

H. von Dellings

Neue

Kubiktafeln für Nadelholzklötze

nach Toppstärke

von

M. Maurach.

Alle Rechte vorbehalten.

Dorpat.

Druck von H. Laakmann's Buch- und Steindruckerei.

1893.

Neue
Kubiktafeln für Nadelholzklötze

nach Toppstärke

von

M. Maurach.

Alle Rechte vorbehalten.

Dorpat.

Druck von H. Laakmann's Buch- und Steindruckerei.

1893.



7140

Дозволено цензурою. — Юрьевъ, 1893 г. 14 Июля.

Seinem verehrten Lehrmeister

dem Herrn

Oberförster G. Cornelius

in Schloss - Karkus

in Hochachtung gewidmet

vom Verfasser.

Mit den vorliegenden Zahlen wird das Ergebniss mehr als vierjähriger Arbeit der Oeffentlichkeit übergeben.

Bei dem hierzulande noch allerwärts gebräuchlichen Kubirungsmodus des Langholzes nach der Toppstärke war der Mangel einer vollständigen, methodisch konstruirten und in den landläufigen Maassen berechneten Cubiktabelle schon längst dringend fühlbar geworden.

Diesem Bedürfnisse abzuhelfen, sind die nun abgeschlossen vorliegenden Tafeln auf der Basis eines bedeutenden, im Kaster'schen Forstrevier gesammelten Zahlenmaterials aufgestellt worden. Es wurden innerhalb dreier Jahre 58800 Messungen an factisch abgelängten, sowie an imaginären Balken am unzerlegten Schaft ausgeführt, wovon 43629 zur Verwendung gelangten. Die Messungen erfolgten am berindeten Stamm.

In unseren forstlichen Betrieben werden Ki. und Fi. im Walde nirgend gesondert kluppirt; es

hätte dem überwiegend praktischen Charakter der auszuführenden Arbeit daher nicht entsprochen, wenn für die Holzarten getrennte Tafeln aufgestellt worden wären; demgemäss wurden nun bei Beschaffung des Messungsmaterials auch Ki. und Fi. durcheinander kluppirt und die gewonnenen Zahlen ungetrennt verarbeitet. Vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus erscheint das unrichtig, da die Formzahlen von Ki. und Fi. notorisch verschiedene sind. Es kann bei dem angewandten Modus nun mit Recht gefolgert werden, dass, streng genommen, die gefundenen Resultate nur da mit Sicherheit anwendbar seien, wo Ki. und Fi. genau in demselben Verhältniss zur Kubirung gelangen, wie innerhalb des für die Tafeln verwandten Messungsmaterials; dem lässt sich entgegenhalten, dass Kubirungstafeln nach der Toppstärke überhaupt nur Näherungswerthe geben können, deren Sicherheit mit der grösseren Zahl Kubirungen steigen soll; der hier erreichte Genauigkeitsgrad erschien als genügend acceptirt werden zu können.

Weiter lag die theoretisch wohl begründete Befürchtung vor, dass, wenn auch die aufgestellten Inhalte für geringere Längen nur unwesentlich abweichen würden, die Differenzen mit den steigenden Längen zunehmen müssten; es erwies sich aber, wie gezeigt werden wird, dass innerhalb der Längen- und Stärkegrenzen wenigstens, über welche das Messungsmaterial sich erstreckt und innerhalb des

überhaupt erreichten Genauigkeitsgrades der Tafeln, dieses Moment nicht eingetreten ist.

Für die Ausführung des in Angriff zu nehmenden Werkes wurde ein nicht gewöhnliches Verfahren vorgesehen, das aber eine wesentliche Vereinfachung des Messverfahrens bei Beschaffung des grundlegenden Messungsmaterials gestattete, indem das ganze Werk auf die Kubirung nach Mittenstärke basirt wurde.

Für die Kluppirung waren Stärkestufen in Abstufungen von Zehntel-Zollen Toppstärke normirt; an jedem zu kluppirenden Balken wurden die Toppstärke und der dazugehörige Mittendurchmesser gemessen und dieser der betreffenden Stärkestufe nach dem Topp eingefügt. Das arithmetische Mittel aus allen gemessenen Mittendurchmessern nun wurde als mittlerer Mittendurchmesser des der betreffenden Stärkestufe zugehörigen Normalbalkens angesehen. Aus diesem Verfahren geht hervor, dass die Kubirung aus der Querfläche über dem gemessenen Mittendurchmesser und der Länge, d. h. nach der allgemein gebräuchlichen Formel:

$$k = \gamma h$$

als hinreichend genaue Kubirungsmethode auch für längere Stücke genommen wurde. In der That verbindet diese Formel mit der überhaupt möglichen Einfachheit auch für die Praxis genügende Genauigkeit bei der Kubirung entwipfelter Stämme. Theoretisch

giebt sie für den Cylinder und das abgestutzte Paraboloid richtige, für den gemeinen Stutzkegel etwas zu kleine Inhalte.

Um die Anwendbarkeit von $k = \gamma h$ für die Kubirung von abgekürzten Stämmen aus unseren nie pfleglich behandelten Beständen im Allgemeinen zu prüfen, wurde ein Versuch an 250 Balken von allen, in den aufzustellenden Tafeln ursprünglich vorgesehenen Längen angestellt, wobei die Kubirung einmal in kurzen, stets gleichlangen Sectionen und dann jedesmal in einem Stück nach $k = \gamma h$ ausgeführt wurde. Das Resultat war, bei stets gleicher Balkenzahl für jede Längensstufe, in allen Fällen ein zu kleines; im Durchschnitt des ganzen Versuches fand sich ein Zuwenig von 1,82 %. In Deutschland angestellte Versuche wiesen meist abweichende Resultate auf, wenn die Kubirung in einem Stück, wie hier, vorgenommen wurde, so fand Judeich 1,32 % zu viel, Pressler 1,56 % und Schaal 3,78 % zuviel. Es wäre nicht undenkbar, dass das Ergebniss des hier angestellten Versuches auf einer, sich dem gemeinen Kegel mehr nähernden Schaftform unserer Stämme beruht. Der so erwiesenermassen erreichbare Genauigkeitsgrad wurde als hinreichend erachtet; de facto geben aber die auf viel grösserem Material fussenden Tabellen, wie zum Schluss gezeigt wird, weit genauere Resultate.

Der Umfang der Tafeln war von vornherein auf

die meist gebräuchlichen äussersten Dimensionen für gewöhnliche Balken nach Stärke und Länge hin, nämlich von 4—20 Zoll incl. am Topp für die Längen von 9—36 Fuss incl. in Abstufungen von 3 zu 3 Fuss bemessen. Je zehn der oben erwähnten Stärkestufen gleich ein Zehntel-Zoll wurden jedesmal zusammengefasst und ergaben eine Stärkeklasse gleich 1 Zoll; dabei wurden, um dem in der Praxis üblichen Kubirungsverfahren Rechnung zu tragen, beispielsweise die Stärkestufen von 8,5—9,4 incl. gleich Stärkeklasse 9 Zoll zusammen genommen.

Es ist einleuchtend, dass mit der steigenden Stärke und zwar gradatim mit den zunehmenden Längensklassen das Messungsmaterial immer spärlicher fliessen musste, um bei den äussersten Grenzen sogar lückenhaft zu werden. Sollten die gefundenen mittleren Werthe effectiv richtige sein, so müssten die Differenzen der auf einander folgenden Inhalte eine gesetzmässige, zunehmende Reihe bilden. In zureichender Weise, natürlich nicht ohne Unregelmässigkeiten, stellten sich die Resultate dar, wo ein hinreichend grosses Messungsmaterial vorhanden war; nur bei den grösseren Längen und den letzten Stärkeklassen wurden die Ergebnisse unbefriedigend. Es sollte nun versucht werden, auf dem Wege der Rechnung den Mängeln abzuhelfen. Die mit Hülfe der Mathematik zu lösende Aufgabe bestand demgemäss zunächst darin, die

vorhandenen Schwankungen auszugleichen und für die ungenügenden Messungsergebnisse der äussersten Dimensionen sichere Werthe zu finden, im Weiteren aber, sowohl innerhalb der in den Cubiktafeln vorgesehenen Längen, als auch womöglich über diese hinaus, die Inhalte auch bei geringeren Abstufungen zur Vervollständigung der Tafeln zu eruire, endlich aber, wenn möglich, jeden einzelnen zu findenden Werth auf die Basis der gesammten ausgeführten Messungen zu stellen und somit jeder Zahl den gleichen Werth zu geben, d. h. also, womöglich eine Formel zu finden, die, auf dem ganzen Messungsmaterial fussend, eine Berechnung der gesammten Tafeln ermöglichen würde.

Es sollte nun versucht werden, aus dem Material eine Formel aufzustellen, nach welcher aus den gegebenen Toppstärken (T) und Längen (h), die Mittendurchmesser (M) berechnet werden könnten.

Diese Rechnung wurde zunächst für jede Länge gesondert ausgeführt. Der Augenschein lehrte, dass die Mittendurchmesser angenähert proportional den Toppstärken sind; mithin wurde versucht, für jede Länge eine Formel:

$$M = M_0 + \alpha (T - T_0)$$

aufzustellen. — Diese Rechnung wurde streng nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgeführt; sehr erschwert wurde sie durch die leider

sehr ungleichmässige Vertheilung der Anzahl der Messungen für die verschiedenen Toppstärken, was zu sehr weitläufigen Berechnungen der Gewichte der einzelnen Mittelwerthe führte. Zum Glück erwies es sich, dass die wahrscheinlichen Abweichungen von den Mittelwerthen für alle Toppstärken nahezu dieselben waren; es konnten also die Gewichte allein aus der Anzahl der Messungen für jeden Zehntel-Zoll der Toppstärke abgeleitet werden, was die Rechnung wesentlich erleichterte, obgleich immer noch die Berechnung der Gewichte für die, wie oben erläutert, gebildeten Mittel für jeden vollen Zoll übrig blieb. Nachdem das geschehen und allgemein $T_0 = 12$ Zoll gesetzt war, wurden die Werthe von M_0 und α nach den Regeln der Methode der kleinsten Quadrate aus dem vorliegenden Material abgeleitet. Es ergab sich:

	M_0	α
für $h = 9$ Fuss:	$M = 12'',65$	$+ 1,052 (T-12'')$
» $h = 12$ »	$M = 12'',73$	$+ 1,046 (T-12'')$
» $h = 15$ »	$M = 12'',82$	$+ 1,039 (T-12'')$
» $h = 18$ »	$M = 12'',95$	$+ 1,035 (T-12'')$
» $h = 21$ »	$M = 13'',16$	$+ 1,046 (T-12'')$
» $h = 24$ »	$M = 13'',27$	$+ 1,025 (T-12'')$
» $h = 27$ »	$M = 13'',33$	$+ 1,015 (T-12'')$
» $h = 30$ »	$M = 13'',53$	$+ 1,023 (T-12'')$
» $h = 33$ »	$M = 13'',65$	$+ 1,018 (T-12'')$
» $h = 36$ »	$M = 13'',86$	$+ 1,019 (T-12'')$

Diese Formeln wurden zunächst mit den Ausgangswerthen verglichen, wobei sich die folgenden Unterschiede (v) zwischen den berechneten und gemessenen Mittendurchmessern ergaben:

	9 Fuss	12 Fuss	15 Fuss	18 Fuss	21 Fuss
Topp:	v	v	v	v	v
4	+ 0,06	+ 0,01	- 0,05	- 0,04	- 0,11
5	+ 0,08	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,11
6	+ 0,04	+ 0,06	+ 0,07	+ 0,04	+ 0,09
7	± 0,00	+ 0,02	+ 0,01	± 0,00	+ 0,03
8	- 0,02	- 0,02	+ 0,01	- 0,02	- 0,04
9	- 0,03	- 0,04	- 0,12	- 0,05	- 0,08
10	- 0,09	- 0,06	- 0,05	- 0,06	- 0,02
11	- 0,10	- 0,08	- 0,05	- 0,01	- 0,02
12	- 0,10	- 0,05	- 0,01	+ 0,02	+ 0,05
13	- 0,05	- 0,02	± 0,00	- 0,03	+ 0,02
14	+ 0,05	- 0,03	± 0,00	- 0,02	- 0,01
15	± 0,00	+ 0,12	+ 0,16	+ 0,11	+ 0,02
16	+ 0,05	+ 0,11	+ 0,05	+ 0,06	+ 0,11
17	+ 0,09	+ 0,19	+ 0,09	+ 0,04	+ 0,02
18	+ 0,19	+ 0,23	+ 0,15	+ 0,22	+ 0,01
19	+ 0,22	+ 0,26	+ 0,16	+ 0,05	- 0,06
20	+ 0,38	+ 0,03	+ 0,10	- 0,18	+ 0,05

	24 Fuss	27 Fuss	30 Fuss	33 Fuss	36 Fuss
Topp:	v	v	v	v	v
4	+ 0,11	+ 0,06	+ 0,11	+ 0,30	+ 0,31
5	+ 0,12	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,05	+ 0,14
6	+ 0,07	+ 0,08	+ 0,05	+ 0,02	+ 0,01
7	- 0,07	+ 0,02	± 0,00	- 0,11	- 0,09

	24 Fuss	27 Fuss	30 Fuss	33 Fuss	36 Fuss
Topp:	v	v	v	v	v
8	- 0,10	- 0,02	- 0,01	- 0,09	- 0,08
9	- 0,10	- 0,11	- 0,08	- 0,02	- 0,13
10	- 0,05	- 0,01	- 0,01	- 0,05	- 0,06
11	- 0,09	- 0,03	- 0,05	- 0,04	- 0,07
12	- 0,11	- 0,08	- 0,11	- 0,10	+ 0,07
13	- 0,09	- 0,06	+ 0,05	+ 0,07	+ 0,09
14	+ 0,01	+ 0,11	+ 0,09	+ 0,21	+ 0,12
15	+ 0,05	+ 0,07	+ 0,21	+ 0,08	+ 0,01
16	- 0,04	+ 0,16	+ 0,08	+ 0,24	+ 0,22
17	+ 0,15	+ 0,17	+ 0,35	+ 0,29	+ 0,30
18	+ 0,20	+ 0,20	+ 0,17	+ 0,12	+ 0,31
19	+ 0,23	+ 0,07	+ 0,21	- 0,28	—
20	- 0,17	+ 0,13	- 0,62	+ 0,32	+ 0,42

Wie man sieht, zeigen diese Unterschiede einen gesetzmässigen Gang; für die kleinen Toppstärken sind die berechneten Mittendurchmesser zu klein, für die mittleren etwas zu gross, um bei den grossen wieder zu klein zu werden. Es erwies sich also, dass obige Formeln noch nicht genügen: es hätten quadratische Glieder hinzugenommen werden müssen, d. h. man hätte Formeln von der Art:

$$M = M_0 + \alpha (T - T_0) + \beta (T - T_0)^2$$

berechnen müssen. Diese Rechnung wurde auch ausgeführt, die resultirenden Werthe für β erwiesen sich jedoch als so unsicher, dass von einer Benutzung derselben Abstand genommen wurde; es musste ein anderer Weg eingeschlagen werden.

Da die Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Mittendurchmessern für alle Längen sehr nahe gleich waren und denselben Gang zeigten, wurde aus ihnen einfach das arithmetische Mittel genommen. Dadurch ergaben sich folgende, an die nach obigen Formeln berechneten Mittendurchmesser anzubringende Correctionen (μ):

Topp:	μ	Topp:	μ
4	+ 0,08	13	\pm 0,00
5	+ 0,08	14	+ 0,05
6	+ 0,05	15	+ 0,08
7	- 0,02	16	+ 0,11
8	- 0,06	17	+ 0,15
9	- 0,07	18	+ 0,18
10	- 0,06	19	+ 0,11
11	- 0,05	20	+ 0,05
12	- 0,03		

Diese Correctionen sind von der Länge der Balken unabhängig, haben aber den Nachtheil, dass sie nur innerhalb der Toppstärken von 4" bis 20" gültig sind, da eine Extrapolation sehr unsicher sein würde; wenn nicht sehr grosse Genauigkeit angestrebt wird, können sie auch vernachlässigt werden.

Aus den obigen Formeln sieht man ferner, dass die Werthe des Coefficienten α mit zunehmender Länge der Balken im Allgemeinen abnehmen; sie lassen sich recht gut darstellen durch die Formel:

$$\alpha = 1,030 - 0,0016 (h - 24'),$$

wo h die Länge, in Fussen ausgedrückt, bedeutet. Unter Benutzung der aus dieser Formel folgenden Werthe von α und der Correctionen μ wurden nun aus den gemessenen Mittendurchmessern M die Werthe von M_0 noch einmal nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnet. Die so gefundenen Werthe von M_0 wurden darauf nach den Längen geordnet. Es war augenscheinlich, dass man sie durch eine Formel von der Art:

$$M_0 = (M_0) + \lambda (h - 24')$$

sehr gut darstellen kann. Dies geschah in ähnlicher Weise, wie oben, und es ergab sich:

$$M_0 = 13'',27 + 0'',043 (h - 24')$$

Die Uebereinstimmung dieser Formel mit den vorher gefundenen Werthen von M_0 war eine sehr gute.

Fasst man Alles zusammen, so ergibt sich für die Berechnung des Mittendurchmessers aus der Toppstärke und Länge die Formel:

$$M = 13'',27 + [1'',030 - 0'',0016 (h - 24')] (T - 12'') + 0'',043 (h - 24') + \mu$$

Diese Formel wurde nun wiederum mit den Ausgangswerthen verglichen; es ergab sich eine genügende Uebereinstimmung, auch zeigten die Unterschiede zwischen den gemessenen und berechneten Werthen der Mittendurchmesser keinen gesetz-

mässigen Gang. Mithin konnte diese Formel als das definitive Resultat angesehen werden.

Unter Zugrundelegung dieses Resultates wurde nun die Tafel für den kubischen Inhalt in Kubikfussen berechnet nach der Formel:

$$k = \gamma h$$

Da die Mittendurchmesser in Zollen, die Längen aber in Fussen gegeben sind, ergiebt sich für die Rechnung die Formel:

$$k = \frac{M^2 \pi}{576} h$$

Die Tafel wurde über die Längen von 9 bis 42 Fuss und die Topstärken von 3,5 bis 20,5 Zoll ausgedehnt.

Zur Controle wurden die Werthe dieser Tafel mit den Resultaten der ausgeführten sectionsweisen Probekubirung an den 250 Balken verglichen. Die ausgeführten Vergleichen zeigten durchaus keinen gesetzmässigen Character in den gefundenen Unterschieden zwischen den berechneten und den gemessenen kubischen Inhalten der Balken. Die gefundene Formel genügt mithin und bedarf keiner weiteren Verbesserung.

Diese Vergleichen zeigten ferner, dass die wahrscheinliche Abweichung des wirklichen Inhalts eines Balkens von dem durch die Tafel gegebenen

etwa 5 % des Inhalts beträgt. Dieser wahrscheinliche Fehler rührt gewiss nur zum kleinsten Theil von der Unsicherheit in der Berechnung der einzelnen Glieder der Formel her, sondern hauptsächlich von den zufälligen Abweichungen, welche die Formen der Stämme von der mittleren zeigen. Es ist daher nicht gut möglich, zu einem kleineren wahrscheinlichen Fehler zu gelangen. Hat man mehr, als einen Balken zu kubiren, so vermindert sich der wahrscheinliche procentuale Fehler der Summe mit der Anzahl der Balken. Sei n die Anzahl der Balken, so ist der wahrscheinliche Fehler der Summe ihrer kubirten Inhalte $\frac{5}{\sqrt{n}}$ % dieser Summe; er beträgt z. B.

bei	10 Balken	1,6 %	des Inhalts	aller Balken ;
»	100	»	0,5 %	» »
»	1000	»	0,2 %	» »
»	10000	»	0,05 %	» »

Ex Bibl. univ. Tart.

Mit der gefundenen Endformel scheint die mathematische Aufgabe gelöst zu sein; auch dürfte der Genauigkeitsgrad der berechneten Werthe der Tafel nach dem vorgenommenen vergleichenden Versuche als zufriedenstellend angesehen werden können. Sicher würde derselbe ein grösserer gewesen sein, wenn getrennte Tafeln für K_i und F_i berechnet worden wären; dass aber die Abweichungen bei steigender Länge hier nicht zunehmende sind, wie zu befürchten stand, d. h.

dass innerhalb der in den Tafeln ursprünglich vorgesehenen Längen die Verschiedenheit der Formzahlen für beide Holzarten noch nicht steigende Abweichungen verursacht, erscheint auf Grund folgender Momente als erwiesen angesehen werden zu können:

1) Die Correctionen μ hängen von den Abweichungen der Stammform vom Kegelstumpf ab; wie aus der Tafel hervorgeht (pag. 12 u. 13), sind sie innerhalb der Grenzen ihrer Genauigkeit für alle Längen gleich und hängen nur von der Toppstärke ab. Dies dürfte nicht der Fall sein, wenn die Unterschiede der Formzahlen hier schon ins Gewicht fielen.

2) Wenn diese Befürchtung zuträfe, so müssten die wahrscheinlichen Abweichungen der ursprünglichen Messungen der Mittendurchmesser von ihrem Mittel für verschiedene Längen verschieden sein. Dies ist aber nicht der Fall; im Gegentheil, diese wahrscheinlichen Abweichungen ergaben sich für alle Längen und Toppstärken als sehr nahe gleich, nämlich $= \pm 0'',5$.

3) Eine Vergleichung zwischen den in den Tafeln gegebenen Inhalten und den durch sectionsweise Cubirung eruirten Inhalten der 250 Balken lieferten folgende Resultate, wobei h die Länge der Balken, k den mittleren kubischen Inhalt der Balken einer Länge und r die wahrscheinliche Abweichung des

wirklichen Inhalts eines Balkens von dem durch die Tafel gegebenen in Procenten seines Inhalts bedeuten :

h	k	r
9 Fuss	4,6	5,7 %
12 »	6,0	4,2 %
15 »	7,4	3,1 %
18 »	8,6	5,2 %
21 »	9,8	6,1 %
24 »	11,3	5,3 %
27 »	12,4	5,8 %
30 »	13,5	5,6 %
33 »	14,8	5,3 %
36 »	15,6	6,1 %

Es ist ersichtlich, dass die wahrscheinlichen Abweichungen r für die verschiedenen Längen einander nahe gleich sind; jedenfalls zeigen sie keinen gesetzmässigen Gang. Für grössere kubische Inhalte, als 15,6 Kbkfss lässt sich hier auf diese Weise der Beweis nicht liefern, da zu wenig Balken mit grösserem Inhalte sectionsweise kubirt wurden.

Diese Momente beweisen, dass innerhalb der gezogenen Grenzen, d. h. für die Längen von 9' bis 36' und für die Toppstärke von 3",5 bis 20",5 die Unterschiede der Formzahlen noch nicht ins Gewicht fallen. Für Balken, die ausserhalb dieser Grenzen liegen, lässt sich das natürlich nicht mit Bestimmtheit sagen, da für sie keine Messungen vor-

liegen. Daher sind auch die kubischen Inhalte der Längen von 37' bis 42', wie sie die Tafel aufführt und etwa weiter nach der Formel zu berechnende Werthe, gewiss viel weniger sicher, als für die Längen von 9 bis 36 Fuss.

Zum Schluss sei noch bemerkt, dass, da absolut genaue Resultate für Kubirungstafeln nach Toppstärke überhaupt nicht gefunden werden können, auch die vorliegenden Zahlen selbstverständlich nur als Näherungswerthe zu nehmen sind. Wenn nun in der folgenden berechneten Tafel I. die Inhalte mit zwei Decimalen angegeben werden, so geschieht es, um das Resultat der Rechnung genau wiederzugeben; beim praktischen Gebrauch können die Decimalen füglich vernachlässigt werden.

Der vollständigen Tafel wurde noch eine verkürzte angefügt, welche die Werthe für ganze Zolle in Längenabstufungen von 3 zu 3 Fuss giebt und für den täglichen Gebrauch bestimmt ist.

Bei der Bearbeitung des mathematischen Theiles der vorliegenden Arbeit erfreute ich mich des Rathes und der Beihülfe des Herrn Dr. astr. L. Struve, Observator an der Sternwarte in Dorpat.

Tafel I.

Länge in Fussen	Toppstärke: Zoll							Länge in Fussen
	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	
	Inhalt: Kubikfuss							
9	0,69	0,90	1,13	1,40	1,68	1,98	2,30	9
10	0,79	1,02	1,29	1,58	1,90	2,24	2,66	10
11	0,89	1,15	1,45	1,77	2,12	2,50	2,90	11
12	1,01	1,29	1,61	1,97	2,36	2,77	3,21	12
13	1,12	1,47	1,79	2,18	2,60	3,05	3,52	13
14	1,24	1,58	1,96	2,40	2,84	3,34	3,85	14
15	1,37	1,79	2,15	2,61	3,10	3,64	4,18	15
16	1,50	1,90	2,35	2,84	3,36	3,94	4,54	16
17	1,64	2,07	2,55	3,08	3,64	4,25	4,89	17
18	1,77	2,23	2,75	3,31	3,92	4,57	5,23	18
19	1,94	2,43	2,97	3,57	4,20	4,90	5,61	19
20	2,08	2,61	3,19	3,84	4,51	5,24	6,01	20
21	2,24	2,80	3,42	4,10	4,81	5,58	6,37	21
22	2,42	3,00	3,64	4,36	5,12	5,93	6,77	22
23	2,57	3,20	3,89	4,65	5,45	6,31	7,28	23
24	2,77	3,42	4,13	4,94	5,77	6,67	7,60	24
25	2,96	3,56	4,40	5,22	6,10	7,05	8,02	25
26	3,14	3,86	4,66	5,54	6,46	7,45	8,47	26
27	3,34	4,10	4,94	5,86	6,83	7,85	8,91	27
28	3,50	4,31	5,19	6,16	7,17	8,25	9,36	28
29	3,75	4,58	5,49	6,50	7,55	8,66	9,82	29
30	3,99	4,87	5,81	6,85	7,95	9,11	10,29	30
31	4,21	5,12	6,11	7,19	8,33	9,54	10,77	31
32	4,43	5,38	6,41	7,53	8,72	9,98	11,25	32
33	4,68	5,66	6,74	7,91	9,12	10,42	11,75	33
34	4,96	5,96	7,06	8,28	9,56	10,91	12,29	34
35	5,18	6,25	7,41	8,67	9,98	11,38	12,80	35
36	5,46	6,57	7,78	9,07	10,43	11,88	13,36	36
37	5,77	6,90	8,13	9,49	10,90	12,40	13,93	37
38	6,02	7,19	8,46	9,84	11,29	12,84	14,42	38
39	6,30	7,51	8,85	10,27	11,74	13,34	14,97	39
40	6,62	7,88	9,25	10,72	12,27	13,93	15,62	40
41	6,91	8,21	9,62	11,15	12,71	14,42	16,16	41
42	7,21	8,55	10,01	11,58	13,20	14,96	16,75	42

Länge in Fussen	Toppstärke: Zoll							Länge in Fussen
	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	
	Inhalt: Kubikfuss							
9	2,64	3,02	3,42	3,86	4,34	4,84	5,37	9
10	2,98	3,40	3,85	4,33	4,86	5,43	6,02	10
11	3,32	3,78	4,28	4,83	5,39	6,02	6,68	11
12	3,67	4,18	4,72	5,31	5,94	6,62	7,35	12
13	4,03	4,58	5,18	5,83	6,52	7,25	8,03	13
14	4,40	5,00	5,65	6,34	7,08	7,88	8,73	14
15	4,78	5,42	6,11	6,86	7,67	8,51	9,42	15
16	5,17	5,87	6,60	7,40	8,26	9,17	10,14	16
17	5,57	6,31	7,10	7,95	8,87	9,84	10,88	17
18	5,96	6,75	7,58	8,49	9,47	10,50	11,60	18
19	6,39	7,22	8,12	9,08	10,12	11,21	12,36	19
20	6,81	7,70	8,64	9,66	10,73	11,89	13,13	20
21	7,24	8,18	9,15	10,23	11,38	12,60	13,88	21
22	7,66	8,65	9,70	10,83	12,02	13,30	14,65	22
23	8,13	9,17	10,25	11,44	12,70	14,04	15,48	23
24	8,59	9,68	10,82	12,06	13,38	14,79	16,27	24
25	9,06	10,20	11,39	12,70	14,08	15,52	17,07	25
26	9,56	10,73	11,98	13,34	14,78	16,33	17,95	26
27	10,05	11,28	12,57	14,00	15,50	17,08	18,77	27
28	10,52	11,80	13,15	14,64	16,20	17,85	19,60	28
29	11,03	12,36	13,77	15,28	16,91	18,66	20,48	29
30	11,57	12,99	14,43	16,00	17,70	19,48	21,38	30
31	12,07	13,51	15,04	16,67	18,43	20,27	22,24	31
32	12,61	14,11	15,69	17,38	19,21	21,12	23,16	32
33	13,19	14,74	16,38	18,14	20,04	21,98	24,10	33
34	13,75	15,32	17,02	18,84	20,80	22,85	25,05	34
35	14,32	15,95	17,70	19,59	21,57	23,69	25,95	35
36	14,96	16,65	18,47	20,43	22,48	24,68	26,98	36
37	15,52	17,26	19,14	21,12	23,28	25,55	27,92	37
38	16,09	17,89	19,82	21,90	24,08	26,37	28,81	38
39	16,70	18,56	20,55	22,70	24,90	27,30	29,82	39
40	17,36	19,28	21,30	23,51	25,83	28,25	30,84	40
41	17,99	19,97	22,05	24,33	26,67	29,16	31,83	41
42	18,64	20,67	22,82	25,12	27,57	30,14	32,88	42

Länge in Füssen	Toppstärke: Zoll							Länge in Füssen
	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	
	Inhalt: Kubikfuss							
9	5,93	6,53	7,14	7,79	8,48	9,19	9,94	9
10	6,65	7,30	8,00	8,71	9,48	10,27	11,11	10
11	7,36	8,09	8,84	9,65	10,48	11,36	12,29	11
12	8,09	8,88	9,71	10,59	11,51	12,46	13,46	12
13	8,85	9,71	10,62	11,56	12,56	13,60	14,70	13
14	9,60	10,52	11,50	12,53	13,61	14,73	15,90	14
15	10,37	11,37	12,42	13,51	14,65	15,85	17,13	15
16	11,16	12,23	13,35	14,52	15,74	17,03	18,40	16
17	11,94	13,09	14,28	15,52	16,82	18,20	19,63	17
18	12,74	13,95	15,22	16,54	17,92	19,38	20,90	18
19	13,59	14,85	16,19	17,59	19,06	20,60	22,21	19
20	14,40	15,73	17,15	18,64	20,18	21,81	23,51	20
21	15,23	16,66	18,13	19,69	21,31	23,00	24,78	21
22	16,06	17,57	19,11	20,75	22,46	24,23	26,10	22
23	16,97	18,52	20,14	21,86	23,70	25,51	27,48	23
24	17,83	19,45	21,15	22,95	24,82	26,77	28,83	24
25	18,70	20,40	22,17	24,05	26,00	28,04	30,15	25
26	19,61	21,38	23,27	25,20	27,24	29,36	31,57	26
27	20,50	22,35	24,28	26,32	28,45	30,66	32,96	27
28	21,44	23,37	25,37	27,46	29,63	31,93	34,36	28
29	22,36	24,36	26,44	28,61	30,87	33,26	35,78	29
30	23,33	25,40	27,57	29,82	32,16	34,64	37,21	30
31	24,27	26,42	28,66	31,00	33,42	35,99	38,65	31
32	25,26	27,45	29,77	32,19	34,70	37,36	40,11	32
33	26,26	28,53	30,93	33,44	36,04	38,79	41,64	33
34	27,24	29,63	32,12	34,65	37,34	40,13	43,07	34
35	28,27	30,69	33,21	35,88	38,66	41,53	44,57	35
36	29,38	31,88	34,49	37,25	40,12	43,10	46,24	36
37	30,40	32,98	35,66	38,51	41,47	44,53	47,77	37
38	31,36	34,01	36,77	39,70	42,74	46,00	49,22	38
39	32,44	35,12	37,97	40,98	44,11	47,35	50,71	39
40	33,54	36,36	39,29	42,33	45,49	48,83	52,35	40
41	34,61	37,50	40,52	43,64	46,89	50,31	53,93	41
42	35,68	38,66	41,75	44,96	48,30	51,82	55,46	42

Länge in Füssen	Toppstärke: Zoll							Länge in Füssen
	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,5	17,0	
	Inhalt: Kubikfuss							
9	10,74	11,54	12,36	13,22	14,12	15,03	15,99	9
10	11,98	12,87	13,80	14,76	15,74	16,76	17,83	10
11	13,25	14,22	15,26	16,29	17,38	18,50	19,68	11
12	14,51	15,88	16,71	17,86	19,05	20,27	21,54	12
13	15,88	17,00	18,20	19,44	20,73	22,06	23,46	13
14	17,14	18,39	19,70	21,02	22,41	23,84	25,35	14
15	18,46	19,78	21,18	22,63	24,12	25,66	27,25	15
16	19,82	21,24	22,73	24,25	25,85	27,50	29,19	16
17	21,14	22,68	24,24	25,86	27,56	29,31	31,12	17
18	22,50	24,11	25,80	27,51	29,31	31,18	33,09	18
19	23,91	25,61	27,36	29,18	31,09	33,06	35,08	19
20	25,27	27,06	28,95	30,86	32,84	34,91	37,05	20
21	26,67	28,56	30,51	32,52	34,64	36,82	39,03	21
22	28,09	30,07	32,12	34,23	36,41	38,62	41,02	22
23	29,52	31,60	33,78	36,00	38,29	40,69	43,12	23
24	30,96	33,13	35,38	37,70	40,09	42,55	45,14	24
25	32,24	34,60	36,99	39,41	41,90	44,47	47,17	25
26	33,89	36,26	38,70	41,22	43,83	46,51	49,27	26
27	35,38	37,79	40,34	42,96	45,67	48,46	51,33	27
28	36,88	39,39	42,03	44,81	47,57	50,47	53,46	28
29	38,34	41,00	43,74	46,52	49,44	52,45	55,55	29
30	39,92	42,62	45,47	48,35	51,38	54,50	57,71	30
31	41,46	44,26	47,21	50,25	53,33	56,56	59,89	31
32	42,97	45,86	48,91	52,00	55,24	58,51	61,95	32
33	44,59	47,59	50,74	53,93	57,22	60,67	64,22	33
34	46,18	49,27	52,46	55,76	59,22	62,72	66,38	34
35	47,72	50,91	54,26	57,66	61,16	64,77	68,55	35
36	49,49	52,79	56,20	59,71	63,32	67,05	70,95	36
37	51,12	54,52	58,02	61,65	65,38	69,21	73,23	37
38	52,66	56,09	59,69	63,40	67,22	71,17	75,29	38
39	54,25	57,84	61,54	65,29	69,23	73,27	77,52	39
40	55,99	59,61	63,42	67,35	71,40	75,56	79,84	40
41	57,68	61,40	65,31	69,27	73,42	77,70	82,09	41
42	59,31	63,12	67,14	71,20	75,46	79,85	84,36	42

Länge in Fussen	Toppstärke: Zoll							Länge in Fussen
	17,5	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,5	
	Inhalt: Kubikfuss							
9	16,96	17,96	18,90	19,83	20,85	21,88	22,90	9
10	18,91	20,03	21,06	22,12	23,24	24,38	25,54	10
11	20,87	22,12	23,26	24,43	25,63	26,89	28,17	11
12	22,84	24,18	25,43	26,71	28,04	29,39	30,76	12
13	24,87	26,33	27,68	29,08	30,50	31,96	33,45	13
14	26,87	28,44	29,91	31,37	32,91	34,51	36,12	14
15	28,86	30,54	32,11	33,72	35,36	37,08	38,81	15
16	30,94	32,74	34,38	36,10	37,86	39,67	41,51	16
17	32,98	34,90	36,65	38,47	40,35	42,26	44,23	17
18	35,03	37,06	38,92	40,86	42,84	44,88	46,96	18
19	37,14	39,28	41,24	43,30	45,35	47,50	49,67	19
20	39,21	41,48	43,55	45,66	47,88	50,14	52,46	20
21	41,30	43,69	45,86	48,09	50,42	52,80	55,23	21
22	43,36	45,91	48,19	50,53	52,97	55,42	57,97	22
23	45,62	48,19	50,58	53,03	55,53	58,10	60,72	23
24	47,75	50,44	52,94	55,50	58,11	60,79	63,53	24
25	49,90	52,70	55,31	57,98	60,71	63,50	66,36	25
26	52,11	55,04	57,75	60,53	63,37	66,35	69,32	26
27	54,29	57,33	60,15	62,98	65,94	69,03	72,12	27
28	56,66	59,63	62,56	65,56	68,55	71,78	75,00	28
29	58,67	61,92	64,99	68,04	71,22	74,55	77,88	29
30	60,95	64,34	67,43	70,66	73,96	77,40	80,86	30
31	63,24	66,69	69,65	73,22	76,64	80,13	83,70	31
32	65,48	69,05	72,35	75,80	79,33	82,96	86,64	32
33	67,67	71,37	74,76	78,47	82,12	85,85	89,66	33
34	70,08	73,88	77,48	81,08	84,85	88,62	92,55	34
35	72,37	76,28	79,91	83,53	87,51	91,48	95,27	35
36	74,90	79,02	82,77	86,61	90,53	94,63	98,72	36
37	77,21	81,38	85,23	89,18	93,22	97,43	101,65	37
38	79,46	83,74	87,79	91,75	95,99	100,13	104,46	38
39	81,80	86,20	90,39	94,34	98,60	103,05	107,50	39
40	84,15	88,67	92,85	97,13	101,32	105,98	110,55	40
41	86,60	91,24	95,54	99,84	104,33	108,92	113,61	41
42	88,99	93,75	98,06	102,57	107,18	111,88	116,69	42

Tafel II.

Verkürzte Kubik-Tafel für Nadelholzklotze.

Länge in Fussen	T o p p s t ä r k e i n Z o l l e n																				Länge in Fussen
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				
	I n h a l t : K u b i k f u s s																				
9	0,9	1,4	2,0	2,6	3,4	4,3	5,4	6,5	7,8	9,2	10,7	12,4	14,1	16,0	18,0	19,8	21,9	9			
12	1,3	2,0	2,8	3,7	4,7	5,9	7,4	8,9	10,6	12,5	14,5	16,7	19,0	21,5	24,2	26,7	29,4	12			
15	1,8	2,6	3,6	4,8	6,1	7,7	9,4	11,4	13,5	15,9	18,5	21,2	24,1	27,2	30,5	33,7	37,1	15			
18	2,2	3,3	4,6	6,0	7,6	9,5	11,6	14,0	16,5	19,4	22,5	25,8	29,3	33,1	37,1	40,9	44,9	18			
21	2,8	4,1	5,6	7,2	9,2	11,4	13,9	16,7	19,7	23,0	26,7	30,5	34,6	39,0	43,7	48,1	52,8	21			
24	3,4	4,9	6,7	8,6	10,8	13,4	16,3	19,5	22,9	26,8	31,0	35,4	40,1	45,1	50,4	55,5	60,8	24			
27	4,1	5,9	7,8	10,0	12,6	15,5	18,8	22,4	26,3	30,7	35,4	40,3	45,7	51,3	57,3	63,0	69,0	27			
30	4,9	6,8	9,1	11,6	14,4	17,7	21,4	25,4	29,8	34,6	39,9	45,5	51,4	57,7	64,3	70,7	77,4	30			
33	5,7	7,9	10,4	13,2	16,4	20,0	24,1	28,5	33,4	38,8	44,6	50,7	57,2	64,2	71,4	78,5	85,9	33			
36	6,6	9,1	11,9	15,0	18,5	22,5	27,0	31,9	37,3	43,1	49,5	56,2	63,3	71,0	79,0	86,6	94,6	36			
39	7,5	10,3	13,3	16,7	20,6	24,9	29,8	35,1	41,0	47,4	54,2	61,5	69,2	77,5	86,2	94,3	103,0	39			
42	8,6	11,6	15,0	18,6	22,8	27,6	32,9	38,7	45,0	51,8	59,3	67,1	75,5	84,4	93,8	102,6	111,9	42			