Joh. Käis

Matemaatika algõpetusest

Tartu 1940

Joh. Käis

Matemaatika algõpetusest

Tartu 1940

Äratrükk koguteosest „Loenguid ja kokkuvõtteid“ II.

O./ü. „Ilutrükk“, Tartu, 1940.

MATEMAATIKA ALGÕPETUSEST.

Matemaatika ja üldõpetus. Üsna sageli küsitakse: kuivõrd on arvutusõpetus seotav üldõpetusega? Vastates kaldutakse arvamisele, et arvutusõpetus ei taha hästi mahtuda üldõpetuse raamesse. Tõepoolest esineb matemaatika algõpetuses asjaolusid, mis nagu nõuaksid talle täielist iseseisvust ja sõltumatust muust õpetusest.

Esiteks, arvutusõpetus areneb arvuvallas astmeti — enne arvud 1—10, siis 1—20, 1—100 jne. Arvuvalla piiride laiendamise eelduseks on eelmise astme täieline valitsemine. Millal edasiminek osutub võimalikuks, see ei sõltu sugugi üldõpetuse koduloolistest teemadest. Mõnikord ongi nii, et üks või teine üldõpetuslik teema annaks head ainet arvutamiseks suuremate arvudega. Neid aga ei saa tarvitada, kui eelmine arvudering ei ole veel vallutatud.

Teiseks, ka tehete omandamine antud arvuvalla piirides edeneb järkjärgult ja kindlas järjekorras — enne liitmine-lahutamine, siis alles korrutamine ja jagamine. Seda järjekorda ei saa muuta koduloolise aine sisu järgi.

Edasi, valides sõnastatud ülesandeid, arvutusprobleeme koduloolisela asialalt, peame ikka tegelema arvudega, mis ei ulatu lastele tuttavast arvuvallast kaugele. Samuti ei saa võtta ülesandeisse mõõte, mida lapsed veel ei tunne jne. Seepärast osutub mõnikord võrdlemisi raskeks leida sobivaid arvutusülesandeid just sellelt asialalt, mida samal ajal koduloos käsitellakse (vt. pt. III).

Neil põhjusil ongi tegelikus koolitöös sageli arvutamine üldõpetusest välja jäetud, ja see õppeala käib iseseisvat rada sealgi, kus muidu taotellakse õpetuse ühtlustust ja keskustust laiemas ulatuses. Väliselt ilmneb matemaatika-õpetuse sõltumatus selles, et tihti on küll 1. ja 2. õppeaastal ühe õppejõu kätte koondatud kõik teised õppealad, ainult matemaatikat õpetab teine õpetaja. Seesugune tööjaotus iseendast ei olegi halb, kui aga matemaatika-õpetaja ei kaota sidet oma kolleegaga. Juba varemini oleme vaadelnud matemaatika, samuti ka teiste oskusainete kohta üldõpetuses ja oleme toonitanud, et ainete ja oskuste õpetus, mis vajavad eriti selget ja kindlat metoodilist teed, kasutagu koduloolist vaateõpetust ainult lähtekohana. Edaspidine käsitlus läheb siis juba oma iseseisvat rada [1]. Kuid nõue, et arvutusõpetus ei või jätta kasutamata ainet, mida pakub talle koduloolne vaateõpetus, on igatahes oluline ja raskusteta teostatav.

Edaspidises käsitleme samuti matemaatika-õpetuse metoodilisi küsimusi omas loogilises järjekorras, silmas pidades ka kokkupuute võimalusi koduloogа.

I. Loendamine.

Loendamine on arvutusõpetuse alus ja lähtekoht. Loendamise algoskuse omandab laps juba kodus enne kooliastumist. Koduses elus ongi lapsel küllalt juhuseid loendamiseks — loomad õues, tibud kanalas, asjad toas ja köögis, rukkihakid ja viljarõugud põllul — kõik see paelub lapse tähelepanu ja tekitab tas küsi-

---

[1]) Loenguid ja kokkuvõtteid I, lk. 113.

muse: kui palju? või: mitu on? Vastus leitakse loendamisega. See toiming on siin täiesti konkreetne ja rahuldab ka lapse tegevustungi: lapsed tõepoolest meeleldi loendavad tuttavaid asju oma lähemas ümbruses.

Loendamine on arvumõiste kujunemise eelduseks ja esimesed arvumõisted saadaksegi loendamise kaudu juba eelkoolieas. Õpetaja teeks õigesti, kui ta uuriks lähemalt uute õpilaste loendamisoskuse piiri ja selgitaks niiviisi oma „aabitsajüngrite“ matemaatilisi võimeid.

Loendamisprotsessi olemus on selles, et me tajume iga asja (loom, lind, õun) või nähtust (kellalöök, samm) üksikult, üksteise kõrval või järel. Loendada saamegi ainult ruumis või ajas eraldatud asju või näitusi. Kaob aga tajutav vaheruum või -maa üksikute asjade vahel (üksteise peale asetatud ühesugused kuubid, tihedalt koos seisev inimeste jõuk) või kui näiteks kellalöögid (äratuskellal) järgnevad üksteisele väga kiiresti, ei saa me enam loendada. Sellest siis didaktiline järeldus: loendamisharjutustel olgu loendatavad asjad selgesti eraldatud, samuti ei või ajas korduvad nähtused üksteisele liiga kiiresti järgneda.

Kuidas areneb loendamine lastel? Algul lapsed (2—3-aastaselt) märgivad loendamisel ainult ühesuguste asjade või nähtuste kordumist: üks õun, veel üks õun ja veel . . ., kell lööb üks kord, veel kord, veel kord ja veel kord.

Sammu edasi jõuab laps oma loendamiskunstis, kui ta hakkab loendamisel tarvitama arvsõnu — üks, kaks, kolm . . ., millega ta märgib õieti järjekorra numbreid. Arvumõistet ei teki selgi loendusastmel (välja arvatud vahest 2 ja 3). Ka täiskasvanud tarvitavad sageli arvsõnu ja arve ainult järjekorra märkimiseks, näiteks aadressidel — N. tänav 24—2 (s. o. maja number 24, korter number 2), lehekülg 26, 40 . . ., aasta 1939 jne.

Laps harjub üsna kiiresti arvsõnu õiges järjekorras mehaaniliselt lugema. Kui sel viisil minnakse kaugemale kindlast loendamisoskusest, siis võimegi kuulda lastelt sellist „loendamist": kaksteist, kolmteist, kaheksateist, kolmkümmend, sada s. t. korratakse ainult meeldejäänud sõnu, sidumata neid arvureaga.

Peatselt märkab laps ka, et üks arvunimetus tähendab: p a l j u, h u l k, teine — v ä h e. See on esimene samm arvumõiste kujunemisele (vt. pt. II).

Järgmine aste loendamisprotsessi arengus on a r v u - r e a m õ i s t e t e k k i m i n e: laps tajub, et 5 on e n n e kui 6, 7 enne kui 8; 6 seisab 5 ja 7 v a h e l; 9 tuleb 8 järel jne. Arvurea kujutlemine on täiskasvanulegi abiks suurte arvude puhul, kus pole võimalik arve konkreetselt tajuda ega kujutella.

Viimne, kõrgem aste loendamisprotsessis on k o g u - a r v u tajumine. Viimane loendatud arv on loendamise ü l d t u l e m u s ja tähendab kokku niipalju asju (nähtusi), kui palju oli neid loendatud üksikult. Siin võime psühholoogiliselt kergesti eksida, kui oletame, et säärane „kokkuvõte" sünnib ka iga arvu ütlemisel. Seda tõepoolest esialgu ei ole ja tagasivaade loendatud asjadele tehakse a i n u l t loendamise lõpetamisel.

Sellepärast e i v õ i l o e n d a m i s t s a m a s t a d a ü h e k a u p a l i i t m i s e g a: $5 + 1 = 6$; $6 + 1 = 7$ jne. Säärane viga esineb õpetajail ja ka mõnes arvutuse algõpetuse metoodikas [1]). Ühekaupa liitmine ei ole võimalik

[1]) M. Meos. Arvud elust, lk. 13 ja järgmised. Seal käsitellakse alles a r v u 1 ja kirjutatakse juba $5 + 1 = ?$ $7 - 1 = ?$ $10 - 1 = 9$ jne.

enne, kui pole omandatud suuremas liidetavas esinev arvumõiste, näit. laps ei saa arusaamisega liita 7 + 1, kui ta ei tunne veel arvumõistet 7.

Üldarvu kujutlemine loendamise tulemusena on lapsele psühholoogiliselt üsna raske samm, milleks nooremad lapsed ei ole suutelised. Psühholoog *W. Stern* jutustab oma tütrekesest järgmise loo: — Kui näitad temale käe viis sõrme ja küsid: „Mitu sõrme on?“ — siis ütleb ta: „Ma loen, mitu neid on“, ja loendab õigesti üks, kaks, . . . viis. Ja kui siis loendamise lõpetamisel kohe küsida: „Nii siis, mitu sõrme?“ hakkab ta uuesti loendama. Ja nii veel mitu korda. — See tähendab, et lapsel ei tekkinud loendamisel üldarvu kujutlust, ta ei saanud teha tagasivaadet ehk kokkuvõtet loendatud hulgast.

Loendamisharjutuste käik: a) **Konkreetne loendamine.** Et loendamine on arvutusõpetuse alus, siis peame seda oskust kooliski järjekindlalt arendama. Omal algatusel koduses elus või koolis loendab laps alati konkreetseid asju, kui tal selleks t e k i b t a r v i d u s — vaja üle lugeda kariloomad, kanad, põrsad, mänguasjad, mängukaaslased jm.

Ka koolis püüame leida juhuseid loomulikkude esemete loendamiseks (õpilased klassis, koolilauad, raamatud, vihud, pliiatsid suled jm.) Võimlemisel loendame samme, hüppeid. Mitmed mängud sisaldavad samuti loendamist (niidirullid rätsepamängus, pallivisked, käteplaksutamine jne.).

Iseeendast mõistetavalt peavad loendatavad esemed ja nähtused võimalikult ü h e s u g u s e d olema, sest ainult siis võib tekkida kujutlus asja mitmekordsest olemasolust, nähtuse korduvast ilmumisest ja ühtlasi ka tahtmine loendada.

H u v i m o m e n t on loendusharjutustes sama tähtis kui muus õppetöös. Paljas käsk loendada ei tekita veel huvi. Seepärast korraldagem harjutusi ikka nii, et oleks tarvidus ja huvi loendamiseks. Näiteks: Kas on kõik õpilased kohal (õppekäigule minnes, mänguplatsil)? Kas on kõik rühmad ühesuurused? Kas jätkub raamatuid kõigile õpilasile? Jne. Loendamine võimlemisel ja mängus harilikult sisaldab ka tarviduse- ja huvimomenti.

On igapäevaseid asju, mille loendamine ei ole huvitav ka siis, kui nende arv pole teada. Võib kergesti märgata, et laps ei loenda ega tunne tarvidust loendada näiteks oma sõrmi, aknaruute toas, sest need esemed on liigagi tuttavad ja nende arv jääb ikka muutmatuks. (Juhuslikult võib siingi huvi tekkida, näit. torm purustas mõned aknaruudud.) Kellelegi ei tule ka mõttesse hakata loendama näit. latte püsttaras, telliskive seinas, juukseid peas jne. (Ainult ehitusmeister oleks huvitatud telliskivide arvust, kuid selle leiaks ta siis eriliste kalkuleerimisvõtetega.)

Järeldus: loendusharjutuste algastmel püütagu ikka leida sobiv materjal, mille loendamise t a r v i d u s on lapsele arusaadav — siis on ka loendamisprotsess huvitav.

Loendamisharjutuste süstemaatiliseks edasiarendamiseks ei piisa loomulikkude esemete konkreetsest loendamisest. Selleks vajame ka erilisi õppevahendeid — loendusesemeid.

Headeks l o e n d u s e s e m e i k s, mida saame kergesti vajalisel arvul hankida, on näiteks pähklid ja tammetõrud. Neid hoitakse pappkarbikesis, suurendades karbikeste sisu õpilaste loendusoskuse arenemisega. Saades karbikese pähklitega on õpilane loomulikult huvitatud ka nende arvust — algab kohe loendamine.

Pähkleil ja tõrudel kui ümmargustel kehadel on aga see halb omadus, et nad ei püsi kallakul laual. Seda puudust ei ole (peata) t i k k u d e l, millede loendamine aga on vähem huvitav.

Neid esemeid loendatakse algul tõepoolest pähklitena (käisime pähkleid korjamas!), tõrudena, tikkudena. Hiljem aga võetakse neid ka teiste asjade sümbolitena (loomad, saiad, kompvekid jne.). Laste elav fantaasia teeb esemete sümboolse kasutamise kergeks ja lastele ka huvitavaks: nad on ju ka kodus oma mängudes kivikesi lehmadena, lammastena, leibadena jm. kujutlenud!

Sümbolitena kasutame loendamisel ka (värvilisest) kartongist ringikesi, ruudukesi, kolmnurki — need võivad asendada raha, nööpe, lauakesi, taldrikke jne. Säärastel loendusesemeil on ka oma didaktiline väärtus: nad mitmekesistavad harjutusi ja valmistavad ette üleminekut abstraktsele loendamisele, mis edaspidises arvutusõpetuses suuremate arvude puhul (2.—4. õppeaastal) jääbki peaaegu ainsaks loendusviisiks.

Ka joonistamine ja joonisel kujutatud asjade loendamine viib samale sihile. Hoiatada tuleb ainult liigse joonistamise eest, et mitte raisata aega. Erilisi pilte loendamiseks meie lastele küll tarvis ei ole. (Soomes leidub sääraseid õppevahendeid.)

Loendamist sõrmedel ei saa soovitada, sest kui laps harjub loendamisel oma sõrmi kasutama, siis on pärastpoole arvutamisel sellest harjumusest raske vabaneda ja see takistaks kindla arvutusoskuse arenemist. Paljudele lastele on sõrmedel-loendamine huvitu ja igav [1]).

Loendatakse ainult arvsõnu, esemete nimetusi nimetamata, sest konkreetsel loendamisel seisavad ju esemed ise silmi ees ja nende nimetuste kordamine oleks koguni segav arvukujutluse tekkimiseks. Samuti pole tarvidust esemete nimetamiseks sümboolsel loendamisel.

---

[1]) H. Kempinsky. Der Rechenlehrer der Kleinen, lk. 41.

Loendatud esemete nimetus öeldakse ainult lõpus: 1, 2, 3 . . . 10 õuna. Sellega hõlbustame arvukujutluse tekkimist loendamise tulemusena.

Loendamist harjutatakse peamiselt ühekaupa, kuid on soovitatav ka 2- (paari-) kaupa loendada, niipalju kui võimalik. Loendamine 3-, 4- või 5-kaupa eeldab ühelt poolt nende arvumõistete tundmist, teiselt poolt aga oskust liita. Seetõttu võib säärast loendamist, mis iseendast aitab kaasa teadliku arvutusoskuse arenemisele, harjutada pärastpoole kordamisena ja süvendamisena.

Rütmilist loendamist arvude rõhutamisega üle ühe (1, 2, 3, 4 . . . või 1, 2, 3, 4) või üle kahe (1, 2, 3, 4, 5, 6 . . . või 1, 2, 3, 4, 5, 6), harjutatagu esialgu käteplaksutamise või sammude loendamise abil (s. o. nähtuste puhul).

Ka tagurpidi-loendamist tuleks juba konkreetsel loendamisel harjutada, kasutades järgmist võtet. Kui loendamisega on reastatud näiteks 8 tikku, siis loetakse tagasi — kaheksa, seitse, kuus . . ., nihutades iga kord ühe tiku teistest paremale poole. Sellega valmistaksime ette tagasiloendamist abstraktsel kujul, kui on olemas juba kujutlus arvureast.

Konkreetsel loendamisel ei ole tingimata tarvilik numbrite tundmine ega oskus kirjutada neid. Tegelikus töös aga on kasulik tutvustada lapsi numbritega — sümbolitega, millega asendame kirjas arvsõnad. Kasu sellest on mitmekülgne: 1) sel teel õpetame lapsi aegsasti numbreid tundma ja kirjutama, mis on tarvilik edaspidi arvumõistete käsitlusel ja arvutamisel; 2) numbrite abil saame kõige paremini esitada arvurea ja süvendada ning laiendada loendamisprotsessi.

Numbrite esitamise ja vaatluse didaktiline käik on täiesti analoogiline tähtede õppimisega aabitsa-kursuses (esimene aste arvutusõpetuses ongi matemaatika „aabitsa-kursus“). Niisiis oleks numbrite esitamise käik lühidalt järgmine: konkreetne esemete arv, vastav arvsõna, selle sümbol — number; numbri kuju järeleaimamine käeliigutustega õhus, sõrmedega laual, pliiatsiga paberil, esialgne reprodutseerimine-kirjutamine. Põhjalikumad numbrite kirjutamise harjutused tulevad juba seoses arvumõistetega.

Tarbetuks peame numbrikujude „näitlikustamist“ piltidega, nagu seda esineb mõnes raamatus (Soomes ka „loendamispiltidel“). Need pildid on kunstlikud ega ole enamasti mingis loogilises seoses a r v u g a, mille sümboliks on number. Näiteks tuletatakse number 2 kõveraks painutatud laastudest, number 3 istuvast kassist(!), number 7 vikatist jne. Niiviisi tuuakse õpetusse kõrvalisi kujutlusi, millest pole kasu. Ennem juba muutuvad need kujutlused segavaiks ja varem või hiljem tuleb nad kõrvaldada. (Samasugustel motiividel ei saa pooldada tähtede kunstlikku „näitlikustamist“ piltidega. Vt. „Kooliuuenduslane“ 1938 — nr. 6. Aabitsa-kursus, lk. 99.)

Veelgi kunstlikumaks võtteks osutub numbrite kujundamine vastavast arvust t i k k u d e s t (peale 1-e) ja sellestki tuleb loobuda.

Õige tee on siin — kõrvutada numbrid ikka loendusesemetega või arvkujudega (vt. lk. 21—22).

b) **Abstraktne loendamine.** Oskuste arendamine matemaatika-õpetuses algab konkreetsel ainel, kuid peab samm-sammult lähenema abstraktseile harjutusile — numbrilisele arvutusele. Niikaua kui arvutustehted vajavad konkreetsete kujutluste abi, on nende sooritamine aeglane ja ebakindel. Alles siis, kui me suudame vabalt opereerida abstraktsete arvudega, võime saavutada ka vajaliku kiiruse ja kindluse arvutustehteis. Sama lugu on loendamisega — arvutamise eelkäijaga. Siingi tuleb parajal ajal ja õigel viisil üle minna abstraktsele loendamisele. Seda valmistame ette sobivate loendusesemete abil ja toetame numbrite kirjutamisega. Igasse loendamisastmesse 100 piiris (ja hiljemini ka üle selle) kuulub lõpuks ka abstraktne peastloendamine ja numbrite kirjutamine: a) ühekaupa edasi ja tagasi, b) rütmiline loendamine rõhutamisega üle ühe paaris- ja paaritute arvude reas, samuti edasi ja tagasi; c) loendamine paarikaupa, alates ka 1-st (paaritud arvud), d) rütmiline loendamine, kusjuures arvurea kirjutamisel võib lasta algul rõhutatud arv alla kriipsutada (1, 2, 3, 4 . . .; 1, 2, 3, 4, 5, 6 . . .), hiljemini — jätta vahepealsed arvud kirjutamata, asendades nad näiteks punktidega.

Erilisi loendamisharjutusi, mis on tarvilikud arvurea kindlaks valitsemiseks, sooritatagu järgmisi:

a) öelda või kirjutada antud arvule eelnev ja järgnev arv;

b) öelda või kirjutada 2, (3, 4) arvu edasi ja tagasi [1]).

Mõlemad harjutused on tähtsad uue täiskümne saavutamisel ja üleminekuga ühest kümnest järgmisse, näiteks: 19, 20; 18, 19, 20; 19, 20, 21; 20, 21, 22; 17, 18, 19, 20; 18, 19, 20, 21 jne. Samuti vastupidises suunas.

Soome noorsoo kirjanikul *Z. Topelius*'el on lõbus looke sellest, kuidas kaks poissi („Salakütid“) loendavad o m a loogika kohaselt: . . . seitseteistkümmend, kaheksateistkümmend, üheksateistkümmend, k ü m m e teistkümmend; samuti: . . . kakskümmend kaheksa, kakskümmend üheksa, kakskümmend k ü m m e! Tähendab, loendamisel on komistuseks järgmisele täiskümnele uue nimetuse

---

[1]) Vt. J o h. K ä i s. Õ p i l a s e a r v u t u s v i h k. 1. õppeaasta. Sama. 2. õppeaasta, à 3 vihku. A. B u d k o v s k y — J o h. K ä i s. Õ p i l a s e m a t e m a a t i k a - v i h k. 3. ja 4. õppeaasta, à 3 vihku.

andmine. Et seda hõlbustada, võiks soovitada järgmist võtet: Loendame täiskümneid, mis (rahade abil) läheb peagi ladusasti. Siis edasi, rõhutades siin sõrendatud sõnu: a) kakskümmend — üks, kaks, . . . kümme — kolmkümmend jne.; b) kakskümmend, kakskümmend üks, kakskümmend kaks, . . . kolmkümmend. Jne.

Arvurea kirjutamine uue täiskümneni või üleminekuga ühest kümnest teise tuleb harjutusele alles siis, kui peast loendamine läheb ladusasti.

Loendamisharjutuste sidumine üldõpetuse kodulooteemadega on võimalik peaaegu alati ja seda tehtagu järjekindlalt.

Missuguses järjekorras tutvustada numbreid ja õpetada nende kirjutamist? Numbritega tutvumine ja nende kirjutamise harjutused seoses loendamisega on praktiline tööviis. Kui alata numbrite kirjutamist alles vastava arvumõiste käsitlusel, siis on paratamatu numbrite kirjutama-õppimine arvurea järjekorras: (1, 2, 3), 4, 5, 6 . . . 0. Numbrid 1, 2 ja 3 olgu lastele tuttavad, kui esmakordselt asutakse arvumõiste 4 käsitlusele (vt. lk. 20). Sellel tööviisil on aga üks halbus — numbrite kirjutamisel ei saa teostada nõuet: kergemalt raskemale.

Sidudes numbrite kirjutamist loendusharjutustega, ei ole tingimata tarvilik numbrite esitamine tavalises tõusvas järjekorras. Me võime loendada kas 4-ni, 6-ni või 9-ni, peatuda ja esitada ning vaadelda just vastava arvsõna sümbolit — numbrit. Seega võime valida numbrite esitamiseks täiesti vaba järjekorra, arvestades nende raskusastet kirjutamisel.

Kuidas reastuvad numbrid ses suhtes? Nagu kirjatähtede reastus nende raskuse järgi on üksikuil metoodikuil mõnevõrra erinev, nii ei ole ka täiesti kindlat raskus-järjekorda numbrite kirjutamisel. *H. Kempinsky* [1]) annab järgmise rea: kerged — 1, 4, 7, 0, 6; keskmise raskusega — 9, 3, 8; rasked — 2, 5.

Teised metoodikud teevad aga näiteks järgmise jaotuse: kerged — 1, 4, 7; keskmised — 2, 3, 5; rasked — 0, 6, 9, 8.

Need read erinevad üsna suuresti; ainult 1, 4, ja 7 seisavad mõlemas reas esimestel kohtadel. Jäägu siis õpetaja enda otsustada, mis järjekorras ta teisi numbreid tahab õpetada.

Numbrite tundmaõppimise sidumine loendusharjutustega on ka psühholoogiliselt õigem: number a r v s õ n a sümbolina on lapsele hoopis arusaadavam kui number a r v u sümbolina. Seetõttu olgu normaalseks käsitlusviisiks — numbrite tundmaõppimine seoses loendusega.

Õppevahendeid. Väga tarvilikuks õppevahendiks numbritega tutvumisel on n u m b r i k a s t, analoogiline tähe- ehk lugemiskastiga. Numbrikast sisaldab 15 lahtrit — kümne numbri, nelja tehtemärgi ja võrdusmärgi jaoks (need märgid tehakse tarvidust mööda juurde). Küllalt suured numbrid lõigatakse välja vanast tabelseinakalendrist ja kleebitakse kartongist alusele. Kui õpetaja vähegi oskab käsitseda redissulge, siis on parem numbrid selle abil valmistada — lihtsamal trükikujul ja ka normeeritud kirjas.

Loendamise otstarbel jätkub igale õpilasele ü h e s t numbrist iga arvsõna (arvu) jaoks. Arvutusharjutusteks aga tuleb edaspidi numbrite arvu suurendada. Et õpetajal oleks raske suurt hulka numbreid käsitsi valmistada, siis lastagu numbreid kohalikus trükikojas t r ü k k i d a ja mitte ainult 10-ni, vaid 50-ni või 100-ni, sest loendamis-

---

[1]) H. K e m p i n s k y, Der Rechenlehrer der Kleinen, lk. 75.

harjutustel võib tarvitada ainult *tervikulisi* kaardikesi kahekohaliste arvudega.

Numbrikast võimaldab häid loendusharjutusi: 1) numbrite (siin tarvitame seda nimetust samas tähenduses, nagu eluski) *reastamine*, mida tehakse ikka huviga; 2) soovitud *numbri leidmine* reas, mida tegelikult esineb näit. üliriiete paigutamisel õigele kohale riidehoiuruumis, 3) *tagasiloendamine*. Viimane harjutus ei lähe hästi loendusesemete abil, sest siin oleks tagasiloendamine *lahutamine* ühekaupa. Lahutada nagu liitagi saab laps teadlikult ainult siis, kui tal on olemas esinevate arvude kujutlus.

Kui loendamispiir ulatub juba üle 30, siis võetakse tarvitusele uus, väga hea õppevahend — *mõõtpael* (rätsepa mõõtpael, 150 cm pikk, seni asendas teda *joonlaud*). Seda õppevahendit tuleb kasutada sagedasti mitmekesisteks harjutusteks, peamiselt siiski mõõtmiseks. Igal õpilasel peaks olema oma mõõtpael, ainult äärmisel juhul võiks leppida 1 mõõtpaelaga kahe õpilase kohta.

Lõpuks olgu veel rõhutatud, et loendamisharjutusi peame järjekindlalt edasi arendama, sest see on tarvilik selgete arvumõistete kujundamiseks. Harjutusi põimitagu muusse arvutusõpetusse parajate vaheaegade järele.

II. Arvumõistete kujundamine.

Mis on arvumõiste? Abstraktset arvumõistet ei saa täpselt defineerida. Ta annab käsituse ühesuguste esemete või korduvate nähtuste *hulgast*, seega ka nende ulatusest ruumis või ajas: 8 ühesuurust karbikest võtavad rohkem ruumi kui 5 karbikest, 6 kellalöögiks kulub rohkem aega kui 2 löögiks. Arvumõiste kujuneb pikkamisi konkreetseist arvukujutlusist abstraheerimise teel, nagu iga teine mõiste, ja temasse jääb ainult üks tunnus — teatav hulk. Kuid arvumõisted on ka suhtemõisted: igal arvul on oma koht arvureas, eelmised arvud selles reas on väiksemad kui järgnevad; arvu saame kujutada teiste arvude summana, vahena jne.

Arvumõisted väljendame arvsõnadega ja tähistame kirjas veelgi abstraktsemal kujul — arvudega, mille märkimiseks on meil 10 sümbolit — numbrit (matemaatilises tähenduses).

Arvumõiste aluseks on loendamine, mille otseseks tulemuseks on arvukujutlus. Ilma loendamiseta saame arvukujutluse ainult nii suurest esemete hulgast, mida võime tajuda korraga, simultaanselt. Kooli astunud laps suudab tajuda ühtaegu kindlasti kuni 3, vahest 4-gi asja, kui need esinevad korraga tema vaate- ja teadvusväljas. Siis tekib vaatlusel arvukujutlus, mis jätab teadvusse jälje vastava arvumõistena. Üle nelja piiri tähelepanu ulatus palju ei tõuse, sest ainult vähesed täiskasvanudki suudavad tajuda 5 nägemismuljet korraga. Näib küll, nagu tajuksime 5 selgesti nähtavat asja ikka korraga, kuid tähelepanelikult oma silmaliigutusi jälgides märkame kohe, et 5 eset tabame kahes rühmas kahe kiiresti teineteisele järgneva silmaliigutusega ($3 + 2$ või $2 + 3$).

Kui arvumõisted on küllalt selged ja nende sümbolid tuttavad, siis võime kergesti arvsõnade lugemisel või kuulamisel, samuti arvude kirjutamisel või vaatamisel esile kutsuda ka arvukujutlused, üle kandes abstraktsed arvud mõnele tuttavale asialale või tegevusele: 8 (hobust, puud, lille, sammu . . .). Lapsed vajavad algul ikka arvukujutluste tuge (konkreetne õpetus!).

Arvumõistete arenemine lapsel. Esimeseks astmeks arvumõistete kujunemisel (2—4 a. vanuses) on ebamäärased mõisted „suur“, „hulk“, „palju“, „terve rida". Neid sõnu kuuleb laps oma ümbruses, kordab neid ja täidab ka teatava sisuga oma huvide ja kogemuste kohaselt (loendamisel). Loomulikult ei tähenda need mõisted mingit kindlat, vaid ikka muutlikku hulka.

Samal arenemisastmel hakkab laps ka mõisteid „väike", „vähe" tarvitama — vastandina eelmistele mõistetele. Need mõisted kujunevad samuti lapse huvidest. Näiteks: Ema jagab marju ja ütleb lapsele: „Küllalt, sa said juba palju marju." Sellele vastab laps: „Ei ole palju" (= vähe).

Niisuguste ebamääraste arvumõistete aluseks on hulkade pealiskaudne võrdlus[1]), mida saadab harilikult ka selge tundetoon — „palju" enamasti rõõmustab, „vähe" kurvastab jne. Tähelepanu väärib ka see asjaolu, et arvumõistet üks lapse teadvuses sel astmel ei ole...

Järgmisel astmel (5.—7. a. vanuses) jõuab laps juba esimeste kindlate arvumõisteteni; need on nimelt 2, 1, 3, 4. Ta jõuaks veel kaugemalegi, kuid piiri seab siin tähelepanu ulatus, mis suudab tabada korraga kõige rohkem ainult 4 muljet. Esimesed arvumõisted, õieti arvukujutlused, tekivad ikka konkreetsete esemete ja tuttavate nähtuse vaatlusel.

Kuid loendada ja tarvitada arvsõnu, ilma et loendamise lõpus saadaks kokkuvõttena arvukujutlus, siis suudab laps ses vanuses loendada 4-st kaugemalegi, tavaliselt 10-ni, sageli aga veelgi edasi. Kuid arvud üle 4 jäävad talle nüüdki ebamääraseiks ja selle üle, kas ühes hunnikus on rohkem kompvekke kui teises, otsustatakse üldmulje järgi. Ka täiskasvanud ütlevad loendamata „palju", „vähe", „rohkem", heites näiteks pilku õuntele

---

[1]) J. Kühnel nimetab seda „jämedaks" võrdluseks (vt. tema „Neubau des Rechenunterrichts", lk. 60).

puus ja otsustades õunte hulga kohta (silmalihaste liigutuste abil) üldmulje järgi.

Huvitavaks momendiks tuleb seda pidada, et esimene arvumõiste on **kaks** (paar), mitte üks — seda õpitakse tundma 2-e vastandina või 2 ja 3 võrdlusel. Samuti võib 4-ja kujutlus tekkida enne 3. Ka seda tuleb mainida, et esimesed täpsed arvumõisted kujunevad nende asjade kaudu, mis last huvitavad. Seetõttu võib juhtuda, et laps tajub küll selgesti, kus on 3 ja 4 õuna, 3 ja 4 pildikest, kuid samas ei tee vahet 3 ja 4 tooli, 3 ja 4 aknaruudu vahel. Didaktiline järeldus sellest psühholoogilisest tõsiasjast on selge: arvumõistete arendamisel koolitöös püütagu tegelda ikka lastele huvitavate asjadega.

Nii kaugele on jõudnud laps arvude kujutlemisel eelkoolieas. Arvumõistete edaspidine kujundamine on juba kooliõpetuse ülesanne.

Kuidas kujundada selgeid arvumõisteid? Arvukujutlus tekib loendamisel järgmiselt: Võtame loendusühiku (1, 2, edaspidi ka suuremad ühikud 3, 5, 10) ja eraldame vastava arvu esemeid loendatavast hulgast. Kordame seda toimingut veel ja veel, iga kord ka öeldes või meeles pidades kõigi võetud esemete arvu. Viimast esemet võttes saame siis üldise kujutluse loendatud esemete arvust. Et loendamine ei ole mitte liitmine ühe- (2-, 3- jne.) kaupa, siis ütleme loendamisel 1-kaupa esialgu lihtsalt: üks, kaks, kolm . . ., loendamisel 2-kaupa: kaks, neli, kuus . . . jne. Süvendamisharjutusena küll loeme ka niiviisi: üks ja üks on kaks, kaks ja üks on kolm; või: kaks ja kaks on neli; neli ja kaks on kuus . . . jne. See on siis juba liitmine.

Loendamine toimugu konkreetselt, kas tõelistel asjadel või loendusesemete abil. Nii saame kujundada hästi arvumõisted 20-ni. Ka järgmiste arvude (kuni 100-ni) näitlikustamiseks võime kasutada mõningaid töövahendeid (arvkujud, tikud, mõõtpael jt.). Kuid suuremate arvude puhul peame appi võtma vastavaid suuremaid ühikuid (10, 100, 1000...) arvusüsteemis. Et põhiühikute abil saavutada näitlikkust arvumõiste kujundamisel, vaadeldagu neid üksikasjalikumalt, kasutades ka mitmesuguseid näitlikustamisvahendeid.

Edasi, loendatavad esemed olgu ühesugused, ühise nimetusega, sest muidu ei saaks nimetusi ära jätta, nagu see on nõutav loendamisel. Seepärast saame selge arvumõiste 5 või 6 sama hulga ühesuguste sulgede või nööpide loendamisel, jne. Kuid 4 lammast ja 3 lehma kokku arvatuna (arvumõiste 7) vajavad uut nimetust — 7 karilooma.

Arvumõiste kujuneb kergemini, kui esemed moodustavad terviku: 5 sõrme käel, 4 ratast vankril, 6 ruutu aknal jne. Just sellistena on võetud arvud rahvasalmikestes, näit.: 2 silma kassil peas, 3 jalga vokil all, 4 nurka toa seinal, 5 sõrme lapse käel, 6 naela hobuse kingas, 7 päeva nädalas, 8 jalga ämblikul, 9 kurikat keeglimängus, 10 kodarat vankrirattas. Samuti soodustavad arvumõiste kujunemist asjad, mis esinevad rühmiti, näiteks $2 + 2$ ratast, $5 + 5$ sõrme jne.

Edasi vajavad arvukujutlused ja -mõisted süvendavat selgitamist arvu ehituse analüüsiga, esitades uus arv tuttavate arvude summana (siin juba liidame!) niihästi konkreetse kujutluse kui ka abstraktse arvumõiste astmel. Näiteks: 2 $(1 + 1)$; 3 $(2 + 1; 1 + 2)$; 4 $(2 + 2; 3 + 1; 1 + 3)$; 5 $(3 + 2; 2 + 3; 4 + 1; 1 + 4)$ jne. Sel viisil kujutleme arve 10 piiris simultaanselt tajutavate ühikuina (või nii, et vähemalt üks osa korraga tajutav on). Analüüsil on eriti suur tähtsus (peast)arvutamisel (näiteks: $8 + 5 = 8 + 2 + 3$; $3 \cdot 12 = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 36$ jne.), samuti ka arvumõistete kujundamisel suuremate arvude puhul, mida oleks muidu raske teadlikult omandada ($20 = 10 + 10$ [rahad], $35 = 20 + 10 + 5$; $100 = 5 \cdot 20 = 50 + 50$ jne.).

Arvumõisted tekivad ka mõõtmisel, sest siingi korduvad muljed mõõtühiku tarvitamisel. Siiski on arvumõiste loomine mõõtmisel raskem, nimelt sel puhul, kui mõõtühikud ei jäta selgesti tajutavaid jälgi. Mõõtes pikkust näit. sentimeeterjoonlauaga või mõõtpaelaga, tajume seda küll selgesti joonlaual või mõõtpaelal oleva arvuna, kuid juba meetriga mõõtmisel (suure mõõtühiku tõttu) ei saa laps küllalt selget arvukujutlust 5-st, 10-st jne. meetrist.

Sammuga mõõtmisel ei jää ka sageli selgeid jälgi, kuid selle eest on sammumine aktiivne toiming, mis jätab hästi tajutavaid muljeid lihastunde kaudu. Igatahes peame kasutama ka mõõtmist arvukujutluste ja -mõistete loomisel ja süvendamisel.

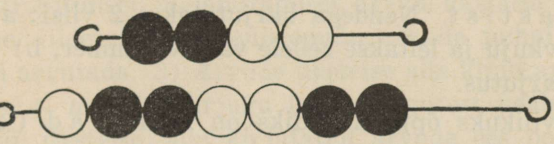
Kirjutatud arvu vaatleme ka arvureas, nii nagu tegime seda numbritega loendamisel. Erilisiks harjutusiks võiksid siin olla: 1) välja kirjutada antud arvudest kõige suurem ja kõige väiksem, 2) reastada arvud suuruse järgi. Suuremate arvude puhul peame veelgi rohkem vaatlema nende numbrilist ehitust, näiteks ülesandeis: 1) Kirjutada uus arv arvu 35, 423 . . . numbritega vastupidises järjekorras. Kumb arv on suurem? 2) Kirjutada numbritega 1, 3 ja 2 kõige suurem ja kõige väiksem arv. Jne. (Vt. lk. 12 mainitud arvutusvihud.)

Arvumõistete käsitlus 10 piiris. Kuigi võime arvata, et eesti lastel kooliealiseks saamisel on juba kujunenud arvumõisted 1—4-ni, algame siiski koolis arvumõistete käsitlust 4-ga (rakendades ka arvumõisteid 1, 2, 3). Töökäigus peetagu silmas järgmisi põhiastmeid, mis on ühised kõigi arvude jaoks 10 piiris.

1) Loendamine 4-ni mõnes lookeses. See olgu seotud käsitlusel oleva üldõpetuse teemaga või lugemis-

pala ainega jne. Et loendamisharjutusis on juba 4-st kaugemale jõutud ja et arvumõiste 4 on lastel juba olemas, siis on siin loendamisel tähtsust ainult sissejuhatuseks. Järgmiste arvude puhul harjutatakse loendamist vajadust mööda. 2) Arvumõiste abstraheerimine vajab rohkem harjutusi. Siin osutuvad väga tarvilikuks uued töövahendid: a) kuulikesed traadil ja b) arvkujud, millede abil jõutakse samm-sammult täielisele abstraktsioonile.

Mõlemad õppevahendid valmistatagu koolis õpilaste kaasabil. Kuulikesed tehakse savist umbes 8 mm



Arvkujud 4 ja 7 kuulikestena.

läbimõõduga (sobiv voolimistöö 1. õppeaastale). Nad mulgustatakse traadi abil ja pannakse kuivama. Kuivad kuulikesed kaetakse munalakiga — 2 ühe, 2 teise värviga. Siis saavad õpilased tükikese pehmet raudtraati, mille üks ots on ümmarguste tangide abil rõngasse painutatud. Kuulikesed lülitakse traadile — ühevärvilised kõrvuti. Siis painutatakse rõngasse ka traadi teine ots ja õppevahend ongi valmis. Teda kasutame loendamiseks 1- ja 2-kaupa ja ülesannete näitlikuks lahendamiseks (liitmine, lahutamine), millega selgub ka arvu koostis ($2 + 2 = 4$, $3 + 1 = 4$, $1 + 3 = 4$). Samasugused näitlikustamisvahendid valmistatakse ka arvu 5, 6, 7 . . . 10 jaoks. Neilgi olgu kaks kõrvuseisvat kuulikest ühevärvilised.

Arvkujud tabelina viivad abstraheerimisel veel sammu edasi. Needki töövahendid valmistatagu koolis, kuid vanemate õpilaste kaasabil (käsitöötundides). Arvkujud on tavaliselt 12 $\times$ 9 cm valged papptahvlikesed, milledele on kleebitud mustast või punasest läikepaberist aukraua abil väljalöödud ringikesed (läbimõõt 1 cm). Iga arvu jaoks 1—10 on oma tahvlike, ringikesed kleebitakse paarikaupa: $\begin{smallmatrix}\bullet\\\bullet\end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix}\bullet&\circ\\\bullet&\end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix}\bullet&\circ\\\bullet&\circ\end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix}\bullet&\circ&\bullet\\\bullet&\circ&\end{smallmatrix}$ jne. (mitte aga nii, nagu mängukaartidel). Kuid lisaks neile (nn. Born'i arvkujudele) võiks valmistada ka kaardikesi, asetades ringikesi vabas rühmituses, nelja puhul näit. $\begin{smallmatrix}&\circ&\\\circ&\circ&\circ\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}\circ&&\\\circ&\circ&\circ\end{smallmatrix}$. Niisugused arvkujud aitavad süvendada arusaamist arvuehitusest.

Arvkujusid täiendavad kaardikesed numbritega arvukastist. Nendega harjutatakse 2 viisi: a) võetakse arvkuju ja leitakse sellele vastav number, b) vastupidine harjutus.

Tarvilikuks õppevahendiks on ka rahad (kartongist „rahadel" on vähe tähtsust — nad pole huvitavad). Rahade abil on hõlpus võtta arvutamisel tarvitusele suuremad ühikud — 2, 5, 10.

Arvumõistete kujundamisega käivad kõrvuti numbrite kirjutamise harjutused, mis algasid juba loendamisel. On muidugi mõeldav ka numbrite esitamine alles vastava arvumõiste käsitlusel (vt. „Uusi teid algõpetuses" II) [1]).

Arvutusharjutused. Niipea kui võimalik, rakendame arvumõisteid arvutamises. Esikohal on algastmel peastarvutamine a) arvutuslookeste abil ja b) abstraktsete arvudega. Arvutuslookeste ja ülesannete koostami-

[1]) Mõned saksa metoodikud, näit. J. Kühnel („Neubau des Rechenunterrichts", lk. 282 jj.) tahavad lükata numbritega tutvumise veelgi kaugemale, kuid tegelikus koolitöös ei ole see teostatav. Pealegi käivad J. Kühnel'i arutlused Saksa koolide kohta, kus 1. õppeaasta lapsed on kõigest 6-aastased.

sest ja lahendamisest kõneleme pikemalt järgmises peatükis. Abstraktseid arvutusharjutusi annab esialgu õpetaja, siis aga jätkaku sama tööd õpilased. Näiteid: 2 ja 2 (3 ja 1, 1 ja 3) on kokku? 2-le juurde 2? 4-st ära 1, 2, 3? Tarvis läheb 4, on juba 3, puudub? Jne.

Sellele järgnevad kirjalikud harjutused (liitmine ja lahutamine) n u m b r i l i s t e ülesannetega. Siin kirjutame algul a r v u d t e i n e t e i s e (üksteise) a l l a, mitte aga kõrvuti, nagu see esineb traditsiooniliselt senistes ülesannetekogudes. Põhjused: 1) Katseliselt on selgitatud, et arvutamine üksteise alla kirjutatud arvudega on lapsele h õ l p s a m[1]. 2) tegelikus elus kirjutatakse samuti liitmisel ja lahutamisel arvud üksteise alla, sest mitme liidetava või suuremate arvude puhul ei saagi teisiti arvutada. 3) Arvude üksteise alla kirjutamisel pole tarvis $+$ märki (harjugu lapsed algusest peale sellega, et kui üksteise alla kirjutatud arvude ees pole mingit märki, siis tuleb need l i i t a), seega on niisugune kirjutusviis ratsionaalsem. 4) Joon liidetavate ja summa vahel (samuti lahutatava ja vahe vahel) on lapsele arusaadavam kui $=$ märk.

Arvude kõrvutikirjutamine on k o o l i l i n e võte, mida vajame alles edaspidi mõnes eriülesandes, näiteks arvu esitamisel kahe (3, 4 . . .) arvu summana, vahena jne.: $10 = 6 + 4$, $8 = 5 + 2 + 1$, $4 = 7 - 3$, $6 = 2 \cdot 3$.

Suurem osa meie algklasside tööraamatuid matemaatikas vajavad ses suhtes otstarbekat reformi. Inglise ja ameerika tööraamatuis on niisugune arvude paigutus liitmisel ja lahutamisel tavaline.

Leidub metoodikuid, kes soovitavad alata arvutamist r o o m a n u m b r i t e g a. On tõsi, et nende abil muutub arvutamine (liitmine ja lahutamine) näitlikumaks. Kuid

---

[1]) P. B l o n s k i. Pedoloogija, lk. 251.

viimasel ajal on rooma numbrid tegelikust elust peaaegu täiesti kadunud. Ka kella-numbrilaudadel näeme neid harva. Algkooli õppekavades rooma numbreid ei mainita, ja kui üldse soovitakse neid numbreid (mitte üle XII) vaadelda, siis alles 2. õppeaastal kellaga tutvumisel. Seepärast ei saa tänapäeval rooma numbreid esimestes arvutusharjutustes kasutada. Ülalkirjeldatud õppevahendite kasutamisel pole seda tarviski.

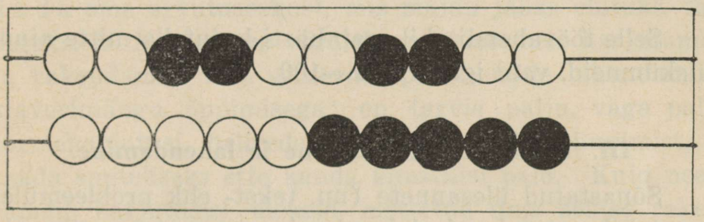
Joonistamine arvumõistete kujundamisel. Saksamaal ja mujal, kus kohuslik algkool algab 6. eluaastaga, on 1. õppeaasta lapsed 2 a. võrra nooremad kui meil. Seepärast on loomulik, et seal ka arvumõistete kujundamine 10 piiris vajab rohkem näitlikustavaid võtteid. Ühe seesuguse võttena esineb laialdaselt joonistamine. Lastakse klassitahvlil ja töövihikuis joonistada õunu, kirsse, lilli, lehti, kirjutussulgi, maju, laudu ja igasuguseid teisi asju arvul, mis vastab ühele või teisele arvumõistele. Meie 8-aastaste lastega oleks säärane töö suuremalt jaolt ülearune, ja liialdusist joonistamisega arvutamisel tuleb kindlasti hoiduda, sest see oleks ebaproduktiivne ajakulu. Mida võiks rohkem otstarbekohaseks pidada — see on sümboolsete märkide kujutamine arvude illustreerimiseks. Niisuguste märkidena sobiksid ringikesed oo (õun, pall, sai) „tikukesed" (nuga, sulepea) ja mõnesugused kombinatsioonid: (puu), U (purk või tass) jne. See töö ei nõua palju oskust ega vaeva, mitmekesistab aga õpilase harjutustööd. Eks ole ka lapse esimesed vabad joonistused „sümboolsed".

Töövahendeist teise kümne arvumõistete kujundamisel on tarvilikud 2 · 10 savikuulikest ja arvkujud (ühel tahvlil ikka 10, teisel 1—10 ringikest). Kuulikesed lülitakse kas kahele traadile (à 10 kuulikest), mis kinnitatakse lauast alusele, või lihtsalt kahele nöörile, mis seotakse papist aluse külge. Esimesest 10-st kuulikesest olgu 5 üht, 5 teist värvi. Teises (ülemises) kümnes vahelduvad värvid kuulidel paarikaupa.

T i k u d on ka sobivaks töövahendiks, kui 10 (värvilist) seotakse kimpu ja 10 (valget) jäävad lahtiseks.

R a h a s i d kasutatagu selgi astmel võimalikult sagedamini.

Joonistamist (ka sümboolset) ei saa 11—20 piiris otstarbekalt kasutada, välja arvatud ainult arvkujude joonistamine töövihus, nendega esmakordsel tutvumisel.



Arvkuju 20 (savi)kuulikestena nööril, papist alusega.

Arvumõisted 10—100 (täiskümnetena). Need omandatakse kõige paremini 10-, 20- ja 50-sendiste rahade abil. Selle kõrval on sobivaks töövahendiks ka arvkujud — k a a r d i k e s e d, milledele on trükitud 10-kaupa 100 ringikest. Õpilased võiksid neid 10-kaupa värvida. Sääraseid kaardikesi on müügil „Töökoolis“ ja teistes õppevahendite kauplustes. Nende käsitsivalmistamine ei tasu vaeva. Tikukimpude valmistamine nii suurel arvul on tülikas, kuid neid tuleks siiski anda nõrgemaile õpilasile.

Kui on hästi omandatud täiskümned, siis ei ole erilisi raskusi kõigi arvumõistete kujundamisel 100 piiris. Mil määral on siin vaja näitlikustamist näit. arvkujude abil, otsustagu õpetaja ise. Kuid rahad osutuvad ikkagi heaks töövahendiks.

Üks näitlikustamisvahend väärib veel mainimist — 100-line a r v k u j u. See on joonistuspaberist kokkukleebitud pabeririba, 12 cm lai ja umbes 2 m pikk. Sellele alusele on kleebitud läikepaberist ringid, 2 cm läbimõõdus — 100 tükki. Ringid asetsevad paarikaupa 10-listes rühmades. Iga rühma parema ülemise nurga kohal on ka vastav arv, s. o. 10, 20, 30 . . . 100. Kümneliste rühmade värvid võivad olla vahelduvad:

10	20	30	40	50	60	
●●●●● ●●●●●	○○○○○ ○○○○○	●●●●● ●●●●●	○○○○○ ○○○○○	●●●●● ●●●●●	○○○○○ ○○○○○	jne.

Selle töövahendi abil saab hästi kujutella mitte ainult täiskümneid, vaid iga arvu 1—100.

III. Ülesannete koostamine ja lahendamine.

Sõnastatud ülesannete (nn. tekst- ehk probleemülesannete) koostamine ja lahendamine on matemaatika algõpetuse metoodikas omaette peatükk, mis vajaks põhjalikumat käsitlust kui siinkohal see võimalik on. Kes vähegi tunneb meie ülesannetekogusid, eriti nooremale astmele, see võib veenduda mitte just rõõmustavas tõsiasjas, et nendes pole küllalt silmas peetud tänapäeva õppetöö psühholoogilis-pedagoogilisi ja metoodilisi põhinõudeid [1]).

Kõige õigem nimetus neile ülesannetele oleks — r a k e n d u s ü l e s a n d e d, sest nende abil tahame harjutada lapsi rakendama oma arvutusoskust elus. Harjutused paljaste, abstraktsete arvudega arendavad ainult numbrilise arvutuse oskust, kindlat oskust sooritada tehteid etteantud arvudega. See oskus on muidugi tingi-

---

1) Täienduseks käesolevale kirjutusele ilmub „Kooliuuenduslases“ 1940 — nr. 1 jj. tegelikke näiteid ülesannete koostamisest ja lahendamisest. Seepärast piirdume alljärgnevas ainult hädavajalisemate näidetega.

mata tarvilik mitmesuguste arvuliste probleemide tegelikuks lahendamiseks, kuid arvutamisele saame asuda alles siis, kui probleemist endast on aru saadud. Neid probleeme tekib mitmesugusel kujul meie töös ja tegevuses, ja matemaatika-õpetuse üheks ülesandeks ongi arendada arusaamist arvulisist suhteist ümbritsevas elus ja oskust elus esinevate arvutamisülesannete lahendamiseks. Piltlikult öeldes, laps harjugu varakult vaatama oma ümbrusse arvuvalla aknast silmaga, mis tabab asjade ja nähtuste matemaatilist külge. Siis just tuleb tal r a k e n d a d a oma arvutusoskust, mis muidu jääks elutuks, tarbetuks. *H. Kempinsky* võrdleb arvutusoskuse harjutamist ja rakendamist elus esinevate probleemide lahendamisel klaverimängu õppimisega: on tarvis palju, väga palju sõrmeharjutusi, heliredelite või eripalade mängimist, et saada suuteliseks ette kanda kunstilisi palu. Kuid needsamad harjutused oleksid mõttetud ilma sellise rakenduseta [1]).

Ka koolis koostatavad või esitatavad rakendusülesanded olgu e l u l i s e d. Psühholoogilis-pedagoogiline eluläheduse nõue on suure tähtsusega just sellel alal. Kuidas aga mõista ülesannete elulisust, elulähedust? Vastates sellele küsimusele peame silmas 3 olulist punkti:

1) Ülesannete asjalik sisu võetakse l a s t e l e t u t t a v a s t ja h u v i t a v a s t e l u r i n g i s t (asialalt). Sellest selgub tarvidus, isegi paratamatus s i d u d a rakendusülesandeid käsiteldavate k o d u l o o t e e m a d e g a ja ü l d õ p e t u s e g a. Et nende teemade valikus on õpetajal üsna palju vabadust ja et ka teemade tegelik järjestus on igal õpetajal isesugune, siis on raske koostada selliseid ülesannetekogusid, mis pakuksid kõigile õpetajaile sobivaid ülesandeid küllaldasel määral: ena-

---

[1]) H. K e m p i n s k y. Der Rechenlehrer der Kleinen, lk. 126.

masti tuleb õpetajal endal koostada ülesandeid 1. ja 2. õppeaastale ja harjutada ka lapsi neid koostama. See viimane võimalus on kogemuste kohaselt väga hästi läbiviidav [1]). Oleks siiski ekslik arvata, et rakendusülesandeid tuleb a i n u l t koduloolistelt asialadelt valida; niisugune nõue oleks ühekülgne ja liialdatud.

2) Ülesanded olgu l o o m u l i k u d, s. t. et ülesandeis esinevad arvud, suhted ja olukorrad peavad t õ e l i s u s e l e vastama. Ostu- ja müügihinnad, asjade kaal ja mõõdud olgu õiged, müüdavate või ostetavate esemete hulk, müümis-ostmisviis tegeliku elule vastavad jne. Tõelisusele vastavust peetagu silmas igal asialal, kus võetakse ainet ülesanneteks. Õpilased — kui nad on harjunud iseseisvalt mõtlema — ilmutavad head tõelisuse-tunnet ning reaalsuse tundmist (muidugi tuttavail aladel) ja märkavad kohe, kui ülesanne „ei ole õige", „ei ole võimalik". Arvustavalt võetakse niihästi kaasõpilaste kui õpetaja esitatud ülesandeid. — Paar näidet nende nõuete selgituseks (ühest ülesannetekogust):

Uno ja Leo mängivad tinasõduritega. Unol on 16 meest, Leol 4 meest rohkem. Mitu meest on Leol?

Ratsamehi on Unol 5, Leol aga 3 rohkem. Mitu ratsameest on Leol?

Mõlemad ülesanded on matemaatilis-loogilisest küljest ebaloomulikud: kui Leo teab, et tal on 4 meest (3 ratsameest) rohkem kui Unol, siis tal on oma mänguasjad j u b a l o e n d a t u d ja seega nende arv t e a d a. Küll aga on õige järgmine ülesanne:

---

[1]) Üsna õnnestunult on valitud ülesandeid koduloolistelt asialadelt üldõpetuse teemade käsitlusel: V. O r d l i k: „Minu kodu", „Laevasõit", „Kalapüük" (Kasvatus 1938 — nr. 8, 10, 1939 — nr. 2), „Ühispiimatalitus" (Kooliuuenduslane 1938 — nr. 8). O. R o o t s i. „Kodukorrashoid" (Kooliuuenduslane" 1938 — nr. 8), K. V a r i k. „Tiiu aitab emal leiba küpsetada" (Kasvatus 1939 — nr. 6/7).

Ratsamehi on langenud Leol 3, Unol aga 5. Mitu ratsameest on Unol rohkem langenud kui Leol?

On tähelepandav, et just suhte „rohkem“, „vähem“ selgitamiseks esitatud ülesandeist on enamik ebaloomulikud. See viga johtub vist sellest, et elus tarvitatakse sageli näit. niisugust väljendust: Tänavune viljasaak on mullusest 100 t võrra suurem. — Sel juhul aga on tähelepanu keskuses ainult see vahe, mitte saakide absoluutne suurus, mida ei tõsteta esile.

Ka mõõtmisel oleks loomulik seesugune ülesanne: Üks laud on 4 m pikk, teine 2 m pikem. Kui pikk on teine laud? — Tegelikult polegi siin tarvis teise laua kogupikkust mõõta, sest neid saab lihtsalt kõrvutada.

3) Ülesandes peab olema loomulik arvutamise põhjus või tarvidus. Enamik ülesandeid senistes algklasside ülesannetekogudes just ei sisalda arvutamise tarvidust. Paar näidet sellest:

a) Omnibuses oli 15 inimest. Esimesel peatusel lahkus 3, teisel 2, kolmandal 4 inimest. Mitu inimest jäi veel omnibusesse?

Seesuguses sõnastuses puudub arvutamise tarvidus täiesti, ja kui mõnel sõitjal (või juhil) tekiks huvi sõitjate arvu kohta, siis ta lihtsalt loeks üle omnibuses istujate arvu. Arvutamispõhjus oleks küll niisuguses ülesandes: Omnibuses on 5 vaba istekohta. Peatuskohal tahab omnibusesse tulla veel 8 sõitjat . . .

b) Kelgumäel on 17 last, neist 9 poissi. Mitu tüdrukut on seal?

Arvutamispõhjust pole selleski ülesandes. Küll aga sobiks järgmine ülesanne: Kelgumäel on 17 last. Neil on kaasas 4 kelku, iga kelguga saavad sõita 3 last. — Tekib loomulik küsimus: mitu last jääb järjekorda ootama? Jne.

See puudus ülesannetekogudes ja koolitöödes on lihtsalt seletatav: hoopis kerge on võtta mistahes arvud ja esitada küsimus, mis nõuab liitmist, lahutamist, korrutamist või jagamist — nagu seda soovib ülesande koostaja, — kuid palju raskem on leiutada loomulikke probleeme arvutamiseks [1]).

Rakendusülesannete sidumisel koduloo teemadega, nagu juba tähendatud, on siiski omad piirid. Need leiame õigel viisil, kui peame silmas rakendusülesannete kohta arvutusõpetuses. Ülesandeid arutatakse ja lahendatakse kas a) kordamiseks või b) mõne tehte või arvutusjuhu lähtekohana, samuti nende rakendamiseks.

a) Kordamisülesanded ei piirdu ainult ühe tehte või arvutusjuhuga, neis rakendatakse kõiki tuttavaid tehteid ja võtteid. Sel juhul on küll võimalik ja ka soovitatav valida arvutusainet ikka koduloolistest teemadest. Arvuvalla avaruse tõttu ei ole see ka kuigi raske. Kuid hoidugem matemaatika-õpetuses laskumast ebareaalsusse, täiesti muinasjutulisele pinnale. See eksitus esineb näiteks sääraste arvutuslookestes, kus „oravaonu“ ja ta naine korjavad pähkleid, „rebasepapi“ nopib marju ja läheb siis äpardusrohkele külaskäigule tallu jne. (Mõlemad lookesed esinevad ühes ülesannetekogus 1. õppeaastale ja taotlevad arvutustundide seost lugemispaladega). Niisugused ülesanded ei vasta elulisuse nõudele arvutusõpetuses, sest lastele jääb täiesti arusaamatuks, milleks nemad peavad siin arvutama.

b) Rakendusülesanded kitsamas mõttes on need, mille abil tahame selgitada mõnda üksikut tehet või arvutusvõtet, mida parajasti käsitellakse. Sel juhul on ülesannete valik piiratud niihästi arvude kui tehete suhtes. Võib muidugi juhtuda, et samaaegselt käsiteldavalt

---

[1]) Vahest nn. naljaülesannetena sobiksid näit. järgmised „probleemid“: 2, 3 . . . paari käsi, silmi, jalgu — mitu üksikut? 1-l, 2-l, 3-l vokil — mitu jalga? Mitmel inimesel on 8 jalga, 8 nina, 8 silma, 8 suud, 8 pöialt jne?

koduloolliselt asialalt leidub sobivat ainet ülesandeiks (vt. lk. 28 mainitud üldõpetuse teemad), kuid sageli seda ei ole. Siis ärgu hakatagu ainet nö. karvupidi kokku kiskuma, vaid asutagu ilma pikemata (või vahest lühikese meeldetuletusega vastavast koduloolisest asialast) vajalikule arvutustööle. Nii on lugu enamasti mõõtude käsitlusel jne.

Ülesannete lahendamine peast ja kirjalikult. 1. ja 2. õppeaastal lahendatakse tekst- ehk rakendusülesandeid eeskätt p e a s t. 1. õppeaasta esimesel poolel, millal õpilased veel ei oska küllalt hästi lugeda, ei saa üldse kasutada tekstülesandeid õpikus — neid esitatakse suuliselt. Sama õppeaasta teisel poolel on siiski võimalik ja soovitatav anda sõnastatud ülesandeid lugemiseks ja peastarvutamiseks, siis ka iseseisvaks arvutamiseks l ü h i k e s e kirjaliku ülesmärkimisega, näiteks arvutusvihus, kus ülesande tekst on ette trükitud. 2. õppeaastal samuti jäägu rakendusülesannete lahendamine peamiselt suuliseks tööks, trükitud teksti ja kirjalikke arvutusi aga kasutatagu mõõdukalt. Needki nõuded sunnivad arvustavalt suhtuma algklasside ülesannetekogudele.

Ülesannete suulise esituse vormina sobib hästi nn. a r v u t u s l o o k e ehk - j u t u k e. See pole midagi muud, kui rida lihtsaid, sisult tihedasti seotud sõnastatud ehk tekstülesandeid. Sõnastus olgu lapsepärane ja vabam, elavam (seega ka pikem), kui näiteks trükitud tekstis ülesannetekogudes. Siiski tuleb hoiduda liialt venitatud ja seetõttu nö. vesistatud lookeste eest, sest nendes kipuvad kaduma arvulised suhted ja probleemid. Arvutuslookeste kohta kehtivad muidugi ka kõik need nõuded, mida selgitasime rakendusülesannete puhul üldse. Niisuguseid nõudeid ei taha hästi rahuldada näiteks järgmine arvutuslooke (punktid tähistavad kohti, kus peaks arvutatama):

Kalastamas. Jaak ja Peeter läksid kalale. Ka naabri Aadu ja Villu tulid kaasa . . . Jaak ja Peeter püüdsid kalu liiviga, Aadu ja Villu õngitsesid. Esimene loomus tõi 1 särje ja 3 vähki, teine loomus — 3 haugi ja 4 vähki . . . Kaks vähki olid väikesed, need lasti vette tagasi . . . Siis saadi veel 12 vähki ja 6 kala . . . Kolm vähki lasti jälle tagasi . . . Ka üks kala pääses kogemata vette . . . Aadu oli selle ajaga püüdnud 3 ahvenat, Villu 5 särge . . . Kõik kalad pandi korvi ja mindi koju . . .

Siin pole tarvidust arvutamiseks, sest tegelikult määratakse saagi hulk loendamisega.

On loomulik, et arvutuslookesi õpetajaile täiesti valmina kätte anda pole võimalik — õpetajal tuleb neid ise koostada, või kusagil leiduvaid lookesi oma kooli ja õpilaste jaoks kohandada. Ideaalseim arvutuslookeste käsitlusviis on see, kui õpetaja ainult alustab, annab tüüpülesande ja õpilased seda jätkavad. Samuti on õpetaja algatust vaja ülesannete tüübi muutmisel. Klassis, kus õpilased on harjunud isetegeva tööga, areneb arvutuslooke õpilaste osavõtul täiesti edukalt. Ettevalmistuseks ülesannete kirjalikule lahendamisele tehakse parajal kohal ja ajal ka lühikesi märkmeid klassitahvlile. (Näiteid seesugusest tööst vt. lk. 28 mainitud üldõpetuse teemade käsitluses ja teema „Kevadepühad“ — ilmub „Kooliuuenduslases“ 1940 — nr. 2.)

Ka tööraamatus (-vihus) või ülesannetekogus esinevad tekstülesanded peavad üksteisega sisulises seoses olema. Sageli aga seda ei ole. Siis loeme ühes ülesandes ostudest, järgmises juba omnibusest, kolmandas saapaist, neljandas palgiveost jne. Säärase mõttesegu pakkumine ei ole psühholoogiliselt õige.

Trükitud ülesannete sõnastus, kuigi lühike, olgu siiski selge ja lapsele arusaadav. Nende sisu kohta märgitakse õppekava seletuskirjas väga õieti, et „pole alati vajalik, et andmed tingimata oleksid võetud otseselt elust, küll aga, et nende vahekorrad vastaksid elus esinevaile (lk. 50)". Peale selle on tähtsad kõik teised momendid, mis aitavad teha ülesanded elulähedasteks [1]).

Omaette ülesannete tüübiks on võrdlemisi abstraktsed probleemid, mida võiks nimetada mõistatusülesandeiks. Niisuguseis ülesandeis esinevad eriti selgesti arvude suhted, mis teritab hästi matemaatilist mõtlemist, ja selles ongi nende väärtus. Kui mõistatusülesandeid kasutatakse mõõdukalt, siis on nad ka õpilastele meeldivaks vahelduseks.

Näiteid: 1) Anna mulle 8 senti, siis on mul 20 senti. 2) Linda ütles 7. Maimu arv on 5-e, 3-e ... võrra suurem-vähem (2, 3 ... korda suurem). 3) Üks arv on teisest suurem (vähem) 3, 4 ... võrra. Väiksem (suurem) arv on 6 ... Mis on teine arv? 4) Mis arvuga peab korrutama 4, et saaks 16? (Samuti jagamise kohta.) 5) Villu mõtles: „Kui mul oleks veel 20 senti, siis oleks mul 2 korda rohkem raha, kui mul on." 6) Mis arv on 10-st 10 korda suurem-vähem (10-e võrra suurem-vähem)? 7) Mis on kahe arvu summa? vahe? korrutis? jagatis? Jne. Sääraseid ülesandeid saame koostada iga klassi jaoks.

Kirjaliku lahendusviisi kohta on täiesti kindel üks

---

[1]) Seepärast ei näi põhjendatud olevat järgmised mõtted: „Nii tekivad ülesanded, mis algavad sõnadega: mul oli . . ., isa ostis . . ., ema müüs . . ., Juku luges . . ., kana munes . . ., jne. Ja nii tüütuseni . . . (M. Meos „Arvud elust" lk. 4). Edasi loeme sealsamas: „Vähem luuleilmet oleks ülesannetel, mis algaksid sõnaga „kui": Kui sulg maksab 3 senti, mitu sulge saab siis osta 9 sendi eest? (lk. 5). Seegi väide ei tundu õigena, sest 1) säärane sõnastus „kuiga" eesotsas ei ole lapsepärane ja 2) ka elus niiviisi ei öelda. Öeldakse ikka lihtsalt: Sulg maksab 3 senti jne. See „kui" on pärand veneaegseist ülesannetekogudest, mis sisaldasid just rohkesti eluvõõraid ülesandeid.

nõue: ülesande lahendamise kirjalik ülesmärkimine olgu võimalikult lihtne ja lühike — ainult arvulised tehted ja vahest vastuse nimetus, seegi lühendatult: s., kr., m, cm jne. Niisugune nõue on täiesti põhjendatud: kirjutamisprotsess on 1. ja 2. õppeaasta lapsele veel raske ja tööviis oleks ebaratsionaalne, kui nõuaksime juba siin ülesande lahendamisel pikemate seletuste ja „täislauselise“ vastuse kirjutamist. Küll aga peab nõudma õpilasilt ülesande lahenduse suulist seletust. Päris lubamatu on 1. ja 2. õppeaastal ülesande teksti ärakirjutamine, samuti küsimuste kirjutamine üksikute tehete ette, sest sel viisil tehtaks üle 95% ebaratsionaalset tööd. Ometi on teada, et niiviisi töötatakse ka mõnes „heas“ koolis. Tõendagu seda ülesvõte ühest 1. klassi õpilase töövihust, kus tõepoolest esineb 95% ebaratsionaalset tööd. Pisut vähem, kuid siiski u. 80% ebaratsionaalset tööd on järgmises näites (2. õppeaasta):

Ülesanne nr. 10.

Lahendus: $78 - 12 = 66$

$66 - 35 = 31$

Vastus: Muudeks tarvidusteks jäi kartuleid 31 vakka.

Ülesanne nr. 12.

Lahendus: $26 + 7 = 33$

Vastus: Kahelt puult sai kokku 33 kilogrammi õunu.

Olgu juhitud tähelepanu sellelegi seigale, et „lahendused“ ja „vastused“ ilma ülesande tekstita ütlevad väga vähe.

Seevastu on küllalt otstarbekohane näiteks järgmine üleskirjutusviis 1. õppeaastal (T. linna 12. algkool):

Meie paha kass murdis 2 päevaga 10 lindu.
Arvuta.
I Mitu lindu murdis ta päevaga 10:2=5
Vastus: 5 lindu murdis ta päevaga.

Valter. J
(Nimi)

2. dets.
(Kuupäev)

LAUDAS ON LEHMI JA LAMBAID.

1) 11 = 10 + 1	2) 11 = 5 + 6	3) 12 = 10 + 2
11 = 9 + 2	11 = 4 + 7	12 = 9 + 3
11 = 8 + 3	11 = 3 + 8	12 = 8 + 4
11 = 7 + 4	11 = 2 + 9	12 = 7 + 5
11 = 6 + 5	11 = 1 + 10	12 = 6 + 6
4) 12 = 5 + 7	5) 13 = 10 + 3	6) 13 = 5 + 8
12 = 4 + 8	13 = 9 + 4	13 = 4 + 9
12 = 3 + 9	13 = 8 + 5	13 = 3 + 10
12 = 2 + 10	13 = 7 + 6	13 = 2 + 11
12 = 1 + 11	13 = 6 + 7	13 = 1 + 12

Ülal — pool lehekülge 1. õppeaasta õpilase töövihust (95% tarbetut tööd); all — samuti pool lehekülge õpilase tööst Joh. Käisi Õpilase arvutusvihu (1. õppeaasta) kasutamisel. (Suurus 2 : 3.)

Kelkusid on:

Tõukekelgud	*Väikesed kelgud*	*Arvutamine*	*Kokku*
9	*3*	$9 + 3 =$	*12*
8	*5*	$8 + 5 =$	*13*

Jne. terve lehekülg,

kokku 12 ülesannet, mis on nähtavasti õpilaste endi koostatud. Ka lk. 230 nimetatud üldõpetuse teemade läbitöötamisel on tarvitatud otstarbekohast üleskirjutamisviisi.

Jooniste kasutamisest ülesannete lahendamisel vt. „Kooliuuenduslane" 1938, lk. 56.

Õpilaste isetegevuse võimalusi ülesannete koostamisel. Neid on teisigi peale selle, et õpilased võivad jätkata õpetaja alustatud arvutuslookesi.

a) Esitame probleemi, õpilased aga leidku ülesande arvuline sisu. Näide: Mida saan osta 10, 20, 50, 100 sendi eest? (Hinnakiri pannakse seinale või kirjutatakse seinatahvlile; ka on hinnakirju arvutusvihkudes). Seda laadi ülesanne arendab hästi õpilaste kombineerimisvõimet — Veelgi: Missuguste rahadega saan maksta 10, 15, 20, 50, 100 senti? Kuidas saan 3 täringuga 10 silma? Jne. Abstraktsemal kujul: Kuidas saan kolme arvu summana 20, 50, 100?

b) Antakse tekst ja arvud, õpilased leiutavad probleeme. Näide: Aias kasvab 2 õunapuud. Ühes oli 32, teises 24 õuna. Tuul raputas maha esimesest 16, teisest 14 õuna. Küsimust ei esitata, et õpilased võiksid vabalt probleeme otsida. Kui lasta õpilaste koostatud ülesannete „vastused" tahvlile kirjutada, siis võivad seal ilmuda järgmised arvud: 56, 30, 8, 26, 16, 10, 2, $^1/_2$! (Kui leitud probleemide hulgas mõni osutub ka pisut „kunstlikuks", siis ei tee see suurt viga, sest lapsed mõistavad väga hästi säärase harjutuse eesmärki.) Ülesandes esinevad arvud valitakse muidugi selle arvuvalla piiridest, mis lastele tuttav.

c) Esitatakse abstraktne ülesanne (või lapsed ise kirjutavad selle); järgneb ülesande sõnastamine. Näide: 8 + 5, 20 — 10, 3 · 6 + 4 jne. Tuleb otse imetleda, kui leidlikud on lapsed seesuguses töös (kui nad on sellega harjunud): üks kujutleb arvude taga inimesi; teine raha, kolmas postmarke, neljas piimapudeleid jne. Et igaüks valib ülesande sisu oma kujutluste maailmast, siis vastab see töö täiesti ka elulisuse nõudele. Ja kui mõni sõnastab oma ülesande ebaloomulikult, laidetakse seda kohe.

d) Isetegevus arvutusoskuse arendamisel. Punktides a, b ja c näeme isetegevuse võimalusi kollektiivses õpetuses. Kuid igas koolis, ka seal, kus õpetaja töötab ainult ühe õppeaastaga, peab jääma õpilasile aega iseseisvaks „vaikseks" töötamiseks. Liitklassistes koolides on see matemaatika-õpetuses täiesti paratamatu. Iseseisev töötamine ei tähenda juba iseendast isetegevat töötamist: kui õpilasele on kõik ülesanded ja harjutused ette antud ja tal ei ole muud teha, kui õpikust ülesanne ülesande järel, harjutus harjutuse järel ära kirjutada ja arvutada, siis ei saa seesugust tööd isetegevuseks nimetada.

Arvutustehnika omandamiseks abstraktsete harjutuste abil on küllaldaselt isetegevuse võimalusi, alates juba 1. õppeaastast: lastagu ainult õpilasi endid valida arve arvutamiseks! Põhiline osa arvutusharjutusist sooritatakse küll etteantud materjaliga, sest arvutusoskuse kindlaks omandamiseks peab arvutusaine sisaldama võimalikult mitmesuguseid juhte ja kombinatsioone — eriti aga raskemaid, mis vajavad rohkem harjutamist. Seda saavutamegi täiesti kavakindlalt valitud arvutusjuhtude esitamisega.

Ei ole vist ülearune veel kord rõhutada, et just nende etteantud arvutusharjutuste sooritamisel peame saavutama tarvilikku r a t s i o n a a l s u s t, kõrvaldades kõige ülearuse numbrite ja arvude ärakirjutamise. Meil on olemas vastavate testide kaudu kogutud andmeid, mis näitavad, et arvutustöö produktiivsus tõuseb 2. õppeaastal üle 300%, kui õpilane vabaneb arvude ja tehtemärkide mehaanilisest ümberkirjutamisest [1]. Samuti võime uurimuste põhjal ü m b e r l ü k a t a k õ i k v ä i t e d, m i s p ü ü a v a d õ i g u s t a d a s e e s u g u s t a e g a r a i s k a v a t t ö ö d, nagu ta veneaegse kooli pärandina veel laialdaselt esineb meie algkoolides. Vrd. J. E s t a m i artikkel koguteoses „Loenguid ja kokkuvõtteid“ II, lk. 24 jj.

Etteantud, kõigile õpilasile kohusliku ja tarviliku harjutustöö kõrval peab ikka olema harjutusi, mille sisu valib õpilane ise, kasutades ainult üldisi t ö ö j u h a t u s i õpetajalt (need on tarvilikud näiteks selleks, et arve valitaks tuttavast arvuvallast). Kes ei ole niisugust töökorraldust teostanud, see ei taha uskudagi, et head valitavat harjutusmaterjali individuaaliseeritud tööks leidub küll ja küll.

Mõni näide niisuguseist ülesandeist [2]:

1) Võtan mitmet viisi k a h e arvuga 10 (6 harjutust).
2) Teen 10 sendi eest k a k s ostu mitmel viisil, nii et jääks veel 1 sent (10 harjutust).
3) Liidan arve 20 piiris (15 harjutust).
4) Mul on 20 senti. Kulutan selle raha kahe või kolme asja ostmimiseks (vähemalt 10 harjutust).
5) Liidan täiskümneid ja ühelisi (10 harjutust).

---

[1]) Vt. Joh. Käis. Töövihud otstarbeka õpetuse vahendina. „Kasvatus“ 1939 — nr. 5.

[2]) J o h. K ä i s. Õ p i l a s e a r v u t u s v i h k. 2. õppeaasta — sügisest jõuluni.

6) Lahutan arvudest (alla 100) ühelised, nii et jääksid järele täiskümned (10 harjutust).

7) Liidan alljärgnevate arvudega arve 1—8, nii et ühelisi ei saaks rohkem kui 9.
37 81 62 94 66 57 43 26 82 74 91 55

8) Lahutan arve, mille vahe on 10 (20, 30).

9) Missugused summad saan maksta viie rahaga? Rahasid on 1-, 2-, 5-, 10- ja 20-sendiseid (12 harjutust).
Jne.

Individuaalne töö iseseisval arvutamisel. Õpetuse individualiseerimise tähtsust ja vajadust ei hakka me siinkohal põhjendama. Kuid tuletagem meelde seda, et mida rohkem erinevad õpilased oma individuaalsete võimete poolest, seda suurem on ka õpetuse individualiseerimise tarvidus. Ja õpetuse algastmel, kus massikooli õppeviisid pole veel suutnud tasandada õpilaste individuaalseid diferentse, on tingimata tarvilik otsida teid õpetuse individualiseerimiseks. Raskusi võib siin kõige rohkem tulla sobivate töövahendite puudusest, sest ainult tavalise õpiku-ülesannetekogu kasutamisel tõepoolest ei saa õpetust nimetamisväärselt individualiseerida.

Uutest töövahendeist taotlevad arvutusõpetuse individualiseerimist juba ülalmainitud arvutusvihud, eriti nendes esinevad ülesanded ja tööjuhatused vabaks tööks.

Teiseks heaks individuaalse töö vahendiks on *arvutuskaardid.* Iga õppeaasta jaoks (1.—4. õppeaasta) on olemas oma komplekt 60—120 kaarti. Kaarte võivad õpilased ise valida — õppeaasta alguses esimesi numbreid, hiljem juba tervest komplektist.

Edasi võiks mainida liikuvaid *arvutusringe,* mis on koostatud nii, et õpilased saavad nende abil kombineerida mitmesuguseid ülesandeid. Nende arvutusringide kirjeldus on antud teisal (Joh. Käis. „Isetegevus ja individuaalne tööviis“, lk. 106—107).

Väärtuslikuks individuaalse töö vahendiks, mis iseäranis hästi arendab peastarvutamist — on *arvutusmängud* näiteks sel kujul, nagu neid kirjeldasin „Kooliuuenduslases“ 1939 — nr. 5 ja 6.

„Vana“ kooli pooldajad ei pea lugu mängudest koolis, isegi mitte algastmel. Nad arvavad, et koolitöö võib ka raske, huvitu olla, sest sel olevat väärtust tulevikus. Tänapäeva koolitööd peame psühholoogilistele alustele rajama; lapsepsühholoogia aga annab mängule suure tähtsuse kasvatuses. Samuti on see tähtis arvutusõpetuses.

Arvan, et nendega ei piirdu kõik isetegeva ja individuaalse töö võimalused arvutuse algõpetuses — leidlikud õpetajad võivad neid veelgi luua. See on ka tarvilik, sest arvutusoskuse kindel omandamine nõuab väga palju harjutust. Kui see töö on üksluine, siis muutub ta tüütavaks ja soovitud tulemused saavutatakse hoopis suurema aja- ja jõukuluga kui vaheldusrikka ja meeldiva tegevusega.

Siia sobivad hästi *J. Kühnel'*i sõnad [1]: „Ei ole olemas normaalmenetlust või arvutusviisi. Lastagu lapsi probleeme otsida, leida, sõnastada — sellega areneb inimene seesmiselt. Lastagu õpilasi otsida ja leida rohkem lahendusteid. „Normaalmenetlus“ on kindlaim vahend töö mehhaniseerimiseks, dressuuriks, drilliks, teeks kriitikalagedusele, otsustusvõimetusele, iseseisvusetusele, see kõik takistab isiksuse kujundamist. Seevastu omaleitud lahendusviisid tähendavad vabadust, jõudude kasvu, tahte ja intelligentsuse arenemist. Arvutustund ärgu olgu kõnelemistund etteütluse ja järeleräägimise mõttes“ (samuti ka mitte mehaanilise ärakirjutamise tund! Joh. K.).

---

[1]) J. Kühnel. Methodik des Rechenunterrichts, lk. 11.

IV. Psühholoogilisi vigu arvutamisel.

Õpilaste arvutusharjutustes esines ikka vigu, ühtedel vähem, teistel rohkem. Vigade probleemi uurimine on näidanud, et valed lahendused võivad tulla kas oskamatusest, s. o. puudulikest teadmistest, või mõnesuguste psühholoogiliste nähtuste mõjul. Ainult esimesed komistused on õieti v e a d, kuna teisi tuleb pidada lihtsaiks e k s i m u s i k s. Õpetuse ja õppimise ideaaliks on muidugi täpne, õige töö, mis on vaba niihästi vigadest kui eksimusist. Kuid nende ravi vajab hoopis erinevaid vahendeid. Puudulikke teadmisi ja oskusi parandame täiendava õppimise ja harjutamisega, eksimusist vabanemiseks tuleb aga kõrvaldada neid põhjustavad psüühilised häired (tähelepanematus, väsimus, huvipuudus jne.). Paljud lugejad vahest ei aimagi, et ka täiskasvanud (õpetajad) võivad eksida hoopis lihtsais harjutusis mitte harvem kui näit. 2. õppeaasta lapsed.

Olen korraldanud õpetajatega testi, mille sisuks oli kahekohaliste arvude liitmine ja lahutamine 100 piiris. Test algas järgmiste ülesannetega: $48 + 32 = \ldots$, $64 - 23 = \ldots$, $19 + 44 = \ldots$ (ülesanded olid kirjutatud üksteise alla „tulbana“). Testi sooritajaile olid suureks üllatuseks tulemused: „vigu“ säärases lihtsas töös oli palju — esimesel testimisel 22 %, teisel koguni 85 % vigadega töid (2. õppeaasta kursusest!) Kõige rohkem oli eksimusi just teises ülesandes: 41 asemel oli lahenduseks 87, s. t. arvutati ekslikult $64+23 = 87$ (I testis 20 %, II 33 % vigadega lahendusi). On täiesti selge, et neid vääratusi ei saa lugeda vigadeks, nad on vaid eksimused — testimisel esineva ärevuse ja ruttamise tõttu nähti teises ülesandes sama märki, mis esimeses (+). Kuid miks teises testis oli eksimuste arv nii suur? Seletus: esimene test korraldati K. linnas õpetajate suvekursuste teisel päeval teise töötunni ajal, teine test — P. linnas kuuendal tööpäeval 5-nda tunni ajal, millal testi sooritajad olid väsinud (õpetlik näide sellest, kuidas mõjub passiivne istumine ja kuulamine õpetajate endi tähelepanule!).

Nüüd küsime: kas oleks mõtet sääraste „vigade" parandamises tavalisel viisil — lisaharjutuste abil? Muidugi mitte, sest nende põhjustajaks oli puudulik tähelepanu ja eelmise mulje (+) edasikestmine, nii et teine (—) ei pääsenud teadvusse.

Samasugune psüühiline moment põhjustas samas ülesandes teisegi vea: 64 — 23 = 21! (number 2-st tekkinud mulje edasikestmine).

Üsna tavaline psühholoogiline viga on ka n u m b r i t e ü m b e r p a i g u t a m i n e: 32+22 = 45 (pro 54), 6 · 7 = 24 (pro 42). Psühholoogilise iseloomuga on samuti järgmine viga: 2 · 4 = 6! — eksimus tehtemärgis, või 6 · 7 = 32! Osalt psühholoogilisi, osalt ka oskamatuse vigu (1. õppeaastal): 8 + 5 = 11! (5 asemel on kujuteldud 3), 6 + 8 = 9! (8 asemel 3), 4 · 3 = 9! või 4 · 3 = 16! (mõlemal juhul on tegurid ühesuurustena võetud).

Need on ainult mõned tüüpilisemad eksimuste näited. Eksimuste äratundmine õpilaste töödes oleks õpetajale vägagi kasulik, et leitud vigu õigesti mõista ja, mis veel tähtsam, õigesti ravida. Kas ei leiduks õpetajaid, kes võtaksid vead õpilaste arvutusvihkudes psühholoogilisele analüüsile?

V. Üksikute arvutusjuhtude raskus ja vajalik sagedus õppimisel.

Arvutusoskuse kandvaks aluseks on tehted ühekohaliste arvudega, s. o. arvudega 1—9 liitmine ja lahutamine, korrutamine ja jagamine nn. korrutustabeli ulatuses, sest suuremate arvude puhul muutub arvutamine numbriliseks. Näiteks liites või lahutades 3-kohalisi arve, me sooritame tehted arvude üksikute järkudega ja redutseerime sellega ülesande põhiarvutusele. Samuti toimime korrutamisel ja jagamisel.

Põhiarvutuse õppimine peab olema väga järjekindel, nii et kõik võimalikud arvutusjuhud oleksid hästi omandatud. Tehted põhiarvutuse piiris ei ole aga üherasked. On täiesti selge, et arvude seosed $2 + 2 = 4$ ja $2 \cdot 4 = 8$ on hoopis kergema vaevaga jäädvustatavad kui $2 + 7$ või $3 \cdot 7$. Kergeid arvutusjuhte pole tarvis nii palju ja nii sageli harjutada kui raskemaid. Kuid missugused arvutusjuhud on lastele kerged, missugused raskemad, missugused kõige raskemad? Seda peaks õpetaja teadma. Et meil ei ole kasutada küllalt usaldatavaid andmeid kirjandusest, siis võtame ise selle probleemi selgitusele.

Juba kursustel sooritati väike katse, et selgitada liitmisjuhtude raskust arvudega 1 kuni 9 (10 piiris). Katsekorraldus oli järgmine. Kõik arvutusjuhud kirjutati üles ja siis jaotati nad 3 rühma: kerged, keskmised, rasked, asetades ka igas rühmas kergemad juhud ettepoole, raskemad lõpupoole. Kokkuvõttes hinnati kergeid liitmisjuhte 1 ja 2, keskmisi 3 ja 4 ning raskeid 5 ja 6 punktiga, nimelt niiviisi, et igas rühmas sai esimene pool ülesandeid punkti võrra madalama, teine pool kõrgema hinnangu. Seesuguse töö tegid 15 õpetajat. Igale liitmisjuhule antud punktid summeeriti ja siis asetati kõik ülesanded raskusjärjekorras ritta. Madalaim punktide arv oli 15, kõrgeim 87. Ainult kolm arvutusjuhtu ($1 + 1$, $2 + 1$, $3 + 1$) said kõigilt hindajailt ühe ja sama punktide arvu (1), enamasti aga peeti üht ja sama arvutusjuhtu ühtede poolt kergemaks, teiste poolt raskemaks. Kui vahe hinnanguis on ainult 1 punkt, siis võib vastust küllaltki selgeks pidada. On aga diferentsid 3 või koguni 4 punkti (võimalikust 6-st), siis ei ole küllalt kindlat otsust saadud. Üldkokkuvõte on järgmine (sulgudes hindepunktid):

Kerged	Diferents	Keskmised	Diferents	Rasked	Diferents
1. 1 + 1	0 (1)	16. 5 + 5	2 (2—4)	31. 7 + 3	3 (3—6)
2. 2 + 1	0	17. 3 + 3	3 (2—5)	32. 2 + 5	3
3. 3 + 1	0	18. 2 + 3	3	33. 6 + 4	4 (2—6)
4. 4 + 1	1 (1—2)	19. 1 + 5	2	34. 4 + 3	3
5. 5 + 1	1	20. 6 + 2	3	35. 6 + 3	3
6. 6 + 1	1	21. 8 + 2	3	36. 5 + 4	3
7. 7 + 1	1	22. 1 + 6	3	37. 3 + 5	3
8. 1 + 2	1	23. 4 + 4	3	38. 3 + 7	3
9. 2 + 2	1	24. 5 + 2	3	39. 2 + 8	2 (4—6)
10. 8 + 1	1	25. 1 + 7	4 (2—6)	40. 2 + 6	2
11. 9 + 1	1	26. 1 + 8	4	41. 4 + 5	3
12. 1 + 3	2 (1—3)	27. 1 + 9	4	42. 4 + 6	4
13. 3 + 2	2	28. 2 + 4	3 (2—5)	43. 3 + 4	1 (5—6)
14. 1 + 4	3 (1—4)	29. 7 + 2	3	44. 2 + 7	2
15. 4 + 2	3	30. 5 + 3	3	45. 3 + 6	1

Järelikult on üsna selgesti esile tõstetud 11 kerget ja 2 rasket arvutusjuhtu (3 + 4, 3 + 6), teiste kohta lähevad õ p e t a j a t e hinnangud lahku [1]).

1. 2 + 2	10. 5 + 1	19. 1 + 7	28. 2 + 5	37. 3 + 4
2. 1 + 1	11. 6 + 1	20. 1 + 8	29. 7 + 2	38. 5 + 4
3. 3 + 3	12. 7 + 1	21. 1 + 9	30. 8 + 2	39. 5 + 3
4. 5 + 5	13. 8 + 1	22. 3 + 2	31. 2 + 6	40. 4 + 5
5. 4 + 4	14. 9 + 1	23. 2 + 3	32. 6 + 3	41. 3 + 5
6. 1 + 2	15. 1 + 3	24. 4 + 2	33. 2 + 8	42. 7 + 3
7. 2 + 1	16. 1 + 4	25. 5 + 2	34. 2 + 7	43. 6 + 4
8. 3 + 1	17. 1 + 5	26. 6 + 2	35. 3 + 6	44. 4 + 6
9. 4 + 1	18. 1 + 6	27. 2 + 4	36. 4 + 3	45. 3 + 7

Nüüd aga oleks huvitav katsuda reastada samad arvutusjuhud õ p i l a s t e endi hinnangul. Selline katse oleks väga soovitatav. Katsekorraldus olgu samasugune, nagu katses korrutustabelis esinevate korrutusjuhtude

---

[1]) „Kooliuuenduslases“ (1935 — nr. 9) toodud tabelis on samade liitmisjuhtude raskusjärjekord niisugune:

reastamiseks (vt. kursuste „Teated“ 1939 — nr. 2, lk. 17 [1]), ainult korrutusjuhtude asemele tulevad liitmisjuhud (10 piiris), mis kirjutatakse niiviisi, et kergemad ja raskemad juhud esinevad segamini. Peale selle veel üks muudatus: kergetele juhtudele tehakse ristike taha (2 + 2 = 4+), rasketele — 2 ristikest, kõige raskemad võib ka jätta lahendamata. See märkimisviis on 1. õppeaasta lastele hõlpsam. (Vt. ka E. Raidma töö „Kooliuuenduslases“ 1939 — nr. 8.)

Katse korraldatagu 1. õppeaastal u. veebruaris. Võrdluseks võib katsest osa võtta ka 2. õppeaasta. Ka on soovitav 1. õppeaasta lõpus seesugune katse kõigi liitmisjuhtudega 10-st üleminekuga (9 + 2 . . ., 8 + 3 . . . jne., vt. „Kooliuuenduslane“ 1939 — nr. 8).

Kuigi need katsed ei saa pretendeerida absoluutsele täpsusele, toovad nad siiski küllalt selgust põhiarvutusjuhtude raskuse kohta lastele. Katse tulemusi pidagu silmas õpetaja harjutustöös, eriti peastarvutamisel.

Ameerika psühholoog-metoodik *Thorndike* väidab, et arvutusoskuse kindlaks omandamiseks tuleb harjutada: 1) iga kerget arvutusjuhtu esimesel nädalal 12 korda, järgmise kahe kuu jooksul 5 korda ja hiljemini pikema aja vältel 30 korda; 2) keskmiste arvutusjuhtude puhul vastavalt 20, 30 ja 50 korda; 3) raskemaid arvutusi veelgi 10—100% rohkem [2]). See on küll juba „üleõppimine“ (vt. lk. 87), kuid Thorndike just arvabki, et põhioskusi tuleb üleõppida, sest nendel on suur tähtsus tulevikus. Siiski peetagu ikka meeles, et matemaatika-õpetuse põhieesmärk ei ole arvutustehnika, vaid oskus rakendada seda elus.

---

[1]) „Teated“ 1939 — nr. 2 võib veel saada kursuste juhatajalt.
[2]) P. Blonski. Pedoloogia, lk. 246.

Kirjandust.

(täienduseks kirjutuses tsiteeritud allikaile).

Joh. Käis. Uusi teid algõpetuses. II jagu, 1932.

Sama. Arvutuskaardid individuaalseks tööks. 1. ja 2. õppeaasta, à 120 kaarti, 1934.

A. Lehis—Joh. Käis. Arvutuskaardid, 3. ja 4. õppeaasta, à 60 kaarti, 1935.

H. Kempinsky. So rechnen wir bis 100; 1921.

Sama. Ein frohes Rechenjahr, 1914.

K. Saarialho. Laskennonopetuksen peruskysymyksiä, 1938.

Кавун и Попова. Методика преподавания арифметики в начальной школе, 1934.

Üksikuid artikleid:

K. Greenberg. Matemaatika metoodika. „Teel töökoolile“ V.

A. Budkovsky. Korrutustabeli läbitöötamine. „Teel töökoolile“ II.

Joh. Käis. Kahe üldõpetuse teema läbitöötamine. „Teel töökoolile“ VI.

H. Summer. Matemaatika õpetus ja tegelik elu. Kasvatus 1926 — nr. 6.

A. Udras. Rakendusülesannete lahendamise skeeme. Kooliuuenduslane 1935, lk. 66.

*** Lõbusat arvutamist. Kooliuuenduslane 1937, lk. 46.

O. Tunón. Matemaatika seoses tööõpetuse ja joonistamisega.

J. Udikas. Esimesi samme matemaatikas. Sealsamas, lk. 52.

V. Ordlik. Miks eelistan matemaatikas töövihke. Sealsamas, lk. 70.

V. Ploom. Arvutusülesannete lahendamine jooniste abil. Sealsamas, lk. 56.

Sisu.

Kirjandust.

[illegible]

Jos. Käis. Uusi teid algõpetuses. II jagu, 1932.

Sama. Arvutuskaardid individuaalseks tööks. 1. ja 2. õppeaasta, à 120 kaarti, 1932.

A. Lahe—Jos. Käis. Arvutuskaardid. 3. ja 4. õppeaasta, à 60 kaarti, 1933.

H. Kempinsky. So rechnen wir bis 100. 1921.

Sama. Ein frohes Rechenjahr. 1919.

K. Saarialho. Laskennonopetuksen [illegible] kysymyksiä. 1928.

Кавун и Попова. Методика преподавания арифметики в начальной школе, 1934.

[illegible]

[illegible]

[illegible] koolile. VI

H. [illegible] Matemaatika õpetus ja tegelik elu. Kasvatus 1932 nr. 8.

A. Udras. [illegible] lahendamise [illegible]. Koolimaailma 1935, lk. 56.

*** Lõbusad arvutamised. [illegible] 1937, lk. 45.

O. [illegible] Matemaatika [illegible] ja [illegible].

J. [illegible] Esimesel aastal matemaatikas. Sealsamas, lk. 62.

V. [illegible] Mida ootame matemaatikas [illegible]. Sealsamas, lk. 79.

V. [illegible] Arvutusülesannete lahendamise [illegible]. Sealsamas, lk. 86.

Hind 60 senti.