

TARTU ÜLIKOOL
Majandusteaduskond
Majandusinformaatika ja -modelleerimise instituut

TIIU PAAS

**SISSEJUHATUS
ÖKONOMEETRIASSE**



TARTU ÜLIKOOLI
KIRJASTUS

Retsenseerinud:

prof. Ene-Margit Tiit,
Tartu Ülikoolist

prof. Vello Vensel,
Tallinna Tehnikaülikoolist

Keeleliselt toimetanud
Leonhard Uuspõld

Kaane kujundanud
Andrus Peegel, Lemmi Koni

Käesolev väljaanne on valminud ja kirjastatud
Avatud Eesti Fondi toetusel

© Tiiu Paas, 1995

ISBN 9985-56-130-9

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOBU

Tartu Ülikooli Kirjastus
Tiigi 78, Tartu, EE-2400

Trükk: AS Täht 

Köide: Tartu Ülikooli Kirjastuse trükikoda
Tellimus nr. 329

SISUKORD

SISSEJUHATUS.....	12
1. ÖKONOMEETRIA MÕISTE JA ÜLESANDED.....	15
1.1. Mis on ökonomeetria.....	15
1.2. Ökonomeetria kui piirteadus	17
1.2.1. Majandusteadus.....	18
1.2.2. Statistika.....	19
1.2.3. Matemaatika.....	20
1.3. Ökonomeetria komponendid.....	21
1.4. Ökonomeetria ülesanded	24
1.4.1. Majandusteoreetiliste hüpoteeside hindamine.....	25
1.4.2. Majandusproгноosid.....	27
1.4.3. Majandusproгноoside informatsiooniline aspekt.....	28
1.4.4. Otsustusprotsessi informatsiooniline toetamine	31
1.5. Ökonomeetria suunad.....	34
Kokkuvõte	36
2. ÖKONOMEETRILINE MUDEL.....	37
2.1. Mis on mudel.....	37
2.2. Mudelite liigitamine vastavalt esitusviisile	38
2.2.1. Verbaalloogiline mudel.....	38
2.2.2. Füüsiline mudel.....	39

2.2.3. Graafiline mudel	40
2.2.4. Matemaatiline mudel	42
2.3. Ökonomeetrilise mudeli olemus.....	43
2.4. Ökonomeetrilise mudeli komponendid	45
2.5. Ökonomeetrilise mudeli üldkuju.....	47
2.6. Ökonomeetrilise mudeli omadused.....	50
2.7. Ökonomeetriliste mudelite liigitamine.....	52
2.8. Ökonomeetriliste mudelite näiteid	53
2.8.1. Tarbimismudel	53
2.8.2. Staatiline mikromudel.....	56
2.8.3. Dünaamiline makromudel.....	60
2.8.4. Kleini mudel.....	63
2.9. Ökonomeetriline modelleerimine.....	68
2.9.1. Modelleerimisprotsess	68
2.9.2. Modelleerimise etapid.....	69
2.9.3. Ökonomeetriline modelleerimisprotsess.....	71
2.9.4. Ökonomeetrilise modelleerimise etappide iseloomustus.....	73
2.9.5. Modelleerimisprotsessi tulemuste hindamine	76
2.9.6. Ökonomeetrilise modelleerimise teoreetilised alused	78
2.9.7. Ökonomeetrilise modelleerimise areng	80
2.9.8. Ökonomeetrilise modelleerimise kasutamine.....	83
2.9.9. Ökonomeetriline modelleerimine poliitika hindamisel ja majandusarengu prognoosimisel	84
Kokkuvõte	85

3. ANDMED ÖKONOMEETRILISTES MUDELITES.....	87
3.1. Andmete koht ökonomeetrilistes uurimustes	87
3.2. Majandusandmed.....	88
3.2.1. Majandusandmete olemus.....	88
3.2.2. Andmete allikad	91
3.2.3. Andmete esitamisiisid	92
3.2.4. Kvantitatiivsete andmete näited	94
3.2.5. Majandusandmete täpsus	97
3.2.6. Majandusandmetega kaasnevad probleemid.....	98
3.3. Aegridade ettevalmistamine	100
3.3.1. Aegridade ettevalmistamise metoodilised võtted	100
3.3.2. Aegrea liikmete interpoleerimine ja ekstrapoleerimine	102
3.3.3. Aegrea liikmete interpoleerimise ja ekstrapoleerimise näited.....	104
3.3.4. Aegridade võrreldavus	106
3.3.5. Aegrea komponendid	111
3.3.6. Aegridade tasandamine	114
3.4. Andmeanalüüs	117
3.4.1. Andmeanalüüsi põhimõisted.....	117
3.4.2. Tunnuste tüübid.....	120
3.4.3. Tunnustevahelised seosed	122
3.4.4. Andmeanalüüs ökonomeetrilisel modelleerimisel.....	123
3.5. Rahvusvahelised statistikakogumikud.....	124
3.5.1. Ülevaade rahvusvahelistest statistikakogumikest.....	124

3.5.2. ÜRO kogumikud	126
3.5.3. Rahvusvahelise Valuutafondi kogumikud ..	128
3.5.4. Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni kogumikud	129
3.5.5. Riikide statistikakogumikud	130
3.6. Rahvusvahelised siduspöördumisega andmebaasid.....	132
Kokkuvõte	134
4. LINEAARNE REGRESSIOONIMUDEL	136
4.1. Regressioonianalüüs kui ökonomeetria põhimeetod.....	136
4.2. Üldkogumi regressioonimudel	139
4.3. Valimi regressioonimudel	142
4.4. Lineaarse regressioonimudeli põhikuju.....	145
4.5. Lineaarse regressioonimudeli maatrikskuju	146
4.6. Juhuslik liige.....	148
4.7. Juhuslikule liikmele esitatavad nõuded.....	149
4.8. Erinevakujulised regressioonimudelid	151
4.9. Parameetrite hindamine.....	153
4.9.1. Vähimruutude meetod.....	154
4.9.2. Lihtsa regressioonimudeli parameetrite hindamise näide.....	158
4.10. Mudeli headus	160
4.11. Mudeli usaldatavus.....	163
4.12. Mudeli parameetrite statistiline olulisus	165
4.13. Lihtsa regressioonimudeli kasutamise näited.....	169
4.13.1. Okuni seadus.....	169
4.13.2. Majandusteadlaste arvu prognoosimine .	170

4.13.3. Tarbimismudelid.....	173
4.13.4. Sotsiaalsfääri kulude modelleerimine.....	175
Kokkuvõte	177
5. KORRELATSIION JA REGRESSIOON.....	179
5.1. Korrelatsioonianalüüs.....	179
5.2. Korrelatsioonikordaja	180
5.3. Lineaarse korrelatsiooni näide.....	186
5.4. Osakorrelatsioon.....	189
5.5. Korrelatsioonianalüüs kui regressioonimudeli konstrueerimisele eelnev tööetapp.....	191
Kokkuvõte	193
6. REGRESSIOONIMUDELITE PRAKTILISE KASUTAMISE PROBLEEME.....	194
6.1. Mitmene regressioonimudel	194
6.2. Mitmese regressioonimudeli näide.....	196
6.3. Hüpoteeside kontrollimine	198
6.4. Regressioonimudeli sõltumatute muutujate valik .	200
6.5. Multikollineaarsus	202
6.5.1. Multikollineaarsuse tunnused	203
6.5.2. Multikollineaarsuse vähendamise võimalused	205
6.5.3. Multikollineaarsuse näide	206
6.6. Autokorrelatsioon	208
6.6.1. Swed—Eisenharti kriteerium.....	209
6.6.2. Durbin—Watsoni kriteerium	211
6.6.3. Autokorrelatsiooni kõrvaldamise võimalused	214
6.7. Heteroskedastiivsus	216

6.7.1. Heteroskedastiivsuse olemasolu testimine..	217
6.7.2. Heteroskedastiivsuse näide	219
6.7.3. Heteroskedastiivsuse vähendamise võimalused	222
6.8. Fiktiivsete muutujatega regressioonimudel.....	223
6.8.1. Fiktiivsete muutujate olemus	223
6.8.2. Fiktiivsete muutujatega regressioonimudeli näide	225
6.8.3. Kvalitatiivsete ja kvantitatiivsete muutujatega regressioonimudeli näide	227
6.8.4. Fiktiivsete muutujate kasutamine majandusprotsesside modelleerimisel erinevatel ajaperioodidel	229
6.8.5. Fiktiivsete muutujate kasutamine sessoonse iseloomuga majandusprotsesside modelleerimisel	232
Kokkuvõte	235
7. FAKTORANALÜÜS	237
7.1. Faktoranalüüsi idee ja kasutamine	237
7.2. Faktoranalüüsi mudel	239
7.3. Faktormatriks	241
7.4. Faktorite pööramine.....	243
7.5. Faktorkaalud	245
7.6. Faktoranalüüsi etapid.....	246
7.7. Faktoranalüüsi kasutamise näide	248
7.7.1. Probleemi püstitus.....	248
7.7.2. Lähtetunnused	248
7.7.3. Asukoha näitaja.....	249
7.7.4. Korrelatsioonimatriks.....	250

7.7.5. Faktormatriksi tõlgendamine.....	251
7.7.6. Faktorkaalude tõlgendamine	253
7.7.7. Kaubanduse arengupotentsiaali üldistatud hinnang	255
7.7.8. Faktoranalüüsi tulemuste kasutamine	256
Kokkuvõte	257
8. ÖKONOMEETRILINE PROJEKT.....	259
8.1. Ökonomeetrilise projekti eesmärk.....	259
8.2. Probleemi formuleerimine.....	260
8.3. Mudel.....	261
8.4. Andmed	162
8.5. Andmete allikad	264
8.6. Mudeli parameetrite hindamine ja analüüsimine ..	266
8.7. Tarkvara kasutamine	268
8.8. Projekti vormistamine	269
8.9. Probleemkäsitluse näide ökonomeetrilises projektis.....	270
Kokkuvõte	274
KASUTATUD KIRJANDUS.....	277
LISAD	281
MÄRKSONAD	295

SISSEJUHATUS

Ökonomeetria kui majandusteaduse, statistika ja matemaatika piirteadus kujunes välja käesoleva sajandi 30-ndatel aatatel ning sai majandusteadlaste seas küllalt kiiresti tuntuks ja kasutatavaks, võimaldades kvantitatiivselt hinnata ja kontrollida majandusteoreetilisi kontseptsioone ja hüpoteese ning prognoosida majanduse arengut.

Ökonomeetria tähtsus ja tema meetodite kasutatavus on kasvanud seoses arvutite, tarkvara ning nendele tuginevate infosüsteemide võrgu laienemisega. Anda kvantitatiivseid hinnanguid majanduspoliitilistele otsusevariantidele, kontrollida empiirilisel majandusteoreetiliste kontseptsioonide paikapidavust ning koostada majandusprognoose on tunduvalt mugavam ja operatiivsem, kui on kasutada arvutid, tarkvara ning usaldusväärseid andmeid sisaldavad andmebaasid.

Eestis on Teise maailmasõja järgsel perioodil ökonomeetria sünonüümidenä kasutatud sageli mõisteid "majandusstatistilised meetodid" või "majandusmatemaatilised meetodid". Need mõisteid kasutati ka ülikoolide majanduse ja matemaatika üliõpilaste ainekursustes. Kuid ökonomeetria mõiste ei olnud Eesti majandusteadlastele tundmatu. Ökonomeetria süstematiseeritud käsitlusi on antud mitmetes eestikeelsetes monograafiates ja käsiraamatutes (Vensel, 1979; Mereste, 1985 jt.).

Ülikoolide majanduserialade õppeplaanidesse viidi ökonomeetria iseseisva kursusena sisse 90-ndate aastate algul. Ökonomeetria õpetamine tugineb arvutite, tarkvara ja andmebaaside kasutamisele. See võimaldab tunduvalt paremini ja sügavamalt omandada ökonomeetria meetodeid ning välja arendada nende kasutamise oskusi majandusprobleemide lahendamiseks, majandusteoreetiliste kontseptsioonide ja hüpoteeside kontrollimiseks jne.

Ökonomeetria kasutamise tähtsus ja võimalused suurenevad seoses Eesti statistikasüsteemi arengu ning Statistikaameti poolt toodetava info kvaliteedi tõusuga. Ka vajadused ökonomeetria kasutamiseks laienevad. Üleminek käsumajanduselt turumajandusele suurendab vastutust iga langetatava otsuse suhtes. Intuitsioonist ja kogemustest jääb üha keerulisemaks muutuvate majandussuhete süsteemis väheseks. Vaja on olemasoleva majandus- ja sotsiaalinfo süsteemikindlat töötlust ja võimalike otsusevariantide kvantitatiivset hindamist.

Ökonomeetrilistel mudelitel on aktsepteeritav koht kõikides arenenud turumajandusega riikides majanduse reguleerimist toetavate majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel, majanduse arengu prognoosimisel ning majandusteoreetiliste seisukohtade ja kontseptsioonide empiirilisel kontrollimisel ja edasiarendamisel. Ka Eesti majanduse arengu suunamisel ning majanduse arengut toetavate otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel omandab suurema kaalu majandusteoreetilistele kontseptsioonidele, statistilistele andmetele ja meetoditele tuginev ökonomeetiline modelleerimine. Majandusega eksperimenteerimine ja majandusarengu reguleerimine ilma kvantitatiivsete hinnanguteta ning empiirilistele andmetele tuginevate majandusmudeliteta on üle jõu käivaks osutunud isegi rikkamatele riikidele, kui seda on Eesti.

Ökonomeetria kasutusvõimaluste ja -vajaduste laienemine tekitab suuremat huvi ökonomeetria meetodite ja ökonomeetrilise modelleerimise õppimise vastu. Vastavat süstematiseeritud eestikeelset õppekirjandust on aga vähe.

Käesolev õpik "Sissejuhatus ökonomeetriasse" on esimene osa kavandatavatest ökonomeetria mõisteid ja meetodeid ning ökonomeetrilist modelleerimist käsitlevatest raamatutest. Raamatus on selgitatud ökonomeetria olemust, ülesandeid ja meetodeid, ökonomeetrilist modelleerimist, selle kasutamise võimalusi praktiliste ja teoreetiliste majandusprobleemide lahendamisel ning andmetöötluse ja infosüsteemide tähtsust selles protsessis. Raamatus on viiteid nimetatud probleemidega haakuvatele teemadele ja probleemikäsitlustele eestikeelses ning ka võõrkeelses erialakirjanduses, kusjuures viitamisel võõrkeelsele erialakirjandusele on eelistatud neid

allikaid, mis on kättesaadavad ka Tartu Ülikooli raamatukogus. Loodetavasti on toodud viited abiks ökonomeetria ning ökonomeetriaga haakuvate probleemide põhjalikumale käsitlemisele ning eri majandusprobleemide võimalike lahendusvariantide selgitamisele ökonomeetriliste mudelite abil.

Parim viis ökonomeetria omandamiseks on ökonomeetrilise projekti tegemine (*“learning by doing”*). Seetõttu on raamatu viimane peatükk pühendatud ökonomeetrilise projekti eesmärgi, ülesannete ja ülesehituse selgitamisele ning praktiliste näpunäidete andmisele ökonomeetrilise projekti tegemiseks ja vormistamiseks. Ökonomeetrilise projekti eesmärgiks ökonomeetria süvaõppe kõrval on huvipakkuva majandusprobleemi kvantitatiivne analüüs, selle võimalike lahendusvariantide ja arengusuundade määratlemine ning hindamine.

Raamat on mõeldud eelkõige majandusüliõpilastele ja magistrandidele, samuti kõigile nendele majandusteadlastele, poliitikutele, matemaatikutele ja teiste erialade inimestele, kel on vajadus ja soov majandusprobleeme kvantitatiivselt formuleerida, probleemidele alternatiivseid lahendusvariante otsida, neid hinnata ja analüüsida ning sellele tuginevalt langetada otsuseid nii igapäevaste kui perspektiivsete probleemide lahendamiseks.

Raamatu valmimisel on olnud palju abi retsensentide professorite E.-M. Tiidu ja V. Venseli ning Tartu Ülikooli majandusinformaatika ja -modelleerimise instituudis töötavate kolleegide kompetentsetest ja heatahtlikest nõuannetest. Käsitähe vormistamisel trükiküpsaks on palju vaeva näinud ökonomeetria õppetooli vanemlaborant Merike Kaseorg. Autori siiras tänu kõigile!

Autor on tänulik kõikide märkuste ja ettepanekute eest, mis selle õpperaamatu alusel või sellega haakuvalt on tekkinud. Loodetavasti õnnestub edaspidise tagasisidemele tugineva koostöö tulemusena välja töötada Eesti majanduse arengu analüüsimiseks ja kavandamiseks vajalik ja sobiv eestikeelne ökonomeetriaalne kirjandus.

Kõik ettepanekud ja märkused on teretulnud aadressil: Tartu, Nooruse 9–314, Tartu Ülikool, Majandusteaduskond, ökonomeetria õppetool. Telefon (372 7) 380 292.

1. ÖKONOMEETRIA MÕISTE JA ÜLESANDED

1.1. Mis on ökonomeetria

Termin “ökonomeetria” on oma kaasaegses tähenduses kasutusele võetud Norra majandusteadlase R. Frischi poolt majandusteooriat, statistikat ja matemaatikat ühendava teadusala kohta. Ökonomeetria iseseisva teadusena kujunes välja 20. sajandi 30-ndatel aastatel. Loomulikult tehti ökonomeetriselise kallakuga teadustöid ka varem, kuid 30-ndaid aastaid iseloomustavad ökonomeetria kui teaduse arengus just märkimisväärsed organisatsioonilised ettevõtmised. 1930. aastal pandi alus Rahvusvahelisele Ökonomeetriaühingule, kes määratles ennast kui “rahvusvaheline ühing majandusteooria arendamiseks seoses statistika ja matemaatikaga”. 1933. aastal hakkas ilmuma ühingu ajakiri “Econometrica”, mis ilmub tänapäevani ning on kujunenud ökonomeetriaalaseid ning sellega piirnevaid uurimusi tutvustavaks rahvusvaheliselt kõrgelt aktsepteeritavaks ajakirjaks.

Ökonomeetria mõistele on erialakirjanduses antud väga erinevaid definitsioone ja tõlgendusi, kus rõhutatakse ökonomeetria kui majandusteooria, matemaatika ja statistika sünteesi tulemusena kujunenud teadusala erinevaid külgi ja lähenemisaspekte.

M. D. Intriligator (1978) on ökonomeetria defineerinud kui majandusteaduse haru, mis tegeleb majanduslike seoste empiirilise hindamisega. A. S. Goldberger (1964) käsitleb ökonomeetria sotsiaalteadusena, kus majandusteooria, matemaatika ja statistika vahendeid kasutatakse majandusnähtuste analüüsimisel. Saksamaa üks juhtivamaid ökonomeetrikuid G. Hansen (1990) defineerib ökonomeetria majandusteaduse

osana, mis tegeleb andmete analüüsi, hüpoteeside kontrollimise ja majandusnähtuste prognoosimisega majanduslike funktsioonide hindamise alusel. Majandusteaduse käsiraamatute sarjas (*"Handbooks in Economics"*) ilmunud ökonomeetria käsiraamatus (Griliches, Intriligator, 1983) on ökonomeetria antud järgmine definitsioon: "Ökonomeetria on matemaatiliste ja statistiliste meetodite kasutamine majanduslike andmete analüüsimisel."

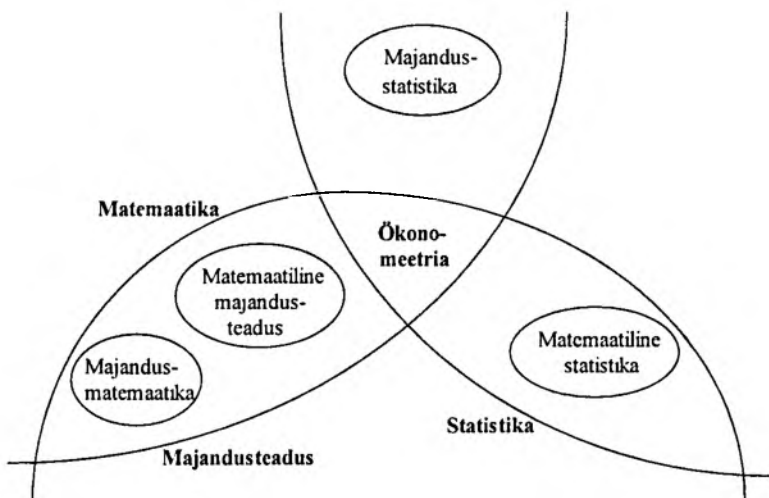
Kõikide nende definitsioonide puhul saab kinnitust seisukoht, et ökonomeetria on teadus, mis tegeleb majandusteoreetiliste seisukohtade analüüsi ja kontrolliga, tuginedes konkreetsetele andmetele ning matemaatilistele ja statistilistele meetoditele. Ökonomeetria — see on majanduse mõõtmine (Gujarati, 1992). Inglise ökonomeetrik C. Leser (1974) ongi ökonomeetria käsitletud kui teadust, mis statistiliste meetodite abil püüab kindlaks teha kvantitatiivseid seoseid majandusnähtuste vahel. See C. Leseri poolt ökonomeetria antud definitsioon on esitatud ka V. Venseli (1979) monograafias "Tootmis- ja kasvufunktsioonid". Nimetatud monograafia on üks esimesi eestikeelseid raamatuid, kus on põhjalikult ja süstematiseeritult käsitletud ökonomeetria kui iseseisvat teadusharu, millel on oluline koht majandusnähtuste analüüsimisel ja prognoosimisel ning millele toetudes saab majandusteoreetilistele hüpoteesidele ja seisukohtadele anda kvantitatiivse hinnangu.

**Ökonomeetria on teadus, mis ühendab
majandusteooriat, statistikat ja matemaatikat**

**Ökonomeetria võimaldab kvantitatiivselt hinnata ja
analüüsida majandusnähtusi**

1.2. Ökonomeetria kui piirteadus

Nagu nähtub ökonomeetria antud definitsioonidest, käsitletakse ökonomeetria nii iseseisva teadusena kui ka majandusteaduse osana, kusjuures kõigis neis käsitlustes rõhutatakse ökonomeetria poolt pakutavaid võimalusi majandusnähtuste kvantitatiivseks hindamiseks. Mõlemad käsitlusuunad on õiged, sest ökonomeetria on piirteadus, mis on tekkinud majandusteaduse, matemaatika ja statistika integreerumisel. Ökonomeetria sisaldab endas temaga integreerunud traditsiooniliste teadusalaade iseloomulikke jooni, olles samaaegselt ka nende üheks osaks (joonis 1.1).



Joonis 1.1 Ökonomeetria kui piirteadus (Mereste, 1985).

Erinevate teaduste arengu ajalugu on näidanud, et just eri teaduste kokkupuutel tekivad ja arenevad uued ideed väga intensiivselt. See kehtib ka ökonomeetria kui suhteliselt noore teadusala kohta, millesse on integreerunud majandusteaduse, statistika ja matemaatika need ideed, võtted ja meetodid, mis võimaldavad kvantitatiivselt kontrollida majandusteoreetilisi

hüpoteese ning luua teoreetilise aluse ja praktilised võimalused majandusnähtuste arengu prognoosimiseks.

Käesolevaks ajaks on ökonomeetria kujunenud suhteliselt iseseisvaks teadusalaks. Traditsiooniliselt loetakse teda ka majandusteaduse alla kuuluvaks. Alates 1969. aastast omistatakse rahvusvahelist Nobeli mälestuspreemiat majandusalaste tööde eest (Alfred Nobeli mälestuspreemia majanduse alal). Nobeli majanduspreemia saanute seas on ka rida silmapaistvaid ökonomeetrikuid: R. Frisch (1969, Norra), Jan Tinbergen (1969, Holland), P. A. Samuelson (1970, USA), J. R. Hicks (1972, Inglismaa), L. Kantorovitš (1975, NSV Liit), T. C. Koopmans (1975, USA), T. Haavelmo (1989, Norra). Nende tööd on tugeva matemaatilise ja statistilise kallakuga ning on suunatud majandusprobleemide matemaatilisele formuleerimisele, nende kvantitatiivsele hindamisele ning majandusnähtuste alternatiivsete arengusuundade selgitamisele.

1.2.1. Majandusteadus

Majandusteaduse kui ökonomeetria hõlmava teaduse mõiste ühene esitamine on praktiliselt võimatu ja ka mõttetu. Antud juhul on oluline rõhutada majandusteaduse neid aspekte, mis on vahetult seotud ökonomeetria ja tema piirteadustega ning mis on teoreetiliseks ja praktiliseks aluseks ökonomeetrilistele uuringutele.

Majandusteadust on defineeritud kui teadust, mis uurib inimese käitumist sõltuvana tema eesmärgi ja võimaluste mittevastavusest (Vensel, 1979). Samu aspekte on rõhutatud ka majanduse üldteooria määratluses: "Majanduse üldteooria on õpetus olemasolevate piiratud ressursside võimalikult efektiivsest kasutamisest inimeste kasvavate vajaduste rahuldamiseks" (Arrak, 1991).

Eesti Entsüklopeedias (1992, 6. köide) on majandusteadust määratletud ühiskonnateadusena, mille uurimisobjektiks on

majandus. Majandusteadus on välja arenenud teaduste süsteemiks, mis sisaldab endas kolme laadi teadusi:

- 1) üldised majandusteadused, mis uurivad majandust kui tervikut kas teoreetilisest või ajaloolisest küljest;
- 2) kõiki majandusharusid hõlmavad eri majandusteadused, mis uurivad majanduse kui terviku olulisi üksikjooni;
- 3) majandusharude ökonomikad.

Tulenevalt toodud määratlustest on majandusteaduse ülesandeks esitada ökonomeetriaie testimiseks ning kvantitatiivseks hindamiseks kontseptsioone ja probleeme nii mikro- kui makromajanduslikul tasemel, erinevates majandusharudes ja tegevusvaldkondades (tootmine, juhtimine, turustamine jt.).

1.2.2. Statistika

Statistika on teadus, mis uurib massnähtusi, nende omadusi (arenemist, suurust, levikut, struktuuri jms.) ning seaduspärasusi. Statistikat peetakse sotsiaal- ja loodusteaduste piirteaduseks.

Statistika eeldab tavaliselt kolme uurimisetapi läbimist:

- 1) massiliste andmete, enamasti arvandmete hankimine uuritavate nähtuste kohta (statistiline vaatlus ehk andme-hõive);
- 2) andmete kokkuvõtmine, üksiknähtusi iseloomustavatest andmetest massnähtuste üldiseloomustuste tuletamine;
- 3) andmete töötlemine ja analüüsimine mitmesuguste statistiliste meetodite abil.

Statistika jaguneb tavaliselt statistika teooriaks, mis käsitleb statistiliste uuringute metodoloogilisi aluseid, ning konkreetsete valdkondade statistikaks (majandusstatistika, rahvastikustatistika, keskkonnastatistika jms.).

Statistika ja majandusteaduse põimumise tulemusena on tekkinud majandusstatistika, mis on ühtlasi ka mõlema nimetatud teadusala koostisosaks (joonis 1.1). Majandusstatistika tegeleb

majandusnähtuste täpset kvantitatiivset jälgimist ja uurimist võimaldavate näitarvude süsteemiga ning nende kogumiseks, töötlemiseks ja analüüsimiseks vajalike meetoditega. Ta jaguneb majandusstatistika üldteooriaks, mille käsitlusaineks on rahvamajandus tervikuna, ning majandusharudele vastavaks erialastatistikaks (tööstusstatistika, põllumajandusstatistika, ehitusstatistika jt.).

Statistika kui ökonomeetria piirteaduse ülesandeks on koguda andmeid massnähtuste kohta, töödelda ja analüüsida ning valmistada neid ette kasutamiseks mitmesuguste majandusteoreetiliste kontseptsioonide hindamiseks ning erinevatele majandusprobleemidele kvantitatiivsete lahendusvariantide leidmiseks.

1.2.3. Matemaatika

Matemaatika on teadus, millele on antud niihästi keerukaid, eriala terminoloogiatundmist eeldavaid definitsioone kui ka väga teravmeelseid ja lihtsaid määratlusi.

Matemaatikaleksikonis on matemaatikat defineeritud kui teadust hulkadel määratud stuktuuridest ning nende vastastikustest seostest (Kaasik, 1992). Bertrand Russell määratles matemaatikat kui teadust, mille puhul kunagi ei teata, millest on jutt, s.t. matemaatika eksisteerib sõltumata objektist, mida ta uurib (Vensel, 1979).

Matemaatika kui ökonomeetria piirteaduse ülesandeks on anda matemaatilisi meetodeid ja võtteid statistiliste andmete töötlemiseks ning ökonomeetriliste mudelite lahendamiseks.

Ökonomeetrilisel modelleerimisel kasutatavad meetodid kuuluvad põhiliselt matemaatika ja statistika integreerumisel tekkinud matemaatika haru — matemaatilise statistika valdkonda. Matemaatiline statistika võimaldab teha kvantitatiivseid järeldusi üldkogumi kohta, tuginedes statistilistele andme-

tele, s.o. valimi andmetele. Statistilised andmed on tavaliselt katse-, mõõtmis-, vaatlus-, küsitlus- jms. tulemused.

Matemaatilise statistika teoreetiline alus on tõenäosusteooria, mis tegeleb juhuslike suuruste ja nende jaotusseaduste uurimisega. Tõenäosusteooriale tuginev matemaatiline statistika arendab meetodeid katsete ja vaatluste planeerimiseks (katseplaneerimise teooria), hüpoteeside tõestamiseks (statistiliste hüpoteeside planeerimise teooria), mudelite parameetrite määramiseks (statistiliste hinnangute teooria). Neid matemaatilise statistika eri suundi ühendab statistiliste otsuste teooria. Kõik nimetatud matemaatilise statistika suunad on kasutatavad ka ökonomeetriliste uurimuste ettevalmistamisel, läbiviimisel ja tulemuste hindamisel.

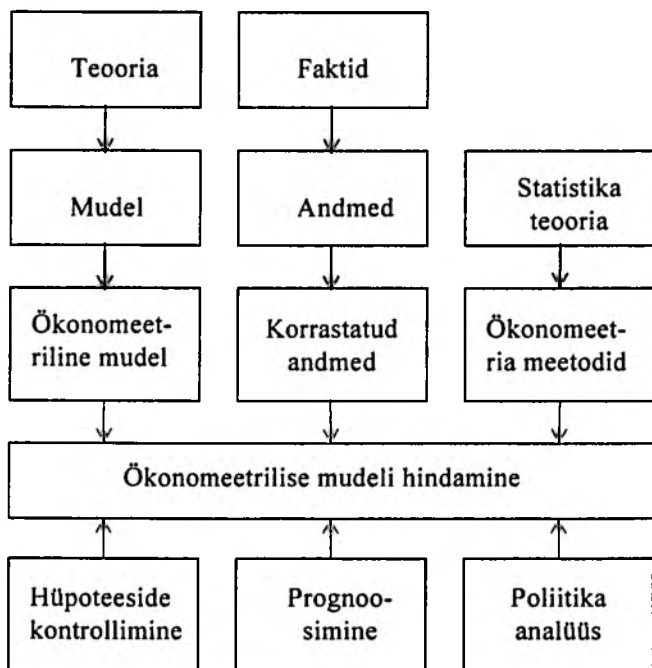
Matemaatika ja majandusteaduse integreerumisel on tekkinud majandusmatemaatika ja matemaatiline majandusteadus.

Matemaatilist majandusteadust on erialakirjanduses määratletud kui majandusteaduse haru, mille ülesandeks on võimalikult kõigi majandusteaduslike kategooriate formaliseerimine ja matemaatiline käsitlemine (Mereste, 1985; Kaldaru, 1992). Eesmärgiks on majanduslike probleemide käsitlemine matemaatiliste meetodite ja arvutite abil.

Majandusmatemaatikat peetakse rakendusmatemaatika haruks (Mereste, 1985), mis on tekkinud integreerumisel majandusteadusega. Majandusmatemaatika käsitleb majandusprobleemide lahendamiseks kohaldatud või spetsiaalselt selleks otsarbeks välja töötatud matemaatilisi lähenemisviise ja meetodeid.

1.3. Ökonomeetria komponendid

Ökonomeetria koostisosadeks võib pidada teooriat, meetodeid ja andmeid ning nende alusel loodud ja hinnatud ökonomeetrist mudelit (joonis 1.2).



Joonis 1.2. Ökonomeetria komponendid (Intriligator, 1978).

Ökonomeetria teoreetiliseks aluseks on majandusteoreetilised kontseptsioonid ning nende põhjal formuleeritud hüpoteesid, mida ökonomeetrilistele meetoditele tuginedes ning statistilisi andmeid kasutades testitakse ja hinnatakse. Lisaks majandusteoreetilistele alustele, millele tuginedes konstrueeritakse ökonomeetriline mudel, loetakse ökonomeetria teooria alla kuuluvaks ka statistika teooriat. Viimane on baasiks ökonomeetrilistele meetoditele ja võtetele, mida kasutatakse ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamiseks.

Ökonomeetria meetodid tuginevad tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika meetoditele. Kasutatavamad ökonomeetria meetodid on korrelatsioon-, regressioon-, dispersioon-, faktor-

analüüs, mitmesugused prognoosimeetodid, statistiliste hüpoteeside kontrollimise meetodid jt.

Ökonomeetrilistes mudelites kasutatavad andmed põhinevad faktidel, mis kajastavad majandusnähtuste teatud seisundeid. Ökonomeetrilistes mudelites saab kasutada põhiliselt statistilisi andmeid, mis on saadud mõõtmiste, vaatluste või küsitluste tulemusena. Nad esindavad teatud representatiivsusega üldkogumit. Esialgseid kogutud andmeid tuleb teatud eesmärgist lähtudes korrastada, selekteerida, ümber grupeerida jne. Andmeid töödeldakse eesmärgipäraselt enne nende kasutamist ökonomeetrilises mudelis. Eesmärgipäraselt töödeldud andmeid võib käsitleda kui infot, mida kasutatakse majandusteoreetilise mudeli alusel konstrueeritud ökonomeetrilise mudeli hindamisel. Ökonomeetrilistes uuringutes peab alati arvestama kasutatavate andmete juhuslikkust ning sellest tulevalt hinnata vigade tekkimise tõenäosust ja vigade suurust.

Ökonomeetrilisi uurimusi võib liigitada kolme rühma.

1. Teoreetilise mudeli kontroll. Meetodeid ja andmeid loetakse usaldusväärseteks, eesmärgiks on uurida teoreetilise majandusmudeli paikapidavust.
2. Meetodite kontroll. Teooria ja andmed on aktsepteeritavad, ülesandeks on uurida meetodi omadusi ja kasutusvõimalusi.
3. Andmete kontroll. Eesmärgiks on hinnata andmeid, nende usaldusväärsust ja representatiivsust.

Hea ökonomeetrilise uurimuse korral hinnatakse kriitiliselt kõiki kolme ökonomeetria komponenti: teooriat, andmeid ja meetodeid, analüüsitakse nendevahelisi seoseid ja võimalikke vigu nii igal komponendil eraldi kui ka nende tekkimise võimalusi teooria, meetodite ja andmete kooskasutamise tulemusena. Tulemuseks on kvantitatiivselt hinnatud ökonomeetriline mudel, mida saab kasutada majanduslike hüpoteeside kontrollimisel, majandusnäitajate prognoosimisel ja erinevate majanduspoliitiliste seisukohtade hindamisel.

Teooria, meetodid ja andmed on ökonomeetria tooraine. Kvantitatiivselt hinnatud ökonomeetriline mudel on ökonomeetria toode

1.4. Ökonomeetria ülesanded

Ökonomeetria ülesanded tulenevad ökonomeetria kohast teiste teaduste süsteemis, eelkõige majandusteaduses, ning ökonomeetria käsutuses olevatest meetoditest ja andmetest.

Majandusteooriast tulenevad hüpoteesid majandusnähtuste võimalike seisundite, seoste ja arengusuundade kohta. Ökonomeetria ülesandeks on ökonomeetriliste meetodite abil ja statistilistele andmetele tuginedes kontrollida hüpoteeside paikapidavust. Mikroökoonoomikast on näiteks tuntud seisukoht, et kauba hinna tõus toob endaga kaasa tavaliselt selle kauba nõudluse vähenemise. Majandusteooria ei võimalda aga kvantitatiivselt hinnata, milline on vahekord hinna languse ja nõudluse suurenemise vahel. Näiteks, kui palju peaks langema hind, et kauba nõudlus suureneks 5%. Niisuguse hinnangu saamiseks on vaja kasutada ökonomeetrilisi meetodeid ja statistilisi andmeid.

Matemaatilistele meetoditele tuginedes on võimalik formuleerida matemaatiline mudel, mis kirjeldab seost kauba hinna ja nõudluse vahel. Vaja on statistilisi andmeid, et hinnata mudeli parameetreid ning määrata kvantitatiivne seosevorm, mis võimaldaks prognoosida kauba nõudluse muutumist hinna muutumise tulemusena ning anda seeläbi infot otsuse langetajale.

Majandusteoreetiline seisukoht on paikapidav, kui ta on empiiriliste andmetega seotud ning nende põhjal testitud. "Majanduslikesse ja sotsioloogilistesse uuringutesse tungida ning neid läbi viia ilma teadmisteta statistilise analüüsi valdkonnas tähendab suure riskiga tegutsemist. See võib isegi

tähendada, et töö on kasutu ning läbikukkumisele määratud" (Lipsey, 1971).

Ökonomeetria ülesanded võib kokkuvõtvalt liigitada kolme rühma:

- 1) majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimine;
- 2) majandusnäitajate prognoosimine;
- 3) poliitika analüüs.

Erialakirjanduses on majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimist mõnikord käsitletud ka kui majanduse struktuurset analüüsi (Intriligator, 1978). Selle ülesandeks on kvantitatiivselt mõõta seoseid majandusnähtuste vahel, hinnata majandusteoreetiliste seisukohtade paikapidavust ja empiirilise kontrolli tagasisidestuvat mõju teooria arengule. Nii näiteks on inflatsioonimäära ja töötuse taseme vahelisi seoseid kirjeldava Phillipsi kõvera empiiriline analüüs avaldanud olulist mõju tööturu ja tööhõive probleemide teoreetiliste käsitluste arengule.

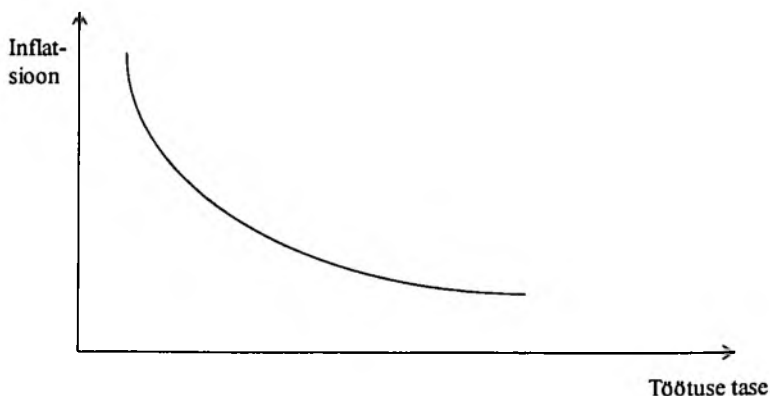
**Ökonomeetria peamiseks ülesanneteks on
majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimine,
majandusnäitajate prognoosimine ja
majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivne
analüüs**

1.4.1. Majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimine

Majandusteoreetilisi hüpoteese püstitatakse nii mikro- kui makromajanduslikul tasemel. Nende kontrollimisel on enamasti teaduslik eesmärk, mis seisneb majandusteoreetiliste seisukohtade empiirilises kontrollis ning reaalsest majandus-situatsioonist tulenevas hindamises. Ka teoreetilise seisukoha mittepaikapidavus konkreetses majandussituatsioonis vajab

ökonomeetrilistele mudelitele tuginevat kontrolli ja majandusteoreetilist edasiarendamist, millel on oluline tähtsus nii majandusteaduse kui majanduspraktika arengus.

Nii näiteks on majandusteaduslikus kirjanduses pälvinud küllalt suurt tähelepanu Briti majandusteadlase A. W. Phillipsi poolt 1869.–1957. a. andmete analüüsile tugineva seaduspära formuleering, mille põhjal palga taseme ja töötuse vahel kehtib pöördvõrdeline seos. Graafilisest esitusest tulenevalt on see seos saanud nimeks Phillipsi kõver. Phillipsi kõverat on korduvalt modifitseeritud. Modifitseeritud kõver peegeldab seaduspära, mille kohaselt suuremale töötuse tasemele vastab reeglina madalam inflatsioon ja vastupidi (joonis 1.3).



Joonis 1.3. Phillipsi kõver.

Selle seaduspära tingimusteta tunnistamine üldkehtivaks ilma vastava empiirilise kontrollita ja põhjaliku sisulise analüüsita on ilmne viga. Seda kinnitab ka Phillipsi kõvera kui makromajandusliku hüpoteesi paikapidavuse kontroll turumajandusele üleminevas, küllalt ekspansionistliku majanduspoliitikaga Eestis (Sepp, 1993). On analüüsitud kuuinflatsiooni protsentides ja registreeritud töötute arvu Eestis perioodil jaanuar 1992 kuni märts 1993. Phillipsi kõver on küllalt

adekvaatne kirjeldamiseks analüüsitaval perioodil töötuse kasvu Eestis. Kuid probleemi sisuline analüüs võimaldab järeldada, et hindade ja inflatsiooni kasv ei ole Eesti majanduspoliitilises situatsioonis tegusaks abinõuks töötuse vähendamisel. Et hinna kasv tooks endaga kaasa tööhõive kasvu, peavad tootjad hinna kasvades suurendama ka toodangu väljalaset, s.t. käituma makromajanduslikust aspektist lähtuvalt ratsionaalselt. Eesti situatsioonis aga sellist turukäitumist analüüsitaval perioodil ei esinenud. Hinna kasvu ergutav toime on Eesti turul olnud ebaoluline. Tootjate käitumist määrasid hoopis muud tegurid, näiteks puudulik seadusandlus, ebaselgus omandisuhetes jne.

Majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimiseks on vaja ökonomeetrilistele mudelitele tuginevat head empiirilist analüüsi ning sellele järgnevat majandusprobleemide sisulist, kompleksset, erinevate majandusnähtuste vastastikuseid seoseid arvestavat majandusanalüüsi.

1.4.2. Majandusprognosid

Majandussituatsioonide ja nende vastavate majandusnäitajate prognoosimine on ökonomeetria oluline ülesanne. Majandusnäitajat on majandusalases erialakirjanduses käsitletud ka kui mõõtmismudelit (Mereste, 1987). Majandusnäitajate vahendusel toimub majandusprotsesside kvantitatiivne ja kvalitatiivne hindamine. Selleks et majandussüsteemi võimalikku käitumist ette näha ning seda eesmärgipäraselt suunata, on vaja majandusnäitajaid ja nendevahelisi seoseid prognoosida.

Majandusnäitajate prognoosimist võib käsitleda kui majandusnähtust peegeldavate võimalike mõõtmismudelite kujunemise ja nende käitumise teaduslikku ettenägemist lähemaks või kaugemaks tulevikuks. Piisavalt tõenäoste prognooside olemasolu on olulise tähtsusega kompetentsete majanduslike otsuste tegemiseks ning majanduse arengusuundade paikapnemiseks.

Majandusprognoos on teaduslik ennustus majanduslike nähtuste tõenäose kujunemise või käitumise kohta lähemas või kaugemas tulevikus (Mereste, 1985). Eristatakse lähi-, kesk- ja kaugprognoose, samuti punkt- ja intervallprognoose. Ökonomeetrilistele mudelitele toetudes tehakse küllalt sageli intervallprognoose, millega määratakse prognoositavate näitajate tõenäosed ülemised ja alumised piirid. Ökonomeetrilistes mudelites kasutatavad majandusnäitajad on enamasti stohhastilised (juhuslikud). Seetõttu tuleb nende alusel leitud prognooside tõenäosust alati hinnata ja seda hinnangut ning hinnangu võimalikku viga prognoosidele toetuvate otsuste tegemisel arvestada.

Majandusprognooside puhul eristatakse probleemprognoose ja konsekventsprobleeme.

Probleemprognoosid võimaldavad ennustada, missugused majandusprobleemid võivad teaduse, tehnika, poliitilise, sotsiaalse ja majandusliku arengu jne. tulemusena muutuda aktuaalseks. Nendele tuginedes saab leida optimaalse aja probleemide lahendamiseks või lahendamisele asumiseks.

Konsekventsprognoosid on ennustused tuleviku kohta majandusprobleemide võimalike lahendusvariantide korral. Nad on teaduslikuks aluseks majanduslike otsustuste kujunemisele.

Majandusprognoosi tõekindlus ehk prognoosikindlus sõltub suuresti kasutatavate andmete ja ökonomeetrilise mudeli usaldusväärsusest, prognoosiperioodi pikkusest, prognoositava majandusnähtuse taustsüsteemi tundmisest, selle spetsiifikast, arengu stabiilsusest jne.

1.4.3. Majandusprognooside informatsiooniline aspekt

Prognoosimine kõige üldisemas tähenduses on mineviku ekstrapoleerimine tulevikku. Sellises tähenduses tõuseb esiplaanile prognoosimise informatsiooniline aspekt. Oluline on

määrata usaldusväärse prognoosi saamiseks vajalik lähteinfo hulk, selle sisu ja struktuur.

Prognoosimisel kasutatav lähteinformatsioon tuleneb prognoosi eesmärgist ja ülesannetest. Lähteinfo kogum prognoositava majandusnähtuse või -protsessi kohta sisaldab tavaliselt andmeid minevikus avaldunud arengusuundade, arengu mõjurite ja nendevaheliste seoste kohta, hinnanguid andmete usaldusväärsusele, nõudeid prognooside esituskujule, täpsusele, prognoosiperioodi pikkusele jne.

Prognoosi kvaliteet on suures osas määratud lähteinfo kvaliteedi ja kvantiteediga. Prognoosi kvaliteedi hindamiseks võib kasutada entroopia ehk määramatuse mõistet. Prognoosi entroopia E on see osa informatsioonist tuleviku kohta, mida olemasoleva lähteinfo põhjal ei olnud võimalik leida. Mida täpsem on prognoos, seda väiksem on uuritava nähtuse või süsteemi võimalike seisundite hulk tulevikus ning seda väiksem on prognoosi entroopia. Prognoosi reaalne entroopia E on vahemikus

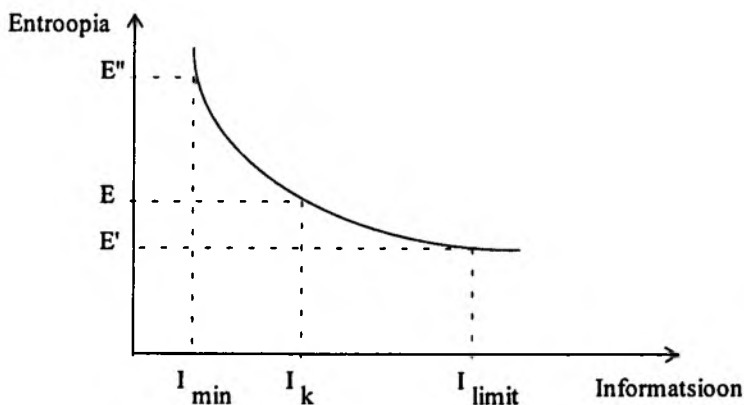
$$E' \leq E \leq E'', \quad (1.1)$$

kus

E' — prognoosi jääkentroopia. See on prognoosi määramatus, mida ei saa likvideerida mistahes kvaliteediga lähteinfo ega prognoosimeetodite kasutamisel. See määramatus sisaldub prognoosis alati: $E' \geq 0$.

E'' — prognoosiinfo puudumine. Ta väljendab uuritava nähtuse või süsteemi tuleviku seisundit mõjutavate parameetrite täielikku määramatust.

Prognoosi entroopia sõltub väga mitmetest asjaoludest, sealhulgas ka kasutatavatest prognoosimeetoditest. Igal prognoosimeetodil on omad nõuded kasutatava lähteinfo sisu ja hulga kohta ning oma jääkentroopia. Üldjuhul on prognoosi entroopia väljendatav eksponentfunktsioonina kasutatavast lähteinfost (Tsõgitsko, 1986). See tähendab, et lähteinfo mahu suurenedes prognoosi entroopia väheneb (joonis 1.4).



Joonis 1.4. Prognoosi entroopia.

Mida pikem on prognoosiperiood, seda väiksemaks jääb lähteinfo hulk, mida prognoosimiseks saab kasutada. Lähteinfo hulk I läheneb tasemele I_{min} ($I \rightarrow I_{min}$), kus enam mingeid otsustusi prognoosiperioodi kohta teha ei saa. Sellele vastab prognoosi entroopia E'' . Prognoosiperioodi piirpikkus t_{pr} sõltub prognoositavast nähtusest või süsteemist, tema arengu seaduspärasustest, arengut mõjutavatest teguritest, nende vastastikustest mõjudest, kasutatavatest prognoosimeetoditest jne. Võib kujuneda olukord, kus $t_{pr} = 0$. See tähendab, et prognoosija kasutuses oleva lähteinfo põhjal ei olegi võimalik prognoose teha.

Majandusnähtuste ja neid peegeldavate majandusnäitajate prognoosimisel võib üldjuhul koostada lõpmatul hulgal prognoosimudeleid. See tähendab väga suurt prognoosi entroopiat. Seetõttu on oluline, et majandusnäitajate prognoosimisel kasutatav lähteinfo sisaldaks selgelt formuleeritud prognoosi eesmärki, nõudeid selle sisu ja kuju kohta.

Väga sageli võib majandusnäitajate prognoosimisel tekkida olukord, kus prognoosi entroopia E kujuneb suuremaks, kui see on vajalik tuleviku situatsiooni hindamiseks ning otsuste vastuvõtmiseks. Sellistel juhtudel tuginetakse prognoosijate intuitsioonile. Majandusnäitajate prognoosimiseks puudujääv info hulk korvatakse intuiitivsete võtetega, mida võib pidada ka kvalitatiivsete prognoosimeetodite kasutamiseks.

Niisugune olukord on tekkinud ka turumajandusele ülemineku perioodi majandusnäitajate prognoosimisel. Enamiku majandussituatsioonide ja neid peegeldavate majandusnäitajate prognoosimiseks on käsumajanduselt päranduseks saadud lähteinfo ebapiisav, tekitades sellega sageli olukorra, kus $t_{pr} = 0$. Tihti saab tugineda vaid majandusteadlaste intuitsioonile ning kasutada kvalitatiivseid prognoosimeetodeid. On vaja luua majanduse arengu prognoosimiseks ja suunamiseks kvaliteetset infot andev infosüsteem.

**Kvaliteetseteks majandusprognoosideks
on vaja head infosüsteemi**

1.4.4. Otsustusprotsessi informatsiooniline toetamine

Ökonomeetriliste mudelite oluline kasutusvaldkond on majanduspoliitiliste otsuste võimalike variantide hindamine ja ökonomeetrilisele modelleerimisele tuginev otsustusprotsessi informatsiooniline toetamine. Majanduspoliitiliste otsustuste langetamisel on paratamatult tegemist pikaajalise oluliste subjektiivsete mõjudega protsessiga, mille lõppetapp — poliitiline otsus — on väga vastutusrikas ning mõjutab otseselt või kaudselt nii kogu riigi majanduse arengut kui ka iga üksikisiku heaolu. Poliitiliste otsuste langetamisel on tähtis lähtuda mitte ainult momendiolukorrast ja selle vajadustest,

vaid näha võimalikku suuremat kasu tulevikus ning poliitilise otsuse kooskõla tulevikus avalduvate arengutendentsidega. Intuitsioonist ja kogemustest hakkab järjest komplitseeritumas majandussuhete süsteemis väheseks jääma. Vaja on olemasoleva majandus- ja sotsiaalinfo süsteemikindlat töötlust ja võimalike otsustusvariantide kvantitatiivset hindamist.

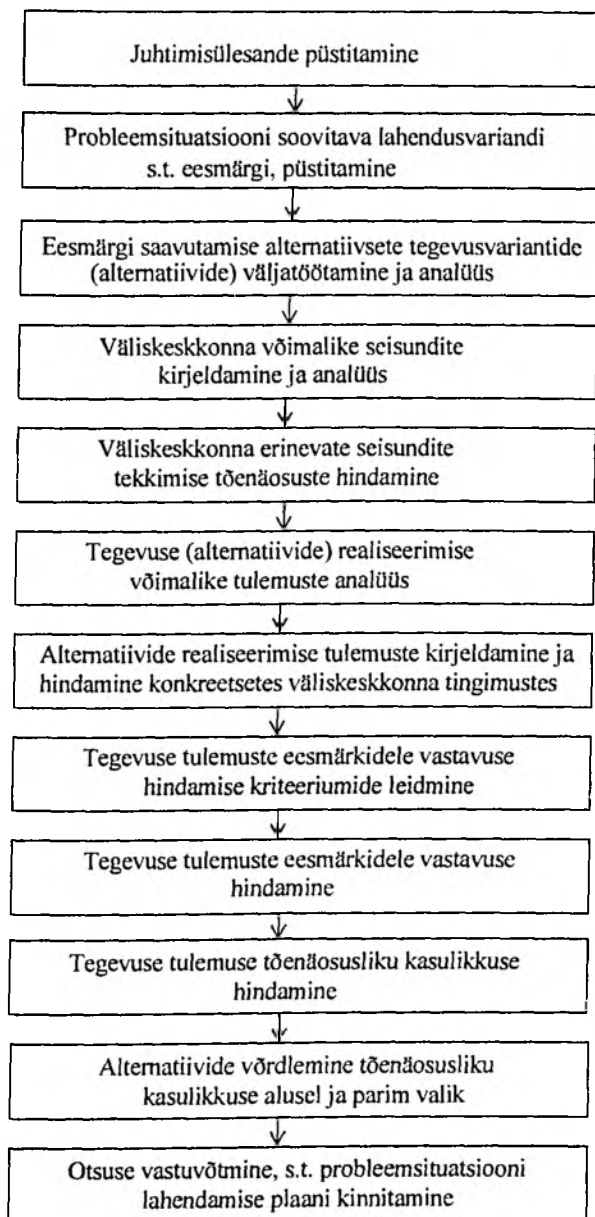
Otsustusprotsessi informatsioonilisel toetamisel läbitavad etapid (joonis 1.5) võib üldistatult esitada järgmiselt:

- 1) probleemi defineerimine, eesmärgi püstitamine,
- 2) probleemi lahendust mõjutavate tegurite piiritlemine ja hindamine,
- 3) mudeli koostamine, hindamine ja lahendamine,
- 4) alternatiivsete lahendusvariantide hindamine ja otsuse vastuvõtu ettevalmistamine,
- 5) otsuse vastuvõtmine ja vastuvõetud otsuse tagajärgede hindamine.

Kõigil neil otsustusprotsessi etappidel on oluline roll ökonomeetrial ja tema komponentidel: majandusteoreetilistel kontseptsioonidel, andmetel, ökonomeetrilistel meetoditel ja mudelitel.

Mõned majandusprobleemid, mille võimalikud lahendusvariandid vajavad kvantitatiivseid hinnanguid:

- kui palju võib muuta maksumäärasid, millised muutused kaasnevad eelarve tuludes ja kuludes;
- kui muutub intressimäär, millised muutused võivad kaasneda tootmise ja tarbimise mahtudes;
- kuidas mõjutavad muutused elanikkonna tuludes tarbimist ning nõudlust impordile;
- kuidas mõjutab rahvusvahelise konkurentsi tugevnemine hindade taset ja inflatsiooni;
- kuidas mõjutab inflatsiooni alanemine töötuse taset, millised on inflatsiooni alanemisega kaasnevad tulud ja kulud.
- ...



Joonis 1.5. Otsustusprotsessi analüütiline struktuur (Reiljan, 1991).

Sellistele majanduse arengu ning seda reguleerivate majanduspoliitiliste otsuste seisukohalt olulistele küsimustele vastuste saamiseks on oluline roll ökonomeetrilisel modelleerimisel ning sellele aluseks oleval statistilisel infol.

Ökonomeetrilised mudelid baseeruvad ettevõtete koondandmetel, riigi makromajanduslikel näitajatel ning nende vahelistel seostel. Nad modelleerivad riigi võimalikku majandusarengut tulenevalt vastuvõetavatest poliitilistest otsustest mudelisse lülitatavate näitajate kohta (käibemaksu tase, soovitatav töötuse tase, inflatsioonitempo jne.). Soome Rahandusministeeriumil on niisuguste otsuste informatsiooniliseks toetamiseks välja töötatud ökonomeetriline mudel KESSU, Soome Pangal mudel BOF, Taani Pangal MONA. Rootsi valitsusel on kasutada Konjunktuuriinstituudi mudel KOSMOS ja Tööstusinstituudi mudel MOSES, Euroopa Ühenduses on mudelid HERMES ja E3ME jm. Mudelitele tuginedes saab leida kvantitatiivsed hinnangud alternatiivsetele majanduspoliitilistele otsustele. Need toetavad poliitikuid otsuste langetamisel ning võimaldavad prognoosida vastuvõetavate poliitiliste otsuste võimalikke tagajärgi kaugemas tulevikus.

Otsustusprotsess alternatiivsete majanduspoliitiliste otsuste hindamiseks hõlmab kõiki ökonomeetria komponente: teooriat, andmeid, meetodeid ja ökonomeetrilist mudelit

1.5. Ökonomeetria suunad

Ökonomeetrias võib eristada kahte põhilist suunda:

- teoreetiline ökonomeetria,
- rakenduslik ökonomeetria.

Teoreetiline ökonomeetria tegeleb ökonomeetriliste meetoditega, nende matemaatilise tagapõhja korrektsuse tõestamisega ning meetodite edasiarendamisega. Ökonomeetria selle suuna

areng tugineb eelkõige matemaatilise statistika ja tõenäosusteooria arengule.

Rakenduslik ökonomeetria tegeleb ökonomeetriliste meetodite kasutamisega konkreetsete majandusprobleemide lahendamisel ning majandusarengu prognoosimisel. Oluline tähtsus rakendusliku kallakuga ökonomeetrilistes uuringutes on probleemi piiritlemisel ja uurimiseesmärgi täpsel määratlemisel, vajalike andmete selgitamisel ning sobivate meetodite valikul. Põhirõhk on ökonomeetrilise mudeli lahendustulemuste sisul tõlgendamisel, majandusprognooside analüüsimisel ning majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel.

Mõned rakendusliku ökonomeetria kasutamise valdkonnad:

- tootmisfunktsioonide konstrueerimine ja hindamine,
- majandusnäitajate prognoosimine,
- turu modelleerimine,
- majandustsüklite analüüsimine,
- makroökoonoomiline modelleerimine.
- ...

Ökonomeetrial on kaks põhilist suunda:

teoreetiline — ökonomeetrilised meetodid ja nende arendamine

rakenduslik — ökonomeetriliste meetodite kasutamine konkreetsete majandusprobleemide lahendamisel

KOKKUVÕTE

Ökonomeetria on piirteadus, mis on kujunenud majandusteaduse, matemaatika ja statistika integreerumisel. Majandusteadus esitab ökonomeetria teoreetilisi kontseptsioone ja probleemipüstitusi nende kvantitatiivseks hindamiseks ja alternatiivsete lahendusvariantide väljatöötamiseks. Statistika kogub, töötleb ja analüüsib massnähtuste andmeid ökonomeetriliste uuringute tarvis. Matemaatikast ja matemaatilisest statistikast tulenevad meetodid ja võtted ökonomeetriliste mudelite lahendamiseks ning mudelite parameetrite hindamiseks.

Ökonomeetria peamiseks komponendiks on teooria, meetodid ja andmed ning nende alusel konstrueeritud ja hinnatud ökonomeetriline mudel. Teooria, meetodid ja andmed on ökonomeetria tooraine. Kvantitatiivselt hinnatud ökonomeetriline mudel on ökonomeetria toode. Ökonomeetrilise mudeli kui ökonomeetria toote kvaliteet selgub tema kasutamisel ökonomeetria peamiste ülesannete lahendamisel.

Ökonomeetria ülesanded tulenevad ökonomeetria kohast teiste teaduste süsteemis, eelkõige majandusteaduses, ning kasutatavatest meetoditest ja andmetest. Ökonomeetria peamiseks ülesanneteks on majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimine, majandusnäitajate prognoosimine ja poliitika analüüs.

Ökonomeetrias saab eristada kahte põhilist suunda: teoreetiline ja rakenduslik ökonomeetria. Teoreetiline ökonomeetria tegeleb eelkõige ökonomeetriliste meetoditega, nende matemaatilise tagapõhja korrektsuse tõestamisega ning meetodite edasiarendamisega. Rakenduslik ökonomeetria tegeleb ökonomeetriliste meetodite kasutamisega konkreetsete majandusprobleemide lahendamisel ning majandusarengu prognoosimisel. Põhirõhk on ökonomeetrilise mudeli lahendustulemuste sisukal tõlgendamisel, majandusprognooside analüüsimisel ning majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel.

2. ÖKONOMEETRILINE MUDEL

2.1. Mis on mudel

Mudel on tunnetusprotsessi vahend. Ta esineb tunnetusprotsessis originaalobjekti asendajana. Mudel peab originaalobjektiga kõigis uuritavates küsimustes võimalikult täpselt sarnanema, ent samas ka sellest erinema, olema lihtsam kui originaalobjekt. Mudel on seega objekti lihtsustatud kujutis, millest vähemalt mõned objekti või süsteemi omadused on eemaldatud. Järelilikult saab iga objekti või süsteemi kohta konstrueerida alati rohkem kui ühe mudeli, üldjuhul piiramatu arvu mudeleid. Mida keerukam on uuritav süsteem ning mida rohkem elemente ta hõlmab, seda suurem on erinevate mudelite võimalik arv. Seega ka kõigi majandusnähtuste, -süsteemide ja -objektide kohta saab alati konstrueerida mitu erinevat mudelit, põhimõtteliselt lõpmata palju mudeleid.

Mudel on reaalse tegelikkuse abstraktsioon, üldistus, mis on alati seotud teatud informatsiooni kadumisega. Konkreetsest uurimiseesmärgist lähtuvalt on mitteloolulise, liigse informatsiooni kaotus hea. See võimaldab reaalselt tegelikkust paremini uurida. Kuid mudeli puhul peab olema alati täidetud reaalse tegelikkuse adekvaatse peegeldamise nõue. Selle nõude konkreetne sisu sõltub uurimiseesmärgist.

Mudel kujutab endast kompromissi tegelikkuse peegeldamise adekvaatsuse ning mudeli kasutatavuse vahel. Et mudel oleks paremini kasutatav, lihtsustatakse tegelikkuse käsitlust, elimineeritakse ekstremaalsed mõjud jne. Mudel muutub selle tulemusena vähem realistlikuks, kuid tema kasutamine ja juhtimine on lihtsam. Siinjuures tuleb hoiduda äärmustest:

- mudel kirjeldab tegelikkust väga täpselt, kuid on liialt keeruline ning tema kasutamine ja tõlgendamine on äärmiselt raske (kui mitte võimatu);
- mudel on hästi juhitav ja kasutatav, kuid liialt lihtsustatud ning seetõttu ebareaalne.

2.2. Mudelite liigitamine vastavalt esitusviisile

Mudelite liigitamisel on palju klassifitseerimisaluseid ning erialakirjanduses on toodud erinevaid mudelite klassifikatsioone (Granberg, 1988; Kaldaru, 1992, Intriligator, 1978). Klassifitseerimisaluse valik sõltub konkreetsetest uuringutest ja modelleerimisega seonduvate probleemide esitamise eesmärgist. Antud juhul on eesmärgiks liigitada mudeleid vastavalt nende esitamise kujule rõhuasetusega põhjendada ökonomeetrilisele mudelile sobivaima esituskuju valikut.

Vastavalt mudelite esituskujule võib neid liigitada järgmiselt:

- verbaalloogilised,
- füüsilised,
- graafilised,
- matemaatilised.

2.2.1. Verbaalloogiline mudel

Verbaalloogiline mudel on toodud liigitusest lähtuvalt üheks kasutatavamaks mudelitüübiks, kuuludes mõtteliste ehk ideaalmodelite alla. Mõnikord nimetatakse verbaalloogilist mudelit ka paradigmaks.

Nende mudelite esitamisel peetakse sageli kinni loogilisest konstruktsioonist: “kui ..., siis ...”.

Majandusalases kirjanduses tunnistatakse ühtedeks esimesteks verbaalloogilisteks mudeliteks A. Smithi poolt 1776. a. raamatus “*An Inquiry into Nature and Causes of The Wealth of Nations*” formuleeritud mudeleid mitmesuguste majandus-

seoste ja majandusnähtuste vastastikuste mõjude kohta. Nii on verbaalloogilise mudelina tuntud Smithi paradigma nõõp-nõelavabriku kohta, milles ta näitab, kuidas iga üksiku töötaja tööülesannete täpse määratlemise tulemusena kasvab ettevõtte toodang.

Verbaalloogiline mudel on tavaliselt aluseks mudelite teistele esituskujudele. Enne kui valida probleemi esitamiseks mingi teine esituskuju, on oluline modelleerida see verbaalselt, selgitada olulisemad modelleeritavad objektid, nähtused, näitajad, nendevahelised seosed ja mõjud. Näiteks selleks, et konstrueerida rahanõudluse mudelit, on vaja määratleda nõudlust mõjutavad tegurid, nende võimalikud omavahelised seosed ja mõjusuunad. Vaja on püstitada verbaalloogilised hüpoteesid, kuidas rahvatulu suurus, hindade taseme ja intressimäära muutus mõjutavad rahanõudlust. Verbaalloogilisest mudelist lähtuvalt on nähtustevahelisi seoseid oluliselt lihtsam ja tulemuslikum kvantifitseerida.

2.2.2. Füüsiline mudel

Füüsiline mudel kuulub aineliste mudelite alla. Ta kirjeldab teatud lihtsustatud ja üldistatud tasemel originaali ja mudeli füüsilisi sarnasusi. Füüsilise sarnasuse eelduseks on sageli (kuid mitte alati) originaalobjekti sarnasus mudeliga oma kuju poolest. Näiteks konstrueeritakse lennukimudelid, mis oma kujult ja modelleeritavatelt omadustelt sarnanevad lennukiga. Mudelit kasutatakse lennuki omaduste uurimiseks, tema vastupidavuse ja ohutuse selgitamiseks jne. Originaalobjektiga katsetamine oleks siin liiga ohtlik ja kulukas.

Füüsilise mudeli näitena võib tuua ka molekulide mudeleid. Neid kasutatakse õppeotstarbel molekulide ehituse selgitamisel ning molekulide omaduste uurimisel. Molekulide väiksuse tõttu on originaalobjektiga töötamine ja nende ehituse näitlik selgitamine väga raske, enamasti praktiliselt võimatu. Mole-

kuli mudel kui originaalobjekti üldistatud ja lihtsustatud kujutis sobib teatud eesmärkide saavutamiseks väga hästi.

Füüsilisi mudeleid on kasutatud ka majandusnähtuste kujutamisel ja selgitamisel. Nii näiteks on hüdraulilist mudelit kasutatud mitmesuguste makromajanduslike protsesside uurimisel. Hüdraulilise mudeli abil on analüüsitud rahvatulu, kogutarbimise, investeeringute, rahavoogude jne. muutumist ja nende vahelisi seoseid jms.

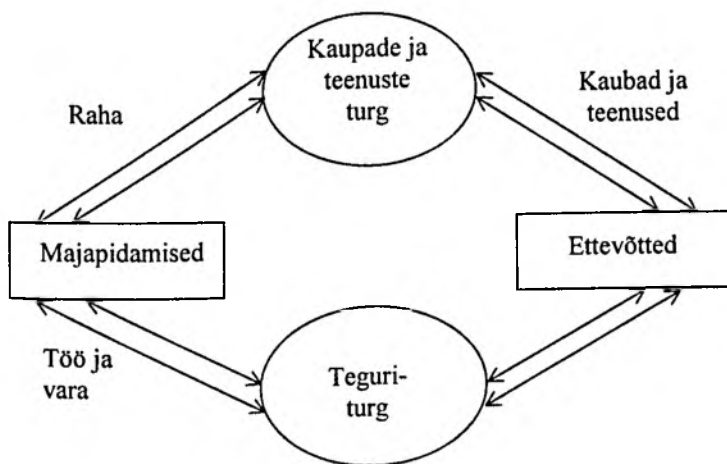
2.2.3. Graafiline mudel

Graafilised mudelid kuuluvad märkmudelite hulka, esinedes mitmesuguste jooniste, skeemide, kaartide, diagrammide jms. kujul. Neid kasutatakse väga erinevate inimtegevuse valdkondade modelleerimisel.

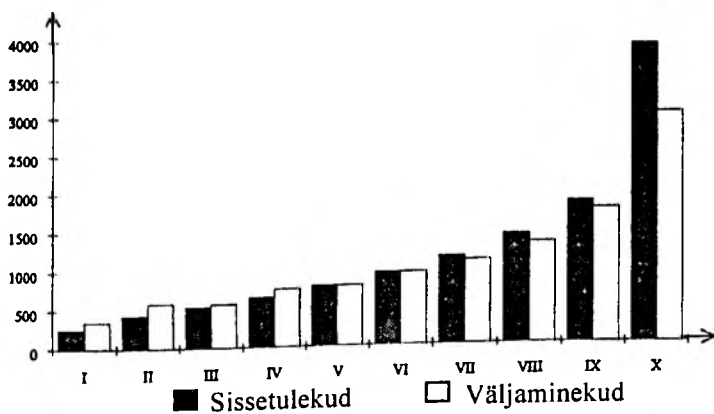
Nii näiteks kujutatakse graafiliselt südamelihases toimuvaid elektrilisi muutusi (EKG), mille alusel saab teha järeldusi südame funktsionaalse seisundi kohta. Seadme elektriskeem modelleerib südame tööpõhimõtet ja võimaldab selgitada häirete võimalikke põhjusi. Rahavoogude diagramm kirjeldab raha liikumist erinevatel majandustasanditel ja raha majandustasandeid siduvaid rolle.

Turumajanduse mudeli graafiline esitus (joonis 2.1) võimaldab selgitada seoseid ettevõtete, majapidamiste ja turgude vahel ning piltlikult välja tuua raha, vara, kaupade ja teenuste voogude osa nende seoste kujunemisel.

Perede tulude ja tarbimise kulude graafiline mudel (joonis 2.2) kirjeldab seost tulude tarbimise muutumise vahel 10 tulurühma lõikes, olles aluseks selle seose kvantitatiivse kuju leidmisele.



Joonis 2.1. Turumajanduse lihtsustatud mudel.



Joonis 2.2. Rahvatulu ja tarbimise muutumine.

2.2.4. Matemaatiline mudel

Matemaatilises mudelis on teatavat nähtust või nähtuste klassi kirjeldavad matemaatilised seosed. Originaali vahetu uurimine taandub matemaatiliste seoste uurimisele või nende seoste alusel originaali informatsioonilise külje imiteerimisele. Viimane toimub enamasti juba arvutil.

Matemaatiliste mudelite hulgas eristatakse ehitusmudeleid ja talitusmudeleid (Kaldaru, 1992). Ehitusmudelite üldkuju:

$$Y = F(A, X), \quad (2.1)$$

kus

$Y = (y_j)$ — mudeli abil määratavad muutujad, sõltuvad muutujad,

$X = (x_i)$ — sõltumatud muutujad, modelleeritava nähtuse mõjurid,

$A = (a_{ij})$ — modelleeritava objekti siseehitust kirjeldavad parameetrid.

Talitusmudelite korral modelleeritakse süsteemi käitumist tema siseehitust tundmata. Talitusmudeli üldkuju:

$$Y = D(X), \quad (2.2)$$

kus

D — üleminekuoperaator, mis iseloomustab sisendite mõju väljunditele.

Kui matemaatilise mudeli abil kirjeldatakse majandusnähtusi, nendega seonduvaid mõisteid ja majandusnähtustevahelisi seoseid, siis on tegemist majandusmatemaatilise mudeliga.

Majandusmatemaatiline mudel lülitab endasse tavaliselt kolme gruppi elemente:

- 1) modelleeritavat objekti iseloomustavad näitajad, tundmatud suurused — endogeensed ehk sõltuvad muutujad;

- 2) modelleeritava objekti suhtes välised muutuvad suurused — eksogeensed ehk sõltumatud muutujad;
- 3) mudeli parameetrid.

Majandusmatemaatilisi mudeleid võib liigitada selgitusmudeliteks ja lahendusmudeliteks.

Selgitusmudeleid kasutatakse matemaatiliste seoste abil tegelikkuses eksisteerivatest majandusnähtustest parema ülevaate saamiseks ning nende detailsemaks kirjeldamiseks.

Lahendusmudelite konstrueerimisel on põhirõhk matemaatilistel ja statistilistel lähenemisviisidel ning meetoditel, näiteks lineaarplaneerimise meetoditel jne. Lahendusmudeleid kasutatakse matemaatilise mudelina formaliseeritud majandusprobleemidele lahenduste leidmiseks matemaatiliste ja statistiliste meetodite abil.

Ökonomeetrites uuringutes on mudeli põhiliseks esitusviisiks matemaatiline mudel.

2.3. Ökonomeetrilise mudeli olemus

Ökonomeetriline mudel on matemaatilise mudeli eriliik, mis koosneb üldjuhul algebralistest võrranditest või (ja) võrrandisüsteemidest. Muutujad, mida võrrandid seovad, võivad olla nii determineeritud kui juhuslikud (stohhastilised). Ainult determineeritud suurus: sisaldavate võrrandite lahendamiseks kasutatakse algebralisi meetodeid ja vajalikke ligikaudseid meetodeid.

Kui võrrandites on vähemalt üks juhuslik muutuja, siis kasutatakse võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamiseks statistilisi meetodeid. Ökonomeetriline mudel sisaldab juhuslikke muutujaid (vähemalt ühte), mistõttu ökonomeetrilise mudeli koosseisu kuulub tavalisel ka juhuslikkust kirjeldav komponent (stohhastiline komponent) ϵ .

Juhusliku komponendi lülitamist ökonomeetrisse mudelisse tingivad põhjused võib üldistatult grupeerida järgmiselt:

- 1) põhjused, mis tingivad modelleeritava näitaja muutumist, ei ole täielikult piiritletud mudelisse lülitatavate muutujatega;
- 2) mudeli kuju ja parameetrid ei ole täpselt määratletavad;
- 3) mudelis kasutatavad näitajad ei ole alati täpselt mõõdetavad;
- 4) modelleeritava nähtuse ja selle mõjurite käitumisvõimalused ei ole täpselt määratlevad.

Tarbimisteooria kohaselt sissetulekute tõustes suurendab inimene oma tarbimist, kuid tavaliselt mitte rohkem, kui suurenesid tema sissetulekud. Keynesi postulaadi kohaselt tarbimise piirkalduvus, mis väljendab seost sissetulekute ja tarbimise vahel, on vahemikus 0-st 1-ni. Selle teoreetilise seisukoha testimiseks on kasutatud ökonomeetrisse mudelite abi.

Lihtsustatud kujul võib Keynesi postulaati kirjeldada võrrandiga

$$Y = a + b X, \quad (2.3)$$

kus

Y — keskmised tarbimiskulud,

X — sissetulekud,

a, b — parameetrid, kusjuures b väljendab tarbimise piirkalduvust $0 \leq b \leq 1$.

Enamasti ei saa majandusnähtustevahelisi seoseid modelleerida vaid kui determineeritud. Tavaliselt esineb võrrandiga (2.3) määratud keskmisest tarbimisest teatud hälbeid Δ :

$$Y = a + b X \pm \Delta \quad (2.4)$$

Hälve moodustabki ökonomeetrisse mudeli juhusliku ehk stohhastilise komponendi ε .

Algebraliselt võib tarbimiskulude kujunemise juhuslikkust arvestava ökonomeetrisse mudeli esitada kujul

$$Y = a + bX + \varepsilon \quad (2.5)$$

Sellist ökonomeetrilist mudelit nimetatakse ühevõrrandiliseks mudeliks. Kui võrrandeid on mudelis rohkem kui üks, on tegemist mitmevõrrandilise ökonomeetrilise mudeliga.

Ökonomeetriline mudel koosneb determineeritud ja stohhastilistest algebralistest võrranditest ja (või) võrranditesüsteemist, mille lahendamiseks kasutatakse matemaatilisi ja statistilisi lähenemisi viise ja meetodeid

Juhusliku komponendi lülitamine ökonomeetrilisse mudelisse tuleneb modelleeritavate ja neid mõjutavate nähtuste käitumise juhuslikkusest ning seda kajastavate näitajate mõõtmise ebatäpsusest

2.4. Ökonomeetrilise mudeli komponendid

Ökonomeetriline mudel sisaldab endas tavaliselt järgmisi komponente:

- modelleeritavad näitajad: endogeensed ehk sõltuvad muutujad (Y),
- modelleeritavat nähtust mõjutavad näitajad: eksogeensed ehk sõltumatud muutujad (X),
- matemaatiliste ja statistiliste meetoditega hinnatavad mudeli parameetrid,
- juhuslik komponent (ε).

Ökonomeetrilistes mudelites on tihti vaja kirjeldada olukordi, milles eksogeensed muutujad mõjutavad modelleeritavat suurust ehk endogeenset muutujat teatud viitajaga. Näiteks elanike

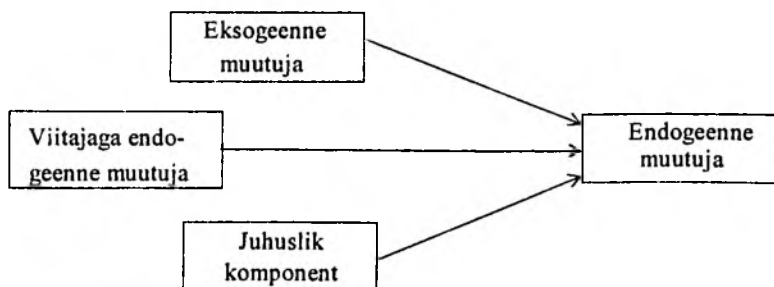
tulude X_t muutus t -ndal aastal mõjutab tarbimiskulusid alles $t+1$ aastal. Sel juhul on ökonomeetriline mudel esitatud kujul

$$Y_t = a + b X_{t-1} + \varepsilon \quad (2.6)$$

Endogeenne muutuja (sõltuv muutuja) võib mõnikord esineda ka eksogeense muutujana ehk sõltumatu muutujana. Näiteks tarbimiskulude (Y_t) modelleerimisel lülitatakse mudelisse ka eelmise aasta tarbimiskulud Y_{t-1} . Sellist muutujat nimetatakse viitajaga endogeenseks muutujaks.

Seega võib endogeense muutuja kujunemist mõjutavad komponendid grupeerida järgmiselt (joon. 2.3):

- eksogeenne muutuja,
- viitajaga endogeenne muutuja,
- juhuslik komponent.



Joonis 2.3. Endogeense muutuja kujunemine.

Võrrandite kirjapanekuga ei lõpe veel ökonomeetrilise mudeli konstrueerimine. Vaja on:

- 1) analüüsida võimalikku seose suunda ja seose vormi modelleeritavate näitajate (endogeensete muutujate) ja neid mõjutavate näitajate (eelnevalt määratletud muutujate) vahel;
- 2) määratleda juhusliku komponendi ja seda tingivate põhjuste võimalik mõjuulatus, teha oletusi nende võimaliku jaotuse kohta;

- 3) selgitada mudelisse lülitatavate muutujate kvantitatiivse väljendamise võimalused, nende mõõtmise täpsus ja usaldusväärsus; juhuslike muutujate korral teha oletusi nende jaotuse kohta;
- 4) valida meetodid ja vahendid mudeli parameetrite hindamiseks;
- 5) hinnata mudeli parameetreid ning mudeli ja parameetrite statistilist olulisust.

Ökonomeetrilise mudeli põhikomponendid:

- endogeensed muutujad
- eelnevalt määratletud muutujad (eksogeensed muutujad + viitajaga endogeensed muutujad)
- juhuslik komponent
- mudeli parameetrid

2.5. Ökonomeetrilise mudeli üldkuju

Põhiline ökonomeetriline mudel on algebraalne lineaarne stohhastiline mudel.

Mudelis kasutatavad tähistused:

Y_j — endogeenne muutuja, $j = 1, 2, \dots, n$,

X_i — eksogeenne muutuja, $i = 1, 2, \dots, k$,

ε_j — juhuslik komponent,

α — endogeense muutuja parameetrid,

β — eksogeense muutuja parameetrid.

Üldine ökonomeetriline mudel koosneb järgmiste võrrandite süsteemist:

$$\begin{aligned}
 & Y_1\alpha_{11} + Y_2\alpha_{21} + \dots + Y_n\alpha_{n1} + \\
 & + X_1\beta_{11} + X_2\beta_{21} + \dots + X_k\beta_{k1} = \varepsilon_1 \\
 & Y_1\alpha_{12} + Y_2\alpha_{22} + \dots + Y_n\alpha_{n2} + \\
 & + X_1\beta_{12} + X_2\beta_{22} + \dots + X_k\beta_{k2} = \varepsilon_2 \\
 & \dots \\
 & Y_1\alpha_{1n} + Y_2\alpha_{2n} + \dots + Y_n\alpha_{nn} + \\
 & + X_1\beta_{1n} + X_2\beta_{2n} + \dots + X_k\beta_{kn} = \varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Võrrandite süsteem on täielik, kui võrrandite arv võrdub endo-geensete muutujate arvuga. Iga võrrand sisaldab $n+k$ parameetrit. Osa nendest parameetritest võib võrduda nulliga.

Igal võrrandil võrrandite süsteemist (2.7) on kindel sisuline tähendus sõltuvalt ökonomeetrilise mudeli originaalobjektist ehk majandusprotsessist, mida ökonomeetrilise mudeli abil kirjeldatakse. Tulenevalt uurimisvaldkonnast peegeldavad nad nõudmise ja pakkumise seoseid, tehnoloogilisi seoseid jms. Iga võrrand esindab ühte aspekti modelleeritava süsteemi struktuurist. Seetõttu nimetatakse neid võrrandeid ka *struktuurse-teks võrranditeks* ning võrrandite süsteemina esitatud struktuursete võrrandite komplekti — *struktuurseks vormiks*.

Üldise ökonomeetrilise mudeli esitus *vektor-maatrikskujul*:

$$Y A + X B = \varepsilon \tag{2.8}$$

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$$

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$$

A ja B on mudeli parameetrite maatriksid.

$$A = \{\alpha_{ij}\} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$B = \{\beta_{ij}\} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \dots & \beta_{kn} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} & (y_1, y_2, \dots, y_n) \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} + \\ & + (x_1, x_2, \dots, x_k) \cdot \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \dots & \beta_{kn} \end{pmatrix} = \\ & = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Üldine ökonomeetriline mudel vektor-maatriksi kujul:

$$YA + XB = \varepsilon$$

Y — endogeensete muutujate vektor

X — eksogeensete muutujate vektor

A — endogeensete muutujate parameetrite maatriks

B — eksogeensete muutujate parameetrite maatriks

ε — juhusliku komponendi vektor

2.6. Ökonomeetrilise mudeli omadused

Ökonomeetriline mudel konstrueeritakse tavaliselt majandusteoreetilise hüpoteesi kontrollimiseks või majandusnähtuste võimalike arengusuundade prognoosimiseks. Nii mudelisse lülitatavad näitajad, nendevahelised seosed kui ka muutumistendentsid on enamasti juhusliku iseloomuga. Nende kvantitatiivseks määramiseks kasutatavad valimi andmed sisaldavad endas samuti määramatust ja juhuslikkust. Siit tulenevalt on enamik ökonomeetrilisi mudeleid stohhastilised. Ökonomeetriline mudel võib sisaldada ka determineeritud võrrandeid, mida on võrrandite süsteemist teatud teisenduste abil küllalt kerge elimineerida. Neid võtteid kasutatakse ökonomeetrilise mudeli lihtsustamiseks.

Ökonomeetriliste mudelite teine oluline omadus on lineaarsus parameetrite suhtes. Põhimõtteliselt võib ökonomeetriline mudel olla ka mittelineaarne, kuid mudeli kasutatavuse ja parema juhitatavuse seisukohalt on enamasti soovitatav konstrueerida ökonomeetrilisi mudeleid lineaarsel kujul. Ka paljud ökonomeetriliste mudelite lahendamiseks kasutatavad matemaatilised ning statistilised lähenemisviisid ja meetodid on välja töötatud eeldustel, mis nõuavad mudeli lineaarsust tema parameetrite suhtes. Vastasel juhul ei ole nende meetodite rakendamine korrektne.

Ruutfunktsioonina esitatud tarbimisfunktsioon

$$Y = a + bX + cX^2, \quad (2.12)$$

kus

Y — tarbimine,

X — tulud,

on lineaarne parameetrite a , b ja c suhtes ning vastab seega ökonomeetriliste mudelite lahendamiseks vajalikule lineaarsuse nõudele.

Mudel (2.12) on logaritmt teisenduse abil hõlpsasti teisendatav lineaarkujule ka muutujate suhtes.

Suur osa parameetrite suhtes mittelinearseid mudeleid on samuti logaritmt teisenduste abil kergesti lineaarseteks teisendatavad.

Näiteks proportsionaalse kasvu mudel

$$N = N_0 \cdot e^{\alpha t} \quad (2.13)$$

on teisendatav lineaarsele kujule

$$\ln N = \ln N_0 + \alpha t \quad (2.14)$$

Samuti saab lineaarsele kujule teisendada püsiva elastsusega nõudluse funktsiooni

$$q = q_0 \cdot P^{-\alpha} \cdot X^{\beta}, \quad (2.15)$$

kus

q — nõudlus,

P — hind,

X — tulu,

q_0, α, β — mudeli parameetrid.

Mudeli logaritmt teisendus:

$$\ln q = \ln q_0 - \alpha \ln P + \beta \ln X \quad (2.16)$$

Lineaarseks teisendamise võimalus avardab oluliselt praktikas kasutatavate mudelite klassi. Majandusnähtustevahelised seosed on oma olemuselt sageli lineaarsed või kergesti lineaarseteks teisendatavad. Nii on rahvatulu tasakaalu tingimused lineaarselt modelleeritavad. Samuti defineeritakse enamasti lineaarselt tulud, kulud, kasum ja väga paljud teised majandusnäitajad.

2.7. Ökonomeetriliste mudelite liigitamine

Nagu mudelite klassifitseerimisel üldse, nii ka ökonomeetriliste mudelite klassifitseerimisel võib aluseks võtta väga erinevaid klassifitseerimisaluseid. Antud juhul on piirdutud kahe klassifitseerimisalusega:

- 1) lähenemisviis,
- 2) aeg.

Tulenevalt majandusteoreetilisest lähenemisviisist võib ökonomeetrilised mudelid jaotada mikro- ja makromudeliteks.

Mikromudelid tuginevad mikroökonomilisele lähenemisviisile, hõlmates nõudmise ja pakkumise mudeleid, turumajanduslikke teguriturge, nendevaheisi seoseid ja vastastikuseid mõjusid jne.

Makromudelid tuginevad makroökonomilisele lähenemisviisile, kirjeldades rahvatulu, tarbimise, investeeringute jt. makromajanduslike näitajate vahelisi seoseid ja sõltuvusi ning nende võimalikke arengutendentse.

Vastavalt aja peegeldamisele mudelis klassifitseeritakse ökonomeetrilised mudelid staatilisteks ja dünaamilisteks.

Staatilistes mudelites toimub majandusnähtuste ja -protsesside kirjeldamine teatud kindlal ajamomendil (näiteks aastal, kuul jm.). Ajategur siin arvesse ei tule. Staatilise mudeli võib koostada ka tarbimise uurimiseks erinevate riikide lõikes, kusjuures aeg on fikseeritud ja see tegurina ei muutu.

Dünaamiline mudel kirjeldab majandusprotsesside ja -nähtuste muutumist ajas. Dünaamiliseks mudeliks on näiteks tarbimise muutumise kirjeldamine teatud pikema ajaperioodi vältel.

Dünaamiline analüüs läheb staatilisest analüüsist tavaliselt tunduvalt sügavamale ja annab huvipakkuvamaid tulemusi. Kuid samas tugineb hea dünaamiline analüüs loogilisele staatilisele analüüsile ning seda toetavale staatilisele mudelile.

Majandusteoreetiliste kontseptsioonide testimisel kasutatakse tavaliselt nii staatilisi kui ka dünaamilisi mudeleid.

Staatiline mudel kirjeldab majandusprotsessi või -nähtust kindlal ajamomendil, aega tegurina ei arvestata

Dünaamiline mudel kirjeldab majandusprotsesside ja -nähtuste muutumist ajas

2.8. Ökonomeetriliste mudelite näiteid

2.8.1. Tarbimismudel

Rahvatulu (Y) jaguneb üldistatult tarbimiskuludeks C ja muudeks kuludeks G (valitsuse kuludeks):

$$Y = C + G \quad (2.17)$$

Seejuures tarbimine on rahvatulu funktsioon:

$$C = C(Y) \quad (2.18)$$

Tarbimisfunktsioonile saab anda ka kuju:

$$C = a + bY, \quad (2.19)$$

kus

a, b — modelleeritava süsteemi sisemisest struktuurist tulenevad parameetrid.

Tarbimisfunktsiooni sisulisest tõlgendusest tulenevalt on parameeter b tarbimise piirkaldumus, mis väljendab kvantitatiivselt seost rahvatulu ja tarbimiskulude vahel. Keynesi postulaadi kohaselt on tarbimise piirkaldumus 1-st väiksem, täpsemalt vahemikus 0-st 1-ni. Sageli on b väärtuseks 0,8, mis tähendab, et rahvatulu suurenemisel 1 ühiku võrra suurenevad tarbimis-

kulud 0,8 ühiku võrra eeldusel, et teised tingimused ei muutu (printsiiip *ceteris paribus*).

Tarbimisfunktsiooni parameetrite a ja b hindamine toimub valimi andmete alusel, mis paratamatult sisaldavad endas teatud juhuslikkust ja määramatust. Seega determineeritud tarbimisfunktsioon (2.19) asendub ökonomeetrilise funktsiooniga

$$C = a + bY + \varepsilon, \quad (2.20)$$

kus

ε — juhuslik komponent.

Kui mudeli (2.20) parameetrite hindamisel ja nende usaldatavuse määramisel selgub, et b on väiksem 1-st, siis antud empiirilise andmekogumi alusel leiab kinnitust Keynesi postulaat, mille järgi tarbimiskulutused ei suurene kiiremini kui tulud ($0 \leq b \leq 1$).

Tarbimise piirkalduvus b on määratav ka tarbimisfunktsiooni C tuletisena Y järgi:

$$\frac{\partial C}{\partial Y} = b \quad (2.21)$$

Teatud rahvatulu tasemel Y^0 kehtivad tasakaalu seosed

$$C^0 \equiv C(Y^0) \quad (2.22)$$

ja

$$Y^0 \equiv C(Y^0) + G \quad (2.23)$$

Võttes võrrandist (2.23) tuletise G järgi, saame

$$\frac{\partial Y^0}{\partial G} = \frac{\partial C}{\partial Y^0} \cdot \frac{\partial Y^0}{\partial G} + 1 \quad (2.24)$$

Võrrandiga (2.24) saab teha teisendusi

$$\frac{\partial Y^o}{\partial G} - \frac{\partial C}{\partial Y^o} \cdot \frac{\partial Y^o}{\partial G} = 1,$$

$$\text{siit } \frac{\partial Y^o}{\partial G} \left(1 - \frac{\partial C}{\partial Y^o}\right) = 1 \quad (2.25)$$

Seosest (2.21) tulenevalt tasakaalu olukorras $\frac{\partial C}{\partial Y^o} = b$ ning

seega avaldis (2.25) teiseneb kujule

$$\frac{\partial Y^o}{\partial G} = \frac{1}{1-b} \quad (2.26)$$

Avaldis (2.26) kirjeldab rahvatulu (Y) ja valitsuskulude (G) vahelist seost.

Suurust

$$M = \frac{1}{1-b} \quad (2.27)$$

defineeritakse kui multiplikaatorit ehk võimendit, mis näitab, kuidas toimuvad muutused *tasakaalustatud süsteemis* mõne süsteemi osa muutumise tulemusena. Antud juhul väljendab võimendi M seost tarbimise piirkalduvuse (b), valitsuskulude (G) ja rahvatulu (Y) muutumise vahel.

Kui tarbimise piirkalduvus $b = 0.8$, siis multiplikaator ehk võimendi $M = \frac{1}{1-0.8} = 5$. Tingimusel *ceteris paribus* võib

teha järelduse, et valitsuskulude suurendamisel 1 miljoni krooni võrra suureneb rahvatulu viiekordselt, s.t. 5 miljonit krooni.

Juhul kui tarbimisfunktsioon $C(Y)$ on ruutfunktsioon

$$C(Y) = a + bY + cY^2, \quad (2.28)$$

siis tarbimise piirkalduvus

$$\frac{\partial C}{\partial Y^o} = b + 2Yc \quad (2.29)$$

ning multiplikaator

$$\frac{\partial Y^o}{\partial G} = \frac{1}{1 - b - 2cY^o} \quad (2.30)$$

Erialakirjanduses kasutatakse tarbimise piirkalduvuse tähistamiseks sageli lühendit *MPC* (*marginal propensity to consumer*). Seega

$$MPC = \frac{\partial C}{\partial Y^o} \quad (2.31)$$

ning multiplikaator

$$M = \frac{1}{1 - MPC} \quad (2.32)$$

Tarbimismudel koosneb kahest osast: tarbimisvõrranditest $C = C(Y)$ ning tasakaalunõudest $Y = C + G$. Y ja C on endogeensed muutujad, G etteantud eksogeenne muutuja (näiteks valitsemiskulud). Tegemist on võrrandite süsteemiga, mille lahendamiseks ning süsteemi sisemist struktuuri kajastavate parameetrite hindamiseks tuleb kasutada ökonomeetrilisi meetodeid ja statistilisi andmeid.

2.8.2. Staatiline mikromudel

Staatilise mikromudeli näitena võib tuua ökonomeetrilise mudeli, mis kirjeldab põllumajandustoodangu nõudmist ja pakkumist ning nende vahelist tasakaalu (Intriligator, 1978).

Mudel koosneb kolmest võrrandist, millest esimene modelleerib nõudmist q^D , teine pakkumist q^S ning kolmandaga on fikseeritud nende tasakaalu nõue: $q^D = q^S$.

$$q^D = \gamma_1 P + \beta_1 I + \sigma_1 + \varepsilon^D \quad (2.33)$$

$$q^S = \gamma_2 P + \beta_2 R + \sigma_2 + \varepsilon^S \quad (2.34)$$

$$q^D = q^S \quad (2.35)$$

kus

q^D — toodangu nõudlus,

q^S — toodangu pakkumine,

P — hind,

I — elanike sissetulekud,

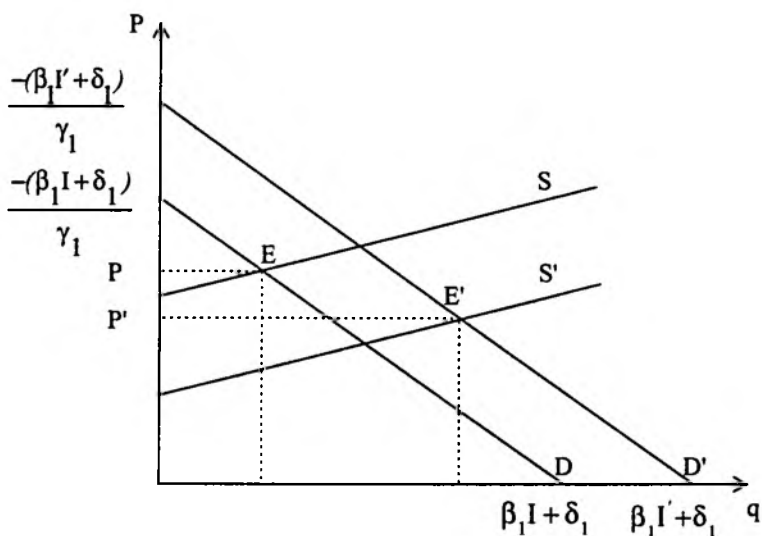
R — sademete hulk,

$\varepsilon^D, \varepsilon^S$ — juhuslikud komponendid,

$\gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2, \sigma_1, \sigma_2$ — süsteemi sisemisest struktuurist tulenevad parameetrid (struktuursed parameetrid).

Toodud mudelites on endogeensete (modelleeritavate) muutujatena käsitletud eelkõige toodangu nõudlust (q^D) ja pakkumist (q^S). Eksogeensed muutujad ehk välismõjurid on elanike tulud (I) ja sademete hulk (R).

Nõudmise võrrand (2.33) modelleerib nõudlust lineaarse funktsioonina hindade, tulude ja juhusliku komponendi suhtes. Struktuursed parameetrid on γ_1, β_1 ja σ_1 . Nendest γ_1 on tavaliselt negatiivne (hindade kasvuga kaasneb nõudluse vähenemine) ning β_1 on positiivne (sissetulekute kasvuga nõudlus suureneb). Parameeter σ_1 kirjeldab muude tegurite mõju põllumajandustoodete nõudlusele. Tulenevalt juhuslikust komponendist (ε^D) ning elanike tuludest (I) saab seost nõudmise q^D ja hinna P vahel graafiliselt kirjeldada nõudluse joonena (D). Kui elanike tulud muutuvad, siis nõudluse joon nihkub. Joonisel 2.4 on kujutatud nõudluse joone D nihkumist D' -ks juhul, kui elanike tulud kasvavad I -lt I' -ni.



Joonis 2.4. Staatilise mikromudeli graafiline esitus
(Intriligator, 1978).

Pakkumise võrrand (2.34) modelleerib pakkumist lineaarse funktsioonina hindade, sademete ja juhusliku komponendi ϵ^S suhtes. Struktuurseteks parameetriteks on $\gamma_2, \beta_2, \sigma_2$. Parameeter γ_2 on tavaliselt positiivne, sest hinna kasvuga kaasneb enamasti pakkumise suurenemine. Parameeter β_2 , mis modelleerib sademete mõju põllumajandustoodangu pakkumisele, võib olla nii negatiivne (liigniiskuse piirkondades) kui positiivne (põuapiirkondades). Analoogiliselt nõudluse q^D graafilise esitamisega võib ka pakkumise q^S esitada pakkumise joonena hinna P suhtes. Sademete jt. pakkumise mõjurite muutumisel joon S nihkub. Joonisel 2.4 on kujutatud pakkumise joone S nihkumist S' -ks sademete R muutumise mõjul. Nõudluse q^D ja pakkumise q^S joonte lõikepunktid defineerivad tasakaaluseisundeid E ja E' , millele vastavad loodetavad tasakaaluhinnad P ja P' .

Tasakaaluvõrrandi (2.35), mis on determineeritud ja tuleneb nõudluse ja pakkumise tasakaalu defineerimisest, võib mudelist elimineerida. Et $q^D = q^S$, siis võib võrrandid (2.33) ja (2.34) esitada kujul

$$q = \gamma_1 P + \beta_1 I + \sigma_1 + \varepsilon^D \quad (2.36)$$

$$q = \gamma_2 P + \beta_2 R + \sigma_2 + \varepsilon^S \quad (2.37)$$

On saadud kahest struktuurivõrrandist koosnev staatiline mikromudel.

Mudelit võib teisendada ka ökonomeetrilise mudeli üldkujule vastavaks (p. 2.5)

$$q - \gamma_1 P - \beta_1 I - \sigma_1 = \varepsilon^D \quad (2.38)$$

$$q - \gamma_2 P - \beta_2 R - \sigma_2 = \varepsilon^S \quad (2.39)$$

Vektor-matrikskujul on võrranditega (2.38) ja (2.39) esitatud mudel järgmine:

$$(q, P) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\gamma_1 & -\gamma_2 \end{pmatrix} + (I, R, 1) \begin{pmatrix} -\beta_1 & 0 \\ 0 & -\beta_2 \\ -\sigma_1 & -\sigma_2 \end{pmatrix} = (\varepsilon^D, \varepsilon^S) \quad (2.40)$$

Võrranditest (2.38) ja (2.39) saab muutujad q ja P avaldada järgmiselt:

$$q = \frac{\gamma_2 \beta_1}{\gamma_2 - \gamma_1} I - \frac{\gamma_1 \beta_2}{\gamma_2 - \gamma_1} R + \frac{\gamma_2 \sigma_1 - \gamma_1 \sigma_2}{\gamma_2 - \gamma_1} + \frac{\gamma_2 \varepsilon^D - \gamma_1 \varepsilon^S}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (2.41)$$

$$P = \frac{\beta_1}{\gamma_2 - \gamma_1} I - \frac{\beta_2}{\gamma_2 - \gamma_1} R + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\gamma_2 - \gamma_1} + \frac{\varepsilon^D - \varepsilon^S}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (2.42)$$

Seega on konstrueeritud teoreetiline staatiline mikromudel, mis kirjeldab põllumajandussaaduste nõudmise ja pakkumise tasakaalu kujunemist turul.

Ökonomeetriku järgnevateks ülesanneteks on:

- 1) statistilistele andmetele tuginedes hinnata mudeli parameetreid,
- 2) tõlgendada ja analüüsida modelleerimise tulemusi,
- 3) kasutada mudelit põllumajandustoodangu mahu prognoosimisel ja ettepanekute tegemisel põllumajanduspoliitika kujundamiseks.

2.8.3. Dünaamiline makromudel

Dünaamilise makromudeli näitena võib tuua M. D. Intriligatori prototüüp-makromudeli (Intriligator, 1978). Mudel koosneb järgmistest struktuurivõrranditest:

$$C_t = \gamma_1 Y_t + \beta_1 + \varepsilon_t^C \quad (2.43)$$

$$I_t = \gamma_2 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 + \varepsilon_t^I \quad (2.44)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \quad (2.45)$$

kus

C_t	—	tarbimine,
I_t	—	investeeringud,
Y_t	—	rahvatulu,
G_t	—	valitsemiskulud,
$\gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$	—	struktuursed parameetrid,
$\varepsilon_t^C, \varepsilon_t^I$	—	juhuslikud komponendid,
t	—	aeg (aasta),
C_t, I_t ja Y_t	—	endogeensed muutujad ehk modelleeritavad näitajad,
Y_{t-1}	—	eelmise aasta rahvatulu, s.o. viitajaga endogeenne muutuja.

Valitsuskulu G_t on mudeli ülesehituse seisukohalt eksogeenne muutuja.

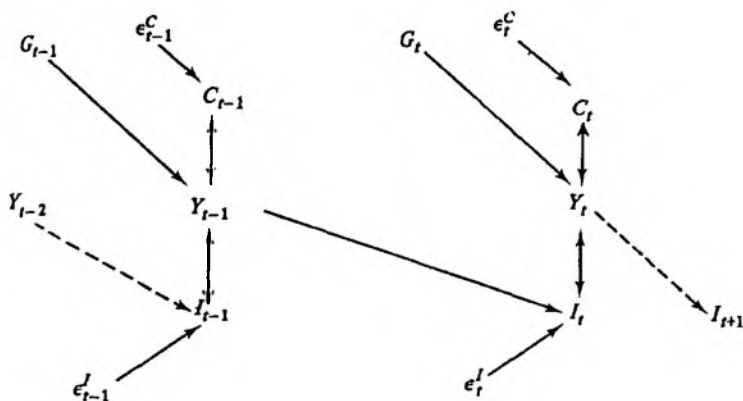
Võrrand (2.43) on tarbimisfunktsioon. Võrrandiga (2.44) on modelleeritud investeeringuid ning võrrandiga (2.45) on kirjeldatud rahvatulu komponente.

Investeeringute võrrandi (2.44) võib eeldusel, et investeeringud t -ndal aastal sõltuvad rahvatulu juurdekasvust $Y_t - Y_{t-1}$, esitada ka kujul

$$I_t = \gamma_2 (Y_t - Y_{t-1}) + \beta_3 + \varepsilon_t^I \quad (2.46)$$

Sel juhul on tegemist olukorraga, milles eeldatakse, et $\beta_2 = -\gamma_2$.

Dünaamilises makromodelis on oluline selgitada muutujate vastastikuseid mõjusid ajas. Erinevalt staatilisest mudelist esinevad siin eksogeensete muutujatena ka viitajaga endogeensed muutujad, eelkõige rahvatulu (Y). Viitaeg avaldub ka teiste muutujatevahelistes seostes. Joonisel 2.5 on kujutatud muutujate vahelisi seoseid, arvestades ajategurit t .



Joonis 2.5. Muutujatevahelised seosed dünaamilises makromodelis (Intriligator, 1978).

Kui staatilises mikromudelis sai elimineerida nõudmise ja pakkumise tasakaalunõuet kirjeldava võrrandi (2.35), siis dünaamilise makromudeli puhul saab elimineerida ühe endogeense muutuja, nimelt muutuja I (investeeringud). Tekib kahest võrrandist koosnev mudel

$$C_t = \gamma_1 Y_t + \beta_1 + \varepsilon_t^C \quad (2.47)$$

$$Y_t = \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)C_t + \left(\frac{\beta_2}{1-\gamma_2}\right)Y_{t-1} + \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)G_t + \left(\frac{\beta_2}{1-\gamma_2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_t^I}{1-\gamma_2}\right) \quad (2.48)$$

millel on järgmine ökonomeetrilise mudeli üldkuju:

$$C_t - \gamma_1 Y_t - \beta_1 = \varepsilon_t^C \quad (2.49)$$

$$Y_t - \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)C_t - \left(\frac{\beta_2}{1-\gamma_2}\right)Y_{t-1} - \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)G_t - \left(\frac{\beta_3}{1-\gamma_2}\right) = \frac{\varepsilon_t^I}{1-\gamma_2} \quad (2.50)$$

Et üldkujulist ökonomeetrilist makromudelit oleks mugavam esitada vektor-maatrikskujul, korrutatakse mõlemad võrrandid läbi (-1) -ga:

$$-C_t + \gamma_1 Y_t + \beta_1 = -\varepsilon_t^C \quad (2.51)$$

$$-Y_t + \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)C_t + \left(\frac{\beta_2}{1-\gamma_2}\right)Y_{t-1} + \left(\frac{1}{1-\gamma_2}\right)G_t + \left(\frac{\beta_3}{1-\gamma_2}\right) = \frac{-\varepsilon_t^I}{1-\gamma_2} \quad (2.52)$$

Dünaamilise makromudeli vektor-maatriksi kuju on:

$$\begin{aligned}
 & (C_t, Y_t) \cdot \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{1-\gamma_2} \\ \gamma_1 & -1 \end{pmatrix} + \\
 & +(Y_{t-1}, G_t, I) \begin{pmatrix} 0 & \frac{\beta_2}{1-\gamma_2} \\ 0 & \frac{1}{1-\gamma_2} \\ \beta_1 & \frac{\beta_3}{1-\gamma_2} \end{pmatrix} = (-\varepsilon_t^C, \frac{-\varepsilon_t^I}{1-\gamma_2}) \quad (2.53)
 \end{aligned}$$

Mudeli parameetrite hindamiseks tuleb kasutada riigi makromajanduslikku seisundit iseloomustavaid statistilisi andmeid. Parameetrid peegeldavad modelleeritava süsteemi sisemist struktuuri eelkõige tarbimise piirkalduvuse ning multiplikaatorite kaudu. Mudelile toetudes on võimalik hinnata valitsuskulude kui eksogeense muutuja mõju rahvatulule, prognoosida endogeenseid muutujaid (rahvatulu, tarbimine, investeeringud) ning analüüsida nende vahelisi seoseid.

2.8.4. Kleini mudel

Mudel on konstrueeritud Ameerika majandusteadlase L. R. Kleini poolt Ameerika Ühendriikide majanduse 1921.–1941. aastate andmetel. See periood sisaldab endas kahte tugevat majandusdepressiooni, mida on püütud modelleerimisel arvestada. Mudel on erialakirjanduses saanud tuntuks ka Kleini sõdadevahelise mudeli nime all (*Klein interwar model*).

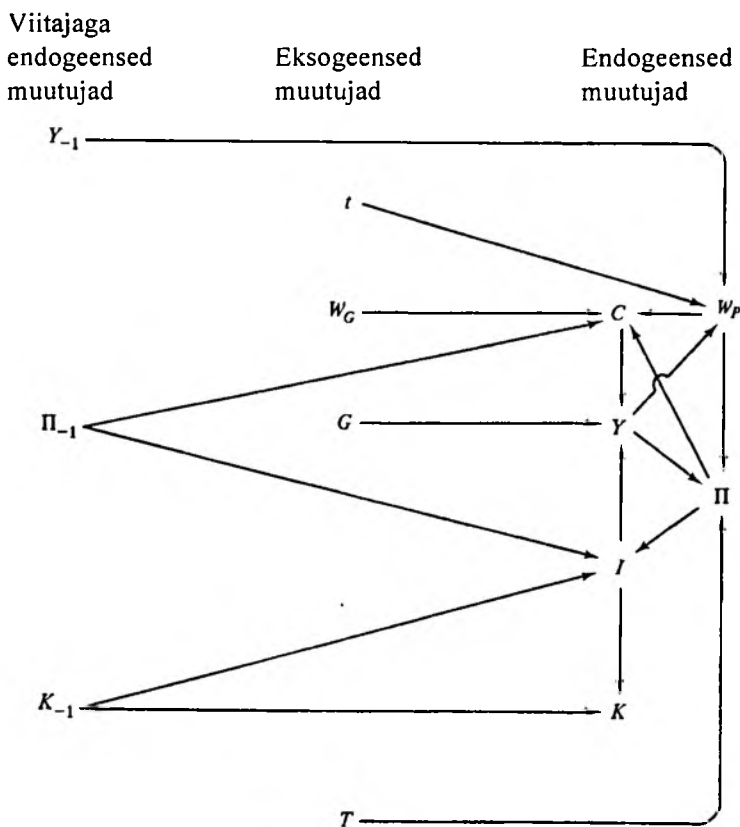
Kleini mudel avaldati esmakordselt 1950. aastal. Mudel on esitatud standardse dünaamilise makroökonomeetrilise mudelina.

Kleini mudelis on kõik seosed esitatud lineaarsel kujul. Mudeli parameetrite hindamisel on kasutatud kahe- ja kolmeastmelist vähimruutude meetodit.

Mudel koosneb kolmest struktuurivõrrandist ja kolmest tasakaalunõudeid kirjeldavast samasusest. Struktuurivõrranditeks

on tarbimisfunktsioon (C), investeeringute funktsioon (I) ja erasektori palga funktsioon (W_p).

Mudelis on kuus endogeenset ja neli eksogeenset muutujat (tabel 2.1). Rahvatulu (Y), kasum (Π) ja kapital (K) kui endogeensed muutujad esinevad mudelis ka viitajaga endogeensete muutujatena, mis vormiliselt täidavad etteantud ehk eksogeense muutuja rolli. Joonisel 2.6 on kujutatud eksogeensete, endogeensete ja viitajaga endogeensete muutujate omavahelised seosed Kleini mudelis.



Joonis 2.6. Muutujatevahelised seosed L. Kleini mudelis (Intriligator, 1978).

Tabel 2.1

Kleini mudelis kasutatavad endogeensed ja eksogeensed muutujad.

Endogeensed muutujad	Eksogeensed muutujad
Y — rahvatulu	G — valitsuskulud
C — tarbimine	W_g — riigisektori palgad
I — investeeringud	T — maksud
W_p — erasektori palgad	t — ajategur
Π — kasum	
K — kapital	

Tarbimisvõrrand on

$$C = \beta_{11} + \beta_{12}(W_p + W_g) + \beta_{13}\Pi + \beta_{14}\Pi_{-1} + \varepsilon_1, \quad (2.54)$$

kus

$\beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{14}$ — struktuursed parameetrid,

ε_1 — juhuslik komponent,

Π_{-1} — eelmise aasta kasum.

Investeeringute võrrand on

$$I = \beta_{21} + \beta_{22}\Pi + \beta_{23}\Pi_{-1} + \beta_{24}K + \varepsilon_2, \quad (2.55)$$

kus

$\beta_{21}, \beta_{22}, \beta_{23}, \beta_{24}$ — struktuursed parameetrid,

ε_2 — juhuslik komponent.

Erasektori palga funktsioon on

$$W_p = \beta_{31} + \beta_{32}(Y + T - W_g) + \beta_{33}(Y + T - W_g)_{-1} + \beta_{34}t + \varepsilon_3 \quad (2.56)$$

kus

$\beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{33}, \beta_{34}$ — struktuursed parameetrid,

ε_3 — juhuslik komponent.

Tasakaaluseosed:

1) rahvatulu jaguneb tarbimiseks, investeeringuteks ja valitsuskuludeks

$$Y = C + I + G \quad (2.57)$$

2) kasum tuleneb tulu, erasektori palga ja maksude vahest

$$\Pi = Y - W_p - T \quad (2.58)$$

3) kapital koosneb eelmise aasta kapitalist ja jooksva aasta investeeringutest

$$K = K_{-1} + I \quad (2.59)$$

Ameerika majanduse andmete põhjal aastatel 1921–1941 sai Klein võrranditega (2.54)–(2.56) määratud mudelile järgmise kuju:

tarbimisvõrrand

$$C = 16.79 + 0.800(W_p + W_g) + 0.020\Pi + 0.235\Pi_{-1} \quad (2.60)$$

investeeringute võrrand

$$I = 17.78 + 0.231\Pi + 0.564\Pi_{-1} - 0.46K_{-1} \quad (2.61)$$

erasektori palga võrrand

$$W_p = 1.60 + 0.420(Y + T - W_g) + 0.164(Y + T - W_g)_{-1} + 0.135t \quad (2.62)$$

Tarbimisvõrrandi (2.60) analüüsist järeldub:

2. Kasumi suurenemine 1 \$ võrra suurendab tarbimist samal aastal 0.02 \$ võrra, eelmise aasta kasumi suurenemine aga 0.235 \$ võrra.

Järeldused investeeringute võrrandist (2.61):

1. Kasumi suurenemisel 1\$ suurenevad investeeringud samal aastal 0.231\$ võrra.
2. Eelmise aasta kasum mõjutab jooksva aasta investeeringuid rohkem kui jooksva aasta kasum. Eelmise aasta kasumi iga dollari kohta investeeritakse jooksva aastal 0.564 dollarit.
3. Jooksva aasta investeeringuid mõjutab eelmise aasta kapitali suurus. Mida suurem on kapital, seda väiksemad on järgneva aasta investeeringud: 1\$ eelmise aasta kapitali tingib 0.146\$ võrra väiksemaid investeeringuid. Seda võib tõlgendada ka asjaoluna, et ca 15% kapitalist amortiseerub ja vajab asendamist.

Järeldused erasektori palga võrrandist:

1. Erasektori palk (võrrand 2.62) sõltub jooksva ja eelmise aasta tuludest, maksudest ja riigisektori palgast ning küllalt oluliselt ka ajategurist.
2. Palgal on kasvutendents. Iga aastaga suureneb palk 0.135\$ võrra, sõltumata teistest mudelis arvestatud mõjuritest.
3. Jooksva aasta rahvatulu ja maksud mõjutavad erasektori palka rohkem kui samad näitajad eelmisel aastal.
4. Riigisektori palga muutus mõjutab erasektori palga muutust vastupidises suunas, kuid seda kombinatsioonis rahvatulu ja maksudega.

Kõigi nende järelduste puhul kehtib nõue *ceteris paribus*.

Kleini mudelit on kasutatud Ameerika majanduse olukorra hindamiseks kahe sõja vahelisel perioodil. Ameerika majanduse arengu prognoosimiseks ning erinevate majanduspoliitiliste seisukohtade analüüsimiseks ja eriti depressiooniperioodide poliitika hindamiseks. Mudel sobis paremini majanduse struktuuri analüüsimiseks ja majandusteoreetiliste kontsept-

sioonide hindamiseks. Vähem edukalt sai Kleini mudelit kasutada sõjajärgse Ameerika majanduse arengu prognoosimiseks. Mudeli puuduseks on peetud selles kasutatavate näitajate liigset agregeeritust. Mudeli hilisemates versioonides on agregeerituse astet vähendatud.

2.9. Ökonomeetriline modelleerimine

2.9.1. Modelleerimisprotsess

Modelleerimine on objektiivse tegelikkuse mitmesuguseid nähtusi ja protsesse adekvaatselt peegeldavate mudelite loomise, analüüsimise ja kasutamise protsess. Modelleerimise kui meetodi peamiseks väärtuseks võib pidada asjaolu, et seda saab kasutada juhtudel, kui teised meetodid keeruliste dünaamiliste struktuuride uurimiseks ei sobi. Paljud süsteemid vahetule uurimisele ega vaatlusele ei allugi. Pole võimalik ka korraldada eksperimenti süsteemi uurimiseks või on selle korraldamine seotud väga suurte kulutustega. Modelleerimist saab objektile rakendada korduvalt, varieerides erinevaid tegureid ja tingimusi.

Modelleerimisprotsess sisaldab endas kolm elementi:

- 1) subjekt (uurija),
- 2) uurimisobjekt,
- 3) mudel.

Mudel esineb modelleerimisprotsessis vahendajana subjekti ehk uurija ja uurimisobjekti vahel. Mudeli ülesandeks on imiteerida uurija jaoks tema uurimiseesmärgist tulenevalt kõige olulisemaid uurimisobjekti külgi. Modelleerimisprotsessi tulemusena võib subjekt saada nii struktuurilt, kujult kui ka muudelt omadustelt erinevaid mudeleid. Uurija ülesandeks on erinevaid mudeleid hinnata ning teha nende seast valik.

Modelleerimisprotsessi juhtimine nõuab kompromissi originaalobjekti mudeliga kirjeldamise adekvaatsuse ning mudeli kasutatavuse ja kasutamiskulude vahel. Tuleb võrrelda kulutusi

modelleerimisprotsessiks ja selle tulemusena saadavat kasu. Modelleerimisprotsess on tulemuslik, kui ta on võimaldanud optimaalsete kulutustega saavutada modelleerimise peaesmärki — uuritava objekti teatud eesmärgist lähtuvat võimalikult identset kirjeldamist.

M. Intriligator (1978) on väga tabavalt iseloomustanud modelleerimist: “Modelleerimine on osalt kunst ja osalt teadus”.

2.9.2. Modelleerimise etapid

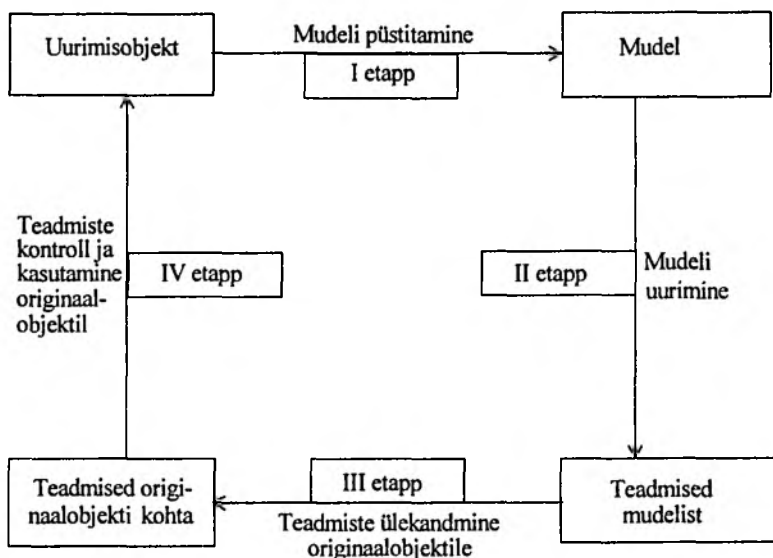
Modelleerimisprotsessis võib eristada nelja etappi (joonis 2.7.).

Esimene etapp on uuritava objekti kohta uue objekti — mudeli konstrueerimine. Mudel võimaldab saada originaalobjekti kohta lisateadmisi. Siinjuures tuleb silmas pidada, et mudel ei imiteeri veel originaalobjekti kõiki omadusi ega külgi, vaid ainult olulisemaid, mis on määratud uurimise eesmärgiga.

Teisel etapil on mudel iseseisvaks uurimisobjektiks. Uuritakse mudeli käitumist, muutes selle funktsioneerimist mõjutavaid tingimusi ning tehes üldistusi tema reageerimise kohta nendele muutustele. Mudeli uurimise tulemusena saadakse teatud kogum teadmisi mudelist.

Kolmandal etapil kantakse mudeli kohta saadud teadmised üle originaalobjektile, mille tulemusena formeerub teatud kogum teadmisi originaalobjekti kohta. Kogutud teadmiste originaalobjektile ülekandmine peab olema vastavuses nende tingimuste ja teadmistega, mida mudelil eksperimenteeriti.

Neljas etapp on mudeli abil objekti kohta kogutud teadmiste kontroll ning üldistuste tegemine uuritava reaalse objekti kohta.



Joonis 2.7. Modelleerimise etapid.

Loomulikult ei ole modelleerimine ainus vahend uuritava objekti kohta teadmiste saamiseks. Selleks on ka palju teisi reaalse tegelikkuse tunnetamise teid. Modelleerimise abil saadud teadmised täiendavad neid.

Modelleerimine on tsükliline protsess. Kirjeldatud nelja-etapilisele tsüklile võib järgneda (ja praktilises elus järgnebki) veel teine, kolmas jne. tsükkel, mille tulemusena lähtemudelit korduvalt täiustatakse ning kogutakse rohkem teadmisi modelleeritava objekti kohta. Võimalikult täpselt tundma õppida modelleeritavat objekti ongi modelleerimise peaesmärgiks.

Modelleerimine on tsükliline protsess, mis võimaldab teatud eesmärgist lähtuvalt paremini tundma õppida modelleeritavat nähtust või protsessi.

2.9.3. Ökonomeetriline modelleerimisprotsess

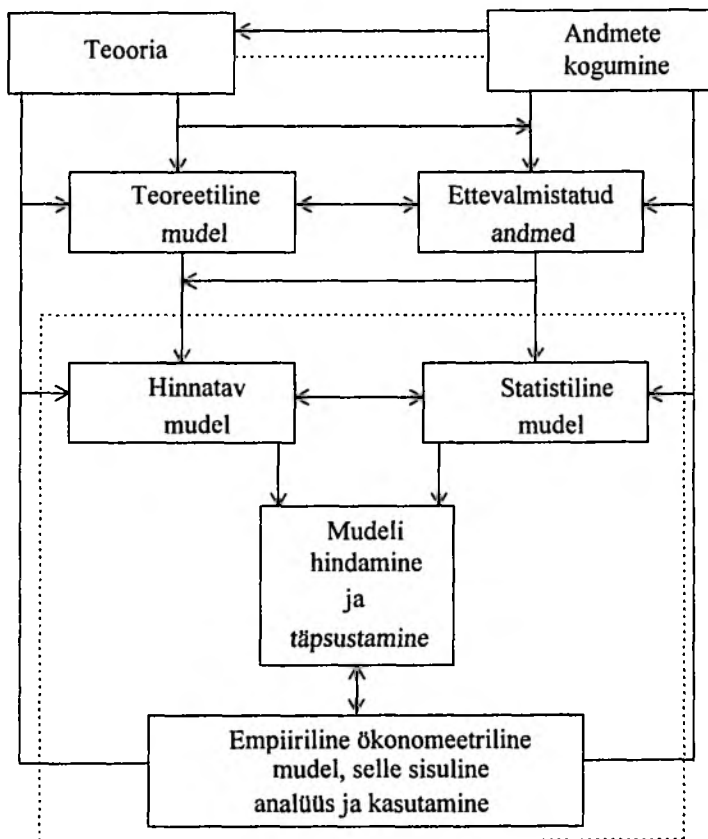
Kui modelleerimisprotsessi kasutatakse majandusprotsesside ja -nähtuste uurimiseks ning majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimiseks, tuginedes statistilistele andmetele ning matemaatilistele ja statistilistele meetoditele, siis on tegemist ökonomeetrilise modelleerimisega.

Ökonomeetriline modelleerimine on tsükliline tagasisidemetega protsess, mis hõlmab

- teooria ja sellele baseeruva teoreetilise mudeli,
- teoreetilise mudeli edasiarendused tulenevalt kogutud ja ettevalmistatud andmetest ja matemaatilis-statistilisest mudeli analüüsist,
- mudeli parameetrite hindamise,
- ökonomeetrilise mudeli sisulise analüüsi ja kasutamise (joonis 2.8).

Üldistatult võib ökonomeetrilises modelleerimisprotsessis välja tuua järgmised etapid:

1. Majandusteoreetiliste seisukohtade ja uurimiseesmärgi piiritlemine.
2. Teoreetilise mudeli püstitamine ja analüüs.
3. Andmete ettevalmistamine.
4. Ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamine.
5. Mudeli lahendustulemuste sisuline analüüs ja kasutamine.



Joonis 2.8. Ökonomeetriline modelleerimisprotsess (Spanos, 1990).

Ökonomeetriline modelleerimine on majandusnähtusi ja -protsesse peegeldavate mudelite loomise ja kasutamise protsess, mis tugineb majandusteoreetilistele seisukohtadele, empiirilistele andmetele ning matemaatilistele ja statistilistele meetoditele.

2.9.4. Ökonomeetrilise modelleerimise etappide iseloomustus

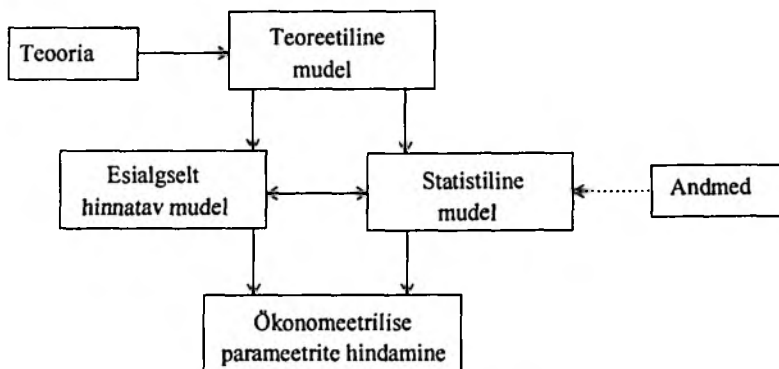
1. *Majandusteoreetiliste seisukohtade ja uurimiseesmärgi piiritlemine.*

Ökonomeetriline modelleerimine saab alguse majandusteoreetiliste kontseptsioonide analüüsist ja nende alusel ning esialgsetele andmetele toetudes teoreetiliste hüpoteeside püstitamistest nähtustevaheliste võimalike seoste ja arengu-tendentside kohta. Ökonomeetrilise modelleerimise esimest etappi võib käsitleda ka verbaalloogilise mudeli koostamisena. Sel etapil piirletakse uurimiseesmärk ja määratakse ülesande maht ning modelleerimisprotsessi võimalik kestus.

2. *Teoreetilise mudeli püstitamine ja analüüs.*

Sel etapil formaliseeritakse majandusprobleem, andes talle ökonomeetrilise mudeli kuju. Määratakse mudeli võimalik tüüp, analüüsitakse mudeli omadusi, konkretiseeritakse muutujad (endogeensed ja eksogeensed) ning mudeli struktuur. Teoreetiliselt mudelilt jõutakse statistiliste meetoditega hinnatava mudelini. Hinnatav mudel läbib teatud matemaatilis-statistilise ekspertiisi selle lahendatavuse ja lahendustulemuste võimaliku statistilise usaldusväärsuse kohta. Mudelit analüüsitakse ka tema parameetrite hindamiseks kasutatavate statistiliste andmete seisukohalt, mille tulemusena võib mudeli struktuur mõnevõrra muutuda. Analüüsitud ja statistiliste meetoditega hinnatud ning reaalselt kasutatavate andmetega kooskõlastatud mudelit võib nimetada ka statistiliseks mudeliks.

Protsessi, mis hõlmab teoreetilise mudeli, esialgselt hinnatava mudeli ja statistilise mudeli ning nendevahelised vastastikused tagasiside seosed, võib üldistatult nimetada ka teoreetiliseks modelleerimiseks (joonis 2.9). Protsessi põhisisuks on teoreetilise mudeli püstitamine ja analüüs ning andmetele toetudes ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamiseni jõudmine.



Joonis 2.9. Teoreetiline modelleerimine.

3. Andmete ettevalmistamine.

Andmete ettevalmistamist võib pidada ökonomeetriselise modelleerimise üheks vastutusrikkaimaks etapiks. Ökonomeetriselises mudelis kasutatavate andmete representatiivsus ja usaldusväärsus määravad suures osas ära ökonomeetriselise modelleerimise tulemuslikkuse. Andmete ettevalmistamises võib omakorda eristada kahte alletappi: andmete kogumine ja nende esialgne töötlemine (puuduvate andmete ekstrapoleerimine, usaldusväärsuse hindamine jne.).

Enamasti kasutatakse ökonomeetriselistes uuringutes üldkogumi iseloomustamiseks juhuslikkust ja representatiivsust arvestavate reeglite järgi komplekteeritud valimi andmeid. Nende usaldusväärsust ja täpsust tuleb igal konkreetsel juhul statistilistele meetoditele, aga ka eksperthinnangutele toetudes kontrollida.

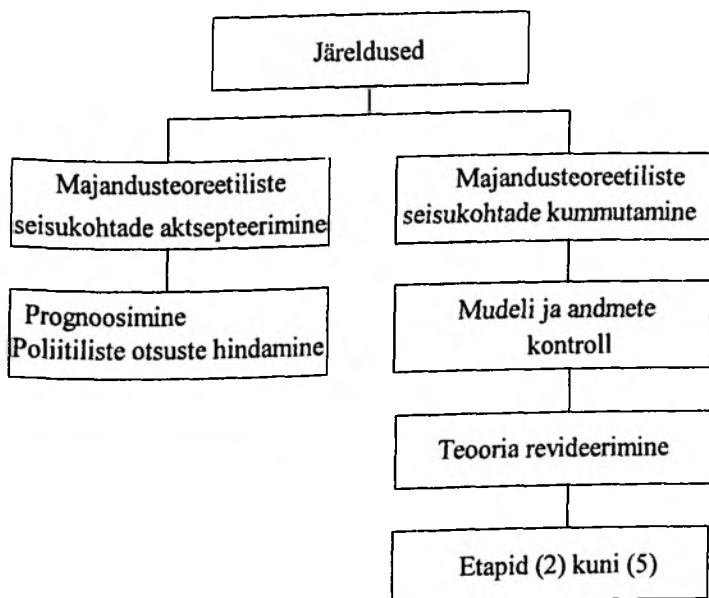
Andmete ettevalmistamisel on oluline järgida optimaalsuse printsiipi: võrrelda kulutusi andmete hankimiseks ning nendele toetuvast ökonomeetriselise modelleerimisest saadavat efekti. Oluline on hinnata mudelisse lülitatavate andmete kooskõla uurimiseesmärgiga.

4. *Ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamine.*

Sel etapil kasutatakse tavaliselt arvuti abi. Konkreetsetele andmetele ja teoreetilisele mudelile tuginedes hinnatakse mudeli parameetreid, nende usaldusväärsust ja usalduspiire ning kooskõla püstitatud teoreetilise mudeli ning sellele aluseks oleva verbaalloogilise mudeliga. Antakse üldhinnang mudeli usaldusväärsusele ja tema sobivusele püstitatud majandusprobleemi modelleerimiseks.

5. *Mudeli lahendustulemuste sisuline analüüs ja kasutamine.*

Hinnatakse modelleerimistulemuste reaalsust, nende praktilise kasutamise võimalikkust ning tulemuste vastavust eelnevalt püstitatud hüpoteesidele. Formuleeritakse kokkuvõtlikud järeldused, milleni modelleerimisprotsessi tulemusena on jõutud, ning järgneva tegevuse põhisuunad (joonis 2.10).



Joonis 2.10. Modelleerimisprotsessi tulemused.

Kui majandusteoreetilised seisukohad leiavad modelleerimisprotsessi tulemusena kinnitust, saab ökonomeetrilisi mudeleid kasutada prognoosimisel, poliitiliste otsuste hindamisel jm.

Kui majandusteoreetilised seisukohad kinnitust ei leidnud, tuleb analüüsida põhjusi, hinnata veel kord mudeli õigsust ja kasutatud andmete usaldusväärsust. Seejärel jõutakse teooria revideerimiseni, millele järgneb modelleerimisprotsessi etappide (2.) kuni (5.) taasläbimine.

2.9.5. Modelleerimisprotsessi tulemuste hindamine

Majandusnähtuste ja -protsesside keerukus, dünaamilisus ja stohhastilisus esitab suuremaid nõudmisi modelleerimisprotsessi kui tsüklilise tagasisidemega protsessi suunamisele, mudeli õigsuse ning modelleerimistulemuste usaldusväärsuse ja reaalsuse kontrollile. Ökonomeetrilise mudeli õigsuse kontrollimiseks ei ole alati võimalik kasutada loodusteadusest tuntud kontrollivõimalust, kus vaatlusandmeid võrreldakse mudeli abil saadutega. Majandusteaduses saab tavaliselt kasutada vaid kaudseid mudeli kontrolli meetodeid:

- 1) mudel peab väljendama empiirilisel tunnetatud seaduspärasusi;
- 2) oodatust erinevate tulemuste saamisel tuleb analüüsida põhjusi;
- 3) tuleb kasutada formaalseid (matemaatilise ja statistilise) hüpoteeside ja seoste kontrolli meetodeid.

Loomulikult on kergem hinnata lihtsamate mudelite õigsust ja sobivust majandusprobleemi modelleerimiseks. On tuntud tõde, et mudel peab olema nii lihtne kui võimalik ja nii keeruline kui vajalik. Vastasel juhul võivad kulutused modelleerimisele minna liialt suureks või siis mudeli keerukuse tõttu ei ole tulemused uurija(te) poolt enam hõlmatavad ega sisuliselt tõlgendatavad. Modelleerimisprotsessi liigne lihtsustamine võib jälle viia ebausaldatavate ja triviaalsete järeldusteni.

Modelleerimisprotsessi tulemuste hindamisel on lisaks mudeli õigsuse kontrollile vaja analüüsida ja hinnata seda olukorda ja tausta, mida mudeliga tahetakse hõlmata ning millele tuginedes mudel on konstrueeritud. Sellele on juhtinud korduvalt ja väga argumenteeritult tähelepanu ka norra ökonomeetrik T. Haavelmo juba üle poole sajandi tagasi (*The Probability Approach in Econometrics*, 1944). Kui tulemused ei ole oodatavad või üldkehtivad, tuleb analüüsida modelleeritava valdkonna raamtingimusi ning seda kajastavaid andmeid. Just andmed on need, mis sageli ei vasta reaalsele tegelikkusele ning ei kajasta objektiivselt olukorda. Tuleb põhjalikult ja komplekselt analüüsida andmeid, nende usaldusväärsust, täpsust, saamise viise ja tagasisideseoste kehtivust statistilise andmekogumi kujunemisel.

Ökonomeetiline modelleerimine nõuab küllalt suurt andmekogumit, mille kvaliteetne komplekteerimine on keeruline ja kallis. Ümberkorraldused majandussüsteemides muudavad andmed tihti mittevõrreldavateks ning tegelikku olukorda mittekaastavateks. Järsud muutused majanduselu korralduses on raskesti modelleeritavad. Näiteks väga raske on konstrueerida statistiliselt usaldusväärseid ja reaalselt olukorda adekvaatselt peegeldavaid mudeleid käsumajanduselt turumajandusele ülemineku olukorra kohta. Põhjalikku sisulist analüüsi ja hindamist vajavad ka järskudele majanduslangustele ja -tõusudele vastavad ökonomeetrilised mudelid.

Mudel peab olema nii lihtne kui võimalik ja nii keeruline kui vajalik

Ökonomeetrilise modelleerimise tulemuste hindamisel tuleb põhjalikult analüüsida tegelikku olukorda, tausta ja andmeid, millele modelleerimine tugineb

2.9.6. Ökonomeetrilise modelleerimise teoreetilised alused

Ökonomeetria kui uuele teadussuunale alusepanijate R. Frischi ja J. Tinbergeni ideid arendas tõenäosusteooriale ja matemaatilisele statistikale tuginevalt edasi T. Haavelmo (Nobeli mälestuspreemia majanduse alal 1989. aastal) juhitud uurimiskomisjon (*Cowles Commission*). Komisjoni töö aluseks olid Ökonomeetria Ühingu poolt püstitatud ülesanded, mida võib üldistatult paigutada kolme valdkonda:

- 1) majandusteoreetiliste hüpoteeside püstitamine;
- 2) majandusprobleemide matemaatiline formuleerimine;
- 3) statistilised meetodid.

Komisjoni poolt väljatöötatud metodoloogiat nimetatakse rahvusvahelises erialakirjanduses komisjoni nime järgi lühendatult CC-metodoloogiaks. CC-metodoloogiat on edasi arendanud ja süstematiseeritult esitanud M. D. Intriligator ökonomeetria rakenduslikele aspektidele ja ökonomeetrilisele modelleerimisele pühendatud monograafias (Intriligator, 1978) ja hilisemas käsiraamatus (Intriligator, 1983). Mõlemad raamatud on kujunenud olulisteks teoreetilisi aluseid ja praktilise kasutamise võtteid sisaldavateks õpikuteks ökonomeetrilise modelleerimise valdkonnas.

CC-metodoloogia mõned olulisemad pidepunktid:

- 1) teooria on mudeli konstrueerimise aluseks. Enne ökonomeetrilise mudeli koostamist tuleb määratleda endogeensed ja eksogeensed muutujad ning nendevahelised seosed;
- 2) mudeli headust hinnatakse statistiliste karakteristikute alusel. Neist kasutatavamad on Studenti t-kriteerium ja determinatsioonikordaja D ;
- 3) mudelil ei ole pikaajalist staatilist lahendit.

Nendest metoloogilistest põhiprintsiipidest lähtub enamik ökonomeetrilise modelleerimise definitsioone ja määratlusi.

CC-metodoloogiat on pidevalt täiendatud ja edasi arendatud. Kaheksakümnendate aastate algul kujunes uus metodoloogi-

line alus ökonomeeriliseks modelleerimiseks, mis baseerus põhiosas küll CC-metodoloogia printsiipidele, kuid need olid tugevalt revideeritud. Suuremat tähelepanu hakati formaalsete meetodiliste võtete ja hinnangukriteeriumide kõrval pöörama probleemi sisulisele analüüsile, eksperthinnangutele, ekstreemolukordade modelleerimise võimalustele jne. Mudelid muutusid paindlikumaks. Loobuti nõudest jaotada mudelisse lülitatavad muutujad rangelt endogeenseteks ja eksogeenseteks. Ökonomeetrist modelleerimist alustati autoregressiivse vektori formuleerimisega, kus iga mudelisse lülitatav muutuja on määratletud iseseisvalt, viitajaga endogeenne muutuja võib esineda ka eksogeense muutuja rollis jne. Neid põhimõtteid rakendatakse ka ökonomeetrilise makromodelleerimise korral, mis on ökonomeetrilise modelleerimise oluliseks valdkonnaks. Makroökonomeetrist mudelit defineeritakse kui n seost (võrrandid, võrratused) koosnevat süsteemi ($n \geq 1$), millega kirjeldatakse majanduse funktsioneerimist makrotasandil ning mille võrrandite ja võrratuste parameetrid on hinnatud põhiliselt statistiliste andmete alusel.

Vastavalt majandusteoreetilistele aluskontseptsioonidele võib ökonomeetriliste makromodelite seas eristada esialgset makroökonomeetrist mudelit (*ME Model — Macroeconometric Model*), mis baseerub Keynesi põhiteoorial ning mille kohaselt tasakaal konkurentsiga turul saavutatakse tootmise mahtude (selle tulemusena muutub tootmisvõimsuste koormatus ja tööhõive), mitte hinna kohanemiste kaudu, ning statistika meetodite kasutamisele tuginevat põhilise tasakaalu mudelit (*CGE Model — Computable General Equilibrium Model*). CGE-mudeli majandusteoreetilised alused on määratletud Walrasi ning Arrow' ja Debreu tasakaalukontseptsiooniga, mille järgi konkurentsiga turul käituvad majandusagendid alati selliselt, et kujuneb neid rahuldav hind ning sellele vastav nõudmispakkumise tasakaal. Tarbijad maksimeerivad oma rahulolu kaupadega, kusjuures kitsendustena esinevad nende eelarvete piirangud. Sellega on määratletud nõudlus kaupadele ja tööjõu pakkumine. Tootjad maksimeerivad oma kasumit ja mõjutavad

seeläbi kaupade pakkumist ja peamiste tootmisfaktorite (kapital, tööjõud) nõudmist. Tootmise poole modelleerimiseks lülitatakse mudelitesse sageli konstantse asenduselastsusega tootmisfunktsioone. Turumajandusele üleminevates maades on makroökonomeetrisel modelleerimisel üha enam hakatud tuginema CGE-mudelitele.

2.9.7. Ökonomeetriselise modelleerimise areng

Esimesed laialdasemat tähelepanu ja majanduspoliitiliste otsusevariantide hindamisel praktilist kasutamist leidnud ökonomeetriselised mudelid töötati välja 1950. aastate algul. Sel ajal võeti kasutusele esimesed elektronarvutid. Samal ajal tekkis ka vajadus sõjajärgset majandust senisest enam analüüsida ja reguleerida ning prognoosida majanduse arengut suunavate majanduspoliitiliste otsuste võimalikke tagajärgi majanduse arengu stabiliseerimiseks. Ökonomeetriselise modelleerimise tähtsus suureneb tavaliselt olukordades, kus toimuvad olulised ümberkorraldused majandussüsteemis ning nii majandusteoreetilised seisukohad kui ka kavandatavad majandusreformid ning nendele aluseks olevad majanduspoliitilised otsused vajavad empiirilist kontrolli ja üldistamist.

Ökonomeetriselise modelleerimise ja selle teoreetiliseks aluseks oleva CC-metodoloogia kasutamise kõrgperiood oli 60-ndate aastate teisel poolel ning 70-ndate aastate algul. Sel ajal töötati välja esimene suur Ameerika majanduse makroökonomeetriselise mudel, mille edasiarendusi kasutati ka teiste maade majanduse modelleerimiseks. Alustati mitmeid arenenud maid hõlmava ühisprojektiga LINK, mille eesmärgiks oli välja töötada maailma majanduse makroökonomeetriselise mudel. Projekti raames asuti välja töötama suurt käsumajandusliku majandussüsteemi mudelit SOVMOD Nõukogude Liidu jaoks. Sel perioodil võeti valitsusaparaatidesse tööle hulgaliselt majanduse modelleerimise spetsialiste ning modelleerimisprotsessi hakati kaasa tõmbama professionaalseid majandusteadlasi ja riigiaparaadi töötajaid.

Tagasilöök ökonomeetrilises modelleerimises ning kriis ökonomeetria valdkonnas saabus 70-ndate aastate teisel poolel koos maailma majandust tabanud ölikriisiga. Ökonomeetristele meetoditele tuginevad majandusprognosid ei näinud ölikriisile järgnevat majandussituatsiooni ette. Kriitika ökonomeetria meetodite ja ökonomeetrilise modelleerimise kohta oli suures osas konstruktiivne ja teadusala arengule tulemuslik. Edasi arendati nii ökonomeetrilise modelleerimise aluseks olevaid teoreetilisi majanduskontseptsioone kui ka CC-metodoloogiat. Suund võeti erinevate mudelikontseptsioonide kombineeritud kasutamisele. Lisaks põhilistele tootmisteguritele (kapitalile ja tööjõule) hakati ökonomeetristesse mudelitesse (eelkõige tootmisfunktsioonide kaudu) lülitama ka energiat kui olulist ja väga piiratud varudega tootmistegurit. Samuti loobuti seni domineerinud eeldusest, mille järgi teaduse ja tehnika progressi tagajärgede modelleerimisel tuli alati arvestada juba olemasolevate kapitalimahutustega. Tööjõu kui olulise tootmisteguri mõju täpsemaks hindamiseks muudeti tööjõu arvestust ja seda kajastavaid näitajaid tunduvalt diferentseeritumateks. Nendele täiendusetele tuginevalt hakati välja töötama ja edasi arendama ka Euroopa Ühenduse maid hõlmavat mudelit HERMES (*Harmonized Econometric Research for Modelling Economic Systems*).

Mudeli HERMES väljatöötamisel on tuginetud ühtsele statistikasüsteemile (*European System of Integrated Economic Accounts*, EUROSTAT jt.) ning samadele majandusteoreetilistele aluskontseptsioonidele. Eesmärgiks on koordineerida rahvusvaheliste mudelite süsteemi väljatöötamist suunas, mis võimaldaks igal riigil välja töötada mudeli, mis peegeldaks võimalikult adekvaatselt tema majandust ning oleks seejuures integreeritav ühtsesse mudelite süsteemi. Selline süsteem on aluseks riikidevahelisele info vahetamisele, võrdlemisele ja tsentraalsele haldamisele.

HERMES-projekt käivitus 1981. a. ning esimene töötav mudel valmis 1985. aastal. Projekti hinnatavaks tulemuseks oli lisaks

rahusvahelisele riikide majanduslikku ja poliitilist integratsiooni peegeldava töötava mudeli konstrueerimisele ka ühtsele metodoloogilistele alustele ja usaldusväärsete tagasiside-seostega statistikale baseeruva rahvusvahelise infosüsteemi loomine. Loodud infosüsteem on aluseks rahvusvaheliste ökonomeetriliste makromudelite täiendamisele ja edasi arendamisele. Mudeli HERMES edasiarendamine toimub Euroopa Ühenduse uue projekti E3ME (*General Energy-Environment-Economy Model for Europe*) raames. Töid riikide integratsiooni ja ühist majandusruumi peegeldavate mudelite loomiseks ja edasi arendamiseks võib pidada ökonomeetrilise modelleerimise oluliseks arengusuunaks.

Ökonomeetrilise modelleerimise tähtsust ja vajalikkust on tunnetatud ka enamikus turumajandusele üleminekumaades. Põhiliselt koostöös arenenud riikide, Maailmapanga ja Rahvusvahelise Valuutafondiga on jõutud ka esimeste praktiliste tulemusteni, mis võimaldavad anda esialgseid hinnanguid üleminekumajanduse modelleerimise võimaluste ja otstarbekuse ning modelleerimise tulemuste praktilise kasutatavuse kohta. Turumajandusele ülemineku olukorras tuleb üheaegselt välja töötada teoreetilised majanduskontseptsioonid, luua uus statistikasüsteem ning reeglid olemasoleva info kasutamiseks ja teisendamiseks uute majandusolukordade modelleerimise tarvis. Arendamist vajavad ka ökonomeetrilisel modelleerimisel kasutatavad meetodid. Rõhuasetus on selliste meetodite kasutamisele ja arendamisele, mis võimaldavad välja töötada ja hinnata ökonomeetrilisi mudeleid piiratud informatsiooni tingimustes. Üleminekumajanduse modelleerimisel tuleb arvestada reaalse süsteemi ebastabiilsusega ning sellega kaasnevate raskustega reaalsel tegelikkust võimalikult adekvaatselt peegeldava mudeli konstrueerimisel. Oluline roll modelleerimise tulemuste hindamisel ja kasutamisel on eksperthinnangutel.

2.9.8. Ökonomeetrilise modelleerimise kasutamine

Tänapäeval on kõikide arenenud ja ka paljude arengumaade valitsustel riigi majanduse arengu suunamiseks ning erinevate majanduspoliitiliste otsusevariantide analüüsimiseks ja hindamiseks olemas ökonomeetrilised makromudelid. Ökonomeetrilisi mudeleid kasutavad ka riikide keskpangad. Paljudel neist on olemas oma autonoomsed mudelid, mis võimaldavad valitsusest sõltumatut majanduspoliitikat kavandada ja analüüsida.

Ökonomeetrilisi makromodeleid kasutatakse ka äriotsuste langetamisel, teaduslikus uurimistöös ning õppeotstarbel. On olemas spetsiaalsed bürood, kus töötatakse välja erinevaid majandusaspekte modelleerivaid ökonomeetrilisi mudeleid. On kujunemas ökonomeetriliste mudelite nõudmine ja pakumine ning sellele vastav turg koos turu poolt esitatavate nõuetega. Ökonomeetriliste mudelite turu kujunemine ning nende leviku ja kasutamise laienemine erinevates majandustegevuse ning majandusteaduse ja majandushariduse valdkondades on oluliseks ökonomeetrilise modelleerimise arengusuunaks. Ökonomeetriliste mudelite levikule aitab kaasa nende avalikustamine rahvusvahelises ja kodumaises erialakirjanduses, pakutavate mudelite paindlikkus ja kohandamise võimalused vastavalt muutuvatele majandusolukordadele ja modelleerimise eesmärkidele, kompetentne konsultatsioonitegevus ning tagasisidemele tuginev hea koostöö mudeli väljatöötajate ja kasutajate vahel.

Ökonomeetrilisel modelleerimisel tuleb silmas pidada, et kvantitatiivsed meetodid ja ökonomeetrilised mudelid etendavad olulist osa majanduse arengut suunavate otsuste vastuvõtmisel ja majanduse arengu kavandamisel ning majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel, kuid nad ei tohi kujuneda kunagi ainsaks aluseks otsuste tegemisel. Ökonomeetrilise mudeli mistahes lahendi hindamisel on formaalsete kriteeriumide kõrval määrav osa sisulistel kriteeriumidel ja hinnangutel.

Ökonomeetriline modelleerimine saab olla efektiivne ainult siis, kui selle tulemused on kasutatavad otsustusprotsessi lisainformatsioonina ning nii otsuste langetajad kui ka selle protsessi informatsioonilised toetajad teevad professionaalset koostööd. See nõuab modelleerijatelt oskusi, võimeid ja kogemusi tunnetada majandusprotsesside tegelikku kulgu. Majanduspoliitiliste otsuste ettevalmistajad ja otsuste langetajad peavad suutma nendele pakutavat täiendavat informatsiooni oskuslikult ja efektiivselt kasutada.

Ökonomeetriline modelleerimine saab olla efektiivne ainult siis, kui selle tulemused on kasutatavad vaid otsustusprotsessi lisainformatsioonina ning nii otsuste langetajad kui selle protsessi informatsioonilised toetajad teevad professionaalset koostööd

2.9.9. Ökonomeetriline modelleerimine poliitika hindamisel ja majandusarengu prognoosimisel

Ökonomeetriliste mudelite rakendamisel erinevate majanduspoliitikate analüüsimisel ja hindamisel ning majanduse arengu prognoosimisel kasutatakse põhiliselt järgmisi lähenemisviise.

1. "Mis siis, kui..." ("What-if" Exercises).

Modelleeritakse erinevate majanduspoliitikate makroökoonoomilisi tagajärgi. Analüüsitakse läbikäidud majanduspoliitikat ning uute kavandatavate majanduspoliitiliste meetmete (maksude muutmine, investeringute suurendamine, dotatsioonide kaotamine jne.) võimalikke tagajärgi.

2. "Kui..." ("If-only" Exercises).

Uus majanduspoliitika on mudeli seisukohalt sisend, mitte väljund. Modelleerimisel püütakse selgitada, millised majanduspoliitilised meetmed (väliskaubanduse liberaliseerimine,

privatiseerimine) võimaldavad soovitud tulemusi saavutada. Seda tüüpi lähenemisi kasutatakse näiteks raha vahetuskursi soovitud taseme saavutamiseks ja säilitamiseks sobivate majanduspoliitiliste meetmete modelleerimisel.

3. Modelleerimine ratsionaalsete ootuste põhjal (*Rational Expectations*).

Majandussüsteemi arengut modelleeritakse vastavalt eelnevalt püstitatud eesmärkidele ja prognoosidele või arenguplaanidele. Plaani ja tegeliku arengu vahel toimub tagasiside. Plaan mõjutab tegelikku arengut. Majandussüsteem on võimeline kohanema ning korrigeerima oma arengutrendi vastavalt püstitatud ja kvantitatiivselt formuleeritud arengueesmärkidele. Seda tagasisidemehhanismi ning selle mõju tegelikule majandusarengule püütakse ökonomeetriliste mudelite abil kirjeldada.

KOKKUVÕTE

Ökonomeetiline mudel on matemaatilise mudeli eriliik, mis koosneb determineeritud ja stohhastilistest võrranditest ja (või) võrranditesüsteemist. Ökonomeetrilise mudeli põhikomponentideks on endogeensed ehk sõltuvad muutujad, eksogeensed ehk sõltumatud muutujad, viitajaga endogeensed muutujad, juhuslikud komponendid ja mudeli parameetrid. Ökonomeetrilise mudeli põhilised omadused on stohhastilisus ja lineaarsus parameetrite suhtes.

Ökonomeetiline modelleerimine on majandusnähtusi ja -protsesse peegeldavate mudelite loomise ja kasutamise protsess, mis tugineb majandusteoreetilistele seisukohtadele, empiirilistele andmetele ning matemaatilistele ja statistilistele meetoditele. Ökonomeetrilise modelleerimise peamisteks etappideks on:

- majandusteoreetiliste seisukohtade ja uurimiseesmärgi piiritlemine;
- teoreetilise mudeli püstitamine ja analüüs;

- andmete ettevalmistamine; mudeli parameetrite hindamine;
- mudeli lahendustulemuste sisuline analüüs ja kasutamine.

Ökonomeetrilise modelleerimise teoreetiliseks aluseks on kujunenud CC-metodoloogia, mille põhiprintsiibid on välja töötatud Norra ökonomeetrika T. Haavelmo juhitud komisjoni (*Cowles Commission*) poolt. Neid põhiprintsiipe on revideeritud ja edasi arendatud. Suuremat tähelepanu pööratakse formaalsete meetodiliste võtete ja hinnangukriteeriumide kõrval probleemi sisulisele analüüsile, subjektiivsetele hinnangutele, ekstreemolukordadele jne. Ökonomeetrilise modelleerimise tähtsus suureneb olukordades, kus toimuvad ümberkorraldused majandussüsteemis ning majanduspoliitilised seisukohad ja kavandatavad majandusreformid ning nendele aluseks olevad majanduspoliitilised otsused vajavad empiirilist kontrolli ja üldistamist.

Ökonomeetrilisel modelleerimisel tuleb silmas pidada, et kvantitatiivsed meetodid ja ökonomeetrilised mudelid omavad olulist rolli majanduse arengut suunavate otsuste vastuvõtmisel ja majanduse arengu kavandamisel ning majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel, kuid nad ei tohi kujuneda kunagi ainsaks aluseks otsuse langetamisele. Ökonomeetrilise mudeli lahendite hindamisel on formaalsete kriteeriumide kõrval määrav osa sisulistel kriteeriumidel ja hinnangutel.

Ökonomeetriline modelleerimine saab olla efektiivne ainult siis, kui selle tulemused on kasutatavad otsustusprotsessi lisa-informatsioonina ning nii otsuste langetajad kui ka selle protsessi informatsioonilised toetajad teevad professionaalset koostööd. See nõuab modelleerijatelt oskusi, võimeid ja kogemusi tunnetada majandusprotsesside tegelikku kulgu. Majanduspoliitiliste otsuste ettevalmistajad ja otsuste langetajad peavad suutma nendele pakutavat täiendavat infot oskuslikult ja efektiivselt kasutada.

3. ANDMED ÕKONOMEETRILISTES MUDELITES

3.1. Andmete koht ökonomeetrilistes uurimustes

Ökonomeetria — see on majanduse mõõtmine. Ökonomeetria põhisisuks on majandusnähtuste ja -protsesside kvantitatiivne uurimine, tuginedes statistilistele andmetele ja meetoditele. Andmed on ökonomeetrilise modelleerimise olulisim komponent. Andmete usaldusväärsuse, reaalse olukorra adekvaatse peegeldamise täpsuse ja operatiivsusega on suures osas määratud ökonomeetrilise mudeli kvaliteet ning kasutatavus.

Esmakordselt võeti andmed majandusnähtuste uurimisel kasutusele William Petty poolt 17. sajandil. W. Petty deskriptiivse ehk kirjeldava statistika alaseid uurimusi toetas ja jätkas tema sõber John Graunt. W. Petty ja J. Graunti alustatud majandusnähtuste statistilistele andmetele baseeruvat uurimissuunda, mis pani aluse ka ökonomeetria meetodite arengule, nimetatakse poliitiliseks aritmeetikaks. W. Petty ja J. Graunti panid aluse numbriliste andmete süstemaatilisele kogumisele ning kasutamisele majandusnähtuste kirjeldamisel ja analüüsimisel.

Poliitilise aritmeetika suunda arendasid edasi G. King, Davenant, T. R. Malthus jt. Andmeid hakati ulatuslikult kasutama rahabörsi, hindade, palkade, ekspordi, impordi jne. uurimisel. W. Petty ja J. Graunti poolt alustatud andmetele baseeruva uurimissuuna eduka edasiarendamise üheks näiteks on T. R. Malthuse tuntud rahvastiku-uurimus "*Essay on the Principles of Population*" (1798. a.).

1834. a. loodi Rahvusvaheline Statistika Ühing, mis koordineeris erinevate riikide teadlaste statistikaalaseid uurimusi

ning andmete kasutamist majandusnähtuste ja -protsesside kirjeldamisel ning analüüsimisel. Aastatel 1850–1890 toimusid mitmed rahvusvahelised konverentsid, kus analüüsi ja arendati edasi majanduslikke ja sotsiaalseid nähtusi kajastavatel andmetel baseeruvaid uurimusi. Samaaegselt toimus ka tõe-näosusteooriale ja matemaatilisele statistikale tuginevate meetodite ja võtete areng. Kõik see pani aluse ökonomeetrilise modelleerimise arengule ja selle võimaluste kasutamisele majandusteoreetiliste kontseptsioonide ja hüpoteeside kontrollimisel, majandusnähtuste ja -protsesside prognoosimisel ning majanduspoliitiliste seisukohtade ja meetmete analüüsimisel ning hindamisel.

Andmete tähtsus ökonomeetrilistes uurimustes seisneb eelkõige selles, et neile tuginedes on võimalik saada töötavaid mudeleid eksperimenteerimiseks majandusteooria ja -poliitika erinevates valdkondades. Reaalsete majandusobjektide või -subjektidega eksperimenteerimine on enamasti võimatu või läheb liialt kalliks.

Andmed on töötava ökonomeetrilise mudeli olulisim komponent, millega määratakse suures osas mudeli kvaliteet ja kasutamisyõimalused eksperimenteerimiseks majandusteooria ning majanduspoliitika erinevates valdkondades

3.2. Majandusandmed

3.2.1. Majandusandmete olemus

Majandusandmed registreerivad teavet riigi, ettevõtte, firma, organisatsiooni või mõne muu majandusobjekti või -protsessi kohta. Nad sisaldavad endas majandusnähtuste ja -protsesside iseloomustusi ning peegeldavad majandusseaduste ja -seadus-

pärade toimimist. Majandusandmete andmekandjateks on mitmesugused statistilised kogumikud, aruanded, dokumendid, andmebaasid jne.

Majandusandmete töötlemisel võib eristada aritmeetilisi ja loogilisi protseduure. Andmete aritmeetiline töötlus (liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine, protsentide leidmine) muudab nende kvantitatiivset iseloomu. Andmete loogilise töötlemise (sorteerimine, grupeerimine, valikvaatlus) tulemusena muutub nende kvalitatiivne iseloom.

Andmed, mida kasutatakse ökonomeetriliste mudelite konstrueerimisel ning nende alusel majandusnähtuste hindamisel ja prognoosimisel, võivad olla kahesuguse iseloomuga:

- 1) andmed moodustavad *üldkogumi*: on teada andmed uuritava objekti (ettevõtte, firma, majandusharu) iseloomustavate näitajate kohta kogu tema eksisteerimise vältel; uurimisega on hõlmatud kõik uuritava kogumi objektid (kõikne uuring, täielik andmestik);
- 2) andmed moodustavad *väljavõtukogumi* ehk *valimi*: andmed mingi ajavahemiku kohta, mis hõlmab vaid teatud osa objekti eksisteerimise ajast; uurimisega on hõlmatud ainult osa üldkogumi objektidest jne.

Üldkogumit iseloomustab tavaliselt väga suur hulk erinevaid andmeid, mis on ühel või teisel viisil väljendatavad. Andmete saamiseks kasutatakse füüsilisi mõõtmisi (aparaatide, mõõdulintide, kaalude jm. abil), arvestamist, loendamist, vaatlusi, küsitlusi, teste jne.

Üldkogumi näitena võib teatud tinglikkuse juures käsitleda Eesti Ettevõtete Registrit, mis peaks hõlmama kõiki Eestis registreeritud ettevõtteid. Paraku on Eestis ka ettevõtteid, kes ei ole ennast registreerinud ega kuulu registrisse. Samas kuulub registrisse selliseid ettevõtteid, kes on küll registreeritud, kuid pole seaduslikku majandustegevust alustanud.

Väljavõtukogumi ehk valimi andmed komplekteeritakse üldkogumi põhjal vastavalt uurimiseesmärgist lähtuvatele reeglitele.

Kui valimisse kuuluvad objektid valitakse mingi juhusliku valismehhanismi alusel, siis on tegemist *juhusliku valimiga*. Kui valimi komplekteerimise aluseks on mingi plaan või tegevuskava, siis sellist valimit nimetatakse *planeeritud valimiks*. Näiteks võib ettevõtete registriks kui üldkogumile baseeruva planeeritud valimi komplekteerimise kava sisaldada nõuet, et valimis oleksid representatiivselt esindatud erineva suurusega ettevõtted.

Kui valim langeb kokku üldkogumiga, siis on tegemist *kõikse valimiga*. Kõikse valimi näiteks on rahvaloendusandmed. Ka ettevõtete registrit võib käsitleda kõikse valimina. Kõikse valimiga töötamine on enamasti väga töömahukas ning seega ka kallis.

Majandusnähtuste uurimisel ja ökonomeetrilisel modelleerimisel on enamasti tegemist valimiga. Valimi puhul tuleb kontrollida, kas ta iseloomustab piisava täpsusega üldkogumit, s.t. on representatiivne ehk esindav. Juhul kui tegemist on kõikse valimiga, langeb sellise kontrollimise vajadus ära.

Kui ökonomeetrilisel modelleerimisel on tuginetud valimi andmetele, kasutatakse mõisteid mudeli parameetrite hindamine ja parameetri hinnang. Üldkogumi puhul võib rääkida mudeli parameetri väärtusest ning mudeli parameetrite väärtuse leidmisest. Enamik ökonomeetrilisi mudeleid baseeruvad valimi andmetel.

Valimile tugineva ökonomeetrilise mudeli puhul kasutatakse mõistet "parameetri hinnang"; üldkogumile tugineva mudeli puhul — "parameetri väärtus"

Enamik ökonomeetrilisi mudeleid baseeruvad valimi andmetele**3.2.2. Andmete allikad**

Ökonomeetrilisel modelleerimisel kasutatavad andmete allikad võib grupeerida järgmiselt:

1. Statistilised andmed, mis on avaldatud rahvusvahelistes, riikide või ametkondade, organisatsioonide jne. statistikakogumikes või säilitatakse elektroonilistel andmekandjatel statistiliste andmebaasidena.
2. Ettevõtete, firmade jt. kasumit andvate organisatsioonide raamatupidamine ja aruandlus.

Eristatakse kaht tüüpi aruandlust:

- a) avalik arvepidamine ja sellele vastav avalik, kõigile kättesaadav aruandlus;
- b) ettevõttesisene arvepidamine ja sellele tuginev kinnine aruandlus, mida saab kasutada vaid ettevõtte või firma nõusolekul.

3. Majandusarhiivid.

Teatud aja möödudes ettevõtete, firmade jt. majandusandmed kuuluvad arhiveerimisele. Majandusarhiivide moodustamine ja kasutamine on reguleeritud riigi seadusandlusega.

4. Mitmesuguste küsitluste, majanduslike eksperimentide, valikuurimuste jne. andmed.

Siia alla kuuluvad ka paneeli ehk korduvalt uuritava valimi andmed. Näiteks viiakse läbi teatud perede valimi ehk paneeli alusel perede kulude ja tulude uurimine. Uurimistulemusi laiendatakse üldkogumile, s.o. riigi kogu elanikkonna kuludele ja tuludele.

Majanduseksperimentide korraldamine on küllalt keeruline. On läbi viidud eksperimente, uurimaks maksusoodustuste mõju perekonna eelarvele. Perede paneelist on eraldatud representatiivsuse nõuetest lähtuvalt grupp peresid, kellele on tehtud teatud maksusoodustusi. Tulemusi on kasutatud riigi majanduspoliitika meetmete hindamisel ja kujundamisel.

Majandusandmete kasutamisel tuleb silmas pidada nõuet, et üksikobjekti või -subjekti puudutavad andmed ei ole üldjuhul avalikustatavad. Avalikustada võib vaid agregeeritud, s.t. objektiühmi iseloomustavaid andmeid.

Majandusandmete peamised allikad:

- statistika
- raamatupidamine ja aruandlus
- majandusarhiivid
- küsitlused, eksperimentid, valikuurimused jne.

3.2.3. Andmete esitamisiisid

Üldistatult võib majandusandmed jaotada *kvantitatiivseteks* ja *kvalitatiivseteks* ning nende esitamisiiside kombineerimise tulemusena saadud *teisendatud* ehk *fiktiivseteks* (*dummy*) *andmeteks*.

Kvantitatiivsed andmed on esitatud numbriliselt ning neil on enamasti olemas mõõtühik (kroon, dollar, meeter, kilo jt.). Kvantitatiivsed majandusandmed võivad esineda *dünaamilistena*, *staatelistena* või nende kombinatsioonina, s.o. *ühendatud andmetena*. Dünaamilised andmed kirjeldavad majandusobjekti või -subjekti tunnuste muutumist ajas. Staatiliste andmete puhul aeg ei muutu, andmetega kirjeldatavad tunnused või omadused varieeruvad majandusobjektide või -subjektide lõikes. Ühendatud andmete puhul muutuvad nii aeg kui

uurimisobjektid. Kvalitatiivsetel andmetel ei ole numbrilist väljendust. Objektile või subjektile on teatud omadus või mitte (abielus või mitte, ettevõtte on registreeritud või mitte, maksusoodustused kehtivad või mitte jne.). Kvalitatiivsete andmete näitena võib tuua perioodi iseloomustuse: enne või pärast sõda; depressiooni ajal või majanduse tõusu ajal jne. Mõnikord esitatakse ka kvantitatiivseid näitajaid kvalitatiivselt. Näiteks sissetulekute suuruse järgi jaotatakse peresid vaesteks, keskmisteks ja rikkasteks.

Kvalitatiivseid andmeid saab teatud teisenduste kaudu väljendada ka kvantitatiivselt. Sellist kvalitatiivsete andmete kvantitatiivseteks teisendamise protsessi nimetatakse kodeerimiseks. Kodeeritud andmeid nimetatakse ka teisendatud andmeteks. Näiteks tähistatakse 1-ga need aastad, mil ettevõttel olid maksusoodustused ja 0-ga need aastad, mil maksusoodustusi ei olnud.

II peatükis toodud dünaamilise makromudeli näites on investeeringute kujunemine modelleeritud struktuurivõrrandiga

$$I_t = \gamma_2 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 + \varepsilon_t' , \quad (3.1)$$

kus

- Y_t — on t-nda aasta rahvatulu,
 Y_{t-1} — on t-1 (eelmise) aasta rahvatulu,
 ε_t' — juhuslik komponent,
 γ_2, β_2 ja β_3 — struktuuriparameetrid, kusjuures β_3 väljendab neid investeeringute mõjureid, mida mudeliga (3.1) ei kirjeldata. β_3 koosneb omakorda kahest parameetrist $\beta_3 = \beta'_3 + \beta_4$, kusjuures β_4 -ga on kirjeldatud maksusoodustuste rakendamist. Nendel aastatel, mil ettevõtted said investeeringuteks maksusoodustusi, on $\beta_4 = 1$. Kui maksusoodustusi ei olnud, siis $\beta_4 = 0$.

Seega omandab võrrand (3.1), tulenevalt kvalitatiivsest näitajast — maksusoodustustest —, erinevad kujud.

Kui maksusoodustusi ei olnud, siis

$$I_t = \gamma_2 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta'_3 + \varepsilon'_t \quad (3.2)$$

Kui maksusoodustused olid, siis

$$I_t = \gamma_2 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 + \varepsilon'_t \quad (3.3)$$

Teisendatud andmeid saab kasutada ka näiteks asukoha määramisel. Tähistades põhja ja lõunat ning ida ja lään vastavalt 0 ja 1-ga, saab vahepealseid ilmakaari kirjeldada vastavalt 0-de ja 1-de kombinatsioonina (tabel 3.1).

Tabel 3.1

Ilmakaarte kirjeldamine teisendatud andmete kaudu.

	Ida: 0	Lääs: 1
Põhi: 0	Kirre: 0; 0	Loe: 0; 1
Lõuna: 1	Kagu: 1; 0	Edel: 1; 1



3.2.4. Kvantitatiivsete andmete näited

Dünaamiliste andmete näitena võib tuua andmed Eesti maa- ja linnaelanikkonna arvu muutumise kohta aastatel 1970–1994 (tabel 3.2). Andmed on kasutatavad tarbimismudelite konst-

ruerimisel ning maa- ja linnaelanikkonna tarbimise prognoosimisel.

Tabel 3.2

Alaline linna- ja maarahvastik Eestis 1970–1994. a.
(aasta alguse seisuga).¹

Aasta	Linnarahvastik		Maarahvastik	
	mehed	naised	mehed	naised
1970	400690	475920	219237	258766
1971	409694	485131	218935	258523
1972	418960	495565	220117	254666
1973	426698	504319	219368	252725
1974	434613	512889	217969	250250
1975	441138	519708	216816	248371
1976	448190	526565	214417	245843
1977	454348	533067	213028	243607
1978	462351	541257	211513	240896
1979	467890	548936	209384	238266
1980	471636	554355	207936	235290
1981	477181	560487	206225	232777
1982	482676	566712	205025	230869
1983	487851	572401	204237	229084
1984	492053	577050	205010	228672
1985	496532	581957	206149	228445
1986	501843	587197	207092	228819
1987	507610	592982	208795	229614
1988	513145	597649	211574	231809
1989	517400	601429	213992	232841
1990	519938	603408	215147	233155
1991	518851	602190	216091	233319
1992	514915	598029	216266	233006
1993	497136	580317	216133	232945
1994	487728	571086	215880	232233

¹ Statistika aastaraamat 1994. Tallinn, 1995, lk. 49.

Tabelis 3.2. toodud andmed on esitatud aegridadena. Aegrida on mingi näitaja arvuliste väärtuste jada, mis iseloomustab näitaja taset vastavatel ajamomentidel või -perioodidel.

Tarbimismudeli konstrueerimiseks saab kasutada ka staatilisi andmeid. Tabelis 3.3 on toodud andmed Eesti perede rahaliste sissetulekute ja väljaminekute kohta kümnes erineva tulude tasemega perede gruppide (tulukusgruppide ehk detšiilide) lõikes 1994. a. II kvartalis.

Tabel 3.3

Erinevatesse tulukusgruppidesse (detšiilidesse) kuuluvate perede rahalised sissetulekud ja tarbimiskulud Eestis 1994. a. II kvartalis (kroonides pereliikme kohta).²

Tulukusgrupp	Rahalised sissetulekud	Toidukaupade tarbimine	Tööstuskaupade ja teenuste tarbimine
I	248	174	131
II	428	208	298
III	538	245	228
IV	652	258	372
V	784	279	333
VI	943	320	413
VII	1140	342	478
VIII	1415	404	572
IX	1840	449	818
X	3890	559	1544

Ühendatud andmete näide on tabelis 3.4, kus on toodud makrotasandil tarbimismudeli konstrueerimiseks vajalikud andmed riikide ja aastate lõikes. Ühendatud andmete kaudu on kombineeritud staatiline ja dünaamiline aspekt tegelikkuse peegeldamisel. Tulu, tarbimiskulude ja mittetarbimiskulude

² Eesti Statistika. Kuukiri nr. 6 (30), 1994, lk. 25–26.

andmed on tabelis 3.4 esitatud ühe elaniku kohta erinevates riikides perioodidel t_0 , t_1 ja t_2 .

3.2.5. Majandusandmete täpsus

Majandusandmed on harva täpselt mõõdetavad. Sageli esitatakse majandusandmed väga suurte arvudena. Näiteks rahvusliku koguprodukti (SKP) mõõdetakse miljarditega, USA-s biljonite dollaritega ning andmed esitatakse ümardatult. Koguprodukti arvutamise võimalused ja meetodika on ligikaudsed. Erialakirjanduses (Intriligator, 1978) tunnistatakse, et makroökonomilised agregaatnäitajad võivad hälvida $\pm 15\%$ või rohkem ametlikult esitatud arvudest. Selline viga on rahvusvahelises arvepidamises aktsepteeritud, kuigi ametlikult võimaliku vea suurust ette ei anta.

Erinevalt täppisteadustest on majandusteaduses andmete mõningane ebatäpsus aktsepteeritud n.ö. vaikival kokkuleppel. Kui füüsikas antakse vea piirväärtus täpselt ette (3%; 0,1%; 0,5% jne.), siis majandusandmed esitatakse sageli ülima täpsusega. Näiteks on Statistika aastaraamatus esitatud Eesti keskmiseks rahvaarvuks 1991. aastal 1 566 181. On ilmne, et enamikus töödes kasutatakse rahvaarvu ümardatult — 1,6 miljonit, mis üldjuhul ei kajasta sugugi ebatäpsemalt reaalselt tegekkust.

Analoogiline on olukord omahinnaga. Omahind 25.75 EEK on sageli niisama ebatäpne kui 25 EEK, 26 EEK või teised lähedased arvud. Omahind kujuneb väga paljude küllalt ebatäpselt mõõdetavate tegurite mõju tulemusena.

Ökonomeetrilistes mudelites püütakse majandusandmete ebatäpsusest ja juhuslikkusest tulenevaid vigu arvestada juhusliku komponendi ε abil.

**Majandusandmete täpsust mõjutab
majandusprotsesside ja -nähtuste toimumise
juhuslikkus ja määramatus ning nende kvantitatiivse
väljendamise keerukus**

3.2.6. Majandusandmetega kaasnevad probleemid

Olulisemad probleemid majandusandmete kasutamisel ökonomeetrilisel modelleerimisel on järgmised.

1. Ökonomeetrilistes mudelites kasutatakse peamiselt valimi andmeid. Majandusprotsesside spetsiifikast tulenevalt ei ole suurte valimite kasutamine sageli võimalik. Väikeste valimite alusel konstrueeritud mudelid ei ole alati piisavalt adekvaatsed reaalse tegelikkuse peegeldamisel. Väikeste valimite baasil saab konstrueerida vaid lihtsustatud mudeleid, mis statistiliste hindamiskriteeriumide järgi ei pruugi olla usaldusväärsed. Näiteks Eesti majanduse modelleerimisel ei saa enamikus valdkondades kasutada käsumajandusperioodist pärinevaid statistilisi andmeid. Seetõttu on modelleerimisel kasutatav valim ajalise ulatuse poolest väga väike.

2. Majandusandmed on omavahel sageli tihedas sõltuvuses, mis raskendab statistiliste meetodite korrektset kasutamist ökonomeetrilisel modelleerimisel. See on multikollineaarsuse probleem, millest tuleneb küllalt keeruliste ja töömahukate meetodite kasutamise vajalikkus andmete ettevalmistamisel ökonomeetriliseks modelleerimiseks.

3. Majandusnähtustes ja -protsessides toimuvad struktuursed muutused ei allu alati kindlale seaduspärale. Esineb ekstreemseid situatsioone (pankrott, majanduskriis) ja perioode (üleminek käsumajanduselt turumajandusele, sõjad jne.). Neid kajastavad majandusandmed erinevad oluliselt tavaolukordade andmetest. Selliseid olukordi kajastavaid andmeid nimetatakse anomaalseteks (anomaalsed punktid, anomaalsed perioodid).

4. Majandusnähtuste ja -protsesside kvantitatiivne väljendamine on sageli keerukas, sest reaalselt huvipakkuvad näitajad ei ole vahetult mõõdetavad. Neid on enamasti tarvis teiste näitajate kaudu avaldada. Näiteks küllalt keeruline on täpselt hinnata rahvusliku koguprodukti või sisemajanduse koguprodukti suurust. Selleks on välja töötatud rahvusvahelised meetodikad ja eeskirjad, mida pidevalt revideeritakse, tulevalt aluskontseptsiooni, definitsioonide, mõjurite jne. muutumisest ja täpsustumisest. Sellega kaasneb andmete võrreldamatus, mida tuleb statistilistele meetoditele tuginedes elimineerida või vähendada.

Kuni 1990. aastani arvutati Eestis kõik makromajanduslikud näitajad rahvamajandusbilansside süsteemi järgi. Alates 1991. aastast on need näitajad leitud ÜRO soovitude "*Revised System of National Accounts*" (1992) alusel. Makromajanduslike näitajate kasutamisel Eesti majanduse ökonomeetrilisel modelleerimisel kerkib paratamatult andmete võrreldavuse küsimus.

Olulisemad probleemid majandusandmete kasutamisel:

- valimite väiksus,
- andmete omavaheline sõltuvus, multikollineaarsus,
- ekstreemsed majandusolukorrad ja -perioodid, neid kajastavad anomaalsed andmed,
- erinevad majandusnäitajate määramise meetodikad ning sellest tulenev andmete võrreldamatus,
- majandusnäitajate ebatäpsus.

3.3. Aegridade ettevalmistamine

3.3.1. Aegridade ettevalmistamise meetodilised võtted

Majandusnähtuste ja -protsesside uurimisel ning modelleerimisel tuleb ökonomeetrikutel enamasti kokku puutuda aegridadega, s.o. mingi nähtuse ajalist muutumist iseloomustavate arvandmete reaga. Kui aegrea liikmeteks on majandusnäitajad, siis on tegemist majandusandmete aegreaga.

Sageli vajavad aegread spetsiaalset ettevalmistamist nende kasutamiseks ökonomeetrilistes mudelites. Selleks saab kasutada mitmeid majandusanalüüsist tuntud meetodilisi võtteid, mida võib käsitleda analüüsitöö teatavate tehete ehk operatsioonide sooritamisena.

Tavaliselt on andmed aegridades registreeritud võrdsete intervallidega (aasta, kvartal, kuu jne.), kuid küllalt tihti esineb ka ebavõrdsete intervallidega aegridu. On olemas ka spetsiaalsed meetodid selliste aegridadega töötamiseks, kuid need on keerukad. Tavaliselt ajaintervallid aegridades võrdsustatakse, kas osa informatsiooni eemaldamisega aegreast või siis täiendavate aegrea liikmete leidmisega. Viimasel juhul kasutatakse interpolatsiooni- ja ekstrapolatsioonimeetodeid. Ekstrapolatsioonimeetodeid kasutatakse ka modelleerimiseks vajalike võrdse pikkusega aegridade saamiseks. Modelleerimisel kasutatavate aegridade pikkuse võrdsustamiseks võib pikemates aegridades osa liikmeid ära jätta. Millist võtet konkreetsel juhul kasutada, sõltub uurimiseesmärgist ja kasutatavatest andmetest.

Mõnikord on aegrea liikmed leitud erineva meetoodika alusel või sisaldavad endas mingil muul põhjusel mittevõrreldavaid liikmeid. Aegrea liikmete teisendamisel võrreldavateks saab kasutada mitmesuguseid paranduskoefitsiente või indekseid (näiteks hinnaindeksit). Ka võib aegridade ettevalmistamisel kerkida vajadus erinevate aegridade ühendamiseks. Näiteks on

vaja ühendada erinevate ajaperioodide tarbijahinnaindekseid ja elukallidusindekseid. Sel juhul tuleb teha vajalikke teisendusi, mis hõlmavad ühendatavate aegride liikmeid.

Aegride põhjalikumaks analüüsimiseks ja hüpoteeside kontrollimiseks on vajalik selgitada ja formaliseerida aegrides sisalduv arengutendents või trend ning välja tuua aegrea jääkliikmed. Seda nimetatakse aegride tasandamiseks ehk silumiseks. Järgnev analüüs baseerub juba tasandatud ehk silutud aegridadel ning aegride jääkliikmete vaheliste statistiliste seoste uurimisel.

Aegride süvendatud analüüs ja kasutamine majandusnähtuste modelleerimisel eeldab aegrea koostiselementide ehk komponentide (trend, tsükliline komponent, sessoonne komponent, jääkliige) eristamist, uurimist ning prognoosimist. Sel juhul läbitakse järgmised etapid (Mereste, 1987):

I etapp — jaotusetapp: uuritavad aegread jaotatakse komponentideks vastavate statistiliste võtete abil. Tuuakse välja trend ja juhuslikud hälbed trendist. Mõned aegread sisaldavad ka sessoonsusest, tsüklilisusest või rütmilisusest tingitud perioodilisi kõikumisi;

II etapp — analüüsi etapp: aegride üksikute komponentide igakülgne ja põhjalik analüüs;

III etapp — taasühendamise etapp: uuritavate aegride üksikud komponendid ühendatakse omavaheliste seoste alusel integraalsete regressioonivõrrandite abil.

Aegrida on nähtuse või protsessi ajalist muutumist iseloomustavate arvandmete rida. Kui aegrea liikmeteks on majandusnäitajad, on tegemist majandusandmete aegrega

Olulisemad meetodilised võtted aegridade ettevalmistamisel:

- ajaintervallide võrdsustamine aegridades,
- aegridade pikkuse võrdsustamine,
- aegridade liikmete teisendamine võrreldavateks,
- aegridade ühendamine,
- aegridade tasandamine,
- aegrea komponentide eristamine

Õkonomeetrilise modelleerimise tarbeks loodud tarkvara sisaldab tavaliselt ka protseduure aegrea esmaanalüüsiks ning aegrea ettevalmistamiseks modelleerimiseks. Õkonomeetrik peab tehtavatest tehnilistest teisendustest olema teadlik, suutma neid sisuliselt tõlgendada ning nendega õkonomeetrilisel modelleerimisel arvestada.

3.3.2. Aegrea liikmete interpoleerimine ja ekstrapoleerimine

Aegridade pikkuse ja ajaintervallide võrdsustamisel kasutatakse ekstrapolatsiooni- ja interpolatsioonimeetodeid.

Interpolatsioonimeetodit kasutatakse aegrea puuduvate liikmete leidmiseks eeldusel, et enne ja pärast paiknevad liikmed on teada. Võib esineda olukordi, kus mõne aasta või muu aja-perioodi kohta puuduvad andmed. Et aegrea liikmed oleksid võrdsete ajaintervallidega ning võrreldavad aegread ühepikkused, tuleb leida puuduva aegrealiikme tinglik, ligilähedane tase. Lihtsaim võte on lineaarne interpoleerimine. Puuduv aegrea liige leitakse temale eelneva ja järgneva liikme aritmeetilise keskmisena:

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t + X_{t+2}}{2}, \quad (3.4)$$

kus

- \hat{X}_{t+1} — puuduva aegrealiikme hinnang,
 X_t — t -nda ajamomendi või perioodi aegrea liige,
 X_{t+2} — $t+2$ ajamomendi või perioodi aegrea liige.

Kui aegrea liikmete vaheline seos on eksponentsiaalne või läheneb eksponentsiaalsele, kasutatakse eksponentsiaalset interpoleerimist:

$$\hat{X}_{t+1} = \sqrt{X_t X_{t+2}} \quad (3.5)$$

Valemiga (3.5) antud hinnang on interpoleeritavale aegrealiikmele X_{t+1} eelneva liikme X_t ja järgneva liikme X_{t+2} geomeetriline keskmine.

Eksponentsiaalseks interpoleerimiseks kasutatakse ka eksponentfunktsiooni

$$\hat{X}_{t+1} = X_t e^{\alpha}, \quad (3.6)$$

siit

$$X_{t+2} = X_{t+1} e^{\alpha} = X_t e^{2\alpha}, \quad (3.7)$$

kust

$$\ln X_{t+2} = \ln X_t + 2\alpha \quad (3.8)$$

ning

$$\alpha = \frac{1}{2} (\ln X_{t+2} - \ln X_t) \quad (3.9)$$

Mõnikord ei ole uuritavad aegread ühepikkused. Vaja on ekstrapoleerida lühema aegrea liikmeid, s.t. leida rea algusest või lõpust puudevate aegrea liikmete tinglikud väärtused (hinnangud). Sõltuvalt aegreast ja aegrea liikmete vahelistest seostest kasutatakse ka ekstrapoleerimisel lineaarset või eksponentsiaalset lähenemist.

Lineaarse ekstrapoleerimise korral leitakse ekstrapoleeritav aegrea liige X_{t+2} järgmisest seosest:

$$\hat{X}_{t+2} - X_{t+1} = X_{t+1} - X_t, \quad (3.10)$$

siit

$$\hat{X}_{t+2} = 2X_{t+1} - X_t, \quad (3.11)$$

kus

\hat{X}_{t+2} — aegrea lõpust puuduva liikme hinnang.

Ekspponentsionaalsel ekstrapoleerimisel on kasutatavad valemid (3.6)–(3.9), sealjuures X_{t+2} on ekstrapoleeritav aegrea liige ning X_{t+1} ja X_t on sellele eelnevad aegrea liikmed.

Toodud on vaid lihtsamad võtted aegridade liikmete interpoleerimiseks ja ekstrapoleerimiseks. Keerulisemad võtted ja meetodid baseeruvad tõenäosusteoorial, jaotusseadustel ning aegridade komponentide eristamisel.

3.3.3. Aegrea liikmete interpoleerimise ja ekstrapoleerimise näited

Näide 3.1.

Tabelis 3.5 on toodud aegread 1980.–1992. a. Eestis sündinud tütarlaste ja poeglaste kohta. Puuduvad andmed tütarlaste sündide arvu kohta 1985. a. ja 1990. a. ning poeglaste kohta 1985. ja 1992. a.

1985. ja 1990. aasta kohta puuduvate aegrea liikmete leidmiseks kasutame interpoleerimist, 1992. a. kohta aga ekstrapoleerimist.

Tabel 3.5

Tütarlaste ja poeglaste sünd Eestis 1980.–1992. a.

Aasta	Tütarlaste sündide arv (X_i)	Poeglaste sündide arv (Y_i)
1980	10 795	11 409
1981	11 106	11 831
1982	11 266	11 862
1983	11 749	12 406
1984	11 893	12 341
1985
1986	11 721	12 385
1987	12 092	12 994
1988	12 287	12 773
1989	11 750	12 542
1990	...	11 494
1991	9387	9933
1992	8751	...

Kasutame nii interpoleerimisel kui ka ekstrapoleerimisel lineaarset lähenemist.

Puuduvad interpoleeritavad aegridade liikmed:

tütarlaste sündide arv

$$1985. \text{ a. } \hat{X}_{1985} = \frac{11\,893 + 11\,721}{2} = 11\,807$$

$$1990. \text{ a. } \hat{X}_{1990} = 10\,569$$

poeglaste sündide arv

$$1985. \text{ a. } \hat{Y}_{1985} = 12\,363$$

Ekstrapoleerimine:

poeglaste sündide arv 1992. aastal

$$\hat{Y}_{1992} = 2 \cdot 9933 - 11494 = 8372$$

tütarlaste sündide arv 1993. aastal

$$\hat{X}_{1993} = 2 \cdot 8751 - 9387 = 8115$$

Näide 3.2.

Tabelis 3.6 on andmed firma toodangu mahu kohta aastatel 1989–1994. Puudub aegrea 1992. a. liige.

Tabel 3.6.

Firma toodangu maht.

Aasta	Toodang (\$)
1989	2700
1990	3330
1991	4140
1992	...
1993	5650
1994	5900

Kasutades puuduva aegrea liikme leidmisel eksponentsiaalset interpoleerimist, saame $\hat{X}_{1992} = \sqrt{4140 \cdot 5650} \approx 4836$. Eksponentsiaalselt ekstrapoleeritud aegrea 1995. a. liige $\hat{X}_{1995} \approx 6161$.

3.3.4. Aegridade võrreldavus

Aegridade ettevalmistamisel ökonomeetriliseks modelleerimiseks on oluline hinnata aegridasid ja nende liikmeid võrreldavuse seisukohalt. Samu näitajaid sisaldavad aegread võivad olla leitud erineva meetodika alusel. Tabelis 3.7 on aegread, mis iseloomustavad sisemajanduse koguprodukti

muutumist Eestis aastatel 1980–1992. Näitajad on leitud kolmel erineval meetodil: tootmise meetodil, sissetulekute meetodil ja tarbimise meetodil. Tabelis 3.7 toodud andmed ei ühti täielikult statistikakogumikus avaldatutega. Statistika-kogumikus esitatakse lõpphinnangud sisemajanduse kogu-
 produkti suuruse kohta, kusjuures eelnevalt on erinevatel meetoditel leitud erinevaid hinnanguid analüüsitud ning juba muudetud võrreldavateks.

Tabel 3.7

Sisemajanduse koguprodukt Eestis aastatel 1980–1992.

Aasta	Sisemajanduse koguprodukt (milj. kroonides)		
	tootmise meetodil	sissetulekute meetodil	tarbimise meetodil
1980	448.0	447.5	447.1
1981	465.2	465.4	565.2
1982	475.6	475.7	475.4
1983	509.9	509.9	508.9
1984	521.9	522.0	521.7
1985	495.1	495.2	495.3
1986	515.9	515.3	516.0
1987	543.8	543.7	543.8
1988	575.9	576.2	576.3
1989	642.2	642.3	642.4
1990	797.6	797.7	797.2
1991	1781.5	1781.9	1781.9
1992	14 246.7	14 246.8	14 246.8
1993	22 844.7	22 844.7	22 844.7

On loomulik, et kolmel erineval arvestusmeetodil on raske saada täpselt samasugust tulemust. Erinevused tuuakse välja statistiliste vahedena. Kui vahed on liiga suured, kontrollitakse

andmete õigsust ja arvestuse metoodikat. Tootmise, tarbimise ja sissetulekute seostamine on üheks andmete ja arvestuste õigsuse kontrollimise viisiks, mida kasutatakse sisemajanduse koguprodukti ja sellega seonduvate makromajanduslike näitajate leidmisel. Andmete kasutamisel ökonomeetrites uurimustes tuleb erinevaid aegridasid võrrelda ning valida kasutamiseks uurimiseesmärgi seisukohalt sobivaim. Tuleb hoiduda erinevate meetodite järgi leitud näitajate lülitamisest samasse aegritta. Näiteks sisemajanduse koguprodukti näitajate aegrida ei tohi olla kokku pandud nii, et 1980.–1982. a. andmed on leitud tarbimise meetodil, 1983.–1987. a. andmed sissetulekute meetodil ja ülejäänud tootmise meetodil ning seejuures on erinevate meetodite omavahelised kooskõlastused näitajate tasemel tegemata. Sellised aegrea liikmed ei ole omavahel täielikult võrreldavad. Erinevate statistikakogumike andmete kasutamisel tuleb alati võimalikult täpselt selgitada, millise metoodika järgi on andmed leitud. Eriti ettevaatlik tuleb olla aegridade komplekteerimisel erinevate allikate alusel.

Tabelis 3.8 on toodud Eesti rahvatulu aegread jooksvates ja võrreldavates hindades. On ilmne, et rahvatulu kiire kasv aastatel 1989–1992, eriti aga 1991. a. ja 1992. a. ei ole seletatav Eesti majanduse kiire arenguga. Oluliseks põhjuseks on siin hindade kasv ning sellega kaasnev inflatsioon. Rahvatulu dünaamika ja selle mõjurite analüüsimiseks on oluline jooksvates hindades rahvatulu aegrida teisendada hinnaindeksi abil võrreldavates hindades rahvatulu aegreaks.

Tabel 3.8

Rahvatulu Eestis aastatel 1980–1991.³

Aasta	Rahvatulu tegelikes hindades		Rahvatulu võrreldavates hindades (1980 = 100)	
	milj. rbl.	aastane juurdekasv (%)	milj. rbl.	aastane juurdekasv (%)
1980	3717.3		3717.3	
1981	3852.7	3.6	3771.8	1.5
1982	3913.5	1.6	4012.0	6.4
1983	4211.8	7.6	4117.7	2.6
1984	4281.8	1.7	4207.3	2.2
1985	3950.5	-7.7	3762.9	-10.6
1986	4143.1	4.9	3804.7	1.1
1987	4321.0	4.3	3977.3	4.5
1988	4600.3	6.5	4222.2	6.2
1989	5201.5	13.1	4668.8	10.6
1990	6710.2	29.0	4382.8	-6.1
1991	167 910.0	150.2	4172.9	-4.8

Mõnikord tuleb aegridade ettevalmistamisel kokku puutuda vajadusega ühendada erinevate aegridade liikmeid, et saada uus pikem võrreldavate liikmetega aegrida.

Tabelis 3.9 on toodud elukalliduse muutumist kajastavad aegread Eestis perioodidel:

1989. a. IV kvartal – 1990. a. I kvartal

1990. a. I kvartal – 1990. a. IV kvartal

1990. a. IV kvartal – 1991. a. IV kvartal

³ Eesti rahvamajanduse arvepidamise näitajad 1991. Statistiline kogumik. Tallinn, 1992, lk. 15.

Tabel 3.9

Elukalliduse indeksid Eestis 1989.–1991. a.

1989	1990				1991			
IV kv.	I kv.	II kv.	III kv.	IV kv.	I kv.	II kv.	III kv.	IV kv.
1.00	1.27							
	1.00	0.99	1.04	1.41				
				1.00	1.45	1.97	2.73	3.58

Et saada võrreldavate liikmetega aegrida, mis iseloomustaks elukalliduse muutmist 1989. a. IV kvartali suhtes, tuleb aegrea I kv. 1990–IV kv. 1990 liikmed korrutada 1.27-ga ning aegrea IV kv. 1990–IV kv. 1991 korrutada 1.27 ja 1.41-ga. Tulemuseks on uus pikem aegrida (tabel 3.10).

Tabel 3.10

Elukalliduse aegrida Eestis 1989.–1991. a.

1989	1990				1991			
IV kv.	I kv.	II kv.	III kv.	IV kv.	I kv.	II kv.	III kv.	IV kv.
1.00	1.27	1.25	1.32	1.79	2.60	3.53	4.90	6.41

Alates 1992. a. augustist avaldab Eesti Statistikaamet oma kogumikes andmeid tarbijahinnaindeksi kohta. Uus indeks asendab elukalliduse indeksit. Elukalliduse indeksi arvutamisel kasutatud kaubagruppide osakaalud vastasid aastatel 1988–1989 normiks peetud minimaaltarbimise struktuurile. Pärast rahareformi on elanikkonna kulutuste struktuur teisenenud. Tarbijahinnaindeksi arvutamisel on kaalusüsteemi aluseks võetud statistikaameti tellimusel AS EMOR-i poolt 1993.

aastal tehtud pere-eelarvete uuringud. Põhiliselt vastab uus kaalusüsteem keskmise Eesti pere ühe liikme kulude struktuurile 1993. aastal, kusjuures seda korrigeeritakse vastavalt Eesti perede tarbimisstruktuuri muutumisele.

Tabel 3.11

**Tarbijahinnaindeks Eestis kvartalite kaupa perioodil
1990–1994.⁴**

Aasta	Kvartal			
	I	II	III	IV
1990	127	125	132	179
1991	260	353	490	641
1992	2586	4081	6417	7956
1993	8847	9463	9996	10 905
1994	12 748	14 267	15 050	15 834

Aegrea liikmete võrreldavuse analüüs on oluline töötapp ökonomeetriselises modelleerimises. Lisaks aegrea liikmete teisendamisele tuleb põhjalikult hinnata ka majanduslikku olukorda ja tausta, mida aegrida kajastab ning meetodikaid, aluskontseptsioone ja definitsioone, mida on konkreetsete näitajate määratlemisel kasutatud.

3.3.5. Aegrea komponendid

Aegridade analüüsimisel ja ettevalmistamisel ökonomeetriseliseks modelleerimiseks on oluline silmas pidada aegridade teoorias aktsepteeritud lähenemisviisi, mille kohaselt aegreast võib eristada erinevaid komponente ning aegrida on esitatav nende summana:

$$y_t = f(t) + h(t) + s(t) + e_t, \quad (3.12)$$

⁴ Eesti Statistika. Kuukiri nr. 5 (41), 1995, lk. 33.

kus

- y_t — aegrea tase ajamomendil (perioodil) t ,
 $f(t)$ — trend,
 $h(t)$ — tsükliiline komponent,
 $s(t)$ — sessoonne komponent,
 e_t — jääkliige.

Mudel (3.12) on aegrea komponentide aditiivne mudel. Aegrea multiplikatiivne struktuurne vorm on esitatav kujul

$$Y = T \cdot H \cdot S \cdot J, \quad (3.13)$$

kus

- Y — aegrida,
 T — trend,
 H — tsükliiline komponent,
 S — sessoonne komponent,
 J — jääkliige.

Aegrea liigendamise neljaks komponendiks on suures osas kunstlik ja tinglik, kuid sageli vajalik aegreana modelleeritava nähtuse või protsessi põhjalikuks uurimiseks ning arengu seaduspärasuste selgitamiseks ja prognoosimiseks. Alati ei ole aga aegrea kõigi komponentide eristamine vajalik. Näiteks sessoonne komponent esineb vaid nendes aegridades, mis sisaldavad nähtuse väärtusi kuude või aastate kaupa. Ka tsükliiline ehk harmooniline komponent võib sageli puududa või olla nii pika perioodiga, et selle määramine olemasoleva aegrea põhjal on võimatu.

Trend esineb aegridades peaaegu alati. Ta iseloomustab aegreaga modelleeritava nähtuse arengutendentsi uuritaval ajavahemikul. Trendi on samastatud mõnikord ka tendentsiga. Statistikaalases kirjanduses (Vainu, 1981) peetakse põhjendatuks trendi samastamist tendentsiga vaid juhtudel, kui aegrea näol on tegemist üldkogumiga. Majanduslike aegridade puhul on enamasti tegemist valimiga ning seega on ka mõiste "trend" kasutamine enamlevinud.

Trend on esitatav matemaatilise funktsioonina, mis võib olla nii lineaarne kui ka mittelineaarne, ning seda nii aja kui parameetrite suhtes. Kõige levinum funktsioon trendi kujutamiseks on lineaarne, kasutatakse ka logaritm-, astme-, eksponent-funktsioone, polünoome jne. Trendile sobiva funktsiooni kuju määramisel on vajalik põhjalikult analüüsida aegrida ja sellega modelleeritavat nähtust, kasutada graafikute abi.

Tsükliline komponent kirjeldab aegreaga modelleeritava nähtuse või protsessi tsüklilist iseloomu. Ta esitatakse tavaliselt sinusoidina, koosinusoidina või nende summana. Majanduslike aegridade analüüsimisel ja uurimisel on tsüklilist komponenti seni praktikas suhteliselt vähe kasutatud.

Sessoonne komponent esineb aegridades, mis sisaldavad nähtuse aastasiseseid muutusi kajastavaid liikmeid. Sessoonse komponendi määramisel on harmoonilise analüüsi meetodite kõrval kasutatud ka lihtsamaid võtteid ja meetodeid: libiseva keskmise meetodit, sessoonsusindekseid, variatsioonikordajaid jne. Sessoonset komponenti on põhjalikult uuritud kaubakäibega seonduvates aegridades (Sepp, 1985).

Jääkliige leitakse üldjuhul aegrea tegelikest väärtustest trendi, tsüklilise ja sessoonse komponendi väärtuste lahutamisel:

$$e_t = y_t - f(t) - h(t) - s(t) \quad (3.14)$$

Eesti majandusteadlaste seas on aegridade analüüs põhjendatult pälvunud küllalt suurt tähelepanu. Selles valdkonnas on ilmunud mitmeid monograafiaid ja õppevahendeid (Sepp, 1985; Vainu, 1983; Vainu, Vensel, 1974).

Aegrea komponendid:

- trend: $f(t)$
- tsükliline komponent: $h(t)$
- sessoonne komponent: $s(t)$
- jääkliige: e_t

3.3.6. Aegridade tasandamine

Aegridade tasandamise ehk silumise all mõeldakse aegreast trendi ning tsüklilise ja sessoonse komponendi eraldamist. Sellele järgneb jääkliikmetel baseeruv analüüs.

Tsüklilist ja sessoonset komponenti ei sisalda kõik read. Need komponendid on omasemad majandusnähtuste aastasiseseid muutusi kajastavatele aegridadele või ka väga pikkadele aegridadele, mis peegeldavad majandustsükleid. Lühemates aegridades on tavaliselt tegemist vaid trendiga, mille selgitamine ja eemaldamine on järgneva analüüsi ja modelleerimise seisukohalt väga oluline.

Aegridadena modelleeritud nähtuste vaheliste seoste uurimine ja modelleerimine ilma aegridades sisalduvat trendi arvestamata võib viia väga tõsiste, sageli paradoksaalsete uurimistulemusteni. Väga õpetlikuks, õpikust õpikusse käibivaks näiteks selles valdkonnas on Inglise statistikute G. Yule ja M. Kendalli näide tihedast korrelatiivsest seosest (korrelatsioonikordaja +0,998) radioaparaatide arvu ja psüühiliselt haigete inimeste arvu osatähtsuse vahel aastatel 1924–1937. Sellist korrelatsiooni nimetatakse “mõttetuks korrelatsiooniks”. Niisuguste uurimisvigade (mis alati ei ilmu nii paradoksaalse-tena) vältimiseks on aegridade ettevalmistamisel ökonomeetriliseks modelleerimiseks oluline selgitada trend ning välja tuua jääkliikmed.

Aegridadega töötamisel eeldatakse küllalt sageli, lähtudes kas sisulistest kaalutlustest või käsitusviisi lihtsustamisest, et nii tsükliline kui ka sessoonse komponent on null. Sel juhul võib aegrida käsitleda kahest komponendist koosneva mudelina

$$y_t = F(m_t; e_t), \quad (3.15)$$

kus

- y_t — tegeliku aegrea tase aastal t ,
- m_t — trendile vastav tase aastal t ,
- e_t — hälve trendist aastal t ;

F — funktsioon, mis kirjeldab aegrea komponentidevahelist seost.

Seosefunktsiooni F valimisel tuleb arvestada ka seda, kas jääkliikmena käsitletakse absoluutseid või suhtelisi hälbeid trendist. Esimesel juhul on tegemist aditiivse mudeliga, teisel juhul multiplikatiivse mudeliga

Aegreas sisalduva trendi esitamiseks kasutatakse kõige sagedamini kahte võimalikku lähenemisviisi:

1. Trend esitatakse ajafunktsioonina

$$m_t = f(t) \quad (3.16)$$

Ajategurina mõistetakse statistikas tavaliselt suurust, mis iseloomustab aja ühtlast kulgu. Ajateguri väärtuste reaks on aritmeetiline progressioon. Ajafunktsioon võib olla lineaarne, polünoom, eksponentfunktsioon, astmefunktsioon jne. Ajafunktsioonina teatud järku polünoomi kasutamist võib käsitleda ka kaalutud keskmise kasutamisenä aegreas sisalduva trendi kirjeldamiseks.

2. Trend tuuakse välja libiseva keskmise abil

$$m_t = \bar{y}_t, \quad (3.17)$$

kus

\bar{y}_t — aegrea liikmete libiseva keskmise väärtus aastal t .

Libiseva keskmise leidmiseks tuleb määrata aegrea liikmete libisevad summad ja libisevad keskmised. Kui libisemisperiood on kolm aastat, siis aegrea y_1, y_2, \dots, y_n libisevad keskmised on

$$\begin{aligned} \bar{y}_2 &= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \\ \bar{y}_3 &= \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} \\ &\dots \\ y_{n-1} &= \frac{y_{n-2} + y_{n-1} + y_n}{3} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Kolmeaastase libisemisperioodiga aegrida lüheneb algusest ja lõpust ühe liikme võrra. Kui libisemisperiood on viis aastat, siis jääb esialgse aegrea algusest ja lõpust ära 2 liiget.

Vaatleme näitena firma kasumit iseloomustava aegrea tasandamist libiseva keskmise meetodil (tabel 3.12). Kolmeaastase libisemisperioodi ($n = 3$) korral on aegrea libisevad summad

$$\sum_{t=-1}^{+1} y_t \quad (3.19)$$

ning libisevad keskmised

$$\bar{y}_t = \frac{\sum_{t=-1}^{+1} y_t}{3} \quad (3.20)$$

Tabel 3.12

Aegrea silumine libiseva keskmise meetodil.

Algandmed		Arvutused		
Aasta	Firma kasum (\$)	Libisevad summad	Libisevad keskmised	Jäakliikmed
1983	520			–
1984	560	1669	556.3	3.7
1985	589	1778	592.7	–3.7
1986	629	1903	634.3	–5.3
1987	685	2064	688.0	–3.0
1988	750	2225	741.7	8.3
1989	790	2404	801.3	–11.3
1990	864	2584	861.3	2.7
1991	930	2771	923.7	6.3
1992	977	2963	987.7	–10.7
1993	1056	3189	1063	–7.0
1994	1156			–

Libiseva keskmise meetodil trendi leidmine on suhteliselt kerge, sest sellega kaasnev arvutustöö on väga lihtne. Meetod on paindlik. Alati saab aegreale juurde lisada uusi liikmeid ning leida uusi libisevaid keskmisi ilma oluliste täiendavate arvutusteta. Seetõttu on libiseva keskmise meetod praktilises kasutuses küllalt levinud ning sobib eriti hästi lühemate aegridade tasandamiseks. Pikemat aega kestnud arengutendentside kirjeldamiseks, mis sisaldavad ka tsüklilist komponenti, meetod üldjuhul hästi ei sobi. Libiseva keskmise meetodi puhul tuleb siiski silmas pidada ka, et väga lühikeste aegridade puhul ei saa teda kasutada, sest tulenevalt libisemisperioodist tasandatud aegrida lüheneb nii algusest kui lõpust. Meetodi puuduseks on ka asjaolu, et libiseva keskmise meetodil leitud trendi ei saa korrektselt kvantitatiivselt väljendada. Need puudused ei raskenda aga märkimisväärselt libiseva keskmise kasutamist aegridade ettevalmistamisel modelleerimiseks, eriti siis, kui eesmärgiks on vaid juhuslike jääkliikmete leidmine ning nende kasutamine järgnevas analüüsitöös.

Aegrea tasandamine on aegreast trendi, tsüklilise ja sessoonse komponendi eraldamine. Järgnev modelleerimine toimub jääkliikmetega

3.4. Andmeanalüüs

3.4.1. Andmeanalüüsi põhimõisted

Andmeanalüüs on teatud uurimisvaldkonnas kogutud andmete töötlemine sisuliste järelduste tegemiseks, hõlmates seega ka meetodeid ja võtteid majandusandmete töötlemiseks. Andmeanalüüsi meetodid ja metoodilised võtted pärinevad põhiliselt matemaatilise statistika valdkonnast ning on laialdaselt kasutatavad ökonomeetriaalsetes uuringutes. Seetõttu on oluline teada

andmeanalüüsi kui erinevate uurimisvaldkondade andmetöötlust toetava distsipliini põhimõisteid ning nende haakumist ökonomeetrilisel modelleerimisel kasutatavate mõistete ja põhimõteteaga.

Andmeanalüüsi ülesande põhielemendiks on uurimisobjekt — nähtus või protsess, mille kohta soovitakse teha teaduslikult põhjendatud järeldusi. Uurimisobjekti tähistamiseks kasutatakse andmeanalüüsis mõistet üldkogum.

Üldkogumit iseloomustab üldjuhul lõpmata hulk tunnuseid, mis on ühel või teisel viisil mõõdetavad. Kõikvõimalike tunnuste seast valitakse välja lõplik hulk tunnuseid, mida nimetatakse lähtetunnusvektoriks:

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_m), \quad (3.21)$$

kus

m — mõõdetavate tunnuste arv.

Lähtetunnusvektorisse kuuluvate tunnuste määramine tuleneb konkreetsest andmeanalüüsi ülesandest ning uurimisvaldkonnast. Andmeanalüüsi ülesande püstitus on alati suures osas *subjektiivne*, peegeldades uurija(te) tõekspidamisi, informeeritust ja võimalusi.

Lähtetunnusvektoris võivad esineda järgmised tunnused:

1. *Funktsioontunnused ehk sõltuvad tunnused*, mille tähistamiseks kasutatakse tavaliselt tähte Y . Sageli püütakse andmeanalüüsi tulemusena leida funktsioontunnuse käitumist kirjeldav või prognoosiv mudel. Ökonomeetrilisel modelleerimisel kasutatakse funktsioontunnuse tähistamiseks enamasti mõistet endogeenne ehk sõltuv muutuja.

2. *Argumenttunnused ehk sõltumatud tunnused*, millest andmeanalüüsi ülesande püstitusest tulenevalt funktsioontunnus peaks sõltuma. Argumenttunnuseid tähistatakse tavaliselt X -ga. Ökonomeetrilisel modelleerimisel nimetatakse argument-

tunnuseid tavaliselt eksogeenseteks ehk sõltumatuteks muutujateks.

3. *Müuratunnused ehk segavad tunnused.* Need ei sisaldu otsest uurimisülesandes, kuid nad mõjutavad otseselt või kaudselt funktsioon- ja argumenttunnuseid. Andmeanalüüsi käigus püütakse nende mõju avastada ning spetsiaalsete meetodite abil kõrvaldada. Õkonomeetrisel mudelitel kirjeldab müra-tunnuste mõju juhuslik komponent ε .

Andmeanalüüsi läbiviimine üldkogumi baasil on väga raske, sageli võimatu ülesanne. Andmeanalüüsi läbiviimiseks vastavalt uurimiseesmärgile moodustatakse üldkogumist teatud reeglite alusel valim. Valim peab olema üldkogumi suhtes *esindav* ehk *representatiivne*.

Valimi representatiivsuse nõue sisaldab kahte asjaolu:

- 1) valim peab olema piisavalt suur,
- 2) valim on oma empiirilisel jaotuselt küllalt lähedane üldkogumi jaotusele.

Teoreetiliselt saadakse lõplikust üldkogumist representatiivne valim sel juhul, kui igal üldkogumisse kuuluval objektil on võrdne tõenäosus valimisse sattuda. Valim peab olema üldkogumi suhtes ühtlase jaotusega. Valimi esindatavus tagatakse tavaliselt tema moodustamise eeskirjadega.

Andmeanalüüs on erinevate uurimisvaldkondade andmetöötlust toetav distsipliin, mis hõlmab ka ökonomeetrisel modelleerimisel kasutatavaid meetodeid ja lähenemisviise.

Uurimisobjekti lähtetunnusvektorisse kuuluvad peamised tunnused:

- funktsioontunnus (endogeenne muutuja)
- argumenttunnus (eksogeenne muutuja)
- müratunnus (juhuslik komponent)

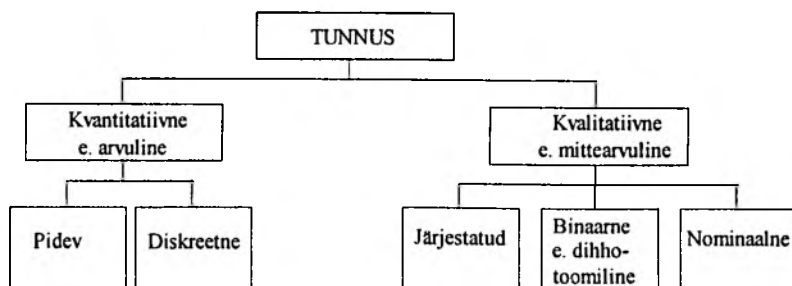
3.4.2. Tunnuste tüübid

Andmeanalüüsi algandmestik on tavaliselt arvude tabel, kuhu on kantud uuritavate objektide või subjektide kirjeldused üksikute tunnuste kaupa. Konkreetse tunnuse tüübist sõltub, milliseid tehteid temaga teha saab ning milliseid meetodeid ja lähenemisi tunnuste töötlemisel kasutada tuleb.

Üldistatult jaotatakse tunnused kolme rühma:

- arvtunnused (ettevõtete arv, kasum, inimese vanus jt.),
- järjestustunnused (ettevõtete järjestus maine alusel, üliõpilaste pingerida õppe edukuse alusel jt.),
- nominaaltunnused (rahvus, eriala jt.).

Erialakirjanduses (Tiit, 1991) on toodud ka detailsemaid tunnuste jaotusi, milles lähtutakse tunnuse mõõdetavusest, pidevusest ja esitusviisist (joonis 3.1).



Joonis 3.1. Tunnuste tüübid.

Arvestades mõõtmise võimaluste piiratust on arvtunnuste jaotamine pidevaks ja diskreetseks sageli kokkuleppeline. Andmeanalüüsis loetakse diskreetseteks eeskätt naturaalarvuliste väärtustega tunnuseid, eeldades seejuures, et erinevate väärtuste hulk ei ole liialt suur. Diskreetseks tunnuseks on näiteks laste arv perekonnas. Pideva tunnuseks võib käsitleda Eesti elanike arvu (mingil aastal).

Kvalitatiivsetest ehk mittearvulistest tunnustest on kõige levinum järjestustunnum. Järjestustunnuseid kasutatakse näiteks ettevõtete majandustegevuse võrdleval hindamisel, riikide elanike elatusaseme võrdlemisel jne. Väga sageli esitatakse järjestustunnused kodeeritult. Järjestustunnuseid saab töödelda arvulistena.

Tunnuseid, mille väärtuste hulk ei ole täielikult järjestatud, s.t. ei leidu ühtset sisuliselt põhjendatud skaalat tunnuste väärtuste võrdlemiseks, nimetatakse nominaaltunnusteks. Nominaaltunnuseid ei saa töödelda arvulistena. Nominaaltunnum on näiteks kodeeritud töökohad:

- laborant — 1
- referent — 2
- assistent — 3
- lektor — 4

...

Binaarse ehk dihhotoomilise tunnuse puhul on tegemist tavaliselt 2 võimaliku seisundiga: näiteks, töötaja kuulub ametiühingusse — 1, ei kuulu — 0.

**Uurimisobjekti iseloomustavad olulisemad
tunnuste tüübid:**

- arvtunnused
- järjestustunnused
- nominaaltunnused

3.4.3. Tunnustevahelised seosed

Tunnustevaheliste seoste uurimine on andmeanalüüsi olulisemaid ülesandeid, mis võimaldab saada täiendavat infot nähtustevaheliste seoste ja vastastikuste mõjude ning nende tulemusena kujunevate arengutendentside kohta. Tunnustevaheliste seoste uurimisel selgitatakse seoste olemasolu, nende tugevus ja suunatus ning kasutamise võimalused nähtuste modelleerimisel ja prognoosimisel. Nähtustevaheliste seoste uurimise ülesanded on olulised ka ökonomeetrilisel modelleerimisel.

Olulisemad seoste liigid:

- statistiline seos,
- monotoonne seos,
- regressioonseos,
- korrelatiivne seos.

Kui kahe tunnuse vahel on korrelatiivne seos, siis järeldub sellest ka teiste seoste olemasolu. Statistilise seose olemasolust veel teiste seoste olemasolu järeldada ei saa. Statistilise seose olemasolu on võimalik nii arv-, järjestus- kui ka nominaal-tunnuste puhul. Monotoonne seos saab esineda järjestus- ja arvtunnuste vahel. Monotoonse seose puhul on tegemist tunnuste mõjusuundade vahelise seose hindamisega. Korrelatsioon- ja regressioonseos esineb samuti eelkõige arvtunnuste vahel, kuid nende seoste olemasolu on võimalik hinnata ka järjestustunnuste ning järjestus- ja arvtunnuste vahel (tabel 3.13). Tunnuse tüübist sõltub, milliseid meetodeid ja lähenemisviise saab nähtustevaheliste seoste uurimisel kasutada.

Andmete ettevalmistamisel ökonomeetriliseks modelleerimiseks on oluline täpsustada uurimiseesmärk ning tulenevalt kasutatavatest andmetest ja seega ka uurimisobjekti tunnuse tüübist selgitada võimalikud lähenemisviisid ja meetoodilised võtted majandusnähtustevaheliste seoste uurimiseks.

Tabel 3.13

Tunnustevaheliste seoste uurimise võimalused.

	Arvtunnus	Järjestustunnus	Nominaaltunnus
Arvtunnus	Korrelatsioon-, regressioonanalüüs	Mitteparameetiline korrelatsioonanalüüs	Dispersioonanalüüs
Järjestustunnus	Mitteparameetiline korrelatsioonanalüüs	Mitteparameetiline korrelatsioonanalüüs	Mitteparameetiline dispersioonanalüüs
Nominaaltunnus	Dispersioonanalüüs	Mitteparameetiline dispersioonanalüüs	Sagedustabel

Tunnustevahelised olulisemad seosed:

- statistiline seos
- monotoonne seos
- regressioonseos
- korrelatiivne seos

3.4.4. Andmeanalüüs ökonomeetrilisel modelleerimisel

Andmeanalüüs kui erinevate uurimisvaldkondade andmetöötust toetav distsipliin hõlmab järgmised tööetapid:

- algandmete korrastamine ja teisendamine,
- tööhüpoteeside kontrollimine ja uute genereerimine,
- mudeli konstrueerimine ning kasutamine analüüsil ja prognoosimisel.

Neid andmeanalüüsi tööetappe, mis on omased ka ökonomeetrilisele modelleerimisele, läbitakse korduvalt. Tööetappide vahel on tagasisideseosed.

Andmeanalüüsi standardsed meetodid ja lähenemisviisid on suures osas rakendatavad ka ökonomeetrilisel modelleerimisel, kusjuures rõhuasetus on majandusteoreetiliste seisukohtade kontrollimist ja edasiarendamist võimaldavate ökonomeetriliste mudelite konstrueerimisel ja hindamisel. Andmeanalüüsi kasutamisel ökonomeetriliseks modelleerimiseks tuleb tähelepanu pöörata majandusandmete spetsiifikale (ebatäpsus, suur vastastikune sõltuvus, usaldusväärse valimi väiksus jt.), sellest tulenevale sobivate meetodite ja võtete valikule ning andmetöötlustulemuste komplekssele ja majandusolukorra omapära arvestavale sisulisele tõlgendamisele.

Andmeanalüüsi tööetapid ökonomeetrilisel modelleerimisel:

- majandusandmete ettevalmistamine vastavalt nende spetsiifikale,
- majandusprotsesside modelleerimist toetavate tööhüpooteaside kontrollimine ja uute genereerimine,
- ökonomeetrilise mudeli konstrueerimine ja hindamine,
- modelleerimise tulemuste kasutamine majandusprotsesside analüüsimisel ja prognoosimisel

3.5. Rahvusvahelised statistikakogumikud

3.5.1. Ülevaade rahvusvahelistest statistikakogumikest

Oluliseks andmeallikaks ökonomeetrilisel modelleerimisel on rahvusvaheliste organisatsioonide ning riikide statistikakogumikud, mis sisaldavad rahvusvaheliste nõuete kohaselt võrrel-

davaid andmeid riikide ja riikide ühenduste majandus- ja sotsiaalelu erinevate valdkondade kohta.⁵

Ülevaatlikult võib rahvusvahelised statistikakogumikud grupeerida kahte suurde rühma.

I. Rahvusvaheliste organisatsioonide (ÜRO, Rahvusvaheline Valuutafond, Rahvusvaheline Tööorganisatsioon jt.) statistikakogumikud, mis omakorda jagunevad:

1. Kõiki või enamikku majandus- ja sotsiaalelu valdkondi hõlmavad statistika aastaraamatud.

Näiteks ilmub igaaastane ÜRO poolt väljaantav statistika aastaraamat: "*Statistical Yearbook*", New York (UNO).

2. Konkreetseid majandus- või sotsiaalelu valdkondi hõlmavad statistikakogumikud.

Näited:

- ÜRO Tööstusstatistika kogumik "*Industrial Statistics Yearbook*", New York (UNO).
- Rahvusvahelise Tööorganisatsiooni tööstatistika kogumik "*Yearbook of Labour Statistics*", Geneva (ILO).
- ÜRO rahvusvahelise kaubandusstatistika kogumik "*International Trade Statistics Yearbook*", New York (UNO).

3. Igakuised statistikabülletäänid.

Näited:

- ÜRO igakuine statistikabülletään "*Monthly Bulletin of Statistics*", New York (UNO).
- Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni igakuine põhiliste majandusnäitajate kogumik "*Main Economic Indicators*", Paris (OECD).

II. Riikide ja riikide ühenduste statistikakogumikud.

1. Riikide statistika aastaraamatud.

⁵ Eestis ilmuvatest statistikakogumikest on antud ülevaade 8. peatükis.

Näited:

- USA statistika aastaraamat "*Statistical Abstract of the U.S.*", Washington.
- Jaapani statistika aastaraamat "*Japan Statistical Yearbook*", Tokyo.
- Prantsusmaa statistika aastaraamat "*Annuaire Statistique de la France*", Paris.

2. Ametkondade, ministeeriumide, organisatsioonide statistikakogumikud ja statistilised ülevaated.

Näited:

- USA Kaubandusministeeriumi igakuised statistilised ülevaated "*Survey of Current Business*", Washington.
- Suurbritannia Tööhõiveministeeriumi igakuised statistilised kogumikud "*Employment Gazette*", London.

3. Riikide ühenduste statistikakogumikud.

Regulaarselt (alates 1969. a.) ilmub Põhjamaade statistikakogumik "*Yearbook of Nordic Statistics – Nordisk statistisk årsbok*", Stockholm, mis sisaldab statistilisi andmeid Taani, Soome, Rootsi, Norra ja Islandi kohta.

3.5.2. ÜRO kogumikud

Olulisim ÜRO poolt regulaarselt kirjastatav ja väga laialdaselt kasutatav statistikakogumik on statistika aastaraamat "*Statistical Yearbook*", New York. Kogumik koosneb kolmest osast.

Esimene osa sisaldab üldisi andmeid kogu maailma elanikkonna, riikide kogutoodangu ja selle kasutamise, tähtsamate majandusharude (tööstus, põllumajandus, energia, kaevandamine jt.) toodangu, energia tarbimise ja hindade jm. kohta.

Teine osa hõlmab riikide tööjõustatistikat (tööhõive, töötus, tööpäeva pikkus, palkade tase ja dünaamika jne.), hinnastatistikat, üldisi andmeid riikide tulude ja kulude, maksebilansi, rahaturgude ning sotsiaalsfääri (tervishoid, haridus, kultuur) arengu kohta.

Kolmandas osas on detailne info majandusharude lõikes, riikide ekspordi ja impordi struktuur, maailmakaubanduse struktuur ja dünaamika, riikide võrdlused ühele elanikule osaneva rahvatulu ja sisemajanduse produkti alusel, rahvusvaheline turism, transport, kommunikatsioon jm.

Kogumik sisaldab 10–15 aasta pikkuseid aegridasid.

Detailseid andmeid maailma maade tööstuse kohta saab ÜRO tööstusstatistika kogumikust "*Industrial Statistics Yearbook*", *New York*, mis koosneb kahest osast. Kogumiku esimene osa hõlmab üldise tööstusstatistika maailma peamiste regioonide lõikes põhiliselt viie aasta tagasivaatena: ettevõtete arv, hõivatute arv, palk, põhi- ja lisatasud, tööpäeva pikkus, elektrienergia tootmine ja tarbimine, tööstusseadmed ja masinad, varud, lõpetamata toodang jne. Teises osas on toodud peamiste tööstustoodete tootmismahud naturaalses väljenduses umbes 200 riigi kohta viie aasta jooksul.

Eraldi tähelepanu all on maailmas energiastatistika. ÜRO väljaandel ilmub iga-aastane energiastatistika kogumik "*Energy Statistics Yearbook*", *New York*. Kogumiku eesmärk on anda võimalikult täielik ülevaade maailma loodusvaradest, nende kaevandamisest, järgnevast töötlemisest, riikidevahelisest energia ostust-müügist ja hindadest. Eraldi tuuakse kogumikus välja suuremad naftatöötlustevõtted, erinevatel energiaallikatel töötavad elektrijaamad, uued energiaallikad, nende kasutuselevõtt jm. Arvestust peetakse erinevate energia liikide ning maailma regioonide ja riikide lõikes. Kogumik sisaldab 4–5-aastase tagasivaatega andmeid.

Rahvusvahelisest kaubandusest saab põhjaliku ülevaate alates 1974. a. ilmuvast ÜRO kogumikust "*International Trade Statistics Yearbook*", *New York*. Kogumik koosneb kahest osast ning sisaldab põhjaliku ülevaate riikidevahelisest kaubandusest, selle regionaalsest ja kaubalisest struktuurist, hindade dünaamikast jne. Kogumikku on hõlmatud ca 150 riigi ning lisaks mitmesuguste kaubandusliitude andmed. Aegread on

põhiliselt 10-aastase pikkusega, mõnede andmete esitus algab aga juba 1950. aastast.

Riikide makromajanduslikud näitajad on detailselt esitatud kahekõitelises kogumikus "*National Accounts Statistics*", *New York*, mis sisaldab 10-aastase perioodi andmeid sisemajanduse koguprodukti, selle üksikasjalike komponentide ning kujunemistendentside kohta erinevates riikides ja maailma piirkondades. Kogumik sisaldab ka meetoodilisi tabelleid riikidevaheliste võrdluste tegemiseks ja sisemajanduse koguprodukti leidmisel kasutatud erinevate alusmetoodikate hindamiseks.

3.5.3. Rahvusvahelise Valuutafondi kogumikud

Rahvusvaheline Valuutafond (IMF) annab välja statistika aastaraamatut riikide finantsstatistika kohta "*Government Financial Statistics*", *Washington*, mis sisaldab üksikasjalikke andmeid ca 130 riigi finantsmajandusliku olukorra kohta: tulud, kulud, krediidid, riiklikud investeeringud, riiklik sotsiaalkindlustus, kohalike ja riigieelarvete suhted, riiklikud laenud jm. Andmed kajastavad riikide keskvalitsuse poolt kontrollitavaid rahakoguseid, sealjuures aruandlus on finantsaasta lõikes. Seda tuleb silmas pidada riikidevaheliste võrdluste tegemisel ning erinevate aegridade ühendamisel.

Finantsstatistika aastaraamatut täiendab kuukiri "*International Financial Statistics*", *Washington*, mis sisaldab väga põhjalikku infot riigisiseste ja rahvusvaheliste finantside kohta. Kogumik sisaldab ka operatiivseid valuutakursse, rahvusvahelist likviidsust, rahamassi liikumist, riikide kulude ja tulude struktuure, maksebilansse ja nende struktuure, hinnaindekseid, palkade dünaamikat ja paljusid teisi ca 140 riigi majandus- ja finantsolukorda kirjeldavaid näitajaid.

Väga üksikasjalikke ülevaateid riikide maksebilanssidest, nende struktuurist ja dünaamikast annab aastaraamat "*Balance of Payments Statistics*", *Washington*. Aastaraamatu lisana ilmub ka kuukiri. Kogumik hõlmab ca 140 riigi andmed.

Lisaks nimetatutele ilmub Rahvusvahelisel Valuutafondil arvukalt operatiivseid ülevaateid maailma erinevate piirkondade ja riikide rahvastiku statistikast, IMF-i poolt antavatest laenudest, riikidevahelistest rahavoogudest, riikide ja piirkondade majandusolukorrast, rahareformidest, valuutakursside muutumisest jne. Erilise tähelepanu all on turumajandusele üleminevad maad ning üleminekuprotsesse iseloomustav statistika.

3.5.4. Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni kogumikud

Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni (OECD) poolt antakse välja hulgaliselt statistilist materjali, mis on koondatud aastaraamatutesse, kuukirjadesse ja ülevaadetesse, iseloomustamaks organisatsiooni kuuluvate maade üldist majanduslikku olukorda ning andes väga detailset infot erinevate valdkondade (energia, kaubandus, tööturg jt.) kohta.

Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni maade olulisemad makromajanduslikud näitajad avaldatakse kahekõitelises aastaraamatus "*National Accounts*", Paris. Kogumiku teises osas on lisaks statistilistele andmetele toodud ka rahvatulu ja sisemajanduse koguprodukti arvestamise meetodika hinnangud ning meetodilised võtted ja reeglid makromajanduslike aegridade võrreldavuse tagamiseks.

Kaks korda aastas ilmub OECD maade finantsnäitajate käsi-raamat "*Financial Accounts of OECD Countries*", Paris, mida täiendab 1983. aastast ilmuv kuukiri "*Financial Statistics Monthly*", Paris. Kuukiri sisaldab infot kapitaliturgude, väärt-paberite, laenude, intressimäärade jne. kohta kolmel möödu-nud aastal, jooksval aastal ning kuude ja kvartalite lõikes.

Lisaks nimetatutele saab operatiivset ülevaadet Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni maade majanduslikust arengust ja seisundist kuukirjast "*Main Economic Indicators*", Paris. Kogumik sisaldab andmeid nelja möödnud aasta kohta

ning lisaks jooksva aasta andmed kuude lõikes, mis on grupeeritud kolme ossa: 1) koondnäitajad, 2) maade ülevaated, 3) tarbijahinnad.

Kuukirjade alusel ning nendele täienduseks ilmub OECD statistika aastaraamat "*Historical Statistics. Main Economic Indicators*", Paris. Aastaraamatusse koondatakse kõigi organisatsioonimaade olulisemad statistilised näitajad kümneaastase perioodi kohta.

Tööturu olukorda organisatsioonimaades kajastab aastaraamat "*Labour Force Statistics*", Paris, mis hõlmab 20–25-aastaseid tööstatistika aegridasid.

Eraldi statistikakogumikud ilmuvad nafta- ja gaasimajanduse ning energia kohta, vastavalt "*Annual Oil and Gas Statistics and Main Historical Series*", Paris ja "*Energy Statistics and Historical Series*", Paris. Mõlemad kogumikud sisaldavad 20–25-aastaseid aegridu organisatsiooni kuuluvate maade õli-, gaasi- ja energiamajanduse arengu kohta.

Väliskaubanduse kohta saab detailset infot kahekõitelisest kogumikust "*Foreign Trade by Commodity, Series C*", Paris ja kuukirjast "*Monthly Statistics of Foreign Trade*", Paris. Väliskaubanduse statistika on väga üksikasjalik riikide, kaubagruppide ja kaubanduspartnerite lõikes.

3.5.5. Riikide statistikakogumikud

Kõige täpsemat ja laiahaardelisemat statistilist infot saab riikide statistikaorganisatsioonide poolt igal aastal väljaantavatest mahukatest statistika aastaraamatutest. Statistika aastaraamatute ülesehitus on riigiti mõnevõrra erinev nii liigenduselt, detailsuselt, rõhuasetuselt erinevatele valdkondadele, statistilisele aruandlusele aluseks olevatelt klassifikatsiooni-süsteemidelt ja meetodikatelt jne., kuid põhiprintsiipidelt ning andmete võrreldavuse seisukohalt on riikide statistika aasta-

raamatute ülesehitus sarnane. Olulisemad osad, mida aastaraamatud sisaldavad:

- Geograafilised andmed ja keskkond
- Elanikkond
- Kaevandamine ja töötlev tööstus
- Põllumajandus, metsandus, kalandus
- Ehitus
- Kaubandus ja teenindus
- Väliskaubandus
- Energia
- Transport ja kommunikatsioon
- Rahandus
- Sotsiaalsfäär
- Kindlustus
- Hinnad ja tarbimine
- Sissetulekud ja heaolu
- Riiklik arvepidamine, sisemajanduse koguprodukt, rahvatulu
- Tööturg
- Haridus ja teadus
- Tervishoid
- Kultuur
- Poliitika ja religioon
- Rahvusvaheline võrdlusstatistika
- Kasutatud klassifikatsioonisüsteemid, arvestusmeetodid ja -kontseptsioonid
- ...

Mõned tuntumad statistika aastaraamatud:

"Statistical Abstract of Sweden", Stockholm

"Statistical Yearbook", København

"Statistical Yearbook", Helsinki

"Statistical Abstract of the U.S.", Washington

"Canada Year Book. A review of economic, social and political developments in Canada", Ottawa

"Annuaire Statistique de la France", Paris

"Annual Abstract of Statistics", London

"Japans Statistical Yearbook", Tokyo

"Yearbook Australia", Canberra

...

Lisaks statistika aastaraamatutele ilmuvad veel operatiivset infot edastavad kuukirjad, ülevaated, brošüürid nii majanduse koondandmete kui ka üksikvaldkondade (tööturg, tervishoid, haridus, kaubandus jt.) kohta, samuti ametkondade, organisatsioonide jne. statistilised ülevaated ning statistilistel andmetel baseeruvad põhjalikud probleemikäsitlused.

3.6. Rahvusvahelised siduspöördumisega andmebaasid

Rahvusvahelist andmevahetust toetab ka üldkasutatavate elektrooniliste andmebaaside, sealhulgas siduspöördumisega (*ON-line*) andmepankade võrgu laienemine ning nende kasutamisisintensiivsuse suurenemine. Üha rohkem on majandusinfo allikana hakatud mitmesugustele trükistele eelistama rahvusvahelisi majandusinfobaase ja elektroonilisi infosüsteeme. Infobaase haldavate firmade (*hoste*) arv kasvab kiiresti.

Majandus- ja äriinfo seisukohalt on oluline eristada reaajas töötavaid ja arhiivibaase.

Reaajas esitatakse peamiselt teateid börsikursside kohta, suurte ülemaailmsete teadeteagentuuride uudiste tekste. Nimeetatud info uueneb väga kiiresti ning selle kasutamine on kallis.

Arhiivibaasides säilitatakse peale uute ka vanu dokumente. Siinjuures võib "vana" tähendada ajaperioodi 1 aastast kuni 15 minutini.

Arhiivibaasid sisaldavad nii viitematerjale kui ka täisteksti.

Majandusarhiivibaasid võivad sisaldada järgmisi materjale:

- Teadeteagentuuride uudistetekstid

- Spetsiaalsetes majandusajakirjades, infokirjades jms. ilmunud teated
- Analüütilised ülevaated firmade, majandusharude, riikide, regioonide, turgude, uute toodete jms. kohta
- Statistikaandmed
- Faktiinfo firmade ja nende toodangu kohta
- Uudistoodete kirjeldused
- Ärikontaktide otsimise kuulutused
- Personaalia, info majandus- ja ärijuhtide kohta
- Majandustegevust korraldavad juriidilised aktid
- Hinnainfo

Suurem osa *ON-line*'i andmebaasidest on loodud Ameerika Ühendriikides. 1990. aastate algul on tunduvalt kiirenenud *ON-line*'i andmebaaside loomine ka Euroopas. Nende tähtsus ja kasutamise intensiivsus kasvavad kiiresti.

Järgnevalt mõned olulisemad rahvusvahelised majandusinfo-baasid, mida saab kasutada ka ökonomeetrilisel modelleerimisel ning seda eelkõige ökonomeetriliste mudelite hindamiseks, modelleerimistulemuste tõlgendamiseks ja kasutamiseks.

"Reuters Holding". See on maailma üks suurimaid äriinfo-vahendajaid ja maailma valuuta- ning väärtpaberikursse puudutava teabe vahendajaid, kelle otseterminalidelt toimub lõviosa seda laadi tehinguid maailmaturul. Süsteem ei ole sama, mis üldtuntud *"Reuteri"* teadeteagentuuril.

"Data Star". Üks maailma suuremaid majandusinfo vahendajaid sidustarbijaile. Omab suhteliselt head analüütiliste ülevaadete komplekti ja suurt sidusinfopanka.

"Pergamon Financial Data Service". Hea firmainfot sisaldavate andmebaaside komplekt, sealhulgas detailsed andmed Skandinaavia firmade kohta.

"Head Data Central". Sisaldab tuntud majandusanalüüsi firmade materjale ja börsiteavet.

“*Genios*”. Sisaldab andmeid ca 500 000 Saksamaa firma kohta, sealhulgas 2500 suurema firma majandustegevuse bilansid. Eraldi osadena andmed Saksa turul olevate toodete kohta.

“*WWC — World Wide Companies*”. Bilansid ja näitarvud ca 2000 maailma suurima ettevõtte kohta.

Lisaks *ON-line* baasidele kasutatakse ökonomeetrilisel modelleerimisel üha enam ka rahvusvahelisi andmebaase, mis on salvestatud arvutiketastele (CD-ROM-baasid).

KOKKUVÕTE

Andmed on ökonomeetria ning töötava ökonomeetrilise mudeli olulisim komponent, millega määratakse mudeli kvaliteet ja kasutamisevõimalused eksperimenteerimiseks majandusteooria ja -poliitika erinevates valdkondades. Ökonomeetrilised mudelid baseeruvad põhiliselt majandusandmetele. Majandusandmed registreerivad teavet majandusobjektide ja -protsesside kohta.

Majandusandmete peamiseks allikateks on: statistika; raamatupidamine ja aruandlus; majandusarhiivid; küsitlused, valikuurimused, eksperimendid jne. Majandusandmed võivad olla esitatud:

- 1) kvantitatiivselt ehk numbriliselt,
- 2) kvalitatiivselt, s.o. teatud tunnuse või omaduse verbaalse iseloomustuse kaudu,
- 3) teisendatult kvalitatiivselt väljenduselt numbriliseks.

Majandusandmete täpsust mõjutab majandusprotsesside ja -nähtuste toimumise juhuslikkus ja määramatus ning nende kvantitatiivse väljendamise keerukus.

Ökonomeetrilisel modelleerimisel tuleb enamasti tugineda aegridadele, s.o. majandusnähtuse ajalist muutumist iseloomustavale arvandmete reale. Aegridade kasutamisel ökonomeetrilisel modelleerimisel tuleb neid selleks eelnevalt ette valmistada, kasutades spetsiaalseid majandusanalüüsi ja aegridade

esialgse töötlemise võtteid. Olulisemad meetodilised võtted aegridade ettevalmistamisel: ajaintervallide ja aegridade pikkuse võrdsustamine; aegridade liikmete teisendamine võrreldavateks; aegridade ühendamine; aegridade tasandamine ja aegrea komponentide eristamine.

Õkonomeetriliseks modelleerimiseks vajalikul andmetöötlusel tuginetakse andmeanalüüsile kui erinevate uurimisvaldkondade andmetöötlust toetavale distsipliinile. Andmeanalüüsi rõhuasetus õkonomeetrilisel modelleerimisel on majandusandmete spetsiifika arvestamisel, sobivate andmetöötluse meetodite valikul ning andmetöötluse tulemuste sisulisel tõlgendamisel.

Eesti integreerumisel rahvusvahelisse majandusruumi kasvab rahvusvaheliste statistikakogumike ning elektrooniliste andmebaaside, sealhulgas siduspöördumisega andmebaaside (*Online*) tähtsus õkonomeetrilisel modelleerimisel. Need sisaldavad rahvusvaheliste nõuete kohaselt esitatud andmeid riikide ja riikide ühenduste majandus- ja sotsiaalelu erinevate valdkondade kohta.

4. LINEAARNE REGRESSIOONIMUDEL

4.1. Regressioonanalüüs kui ökonomeetria põhimeetod

Ökonomeetria meetoditeks on põhiliselt matemaatilise statistika meetodid. Rõhuasetus nende kasutamisel ja arendamisel on majandusandmetest ja ökonomeetrilisele modelleerimisele aluseks olevatest majandusteoreetilistest kontseptsioonidest tuleval spetsiifikal ja nõuetel matemaatilise statistika meetodite kasutamisele selles valdkonnas. Selliseks spetsiifikaks on majandusnähtuste ja neid kajastavate majandusnäitajate suur omavaheline sõltuvus, majandusnähtust iseloomustavate tunnuste mittevastavus normaaljaotusele, majandusnäitajate mitteeksperimentaalne päritolu jt. Ökonomeetria meetodite kasutamisel on rõhuasetus majandusprobleemi formuleerimisele, usaldusväärse ja representatiivse andmekogumi komplekteerimisele ning modelleerimise tulemuste komplekssele sisulisele tõlgendamisele.

Ökonomeetria meetodite kui oma põhiolemuselt matemaatilise statistika meetodite kasutamisel on oluline lähtuda järgmistest andmeanalüüsile esitatavatest nõuetest:

- uuritava tunnuse jaotus üldkogumis iseloomustab uurimisobjekti, milleks on tavaliselt majandusnähtus või -protsess,
- uurimisobjekti iseloomustav info on esitatud representatiivse valimiga,
- järelduste tegemisel uurimisobjekti kohta kasutatakse valimis sisalduvat infot,
- järelduste usaldusväärsus tuleb hinnata kvantitatiivselt.

Majandusprobleemi ökonomeetrilisel uurimisel ja analüüsimisel läbitakse tavaliselt järgmised etapid:

- majandusteoreetilise seisukoha või hüpoteesi püstitamine,
- matemaatilise mudeli püstitamine,
- ökonomeetrilise mudeli püstitamine,
- andmete kogumine ja ettevalmistamine,
- ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamine,
- hüpoteeside kontrollimine,
- prognoosimine.

Ökonomeetrilistes uurimustes sagedamini kasutatav meetod on regressioonanalüüs, mis võimaldab selgitada majandusnähtuste vahelise seose tugevuse ja usaldatavuse ning ühtlasi ka seose funktsionaalse vormi. Kvantitatiivselt avalduvad regressioonanalüüsi tulemused regressioonivõrranditena ja regressioonikordajatena.

Regressioonanalüüsi peamised ülesanded ökonomeetrilistes uurimustes ning majandusprobleemi ökonomeetrilisel analüüsimisel:

1. Hinnata kvantitatiivselt majandusnähtust mõjutavaid tegureid, nende mõjude suunda ja tugevust, seose kuju ja statistilist olulisust.
2. Lahendada regressioonimudeli baasil statistiline prognoosi-ülesanne: prognoosida uuritava majandusnähtuse või -protsessi tõenäosuslikku arengut etteantud maksimaalselt lubatava eksimuse tõenäosuse juures. Hinnata prognooside usaldusväärsust.
3. Kontrollida empiirilisel majandusteoreetiliste seisukohtade ja hüpoteeside paikapidavust.
4. Regressioonanalüüsi ülesannete 1–3 kombineeritud lahendamine.

Regressioonanalüüsi kasutamisele ökonomeetrilistes uurimustes peab eelnema põhjalik sisuline analüüs, mis avab uuritavate majandusnähtuste põhiolemuse, nähtustevaheliste seoste loogilise struktuuri, põhjuste ja tagajärgede vahelised seosed jne. Ilma taolise eelneva analüüsita võib regressioonanalüüsi kasuta-

mine anda mõttetuid, halvemal juhul täiesti valedele järeldustele viivaid tulemusi. Hinnata tuleb ka kasutatavate majandusandmete vastavust regressioonanalüüsi kasutamise eeldustele ning selgitada nähtustevaheliste seoste kirjeldamiseks sobivaima analüütilise funktsiooni kuju. Seejuures tuleb silmas pidada reeglit: matemaatilise mudeli kuju peab olema nii lihtne kui võimalik ja nii keeruline kui vajalik.

Oluline on põhjalikult analüüsida regressioonimudelisse lülitatavaid võimalikke muutujaid ning teha valik tähtsamate kasuks. Majandusnähtustevaheliste seoste keerukus ja mitmekülsus tingib olukorra, kus pole võimalik arvestada kõigi võimalike tegurite mõjuga majandusnähtuste kujunemisele. Konkreetne regressioonivõrrand on alati konstrueeritud lihtsustatud tingimustel ning kirjeldab analüüsitavat seost või seoste struktuuri ligilähedaselt. Regressioonanalüüsi kasutamisel ökonomeetrites uurimustes tuleb silmas pidada, et üksnes regressioonanalüüsi tulemustele tuginedes ei tohi kunagi teha järeldusi nähtustevaheliste seoste kohta. Hüpoteesid majandusnähtustevaheliste põhjuslike seoste kohta peavad tuginema majandusteoreetilistele seisukohtadele ja uuritava majandusnähtuse või -protsessi põhjalikule sisulisele analüüsile. Regressioonanalüüs võimaldab püstitatud hüpoteese ja väiteid nähtustevaheliste seoste põhjuslikkuse kohta empiirilisel kontrollida.

Regressioonanalüüsi põhitulesanded:

- hinnata kvantitatiivselt majandusnähtustevaheliste seoste suunda, tugevust ja kuju
- prognoosida majandusnähtuste ja -protsesside menüüsuuslikku arengut
- kontrollida empiirilisel majandusteoreetiliste seisukohtade ja hüpoteeside paikapidavust

4.2. Üldkogumi regressioonimudel

Regressioonimudel, millele tuginevalt saab lahendada regressioonanalüüsi ülesandeid, võib baseeruda kas üldkogumi või valimi andmetele. Siit tulenevalt eristatakse ökonomeetria-alases erialakirjanduses üldkogumi regressioonifunktsiooni (PRF — *population regression function*) ja valimi regressioonifunktsiooni (SRF — *sample regression function*). Eesti keeles kasutatakse sageli mõistet regressioonivõrrand. Regressioonivõrrandit võib käsitada ühe võrrandiga regressioonimudelina, mille ülesandeks on kvantitatiivselt kirjeldada nähtustevahelisi seoseid.

Tabelis 4.1 on toodud andmed kaubandusfirma kui üldkogumi kohta. Firmal on 53 kauplust. Kõigis neis korraldati hinnavaatlused. Kauba hind muutus vahemikus 1–10 krooni. Erinevates kauplustes reageerisid ostjad hinna muutumisele erinevalt. Näiteks hinnaga 5 krooni müüdi kauplustes kaupa 72 ühikut kuni 86 ühikuni, keskmiselt 80 ühikut. Hinnaga 10 krooni müüdi kaupa keskmiselt 60 ühikut, hinnaga 9 krooni 64 ühikut jne.

Tabel 4.1

Kauba nõudlus kaubandusfirma kauplustes.

Hind (X)	Kauba nõudlus erinevates kauplustes (Y)							Kaupluste arv	Keskmine nõudlus
1	90	92	94	96	98			5	94
2	88	90	92	94	96			5	92
3	80	84	88	92	96			5	88
4	70	76	84	88	92	94		6	85
5	72	78	80	84	86			5	80
6	64	70	74	76	78	84	86	7	76
7	64	68	72	76	80			5	72
8	62	64	66	68	70	72	74	7	68
9	56	60	64	68	72			5	64
10	58	60	62					3	60
	Kokku:							51	

Joonisel 4.1 on toodud regressioonijoon, mis väljendab seost sõltuva muutuja keskvärtuse $E(Y/X_i)$ ja sõltumatu muutuja (X_i) vahel.

Regressioonijoone valem:

$$E(Y/X_i) = B_0 + B_1 X_i, \quad i = 1, 2, \dots, 10, \quad (4.1)$$

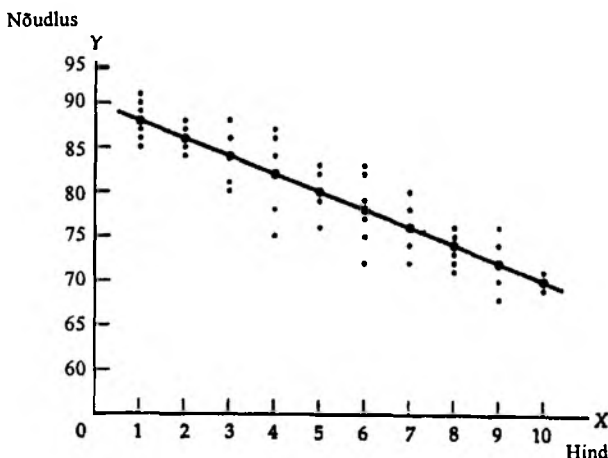
kus

$E(Y/X_i)$ — sõltuva muutuja Y keskvärtus sõltumatu muutuja X_i korral (keskmine nõudlus hinna X_i juures);

X_i — sõltumatu muutuja;

B_0, B_1 — regressioonivõrrandi parameetrid, sealjuures B_0 on vabaliige (*intercept*) ning B_1 regressioonisirge tõus (*slope*).

Regressioonivõrrandile (4.1) vastavat käsitlust regressioonanalüüsis nimetatakse tingimuslikuks regressioonanalüüsiks (*conditional regression analysis*). Tähistus $E(Y/X_i)$ asendatakse sageli ka EY_i -ga.



Joonis 4.1. Üldkogumi regressioonijoon.

Võrrand (4.1) on *determineeritud regressioonivõrrand* (*deterministic PRF*), mille vasakul pool on tinglikud kesk-
väärtused, mis ei sõltu juhusest. B_0 ja B_1 on regressioonikordajad (*regression coefficients*). Vabaliige B_0 väljendab keskmist nõudlust, kui X -i ekstrapoleeritud väärtus on 0. Regressioonikordaja B_1 kui regressioonisirge tõus väljendab keskmise nõudluse muutumist, kui hind muutub ühe ühiku võrra.

Regressioonivõrrand (4.1) ja sellele vastav regressioonijoon (joonis 4.1) kirjeldavad seost kauba hinna ja keskmise nõudluse vahel. Nõudlus igas üksikus kaupluses Y_i hälbib keskmisest nõudlusest (EY_i). Näiteks nõudlus 64 ühikut kaupa esineb neljas erinevas kaupluses hindade 6, 7, 8 ja 9 krooni korral, nõudlus mahuga 92 on kauplustes kauba hinnaga 1 ja ka 2 krooni.

Hälve juhusliku suuruse keskvaartusest on regressioonivõrrandi juhuslik liige u_i . Juhuslikku liiget sisaldav *stohhastiline regressioonivõrrand* (*stochastic PRF*) omab kuju

$$Y_i = B_0 + B_1 X_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.2)$$

kus

Y_i — endogeenne muutuja eksogeense muutuja väärtusel X_i ;

n — vaatluste arv.

Toodud näite korral juhuslik liige u_i väljendab regressioonivõrrandisse mittelülitatud teguritest ja muudest põhjustest tingitud hälbeid kauba keskmisest nõudlusest.

Determineeritud regressioonivõrrand kirjeldab seost endogeense ehk sõltuva muutuja Y keskvaartuse ja eksogeensete ehk sõltumatute muutujate X vahel

$$EY = B_0 + B_1 X$$

Stohhastilise regressioonivõrrandi koosseisu kuulub juhuslik liige u_i , mis kirjeldab juhuslikke hälbeid endogeense (sõltuva) muutuja keskvaartusest:

$$Y_i = EY_i + u_i, \text{ ehk } Y_i = B_0 + B_1 X_i + u_i$$

4.3. Valimi regressioonimudel

Suur osa ökonomeetrisel uurimisel tugineb valimi andmetele. Valim peab olema komplekteeritud selliselt, et ta esindaks võimalikult representatiivselt üldkogumit ning tema alusel on võimalik teha usaldusväärseid järeldusi üldkogumi kohta. Üldkogumi alusel saab tavaliselt komplekteerida mitmeid erinevaid valimeid. Ka tabeli 4.1 andmete alusel saab kaubandusfirma 53 kauplusest komplekteerida hinnauuringuteks erinevaid valimeid. Tabelites 4.2 ja 4.3 on toodud andmed kauba nõudluse (Y_i) ja hinna kohta (X_i) kahes erinevas valimis. Kumbagi valimisse kuulub 10 kauplust, kus on läbi viidud hinnauuringud. Kauba hind muutub 1 kroonist 10 krooni ning erinevale kauba hinnale vastab erinevates kauplustes ka erinev nõudlus.

Tabel 4.2

Valim nr. 1 kaubandusfirma hinnauuringuteks.

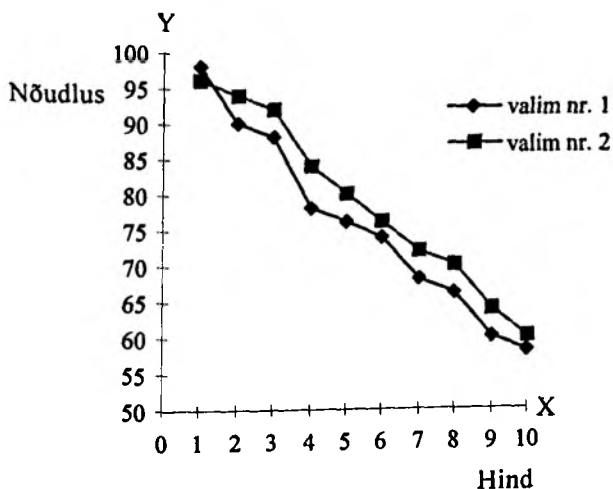
Nõudlus (Y)	Hind (X)
98	1
90	2
88	3
78	4
76	5
74	6
68	7
66	8
60	9
58	10

Tabel 4.3

Valim nr. 2 kaubandusfirma hinnauuringuteks.

Nõudlus (Y)	Hind (X)
96	1
94	2
92	3
84	4
80	5
76	6
72	7
70	8
64	9
60	10

Erinevatele valimitele vastavad erinevad regressioonijooned (joonis 4.2) ning seega ka erinevad regressioonimudelid.



Joonis 4.2. Valimite nr. 1 ja nr. 2 regressioonijooned.

Valimi regressioonimodeli üldine kuju on

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.3)$$

kus

- \hat{Y} — üldkogumi keskvaartuse $[E(Y / X_i)]$ hinnang,
 X_i — sõltumatu (eksogeenne) muutuja,
 b_0, b_1 — üldkogumi regressioonimodeli parameetrite B_0 ja B_1 hinnangud,
 n — valimi maht.

Jooniselt 4.2 on näha, et regressioonijooned ei läbi kõiki valimite punkte. Eksisteerivad juhuslikud hälbed regressioonijoonest e_i .

Valimi stohhastiline regressioonimudel on:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i, \quad (4.4)$$

kus

- e_i — üldkogumi regressioonivõrrandi juhusliku liikme u_i hinnang.

Regressioonimodeli komponenti e_i nimetatakse ka jääkliikmeks (*residual term, residual*).

Valimi stohhastilise regressioonivõrrandi saab esitada ka kujul

$$Y_i = \hat{Y}_i + e_i, \quad (4.5)$$

kus

- \hat{Y}_i — üldkogumi keskvaartuse hinnang,
 e_i — jääkliige.

Kuna ökonomeetrilise analüüsi korral on enamasti tegemist valimi (valimite) regressioonimudelitega, siis erialakirjanduses esitatakse lineaarse regressioonimodeli põhikuju tavaliselt vastavuses valimi stohhastilise regressioonivõrrandiga. Juhusliku liikme tähistusteks on tavaliselt e või ε .

Valimi stohhastiline regressioonivõrrand:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i$$

ehk

$$Y_i = \hat{Y}_i + e_i$$

4.4. Lineaarse regressioonimudeli põhikuju

Lineaarne regressioonimudel koosneb endogeensetest ehk sõltuvast muutujast (*endogenous; dependent variable*) Y_i , eksogeensetest ehk sõltumatutest muutujatest (*exogenous; independent variable*) $X_{j,i}$, parameetritest (*parameters; regression coefficients*) b_j ning statistilises mõttes mittevaadeldavast juhuslikust liikmest e_i (*stochastic; nonsystematic component*), siinjuures $i = 1, 2, \dots, n$ (n — valimi või üldkogumi maht) ja $j = 0, 1, 2, \dots, k$ (k — eksogeensete muutujate arv). Mudeli parameetrite arv on seega $k+1$.

Lineaarse regressioonimudeli põhikuju on

$$Y_i = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{j,i} + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

Mudel on lineaarne parameetrite suhtes. Mudeli järguks on eksogeense muutuja $X_{j,i}$ kõrgem aste regressioonimudel.

Näiteks mudel

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 X_i^2 + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.7)$$

on muutuja X_i suhtes teist järku regressioonimudel, parameetrite b_j järgi aga lineaarne mudel.

Kui regressioonimudel on üks sõltumatu muutuja ($k=1$), siis on tegemist *lihtsa regressioonimudeliga* ehk *regressioonivõrrandiga* (*simple regression*):

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

Kui mudelis on sõltumatuid muutujaid vähemalt kaks ($k \geq 2$), siis on tegemist *mitmese regressioonimudeliga* (*multiple regression*):

$$Y_i = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{ji} + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

Regressioonimudeli parameetreid b_1, b_2, \dots, b_k nimetatakse ka regressioonikordajateks (*regression coefficients*).

Regressioonikordajad on eksogeensete muutujate mõju kvantitatiivsed hinnangud. Nad kirjeldavad endogeense muutuja varieerumist eksogeense muutuja varieerumise tulemusena.

Lihtne regressioonimudel:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i$$

Mitmene regressioonimudel:

$$Y_i = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{ji} + e_i$$

$i = 1, 2, \dots, n$ n — valimi maht

$j = 0, 1, \dots, k$ k — mudeli eksogeensete muutujate arv

Põhikujuline regressioonimudel on lineaarne parameetrite suhtes. Eksogeense muutuja X aste regressioonimudelis määrab mudeli järgu

4.5. Lineaarse regressioonimudeli maatrikskuju

Küllalt sageli esitatakse ökonomeetrilistes uuringutes kasutatavad regressioonimudelid (4.6) vektor-maatrikskujul:

$$\bar{Y} = X \cdot \bar{b} + \bar{e}, \quad (4.10)$$

kus

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_k \end{bmatrix} \quad \bar{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_n \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix},$$

kus

X — eksogeensete ehk sõltumatute muutujate maatriks. Tegemist on $[n \cdot (k + 1)]$ maatriksiga, astakuga $k + 1$, sealjuures $X_{0i} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n;$

\bar{b} — parameetrite b_j vektor;

\bar{e} — n -elemendiline juhuslik komponent ehk regressioonimudeli juhuslike liikmete vektor;

n — andmestiku, s.o. üldkogumi või valimi maht;

k — mudelisse lülitatud eksogeensete ehk sõltumatute muutujate arv.

Arvude n ja k vahel peab kehtima seos

$$n > k + 1, \quad (4.11)$$

kus

$k + 1$ — eksogeensete muutujate maatriksi X astak.

Seosega (4.10) on fikseeritud nõue, et valimi või üldkogumi maht, millel baseerub regressioonimudel, peab olema suurem eksogeensete muutujate arvust mudelis. Sellest nõudest kinnipidamine on oluline lineaarse regressioonimudeli parameetrite b_j hindamiseks sobivate meetodite kasutamisel.

Lineaarse regressioonimudeli vektor-maatrikskuju:

$$\bar{Y} = X \cdot \bar{b} + \bar{e},$$

- \bar{Y} — endogeense ehk sõltuva muutuja vektor
 X — eksogeensete ehk sõltumatute muutujate maatriks
 \bar{e} — juhuslike liikmete vektor
 \bar{b} — parameetrite vektor

4.6. Juhuslik liige

Juhuslik liige on statistilises mõttes mittevaadeldav regressioonimudeli osa. Ta väljendab regressioonimudeliga kirjeldatavate majandusnähtuste ja -protsesside juhuslikkust ning majandusnähtustevaheliste seoste keerukust.

Mõningad olulisemad juhusliku liikme olemasolu põhjused majandusprotsesside modelleerimisel.

1. Juhusliku liikme abil kirjeldatakse mudelisse mittelülitatud sõltumatute muutujate mõju sõltuva muutuja kujunemisele. Sõltuva muutuja kujunemist mõjutavad tegurid ei ole alati kvantitatiivselt väljendatavad ning neid ei saa otseselt regressioonimudelisse lülitada, kuid nende mõju modelleeritava nähtuse kujunemisele on küllalt oluline. Näiteks kauba nõudluse kujunemist mõjutavad peale kaupade hindade, tulude jt. kvantitatiivselt väljendatavate tegurite sageli ka mitmed kvalitatiivsed tegurid, nagu näiteks mood, ilmastik jne.

2. Mudel on tegelikkuse lihtsustatud kujutis. Hea mudel on kompromiss tegelikkuse peegeldamise adekvaatsuse ning mudeli lihtsuse ja kasutatavuse vahel. Lihtsustamisega kaasneb info kadu ning suureneb mudeliga kirjeldamata mõjude osa. Seda väljendab juhuslik liige.

3. Nii sõltuvad kui sõltumatud muutujad regressioonimudelil on enamasti juhuslikud suurused, mis saadakse tavaliselt mitmesuguste mõõtmiste tulemusena. Mõõtmistega kaasnevad alati ka mõõtmisvead, mida samuti esitab juhuslik liige.

Juhuslik liige on statistilises mõttes mittevaadeldav regressioonimudeli osa, millega kirjeldatakse majandusnähtuste ja nendevaheliste seoste juhuslikkust ja määramatust

Juhusliku liikme olemasolu olulisemad põhjused:

- modelleerimise kui tegelikkuse lihtsustatud kujutamise kaasnev informatsiooni kadu
- mõõtmis- ja vaatlusvead
- majandusnähtust mõjutavate tegurite määramatus, nende kvantitatiivse väljendamise keerukus või võimatus

4.7. Juhuslikule liikmele esitatavad nõuded

Juhuslikule liikmele esitatakse korrelatsioon- ja regressioonanalüüsi matemaatilisest tagapõhjast ning juhusliku liikme sisust ja olemasolu põhjustest tulenevalt mitmesuguseid nõudeid. Nende nõuete täidetust aga ka hälbeid neist tuleb iga konkreetse regressioonimudeli puhul analüüsida ning ökonomeetrilise modelleerimise tulemuste tõlgendamisel ja kasutamisel arvestada.

Juhuslikule liikmele esitatavad nõuded:

1. Juhuslik liige ehk jääkliige u_t on juhuslik suurus, mille keskvärtus ehk matemaatiline ootus on võrdne nulliga:

$$E(u_t) = 0 \quad (4.12)$$

Oluline on siinjuures silmas pidada, et juhuslik liige kui regressioonimudelisse mittelülitatud tegurite mõju väljendaja ei tohi korreleeruda eksogeensete muutujatega.

2. Juhusliku liikme u_i dispersioon on üldjuhul konstantne ning ei olene eksogeensetest muutujatest. Seda juhusliku liikme omadust nimetatakse *homoskedastiivsuseks* (*homoscedasticity*). Kui u_i dispersioon ei ole konstantne ning tema jaotus oleneb X -st, on tegemist *heteroskedastiivsusega* (*heteroscedasticity*).⁶

3. Lineaarse regressioonimudeli juhuslikud liikmed u_i ja u_j ($i \neq j$) ei korreleeru omavahel, seega nende kovariatsioon on null:

$$\text{cov}(u_i, u_j) = 0 \quad (i \neq j) \quad (4.13)$$

4. Juhuslikud liikmed u_i on normaaljaotusega.

Juhuslike liikmete normaalse jaotumuse nõue on eelkõige oluline meetodi teoreetilise põhjenduse seisukohalt. Regressioonimudeli praktilisel kasutamisel majandusprotsesside modelleerimisel ei ole sellest nõudest range kinnipidamine alati võimalik. Samuti ei ole ka teiste nõuete täpne järgimine majandusprobleemide modelleerimisel alati võimalik. Juhuslikele liikmetele esitatavate nõuete täidetust tuleb iga konkreetse regressioonimudeli puhul analüüsida ning ökonomeetrilise modelleerimise tulemuste tõlgendamisel ja kasutamisel arvestada.

Homoskedastiivsus: regressioonimudeli jääkliikmete dispersioon on konstantne, nende jaotumus ei sõltu eksogeensetest muutujatest

⁶ Eestikeelses matemaatilise statistika alases kirjanduses on kasutatud ka mõisteid "homoskedastilisus" ja "heteroskedastilisus".

Heteroskedastiivsus: jääkliikmete dispersioon ei ole konstantne. Nende jaotumus oleneb eksogeensetest muutujatest

Juhuslikule liikmele esitatavate nõuete täidetust tuleb iga konkreetse regressioonimudeli puhul analüüsida ning modelleerimise tulemuse tõlgendamisel ja kasutamisel arvestada

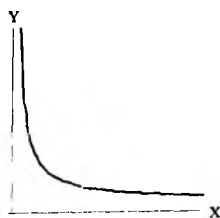
4.8. Erineva kujuga regressioonimudelid

Majandusprotsesside ja -nähtuste modelleerimisel tuleb sageli kasutada erineva kujuga regressioonimudeleid (joonis 4.3).

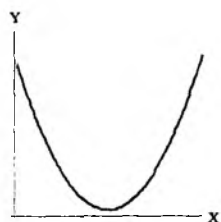
Majandusteoorias tuntud Phillipsi kõver, mis kirjeldab vastasuunalist seost inflatsiooni ja tööpuuduse vahel, esitatakse tavaliselt hüperboolina. Hinna suhtes konstantse elastsusega kaupade nõudluse modelleerimiseks sobib astmefunktsioon jne. Tarbimise modelleerimiseks kasutatakse mudeleid, mis arvestavad võimalikku küllastustaseme saavutamist. Küllalt laialt kasutatavatena on tuntud Rootsi teadlase Törnquisti funktsioonid (joonis 4.4). Neist esimest kasutatakse esmavajalike ning teist vähemvajalike kaupade nõudluse modelleerimiseks.



Sirge: $Y_x = b_0 + b_1 X$



Hüperbool: $Y_x = b_0 + \frac{b_1}{X}$



Parabool:

$$Y_x = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$$



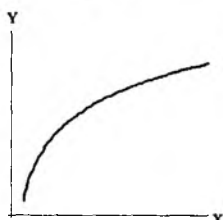
Astmefunktsioon:

$$Y_x = b_0 + X^{b_1}$$



Eksponentfunktsioon:

$$Y_{xx} = b_0 b_1^X$$



Logaritmifunktsioon:

$$Y_x = b_0 + b_1 \lg X$$

Joonis 4.3. Erineva kujuga regressioonimudelid.

Törnquisti I funktsioon on:

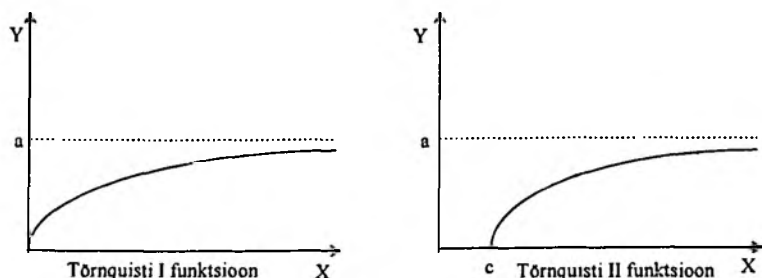
$$Y_x = \frac{aX}{X+b}, \quad (4.14)$$

kus

Y_x — kauba nõudlus;

X — elanike tulud.

Parameeter a väljendab maksimaalset nõudlust kaubale. Parameeter b otsest sisulist tõlgendust ei oma, kaudselt väljendab ta proportsioone tarbimise ja tulude muutumise tempode vahel.



Joonis 4.4. Tarbimismudelid.

Törnquisti II funktsioon on:

$$Y_x = \frac{a(X - c)}{X + b}, \quad (4.15)$$

kus parameeter c näitab, milliselt tulude tasemelt algab nõudlus uuritavale kaubale. Kui $c = 0$, siis Törnquisti II funktsioon teiseneb I funktsiooniks.

4.9. Parameetrite hindamine

Nii üldkogumile kui valimile baseeruva regressioonimudeli konstrueerimisel tuleb leida parameetrid B_j või b_j . Üldkogumi regressioonimudeli parameetrite korral kasutatakse tavaliselt väljendit “parameetrite B_j väärtuse leidmine”.

Valimi regressioonimudeli puhul on tegemist parameetrite hinnangute leidmisega. Siinjuures tuleb silmas pidada, et kasutades erinevaid valimeid, saadakse üldkogumi modelleerimiseks ka mõnevõrra erinevad regressioonimudelid. Erinevad regressioonimudelid saadakse ka erinevaid parameetrite hindamise meetodeid kasutades. Enamkasutatavaks regressioonimudeli parameetrite hindamise meetodiks on vähimruutude meetod.

4.9.1. Vähimruutude meetod

Vähimruutude meetodi korral määratakse regressioonimudeli parameetrid selliselt, et juhusliku suuruse Y mõõdetud väärtuste Y_i ja mudeli abil leitud hinnangute \hat{Y}_i hälvete ruutude summa (S) oleks minimaalne:

$$S_{\min} = \min_{b_0, b_1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (4.16)$$

Lineaarse regressioonimudeli $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i$ parameetrite hindamisel peab seega olema täidetud tingimus

$$S_{\min} = \min \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 \quad (4.17)$$

Et funktsioon S saavutaks miinimumi, peavad tema osatuletised parameetrite b_0 ja b_1 suhtes võrduma nulliga:

$$\frac{\partial S}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial b_1} = 0 \quad (4.18)$$

Siit tulenevalt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial b_0} &= \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 \right]}{\partial b_0} = \\ &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

ning

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial b_1} &= \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 \right]}{\partial b_1} = \\ &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) X_i = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Teisendustest (4.19) ja (4.20) saadakse parameetrite b_0 ja b_1 hindamiseks normaalvõrrandite süsteem

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Y_i - nb_0 - b_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i X_i - b_0 \sum_{i=1}^n X_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0, \end{cases} \quad (4.21)$$

kust

$$\begin{cases} b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \\ b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \end{cases} \quad (4.22)$$

Ruutfunktsiooni $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 X_i^2$ parameetrite hindamiseks vähimruutude meetodil tuleb lahendada järgmine normaalvõrrandite süsteem:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i + b_2 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n Y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^n X_i^3 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n X_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^n X_i^4 = \sum_{i=1}^n X_i^2 Y_i \end{cases} \quad (4.23)$$

Tabelis 4.4 on toodud valemid regressioonimudelite parameetrite hindamiseks vähimruutude meetodil erineva kujuga mudelite korral.

**Parameetrite hindamine vähimruutude meetodil erineva
kujuga regressioonimudelite korral**

Mudeli kuju	Parameeter b_0
<p>Hüperbool</p> $\hat{y} = b_0 + b_1 \frac{1}{X},$ <p>sealjuures</p> $X' = \frac{1}{X} \text{ ning}$ $X \neq 0$	$\frac{\sum_{i=1}^n X'_i \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n (X'_i)^2 \sum_{i=1}^n X'_i Y_i}{n \sum_{i=1}^n (X'_i)^2 - \sum_{i=1}^n (X'_i)^2}$
<p>Astmefunktsioon</p> $\hat{Y} = b_0 X^{b_1}$	$\exp \left[\frac{\sum_{i=1}^n \ln Y_i \left(\sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n \ln X_i \sum_{i=1}^n \ln X_i \ln Y_i}{n \sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2} \right]$
<p>Eksponent- funktsioon</p> $\hat{Y} = b_0 b_1^X$	$\exp \left[\frac{\sum_{i=1}^n \ln Y_i}{n} - \ln b \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right]$

Tabel 4.4

Parameter b_1	
	$\frac{n \sum_{i=1}^n X'_i \cdot Y_i - \sum_{i=1}^n X'_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n (X'_i)^2 - \sum_{i=1}^n (X'_i)^2}$
	$\frac{n \sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - \sum_{i=1}^n \ln X_i \sum_{i=1}^n \ln Y_i}{n \sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - (\sum_{i=1}^n \ln X_i)^2}$
exp	$\left[\frac{\sum_{i=1}^n \ln Y_i X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n \ln Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n X_i^2} \right]$

Vähimruutude meetod on mudeli parameetrite statistiline hindamismeetod. Hindamiskriteerium on tegelike (Y_j) ja mudeli abil leitud hinnangute (\hat{Y}_j) hälvete ruutude summa miinimum:

$$S_{\min} = \min_{b_1, b_0} \sum_{j=1}^n (Y_j - \hat{Y}_j)^2$$

4.9.2. Lihtsa regressioonimudeli parameetrite hindamise näide

Kasutame vähimruutude meetodit kaubandusfirma kaupluste baasil hinnauuringuteks komplekteeritud valimi nr. 1 (tabel 4.2) ja valimi nr. 2 (tabel 4.3) parameetrite hindamiseks.

Tabelis 4.5 on toodud vajalikud abiarvutused valimile nr. 1 vastava regressioonimudeli parameetrite hindamiseks.

Keskmissed:

$$\bar{Y} = \frac{756}{10} = 75.6 \quad (\text{kauba nõudlus})$$

$$\bar{X} = \frac{55}{10} = 5.5 \quad (\text{kauba hind})$$

Parameetrite hinnangud:

$$b_0 = \frac{385 \cdot 756 - 55 \cdot 3802}{10 \cdot 385 - 55^2} = 99.333$$

$$b_1 = \frac{10 \cdot 3802 - 55 \cdot 756}{825} = -4.315$$

Regressioonimudel:

$$\hat{Y} = 99.333 - 4.315 X \quad (4.24)$$

Tabel 4.5

Abitabel regressioonimudeli parameetrite hindamiseks valimi nr. 1 alusel.

Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2	\hat{Y}_i	$(Y_i - \hat{Y}_i)$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
98	1	98	1	95.018	2.982	8.892	377.059	501.76
90	2	180	4	90.703	-0.703	0.494	228.101	207.36
88	3	214	9	86.388	1.612	2.599	116.381	153.76
78	4	312	16	82.073	-4.073	16.589	41.900	5.76
76	5	380	25	77.758	-1.758	3.091	4.657	0.16
74	6	444	36	73.443	0.557	0.310	4.653	2.56
68	7	476	49	69.128	-0.571	0.326	41.887	57.76
66	8	528	64	64.813	1.187	1.409	116.359	92.16
60	9	540	81	60.498	-0.498	0.248	228.070	243.36
58	10	580	100	56.183	1.319	1.740	377.019	309.76
$\Sigma 756$	55	3802	385	≈ 756	≈ 0	35.698	1536.086	1574.40

Parameeter $b_0 = 99.333$ väljendab sõltuva muutuja (nõudluse) kujunemist sõltumatult eksogeensetest muutujatest X_i . Antud näites võib parameetri b_0 hinnangut tõlgendada müüdava kauba kogusena juhul, kui $X = 0$.

Parameeter $b_1 = -4.315$ väljendab kauba nõudluse muutumist vastavalt hinna muutumisele (*ceteris paribus!*). Toodud näites kauplustes, kus hind on 1 krooni võrra kõrgem, väheneb kauba nõudlus 4,315 ühikut. Regressioonimudel (4.24) on kooskõlas nõudluse seadusega, mille kohaselt hinna tõustes kauba nõudlus väheneb.

Valimi nr. 2 (tabel 4.3) andmetele tuginedes saame vähimruutude meetodi abil järgmise regressioonimudeli

$$\hat{Y} = 104.000 - 4.473 X \quad (4.25)$$

Mudel on samuti kooskõlas nõudluse seadusega. Kauba hinna tõustes 1 krooni võrra väheneb nõudlus 4,473 ühikut (*ceteris paribus!*). Mudeli parameetrite hinnangud $b_0 = 104.000$ ja $b_1 = -4.473$ erinevad mõnevõrra valimi nr. 1 põhjal saadud regressioonimudeli parameetritest.

Üldkogumi modelleerimisel erinevate valimite baasil saadakse mudeli parameetritele mõnevõrra erinevad hinnangud

4.10. Mudeli headus

Mudeli headust saab hinnata tema kirjeldatuse tasemega, mida väljendab determinatsioonikordaja (D) ja mitmene korrelatsioonikordaja (R). Determinatsioonikordaja alusel saab hinnata, kui palju sõltuva muutuja hajuvusest on regressioonimudeli poolt kirjeldatud. Ta väljendab regressioonimudeli poolt kirjeldatud hajuvuse (ESS — *explained sum of squares*)

suhet modelleeritava näitaja (endogeense muutuja) koguhajuvusse (TSS — *total sum of squares*):

$$D = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (4.26)$$

Mitmene korrelatsioonikordaja, mida samuti kasutatakse regressioonimudeli kirjeldava toime iseloomustamiseks, on leitav ruutjuurena determinatsioonikordajast.

Regressioonimudeli sõltuva muutuja Y koguhajuvus

$$TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (4.27)$$

koosneb regressioonimudeliga kirjeldatud hajuvusest

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (4.28)$$

ja jääkhajuvusest (RSS — *residual sum of squares*):

$$RSS = \sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (4.29)$$

Seega

$$TSS = ESS + RSS \quad (4.30)$$

ning valemi (4.26) ja mitmese regressioonikordaja definitsiooni põhjal

$$ESS = R^2 TSS \quad (4.31)$$

ja

$$RSS = (1 - R^2) TSS \quad (4.32)$$

Tabelis 4.5 toodud abiandmete põhjal saame valimi nr. 1 regressioonimudeli determinatsioonikordajaks

$$D = \frac{1536.086}{1574.40} = 0.976$$

Seega regressioonimudeli (4.24) poolt on kirjeldatud 97.6% kaubandusfirma nõudluse hajuvusest. Seega on kirjeldatuse seisukohalt tegemist küllalt hea regressioonimudeliga. Samuti on kirjeldatuse seisukohalt tegemist hea regressioonimudeliga valimi nr. 2 korral (võrrand 4.25): $D = 0.987$. Valimi nr. 2 regressioonimudeliga (4.25) on kirjeldatud 98.7% kaubandusfirma kaupluste nõudluse hajuvusest.

Regressioonimudeli headust ehk kirjeldatuse taset iseloomustavad determinatsioonikordaja D ja mitmene korrelatsioonikordaja R ($R^2 = D$)

Mitmene korrelatsioonikordaja:

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2}}$$

kus

Y_i — sõltuva muutuja väärtused i -ndal objektil (aastal, vaatlusel jne.)

\bar{Y} — sõltuva muutuja keskmine;

\hat{Y} — sõltuva muutuja prognoositud väärtus (leitud regressioonivõrrandiga);

n — valimi maht

Determinatsioonikordaja väljendab regressioonimudeli poolt kirjeldatud hajuvuse

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

suhet sõltuva muutuja Y koguhajuvusse

$$TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

Determinatsioonikordaja D on leitav valemiga

$$D = R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

4.11. Mudeli usaldatavus

Regressioonimudeli usaldatavuse kontrollimisel on kasutatavamaks kriteeriumiks R. Fisheri F-kriteerium, mille kontrollsuurus F on leitav valemiga

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 (n - k)}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 (k - 1)} = \frac{ESS(n - k)}{RSS(k - 1)} \quad (4.33)$$

F-jaotus on tabuleeritud (F_{tab} — F-jaotuse kriitiline väärtus, lisa 3). Kui $F > F_{tab}$ vabadusastmetel $k - 1$ ja $n - k$ (n — valimi maht, k — mudeli parameetrite arv), siis etteantud olulisuse nivool α (etteantud maksimaalne eksimuse tõenäosus) on mudel statistiliselt oluline, s.t. vähemalt üks regressioonikordajatest erineb nullist oluliselt.

Seega hüpoteesipaari

$H_0 : R = 0$ — mudel ei ole statistiliselt oluline,

$H_1 : R \neq 0$ — mudel on statistiliselt oluline,

korral saame vastu võtta sisuka hüpoteesi H_1 juhul, kui olulisuse nivool α ja vabadusastmetel $k - 1$ ja $n - k$ $F > F_{tab}$.

Ökonomeetrilistes uurimustes kasutatakse tavaliselt olulisuse nivood $\alpha = 0.05$ (vea tõenäosus 5%) või $\alpha = 0.01$ (vea tõenäosus 1%), mille vastavad *usaldusnivood* on seega 0.95 ja 0.99.

Nii valimi nr. 1 (tabel 4.2) kui ka valimi nr. 2 (tabel 4.3) alusel leitud regressioonimudelite korral on F-kriteeriumi väärtus oluliselt suurem tabeliväärtusest ja seda nii olulisuse nivool 0.05 kui ka 0.01 ($F_{tab} = 5.32$, $\alpha = 0.05$, vabadusastmetel $n_1 = 1$, $n_2 = 8$). F-kriteeriumi väärtus regressioonimodeli (4.24) korral on 321.7 ning regressioonimodeli (4.25) korral 601.2. Seega regressioonimudelid (4.24) ja (4.25) on statistiliselt olulised ning sobivad sisuliste järelduste tegemiseks kaubandusfirma nõudluse ja hinnakujunduse võimaluste kohta.

Väikseim olulisuse nivoo, mille korral saab vastu võtta sisuka hüpoteesi regressioonimodeli usaldatavuse kohta, on *olulisuse tõenäosus p*. Nii valimi nr. 1 kui nr. 2 alusel hinnatud regressioonimudelite olulisuse tõenäosused ($p \approx 0.000$) on väiksemad kui olulisuse nivoo ($p < \alpha$), mis kinnitab samuti nende mudelite statistilist olulisust ning sellest seisukohast tulenevalt sobivust uuritava majandusprobleemi modelleerimiseks.

Erinevad arvutitarkvarad, mida kasutatakse ökonomeetrias ja statistikas, võimaldavad sageli teada saada ka olulisuse tõenäosuse. Vastavalt sobivale olulisuse nivoole teeb uurija ise otsuse regressioonimodeli statistilise olulisuse ja usaldatavuse kohta.

α — olulisuse nivoo: etteantud maksimaalne eksimise tõenäosus. Ökonomeetrilistes uurimustes kasutatakse tavaliselt olulisuse nivood 0.05 või 0.01, s.t. maksimaalne lubatav eksimuse tõenäosus on 5% või 1%

p — olulisuse tõenäosus: väikseim olulisuse nivoo, mille korral antud valimi puhul saab vastu võtta sisuka hüpoteesi (kui $p < \alpha$, siis võetakse vastu sisukas hüpotees)

Fisheri F -kriteeriumi kontrollsuurus:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 (n-k)}{\sum_{i=1}^n (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 (k-1)} = \frac{R^2 (n-k)}{(1-R^2)(k-1)}$$

Kui $F > F_{tab}$ vabadusastmetel $k-1$ ja $n-k$, siis etteantud olulisuse nivool α saab vastu võtta sisuka hüpoteesi (k — mudeli parameetrite arv)

4.12. Mudeli parameetrite statistiline olulisus

Regressioonimudeli usaldatavusest järeldub, et vähemalt üks regressioonikordajatest b_1, \dots, b_k on statistiliselt oluline. Kui mudelis on rohkem kui üks sõltumatu muutuja, tuleb kontrollida ka seda, kas nende hulgas ei ole ülearseid, s.t. nendele vastavad regressioonikordajad erinevad statistiliselt oluliselt nullist. Seega lisaks regressioonimudeli usaldatavusele tuleb kontrollida ka mudeli parameetrite statistilist olulisust ning leida usalduspiirid.

Mudeli parameetrite statistilise olulisuse kontrollimisel on enamkasutatav Studenti t-kriteerium, millele vastav kontrollsuurus on

$$t_{b_j} = \frac{b_j}{S_{b_j}} \quad (4.34)$$

Lihtsa lineaarse regressioonimudeli korral parameetri b_1 standardviga

$$S_{b_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n-2) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_i)}} \quad (4.35)$$

Mitmesse regressioonimudeli korral on parameetri b_j standardviga leitav valemiga:

$$S_{b_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k}} \cdot C_{jj} \quad (4.36)$$

kus

C_{jj} — regressioonimudeli parameetrite hindamiseks vajaliku võrrandisüsteemi — (näiteks (4.21) või (4.23) — kordajate pöördmaatriksi diagonaalelement.

Studenti t-jaotus on tabuleeritud (t_{tab} — t-jaotuse kriitiline väärtus, lisa 2). Kui $t > t_{tab}$ vabadusastmetel $n - k$ ja olulisuse nivool α , siis hüpoteesipari

$$H_0 : B_j = 0$$

$$H_1 : B_j \neq 0$$

korral saab vastu võtta sisuka hüpoteesi H_1 , mille kohaselt parameetri hinnang (regressioonikordaja) b_j erineb statisti-

liselt oluliselt nullist. Tegemist on kahepoolse hüpoteesiga ($b_j > 0$ või $b_j < 0$).

Parameetri B_j usalduspiirid on

$$b_j \pm t_{tab} \cdot S_{b_j} \quad (4.37)$$

Regressioonimudeli (4.24)

$$\hat{Y} = 99.333 - 4.315 X$$

regressioonikordaja $b_1 = -4.315$ standardviga on $S_{b_1} = 0.240$ ning t-kriteeriumi kontrollsuurus

$$t = \frac{-4.315}{0.241} = -17.90 \quad (4.38)$$

Kontrollsuuruse absoluutväärtus on olulisuse nivool $\alpha = 0.05$ ja vabadusastmetel $n - k = 8$ oluliselt suurem tabeliväärtusest ($t_{tab} = 2.306$).

Parameetri B_1 usalduspiirid on seega

$$-4.315 \pm 2.306 \cdot 0.240 \quad (4.39)$$

Seega 95%-lise tõenäosusega on parameetri B_1 usalduspiirid (joonis 4.5)

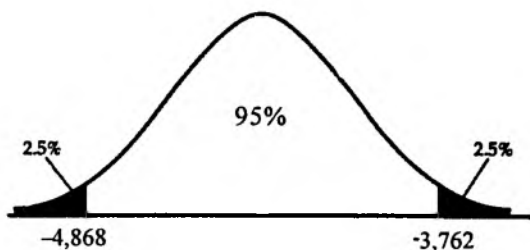
$$-4.868 \leq B_1 \leq -3.762 \quad (4.40)$$

Ärimees võib seega teha järelduse, et kauba hinna tõstmisel 1 krooni võrra 95%-lise tõenäosusega kauba nõudlus väheneb 3.8 kuni 4.9 krooni võrra, keskmiselt 4.3 krooni võrra (*ceteris paribus!*). Tõenäosus selleks, et nõudlus väheneks rohkem kui 3.8 krooni on 2.5%, samuti on tõenäosus 2.5%, et nõudlus väheneb hinna tõstmisel 1 krooni võrra rohkem kui 4.9 krooni.

Valimi nr. 2 alusel hinnatud regressioonimudeli $\hat{Y} = 104.000 - 4.473 X$ parameetri B_1 usalduspiirid on 95%-lise tõenäosusega

$$b_1 \pm 2.306 \cdot 0.182 \text{ ehk } -4.893 \leq B_1 \leq -4.053 \quad (4.41)$$

Seega hinna muutus 1 krooni võrra võib 95%-lise tõenäosuse juures kaasa tuua nõudluse vähenemise 4.1 kuni 4.9 krooni võrra, keskmiselt 4.5 krooni.



Joonis 4.5 Parameetri B_1 usalduspiirid.

Nõudluse keskmine hinnaelastsus regressioonimudeli (4.24) põhjal on

$$E = \frac{\partial Y}{\partial X} \cdot \frac{\bar{X}}{\bar{Y}} = -4.315 \frac{5.5}{75.6} = -0.31, \quad (4.42)$$

mis tähendab, et hinna tõustes 1% võrra keskmine nõudlus väheneb 0.31% (*ceteris paribus!*). Ka valimi nr. 2 regressioonimudeli alusel on keskmiseks hinnaelastsuseks -0.31 .

Erinevatele valimitele tuginevate regressioonimudelite kasutamise tulemused kaubandusfirma hinnaotsustuste toetamiseks on mõnevõrra erinevad. Kuid mõlemad regressioonimudelid ja nende parameetrid on statistiliselt olulised, neil on hea kirjeldatuse tase ning nad on kooskõlas majandusteooriast tuntud seadusega nõudluse mahu ja kauba hinna vaheliste seoste kohta. Millist regressioonimudelit kasutada ning milliseid modelleerimise tulemusi võtta aluseks otsuse tegemisel, see sõltub konkreetsest olukorrast ja kahtlemata ka teguritest, millega modelleerimisel ei arvestatud.

Regressioonimudeli kasutamisel tuleb hinnata:

- mudeli parameetreid
- mudeli kirjeldatuse taset
- mudeli ja selle parameetrite statistilist olulisust
- modelleerimise tulemuste vastavust majandusteoreetilistele seisukohtadele
- modelleerimise tulemuste reaalsust ja kasutatavust
- modelleerimisel kasutatava info usaldusväärsust, täpsust ja kättesaadavust

4.13. Lihtsa regressioonimudeli kasutamise näited

4.13.1. Okuni seadus

Makromajandusteooriast on Okuni seadusena tuntud Ameerika Ühendriikide majanduse 1947.–1960. a. andmetel leitud statistiliselt oluline mudel, mis kirjeldab seoseid rahvamajanduse koguprodukti (RKP) ja tööpuuduse taseme vahel:

$$\hat{Y}_t = -0.4(X_t - 2.5) \quad (4.43)$$

kus

- \hat{Y}_t — muutused tööpuuduse tasemes (%-des),
 X_t — rahvamajanduse koguprodukti kasv (%-des).

Parameetri hinnangut 2.5 on tõlgendatud Ameerika Ühendriikide rahvamajanduse koguprodukti iga-aastase juurdekasvuna. Mudel (4.43) kinnitab majandusteoreetilist seisukohta, mille järgi RKP kasvuga kaasneb tööpuuduse alanemine. Mudeli kohaselt näiteks selleks, et alandada 2% võrra tööpuuduse taset, peab RKP kasvama 7.5%. RKP 5%-lise kasvu korral võib oodata 1%-list tööpuuduse taseme alanemist jne.

Okuni seadusena tõlgendatud regressioonimudeleid kasutatakse majanduspoliitiliste otsusevariantide kvantitatiivsel hindamisel. Majanduspoliitiline otsus tööpuuduse alandamise kohta

eeldab eelnevat rahvamajanduse koguprodukti kasvu võimaluste hindamist ja prognoosimist.

4.13.2. Majandusteadlaste arvu prognoosimine

Lihtsat regressioonimudelit kasutatakse ulatuslikult ka mitmesuguste prognoosiülesannete lahendamiseks. Alati ei saa aga prognoosimudelit esitada kohe lineaarsena sõltumatute muutujate suhtes. Lineaarse mudelini jõutakse teisenduste, näiteks logaritmimeerimise kaudu.

Ökonomeetriaalasest kirjandusest (Intriligator, 1978) on tuntud näide Ameerika majandusteadlaste arvu prognoosimise kohta, tuginedes eksponentmudelile

$$N(t) = N_0 \cdot e^{gt}, \quad (4.44)$$

kus

N_0 — majandusteadlaste arv baasaastal ($t = 0$),

g — majandusteadlaste arvu kasv.

Mudeli (4.44) lineaarne kuju on

$$\ln N = \ln N_0 + g t \quad (4.45)$$

või

$$Y = a + g t, \quad (4.46)$$

kus

$$y = \ln N,$$

$$a = \ln N_0.$$

Tabelis 4.6 on toodud andmed majandusteadlaste arvu kohta Ameerika Ühendriikides aastatel 1950–1993, mille alusel on jõutud regressioonimudelini

$$\hat{Y} = 8.766 + 0.0506t \quad (4.47)$$

$$D = R^2 = 0.964, \quad F = 589$$

Mudel on statistiliselt oluline ($F > F_{tab}$) ning hea kirjeldatuse tasemega.

Regressioonimudeli (4.47) eksponentsiaalne kuju on

$$N = 6412 e^{0.0506t} \quad (4.48)$$

Aastaks 1984. a. prognoositi majandusteadlaste arvuks 35 849 ($Y = 8.766 + 0.0506 \cdot 34 = 10.4871$ ning $e^{10.4871} = 35\,849$).

Prognoos erines mõnevõrra majandusteadlaste tegelikust arvust Ameerika Ühendriikides 1984. aastal, kuid erinevused jäid 5%-lise vea piiridesse. Erinevused on osaliselt põhjendatavad ka muudatustega aruandluses ning majandusteadlase mõiste tõlgendamises.

Aastaks 2000 võib mudelite alusel prognoosida ca 80 000 majandusteadlast. Iseküsimus on siinjuures baasiperioodi ja prognoosiperioodi pikkuste vahekorra küsimus. Tulenevalt muudatustest aruandluses, mõistete sisus, ühiskonna arengus, seadusandluses jne. on pikaajaliste prognooside puhul alati eksimise tõenäosus suurem ning tekib täiendava ekspert-hinnangu andmise vajadus. Tavaliselt peetakse ökonomeetristes uurimistes sobivaks vahekorraks baasiperioodi ja prognoosiperioodi pikkuste vahel 2.5 : 1, s.t. baasiperiood peaks olema ca 2.5 korda pikem prognoosiperioodist.

Mudeleid (4.45) ja (4.46) võib teatud tinglikkusega kasutada ka nn. tagasiprognosimiseks. Millal sai Ameerikas alguse majandusteadlase elukutse? See tähendab mudeli (4.47) baasil aasta t leidmist, mille korral $\hat{Y}_t = 0$, seega

$$8.766 + 0.05062t = 0, \quad (4.50)$$

kust $t = -173$. Prognoositulemus langeb aastasse 1777, mis on aasta pärast Adam Smithi (1723–1790) tuntud raamatu “*An Inquiry into Nature and Causes of the Wealth of Nations*” ilmumisest. Teatud tinglikkusega võib seda perioodi lugeda majandusteadlase elukutse kujunemise ajaks Ameerika Ühendriikides.

Tabel 4.6

**Majandusteadlaste arv Ameerika Ühendriikides aastail
1950–1973.**

Aasta	t	$N(t)$	$y(t) = \ln N(t)$
1950	0	6936	8.84448
1951	1	7068	8.86333
1952	2	7267	8.89110
1953	3	7335	8.90041
1954	4	7486	8.92079
1955	5	7555	8.92996
1956	6	8450	9.04192
1957	7	8600	9.05952
1958	8	9189	9.12576
1959	9	10 159	9.22611
1960	10	10 837	9.29072
1961	11	11 054	9.31055
1962	12	11 285	9.33123
1963	13	11 973	9.39041
1964	14	13 025	9.47463
1965	15	14 127	9.55584
1966	16	15 229	9.63096
1967	17	16 675	9.72167
1968	18	17 835	9.78892
1969	19	19 061	9.85540
1970	20	18 908	9.84734
1971	21	18 080	9.80256
1972	22	17 286	9.75765
1973	23	17 933	9.79440

4.13.3. Tarbimismudelid

Ökonomeetriliste mudelite näitena võib tuua ka tarbimismudelid. Neid kasutatakse nii makro- kui mikrotasandil, aga ka konkreetse ettevõtte toodangu või käibe mahu kavandamisel.

Lihtsa lineaarse tarbimismudeli põhikuju on

$$\hat{Y}_i = B_0 + B_1 X_i + u_i, \quad (4.51)$$

kus

\hat{Y}_i — tarbimiskulud,

X_i — tulud,

u_i — juhuslik liige,

B_0, B_1 — parameetrid, siinjuures parameeter B_1 on tõlgendatav tarbimise piirkalduvusena.

Majandusteoorias tuntud Keynesi postulaadi kohaselt tarbimise piirkalduvus on vahemikus 0-st kuni 1-ni, sealjuures makrotasandil keskmiselt 0.8.

Eesti majanduse modelleerimisel on võimalik konstrueerida tarbimismudeleid, mis baseeruvad Eesti Turu- ja Arvamusteuringute Keskuse AS EMOR-i poolt Riigi Statistikaameti tellimisel 1992. a. käivitunud pere-eelarvete uuringutel. Uuringutega on hõlmatud ca 2000 peret, kes vastavalt pereliikmele osaneva tulu suurusele jaotatakse kümnesse tulugruppi (detsiili). Tabelis 4.7 on tulugruppide lõikes toodud andmed Eesti perede tulude ja tarbimiskulude kohta 1994. a. oktoobris-detsembris. Nende alusel on konstrueeritud kaks regressioonimudelit, prognoosimaks toidukaupade ning tööstuskaupade ja teenuste tarbimise muutumist vastavalt tulude muutumisele.

Perede kulutused toidule on modelleeritavad regressioonivõrrandiga

$$\hat{Y} = 175.10 + 0.141 X \quad (4.51)$$

Tabel 4.7

**Rahalised sissetulekud ja tarbimiskulud Eestis oktoobris-
detsembris 1994 (pere liikme kohta kroonides).⁶**

Tulu- grupp	Rahalised sissetulekud	Toidukaupade tarbimiskulud	Tööstuskaupade ja teenuste tarbimiskulud
I	431.15	177.43	118.49
II	663.37	231.09	207.49
III	716.59	274.48	255.10
IV	847.14	300.51	338.92
V	1013.30	322.03	394.69
VI	1106.55	352.02	463.99
VII	1348.74	408.67	570.03
VIII	1627.87	443.50	691.24
IX	2014.35	487.88	948.73
X	3621.81	641.29	2205.73

Regressioonimudel on statistiliselt oluline nii $\alpha = 0.05$ kui ka $\alpha = 0.01$ korral ($F = 227$, $p = 0.000\dots$). Mudeliga on kirjeldatud 95.8% ($D = 0.958$) toidukaupade tarbimiskulude varieeruvusest. Statistiliselt olulised ($p = 0.000$) on ka mõlemad mudeli parameetrid. Tarbimise piirkalduvuse 0.141 usalduspiirid 95%-lise tõenäosusega on

$$0.110 \leq B_1 \leq 0.172$$

s.t. rahaliste sissetulekute suurenemisel 1 krooni võrra pere liikme kohta suurenevad kulutused toidukaupadele 95%-lise tõenäosusega mitte vähem kui 11 senti ja mitte rohkem kui 17.2 senti.

Kulutused tööstuskaupadele ja teenustele on modelleeritavad võrrandiga

$$\hat{Y} = -249.0 + 0.649 X \quad (4.52)$$

⁶ Eesti Statistika. Kuukiri nr. 12 (36), 1994. lk. 23–24.

Mudel ja mudeli parameetrid on statistiliselt olulised nii 5%-lise kui ka 1%-lise vea tõenäosuse korral. Mudeli kirjeldatuse tase on 98.3%. Tarbimise piirkalduvuse usalduspiirid 95%-lise tõenäosusega on

$$0.583 \leq B_1 \leq 0.716$$

Tarbimismudelid (4.51) ja (4.52) on kooskõlas majandusteoreetilise seisukohaga, mille kohaselt elanike tulude kasvades toidukaupade tarbimine kasvab aeglasemalt kui tööstuskaupade ja teenuste tarbimine.

4.13.4. Sotsiaalsfääri kulude modelleerimine

Sotsiaalsfääri kulutused, mis tehakse kohalikest eelarvetest, sõltuvad laekuvatest tuludest, eelkõige üksikisiku tulumaksust. Eestis moodustab see ca 80% kohalike eelarvete laekumistest.

Eesti kohalike omavalitsuste 1993. a. eelarvete andmete (tabel 4.8) alusel on konstrueeritud regressioonimudel

$$\hat{Y} = 28702 + 0.322 X \quad (4.53)$$

Mudel ja mudeli parameetrid on statistiliselt olulised nii 95%- kui ka 99%-lise tõenäosusega ($p = 0.000$). Mudeli kirjeldatuse tase on 97.1%. Parameetri b_1 usalduspiirid ($\alpha = 0.05$) on

$$0.296 \leq B_1 \leq 0.348$$

Modelleerimise tulemused on kooskõlas väitega sotsiaalsfääri kulude ja üksikisiku tulumaksust laekumiste vahelise tugeva samasuunalise seose olemasolu kohta. Laekumiste suurenemisel üksikisiku tulumaksust 1000 krooni võrra, võivad kulutused sotsiaalsfääri arengule suurenda keskmiselt 322 krooni. 2.5%-lise tõenäosusega võivad kulutused sotsiaalsfäärile suurenda ka vähem kui 296 krooni ning samasuguse tõenäosusega ka rohkem kui 348 krooni.

Tabel 4.8

Kohalike omavalitsuste laekumised üksikisiku tulumaksust ja kulutused sotsiaalsfäärile 1993. a. (tuh. kroonides).⁷

Kohalik omavalitsus	Sotsiaalsfääri kulud (Y)	Üksikisiku tulumaks (X)
Tallinna linn	301 195	861 395
Kohtla-Järve linn	61 225	801 119
Narva linn	70 840	78 268
Pärnu linn	38 796	54 053
Sillamäe linn	22 171	15 202
Tartu linn	85 934	99 578
Harju	75 557	122 617
Hiiu	11 809	10 714
Ida-Viru	40 690	70 691
Jõgeva	34 079	28 050
Järva	37 001	38 612
Lääne	36 083	28 535
Lääne-Viru	57 663	72 960
Põlva	33 804	25 885
Pärnu	32 554	32 190
Rapla	34 149	31 274
Saare	38 836	34 750
Tartu	49 881	41 183
Valga	41 818	33 322
Viljandi	52 094	46 470
Võru	37 185	26 260

⁷ Eesti Statistika. Kuukiri nr. 1(25), 1994, lk. 60–63.

KOKKUVÖTE

Regressioonanalüüs on ökonomeetrilistes uurimustes kasutatav põhimeetod, mis võimaldab selgitada majandusnähtustevaheliste seoste tugevuse ja usaldatavuse ning ühtlasi määrata ka seose funktsionaalse vormi. Regressioonanalüüsi kasutamine võimaldab konstrueerida ökonomeetrilisi mudeleid, mis on aluseks majandusteoreetiliste hüpoteeside kontrollimisele ning majandusprotsesside võimaliku arengu prognoosimisele.

Regressioonanalüüsi kasutamisele ökonomeetrilistes uurimustes peab eelnema põhjalik sisuline analüüs, mis avab majandusnähtuse või -protsessi põhiolemuse, nähtustevaheliste seoste loogilise struktuuri ning põhjuste ja tagajärgede vahelised seosed. Ilma taolise analüüsita võib regressioonanalüüsi kasutamine anda mõttetuid, halvemal juhul täiesti valedele järeldustele viivaid tulemusi. Analüüsida tuleb ka kasutatavate majandusandmete vastavust regressioonanalüüsi kasutamise teoreetilistele eeldustele ning selgitada nähtustevaheliste seoste kirjeldamiseks sobivaima regressioonimudeli kuju.

Ühe sõltumatu muutujaga regressioonimudelit loetakse lihtsaks regressioonimudeliks. Kui regressioonimudelis on sõltumatuid muutujaid vähemalt kaks, on tegemist mitmese regressioonimudeliga. Regressioonimudeli parameetrite hindamisel on kasutatavamaks meetodiks vähimruutude meetod. Kriteeriumiks selle meetodi puhul on majandusnäitajate tegelike väärtuste ja mudeli abil leitud hinnangute hälvete ruutude summa miinimum. Meetod on paindlik, kasutamine suhteliselt lihtne ning tulemused on enamasti piisavalt täpsed.

Regressioonimudeli kasutamisel ökonomeetrilistes uurimustes tuleb lisaks parameetrite hindamisele hinnata ka mudeli kirjeldatuse taset, mudeli ja tema parameetrite statistilist olulisust ja parameetrite usalduspiire, tulemuste vastavust modelleerimisele aluseks olevatele majandusteoreetilistele seisukohtadele ning nende alusel püstitatud hüpoteesidele, tulemuste reaalsust

taset mõõdab determinatsioonikordaja, mis väljendab regressioonimudeli poolt kirjeldatud hajuvuse suhet sõltuva muutuja koguhajuvusse. Mudeli statistilise olulisuse kontrollimisel on kasutatavamaks kriteeriumiks Fisheri F-kriteerium ning mudeli parameetrite usaldatavust kontrollida ning nende usalduspiire hinnata on võimalik Studenti t-kriteeriumi abil.

5. KORRELATSIOON JA REGRESSIOON

5.1. Korrelatsioonanalüüs

Korrelatsioonanalüüs on nähtustevaheliste seoste statistilise analüüsi meetod. Korrelatsioonanalüüs võimaldab selgitada seose olemasolu, tugevust, suunda ja statistilist olulisust. Kvantitatiivselt avalduvad analüüsi tulemused korrelatsiooni-kordajatena (lineaarne seos) või korrelatsioonisuhetena (mitte-lineaarne seos).

Korrelatsioonanalüüs sobib nn. sümmeetriliste otsustuste tegemiseks omavahel seotud nähtuste kohta. Sümmeetrilise otsustuse all mõistetakse siinjuures sellist otsustust, mis kahe juhusliku suuruse, näiteks kauba hinna (X) ja nõudluse (Y) käsitlemisel kehtib nii X ja Y kui ka Y ja X vahelise seose kohta. Regressioonanalüüs omakorda on suunatud otsustuste tegemiseks nähtustevaheliste asümmeetriliste seoste kohta. Regressioonanalüüs võimaldab lisaks seose tugevusele ja statistilisele olulisusele määrata ka seose funktsionaalse kuju, sealjuures on seose kuju erinev, sõltuvalt sellest, kas kirjeldatakse seost X ja Y (hinna ja nõudluse) või Y ja X (nõudluse ja hinna vahel). Samas varitseb oht, et korrelatsioonanalüüsi tulemusi tõlgendatakse ühe nähtuse mõjuna teisele selliselgi juhul, kui nende vahel põhjuslikku seost tegelikult ei esine. Sellist tõlgendust nimetatakse *väärkorrelatsiooniks*.

Korrelatsioonanalüüs on nähtustevaheliste seoste statistilise analüüsi meetod, võimaldamaks selgitada statistilise seose olemasolu, tugevust, suunda ja olulisust

Korrelatsioonanalüüs sobib sümmeetriliste otsustuste tegemiseks nähtustevaheliste seoste kohta

Regressioonanalüüs võimaldab määrata nähtustevaheliste statistiliste seoste tugevuse, olulisuse ja funktsionaalse vormi

Regressioonanalüüs on suunatud asümmeetriliste otsustuste tegemiseks nähtustevaheliste seoste kohta

Väärkorrelatsioon — statistiliselt oluline korrelatiivne, kuid mittepõhjuslik seos nähtuste vahel

5.2. Korrelatsioonikordaja

Korrelatiivne seos on statistilise seose olulisimaks vormiks, mille puhul ühe juhusliku suuruse väärtuse muutudes teise juhusliku suuruse keskväertus suureneb või väheneb. Korrelatiivse seose mõõtmiseks kasutatakse mitmesuguseid korrelatsioonikordajaid. Kui kahe uuritava juhusliku suuruse X ja Y vaheline seos on lineaarne, siis selle seose tugevuse mõõtmiseks kasutatav korrelatsioonikordaja on lineaarne korrelatsioonikordaja. Kahe nähtuse vahelise korrelatiivse seose tugevuse väljendamiseks kasutatavat lineaarset korrelatsioonikordajat nimetatakse ka lineaarseks paariskorrelatsioonikordajaks või lihtsaks korrelatsioonikordajaks: r_{XY} (valimi korral) või ρ_{XY} (üldkogumi korral), sealjuures valimi korrelatsioonikordaja on üldkogumi korrelatsioonikordaja hinnang.

Lihtsa lineaarse regressioonimudeli korral langevad mitmese korrelatsioonikordaja R ja lineaarse korrelatsioonikordaja r_{XY} absoluutväärtused kokku.

Üldkogumi lineaarne paariskorrelatsioonikordaja on:

$$\begin{aligned} \rho_{XY} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i - \mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{Y_i - \mu_y}{\sigma_y} \right) = \\ &= \frac{E(X - \mu_x)(Y - \mu_y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \end{aligned} \quad (5.1)$$

kus

μ_x, μ_y — üldkogumi juhuslike suuruste X ja Y keskvaartused,

σ_x, σ_y — üldkogumi juhuslike suuruste X ja Y standardhälbed,

N — üldkogumi maht.

Üldkogumi juhusliku suuruse X keskvaartus on:

$$\frac{1}{N} = \sum_{i=1}^N X_i \quad (5.2)$$

ning standardhälve

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_x)^2}{N}} \quad (5.3)$$

Valimi lineaarne korrelatsioonikordaja on:

$$r_{XY} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad (5.4)$$

kus

n — valimi maht,

S_x, S_y — standardhälbed,

S_{xy} — juhuslike suuruste X ja Y koosvarieerumine ehk kovariatsioon.

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (5.5)$$

Valimi juhusliku suuruse X keskmine \bar{X} on

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (5.6)$$

ning standardhälve S_x

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (5.7)$$

Nii üldkogumi kui valimi korrelatsioonikordajad on vahemikus $[-1; +1]$.

Kui kahe nähtuse vahel on täpne lineaarne seos, siis korrelatsioonikordaja r (või ρ) väärtuseks on $+1$ või -1 . Sellisel juhul on tegemist funktsionaalse seosega. Et majandusnähtuste uurimisel on enamasti tegemist valimi andmetega, siis edaspidises käsitluses piirdume valimi korrelatsioonikordajaga r . Korrelatsioonikordaja r märk näitab kahe juhusliku suuruse X ja Y ühise muutumise suunda. Kui X suurenedes suureneb ka suuruse Y keskvärtus, siis on korrelatsioonikordaja väärtus positiivne: $r > 0$. Kui X suurenedes Y keskvärtus väheneb, siis $r < 0$. See tähendab, et uuritavate nähtuste muutumine toimub üldtendentsina vastassuunaliselt. Mida suurem on korrelatsioonikordaja absoluutväärtus, seda tugevam on uuritavate nähtuste vaheline lineaarne seos.

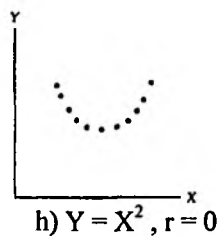
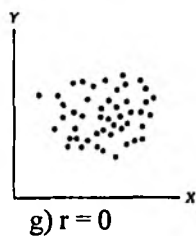
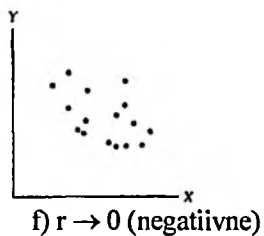
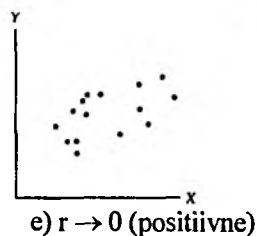
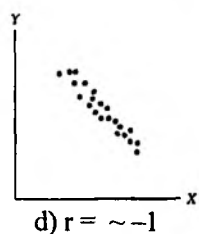
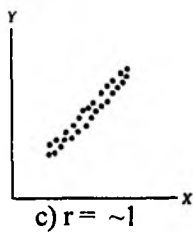
Korrelatsioonikordaja absoluutväärtuse $|r|$ alusel saab hinnata lineaarse seose tugevust. Mida suurem on $|r|$, seda tugevam on kahe juhusliku suuruse vaheline lineaarne korrelatiivne seos.

Korrelatsioonikordaja ruut (r^2) väljendab seda osa suuruse Y koguhajuvusest, mis on tingitud X -st. Ülejäänud osa Y hajuvusest on põhjustatud muudest asjaoludest, sageli juhusest.

Kui juhuslikud suurused X ja Y on mõlemad normaaljaotusega, siis $r = 1$ korral saab nendevaheline funktsionaalne sõltuvus olla ainult lineaarne. Normaaljaotusega juhuslike suuruste vahelist seost kirjeldab r^2 täielikult. Kui normaaljaotusega suuruste X ja Y vaheline korrelatsioonikordaja $r = 0$, siis järeldub sellest mitte ainult X ja Y korreleerimatus, vaid ka täielik sõltumatus.

Üldjuhul, kui $r = 0$ või $|r|$ on väike ning X ja Y jaotused normaaljaotusest erinevad, siis tuleb arvestada mittelineaarse seose võimalust. Kui $r = 0$ või on sellelähedane, siis tavaliselt tugevat mittelineaarset seost muutujate vahel praktiliselt ei esine või esineb väga harva. Enamikku praktikas kasutatavatest funktsioonidest saab lineaarse funktsiooniga küllaltki hästi lähendada. Korrelatsioonikordaja väärtused erinevate korrelatsioonivälja kujude korral on toodud joonisel 5.1.

Korrelatsioonikordaja statistilise olulisuse hindamiseks ning nähtustevaheliste korrelatiivsete seoste kohta püstitatud hüpoteeside kontrollimiseks kasutatakse ökonomeetrilistes uurimistes t -kriteeriumi ja Fisheri F -kriteeriumi kõrval ka korrelatsioonikordaja kriitilisi väärtusi (lisa 6), mis on samuti tabuleeritud. Kui olulisuse nivool α ning valimi mahu n korral $|r_{XY}| > r_{kriitiline}$, siis võib vastu võtta sisuka hüpoteesi nähtustevahelise statistiliselt olulise korrelatiivse seose olemasolu kohta.



Joonis 5.1. Korrelatsioonikordaja väärtused erinevate korrelatsiooniväljade kujude korral.

Valimi korrelatsioonikordaja:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y},$$

kus

X_i, Y_i — juhuslike suuruste (majandusnäitajate)
väärtused i -ndal objektil, vaatlusel,
ajaperioodil

\bar{X}, \bar{Y} — juhuslike suuruste X_i ja Y_i keskvaartused

n — valimi maht (objektide, vaatluste, ajamomentide
jne. arv)

Üldkogumi lineaarne korrelatsioonikordaja:

$$\rho_{XY} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i - \mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{Y_i - \mu_y}{\sigma_y} \right) = \frac{E(X - \mu_x)(Y - \mu_y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

kus

μ_x, μ_y — üldkogumi juhuslike suuruste X ja Y
keskvaartused

σ_x, σ_y — üldkogumi juhuslike suuruste X ja Y
standardhälbed

N — üldkogumi maht

Lineaarse korrelatsioonikordaja ja lihtsa lineaarse
regressioonimudeli mitmese korrelatsioonikordaja
absoluutväärtused langevad kokku

5.3. Lineaarse korrelatsiooni näide

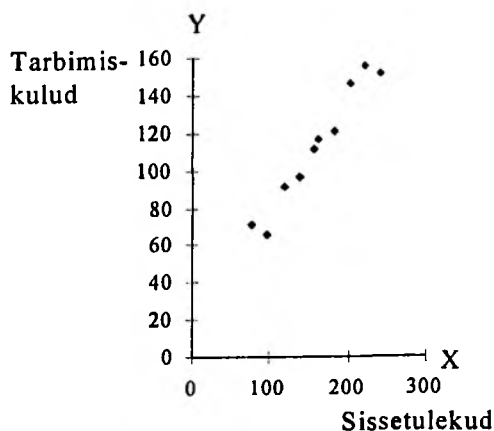
Tabelis 5.1 on toodud andmed üliõpilasperede pere-eelarvete uuringust. Jooniselt 5.1 on näha, et tabelis 5.1 toodud üliõpilasperede sissetulekute (X) ja tarbimiskulude (Y) vaheline seos läheneb lineaarsele.

Tabel 5.1

Sissetulekud ja tarbimiskulud ühe pereliikme kohta nädalas ning pere hoius (kroonides).

Tarbimiskulud (Y)	Sissetulekud (X)	Hoiused (Z)
70	80	810
65	100	1009
90	120	1273
95	140	1425
110	160	1633
115	180	1876
120	200	2052
145	220	2201
155	240	2435
150	260	2686
Kokku: 1110	1700	17 400

Tabel 5.2 on abitabeliks lineaarse korrelatsioonikordaja r_{XY} leidmiseks. Üliõpilasperede keskmised tarbimiskulud on 111 krooni ($\bar{Y} = 111$), keskmised sissetulekud 170 krooni ($\bar{X} = 170$) pereliikme kohta nädalas.

Joonis 5.2. Tarbimiskulud (y) ja sissetulekud (x).

Tabel 5.2

Abitabel lineaarse korrelatsioonikordaja leidmiseks.

y_i	x_i	$x_i - \bar{X}$	$y_i - \bar{Y}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(y_i - \bar{Y})^2$	$(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})$
70	80	-90	-41	8100	1681	3690
65	100	-70	-46	4900	2116	3220
90	120	-50	-21	2500	441	1050
95	140	-30	-16	900	256	480
110	160	-10	-1	100	1	10
115	180	10	4	100	16	40
120	200	30	9	900	81	270
140	220	50	29	2500	841	1450
155	240	70	44	4900	1936	3080
150	260	90	39	8100	1521	3510
Σ 1110	1700	0	0	33 000	8890	16 800

Abitabelile toetudes saab leida lineaarse korrelatsioonikordaja hinnanguks

$$r_{XY} = \frac{16\,800}{\sqrt{33\,000 \cdot 8890}} = 0.981 \quad (5.7)$$

Korrelatsioonikordaja suurusest nähtub, et kahe uuritava majandusnäitaja: perede tulude (X) ja tarbimiskulude (Y) vahel on tugev lineaarne korrelatiivne seos. Kuna korrelatsioonanalüüs on läbi viidud valimi andmete baasil, siis korrelatsioonikordaja arvutamist valemiga (5.4) nimetame korrelatsioonikordaja hindamiseks. Perede tulude ja tarbimiskulude vahelise seose tugevuse ja suuna üle saab otsustada alles pärast korrelatsioonikordaja statistilise olulisuse kontrollimist.

Korrelatsioonikordaja kriitiline väärtus olulisuse nivool $\alpha = 0.05$ ning $n = 10$ korral: $r_{kriitiline} = 0.549$. Seega $r_{XY} > r_{kriitiline}$ ning saame vastu võtta sisuka hüpoteesi üliõpilasperede tulude ja tarbimiskulude vahelise tugeva statistiliselt olulise korrelatiivse seose olemasolu kohta.

Statistiliselt oluline tugev korrelatiivne seos on ka üliõpilasperede tarbimiskulude ja hoiuste ($r_{YZ} = 0.978$) ning sissetulekute ja hoiuste vahel ($r_{XZ} = 0.999$).

Tabelis 5.1 toodud pereuringute tulemustele tugineva korrelatsioonanalüüsi tulemused võib koondada korrelatsioonimaatriksisse (tabel 5.3).

Tabel 5.3

Korrelatsioonimaatriks.

	Tarbimiskulud (Y)	Sissetulekud (X)	Hoiused (Z)
Tarbimiskulud (Y)	1.000	0.981	0.978
Sissetulekud (X)		1.000	0.999
Hoiused (Z)			1.000

Korrelatsioonanalüüsi tulemused on kasutatavad eelinformatsoonina regressioonimudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate valikul ning nende võimaliku mõju tugevuse statistilisel hindamisel.

5.4. Osakorrelatsioon

Majandusnähtuste statistilisel analüüsimisel ähvardab sageli oht kokku puutuda väärkorrelatsiooniga: majandusnähtust kajastavatel juhuslikel suurustel on tugev korrelatiivne seos, kuid sel seosel ei pruugi olla põhjuslikku iseloomu. Näiteks turumajanduse üleminekutingimustes tugev korrelatiivne seos tarbimiskulude ja sissetulekute vahel võib olla põhjustatud eelkõige kõrgest inflatsioonist.

Kahe juhusliku suuruse X ja Y vahelist korrelatsiooni, kus kolmanda juhusliku suuruse Z mõju on elimineeritud, mõõdab osakorrelatsioonikordaja

$$r_{YX/Z} = \frac{r_{YX} - r_{YZ} \cdot r_{XZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2} \sqrt{1 - r_{YZ}^2}} \quad (5.8)$$

Kui juhuslikud suurused X ja Y ei korreleeru kolmanda juhusliku suurusega Z ($r_{XZ} = 0$, $r_{YZ} = 0$), siis osakorrelatsioonikordaja $r_{YX/Z}$ ja korrelatsioonikordaja r_{XY} langevad kokku:

$$r_{YX} = r_{YX/Z}.$$

Kui juhuslike suuruste X ja Z vaheline või Y ja Z vaheline seos on funktsionaalne ($r_{XZ} = 1$ või $r_{YZ} = 1$), siis osakorrelatsioonikordajat leida ei ole võimalik.

Analüüsimise üliõpilasperede tarbimiskulude ja sissetulekute vahelist korrelatiivset seost, kõrvaldades hoiuste mõju. Tabelis 5.3 on toodud uuritavate majandusnäitajate vahelisi seoseid kajastav korrelatsioonimaatriks, mille põhjal on leitav osakorrelatsioonikordaja $r_{YX/Z}$

$$r_{YX/Z} = \frac{0.981 - 0.999 \cdot 0.978}{\sqrt{1 - 0.999^2} \cdot \sqrt{1 - 0.978^2}} = 0.427 \quad (5.9)$$

Leitud osakorrelatsioonikordaja ei ole olulisuse nivool 0.05 statistiliselt oluline. Seega toodud näite korral ei saa vastu võtta sisukat hüpoteesi, mille kohaselt üliõpilasperede tarbimiskulude ja sissetulekute vahel on statistiliselt oluline samaaegne korrelatiivne seos ka siis, kui nende hoiused oleksid ühesugused.

Osakorrelatsioonikordaja ei ole universaalne vahend väärkorrelatsiooni avastamiseks. Sellest, et Z -i mõju elimineerimise tulemusena X ja Y osakorrelatsioon muutub mitteoluliseks, ei järeldu veel põhjusliku seose puudumine. Võib olla ka nii, et juhuslik suurus Z sõltub põhjuslikult nii X -st kui Y -st. Toodud üliõpilasperede näite korral nii tarbimiskulud kui ka hoiused sõltuvad põhjuslikult perede sissetulekute. Hoiuste mõju elimineerimisel väheneb korrelatsioon X ja Y vahel, kuid sellest hoolimata pole õige järeldada põhjusliku seose puudumist. Kokkuvõtvalt võib väita, et osakorrelatsioon annab täienavat teavet nähtustevaheliste seoste kohta, kuid formaalstatistiline aparaat ei võimalda langetada otsuseid seoste põhjuslikkuse kohta.

Osakorrelatsioonikordaja $r_{YX/Z}$ mõõdab kahe juhusliku suuruse X ja Y vahelise korrelatiivse seose tugevust juhul, kui kolmanda juhusliku suuruse Z mõju on elimineeritud

$$r_{YX/Z} = \frac{r_{YX} - r_{YZ} \cdot r_{XZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2} \sqrt{1 - r_{YZ}^2}}$$

5.5. Korrelatsioonanalüüs kui regressioonimudeli konstrueerimisele eelnev tööetapp

Regressioonimudeli konstrueerimisele eelneb uuritava majandusprobleemi põhjalik sisuline analüüs. Selle tulemusena selguvad mudeli endogeenne ehk sõltuv muutuja, mis uuritava majandusprobleemi seisukohalt on resultaatanähtus, ning seda mõjutavad tegurid ehk sõltumatud muutujad. Resultaatanähtust mõjutavate olulisemate tegurite (mõjurite) selgitamisel on lisaks sisulisele analüüsile otstarbekas kasutada ka korrelatsioonanalüüsi, et selgitada resultaatanähtuse ja selle võimalike mõjurite vaheliste statistiliste seoste tugevust, suunda ja olulisust. Korrelatsioonanalüüsi tulemused on abistavaks infoks regressioonimudeli konstrueerimisele.

Vaatleme näitena firma turu-uuringut, mille üheks eesmärgiks on firma müüginahu (Y) prognoosimist võimaldava ökonomeetrilise mudelini jõudmine. Eelneva turuanalüüsi tulemusena on selgunud võimalikud olulisemad tegurid, mis firma läbimüüki võivad mõjutada:

- kulutused reklaamile — X_1 ,
- elanike tulud — X_2 ,
- viie olulisema konkureeriva asenduskauba K_1, K_2, K_3, K_4 ja K_5 hinnad — X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 ,
- partnerfirmade poolt pakutavate kaasnevate kaupade K_6, K_7 ja K_8 hinnad — X_8, X_9 ja X_{10} .

Mudeli konstrueerimiseks on firmal kasutada kahe eelneva aasta andmed kuude lõikes (valimi maht: $n = 24$). Probleemikäsitluse lihtsustamiseks eeldame, et firma tegeleb sellise kauba müügiga, mida sessoonsed tegurid ei mõjuta.

Firma läbimüügi (Y) ja seda mõjutavate võimalike tegurite X_j ($j = 1, \dots, 10$) vahelistele korrelatsioonikordajatele r_{YX_j} on saadud järgmised hinnangud:

$$r_{YX_1} = 0.713, \quad r_{YX_2} = 0.727, \quad r_{YX_3} = 0.213, \quad r_{YX_4} = -0.116,$$

$$r_{YX_5} = 0.759, \quad r_{YX_6} = 0.581, \quad r_{YX_7} = 0.334, \quad r_{YX_8} = -0.342,$$

$$r_{YX_9} = -0.683, \quad r_{YX_{10}} = -0.416.$$

Olulisuse nivool $\alpha = 0.05$ ning $n = 24$ korral $r_{kriitiline} = 0.344$. Statistiliselt olulised on seega järgmised korrelatsiooni-kordajad: $r_{YX_1}; r_{YX_2}; r_{YX_3}; r_{YX_6}; r_{YX_9}$, ja $r_{YX_{10}}$

Viimase 24 kuu andmetel on firma läbimüügile statistiliselt oluline mõju reklaamikuludel, elanike tuludel, asenduskaupade K_3 ja K_4 hindadel ning kaasnevate kaupade K_7 ja K_8 hindadel, sealjuures mõlema kaasneva kauba hinnatõus on põhikauba läbimüügile mõjunud selle vähenemise suunas ning asenduskaupade K_3 ja K_4 hindade tõus on põhjustanud põhikauba läbimüügi suurenemist. Korrelatsioonanalüüsi tulemused on kooskõlas majandusteoreetiliste seisukohtadega kauba läbimüügi ning temaga konkureerivate või läbimüüki soodustavate kaupade hindade mõjusuundade kohta.

Arvestades korrelatiivse seose tugevust ning lähtudes modelleerimise ühest põhiseisukohast, mille kohaselt mudel peab olema nii lihtne kui võimalik ja nii keeruline kui vajalik, võib regressioonimudeli sõltuvateks muutujateks soovitada järgmisi: reklaamikulud (X_1), elanike tulud (X_2), asenduskauba K_3 hind (X_5) ning kaasneva kauba K_7 hind (X_9). Lõpliku hinnangu mudeli kujule, parameetritele ja kasutatavusele annavad pärast tema põhjalikku statistilist ja sisulist analüüsi modelleerija(d) ja mudeli kasutaja(d) tagasisidemele tugineva koostöö tulemusena.

KOKKUVÕTE

Korrelatsioonanalüüs on nähtustevaheliste seoste statistilise analüüsi meetod. Ta võimaldab selgitada seose olemasolu, tugevust, suunda, kuju ja statistilist olulisust. Kvantitatiivselt avalduvad korrelatsioonanalüüsi tulemused korrelatsioonikordajana (lineaarne seos) ja korrelatsioonisuhtena (mitte-lineaarne seos). Korrelatsioonanalüüs sobib nn. sümmeetriliste otsustuste tegemiseks omavahel seotud nähtuste kohta. Regressioonanalüüs võimaldab lisaks statistilise seose tugevusele, suunale ja olulisusele selgitada ka selle seose funktsionaalset vormi. Regressioonanalüüs on suunatud otsustuste tegemiseks nähtustevaheliste asümmeetriliste seoste kohta.

Lihtne ehk paariskorrelatsioonikordaja väljendab korrelatiivse seose tugevust kahe juhusliku suuruse vahel. Korrelatsioonikordaja absoluutväärtus ja lihtsa regressioonimudeli mitmene korrelatsioonikordaja langevad kokku ning muutuvad vahemikus $[0; +1]$. Korrelatsioonikordaja statistilise olulisuse kontrollimisel kasutatakse Studenti t-kriteeriumi ja Fisheri F-kriteeriumi kõrval ka korrelatsioonikordaja kriitilisi väärtusi.

Majandusnähtuste statistilisel analüüsimisel ähvardab oht kokku puutuda väärkorrelatsiooniga: uuritavaid nähtusi kajastavad juhuslikud suurused on omavahel tugevasti korrelatiivselt seotud, kuid sel seosel ei ole põhjuslikku iseloomu. Väärkorrelatsiooni avastamise üheks võimaluseks on osakorrelatsioonikordaja kasutamine. Osakorrelatsioonikordaja mõõdab kahe juhusliku suuruse vahelise korrelatiivse seose tugevust, kui kolmas nendega seotud juhuslik suurus jääb muutumatuks.

Korrelatsioonanalüüsi tulemused on abistavaks infoks ökonomeetriliseks uurimuseks vajaliku regressioonimudeli konstrueerimisel, võimaldamaks valida olulisemaid resultaatnähtust mõjutavaid tegureid regressioonimudeli sõltumatuteks muutujateks.

6. REGRESSIOONIMODELITE PRAKTILISE KASUTAMISE PROBLEEME

6.1. Mitmene regressioonimudel

Majandusprotsesside modelleerimisel tuleb enamasti kasutada mitmest regressioonimudelit, kuna endogeense ehk sõltuva muutuja Y kujunemist mõjutab tavaliselt rohkem kui üks eksogeenset ehk sõltumatut muutujat X_j ($j = 1, 2, \dots, k$).

Siinjuures tuleb silmas pidada, et mitmese regressioonimudeli konstrueerimiseks ning selle parameetrite hindamiseks on oluline, et andmestiku maht n oleks suurem kui mudeli sõltumatute muutujate arv k . Peab olema täidetud tingimus $n > k + 1$.

Mitmene regressioonimudel:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_k X_{ki} + e_i \quad (6.1)$$

$(i = 1, 2, \dots, n)$

Regressioonikordaja b_j väljendab sõltumatu muutuja X_j muutumise mõju sõltuvale muutujale Y juhul, kui teised sõltumatud muutujad on konstantsed (*ceteris paribus!*)

Mitmese regressioonimudeli konstrueerimise oluliseks eelduseks on, et sõltumatud muutujad ei ole omavahel kollineaarsed. Näiteks regressioonimudeli

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad (6.2)$$

sõltumatud muutujad X_1 ja X_2 on kollineaarsed, kui muutuja X_2 avaldub muutuja X_1 kaudu lineaarselt:

$$X_2 = 3 X_1 \quad (6.3)$$

Sellisel juhul regressioonimudel (6.2) omandab kuju

$$Y = b_0 + (b_1 + 3b_2) X_1 \quad (6.4)$$

ehk asenduse $b_1 + 3b_2 = b_1'$ korral

$$Y = b_0 + b_1' X_1 \quad (6.5)$$

Sõltumatute muutujate X_j kollineaarsus tekitab mitmese regressioonimudeli parameetrite hindamisel tehnilisi ning regressioonimudeli tõlgendamisel sisulisi probleeme (multi-kollineaarsus).

Mitmese regressioonimudeli parameetrite hindamisel kasutatakse enamasti vähimruutude meetodit. Näiteks kahe sõltumatu muutujaga regressioonimudeli

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{i,1} + b_2 X_{i,2} + e_i \quad (6.6)$$

parameetrite b_0, b_1 ja b_2 hindamiseks tuleb vähimruutude kriteeriumi nõude

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_{i,1} - b_2 X_{i,2})^2 \Rightarrow \min \quad (6.7)$$

täidetuse saavutamiseks lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \bar{Y} = b_0 + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 \\ \sum_{i=1}^n Y_i X_{i,1} = b_0 \sum_{i=1}^n X_{i,1}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n X_{i,1} X_{i,2} \\ \sum_{i=1}^n Y_i X_{i,2} = b_0 \sum_{i=1}^n X_{i,2} + b_1 \sum_{i=1}^n X_{i,1} \cdot X_{i,2} + b_2 \sum_{i=1}^n X_{i,2}^2 \end{cases} \quad (6.8-6.10)$$

Regressioonimudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate valik tugineb eelnevale majandusprobleemi sisulisele analüüsile ning seda toetava statistilise analüüsi meetodi — korrelatsioonanalüüsi kasutamise tulemustele. Mitmese regressioonimudeli konstrueerimisel kasutatavat sammsammulist lähenemist sõltumatute muutujate lülitamisele mudelisse nimetatakse samm-regressiooniks (*stepwise regression*).

Mitmes regressioonimudeli konstrueerimisel peavad olema täidetud tingimused:

- $n > k + 1$,

kus

n — valimi või üldkogumi (andmestiku) maht,

k — regressioonimudeli sõltumatute muutujate arv,

- regressioonimudeli sõltumatud muutujad ei tohi olla omavahel kollineaarsed

Sammregressioon — sõltumatute muutujate etapiviisiline lülitamine regressioonimudelisse

6.2. Mitmes regressioonimudeli näide

Tabelis 6.1 on toodud andmed turu-uuringuga hõlmatud kauba K_1 päevase läbimüügi (Y_t) kohta kaubandusfirma 16 kaupluses, samuti selle kauba hinna ($X_{1,t}$) ning asenduskauba K_2 hinna ($X_{2,t}$) kohta.

Tabeli 6.1 andmetel on vähimruutude meetodit kasutades jõutud regressioonimudelini

$$\bar{Y} = 9950 - 3945.8 X_1 + 2288.1 X_2 \quad (6.11)$$

Mitmene korrelatsioonikordaja $R = 0.903$, determinatsioonikordaja $D = R^2 = 0.816$. Mudeliga on kirjeldatud 81.6% kauba müügi hajuvusest. Seega kirjeldatuse taseme seisukohalt on tegemist küllalt hea mudeliga.

Kontrollimist vajavad mudeli ning tema parameetrite statistiline olulisus. Determinatsioonikordaja R^2 ja regressioonimudeli F-kriteeriumi kontrollsuuruse F vahel kehtib seos

$$F = \frac{R^2(n-k)}{(1-R^2)(k-1)}, \quad (6.12)$$

kus

k — regressioonimodeli parameetrite arv.

Tabel 6.1

Kauba K_1 päevane läbimüük ja hind kaubandusfirma erinevates kauplustes (kroonides).

Kaupluse nr.	Kauba K_1 läbimüük	Kauba K_1 hind	Asenduskauba K_2 hind
1	5911	3.77	3.65
2	7950	3.64	3.60
3	6134	2.82	2.94
4	5868	2.96	3.12
5	11 484	2.26	3.49
6	9348	2.54	2.85
7	3160	4.24	3.58
8	7476	2.89	3.20
9	8038	2.60	3.13
10	8253	3.20	3.49
11	6216	3.59	3.76
12	3160	4.24	3.58
13	8429	3.07	4.06
14	10 079	2.91	3.64
15	9240	2.73	3.21
16	8862	2.77	3.66

Regressioonimodeli (6.11) kontrollsuurus

$$F = \frac{0.816 \cdot 13}{0.184 \cdot 2} = 28.82, \quad (6.13)$$

mis on suurem kui vastav F-kriteeriumi tabeliväärtus olulisuse nivool 0.05 ning vabadusastmetel 2 ja 13 ($F_{tab} = 3.81$, vt. lisa 3). Olulisuse tõenäosus $p = 0.000\dots$ annab samuti tunnistust mudeli usaldusväärsusest ehk statistilisest olulisusest nii olulisuse nivool $\alpha = 0.05$ kui ka $\alpha = 0.01$ korral ($p < \alpha$). Statistiliselt olulised on ka mudeli parameetrid. Studenti t-kriteeriumi kasutamisel on parameetrite olulisuse tõenäosused vastavalt 0.004; 0.000 ja 0.009. Seega $p < \alpha$ nii $\alpha = 0.05$ kui $\alpha = 0.01$ korral.

Regressioonimudeli (6.11) parameetrid on kooskõlas ka majandusteoreetiliste seisukohtadega, mille järgi kauba hinna tõus mõjutab kauba nõudlust vähenemise suunas ning asenduskauba hinna tõus põhikauba nõudluse kasvu suunas. Mudelit saab kasutada kaupluste keskmise läbimüügi prognoosimisel. Juhul kui kauba K_1 hind on 3 krooni ning asenduskauba K_2 hind 4 krooni, võib kaupluste keskmiseks läbimüügiks prognoosida 7265 krooni.

6.3. Hüpoteeside kontrollimine

Tabeli 6.1 alusel konstrueeritud kaubandusfirma kaupluste käivet modelleeriva regressioonimudeli (6.11) põhjal saab püstitada hüpoteesipaari:

$$\begin{aligned} H_0 : B_1 &= 0 \\ H_1 : B_1 &\neq 0 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Nullhüpoteesiga H_0 väidetakse, et asenduskauba hinna konstantsuse korral põhikauba K_1 hinna muutumine ei mõjuta selle kauba läbimüüki.

Kuna Studenti t-kriteeriumi kohaselt parameetri B_1 hinnang

$$b_1 = -3945.8 \text{ on statistiliselt oluline } (t = \frac{b_1}{S_{b_1}} = \frac{-3945.8}{521.8} = -7.57$$

ning $t_{tab} = 2.160$ vabadusastmetel $n - k = 13$ ja $\alpha = 0.05$

korral, seega $|t| > t_{tab}$), siis saab nullhüpeteesi lugeda kummutatuks ning vastu võtta sisuka hüpeteesi H_1 : kauba K_1 hind mõjutab selle läbimüüki.

Sisuka hüpeteesi

$$H_1 : B_1 \neq 0 \quad (6.15)$$

korral on tegemist kahepoolse hüpeteesiga, mille kohaselt kauba hinna tõusuga võib kaasneda nii läbimüügi suurenemine kui ka vähenemine.

Olulisuse nivool 0.05 $t_{tab} = 2.160$, seega 95%-lise tõenäosusega on t-jaotusega juhuslik suurus vahemikus -2.160 kuni 2.160

$$P(-2.160 \leq t \leq 2.160) = 0.95 \quad (6.16)$$

Standardviga $S_{b_1} = 521$ [valem (4.36)] ning seega parameetri B_1 95%-lised usalduspiirid

$$-3945.8 - 2.160 \cdot 521 \leq B_1 \leq -3945.8 + 2.160 \cdot 521 \quad (6.17)$$

ehk

$$-5098.16 \leq B_1 \leq -2820.44.$$

2.5%-lise tõenäosusega on parameeter B_1 väiksem kui -5098.16 ning nii sama suure tõenäosusega suurem kui -2820.44 .

Hüpeteesipaar (6.14) on püstitatud juhul, kui hinnatakse regressioonikordajate statistilist olulisust individuaalselt, mitte arvestades nende koosmõju resultaatanähtusele. Alati ei lange iga üksiku teguri ehk sõltumatu muutuja individuaalse mõju ja kollektiivse mõju statistilised hinnangud kokku.

Regressioonimudelisse (6.11) lülitatud sõltumatute muutujate koosmõju statistilise olulisuse kontrollimiseks saab püstitada hüpoteesipaari:

$$\begin{aligned} H_0 : R^2 &= 0 \\ H_1 : R^2 &\neq 0 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Hüpoteesipaari (6.18) nullhüpoteesi H_0 kohaselt on sõltumatute muutujate X_1 ja X_2 poolt kirjeldatud 0% sõltuva muutuja Y hajuvusest. Hüpoteesi $H_0 : R^2 = 0$ võib esitada ka nullhüpoteesina

$$H_0 : B_1 = B_2 = 0, \tag{6.19}$$

mille kohaselt parameetrid B_1 ja B_2 on üheaegselt nullid, s.t. et puudub täielikult nende koosmõju sõltuvale muutujale Y .

Sisuka hüpoteesi $H_1 : R^2 \neq 0$ kontrollimisel on vaja hinnata sõltumatute muutujate koosmõju statistilist olulisust. Selleks saab kasutada Fisheri F-kriteeriumi, mille kontrollsuurus vabadusastmetel $k-1$ ja $n-k$ ning usaldusnivool $\alpha = 0.05$ on suurem kui tabeliväärtus ning seega saab vastu võtta sisuka hüpoteesi H_1 : sõltumatute muutujate (põhikauba K_1 ja asenduskauba K_2 müügihindad) poolt kirjeldatud sõltuva muutuja (kauba K_1 läbimüügi) hajuvus on statistiliselt oluline, vt. valemeid (6.12) ja (6.13).

6.4. Regressioonimudeli sõltumatute muutujate valik

Oluliseks küsimuseks mitmese regressioonimudeli konstrueerimisel on sõltumatute muutujate valik.

On võimalikud kaht tüüpi eksimused:

1. Mudelisse on lülitatud liiga vähe sõltumatuid muutujaid ehk resultaatnähtuse kujunemist mõjutavaid tegureid. Sellisel juhul

võib mudeli kirjeldatuse tase, mida mõõdab determinatsiooni-kordaja R^2 , osutada põhjendamatult madalaks.

2. Mudelisse on lülitatud liiga palju mõjutegureid, selle tulemusena on mudeli kirjeldatuse tase kujunenud küllalt suureks. Samal ajal on mudeli statistilist olulisust mõõtev F-statistiku väärtus vähenenud sedavõrd, et mudel osutub etteantud olulisuse nivool mitteoluliseks ning modelleerimise tulemused ei ole statistiliselt usaldatavad.

Regressioonimudeli parandamiseks tuleb vastavalt olukorrale jätta mudelist osa sõltumatuid muutujaid välja või lisada neid juurde.

Mitmese regressioonimudeli konstrueerimise protseduur ongi tavaliselt samm-sammuline. Regressioonimudelisse lülitatud sõltumatute muutujate järkjärguline ärajätmine või juurdelisamine toimub seni, kuni mudeli kirjeldatuse tase tõuseb ning mudel on sealjuures statistiliselt oluline. Seejuures tuleb silmas pidada, et uut mudelit ei saa vanast mudelist mõnede sõltumatute muutujate X_j mahatõmbamisega või juurdekirjutamisega, vaid kogu arvutuskäik tuleb uue muutujate komplektiga taas läbi teha, saades mudeli parameetritele ka muud hinnangud.

Tabeli 6.1 andmetel saab kaubandusfirma kaupluste käibe modelleerimiseks konstrueerida mudeli, mille sõltumatuks muutujaks on põhikauba K_1 hind X_1 :

$$\hat{Y} = 17\,548 - 3206.5 X_1 \quad (6.20)$$

$$F = 30.32 \quad R^2 = 0.648$$

Mudel (6.20) on statistiliselt oluline, samuti mudeli mõlema parameetri hinnangud $b_0 = 17\,548$ ja $b_1 = -3206.5$ ning seda nii olulisuse nivool 0.05 kui ka 0.01. Mudeli (6.20) kirjeldatuse tase on madalam, kui mõlemat sõltumatut muutujat — nii X_1 kui X_2 (asenduskauba K_2 hind) — sisaldava regressioonimudeli (6.11)

$\hat{Y} = 9950 - 3945.8 X_1 + 2288.1 X_2$ korral.

Antud juhul täiendava muutuja X_2 lisamine tõstab küllalt oluliselt mudeli kirjeldatuse taset ($R^2 = 0.816$). Seega on modelleerimisel otstarbekas arvesse võtta mõlemad tabelis 6.1 toodud kaubandusfirma kaupluste käibe kujunemist mõjutavad tegurid.

Regressioonimudelisse lülitatakse täiendavaid liikmeid seni, kuni mudeli kirjeldatuse tase tõuseb, mudel ja mudeli parameetrid on statistiliselt olulised ning modelleerimise tulemused on sisulises kooskõlas majandusteoreetiliste seisukohtadega

Mudeli parandamisel liigsete muutujate ärajätmisega või uute lisamisega tuleb kõigi arvutuskäik uue muutujate komplektiga taas läbi teha

6.5. Multikollineaarsus

Majandusnähtused ja -protsessid on omavahel tihedalt seotud. Nende ökonomeetrilisel modelleerimisel tuleb väga tihti kokku puutuda multikollineaarsuse probleemiga, mis tuleneb regressioonimudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate omavahelisest korreleerumisest.

Multikollineaarsuse puhul saab eristada *otses* ja *kaudset* multikollineaarsust. Otsese multikollineaarsuse puhul on sõltumatud muutujad omavahel kollineaarsed. Vähimruutude meetodi kasutamisel parameetrite hindamisel maatriksi determinant on null ning sellisel juhul on regressioonimudeli konstrueerimine tehniliselt keerukas. Sõltumatute muutujate vahelise kollineaarsuse puudumine on ka üheks eelduseks mitmese regressioonimudeli koostamisele (p. 6.1).

Kaudse multikollineaarsuse korral on sõltumatute muutujate vahel küllalt tugev korrelatsioon, kuid nad ei ole omavahel kollineaarsed. Mõistet "multikollineaarsus" kasutataksegi põhiliselt kaudse multikollineaarsuse tähenduses.

Mitmeste regressioonimodelite konstrueerimisel tuleb alati põhjalikult analüüsida mudeli parameetreid, nende märke ja kooskõla kasutatavate empiiriliste andmete ning modelleerimise aluseks olevate majandusteoreetiliste seisukohtadega, samuti tuleb kontrollida sõltumatute muutujate individuaalset ja kollektiivset mõju iseloomustavate kvantitatiivsete karakteristikute omavahelist kooskõla.

Multikollineaarsusest võivad sageli olla tingitud olukorrad, kus nii regressioonimudel tervikuna kui ka tema parameetrid on statistiliselt olulised, kuid modelleerimise tulemuste sisulise tõlgendamise võimalused ei ole kooskõlas kasutatud andmetega ega ka mudeli püstitamisele aluseks olevate majandusteoreetiliste seisukohtadega. Saadud mudel on ebaloogiline ning selle kasutamine majandusprotsesside modelleerimisel riskantne. Nii modelleerija kui modelleerimise tulemuste kasutaja peavad väga ettevaatlikult suhtuma modelleerimise tulemuste tõlgendamisse ning nende alusel informatsiooni ettevalmistamise otsustusprotsessi toetamiseks. Vajalik on põhjalikult analüüsida uuritavate majandusnähtuste ja -protsesside tausta.

6.5.1. Multikollineaarsuse tunnused

Mitte alati ei põhjusta regressioonimudeli sõltumatute muutujate omavaheline tugev lineaarne korrelatsioon ehk multikollineaarsus veel mudeli sobimatust praktiliseks kasutamiseks. Multikollineaarsusega kaasnevaid ohtusid tuleb aga alati arvestada regressioonimudeli sisulisel tõlgendamisel ja kasutamisel. Selleks on oluline osata hinnata multikollineaarsuse ohule viitavaid tunnuseid ning arvestada neid mudeli sobivuse hindamisel.

Mõned olulisemad multikollineaarsuse tunnused:

1. Regressioonimudeli sõltumatute muutujate omavaheline korrelatsioon on tugevam kui korrelatsioon sõltuva muutuja (Y) ja sõltumatu muutuja (X_j) vahel. Näiteks

$$r_{X_1, X_2} > r_{Y, X_1} \quad (6.21)$$

2. Regressioonimudel on hea kirjeldatuse tasemega ja statistiliselt oluline, kuid samal ajal tema parameetrid või mõni neist ei ole statistiliselt olulised.

3. Regressioonimudeli mõne või mitme parameetrid märk on sisult ebaloogiline. Näiteks tarbimise ja elanike tulude vahelist seost iseloomustav miinusmärgiga regressioonikordaja peab uurijas tekitama ohutunde, et tegemist võib olla tugeva multikollineaarsusega ning mudel ei pruugi sobida sisuliste järelduste tegemiseks.

4. Mudeli parameetrite väga laiad usalduspiirid ja suured standardhälbed.

5. Parameetrite ja standardhälvete suur tundlikkus väikeste andmemuutuste suhtes.

Alati aga ei tähenda ühe või ka mitme tunnuse esinemine veel seda, et regressioonimudel ei ole tugeva multikollineaarsuse tõttu praktiliseks kasutamiseks sobiv. Multikollineaarsuse tunnuste olemasolu tuleb igal konkreetsel juhul eraldi analüüsida ning sellest tulenevalt hinnata mudeli kvaliteeti.

Analüüsime näitena multikollineaarsuse ohtu tabeli 6.1 alusel konstrueeritud regressioonimudel (6.11).

Kaubandusfirma kaupluste käibe (Y) ning põhikauba K_1 ja asenduskauba K_2 hindade (X_1, X_2) vaheline paariskorrelatsioonimaatriks on järgmine:

	Y	X_1	X_2	
Y	1.000	-0.827	-0.063	
X_1		1.000	0.465	(6.22)
X_2			1.000	

Sõltumatute muutujate X_1 ja X_2 vaheline korrelatsioon $r_{X_1, X_2} = 0.465$ on tugevam kui sõltuva muutuja Y ja sõltumatu muutuja X_2 vaheline korrelatsioon. Kuid multikollineaarsuse ohu tekitamiseks on muutujate X_1 ja X_2 vaheline korrelatsioon siiski nõrk: üks kirjeldab teisest vaid 21.6% ($r^2 = 0.216$) ja sellisel juhul multikollineaarsuse probleemi ei teki. Regressioonimudeli (6.11) sisulisel tõlgendamisel ja kasutamisel multikollineaarsusest tulenevaid ohtusid ei ole.

Multikollineaarsuse võimalikud tunnused:

- sõltumatud muutujad on omavahel tugevalt korreleeruvad, nende omavaheline korrelatsioon on tugevam sõltuva muutuja ja sõltumatu muutuja vahelisest korrelatsioonist
- regressioonimudeli parameetrite märgid ei vasta nende majanduslikule sisule
- mudeli parameetrite ja nende standardhälvete suur tundlikkus väikeste andmemuutuste suhtes
- mudeli parameetrite väga laiad usalduspiirid ja suured standardhälbed

6.5.2. Multikollineaarsuse vähendamise võimalused

Multikollineaarsus on eelkõige regressioonimudeli sõltumatute muutujate valiku probleem. Regressioonimudelitesse lülitatavate sõltumatute muutujate õige valikuga võib oluliselt vähendada multikollineaarsuse ohtu. Multikollineaarsuse mõju saab küllalt tihti vähendada mudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate arvu vähendamisega ja omavahel tugevalt korreleerivate muutujate mudelist väljajätmisega. Sellega võib kaasneda mudeli kirjeldatuse taseme langus, kuid paranevad mudeli sisulise tõlgendamise võimalused.

Mõnikord on mudelit võimalik parandada ka kasutatavate andmete teisendamiseega. Näiteks absoluutarvude asemel võib

kasutada mitmesuguseid suhtarve. Kasutatakse ka logaritmisendusi.

Oluline on analüüsida mudelisse lülitatud majandusnäitajate olemust ja sisu: kuidas näitajad on leitud, milliseid mõõtühikuid on kasutatud, kas andmed on omavahel võrreldavad jne. Sellise analüüsi tulemusena jõutakse sageli täiesti uue mudelipüstituseni.

Multikollineaarsus on tihti ka valimist tulenev probleem. Seega üheks olulisemaks multikollineaarsuse mõju vähendamaks abinõuks on uue valimi komplekteerimine või valimi mahu suurendamine. Valimi maht ja selle komplekteerimise võimalused on sageli majandusnähtuste ja -protsesside modelleerimist komplitseerivaks tingimuseks.

Multikollineaarsuse vältimiseks võib kasutada ka regressioonanalüüsile eelnevat faktoranalüüsi (7. ptk.). Faktoranalüüs võimaldab resultaatnähtust mõjutavates näitajates sisalduvat infot kokku suruda üldistatud näitajatesse — faktoritesse, mis on omavahel mittekorreleeruvad. Nende alusel konstrueeritud regressioonimudel on vaba multikollineaarsuse ohust.

Multikollineaarsuse vähendamise võimalused:

- tugevalt korreleeruvate sõltumatute muutujate eemaldamine mudelist
- andmete täpsustamine ja teisendamine
- valimi muutmine
- faktoranalüüsi eelnev kasutamine
- uus mudelipüstitus

6.5.3. Multikollineaarsuse näide

Analüüsime eelmises peatükis (alapunkt 5.3) toodud näidet üliõpilasperede tarbimiskulude, sissetulekute ja hoiuste kohta (tabel 5.1).

Perede sissetulekute (X) ja hoiuste (Z) vahel on väga tugev lineaarne korrelatsioon. Vastav paariskorrelatsioonikordaja $r_{XZ} = 0.999$ on suurem, kui paariskorrelatsioonikordajad perede tarbimiskulude (Y) ja sissetulekute ($r_{YX} = 0.981$) ja tarbimiskulude ja hoiuste ($r_{YZ} = 0.978$) vahel.

Tabeli 5.1 andmetel saab konstrueerida regressioonimudeli

$$\hat{Y} = 24.775 + 0.942 X - 0.042 Z \quad (6.23)$$

$$F = 92.40 \quad R^2 = 0.964$$

F-kriteeriumi alusel on mudel statistiliselt oluline ($\alpha = 0.05$). Kuid mudeli parameetrite b_1 ja b_2 statistilist olulisust tõestada ei saa ($p_1 = 0.290$; $p_2 = 0.615$; $\alpha = 0.05$). Ka on parameeter $b_2 = -0.042$ vastuolus nii perede tarbimiskulude ja hoiuste vahelise lineaarse paariskorrelatsiooni hinnanguga $r_{YZ} = 0.978$ kui ka tabelis 5.1 toodud empiiriliste andmetega perede tarbimiskulude ja hoiuste kohta.

Seega on tugev korrelatiivne seos regressioonimudelisse lülita-
tud tegurite vahel moonutanud regressioonianalüüsi tulemusi.

Multikollineaarsuse ohust regressioonimudel is annavad tunnis-
tust ka mudeli parameetrite väga suured usalduspiirid ning
mudeli suur tundlikkus väikestele andmemuutustele. Näiteks
parameetri B_1 usalduspiirid usaldusnivool 0.05 on
 0.942 ± 2.088 . Kui hinnata regressioonimudeli parameetreid
andmete korral, kus ühe pere sissetulekuks on 140 krooni
asemel 145 krooni, siis sellistele andmetele vastab regres-
sioonimudel

$$\hat{Y} = 24.244 + 1.296 X - 0.077 Z \quad (6.24)$$

$$F = 88.10 \quad R^2 = 0.962$$

Mudel (6.24) erineb küllalt palju praktiliselt samade andmete
alusel konstrueeritud mudelist (6.23).

Multikollineaarsuse ohu vähendamiseks tuleb omavahel tugevalt korreleeruvad muutujad regressioonimudelitest eemaldada.

Konstrueerime lihtsad regressioonimudelid, mis sõltumatute muutujatena sisaldavad vaid X või Z :

$$\hat{Y} = 24.454 + 0.5009 X \quad (6.25)$$

$$F = 207.87 \quad R^2 = 0.962$$

ja

$$\hat{Y} = 24.411 + 0.050 Z \quad (6.26)$$

$$F = 176.67 \quad R^2 = 0.957$$

Regressioonimudelid (6.25) ja (6.26) ning nende parameetrid on statistiliselt olulised ning kooskõlas empiiriliste andmetega. Võrrandi (6.26) regressioonikordaja $b_2 = 0.050$ kinnitab perede tarbimiskulude ja hoiuste samasuunalist muutumist, mis on kooskõlas tabelis 5.1 toodud andmetega. Kuid ta on vastuolus multikollineaarsust sisaldava mudeli (6.23) regressioonikordajaga $b_2 = -0.042$. Viimane on statistiliselt ebaoluline ega vasta sisulise majandusanalüüsiga kooskõlas olevatele järeldustele. Seega ei saa regressioonimudelit (6.23), mis formaalsete kriteeriumide kohaselt on 95%-lise tõenäosusega statistiliselt oluline ning kirjeldab 96.4% sõltuva muutuja varieerumisest, kasutada usaldusväärsete sisuliste järelduste tegemiseks uuritava majandusprobleemi kohta.

6.6. Autokorrelatsioon

Autokorrelatsioon on valimi või üldkogumi liikmete vaheline korrelatsioon, mis ilmneb siis, kui eeldatakse, et andmestikus on mingi struktuur, näiteks on andmed järjestatud vastavalt mõõtmisajale. Autokorrelatsioon esineb seega enamasti aegridades. Sel juhul on tegemist aegrea liikmete vahelise korrelatsiooniga. Põhjuseks on siin tavaliselt majandusnähtuste arengu inertsus. Näiteks firma toodang antud kuul sõltub

toodangust eelmisel kuul, riigi sisemajanduse koguprodukt aastal t mõjutab selle kujunemist aastal $t + 1$ jne.

Harvem esineb autokorrelatsiooni staatiliste andmete korral (nn. ruumiline autokorrelatsioon). Teatud juhtudel võivad ka staatilise andmekogumi korral vaatluste tulemused olla omavahel seotud. Näiteks kui on pereuringute tarvis komplekteeritud valim selliselt, et eri perede tulud on omavahel seotud.

Autokorrelatsiooni korral jääkliikmed korreleeruvad omavahel: $\text{cov}(e_i, e_j) \neq 0; (i \neq j)$. Jääkliikmete omavaheline korreleerumine võib olla tingitud ka regressioonimudelile vale kuju valimisest.

Autokorrelatsiooni korral konstrueeritud regressioonimudel on enamasti väga hea kirjeldatuse tasemega ning statistiliselt oluline. Kuid sellise regressioonimudeli kasutamine võib anda majandusnähtustevahelisi seoseid ebatäpselt või koguni täiesti vääralt kajastavaid tulemusi ning põhjustada valede majanduslike otsuste langetamist.

Autokorrelatsiooni olemasolu selgitamiseks kasutatakse mitmesuguseid kriteeriume: Swed—Eisenharti kriteeriumi, Durbin—Watsoni kriteeriumi jt.

Autokorrelatsioon on tavaliselt valimi või üldkogumi liikmete vaheline korrelatsioon juhul kui liikmed on järjestatud aegreana

6.6.1. Swed—Eisenharti kriteerium

Swed—Eisenharti kriteerium on mitteparameetriline kriteerium autokorrelatsiooni olemasolu selgitamiseks.

Tabelis 6.2 on toodud andmed importkauba ostmiseks tehtud kulutuste (Y_t) ja elanike tulude (X_t) kohta USA-s aastatel

1968-1987 ning nende põhjal konstrueeritud regressioonimudeli (6.27) jääkliikmed (e_t) (Gujarati, 1992).

Regressioonimudel:

$$\hat{Y}_t = -261.09 + 0.245 X_t, \quad (6.27)$$

$$R^2 = 0.939$$

Mudel ja tema parameetrid on statistiliselt olulised. Mudeliga (6.27) on kirjeldatud 93.9% resultaatanähtuse (importkauba ostmiseks tehtud kulutuste) varieeruvusest.

Swed—Eisenharti kriteeriumi alusel autokorrelatsiooni hindamisel arvestatakse jääkliikmete märkidega ning märkide muutumisega. Tabelis 6.2 toodud jääkliikmete märgid on järgmised:

(+ + + + +) (-) (+ + +) (- - - -) (+ + + +)

$N_1 = 14$ — plussmärgiga jääkliikmete arv,

$N_2 = 6$ — miinusmärgiga jääkliikmete arv,

$N = 20$ — vaatluste (aastate) arv,

$k = 5$ — jääkliikmete märkide vahetumise kordade arv.

Swed-Eisenharti kriteerium on tabuleeritud (*Swed—Eisenhart runs test*, lisa 5).

Kui jääkliikmete märkide vahetumise kordade arv k kuulub N_1 ja N_2 ning olulisuse nivoo α korral ($\alpha = 0.05$) tabuleeritud vahemikku ($k_{tab}^{min}; k_{tab}^{max}$), siis autokorrelatsioon puudub. Kui $k \leq k_{tab}^{min}$ või $k \geq k_{tab}^{max}$, siis saab väita autokorrelatsiooni olemasolu. Toodud näite korral $N_1 = 14$ ja $N_2 = 6$ juures $k_{tab}^{min} = 5$. Seega uuritav aegrida sisaldab autokorrelatsiooni.

Tabel 6.2

Kulutused importkauba ostmiseks (Y_t) ja elanike tulud (X_t)
USA-s aastail 1968–1987 (kroonides).

Aasta	Y_t	X_t	\hat{Y}_t	$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$	e_t märk
1968	135.7	1551.3	119.34	16.3642	+
1969	144.6	1599.8	131.23	13.3705	+
1970	150.9	1668.1	147.98	2.9212	+
1971	166.2	1728.4	162.77	3.4338	+
1972	190.7	1797.4	179.69	11.0128	+
1973	218.2	1916.3	208.85	9.3548	+
1974	211.8	1896.9	204.09	7.7123	+
1975	187.9	1931.7	212.62	-24.7218	-
1976	229.9	2001.0	229.62	0.2837	+
1977	259.4	2066.6	245.70	13.6966	+
1978	274.1	2167.4	270.42	3.6772	+
1979	277.9	2212.6	281.51	-3.6072	-
1980	253.6	2214.3	281.92	-28.3241	-
1981	258.7	2248.6	290.34	-31.6355	-
1982	249.5	2261.5	293.50	-43.9990	-
1983	282.2	2331.9	310.76	-28.5633	-
1984	351.1	2469.8	344.58	6.5193	+
1985	367.9	2542.8	362.48	5.4174	+
1986	412.3	2640.9	386.54	25.7603	+
1987	439.0	2686.3	397.67	41.3268	+

6.6.2. Durbin—Watsoni kriteerium

Levinum kriteerium autokorrelatsiooni olemasolu selgitamiseks on Durbin—Watsoni kriteerium.

Durbin—Watsoni kriteeriumi kontrollsuurus:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (6.28)$$

Durbin—Watsoni d -statistiku väärtused on tabuleeritud vaatluste arvu n , sõltumatute muutujate arvu k ning olulisuse nivoo α ($\alpha = 0.05$ ja $\alpha = 0.01$) korral: d_L — d -statistiku alumine piir; d_U — d -statistiku ülemine piir.

Statistiku d võimalike väärtuste piirkond on lõik $[0, 4]$, kusjuures d väärtused on väiksed siis, kui liikmetevaheline autokorrelatsioon on positiivne (siis on järjestikuste liikmete erinevused väikesed) ja d väärtused on eriti suured siis, kui autokorrelatsioon on negatiivne (siis on järjestikuste liikmete vahed suured, protsess n.-ö. võngub).

Tabelis 6.3 on esitatud reeglid d -statistiku tõlgendamiseks ning otsuse langetamiseks autokorrelatsiooni olemasolu kohta uuritavas andmestikus. Tabelis 6.4 on toodud d -statistiku leidmiseks vajalikud abiandmed, mis tuginevad tabeli 6.2 andmetele.

Tabel 6.3

 d -statistiku tõlgendamise reeglid.

Nullhüpotees (H_0)	d -statistiku esinemisvahemik	Otsus
1. Puudub positiivne autokorrelatsioon	$0 < d < d_L$	H_0 ei pea paika. Esineb positiivne autokorrelatsioon
2. Puudub positiivne autokorrelatsioon	$d_L \leq d \leq d_U$	Pole võimalik otsustada. Vaja on täiendavat analüüsi
3. Puudub negatiivne autokorrelatsioon	$4 - d_L < d < 4$	H_0 ei pea paika. Esineb negatiivne autokorrelatsioon
4. Puudub negatiivne autokorrelatsioon	$4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$	Pole võimalik otsustada. Vaja on täiendavat analüüsi
5. Puudub nii negatiivne kui positiivne autokorrelatsioon	$d_U < d < 4 - d_U$	Nullhüpoteesi ei saa ümber lükata

Tabel 6.4

Abiandmed d-statistiku leidmiseks.

Aasta	e_t	e_{t-1}	$D = e_t - e_{t-1}$	D_t^2	e_t^2
1975	16.3642	-	-	-	267.7873
1976	13.3705	16.3642	2.9937	8.9623	178.7701
1977	2.9212	13.3705	-10.4493	109.1877	8.5334
1978	3.4338	2.9212	0.5126	0.2627	11.7907
1979	11.0128	3.4338	7.5790	57.4419	121.2818
1980	9.3548	11.0128	-1.6580	2.7489	87.5125
1981	7.7123	9.3548	-1.6425	2.6978	59.4795
1982	-24.7218	7.7123	-32.4340	1051.9670	611.1650
1983	0.2837	-24.7218	25.005	625.2738	0.0805
1984	13.6966	0.2837	13.4128	179.9040	187.5956
1985	3.6772	13.6966	-10.0193	100.3865	13.5222
1986	-3.6072	3.6772	-7.2844	53.0632	13.0119
1987	-28.3241	-3.6072	-24.7169	610.9248	802.2545
1988	-31.6355	-28.3241	-3.3114	10.9656	1000.8070
1989	-43.9990	-31.6355	-12.3635	152.8557	1935.913
1990	-28.5633	-43.9990	15.4357	238.2615	815.8616
1991	6.5193	-28.5633	35.4357	1230.7900	42.3487
1992	5.4174	6.5193	-1.1019	1.2141	29.3487
1993	25.7603	5.4174	20.3428	413.8302	663.5909
1994	41.3268	25.7603	15.5665	242.3160	1707.9010
Σ				5093.1400	8558.8

d-statistik tabeli 6.4 andmete alusel:

$$d = \frac{5093.1400}{8558.8} = 0.595 \quad (6.29)$$

d-statistiku tabeliväärtused $n = 20$, $k = 1$ ja $\alpha = 0.05$ korral:

$$d_L = 1.201; d_U = 1.411.$$

Seega $d = 0.595$ kuulub vahemikku $0 < d < d_L$. Nullhüpoteesi positiivse autokorrelatsiooni puudumise kohta saab lugeda kummutatuks ning võib vastu võtta sisuka hüpoteesi aegreas sisalduva positiivse autokorrelatsiooni kohta.

Durbin-Watsoni kriteerium ei sobi autokorrelatsiooni hindamiseks autoregressiivsetes mudelites, mis sisaldavad sõltumatu muutujana viitajaga sõltumatut muutujat (Y_{t-1}).

Durbin-Watsoni kriteeriumi kasutamise sammud autokorrelatsiooni hindamisel:

- arvutada jääkliikmed (e_t)
- arvutada d-statistik
- leida tabelist d-statistiku ülemine ja alumine piir
- rakendada d-statistiku tõlgendamise reegleid (tabel 6.3)

6.6.3. Autokorrelatsiooni kõrvaldamise võimalused

Autokorrelatsiooni olemasolu selgitamine ja selle kõrvaldamine on keskseks probleemiks majanduslike aegridadega töötamisel ning nende alusel regressioonimudelite konstrueerimisel. Aegridades sisalduva autokorrelatsiooni kõrvaldamiseks tuleb eristada aegridades sisalduvaid komponente (p. 3.3.5) ning eemaldada neis sisalduv trend ning tsükliline ja sessoonne komponent (aegridade tasandamine). Trendi eemaldamise lihtsama võttena kasutatakse libiseva keskmise meetodi (p. 3.3.6) kõrval sageli ka regressioonimudelitesse ajateguri lülitamist.

Regressioonimudel omandab seega kuju:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} + \dots + b_k X_{kt} + b_{k+1}t \quad (6.30)$$

kus

t — aeg (aastate järjekorranumber).

Vaatleme näitena USA Kaubandusministeeriumi andmetel (tabel 6.5) konstrueeritud isikliku tarbimise (Y_t) ja isiklikult kasutatava tulu (X_t) vahelist seost kirjeldavat regressioonimudelit (Gujarati, 1986):

$$\hat{Y}_t = 53.1603 + 0.7266 X_t + 2.7363t \quad (6.31)$$

$$R^2 = 0.999$$

Regressioonimudel (6.31) ning mudeli parameetrid on statistiliselt olulised. Autokorrelatsiooni iseloomustav Durbin-Watsoni kriteeriumile vastav suurus $d = 2.3062 > d_u$. Seega puudub märkimisväärne autokorrelatsioon. Regressioonianaalüüsi tulemused on vastavuses sisulise analüüsi tulemustega elanike isikliku tarbimise ja isiklikult kasutatava tulu vahelise seose kohta. Regressioonikordaja $b_1 = 0.7266$ võimaldab teha järelduse, et isiklikult kasutatava tulu suurenemisel 1 \$ võrra suurenevad tarbimiskulud 0.7266 \$ ehk 73 senti (*ceteris paribus!*). Selline järeldus on kooskõlas Keynes'i postulaadiga, mille kohaselt tarbimise piirkalduvus on vahemikus 0-st 1-ni.

Tabel 6.5

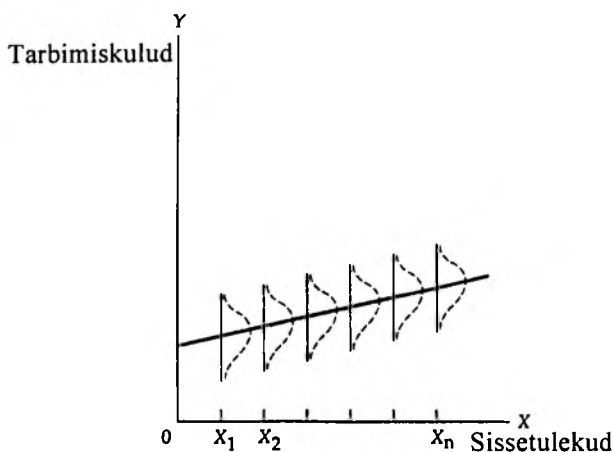
**Isiklik tarbimine ja isiklikult kasutatav tulu USA-s aastail
1956–1970 (biljon dollarit).**

Isiklik tarbimine (Y_t)	Isiklikult kasutatav tulu (X_t)	Aeg (t)
281.3	309.3	1956 = 1
288.1	316.1	1957 = 2
290.0	318.8	1958 = 3
307.3	333.0	1959 = 4
316.1	340.3	1960 = 5
322.5	350.5	1961 = 6
338.4	367.2	1962 = 7
353.3	381.2	1963 = 8

Isiklik tarbimine (Y_i)	Isiklikult kasutatav tulu (X_i)	Aeg (t_i)
373.7	408.1	1964 = 9
397.7	434.8	1965 = 10
418.1	458.9	1966 = 11
430.1	477.5	1967 = 12
452.7	499.0	1968 = 13
469.1	513.5	1969 = 14
476.9	533.2	1970 = 15

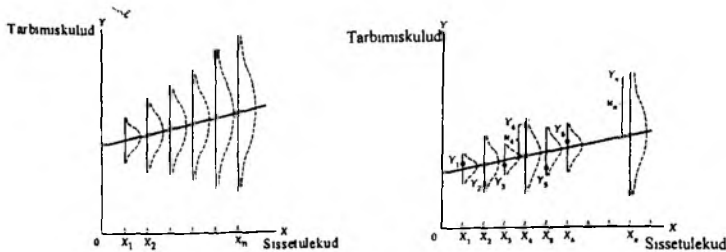
6.7. Heteroskedastiivsus

Regressioonimudeli konstrueerimise eelduseks on juhusliku liikme dispersioonide konstantsus ja sõltumatus eksogeensetest muutujatest. Sellisel juhul on tegemist *homoskedastiivsusega* (joonis 6.1). Homoskedastiivsuse nõue on täidetud näiteks selliselt pereuringuteks komplekteeritud valimi korral, kus kõikides tulugruppides sissetulekute varieerumine keskväärtusest on sama või erinevates tulugruppides olevate perede tarbimiskulude varieeruvus (dispersioon) on konstantne.



Joonis 6.1 Homoskedastiivsus (Gujarati, 1992).

Praktiliste majandusprobleemide modelleerimisel, ja seda eriti staatiliste andmete kasutamisel, on tihti tegemist olukordadega, kus juhusliku liikme dispersioonide konstantsuse nõue ei ole täidetud. Sellisel juhul on tegemist *heteroskedastiivsusega* (joonis 6.2). Näiteks tuleb heteroskedastiivsuse probleemiga kokku puutuda sellise valimi korral, kus erinevates tulugruppides olevate perede sissetulekute varieerumine keskvärtusest on erinev või erinevates tulugruppides olevate perede tarbimiskulude dispersioon ei ole konstantne. Tarbimiskulude varieerumine keskvärtusest võib kasvada koos tuludega (joonis 6.2 (a)) või olla tulugrupist sõltumatu (joonis 6.2 (b)).



Joonis 6.2. Heteroskedastiivsus (Gujarati, 1992).

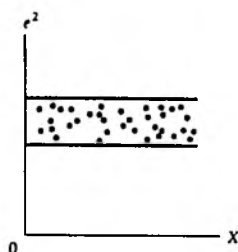
6.7.1. Heteroskedastiivsuse olemasolu testimine

Majandusandmetega kaasneva heteroskedastiivsuse testimiseks kasutatakse küllalt sageli graafilist lähenemist. See on suhteliselt lihtne meetod ning sobib paremini väikeste andmevalimite korral, mis on tihti kasutusel ökonomeetrilistes uurimustes.

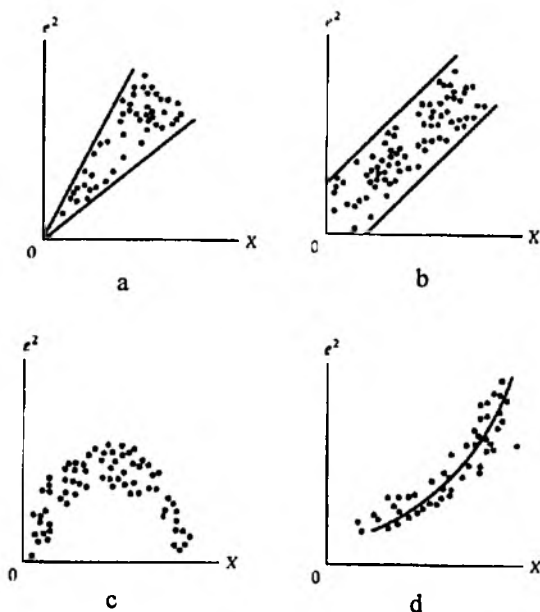
Joonisel 6.3 esitatud jääkliikmete e_i^2 jaotus sõltuva muutuja X_i erinevate väärtuste korral annab tunnistust heteroskedastiivsuse puudumisest. Joonis 6.4 variantide (a)–(d) korral võib

eeldada heteroskedastiivsuse olemasolu, sealjuures juhul (b) on tegemist lineaarse seosega jääkliikmete ja sõltumatu muutuja vahel, juhtudel (c) ja (d) aga ruutseosega.

Heteroskedastiivsuse graafiline testimine muutub keeruliseks mitmese regressioonimudeli kasutamise korral.



Joonis 6.3. Heteroskedastiivsust ei ole (Gujarati, 1992).



Joonis 6.4. Heteroskedastiivsuse olemasolu võimalused (Gujarati, 1992).

Heteroskedastiivsuse testimiseks kasutatakse ka formaliseeritud kriteeriume, nagu näiteks Parki-kriteerium või Gleiseri-kriteerium (Gujarati, 1992). Need kriteeriumid sobivad paremini kasutamiseks suurte andmevalimite korral, kusjuures testimise tulemuste tõlgendamine on sageli tinglik. Heteroskedastiivsuse olemasolu selgitamiseks on soovitatav põhjalikult analüüsida olemasolevat andmestikku, selle homogeensust ning valimi representatiivsust, sealjuures täiendades sisulist analüüsi jääkliikmete graafilise analüüsiga ning seejärel vajadusel ja võimalusel ka formaliseeritud kriteeriumidega.

6.7.2. Heteroskedastiivsuse näide

Heteroskedastiivsuse olemasolule ning heteroskedastiivsuse tingimustes konstrueeritud regressioonimudeli kasutamiseiga kaasnevatele ohtudele tähelepanu juhtimiseks on toodud tinglik näide 18 majandusharu käivete ja kasumi kohta (tabel 6.6).

Tabeli 6.6 andmete alusel on konstrueeritud regressioonimudel:

$$\hat{Y}_i = 212.0 + 0.032 X_i \quad (6.32)$$

$$F = 14.67 \quad R^2 = 0.478$$

$$t_0 = 0.19 \quad t_1 = 3.83$$

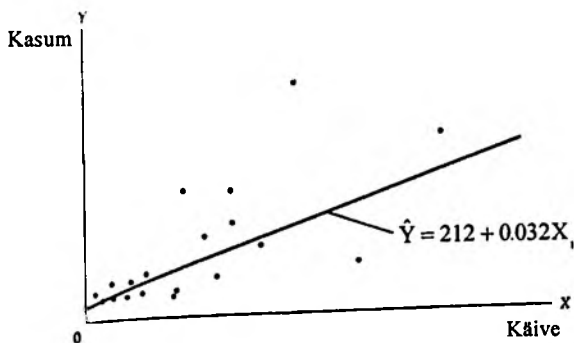
Andmete sisuline analüüs lubab eeldada heteroskedastiivsuse ohtu, sest juhuslikud suurused X_i ja Y_i on kujunenud erineva spetsiifikaga majandusharude ettevõtete tegevuse tulemusena. Hälbed teoreetiliste (hinnatud regressioonimudeliga (6.32)) ning tegelike Y_i -de vahel on seda suuremad, mida suurem on sõltumatu muutuja X_i (joonised 6.5 ja 6.6). Jääkliikme e_i absoluutväärtus kasvab koos X_i -ga. Joonis 6.7 illustreerib jääkliikmete ruutude ja juhusliku suuruse X_i vahelisi seoseid. Tä on kooskõlas joonisega 6.4 (a) ning võimaldab seega graafiliselt diagnoosida heteroskedastiivsuse ohtu regressiooni-

udelis (6.32) ning selle konstrueerimisele aluseks olevas andmekogumis.

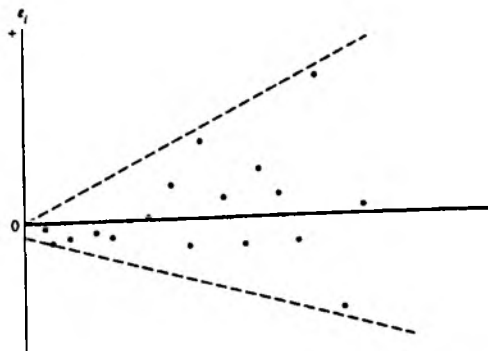
Tabel 6.6

**Kasum ja käibe maht erinevates majandusharudes 1994. a.
(tuh. kroonides).**

Majandusharu	Kasum (Y_i)	Käive (X_i)
Transport	68.8	6979.8
Rahandus	102.2	12 789.0
Teenindus	196.1	16 120.6
Metallitööstus	284.2	24 056.1
Kultuur	463.9	44 324.9
Ehitus	544.2	29 045.5
Paberitööstus	560.1	77 837.8
Lennundus	1191.3	35 646.2
Kaevandamine	1754.8	111 445.5
Metsatööstus	1782.7	38 618.5
Kütusetööstus	1874.2	253 676.0
Tekstiilitööstus	3480.2	155 814.9
Keemiatööstus	4310.5	104 823.4
Puidutööstus	4899.5	134 547.3
Toiduainetetööstus	6718.3	127 755.4
Elektroonika	7282.1	88 608.1
Autotööstus	10 481.0	322 897.3
Arvutitööstus	14 531.8	192 528.4
Kokku	60 525.9	1 777 514.7



Joonis 6.5. Kasum ja käive erinevates majandusharudes.



Joonis 6.6. Regressioonimodeli (6.32) jääkliikmed.



Joonis 6.7. Regressioonimodeli (6.32) jääkliikmed ja käive.

Heteroskedastiivsuse olemasolu korral tuleb modelleerimise tulemuste tõlgendamisse suhtuda väga ettevaatlikult. Oluline on hinnata modelleerimise tulemuste kooskõla eelnevalt püstitatud majandusteoreetiliste hüpoteesidega ning uuritava majandusprobleemi taustaga. Vajalik on ka mudeli püstituse ja tema funktsionaalse kuju põhjalik analüüs. Mudeli (6.32) suhteliselt väike kirjeldatuse tase võib olla tingitud eelkõige andmekogumi mittehomoogensusest ning regressioonimudeli konstrueerimiseks vajaliku homoskedastiivsuse nõude mittetäidetusest.

6.7.3. Heteroskedastiivsuse vähendamise võimalused

Heteroskedastiivsuse olemasolu korral, kui kasutatava andmekogumi iga vaatluse dispersioon σ_i^2 on teada, saab regressioonimudeli parameetrite hindamiseks kasutada *kaalutud vähimruutude meetodit* (*Weighted Least Squares Method — WLS Method*). Kaalutud vähimruutude meetodis on iga vaatluse kaalude teada oleva standardhälbe σ_i pöördväärtus σ_i^{-1} .

Regressioonimudeliga

$$Y_i = B_0 + B_1 X_i + u_i, \quad (6.33)$$

võib teha teisenduse

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = B_0 \left(\frac{1}{\sigma_i} \right) + B_1 \frac{X_i}{\sigma_i} + \frac{u_i}{\sigma_i} \quad (6.34)$$

ning seejärel asenduse

$$v_i = \frac{u_i}{\sigma_i} \quad (6.35)$$

Et σ_i on ette teada, siis juhuslik liige v_i vastab homoskedastiivsuse nõudele:

$$E(v_i^2) = E\left(\frac{u_i^2}{\sigma_i^2}\right) = \frac{1}{\sigma_i^2} E(u_i^2) = \frac{1}{\sigma_i^2} \sigma_i^2 = 1 \quad (6.36)$$

Enamasti on majandusprobleemide modelleerimisel tegemist olukordadega, kui σ , ei ole teada. Heteroskedastiivsuse vähendamiseks kasutatakse sel juhul küllalt sageli andmekogumi mastaape muutvaid teisendusi, näiteks konstrueeritakse logaritm-mudeleid.

Tabeli 6.6 andmetel saab konstrueerida mudeli

$$\ln \hat{Y}_i = -8.105 + 1.332 \ln X_i, \quad (6.37)$$

kus

$$R^2 = 0.794$$

Mudeli (6.37) kirjeldatuse tase on parem kui mudelil (6.32). Mudeli mõlemad parameetrid on statistiliselt olulised. Elast-suskoeffitsiendi (tegemist on konstantse elastsusega funktsiooni-ga) põhjal võib eeldada kasumi 1.32% kasvu käibe 1%-lise kasvu korral (*ceteris paribus!*). Modelleerimise tulemused on kooskõlas majandusprobleemi tausta ning modelleerimisele aluseks olevate majandusteoreetiliste seisukohtadega.

6.8. Fiktiivsete muutujatega regressioonimudel

6.8.1. Fiktiivsete muutujate olemus

Alati ei saa majandusnähtust või -protsessi iseloomustada vaid kvantitatiivsete näitajatega. Sageli tuleb regressioonimudelites kasutada kvalitatiivseid näitajaid, näiteks töötaja sugu, kuulumine ametiühingusse või parteisse, majandusprotsessi toimimine enne või pärast mõnda majanduspoliitilist otsust jne. Selleks tuleb teatud kodeerimisprotseduure kasutades teisendada kvalitatiivseid näitajaid kvantitatiivseteks. Sel viisil saadud regressioonimudeli muutujaid nimetatakse teisendatud e. fiktiivseteks muutujateks, mõnikord ka varimuutujateks (*dummy variables*). Fiktiivsed muutujad saavad omandada vaid väärtusi 1 ja 0 (näiteks kuulumisel ametiühingusse on fiktiivse muutuja väärtus 1, mittekuulumisel 0). Regressioonimudelis tähistatakse fiktiivsed muutujad tavaliselt tähega D .

Kui regressioonimudel sisaldab eksogeensete muutujatena vaid fiktiivseid muutujaid, siis on tegemist *dispersioonanalüüsi mudeliga (analysis of variance (ANOVA) models)*:

$$Y_i = B_0 + B_1 D_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6.38)$$

kus

D_i — fiktiivne muutuja (omandab väärtusi 0 või 1).

Dispersioonanalüüsi mudeleid kasutatakse ulatuslikult sotsioloogilistes ja psühholoogiaalastes uurimustes, ka turu-uuringutes, vähem kasutatakse makromajanduslikes uuringutes. Dispersioonanalüüsi mudeliga on näiteks tegemist juhul, kui modelleeritakse töötajate palka (Y) tulenevalt nende haridusest ja soost.

Kui regressioonimudel sisaldab eksogeensete muutujatena nii kvantitatiivseid kui fiktiivseid muutujaid, siis on tegemist *kovariatsioonanalüüsi mudeliga (analysis of covariance (ANCOVA models))*:

$$Y_i = B_0 + B_1 D_i + B_2 X_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.39)$$

Kovariatsioonimudeli näitena võib tuua töötajate palgamudeli, kus eksogeenseteks muutujateks on tööstaaž (kvantitatiivne muutuja) ja töötaja sugu (kvalitatiivne muutuja) või näiteks tarbimismudeli, kus kvantitatiivseks muutujaks on elanike sissetulekud ning kvalitatiivseks muutujaks majanduse arengu seisund (kriisiperiood, kriisieelne või kriisijärgne aeg).

Regressioonimudelites eksogeensete muutujatena kasutatavad kodeeritud kvalitatiivsed näitajad on fiktiivsed ehk teisendatud muutujad (D). Fiktiivsed muutujad omandavad väärtusi 1 või 0

Ainult fiktiivsete eksogeensete muutujatega
regressioonimudel on dispersioonanalüüsi mudel
(ANOVA)

Fiktiivsete ja kvantitatiivsete eksogeensete muutujatega
regressioonimudel on kovariatsioonanalüüsi mudel
(ANCOVA)

6.8.2. Fiktiivsete muutujatega regressioonimudeli näide

Ainult kvalitatiivsete sõltumatute muutujatega regressioonimudeli näitena võib käsitleda probleemipüstitust noorte töötajate töötasu ja hariduse vahelise seose uurimiseks.

Tabelis 6.7 on toodud andmed noorte pangatöötajate keskmise tunnitasu ning hariduse kohta.

Tabel 6.7

Palk ja haridus.

Töötaja tunnitasu (Y) (kroonides)	Haridus (D) 0 — ei ole erialast haridust, 1 — on erialane haridus
23.00	0
22.50	0
28.50	1
24.75	0
28.50	1
27.75	1
30.00	1
24.00	0
25.50	0
31.50	1

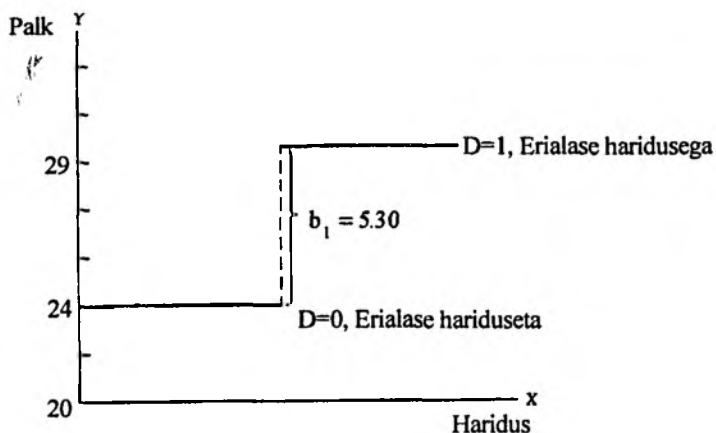
Tabeli 6.7 andmetel on konstrueeritud regressioonimudel

$$\hat{Y}_i = 24.0 + 5.30 D_i, \quad (6.40)$$

$$R^2 = 0.824$$

Mudel (6.40) ja mudeli parameetrid on statistiliselt olulised. Seega leiab mudeli (6.40) põhjal kinnitust hüpotees noorte töötajate palga ja hariduse vahelise küllalt tugeva seose kohta.

Regressioonimudelist (6.40) ja ka sellele vastavalt jooniselt 6.8 on näha, et eriharidusega pangatöötajate keskmine tunnipalk on 24 krooni, eriharidusega töötajatel 29.30 krooni. Parameeter $b_1 = 5.30$ väljendab kahe grupi (kõrgharidusega ja kõrgharidusega töötajate) keskmiste palkade erinevust.



Joonis 6.8. Palk ja erialane haridus.

Fiktiivsete muutujate kasutamise reegel: kui kvalitatiivsel muutujal on m erinevat väärtust, siis vastavate fiktiivsete muutujate arv on $m - 1$.

Näiteks võib töötajaid iseloomustada üks kolmest võimalikust tunnusest: on abielus; on vallaline; on lesk või lahutatud. Fiktiivseid muutujaid on sel juhul 2 (D_1 ja D_2).

Üksik: $D_1 = 1$ vallaline

$D_1 = 0$ muu

Abielus: $D_2 = 1$ abielus

$D_2 = 0$ muu

Võimalikud kombinatsioonid:

$D_1 = 1, D_2 = 0$ — vallaline

$D_1 = 0, D_2 = 1$ — abielus

$D_1 = 0, D_2 = 0$ — lesk või lahutatud

Fiktiivsete muutujate kasutamise reegel: m erineva väärtusega kvalitatiivsele muutujale vastavate fiktiivsete muutujate arv on $m - 1$

6.8.3. Kvalitatiivsete ja kvantitatiivsete muutujatega regressioonimudeli näide

Töötajate töötasu sõltub töökogemustest, mida väljendavad antud erialal töötatud tööaastad (kvantitatiivne muutuja), ning erialasest haridusest (kvalitatiivne muutuja). Selle hüpoteesi kontrollimiseks on tabeli 6.8 andmetel konstrueeritud regressioonimudel:

$$\hat{Y}_i = 25.2 + 1.92 X_i + 4.67 D_i \quad (6.41)$$

$$R^2 = 0.993$$

Mudel ja mudeli parameetrid on statistiliselt olulised ($\alpha = 0.05$).
Mudeli (6.41) põhjal võib teha järgmised järeldused:

- keskmiselt kasvab tunnipalk 1.92 krooni 1 tööaasta kohta ($b_1 = 1.92$),

- erialase haridusega töötajate tunnipalk on 4.67 krooni kõrgem.

Erialase hariduseta töötajate palga kujunemist kirjeldab regressioonimudel

$$Y_i = 25.2 + 1.92 X_i, \quad (6.42)$$

Erialase haridusega töötajate palga kujunemist saab esitada regressioonimudeliga

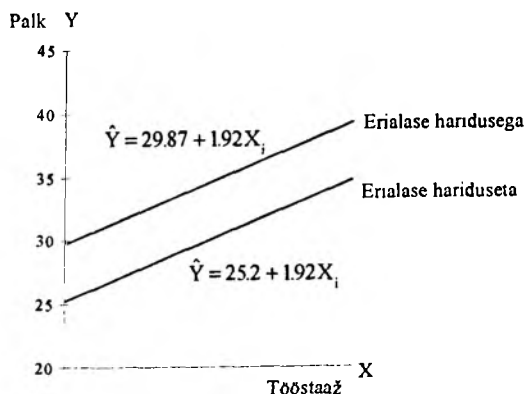
$$\hat{Y}_i = (25.2 + 4.67) + 1.92 X_i = 29.87 + 1.92 X_i, \quad (6.43)$$

Joonisel 6.9 on toodud erineva haridusega töötajate töötasu kujunemist kirjeldavate regressioonimudelite (6.42) ja (6.43) graafilised esitused.

Tabel 6.8

Töötaja palk, tööstaaz ja erialane haridus.

Tunnitasu (Y) (kroonides)	Tööstaaz (X_i) (aastad)	Haridus (D_i) (1 — erialane, 0 — ei ole erialane)
29.4	2	0
35.0	3	1
40.6	8	0
32.2	1	1
44.1	7	1
27.3	1	0
35.0	5	0
33.6	2	1
39.2	5	1
41.3	6	1
38.5	7	0
36.4	6	0
30.8	3	0
37.1	4	1
32.3	4	0



Joonis 6.9. Erineva haridusega töötajate töötasu.

6.8.4. Fiktiivsete muutujate kasutamine majandusprotsesside modelleerimisel erinevatel ajaperioodidel

Fiktiivseid muutujaid kasutatakse küllalt sageli majandusprotsesside modelleerimisel erinevatel ajaperioodidel, näiteks enne või pärast sõda; majandusreformide ajal või enne majandusreformide jne. Sel juhul ühendatakse fiktiivsete muutujate abil erinevate ajaperioodide regressioonimudelid.

I perioodi regressioonimudel on

$$Y_t = a_0 + a_1 X_t + e_{1t} \quad (6.44)$$

II perioodi regressioonimudel on

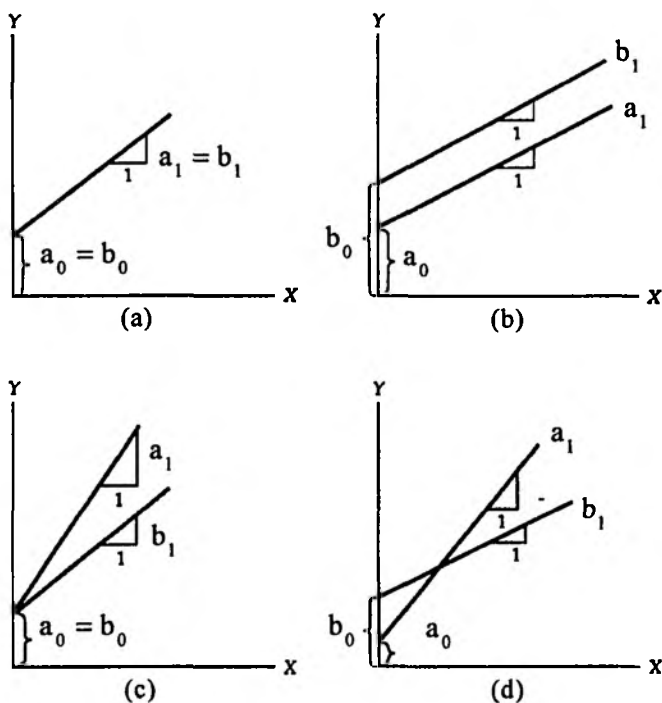
$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + e_{2t} \quad (6.45)$$

Joonisel 6.10 on toodud neli võimalikku varianti erinevate regressioonimudelite omavaheliste seoste kohta.

Regressioonimudelid (6.44) ja (6.45) langevad kokku, kui $a_0 = b_0$ ning $a_1 = b_1$ (joonis 6.10 (a)). Joonisel 6.10 variant

(b) illustreerib olukorda, kus regressioonimudelid erinevad vaid vabaliikme poolest ($a_0 \neq b_0$; $a_1 = b_1$). Juhul (c) langevad vabaliikmed kokku ($a_0 = b_0$), regressioonisirge tõusu väljendavad parameetrid on erinevad ($a_1 \neq b_1$). Neljandal juhul (d) on nii vabaliikmed kui ka sirge tõusud erinevad ($a_0 \neq b_0$; $a_1 \neq b_1$), tegemist on täiesti erinevate regressioonimudelitega.

Fiktiivsete muutujate kasutamise näitena majandusprotsesside modelleerimisel erinevatel ajaperioodidel toome Phillipsi kõvera (Ameerika majanduse 1958.–1972. a. andmetel). Phillipsi kõverana on tuntud majandusmudel kirjeldamaks inflatsiooni ja tööpuuduse vahelisi seoseid riigis. Viimastel aastakümnetel on täheldatud Phillipsi kõverana tuntud seaduspära vaid lühiajalist paikapidavust.



Joonis 6.10. Erinevate regressioonimudelite ühilduvus.

Ameerika Ühendriikide majanduse arengus on täheldatud Phillipsi kõvera paikapidavust aastatel 1958–1969 (Gujarati, 1992).

Phillipsi kõverana tuntud seaduspära modelleerimiseks, kasutades fiktiivset muutujat D_t , võib konstrueerida mudeli

$$Y_t = b_0 + b_1 D_t + b_2 \frac{1}{X_t} + b_3 D_t \cdot \frac{1}{X_t} \quad (6.46)$$

kus

Y_t — inflatsioon (tunnitöötasu muutumine);

X_t — tööpuuduse tase;

$D_t = 1$ — periood 1958–1969;

$D_t = 0$ — periood 1970–1977.

Regressioonimudeli (6.46) kuju pärast parameetrite hindamist on

$$\hat{Y}_t = 10.078 - 10.337 D_t - 17.549 \frac{1}{X_t} + 38.137 D_t \frac{1}{X_t} \quad (6.47)$$

$$R^2 = 0.879$$

Mudel (6.47) ja mudeli parameetrid on $\alpha = 0.05$ korral statistiliselt olulised.

Perioodi 1958–1969 kohta kehtib regressioonimudel

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= (10.078 - 10.337) + (-17.549 + 38.137) \left(\frac{1}{X_t} \right) = \\ &= -0.259 + 20.588 \frac{1}{X_t} \end{aligned} \quad (6.48)$$

ning perioodil 1970–1977

$$\hat{Y}_t = 10.078 - 17.549 \frac{1}{X_t} \quad (6.49)$$

Seega perioodil 1958–1969 on regressioonimudel kooskõlas majandusteoreetilise seisukohaga, mille kohaselt inflatsiooni ja

tööpuuduse taseme mõjud on vastassuunalised. Perioodi 1970–1977 kohta Phillipsi kõverana tuntud seaduspära paikapidavust Ameerika majanduses empiirilise kontrolli tulemusena väita ei saa.

6.8.5. Fiktiivsete muutujate kasutamine sessoonse iseloomuga majandusprotsesside modelleerimisel

Fiktiivseid muutujaid on otstarbekas kasutada ka selliste majandusprotsesside modelleerimisel, mis on sessoonse iseloomuga.

Eeldades, et tarbijahinnaindeksi muutumine, mis üldjuhul on Eestis perioodil 1989–1994 näidanud kasvutendentsi, omab ka sessoonset kõrvalmõju, võib tarbijahinna modelleerimiseks konstrueerida regressioonimudeli, mille fiktiivsed muutujad tähistavad kvartalit. Lähtudes tarbijahinna muutumise kirjeldamisel lineaarsest mudelist, on sessoonsust (kvartalite lõikes) arvestava regressioonimudeli kuju järgmine:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 D_{2t} + b_3 D_{3t} + b_4 D_{4t} + e_t \quad (6.50)$$

kus

Y_t — tarbijahinnaindeks perioodil t ,

t — aeg,

$D_2 = 1$ — II kvartal,

$D_2 = 0$ — muu,

$D_3 = 1$ — III kvartal,

$D_3 = 0$ — muu,

$D_4 = 1$ — IV kvartal,

$D_4 = 0$ — muu.

Regressioonimudel (6.50) kirjeldab sessoonsuse mõju vaid vabaliikme kaudu. Regressioonimudeli (6.51) puhul kirjeldatakse sessoonsuse mõju nii vabaliikme kui ka ajateguri kaudu:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 D_2 + b_3 D_3 + b_4 D_4 + b_5 D_2 t + b_6 D_3 t + b_7 D_4 t + e_t \quad (6.51)$$

Tabelis 6.9 on toodud vajalikud andmed sessoonsuse mõju arvestava regressioonimudeli konstrueerimiseks tarbijahinna-indeksi modelleerimiseks Eestis.

Tabel 6.9

**Andmed tarbijahinnaindeksi modelleerimiseks Eestis
(1989. aasta IV kvartalis $Y_t = 100$).**

Aasta, kvartal	Y_t	t	D_2	D_3	D_4
1990					
I	127	1	0	0	0
II	125	2	1	0	0
III	132	3	0	1	0
IV	179	4	0	0	1
1991					
I	260	5	0	0	0
II	353	6	1	0	0
III	490	7	0	1	0
IV	641	8	0	0	1
1992					
I	2586	9	0	0	0
II	4081	10	1	0	0
III	6417	11	0	1	0
IV	7956	12	0	0	1
1993					
I	8847	13	0	0	0
II	9463	14	1	0	0
III	9996	15	0	1	0
IV	10 905	16	0	0	1
1994					
I	12 748	17	0	0	0
II	14 267	18	1	0	0

Tabeli 6.9 andmetel on konstrueeritud regressioonimudel:

$$\hat{Y}_t = -3241 + 906t - 162 D_2 - 655 D_3 - 899 D_4 \quad (6.52)$$

$$R^2 = 0.915$$

Regressioonimudel on hea kirjeldatuse tasemega. Mudel ja mudeli parameetrid on olulisuse nivool $\alpha = 0.05$ statistiliselt olulised.

Tarbijahinnaindeksi kujunemise modelleerimiseks erinevates kvartalites sobivad regressioonimudelid:

I kvartal

$$\hat{Y}_t = -3241 + 906t \quad (6.53)$$

II kvartal

$$\hat{Y}_t = -3403 + 906t \quad (6.54)$$

III kvartal

$$\hat{Y}_t = -3896 + 906t \quad (6.55)$$

IV kvartal

$$\hat{Y}_t = -4140 + 906t \quad (6.56)$$

Mudelite (6.55) ja (6.56) alusel võib 1994. aasta III kvartaliks prognoosida tarbijahinnaindeksi 33.2%-list kasvu võrreldes 1993. aasta III kvartaliga ning 1994. aasta IV kvartalis 30.8% võrreldes 1993. a. sama perioodiga (tegelik kasv 50.1% ja 45.2%).

Toodud mudelid tarbijahinnaindeksi prognoosimiseks Eestis on loomulikult lihtsustatud. Modelleerimisel on lähtutud vaid tarbijahinnaindeksi lineaarse kasvutendentsi eeldusest. Arvesse ei ole võetud tarbijahinna muutumist mõjutavaid tegureid. Mudelite konstrueerimise eesmärgiks oli eelkõige illustreerida fiktiivsete muutujate kasutamise võimalusi sessoonse mõju arvestamiseks majandusprotsesside modelleerimisel. Model-

leerimise tulemused kinnitavad sellise lähenemise sobivust tarbijahinnaindeksi prognoosimiseks Eestis, aga ühtlasi ka vajadust lülitada prognoosimudelitesse erinevaid tarbijahinnaindeksi mõjureid ning kasutada modelleerimisel täiendavalt lineaarsele erinevakujulisi prognoosifunktsioone.

KOKKUVÕTE

Majandusnähtused ja -protsessid on omavahel tihedalt seotud, millest tulenevalt tuleb nende ökonomeetrilisel modelleerimisel tihti kokku puutuda modelleerimise tulemuste tõlgendamist komplitseeriva multikollineaarsuse probleemiga. /Multikollineaarsusest, mis tuleneb regressioonimudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate omavahelisest tugevast korreleerimisest, võivad sageli olla tingitud olukorrad, kus nii regressioonimudel tervikuna kui tema parameetrid on statistiliselt olulised, kuid modelleerimise tulemuste tõlgendamise tulemused ei ole kooskõlas kasutatud andmetega ega ka mudeli püstitamisele aluseks olevate majandusteoreetiliste seisukohtadega. Mudel võib kujuneda ebaloogiliseks ning tema otsene kasutamine majandusprotsesside modelleerimisel riskantseks.

Regressioonimodelite kasutamist majandusprotsesside ja -nähtuste modelleerimisel komplitseerib ka valimi või üldkogumi liikmete omavaheline sõltuvus, mis järjestatud (ajast sõltuvate) andmete puhul avaldub autokorrelatsioonina. Autokorrelatsiooni probleem on eriti terav aegridadele tuginevates regressioonimudelites, kuna suure osa majandusprotsesside kulgemises avalduv inertsus võib endaga kaasa tuua olukordi, kus statistiliselt olulised ja hea kirjeldatuse tasemega regressioonimudelid annavad majandusprotsessi tegelikku kulgu moonutavaid tulemusi.

Küllalt sageli ja seda eriti staatiliste andmete kasutamisel majandusnähtuste ja -protsesside modelleerimisel tuleb kokku puutuda olukordadega, kus ei ole täidetud regressioonimudeli konstrueerimise eelduseks olev homoskedastiivsuse nõue, mille

kohaselt juhusliku liikme dispersioon peaks olema konstantne ning sõltumatu eksogeensetest muutujatest. Selle nõude mitte-täidetavus tekitab heteroskedastiivsuse probleemi, mille tulemusena regressioonimudel ei peegelda piisava adekvaatsusega tegelikkust. Heteroskedastiivsuse vähendamise võimaluseks juhul, kui dispersioon kasutatava andmekogumi iga vaatluse korral on teada, on standardhälbe pöördväärtusega kaalutud vähimruutude meetodi kasutamine. Enamasti on majandusprobleemide modelleerimisel tegemist olukordadega, kus dispersioonid ei ole teada. Sellisel juhul kasutatakse heteroskedastiivsuse vähendamiseks andmekogumi mastaape muutvaid teisendusi, mis tihti viivad mudeli funktsionaalse kuju muutmisele. Sellised võtted on kasutatavad ka multikollineaarsuse ja autokorrelatsiooniga seonduvate probleemide korral. Majandusprotsesse ja -nähtusi iseloomustavate andmetega kaasnevate probleemide (multikollineaarsus, autokorrelatsioon, heteroskedastiivsus jt.) korral on oluline roll modelleerija ja modelleerimise tulemuste kasutaja tagasisidel põhineval koostööl informatsiooni ettevalmistamisel otsustusprotsessi toetamiseks. Vajalik on põhjalikult ja komplekselt analüüsida uuritavate majandusnähtuste ja -protsesside tausta.

Regressioonimudelite konstrueerimisel tuleb sageli kasutada ka kvalitatiivseid näitajaid, mis teatud kodeerimisprotseduuride kasutamise tulemusena teisendatakse kvantitatiivseteks. Selliseid muutujaid regressioonimudelites nimetatakse fiktiivseteks ehk teisendatud muutujateks. Regressioonimudelid, mis sisaldavad sõltumatute muutujatena vaid fiktiivseid muutujaid, kuuluvad dispersioonanalüüsi mudelite alla. Nii fiktiivseid kui ka kvantitatiivseid muutujaid sisaldavad regressioonimudelid on kovariatsioonanalüüsi mudelid. Fiktiivsete muutujatega mudelid on tulemuslikult kasutatavad erinevatel ajaperioodidel kulgevate majandusprotsesside modelleerimisel.

7. FAKTORANALÜÜS

7.1. Faktoranalüüsi idee ja kasutamine

Faktoranalüüs on küllalt laialt kasutatav statistikameetod, mida kasutatakse ka ökonomeetrisel modelleerimisel ja seda nii iseseisvalt kui kombineeritult teiste statistilise analüüsi meetoditega. Faktoranalüüs kuulub mitmemõõtmelise analüüsi meetodite hulka. See on meetod lähtetunnuste vaheliste seoste uurimiseks ja nende tunnuste ligikaudseks esitamiseks väiksema arvu tunnuste ehk faktorite lineaarkombinatsioonina.

Faktoranalüüsi peamiseks ülesandeks on informatsiooni kokkusuurimine uuritavat nähtust kirjeldavate tunnuste arvu vähendamise teel. Majandusnähtust kirjeldavad tunnused on omavahel enamasti väga tugevasti seotud, sageli teatavas mõttes üksteist dubleerivad. Regressioonimudelisse lülitatavad muutujad, mis iseloomustavad uuritava majandusnähtuse erinevaid külgi, on sageli multikollineaarsed. See võib oluliselt moonutada regressioonanalüüsi tulemusi ning muuta ökonomeetriselise mudeli kasutamise tulemused ebausaldusväärseteks.

Faktoranalüüs võimaldab omavahel seotud lähtetunnustes X_1, X_2, \dots, X_n sisalduva info kokku suruda üldistatud tunnustesse ehk faktoritesse F_1, F_2, \dots, F_m , mille arv on oluliselt väiksem kui lähtetunnuste arv ($m \ll n$) ning mis on omavahel sõltumatud. Faktorite ehk üldistatud näitajate kasutamine regressioonimudelite konstrueerimisel võimaldab vältida multikollineaarsust ning sellega kaasnevat ohtusid analüüsi tulemuste tõlgendamisel.

Faktoranalüüsi meetod võeti kasutusele 20. sajandi algul peamiselt seoses psühholoogiliste uurimustega. Meetodi kasutusala on käesolevaks ajaks laienenud meditsiinile, sotsioloogiale, meteoroloogiale, pedagoogikale, majandusele jm.

Ökonomeetrilistes uurimistes võeti faktoranalüüs ulatuslikumalt kasutusele 70-ndatel aastatel. Faktoranalüüsi on tulemuslikult kasutatud ka Eesti majandusteaduslikes uurimustes, põhiliselt tööjõu ja kaubakäibe modelleerimisel (Karu, Reiljan, 1983; Paas, 1983) ning erinevate äristrateegiate süvaanalüüsil (Sepp, 1995).

Faktoranalüüsi kasutamine ökonomeetrilistes uurimustes nõuab väga põhjalikku majandusprobleemi sisulist analüüsi, kasutatavate majandusnäitajate olemuse ja põhjuslikkuse mõistmist ning nendevaheliste seoste dünaamika mitmekülgset käsitlemist. Faktoranalüüsi kasutamine ilma majandusprobleemi sisulise külje põhjaliku lahtimõtestamiseta ning sügava majandusanalüüsita viib enamasti ebakompetentsetele ja vääradele järeldustele uuritava majandusnähtuse olemuse ja arengu kohta. See on olnud ka üheks põhjuseks, miks faktoranalüüsi kasutamine majandusalastes uurimustes ei muutunud eriti populaarseks. Kuid meetod on omanud alati arvestatavat kohta ja andnud häid tulemusi komplekssetes majandusuurimustes ning majandusprobleemide süvakäsitlusega tegelevate ja matemaatilise statistika meetodeid valdavate majandusteadlaste käes. Faktoranalüüs on tulemuslik ainult sügavasisulise probleemi käsitluse ja mitmekülgse analüüsi puhul. Faktoranalüüsi kasutatakse tulemuslikult koos korrelatsioon- ja regressioonanalüüsiga.

Faktoranalüüsi ülesandeks on lähtenäitajates sisalduva informatsiooni kokkusurumine uuritavat majandusnähtust üldistavalt kirjeldatavatesse sõltumatutesse näitajatesse — faktoritesse

Faktoranalüüsi kasutamine on tulemuslik vaid majandusnähtuste sügava sisulise analüüsi ning analüüsi tulemuste kompleksse tõlgendamise korral. Faktoranalüüsi kasutatakse tavaliselt koos korrelatsioon- ja regressioonanalüüsiga

7.2. Faktoranalüüsi mudel

Faktoranalüüsi kasutamist võib käsitleda ka kui korrelatsioonanalüüsi süvendamist, selgitamaks nähtustevahelisi sisemisi varajatud seoseid ning surumaks uuritavates majandusnäitajates sisalduvat informatsiooni kokku üldistatud näitajatesse — faktoritesse, mille arv on oluliselt väiksem kui lähtenäitajate arv ning mis omavahel ei korreleeru.

Faktoranalüüsi mudel on

$$X_j = \sum_{i=1}^m a_{ji} F_i + d_j U_j, \quad (7.1)$$

kus

- X_j — lähtetunnused — näitajad, $j = 1, 2, \dots, n$;
 F_i — üldistatud näitajad — faktorid, $i = 1, 2, \dots, m$;
 a_{ji} — faktorlaadungid⁹, mis väljendavad j -nda lähtetunnuse ja i -nda faktori vahelist korrelatsiooni;
 U_j — spetsiifiline faktor ehk omapära, s.o. j -nda lähtetunnuse osa, mida ei kirjelda faktorid F_i ($i = 1, 2, \dots, m$);
 d_j — spetsiifilise faktori ehk omapära faktorlaadung;
 n — lähtetunnuste arv;
 m — üldistatud näitajate — faktorite arv; $m \ll n$

Mudel (7.1) kehtib tingimustel:

- 1) lähtetunnused X_j on normeeritud ja tsentreeritud,
- 2) faktorid F_i ja omapärad U_j on normeeritud, tsentreeritud ja paarikaupa mittekorreleeruvad.

⁹ Matemaatilise statistika alases eestikeelses kirjanduses on faktorlaadungid nimetatud ka "faktorkaaludeks" (Tiit, Parring, 1976; Programme kõigile XIV, 1978). Majandusalases kirjanduses on kasutatud rohkem mõistet "faktorlaadung" või ka "komponentlaadung".

Faktorlaadungi ruut $a_{j,}^2$ näitab, kui suure osa tunnuse X_j dispersioonist kirjeldab faktor F_i . Kõigi faktorite F_i ($i = 1, 2, \dots, m$) poolt kirjeldatavat tunnuse X_j dispersiooni osa iseloomustab summa

$$h_j^2 = a_{j,1}^2 + a_{j,2}^2 + \dots + a_{j,m}^2 \quad (7.2)$$

Suurust h_j^2 nimetatakse tunnuse X_j kommunaliteediks.

Kommunaliteet rahuldab tingimusi

$$0 \leq h_j^2 \leq 1 \quad (7.3)$$

Mida lähemal on kommunaliteedi h_j^2 väärtus arvule 1, seda täielikumalt on faktorite F_i poolt kirjeldatud lähtetunnuse X_j dispersioon.

Faktori F_i osa kõigi lähtetunnuste X_j summaarse hajuvuse kirjeldamisel mõõdab suurus P_i^2 :

$$P_i^2 = a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + \dots + a_{ni}^2 \quad (7.4)$$

Suurust P_i^2 nimetatakse faktori F_i panuseks lähtetunnuste summaarse dispersiooni kirjeldamisel.

Faktoranalüüsi mudel:

$$X_j = \sum_{i=1}^m a_{ji} F_i + d_j U_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

kus

X_j — lähtetunnused

F_i — faktorid

a_{ji} — faktorlaadungid ($a_{ji} = r(X_j, F_i)$)

U_j — omapära (X_j osa, mis ei ole faktoritega F_i kirjeldatud)

d_j — omapära faktorlaadung

n — lähtetunnuste arv

m — faktorite arv

7.3. Faktormatriks

Faktoranalüüsi mudeli (7.1) põhjal leitakse faktormatriks $A = (a_{j\prime})$ ning omapärade vektor $U_{\prime} = (d_{\prime})$. Neist sisulise tähtsusega on faktormatriks (tabel 7.1), mille elementideks olevad faktorlaadungid $a_{j\prime}$ väljendavad lähtetunnuse X_j ja faktori F_{\prime} vahelist lineaarset korrelatsiooni.

Tabel 7.1

Faktormatriks.

	F_1	F_2	...	F_m	Kommunaliteet h_j^2
X_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}	h_1^2
X_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}	h_2^2
...
X_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}	h_n^2
Panus (P_{\prime}^2)	P_1^2	P_2^2	...	P_m^2	

Faktormatriksi alusel toimub faktoranalüüsi tulemuste tõlgendamise ning sõltumatute üldistatud näitajate — faktorite F_{\prime} sisu ja olemuse avamine ning nende poolt lähtetunnuste X_j kirjeldatuse taseme hindamine.

Faktormatriksi arvutamiseks on mitmeid erinevaid meetodeid (Harman, 1972; Okun, 1974; Tiit, Parring, 1976). Neist kasutatavamaks on peakomponentide meetod. Erijuhul, kui faktormatriksi arvutamisel kasutatava korrelatsioonimatriksi (7.5) peadiagonaali elemente ei asendata, nimetatakse faktormatriksi leidmisel kasutatavat meetodit ka komponentaanalüüsi meetodiks.

Faktoranalüüsi esmaseks tehniliseks ülesandeks on mudelis (7.1) sisalduvate tundmatute suuruste $a_{j\cdot}$ ja d_j arvutamine lähtetunnuste X_j korrelatsioonimaatriksi R alusel.

Korrelatsioonimaatriksilt R

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

tuleb jõuda faktormaatrisini A (faktorlaadungite $a_{j\cdot}$ maatriks):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

Selleks leitakse teisendatud korrelatsioonimaatriks \bar{R} , mis saadakse lähtetunnuste korrelatsioonimaatriksi R peadiagonaalil asuvate ühtede asendamisel kommunaliteetidega h_j^2 :

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} h_1^2 & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{22} & h_2^2 & \dots & r_{2n} \\ \dots & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & h_n^2 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Kommunaliteeti h_j^2 saab leida alles pärast faktorlaadungite $a_{j\cdot}$ arvutamist. Seetõttu antakse kommunaliteetidele mingi alghinnang ning seejärel, lähtudes nendest alghinnangutest, leitakse faktormaatrisi A esialgne hinnang.

Kommunaliteedile alghinnangute määramisel peetakse silmas järgmiste nõuete täidetust:

- 1) maatriksi \bar{R} astak peab olema minimaalne (vähim faktore arv),

2) maatriks \bar{R} peab olema mittenegatiivselt määratud.

Kommunaaliteetide hinnanguid parandatakse valemi (7.2) abil, kasutades leitud A väärtusi. Seejärel määratakse uus \bar{R} ja arvutatakse uus A , jne. Iteratsiooniprotsess lõpetatakse, kui kahel järjestikul iteratsioonisammul saadud kommunaliteetide summad ei erine oluliselt: vahe on väiksem kui etteantud suurus ε :

$$\left| \sum_{j=1}^n h_j^2 - \sum_{j=1}^n h_j^2 \right| < \varepsilon \quad (7.8)$$

Peakomponentide meetodi puhul on faktorlaadungite leidmise kriteeriumiks lähtetunnuste summaarse dispersiooni/jääkdispersiooni maksimaalne kirjeldamine, seejuures faktorid F_i on mittekorreleeritud. Esimene faktor on peafaktor, mis kirjeldab põhiosa lähtetunnuste dispersioonist, teine faktor kirjeldab suurema osa jääkdispersioonist jne. Faktorite arv m määratakse tingimusest, et iga faktor peab kirjeldama vähemalt etteantud osa (α) lähtetunnuste X_j kogu dispersioonist (sageli $\alpha = 5\%$).

Tihti kasutatakse faktorite arvu määramiseks ka kriteeriumi, et faktori panus ei tohiks olla väiksem kui esialgsel tunnusel.

Faktoranalüüsi mudel lahendatakse enamasti arvutil. Mudeli lahendusmeetod on määratud kasutatava tarkvaraga, aga enamasti on kasutajal võimalik teha ise valik.

Faktormaatricsi alusel toimub faktoranalüüsi tulemuste tõlgendamine, üldistatud näitajatele — faktoritele nime andmine ning nende majandusliku sisu avamine

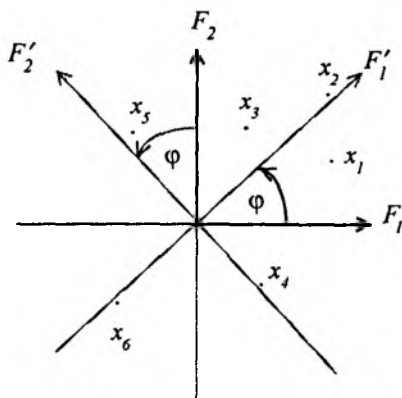
7.4. Faktorite pööramine

Ideaaljuhul peaks faktormaatricsis A igal faktoril olema vähemalt üks ühe lähedane faktorlaadung, mis määrab selle faktori põhisisu. Tavaliselt ei ole esialgselt saadud faktormaatricsil

sellist struktuuri. Faktormatriksi struktuuri muutmisel faktorite sisulise tõlgendamise hõlbustamiseks kasutatakse faktorite pööramist.

Faktorite pööramine ehk ortogonaalteisendus on võimalik, kuna faktormatriks A ei ole faktoranalüüsi võrrandiga (7.1) üheselt määratud. Faktoranalüüsi mudeli lahendiks osutub faktormatriksi A iga ortogonaalteisendus. Seda asjaolu kasutatakse faktormatriksi tõlgendatavuse parandamiseks. Faktormatriksit A teisendatakse nii, et iga faktor F_i oleks oluliselt seotud võimalikult väheste lähtetunnustega X_j ning tunnuste summaarne kirjeldatus ei muutuks.

Graafiliselt on faktorite F_i ($i = 1, 2, 3$) pööramist kujutatud joonisel 7.1.



Joonis 7.1. Faktorite pööramine.

Uued faktorilaadungid a'_{jl} , mis vastavad faktoritele F'_l ja F'_s ning on pööratud esialgsete faktorite F_l ja F_s suhtes tasandil nurga φ võrra, on leitavad võrrandist

$$\begin{pmatrix} a'_{j1} \\ a'_{js} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j1} \\ a_{js} \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

Sobiva nurga võrra pööratud faktoreid on enamasti lihtsam tõlgendada, kasutades selleks iga faktoriga kõige tugevamini seotud tunnuseid. Nende tunnuste korral on faktorlaadungite $a_{j\cdot}$ absoluutväärtused suhteliselt suured. Sobiva nurga määramiseks kasutatakse mitmesuguseid pööramismeetodeid (VARIMAX jne.). Nurga võib määrata ka graafiliselt nii, et tunnuseid tähistavad punktid asuksid telgedele F_1' , F_s' võimalikult lähedal. Kui tegemist on rohkem kui kahe faktoriga F_i , siis pööratakse kõik teljepaarid ükshaaval ning enamasti korratakse seda protsessi iteratiivselt vajaliku täpsuse saavutamiseni.

Faktorite pööramist kasutatakse faktoranalüüsi tulemuste tõlgendamise lihtsustamiseks

7.5. Faktorkaalud

Faktorite taset igal uuritaval objektil või indiviidil võimaldavad hinnata faktorkaalud.

Faktorkaalude maatriks F on

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1p} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{m1} & f_{m2} & \dots & f_{mp} \end{pmatrix} \quad (7.10)$$

kus

p — uuritavate objektide või indiviidide arv (andmestiku maht).

Eeldusel, et omapärad U_j kirjeldavad tunnustest nii väikese osa, et selle võib vaatluse alt välja jätta, saab faktorkaalude leidmiseks kasutada võrrandit

$$F = (A'A)^{-1} A'X \quad (7.11)$$

Faktorkaalude maatriksi $F = (f_{ik})$, ($i = 1, 2, \dots, m$; $k = 1, 2, \dots, p$) elemendid on normeeritud, tsentreeritud ja paarikaupa sõltumatud. Iga üksikobjekt või indiviid indeksiga k faktoranalüüsil kasutatud valimist ($k = 1, 2, \dots, p$) on kirjeldatav faktorkaalude komplektiga $f_{1k}, f_{2k}, \dots, f_{mk}$. Mida suurem on faktorkaalu hinnangu absoluutväärtus objektil (indiviidil) k , seda enam hälbib faktori tase sellel objektil faktori keskmisest tasemest (keskmine tase on arvutatud vaadeldava andmestiku põhjal). Kui faktorkaal on võrdne nulliga ($f_{jk} = 0$), siis vastaval üldistatud faktoril on uuritaval objektil (indiviidil) keskmine tase. Kui faktorikaal on positiivne, siis on vaadeldaval objektil faktori tase keskmisest kõrgem, kui negatiivne, siis madalam.

**Faktorkaal võimaldab kvantitatiivselt hinnata
üldistatud näitaja — faktori taset igal andmestiku
objektil või indiviidil**

7.6. Faktoranalüüsi etapid

Faktoranalüüsi kasutatakse ökonomeetrilisel modelleerimisel tavaliselt kombineeritult koos teiste statistilise analüüsi meetoditega. Seejuures tuleb enamasti läbida järgnevad tööetapid.

1. Uuritava majandusprobleemi verbaalloogiline modelleerimine. Majandusnähtust mõjutavate tegurite ja neid modelleerivate näitajate esialgne määratlemine ja süstematiseerimine. Esialgsete hüpoteeside püstitamine uuritava majandusprobleemi või majandusteoreetilise kontseptsiooni kohta. Modelleeritava majandusnähtuse võimaliku arengusuuna esialgne määratlemine.
2. Majandusnäitajate vahelise korrelatsiooni uurimine. Korrelatsioonimaatriksi hindamine ja analüüs.
3. Faktoranalüüsi mudeli lahendamine ja faktormaatricsi hindamine.

4. Faktormatriksi pööramine (vajadusel), pööratud maatriksi analüüs.
5. Faktorite sisuline tõlgendamine ja neile majanduslikku sisu avava nime andmine.
6. Faktorkaalude leidmine ja analüüs.
7. Faktoranalüüsi täiendamine regressioonanalüüsiga (vajadusel).
8. Faktoranalüüsi tulemuste kasutamine uuritava majandusnähtuse või -protsessi analüüsimisel ja prognoosimisel jne.

Faktorite majandusliku sisu avamine on faktoranalüüsi läbiviimisel üks vastutusrikkamaid tööetappe. Kui uurijal ei õnnestu majandusnähtust iseloomustavate näitajate alusel leitud üldistatud faktorite sisulist olemust adekvaatselt tabada ning nende alusel faktoranalüüsi tulemuste kasutamist suunata, osutub kogu seni tehtud töö mõttetuks. Halvemal juhul võib see viia täiesti vääradele järeldustele uuritava majandusprobleemi või -kontseptsiooni kohta.

Faktorite sisuline tõlgendamine tugineb kõigile läbitud tööetappidele. Tulenevalt verbaalloogilisest mudelist ning faktoranalüüsi kasutamise eesmärkidest on sageli otstarbekas faktoranalüüsi tulemustest lähtuvalt konstrueerida regressioonimudeleid, kus mittekorreleerivateks eksogeenseteks muutujateks on andmestiku põhjal arvutatud faktorid. Nende faktorite väärtusteks andmestiku objektidel on leitud faktorkaalud.

Faktoranalüüsi läbiviimise vastutusrikkaim tööetapp on üldistatud näitajate — faktorite sisuline tõlgendamine. Oluline on oskuslikult kombineerida faktoranalüüsi tulemusi ja verbaalloogilist modelleerimist

7.7. Faktoranalüüsi kasutamise näide

7.7.1. Probleemi püstitus

Eesmärgiks on analüüsida ja prognoosida kaubanduse arengupotentsiaali Eesti maakondades. Kaubanduse arengut mõjutavad tegurid võib üldistatult jagada kahte rühma:

- 1) nõudmist mõjutavad tegurid,
- 2) pakkumist mõjutavad tegurid.

Nõudmist võib omakorda jaotada kohalikuks ja transiitnõudluseks, mis, tulenevalt maakonna asukohast, elanikkonna struktuurist, tööstuse ja teeninduse arengust jne. määrab raha sisse- või väljavoolu maakonda.

Kauba pakkumine on suures osas määratud kaubandusvõrgu arenguga ja kaubandusliku teenindamise korraldusega maakonnas (ettevõtlustingimustega).

Piirid nõudmist ja pakkumist mõjutavate tegurite vahel on suures osas tinglikud. Tegurite mõjud on sageli mõlemasuunalised.

On selge, et kauba nõudmist ja pakkumist maakonnas mõjutab suur hulk tugevamalt või nõrgemalt seotud mõjureid. Nende omavahelise seose tugevuse ja mõju suuna hindamiseks saab kasutada korrelatsioonanalüüsi. Korrelatsioonimaatriksis sisalduva informatsiooni üldistamiseks ja kokkusurumiseks omavahel mittekorreleeruvatesse üldistatud näitajatesse — faktoritesse saab kasutada faktoranalüüsi. Faktoranalüüsi tulemuste põhjal konstrueeritud regressioonimudelid võimaldavad komplekselt hinnata kaubanduse arengupotentsiaali ning vajadusel prognoosida käibe arengut maakonnas.

7.7.2. Lähtetunnused

Maakonna kaubanduse arengupotentsiaali hindamisel on vaatluse alla võetud järgmised näitajad:
jaekäive elaniku kohta

kasutatav tulu elaniku kohta	X_1
aasta keskmised hoiused elaniku kohta	X_2
töövõimelise elanikkonna osatähtsus	X_3
raha migratsioon elaniku kohta	X_4
tööstustoodang elaniku kohta	X_5
teenused elaniku kohta	X_6
linnaelanikkonna osatähtsus	X_7
maaelanikkonna asustustihedus	X_8
asukoha näitaja (selgitatakse punktis 7.7.3.)	X_9
maantee- ja raudteevõrgu tihedus 1000 km ² kohta	X_{10}
kaupluste kaubanduslik pind (m ²) 1000 elaniku kohta	X_{11}
kaupluste keskmine suurus kaubanduspinna järgi (m ²)	X_{12}
müüjate arv 1000 elaniku kohta	X_{13}

Toodud näitajaid võib faktoranalüüsi seisukohalt käsitleda lähtetunnustena X_j .

Analüüsitud on neid näitajaid Eesti maakondades (rajoonides) aastatel 1981–1992. Maakonna koosseisu on arvatud ka suuremad linnad (Tallinn, Kohtla-Järve, Tartu, Pärnu, Narva), mis tegelikult ka täidavad maakonna keskuse funktsioone või siis kuuluvad kaubandusliku teenindamise seisukohalt maakonna juurde (Narva). Seega on siin kasutatud maakonna mõiste tinglik.

Seoses suurte ümberkorraldustega Eesti majanduslikus ja poliitilises elukorralduses ning seda kajastavas aruandluses on paljud kasutatud andmed tinglikud ning vastavad tegelikkusele vaid üldtendentsilt. Seetõttu täidab toodud probleemipüstitus ja selle lahendamiskäik eelkõige vaid näiteülesande rolli.

7.7.3. Asukoha näitaja

Oluliseks teguriks, mis määrab kaubanduse arengut, on maakonna asukoht, eelkõige selle kaugus vabariigi suurematest linnadest.

Ameerika teadlane W. Reilly formuleeris 1929. a. nn. gravitatsiooniseaduse jaekaubanduses, mille kohaselt suurlinnade

kaubandus mõjutab väiksema territoriaalse üksuse kaubandust võrdeliselt suurlinnade elanike arvuga ja pöördvõrdeliselt nendevahelise kauguse ruuduga.

Reilly seadus on leidnud rohket rakendamist ja edasiarendamist. Üheks modifikatsiooniks on Steawarti demograafiline potentsiaal:

$$v_i = G \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}^2}, \quad (7.12)$$

kus

P_j — j -nda linna elanike arv,

d_{ij} — i -nda keskuse (maakonna) ja j -nda suurema linna vaheline kaugus,

G — parameeter.

Maakondade asukoha näitaja v_k , väljendatakse vabariigi suuremate linnade võimalikku mõju maakonna kaubandusele, on leitud järgmiselt:

$$v_k = \sum_{l=1}^5 \frac{P_l}{d_{kl}^2}, \quad (7.13)$$

kus

$k = 1, 2, \dots, 15$.

P_1 — 1-nda suurema linna (Tallinn, Tartu, Kohtla-Järve, Narva, Pärnu) elanike arv;

d_{kl} — k -nda maakonna ja 1-nda linna vaheline kaugus.

Sellisel arvutatud näitaja (asukoha näitaja) ja jaekäibe territoriaalse jaotuse vahel on statistiliselt oluline ja piisavalt tugev korrelatiivne seos ($r = 0,60$).

7.7.4. Korrelatsioonimaatriks

Tabelis 7.2 on toodud jaekäibe ja jaekäivet mõjutavate tegurite vaheliste lineaarsete korrelatsioonikordajate maatriks, mis on

leitud Eesti maakondade andmete alusel. Tugevamini on ühele elanikule osaneva jaekäibega maakondades seotud tulud, raha migratsioon, tööstuse ja teenindamise areng, asukoht, linnaelanikkonna osatähtsus maakonnas. Analüüsitavad käibe mõjurid on omavahel küllalt tugevalt seotud, mida iseloomustavad tabelis 7.2 toodud korrelatsioonikordajad.

Erinevate näitajate lülitamisel jaekäibe regressioonimudelisse võib regressioonanalüüsi tulemuste usaldatavust oluliselt vähendada multikollineaarsus. Selle vältimiseks ning korrelatsioonimaatriksis sisalduva mitmekülgse info kokkusurumiseks mittekorreleeruvatesse üldistatud näitajatesse — jaekäibe faktorigesse — on tulemuslik kasutada faktoranalüüsi.

7.7.5. Faktormaatricsi tõlgendamine

Korrelatsioonimaatriks (tabel 7.2) on aluseks faktoranalüüsile. Faktoranalüüsi mudeli lahendamise tulemusena saadud faktormaatrics on toodud tabelis 7.3.

Faktorstruktuur (tabel 7.3) on saadud pärast esialgse faktormaatricsi pööramist. Enamik faktorlaadungeid on statistiliselt olulised ning kasutatavad faktormaatricsi sisulisel tõlgendamisel.

Kommunaliteedid väljendavad seda osa j -nda tunnuse hajuvusest, mis on kirjeldatud faktorite F_1, F_2 ja F_3 poolt. Näiteks on faktoritega F_1, F_2 ja F_3 kirjeldatud 66.8 elanike tulude, 71.9% hoiuste ning 61% raha migratsiooni hajuvusest.

Panus P_i^2 väljendab i -nda faktori osa lähtetunnuste summaarse dispersiooni kirjeldamisel.

Väga vastutusrikkaks tööks faktoranalüüsi läbiviimisel on faktorite sisuline tõlgendamine ning neile nime andmine. Faktorite tõlgendamisel arvestatakse ainult statistiliselt oluliste faktorlaadungitega.

Tabel 7.3

Faktormaatrisks.

Lähtetunnused	Faktorlaadungid			Kommunali- teedid h_j^2
	F ₁	F ₂	F ₃	
	a _{1j}	a _{2j}	a _{3j}	
1. Elanike tulud	0.312	-0.058	0.753	0.668
2. Hoiused	-0.353	-0.319	0.702	0.719
3. Töövõimelise elanikkonna osatähtsus	0.422	-0.003	0.172	0.208
4. Tööstustoodang	0.775	-0.392	0.058	0.758
5. Teenused	0.578	0.012	0.580	0.671
6. Raha migratsioon	0.759	0.182	0.023	0.610
7. Linnaelanikkonna osatähtsus	0.981	-0.123	0.108	0.989
8. Maaelanikkonna asustustihedus	0.253	0.688	0.107	0.549
9. Asukoht	0.730	0.341	0.117	0.663
10. Maantee- ja raudteevõrgu tihedus	-0.353	0.777	-0.248	0.790
11. Kaubanduslik pind	0.123	-0.564	0.379	0.477
12. Kaupluste suurus	0.493	0.257	0.120	0.323
13. Müüjate arv	0.619	-0.031	0.441	0.579
Panus: P_i^2	4.235	1.885	1.881	
%	52.9	23.6	23.5	

Faktoril F_1 on olulisemad faktorlaadungid järgmistel tunnustel:

linnaelanikkonna osatähtsus (X_7)	0.981
tööstustoodang (X_5)	0.775
raha migratsioon (X_4)	0.759
asukoht (X_9)	0.730
müüjate arv (X_{13})	0.619
teenused (X_6)	0.578

Tulenevalt nende näitajate majanduslikust sisust võib esimest faktorit tõlgendada kui *linnastumise taseme* näitajat.

Raamatust on välja jäänud tabel 3.4 (viide lk. 96) ja tabel 7.2 (viide lk. 250). Toome nad siinkohal ära. Vabandame.

Tabel 3.4

Tarbimismudeli ristingmed.

Riik	Rahvatulu 1 elaniku kohta, \$ (Y)			Tarbimine 1 elaniku kohta, \$ (C)			Valitsuskulud 1 elaniku kohta, \$ (G)		
	t_0	t_1	t_2	t_0	t_1	t_2	t_0	t_1	t_2
USA	4984	5112	5900	3143	3351	4270	946	1027	1162
Kanada	4235	4901	5021	2420	2660	2733	826	846	873
Belgia	3346	4114	4416	2023	2714	2903	500	560	598
Prantsusmaa	3403	3492	3617	2017	2132	2400	423	423	490
Saksamaa	3769	4031	4199	2036	2119	2300	664	664	711
Itaalia	1984	2152	2301	1272	1340	1460	294	294	339
Madalmaad	3165	3249	3432	1767	1890	1992	528	528	574
Rootsi	4669	4873	5072	2509	2649	2813	1077	1077	1414
Inglismaa	2503	2742	3114	1594	1673	1900	469	469	501
Austraalia	3426	3782	3989	2032	2141	2701	167	167	199
Jaapan	2439	2914	3342	1269	1312	1397	221	221	260

Teisel faktoril (F_2) on järgmised olulised faktorlaadungid:

maantee- ja raudteevõrgu tihedus (X_{10})	0.777
maaelanikkonna tihedus (X_8)	0.688
kaubanduslik pind (X_{11})	-0.564

Seda üldistatud näitajat võib tõlgendada *maaelanikkonna asustustiheduse näitajana*. Negatiivne faktorlaadung kaubandusliku pinnaga varustatuse näitajale annab tunnistust kaubandusliku pinna suuremast koormatusest tihedama asustusega maapiirkondades.

Kolmas faktor F_3 omab suuremaid faktorlaadungeid elanikkonna tulude (0.753) ja hoiuste (0.702) näitajatega. Vastavalt sellele võib faktorit tõlgendada kui *elanikkonna ostuvõime näitajat*. Olulised faktorlaadungid muutujatele X_6 (teenused) ja X_{13} (müüjate arv) annavad tunnistust elanikkonna mõnevõrra paremast teenindamisest kõrgema ostuvõimega maakondades.

Seega õnnestus faktoranalüüsi rakendamise tulemusena informatsioon 13 jaekäibe mõjuri kohta kokku suruda kolme üldistatud faktorisse:

- F_1 — linnastumise tase,
- F_2 — maaelanikkonna asustustihedus,
- F_3 — elanikkonna ostuvõime.

Neist esimene ja teine faktor väljendavad jaekäibe kujunemise tingimusi, mis avaldavad mõju põhiliselt transiitnõudluse kaudu ning kolmas faktor — kohaliku nõudluse kaudu. Selline tulemus on ka ootuspärane, sest faktoranalüüsi lülitatavate näitajate valikul on lähtutud eeldusest, et territoriaalsed erinevused jaekäibe mahu kujunemisel on eelkõige tingitud erinevast transiitnõudlusest ning seda kujundavatest teguritest.

7.7.6. Faktorkaalude tõlgendamine

Faktorite F_1 , F_2 ja F_3 taset maakonnas analüüsiperioodi aastatel väljendavad faktorkaalud. Tabelis 7.4 on toodud kõigi kolme faktori faktorkaalud maakondades (rajoonides) 1990. a.

Kui faktorkaal on võrdne nulliga, siis selle faktori osas on maakonnas vabariigi keskmine tase. Positiivse faktorkaalu puhul on tegemist üldistatud näitaja keskmisest tasemest kõrgema hinnanguga, negatiivse faktorkaalu puhul aga keskmisest madalama tasemega.

Tabel 7.4

Faktorkaalud 1990. aastal.

Maakond	Linnastumise tase (F_1)	Maaelanikkonna tihedus (F_2)	Elanikkonna ostuvõime (F_3)
Valga	0.320	-0.094	-0.777
Viljandi	-0.379	-0.731	1.091
Võru	0.011	1.672	0.309
Jõgeva	-1.167	-0.006	1.362
Saare	-0.887	-0.094	1.484
Ida-Viru	1.586	-1.781	-2.228
Järva	-0.460	-0.988	0.755
Põlva	-0.857	1.524	-0.273
Pärnu	0.413	-1.352	0.343
Lääne-Viru	-0.225	-0.679	1.534
Rapla	-0.999	-1.349	0.228
Tartu	1.363	0.881	0.203
Lääne	-0.284	-0.708	0.352
Harju	2.053	1.484	0.744
Hiiumaa	-0.897	-1.070	0.340

Linnastumise tase oli 1990. a. kõrge Harju, Ida-Viru ja Tartu maakonnas, madal Jõgeva ja Rapla maakonnas. Siinjuures tuleb silmas pidada, et üldistatud faktor F_1 on kompleksne näitaja ning selle sisu ei ole määratud ainult linnaelanikkonna osatähtsusega. Ka faktorite F_2 ja F_3 faktorkaalude sisulisel tõlgendamisel tuleb silmas pidada, et tegemist on komplekssete üldistatud näitajatega, mis hõlmavad faktorite nimega seon-

duvaid erinevaid näitajaid ja nendevahelisi vastastikuseid seoseid territoriaalses lõikes analüüsitaval aastal.

7.7.7. Kaubanduse arengupotentsiaali üldistatud hinnang

Faktoritel F_1 , F_2 ja F_3 on jaekäibe ning seega ka kaubanduse arengupotentsiaali kujunemisele piirkonnas erinev mõju, mis tuleneb faktorite erinevast majanduslikust sisust.

Kaubanduse arengupotentsiaali üldistava võrreldava hinnangu iga maakonna kohta võib leida järgmiselt:

$$y_k = \sum_{i=1}^m b_i z_{ik} \quad (7.14)$$

$k = 1, 2, \dots, p$

b_i — i -nda faktori mõju hinnang kaubanduse arengule,

z_{ik} — i -nda faktori faktorkaal k -ndas maakonnas,

p — maakondade arv,

$m = 3$ — faktorite arv.

Faktorite F_i mõju kvantitatiivsete hinnangute ning kaubanduse üldistatud arengupotentsiaali hinnangu \hat{y}_k määramiseks on koostatud regressioonimudel, milles sõltuvaks (endogeenseks) muutujaks on jaekäibe territoriaalse jaotuse indeksid ning sõltumatuteks (eksogeenseteks) muutujateks faktorkaalud.

Faktoranalüüsi eeldustest tulenevalt on faktorid F_1 , F_2 ja F_3 ning seega ka nende faktorkaalud omavahel paarikaupa mittekorreleeruvad.

Saadud on regressioonivõrrand

$$\hat{y} = 0.0818z_1 - 0.0093z_2 + 0.0452z_3 \quad (7.15)$$

Regressioonivõrrand on usaldusväärne ($\alpha = 0.05$). Mitmene korrelatsioonikordaja $R = 0.889$, determinatsioonikordaja $D = 0.790$. Seega on faktoritega F_1 , F_2 ja F_3 kirjeldatud 79.0% jaekäibe kujunemise hajuvusest vabariigi maakondades.

Regressioonivõrrandi parameetrid $b_1 = 0.0818$, $b_2 = -0.0093$ ja $b_3 = 0.0452$ on statistiliselt olulised. Kaubanduse arengupotentsiaali üldistatud kvantitatiivse hinnangunäitaja kujunemisel on suurema kaaluga linnastumise taseme (F_1) ja elanikkonna ostuvõime (F_3) üldistatud näitajad. Maaelanikkonna asustihedus (F_2) mõjutab käibe mahu kujunemist maakondades vähem, seejuures maaelanikkonna tihedama asustustiheduse näitajaga piirkondades on ühele elanikule osanev käive mõnevõrra väiksem. See on seletatav tihedama asustustihedusega maapiirkondade elanikkonna suurema liikuvusega ning sageli ostude tegemisega naabermaakondadest.

7.7.8. Faktoranalüüsi tulemuste kasutamine

Analüüsitud näites oli uurimiseesmärgiks kaubanduse arengut maakondades mõjutavate tegurite, nende omavaheliste seoste ja mõjude selgitamine ja kvantitatiivne hindamine ning kaubanduse arengupotentsiaali üldistatud hinnangunäitaja väljatöötamine. Püstitatud uurimiseesmärgi saavutamisel osutus otstarbekaks ja põhjendatuks faktoranalüüsi kasutamine kombineeritult korrelatsioon- ja regressioonanalüüsiga.

Kombineeritud analüüsi tulemuste kasutusvõimalused võib üldistatult esitada järgmiselt:

- 1) on võimalik kvantitatiivselt hinnata erinevate tegurite mõju kaubanduse arengule vabariigis tervikuna ja vabariigi territoriaalsetes üksustes — maakondades;
- 2) on võimalik leida käibe arengut mõjutavad üldistatud faktorid ning hinnata kvantitatiivselt nende taset territoriaalses ja ajalises lõikes;
- 3) on võimalik välja tuua kaubanduse arengupotentsiaali kvantitatiivsed hinnangud territoriaalses ja ajalises lõikes;
- 4) on võimalik prognoosida kaubanduse arengut ning kavandada seda suunavaid meetmeid.

Prognooside tegemisel tuleb kriitiliselt hinnata analüüsi-perioodi, selle statistilist aruandlust ja kasutatavate andmete kooskõla prognoosiperioodiga. Analüüsitud näite puhul on prognooside tegemise otstarbekus kaheldav, sest on toimunud suured ümberkorraldused vabariigi majanduses ja poliitilises elukorralduses ning ka statistilises aruandluses. Analüüsi-perioodi olukordade ekstrapoleerimine tulevikku ei ole põhi-osas võimalik. Küll aga annab modelleerimisprotsess väärtuslikku informatsiooni kaubanduse arengupotentsiaali territoriaalseks hindamiseks vabariigis ning kinnitab kasutatud meetodite ja meetodika sobivust püstitatud uurimisesmärgi saavutamiseks.

Korrelatsioon-, regressioon- ja faktoranalüüsi kombineeritud kasutamine ökonomeetrilisel modelleerimisel võimaldab läbi viia majandusarengu prognoosimisele ja majanduspoliitiliste meetmete kavandamisele aluseks olevat majandusprotsesside kompleksset kvantitatiivset süvaanalüüsi

KOKKUVÕTE

Ökonomeetrilisel modelleerimisel on tulemuslik faktor-, korrelatsioon- ja regressioonanalüüsi kombineeritud kasutamine. See võimaldab läbi viia prognoosimisele, majanduspoliitiliste meetmete kavandamisele ja otsuste langetamisele aluseks olevate majandusprotsesside kompleksset kvantitatiivset süvaanalüüsi.

Faktoranalüüsi ülesandeks on lähtenäitajates sisalduva informatsiooni kokkusurumine uuritavat majandusnähtust või -protsessi üldistavalt kirjeldavatesse sõltumatutesse näitajatesse — faktoritesse. Majandusnähtust kirjeldavad tunnused on omavahel enamasti väga tugevalt seotud, sageli teatud mõttes dubleerivad üksteist. Sellest tulenev multikollineaarsuse oht komplitseerib regressioonimudelite konstrueerimist ning kasutamist majandusprotsesside analüüsimisel ja prognoosimisel.

Faktoranalüüsi tulemusena saadud üldistatud omavahel sõltumatud faktorid ja nende taset igal uuritava objektil (indiviidil, vaatlusel) väljendavad faktorkaalud on kasutatavad regressioonimudelite konstrueerimisel, sealjuures selliselt konstrueeritud mudelites ei ole tegemist multikollineaarsusega.

Faktoranalüüsi kasutamine ökonomeetrilistes uurimustes nõuab väga põhjalikku majandusprobleemi sisulist analüüsi, kasutatavate majandusnäitajate olemuse ja põhjuslikkuse mõistmist ning nendevaheliste seoste dünaamika mitmekülgset käsitlemist. Faktoranalüüsi kasutamine ilma majandusprobleemi sisulise külje põhjaliku lahtimõtestamiseta ning sügava majandusanalüüsita viib enamasti ebakompetentsetele ja vääradele järeldustele uuritava majandusnähtuse olemuse ja arengu kohta.

8. ÖKONOMEETRILINE PROJEKT

8.1. Ökonomeetrilise projekti eesmärk

Parim viis ökonomeetria kui majandusteaduse, statistika ja matemaatika piirimal kujunenud teadusala põhjalikuks omandamiseks on teha ökonomeetriline projekt (*“learning by doing”*).

Ökonomeetrilise projekti eesmärgiks ökonomeetria süvaõppimise kõrval on huvipakkuva majandusprobleemi kvantitatiivne analüüsimine, selle võimalike lahendusvariantide ja arengusuundade määratlemine ja hindamine.

Ökonomeetrilist projekti võib käsitleda omamoodi situatsioonimänguna (*case study*), mille käigus tuleb:

- 1) formuleerida uuritav majandusprobleem ning seda kirjeldav mudel;
- 2) püstitada hüpoteesid, mida soovitakse ökonomeetrilise mudeli toetusel kontrollida;
- 3) selgitada mudeli parameetrite hindamiseks ja hüpoteeside kontrollimiseks vajalikud ja kättesaadavad andmed;
- 4) koguda ja ette valmistada andmed;
- 5) konstrueerida ökonomeetriline mudel;
- 6) hinnata ja analüüsida ökonomeetrilise mudeli parameetreid;
- 7) tõlgendada modelleerimise tulemusi, hinnata püstitatud hüpoteeside paikapidavust;
- 8) teha järeldusi uuritava majandusprobleemi lahendusvõimaluste ja arengusuundade kohta.

Ökonomeetrilise projekti *“tooraineks”* on mudel ja andmed, mida projekti eesmärgi saavutamiseks tuleb oskuslikult kasutada.

Ökonomeetriline projekt on hea võimalus ökonomeetria süvaomandamiseks ja kasutamiseks huvipakkuva majandusprobleemi kvantitatiivsel analüüsimisel ning selle võimalike lahendusvariantide määratlemisel ja hindamisel

8.2. Probleemi formuleerimine

Ökonomeetrilise projekti õnnestumiseks on tähtis valida uurimiseks huvipakkuv probleem, formuleerida see konkreetselt ning nii endale kui teistele arusaadavalt. Kui probleemipüstitus on selge, siis on lihtne seda ka teistele seletada. Et veenduda probleemipüstituse korrektsuses, on soovitatav seda oma õpingu- või töökaaslastele seletada. Kindlasti saate selgitamise käigus ka oma probleemist parema ja mitmekülgsema ülevaate.

Ökonomeetrilise projekti jaoks on soovitatav valida valdkond, millega olete tegelnud ka varem või millega tahate põhjalikumalt tegelema hakata. Kui teid huvitavad rahandusealased probleemid, võite teha ökonomeetrilise projekti näiteks intressimäärade ning raha nõudluse ja pakkumise probleemide kohta. Välismajanduse huvilised võivad püstitada projekti eesmärgiks uurida valuutade vahetuskursside ja väliskaubanduse defitsiidi suhete probleeme jne.

Uuritava majandusprobleemi formuleerimisel tuleb anda lühiülevaade oma probleemi ning ka haakuvate probleemide käsitlemisest erialakirjanduses: milline on olnud selle ja haakuvate probleemide püstitus; kus ja kelle poolt ning millal on probleemi käsitletud; millised on probleemile lähenemise peamised aspektid, käsitusviisid, tulemused, arengusuunad jne.

Maailmas avaldatavast uusimast majandusalasest erialakirjandusest annab hea ülevaate kord kvartalis ilmuv ajakiri "*Journal of Economic Literature*" (on olemas ka Tartu Ülikooli raamatukogus).

Uuritav majandusprobleem tuleb formuleerida nii endale kui teistele arusaadavalt ning loogiliselt

Majandusprobleemi formuleerimisel tuleb anda lühiülevaade selle probleemi ja ka haakuvate probleemide käsitlemisest erialakirjanduses. Tuleb näha probleemi tausta!

8.3. Mudel

Majandusprobleemi verbaalsele formuleerimisele järgneb ökonomeetrilise mudeli püstitamine. Mudeli tüüp ja muutujad tulevad uurimiseesmärgist ning sõltuvad sellest, milliseid hüpoteese soovitakse kontrollida, milliseid näitajaid prognoosida, milliseid majanduspoliitilisi otsusevariante kvantitatiivselt hinnata jne.

Ökonomeetrilise mudeli koostamisel tuleb määratleda endogeensed ja eksogeensed muutujad ning nendevahelised võimalikud seosed. Mudelisse lülitatavate muutujate ja multiplikaatorite olemus tuleb määratleda, võimalusel defineerida. Aegridade kasutamisel on oluline neid eelnevalt analüüsida, selgitada autokorrelatsiooni ja viitaja olemasolu jne.

Ökonomeetriline mudel sisaldab vähemalt ühte juhuslikku muutujat, seega on ta stohhastiline. Eelistatavad on parameetrite suhtes lineaarsed mudelid. Ökonomeetriline mudel võib olla esitatud ka maatrikskujul. Vajaduse korral elimineeritakse mudelist samasused, definitsioonid ning teised mittestohhastilised võrrandid.

Mudeli koostamisel tuleb silmas pidada järgmisi nõudeid:

- mudel peegeldab vastavalt püstitatud uurimiseesmärgile võimalikult adekvaatselt modelleritavat protsessi või objekti,
- mudeli kasutamine on võimalikult lihtne.

On oluline järgida modelleerimise põhireeglit: mudel peab olema nii keeruline kui vajalik ja nii lihtne kui võimalik.

Ökonomeetriline mudel peab võimalikult adekvaatselt peegeldama reaalsel tegelikkust ning olema kooskõlas projekti eesmärgi ja kasutada olevate andmetega

8.4. Andmed

Andmed on ökonomeetrilise projekti olulisem "tooraine". Nende kättesaadavus ja usaldusväärsus määrab suures osas projektis lahendatavate ülesannete sisu ja ulatuse.

Ökonomeetrilises projektis kasutatavad andmed võivad olla esitatud aegridadena, staatiliste andmetena (näiteks andmed riikide või maakondade kohta kindlal aastal) või ühendatud andmetena, mis kombineerivad staatilisi ja dünaamilisi andmeid (näiteks riikide andmed mitme aasta vältel).

Andmed vajavad enamasti ettevalmistust enne nende kasutamist ökonomeetrilises mudelis. Sageli ei ole kõik andmed omavahel võrreldavad, osa näitajaid aegridades puuduvad jne. Ka võivad andmevalimid sisaldada nn. anomaalseid punkte või perioode, mis tuleb elimineerida või siis kasutada nende töötlemisel ja tõlgendamisel spetsiaalseid meetodeid ja võtteid. Sellisteks anomaalseteks perioodideks või punktideks võivad olla näiteks sõjaperioodid, üleminek ühest majandussüsteemist teise, majandusprotsessi kulu ühekordne riigipoolne reguleerimine jt. Andmekogum peab olema võimalikult homogeenne. Selleks tuleb andmeid eelnevalt grupeerida (näiteks arenenud maad ja turumajandusele üleminekumaad; eraettevõtted ja riigiettevõtted jne.). Grupeerimise alused tulenevad uurimisprojekti eesmärgist. Grupeerimise asemel võib kasutada ka mittehomoogensust tingivate põhjuste elimineerimist.

Andmete kasutamisel ökonomeetrilises mudelis on vaja arvestada andmete usaldusväärsuse ja täpsusega. Kui andmed ei ole usaldusväärsed, on parem nende kasutamisest ökonomeetrilise

mudelis loobuda ning korrigeerida mudeli püstitust. Ebausaldusväärsete või valede andmete alusel konstrueeritud ökonomeetiline mudel ei peegelda adekvaatselt modelleeritavat majandusnähtust või -protsessi ning võib viia uurija valedetele järeldustele. Andmete silumine vastavalt uurija ootustele projekti tulemuste kohta on ebaetiline ning viib lõpptulemusena projekti läbikukkumisele. Ka uurija ootustele mittevastav tulemus on positiivne tulemus ning võimaldab teha olulisi järeldusi uuritava majandusprobleemi suhtes.

Kui uuritava nähtuse või majandusprotsessi kohta puuduvad statistilised andmed, vaatluste või eksperimentide jne. tulemused, siis saab kasutada eksperthinnanguid. Hindamine peab toimuma kõigi eksperthinnangutele esitatavate reeglite kohaselt olema objektiivne nii ekspertide valikult kui ka ekspertide hinnangutelt. Eksperthinnanguid peab ökonomeetrilise mudeli usaldusväärse seisukohalt olema piisav hulk. Ökonomeetrilise mudeli parameetrite usaldusväärse hindamiseks on vaja kasutada küllalt suurt andmestikku, et oleks võimalik teha põhjendatud järeldusi püstitatud hüpoteeside paikapidavuse kohta.

Andmed on ökonomeetrilise projekti olulisem "tooraine", mille olemasolu ja kvaliteet määravad suures osas ökonomeetrilise mudeli püstituse, projektis lahendatavate ülesannete sisu ja ulatuse ning tulemuste usaldusväärse

Ebausaldusväärsete või uurija soovide kohaselt "silutud" andmete kasutamine modelleerimisel on ebaetiline, viib uurija valedetele järeldustele ning ökonomeetrilise projekti läbikukkumisele

**Uurija ootustele mittevastav tulemus on samuti
positiivne tulemus ning võimaldab teha olulisi järeldusi
uuritava majandusprobleemi kohta**

8.5. Andmete allikad

Levinumaks allikaks ökonomeetrilise projekti jaoks andmete saamisel on mitmesugused statistikakogumikud ja ettevõtete majandustegevuse aruanded. Viimased on eelkõige olulised ökonomeetriliste mikromudelite püstitamisel ja hindamisel.

Statistikakogumikest leiab ökonomeetrilise projekti koostaja ideid ja andmeid nii ökonomeetriliste makro- kui mikromodelite konstrueerimiseks ning modelleeritava majandusprobleemi lahendusvõimaluste kvantitatiivseks hindamiseks.

Statistikakogumikud võib üldistatult jaotada rahvusvahelisi andmeid sisaldavateks (ÜRO kogumikud, Euroopa Ühenduse jt. rahvusvaheliste organisatsioonide kogumikud) ning konkreetse riigi statistikskogumikeks. Toodud jaotus hargneb omakorda majanduse üldandmeid sisaldavateks ja konkreetse valdkonna (näiteks tööstuse, tööturu, energia, rahanduse ja panganduse jt.) statistikat sisaldavateks kogumikeks.

Eesti majandust iseloomustavaid üldandmeid on võimalik saada iga-aastastest statistika aastaraamatutest ning regulaarselt ilmuvast kuukirjast "Eesti Statistika". Neid täiendab igal aastal ilmuv ingliskeelne statistiline ülevaade "*Estonia. A Statistical Profile*".

Kuukiri "Eesti Statistika" sisaldab andmeid riigi põhitegevusalade: põllumajanduse, tööstuse, ehituse, transpordi, side, sise- ja väliskaubanduse, teeninduse, materiaalsete ressursside ja rahanduse kohta. Eraldi on teavet ka keskkonnakaitse, tööjõu, pere eelarve uuringute, tarbijahinnaindeksi, ettevõtluse jne. osas. Kuukirjad sisaldavad ka võrdlusandmeid kolme Balti riigi: Eesti, Läti ja Leedu kohta.

Kuukirju täiendavad igas kvartalis ilmuvad ingliskeelsed bülletäänid "*Estonian Statistics. Quarterly Statistical Bulletin*".

Põhilised makromajanduslikud näitajad (sisemajanduse koguprodukt, eratarbimise kulutused, avaliku sektori tarbimine, investeeringud jne.) on esitatud kogumikes "Eesti rahvamajanduse arvepidamine".

Lisaks majanduse üldandmeid sisaldavatele statistikakogumikele annab Riigi Statistikaamet regulaarselt välja ka järgmiste olulisemate majandusvaldkondade statistikakogumikke või bülletääne:

- rahandus
- tööjõud
- materiaalsed ressursid
- põllumajandus
- tööstus
- ehitus
- elamu- ja kommunaalmajandus
- sisekaubandus ja teenindus
- väliskaubandus
- haridus
- teadus
- rahvastik.

Rahanduse valdkonnas ilmuvad lisaks kogumikule "Eesti rahandus" ettevõtete majandusnäitajaid ja finantsnäitajaid sisaldavad spetsiaalsed kogumikud, mis tuginevad raamatupidamise aastaaruannetele.

Tööturu kohta on võimalik saada andmeid aastakogumikust "Tööjõud Eestis" ning seda täiendavatest kvartalibülletäänidest.

Tööstuse kohta ilmuvad Riigi Statistikaameti kogumikus "Tööstuse põhinäitajad" igakuulised andmed toodangu mahu ja töötajate arvu kohta tegevusalade ja alluvuse järgi riigis tervikuna. Lisaks ilmub veel igal kuul statistikabülletään "Tööstustoodang naturaalväljenduses".

Ehituse valdkonna kohta on võimalik saada andmeid iga-aastasest kogumikust "Ehitustegevus Eestis", mis sisaldab andmeid investeringute, põhivara rakendamise, lõpetamata ehituste, projekteerimis- ja uurimisettevõtete tegevuse jne. kohta. Aastakogumikku täiendavad kvartalibülletäänid "Investeeringud ja põhivara rakendamine" ning "Ehitusettevõtete põhinäitajad" ja igakuuline bülletään "Ehituse hinnaindeksid".

Sisekaubanduse ja teeninduse kohta saab andmeid igakuulisest bülletäänist "Eesti kaubanduse ja teeninduse põhinäitajad", mis sisaldab teavet kaupade müügi kohta jae- ja hulgikaubanduses ning toidlustuses. Igas kvartalis ilmuvad andmed teenuste käibe jaotuse kohta uurimis-, äri-, arvuti- ja isikuteenusteks.

Väliskaubanduse kohta ilmub igas kvartalis bülletään "Eesti väliskaubandus". See sisaldab andmeid kaupade sisse- ja väljaveo kohta kaubagruppide ja maade lõikes. Alates 1993. aasta teisest poolest antakse bülletäänis ka teavet tähtsamate kaupade hindade kohta maailmaturul.

Lisaks Riigi Statistikaameti kogumikele võib vajalikke andmeid leida ka pankade bülletäänidest, Eesti Konjunkturiinstituudi väljaannetest, EMOR-i küsitluste kokkuvõtetest jm.

Andmete allikad täienevad pidevalt. Paraneb statistilise aruandluse kvaliteet ja operatiivsus. Täiustub ettevõtete aruandlus ning selle avalikustamine. Tehakse täiendavaid valikvaatlusi ning avaldatakse nende tulemusi. Täienevad üldkasutatavad andmebaasid ning laienevad juurdepääsuvõimalused elektrooniliste, sealhulgas rahvusvaheliste siduspöördumisega andmebaaside (*ON-line* baasid) juurde. Kõik see avardab ökonomeetrilise modelleerimise võimalusi, tõstab modelleerimise tulemuste usaldusväärsust ning nende praktilist kasutatavust.

8.6. Mudeli parameetrite hindamine ja analüüsimine

Ökonomeetrilise mudeli püstitamisele ja andmete ettevalmistamisele järgneb ökonomeetria meetoditele tuginedes mudeli parameetrite hindamine; nende arvulise suuruse, punkthinnangu

ja usalduspiiride määramine, mudeli liikmete ja tervikmudeli olulisuse kontrollimine ning mudeli headuse (kirjeldatuse tase) hindamine. Selleks et mudel ning tema parameetrid oleksid usaldusväärsed küllalt suure tõenäosuse juures, on oluline, et andmete kogum (valim), mille alusel mudeli parameetrite hindamine toimub, on piisavalt suur. Vastasel juhul ei ole võimalik saada usaldusväärset mudelit ega teha järeldusi modelleeritava majandusnähtuse kohta.

Mudeli parameetrite suuruse ja suuna (+ või –märgiga) järgi saab anda esialgse hinnangu mudeli adekvaatsusele reaalse tegelikkuse peegeldamisel. Kui mudeli parameetrid on ebaloogilised, tuleb kontrollida mudeli püstitust, kasutatud andmeid ja nendega tehtud arvutusi. Sageli võib ebaloogiline tulemus tuleneda tehnilisest veast andmete ettevalmistamisel ja arvutisse sisestamisel. Kui tegemist ei ole tehnilise veaga, tuleb põhjalikult analüüsida andmekogumit, selle homogeensust ja usaldusväärsust, kontrollida multikollineaarsust, heteroskedastiivsust, mudelis mitteamestatud faktorite (s.h. ka aja) toimet jne. Järgneb mudeli püstituse kontroll: mudelis kasutatavad muutujad ja multiplikaatorid, nende määratlused ja definitsioonid; mudeli tüüp ja kuju jne. Seejärel tuleb süüvida uuritava majandusprobleemi verbaalloogilisse mudelisse. Sel analüüsi etapil jõutakse sageli majandusprobleemi sügavama ja mitmekülgsema tunnetamiseni ning seeläbi ka uute ideedeni probleemi käsitlemisel ja edasiarendamisel.

Mudeli parameetrite hindamisel võib selguda, et kasutatud andmekogum ei ole piisav. Leitud mudeli parameetrid ei ole usaldusväärsed ning seega ei saa pidada usaldusväärseteks ka mudeli abil saadavaid prognoose. Sellisele tulemusele peab järgnema mudeli püstituse ja andmekogumi täiendamine. Mõnikord võib statistiliselt usaldusväärse mudelini jõuda ka mudelisse lülitatavate sõltumatute muutujate arvu vähendamisega ning seega mudeli lihtsustamisega.

Mudeli parameetrite hindamisel ja analüüsimisel võib selguda, et kasutatud andmekogumi alusel ei saa püstitatud sisukat hüpoteesi vastu võtta. Sisuka hüpoteesi mittevastuvõtmine ning

jäämine nullhüpoteesi juurde on enamasti samuti positiivne töötulemus. See tuleb vormistada ökonomeetrilise projekti järeldustes ning siit saadavad ideed ja ettepanekud probleemi-käsitluse edasiarendamiseks.

Ökonomeetriline projekt peab lisaks uurimistulemuste mitmekülgsel sisulisele tõlgendamisele sisaldama alati ka ideid ja soovitusi uuteks lähenemisaspektideks ja probleemi edasiarendamiseks ning uute lahenduste leidmiseks.

8.7. Tarkvara kasutamine

Ökonomeetriline mudel esitatakse enamasti lineaarse regressioonimudelina, mille parameetrite hindamisel kasutatakse vähimruutude meetodit. Nii parameetrite hindamisel kui ka regressioonimudeli statistikute (mitmene korrelatsioonikordaja, regressioonikordaja, usalduspiirid jt.) määramine toimub arvuti abil. Arvutuste tegemiseks võib muidugi kasutada ka taskukalkulaatorit. On olemas kalkulaatorid, mille lihtsad statistika-programmid võimaldavad arvutada keskmisi, korrelatsioone, hinnata lihtsat regressioonimudelit jne. Rohkem võimalusi pakuvad programmeeritavad taskuarvutid. Kuid enamasti kasutatakse ökonomeetrilistes arvutustes suurema arvuti abi koos sinna juurde kuuluva tarkvaraga.

Andmetöötluseks on olemas spetsiaalsed tarkvarapaketid (STATGRAPHICS, SYSTAT, MYSTAT, MINITAB, SPSS, SAS, SHAZAM jt.), mis sobivad ka ökonomeetriliseks modelleerimiseks.

Ökonomeetrilise projekti tegemisel tuleb valida endale sobiv ja kättesaadav (kasutusel olev) tarkvara, õppida selgeks selle kasutamise reeglid ning andmete sisestamise ja korrigeerimise võtted. Projekti tegemisel kasutatud andmefail tuleb kindlasti kopeerida eraldi kettale, et vältida andmete kaotsiminekut. Sellega on tagatud, et alati saab andmekogumit taastada ning andmetega operatiivselt tegelda.

Majandusandmed on sageli esitatud suurte arvudena ning küllalt suure täpsusega (näiteks 207 438.78 krooni). Enne

andmete arvutisse sisestamist tuleb otsustada kasutatavate arvude suurusjärg, täpsus ja ümardamise reeglid. Väga suurte arvudega opereerimine koormab liialt arvuti mälu ning lisaks on oht rohkete tehniliste vigade tekkeks arvude arvutisse sisestamisel. Kõikide andmete puhul tuleb täpselt määratleda ka mõõtühik. Arvutustulemuste tõlgendamisel on oluline omada selge ülevaade andmetest, nende täpsusest, mõõtühikutest ning andmetega manipuleerimise võimalustest.

Samuti on oluline, et projekti vormistamiseks kasutatav tarkvara võimaldaks kasutatava statistikapaketi tulemusi kirjutata-vas tekstis esitada, vältimaks kõikvõimalikke ümberkirjutamisi.

8.8. Projekti vormistamine

Ökonomeetrilise projekti vormistamine toimub teadustöödele ja üliõpilastöödele esitatud nõuete kohaselt. Projekti tegemisel kasutatud erialakirjandus ja materjalid tuleb esitada vastavas loetelus. Teistelt autoritelt saadud ideede, kontseptsioonide, definitsioonide, andmete jne. kohta tuleb esitada täpsed viited.

Ökonomeetriline projekt koosneb reeglina järgmistest osadest:

- Tiitelleht
- Sisukord
- Sissejuhatus
- Sisuline osa (koosneb allosadest ehk peatükkidest)
- Kokkuvõte
- Kasutatud kirjandus ja materjalid
- Lisad

Sissejuhatuses esitatakse üldine probleemipüstitus, tuuakse selgelt välja projekti eesmärk, kirjeldatakse lühidalt millistest seisukohtadest ja materjalidest projekti tegemisel lähtutakse, milliste tulemusteni soovitakse jõuda ning milleks tulemusi saab kasutada.

Projekti **sisulise osa** võib jaotada kolmeks.

Esimeses osas antakse detailne ülevaade majandusprobleemist ning selle taustsüsteemist, samuti kirjandusest ja kasutatud

materjalidest ning piiritletakse küsimuste ring, millele projekti tegemise käigus soovitakse saada vastuseid.

Teine osa sisaldab mudeli püstitust ning analüüsivat ülevaadet kasutatavatest andmetest. Mudeli püstitamisel määratakse endogeensed ja eksogeensed muutujad ning multiplikaatorid, antakse nende definitsioonid ja määratlused. Ülevaate andmisel andmetest on vaja määratleda nende allikad, hinnata kasutatavate andmete kvaliteeti ja usaldusväärsust.

Kolmandas osas toimub mudeli parameetrite hindamine ja analüüs ning mudeli kasutamise tulemuste sisuline tõlgendamine kontekstis püstitatud majandusprobleemi ja selle taustsüsteemiga. Antakse hinnang mudeli kasutusvõimalustele ja -perspektiividele ning tuuakse välja püstitatud majandusprobleemi edasise lahendamise võimalused ja arengusuunad.

Kokkuvõttes antakse lühiülevaade projekti põhilistest tulemustest ning hinnatakse tulemuste vastavust püstitatud eesmärgile. Kokkuvõttvas osas tuuakse välja ka töö edasiarendamise suunad ja perspektiivid.

Kirjanduse ja kasutatud materjalide loetelus esitatakse kõik töö koostamisel kasutatud raamatud, artiklid, statistikakogumikud, ettevõtete aastaaruanded, intervjuud, eksperthinnangud ja muud materjalid, mis olid projekti koostamisel vajalikud.

Lisades esitatakse projektis kasutatud andmekogum, mudeli parameetrite hindamisel tehtud arvutused, arvuti väljatrükid seoses mudeli lahendamisega ja muud projekti autori arvates olulised materjalid, mis aitavad paremini mõista projekti sisu.

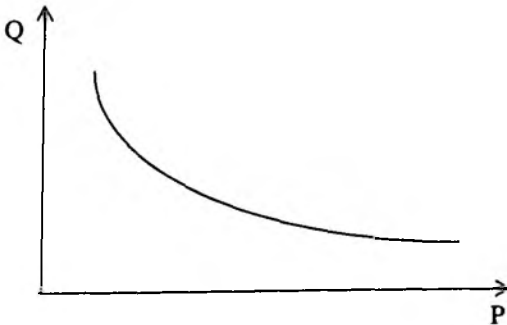
8.9. Probleemikäsitluse näide ökonomeetrilises projektis

Ökonomeetrilises probleemikäsitluses võib välja tuua järgmisi etappe:

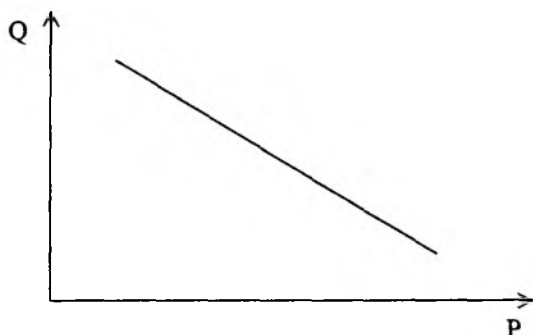
- 1) majandusteoreetilise aluskontseptsiooni esitamine ja sellest tulenevate hüpoteeside püstitamine,
- 2) matemaatilise mudeli püstitamine,

- 3) ökonomeetrilise mudeli püstitamine,
- 4) andmete kogumine ja ettevalmistamine,
- 5) ökonomeetrilise mudeli parameetrite hindamine ja analüüsimine,
- 6) hüpoteeside kontrollimine,
- 7) prognoosimine, arengusuundade selgitamine ja otsusevariantide ettevalmistamine.

Ökonomeetriline projekt võib olla orienteeritud nii teoreetiliste kui ka praktiliste majandusprobleemide lahendamisele. Levinuks ökonomeetrilise modelleerimise valdkonnaks on kauba nõudluse hinnamuutustele reageerimise analüüs ja prognoosimine. Niisuguse uurimuse teoreetiliseks aluseks on kauba nõudluse seadus, mille järgi nõudlus on hinna funktsioon ning tegemist on enamasti kahaneva funktsiooniga (joon.8.1). Praktilistest kaalutlustest tulenevalt esitatakse nõudluse funktsioon sageli lineaarsena (joon.8.2). Suur osa majandusprobleeme on formaliseeritavad lineaarsetena või teisendatavad lineaarsele esitusviisile vastavaks.



Joonis 8.1 Nõudluse kõver.



Joonis 8.2 Lineaarne nõudluse funktsioon.

Nõudluse funktsiooni võib seega esitada kujul

$$Q = b_0 + b_1 P, \quad (8.1)$$

kus

Q — kauba nõudlus,

P — kauba hind,

b_0, b_1 — funktsiooni parameetrid.

Kuna nõudluse ja kauba hinna vaheline sõltuvus ei ole funktsionaalne, vaid tegemist on statistilise sõltuvusega, siis kirjeldab seda ökonomeetriline mudel

$$Q = b_0 + b_1 P + \varepsilon, \quad (8.2)$$

kus

ε — juhuslik komponent.

Q on ökonomeetrilise mudeli sõltuvaks ehk endogeenseks muutujaks ning P on sõltumatu ehk eksogeenne muutuja.

Mudeli (8.2) parameetrite hindamiseks tuleb koguda ja ette valmistada andmed erinevate hindade taseme juures müüdud kauba koguste kohta hinnauurimiseks väljavalitud kauplustes (valimis).

Konkreetsel valimi andmete alusel on saadud näiteks järgmine regressioonimudel:

$$Q = 112.1 - 5.3P \quad (8.3)$$

$$R = 0.947 \quad D = 0.897$$

Valimi suuruseks on 90 kauplust. 95%-lise tõenäosuse juures on saadud mudel ja tema parameetrid usaldusväärsed. Mudeliga on kirjeldatud 89.7% hinnamuutuste tulemusena toimunud nõudluse varieeruvusest (*ceteris paribus!*).

Regressioonikordaja $b_1 = -5.3$ on kooskõlas nõudluse seadusest tuleneva hüpoteesiga, mille kohaselt hinna tõus mõjutab kauba nõudlust vähenemise suunas.

Mudelit (8.3) saab kasutada kauba nõudluse prognoosimiseks soovitud hinnataseme juures. Näiteks, kui kauba hinnaks soovitakse määrata 5 krooni, siis kauba nõudluseks võib prognoosida 85.6 ühikut. Järgneb prognooside analüüs, hinnakujunduse aluste revideerimine ja otsusevariantide ettevalmistamine.

Tabelisse 8.1 on koondatud ökonomeetrilisel modelleerimisel läbitavate tööetappide sisu ja näited iga etapi kohta.

Probleemikäsitlemise etapid ökonomeetrilises mudelis:

- majandusteoreetilise aluse määratlemine
- matemaatilise ja ökonomeetrilise mudeli püstitamine
- andmete kogumine ja ettevalmistamine
- mudeli hindamine
- hüpoteeside kontrollimine
- prognoosimine
- järelduste tegemine

Tabel 8.1

Ökonomeetrilisel modelleerimisel läbitavad tööetapid.

Tööetapi sisu	Näide
1. Majandusteoreetiline alus	Nõudluse seadus
2. Matemaatiline mudel	$Q = b_0 + b_1 P$
3. Ökonomeetriline mudel	$Q = b_0 + b_1 P + \varepsilon$
4. Andmed	Andmed 90 kaupluse kohta
5. Hinnatud ökonomeetriline mudel	$Q = 112.1 - 5.3 P$ $R = 0.947, D = 0.897$
6. Hinnang hüpoteesile	Parameeter $b_1 = -5.3$ on usaldusväärne ja kooskõlas nõudluse seadusega
7. Prognoos	Kui kauba hind on 5 krooni, siis nõudluseks kujuneb 85.6 ühikut
8. Järeldused	Otsused hinnakujunduse kohta

KOKKUVÕTE

Parim viis ökonomeetria põhjalikumaks omandamiseks on ökonomeetrilise projekti tegemine (*“learning by doing”*).

Ökonomeetrilise projekti eesmärgiks ökonomeetria süvaõppimise kõrval on huvipakkuva majandusprobleemi kvantitatiivne analüüsimine ning selle võimalike lahendusvariantide ja arengusuundade määratlemine ja hindamine.

Ökonomeetrilist projekti võib käsitleda omamoodi situatsioonimänguna (*“case study”*), mille käigus tuleb:

- 1) formuleerida uuritav majandusprobleem ning seda kirjeldav mudel,
- 2) püstitada hüpoteesid, mida soovitakse ökonomeetrilise mudeli toetusel kontrollida,
- 3) selgitada mudeli hindamiseks ja hüpoteeside kontrollimiseks vajalikud ja kättesaadavad andmed,
- 4) koguda ja ette valmistada andmed,

- 5) hinnata ja analüüsida mudeli parameetreid,
- 6) tõlgendada mudeli lahendustulemusi ja hinnata püstitatud hüpoteeside paikapidavust,
- 7) teha järeldusi uuritava majandusprobleemi lahendusvõimaluste ja arengusuundade kohta.

Ökonomeetrilise projekti vormistamine toimub üliõpilastöödele ja teadustöödele esitatavate nõuete kohaselt. Projekt koosneb reeglina järgmistest osadest: tiitelleht, sisukord, sissejuhatus, sisuline osa (koosneb allosadest ehk peatükkidest), kokkuvõtte, kasutatud kirjandus ja materjalid, lisad.

KIRJANDUS

- Arrak, A. jt.** Turumajandus economicsi alusel (mikrotasand). Tartu, 1991.
- Assenmacher, W.** Einführung in die Ökonometrie. 3. ergänzte Auflage. München; Wien: Oldenbourg, 1990.
- Berndt, E. R.** The Practice of Econometrics. Addison-Weiley Publishing Company, 1991.
- Bodkin, R. G., Klein, L. R., Marwah, K.** A History of Macroeconometric Model-Building. Edwar Elgar Publishing Limited. Aldershot, 1991.
- Brown, W. S.** Introducing Econometrics. West Publishing Company, 1991.
- Dornbusch, R.** Open Economy Macroeconomics. Basic Books, Inc. Publishers, New York, 1980.
- Granberg, A.** Modelirovanije sovetsoi ekonomiki. Ekonomika, Moskva, 1988.
- Greene, W. H.** Econometric Analysis. Macmillan, New York, 1990.
- Goldberger, A. S.** A Course in Econometrics. Harward University Press. Cambridge, Massachusetts, 1991.
- Goldberger, A. S.** Econometric Theory. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1964.
- Gujarati, D.** Essentials of Econometrics. McGraw-Hill. Inc., 1992.
- Gujarati, D.** Basic Econometrics. McGraw-Hill Book Company. New York, 1986.
- Handbook of Econometrics. Ed. by Griliches, Z. and Intriligator, M. D. North-Holland Publishing Company. 1983.
- Hansen, G.** Ökonometrie I-II. Kiel Universität. 1990.

Harman, G. Sovremennõi faktornõi analiz. Statistika. Moskva, 1972.

Harvey, A. C. The Econometric Analysis of Time Series. Cambridge, Massachusetts, 1990.

Heil, J. Einführung in die Ökonometrie. 4. durchgesehene und verbesserte Auflage. München; Wien: Oldenbourg, 1991.

Intriligator, M. D. Econometric Models, Techniques and Applications. Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1978.

Kaasik, Ü. Matemaatika leksikon. Eesti Entsüklopeediakirjastus. Tallinn, 1992.

Kaldaru, H. Sissejuhatus matemaatilisse majandusteadusesse. Tartu, 1992.

Karu, J., Reiljan, J. Tööstusettevõtte majandustegevuse komponentanalüüs. Valgus, Tallinn, 1983.

Katz, D. A. Econometric Theory and Applications. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1992.

Kennedy, P. A Guide to Econometrics. Basil Blackwell, 1985.

Kmenta, J. Elements of Econometrics. Macmillan, New York, 1986.

Leser, C. E. V. Econometric Techniques and Problems, 2. ed. Hafner Publishing Company, Inc., 1974.

Lipsey, R. G. Einführung in die positive Ökonomie. Köln, 1971.

Maddala, G. S. Introduction to Econometrics. Macmillan, New York, 1988.

Malinvaud, E. Statistical Methods of Econometrics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976.

Mereste, U. Majandusanalüüsi teooria. Valgus, Tallinn, 1987.

Mereste, U. Majandusteaduse ABC. Majandusleksikon kõigile. Eesti Raamat, Tallinn, 1985.

Okun, J. Faktornõi analiz. Statistika, Moskva, 1974.

Paas, T. Matemaatiline modelleerimine kaubanduses. Tartu, 1987.

Paas, T. Jaekäibe planeerimise matemaatilised meetodid ja mudelid. Tartu, 1983.

Parring, A. M. Statistilise andmetöötluse algõpetus. Tartu, 1991.

- Pindyck R. S., Rubinfeld D. L.** Econometric Models and Econometric Forecasts. McGraw-Hill Book Company. New York, 1990.
- Programme kõigile. XIV. Arvutuskeskuse statistilise andmetöötlussüsteemi kasutusjuhend. Tartu, 1978.
- Reiljan, J.** Majanduslike otsuste analüütiline alus (teooria, metodoloogia, meetodika ja meetodid). Teaduslikke publikatsioone siduv autoreferaat majandusdoktori teadusliku kraadi taotlemiseks. Tartu, 1991.
- Sepp, J.** Jaekäibe arenguseaduspärasuste uurimine (matemaatilistatistilised meetodid). Tartu, 1985.
- Sepp, J.** Äristrateegiate tüpoloogia, mõjurid ja efektiivsus (süvaanalüüs). "Ärielu", nr. 1, 1995.
- Sepp, U.** Kas majanduse imeravimit saab leida. "Äripäev" nr. 42 (15. apr.), 1993.
- Spanos, A.** Statistical Foundations of Econometric Modelling. Cambridge University Press, 1990.
- Studenmund, A. H., Cassidy, H. J.** Using Econometrics. Little-Brown, Boston, 1987.
- Tiit, E., Viil, M.** Andmeanalüüs personaalarvutil programmipaki STATGRAPHICS abil. II osa. Tartu, 1992.
- Tiit, E.** Andmeanalüüs personaalarvutil programmipaki STATGRAPHICS abil. I osa. Tartu, 1991.
- Tiit, E., Parring, A., Möis, T.** Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika. Valgus, Tallinn, 1986.
- Tiit, E.** Matemaatilise statistika tabelid. Tartu, 1972.
- Tintner, G.** Vvedeniye v ekonometriyu. Statistika, Moskva, 1965.
- Tsõgitiško, B. N.** Prognozirovaniye sotsialno-ekonomitšeskikh protsessov. Finansõ i statistika, Moskva, 1986.
- Ucbe, G., Fisher, J.** Macro-Econometric Models. Second Edition. Ashgate Publishing Limited, Averbury, 1992.
- Vainu, J.** Aegridade korrelatsioon- ja regressioonanalüüs. Tartu, 1983.
- Vainu, J.** Aegridade analüüs. Tartu, 1981.

Vainu, J., Vensel, V. Uut majanduslikus analüüsis. Eesti Raamat, Tallinn, 1974.

Vensel, V. Tootmis- ja kasvufunktsioonid. Valgus, Tallinn, 1979.

Vensel, V. Korrelatsioon- ja regressioonanalüüs. Teooria maatriksalgebra alustega. Valgus, Tallinn, 1978.

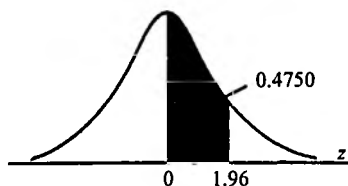
Wonnacott, R. J., Wonnacott, T. H. Econometrics. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1979.

Normeeritud normaaljaotus

Näide:

$$\Pr(0 \leq z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$\Pr(z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

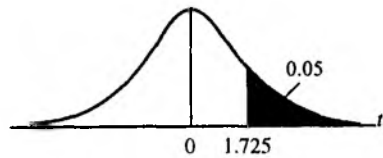
Studenti t-jaotus

Näide:

$$\Pr(t > 2.086) = 0.025$$

$$\Pr(t > 1.725) = 0.05$$

$$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$$

vabadus-
astmetel (df) = 20

df \ α	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.010	0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

Allikas: E. S. Pearson and H. O. Harley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3 ed., table 12. Cambridge University Press, New York, 1966.

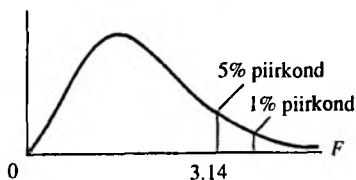
Märkus: Olulisuse nivoo α ülemine väärtus tabelis kehtib ühepoolse, alumine väärtus kahepoolse usalduspiiri kohta.

Fisheri F-jaotus

Näidis:

- Pr ($F > 1.59$) = 0.25
- Pr ($F > 2.42$) = 0.10
- Pr ($F > 3.14$) = 0.05
- Pr ($F > 5.26$) = 0.01

vabadus- $N_1 = 10$
 astmetel $N_2 = 9$



N_2	N_1												
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41
	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.5	60.7
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
	.01												
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
	.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68
	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89
6	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77	1.77
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
	.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11

Allikas: From E. S. Pearson and H. O. Harley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3d ed., table 18. Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

N_1													Pr	N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞			
9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25	1	
61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.7	62.8	63.0	63.1	63.2	63.3	63.3	.10		
246	248	249	250	251	252	252	253	253	254	254	254	.05		
3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	.25	2	
9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10		
19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05		
99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	3	
2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25		
5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10		
8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	4	
26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2	26.2	26.2	26.1	26.1	.01		
2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25		5
3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10		
5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05		
14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	.01	6	
1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25		
3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10		
4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	7	
9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01		
1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25		8
2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10		
3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05		
7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	9	
1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25		
2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10		
3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	10	
6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01		
1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25		11
2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10		
3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	2.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05		
5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	12	
1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25		
2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10		
3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	13	
4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01		

N_2	N_1												
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
11	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52	1.51
	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49
	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55
17	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46
18	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.40
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37
19	.25	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23

N_1													Pr	N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞			
1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10	
2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10		
2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05		
4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01		
1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	11	
2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10		
2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05		
4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60	.01		
1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	12	
2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10		
2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05		
4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01		
1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25	13	
2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10		
2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05		
3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01		
1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	.25	14	
2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10		
2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05		
3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01		
1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	.25	15	
1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10		
2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05		
3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01		
1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	.25	16	
1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10		
2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05		
3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01		
1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	17	
1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10		
2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05		
3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01		
1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.32	.25	18	
1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10		
2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05		
3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01		
1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	1.30	.25	19	
1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10		
2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05		
3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01		
1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.29	.25	20	
1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10		
2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05		
3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01		

N_2	N_1												
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18

N_1													Pr	N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞			
1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25	22	
1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10		
2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05		
2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01		
1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	24	
1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10		
2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05		
2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01		
1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	26	
1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10		
2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05		
2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01		
1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	.25	28	
1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10		
2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05		
2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01		
1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	.25	30	
1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10		
2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05		
2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01		
1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	.25	40	
1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10		
1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05		
2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01		
1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	60	
1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10		
1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05		
2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01		
1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	.25	120	
1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10		
1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05		
2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01		
1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	.25	200	
1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10		
1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05		
2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01		
1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25	∞	
1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10		
1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05		
2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01		

**Durbin-Watsoni kriteerium: d-statistiku alumine (d_L) ja ülemine (d_U)
tase olulisuse nivool 0.05**

n	k' = 1		k' = 2		k' = 3		k' = 4		k' = 5		k' = 6		k' = 7	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—	—	—
11	0.927	1.324	0.658	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005	—	—
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472	0.343	2.727
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257	0.502	2.461
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162	0.595	2.339
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124	0.637	2.290
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.751	2.174
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012	0.784	2.144
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958	0.874	2.071
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891	1.015	1.979
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877	1.053	1.957
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.837
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841

n	k' = 8		k' = 9		k' = 10		k' = 11		k' = 12		k' = 13		k' = 14	
	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V
13	0.147	3.266	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	0.200	3.111	0.127	3.360	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438	—	—	—	—	—	—	—	—
16	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304	0.098	3.503	—	—	—	—	—	—
17	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184	0.138	3.378	0.087	3.557	—	—	—	—
18	0.407	2.667	0.321	2.873	0.244	3.073	0.177	3.265	0.123	3.441	0.078	3.603	—	—
19	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974	0.220	3.159	0.160	3.335	0.111	3.496	0.070	3.642
20	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885	0.263	3.063	0.200	3.234	0.145	3.395	0.100	3.542
21	0.547	2.460	0.461	2.633	0.380	2.806	0.307	2.976	0.240	3.141	0.182	3.300	0.132	3.448
22	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.734	0.349	2.897	0.281	3.057	0.220	3.211	0.166	3.358
23	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670	0.391	2.826	0.322	2.979	0.259	3.128	0.202	3.272
24	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613	0.431	2.761	0.362	2.908	0.297	3.053	0.239	3.193
25	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560	0.470	2.702	0.400	2.844	0.335	2.983	0.275	3.119
26	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513	0.508	2.649	0.438	2.784	0.373	2.919	0.312	3.051
27	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470	0.544	2.600	0.475	2.730	0.409	2.859	0.348	2.987
28	0.798	2.188	0.723	2.309	0.650	2.431	0.578	2.555	0.510	2.680	0.445	2.805	0.383	2.928
29	0.826	2.164	0.753	2.278	0.682	2.396	0.612	2.515	0.544	2.634	0.479	2.755	0.418	2.874
30	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363	0.643	2.477	0.577	2.592	0.512	2.708	0.451	2.823
31	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333	0.674	2.443	0.608	2.553	0.545	2.665	0.484	2.776
32	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306	0.703	2.411	0.638	2.517	0.576	2.625	0.515	2.733
33	0.927	2.085	0.861	2.181	0.795	2.281	0.731	2.382	0.668	2.484	0.606	2.588	0.546	2.692
34	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257	0.758	2.355	0.695	2.454	0.634	2.554	0.575	2.654
35	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236	0.783	2.330	0.722	2.425	0.662	2.521	0.604	2.619
36	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216	0.808	2.306	0.748	2.398	0.689	2.492	0.631	2.586
37	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.198	0.831	2.285	0.772	2.374	0.714	2.464	0.657	2.555
38	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180	0.854	2.265	0.796	2.351	0.739	2.438	0.683	2.526
39	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164	0.875	2.246	0.819	2.329	0.763	2.413	0.707	2.499
40	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149	0.896	2.228	0.840	2.309	0.785	2.391	0.731	2.473
45	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088	0.988	2.156	0.938	2.225	0.887	2.296	0.838	2.367
50	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044	1.064	2.103	1.019	2.163	0.973	2.225	0.927	2.287
55	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010	1.129	2.062	1.087	2.116	1.045	2.170	1.003	2.225
60	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984	1.184	2.031	1.145	2.079	1.106	2.127	1.068	2.177
65	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964	1.231	2.006	1.195	2.049	1.160	2.093	1.124	2.138
70	1.369	1.873	1.337	1.910	1.305	1.948	1.272	1.986	1.239	2.026	1.206	2.066	1.172	2.106
75	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935	1.308	1.970	1.277	2.006	1.247	2.043	1.215	2.080
80	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925	1.340	1.957	1.311	1.991	1.283	2.024	1.253	2.059
85	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916	1.369	1.946	1.342	1.977	1.315	2.009	1.287	2.040
90	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909	1.395	1.937	1.369	1.966	1.344	1.995	1.318	2.025
95	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903	1.418	1.929	1.394	1.956	1.370	1.984	1.345	2.012
100	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898	1.439	1.923	1.416	1.948	1.393	1.974	1.371	2.000
150	1.622	1.847	1.608	1.862	1.594	1.877	1.579	1.892	1.564	1.908	1.550	1.924	1.535	1.940
200	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874	1.654	1.885	1.643	1.896	1.632	1.908	1.621	1.919

n	k' = 15		k' = 16		k' = 17		k' = 18		k' = 19		k' = 20	
	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V	d _L	d _V
20	0.063	3.676	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	0.091	3.583	0.058	3.705	—	—	—	—	—	—	—	—
22	0.120	3.495	0.083	3.619	0.052	3.731	—	—	—	—	—	—
23	0.153	3.409	0.110	3.535	0.076	3.650	0.048	3.753	—	—	—	—
24	0.186	3.327	0.141	3.454	0.101	3.572	0.070	3.678	0.044	3.773	—	—
25	0.221	3.251	0.172	3.376	0.130	3.494	0.094	3.604	0.065	3.702	0.041	3.790
26	0.256	3.179	0.205	3.303	0.160	3.420	0.120	3.531	0.087	3.632	0.060	3.724
27	0.291	3.112	0.238	3.233	0.191	3.349	0.149	3.460	0.112	3.563	0.081	3.658
28	0.325	3.050	0.271	3.168	0.222	3.283	0.178	3.392	0.138	3.495	0.104	3.592
29	0.359	2.992	0.305	3.107	0.254	3.219	0.208	3.327	0.166	3.431	0.129	3.528
30	0.392	2.937	0.337	3.050	0.286	3.160	0.238	3.266	0.195	3.368	0.156	3.465
31	0.425	2.887	0.370	2.996	0.317	3.103	0.269	3.208	0.224	3.309	0.183	3.406
32	0.457	2.840	0.401	2.946	0.349	3.050	0.299	3.153	0.253	3.252	0.211	3.348
33	0.488	2.796	0.432	2.899	0.379	3.000	0.329	3.100	0.283	3.198	0.239	3.293
34	0.518	2.754	0.462	2.854	0.409	2.954	0.359	3.051	0.312	3.147	0.267	3.240
35	0.547	2.716	0.492	2.813	0.439	2.910	0.388	3.005	0.340	3.099	0.295	3.190
36	0.575	2.680	0.520	2.774	0.467	2.868	0.417	2.961	0.369	3.053	0.323	3.142
37	0.602	2.646	0.548	2.738	0.495	2.829	0.445	2.920	0.397	3.009	0.351	3.097
38	0.628	2.614	0.575	2.703	0.522	2.792	0.472	2.880	0.424	2.968	0.378	3.054
39	0.653	2.585	0.600	2.671	0.549	2.757	0.499	2.843	0.451	2.929	0.404	3.013
40	0.678	2.557	0.626	2.641	0.575	2.724	0.525	2.808	0.477	2.892	0.430	2.974
45	0.788	2.439	0.740	2.512	0.692	2.586	0.644	2.659	0.598	2.733	0.553	2.807
50	0.882	2.350	0.836	2.414	0.792	2.479	0.747	2.544	0.703	2.610	0.660	2.675
55	0.961	2.281	0.919	2.338	0.877	2.396	0.836	2.454	0.795	2.512	0.754	2.571
60	1.029	2.227	0.990	2.278	0.951	2.330	0.913	2.382	0.874	2.434	0.836	2.487
65	1.088	2.183	1.052	2.229	1.016	2.276	0.980	2.323	0.944	2.371	0.908	2.419
70	1.139	2.148	1.105	2.189	1.072	2.232	1.038	2.275	1.005	2.318	0.971	2.362
75	1.184	2.118	1.153	2.156	1.121	2.195	1.090	2.235	1.058	2.275	1.027	2.315
80	1.224	2.093	1.195	2.129	1.165	2.165	1.136	2.201	1.106	2.238	1.076	2.275
85	1.260	2.073	1.232	2.105	1.205	2.139	1.177	2.172	1.149	2.206	1.121	2.241
90	1.292	2.055	1.266	2.085	1.240	2.116	1.213	2.148	1.187	2.179	1.160	2.211
95	1.321	2.040	1.296	2.068	1.271	2.097	1.247	2.126	1.222	2.156	1.197	2.186
100	1.347	2.026	1.324	2.053	1.301	2.080	1.277	2.108	1.253	2.135	1.229	2.164
150	1.519	1.956	1.504	1.972	1.489	1.989	1.474	2.006	1.458	2.023	1.443	2.040
200	1.610	1.931	1.599	1.943	1.588	1.955	1.576	1.967	1.565	1.979	1.554	1.991

Allikas: The Durbin-Watson Test for Serial Correlation with Extreme Small Samples or Many Regressors," *Econometrica*, vol. 45, November 1977, pp. 1989–96 and as corrected by R. W. Farebrother, *Econometrica*, vol. 48, September 1980, p. 1554. Reprinted by permission of the Econometric Society.

Märkus:

n — valimi maht;

k' — sõltumatute muutujate arv.

Näide: n = 40 ja k' = 2 korral d_L = 1.100 ning d_V = 1.537

Swed-Eisenharti kriteerium olulisuse nivool 0.05

		N_2																		
N_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2	
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
5			2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	
6		2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	
7		2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	6	
8		2	3	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	7	8	8	
10		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	
11		2	3	4	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	
12	2	2	3	4	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10	
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11	
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13	
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13	
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14	

Allikas: Sidney Siegel, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1956, table F, pp. 252–253. The tables have been adapted by Siegel from the original source: Frieda S. Swed and C. Eisenhart, "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 14, 1943. Used by permission of McGraw-Hill Book Company and *Annals of Mathematical Statistics*.

Märkus:

N_1 — + märgiga jääkliikmete arv;

N_2 — – märgiga jääkliikmete arv.

Esimene tabel annab kriitilise piirkonna alumise rajapunkti, järgnev tabel — ülemise rajapunkti. Rajapunktid jäävad kriitilisest piirkonnast välja.

Nüide: $N_1 = 20$ ja $N_2 = 10$ korral $k^{\min} = 9$ ning $k^{\max} = 20$.

		N_2																	
N_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2																			
3																			
4				9	9														
5			9	10	10	11	11												
6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
8				11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
9					13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18
10					13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
11					13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
12					13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
13						15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
14						15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
15						15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
16							17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
17							17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
18							17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
19							17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
20							17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

MÄRKSÕNAD

-A-

aegrida 100–102
andmeanalüüs 117–119
argumenttunnus 118–119
arvtunnus 120–121
autokorrelatsioon 208–209

-D-

determinatsioonikordaja 160–162
dispersioonanalüüs 123
dispersioonanalüüsi mudel 224
Durbin—Watsoni kriteerium 211–112
dünaamiline mudel 52–53

-E-

eksogeenne muutuja 43, 45–47
ekstrapoleerimine 102–106
endogeenne muutuja 42, 45–47
entroopia 29–31

-F-

faktor 237
faktoranalüüs 237–238
faktoranalüüsi mudel 239–240
faktorkaal 245–246
faktorlaadung 239–240
faktormaatriks 241–243
fiktiivne muutuja 223–224
Fisher F-kriteerium 163
funktsioontunnus 118
füüsiline mudel 39–40

-G-

graafiline mudel 40

-H-

heteroskedastiivsus 150, 216–217

homoskedastiivsus 150

-I-

interpoleerimine 102–106

-J-

juhuslik komponent 43–47

juhuslik liige 148–149

järjestustunnus 120–121

jääkhajuvus 161

jääkliige 112–113

-K-

kaalutud vähimruutude meetod 222

keskväärtus 149, 181

Kleini mudel 63–67

koguhajuvus 161

korrelatiivne seos 122

korrelatsioonanalüüs 179

korrelatsioonikordaja 161–162, 180–184

korrelatsioonimaatriks 188

kovariatsioon 182

kovariatsioonanalüüsi mudel 224

-L-

lihtne regressioonimudel 145

lähteinfo 28–31

-M-

majandusandmed 92, 97–99
majandusmatemaatika 21
majandusmatemaatiline mudel 42–43
majandusprognoos 27–28
majandusteadus 19, 21
makromudel 52, 60–63
matemaatika 20–21
matemaatiline majandusteadus 21
matemaatiline mudel 24, 42–43
matemaatiline ootus 149
matemaatiline statistika 21
mikromudel 52, 56–60
mitmene korrelatsioonikordaja 161–162
mitmene regressioonimudel 146, 194
modelleerimine 70
modelleerimisprotsess 68–72
monotoonne seos 122
mudel 22–24, 37–38, 68–69
multikollineaarsus 202–203
multiplikaator 55–56
müratunnus 119

-N-

nominaaltunnus 120–121

-O-

olulisuse nivoo 163–165
olulisuse tõenäosus 164–165
osakorrelatsioon 189–190
osakorrelatsioonikordaja 189–190
otsustusprotsess 31, 34

-P-

prognoos 27–28
prognoosimine 28–29

-R-

rakenduslik ökonomeetria 34–35
regressioonanalüüs 136–138
regressioonikordaja 146, 194
regressioonimudel 139
regressioonseos 122

-S-

sammregressioon 195
sessoonne komponent 112–114
staatiline mudel 52–53
standardhälve 181–182
standardviga 166
statistika 19–20
statistiline seos 122
Studenti t-kriteerium 166
Swed—Eisenharti kriteerium 209–210
sõltuv muutuja 42, 45–47
sõltumatu muutuja 42, 45–47

-T-

teoreetiline ökonomeetria 34–35
trend 112, 114–115
tsükliline komponent 112–114
tõenäosusteooria 21

-U-

usalduspiirid 167–168

-V-

valim 89–90
valimi korrelatsioonikordaja 180–181
valimi regressioonimudel 142–144
verbaalloogiline mudel 38–39
võimendi 55–56
vähimruutude meetod 154–156
väärkorrelatsioon 179, 189

-Õ-

ökonomeetria 15–18, 87

ökonomeetiline modelleerimine 71, 73

ökonomeetiline mudel 43–45

-Ü-

üldkogum 89

üldkogumi korrelatsioonikordaja 180–181

üldkogumi regressioonimudel 139–141