O. RÜNK
H. ROOS

Matemaatika ÕPIK

V KLASSILE

RK

„PEDAGOOGILINE KIRJANDUS" • TALLINN • 1946

O. RÜNK JA H. ROOS

Matemaatika

ÕPIK JA HARJUTUSTIK

V ÕPPEAASTA

RK

„PEDAGOOGILINE KIRJANDUS“

TALLINN 1946

ARITMEETIKA.

I. Seniste teadmiste kordamine ja laiendamine. Arvutamisoskuse arendamine.

§ 1. Loendamine, loetlemine ja järjestamine.

1. Loendamine.

a. Igapäevases elus tuleb meil väga sagedasti teha kindlaks, mitu üksik-eset on mingis esemete kogus. Koolielus tuleb lausa iga päev vastata näiteks järgmistele küsimustele:

Mitu õpilast on täna klassis?
Mitu õpilast täna puudub?
Mitu pioneeri on selles klassis?
Mitu korda on keegi hilinenud?

Niisugustele küsimustele vastuse saamiseks tuleb küsimuse all olevaid esemeid (õpilased, hilinemised jm.) l o e n d a d a.

Esemete loendamine tähendab kõikide esemete nimetamist ükshaaval järjestikuste arvsõnadega: üks, kaks, kolm, neli, viis, kuus, seitse jne.

Arv, millega loendamisel nimetatakse viimast eset kogus, on selle kogu esemete l o e n d a m i s e t u l e m u s.

Loendamise tulemus on alati täisarv.

Täisarvude real pole lõppu.

Loendamise kiiremaks teostamiseks loendatakse väiksemaid esemeid, nagu munad, õunad, nööbid, metallrahad jm., harilikult paarikaupa, nimetades võetud paare järjestikuste paarisarvudega: kaks, neli, kuus, kaheksa, kümme, kaksteist jne.

1. Esemeid paarikaupa loendades on jõutud arvuni 102;

viimane ese, mis osutub üksikuks, on veel loendamata. Mis tuleb siis loendamise tulemuseks?

2. Loendada:

1) aknad oma koduelamus;

2) oma isiklikud raamatud;

3) üksikud riietusesemed oma praeguses riietuses;

4) rukkiterad ühes rukkipeas;

5) aastaringid mõne puukännu peal või palgi otsas.

3. Loendada oma sammude arv teel kodust kooli (või koolist koju). Võrreldes klassi kõigi õpilaste sammude arvu kodu ja kooli vahelisel teel otsustada, kellel on koolitee tõenäoliselt kõige lühem ja kellel kõige pikem.

4. Hea nägemisega silm leiab selgel sügisööl Taeva Sõelast 7 tähte. Proovida oma nägemisteravust loendades tähti Taeva Sõelas.

5. Selgel talveööl võib palja silmaga nähtavaid tähti loendada kuni 3000. Taeva teisel poolel (silmapiiri all) on neid näha umbes samapalju. Loendada nähtavaid tähti taevas pool tundi pärast päikese loojenemist. Võrreldes oma loendamise tulemust pinginaabri tulemusega teha järeldus oma ja pinginaabri nägemise teravuse kohta.

6. * Mitu tähte on taevas? [1]

7. Loendada eraldi kõik täishäälikud (a, e, i, o, u, õ, ä, ö, ü) käesoleva raamatu sellel leheküljel. Missugune täishäälik esineb eesti keeles tõenäoliselt kõige sagedamini, missugune kõige harvemini?

8. Loendada eraldi kõik kahetähelised, kolmetähelised, neljatähelised jne. sõnad selle raamatu sellel leheküljel. Missuguse tähtede arvuga sõnu näib esinevat eesti keeles kõige sagedamini?

[1] Tähekesega märgitud ülesanded kas kalduvad sisult kõrvale matemaatika valdkonnast või on küll matemaatilist laadi, aga nõuavad lahendamisel erilist taibukust või võtteid väljaspool selle õpikuga antud teadmiste raame.

9. Loendada kõik käepigistused, mis leiavad aset nelja (viie, kuue) sõbra kohtumisel, kui kõik sõbrad teretavad üksteist kättpidi. (Korraldada kaasõpilastega vastav katse!)

10. Mida võib öelda loendamise tulemuse kohta, kui loendamisel on üks ese vahele jäänud, aga mingit teist eset on arvestatud kaks korda?

11. Mitme võrra erineb loendamise tulemus esemete tõelisest arvust, kui loendamisel on üht eset arvestatud kolm korda ja viis eset on jäänud arvestamata?

12. Kas loendamise tulemus oleneb sellest, mis järjekorras võetakse loendatavaid esemeid?

b. Kui esemeid on palju ja need paiknevad läbisegi või koguni liiguvad (näit. kooliõpilased vahetunni ajal, lendav linnuparv), siis osutub nende loendamine üsna keeruliseks toiminguks, mistõttu loendamisel võib kergesti eksida — mõni ese võib tulla arvestamisele mitu korda ja mõni võib jääda arvestamata. Raskus seisneb siin selles, et loendamise jooksul ei saa hoida lahus juba loendatud esemeid nendest, mis on veel loendamata. Väikeste ja paigalpüsivate esemete loendamisel saadakse sellest raskusest üle nii, et loendamisel tõstetakse esemeid ühest kohast teise; suuremad esemed aga, kui võimalik, seatakse ritta. Ridastatud esemeid on hõlpus loendada ka nende liikumisel (näiteks rivis lendavaid lennukeid, sõitva rongi vaguneid, kurgi rändlennul jm.).

13. Kehalise kasvatuse tunnis klass ühte viirgu rivistatud õpilasi loendab ennast harilikult ise vastava käskluse peale. Kuidas see toimub?

14. Kas riigis rahvaloendust korraldades on mõeldav inimeste ridastamine?

15. Suure loomakarja loendamisel lastakse loomad minna ükshaaval läbi kitsa värava. Mispärast?

16. Kas õunu on mõistlikum loendada enne või pärast puu otsast võtmist? Põhjendada oma arvamist.

17. * Miks pardikarjus otsustas hakata hanekarjuseks?

2. Loetlemine ja esemete järjekord.

a. Tuleb teha vahet loendamise ja loetlemise vahel. Loendamine tähendab esemete nimetamist arvsõnadega; **loetlemine** aga on esemete nimetamine nende õigete nimedega. Loendamine annab vastuse küsimusele: mitu eset on kogus. Loetelu aga vastab küsimusele: missugused esemed nimelt on kogus.

Näiteks on maailmajagude loetelu:

Aafrika, Aasia, Ameerika, Austraalia, Euroopa,

aga loendus:

üks, kaks, kolm, neli, viis.

b. Loendamisel pole esemete järjekord oluline; esemeid loetellakse aga harilikult mingis kindlas järjekorras. Järjestamise aluseks võib võtta näiteks esemete tähtsuse, suuruse, vanuse, väärtuse jne.

Kirjutatud loetelu kutsutakse nimekirjaks ehk nimistuks. Nimistud koostatakse sageli nimede tähestikulises järjekorras. Kas maailmajagude loetelu eespool on antud tähestikulises järjekorras? Pikemate nimistute korral kirjutatakse järjestikused nimed üksteise alla (ühte veergu), mitte üksteise kõrvale (ühte ritta). Kui nimede ette on kirjutatud ka järjestikused arvud, siis nimistu loetleb ja ühtlasi ka loendab mingi kogu liikmeid.

18. Koostada tänavuste õppeainete nimistu esialgu vabas järjekorras ja korrastada see siis tähestikulisse järjekorda.

19. Vastavalt oma eelarvamustele ja kogemustele loetella kõik tänavused õppeained esiteks nende tähtsuse, siis raskuse ja lõpuks huvitavuse järjekorras.

20. Loetella kõik oma perekonnaliikmed nende vanuse järjekorras, alustades kõige vanemast.

21. Loetella kõik praegu käibel olevad rahad nende suuruse järjekorras, alustades kõige väiksemast.

22. Koostada oma klassi õpilaste nimistu esialgu õpilaste

klassis istumise plaani järgi ja korrastada see siis tähestikulisse järjekorda.

23. ENSV suuremate jõgede pikkused kilomeetrites on järgmised: Emajõgi — 96, Jägala — 91, Kasari — 105, Keila — 96, Pirita — 91, Piusa — 93, Pärnu — 145, Väike-Emajõgi — 79.

Kontrollida, kas see jõgede nimistu on koostatud jõgede tähestikulises järjekorras.

Loetella neid jõgesid nende pikkuse järjekorras, alustades kõige pikemast.

24. Raamatukogu kataloogid (raamatute nimistud) koostatakse harilikult raamatute autorite tähestikulises järjekorras, raamatud ise aga seisavad riiulis nende numbrite suuruse järjekorras. Põhjendada seda, et just niisugused järjestused on raamatukogus otstarbekohased.

25. Loetella neid omadusi, mis sobiksid hästi võtta õpilaste järjestamise aluseks. Loendada need omadused oma saadud loetelus.

26. Õpilane loendas oma sammud kodust kooli ja sai tulemuseks 786; loendades oma sammusid koolist koju sai ta aga tulemuseks 742. Kas võib sellest järeldada, et samade esemete loendamise tulemus oleneb esemete loendamise järjekorrast?

§ 2. Kümnendsüsteem ja meetermõõdustik.

1. Kümnendsüsteem.

a. Kõik arvud, kuitahes suured või väikesed, on kirjutatavad kasutades ainult kümmet numbrimärki:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

See osutub võimalikuks toimides järgmiselt.

Ü k s ehk ü h e l i n e on p õ h i ü h i k. Üheksale järgneva arvu nimetame k ü m n e k s ja võtame selle uute ühikute moodustamise aluseks.

Moodustame esmalt põhiühikust s u u r e m a i d ühikuid nii, et **iga järgmine koosneb kümnest eelmisest** ja anname igale uuele ühikule oma nime. Nende ühikute loetelu kasvavas suuruse järjekorras, alustades põhiühikust üks, on järgmine:

üks, kümme, sada,
tuhat, kümme tuhat, sada tuhat,
miljon, kümme miljonit, sada miljonit,
miljard ehk biljon, kümme miljardit, sada miljardit,
triljon, kümme triljonit, sada triljonit jne.[1]

Veel suuremaid ühikuid võib sama põhimõtte järgi kuitahes palju juurde moodustada; neile igaühele oma nime andmiseks on aga vaja luua juurde järjest uusi arvsõnu.

Kõiki neid põhiühikust suuremaid ühikuid nimetatakse ühiselt **täisühikuteks**. Täisühikuid üks, kümme, sada jne. nimetatakse teisiti ka üheliseks, kümneliseks, sajaliseks jne., ühiselt **täisühikulisteks**.

b. Moodustame nüüd põhiühikust **väiksemaid** ühikuid nii, et **iga eelmine koosneb kümnest järgmisest**, ja anname jälle igale uuele ühikule oma nime. Nende ühikute loetelu kahanevas suuruse järjekorras, alustades sellest, mis põhiühikule vahetult järgneb, on niisugune:

kümnendik, sajandik, tuhandik,
kümne-tuhandik, saja-tuhandik, miljondik,
kümne-miljondik, saja-miljondik, miljardik jne.

Kõiki neid põhiühikust väiksemaid ühikuid nimetatakse ühiselt **kümnendühikuteks**.

c. Mingit ühikut korduvalt võtma hakates saame võtta teda kõige rohkem üheksa korda, sest kümnendat korda võttes oleme võtnud juba ühe uue ühiku, nimelt selle, mis parajasti koosneb võetud kümnest ühikust. Võttes näiteks kümme saja-

[1] Füüsikas ja astronoomias nimetatakse miljonist suuremaid ühikuid teisiti; siin antud nimetusi kasutatakse kaubanduslikus praksises. Ka esineb suurte ühikute nimetustes lahkuminekuid üksikute riikide vahel.

list, saame juba ühe tuhandelise. Sellest selgubki, et numbrimärke pole tõesti rohkem vaja kui üheksa.

Otsustame paigutada samanimeliste ühikute arvu (s. o. ülimalt 9) nii, et tema asukoht näitab ühtlasi, missuguseid ühikuid ta loendab. Lihtsamalt öeldud: igal ühikuliigil olgu oma kindel koht.

Et kümnendühikulised oleksid täisühikulistest selgesti eraldatud, kirjutame nende vahele koma. Komast suunaga vasakule paigutame kõik täisühikulised, kasvavas suuruse järjekorras. Komast suunaga paremale paigutame kõik kümnendühikulised, kahanevas suuruse järjekorras.

Kui mingile kohale vastavaid ühikuid parajasti pole, siis kirjutatakse sellele kohale null.

Kui kümnendühikulisi üldse ei esine, siis jäetakse koma ära.

Kui täisühikulisi üldse ei esine, siis koma kirjutatakse, ja pealegi üheliste koht täidetakse nulliga.

Näiteks kirjutis 3002,57 näitab, et tuhandelisi on 3, sajalisi ega kümnelisi pole, ühelisi on 2, kümnendikke 5 ja sajandikke 7. Loeme seda arvu nii: kolm tuhat kaks koma viiskümmend seitse.

Kirjutis 150 000 000 näitab, et saja-miljonilisi on 1, kümne-miljonilisi on 5 ja muid ühikuid polegi; seda arvu loeme nii: sada viiskümmend miljonit.

Kirjutis 0,000 821 näitab, et kümne-tuhandikke on 8, sajatuhandikke 2 ja miljondikke 1; seda arvu loeme kas nii: null koma null null null kaheksa kaks üks, või nii: null koma kolm nulli kaheksasada kakskümmend üks, või nii: kaheksasada kakskümmend üks miljondikku.

Ühikute moodustamist ja arvude kirjutamist eespool kirjeldatud viisil nimetatakse **kümnendsüsteemiks.**

d. Parema ülevaate saamiseks arvude pikkadest kirjutistest jaotatakse arvu numbrikohad kolmekohalisteks salkadeks, alustades komast, nii vasakule kui ka paremale poole. Neid salku nimetatakse *klassideks*. Arvude kirjutamisel eraldatakse klassid üksteisest suurema vahemaaga numbrite vahel.

Täisühikuliste klassid, komast vasakule poole, paiknemise järjekorras loeteldult, on järgmised: lihtühikuliste klass, tuhandeliste klass, miljoniliste klass, miljardiliste klass jne.:

$$\underbrace{39}_{\text{miljardilised}}\ \underbrace{142}_{\text{miljonilised}}\ \underbrace{706}_{\text{tuhandelised}}\ \underbrace{850}_{\text{lihtühikulised}}$$

Nagu lihtühikuliste klassis on ühelised, kümnelised ja sajalised, nii on tuhandeliste klassis ühe-, kümne- ja sajatuhandelised, miljoniliste klassis ühe-, kümne- ja saja-miljonilised jne.

Ka kümnendühikulisi võib jaotada kolmekohalisteks klassideks, alustades komast ja liikudes paremale.

Märkus. Sageli nimetatakse arvu kirjutises mingil *kohal* esinevat numbrit ennast ka *kohaks*. Näiteks arvus 2563 seisab esimesel kohal number 2, öeldakse aga ka, et selle arvu esimene koht on 2. Samuti öeldakse ka, et näiteks arvu 2,56 teine kümnendkoht on 6.

e. Arvu, milles esineb kümnendühikulisi, nimetatakse ka *kümnendmurruks*. Koma jaotab kümnendmurru kirjutise *täisosaks* ja *murdosaks*.

Nihutades arvus koma ühe koha võrra *paremale*, muutub arv 10 korda *suuremaks*, sest kõik tema numbrid tähendavad siis 10 korda suuremaid ühikuid kui enne. Samuti suureneb arv 100, 1000 jne. korda, kui koma nihutatakse paremale kahe, kolme jne. koha võrra.

Samuti võib toimetada arvu *vähendamist* 10, 100, 1000 jne. korda, nihutades temas koma *vasakule* ühe, kahe, kolme jne. koha võrra.

Täisarvus mõeldakse seejuures koma paiknevat üheliste koha järel.

Lugeda ja kirjutada sõnadega järgmised arvud:

27.	73 800 024	28.	3,141 6
	212 045 900		2,718 282
	5 666 000 000		57,050 5
	64 405 963 740		0,000 04
	300 768 005 005		0,000 003 25

29. Kirjutada järgmine tekst ümber nii, et selles esinevad arvud oleksid kirjutatud sõnadega:

Päikese kaugus Maakerast on 150 000 000 km ja Kuu kaugus 380 000 km. Maakeral elab kokku ümmarguselt 2 000 000 000 inimest, neist umbes 500 000 000 elab Euroopas. Rahvaloenduse andmeil elas Eestis aastal 1934 (1. III) kokku 1 126 413 inimest, neist 528 888 meessoost.

30. Kirjutada numbritega järgmised arvud:

1) kaheksa miljardit kuussada tuhat viiskümmend kuus;
2) kaks koma null kolmkümmend üks;
3) kaks tervet ja viisteist sajandikku;
4) nelikümmend kaheksa kümne-miljondikku;
5) üks biljondik.

31. Missugused arvud on järgmistest arvudest a) kümme, sada, tuhat korda suuremad, b) kümme, sada, tuhat korda väiksemad:

42; 5,4; 62,3; 7,248; 0,004; 5462; 405,28?

32. Suurendada järgmisi arve

a) kümme korda:

1) 37; 56,2; 7,68; 43,74; 0,8; 175; 1210,5;

2) 0,156; 6786; 300; 0,0657; 346,81; 3,0078;

b) sada korda:

1) 545; 12,54; 1,164; 28,35; 25; 18,6; 192,2;

2) 0,67; 6326; 7300; 0,10451; 126,505; 0,001;

c) tuhat korda:

1) 251; 37,4; 0,0756; 0,606; 16; 21,36; 11,714;

2) 0,0452; 41518; 54,8; 7,105; 0,5; 0,000012.

33. Vähendada järgmisi arve

a) kümme korda:

1) 6700; 540; 68; 7; 141,5; 640,3; 38,25; 5,37;

2) 0,3; 0,1; 0,44; 0,156; 8,07; 16,106; 0,459;

b) sada korda:

1) 4700; 230; 56; 9; 9520; 836; 46,4; 8,7; 0,156;

2) 0,607; 5,631; 7,049; 526,7; 894,69; 0,2; 0,004;

c) tuhat korda:

1) 67000; 8600; 720; 84; 7624,5; 364,07; 95,6;

2) 95,6; 8; 1647,75; 0,17; 3,055; 560000; 0,0045.

2. Meetermõõdustik.

a. Kümnendsüsteemi eeskujul on loodud ka meetermõõdustik. Meetermõõdustikus on pikkuse põhiühikuks **meeter** (m). Meetri pikkus on saadud nii, et Maakera veerand-ümbermõõdust on võetud 1 kümne-miljondik.

Meetrist moodustatakse suuremaid ja väiksemaid ühikuid täpselt samuti, nagu seda tehakse arvude juures, ainult ühikute nimed on teistsugused. Ühikud

meeter, dekameeter, hektomeeter ja kilomeeter (km) vastavad täisühikutele üks, kümme, sada ja tuhat.

Ühikud

detsimeeter (dm), sentimeeter (cm) ja millimeeter (mm) vastavad kümnendühikutele kümnendik, sajandik ja tuhandik.

b. Pikkusühikutest tuletatakse ka pindalaühikud ehk ruutühikud ja ruumalaühikud ehk kuupühikud.

Pindala põhiühikuks on **ruutmeeter** (m^2), s. o. niisuguse ruudu pindala, mille külje pikkus on 1 meeter.

Ruumala põhiühikuks on **kuupmeeter** (m^3), s. o. niisuguse kuubi ruumala, mille serva pikkus on 1 meeter.

Pindala ja ruumala jaoks saadakse kõik suuremad ja väiksemad ühikud, võttes ühikruudu küljeks või ühikkuubi servaks meetrist suuremad ja väiksemad pikkusühikud.

Nii on ruutdekameeter ehk **aar** niisuguse ruudu pindala, mille küljepikkus on 1 dekameeter ehk 10 meetrit; ruuthektomeeter ehk **hektaar** (ha) on niisuguse ruudu pindala, mille küljepikkus on 1 hektomeeter ehk 100 meetrit. Hektaarist suurem pindalaühik, mida veel tegelikus elus tarvitatakse, on r u u t k i l o m e e t e r (km^2).

Ruutmeetrist väiksemad pindalaühikud on r u u t d e t s i m e e t e r (dm^2), r u u t s e n t i m e e t e r (cm^2) ja r u u t m i l l i m e e t e r (mm^2). Samuti kuupmeetrist väiksemad ruumalaühikud on k u u p d e t s i m e e t e r (dm^3), k u u p s e n t i m e e t e r (cm^3) ja k u u p m i l l i m e e t e r (mm^3). Kuupdetsimeetri lühem nimi on l i i t e r (l). Liitri nime kasutatakse peamiselt vedelikkude ruumala mõõtmisel.

Liitrit põhiühikuks võttes saadakse temast kümnendsüsteemi alusel järgmised suuremad ja väiksemad ühikud:

d e k a l i i t e r (s. o. 10 l), h e k t o l i i t e r (s. o. 100 l) ja k i l o l i i t e r (s. o. 1000 l);

d e t s i l i i t e r (s. o. 0,1 l), s e n t i l i i t e r (s. o. 0,01 l) ja m i l l i l i i t e r (s. o. 0,001 l).

Kiloliiter tähendab sama, mis m^3; milliliiter sama mis cm^3.

Puitmassi mõõduühikuna nim. kuupmeetrit t i h u m e e t r i k s.

c. K a a l u põhiühikuks on **gramm** (g), s. o. ühe kuupsentimeetri vee kaal. Grammist suuremad kaaluühikud on

d e k a g r a m m, h e k t o g r a m m ja k i l o g r a m m (kg)

ning grammist väiksemad kaaluühikud on

d e t s i g r a m m, s e n t i g r a m m ja m i l l i g r a m m (mg).

Kilogrammile järgnev suurem kaaluühik (10 kg) pole saanud omale erinime, küll on aga oma nimed veel temale järgneval kahel suuremal ühikul, need on **tsentner** (ehk kvintal) = 100 kg ja **tonn** (t) = 1000 kg.

Kilogramm on liitri vee kaal, sest 1 l on 1000 cm^3 ja 1 kg on 1000 g.

Tonn on kuupmeetri vee kaal, sest 1 m^3 on 1000 l ja 1 t on 1000 kg.

d. Keha **erikaal** on selle keha aine ühe kuupsentimeetri kaal grammides ehk ühe kuupdetsimeetri (liitri) kaal kilogrammides ehk ühe kuupmeetri kaal tonnides.

Mõnede tähtsamate ainete erikaalud:

Õhk	0,0013	Alumiinium	2,7
Kork	0,2	Inglistina	7,3
Piiritus	0,8	Raud	7,8
Jää	0,9	Vask	8,9
Vesi	1,0	Hõbe	10,5
Liiv (kuiv)	1,4	Kuld	19,3

34. Eespool antud meetermõõdustiku kirjelduse põhjal koostada tabel eraldi pikkuse, pindala, ruumala ja kaaluühikute võrdlemiseks vastava põhiühikuga.

35. Avaldada sentimeetrites pikkused: 23 m; 3 km 75 m; 7 dm 5 cm; 1 m 6 dm 7 cm 9 mm; 534,4 m.

36. Avaldada kilomeetrites pikkused: 75 km 250 m 95 cm; 12 dm 8 cm 5 mm; 8456 cm; 0,431 m.

37. Ülesande nr. 31 andmeil avaldada Päikese ja Kuu kaugus Maakerast sentimeetrites.

38. Avaldada kilogrammides järgmised kaalud: 7200 g; 53,6 g; 78 kg 15 g 325 mg; 5 t 6 kg; 0,00045 t; 3 mg.

39. Mitu ruutmeetrit on üks aar, üks hektaar, üks ruut-

kilomeeter? Mitu aari on üks hektaar? Mitu hektaari on üks ruutkilomeeter?

40. Talukoha suurus on 17,4 hektaari; avaldada selle talukoha suurus ruutkilomeetrites.

41. Avaldada hektaarides pindalad: 0,25 km^2; 0,9 aari; 1455 m^2; 1 km^2 73 ha 7 a; 1 cm^2.

42. Mitu kuupsentimeetrit on üks kuupmeeter? Mitu kuupmillimeetrit on üks liiter? Mitu liitrit on üks kuupsentimeeter?

43. Palgis on 0,898 tihumeetrit puitu. Mitu dm^3 see on?

44. Teades, et õhu erikaal on 0,0013, avaldada ühe kuupmeetri õhu kaal grammides.

45. Kas veoautole kandejõuga 4,5 tonni tohib panna koormaks ühe kuupmeetri rauda?

46. Kas jaksan korgist kuupmeetrit tõsta?

47. Kas ajaühikud (sekund, minut, tund, ööpäev) on loodud kümnendsüsteemi alusel?

48. Kas rahaühikud (kopik, rubla, tšervonets) on loodud kümnendsüsteemi alusel?

49. *Kumb on raskem, kas 1 kg tina või 1 kg villu?

§ 4. Liitmine.

1. Kaks karjapoissi ajasid oma karjad kokku. Ühel oli karjatada 12 looma, teisel 7 looma. Mitu looma on neil nüüd ühises karjas?

Vastuse võiksime siin saada loendamisega:

$$\underbrace{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ 10,\ 11,\ 12,}_{\text{ühe karja loomad}} \ \text{ja}\ \underbrace{13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18,\ 19.}_{\text{teise karja loomad.}}$$

Loendamisel viimaseks nimetatud arv on siin 19, seega poistel on nüüd karjatada 19 looma.

Niisugune mitme hulga esemete ühisloendamine on aluseks juurdepanemise ehk **liitmise** tehtele.

Arve, mis saadakse hulki eraldi loendades, nimetatakse liidetavateks; ühisloendamisel saadud arv on **summa.** Liitmistehte märgiks on liidetavate vahele kirjutatav ristikujuline märk, nimega **pluss.**

12	+	7	=	19
liidetav	pluss	liidetav	võrdusmärk	summa

Võrdusmärki loetakse harilikult sõnaga „on".

2. Liidetavaid võib olla kuitahes palju. Kui liidetavaid on palju ja need on pealegi suured arvud, siis ei kirjutata neid mitte ühte ritta, vaid ühte veergu, samanimelised ühikud kohakuti. Liitmist alustatakse kõige parempoolsemast numbriveerust, s. t. kõige väiksemaist ühikuist. Veeru numbrite summa võib tulla nii suur, et selles leidub juba kõrgema järgu ühikuid; need kantakse üle järgmise veeru numbrite hulka, kirjutades neid väikeselt ja kaarekesega eraldatult järgmise veeru kohale üles. Näiteid:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,3\,2\,1} \\ 4\,868 \\ 12\,932 \\ 96\,915 \\ 4\,390 \\ \hline 119\,105 \end{array} \quad \longleftarrow \text{ ülekande-numbrid } \longrightarrow \quad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\;2\,1} \\ 0{,}435 \\ 2{,}506 \\ 0{,}094 \\ 1{,}990 \\ \hline 5{,}025 \end{array}$$

M ä r k u s: Kui ühte veergu kirjutatud arve liideti suunaga ülalt alla, siis liitmist kontrollides liidetakse neid suunaga alt üles, või ümberpöördult.

Kui ühes veerus kaks või kolm järjestikust numbrit annavad summaks 10, siis liidetakse need kohe korraga, sest kümne liitmine on lihtsam. Ka niisuguseid numbripaare, mis annavad summaks 11 või 12 (näiteks 4 ja 7, 3 ja 9), on hõlpsam liita kohe summana. Näiteks liitmist

$$\underbrace{4+6}_{10}\underbrace{+8}_{\to 18}\underbrace{+9+1}_{\to 28}\underbrace{+5+6}_{\to 39}\underbrace{+3+7}_{\to 49}=49$$

on väga hõlpus teostada, kui liidetavaid liitmisel nii rühmitatakse, nagu näidatud.

50. Teostada järgmised liitmised, otsides numbriveergudest kümneid andvaid numbripaare või -kolmikuid:

1) 85 439	2) 113,42	3) 14,352
345 071	53,68	6,125
112 802	9,27	0,007
40 278	26,03	1,190
19 763	0,08	192,816

51. Teostada järgmised liitmised, liidetavaid enne ühte veergu kirjutades:

1) $106\,420 + 39 + 4508 + 10\,233 + 9065$

2) $12\,086\,530 + 5\,006\,840 + 270\,068\,000$

3) $5{,}867 + 0{,}036 + 239{,}202 + 0{,}555 + 0{,}363$

3. Kuna loendamine ei olene esemete loendamise järjekorrast, siis ka

summa ei olene liidetavate järjekorrast;

sest on ju liitmine mitme hulga esemete koosloendamine. See asjaolu võimaldab mõnikord liitmist hõlbustada sel teel, et muudetakse antud liidetavate järjekorda. Näide:

$$482 + 57 + 18 = 482 + 18 + 57 = 500 + 57 = 557$$

Liidetavate järjekorra muutmisel on mõtet muidugi ainult siis, kui leidub sääraseid liidetavaid, mis liituvad ümmarguseks arvuks või mingiks eriliseks lihtsakujuliseks arvuks.

52. Liita peast, liidetavate järjekorda enne mõttes sobivalt muutes:

1) $13 + 69 + 7$	2) $11 + 238 + 89$
$48 + 37 + 12$	$154 + 39 + 46$
$22 + 16 + 8$	$87 + 94 + 106$

53. Liita peast, liidetavate järjekorda enne mõttes sobivalt muutes:

1) $85 + 77 + 15 + 23 + 21$

2) $205 + 18 + 400 + 42 + 95$

3) $6{,}65 + 0{,}75 + 15{,}52 + 7{,}35 + 0{,}48$

54. Liita peast:

1) järjestikused paarisarvud kahest kuni kaheteistkümneni;

2) järjestikused paarituarvud ühest kuni üheteistkümneni;

3) järjestikused täisarvud ühest kuni kümneni.

4. Liitmine on hõlpsam, kui üks liidetav on ümmargune arv (lõpeb ühe või mitme nulliga). Uurime, kuidas muutub summa, kui üht liidetavat suurendame või vähendame mingi arvu võrra. Suurendust või vähendust sobivalt valides võime muuta ühe liidetava ümmarguseks arvuks, mistõttu liitmine muutub lihtsamaks.

Näiteid:

1) $68 + 27 = 95$	2) $7{,}3 + 1{,}8 = 9{,}1$
$70 + 27 = 97$	$7{,}0 + 1{,}8 = 8{,}8$
$70 + 25 = 95$	$7{,}0 + 2{,}1 = 9{,}1$

Esimeses näites on esiteks üht liidetavat (68) kahe võrra suurendatud; summa on ka kahe võrra suurenenud. Endise summa (95) saame, kui teist liidetavat (27) kahe võrra vähendame.

Teises näites on esiteks üht liidetavat (7,3) vähendatud 0,3 võrra; summa on vähenenud sama võrra. Endise summa (9,1) saame, kui teist liidetavat (1,8) 0,3 võrra suurendame.

Kokkuvõttes:

1) **kui suurendame üht liidetavat mingi arvu võrra, siis suureneb summa sama arvu võrra;**

2) **kui vähendame üht liidetavat mingi arvu võrra, siis väheneb summa sama arvu võrra;**

3) **kui suurendame üht liidetavat mingi arvu võrra ja vähendame teist liidetavat sama arvu võrra, siis summa ei muutu.**

55. Kasutades summa omadusi liita peast:

1) 29 + 65	2) 88 + 45	3) 167 + 225	4) 206 + 348
42 + 79	17 + 49	302 + 487	1003 + 888
38 + 47	69 + 56	293 + 368	987 + 369
93 + 68	71 + 84	407 + 569	553 + 274
28 + 99	83 + 79	628 + 186	681 + 344

56. Kasutades summa omadusi liita peast:

1) 4,6 + 7,9	2) 14,8 + 5,7	3) 0,97 + 1,03
0,9 + 4,7	3,1 + 16,8	3,70 + 5,46
8,4 + 0,8	18,9 + 0,7	0,68 + 0,05
5,9 + 3,7	24,8 + 14,2	9,92 + 0,38
7,2 + 5,8	35,4 + 0,9	2,17 + 1,93

57. Liita peast:

1) 38 + 12 + 5	2) 23 + 29 + 11
47 + 23 + 8	43 + 78 + 22
85 + 15 + 12	56 + 47 + 44
126 + 44 + 18	37 + 43 + 51

58. Liita peast:

1) 1 + 10 + 100 + 1000 + 10000
2) 1 + 11 + 111 + 1111 + 11111
3) 1234 + 4321 + 1133 + 3311
4) 99999 + 9999 + 999 + 99 + 9

59. *

```
  s e n d
  m o r e
---------
m o n e y
```

Kõrval on teostatud üks liitmine „salakirjas". Tähtede asemele tuleb siin panna numbrid nii, et sama tähe kohal esineks ikka sama number ja et liitmine saaks õige. (Siin esinevad sõnad on ingliskeelsed ja tähendavad: „saada rohkem raha").

§ 5. Lahutamine.

1. Kui summa ja üks liidetav on antud, siis saab teist liidetavat määrata.

Näide. Mis arv tuleb liita arvuga 17, et saada summaks 23?

$$17 + ? = 23.$$

Loendamise teel saame oma küsimusele vastuse järgmiselt. Loendame arvust 17 edasi kuni jõuame antud summani 23:

18, 19, 20, 21, 22, 23.

Nüüd loendame, mitu arvu oli seejuures vaja nimetada:

1, 2, 3, 4, 5, 6.

Järelikult otsitav liidetav on 6. Tõesti:

$$17 + 6 = 23.$$

Niisugust tehet, kus antud summa ja ühe liidetava järgi määratakse teine liidetav, nimetatakse äravõtmiseks ehk **lahutamiseks.** Antud summat nimetatakse seejuures **vähendatavaks,** antud üht liidetavat **lahutatavaks** ja määratavat teist liidetavat **vaheks.** Näiteks arv 6 on arvude 23 ja 17 vahe. Edaspidi kirjutame lahutamistehet harilikult nii:

$$\underset{\text{vähendatav}}{23} \quad \underset{\text{miinus}}{—} \quad \underset{\text{lahutatav}}{17} \quad = \quad \underset{\text{vahe}}{6}$$

Märk „—" vähendatava ja lahutatava vahel on lahutamismärk ehk **miinus.**

Peame meeles, et

vahe on arv, mis lahutatavaga liites annab vähendatava.

Seda asjaolu kasutame eriti peast lahutamisel; näiteks

$$15 - 6 = 9, \text{ sest } 6 + 9 = 15.$$

2. Suuremate arvude lahutamist teostatakse kirjalikult, kusjuures lahutatav kirjutatakse vähendatava alla nii, et samanimelised ühikud jäävad kohakuti; lahutatava ette kirjutatakse miinus-märk. Lahutamist alustatakse kõige väiksemaist ühikuist. Kui mingis veerus lahutamine pole otseselt võimalik sel põhjusel, et lahutada tuleks suurem number väiksemast, siis võetakse vähendatava järgmise koha ühikuist üks suurem ühik ja lisandatakse see (kümneks peenendatult) käsiloleva veeru ühikuile; järgmises veerus lahutamist toimetades tuleb siis muidugi seda võttu arvestada. Et see ei ununeks, võib märkida võtmist punktiga selle numbri kohale, millest võeti.

Näide:

$$\begin{array}{r} 4527 \\ -\ 653 \\ \hline 3874 \end{array}$$

Mõttekäik:

$$\begin{array}{l} 7 - 3 = 4 \\ {}^{1}2 - 5 = 7 \\ {}^{1}4 - 6 = 8 \\ 3 - 0 = 3 \end{array}$$

Kui esineb vajadus võtta järgmise kõrgema koha ühikuist üht lisaks, aga järgmine koht on üksikuist tühi (s. t. sinna on kirjutatud null), siis võtame veel kõrgema koha ühikuist, kust juba võtta on. Võetud ühikut peenendades saame temast täita ka kõik need madalamad kohad, kust enne midagi võtta ei olnud (s. t. kus esinevad nullid).

Näiteid:

$$\begin{array}{r} \dot{4}\dot{0}\,\dot{3}05 \\ -\ 8\,579 \\ \hline 31\,726 \end{array}$$

Mõttekäik:

$$\begin{array}{l} {}^{1}5 - 9 = 6 \\ 9 - 7 = 2 \\ {}^{1}2 - 5 = 7 \\ 9 - 8 = 1 \\ 3 - 0 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dot{2}\dot{3}\,000 \\ -17\,564 \\ \hline 5\,436 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \overset{1}{\smile}0 - 4 = 6 \\ 9 - 6 = 3 \\ 9 - 5 = 4 \\ \overset{1}{\smile}2 - 7 = 5 \end{array}$$

Lahutamise kontrollimiseks liidetakse leitud vahe lahutatavaga, et näha, kas summaks tuleb vähendatav. Kontrollliitmiseks ei kirjutata arvusid ümber, vaid kasutatakse sedasama lahutamise kirjapanekut.

60.

1) $\begin{array}{r} 12\,745\,000 \\ -\ 9\,846\,700 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 4\,660\,090 \\ -3\,998\,092 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 267{,}504 \\ -\ 69{,}615 \\ \hline \end{array}$

3. Ülesanne. Ostjal tuleb kauba eest maksta 53 kopikat. Ostja annab rublase raha. Mitu kopikat peab müüja talle tagasi andma?

Tagasiantav raha on siin ostja poolt antud summa (100 kopikat) ja ostuarve v a h e, s. o. 100 — 53 kopikat.

Et vahe on arv, mis lahutatavaga liites annab vähendatava, võime kirjutada:

$$53 + ? = 100.$$

Siit nähtub, et ostuarvele tagasiantavat raha juurde loendades seni, kuni jõutakse ostja poolt antud summani, saadaksegi kätte otsitav vahe. Nii toimivadki harilikult müüjad ostjale raha tagasi andes. Niisugust võtet lahutamisel nimetatakse t ä i e n d a m i s v õ t t e k s.

Vaatame nüüd, kuidas tuleks mõelda lahutamistehet täiendamisvõttega kirjalikult sooritades.

Eelharjutus: $\begin{array}{r} 86 \\ -54 \\ \hline 32 \end{array}$ Mõttekäik: 4 ja 2 on 6;
5 ja 3 on 8.

Ülesande lahendus: $\begin{array}{r} 100 \\ -\ 53 \\ \hline 47 \end{array}$ Mõttekäik: 3 ja 7 on $\overset{1}{\smile}0$;
6 ja 4 on 10.
$\overset{1}{\smile} + 5$

Täiendamisvõttega saab lahutada ühest vähendatavast ka mitu lahutatavat ühekorraga, nende summat üldse määramata. Näide:

$$\begin{array}{r} 6216 \\ -\begin{cases} 745 \\ 862 \\ 374 \end{cases} \\ \hline 4235 \\ \smile\!\!\!\!\!\!{}^{2}\ \smile\!\!\!\!\!\!{}^{2}\ \smile\!\!\!\!\!\!{}^{1} \end{array}$$

Mõttekäik:

5, 7, 11 ja 5 on $\overset{1}{\smile}6$;

4, 10, 17, 18 ja 3 on $\overset{2}{\smile}1$;

7, 15, 18, 20 ja 2 on $\overset{2}{\smile}2$;

2 ja 4 on 6;

61. Leida kirjutamata jäänud liidetav igas järgmises liitmises:

1) $\begin{array}{r} 3457 \\ \\ \hline 12689 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 2942 \\ \\ \hline 3046 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 8527 \\ \\ \hline 29403 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 18{,}005 \\ \\ \hline 23{,}001 \end{array}$

5) $\begin{array}{r} 4{,}23 \\ 15{,}87 \\ \\ \hline 29{,}43 \end{array}$ 6) $\begin{array}{r} 1742 \\ 2548 \\ \\ \hline 5094 \end{array}$ 7) $\begin{array}{r} 2486 \\ 309 \\ \\ \hline 16222 \end{array}$

8) $\begin{array}{r} 4509 \\ \\ 3568 \\ 1149 \\ \hline 10000 \end{array}$ 9) $\begin{array}{r} 1846 \\ 3500 \\ \\ 26604 \\ \hline 38400 \end{array}$ 10) $\begin{array}{r} 5{,}483 \\ 10{,}560 \\ 9{,}041 \\ \\ \hline 36{,}042 \end{array}$

62. Teostada järgmised lahutamised:

1) $\begin{array}{r} 16\,723 \\ -\begin{cases} 2\,641 \\ 3\,078 \end{cases} \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 29\,450 \\ -\begin{cases} 8\,498 \\ 13\,056 \end{cases} \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 1{,}063 \\ -\begin{cases} 0{,}704 \\ 0{,}091 \end{cases} \\ \hline \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 19\,324 \\ -\begin{cases} 2\,862 \\ 5\,010 \\ 3\,670 \end{cases} \\ \hline \end{array}$

63. Statistika andmeil sündis ja suri Eestis aastail 1930—1934 inimesi järgmiselt:

Aasta	Sündis	Suri
1930	19 471	16 610
1931	19 509	18 077
1932	19 742	16 641
1933	18 208	16 472
1934	17 305	15 853

Arvutada Eesti elanikkude juurdekasv nimetatud viie aasta jooksul.

64. Isa ostis kolm raamatut; neist üks maksis 2,75 rubla, teine 2,45 rubla ja kolmas 1,90 rubla. Mitu rubla sai isa antud 10-rublasest rahast tagasi?

65. Ülesande nr. 29 andmeil arvutada, mitu naissoost inimest elas Eestis 1. III 34. (rahvaloenduse momendil) ja mitme inimese võrra leidus tollal Eestis naisi rohkem kui mehi.

66. Läti NSV pindala on 65 792 ruutkilomeetrit, Eesti NSV pindala aga 46 500 ruutkilomeetrit. Mitme ruutkilomeetri võrra on Läti pindala Eesti pindalast suurem?

67. Pääsmete müügist spordivõistlusele laekus spordiseltsile summa 3234,75 rubla. Pileteid müüdi neljast kassast. Esimene kassa andis 983,25 rubla, teine 1034,75 rubla, kolmas 532,25 rubla. Mitu rubla andis neljas kassa?

68. Jalanõudetööstus valmistas jalanõusid jaanuaris 1840 paari, veebruaris 2375 ja märtsis 2963 paari. Kvartaaliplaanis oli normina ette nähtud 6000 paari. Mitme paariga ületas see jalanõudetööstus oma kvartaaliplaani?

69. Käitise kulud möödunud aastal olid kokku 244 600 rubla. Mitmesuguste otstarbekate uuenduste tagajärjel vähe-

nesid sel aastal tootmiskulud 32 950 rubla ja juhtimiskulud 9785 rubla võrra. Arvutada käitise kulud käesoleval aastal.

70. Kas vähendatav ja lahutatav on vahetatavad?

71. * Laual on kolm tikku. Võtta kaks tikku ära ja panna üks tikk juurde nii, et laual oleks jälle kolm tikku.

3. Peast lahutamise hõlbustamiseks õpime tundma vahe omadusi. Uurime, kuidas muutub vahe, kui vähendatavat või lahutatavat suurendame või vähendame mingi arvu võrra. Suurendust või vähendust sobivalt valides võime vähendatava või lahutatava muuta ümmarguseks arvuks, mistõttu lahutamine muutub lihtsamaks.

Selgituseks:

$$\boxed{37 - 28 = 9}$$

$$(1)\ \begin{cases} 40 - 28 = 12 \\ 30 - 28 = \ \ 2 \end{cases} \qquad \left.\begin{matrix} 37 - 30 = \ \ 7 \\ 37 - 20 = 17 \end{matrix}\right\}\ (2).$$

$$\underbrace{39 - 30 = 9 \qquad 30 - 21 = 9}_{(3)}$$

Vastata küsimustele: Kas ja kuidas on muutunud vahe,

(1) kui vähendatavat on suurendatud kolme võrra; — vähendatud seitsme võrra?

(2) kui lahutatavat on suurendatud kahe võrra; — vähendatud kaheksa võrra?

(3) kui nii vähendatavat kui ka lahutatavat on suurendatud kahe võrra; — vähendatud seitsme võrra?

Märkame järgmist:

1) **kui vähendatav s u u r e n e b (väheneb) mingi arvu võrra, siis vahe ka s u u r e n e b (väheneb) sama arvu võrra;**

2) **kui lahutatav suureneb (väheneb) mingi arvu võrra, siis vahe väheneb (suureneb) sama arvu võrra;**

3) **kui vähendatav ja lahutatav mõlemad suurenevad (vähenevad) sama arvu võrra, siis vahe ei muutu.**

Näide vahe kolmanda omaduse rakendamisest lahutamisel:

243 — 95 = 248 — 100 = 48.

72. Kasutades vahe omadusi arvutada peast:

1)	2)	3)	4)
83 — 37	78 — 49	211 — 86	738 — 491
91 — 48	52 — 27	143 — 97	561 — 207
75 — 29	63 — 38	652 — 189	447 — 313
68 — 19	76 — 57	303 — 127	814 — 675
96 — 47	92 — 44	496 — 249	930 — 288

73. Kasutades vahe omadusi arvutada peast:

1)	2)	3)
10,1 — 3,8	20 — 11,1	0,6 — 0,42
9,2 — 4,7	16 — 12,2	0,9 — 0,57
12,5 — 7,6	8 — 2,3	0,1 — 0,03
15,3 — 13,5	10 — 6,4	1,2 — 0,95
17,8 — 11,5	15 — 1,7	2,7 — 1,07

74. Arvutada peast kõige lihtsamal viisil:

1)	2)
101 010 — 99 999	50,203 — 20,094
8 831 — 2 832	27,85 — 19,96
11 000 — 1 100	16,05 — 15,35

75. *Laual põleb kolm küünalt. Kui üks küünal kustutatakse, mitu küünalt jääb siis järele?

§ 5. Täisarvude korrutamine.

1. Sageli esineb vajadus liita terve hulk *võrdseid* liidetavaid. Kui neid on väga palju, siis osutub nende otsene liitmine üsna tülikaks. Seda liitmist saab aga teostada lihtsamalt.

Võrdsete liidetavate liitmist nimetatakse üksikliidetava *korrutamiseks* ja saadud summat üksikliidetava kordseks ehk **korrutiseks**.

Näiteks summa

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7$$

puhul ütleme, et see on seitsme viiekordne ehk — seitsme korrutis viiega — ja kirjutame tema asemel lühemalt $5 \cdot 7$.

Võrdsete liidetavate arvu (5) nimetatakse seejuures **kordajaks** ja üksikliidetavat (7) **korrutatavaks**. Korrutamistehte märgiks on rea poolele kõrgusele kirjutatav punkt, mida loetakse harilikult sõnaga „korda“.

Otsese liitmisega leides, et $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$, võime kirjutada:

$$\underbrace{\underset{\text{kordaja}}{5} \overset{\text{korrutamismärk}}{\cdot} \underset{\text{korrutatav}}{7}}_{\text{tegurid}} = \underset{\text{korrutis}}{35}$$

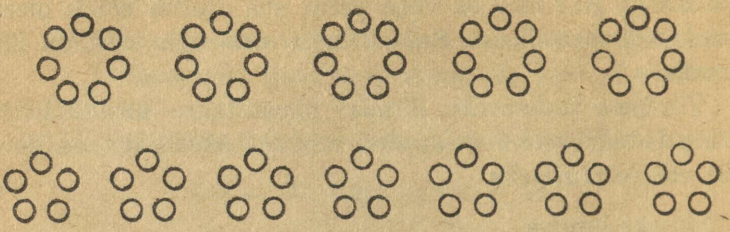
Peame meeles, et

kordaja näitab, mitu korda tuleb korrutatavat võtta liidetavana, et saada summaks korrutist.

Näitame, et kordaja ja korrutatava vahetamisel korrutis ei muutu. Summa

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 \text{ ehk } 5 \cdot 7$$

tähendab loendamise tulemust esemete kogus, milles on 5 seitsmeliikmelist rühma (joonis 1). Moodustame uued rühmad nii, et igasse uude rühma võetakse üks ese igast endisest



Joon. 1.

rühmast; saame 7 viieliikmelist rühma. Loendamise tulemuseks saame nüüd summa

$$5+5+5+5+5+5+5 \text{ ehk } 7 \cdot 5$$

Et ümberrühmitamine ei saanud muuta esemete arvu, peab olema tõesti

$$5 \cdot 7 = 7 \cdot 5.$$

Samuti on see ka iga muu arvupaari puhul.

Kuna kordaja ja korrutatav on vahetatavad, polegi tähtis neid alati eritella; seepärast ongi pandud neile veel ühine nimi — **tegur.**

Niisiis leidsime, et

korrutis ei olene tegurite järjekorrast.

2. Korrutised ühekohalistest teguritest peavad olema peas; need moodustavad nn. „ükskordühe“.

Vaatleme nüüd lähemalt korrutamistehte sooritamist. Olgu esialgu kordajaks ühekohaline arv, näiteks 5, ja korrutatav kuitahes suur arv, näiteks 783.

Korrutis $5 \cdot 783$ tähendab summat, milles on 5 liidetavat, igaüks 783. Kirjutame need liidetavad esialgu ühte veergu ja liidame harilikul viisil.

$$\begin{array}{r} 783 \\ 783 \\ 783 \\ 783 \\ 783 \\ \hline 15 \\ 40 \\ 35 \\ \hline 3915 \end{array}$$

Üheliste veeru summa $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ on korrutis $5 \cdot 3$ ehk 15 (ühelist). Samuti on kümneliste veeru summaks korrutis $5 \cdot 8$ ehk 40 (kümnelist) ja sajaliste veeru summaks korrutis $5 \cdot 7$ ehk 35 (sajalist). Saadud korrutised kirjutame üksteise alla nii, et samanimelised ühikud on kohakuti, ja liidame siis need; tulemus 3915 ongi meie korrutise $5 \cdot 783$ väärtus. Tema arvutamisel kasutatud vahepealsete korrutamiste tulemusi ($5 \cdot 3 = 15$; $5 \cdot 8 = 40$; $5 \cdot 7 = 35$) nimetame **osakorrutisteks.**

Et ühekohalise kordajaga korrutamisel osakorrutised ei saa tulla rohkem kui kahekohalised arvud (miks?), siis toimetatakse nende liitmine (õigesti üksteise alla kirjutatult) harilikult peast järgmise mõttekäigu kohaselt.

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 783 \\ \hline \mathbf{3915} \\ {\scriptstyle 4\,1} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Mõttekäik: } 5 \cdot 3 = {}^{1}5 \\ \phantom{\text{Mõttekäik: }} 5 \cdot 8 + {}^{1} = {}^{4}1 \\ \phantom{\text{Mõttekäik: }} 5 \cdot 7 + {}^{4} = 39. \end{array}$$

Nii tulebki ühekohalise kordajaga korrutamisel kirjutada korrutis välja otsekohe, tema osakorrutisi kirjutamata.

Olgu nüüd ka kordaja mitmekohaline arv, näiteks 245. Korrutis $245 \cdot 783$ koosneb 245-st liidetavast, igaüks 783. Moodustame neist liidetavaist kolm rühma nii, et esimeses rühmas on 5 liidetavat, teises 40 ja kolmandas 200.

Liidetavaid nii moodustatud rühmades eraldi liites saame

esimesest rühmast	$5 \cdot 783 =$		$= 3915 \cdot$	1
teisest „	$40 \cdot 783 =$	$4 \cdot 783 \cdot 10$	$= 3132 \cdot$	10
kolmandast „	$200 \cdot 783 =$	$2 \cdot 783 \cdot 100$	$= 1566 \cdot$	100.

Korrutised 3915, 3132 ja 1566, mis on saadud meie korrutatava 783 korrutamisel kordaja üksikute numbritega (5, 4 ja 2), on meie otsitava korrutise o s a k o r r u t i s e d. Näeme, et esimene osakorrutis loendab meie otsitava korrutise ühelisi, teine kümnelisi ja kolmas sajalisi. See otsitav korrutis ise on siis oma (õigesti üksteise alla kirjutatud) osakorrutiste summa:

$$\begin{array}{r} 245 \cdot 783 \\ \hline 3915 \\ 3132 \\ 1566 \\ \hline 191835 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 245 \cdot 783 \\ \hline 1566 \\ 3132 \\ 3915 \\ \hline 191835 \end{array}$$

On ükskõik, kas korrutamist alustatakse kordaja kõige väiksemaist ühikuist (meie näites ühelistest) või kõige suuremaist (meie näites sajalistest), sest osakorrutised tulevad ju ikka samad, ainult ümberpöördud järjekorraga. Vastavalt sellele erinevad ka pildid nende õigesti üksteise alla kirjutamisel. Võttes kordaja numbreid järjekorras paremalt vasakule, nihkuvad ka järjekordsed osakorrutised kohthaaval paremalt vasakule; võttes neid aga vasakult paremale, nihkuvad ka osakorrutised vasakult paremale.

Ühikarvudega 10, 100, 1000 jne. korrutades saadakse korrutis korrutatavast, temale üht, kaht, kolme jne. nulli üheliste järele kirjutades.

Tegur 0 muudab korrutise alati nulliks, olgu siis teine tegur milline tahes. Näiteks $0 \cdot 7 = 0$, samuti $1890 \cdot 0 = 0$.

Kui kordajas mingil kohal esineb 0, siis selle nulliga ei korrutatagi, sest vastav osakorrutis tuleks ju ka null ja see ei lisandaks korrutisele mitte midagi; järgmist osakorrutist tuleb aga siis nihutada eelmise suhtes juba kahe koha võrra (vaadata järgnevaid näiteid 1 ja 3).

Kui üks või mõlemad tegurid lõpevad nullidega, siis korrutamise ajal jäetakse need nullid tähele panemata; nii saadud tulemuse lõppu aga kirjutatakse nulle niimitu, kuimitu neid on kokku tegurite lõpus (näited 2 ja 4).

Kordajaks valitakse alati see tegur, milles on vähem nullist erinevaid numbreid (näide 3).

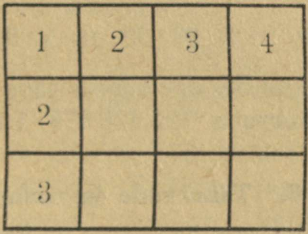
Kui kordaja algab või lõpeb numbriga 1, siis võib jätta korrutatava enda üheks osakorrutiseks; sel juhul tegurite alla joont ei tõmmata (näited 3 ja 4).

Näiteid:

1) 205 · 488	2) 3400 · 470	3) 4672 · 2001	4) 170 · 365
2440	188	9344	2555
976	141	9349672	62050
100040	1598000		

3. Korrutamistehet tundes muutub loendamise toiming üsna lihtsaks, kui loendatavad esemed on korrastatud ühesuurusteks salkadeks. Siis on vaja loendada esemed ühes salgas, loendada salgad ja tulemused korrutada. Kui näiteks tahame loendada sõdureid möödamarssivas rivis, siis loendame, mitu neid kõnnib kõrvuti ja mitu niisugust kõrvutikõndivat rida meist möödub. Neid loendamise tulemusi korrutades saamegi möödamarssinud sõdurite arvu.

Niisugust esemete arvu kindlakstegemist arvutamise teel, kus otsese loendamise tulemused võetakse arvutusandmeiks, nimetatakse kaudseks loendamiseks. Näiteks tähendab ristküliku pindala arvutamine (tema pikkust ja laiust korrutades) tegelikult tema pinnale mahtuvate ruutühikute kaudset loendamist; sest pikkus on ju ühes reas olevate ruutühikute loendamise tulemus ja laius ridade loendamise tulemus (joon. 2).



Joon. 2.

76. Arvutada järgmised korrutised:

1)	2)	3)
800 · 3526	7468 · 105	841 · 56904
9000 · 409	501 · 6704	165 · 74380
70 · 58880	34869 · 81	471 · 30003
400 · 6700	1002 · 546	211 · 54380
55860 · 3000	75060 · 304	756 · 10130

77. Korrutada arv 12 345 679 kõigi ühekohaliste arvude üheksakordsetega.

78. Artelli töölistest 17 teenisid kuus igaüks 435 rubla, 12 teenisid igaüks 542 rubla ja 2 eesrindlast teenisid kumbki 725 rubla. Kui palju palka maksis see artell ühes kuus oma kõigile töölistele kokku?

79. Mitu tonni leiba söövad Tallinna elanikud päevas, kui eeldada, et Tallinna elanike arv on 125 000 ja iga elanik sööb päevas 500 g leiba?

80. Mitu tihumeetrit puitu sisaldavad kokku 13 neljakandilist prussi pikkusega 6 m ja otsa mõõtmetega 5 ja 12 cm?

81. Arvutada ristkülikukujulise põllutüki pindala hektaarides, teades, et pikkus on laiuse kolmekordne ja laius on 27 meetrit.

82. Otsustada, kumb korrutis on suurem, kas

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \quad \text{või} \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

83. Seada järgmised kolm korrutist kasvavasse suuruse järjekorda:

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9, \quad 99 \cdot 99 \quad \text{ja} \quad 9 \cdot 999$$

84. Arvutada sekundite arv aastas (365 ööpäeva).

85. *Arvutada korrutis 729 435 678 · 1 930 481 659 · 0.

§ 6. Täisarvude jagamine.

1. Kui korrutis ja tema üks tegur on antud, siis saab tema teist tegurit määrata.

Ülesanne. Klassi õpilastele anti kokku 85 vihikut. Mitu vihikut sai iga õpilane, kui klassis oli 17 õpilast?

Et ühe õpilase vihikute arvu ja õpilaste arvu korrutis annab vihikute koguarvu, võime kirjutada nii (kui küsimuse all oleva arvu asemele kirjutame esialgu küsimusmärgi):

$$? \cdot 17 = 85.$$

Küsimuse all oleva kordaja saame siin määrata proovimise teel järgmiselt: hakkame arvu 17 korrutama järjestikuste täisarvudega 1, 2, 3 jne. kuni leiame paraja kordaja:

$1 \cdot 17 = 17$; $2 \cdot 17 = 34$; $3 \cdot 17 = 51$; $4 \cdot 17 = 68$;

$5 \cdot 17 = 85$; selgub, et otsitav kordaja on nimelt 5. Arv 5 tähendab siin seda, et 85-st esemest saab moodustada 17 rühma nii, et igasse rühma tuleb 5 eset või 5 rühma nii, et igasse rühma tuleb 17 eset. Üldiselt ütleme sel puhul, et arv 17 mahub arvusse 85 parajasti 5 korda, või — arv 85 on jaotatav 17-ks võrdseks osaks nii, et iga osa on 5.

Tehet, mille kaudu antud korrutisest ja tema ühest tegurist leitakse tema teine tegur, nimetatakse **jagamiseks**. Antud korrutist nimetatakse seejuures **jagatavaks**, antud tegurit **jagajaks** ja otsitavat tegurit **jagatiseks**.

Jagamistehet kirjutatakse nii:

85	:	17	=	5
jagatav	jagamis-märk	jagaja		jagatis

Jagamistehte märgiks on kaks punkti, mida loetakse harilikult sõnaga „jagatud“. Esitatud jagamise kirjutist loetakse kas nii: 85 jagatud 17-ga on 5, või ka nii: 5 on arvude 85 ja 17 jagatis.

Mõttekäigust, mille kaudu jõudsime jagamistehtele, selgub, et

jagatise ja jagaja korrutis võrdub jagatavaga.

See asjaolu võimaldab jagamist korrutamise kaudu kontrollida. Näiteks jagamine $420 : 12 = 35$ on õige, sest $35 \cdot 12 = 420$.

2. Jagatavat ja jagajat vabalt ette valides võib juhtuda, et jagaja ei mahu jagatavasse parajasti mingi täisarvu kordselt. Näiteks jagatise $43 : 8$ määramisel selgub, et $5 \cdot 8$ on kõigest 40, aga $6 \cdot 8$ on juba 48; seega 43-st esemest saame moodustada kas 5 kaheksaliikmelist rühma, või 8 viieliikmelist rühma, aga ikka jääb 3 eset üle, mis ei moodusta enam tervet rühma. Jagatiseks ei kõlba siin arv 5 ega ka arv 6. Täpne jagatis ei saa siin olla täisarv; ta võib olla murdarv, mis on 5-st suurem, aga 6-st väiksem. Kui me kümnendühikulisi veel ei tunneks, siis peaksime oma jagamisülesande lõpetama siin järgmise tulemusega:

$$43 : 8 = 5 \text{ (jääk 3)}$$

Seda kirjutist loeme nii: 43 jagatud 8-ga on 5 ja jääk on 3; seda mõistame aga nii: oleks jagatav kolme võrra väiksem, tuleks jagatiseks parajasti 5. See 5 on ühtlasi täisosaks veel määramata täpsele jagatisele. Selgub, et jäägiga jagamise puhul

jagatise täisosa ja jagaja korrutisega jääki liites saame jagatava.

See asjaolu võimaldab ka jäägiga jagamist korrutamise kaudu kontrollida (vaadata näidet järgmises punktis).

3. Vaatleme nüüd jagamistehte sooritamist kuitahes

suurte täisarvude puhul. Jagame näiteks arvu 5687 arvuga 84.

$$
\begin{array}{l}
5687 : 84 = 67 \text{ (jääk 59)} \\
\underline{-504} \\
647 \\
\underline{-588} \\
59
\end{array}
$$

Kontroll:

$$
\begin{array}{r}
\underline{67 \cdot 84} \\
588 \\
504 \\
\underline{59 \text{ (jääk)}} \\
5687 \text{ (jagatav)}
\end{array}
$$

Mõttekäik seejuures on järgmine. 5687 eset tuleb jaotada 84-ks rühmaks. Tuhandet ega ka sada eset igasse rühma anda ei saa, sest tuhandelisi on ju ainult 5 ja sajalisigi kõigest 56. Küll aga on juba kümnelisi käepärast niipalju (568), et neist jätkub iga rühma jaoks. Proovimisega leiame, et 84 mahub 568-sse 6 korda ja jääk on 64, sest $6 \cdot 84 = 504$ ja $568 - 504 = 64$. Seega kümnelisi saab anda igasse rühma 6. Kümneliste jääk koos antud ühelistega on kokku 647 ühelist. 84 mahutamisega 647-sse leiame, et ühelisi saab igasse rühma anda 7 ja 59 jääb veel üle; tõesti: $7 \cdot 84 = 588$ ja $647 - 588 = 59$. Nii saame igasse rühma anda 6 kümnelist ja 7 ühelist ja 59 ühelist jääb üle. Seega osutub meie jagamise tulemuseks 67 (jääk 59).

Eespool on näha selle jagamise kirjapanek kõige otstarbekohasemal kujul. Seal juures on teostatud ka kontroll-korrutamine. Võttes kordajaks nimelt jagatise, tulevad sel korrutamisel osakorrutisteks samad arvud, mis esinesid juba mahutamisel jagamise juures. Ka jagamisel nimetatakse neid arvusid osakorrutisteks.

Kui jagaja on ühekohaline arv, siis toimub osakorrutiste leidmine ja lahutamine peast ja jagatise numbrid kirjutatakse välja otsekohe, ilma igasuguste lisakirjutisteta, näiteks:

$$50\,496 : 7 = 7\,213 \text{ (jääk 5).}$$

Mõttekäik:	$50:7=7$ (jääk 1)	tuhandelised
	$^{1}4:7=2$	sajalised
	$9:7=1$ (jääk 2)	kümnelised
	$^{2}6:7=3$ (jääk 5)	ühelised

Sobivate arvude korral saab mõnikord ka kahe- või rohkemgi-kohalise arvuga jagamist teostada ilma lisakirjutisteta, näiteks:

$$3620 : 18 = 201 \text{ (jääk 2)}.$$

Mõttekäik:	$36 : 18 = 2$	sajalised
	$20 : 18 = 1$ (jääk 2)	ühelised

86. Teostada järgmised jagamised ilma lisakirjutisteta:

1) 5642 : 7	2) 6465 : 64	3) 505 303 : 101
1299 : 8	2639 : 13	846 450 : 423
2253 : 3	7728 : 11	264 400 : 132

87. Teostada järgmised jagamised:

1) 55 821 : 69	2) 582 163 : 709
88 886 : 98	841 602 : 348
74 360 : 38	400 500 : 504

88. Kui auto katab tunnis 42 km, mitu meetrit katab ta siis minutis?

89. Maakera ümbermõõt on 40 000 km. Mitu täispäeva kuluks jala ümber Maakera käimiseks, kui iga päev käia keskmiselt 30 km? Mitu aastat ja mitu päeva see on? Mitu täispäeva kuluks ümber Maakera lendamiseks lennukil, mis vahetpidamata lendaks kiirusega 240 km tunnis?

90. Ülesande nr. 29 andmeil arvutada, mitu minutit ja mitu sekundit kulub valgusel Päikeselt Maakerale jõudmiseks, teades, et valgus levib kiirusega 300 000 km sekundis.

91. Ristkülikukujulise väljaku pindala on 0,2444 ha ja laius 47 m. Arvutada pikkus meetrites.

92. Üks süld on 7 jalga ja üks jalg on 12 tolli. Mitu sülda, jalga ja tolli on 158 tolli?

93. Kuus on 25 tööpäeva à 8 töötundi. Mitu kuud, päeva ja töötundi on 268 töötundi?

94. Inglise rahaühik 1 naelsterling (£) sisaldab 20 šillingit ja iga šilling 12 penni. Mitu šillingit, naelsterlingit ja penni on 2763 penni?

95. *Leida jagatav ja jagaja järgmise jagamispildi põhjal

$$
\begin{array}{l}
\times\times\times\times\times : \times\times = 908 \text{ (jääk 1)} \\
\underline{\times\times\times} \\
\times\times \\
\underline{\times\times} \\
1
\end{array}
$$

§ 7. Kümnendmurdude korrutamine ja jagamine.

1. Näitame, et kümnendmurdude korrutamist saab taandada täisarvude korrutamisele.

Ülesanne. Mitu kg kaalub 4 cm³ rauda?

Teame, et raua erikaal on 7,8, s.t. et üks cm³ rauda kaalub 7,8 g ehk 1 dm³ rauda kaalub 7,8 kg. 4 cm³ rauda kaalub seega (grammides):

$$4 \cdot 7{,}8 = 7{,}8 + 7{,}8 + 7{,}8 + 7{,}8 = 31{,}2;$$

$$
\begin{array}{r}
\overset{3}{7{,}8} \\
7{,}8 \\
7{,}8 \\
\underline{7{,}8} \\
31{,}2
\end{array}
$$

Näeme, et kümnendmurru korrutamisel täisarvuga saadakse korrutises samapalju kümnendkohti kui neid on kümnendmurrulisel teguril.

Ülesanne nõudis vastust kilogrammides: 31,2 g = = 0,0312 kg.

Leitud vastuse võiksime arvutada ka otsekohe kilogrammides. Teame, et 4 cm³ = 0,004 dm³ ning kaal kilogrammides saadakse, kui ruumala dm³-tes korrutatakse erikaaluga; seega

$$0{,}004 \cdot 7{,}8 \text{ peab olema } 0{,}0312.$$

Võrreldes arvutusi

$$4 \cdot 78 = 312$$
$$4 \cdot 7{,}8 = 31{,}2$$
$$0{,}004 \cdot 7{,}8 = 0{,}0312$$

märkame, et koma nihutamine ühes teguris kutsub esile koma samasuguse nihkumise korrutises. Järeldame, et

kümnendmurdude korrutise numbriline koostis saadakse tegureid kui täisarvusid korrutades; koma paigutatakse nii, et korrutisel oleks samapalju kümnendnumbreid kui teguritel kokku.

96.

1) $2{,}4 \cdot 5{,}1$	2) $3{,}31 \cdot 0{,}07$	3) $0{,}29 \cdot 0{,}012$
$6{,}07 \cdot 7{,}2$	$17{,}45 \cdot 20{,}03$	$0{,}01 \cdot 0{,}10$
$205 \cdot 3{,}04$	$25{,}90 \cdot 13{,}2$	$0{,}04 \cdot 0{,}55$
$5{,}26 \cdot 2{,}75$	$3400 \cdot 0{,}005$	$1800 \cdot 0{,}0305$
$2{,}605 \cdot 3{,}2$	$260 \cdot 0{,}0705$	$7{,}007 \cdot 0{,}108$
4) $0{,}04 \cdot 6345$	5) $4{,}07 \cdot 25$	6) $0{,}002 \cdot 3864$
$0{,}605 \cdot 3{,}2$	$3{,}8 \cdot 2{,}09$	$56{,}42 \cdot 1{,}12$
$0{,}72 \cdot 0{,}004$	$348 \cdot 0{,}1005$	$86\,481 \cdot 0{,}045$
$4{,}56 \cdot 3{,}05$	$5006 \cdot 3{,}47$	$49{,}42 \cdot 145{,}3$
$0{,}106 \cdot 30$	$4{,}28 \cdot 0{,}005$	$666{,}6 \cdot 0{,}666$

97. Mis võib öelda korrutise kohta, kui kahest tegurist üks on ühikarv?

98. Korrutada peast:

1)	$45 \cdot 100$	2)	$400 \cdot 10$	3)	$0{,}000125 \cdot 10$
	$0{,}52 \cdot 10$		$50{,}05 \cdot 1000$		$5{,}2 \cdot 100000$
	$0{,}0386 \cdot 100$		$0{,}004 \cdot 10$		$4444{,}04 \cdot 1$
	$542{,}3 \cdot 1000$		$0{,}1 \cdot 10000$		$386497 \cdot 0$

2. Enne kümnendmurdude jagamise juurde asumist vaatame, kuidas saab täpselt arvutada täisarvude jagatist sel juhul, kui jagamisel saame üheliste jäägi. Näiteks jagades andmeil 61 : 8, saame tulemuseks 7 (jääk 5). Üheliste jäägi võime aga peenendada kümnendikeks ja jagada neid kümnendikke — nii saame jagatise kümnendikud. Kui sel jagamisel saame kümnendike jäägi, siis peenendame selle sajandikeks; jagades neid sajandikke saame jagatise sajandikud jne. Arvutamist jätkatakse seni, kuni jagamine kas lõpeb (nagu meie näites), või kui on saadud küllaldasel arvul jagatise kümnenkohti.

$$
\begin{array}{l}
61:8 = 7{,}625 \\
\underline{56} \\
\;\;50 \\
\;\;\underline{48} \\
\;\;\;20 \\
\;\;\;\underline{16} \\
\;\;\;\;40 \\
\;\;\;\;\underline{40}
\end{array}
$$

Täpselt samal viisil toimub kümnendmurru jagamine täisarvuga. Arvutame näiteks jagatise 185,64 : 52.

$$
\begin{array}{l}
185{,}64:52 = 3{,}57 \\
\underline{156} \\
\;\;296 \\
\;\;\underline{260} \\
\;\;\;364 \\
\;\;\;\underline{364}
\end{array}
$$

Jagatava täisosa jagamisel saame siin jagatise täisosana 3 ja üheliste jäägi 29. See üheliste jääk kümnendikeks peenendatult annab 290 kümnendikku; koos jagatava kümnendikega (6) saame 296 kümnendikku; neist saab anda 52-le igaühele 5, kusjuures 36 kümnendikku jääb üle; tõesti — $5 \cdot 52 = 260$; $296 - 260 = 36$. Selle kümnendike jäägi peenendame sajandikeks ja lisandame neile jagatava sajandikud; saame 364 sajandikku; neist saab jagatis parajasti 7 sajandikku; sellega jagamine lõpebki, andes täpseks jagatiseks arvu 3,57.

99. Teostada järgmised jagamised ilma lisakirjutisteta:

1)	31,75 : 5	2)	37,44 : 4	3)	29,96 : 8	4)	1,036 : 7
	50,8 : 4		98,4 : 3		27,3 : 5		28,221 : 3
	92 : 8		30,443 : 7		3,834 : 6		71,3 : 5
	59,08 : 7		2,562 : 6		61,1 : 5		12,3 : 4

100.

1)	118,16 : 14	2)	122,2 : 25	3)	843,5 : 56
	60,886 : 28		13,65 : 50		649,6 : 224
	10,248 : 48		0,1917 : 96		285,94 : 493
	29,96 : 16		0,713 : 80		343,546 : 530

101. Mis võib öelda jagatise kohta, kui jagajaks on arv 1? — kui jagajaks on ühikarv?

102. Jagada peast:

1)	8,07 : 10	2)	4700 : 100	3)	0,01 : 1000
	526,3 : 10		720 : 1000		56,3 : 10000
	74,2 : 100		346,07 : 100		72480 : 100
	30 : 1000		0,004 : 10		1 : 1000000

*3. **Ülesanne.** Klass õpilasi dekoreeris oma klassiruumi Oktoobripidustusteks. Selgus, et selleks tehtud rahaliste kulutuste katteks tuli igal õpilasel maksta 0,85 rubla. Mitu õpilast oli klassis, kui kulutuste kogusumma oli 27,2 rubla?*

On selge, et õpilaste arvu siin saame jagades rahasumma 27,2 rubla rahasummaga 0,85 rubla; sest otsitava õpilaste arvu ja arvu 0,85 korrutis peab olema 27,2. Rahasummad võime aga väljendada enne jagamist ka kopikates; siis peaksime saama õpilaste arvu jagatisena 2720 : 85. Seega

$$\begin{array}{l} 27{,}2 : 0{,}85 = 2720 : 85 = 32 \text{ (õpilast).} \\ \qquad\qquad\quad \underline{255} \\ \qquad\qquad\quad\;\; 170 \\ \qquad\qquad\quad\;\; \underline{170} \end{array}$$

Näeme, et jagatis ei muutu, kui jagatava ja jagaja korraga suurendame 100-kordseks. Samuti ei muutu jagatis, kui jagatava ja jagaja korraga suurendame mistahes muu ühikarvukordseks. See asjaolu võimaldab kümnendmurdude jagamisel andmeid teisendada nii, et *jagaja* saab *täisarvuks*. Siis jagamine toimub juba eelmise punkti põhjal. Näide:

$$\begin{array}{l} 41{,}552 : 5{,}6 = 415{,}52 : 56 = 7{,}42 \\ \qquad\qquad\qquad\;\; \underline{392} \\ \qquad\qquad\qquad\;\;\; 235 \\ \qquad\qquad\qquad\;\;\; \underline{224} \\ \qquad\qquad\qquad\;\;\;\; 112 \\ \qquad\qquad\qquad\;\;\;\; \underline{112} \end{array}$$

Kokkuvõttes võime öelda, et

kümnendmurdude jagamisel korrutatakse enne jagatavat ja jagajat niisuguse ühikarvuga, et jagaja muutub täisarvuks; jagatises pannakse koma, kui jagatava ühelised on jagatud (s. t. kui jagatise järgmise koha saamiseks üheliste jääk peenendatakse kümnendikeks).

103.

1)	2)	3)
67,14 : 7,9	41,8 : 5,5	2,288 : 6,5
10,58 : 2,3	2,832 : 4,8	43,0794 : 5,46
23,68 : 64	8,415 : 0,86	1,0134 : 1,126
29,842 : 8,6	20,64 : 43	1,3192 : 0,0136
5,376 : 7,68	1,7316 : 7,4	48,816 : 864

104.

1)	2)	3)
213,08 : 3,044	2453,28 : 80,7	9,9954 : 3,702
4485,6 : 800	4,65 : 0,186	7,53 : 0,15
198,03 : 246	4,3878 : 246	53,238 : 76
24,5676 : 34,7	0,01036 : 0,148	71,0124 : 23,6
0,06953 : 1,7	43,8 : 584	2,45004 : 0,6005

4. Mõnede andmete puhul jagamine osutub lõpmatuks. Teostades näiteks jagamist 100 : 33 hakkavad jagamisel numbrid paratamatu järjekindlusega korduma ja jagamine ei lõpegi. Niisugusel korral öeldakse, et jagatis on **perioodiline** kümnendmurd. Perioodilist kümnendmurdu kirjutatakse lühemalt nii, et tema murdosas korduvalt esinev numbrisalk kirjutatakse ainult üks kord, aga sulgudes.

$$
\begin{array}{l}
100 : 33 = 3,030303\ldots = 3,(03) \\
\underline{\;99\;} \\
\quad 100 \\
\quad \underline{\;\;99\;} \\
\qquad 100 \\
\qquad \;\;99
\end{array}
$$

On kasulik meeles pidada, et ühekohalistest jagajatest ainult 3, 6, 7 ja 9 võivad anda perioodilisi jagatisi, 2, 4, 5 ja 8 aga mitte kunagi.

5. Arvutamisel osutub üsna sageli tarvilikuks kümnendmurdude **ümardamine**; ümardamine tähendab ühe või mitme

viimase numbri ärajätmist arvu kirjutises. Kas ja kui ulatuslik ümardamine on mingil juhul parajasti tarvilik, seda tuleb alati arvutamise juures kaaluda, kui see juba ette määratud pole. Ümardamisel arvestatakse alati järgmist juhist:

kui ümardamisel esimene ärajäetav number on 5 või suurem kui 5, siis viimast kirjutatavat numbrit suurendatakse ühe võrra; kui viimaseks kirjutatavaks numbriks kümnendmurrul jääb 0, siis seda nulli ei jäeta kunagi kirjutamata.

Nõue — ümardada sajandikeni — tähendab seda, et sajandikud tuleb jätta viimaseks kirjutatavaks numbriks. Sama nõuet esitab ka väljendus: 0,01 täpsusega.

Maksmisele-tulevad rahasummad ümardatakse alati vähima käibel oleva rahaühikuni, meil kopikateni.

N ä i d e. Kilo leiba maksab 65 kopikat. Kui palju tuleb maksta 350 grammi leiva eest?

$$350 \text{ g} = 0{,}35 \text{ kg}; \quad 0{,}35 \cdot 65 = 22{,}75 \text{ (kop.)}$$

Vastus: 23 kop.

105. Ümardada kaht järgmist arvu, esiteks ühelisteni, siis kümnendikeni, siis sajandikeni jne.

$$3{,}141\,592\,654 \qquad 2{,}718\,281\,828$$

106. Ümardada arv 74 526 840 esiteks tuhandelisteni, siis miljonilisteni.

107. Arvutada järgmised korrutised ja ümardada tulemused ühelisteni esimeses tulbas, kümnendikeni teises tulbas ja sajandikeni kolmandas tulbas:

1) $740{,}5 \cdot 0{,}84$	2) $657 \cdot 0{,}0025$	3) $1{,}94 \cdot 0{,}515$
$0{,}43 \cdot 25{,}6$	$0{,}405 \cdot 24{,}7$	$0{,}404 \cdot 8{,}2$

108. Arvutada järgmised jagatised täpsusega 0,1 esimeses tulbas, — täpsusega 0,01 teises tulbas ja — täpsusega 0,001 kolmandas tulbas.

1) 900 : 88	2) 0,074 : 1,4	3) 1 : 96
3,74 : 19	2 : 2,489	72,4 : 0,13

6. Kaht arvu, millede korrutis on 1, nimetatakse teineteise **pöördarvudeks.** Nii on näiteks arvud 4 ja 0,25 teineteise pöördarvud, sest 4 · 0,25 = 1. Igal arvul (välja arvatud arv 0) on üks ja ainult üks pöördarv. Selgub, et

antud arvu pöördarvuks on jagatis, mis saadakse arvu 1 jagamisel selle antud arvuga.

Nii on näiteks arvule 0,35 pöördarvuks jagamise 1 : 0,35 tulemus, s. o. ümardatult 2,857.

Arv 0 on ainuke arv, millel pöördarv puudub. Tõesti — ei leidu arvu, mis nulliga korrutatult annaks arvu 1; sest iga arv nulliga korrutatult annab korrutiseks nulli.

Eespool sõnastatud juhise järgi nulli pöördarvu arvutama hakates saaksime jagamise 1 : 0. Niisugusel jagamisel puudub mõte, sest jagatiseks ei kõlba siin ükski arv. Samuti puudub mõte igal muul jagamisel, kus jagajaks on null.

Peame meeles, et

null ei kõlba jagajaks!

109. Arvutada pöördarvud täisarvudele 1 kuni 12.

110. Allpool on antud mõned endised mõõtühikud oma suurusega kümnendsüsteemi ühikutes:

1 toll = 2,54 cm; 1 toop = 1,229 l; 1 puud = 16,38 kg.

Teades, et 1 jalg on 12 tolli ja üks süld on 7 jalga, avaldada 1 jalg ja 1 süld täis-sentimeetrites.

Teades, et üks puud on 40 naela, avaldada 1 nael täisgrammides.

111. Kasutades eelmise ülesande andmeid, avaldada 1 cm tollides 0,01 täpsusega, 1 liiter toopides 0,001 täpsusega ja üks tonn puudades 1 täpsusega.

112. Laualaeka pikkus, laius ja sügavus on vastavalt 0,42 m, 0,35 m ja 0,08 m. Arvutada selle laeka ruumala esialgu m^3-s ja väljendada tulemus siis täis-kuupdetsimeetrites.

113. Teades kulla erikaalu (19,3) ja enda kaalu arvutada, kui suure ruumalaga kullatükk kaalub samapalju kui kaalud sina. (Suuremat kullatükki sa igatahes ei jõuaks enam hästi tõsta!)

114. Vihiks keritud traadi ligikaudset pikkust määratakse sageli nii, et loendatakse traadikeermed vihis ja mõõdetakse ühe keerme pikkus. Kuidas saab neil andmeil arvutada traadi pikkust?

Olgu loendamise tulemuseks 58 ja mõõtmise tulemuseks 86 cm. Umbes mitu meetrit traati on siis vihis?

115. Võttes vajalikud andmed erikaalude tabelist (§ 2), arvutada, mitu korda on

1) õhk kergem kui vesi;
2) kuld raskem kui kork;
3) raud kergem kui hõbe;
4) vesi raskem kui jää.

116. Tigu läks tõtates surmasõnumit viima sugulasele, kes elas temast 1 kilomeetri kaugusel. Ta lahkus kodunt pühapäeva hommikul kell 5.00 ja liikus kiirusega 1 cm sekundis. Mis päeval ja kellaajal jõudis ta leinamajja tagasi?

§ 8. Korrutise ja jagatise omadused koos rakendustega. Tehete järjekord ja sulud.

1. Võrreldes näiteks korrutamisi $3 \cdot 8$ ja $6 \cdot 8$ kirjutiste

$$3 \cdot 8 = 24 \text{ ja}$$
$$(2 \cdot 3) \cdot 8 = 6 \cdot 8 = 48 = 2 \cdot 24$$

põhjal veendume, et üht tegurit kahekordistades korrutis samuti kahekordistub. Lugedes neid ridu alt ülespoole veendume samuti, et üht tegurit poolitades samuti korrutis poolitub.

Samasugune tõsiasi ilmneb, kui üht tegurit korrutame (või jagame) kolmega, neljaga, või ükskõik mis muu arvuga. Üldiselt:

(1) **kui suurendame üht tegurit mingi arv korda, siis suureneb ka korrutis sama arv korda;**

(2) **kui vähendame üht tegurit mingi arv korda, siis väheneb ka korrutis sama arv korda.**

Lähtume veelkord endisest korrutamisest $3 \cdot 8 = 24$. Korrutame üht tegurit kahega, teist tegurit aga jagame kahega. Saame korrutamise $6 \cdot 4 = 24$. Võis oodatagi, et korrutis jääb endiseks, sest esiteks suurendasime oma korrutist kaks korda, siis aga jälle vähendasime teda kaks korda. Võttes siin kahe asemel mistahes muu arvu, jõuaksime muidugi samale tulemusele. Üldiselt:

(3) **kui üht tegurit korrutame ja teist tegurit jagame ühe ja sama arvuga, siis korrutis ei muutu.**

Kõik need kolm tõsiasja korrutise kohta jäävad õigeks ka siis, kui tegurid on kümnendmurrud.

Need tõsiasjad võimaldavad mõnede eriliste tegurite puhul korrutamist hõlbustada. Tegurid, millede numbriliseks koostiseks on 5, 25 või 125, on säärased, et nende lihtsad täisarvukordsed osutuvad ühikarvudeks. Nii on näiteks

$2 \cdot 5 = 10$	$4 \cdot 25 = 100$	$8 \cdot 125 = 1000$
$2 \cdot 0{,}5 = 1$	$4 \cdot 2{,}5 = 10$	$8 \cdot 12{,}5 = 100$
	$4 \cdot 0{,}25 = 1$	$8 \cdot 1{,}25 = 10$
		$8 \cdot 0{,}125 = 1.$

Kui nüüd korrutises esineb mingi niisugune tegur, siis korrutatakse see sobiva arvuga ühikarvuks ja jagatakse teist tegurit sama arvuga. Korrutamine teostub nii ilma igasuguste lisakirjutisteta.

Näide:	Mõttekäik:
$12{,}5 \cdot 73{,}2 = 915$	$(12{,}5 \cdot 8) \cdot (73{,}2 : 8) =$ $100 \cdot 9{,}15 = 915.$

Märkame, et sel korrutamisel ainsaks oluliseks arvutuseks osutub jagamine 73,2 : 8, mis ju määrab otsitava korrutise numbrilise koostise. Jagamine ühekohalise jagajaga toimub aga peast. Et selle jagamisega saadud numbrid osutuksid soovitud korrutiseks, tuleb vaid panna koma õigele kohale. Koma õige koha võime kergesti leida ka ümardatud andmeid korrutades (antud juhul $10 \cdot 73 = 730$).

Kokkuvõttes võime öelda, et

korrutamist teguritega, mille numbriliseks koostiseks on 5, 25 või 125, võib asendada jagamisega, võttes jagajaks vastavalt 2, 4 või 8; koma paigutatakse vastavalt andmeile.

Eriti peame aga meeles, et

0,5-ga	korrutamine	annab	sama,	mis 2-ga	jagamine;
0,25-ga	„	„	„	„ 4-ga	„
0,125-ga	„	„	„	„ 8-ga	„

117. Arvutada peast järgmised korrutised:

1)	2)	3)
$0{,}5 \cdot 0{,}21$	$0{,}25 \cdot 0{,}76$	$0{,}125 \cdot 8016$
$0{,}5 \cdot 1{,}46$	$0{,}25 \cdot 968$	$0{,}125 \cdot 33{,}68$
$0{,}5 \cdot 923$	$0{,}25 \cdot 12{,}4$	$0{,}125 \cdot 0{,}092$
$0{,}5 \cdot 73{,}2$	$0{,}25 \cdot 8{,}44$	$0{,}125 \cdot 4{,}856$
$0{,}5 \cdot 34{,}5$	$0{,}25 \cdot 0{,}42$	$0{,}125 \cdot 72{,}04$

118. Arvutada peast järgmised korrutised:

1)	2)	3)	4)
$5 \cdot 18$	$25 \cdot 36$	$125 \cdot 24$	$5 \cdot 748$
$5 \cdot 22$	$25 \cdot 16$	$125 \cdot 32$	$25 \cdot 532$
$5 \cdot 68$	$25 \cdot 84$	$125 \cdot 88$	$125 \cdot 944$
$5 \cdot 0{,}6$	$25 \cdot 7{,}2$	$125 \cdot 9{,}6$	$25 \cdot 0{,}324$
$5 \cdot 2{,}34$	$25 \cdot 0{,}64$	$125 \cdot 0{,}72$	$125 \cdot 0{,}048$

119. Arvutada peast järgmised korrutised:

1) $72 \cdot 1{,}25$	2) $420 \cdot 0{,}125$	3) $0{,}088 \cdot 125$
$120 \cdot 2{,}5$	$140 \cdot 25$	$0{,}994 \cdot 500$
$0{,}44 \cdot 12{,}5$	$161 \cdot 50$	$8808 \cdot 12{,}5$
$0{,}125 \cdot 0{,}136$	$0{,}164 \cdot 250$	$1250 \cdot 0{,}072$
$0{,}88 \cdot 125$	$3{,}04 \cdot 500$	$0{,}025 \cdot 23{,}6$

2. Arvutamisel on kasulik teada peast peale tavalise „ükskordühe“ veel muid täisarvude korrutisi saja piires. Suur osa neist on taandatavad „ükskordühele“ nii, et väiksemat tegurit korrutatakse ja suuremat jagatakse kahega. Nii on näiteks

$$4 \cdot 18 = 8 \cdot 9 = 72 \text{ ja } 3 \cdot 16 = 6 \cdot 8 = 48.$$

Niisuguseid „ükskordühele“ taanduvaid korrutamisi polegi mõtet õppida pähe. Neid ja veel mõningaid muid lihtsamaid korrutamisi kõrvale jättes saame lõpuks päheõppimiseks alljärgnevad korrutamised saja piires. Nende teadmine peast, sama kindlasti kui teatakse peast „ükskordühte“, tasub ennast tulevikus arvutamisel tuhandekordselt.

$3 \cdot 13 = 39$	$4 \cdot 13 = 52$	$5 \cdot 13 = 65$
$3 \cdot 15 = 45$	$4 \cdot 15 = 60$	$5 \cdot 15 = 75$
$3 \cdot 17 = 51$	$4 \cdot 17 = 68$	$5 \cdot 17 = 85$
$3 \cdot 19 = 57$	$4 \cdot 19 = 76$	$5 \cdot 19 = 95$
$6 \cdot 12 = 72$	$7 \cdot 12 = 84$	$8 \cdot 12 = 96$
$6 \cdot 13 = 78$	$7 \cdot 13 = 91$	$8 \cdot 13 = 104$
$6 \cdot 15 = 90$	$7 \cdot 14 = 98$	$8 \cdot 15 = 120$
$6 \cdot 17 = 102$	$7 \cdot 15 = 105$	$9 \cdot 12 = 108$

Üks näide selle kohta, kuidas korrutamine mõnikord erakordselt lihtsaks võib muutuda, kui see tabelikene korrutajal peas on:

$543 \cdot 1713$	Mõttekäik:
5139	$3 \cdot 13 = 39$
6852	$3 \cdot 17 = 51$
8565	$4 \cdot 13 = 52$
930159	jne.

Säärane „kahe numbri korraga haaramine" vähendab sageli tunduvalt töövaeva korrutamisel. Esitatud näite puhul mõttes leitud korrutised $3 \cdot 13 = 39$ jne. kirjutatakse ka kohe loomulikul kujul omale kohale, mitte aga numberhaaval paremalt vasakule, nagu see toimuks harilikul viisil korrutades ($3 \cdot 3 = 9$; $3 \cdot 1 = 3$ jne.)

120. Teostada peast järgmised korrutamised, taandades neid „ükskordühele".

1) $2 \cdot 14$	2) $2 \cdot 16$	3) $2 \cdot 18$	4) $4{,}5 \cdot 16$
$3 \cdot 14$	$3 \cdot 16$	$3 \cdot 18$	$3{,}5 \cdot 18$
$4 \cdot 14$	$4 \cdot 16$	$4 \cdot 18$	$5{,}5 \cdot 14$

121. Lähtudes korrutamisest $1 \cdot 144 = 144$, leida kõik täisarvupaarid korrutisega 144.

3. Ühe teguri kahekordistamine ja teise teguri poolitamine osutub vahel kasulikuks ka pikemate arvude korrutamise juures. Kui on näiteks vaja teostada korrutamine $605 \cdot 8864$, siis kindlasti eelistame selle asemel teostada korrutamist $1210 \cdot 4432$, mis teadagi annab sama tulemuse. Samuti korrutamise $3{,}5 \cdot 46$ asemel arvutame pigem peast $7 \cdot 23 = 151$.

4. Kirjaliku korrutamise viisi tuletamisel (§ 5, p. 2) jaotasime ühe teguri võimalikult ümmargusteks liidetavateks, korrutasime teise teguriga kõiki neid liidetavaid ja liitsime

tulemused. Nii toimime ka peast korrutamisel, kui tegurid on peast korrutamiseks küllalt lihtsad. Näiteid:

$$4 \cdot 13 = 4 \cdot (10 + 3) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 3 = 40 + 12 = 52$$
$$7 \cdot 24 = 7 \cdot (20 + 4) = 7 \cdot 20 + 7 \cdot 4 = 140 + 28 = 168$$
$$12 \cdot 36 = (10 + 2) \cdot 36 = 10 \cdot 36 + 2 \cdot 36 = 360 + 72 = 432$$
$$101 \cdot 49 = 100 \cdot 49 + 49 = 4900 + 49 = 4949$$

Mõnusaks kujuneb selle põhjal korrutamine teguriga 15, sest viiekordne on parajasti 2 korda väiksem kui kümnekordne. Näide:

$$15 \cdot 46 = 460 + 230 = 690, \text{ sest } 5 \cdot 46 = (10 \cdot 46) : 2.$$
$$: 2$$

Korrutamisel teguriga 9 võib teguri 9 asemel kasutada vahet 10 — 1. Näiteid:

$$9 \cdot 46 = (10 - 1) \cdot 46 = 10 \cdot 46 - 1 \cdot 46 = 460 - 46 = 414.$$
$$9 \cdot 75 = 750 - 75 = 675.$$

Samal viisil võib toimetada korrutamist ka teguritega 99, 999 jne.

Näiteid: $99 \cdot 24 = (100 - 1) \cdot 24 = 2400 - 24 = 2376$
$999 \cdot 52 = 52000 - 52 = 51948.$

122. Korrutada peast:

1)	2)	3)	4)
$3 \cdot 62$	$12 \cdot 16$	$15 \cdot 42$	$1{,}5 \cdot 64$
$5 \cdot 35$	$13 \cdot 14$	$15 \cdot 22$	$1{,}5 \cdot 2{,}44$
$7 \cdot 57$	$14 \cdot 14$	$15 \cdot 76$	$1{,}5 \cdot 56{,}2$
$8 \cdot 49$	$12 \cdot 26$	$48 \cdot 15$	$1{,}5 \cdot 0{,}76$
$9 \cdot 55$	$13 \cdot 13$	$58 \cdot 15$	$1{,}5 \cdot 2{,}3$

5)	6)	7)	8)
$9 \cdot 68$	$101 \cdot 61$	$99 \cdot 18$	$9 \cdot 4{,}6$
$9 \cdot 32$	$101 \cdot 43$	$99 \cdot 22$	$9 \cdot 0{,}75$
$9 \cdot 145$	$102 \cdot 33$	$999 \cdot 45$	$99 \cdot 4{,}5$
$9 \cdot 580$	$5{,}7 \cdot 101$	$999 \cdot 63$	$101 \cdot 0{,}09$
$9 \cdot 642$	$3{,}5 \cdot 102$	$98 \cdot 14$	$102 \cdot 0{,}38$

5. Lõpuks väärib veel märkimist kahekohaliste arvude korrutamine teguriga 11. Jälgides näiteks korrutamisi

$$\begin{array}{r} 11\cdot 43 \\ 43 \\ \hline 473 \end{array} \qquad \text{ja} \qquad \begin{array}{r} 11\cdot 58 \\ 58 \\ \hline 638 \end{array}$$

märkame, et kui üheteistkümnega korrutatava arvu numbrite summa on 9 või väiksem kui 9, siis korrutise äärmised numbrid on samad mis korrutataval ja keskmine number on nende summa; teisel juhul aga sellest summast saadav üks kümneline teeb korrutise esimese numbri ühe võrra suuremaks korrutatava esimesest numbrist. Selle põhjal võib 11-ga korrutamisel mõttes nihutada korrutatava numbrid teineteisest pisut eemale ja paigutada nende vahele nende summa, vajaduse korral kümnelise ülekandega. Piltlikult:

$$11\cdot 43 = 4\overset{\overset{7}{\downarrow}}{}3 = 473 \qquad 11\cdot 58 = \overset{1}{\underline{5}}\overset{\overset{3}{\downarrow}}{}8 = 638.$$

Märkus. Muidugi võib 11-ga peast korrutamist toimetada ka punktis 4 selgitatud viisil; näiteks

$$11\cdot 48 = 10\cdot 48 + 1\cdot 48 = 480 + 48 = 528.$$

123. Korrutada peast:

1) $11\cdot 41$	2) $1{,}1\cdot 4{,}1$	3) $88\cdot 0{,}11$
$27\cdot 11$	$11\cdot 5{,}2$	$7{,}5\cdot 1{,}1$
$49\cdot 11$	$45\cdot 0{,}11$	$630\cdot 0{,}011$
$11\cdot 85$	$11\cdot 270$	$110\cdot 1{,}1$
$99\cdot 11$	$1{,}1\cdot 87$	$1100\cdot 99$

6. Asume nüüd jagatise omadusi kindlaks tegema. Selleks lähtume näiteks jagamisest $24 : 6 = 4$.

Suurendades jagatavat näiteks 2 korda, saame jagamise $48 : 6 = 8$; märkame, et jagatis on ka suurenenud kaks korda. Viimasest jagamisest esimesele tagasi minnes veendume samuti, et jagatavat 2 korda vähendades jagatis samuti väheneb 2 korda.

Võtame uuesti esialgse jagamise $24:6=4$ ja suurendame jagajat 2 korda; saame jagamise $24:12=2$. Märkame, et jagatis on vähenenud 2 korda. Viimasest jagamisest eelmisele tagasi minnes veendume samuti, et jagajat 2 korda vähendades jagatis 2 korda suureneb.

Neis mõttekäikudes arvu 2 asemel mistahes muud arvu kasutades ilmnevad samad seadusepärasused. Kuna need seadusepärasused kehtivad iga jagamise juures, võime need sõnastada kokkuvõtlikult järgmiselt:

(1) kui suurendame (vähendame) jagatavat mingi arv korda, siis jagatis suureneb (väheneb) sama arv korda;

(2) kui suurendame (vähendame) jagajat mingi arv korda, siis jagatis väheneb (suureneb) sama arv korda.

Suurendame nüüd nii jagatavat kui ka jagajat sama arv korda. Selle tagajärjel peaks jagatis esiteks suurenema, siis aga jälle vähenema sama arv korda; see aga tähendab, et jagatis peab jääma endiseks.

Samuti selgub, et nii jagatavat kui ka jagajat vähendades sama arv korda jääb jagatis jällegi endiseks.

Lähtudes näiteks jagamisest $24:6=4$ võime kirjutada kuitahes palju uusi jagamisi jagatisega 4. Selleks tarvitseb ainult jagatavat ja jagajat korraga ühe ja sama arvuga kas korrutada või jagada:

$$24:6=48:12=16:4=80:20=8:2=56:14.$$

Kokkuvõttes:

(3) **kui jagatavat ja jagajat korraga kas korrutame või jagame ühe ja sama arvuga, siis jagatis ei muutu.**

7. Kus võimalik, seal kasutame seda asjaolu jagamise hõlbustamiseks. Teame, et ühikarvuga jagamine osutub eriti hõlpsaks, sest see toimub ju lihtsalt koma nihutamisega jagatavas. Jagajad, mille numbriliseks koostiseks on 5, 25 või 125, muutuvad ühikarvudeks, kui neid korrutatakse vastavalt arvudega 2, 4 või 8, sest

$$5 \cdot 2 = 10, \quad 25 \cdot 4 = 100 \text{ ja } 125 \cdot 8 = 1000.$$

Näide: $37 : 1{,}25 = 29{,}6$

Mõttekäik: $37 : 1{,}25 \doteq (37 \cdot 8) : (1{,}25 \cdot 8) = 296 : 10 = 29{,}6$

Märkame, et ainsaks oluliseks arvutuseks selle jagamise juures osutub jagatava korrutamine 8-ga; see toimub aga ilma lisakirjutisteta. Saadud korrutises jääb vaid koma paigutada õigele kohale. Komale õige asukoha leidmiseks võime teostada antud jagamise ligikaudu.

Niisiis:

jagamist arvuga, mille numbriliseks koostiseks on 5, 25 või 125, võib asendada korrutisega, võttes teguriks vastavalt arvu 2, 4 või 8; korrutamise tulemuses paigutatakse koma vastavalt andmeile.

Eriti peame aga meeles, et

jagamine 0,5-ga on sama mis korrutamine 2-ga,
jagamine 0,25-ga on sama mis korrutamine 4-ga,
jagamine 0,125-ga on sama mis korrutamine 8-ga,

sest on ju $0{,}5 \cdot 2 = 1$, $0{,}25 \cdot 4 = 1$ ja $0{,}125 \cdot 8 = 1$.

Näiteid:

1) $17{,}2 : 0{,}5 = 17{,}2 \cdot 2 = 34{,}4$
2) $27{,}84 : 0{,}25 = 27{,}84 \cdot 4 = 111{,}36$
3) $0{,}0463 : 0{,}125 = 0{,}0463 \cdot 8 = 0{,}3704$

Jagatava ja jagaja korrutamist ühe ja sama arvuga nimetatakse ka jagamise **laiendamiseks**; nende jagamist ühe ja sama arvuga aga — jagamise **taandamiseks.**

Jagatise kolmanda omaduse võiksime sõnastada ka järgmiselt: jagatis ei muutu, kui jagamist laiendame või taandame.

Arvu, millega laiendamisel jagatavat ja jagajat korrutame, nimetatakse **laiendajaks**; arvu, millega taandamisel jagatavat ja jagajat jagame, nimetatakse **taandajaks.**

Ühikarvuga laiendamine või taandamine teostub andmeis komade nihutamisega samapalju kohti paremale või vasakule (vaata ka § 7 p. 3).

Kui täisarvuline jagaja lõpeb nullidega, siis taandame jagamist niisuguse ühikarvuga, millel on samapalju nulle kui jagajal. See väldib ülearuste nullide kirjutamist jagamise juures. Näide:

$$
\begin{array}{l}
494{,}4 : 2400 = 4{,}944 : 24 = 0{,}206. \\
\phantom{494{,}4 : 2400 = 4{,}}\underline{48} \\
\phantom{494{,}4 : 2400 = 4{,}}144
\end{array}
$$

124. Jagada peast:

1) 43 : 0,5	2) 23 : 0,25	3) 16 : 0,125
79 : 0,5	68 : 0,25	40 : 0,125
108 : 0,5	106 : 0,25	120 : 0,125
6,7 : 0,5	5,2 : 0,25	1,5 : 0,125
0,1 : 0,5	0,9 : 0,25	0,05 : 0,125

125. Jagada peast:

1) 6 : 5	2) 14 : 0,05	3) 1,7 : 50
7 : 25	16 : 2,5	12 : 250
8 : 125	8 : 1,25	11 : 12,5

126. Teostada peast järgmised jagamised, enne neid sobiva ühikarvuga nii laiendades, et jagaja saab täisarvuks:

1) 3,5 : 0,7	2) 0,32 : 0,08	3) 24 : 0,3
4,8 : 0,6	0,56 : 0,07	12 : 0,6
6,4 : 1,6	0,42 : 0,06	4,6 : 0,23
10,8 : 1,2	1,08 : 0,09	72 : 0,09
6,5 : 1,3	64,2 : 3,21	5,1 : 0,17

127. Arvutada järgmised jagatised 0,0001 täpsusega:

1) 423 : 5600	2) 501,4 : 78000
76,5 : 340	189,6 : 5490
14,92 : 190	0,601 : 1200

8. Jagamine osutub seda lihtsamaks, mida väiksemad on jagaja numbrid; eriti sooviksime, et jagajas esineksid ainult ühed ja nullid. Sobivalt valitud taandaja või laiendaja abil on mõnelgi juhul võimalik seda saavutada. Näiteks, kui jagajaks on arv 37, siis jagamist kolmega laiendades saame jagajaks eriti mõnusa arvu, nimelt 111. Samuti, kui jagajaks on arv 91, siis jagamist 11-ga laiendades saame jagajaks suurepärase arvu, nimelt 1001. Teades seda ja soovides näiteks arvutada pöördarvu arvule 1,82, võiksime toimida nii:

$$
\begin{aligned}
&1 : 1,82 = \\
&= 100 : 182 = \\
&= 50 : 91 = \\
&= 550 : 1001 = 0,549
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{r}
5005 \\
\hline
4950 \\
4004 \\
\hline
9460
\end{array}
$$

Mõttekäik: Laiendame 100-ga, taandame 2-ga, laiendame 11-ga ja teostame nii saadud jagamise 550 : 1001. Jagamisel toimub nüüd mahutamine ja korrutamine imelihtsalt.

9. Kui jagaja numbrilises koostises esineb peale nullide veel ainult üks ja seesama number korduvalt, siis taandame jagamist selle numbriga; jagajasse tulevad siis ainult ühed ja nullid. Näide:

$$
\begin{array}{l}
490 : 50{,}55 = 98 : 10{,}11 = 9{,}69 \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \ \underline{9099} \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \ \ 7010 \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \ \underline{6066} \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ 944
\end{array}
$$

128. Arvutada kõige lihtsamal viisil pöördarvud järgmistele arvudele, 0,001 täpsusega.

1) 3,7 0,91 0,44 8,88 0,909
0,74 0,455 7,07 66,6 550,5

129. Arvutada järgmised jagatised tuhandiku täpsusega, jagamist enne sobivalt taandades.

1) $1245 : 333$ 2) $0{,}455 : 0{,}707$
$496 : 888$ $23{,}4 : 4{,}44$

130. Pomm lõhkeb sõdurist 2,4 km eemal. Heli levib kiirusega 333 m sekundis. Mitu sekundit pärast pommi lõhkemist kuuleb sõdur pauku?

131. *Õpilane jagas arvu 88 nii pooleks, et mõlemad pooled läksid kaduma. Kuidas ta seda tegi?

10. Lihtsamate arvude peast jagamisel on mõnikord kasulik teha jagatav summaks nii, et üks liidetav annaks ennast hõlpsasti jagada. Näiteks:

$$135 : 12 = (120 + 15) : 12 = 10 + 1 \text{ (jääk } 3) =$$
$$= 11 \text{ (jääk } 3).$$

Üldiselt:

summa jagamisel võib jagada liidetavad eraldi ja tulemused liita.

132. Teostada peast järgmised jagamised, määrates igakord jagatise täisosa ja jäägi:

1) 95 : 8	2) 842 : 41	3) 146 : 13
103 : 9	703 : 35	254 : 24
76 : 6	659 : 32	477 : 43

11. Tehete järjekord ja sulud.

On lepitud kokku järgmiselt:

kui numbrilises ülesandes esineb mitu tehet järjestikku, siis teostatakse enne korrutamised ja jagamised ja siis liitmised ja lahutamised selles järjekorras, milles nad esinevad.

Näide: $512 - 42 : 6 - 12 \cdot 8 = 512 - 7 - 96 =$
$= 505 - 96 = 409.$

Kui aga on tarvilik teostada tehteid mingis muus järjekorras, siis kasutatakse sulgusid. Sulgude tarvitamisel on lepitud kokku nii, et

sulgudes olevad tehted teostatakse kõigepealt (eespool kokkulepitud järjekorras).

Pärast sulgudes olnud tehete sooritamist jäävad sulud ära ja ülejäänud tehted teostatakse eespool kokkulepitud järjekorras. Näide:

$$43 - 42 : (15 + 6) = 43 - 42 : 21 = 43 - 2 = 41.$$

133. Arvutada:

1) $3 - 4{,}4 : 5{,}5 + 0{,}7 \cdot 5{,}8$
$(5{,}3 - 4{,}8) : 2{,}5 - 0{,}3 \cdot 0{,}3$
$6{,}8 - 0{,}2 \cdot (1{,}8 + 3{,}2) - 3 : 0{,}6$
$8{,}4 \cdot 1{,}5 - 4 : (11{,}2 - 10{,}7) + 0{,}4$

2) $75 \cdot 3{,}42 - 18{,}4 \cdot 0{,}55 + 3{,}14 \cdot 0{,}061$

$0{,}28 \cdot 15{,}5 + 168 \cdot 0{,}2 - 0{,}1 \cdot 0{,}1$

$220 \cdot (0{,}05 - 0{,}038) + 0{,}25 \cdot (1680 + 700{,}2)$

$2{,}15 \cdot (204{,}6 - 186{,}32) - 1{,}5 \cdot (0{,}8 - 0{,}08)$

3) $288 : 18 - 12 \cdot 0{,}5 + 1$

$288 : (18 - 12 \cdot 0{,}5) + 1$

$288 : 18 - (12 \cdot 0{,}5 + 1)$

$(288 : 18 - 12) \cdot 0{,}5 + 1$

$288 : (18 - 12 \cdot 0{,}5 + 1)$

$288 : 18 - 12 \cdot (0{,}5 + 1)$

Ülesandeid kordamiseks.

134. Arvutada peast:

1) $298 + 163$	2) $15 \cdot 0{,}62$	3) $18{,}9 + 34{,}8$
$60 : 0{,}125$	$0{,}28 : 0{,}7$	$0{,}5 \cdot 17{,}8$
$5{,}16 \cdot 0{,}5$	$697 + 75$	$3{,}5 : 0{,}7$
$6{,}5 - 2{,}08$	$0{,}1 \cdot 0{,}1$	$10{,}1 + 0{,}09$
$3037 + 646$	$4{,}35 - 4{,}07$	$20 - 12{,}06$
4) $0{,}08 : 0{,}2$	5) $0{,}25 \cdot 128$	6) $26{,}3 - 19{,}7$
$16{,}4 - 9{,}88$	$5 - 2{,}71$	$2{,}05 + 1{,}5$
$0{,}4 \cdot 125$	$16{,}2 : 0{,}5$	$0{,}5 \cdot 240{,}6$
$394 + 247$	$13{,}8 + 69{,}5$	$17 : 0{,}25$
$6{,}4 : 25$	$15 \cdot 1{,}2$	$51 - 39{,}4$
7) $15 : 0{,}125$	8) $60{,}7 + 38{,}9$	9) $20 - 4{,}01$
$1{,}5 \cdot 0{,}24$	$3{,}1 : 2{,}5$	$25 \cdot 3{,}28$
$460 - 329{,}9$	$9 \cdot 46$	$1{,}3 : 0{,}125$
$3{,}07 + 28{,}35$	$16{,}7 - 6{,}93$	$640{,}7 + 231{,}5$
$3{,}31 : 0{,}5$	$21{,}6 + 47{,}8$	$6{,}4 - 0{,}202$
10) $1{,}5 \cdot 0{,}64$	11) $7{,}2 + 0{,}85$	12) $3{,}7 : 5$
$240 : 25$	$9{,}6 - 4{,}19$	$25 \cdot 1{,}84$
$160 - 101{,}6$	$12{,}5 \cdot 3{,}28$	$80{,}4 + 19{,}7$
$2{,}5 \cdot 41{,}6$	$0{,}81 : 0{,}5$	$4{,}4 - 0{,}04$
$98{,}7 + 68{,}4$	$49{,}7 + 16{,}8$	$0{,}125 \cdot 30{,}4$

135. Veoauto võttis peale 5 kasti kaupa, igaüks 32,8 kg raske, ja 25 kasti kaupa, igaüks 20,4 kg raske. Kui raske tuli auto koorem?

136. Meeter köit kaalub 0,12 kg. Kui palju kaalub 12,5 m sama köit?

137. 25 ühesugust raamatut kaalub 5,5 kg. Arvutada ühe raamatu kaal.

138. 3,5 m pikkune traat lõigati 0,25 meetri pikkusteks tükkideks. Mitu tükki saadi?

139. Jalanõudetööstus valmistas kuus 486 paari saapaid hinnaga 15 rubla paar, 84 paari kingi hinnaga 12,5 rubla paar ja 58 paari töösaapaid hinnaga 11 rubla paar. Arvutada selle käitise kuutoodangu koguväärtus.

II. Algarvud ja kordarvud.

§ 9. Algarv ja kordarv. Jaguvuse tunnused.

Selles ja järgmistes selle peatüki paragrahvides tähendab sõna a r v nimelt t ä i s a r v u.

Täisarvude jagamise juures (§ 6) selgus, et täisarvude jagatis on ainult siis täisarv, kui jagamisel ei teki üheliste jääki.

Kui kahel arvul on täisarvuline jagatis, siis öeldakse, et esimene arv **jagub** teisega, ehk teine arv on esimesele **jagajaks**, ehk teine arv on esimese **tegur.** Näiteks arvudest 42 ja 7 on arv 7 arvu 42 jagajaks, sest jagamine 42 : 7 annab täisarvulise jagatise 6.

Pole kahtlust, et iga arv jagub arvuga 1, sest ükskõik mis arvu ühega jagades saame jagatiseks arvu enese; näiteks:

$$4 : 1 = 4; \quad 10 : 1 = 10; \quad 235 : 1 = 235.$$

Samuti pole kahtlust, et iga arv jagub arvu enesega, sest ükskõik mis arvu tema enesega jagades saame jagatiseks arvu 1; näiteks:

$$4 : 4 = 1; \quad 10 : 10 = 1; \quad 235 : 235 = 1.$$

On arvusid, milledel peale nende kahe jagaja enam muid jagajaid polegi. Niisugune on näiteks arv 13. Proovides arvu 13 jagada arvudega 2 kuni 12 saame igal juhul jäägi. Niisugust arvu nimetatakse **algarvuks.** Niisiis:

arv, mis jagub ainult ühega ja enesega, on algarv.

Arvu 1 ei loeta algarvude hulka.

Proovimise teel võib kindlaks teha, et vahemikus 1 kuni 100 leiduvad järgmised algarvud:

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41
43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	ja	97

Selle raamatu lõpus leidub ulatuslikum algarvude tabel.

Arvusid, mis pole algarvud, nimetatakse **kordarvudeks.** Igal kordarvul peab leiduma ka muid jagajaid peale arvu enese ja arvu ühe. Edaspidi mõtlemegi kordarvu jagajate all peamiselt just neid muid jagajaid. Näiteks arv 12 on kordarv; tema jagajateks on arvud 2, 3, 4 ja 6, aga muidugi ka veel arvud 1 ja 12.

2. Küsimust, kas antud arv jagub mõne teise arvuga või mitte, on igal juhul võimalik otsustada, tegelikult jagades antud arvu selle teisega. Näiteks arv 351 ei jagu arvuga 17, sest jagamisel tekib jääk 11.

Jagamise tegelik läbiviimine on küllaltki tülikas. Paljude sageli esinevate jagajate puhul, nagu 2, 3, 4, 5, 9, saame jaguvuse küsimust otsustada tunduvalt väiksema vaevaga, rakendades vastavaid *jaguvuse tunnuseid.*

Jaguvuse tunnuste leidmisel toetume järgmistele seadustele:

1) kui kumbki kahest liidetavast jagub mingi arvuga, siis ka summa jagub selle arvuga;

2) kui üks liidetav jagub mingi arvuga, teine aga mitte, siis ka summa ei jagu selle arvuga.

Nende seaduste sisu selgitamiseks kujutleme, et isa ja ema jagavad oma kolmele lapsele õunu. Olgu esialgu isal 21 õuna ja emal 15 õuna. Kui isa on oma õunad ära jaganud, siis iga laps on saanud ühepalju. Sest isa õunte arv 21 jagub kolmega. Ka ema saab anda igale lapsele ühepalju, sest ka tema õunte arv 15 jagub kolmega. On selge, et iga laps saab isalt ja emalt kokku samapalju õunu. See tähendab aga seda, et õunte koguarv 36 peab olema ka kolmega jaguv; tõesti: $36 : 3 = 12$.

Olgu nüüd isal endiselt 21 õuna, emal aga 14. Isa saab nagu ennegi anda igale lapsele ühepalju. Kui ka ema on andnud igale lapsele võrdselt ja niipalju kui võimalik, siis on tal 2 õuna veel järel, sest $14 : 3 = 4$ (jääk 2). Nüüd on õunte koguarvust iga laps saanud ühepalju, aga 2 õuna on jäänud üle. See tähendab aga, et õunte koguarv pole nüüd jaguv kolmega; tõesti: $21 + 14 = 35$; $35 : 3 = 11$ (jääk 2).

3. Arvusid, mis jaguvad kahega, nimetame **paarisarvudeks** ja arvusid, mis kahega ei jagu — **paarituarvudeks.** Paaris- ja paarituarvud esinevad vaheldumisi täisarvude reas: 1 on paaritu-, 2 on paaris-, 3 on paaritu-, 4 on paarisarv jne. Selgub, et 10 on paarisarv.

Et 10 kui paarisarv jagub kahega, peab ka $20 = 10 + 10$ jaguma kahega (esimese seaduse põhjal). Siis peab aga ka $30 = 20 + 10$ jaguma kahega, samuti $40 = 30 + 10$ jne. Selgub, et iga arv, mis lõppeb nulliga, on kindlasti paarisarv.

Ükskõik mis numbriga lõppev arv aga laseb ennast avaldada nulliga lõppeva arvu ja oma viimase numbri summana. Näiteks $2453 = 2450 + 3$. Eespool sõnastatud seaduste põhjal aga otsustab niisugune summa kahega jaguvuse küsimuse ainult see, kas tema teine liidetav, s. o. arvu viimane number, jagub kahega või mitte. Selle põhjal arv 2453 ei jagu kahega, kuna ta lõpeb paarituarvuga 3. Üldiselt võime öelda, et

arv on jaguv kahega, kui ta lõpeb nulliga või paarisnumbriga.

Samal viisil arutades leiame, et

arv on jaguv viiega, kui ta lõpeb nulliga või viiega.

4. Kolmega jagumise tunnuse leidmiseks veendume kõigepealt selles, et iga arv, mille numbriteks on ainult 9-d, jagub kolmega. Tõesti:

$$9 : 3 = 3; \quad 99 : 3 = 33; \quad 999 : 3 = 333 \text{ jne.}$$

Võtame näiteks arvu 2453 ja teeme kindlaks, kas ta jagub kolmega või mitte. Selleks lõhume ta kõigepealt ühikarvude summaks järgmiselt:

$$\begin{aligned} 2453 = {} & 1000 + 1000 + \\ & + 100 + 100 + 100 + 100 + \\ & + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \\ & + 1 + 1 + 1. \end{aligned}$$

Kui nüüd eraldame igast ühikarvust ühe ühelise, siis saame:

$$2453 = \left\{ \begin{array}{l} 999 + 999 + \\ + 99 + 99 + 99 + 99 + \\ + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + \\ + 0 + 0 + 0 \end{array} \right\} + 2 + 4 + 5 + 3.$$

Märkame, et eraldatud üheliste summa osutub antud arvu numbrite summaks.

Arvu numbrite summat nimetatakse tema **ristsummaks.**

Meie tulemuses jagub kindlasti kolmega see summa, mis seisab sulgudes, sest kõik liidetavad jaguvad kolmega.

Niisiis selgub, et iga antud arv laseb ennast avaldada summana järgmiselt:

antud arv = 3-ga jaguv arv + antud arvu ristsumma.

Antud arvu kolmega jagumise küsimuse otsustab nüüd see, kas tema ristsumma jagub kolmega või mitte. Tõesti: kui ristsumma jagub kolmega, siis jagub ka antud arv kolmega (esimese seaduse põhjal); kui ta aga ei jagu kolmega, siis ei jagu ka antud arv kolmega (teise seaduse põhjal).

Arvu 2453 ristsumma $2+4+5+3=14$ ei jagu kolmega, järelikult see arv ise ka ei jagu kolmega. Üldiselt võime öelda, et

arv jagub kolmega, kui tema ristsumma jagub kolmega. ‖ 3

Iga arv, mille numbriteks on ainult 9-d, jagub kahtlemata üheksaga. Tõesti:

$$9:9=1; \quad 99:9=11; \quad 999:9=111 \text{ jne.}$$

Eelmise mõttekäigu eeskujul saame siis iga antud arvu avaldada summana ka järgmiselt:

antud arv = üheksaga jaguv arv + antud arvu ristsumma.

Seega ka üheksaga jagumist saab otsustada ristsumma kaudu:

arv jagub üheksaga, kui ta ristsumma jagub üheksaga. ‖ 9

Näiteks arv 2453 pole jaguv üheksaga, sest tema ristsumma on 14 ja 14 ei jagu üheksaga. Arv 75465 aga jagub 9-ga, sest tema ristsumma 27 jagub üheksaga.

5. Neljaga jagumise tunnuse leidmiseks lähtume sellest, et 100 jagub kindlasti neljaga. Tõesti: $100:4=25$. Siis on aga ka $100+100$ ehk 200 jaguv neljaga (esimese seaduse põhjal), samuti $200+100$ ehk 300 jne. Selgub, et iga arv, mis lõpeb kahe nulliga, on jaguv neljaga.

Kui arv ei lõpe kahe nulliga, näit. 5742, siis esitame ta summana nii, et esimene liidetav lõpeb kahe nulliga:

$$5742 = 5700 + 42.$$

Esimene liidetav jagub siis kindlasti neljaga. Eespool sõnastatud seaduse põhjal otsustab nüüd summa jagumise neljaga see, kas teine liidetav jagub neljaga või mitte. Seega neljaga jagumise tunnus on järgmine:

4 **arv on jaguv neljaga, kui tema kirjutise kaks viimast numbrit kujutavad neljaga jaguvat arvu (või on mõlemad nullid).**

Samal viisil arutades leiaksime ka, et

25 **arv on jaguv 25-ga, kui tema kirjutise kaks viimast numbrit kujutavad 25-ga jaguvat arvu (või on mõlemad nullid).**

Ilma pikemata on selge, et jaguvus ühikarvudega 10, 100, 1000 jne. nõuab, et arv peab lõppema vähemalt samapaljude nullidega, kui vastav ühikarvgi.

140. Kirjutada välja kõik kordarvud vahemikus 1—50.

141. Kirjutada järgmistest arvudest välja paarisarvud eraldi ja paarituarvud eraldi:

30; 45; 121; 182; 189; 694; 1246; 2754; 7549; 40505.

142. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad kolmega:

44; 57; 111; 347; 458; 748; 1436; 1896; 8488; 9996.

143. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad neljaga:

256; 112; 554; 526; 932; 996; 1728; 2452; 7113; 9318.

144. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad viiega; missugused 25-ga:

55; 83; 75; 185; 270; 684; 450; 555; 2749; 100005;

145. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad üheksaga: 792; 1265; 6309; 954; 5319; 8020; 17825; 90333; 34201.

146. On antud arvud: 825; 3672; 85481; 94641. Missugused neist jaguvad kahega, missugused kolmega, missugused neljaga, missugused viiega, missugused üheksaga ja missugused 25-ga?

147. On antud arvud: 729 484 756; 749 250; 107 811; 648000. Missugused neist jaguvad kahega? kolmega? neljaga? viiega? üheksaga? kümnega? sajaga?

148. Missuguste arvudega reast

2 3 4 5 9 10 25

jagub arv 137 610?

149. Kirjutada kolm neljakohalist arvu, mis jaguvad kolmega, aga ei jagu üheksaga?

150. Kas iga arv, mis jagub üheksaga, jagub ka kolmega?

151. Kui aastanumber jagub neljaga, siis aasta on lisapäeva-aasta. Kas käesolev aasta on liht- või lisapäeva-aasta? Mis numbriga on järgmine lisapäeva-aasta? Mis numbriga oli eelmine lisapäeva-aasta?

152. Otsustada, kas summa $555+321$ jagub 3-ga või mitte, ilma summat ennast arvutamata.

153. Otsustada, kas summa $56+432$ jagub 4-ga või mitte, ilma summat ennast arvutamata.

154. Otsustada, kas summa $486+728$ jagub 9-ga või mitte, ilma summat ennast arvutamata.

155. Jagamist teostamata otsustada, missugune jääk saadakse arvu 27346 jagamisel viiega, üheksaga, kümnega ja 25-ga. Otsustada samad küsimused ka arvu 591 427 kohta.

156. Leida arvu 1497 kõik jagajad, mis on väiksemad kui 20.

157. Leida arvu 1673 kõik jagajad, mis on väiksemad kui 20.

§ 10. Arvu algtegurid ja jagajad.

1. Iga kordarv laseb ennast avaldada algarvude korrutisena. Kordarvud kuni 25-ni esinevad algarvude korrutistena järgmiselt:

$4 = 2 \cdot 2$	$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$	$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$6 = 2 \cdot 3$	$14 = 2 \cdot 7$	$21 = 3 \cdot 7$
$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$15 = 3 \cdot 5$	$22 = 2 \cdot 11$
$9 = 3 \cdot 3$	$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$10 = 2 \cdot 5$	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$	$25 = 5 \cdot 5$

Kordarvu algarvulisi tegureid nimetatakse selle kordarvu **algtegureiks.**

Leiame näiteks arvu 420 algtegurid. Selleks uurime kõigepealt, kas väikseim algarv 2 on antud arvu jagajaks või mitte.

Jaguvuse tunnuse järgi peab 420 jaguma 2-ga. Jagamegi arvu 420 kahega; saame 210; seega

$$420 = 2 \cdot 210.$$

Edasi uurime, kas vast tegur 210 jagub ka arvuga 2. Selgub, et jagubki. Jagame arvu 210 kahega; saame 105; seega

$$210 = 2 \cdot 105 \quad \text{ja} \quad 420 = 2 \cdot 2 \cdot 105.$$

Edasi uurime, kas ehk tegur 105 jagub ka veel arvuga 2. Selgub, et ei jagu. Siis uurime, kas ta jagub järgmise algarvuga, s. o. 3-ga. Selgub, et jagub (sest arvu 105 ristsumma 6 jagub kolmega). Jagame 105 kolmega; saame 35; seega

$$105 = 3 \cdot 35 \quad \text{ja} \quad 420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 35.$$

Saadud tegur 35 enam kolmega ei jagu. Järgmine algarv on 5. Viiega jagumise tunnuse järgi 35 jagub viiega. Jagame ta viiega; saame 7; seega

$$35 = 5 \cdot 7 \quad \text{ja} \quad 420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Saadud viimane tegur 7 on juba algarv, temal enam jagajaid pole. Nii ongi leitud arvu 420 kõik algtegurid.

Arvu algtegurite leidmist teostatakse kirjalikult harilikult nii:

Näide 1.		Näide 2.	
420	2	396	2
210	2	198	2
105	3	99	3
35	5	33	3
7	7	11	11

$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $\qquad$ $396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$

2. Olgu nüüd nõutud leida arvu 173 algtegurid. Selgub, et algarvud 2, 3, 5, 7, 11 ega ka 13 pole jagajaks sellele arvule. Tekib küsimus, kui kaugele on mõtet minna proovimisega. Võib-olla 173 on koguni algarv; kas selle kindlakstegemiseks peaks proovima teda jagada kõigi algarvudega, mis on temast väiksemad? Ei — see pole tarvilik! On mõtet minna proovimisega ainult kuni selle algarvuni, mille korrutis iseendaga on juba suurem kui antud arv. Sest kui see algarv või temast veel suuremgi algarv oleks antud arvu jagajaks, siis temaga antud arvu jagades peaksime saama jagatiseks temast väiksema arvu ja ka see peaks olema antud arvu jagajaks. Viimane aga oleks pidanud siis juba varem proovimisel välja tulema.

Arvu 173 puhul on selleks kõige suuremaks algarvuks, millega veel jagamist proovida maksab, arv 13, sest $13 \cdot 13 =$ $= 169$ on veel väiksem antud arvust, $17 \cdot 17$ aga on juba temast suurem. Kuna proovimisel selgub, et 173 ei jagu ühegi algarvuga, mis on väiksem kui 17, siis on 173 ise algarv.

Siit selgub, et arvu algtegurite määramisel on väga tähtis proovida jaguvust alati k õ i g i järjestikuste algarvudega, ühtki neist vahele jätmata. Sest vahele võib jääda juhuslikult just see algarv, mis osutub antud arvu algteguriks. Selle järelduseks võib olla väär otsus, et antud arv on algarv, kui ta tegelikult on siiski kordarv.

Võtame näiteks arvu 1027, mis avaldub algtegurite korrutisena järgmiselt: $1027 = 13 \cdot 79$. Kui siin jagumine 13-ga jääks esialgu selgitamata, siis hiljem see enam välja ei tulegi, sest siin on mõtet jaguvust proovida ainult algarvuni 31; võib karta, et arvutaja jagajat 79 ei leiuta ja otsustabki siis ekslikult, et 1027 on algarv.

3. Kui arvu algtegurid on teada, siis saab kergesti leida tema jagajaid, võttes arvu algtegureid üksikult, siis korrutades neid paarikaupa, kolmekaupa jne.

Näiteks on arvu

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

jagajateks arvud:

2	3	5	
$2 \cdot 2$	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 5$	$3 \cdot 5$
$2 \cdot 2 \cdot 3$	$2 \cdot 2 \cdot 5$	$2 \cdot 3 \cdot 5$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

ehk 2, 3, 5, 4, 6, 10, 15, 12, 20, 30 ja 60. Neile lisandub veel endastmõistetavalt jagaja 1.

Üldiselt:

arvu jagajaks on iga arv, mille kõik algtegurid leiduvad antud arvu algtegurite hulgas.

158. Esitada algtegurite korrutisena kõik kordarvud vahemikus 25—50.

159. Leida järgmiste arvude algtegurid:

1) 51	2) 100	3) 1500	4) 1001
54	300	7000	1111
66	216	1024	1495
72	360	1147	13 489
108	613	2383	111 111

160. Iga kuuekohaline arv, mis tekib üht ja sama kolmekohalist arvu kaks korda järjestikku kirjutades, (näiteks 273 273) jagub arvudega 7, 11 ja 13. Uurida, miks on see nii. (Näpunäide: korrutada nimetatud arvude korrutist kolmekohalise arvuga!)

161. Kas arvudel 475, 570 ja 741 leidub ühiseid algtegureid?

162. Leida kõik jagajad arvudele:

12; 56; 72; 75; 84; 108; 120.

163. Leida arvude 44 ja 100 kõik ühised jagajad.

164. Leida arvude 48, 40 ja 24 kõik ühised jagajad.

§ 11. Suurim ühistegur ja väikseim ühiskordne.

1. Olgu antud kaks arvu, näiteks 30 ja 42; esitame need algtegurite korrutisena:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Jagajateks ühele ja teisele arvule on arvud:

$$\begin{array}{llllllllllllll} 30 \rightarrow & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & — & 10 & — & 15 & — & 30 & — \\ 42 \rightarrow & 1 & 2 & 3 & — & 6 & 7 & — & 14 & — & 21 & — & 42 \end{array}$$

Nagu näeme, arvudel 30 ja 42 leidub ü h i s e i d jagajaid; need on arvud

1, 2, 3, ja 6.

Kõige suurem neist on antud juhul arv 6. Seega arv 6 on arvude 30 ja 42 s u u r i m ü h i n e j a g a j a ehk **suurim ühistegur**. Kirjutatakse seda järgmiselt:

süt. (30; 42) = 6

Samuti võib leida suurimat ühistegurit ka rohkem kui kahele arvule. Üldiselt:

antud arvude suurim ühistegur on suurim arv, millega jagub igaüks antud arvudest.

Selgitame nüüd arvude suurima ühisteguri määramist kõige hõlpsamal viisil. Olgu näiteks antud arvud 420 ja 2700. Leiame kõigepealt nende algtegurid. Märgime ära nende *ühised* algtegurid; need on antud juhul 2; 2; 3; 5. Iga korrutis neist ühiseist algtegureist (ükskõik mitmest) on antud arvudele ühiseks jagajaks. Suurimaks neist osutub korrutis *kõigist* ühiseist algtegureist, s. o. $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ehk 60.

		2700	$\boxed{2}$
420	$\boxed{2}$	1350	$\boxed{2}$
210	$\boxed{2}$	675	$\boxed{3}$
105	$\boxed{3}$	225	3
35	$\boxed{5}$	75	3
7	7	25	$\boxed{5}$
		5	5

süt. $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Selle mõttekäigu alusel sõnastame järgmise üldise juhise:

selleks, et saada antud arvude suurimat ühistegurit, leiame nende algtegurid, kirjutame välja kõigi arvude *ühised* algtegurid ja arvutame nende korrutise.

165. Määrata järgmiste arvupaaride ja arvukolmikute suurimad ühistegurid:

1)	9 ja 12	2)	54 ja 63	3)	6, 12 ja 20
	10 ja 15		27 ja 48		9, 18 ja 45
	21 ja 14		65 ja 85		7, 14 ja 24
	15 ja 35		63 ja 81		10, 35 ja 50
	39 ja 52		72 ja 96		18, 30 ja 42

4) 112 ja 176	5) 121, 154 ja 165
132 ja 364	102, 136 ja 170
308 ja 392	144, 162 ja 198
360 ja 450	264, 360 ja 600
468 ja 624	104, 525 ja 712

166. Ühe nööri pikkus on 250 m, teise oma 180 m. Kui suur on kõige pikem nööritükk, mis mahub nii esimese kui ka teise nööri pikkusesse täisarv korda?

167. Ühes klassis on 24 õpilast, teises 40. Kui suured on rühmad, milledeks saab jaotada nii esimese kui ka teise klassi õpilasi nii, et kõigis rühmades oleks võrdpalju õpilasi? Mitu õpilast on suurimais niisugustes rühmades?

2. Olgu antud arvud 12 ja 15. Nende ühe-, kahe-, kolme-, jne. kordsed on vastavalt

12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**,...
15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, 135, 150,...

Märkame, et neis kordsete ridades leidub samu arve, näiteks 60 ja 120; kaugemal leidub neid veel kuitahes palju, sest esimese rea arvudest iga viies on sama mis teise rea arvudest iga neljas. Neist ühiseist kordseist on 60 antud juhul kõige väiksem. Seega arv 60 on arvude 12 ja 15 **väikseim ühiskordne.** Seda kirjutame lühidalt järgmiselt:

$$\text{vük.}\ (12;\ 15) = 60$$

Samuti võib leida väikseimat ühiskordset ka rohkem kui kahele arvule. Üldiselt:

antud arvude väikseim ühiskordne on väikseim arv, mis jagub igaühega antud arvudest.

Selgitame nüüd arvude väikseima ühiskordse määramist kõige lihtsamal viisil. Olgu näiteks antud arvud 126 ja 56.

Leiame kõigepealt nende algtegurid. Märgime ära ühised algtegurid; need on antud juhul 2 ja 7. Et ühine kordne peab jaguma nii ühega kui ka teisega antud arvudest, siis peab temas olema esindatud iga tegur ühest arvust ja samuti iga tegur teisest arvust.

$$\begin{array}{r|l@{\qquad}r|l} 126 & \boxed{2} & 56 & \boxed{2} \\ 63 & 3 & 28 & 2 \\ 21 & 3 & 14 & 2 \\ 7 & \boxed{7} & 7 & \boxed{7} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{vük.} = 126 \cdot 2 \cdot 2 = 504$$

Võttes nüüd ühe arvu algtegurid kõik, on vaja neile teisest arvust juurde kirjutada veel ainult need, mis esimese arvu tegurite hulgas ei leidu, s. t. teise arvu märkimata algtegurid; siis saadaksegi kõik algtegurid väikseima ühiskordse jaoks. On päris ükskõik, kumba arvu algtegurid võtame kõik, sest neile teisest arvust märkimata tegureid juurde kirjutades saame kokku ikkagi needsamad tegurid, ainult teises järjekorras; tõesti:

$$\underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}_{126} \cdot 2 \cdot 2 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7}_{56} \cdot 3 \cdot 3 = 504.$$

Arvuks, mille tegurid võetakse kõik, eelistame võtta suurema antud arvudest.

Selle mõttekäigu alusel sõnastame järgmise üldise juhise:

selleks, et saada kahe antud arvu väikseimat ühiskordset, leiame nende arvude algtegurid ja korrutame ühe antud arvudest teise arvu nende algteguritega, mis esimeses arvus puuduvad.

Kolme antud arvu väikseima ühiskordse saamiseks korrutame kahe arvu väikseima ühiskordse kolmanda arvu nende algteguritega, mis temas veel puuduvad. Samuti toimime nelja või enama antud arvu puhul.

Kui kahest antud arvust üks on teise jagajaks, siis teine on ühtlasi nende arvude väikseim ühiskordne; näiteks

$$\text{vük.}\ (65;\ 13) = 65.$$

Kui mõlemad antud arvud on algarvud, siis nende väikseim ühiskordne on nende arvude korrutis; näiteks

$$\text{vük.}\ (13;\ 29) = 13 \cdot 29 = 377.$$

Näitena leiame siin lõpuks veel suurima ühisteguri ja väikseima ühiskordse arvukolmikule 462, 420 ja 336.

462	$\boxed{2}$	420	$\boxed{2}$	336	$\boxed{2}$
231	$\boxed{3}$	210	2	168	2
77	$\boxed{7}$	105	$\boxed{3}$	84	2
11	11	35	5	42	2
		7	$\boxed{7}$	21	$\boxed{3}$
				7	$\boxed{7}$

$$\text{süt.}\ (462;\ 420;\ 336) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = \mathbf{42};$$
$$\text{vük.}\ (462;\ 420) = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5};$$
$$\text{vük.}\ (462;\ 420;\ 336) = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \mathbf{18\,480}.$$

Kontroll:

$462 : 42 = 11$	$18480 : 462 = 40$
$420 : 42 = 10$	$18480 : 420 = 44$
$336 : 42 = 8$	$18480 : 336 = 55$

18 480 =	2 ·	2 ·	2 ·	2 ·	3 ·	5 ·	7 ·	11	
: 462	×	2 ·	2 ·	2	×	5	×	×	= 40
: 420	×	×	2 ·	2	×	×	×	11	= 44
: 336	×	×	×	×	×	5	×	11	= 55

168. Leida peast järgmiste arvupaaride väikseimad ühiskordsed:

1)	2)	3)
8 ja 12	3 ja 11	14 ja 35
12 ja 15	4 ja 10	10 ja 15
21 ja 14	12 ja 18	9 ja 18
33 ja 22	15 ja 25	9 ja 25
100 ja 24	27 ja 21	18 ja 20

169. Leida järgmiste arvupaaride ja arvukolmikute väikseimad ühiskordsed:

1) 25 ja 20	2) 108 ja 216	3) 4,8 ja 12
11 ja 24	110 ja 231	5,14 ja 35
50 ja 80	360 ja 540	32,36 ja 48
45 ja 55	130 ja 312	42,56 ja 98
60 ja 90	212 ja 218	54,72 ja 126

170. Leida järgmistele arvuridadele väikseimad ühiskordsed:

1) 14, 28, 35, ja 77	4) 17, 29, 31 ja 37
2) 12, 20, 36, 54 ja 63	5) 32, 128, 512 ja 1024
3) 504, 686, 720 ja 1890	6) 1021, 1031 ja 1051

171. Leida lühima nööri pikkus, mida saab lõigata nii 12 cm kui ka 15 cm pikkusteks tükkideks.

172. Kirjutada kaks arvu (mõlemad väiksemad kui 100), millede väikseim ühiskordne on 100.

§ 12. Kordamisülesandeid.

173. Kuidas muutub kümnendmurd, kui koma jäetakse ära ja koma järel seisis üks koht? kaks kohta? kolm kohta?

174. Ühel teguril on kaks ja teisel kolm kümnendkohta. Mis sünnib korrutisega, kui teguritel komad ära jäetakse?

175. Ma valisin arvu, lahutasin sellest 13, korrutasin tulemuse 6-ga, liitsin saadusega 10 ja sain arvu 52. Mis arvu ma valisin?

176. Kuidas muutub jagatis, kui jagatavat suurendame kaks korda, aga jagajat vähendame kaks korda?

177. Kuidas muutub korrutis, kui mõlemaid tegureid vähendame kolm korda?

178. Kuidas muutub vahe, kui vähendatavat suurendame 5 võrra, aga lahutatavat vähendame 3 võrra?

179. Kuidas tuleb muuta liidetavaid, et summa jääks endiseks?

180. Uusmaasaaja otsustas külvata 1,25 ha nisu Punaarmee fondi. Seemet kulus hektaari peale 160 kg. Lõikus andis 7,5 seemet. Mitu kg nisu andis uusmaasaaja sügisel Punaarmeele?

181. Väljendada täiskilomeetrites pikkused (õigesti ümardatult): 3200 m, 8110 m, 24 237 m, 9900 m, 47 623 m.

182. Ühe hobulaenutuspunkti aastaaruanne näitab, et aasta jooksul on punkti 11 hobust teinud kokku 15 000 hobutöötundi; teise punkti 13 hobust aga on teinud sama aja jooksul 17 000 hobutöötundi. Kumb hobulaenutuspunkt töötas keskmiselt edukamalt?

183. Atsil on 37 viiekopikalist ja 13 15-kopikalist raha; Jütsil aga on 14 25-kopikalist ja 23 viiekopikalist. Kummal on raha rohkem ja kui palju?

184. Arvutada peast:

1) $10 - 9{,}8$	2) $5{,}8 + 4{,}6$	3) $3{,}6 : 0{,}4$
$1{,}4 : 2{,}5$	$8{,}5 - 6{,}08$	$0{,}3 \cdot 0{,}2$
$3{,}98 + 2{,}7$	$5 \cdot 6{,}08$	$14{,}9 + 3{,}5$
$15 \cdot 0{,}24$	$610 : 25$	$23 - 7{,}9$
$5{,}03 - 1{,}7$	$6{,}7 + 2{,}03$	$6{,}2 : 5$
4) $1{,}5 \cdot 0{,}036$	5) $14{,}6 \cdot 0{,}5$	6) $6 - 0{,}75$
$2{,}4 : 0{,}8$	$7{,}4 : 0{,}1$	$4{,}13 : 0{,}5$
$60 - 49{,}05$	$9 - 8{,}99$	$6{,}7 + 2{,}9$
$4{,}91 + 13{,}2$	$29{,}3 + 47{,}8$	$0{,}25 \cdot 136$
$0{,}125 \cdot 63{,}2$	$0{,}28 \cdot 2{,}5$	$1{,}6 - 0{,}05$
7) $72{,}4 + 0{,}6$	8) $2{,}2 : 0{,}25$	
$0{,}125 \cdot 16$	$9{,}07 + 0{,}93$	
$80 - 59{,}02$	$7 - 6{,}97$	
$2{,}1 : 0{,}3$	$1{,}5 \cdot 4{,}6$	
$39{,}2 + 60{,}8$	$607 - 348$	

185. Kas arv 74 567 843 jagub 3-ga?

186. Ilma ristsummat arvutamata otsustada, kas arv 66 666 666 jagub 3-ga.

187. Missugune on suurim algarv, millega on veel mõtet proovida arvu 5501 jaguvust?

188. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad 4-ga: 1946, 83 648, 335 004, 99 438, 657 092.

189. Iga paarisarv, mis jagub 3-ga, jagub ka 6-ga. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad 6-ga: 743, 5648, 9432, 6006, 1945, 24 540.

190. Iga arv, mis jagub 3-ga ja 5-ga, jagub ka 15-ga. Otsustada, missugused järgmistest arvudest jaguvad 15-ga: 285, 2745, 3520, 31 545, 7775, 195.

191. Missugustega arvudest 1 kuni 15 jagub arv 1 504 830?

192. Järjestada numbrid 1, 6, 2, 5 neljakohaliseks neljaga jaguvaks arvuks. Mitu niisugust võimalust leidub?

193. Kas numbreid 2, 5, 7, 6 saab järjestada 3-ga jaguvaks arvuks? 4-ga jaguvaks arvuks? 5-ga jaguvaks arvuks?

194. Leida arvude 531 441 ja 48 828 125 algtegurid.

195. Leida süt. ja vük. järgmisele arvupaarile ja arvukolmikule:

616 ja 784   208, 1050 ja 1424.

196. Ühes korvis on 56 õuna, teises 84 pirni. Mitmele isikule saaks neid jaotada nõnda, et igaüks saaks võrdpalju õunu ja võrdpalju pirne? Kui suur on kõige suurem isikute hulk, mille puhul on säärane jaotamine võimalik?

197 Leida lühima traadi pikkus, mida saab lõigata nii 10 kui ka 12 cm pikkusteks tükkideks.

198. Kirjutada kolm arvu (kõik väiksemad kui 1000), millede väikseim ühiskordne on 1000.

199. *Haug ja tursk, kaks tuntud röövkala, kohtusid meres ja nende vahel tekkis järgmine „südamlik“ kahekõne:

Tursk havile: „Kui mina sinust poole ära sööksin, siis kaaluksin ma täpselt 1 kg."

Havi tursale: „Kui mina sinust poole ära sööksin, siis saaksin ma niisama raskeks kui sina oled praegu."

Kui palju kaalus kumbki röövel?

III. Harilikud murrud.

§ 13. Osa väljendamine hariliku murru abil.

1. a) Kui kannutäiest piimast saab ääreni täita 11 ühesugust tassi nii, et piima kannu järele ei jää, siis mahub igasse tassi parajasti üks üheteistkümnendik osa kogu piimast.

„Üks üheteistkümnendik" kirjutatakse nii $\frac{1}{11}$.

Kahte tassi kokku mahub siis kaks üheteistkümnendikku ehk $\frac{2}{11}$ kogu piimast.

Kui palju piima mahub kolme, nelja, viide, kuude ja seitsmesse tassi?

b) Ema jaotas kausitäie maasikaid oma nelja tütre ja kolme poja vahel nii, et igaüks sai ühepalju. Missuguse osa maasikaist sai iga laps? Missuguse osa maasikaist said kõik tütred kokku? Missuguse osa maasikaist said kõik pojad kokku?

c) Nädalas on 7 päeva. 1 päev on siis $\frac{1}{7}$ nädalat. Mitu nädalat on 2, 3, 4, 5, 6 päeva?

d) Liiter on 4 klaasitäit. Mitu liitrit on 1, 2, 3 klaasitäit?

Arvusid, nagu $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$ jne. nimetatakse **harilikkudeks murdudeks** ehk lühemalt lihtsalt **murdudeks**.

Peale harilikkude murdude, nagu teame, on olemas veel kümnendmurrud. Harilikkude ja kümnendmurdude lähemat vahekorda selgitame hiljem.

2. Harilikku murdu kirjutatakse kahe täisarvu ja murrujoone abil. Arv, mis murru kirjutises asub murrujoone

peal, on murru **lugeja.** Arv, mis murru kirjutises asub murrujoone all, on murru **nimetaja.**

$$\begin{array}{rl} \text{lugeja } 3 & \\ \overline{} & \text{murrujoon} \\ \text{nimetaja } 7 & \end{array}$$

Peame meeles, et

murru nimetaja näitab, mitmeks võrdseks osaks on jaotatud tervik, aga lugeja — mitu niisugust osa on võetud.

200. Kirjutada numbritega:

1) seitse kaheksandikku
viis üheksandikku
kolm kümnendikku
üksteist kolmandikku
viisteist kuueteistkümnendikku

2) neli kolmekümnendikku
üks kahekümneviiendik
seitse sajandikku
kolmteist üheksandikku
viis viiendikku

201. Kirjutada murrud, mille lugejateks on arvud 4, 7, 12, 1, 13, 40 ja 15, aga nimetajateks on vastavalt arvud 9, 15, 25, 12, 4, 40 ja 6.

3. Ühes perekonnas oli 5 last, teises 7 last. Kummaski perekonnas jaotas ema hommikueineks ühe liitri piima nii, et kummaski perekonnas iga laps sai ühepalju piima. Kui palju piima sai iga laps esimeses perekonnas, kui palju teises? Kumma perekonna laps sai hommikueineks rohkem piima?

Kui palju piima said 3 last kokku esimeses perekonnas, kui palju teises? Kummas perekonnas said 3 last kokku rohkem piima?

Märkame järgmist:

kui kahel murrul on võrdsed lugejad, siis on neist see murd suurem, kumma nimetaja on väiksem.

202. Seada kasvavasse suuruse järjekorda järgmised murrud:

1) $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{11}$ 4) $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{4}{13}$

Murdusid, milledel nimetajad on võrdsed, kutsutakse **samanimelisteks murdudeks.** Näiteks:

$\frac{1}{11}$, $\frac{3}{11}$ ja $\frac{6}{11}$ on samanimelised murrud.

Pole kahtlust, et

samanimelistest murdudest on see murd suurem, mille lugeja on suurem.

203. Rühmitada järgmised murrud nii, et igas rühmas esineksid ainult samanimelised murrud:

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{9}{8}$

204. Seada murrud kasvavasse suuruse järjekorda igas järgnevas reas:

1) $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{6}{7}$ 2) $\frac{9}{13}$ $\frac{11}{13}$ $\frac{8}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{2}{13}$ $\frac{12}{13}$ 3) $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{7}{9}$
4) $\frac{3}{17}$ $\frac{5}{17}$ $\frac{4}{17}$ $\frac{9}{17}$ $\frac{2}{17}$ $\frac{6}{17}$

205. Käitise 28 töölise vahel jaotati 40 kg jahu, 35 kg tangu, 7 kg võid ja 3 kg suhkrut nii, et igaüks sai iga ainet samapalju. Mitu kg iga ainet sai iga tööline? Mis ainet sai iga tööline kõige rohkem? Mis ainet kõige vähem?

206. Kioskipidaja saab karastusjookide tehasest iga päev 100 liitrit morssi. Ühe nädala jooksul (alates puhkepäevaga) müüs kioskipidaja iga päev kõik 100 liitrit morssi läbi, kusjuures joojate arv oli üksikutel päevadel järgmine: 151, 138, 109, 138, 159, 121, 120. Mitu liitrit morssi jõi keskmiselt üks ostja igal päeval? Järjestada nädalapäevad ühe ostja poolt joodud morsihulga järgi, alustades päevaga, mil see hulk oli suurim.

§ 14. Samanimeliste murdude liitmine ja lahutamine.

1. Laine oli külas onu juures $\frac{2}{7}$ nädalat ja tädi juures $\frac{3}{7}$ nädalat. Kui kaua oli Laine külas?

Laine külasoleku aeg nädalates on kokku

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}.$$

Peame meeles, et

samanimeliste murdude summa on liidetavatega samanimeline murd ja tema lugejaks on liidetavate lugejate summa.

Liidetavaid võib seejuures olla muidugi ka rohkem kui kaks.

207.

1) $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}$ 2) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ 3) $\frac{7}{24}+\frac{13}{24}$ 4) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$

$\frac{7}{16}+\frac{5}{16}$ $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ $\frac{1}{30}+\frac{13}{30}$ $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$

$\frac{2}{13}+\frac{7}{13}$ $\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ $\frac{1}{25}+\frac{12}{25}$ $\frac{3}{11}+\frac{2}{11}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ $\frac{4}{15}+\frac{7}{15}$ $\frac{1}{14}+\frac{9}{11}$ $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$

208. Lindal oli sulgi ühes karbis $\frac{5}{12}$ tosinat ja teises karbis $\frac{3}{12}$ tosinat. Mitu tosinat sulgi oli Lindal üldse?

209.

1) $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}$ $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ $\frac{2}{13}+\frac{7}{13}$ $\frac{15}{29}+\frac{5}{29}$

$\frac{8}{21}+\frac{5}{21}$ $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$ $\frac{5}{8}+\frac{2}{8}$ $\frac{7}{15}+\frac{4}{15}$

$\frac{7}{100}+\frac{80}{100}$ $\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ $\frac{4}{19}+\frac{8}{19}$ $\frac{17}{56}+\frac{19}{56}$

$\frac{5}{16}+\frac{2}{16}$ $\frac{4}{11}+\frac{5}{11}$ $\frac{6}{25}+\frac{7}{25}$ $\frac{11}{41}+\frac{20}{41}$

210.

1) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ 2) $\frac{5}{16}+\frac{7}{16}+\frac{1}{16}$

$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}$

$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}$ $\frac{1}{13}+\frac{2}{13}+\frac{3}{13}+\frac{4}{13}+\frac{5}{13}$

2. Ainol oli $\frac{19}{25}$ rubla raha. Ta kulutas sellest ära $\frac{8}{25}$ rubla. Kui palju raha jäi Ainol järele?

Ainol jäi rublades raha järele

$$\frac{19}{25}-\frac{8}{25}=\frac{19-8}{25}=\frac{11}{25}.$$

Peame meeles, et

samanimeliste murdude vahe on antud murdudega samanimeline murd, mille lugejaks on esimese ja teise murru lugejate vahe.

211. Töö matemaatikas vältas $\frac{5}{6}$ tundi. Sellest tarvitati peast-arvutamiseks $\frac{1}{6}$ tundi, ülejäänud aeg aga kirjalikuks arvutamiseks. Kui palju aega kasutati kirjalikuks arvutamiseks?

212.

1) $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$	2) $\frac{5}{12}-\frac{1}{12}$	3) $\frac{7}{16}-\frac{3}{16}$	4) $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$
$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}$	$\frac{5}{14}-\frac{3}{14}$	$\frac{8}{15}-\frac{3}{15}$	$\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$
$\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$	$\frac{21}{25}-\frac{19}{25}$	$\frac{7}{24}-\frac{1}{24}$	$\frac{11}{15}-\frac{4}{15}$
$\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$	$\frac{8}{15}-\frac{7}{15}$	$\frac{15}{32}-\frac{3}{32}$	$\frac{6}{25}-\frac{2}{25}$

213.

1) $\frac{6}{7}-\frac{2}{7}$	2) $\frac{13}{15}-\frac{7}{15}$	3) $\frac{11}{21}-\frac{8}{21}$	4) $\frac{31}{40}-\frac{13}{40}$
$\frac{8}{9}-\frac{4}{9}$	$\frac{5}{17}+\frac{11}{17}$	$\frac{15}{32}-\frac{7}{32}$	$\frac{12}{34}+\frac{16}{31}$
$\frac{1}{12}+\frac{7}{12}$	$\frac{13}{25}-\frac{7}{25}$	$\frac{17}{35}+\frac{9}{35}$	$\frac{43}{48}-\frac{19}{48}$

214.

1) $\frac{15}{26}-\frac{2}{26}$	2) $\frac{14}{34}-\frac{9}{34}$	3) $\frac{39}{100}-\frac{20}{100}$	4) $\frac{20}{24}-\frac{15}{24}$
$\frac{8}{17}-\frac{5}{17}$	$\frac{18}{29}-\frac{11}{29}$	$\frac{15}{43}-\frac{7}{43}$	$\frac{21}{100}-\frac{8}{100}$
$\frac{13}{19}-\frac{8}{19}$	$\frac{7}{50}-\frac{4}{50}$	$\frac{15}{59}-\frac{12}{59}$	$\frac{39}{77}-\frac{27}{77}$

215. Kooli juurviljaaia suurus on $\frac{7}{20}$ ha, viljapuuaed on juurviljaaiast $\frac{3}{20}$ ha suurem. Mitu ha on koolil juurvilja ja viljapuude all kokku?

216. Leida arv, mis on $\frac{5}{41}$ võrra suurem arvust $\frac{29}{41}$.

217. Kaks kasti kaupa kaaluvad kokku $\frac{17}{250}$ tonni; üks kast kaalub $\frac{7}{250}$ tonni. Mitme tonni võrra on teine kast esimesest raskem?

218. Nõu koos vedelikuga kaalub $\frac{7}{8}$ kg; tühi nõu kaalub $\frac{3}{8}$ kg. Kui palju kaalub vedelik?

219. Kui palju tuleb liita arvuga $\frac{13}{48}$, et saada $\frac{17}{48}$?

220. Mitme võrra on $\frac{15}{22}$ suurem kui $\frac{9}{22}$?

221. Mitme võrra on $\frac{7}{30}$ väiksem kui $\frac{29}{30}$?

§ 15. Harilik murd kui jagatis.

1. *a) Kuidas saaks kõige lihtsamalt 3 ühesuurust õuna 4 inimese vahel jaotada nii, et igaüks saaks ühepalju? Mitu õuna saaks igaüks?*

Kõige lihtsam oleks iga õun 4-ks võrdseks tükiks lõigata. Igaüks saaks siis igast õunast ühe neljandiku, kokku $\frac{3}{4}$ õuna.

b) Kuidas saaks 3 m riiet 4 inimese vahel nii jaotada, et kõik saaksid samapalju? Mitu meetrit riiet saaks igaüks?

Eelmise ülesande eeskujul võiks iga meetri lõigata 4-ks võrdseks tükiks, igaüks saaks siis igast meetrist ühe neljandiku, kokku meetrites

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Niisugune jaotamisviis pole aga otstarbekohane (miks?). Parem oleks terve 3 meetri pikkune riidetükk lõigata 4-ks võrdseks tükiks, igaüks saaks siis ühe katkilõikamata riidetüki. Niisuguse riidetüki pikkus meetrites tuleks aga arvutada jagamise 3 : 4 kaudu. Et üks isik saab kummalgi jaotusviisil kahtlemata samapalju riiet, siis peab olema

$$3:4=\frac{3}{4} \text{ ehk } \frac{3}{4}=3:4.$$

Selgub, et harilik murd pole midagi muud kui jagamise tehte teisiti kirjutamine; seejuures murrujoon tähendab jagamismärki.

Peame meeles, et

jagatis tähendab murdu, mille lugejaks on jagatav ja nimetajaks on jagaja.

Ümberpöördult:

iga murd tähendab jagatist, milles jagatavaks on lugeja ja jagajaks on nimetaja.

222. Kirjutada järgmised jagatised murru kujul:

1) 3 : 4	2) 8 : 21	3) 6 : 11	4) 20 : 4
5 : 6	9 : 9	1 : 5	13 : 2
4 : 9	1 : 8	5 : 3	27 : 13
7 : 8	14 : 14	11 : 20	59 : 49
3 : 10	1 : 30	12 : 5	123 : 19

223. Kirjutada järgmised murrud jagatise kujul ja kui võimalik, anda vastus täisarvuna:

Näiteks: $\frac{5}{9} = 5 : 9$, aga $\frac{44}{11} = 44 : 11 = 4$.

1) $\frac{2}{3}$	2) $\frac{27}{18}$	3) $\frac{13}{19}$	4) $\frac{28}{4}$	5) $\frac{6}{6}$
$\frac{5}{7}$	$\frac{11}{17}$	$\frac{24}{3}$	$\frac{63}{[illegible]}$	$\frac{17}{17}$
$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{21}{3}$	$\frac{30}{30}$
$\frac{30}{5}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{179}{179}$

Märkame järgmisi tõsiasju:

1) **kui murru lugeja ja nimetaja on võrdsed, siis murd võrdub ühega;**

2) **kui murru lugeja on täisarv korda suurem nimetajast, siis murd võrdub sellesama täisarvuga.**

224. Kirjutada arv 2 mingi murru kujul. Mitu niisugust murdu on võimalik kirjutada?

225. Kirjutada viis murdu, mis kõik võrduvad arvuga 9.

226. Kirjutada kümme murdu, mis kõik võrduvad arvuga 1.

227. Kirjutada kõik ühekohalised arvud samanimeliste murdude kujul, võttes nimetajaks alati arvu 3.

228. Teostada järgmised arvutused:

1) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$	2) $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$	3) $\frac{2}{9}+\frac{8}{9}+\frac{5}{9}-\frac{8}{9}$
$\frac{4}{7}+\frac{3}{7}$	$\frac{6}{7}+\frac{5}{7}+\frac{3}{7}$	$\frac{3}{4}+\frac{5}{4}-\frac{6}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{5}{9}+\frac{4}{9}$	$\frac{1}{11}+\frac{9}{11}-\frac{3}{11}$	$\frac{9}{16}-\frac{7}{16}+\frac{8}{16}+\frac{6}{16}$
$\frac{11}{12}+\frac{1}{12}$	$\frac{13}{17}-\frac{1}{17}+\frac{4}{17}$	$\frac{10}{12}+\frac{11}{12}+\frac{9}{12}+\frac{6}{12}$
$\frac{9}{20}+\frac{11}{20}$	$\frac{15}{37}+\frac{18}{37}+\frac{4}{37}$	$\frac{16}{20}-\frac{7}{20}+\frac{19}{20}-\frac{8}{20}$

229. Ristkülikukujulise karjamaa pikkus on $\frac{7}{24}$ km ja laius on $\frac{1}{24}$ km lühem kui pikkus. Kui pikk on seda karjamaad piirav aed?

230. Raudtee taastamiseks kulus 3 päeva. Esimesel päeval taastati $\frac{5}{7}$ km, teisel päeval $\frac{2}{7}$ km rohkem kui esimesel päeval ja kolmandal päeval $\frac{3}{7}$ km vähem kui teisel päeval. Mitu km raudteed oli vaja taastada?

231. Linda ja Leida käisid kaks päeva maasikal. Esimesel päeval korjas Linda $\frac{17}{20}$ kg, Leida aga $\frac{3}{20}$ kg vähem kui Linda. Teisel päeval korjas Linda $\frac{13}{20}$ kg, Leida aga $\frac{3}{20}$ kg rohkem kui Linda.

Mitu kg maasikaid korjas kumbki laps kahe päeva jooksul? Kui palju maasikaid korjasid mõlemad lapsed kokku kahe päeva jooksul? Mitu kg maasikaid korjas Linda teisel päeval vähem kui esimesel päeval? Mitu kg maasikaid korjas Leida teisel päeval rohkem kui esimesel päeval?

§ 16. Algmurd, lihtmurd, liigmurd ja segaarv.

1. Kui tervik on jaotatud näiteks viieks võrdseks osaks, siis iga osa on tervikust $\frac{1}{5}$. Terviku võrdseteks osadeks jaotamisel saadavatest osadest ü h t a i n s a t võttes saame tervikust niisuguse osa, mida väljendav murd on lugejaga ü k s.

Murdu, mille lugejaks on arv 1, nimetatakse **algmurruks.** Kõik võimalikud algmurrud saadakse lugejale 1 järgemööda kõiki täisarvusid nimetaja kohale kirjutades:

$$\frac{1}{1},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{7},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{11} \text{ jne.}$$

Iga muu murd on mingist algmurrust saadav liitmise kaudu. Näiteks murd $\frac{3}{4}$ on summa $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$.

Algmurdudel $\frac{1}{2}$ ja $\frac{1}{4}$ on veel oma erinimed; need on p o o l ja v e e r a n d.

Kui murru lugeja on väiksem kui murru nimetaja, siis tähendab see seda, et terviku algmurrulisi osi on võetud vähem sellest, kui mitmeks osaks tervik jaotati. Seepärast niisugune murd on väiksem kui 1. Sääraseid murdusid nimetatakse **lihtmurdudeks.** Lihtmurrud on näiteks

$$\frac{1}{6},\ \frac{2}{3},\ \frac{5}{8},\ \frac{7}{16},\ \frac{3}{25} \text{ ja } \frac{16}{17}.$$

Lihtmurrul $\frac{3}{4}$ on veel oma erinimi — k o l m v e e r a n d.

Kui murru lugeja on suurem kui nimetaja, siis on terviku algmurrulisi osi võetud juba rohkem, kui neid mahub tervikusse. Seepärast niisugune murd on juba suurem kui 1. Sääraseid murdusid nimetatakse **liigmurdudeks.** Liigmurrud on näiteks

$$\frac{4}{1},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{7}{2};\ \frac{12}{11} \text{ ja } \frac{100}{3}.$$

Liigmurdude hulka arvatakse ka murrud, mille lugeja ja nimetaja on võrdsed. Sel juhtumil on võetud terviku algmurrulisi osi just niipalju, kuimitmeks osaks tervik jaotati. Seepärast niisugune murd tähendab tervikut ennast ehk arvu 1. Seda asjaolu võiksime kirjutada kokkuvõtlikult järgmiselt:

$$1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\frac{5}{5}=\frac{6}{6}= \text{ jne.}$$

Kui liigmurru nimetaja on 1, siis tähendab see seda, et tervikut polegi jaotatud, vaid teda terveni on võetud niimitu korda, kui näitab lugeja. Iga säärane murd tähendab täisarvu, mis seisab tema lugejas; nii on

$$\frac{1}{1}=1;\ \frac{2}{1}=2;\ \frac{3}{1}=3;\ \frac{4}{1}=4;\ \frac{5}{1}=5 \text{ jne.}$$

Kokkuvõttes:

1) algmurd on lugejaga 1; tema nimetaja on mistahes täisarv;

2) **lihtmurru lugeja on väiksem kui nimetaja; lihtmurd ise on väiksem kui 1;**

3) **liigmurru lugeja on suurem kui nimetaja või nimetajaga võrdne; liigmurd ise on suurem kui 1 või võrdne 1-ga.**

4) **liigmurd nimetajaga 1 tähendab seda täisarvu, mis esineb lugeja kohal.**

232. Eraldada ühte rühma lihtmurrud ja teise rühma liigmurrud järgmistes murdude ridades:

1) $\frac{4}{7}$; $\frac{8}{44}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{9}{9}$; $\frac{11}{42}$; $\frac{14}{5}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{16}{25}$; $\frac{20}{7}$; $\frac{22}{25}$

2) $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{10}{9}$; $\frac{12}{43}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{11}{44}$; $\frac{14}{45}$.

233. a) Kirjutada lihtmurde, võttes nende lugejateks järgmised arvud: 1; 2; 5; 7; 9; 15; 16; 18; 40; 60.

b) Kirjutada liigmurde, võttes nende nimetajateks punktis a loeteldud arvud.

234. Kirjutada 10 murdu, mis on väiksemad kui 1.

235. Kirjutada 10 murdu, mis on suuremad kui 1.

236. Missugune arvudest $\frac{21}{23}$, $\frac{11}{44}$ ja $\frac{41}{42}$ on kõige suurem?

237. Missugune arvudest $\frac{7}{6}$, $\frac{59}{60}$ ja $\frac{29}{29}$ on kõige väiksem?

238. Esitada järgmised murrud algmurdude summana:

$$\frac{2}{7};\ \frac{4}{3};\ \frac{5}{6};\ \frac{7}{4};\ \frac{3}{44}.$$

2. Täisarvu ja murru summat on kombeks kirjutada lühemalt nii, et plussmärk jäetakse ära ja liidetavad kirjutatakse teineteise ligi, täisarv ettepoole. Näiteid:

$$5 + \tfrac{2}{3} = 5\tfrac{2}{3};\ \tfrac{1}{4} + 2 = 2\tfrac{1}{4}.$$

Nii kirjutatud arvu kutsutakse **segaarvuks.** Näiteks toodud segaarvudest esimest tuleb lugeda nii: viis kaks kolmandikku; teist segaarvu võib lugeda kahel viisil: kaks üks neljandik ehk kaks ja veerand.

Täisarvuline liidetav moodustab segaarvu t ä i s o s a ja murruline liidetav — m u r d o s a.

Segaarvul $1\frac{1}{2}$ (s. o. üks üks kahendik ehk üks ja pool) on ka veel oma erinimi, s. o. p o o l t e i s t.

239. Kirjutada järgmised summad segaarvudena:

1) $2+\frac{1}{7}$	2) $5+\frac{7}{8}$	3) $4+\frac{5}{6}$
$1+\frac{3}{4}$	$4+\frac{9}{10}$	$26+\frac{2}{3}$
$9+\frac{1}{3}$	$1+\frac{1}{2}$	$259+\frac{100}{111}$
$10+\frac{12}{17}$	$1+\frac{3}{5}$	$999+\frac{999}{1000}$

240. Kirjutada järgmised segaarvud täisarvu ja lihtmurru summana:

$1\frac{7}{8}$, $2\frac{5}{11}$, $121\frac{4}{9}$, $7\frac{21}{37}$, $5\frac{1}{6}$, $91\frac{3}{8}$, $56\frac{17}{25}$, $3\frac{7}{100}$.

241. Kleidi õmblemiseks kulub 2 m riiet ja pluusi õmblemiseks $\frac{3}{4}$ m. Kui palju riiet kulub kokku kleidi ja pluusi õmblemiseks?

242. Talunik müüs turul 25 l piima, kusjuures tal $\frac{1}{2}$ liitrit piima veel järele jäi. Kui palju piima tõi talunik turule?

243. Töölisel kulub tööle minekuks ja töölt tulekuks kokku $\frac{5}{6}$ tundi; tööaeg töökohal on 8 tundi. Mitu tundi viibib tööline oma kutsetöö tõttu päeva jooksul kodust eemal? Mis kellaajal jõuab ta õhtul koju, kui ta hommikul väljub kodust kell 7.20?

§ 17. Segaarvu teisendamine liigmurruks ja liigmurru teisendamine segaarvuks.

1. Segaarvu teisendamisel liigmurruks tehakse segaarvu täisosa murruks, mis on murdosaga samanimeline, ja liidetakse siis saadud samanimelised murrud.

Näide: $3\frac{5}{7}=3+\frac{5}{7}=\frac{21}{7}+\frac{5}{7}=\frac{26}{7}$.

Seejuures märkame, et täisosast saadava murru lugejaks tuleb korrutis täisosast ja murdosa nimetajast.

244. Teisendada liigmurdudeks järgmised segaarvud:

1) $3\frac{1}{2}$	2) $5\frac{1}{2}$	3) $10\frac{1}{2}$	4) $14\frac{1}{4}$	5) $2\frac{1}{3}$
$2\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{3}$	$12\frac{1}{3}$	$15\frac{3}{4}$	$7\frac{3}{5}$
$1\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$8\frac{4}{5}$	$16\frac{2}{3}$	$9\frac{5}{6}$
$4\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{4}$	$6\frac{7}{8}$	$24\frac{1}{2}$	$15\frac{3}{4}$

245. Teisendada liigmurdudeks järgmised segaarvud:

1) $3\frac{1}{3}$; $5\frac{5}{6}$; $1\frac{7}{8}$; $2\frac{7}{10}$ $8\frac{4}{5}$; $3\frac{1}{7}$; $16\frac{2}{3}$; $6\frac{1}{4}$.
2) $1\frac{1}{9}$; $17\frac{1}{2}$; $13\frac{3}{5}$; $33\frac{1}{3}$; $8\frac{1}{4}$; $12\frac{2}{7}$; $45\frac{1}{9}$.

2. Liigmurru teisendamine segaarvuks võib toimuda kahel viisil.

Esimene viis: jaotame antud liigmurru kaheks liidetavaks nii, et teine liidetav oleks lihtmurd ja esimene liidetav annaks täisarvulise jagatise. Näide:

$$\frac{25}{7} = \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = 3 + \frac{4}{7} = 3\frac{4}{7}.$$

Teine viis: jagame antud liigmurru lugejat nimetajaga; saadud jagatise täisosa jääb ühtlasi ka segaarvu täisosaks; jääk aga annab murdosale lugeja. Näiteid:

1) $\frac{25}{7} = 25:7 = 3\frac{4}{7}$
$\underline{21}$
4

2) $\frac{104}{9} = 104:9 = 11\frac{5}{9}$

Selgituseks: kui jagamisel on saadud jagatise täisosa ja jääk, siis jääk on ju veel jagamata; tema jagamisel saadava jagatise kirjutame aga murru kujul, leitud täisosale lisaks.

Peame meeles, et ülesande vastust ei anta liigmurru kujul, vaid teisendatakse see ikka segaarvuks.

246. Kasutades 5-ga, 10-ga ja 25-ga jagumise tunnuseid otsustada, missugune tuleb järgmiste liigmurdude murdosa, ilma täisosa leidmata:

$\frac{124}{10}$; $\frac{243}{5}$; $\frac{1049}{10}$; $\frac{552}{5}$; $\frac{268}{25}$; $\frac{981}{5}$; $\frac{642}{10}$; $\frac{1864}{25}$.

247. Teisendada segaarvuks järgmised liigmurrud:

1) $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{20}{5}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{150}{100}$; $\frac{245}{10}$; $\frac{25}{6}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{12}{3}$; $\frac{24}{5}$; $\frac{36}{5}$ $\frac{40}{8}$; $\frac{72}{15}$; $\frac{12}{10}$.
2) $\frac{28}{5}$; $\frac{39}{10}$; $\frac{43}{6}$; $\frac{29}{5}$; $\frac{55}{4}$; $\frac{19}{6}$; $\frac{24}{5}$; $\frac{76}{10}$; $\frac{20}{7}$; $\frac{22}{7}$; $\frac{314}{100}$; $\frac{22}{10}$; $\frac{125}{100}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{72}{6}$; $\frac{1256}{1000}$.
3) $\frac{91}{4}$; $\frac{99}{5}$; $\frac{219}{7}$; $\frac{143}{8}$; $\frac{148}{9}$; $\frac{191}{15}$; $\frac{471}{25}$; $\frac{527}{16}$; $\frac{658}{15}$; $\frac{1371}{25}$; $\frac{1781}{132}$; $\frac{2781}{127}$; $\frac{5847}{431}$.

§ 18. Segaarvude liitmine ja lahutamine.

1. Segaarvude liitmine.

a) Ema ostis turult nädala jooksul kaks korda jahu: üks kord $2\frac{1}{5}$ kg ja teine kord 4 kg. Kui palju jahu ostis ema kokku sel nädalal?

Jahuhulkade liitmise toimetame järgmiselt:

$$2\tfrac{1}{5}+4=2+\tfrac{1}{5}+4=\underbrace{2+4}_{6}+\tfrac{1}{5}=6+\tfrac{1}{5}=6\tfrac{1}{5}\ \text{(kg.)}$$

Sellest pikast mõttekäigust on oluline kirjutada ainult esimene, teine ja viimane lüli; üleminek teiselt lülilt neljandale toimub siis peast. Nii saame kirjutise:

$$2\tfrac{1}{5}+4=2+\tfrac{1}{5}+4=6\tfrac{1}{5}.$$

Küllaldase vilumuse järel võib sellestki kirjutisest veel keskmise lüli ära jätta.

248.

1) $2\frac{1}{8}+5$	2) $4+6\frac{1}{5}$	3) $101+37\frac{9}{20}$
$5+2\frac{1}{8}$	$11+22\frac{3}{11}$	$225\frac{10}{13}+521$
$3\frac{7}{8}+7$	$5\frac{7}{8}+49$	$672\frac{5}{6}+728$
$7+3\frac{7}{8}$	$23\frac{4}{9}+56$	$341+159\frac{21}{50}$

b) Teisel nädalal ostis ema üks kord $2\frac{1}{5}$ kg ja teine kord $\frac{3}{5}$ kg jahu. Mitu kg jahu ostis ema teisel nädalal?

Arvutame nii:

$$2\tfrac{1}{5}+\tfrac{3}{5}=2+\tfrac{1}{5}+\tfrac{3}{5}=2\tfrac{4}{5}\ \text{(kg)}$$

Keskmine lüli võib jääda kirjutamata, sest seda saab mõelda peast.

249.

1) $7\frac{3}{8}+\frac{2}{8}$	2) $12\frac{3}{11}+\frac{7}{11}$	3) $\frac{4}{13}+102\frac{5}{13}$
$\frac{2}{8}+7\frac{3}{8}$	$\frac{5}{12}+21\frac{2}{12}$	$\frac{8}{17}+209\frac{5}{17}$
$5\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$	$48\frac{15}{51}+\frac{13}{51}$	$\frac{6}{29}+581\frac{4}{29}$
$\frac{2}{7}+5\frac{4}{7}$	$51\frac{13}{60}+\frac{8}{60}$	$\frac{5}{63}+4128\frac{13}{63}$

c) Kolmandal nädalal ostis ema üks kord $2\frac{3}{5}$ kg ja teine kord $\frac{4}{5}$ kg jahu. Kui palju jahu ostis ema kolmandal nädalal?

Arvutame nii:

$$2\tfrac{3}{5} + \tfrac{4}{5} = 2 + \underbrace{\tfrac{3}{5} + \tfrac{4}{5}}_{\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}} = 2 + 1\tfrac{2}{5} = 3\tfrac{2}{5}\ \text{(kg)}$$

Võib kirjutada ka nii: $2\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 2\frac{7}{5} = 3\frac{2}{5}$.

250.

1) $3\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$	2) $8\frac{9}{11} + \frac{10}{11}$	3) $\frac{13}{20} + 225\frac{18}{20}$
$\frac{7}{8} + 3\frac{5}{8}$	$5\frac{6}{13} + \frac{7}{13}$	$\frac{11}{15} + 304\frac{14}{15}$
$9\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	$8\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$	$\frac{8}{25} + 1000\frac{24}{25}$
$\frac{1}{4} + 9\frac{3}{4}$	$5\frac{16}{19} + \frac{8}{19}$	$\frac{13}{18} + 128\frac{12}{18}$

251.

1) $2\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	2) $12\frac{7}{16} + \frac{11}{16}$	3) $15\frac{11}{24} + \frac{19}{24}$
$5\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$	$30\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$	$12\frac{11}{18} + \frac{7}{18}$
$6\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$	$19\frac{7}{25} + \frac{19}{25}$	$3\frac{13}{15} + \frac{7}{15}$
$10\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$	$20\frac{11}{12} + \frac{5}{12}$	$10\frac{5}{9} + \frac{7}{9}$

d) Neljandal nädalal ostis ema üks kord $2\frac{3}{5}$ kg ja teine kord $3\frac{4}{5}$ kg jahu. Kui palju jahu ostis ema neljandal nädalal?

Arvutame nii:

$$2\tfrac{3}{5} + 3\tfrac{4}{5} = 2 + \tfrac{3}{5} + 3 + \tfrac{4}{5} = \underbrace{2 + 3}_{5} + \underbrace{\tfrac{3}{5} + \tfrac{4}{5}}_{1\frac{2}{5}} = 6\tfrac{2}{5}\ \text{(kg)}$$

Seda arvutust võib kirjutada lühemalt ka nii:

$$2\tfrac{3}{5} + 3\tfrac{4}{5} = 5\tfrac{7}{5} = 6\tfrac{2}{5}.$$

e) Arvutame lõpuks veel, kui palju jahu ostis ema kuu jooksul kokku:

$$6\tfrac{1}{5} + 2\tfrac{4}{5} + 3\tfrac{2}{5} + 6\tfrac{2}{5} =$$
$$= \underbrace{6 + 2 + 3 + 6}_{17} + \underbrace{\tfrac{1}{5} + \tfrac{4}{5} + \tfrac{2}{5} + \tfrac{2}{5}}_{\frac{9}{5}\ \text{ehk}\ 1\frac{4}{5}} = 18\tfrac{4}{5}\ \text{(kg)}$$

Lühemalt võiksime seda arvutust kirjutada ka nii:

$$6\frac{1}{5}+2\frac{4}{5}+3\frac{2}{5}+6\frac{2}{5}=17\frac{9}{5}=18\frac{4}{5}\ \text{(kg)}$$

252.

1) $3\frac{5}{8}+2\frac{6}{8}$	2) $13\frac{15}{20}+12\frac{18}{20}$	3) $121\frac{3}{8}+341\frac{5}{8}$
$5\frac{9}{10}+1\frac{8}{10}$	$17\frac{8}{12}+24\frac{9}{12}$	$320\frac{15}{49}+230\frac{41}{49}$
$3\frac{5}{16}+7\frac{11}{16}$	$29\frac{3}{11}+21\frac{8}{11}$	$1000\frac{37}{100}+21\frac{80}{100}$
$4\frac{8}{9}+9\frac{1}{9}$	$58\frac{13}{26}+14\frac{19}{26}$	$39\frac{8}{10}+1546\frac{9}{10}$

Kokkuvõttes võime öelda, et

segaarvude liitmisel liidetakse täisosad omavahel ja murdosad omavahel ning siis liidetakse tulemused jälle segaarvuks.

253.

1) $2\frac{1}{2}+4$	2) $6\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$	3) $16\frac{2}{5}+13\frac{1}{5}$	4) $8\frac{1}{4}+2\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{4}+7$	$7\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$	$25\frac{1}{7}+14\frac{5}{7}$	$10\frac{1}{6}+3\frac{5}{6}$
$25\frac{3}{7}+15$	$16\frac{1}{8}+\frac{5}{8}$	$19\frac{3}{8}+12\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}$
$40\frac{4}{15}+28$	$25\frac{1}{12}+\frac{7}{12}$	$49\frac{1}{10}+15\frac{7}{10}$	$15\frac{11}{16}+\frac{5}{16}$

254.

1) $2\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}$	2) $12\frac{7}{16}+\frac{11}{16}$	3) $15\frac{11}{24}+\frac{19}{24}+\frac{13}{24}$
$5\frac{2}{5}+3\frac{1}{5}$	$30\frac{2}{5}+7\frac{4}{5}$	$12\frac{11}{18}+1\frac{7}{18}+\frac{5}{18}$
$6\frac{1}{6}+2\frac{5}{6}$	$19\frac{7}{25}+\frac{19}{25}$	$3\frac{13}{15}+\frac{7}{15}+2\frac{11}{15}$
$10\frac{3}{8}+4\frac{5}{8}$	$20\frac{11}{12}+1\frac{5}{12}$	$10\frac{5}{9}+3\frac{7}{9}+7\frac{1}{9}$

255. õpilane kulutas tundide ettevalmistamiseks esiteks $1\frac{5}{6}$ tundi, pärast aga veel $\frac{5}{6}$ tundi. Kui palju aega kulus õpilasel tundide ettevalmistamiseks kokku?

256. Lehm andis ühes lüpsis $5\frac{3}{10}$ liitrit, teises $5\frac{1}{10}$ l ja kolmandas lüpsis $4\frac{9}{10}$ l piima. Kui palju piima annab lehm päevas?

257. Jalakäija käis enne lõunat $10\frac{7}{15}$ km, pärast lõunat aga $10\frac{8}{15}$ km. Kui pika maa käis jalakäija päeva jooksul?

258. Sööklas tarvitati juunis $8\frac{1}{4}$ kg suhkrut, juulis $28\frac{3}{4}$ kg ja augustis $16\frac{1}{4}$ kg. Kui palju kulus suhkrut kolmes kuus?

259. Rattasõitja sõitis enne lõunat $12\frac{1}{8}$ km, pärast lõunat aga $1\frac{3}{8}$ km enam. Kui palju maad sõitis ta enne ja pärast lõunat kokku?

260. Talul oli põldu $12\frac{3}{10}$ ha, heinamaad $3\frac{5}{10}$ ha rohkem kui põldu ja karjamaad $1\frac{1}{10}$ ha rohkem kui heinamaad; peale selle oli talul veel $1\frac{7}{10}$ ha kõlbmata maad. Kui suur oli talu?

261. Kolm töölist kaevasid kraavi. Esimene kaevas $16\frac{3}{5}$ m, teine $1\frac{4}{5}$ m enam kui esimene ja kolmas $\frac{2}{5}$ m enam kui kaks esimest kokku. Kui pikk oli kraav?

262. Ema ostis turult liha $1\frac{7}{8}$ kg, jahu $2\frac{5}{8}$ kg enam kui liha ja juurvilja $\frac{5}{8}$ kg enam kui jahu. Kui raske kandamiga tuli ema turult koju, kui kandekorv kaalus $\frac{3}{8}$ kg?

2. Segaarvude lahutamine.

a) Isa saatis Vello rublase rahaga ajalehti ostma. Kui palju raha tõi Vello isale tagasi, kui ajalehed maksid $\frac{13}{20}$ rubla?

Lahendus: $1 - \frac{13}{20} = \overbrace{\frac{20}{20}}^{\text{Võib kirjutamata jääda!}} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ (rubla).

b) Teinekord andis isa Vellole 3-rublase raha samade ajalehtede ostmiseks. Kui palju raha sai Vello ajalehemüüjalt tagasi?

Lahendus: $3 - \frac{13}{20} = \overbrace{2 + 1}^{\text{Võib kirjutamata jääda!}}\!\!\!\!\!\!\;\underbrace{ - \frac{13}{20}}_{\frac{7}{20}} = 2\frac{7}{20}$ (rubla).

263.

1) $1 - \frac{2}{5}$	2) $2 - \frac{1}{2}$	3) $5 - \frac{7}{9}$	4) $5 - \frac{19}{20}$	5) $7 - \frac{2}{5}$
$1 - \frac{4}{7}$	$2 - \frac{1}{3}$	$8 - \frac{4}{7}$	$3 - \frac{5}{6}$	$10 - \frac{13}{17}$
$1 - \frac{5}{12}$	$2 - \frac{3}{4}$	$10 - \frac{11}{12}$	$20 - \frac{4}{25}$	$201 - \frac{9}{30}$
$1 - \frac{11}{15}$	$3 - \frac{1}{4}$	$16 - \frac{13}{15}$	$17 - \frac{3}{8}$	$108 - \frac{19}{37}$

264.

1) $121-\frac{15}{47}$	2) $329-\frac{22}{101}$	3) $111-\frac{11}{111}$	4) $135-\frac{79}{86}$
$45-\frac{18}{39}$	$8-\frac{57}{103}$	$123-\frac{45}{67}$	$246-\frac{88}{999}$
$217-\frac{21}{59}$	$19-\frac{3}{200}$	$222-\frac{2}{21}$	$1122-\frac{11}{22}$
$328-\frac{7}{99}$	$71-\frac{2}{203}$	$212-\frac{12}{121}$	$3333-\frac{33}{357}$

c) Emal oli $3\frac{5}{8}$ m riiet. Ainole põlle õmblemiseks oleks tal kulunud $\frac{3}{8}$ m, kleidi õmblemiseks aga $\frac{7}{8}$ m riiet. Kui palju riiet oleks emal järele jäänud, kui ta oleks Ainole põlle õmmelnud? — kui ta oleks kleidi õmmelnud?

Põlle õmblemise puhul oleks jäänud riiet järele:

$$3\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\overbrace{3+\underbrace{\frac{5}{8}-\frac{3}{8}}_{\frac{2}{8}}}^{\text{Jäetakse kirjutamata!}}=3\frac{2}{8}\ (\mathrm{m})$$

Kleidi õmblemise puhul oleks jäänud riiet järele $3\frac{5}{8}-\frac{7}{8}$ m.

Et siin murdosast $\frac{5}{8}$ ei saa lahutada temast suuremat murdu $\frac{7}{8}$, siis võtame vähendatava täisosast ühe terviku, teeme selle kaheksandikeks ja anname saadud $\frac{8}{8}$ murdosale lisaks; saame uueks täisosaks 2 ja uueks murdosaks $\frac{13}{8}$.

$$3\frac{5}{8}-\frac{7}{8}=2\frac{13}{8}-\frac{7}{8}=2+\underbrace{\frac{13}{8}-\frac{7}{8}}_{\frac{6}{8}}=2\frac{6}{8}\ (\mathrm{m}).$$

Teise ja kolmanda võrdusmärgi vaheline lüli selles kirjutises võib jääda kirjutamata.

265.

1) $7\frac{5}{9}-\frac{1}{9}$	2) $6\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$	3) $25\frac{5}{9}-\frac{3}{9}$	4) $10\frac{11}{15}-\frac{8}{15}$
$14\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$	$10\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$	$13\frac{7}{8}-\frac{7}{8}$	$35\frac{16}{25}-\frac{7}{25}$
$5\frac{6}{7}-\frac{4}{7}$	$15\frac{8}{9}-\frac{7}{9}$	$15\frac{13}{25}-\frac{10}{25}$	$28\frac{3}{16}-\frac{2}{16}$
$8\frac{11}{12}-\frac{5}{12}$	$23\frac{4}{15}-\frac{2}{15}$	$41\frac{6}{11}-\frac{6}{11}$	$13\frac{9}{17}-\frac{8}{17}$

266.

1) $3\frac{2}{5}-\frac{4}{5}$	2) $44\frac{6}{13}-\frac{9}{13}$	3) $55\frac{2}{17}-\frac{9}{17}$	4) $56\frac{2}{15}-\frac{11}{15}$
$7\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$	$72\frac{9}{20}-\frac{17}{20}$	$39\frac{4}{24}-\frac{17}{24}$	$40\frac{5}{18}-\frac{13}{18}$
$12\frac{2}{9}-\frac{7}{9}$	$100\frac{4}{15}-\frac{11}{15}$	$108\frac{9}{35}-\frac{32}{35}$	$36\frac{21}{100}-\frac{92}{100}$
$23\frac{4}{11}-\frac{8}{11}$	$16\frac{1}{12}-\frac{7}{12}$	$100\frac{19}{50}-\frac{48}{50}$	$72\frac{5}{84}-\frac{80}{84}$

267.

1) $9\frac{3}{10}-\frac{7}{10}$	2) $12\frac{5}{16}-\frac{7}{16}$	3) $6\frac{7}{25}-\frac{12}{25}$	4) $12\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$
$10\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$	$10\frac{4}{15}-\frac{8}{15}$	$18\frac{2}{5}-\frac{4}{5}$	$17\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$
$12\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$	$6\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$	$9\frac{3}{10}-\frac{9}{10}$	$10\frac{3}{8}-\frac{5}{8}$
$8\frac{5}{12}-\frac{7}{12}$	$15\frac{1}{10}-\frac{9}{10}$	$11\frac{5}{9}-\frac{7}{9}$	$8\frac{3}{16}-\frac{7}{16}$

d) Perenaisel oli $8\frac{3}{10}$ kg leivajahu; leivateoga tarvitas ta sellest $5\frac{7}{10}$ kg ära. Kui palju jahu jäi järele?

Vajaliku lahutamise teostame järgmiselt:

$$8\tfrac{3}{10}-5\tfrac{7}{10}=8\tfrac{3}{10}-5-\tfrac{7}{10}=3\tfrac{3}{10}-\tfrac{7}{10}=2\tfrac{6}{10}\ \text{(kg)}.$$

Lühemalt kirjutame nii: $8\frac{3}{10}-5\frac{7}{10}=2\frac{13}{10}-\frac{7}{10}=2\frac{6}{10}$.

Kokkuvõttes võime öelda, et

kahe segaarvu lahutamisel lahutatakse esimesest arvust teise arvu täisosa ja tulemusest lahutatakse veel teise arvu murdosa.

268.

1) $5\frac{7}{8}-2\frac{3}{8}$	2) $8\frac{17}{18}-5\frac{5}{18}$	3) $12\frac{15}{16}-2\frac{7}{16}$	4) $4\frac{5}{7}-2\frac{3}{7}$
$12\frac{15}{26}-2\frac{7}{26}$	$6\frac{21}{25}-2\frac{6}{25}$	$9\frac{5}{8}-2\frac{1}{8}$	$6\frac{7}{8}-2\frac{5}{8}$
$7\frac{13}{15}-4\frac{4}{15}$	$18\frac{3}{16}-9\frac{11}{16}$	$19\frac{5}{6}-10\frac{1}{6}$	$14\frac{5}{9}-6\frac{2}{9}$
$10\frac{7}{12}-3\frac{5}{12}$	$6\frac{7}{9}-2\frac{4}{9}$	$10\frac{11}{28}-6\frac{5}{28}$	$12\frac{7}{12}-4\frac{5}{12}$

269.

1) $4\frac{1}{4}-2\frac{3}{4}$	2) $6\frac{1}{5}-2\frac{3}{5}$	3) $2\frac{3}{8}-1\frac{5}{8}$	4) $6\frac{1}{5}-2\frac{3}{5}$
$5\frac{2}{5}-3\frac{3}{5}$	$7\frac{1}{4}-2\frac{3}{4}$	$10\frac{2}{7}-3\frac{5}{7}$	$8\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}$
$9\frac{1}{6}-2\frac{5}{6}$	$6\frac{3}{10}-3\frac{7}{10}$	$8\frac{4}{15}-3\frac{7}{15}$	$5\frac{1}{6}-2\frac{5}{6}$
$11\frac{1}{8}-3\frac{3}{8}$	$10\frac{4}{9}-6\frac{5}{9}$	$6\frac{2}{9}-4\frac{5}{9}$	$7\frac{1}{8}-2\frac{5}{8}$

270. Kooli läinud õpilane jõudis koju tagasi $5\frac{5}{6}$ tunni pärast. $1\frac{1}{6}$ tundi sellest ajast oli ta teel, muu aja aga koolis. Kui palju aega viibis õpilane koolis?

271. Kaup, mille omahind oli $18\frac{3}{10}$ rubla, müüdi $21\frac{9}{10}$ rubla eest. Arvutada juurdehindlus.

272. Pakk kaalus $8\frac{5}{8}$ kg (brutokaal), pakis olev kaup aga $6\frac{3}{8}$ kg (netokaal). Arvutada pakendi kaal (taara).

273. Isa on $32\frac{3}{4}$ aastat vana, poeg on isast $25\frac{1}{4}$ aastat noorem. Kui vana on poeg?

274. Nõust, milles oli 18 kg võid, müüdi ära $2\frac{1}{4}$ kg. Kui palju võid jäi nõusse järele?

275. Kui palju on kell:

$2\frac{3}{4}$ tundi enne keskpäeva? $3\frac{1}{5}$ tundi enne keskööd?
$1\frac{5}{6}$ „ „ „ $4\frac{2}{3}$ „ „ „

276. 21. detsembril on meil päev kõigest $6\frac{1}{3}$ tundi pikk. Kui pikk on öö? Kui palju on öö päevast pikem?

277. 21. juunil on päeva pikkus $18\frac{1}{3}$ tundi. Kui pikk on öö? Kui palju on päev ööst pikem?

278. Pang ühes kaladega kaalus $4\frac{7}{10}$ kg, pang tühjalt kaalus $\frac{8}{10}$ kg. Kui palju kaalusid kalad?

279. Kui ühest korvist tõsta teise $4\frac{3}{4}$ kg õunu, oleks kummaski korvis 16 kg õunu. Mitu kg õunu on kummaski korvis?

280. Leida arv, mis on arvust $6\frac{5}{11}$ samapalju suurem, kuipalju arv $9\frac{9}{11}$ on arvust $14\frac{3}{11}$ väiksem.

281. Lahutatavat vähendati $7\frac{5}{12}$ võrra. Mis tuleb teha vähendatavaga, et vahe jääks endiseks? Mis tuleb teha vähendatavaga, et vahe suureneks $7\frac{5}{12}$ võrra? Mis tuleb teha vähendatavaga, et vahe väheneks $7\frac{5}{12}$ võrra?

282. Lahutatavat suurendati $3\frac{5}{6}$ võrra. Mis peab tegema vähendatavaga, et

1) vahe jääks endiseks;

2) vahe väheneks $3\frac{5}{6}$ võrra;

3) vahe suureneks $3\frac{5}{6}$ võrra?

283. Mesinik sai ühest mesipuust $9\frac{1}{8}$ kg mett, teisest mesipuust $6\frac{5}{8}$ kg ja kolmandast $7\frac{3}{8}$ kg. Mitu kg mett sai mesinik kolmest mesipuust kokku?

284.

1)	$3\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$	2)	$2\frac{1}{2}+1$	3)	$1\frac{4}{15}+\frac{13}{15}$
	$6\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$		$5\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$		$12\frac{4}{7}-2\frac{2}{7}$
	$9\frac{3}{10}-\frac{1}{10}$		$8\frac{3}{4}-\frac{3}{4}$		$49\frac{5}{12}+3\frac{11}{12}$
	$12\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$		$12\frac{2}{3}+4$		$80\frac{4}{9}-1\frac{1}{9}$
	$15\frac{7}{12}-\frac{1}{12}$		$15\frac{7}{8}-\frac{7}{8}$		$72\frac{3}{20}+4\frac{19}{20}$

4)	$20\frac{4}{15}+\frac{7}{15}$	5)	$43\frac{11}{36}-17\frac{23}{36}$
	$12\frac{13}{18}-1\frac{5}{18}$		$52\frac{7}{40}-15\frac{27}{40}$
	$40\frac{23}{25}-\frac{8}{25}$		$63\frac{11}{25}+17\frac{21}{25}$
	$19\frac{14}{16}+5\frac{3}{16}$		$75\frac{4}{15}+18\frac{13}{15}$
	$28\frac{17}{30}+\frac{11}{30}$		$90\frac{16}{21}-36\frac{19}{21}$

§ 19. Murru korrutamine ja jagamine täisarvuga.

1. Üks sulg maksab $\frac{3}{20}$ rbl, kui palju maksavad 2, 3, 4, jne. sulge?

2 sulge maksavad $2\cdot\frac{3}{20}$ rubla. Määrame korrutise liitmise kaudu:

$$2\cdot\frac{3}{20}=\frac{3}{20}+\frac{3}{20}=\frac{3+3}{20}=\frac{2\cdot3}{20}=\frac{6}{20}.$$

Seega: $2\cdot\frac{3}{20}=\frac{2\cdot3}{20}=\frac{6}{20}$ ja

$\frac{6}{20}$ on 2 korda suurem kui $\frac{3}{20}$ ning ümberpöördult: $\frac{3}{20}$ on 2 korda väiksem kui $\frac{6}{20}$.

Kolm sulge maksavad $3\cdot\frac{3}{20}$ rubla.

$$3\cdot\frac{3}{20}=\frac{3}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{20}=\frac{3+3+3}{20}=\frac{3\cdot3}{20}=\frac{9}{20}.$$

Seega: $3\cdot\frac{3}{20}=\frac{3\cdot3}{20}=\frac{9}{20}$ ja

$\frac{9}{20}$ on 3 korda suurem kui $\frac{3}{20}$ ning ümberpöördult:

$\frac{3}{20}$ on 3 korda väiksem kui $\frac{9}{20}$.

Samuti leiaksime, et

$$4 \cdot \frac{3}{20} = \frac{4 \cdot 3}{20} = \frac{12}{20}$$
$$5 \cdot \frac{3}{20} = \frac{5 \cdot 3}{20} = \frac{15}{20}$$

Mitu korda on $\frac{12}{20}$ suurem kui $\frac{3}{20}$? Mitu korda on $\frac{3}{20}$ väiksem kui $\frac{15}{20}$? Mitu korda on $\frac{21}{20}$ suurem kui $\frac{3}{20}$?

Võtame oma tulemused kokku järgmiselt:

1) **kui murru lugejat suurendada mingi arv korda, siis murd suureneb sama arv korda;**

2) **kui murru lugejat vähendada mingi arv korda, siis murd väheneb sama arv korda.**

Need kaks murru omadust võimaldavad hõlpsasti teostada:

1) murru korrutamist täisarvuga igal juhtumil;

2) murru jagamist täisarvuga juhtumeil, kus lugeja jagub selle täisarvuga.

Näiteid: 1) $7 \cdot \frac{2}{15} = \frac{7 \cdot 2}{15} = \frac{14}{15}$

2) $13 \cdot \frac{4}{7} = \frac{13 \cdot 4}{7} = \frac{52}{7} = 7\frac{3}{7}$

3) $\frac{9}{11} : 3 = \frac{9 : 3}{11} = \frac{3}{11}$

4) $\frac{12}{5} : 4 = \frac{12 : 4}{5} = \frac{3}{5}$

Lihtsamate ülesannete puhul võiks jääda niisugustest kirjutistest keskmine lüli kirjutamata; arvutamise ajal aga aga tuleb seda ikkagi mõelda.

285.

1) $3 \cdot \frac{2}{5}$	2) $7 \cdot \frac{3}{14}$	3) $5 \cdot \frac{2}{3}$	4) $8 \cdot \frac{3}{16}$
$5 \cdot \frac{2}{5}$	$9 \cdot \frac{5}{18}$	$10 \cdot \frac{3}{5}$	$12 \cdot \frac{7}{24}$
$4 \cdot \frac{3}{5}$	$15 \cdot \frac{5}{8}$	$24 \cdot \frac{5}{8}$	$6 \cdot \frac{3}{8}$
$14 \cdot \frac{6}{7}$	$12 \cdot \frac{3}{14}$	$18 \cdot \frac{2}{3}$	$5 \cdot \frac{7}{9}$

286.

1) $\frac{3}{5} : 3$	2) $\frac{10}{11} : 5$	3) $\frac{18}{25} : 6$	4) $\frac{64}{11} : 16$
$\frac{4}{7} : 2$	$\frac{10}{7} ; 2$	$\frac{14}{19} : 7$	$\frac{72}{13} : 9$
$\frac{6}{7} : 3$	$\frac{12}{5} : 6$	$\frac{22}{3} : 11$	$\frac{49}{50} : 7$
$\frac{5}{4} : 5$	$\frac{11}{12} : 11$	$\frac{36}{41} : 18$	$\frac{60}{7} : 20$

287. 1 teeklaasitäis mahutab umbes $\frac{1}{4}$ liitrit. Mitu liitrit on 2; 3; 4; 5; 10 teeklaasitäit?

288. Raamat kaalub $\frac{3}{8}$ kg. Kui palju kaalub 12 samasugust raamatut?

289. Perekond tarvitab keskmiselt $\frac{2}{5}$ kg suhkrut nädalas. Mitu kg suhkrut tarvitab see perekond keskmiselt 3; 4; 5; 10 nädalaga?

290. Raamatu eest maksti $\frac{4}{5}$ rubla. Kui palju maksab 4 niisugust raamatut?

291. Ruudu ümbermõõt on $\frac{4}{5}$ meetrit. Kui pikk on ruudu külg?

292. Ruudu külje pikkus on $\frac{5}{8}$ meetrit. Kui pikk on ruudu ümbermõõt?

293. Tosin sulgi maksis $\frac{24}{25}$ rubla. Mis maksis üks sulg?

294. Mitu korda on $\frac{2}{6}$ suurem kui $\frac{1}{6}$? $\frac{4}{6}$ suurem kui $\frac{2}{6}$? $\frac{5}{7}$ suurem kui $\frac{1}{7}$? $\frac{4}{7}$ väiksem kui $\frac{8}{7}$? $\frac{3}{8}$ väiksem kui $\frac{6}{8}$?

295. Missugused murrud on:

a) kaks korda suuremad kui $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{15}$ $\frac{4}{15}$?

b) kolm korda väiksemad kui $\frac{6}{7}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{25}$; $\frac{24}{5}$; $\frac{93}{100}$; $\frac{15}{100}$; $\frac{3}{100}$?

296. Peetril on $\frac{9}{10}$ rubla, Lainel 3 korda vähem kui Peetril ja Jaanil $\frac{7}{10}$ rubla rohkem kui Lainel. Kui palju raha on kõigil kolmel lapsel kokku?

297. Taara (s. o. pakendi kaal) on $\frac{13}{20}$ kg, neto (s. o. puhaskauba kaal) on 11 korda suurem kui taara. Leida bruto (s. o. pakitud kauba kaal).

298. Peenra laius on $\frac{5}{6}$ m ja pikkus 8 m. Peenrale on külitud porgandeid ja peete nii, et porgandite all on 3 korda rohkem maad kui peetide all. Mitu ruutmeetrit maad on kummagi vilja all?

299. Ühel õpilasel kulus ülesannete lahendamiseks aega $\frac{7}{10}$ tundi, teisel $\frac{4}{10}$ tundi rohkem kui esimesel ja kolmandal kulus 3 korda vähem aega kui esimesel ja teisel kokku. Kui palju aega keskmiselt kulus õpilasel ülesannete lahendamiseks?

2. a) Maatükk suurusega 3 aari oli jaotatud ühel aastal võrdselt 4 aiamaaharija vahel; igaühel oli siis kasutada $\frac{3}{4}$ aari maad. Järgmisel aastal on aiamaasoovijaid 2 korda rohkem, s. o. 8. Igaüks saaks nüüd $\frac{3}{8}$ aari aiamaad. Maa jaotamist aga on nüüd hõlpus teostada nii, et iga endine krunt jaotatakse kaheks võrdseks tükiks; ühe niisuguse tüki suurus oleks siis $\frac{3}{4} : 2$ aari.

Näeme, et

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8} \quad \text{ehk} \quad \frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2}$$

Oleks aiamaa soovijate arv kasvanud mitte kahe-, vaid viiekordseks, siis oleks soovijaid olnud $4 \cdot 5 = 20$ ja igaüks neist oleks saanud $\frac{3}{20}$ aari; aga siis oleks tulnud iga endine krunt ($\frac{3}{4}$ aari) jaotada veel viieks, s. t.

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20} \quad \text{ehk} \quad \frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \cdot 5}.$$

b) Kui palju suhkrut saaks igaüks, kui 5 kg suhkrut jaotada võrdselt 6-le isikule? Muidugi $\frac{5}{6}$ kg.

Kui palju suhkrut saaks igaüks, kui isikute arv kasvaks 2-, 3-, 4- või 7-kordseks? Kuidas võiks eelmise ülesande eeskujul uut suhkrujaotamist ette võttes jõuda otsusele, et

$$\frac{5}{6}:2=\frac{5}{6\cdot 2}=\frac{5}{12};$$

$$\frac{5}{6}:3=\frac{5}{6\cdot 3}=\frac{5}{18};$$

$$\frac{5}{6}:4=\frac{5}{6\cdot 4}=\frac{5}{24};$$

$$\frac{5}{6}:7=\frac{5}{6\cdot 7}=\frac{5}{42}?$$

Nendest kahest ülesandest selgub:

1) **kui murru nimetajat suurendada mingi arv korda, siis murd ise väheneb sama arv korda;**
2) **kui murru nimetajat vähendada mingi arv korda, siis murd ise suureneb sama arv korda.**

Neid asjaolusid saab edukalt rakendada

1) murru jagamiseks täisarvuga igal juhtumil;

2) murru korrutamiseks täisarvuga neil juhtumeil, kus murru nimetaja jagub selle täisarvuga.

Näiteid:

1) $\frac{3}{5}:4=\frac{3}{5\cdot 4}=\frac{3}{20}$ 3) $\frac{1}{15}\cdot 5=\frac{1}{15:5}=\frac{1}{3}$

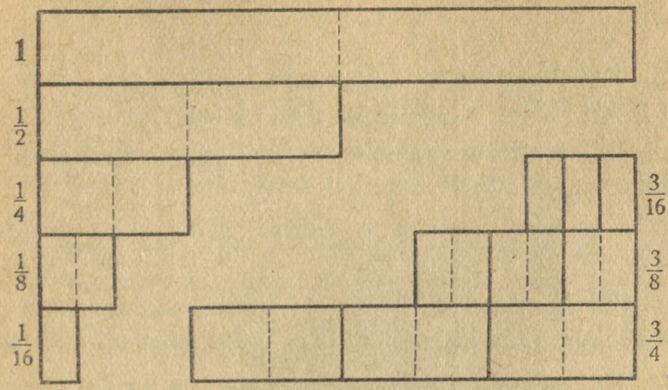
2) $\frac{7}{6}:3=\frac{7}{6\cdot 3}=\frac{7}{18}$ 4) $\frac{5}{14}\cdot 7=\frac{5}{14:7}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$

Selgituseks esimese näite juurde: jagamine $\frac{3}{5}:4$ nõuab tulemust, mis oleks 4 korda väiksem kui murd $\frac{3}{5}$; murru vähendamist 4 korda võib teha aga nii, et nimetajat suurendame 4 korda.

Selgituseks kolmanda näite juurde: korrutamine $\frac{1}{15}\cdot 5$ nõuab tulemust, mis oleks 5 korda suurem kui murd $\frac{1}{15}$; murru suurendamist 5 korda võib aga teha nii, et nimetajat vähendame 5 korda.

300. Uurida joonise 3 põhjal murru suuruse muutumist nimetaja suurenemisel 2, 4 või 8 korda, samuti nimetaja vähendamisel 2, 4 või 8 korda.

301. Mitu korda on $\frac{1}{3}$ suurem kui $\frac{1}{6}$? $\frac{1}{5}$ suurem kui $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{5}$ suurem kui $\frac{2}{10}$? $\frac{3}{4}$ suurem kui $\frac{3}{12}$? $\frac{3}{8}$ suurem kui $\frac{3}{40}$?



Joonis 3.

302. Mitu korda on $\frac{3}{8}$ väiksem kui $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{40}$ väiksem kui $\frac{3}{5}$? $\frac{4}{15}$ väiksem kui $\frac{4}{3}$? $\frac{7}{24}$ väiksem kui $\frac{7}{3}$? $\frac{3}{20}$ väiksem kui $\frac{3}{4}$?

303. Nimetada murrud, mis on 3 korda väiksemad murdudest $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{7}{3}$.

304. Nimetada murrud, mis on 4 korda suuremad murdudest $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{1}{32}$; $\frac{9}{40}$; $\frac{5}{36}$; $\frac{7}{48}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{71}{1000}$.

305.

1) $\frac{5}{12} : 3$	2) $\frac{8}{15} : 4$	3) $\frac{1}{2} : 3$	4) $\frac{3}{7} : 10$
$\frac{11}{15} : 2$	$\frac{9}{16} : 2$	$\frac{1}{3} : 2$	$\frac{7}{4} : 20$
$\frac{5}{6} : 3$	$\frac{18}{25} : 4$	$\frac{2}{3} : 3$	$\frac{4}{11} : 55$
$\frac{4}{5} : 3$	$\frac{3}{20} : 3$	$\frac{1}{5} : 4$	$\frac{9}{14} : 11$
$\frac{5}{8} : 2$	$\frac{17}{25} : 2$	$\frac{3}{4} : 2$	$\frac{2}{11} : 42$

306.

1) $\frac{2}{9}\cdot 3$	2) $5\cdot\frac{13}{25}$	3) $\frac{16}{95}\cdot 5$	4) $100\cdot\frac{7}{300}$
$\frac{4}{15}\cdot 5$	$9\cdot\frac{17}{45}$	$\frac{14}{75}\cdot 25$	$10\cdot\frac{11}{1000}$
$\frac{1}{6}\cdot 2$	$7\cdot\frac{11}{63}$	$\frac{7}{100}\cdot 50$	$25\cdot\frac{41}{500}$

307. 5 paari sukkade kudumiseks kulub $\frac{3}{4}$ kg lõnga. Kui palju lõnga kulub 1 sukapaari jaoks?

308. Kui pikk on ruudu külg, kui ruudu ümbermõõt on $\frac{3}{5}$ m?

309. 5 pliiatsit maksab $\frac{3}{4}$ rubla. Mitu rubla maksab 1 pliiats?

310. Õel ja vennal oli kokku $\frac{19}{20}$ rubla, seejuures õel oli 4 korda rohkem raha kui vennal. Kui palju raha oli kummalgi?

311. Kui esimest liidetavat suurendati 3 korda ja teist 4 korda, siis summaks tuli 1. Arvutada esialgne summa, teades, et esimene liidetav oli $\frac{3}{17}$.

312. Kui üht liidetavat vähendada 8 korda ja teist suurendada 5 korda, siis summaks tuleb $\frac{27}{29}$. Arvutada esialgne summa, kui esimene liidetav on $\frac{16}{29}$.

313. Mille võrra on poole pool suurem kui veerandi veerand?

3. Nagu on selgunud, saab murru k o r r u t a m i s t täisarvuga teostada kahel viisil:

1) korrutades lugejat selle täisarvuga;

2) jagades nimetajat selle täisarvuga.

Esimest viisi võib rakendada igal juhtumil.

Teist viisi ei saa rakendada siis, kui nimetaja ei jagu selle täisarvuga.

Vaatame, mis juhtub siis, kui rakendame teist viisi sellest hoolimata, et nimetaja ei jagu antud täisarvuga:

$$\frac{2}{3}\cdot 5=\frac{2}{3:5}=\frac{2}{\frac{3}{5}}$$

Saaksime tulemuseks keerulise kujuga murru, mille nimetaja on omakorda üks murd. Niisuguste murdudega on ebamugav arvutada ja kirjutadagi on neid tülikas.

Samuti on selgunud, et murru j a g a m i s t täisarvuga saab teostada kahel viisil:

1) korrutades nimetajat selle täisarvuga;

2) jagades lugejat selle täisarvuga.

Esimest viisi võib rakendada igal juhtumil.

Teist viisi ei rakendata siis, kui lugeja ei jagu selle täisarvuga.

Vaatame, mis juhtub siis, kui rakendame teist viisi sellest hoolimata, et lugeja ei jagu antud täisarvuga:

$$\frac{4}{7}:3=\frac{4:3}{7}=\frac{\frac{4}{3}}{7}=\frac{4}{3}:7$$

Saaksime jällegi ebamugava murru, mille lugeja on omakorda üks murd. Huvitav on, et seda tulemust jälle jagatisena kirjutades saame lähtejagatisega võrreldes hoopis erineva kujuga jagatise. Tekib küsimus, kas $\frac{4}{7}:3$ ja $\frac{4}{3}:7$ on ikka tõesti võrdsed. Teostades mõlemad jagamised esimesel viisil selgub, et kahtlus on asjata:

$$\frac{4}{7}:3=\frac{4}{7.3}=\frac{4}{21};\quad \frac{4}{3}:7=\frac{4}{3\cdot 7}=\frac{4}{21}$$

See üllatav asjaolu tähendab õieti järgmist: on päris ükskõik, kas jaotame terviku enne seitsmeks ja siis iga osa veel kolmeks või jaotame terviku enne kolmeks ja siis iga osa veel seitsmeks. Muidugi on see niisamuti ka iga muu arvupaari puhul.

N ä i d e. Määrati 8400 rubla riiklikku autasu üks kord kuuele seitsme lapse emale ja teine kord sama summa seitsmele kuue lapse emale. Arvutada kummalgi juhul ühe lapse kohta tulev rahasumma.

Iga seitsme lapse ema sai $\frac{8400}{6}$ rubla, seega tema iga lapse kohta tuli $\frac{8400}{6}:7$ rubla ehk $\frac{8400}{6\cdot 7}$ rubla.

Iga kuue lapse ema sai $\frac{8400}{7}$ rubla, seega tema iga lapse kohta tuli $\frac{8400}{7} : 6$ rubla ehk $\frac{8400}{7 \cdot 6}$ rubla.

Tulemused on muidugi võrdsed, sest mõlemal juhul tuleb 8400 jagada 42-ga. See 42 tähendab laste koguarvu nii ühel kui teisel juhul.

314. a) Kumb on suurem, kas poole veerand või veerandi pool?

b) Kas kolme viiendik ja viie kolmandik on ühesuurused?

§ 20. Murru põhiomadus. Murru teisendamised.

1. Kui 5 kg suhkrut jaotada võrdselt 6-le isikule, siis igaüks saaks $\frac{5}{6}$ kg suhkrut. Oleks nüüd suhkrut 3 korda rohkem, s. o. $3 \cdot 5$ ehk 15 kg, aga inimesi samuti 3 korda rohkem, s. o. $3 \cdot 6$ ehk 18, siis igaüks saaks $\frac{15}{18}$ kg suhkrut. Pole kahtlust, et teisel juhtumil saaks igaüks täpselt samapalju kui esimesel juhtumil. Seega

$$\frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{15}{18}; \text{ s. t. } \frac{5}{6} = \frac{15}{18} \text{ ehk } \frac{15}{18} = \frac{5}{6}.$$

Samale tulemusele jõuaksime ka arutades nii: kui murru lugejat korrutada 3-ga, siis murd suureneb 3 korda, s. t. $\frac{15}{6}$ on 3 korda suurem kui $\frac{5}{6}$ ehk — $\frac{5}{6}$ on 3 korda väiksem kui $\frac{15}{6}$.

Kui nüüd murru $\frac{15}{6}$ nimetajat korrutada 3-ga, siis murd väheneb 3 korda, s. t. $\frac{15}{18}$ on 3 korda väiksem kui $\frac{15}{6}$.

Et nüüd $\frac{5}{6}$ ja $\frac{15}{18}$ m õ l e m a d on 3 korda väiksemad kui $\frac{15}{6}$ siis peavad nad ju isekeskis võrdsed olema.

Selle näite varal selgunud tõsiasja nimetatakse **murru põhiomaduseks**; sõnastame selle nii:

kui murru lugejat ja nimetajat korrutada või jagada ühe ja sama arvuga, siis murru suurus ei muutu.

Murru põhiomadus lubab muuta murru välist kuju (s. t. tema lugeja ja nimetaja suurust) nii, et murru enda suurus seejuures endiseks jääb. Toimingut, mis muudab ainult murru kuju, aga mitte tema suurust, nimetatakse murru **teisendamiseks.** Mõnd teisendamist juba tunneme — nimelt liigmurru teisendamist segaarvuks ja ümberpöördult.

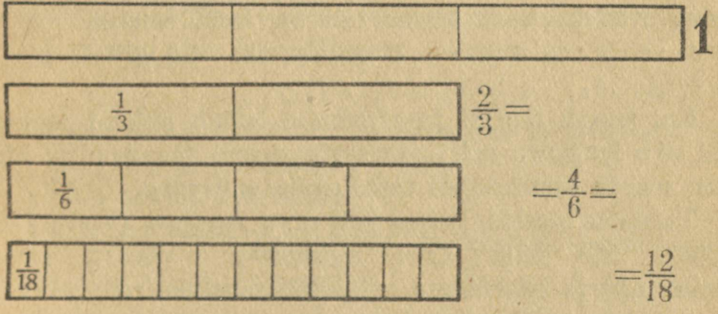
2. Murru üheks teisendamise võimaluseks on tema **laiendamine,** s. o. tema lugeja ja nimetaja korrutamine ühe ja sama arvuga. Seda arvu nimetatakse murru **laiendajaks.** Laiendaja märgitakse (kuid ainult vajaduse korral) lähtemurru kohale kaarekesega.

Näide: $\overset{\overset{2}{\smile}}{\frac{3}{7}} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}.$

Mingit lähtemurdu võib kuitahes palju kordi laiendada, kas kogu aeg sama laiendajaga või ka mitmesuguste laiendajatega.

Näide: $\overset{\overset{2}{\smile}}{\frac{1}{3}} = \overset{\overset{2}{\smile}}{\frac{2}{6}} = \overset{\overset{5}{\smile}}{\frac{4}{12}} = \overset{\overset{3}{\smile}}{\frac{20}{60}} = \frac{60}{180}.$

Uurida ja selgitada murru $\frac{2}{3}$ laiendamist ja murru $\frac{12}{18}$ taandamist joonise 4 põhjal.



Joonis 4.

315. Laiendada peast järgmised murrud esimeses reas 3-ga, teises reas 4-ga.

1) $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{6}{11}$; $\frac{5}{13}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{3}{16}$;

2) $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{14}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{16}{17}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{14}{15}$.

316. Laiendada järgmised murrud, esiteks 45-ga ja tulemused siis veel 3-ga.

$\frac{2}{17}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{11}$;

317. Sobivat laiendajat kasutades määrata järgmiste murdude puuduvad lugejad või nimetajad.

1)	2)	3)	4)
$\frac{1}{2}=\frac{5}{}$	$\frac{2}{5}=\frac{8}{}$	$\frac{4}{9}=\frac{16}{}$	$\frac{1}{2}=\frac{}{100}$
$\frac{2}{3}=\frac{}{6}$	$\frac{1}{3}=\frac{3}{}$	$\frac{2}{11}=\frac{8}{}$	$\frac{1}{4}=\frac{250}{}$
$\frac{2}{3}=\frac{6}{}$	$\frac{2}{7}=\frac{}{21}$	$\frac{5}{6}=\frac{15}{}$	$\frac{5}{7}=\frac{20}{}$
$\frac{3}{4}=\frac{}{100}$	$\frac{5}{8}=\frac{}{24}$	$\frac{7}{8}=\frac{}{32}$	$\frac{4}{13}=\frac{}{26}$
$\frac{3}{5}=\frac{}{10}$	$\frac{6}{11}=\frac{18}{}$	$\frac{1}{4}=\frac{}{100}$	$\frac{4}{5}=\frac{80}{}$

3. Teiseks teisendamise võimaluseks on murru **taandamine,** s. o. tema lugeja ja nimetaja j a g a m i n e ühe ja sama arvuga. Seda arvu nimetatakse murru **taandajaks.**

Taandajaks kasutatakse ainult lugeja ja nimetaja ühiseid jagajaid.

Kui murru lugejal ja nimetajal pole muid ühiseid jagajaid kui arv 1, siis nimetatakse teda **taandumatuks murruks.** Näiteks kõik algmurrud on taandumatud murrud; peale nende aga osutuvad taandumatuks veel näiteks murrud $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{3}{100}$.

Kui murru lugejal ja nimetajal leidub ühiseid jagajaid, siis võib igaühega neist toimetada murru taandamist; niisugust murdu nimetatakse **taanduvaks murruks.**

Tuletame meelde, kuidas leiti arvu jagajaid (vaata § 10). Selleks tuli leida arvu algtegurid. Võtame näiteks murru $\frac{210}{315}$ ja teisendame selle taandumatuks murruks. Esitame lugeja ja nimetaja kõigepealt algtegurite korrutisena; siis taandamine võib toimuda nii, et lugejast ja nimetajast kustutatakse kõik nende ü h i s e d algtegurid. Sellega jagame murru lugejat ja nimetajat nende suurima ühisteguriga.

210	2	315	3
105	3	105	3
35	5	35	5
7	7	7	7

süt. $= 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

$$\frac{210}{315} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{210}{315} = \frac{210:105}{315:105} = \frac{2}{3}$$

Seega

murru suurimaks taandajaks on lugeja ja nimetaja suurim ühistegur; see taandab murru ühekorraga taandumatuks murruks.

Murru taandamisel harilikult ei hakata otsima lugeja ja nimetaja suurimat ühist jagajat, sest hõlpsam on taandamist teostada järk-järgult; seejuures võetakse taandajaks igakord lugeja ja nimetaja niisugune ühine tegur, mis arvude jagavustunnuste põhjal parajasti silma torkab. Nii toimitakse seni, kuni saadakse taandumatu murd. Näide:

$$\frac{210}{315} = \underbrace{\frac{210:5}{315:5}} = \frac{42}{63} = \underbrace{\frac{42:3}{63:3}} = \frac{14}{21} = \underbrace{\frac{14:7}{21:7}} = \frac{2}{3}.$$

Jäetakse kirjutamata!

Taandamisel vajalik jagamine toimub seejuures peast. Näiteks veel üks taandamine (uurida, missuguseid taandajaid on seejuures kasutatud):

$$\frac{665}{1295} = \frac{133}{259} = \frac{19}{37}.$$

Nõue — taandada murd — tähendab, et taandada tuleb seni, kuni saadakse taandumatu murd.

Lõpuks peame veel meeles, et

ülesande vastus antakse alati taandumatu murru kujul.

318. Otsustada, missugused järgmistest murdudest on taandumatud:

$$\frac{6}{4}, \frac{7}{5}, \frac{8}{12}, \frac{4}{5}, \frac{18}{15}, \frac{15}{18}, \frac{9}{16}, \frac{16}{17}, \frac{12}{21}, \frac{45}{95}.$$

319. Taandada järgmised murrud:

1) $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{3}{24}$;

2) $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{12}{20}$, $\frac{2}{22}$, $\frac{6}{20}$.

320. Taandada järgmised murrud:

1)	2)	3)	4)	5)	6)
$\frac{8}{12}$	$\frac{24}{30}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{36}{54}$	$\frac{36}{15}$	$\frac{60}{45}$
$\frac{12}{18}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{28}{42}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{40}{25}$	$\frac{70}{42}$
$\frac{20}{24}$	$\frac{24}{30}$	$\frac{30}{75}$	$\frac{48}{60}$	$\frac{64}{40}$	$\frac{90}{63}$
$\frac{18}{27}$	$\frac{16}{28}$	$\frac{21}{63}$	$\frac{18}{45}$	$\frac{48}{44}$	$\frac{72}{27}$
$\frac{16}{20}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{32}{44}$	$\frac{81}{96}$	$\frac{32}{48}$	$\frac{99}{66}$

321. Taandada järgmised murrud:

1) $\frac{16}{34}$; $\frac{10}{22}$; $\frac{14}{30}$; $\frac{18}{50}$; $\frac{20}{54}$; $\frac{26}{82}$; $\frac{70}{96}$.

2) $\frac{3}{12}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{12}{24}$; $\frac{18}{48}$; $\frac{90}{99}$; $\frac{72}{135}$; $\frac{225}{252}$.

3) $\frac{10}{25}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{25}{40}$; $\frac{30}{35}$; $\frac{25}{75}$; $\frac{200}{225}$; $\frac{175}{300}$.

4) $\frac{27}{36}$; $\frac{36}{45}$; $\frac{90}{126}$; $\frac{63}{72}$; $\frac{144}{270}$; $\frac{108}{150}$; $\frac{243}{432}$.

5) $\frac{10}{20}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{40}{70}$; $\frac{500}{800}$; $\frac{400}{900}$; $\frac{250}{450}$; $\frac{35000}{40000}$.

322. Taandada järgmised murrud:

1)	2)	3)	4)	5)
$\frac{64}{72}$	$\frac{98}{144}$	$\frac{98}{240}$	$\frac{60}{225}$	$\frac{168}{369}$
$\frac{80}{96}$	$\frac{64}{300}$	$\frac{84}{450}$	$\frac{150}{250}$	$\frac{455}{1675}$
$\frac{72}{108}$	$\frac{180}{288}$	$\frac{135}{240}$	$\frac{45}{120}$	$\frac{940}{5600}$
$\frac{124}{136}$	$\frac{144}{192}$	$\frac{324}{500}$	$\frac{75}{240}$	$\frac{4750}{5960}$
$\frac{84}{150}$	$\frac{315}{360}$	$\frac{81}{108}$	$\frac{180}{144}$	$\frac{1000}{1024}$

323. Ühes käitises jaotati 18 kg võid võrdselt 15-le inimesele, teises käitises aga 24 kg võid 20-le inimesele. Kummas käitises sai üks isik rohkem võid?

324. Õpilane ostis 6 kaustikut à $\frac{3}{20}$ rubla ja joonlaua hinnaga $\frac{7}{10}$ rubla. Kui palju raha sai ta kolmerublasest tagasi?

325. Turult osteti võid $\frac{13}{20}$ kg, jahu $\frac{19}{20}$ kg rohkem kui võid ja liha $\frac{3}{5}$ kg vähem kui jahu. Kui palju osteti liha?

§ 21. Murdude samanimeliseks teisendamine.

Võrrelda kaht murdu tähendab otsustada, kumb neist on suurem. Seda on eriti kerge otsustada, kui antud murdudel on kas lugejad võrdsed või nimetajad võrdsed.

326. Otsustada, kumb igast kahest antud murrust on suurem:

1) $\frac{1}{2}$ ja $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{3}$ ja $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$ ja $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$ ja $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{10}$ ja $\frac{7}{12}$.
2) $\frac{3}{5}$ ja $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{8}$ ja $\frac{7}{8}$; $\frac{7}{12}$ ja $\frac{8}{12}$; $\frac{14}{18}$ ja $\frac{15}{18}$.

Vaatame nüüd, kuidas saab võrrelda murde, millel pole võrdsed ei lugejad ega ka nimetajad.

Olgu näiteks vaja seada murrud

$$\frac{7}{8},\ \frac{3}{4} \text{ ja } \frac{15}{16}$$

kasvavasse suuruse järjekorda. L a i e n d a m e neid murdusid nii, et nimetajad s a a k s i d võrdseks. On kohe näha, et esimest murdu 2-ga ja teist murdu 4-ga laiendades saame kõik murrud kuueteistkümnendike kujul:

$$\frac{14}{16},\ \frac{12}{16} \text{ ja } \frac{15}{16}.$$

Nüüd on ka otsekohe selge, et teine murd on kõige väiksem ja kolmas murd kõige suurem. Seda märgime nii:

$$\frac{12}{16} < \frac{14}{16} < \frac{15}{16};\quad \frac{3}{4} < \frac{7}{8} < \frac{15}{16}.$$

Märk „ < “, samuti „ > “, on suurem-väiksem-olemise märk; tema tipu poole kirjutatakse alati väiksem suurus. Loetakse seda märki sõnadega „on väiksem kui“ või „ on suurem kui“, vastavalt sellele, mis pidi ta parajasti kirjutatud on. Näiteks kirjutist $2 < 3$ loetakse nii: kaks on väiksem kui kolm, aga kirjutist $3 > 2$ loetakse: kolm on suurem kui kaks.

Murdude samanimelisteks teisendamisel tuleb kõigepealt murrud taandada, kui see on vajalik, ja siis valida ühine nimetaja. Selleks sobib antud nimetajate iga ühine kordne. Eelistame aga tarvitada v ä i k s e i m a t neist, sest siis saame läbi võimalikult väikeste arvudega. Eelmises näites oleks ju saanud võtta ühiseks nimetajaks ka arvud 32, 48, 64 jne, aga nende kasutamine pole otstarbekohane. Võttes eelmises näites ühiseks nimetajaks arvu 64, tuleks laiendajad valida järgmiselt:

$$\overset{8}{\frac{7}{8}};\ \overset{16}{\frac{3}{4}};\ \overset{4}{\frac{15}{16}} \text{ ehk } \frac{56}{64};\ \frac{48}{64};\ \frac{60}{64},$$

kust samuti selguks, et $\frac{3}{4} < \frac{7}{8} < \frac{15}{16}$.

Teisendame veel samanimeliseks näiteks murrud $\frac{5}{12}$ ja $\frac{4}{9}$.

$$\begin{array}{ll} 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 & 36 : 12 = 3 \\ 9 = 3 \cdot 3 & 36 : 9 = 4 \\ \hline \text{vük. } (12;\ 9) = 12 \cdot 3 = 36 & \end{array} \Bigg\} \text{ laiendajad}$$

Sobivad laiendajad leiame, kui ühist nimetajat 36 jagame kummagi antud nimetajaga; saame 3 ja 4. Seega

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36} \text{ ja } \frac{4}{9} = \frac{16}{36}.$$

Nüüd on selgunud ühtlasi ka, et $\frac{5}{12} < \frac{4}{9}$.

Kokkuvõttes:

murdude samanimeliseks laiendamisel võetakse ühiseks nimetajaks antud nimetajate väikseim ühiskordne; sobivad laiendajad saadakse ühist nimetajat antud nimetajatega jagades.

327. Teisendada samanimeliseks järgmised murrupaarid:

1) $\frac{1}{2}$ ja $\frac{1}{6}$	2) $\frac{3}{4}$ ja $\frac{1}{12}$	3) $\frac{1}{4}$ ja $\frac{2}{3}$	4) $\frac{1}{3}$ ja $\frac{5}{6}$
$\frac{1}{5}$ ja $\frac{3}{10}$	$\frac{4}{5}$ ja $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$ ja $\frac{1}{8}$	$\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{6}$
$\frac{3}{4}$ ja $\frac{4}{8}$	$\frac{2}{3}$ ja $\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$ ja $\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$ ja $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$ ja $\frac{5}{12}$	$\frac{5}{6}$ ja $\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$ ja $\frac{7}{10}$	$\frac{1}{3}$ ja $\frac{2}{5}$
$\frac{1}{3}$ ja $\frac{7}{9}$	$\frac{3}{8}$ ja $\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$ ja $\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}$ ja $\frac{4}{5}$

328. Teisendada samanimelisteks järgmised murruread:

1) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$
$\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{17}{30}$
$\frac{3}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{16}$
$\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$

2) $2\frac{1}{8}$; $2\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{4}$; $2\frac{5}{16}$; $2\frac{3}{8}$
$\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{8}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{10}$; $\frac{7}{30}$
$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{3}{8}$

329. Seada kasvavasse suuruse järjekorda murrud igas järgmises murrukolmikus:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{15}$ ja $\frac{1}{5}$
$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$ ja $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$ ja $\frac{2}{5}$
$\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$ ja $\frac{1}{2}$

2) $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ ja $\frac{3}{4}$
$\frac{1}{9}$, $\frac{2}{3}$ ja $\frac{5}{8}$
$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ ja $\frac{1}{10}$
$\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$ ja $\frac{7}{10}$

3) $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$ ja $\frac{5}{12}$
$\frac{5}{14}$, $\frac{2}{7}$ ja $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$ ja $\frac{1}{3}$
$\frac{5}{8}$, $\frac{3}{16}$ ja $\frac{1}{4}$
$\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ ja $\frac{3}{20}$

330. Üks tööline võib valmistada 3 kuube 5 päevaga, teine aga võib teha 5 samasugust kuube 8 päevaga. Kumb tööline on osavam?

331. 2 grammi ühte rohtu maksab 3 kopikat, 5 grammi teist rohtu — 9 kopikat. Kumb rohi on kallim?

332. Kumb murdudest $\frac{5}{6}$ ja $\frac{21}{25}$ on teisest suurem?

333. Kumb murdudest $\frac{3}{100}$ ja $\frac{19}{625}$ on teisest väiksem?

334. Seada kahanevasse suuruse järjekorda murrud igas järgmises reas:

1) $\frac{2}{13}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{11}{36}$; $\frac{9}{26}$; $\frac{13}{18}$
2) $\frac{3}{22}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{6}{77}$; $\frac{9}{42}$; $\frac{13}{154}$
3) $\frac{5}{48}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{7}{240}$; $\frac{11}{30}$; $\frac{13}{60}$; $\frac{11}{16}$
4) $\frac{19}{60}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{17}{360}$; $\frac{23}{72}$; $\frac{25}{36}$

335. Ühes käitises kudus 24 töölist 69 m riiet sama aja jooksul kui 42 töölist 119 m teises käitises. Kummas käitises oli tööjõudlus suurem?

336. Kaks noortebrigaadi võistles linna taastamisel tingimusel, et võitjaks tuleb see brigaad, kumma ühe liikme kohta tuleb kvartaali kohta rohkem taastamistööl oldud päevi. 15-

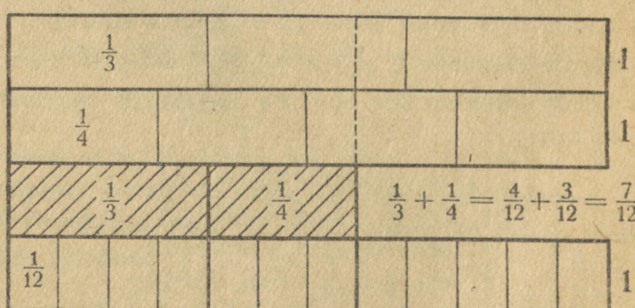
liikmeline brigaad andis 82 üksikmehe tööpäeva, 21-liikmeline brigaad aga 115 tööpäeva. Kumb brigaad tuli võitjaks?

§ 22. Isenimeliste murdude liitmine ja lahutamine.

1. Kui üks pikkus on antud meetrites ja teine pikkus detsimeetrites, siis ei saa neid pikkusi enne liita, kui nad on tehtud mõlemad samanimeliseks, ükskõik siis, kas mõlemad detsimeetriteks või mõlemad meetriteks. Näide:

$$5\text{ m} + 4\text{ dm} = 50\text{ dm} + 4\text{ dm} = 54\text{ dm}$$
$$= 5\text{ m} + 0{,}4\text{ m} = 5{,}4\text{ m}.$$

Samasugune lugu on ka isenimeliste murdudega. Joonise 5 põhjal on kerge veenduda, et näiteks summat $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ei saa väljendada ei kolmandikes ega ka neljandikes, küll aga saab teda hästi väljendada kaheteistkümnendikes; seepärast tulebki teha siin liidetavad enne liitmist kaheteistkümnendikeks. 12 on nimetajate 3 ja 4 väikseim ühiskordne.



Joonis 5.

Peame meeles, et

isenimeliste murdude liitmisel teisendatakse murrud enne liitmist samanimelisteks.

Näiteid:

1) $\overset{5}{\frac{3}{4}} + \overset{2}{\frac{7}{10}} = \frac{15}{20} + \frac{14}{20} = \frac{29}{20} = 1\frac{9}{20}$;

2) $12\frac{5}{8} + 34\frac{7}{12} = 12\frac{15}{24} + 34\frac{14}{24} = 46\frac{29}{24} = 47\frac{5}{24}$;

3) $4\frac{7}{45} + 11\frac{4}{13} + 8\frac{5}{26} + 10\frac{2}{5} = 4\frac{182}{1170} + 11\frac{360}{1170} +$
$+ 8\frac{225}{1170} + 10\frac{468}{1170} = 33\frac{1235}{1170} = 34\frac{65}{1170} = 34\frac{1}{18}$.

337.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	2) $\frac{1}{6} + \frac{7}{12}$	3) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$	4) $\frac{3}{4} + \frac{3}{5}$
$\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$	$\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$
$\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$	$\frac{3}{16} + \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$	$\frac{5}{6} + \frac{2}{5}$
$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$	$\frac{1}{4} + \frac{5}{12}$	$\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} + \frac{1}{3}$

338.

1) $\frac{1}{3} + \frac{3}{10}$	2) $\frac{2}{8} + \frac{2}{5}$	3) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$	4) $\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$
$\frac{3}{5} + \frac{7}{15}$	$\frac{2}{3} + \frac{2}{15}$	$\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$	$\frac{1}{6} + \frac{5}{4}$
$\frac{4}{5} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} + \frac{7}{20}$	$\frac{1}{6} + \frac{2}{7}$	$\frac{3}{8} + \frac{1}{5}$
$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$	$\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$	$\frac{1}{10} + \frac{3}{5}$	$\frac{5}{12} + \frac{4}{9}$

339.

1) $12\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$	2) $8\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$	3) $8\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$	4) $2\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$
$6\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$	$6\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$	$10\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$4\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$6\frac{1}{3} + \frac{7}{9}$	$12\frac{7}{12} + \frac{2}{3}$	$3\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$
$10\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$	$3\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$	$16\frac{2}{15} + \frac{4}{5}$	$6\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

340.

1) $2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{4}$	2) $6\frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$	3) $5\frac{2}{5} + 3\frac{1}{3}$	4) $4\frac{1}{8} + 3\frac{3}{4}$
$3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{5} + 2\frac{3}{4}$	$4\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5}$	$5\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{8} + 6\frac{4}{5}$	$2\frac{1}{4} + 5\frac{7}{8}$	$2\frac{3}{8} + 1\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4}$
$10\frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}$	$6\frac{9}{10} + 2\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2} + 3\frac{4}{5}$

341. Perenaine ostis esmaspäeval $2\frac{3}{4}$ kg, teisipäeval $2\frac{3}{8}$ kg ja kesknädalal $2\frac{1}{2}$ kg liha. Mitu kg liha ostis perenaine kolmel päeval kokku?

342. Isa tarvitas linnasõiduks $1\frac{1}{4}$ tundi, linnas veetis isa $3\frac{1}{2}$ tundi, tagasisõiduks kulus tal $1\frac{1}{3}$ tundi. Kui kaua oli isa kodunt ära?

343. Kolmnurga üks külg on $12\frac{1}{5}$ cm, teine külg $15\frac{3}{4}$ cm ja kolmas külg $9\frac{1}{2}$ cm. Leida kolmnurga ümbermõõt.

344. Ristküliku pikkus on $2\frac{3}{10}$ dm ja laius on $1\frac{3}{5}$ dm. Kui pikk on selle ristküliku ümbermõõt?

345.

1) $\frac{6}{7}+\frac{41}{42}+\frac{5}{12}$
$\frac{7}{11}+\frac{4}{33}+\frac{3}{4}$
$\frac{7}{720}+\frac{31}{144}+\frac{53}{360}$
$\frac{17}{16}+\frac{19}{80}+\frac{29}{40}$

2) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{13}{24}$
$\frac{2}{5}+\frac{8}{15}+\frac{7}{9}+\frac{2}{3}$
$\frac{3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{5}{7}+\frac{4}{21}$
$\frac{9}{20}+\frac{59}{180}+\frac{14}{15}+\frac{8}{9}+\frac{23}{30}$

3) $\frac{3}{4}+12\frac{2}{5}+21\frac{17}{30}+19\frac{17}{60}$
$10\frac{37}{80}+2\frac{19}{48}+1\frac{5}{32}+7\frac{1}{96}+\frac{3}{24}$
$6\frac{47}{150}+1\frac{19}{120}+5\frac{9}{40}+4\frac{91}{300}+\frac{7}{15}$
$7\frac{11}{100}+8\frac{7}{125}+5\frac{41}{75}+10\frac{23}{150}+8\frac{9}{50}$

2. Samuti nagu isenimeliste murdude liitmisel, toimitakse ka nende lahutamisel:

isenimeliste murdude lahutamisel teisendatakse murrud enne lahutamist samanimelisteks.

Näiteid:

1) $\overset{3}{\frac{3}{8}}-\overset{4}{\frac{1}{6}}=\frac{9}{24}-\frac{4}{24}=\frac{5}{24}$;

2) $8\overset{3}{\frac{3}{4}}-3\overset{2}{\frac{5}{6}}=8\frac{9}{12}-3\frac{10}{12}=7\frac{21}{12}-3\frac{10}{12}=4\frac{11}{12}$.

346.

1)	2)	3)	4)	5)
$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}-\frac{3}{10}$	$\frac{5}{6}-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}-\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}-\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}-\frac{3}{8}$
$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$	$\frac{4}{5}-\frac{7}{10}$	$\frac{6}{7}-\frac{3}{14}$	$\frac{2}{5}-\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}-\frac{1}{3}$	$\frac{7}{10}-\frac{3}{5}$	$\frac{7}{8}-\frac{2}{3}$

347.

1) $1\frac{5}{6}-\frac{1}{7}$	2) $2\frac{5}{8}-\frac{3}{4}$	3) $24\frac{1}{2}-\frac{3}{8}$	4) $3\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}$
$25\frac{1}{4}-\frac{3}{5}$	$3\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$	$10\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{8}-1\frac{3}{4}$
$3\frac{1}{4}\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$	$7\frac{1}{4}-\frac{3}{8}$	$12\frac{1}{4}-\frac{3}{8}$	$5\frac{2}{5}-2\frac{3}{4}$
$4\frac{3}{8}-\frac{3}{5}$	$8\frac{3}{5}-\frac{3}{4}$	$20\frac{1}{5}-\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{10}-2\frac{3}{5}$
5) $3\frac{3}{4}-1\frac{3}{5}$	6) $3\frac{1}{2}-2\frac{4}{5}$	7) $15\frac{3}{4}-10\frac{5}{6}$	8) $6\frac{5}{6}-6\frac{2}{3}$
$2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$	$4\frac{2}{3}-2\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{9}-2\frac{2}{3}$
$6\frac{1}{6}-2\frac{2}{3}$	$6\frac{1}{6}-1\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{10}-5\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{8}-2\frac{3}{4}$
$4\frac{4}{5}-1\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{5}-5\frac{7}{10}$	$16\frac{3}{5}-12\frac{5}{8}$	$10\frac{1}{4}-3\frac{3}{5}$

348. Kast värske seebiga kaalus $48\frac{1}{8}$ kg, pärast mõneaegset seismist aga $45\frac{3}{5}$ kg. Kui palju oli seebikast jäänud kergemaks?

349. Mis arvuga tuleks liita $2\frac{1}{5}$, et saada $6\frac{1}{2}$?

350. Tundmata arvuga liideti esiteks $2\frac{1}{2}$, saadud summaga veel $3\frac{3}{4}$ ja saadi 10. Leida esialgne arv.

351. Kangas oli $12\frac{2}{5}$ m riiet. Sellest lõigati $2\frac{3}{4}$ m ühe ülikonna jaoks ja $3\frac{1}{2}$ m teise ülikonna jaoks. Kui palju riiet jäi kangasse?

352. Ristküliku üks külg on $5\frac{3}{10}$ m ja teine külg on sellest $1\frac{1}{5}$ m lühem. Leida ümbermõõt.

353. Aednikule maksti turul ühe kõrvitsa eest $7\frac{3}{4}$ rubla, teise eest $1\frac{1}{2}$ rubla vähem. Kui palju raha sai aednik kahe kõrvitsa eest kokku?

354. Veskile minnes ütles põllumees, et tal on ühes kotis vilja $50\frac{1}{5}$ kg, teises kotis aga $12\frac{3}{4}$ kg vähem. Kui palju vilja viis põllumees veskile?

355. Perenaine ostis $3\frac{1}{2}$ kg viljakohvi, milles oli $1\frac{3}{8}$ kg sigurijahu, muu osa aga põletatud rukkijahu. Leida, kui palju oli rukkijahu.

356. Pudel elavhõbedaga kaalus $1\frac{3}{8}$ kg, tühi pudel kaalus $\frac{2}{5}$ kg. Kui palju kaalus pudelis olev elavhõbe?

357. Nöör oli $42\frac{1}{4}$ m pikk, sellest lõigati ära $5\frac{7}{10}$ m. Kui palju nööri jäi järele?

358. Osteti $3\frac{3}{5}$ meetrit ülikonnariiet. $2\frac{1}{4}$ m sellest kulus kuue peale; kui palju riiet jäi pükste ja vesti jaoks?

359. Aiamaa all oli $15\frac{1}{2}$ aari maad, sellest $6\frac{3}{5}$ aari juurvilja all, muu osa viljapuude ja marjapõõsaste all. Kui palju maad oli viljapuude ja marjapõõsaste all?

360. Poes oli $8\frac{5}{8}$ kg võid. Sellest müüdi ühele ostjale $2\frac{3}{10}$ kg ja teisele ostjale $1\frac{4}{5}$ kg. Kui palju võid jäi veel poodi?

361.

1)	2)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6}$	$4 - \frac{4}{5} - \frac{3}{10}$
$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$	$\frac{7}{8} + \frac{5}{6} - 1$
$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} - \frac{2}{3}$	$\frac{11}{12} - \frac{10}{11} + \frac{1}{3}$
$1 - \frac{6}{7} - \frac{1}{7}$	$\frac{5}{2} - 2 + \frac{3}{4}$

362.

1)	2)
$4\frac{1}{6} + 9\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2}$	$17\frac{4}{5} - 3\frac{1}{3} - 10\frac{5}{6}$
$15\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5} - 6\frac{1}{3}$	$6\frac{5}{6} + 18\frac{1}{2} - 20\frac{3}{4}$
$12\frac{1}{6} - 7\frac{3}{4} + 3\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{5} - 6\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} + 4\frac{3}{4}$	$36\frac{1}{2} - 28\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3}$

363.

1)	2)
$20 - 15\frac{3}{7} + 2\frac{2}{3}$	$15 - 12\frac{3}{8} + 5\frac{3}{4}$
$9\frac{1}{2} + 7\frac{2}{3} - 16$	$24 + 13\frac{2}{5} - 17\frac{2}{3}$
$18 - 4\frac{5}{9} + 3\frac{5}{6}$	$20 - 16\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$
$25\frac{2}{5} + 16 - 17\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{2} - 10 + 5\frac{2}{3}$

364. Jalgrattur sõitis esimesel tunnil $15\frac{3}{5}$ km, teisel tunnil aga $1\frac{1}{2}$ km vähem. Mitu kilomeetrit sõitis ta kahes tunnis?

365. Vend on $14\frac{5}{6}$ aastat vana, õde on temast $3\frac{2}{3}$ aastat noorem. Kui vana on õde?

366. Kolmnurga külgede pikkused on $9\frac{1}{2}$ dm, $16\frac{3}{4}$ dm ja $13\frac{4}{5}$ dm. Arvutada ümbermõõt.

367. Ema ostis augustikuus $11\frac{4}{5}$ kg suhkrut, septembris aga $3\frac{1}{4}$ kg vähem. Kui palju suhkrut ostis ema kahel kuul kokku?

368. Kaupluses oli $22\frac{1}{2}$ kg riisi. Üks ostja võttis $3\frac{3}{5}$ kg, teine $5\frac{7}{10}$ kg. Kui palju riisi jäi kauplusse järele?

369.

1) $\frac{4}{15}+\frac{3}{10}$	2) $\frac{11}{36}+\frac{1}{4}$	3) $13\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$	4) $14\frac{4}{9}+20\frac{1}{6}$
$\frac{9}{10}-\frac{3}{8}$	$\frac{21}{25}-\frac{1}{5}$	$14\frac{4}{9}-\frac{5}{6}$	$30\frac{11}{12}-14\frac{3}{8}$
$\frac{7}{9}-\frac{1}{6}$	$\frac{17}{18}-\frac{3}{4}$	$10\frac{7}{12}+\frac{3}{4}$	$16\frac{9}{10}-12\frac{2}{15}$
$\frac{15}{16}-\frac{5}{12}$	$\frac{19}{20}-\frac{2}{15}$	$12\frac{4}{9}-\frac{11}{12}$	$50\frac{2}{3}+14\frac{5}{12}$
$\frac{4}{25}+\frac{1}{2}$	$\frac{26}{27}+\frac{5}{6}$	$20\frac{5}{16}-\frac{11}{12}$	$27\frac{7}{8}+11\frac{5}{6}$

370.

1) $2\frac{2}{3}+4\frac{1}{2}$	2) $8\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$	3) $10\frac{5}{6}-4\frac{3}{4}$	4) $15\frac{2}{3}-12\frac{4}{5}$
$5\frac{4}{9}+8\frac{1}{6}$	$10\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$	$24\frac{7}{8}-15\frac{5}{6}$	$23\frac{3}{4}-15\frac{5}{6}$
$12\frac{2}{3}+14\frac{5}{12}$	$15\frac{9}{10}-\frac{4}{5}$	$35\frac{11}{12}-19\frac{3}{4}$	$40\frac{3}{8}-22\frac{5}{6}$
$30\frac{11}{12}+16\frac{3}{8}$	$24\frac{11}{12}-\frac{7}{8}$	$40\frac{14}{15}-32\frac{1}{2}$	$27\frac{2}{9}-13\frac{7}{12}$
$28\frac{7}{8}+11\frac{5}{6}$	$30\frac{15}{16}-\frac{5}{8}$	$28\frac{5}{6}-19\frac{2}{9}$	$47\frac{1}{5}-12\frac{7}{16}$

371. Missugune osa arvust tuleb liita $\frac{1}{10}$-ga sellest arvust, et saada $\frac{1}{2}$ samast arvust?

372. Missugune osa arvust tuleb liita $\frac{3}{7}$-ga sellest arvust, et saada $\frac{2}{3}$ sellest arvust?

373. Kui palju tuleb lahutada arvust $1\frac{1}{4}$, et saada arvude $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{28}$ ja $\frac{3}{7}$ summa?

374. Töö lõpetamiseks kulus 3 päeva. Esimesel päeval tehti $\frac{4}{15}$ kogu tööst, teisel päeval $\frac{5}{12}$ kogu tööst. Missugune osa tööst tehti viimasel päeval?

375. Töö lõpetati nelja päevaga. Esimesel päeval tehti $\frac{3}{20}$, teisel päeval $\frac{7}{10}$ ja kolmandal päeval $\frac{3}{8}$ kogu tööst. Missugune osa tööst tehti neljandal päeval?

376. Kui palju suureneb murd $\frac{7}{10}$, kui tema lugejat ja nimetajat suurendada 5 võrra?

377. Murru $\frac{17}{15}$ lugejat ja nimetajat suurendatakse 9 võrra. Kui palju väheneb antud murd selle tagajärjel?

378. Valida mingi lihtmurd; moodustada uus murd nii, et tema lugeja ja nimetaja oleksid ühe võrra suuremad kui valitud murrul. Kumb murdudest on suurem ja kui palju?

379. Valida mingi liigmurd; moodustada uus murd nii, et tema lugeja ja nimetaja oleksid ühe võrra väiksemad kui valitud murrul. Kumb murdudest on suurem ja kui palju?

380. Kuidas muutub kolme arvu summa, kui üht arvu vähendame $9\frac{17}{72}$ võrra ja teist $12\frac{17}{24}$ võrra, aga kolmandat suurendame $14\frac{29}{30}$ võrra?

381. Kahe arvu summat suurendati $11\frac{3}{4}$ võrra, kusjuures üht liidetavat vähendati $5\frac{1}{2}$ võrra. Kuidas muudeti teist liidetavat?

§ 23. Murdude korrutamine.

1. Segaarvu korrutamine täisarvuga.

Ülesanne. Üks meeter riiet maksab $8\frac{3}{4}$ rubla. Kui palju maksab 3 meetrit seda riiet?

3 m seda riiet maksab muidugi $3 \cdot 8\frac{3}{4}$ rubla.

Korrutise $3 \cdot 8\frac{3}{4}$ võime leida kahel viisil.

Esimene viis. Kirjutame oma korrutise esialgu summa kujul ja liidame

$$3 \cdot 8\tfrac{3}{4} = 8\tfrac{3}{4} + 8\tfrac{3}{4} + 8\tfrac{3}{4} = 8 + 8 + 8 + \tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{4} =$$
$$= 3 \cdot 8 + 3 \cdot \tfrac{3}{4} = 24 + \tfrac{9}{4} = 26\tfrac{1}{4}.$$

Näeme, et $3 \cdot 8\frac{3}{4} = 3 \cdot 8 + 3 \cdot \frac{3}{4}$, s. t.

segaarvu korrutamisel täisarvuga korrutatakse segaarvu täisosa ja murdosa eraldi selle täisarvuga ja liidetakse tulemused.

Teine viis. Teisendame segaarvu liigmurruks ja leiame siis täisarvu ja murru korrutise tuntud viisil:

$$3 \cdot 8\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{35}{4} = \frac{3 \cdot 35}{4} = \frac{105}{4} = 26\frac{1}{4}.$$

Esimene viis on sellepoolest parem, et ta annab vastuse kätte väiksemate arvude abil.

382.

1)	2)	3)	4)
$3 \cdot 2\frac{1}{2}$	$10 \cdot 3\frac{1}{2}$	$4 \cdot 3\frac{1}{8}$	$15 \cdot 5\frac{1}{5}$
$4 \cdot 5\frac{1}{4}$	$6 \cdot 2\frac{1}{5}$	$5 \cdot 2\frac{1}{5}$	$12 \cdot 4\frac{1}{4}$
$6 \cdot 3\frac{1}{5}$	$5 \cdot 2\frac{1}{4}$	$10 \cdot 3\frac{1}{2}$	$18 \cdot 2\frac{3}{8}$
$7 \cdot 5\frac{1}{8}$	$15 \cdot 3\frac{2}{5}$	$6 \cdot 4\frac{2}{3}$	$20 \cdot 6\frac{1}{8}$

383.

1)	2)	3)	4)
$3 \cdot 17\frac{3}{8}$	$6 \cdot 12\frac{1}{4}$	$7 \cdot 12\frac{1}{6}$	$5 \cdot 16\frac{1}{3}$
$5 \cdot 14\frac{4}{5}$	$8 \cdot 24\frac{2}{5}$	$12 \cdot 16\frac{1}{8}$	$10 \cdot 15\frac{2}{5}$
$5 \cdot 15\frac{6}{7}$	$10 \cdot 5\frac{3}{8}$	$4 \cdot 16\frac{2}{5}$	$15 \cdot 12\frac{1}{6}$
$10 \cdot 2\frac{3}{8}$	$16 \cdot 4\frac{1}{10}$	$15 \cdot 12\frac{1}{10}$	$18 \cdot 3\frac{3}{4}$

384. Ülikonna õmblemiseks kulub $2\frac{3}{4}$ m riiet. Kui palju kulub seda riiet 2; 3; 4 samasuguse ülikonna õmblemiseks?

385. Osteti 5 kg võid hinnaga $1\frac{3}{4}$ tšervoonetsit kg ja 3 kg koort hinnaga $1\frac{2}{5}$ tšervoonetsit kg. Kui palju tuli ostjal maksta kogu kauba eest?

386. Endisaegne vene pikkusemõõt 1 verssok = $44\frac{9}{25}$ mm. Kumb on pikem, kas 18 verssokki või 8 dm?

387. Iga päev osteti kannutäis piima, mille ruumala oli $1\frac{5}{6}$ liitrit. Mitu liitrit piima osteti nädalas? Kui palju maksti piima eest nädalas, kui piima liiter maksis 3 rubla?

388. Õpilane painutas 60 cm pikkuse traadi ristkülikuks, mille üheks küljeks võttis $1\frac{4}{5}$ dm. Kui pikk tuli teine külg?

389. Talunikul oli salves 6 hl vilja. Riiginormiks täitis ta sellest salvest 3 kotti viljaga. Kui palju vilja jäi tal veel järele, kui igasse kotti mahtus $1\frac{1}{4}$ hl?

390. Mis on ruumalalt suurem, kas 10 pudelit või 12 liitrit, kui igasse pudelisse mahub $\frac{5}{4}$ liitrit?

391. Ratas teeb minutis $27\frac{5}{6}$ pööret. Mitu pööret teeb ratas kolme tunniga?

392. Rongi kiirus on 60 km tunnis. Kui pika tee sõidab rong 4 tunniga? $\frac{4}{5}$ tunniga? $1\frac{2}{3}$ tunniga? $4\frac{1}{15}$ tunniga?

393. Missugune arv on 21 korda suurem arvude $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}$ ja $\frac{5}{6}$ summast?

394. Summa jagatist liidetavate arvuga nimetatakse liidetavate aritmeetiliseks keskmiseks.

Kahe arvu aritmeetiline keskmine on $3\frac{1}{16}$; üks arvudest on $2\frac{3}{8}$. Kui suur on teine arv?

395. Kahe arvu aritmeetiline keskmine on $42\frac{4}{15}$; üks arvudest on $59\frac{1}{3}$. Kui suur on teine arv?

2. Murru korrutamine murruga.

Ülesanne: Üks meeter kummipaela maksab $\frac{3}{5}$ rubla. Mis maksab $\frac{7}{10}$ meetrit seda paela?

Kui meetrite arv on täisarv, siis koguhinna arvutamisel korrutatakse meetrite arv ühe meetri hinnaga: kui 1 m maksab $\frac{3}{5}$ rubla, siis 2 m maksab $2 \cdot \frac{3}{5}$ rubla, 3 m maksab $3 \cdot \frac{3}{5}$ rubla jne. Ka $\frac{7}{10}$ m hinna peaksime saama korrutamise teel:

$\frac{7}{10}$ m paela maksab $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5}$ rubla.

Saadud korrutise leidmiseks arutame esialgu nõnda:

kui 1 m paela maksab $\frac{3}{5}$ rubla,

siis $\frac{1}{10}$ m paela maksab $\frac{3}{5} : 10 = \frac{3}{5 \cdot 10} = \frac{3}{10 \cdot 5}$ rubla

ja $\frac{7}{10}$ m paela maksab $7 \cdot \frac{3}{10 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5} = \frac{21}{50}$ rubla.

Selle põhjal on murdude korrutis arvutatav järgmiselt:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5} = \frac{21}{50}, \text{ s. t.}$$

murdude korrutis on murd, mille lugejaks on tegurite lugejate korrutis ja nimetajaks tegurite nimetajate korrutis.

Enne lugejate kui ka nimetajate korrutamist alati, kui võimalik, t a a n d a m e. Näiteks:

1) $\frac{16}{27} \cdot \frac{9}{20} = \frac{\overset{4}{\cancel{16}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{3}{\cancel{27}} \cdot \underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{4}{15}$; 2) $\frac{4}{45} \cdot \frac{9}{16} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{45}} \cdot \underset{4}{\cancel{16}}} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{1}{20}$.

396. Korrutada peast:

1)	2)	3)	4)
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{17}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{13}$
$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}$	$\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{5}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7}$	$\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$
$\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11}$	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$

397.

1)	2)	3)	4)
$\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{12}{49} \cdot \frac{7}{10}$	$\frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2}$
$\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{6}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{35}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8}$
$\frac{4}{21} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{23}{24} \cdot \frac{6}{23}$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{35}$	$\frac{11}{42} \cdot \frac{6}{11}$
$\frac{6}{35} \cdot \frac{7}{12}$	$\frac{21}{25} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{17}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{15}{16}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{21}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{25}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$

398.

1) $\frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5}$	2) $\frac{4}{15} \cdot \frac{9}{16}$	3) $\frac{15}{56} \cdot \frac{8}{15}$	4) $\frac{2}{15} \cdot \frac{27}{32}$
$\frac{7}{13} \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{5}{36} \cdot \frac{9}{10}$	$\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{7}{20} \cdot \frac{5}{14}$
$\frac{11}{18} \cdot \frac{6}{11}$	$\frac{8}{35} \cdot \frac{5}{16}$	$\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$	$\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}$
$\frac{5}{24} \cdot \frac{7}{10}$	$\frac{9}{32} \cdot \frac{8}{15}$	$\frac{6}{11} \cdot \frac{11}{12}$	$\frac{5}{16} \cdot \frac{6}{35}$
$\frac{6}{13} \cdot \frac{13}{24}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$	$\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{25}$	$\frac{11}{42} \cdot \frac{12}{55}$

399.

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}$	2) $\frac{4}{11} \cdot \frac{22}{45}$	3) $\frac{15}{36} \cdot \frac{12}{25}$	4) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16}$
$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8}$	$\frac{9}{16} \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$
$\frac{5}{12} \cdot \frac{36}{45}$	$\frac{5}{18} \cdot \frac{8}{15}$	$\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8}$
$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$	$\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{24}{33}$	$\frac{3}{14} \cdot \frac{2}{3}$
$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{10}$	$\frac{5}{21} \cdot \frac{7}{10}$	$\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{16}$	$\frac{5}{33} \cdot \frac{11}{15}$

400. Meeter marlit maksab $\frac{3}{4}$ rubla. Leida $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$ meetri hind.

401. Meeter siidipaela maksab $\frac{3}{10}$ rubla. Kui palju maksab $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$ m sedasama paela?

402. Ristküliku pikkus on $\frac{4}{5}$ dm, laius $\frac{3}{4}$ dm. Leida selle ristküliku pindala.

403. 1 cm on $\frac{2}{5}$ tolli. Mitu tolli on 2, 3, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ cm?

404. 1 ruutmeeter on hästi täpselt $\frac{7}{32}$ ruutsülda. Mitu ruutsülda on 5, 10, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ meetrit?

3. Segaarvude korrutamine.

Et ka segaarvude korrutamisel saaks rakendada eespool antud murdude korrutamise eeskirja, seepärast

segaarvude korrutamisel murruga või teise segaarvuga teisendatakse segaarvud enne korrutamist liigmurdudeks.

Näiteid:

$$1)\quad 2\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{24}=\frac{12}{5}\cdot\frac{5}{24}=\frac{12\cdot 5}{5\cdot 24}=\frac{1}{2};$$

$$2)\quad 2\frac{3}{4}\cdot 3\frac{3}{7}=\frac{11}{4}\cdot\frac{24}{7}=\frac{11\cdot\overset{6}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{4}}\cdot 7}=\frac{66}{7}=9\frac{3}{7}.$$

Nagu juba eespool selgus, segaarvu korrutamisel täisarvuga ei ole tarvis segaarvu teisendada liigmurruks. Teades, et korrutis ei olene tegurite järjekorrast, võime ka täisarvu korrutamisel segaarvuga jätta segaarvu liigmurruks teisendamata.

Näide: $5\frac{2}{5}\cdot 6=5\cdot 6+\frac{2}{5}\cdot 6=30+2\frac{2}{5}=32\frac{2}{5}$.

Peame seda asjaolu edaspidigi silmas!

405.

1)	2)	3)	4)
$2\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{9}$	$6\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}$	$7\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}$	$6\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}$
$3\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{7}$	$4\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{5}$	$9\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{7}$	$7\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{8}$
$2\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}$	$2\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{6}$	$8\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}$	$6\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$
$5\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{7}$	$2\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}$	$10\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{8}\cdot\frac{5}{6}$

406.

1)	2)	3)	4)
$2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}\cdot 2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{5}\cdot 1\frac{3}{4}$	$8\frac{1}{4}\cdot 1\frac{5}{11}$
$3\frac{1}{3}\cdot 3\frac{1}{10}$	$3\frac{1}{4}\cdot 2\frac{4}{5}$	$1\frac{7}{12}\cdot 3\frac{3}{7}$	$5\frac{1}{2}\cdot 4\frac{2}{5}$
$1\frac{4}{9}\cdot 1\frac{2}{7}$	$2\frac{3}{8}\cdot 2\frac{2}{11}$	$5\frac{5}{8}\cdot 1\frac{4}{15}$	$3\frac{3}{8}\cdot 7\frac{4}{9}$
$4\frac{3}{4}\cdot 1\frac{2}{19}$	$2\frac{2}{9}\cdot 1\frac{3}{10}$	$2\frac{1}{6}\cdot 4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{5}\cdot 6\frac{2}{3}$

407.

1)	2)	3)	4)
$1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{4}$	$5\frac{5}{6}\cdot 1\frac{5}{7}$	$2\frac{2}{9}\cdot 1\frac{3}{10}$
$2\frac{1}{3}\cdot 1\frac{2}{7}$	$4\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{2}$	$6\frac{2}{3}\cdot 1\frac{1}{5}$	$1\frac{7}{12}\cdot 3\frac{3}{7}$
$3\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{7}$	$2\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{11}$	$8\frac{1}{3}\cdot 3\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{8}\cdot 7\frac{4}{9}$
$4\frac{1}{5}\cdot 3\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{5}\cdot 5\frac{1}{6}$	$2\frac{2}{5}\cdot 4\frac{1}{6}$	$5\frac{5}{8}\cdot 1\frac{4}{15}$
$5\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{5}$	$3\frac{4}{7}\cdot 4\frac{1}{5}$	$5\frac{1}{4}\cdot 2\frac{2}{7}$	$8\frac{1}{4}\cdot 1\frac{5}{11}$

408.

1) $2\frac{1}{8}\cdot 16$	2) $4\frac{1}{3}\cdot 9$	3) $8\frac{1}{10}\cdot 50$	4) $4\frac{3}{8}\cdot 16$
$1\frac{3}{4}\cdot 24$	$5\frac{1}{6}\cdot 36$	$5\frac{2}{3}\cdot 18$	$5\frac{2}{3}\cdot 15$
$4\frac{1}{5}\cdot 30$	$7\frac{1}{2}\cdot 16$	$6\frac{3}{4}\cdot 20$	$4\frac{1}{15}\cdot 30$
$5\frac{3}{5}\cdot 45$	$6\frac{3}{8}\cdot 24$	$7\frac{1}{6}\cdot 24$	$6\frac{1}{2}\cdot 36$

409.

1) $2\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}$	2) $\frac{4}{7}\cdot 9\frac{1}{8}$	3) $8\frac{8}{9}\cdot 3\frac{3}{8}$	4) $3\frac{3}{8}\cdot 3\frac{2}{9}$
$4\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}\cdot 4\frac{4}{5}$	$8\frac{1}{5}\cdot 4\frac{1}{6}$	$2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}$
$12\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}\cdot 10\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{12}\cdot 2\frac{2}{5}$	$5\frac{5}{6}\cdot 2\frac{4}{5}$
$3\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}\cdot 12\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{16}\cdot 1\frac{1}{5}$	$1\frac{7}{12}\cdot 5\frac{3}{5}$
$5\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}\cdot 6\frac{1}{4}$	$5\frac{4}{9}\cdot 2\frac{1}{7}$	$2\frac{3}{8}\cdot 5\frac{3}{5}$

410. 1 liiter otri kaalub $\frac{5}{8}$ kg. Talunik viis veskile $1\frac{1}{5}$ hl otri. Mitu kg see on?

411. Ehituskrundi ruutmeeter maksab $1\frac{4}{5}$ rubla. Mis maksab ehituskrunt suurusega $8\frac{1}{2}$ aari?

412. Osteti 3 meetrit riiet ja maksti selle eest $7\frac{1}{2}$ rubla. Kuna riidest tuli puudus, siis osteti $\frac{3}{4}$ m sedasama riiet veel juurde. Kui palju tuli maksta kogu riide eest?

413. Leida arvude $10\frac{1}{2}$ ja $9\frac{1}{4}$ summa ja vahe korrutis.

414. Osteti $7\frac{1}{2}$ m riiet hinnaga $5\frac{1}{2}$ rubla meeter ja 5 m riiet hinnaga $3\frac{3}{4}$ rubla meeter. Kui palju maksis ostja kokku nende riiete eest?

415. Kui palju kaaluvad 100 raudlatti, milledest 42 on $2\frac{3}{4}$ m pikad ja ülejäänud latid on $1\frac{1}{2}$ korda pikemad, lati jooksev meeter aga kaalub $4\frac{3}{4}$ kg?

416. Kaks rongi väljuvad samal ajal kahest jaamast ja liiguvad paralleelseid teid mööda teineteisele vastu. Esimesel rongil kulub jaamade vaheliseks sõiduks 45 minutit, teisel 72 min. Mitmendik osa jaamade vahelisest teest lahutab mõlemaid ronge 6 minutit pärast väljasõitu?

417. Teatava töö läbiviimiseks on rakendatud 3 töölist. Üksinda töötades kuluks kogu töö tegemiseks esimesel töölisel 8 päeva, teisel 12 päeva ja kolmandal 10 päeva. Missugune osa tööst on veel teha peale kõigi kolme töölise kolmepäevast koostööd?

418. Kahe linna vaheline raudteeliin on $680\frac{1}{2}$ km pikk. Nendest linnadest väljuvad samal ajal teineteisele vastu kaks rongi, esimene kiirusega $45\frac{1}{2}$ km tunnis ja teine kiirusega $53\frac{1}{4}$ km tunnis. Kui kaugel teineteisest asetsevad rongid $2\frac{1}{3}$ tundi pärast väljasõitu?

419. Ühe ahju kütmiseks kulub kuus $\frac{3}{5}$ m^3 puid. Kui kalliks läheb kümne niisuguse ahju kütmine $6\frac{1}{2}$ kuu jooksul, kui 1 m^3 puid maksab $9\frac{1}{5}$ rubla?

4. Osa leidmine tervikust, kui osamäär on antud hariliku murru kujul.

Ülesanne. $\frac{3}{5}$ töölistest ületas tööplaanis ettenähtud normi. Mitu töölist ületas normi, kui töölisi oli üldse 20?

Normi ületajate arv on $\frac{3}{5}$ arvust 20.

Kuna $\frac{1}{5}$ arvust 20 on $\frac{20}{5}$ ehk 4,

siis $\frac{3}{5}$ arvust 20 on $3 \cdot \frac{20}{5}$ ehk $\frac{3 \cdot 20}{5}$, s. o. 12.

Seega 12 töölist ületas ettenähtud normi.

Sama tulemuse oleksime saanud arvu 20 arvuga $\frac{3}{5}$ korrutades:

$$\frac{3}{5} \cdot 20 = \frac{3 \cdot \overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 12.$$

Arvu, mis näitab, missugune osa tervikust on võetud, nimetatakse **osamääraks.** Õpime tegema vahet osamäära ja osa s u u r u s e (ehk lihtsalt osa) vahel:

$$\underbrace{\tfrac{2}{3}}_{\text{osamäär}} \text{ arvust } \overset{\text{tervik}}{12} \text{ on } \tfrac{2}{3}\cdot 12 = \underbrace{8}_{\text{osa suurus}}$$

Peame meeles, et

osa leidmisel tervikust korrutatakse tervikut osamääraga.

420. Antud osamäära ja terviku järgi arvutada osa suurus järgmiste tabelite igas veerus:

1)

Osamäär	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{21}$
Tervik . .	48	21	27	77	33	69	28
Osa . . .							

2)

Osamäär	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{9}{4}$	$1\frac{3}{5}$
Tervik . .	$1\frac{1}{5}$	$7\frac{2}{5}$	$1\frac{1}{14}$	$5\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{8}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{5}{8}$
Osa . . .							

421. Kumb on suurem, kas $\frac{5}{9}$ arvust 180 või $\frac{7}{13}$ arvust 195? — kas $\frac{15}{28}$ arvust 868 või $\frac{103}{425}$ arvust 500?

422. Rohi kaotab kuivades $\frac{2}{3}$ oma kaalust. Kui palju heina saab $7\frac{1}{4}$ tonnist rohust?

423. Kolhoosil on metsa, põldu ja heinamaad kokku 600 ha, millest metsa on $\frac{1}{5}$, põldu $\frac{2}{3}$ ja ülejäänud osa on heinamaa. Mitu ha metsa, põldu ja heinamaad on sellel kolhoosil?

424. Mitu ha moodustavad kokku kolm kolhoosi, kui üks kolhoos on 345 ha suur, teine $\frac{2}{3}$ esimesest ja kolmas $\frac{2}{5}$ kahe eelmise summast?

425. Kooli kolmes klassis on kokku 45 õpilast. Neist on esimeses klassis $\frac{2}{5}$ õpilaste koguarvust, teises klassis $\frac{5}{9}$ esimese klassi õpilaste arvust ja ülejäänud õpilased on kolmandas klassis. Mitu õpilast on igas klassis?

426. Kui palju puid peab varuma talveks kolme ahju jaoks, mida köetakse 1. oktoobrist kuni 1. märtsini, kui üks ahi tarvitab kuus $1\frac{1}{2}$ m^3 puid, teine $\frac{3}{4}$ sellest, aga kolmas $\frac{2}{3}$ sellest, mis tarvitab teine?

427. Basseini saab täita kahe kraani kaudu $3\frac{1}{8}$ tunniga, kui mõlemad kraanid on korraga avatud. Ühe minuti jooksul voolab ühe kraani kaudu $\frac{4}{5}$ hl vett, teise kraani kaudu aga $\frac{3}{4}$ sellest. Arvutada basseini ruumala.

428. 42-st kirjatööst hinnati 4 nõrgaks, 24 rahuldavaks, 9 heaks ja kõik ülejäänud tööd väga heaks. Kui suur osa oli väga häid töid?

429. Liiklusõnnetuse tõttu purunes $\frac{3}{5}$ munasaadetisest. Kui suur oli kahju, kui kogu munasaadetis sisaldas 2500 paari mune ja ühe paari hind oli $2\frac{3}{4}$ rubla?

430. Jüri ja Peeter ostsid kahe peale kokku uisud; seejuures andis Jüri $\frac{4}{5}$ oma rahatagavarast ja Peeter $\frac{5}{8}$ oma rahast. Kui kallid olid uisud, kui Jüril oli $23\frac{3}{4}$ rubla ja Peetril $30\frac{2}{5}$ rubla?

431. 1) Leida $\frac{3}{4}$ arvude $\frac{2}{7}$ ja $\frac{8}{9}$ korrutisest;
2) „ $\frac{5}{6}$ „ $3\frac{2}{5}$ „ $2\frac{1}{2}$ summast;
3) „ $\frac{9}{10}$ „ $3\frac{2}{3}$ „ $2\frac{5}{6}$ vahest.

432. Isa on 48 aastane. Ema vanus on $\frac{5}{6}$ isa vanusest ja poja vanus $\frac{3}{8}$ ema vanusest. Kui vana oli ema poja sündimisel?

433. Juunikuu päevadest olid $\frac{2}{5}$ vihmased ja $\frac{1}{6}$ kuivad, kuid pilvised. Mitu päikesepaistelist päeva oli sel kuul?

434. * Kolm venda avasid surnud isa testamendi ja leidsid sealt isa viimsete soovide hulgast muuseas järgmise: pojad peavad talu sarvloomad jaotama omavahel nii, et vanem poeg saab $\frac{1}{2}$, keskmine $\frac{1}{3}$ ja noorem $\frac{1}{9}$ kogu sarvloomade arvust. Selgus, et talus oli parajasti 17 sarvlooma. Et 17 pole jaguv ei 2-ga, 3-ga ega 9-ga, vennad aga tahtsid kõik terveid elusloomi, siis talitasid nad järgmiselt. Laenati üks loom naabrilt juurde ja jaotati siis 18 looma täpselt isa soovi kohaselt. Vendade osad tulid siis 9, 6 ja 2 looma, kokku 17 looma. Üks ülejäänud loom viidi naabrile tagasi. Mis arvad sa sellest loost?

§ 24. Murdude jagamine.

1. Segaarvu jagamine täisarvuga.

Ülesanne. 3 rulli niiti maksab $2\frac{2}{5}$ rubla. Kui kallis on üks rull?

Üks rull niiti maksab $2\frac{2}{5} : 3$ rubla,

Jagamise teostame nii:

$$2\frac{2}{5} : 3 = \frac{12}{5} : 3 = \frac{12}{5 \cdot 3} = \frac{4}{5}.$$

Peame meeles, et

segaarvu jagamisel täisarvuga teisendatakse segaarv enne jagamist liigmurruks.

435.

1) $3\frac{3}{4} : 5$	2) $4\frac{4}{5} : 6$	3) $4\frac{7}{12} : 11$	4) $5\frac{1}{4} : 7$
$3\frac{3}{7} : 8$	$3\frac{5}{9} : 4$	$6\frac{6}{11} : 8$	$3\frac{4}{15} : 7$
$10\frac{2}{7} : 12$	$8\frac{1}{7} : 19$	$5\frac{1}{11} : 14$	$4\frac{7}{12} : 5$
$2\frac{1}{19} : 3$	$3\frac{15}{16} : 7$	$3\frac{1}{15} : 23$	$6\frac{2}{7} : 4$

Olgu vaja jaotada $8\frac{1}{4}$ liitrit piima võrdselt 3-le isikule. Kuidas seda teha ja kui palju saab igaüks?

Igaüks saab $8\frac{1}{4}:3$ liitrit piima. Jaotada võiks aga järgmiselt: määrame kõigepealt, mitu täisliitrit piima saab igaüks. $8\frac{1}{4}$ liitrist piimast saab igaühele anda 2 täisliitrit piima; järele jääb siis veel $2\frac{1}{4}$ liitrit. Kui $2\frac{1}{4}$ liitrit piima 3 isiku vahel võrdselt jaotada, siis saab igaüks veel $2\frac{1}{4}:3=\frac{9}{4}:3=\frac{3}{4}$ liitrit.

Üldse saab siis igaüks $2+\frac{3}{4}=2\frac{3}{4}$ liitrit piima.

Seega $8\frac{1}{4}:3=2+2\frac{1}{4}:3=2+\frac{9}{4}:3=2\frac{3}{4}$

$\underline{6}$

$2\frac{1}{4}$ Väikeste arvude puhul tehakse vahepealsed arvutused peast ja kirjutatakse kohe nii:

$$8\frac{1}{4}:3=2\frac{9}{4\cdot 3}=2\frac{3}{4}\cdot$$

Üldiselt sõnastatult:

kui segaarvuline jagatav on suurem kui täisarvuline jagaja, siis võib määrata kõigepealt jagatise täisosa; jagatise murdosaks tuleb siis jäägi ja täisarvu jagatis.

Muidugi võib ka viimatiselgitatud juhtumil rakendada eelmist juhist. See aga annab siin vastuse suuremate arvude kaudu:

$$8\frac{1}{4}:3=\frac{33}{4}:3=\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}.$$

Ülesannete lahendamisel valime igakord selle viisi, mis parajasti hõlpsam näib olevat.

436.

1) $29\frac{3}{8}:5$	2) $87\frac{1}{9}:16$	3) $10\frac{4}{5}:6$	4) $9\frac{7}{12}:5$
$15\frac{3}{7}:2$	$68\frac{1}{13}:15$	$8\frac{3}{4}:5$	$12\frac{1}{4}:7$
$69\frac{7}{8}:12$	$120\frac{3}{8}:23$	$11\frac{3}{7}:8$	$10\frac{4}{15}:7$
$100\frac{4}{5}:18$	$94\frac{1}{9}:7$	$19\frac{1}{14}:14$	$7\frac{5}{9}:4$

437.

1) $15\frac{5}{8}:25$	2) $50\frac{2}{5}:16$	3) $53\frac{3}{4}:25$	4) $14\frac{2}{5}:10$
$25\frac{5}{6}:15$	$92\frac{6}{7}:15$	$125\frac{5}{8}:60$	$16\frac{1}{2}:6$
$12\frac{4}{5}:24$	$68\frac{2}{5}:18$	$79\frac{1}{8}:28$	$25\frac{1}{3}:12$
$20\frac{7}{16}:12$	$80\frac{2}{5}:24$	$73\frac{3}{5}:32$	$30\frac{3}{8}:9$

438. Osteti 6 meetrit põrandavaipa ja maksti selle eest $98\frac{1}{2}$ rubla. Arvutada selle vaiba ühe meetri hind.

439. õunu müüdi hinnaga $5\frac{2}{5}$ rubla liiter. Mis maksis keskmiselt iga õun, kui liitrisse mahtus 15 õuna?

440. Ruudu ümbermõõt on $5\frac{3}{7}$ dm. Leida ruudu külje pikkus ja arvutada ruudu pindala.

441. Hani kaaluga 5 kg maksis turul $22\frac{1}{2}$ tšervoonetsit. Mis maksis 1 kg hane?

442. Missuguse tunnikiirusega toimub sõitmine, kui 4 tunniga jõutakse edasi $53\frac{1}{3}$ km?

443. Tööline lõpetas 4 päevaga töö, mille tegemiseks oli normide kohaselt ette nähtud $5\frac{1}{2}$ päeva. Mitme päeva töö tegi see tööline ära ühe päevaga?

2. Täisarvu jagamine murruga.

Ülesanne. $\frac{2}{3}$ meetrit riiet maksis 7 rubla. Mis maksis selle riide meeter?

Ühe meetri hinna saame, kui kogu riide hinna jagame meetrite arvuga, seega 1 meeter seda riiet maksab $7:\frac{2}{3}$ rubla. Selle jagatise väärtuse leidmiseks arutame nii:

Kui $\frac{2}{3}$ meetrit maksab 7 rubla,

siis $\frac{1}{3}$ meetrit maksab $7:2$ ehk $\frac{7}{2}$ rubla

ja 1 meeter maksab $\frac{7}{2}\cdot 3$ ehk $\frac{7\cdot 3}{2}$ rubla.

Seega $7:\frac{2}{3}=\frac{7\cdot 3}{2}=7\cdot\frac{3}{2}$.

Märkame, et **jagamine** murrulise jagajaga muutub **korrutamiseks** teguriga, mis saadakse nii, et jagajas vahetatakse lugeja ja nimetaja.

Olnuks selles näites arvu 7 asemel arv 1, siis oleksime saanud:

$$1:\frac{2}{3}=\frac{1\cdot 3}{2}=1\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}, \text{ s. t.}$$

$$1:\frac{2}{3}=\frac{3}{2}.$$

Samuti leiaksime, et $1:\frac{4}{5}=\frac{5}{4}$, $1:\frac{7}{6}=\frac{6}{7}$ jne.

1 jagatud mingi arvuga tähendab aga selle arvu **pöördarvu** (vaata ka § 7 p. 4). Seega oleme leidnud, et

murru pöördarvuks on murd, mis saadakse nii, et antud murrus vahetatakse lugeja ja nimetaja.

Arvu ja tema pöördarvu korrutis peab olema 1. Nii on see ka murru ja tema pöördarvu puhul; näiteks

$$\frac{12}{13}\cdot\frac{13}{12}=\frac{12\cdot 13}{13\cdot 12}=1.$$

Teades nüüd, mis on murru pöördarv, võime sõnastada eespool lahendatud ülesande põhjal järgmise juhise:

täisarvu jagamisel murruga korrutatakse see täisarv jagaja pöördarvuga.

444. Selgitada näidete varal, et iga algmurru pöördarv on täisarv ja iga täisarvu pöördarv on algmurd.

445. Kirjutada järgmiste arvude pöördarvud:

$$\frac{5}{6},\ \frac{2}{11},\ 10,\ \frac{1}{15},\ 12\tfrac{1}{2},\ 3\tfrac{2}{5},\ \frac{1}{6},\ 7,\ 8\tfrac{7}{8}.$$

446. Missugune arv võrdub oma pöördarvuga?

447. Arvutada arvu $5\frac{2}{7}$ ja tema pöördarvu vahe.

448.

1) $8:\frac{4}{5}$	2) $10:\frac{5}{6}$	3) $15:\frac{5}{8}$	4) $30:\frac{5}{6}$	5) $5:\frac{1}{6}$
$6:\frac{2}{5}$	$12:\frac{3}{4}$	$24:\frac{8}{9}$	$18:\frac{3}{8}$	$7:\frac{1}{7}$
$12:\frac{4}{7}$	$72:\frac{4}{5}$	$56:\frac{4}{5}$	$28:\frac{4}{7}$	$3:\frac{1}{5}$
$25:\frac{5}{12}$	$96:\frac{8}{7}$	$120:\frac{3}{10}$	$320:\frac{8}{25}$	$18:\frac{1}{2}$

449.

1) $4 : \frac{2}{3}$	2) $15 : \frac{5}{6}$	3) $47 : \frac{3}{4}$	4) $24 : \frac{15}{16}$	5) $144 : \frac{12}{35}$
$6 : \frac{3}{4}$	$16 : \frac{4}{7}$	$50 : \frac{5}{8}$	$32 : \frac{12}{25}$	$210 : \frac{14}{15}$
$8 : \frac{1}{2}$	$18 : \frac{9}{10}$	$64 : \frac{4}{5}$	$48 : \frac{9}{10}$	$300 : \frac{35}{36}$
$9 : \frac{3}{5}$	$24 : \frac{3}{5}$	$72 : \frac{6}{7}$	$56 : \frac{21}{25}$	$280 : \frac{21}{25}$
$10 : \frac{2}{3}$	$30 : \frac{6}{7}$	$80 : \frac{5}{6}$	$75 : \frac{20}{21}$	$180 : \frac{15}{16}$

450. Liiter petrooleumi kaalub $\frac{4}{5}$ kg ja maksab 7 rubla. Kui palju maksab 1 kg petrooleumi?

451. Tükk seepi kaalub $\frac{2}{5}$ kg ja maksab 3 rubla. Kui palju maksab 1 kg seepi?

452. Auto sõitis $\frac{5}{6}$ tunniga 40 km. Arvutada auto tunnikiirus.

453. * Mis vahe on poolega jagamise ja pooleks jagamise vahel?

3. Murru jagamine murruga.

Ü l e s a n n e. Pudelis on jooki $\frac{2}{3}$ liitrit ja see maksab $\frac{7}{10}$ rubla. Kui palju maksab 1 liiter seda jooki?

Üks liiter seda jooki maksab $\frac{7}{10} : \frac{2}{3}$ rubla.

Vastuseks osutuva jagatise väärtuse leidmiseks arutame nõnda:

Kui $\frac{2}{3}$ liitrit maksab $\frac{7}{10}$ rubla,

siis $\frac{1}{3}$ liitrit maksab $\frac{7}{10} : 2 = \frac{7}{10 \cdot 2}$ rubla

ja 1 liiter maksab $\frac{7}{10 \cdot 2} \cdot 3 = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 2}$ rubla.

Seega $\frac{7}{10} : \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 2} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$.

Et aga $\frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 2} = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{2}$, siis võime kirjutada nii:

$$\frac{7}{10} : \frac{2}{3} = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{2}$$

Niisiis:

murru jagamisel murruga korrutatakse jagatav jagaja pöördarvuga.

On märkimisväärne, et see seadus kehtib ka kahe täisarvu jagamisel, samuti murru jagamisel täisarvuga. Tõesti:

$$28 : 7 = \frac{28}{7} = 28 \cdot \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$$

Seega võib öelda, et mistahes kahe arvu jagamisel korrutatakse jagatav jagaja pöördarvuga.

454.

1)	2)	3)	4)
$\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$	$\frac{2}{5} : \frac{3}{8}$	$\frac{5}{8} : \frac{2}{7}$	$\frac{5}{8} : \frac{9}{4}$
$\frac{1}{6} : \frac{2}{5}$	$\frac{2}{7} : \frac{2}{5}$	$\frac{3}{8} : \frac{5}{4}$	$\frac{7}{12} : \frac{5}{6}$
$\frac{5}{4} : \frac{4}{5}$	$\frac{3}{10} : \frac{3}{5}$	$\frac{9}{20} : \frac{3}{2}$	$\frac{5}{9} : \frac{2}{3}$
$\frac{8}{15} : \frac{4}{7}$	$\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} : \frac{5}{12}$	$\frac{8}{15} : \frac{3}{5}$

455.

1)	2)	3)	4)
$\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$	$\frac{4}{5} : \frac{3}{10}$	$\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$
$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$	$\frac{6}{7} : \frac{3}{4}$	$\frac{9}{20} : \frac{4}{15}$
$\frac{5}{6} : \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{6}$	$\frac{7}{10} : \frac{2}{5}$	$\frac{5}{12} : \frac{1}{12}$
$\frac{9}{10} : \frac{1}{10}$	$\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$	$\frac{4}{15} : \frac{8}{9}$	$\frac{6}{7} : \frac{3}{14}$

456.

1)	2)	3)	4)
$\frac{1}{12} : \frac{3}{4}$	$\frac{2}{25} : \frac{8}{15}$	$\frac{3}{16} : \frac{1}{4}$	$\frac{1}{5} : \frac{2}{15}$
$\frac{2}{9} : \frac{2}{3}$	$\frac{3}{4} : \frac{15}{16}$	$\frac{5}{18} : \frac{1}{12}$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{9}$
$\frac{3}{7} : \frac{3}{28}$	$\frac{4}{9} : \frac{2}{15}$	$\frac{7}{12} : \frac{1}{6}$	$\frac{1}{4} : \frac{11}{12}$
$\frac{4}{35} : \frac{2}{7}$	$\frac{3}{14} : \frac{5}{28}$	$\frac{3}{14} : \frac{2}{7}$	$\frac{1}{2} : \frac{7}{18}$
$\frac{6}{11} : \frac{12}{33}$	$\frac{7}{24} : \frac{1}{6}$	$\frac{5}{21} : \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} : \frac{5}{36}$

457.

1)	2)	3)	4)
$\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$	$\frac{2}{15} : \frac{3}{4}$	$\frac{11}{12} : \frac{5}{6}$	$\frac{8}{9} : \frac{4}{15}$
$\frac{5}{6} : \frac{1}{5}$	$\frac{3}{32} : \frac{2}{5}$	$\frac{14}{15} : \frac{2}{5}$	$\frac{1}{6} : \frac{4}{9}$
$\frac{2}{7} : \frac{2}{21}$	$\frac{8}{25} : \frac{2}{15}$	$\frac{2}{21} : \frac{3}{4}$	$\frac{5}{7} : \frac{4}{35}$
$\frac{2}{9} : \frac{2}{11}$	$\frac{2}{11} : \frac{3}{5}$	$\frac{3}{28} : \frac{1}{7}$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{8}$
$\frac{3}{14} : \frac{1}{2}$	$\frac{4}{49} : \frac{3}{7}$	$\frac{3}{8} : \frac{1}{32}$	$\frac{17}{18} : \frac{8}{9}$

4. Segaarvude jagamine.

Segaarvude jagamisel teisendatakse segaarvud enne jagamist liigmurdudeks.

Näiteid:

1) $5:2\frac{6}{7}=5:\frac{20}{7}=5\cdot\frac{7}{20}=\frac{5\cdot7}{20}=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$;

2) $2\frac{1}{3}:\frac{7}{9}=\frac{7}{3}\cdot\frac{9}{7}=3$;

3) $3\frac{3}{4}:2\frac{2}{5}=\frac{15}{4}:\frac{12}{5}=\frac{15}{4}\cdot\frac{5}{12}=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}\cdot 5}{4\cdot\underset{4}{\cancel{12}}}=\frac{25}{16}=1\frac{9}{16}$.

458.

1) $4:\frac{2}{3}$	2) $15:\frac{5}{7}$	3) $4:\frac{2}{5}$	4) $18:\frac{6}{7}$
$6:\frac{3}{4}$	$12:\frac{4}{5}$	$5:\frac{15}{16}$	$28:\frac{7}{9}$
$5:\frac{5}{6}$	$3:\frac{3}{4}$	$2:\frac{14}{15}$	$35:\frac{5}{7}$
$8:\frac{2}{5}$	$16:\frac{8}{9}$	$3:\frac{21}{25}$	$1:\frac{2}{3}$
$9:\frac{3}{4}$	$14:\frac{7}{11}$	$6:\frac{18}{35}$	$24:\frac{6}{35}$
5) $4\frac{1}{2}:\frac{3}{4}$	6) $2\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}$	7) $\frac{2}{5}:1\frac{1}{2}$	8) $2\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$
$1\frac{3}{5}:\frac{2}{15}$	$9\frac{1}{3}:3\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}:3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{5}:\frac{8}{15}$
$2\frac{3}{4}:\frac{5}{8}$	$1\frac{5}{6}:2\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}:5\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}:\frac{3}{10}$
$3\frac{1}{2}:\frac{7}{8}$	$8\frac{3}{4}:3\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}:4\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{7}:\frac{4}{7}$
$5\frac{1}{6}:\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{5}:1\frac{2}{5}$	$\frac{5}{6}:1\frac{3}{7}$	$5\frac{1}{3}:\frac{32}{45}$

459.

1) $6:3\frac{3}{4}$	2) $21:15\frac{3}{4}$	3) $28:2\frac{4}{5}$	4) $2:4\frac{1}{5}$
$8:2\frac{2}{3}$	$18:3\frac{3}{4}$	$15:5\frac{5}{8}$	$3:7\frac{1}{4}$
$7:1\frac{3}{4}$	$16:1\frac{3}{4}$	$32:6\frac{2}{5}$	$5:1\frac{1}{3}$
$5:2\frac{1}{4}$	$4:2\frac{2}{3}$	$1:3\frac{2}{7}$	$4:6\frac{2}{7}$
$12:3\frac{1}{3}$	$3:2\frac{1}{10}$	$19:8\frac{1}{7}$	$1:3\frac{1}{2}$

5) $1\frac{2}{7} : 2\frac{1}{3}$	6) $\frac{8}{15} : 2\frac{2}{5}$	7) $9\frac{1}{3} : \frac{7}{12}$	8) $12\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$
$5\frac{5}{6} : 3\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} : 1\frac{2}{7}$	$8\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$	$15\frac{1}{3} : 2\frac{5}{6}$
$3\frac{2}{3} : 1\frac{1}{2}$	$\frac{16}{35} : 2\frac{2}{15}$	$3\frac{1}{8} : \frac{5}{6}$	$18\frac{1}{2} : 4\frac{1}{9}$
$6\frac{2}{3} : 1\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7} : 1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2} : \frac{3}{8}$	$2\frac{4}{5} : 8\frac{2}{5}$
$7\frac{1}{5} : 2\frac{3}{4}$	$\frac{3}{20} : 2\frac{1}{4}$	$4\frac{2}{3} : \frac{7}{9}$	$16\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9}$

460. Otsustada iga järgmise arvupaari puhul, mitu korda mahub väiksem arv suuremasse:

1) $2\frac{1}{5}$ ja $8\frac{4}{5}$	2) $1\frac{2}{7}$ ja $7\frac{5}{7}$	3) $\frac{5}{3}$ ja $63\frac{1}{3}$
$10\frac{2}{3}$ ja $2\frac{2}{3}$	15 ja $\frac{3}{4}$	$33\frac{1}{3}$ ja 200
$3\frac{1}{5}$ ja $19\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$ ja $5\frac{5}{9}$	50 ja $16\frac{2}{3}$

461. Jäätiseportsjon maksab $3\frac{1}{4}$ rubla. Mitu portsjonit jäätist saab osta 26 rubla eest?

462. Trepp, mille astme kõrgus on $\frac{1}{5}$ m, on 6 m kõrge. Mitu astet on sellel trepil?

463. Poisikese sammu pikkus on $\frac{3}{5}$ m. Mitu sammu teeb see poisike $1\frac{1}{2}$ km käimisel?

464. Emal kulub leiva ostmiseks $\frac{2}{3}$ rubla päevas. Mitu päeva saaks ema leiba osta 18 rubla eest?

465. Suhkru tagavara on $10\frac{1}{2}$ kg. Mitmendal päeval saab suhkur otsa, kui päevas tarvitatakse $\frac{3}{10}$ kg?

5. Terviku leidmine osa järgi, kui osamäär on antud hariliku murru kujul.

Munasaadetisest oli tarvituskõlbmatuks muutunud 16 muna, mis oli just $\frac{2}{27}$ kogu saadetisest. Mitu muna sisaldas saadetis?

Kui $\frac{2}{27}$ munasaadetisest on 16 muna,

siis $\frac{1}{27}$ munasaadetisest on $\frac{16}{2}$ muna.

Kogu saadetis on $\frac{16}{2} \cdot 27 = \frac{16 \cdot 27}{2} = 216$ muna.

Sama vastuse oleksime saanud jagades arvu 16 arvuga $\frac{2}{27}$, sest

$$16 : \frac{2}{27} = 6 \cdot \frac{27}{2} = \frac{6 \cdot 27}{2} = 216.$$

Sellest näeme, et

terviku leidmisel osa järgi jagatakse osa suurus osamääraga.

466. 1) Leida arv, millest $\frac{2}{5}$ on 24.
2) Missugusest arvust $\frac{3}{7}$ osa on 27?

467. Leida arv, millest:

1) $\frac{3}{5}$ on 7	2) $\frac{11}{19}$ on 45
$\frac{7}{9}$ on 2	$\frac{18}{19}$ on 30
$\frac{5}{7}$ on 4	$\frac{36}{125}$ on 120
$\frac{11}{15}$ on 6	$\frac{18}{35}$ on 64

468. Leida arv, millest:

1) $\frac{1}{3}$ on $\frac{5}{17}$	2) $\frac{7}{8}$ on $3\frac{3}{5}$
$\frac{2}{7}$ on $\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9}$ on $2\frac{6}{7}$
$\frac{3}{4}$ on $\frac{8}{15}$	$\frac{19}{20}$ on $15\frac{1}{3}$

469. Kui tehas oli valmistanud 96 vedurit, siis oli $\frac{3}{4}$ plaanist täidetud. Mitu vedurit oli plaanis?

470. Kui $\frac{5}{24}$ kogu rahast oli kulutatud, jäi veel järele 76 rbl. Kui palju oli raha algul?

471. Ühel päeval oli klassis 28 õpilast, mis oli just $\frac{7}{8}$ klassi õpilaste arvust. Mitu õpilast oli selles klassis?

472. Raamat maksis 2 rbl. 20 kop., mis oli $\frac{4}{11}$ õpilase rahast. Kui palju raha oli õpilasel?

473. Kui $\frac{2}{5}$ raamatust oli läbi loetud, jäi veel lugeda 72 lehekülge. Mitu lehekülge oli selles raamatus?

474. Kui $\frac{2}{9}$ raamatust oli läbi loetud, selgus, et lugemata lehekülgi oli 95 tükki rohkem kui loetud lehekülgi. Mitu lehekülge oli raamatus?

475. 2 puuseppa töötasid koos. Esimene tegi $\frac{3}{4}$ kogu tööst, teine ülejäänud osa. Kui palju sai kumbki oma töö eest, kui esimene sai 16 rbl. enam kui teine?

476. Leida arv, millest $\frac{2}{3}$ on samapalju, kui $\frac{3}{4}$ arvust 240.

477. Leida arv, millest $\frac{1}{5}$ on samapalju, kui $\frac{2}{5}$ arvust 34.

478. Kumb on suurem, kas arv, millest $\frac{7}{9}$ on 63, või arv, millest $\frac{8}{9}$ on 64?

479. Kumb on väiksem, kas arv, millest $\frac{5}{11}$ on 35, või arv, millest $\frac{9}{22}$ on 36?

480. Liita $\frac{3}{12}$ arvust $4\frac{1}{4}$ ja $\frac{2}{9}$ arvust $4\frac{6}{7}$.

481. Liita arv, millest $\frac{2}{3}$ on $1\frac{11}{27}$, arvuga, millest $\frac{4}{7}$ on $\frac{32}{63}$.

482. Lahutada arvust, millest $\frac{1}{2}$ on $\frac{5}{7}$, arv, millest $\frac{2}{3}$ on samuti $\frac{5}{7}$.

483. Mingist arvust võeti $\frac{3}{5}$ osa ja lahutati tulemusest $\frac{1}{3}$ osa; nii saadi arv 28. Leida esialgne arv.

484. Missugusest arvust $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{5}$ annavad summaks 94?

485. Leida arv, millest $\frac{23}{24}$ on $1\frac{11}{12}$ võrra suurem kui $5\frac{3}{4}$.

486. Rong sõitis 210 km $3\frac{3}{4}$ tunniga. Arvutada rongi keskmine tunnikiirus.

487. $4\frac{1}{2}$ m riiet maksis $33\frac{3}{4}$ rbl. Kui kallis oli riide meeter?

488. Kui palju aega kulub $7\frac{1}{8}$ km käimiseks, kui liikuda kiirusega $4\frac{3}{4}$ km tunnis?

489. Kruvi liigub 9 pöördega $\frac{3}{4}$ cm edasi. Mitu pööret tuleks teha, et kruvi nihkuks $4\frac{1}{2}$ cm?

490. $30\frac{1}{2}$-meetrisest riidetükist müüdi $25\frac{1}{2}$ m. Missuguse osamääraga osa riidest müüdi ära?

491. Maaler värvis seina $4\frac{4}{5}$ tunniga. Missuguse osa sellest seinast värvis ta 1 tunni jooksul?

492. Missuguse osa moodustab murd $\frac{5}{21}$ murrust $\frac{5}{7}$? murrust $\frac{7}{9}$? murrust $\frac{17}{36}$?

493. Missuguse osa arvust $2\frac{1}{3}$ moodustab arv $\frac{1}{6}$? Missuguse osa arvust $4\frac{5}{12}$ moodustab arv $\frac{5}{6}$?

494. Ratta ümbermõõt on $7\frac{1}{3}$ m ja läbimõõt $2\frac{1}{3}$ m. Mitu korda on ümbermõõt suurem läbimõõdust? Missuguse osa ümbermõõdust moodustab läbimõõt?

495. Mitu korda on jalgratturi kiirus suurem jalakäija kiirusest, kui jalgrattur liigub tunnis $14\frac{1}{10}$ km, jalakäija aga $4\frac{1}{2}$ km? Missuguse osa moodustab jalakäija kiirus jalgratturi kiirusest?

496. Üks tööline lubab töö lõpetada 3 tunniga, teine $3\frac{3}{4}$ tunniga. Missuguse osa tööst lubab kumbki neist teha 1 tunniga? Missuguse osa tööst teeksid nad koos töötades ühe tunniga? Kui palju aega kuluks neil koos töötades selle töö lõpetamiseks?

497. Ühel rattal kulub ühe pöörde tegemiseks $\frac{2}{3}$ sek., teisel $\frac{3}{5}$ sek. Mitu pööret teeb kumbki ratas 1 sekundis?

498. Jalakäija liikus $\frac{3}{4}$ tunniga $3\frac{1}{2}$ km. Mitu km liikus ta tunnis?

499. 8-liikmeline brigaad teenis $5\frac{1}{2}$ päevaga 869 rbl. Kui palju sai iga brigaadi liige 1 tööpäeva eest?

500. Jalakäija liikus esimese $3\frac{3}{5}$ tunniga $13\frac{1}{2}$ km ja järgneva $2\frac{4}{5}$ tunniga $10\frac{1}{2}$ km. Mitu km liikus jalakäija keskmiselt tunnis?

501. Jalgrattur sõitis esimesel päeval 108 km, teisel päeval $\frac{11}{12}$ sellest ja kolmandal päeval $1\frac{1}{6}$ korda rohkem kui teisel päeval. Mitu tundi kulutas jalgrattur kolme päeva jooksul sõitmiseks, kui tema keskmine kiirus oli $14\frac{1}{3}$ km tunnis?

502. Kastides oli kokku 678 kg õunu. 6-s kastis oli igaühes $35\frac{1}{2}$ kg õunu, igas ülejäänud kastis aga $38\frac{3}{4}$ kg. Mitmes kastis oli $38\frac{3}{4}$ kg õunu?

503. Kauplus sai 2 kangast riiet, kokku $373\frac{3}{4}$ m, koguhinnaga $1787\frac{1}{2}$ rbl. Üks kangas oli $192\frac{1}{2}$ m pikk, hinnaga $4\frac{4}{5}$ rbl. meeter. Kui kallis oli teise kanga meeter?

504. Osteti satääni ja sitsi, kumbagi ühepalju, koguhinnaga 249 rbl. 40 kop. 1 m satääni maksis $6\frac{9}{20}$ rbl; sitsi meetri hind moodustas $\frac{2}{3}$ satääni meetri hinnast. Kui palju osteti riiet kummastki sordist?

505. Jalakäija peab 9 tunniga liikuma $40\frac{1}{2}$ km. Esimese 5 tunni jooksul ta liigub igas tunnis $\frac{1}{2}$ km enam kui see keskmiselt tarvilik oleks. Missuguse kiirusega peaks jalakäija nüüd edasi liikuma, et just määratud ajaks pärale jõuda?

§ 25. Kümnendmurdude teisendamine harilikkudeks murdudeks ja ümberpöördult.

1. Kümnendmurdude puhul tähendavad sõnad „üks kümnendik“, „üks sajandik“, „üks tuhandik“ jne. täpselt sedasama, mis harilikkude murdude puhulgi. Mõlemate murdude juures tähendab näiteks „üks kümnendik“ seda, et üheline ehk üks on jaotatud kümneks võrdseks osaks ja et neist osadest on võetud parajasti üksainus. Kirjutamisviis aga on erinev:

	Kümnendikud	Sajandikud	Tuhandikud
Kümnend-murrud	0,1; 0,2; 0,3; ...	0,01; 0,02; 0,03; ...	0,001; 0,002; 0,003; ...
Harilikud murrud	$\frac{1}{10}$; $\frac{2}{10}$; $\frac{3}{10}$; ...	$\frac{1}{100}$; $\frac{2}{100}$; $\frac{3}{100}$; ...	$\frac{1}{1000}$; $\frac{2}{1000}$; $\frac{3}{1000}$; ...

Näiteks kümnendmurrus 0,452 on

4 kümnendikku, s. o. 40 sajandikku, s. o. 400 tuhandikku,
5 sajandikku, s. o. 50 tuhandikku,
2 tuhandikku

kokku 452 tuhandikku.

Seega $0{,}452 = \frac{452}{1000} = \frac{113}{250}$.

Selgub, et

kümnendmurru teisendamisel harilikuks murruks kirjutatakse hariliku murru lugejaks kümnendmurru murdosa ja nimetajaks niisugune ühikarv, milles on samapalju nulle, kui kümnendmurrus kohti peale koma; tulemus taandatakse.

Kümnendmurru täisosa jäetakse segaarvu täisosaks.

Näide:

$$12{,}05 = 12\tfrac{5}{100} = 12\tfrac{1}{20}.$$

506. Teisendada harilikuks murruks järgmised kümnendmurrud:

1) 0,25; 0,5; 0,75; 0,125; 0,2; 0,02; 0,625.
2) 0,025; 0,05; 0,0125; 1,25; 3,75; 9,75.
3) 10,375; 2,875; 6,4; 16,04; 3,005; 7,205.

507. Teisendada harilikuks murruks järgmised kümnendmurrud:

1)	2)	3)
0,15	4,635	17,245
1,55	2,007	8,650
2,22	1,885	0,0905
5,90	5,363	0,000009

Teostada järgmised arvutused, muutes kümnendmurrud harilikkudeks murdudeks:

508.

1)	2)
$2{,}4 + 3\frac{1}{8}$	$2{,}25 + \frac{3}{8}$
$7{,}6 + 4\frac{3}{4}$	$7{,}5 + 2\frac{2}{3}$
$5\frac{3}{5} + 2{,}8$	$6\frac{3}{5} + 2{,}75$
$9\frac{1}{4} + 3{,}6$	$5{,}125 + 6\frac{3}{4}$

509.

1)	2)
$4{,}25 + 3\frac{2}{3}$	$4{,}2 + 3\frac{1}{4}$
$6{,}5 + 7\frac{1}{4}$	$6{,}25 + 2\frac{1}{2}$
$8{,}75 + 3\frac{1}{3}$	$4{,}6 + 3\frac{3}{4}$
$6\frac{1}{4} + 4{,}125$	$5{,}75 + 4\frac{1}{5}$

510.

1) $7\frac{1}{2} - 2{,}25$	2) $9\frac{1}{10} - 2{,}5$	3) $4{,}4 - 3\frac{3}{5}$	4) $2{,}2 - 2\frac{1}{2}$
$6\frac{3}{4} - 5{,}5$	$4\frac{3}{10} - 3{,}75$	$6{,}8 - 5\frac{3}{4}$	$3{,}8 - 1\frac{1}{4}$
$10{,}25 - 5\frac{2}{5}$	$14{,}125 - 6\frac{2}{5}$	$9{,}5 - 6\frac{3}{8}$	$9{,}75 - 5\frac{4}{5}$
$9{,}125 - 3\frac{3}{4}$	$20\frac{1}{3} - 3{,}6$	$12{,}75 - 5\frac{2}{5}$	$1{,}05 - \frac{4}{5}$

511.

1) $2{,}5 \cdot 3\frac{1}{5}$	2) $3\frac{1}{3} \cdot 2{,}8$	3) $3\frac{3}{4} \cdot 2{,}4$	4) $2{,}23 \cdot 1\frac{1}{3}$
$3{,}25 \cdot 3\frac{1}{5}$	$4{,}5 \cdot 2\frac{1}{4}$	$4{,}75 \cdot 5\frac{1}{3}$	$2\frac{3}{11} \cdot 0{,}44$
$3\frac{1}{8} \cdot 2{,}6$	$8\frac{1}{4} \cdot 3{,}2$	$5{,}5 \cdot 1\frac{3}{5}$	$3\frac{4}{7} \cdot 0{,}56$
$9\frac{3}{4} \cdot 2{,}4$	$6{,}125 \cdot 7\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{10} \cdot 2{,}5$	$0{,}07 \cdot 2\frac{8}{21}$

512.

1) $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$	2) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3}$	3) $\frac{7}{8} : \frac{7}{12}$	4) $3\frac{1}{4} : \frac{5}{8}$
$\frac{2}{3} : 0{,}4$	$\frac{3}{4} : 0{,}25$	$2\frac{1}{5} : 0{,}3$	$3{,}6 : \frac{4}{5}$
$0{,}4 : \frac{2}{3}$	$0{,}72 : \frac{3}{4}$	$12{,}75 : \frac{5}{6}$	$0{,}24 : 1\frac{1}{5}$
$15\frac{3}{5} : 2$	$3\frac{5}{8} : 4\frac{1}{7}$	$4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{6} : 0{,}25$

2. Kui hariliku murru nimetajaks on ühikarv, s. t. 10, 100, 1000 jne., siis on lihtne harilikku murdu kirjutada kümnendmurruna. Näiteks:

$$\frac{3}{10} = 0{,}3; \quad 2\frac{7}{100} = 2{,}07; \quad 52\frac{137}{1000} = 52{,}137.$$

Ühikarvude 10, 100, 1000 jne. algteguriteks saavad olla ainult algarvud 2 ja 5, pealegi on neid alati ühepalju.

Tõesti:

$$10 = 2 \cdot 5; \quad 100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5; \quad 1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ jne.}$$

Sellest selgub, et harilikku murdu saab ainult sel juhtumil laiendada ühikarvu nimeliseks, kui tema nimetajas pole muid algtegureid kui 2-d ja 5-d. Laiendaja valitakse siis säärane, et nimetajasse tuleks kaksi ja viisi võrdsel arvul.

Näide: $\frac{3}{40}=\frac{3}{2\cdot2\cdot2\cdot5}=\frac{3\cdot5\cdot5}{2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5}=\frac{75}{1000}=0{,}075.$

513. Teisendada järgmised harilikud murrud kümnendmurdudeks, neid sobivalt valitud laiendajaga laiendades:

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{13}{50}$, $\frac{17}{125}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{17}{40}$, $\frac{27}{250}$, $\frac{63}{625}$.

Kui hariliku murru nimetaja algtegurite hulgas leidub tegureid peale kahtede ja viite, siis harilikku murdu pole võimalik esitada kümnendmurru kujul päris täpselt, küll aga siiski nii täpselt kui iganes soovitakse — nimelt jagamise kaudu; jagatis tuleb neil puhkudel alati perioodiline kümnendmurd (vaata ka § 7 p. 3).

Näiteid:

1) $\frac{5}{12}=5:12=0{,}416666\ldots=0{,}41\,(6)$.

$$\begin{array}{l} \underline{48} \\ \;20 \\ \;\underline{12} \\ \;\;80 \\ \;\;\underline{72} \\ \;\;80 \end{array}$$

2) $\frac{7}{11}=7:11=0{,}636363\ldots=0{,}(63)$.

$$\begin{array}{l} \underline{66} \\ \;40 \\ \;\underline{33} \\ \;\;70 \end{array}$$

Jagatises leitakse ja kirjutatakse ainult niipalju kohti, et oleks parajasti täidetud jagatise kohta esitatud täpsuse nõue. Ümardamised tehakse vastavalt ümardamise üldisele juhisele (lk. 42).

514. Teisendada kümnendmurdudeks kõik algmurrud, mis on suuremad kui $\frac{1}{11}$, täpsusega 0,0001.

515. Teisendada järgmised harilikud murrud kümnendmurdudeks, täpsusega 0,001:

$$\tfrac{2}{3},\ \tfrac{5}{6},\ \tfrac{5}{8},\ \tfrac{7}{8},\ \tfrac{2}{9},\ \tfrac{4}{9},\ \tfrac{5}{9},\ \tfrac{1}{11}.$$

Järgmisi harilike ja kümnendmurdude võrdumisi peab iga haritud inimene teadma peast. Niisiis — need tuleb õppida pähe!

$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{2}{3} = 0,667$	$\frac{1}{5} = 0,2$
$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{2}{5} = 0,4$
$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{3}{8} = 0,375$	$\frac{3}{5} = 0,6$
$\frac{1}{3} = 0,333$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{4}{5} = 0,8$

516. Seada kasvavasse suuruse järjekorda arvud igas järgmises reas:

1) $\frac{2}{5}$; 0,7; $\frac{3}{8}$; 0,25; 0,38; $\frac{1}{125}$.
2) $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{8}$; 0,29; 0,56; 0,75.
3) $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{25}$; 0,12; 0,3; 0,85.

517. Seada kahanevasse suuruse järjekorda järgnevad murrud:

$\frac{1}{8}$; 0,63; $\frac{3}{4}$; 0,77; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{5}$.

518.

1) $3\frac{1}{3} + \frac{7}{12} \cdot 4 + 5 : \frac{3}{4}$
$1\frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{5}{16} + \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$
$7 \cdot \frac{3}{14} + 5\frac{1}{2} + \frac{7}{10} : \frac{1}{5}$
$6 : \frac{5}{7} + 1\frac{3}{5} + 7 \cdot \frac{2}{35}$
$2 \cdot \frac{5}{6} + 1 : \frac{3}{5} + 2\frac{2}{3}$

2) $7 - \frac{2}{15} \cdot 5 - 3 : \frac{3}{5}$
$12\frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{7}{12} - \frac{5}{6} : \frac{1}{3}$
$5 : \frac{4}{5} - 1\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot 4$
$8 \cdot \frac{3}{2} - 5\frac{1}{2} - 4 : \frac{2}{3}$
$4 : \frac{5}{7} - 2\frac{3}{5} - 2 \cdot \frac{3}{10}$

519.

1) $4 + \frac{2}{3} \cdot 2 - \frac{5}{6} : \frac{1}{2}$
$7 : \frac{4}{5} - 6\frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{5}{32}$
$2 \cdot \frac{6}{7} + \frac{9}{14} : \frac{1}{2} - 2$
$\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{5} + 4\frac{1}{2} - 3 : \frac{2}{3}$
$\frac{5}{6} - \frac{1}{18} : \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$

2) $6 \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{3} \cdot 15 - 14 \cdot \frac{2}{21}$
$\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{8} - 2 \cdot \frac{1}{36} + \frac{5}{12} : 2\frac{1}{2}$
$3\frac{5}{9} + 2\frac{1}{6} - 2\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$
$8 : \frac{2}{13} - 4\frac{5}{18} - 5\frac{7}{12}$
$13\frac{1}{9} - 10\frac{5}{6} + 4\frac{1}{4}$

520.

1) $(3\tfrac{1}{4} + 5\tfrac{2}{3}) : \tfrac{5}{12}$
$(3\tfrac{1}{6} - 3\tfrac{1}{3}) \cdot 10$
$(1\tfrac{3}{8} + 4\tfrac{1}{4}) : 15$
$(5\tfrac{3}{5} - 2\tfrac{1}{2}) \cdot 1\tfrac{2}{3}$
$(2\tfrac{3}{4} + 1\tfrac{1}{5}) : 1\tfrac{1}{10}$

2) $(\tfrac{1}{6} + \tfrac{7}{9} - \tfrac{1}{2}) \cdot \tfrac{3}{8}$
$(\tfrac{4}{5} - \tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{2}) : 1\tfrac{2}{5}$
$(\tfrac{1}{4} + \tfrac{2}{3} - \tfrac{1}{6}) \cdot 1\tfrac{1}{3}$
$(\tfrac{1}{3} - \tfrac{4}{15} + \tfrac{2}{5}) : \tfrac{1}{10}$
$(\tfrac{3}{5} + \tfrac{2}{3} - \tfrac{5}{6}) \cdot 1\tfrac{2}{13}$

521.

1) $(5\tfrac{1}{4} - 2{,}3) : \tfrac{1}{4}$
$(4{,}6 + 3\tfrac{1}{5}) \cdot 6$
$(6\tfrac{7}{20} - 4{,}25) : 0{,}1$
$(8{,}75 + 2\tfrac{1}{2}) : 25$
$(3\tfrac{8}{25} - 2{,}22) \cdot \tfrac{10}{11}$

2) $(3\tfrac{3}{8} + 1{,}025) : 11$
$(2\tfrac{11}{20} - 1{,}15) : 0{,}8$
$(4{,}5 - 2\tfrac{2}{3}) \cdot 2\tfrac{2}{5}$
$(8{,}7 - 6{,}9) : \tfrac{2}{3}$
$(11\tfrac{1}{3} + 2\tfrac{5}{6}) \cdot \tfrac{12}{17}$

3) $(2\tfrac{3}{5} + 4\tfrac{1}{4}) : 0{,}5$
$(5{,}7 - 2\tfrac{4}{5}) \cdot 10$
$(6\tfrac{3}{4} + 1{,}25) : 16$
$(10\tfrac{3}{25} - 4\tfrac{17}{20}) : 0{,}2$
$(1\tfrac{1}{8} + 4{,}875) : \tfrac{2}{3}$

522.

1) $\dfrac{3\tfrac{5}{6} + 1\tfrac{4}{9} - 2\tfrac{1}{2}}{\tfrac{3}{4} + \tfrac{2}{3}}$

2) $\dfrac{\tfrac{4}{5} + 3\tfrac{7}{10} - 2\tfrac{3}{4}}{2\tfrac{3}{5} - 1\tfrac{1}{2}}$

3) $\dfrac{(\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{3}) \cdot \tfrac{3}{4}}{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}}$

4) $\dfrac{(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4}) : 1\tfrac{1}{12}}{\tfrac{5}{6} - \tfrac{2}{9}}$

5) $\dfrac{1\tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{5}{6}}{\tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} - \tfrac{5}{6} + \tfrac{1}{9}}$

6) $\dfrac{(\tfrac{3}{7} + \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{2}) + 2\tfrac{4}{5}}{1\tfrac{2}{9} : 3\tfrac{2}{3}}$

523. Teisendades harilikud murrud kümnendmurdudeks (täpsusega 0,01) arvutada:

1) $2{,}4 + 6\tfrac{1}{3} - 5\tfrac{1}{7}$
$4\tfrac{3}{8} - 3\tfrac{1}{6} + 5\tfrac{3}{4}$
$10{,}14 + 5\tfrac{5}{9} - 12\tfrac{3}{11}$
$7\tfrac{5}{12} - 6\tfrac{4}{15} + 15\tfrac{3}{7}$
$6\tfrac{5}{6} - 4{,}18 + 3\tfrac{1}{4}$

2) $8\tfrac{4}{33} - 6\tfrac{7}{25} + 2{,}16$
$7\tfrac{5}{13} + 3{,}24 - 6\tfrac{4}{5}$
$15{,}4 + 25 - 30\tfrac{8}{17}$
$4\tfrac{2}{3} - 3\tfrac{5}{9} + 2\tfrac{1}{12}$
$18\tfrac{5}{11} + 32\tfrac{15}{23} - 6\tfrac{5}{27}$

§ 26. Kordamisülesandeid.

524. 21. dets. tõuseb päike kell 9.00, loojub kl. 3.20. Arvutada päeva ja öö pikkus tundides.

21. juunil tõuseb päike kl. 3.05 min., loojub kl. 9.25 min. Arvutada päeva ja öö pikkus tundides.

525. Täita järgmine tabel, muutes ainult antud murru lugejat:

Antud murrust suurem murd										
Antud murd	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{25}{40}$	$\frac{21}{28}$
Antud murrust väiksem murd										

526. Täita järgmine tabel, muutes ainult antud murru nimetajat:

Antud murrust suurem murd										
Antud murd	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{14}{25}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{23}{30}$
Antud murrust väiksem murd										

527. Täita järgmine tabel võimalikult lihtsal viisil:

Antud murrud	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{15}{16}$
2 korda väiksemad murrud										

Antud murrud	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{12}{17}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{20}{7}$
3 korda väiksemad murrud										
Antud murrud	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{18}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{25}{36}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{20}{27}$	$\frac{11}{20}$
5 korda väiksemad murrud										
Antud murrud	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{8}{11}$
3 korda suuremad murrud										

528. Väljendada tundides: 180 minutit, 720 min., 30 min,. 45 min., 20 min., 10 min., 7 min., 90 min,. 100 min., 260 min., 400 min.

529. Mitu minutit on 2 tundi, 3 t., $\frac{1}{2}$ t., $\frac{3}{5}$ t., 0,7 t., 0,15 t., $3\frac{1}{3}$ t., $4\frac{5}{6}$ t., 1,25 t., 3,65 t.?

530. Seada kasvavasse suuruse järjekorda järgmised murrud:

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{5},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{12},\ \frac{5}{6},\ \frac{2}{7}.$$

531. Kõige lihtsamal teel leida murrud, mis on:

a) 3 korda, b) 2 korda, c) 4 korda väiksemad järgmistest murdudest: $\frac{6}{7}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{12}{17}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{18}{25}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{25}{12}$; $\frac{16}{11}$.

532. Võtta järgmistest murdudest a) pool; b) kolmandik; c) viiendik: $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{12}{13}$; $\frac{20}{21}$.

533. Võtta kümnendik järgmistest murdudest: $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; 2; $2\frac{1}{2}$; 0,2; 5,2; 0,8; 80; $2\frac{1}{12}$.

534. Suurendada 10 korda järgmisi murde: $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{10}$; 0,2; $2\frac{1}{2}$; 4,2; 0,05; $\frac{1}{20}$; $\frac{3}{25}$.

535. Arvutada järgmised korrutised:

1) $\frac{1}{3}\cdot 24$	2) $\frac{1}{6}\cdot 42$	3) $\frac{1}{4}\cdot 28$	4) $\frac{1}{5}\cdot 60$
$\frac{1}{8}\cdot 25$	$\frac{1}{6}\cdot 35$	$\frac{2}{3}\cdot 21$	$\frac{3}{4}\cdot 36$
$\frac{3}{5}\cdot 25$	$\frac{2}{5}\cdot 40$	$\frac{3}{8}\cdot 64$	$\frac{5}{9}\cdot 45$
$\frac{3}{8}\cdot 48$	$\frac{3}{7}\cdot 56$	$\frac{5}{6}\cdot 42$	$\frac{7}{8}\cdot 72$

536. Arvutada järgmised korrutised:

1) $\frac{15}{16}\cdot 176$	2) $\frac{2}{15}\cdot 15$	3) $\frac{4}{15}\cdot 60$	4) $\frac{4}{5}\cdot 140$
$\frac{25}{34}\cdot 51$	$\frac{11}{30}\cdot 12$	$\frac{6}{7}\cdot 42$	$\frac{3}{8}\cdot 120$
$\frac{8}{15}\cdot 135$	$\frac{5}{36}\cdot 144$	$\frac{3}{20}\cdot 240$	$\frac{5}{9}\cdot 54$
$\frac{5}{7}\cdot 105$	$\frac{9}{25}\cdot 200$	$\frac{3}{16}\cdot 480$	$\frac{5}{6}\cdot 132$

537. 1) Jagada pooleks: $\frac{1}{2}$ tundi; $\frac{2}{3}$ t.; $\frac{3}{4}$ t.; $\frac{5}{6}$ t.; $\frac{8}{15}$ t.; $\frac{24}{30}$ t. Anda vastused tundides ja minutites.

2) Jagada 4-ga: $\frac{4}{5}$ meetrit; $\frac{3}{4}$ m; $\frac{12}{25}$ cm; $\frac{3}{5}$ mm; $\frac{16}{25}$ km; $\frac{21}{50}$ m; $\frac{9}{20}$ cm.

3) Jagada 5-ga: $\frac{5}{6}$ kg; $\frac{2}{5}$ kg; $\frac{3}{8}$ g; $\frac{10}{11}$ tonni; $\frac{40}{49}$ mg; $\frac{51}{200}$ tonni; $\frac{19}{500}$ kg.

538. Leida järgmised jagatised kõige lihtsamal viisil:

1) $\frac{1}{2}:3$	2) $\frac{4}{5}:8$	3) $\frac{5}{12}:2$	4) $\frac{3}{5}:6$
$\frac{1}{3}:4$	$\frac{4}{9}:8$	$\frac{3}{4}:6$	$\frac{7}{8}:14$
$\frac{2}{3}:4$	$\frac{7}{12}:14$	$\frac{1}{9}:2$	$\frac{5}{12}:15$
$\frac{7}{8}:2$	$\frac{6}{11}:9$	$\frac{5}{8}:10$	$\frac{3}{20}:12$

539. Leida järgmised jagatised kõige lihtsamal viisil:

1) $\frac{16}{27}:4$	2) $\frac{15}{16}:5$	3) $\frac{198}{7}:9$	4) $\frac{120}{11}:40$
$\frac{8}{9}:4$	$\frac{125}{12}:25$	$\frac{589}{4}:17$	$\frac{98}{7}:49$
$\frac{56}{75}:14$	$\frac{30}{7}:6$	$\frac{102}{5}:17$	$\frac{20}{9}:5$
$\frac{12}{13}:6$	$\frac{130}{9}:10$	$\frac{169}{3}:13$	$\frac{56}{9}:8$

540. Taandada peast järgmised murrud:

$\frac{6}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{15}{21}$	$\frac{15}{35}$	$\frac{15}{25}$
$\frac{7}{14}$	$\frac{11}{22}$	$\frac{13}{39}$	$\frac{25}{40}$	$\frac{11}{44}$	$\frac{8}{10}$
$\frac{12}{15}$	$\frac{13}{26}$	$\frac{22}{33}$	$\frac{9}{21}$	$\frac{21}{24}$	$\frac{7}{21}$
$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{28}$	$\frac{24}{27}$	$\frac{33}{44}$	$\frac{27}{30}$	$\frac{20}{25}$
$\frac{9}{15}$	$\frac{17}{34}$	$\frac{11}{55}$	$\frac{13}{52}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{11}{22}$

541. Taandada järgmised murrud:

$\frac{80}{96}$	$\frac{180}{288}$	$\frac{144}{192}$	$\frac{40}{1000}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{279}{198}$	$\frac{2400}{3600}$
$\frac{90}{999}$	$\frac{15}{75}$	$\frac{124}{136}$	$\frac{100}{225}$	$\frac{324}{500}$	$\frac{130}{120}$	$\frac{600}{7200}$
$\frac{126}{300}$	$\frac{32}{76}$	$\frac{135}{240}$	$\frac{250}{700}$	$\frac{64}{72}$	$\frac{300}{1500}$	$\frac{36}{540}$
$\frac{72}{140}$	$\frac{12}{42}$	$\frac{54}{126}$	$\frac{120}{360}$	$\frac{20}{150}$	$\frac{400}{1200}$	$\frac{231}{456}$

542. Väljendada kümnendmurruna järgmised murrud:

$\frac{3}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{15}{100}$; $\frac{125}{100}$; $\frac{375}{1000}$; $\frac{5426}{1000}$;
$\frac{12}{10}$; $\frac{108}{10}$; $\frac{3}{100}$; $\frac{409}{100}$; $\frac{48}{1000}$; $\frac{7}{1000}$.

543. Arvutada järgmiste avaldiste väärtused ja anda vastused kümnendmurru kujul, kui saab, siis täpselt; vastasel korral täpsusega 0,01.

1)	$\frac{3}{2\cdot3}$	$\frac{4}{3\cdot8}$	$\frac{5}{2\cdot15}$	$\frac{9}{3\cdot4}$	$\frac{12}{6\cdot5}$	$\frac{12}{8\cdot5}$
2)	$\frac{5\cdot18}{36}$	$\frac{3\cdot12}{40}$	$\frac{36\cdot5}{96}$	$\frac{72\cdot6}{36}$	$\frac{22}{33\cdot9}$	$\frac{17\cdot2}{51}$
3)	$\frac{36}{5\cdot24}$	$\frac{75\cdot3}{50}$	$\frac{3\cdot18}{72}$	$\frac{12}{3\cdot48}$	$\frac{18}{3\cdot36}$	$\frac{17\cdot2}{34}$
4)	$\frac{3\cdot12}{18\cdot24}$	$\frac{15\cdot20}{45\cdot30}$	$\frac{24\cdot36}{18\cdot48}$	$\frac{28\cdot15}{21\cdot50}$	$\frac{12\cdot32}{45\cdot30}$	$\frac{72\cdot16}{58\cdot54}$

544. Mille võrra muutub järgmiste murdude suurus, kui neil nimetajad asendatakse arvuga 1:

$\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{15}{8}$; $\frac{7}{100}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{121}$, $\frac{6}{11}$?

545. Mille võrra muutub järgmiste arvude suurus, kui neil koma kirjutamata jätta: 0,2; 7,25; 0,06; 5,016; 0,078; 125,6; 0,7936?

546. Väljendada harilikus murrus järgmised kümnendmurrud:

1) 0,6	2) 0,46	3) 0,06	4) 0,005
0,8	0,02	0,09	0,002
0,15	0,05	0,85	0,018
0,35	0,14	0,34	0,585

547. Järjestada murrud $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$ ja $\frac{5}{6}$ kahanevasse suuruse järjekorda.

548. 1) Mitu veerandit on $1\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{4}$; $7\frac{3}{4}$?

2) Mitu kaheksandikku on 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $2\frac{1}{2}$; $5\frac{3}{4}$?

3) Mitu kolmandikku on 1; 2; $3\frac{1}{3}$; $5\frac{2}{3}$?

4) Mitu kuuendikku on 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $2\frac{1}{3}$; $3\frac{1}{2}$?

5) Mitu kaheteistkümnendikku on 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$?

549. Ristküliku üks külg on $10\frac{2}{5}$ cm, teine 8,7 cm. Leida ristküliku ümbermõõt.

550. 12 m nööri kaalus $\frac{3}{8}$ kg. Kui palju kaalub 1 m seda nööri? 20 m? 30 m? 5 m? $\frac{1}{2}$ m? 0,25 m?

551. Kumb rattasõitja sõidab kiiremini, kas see, kes 3 sekundiga jõuab edasi 11 m, või see, kes 2 sek. jõuab edasi 8 m?

552. Arvutada peast:

1)	$2\frac{4}{9}+1\frac{8}{9}$	$3\frac{7}{10}+2\frac{9}{10}$	$12\frac{5}{12}+3\frac{11}{12}$	$10\frac{6}{7}+8\frac{5}{7}$
2)	$3{,}98+7{,}56$	$4{,}9+3{,}56$	$10{,}08+9{,}95$	$8{,}05+7{,}2$

553.

1)	$(3+2\frac{1}{8})\cdot 4$	$(1\frac{1}{5}-\frac{3}{5}):6$	$(6\frac{1}{3}-4\frac{1}{2})\cdot 5$	$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}):5$
2)	$(2\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}):5$	$(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})\cdot 3$	$(2\frac{1}{3}-1\frac{5}{6})\cdot 11$	$(2\frac{3}{4}+1\frac{1}{2})\cdot 8$

554. Kui palju tuleb liita järgmistele arvudele, et summaks saada 1?

0,6; 0,05; $\frac{1}{8}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{9}{10}$; 0,125; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{5}{16}$.

555. 1) Missuguse arvuga peame liitma $\frac{5}{8}$, et saada $\frac{11}{12}$?

2) Missuguse arvuga tuleb liita $14\frac{3}{10}$, et saada $22\frac{1}{4}$?

3) Mille võrra on arvude $3\frac{5}{6}$ ja $2\frac{7}{9}$ vahe väiksem samade arvude summast?

4) Arvude $12\frac{5}{6}$ ja $7\frac{3}{4}$ summast lahutada samade arvude vahe.

556.

1) $\frac{5}{8}-\frac{3}{16}$	2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$	3) $16\frac{3}{8}+14\frac{7}{9}$	4) $16\frac{2}{3}+24\frac{5}{12}+33\frac{7}{8}$
$\frac{4}{5}+\frac{5}{11}$	$\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$	$32\frac{13}{14}-8\frac{3}{7}$	$37\frac{5}{6}+14\frac{3}{5}-8\frac{3}{10}$
$\frac{5}{18}+\frac{2}{3}$	$\frac{8}{15}-\frac{3}{10}$	$19\frac{4}{15}-6\frac{8}{9}$	$49\frac{1}{4}+27\frac{5}{6}-15\frac{2}{3}$
$\frac{11}{18}-\frac{2}{27}$	$\frac{4}{9}-\frac{2}{5}$	$23\frac{5}{12}-19\frac{7}{8}$	$66\frac{4}{9}+15\frac{3}{4}-28\frac{1}{6}$

557.

1) $3\frac{1}{2}-0{,}4$	2) $0{,}4+\frac{1}{2}$	3) $40\frac{3}{4}+58\frac{5}{6}$	4) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$
$2{,}6-\frac{1}{2}$	$0{,}9-\frac{1}{5}$	$34\frac{5}{24}+43\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$
$5{,}2+1\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}-0{,}3$	$15\frac{7}{30}+19\frac{19}{20}$	$\frac{1}{4}+\frac{7}{12}+\frac{5}{8}$
$3\frac{3}{4}-1{,}25$	$\frac{1}{4}+0{,}12$	$82\frac{7}{16}-49\frac{11}{12}$	$\frac{7}{10}+\frac{4}{5}+\frac{8}{15}$
$10\frac{4}{5}-6{,}5$	$\frac{3}{4}-0{,}13$	$73\frac{5}{24}-47\frac{15}{16}$	$\frac{5}{9}+\frac{3}{4}+\frac{7}{12}$

558. Teostada peast järgmised liitmised ja lahutamised:

1)	$2-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}+0{,}2$	$5-2\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{8}-1\frac{1}{4}$
2)	$2\frac{3}{4}+1\frac{4}{5}$	$2-1\frac{3}{8}$	$2\frac{4}{5}+\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{8}-\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}-1{,}5$
3)	$2\frac{1}{5}-\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}+1\frac{1}{8}$	$2\frac{1}{9}-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}+2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{5}-3$	$2\frac{1}{2}+2\frac{4}{5}$
4)	$2\frac{1}{7}-1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{8}+\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$	$6-\frac{9}{10}$	$3\frac{1}{12}-2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$	$33\frac{1}{3}+\frac{7}{9}$
5)	$2\frac{1}{6}+1\frac{4}{5}$	$3\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$	$2\frac{3}{4}+0{,}8$	$2\frac{1}{5}-\frac{1}{3}$	$10-2\frac{5}{16}$	$\frac{1}{3}+\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
6)	$3\frac{1}{5}-2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3}+1\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$	$1\frac{4}{5}-\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{8}-2\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}+2\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{2}-3\frac{5}{6}$
7)	$1\frac{7}{9}-\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{8}+1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{6}-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}-0{,}25$	$\frac{2}{3}+\frac{5}{9}$
8)	$1\frac{2}{3}+\frac{3}{8}$	$4\frac{1}{6}-\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{2}-\frac{4}{9}$	$2\frac{1}{8}-1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{3}-\frac{5}{8}$

559. Arvutada peast:

1)	2)	3)	4)
$4 \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	$10 \cdot \frac{2}{3}$	$10\frac{3}{5} - 8\frac{2}{5}$
$5 \cdot \frac{2}{5}$	$2 - \frac{1}{5}$	$12 \cdot \frac{1}{5}$	$1\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$
$8 \cdot \frac{3}{5}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$	$15 \cdot \frac{1}{2}$	$12\frac{2}{5} + 11\frac{3}{5}$
$3 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$	$20 \cdot \frac{1}{3}$	$20\frac{1}{2} - 15\frac{1}{3}$

560.

1)	2)	3)	4)
$2\frac{4}{7} : 12$	$3\frac{1}{3} : 50$	$3\frac{4}{7} : 5$	$72\frac{1}{3} : 14$
$30 : 3\frac{3}{4}$	$68 : 2\frac{5}{6}$	$18 : 6\frac{3}{4}$	$16 : 3\frac{3}{7}$
$1\frac{7}{9} : 8$	$4\frac{2}{3} : 2$	$3\frac{5}{6} : 46$	$4\frac{1}{2} : 21$
$57 : 6\frac{1}{3}$	$3 : 5\frac{2}{5}$	$5 : 12\frac{7}{9}$	$14 : 2\frac{5}{8}$

561.

1)	2)	3)	4)	5)
$4 \cdot 2\frac{1}{2}$	$6 \cdot 2\frac{2}{3}$	$15 \cdot 3\frac{1}{3}$	$16 : \frac{2}{5}$	$\frac{7}{8} : 2$
$3 \cdot 1\frac{1}{3}$	$4 \cdot 3\frac{3}{4}$	$14 \cdot 2\frac{2}{7}$	$\frac{4}{9} : 6$	$3 \cdot \frac{5}{6}$
$6 \cdot 2\frac{1}{3}$	$12 \cdot 5\frac{2}{3}$	$12 \cdot 3\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{2} : 4$	$\frac{2}{9} : \frac{1}{3}$
$8 \cdot 3\frac{1}{2}$	$16 \cdot 2\frac{1}{2}$	$30 \cdot 4\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{20}$
$5 \cdot 2\frac{1}{2}$	$20 \cdot 3\frac{1}{3}$	$25 \cdot 4\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15} : 4$	$\frac{4}{7} : 2$

562.

1)	2)	3)	4)
$5\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}$	$1 : 1\frac{1}{2}$	$2{,}1 \cdot \frac{4}{9}$	$\frac{2}{3} \cdot 1{,}56$
$3\frac{3}{8} : 2\frac{1}{4}$	$1 : \frac{1}{5}$	$3{,}6 \cdot \frac{3}{8}$	$1{,}21 : \frac{11}{12}$
$8\frac{4}{7} : 6\frac{6}{7}$	$\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{5}$	$20{,}6 \cdot \frac{5}{6}$	$0{,}49 \cdot \frac{2}{7}$
$6\frac{3}{4} : 8\frac{1}{10}$	$\frac{6}{11} : 3$	$\frac{2}{7} \cdot 4{,}9$	$\frac{11}{15} : 0{,}033$
$16\frac{4}{5} : 2\frac{1}{10}$	$\frac{4}{25} : \frac{5}{6}$	$\frac{5}{8} \cdot 12{,}04$	$12{,}04 \cdot \frac{5}{8}$

563.

1)	2)	3)	4)
$\frac{3}{7} \cdot 5{,}6$	$34\frac{1}{2} : 3$	$15\frac{4}{5} : 15\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3} : 0{,}8$
$0{,}066 : \frac{4}{9}$	$15 : 2\frac{1}{4}$	$3\frac{2}{3} : 1$	$\frac{3}{7} : 0{,}15$
$12{,}1 \cdot \frac{5}{11}$	$14\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$	$1 : 3\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9} : 0{,}128$
$\frac{19}{24} : 0{,}57$	$9\frac{3}{4} : 6$	$24\frac{6}{7} \cdot 0$	$0{,}81 : \frac{9}{11}$

564. Teostada järgmised arvutused kümnendmurdudes, teisendades harilikud murrud kümnendmurdudeks täpsusega 0,01.

1) $24{,}9 + 11\frac{1}{6} - 18{,}2$
$34\frac{1}{3} - 26{,}2 + 54\frac{2}{5}$
$78\frac{3}{7} - 45{,}1 - 16\frac{1}{4}$
$106{,}2 - 49\frac{8}{9} - 37\frac{3}{4}$

2) $(13{,}2 - 8\frac{4}{7}) \cdot 0{,}9$
$(15\frac{1}{3} + 23{,}3) : 0{,}7$
$(48{,}7 - 29\frac{2}{3}) : 1{,}6$
$(59\frac{7}{9} - 46{,}9) : 2{,}4$

565. Teostada järgmised arvutused harilikes murdudes:

1) $(5\frac{4}{9} - 3{,}5) : (2\frac{1}{3} + 3{,}5)$
2) $(2\frac{5}{6} + 1{,}375) \cdot (12{,}8 - 5\frac{3}{5})$
3) $(4\frac{1}{2} - 2{,}75) : (5\frac{1}{3} + 2{,}25)$
4) $(9{,}6 - 2\frac{3}{8}) \cdot (2{,}625 + 4\frac{1}{24})$

566. Teostada järgmised arvutused kümnendmurdudes:

1) $(12{,}5 - 10{,}39 + 2\frac{3}{4}) \cdot (38\frac{1}{8} - 17\frac{5}{8})$
2) $(18{,}25 - 6\frac{3}{5} + 7\frac{1}{2}) : (75\frac{3}{5} - 37{,}3)$
3) $\dfrac{(4{,}62 - 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{10}) : 2\frac{2}{5}}{4{,}6 - 3{,}65 + 2\frac{3}{4}}$
4) $\dfrac{1{,}15 + 2\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}}{(3\frac{3}{4} - 3{,}4) \cdot \frac{4}{5}}$

567. Arvutada järgmiste avaldiste väärtused:

1) $\dfrac{1\frac{4}{15}}{3\frac{4}{5} + 6\frac{1}{3}}$
2) $\dfrac{13\frac{3}{4} \cdot 4\frac{4}{11}}{1\frac{5}{7}}$
3) $\dfrac{2\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}}{1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}}$
4) $\dfrac{5\frac{4}{9} - 3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}}$
5) $\dfrac{(2\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}) \cdot 2\frac{2}{5}}{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}}$
6) $\dfrac{(6\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3}) \cdot 2\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{9}}$
7) $\dfrac{(4\frac{3}{4} + 7\frac{1}{3}) \cdot 8}{5\,(3\frac{2}{3} - \frac{3}{4})}$
8) $\dfrac{(12\frac{1}{6} - 9\frac{3}{8}) \cdot 15}{13\,(2\frac{1}{4} - \frac{2}{3})}$

568. Arvutada järgmiste avaldiste väärtused:

1) $\dfrac{(1{,}5 + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}) \cdot 3{,}6}{14 - 15\frac{1}{8} : 2}$
2) $\dfrac{2{,}4 \cdot 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{11} \cdot 4{,}125}{5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}}$
3) $\dfrac{3\frac{1}{3} \cdot 1{,}9 + 19{,}5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - \frac{4}{25}}$
4) $\dfrac{(\frac{1}{2} + 0{,}4 + 0{,}375) \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} \cdot 75}$

569. Teostada peast järgmised korrutamised ja jagamised:

1)	$3 \cdot \frac{5}{6}$	$2{,}4 : 6$	$\frac{3}{5} : 6$	$5 : \frac{1}{5}$	$\frac{3}{4} \cdot 0{,}16$	$\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$	$3 : 0{,}75$
2)	$2{,}4 \cdot 3$	$14 \cdot \frac{5}{7}$	$0{,}15 : 5$	$2\frac{3}{5} : 2$	$4 : 1\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6} \cdot 18$	$1\frac{3}{4} : \frac{3}{4}$
3)	$3\frac{1}{2} : 7$	$5 \cdot 1{,}2$	$6 \cdot 2\frac{1}{2}$	$0{,}24 : 6$	$2 : \frac{1}{3}$	$3\frac{1}{5} \cdot 10$	$3\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}$
4)	$\frac{2}{3} \cdot 1{,}5$	$5\frac{1}{5} : 13$	$6 \cdot 1{,}5$	$4\frac{1}{2} \cdot 3$	$5{,}25 : 5$	$4 : \frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} : \frac{3}{8}$
5)	$\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} \cdot 8$	$\frac{3}{8} : 3$	$4 \cdot 3{,}5$	$\frac{4}{5} \cdot 10$	$10{,}05 : 0{,}5$	$5 : 2\frac{1}{2}$
6)	$2 : 0{,}5$	$2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{14}$	$\frac{5}{8} \cdot 4$	$\frac{9}{10} : 3$	$5{,}4 \cdot 3$	$1\frac{5}{8} \cdot 4$	$2{,}12 : 2$
7)	$2{,}8 : \frac{4}{5}$	$5 : 0{,}25$	$3\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$	$2\frac{1}{4} \cdot 3$	$\frac{2}{3} : 4$	$2{,}8 \cdot 4$	$2\frac{3}{4} \cdot 8$
8)	$2{,}4 : 0{,}12$	$1{,}5 : \frac{3}{4}$	$6 : 0{,}125$	$1\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$	$5\frac{1}{4} \cdot 4$	$1\frac{3}{8} : 11$	$0{,}8 \cdot 5$

570. Jahuga täidetud kastist, mille sisemised mõõtmed on 0,8 m, 1,2 m ja 0,6 m, võetakse iga päev loomadele sama anuma täis jahu, mis mahutab $4\frac{1}{2}$ liitrit. Mitmeks päevaks jätkub seda jahu?

571. Kasti sisemised mõõtmed on 6 dm, 7,2 dm ja 8,4 dm. Kast oli täidetud hernestega, millest viidi turule 2,5 hl ja millest soovitakse jätta seemneks 45 l. Ülejäänud herned kavatsetakse tarvitada toiduks. Mitu korda saaks perenaine neid herneid keeta, kui ta korraga võtaks selleks $1\frac{1}{3}$ l?

572. Ristküliku-kujuline põld on 248 m pikk ja 72 m lai. Mitu hl vilja kuluks selle põllu seemendamiseks, kui 1 aarile kulub $2\frac{1}{2}$ l?

573. Ruudukujulist maad, mille ümbermõõt on 720 sammu, soovitakse kevadel seemendada. Kui palju tuleks selleks hoida vilja, kui aarile soovitakse külvata $2\frac{1}{2}$ liitrit ja kui üks samm on $\frac{7}{10}$ m?

574. Lastekodus õmmeldi 8 põlle ja 10 kuube. Igasse põlle läks $\frac{3}{4}$ m riiet ja igasse kuube $1\frac{3}{5}$ m. Kui palju kulus riiet?

575. Osteti 15 meetrit ülikonnariiet, hinnaga $72\frac{4}{5}$ rbl. meeter ja 12 meetrit voodrit, hinnaga $35\frac{3}{10}$ rbl. meeter. Kui suur oli ostuarve?

576. Kanaaia pikkus on $8\frac{1}{2}$ m, laius aga $2\frac{3}{4}$ m võrra väiksem. Kui palju maksab traatvõrk selle aia piiramiseks, kui võrgu jooksev meeter maksab $25\frac{3}{10}$ rbl?

577. Klassis puudus ühel päeval $\frac{1}{5}$ kogu klassi õpilastest. Kui palju oli selle klassi koosseisus õpilasi, kui neid koolis oli sel päeval 36?

578. Üks ruumimeeter kasepuid maksis $46\frac{1}{4}$ rubla, ruumimeeter segapuid aga $34\frac{3}{5}$ rubla. Osteti 6 ruumimeetrit kasepuid ja 4 ruumimeetrit segapuid. Kui palju tuli nende puude eest maksta?

579. Rätsep ostis 264 rbl. eest kanga riiet, hinnaga $68\frac{4}{5}$ rbl. meeter. $\frac{9}{20}$ sellest riidest tarvitas ta ülikondadeks, ülejäänud riidest õmbles ta aga 6 ühesuurust palitut. Kui palju riiet läks igasse palitusse?

580. Riidekangast müüdi ühele ostjale $\frac{1}{4}$ ja teisele $\frac{3}{20}$ tervest kangast. Ülejäänud riidest õmmeldi 4 õpilasülikonda, tarvitades igasse ülikonda $2\frac{2}{5}$ meetrit. Kui pikk oli kangas?

581. Isal oli linna tulles 60 rbl. Ta kulutas sellest ostudeks $\frac{11}{15}$. Mitu rubla jäi tal järele?

582. Ristküliku pikkus on 32 cm, laius on $\frac{5}{8}$ pikkusest. Arvutada ristküliku pindala.

583. Raamatus on 220 lehekülge. Õpilasel oli loetud $\frac{3}{11}$ raamatust. Mitu lehekülge oli tal veel lugeda?

584. Näitusel oli 42 sarvlooma. $\frac{3}{7}$ neist sai auhinnad. Mitu sarvlooma jäi ilma auhinnata?

585. $\frac{5}{8}$ poisi rahast on $\frac{3}{4}$ rubla. Kui palju on poisil raha?

586. Õpilane luges $\frac{2}{3}$ tunniga $\frac{4}{5}$ raamatust. Mitu tundi kulub tal terve raamatu lugemiseks?

587. Vend on 18 aastane. Õe vanus on $\frac{7}{9}$ venna vanusest. Mitu aastat on õde vennast noorem?

588. Korrutada arvude $17\frac{2}{3}$ ja $12\frac{5}{6}$ summa samade arvude vahega ja võtta tulemusest $\frac{4}{5}$.

589. Kahe arvu jagatis on $4\frac{2}{3}$. Leida jagaja, kui $\frac{4}{7}$ jagatavast on 14.

590. $\frac{2}{5}$ õe rahast on samapalju, kui $\frac{3}{4}$ venna rahast. Õel on 18 rubla. Mitu rubla on vennal?

591. Mees teeb päevas $\frac{1}{12}$ kogu tööst. Mitme päevaga teeb ta $\frac{1}{3}$ kogu sellest tööst?

592. Arno ütles, et tema on $\frac{3}{4}$ oma raamatust juba läbi lugenud ja et ta algab praegu 82. lehekülje lugemist. Mitu lehekülge on Arno raamatus?

593. Arno küsis Vellolt: „Mitu lehekülge on sinu raamatus?“ Vello vastas: „Olen läbi lugenud $\frac{5}{8}$ oma raamatust ja mul jääb lugeda veel 54 lehekülge.“ Mitu lehekülge oli Vello raamatus?

594. * Pudel ühes korgiga maksab $1\frac{1}{10}$ rubla. Pudel on korgist 1 rubla kallim. Mis maksab pudel ja mis maksab kork?

IV. Protsentarvutus.

§ 27. Protsent ja promill. Jagatise väljendamine protsentides.

1. Harilike murdude võrdlemine võib toimuda kolmel viisil:

1) teisendame murrud samalugejaliseks;
2) teisendame murrud samanimeliseks;
3) teisendame murrud kümnendmurdudeks.

Kolmas viis nõuab antud murru lugeja jagamist nimetajaga. See jagatis tuleb pahatihti lõpmatu (perioodiline) kümnendmurd. See aga ei sega sugugi murdude võrdlemist, sest võrdlemisel annavad vastuse harilikult juba esimesed kümnendkohad. Näide:

$$\tfrac{13}{15} = 0{,}86666\ldots \text{ ja } \tfrac{5}{6} = 0{,}83333\ldots, \text{ seega } \tfrac{13}{15} > \tfrac{5}{6}.$$

Polegi mõtet rohkem kümnendkohti arvutada, kui suuruse võrdlemiseks parajasti vajalik on. Antud juhul piisaks juba täpsusest sajandikeni:

$$\tfrac{13}{15} = 0{,}87 \text{ (täpsusega } 0{,}01)$$
$$\tfrac{5}{6} = 0{,}83 \text{ (täpsusega } 0{,}01)$$

Võiksime kirjutada ka nii: $\tfrac{13}{15} \approx \tfrac{87}{100}$ ja $\tfrac{5}{6} \approx \tfrac{83}{100}$.

Võrdlemine toimub siin tegelikult sel teel, et me teeme kindlaks, kumb arv sisaldab rohkem sajandikke; sajandike arv ise võib olla seejuures ümardatud üldise ümardamisreegli kohaselt.

Tegelik elu pakub meile võrdlemiseks harilikke murde, mis tavaliselt pole väiksemad kui $\tfrac{1}{100}$. Niisuguste murdude võrdlemisel piisab alati kahe kümnendkoha arvutamisest; need kaks kümnendkohta näitavadki, mitu sajandikku sisaldab üks või teine arv.

Kui antud murdude vahe on väga väike, väiksem kui üks sajandik, siis ei anna kaks kümnendkohta veel otsust kätte, sest need kaks kohta tulevad siis mõlemal arvul samad; näiteks:

$$\tfrac{55}{67} = 0{,}821 \text{ (täpsusega } 0{,}001)$$
$$\tfrac{37}{45} = 0{,}822 \text{ (täpsusega } 0{,}001) \quad \tfrac{55}{67} < \tfrac{37}{45}$$

Sel juhtumil võrreldakse tuhandike hulka kummaski arvus: esimene arv sisaldab 821, teine aga 822 tuhandikku, seega teine arv on suurem.

Terviku tuhandikke võime aga ka vaadelda kui sajandiku kümnendikke; seega näiteks arvus 0,821 on 82,1 sajandikku.

Pole kahtlust, et

kümnendmurrus peituv sajandike arv saadakse koma nihutamisega kaks kohta paremale.

595. Mitu sajandikku on igas järgmises arvus?

1. 0,08; 0,045; 0,007; 0,6; 0,35; 6; 13; 2,02; 3,3;
2. 5,65; 50; 0,0092; 2,15; 0,902; 425; 0,0004; 1,005.

596. Mitu kümnendikku on igas järgmises arvus?

0,5; 0,04; 2; 0,07; 4,8; 22; 3,05; 0,32; 0,058; 56,9.

597. Mitu tuhandikku on igas järgmises arvus?

0,004; 0,03; 0,5; 7; 60; 0,0005; 0,0023; 0,073; 23,51.

598. Mitu sajandikku ja mitu tuhandikku on ühes tervikus? pooles? veerandis?

2. Sajandiku rahvusvaheline nimetus on **protsent.** Selle asemel, et öelda näiteks „13 sajandikku", võime öelda ka „13 protsenti". Sõna „protsent" asendatakse kirjas harilikult **protsendimärgiga,** see on märk „%". Niisiis edaspidi

kui kirjutame: 13%,
siis loeme: 13 protsenti
ja mõtleme: 13 sajandikku.

Seega $13\% = \frac{13}{100} = 0,13$ ja samuti:

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$
$$100\% = \frac{100}{100} = 1.$$

Tuhandiku rahvusvaheline nimetus on **promill** ja tema märk on „‰". Seega:

$$1‰ = \frac{1}{1000} = 0,001$$
$$1000‰ = \frac{1000}{1000} = 1.$$

599. Kirjutada esiteks kümnendmurruna ja siis protsendimärgi abil järgmised arvud:

$\frac{1}{100}$	$\frac{43}{100}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{231}{100}$	$\frac{300}{100}$
$\frac{2}{100}$	$\frac{22}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{542}{100}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{7}{100}$	$\frac{38}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{737}{100}$	$\frac{700}{100}$
$\frac{9}{100}$	$\frac{92}{100}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{451}{100}$	$\frac{400}{100}$
$\frac{10}{100}$	$\frac{12}{100}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{999}{100}$	$\frac{900}{100}$

600. Kirjutada esiteks kümnendmurruna ja siis promillimärgi abil järgmised arvud:

$\frac{1}{1000}$	$\frac{35}{1000}$	$\frac{30}{1000}$	$\frac{237}{1000}$	$\frac{4000}{1000}$
$\frac{2}{1000}$	$\frac{10}{1000}$	$\frac{50}{1000}$	$\frac{5235}{1000}$	$\frac{581}{1000}$
$\frac{5}{1000}$	$\frac{23}{1000}$	$\frac{70}{1000}$	$\frac{700}{1000}$	$\frac{6000}{1000}$
$\frac{8}{1000}$	$\frac{89}{1000}$	$\frac{80}{1000}$	$\frac{834}{1000}$	$\frac{7831}{1000}$
$\frac{6}{1000}$	$\frac{77}{1000}$	$\frac{90}{1000}$	$\frac{9313}{1000}$	$\frac{324}{1000}$

601. Kirjutada kümnendmurru kujul järgmised arvud:

2%	4%	10%	25%
8%	6%	40%	30%
3%	9%	60%	50%
7%	5%	80%	75%
70%	525%	709%	1785%
150%	480%	960%	3040%
200%	675%	807%	5760%
750%	1800%	340%	20 350%

602. Kirjutada hariliku murru kujul järgmised arvud (ja taandada, kus võimalik):

8%	15%	100%	1000%
25%	20%	120%	240%
5%	88%	200%	600%
28%	40%	3%	5000%
34%	50%	22%	4884%

603. Kirjutada järgmised arvud protsentides: 0,08; 0,82; 0,94; 0,003; 0,045; 0,0053; 0,345; 0,3; 0,05; 0,072; 1,2; 3,04; 5,21; 62; 10; 100; 101,1.

604. Kirjutada kümnendmurru kujul arvud: 0,3%; 0,75%; 2,5%; 72,3%; 0,04%; 0,045%; 1,35%; 5,831%.

605. Kirjutada hariliku murru kujul arvud: 0,3%; 0,8%; 0,25%; 0,125%; 1,2%; 5,4%; 6,25%; 5,375%.

606. Söögiporgandi-seemne idanevus on umbes 50%. Missugune osa külvatud porgandiseemneist ei lähe kasvama?

607. Meie klassi õpilasist on 60% poisid ja 40% tüdrukud. Väljendada hariliku murru kujul poiste osa ja tüdrukute osa klassi õpilaste arvust.

608. Ühel päeval puudus meie klassi poistest 20% ja tüdrukutest 10%. Missugune osa puudus poistest ja missugune osa tüdrukutest?

609. Vanaema kinkis Ainole sünnipäevaks 10 rubla, mis moodustas Aino senisest rahasummast 500%. Mitu korda oli kingitus suurem kui Aino endine rahasumma? Kui palju oli Ainol raha enne vanaema kingitust ja kui palju pärast seda?

610. Kirjutada järgmised arvud kümnendmurru kujul: 3‰; 50‰; 42‰; 9‰; 70‰; 0,3‰; 500‰; 0,9‰.

611. Kirjutada järgmised arvud hariliku murru kujul: 5‰; 25‰; 75‰; 0,8‰; 400‰; 0,2‰.

612. Kirjutada promillides järgmised arvud: 0,009; 0,01; 0,1; 0,0032; 0,0008; 0,123.

613. Teisendada järgmised harilikud murrud kümnendmurdudeks (täpsusega 0,001) ja kirjutada need siis protsentides:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$2\frac{5}{9}$	$\frac{1}{20}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{8}$	$5\frac{2}{10}$	$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{10}$	$2\frac{1}{75}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$1\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$	$7\frac{1}{100}$

614. Iga haritud inimene teab peast järgmisi osade ja protsentide võrdusi; seepärast need tuleb õppida pähe:

$\frac{1}{2} = 50\%$	$\frac{1}{10} = 10\%$	$\frac{1}{5} = 20\%$	$\frac{3}{4} = 75\%$
$\frac{1}{4} = 25\%$	$\frac{1}{20} = 5\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$	$\frac{2}{3} = 66{,}7\%$
$\frac{1}{8} = 12{,}5\%$	$\frac{1}{25} = 4\%$	$\frac{3}{5} = 60\%$	$\frac{1}{3} = 33{,}3\%$
$\frac{1}{16} = 6{,}25\%$	$\frac{1}{50} = 2\%$	$\frac{4}{5} = 80\%$	$\frac{1}{6} = 16{,}7\%$

615. Klassi õpilastest olid pooled poisid. Mitu protsenti oli tüdrukuid?

616. Kooli orkestris mängib kaasa $\frac{1}{5}$ meie õpilastest. Mitu protsenti see on?

617. Püssirohi sisaldab $\frac{1}{10}$ väävlit, $\frac{3}{20}$ sütt ja $\frac{3}{4}$ salpeetrit. Missugune on püssirohu protsentuaalne koostis?

618. Kaalu järgi on õhus hapnikku umbes $\frac{1}{4}$ ja lämmastikku $\frac{3}{4}$. Väljendada protsentides õhu ligikaudne koostis kaalu järgi.

3. Ka siis, kui harilik murd jagatisena osutub lõpmatuks (perioodiliseks) kümnendmurruks, saab teda protsentides väljendada t ä p s e l t. Protsentide arvu saamiseks on siis vaid vaja teostada antud arvu korrutamine 100-ga (harilikus murrus), mis vastab kümnendmurrus koma nihuta-

misele kaks kohta paremale. Antud arvus peituv protsentide arv tuleb siis hariliku murru kujuline. Nii saab väljendada ka igasugust harilike murdude jagatist protsentides t ä p s e l t.

Näiteid:

1) $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 100$ sajandikku $= \frac{2}{3} \cdot 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%$

2) $2\frac{3}{4} : 6\frac{3}{5} = \frac{11}{4} \cdot \frac{5}{33} = \frac{5}{12} \cdot 100\% = \frac{500}{12}\% = 41\frac{2}{3}\%$.

619. Leida täpne protsentide arv järgmistes murdudes ja jagatistes:

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{11}$	$1 : 13$	$3 : 14$	$2 : 57$
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{13}$	$2 : 7$	$27 : 34$	$130 : 525$

Leida täpne protsentide arv järgmistes jagatistes:

620.

$11\frac{1}{5} : 18\frac{2}{3}$	$4 : 13\frac{1}{3}$	$12\frac{3}{5} : 126$	$6\frac{2}{3} : 8\frac{8}{9}$
$7\frac{1}{5} : 72$	$8\frac{3}{4} : 15$	$28 : 50\frac{2}{5}$	$4\frac{3}{8} : 8\frac{2}{5}$

621.

$16 : 18\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3} : 80$	$8 : 13\frac{5}{7}$	$12\frac{1}{2} : 15\frac{5}{8}$
$6\frac{1}{7} : 43$	$6\frac{3}{7} : 9$	$7\frac{2}{3} : 7\frac{2}{3}$	$14\frac{2}{7} : 20\frac{5}{21}$

622. Klassis on $\frac{1}{3}$ õpilastest varustatud suuskadega. Mitmel protsendil õpilastest on suusad?

623. Kelkudega on varustatud $\frac{4}{5}$ ja uiskudega $\frac{2}{3}$ õpilastest. Väljendada need osamäärad protsentides.

624. Jaan luges raamatust läbi eile $\frac{1}{2}$ ja täna $\frac{1}{3}$. Ülejäänud osa kavatseb ta läbi lugeda homme. Mitu protsenti raamatust luges Jaan eile, mitu täna ning mitu protsenti jäi tal veel homseks lugeda?

4. Iga protsentides väljendatud arv on teisendatav temaga täpselt võrdseks harilikuks murruks. Selleks on vaid vaja

teostada antud protsentide arvu jagamine 100-ga (sest ühelisi on arvus ikka 100 korda vähem kui sajandikke). Näiteid:

$$1)\quad 15\% = 15:100 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$

$$2)\quad 16\tfrac{2}{3}\% = 16\tfrac{2}{3}:100 = \frac{50}{3}:100 = \frac{1}{6}$$

$$3)\quad \tfrac{2}{7}\% = \tfrac{2}{7}:100 = \frac{2}{7 \cdot 100} = \frac{1}{350}$$

625. Teisendada harilikuks murruks järgmised protsentides antud arvud:

10%	$17{,}5\%$	$81\tfrac{1}{9}\%$	64%
6%	75%	$14\tfrac{4}{11}\%$	$31\tfrac{3}{8}\%$
15%	36%	$12{,}5\%$	$66\tfrac{2}{3}\%$

626. Teenistujal kulus oma kuupalgast korteri üüriks 5%, toiduks 50%, riietuseks $16\tfrac{2}{3}\%$ ja muudeks kuludeks $28\tfrac{1}{3}\%$. Missuguse määraga osa oma palgast kulutas ametnik kuus iga nimetatud ala jaoks?

627. Linna elanikest suri aastas $1\tfrac{1}{4}\%$. Missuguse määraga osa elanikest suri aastas?

628. Elektrivoolu arve tähtajaks mittetasumise korral arvestatakse trahvina viivitusraha $\tfrac{1}{2}\%$ kuus. Keegi tasus oma arve 3 kuud pärast tähtaega. Kui suure osa arvest moodustas siis viivitusraha?

629. Teisendada harilikuks murruks järgmised promillides antud arvud:

$12‰$	$5\tfrac{5}{9}‰$	$1{,}42‰$	$0{,}3‰$
$9{,}5‰$	$14\tfrac{2}{7}‰$	$3\tfrac{1}{8}‰$	$\tfrac{1}{3}‰$
$6\tfrac{1}{2}‰$	$4\tfrac{16}{21}‰$	$9\tfrac{1}{11}‰$	$\tfrac{2}{7}‰$

5. **Mitu % on üks arv teisest?**

Ülesanne 1.

Klassi 40-st õpilasest lõpetas selle klassi 33. Mitu protsenti õpilastest lõpetas selle klassi?

Klassi lõpetas $\frac{33}{40}$ õpilaste arvust kui tervikust. Väljendame osamäära $\frac{33}{40}$ sajandikes ehk protsentides tuntud viisil:

$$\frac{33}{40} = 33:40 = 0{,}825 = 82{,}5\%$$

Vastus: 82,5%.

Ülesanne 2.

Mitu % on arv 7 arvust 5?

Arv 7 on arvust 5 kui tervikust osa osamääraga $\frac{7}{5}$ ehk $1\frac{2}{5}$.

$$\frac{7}{5} = 7:5 = 1{,}4 = 140\%.$$

Üldiselt:

kui soovitakse leida, mitu protsenti on üks arv teisest, siis jagatakse esimene arv teisega ja väljendatakse jagatis protsentides.

630. Juunikuus oli 6 vihmast päeva. Mitu protsenti juunikuu päevadest oli vihmased?

631. Isa pani kasvama 80 kurgiseemet; neist idanes 72. Mitu protsenti kurgiseemneid idanes?

632. Kana haudus välja 15 poega. Kui nad suureks kasvasid, siis selgus, et 9 neist olid kuked. Mitu protsenti kukki oli kanapoegade hulgas?

633. Kauba brutokaal oli 140 kg ja netokaal 119 kg. Mitu protsenti moodustas kauba netokaal brutokaalust?

634. Segakoolis on 187 õpilast, neist 105 on tütarlapsed. Mitu protsenti on selles koolis poeglapsi ja mitu protsenti tütarlapsi?

635. Tooma talu on 26 ha suur. Sellest on põldu 7,8 ha, heinamaad 12,3 ha ja karjamaad 4,5 ha; ülejäänud maa on kõlbmatu maa. Mitu protsenti on talul iga liiki maad?

636. Leida, mitu protsenti on:

12	200-st	34	50-st	51	150-st
6	75-st	13	20-st	7,7	110-st
15	50-st	4,2	70-st	5,4	60-st
21	175-st	1,2	10-st	10,5	75-st
9	180-st	9,6	320-st	0,66	3-st

637. Leida (täpsusega 1%), mitu protsenti on:

17	58-st	2,5	36-st	84	53-st
34	85-st	7	8,5-st	316	211-st
42	68-st	3,9	15,7-st	9,4	8,5-st
15	223-st	4,7	56-st	6	4,7-st

638. Leida, mitu protsenti on:

5	7-st	26	53-st	$3\frac{2}{5}$	$10\frac{1}{2}$-st
4	12-st	78	300-st	$2\frac{1}{4}$	32 -st
5	9-st	19	244-st	8	$17\frac{1}{2}$-st
13	14-st	3,4	13-st	$5\frac{3}{20}$	$16\frac{3}{4}$-st
5	3-st	5,7	8,4-st	$4\frac{1}{3}$	5 -st

639. Mitu protsenti on arv 5 arvust 320; — arv 0,8 arvust 200; — arv 0,36 arvust 228?

640. Klassis on 40 õpilast, neist 12 on pioneerid. Mitu % õpilasist on pioneerid?

641. Koolis on 120 õpilast, neist 48 elavad kooli internaadis. Mitu protsenti kooli õpilastest elavad internaadis?

642. I ja II klassi õpilaste arv kokku moodustab $\frac{2}{5}$ ja III ning IV kl. õpilaste arv $\frac{3}{8}$ kooliõpilaste üldarvust. Mitu protsenti kooli õpilastest käib ülejäänud klassides?

643. Trammi sõidupiletite raamat sisaldab 10 piletit ja maksab 1,35 rubla. Mitu protsenti saab hinnaalandust raamatuviisi pileteid ostes, kui üksikpileti hind on 15 kop?

644. Munapaar maksis turul veebruaris 7 rubla, märtsis aga 5 rubla. Mitu % langes munahind?

645. Emumägi on 166 m, Laiuse mägi 144 m, Väike-Munamägi 205 m ja Suur-Munamägi 317 m kõrge. Mitu protsenti moodustab Emumäe, Laiuse mäe ja Väike-Munamäe kõrgus Suur-Munamäe kõrgusest?

646. Oleviste torn Tallinnas on 125 m kõrge. Väljendada eelmises ülesandes antud mägede kõrgus protsentides, kui Oleviste torni kõrgus on võetud kõrgusühikuks.

§ 28. Osa leidmine tervikust, kui osamäär on väljendatud protsentides.

Ülesanne. Käitises on 250 töölist. Neist 42% ületab töönormi. Mitu töölist ületab normi?

Normiületajate arv on 42% arvust 250. Selle leidmiseks arutame nii:

$$1\% \text{ arvust } 250 \text{ on } \frac{250}{100},$$

$$42\% \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad 42 \cdot \frac{250}{100} = \frac{42 \cdot 250}{100}.$$

Avaldist $\frac{42 \cdot 250}{100}$ võime tõlgendada kahel viisil:

1) $\frac{42 \cdot 250}{100} = 42 \cdot \frac{250}{100} = 42 \cdot \underbrace{2{,}50}_{1\%} = \underbrace{105}_{42\%}$ (arvust 250).

2) $\frac{42 \cdot 250}{100} = \frac{42}{100} \cdot 250 = \underbrace{0{,}42}_{\text{osamäär}} \cdot \underbrace{250}_{\text{tervik}} = \underbrace{105}_{\text{osa suurus}}$

Eespool (§ 23, p. 4) leidsime juba, et osa leidmisel tervikust tuleb tervikut korrutada osamääraga. Kui osamäär on seejuures väljendatud protsentides, siis avaldame tema enne arvutamist kas hariliku või kümnendmurruna ja teostame siis korrutamise. Et arvutamiseeskirja andmisel pole soovitav eritella harilikke ja kümnendmurde, siis kirjutame lihtsalt nii:

$$42\% \text{ arvust } 250 \text{ on } 42\% \cdot 250$$

Leiame veel näiteks 13% arvust 65.

I Arvutus kümnendmurrus: $13\% \cdot 65 = 0{,}13 \cdot 65 = 8{,}45$

II Arvutus harilikus murrus: $13\% \cdot 65 = \frac{13}{100} \cdot 65 =$

$$= \frac{13 \cdot \cancel{65}^{13}}{\cancel{100}_{20}} = \frac{169}{20} = 8\frac{9}{20}$$

III Arvutus ühe protsendi kaudu:

1% arvust 65 on	0,65	(ehk $\frac{65}{100}$ haril. murrus)
13% „ „ „	13·0,65	(ehk $13 \cdot \frac{65}{100}$ haril. murrus)

647. Arvutada peast:

$\frac{1}{2}$	36-st;	4,8-st;	96-st;	1,2-st;	2,5-st;	9-st;
$\frac{1}{3}$	42-st;	36-st;	7,2-st;	10,5-st;	0,24-st;	5,1-st;
$\frac{1}{4}$	32-st;	56-st;	7,6-st;	0,92-st;	12,4-st;	2,48-st.

648. Leida peast 1% järgmistest arvudest:

500	1600	250	25	4
300	2800	475	15	6
700	7500	625	12	3
800	4300	947	33	5

649. Leida 1% arvudest:

21,5	9,3	0,5	70,6	35,6
43,6	8,7	0,1	800,5	112,5
67,8	1,9	0,9	729,3	637,5
54,2	7,1	0,4	405,7	208,8

650. Leida peast 1% järgmistest suurustest:

1.	1 m	3 km	8 kg	2 tonni
	5 „	7 „	6 „	16 „
	12 „	15 „	35 „	45 „
	75 „	60 „	25 „	75 „

2. 4 rubla	2 a	7 hl	6 cm^2
15 „	105 „	60 „	17 „
2,5 „	40,7 „	80,5 „	9,2 „
30,2 „	57,5 „	49,3 „	75,3 „

651. Leida 1% arvudest:

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{11}$;
$2\frac{1}{2}$; $1\frac{2}{5}$; $3\frac{1}{8}$; $4\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{2}$; $6\frac{2}{3}$; $12\frac{1}{2}$; $3\frac{3}{4}$.

652. Kivimaja ehituskuludest arvestatakse mullatöödeks 1%. Kui palju maksab mullatöö 27 500-rublase maja ehitamisel?

653. Maksu tähtpäevaks mittetasumise korral arvestatakse viivitusraha 1% maksusummast kuus. Mitu kopikat arvestati 16,25-rublase maksu tasumisel viivitusraha, kui tasumine toimus 1 kuu pärast tähtpäeva?

654. Inimene kaotab saunas higistamise tõttu umbes ühe protsendi oma kehakaalust. Poiss kaalus sauna minnes 56,5 kg. Kui palju kaalus ta pärast sauna?

655. Leida 1‰ arvudest: 2000; 500; 340; 85; 30; 8; 5,6; 0,7.

656. Kui palju on

1. $\frac{3}{4}$ 16-st; 24-st; 36-st; 56-st; 8,2-st; 1,2-st?
2. $\frac{2}{5}$ 10-st; 35-st; 4-st; 2,5-st; 350-st; 600-st?
3. $\frac{5}{8}$ 32-st; 56-st; 72-st; 96-st; 120-st; 2,4-st?

657. Leida:

1.
4% 500-st
7% 400-st
12% 600-st
15% 800-st

2.
8% 1600-st
6% 2500-st
10% 4750-st
20% 350-st

3.
3% 25-st
4% 60-st
33% 150-st
27% 270-st

658. Leida:

1.
5% 62-st
4% 56-st
8% 62-st
12% 90-st

2.
45% 6-st
92% 18-st
12% 60-st
70% 86-st

3.
85% 120-st
18% 52-st
67% 320-st
76% 48-st

659. Leida:

1.
100% 3-st meetrist
12,5% 40-st õpilasest
40% 75-st õunapuust
37,5% 96-st leheküljest

2.
25,2% 4-st km-st
74,9% 12-st kg-st
50,1% 17-st m²-st
99,8% 29-st cm²-st

660. Leida:

1.
8,5% 45-st
9,6% 72-st
8,1% 120-st
7,2% 60-st

2.
4,2% 65-st
2,8% 240-st
3,6% 460-st
5,4% 230-st

661. Leida:

1.
12,5% 135-st
37,5% 280-st
25,2% 85-st
75,2% 48-st

2.
19,5% 40-st
24,5% 3,6-st
75,5% 180-st
49,8% 1500-st

662. Leida:

1.		2.		3.	
$\frac{1}{2}\%$	400-st	$\frac{2}{3}\%$	120-st	0,5%	250-st
$\frac{1}{3}\%$	900-st	$\frac{3}{4}\%$	240-st	0,25%	600-st
$\frac{1}{4}\%$	800-st	$\frac{2}{5}\%$	150-st	0,75%	840-st
$\frac{1}{5}\%$	500-st	$\frac{7}{8}\%$	320-st	0,450%	200-st

663. Leida:

1.			2.		
$3\frac{1}{2}\%$	320-st	rublast	8,5%	43,2-st	km-st
$6\frac{1}{4}\%$	760-st	„	$4\frac{1}{5}\%$	45,5-st	tonnist
$5\frac{3}{4}\%$	880-st	„	$2\frac{3}{5}\%$	13,5-st	kg-st
$4\frac{1}{2}\%$	525-st	„	3,25%	25,2-st	aarist

664. Leida:

1. $5^0/_{00}$ arvudest 1000; 7000; 400; 250; 90; 6; 0,2;
2. $8^0/_{00}$ arvudest 1640; 270; 12,3; 5670; 40; 35 000;
3. $3{,}5^0/_{00}$ arvudest 450; 12 300; 0,94; 3800; 125 400;
4. $0{,}7^0/_{00}$ arvudest 768 000; 12 600; 1 426 000; 8000.

665. Klassis oli 35 õpilast; igaüks lahendas 5 ülesannet. Kontrollimisel selgus, et 8% ülesannetest oli lahendatud valesti. Mitu ülesannet oli lahendatud õigesti?

666. Kooli V klassis oli 40, VI kl. — 30 õpilast. Neist oli pioneere V kl. 85%, VI kl. 90%. Mitu pioneeri oli V ja mitu VI klassis?

667. Tšiili salpeeter sisaldab 16% lämmastikku. Mitu kg lämmastikku sisaldab 1 kott (100 kg) tšiili salpeetrit?

668. Rukkitera sisaldab 70% tärklist, 11% valkaineid, 2% rasva, 1% sooli, 2% kiudainet ja 14% vett. Kui palju neid aineid sisaldab 15 kg rukist?

669. Kauplusse telliti 620 kg õunu. Kohale jõudnud saadetis sisaldas 18% riknenud õunu. Mitu kg oli saadetises riknenud õunu?

670. Koolis oli eelmisel aastal 240 õpilast, tänavu on koolis õpilaste arv 15% kasvanud. Kui palju on koolis õpilasi tänavu?

671. Kaupluses maksis meeter riiet enne 90 rubla, nüüd aga on sama riide hind 5% langenud. Kui palju maksab see riie nüüd?

672. Kolmnurga alus on 5 m. Kõrgus moodustab alusest 60%. Arvutada kolmnurga pindala.

673. Õpilase teekond linnast koju on 25 km pikk. 72% sellest teest sõidab ta raudteel. Kui kaugel asub õpilase kodu raudteejaamast?

674. Talumees külvas 3,6 ha talivilja, sellest 9% nisu. Mitu ha nisu külvas talumees?

675. Mitu kg kaalit sisaldab 1 kott (100 kg) 40%-st kaalisoola?

676. Nõukogude Eestis leiduv fosforiit sisaldab 26% fosforhapet ja 40% lupja. Mitu kg nimetatud aineid sisaldab 1 kott (100 kg) fosforiiti?

677. Kurgiseemne keskmiseks idanevuseks loetakse 85%. Mitu seemet ei lähe kasvama 500 seemnest?

678. Sibulaseemne idanevus on 65%. Osteti 400 g sibulaseemet. Mitu grammi sellest ei läinud kasvama?

679. 24 ha suurusel talul on põldu 54%, heina- ja karjamaad 38%, metsa 3% ning sood ja raba 5%. Kui palju oli talul iga liiki maad?

680. Liiter merevett kaalub 1,026 kg ja sisaldab 2,5% oma kaalust mitmesuguseid sooli. Kui palju sooli sisaldab 1 m^3 säärast merevett?

681. Laudasõnnikus on orgaanilisi aineid keskmiselt 20,2%, lämmastikku 0,45%, fosforhapet 0,25%, kaalit 0,5% ja lupja 0,5%. Kui palju sisaldab nimetatud aineid koorem laudasõnnikut (500 kg)?

682. Klassi 36-st õpilasest lahendasid oma ülesanded valesti $11\frac{1}{9}\%$. Mitu õpilast lahendas ülesanded valesti, mitu õigesti?

683. Ühes linnas moodustas kooliõpilaste arv $6\frac{2}{3}\%$ kogu linna elanikkonnast (60 000). Mitu õpilast käis selle linna koolides?

684. Koolis oli õppeaasta alguses 180 õpilast. Esimese poolaasta jooksul lahkus neist 5% ja järelejäänuist lahkus teise poolaasta jooksul veel $11\frac{1}{9}\%$. Mitu õpilast oli koolis kevadel?

685. Saaremaa pindala on 271 530 ha, sellest on 33‰ metsamaad. Mitu ha metsa on Saaremaal?

686. Leida peast:

10% 3-st; 14-st; 25-st; 300-st; 48-st; 1,2-st
20% 50-st; 120-st; 480-st; 8-st; 80-st; 0,15-st
50% 28-st; 90-st; 140-st; 0,1-st; 0,12-st; 2,1-st

687.

30% 7-st; 15-st; 32-st; 250-st; 45-st; 2,4-st
40% 80-st; 9-st; 54-st; 620-st; 1,5-st; 7-st
60% 40-st; 25-st; 2-st; 120-st; 6,1-st; 9-st
70% 60-st; 12-st; 22-st; 410-st; 3,5-st; 0,8-st
80% 90-st; 15-st; 31-st; 720-st; 1,2-st; 0,7-st
90% 40-st; 8-st; 11-st; 800-st; 2,4-st; 0,9-st

688. Termomeetri Réaumuri-skaala näitab alati 20% vähem kui Celsiuse-skaala. Mis näitab Réaumuri-skaala, kui temperatuur Celsiuse järgi on:

$$+15^0;\ +20^0;\ +35^0;\ -10^0;\ -18^0?$$

689. Leida peast:

1\. 25% 12-st; 52-st; 400-st; 0,4-st; 0,64-st; 8,2-st
75% 16-st; 1,6-st; 2-st; 3,6-st; 0,48-st; 3,6-st
$12\frac{1}{2}\%$ 24-st; 4-st; 1,6-st; 3,2-st; 0,56-st; 7,28-st

2. $33\frac{1}{3}\%$ 6-st; 1,2-st; 2-st; 7,5-st; 0,27-st; 1,05-st
$66\frac{2}{3}\%$ 12-st; 9-st; 4-st; 3,6-st; 0,75-st; 4,5-st
5% 5-st; 15-st; 45-st; 480-st; 625-st; 8,4-st

690. Leida peast, ilma 1% leidmata, esiti 10%, siis 20% ja lõpuks 5% järgmistest arvudest: 400; 680; 5,4; 8,6; 25,6.

691. Leida:

1. 120% 40-st	2. 160% 240-st	3. 125% 200-st
150% 60-st	200% 180-st	180% 320-st
200% 72-st	360% 500-st	500% 140-st
450% 16-st	140% 700-st	175% 360-st

692. Ats arvutas ja leidis, et tema vanus moodustab just $33\frac{1}{3}\%$ tema isa vanusest, kes on 39 aastane. Kui vana oli Ats?

693. Töölise töötasu oli nädalas 240 rubla. Sellest kulutas ta ära $87\frac{1}{2}\%$. Mitu rubla jäi töölisel sel nädalal järele?

694. Leitud asja eest on leidjal õigus saada kuni $33\frac{1}{3}\%$ leitud asja väärtusest nn. leidist. Ants leidis tänavalt sõrmuse, mille väärtus oli 175 rubla. Kui palju on tal õigus saada asja omaniku käest leidist?

695. Kevadel oli mesilas 4 peret mesilasi. Sügisel on mesilas 250% kevadisest mesilasperede arvust. Mitu mesilasperet oli mesilas sügisel?

§ 29. Terviku leidmine osa järgi, kui osamäär on väljendatud protsentides.

Eespool (§ 24, p. 5) leidsime juba, et terviku leidmisel osa järgi tuleb osa suurus jagada osamääraga.

Kui nüüd osamäär on väljendatud protsentides, siis enne temaga jagamist tuleb ta teisendada kas harilikuks või kümnendmurruks.

Järgneva ülesande varal näitame veelkordselt, kuidas osa järgi terviku leidmine viib tõesti nimelt jagamistehtele.

Ülesanne. Munasaadetisest oli tarvitamiskõlbmatuks muutunud 35 muna, mis oli just 14% kogu saadetisest. Mitu muna sisaldas saadetis?

Arutame nii:

kui 14% munasaadetisest on 35 muna,
siis 1% munasaadetisest on $\frac{35}{14}$ muna
ja 100% ehk terve munasaadetis on

$$\frac{35}{14}\cdot 100 = \frac{35\cdot 100}{14} = 250 \text{ (muna)}.$$

Vaatame, missuguse tehte kaudu saaks leida andmetest otsekohe selle vastuse:

$$\frac{35\cdot 100}{14} = 35\cdot\frac{100}{14} = 35 : \frac{14}{100} = 35 : 14\%$$

Näeme, et selleks tehteks on jagamine, nimelt osa jagamine protsentuaalse osamääraga. Seega

$$\underset{\text{tervik}}{\text{arv}}\text{, millest } 14\% \text{ on } 35\text{, on ise } \underset{\text{osa}}{35} : \underset{\text{osamäär}}{14\%}$$

Näiteid:

1. Leiame arvu, millest $12\frac{1}{5}\%$ on $30\frac{1}{2}$.

I Arvutus harilikus murrus:

$$30\tfrac{1}{2} : 12\tfrac{1}{5}\% = \frac{61}{2} : \frac{61}{5\cdot 100} = \frac{61\cdot 500}{2\cdot 61} = 250.$$

II Arvutus kümnendmurrus:

$$30{,}5 : 12{,}2\% = 30{,}5 : 0{,}122 = 30\,500 : 122 = 250.$$

III Arvutus ühe protsendi kaudu (harilikus murrus):

$12\frac{1}{5}\%$ on $30\frac{1}{2}$
1% on $30\frac{1}{2} : 12\frac{1}{5} = \frac{61}{2}\cdot\frac{5}{61} = \frac{5}{2}$
100% on $100\cdot\frac{5}{2} = 250.$

2. Leiame arvu, millest 115% on 71,3.

$$71{,}3 : 115\% = 71{,}3 : 1{,}15 = 7130 : 115 = 62.$$

696. Leida arv, millest:

1.	1% on 3	10% on 5,6	1% on 0,125
	2% „ 1,2	15% „ 60	5% „ 6,25
	3% „ 4,5	20% „ 30	7% „ 1,54
	4% „ 4,8	40% „ 50	18% „ 4,5
2.	6% on 4,2	0,5% on 2,5	6,5% on 1,95
	8% „ 6,4	1,5% „ 3,0	4,3% „ 21,5
	11% „ 9,9	2,4% „ 9,6	7,8% „ 3,12
	9% „ 7,2	0,2% „ 6,4	0,3% „ 1,26
3.	$\frac{1}{2}$% on 1	$\frac{1}{4}$% on 0,3	$\frac{3}{5}$% on 0,6
	$\frac{1}{3}$% „ 2	$\frac{3}{4}$% „ 1,5	$\frac{5}{8}$% „ 3,5
	$\frac{1}{4}$% „ 5	$\frac{1}{2}$% „ 7,8	$\frac{5}{6}$% „ 4,5
	$\frac{2}{3}$% „ 0,4	$\frac{2}{5}$% „ 0,5	$\frac{7}{12}$% „ 1,4

697. Leida arv (täpsusega 0,1), millest:

4% on 29	3,8% on 2	16,5% on 80
17% „ 6	7,5% „ 8	13,7% „ 5,4
23% „ 53	20,2% „ 17	27% „ 10,8
47% „ 4	0,9% „ 15	0,6% „ 0,18
31% „ 16	0,7% „ 0,12	1,1% „ 2,4

698. Leida arv, millest:

$150^0/_0$ on 21,6	$7\frac{1}{5}{}^0/_0$ on 12	$16\frac{1}{2}{}^0/_0$ on $13\frac{1}{5}$
$120^0/_0$ „ 4,8	$9^0/_0$ „ $10\frac{4}{5}$	$11\frac{1}{4}{}^0/_0$ „ $7\frac{1}{2}$
$180^0/_0$ „ 54	$17\frac{1}{2}{}^0/_0$ „ 7	$6\frac{3}{5}{}^0/_0$ „ $5\frac{2}{15}$
$200^0/_0$ „ 49,2	$6^0/_0$ „ $8\frac{2}{5}$	$11\frac{1}{5}{}^0/_0$ „ $10\frac{2}{11}$
$175^0/_0$ „ 0,35	$13\frac{1}{8}{}^0/_0$ „ 80	$20\frac{2}{3}{}^0/_0$ „ $10\frac{1}{3}$

699. Saapavabrik valmistas 24 paari saapaid ja täitis sellega 32% kogu tellimisest. Mitu paari saapaid oli tellitud?

700. Aino on 127,5 cm pikk ja tema pikkus moodustab 85% Virve pikkusest. Kui pikk on Virve?

701. Kauba müügihind on 112% omahinnast. Kui suur on omahind, kui müügihind on 58,8 rubla?

702. Maja all on 16% ehituskrundi pindalast. Kui suur on ehituskrunt, kui maja pikkus on 14 m ja laius 8 m?

703. Kartulis on 18% tärklist. Mitu kg kartuleid sisaldab 4,5 kg tärklist?

704. Munakastis oli 2,5% kõlbmatuid mune. Mitu muna oli kastis, kui kõlbmatuks osutus 20 muna?

705. Leida arv, millest:

1.	10% on 0,7	$33\frac{1}{3}$% on 27	4% on 50
	25% „ 0,5	$66\frac{2}{3}$% „ 36	5% „ 20
	75% „ 0,9	40% „ 25	$3\frac{1}{3}$% „ 60
	50% „ 8,2	70% „ 56	$12\frac{1}{2}$% „ 16
2.	75% on 7,2	$33\frac{1}{3}$% on 8,5	80% on 2,4
	60% „ 4,8	$66\frac{2}{3}$% „ 6,2	25% „ 0,9
	$12\frac{1}{2}$% „ 0,9	$87\frac{1}{2}$% „ 5,6	40% „ 7,4
	$31\frac{1}{2}$% „ 9,6	$62\frac{1}{2}$% „ 7,5	$33\frac{1}{2}$% „ 6,8
3.	120% on 60	125% on 75	405% on 8,1
	250% „ 100	$133\frac{1}{3}$% „ 120	640% „ 3,2
	100% „ 70	275% „ 110	$212\frac{1}{2}$% „ 5,1
	550% „ 33	$366\frac{2}{3}$% „ 220	170% „ 13,6

706. 9 koolipäeva enne õppetöö lõppu ütles Mall oma sõbrale Maiele: „Tänasest peale jääb meil veel koolis käia 5% kogu kooliaasta õppepäevadest.“ Mitu õppepäeva oli sel kooliaastal?

707. Katuse alla viidud kivimaja ehituskulud olid 130 000 rubla. Kui palju läheb maksma see maja, kui katuse alla viidud kivimaja ehituskulud moodustavad 52% kogu ehituskuludest?

708. Kui palju kulus eelmises ülesandes ehitustööde juhtimiseks ning muudeks väiksemateks kuludeks, kui selleks arvestatakse 12% ehituse kogukuludest?

709. Kui talunik oli riigile andnud 600 kg rukkeid oma aastasaagist, siis jäi tal 70% saagist veel järele. Kui suur oli taluniku rukkisaak?

710. Aednikul on tänavu 32% kogu aia pindalast kapsaste all. Kui suur on aedniku aiamaa pindala, kui tal kapsaste all on 1280 m^2?

711. Kohv kaotab kõrvetamisel („põletamisel") 20% oma kaalust. Kui palju põletamata kohvi tuleb võtta, et saada 2 kg põletatud kohvi?

712. Kui palju läheb tarvis 14% suhkrut sisaldavaid suhkrupeete, et saada 154 kg suhkrut?

713. Kirjastusel tuli raamatu üksikeksemplar endal maksma 72 kopikat. Missugune määrati raamatu müügihind, kui omahind moodustas $88\frac{8}{9}\%$ müügihinnast?

714. Aino kulutas oma rahast 45% 180-kopikalise raamatu ostmiseks. Kui palju oli Ainol raha?

§ 30. Kordamisülesandeid.

715. Väljendada kümnendmurrus järgmised protsendid:

$\frac{1}{3}\%$	$\frac{2}{3}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$6\frac{1}{4}\%$
$\frac{1}{4}\%$	$\frac{3}{4}\%$	$4\frac{1}{2}\%$	$5\frac{1}{3}\%$
$\frac{1}{5}\%$	$\frac{2}{5}\%$	$2\frac{2}{3}\%$	$8\frac{1}{5}\%$
$\frac{1}{8}\%$	$\frac{5}{8}\%$	$3\frac{3}{4}\%$	$12\frac{1}{2}\%$

716. Väljendada protsentides järgmised jagatised:

1.	1 : 4	3 : 2	12 : 25	35 : 20
	2 : 5	5 : 4	17 : 20	15 : 10
	3 : 10	8 : 5	29 : 50	85 : 50
	7 : 20	7 : 4	9 : 10	60 : 25

2. $1:1$	$\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}:\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}:1$	$\frac{1}{2}:\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}:\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}:\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}:\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}:\frac{1}{5}$	$\frac{5}{6}:\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}:\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$	$\frac{5}{8}:\frac{3}{10}$

717. Väljendada protsentides järgmised arvud:

0,037	$6\frac{4}{5}$	$4\frac{3}{8}$	$7\frac{3}{4}$
0,125	$7\frac{2}{3}$	$2\frac{5}{8}$	$1\frac{1}{6}$
0,750	$8\frac{3}{5}$	$5\frac{7}{11}$	$4\frac{7}{30}$
0,009	$1\frac{1}{8}$	$3\frac{5}{12}$	$9\frac{3}{40}$

Leida peast, mitu protsenti on:

718.	3	6-st	7,5	10-st
	4	16-st	2	8-st
	5	25-st	5	20-st
	0,6	3-st	8	40-st

719.	2,5	10-st	3,8	7,6-st
	3,5	70-st	0,5	5-st
	10	40-st	4,5	90-st
	25	50-st	7	38,5-st

720. Ema ostis turult 40 muna, neist läks kogemata katki 2. Mitu protsenti mune jäi terveks?

721. Tütar kaalub 27 kg ja ema 63 kg. Mitu protsenti ema kaalust moodustab tütre kaal?

722. Kooli 225-st õpilasest on 117 pioneerid. Mitu protsenti õpilaste arvust on pioneerid?

723. Õpilane ümardas arvutamistulemuse 3,8 arvuks 4. Mitu protsenti moodustab nii tehtud viga õigest tulemusest?

724. 380 grammi vett segati 20 g soolaga. Mitme protsendiline soolalahus saadi?

725. Mitme protsendiline soolalahus saadakse, kui liitris vees sulatatakse 100 grammi soola?

726. Koolis oli õppeaasta alguses 90 õpilast. Kuni aastavahetuseni tõusis õpilaste arv 10%, uuel poolaastal aga lahkus koolist 14 õpilast. Mitu protsenti esialgsest õpilaste arvust moodustas õpilaste arv kevadel?

727. Mitu promilli on üks protsent? Mitu promilli on 2%; 1,2%; 3,5%; 0,4%; 0,36%; 10%; 13%?

728. Mitu protsenti on 40‰; 25‰; 13‰; 8‰; 3‰; 0,5‰?

729. Kui müügihind on 25% kõrgem omahinnast, mitu protsenti moodustab siis omahind müügihinnast?

730. Mitu protsenti omahinnast moodustab juurdehindlus, mis on 10% müügihinnast?

731. Kui juurdehindlus moodustab 20% omahinnast, mitu protsenti moodustab ta siis müügihinnast?

732. Kui juurdehindlus moodustab 20% müügihinnast, mitu protsenti moodustab ta siis omahinnast?

733. Mitu % on minut tunnist, tund päevast, päev nädalast, nädal kuust (30 päeva), kuu aastast (365 päeva)?

734. Leida peast:

1% 400-st;	1% 20-st;	1% 3-st;	1% 0,5-st;
6% 400-st;	7% 20-st;	8% 3-st;	4% 0,5-st;
11% 400-st;	16% 20-st;	19% 3-st;	12% 0,5-st;
17% 400-st;	35% 20-st;	31% 3-st;	42% 0,5-st;
$\frac{1}{2}$% 400-st;	$\frac{1}{4}$% 20-st;	0,2% 3-st;	0,3% 0,5-st.

735. Leida:

12% 45-st;	95% 60-st;	20% 3,5-st;	16% 0,8-st;
63% 78-st;	37% 8-st;	14% 62,5-st;	68% 0,4-st;
42% 30-st;	55% 48-st;	64% 14,2-st;	49% 5,2-st;
78% 25-st;	27% 72-st;	15% 33,6-st;	33% 4,5-st;
23% 160-st;	82% 0,7-st;	77% 20,1-st;	18% 9,4-st.

736. Aia pindala on 42 aari 15 m^2. 32% aia pindalast on juurvilja all, ülejäänud osa puuvilja all. Kui palju maad on juurvilja, kui palju puuvilja all?

737. Loomalihas kaaluvad kondid keskmiselt 11% lihatüki üldkaalust. Sööklasse osteti 43 kg loomaliha. Kui palju keskmiselt kaalusid kondid selles lihas?

Mitu grammi konte võiks keskmiselt olla lihatükis, mis kaalub 3,5 kg?

738. Sealihas moodustab kontide raskus keskmiselt 9% liha üldkaalust. Kui tapetud siga kaalub 125 kg, kui palju kaaluvad siis kondid?

Ema ostis 5 kg sealiha. Mitu grammi keskmiselt võis selles olla konte?

739. Vabriku masinate väärtus väheneb nende kulumise ja vananemise tõttu 8,5% aastas. Kui suur on masina väärtus praegu, kui see aasta eest oli 60 000 rubla?

740. Enne pühi oli lihahind endisega võrreldes tõusnud 12,5%. Mitu rubla tuleb nüüd enam maksta lihatüki eest, mis maksis varemalt 40 rubla?

741. Koorest saab kaalult keskmiselt 20% võid. Mitu kilogrammi võid saab 18 liitrist koorest, kui koore erikaal on 1,02?

742. Heast lehmapiimast saab 12% koort. Mitu liitrit koort saab 150 liitrist piimast?

743. Puidu hulk metsas on 12 600 m³. Metsa kasvamise tõttu suureneb puidu hulk metsas keskmiselt 3% aastas. Mitu kuupmeetrit on puidu hulga aastane juurdekasv selles metsas?

744. Kaubasaadetis kaalus 260 kg bruto. Pakend kaalus 12% sellest kaalust. Leida pakendi kaal (taara) ja kauba kaal (neto).

745. Kauba brutokaal on 120 kg ja taara on 7,5% brutokaalust. Mitu kilogrammi on taara? Mitu kilogrammi on netokaal?

746. Õgvendamise tagajärjel lühenes maantee 7% oma esialgsest pikkusest. Mitu % moodustab esialgne pikkus praegusest pikkusest?

747. Kui tööline täidab normi 150%, mitu protsenti moodustab siis päevane töönorm selle töölise päevatööst?

748. Kui tööline ületab normi 70% võrra, mitu protsenti on siis päevane töönorm madalam selle töölise päevatööst?

749. *Kuidas saab arvu 66 suurendada 50% võrra ilma talle midagi lisandamata?

750. Leida arv, millest:

7% on 21	4% on 1	64% on 16	2,5% on 25
2% „ 3	5% „ 15	48% „ 72	3,1% „ 93
14% „ 42	7% „ 35	60% „ 0,6	6,8% „ 13,6
30% „ 15	6% „ 2,4	3% „ 0,09	0,4% „ 1,6
36% „ 9	9% „ 4,5	15% „ 0,3	0,7% „ 0,21

751. Leida arv, millest

1. 25% on 7; 9,2; 6,3; 0,7; 3,24
2. 20% „ 6; 7,5; 8,6; 0,9; 9,08
3. $12\frac{1}{2}$% „ 5; 4,3; 6,5; 0,6; 7,12

752. Leida arv, millest $6^0/_{00}$ on 96; $120^0/_{00}$ on 48; $15^0/_{00}$ on 0,6.

753. Mitu protsenti veerandist on pool? Mitu protsenti kolmandikust on kümnendik?

754. Taara on 3,5% brutost. Mitu kg on bruto ja neto, kui taara on 4,2 kg?

755. Kauba brutokaal moodustab netokaalust 110%. Brutokaal on 27 kg 500 g. Leida kauba netokaal.

756. Jaan müüs oma uisud Jürile 18 rubla eest ning sai seega tagasi vaid 45% sellest, mis ta ise nende eest oli maksnud. Mis maksis Jaan uiskude eest ise?

757. Piimast saadava juustu kaal on 11% piima kaalust. Mitmest liitrist piimast saadakse 50 kg juustu? Piima erikaal on 1,03.

758. Õpilane ostis 70 kopika eest kirjutustarbeid ja kulutas seega 14% oma rahatagavarast. Kui palju oli õpilasel raha?

759. Pärast 20%-st hinnalangust maksis munapaar turul 6 rubla. Mis maksis munapaar enne seda?

760. Kooperatiiv müüs sulgi à 2 kopikat tükk, lisahindlus oli seejuures $3\frac{1}{3}$% omahinnast. Mis maksis sulg kooperatiivil endal?

761. Kaup osteti hinnaalandusega 16% ja selle eest maksti 63 rubla. Kui suur oli kauba nimihind?

762. Koolis on 72 õpilast. Poiste arv on 80% tüdrukute arvust. Kui palju on kumbagi?

763. Mitu poissi ja mitu tüdrukut on koolis, kui tüdrukute arv moodustab 125% poiste arvust ning õpilaste koguarv on 450?

764. Täita järgmine tabel:

Arv	13,5		4,2	2,3	$7\frac{1}{8}$		49,5	261,8	$2\frac{5}{8}$
on arvust	90	5,6		10		$13\frac{1}{3}$		340	
%		80%	14%		$66\frac{2}{3}$%	$4\frac{1}{2}$%	45%		8%

765. Arvutada peast:

1	10% 45-st	0,5% 180-st	200% 0,9-st	Mitu % on 1 8-st	Mitu % on 1,2 1,6-st	Arv, millest 5% on 8
2	5% 60-st	1,5% 300-st	7,2% 1-st	Mitu % on 0,6 1,2-st	Mitu % on 0,4 0,5-st	Arv, millest 250% on 750
3	15% 8-st	9,2% 50-st	0,4% 20-st	Mitu % on 0,2 4-st	Arv, millest 75% on 240	Arv, millest 125% on 5
4	20% 36-st	Mitu % on 1,6 6,4-st	Arv, millest 50% on 0,8	Arv, millest 125% on 25	25% 60-st	75% 1,2-st
5	0,3% 40-st	25% 32-st	Mitu % on 6 12-st	Arv, millest 2% on 0,1	1% 28-st	125% 40-st
6	6% 500-st	Mitu % on 2,5 25-st	Arv, millest 20% on 0,2	5% 240-st	0,5% 1400-st	Mitu % on 0,1 10-st
7	Mitu % on 0,7 2,8-st	Arv, millest 25% on 0,5	20% 2,2-st	12,5% 3,2-st	Mitu % on 9 12-st	Mitu % on 40 200-st
8	Arv, millest 10% on 0,02	$33\frac{1}{3}$% 24-st	80% 12-st	37,5% 56-st	Mitu % on 2 25-st	Arv, millest 15% on 4,5

V. Võrre. Suuruste võrdelisus ja pöördvõrdelisus.

§ 31. Võrdus. Võrded ja nende lahendamine.

1. Iga kirjutis, mis sisaldab ühe võrdusmärgi, on **võrdus**. Näiteks igaüks järgmistest kirjutistest on võrdus:

$$75 : 3 = 25; \quad 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \cdot 4; \quad \tfrac{12}{14} = \tfrac{6}{7}.$$

Kui soovitakse mitu võrdust kirjutada ühte ritta, siis pannakse nende vahele semikoolonid.

Igal võrdusel on kaks poolt: vasak pool ja parem pool, teine teisel pool võrdusmärki. Võrdusmärk nende poolte vahel on õigustatud ainult siis, kui need pooled on tõesti ühesuurused.

Peame meeles, et

võrdusmärgiga seotakse ainult võrdseid suurusi.

Et arvutuste kirjapanekul sageli selle reegli vastu eksitakse, näitame ühe ülesande varal, kuidas võib ja kuidas ei tohi arvutusi kirja panna.

Ülesanne. Tütar on 7 aastane; poeg on tütrest 2 korda vanem; ema on pojast 28 aastat vanem, aga vanaemast 1,5 korda noorem. Kui vana on vanaema?

Lahendamisel vajalikke arvutusi ei tohi siin kirja panna nii: $7 \cdot 2 = 14 + 28 = 42 \cdot 1{,}5 = 63$. Miks? Sest selles võrduste reas ükski võrdusmärk peale viimase pole õigustatud. Tõesti: $7 \cdot 2$ ja $14 + 28$ pole võrdsed; samuti $14 + 28$ ja $42 \cdot 1{,}5$ pole võrdsed. Õige kirjutamisviis selle ülesande lahendamisel (vahepealseid küsimusi kirjutamata) on järgmine:

$$7 \cdot 2 = 14; \quad 14 + 28 = 42; \quad 42 \cdot 1{,}5 = 63 \text{ (aastat)}.$$

Mõnikord on tarvilik kasutada ka mittevõrdumise-märki, milleks on „mahatõmmatud võrdusmärk“, s. o. märk $\neq$; loetakse teda kas sõnaga „pole“ või sõnadega „ei võrdu“.

Näiteks kirjutist $3 + 2 \neq 4$ loeme nii: kolm pluss kaks ei võrdu neljaga. Säärane kirjutis ise on võrratus.

766. Kas võrduse pooled on vahetatavad?

767. Kas võrratuse pooled on vahetatavad?

768. Kirjutada igas alljärgnevas reas tühjale kohale õige märk, kas võrdusmärk või mittevõrdumise-märk; võimaluse korral arvutusi teostamata.

$23+23+23+23$	$23\cdot 4$
$2+3\cdot 2+3\cdot 2+3$	$5\cdot 5\cdot 5$
$24-4:2$	10
$150:20$	$15:2$
$430-150$	$43-15$
$4+4+5+5+5$	$3\cdot 5+44$

2. Kui võrduse mõlemad pooled esinevad hariliku murru või jagatise kujul, siis nimetatakse võrdust **võrdeks** (ehk proportsiooniks). Näiteks kõik järgmised võrdused on võrded:

$$\tfrac{9}{15}=\tfrac{3}{5};\quad 3:4=6:8;\quad 5:12=1:2{,}4.$$

Igas võrdes esineb vähemalt neli olulist arvu, kummalgi pool võrdusmärki üks jagatav ja üks jagaja. Need arvud on võrde liikmed.

Kui võrde liikmeist ükskõik missugused kolm on antud, siis neljandat saab alati määrata arvutamise teel. Seda neljandat arvu, mis pole antud, kutsutakse siis otsitavaks; võrde otsitava määramist arvutamise teel nimetatakse võrde lahendamiseks. Võrde lahendamisel kirjutatakse otsitava asemele esialgu mingi täht; selleks täheks võetakse harilikult kas x, y või z.

Lahendame kõrvuti näiteks võrded

$$\frac{x}{5}=\frac{11}{4}\quad \text{ja}\quad \frac{6}{y}=\frac{8}{3}.$$

Kui mõlema murru nimetajad on teada (esimene võrre), siis laiendame murrud samanimelisteks; kui mõlema murru lugejad on teada (teine võrre), siis laiendame murrud samalugejalisteks. Sobivad laiendajad leiame niisamuti, nagu seda tegime murdude liitmisel ja lahutamisel:

$$\overset{5}{\frac{x}{4}} = \overset{4}{\frac{11}{5}} \qquad \Bigg| \qquad \overset{4}{\frac{6}{y}} = \overset{3}{\frac{8}{3}}$$

$$\frac{5 \cdot x}{20} = \frac{44}{20} \qquad \Bigg| \qquad \frac{24}{4 \cdot y} = \frac{24}{9}$$

Kui võrdsetel murdudel on ühed arvud (s. t. kas nimetajad või lugejad) võrdsed, siis peavad neil ka teised arvud olema võrdsed. Seega võime kirjutada:

$$5 \cdot x = 44 \quad \Big| \quad 4 \cdot y = 9$$

Korrutist jagades ühe teguriga saame teise teguri:

$$x = 44 : 5 \quad \Big| \quad y = 9 : 4$$

$$x = 8{,}8 \quad \Big| \quad y = 2{,}25$$

Nii leidsime, et esimese võrde otsitav on 8,8 ja et teise võrde otsitav on 2,25.

3. Võrde poolte laiendamisel võib kasutada laiendajateks just antud nimetajaid või antud lugejaid.

Näiteid:

$$\frac{7}{12} = \frac{x}{15} \qquad \Bigg| \qquad \frac{6}{5} = \frac{15}{y}$$

$$\frac{7 \cdot 15}{12 \cdot 15} = \frac{x \cdot 12}{15 \cdot 12} \qquad \Bigg| \qquad \frac{6 \cdot 15}{5 \cdot 15} = \frac{15 \cdot 6}{y \cdot 6}$$

$$7 \cdot 15 = x \cdot 12 \qquad \Big| \qquad 5 \cdot 15 = y \cdot 6.$$

Võrreldes nii saadud võrdust antud võrdega märkame, et tema pooled on saadud nii, et on korrutatud omavahel antud võrde need liikmed, mis seisavad põiki üle võrdusmärgi.

Võrde lahendamise võime nüüd lõpetada järgmiselt:

$$x = \frac{7 \cdot \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{35}{4} = 8{,}75 \qquad \Bigg| \qquad y = \frac{5 \cdot \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{25}{2} = 12{,}5$$

Võrde liikmeid paarikaupa põiki üle võrdusmärgi teguriteks võttes saadakse tema nn. ristkorrutised. Eespool selgunud asjaolu on võrde peaomadus, sõnastatult:

võrde ristkorrutised on võrdsed.

Kasutades võrrete lahendamisel võrde peaomadust, polegi enam tarvis otsustada, kuidas ja millega võrde pooli laiendada. Veel üks näide võrde lahendamisest:

$$\frac{5}{13}=\frac{12}{x};\quad 5\cdot x=13\cdot 12;\quad x=\frac{13\cdot 12}{5}=\frac{156}{5}=31{,}2$$

Olgu võrde mõlemad pooled kirjutatud jagamismärgi abil; neid liikmeid, mis esinevad siis võrdusmärgi juures, nimetatakse võrde siseliikmeiks ja teisi — välisliikmeiks.

$$\underbrace{6:\overbrace{2=12}^{\text{siseliikmed}}:4}_{\text{välisliikmed}}\qquad\qquad \frac{6}{2}=\frac{12}{4}$$

$$2\cdot 12=6\cdot 4\qquad\qquad 6\cdot 4=2\cdot 12$$

Võrreldes niisugust võrde kirjutamisviisi teise kirjutamisviisiga, leiame, et võrde peaomaduse võiksime sõnastada ka nii:

võrde siseliikmete korrutis võrdub välisliikmete korrutisega.

769. Lahendada peast järgmised võrded:

1. $\frac{3}{4}=\frac{x}{8}$	2. $\frac{5}{6}=\frac{x}{18}$	3. $\frac{x}{22}=\frac{1}{11}$
$\frac{7}{x}=\frac{1}{2}$	$\frac{6}{7}=\frac{12}{x}$	$\frac{9}{2}=\frac{36}{x}$
$\frac{3}{4}=\frac{12}{x}$	$\frac{18}{x}=\frac{3}{2}$	$\frac{1}{4}=\frac{x}{64}$

770. Lahendada järgmised võrded:

1. $\frac{4}{5}=\frac{3}{x}$	2. $\frac{11}{45}=\frac{8{,}8}{x}$	3. $\frac{43}{56}=\frac{x}{84}$
$\frac{7}{2}=\frac{x}{5}$	$\frac{22}{x}=\frac{4}{7}$	$\frac{87}{x}=\frac{111}{259}$
$\frac{6{,}6}{x}=\frac{6}{11}$	$\frac{8}{5}=\frac{x}{16}$	$\frac{124}{279}=\frac{172}{x}$

§ 32. Võrdelised suurused.

1. a) Maksku 1 kg suhkrut 6 rubla; siis

2 kg maksab $2\cdot 6$ ehk 12 rubla,
3 „ „ $3\cdot 6$ „ 18 „
4 „ „ $4\cdot 6$ „ 24 „
jne.

Pole kahtlust: kuimitu korda rohkem ostame, niimitu korda rohkem maksame!

b) Käigu jalakäija kiirusega 5 km tunnis; siis

2 tunniga käib ta $2\cdot 5$ ehk 10 km,
3 „ „ „ $3\cdot 5$ „ 15 „
4 „ „ „ $4\cdot 5$ „ 20 „
jne.

Pole kahtlust: kuimitu korda kauem me kõnnime, niimitu korda kaugemale jõuame!

c) Vase erikaal on 8,9, s. t. 1 cm^3 vaske kaalub 8,9 g; siis

2 cm^3 vaske kaalub $2\cdot 8{,}9$ ehk 17,8 g,
3 „ „ „ $3\cdot 8{,}9$ „ 26,7 „
8 „ „ „ $8\cdot 8{,}9$ „ 71,2 „
jne.

Pole kahtlust: kuimitu korda suurem on ruumala, niimitu korda suurem on kaal!

d) Kaevaku üks tööline päevas 15 m kraavi. Kui kõik töölised on võrdvõimelised, siis

2	töölist kaevaksid päevas kokku	$2 \cdot 15$	ehk	30	m	kraavi,
3	„ „ „ „	$3 \cdot 15$	„	45	„	„
10	„ „ „ „	$10 \cdot 15$	„	150	„	„

jne.

Pole kahtlust: kuimitu korda rohkem on töölisi, niimitu korda suuremad on töötulemused.

Suurusepaare, nagu

kauba hind ja kauba hulk,
käidud tee ja käimisaeg,
keha ruumala ja keha kaal,
tööhulk ja tööliste arv

nimetatakse **võrdelisteks suurusteks.** Üldiselt:

kaks suurust on võrdelised, kui ühe suurenedes mingi arv korda teine suureneb sama arv korda.

2. Kui 1 kg suhkrut maksab 6 rubla, siis võttes suhkrut mistahes hulgal, ikka

suhkru hind $= 6 \cdot$ suhkru kaal, ehk
suhkru hind : suhkru kaaluga $= 6$.

Võrdeliste suuruste kokkukuuluvate väärtuste j a g a t i s tuleb alati üks ja seesama arv; seda arvu nimetatakse **võrdeteguriks.** Võrdeteguril on iga suurusepaari puhul oma kindel tähendus.

Võrdelised suurused	Võrdeteguri tähendus
kauba hind ja kauba hulk	kaubaühiku hind
käidud tee ja käimisaeg	ajaühikus käidud tee (kiirus)
keha ruumala ja keha kaal	keha erikaal
töö hulk ja tööliste arv	ühe töölise töö

Kõik ülesanded võrdelistest suurustest lahenevad kergesti võrrete abil. Võrde kirjutamiseks on vaid vaja otsustada, mis on antud juhul võrdeteguriks. Lahendame näiteks järgmised ülesanded.

Ülesanne 1. 5 kg sõstraid maksab 22,5 rubla; kui palju maksab 7 kg samu sõstraid?

Kirjutades otsitava arvu asemele jällegi tähe x, saame võrdeteguri (s. o. ühe kg hinna) avaldada jagatisena kahel viisil: esiteks — jagades 22,5 rubla 5-ga ja teiseks jagades otsitava hinna 7-ga. Kirjutades need jagatised võrdseks, saame võrde. Siis lahendame selle võrde.

$$\frac{22{,}5}{5}=\frac{x}{7};\quad 5\cdot x=7\cdot 22{,}5;\quad x=\frac{7\cdot 22{,}5}{5}=31{,}5\ \text{(rubla)}$$

Ülesanne 2. 3 ruumimeetrit puid kaalub 0,8 tonni, mitu ruumimeetrit samu puid kaalub 2 tonni?

Võrdeteguriks siin on ühe ruumimeetri puude kaal, mis väljendub kogusekaalu ja koguse jagatisena. Tähistades otsitava tähega x, saame võrdetegurit kahel viisil avaldades järgmise võrde ja tema lahenduse:

$$\frac{0{,}8}{3}=\frac{2}{x};\quad 0{,}8\cdot x=2\cdot 3;\quad x=6:0{,}8=60:8=7{,}5\ (\text{m}^3)$$

Ülesanne 3. 3 töölist kaevavad 10 tunniga 40 m kraavi; kui palju kaevaksid seda kraavi 5 töölist 9 tunniga?

Võrdeteguriks siin on ühe töölise tunnitöö; seda saame kahel viisil väljendada. 3 töölist 10 tunniga teevad $3\cdot 10$ üksikmehe töötundi; seega üksikmehe tunnitööks on $\frac{40}{3\cdot 10}$ meetrit kraavi. 5 töölist 9 tunniga teevad $5\cdot 9$ üksikmehe töötundi; jagades otsitava meetrite arvu selle tundide arvuga, saame jällegi üksikmehe tunnitöö. Niisiis saame võrde:

$$\frac{40}{3\cdot 10}=\frac{x}{5\cdot 9}$$

Enne lahendamisele asumist on soovitav võrde pooli võimaluse korral taandamisega lihtsustada; nii saame:

$$\frac{4}{3}=\frac{x}{45}; \quad 3\cdot x=180; \quad x=60 \text{ (m)}$$

771. Kas põleva küünla ärapõlenud osa pikkus ja vastav põlemisaeg on võrdelised suurused?

772. Otsustada, missugused järgmistest suurusepaaridest on võrdelised suurused ja missugused mitte:

1) traadi pikkus ja ühesuguste naelte arv, mis sellest traadist saaks valmistada;

2) ruudu külje pikkus ja ruudu pindala;

3) põllupinna suurus ja sellele kuluv viljaseemne hulk;

4) inimese vanus ja tema kehakaal;

5) kraanist voolav veehulk ja kraani lahtioleku aeg;

6) tervik ja tema kolmandik.

773. Otsustada, mis on võrdeteguriks eelmises kahes ülesandes võrdeliseks osutuvate suurusepaaride puhul.

774. Talunik sai 15 aarilt 14,7 kvintaali kartuleid. Kui palju kartuleid oleks ta võinud saada 100 aarilt ehk 1 hektaarilt, kui oletada, et kartulisaak oleks olnud sama hea?

775. 30-le aarile külvati 7 kg ristikuseemet. Kui palju peaks külvama 2,1 ha-le?

776. 35-le aarile külvati 60 kg rukkiseemet. Kui palju seda seemet tuleks külvata ristküliku-kujulisele väljale, mis on 145 m pikk ja 92 m lai?

777. 2-le hektaarile külvatakse 380 kg kaeraseemet. Kui palju tuleks külvata seda seemet ristküliku-kujulisele väljale, mille pikkus on 80 m ja laius 68 m?

778. 3 dm^3 rauda kaalub 23,4 kg. Kui palju kaalub tükk rauda, mille ruumala on 8 dm^3?

779. 2 dm^3 puud kaalub 1,3 kg. Kui palju kaalub risttahuka-kujuline tükk puud, mille mõõtmed on 5 cm, 2,5 dm ja 6 m?

780. 5 cm^3 vaske kaalub 44 g. Kui palju kaalub risttahuka-kujuline tükk vaske, mille mõõtmed on 5 mm, 10 cm ja 2,5 dm?

781. 45 liitrit veini on mahutatud 75-sse pudelisse. Mitmesse samasuurde pudelisse mahub 35 liitrit veini?

782. 3 traktoristi, kündes 8 tundi päevas, kündsid 4 päevaga 24 hektaari põldu. Mitu hektaari põldu suudaksid 2 traktoristi künda 5 päevaga, kui nad töötaksid päevas 10 tundi (eeldusel, et kõik traktoristid töötavad sama jõudlusega)?

§ 33. Võrdeline jaotamine.

1. a) Kaks töölist teenisid kokku 240 rubla; seejuures üks tööline oli töötanud 3 päeva ja teine tööline 5 päeva. Kuidas nad peavad raha endi vahel jaotama, kui nende päevapalgad on võrdsed?

Kuna päevapalgalistel on tööaeg ja töötasu võrdelised, võiksime selle ülesande lahendada võrrete abil järgmiselt. Võrdeteguriks on töölise päevapalk. Seda saab siin avaldada kolmel viisil: 1) jagades koguteenistuse 240 rubla kokku tehtud päevade arvuga 8; 2) jagades ühe töölise otsitava tasu (olgu see x) tema tööpäevadega 3; 3) jagades teise töölise otsitava tasu (olgu see y) tema tööpäevadega 5. Nende kolme tulemuse võrdseks kirjutamisega saame järgmise võrdsete suhete rea:

$$\frac{240}{8}=\frac{x}{3}=\frac{y}{5};$$

see laseb ennast lõhkuda kaheks võrdeks järgmiselt:

$$\frac{240}{8}=\frac{x}{3} \text{ ja } \frac{240}{8}=\frac{y}{5}.$$

Neid võrdeid eraldi lahendades leiaksime, et $x = 90$ ja $y = 150$. Seega peaks üks tööline saama 90 rubla ja teine 150 rubla; see teebki kokku 240 rubla.

Mõlemate võrrete väljakirjutamine ja lahendamine aga polegi siin tarvilik, sest kui ühe töölise tasu on juba arvutatud, siis teise töölise tasu saamiseks on vaja kogutasust esimese töölise tasu lahutada. Tõesti : $240 - 90 = 150$.

b) Selle ülesande lahendamisel võiksime aga arutada ka nii:

$3 + 5$ ehk 8 tööpäeva eest saadi 240 rubla,
eks siis 1 tööpäeva eest saab $240 : 8$ ehk 30 rubla,
3 tööpäeva eest saab $3 \cdot 30$ ehk 90 rubla,
ja 5 tööpäeva eest saab $5 \cdot 30$ ehk 150 rubla.

Kontroll: $90 + 150 = 240$.

2. Kui tervik on jaotatud osadeks nii, et teine osa on esimesest näiteks 2 korda suurem ja kolmas osa on esimesest näiteks 5 korda suurem, siis kirjutame, et osad suhtuvad nagu $1 : 2 : 5$ (lugedes seda: „suhtuvad nagu üks, kaks ja viis").

Kui osad suhtuvad näiteks nagu $2 : 3$, siis tähendab see seda, et teine osa on esimesest $\frac{3}{2}$ korda suurem, ehk — esimene osa moodustab teisest $\frac{2}{3}$.

Kui arvud antud suhtes pole täisarvud, siis võib seda suhet l a i e n d a d a, s. t. tema igat arvu korrutada ühe ja sama sobivalt valitud arvuga; selleks arvuks sobib harilike murdude korral kõigi nimetajate väikseim ühiskordne.

Näiteks suhet $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ laiendades arvuga 6, saame temaga samaväärse suhte $6 : 3 : 2$.

Ü l e s a n n e: Jaotada arv 18 kolmeks osaks nii, et osad suhtuvad nagu $1 : 3 : 4$.

Lahendamisel arutame nii. Olnuks nõutud antud suhtes jaotada arv 8 (s. o. $1 + 3 + 4$), siis sobiksid osadeks parajasti arvud 1, 3 ja 4. Meie otsitavad osad peavad tulema nendest arvudest niimitu korda suuremad, kuimitu korda on arv 18 suurem arvust 8, s. o. 18 : 8 ehk $\frac{18}{8}$ korda.

Seega otsitavad osad on:

$$\frac{18}{8}\cdot 1,\quad \frac{18}{8}\cdot 3 \text{ ja } \frac{18}{8}\cdot 4$$

$$\text{ehk } 2\tfrac{1}{4},\quad 6\tfrac{3}{4} \text{ ja } 9.$$

Saadud osi kontrolliks liites leiame, et nende summa on just 18, nagu olema peab.

Võiksime aga andmete järgi kirjutada välja ka järgmise võrdsete suhete rea:

$$\frac{18}{8}=\frac{x}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}.$$

Lõhkudes selle kolmeks võrdeks, võiksime otsitavad x, y ja z arvutada nendest võrretest:

$$\frac{18}{8}=\frac{x}{1};\quad \frac{18}{8}=\frac{y}{3};\quad \frac{18}{8}=\frac{z}{4}.$$

Tulemused on muidugi samad, mis leidsime juba eespool.

783. Jaotada 35 kompvekki kahele lapsele nii, et ühe lapse jagu oleks $\frac{2}{3}$ teise lapse omast.

784. Ats ja Aino korjasid kokku 850 pähklit. Ats korjas $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui Aino. Mitu pähklit korjas kumbki?

785. Isa andis Atsile ja Ainole kokku 180 kopikat, aga nii, et Aino sai $\frac{5}{10}$ sellest rahast, mis sai Ats. Mitu kopikat sai kumbki?

786. Kaup ühes pakisega kaalus 20,7 kg. Pakise kaal moodustas kauba kaalust 15%. Leida kauba ja pakise kaal eraldi.

787. Kaup ühes pakisega kaalus 3,63 kvintaali. Pakise kaal moodustas kauba kaalust 20%. Leida kauba ja pakise kaal eraldi.

788. Köidetud raamat maksab 1,80 rubla. Leida raamatu hind köitmatult, kui köide maksab 20% köitmata raamatu hinnast.

789. Jaotada arv 444 kolme ossa nii, et osad suhtuksid nagu 2 : 3 : 7.

790. Jaotada arv 1350 kolme ossa nii, et osad suhtuksid nagu $3 : 4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$.

791. Arvutada niisuguse ristküliku pindala, mille ümbermõõt on 48 cm ja pikkus on laiusest 5 korda suurem.

792. Maja ehitamise juures töötasid kogu aeg 5 eestlast, 3 venelast, 2 lätlast ja 1 ukrainlane. Mitu % moodustab iga rahvuse tööpanus selle maja ehitustöödes?

793. Vend ja õde ostsid kokku klaveri; vend maksis 10 000 rubla ja õde 6000 rubla. Nad lasksid klaveri kindlustusasutises õnnetusjuhtumi vastu kindlustada 10 000 rubla väärtuses. Klaver hävis tuleõnnetusel. Kuidas peavad vend ja õde jaotama kindlustusseltsist saadava 10 000 rubla?

794. * Jaotada arv 1 kolmeks osaks nii, et osad suhtuvad nagu 1 : 1 : 1.

§ 34. Pöördvõrdelised suurused.

1. a) Olgu vaja liikuda Haapsalust Tallinna (s. o. 100 km);

jalakäija,	kõndides	5	km tunnis,	vajaks	selleks	20	tundi;
hobusõiduk,	sõites	10	„	„	„	„ 10	tundi;
omnibus,	„	25	„	„	„	„ 4	tundi;
auto,	„	50	„	„	„	„ 2	tundi;
lennuk,	lennates	250	„	„	„	„ 0,4	tundi.

Pole kahtlust: kuimitu korda on kiirus **suurem**, niimitu korda läheb aega **vähem**!

$$5 \cdot 20 = 10 \cdot 10 = 25 \cdot 4 = 50 \cdot 2 = 250 \cdot 0{,}4 = \ldots = 100.$$

b) Olgu vaja joonestada ristkülik pindalaga 400 mm^2;

võttes	laiuseks	1	mm,	peaks	pikkus	olema	400	mm;
„	„	2	„	„	„	„	200	„
„	„	4	„	„	„	„	100	„
„	„	10	„	„	„	„	40	„
„	„	20	„	„	„	„	20	„

Pole kahtlust: kuimitu korda laius suureneb, niimitu korda pikkus väheneb!

$$1 \cdot 400 = 2 \cdot 200 = 4 \cdot 100 = 10 \cdot 40 = 20 \cdot 20 = \ldots = 400.$$

c) Olgu vaja niita vikatiga heinamaa pindalaga 300 aari ja niitku iga heinaline päevas 15 aari; siis

1	heinaline	niidaks	kogu	heinamaa	20	päevaga;
2	heinalist	niidaksid	„	„	10	„
4	„	„	„	„	5	„
10	„	„	„	„	2	„
40	„	„	„	„	$\frac{1}{2}$	„ .

Pole kahtlust: kuimitu korda on töölisi rohkem, niimitu korda läheb aega vähem!

$$1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5 = 10 \cdot 2 = 40 \cdot \tfrac{1}{2} = \ldots = 20$$

Suurusepaare, nagu

kiirus ja käimisaeg (sama teepikkuse puhul)
ristküliku pikkus ja laius (sama pindala puhul)
tööliste arv ja tööaeg (sama töö puhul)

nimetatakse **pöördvõrdelisteks suurusteks.** Üldiselt:

kaks suurust on pöördvõrdelised, kui ühe suurenedes mingi arv korda teine väheneb sama arv korda.

Pöördvõrdeliste suuruste kokkukuuluvate väärtuste korrutis tuleb alati üks ja seesama arv; sellel arvul on iga erineva suurusepaari puhul oma kindel tähendus.

Kõik ülesanded pöördvõrdelistest suurustest lahenevad hõlpsasti nii, et kirjutame nende vastavate väärtusepaaride korrutised võrdseks. Otsitavat suurust märgime esialgu jällegi tähega x.

Ülesanne 1. Kui auto sõidaks kiirusega 42 km tunnis, siis jõuaks ta sihtkohta 3,5 tunniga. Mitme tunniga jõuaks ta sihtkohta sõites 49 km tunnis?

Muutumatuks jääv tee pikkus laseb ennast siin avaldada kiiruse ja vastava aja korrutisena kahel viisil; neid korrutisi võrdseks kirjutades saame järgmise võrduse:

$$42 \cdot 3{,}5 = 49 \cdot x;$$

otsitav tundide arv x laseb ennast selle põhjal arvutada nii:

$$x = \frac{\overset{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{42}} \cdot \cancel{3{,}5}}{\underset{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{7}}}{\cancel{49}}} = 3 \text{ (tunniga).}$$

Ülesanne 2. 15 töölist teeksid teatud töö ära 4 päevaga. Mitu töölist teeksid sama töö ära 5 päevaga?

Töö suurus on siin see, mis jääb muutumatuks. Mõõtes töö suurust päevade arvuga, mis kuluks üksiktöölisel selle töö tegemiseks, saame teda avaldada tööliste arvu ja kulunud päevade arvu korrutisena kahel viisil; need korrutised tuleb kirjutada võrdseks:

$$15 \cdot 4 = x \cdot 5; \quad x \cdot 5 = 60; \quad x = 12 \text{ (töölist)}$$

Selle ülesande lahendamisel võiksime arutada ka nii:

4-ks päevaks on vaja rakendada 15 töölist;
1-ks „ „ „ „ 4 · 15 ehk 60 töölist;
5-ks „ „ „ „ 60 : 5 ehk 12 töölist.

795. Otsustada missugused järgmistest suurusepaaridest on pöördvõrdelised ja missugused mitte:

1) sammu pikkus ja sammude arv teatud teepikkusel;
2) paberilehest ära lõigatav tükk ja järele jääv tükk;
3) pliiatsi hind ja pliiatsite hulk, mille saab osta 10 rubla eest;
4) antud korrutise üks tegur ja teine tegur;
5) antud summa üks liidetav ja teine liidetav.

796. Puutagavarast piisaks 27-ks päevaks, kui iga päev kütta elamu kõiki nelja ahju. Mitmeks päevaks jätkuks sellest puutagavarast, kui iga päev jätta üks ahi kütmata?

797. 25 kraavitöölist lõpetasid kraavikaevamistöö 16 päevaga. Mitme päevaga oleks lõpetanud sama töö 15 töölist?

798. Ristküliku-kujulise välja pindala on 42 aari, ristküliku ühe külje pikkus on 60 m. Leida teise külje pikkus.

799. Ristküliku-kujulise välja pindala on 0,28 ha. Leida selle välja pikkus, kui ta laius on 43,1 m.

800. Osteti tükk linast riiet, mille pikkus 1,8 m ja laius 72 cm. Kui suur on teise sama kalli riide pikkus, mille laius on aga 60 cm?

801. Ristküliku-kujuline tükk vaskplekki, mille pikkus on 6,7 dm ja laius 3,6 dm, vahetati teise sama paksu ja sama raske vaskplekiga, mille pikkus on 9,5 dm. Leida selle teise vaskpleki laius.

802. Talunik leidis, pannes oma söödapõhku ja heinu paigale, et ta saab sellega oma 12 veist ülal pidada umbes 150 päeva. Kartes loomatoidu puudust kevadel, ta vähendas kohe oma karja 2 veise võrra. Mitu päeva loodab talunik nüüd läbi saada?

803. Talupidaja sai põhku ja heinu ühel aastal nii palju, et ta oleks sellega võinud oma 7 veist korralikult toita tervelt 9 kuud. Kuna tal loomatoitu küllalt oli, siis muretses ta juba sügisel kaks veist juurde. Kui kauaks piisab tal nüüd loomatoitu?

804. Auto sõitis alevist linna 4 tunni 30 minutiga, sõites tunnis 52 km. Kui kiiresti peaks ta sõitma, et ta selle maa võiks ära sõita 4 tunniga?

805. Mitu $\frac{1}{2}$-liitrilist pudelit saab täita vedelikust, mis on mahutatud 60-sse 0,6-liitrilisse pudelisse?

806. Kahe võrdse kaaluga keha ruumalasid mõõtes selgus, et üks ruumala on teisest 2,5 korda suurem. Mis võib sellest järeldada nende kehade erikaalude kohta?

2. Eespool selgitasime, et tööliste arv ja aeg, mis neil kulub teatud töö tegemiseks, on pöördvõrdelised suurused. Seejuures eeldasime, et töölised on kõik võrdvõimelised. Kui aga iga tööline mitmekordistab oma tööjõudlust (töötamise kiirust), siis muidugi väheneb samakordselt aeg, mis kulub teatud töö tegemiseks. Nii on ka antud tööks kuluv aeg ja tööjõudlus pöördvõrdelised suurused; nende korrutiseks on antud töö suurus.

Ülesanne 1. Kui tööline täidaks iga päev ainult oma töönormi, kuluks tal antud töö tegemiseks 25 päeva. Mitme päevaga lõpetaks ta selle töö, kui ta täidaks iga päev 125% normist?

Esimesel juhtumil on töötamise jõudluseks 1 norm päevas: teisel juhtumil aga 1,25 normi päevas. Jõudluse ja vastava aja korrutis peab mõlemal juhul andma ühe ja sellesama töö suuruse:

$$1 \cdot 25 = 1{,}25 \cdot x$$

$$x = \frac{25}{1{,}25} = \frac{200}{10} = 20 \text{ (päevaga).}$$

Ülesanne 2. Üks tööline täidab normi iga päev 170% ja teine tööline 130%. Mitme päevaga lõpetaksid töölised koos töötades töö, mille täitmine nõuaks normi järgi ühelt töötliselt aega 42 päeva?

Koos töötades täidavad need töölised päevas 170% + + 130% = 300% ühe mehe normi ehk lihtsalt 3 normi; see ongi nende töötamise jõudlus koostöötamisel. Järelikult

$$3 \cdot x = 42, \text{ kust } x = 14 \text{ (päevaga).}$$

Ülesanne 3. Isa niidaks üksi terve heinamaa 3 päevaga, ema üksi 4 päevaga ja tütar üksi 6 päevaga. Mitme päevaga niidaksid nad terve heinamaa kolmekesi koos töötades?

Andmete kohaselt isa niidab päevas $\frac{1}{3}$, ema $\frac{1}{4}$ ja tütar $\frac{1}{6}$ heinamaast; kokku niidavad nad päevas siis

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \text{ ehk } \frac{3}{4} \text{ heinamaast.}$$

$\frac{3}{4}$ heinamaad päevas on nende koostöötamise jõudlus; koostöötamise aeg on otsitav (x) ja töö suurus on 1 heinamaa; seega

$$\frac{3}{4} \cdot x = 1, \text{ kust } x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ (päevaga).}$$

807. Tööline, ületades normi 30%, lõpetas töö 20 päevaga. Mitu päeva oli selle töö sooritamiseks ette nähtud normi järgi?

808. Löööktööline otsustas lõpetada 5 päevaga töö, mille jaoks oli normi järgi aega antud 9 päeva. Mitu % normi tahtis täita see tööline?

809. Isal kuluks põllutüki kündmiseks vana hobusega 6 tundi, pojal noore hobusega 3 tundi. Mitme tunniga künnaksid nad selle põllutüki kahekesi koos, kumbki oma hobusega?

810. Kinosaalist viib välja 3 ust. Ühe ukse kaudu tühjeneks täis saal 3 minutiga, teise kaudu 6 minutiga ja kolmanda kaudu 18 minutiga. Mitme minutiga tühjeneb saal kõigi kolme ukse kaudu korraga?

§ 35. Kordamisülesandeid.

811. Koostada kõik võimalikud võrded ristkorrutiste võrdusega $4 \cdot 20 = 6 \cdot 15$.

812. Rakendades võrde peaomadust, kontrollida, kas järgmised murdude taandamised on tehtud õigesti või mitte. Õigete puhul asendada nool võrdusmärgiga, väärade puhul mittevõrdumise-märgiga:

$$\frac{462}{447} \to \frac{22}{7}; \quad \frac{202}{377} \to \frac{7}{48}; \quad \frac{280}{424} \to \frac{9}{4}; \quad \frac{1397}{4905} \to \frac{11}{25}$$

813. Otsustada, missugused järgmistest suurusepaaridest on võrdelised suurused ja missugused mitte:

1) Autosõidu pikkus ja kuluv bensiini hulk.
2) Ühesuguste akende arv ja nende akende klaaside (ruutude) arv.
3) Murru lugeja suurus ja murru enda suurus.
4) Summa ühe liidetava suurus ja summa enda suurus.
5) Poja vanus ja isa vanus.
6) Osamäär ja osa suurus.

814. Perenaine söötis 3-le mullikale 5 kuu kestel 250 kg jahu. Mitu kg kuluks tal 2 mullika toitmiseks 4 kuu jooksul, kui jahu anda igale mullikale endisel määral?

815. Kudumismasin koob igas tunnis samapalju riiet. Üks tööline juhtis 2 kudumismasinat iga päev 8 tundi ja tootis niimoodi 6 päevaga 288 m riiet. Teine tööline, kes juhtis 3 masinat, tootis 4 päevaga 300 m riiet. Mitu tundi päevas töötasid teise töölise masinad?

816. Veepaaki saab täita kolme ühesuguse kraani kaudu. Kui kõik 3 kraani on avatud, siis täitub paak 36 minutiga. Missuguse osa paagist täidaksid 2 kraani 48 minutiga?

817. Mitu minutit ja sekundit on ühe tunni niisugused osad, mis suhtuvad nagu $7:6:5$?

818. Arvutada niisuguse ristküliku pindala, mille ümbermõõt on 42 cm ja laius on pikkusest 2 korda väiksem.

819. Jaotada arv 0,729 kaheks osaks nii, et osad suhtuksid nagu 121 : 122.

820. Jaotada arv 714 kolmeks osaks nii, et osad suhtuksid nagu 1 : 1,25 : 2.

821. Kaks töölisbrigaadi said ühtekokku 2680 rubla. Esimeses brigaadis oli 15 töölist ja nad tegid igaüks 10 päeva tööd; teises brigaadis oli 12 töölist, kes tegid igaüks 21 päeva tööd. Kui palju raha sai üks tööline kummastki salgast?

822. Rongiga sõites tunneme rööpmete jätkukohtadest tekkivaid põrutusi. Loendatakse nende põrutuste arv ühes minutis. Leida üks suurus, mis on selle loendamise tulemusega pöördvõrdeline.

823. Kui petrooleumilampi lastakse iga päev põleda 5 tundi, siis piisaks petrooleumitagavarast kolmeks kuuks (á 30 p.). Mitmeks päevaks piisaks samast petrooleumitagavarast, kui iga päev põleks 3 samasugust lampi, igaüks 3 tundi?

824. Mitu $\frac{1}{8}$-liitrilist pudelit saab täita vedelikust, mis on mahutatud 70-sse 0,6-liitrilisesse pudelisse?

825. Koer ajab kassi taga. Kass teeb 5 hüpet sel ajal kui koer teeb 3 hüpet. Koera hüpe on kassi hüppest 1,6 korda pikem. Kas koeral on lootust kassi kätte saada?

826. Õigel ajal tasumata jäetud elektriarvelt arvatakse 5% viivitusraha iga kuu kohta. Arvelt suurusega 38,4 rubla võeti 3 kuu eest viivitusraha samapalju kui teiselt arvelt 5 kuu eest. Kui suur oli teine arve?

827. * 10 meest ehitasid maja valmis 10 kuuga. Mitu meest oleksid ehitanud selle maja valmis ühe tunniga? Kas niisugune majaehitamise viis on tegelikult võimalik?

828. Otsustada, missugused järgmistest suurusepaaridest on pöördvõrdelised, missugused mitte:

1) Vankriratta ümbermõõt ja pöörete arv, mis ratas teeb ühe km pikkusel teel.
2) Õunast ära hammustatav osa ja järele jääv osa.
3) Suhkru kg hind ja kg-de arv, mis saab osta 10 rubla eest.
4) Vähendatav ja vahe antud vähendatava puhul.
5) Jagaja ja jagatis antud jagatava puhul.

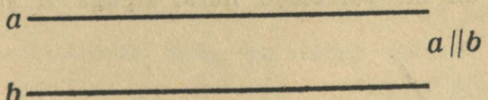
829. Lõvi sööks lamba üksi ära ühe tunniga, karu kahe tunniga ja hunt kuue tunniga. Mitme minutiga „pistaksid nad lamba kinni", kui nad talle korraga kallale asuksid?

GEOMEETRIA.

§ 36. Paralleelsed sirged ja ristuvad sirged. Nurk ja täisnurk.

1. Raudtee-rööpmed on paigutatud nii, et nende vahemaa on igas kohas sama; vastasel korral jookseks rong rööpmeist välja. Öeldakse, et raudtee-rööpmed jooksevad r ö ö b i t i.

Vankrirattad jätavad pehmesse maasse roopad. Ka need roopad jooksevad rööbiti.



Joonis 6.

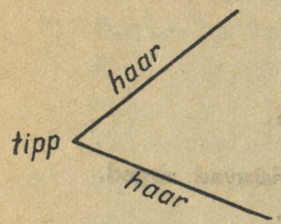
Kui kaks sirgjoont on tõmmatud tasasele paberile nii, et nende vahemaa on igas kohas sama, siis öeldakse, et need sirged asetsevad teineteise suhtes r ö ö b i t i, ehk — need sirged on **paralleelsed.**

Paralleelsed sirgjooned ei lõiku nende pikendamisel kuitahes palju.

Joonis 6 kujutab paralleelseid sirgeid. Kui sirged *a* ja *b* on paralleelsed, siis märgitakse seda nii: $a \parallel b$.

830. Kas raudtee-rööpmed, samuti vankriratta-roopad, kujutavad alati just paralleelseid s i r g e i d?

2. Kaks sirget joont, mis algavad ühest ja samast punktist, moodustavad **nurga.** Punkt, millest jooned algavad, on nurga **tipp** ja jooned ise on nurga **haarad** (joonis 7).

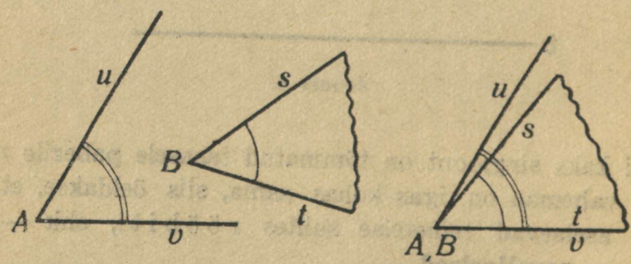


Joonis 7.

Võtame sirkli ja pöörame tema harusid teineteisest eemale; siis nurk sirkli harude vahel s u u r e n e b. Harusid teineteisele lähendades aga nurk harude vahel v ä h e n e b.

Nurk on seda suurem, mida rohkem tuleb tema üht haara pöörata, et ta teise haaraga ühte langeks. Nurga haarad võib joonestada kuitahes pikad, sellest nurga suurus üldse ei sõltu.

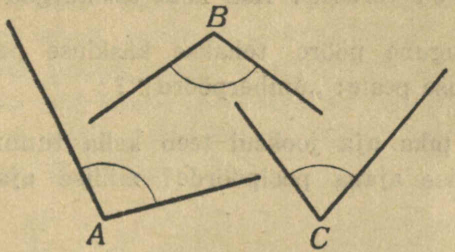
Nurkade suuruse võrdlemiseks paigutatakse nurgad teineteise peale nii, et nende tipud ja ühed haarad langevad ühte. Joonisel 8 on nii võrreldud nurki tipuga A ja tipuga B.



Joonis 8.

Selgub, et esimene nurk on teisest suurem. Seda asjaolu märgitakse nii: $\hat{A} > \hat{B}$. Niiviisi võrdlemiseks tuleks üks nurk piki haarasid koos haarade vahele jääva paberiosaga paberist välja lõigata.

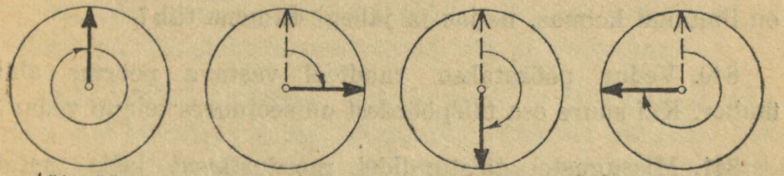
831. Nurki tippudega A, B ja C joonisel 9 võrreldes teha kindlaks nende suurusjärjestus. (Nurk A kopeerida muule paberile, välja lõigata ja võrrelda teda siis teiste nurkadega). Silma järgi hinnates püüda tulemust ennustada.



Joonis 9.

832. Joonestada vabalt kaks võimalikult ühesuurust nurka, teine teisele paberitükile, suurust silma järgi hinnates. Kontrollida oma silmamõõdu täpsust toimetades pealepaigutamist vastu valgust vaadates — siis üks joonis paistab teisest paberist läbi.

3. Kella minutiosuti teeb iga tunni jooksul ühe **täispöörde**, iga veerandtunni jooksul — **veerandpöörde**, poole tunni jooksul — **poolpöörde** ja kolmveerandtunni jooksul — **kolmveerandpöörde** (joonis 10).



Joonis 10.

Veerandpöördele vastavat nurka nimetatakse **täisnurgaks**. Täisnurka märgitakse joonisel kaarekese ja punktikesega nurga tipu juures (joonis 11).

833. Mitu täisnurka mahub täispöördesse? poolpöördesse? kolmveerandpöördesse?

834. Kas kõik täispöörded on võrdsed? Kas kõik veerandpöörded on võrdsed? Kas kõik täisnurgad on võrdsed?

835. Missugune pööre tehakse käskluse peale: „parem pool!" käskluse peale: „ümberpöörd!"?

836. Kui pika aja jooksul teeb kella tunninäitaja täispöörde? millise ajaga poolpöörde? millise ajaga veerandpöörde?

837. Kell on pool kümme. Missugust aega näitab kell, kui minutinäitaja on teinud veerandpöörde? poolpöörde? täispöörde?

838. Kell on kaksteist. Missugust aega näitab kell, kui tunninäitaja on teinud veerandpöörde? poolpöörde? täispöörde?

839. Kui suure osa täispöördest on teinud neljatiivalise tuuleveski tiivad, kui ühele tiivale kõige madalamas seisus järgneb teine samas seisus? Sama küsimus, kui sellesse seisu on ilmunud kolmas, neljas ja jällegi esimene tiib?

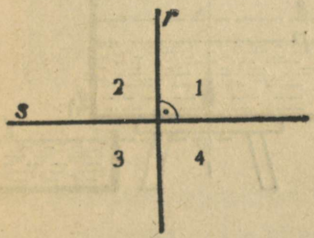
840. Vedur pööratakse raudteel vastava pöörme abil ümber. Kui suure osa täispöördest on seejuures teinud vedur?

841. Missugustel täistundidel moodustavad kella osutid täisnurga?

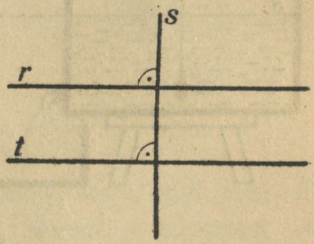
4. Võtame paberilehe ja murrame ta kahekorra kokku. Saadud kahekorra-murtud paberi murrame veelkordselt kokku, aga nii, et esiteks saadud murdejoone osad langeksid ühte.

Paberit avades leiame sellelt ühe paari **ristsirgeid.** Joonis 11 kujutab ristsirgeid s ja r. Lühemalt märgitakse seda nii: $s \perp r$. Viimast kirjutist võib lugeda kahel viisil: sirged s ja r on r i s t i ehk — sirged s ja r r i s t u v a d.

Ristuvate sirgete lõikepunkti ümber leidub neli nurka. Mis võib öelda nende nurkade suuruse kohta? (Vastuse saamiseks voldime paberi uuesti kokku!). Et need neli nurka on võrdsed ja nad kokku moodustavad täispöörde, siis igaüks neist peab olema t ä i s n u r k. Ainult üks neist märgitakse täisnurga märgiga.



Joonis 11.



Joonis 12.

842. Kas r i s t t e e d on lõikumise kohal alati teineteisega just risti?

843. Mis vahe on sirgete l õ i k u m i s e ja r i s t u m i s e vahel? või tähendavad need sõnad üht ja sedasama?

844. Ehitada voltimise teel täisnurk ja jaotada see voltimise teel kaheks, neljaks, kaheksaks võrdseks nurgaks. Missuguse osa täispöördest moodustab nii saadud kõige väiksem nurk?

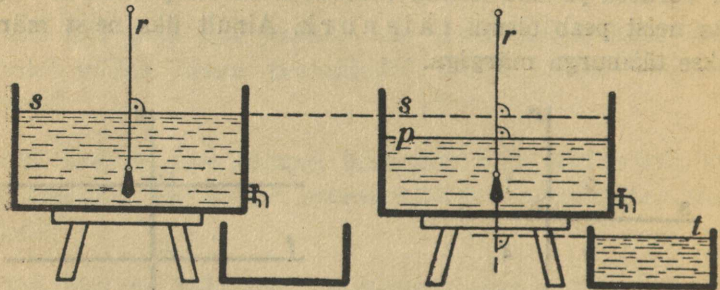
5. Voldime paberisse ühe sirge ja sellele kaks ristsirget (joonis 12; $r \perp s$ ja $t \perp s$). Mis võib siis öelda sirgete r ja t kohta? Märkame, et

ühe ja sama sirge ristsirged on paralleelsed.

Samuti võiksime öelda, et

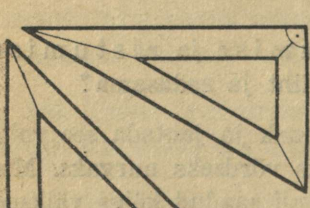
paralleelsetel sirgetel on ühine ristsirge.

Joonis 13 kujutab anumaid veega ja loodi. Selgitada selle joonise varal eespool-sõnastatud asjaolusid. Mis võib öelda sel joonisel esinevate sirgete *s* ja *p* kohta, sirgete *s* ja *t* kohta, sirgete *r* ja *t* kohta?



Joonis 13.

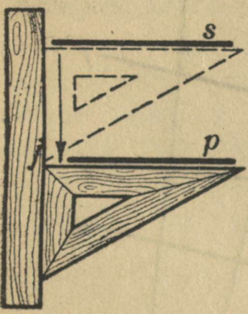
6. Igal joonestamiskolmnurgal on üks nurk täisnurk (joonis 14). See asjaolu võimaldab hõlpsasti tõmmata paralleelseid sirgeid ja samuti ristsirgeid joonlaua ja joonestamiskolmnurga abil, nagu see on näha joonistel 15 ja 16. Kahe sirge joonestamise vahel libistatakse kolmnurka nii, et tema üks äär jääb ikka vastu joonlaua äärt. Niisugust võtet nimetatakse **rööplükkeks.**



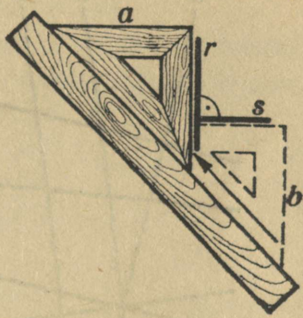
Joonis 14.

Selgitada paralleelsete sirgete tõmbamist rööplükke abil joonise 15 põhjal. Kas leidub sel joonisel ka paralleelsete sirgete *s* ja *p* mõni ühine ristsirge?

Selgitada ristsirgete tõmbamist rööplükke abil joonise 16 põhjal. Kas leidub sel joonisel mõni sirge, mis on paralleelne sirgega s? paralleelne sirgega r?



Joonis 15.

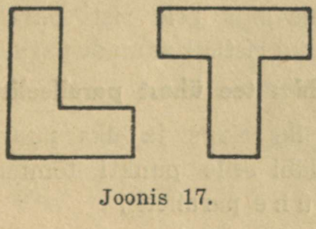


Joonis 16.

845. Kasutades rööplüket kontrollida, kas sirged, mis selle raamatu joonistel 11—16 peavad olema paralleelsed või risti, on seda ka tõesti või leidub kuskil viga. Missuguses joonises nimelt on väike viga?

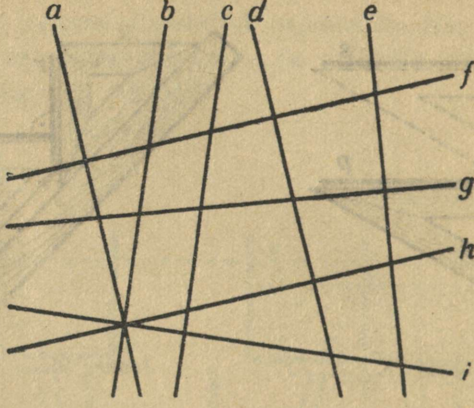
846. Kontrollida rööplükke abil, kas jooned ruudulisel paberil matemaatika vihikus on tõesti risti või mitte.

847. Kasutades rööplüket joonestada 1) ristkülik, 2) ruut, 3) L-täht ja T-täht (tähed nagu joonisel 17).



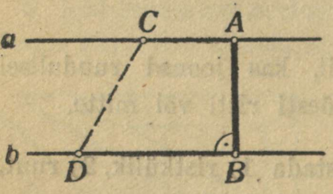
Joonis 17.

848. Joonisel 18 leidub hulk sirgeid. Missugused paarid neist on paralleelsed ja missugused on risti? Märkida ära kõik sirgete ristumiskohad sellel joonisel.



Joonis 18.

7. Paralleelsete sirgete vahelist kaugust mõõdetakse nende ühist ristlõiku mööda. Nii on joonisel 19 paralleelide a ja b vaheliseks kauguseks sirglõigu AB pikkus. Et paralleelsete sirgete vaheline kaugus on igas kohas sama, siis on päris ükskõik, kuskohal tõmmatakse see ristsirge, mida mööda kauguse mõõtmine ette võetakse.



Joonis 19.

Iga sirglõik, mille otspunktid on paralleelidel, aga mis pole risti paralleelidega (näiteks lõik CD) on pikem kui ristlõik samade paralleelide vahel. Seega **ristlõik on lühim tee ühest paralleelist teiseni.**

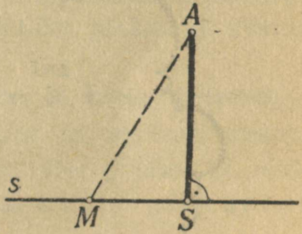
Kui on antud üks sirge ja üks punkt väljaspool seda sirget, siis saab läbi selle punkti tõmmata sellele sirgele ü h e j a a i n u l t ü h e paralleeli.

Kui on antud üks sirge ja üks punkt (ükskõik, kas väljaspool sirget või sirge peal), siis saab läbi selle punkti tõmmata sellele sirgele ühe ja ainult ühe ristsirge.

Tuleb harjutada rööplükke abil tõmbama antud punktist antud sirgele paralleeli või ristsirget.

Punkti ja sirge vahelist kaugust mõõdetakse punktist sirgeni tõmmatud ristlõiku mööda. Nii on joonisel 20 punkti A kaugus sirgest s lõigu AS pikkus. Iga muu sirglõik, mis viib punktist A sirgeni s, näiteks AM, on pikem ristlõigust AS. Seega

ristlõik on lühim tee punktist sirgeni.



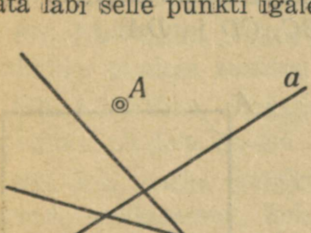
Joonis 20.

849. Joonestada vabalt sirge ja punkt ja tõmmata rööplükke abil läbi punkti sirgele paralleel ja ristsirge.

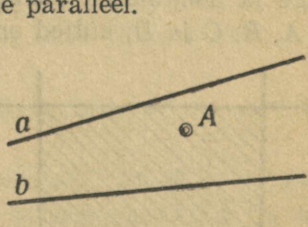
850. Joonestada vabalt paar paralleelseid sirgeid ja mõõta nende vaheline kaugus.

851. Joonestada vabalt punkt ja sirge ja mõõta punkti kaugus sirgest.

852. Joonisel 21 leidub kolm sirget ja üks punkt. Tõmmata läbi selle punkti igale sirgele paralleel.



Joonis 21.

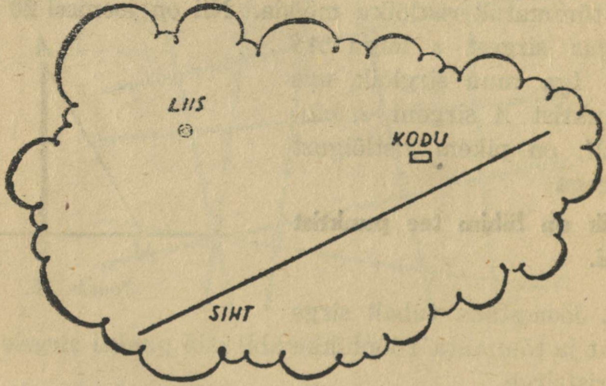


Joonis 22.

853. Joonisel 22 leidub kolm sirget ja üks punkt. Tõmmata sellest punktist igale sirgele ristsirge.

854. Mõõta joonisel 22 punkti A kaugus sirgeist a, b ja c.

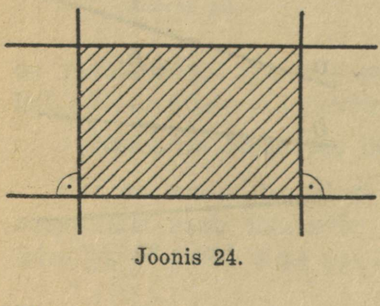
855. Liis on metsas eksinud (joonis 23). Kummale on Liis lähemal, kas kodule või metsasihile?



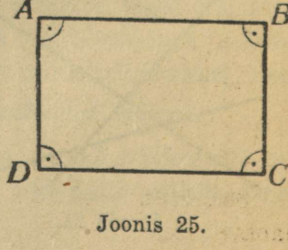
Joonis 23.

§ 37. Ristkülik, ruut ja täisnurkne kolmnurk.

1. Kaks paralleelset sirget koos kahe ristsirgega piiravad ühe **ristküliku** (joonis 24). Ristkülikul on neli tippu, neli külge ja neli nurka. Joonisel 25 kujutatud ristküliku tipud on A, B, C ja D, küljed on AB, BC, CD ja DA.



Joonis 24.



Joonis 25.

Ristküliku nurgad on kõik täisnurgad.

Ristküliku $ABCD$ (joonis 25) küljed AB ja DC on üks paar ning AD ja BC on teine paar nn. **vastasküljed**.

Kokkuvõttes:

ristkülik on nelinurk, mille vastasküljed on võrdsed ja paralleelsed ja mille nurgad on kõik täisnurgad.

Ristküliku ühise tipuga külgi nimetatakse **lähisküljedeks**. Neist pikema suurus on ristküliku **pikkus** ja lühema suurus on **laius**. Teame, et

ristküliku pindala võrdub pikkuse ja laiuse korrutisega.

Ristkülikut, mille pikkus ja laius on võrdsed, nimetatakse **ruuduks**. Ruudu puhul ei tehta vahet pikkuse ja laiuse vahel, vaid kõneldakse lihtsalt ruudu külje pikkusest. Seega

ruudu pindala saadakse külje pikkust iseendaga korrutades.

Pindala tähistatakse sageli tähega S. Tähistades ristküliku pikkust tähega p ja laiust tähega l, aga ruudu küljepikkust tähega a, saame kirjutada ristküliku ja ruudu pindala arvutamise eeskirjad lühidalt nii:

Ristkülikul $S = p \cdot l$	Ruudul $S = a \cdot a$

856. Arvutada oma klassitoa põranda pindala.

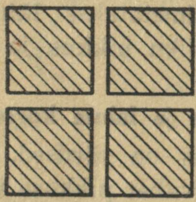
857. Ristküliku pikkus on 8 m, laius 75% sellest. Leida ristküliku pindala aarides.

858. Ristküliku pikkus on 85 m, laius 68 m. Arvutada ristküliku pindala ha-des.

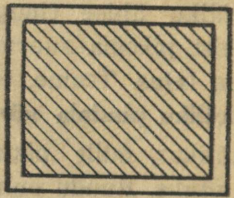
859. Kui palju kuluks talupidajal ristküliku-kujulisele nurmele rukkiseemet, kui nurme pikkus on 172 m ja laius 95 m ja kui ta ühele ha-le soovib külvata 150 kg rukkeid?

860. Ruudukujuline aed, mille külje pikkus on 58,6 m, jaotati kahe teineteisele risti ja külgedele rööbiti mineva teega neljaks osaks, kusjuures teede laius on 0,85 m. Leida haritava aiamaa pindala (joonis 26).

861. Pargi ümber, mille pikkus on 150 m ja laius 128 m, on pargi maa-alast pargi välisäärtele planeeritud 2,25 m laiune tee (joonis 27). Arvutada pargi ja teede pindala.



Joonis 26.



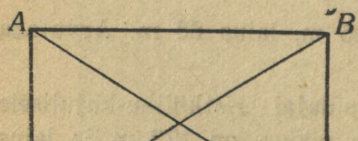
Joonis 27.

862. Ruudu külje pikkus on $\frac{3}{25}$ kilomeetrit. Leida selle ruudu pindala aarides ja hektaarides.

863. Ruudu külg moodustab 12,5% kilomeetrist. Leida selle ruudu pindala aarides ja hektaarides.

864. Leida kõik need täisarvud, mis saavad olla mõõtmeiks (s. t. pikkuseks ja laiuseks) ristkülikule, mille pindala on 12 cm². Joonestada kõik täisarvuliste külgedega ristkülikud pindalaga 12 cm².

865. Mitu ruutsentimeetrit on ruudu pindala, mille külje pikkus on $\frac{1}{2}$ mm?



Joonis 28.

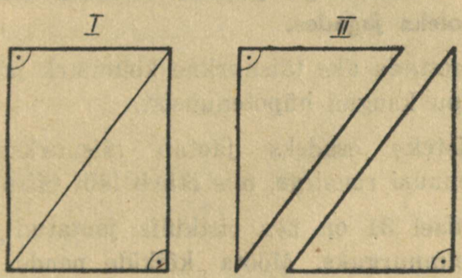
3. Joonisel 28 kujutatud ristküliku $ABCD$ tippe, nagu A ja C, samuti B ja D, nimetatakse **vastastippudeks.** Vastastippe ühendavad sirglõigud on ristküliku **diagonaalid.** Ristkülikul on kaks diagonaali; need on pikkuselt

võrdsed ja poolitavad teineteist; (kontrollida seda joonisel 28).

866. Joonestada ristkülik pikkusega 5 cm ja laiusega 3 cm. Tõmmata tema diagonaalid ja leida diagonaalide lõikepunkti kaugused ristküliku külgedest. Mis võib öelda selle lõikepunkti kauguste kohta ristküliku vastaskülgedest?

867. Joonestada ruut külje pikkusega 4 cm ja tõmmata tema diagonaalid. Joonestamiskolmnurgaga kontrollides veenduda, et r u u d u d i a g o n a a l i d o n r i s t i.

868. Ruudu diagonaalide lõikepunkti nim. ruudu k e s k p u n k t i k s. Mis võib öelda ruudu keskpunkti kauguste kohta ruudu tippudest? ruudu külgedest?

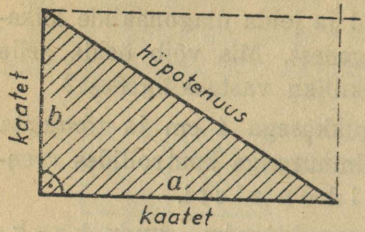


Joonis 29.

4. Joonestame ristküliku ja tõmbame tema ühe diagonaali (joonis 29, I). Lõikame nüüd selle ristküliku paberist välja ja lõikame ta siis piki diagonaali kaheks tükiks (joonis 29, II). Saame kaks **täisnurkset kolmnurka.** Need kolmnurgad lasevad endid teineteise peale paigutada nii, et nende ääred on igas kohas täpselt kohakuti. Teha see proov kindlasti ise läbi! Kaht niisugust kolmnurka nimetatakse **ühtivateks** kolmnurkadeks. Pole kahtlust, et ühtivate kolmnurkade pindalad on võrdsed. Niisiis:

diagonaal jaotab ristküliku pindala pooleks.

Täisnurkse kolmnurga ristuvaid külgi nimetatakse **kaatetiteks** ja kolmandat külge **hüpotenuusiks** (joonis 30).



Joonis 30.

Tõmbame hüpotenuusi otspunktest paralleelid kaateteile. Saame ristküliku. Mis jääb selle ristküliku diagonaaliks, mis pikkuseks ja mis laiuseks? Selle ristküliku pindala on kolmnurga kaatetite korrutis ja see on kaks korda suurem kui täisnurkse kolmnurga pindala. Sellest järeldame, et **täisnurkse kolmnurga pindala saadakse kaatetite korrutist pooleks jagades.**

869. Joonestada üks täisnurkne kolmnurk ja mõõta tema täisnurga tipu kaugus hüpotenuusist.

870. Millisteks osadeks jaotab täisnurkse kolmnurga tema hüpotenuusi ristsirge, mis läheb läbi täisnurga tipu?

871. Joonisel 31 on üks ristkülik jaotatud neljaks täisnurkseks kolmnurgaks. Mõõta kõikide nende kolmnurkade kaatetid, arvutada nende kolmnurkade pindalad ja liita need. Kontrollida tulemust arvutades otseselt selle ristküliku

$a = 2{,}5$ cm; $\frac{a \cdot b}{2} =$

$b =$

$c =$ $\frac{c \cdot d}{2} =$

$d =$

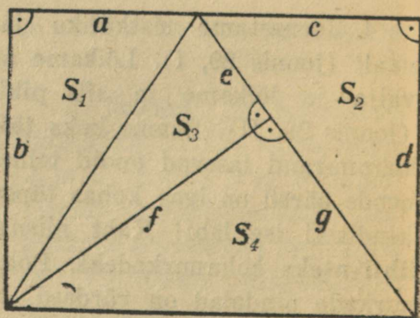
$e =$ $\frac{e \cdot f}{2} =$

$f =$

$g =$ $\frac{f \cdot g}{2} =$

$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$

$S = b \cdot (a + c) =$



Joonis 31.

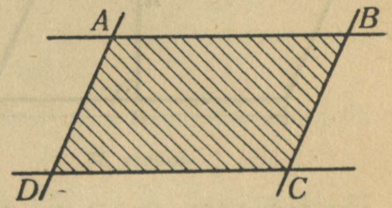
pindala. Töö korraldada joonise kõrval näidatud skeemi kohaselt.

872. Joonestada täisnurkne kolmnurk, mille üks kaatet on 5 cm ja pindala on 15 cm^2. (Enne arvutada teine kaatet).

873. Täisnurkse kolmnurga kujulise põllutüki pindala on 0,837 ha. Ühe kaateti pikkus on 186 m. Arvutada teise kaateti pikkus.

§ 38. Rööpkülik, romb ja kolmnurk.

1. Kui kaht paralleelset sirget lõigatakse kahe teise paralleelse sirgega, siis kumbki sirgepaar lõikab teise paari sirgetest välja võrdsed tükid. Missugused sirglõigud joonisel 32 on omavahel võrdsed?

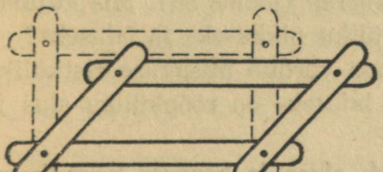


Joonis 32.

Kaks paari paralleelseid sirgeid piiravad ühe nelinurga, mida nimetatakse **rööpkülikuks** ehk *parallelogrammiks*.

Nagu ristkülikul, nii on ka rööpkülikul kaks paari vastasküljgi, kaks paari vastastippe ja üks paar diagonaale. Peame meeles, et

rööpküliku vastasküljed on võrdsed ja paralleelsed ja tema diagonaalid poolitavad teineteist.


Joonis 33.

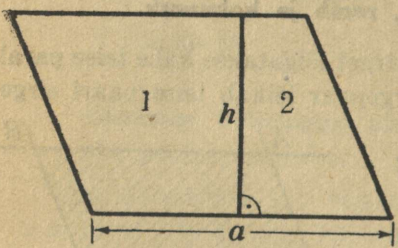
Rööpkülikuid on väga hõlpus joonestada rööplükke abil.

874. Valmistada neljast pilpast või papiribast joonisel 33 kujutatud liigendmudel. Niisuguse mudeli abil on võimalik moodustada mitmesuguse kujuga rööpkülikuid.

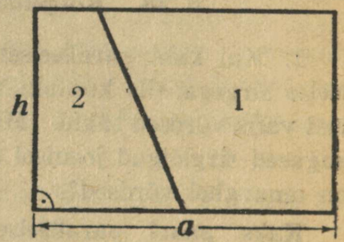
875. Joonestada 5 erineva kujuga rööpkülikut ja tõmmata nende diagonaalid. Kontrollida, kas nende diagonaalid tõesti poolitavad teineteist.

876. Rööpküliku ühe külje pikkus on 8 cm ja ümbermõõt on 26 cm. Kui pikad on teised rööpküliku küljed?

877. Joonestada vabalt rööpkülik $ABCD$ (tähised paigutada nagu joonisel 32) ja mõõta tipu A kaugus küljest DC ja tipu C kaugus küljest AD.



Joonis 34.



Joonis 35.

2. Rööpküliku üks külg (harilikult üks pikem külg) loetakse rööpküliku a l u s e k s ja seda tähistatakse tähega a (joonis 34). Alusega paralleelse külje kaugus alusest on rööpküliku k õ r g u s ja seda tähistatakse tähega h. Et paralleelide vaheline kaugus on igas kohas sama, siis on ükskõik, missugusele kohale joonestatakse rööpküliku kõrgus.

Lõikame rööpküliku paberist välja ja lõikame ta siis mööda üht kõrguslõiku kaheks tükiks. Paneme saadud tükid uuesti kokku, aga teises järjekorras (joonis 35). Mis kujundi saame? Mis on tekkinud ristküliku pikkuseks ja laiuseks?

Selgub, et rööpküliku pindala võrdub niisuguse ristküliku pindalaga, mille pikkuseks ja laiuseks on rööpküliku alus ja kõrgus. Seega

rööpküliku pindala võrdub aluse ja kõrguse korrutisega.

Lühemalt: $\boxed{\text{Rööpkülikul } S = a \cdot h}$

878. Rööpküliku alus on 8 cm ja kõrgus 3,5 cm. Leida selle rööpküliku pindala.

879. Rööpküliku alus on 12,5 cm, kõrgus 8,2 cm. Arvutada rööpküliku pindala.

880. Rööpküliku-kujulise põllu üks külg on 132 m ja sama külje kaugus vastasküljest 81 m. Kui suur on selle põllu pindala hektaarides?

881. Ehituskrunt on rööpküliku kujuline. Arvutada selle krundi hind, kui tema ühe külje pikkus on 65 m ja selle külje kaugus vastasküljest on 42 m ning maa ruutmeetri hind on 32 kopikat.

882. Rööpküliku pindala on 18 cm^2. Kui suur on selle rööpküliku alus, kui kõrgus on 3 cm?

883. Rööpküliku pindala on 63 m^2 ja alus on 8,4 m. Leida selle rööpküliku kõrgus.

884. Rööpküliku üks külg on 6,2 dm ja ümbermõõt on 19,4 dm. Arvutada teiste külgede pikkused.

885. Rööpküliku üks külg on 24,2 m ja ümbermõõt on 79,8 m. Kui pikad on rööpküliku teised küljed?

886. Rööpküliku-kujuline tükk plekki alusega 4 dm ja kõrgusega 2,5 dm kaalub 220 g. Mitu kg kaalub ruutmeeter sama plekki?

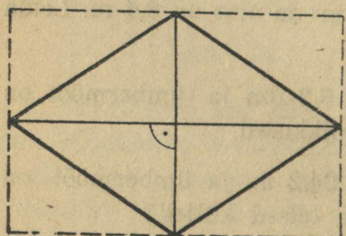
887. Mees niidab sooheinamaad keskmiselt 0,4 ha päevas. Mitu päeva niidab ta rööpküliku-kujulist heinamaatükki, mille pikkus on 140 m ja kõrgus 75 m? (Vastus anda täpsusega 0,1 päeva).

888. Ruutmeeter millimeetri-paksust vaskplekki kaalub 8,9 kg. Kui palju kaaluks rööpküliku-kujuline tükk sama vaskplekki, mille alus on 4,2 dm ja kõrgus 3,5 dm?

889. Täita järgmine tabel:

Rööpküliku alus	5,2 dm	5 dm		800 m		234 m	42 cm
Rööpküliku kõrgus	2,5 dm	27 cm	28 cm		$\frac{3}{4}$ m	105 m	
Rööpküliku pindala			1260 cm^2	4 ha	$\frac{1}{2}$ m^2	...... ha	0,189 m^2

3. Teeme oma rööpküliku liigendmudeli (joonis 33) ümber nii, et kõik tema neli lüli oleksid ühepikkused (väga hõlpsasti võib saada niisuguse mudeli ka liigend-tollipulgast). Säärase mudeli abil saame moodustada kuju poolest erinevaid v õ r d s e t e k ü l g e d e g a rööpkülikuid, ehk nn. **rombe** (joonis 36).



Joonis 36.

On märkimisväärne, et rombi diagonaalid on teineteisega risti. See asjaolu võimaldab hõlpsasti arvutada rombi pindala diagonaalide kaudu. Tõmmates läbi rombi tippude paralleelid diagonaalidele, tekib ristkülik, mille pikkuseks ja laiuseks on parajasti rombi diagonaalid, tema pindala on aga rombi pindalast kaks korda suurem (miks?). Seega

rombi pindala saadakse diagonaalide korrutist pooleks jagades.

890. Joonestada romb, teostada vajalikud mõõtmised ja arvutada rombi pindala kahel viisil: kord diagonaalide kaudu, kord aluse ja kõrguse kaudu.

891. Joonestada võrdsete diagonaalidega romb. Mis on niisuguse rombi teine nimi?

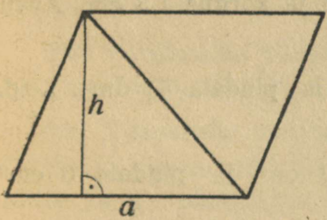
892. Kuidas saaks ruudu pindala arvutada diagonaalide kaudu?

893. Diagonaalidega täisnurkseteks kolmnurkadeks tükeldatud rombi osi saab panna kokku ristkülikuks ja ka rööpkülikuks. Kuidas nimelt? Mitu erineva kujuga ristkülikut saab moodustada neist tükkidest? ja mitu erineva kujuga rööpkülikut?

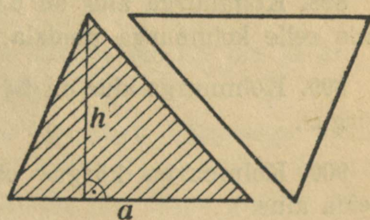
894. Rombi külje pikkus on 5 cm ja pindala $13\frac{3}{4}$ cm^2. Leida rombi vastaskülgede vaheline kaugus.

895. Rombikujulist ripatsit, mille diagonaalid on 2,4 cm ja 4,3 cm, soovitakse kullata. Kui kalliks läheb see kuldamine, kui ühe ruutsentimeetri pinna kuldamine maksab 21 rubla? (Tahetakse kullata ripatsi mõlemad küljed.)

4. Joonestame rööpküliku ja tõmbame tema ühe diagonaali (joonis 37). Lõikame nüüd selle rööpküliku paberist



Joonis 37.



Joonis 38.

välja ja lõikame ta siis piki diagonaali kaheks tükiks (joonis 38). Saame kaks **kolmnurka.** Need kaks kolmnurka lasevad end teineteise peale paigutada nii, et nende ääred on igas kohas täpselt kohakuti. Teha see proov ise läbi! Selgub, et

diagonaal jaotab rööpküliku kaheks ühtivaks kolmnurgaks.

Nimetame kolmnurga ühe külje *aluseks* ja aluse vastastipu kauguse alusest *kõrguseks*. Märkame, et kolmnurga alus ja kõrgus on samad, mis rööpkülikul, millest see kolmnurk saadud on. Seega kolmnurga pindala saab arvutada aluse ja kõrguse kaudu, ja nimelt järgmiselt:

kolmnurga pindala saadakse aluse ja kõrguse korrutist pooleks jagades.

$$\boxed{\text{Kolmnurgal } S = \frac{a \cdot h}{2}}$$

896. Mitmel erineval viisil saab kolmnurka täiendada temast kaks korda suuremaks rööpkülikuks? Teha vastav joonis vabalt joonestatud kolmnurgast lähtudes.

897. Joonestada täisnurkne kolmnurk ja arvutada tema pindala kahel viisil: kord võttes aluseks kaateti, kord hüpotenuusi.

898. Kolmnurga alus on 5,2 cm ja kõrgus 1,3 cm. Arvutada selle kolmnurga pindala.

899. Kolmnurga alus on $5\frac{2}{5}$ dm ja pindala $4\frac{1}{2}$ dm^2. Leida kõrgus.

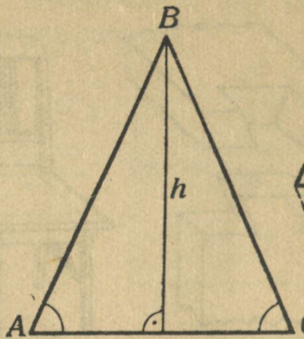
900. Kolmnurga kõrgus on $7\frac{1}{3}$ cm ja pindala 6 cm^2. Leida alus.

901. Kolmnurga kõrgus on 1 m ja alus on 110% kõrgusest. Arvutada pindala.

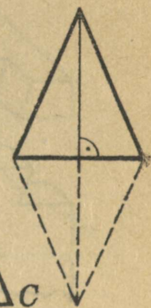
902. Kolmnurga alus on 12 mm ja see on kõrgusest parajasti 40%. Arvutada pindala.

5. Kolmnurka, mille kaks külge on võrdsed, nimetatakse **võrdhaarseks kolmnurgaks** (joonis 39, AB = BC). Võrdseid külgi nimetatakse võrdhaarse kolmnurga **haaradeks** ja kolmandat külge **aluseks** (*AC* joonisel 39).

Võrdhaarse kolmnurga kõrgus poolitab aluse. Võrdhaarset kolmnurka nii rööpkülikuks täiendades, et alus jääb rööpküliku diagonaaliks, tekib romb (joonis 40). Võrdhaarset kolmnurka kõrgust mööda kahekorra voltides veendume, et nurgad tema aluse juures on võrdsed. Kolmanda, nn. **tipunurga**, jaotab kõrgus pooleks.



Joonis 39.



Joonis 40.

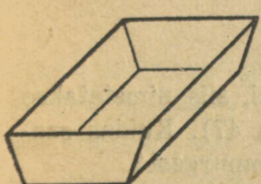
903. Joonestada üks täisnurkne võrdhaarne kolmnurk ja arvutada selle pindala kahel viisil: kord kaatetite kaudu ja kord hüpotenuusi ja kõrguse kaudu.

904. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 45,5 cm ja alus $18\frac{2}{3}$ cm. Kui pikad on haarad?

905. Võrdhaarse kolmnurga kõrgus on $3\frac{3}{5}$ cm ja see on parajasti 60% alusest. Arvutada pindala.

906. Tükeldada võrdhaarne kolmnurk kõrgusega kaheks tükiks ja panna neist tükkidest kokku 1) ristkülik, 2) rööpkülik ja 3) võrdhaarne kolmnurk, mis kuju poolest lähtekolmnurgast erineb.

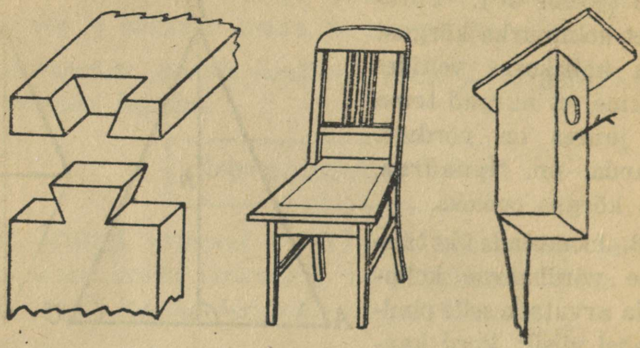
§ 39. Trapets.



Joonis 41.

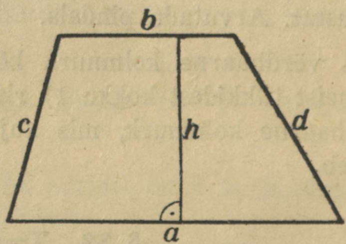
1. Joonistel 41—44 on kujutatud rida esemeid, millede küljes leidub nelinurki, milledel üks paar külgi on paralleelsed. Nelinurka, millel üks paar külgi on paralleelsed, nimetatakse **trapetsiks**. Trapetsi paralleelseid külgi nimetatakse

alusteks (*a* ja *b* joonisel 45) ja teisi külgi — haaradeks (*c* ja *d*). Aluste kaugus teineteisest on trapetsi kõrgus (*h*). Kui trapetsi haarad on võrdsed, siis nimetatakse



Joonised 42—44.

teda võrdhaarseks trapetsiks (joonis 46). Võrdhaarne trapets saadakse, kui võrdhaarsest kolmnurgast aluse paralleeliga eraldatakse tipupoolne tükk.



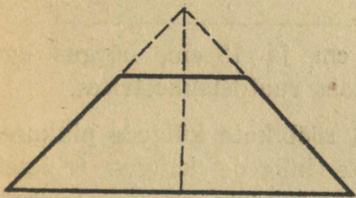
Joonis 45.

Kui trapetsi üks haar on alustega risti, siis nimetatakse teda täisnurkseks trapetsiks (joonis 47). Kuidas saadakse täisnurkne trapets täisnurksest kolmnurgast?

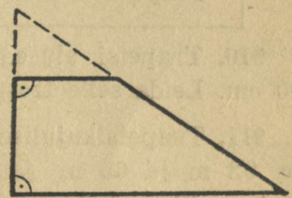
907. Mitu täisnurka on täisnurksel trapetsil?

908. Trapetsi aluste summa on 44 cm ja üks alus on teisest 8 cm võrra lühem. Kui pikk on kumbki alus?

909. Võrdhaarse trapetsi ümbermõõt on 56,7 cm ja üks haar 12,7 cm. Kui suur on aluste summa?

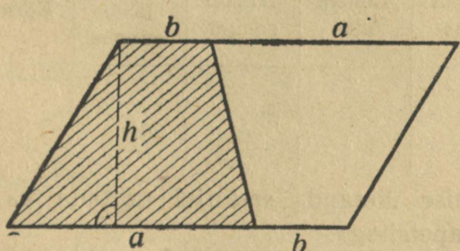


Joonis 46.



Joonis 47.

2. Joonestame kahekorra murtud paberile mingi trapetsi ja lõikame siis sellest paberist välja korraga kaks täiesti ühesugust trapetsit. Paigutame need trapetsid haarapidi tei-



Joonis 48.

neteise külge nii, et ühel jääb pikem, teisel lühem alus allapoole (joonis 48). Tekib rööpkülik, mille kõrgus on sama, mis trapetsil, aga alus on trapetsi aluste summa.

Selle rööpküliku pindala on $(a+b) \cdot h$. Ühe trapetsi pindala on sellest kaks korda väiksem. Kaks korda väiksema pindala saame aga võttes aluste summa asemel aluste poolsumma. Seega

trapetsi pindala võrdub aluste poolsumma ja kõrguse korrutisega.

Trapetsil $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	ehk $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

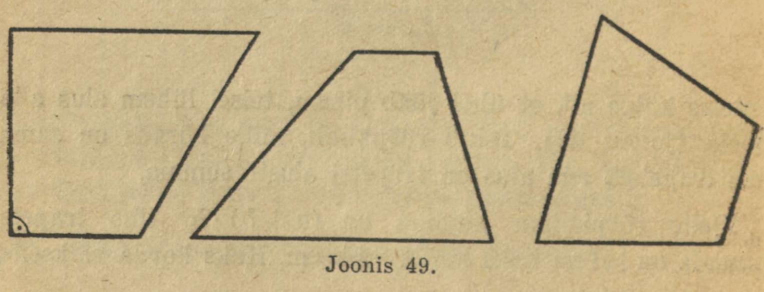
910. Trapetsi alused on 15 cm ja 13 cm, kõrgus aga 10 cm. Leida selle trapetsi pindala ruutdetsimeetrites.

911. Trapetsikujulise maatüki rööbikute külgede pikkused on 92 m ja 65 m ja rööbikute külgede kaugus teineteisest on 42 m. Leida selle maatüki pindala aarides ja hektaarides.

912. Joonestada kolm trapetsit, hinnata nende pindala esiteks silmaga, mõõta siis nende alused ja kõrgused ning arvutada järgmise tabeli järgi igaühe pindala.

Trapetsi nr.	Pikem alus	Lühem alus	Aluste summa	Aluste poolsumma	Kõrgus	Trapetsi pindala
1						
2						
3						

913. Eelmise ülesande eeskujul talitada ka joonisel 49 kujutatud trapetsitega.



Joonis 49.

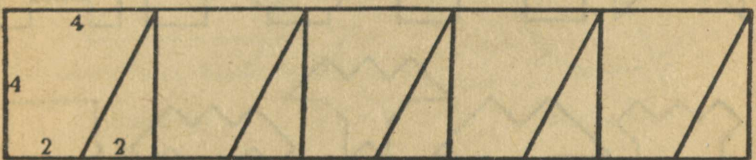
914. Joonisel 41 kujutatud küna on pealt 4 dm ja alt 2,8 dm lai ning 1,2 dm sügav. Leida küna otsa pindala.

915. Vankri otslaud on pealt 1,0 m ja alt 0,8 m lai ning 3 dm kõrge. Arvutada vankri otslaua pindala.

916. Arvutada kraavi ristlõike pindala, kui kraavi laius on pealt 2,7 m, põhjast 0,5 m ja sügavus on 1,1 m.

917. Arvutada raudteetammi muldkeha ristlõike pindala, kui tammi laius alt on 4,8 m, pealt 3,0 m ja tammi kõrgus on 0,9 meetrit.

918. Trapetsi üks alus on 16 m, teine alus on 4,6 m võrra lühem esimesest, kõrgus on aga 10,5 m. Mitu aari on selle trapetsi pindala?

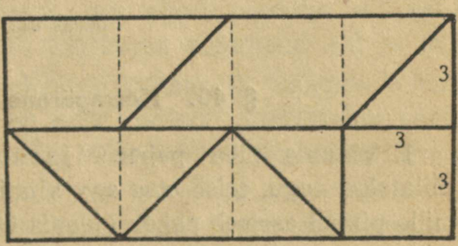


Joonis 50.

919. *Tükeldada ristküliku-kujuline papiriba, mille pikkus on 20 cm ja laius 4 cm, osadeks nii, nagu see on tehtud joonisel 50. Saadud kümnest tükist annab kokku seada üks ruut. Kuidas nimelt?

Huvitavat ajaviidet.

Tükeldada ristküliku-kujuline papitükk pikkusega 12 ja laiusega 6 cm kaheksaks tükiks nii, nagu see on näidatud joonisel 51 (katkendjooned näitavad, kuidas papitüki pindala jaotub ruutudeks; lõigata tuleb mööda pidevaid jooni).



Joonis 51.

Saadud tükkidest tuleb panna kokku 1) ruut, 2) ruut, millesse jääb ruudukujuline auk külje pikkusega 3 cm.

Nendest tükkidest saab panna kokku ka joonisel 52 antud kujundeid ja veel palju muid huvitavaid asju.

Joonis 52.

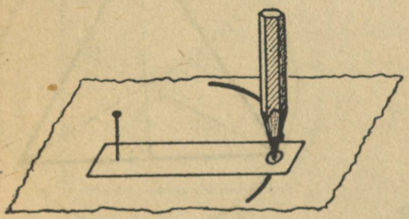
§ 40. Korrapärane hulknurk.

1. Võtame riba paberit ja torkame tema ühte otsa pliiatsiga augu, teise otsa aga kinnitame nõelaga laua külge, mille pinnal asetseb paber (joonis 53).

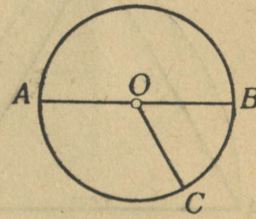
Nii saame joonestada **ringi** (joonis 54). Nõela torkekoht jääb ringi **keskpunktiks** (O).

Tõmbame läbi keskpunkti O sirglõigu, mis algab ja lõpeb ringjoonel (sirglõik AB); see sirglõik on ringi **läbimõõt.** Pool läbimõõtu on ringi **raadius.** Raadiused on näiteks sirglõigud OA, OB ja OC. Ühe ja sama ringi raadiused on muidugi kõik võrdsed.

Ringi joonestamine paberiribaga on võrdlemisi tülikas. Mugavam on ringe joonestada s i r k l i abil. Ringjoone osa nimetatakse **kaareks.** (joonisel 54 on kaar BC)



Joonis 53.



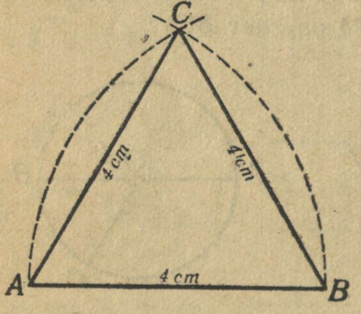
Joonis 54.

920. Joonestada ühe ja sama keskpunkti ümber ringid raadiusega 1 cm, 1,5 cm, 2 cm ja 2,5 cm. Kui pikk on iga ringi läbimõõt?

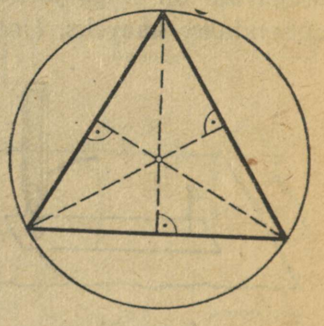
2. Joonestame sirglõigu AB, pikkusega näiteks 4 cm (joonis 55). Paneme sirkli teraviku punkti A ja tõmbame kaare, mis algab punktist B. Siis paneme sirkli teraviku punkti B ja tõmbame kaare, mis algab punktist A. Need kaared lõikuvad punktis C. Tõmbame sirglõigud AC ja BC.

Mis võib nüüd öelda tekkinud kolmnurga külgede kohta? Kolmnurka, mille küljed on kõik võrdsed, nimetatakse **võrdkülgseks kolmnurgaks.** Mis võib öelda võrdkülgse kolmnurga nurkade kohta?

Näitame, et võrdkülgse kolmnurga ümber saab joonestada niisuguse ringi, mis läheb läbi kõikide tippude. Selleks tõmbame võrdkülgse kolmnurga igast tipust vastasküljele ristlõigu ehk kõrguse (joonis 56). Need ristlõigud lõikuvad kõik ühes punktis. See punkt ongi otsitud ringi keskpunkt. Kui võrdkülgne kolmnurk ja tema kõrgused on küllalt täpselt joonestatud, siis peab saama selle punkti ümber joonestada ringi, mis läheb läbi kolmnurga kõikide tippude. Nii-



Joonis 55.



Joonis 56.

sugust ringi, mis läheb läbi kolmnurga tippude, nimetatakse kolmnurga **ümberringiks.**

921. Kas võrdkülgse kolmnurga ümberringi keskpunkti saamiseks on vaja tõmmata kõik kolm kõrgust?

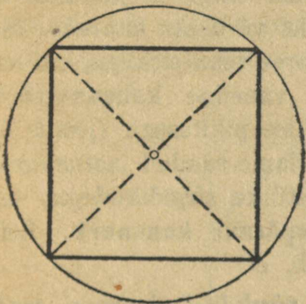
922. Mõõta joonisel 56 esitatud võrdkülgse kolmnurga ümberringi keskpunkti kaugused kolmnurga külgedest. Mis võib öelda nende kauguste kohta? Võrrelda seda kaugust ümberringi raadiusega.

3. Kolmnurki, nelinurki, viisnurki jne. nimetatakse ühise nimega **hulknurkadeks.** Kui hulknurga küljed on kõik võrdsed, siis nimetatakse teda v õ r d k ü l g s e k s hulknurgaks. Eespool tutvusime juba võrdkülgse k o l m n u r g a g a.

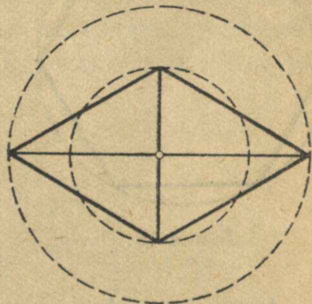
Võrdkülgsed n e l i n u r g a d on r u u t ja r o m b.

Samuti nagu võrdkülgsel kolmnurgal, on ka ruudul ümberring (joonis 57). Selle ringi keskpunktiks on ruudu diagonaalide lõikepunkt.

Rombil aga puudub ümberring, s. t. ei saa tõmmata niisugust ringi, mis läheks läbi rombi kõikide tippude (joonis 58).



Joonis 57.



Joonis 58.

Kui hulknurk on võrdkülgne ja ühtlasi ka võrdnurkne, siis nimetatakse teda **korrapäraseks hulknurgaks.** Näiteks ruut on korrapärane nelinurk. Kuidas nimetatakse teisiti korrapärast kolmnurka?

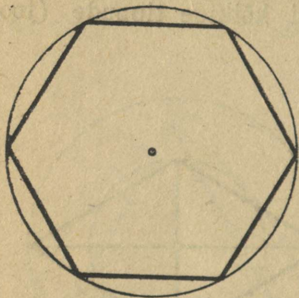
Igal korrapärasel hulknurgal on ümberring. Selle ringi keskpunkt on ühtlasi korrapärase hulknurga keskpunktiks.

923. Joonestada ring ja tema kaks ristuvat diameetrit, üks püsti, teine rõhtsalt. Ühendada nende diameetrite otspunktid nii, et tekiks korrapärane nelinurk ehk ruut.

924. Joonestada ruut, mille ümberringi raadius on 2 cm ja arvutada selle ruudu pindala.

925. Kas ristkülikul on ümberring? Kas ristkülik on korrapärane hulknurk?

926. *Ruudukujulise aia külg on 20 m. Mitu aiaposti kuluks selle aia piiramiseks taraga, kui postid soovitakse püstitada 2 m kaugusele üksteisest?



Joonis 59.

4. Korrapärase hulknurga joonestamist alustatakse sageli ümberringi joonestamisega. Joonestame ringi ja jaotame selle kuueks võrdseks kaareks. Seda on kerge teha sirkliga, kui sirkli otste vaheline kaugus võrdub raadiuse pikkusega (joonis 59). Ühendame saadud jaotuspunktid järjestikku sirglõikudega; tekib **korrapärane kuusnurk.** Sellest selgub, et

korrapärase kuusnurga külg võrdub ümberringi raadiusega.

927. Jaotada mingi ringjoon kuueks võrdseks osaks ja ühendada saadud jaotuspunktid üle ühe. Tekib korrapärane kolmnurk. Ühendada ülejäänud kolm jaotuspunkti teiseks korrapäraseks kolmnurgaks. Tekib t ä h t k u u s n u r k.

928. Joonestada korrapärane kuusnurk külje pikkusega 2,2 cm ja tõmmata kõik tema diagonaalid. Mitu neid on?

929. Kas korrapärasel kuusnurgal on paralleelseid külgi? paralleelseid diagonaale? Mitu paari paralleelseid diagonaale on korrapärasel kuusnurgal?

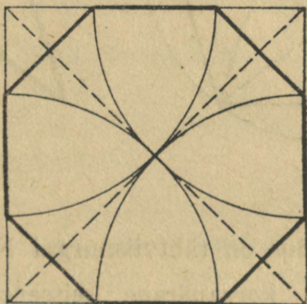
930. Kas korrapärasel kuusnurgal on ristuvaid diagonaale? Mitu diagonaali on risti diagonaaliga, mis läheb läbi keskpunkti?

931. Mis nimelisteks kujunditeks jaotab korrapärase kuusnurga läbi keskpunkti tõmmatud diagonaal?

932. Mis nimelisteks kujunditeks jaotavad korrapärase kuusnurga läbi keskpunkti tõmmatud kolm diagonaali?

933. Arvutada korrapärase kuusnurga ümbermõõt, kui ümberringi läbimõõt on 52 mm.

5. Joonestame ruudu ja leiame tema keskpunkti diagonaalide abil (joonis 60). Tõmbame nüüd iga tipu ümber kaare, mis läheb läbi keskpunkti. Saame ruudu külgedel 8 punkti, mis on ühe **korrapärase kaheksanurga** tippudeks. Kuidas saab kontrollida, et nii saadud kaheksanurk on tõesti korrapärane?



Joonis 60.

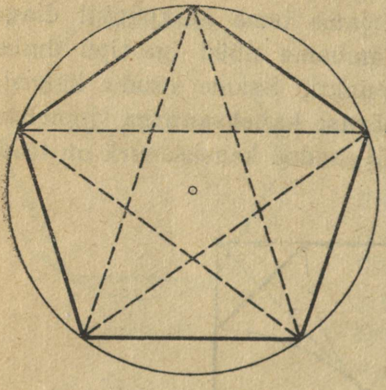
934. Tõmmata korrapärase kaheksanurga kõik diagonaalid ja loendada need.

935. Joonestada korrapärase kaheksanurga diagonaalidest kaks erinevat tähtkaheksanurka.

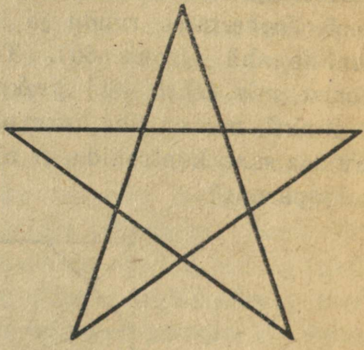
936. Joonestada korrapärane kaheksanurk, mille ümberringi raadius on 3 cm. Näpunäide: ristdiameetrite paar määrab ühe ruudu tipud, selle ruudu külgedega paralleelsed diameetrid määravad ühe teise ruudu tipud; nende kahe ruudu tipud kokku ongi küsitud kaheksanurga tippudeks.

6. Jaotame ringi sirkliga proovides viieks võrdseks osaks ja ühendame järjestikused jaotuspunktid; saame **korra-**

pärase viisnurga (joonis 61). Ühendades jaotuspunkte üle ühe, saame **tähtviisnurga** (joonis 62), mis koosneb korrapärase viisnurga viiest diagonaalist.



Joonis 61.

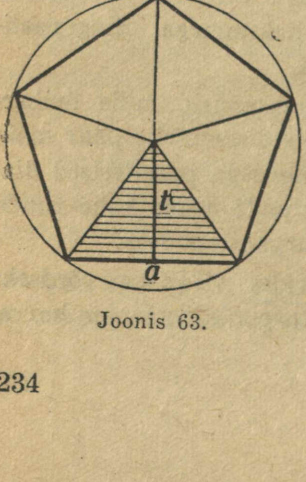


Joonis 62.

937. Mis tähendus on tähtviisnurgal Nõukogude Liidus?

938. Joonestada korrapärane seitsenurk, mille ümberringi raadius on 3,5 cm.

939. Joonestada korrapärane kümmenurk.



Joonis 63.

7. Joonestame korrapärase hulknurga, näiteks viisnurga, ja ühendame kõik tema tipud keskpunktiga (joonis 63). Saame viis ühesugust ja ühesuurust võrdhaarset kolmnurka. Arvutame ühe niisuguse kolmnurga pindala ja korrutame tulemuse 5-ga; siis saame terve viisnurga pindala.

Kolmnurga pindala arvutamisel peame aga teadma kolmnurga alust ja kõrgust. Aluseks on siin korrapärase hulknurga külg (a); siin esinevat kõrgust aga nim. **apoteemiks** (t). Korrapärase hulknurga kohta harilikult ei anta muid andmeid, kui ainult külje pikkus, sest kõiki muid asju (apoteem, diagonaalid) saab siis juba arvutada, kuigi see arvutamine on mõnel juhtumil üsna keeruline. Täpselt tehtud jooniselt võib aga kõiki vajalikke suurusi m õ õ t a. Korrapärase kolmnurga ja korrapärase nelinurga pindala arvutamisel ei kasutata apoteemi. Miks?

940. Mõõta joonisel 63 kujutatud korrapärase viisnurga külg a ja apoteem t ja arvutada selle viisnurga pindala.

941. Mis võib öelda korrapärase nelinurga apoteemi kohta? Joonestada korrapärane nelinurk (ruut) külje pikkusega 5 cm ja arvutada tema pindala kord külgede kaudu, kord külje ja apoteemi kaudu.

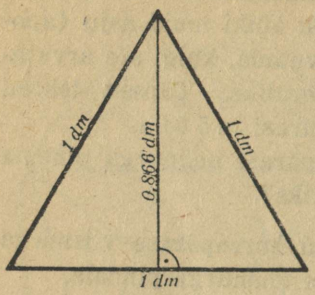
942. Joonestada ruut küljepikkusega 6 cm ja tema sisse korrapärane kaheksanurk (nagu joonisel 60). Arvutada selle kaheksanurga pindala kahel viisil: kord lahutades ruudu pindalast nelja äralõigatud täisnurkse kolmnurga pindala, kord kaheksanurga külje ja apoteemi kaudu. Vajalikud andmed mõõta joonisel.

943. Mis nimelisteks kujunditeks jaotub korrapärane viisnurk ühe diagonaaliga? Arvutada joonisel 61 esineva viisnurga pindala kolmnurga ja trapetsi pindala kaudu.

944. Missugusteks kujunditeks jaotub korrapärane viisnurk ühest tipust lähtuvate diagonaalidega? Arvutada joonisel 61 esineva viisnurga pindala nii tekkivate kolmnurkade pindalasid liites. Võrrelda selle ja eelmise ülesande vastuseid.

945. * Arvutada korrapärase kaksnurga pindala ja korrapärase kolmnurga diagonaali pikkus.

8. Joonestame võimalikult peene joonega ja täpselt ühe võrdkülgse kolmnurga külje pikkusega 1 dm ja mõõdame tema kõrguse ka hästi täpselt. Selgub, et see kõrgus on siis 8,7 cm ehk 0,87 dm (täpsemalt 0,866 dm; joonis 64). Teha see katse kindlasti ise läbi! Joonis 64 on tehtud siin vähendatult.



Joonis 64.

Joonestades mitmesuguse suurusega võrdkülgseid kolmnurki, mõõtes igaühel kõrguse ja aluse ning jagades kõrguse alusega saame ikka tulemuseks arvu 0,866. Sellest selgub, et

võrdkülgse kolmnurga kõrgus ja alus on võrdelised suurused võrdeteguriga 0,866.

Kui kõrguse ja aluse jagatis on 0,866, siis kõrgus on aluse ja arvu 0,866 korrutis. Peame meeles, et

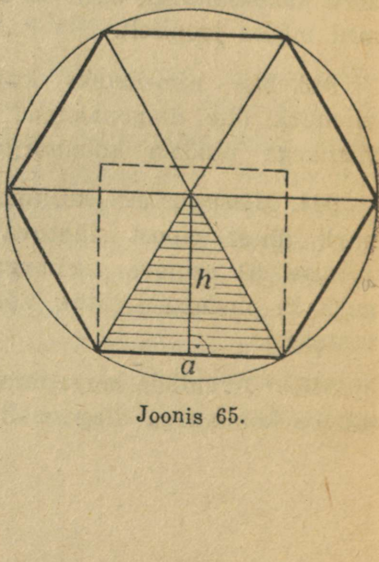
korrapärase kolmnurga kõrgus on 86,6% külje pikkusest.

946. Arvutada korrapärase kolmnurga pindala, kui külje pikkus on 1 dm.

947. Korrapärase kolmnurga külje pikkus on 2,4 cm. Arvutada pindala.

948. Korrapärase kolmnurga kõrgus on 4,33 m. Leida külje pikkus ja pindala.

9. Korrapärase kuusnurga tippe keskpunktiga ühendades saame kuus korrapärast kolmnurka, sest kuusnurga külg võrdub ümberringi raadiusega (joonis 65). Iga niisuguse



Joonis 65.

osakolmnurga pindala on aluse ja kõrguse poolkorrutis ehk $\frac{a \cdot h}{2}$. Ühe osa pindala kuuekordne annab terve kuusnurga pindala:

$$S = 6 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot a \cdot h}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 3 \cdot a \cdot h$$

Korrapärasel kuusnurgal $S = 3 \cdot a \cdot h$

Kuna $3 \cdot a$ ehk $a + a + a$ on kuusnurga pool ümbermõõtu, siis võime öelda, et

korrapärase kuusnurga pindala on tema poolümbermõõdu ja apoteemi korrutis.

Teades, et apoteem on külje pikkusest 86,6%, võime kirjutada:

$$S = 3 \cdot a \cdot h = 3 \cdot a \cdot \underbrace{a \cdot 0{,}866} = 3 \cdot 0{,}866 \cdot a \cdot a = 2{,}598 \cdot a \cdot a$$

Arv 2,598 on hästi lähedane arvule 2,6. Nii saame korrapärase kuusnurga pindala arvutamiseks väga lihtsa eeskirja:

Korrapärasel kuusnurgal $S = 2{,}6 \cdot a \cdot a$

See aga tähendab, et korrapärase kuusnurga pindala on alati 2,6 korda suurem, kui sama küljepikkusega ruudu pindala (vaadata katkendjoonega joonestatud ruutu joonisel 65).

949. Lõigata korrapärane kuusnurk korrapärasteks kolmnurkadeks ja panna neist kokku rööpkülik, mille aluseks jääb pool ümbermõõtu ja kõrguseks apoteem. Järeldada sellest eespool sõnastatud juhis korrapärase kuusnurga pindala arvutamiseks.

950. Joonestada korrapärane kuusnurk küljepikkusega 2,8 cm ja leida tema pindala kahel viisil: kord jooniselt mõõdetud apoteemi kaudu ja kord sama küljepikkusega ruudu pindala korrutades arvuga 2,6.

951. Ajalehekiosk on kuuekandiline; tema põrandaks on korrapärane kuusnurk küljega 1,5 m. Kui palju vähemalt kulub 6 m pikkusi ja 12 cm laiusi põrandalaudu selle kioski põranda tegemiseks?

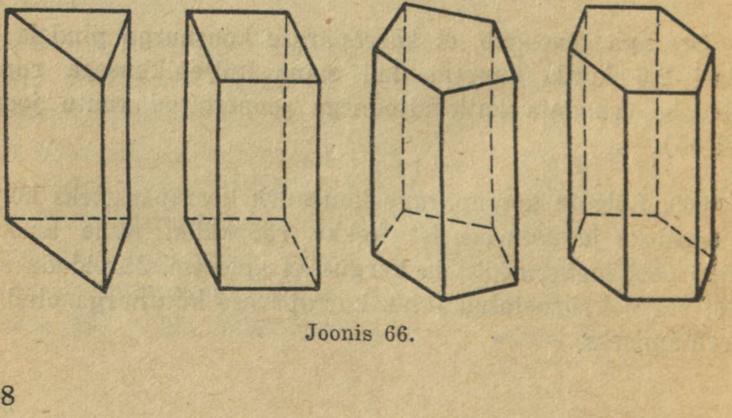
§ 41. Prisma.

1. Joonisel 66 on kujutatud rida kehasid, mida nimetatakse **püstprismadeks**.

Näeme, et igal püstprismal on kaks täpselt ühesugust tahku, mis asetsevad rööbiti; need tahud on prisma **põhjad**. Kõik ülejäänud tahud on **külgtahud**. Püstprisma põhjaks võib olla mistahes hulknurk, külgtahud aga on nimelt ristkülikud.

Vastavalt külgtahkude arvule nimetatakse prismat kas kolme-, nelja-, viie-, kuue- või rohkemgi-tahuliseks prismaks.

Prisma põhjade servi nimetatakse **põhiservadeks** ja muid servi **külgservadeks.** Prisma külgservad on kõik ühepikku-



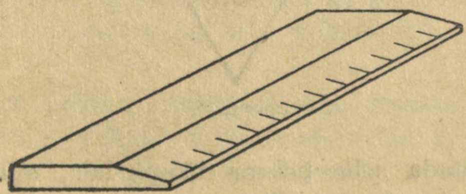
Joonis 66.

sed. Külgserva pikkust nimetatakse prisma **kõrguseks.** Kui prisma külgtahud pole kõik ristkülikud, siis külgservad pole risti põhiservadega; niisugust prismat nimetatakse k a l d - p r i s m a k s. Et meie siin kaldprismasid ei käsitle, siis nimetame püstprismasid edaspidi harilikult lihtsalt p r i s - m a d e k s.

Kui püstprisma põhjadeks on korrapärased hulknurgad, siis nimetatakse ka prismat k o r r a p ä r a s e k s.

952. Mitmetahulised prismad on kujutatud joonisel 66? Mitu tahku, tippu ja serva on igaühel?

953. Kas kuup on prisma? Kas risttahukas on prisma? Kas kuuekandiline lõikamata pliiats on prisma? Kas joonistel 41—44 kujutatud esemete hulgas või küljes leidub prismakujulisi osi? Kas joonisel 67 kujutatud joonlaud on prisma? Mitmetahuline prisma ta on?

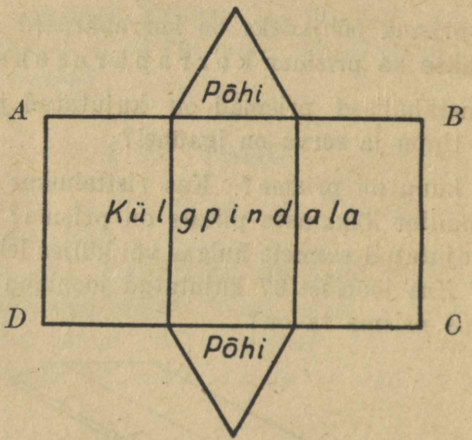


Joonis 67.

2. Oletame, et kolmetahuline prisma joonisel 66 I on korrapärane, on valmistatud paberist ja on seest tühi. Paigutame ta ühe külgtahuga vastu lauda ja lõikame ta neid servi mööda lahti, mis ei asetse laua peal. Nüüd lasevad kõik tahud ennast pöörata laua peale. Saame korrapärase kolmetahulise prisma **pinnalaotuse** (joonis 68). Ristküliku *ABCD* pindala on külgtahkude pindalade summa ehk lühemalt — **külgpindala.** Viimane koos põhjade pindaladega annab meie prisma **täispindala.**

Märkame, et külgpindala esitava ristküliku pikkus võrdub prisma põhja ümbermõõduga ja tema laiuseks on prisma kõrgus. Niisiis:

püstprisma külgpindala võrdub prisma põhja ümbermõõdu ja kõrguse korrutisega.



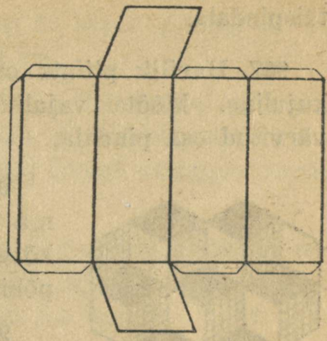
Joonis 68.

954. Arvutada selle prisma täispindala, mille pinnalaotust kujutab joonis 68, selleks vajalikke andmeid joonisel mõõtes.

955. Kolmetahulise prisma põhiservad on 3 cm, 4 cm ja 5 cm; prisma kõrgus on 6 cm. Joonestada selle prisma pinnalaotus ja leida siis prisma külgpindala, põhjapindala ja täispindala.

956. Kolmetahulise prisma kõrgus on 8 cm ja põhjadeks on võrdhaarsed kolmnurgad haaraga 3 cm ja alusega 4 cm. Leida prisma külgpindala.

957. Joonestada niisuguse neljatahulise prisma pinnalaotus, mille põhjad on rombikujulised. Kleepimiseks parajaid ribasid jättes lõigata see pinnalaotus paberist välja ja kleepida kokku kehaks. (Üsna väikeselt joonestatult näitab niisugust pinnalaotust joonis 69). Arvutada saadud prisma täispindala.



Joonis 69.

958. Valmistada endale paberist tikutoosi-kujuline prisma mudel. Arvutada selle mudeli täispindala.

959. Joonestada korrapärase kuuetahulise prisma pinnalaotus, kui põhiserv on 1,5 ja kõrgus 5 cm. Arvutada selle prisma külgpindala, põhjapindala ja täispindala. Valmistada endale niisuguse prisma mudel.

960. Korrapärase neljatahulise prisma põhiserv on 2,4 dm ja kõrgus 4,5 dm. Arvutada selle prisma külg-, põhja- ja täispindala.

961. Prisma põhjaks on täisnurkne trapets. Arvutada selle prisma külg-, põhja- ja täispindala, kui prisma kõrgus on 5,8 dm, rööbikute külgtahkude laiused 1,8 dm ja 1,3 dm ning mitterööbikute külgtahkude laiused 1 dm ja 1,1 dm.

962. Prisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3,4 cm ja 5,7 cm. Joonestada vihikusse prisma põhi, mõõta hüpotenuusi pikkus ja arvutada prisma külg- ja täispindala, kui prisma kõrgus on 12,5 cm.

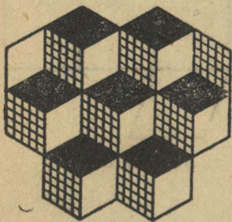
963. Arvutada korrapärase kaheksatahulise prisma külgpindala, kui ta kõrgus on 1,20 m ja põhiserv 0,35 m.

964. Kuubi serva pikkus on 4,2 cm. Joonestada selle kuubi pinnalaotus ja arvutada kuubi pindala.

965. Leida kolmetahulise prisma külg- ja täispindala, kui prisma põhiservad on 2,4 dm, 4,5 dm ja 5,2 dm ning prisma kõrgus on 6,5 dm.

966. Korrapärase kuuetahulise prisma põhiserv on 1,5 cm ja külgserv 4,8 cm. Arvutada selle prisma külg-, põhja- ja täispindala.

967. Harilik pliiats on korrapärase kuuetahulise prisma kujuline. Mõõta vajalikud pikkused ja arvutada pliiatsi värvitud osa pindala.



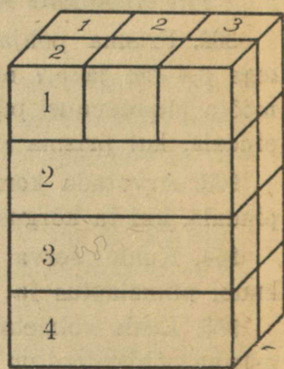
Joonis 70.

968. Korrapärase kolmetahulise prisma külgpindala on 60,75 cm^2 ja prisma kõrgus 7,5 cm. Arvutada selle prisma põhiserva pikkus.

969. Korrapärase neljatahulise prisma täispindala on 27,3 dm^2 ja põhiserva pikkus on 1,5 dm. Arvutada selle prisma kõrgus.

970. *Mitu kuupi on näha joonisel 70?

3. Teame, et **risttahuka ruumala** saadakse, kui põhjapindala korrutatakse kõrgusega. Sest põhjapindala näitab, mitu kuupühikut mahub ühte kuupühikute kihti ja kõrgus näitab, kui palju on neid kihte (joonis 71). Seega risttahuka ruumala arvutamine pikkuse, laiuse ja kõrguse korrutamise teel tähendab õieti risttahukasse mahtuvate kuupühikute kaudset loendamist.



Joonis 71.

Olgu siinkohal veel tuletatud meelde, et risttahuka ruumala arvutamisel peavad tema mõõtmed olema samanimelised arvud, s. t. pikkus, laius ja kõrgus peavad olema mõõdetud kõik samade ühikutega. Seepärast tuleb alati isenimelised andmed enne arvutamist teisendada samanimeliseks.

971. Mitu kuupmeetrit on toas õhku, kui toa mõõtmed on 6,4 m; 4,5 m; 2,8 m?

972. Leida kuubi ruumala, kui ta serva pikkus on 1) 8 cm; 2) 12 dm; 3) 23 mm; 4) 52 cm.

973. Arvutada kuubi ruumala, mille serva pikkus on 3,8 cm, esiteks kuupmillimeetrites ja avalda siis ruumala kuupsentimeetrites. Leida siis selle kuubi ruumala korraga kuupsentimeetrites.

974. Kuupsentimeeter vett kaalub 1 gramm. Mitu grammi kaalub kuubikujulise nõu täis vett, mille serva pikkus on 1) 5 cm; 2) 1 dm; 3) 2 dm; 4) 1,4 dm; 5) 2 dm 2 cm?

975. Risttahuka-kujuline anum, mille pikkus on 45 cm, laius 28 cm ja kõrgus 36 cm, on täidetud veega. Arvutada vee raskus.

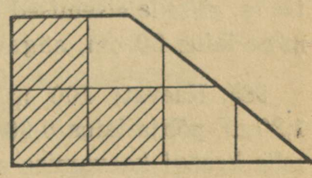
976. Arvutada eelmises ülesandes kirjeldatud anuma ehitamiseks vajalik pleki hulk, kui anum on pealt lahti ja 5% nõutavast plekist kulub äärte valtsimiseks.

977. Mitu kuupdetsimeetrit ehk liitrit vett mahub kuupmeetrisse? Kui palju kaalub kuupmeeter vett?

978. Käsikohver on 2,8 dm pikk, 1,8 dm lai ja 7 cm kõrge. Kui suur on selle käsikohvri ruumala?

979. Kui palju kulub nahka eelmises ülesandes kirjeldatud käsikohvri valmistamiseks, kui 8% kohvri pindalasse mahtuvast nahast kulub äärteks ja õmblusteks?

4. Olgu vaja arvutada niisuguse neljatahulise prisma ruumala, mille kõrgus on 5 cm ja põhjaks on täisnurkne trapets alustega 4 ja 1,5 cm ning kõrgusega 2 cm. Joonis 72 näitab selle prisma põhja. Põhja igale tervele ruutsentimeet-



Joonis 72.

rile saame paigutada ühe kuupsentimeetri; igale ruutsentimeetri osale aga sama osamääraga osa kuupsentimeetrist.

Seega üks kiht sisaldab just niipalju kuupühikuid, kuipalju põhjapindala sisaldab ruutühikuid; ta sisaldab neid antud juhtumil $\frac{4+1,5}{2} \cdot 2 = 5,5$. Niisuguseid sentimeetripaksusi kihte aga mahub meie prismasse 5, kuna prisma kõrgus oli 5 cm. Seega küsitud ruumala on $5 \cdot 5,5 = 27,5$ (cm^3).

Järeldame, et

iga püstprisma ruumala võrdub põhjapindala ja kõrguse korrutisega.

980. Arvutada kolmetahulise püstprisma ruumala, kui prisma põhiserv on 8,2 cm, samale servale tõmmatud põhikolmnurga kõrgus on 7,6 cm ja prisma kõrgus on 22 cm.

981. Püstprisma põhjaks on kolmnurk, mille alus on 4,9 dm ja kõrgus 3,2 dm; prisma kõrgus on 9,2 dm. Arvutada prisma ruumala.

982. Kumb on oma ruumalalt suurem, kas korrapärane kolmetahuline prisma, mille põhiserv on 6,8 cm ja kõrgus 15 cm, või risttahukas, mille servad on 5 cm; 7 cm; 8,6 cm?

983. Mitu liitrit vett mahub prisma-kujulisse künasse, mille sisemised mõõtmed on: põhja laius 26 cm, pealmine laius 38 cm, küna sügavus 25 cm, küna pikkus 1,2 m?

984. Arvutada küna ruumala kuupdetsimeetrites, kui on teada, et selle sisemised mõõtmed on: põhja laius 22 cm, pealmine laius 30 cm, sügavus 24 cm ja küna pikkus 1 m.

985. Kaevati 100 m kraavi, mille keskmine sügavus oli 1,20 m, põhja laius 0,60 m ja pealtlaius 3 m. Kui palju tuleb selle kraavi kaevamise eest maksta, kui 1 m^3 kaevamise eest makstakse 15 rubla?

986. Kui palju läheb maksma 80 m kraavi kaevamine, kui kraavi põhja laius on 60 cm, kraavi sügavus 1 m ja pealmine laius 2,5 m ja kui 1 m³ kraavi kaevamise eest nõutakse 12 rubla? Kui kallis on selle kraavi jooksva meetri kaevamine?

987. Arvutada joonisel 44 kujutatud kuldnokapuuri sisemine ruumala, kui puuri põhi on ruut küljega 16 cm, esiseina kõrgus on 35 cm ja tagaseina kõrgus 29 cm (külgsein tuleb võtta prisma põhjaks).

988. Kirjutada joonisel 67 kujutatud joonlauale juurde vajalikud mõõtmed, neid vabalt, kuid asjakohaselt valides, ja arvutada siis tema ruumala.

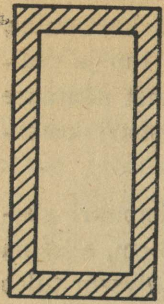
989. Arvutada kuuekandilise lõikamata pliiatsi ruumala, teda enne mõõtes nagu vaja.

990. Arvutada korrapärase kuuetahulise prisma täispindala ja ruumala, kandes arvutuse üksiksammude tulemused järgmisse tabelisse:

Harj. nr.	Põhiserv	Põhja ümberm.	Prisma kõrgus	Külgpindala	Pool põhjaümberm.	Põhja apoteem	Põhjapindala	Täispindala	Prisma ruumala
1	2,5 cm		10 cm						
2	1,8 dm		6 dm						
3	6,4 cm		2,5 dm						

991. Klaasist korrapärase kolmetahulise prisma põhiserv on 3 cm, selle põhja kõrgus on 2,6 cm ja prisma kõrgus 20 cm. Leida prisma raskus, kui klaasi erikaal on 2,5.

992. Arvutada neljatahulise püstprisma ruumala, kui ta põhjaks on rööpkülik, mille üks külg on 0,8 dm, põhja kõrgus 0,48 dm ja prisma kõrgus 1,6 dm.



Joonis 73.

993. Ristküliku-kujulise aia ümber on tehtud 1,5 m laiune tee, mida soovitakse katta 3 cm paksuse kruusakorraga. Mitu kuupmeetrit kruusa kulub selle tee katmiseks, kui kogu aia pikkus (teed juurde arvatud) on 30 m ja laius 15 m (joonis 73).

§ 42. Kordamisülesanded.

994. Mitu korda on kella osutid teineteisega risti ajavahemikus kella ühest kella kaheni? Mis kellaaegadel umbes leiavad aset need ristumised?

995. Mitu ristküliku külge on ristküliku ühe küljega paralleelsed? — ja mitu on risti?

996. Mitu kuubi serva on kuubi ühe servaga paralleelseid? — ja mitu on risti?

997. Joonestada sirge *a*, sellele ristsirge *b*, sirgele *b* ristsirge *c* ja sirgele *c* ristsirge *d*. Mis kujundi piiravad sirged *a*, *b*, *c* ja *d*?

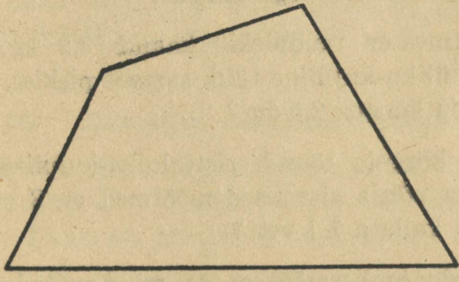
998. a) Joonestada vabalt üks punkt ja kolm mitteparalleelset sirget. Tõmmata läbi punkti igale sirgele paralleel mitte rööplükkega, vaid paralleelsust silma järgi hinnates. Kontrollida oma silma teravust hiljem rööplükke abil.

b) Joonestada vabalt üks punkt ja kolm mitteparalleelset sirget. Tõmmata läbi punkti igale sirgele ristsirge, mitte rööplükkega, vaid ristseisu silma järgi hinnates. Kontrollida oma silma teravust hiljem kolmnurga abil.

999. Püüda leida niisuguse ruudu külje pikkust, mille pindala on 22 cm^2.

1000. Proovimise teel leida, kui suur on ruudu külje pikkus, kui ruudu pindala on 1,8225 dm^2.

1001. Tükeldada joonisel 74 esinev nelinurk üheks ristkülikuks ja kolmeks täisnurkseks kolmnurgaks, mõõta vajalikud küljed ja arvutada nende pindalad. Kui suur on terve nelinurga pindala?



Joonis 74.

1002. Ruutsentimeeter ühe millimeetri paksust hõbeplekki kaalub 1,05 g. Mis läheb maksma niisugusest plekist tehtav rombikujuline hõberipats diagonaalidega 2 cm ja 3 cm, kui hõbeda gramm maksab 25 rubla ja tööraha tuleb 40% hõbeda hinnast?

1003. Kolmnurga ümbermõõt on 24 cm. Tema küljed suhtuvad nagu 3 : 4 : 5. Leida kolmnurga küljed.

1004. Kolmnurga-kujuline heinamaatükk, mille üks külg on 110 m ja sellele vastav kõrgus on 75 m, andis 1,24 tonni heinu. Kui suur heinasaak oleks olnud 1 hektaarilt?

1005. Rööpküliku-kujulise heinamaa ühe külje pikkus on 140 m ja selle külje kaugus vastasküljest 80 m. 15% heinamaast on soostunud. Mitu ha on kasutamiskõlblikku heinamaad?

1006. Rööpküliku alus on 1,5 dm, kõrgus 1,2 dm. Leida selle rööpkülikuga võrdpindse kolmnurga alus, kui kolmnurga kõrgus on 18 cm.

1007. Rööpküliku-kujulise maatüki pindala on 27 aari. Selle maatüki pikkus on 54 m. Leida kõrgus.

1008. Kolmnurga pindala on 16,5 dm^2, kolmnurga alus on 6 dm. Leida selle kolmnurga kõrgus.

1009. Ruutmeeter raudplekki kaalub 3,9 kg. Kui palju kaaluks rööpküliku-kujuline tükk samast plekist, mille pikkus oleks 5,4 dm ja kõrgus 2,5 dm?

1010. Kui kõrgele tõuseb risttahuka-kujulises nõus vesi, kui risttahuka põhja sisemised mõõtmed on 8 cm ja 6,4 cm ja kui nõusse kallata 1 l vett?

1011. Ruudu ümbermõõt on $6\frac{2}{5}$ m. Arvutada selle ruudu pindala.

1012. Plekist valmistatud korrapärase kolmetahulise õõnesprisma põhiserv on 8,8 cm, prisma kõrgus 19,2 cm. Arvutada ruumala. — Kui sellesse anumasse kallata 0,3 l vett, kui kõrgele tõuseb siis veepind?

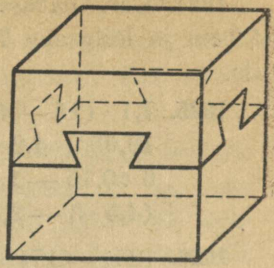
1013. Soovitakse värvida lubjavärviga töötoa seinu. Tuba on 8,5 m pikk, 6,4 m lai ja 4 m kõrge. Uste ja akende pindalad arvatakse välja. Mitu m^2 seina tuleb värvida, kui töötoas on üks uks, mille pindala on 2,8 m^2, ja 4 akent, igaüks pindalaga 1,4 m^2?

1014. Saal on 12 m pikk, 10 m lai ja 6,8 m kõrge. Mitu kantmeetrit hapnikku on selles saalis, kui $\frac{1}{5}$ saali õhust on hapnik?

1015. Risttahuka servad suhtuvad nagu 3 : 4 : 5. Kui suur on selle risttahuka ruumala, kui ta väikseim serv on 1,2 dm?

1016. Risttahuka servad suhtuvad nagu 2 : 3 : 5. Leida selle risttahuka täispindala, kui ta suurim serv on 0,8.

1017. *Uurida, kuidas on saadud tappide abil panna kokku joonisel 75 esineva kuubi pooled. Iga külgtahu peal on näha tapi ots ja tapid käivad läbi kuubi — ühest tahust teise.



Joonis 75.

§ 43. Ülesandeid aastakursuse kordamiseks.

1018. Mitme võrra erineb loendamise tulemus esemete tõelisest arvust, kui loendamisel on üht eset arvestatud 2 korda, aga 4 eset on jäänud arvestamata?

1019. ENSV suuremad saared (tähestikulises järjekorras loeteldult) on järgmised:

Hiiumaa, Muhu, Naissaar, Saaremaa ja Vormsi.

Anda nende saarte loetelu kahanevas suuruse järjekorras.

1020. Koostada ENSV maakondade nimekiri maakondade tähestikulises järjekorras

1021. 25. septembril 1945. a. püstitas NSV Liidu parašütist major Vassili Romanjuk uue maailmarekordi langevarjuga kestushüppes. Ta hüppas lennukist välja 12,8 km kõrgusel ja tema langevari avanes 800 m kõrgusel maapinnast. Mitu km laskus Romanjuk enne langevarju avanemist?

1022. Hääl levib kiirusega 330 m sekundis. Mitme sekundiga jõuab hääl Tartust Tallinnasse, kui nende linnade vahemaa on 160 km?

1023. Talul oli põllu- ja heinamaad kokku 27,7 ha. Heinamaad oli talul 6,3 ha võrra rohkem kui põldu. Mitu ha oli talul põllumaad, mitu ha heinamaad?

1024. Korrapärase neljatahulise prisma põhiserv on 4,2 cm ja külgserv 7,5 cm pikk. Arvutada prisma külgpindala.

1025. $7{,}1 \cdot (15 - 4{,}8) + 6{,}5 \cdot 3{,}2 - 8{,}7$

$19{,}05 + 4{,}2 \cdot (0{,}768 - 0{,}713) - 16{,}08 : 8$

$6 : 0{,}75 - 1{,}7 \cdot (1{,}04 + 0{,}76) + 128{,}07$

$(4{,}5 \cdot 3 - 2{,}8) \cdot 8{,}5 + 11{,}09 - 11{,}118 : 5{,}45$

1026. $(25\frac{1}{2} - 17) - (30 - 25\frac{3}{5})$; $(16\frac{1}{3} - 10\frac{3}{4}) - (2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3})$.

1027. $6\frac{1}{2}$ cm³ rauda kaalub 50,7 g. Mitu grammi kaalub 15 cm³ rauda?

1028. õpilane valis mõttes arvu. Kui ta selle arvu jagas 7-ga ja tulemusega liitis 2, siis sai ta 17. Millise arvu ta valis?

1029. Ühes kastis on kaupa $25\frac{1}{2}$ kg, teises $5\frac{5}{8}$ kg vähem, kolmandas aga nii palju, kui palju on kahes kastis kokku. Kui palju kaalub kaup kõigis kolmes kastis kokku?

1030. õpilane pidi lahutama $6\frac{1}{5}$-st $2\frac{3}{4}$, kuid lahutas $2\frac{3}{4}$ asemel 3. Kui palju ta eksis ja kuidas parandada viga? Leida õige vastus.

1031. Kasti pikkus on 2,20 m, laius 0,75 m ja kõrgus 0,60 m. Kastist $\frac{3}{4}$ on täidetud viljaga. Kui suur on selle vilja kaal, kui 1 hl vilja kaalub 80 kg?

1032. Plekist valmistatud korrapärase kolmetahulise õõnesprisma põhiserv on 9,6 cm, prisma kõrgus 2,4 dm. Arvutada ruumala. — Kui sellesse anumasse kallata $\frac{5}{8}$ l vett, kui kõrgele tõuseb siis veepind?

1033. Koormas on 3 kotti vilja à $1\frac{1}{5}$ tsentnerit ja 5 kotti vilja à $\frac{3}{4}$ tsentnerit. Mitu protsenti moodustab koorma kaal ühest tonnist?

1034. Pronksi valmistamiseks võetakse 86% vaske, 4% tsinki, 3% seatina ja 7% inglistina. Kui palju tuleb võtta igat seltsi metalli 120 kg pronksi saamiseks?

1035. Kolm autorit jaotasid nende poolt koostatud õpperaamatu honorari, 15 400 rubla, nii, et osad suhtusid nagu 2 : 3 : 6. Mitu protsenti honorarist sai igaüks? Kui suure rahasumma sai igaüks?

1036. Kümne lapse ema sai 3300 rubla riiklikku toetust. Ta jaotas 5% sellest oma lastele taskurahaks nii, et laste summad suhtusid nagu 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10, kusjuures kõige noorem laps sai kõige vähem ja iga vanuselt järgmine laps sai eelmisest rohkem. Mitu rubla sai kõige vanem laps rohkem kui kõige noorem?

1037. Leida süt. ja vük. järgmistele arvupaaridele ja -kolmikutele:

1) 385 ja 490
2) 462 ja 546
3) 225, 300 ja 375
4) 424, 318 ja 1060.

1038. Leida arvu 84 kõik jagajad.

1039. Seada kasvavasse suuruse järjekorda järgmised arvud: $\frac{7}{12}$, 0,65, $\frac{22}{35}$ ja $\frac{2}{3}$.

1040. Arvutada järgmised avaldised esiteks harilikes murdudes, siis kümnendmurdudes ja lõpuks võrrelda saadud tulemusi:

1) $\dfrac{2\frac{1}{2} : \frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}$;

2) $\dfrac{5\frac{7}{10} : \frac{3}{10} - 4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3}}{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{16} : 1\frac{1}{4}}$;

3) $\dfrac{3\frac{3}{4} \cdot 4 - 3\frac{3}{4} : 4}{1\frac{1}{4} \cdot (64 : \frac{1}{2} - 200 \cdot \frac{5}{8})}$;

4) $\dfrac{1\frac{1}{2} : \frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} : \frac{1}{4}}{3\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}$.

1041. Lahendada peast järgmised võrded:

1) $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$
$\frac{12}{13} = \frac{6}{x}$
$\frac{x}{8} = \frac{1}{2}$

2) $\frac{15}{x} = \frac{1}{3}$
$\frac{7}{5} = \frac{x}{10}$
$\frac{11}{3} = \frac{x}{9}$

3) $\frac{16}{3} = \frac{4}{x}$
$\frac{13}{5} = \frac{x}{35}$
$\frac{1}{8} = \frac{x}{1}$

1042. Lahendada järgmised võrded:

1) $42 : 75 = 1 : x$
$1{,}4 : 3{,}8 = x : 6$
$0{,}46 : x = 5 : 7{,}4$
$x : 8{,}3 = 1{,}9 : 6$

2) $4\frac{2}{3} : 5 = 2 : x$
$5\frac{1}{7} : x = 1 : 7$
$8\frac{2}{5} : 1\frac{1}{6} = x : 3\frac{3}{4}$
$x : \frac{1}{12} = 12 : 13$

1043. 1 cm $= \frac{2}{5}$ tolli. Mitu tolli on $\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $6\frac{2}{3}$ cm? Mitu cm on üks toll?

1044. Otsustada, missugused järgmistest suurusepaaridest on võrdelised, missugused pöördvõrdelised:

1) pudeli suurus ja pudelite arv antud vedelikuhulga mahutamiseks;

2) sööjate arv ja toidu hulk, mis saab igaüks kindla toiduhulga võrdsel jaotamisel;

3) kudumismasina töötamise aeg ja kootud riide pikkus.

1045. Leida peast arv, millest

1)		2)		3)	
$\frac{2}{3}$	on 14	$\frac{3}{7}$	on 9	15%	on 30
$\frac{4}{5}$	„ 10	$\frac{1}{3}$	„ 5	40%	„ 1,4
$\frac{1}{6}$	„ 3	$\frac{2}{11}$	„ 0,6	75%	„ 1
$\frac{3}{4}$	„ 1,5	$\frac{5}{6}$	„ $\frac{15}{16}$	30%	„ 21
$\frac{2}{5}$	„ $\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	„ $\frac{8}{9}$	60%	„ 4,2

1046. Arvutada järgmise avaldise väärtus:

$$\frac{\left(\frac{33}{54} + \frac{11}{16}\right)\cdot\left(\frac{14}{15} - \frac{7}{12}\right)\cdot 2\frac{2}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\left(18 : 4\frac{1}{27}\right)}{4 : 1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{2}{9} : \frac{5}{7}\cdot\left(\frac{13}{20} + \frac{11}{35}\right)\cdot\left(\frac{23}{33} - \frac{7}{22}\right)}$$

1047. Kui lamp põleb päevas $7\frac{1}{2}$ tundi, siis piisab petrooleumist 4 päevaks. Kui kaua saaks läbi sama petrooleumiga, kui lamp põleks päevas ainult $3\frac{1}{3}$ tundi?

1048. Kuldsõrmusel, mis kaalub 15 g, on p r o o v 855; see tähendab seda, et $855\,^0/_{00}$ sõrmuse kaalust on puhaskuld. Mitu grammi puhaskulda on selles sõrmuses?

1049. Mitu grammi muid metalle peale puhaskulla sisaldab kuldese prooviga 585 ja kaaluga 430 g? (Proovi tähendust selgitab eelmine ülesanne).

1050. Rukkileivas on 6,2% valke ja 46,8% süsivesikuid (tärklist ja suhkrut). Tööline tarvitas päevas 800 grammi leiba. Kui palju sai tema keha sellest leivast valke ja kui palju süsivesikuid?

1051. Herned sisaldavad 21% valke, 0,8% rasva ja 61% süsivesikuid. Kui palju neid toitaineid võib saada $1\frac{1}{2}$ kilogrammist hernestest?

1052. Keskmise füüsilise pingega töötades vajab täiskasvanud inimene päevas 120 g valke, 90 g rasva ja 600 g süsivesikuid. 12-aastane laps vajab kõiki neid toitaineid keskmiselt 30% vähem. Mitu g vajab 12-aastane laps päevas valke, rasva ja süsivesikuid?

1053. Kuldesemes on 120 g puhaskulda ja 34 g vaske. Arvutada selle kulla proov (vaata ka ülesannet nr. 1048).

1054. $1\frac{1}{4}$ kg vasest saab valmistada 60 m traati. Mitu meetrit sama jämedat traati saab valmistada $3\frac{1}{2}$ kg vasest?

1055. Kahe korrutise summa on 42,29. Esimese korrutise tegurid on $12\frac{3}{8}$ ja 3,2. Teise korrutise üks tegur on $24\frac{3}{5}$. Arvutada teine tegur.

1056. Arvutada ristküliku pindala, kui tema ümbermõõt on 10 m ja pikem külg on $3\frac{1}{2}$ m.

1057. Mitu aari on $12\frac{1}{2}$ m^2; $36\frac{1}{5}$ m^2; $125\frac{1}{4}$ m^2; $380\frac{3}{25}$ m^2?

1058. Mitu korda on arvude $2\frac{2}{3}$ ja $1\frac{1}{2}$ korrutis suurem kui samade arvude jagatis?

1059. Mille võrra on poole pool suurem kui veerandi veerand?

1060. Teades, et $1^{0}C = \frac{4}{5}{}^{0}R$ ja $1^{0}R = \frac{5}{4}{}^{0}C$, avaldada

1) Reaumur'i kraadides temperatuurid:

10^{0}C, 15^{0}C, 30^{0}C, 37^{0}C ja 100^{0}C;

2) Celsiuse kraadides temperatuurid:

4^{0}R, 12^{0}R, 30^{0}R, 42^{0}R ja 80^{0}R.

1061. Mootorile jätkub bensiini 6 päevaks, kui ta töötab 5 tundi päevas. Mitmeks päevaks jätkub samast bensiinist, kui mootor töötab 4 tundi päevas?

1062. Inimkeha sisaldab vett $\frac{3}{5}$, valku $\frac{1}{5}$, rasva $\frac{3}{20}$ ja muid aineid $\frac{1}{20}$ keha kaalust. Mitu kilo nimetatud aineid sisaldab 75 kg kaaluva inimese keha?

1063. Kruusabetooni valmistamiseks võetakse tsementi $\frac{1}{8}$, liiva $\frac{3}{8}$ ja kruusa $\frac{1}{2}$ tarvismineva betooni ruumalast. Mitu kuupmeetrit peab võtma iga ainet 4,8 m^3 betooni valmistamiseks?

1064. Missugusest arvust $\frac{1}{8}$ ja $\frac{1}{4}$ annavad kokku 28?

1065. Kui palju kaalub õhk ruumis, mille pikkus on 5,4 m, laius 3,8 m ja kõrgus 2,9 m? Õhu erikaal on 0,0013.

1066. Ruudu ümbermõõt on 0,12 km. Leida selle ruudu pindala hektaarides.

1067. Võrdkülgse kolmnurga ümbermõõt on 0,36 m. Leida selle kolmnurga pindala dm^2-tes.

1068. Trapetsi üks alus on 16 cm, teine $\frac{3}{4}$ sellest ja kõrgus 75% teisest alusest. Arvutada pindala.

1069. Tünnivits on tehtud 1,2 m pikkusest ja 3 cm laiusest vitsarauast ja ta kaalub 280 g. Arvutada vitsa paksus teades, et raua erikaal on 7,8.

1070. Rombi kõrgus ja külje pikkus suhtuvad nagu 2 : 5. Arvutada selle rombi pindala teades, et tema ümbermõõt on 2,4 dm.

1071. Korrapärase kuusnurga pindala on 65 cm². Leida külje pikkus. (Näpunäide: Esmalt tuleb leida selle ruudu pindala, mille külje pikkus võrdub korrapärase kuusnurga külje pikkusega).

1072. Kolmnurga ümbermõõt on 1,8 m ja tema küljed suhtuvad nagu 2 : 3 : 4. Leida külgede pikkused.

1073. Joonestada ühe ja sama ümberringiga korrapärane kolmnurk, nelinurk ja kuusnurk, teostada vastavad mõõtmised ja arvutada nende pindalad. Mitu protsenti moodustab kolmnurga pindala nelinurga ja kolmnurga pindalast?

1074. Korrapärase kuuetahulise prisma kujulise anuma põhiserv on $5\frac{1}{2}$ cm. Kui kõrgele tõuseb veepind, kui anumasse valatakse üks liiter vett?

1075. Püstprisma põhjaks on romb diagonaalidega 5 cm ja 5,8 cm. Arvutada selle prisma täispindala ja ruumala, kui prisma kõrgus on 3 mm.

1076. * Kaval-Ants laenas Vanapaganalt rubla raha ja lubas võla tasuda nii, et esimese aasta lõpul ta maksab tagasi 50 kopikat ja iga järgmise aasta lõpul kaks korda vähem kui eelmise aasta lõpul. Mitme aastaga saab võlg tasutud?

1077. * Tigu tahab ronida 10 m pikkuse posti otsa. Ta ronib päeva jooksul 5 m ülespoole, aga vajub öö jooksul jälle 4 m allapoole. Mitu päeva kulub tal sihi saavutamiseks?

Algarvude tabel.

2	179	419	661	947	1229	1523	1823	2131
3	181	421	673	953	1231	1531	1831	2137
5	191	431	677	967	1237	1543	1847	2141
7	193	433	683	971	1249	1549	1861	2143
11	197	439	691	977	1259	1553	1867	2153
13	199	443	701	983	1277	1559	1871	2161
17	211	449	709	991	1279	1567	1873	2179
19	223	457	719	997	1283	1571	1877	2203
23	227	461	727	1009	1289	1579	1879	2207
29	229	463	733	1013	1291	1583	1889	2213
31	233	467	739	1019	1297	1597	1901	2221
37	239	479	743	1021	1301	1601	1907	2237
41	241	487	751	1031	1303	1607	1913	2239
43	251	491	757	1033	1307	1609	1931	2243
47	257	499	761	1039	1319	1613	1933	2251
53	263	503	769	1049	1321	1619	1949	2267
59	269	509	773	1051	1327	1621	1951	2269
61	271	521	787	1061	1361	1627	1973	2273
67	277	523	797	1063	1367	1637	1979	2281
71	281	541	809	1069	1373	1657	1987	2287
73	283	547	811	1087	1381	1663	1993	2293
79	293	557	821	1091	1399	1667	1997	2297
83	307	563	823	1093	1409	1669	1999	2309
89	311	569	827	1097	1423	1693	2003	2311
97	313	571	829	1103	1427	1697	2011	2333
101	317	577	839	1109	1429	1699	2017	2339
103	331	587	853	1117	1433	1709	2027	2341
107	337	593	857	1123	1439	1721	2029	2347
109	347	599	859	1129	1447	1723	2039	2351
113	349	601	863	1151	1451	1733	2053	2357
127	353	607	877	1153	1453	1741	2063	2371
131	359	613	881	1163	1459	1747	2069	2377
137	367	617	883	1171	1471	1753	2081	2381
139	373	619	887	1181	1481	1759	2083	2383
149	379	631	907	1187	1483	1777	2087	2389
151	383	641	911	1193	1487	1783	2089	2393
157	389	643	919	1201	1489	1787	2099	2399
163	397	647	929	1213	1493	1789	2111	2411
167	401	653	937	1217	1499	1801	2113	2417
173	409	659	941	1223	1511	1811	2129	2423

SISUKORD.

Aritmeetika.

I. Senlste teadmiste kordamine ja laiendamine ning arvutamisoskuse arendamine.

Lk.

§ 1. Loendamine, loetlemine ja järjestamine 3
§ 2. Kümnendsüsteem ja meetermõõdustik 7
§ 3. Liitmine ja summa omadused 15
§ 4. Lahutamine ja vahe omadused 20
§ 5. Täisarvude korrutamine 27
§ 6. Täisarvude jagamine 32
§ 7. Kümnendmurdude korrutamine ja jagamine 37
§ 8. Korrutise ja jagatise omadused koos rakendustega. Tehete järjekord ja sulud 45

II. Algarvud ja kordarvud.

§ 9. Algarv ja kordarv. Jaguvuse tunnused 59
§ 10. Arvu algtegurid ja jagajad. 66
§ 11. Suurim ühistegur ja väikseim ühiskordne 69
§ 12. Kordamisülesandeid 74

III. Harilikud murrud.

§ 13. Osa väljendamine hariliku murru abil 77
§ 14. Samanimeliste murdude liitmine ja lahutamine 80
§ 15. Harilik murd kui jagatis 82
§ 16. Algmurd, lihtmurd, liigmurd ja segaarv 84
§ 17. Segaarvu teisendamine liigmurruks ja ümberpöördult . . 87
§ 18. Segaarvude liitmine ja lahutamine 89
§ 19. Murru korrutamine ja jagamine täisarvuga 96
§ 20. Murru põhiomadus. Murru teisendamised 104
§ 21. Murdude samanimeliseks teisendamine 109
§ 22. Isenimeliste murdude liitmine ja lahutamine 112
§ 23. Murdude korrutamine 118

Lk.
§ 24. Murdude jagamine 128
§ 25. Kümnendmurdude teisendamine harilikkudeks murdudeks ja ümberpöördult 139
§ 26. Kordamisülesandeid 145

IV. Protsentarvutus.

§ 27. Protsent ja promill. Jagatise väljendamine protsentides. 155
§ 28. Osa leidmine tervikust, kui osamäär on väljendatud protsentides 165
§ 29. Terviku leidmine osa järgi, kui osamäär on väljendatud protsentides 172
§ 30. Kordamisülesandeid 176

V. Võrre. Suuruste võrdelisus ja pöördvõrdelisus.

§ 31. Võrdus. Võrded ja nende lahendamine 183
§ 32. Võrdelised suurused 187
§ 33. Võrdeline jaotamine 191
§ 34. Pöördvõrdelised suurused 194
§ 35. Kordamisülesandeid 200

Geomeetria.

§ 36. Paralleelsed sirged ja ristuvad sirged. Nurk ja täisnurk. 203
§ 37. Ristkülik, ruut ja täisnurkne kolmnurk 212
§ 38. Rööpkülik, romb ja kolmnurk 217
§ 39. Trapets 223
§ 40. Korrapärane hulknurk 228
§ 41. Prisma 238
§ 42. Kordamisülesandeid 246
§ 43. Ülesandeid aastakursuse kordamiseks 249

Vastutav toimetaja P. Parts. Ladumisele antud 10. okt. 45. Trükkimisele antud 4. IV 46. Trükiarv 27 200. Pab. 56 × 79 cm $1/_{16}$. Trükipoognaid 16,25. Trükitähti pg. 33 408. Arvutuspg. 13,5. MB 01135. Trükikoja tellimise nr. 1195. Trükikoda „Hans Heidemann“, Tartu, Vallikraavi 4.
На эстонском языке. О. Рюнк и Х. Роос. — Учебник математики для V класса.

Rbl. 7.—

Rbl. 7.—

RÜNK / ROOS • MATEMAATIKA ÕPIK V KLASSILE

O. RÜNK
H. ROOS

Matemaatika ÕPIK

V KLASSILE

RK

„PEDAGOOGILINE KIRJANDUS" • TALLINN • 1946