TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

H. TAMMET

PRAKTILISE METROLOOGIA ALGMED

TARTU 1967

T A R T U R I I K L I K Ü L I K O O L
Üldfüüsika kateeder

H. T a m m e t

P R A K T I L I S E M E T R O L O O G I A A L G M E D

I

T a r t u 1 9 6 7

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18

Х.В. Таммет

НАЧАЛА ПРАКТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ
На эстонском языке

Vastutav toimetaja K. Kudu
Korrektor A. Norberg

TRÜ rotaprint 1967. Trükipoognaid 2,88. Tingtrükipoognaid 2,62. Arvestuspoognaid 2,62. Trükiarv 1000. Paber 30x42.1/4. Paljundamisele antud 10. II 1967. MB 00753. Tell. nr. 75.

Hind 5 kop.

E e s s õ n a .

Metroloogia on teadus mõõtmisest.

Metroloogia uurimisobjektidega puutuvad kokku kõik, kes vahel midagi mõõdavad. Me nimetame mõõtmiseks iga vaatlust või katset, mille eesmärgiks on määrata mingi füüsikalise suuruse konkreetne väärtus. Füüsikalised suurused on: saja meetri jooksu aeg, hüperoni magnetmoment, inimese pikkus, kellaaeg, anuma ruumala jne.

Raske on leida inimest, kes ei oskaks üldse midagi mõõta. Sageli on aga ka iga päev mõõtmisega tegelevate töötajate mõõtmisoskus üsnagi puudulik. Juhtub, et aeganõudva analüüsi tulemused osutuvad ekslikeks. Müüjal tekib kaalukauba puudujääk. Mõõdu järgi tellitud aknaklaas ei sobi raami. Milles on viga? Ei saa vastata, kui meil puuduvad algteadmised metroloogiast ja me ei tunne piisavalt mõõtmisvahendite omadusi.

Käesolev brošüür sisaldab füüsika praktikumi sooritamiseks tarviliku metroloogiaalaste teadmiste miinimumi nende üliõpilaste jaoks, kelle erialaks ei ole täppisteadused. Algteadmisi leiavad siit ka füüsika-, matemaatika- ja keemiaosakonna üliõpilased.

§. 1. MÕÕTMINE.

1. <u>Mõõtmine</u> on kahe füüsikalise objekti võrdlemine eesmärgiga leida neid objekte iseloomustavate sama liiki füüsikaliste suuruste suhe.

Üheainsa objekti (A) olemasolu korral pole võimalik mõõta. Objekte A ja B mõõtes võib saada tulemuse: A on 2,3 korda pikem kui B .

Mõõtmise tulemus ei ole füüsikalise suuruse väärtus, vaid ainult väärtuste suhe. A pikkus l_A ja B pikkus l_B pole üldse arvuliselt väljendatavad. Vaadeldud näite korral on füüsikalise suuruse l_A väärtus $l_A = 2{,}3\ l_B$, l_B väärtus aga $l_B = l_A/2{,}3$. Tautoloogiast kaugemale nii ei jõua.

Objekt ei pruugi alati olla keha, ta võib olla ka protsess või nähtus. Näiteks kiiruse mõõtmisel ei võrrelda mitte kehasid, vaid protsesse.

2. Kindla füüsikalise suuruse, näiteks massi, sagedase mõõtmise korral on otstarbekas kõigi võrreldavate objektide hulgast valida üks eriline objekt E ning kõiki teisi objekte võrrelda ainult selle objektiga. Olgu A mass 3 korda suurem kui E mass, B mass 2 korda suurem kui E mass jne. Objekti A mass avaldatakse $m_A = 3\ m_E$, B mass $m_B = 2\ m_E$

jne. Kõik ülejäänud suhted saab nüüd leida lisamõõtmisteta. Näiteks: A ja B masside suhe on $3m_E : 2m_E = 1{,}5$.

Nii valitud objekti E nimetatakse vastava füüsikalise suuruse <u>etaloniks</u>; etaloniga fikseeritud füüsikalist suurust nimetatakse selle füüsikalise suuruse <u>ühikuks</u>. Massi mõõtmise korral on objektiks E kilogrammi etalon ja ühikut m_E tähistatakse m_E = kg.

Mõne füüsikalise suuruse korral saab etalonina kasutada looduslikke objekte. Näiteks aja etalonina kasutatakse astronoomilisi protsesse.

3. Algetalonide kasutamine iga mõõtmise korral muudaks praktilised mõõtmised lootusetult tülikaks. Kunstlike etalonide, näiteks rahvusvahelise kilogrammi etaloni korral on see etaloni säilitamise huvides koguni keelatud. Igapäevaseid mõõtmisi tehakse mitme vaheastme kaudu. Etaloniga võrreldakse spetsiaalset metroloogiliste tööde juures kasutatavat abiobjekti (teise järgu etaloni), sellega omakorda kolmandat objekti jne. kuni meie mõõdetava objektini. Füüsika praktikumis puutume kokku ainult selle ahela kahe viimase lüliga. Viimane lüli on mõõdetav objekt, eelviimast nimetatakse <u>mõõtevahendiks</u>. Mõõtevahend võib sisaldada ka võrdlemiseks vajalikke abinõusid. Kõik mõõdetavat objekti etaloniga siduva ahela eelnevad etapid teostatakse spetsiaalsetes metroloogilistes asutustes.

<u>Mõõt</u> on mõõtevahend, mis reprodutseerib mingi füüsikalise suuruse üht või mitut väärtust.

<u>Mõõteriist</u> on mõõtevahend, mis näitab mõõdetava suuruse väärtust.

Näited: kaaluviht on mõõt, kaalud on mõõteriist; tuntud elektrilise takistusega pool on mõõt, voltmeeter on mõõteriist.

Arvu, mida mõõteriist näitab, nimetatakse lugemiks, lugemi järgi määratud füüsikalise suuruse väärtust mõõteriista näiduks.

Näide: Voltmeetri skaala üks jaotis vastab ühele kümnendikule voldile. Osuti seisab arvudega 2,4 ja 2,5 tähistatud kriipsude keskel. Voltmeetri lugem on 2,45, voltmeetri näit on 2,45 V.

4. Füüsikalise suuruse mõõtmiseks ei piisa mõõdetava objekti võrdlemisest mõõtevahendiga. On vaja teostada ka mõõdetavat objekti etaloniga siduva pika ahela ülejäänud etapid. Neid etappe nimetatakse mõõtevahendi taatlemiseks. Mõõtevahendeid ei taadelda iga mõõtmise korral, vaid ainult kindlaksmääratud pikemate ajavahemike järel.

Mõõtevahendite taatlemise sagedus ja kord on seadusega kindlaks määratud. Esimene taatlemine teostatakse tavaliselt mõõtevahendit tootvas tehases. Edaspidiseid taatlemisi tohivad teostada ainult selleks volitatud eriasutused: riiklikud ja ametkondlikud mõõtude ja mõõteriistade järelevalve kontroll-laboratooriumid. Taatlemisel kõlblikuks osutunud mõõtevahendile tehakse vastav märge või antakse välja tunnistus. Keerulisema ehitusega mõõteriistad plommitakse või pitseeritakse nii, et neid ei saa plommi või pitserit rikkumata lahti võtta. Taatlemise märgiks võib olla ka värviga tehtud templijäljend. Mõõtevahendi kõlblikkusest tunnistust andev märge kehtib kindla tähtajani; kui mõõtu või mõõteriista pärast tähtaja möödumist uuesti ei taadelda, kaotab ta mõõtevahendi õigused.

Mõnel juhul võib taatlev asutus anda mõõtevahendile paranduste tabeliga varustatud tunnistuse. Kui mõõteriista vahetu lugem on x', siis täpsem (parandatud) lugem on

$$x = x' + \delta(x') , \qquad (1)$$

kus $\delta(x')$ on parandus.

Kontrollimata ja mõõtevahendi õigused kaotanud riistadega ei saa mõõta, see oleks vaid mõõtmise imitatsioon. Niisuguse tegevuse tulemuste esitamine mõõtmisandmetena on võltsimine. Erandina on lubatud mõõtevahendite mudeleid ja makette kasutada õppeotstarbeks. Maketiks võib olla ka mõõtevahendi õigused kaotanud riist, mis varustatakse märkega "õppeotstarbeks" (lühendatult "Õ") või "demonstratsiooniks".

5. Seni oleme vaadelnud otsest mõõtmist. Kaudse mõõtmise korral ei mõõdeta vahetult otsitava väärtusega füüsikalist suurust, vaid teisi viimasega tuntud viisil seotud füüsikalisi suurusi. Otsitav tulemus leitakse arvutuste teel.

Näited: Ringi pindala määramiseks võib mõõta ringi läbimõõdu d; pindala arvutatakse valemi $S = \pi d^2/4$ abil. Risttahuka tiheduse määramiseks võib mõõta risttahuka massi m ja külgede pikkused a, a, c; tihedus arvutatakse valemi $\rho = m/(a.b.c)$ abil.

§ 2. MÕÕTÜHIKUD.

1. Kui valida mingi varras pikkuse etaloniks ja sellest sõltumatult mingi plaat pindala etaloniks, siis oleks ringi pindala valem järgmine:

$$S = const_1 \cdot r^2 . \qquad (2)$$

Ristküliku pindala valem oleks:

$$S = const_2 \cdot a \cdot b . \qquad (3)$$

Valemi (3) kasutamise hõlbustamiseks otsustati loobuda pindala etalonist valides pindala ühiku nii, et $const_2=1$.* Defineerides mõnede füüsikaliste suuruste ühikud teiste füüsikaliste suuruste ühikute kaudu, lihtsustame füüsika valemeid ja vähendame vajalike etalonide arvu.

1832. a. soovitas Gauss piirduda minimaalse arvu etalonidega, mis võimaldaks kõiki ülejäänud ühikuid defineerida nende etalonidega fikseeritud põhiühikute kaudu. Vastavalt defineeritud ühikute hulka nimetatakse absoluutseks mõõtühikute süsteemiks.**

Absoluutseid ühikute süsteeme võib olla palju, sest etalone ja nendega fikseeritud põhiühikuid saab valida mitmeti.

Majanduses ja teaduses kasutamiseks lubatud põhiühikud ning mõõtühikute süsteemid, samuti kõik olulisemad mõõtmis-

---

* Niisuguse valiku korral on $const_1 = \pi$. Kui valemit (2) kasutataks sagedamini kui valemit (3), oleks otstarbekas valida $const_1 = 1$ ja $const_2 = 1/\pi$. Pindala ühikut võiks siis nimetada ringmeetriks.

** Kitsamas mõttes nimetatakse absoluutseteks vaid niisuguseid mõõtühikute süsteeme, kus põhiühikuteks on valitud pikkuse, massi ja aja ühikud.

reeglid on fikseeritud seaduse jõudu omavate riikide standarditega (GOST).

2. GOST 9867-61 kohustab kõigi mõõtmiste korral eelistama rahvusvahelist mõõtühikute süsteemi (SI) ja selle süsteemi ühikutest tuletatud kordseid ühikuid. Muude ühikute tarvitamine pole keelatud, vaid mittesoovitatav. Mõningaid vanu ühikuid võidakse traditsioonide tõttu kasutada veel pikemat aega. Näide: sportlane rebis kahepuudast sangpommi sada korda.

SI süsteemi põhiühikud:

Füüsikaline suurus	Mõõtühik	Mõõtühiku tähis	
		ladina	vene
pikkus	meeter	m	м
mass	kilogramm	kg	кг
aeg	sekund	s	сек
elektrivoolu tugevus	amper	A	a
temperatuur	Kelvini kraad	°K	°K
valgustugevus	kandela (küünal)	cd	св

Tasapinnaline nurk ja ruuminurk on dimensioonita suurused (samanimeliste suuruste suhted) ja nende mõõtmiseks pole etaloni vaja. Seepärast nurgaühikud ei kuulu põhiühikute hulka, vaid on täiendavad ühikud.

SI süsteemi täiendavad ühikud:

Füüsikaline suurus	Mõõtühik	Mõõtühiku tähis	
		ladina	vene
tasanurk	radiaan	rad	рад
ruuminurk	sterradiaan	sr	стер

SI on absoluutne süsteem. Kõigi ülejäänud füüsikaliste suuruste mõõtmiseks kasutatakse põhiühikute ja täiendavate ühikute kaudu defineeritud <u>tuletatud ühikuid</u>. Näited: joonkiirus - m/s, nurkkiirus - rad/s, liikumishulk - kg.m/s.

3. Tuletatud ühikud olenevad valemitest, mida nende tuletamiseks kasutatakse. Vastavalt konstantsete kordajate valikule võib samu füüsikalisi suurusi siduda erinevate valemitega. Eriti ilmne on see elektriliste suuruste korral. Ühikute süsteemi kasutamisel tuleb arvutamisel tarvitada neidsamu valemeid, mille abil ühikuid on tuletatud.

SI süsteemi korral kasutatakse järgnevaid valemeid: pikkus l, mass m, aeg t, nurk α, ruuminurk θ, ruudu pindala $S = l^2$, kuubi ruumala $V = l^3$, ühtlase liikumise kiirus $v = l/t$, ühtlaselt kiirendatud liikumise kiirendus $a = v/t$, masspunktile mõjuv jõud $F = m.a$, liikumissuunalise jõu töö $A = F.l$, võimsus $P = A/t$, ühtlase keskkonna tihedus $\varrho = m/V$, erikaal $\gamma = F/V$, rõhk $p = F/S$, masspunkti liikumishulk $p = m.v$, õlaga risti suunatud jõu moment $M = F.l$, perioodiga t protsessi sagedus $f = 1/t$, nurksagedus või nurkkiirus $\omega = \alpha/t = 2\pi f$, masspunkti inertsimoment $I = m.l^2$, pöörlemishulk $L = I.\omega$, dünaamiline viskoossus (sisehõõrdetegur) paralleeltasandite ühtlase liikumise korral $\eta = F.l/(S.v)$, kinemaatiline viskoossus $\nu = \eta/\varrho$, risti läbi pinna S leviva heli intensiivsus $I = A/(S.t)$, absoluutne temperatuur T, temperatuuride vahe ΔT, soojushulk $Q = A$, entroopia $S = Q/T$, soojusemahutavus $C = Q/\Delta T$, ühtlase keskkonna erisoojus $c = C/m$, soojusvoog $\Phi = Q/t$, soojusülekandetegur $h = \Phi/(S.\Delta T)$, soojuslik erijuhtivus pinnaga risti suunatud ühtlase soojusvoo korral $\lambda = Q.l/(S.t.\Delta T)$, temperatuuri erijuhtivus $a = \lambda/(\varrho.c)$, elektrivoolu tugevus I , laeng $q = I.t$, laengutihedus $\varrho = q/V$, laengu pindtihedus $\sigma = q/S$, pinge $U = A/q$, mahtuvus $C = q/U$, takistus $R = U/I$, juhtivus $G = 1/R$, eritakistus $\varrho = R.S/l$, erijuhtivus $\lambda = 1/\varrho$, ühtlase elektrivälja tugevus $E = U/l$, elektrilise induktsiooni voog läbi laengut ümbritseva pinna $N = q$, ühtlase välja elektriline induktsioon $D = N/S$, absoluutne elektriline läbitavus $\varepsilon_a = D/E$, suhteline elektriline läbitavus $\varepsilon = \varepsilon_a/\varepsilon_o$ (ε_o on vaakuumi absoluutne elektriline läbitavus), magnetvoog $\Phi = U.t$ (U on elektromotoorne jõud, mis indutseeritakse magnetvoogu sulgevas keerus magnetvoo ühtlasel kahanemisel nullini), pinnaga risti suunatud ühtlase magnetvälja magnetiline induktsioon $B = \Phi/S$, magnetvälja tugevus n keeruga pikas solenoidis $H = n.I/l$ (l on solenoidi pikkus), induktiivsus $L = \Phi/I$, absoluutne magnetiline läbitavus $\mu_a = B/H$, suhteline magnetiline läbitavus $\mu = \mu_a/\mu_o$ (μ_o on vaakuumi absoluutne magnetiline läbitavus), reaktiivvõimsus vahelduvvooluahelas $Q = U.I.\sin\varphi$ (φ on faasinihkenurk), valgustugevus J , ühtlaselt kiirgava punktvalgusallika valgusvoog piiratud ruuminurgas $\Phi = J.\theta$, valgushulk $W = J.t$, valgustatus pinnaga risti suunatud valgusvoo korral $E = \Phi/S$, valgustushulk $H = E.t$, heledus kitsasse ruuminurka θ langeva valgusvoo järele $B = \Phi/(S.\theta.\cos\varphi)$ (φ on nurk valgusvoo suuna ja pinnanormaali vahel).

4. SI süsteemi erinimetustega mõõtühikud:

Füüsikaline suurus	Mõõtühik	Tähis	Avaldis põhiühikute kaudu	Venek. tähis
sagedus	herts	Hz	s^{-1}	гц
jõud	njuuton	N	$m.kg.s^{-2}$	н
töö	džaul	J	$m^2.kg.s^{-2}$	дж
võimsus	vatt	W	$m^2.kg.s^{-3}$	вт
temperatuuride vahe	kraad	deg	$(n+1)°K-n°K$	град
laeng	kulon	C	$s.A$	к
pinge	volt	V	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-1}$	в
mahtuvus	farad	F	$m^{-2}.kg^{-1}.s^4.A^2$	ф
takistus	oom	Ω	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$	ом
juhtivus	siimens	S	$m^{-2}.kg^{-1}.s^3.A^2$	сим
magnetvoog	veeber	Wb	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-1}$	вб
magnetiline induktsioon	tesla	T	$kg.s^{-2}.A^{-2}$	тл
reaktiivvõimsus	varr	var	$m^2.kg.s^{-3}$	вар
valgusvoog	luumen	lm	cd	лм
valgustustugevus	luks	lx	$m^{-2}cd$	лк
heledus	nitt	nt	$m^{-2}cd$	нт

Teiste tuletatud ühikute tähistamisel võib kasutada põhiühikute kõrval ka loetletud erinimetusega ühikuid. Näited: rõhk - N/m^2, pöörlemishulk - J.s, elektrivälja tugevus V/m.

5. Kordsust tähistavad eesliited:

Kordsus	Eesliide	Lühend	Venek. lühend
10^{-18}	atto	a	а
10^{-15}	femto	f	ф
10^{-12}	piko	p	п
10^{-9}	nano	n	н
10^{-6}	mikro	μ	мк
10^{-3}	milli	m	м
10^{-2}	senti	s	с
10^{-1}	detsi	d	д
10	deka	da	да
10^{2}	hekto	h	г
10^{3}	kilo	k	к
10^{6}	mega	M	М
10^{9}	giga	G	Г
10^{12}	tera	T	Т

Eesliited senti, detsi, deka ja hekto on vähem soovitatavad.

Kordsed ühikud, nagu pikofarad, kilonjuuton jne. ei kuulu SI süsteemi, neid kasutatakse ainult arvuliste väärtuste lühemaks kirjutamiseks.

GOST 7663-55 keelab topelteesliidete kasutamise, samuti eesliidete lisamise ühikutele, mis on defineeritud mingi ühiku kordsena, kuigi viimasel ei ole eesliidet.

Näide: Nimetused millimikrofarad, millimikron ja megatonn on väärad. Õige on nanofarad, nanomeeter ja teragramm.

6. SI süsteemi mittekuuluvaid mõõtühikuid:

Füüsikaline suurus	Mõõtühik	Tähis	Seos SI ühikutega
pikkus	iks	X	$1{,}00202 \cdot 10^{-13}$ m
-"-	ongström	Å	10^{-10} m
-"-	mikron	μ	10^{-6} m
pindala	hektar	ha	10^{4} m^2
-"-	aar	a	10^{2} m^2
ruumala	liiter	l	$1{,}000028 \cdot 10^{-3}$ m^3
mass	elektronvolt	eV	$1{,}78254 \cdot 10^{-36}$ kg
"	elektronimass	m_e	$9{,}10835 \cdot 10^{-31}$ kg
"	aatomkaalu ühik	u	$1{,}66025 \cdot 10^{-27}$ kg
"	karaat	ct	$2 \cdot 10^{-4}$ kg
"	tsentner	ts=q	10^{2} kg
"	tonn	t	10^{3} kg
kiirus	valguse kiirus	c	$2{,}997925 \cdot 10^{8}$ $m \cdot s^{-1}$
jõud	düün	dyn	10^{-5} N
"	kilogrammjõud	kgf=kG	9,80665 N
rõhk	millimeeter veesammast	mmH_2O	9,80665 $N \cdot m^{-2}$
"	millimeeter elavhõbedasammast	mmHg	133,322 $N \cdot m^{-2}$
"	tehn. atmosfäär	$at = kgf \cdot cm^{-2}$	$9{,}80665 \cdot 10^{4}$ $N \cdot m^{-2}$
"	füüs. atmosfäär	atm	$1{,}01325 \cdot 10^{5}$ $N \cdot m^{-2}$
"	baar	bar	10^{5} $N \cdot m^{-2}$

Füüsikaline suurus	Mõõtühik	Tähis	Seos SI ühikutega
töö	elektronvolt	eV	$1,60207 \cdot 10^{-19}$J
"	erg	erg	10^{-7}J
"	kilogrammmeeter	kgf.m	9,80665 J
"	kilovatt-tund	kWh	$3,6 \cdot 10^{6}$J
võimsus	hobujõud	HP	735,499 W
soojushulk	kalor	cal	4,1868 J
dünaamiline viskoossus	puaas	P	$0,1$ N.s.m^{-2}
kinemaatiline viskoossus	stoks	St	10^{-4} $m^{2}.s^{-1}$
mahtuvus	sentimeeter	cm	$1,111\ldots \cdot 10^{-12}$ F
magnetvoog	maksvell	Mx	10^{-8} Wb
magnetiline induktsioon	gauss	Gs	10^{-4} T
magnetvälja tugevus	örsted	Oe	79,577 A.m^{-1}

7. Vene ja inglise mõõtühikud:

1 toll = 25,4 mm

1 liin = 1/12 tolli = 2,12 mm

1 jalg = 12 tolli = 0,305 m

1 arssin = 28 tolli = 0,711 m

1 jard = 3 jalga = 0,914 m

1 süld = 3 arssinat = 2,13 m

1 verst = 500 sülda = 1,07 km

1 inglise miil = 1760 jardi = 1,61 km

1 tessatin = 2400 ruutsülda = 1,09 ha

1 toop = 1,23 dm^3

1 pang = 10 toopi = 12,3 dm^3

1 vene nael = 409,5 g

1 solotnik = 4,27 g

1 puud = 40 naela = 16,4 kg

1 inglise nael = 453,6 g

1 unts = 1/16 naela = 28,4 g

1 inglise tonn = 1016 kg

8. Meremiil on maa meridiaani ühe kaareminuti pikkus, see on 1852 m, 1 kaabeltau on 0,1 meremiili. 1 sõlm on kiirus 1 meremiil tunnis.

§ 3. MÕÕTMISVEAD.

1. Olgu mõõdetava suuruse täpne väärtus X. Ükski mõõtmismeetod pole absoluutselt täpne ja mõõtmistulemus x võrdub tõelise väärtusega X vaid ligikaudselt. Vahet

$$\delta x = x - X \tag{4}$$

nimetatakse mõõtmisveaks.

Konkreetse mõõtmise korral on ainsaks informatsiooniks suuruse X kohta mõõtmistulemus x ja valemit (4) pole võimalik kasutada. Seetõttu jääb mõõtmisviga alati tundmatuks, mis on ka loomulik: kui praktilise mõõtmise korral oleks võimalik määrata mõõtmisvea konkreetne väärtus, siis saaks valemi (4) abil leida mõõdetava suuruse täpse väärtuse, s. t. ebatäpne mõõtmine võimaldaks saada absoluutselt täpse tulemuse!

2. Korrektse ja täpse mõõtmismeetodi korral on mõõtmisvigade põhjuseks mõõtevahendi ebatäiuslikkus. Mõõtevahendist tingitud vigu nimetatakse riistavigadeks.

Mõõtmismeetodi ebatäielikkusest tingitud vigu nimetatakse metoodilisteks mõõtmisvigadeks. Näide: Kui takistuse mõõtmisel skeemi A (vt. § 6) abil jätta arvesse võtmata voltmeetrit läbiv vool, siis tekib metoodiline viga. Metoodilise vea vältimiseks tuleb määrata voltmeetrit läbiva voolu tugevus ja arvutada takistus niisuguse valemi abil, milles see voolutugevus on arvesse võetud. Metoodilist viga saab käesoleval juhul vältida ka sel teel, et kasutame elektrostaatilist voltmeetrit, mida läbiv vool on tähtsusetult väike. Raskem on avastada ja vältida välistest häirivatest teguritest ja mõõtja subjektiivsestest iseärasustest tingitud mõõtmisvigu.

Ekse (jäme viga) on mõõtja eksimisest tingitud mõõtmisviga. Näide: mõõtja kirjutab 3,2 asemel protokolli 2,3, võtab lugemi ebaõige lülituse korral jne. Hoolika ja asjatundliku mõõtmise korral saab ekseid vältida. Ekseid aitab vältida ka ühe ja sama suuruse korduv mõõtmine. Näide: Ühe ja sama suuruse mõõtmisel saadi lugemid 8,3; 8,4; 3,3; 8,3. Ilmne, et tulemus 3,3 on ekslik. Ekse avastamise korral tõmmatakse vastav tulemus mõõtmisprotokollis maha.

3. Ühe ja sama suuruse korduval mõõtmisel võime saada

iga kord erineva tulemuse, kuigi mõõdetav suurus ise ei muutu. Tulemuste varieerumine on tingitud mõõtmisvigade erinevusest. Ideaalsetel äärmusjuhtudel võivad korduvate mõõtmiste vead oma iseloomult olla:

a) <u>süstemaatilised mõõtmisvead</u>, mis mõõtmise kordamisel ei muutu või muutuvad mõõtmiselt mõõtmisele kindla seaduspärasuse kohaselt;

b) <u>juhuslikud mõõtmisvead</u>, mis iga järgneva mõõtmise korral saavad uue, täiesti juhusliku ja eelmiste mõõtmiste tulemustest sõltumatu väärtuse.

Niisugune klassifikatsioon mõõtmisvigade iseloomu järgi on sõltumatu eelnevas vaadeldud klassifikatsioonist tekkepõhjuse järgi. Mõõtevahendist tingitud vead võivad olla süstemaatilised või juhuslikud. Süstemaatilised vead võivad olla riistavead, metoodilised vead või eksed.

Praktiliste mõõtmiste korral pole mõõtmisvead enamasti ei puhtsüstemaatilised ega puhtjuhuslikud, vaid koosnevad kahest osast: süstemaatilisest ja juhuslikust.

Näited:

1) Olgu mõõdetava suuruse tõeline väärtus 7,5.

a) Mõõtmistulemused: 7,3; 7,3; 7,3; 7,3; 7,3

Mõõtmisvead: -0,2; -0,2; -0,2; -0,2; -0,2

Mõõtmisvead on ilmselt süstemaatilised.

b) Mõõtmistulemused: 7,4; 7,7; 7,5; 7,6; 7,3

Mõõtmisvead:-0,1; 0,2; 0,0 0,1; -0,2

Mõõtmisvead on ilmselt juhuslikud.

c) Mõõtmistulemused: 7,7; 7,6; 7,5; 7,4; 7,3

Mõõtmisvead: 0,2; 0,1; 0,0; -0,1; -0,2

Mõõtmisvead on ilmselt süstemaatilised.*

d) Mõõtmistulemused: 7,6; 7,7; 7,6; 7,6; 7,8

Mõõtmisvead: 0,1; 0,2; 0,1; 0,1; 0,3 .

Mõõtmisvead sisaldavad ilmselt nii süstemaatilist kui juhuslikku osa.

e) Mõõtmistulemus: 7,4

Mõõtmisviga: -0,1.

Üksikmõõtmise viga pole ei süstemaatiline ega juhuslik. Mõõtmisvigu saab klassifitseerida süstemaatilisteks ja juhuslikeks ainult korduvate mõõtmiste puhul.

2. Praktiliste mõõtmiste korral pole võimalik teha niisuguseid otsuseid nagu eelmise näite korral, sest mõõdetava suuruse tõeline väärtus ja mõõtmisvigade väärtused on tundmatud. Näide 1 oli vaid väljamõeldud illustratsioon teooriale. Tegelikkuses on olukord nii:

Mõõtmistulemused: 7,6; 7,7; 7,6; 7,5; 7,8 .

Mõõtmisvead sisaldavad ilmselt juhuslikku osa. Kas nad süstemaatilist osa ka sisaldavad, pole võimalik öelda. Kui tõeline väärtus oleks 7,64, siis süstemaatiline osa puuduks. Kui tõeline väärtus oleks 8,1, siis oleks süstemaatilised vead domineerivad. Milline aga tõeline väärtus tegelikult on, seda me ei tea.

4. Juhuslikke mõõtmisvigu saab vähendada, kui mõõtmist

---

* Mõõtmistulemused näidete b ja c korral on ühed ja samad, erinev on ainult nende esinemise järjekord. Vigade iseloomu analüüsimisel ei tohi mõõtmistulemusi ümber järjestada!

sooritada palju kordi ja tulemuseks võtta saadud lugemite aritmeetiline keskmine. Juhuslikud vead on kord positiivsed, kord negatiivsed ja keskmise arvutamisel nad kompenseerivad teineteist. Et aritmeetilise keskmise juhuslik viga tuleks kaks korda väiksem, on vaja sooritada neli korda rohkem mõõtmisi.

Süstemaatilisi vigu mõõtmiste kordamise ja keskmise arvutamise teel vähendada ei saa. Ootamatutest süstemaatilistest vigadest hoidumiseks tuleb tähelepanu pöörata mõõtmismeetodi korrektsusele. Süstemaatilisi vigu aitab vähendada mõõtevahendi taatlemine ja paranduse määramine. Süstemaatiliste vigade vältimiseks tuleks teostada koos mõõtmisega kõik taatlemise etapid algetalonini välja. Seetõttu saab süstemaatilisi vigu kõrvaldada vaid spetsiaalsete metroloogiliste mõõtmiste korral ja ilma etalonita defineeritud dimensioonitute suuruste, näiteks nurga, mõõtmisel.

Füüsika praktikumis sooritatavate mõõtmiste korral (peale üksikute tööjuhendis märgitud erandite) on süstemaatiliste vigade osatähtsus küllalt suur ja mõõtmiste kordamisel juhuslike vigade vähendamise eesmärgil on vähe mõtet.*

5. Mõõtmisvea suurus on alati tundmatu ja teda pole praktiliselt võimalik mõõtmistäpsuse iseloomustamiseks kasutada. Mõõtmistäpsust iseloomustab mõõtmisvea absoluutväärtuse maksimaalne võimalik suurus Δx, mida nimetatakse mõõtmistulemuse <u>piirveaks</u>. Mida täpsem on mõõtmine, seda väiksem on

* Mõõtmiste kordamine on soovitatav ja vahel isegi nõutav eksete vältimiseks. Tuntud vanasõna ütleb: üheksa korda mõõda, üks kord lõika!

Δx. Mõõtmistulemuse piirviga on hoopis teise iseloomuga suurus kui mõõtmisviga, tema väärtus on konkreetse mõõtmise korral tuntud. Mõõtmisviga on mõõtmistulemuse piirveast sõltumatu, piirviga ainult piirab mõõtmisvea võimalikke väärtusi vastavalt võrratusele*

$$|\delta x| \leqslant \Delta x , \tag{5}$$

teisiti kirjutatult

$$-\Delta x \leqslant \delta x \leqslant \Delta x . \tag{6}$$

Kui mõõtmisviga on vahemikus (6), siis mõõtmistulemus on vahemikus

$$X - \Delta x \leqslant x \leqslant X + \Delta x . \tag{7}$$

Siit järeldub teine, praktilisema väärtusega võrratus

$$x - \Delta x \leqslant X \leqslant x + \Delta x . \tag{8}$$

Ainult mõõtmistulemus x ei võimaldanud mõõdetava suuruse otsitava tõelise väärtuse kohta teatavasti mingeid täpseid järeldusi teha. Teades peale mõõtmistulemuse ka mõõtmistulemuse piirviga Δx, võime aga öelda, et mõõdetava suuruse tõeline väärtus asub vahemikus (8).

Kokkuleppe** kohaselt kirjutatakse võrratus (8) lühen-

---

* Tegelikkuses ei õnnestu x määrata nii, et võrratuse (5) kehtivuses võiks olla absoluutselt kindel. Alati jääb mingi väike, näiteks 0,1 %-line, tõenäosus, et võrratus (5) ei kehti. Viimase näite korral öeldakse, et piirviga on defineeritud 99,9 %-lise kindlusega. Piirvea kindluse mõistega seotud küsimustega võib tutvuda täiendava kirjanduse /7, 8/ abil.

** See kokkulepe pole ainutarvitatav. Valem (9) tüüpi avaldis ei pruugi alati tähendada võrratust (8). Teiste kokkulepete korral võib märgiga ± liige tähistada mitte piirviga, vaid mingit juhuslike vigade jaotust iseloomustavat parameetrit.

datud tingkujul:

$$X = x \pm \Delta x , \qquad (9)$$

sellise kirjutusviisi sisuline tähendus on defineeritud valemiga (8).

6. Kui mõõtmismetoodika on korrektne ja mõõtmisi sooritatakse normaaltingimustes, siis mõõtevahendit tootvad ja taatlevad asutused garanteerivad*, et mõõtmisvea absoluutväärtus ei ületa mõõtevahendi põhiviga $\Delta_o x$. Niisugusel juhul

$$\Delta x = \Delta_o x . \qquad (10)$$

Normaaltingimused (normaalne temperatuurivahemik, mõõtevahendi asend) on iga mõõtevahendite tüübi jaoks eraldi fikseeritud riiklike standarditega. Mõõtevahendi kasutaja peab normaaltingimusi kindlasti teadma.

Mõõtevahendi põhiviga märgitakse tavaliselt tingmärkide abil mõõtevahendile. Täielikumalt on $\Delta_o x$ märgitud mõõtevahendi passis.

Mõõtevahendi põhivea määramisel on arvestatud nii süstemaatiliste kui ka juhuslike mõõtmisvigade võimalust.**

---

* Garantii pole absoluutselt kindel. Reaalses olukorras on olemas väike tõenäosus, et väliste tunnuste järgi kõigiti korras mõõtevahendi puhul on mõõtmisvea absoluutväärtus siiski mõõtevahendile märgitud $\Delta_o x$-st suurem. Niisuguse tõenäosuse hindamine on keeruline ja see raskendab oluliselt mõõtmisvigade täpsemat ja rangemat analüüsimist.

** Mõõteriista näidu võimalike juhuslike kõikumiste vahemiku laiust nimetatakse mõõteriista variatsiooniks. Süstemaatiliste vigade võimalikkuse tõttu on variatsioon valemitega (7) ja (10) määratud mõõtmisvigade vahemiku laiusest väiksem.

Väikese kõrvalekaldumise korral normaaltingimustest võidakse garanteerida, et

$$|\delta x| \leqslant \Delta_0 x + \Delta' x , \tag{11}$$

kus $\Delta' x$ on <u>mõõtevahendi lisaviga</u>. Lisavea väärtust saab leida välistingimusi iseloomustavate suuruste järgi mõõtevahendi passis ja riiklikes standardites* näidatud reeglite kohaselt.

Kui mõõtmine oli kõiges muus korrektne, siis

$$\Delta x = \Delta_0 x + \Delta' x . \tag{12}$$

Väljaspool mõõteriista passis märgitud kasutamispiirkonda pole mõõtmistulemuse piirviga enam garanteeritud. Riistal, mille täpsus ei ole garanteeritud kooskõlas kehtivate standarditega, ei ole mõõtmisvahendi õigusi.

7. Erineva väärtusega füüsikaliste suuruste mõõtmistäpsuste võrdlemiseks mõõtmistulemuse piirviga ei sobi. Selleks kasutatakse <u>suhtelist</u> (relatiivset) <u>piirviga</u>.

$$E_x = \frac{\Delta x}{|x|} . \tag{13}$$

Suhteline piirviga avaldatakse tavaliselt protsentides

$$E_x = \frac{\Delta x}{|x|} . 100 \% . \tag{14}$$

Näide: $v_1 = (21,0 \pm 2,1)$ m/s ; $v_2 = (210 \pm 21)$ m/s . v_1 ja v_2 on mõõdetud võrdse täpsusega, sest $E_{v_1} = E_{v_2} = 10\%$, kuigi $\Delta v_1 = 2,1$ m/s $\neq \Delta v_2 = 21$ m/s. Kui $v_3 =$ $= (1,78 \pm 0,12)$ m/s ja $v_4 = (783 \pm 12)$ m/s , siis v_4 on

---

* Vastava standardi number on reeglina märgitud igale mõõtevahendile.

mõõdetud täpsemini kui v_3.

Mõõteriistade (mitte mõõtmistulemuse!) täpsust iseloomustatakse sageli <u>taandvea</u> abil. Et taandviga avaldatakse samuti protsentides, võib teda kergelt suhtelise piirveaga segi ajada. See oleks jäme eksitus, kuna need mõisted on hoopis erinevad.

Taandpõhiviga D_x on mõõteriista põhivea $\Delta_o x$ ja mingi kindla suuruse x_o, tavaliselt mõõteriista <u>mõõteulatuse</u>, suhe

$$D_x = \frac{\Delta_o x}{x_o} . \tag{15}$$

Suurus x_o pole seotud mõõtmistulemusega. Mõõtmistulemuse täpsust D_x ei iseloomusta. Mõõtmistulemuse iseloomustamiseks leiame

$$\Delta_o x = x_o D_x . \tag{16}$$

Kui $\Delta x = \Delta_o x$, siis saame

$$E_x = \frac{x_o}{x} D_x . \tag{17}$$

8. Näide:

$x = 8{,}00V$; $\Delta_o x = 0{,}20V$; kasutatud mõõteriista (voltmeetri) mõõteulatus $x_o = 20$ V. Mõõdeti normaaltingimustes.

$X = 8{,}00 \text{ V} \pm 0{,}20$	väär
$x = (8{,}00 \pm 0{,}20) \text{ V}$	väär
$X = 8{,}00 \text{ V} \pm 0.20 \text{ V}$	õige
$X = (8{,}00 \pm 0{,}20) \text{ V}$	õige (soovitatav kirjutusviis)

$E_x = 0{,}025$ V väär

$E_x = 0{,}025$ õige

$E_x = 2{,}5$ % õige (soovitatav kirjutusviis)

$D_x = 0{,}010$ õige

$D_x = 1{,}0$ % õige (soovitatav kirjutusviis)

Paneme tähele, et $E_x > D_x$. Valem (17) kohaselt on nende suuruste suhe $\frac{x_o}{x}$. Et alati $x \leq x_o$, siis on igasuguse näidu korral $E_x \geq D_x$. D_x ei sõltu näidust, E_x aga on seda suurem, mida väiksem on voltmeetri näit.

§ 4. MÕÕTMISANDMETE TÖÖTLEMINE.

Mõõtmisandmete töötlemine on tarvilik kaudsete mõõtmiste* korral soovitavate tulemusteni jõudmiseks.

1. Kõigepealt kontrollime, kas otseste mõõtmiste tulemused on esitatud õigesti. Nende mõõtmistulemuste piirvead peavad olema antud kahe kehtiva kohaga**. Nulle arvu alguses ja ümardamise teel saadud nulle arvu lõpus ei loeta kehtivateks kohtadeks. Nullid kümnendmurru lõpus loetakse kehtivateks kohtadeks.

---

* Vahel töödeldakse mõõtmistulemusi ka otseste mõõtmiste korral juhuslike vigade vähendamiseks ja hindamiseks. Juhuslike mõõtmisvigadega seotud küsimusi on kavas käsitleda juhendi hiljem ilmuvas II osas. Vajaduse korral võib kasutada täiendavat kirjandust /7, 8/. Üliõpilastelt, kelle erialaks ei ole täppisteadused, nimetatud küsimuste tundmist ei nõuta.

** See on tinglik kokkulepe ja tema täitmine on kohustuslik ainult füüsika praktikumis mõõtmis- ja arvutamistäpsuse ühtlustamiseks. Kui puudub konkreetne põhjus teisiti talitamiseks, võib soovitada sellest kokkuleppest ka mujal kinni pidada.

Näited: 13 001 - viis kehtivat kohta

13 000 - kaks " "

0,0027 - kaks " "

1,0027 - viis " "

1,2700 - viis " "

Mõõtarv peab olema esitatud piirvea viimase koha täpsusega. Suurema täpsuse korral mõõtarv ümardatakse. Väiksema täpsuse korral on mõõtmistulemus kõlbmatu ja mõõtmine tuleb uuesti sooritada.

Näited: 137,82 ± 3,7 - vormiliselt väär

137,8 ± 3,7 - õige

0,14 ± 0,012 - sisuliselt väär

(tulemuse vormiline parandamine 0,14-le nulli juurdekirjutamise teel oleks võltsimine!)

0,14 ± 0,02 - väär.

Number 5-ga lõppevad arvud ümardatakse nii, et viimane koht jääks paarisarvuks:

$$345 \approx 340$$

$$73,5 \approx 74$$

$$74,5 \approx 74$$

Lähteandmed teisendatakse SI süsteemi* (ei tohi tar-

---

* Lihtsa arvutusvalemi korral pole lähteandmete teisendamine SI süsteemi kohustuslik. Niisugusel juhul peab aga vahetehetes kõigi arvude järele kirjutama ühiku tähise.

Näide:
$$R = \frac{U}{I}$$

$$U = 3\ \mathrm{V}\ , \quad I = 1\ \mathrm{mA}\ ,$$

$$R = \frac{3\mathrm{V}}{1\mathrm{mA}} = 3\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{mA}} = 3\ \mathrm{k}\Omega\ .$$

vitada kordseid ühikuid). Eksimiste vältimiseks on soovitatav kasutada järgmisi mõttekäike:

1) $P = 2{,}3\ \mathrm{HP}\ , \qquad 1\ \mathrm{HP} = 736\ \mathrm{W}\ ,$

$P = 2{,}3\ (736\ \mathrm{W}) = (2{,}3 . 736)\ \mathrm{W}\ .$

2) $C = 63\ \mathrm{cm}\ , \qquad 1\ \mathrm{F} = 9.10^{11}\ \mathrm{cm}\ ,$

$C = x\mathrm{F} = x(9.10^{11}\ \mathrm{cm}) = 63\ \mathrm{cm}\ ,$

$x = \dfrac{63}{9.10^{11}} = 7{,}0.10^{-11}\ , \quad C = 7{,}0.10^{-11}\ \mathrm{F}\ .$

3) $C = 63\ \mathrm{cm}\ , \qquad 1\ \mathrm{F} = 9.10^{11}\ \mathrm{cm}\ , \quad 1\ \mathrm{cm} = \dfrac{1}{9.10^{11}}\ \mathrm{F}\ ,$

$C = 63(\dfrac{1}{9.10^{11}}\ \mathrm{F}) = \dfrac{63}{9.10^{11}}\ \mathrm{F} = 7{,}0.10^{-11}\ \mathrm{F}\ .$

Keerukamate arvutuste korral on kõik arvud soovitatav avaldada kujul:

$$n.10^{m}\ ,$$

kus $$1 \leq |n| < 10\ . \qquad (18)$$

Näited:

$173\ 200 = 1{,}732.10^{5}$ - õige

$120\ 000\ 000 = 12 \cdot 10^{7}$ - vormiliselt väär

$0{,}0072 = 7{,}2.10^{-3}$ - õige

$0{,}00072 = 0{,}72.10^{-3}$ - vormiliselt väär

2. Kirjutame valemisse mõõdetud suuruste väärtused SI ühikutes. Tabelist võetavate suuruste kohad jätame esialgu tühjaks. Liitmis- ja lahutamistehete korral tuleb suurema täpsusega liidetav ümardada sama järguni kui väiksema täpsusega liidetav. Teostame liitmis- ja lahutamistehted. Kirjutame valemisse tabelist võetavad suurused, võttes kehtivaid

kohti ühe võrra rohkem kui neid on kõige ebatäpsemas mõõtmistulemusena saadud arvus. Kui see pole võimalik, siis ei tohi edasises ignoreerida tabelist leitud arvu viga. *

Arvutuslükatit tohib kasutada ainult siis, kui valemis esineb kolme või vähema arvu kehtivate kohtadega ligikaudseid arve.

Mõnel juhul on otstarbekas järgmine võte:

$$4,372.2,114 = 4.2,114 + 0,372.2,114 ,$$

esimene tehe on lihtne, teist aga võib teha arvutuslükatiga.

Lõpptulemusele arvutame ühe kehtiva koha enam kui neid oli kõige väiksema täpsusega teguris.

Ühik kirjutatakse mõõtarvu järele ilma sulgudeta.

Näited:

1) $$d = \frac{4\pi m}{(a-b)S}$$

$m = (2,4783 \pm 0,0018)$ kg

$a = (2,7895 \pm 0,0032)$ m

$b = (2,63321 \pm 0,00027)$ m

$S = (0,03481 \pm 0,00012)$ m^2

$$\frac{4\pi \,.\, 2,4783}{(2,7895-2,6332)\; 3,481.10^{-2}} = \frac{4.3,1416.2,4783}{1,563.10^{-1}.3,481.10^{-2}}$$

Kirjutada π kohale 3,142 oleks väär.

Kirjutada π kohale 3,14159 oleks mõttetu.

Arvutamisel võib kasutada viiekohalisi logaritmide tabeleid. Tulemuse

---

* Matemaatilistes tabelites esitatavate arvude piirviga on pool viimase koha ühikut.

$$d = 5{,}7240 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3}$$

arvutame viie kehtiva kohaga.

2) $F = m \cdot a \qquad m = 2\ kg \qquad a = 2\ m/s^2$

$F = 2 \cdot 2 = 4\ N$ - **väär**

$F = 2\ kg \cdot 2\ m/s^2 = 4\ N$ - **õige**

$F = 2{,}2\ N = 4\ N$ - **õige**

$F = 2 \cdot 2 = 4$ - **väär**

3) Lõpptulemuse piirvea arvutame kahe kehtiva koha täpsusega. Kui otsitava suuruse arvutamiseks kasutati valemit:

$$z = f(x, y, \ldots), \tag{19}$$

siis piirviga arvutatakse valemi

$$\Delta z = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \Delta y + \ldots \tag{20}$$

abil. *

Erinevate funktsioonide korral saab valem (20) peale tuletiste väljaarvutamist erineva kuju:

---

* Esitatud valem on põhjendatud ainult siis, kui lõpptulemust mõjutavate lähteandmete hulk on väike, näiteks 2 või 3. Kui lähteandmete hulk on suur, näiteks 10, siis annab valem (20) Δz jaoks liialdatud suurusega väärtuse. Kuna niisugust olukorda tuleb praktikumis harva ette ja piirvea täpsem arvutamine on keeruline, siis lepime käesolevas juhendis valemiga (20) ja sellest valemist järelduvate reeglitega.

z	Δz	E_z
ax	$\lvert a\rvert \, \Delta x$	E_x
$1/x$	$\Delta x/x^2$	
x^n	$\lvert nx^{n-1}\rvert \, \Delta x$	$\lvert n\rvert \, E_x$
$1/x^n$	$\lvert n/x^{n+1}\rvert \, \Delta x$	
$\sqrt[n]{x}$	$\lvert \sqrt[n]{x}/nx\rvert \, \Delta x$	$E_x/\lvert n\rvert$
$ax + bx^2 + cx^3$	$\lvert a + 2bx + 3cx^2\rvert \Delta x$	$\left\lvert \frac{a + 2bx + 3cx^2}{a + bx + cx^2}\right\rvert E_x$
$\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^3}$	$\left\lvert \frac{a}{x^2} + \frac{2b}{x^3} + \frac{3c}{x^4}\right\rvert \Delta x$	$\left\lvert \frac{ax^2 + 2bx + 3c}{ax^2 + bx + c}\right\rvert E_x$
$\ln x$	$\Delta x/x$	$E_x/\lvert z\rvert$
$\lg x$	$0{,}43 \, \Delta x/x$	$0{,}43 \, E_x/\lvert z\rvert$
$\sin x$	$\lvert \cos x\rvert \, \Delta x$	$\lvert x \operatorname{ctg} x\rvert \, E_x$
$\cos x$	$\lvert \sin x\rvert \, \Delta x$	$\lvert x \operatorname{tg} x\rvert \, E_x$
$\operatorname{tg} x$	$\Delta x/\cos^2 x$	$\left\lvert \frac{2x}{\sin 2x}\right\rvert E_x$
$\operatorname{ctg} x$	$\Delta x/\sin^2 x$	
$x + y$ $x - y$	$\Delta x + \Delta y$	$\left\lvert\frac{x}{z}\right\rvert E_x + \left\lvert\frac{y}{z}\right\rvert E_y$
$x \cdot y$	$\lvert y\rvert \, \Delta x + \lvert x\rvert \, \Delta y$	$E_x + E_y$
$\frac{x}{y}$	$\frac{\lvert y\rvert \, \Delta x + \lvert x\rvert \, \Delta y}{y^2}$	
$ax + b\,\frac{y^2}{x}$	$\left\lvert a - b\frac{y^2}{x^2}\right\rvert \Delta x + 2\left\lvert b\frac{y}{x}\right\rvert \Delta y$	$\left\lvert \left(a - b\frac{y^2}{x^2}\right)\frac{x}{z}\right\rvert \Delta x + 2\left\lvert\frac{by^2}{xz}\right\rvert \Delta y$
	$\Delta a = \Delta b = \Delta c = \Delta n = 0$	

Liitmise ja lahutamise korral on arvutades ratsionaalne opereerida piirvigadega, korrutades ja jagades aga relatiivsete piirvigadega.

Paneme tähele, et vahe relatiivne piirviga tuleb alati suurem lähteandmete relatiivsetest piirvigadest. Kui $x = 13$, $y = 12$ ja $E_x = E_y = 1\ \%$, siis $E_{x-y} = 25\ \%$!

Tabelivalemeid kombineeritult kasutades võib lahendada päris keerulisi ülesandeid ilma diferentsiaalarvutust tundmata.

Näide:

$$A = \frac{4\pi(r_2^2 - r_1^2)}{m \ln \frac{x}{y}} ;$$

$$\Delta(r_2^2) = 2r_2 \Delta r_2 , \qquad \Delta(r_1^2) = 2r_1 \Delta r_1 , \qquad E_{(r_2^2 - r_1^2)} =$$

$$= 2 \frac{r_2 \Delta r_2 + r_1 \Delta r_1}{r_2^2 - r_1^2} , \quad E_{\frac{x}{y}} = E_x + E_y , \quad E_{\ln\frac{x}{y}} = \frac{E_x + E_y}{\ln \frac{x}{y}} ;$$

$$E_{m\ln\frac{x}{y}} = E_m + E_{\ln\frac{x}{y}} , \quad E_A = E_{(r_2^2 - r_1^2)} + E_{m\ln\frac{x}{y}} = 2\frac{r_2\Delta r_2 + r_1 \Delta r_1}{r_2^2 - r_1^2} +$$

$$+ E_m + \frac{E_x + E_y}{\ln\frac{x}{y}} , \qquad \Delta A = AE_A .$$

Niisugune tabelivalemite kombineerimine on lubatud, kui iga lähtesuurus esineb otsitava füüsikalise suuruse arvutusvalemis üksainus kord. Vastupidisel juhtumil õnnestub tuletiste arvutamist vältida vaid siis, kui saab kasutada üht kolmest argumenti x kahes või kolmes kohas sisaldavast tabelivalemist.

Näide: $z = ax + \frac{b}{x}$.

$$\Delta ax = a\Delta x\ , \quad E_{\frac{b}{x}} = E_x\ , \quad \Delta \frac{b}{x} = \frac{b}{x} E_x = \frac{b}{x^2}\Delta x\ .$$

Tehe $\Delta z = \Delta ax + \Delta \frac{b}{x} = (a + \frac{b}{x^2})\Delta x$ oleks väär. Käesoleval juhul saab aga kasutada viimast tabelivalemit, võttes $y = 1$ ja $\Delta y = 0$. Saame õige tulemuse

$$\Delta z = \left| a - \frac{b}{x^2} \right| \Delta x\ .$$

4. Lõpptulemuse võib teisendada kordsetesse ühikutesse.

Näited:

$5,8.10^{-7}$m = 580 nm - hästi

3.10^{-11}F = 0,00003 μF - rumalasti

3.10^{-11}F = 30 pF - hästi

Samadesse ühikutesse tuleb teisendada lõpptulemuse piirviga.

Lõpptulemuse piirvea ja suhtelise piirvea arvutasime kahe kehtiva kohaga. Kui osutub, et esimesel kohal olev number on 4 või suurem, siis ümardame piirvea või suhtelise piirvea avaldise ühe kehtiva koha peale.* Vastasel korral esitatakse piirviga ka lõppvastuses kahe kehtiva kohaga. Piirviga ümardatakse alati ülespoole.

Näited:

$\Delta x = 0,43 \approx 0,4$ - väär

$\Delta x = 0,43 \approx 0,5$ - õige

$\Delta x = 0,31 \approx 0,4$ - väär

$E_x = 7,2\% \approx 8\%$ - õige

$E_x = 1,2\% \approx 2\%$ - väär

---

* Vt. lk. 25, teine märkus.

Lõppvastuse vormistame nii, nagu järgnevas näites:

$$x = (27,31 \pm 0,27)\ \mathrm{mm} \qquad E_x = 1,0\ \%$$

§ 5. MÕÕTMISE PLANEERIMINE.

1. Mõõtmise eesmärk on määrata meid huvitava füüsikalise suuruse väärtus võimalikult täpselt. *

Olulisema osa mõõtmise planeerimisest moodustab mõõtmismeetodi ja mõõtevahendite valimine. Peaülesandeks on seejuures metoodiliste mõõtmisvigade vältimine. Nimetatud osa mõõtmise planeerimisest on iga töö jaoks spetsiifiline ja vastavaid küsimusi käsitletakse konkreetsetes tööjuhendites. Juhendites toodud eeskirjad fikseerivad suure osa mõõtmistingimustest.

Eeldame, et kõik metoodiliste vigade võimalikud allikad on kõrvaldatud ja tulemuse täpsus sõltub üksnes mõõtevahendeist tingitud vigadest. Mõõtmise planeerimise lõpuleviimiseks on vaja teada, kuidas sõltub mõõtmistäpsus neist mõõtmistingimustest, mida juhend võimaldab oma äranägemise kohaselt valida.

2. Ülesandeks on mõõta tundmatu vedeliku tihedus U-toru abil (juhend FP 30). Vedelikusamba kõrguse mõõtmiseks kasutame katetomeetrit.

---

* Kui mõõtmisel on praktiline eesmärk, siis viimane määrab tavaliselt minimaalse rahuldava täpsuse, mille saavutamine on kohustuslik, mille vähene ületamine on tulemuste kindluse huvides soovitatav ja mille suur ületamine on mõttetu.

On vaja valida U-toru kaugus katetomeetrist ja vedelikusamba kõrgus ühes U-toru harus.

a) Mida kaugemal on U-toru katetomeetrist, seda väiksem on tema kujutis läbi pikksilma vaadates, seda vähem liigub vedeliku meniski kujutis niitristil, kui pikksilma nihutada 1 mm võrra üles või alla. Mida kaugemal on U-toru katetomeetrist, seda suurem tuleb katetomeetri lugemi viga. Järeldus: U-toru tuleb asetada katetomeetrile võimalikult lähedale. Päris katetomeetri vastu teda panna ei saa, kaugus peab olema nii suur, et pikksilma oleks võimalik teravustada. Reguleerime okulaari nii, et pikksilm oleks teravustatud minimaalsele kaugusele ja palume kedagi nihutada mingit eset pikksilma ees edasi-tagasi, kuni kujutis muutub teravaks. U-toru asetame leitud kaugusest õige veidi kaugemale, et täpseks teravustamiseks jääks väike tagavara.

b)
$$d = \frac{h_1}{h_2} d_o ,$$

kuid d_o on võrdlusvedeliku tihedus.

$$E_d = E_{h_1} + E_{h_2} + E_{d_o} = \frac{\Delta h}{h_1} + \frac{\Delta h}{h_2} + E_{d_o} .$$

Vaadeldava töö puhul kõrguse piirviga Δh ei olene kõrguse väärtusest. h_1 ja h_2 on teineteisega võrdelised. E_d on seda väiksem, mida suuremad on h_1 ja h_2. Järeldus: vedelikusammaste kõrgused tuleb valida nii suured kui seda võimaldab U-toru ja katetomeetri kõrgus.

3. Neljanda täpsusklassi* vihtidest võib 10 g massi

---

*Mõõtevahendite täpsusklassid on kirjeldatud riiklikes standardites. Käesoleval juhul on andmed pärit standarmoodustada mitmel viisil:

a) 5 g + 2 g + 2 g + 1 g ,

b) 10 g .

Kumb moodus on õigem?

a) Δm = 8 mg + 6 mg + 6 mg + 4 mg = 24 mg ,

b) Δm = 12 mg .

Variant b on õigem.

4. Parempoolset kaalukaussi võib koormata massiga 99,9 g mitmel viisil:

a) 50 g + 20 g + 20 g + 5 g + 2 g + 2 g + 2 g + 500 mg + + 200 mg + 200 mg ,

b) parempoolsel kausil 100 g, vasakpoolsel 100 mg.

Neljanda täpsusklassi vihtide korral on:

a) Δm = (30 + 20 + 20 + 8 + 6 + 6 + 3 + 2 + 2) mg = 97 mg,

b) Δm = (40 + 1) mg = 41 mg.

Variant b on õigem.

5. Tundmatu takistuse R mõõtmiseks kasutatakse Wheatstone silda (juhend FP 75).

$$R = \frac{l_1}{l_2} R_o$$

Võrdlustakistuse R_o valimiseks olgu kolm võimalust

100 Ω ± 0,1 %

1 kΩ ± 0,1 %

10 kΩ ± 0,1 % .

$$E_R = E_{l_1} + E_{l_2} + E_{R_o} \ ; \ E_{R_o} = \text{const.}$$

---

dist GOST 7328-61. Konkreetsete mõõtevahendite andmeid võib leida ka tööjuhendist või mõõtevahendi passist.

R_o tuleks valida nii, et $E_{\frac{l_1}{l_2}} = E_{l_1} + E_{l_2}$ oleks minimaalne. Vaadeldava katse korral on pikkuse lugemise piirviga $\Delta l = \mathrm{const}$.

$$E_{l_1/l_2} = \frac{\Delta l}{l_1} + \frac{\Delta l}{l_2} \ .$$

$l_1 + l_2 = l = \mathrm{const}$. Kui $l_1 \longrightarrow 0$, läheb piirvea esimene liidetav suureks, kui $l_1 \longrightarrow l$, siis $l_2 \longrightarrow 0$ ja teine liidetav läheb suureks. E_{l_1/l_2} on minimaalne kui nii l_1 kui ka l_2 on mõlemad võimalikult suured. See on nii, kui $l_1 = l_2$.

Järeldus: reohordi liugkontakt peab olema võimalikult lähedal reohordi keskpunktile.

Kuna R on tundmatu, siis me ei tea liugkontakti asendit tasakaalustatud silla korral.

Teostame orienteeriva eelmõõtmise juhuslikult valitud R_o-ga. Tulemus: $R \approx 500\,\Omega$.

Liugkontakt oleks keskel, kui $R_o = R$. See pole võimalik. Kas valida $R_o = 100\,\Omega$ või $R_o = 1\ \mathrm{k}\Omega$? Esimesel juhul saaksime $\frac{l_1}{l_2} \approx 5$, teisel juhul $\frac{l_2}{l_1} \approx 2$. Teisel juhul on liugkontakt keskpunktile lähemal.

Õige valik on $R_o = 1000\,\Omega$.*

6. Tundmatu takistuse R mõõtmiseks kasutatakse voltmeetrit ja ampermeetrit. Takisti talub võimsust $P_{max} = 2\ \mathrm{W}$.

---

* Ei tohi lasta end eksitada ebaolulisest võrratusest: $500\,\Omega - 100\,\Omega < 1000\,\Omega - 500\,\Omega$.

Voltmeetril on kaks ümberlülitatavat mõõtepiirkonda: 7,5 V ja 15 V. Ampermeetril on kaks ümberlülitatavat mõõtepiirkonda: 100 mA ja 250 mA. Kummagi mõõteriista $D_x = 1\,\%$. Millised piirkonnad valida?

Ilmselt on vaja teostada orienteeriv eelmõõtmine juhuslikult valitud mõõtepiirkondadega. Jälgime, et $U.I < 2$ W. Olgu tulemus $R \approx 600\,\Omega$.

$$E_R = E_U + E_I = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = \frac{U_o}{U} D_U + \frac{I_o}{I} D_I ,$$

kus U_o ja I_o on mõõtepiirkondade ülemised piirid. $U_o D_U$ ja $I_o D_I$ ei sõltu pingest, I on pingega võrdeline. E_R on pingega pöördvõrdeline. Nii $U < U_o$ kui ka $I < I_o$.

Järeldus: pinge tuleb valida nii, et ühe mõõteriista näit võrduks mõõtepiirkonna ülemise piiriga. See on nii kui vastava mõõtmise korral tuleb $P < P_{max}$. Vastasel juhul arutleme järgnevalt:

$$P = \frac{U^2}{R} ; \quad U = \sqrt{PR} ; \quad U \leqslant \sqrt{P_{max} . R} .$$

Käesoleval juhul on $U_{max} > 30$ V ja tingimus $P < P_{max}$ on alati täidetud, sest voltmeetri maksimaalne mõõteulatus on kõigest 15 V.

Õigesti teostatud mõõtmise korral on

$$E_R = \frac{U_o}{U} D_U + D_I \quad \text{või} \quad E_R = D_U + \frac{I_o}{I} D_I .$$

Järeldus: teise mõõteriista näidu ja mõõtepiirkonna ülemise piiri suhe peab olema võimalikult suur.

a) $U_o = 7{,}5$ V ; $I_o = 100$ mA

$U \approx 6$ V ; $I = 100$ mA ; $\frac{U}{U_o} \approx 80\,\%$.

b) $U_o = 7,5$ V ; $I_o = 250$ mA .

$U = 7,5$ V ; $I \approx 125$ mA ; $\frac{I}{I_o} \approx 50$ % .

c) $U_o = 15$ V ; $I_o = 100$ mA .

$U \approx 6$ V ; $I = 100$ mA ; $\frac{U}{U_o} \approx 40$ % .

d) $U_o = 15$ V ; $I_o = 250$ mA .

$U \approx 15$ V ; $I \approx 250$ mA ; $\frac{U}{U_o} \approx \frac{I}{I_o} \approx 100$ % .

Õige on variant d . Teiste variantide järjestus: a, b, c ei oma tähtsust, kui me neid ei kasuta.

Kui tekib kahtlus, kas mõõteriistade kõik mõõtepiirkonnad on korras, siis võib teostada võrdleva kontrollmõõtmise variant a kohaselt.

Märkus: Vaadeldud näite korral olid mõõteriistade täpsusklassid võrdsed ja variante võis järjestada arvutatud protsentide järjekorras. Kui aga mõõteriistade täpsusklassid on erinevad, tuleb eelistada variante, mille puhul vähemtäpse mõõteriista lugem on 100 % skaalast.

§ 6. MÕÕTMISPROTOKOLLI NÄIDIS.

Töö pealkiri: Takistuse mõõtmine voltmeetri ja ampermeetri abil.

Uurimisobjekt: Tundmatu takistusega takisti, $P_{max} = 1$ W.

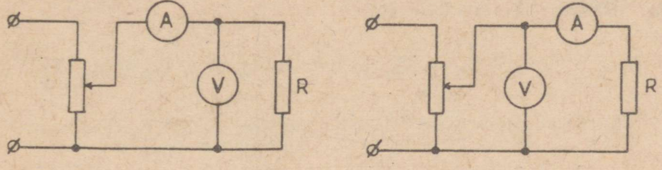
---

* Tegeliku mõõtmisprotokolli pealdises esitatakse andmed ka töö teostaja ja töö sooritamise aja kohta.

Kasutatud riistade nimetused, numbrid ja andmed:

1. Voltmeeter MOO Nr. 00000 15 V kl. 1,0 $R_v = 3\ k\Omega$.
2. Ampermeeter MOO Nr. 00000 0,1 A kl. 0,5 $R_A = 1,5$.
3. Reostaat 50Ω 2 A .
4. Pingeallikas 24 V 1 A .

Lülitusskeem:



A B

Teooria

Tähistused:

R - mõõdetav takistus

R_v - voltmeetri takistus

R_A - ampermeetri takistus

U - takistil langev pinge

U_v - voltmeetril langev pinge

U_A - ampermeetril langev pinge

I - takistit läbiva voolu tugevus

I_v - voltmeetrit läbiva voolu tugevus

I_A - ampermeetrit läbiva voolu tugevus

P_{max}- maksimaalne lubatav takistil eralduv võimsus

U_{max}- maksimaalne lubatav takistil langev pinge.

$$R = \frac{U}{I}$$

A. Skeem A korral on

$$U = U_v \, ; \quad I = I_A - I_v \, ; \quad I_v = \frac{U_v}{R_v} \, ;$$

$$R = \frac{U_v}{I_A - \frac{U_v}{R_v}}$$

B. Skeem B korral on

$$U = U_v - U_A \, ; \quad I = I_A \, ; \quad U_A = R_A \, I_A \, ;$$

$$R = \frac{U_v - R_A \, I_A}{I_A} = \frac{U_v}{I_A} - R_A \, .$$

Mõlemal puhul

$$U_{max} = \sqrt{P_{max} \cdot R} \, .$$

<u>Eelmõõtmine.</u>

Koostan skeemi A. Jälgin, et $U_v \cdot I_A < 1 \text{ W}$.

$$U_v \approx 7{,}5 \text{ V} \, ; \quad I_A \approx 50 \text{ mA} = 0{,}05 \text{ A}$$

$$R \approx \frac{U_v}{I_A} \approx \frac{7{,}5 \text{ V}}{0{,}05\text{A}} = 150 \, \Omega \, .$$

Skeem A korral on paranduslüge

$$\frac{I_v}{I} \approx \frac{150}{3000} = 5 \, \% \, .$$

Skeem B korral on paranduslüge

$$\frac{U_A}{U} \approx \frac{1{,}5}{150} = 1 \, \% \, .$$

$$U_{max} \approx \sqrt{1 \text{ W} \cdot 150 \, \Omega} \approx 12{,}2 \text{ V} \, .$$

Mõõtmine.

Laboratooriumi temperatuur on 19° C, see on mõõteriistade normaalses temperatuurivahemikus (18°C - 22°C).

Koostan skeemi B

$U_V = (12{,}00 \pm 15.1{,}0\ \%)\ V = (12{,}00 + 0{,}15)\ V$

$I_A = (83{,}70 \pm 100.0{,}5\ \%)\ mA = (83{,}70 \pm 0{,}50)\ mA$

$$\frac{R}{\Omega} = \frac{12{,}00}{0{,}08370} - 1{,}5 = 143{,}4 - 1{,}5 = 141{,}9^{*}$$

Piirviga ΔR_A ignoreerime, kuna ta on eeldatavast Δ R-st palju väiksem.

$$E_R = E_U + E_I = \frac{0{,}15}{12} + \frac{0{,}50}{84} = 1{,}25\ \% + 0{,}60\ \% = 1{,}85\ \%$$

$$\Delta R = 142\ \Omega\ .\ 1{,}85\ \% = 2{,}63\ \Omega\ .$$

Vastus:

12 V pinge ja 19° C välistemperatuuri korral oli mõõdetava takistuse väärtus

$$\underline{R = (141{,}9 \pm 2{,}7)\ \Omega} \qquad \underline{E_R = 1{,}9\ \%}\ .$$

* Kirjutusviisi osas võrdle § 4 p. 1 näide 2.

TÄIENDAV KIRJANDUS.

1. Маликов С.Ф., Тюрин Н.И., Введение в метрологию. Изд. гос. комитета стандартов, мер и измерительных приборов СССР. М. 1965 (240 стр.).

   Tuntud metroloogide koostatud üldarusaadav õpik. Käsitletakse metroloogia üldküsimusi, mõõtühikuid, nii süstemaatiliste kui ka juhuslike mõõtmisvigade analüüsimise meetodeid, mõõtmisvahendite kontrollimise reegleid. Bibliograafia 48 nimetust.

2. Schults, K., Mõõtühikud füüsikaliste suuruste mõõtmiseks. Rahvusvaheline mõõtühikute süsteem SI, ERK, Tallinn 1965, 88 lehekülge.

   Esitatakse andmeid ka mittesüsteemiliste mõõtühikute kohta. Antakse ülevaade mõõtühikute süsteemist olenevaist füüsika valemeist koos arvutusnäidetega. On toodud tähtsamate füüsikaliste konstantide väärtused. Bibliograafia 17 nimetust.

3. Wõrk, H.R., Mõõtühikud ja tähised, "Valgus", Tallinn 1965, 56 lehekülge.

   Mõõtühikuid käsitletakse 43 leheküljel. Aluseks on võetud SI süsteem. Esitatud on ka tähtsamate füüsikaliste konstantide väärtused. Bibliograafia 15 nimetust.

4. Беклемишев А.В., Меры и единицы физических величин. Физматгиз. М. 1963 (296 стр.).

5. Бурдун Г.Д., Калашников Н.В., Стоцкий Л.Р., Международная система единиц. "Высшая школа". М. 1964 (274 стр.).

   Kahest viimasest raamatust võib leida põhjalikumaid andmeid mõõtühikute ja mõõtühikute süsteemide kohta.

6. Зайдель А.Н., Элементарные оценки ошибок измерений. "Наука" М. 1965 (80 стр.).
Ei nõuta eelteadmisi kõrgemast matemaatikast ja tõenäosusteooriast. Parim olemasolev juhend esialgseks tutvumiseks juhuslike mõõtmisvigade analüüsimise meetoditega.

7. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В., Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз. М. 1959 (436 стр.).
Hea käsiraamat tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika alustega ning juhuslike vigade analüüsimise meetoditega põhjalikumaks tutvumiseks. Bibliograafia 80 nimetust.

8. Elgas, J., Elektrimõõtmiste käsiraamat, ERK, Tallinn 1963, 212 lehekülge.
Raamat sisaldab konkreetsemaid juhiseid elektrimõõtmisteks. Lisana on toodud mitmesuguste elektriliste mõõtude ja mõõteriistade andmeid. Bibliograafia 20 nimetust.

9. Щиголев Б.М., Математическая обработка наблюдений. Физматгиз. М. 1960 (344 стр.).
Õpik astronoomia erialale spetsialiseeruvate üliõpilaste jaoks. Bibliograafia 25 nimetust.

10. Petersen, I., Katsete planeerimine, "Valgus", Tallinn 1966, 90 lehekülge.
Käsitletakse sõltuvuste uurimiseks kavandatavate katsete planeerimist võimalikult üldisest aspektist. Bibliograafia 15 nimetust.

S i s u k o r d.

-50 s.

Hind ~~5 kop.~~