Indrek Meos

Loogika. Argumentatsioon. Mõtlemiskultuur

Elektrooniline väljaanne

2010

SISUKORD

SAATEKS

Loogika on delikaatne teema. Kõrvuti lastekasvatamise ning riigijuhtimisega kuulub ta nende valdkondade hulka, milles igaüks end asjatundjaks peab. Sõna *loogika* jagab paraku ka nende sõnade saatust, millele on osaks saanud sage kasutamine ning tähenduse hajumine. Seetõttu on käesoleva raamatu esimene peatükk pühendatud just nimelt sõna *loogika* erinevatele tähendustele.

Loogika õppimise üks eesmärkidest on mõtlemise korrastamine. Mõtlemise selgus, täpsus ja järjekindlus kuuluvad kindlasti haritud inimese vooruste hulka. Mõnikord võib küll jääda mulje, et võimul olles pole loogikat tarvis ning ilma võimuta pole loogikast kasu. Õnneks pole mitte kogu elu võimu jagamine ning säilitamine. Kes kirjutab esseed, artiklit, kursusetööd või väitekirja, selle jaoks on mõtlemise selgus, täpsus ja järjekindlus enesestmõistetavad nõuded. Käesoleva raamatu eesmärk ongi aidata lugejal korrastada oma mõtlemist – olgu siis iseseisvalt või mõnd loogikakursust läbides.

Teemade selgituseks on kasutatud hulgaliselt näiteid ning paljude alapeatükkide lõpus on ka teemakohased ülesanded iseseisvaks tööks (kokku on 15 ülesannet). Raamatu lõpus on näidistest koos vastustega.

Kaks viimast peatükki (*Erinevad mõtlemisviisid* ja *Kas faktid tõestavad midagi?*) on mõeldud esseedena. Eks igaüks otsustab ise, kuivõrd veenvad seal esitatud arutlused on.

Loodan, et lugeja leiab siit raamatust vajalikke teadmisi ja huvitavat mõtlemisainet ning omandab tänu raamatule ja iseseisvale tööle ka tarvilikke oskusi.

Loogika videoloengud (nii teooria kui ka ülesannete lahendamine) ning enesetestid leiate minu koduleheküljelt www.hot.ee/indrme

Head lugemist!

Indrek Meos

SÕNA *LOOGIKA* ERINEVAD TÄHENDUSED

Ühel ja samal sõnal võib olla mitu erinevat tähendust. Koguni sõna *loogika* ei ole selles suhtes erand. Eristada võiks sõna *loogika* kolme tähendust:

1) loogika kui sündmuste seostatus,
2) loogika kui väidete seostatus,
3) loogika kui teadus, mis uurib seoseid väidete vahel.

Järgnevalt räägime kõigist neist tähendustest lähemalt.

Loogika kui sündmuste seostatus, seaduspärasus

Kui eeldatakse, et sündmuste kulg on seaduspärane, räägitakse sündmuste loogikast, nt *Tema järeleandlikumaks muutumine on täiesti loogiline*. Näiteks toodud lauses eeldatakse, et kellegi muutumine järeleandlikumaks on seaduspärane ning seletatav (näiteks psühholoogiliselt).

Kui eeldatakse, et ajaloosündmused on seaduspärased, räägitakse ajaloo loogikast, nt *Stalini võimuletulek oli täiesti loogiline*. Näiteks toodud lauses eeldatakse, et Stalini võimuletulek oli seaduspärane ning seletatav (näiteks ajaloolise situatsiooni eripära kaudu).

Loogika kui väidete seostatus

Mõne inimese mõtteavalduse kohta öeldakse, et seal puudub loogika. Sellega peetakse silmas, et esitatud väited/mõtted ei ole omavahel seotud.

Selleks, et nimetada kellegi esinemist või teksti arutluseks, peavad esitatud mõtted olema omavahel seotud. Kuid mis on mõtete seostatus?

Eristada saab **formaalloogilist** ja **sisulist seost** väidete vahel ning selle mõistmiseks tuleb kõigepealt selgitada, mis asi on loogiline vorm.

Loogiline vorm

Erineva sisuga väidetel võib olla ühesugune loogiline vorm. Näiteks on väidetel *Mõni laps on ulakas* ning *Mõni putukas on täpiline* ühesugune loogiline vorm, mida traditsioonilises loogikas väljendatakse nii:

Mõni S on P.

Matemaatilises loogikas[1] väljendatakse aga sedasama loogilist vormi nii:

$\exists x\ (Px\ \&\ Qx)$.

Viimast sümbolväljendit loetakse: leidub (vähemalt üks) selline x, mis on nii P kui ka Q, nt leidub selline x (objekt), mis on nii laps kui ka ulakas.

Formaalloogiline seos

Formaalloogiline seos on seos väidete **loogiliste vormide** vahel. Kõik järeldusreeglid, millest tuleb juttu edaspidi, on formaalloogilised seosed. Formaalloogilised seosed on näiteks

- järeldumine (väide järeldub ühest või mitmest teisest väitest),
- vasturääkivus (kaks väidet on vasturääkivad, st räägivad teineteisele vastu),
- vastupidisus (kaks väidet on vastupidised)
- loogiline allumine (üks väide allub loogiliselt teisele).

Näiteks on väidete *Kõik lepad on lehtpuud* ning *Mõned lehtpuud on lepad* vahel formaalloogiline seos. Esimese väite loogiline vorm on Kõik S on P ning teise loogiline vorm Mõni P on S. Tegemist on järeldumisseosega: esimesest järeldub teine. Sama formaalloogiline seos on ka väidete *Kõik metsloomad on loomad* ning *Mõned loomad on metsloomad* vahel.

Sisuline seos

Väited on sisuliselt seotud, kui nad on vastavuses sündmuste eeldatavate seaduspärasustega (st loogikaga esimeses tähenduses). Näiteks võidakse pidada sisuliselt seostatuiks väiteid *Pääsukesed lendavad täna õhtul madalalt* ning *Homme hakkab vihma sadama*. Teisisõnu, võidakse eeldada, et pääsukeste madal lend täna õhtul on märk sellest, et homme hakkab vihma sadama. Kes sellist seaduspärasust ei eelda, selle jaoks need kaks väidet sisuliselt seotud pole. Kuna on vähe seaduspärasusi, mille olemasolus kõik inimesed üksmeelel oleksid, siis ongi arusaadav üksteise süüdistamine ebaloogilisuses.

Näiteks toodud väidete vahel võidakse eeldada sisulist seost, kuid ei saa eeldada formaalloogilist seost. Formaalloogilise seose saame aga arutluses luua, kui sõnastame varjatud eelduse: *Kui pääsukesed täna õhtul madalal*

[1] Matemaatiline loogika kujunes XIX ja XX sajandi vahetusel. Erinevalt traditsioonilisest loogikast kasutatakse matemaatilises loogikas tunduvalt enam sümboleid (sellest tuleneb ka sarnasus matemaatikaga). Lausearvutus ning predikaatarvutus (vt peatükis *Järeldamine*) kasutavad näiteks matemaatilise loogika vahendeid.

lendavad, hakkab homme vihma sadama. Sellise lisanduse puhul näeb kogu arutlus välja selline:

> *Kui pääsukesed täna õhtul madalal lendavad, hakkab homme vihma sadama. Pääsukesed lendavad täna õhtul madalalt. Järelikult hakkab homme vihma sadama.*

Niimoodi saime formaalloogiliselt korrektse arutluse.

Kui ei ole tegemist vasturääkivate väidetega, saab iga väidetepaariga luua formaalloogilise järeldumisseose lisaeelduse sõnastamise teel. Mõnikord näeb see muidugi kentsakas välja. Näiteks võiks luua väidetega *Jänku sööb porgandit* ja *Raamat on laua peal* järeldumisseose, sõnastades lisaeelduse: *Kui jänku sööb porgandit, siis on raamat laua peal*. Sellisel juhul näeks kogu arutlus välja selline:

> *Kui jänku sööb porgandit, siis on raamat laua peal. Jänku sööb porgandit. Järelikult on raamat laua peal.*

Formaalloogiliselt oleks taoline arutlus korrektne, kuid vaevalt et keegi eeldaks sellist seaduspärasust, et kui jänku sööb porgandit, siis on raamat laua peal.

Loogika kui teadus, mis uurib seoseid väidete vahel

Käesolevas raamatus on juttu eelkõige formaalloogikast, mis uurib formaalloogilisi seoseid väidete vahel. Loogika kui teaduse ülesandeks võib pidada muuhulgas ka loogiliselt korrektse mõtlemise tingimuste sõnastamise, mis lisaks formaalloogilisele korrektsusele hõlmab ka muid nõudeid.

Tõesus ja õigsus

Tõesus ja formaalloogiline korrektsus/õigsus ei ole üks ja seesama. Kui meil on tõesed eeldused, siis formaalloogiliselt korrektse arutluse tulemusel jõuame ka tõese järelduseni, kuid ainuüksi formaalloogiline korrektsus ei garanteeri veel tõde. Näiteks on formaalloogiliselt korrektne arutlus

> *Kõik pliiatsid loevad palju; kes loeb palju, see ei ole rumal; järelikult, mitte ükski pliiats ei ole rumal.*

Vaevalt küll keegi esimest eeldust (ning ka järeldust) tõeseks peab, kuid sellele vaatamata on taoline arutlus formaalloogiliselt korrektne[2]. Niisiis ei saa arutluse formaalloogilise korrektsuse üle otsustada eelduste ning järelduse usutavuse põhjal.

[2] Tegemist on süllogismiga, vt alapeatükki *Kategooriline süllogism*.

LOOGILISE MÕTLEMISE PÕHIREEGLID

Esimeseks sammuks loogiliselt korrektse mõtlemise teel võiks olla loogilise mõtlemise põhireeglite järgimine. Kokku on neid neli. Kolm esimest sõnastas vanakreeka filosoof Aristoteles (384–322 e.m.a), neljanda – saksa filosoof Leibniz (1646–1716).

Samasuse reegel

Ühte ja sama sõna/väljendit tuleb (ühe ja sama arutluse kestel) kasutada ühes ja samas tähenduses. Selleks tuleb eelkõige muidugi selgusele jõuda, millises tähenduses seda või teist väljendit kasutada ning see polegi nii lihtne. Iga väljendi defineerimist nõuda oleks ehk maksimalistlik ning teostamatu, kuid defineerimata jätmisega kaasneb oht, et eneselegi märkamatult räägitakse kord aiast, kord ajaaugust.

Loogilise mõtlemise põhireegleid on hea illustreerida näidetega mõttekäikudest, kus neid reegleid rikutakse. Samasuse reegli rikkumise kohta võiks tuua sellised näited.

Näide 1

Müller ja Stirlitz tulistasid järjekorras; järjekord hajus kiiresti.

Tegemist on kalambuuriga, millest aru saamiseks tuleb märgata sõna *järjekord* kahte tähendust:

1) kõigepealt Müller, siis Stirlitz jne – selles mõttes järjekord;
2) n-ö saba – selle mõttes järjekord.

Näide 2

Armeenia raadiolt küsitakse: "Kas võib petta inimest, kes mind kõiges ja täielikult usaldab?" Armeenia raadio vastab: "Aga kuidas petta inimest, kes teid ei usalda?"

Antud juhul on kuritarvitatud sõna *võima* kahetähenduslikkust:

1) võima, st tohtima, lubatud olema;
2) võima, st saama, võimalik olema.

Näide 3

Kohtus on abielulahutuse protsess. “Miks te lahutate end oma naisest?” – “Sest ta ei sobi mulle.” Ämm karjub saalist: “Mõelda vaid, kõigile ta sobis, aga vaat’ temale ei sobi!”

Sõna *sobima* on mitmetähenduslik. Antud juhul räägib üks sobimisest abikaasaks, teine aga sobimisest armukeseks või muuks selliseks.

Näide 4

Matemaatikas õpime, et 2 + 2 = 4, kuid see ei kehti alati. Näiteks ei anna kaks tilka vett ja veel kaks tilka vett kokku mitte neli tilka vett, vaid loigu.

Arutlusse autor on valesti aru saanud, millest räägib matemaatika. Liitmine ei tähenda matemaatikas kokku kallamist, kokku panemist vms. Väljend *2 + 2 = 4* tähendab hoopis seda, et kaks objekti ja veel kaks objekti on seesama mis neli objekti. See võrdus tuleneb arvude 2, 3 ja 4 definitsioonidest. Kui loigu kohta saab öelda, et seal on kaks tilka vett ja veel kaks tilka vett, siis saab loigu kohta öelda ka seda, et seal on neli tilka vett. Kui esimest ei saa öelda, ei saa ka teist öelda.

Kõik katsed lükata kogemuse põhjal ümber matemaatika väiteid tulenevad nende väidete vääriti tõlgendamisest.

Mittevasturääkivuse reegel

Arutlustes ei tohi olla vasturääkivusi, st ei tohi iseendale vastu rääkida. Mõnikord ei olegi seda nii lihtne märgata. Näiteks võib tuua paar mõttekäiku, kus seda reeglit on rikutud.

Näide 1

“Tõde pole olemas!” – “Kas tõesti?” – “Jah, nii see on.”

Kes ütleb, et tõde pole olemas, räägib iseendale vastu, kuulutades oma väite tõeseks.

Näide 2

Kujutage endale ette olukorda: täiesti lage maa – ei puud, ei põõsast, ei rohulibletki – ja järsku sõidab puude vahelt välja tank!

Selles anekdoodis põhineb nali just nimelt ootamatul vasturääkivusel: täiesti lage maa ning siis äkki selgub, et seal on puud ja tank.

Näide 3

Küll on hea, et mulle ei meeldi jäätis. Sellepärast, et kui ta mulle meeldiks, siis ma sööksin teda, aga jäätis on ju nii vastik!

Teine lause algab eeldusega, et jäätis meeldib, kuid lause lõpus eeldab arutleja hoopis vastupidist – et jäätis on vastik.

Näide 4

Naaber väidab, et olen temalt laenanud vahvliküpsetaja ning et ammu oleks aeg see tagasi anda. Mina ütlen talle: "Esiteks, ma ei ole sinult vahvliküpsetajat laenanud. Teiseks, ma andsin selle vahvliküpsetaja sulle juba ammu tagasi. Kolmandaks, mul on seda vahvliküpsetajat praegu endal vaja. Nii et ära sega mind!"

Minu kolm väidet räägivad üksteisele vastu. Igas väites on tegelikult varjatud kujul vähemalt kolm seisukohavõttu: (1) vahvliküpsetaja laenamise, (2) vahvliküpsetaja tagastamise ja (3) vahvliküpsetaja hetkel minu käes olemise suhtes. Selgitame seda tabeli abil (+ ja – tähistavad vastavalt mingi seisukoha pooldamist või eitamist).

Väited / Seisukohavõtud	**Vahvli-küpsetaja olen laenanud.**	**Vahvli-küpsetaja olen tagastanud.**	**Vahvli-küpsetaja on minu käes.**
Ma ei ole sinult vahvliküpsetajat laenanud.	–	–	–
Ma andsin selle vahvliküpsetaja sulle juba ammu tagasi.	+	+	–
Mul on seda vahvliküpsetajat praegu endal vaja.	+	–	+

Nagu näeme, et ole ükski väide kooskõlas teistega kõigi kolme seisukoha suhtes. Näiteks eitab väide *Ma andsin selle vahvliküpsetaja sulle juba ammu tagasi* vahvliküpsetaja minu käes olemist, kuid väide *Mul on seda vahvliküpsetajat praegu endal vaja* eeldab vahvliküpsetaja minu käes olemist.

Välistatud kolmanda reegel

Tõene on kas väide või väite eitus – kolmandat võimalust ei ole. Välistatud on olukord, kus väide ja väite eitus on mõlemad tõesed või mõlemad väärad. Tunnistades seda reeglit, saame lausetest kõrvaldada topelteituse. Näiteks tähendab (tunnistades välistatud kolmanda reeglit) lause *Ei ole tõsi, et ta ei hooli sinust* sedasama mis lause *Ta hoolib sinust*..

Kõne all olev reegel nõuab täpsust mõtteavaldustes. (Ja kui selline täpsus puudub, võib ju koguni öelda, et tegemist ei olegi väitega.) Reeglit selgitavad järgmised näited.

Näide 1

Lepitakse kokku, et kui homme on ilus ilm, siis sõidetakse mere äärde suvitama, kui ei ole ilus ilm, siis ei sõideta. Hommikul selgub, et tibutab vihma, kuid kaugemal on taevas selgem. Nüüd on raske seisukohta võtta, kas on ilus ilm või ei ole ning vastavalt ka otsustada, kas sõita mere äärde või mitte. Tõesti, väljend *ilus ilm* on ebamäärase tähendusega ning mõnes olukorras on raske otsustada, kas ilm on ilus või ilm ei ole ilus. Välistatud kolmanda reegel nõuab, et me täpsustaksime terminid sedavõrd, et igas olukorras saaks seisukoha võtta. Igapäevases elus ei seata arvatavasti nii karme nõudeid, kuid näiteks liikluseeskirja järgimise kontrollimisel on täpsus küll enesestmõistetav (juht kas ületas lubatud kiirust või ei ületanud, andis teed või ei andnud jne).

Näide 2

Arutletakse teemal, milline on väite *Homset teatrietendust tuleb vaatama üle 400 inimese* tõeväärtus täna. Kas täna saab öelda, et see väide on tõene või et see väide on väär? Ollakse üksmeelel, et ei saa. Aga kas ei ole sellisel juhul tegemist erandiga välistatud kolmanda reeglist?

Väited tuleviku kohta tekitavad tõesti vaidlusi. Kui oleks tegemist erandiga, ei tuleneks taoline erand siiski ebatäpsusest, sest olles oodanud homseni, saame üheselt otsustada väite tõesuse üle (eeldusel, et *homme* on antud juhul ühemõtteline väljend, tähendades näiteks 25. juuli 2002 ning et peetakse silmas üht teatud etendust).

Samas võib ka öelda, et väite tõeväärtus ei sõltu sellest, kas me saame selle tõeväärtuse hetkel kindlaks teha. Väite tõeväärtuse üle otsustamisel on võimalikud näiteks sellised variandid:

- tuleb oodata, nt väite puhul *Ma elan üle viiekümne aasta vanaks*,
- tuleb uurida ajalooallikaid, nt väite puhul *Sada aastat tagasi oli siin turuplats*,
- väite tõeväärtuse kindlakstegemine on üldse kaheldav, nt väite puhul *Ümber viie miljardi valgusaasta kaugusel asuva tähe tiirleb Maaga sarnane planeet*.

Välistatud kolmanda reeglit võiks taolisi variante silmas pidades tõlgendada nii: tõene on väide või väite eitus – sõltumata sellest, kas on võimalik kindlaks teha, kumb nimelt on tõene. Selline tõlgendus eeldab aga tõe vastavusteooria ehk korrespondentsiteooria[3] tunnustamist.

Näide 3

Arutletakse teemal, kas ümmargune ruut on ümmargune või ei ole. Pakutakse välja, et siin ei saa midagi üheselt öelda: kuna on öeldud, et tegemist on ümmarguse ruuduga, peaks ta olema ümmargune; kuna jutt on aga ikkagi ruudust, siis ei saa ta olla ümmargune. Kas on tegemist erandiga välistatud kolmanda reeglist?

Antud juhul laheneb olukord tänu analüüsile. Nimelt väljendab lause *Ümmargune ruut on ümmargune* kahte väidet:

1) *Ümmargune ruut on olemas* (täpsemalt: leidub selline matemaatiline objekt nagu ümmargune ruut)
2) *Kõne all olev objekt on ümmargune*.

Tegemist on taolise liitväitega[4], mis on tõene vaid siis, kui mõlemad komponendid on tõesed. Antud juhul on aga esimene komponent väär (ümmargust ruutu ei ole olemas) ning kogu liitväide seega väär. Tõene on järelikult liitväite eitus: ümmargust ruutu ei ole või ei ole see (ümmargune ruut) ümmargune. Sellega võime küll nõustuda, sest tegemist on liitväitega, mis on tõene, kui vähemalt üks komponent on tõene.

Samamoodi võiks lahendada ka vaidluse näiteks väite *Eesti praegune lordkantsler raiskab riigi raha* tõeväärtuse üle.

Küllaldase aluse reegel

Väited peavad olema **põhjendatud**, st tuleb selgitada, mille alusel seda või teist väidetakse. Omaette küsimus on muidugi, kas see põhjendus ka teiste jaoks veenev (küllaldane) näib. Ilmne on aga, et igasugune mõttevahetus ja ka vaidlus muutuksid võimatuks, kui oma väiteid ei põhjendata.

[3] Tõeteooriatest saab lugeda raamatus Meos, I. Filosoofia põhiprobleemid. Tallinn, 1998.

[4] Liitväidetest teeme pikemalt juttu peatüki *Otsustus* alapeatükis *Liitotsustus*.

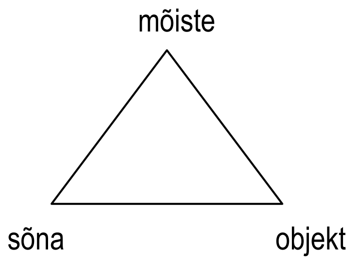
MÕISTE

Sõna tähendus ja osutus

Reeglina on sõnadel/väljenditel tähendus. Selleks **tähenduseks** on vastav mõiste. Mõiste on mõte, mis väljendab teatud objektide olulisi tunnuseid. Objekt võib olla asi, sündmus, tegevus, nähtus, omadus jms.

Reeglina sõnad ka osutavad millelegi, tähistavad teatud objekte. Neid objekte nimetatakse sõna **osutuseks**.

Sõna, mõiste ja osutus moodustavad terviku, mida võib kujutada kolmnurgana:



Üht ja sama sõna võidakse kasutada mitmes tähenduses. Sellisel juhul on tegemist **homonüümiaga**. Näiteks on *lugema* tähendus järgmistes lausetes erinev:

- *Ma loen raamatut;*
- *Ta ei ole harjunud raha lugema;*
- *See ei loe, et sa väsinud oled.*

Mitu erinevat sõna võidakse kasutada ühes ja samas tähenduses. Sellisel juhul on tegemist **sünonüümiaga**. Näiteks on sünonüümid *rõivastuma*, *riidesse panema* ja *riideid selga panema*. Toodud näites on sõnadel sama tähendus ja nad ka osutavad samale tegevusele. Võimalik on siiski olukord, kus sõnad osutavad samale objektile, kuid on erineva tähendusega. Näiteks osutavad *Eesti suurim linn* ja *Eesti Vabariigi pealinn* ühele ja samale objektile, kuid on **erineva tähendusega**. Selliseid sõnu võiks nimetada osutussünonüümideks (erinevalt tähendussünonüümidest).

Kas lause sisu muutub, kui asendada mõni sõna vastava osutussünonüümiga? Näiteks asendame sõna *Pärnu* sõnaga *Eesti suvepealinn* lauses *Pärnu asub mere ääres*. Tulemuseks on lause *Eesti suvepealinn asub mere ääres*. Mõlemad on tõesed täpselt ühtedes ja samades tingimustes ning seega sisuliselt ekvivalentsed.

Lauset, mille tõeväärtus ei muutu, kui mõni sõna asendada selle sõna osutussünonüümiga, nimetatakse **ekstensionaalseks kontekstiks**.

Mõned laused on aga sellised, kus taoline asendus muudab lause sisu. Näiteks asendame sõna *16 ruudus* sõnaga *256* lauses *Ma ei tea, et 16 ruudus on 256*. Tulemuseks on lause *Ma ei tea, et 256 on 256*. Võib juhtuda, et ma tõesti ei tea, et 16 ruudus on 256, kuid vaevalt, et ma tõesti ei tea, et 256 on 256.

Lauset, mille tõeväärtus võib muutuda, kui mõni sõna asendada selle sõna osutussünonüümiga, nimetatakse **intensionaalseks kontekstiks**.

Mida tähendab teada sõna tähendust?

Mida nimelt tähendab üks või teine sõna, on kohati väga raske täpsustada, rääkimata defineerimisest. Nõue defineerida kõik kasutatavad mõisted näib olevat teostamatu. Aga kas ei näita see, et kõneleja ei saa aru, millest ta räägib – kui ei oska defineerida vastavaid mõisteid? Sellega ei oleks just meeldiv nõustuda.

Alternatiivne võimalus on öelda, et teada sõna tähendust (või sellest aru saada) tähendab **osata seda sõna kasutada**. Ma ei oska ehk defineerida, mida tähendab *mõtlema*, kuid tean selle sõna tähendust, kui oskan selle sõnaga lauseid moodustada. Lisada tuleks muidugi nõue, et moodustatud lausest tuleb ka **aru saada**. Lausest aru saamine seisneb aga oskuses selgitada, millistes tingimustes on väide tõene, millistes väär. Näiteks tähendab lausest *Ta mõtles, enne kui ütles* arusaamine seda, et osatakse selgitada, millises olukorras saab kellegi kohta nii öelda ning millises olukorras ei saa.

Mõiste sisu ja maht.

Iga mõiste puhul saame eristada sisu ja mahtu. Mõiste **sisu** moodustavad need tunnused, mida mõiste väljendab. Seega võiks öelda:

mõiste sisu = tunnuste summa.

Mõiste **mahu** moodustavad objektid (või see objekt), millel on need tunnused, mida mõiste väljendab. Seega võiks öelda:

mõiste maht = objektide summa.

Mõiste sisu ja mahu vahel on järgmine **seos**: sisu kasvades maht väheneb ning sisu kahanedes maht suureneb. Võtame näiteks mõiste *tudeng* ning lisame sisule veel ühe tunnuse, saades uue mõiste *teise kursuse tudeng*. Nimetatud seaduspärasuse kohaselt on teise kursuse tudengeid vähem kui tudengeid.

Vastavalt mõiste mahule eristatakse kolme liiki mõisteid:

1) Nullmahulised mõisted, nt, *ümmargune ruut*, *kõige väiksem positiivne ratsionaalarv*;
2) Üksikmõisted, nt *Pärnu jõgi*, *Eesti Vabariigi pealinn*;

3) Üldmõisted, nt *naturaalarv*, *taim*, *inimene*.

Olemas olla on **mitmetähenduslik**. Eristame kolmesugust olemasolu:

1) matemaatiliste objektide (nt naturaalarvude) olemasolu,
2) kujuteldavate objektide olemasolu,
3) meeltega tajutavate objektide olemasolu.

Matemaatiline objekti olemasolu seisneb selles, et ta on defineeritud; matemaatilise objekti definitsioon ei tohi (1) iseendale vastu rääkida ning (2) vastu rääkida enne omaks võetud väidetele. Matemaatilised objektid (nt algarv, kolmnurk ja paralleelsed sirged) on mõeldavad, nad on teoreetilised objektid. Ette kujutada saab ainult näiteks kolmnurga joonist või kolmnurkset eset, kuid mitte kolmnurka kui sellist. Kolmnurga kui sellise (st matemaatilise objekti) üle saab vaid arutleda.

Kujuteldavate objektide olemasolu seisneb nende kujuteldavuses. Kujuteldavad on näiteks muinasjutukangelased, unistuste maja (kuni ta valmis pole ehitatud) ning homse päeva sündmused (täna saab neid ainult ette kujutada).

Meeltega tajutavad on näiteks vikerkaar, maja ees seisev auto ja lõunaks söödud praad. Kõnekeeles nimetatakse meeltega tajutavate objektide olemasolu reaalseks (ld *reālis* 'aineline, tegelik) ehk tegelikuks.

Mõistete liigitamisel mahu järgi peaks öeldut silmas pidama. Ümmargust ruutu pole olemas mitte mingis tähenduses – on vaid väljend *ümmargune ruut*.

Aga kas on nullmahuline ka mõiste *haldjas*? Mõni arvab, et haldjaid tegelikult olemas ei ole, nad on fantaasia viljad, st kujuteldavad objektid. Mõni jälle arvaks, et haldjadki on reaalselt olemas või siis vähemalt mõjutavad otseselt reaalsust.

Mõistete liigitamisel mahu järgi tuleks kõigepealt tõesti otsustada, kas peetakse silmas ainult reaalset olemasolu või muid olemasolu viise. Viimasel juhul oleks näiteks mõiste *igiliikur* üldmõiste ning *Kalevipoeg* üksikmõiste. Kui aga pidada silmas ainult tegelikku olemasolu, siis oleksid arvatavasti mõlemad nullmahulised mõisted.

Kogumõisted

Mõistete eriliik on **kogumõisted**, mis tähistavad mingite objektide kogumit kui tervikut. Näiteks on sellised mõisted *Päikesesüsteem*, *Suur Vanker*, *eesti rahvas*, *Eesti Vabariigi valitsus*, *lääne-Eesti saarte elanikkond*.

Tervikul võib olla omadusi, mida tema komponentidel/osadel ei ole. Näiteks võib öelda, et Riigikogu võttis vastu seaduse kuid ei saa öelda, et keegi Riigikogu liikmetest võttis vastu seaduse. Konkreetne rahvahulk võib laiali joosta, kuid ükski inimene seal rahvahulgas ei saa laiali joosta. Maja võib kokku variseda, kuid see ei tähenda, et ka maja uksed varisesid kokku.

Mõned iseloomustused on siiski kohased nii terviku kui komponentide puhul. Eesti rahvas võib olla kangelaslik tervikuna, kuid see tähendab, et paljud eestlased on olnud ja on kangelaslikud. Aasta tervikuna võib olla edukas – tähendab paljud päevad olid edukad.

Mõni sõna võib **vastavalt kontekstile** tähistada nii üldmõistet kui ka üksikmõistet (kogumõistet). Näiteks peetakse lauses *Rahvahulk muutus rahutuks* silmas konkreetset rahvahulka (tegemist on üksikmõistega). Samas peetakse aga lauses *Rahvahulk on kergesti mõjutatav* silmas rahvahulka üldse (tegemist on üldmõistega). Kui ei arvestata sellist mitmetähenduslikkust, siis võidakse teha näiteks taoline eksijäreldus:

> *Maja varises kokku; kaubamaja on maja; järelikult varises kaubamaja kokku.*

Antud juhul on rikutud samasuse reeglit: esimene kord tähistab *maja* üksikmõistet (ei ole ju mõeldud, et kõik majad varisesid kokku), teine kord aga üldmõistet.

Mõistetevahelised suhted

Mõnikord tuleb üksteisest valesti arusaamise vältimiseks mõisteid defineerida või selgitada nende seoseid teiste mõistetega. Viimane on tunduvalt kergem ning seda saab näitlikustada joonisega – nn Euleri[5] ringide abil. Euleri ringid ei pea sugugi päris ringid olema – võib joonistada ka ristkülikuid, ovaale vms. Kujundi sisse kirjutatakse, millise mõiste mahtu see kujutab.

Kaks mõistet saavad olla:

1) ühisosaga mõisted (nende mõistete mahtudel on ühisosa), nt *lehtpuu* ja *kask*;
2) ühisosata mõisted (nende mõistete mahtudel ei ole ühisosa), nt *raamat* ja *mööbliese*.

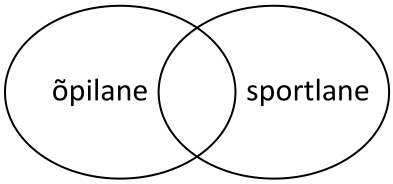
Kummalgi juhul saab omakorda eristada kolme liiki mõistete paare. Selgitame seda jooniste abil.

Ühisosaga mõisted

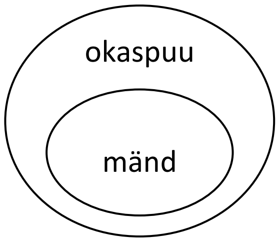
1. Samased ehk identsed mõisted, nt *täisnurkne rööpkülik* ja *ristkülik*.

[5] Leonhard Euler (1707–1783), Šveitsi päritolu matemaatik ja füüsik, kes võttis kasutusele kõne all oleva näitlikustamise.

2. Ristuvad mõisted, nt *õpilane* ja *sportlane*.

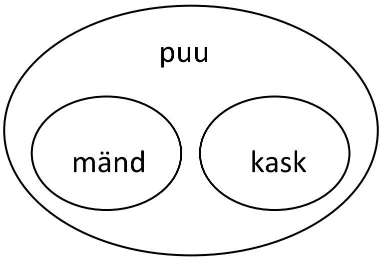


3. Mõisted, millest üks allub teisele, nt *mänd* ja *okaspuu*.

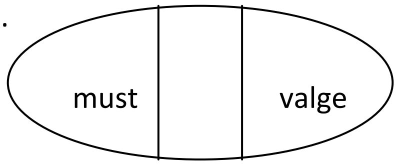


Ühisosata mõisted

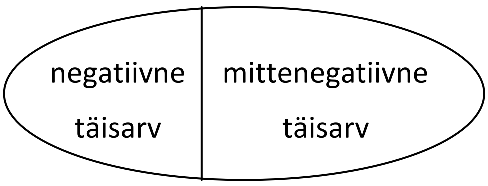
4. Kaasalluvad mõisted, nt *kask* ja *mänd* alluvad mõistele *puu*.



5. Vastupidised mõisted, nt *must* ja *valge*.



6. Vasturääkivad mõisted, nt *negatiivne täisarv* ja *mittenegatiivne täisarv*.

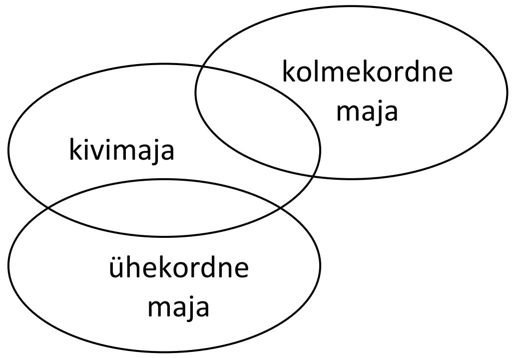


Näited

Selgitame Euleri ringide abil mõistete omavahelisi seoseid

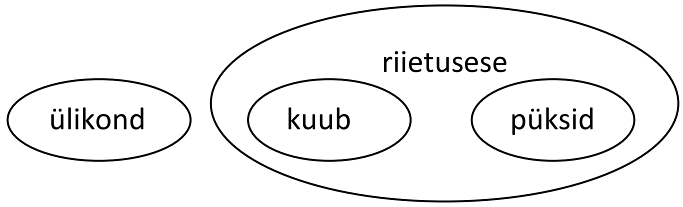
Näide 1

Olgu antud mõisted: *kivimaja*, *kolmekordne maja*, *ühekordne maja*



Näide 2

Olgu antud mõisted: *riietusese*, *ülikond*, *kuub*, *püksid*



Arusaamatuse võib tekitada mõiste *ülikond*. Tegemist on kogumõistega ning on tõsi, et ülikond koosneb kuuest ja pükstest. Euleri ringidega ei saa aga näidata sellist koosnemise-seost. Kui me joonistaksime kuue ja pükste ringi ülikonna ringi sisse, siis tähendaks see, et kõik kuued on ülikonnad ja kõik püksid on ülikonnad. See ei ole aga tõsi. Ülikonna kohta ei saa arvatavasti ka öelda, et ta on riietusese – pigem komplekt. Aga komplekt ei ole ese.

Ülesanne 1

Selgitage mõistetevahelisi seoseid Euleri ringide abil

1) Maa, Veenus, taevakeha, planeet
2) välk, loodusnähtus, rahe, sademed
3) eurooplane, eestlane, sakslane
4) kõrgkool, ülikool, tehnikakool
5) poiss, tüdruk, (kellegi) vend, (kellegi) õde
6) auto, liiklusvahend, pereauto, mänguauto
7) õpetaja, õppealajuhataja, direktor
8) sulepea, viltpliiats, kirjutusvahend

9) aus inimene, viisakas inimene, lugupeetud inimene
10) haritud inimene, intelligent, teadlane
11) raamat, eestikeelne raamat, huvitav raamat, igav raamat
12) sportlane, kehakultuurlane, üliõpilane
13) mees, naine, (kellegi) isa, (kellegi) ema
14) koer, hunt, koduloom, loom
15) õpilane, andekas õpilane, tahtejõuetu õpilane

Definitsioon

Defineerida (ld *dēfīnītio* 'piiritlemine') ehk määratleda saab sõnu (väljendeid) ning mõisteid. Esimesel juhul on tegemist **nominaaldefinitsiooniga** (ld *nominālis* 'nimeline'), teisel juhul **reaaldefinitsiooniga** (ld *reālis* 'aineline, tegelik').

Nominaaldefinitsioon

Nominaaldefinitsioon on kokkulepe kasutada määratletavat sõna või väljendit teatud tähenduses. Nominaaldefinitsiooni esitades tehakse ettepanek kasutada sõna või väljendit teatud tähenduses ning kui publik (olgu või ainult üks vestluskaaslane) sellega nõustub, saabki rääkida kokkuleppest.

Näiteks võib teadmatuse defineerida nominaalselt kui teadmiste puudumise.

Uue väljendi kasutusele võtmisel tuleb eelkõige esitada selle väljendi nominaaldefinitsioon. Näiteks võiks öelda: sõna *viisakuline* kasutan tähenduses 'silmakirjakirjalikult viisakas'.

Mõnikord antakse juba kasutusel olevale sõnale uus, spetsiifiline tähendus, mille täpsustamiseks kasutatakse nominaaldefinitsiooni. Näiteks on kõnekeeles sõnal *vool* tähendus olemas, kuid elektrodünaamikas kasutatakse seda sõna tähenduses 'ajaühikus juhi ristlõiget läbinud laenguhulk'.

Nominaaldefinitsiooni puhul saab öelda, et definitsiooni üle ei vaielda.

Reaaldefinitsioon

Reaaldefinitsioon toob esile millegi olemuse – nt kolmnurga, inimese või aususe olemuse. Reaaldefinitsiooni abil täpsustatakse juba (olgugi et vaid intuitiivselt) olemasolevat arusaama. Näiteks saab ehk iga inimene aru, mis on puu, inimene, kell, varblane jne, kuid defineerimise kaudu muutub arusaam täpseks, piiritletuks.

Kuna reaaldefinitsioon pretendeerib nn õigele arusaamale millegi olemusest, on ta avatud ka kriitikale. Mõne mõiste defineerimine võib seetõttu olla väga keeruline.

Kõige tuntum on **klassikaline määratlus**, ehk defineerimine soomõiste (sõnast *sugukond*) ja liigierisuse kaudu, nt

> *Ruut on võrdkülgne ristkülik* (*ristkülik* on soomõiste ning *võrdkülgne* liigierisus);
>
> *Inimene on mõistusega loom* (*loom* on soomõiste ning *mõistusega* liigierisus);
>
> *Elamu on elamiseks mõeldus ehitis* (*ehitis* on soomõiste ning *elamiseks mõeldud* liigierisus).

Klassikalise määratlemise puhul viidatakse kõigepealt mõistele, mis on avaram kui defineeritav mõiste ning siis leitakse see tunnus, mis eristab teda avaramast mõistest. Näiteks ei ole mitte iga ristkülik ruut, vaid ainult võrdkülgne ristkülik; mitte iga loom pole inimene, vaid ainult mõistusega loom (see on muidugi vaieldav definitsioon).

Klassikalise määratluse sarnane on **geneetiline** (kr *genesis* 'teke, tekkelugu') **definitsioon** ehk määratlemine soomõiste ja geneetilise tunnuse kaudu, nt

> *Silinder on pöördkeha, mis tekib ristküliku pöörlemisel ümber oma ühe külje* (*pöördkeha* on soomõiste ning *tekib ristküliku pöörlemisel ümber oma ühe külje* geneetiline tunnus).

Mõiste selgitamise muud võimalused

Ostensiivne selgitus

Ostensiivselt (ld *ostentus* 'näitamine') saab mõistet selgitada vastavale objektile (või selle fotole, pildile) näitamise teel. Näiteks saame mõistet *varblane* ostensiivselt selgitada, kui näitame varblast. Näidata saab muidugi vaid piiratud hulka varblasi, kuid tänu inimese üldistusvõimele piisab sellestki. Loomulikult saame peale nägemismeele kasutada ka teisi meeli.

Rääkima õppimisel mängivad ostensiivsed selgitused kindlasti suuremat rolli kui hilisemas elus. Paljud mõisted seostuvadki meil ehk eelkõige teatud aistinguga, nt *külm*, *märg*, *libe*, *krobeline*, *mõru* või aistingute kogumiga – nt *banaan*, *deodorant*, *vikerkaar*.

Ostensiivselt saame selgitada vaid mõisteid, mille mahu moodustavad konkreetsed objektid, nt majad, inimesed, autod – kuid ei saa selgitada näiteks mõisteid *arvamus*, *teadmine*, *järeldus*.

Kirjeldus, iseloomustus ja võrdlus

Kirjelduse erinevust **iseloomustusest** on lihtne mõista, kui mõtleme, mille poolest erineb näiteks inimese kirjeldamine tema iseloomustamisest. Kui palutakse mõnd inimest kirjeldada, siis võiks vabalt olla paljusõnaline. Kui aga palutakse teda iseloomustada, tuleks piirduda vaid olulisemate tunnustega.

Võrdlemine aitab samuti mõiste sisu täpsustada. Näiteks on ehk raske defineerida, milline on intelligentne inimene, kuid lihtsam on võrrelda teda näiteks haritud inimesega, targa inimesega ja viisaka inimesega ning kujutada nende mõistete vahelisi suhteid Euleri ringidega.

Võrdlemine on ka see, kui selgitame näiteks, et ilves on nagu kass, ainult ei suurem.

Definitsiooni reeglid

Et reaaldefinitsioon tõesti täpsustaks mõiste sisu, peab järgima vähemalt kolme reeglit.

1. Definitsioon peab olema adekvaatne, st ta peab hõlmama täpselt kogu mõiste mahu. Kui A on defineeritav mõiste ja B mõiste/mõistete hulk, mille kaudu defineeritakse, siis see reegel nõuab, et kehtiksid järgmised väited:

Kõik A on B

Kõik B on A.

Näiteks on definitsioon *Inimene on mõistusega loom* adekvaatne vaid siis, kui kehtivad väited

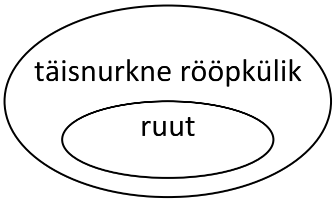
Kõik inimesed on mõistusega loomad ning

Kõik mõistusega loomad on inimesed.

Tavaliselt rikutakse seda reeglit kolmel moel:

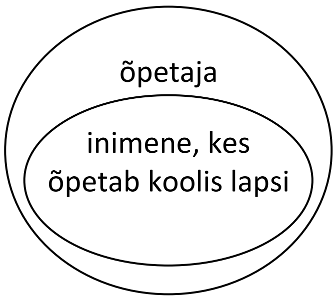
1) definitsioon on liiga avar,
2) definitsioon on liiga kitsas,
3) definitsioon on ristuv.

Liiga avar on näiteks definitsioon *Ruut on täisnurkne rööpkülik*. Mõiste, mille kaudu defineeritakse (*täisnurkne rööpkülik*) on avaram kui mõiste, mida defineeritakse (*ruut*):

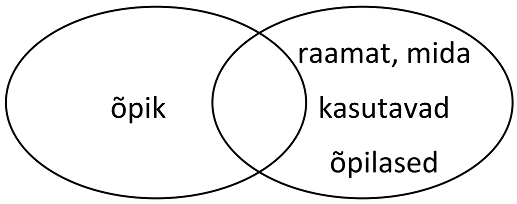


Kõik ruudud on küll täisnurksed rööpkülikud, kuid mitte kõik täisnurksed rööpkülikud ei ole ruudud (nt erikülgsed ristkülikud).

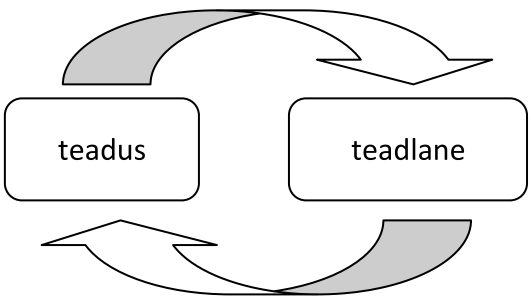
Liiga kitsas on näiteks definitsioon *Õpetaja on inimene, kes õpetab koolis lapsi*. Arvatavasti on küll iga inimene, kes õpetab koolis lapsi õpetaja, kuid mitte iga õpetaja ei ole inimene, kes õpetab koolis lapsi:



Ristuv on näiteks definitsioon *Õpik on raamat, mida kasutavad õpilased*. Ei saa öelda, et iga õpik on raamat, mida kasutavad õpilased (mõned õpikud on iseõppijate jaoks) ning ei saa ka öelda, et iga raamat, mida kasutavad õpilased on õpik (nt ilukirjandus):



2. Definitsioonis ei tohi olla ringi, st mõistet ei saa määratleda sellise mõiste kaudu, mis ise on defineeritav antud mõiste kaudu. Näiteks tekib ring definitsioonis *Teadus on see, millega tegelevad teadlased*, kui teadlaseks peetakse seda, kes tegeleb teadusega. Skemaatiliselt saab ringi tekkimist kujutada nii:



3. Definitsioon peab olema selge ja täpse sõnastusega. Definitsioonis ei saa seetõttu kasutada näiteks kujundlikke väljendeid jm ilukõnelisi elemente. Ebatäpsuse vältimiseks tuleb mõnikord sõnade valikul üpris range olla. Näiteks ei sobi ebamäärasuse tõttu definitsioonideks järgmised väited:

Ovaal on ringjoon kitsastes tingimustes

Abielu on see, kui kaks inimest lahendava üheskoos probleeme, mida üksi elades ei teki

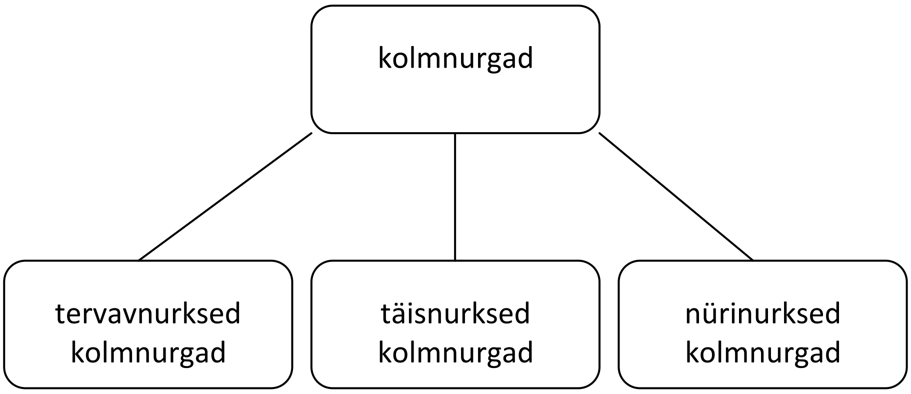
Riiklik püha on ettekääne joominguks.

Liigitus

Mõiste liigitus on mõiste mahu osadeks jagamine. Eristada saab **taksonoomilist** (kr *taxis* 'kordaseadmine', kr *nomos* 'seadus') ja **mereoloogilist** (kr *meros* 'osa') liigitust.

Taksonoomiline liigitus

Taksonoomiline liigitus on mõiste mahu teatud tunnuse alusel osadeks (liikideks) jagamine. Näiteks võib kolmnurgad liigitada teravnurkseteks, täisnurkseteks ning nürinurkseteks:



Liigituse esitamine joonisena on näitlikum, kuid võtab palju ruumi. Selle asemel saab liigituse esitada ka nimekirjana. Kolmnurkade liigitus näeks sellisel juhul välja niisugune:

1) teravnurksed kolmnurgad,
2) täisnurksed kolmnurgad,
3) nürinurksed kolmnurgad.

Mõistet *kolmnurk* nimetatakse antud juhul **liigitatavaks mõisteks**, mõisteid *teravnurkne kolmnurk*, *täisnurkne kolmnurk* ja *nürinurkne kolmnurk* **liigituse liikmeteks**. Tunnus, mille järgi liigitatakse ehk **liigituse alus** on antud juhul nurkade suurus.

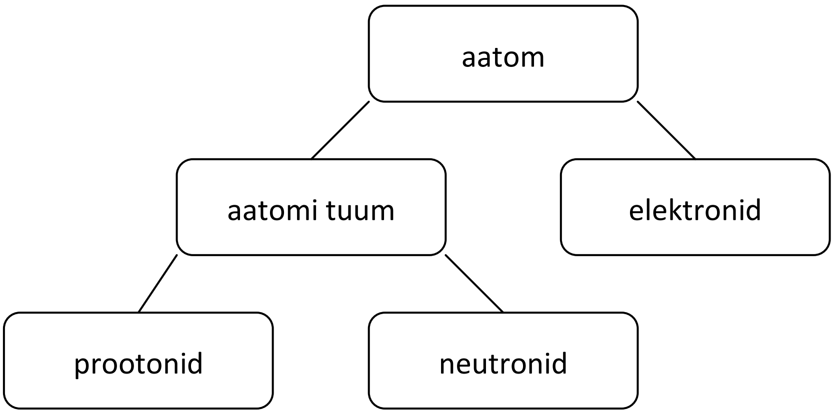
Taksonoomilise liigituse korral alluvad liigituse liikmed liigitatavale mõistele. Antud juhul tähendab see, et kõik teravnurksed kolmnurgad on kolmnurgad, kuid mitte kõik kolmnurgad ei ole teravnurksed kolmnurgad jne.

Liigitust, millel on vaid kaks liigituse liiget, nimetatakse **dihhotoomiliseks** (kr *dicha* 'kaheks osaks', *tomē* 'lõikus'). Näiteks saab täisarvud jagada kaheks:

1) negatiivsed täisarvud,
2) mittenegatiivsed täisarvud.

Mereoloogiline liigitus

Kogumõiste liigitus on mereoloogiline. Kuna kogumõiste tähistab teatud objektide hulka kui tervikut, siis mereoloogilise liigituse teel saabki anda ülevaate terviku osadest. Näiteks võib aatomi mereoloogiliselt nii liigitada:



Mereoloogilise liigituse korral ei ole allu liigituse liikmed liigitatavale mõistele: antud liigituse puhul ei saa näiteks öelda, et kõik aatomi tuumad on aatomid.

Liigituse reeglid

1. Liigitus peab olema adekvaatne, st liigituse liikmete mahtude summa peab võrduma liigitatava mõiste mahuga. Näiteks ei ole adekvaatne liigitada Eesti elanikke nii:

1) Eestis elavad eestlased,
2) Eestis elavad venelased.

Sellest liigitusest on välja jäänud Eestis elavad sakslased, soomlased jt rahvuste esindajad.

2. Liigitama peab ühel ja samal alusel, st ühe ja sama tunnuse järgi. Seda reeglit on näiteks rikutud sellise raamatute liigituse puhul:

1) teaduskirjandus,
2) eestikeelne kirjandus,
3) uudiskirjandus.

Antud liigitus pole ka adekvaatne, sest välja on jäänud näiteks vanem võõrkeelne ilukirjandus.

3. Liigituse liikmed peavad üksteist välistama. Näiteks pole õige liigitada kauplusi nii:

1) kaubamajad,
2) väikelinna kauplused,
3) videovalvega kauplused.

Liigituse liikmed ei välista üksteist: kaubamaja võib olla ka väikelinnas ning nii kaubamajas kui ka väikelinna kaupluses võib olla videovalve. Antud liigitus pole ka adekvaatne, sest välja on jäänud näiteks suurlinna kauplused, mis pole kaubamajad ning kus pole videovalvet. Samuti ei ole see liigitus toimunud ühel ja samal alusel.

Kui rikutakse 2. reeglit, siis üldjuhul rikutakse ka 3. reeglit. Juhuslikud erandid on siiski olemas, nt selline kolmnurkade liigitus:

1) võrdkülgsed kolmnurgad,
2) nürinurksed kolmnurgad.

Taoline liigitus ei toimu küll ühel alusel, kuid sellele vaatamata välistavad liigituse liikmed teineteist. Samas ei ole see liigitus adekvaatne, sest välja on jäänud näiteks täisnurksed kolmnurgad.

OTSUSTUS

Otsustus/väide on mõte, milles midagi väidetakse millegi kohta. Eristatakse liht- ja liitotsustusi. Liitotsustus koosneb omavahel loogiliste terminitega seotud lihtotsustusest. Loogilised terminid on näiteks *… ja …*; *… või …*; *kui …, siis …*.

Lihtotsustus on näiteks

Iga inimene loeb mõnikord raamatut.

Liitotsustus on näiteks

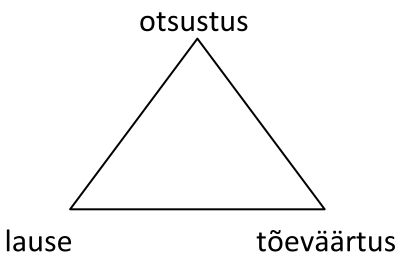
Kui ta märkab kellegi silmakirjalikkust, muutub ta sarkastiliseks.

Lause ja otsustus

Lause on see, mida kuuldakse (kõnes) või nähakse (kirjas), otsustus on aga mõte, mida lause väljendab. Lause võib olla eesti, vene ja muus keeles. Lause kohta saab öelda, et ta on grammatiliselt õige (komad on õiges kohas, sõnade järjekord õige jne) või ebaõige.

Nii nagu sõnal on tähendus ja osutus, on ka lausel tähendus ja osutus. Lause **tähendus** on otsustus, mida lause väljendab, st mõte ning lause **osutus** on tõeväärtus. Kui otsustus, mida lause väljendab, on tõene, siis on antud lause osutuseks tõde. Kui otsustus, mida lause väljendab, on väär, siis on antud lause osutuseks väärus/eksimus.

Lause, otsustus ja tõeväärtus moodustavad terviku, mida saab kujutada kolmnurgana:



Üht ja sama otsustust saab väljendada erinevate lausetega, nt

Vihma sajab,

Es regnet,

It is raining.

Üks ja seesama lause võib väljendada **korraga mitut otsustust** – üht ilmselt, teisi varjatult.

Võtame näiteks lause *Toomas otsib oma kaduma läinud koera*. Antud lause on tõene ainult siis, kui tõesed on kõik kolm (kaks neist varjatud) otsustust:

> *Toomasel on koer*.
>
> *Toomase koer on kaduma läinud*.
>
> *Toomas otsib oma kaduma läinud koera*.

Antud lause ei vasta tõele, kui vähemalt üks neist väidetest on väär, st Toomasel ei ole koera või Toomase koer ei ole kaduma läinud või Toomas ei otsi oma kaduma läinud koera.

Mitte iga lause ei väljenda otsustust, nt *Mis kell on?*, *Palun mine ja too lehed postkastist ära*. Esimene on küsilause ning selle mõte on saada lisainfot[6], teine aga käskiv lause ning selle mõte on ärgitada kedagi mingile tegevusele. Kumbki neist lausetest ei väljenda otsustust ning seega ei saa rääkida ka nende tõeväärtusest.

Otsustust ei väljenda ka lause *Kolmnurk irvitab, nähes nurgapoolitaja täbarat olukorda*. Antud lause on grammatiliselt korrektne, kuid **mõttetu** ning tal **ei ole tõeväärtust**. Nimelt ei kuulu kolmnurk selle kategooria objektide hulka, kes saaks irvitada ning nurgapoolitaja selle kategooria objektide hulka, kes saaks sattuda täbarasse olukorda. Taolist viga objektide iseloomustamisel nimetatakse **kategooriaveaks**.

Laused saab niisiis liigitada järgmiselt:

1. Mõttekad laused
    1.1. Tunnetusliku mõttega laused, nt *Siin ruumis on 15 inimest*, *4+5=9*.
    1.2. Muu mõttega laused, nt *Mine eest ära! Kuhu see pilt on kadunud?*
2. Mõttetud laused, nt *Laudsus ei salli mobiilsust*.

Analüütilised ja sünteetilised otsustused

Analüütiline on otsustus, mille tõeväärtuse saab kindlaks teha sellesse kuuluvate terminite analüüsi teel. Analüütiliselt tõest väidet nimetatakse **tautoloogiaks**. Tautoloogia on näiteks väide *Minu vend on meessoost*. Analüütiliselt väära väidet nimetatakse **kontradiktsiooniks**. Kontradiktsioon on näiteks väide *Mõni 9ga jaguv arv ei jagu 3ga*.

Analüütilise tõesuse eriliik on **loogiline tõesus**. Loogiliselt tõene on otsustus, mis on tõene ainuüksi oma loogilise vormi tõttu, st loogiliste terminite tõttu.

[6] Vt ka peatükki *Küsimus*.

Loogiliselt tõene on näiteks väide *Kui päike paistab, siis päike paistab*. Selle otsustuse loogiline vorm on:

$p \supset p.$

Loogiliselt tõene on ka tunduvalt keerukam väide *Kui on tõsi, et kui vihma sajab, siis katused on märjad, siis on tõsi, et kui katused ei ole märjad, siis vihma ei saja*. Selle otsustuse loogiline vorm on:

$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p).$

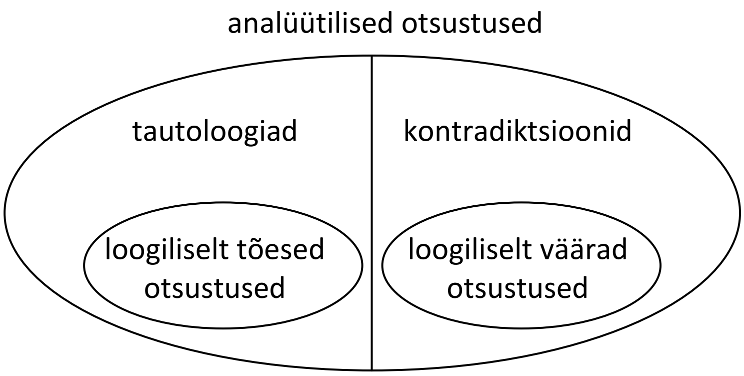
Analoogselt loogilise tõesusega võib rääkida ka loogilisest väärusest. Loogiliselt väär on otsustus, mis on väär ainuüksi oma loogilise vormi tõttu. Loogiliselt väär on näiteks väide *Päike paistab ning päike ei paista*. Selle otsustuse loogiline vorm on:

$p \,\&\, \neg p.$

Loogiliselt väär on ka keerukam väide *Kui vihma sajab, siis katused on märjad ning vihma sajab, kuid katused ei ole märjad*. Selle otsustuse loogiline vorm on:

$(p \supset q) \,\&\, p \,\&\, \neg q.$

Analüütiliste otsustuste liikidest saab anda ülevaate Euleri ringide abil:



Sünteetiline on otsustus, mille tõeväärtust ei saa kindlaks teha temasse kuuluvate terminite analüüsi teel, vaid tuleb pöörduda kas kogemuse või muude tunnetuse allikate poole. Millised need teised tunnetuse allikad olla võivad, selle suhtes ei ole üksmeelt – võib-olla intuitsioon, ilmutus, mõistus vms.

Ka sünteetiline otsustus võib olla tõene või väär. Näiteks saaks (enda või ühiskondliku) kogemuse põhjal öelda, et väide *Mõni juturaamat on kõvade kaantega* on tõene, kuid väide *Mõni rebane on kaitsnud väitekirja* (arvatavasti) väär.

Lihtotsustus

Lihtotsustused jagunevad **atributiivseteks** (ld *attribūtum* 'lisandatu') ja **suhteotsustusteks**.

Atributiivsed otsustused

Atributiivsed otsustused on väited mingite objektide omaduste kohta ning neid on nelja liiki:

1) üldjaatavad, nt *Kõik inimesed on surelikud* või *Iga inimene on surelik*;
2) üldeitavad, nt *Mitte ükski inimene pole surematu*;[7]
3) osajaatavad, nt *Mõned õpilased on sportlased*,
4) osaeitavad, nt *Mõned õpilased ei ole sportlased*.

Atributiivses otsustuses eristatakse **subjekti** (ld *subiectum* 'alus') ja **predikaati** (ld *praedicātum* 'öeldu'). Subjekt on see, mille kohta väidetakse, predikaat aga see, mida subjekti kohta väidetakse.

Levinud on nelja otsustuseliigi keskajast pärinevad tähistused:

1) Üldjaatavad: *A* või *SaP*;
2) Üldeitavad: *E* või *SeP*;
3) Osajaatavad: *I* või *SiP*;
4) Osaeitavad: *O* või *SoP*.

Tähed *A* ja *I* on võetud ladina sõnast *affīrmo* 'jaatan, väidan'; tähed *E* ja *O* aga ladina sõnast *nego* 'eitan'.

Sõna *mõni* kasutatakse loogikas tähenduses 'vähemalt mõni', st vähemalt üks, mis ei välista ka võimalust, et kõik. Lause *Mõned inimesed on arukad* tähendab 'vähemalt mõni inimene on arukas'.

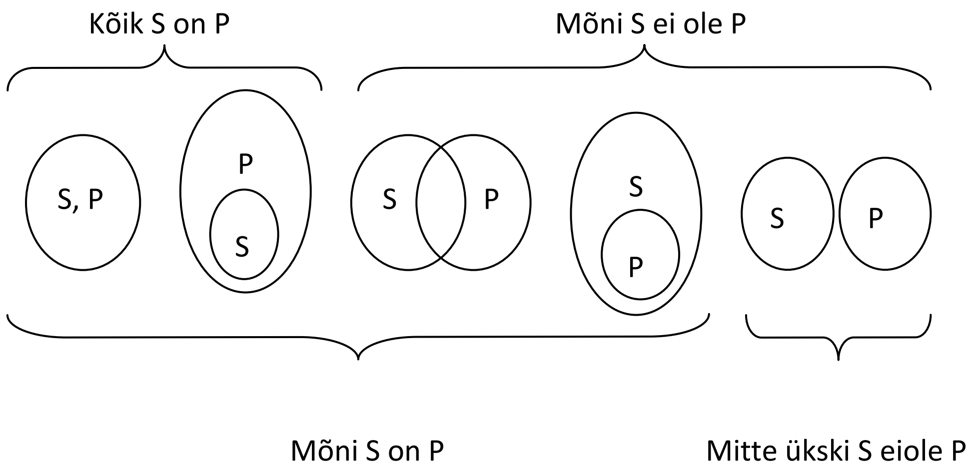
Kõnekeeles kasutatakse sõna *mõni* veel tähenduses 'ainult mõni'. Otsustusi standardkujul esitades peaksime sõna *mõni* kasutama siiski tähenduses 'vähemalt mõni'.

Atributiivse otsustuse tõesuse tingimused

Euleri ringide abil saab täpsustada, mida ühe või teise väitega silmas peetakse. Iga atributiivse otsustuse liigi jaoks saab üldkujul esitada tema tõesuse tingimused. Euleri ringid tähistavad antud juhul otsustuse subjekti (S) ja predikaadi (P) kui mõistete mahtusid.

[7] Ekslikult võidakse pidada üldeitavaks ka väidet *Kõik inimesed pole surematud*. Tegelikult on see lühend väitest *Ei ole tõsi, et kõik inimesed on surematud* ning viimane on ekvivalentne väitega *Mõni inimene ei ole surematu*. (Otsustuse eitamise kohta on eraldi peatükk.)

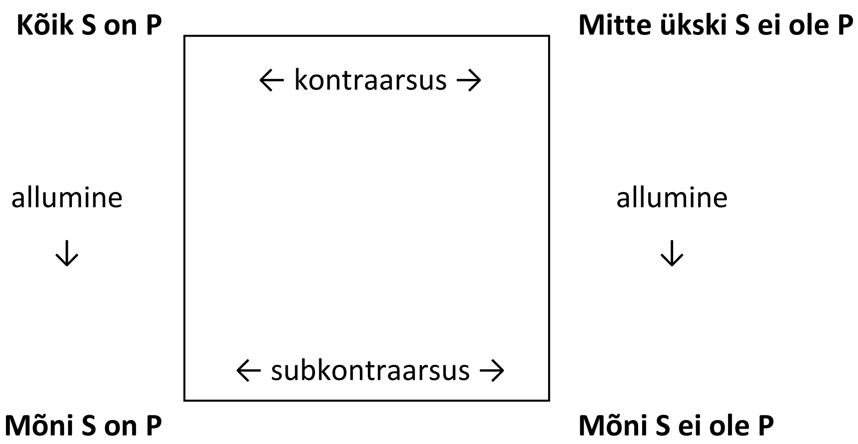
Jooniselt näeme, et kokku üldjaatav otsustus (Kõik S on P) on tõene kahel juhul, osaeitav (Mõni S ei ole P) aga kolmel juhul jne:



Üksikotsustusi (nagu *Sokrates on inimene*) võib vaadelda üldotsustustena. Üksikotsustuse loogiline vorm on kas *a on P* või *a ei ole P*, kus *a* tähistab üksikmõistet ning ühtlasi vastavat objekti. Kui üksikmõiste mahtu tähistada samuti ringiga (mõnikord tähistatakse siiski punktina), siis on üksikotsustuse tõesuse tingimused samad mis üldotsustusel.

Loogiline ruut

Nelja liiki atributiivsete otsustuste tõeväärtuste vahel on teatud seosed, mille näitlikustamiseks kasutatakse nn loogilist ruutu.



Seosed atributiivsete otsustuste tõeväärtuste vahel on järgmised:

1. Üldotsustused on **kontraarsed** ehk vastupidised: nad võivad olla koos väärad, kuid ei saa olla koos tõesed.
2. Osaotsustused on **subkontraarsed**: nad võivad olla koos tõesed, kuid ei saa olla koos väärad.
3. Osaotsustus **allub** üldotsustusele: kui üldotsustus on tõene, on ka osaotsustus tõene ning kui osaotsustus on väär, on ka üldotsustus väär.
4. Üldjaatav ja osaeitav ning üldeitav ja osajaatav otsustus on **kontradiktoorsed** ehk teineteisele vastu rääkivad: kui üks on tõene, on teine väär ning kui üks on väär, on teine tõene.

Nimetatud seosed silmas pidades saab ühe otsustuse tõeväärtuse alusel teha järeldusi teiste otsustuste tõeväärtuste kohta. Selliseid järeldusi nimetatakse **järeldusteks loogilise ruudu järgi**.

Näiteks kui on tõene otsustus *Mõni inimene on geenius*, siis saame järeldada, et väide *Mitte ükski inimene pole geenius* on väär (4. seose alusel).

Kui on väär otsustus *Mõni raamat ei ole köidetud*, siis saame järeldada:

1) väide *Kõik raamatud on köidetud* on tõene (4. seos);
2) väide *Mitte ükski raamat ei ole köidetud* on väär (3. seos);
3) väide *Mõni raamat on köidetud* on tõene (2. seos).

Suhteotsustused

Suhteotsustused on väited suhete kohta mingite objektide vahel, nt

Viljandi asub Tallinnast lõuna pool

Ats ja Mats on vennad

Kõik õpilased tunnevad mõnda õpetajat.

Piir suhte- ja atributiivse otsustuse vahel ei ole range. Näiteks võib otsustust *Viljandi asub Tallinnast lõuna pool* tõlgendada atributiivsena: *Viljandi on Tallinnast lõuna pool asuv linn*. Samas on aga väidet *Mõnele õpilasele ei meeldi mitte ükski õppeaine* juba raskem atributiivsena tõlgendada. Mõnikord võib taoline tõlgendus otsustust lubamatult lihtsustada.

Kahekohalisi suhteotsustusi on kaheksat liiki. Kui näiteks võtta objektideks õpilased ja õpetajad ning suhteks õpetaja tundmine õpilase poolt, siis on kaheksa liiki otsustusi sellised:

1. *Kõik õpilased tunnevad kõiki õpetajaid* (üld-üld-jaatav)
2. *Iga õpilane tunneb mõnda õpetajat* (üld-osa-jaatav)
3. *Mõni õpilane tunneb kõiki õpetajaid* (osa-üld-jaatav)
4. *Mõni õpilane tunneb mõnda õpetajat* (osa-osa-jaatav)

5. *Mitte ükski õpilane ei tunne mitte ühtegi õpetajat* (üld-üld-eitav)
6. *Iga õpilane ei tunne mõnda õpetajat* (üld-osa-eitav)
7. *Mõni õpilane ei tunne kõiki õpetajaid* (osa-üld-eitav)
8. *Mõni õpilane ei tunne mõnda õpetajat* (osa-osa-eitav).

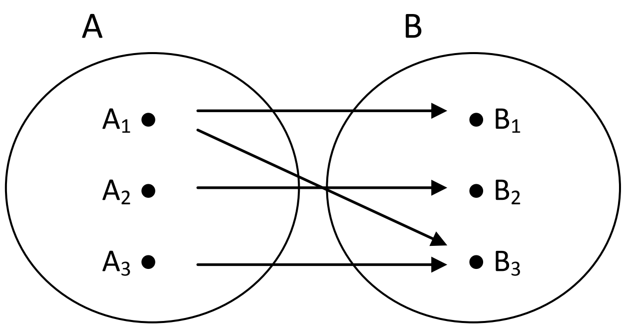
Üld-osa-eitav otsustus (nr 6) võib tunduda arusaamatu ning parem oleks kasutada n-ö tehnilisemat väljendusviisi:

Iga õpilase jaoks leidub õpetaja, keda ta ei tunne.

Mõnikord võib tekkida tahtmine vahetada lauses sõnade järjekorda ning siis tekib küsimus, kas lause mõte muutub või mitte. Kas näiteks *Iga õpilane tunneb mõnda õpetajat*. on seesama mis *Mõnda õpetajat tunneb iga õpilane*?

Kaks lauset (ning vastavalt kaks otsustustust) on **ekvivalentsed**, kui nad on tõesed täpselt ühesugustes tingimustes ja väärad täpselt ühesugustes tingimustes. Tähendab, kui meil õnnestub tuua näiteks selline olukord, kus üks osutub tõeseks, teine vääraks, siis ei tähenda lausede üht ja sedasama.

Näiteks toodud lausete puhul saame sellisele olukorrale viidata küll. Selgitame seda joonise abil. Olgu õpilaste hulk A ning selle elemendid A_1, A_2 ja A_3 (näitlikustamise huvides võtame vähe elemente), õpetajate hulk olgu B ning selle elemendid B_1, B_2 ja B_3. Suhet *… tunneb …* tähistame noolega. Järgneval joonisel ongi kujutatud olukorda, kus väide *Iga õpilane tunneb mõnda õpetajat* on tõene, kuid väide *Mõnda õpetajat tunneb iga õpilane* on väär. Seega ei tähenda need laused ühte ja sedasama.



Üld-osa ning osa-üld otsustust väljendavates lausetes ei saa sõnu niimoodi ümber paigutada ilma lause tõeväärtust muutmata. Küll aga võib sõnu ümber paigutada üld-üld ning osa-osa otsustust väljendavates lausetes. Näiteks pole vahet, kas öelda *Mõni õpilane ei tunne mõnda õpetajat* või *Mõnda õpetajat mõni õpilane ei tunne*.

Suhteotsustusi võib olla ka kolme- ja neljakohalisi jne, kuid neid on juba raske lausena väljendada. Näiteks on kolmekohaline suhteotsustus *Mõni tudeng teab mõnest valdkonnast rohkem kui mõni õppejõud*. Antud juhul on objektideks tudengid, õppejõud ja teadmisvaldkonnad ning suhteks on *… teab …-st rohkem kui …*.

Ülesanne 2

Esiteks, eeldage, et antud atributiivne otsustus on tõene ning tehke loogilise ruudu järgi kõik võimalikud järeldused.

Teiseks, eeldage, et antud atributiivne otsustus on väär ning tehke loogilise ruudu järgi kõik võimalikud järeldused.

1. Mõni andekas inimene on laisk.
2. Mõni raamat ei ole huvitav.
3. Mõni daam ehib end sulgedega.
4. Kõik vaprad inimesed väärivad kiitust.
5. Mõni vapper inimene ei ole kuulus.
6. Mõni lill on meeldiva aroomiga.
7. Mitte ükski ametnik ei ole kurjategija.
8. Mõni kirjanik ei ole tunnustatud.
9. Mitte ükski muinasjutt ei lõpe halvasti.
10. Mõni töötaja ei ela vaeselt.

Liitotsustus

Liitotsustused moodustatakse lihtotsustustest **loogiliste konstantide** ehk loogiliste terminite abil. Tuntumatest loogilistest konstantidest annab ülevaate järgmine tabel.

Konstandi nimetus	Otsustuse näide	Näite loogiline vorm
eitus (ei ole tõsi, et...)	Ei ole tõsi, et Maa on Universumi keskpunktis.	$\neg p$ loetakse: mitte-p
konjunktsioon (... ja ...)	Mati töötab õpetajana ja osaleb täienduskoolituses.	$p \,\&\, q$ loetakse: p ja q
disjunktsioon (... ja/või ...)	Mari läheb sel nädalal kinno ja/või teatrisse.	$p \vee q$ loetakse: p või q
range disjunktsioon (kas… või…)	Ma ostan kas televiisori või muusikakeskuse.	$p \underline{\vee} q$ loetakse: kas p või q
implikatsioon (kui..., siis...)	Kui vihma sajab, siis katused on märjad.	$p \supset q$ loetakse: kui p, siis q
samasus ehk ekvivalents (…siis ja ainult siis, kui…)	Ristkülik on ruut siis ja ainult siis, kui ta on võrdkülgne.	$p \equiv q$ loetakse: p siis ja ainult siis, kui q

Liitotsustuse tõeväärtus. Tõeväärtustabel

Loogilised konstandid on defineeritud vastavate liitotsustuste tõeväärtuste kaudu, st tõeväärtusfunktsioonina. Näiteks on disjunktsioon defineeritud disjunktiivse liitotsustuse tõeväärtuse kaudu; disjunktiivne liitotsustus on tõene, kui vähemalt üks komponentväide on tõene ning väär, kui kõik komponentväited on väärad.

Loogiliste konstantide definitsioonid esitatakse tavaliselt tõeväärtustabelina. Kõige vasakpoolsemas lahtris on lihtotsustuste tõeväärtused ning järgnevates lahtrites liitotsustuste tõeväärtused. Lihtotsustused tähistame tähtedega *A* ja *B* ning tõeväärtused vastavalt *t* (tõene) ja *v* (väär).

Eituse tõeväärtustabel on kõige lihtsam:

A	¬A
t	v
v	t

Ülejäänud liitotsustuste jaoks koostame ühise tõeväärtustabeli:

A	B	A & B	A V B	A $\underline{\text{V}}$ B	A ⊃ B	A ≡ B
t	t	t	t	v	t	t
t	v	v	t	t	v	v
v	t	v	t	t	t	v
v	v	v	v	v	t	t

Tabelis esitatuna on liitotsustuste tõeväärtustest parem ülevaade, kuid sellesama informatsiooni saab ka sõnastada:

- Eitus on tõene, kui komponentväide on väär ning väär, kui komponentväide on tõene.
- Konjunktiivne otsustus (A & B) on tõene, kui mõlemad komponentväited on tõesed ning väär muudel juhtudel.
- Disjunktiivne otsustus (A V B) on tõene, kui vähemalt üks komponentväide on tõene ning väär, kui kõik komponentväited on väärad.
- Rangelt disjunktiivne otsustus (A $\underline{\text{V}}$ B) on tõene, kui ainult üks komponentväide on tõene ning väär muudel juhtudel (st kui ükski komponentväide pole tõene või on enam kui üks komponentväide tõene).

- Implikatiivne otsustus ($A \supset B$) on väär, kui esimene komponentväide (A) on tõene ja teine[8] (B) väär ning tõene muudel juhtudel.
- Ekvivalentsiotsustus ($A \equiv B$) on tõene, kui komponentväidetel on üks ja seesama tõeväärtus ning väär muudel juhtudel.

Keerukamate valemite puhul tuleb ka tõeväärtustabel keerulisem.

Kui valem on tõene komponentväidete tõeväärtuste kõigi kombinatsioonide korral, siis on valem **samaselt tõene**. Selline on näiteks valem $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$. Sellise loogilise vormiga väidet nimetatakse loogiliselt tõeseks (sellest oli juttu alapeatükis *Analüütilised ja sünteetilised otsustused*).

Kui valem on väär komponentväidete tõeväärtuste kõigi kombinatsioonide korral, siis on valem **samaselt väär**. Selline on näiteks valem $(p \supset q)\ \&\ p\ \&\ \neg q$. Sellise loogilise vormiga väidet nimetatakse loogiliselt vääraks.

Kui valem ei ole samaselt väär ega samaselt tõene, siis on ta **kontingentne** (ld *contingere* 'juhtuma, osaks saama'), st komponentväidete mõne kombinatsiooni korral tõene, mõne korral aga väär. Selline on näiteks valem $(p \supset q)\ \&\ r$.

Tõeväärtustabeli koostamise näited

Näide 1

Näiteks võtame sellise valemi $\neg p \supset q$. Sellise loogilise vormiga on näiteks väide *Kui Andres ei loe ajalehest uudiseid, kuulab ta uudiseid raadiost*. Kuna komponentväiteid on kaks, tuleb nende võimalikke tõeväärtuste kombinatsioone neli (üldkujuline valem kombinatsioonide arvu määramiseks on 2^n, kus n on komponentväidete arv).

Kõik võimalikud tõeväärtuste kombinatsioonid saame nii:

- esimese muutuja alla kirjutame kaks (üldkujul $2^n : 2$) korda *tõene* ning kaks korda *väär*;
- teise muutuja alla kirjutame üks kord (üldkujul $2^n : 4$) *tõene*, üks kord *väär* ning nii kuni lõpuni.

Nüüd koostame tõeväärtustabeli.

[8] Implikatiivse otsustuse esimest komponentväidet nimetatakse ka antetsedendiks (ld *antecēdēns* 'eelnev') ning teist komponentväidet konsekvendiks (*cōnsequēns* 'järelduv, järeldus').

p	q	¬p ⊃ q
t	t	
t	v	
v	t	
v	v	

Kuna loogilisi konstante on kaks, tuleb meil tõeväärtustabeli koostamiseks teostada kaks loogilist tehet. Kuid milline on nende tehete järjekord?

Nii nagu matemaatikas, on ka loogikas **tehete tugevusrida**. (Matemaatikas on näiteks korrutamine tugevam kui liitmine.) Loogiliste tehete tugevusrida on järgmine:

¬, &, V, V̲, ⊃, ≡

See tähendab, et kui sulud teisiti ei näita, siis tuleb kõigepealt sooritada eitus, seejärel konjunktsioon jne – nii nagu matemaatikas tuleb kõigepealt korrutada-jagada ning alles siis liita-lahutada.

Sulgusid kasutatakse mõnikord ka selleks, et teha keerulise valemi lugemine kergemaks, nt

(p & q) ⊃ (r V s)

Selles valemis ei muutuks tehete järjekord, kui sulud ära jätta, kuid tänu sulgudele on taolise valemi struktuurist kergem ülevaadet saada.

Meie näites on kaks tehet (¬ ja ⊃) ning tugevam neist on eitus. Eituse sooritamegi siis kõigepealt (tulemuse kirjutame tehte alla).

p	q	¬p ⊃ q
t	t	v
t	v	v
v	t	t
v	v	t

Implikatsioonitehe tuleb sooritada ¬p tõeväärtuse ja q tõeväärtusega. Selleks, et oleks lihtsam n-ö arvutada, kirjutame q alla uuesti välja tema tõeväärtused ning siis ⊃ alla implikatsioonitehte tulemused (paksus kirjas).

p	q	¬p	⊃	q
t	t	v	**t**	t
t	v	v	**t**	v
v	t	t	**t**	t
v	v	t	**v**	v

Selgub et antud valem osutus vääraks vaid juhul (vt 4. rida), kui esimene komponentväide on väär ning teine komponentväide on samuti väär. Ülejäänud juhtudel on otsustus tõene.

Näide 2

Nüüd võtame näiteks veel keerulisema valemi: p & ¬q ⊃ ¬r. Sellise loogilise vormiga on näiteks väide *Kui vihma sajab aga päike ei paista, siis vikerkaar ei teki*. Selles valemis on kolm komponentväidet (p, q ja r) ning sellisel juhul tuleb tõeväärtustabelisse $2^3 = 8$ rida.

Kõik võimalikud tõeväärtuste kombinatsioonid saame nii:

- esimese muutuja alla kirjutame neli korda *tõene* ning neli korda *väär*;
- teise muutuja alla kirjutame kaks korda *tõene* ning kaks korda *väär* ning nii kuni lõpuni.
- Kolmanda muutuja alla kirjutame vaheldumisi *tõene* ja *väär*.

Nüüd koostame tõeväärtustabeli:

p	q	r	(p & ¬q) ⊃ ¬r
t	t	t	
t	t	v	
t	v	t	
t	v	v	
v	t	t	
v	t	v	
v	v	t	
v	v	v	

Tehete järjekord on antud juhul selline: kõigepealt eitused (kumb enne, ei ole oluline), siis konjunktsioon ning siis implikatsioon.

Sooritame eitustehted ning kirjutame p alla uuesti välja tema tõeväärtused, et oleks lihtsam arvutada:

p	q	r	(p & ¬q) ⊃ ¬r		
t	t	t	t	v	v
t	t	v	t	v	t
t	v	t	t	t	v
t	v	v	t	t	t
v	t	t	v	v	v
v	t	v	v	v	t
v	v	t	v	t	v
v	v	v	v	t	t

Nüüd tuleb sooritada konjunktsioonitehe p ja ¬q tõeväärtustega ning siis implikatsioonitehe saadud tulemuse ja ¬r tõeväärtusega. Implikatsioon on viimane tehe ning selle tulemused (paksus kirjas) on ühtlasi kogu valemi tõeväärtused.

p	q	r	(p & ¬q) ⊃ ¬r				
t	t	t	t	v	v	**t**	v
t	t	v	t	v	v	**t**	t
t	v	t	t	t	t	**v**	v
t	v	v	t	t	t	**t**	t
v	t	t	v	v	v	**t**	v
v	t	v	v	v	v	**t**	t
v	v	t	v	v	t	**t**	v
v	v	v	v	v	t	**t**	t

Selgub, et otsustus on väär vaid ühel juhul (vt 3. rida): kui esimene komponentväide on tõene, teine komponentväide on väär ning kolmas komponentväide on tõene.

Ekvivalentsed liitotsustused

Loogiliste konstantide omaduste tõttu võivad erineva loogilise vormiga liitotsustused olla **ekvivalentsed ehk samased**. Kaks otsustust on ekvivalentsed, kui nad on tõesed täpselt ühesugustes tingimustes ning väärad täpselt ühesugustes tingimustes. Liitotsustuste ekvivalentsuse saab kindlaks teha ühise tõeväärtustabeli abil.

Tuntumad lauseloogika samasused

Tuntumad samasused on järgmised (märk ~ tähendab 'on sama mis'):

1. $\neg\neg A \sim A$
2. $A \& B \sim B \& A$
3. $A \vee B \sim B \vee A$
4. $A \underline{\vee} B \sim (A \vee B) \& (\neg A \vee \neg B)$
5. $A \supset B \sim \neg A \vee B$
6. $A \equiv B \sim (A \supset B) \& (B \supset A)$
7. $\neg(A \& B) \sim \neg A \vee \neg B$
   Üldkujul: $\neg(A_1 \& \ldots \& A_n) \sim \neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_n$
8. $\neg(A \vee B) \sim \neg A \& \neg B$
   Üldkujul: $\neg(A_1 \vee \ldots \vee A_n) \sim \neg A_1 \& \ldots \& \neg A_n$
9. $\neg(A \supset B) \sim A \& \neg B$
10. $A \vee B \& C \sim (A \vee B) \& (A \vee C)$
11. $(A \vee B) \& (\neg A \vee B) \sim B$
12. $A \& (A \vee B) \sim A$
13. $A \vee (A \& B) \sim A$

Võttes aluseks loetletud samasused, saab kahe valemi samasuse kindlaks teha ka teisendamise teel.

Liitotsustuse samasuse kindlakstegemise näited

Näide 1

Näiteks koostame valemite $p \supset q$ ja $\neg p \vee q$ ühise tõeväärtustabeli ning näeme, et need kaks valemit ning järelikult ka vastava loogilise vormiga otsustust on ekvivalentsed.

p	**q**	**p ⊃ q**	**¬p**	**V**	**q**
t	t	**t**	v	**t**	t
t	v	**v**	v	**v**	v
v	t	**t**	t	**t**	t
v	v	**t**	t	**t**	v

Nagu näeme, on valemite lõplikud tõeväärtused (paksus kirjas) tõesti täpselt ühesugused ning seega võime öelda, et otsustus loogilise vormiga

$p \supset q$

(nt *Kui vihma sajab, siis katused on märjad*)

on ekvivalentne otsustusega, mille loogiline vorm on

$\neg p \vee q$

(toodud näite puhul *Vihma ei saja või katused on märjad*).

Näide 2

Näiteks tõestame, et valemid ¬p V ¬q ja q ⊃ ¬p on ekvivalentsed. Nurksulgudesse kirjutame selgituse.

Teisendamist on arukas alustada valemist, mille kõige nõrgem tehe on implikatsioon. Esimeseks sammuks on sellisel juhul valemi topelteitamine.

q ⊃ ¬p ~ ¬¬(q ⊃ ¬p) [1. samasus] ~

~ ¬(q & ¬¬p) [9. samasus] ~

~ ¬(q & p) [1. samasus] ~

~ ¬q V ¬p [7. samasus] ~

~ **¬p V ¬q** [3. samasus] Mida oligi tarvis tõestada.

Ülesanne 3

Koostage järgmiste valemite tõeväärtustabelid.

1. ¬p & q V p
2. p & q ⊃ r
3. p & ¬r ⊃ ¬q
4. (r ⊃ p) ⊃ (r ⊃ q)
5. p & r ⊃ q & r
6. (p ⊃ q) & (p V r)
7. ¬r ⊃ ¬p & ¬q
8. (p ⊃ ¬q) & (¬p ⊃ q)
9. (p V r ⊃ (r ⊃ q)) ⊃ p
10. ¬p ⊃ ((q ⊃ r) ⊃ p)
11. ¬p V ¬q V r
12. (p ⊃ r) V (q ⊃ r)
13. p V q ⊃ r
14. ¬p & r ⊃ q
15. (¬q ⊃ r) & r ⊃ ¬p

Ülesanne 4

Esiteks, selgitage välja järgnevate väidete loogiline vorm.

Teiseks, tehke kindlaks, kas paarides olevad väited on ekvivalentsed.
(Kui valemite paar on samasuste nimekirjas, viidake vastavale samasusele; kui valemite paari ei ole samasuste nimekirjas, koostage tõeväärtustabel või teisendage.)

1. Kui metsa raiutakse, siis laastud lendavad.
   Metsa ei raiuta või laastud lendavad.
2. Ei ole tõsi, et Ats spikerdab kontrolltööde ajal ning saab häid hindeid.
   Ats ei spikerda kontrolltööde ajal või ei saa ta häid hindeid.
3. Ei ole tõsi, et kui Juku tuleb koolist, siis on tal käed tindised.
   Juku tuleb koolist, aga (ning) ta käed ei ole tindised
4. Andres läheb õhtul kinno või sõbrale külla.
   Kui Andres õhtul kinno ei lähe, siis läheb ta sõbrale külla.
5. Kui inimene on kuri, siis temaga ei sõbrustata.
   Ei saa olla, et inimene on kuri, aga temaga sõbrustatakse.
6. Kui arv jagub 10-ga, siis ta jagub ka 5-ga.
   Kui arv ei jagu 5-ga, siis ta ei jagu ka 10-ga.
7. Mati tõuseb hommikul hilja ning teeb ikkagi hommikuvõimlemist.
   Ei ole tõsi, et kui Mati tõuseb hommikul hilja, siis ta ei tee hommikuvõimlemist.
8. Kati ei käi suusatrennis ega kunstiringis.
   Ei ole tõsi, et Kati käib suusatrennis või kunstiringis.
9. Kui vaas kukub laua pealt maha, siis ta läheb katki.
   Ei saa olla, et vaas kukub laua pealt maha, aga katki ei lähe.
10. Kadri ei ole tugev matemaatikas või füüsikas.
    Kui Kadri on tugev füüsikas, siis ta matemaatikas tugev ei ole.

Otsustuse eitamine

Välistatud kolmanda reegel kõlas, et tõene on kas väide või väite eitus. Kui väide on väär, siis on väite eitus tõene ning kui väide on tõene, on väite eitus väär. Seega pole loogiliselt järjekindel olles võimalik kõike eitada. Eitades näiteks väidet *Mõni inimene on tark*, peame nõustuma väitega *Mitte ükski inimene pole tark*.

Aga kuidas leida mingi väite puhul, milline on tema eitus, st antud väitele **vasturääkiv** väide. Mitte iga teistsugune väide ei räägi vastu antud väitele. Loogilise ruudu puhul selgitasime näiteks erinevaid seoseid atributiivsete otsustuste vahel ning vasturääkivus oli vaid üks võimalik neist (vt alapeatükki *Loogiline ruut*). Vasturääkivuse seos on olemas nii liht- kui ka liitotsustuste puhul.

Antud väitele vasturääkiva väite leidmist nimetatakse **otsustuse eitamiseks**. Eitamine toimub teatud reeglite järgi

Lihtotsustuse eitamine

Lihtotsustuse eitamiseks on vaid kaks reeglit:

1) jaatav otsustus tuleb muuta eitavaks ning eitav jaatavaks;
2) osaotsustus tuleb muuta üldotsustuseks ning üldotsustus osaotsustuseks.

Atributiivse otsustuse eitamist selgitavad näited:

Väide	Väite eitus
Kõik inimesed on rumalad	Mõni inimene ei ole rumal
Mitte ükski kass ei ole arukas	Mõni kass on arukas
Mõni laps teenib raha	Mitte ükski laps ei teeni raha
Mõni raamat ei ole loetav	Kõik raamatud on loetavad

Kahekohalise suhteotsustuse eitamist selgitavad näited:

Väide	Väite eitus
Kõik õpilased tunnevad kõiki oma kooli õpetajaid	Mõni õpilane ei tunne mõnda oma kooli õpetajat
Iga gümnaasiumiõpetaja oskab mõnes võõrkeeles lugeda	Mõni gümnaasiumilõpetaja ei oska mitte üheski võõrkeeles lugeda
Mõni inimene on lugenud kõiki raamatuid	Iga inimese jaoks leidub mõni raamat, mida ta lugenud ei ole

Väide	Väite eitus
Mõni poiss on mõnest tüdrukust vallatum	Mitte ükski poiss ei ole mitte ühestki tüdrukust vallatum
Mitte ükski päev ei ole mitte ühegi teise päevaga sarnane	Mõni päev on mõne teise päeva sarnane
Igal inimesel on mõni päev, millal ta ei tunne end hästi	Mõni inimene tunneb end iga päev hästi.
Mõni inimene ei ole lugenud mitte ühtegi raamatut	Iga inimene on mõnda raamatut lugenud
Mõni inimene ei oska mõnes olukorras käituda	Iga inimene oskab igas olukorras käituda.

Mõnikord võib suhteotsustuse muuta atributiivseks ning lihtsustada sel teel ka eitamist. Näiteks võiks väite

Mõni inimene on lugenud kõiki raamatuid

eitus sellisel juhul olla

Mitte ükski inimene pole lugenud kõiki raamatuid

ning see kõlab ehk paremini ka kui tabelis toodud eitus

Iga inimese jaoks leidub mõni raamat, mida ta lugenud ei ole.

Üld-osa-eitavat otsustust ei ole just lihtne lausena esitada.

Analoogselt atributiivsete ja suhteotsustustega võime vaadelda ka selliseid nagu

Alati on ta olnud aus (üldjaatav)

Mitte kunagi ei tule ta õigel ajal (üldeitav)

Mõnikord õpib ta hästi (osajaatav)

Mitte kunagi pole ta mitte kedagi aidanud (üld-üld-eitav) jne.

Taoliste väidete eitamine on analoogne atributiivsete ja suhteotsustuste eitamisega. Mõni näide selle kohta:

Väide	Väite eitus
Alati on ta olnud aus	Mõnikord ei ole ta olnud aus
Mitte kunagi ei tule ta õigel ajal	Mõnikord tuleb ta õigel ajal
Mõnikord õpib ta hästi	Mitte kunagi ei õpi ta hästi
Mitte kunagi pole ta mitte kedagi aidanud	Mõnikord on ta mõnda aidanud

Väidete eitamine, milles esinevad sõnad *võib*, *saab*, *tohib* jne, ei tohiks samuti raskusi valmistada. Kaks näidet selgitavad seda:

Väide	Väite eitus
Mitte kunagi ei või mitte ühtegi inimest usaldada	Mõnikord võib mõnda inimest usaldada
Alati saab süü kellegi teise kaela veeretada	Mõnikord ei saa süüd mitte kellegi teise kaela veeretada

Liitotsustuse eitamine

Liitotsustuse eitamise reeglid põhinevad loogiliste konstantide vahelistel seostel ning siingi kehtib põhimõte: kui väide on tõene, on väite eitus väär ning kui väide on väär, on väite eitus tõene.

Reeglid on sellised:

Väide	Väite eitus
$\neg A$	A
$A \ \& \ B$	$\neg A \vee \neg B$
$A \vee B$	$\neg A \ \& \ \neg B$
$A \underline{\vee} B$	$(\neg A \ \& \ \neg B) \vee (A \ \& \ B)$
$A \supset B$	$A \ \& \ \neg B$
$A \equiv B$	$(A \ \& \ \neg B) \vee (\neg A \ \& \ B)$

Reegleid selgitavad järgmised näited:

Väide	Väite eitus
Ei ole nii, et kõik on egoistid	Kõik on egoistid
Päike paistab ja ilm on soe	Päike ei paista ja/või ilm ei ole soe
Laupäeviti käin ma trennis ja/või ujumas	Mõnel laupäeval ei lähe ma trenni ega ujuma
Ma kas astun kõrgkooli või lähen tööle	Ma ei astu kõrgkooli ega lähe ka tööle või ma astun kõrgkooli ja lähen tööle ka
Kui on puhkepäev, siis on kõik poed suletud	On puhkepäev, kuid mõned poed ei ole suletud
Inimene tunneb tööst rõõmu ainult siis, kui ta töö eest korralikku palka saab	Mõni inimene tunneb tööst rõõmu, kuigi ei saa töö eest korralikku palka või saab korralikku palka, kuid ei tunne tööst rõõmu

Juhul kui liitotsustus on keerulisem, siis tuleb temale vasturääkiva väite leidmiseks kasutada (otsustuse loogilist vormi väljendava) valemi teisendamist. Valemi teisendamisest oli pikemalt juttu alapeatükis *Ekvivalentsed liitotsustused* ning seal esitasime ka tuntumate samasuste loetelu. Neist samasustest lähtume ka nüüd.

Keerukama liitotsustuse eitamise näited

Näide 1

Leiame väite *Kui vihma sajab ja päike paistab, siis tekib vikerkaar* eituse.

Tähistame komponentväited järgmiselt:

vihma sajab – p

päike paistab – q

tekib vikerkaar – r

Antud liitotsustuse loogiline vorm on seega: $p \,\&\, q \supset r$

Kuna meil on tarvis leida otsustus, mis räägib antud väitele vastu, siis alustame teisendamist sellega, et kirjutame valemi ette eitusmärgi:

$\neg(p \,\&\, q \supset r)$

Samasuste loetelus on küll mitu sellist, kus eituse märk on sulgude eest, kuid alati on sulgude sees vaid üks tehe. Meie näites on aga sulgude sees kaks tehet. Sellisel juhul tuleb kindlaks teha, milline neist tehetest on kõige nõrgem (loogiliste tehete tugevusrea järgi). Antud näites on kõige nõrgem tehe implikatsioon ($\supset$). Valemi implikatsioonist vasakule jääva komponendi tähistame mõttes näiteks A-ga ning paremale jääva komponendi B-ga ning saame seega avaldise

$\neg(A \supset B)$.

Selline valem on juba olemas samasuste nimekirjas (8. samasus). Teisendame nüüd valemit:

$\neg(p \,\&\, q \supset r) \sim (p \,\&\, q) \,\&\, \neg r$

Sulud jätsime alles vaid selleks, et valemi struktuuri oleks lihtsam tabada; tehete järjekord sulgude ärajätmisest antud juhul ei muutuks. Saadud tulemus ongi toodud näite eitus – tarvis on vaid sõnastada sellise loogilise vormiga väide.

Väite *Kui vihma sajab ja päike paistab, siis tekib vikerkaar* eitus on *Vihma sajab ja päike paistab, kuid vikerkaar ei teki*. Juhul, kui tõesti mõnikord tekib olukord, kus vihma sajab ja päike paistab, kuid vikerkaart ei teki, siis osutub väide *Kui vihma sajab ja päike paistab, siis tekib vikerkaar* ekslikuks.

Näide 2

Leiame väite *Kui Ats raha saab, siis ostab ta kommi ja jäätist* eituse.

Tähistame komponentväited nii:

Ats saab raha – p

Ats ostab kommi – q

Ats ostab jäätist – r.

Antud väite loogiline vorm on seega: p ⊃ q & r.

Kuna meil on tarvis leida otsustus, mis räägib antud väitele vastu, siis alustame teisendamist taas sellega, et kirjutame valemi ette eitusmärgi:

¬(p ⊃ q & r)

Jällegi näeme, et samasuste loetelus täpselt sellist valemit pole, seega tuleb kõigepealt kindlaks teha, milline on eitatava valemi kõige nõrgem tehe. Antud juhul on selleks implikatsioon (⊃). Tähistame mõttes valemi implikatsioonist vasakule jääva komponendi A-ga ning paremale jääva komponendi B-ga ning saame avaldise

¬(A ⊃ B).

Selline valem on olemas samasuste nimekirjas (9. samasus). Nüüd teisendame:

¬ (p ⊃ q & r) ~ p & ¬(q & r)

Nüüd tuleb saadud valemit teisendada veel nii, et eituse märk (¬) ei jääks sulgude ette. Antud juhul on meil samasuste nimekirjas täpselt sobiv valem olemas (7. samasus):

¬(A & B)

Teisendame valemit edasi:

p & ¬(q & r) ~ p & (¬q V ¬r)

Nüüd jääb veel üle sõnastada ka sellisel valemile vastav lause. Väite *Kui Ats raha saab, siis ostab ta kommi ja jäätist* eitus on *Ats saab raha, kuid ei osta kommi ja/või ei osta jäätist*. Nii et antud väide osutub vääraks, kui on olukord, et Ats saab raha, kuid ei osta kommi ja/või ei osta jäätist.

Näide 3

Leiame väite *Ma hakkan püüdlikult õppima ning kui tähtede seis osutub heaks, siis teen kõik eksamid hindele "5"* eituse.

Tähistame komponentväited:

Ma hakkan püüdlikult õppima – p

Tähtede seis osutub heaks – q

Ma teen kõik eksamid hindele "5" – r.

Antud väite loogiline vorm on seega: p & (q ⊃ r). Paneme tähele, et öeldud ei ole *Kui ma hakkan püüdlikult õppima…*, vaid *Ma hakkan püüdlikult õppima…*.

Seetõttu on ka implikatsioon alles pärast teist väidet (*Kui tähtede seis osutub heaks…*).

Alustame teisendamist, kirjutades valemi ette eitusmärgi:

$\neg(p \,\&\, (q \supset r))$

Täpselt sellist valemit ei ole samasuste nimekirjas ning seega tuleb jällegi kindlaks teha, milline on väliste sulgude see oleva valemi kõige nõrgem tehe. Antud juhul on kõige nõrgem tehe konjunktsioon (&). Tähistame mõttes valemi konjunktsioonist vasakule jääva komponendi A-ga ning paremale jääva komponendi B-ga ning saame avaldise

$\neg(A \,\&\, B)$.

Selline valem on olemas samasuste nimekirjas (7. samasus). Nüüd teisendame:

$\neg(p \,\&\, (q \supset r)) \sim \neg p \vee \neg(q \supset r)$

Nüüd tuleb saadud valemit teisendada veel nii, et eituse märk ($\neg$) ei jääks sulgude ette. Antud juhul on meil samasuste nimekirjas täpselt sobiv valem olemas (9. samasus):

$\neg p \vee \neg(q \supset r) \sim \neg p \vee (q \,\&\, \neg r)$

Sulud jätsime antud juhul vaid selleks, et oleks lihtsam näha valemi struktuuri.

Nüüd jääb veel üle sõnastada ka sellisel valemile vastav lause. Väite *Ma hakkan püüdlikult õppima ning kui tähtede seis osutub heaks, siis teen kõik eksamid hindele "5"* eitus on *Ma ei hakka püüdlikult õppima ja/või tähtede seis osutub küll heaks, kuid ma ei tee kõiki eksameid hindele "5"*. Antud väide osutub seega vääraks siis, kui ma ei hakka püüdlikult õppima ja/või tähtede seis osutub küll heaks, kuid ma ei tee kõiki eksameid hindele "5".

Ülesanne 5

Esiteks, tehke kindlaks, mis liiki väitega on tegemist
Teiseks, leidke väide, mis on antud väitele vasturääkiv (teostage otsustuse eitus)

1. Kõik teed viivad Rooma.
2. Kõik õpilased mäletavad mõnda oma endist õpetajat.
3. Mõni inimene on valitsusega opositsioonis.
4. Miski on mäda Taani riigis.
5. Iga teo jaoks leidub mõni laitev arvamus.
6. Kõik oluline on tehtud.
7. Mõnele õpilasele meeldib lahendada kõiki ülesandeid.
8. Iga lolluse jaoks leidub kaasategijaid.

9. Mõni tõde on ilmselge.
10. Igal sündmusel on põhjus.
11. Mõnel inimesel on halb iseloom.
12. Mõni juturaamatud ei meeldi mitte kellelegi.
13. Mõni inimene oskab kõiki töid teha (on iga töö peale meister).
14. Kõik inimesed on kunagi sattunud mõnda ebameeldivasse olukorda.
15. Alati käib talle mõni inimene närvidele.
16. Mõnikord laheneb probleem iseenesest.
17. Mõnikord ta väldib mõnda inimest.
18. Alati on ta kõigi oma kolleegide suhtes viisakas.
19. Mitte kunagi ei ole mitte ükski asi seal, kus ta olema peab.
20. Mõnikord saavutab viisakusega rohkem kui nahaalsusega.
21. Mõnikord ei tunne ta mõnda oma tuttavat ära.
22. Mitte kunagi ei tohi mitte kellelegi valetada.
23. Alati on kõik tunnid tema jaoks igavad.
24. Mõni inimene ei oska ühtegi tööd teha.
25. Mitte kunagi ei tohi näidata oma nõrkusi.

Ülesanne 6

Esiteks, selgitage välja väidete loogiline vorm
Teiseks, leidke väide, mis on antud väitele vasturääkiv (teostage otsustuse eitus)

1. Alati kui raamat on huvitav, siis läheb lugemine kiiresti.
2. Alati kui talv hakkab läbi saama, unistavad kõik inimesed suvest ning on talvest tüdinud
3. Iga õpilane, kes on teadmishimuline ja kellel on raha, ostab palju raamatuid ning loeb neid meelsasti.
4. Iga kord, kui tunnid lõpevad, tunnevad kõik õpilased tüdimust ning tahavad koju minna.
5. Mitte ükski õpilane, kes valmistub kõigiks tundideks, et saa kunagi puudulikku hinnet ning ei pea kunagi spikerdama.
6. Iga inimene, kes on andekas ja auahne, teeb karjääri.
7. Ats ei loe kunagi raamatuid, mis on paksemad kui 100 lk ning ilma piltideta.
8. Palju magusat süües muutub magus vastikuks ning söögiisu kaob ära.

9. Kui televiisorist tuleb mingi jama ning ta on üksi kodus, siis ropendab ta kõva häälega.
10. Ma lähen poodi ja kui see külmkapp ikka veel soodushinnaga on, siis ostan ta ära.

KÜSIMUS

Küsimus on teatud eeldustele tuginedes lisainformatsiooni soovimine. Vahel mõni eeldustest sõnastatakse, nt

Te ostsite hiljuti uue auto. Mida kavatsete vana autoga peale hakata?

Tihti ei teadvusta küsija ise ka, millistele eeldustele tema küsimus tugineb. Selle asjaoluga ongi seletatav, miks ilmneb rumalus just nimelt küsimustes. Näiteks on ajalooliselt ebakompetentne küsimus

Millist autot eelistas Napoleon ametiautona – kas Mercedes Benzi või mõnd muud?

Sõltuvalt sellest, millist vastust oodatakse, eristatakse nelja liiki küsimusi.

1. **Jah-ei küsimused** ootavad jah või ei vastust, nt
   Kas homseks lubati vihma?
   Kas tõesti ei teinud ta ühtegi viga?
2. **Suletud küsimustes** esitatakse võimalikud vastusevariandid, nt
   Kuidas hindate Eesti majandusseisu: kas see on väga hea, hea, keskmine, halb või väga halb?
   Kas soovite juua kohvi kohe või pärastpoole?
3. **Avatud küsimused** ei anna vastusevariante, nt
   Mida selle Jukuga küll peale hakata?
   Mismoodi ma nüüd siit pärapõrgust maanteele tagasi saan?
4. **Retoorilised küsimused** on need, milles küsilause vormis midagi väidetakse ning vastust ei oodatagi, nt
   Keda see üldse huvitaks?
   No kes oleks see lihtsameelne, kes arvaks, et ta seisab siin niisama?

Küsimusi saab liigitada ka vastavalt sellele, kuidas küsimusele vastust leida.

1. Küsimused, millele saab vastata **kogemuse** põhjal. Seejuures ei pea küsitav tuginema isiklikule kogemusele, sest keegi teine (näiteks teadlased), on asja juba uurinud. Sellesse liiki kuuluvad näiteks küsimused
   Millal need puud seal maha saeti?
   Kui palju kaalub üks kuupmeeter vett?
2. Küsimused, millele vastamiseks peame vaid **arutlema**, lähtudes teatud reeglitest, seadustest, aksioomidest, definitsioonidest vms, nt
   Kas ühesuunalise liiklusega tänaval võib tagurdada? (Vastates lähtume Liikluseeskirjast.)
   Kui suur on kolmnurga kolmas nurk, kui kaks nurka on vastavalt 45° ja 75°? (Vastates lähtume teoreemist, et kolmnurga sisenurkade summa on 180°.)

3. Küsimused, millele ei saa vastata kahel esimesel viisil. Nende seas on ka **filosoofilised** küsimused, nt
   Kas mõni asi võib olemas olla ka siis, kui keegi ei tea, et ta olemas on?
   Kas mingis olukorras on inimesel õigus sooritada atentaat riigipea vastu?
   Kas minu elu mõte sõltub ainult minust?

Eristada saab ka **korrektseid ja ebakorrektseid** küsimusi. Esimesed tuginevad vääradele varjatud eeldustele, nt

> *Kas olete ikka veel abielus?* (Küsimus on ebakorrektne juhul, kui küsitav pole abielus olnudki.)
>
> *Kas kontrolltöö küsimused saame enne kontrolltööd teada?* (Küsimus on ebakorrektne juhul, kui kontrolltööd ei ole ette nähtudki.)

Ebakorrektsele küsimusele ei saagi asjakohast vastust anda. Kui näiteks küsida vallalise[9] käest, kas ta on ikka veel abielus, siis jah-vastus on ilmselt väär, kuid ka ei-vastus pole kohane, sest tähendaks ju, et ta enam ei ole abielus. Seetõttu ei saagi ebakorrektsele küsimusele vastata – tuleb hoopis selgitada, et küsimus tugineb väärale eeldusele. Antud näite puhul peaks vallaline inimene ütlema, et ta polegi abielus olnud, st ekslik on varjatud eeldus, et ta on abielus olnud.

Mõningaid ebakorrektseid küsimusi võiks nimetada ka **provokatsioonilisteks** (ld *provocātio* 'väljakutse'), nt

> *No miks te siis ennast nii täis jõite, et kohe laamendama hakkasite?* (Küsimus on ebakorrektne, kui küsitav pole ennast täis joonudki.)

Taolist küsimust võib nimetada provokatsiooniliseks juhul, kui taolise küsimusega tahetakse inimest endast välja viia või muul viisil teda psühholoogiliselt nõrgestada. Provokatsioonilisele küsimusele ei saa vastata – tuleb hoopis selgitada, et küsimus tugineb väärale eeldusele. Kuna aga taoline küsimus on pahatahtlik, võib sellele reageerida ka sarkasmiga.

Küsimus peaks olema ka **pragmaatiliselt korrektne**, st jõukohane sellele, kellele ta esitatakse.

Küsimused liigitatakse veel **probleemseteks ja mitteprobleemseteks**. Kõik probleemid sõnastatakse küsimustena, kuid mitte kõik küsimused ei väljenda probleemi. Küsimus ei ole probleemne kahel juhul.

1. Kui sellele küsimusele on juba vastus olemas ning pole alust seda vastust vaidlustada. Sellised mitteprobleemsed küsimused on nt
   Kui suur on Maa ümbermõõt?
   Kui vanaks elavad elevandid?

2. Kui sellele küsimusele vastuse leidmiseks on olemas üksikasjalik juhend või koguni algoritm, nt

[9] Eeldame, et *vallaline* tähendab 'pole kordagi abielus olnud'. Lahutatud inimene ei ole selles tähenduses vallaline. Sellise liigituse kohaselt saab inimese perekonnaseis olla üks neljast: vallaline, abielus, lahutatud, lesk.

Kui pikk on täisnurkse kolmnurga hüpotenuus, kui kaatetid on vastavalt 3m ja 4m?
Kui palju on praegu kell Berliinis?

JÄRELDAMINE

Järeldamine ehk arutlus on mõtlemisprotsess, mille käigus ühele või mitmele otsustusele tuginedes jõutakse uue otsustuseni. Järeldamise tulemust nimetatakse **järelduseks**, otsustusi aga, millele tuginetakse – **eeldusteks**.

Mõnikord kasutatakse sõna *järeldus* ka tähenduses 'järeldamine'.

Induktiivne ja deduktiivne järeldamine

Arutlused liigitatakse **induktiivseteks** (ld *inductio* 'sissejuhtimine, ergutamine') ja **deduktiivseteks** (ld *dēductio* 'väljatoomine').

Induktiivne on näiteks arutlus

> *Paar nädalat tagasi unustas ta ühe kokkusaamise ära. Eile unustas ta, et peab telefoniarve maksma. Täna unustas ta hommikul oma paberid koju. Ta on üldse üks unustaja-tüüpi inimene.*

Eristatakse **täielikku ja mittetäielikku induktsiooni**. Toodud näide oli mittetäielik induktsioon. Täielik induktsioon on näiteks järeldus, et olen läbi lugenud kõik riiulisse seatud raamatud. Nimelt on riiulis lõplik arv raamatuid ning igaühe kohta neist saan öelda, et olen ta läbi lugenud; järelikult saab öelda, et olen kõik riiulisse seatud raamatud läbi lugenud. Täielik induktsioon on ka näiteks õpilaste kohaloleku kontrolli järel tehtav kokkuvõte *Kõik õpilased on täna kohal*.

Vähe on olukordi, kus saaksime jälgida kõiki kõne all olevaid objekte. Newton ei saanud näiteks jälgida absoluutselt kõigi kehade liikumist. Vaatluste ja eksperimentide tulemuste põhjal tehtavad järeldused ulatuvad kaugemale uuritud objektide hulgast. Näiteks ei piirdu psühholoog sellega, et ütleb: need ja need inimesed käitusid nii; pigem püüab ta leida seaduspärasusi, mis kehtiksid kõigi (olgu või teatud tüüpi) inimeste puhul. Järeldused seaduspärasuste kohta ulatuvad kaugemale uuritud objektide hulgast ning seega on tegemist mittetäieliku induktsiooniga.

Ka sotsioloogilistes uurimustes kasutatakse mittetäielikku induktsiooni: küsitletakse teatud hulka inimesi, kuid järeldus tehakse näiteks Eesti elanikkonna kohta tervikuna (näiteks öeldes, et 20% eestlastest ning 15% mitte-eestlastest arvab nii-ja-nii).

Mittetäieliku induktiivse järelduse ja eelduste vahel **formaalloogilist seost ei ole** ning seetõttu ei garanteeri tõesed eeldused tõest järeldust. Kuna kõik loodusteadused kasutavad induktiivseid arutlusi, on taoliste arutluste jaoks sõnastatud ka juhendeid, kuid ega needki järelduse tõesust ei garanteeri.

Toome ka ühe näite **eksliku** induktiivse arutluse kohta:

> *Kõigil päevadel, mil ma teda tööl olen näinud, on ta kandnud musti kingi. Talle vist muud värvi kingad ei meeldigi.*

Antud juhul pärinevad tähelepanekud ainult üht tüüpi olukorrast – töökohast. Töökohas kantavate jalanõude värvi järgi ei saa aga teha ju järeldust inimese maitse kohta üleüldse. Samasuguse ekslikku üldistuse võiksime teha tähelepanekute järgi pangatöötajate rõivastusest – öeldes, et neile vist peale vormirõivastuse muid riideid ei meeldigi kanda.

Deduktiivne on näiteks arutlus

> *Kõik tudengid sooritavad aeg-ajalt eksameid. Mõned tallinlased on tudengid. Järelikult sooritavad mõned tallinlased aeg-ajalt eksameid.*

Deduktiivse järelduse ja eelduse/eelduste vahel **on formaalloogiline seos** ning taolise järeldamise reeglitest räägime pikemalt. Kui kõik eeldused on tõesed ning deduktiivne järeldus on õigesti tehtud, siis on ka järeldus tõene.

Deduktiivsed järeldused saab liigitada **lauseloogika** ning **predikaatloogika** järeldusteks. Esimesel juhul ei arvestada lihtotsustuste struktuuri, teisel juhul aga arvestatakse (igas lihtotsustuses eristatakse subjekti ja predikaati).

Lauseloogika järeldused

Modus ponens ja *modus tollens*

Kõige lihtsamad on järeldused, mis tuginevad kahele eeldusele, millest üks on implikatiivne otsustus ja teine lihtotsustus:

1) *modus ponens* (ld 'jaatav moodus'), mille loogiline vorm on selline:
   $A \supset B, A \vdash B$
2) *modus tollens* (ld 'eitav moodus'), mille loogiline vorm on selline:
   $A \supset B, \neg B \vdash \neg A$

Eeldused on teineteisest eraldatud komadega ning märk $\vdash$ tähendab:

> '…-st järeldub, et …'

Modus ponensi järgi on tehtud näiteks järgmine järeldus:

> *Kui inimesel on kõrge kehatemperatuur, siis on ta haige. Sel inimesel on kõrge kehatemperatuur. Järelikult on see inimene haige.*

Modus tollensi järgi on tehtud näiteks järgmine järeldus:

> *Kui inimesel on sõbralik iseloom, siis on temaga raske tülli minna. Selle inimesega ei ole raske tülli minna. Järelikult ei ole tal sõbralik iseloom.*

Arvestada tuleb ka kiusatusega teha selliseid **valesid järeldusi**:

1) $A \supset B, B \vdash A$
2) $A \supset B, \neg A \vdash \neg B$

Esimese vale järelduse näide selline:

> *Kui vihma sajab, siis katused on märjad. Katused on märjad. Järelikult vihma sajab.*

Teise vale järelduse näide on selline:

> *Kui vihma sajab, siis katused on märjad. Praegu vihma ei saja. Järelikult katused ei ole märjad.*

Lausearvutus

Loogikas on nagu matemaatikaski võimalik õige vastus n-ö välja arvutada, tarvis on ainult kõik vajalikud eeldused sõnastada ning järgida järeldusreegleid. Selline arvutamine nõuab sarnaselt matemaatikaga sümbolite ulatuslikku kasutamist.

Matemaatika sümbolitega oleme tuttavad juba algkooli aegadest – näiteks teame, et plussmärk (+) tähendab liitmist ja miinusmärk (–) lahutamist. Loogika sümbolitega oleme ka juba (vähemalt siin raamatus) mitu korda kokku puutunud. Kõigi lauseloogikas kasutatavate sümbolite kohta öeldakse kokkuvõtvalt, et nad moodustavad lauseloogika keele tähestiku. Kui tähestikule lisada veel valemi (st õigesti moodustatud väljendi) definitsioon, siis ongi lauseloogika keel määratletud. **Lauseloogika keel** on tehiskeel, millel on sarnaselt loomulikule keelele (nt eesti keelele) tähestik ja grammatika (antud juhul valemi definitsioon).

Lausearvutus on määratletud lauseloogika keele ja järeldusreeglitega. Lauseloogika keel on aga – nagu juba mainisime – määratletud tähestiku ja valemi definitsiooniga.

Tähestik

1. p, q, r, s, p_1, p_2, … – lausemuutujad (nendega tähistatakse väiteid – tavaliselt lihtväiteid).
2. $\neg$, &, V, $\supset$, – loogiliste konstantide (loogiliste tehete) sümbolid[10].
3. (,) – sulud.

Neist sümbolitest õigesti moodustatud väljendit nimetatakse **valemiks**.

Valemi definitsioon

1. Lausemuutuja on valem.
2. Kui A on valem ja B on valem, siis on ka $\neg$A, (A & B), (A V B), (A $\supset$ B) valemid.

[10] Lihtsustamise huvides jätsime tuntumatest loogilistest konstantidest välja range disjunktsiooni ning ekvivalentsi. Nad on mõlemad defineeritavad teiste loogiliste konstantide kaudu (vt alapeatükk *Ekvivalentsed liitotsustused*).

Näiteks on valemid sellised väljendid:

$(p \vee \neg q) \supset (p \supset r)$

$p \,\&\, q \vee (p \supset r)$

Valemid ei ole aga näiteks sellised väljendid:

$q\neg r$,

$p \,\&\vee\, q$

Selleks, et n-ö arvutama hakata, peame sõnastama ka järeldusreeglid. Järeldusreeglid tulenevad loogiliste konstantide omadustest ning omavahelistest seostest, millest oli juttu alapeatükis *Ekvivalentsed liitotsustused*. Mõned neist reeglitest näivad olevat nii enesestmõistetavad, et nende mainimine tekitab koguni arusaamatust. Kuid selleks, et arvutada, tuleb sõnastada rangelt kõik eeldused ning järeldusreeglid.

Lausearvutuse järeldusreeglid jagunevad otsesteks ja kaudseks. Viimased võimaldavad juba tõestatud järelduse alusel lugeda tõestatuks veel mõne järelduse.

Lausearvutuse otsesed järeldusreeglid

Eeldused	**Järeldus**	**Reegli nimetus**	**Reegli tähistus**
A, B	A & B	Konjunktsiooni sisseviimine	$\&_S$
A & B	A	Konjunktsiooni eemaldamine	$\&_E$
A& B	B	Konjunktsiooni eemaldamine	$\&_E$
A	A V B	Disjunktsiooni sisseviimine	V_S
B	A V B	Disjunktsiooni sisseviimine	V_S
A V B, ¬A	B	Disjunktsiooni eemaldamine	V_E
A V B, ¬B	A	Disjunktsiooni eemaldamine	V_E
A ⊃ B, A	B	Implikatsiooni eemaldamine (*modus ponens)*	$\supset_E$
A ⊃ B, ¬B	¬A	Implikatsiooni eemaldamine (*modus tollens*)	$\supset_E$
A	¬¬A	Eituse sisseviimine	$\neg_S$
¬¬A	A	Eituse eemaldamine	$\neg_E$
¬(A & B)	¬A v ¬B	Konjunktsiooni eitamine	$\&_\neg$
¬(A v B)	¬A & ¬B	Disjunktsiooni eitamine	$V_\neg$
¬(A ⊃ B)	A & ¬B	Implikatsiooni eitamine	$\supset_\neg$

Lausearvutuse kaudsed järeldusreeglid

Juba tõestatud järeldus	Kaudne järeldus	Reegli nimetus
H, A ├ B	H ├ A ⊃ B	Deduktsiooni reegel
H, ¬A ├ B & ¬B	H ├ A	Vastuväitelise tõestusviisi reegel

H tähistab eelduste (hüpoteeside) hulka. Kui järeldus B on tehtud eelduste hulgast H, siis sümbolite abil väljendatakse seda järgmiselt:

H ├ B
(loetakse: eelduste hulgast H järeldub B).

Järeldusreeglite selgitused

Implikatsiooni eemaldamise reegleid *modus ponens* ja *modus tollens* selgitasime vastavanimelises alapeatükis.

Konjunktsiooni, disjunktsiooni ja implikatsiooni eitamise reeglid on aga sisuliselt valemi teisendamise reeglid ning neid selgitasime alapeatükkides *Ekvivalentsed liitotsustused* (samasused nr 7–9) ning *Liitotsustuse eitamine*.

Eituse sisseviimine ja eituse eemaldamine on samuti valemi teisendusreeglid, mis näitavad, et kaks eitust kõrvuti n-ö hävitavad teineteise (nagu matemaatikaski, kus miinus ja miinus annavad kokku plussi). Järgnevalt selgitame ülejäänud järeldusreegleid.

Konjunktsiooni sisseviimine

See järeldusreegel näitab, et kui on tõene väide A ning on tõene väide B, siis on tõene ka väide A & B.

Näiteks olgu tõene väide *Ma olen kodus* (A) ning olgu tõene väide *Ma loen raamatut* (B); järelikult on tõene ka väide *Ma olen kodus ja loen raamatut* (A & B).

Konjunktsiooni eemaldamine

Kui on tõene väide A & B, siis on tõene väide A ning tõene on ka väide B. Teisisõnu: konjunktiivse otsustuse tõesuse korral on tõesed mõlemad tema komponendid.

Näiteks olgu tõene väide *Ta ei valmistu eksamiteks ja logeleb niisama ringi* (A & B); järelikult on tõene väide *Ta ei valmistu eksamiteks* (A) ning tõene on ka väide *Ta logeleb niisama ringi* (B).

Disjunktsiooni sisseviimine

Kui on tõene väide A, siis on tõene ka väide A V B. Kui on tõene väide B, siis on tõene ka väide A V B. Teisisõnu: disjunktiivne otsustus on tõene, kui vähemalt üks tema komponent (näiteks A) on tõene.

Näiteks on tõene väide *Arv 15 jagub 5ga* (A); järelikult on tõene ka väide *Arv 15 jagub 5ga või 10ga* (A V B).

Disjunktsiooni eemaldamine

Kui on tõesed väited A V B ning ¬A (st väide A on väär), siis on tõene väide B. Kui on tõesed väited A V B ning ¬B (st väide B on väär), siis on tõene väide A. Teisisõnu: eeldades, et disjunktiivne otsustus tervikuna on tõene, kuid üks tema komponent on väär, peab teine komponent olema tõene.

Näiteks on tõene väide *Arv 243 jagub 2 või 27ga* (A V B) ning tõene on ka väide *Arv 243 ei jagu 2ga* (¬A); järelikult on tõene väide *Arv 243 jagub 27ga* (B).

Deduktsiooni reegel

Kui on tõestatud, et eelduste hulgast H ning eeldusest A järeldub B, siis on ühtlasi tõestatud, et eelduste hulgast H järeldub A ⊃ B.

Näiteks oletame, et tõestasime järelduse

$$p \supset q, \neg q \vdash \neg p$$

Eelduste hulgaks H on antud juhul vaid valem p ⊃ q, A-ga tähistame mõttes valemi ¬q ning B-ga valemi ¬p.

Deduktsiooni reegli kohaselt on nüüd tõestatud ka järeldus

$$p \supset q \vdash \neg q \supset \neg p$$

Näiteks oletame, et on tõestatud: eeldustest *Kui vihma sajab, siis katused on märjad* ning *Katused ei ole märjad* järeldub *Vihma ei saja*. Kui nii, siis deduktsiooni reegli kohaselt on tõestatud ka, et eeldusest *Kui vihma sajab, siis katused on märjad* järeldub *Kui katused ei ole märjad, siis vihma ei saja*.

Vastuväiteline tõestusviis

Kui on tõestatud, et eelduste hulgast H ning vastuväitelisest eeldusest, et A on väär (st ¬A on tõene) järeldub vasturääkivus (nii mingi valem B kui ka tema eitus ¬B), siis on ühtlasi tõestatud, et eelduste hulgast H järeldub A.

Vastuväitelist tõestusviisi saab kasutada vaid välistatud kolmanda reeglit tunnistades. Näidates, et hulga H eelduste tõesuse puhul ei saa väide ¬A olla tõene, saab tänu välistatud kolmanda reeglile öelda, et tõene on väide A.

Kui on tarvis tõestada, et eelduste hulgast H järeldub A, siis võime kõigepealt teha vastuväitelise oletuse, et A on väär (hulga H eeldused on tõesed) ning siis jõuda arutluses vasturääkivuseni. Vasturääkivuseni jõudmine näitab, et on välistatud, et hulga H eeldused on tõesed, kuid A on väär. Järelikult hulga H eelduste tõesusest järeldub ka A tõesus.

Oletame näiteks, et on tarvis tõestada järeldus

$$p \supset q, q \supset \neg p \vdash \neg p$$

Kasutades vastuväitelist tõestusviisi teeme kõigepealt vastuväitelise oletuse, et $\neg p$ on väär, st oletame, et tõene on $\neg\neg p$ ehk p. Eelduste hulgaks H on antud juhul valemid $p \supset q$ ja $q \supset \neg p$. Eeldustest p ja $p \supset q$ saame implikatsiooni eemaldamine reegli (*modus ponens*) järgi teha järelduse q ning eeldustest q ja $q \supset \neg p$ sama reegli järgi järelduse $\neg p$.

Nüüd tekibki vasturääkivus, sest ilmneb, et tõene peab olema $\neg p$ (vastavalt järeldusele eelduste hulgast H) ning tõene peab olema ka p (vastavalt vastuväitelisele oletusele). Selline vasturääkivus näitab, et vastuväiteline oletus (p) on väär ning ülesande kahest eeldusest järeldub $\neg p$.

Järeldusele vastav arutlus oleks näiteks selline:

> *Kui ta jumaldaks kedagi, muutuks ta jumaldatu suhtes väga nõudlikuks. Kui ta muutuks jumaldatu suhtes väga nõudlikuks, ei jumaldaks ta teda enam. Järelikult ta ei saagi kedagi jumaldada.*

Lausearvutuse juhend

1. Paneme kirja eeldus(ed). Eeldus(ed) on vasakul pool sümbolit $\vdash$. Kui komadega on eraldatud mitu valemit, siis on mitu eeldust. Eeldused nummerdame ning kirjutame juurde selgituse, et tegemist on eeldusega.
2. Kui paremal pool sümbolit $\vdash$, st tõestatavas järelduses on peatehteks (st kõige nõrgemaks tehteks) implikatsioon $\supset$, siis võtame lisaeelduseks selle implikatsiooni vasaku poole. Sellisel juhul kasutame lõpuks deduktsiooni reeglit.
3. Vastuväitelist tõestusviisi kasutades võtame lisaeelduseks tõestatava järelduse eituse ning püüame siis jõuda vasturääkivuseni.
4. Kõik tõestuse sammud nummerdame araabia numbritega ning märgime juurde, millise sammu alusel ja millise reegli järgi see või teine valem on saadud. Eelduste puhul kirjutame juurde, et tegemist on eeldustega.
5. Kokkuvõtva järelduse juurde kirjutame selgituseks, milliste sammude alusel ja/või millise reegli järgi on järeldus tehtud. Kui järeldusi on mitu, nummerdame need rooma numbritega.

Lausearvutuse näited

Näide 1

Tõestame, et eeldustest $p \supset (q \supset r)$ ja p & q järeldub r. Teisisõnu, tõestame järelduse

$p \supset (q \supset r), p \,\&\, q \vdash r$

Tõestuse kirjutame kolme tulpa: kõigepealt järelduse sammu number, siis vastav valem ning lõpuks selgitus.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$p \supset (q \supset r)$	eeldus
2.	$p \,\&\, q$	eeldus
3.	p	2. sammu alusel konjunktsiooni eemaldamise reegli järgi
4.	$q \supset r$	1 ja 3 sammu alusel implikatsiooni eemaldamise reegli järgi
5.	q	2. sammu alusel konjunktsiooni eemaldamise reegli järgi
6.	r	4 ja 5 sammu alusel implikatsiooni eemaldamise reegli järgi

Sammude 1–6 alusel võime kirjutada:

$p \supset (q \supset r), p \,\&\, q \vdash r$

Edaspidi kirjutame otsese järeldusreegli nimetuse asemel vastava lühendi. Lühendite selgitus on alapeatükis *Lausearvutuse otsesed järeldusreeglid*.

Näide 2

Tõestame järelduse $p \supset q \vdash \neg q \supset \neg p$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$p \supset q$	eeldus
2.	$\neg q$	eeldus
3.	$\neg p$	1, 2; $\supset_E$

Sammude 1–3 alusel võime kirjutada:

I. $p \supset q, \neg q \vdash \neg p$

Nüüd kasutame deduktsiooni reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $p \supset q \vdash \neg q \supset \neg p$

Näide 3

Tõestame järelduse $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash p \vee q$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\neg p \supset ((q \supset r) \supset p)$	eeldus

2.	$\neg(p \vee q)$	vastuväiteline oletus
3.	$\neg p \ \& \ \neg q$	2; $\vee_{\neg}$
4.	$\neg p$	3; $\&_E$
5.	$(q \supset r) \supset p$	1, 4; $\supset_E$
6.	$\neg(q \supset r)$	4, 5; $\supset_E$
7.	$q \ \& \ \neg r$	6; $\supset_{\neg}$
8.	q	7; $\&_E$
9.	$\neg q$	3; $\&_E$
10.	$q \ \& \ \neg q$	8, 9; $\&_S$

Sammude 1–10 alusel võime kirjutada:

I. $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p), \neg(p \vee q) \vdash q \ \& \ \neg q$

Nüüd kasutame vastuväitelise tõestusviisi reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash p \vee q$

Näide 4

Tõestame järelduse $(p \vee q) \supset ((\neg p \vee r) \supset \neg p) \vdash \neg p \vee \neg q \vee \neg r$.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$(p \vee q) \supset ((\neg p \vee r) \supset \neg p)$	eeldus
2.	$\neg(\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$	vastuväiteline oletus
3.	$\neg\neg p \ \& \ \neg\neg q \ \& \ \neg\neg r$	2; $\vee_{\neg}$
4.	$\neg\neg p$	3; $\&_E$
5.	p	4; $\neg_E$
6.	$p \vee q$	5; $\vee_S$
7.	$(\neg p \vee r) \supset \neg p$	1, 6; $\supset_E$
8.	$\neg(\neg p \vee r)$	5, 7; $\supset_E$
9.	$\neg\neg p \ \& \ \neg r$	8; $\vee_{\neg}$
10.	$\neg r$	9; $\&_E$
11.	$\neg\neg r$	3; $\&_E$
12.	r	11; $\neg_E$
13.	$r \ \& \ \neg r$	10, 12; $\&_S$

Sammude 1–13 alusel saame kirjutada:

I. $(p \vee q) \supset ((\neg p \vee r) \supset \neg p), \neg(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \vdash r \ \& \ \neg r$

Nüüd kasutame vastuväitelise tõestusviisi reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $(p \vee q) \supset ((\neg p \vee r) \supset \neg p) \vdash \neg p \vee \neg q \vee \neg r$

Näide 5

Tõestame järelduse $(\neg p \,\&\, \neg q \supset r) \supset p \vee r \vdash \neg p \,\&\, q \supset r$.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$(\neg p \,\&\, \neg q \supset r) \supset p \vee r$	eeldus
2.	$\neg(\neg p \,\&\, q \supset r)$	vastuväiteline oletus
3.	$\neg p \,\&\, q \,\&\, \neg r$	2; $\supset_{\neg}$
4.	$\neg p \,\&\, \neg r$	3; $\&_E$
5.	$\neg\neg(\neg p \,\&\, \neg r)$	4; $\neg_S$
6.	$\neg(\neg\neg p \vee \neg\neg r)$	5; $\&_{\neg}$
7.	$\neg(p \vee r)$	6; $\neg_E$
8.	$\neg(\neg p \,\&\, \neg q \supset r)$	1,7; $\supset_E$
9.	$\neg p \,\&\, \neg q \,\&\, \neg r$	8; $\supset_{\neg}$
10.	$\neg q$	9; $\&_E$
11.	q	3; $\&_E$
12.	$q \,\&\, \neg q$	10, 11; $\&_S$

Sammude 1–12 alusel saame kirjutada:

I. $(\neg p \,\&\, \neg q \supset r) \supset p \vee r, \neg(\neg p \,\&\, q \supset r) \vdash q \,\&\, \neg q$

Nüüd kasutame vastuväitelise tõestusviisi reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $(\neg p \,\&\, \neg q \supset r) \supset p \vee r \vdash \neg p \,\&\, q \supset r$

Näide 6

Lausearvutuse vahenditega saame kontrollida ka arutluste õigsust. Võtame näiteks sellise arutluse:

Kui inimene on andekas ja auahne, siis ta teeb karjääri. Järelikult: kui inimene on auahne, kuid karjääri ei tee, siis ta ei ole andekas.

Tähistame lihtväited järgmiselt:

Inimene on andekas – p

Inimene on auahne – q

Inimene teeb karjääri – r

Antud arutluse loogiline vorm on seega järgmine: $p \,\&\, q \supset r \vdash q \,\&\, \neg r \supset \neg p$.

Antud arutlus on õige siis, kui selline järeldus on tõestatav.

Niisiis tõestamegi järelduse $p \,\&\, q \supset r \vdash q \,\&\, \neg r \supset \neg p$.

Sammu number	Valem	Selgitus

1.	$p \& q \supset r$	eeldus
2.	$q \& \neg r$	eeldus
3.	$\neg r$	2; $\&_E$
4.	$\neg(p \& q)$	1,3; $\supset_E$
5.	$\neg p \vee \neg q$	4; $\&_\neg$
6.	q	2; $\&_E$
7.	$\neg p$	5, 6; $\vee_E$

Sammude 1–7 alusel saame kirjutada:

I. $p \& q \supset r, q \& \neg r \vdash \neg p$

Nüüd kasutame deduktsiooni reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $p \& q \supset r \vdash q \& \neg r \supset \neg p$

Kuna vastav järeldus on tõestatud, on ka antud arutlus õige.

Näide 7

Kontrollime järgmise arutluse õigsust:

Kui Andres on kodus ja vaatab televiisorit, siis ämm ei vaata. Kui Andres on kodus, kuid televiisorit ei vaata, siis peab majas vaikus olema ja on ka. Kui aga ämm vaatab televiisorit, siis on kogu maja lärmi täis. Praegu vaatab ämm televiisorit. Järelikult pole Andres kodus.

Tähistame lihtväited nii:

Andres on kodus – p

Andres vaatab (kodus) televiisorit – q

ämm vaatab (kodus) televiisorit – r

majas on vaikus – s

Antud arutluse loogiline vorm on seega järgmine:

$p \& q \supset \neg r, p \& \neg q \supset s, r \supset \neg s, r \vdash \neg p$

Antud arutlust on õige siis, kui selline järeldus on tõestatav.

Niisiis tõestamegi järelduse $p \& q \supset \neg r, p \& \neg q \supset s, r \supset \neg s, r \vdash \neg p$.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$p \& q \supset \neg r$	eeldus
2.	$p \& \neg q \supset s$	eeldus
3.	$r \supset \neg s$	eeldus
4.	r	eeldus
5.	p	vastuväiteline oletus
6.	$\neg s$	3, 4; $\supset_E$
7.	$\neg(p \& \neg q)$	2, 6; $\supset_E$
8.	$\neg p \vee \neg\neg q$	7; $\&_\neg$

9.	$\neg\neg q$	5, 8; V_E
10.	q	9; $\neg_E$
11.	$p \& q$	5, 10; $\&_S$
12.	$\neg r$	1, 11; $\supset_E$
13.	$r \& \neg r$	4, 12; $\&_S$

Sammude 1–13 alusel saame kirjutada:

I. $p \& q \supset \neg r, p \& \neg q \supset s, r \supset \neg s, r, p \vdash r \& \neg r$

Nüüd kasutame deduktsiooni reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $p \& q \supset \neg r, p \& \neg q \supset s, r \supset \neg s, r \vdash \neg p$

Kuna vastav järeldus on tõestatud, on ka antud arutlus õige.

Näide 8

Kontrollime järgmise arutluse õigsust:

Kui Matile meeldiks šokolaad, siis ta sööks seda palju. Kui ta šokolaadi palju sööks, siis kaoks tal söögiisu. Kui tal kaoks söögiisu, siis ei meeldiks talle ka šokolaad. Järelikult šokolaad ei meeldi talle.

Tähistame lihtväited nii:

Matile meeldib šokolaad – p

ta sööb palju šokolaadi – q

tal kaob söögiisu – r

Antud arutluse loogiline vorm on seega järgmine:

$p \supset q, q \supset r, r \supset \neg p \vdash \neg p$

Antud arutlust on õige siis, kui selline järeldus on tõestatav.

Niisiis tõestamegi järelduse $p \supset q, q \supset r, r \supset \neg p \vdash \neg p$.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$p \supset q$	eeldus
2.	$q \supset r$	eeldus
3.	$r \supset \neg p$	eeldus
4.	p	vastuväiteline oletus
5.	q	1, 4; $\supset_E$
6.	r	2, 5; $\supset_E$
7.	$\neg p$	3, 6; $\supset_E$
8.	$p \& \neg p$	4, 7; $\&_S$

Sammude 1–8 alusel saame kirjutada:

I. $p \supset q, q \supset r, r \supset \neg p, p \vdash p \mathbin{\&} \neg p$

Nüüd kasutame vastuväitelise tõestusviisi reeglit ning kirjutame I. järelduse alusel:

II. $p \supset q, q \supset r, r \supset \neg p \vdash \neg p$

Ülesanne 7

Esiteks, selgitage välja järgnevate eelduste loogiline vorm
Teiseks, kui võimalik, tehke järeldus neist eeldustest

1. Kui raamat on huvitav, siis läheb lugemine kiiresti. Selle raamatu lugemine ei lähe kiiresti.
2. Kui talv hakkab läbi saama, unistab mõni inimesed suvest. Praegu unistab mõni inimene suvest.
3. Kui õpilane on teadmishimuline ja tal on palju raha, siis ostab ta palju raamatuid ning loeb neid meelsasti. Sellel õpilasel on palju raha.
4. Iga kord kui tunnid lõpevad, tunnevad õpilased tüdimust. Praegu tunnid ei lõpe veel.
5. Mitte ükski õpilane, kes valmistub kõigiks tundideks, ei pea kunagi spikerdama. Kati on õpilane, kes valmistub kõigiks tundideks.
6. Mitte ükski õpilane, kes valmistub kõigiks tundideks, ei pea kunagi spikerdama. Meelis on õpilane ja spikerdab mõnikord.
7. Ats ei loe kunagi raamatut, mis on paksem kui 100 lk ning ilma piltideta. See raamat on ilma piltideta.
8. Ats ei loe kunagi raamatut, mis on paksem kui 100 lk ning ilma piltideta. Selles raamatus ei ole üle 100 lk.
9. Ats ei loe kunagi raamatut, mis on paksem kui 100 lk ning ilma piltideta. Seda raamatut Ats loeb.
10. Kui inimene on auahne ja andekas, siis ta teeb karjääri. Andres on auahne.
11. Kui inimene on auahne ja andekas, siis ta teeb karjääri. Juhan on andekas, kuid ei ole auahne.
12. Kui inimene on auahne ja andekas, siis ta teeb karjääri. Mati ei tee karjääri.
13. Toomas ei vasta, kui küsimus näib talle rumal või liiga keeruline. Sellele küsimusele Toomas ei vastanud.
14. Toomas ei vasta, kui küsimus näib talle rumal või liiga keeruline. See küsimus näis Toomasele rumal.
15. Toomas ei vasta, kui küsimus näib talle rumal või liiga keeruline. See küsimus ei näi talle liiga keeruline.

Ülesanne 8

Tõestage lausearvutuse abil järeldused

1. $p \,\&\, q \supset r \vdash p \,\&\, \neg r \supset \neg q$
2. $p \supset q \vdash (r \supset p) \supset (r \supset q)$
3. $p \supset q \vdash p \,\&\, r \supset q \,\&\, r$
4. $p \supset q,\ p \vee r \vdash \neg q \supset r$
5. $\neg q \vee r,\ \neg p \vee r \vdash \neg r \supset \neg p \,\&\, \neg q$
6. $p \vee q \supset r,\ \neg p \supset s_1,\ \neg q \supset s_2 \vdash \neg r \supset s_1 \,\&\, s_2$
7. $p \supset \neg q,\ \neg p \supset r,\ q \supset \neg r \vdash \neg q$
8. $(p \vee r \supset (r \supset q)) \supset p \vdash q \supset p$
9. $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash r \supset p$
10. $p \supset (q \supset p \,\&\, r) \vdash \neg p \vee \neg q \vee r$
11. $p \supset q,\ r \supset s,\ q \supset \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$
12. $p \supset r,\ q \supset r \vdash p \vee q \supset r$
13. $\neg p \,\&\, r \supset q,\ q \vee r \vdash \neg p \supset q$
14. $(q \vee p \supset (p \supset r)) \supset q,\ p \supset r \vdash q$
15. $\neg p \,\&\, r \supset q,\ \neg q \supset r,\ r \supset \neg p \vdash q$
16. $(\neg r \supset (p \supset \neg q)) \supset p \,\&\, r \vdash \neg q \supset r$
17. $p \,\&\, q \vee r \supset q \,\&\, \neg r \vdash \neg r$
18. $p \,\&\, q \vee r \supset q \,\&\, \neg r \vdash q \,\&\, r \supset \neg p$
19. $(p \,\&\, q \supset r) \supset p \,\&\, r \vdash p$
20. $(p \,\&\, q \supset r) \supset p \,\&\, r \vdash q \vee r$
21. $(\neg p \vee q) \supset ((\neg p \vee r) \supset \neg p) \vdash p \,\&\, q \supset \neg r$
22. $(\neg p \,\&\, \neg q \supset r) \supset p \vee r \vdash \neg p \,\&\, \neg r \supset \neg q$
23. $(p \vee \neg q) \,\&\, r \supset p \,\&\, q \vdash r \supset q$
24. $(p \vee q) \supset (r \supset \neg p),\ p \vee \neg r \vdash \neg r$
25. $\neg p \vee \neg q \supset (r \supset \neg p \,\&\, q) \vdash r \supset q$

Predikaatloogika järeldused

Nagu juba mainisime peatüki *Järeldamine* alguses saab deduktiivsed järeldused liigitada lauseloogika ning predikaatloogika järeldusteks. Esimesel juhul ei arvestada lihtotsustuste struktuuri, teisel juhul aga arvestatakse.

Järeldus ühest eeldusest

Atributiivsest otsustusest saab teha järeldusi

1) muutmise,
2) ümberpööramise ja
3) vastandamise teel.

Iga järelduse tüübi jaoks on omad reeglid, mida me järgnevalt selgitame ka näidetega.

Järeldus muutmise teel

Järeldamine muutmise teel seisneb selles, et jaatav otsustus muudetakse eitavaks, eitav jaatavaks ning predikaat (P) asendatakse endisele vasturääkivaga (mitte-P). Tabel selgitab öeldut.

Eeldus	**Järeldus muutmise teel**
Kõik S on P	Mitte ükski S ei ole mitte-P
Mitte ükski S ei ole P	Kõik S on mitte-P
Mõni S on P	Mõni S ei ole mitte-P
Mõni S ei ole P	Mõni S on mitte-P

Mõned näited selliste järelduste kohta:

Eeldus	**Järeldus muutmise teel**
Kõik teed viivad Rooma	Mitte ükski tee ei vii mujale kui Rooma
Mitte midagi olulist ei ole tegemata	Kõik oluline on tehtud
Mõned vedelikud on elektrijuhid	Mõned vedelikud ei ole dielektrikud
Mõned inimesed ei ole taktitundelised	Mõned inimese taktitundetud

Eeldus ja järeldus muutmise teel on tegelikult enam kui järeldus – nad on ekvivalentsed otsustused.[11]

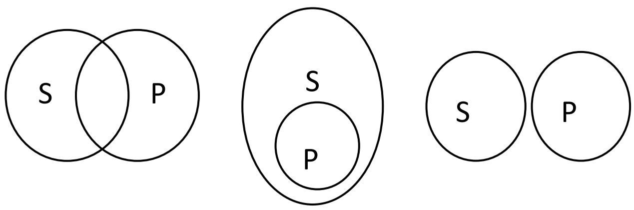
Järeldades muutmise teel on tarvis predikaat asendada just nimelt endisele vasturääkivaga, mitte vastupidisega[12]. Näiteks ei saa me õiget järeldust, kui asendame predikaadi *hea* predikaadiga *halb*, sest tegemist on vastupidiste mõistetega (hea ja halva vahele jääb neutraalne). Vastavat sõna võib olla raske leida ning mõnikord tuleb koguni konstrueerida vastav sõna, nt *mittenegatiivne*, *mittevasturääkiv*, *mittenõusolev*.

Järeldus ümberpööramise teel

Järeldamine ümberpööramise teel seisneb selles, et teatud reeglite järgi vahetatakse subjekti ja predikaadi asukoht. Tabel selgitab öeldut.

Eeldus	Järeldus ümberpööramise teel
Kõik S on P	Mõni P on S
Mitte ükski S ei ole P	Mitte ükski P ei ole S
Mõni S on P	Mõni P on S
Mõni S ei ole P	Järeldust ei saa teha

Osaeitav otsustus ei ole ümberpööratav. Seda saab selgitada Euleri ringide abil. Osaeitav otsustus võib olla tõene kolmel juhul:



Järeldus on õigesti tehtud, kui eelduse tõesuse korral on järeldus tõene. Vaatame aga, kas otsustus *Mõni P ei ole S* oleks tõene, kui on tõene väide *Mõni S ei ole P*. Jooniselt näeme, et teisel juhul oleks tõene väide *Mõni S ei ole*

[11] Järeldumine on ühesuunaline: eelduse tõesus garanteerib (õigesti tehtud) järelduse tõesuse, kuid järelduse tõesuse alusel ei saa enam teha järeldust eelduseks olnud väite tõesuse kohta. Järeldus muutmise teel on aga midagi enamat, sest siin kehtib seos mõlemas suunas. Näiteks saab väitest *Mõned vedelikud on elektrijuhid* järeldada *Mõned vedelikud ei ole dielektrikud* ning väitest *Mõned vedelikud ei ole dielektrikud* saab järeldada *Mõned vedelikud on elektrijuhid*.

[12] Vasturääkivate ja vastupidiste mõistete erinevusest oli juttu alapeatükis *Mõistetevahelised suhted*.

P, kuid ei oleks tõene väide *Mõni P ei ole S*. Tähendab, osaeitavast otsustusest ei saa ümberpööramise teel järeldust teha.

Üldeitavast ning osajaatavast otsustusest järeldamisel on tegemist enamaga kui järeldamisega, st järeldumise seos kehtib mõlemas suunas. Üldjaatavast otsustusest järelduse tegemisel see nii ei ole: otsustusest *Kõik S on P* saab järeldada *Mõni P on S*, kuid vastupidi mitte, st otsustusest *Mõni P on S* ei saa järeldada *Kõik S on P*.

Järelduste näited:

Eeldus	Järeldus ümberpööramise teel
Kõik planeedid on taevakehad	Mõned taevakehad on planeedid
Mitte ükski naturaalarv ei ole negatiivne	Mitte ükski negatiivne arv ei ole naturaalarv
Mõned õpilased on sportlased	Mõned sportlased on õpilased
Mõned inimesed ei ole usklikud	Järeldust ei saa teha

Mõnikord võib jääda mulje, et osaeitavast otsustusest ikkagi saab teha järeldust ümberpööramise teel. Näiteks on ju tõesed nii *Mõned õpilased ei ole sportlased* kui ka *Mõned sportlased ei ole õpilased*. Kas ei saaks sellisel juhul ühest järeldada teist?

Siin on siiski tegemist **juhusega**, et mõlemad osutuvad tõeseks, mitte aga loogilise seosega kahe väite tõeväärtuste vahel. Järeldumisseos kehtib kas alati või ei ole üldse tegemist järeldumisseosega.

Otsustuse *Mõni S ei ole P* loogiline vorm jätab vastavale väitele võimaluse olla tõene kolmel juhul ning on seega väheinformatiivne – erinevalt näiteks otsustuse *Mitte ükski S ei ole P* loogilisest vormist, millele vastav väide on tõene vaid ühel juhul.

Järeldus vastandamise teel

Järelduse vastandamise teel saame, kui kõigepealt teeme atributiivsest otsustusest järelduse muutmise teel ning siis saadud tulemusest järelduse ümberpööramise teel. Nii et tegemist on kahe järelduse kombinatsiooniga. Tabel selgitab öeldut (keskmises tulbas on ka vahejäreldus välja toodud).

Eeldus	Vahejäreldus	Järeldus vastandamise teel
Kõik S on P	Mitte ükski S ei ole mitte-P	Mitte ükski mitte-P ei ole S
Mitte ükski S ei ole P	Kõik S on mitte-P	Mõni mitte-P on S
Mõni S on P	Mõni S ei ole mitte-P	Järeldust ei saa teha
Mõni S ei ole P	Mõni S on mitte-P	Mõni mitte-P on S

Osajaatavast otsustusest (Mõni S on P) ei saa teha järeldust vastandamise teel, sest vahejäreldus on osaeitav otsustus (Mõni S ei ole mitte-P), mida ei saa ümber pöörata.

Mõned näited:

Eeldus	**Vahejäreldus**	**Järeldus vastandamise teel**
Kõik metallid on elektrijuhid	Mitte ükski metall ei ole dielektrik	Mitte ükski dielektrik ei ole metall
Mitte ükski koer ei ole surematu	Kõik koerad on surelikud	Mõned surelikud olendid on koerad
Mõned inimesed on sõbralikud	Mõned inimesed ei ole ebasõbralikud	Järeldust ei saa teha
Mõned täisarvud ei ole negatiivsed	Mõned täisarvud on mittenegatiivsed	Mõned mittenegatiivsed arvud on täisarvud

Kategooriline süllogism

Kategoorilise süllogismi[13] moodustavad kolm atributiivsed lihtotsustust: kaks eeldust ja järeldus. Kategoorilises süllogismis on **kolm terminit**. Neid termineid, mis on ka järelduses, nimetatakse äärmisteks, kolmandat aga, mis on ainult eeldustes – keskmiseks. Keskmist terminit tähistatakse tähega *M* (ld *terminus medius* 'keskmine termin'). Terminit, mis on järelduse subjektiks (S), nimetatakse väiksemaks terminiks ning eeldust, milles ta esineb – väiksemaks eelduseks. Terminit, mis on järelduse predikaadiks (P), nimetatakse suuremaks terminiks ning eeldust, milles ta esineb – suuremaks eelduseks.

Süllogismi figuurid

Traditsiooniliselt kirjutatakse kõigepealt välja suurem eeldus ning siis väiksem eeldus. Vastavalt sellele, kuidas paiknevad terminid eeldustes, eristatakse süllogismi nelja figuuri (ld *figūra* 'kuju, välimus').

Toome ühe näite iga figuuri kohta. Teise eelduse kirjutame esimese alla ning järelduse kõige alla. Eelduste ja järelduse vahele tõmbame joone. Iga süllogismi struktuuri esitame ka näitlikult.

[13] Lisaks kategoorilisele süllogismile on veel olemas süllogismid, mille eelduste seas on implikatiivne või disjunktiivne liitotsustus, kuid nende puhul võiksime kasutada lausearvutust (vt alapeatükki *Lauseloogika järeldused*) või predikaatarvutust. Viimasest tuleb juttu järgmises alapeatükis.

I figuur

Kõik ristkülikud on rööpkülikud	M — P
Kõik ruudud on ristkülikud	S — M
Kõik ruudud on rööpkülikud	S — P

II figuur

Kõik jumalad on surematud	P — M
Mitte ükski inimene ei ole surematu	S — M
Mitte ükski inimene ei ole jumal	S — P

III figuur

Mõned õunad on magusad	M — P
Kõik õunad on puuviljad	M — S
Mõned puuviljad on magusad	S — P

IV figuur

Mitte ükski usklik ei ole ateist	P — M
Mõned ateistid on fanaatikud	M — S
Mõned fanaatikud ei ole usklikud	S — P

Kõige arusaadavam on esimene figuur, kõige raskemini on järeldumist mõista aga neljanda figuuri süllogismis. Seetõttu võiks veenvuse huvides neljanda figuuri süllogismist moodustada esimese figuuri süllogismi. Selleks on vaja asendada kumbki eeldus järeldusega ümberpööramise teel. Antud näite puhul näeks vastav esimese figuuri süllogism välja selline:

Mitte ükski ateist ei ole usklik

Mõned fanaatikud on ateistid

Mõned fanaatikud ei ole usklikud

Juhul kui eelduste seas on osaeitav otsustus, ei saa taolist ümberkorraldust läbi viia, sest osaeitav otsustus ei ole ümberpööratav.

Süllogismi järeldusreeglid

Kõik näiteks toodud süllogismid olid korrektsed, st järeldus oli neis tehtud õigesti. Selleks, et ka ise järeldusi tehes mitte eksida, tuleb järgida seitset süllogismi reeglit:

1. Vähemalt üks eeldus peab olema üldotsustus.
2. Vähemalt üks eeldus peab olema jaatav.

3. Kui üks eeldus on osaotsustus, siis peab ka järeldus olema osaotsustus.
4. Kui üks eeldus on eitav, peab ka järeldus olema eitav.
5. Kui mõlemad eeldused on jaatavad, siis peab ka järeldus olema jaatav.
6. Keskmine termin peab olema piiritletud vähemalt ühes eelduses.
7. Termin, mis ei ole piiritletud eelduses, ei tohi olla piiritletud ka järelduses.

Terminit nimetame **piiritletuks** siis, kui ta on võetud täies mahus. Seda saab selgitada joonise abil. Kõigepealt kirjutame Euleri ringide abil välja atributiivse otsustuse tõesuse tingimused. Seejuures viirutame selle osa subjekti mahust, millest antud otsustuses juttu on.

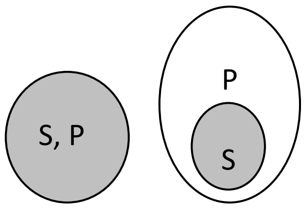
Kui kõigi võimaluste korral, millal see otsustus tõene on, osutub viirutatuks terve subjekti maht, siis see tähendab, et subjekt on võetud täies mahus.

Kui predikaadi maht osutub täielikult viirutatuks või jääb täielikult viirutamata, siis see tähendab, et predikaat on võetud täies mahus.

Kui termin on võetud täies mahus, siis tähistame seda terminit vastavalt S^+ või P^+. Kui termin ei ole võetud täies mahus (st ei ole piiritletud), siis tähistame seda terminit vastavalt S^- või P^-.

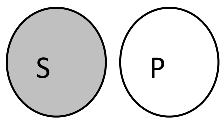
Üldjaatav otsustus:

Kõik S^+ on P^-



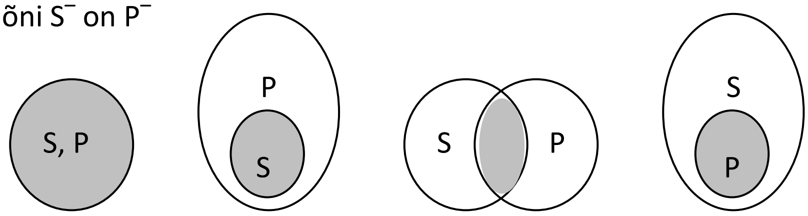
Üldeitav otsustus:

Mitte ükski S^+ ei ole P^+



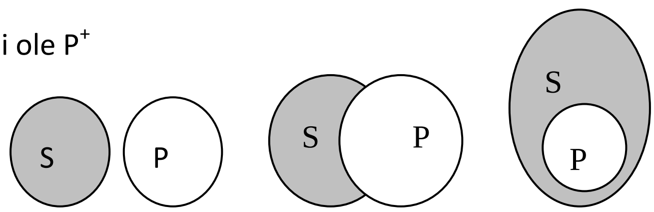
Osajaatav otsustus:

Mõni S^- on P^-



Osaeitav otsustus:

Mõni S^- ei ole P^+



Seaduspärasus on selline: **üldotsustuses** on piiritletud subjekt (S), **eitavas otsustuses** on piiritletud predikaat (P).

Kui on antud kaks eeldust, peaksime oskama otsustada, kas neist eeldustest saab teha järelduse, ja kui saab, siis millise. Toome selle kohta näiteid.

Näited

Näide 1

Olgu antud eeldused:

Kõik metallid on elektrijuhid

Mõned vedelikud on metallid

Kõigepealt kontrollime, kas neis eeldustes on kolm terminit. Meie näites on: *metallid*, *elektrijuhid*, *vedelikud*.

Termini, mis esineb mõlemas eelduses, on keskmine termin, mis järeldusse ei tule. Meie näites on keskmine termin *metallid*. Tähistame selle *M*-ga.

Ülemises eelduses on keskmine termin ja suurem termin. Antud juhul on suurem termin *elektrijuhid*. Tähistame selle *P*-ga.

Alumises eelduses on keskmine termin ja väiksem termin. Meie näites on väiksem termin *vedelikud*. Tähistame selle *S*-ga.

Järelduse subjekt on väiksem termin ning predikaat suurem termin. Nüüd saame välja kirjutada süllogismi struktuuri:

Kõik M on P

<u>*Mõni S on M*</u>

S – P

Nüüd pöördume süllogismi reeglite poole. Kaks esimest reeglit ütlevad, kas neist eeldustest üldse järeldust teha saab. Meie näites on mõlemad tingimused täidetud: vähemalt üks eeldustest on üldotsustus (*Kõik M on P*) ning vähemalt üks eeldustest on jaatav.

Kolmanda reegli järgi peab järeldus olema osaotsustus, sest üks eeldustest on osaotsustus (*Mõni S on M*).

Neljas reegel ei ütle nende eelduste kohta midagi, sest eitavat eeldust ei ole.

Viies reegel nõuab, et järeldus peab olema jaatav, sest mõlemad eeldused on jaatavad.

Seega peaks esimese viie reegli kohaselt järeldus olema osajaatav. Kirjutame uuesti välja süllogismi struktuuri ning märgime juurde, kas termin on piiritletud või mitte:

Kõik M^{+} on P^{-}

Mõni S^{-} on M^{-}

Mõni S^{-} on P^{-}

Kuues reegel on täidetud: keskmine termin on vähemalt ühes eelduses +-ga, st piiritletud.

Seitsmes reegel on samuti täidetud: *S* ja *P* ei ole järelduses piiritletud ning seega ei teki olukorda, kus termin oleks eelduses piiritlemata, kuid järelduses piiritletud.

Seega on igati reeglitekohane arutlus:

Kõik metallid on elektrijuhid

Mõned vedelikud on metallid

Mõned vedelikud on elektrijuhid

Näide 2

Olgu antud eeldused:

Kõik teadlased mõtlevad palju

Mõned inimesed ei ole teadlased

Keskmine termin on *teadlased*, suurem termin *paljumõtlejad* (väita, et kõik teadlased mõtlevad palju, on sama, mis väita, et kõik teadlased on paljumõtlejad) ning väiksem termin – *inimesed*. Süllogismi struktuur on seega järgmine:

Kõik M on P

Mõni S ei ole M

S – P

Esimene ja teine reegel on täidetud; kolmas reegel nõuab, et järeldus oleks osaotsustus; neljas reegel ütleb, et järeldus peab olema eitav; viies reegel ei ütle selle näite puhul midagi. Kirjutame nüüd uuesti välja süllogismi struktuuri ning märgime juurde terminite piiritletuse:

Kõik M^{+} on P^{-}

Mõni S^{-} ei ole M^{+}

Mõni S^{-} ei ole P^{+}

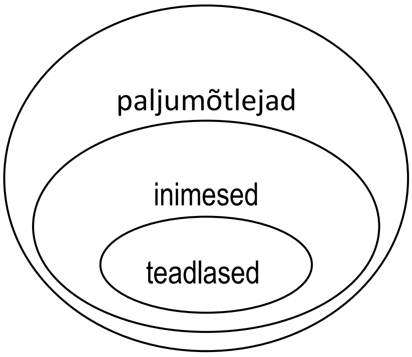
Kuues reegel on täidetud, sest keskmine termin on vähemalt ühes eelduses piiritletud. Seitsmes reegel ei ole täidetud: termin *P* ei ole eelduses piiritletud, kuid järelduses osutub ta piiritletuks. Seega ei luba seitsmes reegel antud eeldustest üldse järeldust teha. Niisiis tuleks kirjutada:

Kõik M^{+} on P^{-}

Mõni S^{-} ei ole M^{+}

Järeldust ei saa teha

Kui keegi ikkagi järeldaks antud eeldustest, et mõned inimesed ei mõtle palju, siis saaks taolise järelduse ekslikkust näidata ka Euleri ringidega. Leiame sellise seose *S*-i, *P* ja *M*-i mahu vahel, et eeldused osutuksid tõeseks, aga järeldus mitte:



Jooniselt saame välja lugeda, et kuigi otsustused *Kõik teadlased mõtlevad palju* ja *Mõned inimesed ei ole teadlased* on tõesed, osutub otsustus *Mõned inimesed ei mõtle palju* vääraks. Seega ei saa antud eeldustest järeldada, et mõned inimesed ei mõtle palju.

Näide 3

Olgu antud eeldused:

Kõik õpilased käivad koolis

Kõik õpilased on inimesed

Keskmine termin on *õpilased*, suurem termin – *kooliskäijad* ning väiksem termin – *inimesed*. Süllogismi struktuur on seega järgmine:

Kõik M on P

<u>*Kõik M on S*</u>

S – P

Esimene ja teine reegel on täidetud; kolmas ja nelja reegel ei ütle antud juhul midagi; viies reegel nõuab, et järeldus oleks jaatav. Reeglite 1–5 alusel võiks järeldus seega olla üldjaatav. Kirjutame nüüd uuesti välja süllogismi struktuuri ning märgime juurde terminite piiritletuse:

Kõik M^{+} *on* P^{-}

<u>*Kõik* M^{+} *on* S^{-}</u>

Kõik S+ on P^{-}

Kuues reegel on täidetud, kuid seitsmes reegel mitte: termin *S* ei ole eelduse piiritletud, kuid järelduses osutub ta piiritletuks. Niisiis ei saa järeldus olla üldotsustus. Antud juhul on võimalus n-ö **nõrgendada järeldust**, võtta üldotsustuse asemel osaotsustus, sest seal on termin *S* piiritlemata:

Kõik M^{+} *on* P^{-}

<u>*Kõik* M^{+} *on* S^{-}</u>

Mõni S^{-} *on* P^{-}

Nüüd on kõik reeglid täidetud ning seega on korrektne arutlus:

Kõik õpilased käivad koolis

<u>*Kõik õpilased on inimesed*</u>

Mõned inimesed käivad koolis

Entümeem

Mõnikord jäetakse süllogismi üks eeldustest või järeldus sõnastamata. Sellist arutlust nimetatakse lühendatud süllogismiks ehk entümeemiks (kr *enthymēma* 'mõte'). Et kontrollida entümeemi õigsust, tuleb sõnastada süllogismi kõik osad. Toome mõne näite:

Entümeem:

Marss on planeet, sest ta tiirleb ümber Päikese

Täielik süllogism:

Kõik ümber Päikese tiirlevad tavakehad on planeedid

<u>*Marss tiirleb ümber Päikese*</u>

Marss on planeet

Entümeem:

Mitte ükski inimene, kes käitub hoolimatult oma tuttavate suhtes, ei saa olla hea inimene. Aga tema just nii käitus

Täielik süllogism:

Mitte ükski oma tuttavate suhtes hoolimatult käituv inimene ei ole hea inimene

<u>*Tema käitub oma tuttavate suhtes hoolimatult*</u>

Ta ei ole hea inimene

Predikaatarvutus

Predikaatarvutus sarnaneb lausearvutusele, kuid on suuremate võimalustega. Predikaatarvutus on määratletud predikaatloogika keele ja järeldusreeglitega. **Predikaatloogika keel** on määratletud tähestiku ja valemi definitsiooniga.

Predikaatarvutuses kasutame predikaatloogika tähestikku, mis sisaldab lauseloogika tähestikku ning veel lisasümboleid. Lisanduvad näiteks kvantorid – sümbolid, millele vastavad kõnekeele väljendid on *kõik* (või *iga*) ning *mõni* (või *leidub*). Predikaatarvutuses kehtivad kõik lausearvutuse järeldusreeglid ning lisaks on sõnastatud järeldusreeglid kvantorite jaoks.

Tähestik

1. p, q, r, s, p_1, p_2, … – lausemuutujad (nendega tähistatakse väiteid – tavaliselt lihtväiteid).
2. P, Q, R, P_1,… – predikaatsümbolid (nendega tähistatakse omadusi ja suhteid).
3. x, y, z, x_1, … – indiviidmuutujad (nendega tähistatakse objekte, millel on teatud omadused või mis on teatud suhtes teiste objektidega).
4. a, b, c, a_1, … – indiviidkonstandid (nendega tähistatakse üht objektid – näiteks teatud isikut, teatud kindlat maja vms).
5. $\neg$, &, V, $\supset$ – loogiliste konstantide (loogiliste tehete) sümbolid.
6. $\forall$, $\exists$ – kvantorid
7. (,) – sulud.

Indiviidmuutujaid ja indiviidkonstante nimetatakse **indiviidtermideks**.

Valemi definitsioon

1. Lausemuutuja on valem.
2. Kui t_1, …, t_n on indiviidtermid ja A n-kohaline predikaatsümbol, siis A(t_1, …, t_n) on valem.
3. Kui A on valem ja B on valem, siis on ka $\neg$A, (A & B), (A V B), (A $\supset$ B) ja valemid.
4. Kui α on indiviidmuutuja ning A valem, siis on ka $\forall\alpha$ A ja $\exists\alpha$ A valemid.
5. Miski muu ei ole valem.

Näiteks on valemid sellised väljendid:

$\forall$x Px

$\exists$x$\forall$y (Px $\supset$ Qxy)

Pa & Qb

$\forall$x Px & Qy

Valemid ei ole aga näiteks sellised väljendid:

$\exists$x p

$\forall$q & r

Indiviidmuutuja esinemine valemis võib olla seotud või vaba olenevalt sellest, kas ta asub kvantori mõjupiirkonnas või mitte. Valemis

$\exists$x$\forall$y (Px $\supset$ Qxy)

on muutujad x ja y mõlemad seotud, valemis

$$\forall x Px \,\&\, Qy$$

on aga y vaba muutuja.

Valemit, mille kõik muutujad on seotud, nimetatakse suletuks/kinniseks, teisi lahtiseks. **Suletud valem** võib olla tõene või väär.

Predikaatloogika tähestiku abil saab otsustuse loogilist vormi väljendada üksikasjalikumalt kui lauseloogika tähestiku abil. Toome mõne näite selle kohta, kuidas lauseid formaliseerida, st esitada nende loogiline vorm – antud juhul predikaatloogika keeles.

Otsustuse loogilise vormi esitamine predikaatloogika keeles

Otsustus	Loogiline vorm	Selgitus
Andres on tudeng	Pa	a (Andres) on P (tudeng)
Martin ei ole rumal	$\neg Pa$	a ei ole P (rumal)
Kõik kalad elavad vees	$\forall x\ (Px \supset Qx)$	Iga x-i puhul kehtib: kui x on P (kala), siis x on Q (vees-elaja)
Mitte ükski tiiger ei targuta	$\forall x\ (Px \supset \neg Qx)$	Iga x puhul kehtib: kui x on P (tiiger), siis x ei ole Q (targutaja)
Mõned karud armastavad mett	$\exists x\ (Px \,\&\, Qx)$	Leidub selline x, et x on P (karu) ja x on Q (meesõber)
Mõned kassid ei püüa hiiri	$\exists x\ (Px \,\&\, \neg Qx)$	Leidub selline x, et x on P (kass) ja x ei ole Q (hiirepüüdja)
Mitte kõik inimesed pole sündinud õnnetähe all	$\neg\forall x\ (Sx \supset Px)$	Ei ole tõsi, et iga x puhul kehtib: kui x on S (inimene), siis x on P (õnnetähe all sündinu)
Maa on raskem kui Kuu	Pab	a ja b on suhtes P (esimene on raskem kui teine)
Iga inimene loeb mõne raamatu läbi	$\forall x\ (Px \supset \exists y\ (Qy \,\&\, Rxy))$	Iga x-i puhul kehtib: kui x on P (inimene), siis leidub selline y, et y on Q (raamat) ning x ja y on suhtes R (esimene loeb teist)

Otsustus	Loogiline vorm	Selgitus
Mõnele inimesele ei meeldi ükski kass	$\exists x (Px \mathbin{\&} \forall y (Qy \supset \neg Rxy))$	Leidub selline x, et x on P (inimene) ja iga y puhul kehtib: kui y on Q (kass), siis x ja y ei ole suhtes R (esimesele meeldib teine)

Predikaatarvutuse järeldusreeglid

Predikaatarvutuses kehtivad kõik lausearvutuse reeglid. Neile lisanduvad reeglid kvantorite jaoks.

Eeldus	Järeldus	Reegli nimetus	Selgitus	Reegli tähistus
$\neg\forall x\, Ax$	$\exists x\, \neg Ax$	üldisuskvantori eitamine		$\forall_{\neg}$
$\neg\exists x\, Ax$	$\forall x\, \neg Ax$	eksistentsikvantori eitamine		$\exists\neg$
$\forall x\, Ax$	At	üldisuskvantori eemaldamine	t on indiviidterm	$\forall_E$
At	$\exists x\, Ax$	eksistentsikvantrori sisseviimine	t on indiviidterm	$\exists_S$
Ax	$\forall y\, Ay$	üldisuskvantori sisseviimine	Muutuja x on nüüdsest piiratud.	$\forall_S$
$\exists y\, Ay$	Ax	eksistentsikvantori eemaldamine	Muutuja x on nüüdsest piiratud.	$\exists_E$

Kvantorite puhul sõnastatakse lisatingimused. Kui piirdume ühekohaliste predikaatidega[14], siis on vaid üks lisatingimus: tõestuses ei tohi ükski muutuja osutuda kaks korda piiratuks. See välistab võimaluse tuletada valemist $\exists x\, Px$ valemit $\forall x\, Px$.

[14] Ühekohalised predikaadid tähistavad omadusi, kahe- ja enamkohalised suhteid. Näiteks on väites *Ants on sportlane* ühekohaline predikaat ning selle väite loogiline vorm on Pa. Väites *Ants on Mardi sõber* on aga kahekohaline predikaat ning selle väite loogiline vorm on Pab.

Predikaatarvutuse näited

Näide 1

Tõestada järeldus $\forall x\ (Px \supset \neg Qx),\ Qa \vdash \neg Pa$

Sellisele järeldusele vastav arutlus oleks näiteks selline:

> *Mitte ükski hea iseloomuga inimene ei ole kangekaelne; Mart on kangekaelne; järelikult Mart ei ole hea iseloomuga.*

Tõestuskäik on nagu lausearvutuseski: iga sammu nummerdame ja kirjutame juurde, millise sammu alusel ja millise reegli järgi järeldus on tehtud.

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\forall x\ (Px \supset \neg Qx)$	Eeldus
2.	Qa	Eeldus
3.	$Pa \supset \neg Qa$	1; $\forall_E$
4.	$\neg Pa$	2, 3; $\supset_E$

I. $\forall x\ (Px \supset \neg Qx),\ Qa \vdash \neg Pa$
Sammude 1–4 alusel.

Näide 2

Tõestada järeldus $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \forall x\ (Qx \supset Rx) \vdash \forall x\ (Px \supset Rx)$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\forall x\ (Px \supset Qx)$	Eeldus
2.	$\forall x\ (Qx \supset Rx)$	Eeldus
3.	$\neg\forall x\ (Px \supset Rx)$	Vastuväiteline eeldus
4.	$\exists x\ \neg(Px \supset Rx)$	3; $\forall_{\neg}$
5.	$\exists x\ (Px\ \&\ \neg Rx)$	4; $\supset_{\neg}$
6.	$Px\ \&\ \neg Rx$	5; $\exists_E$ Muutuja x on nüüd piiratud
7.	Px	6; $\&_E$
8.	$Px \supset Qx$	1; $\forall_E$
9.	Qx	7, 8; $\supset_E$
10.	$Qx \supset Rx$	2; $\forall_E$
11.	Rx	9, 10; $\supset_E$
12.	$\neg Rx$	6; $\&_E$
13.	$Rx\ \&\ \neg Rx$	11, 12; $\&_S$

I. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \forall x\ (Qx \supset Rx),\ \neg\forall x\ (Px \supset Rx) \vdash Rx\ \&\ \neg Rx$

Sammude 1–13 alusel

II. $\forall x\ (Px \supset Qx), \forall x\ (Qx \supset Rx) \vdash \forall x\ (Px \supset Rx)$

I järelduse alusel, vastuväitelise tõestusviisi reegli järgi.

Näide 3

Tõestada järeldus $\forall x\ (Px \supset Qx), \exists x\ (Px \ \&\ Rx) \vdash \exists x\ (Qx \ \&\ Rx)$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\forall x\ (Px \supset Qx)$	Eeldus
2.	$\exists x\ (Px \ \&\ Rx)$	Eeldus
3.	$Px \supset Qx$	1; $\forall_E$
4.	$Px \ \&\ Rx$	2; $\exists_E$ Muutuja x on nüüd piiratud
5.	Px	4; $\&_E$
6.	Qx	3, 5; $\supset_E$
7.	Rx	4; $\&_E$
8.	$Qx \ \&\ Rx$	6, 7; $\&_S$
9.	$\exists x\ (Qx \ \&\ Rx)$	8; $\exists_S$

I. $\forall x\ (Px \supset Qx), \exists x\ (Px \ \&\ Rx) \vdash \exists x\ (Qx \ \&\ Rx)$

Sammude 1–9 alusel.

Näide 4

Tõestada järeldus $\exists x\ (Px \ \&\ Qx), \forall x\ (Rx \supset \neg Px) \vdash \exists x\ (Qx \ \&\ \neg Rx)$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\exists x\ (Px \ \&\ Qx)$	Eeldus
2.	$\forall x\ (Rx \supset \neg Px)$	Eeldus
3.	$Px \ \&\ Qx$	1; $\exists_E$ Muutuja x on nüüd piiratud
4.	Px	3; $\&_E$
5.	$Rx \supset \neg Px$	2; $\forall_E$
6.	$\neg Rx$	4, 5; $\supset_E$
7.	Qx	3; $\&_E$
8.	$Qx \ \&\ \neg Rx$	6, 7; $\&_S$
9.	$\exists x\ (Qx \ \&\ \neg Rx)$	8; $\exists_S$

I. $\exists x\ (Px \ \&\ Qx), \forall x\ (Rx \supset \neg Px) \vdash \exists x\ (Qx \ \&\ \neg Rx)$

Sammude 1–9 alusel

Ülesanne 9

Tehke järeldus muutmise teel.

1. Mõni inimene on valitsusega opositsioonis.
2. Mõni tõde ei ole ilmselge.
3. Igal sündmusel on põhjus.
4. Iga asi on see, mis ta on.
5. Kõik on võimalik.
6. Kõik inimesed on looduse mõju all.
7. Mõni viga on märkamatu.
8. Mõni ülesanne on ebameeldiv.
9. Mõni sündmus on paratamatu.
10. Kõikidel on vaenlasi.

Ülesanne 10

Kui võimalik, tehke järeldus ümberpööramise teel.

1. Kõik targad on tagasihoidlikud.
2. Mõni imetaja elab vees.
3. Kõik metallid on soojusjuhid.
4. Kõik autod on mootorsõidukid.
5. Mõni eestlane on eurooplane.
6. Mõni inimene ei ole usklik.
7. Kõik kased on lehtpuud.
8. Mõni okaspuu ei ole kuusk.
9. Kõik pliiatsid on kirjutusvahendid.
10. Mõni mees on ateist.
11. Mõni naturaalarv ei jagu kolmega.
12. Mitte ükski õpilane ei ole töötu.
13. Kõik kümnega jaguvad arvud jaguvad viiega.
14. Mõni teadlane on poliitik.
15. Mitte ükski arutu inimene ei ole tõeliselt õnnelik.

Ülesanne 11

Kui võimalik, tehke järeldus. Kontrollige järelduse õigsust.

1. Kõik laisad inimesed väärivad laitust.
   Mõni andekas inimene on laisk.
2. Mitte ükski lill ei ole puu.
   Kõik lilled on taimed.
3. Mitte ükski fanaatik ei ole intelligentne.
   Mõni intelligentne inimene on usklik.
4. Kõik metsloomad on loomad.
   Kõik koduloomad on loomad.
5. Mõni raamat on huvitav.
   Mõni raamat on juturaamat.
6. Mitte ükski loodusnähtus ei ole üleloomulik.
   Välk on loodusnähtus.
7. Kõik indiaanlased ehivad end sulgedega.
   Mõni daam ehib end sulgedega.
8. Kõik vaprad inimesed väärivad kiitust.
   Mõni vapper inimene on kuulus.
9. Mitte ükski lind ei ole imetaja.
   Kõik imetajad on selgroogsed.
10. Mõni lill on meeldiva aroomiga.
    Karikakar ei ole meeldiva aroomiga.
11. Mitte ükski altkäemaksuvõtja ei ole aus.
    Mõni ametnik on altkäemaksuvõtja.
12. Mõni kirjanik ei ole tunnustatud.
    Kõik kirjanikud on inimesed.
13. Mitte ükski alatu inimene ei vääri kiitust.
    Kõik vooruslikud inimesed väärivad kiitust.
14. Kõik planeedid on ümmargused.
    Mitte ükski täht ei ole planeet.
15. Mõni usklik on mees.
    Mõni mees on ateist.
16. Kõik muinasjutud lõpevad hästi.
    Mitte ükski muinasjutt ei ole romaan.
17. Kõik elumajad on ehitised.
    Kõik kemmergud on ehitised.
18. Mõni töötaja elab vaeselt.
    Mitte ükski töötaja ei ole töötu.
19. Kõik inimesed on surelikud.
    Mitte ükski koer ei ole inimene.

20. Mõni inimene on sportlane.
    Andres ei ole sportlane.

Ülesanne 12

Esitage väidete loogiline vorm predikaatloogika keeles (n-ö tõlkige nad predikaatloogika keelde)

1. Kõik teed viivad Rooma.
2. Kõik õpilased mäletavad mõnda oma endist õpetajat.
3. Mõni inimene on iga valitsusega opositsioonis.
4. Iga teo jaoks leidub mõni laitev arvamus.
5. Mõnele õpilasele meeldib lahendada kõiki ülesandeid.
6. Mõni tõde on ilmselge.
7. Mõnel inimesel on halb iseloom.
8. Mõni juturaamat ei meeldi mitte kellelegi.
9. Mõni inimene oskab kõiki töid teha.
10. Iga inimene on sattunud mõnda ebameeldivasse olukorda.

Ülesanne 13

Tõestage predikaatarvutuse abil järeldused

1. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ Pa \vdash Qa$
2. $\exists x\ (Px \,\&\, Qx),\ \forall x\ (Qx \supset Rx) \vdash \exists x\ (Px \,\&\, Rx)$
3. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \forall x\ (\neg Px \vee \neg Rx),\ \exists x Px \vdash \exists x\ (Qx \,\&\, \neg Rx)$
4. $\exists x\ (Px \,\&\, Qx),\ \forall x\ (Px \supset Rx), \vdash \exists x\ (Qx \,\&\, Rx)$
5. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \exists x Px,\ \forall x\ (Rx \supset \neg Px) \vdash \exists x\ (Qx \,\&\, \neg Rx)$
6. $\exists x\ (Px \,\&\, Qx),\ \forall x\ (Qx \supset \neg Rx) \vdash \exists x\ (Px \,\&\, \neg Rx)$
7. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \exists x\ (Px \,\&\, \neg Rx) \vdash \exists x\ (Qx \,\&\, \neg Rx)$
8. $\forall x\ (Px \supset Qx),\ \forall x\ (Rx \supset \neg Qx) \vdash \forall x\ (Px \supset \neg Rx)$
9. $\forall x\ (Px \supset \neg Qx),\ \exists x\ (Px \,\&\, Rx) \vdash \exists x\ (Rx \,\&\, \neg Qx)$
10. $\exists x\ (Px \,\&\, Qx),\ \forall x\ (\neg Qx \vee \neg Rx) \vdash \exists x\ (Px \,\&\, \neg Rx)$

ARGUMENTATSIOON JA KRIITIKA

Argumentatsioon

Argumentatsioon on väite tõesuse või tõepärasuse põhjendamine teistele väidetele tuginedes. Argumentatsioonil on kaks eesmärki:

1) psühholoogiline,
2) tunnetuslik.

Argumentatsiooni **psühholoogiline** eesmärk on kellegi (ka iseenda) veenmine, **tunnetuslik** eesmärk aga teesi põhjendamine ning niimoodi teadmiseni jõudmine. Eeldame siinjuures, et teadmine on põhjendatud tõene uskumus.[15] Psühholoogilise eesmärgi saavutamine on eeldus tunnetusliku eesmärgi saavutamiseks: eduka veenmise tulemuseks on uskumus, ilma milleta ei saa olla teadmist.

Võimalik on inimest veenda, talle n-ö auk pähe rääkida ka ilma korrektse põhjenduseta. Sellisel juhul inimest eksitatakse ning hiljem tuleb see arvatavasti ilmsiks. Saavutati küll (ajutiselt) psühholoogiline eesmärk, kuid tunnetuslik eesmärk jäi saavutamata.

Argumentatsiooni moodustavad

1) tees (väide, mida argumenteeritakse),
2) argumendid (väited, millele tuginetakse) ja
3) seos argumentide ja teesi vahel.

Kui tees tähistada T-ga, argumendid vastavalt $A_1,\dots, A_n$ ning seos teesi argumentide vahel sümboliga $\Rightarrow$, siis võib argumentatsiooni struktuuri kujutada nii:

$$A_1,\dots, A_n \Rightarrow T$$

Isikut, kes argumenteerib teesi, nimetatakse **proponendiks** (ld *propōnens* 'ettepanija, esitaja'), isikut aga, kes vastandab end argumenteerijale, nimetatakse **oponendiks** (ld *oppōnens* 'vastuseadja').

Induktiivne ja deduktiivne argumentatsioon

Seos teesi ja argumentide vahel võib olla kahesugune:

1) induktiivne,
2) deduktiivne.

[15] Teemat *Mis on teadmine* on käsitletud raamatus I. Meos, Filosoofia põhiprobleemid. Tallinn, 1998.

Vastavalt on siis ka argumentatsioon induktiivne või deduktiivne.[16] Induktiivse argumentatsiooni puhul argumendid ainult kinnitavad teesi tõepärasust (vähemalt selle silmis, kes argumenteerib). **Induktiivne** on näiteks selline argumentatsioon:

> *Ükskord juhtus nii, et hommikul oli igavesti vastik ilm ja ma ei tahtnudki kohe üles tõusta. Mõtlesin ikka natuke veel pikutada, aga siis tuli järsku meelde, et, kurivaim, täna pidi ju tööle õigeks ajaks minema. Kus siis kargasin püsti ja – oh kurat – astusin vasaku jalaga voodist välja. Aga mõtlesin, et tühja neil juttudel tõsi taga on – no selle voodist tõusmise kohta ikka. Kuid õnnetused ei jäänud tulemata: kiirustades unustasin võtme kaasa võtta, ja see tuli alles siis meelde, kui ukse väljastpoolt kinni olin tõmmanud. Snepperlukk – see raisk läheb ju ise kinni! Aga midagi polnud teha. Tööle jõudnud, sain muidugi igavese peapesu – ülemus ise oli kohale tulnud "inspekteerima", nagu ta ütles. Nii et hommikul vasaku jalaga tõusmine toob ikka tõesti häda ja õnnetust – selles veendusin nüüd ise ka."*

Deduktiivne on aga näiteks järgmine argumentatsioon:

> *Näitame, et ükski poliitik ei ole vooruslik: kõik vooruslikud inimesed on ausad; mitte ükski poliitik ei ole aus; seega – mitte ükski poliitik ei ole vooruslik.*

Korrektse deduktiivse argumentatsiooni korral on tõeste eelduste (argumentide) puhul tõene ka tees. Muidugi ei tarvitse inimesed olla üksmeelel, kas argumendid ikka on paikapidavad.

Korrektseks nimetame deduktiivset argumentatsiooni siis, kui argumentide ja teesi vahel on formaalloogiline seos, st kui järeldus on õigesti tehtud. (Järeldamise reeglitest oli juttu peatükis *Järeldamine*.) Muidugi võib tekkida vaidlusi ka järelduse õigsuse üle. Selle põhjuseks võib olla, et:

1) ei sõnastata kõiki eeldusi ning teised ei tarvitse varjatud eeldustega nõustuda;
2) inimestel on väga erinevad arusaamad loogilisest mõtlemisest;
3) tegemist on näivjäreldusega, st mõttekäiguga, mis on psühholoogiliselt veenev, kuid tegelikult ebakorrektne.

Ad rem ja *ad hominem* argumendid

Argumendid saab liigitada kaheks:

1) *ad rem* (ld 'vastavalt asjale');
2) *ad hominem* (ld 'vastavalt inimesele').

[16] Induktiivse ja deduktiivse arutluse erinevusest rääkisime peatüki *Järeldamine* alguses.

Seni toodud näidetes esitati ainult asjakohaseid, st *ad rem* argumente. Tegelikus elus kasutatakse ka *ad hominem* argumente. Nad ei aita kaasa argumentatsiooni tunnetusliku eesmärgi saavutamisele (st teesi põhjendamisele), kuid soodustavad argumentatsiooni psühholoogilise eesmärgi saavutamist (st kellegi veenmist).

Sisuliselt on *ad hominem* argumendid kohatud, st asjasse mittepuutuvad. Kui me oleksime puhtmõistuslikud olendid, siis *ad hominem* argumendid ei toimiks.

Järgnevalt selgitame tüüpilisi *ad hominem* argumente.

Isikule keskendumine

Isikule keskendumine on sihilik tähelepanu juhtimine oponendi isiklikele omadustele (tema minevikule, iseloomule, haridusele, välimusele vms), mitte aga tema kaitstavale seisukohale. Sellise argumendi eesmärk on kas õõnestada või tugevdada kõne all oleva isiku usaldusväärsust ning kujundada niimoodi publiku suhtumist temasse.

Kui esineja juhib näiteks publiku tähelepanu sellele, et tema oponent kuulub parteisse, siis võib see publiku poolehoidu ilmselt mõjutada.

Tunnetele keskendumine

Tunnetele keskendumine on katse kasutada publiku tundeid (nt kaastunnet, auahnust, väärikust) oma huvides.

Õpilane keskendub õpetaja kaastundele, kui ütleb, et halva hinde korral ootab teda kodus keretäis ning püüab niimoodi veenda õpetajat mitte panema halba hinnet.

Võhikluse ärakasutamine

Oponendi või publiku teadmatust püütakse ära kasutada, kui viidatakse olematutele teooriatele või kasutatakse võõrsõnu. Vabalt võib aga juhtuda, et inimene ei saa isegi aru, millest räägib. Näiteks võib keegi arendada suvalisi n-ö teooriaid, milles figureerivad mõisted *energia*, *kvanthüpe*, *määramatuse printsiip* jne ning mõjuda veenvana. Veenvuse tagab teaduse terminite kasutamine, kuigi võib juhtuda, et ei esineja ega kuulajad saa aru, mida need terminid teaduses tegelikult tähendavad. Võhikluse ärakasutamist esineb näiteks pseudoteaduslikes arutlustes.

Autoriteedi arvamusele viitamine

Autoriteedi arvamusele viitamine (ld *argūmentum ipse dixit* 'tema ise on öelnud argument'). Oma seisukoht püütakse teha publikule veenvamaks, viidates autoriteedi arvamusele. Selle argumendi puudus ilmneb, kui mõtleme tõsiasjale, et sama palju kui on autoriteete, on ka nende arvamusi.

Jõu argument

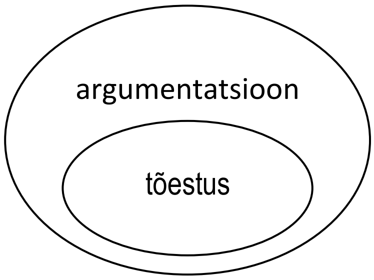
Jõu argumenti ehk *ad baculum* argumenti (ld *baculum* 'kepp') kasutatakse, kui hirmutatakse ebameeldivate tagajärgedega. Surevat inimest võib niimoodi ehk isegi usklikuks muuta, hirmutades uskmatutele osaks saavate kannatustega teispoolsuses. Sama tüüpi argumentidega võib veenda inimesi kindlustama oma varandust, kontrollima põhjalikult oma tervist (raha eest muidugi) jne.

Argumentatsioon ja tõestus

Argumentatsiooni eriliik on tõestus. **Tõestus** on korrektne argumentatsioon, mis tugineb tõestele eeldustele (argumentidele). Mõisted *argumentatsioon* ja *tõestus* ei ole identsed:

1) argumentatsioon võib osutuda ekslikuks, ebakorrektseks, tõestus mitte;
2) argumentatsiooniga, mis ei ole tõestus, võib mitte nõustuda, jäädes ikkagi ratsionaalseks; tõestusega mittenõustumine asetab meid aga väljapoole ratsionaalsust.

Euleri ringidega saab taolist arusaama tõestuse ja argumentatsiooni vahekorrast selgitada nii:



Aga mis on üldse tõde ja mis garanteerib argumentide tõesuse? Neile küsimustele ei ole ühest vastust.[17] Raske on igal konkreetsel juhul otsustada, kas tegemist on tõestusega või kõigest argumentatsiooniga, mis ei ole tõestus. Matemaatikas ja matemaatilises loogikas (nt lausearvutuses) on asi lihtsam tänu sümbolite kasutamisele. Tõestus nõuab antud juhul lihtsalt täpset reeglite järgimist.

Otsene ja kaudne argumentatsioon

Argumenteerimisviisi järgi saab eristada otsest ja kaudset argumentatsiooni.

[17] Erinevatest tõeteooriatest võib lugeda raamatust Meos, I. Filosoofia põhiprobleemid. Tallinn, 1998.

Otsese argumentatsiooni korral püütakse näidata, kuidas tees tuleneb vahetult teatud argumentidest (eeldustest). Viimati toodud näited olid otsese argumentatsiooni kohta.

Kaudse argumentatsiooni puhul püütakse näidata, et teesi eitus (st antitees) ei saa olla tõene, sest viib vasturääkivusele arutluses, vastuolule faktiga või nn terve mõistusega. Kui seda õnnestub näidata, siis järeldataksegi, et tees on tõene. Taolist argumentatsiooni nimetatakse vastuväiteliseks.

Kaudset argumentatsiooni saab kasutada välistatud kolmanda reeglit tunnistades. Me näitame, et väite eitus ei saa olla tõene ning nüüd teeme järelduse (välistatud kolmanda reegli alusel), et tõene on väide.

Näited

Kaudsed ehk vastuväitelised on näiteks järgmised kaks argumentatsiooni (nendega ei pea nõustuma).

Näide 1

> *Oletame, et jumal on kõikvõimas. Kui jumal on kõikvõimas, siis suudab ta luua raskuse, mida ta ise tõsta ei suuda. Kui jumal ei suuda tõsta mõnda raskust, siis ta ei ole kõikvõimas. Seega, eeldades, et jumal on kõikvõimas, jõudsime järeldusele, et jumal ei ole kõikvõimas, st see oletus viis vasturääkivusele. Seega on oletus väär. Järelikult ei ole jumal kõikvõimas.*

Näide 2

> *Oletame, et Maa liigub. Kui Maa liiguks, siis inimene, kes hüppab otse üles, maanduks hoopis teises kohas, sest Maa liiguks ju alt ära. Tegelikult aga nii ei ole: kui inimene hüppab otse üles, siis ta maandub ju samas kohas. Seega: oletades, et Maa liigub, jõudsime järeldusele, mis on vastuolus faktidega. Seega on oletus väär. Järelikult Maa ei liigu.*

Sellist argumentatsiooni kasutati alates antiikajast kuni XVII sajandini – senikaua, kuni sõnastati inertsiseadus.

Kriitika

Kriitika eesmärk on näidata mingi väite ekslikkust või alusetust. Võib öelda, et kriitika on n-ö miinusmärgiga argumentatsioon. Nagu argumentatsioonil, on ka kriitikal psühholoogiline ja tunnetuslik eesmärk. Psühholoogiline eesmärk on kellegi veenmine mingi väite ekslikkuses või alusetuses, tunnetuslik eesmärk aga eksimusest arusaamine. Kriitika – nagu ka argumentatsiooni – puhul võib juhtuda, et saavutatakse psühholoogiline eesmärk, kuid ei saavutata tunnetuslikku eesmärki.

Eristatakse kolme liiki kriitikat:

1) teesi kriitika,
2) argumentide kriitika,
3) seose kriitika.

Teesi kriitika

Teesi kriitika võib olla otsene või kaudne.

Teesi **kaudne kriitika** seisneb selles, et argumenteeritakse teesile vasturääkivat väidet, st antiteesi. Kui see õnnestub, siis seataksegi sel teel kritiseeritav tees kahtluse alla, sest mõlemad (tees ja antitees) ei saa ju korraga tõesed olla.

Teesi **otsene kriitika** seisneb aga selles, et püütakse arutledes teesile tuginedes jõuda vasturääkivuseni mõtlemises, vastuoluni faktidega või nn terve mõistusega. Sellest ka taolise kriitika nimetus: absurdini viimine (ld *reductio ad absurdum*). Sisuliselt on ju teesi otsene kriitika seesama mis kaudne argumentatsioon: kritiseerides otse oma vastase teesi, argumenteeritakse ühtlasi oma teesi. Vahe seisneb vaid esinemise järjekorras: kui enne mind on väidet argumenteeritud, siis mina saan seda kritiseerida. Nii et esimene argumenteerib, teine kritiseerib.

Näited

Toome mõned näited otsese kriitika kohta. Püüdke aru saada, millist teesi neis arutlustes kritiseeritakse.

Näide 1

> *“Esialgu aga vaatama, kuidas hakkas jumal maailma looma. [---] Kas teile ei ole pähe tulnud: igavesest ajast peale lehvib pimeduses see jumal, kellel tarvitses valguse esilekutsumiseks ainult paar sõna öelda ja kes neid siiski ei öelnud?! Kas usklikud ei ole mõelnud, mida tundis seesama jumal või jumala vaim, kes pidi igavesti lehvima tühjuses ja pimeduses, kui igav tal oli, et tal ei olnud kellegagi sõnakestki juttu ajada.”*[18]

Näide 2

> *“Surm ootab ka universumit. Teadlased räägivad meile, et universum paisub ja kõik järjest kaugeneb. Sellega kaasnevalt jahtub ta üha rohkem ning tema kasulik energia ammendub. Lõpuks kustuvad kõik tähed ning kogu mateeria vajub kokku surnud tähtedeks ja mustadeks aukudeks. Ei ole ei valgust ega soojust ega elu – ainult kustunud*

[18] Jaroslavski, J. Usklike ja uskmatute piibel. Tallinn, 1959, lk 19.

> *tähtede ja galaktikate surnukehad... Kui jumalat ei ole, kui meie saatus on ette määratud ja me elame vältimatu surmanuhtluse ootuses, kas pole siis meie elu absurdne? [---] Inimkond ei tähenda sel juhul enamat kui sääreparve või seakarja."*[19]

Näide 3

Kui kritiseeritakse oma vastast, tuleb muidugi silmas pidada, et kritiseeritaks ikka vastase teesi, mitte aga mõnda selle teesi sarnast väidet. Selle vastu patustab näiteks härra Maurus "Tõe ja õiguse" teises osas, küsides Miilinõmmelt, kes on tal lubanud tellida sotsioloogiaraamatut tema majja. Miilinõmm vastas, et selleks pole luba tarvis küsidagi, sest see raamat ei ole Venemaal keelatud.

> *"Nüüd kuulete isegi, et see inemine on päris hull!" karjus direktor poiste poole. "Venemaal pole keelatud, tähendab härra Mauruse majas lubatud. Ilus! Väga ilus! Sõnnik pole Venemaal keelatud, sellepärast võib iga mees oma koormaga härra Mauruse uksest sisse sõita. Eks ole nii? Ütelge, on see inemine hull või ei ole, kui ta nõnda räägib?!"*[20]

Antud juhul kasutas härra Maurus ebakorrektset võtet: utreeris oponendi väidet (omistas Miilinõmmele n-ö tugevama väite kui too tegelikult omaks võttis) ning asus siis seda kritiseerima.

Argumentide (eelduste) kriitika

Argumentide kriitika seisneb selles, et püütakse näidata argumentide tõele mittevastavust või siis seada neid vähemalt kahtluse alla.

Mõned argumendid võivad olla ka varjatud, st nad ei ole sõnastatud, kuid nende paikapidavust eeldatakse. Mõnikord võivadki just sellised varjatud argumendid osutuda ekslikeks.

Argumente kritiseerides saame näidata vaid, et argumentatsioon on puudulik, kuid see ei tähenda veel, et tees on väär. Teesi saab ehk argumenteerida ka palju õnnestunumalt.

Näited

Toome nüüd näiteks kolm arutlust ning kritiseerime nende argumente.

---

[19] Крейг, У. Самое начало. Происхождение Вселенной и существование Бога. Москва, 1990, lk 7–8.

[20] Tammsaare, A. H. Tõde ja õigus. II. Tallinn, 1965, lk 339.

Näide 1

> *"Aga miks on härra Mauruse majas keelatud sotsioloogiat lugeda? Sellepärast, et härra Mauruse majas ei tea keegi õieti, kus lõpeb sotsioloogia ja kus algab sotsialismus. Sest mõelge ise: üks on sotsia, teine sotsio, muud vahet ei olegi. Ühel a, teisel o, see on kõik. Der Unterschied ist ganz unbestimmt. Ainult lõpud lähevad lahku – ismus ja loogia. Sellepärast siis, kui keegi hakkab sotsioloogiat lugema, satub ta väga kergesti sotsialismusesse ning sealt kuuekümnekraadilisse külma – Siberi. Mõistate?"*[21]

Härra Maurus tugines vähemalt ühele varjatud ekslikule argumendile: ta eeldas, et kui kaks mõttevaldkonda on nime poolest sarnased, siis on nad ka sisuliselt sarnased.

Selle eelduse ekslikkust saab näidata, kui leiame kaks mõttevaldkonda, mis on nime poolest sarnased, kuid sisult erinevad, nt astronoomia ja astroloogia, esteetika ja eetika, agronoomia ja astronoomia, astronoomia ja gastronoomia (kokakunst).

Härra Mauruse mõttekäiku parodeerides võiks ju öelda, et kui inimene hakkab tegelema astronoomiaga, siis satub ta väga kergesti gastronoomiasse.

Näide 2

> *"Mida rohkem ma õpin, seda rohkem ma tean. Mida rohkem ma tean, seda rohkem ma unustan. Mida rohkem ma unustan, seda vähem ma tean. Tuleb välja, et mida rohkem ma õpin, seda vähem ma tean. Milleks siis üldse õppida?!"*

Taoline kujuteldav arutleja eeldab, et õppimise ainus eesmärk on palju teadmine (ega muidu ei peaks ta õppimist mõttetuks, kui tundub, et seda eesmärki ei saavutata). Võimalik oleks ehk see varjatud argument kahtluse alla seada, kuid arutluse peamine viga peitub siiski mujal.

Nimelt kasutab arutleja sõnu *rohkem* ja *vähem* vaheldumisi absoluutses ja suhtelises tähenduses. See on aga samasuse reegli rikkumine. Nimetatud sõnade absoluutset tähendust saab selgitada näitega:

- 5 õpilast on absoluutses tähenduses rohkem kui 3 õpilast
- 50% õpilastest on suhtelises tähenduses rohkem kui 30% õpilastest.

Rohkem ühes tähenduses ei tarvitse olla rohkem ka teises tähenduses ning vähem ühes tähenduses ei tarvitse olla vähem teises tähenduses. Näiteks võis kontrolltööd teha ühes koolis 30 abiturienti, teises aga 20 abiturienti. Absoluutses tähenduses oli kontrolltöö tegijaid esimeses koolis rohkem. Kuna aga esimeses koolis oli kokku 100 abiturienti, teises aga 40 abiturienti, siis

[21] Tammsaare, A. H. Tõde ja õigus. II. Tallinn, 1965, lk 340.

suhtelises tähenduses tegi esimeses koolis kontrolltööd vähem abituriente – vaid 30% võrreldes teise kooli 50%-ga.

Samasuse reeglit järgides peaks arutluses kasutama sõnu ühes ja samas tähenduses. Vaatame, kas sellisel juhul oleksid arutleja väited usutavad. Selgitame seda tabeli abil.

Väide	Tõeväärtus absoluutse tähenduse puhul	Tõeväärtus suhtelise tähenduse puhul
Mida rohkem ma tean, seda rohkem ma unustan	Võib-olla tõene	Ilmselt väär
Mida rohkem ma unustan, seda vähem ma tean	Ilmselt väär	Tõene

Esimene väide võib sõnu *rohkem* ja *vähem* absoluutses tähenduses kasutades ehk isegi tõene olla: võib-olla on tõesti nii, et kui mu teadmised on 100 ühikut, siis ma unustan näiteks 30 ühikut, kuid kui mu teadmised on 1000 ühikut, siis ma unustan 300 ühikut.

Sõnu *rohkem* ja *vähem* suhtelises tähenduses kasutades on aga esimene väide ilmselt väär. Kindlasti ei ole nii, et kui ma praeguste teadmiste juures unustan näiteks 20%, siis 200% suuremate teadmiste puhul unustan näiteks 40%.

Teine väide on sõnu *rohkem* ja *vähem* absoluutses tähenduses kasutades ilmselt väär. Nimelt võin ma unustada 100 ühikut, kuid teada ikkagi rohkem kui see, kes on unustanud oma ainsad 20 teadmisühikut.

Sõnu *rohkem* ja *vähem* suhtelises tähenduses kasutades on teine väide tõene: kui ma unustan 20%, siis järgi jääb 80%, mis on tõesti rohkem kui 60%, mis jääks järgi, kui unustaksin 40%.

Nüüd ilmnebki, et arutluse usutavus tuleneb sellest, et esimeses väites kasutatakse sõnu *rohkem* ja *vähem* absoluutses tähenduses, teises aga suhtelises tähenduses. See aga on pettejäreldus, sest rikutud on samasuse reeglit.

Tabelist näeme, et kui nimetatud sõnu järjekindlalt (st samasuse reeglit järgides) kasutada, siis osutub vähemalt üks väidetest (argumentidest) vääraks.

Näide 3

> *Tõestame, et* $\sqrt{225}$ *= 15. Kolmekohalisest arvust ruutjuure leidmiseks tuleb sajaliste number ära jätta ning kümneliste numbrist lahutada 1. Seega:* $\sqrt{225}$ *= 15.*

Selles arutluses tuginetakse väärale argumendile (*Kolmekohalisest arvust ruutjuure leidmiseks tuleb sajaliste number ära jätta ning kümneliste numbrist* *lahutada 1*). Tees osutub juhuslikult õigeks, kuid argumentatsioon on vaatamata sellele ebakorrektne.

Seose kriitika

Seost teesi ja argumentide vahel saab kritiseerida siis, kui argumentide tõesusest ei tulene teesi tõesus. Mõnikord on argumendid psühholoogiliselt veenvad, kuigi neil pole loogilist seost teesiga – näiteks kasvõi mõne eksliku süllogismi korral. Sellisel juhul kasutab argumenteerija kohatult väljendeid *siit järeldub, et…*, *seega…* vms.

Seost kritiseerides saame näidata vaid, et argumentatsioon on puudulik, kuid see ei tähenda veel, et tees on väär. Teesi saab ehk argumenteerida ka palju õnnestunumalt.

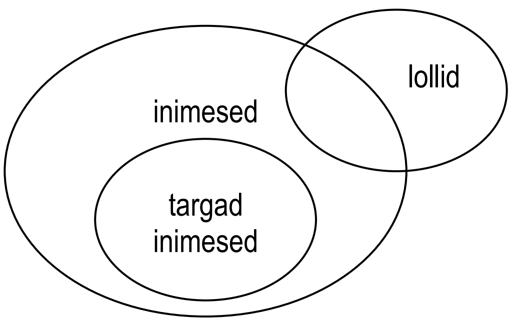
Näited

Toome nüüd näiteks kaks argumentatsiooni ning kritiseerime neid.

Näide 1

> *Tahate, ma tõestan teile, et mõned targad inimesed on lollid? Mõned inimesed on lollid – nõus? Kõik targad inimesed on inimesed – nõus? Järelikult: mõned targad inimesed on lollid. Siin pole midagi vaielda! Tegemist on süllogismi esimese figuuriga. Õppige loogikat!*

Selles argumentatsioonis puudub loogiline seos argumentide ja teesi vahel, kuigi psühholoogiliselt on ta ehk isegi veenev. Tegemist on valesti moodustatud süllogismiga, sest pole järgitud süllogismi kuuendat reeglit: termin *inimesed* (st keskmine termin) ei ole üheski eelduses piiritletud. Neist eeldustest (argumentidest) ei moodustada süllogismi. Järelduse ekslikkust saame näidata ka Euleri ringide abil:



Antud joonise puhul on argumendid tõesed, kuid tees väär. Järelikult ei tulene argumentide tõesusest teesi tõesus.

Näide 2

> *Näitame, et kõik õpilased on inimesed. Esiteks, kõik inimesed on kahejalgsed loomad. Teiseks, kõik õpilased on kahejalgsed loomad. Järelikult on kõik õpilased inimesed.*

Selles argumentatsioonis puudub samuti loogiline seos argumentide ja teesi vahel, kuigi psühholoogiliselt on ta ehk veenev. Tegemist on valesti moodustatud süllogismiga, sest rikutud on kuuendat reeglit: termin *kahejalgsed loomad*, mis on keskmine termin, ei ole üheski eelduses piiritletud. Sellele vaatamata peame teesi siiski tõeseks ning seda saaks korrektselt argumenteerida kuidagi teistmoodi.

Ülesanne 14

Analüüsige järgnevaid arutlusi ja mõttevahetusi. Mida ja kuidas argumenteeritakse või kritiseeritakse? Kas seda tehakse korrektselt?

1. Anton Tšehhovi jutustusest "Kiri õpetatud naabrile":

"Teie kirjutate, et kuu peal elavad ja asuvad inimesed ja suguharud. Seda ei või iialgi olla, sest et kui kuu peal elaksid inimesed, siis varjaksid nad oma majade ja rammusate karjamaadega meie eest tema maagilise ning nõidusliku valguse. Ilma vihmata ei saa inimesed elada, aga vihm sajab alla maa peale ja mitte üles kuu peale. Kuu peal elades kukusid inimesed alla maa peale, seda aga ei tule ette. Mustus ja solk langeksid asustatud kuult meie mandrile. Kas saavad inimesed elada kuul, kui see on olemas ainult öösel, päeval aga kaob? Ka valitsused ei või lubada kuu peal elamist, sest suure kauguse ja kättesaamatuse tõttu on seal väga kerge kohustustest kõrvale hoida." (Tšehhov, A. Kiri õpetatud naabrile. – Tšehhov, A. Jutustused. Tallinn, 1979, lk 7.)

2. Sealsamas:

"Teie olete oma targas kirjatöös kirja pannud ja ära trükkinud, nagu isa Gerassim mulle ütles, just nagu oleksid kõige suuremal valguseandjal, päikesel, mustad plekid. See pole võimalik, sest see pole kuidagi võimalik. Kuidas Teie võisite näha päikesel plekke, kui lihtsate inimese silmadega pole võimalik päikest vaadata, ja milleks peaksid tal plekid olema, kui saab ka ilma nendeta läbi? Missugusest märjast ainest on needsinatsed plekid tehtud, kui nad ära ei põle? Võib-olla elavad teie arvates päikesel ka kalad?" (Sealsamas, lk 8.)

3. Sealsamas:

"Teine avastus. Miks on talvel päev lühike ja öö pikk ja suvel vastupidi? Päev on talvel sellepärast lühike, et ta nagu kõik muudki nähtavad ja nägematud asjad külmast kokku tõmbab ja sellepärast, et päike varakult looja läheb, öö aga paisub lampide ja laternate süütamise tõttu, sest ta soojeneb." (Sealsamas, lk 8.)

4. Bertrand Russelli esseest “Pagemine tegelikkusest”:

“Psühhoanalüütikud räägivad, et soov põgeneda tegelikkusest on väga halb asi, kuid minu arvates nad liialdavad ja ei pane mõnede asjade vahel tähele olulist vahet. Soov põgeneda tegelikkusest on halb siis, kui see sünnitab meelepetteid või muudab inimese hooletuks oma töös. Mõni mees võib jääda nii vaeseks ja kimpu oma võlausaldajatega, et leiab kergendust kujutledes end olevat Prantsuse Panga president. Selline tegelikkusest põgenemise vorm on taunimisväärne. Mõni neiu võib sedavõrd süüvida kuningas Cophetua laadis romantilistesse lugudesse, et muutub hooletuks oma ametis ja jääb lõpuks ilma töökohast. Ka see on taunimisväärne. On aga olemas ka teisi tegelikkusest põgenemise vorme, mis on vägagi soovitavad. Mozart tavatses oma võlgade ja võlanõudlejate unustamiseks fantaasiamaailma põgenedes kirjutada muusikat. Oleks ta järginud väljapaistvate psühhoanalüütikute nõuandeid, siis oleks ta selle asemel koostanud täpse kulude ja tulude bilansi ja asunud välja mõtlema kokkuhoiukava, mille abil need tasakaalu viia. Kui ta oleks nii talitanud, siis oleks ta jäänud ilma oma sissetulekust ja meie oleksime jäänud ilma tema muusikast. Tegelikkusest põgenemine, nagu see juhtum näitab, et ole ebasoovitav siis, kui põgenetakse kujutlusilma, mida sellisena ka tunnetatakse ja mida kasutatakse kui abinõu, et muuta talutavamaks tegelikkust ennast.” (Russell, B. Valik esseid. Tallinn, 1994, lk 125–126.)

5. Bertrand Russelli loengust teemal “Miks ma ei ole kristlane”:

“Kristlusepooldajad väidavad, et kõigel, mida me siin ilmas näeme, on oma põhjus; minnes piki põhjuslikkuse ahelat aina edasi ja edasi, peate te paratamatult jõudma algpõhjuseni, sellele algpõhjusele aga panetegi te nimeks jumal. [---] Pean tunnistama, et kui ma olin veel väga noor inimene ja murdsin täiesti tõsiselt oma pead nende küsimuste kallal, siis tunnistasin ma argumenti algpõhjusest tükk aega, kuni ükskord (olin siis kaheksateistkümne aastane) lugesin John Stuart Milli “Autobiograafiat”, kust leidsin järgmise koha: “Isa seletas mulle, et küsimusele “Kes mu on loonud?” ei saa vastata, kuna sellele järgneks kohe küsimus: “Aga kes lõi siis jumala?”” See ebatavaliselt lihtne seletus veenis mind, ja et argument algpõhjusest on vale, selles olen veendunud senini. Tõepoolest, kui igal asjal peab olema põhjus, siis peab olema põhjus ka jumalal. Kui võib olemas olla miski, millel ei ole põhjust, siis selleks millekski võib olla loodus niisama hästi kui jumal, nii et argument algpõhjusest on absoluutselt paikapidamatu. Oma loomuselt ei erine argument algpõhjusest sugugi selle hindu mõtteviisist, kes arvas, et maailm toetub elevandile ja elevant kilpkonnale; kui hindult küsiti: “Aga millel seisab kilpkonn?”, siis vastas ta: “Räägime parem millestki muust.” Ja tõepoolest pole argument algpõhjusest hindu vastusest sugugi parem.”” (Russell, B. Miks ma ei ole kristlane. – Usk ja mõistus. Tallinn, 1970, lk 163–164.)

6. Adolf Hitleri teosest “Mein Kampf”:

“Kõik tõeliselt suured ajaloolised pöörded on toimunud suusõnalise propaganda, mitte aga trükisõna abil. Viimane on alati mänginud vaid alluvat rolli.

Me teame ju hästi, et prantsuse revolutsioon ei olnud filosoofiliste teooriate tulemuseks. Seda revolutsiooni poleks olnud, kui laia joonega demagoogid ei oleks loonud tervet inimarmeed, kes kannatava rahva kirgi süstemaatiliselt lõkkele puhus ning monarhia kallale ässitas, kuni lõpuks toimus tohutu plahvatus, mis sundis kogu Euroopat värisema. Sedasama tuleb öelda ka uusima aja kõige suurema revolutsioonilise pöörde kohta. Mitte Lenini teosed ei viinud bolševistliku revolutsioonini Venemaal. Peamist rolli mängis suurte ja väikeste vihkamise apostlite kihutustöö, kes rahva kirgi enneolematutes mõõtmetes õhutasid.

Rahvas, mis koosnes kirjaoskamatutest inimestest, kaasati kommunistlikku revolutsiooni mitte Karl Marxi teoste lugemisega, vaid nende taevalike hüvede pildikestega, mida nende silme ette maalisid tuhanded ja tuhanded agitaatorid, kes tegelikult juhindusid seejuures muidugi ainult teatud kindlast ideest." (Гитлер, А. Моя борьба. "Т-Око", 1992, lk 399–400.)

7. Jossif Stalini vestlusest välismaiste töölisdelegatsioonidega (5. november 1927):

Küsimus: Miks ei ole NSV Liidus trükivabadust?

Vastus: Millisest trükivabadusest te räägite? Millise klassi jaoks trükivabadus – kas kodanluse või proletariaadi jaoks? Kui jutt on trükivabadusest kodanluse jaoks, siis seda meil ei ole ja ei tule, kuni on proletariaadi diktatuur. Kui jutt on trükivabadusest proletariaadi jaoks, siis pean ütlema, et te ei leia maailmas teist sellist riiki, kus oleks selline igakülgne ja laialdane trükivabadus proletariaadi jaoks, nagu seda on NSV Liit. (Сталин, Сочинения. Том 10, lk 209–210)

8. Jossif Stalini vestlusest saksa kirjaniku Emil Ludwigiga (13. detsember 1931):

Ludwig: Mulle tundub, et suur osa Nõukogude Liidu elanikkonnast tunneb hirmu nõukogude võimu ees ning et sellele hirmule teatud määral tuginebki nõukogude võimu püsivus.

Stalin: Te eksite. Muide, teie viga on paljude viga. Kas te tõesti arvate, et oleks olnud võimalik neljateistkümne aasta jooksul säilitada võimu ja omada miljonite toetust tänu hirmu meetodile? Ei, see on võimatu. Kõige paremini oskas hirmutada tsaarivalitsus. Selles valdkonnas oli tal suur kogemus. Euroopa, muuhulgas prantsuse, kodanlus aitas seejuures igati tsarismi ja õpetas teda rahvast hirmutama. Vaatamata Euroopa kodanluse abile viis hirmupoliitika tsarismi lüüasaamisele.

Ludwig: Kuid Romanovid püsisid ju kolmsada aastat.

Stalin: Jah, kuid kui palju oli nende kolmesaja aasta jooksul ülestõuse ja rahutusi: Stepan Razini ülestõus, Jemeljan Pugatšovi ülestõus, dekabristide ülestõus, 1905. aasta revolutsioon, revolutsioon 1917. aasta veebruaris, Oktoobrirevolutsioon. Lisaks sellele erinevad praegused poliitilise ja kultuurielu tingimused oluliselt nende aegade tingimustest, kus rahva vaimupimedus, ebakultuursus, alandlikkus ja poliitiline muserdatus andsid võimaluse tollastel “valitsejatel” püsida võimul vähem või enam pikema perioodi vältel. (Сталин, Сочинения. Том 13, lk 109–110)

Ülesanne 15

Millisel arusaamatusel või ebakorrektsusel põhinevad järgmised anekdoodid?

1. Andersen läks politseisse passi saama. “Kus te sündinud olete?” küsis ametnik. “Pariisis.” – “Tähendab, te olete prantslane.” – “Ei, minu vanemad olid taanlased.” – “Kuid te sündisite Prantsusmaal, järelikult peate olema prantslane!” – “Tuleb välja, et kui mu koer poegib tallis, siis tema kutsikaid tuleb nimetada varssadeks?”
2. Lektor räägib: “Välismaises kirjanduses võib leida väiteid, et ülemaailmse gravitatsiooniseaduse avastas inglane Newton. Kuid on teada, et juba kaua aega enne Newtonit toimis see seadus Venemaal!”
3. Inglane: “Väljakaevamistel leiti meil kaheksateistkümnendast sajandist pärinev juhtmelõik, mis annab tunnistust traadiga telefoni olemasolust juba tollal.” Venelane: “Aga meil ei leitud midagi, mis annab tunnistust traadita telefoni olemasolust juba tollal.”
4. Nõukogudeaegses poes: “Mulle palun kilo liha.” – “Liha ei ole.” – “Kuid teie poe peale on ju kirjutatud “LIHA”!” – “Paljugi mis on kirjutatud! Kodus on minu kuuri peale kirjutatud “...”, aga tegelikult on mul seal küttepuud.”
5. Lenini juurde tulevad talupoegade saadikud ja kurdavad: “Näete, Vladimir Iljitš, kuhu oleme jõudnud: süüa pole enam midagi, juba kisume viiskudest õlgi ja närime neid. Varsti hirnume nagu hobused!” Lenin vastab neile: “Ärge sellepärast muretsege. Näe, meie Feliks Edmundovitšiga pistsime hiljuti potitäie mett pintslisse, aga ei sumise veel sugugi nagu mesilased!”
6. Brežnev kohtab Kremlis üht eidekest. See küsib: “Kas tunnete mind ära, Leonid Iljitš? Mina olen Nadežda Krupskaja.” Brežnev vastab: “Aga loomulikult tundsin teid ära, seltsimees Krupskaja. Ka teie abikaasat, seltsimees Krupskit, mäletan ma hästi.”
7. Arsti kabinetis: Doktor, mis see minuga on: kõik kohad muudkui sügelevad? – Kas te ennast pesta olete proovinud?” – “Olen küll, aga kuu aja pärast sügeleb jälle.”

Avalik kõne

Nagu öeldud, on argumentatsiooni tunnetuslikuks ülesandeks teesi põhjendamine ning psühholoogiliseks eesmärgiks kellegi veenmine. Kui on tegemist avaliku kõnega (st esinemisega publiku ees), tuleb arvestada publiku veenmise iseärasustega.

Järgnevalt peatume neil näiliselt pisiasjadel, mis võivad veenvusele kaasa aidata või seda vähendada.

Kõneleja välimus

Hea oleks, kui publikul tekiks lugupidav suhtumine esinejasse. Esineja välimus loob esmamulje ning seda ei saa alahinnata.

Välimus ei tohiks kuulajate tähelepanu kõnelt eemale tõmmata. Tavaliselt on kõige parem, kui esineja riietub sarnaselt kuulajatega, sest see soodustab poolehoidu ning selle kaudu suurendab veenvust. Kui aga kuulajad on vabaajarõivastuses, peaks esineja riietuma ikkagi korrektselt, sest muidu võib esineja jutt muutuda tahtmatult vabaajalobisemiseks (riietus mõjutab märkamatult käitumist). Ähvardaks ka oht, et kuulajates ei teki esineja suhtes mingit lugupidavat hoiakut.

Kui inimene pole just tasuline kõnepidaja, tuleb tal peamiselt esineda ikkagi endataoliste ees ning siis peakski mõtlema, mis iseennast esinejate välimuses on häirinud.

Kõnepidamise ruum

Kõige parem on kuulajaid täis ruum. Kuulajad peaksid istuma võimalikult lähedal üksteisele. Raske on saavutada auditooriumiga kontakti, kui ruum on liiga suur ning tühje kohti inimeste vahel liiga palju.

Esineja nägu peaks olema nähtaval. Kuulajad tahavad – kasvõi uudishimust – esinejat näha ning see aitab neil ka kõnele keskenduda. Esineja läheduses ei tohiks olla tähelepanu eksitavaid asju – ka eelmise esineja poolt täissoditud tahvlit mitte.

Kõneleja asend ja liikumine publiku ees

Suure kuulajaskonna ees tuleks kõnelda püsti seistes. Istudes sobib kõnelda väikese publiku ees, kui ettekanne nõuab rohkem süvenemist. Tõsist süvenemist nõudvaid mõtteid polegi mõtet esitada suure publiku ees, sest rahvamassis viibiva inimese arusaamisvõime kahaneb.[22]

Esineja ei tohiks näida närvilisena, sest siis tajutakse teda vähem usutavana. Aeg-ajalt võiks küll kohta vahetada, sest liikumine aitab publiku tähelepanu säilitada. Vältida tuleks aga liikumist monotoonse skeemi järgi, nii et kuulajad esineja liigutusi ette aimavad, sest see hakkab mõjuma koomilisena või siis uinutavana.

[22] Sellest valdkonnast võiks lugeda näiteks raamatut Bon, G. Hulkade psühholoogia. – Loomingu Raamatukogu, 1991, nr 11–13.

Kõne tempo

Tempo valik sõltub eelkõige kõne liigist. Pidulik meeleolukõne (nt lõpuaktusel) võiks olla aeglane, telereportaaž aga kiire.

Kui kõne liik ise ei määra kõne tempot, siis võiks esinedes tempot varieerida. Aeglane tempo sobib

- alustamiseks (publik on n-ö inertne, ei saa kiiresti kohalt minema),
- keeruliste mõtete esitamiseks (publik vajab aega öeldu seedimiseks),
- erilise veenvuse saavutamiseks,
- millegi rõhutamiseks,
- suurele publikule kõneldes (arvuka publiku arusaamisvõime on kasin ning seetõttu tuleb oodata, et kuulajad mõttele järgi jõuaks).

Kiire tempo sobib

- vähemtähtsa materjali esitamiseks,
- näidete, kirjelduste, naljade lugemiseks,
- mõtete ümbersõnastamiseks,
- kergendatud meeleolu saavutamiseks.

Kõne tempo valikul tuleks arvestada publiku iseärasustega. Inimesi, kes kõnelevad kiiresti, peetakse teatud ringkondades n-ö tegijateks, kellel on nii palju teha, et nad ei saagi aeglasemalt rääkida. Selline edukuse oreool (“nemad ruulivad!”) teeb nad teatud publiku jaoks veenvaks. Teistsugusele publikule mõjub taoline tatraveski ehk kurnavalt ning üldsegi mitte veenvalt.

Pausid kõnes

Kõnes tekkivaid pause ja vaikusehetki ei tuleks karta – pigem võiks neid teadlikult teha. Pause võiks kasutada järgmistel juhtudel:

- enne siirdumist uuele teemale,
- enne olulise mõtte väljaütlemist,
- pärast olulise mõtte väljaütlemist,
- pärast retoorilist küsimust,
- tähelepanu virgutamiseks.

ERINEVAD MÕTLEMISVIISID

Kas loogika õppimine lõpetaks vaidlused?

Oletame, et kõik inimesed (olgu kasvõi ainult ühe riigi piires) omandavad edukalt formaalse loogika kursuse. Kas see tähendaks, et nad saavutaksid üksmeele kõikvõimalike probleemide lahendamises ning vaidlused lõpeksid? Näiteks arvas saksa filosoof ning matemaatilise loogika eelkäija Leibniz (1646–1716) tõesti nii, et tulevikus saab kõik vaidlused lahendada lihtsalt – õige vastuse väljaarvutamise teel:

> “...Kui tekiksid vaidlused, ei oleks diskussioon kahe filosoofi vahel vajalikum kui kahe arvutaja vahel. Piisab sellest, et mõlemad võtaksid kätte suled, istuksid laua taha ja ütleksid teineteisele (sõbralikult kutsudes): arvutame!”[23]

Matemaatilist loogikat silmas pidades (tutvudes näiteks lause- ja predikaatarvutusega) võib jääda mulje, et nn õiged seisukohad saab tõesti välja arvutada ning tarvis on vaid omandada selline loogiline arvutusoskus.

Paraku ei ole kõik nii lihtne. Iga arutlus tugineb ju teatud eeldustele. Järeldus on tõene siis, kui me tugineme tõestele eeldustele ja arutleme korrektselt. Oletame, et osatakse korrektselt arutleda. Jääb üle küsimus, kust võtta tõesed eeldused.

Lihtne oleks öelda, et eeldusteks peavad olema **varem tõestatud seisukohad**. Sellisel juhul aga jääb ju kahe silma vahele, et ka nende tõestused pidid tuginema teatud eeldustele. Niimoodi jääksime lõpmatuseni tõestama.

Võiks välja pakkuda, et **faktid** on tõesed eeldused ning neile tuginedes saaksime oma seisukohti ka tõestada. Pikemalt käsitleme seda teemat järgmises peatükis, praegu aga piirdume kahe märkusega.

Esimene märkus faktidele tuginemise kohta

Kui tahame midagi tõestada, peame arutlema deduktiivselt, sest ainult siis garanteerib eelduste tõesus ka järelduse tõesuse. Deduktiivsete arutluste seas on aga vähe selliseid, mis võiksid ainult faktidele tugineda ning needki on küllaltki väheinformatiivsed. Toome kaks deduktiivse arutluse näidet, mis tuginevad ainult faktidele.

Esimene näide:

[23] Лейбниц, Г. В. Об универсальной науке, или философском исчислении. –Лейбниц, Г. В. Сочинения в 4-х томах. Том 3. Москва 1984, lk 497.

Toomas käis eile õhtul kinos. Järelikult on tõsi, et Toomas käis eile õhtul kinos või teatris.

Vastava arutluse loogiline vorm on selline:

$p \vdash p \vee q$

Sellise järeldumise saab tõestada ning oletame, et fakti suhtes ei teki kahtlusi.

Teine näide:

Aino õpib ülikoolis ja käib tööl. Järelikult leidub keegi, kes õpib ülikoolis ja käib tööl.

Vastava arutluse loogiline vorm on selline:

$Pa \ \& \ Qa \vdash \exists x \ (Px \ \& \ Qx)$

Sellise järeldumise saab tõestada ning oletame, et faktide suhtes ei teki kahtlusi.

Ainult faktidele tuginedes saame deduktiivselt arutledes järelduseks vaid väite mingi konkreetse objekti kohta või siis osaotsustuse (st väite, mis algab sõnaga *mõni* või *leidub*). Selliste väidetega küll pikka vaidlust ei pea.

Täpsustus: mis on fakt?

Täpsustame, et sõna *fakt* kasutatakse kahes tähenduses:

1) fakt kui sündmus;
2) fakt kui mingi sündmuse kirjeldus, st väide fakti kohta, faktiväide.

Kui öeldakse, et argumentatsioon tugineb faktidele, siis peetakse silmas just faktiväiteid.

Arusaamatuste vältimiseks ütleme veel, et sellised väited nagu

Kõik inimesed on surelikud

Kõikide taevakehade liikumine allub gravitatsiooniseadusele

jne ei ole faktiväited. Nad ei kirjelda mitte sündmust, vaid mingit (oletatavat) seaduspärasust.

Kui äsja näiteks toodud deduktiivse arutluse erandid välja arvata, siis võime öelda, et deduktiivne argumentatsioon ei saa läbi ilma üldväideteta. Süllogismireeglitest teame, et vähemalt üks eeldustest peab olema üldotsustus. Kui me kasutame eeldustena selliseid väiteid, nagu näiteks

Kehale mõjuv jõud võrdub keha massi ja selle jõu poolt kehale antud kiirenduse korrutisega,

siis tegelikult on siin ikkagi tegemist varjatud kujul üldväitega

Alati ja igasuguste kehade korral kehtib: kehale mõjuv jõud võrdub keha massi ja selle jõu poolt kehale antud kiirenduse korrutisega.

Teine märkus faktidele tuginemise kohta

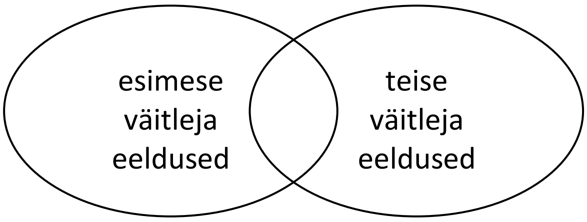
Sageli on raske eristada fakti selle interpretatsioonist ehk tõlgendusest. Inimesed võivad olla tunnistajaks ühele ja samale sündmusele, kuid nad tõdevad erinevate faktide asetleidmist. Näiteks kui vennad Lumiere'id 28. detsembril 1895. a. Pariisis esmakordselt lühikesi kinofilme näitasid, muu hulgas ka rongi saabumisest, siis haaras inimesi õudus ohu pärast "jääda rongi alla".

Kuidas nad kirjeldasid nähtut? Mis oli fakt – kas see, et rong tormas otse vaatajate suunas?

Kuidas saaks tugineda tõestuse käigus kindlatele faktidele, kui faktid ise võivad osutuda vaidlusalusteks?

Loogika seisukohalt võib inimene küll korrektselt arutleda, kuid me ei tarvitse nõustuda kõigi sõnastatud ja varjatud eeldustega, millest ta lähtub. Kuna erinevad inimesed lähtuvad arutlustes erinevatest eeldustest, siis ei lõpeta loogika õppimine sugugi vaidlusi.

Joonisena võiks taolist erinevatele eeldustele tuginemist kujutada nii:



Järelduste suhtes, mis tulenevad kahe väitleja ühistest eeldustest, on mõlemad ühel meelel. Niipea, kui arutlusse kaasatakse ka mitteühised eeldused, ei nõustuta enam teise väitleja järeldustega.

Igaühel oma loogika?

Esimeses peatükis rääkisime sõna *loogika* kolmest tähendusest. Teine neist oli 'väidete seostatus' ning seal eristasime omakorda sisulisi ja formaalloogilisi seoseid.

Just nimelt sisulisi seoseis silmas pidades võikski öelda, et igaühel on oma loogika. Kõik võivad vabalt pooldada üht ja sama formaalloogikat, kuid sisuliselt seostada mõtteid ikkagi erinevalt, sest igaüks tugineb erinevatele eeldustele.

Kindlasti on eeldustel, millest lähtub üks inimene, ühisosa eeldustega, millest lähtub teine ning ühisosa eeldustega, millest lähtub kolmas jne, kuid mida rohkem inimesi, seda väiksemaks jääb nende ühiste eelduste hulk ning seda suurem on oht, et ei mõisteta üksteist ning süüdistatakse teisi ebaloogilisuses.

Kõiki eeldusi, millest me arutlustes lähtume, ei sõnasta me arvatavasti kunagi. Osa neist eeldustest me üldse ei teadvustagi endale. Meie tõekspidamised kujunevad sotsialiseerumise käigus ning nende hulka kuuluvad väärtushinnangud, arusaamad õigest käitumisest, maailmavaatelised seisukohad jne. Enese paremaks tundmaõppimiseks oleks vaja ka oma varjatud tõekspidamistes selgusele jõuda, tuua nad vähemalt enda jaoks päevavalgele.

Näiteks võib mõni inimene olla veendunud (ilma et ta seda avalikult deklareeriks), et kõik inimesed tahavad teistele ainult head; teine aga võib olla veendunud, et kõik inimesed (välja arvatud tema ise) tahavad teistele ainult halba. Vastavalt oma veendumusele tõlgendatakse ka teiste käitumist ning arutletakse selle üle.

Samuti võime kuulda umbes selliseid mõtteavaldusi:

> *On ju loogiline, et peale sellist ülbitsemist näitasin ma talle tema õige koha kätte*
>
> *See oleks ju ebaloogiline, kui mina peaksin temale istet pakkuma*
>
> *See on ju loogiline, et elekter võetakse välja, kui uut tänavavalgustust panema hakatakse*
>
> *Loogiline oleks, et ta ise tuleks ja vabandaks.*

Sõna *loogiline* kasutatakse sageli just nimelt tähenduses 'loomulik'. Kui kedagi süüdistatakse loogika puudumises, siis on arvatavasti tegemist kahe maailmavaate konfliktiga.

Loogilisuse ajalooline ja kultuuriline kontekst

Kuna suur osa meie tõekspidamistest kujunevad sotsialiseerumise käigus nii, et me neid endile ei teadvustagi, siis võib meil olla raske mõista teise ajastu või kultuuri inimesi. Põhjuseks on just nimelt varjatud eeldused, mis on enesestmõistetavad mingi ajastu ja kultuuri inimeste jaoks, kuid mitte teise ajastu ja kultuuri inimeste jaoks. Üldistavalt võiks öelda, et iga ajastut ja kultuuri iseloomustab teatud mõtteviis või mõtlemiskultuur.

Toome mõned näited, mis võiksid seda mõtet illustreerida.

Näide 1

Stalinlikul Venemaal (1920ndate lõpp kuni 1950ndad) olid üldlevinud mitmed ilmselged tõed, mis tänapäeval ei ole enam sugugi ilmselged. Stalinile esitati tema esinemise ajal Sverdlovi ülikoolis 9. juunil 1935. a. kirjalik küsimus: *Tööliste ja talurahva valitsus – kas ka tegelikult või on see ainult agiteeriv loosung?*

Stalin vastas:

> "Küsimuse sõnastus näib mulle natuke rumalana. Mida tähendab: tööliste ja talurahva valitsus – kas ka tegelikult või on see ainult agiteeriv loosung? Tuleb välja, et partei võib püstitada ka selliseid loosungeid, millised ei vasta tegelikkusele, vaid on mingi kavala manöövriga seotud, mida siin nimetatakse millegipärast "agitatsiooniks". Tuleb välja, et partei võib püstitada ka selliseid loosungeid, millised ei oma ja ei saagi omada teaduslikku alust. On see tõsi? Loomulikult ei ole see tõsi. Selline partei kaoks lühikese aja vältel nagu seebimull. Meie partei oleks sellisel juhul mitte teaduslikku poliitikat elluviiv proletariaadi partei, vaid hoopis paljas vaht poliitiliste sündmuste pinnal."[24]

Varjatud eelduseks, millele Stalin tugines, oli:

> *Kommunistliku partei poliitika on teaduslik ning ainuõige.*

Tollal peeti seda tõesti vaieldamatuks, tänapäeval aga mitte. Sellepärast ei olegi Stalini argumentatsioon tänapäeval veenev. Oleksime aga ise olnud kuulamas nimetatud esinemist 1935. aastal, oleksime ehk Stalini vastust väga veenvaks pidanud.

Näide 2

Varjatud tõekspidamised võivad mõjutada ka teadlaste uurimistööd. Inglise filosoof Bertrand Russell (1872–1970) tõi sellise näite:

> "Nii näiteks on iga meessoost inimaju uurija ette veendunud, et mehe aju on parem kui naise oma. Kui leiti, et mehe aju keskmine kaal on suurem kui naise oma, võeti seda kui tõendust mehe suurema intellekti kohta. Kui juhiti tähelepanu sellele, et elevandi aju on veel raskem, sügasid silmapaistvad teadlased kukalt, sest ei võinud nad ju end mõistuse poolest elevantseteks tunnistada. Keegi oletas, et tähtis on aju kaalu ja keha kaalu suhe. Sellel aga oli hävitav tagajärg: näis ilmnevat, et naised on üldiselt targemad kui mehed. Nii ei saanud olla. Nõnda nad siis ütlesid, et ei loe pelk brutokaal, vaid struktuuri keerukus. Kuna selle kohta võis ikka teha vaid oletusi, siis võis eeldada, et selles osas on mehed naistest ees."[25]

Näide 3

Tänapäeva kohtupraktikas peetakse enesestmõistetavaks, et kui inimest, keda süüdistatakse kuriteos, nähti selle kuriteo asetleidmise ajal hoopis kuskil mujal, siis see inimene ei saanud sooritada nimetatud kuritegu. Keskaegses kohtupraktikas aga nii ei arvatud:

---

[24] Сталин, Вопросы ленинизма. Москва, 1933, lk 160–161.

[25] Russell, B. Kas teadlaste tegevus on teaduslik? –Russell, B. Valik esseid. Tallinn, 1994.

> "Nõiaprotsessidel juhtus mõnikord, et ajal, mil kohtualune oma kinnituse kohaselt sabatil viibis, oli ta tunnistajate väitel abieluvoodis mehe kõrval maganud. Selliseid juhtumeid seletati kahel moel. Esiteks võis nõid sabatil käia nii kiiresti, et keegi ei jõudnud äraolekut märgata. Aga kui keegi võis tunnistada, et süüalune polnud hetkekski lahkunud, oli tegemist teise võimalusega – kurat püüdis oma teenrit varjata ja magas tema kujul mehe kõrval, sellal kui nõid ära lendas. /.../ Väga sageli kahtlustati nõidu ristimata laste söömises ja nende laipadest nõidumisvahendi valmistamises. Sprenger ja Institoris toovad ära Berni piirkonna nõidade tunnistused, keda süüdistati kolmeteistkümne lapse söömises. Korduvalt juhtus, et kohtualune osutas piinamisel täpselt, millise lapse nad hauast välja kaevasid ja ära sõid või salviks keetsid. Ent haua avamisel leiti puutumatu laip. Seda seletati kuratliku pettusega – deemon püüdis uurijaid eksiteele juhtida, võttes poolkõdunenud laiba kuju."[26]

Näide 4

Teistsugust mõtlemisviisi kohtame ka nn pärismaalaste seas.

> "Misjonär Grubb kirjutab, et üks Paraguai indiaanlane süüdistas teda kõrvitsavarguses, ehkki teadis, et misjonär oli varguse ajal vargusepaigast enam kui 200 kilomeetri kaugusel. Indiaaanlane oli unes näinud, kuidas misjonär kõrvitsaid varastas, ja teda ei eksitanud teadmine, et Grubb tol ajal hoopis mujal viibis."[27]

Kas siin ei ole mitte tegemist vasturääkivusega? Ei tarvitse olla, sest pärismaalane ei tunnista ehk eeldust, et üks ja sama asi ei saa asuda üheaegselt kahes eri kohas. seetõttu ei teki arutluses ka vasturääkivust.

Eelloogiline mõtlemine?

Prantsuse sotsioloog ja etnoloog Lucien Levy-Bruhl (1857–1939) väitis, et nn primitiivsete rahvaste mõtlemine on eelloogiline. Moodsa kultuuri ja primitiivse kultuuri põhierinevus seisneb tema arvates selles, et esimese mõtteviis väldib vasturääkivusi, teise mõtteviis aga mitte:

> "Inimese vaimne tegevus meie ühiskonnas, mis kujul ta ka ei toimuks, peab olema allutatud vasturääkivuse seadusele. Hoopis teistsugused on tingimused, millistes toimub eelloogiline mõtlemine. [---]

[26] Valk, Ü. Kurat Euroopa usundiloos. Sissejuhatus demonoloogiasse. Tallinn, 1994, lk 200, 214.

[27] Tulviste, P. Mõtlemise muutumisest ajaloos. Tallinn, 1984, lk 23.

> ...Ürginimeste mõtlemises ilmneb ükskõiksus nii kogemuse kui ka vasturääkivuste suhtes."[28]

Primitiivse mõtlemise ükskõiksusega vasturääkivuste suhtes ongi Levy-Bruhl'i arvates seletatav asjaolu, et meil on nii raske jälgida sellise mõtlemise kulgu.

Primitiivsete rahvaste mõtlemisviis on loomulikult teistsugune kui meie oma, kuid kas erinevus seisneb selles, et nemad pole loogilise mõtlemiseni veel jõudnudki, on küll küsitav. Saksa sotsioloog Richard Turnwald (1869–1954) arvas, et nn primitiivne mõtlemine ainult tundub olevat aloogiline. Ta tõi sellise näite. Kui inimesele tuleb mingi haigushoog peale, siis pärismaalase arvates on selle põhjuseks paha vaim. Haige ravimiseks tuleb paha vaim temast välja ajada. Selleks on tarvis kasutada samasuguseid vahendeid nagu inimesegi väljaajamiseks: vaimu nimetatakse nimepidi, nõutakse tema lahkumist, hirmutatakse teda lärmiga.

Kõigi taoliste tegevuste vajalikkus on nende maailmavaate taustal täiesti põhjendatud. Kui me selgitaksime välja nende n-ö baastõekspidamised, võiksime arvatavasti veenduda, et nende järeldused on täiesti korrektsed. Asi on vaid selles, et me ei tunnista nende baastõekspidamisi.

Inglise antropoloog Edward Evans-Pritchard uuris 1920ndatel aastatel Ida-Sahaara põlisrahva zandede/azandade kultuuri ning kirjeldas nende usku nõidusesse järgmiselt:

> "Nõidus on kõikjal. Ta mängib oma osa igas tegevuses: põlluharimises, kalapüügis ja jahtimises, koduses majapidamises ja asula ühiskondlikus elus; nõidus on intellektuaalse elu tähtsaks teemaks. /.../ ... Tõesti, iga õnnetus või mõne inimese ebaedu ükskõik mis tegevuses võidakse ära seletada nõidusega."[29]

Evans-Pritchard püüdis zandedega vaielda, selgitades, et sündmused toimuvad loomulikel põhjustel, kuid vaidlus osutus edutuks. Näiteks vigastas üks poiss jalga kännu vastu. Taolisi vigastusi tuleb Aafrikas sageli ette. Haav oli aga sellises kohas, kus temasse tahes-tahtmata sattus mustust ning haav läks mädanema. Poiss seletas, et jala vigastamise põhjuseks on nõidus. Ta võis küll nõustuda Evans-Pritchardi väitega, et jalga vigastas ta siiski ettevaatamatusest ja et känd polnud teel mitte nõiduse tõttu, vaid oli seal loomulikul teel kasvanud, kuid lisas, et ta on alati ettevaatlik olnud ning kui poleks olnud nõiduse küüsis, oleks ta ka seekord kändu märganud. Otsustava argumendina lisas poiss, et seda liiki haavad tervenevad alati kiiresti, kuid see haav läks mädanema just nõiduse tõttu.

Nõidus on meie jaoks võõras mõiste ning raske on mõista azandade veendumust selle olemasolus. Kuid Evans-Pritchard'i arvates ei tohi unustada,

---

[28] Леви-Брюль, Л. Первобытное мышление – Л. Леви-Брюль, Сверхъестественное в первобытном мышлении. Москва, 1994, lk 89.

[29] Evans-Pritchard, E. E. Witchcraft. Oracles and Magic among the Azande. Oxford, 1989, lk 18

et samavõrd raske on azandadel aru saada, kuidas meie saame eitada nõiduse olemasolu. Zandede mõtlemist võib tema arvates nimetada müstiliseks, kuid mitte ebaloogiliseks või ebakriitiliseks. Evans-Pritchard kirjutas:

> "Mul polnud raskusi zande mõistete kasutamisel nii nagu nemad seda teevad. Niipea kui väljenduslaad on omandatud, on ülejäänud lihtne, sest zandede juures järgneb üks müstiline mõte teisele sama põhjendatult kui üks terve mõistuse mõte järgneb teisele meie ühiskonnas."[30]

Siin on tegemist kahe erineva tõekspidamiste süsteemiga ning vaidlus ei ole just eriti viljakas. Oma veendumustele leiavad pärismaalased igapäevases elus kinnitusi niisamuti nagu meiegi. Ilmselt ei ole neil rahvastel sellist teadust nagu loogika, kuid see ei tähenda ju veel, et nad mõtleksid aloogiliselt. Analoogselt võime ju öelda, et vaatamata sellele, et primitiivsetel rahvastel ei ole sellist teadust nagu filoloogia, omandavad nad ometi emakeele.

[30] Evans-Pritchard, E. E. Witchcraft. Oracles and Magic among the Azande. Oxford, 1989, lk 222.

KAS FAKTID TÕESTAVAD MIDAGI?

Levinud on veendumus, et faktide abil saab teooriaid tõestada ja ümber lükata. Sageli omistatakse teaduslikule mõtlemisele eriline staatus just põhjendusega, et teaduslikud teooriad on faktidega tõestatud.

Kas see ikka on nii ning kas see üldse saakski nii olla?

Kõigepealt jagame küsimuse kolmeks alaküsimuseks ning proovime neile vastates asjasse veidi selgust tuua:

1. Kas faktidest tulenevad teooriad?
2. Kas faktide abil saab tõestada teooria tõesust?
3. Kas faktide abil saab tõestada teooria ekslikkust?

Kas faktidest tulenevad teooriad?

Inglise filosoofi Francis Baconi (1561–1626) veendumus oli, et fakte hoolikalt kogudes ja üldistades jõuame tõeste teooriateni ning õige meetodi olemasolul pole erilist andekust tarviski:

> “Meie teaduste avastamise tee on selline, et ta jätab väga vähe ande teravusele ja tugevusele ning peaaegu ühtlustab need. Sarnaselt sellele omavad sirge joone või ringjoone tõmbamisel suurt tähtsust käe kindlus, oskuslikkus ja treenitus, juhul kui töötada ainult käega – ning osutuvad pea tähtsusetuteks, kui kasutada joonlauda ja sirklit. Nii on ka meie meetodiga.”[31]

Tänapäeva teadusfilosoofias selline veendumus enam toetajaid ei leia. Teooriad ei tulene faktidest, sest:

1) vaatlus ja eksperiment juba eeldavad teooriat ning pole seega n-ö sõltumatud kohtumõistjad;
2) faktid pole kunagi n-ö puhtad – neid interpreteeritakse teooria valguses.

Järgnevalt selgitame mõlemat argumenti.

Vaatlus ja eksperiment eeldavad teooriat

Kuidas võiks lihtsalt vaadeldes luua teooriat? Maailm koosneb ju tohutust arvust faktidest. Kõigepealt peaks ikkagi teadma, mida vaadelda – peab olema

[31] Бэкон, Новый органон. – Бэкон, Сочинения в 2-х томах. Том 2. Москва, 1972, lk 27–28

probleem, millele otsitakse lahendust. Inglise filosoof Karl Raimund Popper (1902–1994) kirjutas 1953. aastal:

> "Usk sellesse, et teadus areneb vaatlustelt teooriatele, on veel niivõrd laialt levinud, et selle eitamine minu poolt on sageli kutsunud esile arusaamatuse. Mind on isegi ebasiiruses kahtlustatud, sest ma eitan seda, milles ükski terve mõistusega inimene ei kahtle. Kuid tõesti, usk sellesse, et me võime teaduslikku uurimistööd alustada puhtast vaatlusest, omamata midagi teooriasarnast, on absurd. /.../ Kakskümmend viis aastat tagasi ma püüdsin veenda selles mõningaid Viini tudengeid–füüsikuid, alustades loengut sõnadega: "Võtke pliiats ja paber, jälgige tähelepanelikult ja kirjeldage oma vaatlusi." Nad küsisid muidugi, mida nimelt nad peavad jälgima. Selge, et tühipaljas juhend: "Jälgige!" on absurdne. Vaatlus on alati valiv. On tarvis valida objekt, teatud ülesanne, omada teatud huvi, vaatenurka, probleemi."[32]

Näib, et siin tekib nõiaring: vaatlus eeldab mingi seisukoha või teooria olemasolu, kuid teooria eeldab omakorda vaatlust. Popper kommenteeris seda nii:

> "Probleem *Mis oli varem – kas hüpotees või vaatlus?* lahendub samamoodi nagu probleem *Mis oli varem – kas kana või muna?* Vastus viimasele kõlab: Muna varasemal kujul; esimesele aga: Hüpotees varasemal kujul. Selge on, et igale hüpoteesile, mille me omaks võtame, eelnevad tähelepanekud, näiteks need, mida hüpotees peaks seletama. Kuid need tähelepanekud omakorda eeldavad mingite teoreetiliste struktuuride olemasolu. [---] Tagasi minnes üha primitiivsemate teooriate ja müütide juurde, jõuame me lõpuks teadvustamata sünnipäraste ootusteni. [---] Me sünnime koos ootustega, "teadmisega", mis ei ole küll aprioorselt tõene, kuid psühholoogiliselt või geneetiliselt siiski aprioorne, st eelneb igasugusele vaatlusele. Üks tähtsam neist on ootus leida korrapärasust."[33]

Andmeid interpreteeritakse teooria valguses

Vaatlus ja eksperiment eeldavad oskust interpreteerida andmeid teooria valguses. Seega tähendab aga, et faktid ei ole n-ö puhtad – nad on alati tõlgendatud teatud teooria või seisukoha valguses.

Inglise teadlane ja teadusfilosoof Michael Polanyi (1891–1976) selgitas sellist faktide iseärasust nii:

[32] K. R. Popper, Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge. London and Henley, 1976, lk 46.

[33] Sealsamas, lk 46–47

> “Kujutage endale ette meditsiiniüliõpilast, kes kuulab loengut kopsuhaiguste röntgenodiagnostikast. Ta jälgib pimedas toas varjusid, mis tekivad patsiendi rinnakorvi ette asetatud fluorestseerival ekraanil ja kuulab kommentaare varjude oluliste tunnuste kohta, mida annab röntgenoloog oma assistentidele erialases keeles.
>
> Alguses on tudeng hämmelduses: ta eristab ainult südame ja roiete varjusid ja veel mõningaid ähmaseid laike nende vahel. Talle tundub, et spetsialistid lihtsalt fantaseerivad isikliku kujutlusvõime tulemuste põhjal. Ta ei näe midagi, millest nad räägivad. Hiljem, jätkates nende kuulamist ja tähelepanelikult vaadeldes üha uusi ja uusi pilte erinevatest haigustest, ilmnevad tal arusaamise eosed. Pikkamööda unustab ta roided ja hakkab nägema kopse. [---] Ta astub uude maailma. Kuigi ta näeb esialgu ainult osa sellest, mida võib näha spetsialist, on nähtul ja enamusel kommentaaridest tema jaoks juba teatud mõte. [---] Seega samal hetkel, kui tudeng hakkab mõistma kopsu röntgenoloogia keelt, hakkab ta mõistma ka röntgenogramme. Need kaks protsessi saavad toimuda ainult koos.”[34]

Ameerika teadusfilosoof Thomas Kuhn (1922–1996) tõi sellised näited:

> “Mullikambri fotot vaadates näeb õppur ähmaseid murdjooni, füüsik aga tuttava subnukleaarse reaktsiooni salvestist. Alles pärast mitmeid sääraseid nägemispildi muundusi saab üliõpilasest teadusmaailma asukas, kes näeb seda, mida näeb teadlane, ja reageerib nagu teadlane.”[35]

Kas faktide abil saab teooriat tõestada?

Faktide abil ei saa teooriat tõestada, sest

1) faktidele tuginev arutlus on induktiivne ning seega mittetõestav;
2) mõnikord tuleb piirduda vaid kaudse tõendusmaterjaliga ning sellisel juhul faktid ei räägi ühemõtteliselt ühe või teise teooria kasuks.

Järgnevalt selgitame mõlemat argumenti.

Induktiivse arutluse eripära

Faktide alusel üldistuste tegemine on induktiivne arutlus. Induktiivse arutluse puhul ei garanteeri aga eelduste tõesus veel järelduse tõesust.

Kui mitu korda peaksid vaatlused ja eksperimendid teooriaga kooskõlas olema, et ütelda – see teooria on tõene? Kas 2 korda või 2000 korda? Kui me

---

[34] Polanyi, M. Personal Knowledge. Towards a Post-Critical Philosophy. Chicago, 1962, lk 100-102.

[35] Kuhn, T. Teadusrevolutsioonide struktuur. Tartu, 2003, lk 144.

saavutame 2000. vaatlusel teooriaga kooskõlalise tulemuse, kas siis on tõestatud, et nii saab olema ka näiteks 2001. vaatlusel?

Kujukas näide selle kohta, et teooriat ei saa tõestada faktidega, on Newtoni mehaanika saatus. Newtoni sõnastatud seadused leidsid faktilist kinnitust ligi 250 aasta jooksul. Kuid siiski avastasid teadlased ka uusi fakte, mis ei olnud enam kooskõlas klassikalise mehaanikaga. Nii loodigi 20. sajandi algul relatiivsusteooria ja kvantmehaanika. Ka tänapäevaste teooriate kohta ei saa öelda, et nende paikapidavus on tõestatud.

Mõnikord on võimalik vaid kaudne tõendamine

Paljud seisukohad ja teooriad on sellised, et neile ei ole võimalik otseselt kinnitust leida. Selle asemel tuleb leppida kaudse tõendamisega. Näiteks ei saa väite *Maailm on ümmargune nagu apelsin* tõesust kontrollida samamoodi nagu väite *Apelsin on ümmargune* tõesust. Maa kerakujulisust saab samuti tõendada vaid kaudselt. Sellisteks kaudseteks tõendusteks peetakse järgmisi fakte:

1) kuuvarjutuse ajal on Maa vari Kuu pinnal kumer;
2) sadamast lahkuvatest laevadest näeme lõpuks ainult maste;
3) võimalikud on ümbermaailmareisid (sõites kogu aeg edasi, jõutakse samasse kohta tagasi).

Ka selle kohta, kas Maa tiirleb ümber Päikese või Päike ümber Maa, saame ainult kaudseid tõendeid otsida. Kui me püüaksime kaugeneda päikesesüsteemist nii kaugele, et näeksime korraga Päikest, Kuud, Maad jt planeete, siis tegelikult ei avaneks meie silme ees sama pilt mis astronoomia õpikus – meie ees oleks samavõrd segane täppiderägastik nagu seda on öises taevas selge ilmaga.

Kas faktide abil saab teooria ümber lükata?

Seda, et faktide abil ei saa teooriat ümber lükata, saab argumenteerida näidetega teaduse ajaloost. On olnud mitmeid faktidega vastuollu sattunud teooriaid, mida siiski kõrvale ei heidetud. Teadlastel õnnestus näidata ühte kahest:

1) ebakõla tekib puudulike teadmiste tõttu;
2) neid fakte saab interpreteerida nii, et vastuolu teooriaga ei teki.

Ebakõla võib tekkida puudulike teadmiste tõttu

Sellise olukorra näiteks sobib Newtoni mehaanika saatus.

Newtoni teooria järgi ei liigu planeedid mööda päris ideaalseid elliptilisi orbiite, sest nad mõjutavad üksteist ja sellest tulenevad teatud kõrvalekalded. Nende kõrvalekallete suurused saab Newtoni teooriale tuginedes välja arvutada. Astronoomilised vaatlused kinnitasid neid arvutusi kõigi tollal tuntud planeetide puhul peale Uraani, mille 1781. aastal avastas saksa päritoluga inglise astronoom William Herschel (1738–1822). Neptuuni ja Pluutot ei olnud tollal veel avastatud. Uraani kõrvalekalded osutusid seletamatult suuremateks. 19. sajandi alguses tekitas see peamurdmist ning külvas koguni kahtlust Newtoni mehaanika usaldusväärsuse suhtes. Võib-olla ei kehti gravitatsiooniseadus nii suurte vahemaade korral, nagu seda on Päikese ja Uraani vaheline kaugus? Olukord muutus teooria jaoks kriitiliseks.

Samas püstitati veel üks oletus: Uraanist kaugemal on veel üks planeet, mida pole veel avastatud, kuid mis mõjutab Uraani liikumist ning tekitab lahknevuse arvutustulemuste ja tegelike koordinaatide vahel, sest tema mõju ei ole arvutustes silmas peetud.

Sellisele oletusele tuginedes arvutasid kaks teadlast – inglise astronoom John Couch Adams (1819–1892) ja prantsuse astronoom Urbain Le Verrier (1811–1877) – teineteisest sõltumata välja seni veel tundmatu planeedi asukoha. Le Verrier saatis Berliini observatooriumisse kirja, kus kirjeldas seni tundmatu planeedi asukohta 23. septembri öösel 1846. Täpselt etteantud ajal suunati teleskoop kirjeldatud suunas taevasse ning nähtigi seal objekti, mis tähekaartidel puudus. Nii avastati kaheksas planeet päikesesüsteemis, mis sai oma rohekas-sinise värvuse tõttu nimeks Neptuun (vanarooma mere- ja jõgede jumala Neptunuse järgi).

Seega kaotati vastuolu faktidega ning leiti hoopis suurepärane tõendus teooria töövõimelisuse kohta – vähemalt mõneks ajaks.

Fakte saab erinevalt interpreteerida

Mõnikord võib teooria ning fakti vastuolu tekkida sellepärast, et neid fakte interpreteeritakse teise teooria valguses. Sellisel juhul tekib konflikt tegelikult mitte teooria ja fakti vahel, vaid kahe teooria vahel.

Selles suhtes on iseloomulikud poola astronoomi Mikolaj Koperniku (1473–1543) heliotsentrilise teooria saatus. Tema eluajal oli ilmne, et selline teooria on vastuolus faktidega. Argumendid olid järgmised:

1. Me ei tunne mingit liikumist. (Kui Maa tõesti liiguks, peaksime seda tundma.)
2. Ükski Maa pinnal asuv ese ei paisku maailmaruumi. (Kui Maa tõesti liiguks, siis paiskaks ta kõik maailmaruumi samamoodi, nagu pöörlevalt aluseltki lendab kõik minema.)
3. Näiteks tornist vabalt langev kivi kukub otse torni jalamile, mitte aga kuhugi eemale. (Kui Maa tõesti liiguks, siis peaks ta kukkuma lääne suunas, sest “Maa liiguks alt ära”.)

Tänapäeval sellised faktid ei ole enam vastuolus Maa liikumise ideega. Järelikult oli asi selles, et neid fakte lihtsalt vaadeldi tollase mehaanika valguses. Selgitame seda.

Esimene vastuargument tugines tolleaegsele ettekujutusele liikumisest kui vankris või tõllas sõitmisest mööda konarlikku teed.

Teine vastuargument hindas tohutult üle Maa pöörlemisel tekkiva kesktõmbekiirenduse väärtust (tollal sellist terminit muidugi ei kasutatud ning ei osatud ka selle väärtust arvutada). Tänapäeval aga võime välja arvutada kesktõmbekiirenduse ekvaatoril (mujal on see väiksem) ning see jääb tunduvalt alla raskuskiirendusele. Seega pole karta mingit "maailmaruumi paiskumist".

Kolmanda vastuargumendi tõrjus kõrvale itaalia füüsik ja astronoom Galileo Galilei (1564–1642), sõnastades inertsiseaduse. Tänapäeval tuntakse seda Newtoni formuleeringus (Newtoni I seadus). Inertsiseaduse kohaselt liiguvad kehad muutumatu kiirusega (ka null-kiirus on kiirus), kui neile ei mõju ühtegi jõudu või on resultantjõud võrdne nulliga. Seega liigub otse üles visatud ese ka õhus olles koos Maaga edasi, sest horisontaalsuunas ei mõju talle ühtegi jõudu, ja kukub alla Maa suhtes samas kohas. Seega ei tõesta eksperiment tornist vabalt langeva kiviga Maa liikumatust. Enne Galileid aga seostati pidevat liikumist ikka mingi vedaja olemasoluga (hobune veab vankrit jne) ning seepärast vaadeldigi nimetatud eksperimenti kui Maa liikumatuse tõestust.

NÄIDISTEST

Maksimaalselt võib saada 50 punkti. Test on arvestatud, kui saate 26 punkti.

Ülesanne 1 (6 p)

Selgitage mõistetevahelisi suhteid Euleri ringide abil.

- puumaja, vana maja, ühekordne maja
- kass, koer, loom, taksikoer
- välk, pikne, loodusnähtus, udu

Ülesanne 2 (4 p)

Eeldage, et antud atributiivne otsustus on väär ning tehke loogilise ruudu järgi kõik võimalikud järeldused.

- Iga tegu on tahtlik
- Mõned asjad on tarbetud.

Ülesanne 3 (4 p)

Selgitage välja järgnevate väidete loogiline vorm.
Tehke kindlaks, kas paarides olevad väited on ekvivalentsed.

- Mart sõitis eile kinno bussiga või trammiga.
  Kui Mart eile kinno bussiga ei sõitnud, siis sõitis ta trammiga.
- Kui aknad on lahti, siis ei ole toas umbne.
  Ei saa olla, et aknad on lahti, kuid toas on umbne.

Ülesanne 4 (10 p)

Leidke väide, mis on antud väitele vasturääkiv (teostage otsustuse eitus).

- Kõik koerad armastavad koeratoitu.
- Mõni baarikülastaja joob ainult mahla.
- Mõni hiir on kavalam igast kassist.
- Alati kui vanemad tööle lähevad, hakkab Kati televiisorit vaatama.
- Igaühel, kes loeb ja kirjutab palju, areneb hea väljendusoskus.

Ülesanne 5 (4 p)

Selgitage välja järgnevate eelduste loogiline vorm.
Kui võimalik, tehke järeldus neist eeldustest.

- Alati kui vanemad tööle lähevad, hakkab Kati televiisorit vaatama. Praegu hakkas Kati televiisorit vaatama.
- Igaühel, kes loeb ja kirjutab palju, areneb hea väljendusoskus. Toomasel on raskusi oma mõtete väljendamisega.

Ülesanne 6 (8 p)

Tõestage lausearvutuse abil järgmised järeldused.

- $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash \neg p \supset \neg r$
- $p \supset q, r \supset s, \neg q \vee \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$

Ülesanne 7 (4 p)

Tehke järeldus muutmise teel.

- Iga tegu on tahtlik
- Mõned asjad on tarbetud.

Ülesanne 8 (4 p)

Tehke otsene järeldus ümberpööramise teel (kui võimalik).

- Kõik kuused on okaspuud.
- Mõni rikas inimene pole koolis käinud.

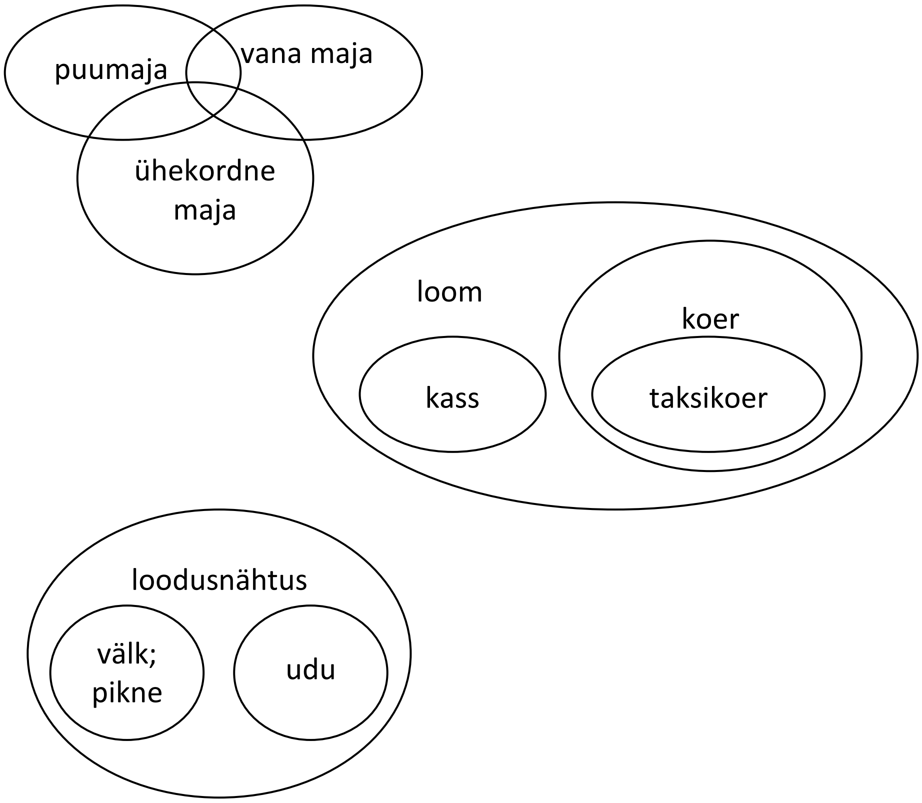
Ülesanne 9 (6 p)

Tehke järeldus (kui võimalik).
Kontrollige järelduse õigsust.

- Mitte ükski lill ei ole puu.
  <u>Mõned taimed on lilled</u>
- Mõni lill on meeldiva aroomiga.
  <u>Sõnnik ei ole meeldiva aroomiga.</u>

NÄIDISTESTI VASTUSED

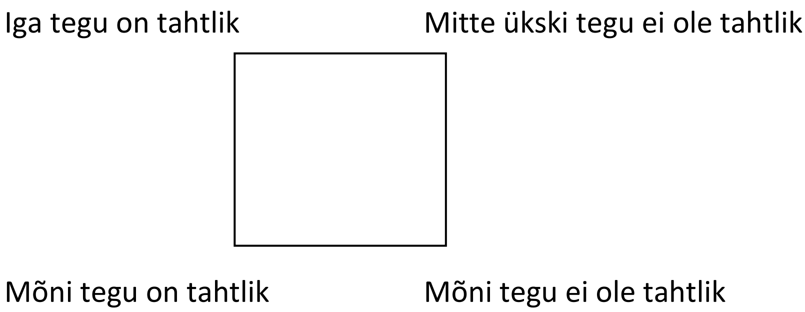
Ülesanne 1



Ülesanne 2

Ülesande lahendamiseks joonistame nn loogilise ruudu ning märgime iga nurga juurde ka vastava otsustuse.

Esimene väide



Iga tegu on tahtlik – väär (eeldus).

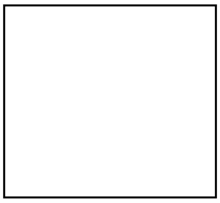
Mitte ükski tegu ei ole tahtlik – ei saa midagi öelda.

Mõni tegu on tahtlik – ei saa midagi öelda.

Mõni tegu ei ole tahtlik – tõene, sest kui üldjaatav väide on väär, siis osaeitav on tõene.

Teine väide

Kõik asjad on tarbetud Mitte ükski asi ei ole tarbetu



Mõned asjad on tarbetud Mõned asjad ei ole tarbetud

Mõned asjad on tarbetud – väär (eeldus)

Mõned asjad ei ole tarbetud – tõene, sest osaotsustused ei saa olla mõlemad väärad.

Kõik asjad on tarbetud – väär, sest kui on väär osaotsustus, on väär ka üldotsustus.

Mitte ükski asi ei ole tarbetu – tõene, sest kui osajaatav väide on väär, on üldeitav tõene.

Ülesanne 3

Esimene väidete paar

Mart sõitis eile kinno bussiga või trammiga. Selle väite loogiline vorm on $p \vee q$

Kui Mart eile kinno bussiga ei sõitnud, siis sõitis ta trammiga. Selle väite loogiline vorm on $\neg p \supset q$

Asendame mõttes valemi $\neg p$ A-ga (ja vastavalt p $\neg$A-ga) ning q B-ga, sellisel juhul saame kaks valemit:

$\neg A \vee B$ ning $A \supset B$. Need kaks valemit on aga ekvivalentsed (5. samasus).

Seega on need kaks väidet ekvivalentsed.

Teine väidete paar

Kui aknad on lahti, siis ei ole toas umbne. Selle väite loogiline vorm on $p \supset q$

Ei saa olla, et aknad on lahti, kuid toas on umbne. Selle väite loogiline vorm on $\neg(p \ \& \ \neg q)$.

Teisendame valemit, milles on implikatsioon.

$p \supset q \sim \neg\neg(p \supset q)$ [1. samasus] ~

$\neg(p \,\&\, \neg q)$ [9. samasus] Mida oligi tarvis tõestada.

Seega on need kaks väidet ekvivalentsed.

Ülesanne 4

Kõik koerad armastavad koeratoitu.

Eitus: Mõned koerad ei armasta koeratoitu.

Mõni baarikülastaja joob ainult mahla.

Eitus: Mitte ükski baarikülastaja ei joo ainult mahla.

Mõni hiir on kavalam igast kassist.

Eitus: mitte ükski hiir ei ole kavalam mõnest kassist.

Alati kui vanemad tööle lähevad, hakkab Kati televiisorit vaatama.

Selle väite loogiline vorm on $p \supset q$, eitus seega $p \,\&\, \neg q$

Eitus: Mõnikord lähevad vanemad tööle, kuid Kati ei hakka televiisorit vaatama.

Igaühel, kes loeb ja kirjutab palju, areneb hea väljendusoskus.

Selle väite loogiline vorm on $p \,\&q \supset r$, eitus seega $p \,\&\, q \,\&\, \neg r$

Eitus: Mõnel, kes loeb ja kirjutab palju, ei arene hea väljendusoskus.

Ülesanne 5

Alati kui vanemad tööle lähevad, hakkab Kati televiisorit vaatama. Praegu hakkas Kati televiisorit vaatama.

Väidete loogiline vorm: $p \supset q$, q

Neist kahest eeldusest ei saa järeldust teha.

Igaühel, kes loeb ja kirjutab palju, areneb hea väljendusoskus. Toomasel on raskusi oma mõtete väljendamisega.

Väidete loogiline vorm: $p \,\&\, q \supset r$, $\neg r$

Kasutades reeglit *modus tollens* saame järelduseks $\neg(p \,\&\, q)$, mille teisendame kujule $\neg p \vee \neg q$.

Neist eeldustest järeldub, et Toomas ei loe või ei kirjuta palju.

Ülesanne 6

Esimene tõestus

$\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash \neg p \supset \neg r$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$\neg p \supset ((q \supset r) \supset p)$	eeldus
2.	$\neg p$	eeldus
3.	$(q \supset r) \supset p$	1, 2; $\supset_E$
4.	$\neg(q \supset r)$	2, 3; $\supset_E$
5.	$q \,\&\, \neg r$	4; $\supset_\neg$
6.	$\neg r$	5; $\&_E$

I. $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p), \neg p \vdash \neg r$

Sammude 1–6 alusel

II. $\neg p \supset ((q \supset r) \supset p) \vdash \neg p \supset \neg r$

I. alusel deduktsioonireegli järgi.

Teine tõestus

$p \supset q, r \supset s, \neg q \vee \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$

Sammu number	Valem	Selgitus
1.	$p \supset q$	eeldus
2.	$r \supset s$	eeldus
3.	$\neg q \vee \neg s$	eeldus
4.	$\neg(\neg p \vee \neg r)$	vastuväiteline oletus
5.	$\neg\neg p \,\&\, \neg\neg r$	4; $\vee_\neg$
6.	$\neg\neg p$	5; $\&_E$
7.	p	6; $\neg_E$
8.	q	1, 7; $\supset_E$
9.	$\neg s$	3, 8; $\vee_E$
10.	$\neg\neg r$	5; $\&_E$
11.	r	10; $\neg_E$
12.	s	2, 11; $\supset_E$
13.	$s \,\&\, \neg s$	9, 12; $\&_S$

I. $p \supset q, r \supset s, \neg q \vee \neg s, \neg(\neg p \vee \neg r) \vdash s \,\&\, \neg s$

Sammude 1–13 alusel.

II. $p \supset q, r \supset s, \neg q \vee \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$

I. alusel, vastuväitelise tõestusviisi reegli järgi.

Ülesanne 7

Iga tegu on tahtlik → Mitte ükski tegu ei ole tahtmatu.

Mõned asjad on tarbetud → Mõned asjad ei ole tarvilikud.

Ülesanne 8

Kõik kuused on okaspuud → Mõned okaspuud on kuused.

Mõni rikas inimene pole koolis käinud. Ümberpööramise teel ei saa järeldust teha.

Ülesanne 9

Kõigepealt kirjutame välja eeldused ning terminite juurde märgime, vastavad tähed ja selle, kas termin on piiritletud või mitte.

Esimene süllogism

Mitte ükski lill (M^+) ei ole puu (P^+)

<u>Mõned taimed (S^-)on lilled (M^-)</u>

Mõned taimed (S^-) ei ole puud (P^+)

Teine süllogism

Mõni lill (P^-) on meeldiva aroomiga (M^-)

<u>Sõnnik (S^+) ei ole meeldiva aroomiga (M^+)</u>

Sõnnik (S^+) ei ole lill (P^+) – selline järeldus ei sobi, sest termin P osutus järelduses piiritletuks, kuigi ta eelduses on piiritlemata. Seega järeldust teha **ei saa**.

KIRJANDUS

1. Avalik kõne. Põhiteadmisi kõneoskusest. Tallinn, 1973.
2. Ennis, R. H. Ordinary Logic. New Jersey, 1969.
3. Halverson, W. H. A Concise Logic. New York, 1984.
4. Klaus, G. Moderne Logik. Berlin, 1964.
5. Kushner, M. Avalik esinemine. Käsiraamat. Tallinn, 2001.
6. Rummo, J. Kõneoskus. – Loomingu Raamatukogu, 1990, nr 43/44.
7. Salmon, W. C. Logic. New Jersey, 1973.
8. Soccio, D. J., Barry, V. E. Practical Logik. An Antidote for Uncritical Thinking. Philadelphia, 1992.
9. Tulviste, P. Mõtlemise muutumisest ajaloos. Tallinn, 1984.
10. Warburton, N. Thinking from A to Z. London, 1996.
11. Wessel, H. Logik. Berlin, 1984.
12. Арно А., Николь П. Логика, или искусство мыслить. Москва, 1991.
13. Бочаров В. А. Аристотель и традиционная логика. Москва, 1984
14. Войшвилло Е. К. Понятие как форма мышления. Москва, 1989.
15. Войшвилло Е. К. Символическая логика. Классическая и релевантная. Москва, 1989.
16. Горский Д. П. Логика. Москва, 1963.
17. Ивлев Ю. В. Логика. Москва, 1992.
18. Казаков А. Н., Якушев А. О. Логика – I. Парадоксология. Москва, 1994.
19. Кириллов В. И., Старченко А. А. Логика. Учебник для юридических вузов. Москва, 1987.
20. Краткий словарь по логике. Москва, 1991.
21. Леви-Брюль Л. Первобытное мышление. – Леви-Брюль Л. Сверхъестественное в первобытном мышлении. Москва, 1994.
22. Логика: наука и искусство. Москва, 1993.
23. Минто У. Польза силлогизма. – Логика и риторика. Хрестоматия. Минск, 1997.
24. Петров Ю. А. Азбука логичного мышления. Москва, 1991.
25. Петров Ю. А. Культура мышления. Москва, 1990.
26. Поварнин С. Спор. О теории и практике спора. Санкт-Петербург, 1996.
27. Рузавин Г. И. Логика и аргументация. Москва, 1997.

28. Сергеич П. Некоторые правила диалектики. – Логика и риторика. Хрестоматия. Минск, 1997.
29. Сопер П. Л. Основы искусства речи. Москва, 1992.
30. Светлов В. А. Практическая логика. Санкт-Петербург, 1995.
31. Столл, Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. Москва, 1968.
32. Уемов А. И. Логические ошибки. Как они мешают правильно мыслить. Москва, 1958.
33. Фейнберг Е. Л. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. Москва, 1992.
34. Формальная логика. Ленинград, 1977.
35. Челпанов Г. И. Учебник логики. Москва, 1994.
36. Шопенгауэр А. Эристическая диалектика. – Логика и риторика. Хрестоматия. Минск, 1997.