Таллинский Политехнический Институт.
Кафедра деталей машин

А. А. Ершов

Графическое определение скоростей и ускорений механизмов

Часть I

Таллин
1962

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра деталей машин

А.А.Ершов

ГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ МЕХАНИЗМОВ

Часть I

Таллин 1962

О г л а в л е н и е

I. Вступление

Графический способ определения скоростей и ускорений нашел широкое распространение у конструкторов в машиностроительной промышленности, т.к. он позволяет вычислить нужные величины сравнительно простым приемом с вполне достаточной для инженерной практики точностью.

В этом способе как скорости, так и ускорения изображаются векторами. Так как построение планов скоростей и ускорений является графическим решением векторных уравнений, нужные неизвестные величины этим приемом могут быть определены, но для этого требуется вычерчивание всех векторов строго в масштабе.

Масштабом называется отношение действительной величины (Д) к длине отрезка (О), который эту величину изображает. Масштаб скорости определяется из формулы:

$$\mu_v = \frac{v}{y}\left[\frac{м/сек}{мм}\right]$$

Тоже для ускорения

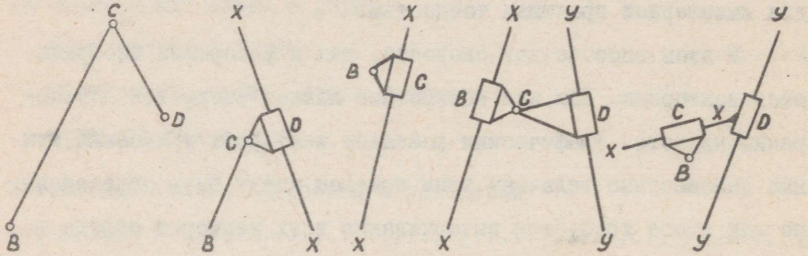
$$\mu_a = \frac{a}{z}\left[\frac{м/сек^2}{мм}\right]$$

где y и z представляют собой отрезки, изображающие на чертеже скорость и ускорение. Как это видно из формул, масштабы эти являются величинами именованными, в отличие от отвлеченных масштабов, принятых в машиностроительном черчении.

П. Основные векторные уравнения для скорости и ускорения

Планы скоростей и ускорений для любого механизма могут быть построены, если известны векторные управления, которые позволяют определить v и a соответствующих звеньевых.

К ведущему звену механизма, т.е. к звену, закон движения которого задан, присоединяется кинематическая цепь, состоящая из разного рода сочетаний звеньев, соединенных между собой низшими парами. В механизмах П класса эти звенья образуют одну из следующих групп.

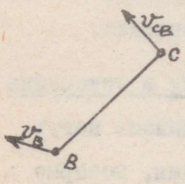


№I №2 №3 №4 №5

Все эти группы, называемые диадами, состоят из двух звеньев, связанных между собой вращательными или поступательными парами. Все эти диады имеют: или звенья с двумя вращательными парами, или состоят из звеньев с поступательными парами, или из сочетаний первых и вторых звеньев.

Поэтому векторные уравнения как для скорости, так и для ускорения легко написать, зная следующие основные формулы.

<u>а) Формулы для звена с двумя вращательными парами</u>



Из теоретической механики известно, что любое движение неизменяемой плоской фигуры в ее плоскости может быть составлен из переносного поступательного движения вместе с полюсом, и относительного вращения вокруг полюса. Поэтому уравнение скорости точки С напишется следующим образом:

$$\bar{v}_c = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}, \qquad (I)$$

где $\bar{v}_B$ – скорость точки В (полюса),

$\bar{v}_{CB}$ – скорость вращения точки С вокруг полюса В. Этот вектор по величине равен $v_{CB} = \omega_B \, l_{CB}$ и всегда перпендикулярен к звену ВС, имея направление в ту или другую сторону, в зависимости от знака угловой скорости.

Уравнение вектора ускорения для точки С имеет вид:

$$\bar{a}_c = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB} = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^t_{CB}, \qquad (I'),$$

где $\bar{a}_B$ – ускорение точки В (полюса),

$\bar{a}_{CB}$ – ускорение точки С при вращении звена ВС вокруг точки В.

Это ускорение слагается из $\bar{a}^n_{CB}$ и $\bar{a}^t_{CB}$.

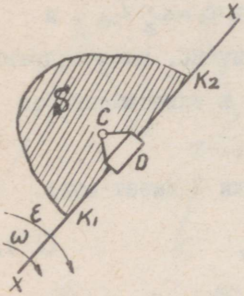
$\bar{a}^n_{CB}$ – нормальное ускорение в относительном движении точки С относительно В. Оно всегда направлено вдоль звена ВС от точки С к центру вращения – (полюсу В) и равно: $a^n = \omega^2_B \, l_{BC} = \frac{v^2_{CB}}{l_{BC}}$

Скорость v_{CB} и угловая скорость ω_B определяются из плана скоростей.

$\bar{a}^t_{CB}$ – тангенциальное ускорение в относительном движении точки С относительно полюса В. Оно всегда перпендикулярно звену ВС, и направлено в ту или другую сторону в зависимости от знака ε_B и равно $\varepsilon_B \, l_{BC}$

б) Формулы для звена, вдоль которого перемещается ползун

Подвижное звено (направляющая) х - х со скользящим по нему ползуном, связана с другими звеньями механизма через шарнир С при ползуне. Закон движения направляющей известен.



Соединяем мысленно с направляющей х-х некоторую плоскость S, связанную с направляющей в точках K_1 и K_2. Поскольку закон движения направляющей задан, скорости и ускорения в точках K_1 и K_2, как и в любой точке плоскости S, могут быть определены.

Обозначаем точку плоскости, совпадающей в данный момент времени с точкой С, лежащей на ползуне, через C_x. Векторное уравнение скорости в точке C_x имеет вид

$$\bar{v}_c = \bar{v}_{cc} + \bar{v}_{cx}, \qquad (2),$$

где $\bar{v}_{ccx}$ - скорость в движении ползуна вдоль направляющей х-х, вектор который всегда направлен параллельно оси х-х.

$\bar{v}_{cx}$ - скорость точки С, принадлежащей плоскости S, в относительном движении направляющей х-х.

Величина и направление этой скорости находятся, имея заданными законы движения направляющей.

Векторное уравнение ускорения точки С имеет вид:

$$\bar{a}_c = \bar{a}_{cx} + \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}^{r}_{ccx} \qquad (2'),$$

где $\bar{a}_{cx}$ - ускорение точки С, принадлежащей плоскости S, в относительном движении направляющей х - х. Если эта направляющая имеет вращательное движение, то ускорение $\bar{a}_{cx} = \bar{a}^n_{cx} + \bar{a}^t_{cx}$

$\bar{a}^k_{ccx}$ - поворотное (Кориолисово) ускорение точки С, принадлежащий ползуну. Это ускорение определяется формулой: $\bar{a}^k = 2|\omega_x| v_{cx}$, и направление его найдется, если вектор скорости v_{ccx} повернуть вокруг точки С на 90^0 в сторону вращения направляющей. Значение v_{ccx} и ω_x находятся из плана скоростей.

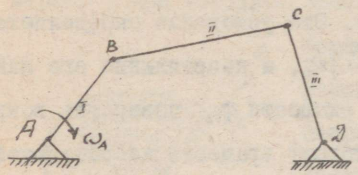
$\bar{a}^\tau_{ccx}$ - ускорение в относительном движении ползуна относительно направляющей. Оно всегда направлено в ту или другую сторону вдоль направляющей.

Имея вышеприведенные векторные уравнения для определения скорости (I) и (2) и векторные уравнения (I') и (2') для определения ускорения звеньев, входящих в состав любой группы, всегда можно написать нужные уравнения в зависимости от схемы механизма, и, пользуясь ими, построить нужные планы; измерив длину векторов найденных неизвестных зная м асштаб чертежа, определяются искомые величины.

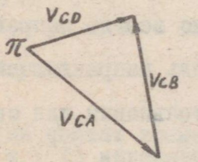
Естественно, что буквы при v и a должны быть те, которые проставлены при звеньях механизма на чертеже.

Ш. Построение планов скоростей и ускорений механизмов П класса

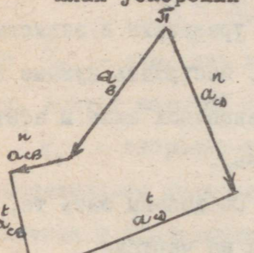
I. Механизм, имеющий группу вида № I.



План скоростей



План ускорений



К ведущему звену АВ, вращающемуся с постоянной угловой скоростью ω_A, как видно из схемы, присоединена диада ВСД вида №I. Скорость точки С определяется, пользуясь уравнением (I). Оно имеет вид:

I) для звена П: $\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$;

2) для звена Ш: $v_C = \bar{v}_D + \bar{v}_{CD}$;

Отсюда: $\bar{v}_B + \bar{v}_{CB} = \bar{v}_D + \bar{v}_{CD}$ (3).

Но по условию

$$\bar{v}_B = \bar{\omega}_A \times \bar{l}_{AB}$$

$$v_D = 0$$

Теперь урвнение (3) принимает вид:

$$\bar{v}_{CD} = \bar{\omega}_A l_{AB} + \bar{v}_{CB} \qquad (4).$$

Это уравнение является основным при построении плана скоростей: сперва откладывается из полюса π вектор $\bar{v}_{BA} = \bar{\omega}_A \times l_{AB}$ (в масштабе скоростей). Он направлен перпендикулярно к звену АВ в сторону вращения часовой стрелки, как это задано на чертеже. Затем из конца этого вектора проводится прямая, перпендикулярная звену ВС, вдоль которой должен быть направлен вектор $\bar{v}_{cb}$ После этого снова из полюса проводится новая прямая, вдоль которой направлена скорость $\bar{v}_{cd}$. Поэтому она должна быть перпендикулярной к звену СД. Точка пересечения проводимых прямых линий дает возможность найти величины искомых скоростей v_{cb} и v_{cd}. Для этого замеряется длина векторов полученного плана скоростей, и, зная масштаб скоростей, находятся нужные величины.

Угловая скорость звена ДС определяется из формулы $|\omega_d| = \frac{v_{cd}}{l_{cd}}$ и соответственно $|\omega_b| = \frac{v_{cb}}{l_{cb}}$. Знак угловых скоростей проставляется в зависимости от направления вращения звена.

Для построения плана ускорений звеньев механизма необходимо два раза воспользоваться уравнением (I$'$), при помощи которого находится ускорение в точке С механизма. Это уравнение (с учетом проставленных на чертеже обозначений) напишется:

I) для звена П: $\bar{a}_c = \bar{a}_b + \bar{a}^n_{cb} + \bar{a}^t_{cb}$,

2) для звена Ш: $\bar{a}_c = \bar{a}_d + \bar{a}^n_{cd} + \bar{a}^t_{cd}$.

Отсюда: $$\bar{a}_b + \bar{a}^n_{cb} + a^t_{cb} = \bar{a}_d + \bar{a}^n_{cd} + \bar{a}^t_{cd} \qquad (5)$$

Входящие в это уравнение ускорения имеют следующие модули и направления:

$a_b = \omega_A^2 l_{AB}$ и направлено от точки В к центру вращения звена А;

$a^n_{cb} = \omega_b^2 l_{cb}$ и направлен от точки С к центру вращения звена В;

$a^n_{cd} = \omega_d^2 l_{cd}$ и направлен от точки С к центру вращения звена Д,

$a_Д$ = 0, т.к. точка Д принадлежит неподвижному звену (корпусу).

a^t_{CB} – неизвестно по величине, но направлено перпендикулярно звену СВ.

$a^t_{CД}$ – неизвестно по величине, но направлено перпендикулярно звену СД.

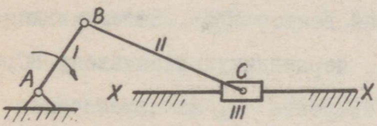
Неизвестные по модулю векторы могут быть найдены после построения плана ускорения, который строится следующим образом:

Из выбранной точки, как из полюса, откладываются в масштабе ускорений векторы $\bar{a}^n_{BA}$ и $\bar{a}^n_{CД}$. Последовательно за вектором $\bar{a}^n_{BA}$ строится вектор $\bar{a}^n_{CB}$; (Необходимо обратить внимание на то, чтобы направление вектора $\bar{a}^n_{CB}$ было бы правильно показано, помня, что вектор $\bar{a}^n_{CB}$ направлен от точки С к центру вращения звена В). Часто наблюдаются случаи, когда вектор $\bar{a}^n_{CB}$ настолько мал по сравнению с вектором $\bar{a}^n_{BA}$ и $\bar{a}^n_{CД}$, что его в выбранном масштабе отложить трудно. Тогда этот вектор за малостью пропускается.

Из концов векторов $\bar{a}^n_{CB}$ и $\bar{a}^n_{CД}$ проводятся линии, им перпендикулярные, до их пересечения; вдоль этих линий должны действовать векторы касательных ускорений $\bar{a}^t_{CB}$ и $\bar{a}^t_{CД}$. Полученная замкнутая фигура и является планом ускорений. Измерив найденные векторы зная масштаб ускорений, определяются модули ускорений a^t_{CB} и $a^t_{CД}$.

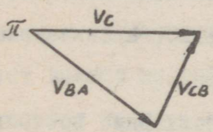
Знак ускорений a^t определяется, пользуясь следующим принципом: если направление касательного ускорения и скорости одного и того же звена совпадают, ускорение считается положительным; если эти направления не совпадают, ускорение a^t отрицательно. Угловое ускорение ε_B и ε_D находится из формулы $|\varepsilon_D| = \frac{a^t_{cD}}{l_{cD}}$ и соответственно: $|\varepsilon_B| = \frac{a_{cB}}{l_{cB}}$

2. <u>Механизм, имеющий группу вида №2</u>.



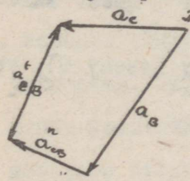
К ведущему звену AB, вращающемуся с постоянной угловой скоростью, присоединена диада второго вида, состоящая из одной поступательной пары и двух последовательно расположенных вращательных пар.

План скоростей



Для построения плана скоростей необходимо написать уравнения скорости точки C, пользуясь уравнением (I) и уравнением (2). Они имеют вид:

План ускорений



I) Для точки C звена П

$$\bar{v}_c = \bar{v}_B + \bar{v}_{cB},$$

2) для точки C звена Ш

$$\bar{v}_c = \bar{v}_{cx} + \bar{v}_{ccx}.$$

Отсюда: $\bar{v}_B + \bar{v}_{cB} = \bar{v}_{cx} + \bar{v}_{ccx}.$ (6)

Но по условию $v_B = \omega_A l_{AB}$, которая направлена перпендикулярно звену AB в сторону вращения звена,

$\bar{v}_{cx} = 0$, т.к. направляющая x–x неподвижна

Таким образом уравнение для определения скорости в точке С имеет вид: $\bar{v}_B + \bar{v}_{CB} = \bar{v}_{CCx}$. Это уравнение является основным при построении плана скоростей. В нем вектор $\bar{v}_B$ известен как по величине, так и по направлению, а для векторов $\bar{v}_{CB}$ и $\bar{v}_{CCx}$ известны только направления: первый - перпендикулярен звену ВС, второй - параллелен направляющей. Поэтому из полюса сперва откладывается в масштабе скоростей вектор $\bar{v}_B$ и, из полюса же, проводится линия параллельная направляющей, вдоль которой должен быть показан вектор $\bar{v}_{CCx}$. Затем из конца вектора $\bar{v}_B$ проводится линия, перпендикулярная звену ВС, вдоль которой действует вектор скорости $\bar{v}_{CB}$ до пересечения с заготовленной прямой из полюса. Измерив полученные стороны треугольника, пользуясь масштабом скоростей, находятся скорости v_{CB} и v_{CCx}. Угловая скорость ω_B звена ВС, а также знак ω_B, определяется так, как это изложено выше.

При построении плана ускорений необходимо воспользоваться уравнениями (I$'$) и (2$'$), Так, для точки С звена ВС уравнение ускорения на основании уравнения (I$'$) имеет вид:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^t_{CB}$$

Для точки С, принадлежащей ползуну (звену Ш), уравнение ускорения на основании (2$'$) имеет вид:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_{Cx} + \bar{a}^k_{CCx} + \bar{a}^r_{CCx}$$

Решая совместно вышеприведенные уравнения, имеем

$$\bar{a}_B + \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^t_{CB} = \bar{a}_{Cx} + \bar{a}^k_{CCx} + \bar{a}^r_{CCx} \qquad (7)$$

Но в этом уравнении:

$a_B = \omega_A^2 l_{AB}$ и направлено вдоль звена АВ от точки В к центру вращения, т.е. к точке А.

$a_{CB}^n = \omega_B^2 l_{BC}$ и направлено вдоль звена ВС от точки С к центру вращения, т.е. к точке В.

Векторы ускорений $\bar{a}_{ccx}^k$ и $\bar{a}_{cx}$ равны нулю, т.к. направляющая х-х неподвижна. Ускорения a_{CB}^t и a_{ccx}^r неизвестны по величине, но известны по направлению: a_{CB}^t показывается всегда под прямым углом к звену СВ, а ускорение a_{ccx}^r - всегда параллельно направляющей.

Поэтому план ускорений строится следующим образом: Из полюса π откладывается вектор $\bar{a}_B$ (в масштабе ускорений), а за ним последовательно - вектор $\bar{a}_{CB}^n$, из конца которого проводится прямая перпендикулярная этому вектору, вдоль которой действует вектор касательного ускорения $\bar{a}_{CB}^t$. Затем из полюса проводится прямая, параллельная направляющей х-х, вдоль которой направлен вектор ускорения $\bar{a}_{ccx}$. Точка пересечения этих линий и дает возможность найти величину неизвестных ускорений, замерив длину полученных векторов $\bar{a}_{CB}^t$ и $\bar{a}_{ccx}$ и зная масштаб ускорений. Стрелки у векторов должны быть проставлены так, чтобы удовлетворялась уравнение ускорения, окончательный вид которого следующий:

$$\bar{a}_B + \bar{a}_{CB} = \bar{a}_{ccx}. \qquad (8)$$

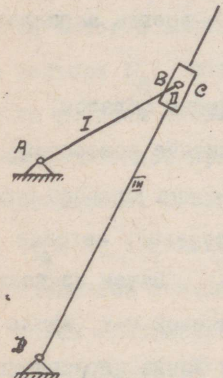
Знак ускорений определяется так, как это было изложено выше. Величина углового ускорения звена ВС находится из формулы: $|\varepsilon|_B = \left|\frac{a_{CB}^t}{l_{BC}}\right|$

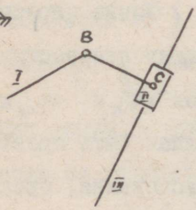
3. Механизм, имеющий группу вида №3

К ведущему звену АВ, вращающемуся с постоянной угловой скоростью ω_A , как видно из схемы, присоедина диада третьего вида, состоящая из одной поступательной пары, расположенной медду двумя вращательными.

Скорость в точке С, принадлежащей звену П, определяется, пользуясь уравнением (I). Оно имеет вид:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB} .$$

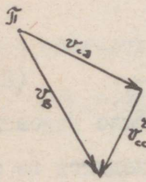




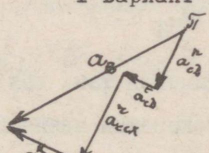
В Этой формуле $v_B = \omega_A l_{AB}$, а $v_{CB} = 0$, т.к. длина l_{BC} в заданном механизме равна нулю, т.к. точки В и С совпадают. Скорость в точке С, принадлежащей ползуну, определяется, пользуясь уравнением (2). Оно имеет вид

$$\bar{v}_C = \bar{v}_{Cx} + \bar{v}_{CCx}$$

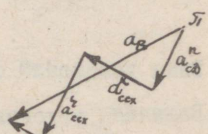
в этой формуле: v_{Cx} есть скорость точки С, принадлежащей направляющей при вращении ее вокруг точки Д, так что $v_{Cx} = v_{CD}$ и направлена под углом 90^0 к направляющей.



I вариант



П вариант



План скоростей

План ускорений

Вектор $\bar{v}_{ccx}$ - соответствует скорости движения ползуна вдоль направляющей x-x и имеет направдение, параллельное направляющей.

Таким образом расчетное уравнение для построения плана скоростей получает вид:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{cx} + \bar{v}_{ccx} \quad \text{или}$$

$$\bar{\omega}_A l_{AB} = \bar{v}_{cd} + \bar{v}_{ccx} \qquad 9$$

План скоростей по этому уравнению строится следующим образом: из полюса откладывается в направлении, перпендикулярном звену АВ, вектор $\bar{v}_B$. Затем из конца его проводится линия, параллельная направляющей x-x , вдоль которой направлена скорость v_{ccx} , а из полюса - линия, перпендикулярная направляющей, вдоль которой направлена скорость v_{cd} , до их пересечения. Замерив длину сторон полученного прямоугольного треугольника, находим величины искомых скоростей, зная масштаб скорости чертежа.

Стрелки у векторов должны быть поставлены так, чтобы удовлетворялось уравнение (7).

Угловая скорость ω_d направляющей (звена Ш) найдется по формуле $|\omega_d| = \left|\frac{v_{cd}}{l_{cd}}\right|$. Знак ее проставляется в соответствие с направлением вращения.

При определении ускорений звеньев кулисного механизма необходимо воспользоваться уравнениями (I$'$) и (2$'$).

Для точки С звена П уравнение (I$'$) имеет вид:

$$\bar{a}_c = \bar{a}_B + \bar{a}_{cB} = \bar{a}_B + \bar{a}^n_{cB} + \bar{a}^t_{cB},$$

но так в механизме длина звена ВС фактически равна нулю, то уравнение упрощается; и $\bar{a}_c = \bar{a}_B$;

но $a_B = \omega_A^2 l_{AB}$.

Для точки С ползуна, движущегося вдоль направляющей х-х, уравнение ускорения имеет вид:

$$\bar{a}_c = \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}^{\tau}_{ccx} + \bar{a}_{cx}$$

Решая совместно эти уравнения, получаем:

$$\bar{a}'_B = \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}_{ccx} + \bar{a}_{cx}$$

Ускорение $\bar{a}_{cx}$ является тем ускорением, которое имеет точка С, принадлежащая кулисе, при вращении ее вокруг центра Д: оно равно:

$$\bar{a}_{cx} = \bar{a}_{cD} = \bar{a}^{n}_{cD} + \bar{a}^{t}_{cD}$$

Расчетное урав..ие ускорений окончательно имеет вид:

$$\bar{a}_{B} = \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}^{\tau}_{ccx} + \bar{a}^{n}_{cD} + \bar{a}^{t}_{cD} \qquad (10)$$

В этом уравнении ускорения:

$a_B = \omega^2_A l_{AB}$, оно направлено вдоль звена АВ от точки В к точке А;

$a^k_{ccx} = 2\omega_D \upsilon_{ccx}$, направление его найдется, если повернуть вектор скорости υ_{ccx} на 90^0 в сторону вращения кулисы;

$a^n_{cD} = \omega^2_D l_{cD}$, оно направлено вдоль кулисы к точке Д от точки С;

Неизвестные (искомые) ускорения a^t_{cD} и a^t_{ccx} имеют направления: первое - перпендикулярное к кулисе, а второе параллельное ей.

План ускорений строится следующим образом.
Из полюса π откладывается в масштабе ускорений вектор $\bar{a}_B$ затем, из полюса же, откладывается в том же масштабе вектор a^n_{cB}, из конца которого проводится линия, перпендикулярная кулисе, вдоль которой действует ускорение $\bar{a}^t_{cB}$, пока неизвестное по модулю.

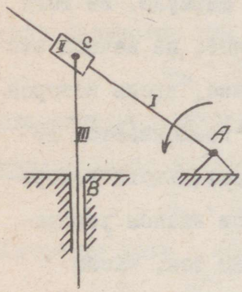
Из конца вектора $\bar{a}_B$, отложенного первым, проводится линия, перпендикулярная кулисе. Вдоль нее действует кориолисово ускорение a^k_{ccx}. При построении этого вектора на чертеже ускорения требуется вектор $\bar{a}_B$ отложить так, чтобы было удовлетворено уравнение (10), т.е. необходимо, чтобы у конца вектора $\bar{a}_B$ стрелки встречались, так как вектор $\bar{a}_B$ является равнодействующей ряда векторов ускорений, как это видно из формулы. Из того конца вектора $\bar{a}^{k}_{ccx}$, где нет стрелок, правильнее, из начала этого вектора проводится линия, параллельная кулисе, вдоль которой должно действовать ускорение a^{r}_{ccx}; эта линия продолжается до пересечения ее с линией, заготовленной для касательного ускорения a^{t}_{cB}. Полученный многоугольник и является планом ускорений. Стрелки у векторов должны быть проставлены так, чтобы удовлетворялось уравнение (8). Зная масштаб плана ускорений, измерив длину найденных векторов, находятся неизвестные величины, т.е. ускорения a^{t}_{cB} и a^{r}_{ccx}.

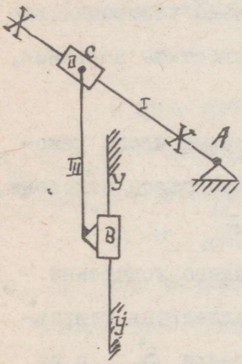
Может быть выбран и другой порядок построения плана ускорения, как это показано во II варианте. В нем из полюса отложены, как и в первом случае, сперва $\bar{a}_B$, затем и $\bar{a}^{n}_{cB}$.

За вектором $\bar{a}^{n}_{cD}$, последовательно, отложено ускорение a^{k}_{ccx}, из конца которого проведена линия, параллельная направляющей, вдоль которой должно действовать ускорение $\bar{a}^{r}_{ccx}$, а из конца вектора $\bar{a}_B$ проводится линия, перпердикулярная направляющей, вдоль которой действует ускорение a^{t}_{cD}. Полученная фигура и дает план ускорений, который, хотя и имеет другое очертание, чем план, полученный в первом варианте, но величины искомых ускорений от этого не изменяются. Второй вариант неудобен тем, что $\bar{a}^{n}_{cD}$ и $\bar{a}^{t}_{cD}$ не расположены последовательно, что затрудняет нахождение расчетного ускорения.

Угловое ускорение ε_D и знаки искомых ускорений определяются так, как это изложено раньше.

4. Механизм, имеющий группу вида № 4





Заданный механизм может быть заменен ему равноценным, показанным рядом. Как видно, к ведущему звену присоединена диада четвертого вида, состоящая из двух ползунов, связанных между собой вращательной парой С. Угловая скорость $\omega_A = Const.$ Для определения скорости точки С необходимо воспользоваться уравнением (2').

Уравнение скорости для точки С, принадлежащей звену П, имеет вид; $\bar{v}_c = \bar{v}_{cx} + \bar{v}_{ccx}$

и аналогично для звена Ш: $\bar{v}_c = \bar{v}_{cy} + \bar{v}_{ccy}$

Отсюда: $\bar{v}_{cx} + \bar{v}_{ccx} = \bar{v}_{cy} + \bar{v}_{ccy}$

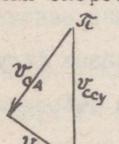
но по условию задачи: $\bar{v}_{cx} = \bar{v}_{cA} = \omega_A l_{AC}$; $v_{cy} = 0$

(т.к. направляющая y-y не имеет вращательного движения).

Окончательно: $\bar{\omega}_A l_{AC} + \bar{v}_{ccx} = \bar{v}_{ccy}$ (II)

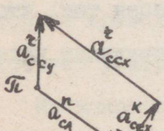
Вектор $\bar{\omega}_A l_{AC}$ – известен как по величине, так и по направлению, а для векторов v_{ccx} и v_{ccy} известны лишь направления – они параллельны звеньям I и Ш).

План скоростей



Из полюса сперва откладывается вектор $\bar{v}_{cx} = \bar{v}_{cA} = \bar{\omega}_A l_{AC}$, и за ним последовательно проводится прямая, параллельная направляющей x-x. Затем, опять из полюса, проводится прямая, параллельная направляющей y-y до пересечения с ранее проведенной прямой. Точка пересечения пря-

План ускорений



мых позволяет определить длину искомых векторов, а, следовательно, и модули скоростей v_{ccx} и v_{ccy}. Естественно этот план строится в масштабе скоростей. Стрелки у векторов проставляются так, чтобы были удовлетворено векторное уравнение скоростей.

Векторные уравнения ускорений могут быть написаны, воспользовавшись уравнением (2').

Для звена П $\bar{a}_c = \bar{a}_{cx} + \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}^{r}_{ccx}$

Для звена Ш $a_c = \bar{a}_{cy} + \bar{a}^{k}_{ccy} + \bar{a}^{r}_{ccy}$

Отсюда $\bar{a}_{cx} + \bar{a}^{k}_{ccx} + \bar{a}^{r}_{ccx} = \bar{a}_{cy} + \bar{a}^{k}_{ccy} + \bar{a}^{r}_{ccy}$ (I2)

Но, по условию, ускорения:

$\bar{a}_{cx} = \bar{a}_{cA} = \omega^2_A l_{AC}$; оно направлено вдоль направляющих к узлу А

$\bar{a}^{k}_{ccx} = 2\omega_A v_{ccx}$;

$\bar{a}_{cy} = 0$ т.к. направляющая не имеет вращательного движения

$\bar{a}^{k}_{ccy} = 0$

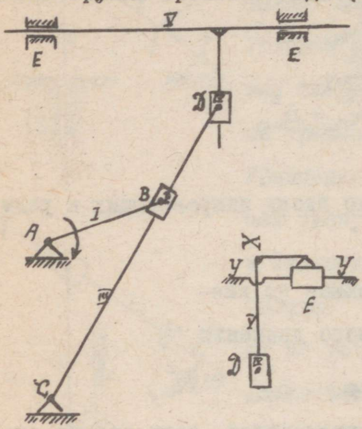
Окончательно имеем $\omega^2_A l_{AC} + 2\bar{\omega}_A v_{ccx} + \bar{a}^{r}_{ccx} = \bar{a}^{r}_{ccy}$

Направление Кориолисова ускорения определится, если вектор скорости $\bar{v}_{ccx}$ повернуть на 90^0 в направлении вращения направляющей. Неизвестными по величине остаются ускорения a^{r}_{ccx} и a^{r}_{ccy}, для которых известны только направления - вдоль соответствующих направляющих.

Из полюса π откладывается ускорение $\bar{a}_{cx}$ и за ним последовательно ускорение $\bar{a}^{k}_{ccx}$, из конца которого проводится линия, параллельная направлению ускорения a^{r}_{ccx}, т.е. параллельно образующей $x-x$. Затем из полюса проводится линия, параллельная направлению ускорения a^{r}_{ccy}, т.е. параллельно направляющей $y-y$, до пересечения с ранее проведенной линией. Точка их пересечения дает возможность определить модули искомых ускорений. Стрелки должны быть поставлены так, чтобы удовлетворялось уравнение ускорений.

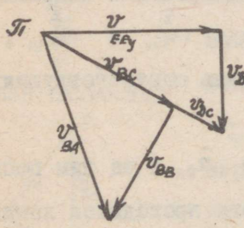
5. Механизм, имеющий группу вида № 5

Заданный механизм имеет ведущее звено АВ, к которому присоединена группа третьего вида (направляющаяся СД с ползуном В на



ней), а к точке Д через шарнир присоединена группа пятого вида, состоящая из двух поступательно-движущихся звеньев Е и Д. Одна из опор Е является пассивной связью и в дальнейшем не учитывается, т.к. наличие ее не изменяет степени подвижности механизма. Заданная на чертеже пара пятого класса Е наменяется ей равноценной, показанной рядом.

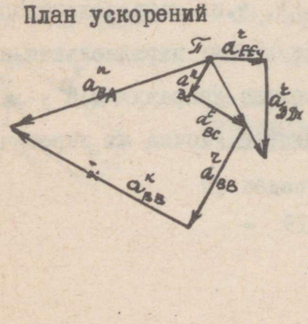
План скоростей



Определение v и a кулисного механизма было рассмотрено ранее, а поэтому составляются векторные уравнения для групп вида №5. Векторное уравнение скорости в точке Д пишеться, пользуясь уравнением (2) : $\bar{v}_Д = \bar{v}_{ДДx} + \bar{v}_{Дx}$

где $v_{ДДx}$ - скорость движения ползуна Д вдоль направляющей, x-x.

План ускорений



$\bar{v}_{Дx}$ - скорость точки Д, принадлежащей плоскости S, в относительном движении направляющей.

Векторное уравнение для скорости $\bar{v}_{Дx}$ пишется, пользуясь тем же уравнением (2). Оно имеет вид.

$$\bar{v}_{Дx} = \bar{v}_{EEy} + \bar{v}_{Ey}$$

где v_{EEy} - скорость движения ползуна Е вдоль направляющей y-y

v_{Ey} - скорость точки Е принадлежащей плоскости S_2 в относительном движении направляющей. Но направляющая неподвижна, и следовательно $v_{Ey} = 0$

Расчетное векторное уравнение скорости в точке Д таким образом имеет вид: $\bar{v}_Д = \bar{v}_{ДДx} + \bar{v}_{EEy}$ (I3)

Направление векторов $\bar{v}_{ДДx}$ и $\bar{v}_{EEy}$ известны, они параллельны: первый - направляющей x-x, а второй - направляющей y-y.

Проведя из конца вектора скорости $v_{ДE}$ линии, параллельные направляющим x-x и y-y, находим искомые скорости. Стрелки на чертеже проставляются так, чтобы было удовлетворено уравнение (II).

Векторные уравнения ускорения напишутся, базируясь на уравнении (2'). Оно принимает следующий вид:

для ползуна Д: $\bar{a}_Д = \bar{a}_{Дx} + \bar{a}^k_{ДДx} + \bar{a}^r_{ДДx}$

для ползуна Е $\bar{a}_{Дx} = \bar{a}_{Ey} + \bar{a}^k_{EEy} + \bar{a}^r_{EEy}$

Т.к. направляющая y-y неподвижна ускорения a^k_{EEy} и a_{Ey} равны нулю, а направляющая x-x имеет относительное движение прямолинейное, а, следовательно, ускорение $a^k_{ДДx}$ тоже равно нулю.

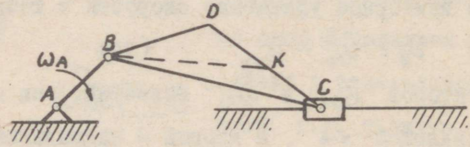
Окончательное векторное уравнение ускорения $a_Д$ пишется так: $\bar{a}_Д = \bar{a}^r_{EEy} + a^r_{ДДx}$ (I4)

Ускорения a^r_{EEy} и $a^r_{ДДx}$ направлены вдоль направляющих.

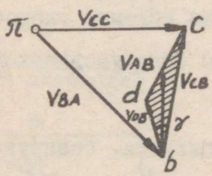
Поэтому, проведя из конца вектора a_{Dc} линии, параллельные направляющим, находим искомые ускорения. Стрелки проставляются по общему принципу.

IУ. Определение скоростей и ускорений точек, лежащих не на оси шатуна.

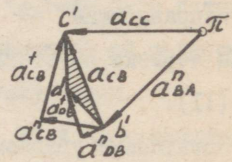
Задача по определению скорости и ускорения точек шатуна, не лежащих на его оси, решается пользуясь основными приемами, приведенными ранее. Ниже, для примера, решена эта задача для шатуна ВСД кривошипно-шатунного механизма.



План скоростей



План ускорений



Фигуры πbc и $\pi b'c'$ являются планами скоростей и ускорений для механизма АВС;

Для определения скорости в точке Д пишем, базируясь на уравнении (I), следующее векторное уравнение:

$$\bar{v}_D = \bar{v}_B + \bar{v}_{DB}$$

Вектор $\bar{v}_B$ показан был ранее на плане, а вектор $\bar{v}_{DB} = \omega_B l_{BD}$ [угловая скорость ω_B определена, пользуясь уже построенным планом скорости и равна $|\omega_B| = \left|\frac{v_{cB}}{l_{cB}}\right|$. Этот вектор откладывается на плане скоростей от точки "в" в направлении, перпендикулярном линии ВД, конечно в масштабе скорости, в котором построен весь план. Соединив конец этого вектора $\bar{v}_{DB}$,т.е. точку d с точкой С, имеем фигуру bdc ,подобную фигуре ВДС. Это можно доказать следующим образом:

Линия $bd \perp$ линии ВД; а линия $bc \perp$ ВС по построению. Следовательно, углы ДВС и dbc равны между собой, а стороны bd и bc пропорциональны сторонам фигуры шатуна ВДС. Отсюда следует, что план относительных скоростей bcd на плане скоростей механизма подобен фигуре самого звена ВСД и повернут по отношению к этому звену на угол 90^0 в сторону мгновенного центра вращения звена.

Для определения ускорения в точке Д пользуемся уравнением (I'). Оно имеет вид: $\bar{a}_D = \bar{a}_{BA} + \bar{a}_{DB}$

Уравнение ускорения в той же точке Д можно написать еще так:

$$\bar{a}_D = \bar{a}_c + \bar{a}_{Dc}$$

Так как полные относительные ускорения точек звена во вращательном движении пропорциональны радиусам вращения, имеем:

$$\frac{a_{DB}}{a_{cB}} = \frac{l_{BD}}{l_{Bc}} \quad ; \quad \frac{a_{Dc}}{a_{cB}} = \frac{l_{cD}}{l_{Bc}}$$

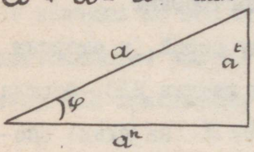
или, заменяя отношение действительных величин отрезками, их изображающими, пишем:

$$\frac{b'd'}{b'c'} = \frac{BD}{BC} \quad и \quad \frac{c'd'}{b'c'} = \frac{CD}{BC}$$

Эти уравнения показывают, что стороны треугольника ВДС на плане механизма пропорциональны сторонам треугольника $b'd'c'$ на плане ускорений, т.е. фигура ВСД подобна фигуре $b'd'c'$. Так как фигура составлена из полных относительных ускорений, ее можно назвать планом относительных ускорений звена ВСД.

Отсюда вывод: план относительных ускорений звена на плане ускорений механизма подобен фигуре самого звена, но повернут по отношению к этому звену на угол $180 - \varphi$ Этот угол находится из следующих уравнений

$\bar{a}^n + \bar{a}^t = a$ или $a = \sqrt{(\omega^2 l)^2 + (\varepsilon l)^2} = l\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$



$tg\varphi = \frac{a^t}{a^n}$ т.е. угол φ равен углу между полным относительным ускорением и нормальным ускорением.

TPI rotaprint, 1961. Trükipoognaid 1,5
Tiraaž 300 eks. MB 05433. Tell. nr. 81
Hind 5 kop.

Hind 5 kop.