

TARTU RIHKLIK ÜLIKOOI

**MATEMAATIKA ÜLESANNETE
KOGUMIK**

TARTU 1968

A-29256

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

**MATEMAATIKA ÜLESANNETE
KOGUMIK**

(TRÜ-sse SISSEASTUJAILE)

TARTU 1968

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
72659

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

(Для поступающих в ТГУ)

На эстонском языке

Тартуский государственный университет
СССР, г. Тарту, ул. Уликооли, 18

Vastutav toimetaja K. Velsker
Korrektor E. Oja

=====
TEÜ rotaprint 1968. Paljundamisele antud 4.VI 1968.
Trükipoognaid 2,25. Tingtrükipoognaid 2,05. Arvestus-
poognaid 1,9. Trükiarv 600. Paber 30x42/1/4. MB 04341.
Tell. nr. 365.

E e s s õ n a

Käesolev kogumik sisaldab valimiku matemaatikaüles-
andeid, mida on kasutatud Tartu Riiklikus Ülikoolis sisse-
astumiseksameil geograafia- ja geoloogiaosakonnas ning
Matemaatika-, Füüsika-Keemia- ja Majandusteaduskonnas. Ko-
gumik peaks andma ettekujutuse nõudeist, mida esitatakse
üliõpilaskandidaatidele matemaatikaülesannete lahendamisel
nii kirjalikel kui ka suulistel vastuvõtuksameil.

A. Ülesandeid kirjalikelt vastuvõtueksameilt.*

1. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}.$$

2. Lahendada võrrand

$$12,6 : \left[5\frac{2}{15} + \left(5\frac{5}{9} - \frac{8,75}{x : \frac{8}{21} - 1\frac{2}{5}} \right) \cdot 5,544 \right] - \frac{2}{11} = \frac{4}{5}.$$

3. Lihtsustada avaldis

$$(4\sqrt{3} + 8) \left[\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} + \dots \right].$$

4. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}} x^2 - 2ax + a\sqrt{b} \right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}} x - \sqrt{a}b \right),$$

kui

$$x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

5. Tõestada, et

$$\frac{a^2 + (a-c)^2}{b^2 + (b-c)^2} = \frac{a-c}{b-c},$$

kui

$$a^2 + b^2 = (a+b-c)^2.$$

6. Missuguste m väärtuste puhul on võrrandi

* Raskematele ülesannetele, mis on märgitud tärniga (*), leiduvad käesoleva osa lõpus lahendused või lahendamist hõlbustavad näpunäited.

$$x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

7. Missuguste a väärtuste puhul on reaalarvuliste kordajatega võrrandi

$$x^2 + 2ax \sqrt{a^2 - 3} + 4 = 0$$

lahendid võrdsed?

- *8. Missuguste a väärtuste puhul on hulkliige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$$

positiivne igal x väärtusel (a ja x on reaalarvud)?

9. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendid on x_1 ja x_2 . Võrrandi lahendamata avaldada tema kordajate kaudu $(x_1 - x_2)^2$.

- *10. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0.$$

11. Lahendada võrratus

$$\frac{3x^2 - 11x + 9}{2x^2 - 7x + 5} < 1.$$

12. Lahendada võrratus

$$\frac{x}{3} - \frac{4}{x} > \frac{4}{3}.$$

13. Lahendada võrratus

$$2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}.$$

- *14. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6,$$

kui $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

*15. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x .$$

*16. Lahendada võrrand

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2 .$$

17. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1) .$$

18. Lahendada võrrand

$$3^x + 3^{x-1} - 3^{x-3} = 35 .$$

19. Lahendada võrrand

$$\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} = \sqrt[3x-1]{8^{x-3}} .$$

20. Lahendada võrrand

$$(2\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{\frac{1}{3}})^{1/3} = \sqrt{3^{2x^2 - 2x - 3}} .$$

21. Lahendada võrrand

$$x + 1 = \frac{2x\sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} .$$

22. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x}{x+y}} - 2 + \sqrt{\frac{x+y}{3x}} = 0 , \\ xy - 54 = x + y . \end{cases}$$

*23. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 . \end{cases}$$

*24. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \log_5 x + y = 7 \\ x^y = 5^{12} \end{cases} .$$

25. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvav kevadel kõik seemned maha ja sai sügisel igalt taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemneid, kui ühes grammis on 40 seemet.
26. Täisnurkse kolmnurga lühem kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida kolmnurga pindala.
27. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad auto maatselt. Kudumismasina jõudlus on a meetrit tunnis. Tööline laseb esimese masina käiku kell 8, iga järgmise 5 minutit hiljem eelmisest. Kui palju riidet toodetakse kahe esimese tunni jooksul?
28. Geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmid summa 3. Leida see progressioon.
29. Leida kõik aritmeetilised progressioonid, mille esimeseks liikmeks on 5, vaheks on täisarv, mille teiste liikmete hulgas leiduvad arvud 57 ja 113.
30. Kui kõik töölised oleksid asunud tööle üheaegselt, oleks brigaad sooritanud ettenähtud töö 7 tunniga. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda töötas ta kauem viimasena tööle asunud töolisest?
31. Kaks autot väljusid ühest asulast üheaegselt ühes suunas. Üks auto sõitis kiirusega 50 km/h, teine kiirusega 40 km/h. 30 minutit hiljem väljus samast asu-

last samas suunas kolmas auto, mis möödus esimesest autost 1,5 tundi pärast teisest autost möödumist. Leida kolmanda auto kiirus.

32. Metsatöölaliste brigaad pidi üles töötama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaanikohaselt, edasi aga ületati plaan iga päev 8 m^3 võrra. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega üles töötatud 232 m^3 puid. Kui suur oli brigaadi päevaülesanne?
- *33. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul märke, siis tasaselt ning lõpus allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub minekuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiirusega 4 km/h, tasasel teosal 5 km/h ja allamäge 6 km/h. Leida tasase teeosa pikkus.
34. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sekundi järel ja vastutuult 7,8 sekundi järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus.
35. Kahele töölisel anti sooritada teatud töö. Kui esimene tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{9}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks sooritanud selle töö kumbki tööline eraldi?
36. Õpilane pidi korrutama kaks naturaalarvu, millest üks oli teisest 94 võrra suurem. Ta eksis ning sai tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem kui õiges korrutises. Jagades saadud korrutise suurema teguriga sai õpilane jagatiseks 52 ja jäägiks 107. Missuguseid arve õpilane korrutas?
37. Mootorrattur sõidab 1 km 4 minuti võrra kiiremini kui jalgrattur. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki neist 5 tun-

niga, kui on teada, et mootorrattur sõidab selle aja jooksul 100 km rohkem kui jalgrattur.

38. Mööda ringjoont liiguvad kaks keha. Esimene neist teeb ühe täisringi 5 sekundi võrra lühema ajaga kui teine. Liikudes samas suunas kohtuvad need kehad iga 100 sekundi järel. Kui suure osa ringjoonest (kraadides) katab kumbki keha ühe sekundi jooksul?
39. Merevesi sisaldab 5 % soola (kaalu järgi). Mitu kg mage-dat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et tema soolasi-saldus väheneks 2 %-le?
40. Kui mingit arvu suurendada 15 % võrra, siis tulemuseks on 207. Mitme protsendi võrra on vaja vähendada seda arvu, et tulemuseks saada 126?
41. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 8000 m^3 pinnast tea-tud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m^3 võrra, siis lõpetati töö 8-päeva enne tähtaega. Mitme protsendi-liselt täideti iga päev plaani?
42. Töölise palka tõsteti kaks korda, kummalgi korral sama protsendi võrra. Selle tagajärjel tõusis ta palk 100 rub-lalt 125 rubla 44 kopikale. Mitme protsendi võrra tõsteti kummalgi korral palka?
43. On antud kaks erineva vasesisaldusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesugu-se kaaluga tükid, mis seejärel sulatatakse kokku järele-jäänud osadega teistest tükkidest. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk?
44. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $\frac{2}{3}$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad.

45. Ristküliku ABCD tipust diagonaalile tõmmatud ristlõik jagab täisnurga osadeks, mis suhtuvad nagu 3:1. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel.
46. Missugune on normaalformaadis lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
47. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3 cm ja 4 cm. Ringjoon läbib lühema kaateti keskpunkti ning puudutab hüpotenuusi selle keskpunktis. Leida ringjoone raadius.
48. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega $AC = 3$ ja $BC = 4$. Ringjoon, mille keskpunkt asub hüpotenuusil, puudutab kaatetit BC ning läbib tipu A. Leida ringjoone raadius.
49. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab kolmnurga teised küljed osadeks, mis tipust lugedes suhtuvad nagu 1:2. Kuidas suhtuvad nende osade pindalad, milleks see sirge jaotab kolmnurga?
50. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed, kui tema kõrgus on h ja sissejoonestatud ringjoone raadius r .
51. Ringjoonesse on joonestatud ristkülik külgedega 16 cm ja 12 cm ning korrapärane kolmnurk. Leida kolmnurga pindala.
- *52. Ringi raadiusega R on ehitatud võrdkülgne kolmnurk, sellesse omakorda ring jne. Leida ringide ja kolmnurkade pindalade summa.
- *53. Leida aritmeetiline progressioon, kui ta n liikme summa on $2n^2 - 3n$.
- *54. Leida ristküliku küljed, kui nende vahe on 1 ja tipu kaugus diagonaalist on 2,4.

55. Trapetsi alused on 1 ja 7 . Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne trapetsi alustega ja jagab tema pindala pooleks.
56. Trapetsi alused on a ja b . Leida diagonaalide lõikepunkti läbiva ning alustega paralleelse lõigu pikkus.
57. Kolmnurga ABC küljepoolitajal AD on võetud punkt E. Tõestada, et kolmnurgad ABE ja ACE on pindvõrdsed.
58. Tõestada, et kahe võrdse mediaaniga kolmnurk on võrdhaarne.
59. Rööpkuliku ABCD küljel BC on võetud punkt E nii, et $BE : EC = 5 : 7$. Sirged DE ja AB lõikuvad punktis F . Leida lõigu BF pikkus, kui AB lõikuvad punktis F . Leida lõigu BF pikkus, kui $AB = 14$ cm.
60. Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 10 cm ja 26 cm ning diagonaalid on risti haaradega.
61. Kolmnurga alus on 60 cm, kõrgus 12 cm ja alusele joonestatud mediaan 13 cm. Leida kolmnurga küljed.
62. Kolmnurga siseringjoone raadius on 4 cm. Üks kolmnurga külg on puutepunktidega jaotatud osadeks 6 cm ja 8 cm. Leida teiste külgede pikkused.
63. Korrapärase kuusnurga tippudest lõigati ära kolmnurgad nii, et tekkiks korrapärane kaksteistnurk. Kui suur osa pindalast lõigati ära?
- *64. Korrapärase kolmnurga külg on a . Ta keskpunkti ümber joonestatakse ringjoon raadiusega $r = \frac{a}{2}$. Leida kolmnurga nende osade pindala, mis jäävad väljaspoole ringjoont.
- *65. Kaks võrdset ringjoont tasandil lõikuvad täisnurga all. Leida nende ühise osa pindala suhe ringi pindalasse.

66. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurga-
poolitaja ja ümberjoonestatud ringjoone lõikepunkt asub
külje BC keskristsirgel.
67. Nurga üheks haaraks on ringjoone diameeter, teiseks sel-
le diameetri otspunktist ringjoone vabalt valitud puutu-
jale tõmmatud ristsirge. Tõestada, et nurga tippu ja
puutepunkti läbiv sirge on selle nurga poolitajaks.
68. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joones-
tatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil
tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruu-
duga.
69. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaa-
lide keskpunktid asuvad ühel sirgel.
70. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkti ühendav
lõik on võrdne poolega aluste vahest.
71. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud
punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC .$$

72. Kolmnurga ABC tipud asuvad ringjoonel. Läbi punkti A
on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti B on
joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sir-
get AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude
AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks.

73. Tabeleid kasutamata leida

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ .$$

- *74. Tõestada võrdus

$$16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = 1 .$$

75. Lahutada tegureiks avaldis

$$1 + 2 \sin^4 \alpha \cos \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha .$$

76. Lihtsustada avaldis

$$\log (\sin^6 x + \cos^6 x + \frac{3}{4} \sin^2 2x) .$$

77. Lihtsustada avaldis

$$\frac{\cos (-150^\circ)}{\cos 330^\circ} - \frac{\tan 510^\circ \cdot \sin 300^\circ}{\cos \pi} + \tan 70^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 270^\circ .$$

78. Lihtsustada avaldis

$$3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) .$$

*79. Lahendada võrrand

$$2 \tan x = \sin x .$$

80. Lahendada võrrand

$$1 + \cos x = \cot \frac{x}{2} .$$

81. Lahendada võrrand

$$(1 + \cos 5x) \cdot \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) = 0 .$$

82. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2} .$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$?

83. Lahendada võrrand

$$\sin (x + 30^\circ) + \cos (x - 30^\circ) = 0 .$$

*84. Lahendada võrrand

$$\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x = \frac{1}{4} .$$

*85. Lahendada võrrand

$$3 - 7 \cos^2 x \sin x - 3 \sin^3 x = 0 .$$

86. Tõestada samasus

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha .$$

87. Tõestada, et kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, siis
$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma.$$

88. Tõestada samasus

$$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \tan (45^\circ + A).$$

89. Kolmnurga kaks külge on b ja c , kolmnurga pindala
 $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külge.

*90. Leida täisnurkse kolmnurga nurgad, kui tema hüpotenuus
on neli korda pikem sellele langetatud kõrgusest.

91. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt kaugustel
 a ja b nurga haaradest. Leida selle punkti kaugus nur-
ga tipust.

92. Leida kolmnurga küljed, kui on teada, et nad avalduvad
kolme järjestikuse täisarvuna ning seejuures kolmnurga
suurim nurk on kaks korda suurem vähimast.

93. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on α . Leida sisse- ja
ümberjoonestatud ringjoonte raadiuste suhe.

*94. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a , b ja c va-
hel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$.

*95. Tõestada, et mistahes kumera nelinurga pindala on võrd-
ne tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poo-
le korrutisega.

96. Nelinurkse püramiidi lõige kaht mitte kõrvu asetsevat
külgserva läbiva tasandiga on kolmnurk pindalaga 32 cm^2 .
Püramiidi kõik servad on võrdsed. Leida püramiidi ser-
va pikkus.

97. Koonuse telglõikeks on kolmnurk pindalaga P . Leida
koonuse ruumala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline
nurk on α .

98. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui tema kõrgus on h . Arvutada ruumala juhul, kui $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm.
99. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja serv $a = 8$ cm, külgtahu tipunurk $\varphi = 90^\circ$. Leida püramiidi ruumala ja täispindala.
100. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6 cm ja kõrgus on 9 cm. Püramiidi külgservad on igaks 13 cm. Leida püramiidi ruumala.
- *101. Täisnurkse kolmnurga kõrgus on h , üks teravnurkadest α . Kolmnurk pöörleb ümber telje, mis on paralleelne hüpotenuusiga ja asub sellest kaugusel, mis on võrdne hüpotenuusile tõmmatud kõrgusega. Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
- *102. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
103. Püstkoonuse moodustaja on m ja põhja raadius on r . Leida sissekujundatud kera raadius R .
104. Läbi võrdhaarse täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi c on paigutatud tasapind P , mis moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga α . Leida kolmnurga projekteerimisel tasapinnale P saadava kujundi pindala ja ümbermõõt.
105. Koonusesse, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on α , on kujundatud kera. Koonuse ruumala on V . Leida kera pindala.
106. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h , kahe tahuline nurk põhja serva juures α . Leida püramiidi sisse kujundatud kera raadius.

107. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb teravnurgaga α . Püramiidi külgtahud moodustavad põhjaga nurga φ . Leida püramiidi ruumala.
108. Kera ümber on kujundatud korrapärase kolmetahuline prisma, selle ümber omakorda kera. Leida nende kerade pindalade suhe.
109. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ja põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Väljapuuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal.
110. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadius R), puudutades üksteist. Leida niisuguse kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera.
111. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ülemise põhja diagonaalide iga otspunkti läbib tasand, mis on risti selle diagonaaliga. Leida tüvipüramiidist nende tasanditega eraldatud osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on h , põhiservad a ja b tingimusel, et tasandite lõikejooned ei läbi tüvipüramiidi.

B. Ülesandeid suulistelt vastuvõtueksamitelt.

Nerdes osakondades, kus matemaatika kirjalikku vastuvõtueksamit ei olnud, esitati igale eksamineeritavale teoreetiliste küsimuste kõrval ka üks ülesanne. Järgnev valimik on koostatud niisugustest ülesannetest.

Lahendada võrrandid:

$$1. \quad 1 - \log 5 = \frac{1}{2} (\log \frac{1}{2} + \log x + \frac{1}{3} \log 5) .$$

2. $\log(x - \sqrt{3}) = -\log(x + \sqrt{3})$.

3. $x^{\log_{10} x} = 100$.

4. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{64}$.

5. $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}$.

6. $x + 2\sqrt{x-1} = 4$.

7. Lahendada võrratus

$$\frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x.$$

8. Sovhoosi viljapuuad on ristkülikukujuline. Ristküliku pikkus on 400 m võrra suurem laisusest, kusjuures tema küljed suhtuvad nagu 5 : 3. Öövaht käib kiirusega 4 km/h. Kui palju kulub tal aega selleks, et käia üks kord ümber aia?

9. Tõestada samasus

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha.$$

Lahendada võrrandid:

10. $\sin x = \sin 2x$.

11. $\tan x^2 = 1$.

12. Leida rööpküliku nurgad, kui üks neist on teistest 20° võrra suurem.

13. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 30 ja 40. Leida hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

14. Ruudu pindala on 10 dm^2 . Leida ruudu ümber joonestatud ringjoone raadius.

15. Ristküliku pindala on 120 cm^2 ja diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed.

16. Millega võrdub korrapärase üheksanurga pindala, kui tema külje pikkus on a ?
17. Ringjoon, mille raadius on 2 cm, on lahti painutatud kaareks, mille raadius on 5 cm. Missugune kesknurk vastab selle kaarele?
18. Koonuse põhja raadius on r . Läbi kõrguse keskpunkti on tehtud põhjaga paralleelne lõige. Leida lõike pindala.
19. Silindri põhja pindala on Q ja telglõike pindala M . Leida silindri täispindala.
20. Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on juhitud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 45° ja teineteisega nurga 60° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

Vastused. Lahendusi.

A.

1. $\frac{1}{4\sqrt{3}}$.

2. $x = \frac{4}{3}$.

3. $-6(1 + \sqrt{3})$.

4. 0.

6. Võrrandil pole ühegi m väärtuse puhul reaalseid lahendeid.

7. $a_{1,2} = \pm 2$, $a_{3,4} = \pm i$.

8. $a \geq 1$ ja $a < -3$. Märkus: Ruutkolmliige on igal x väärtusel positiivne siis, kui tema diskriminant on ne-

gatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist.

9. $p^2 - 4q$.

10. $x < -3$ ja $x > 1$. Näpunäide: Nimetajas seisev kolmeliige on igal x väärtusel positiivne, seega murrul on sama märk, mis tema lugejal.

11. $1 < x < 2,5$, $x \neq 2$.

12. $-2 < x < 0$, $x > 6$.

13. $x > 2$ ja $1 < x < 1,5$.

14. Lahendus:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} &= \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \\ &= \frac{a^2+c^2}{ac} + \frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a-c)^2 + 2ac}{ac} + \\ &+ \frac{(b-c)^2 + 2bc}{bc} + \frac{(a-b)^2 + 2ab}{ab} \geq \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \\ &+ \frac{2ab}{ab} = 6. \end{aligned}$$

15. Lahendus: Jagame võrrandi mõlemaid pooli 4^x -ga, siis saame

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2$$

ehk

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2.$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest $y_1 = 2$ (teine lahend $y_0 = -1$ ei kõlba).

Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$, millest logaritmimeise teel saame

$$x = \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}.$$

16. $x_1 = 2^{\sqrt{2}}$, $x_2 = 2^{-\sqrt{2}}$. Märkus: Ülesande lahendamisel lähtuda seosest

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} .$$

17. $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

18. $x = 3$.

19. $x = \frac{13}{15}$.

20. $2 ; -1$.

21. $-1 ; 3$.

22. Lahendus: Tähistades

$$\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z ,$$

viime süsteemi esimese võrrandi kujule $(z - 1)^2 = 0$, millest $z_1 = z_2 = 1$ ning $y = 2x$. Asendades teises võrrandis $y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0 ,$$

millest leiame $x_1 = 6$, $x_2 = -\frac{9}{2}$. Järelikult süsteemi lahendid on

$$\begin{array}{l} x_1 = 6 , \\ y_1 = 12 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{l} x_2 = -\frac{9}{2} , \\ y_2 = -9 . \end{array}$$

23. Lahendus: Logaritmime mõlemaid võrrandeid, saame

$$\log x + \log y = \log 4 + 1$$

$$\log x \log y = \log 4 .$$

Leiame $\log x$ ja $\log y$ võrrandi

$$z^2 - (\log 4 + 1)z + \log 4 = 0$$

lahenditena

$$z_1 = \log 4$$

$$z_2 = 1 .$$

Tundmatute sümmeetrilisuse tõttu.

$$\begin{array}{l} x_1 = 4 \\ y_1 = 10 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{l} x_2 = 10 \\ y_2 = 4 \end{array} .$$

24. $x_1 = 125$ ja $x_2 = 625$
 $y_1 = 4$ $y_2 = 3$.

Näpunäide: Logaritmime teist võrrandit alusel 5.

25. Neljandal aastal.

26. $4\frac{1}{6} \text{ cm}^2$.

27. 22a meetrit.

28. On olemas kaks progressiooni, mis rahuldavad ülesande tingimusi, nimelt 2 ; 10 ; 50 ja 50 ; 10 ; 2 .

29. $d_1 = 1$, $d_2 = 2$, $d_3 = 4$.

30. $2\frac{1}{2}$ korda.

31. 60 km/h.

32. 24 m^3 .

33. Lahendus: Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa $9 - x$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega $2 \cdot \frac{x}{5}$ tundi; ülejäänud teeosa katmiseks, mis läbitakse üks kord üles-, teine kord allamäge $\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6}$ tundi. Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = 3 \frac{41}{60} .$$

Saadud võrrandist leiame, et $x = 4$.

34. Hääl levib kiirusega $326 \frac{12}{13} \text{ m/s}$ ja tuule kiirus on $6 \frac{16}{39} \text{ m/s}$.

35. Esimene tööline sooritaks töö 18 tunniga, teine 24 tunniga.
36. 147 ja 53 .
37. Mootorrattur 150 km, jalgrattur 50 km.
38. Esimene 18° , teine $14,4^\circ$.
39. 60 kg.
40. 30 % võrra.
41. 125 %.
42. 12 %.
43. Lahendus:

I tükk kaalub m kg, selles on vaske x % ;
 II " " n " " " " " y % ;

Olgu äralõigatud tükikese kaal z kg. Siis

I tükist jääb järele $m-z$ kg, selles on vaske $\frac{(m-z)x}{100}$ kg;
 II " " " $n-z$ " " " " $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.

I tükist äralõigatud z kg sisaldab $\frac{zx}{100}$ kg vaske;
 II " " z " " $\frac{zy}{100}$ kg vaske.

I tüki jäägi ja teisest äralõigatud osa sulam kaalub m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x + zy}{100}$ kg;
 II tüki jäägi ja esimesest äralõigatud osa sulam kaalub n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + zx}{100}$ kg.

Kuna uutes tükides vase % peab olema sama, siis

$$\frac{(m-z)x + zy}{100m} = \frac{(n-z)y + zx}{100n}$$

ehk

$$(y-x)(mz + nz - mn) = 0 .$$

Ülesande tingimuste põhjal $y - x \neq 0$, seega

$$mz + nz - mn = 0,$$

millest

$$z = \frac{mn}{m+n}.$$

44. 108 cm^2 ja 48 cm^2 .

45. 45° .

46. $\sqrt{2}$.

47. $\frac{5}{3} \text{ cm}$.

48. $\frac{15}{8} \text{ cm}$.

49. $1:8$.

50. Alus $a = 2r \sqrt{\frac{h}{h-2r}}$, haar $b = (h-r) \sqrt{\frac{h}{h-2r}}$

51. $75 \sqrt{3} \text{ cm}^2$.

52. $R^2(\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3})$. Näpunäide: Liita ringide ja kolmnurkade pindalad esialgu isekeskis.

53. $-1, 3, 7, \dots$ Näpunäide: Leida summa üldavaldisest esimese ja kahe esimese liikme summa.

54. Lahendus: Tähistades küljed a ja b ning diagonaali c , tõstame ruutu algtingimustest saadava võrrandi

$$a - b = 1.$$

Asendame seejärel külgede ruutude summa diagonaali ruuduga ja külgede korrutise $2,4c$ -ga. Miks?

Nii saadud ruutvõrrandist leiame $c = 5$. Külgede pikkused on $a = 4$ ja $b = 3$.

55. 5.

56. $\frac{2ab}{a+b}$.

59. 10 cm.

60. 216 cm^2 .

61. 37 cm ja 27,7 cm.

62. 13 cm ja 15 cm.

63. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

64. $\frac{a^2}{18} (3\sqrt{3} - \pi)$. Näpunäide: Ühendada lähiskülgede ja ringjoone lõikepunktid keskpunktiga. Määrata tekkinud nelinurga liik, leides nurga eelmainitud ühendusjoone ja külje vahel.

65. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$. Märkus: Ringjooned lõikuvad täisnurga all, kui nurk nende puutujate vahel on 90° .

71. Lahendus: Tõmbame kõrguse BN. Kolmnurgast NBM

$$\begin{aligned} BM^2 &= BN^2 + NM^2 = \\ &= BN^2 + (NC - MC)^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - MC(AC - MC). \end{aligned}$$

Kolmnurgast NBC

$$BN^2 = BC^2 - NC^2,$$

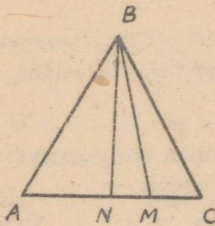
seega

$$\begin{aligned} BM^2 &= BC^2 - MC(AC - MC) = \\ &= BC^2 - MC \cdot AM, \end{aligned}$$

ning

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC,$$

m.o.t.t.



73. 0.

74. Lahendus:

$$\begin{aligned} & 16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = \\ & = 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \\ & = \frac{8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \frac{\sin 20^\circ \sin 80^\circ \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \sin 40^\circ \sin 20^\circ} = \\ & = 1. \end{aligned}$$

75. $2 \cos \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) = 2 \sqrt{2} \cos \alpha \sin (45^\circ + \alpha)$.

76. 0.

77. $-\frac{3}{2}$.

78. 1.

79. Teisendame: $\frac{2 \sin x}{\cos x} - \sin x = 0$, ehk $\sin x (\frac{2}{\cos x} - 1) = 0$. Siit $\sin x = 0$. Järelikult $x = 180^\circ n$. Teine tegur ei anna lahendit, sest teda nulliga võrrutades saame $\cos x = 2$.

80. $x_1 = (2k + 1)\pi$, $x_2 = \frac{2k + 1}{2} \pi$.

81. $x_1 = \frac{2k + 1}{5} \pi$, $x_2 = \frac{2(3k + 1)}{3} \pi$.

82. $x_1 = (2k + 1) 180^\circ$, $x_2 = \frac{6k \pm 1}{3} \cdot 180^\circ$; piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$ asuvad erilahendid $x_1' = 180^\circ$, $x_2' = 60^\circ$ ja $x_2'' = 300^\circ$.

83. $x = -45^\circ + 180^\circ \cdot n$.

84. Lahendus: Teisendades võrrandit saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2}, \text{ seega } x = \frac{6k + (-1)^k}{12} \pi.$$

85. Asendusega $\sin x = y$ saame võrrandi $4y^3 - 7y + 3 = 0$, mille lahenditeks on $y_1 = 1$; $y_2 = 0,5$ ja $y_3 = -1,5$. Kuna $y = \sin x$, siis võrrandite $\sin x = 1$; $\sin x = 0,5$; $\sin x = -1,5$ lahenditeks on $x = 180^\circ n + (-1)^n 90^\circ$ ja $x = 180^\circ n + (-1)^n 30^\circ$.

89. $a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm \frac{6}{5} bc}$.

90. 15° ja 75° . Näpunäide: Kuna $\sin \alpha = \frac{h}{b}$ ja $\cos \alpha = \frac{b}{c}$, siis $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{h}{c} = \frac{1}{4}$, millest $\alpha = 15^\circ$.

91. $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2}$.

92. 4,5 ja 6.

93. $\frac{r}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}$.

94. Lahendus: Koosinuslause põhjal $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$; kuna $a^2 = b^2 + bc$, siis vaadeldaval juhul $c^2 - 2bc \cos \alpha = bc$ ning $\frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha$.

Siinuslause põhjal $\frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$, seega

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta;$$

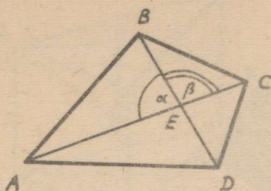
$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \beta,$$

millest

$$\alpha = 2\beta.$$

95. Tõestus:



$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE} = \\
 &= \frac{1}{2} AE \cdot BE \sin \alpha + \frac{1}{2} BE \cdot CE \sin \beta + \\
 &+ \frac{1}{2} CE \cdot DE \sin \alpha + \frac{1}{2} DE \cdot AE \sin \beta.
 \end{aligned}$$

Et $\sin \alpha = \sin \beta$, siis

$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= \frac{1}{2} [AE(BE + DE) + CE(BE + DE)] \sin \alpha = \\
 &= \frac{1}{2} [(AE + CE)(BE + DE)] \sin \alpha = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha, \\
 &\qquad\qquad\qquad \text{m.o.t.t.}
 \end{aligned}$$

96. 8 cm.

$$97. V = \frac{\pi}{3} P \sqrt{P \cot \alpha}.$$

$$98. V = \frac{1}{3} h^3 \cot \alpha \cot \beta; \text{ nõutaval erijuhul } V = 3 \sqrt{3} \text{ dm}^3.$$

$$99. V = \frac{64 \sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3, \quad S = 16(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2.$$

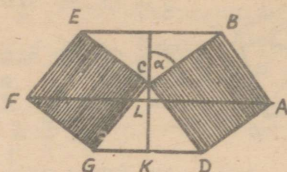
100. 108 cm^3 .

101. Ülesande teksti võib tõlgendada mitmel viisil - kas kõrgus h on tõmmatud hüpotenuusile või on ta üks kaatetidest, kas telg asub hüpotenuusist täisnurga poole või vastassuunas. Juhul, kui h all mõista hüpotenuusile tõmmatud kõrgust ning kui telg asub hüpotenuusist täisnurgale vastupidisel pool, on

$$V = \frac{8\pi h^3}{3 \sin 2\alpha}.$$

102. Tekkiva pöördkeha telglõige on joonisel viirutatud; selle keha ruumala võrdub tükikoonuste AFGD ja ABEF ruumalade summa ning koonuste BCE ja GCD ruumalade summa vahega.

$$V = \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha) .$$



$$103. R = r \sqrt{\frac{m-r}{m+r}} .$$

$$104. \frac{c^2}{4} \cos \alpha ; c (1 + \sqrt{1 + \cos^2 \alpha}) .$$

$$105. S = \left(\frac{12 \sqrt{\pi} V \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \frac{\alpha}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} .$$

$$106. r = \frac{h \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} .$$

$$107. V = \frac{16}{3} r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \tan^4 \varphi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \varphi)^3} .$$

Märkus: Rombi tippudest asuvad ainult kaks kera pinnal.

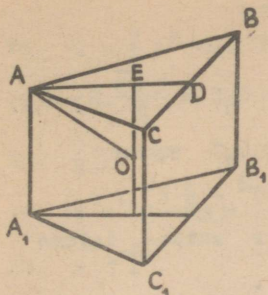
108. Lahendus: Kui O on kerade ühine keskpunkt, siis ümberjoonestatud kera raadius $R = AO$, sissejoonestatud kera raadius $r = EO$. Kuna E on $\triangle ABC$ mediaanide lõikepunkt, siis

$$AE = 2 ED ;$$

$$ED = EO = r ,$$

seega

$$AE = 2 r .$$



Kolmnurgast AEO

$$AO^2 = AE^2 + EO^2$$

ehk

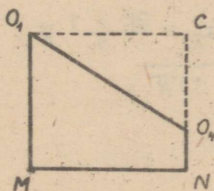
$$R^2 = 5r^2.$$

Kerade pindalad suhtuvad nagu nende raadiuste ruudud, seega nagu 5 : 1.

$$109. \quad e = \frac{e_p (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2 - 3d^2) + 3e_r d^2}{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2} \approx 1,05 \text{ g/cm}^3.$$

110. Lahendus: Kolme antud kera keskpunkti ühendavad lõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$. Neid puudutav kera on väiksem; ta asub kolme antud kera alla jäävas õõnsuses. Tema keskpunkt asub võrdsetel kaugustel antud kerade keskpunktidest ning allpool tasapinda, mis neid keskpunkte läbib.

Väikese kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\Delta O_1 O_2 O_3$ mediaanide lõikepunktiga C . Märgime O_1 ja O_4



projektsioonid tasapinnale, millel kerad asuvad, vastavalt M ja N . Täisnurkses trapetsis $O_1 O_4 NM$ on

$$O_1M = R, \quad O_4N = r$$

(väikese kera raadius),

$$O_1O_4 = R + r, \quad MN = O_1C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R.$$

Täisnurksest kolmnurgast O_1O_4C saame

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2.$$

Lahendades selle võrrandi r suhtes, leiame

$$r = \frac{1}{3} R.$$

111. $\frac{h}{3} (5ab - a^2 - b^2).$

B.

1. $x = \frac{16}{3\sqrt{5}}.$

2. $x = 2.$

3. $x_1 = 10, \quad x_2 = 0,01.$

4. $x = \frac{\log 8 - \log 3}{\log 3 - \log 2}.$

5. $x_1 = 4, \quad x_2 = -2.$

6. $x = 2.$

7. $x < 4.$

8. 48 minutit.

10. $x_1 = 2k\pi, \quad x_2 = \frac{2k+1}{3}\pi.$

11. $x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4k+1)\pi}.$

12. 80° ja $100^\circ.$

13. 24.

14. $\sqrt{5}$ dm.

15. 15 cm ja 8 cm.

16. $S = \frac{9}{4} a^2 \tan 70^\circ .$

17. $144^\circ .$

18. $\frac{1}{4} \pi r^2 .$

19. $S = 2Q + \pi M .$

20. $a \sqrt{2} .$

Variant füüsika- ja matemaatikaosakonda astujatele.

1. Lahendada võrrand

$$\frac{1}{1 - \sqrt{1-x}} + \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{4}{\sqrt{1-x}}$$

2. Millisel tähe k väärtusel on võrrandi

$$(k^2 - 5k + 3)x^2 + (3k - 1)x + 2 = 0$$

üks lahend teisest kaks korda suurem?

3. Kolm arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui kolmandast arvust lahutada 64, moodustavad arvud aritmeetilise progressiooni; kui seejärel teist vähendada 8 võrra, saame jälle geomeetrilise progressiooni, Leida need arvud.

4. Lahendada võrrand

$$\log_a x + \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}.$$

5. Korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala on S , kõrgus H . Leida püramiidi põhjaserv.
6. Ringi ümber, mille raadius on 2 cm, on joonestatud võrdhaarne trapets, mille pindala on 20 cm^2 . Leida trapetsi küljed.
7. On antud kolmnurga kaks külge, b ja c ning pindala $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külg.

Variant füüsika-matemaatika pedagoogilisse harru ning
geograafia-ja geoloogiaosakondadesse astujaile.

1. Kumb arvudest $\sqrt[3]{0,01}$ või $\sqrt[5]{0,001}$ on suurem?

2. Tõestada samasus

$$\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha} = \tan^2 \frac{\alpha}{2}$$

3. Lahendada võrrand

$$\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{2x - 1}{x^3 + 1} = \frac{1}{x + 1} .$$

4. Määrata kordajad p ja q nii, et võrrandi $x^2+px+q=0$ lahenditeks oleksid p ja q .

5. Kaks inimest sõidavad linnadest A ja B samal ajal välja (teineteisele vastu). Esimene sõidab 2 km tunnis rohkem kui teine ja jõuab linna B 1 tund varem kui teine linna A . Kaugus A ja B vahel on 24 km. Leida kummagi kiirus.

6. Lahendada võrrand

$$\sqrt{a^{z-1}} \cdot \sqrt[3]{a^{2z-1}} \cdot \sqrt[4]{a^{2-3z}} = 1 .$$

7. Kolmnurga übermõõt on 18 cm. Ühe sisenurga poolitaja jaotab vastaskülje lõikudeks, mille pikkused on 2,5 ja 3,5 cm. Leida kolmnurga küljed.

8. Tüvikoonuse moodustaja ja alumise põhja vaheline nurk on 30° . Tüvikoonuse telglõike pindala on S . Leida tüvikoonuse külgpindala.

9. Leida aritmeetiline progressioon, mille mistahes arvu liikmete summa (alates esimesest liikmest) on neli korda suurem liikmete arvu ruudust.
10. Lahendada võrratus $5x^2 - 7x + 2 < 0$.

Variant Majandusteaduskonda astujatele.

1. Arvutada

$$\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^0}{\sqrt{0,25}}$$

2. On teada, et $\tan \alpha = 1 \frac{1}{3}$. Leida $\sin \alpha$ ja $\cos \alpha$.
3. Arvutada $\frac{\tan 135^\circ}{\tan 225^\circ} \sin^2 300^\circ - \cos^2(-300^\circ)$.
4. Lahendada võrrand $\frac{1}{x} + \cos 90^\circ = 144x$.
5. Lahendada võrrand $2^x = 10 \cdot 5^x$.
6. Lahendada võrratus $\frac{1}{x} - \frac{4}{3x} > 3$.
7. Töölise palka tõsteti 2 korda, kummalgi korral ühe ning sama % võrra. Selle tagajärjel tõusis tema palk 84 rublalt 120 rubl. 96 kopikale. Mitu % tõsteti palka kummalgi korral.
8. Kiirrong seisis suletud semafori ees 16 minutit. Ta tegi selle hilineamise tasa järgneva 80 km jooksul sõites 10 km tunnis rohkem kui nägi ette sõiduplaan. Kui suur oli rongi kiirus plaani kohaselt?

9. Kuubi serva pikkus on a . Kui suur on selle kuubi ümber joonestatud kera ruumala?
10. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 5 ja 12. Kolmnurga sisse on joonestatud ruut, mille üks täisnurk langeb ühte kolmnurga täisnurgaga. Kui suur on selle ruudu pindala?

S i s u k o r d

Ülesandeid kirjalikelt vastuvõttueksameilt	4
Ülesandeid suulistelt vastuvõttueksameitelt	16
Vastused. Lahendusi	18
Kirjaliku eksami ülesandeid vastuvõttueksameitelt	32

Hind 5 kop.

A-292-56

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00380201 6