumessen.

Aus den Beobachtungen ergaben sich folgende Werte.

P	L	ΔP	ΔL	$\beta = \frac{\Delta P}{\Delta L}$
49227 gr.	34,998 cm.			
		8190 gr.	2,512 cm.	3260 gr./cm.
57417 »	37,510 »			
		7943 »	2,422 »	3280 »
65360 »	39,932 »			

Die Zahlen der letzten Kolumne zeigen, dass β zwischen ziemlich weiten Grenzen von P wirklich als eine konstante Grösse betrachtet werden darf.

Im Mittel wird $\beta = 3270 \text{ gr./cm.}$ sein. Um diese Grösse im C. G. S. — System auszudrücken, muss man sie mit g multiplizieren.

Es ergibt sich also

$$\beta = 32.10^5 \text{ C. G. S.,}$$

was mit dem früher aus der Formel (43) abgeleiteten Wert von β in sehr guter Uebereinstimmung steht.

Bei der normalen Lage des Apparates beträgt die Federlänge $L_0 = 37,50 \text{ cm.}$

Auf Grund der eben angeführten Zahlen ergibt sich durch einfache Interpolation für den entsprechenden Zug der Feder

$$P_0 = 57384 \times g \text{ Dynen.}$$

Von dieser Zahl haben wir schon früher Gebrauch gemacht.

Die hier beschriebenen Laboratoriumsversuche, bei deren Ausführung mein Assistent Herr Wilip mir äusserst behülflich war und dem ich an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aussprechen möchte, haben also die

Richtigkeit der früher entwickelten Theorie dieses Vertikalseismographen völlig bestätigt. Somit unterliegt es keinem Zweifel, dass derselbe für seismometrische Zwecke ein vollkommen geeignetes Instrument ist

§ 4.

Erdbebendiagramme.

Obgleich dieser neue Vertikalseismograph im Laboratorium selbst einer sehr strengen Prüfung unterzogen wurde und sich dabei in allerbefriedigendster Weise bewährt hat, war es noch sehr wichtig, um ein endgültiges Urteil über die Leistungsfähigkeit dieses Apparates zu gewinnen, denselben bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen in Betrieb zu sehen.

Zu dem Zweck wurde der Seismograph im Juni dieses Jahres (1910) auf der seismischen Station zu Pulkowa aufgestellt. Seitdem befindet sich derselbe fortwährend in Tätigkeit und arbeitet ausserordentlich gut und regelmässig.

Obgleich am Anfang kleine Nullpunktsänderungen sich bemerkbar machten und ein öfteres Nachkorrigieren des Apparats durch Verschiebung des Laufgewichtes L (siehe die Fig. 2) nötig war, so machten sich dieselben mit der Zeit immer weniger und weniger geltend, sodass der Apparat schliesslich eine sehr konstante Ruhelage annahm.

Die von demselben gelieferten Seismogramme zeichnen sich durch eine besondere Präzision und Uebersichtlichkeit aus und, wegen der grossen Empfindlichkeit des Instruments, werden auch ganz schwache Beben in sehr schöner Weise wiedergegeben. Die Kurven haben, infolge der angewandten Registrierungsart, keine Verzerrungen, die bei der mechanischen Registrierung, infolge der Kreisbewegung des Schreibstifts, für eine genaue Verarbeitung von Erdbebendiagrammen so lästig sind.

Gewöhnlich besonders schön und ausgeprägt ist der Einsatz der ersten Vorläufer P .

Es kommt zuweilen bei einigen Beben vor, dass dieser Einsatz bei einem sehr empfindlichen Horizontalpendel (galvanometrische Registrierung) nicht so deutlich zu erkennen ist, während bei dem Vertikalseismographen derselbe sehr scharf auftritt.

Zur Illustrierung dieser Eigenschaft des Seismographen ist auf der folgenden Figur 6 der anfängliche Teil zweier Beben vom 29/VI 1910 in

natürlicher Grösse wiedergegeben und zwar für die N—S und Vertikalkomponente Z.

Man ersieht aus dieser Figur, wie scharf der Einsatz von P von dem Vertikalseismographen gezeichnet wird¹⁾. Infolgedessen ist ein empfindlicher Vertikalseismograph ein schätzbares Instrument zur genauen Bestimmung des Anfanges der ersten Phase eines Bebens.

Dieser Vertikalseismograph zeichnet auch in der Maximalphase eines Bebens recht schöne und interessante Kurven, die zuweilen einen sehr regelmässigen Charakter aufweisen.

Als Beispiel dafür ist auf der folgenden Fig. 7 ein Teil des von diesem Apparat gelieferten Seismogrammes für das Beben vom 9/IX 1910 in natürlicher Grösse reproduziert. Das entsprechende Epizentrum befand sich in der Nähe der Aleutischen Inseln.

Die unteren Kurven bilden die Fortsetzung der oberen. Die kurzen Unterbrechungen der Kurve entsprechen vollen Minuten.

Dieses Seismogramm zeichnet sich durch eine besondere Anschaulichkeit aus, wobei die verschiedenen Arten der Bebenwellen sehr deutlich zum Vorschein treten. Besonders interessant ist der Verlauf der Kurve in der Maximalphase und, obgleich das Epizentrum dieses Bebens etwa 7500 klm. von Pulkowa entfernt war, sind die Ausschläge auf dem Seismogramm sehr gross, woraus auf die sehr hohe Empfindlichkeit dieses Instruments geschlossen werden kann.

Die folgende Fig. 8 gibt ein sehr interessantes Beispiel von mikro-seismischen Bewegungen am 18/IX 1910, wie sie von diesem Vertikalseismographen wiedergegeben wurden. Es befindet sich nebenbei eine Nulllinie mit Minutenmarken.

Auf dieser Reproduktion ist nur ein Teil des entsprechenden Seismogramms wiedergegeben.

Wir sehen also, dass die verschiedenen vorgenommenen Laboratoriumsversuche die Richtigkeit der Theorie dieses Instrumentes vollkommen bewiesen haben und dass auch in der Praxis, bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen, dasselbe sich völlig bewährt hat. Infolgedessen glaube ich, dass dieser neue Vertikalseismograph zum Zweck der Erforschung der vertikalen Komponente der Bodenbewegung ein ganz geeignetes Instrument ist.

¹⁾ Es ist dabei zu bemerken, dass die Länge einer Minute auf der Registriertrommel bei der Z — Komponente um etwa 3 $\frac{1}{10}$ kürzer ist als bei der N—S Komponente. Die kurzen Unterbrechungen der Kurven, welche die Minutenmarken angeben, sind auf dieser Figur nicht wiedergegeben worden.

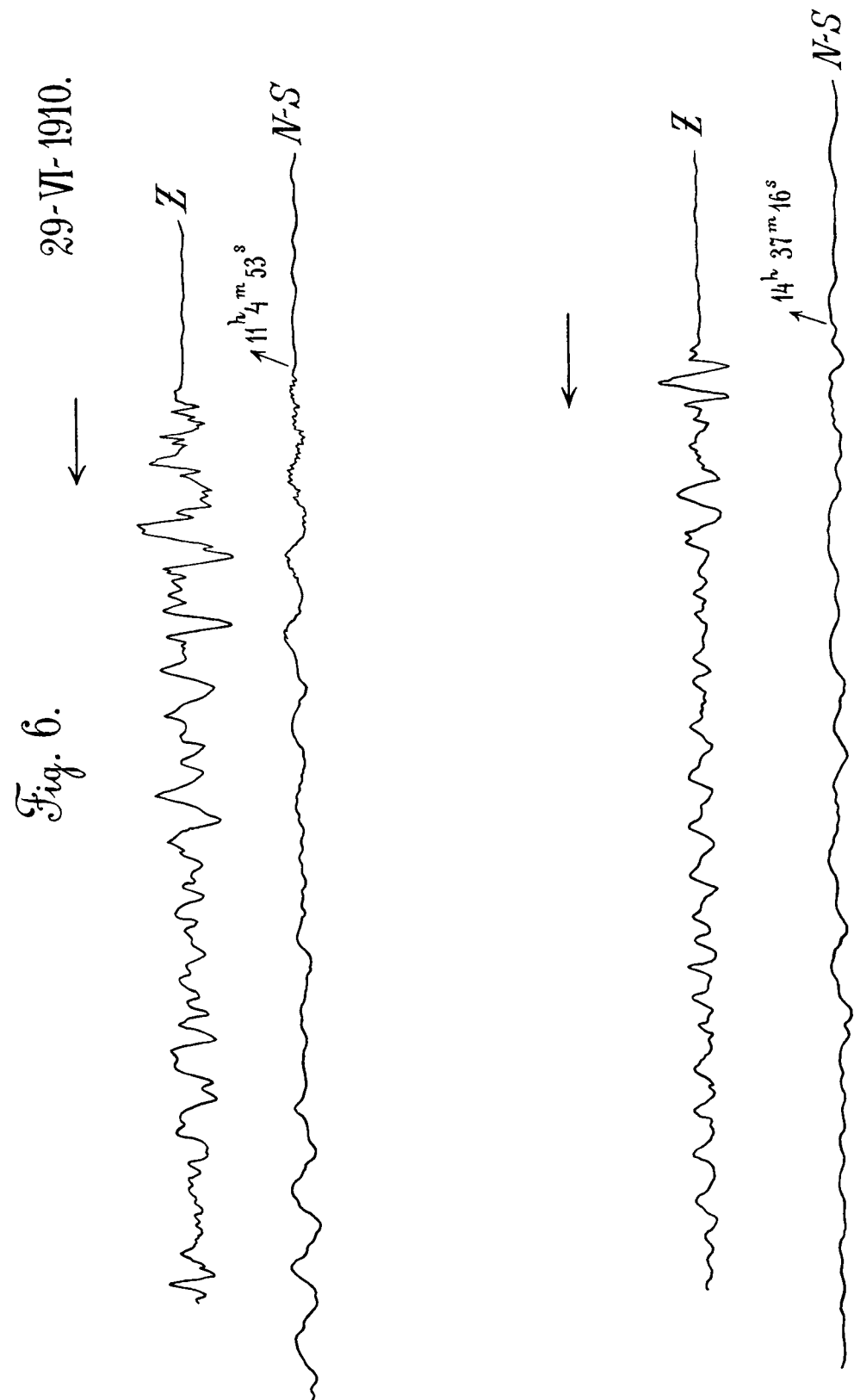


Fig. 7.

9-IX-1910.

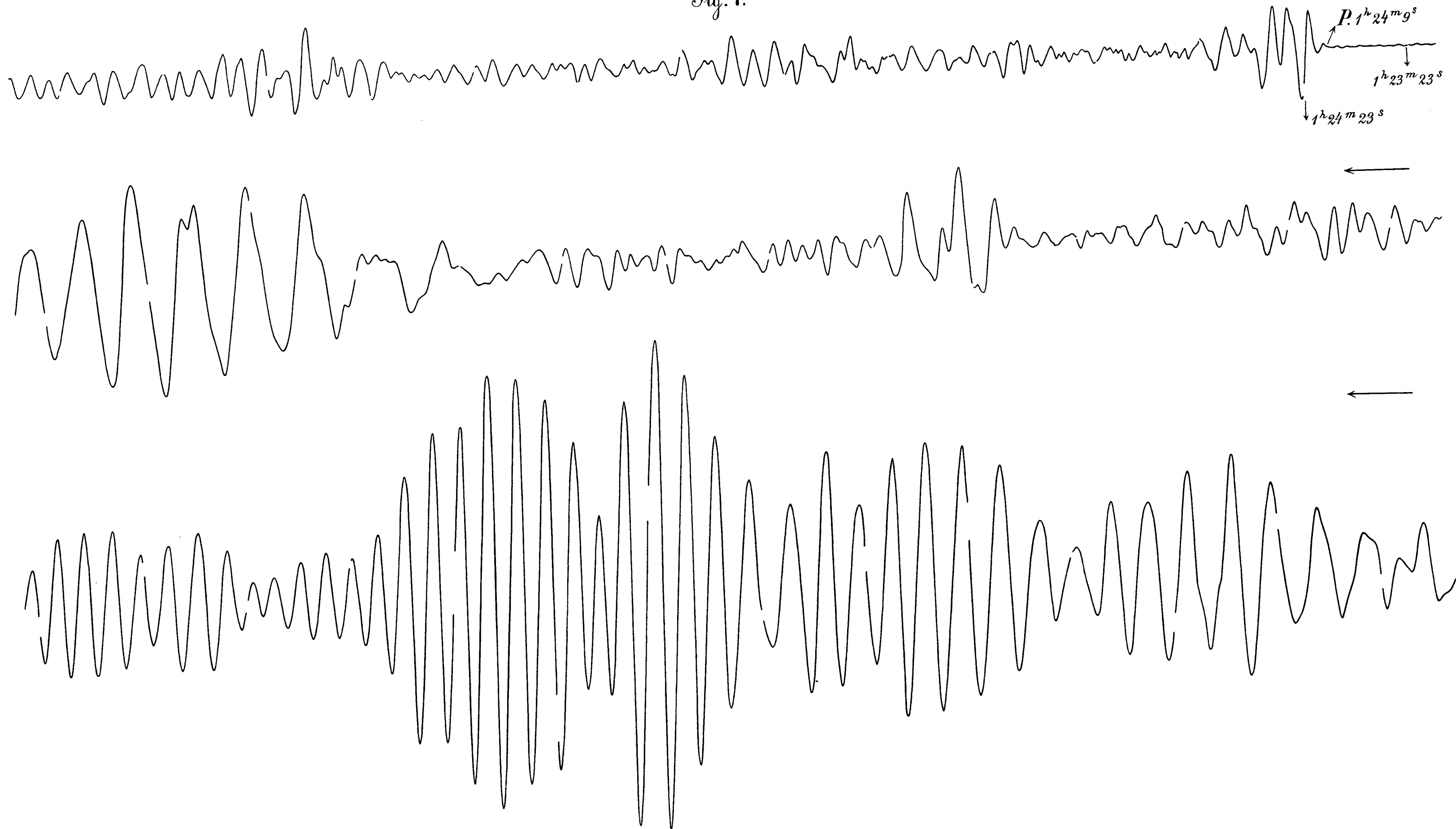


Fig. 8.

18-IX-1910.

